



HAL
open science

Analyse de stabilité linéaire globale d'écoulements compressibles : application aux interactions onde de choc / couche limite.

Florian Guiho

► **To cite this version:**

Florian Guiho. Analyse de stabilité linéaire globale d'écoulements compressibles : application aux interactions onde de choc / couche limite.. Mécanique des matériaux [physics.class-ph]. Ecole nationale supérieure d'arts et métiers - ENSAM, 2015. Français. NNT : 2015ENAM0003 . tel-01195722

HAL Id: tel-01195722

<https://pastel.hal.science/tel-01195722>

Submitted on 8 Sep 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

École doctorale n° 432 : Sciences des Métiers de l'Ingénieur

Doctorat ParisTech
THÈSE

Pour obtenir le grade de docteur délivré par

l'École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers
Spécialité " Mécanique et Matériaux "

présentée et soutenue publiquement par

Florian GUIHO

le 30 janvier 2015

**Analyse de stabilité linéaire globale d'écoulements compressibles :
applications aux interactions onde de choc / couche limite**

Directeur de thèse : **Jean-Christophe ROBINET**
Co-encadrement de la thèse : **Frédéric ALIZARD**

Jury

M. Éric GONCALVES, Professeur, Institut Pprime, Université de Poitiers
M. Denis SIPP, Maître de recherche, ONERA, Meudon
M. Pierre DUPONT, Chargé de recherche au CNRS, IUSTI, Marseille
M. Éric GARNIER, Maître de recherche, ONERA, Meudon
M. Jean-Christophe ROBINET, Professeur, DynFluid, Arts et Métiers ParisTech, Paris
M. Frédéric ALIZARD, Maître de conférences, DynFluid, Conservatoire National des Arts et Métiers
M. Julien HERPE, Ingénieur de recherche, Direction des lanceurs, CNES

Président
Rapporteur
Rapporteur
Examineur
Examineur
Examineur
Invité

T
H
È
S
E

« Jusqu'à quel point les difficultés extrêmes justifient-elles des moyens extrêmes ? », se demandait Walter Bonatti. L'homme a démontré qu'avec la technologie il est capable de construire ce qu'il se propose. Mais cela a-t-il un sens ? Nous devons apprendre à vivre avec moins, avec ce dont nous avons besoin pour pouvoir être les plus humains possible, nous adapter au maximum à l'environnement, à la nature. Notre force, ce sont nos pieds, nos jambes et notre corps, notre esprit. »

K. JORNET

Remerciements

Comme toutes les personnes qui me connaissent le savent, je ne suis pas un homme de grands discours (et d'autant plus à l'écrit), alors je tiens à dire merci à l'ensemble des personnes qui m'ont aidé à réaliser cette thèse ainsi que tout ceux que j'ai pu rencontrer.

Voilà voilà, bonne lecture!!!

Table des matières

| | |
|---|----|
| Notation | 8 |
| 1 Introduction | 9 |
| Avant-propos | 9 |
| 1.1 Contexte | 9 |
| 1.2 À la recherche de l'origine du phénomène basse fréquence | 11 |
| 1.2.1 L'interaction onde de choc / couche limite | 11 |
| 1.2.1.1 L'interaction par réflexion de choc | 12 |
| 1.2.1.2 L'interaction par rampe de compression | 14 |
| 1.2.1.3 L'interaction avec un choc droit | 15 |
| 1.2.2 Instabilité due au choc | 16 |
| 1.2.3 Instabilité de couche limite décollée | 17 |
| 1.2.3.1 Écoulements subsoniques | 19 |
| 1.2.3.2 Écoulements transsonique/supersonique | 20 |
| 1.2.4 Résumé et conclusion de l'état de l'art | 23 |
| 1.2.5 Organisation du mémoire | 23 |
| 2 Étude de stabilité linéaire globale : aspect théorique et numérique | 25 |
| 2.1 Dynamique linéaire : état d'équilibre, comportement résonateur et amplificateur | 25 |
| 2.1.1 Les écoulements oscillateurs | 27 |
| 2.1.2 Les écoulements amplificateurs sélectif de bruit | 27 |
| 2.1.3 Compétition ente les mécanismes amplificateurs et résonateurs | 28 |
| 2.2 Méthode de résolution du problème au valeurs propres | 28 |
| 2.2.1 Méthode d'Arnoldi | 29 |
| 2.2.2 Différentes approches pour construire le problème aux valeurs propres | 30 |
| 2.3 Présentation du code PHOENIX | 34 |
| 2.3.1 Discrétisation des équations | 34 |
| 2.3.1.1 Discrétisation spatiale | 35 |
| 2.3.1.2 Discrétisation temporelle | 38 |
| 2.3.1.3 Les conditions aux limites | 39 |
| 2.3.1.4 Les modèles de turbulence | 40 |
| 2.3.2 Stratégie d'obtention du champ de base | 42 |
| 2.4 Présentation du code PHOENIX linéarisé | 42 |
| 2.4.1 La linéarisation du code PHOENIX | 42 |
| 2.4.1.1 les schémas numériques | 43 |
| 2.4.1.2 Les conditions aux limites linéarisées | 44 |
| 2.4.1.3 Validité d'un modèle linéarisé pour capter les larges structures en turbulence | 45 |
| 2.4.1.4 Les modèles de turbulence linéarisés | 46 |
| 2.4.1.5 Validation du code PHOENIX linéarisé | 48 |

| | | |
|----------|--|-----------|
| 2.5 | Validation | 48 |
| 2.5.1 | Écoulement autour d'un cylindre | 50 |
| 2.5.1.1 | Configuration de l'écoulement | 50 |
| 2.5.1.2 | Analyse de stabilité | 52 |
| 2.5.2 | Couche limite supersonique | 52 |
| 2.5.2.1 | Configuration | 53 |
| 2.5.2.2 | Champ de base | 53 |
| 2.5.2.3 | Analyse de stabilité | 54 |
| 2.5.3 | Conclusion | 56 |
| 3 | Interaction onde de choc oblique | 59 |
| 3.1 | Introduction | 59 |
| 3.2 | Simulation setup and governing equations | 62 |
| 3.2.1 | Flow configuration | 62 |
| 3.2.2 | Governing equations | 62 |
| 3.2.3 | Compressible global stability analysis | 63 |
| 3.3 | Numerical strategy | 64 |
| 3.3.1 | Navier-Stokes solver and boundary conditions | 64 |
| 3.3.2 | Linearization of discrete Navier-Stokes equations | 65 |
| 3.3.3 | Stability algorithm | 65 |
| 3.4 | Laminar OSWBLI cases | 66 |
| 3.4.1 | Base flows | 66 |
| 3.4.2 | Global mode analysis and linear dynamics | 69 |
| 3.4.2.1 | Linear impulse response | 69 |
| 3.4.2.2 | Features of the global spectrum | 72 |
| 3.4.2.3 | Scaling analysis | 75 |
| 3.4.3 | Linear regime : noise amplifier dynamics and receptivity | 78 |
| 3.4.4 | Influence of nonlinearities | 83 |
| 3.5 | Discussion and conclusion | 84 |
| 3.6 | Numerical validations | 87 |
| 3.6.1 | Eigenspectrum | 87 |
| 3.6.2 | Global resolvent | 87 |
| 4 | Interaction onde de choc oblique / couche limite turbulente : cas IUSTI | 89 |
| 4.1 | Présentation de l'interaction | 89 |
| 4.1.1 | Organisation de l'écoulement | 90 |
| 4.1.2 | Principaux résultats connus | 91 |
| 4.2 | Analyse de stabilité | 92 |
| 4.2.1 | Champ de base | 92 |
| 4.2.2 | Résultats de l'analyse de stabilité | 93 |
| 4.3 | Conclusion | 95 |
| 5 | Interaction onde de choc couche limite pour des écoulements transsoniques | 97 |
| 5.1 | le tremblement transsonique autour d'un profil | 97 |
| 5.1.1 | Caractéristiques de l'écoulement | 103 |
| 5.1.2 | Analyse de stabilité | 106 |
| 5.1.3 | Conclusion et remarques | 109 |

| | | |
|----------------------|--|-----|
| 5.2 | Analyse de stabilité globale d'un écoulement dans une tuyère plane surdétendue | 110 |
| 5.2.1 | Description et analyse des expériences de Sajben <i>et al.</i> | 110 |
| 5.2.1.1 | Étude d'un écoulement non forcé | 110 |
| 5.2.1.2 | Étude d'un écoulement forcé | 116 |
| 5.2.2 | Calculs numériques relatifs aux expériences de Sajben | 118 |
| 5.2.3 | Caractéristiques de l'écoulement étudié | 120 |
| 5.2.3.1 | Calcul du champ de base | 121 |
| 5.2.4 | Analyse de stabilité | 122 |
| 5.2.5 | Étude de stabilité pour différentes longueurs de tuyère | 126 |
| 5.2.6 | Conclusion | 127 |
| Conclusion | | 129 |
| 5.3 | L'interaction onde de choc couche limite (IOCCL) par réflexion de choc | 130 |
| 5.3.1 | Conclusion | 130 |
| 5.3.2 | Perspectives | 130 |
| 5.4 | Le phénomène de tremblement transsonique | 131 |
| 5.4.1 | Conclusion | 131 |
| 5.4.1.1 | Perspectives | 131 |
| 5.5 | L'écoulement au sein d'un diffuseur | 132 |
| 5.5.1 | Conclusion | 132 |
| 5.5.2 | Perspectives | 132 |
| 5.6 | Retour sur les hypothèses sur l'origine de la basse fréquence | 133 |
| 5.7 | Perspectives générales | 133 |
| Bibliographie | | 135 |
| Annexes | | 146 |
| A | Équations de Navier Stokes linéarisées sous forme conservative | 147 |
| B | Matrice jacobienne du problème non visqueux | 151 |

Notations

| | |
|----------------------------|---|
| u | vitesse longitudinale |
| v | vitesse transverse |
| ρ | masse volumique |
| T | température |
| \mathbf{u} | vecteur vitesse |
| p | pression |
| E | énergie interne |
| Ω | valeur propre |
| ω_r | pulsation propre |
| ω_i | taux d'amplification |
| $\mathbf{X} = (x, y, z)^T$ | vecteur position |
| q | vecteur d'état |
| q_b | vecteur d'état, solution d'équilibre (champ de base, champ porteur) |
| q' | vecteur d'état, solution perturbée |
| μ | viscosité dynamique du fluide |
| μ_t | viscosité dynamique turbulente du fluide |
| c_i | célérité du son dans un milieu i |
| C_f | coefficient de frottement |
| C_p | coefficient de pression pariétale |
| L_{ref} | longueur de référence |
| M | nombre de Mach |
| Re | nombre de Reynolds |

| | |
|----------------------|--|
| Re_{δ^*} | nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur de déplacement de la couche limite à l'entrée |
| Re_L | nombre de Reynolds basé sur L_{ref} |
| Re_{∞} | nombre de Reynolds basé sur les conditions à l'infini et pour une longueur de référence de 1 |
| u_f | vitesse de frottement |
| $y^* \equiv \nu/u_f$ | unité de paroi (longueur élémentaire de la couche limite) |
| $y^+ = y/y^*$ | distance adimensionnée à la paroi |
| δ^* | épaisseur de déplacement de couche limite |
| δ | épaisseur de couche limite |
| θ | épaisseur de quantité de mouvement de couche limite |
| St_{δ^*} | nombre de Strouhal basé sur δ^* |
| St_L | nombre de Strouhal basé sur L_{ref} |
| U_{ref} | vitesse de référence |
| ρ_{ref} | masse volumique de référence |
| T_{ref} | température de référence |
| λ | longueur d'onde |
| γ | rapport des chaleurs spécifiques |

Chapitre 1

Introduction

1.1 Contexte

Le 4 octobre 1957, le premier satellite mis en orbite par l'homme resta 92 jours autour de notre planète. Depuis cette date, de nombreux satellites ont été mis en orbite afin de répondre aux différents besoins de télécommunications, de géolocalisations, mais également pour les secteurs de recherche et le domaine militaire. On compte aux alentours de 900 satellites actifs dans l'espace, et 3 fois plus de satellites non fonctionnels. L'utilisation d'un lanceur pour mettre en orbite plusieurs satellites a été un enjeu économique et technique pour les différentes agences spatiales. Depuis la création du projet ARIANE et son premier lancement en 1979, l'amélioration des lanceurs (figure (1.1)) a permis de multiplier par 5 la charge utile (masse totale des satellites embarquée dans la fusée) mise en orbite. Ces résultats ont pu être atteints grâce à l'amélioration des caractéristiques aérodynamiques des lanceurs et notamment des systèmes de propulsions.



FIGURE 1.1 – Évolution des lanceurs Arianes (source : Arianespace / CNES / ESA)

Les tuyères des moteurs de fusée sont ainsi conçues avec un rapport de sections impor-

tant pour permettre une forte détente des gaz. En ce qui concerne Ariane 5, le rapport de section du moteur de l'étage principal est passé de 45 pour le moteur Vulcain à 60 pour le moteur Vulcain 2 (figure (1.2)). En fonction de la pression régnante dans le milieu ambiant (P_a) et de celle en sortie de tuyère (P_s), on peut distinguer trois différents régimes de fonctionnement :

- $P_a > P_s$ on parlera de régime de sur-détente
- $P_a = P_s$ on parlera de régime adapté
- $P_a < P_s$ on parlera de régime de sous-détente



FIGURE 1.2 – Moteur Vulcain 2

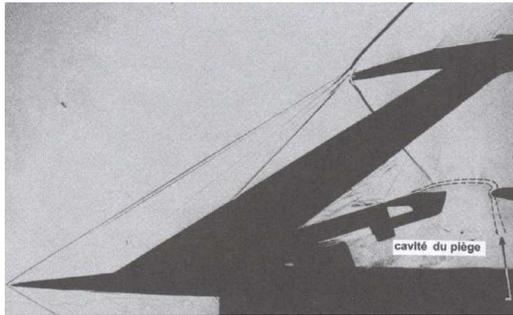
Lors du décollage de la fusée Ariane 5, ce sont les deux boosters latéraux qui sont en charge de la poussée, le moteur de l'étage principal ne participant qu'à 10% de cette dernière. En effet, le moteur Vulcain joue son rôle en altitude, autrement dit une fois qu'il fonctionne dans un régime adapté ou de sous-détente. Néanmoins, d'un point de vue de la sécurité et au vu de la difficulté de l'allumage du moteur Vulcain, ce dernier est allumé au sol. En contrepartie, lors de cette phase de décollage, la pression dans la chambre de combustion est inférieure à la pression ambiante, la tuyère fonctionne donc en régime de sur-détente. Une dynamique instationnaire complexe se met alors en place au sein de la tuyère, entraînant une perte de symétrie de l'écoulement qui donne naissance à des efforts mécaniques sur la tuyère elle-même. Ce genre de phénomène a également été rencontré en URSS et aux USA lors de la mise au point du moteur du second étage du lanceur ENERGIA et du moteur principal du lanceur ATLAS. Ces efforts, appelés charges latérales,

sont préjudiciables pour la structure de la tuyère et par conséquent pour le moteur. Aujourd'hui, l'ajout de raidisseurs au niveau de la tuyère permet une maîtrise de ces charges latérales, afin d'assurer le succès des différents lancements. Néanmoins, la cause exacte de la perte de symétrie et des phénomènes physiques associés aux instationnarités restent mal connus.

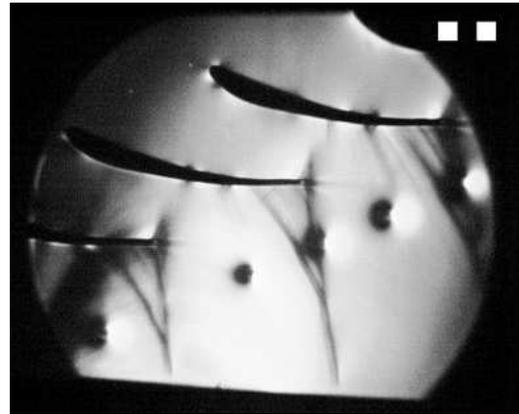
C'est dans cette problématique que s'inscrit le groupe **ATAC** (**A**érodynamique des **T**uyères et **A**rrière **C**orps) dirigé par le **CNES** (**C**entre **N**ational d'**É**tudes **S**patiales). Sa mission première est d'étudier la phénoménologie liée à l'apparition de ces charges latérales. Lors du démarrage du moteur, la tuyère étant non adaptée, l'écoulement au sein de la tuyère n'est pas totalement supersonique. Il s'ensuit l'apparition d'un choc de recompression à l'intérieur de la tuyère qui en venant interagir avec la couche limite va causer son décollement. Deux configurations sont alors possible. La couche limite décolle sans recoller, on parlera de décollement libre (ou FSS : Free Shock Separation), ou la couche limite décolle puis recolle, on parlera de décollement restreint (ou RSS Restricted shock Separation). Bien que l'écoulement au sein de cette dernière soit bien plus complexe, avec notamment des effets thermodynamiques, il semblerait que l'écoulement généré par l'interaction entre une onde de choc et une couche limite turbulente soit à l'origine de ces instationnarités. En particulier, on peut observer un battement basse fréquence se distinguer des échelles turbulentes de la couche limite. L'intérêt industriel pour ce type d'écoulement a suscité de nombreuses études expérimentales et numériques depuis plus

d'un demi-siècle. En effet, ce type de configuration se retrouve dans de nombreux domaines de l'aéronautique tels que :

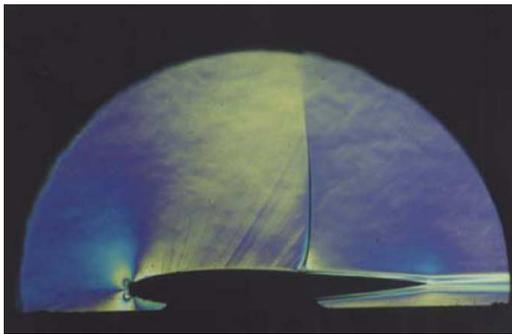
- des prises d'air de turboréacteur (figure 1.3(a))
- l'écoulement en bout de pales de compresseur (figure 1.3(b))
- l'écoulement transsonique au niveau de l'extrado d'un profil d'aile (figure 1.3(c))
- l'écoulement au sein d'une tuyère sur-détendue (figure 1.3(d))



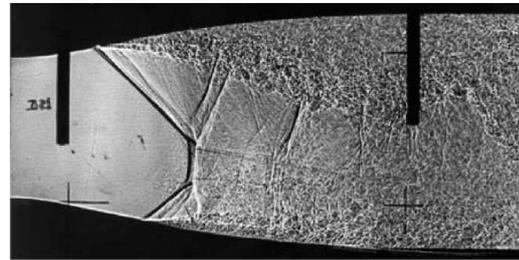
(a) Prise d'air du concorde (document Onera)



(b) Aubes de turbomachine (document Collège militaire royal du Canada)



(c) Profil d'aile en transsonique (document Onera)



(d) Tuyère sur-détendue (document Onera)

FIGURE 1.3 – Différentes configurations d'interaction onde de choc / couche limite

L'ensemble de ces recherches ont eu pour objectif d'analyser et de comprendre les mécanismes mis en jeu dans ce type de configurations afin de prédire ou de contrôler ces écoulements. Les études expérimentales et numériques réalisées jusqu'à présent ont permis de mettre en évidence nombre de phénomènes liés à ces écoulements. Malheureusement, bien que la dynamique basse fréquence fut observable lors de ces différentes études, son origine reste encore mal comprise.

1.2 À la recherche de l'origine du phénomène basse fréquence

1.2.1 L'interaction onde de choc / couche limite

L'origine de la dynamique basse fréquence, dans les différentes configurations d'écoulements énumérées précédemment, reste un enjeu important. En effet, le phénomène de battement basse fréquence du choc coïncide avec une perte de performance aérodynamique

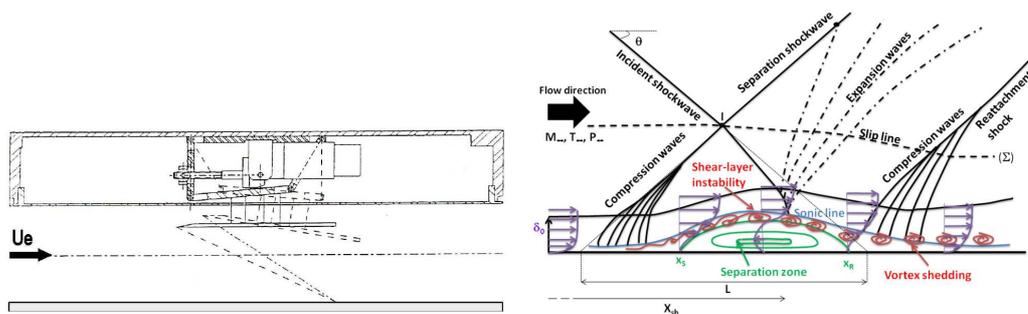
des différents systèmes. Afin de comprendre et d'identifier son origine, de multiples configurations expérimentales ont vu le jour, dans le but de reproduire les écoulements en soufflerie. Parmi les configurations d'interactions onde de choc/couche limite les plus étudiées à ce jour, nous retrouvons :

- “la réflexion de choc”
- “la rampe de compression”
- “l'interaction avec un choc droit”

Les résultats des études expérimentales et numériques de ces différentes configurations permettent de mettre en évidence le phénomène basse fréquence de ce type d'écoulement. Bien que de nombreuses hypothèses aient vu le jour pour expliquer la phénoménologie du battement, aucune n'a encore été réellement validée.

1.2.1.1 L'interaction par réflexion de choc

Lorsque un choc oblique d'origine extérieur pénètre dans une couche limite (figure (1.4(b))), il se produit un épaissement de cette dernière, suite au gradient de pression adverse imposé par le choc. Suivant l'intensité du choc incident, il est possible que la couche limite décolle, on observe alors une zone de recirculation au niveau de l'impact. Cet épaissement, ou ce décollement, impose en amont du choc une déviation de l'écoulement. Cette dernière est alors à l'origine d'une zone de compression entraînant la formation d'un second choc en amont, on pourra parler de “choc de décollement” ou de “choc réfléchi”. En aval du choc incident, l'épaisseur de la couche limite diminue au travers d'une détente qui est associée au recollement de la couche limite. Expérimentalement, l'onde de choc oblique incidente est imposée par un générateur de choc. Ce dernier peut être modélisé comme sur la figure ??, où l'on peut observer la présence d'une plaque biseautée imposant une déflexion de l'écoulement amont. L'intensité du choc oblique va ainsi dépendre de l'angle de déflexion imposé par la plaque.



(a) Schéma de principe du générateur de choc (Piponnier [125]) (b) Représentation de la configuration de l'interaction par réflexion de choc

FIGURE 1.4 – L'interaction par réflexion de choc

Les expérimentations mises en place dans la soufflerie de l'IUSTI (Institut Universitaire des Systèmes Thermiques Industriels, Aix-Marseille), sur l'interaction par réflexion de choc avec une couche limite amont turbulente, montrent bien un caractère instationnaire basse fréquence (Dupont *et al.* [49]). L'observation des fluctuations de pression à la paroi ainsi que des vitesses dans la couche limite amont, illustre les différentes gammes de fréquence dans un tel écoulement. La figure (1.5), montre la répartition de l'énergie des fluctuations de pression pariétale en fonction de la fréquence, le long de l'interaction. On observe que la couche limite amont possède son énergie dans une gamme de fréquences comprise entre 10^4

et 10^5 Hz, alors qu'au voisinage du choc ($X^* = 0$), la gamme de fréquences est inférieure de deux décades, entre 10^2 et 10^3 Hz. L'équipe de L'IUSTI a notamment réalisé cette

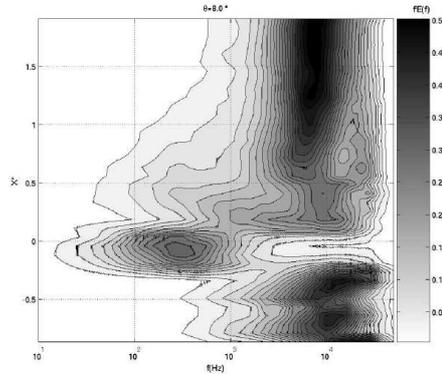


FIGURE 1.5 – Densité spectrale de puissance (PSD) de la pression le long de l'interaction pour un angle de déflexion de 8° (Dupont *et al.* [49])

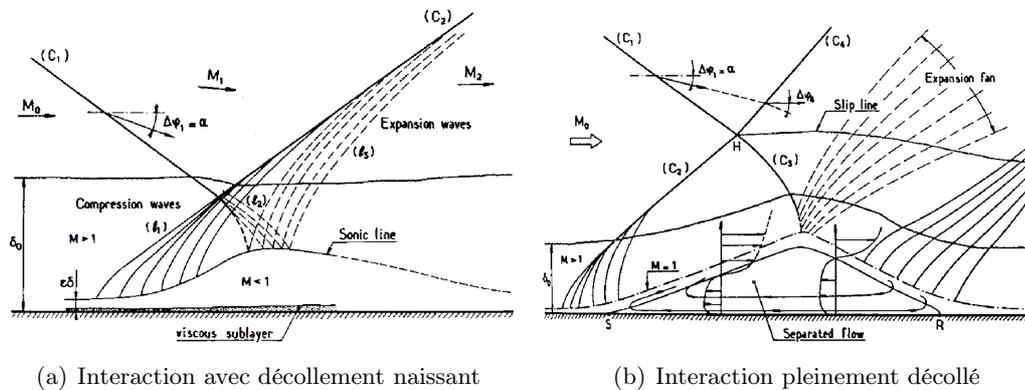
étude pour différents angles de déflexions :

- 5° correspondant à un décollement naissant, figure 1.6(a)
- de 7° à 9° correspondant à des états décollés, figure 1.6(b)

Afin de comparer les interactions ayant des angles de déflexions différents, Dupont *et al.* [49] utilise une fréquence adimensionnée, basée sur la longueur d'interaction L , qui représente la distance entre les points d'impacts théoriques des chocs incident et réfléchi sur la plaque plane, et la vitesse, U_1 , de l'écoulement en aval du choc incident (figure (1.8)). Ce nombre de Strouhal s'écrit :

$$S_t = \frac{f \cdot L}{U_1} \quad (1.1)$$

où f représente la fréquence. Les résultats, figure (1.7), montrent que la fréquence adimensionnée du mouvement du choc réfléchi vaut $S_t \approx 0.03$ pour les cas d'interactions avec décollement. On retrouve des traces de cette fréquence au niveau du point de recollement mais l'essentiel de l'énergie est fourni par les structures tourbillonnaires de type Kelvin-Helmholtz se développant dans la couche de cisaillement. Ces dernières ont une gamme de



(a) Interaction avec décollement naissant

(b) Interaction pleinement décollé

FIGURE 1.6 – Représentation d'un écoulement présentant un décollement naissant et un pleinement séparé (d'après Déleroy [57])

fréquences adimensionnées aux alentours de $S_t \approx 0.5$, dans cette partie de l'écoulement.

Dussauge *et al.* [55] ont montré que pour un large ensemble de configurations d'interaction (rampes, réflexions, corps émoussés, tuyères sur détendues), la fréquence adimensionnée du mouvement du choc se trouve toujours aux alentours de $S_t \approx 0.03$. Ces résultats, bien qu'intéressants parce qu'ils montrent que la fréquence d'oscillation du choc est proportionnelle à une dimension longitudinale, ne permettent pas de déterminer l'origine de la basse fréquence.

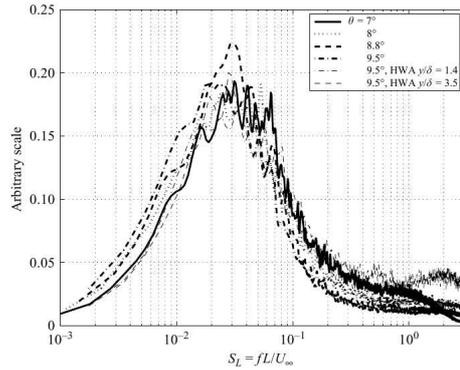


FIGURE 1.7 – PSD adimensionnée de la pression pour différents angles d'interaction (Dupont *et al.* [49])

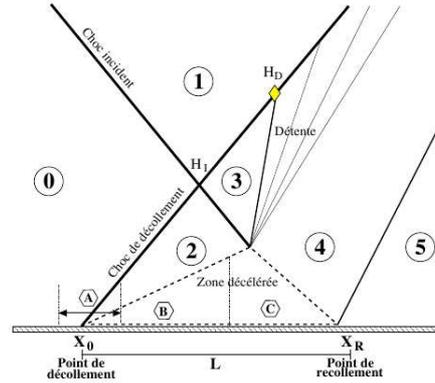


FIGURE 1.8 – Représentation géométrique de l'interaction (Agostini [3])

1.2.1.2 L'interaction par rampe de compression

Comme dans le cas d'une réflexion de choc, la déviation de l'écoulement par la rampe va entraîner l'apparition d'une zone de compression en amont. À partir d'un certain angle de la rampe, cette zone va voir apparaître un choc similaire au "choc de décollement" de la réflexion de choc. En dessous d'un certain angle de déviation, l'écoulement présentera un décollement naissant, figure (1.9(a)), c'est-à-dire sans zone de recirculation. Pour un nombre de Mach infini amont, $M_\infty = 2.85$, et lorsque l'angle de la rampe dépasse 16° , Spaid et Frishett [164] ont observé l'apparition d'une zone de recirculation, ainsi qu'un système de double choc, figure (1.9(b)). De même que pour la réflexion de choc, le choc secondaire entraîne le décollement de la couche limite, alors que le choc principal impacte au niveau de la zone la plus déviée de la couche limite. Les travaux des auteurs précédents ont montré une particularité du système double choc. En effet, une augmentation de l'angle de la rampe entraîne une augmentation linéaire de l'angle principal, autrement dit de son intensité, alors que l'angle du choc de décollement reste constant. Quelque soit la configuration géométrique, la zone de recirculation et les mouvements du choc, sont instationnaires et mettent en jeu des fréquences caractéristiques, avec notamment une basse fréquence autour de $S_t \approx 0.03$.

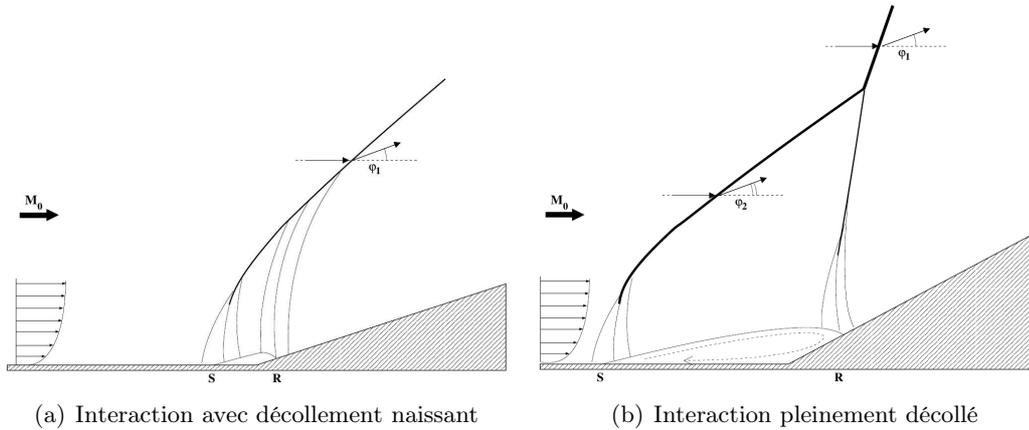


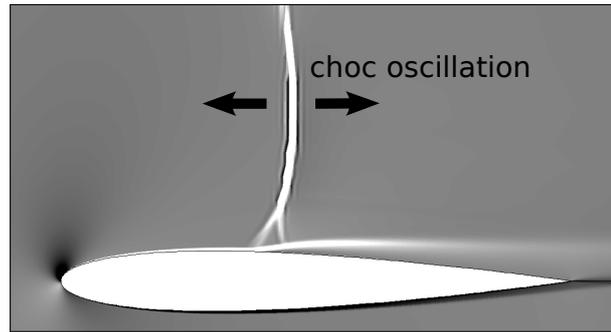
FIGURE 1.9 – Représentation d'un écoulement présentant un décollement naissant et un pleinement séparé de l'interaction onde de choc/couche limite sur rampe (Agostini [3]).

1.2.1.3 L'interaction avec un choc droit

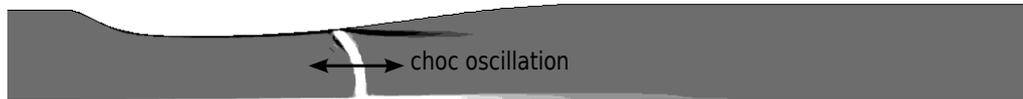
L'interaction entre un choc droit et une couche limite a également été étudiée, notamment dans la configuration d'un écoulement transsonique autour d'un profil d'aile. Pour ce type d'écoulements ouverts, l'apparition d'une dynamique basse fréquence du mouvement du choc (*i.e* entrée en tremblement) diminue les performances aérodynamiques de l'aile. Les premières expériences menées afin de comprendre ce phénomène ont été réalisées par McDevitt et Okuno [111]. Ces auteurs ont déterminé la frontière d'entrée en tremblement d'un profil NACA0012. Ce sujet a également fait l'objet de nombreuse recherche par le biais de la simulation numérique. En particulier, Barakos et Drikakis [12], Chung *et al.* [32] ont essayé de retrouver numériquement les résultats de McDevitt et Okuno [111]. Une campagne d'investigation a été réalisée à l'ONERA (Office National d'Études et de Recherches Aérospatiales), sur un profil supercritique, l'OAT15. Une comparaison entre les études en soufflerie réalisé par Jacquin *et al.* [83], les simulations RANS (Reynolds Average Navier Stokes) instationnaires de Brunet *et al.* [24], et les simulations DES (Detached Eddy Simulation) de Deck [40] a été réalisée pour différents angles d'attaque. Bien que certaines différences apparaissent entre les résultats expérimentaux et les résultats numériques, il faut noter la présence d'une basse fréquence, aux alentours de 75Hz pour toutes ces études.

Des cas d'interactions pour des écoulements fermés ont été réalisés par Sajben *et al.* [153] [150] [149] entre 1977 et 1986. Ces études sont menées sur un écoulement transsonique au sein d'une tuyère à section rectangulaire. Le choix du type de section a été motivé par la simplicité de mise en œuvre des dispositifs expérimentaux. Ces données expérimentales représentent une banque de données de référence pour des écoulements décollés en régime transsonique dans des diffuseurs. Ces études trouvent un intérêt dans la compréhension des dégradations des performances des entrées d'air de statoréacteur par la présence de fluctuations de pression. Deux types de régime ont été étudiés. Le premier, dit d'interaction de choc faible, montre un décollement se produisant très en aval du pied choc. Le second, dit d'interaction de choc fort, voit le décollement, d'une part plus important mais, surtout situé au niveau du pied de choc, caractérisé par une structure en lambda. Ces travaux ont illustré le caractère fortement fluctuant des décollements étendus sans excitation externe.

Ces deux études montrent également la complexité des structures de chocs pour des écoulements transsoniques. Dans les deux, cas nous retrouvons un choc dont le pied possède une structure en lambda.



(a) Écoulement autour d'un profil d'aile de type NACA0012



(b) Écoulement dans une tuyère à section rectangulaire, utilisée pour les études de Sajben

FIGURE 1.10 – Visualisation schlieren pour deux écoulements transsoniques avec une dynamique basse fréquence du mouvement du choc

Aux travers de ces différents cas impactés par ce phénomène basse fréquence, on peut distinguer deux familles de théories sur l'origine de la basse fréquence. La première met en avant la réceptivité du choc par rapport aux conditions de l'écoulement extérieur ; la seconde implique la dynamique de la zone de recirculation de la couche limite décollée, le mouvement du choc étant une conséquence de cette dernière.

1.2.2 Instabilité due au choc

Une première hypothèse, apparue dans les années 90, cherchait à montrer que le choc était intrinsèquement instable et qu'il était le seul responsable de l'instationnarité basse fréquence. Cette hypothèse fut invalidée par Robinet & Casalis [142], qui ont montré que le choc est un système stable qui se comporte comme un filtre passe-bas à la traversée d'une perturbation. Ils montrent également que dans le cas d'un choc avec décollement, ce dernier joue le rôle d'un amplificateur sélectif de bruit. Ainsi, une seconde hypothèse impute l'origine de la basse fréquence observée expérimentalement à l'interaction de certaines structures turbulentes, de grande dimension, provenant de la couche limite amont avec le choc (Plotkin [129] ; Andreopoulos & Muck, [6] ; Dolling & Brusniak [46] ; Beresh *et al.* [18]). Les expériences de Ganapathisubramani *et al.* [64] et les simulations Ringuette *et al.* [139] ont permis de mettre en évidence la présence de larges structures longitudinales, dont la taille se situe entre $10\delta_0$ et $30\delta_0$, δ_0 étant la hauteur de la couche limite amont. Ce type de structures a également été observé pour des couches limites turbulentes

subsoniques (Kim & Adrian [87]; Adrian *et al.* [2]; Marusic *et al.* [110]; Marusic [109]). De nombreuses études (Beresh *et al.*, [18]; Ganapathisubramani *et al.*, [65][66]; Humble [79]) montrent une forte corrélation entre les mouvements du pied de choc et les fluctuations de la couche limite comme illustré par Beresh *et al.* [18], figure (1.11). Dans ce cadre, Toubert & Sandam [182] ont montré, à travers la dérivation d'un modèle analytique modélisé par un post traitement de larges base de données numériques, que le système choc/couche limite est équivalent à un filtre passe bas du premier ordre. Néanmoins, bien qu'ils illustrent la nécessité d'un forçage associé à ce système, la couleur de ce dernier et la forme n'imputent pas sur la réponse basse fréquence. Un caractère intrinsèque peu dépendant de la coloration du bruit extérieur et/ou encore des structures turbulentes de la couche limite amont, est ainsi supposé par les auteurs pour décrire le battement basse fréquence. Ainsi, le caractère

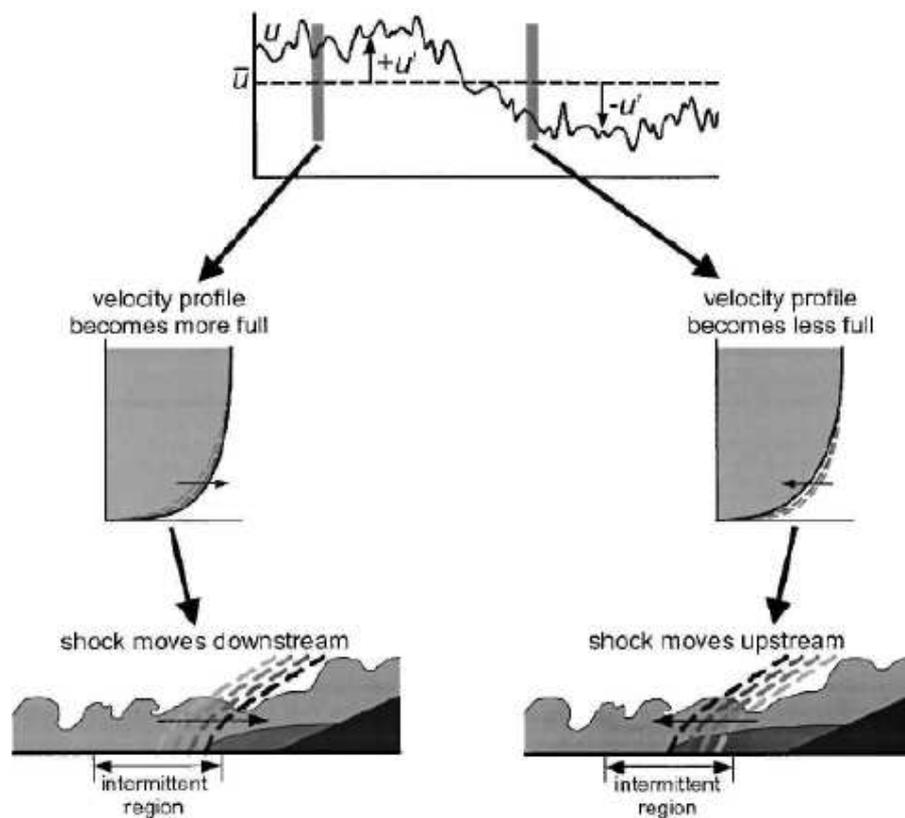


FIGURE 1.11 – Représentation de l'influence des structures en amont du choc par Beresh *et al.* [18]

amplificateur sélectif de bruit de type passe-bas du choc, privilégierait ce type de superstructures, ce qui engendrerait le caractère instationnaire basse fréquence de l'interaction. Cependant, des études pour des nombres de Reynolds plus faibles (Thomas *et al.* [178]; Dupont *et al.*, [49], [50]; Wu & Martin [188]), n'ont pas permis de confirmer la corrélation entre l'état de la couche limite amont et les mouvements à basse fréquence du choc.

1.2.3 Instabilité de couche limite décollée

La recherche dans l'optimisation des performances aérodynamiques dans le domaines de l'aéronautique a été un enjeu important dans l'étude de la stabilité des écoulements.

Notamment, l'existence d'une dynamique basse fréquence pour des écoulements décollés a été porteur de nombreuses études. En effet, les études de tels phénomènes, notamment sur des profils d'aile en incidence à faible vitesse, ont débuté dans les années 1950. Les premières expériences et travaux théoriques de thèse de Gaster [69] constituèrent une classification fondamentale, donnant lieu à l'analyse de la structure et du comportement de deux variétés de bulles, les courtes et les longues. À partir d'une certaine incidence du profil, on observera une zone de recirculation naissante au bord d'attaque. Cette dernière, appartenant à la famille des bulles courtes, est caractérisée par une faible zone de recirculation. En augmentant l'incidence du profil, ou en diminuant la vitesse, cette bulle va progressivement s'élargir pour finalement appartenir à la famille des bulles longues. Ce phénomène est communément appelé phénomène de bursting. Les études réalisées par Gaster montrent que suivant le type de décollement, la stabilité de la couche limite décollée est différente. Dans le cas d'une bulle courte, la présence d'un point d'inflexion le long du profil décéléré puis décollé entraîne la déstabilisation de l'écoulement par une instabilité de type Kelvin-Helmholtz. Les travaux expérimentaux de Dogval [45] et les DNS (**D**irect **N**umerical **S**imulation) de transition contrôlée de Rist & Maucher [140] confirmèrent ce mécanisme. Dans le cas d'une bulle longue, l'apparition d'une dynamique basse fréquence propre à l'écoulement n'a pas permis à l'auteur de caractériser le mécanisme de déstabilisation. À la suite de ces travaux, les nombreuses études réalisées pour investiguer le phénomène ont donné lieu à une multitude de spéculations sur l'origine du mécanisme.

Avant de réaliser un inventaire de ces théories, il est important de définir les notions d'instabilités convectives et absolues dans le cas d'écoulements ouverts (Huerre & Monke-witz [77]). Pour cela, nous regardons la réponse d'un écoulement à une impulsion localisée en espace et en temps. Deux scénarios peuvent être mis en avant. Si l'énergie injectée est advectée tout en s'amplifiant en temps, suivant la direction de l'écoulement, on parlera d'écoulement convectivement instable. En l'absence de perturbations continues, ce type d'écoulement reprendra son état initial. Un écoulement convectivement instable peut être défini donc comme un amplificateur sélectif de bruit. Dans le cas d'une instabilité absolue, la perturbation croît en espace et en temps de manière à contaminer tout l'écoulement. On peut schématiser ces comportements par l'évolution en espace et en temps d'un paquet d'ondes (figure 1.12). Si la poche absolue est suffisamment grande, l'écoulement se synchronise à une fréquence, nous parlons d'instabilité globale (Chomaz [30],[31]). La perturbation possède alors une dynamique intrinsèque, elle n'est plus advectée dans la zone où l'instabilité est absolue. Lorsque la zone absolument instable est suffisamment large, l'écoulement agit comme un oscillateur auto-entretenu battant à sa fréquence propre, nous parlerons d'instabilité globale.

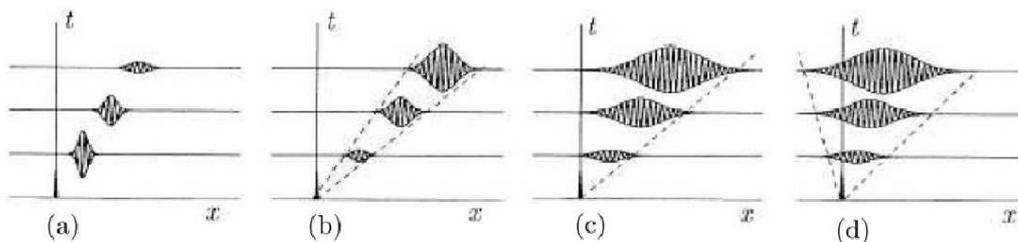


FIGURE 1.12 – Évolution du paquet d'onde dans un plan espace/temps pour un écoulement, a) convectivement stable, b) convectivement instable, c) marginalement instable, d) absolument instable (d'après Huerre [77])

On peut noter que les études de stabilité linéaire sont devenues des outils efficaces pour connaître la nature des écoulements (Theofilis [171], Sipp *et al.* [160]).

1.2.3.1 Écoulements subsoniques

1.2.3.1.a Aspect 2D des écoulements décollés

Les études de Pauley *et al.* [122] et Hammond & Redekopp [70] mettent en évidence le caractère globalement instable d'un écoulement décollé lorsque le décollement devient trop important. Fasel & Postl [63] illustrent ces études en montrant le comportement absolument instable (figure 1.13(a)) de ce type d'écoulement. Il montre qu'un phénomène de lâcher de structures cohérentes, communément appelé "vortex shedding"(figure 1.13(b)), est synchronisé avec la fréquence de l'instabilité globale. Marquillie & Ehrenstein [107] montre

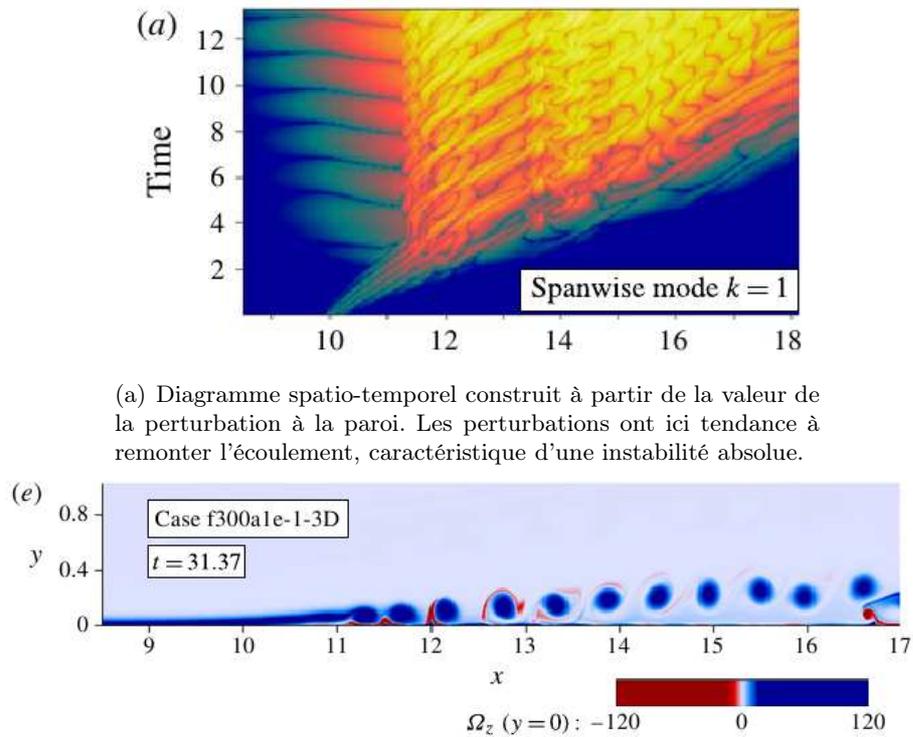


FIGURE 1.13 – Simulation numérique directe de Embacher & Fasel [62] d'un décollement de plaque plane globalement instable.

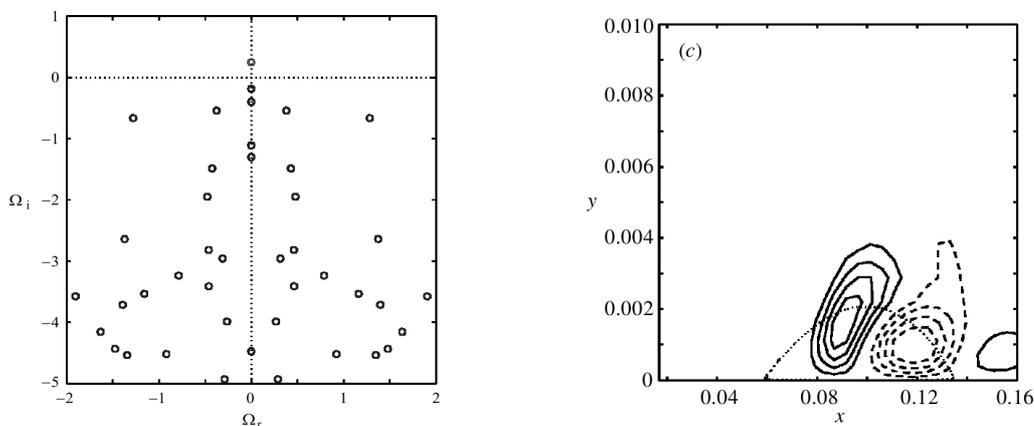
un comportement similaire pour un décollement créé géométriquement par la succession de deux bosses. À partir d'un nombre de Reynolds critique, l'écoulement devient globalement instable. Pour un écoulement au dessus d'une bosse, Ehrenstein & Gallaire [61] mettent également en évidence l'existence d'un nombre de Reynolds critique, au dessus duquel l'écoulement devient instationnaire. Ils montrent que l'écoulement est globalement instable et présente une dynamique basse fréquence appelée "flapping". Ils montrent que cette instationnarité est dû à une interaction entre modes globaux instable, caractérisés par des structures tourbillonnaires le long de la couche de mélange, fréquemment proches. Du point de vue des études de stabilité globale, la dynamique basse fréquence des écoulements décollés peut trouver son origine dans un processus monomodale, ou multimodale.

1.2.3.1.b Aspect 3D des écoulements décollés

Les études précédentes étaient focalisées sur des instationnarités bidimensionnelles. Néanmoins, Theofilis *et al.* [173] rapporta une déstabilisation de l'écoulement par un mécanisme tridimensionnel de la bulle. Ce mode dont l'origine prend sa source dans un mécanisme centrifuge associé à la courbure des lignes de courant ferrées est observé dans une large classe d'écoulement décollés :

- pour une cavité entraînée 3D par Theofilis *et al.* [172]
- pour l'écoulement au dessus d'une bosse par Marquillie *et al.* [108]
- pour une marche descendante par Beaudoin *et al.* [15]
- pour une aile 3D par Kitsios *et al.* [88]

Ce dernier aspect peut poser la question de la compétition entre les instabilités bidimensionnelles et celles tridimensionnelles.



(a) Spectre issu de l'étude de stabilité global de l'écoulement, l'axe des abscisses représente la pulsation et celui des ordonnées le taux d'amplification des modes propres de l'écoulement.

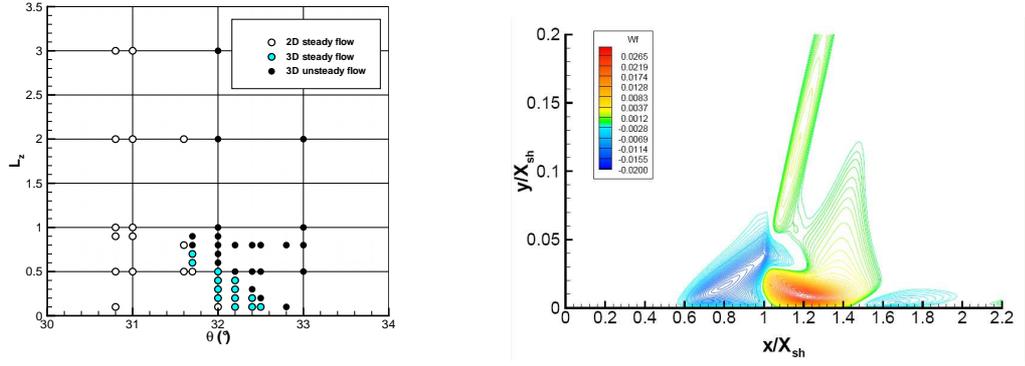
(b) Iso-lignes de la vitesse transversale, du mode instable ($\Omega_i > 0$) stationnaire de l'écoulement

FIGURE 1.14 – Étude de la déstabilisation d'une couche limite décollé incompressible par un mécanisme 3D par Theofilis *et al.* [173]

1.2.3.2 Écoulements transsonique/supersonique

1.2.3.2.a Une origine hydrodynamique ?

Des études pour observer le comportement tridimensionnel des écoulements décollés supersoniques ont également été réalisées. Robinet [141], montra qu'un écoulement laminaire présentant une interaction par réflexion de choc présentait également une déstabilisation 3D stationnaire (figure 1.15(b)), similaire à l'étude incompressible. Il montra également l'existence d'une bifurcation secondaire rendant cette dernière instationnaire à basse fréquence (figure 1.15(a)). Mais qu'en est il pour les écoulements turbulents ? L'origine de la basse fréquence peut-elle être liée à un mécanisme de déstabilisation tridimensionnelle ? À des structures tourbillonnaires le long de la couche de cisaillement ? À une dynamique monomodale ? Ou bien multimodale ? Pour de nombreux auteurs, la couche de cisaillement de la zone décollée représente un point clé de la dynamique basse fréquence observée au niveau du choc. Piponniau *et al.* [125] ont réalisé un modèle basé sur l'échelle caractéristique de délestage de la zone de recirculation associé à l'alimentation intermittente en



(a) Cartographie des caractéristiques de l'écoulement en fonction de l'angle d'interaction et de longueur transversale du domaine (Boin *et al.* [21])

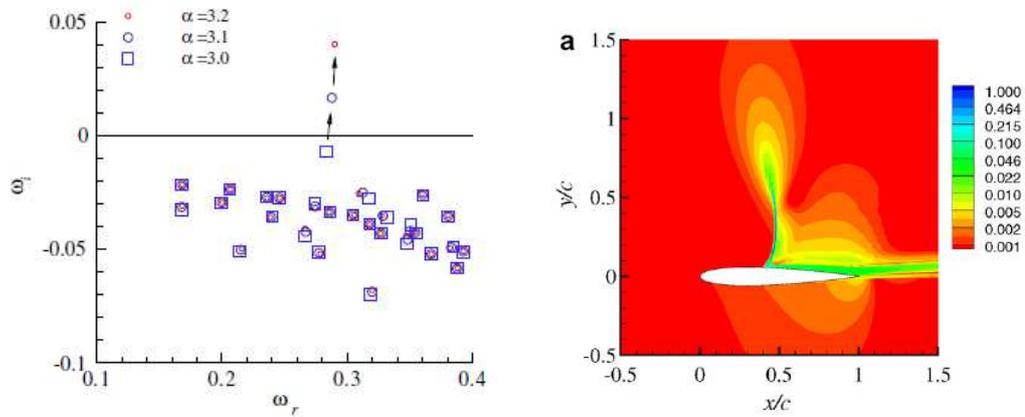
(b) Iso-lignes de la vitesse transversale, du mode instable stationnaire de l'écoulement

FIGURE 1.15 – Étude de la stabilité tridimensionnelle d'un écoulement laminaire présentant une interaction par réflexion de choc (Robinet [141])

air frais, de cette dernière, à travers les structures tourbillonnaires le long de la couche de cisaillement. Ce modèle a trouvé des accords pertinents avec les fréquences caractéristiques observées dans divers configurations. Agostini [3] suppose que le phénomène basse fréquence peut être lié à l'appariement non linéaire de structures tourbillonnaires fréquentiellement proche qui module l'intensité globale. Dans ce cas le phénomène basse fréquence est rattaché aux structures tourbillonnaires se développant dans la zone cisailée. Une autre hypothèse serait de lier ce phénomène à une instabilité propre à la bulle et non rattachée à des échelles locales de la couche de mélange. Dans le cas d'un écoulement autour d'un profil NACA0012, Crouch [36] fait ressortir, au travers d'une étude de stabilité linéaire, un mode global de l'écoulement qui se déstabilise avec l'augmentation de l'angle d'attaque du profil (figure 1.16). Ces résultats sont en accord avec les expérimentations de McDevitt et Okuno [111], pour décrire l'angle d'attaque critique du profil NACA0012, et montrent que le phénomène est lié à une instabilité globale linéaire.

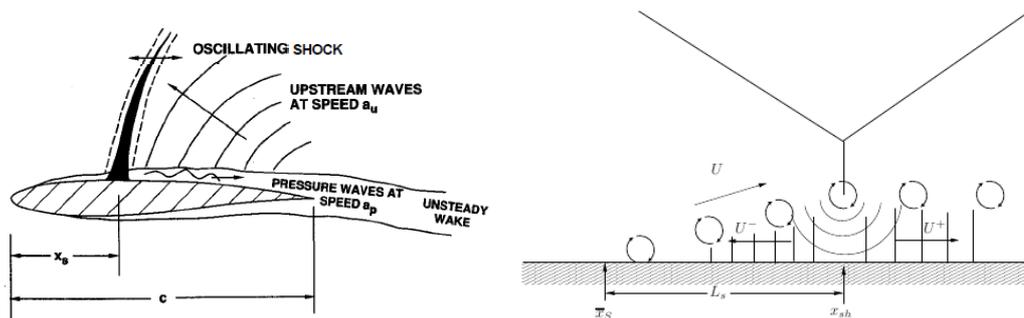
1.2.3.2.b Une origine acoustique ?

Une autre hypothèse serait d'imputer l'origine de la dynamique basse fréquence du choc un mécanisme de rebouclage acoustique. Pour un écoulement par réflexion de choc, Pirozzoli [127] suppose que l'interaction entre les larges structures issues du point de décollement et le choc incident génère de l'acoustique figure (1.17(b)). Ce rayonnement étant émis dans une région subsonique, les ondes peuvent aussi bien se propager vers l'aval que vers l'amont de l'écoulement. Celles se dirigeant vers l'amont provoqueraient l'oscillation du point de décollement et a fortiori le mouvement du choc réfléchi. Pour une configuration d'un écoulement transsonique autour d'un profil d'aile, Lee [92] émet l'hypothèse que le rayonnement acoustique engendré par la diffraction des structures au bord de fuite, figure (1.17(a)), serait à l'origine du phénomène de basse fréquence observé, via à un mécanisme de rétroaction acoustique.



(a) Évolution de la valeur propre associée au mode global basse fréquence en fonction de l'angle d'attaque du profil. Le mode est dit instable lorsque $\omega_i > 0$. (b) Iso-contour de la perturbation de la vitesse longitudinale du mode propre associé à la dynamique du profil.

FIGURE 1.16 – Étude de stabilité linéaire de l'écoulement autour d'un profil d'aile de type NACA0012 par Crouch [36]



(a) Schéma du mécanisme proposé par Lee [92] (b) Schéma du mécanisme proposé par Pirozzoli [127]

FIGURE 1.17 – Schéma illustrant les hypothèses de rétroaction acoustique.

1.2.4 Résumé et conclusion de l'état de l'art

Comme on n'a pu le voir, de multiples hypothèses ont été émises quand à l'origine de la dynamique basse fréquence pour des écoulements comprenant une interaction entre une onde de choc et une couche limite. Pour résumer, les principales théories sont les suivantes :

- **La rétroaction acoustique** proposée par Lee [92] et Pirozzoli [127]. Le battement du choc serait une réponse à une excitation acoustique.
- **L'interaction des superstructures** proposée par Ganapathisubramani et al., [65][66]. L'interaction entre de large structure de la couche limite amont et le choc mettrait en mouvement ce dernier.
- **Le choc se comporte comme un filtre passe bas**, Toubert & Sandham [182]. Le choc répond aux excitations de la couche limite amont à basse fréquence.
- **La respiration de la bulle de recirculation** proposée par Piponnier *et al.* [125]. La zone de recirculation, alimenté par les structures tourbillonnaires de la couche de cisaillement, grossit puis se déteste quand ça taille est trop importante. la respiration de la zone décollée entraîne le mouvement du choc.

Parmi les différentes études présentées précédemment, une a retenu notre attention. En effet, l'étude de stabilité linéaire réalisé par Crouch [36] a permis de mettre en évidence, pour l'écoulement autour d'un profil d'aile, que le phénomène basse fréquence est lié à une instabilité globale linéaire. Mais qu'en est-il des autres écoulements présentés ? C'est pour répondre à cette question que nous avons décidé de réaliser une étude de stabilité linéaire sur différents écoulements comportant une interaction onde de choc / couche limite.

1.2.5 Organisation du mémoire

Au cours de ce travail nous allons nous intéresser aux analyses de stabilité linéaire globale d'écoulement, par une approche temporelle. Pour cela, nous allons commencer par présenter les aspects théoriques de ce genre d'analyse. Puis dans un deuxième temps, je vous présenterai les outils numériques mis en place et développé pour réaliser de tel études. La validation de ces différents outils ce fera au travers de plusieurs cas balayant les différentes configurations que l'on souhaite étudier. Ensuite nous partirons à l'investigation du phénomène basse fréquence en deux étapes. La première sera l'étude d'écoulement comportant une interaction entre une onde de choc oblique et une couche limite, pour représenter le cas d'une interaction par réflexion de choc. Nous étudierons un cas laminaire proposé par Degrez 1987. Enfin la seconde partie de ce mémoire privilégiera l'étude d'écoulement complexe, deux cas comportant une dynamique basse fréquence seront étudié. Le premier sera l'étude du phénomène de "Buffet" sur un profil de type NACA0012, et le second sera de réaliser une étude numérique des expériences de Sajben *et al.* [153] [150] [149] entre 1977 et 1986 sur une configuration de tuyère plane.

Chapitre 2

Étude de stabilité linéaire globale : aspect théorique et numérique

Comme on a pu le voir précédemment, une grande variété d'écoulements présentent une dynamique fortement instationnaire. Les échelles caractéristiques de ces instationnarités, en omettant celles liées au mouvement turbulent aléatoire, peuvent être rattachées à l'émergence de structures cohérentes au sein de l'écoulement. Dans le cadre de la théorie de la stabilité des écoulements, il est possible de mettre en évidence ces fluctuations, ainsi que de caractériser les structures spatiales et les fréquences caractéristiques de ces dernières. Dans ce mémoire, nous proposons d'aborder l'étude de ces structures cohérentes, les seuils d'apparition, les échelles spatiales et temporelles, par une théorie de stabilité linéaire.

2.1 Dynamique linéaire : état d'équilibre, comportement résonateur et amplificateur

Pour réaliser cette étude, nous partons du principe que tous les écoulements que nous souhaitons étudier peuvent être décrits par une approche linéarisée, des équations de Navier Stokes ou des équations RANS, bien que la partie convective de ces dernières rendent ces systèmes fortement non-linéaires. Ainsi, nous partons de notre problème non linéaire, régit par le système dynamique suivant :

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} = \mathcal{N}(\mathbf{q}) \quad (2.1)$$

où \mathbf{q} représente le vecteur d'état et \mathcal{N} l'opérateur non linéaire du système d'équations de Navier-Stokes ou des équations RANS. Nous définissons une solution d'équilibre de notre système (2.1), que l'on notera \mathbf{Q}_b , vérifiant $\mathcal{N}(\mathbf{Q}_b) = 0$. Cette dernière, que l'on nommera également champ de base, représente le point d'équilibre autour duquel le système (2.1) est linéarisé. Généralement, on le définit comme une solution stationnaire des équations de Navier Stokes ou des équations RANS. L'obtention de cette solution est primordiale, car c'est elle qui va piloter les seuils d'instabilités ainsi que les échelles caractéristiques. Nous pouvons distinguer deux cas. Tout d'abord, l'écoulement étudié se trouve en dessous des conditions critiques d'instationnarités. Dans ce cas, la convergence vers une solution d'équilibre s'obtient en avançant temporellement le flux des variables, via un code **CFD** (Computational Fluid Dynamics), jusqu'à atteindre une solution stationnaire. Dans le cas d'un écoulement au dessus du seuil critique, l'obtention d'une solution stationnaire est plus complexe. Différentes méthodes sont utilisées dans la littérature :

- Une première méthode, revient à imposer le maximum de symétries à l'écoulement étudié. Par exemple, dans le cas d'un écoulement affleurant un cylindre, il est possible de ne modéliser que la moitié du domaine, en imposant la symétrie du sillage suivant la direction longitudinale.
- Les méthodes de Newton ou de quasi-Newton, misent en avant par Tuckerman [186] pour des écoulements fermés et utilisées notamment par Ehrenstein & Gallaire [61] pour des écoulements ouverts, pour des nombres de Reynolds bien supérieurs au seuil critique. Le problème de ces méthodes est qu'elles nécessitent des ressources informatiques importantes pour le stockage de la matrice Jacobienne.
- Les méthodes de filtrage sélectif, misent en avant par Akervik *et al.* [4], sur la base des travaux **LES** (**L**arge **E**ddy **S**imulation) de Pruet *et al.* [134, 135], n'ont pas ce problème de stockage. Cette technique permet l'amortissement des oscillations de la partie instable de la solution en utilisant un filtre temporel passe bas. Pour cela, un terme de forçage et une équation sur la solution filtrée, notée $\bar{\mathbf{Q}}$, sont ajoutés aux équations de Navier-Stokes tels que :

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} = \mathcal{N}(\mathbf{q}) - \chi(\mathbf{q} - \bar{\mathbf{Q}}) \\ \frac{\partial \bar{\mathbf{Q}}}{\partial t} = \omega_c(\mathbf{q} - \bar{\mathbf{Q}}) \end{cases} \quad (2.2)$$

où χ et ω_c représentent respectivement un coefficient de contrôle de l'intensité et la fréquence de coupure du filtrage. Cette méthode peut-être séduisante, car elle ne nécessite que peu de modification d'un code existant. Néanmoins, pour des phénomènes basses fréquences, elle est très coûteuse en terme de temps de calcul.

La dynamique linéaire d'une perturbation, notée \mathbf{q}' , évoluant au voisinage de notre solution d'équilibre \mathbf{Q}_b est alors définie par :

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{q}'}{\partial t} = \mathcal{L}\mathbf{q}' \\ \mathbf{q}'(t=0) = \mathbf{q}'_0 \end{cases} \quad (2.3)$$

où \mathcal{L} correspond à l'opérateur des équations, de Navier Stokes ou RANS, linéarisées autour du champ de base \mathbf{Q}_b . Formellement, en introduisant la matrice Jacobienne de \mathcal{N} , cet opérateur s'écrit sous la forme suivante :

$$\mathcal{L} = \left. \frac{\partial \mathcal{N}}{\partial \mathbf{q}} \right|_{\mathbf{Q}_b} \quad (2.4)$$

Deux comportements caractérisent alors la dynamique en espace et en temps de \mathbf{q}' . Tout d'abord, nous avons la dynamique linéaire aux temps longs. Elle est gouvernée par les modes propres de \mathcal{L} les plus amplifiés temporellement. Pour cela, une solution particulière de l'équation (2.3) peut se mettre sous la forme :

$$\mathbf{q}' = \hat{\mathbf{q}} e^{-i\Omega t} \quad (2.5)$$

où $\hat{\mathbf{q}}$ représente la structure spatiale du mode propre, et $\Omega = \omega_r + i\omega_i$ représente son comportement temporel, avec ω_r la pulsation propre, et ω_i le taux d'amplification. Il est également possible d'observer le comportement de la perturbation aux temps courts en analysant les valeurs singulières et les vecteurs singuliers correspondant, de l'opérateur de propagation $e^{\mathcal{L}t}$, qui déterminent la capacité de l'écoulement à amplifier des structures dans le transitoire.

Nous pouvons alors distinguer deux comportements : un comportement oscillateur associé à la dynamique aux temps longs lorsqu'un mode propre de \mathcal{L} est instable temporellement. Un comportement amplificateur, associé à la capacité de l'écoulement à amplifier certaines perturbations extérieures, lié aux valeurs singulières dominantes de l'opérateur $e^{\mathcal{L}t}$ (Cossu & Chomaz [35], Chomaz [31], Sipp *et al.* [160]).

2.1.1 Les écoulements oscillateurs

Un écoulement de type oscillateur est caractérisé par une dynamique intrinsèque qui est très peu sensible au bruit extérieur. Il est possible d'observer ce comportement lorsque le champ de base est asymptotiquement instable. Il est possible d'identifier des paramètres critiques (nombre de Reynolds, angle d'incidence ...) associés au changement de signe, négatif à positif, de ω_i qui caractérise le début des instationnarités. Un exemple illustrant ce type de comportement est celui de l'écoulement autour d'un cylindre. L'écoulement asymptotiquement stable pour un nombre de Reynolds $Re < 47$, voit une paire de valeurs propres complexes conjuguées, de la matrice Jacobienne, franchir l'axe imaginaire du plan complexe, pour des nombres de Reynolds $Re > 47$ (figure 2.2). L'écoulement bifurque alors vers un cycle limite associé à la saturation non-linéaire du mode propre, ou mode global, de \mathcal{L} (figure 2.1). Dans la littérature, un tel mode est aussi appelé mode global, du fait qu'aucune hypothèse sur le champ de base n'ait été formulée. Ce type de bifurcation est appelée, bifurcation de Hopf.

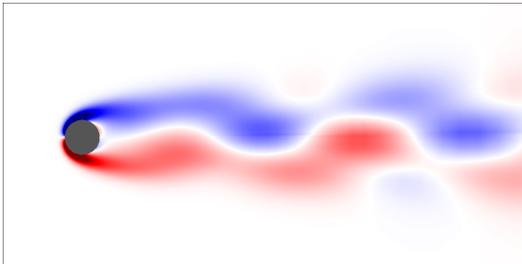


FIGURE 2.1 – Écoulement autour d'un cylindre après bifurcation

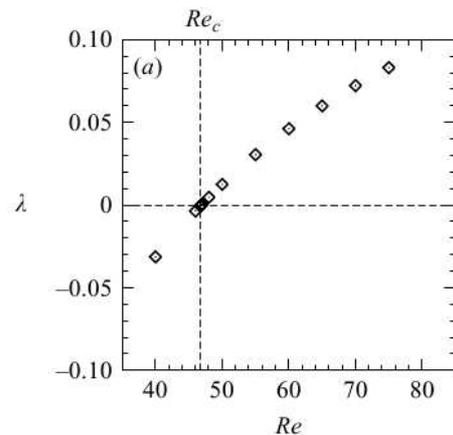


FIGURE 2.2 – Évolution de la partie imaginaire de la valeur propre, associée au mode globalement instable du cylindre pour un nombre de Reynolds $Re > 47$, en fonction du nombre de Reynolds (Marquet *et al.* [106]).

2.1.2 Les écoulements amplificateurs sélectif de bruit

Le comportement amplificateur sélectif de bruit est fortement associé aux instabilités convectives se développant au sein d'écoulement ouvert. À travers le système dynamique (2.3), Cossu & Chomaz [35], ont montré qu'une mesure de ces instabilités convectives étaient associées aux valeurs propres dominantes de $e^{\mathcal{L}t}$, à travers une équation modèle de

Ginzburg-Landau. En 2005, Ehrenstein & Gallaire [60], ont étudié la dynamique convective d'une couche limite de plaque plane via une analyse similaire. La valeur singulière dominante prend alors la forme d'un paquet d'onde au sein de l'écoulement, s'amplifiant en temps tout en étant advecté en espace.

2.1.3 Compétition ente les mécanismes amplificateurs et résonateurs

La présence d'une configuration onde de choc couche limite dans un écoulement, semble mettre en jeu une compétition entre les différents mécanismes présenté. D'un côté, les études de Piponniau [125], dans le cadre d'une interaction par réflexion de choc dans un écoulement turbulent, associe la dynamique basse fréquence à l'entraînement des structures tourbillonnaires convectives s'amplifiant le long de la couche de cisaillement. D'un autre, Crouch [36], met en évidence la présence d'un mode 2D globalement instable, pour un écoulement transsonique autour d'un profil NACA0012 à partir d'un certain angle d'attaque. Où encore, Robinet [141] montre, pour le cas d'une interaction par réflexion de choc laminaire, qu'un mode 3D globalement stable peut, suite à une bifurcation secondaire, devenir instationnaire à basse fréquence. Nous pouvons alors supposer que l'IOCCL peut faire intervenir des phénomènes convectifs et résonateurs qui sont susceptible de rentrer en compétition. Pour illustrer cette pensée, nous pouvons introduire l'étude réalisée par Cherubini *et al.* [28] sur un écoulement d'une couche limite décollée incompressible en régime laminaire. La résolution du problème aux valeurs propres, associés à la matrice Jacobienne de l'écoulement, met en évidence l'existence d'un mode globale 3D instable stationnaire pour une certaine taille de bulle. Ce dernier (figure 2.3(a)) conduit à une bifurcation fourche de l'écoulement qui se tridimensionnalise (mécanisme de type résonateur). Un second mécanisme 2D, lié à la valeur singulière dominantes $e^{\mathcal{L}t}$, met en avant un mécanisme de type amplificateur sélectif de bruit de l'écoulement, caractérisé par un lâcher de structures tourbillonnaires (figure 2.3(b)) pour une certaine gamme de fréquences et d'échelles spatiales. Une simulation numérique directe tridimensionnelle à permis de montrer qu'au delà d'une certaine amplitude de la perturbation initiale, le comportement résonateur ne s'exprime pas. Nous avons alors à faire à un comportement "bypass", une instabilité convective de type Gortler se développe le long de la zone décollé, sous la forme de strie basse vitesse. Elle subit une instabilité secondaire symétrique prenant la forme de tourbillons en fer à cheval (figure 2.3(c)) s'amplifiant le long de la strie et menant à la turbulence. Dans ce cas, la dynamique de l'écoulement est piloté par un mécanisme de type amplificateur sélectif de bruit.

Ainsi, une étude de satilité linéaire semble être un outils intéressant pour caractériser la dynamique des différentes configurations d'interaction entre une onde de choc et une couche limites.

2.2 Méthode de résolution du problème au valeurs propres

Les analyses de stabilité linéaire citées précédemment font intervenir des problèmes aux valeurs propres de la forme :

$$(\mathbf{A} - \Omega I)\mathbf{X} = 0 \quad (2.6)$$

Pour une étude du comportement asymptotique d'un écoulement, \mathbf{A} définit la matrice Jacobienne \mathcal{L} . Pour une étude transitoire, \mathbf{A} se met sous la forme,

$$\mathbf{A} = e^{\mathcal{L}t} e^{\mathcal{L}^*t} \quad (2.7)$$

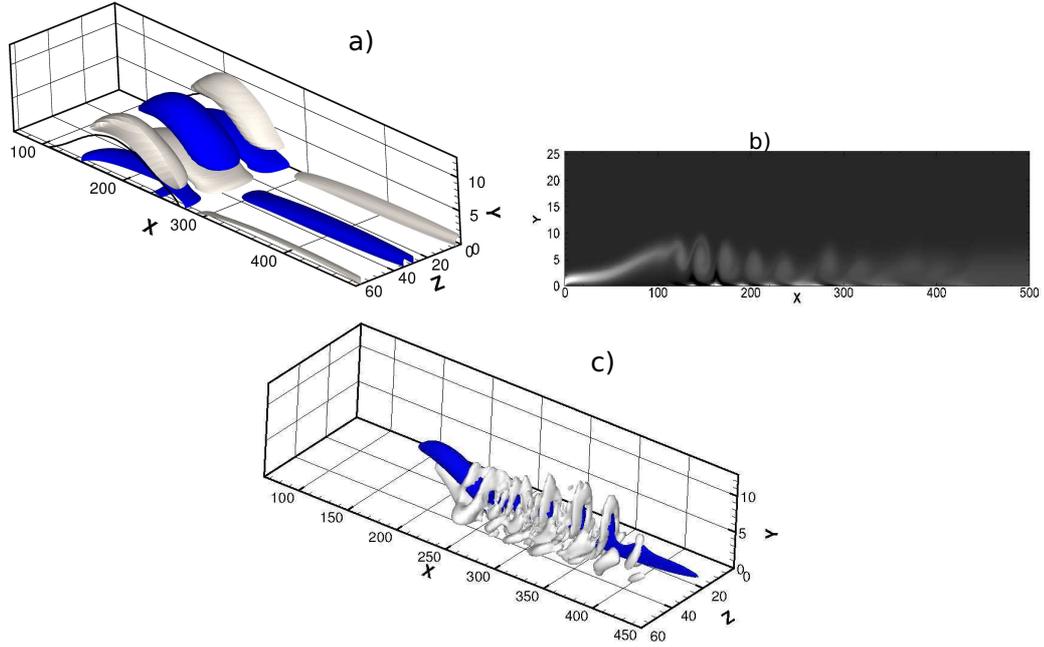


FIGURE 2.3 – Le caractère oscillateur et amplificateur sélectif de bruit d’une couche limite décollée incompressible laminaire est illustré sur a) (contour de la composante transverse de la vitesse) et b) (vorticité suivant z) respectivement. Un mode propre instable conduit à une tridimensionnalisation de l’écoulement a), les valeurs singulières dominantes de l’opérateur de propagation conduisent à une forte sensibilité de l’écoulement au bruit extérieur induisant un lâcher tourbillonnaires b). c) Expérience numérique de la transition vers la turbulence d’un tel écoulement, lorsque celui-ci est soumis à une condition initiale de plus large amplitude. (Cherubini *et al.* [28])

où \mathcal{L} et \mathcal{L}^* sont, respectivement, la matrice Jacobienne de l’écoulement et sa matrice adjointe. Dans les deux cas, les vecteurs propres vont caractériser le comportement spatial et les valeurs propres, le comportement temporel. Par la suite, nous nous intéresserons uniquement à une étude asymptotique. Dans un cadre de stabilité globale, sans aucune hypothèse sur le champ de base, le problème (2.6), après discrétisation, met en jeu des matrices de très grandes tailles. Ainsi, la détermination des valeurs propres est généralement réalisée à l’aide d’une méthode d’Arnoldi, basée sur une projection sur un sous espace de Krylov, de la matrice \mathbf{A} .

2.2.1 Méthode d’Arnoldi

L’idée est donc de projeter le problème initial (2.6) sur un sous espace de Krylov de dimension inférieure. Le principe de la méthode d’Arnoldi [8] est le suivant. Considérons le problème aux valeurs propres précédent, où \mathbf{A} est une matrice de dimension n , Ω et \mathbf{X} une valeur et un vecteur propre. Soit le sous espace de Krylov \mathcal{K} de dimension k engendré par $\text{vect}(\mathbf{X}_0, \mathbf{A}\mathbf{X}_0, \dots, \mathbf{A}^k\mathbf{X}_0)$ avec \mathbf{X}_0 un vecteur de départ. Le sous espace \mathcal{K} est orthonormalisé par un algorithme de Gram Schmidt pour donner une base orthogonale notée \mathbf{V}_k . L’algorithme d’Arnoldi nous donne ainsi la relation suivante :

$$\mathbf{A}\mathbf{V}_k = \mathbf{V}_k\mathbf{H}_k + f_k e_k^t \quad (2.8)$$

où apparaît la matrice de Hessenberg supérieure \mathbf{H}_k ainsi que le résidu $f_k e_k^t$ où e_k représente le $k^{\text{ième}}$ vecteur colonne de la matrice identité de dimension n . Le processus itératif a pour objectif d'annuler le résidu afin d'obtenir une matrice \mathbf{H}_k , semblable à la matrice \mathbf{A} . Les valeurs propres de la matrice \mathbf{H}_k nous donne ainsi une bonne approximation des valeurs propres, de \mathbf{A} , de plus grand module. Plusieurs approches sont référencées dans la littérature pour construire ce sous espace.

2.2.2 Différentes approches pour construire le problème aux valeurs propres

On peut distinguer deux étapes importantes dans la résolution. La première correspond à la manière d'approcher l'opérateur Jacobien ; on distinguera deux approches, une dite par linéarisation et l'autre dite par différentiation. La seconde, coïncide avec la résolution des modes propres dominants de cet opérateur via, soit une approche temporelle, soit une approche fréquentielle. Le schéma (2.4) montre les différentes méthodes existantes, permettant la résolution de notre problème de stabilité linéaire. En partant de l'équation (2.1), nous observons les deux premières approches de l'opérateur jacobien. Historiquement, l'approche par linéarisation, était classiquement utilisée (Theofilis [171]). Il correspond au calcul de la matrice Jacobienne de \mathcal{N} en supposant $|\mathbf{q}'| \ll |\mathbf{Q}_b|$ on a :

$$\frac{\partial \mathbf{q}'}{\partial t} = \mathbf{q}' \frac{\partial \mathcal{N}}{\partial \mathbf{q}} \Big|_{\mathbf{Q}_b} + o(\mathbf{q}'^2) \quad (2.9)$$

Ainsi, en prenant l'hypothèse des petites perturbations, on peut négliger les termes d'ordre 2, et l'on retrouve le système (2.3). L'approche par différentiation, hérite des méthodes **JFNK** (Jacobian-Free Newton-Krylov) (Knoll & Keyes [90]), classiquement utilisées pour des problèmes d'optimisation en aérodynamique. Cette dernière part de l'hypothèse que le vecteur d'état peut se mettre sous la forme suivante :

$$\mathbf{q}(x,y,z,t) = \mathbf{Q}_b(x,y,z) + \epsilon \mathbf{q}'(x,y,z,t) \quad (2.10)$$

où \mathbf{q}' représente la perturbation initiale et ϵ est un paramètre qui permet de garder l'hypothèse $\|\epsilon \mathbf{q}'\| \ll \|\mathbf{Q}_b\|$ vérifiée. Soit En appliquant l'équation (2.10) au système (2.1), on peut noter :

$$\mathcal{N}(\mathbf{Q}_b + \epsilon \mathbf{q}') = \mathcal{N}(\mathbf{Q}_b) + \epsilon \frac{\partial \mathcal{N}}{\partial \mathbf{q}} \Big|_{\mathbf{Q}_b} \mathbf{q}' + \mathcal{O}(\|\mathbf{q}'\|^2) \quad (2.11)$$

mais d'après les systèmes (2.3) et (2.4) on peut écrire l'équation de l'évolution de la perturbation tel que

$$\frac{\partial \mathbf{q}_0}{\partial t} = \frac{\mathcal{N}(\mathbf{Q}_b + \epsilon \mathbf{q}_0) - \mathcal{N}(\mathbf{Q}_b)}{\epsilon} = \mathcal{L} \mathbf{q}' \quad (2.12)$$

Cette méthode permet d'obtenir une bonne approximation du produit matrice/vecteur $\mathcal{L} \mathbf{q}'$ à condition de bien choisir le paramètre ϵ . En effet, Knoll & Keyes [90] montrent l'importance de ce choix, si ϵ est trop faible la matrice Jacobienne est dégradée par les approximations du zéro machine. Si ϵ est trop important, on observe l'influence des non-linéarités, ce qui donne une mauvaise approximation de la matrice Jacobienne. Mack *et al.* [101] montrent que l'approximation de la Jacobienne est correcte tant que :

$$\frac{\|\epsilon \mathbf{q}_0\|}{\|\mathbf{Q}_b\|} = 10^{-8} \quad (2.13)$$

À cet instant, nous avons formé, de deux manières différentes, la matrice Jacobienne \mathcal{L} de notre système non linéaire (2.1). Nous allons à présent exposer les différentes approches existantes pour la résolution des valeurs propres dominantes de cette dernière.

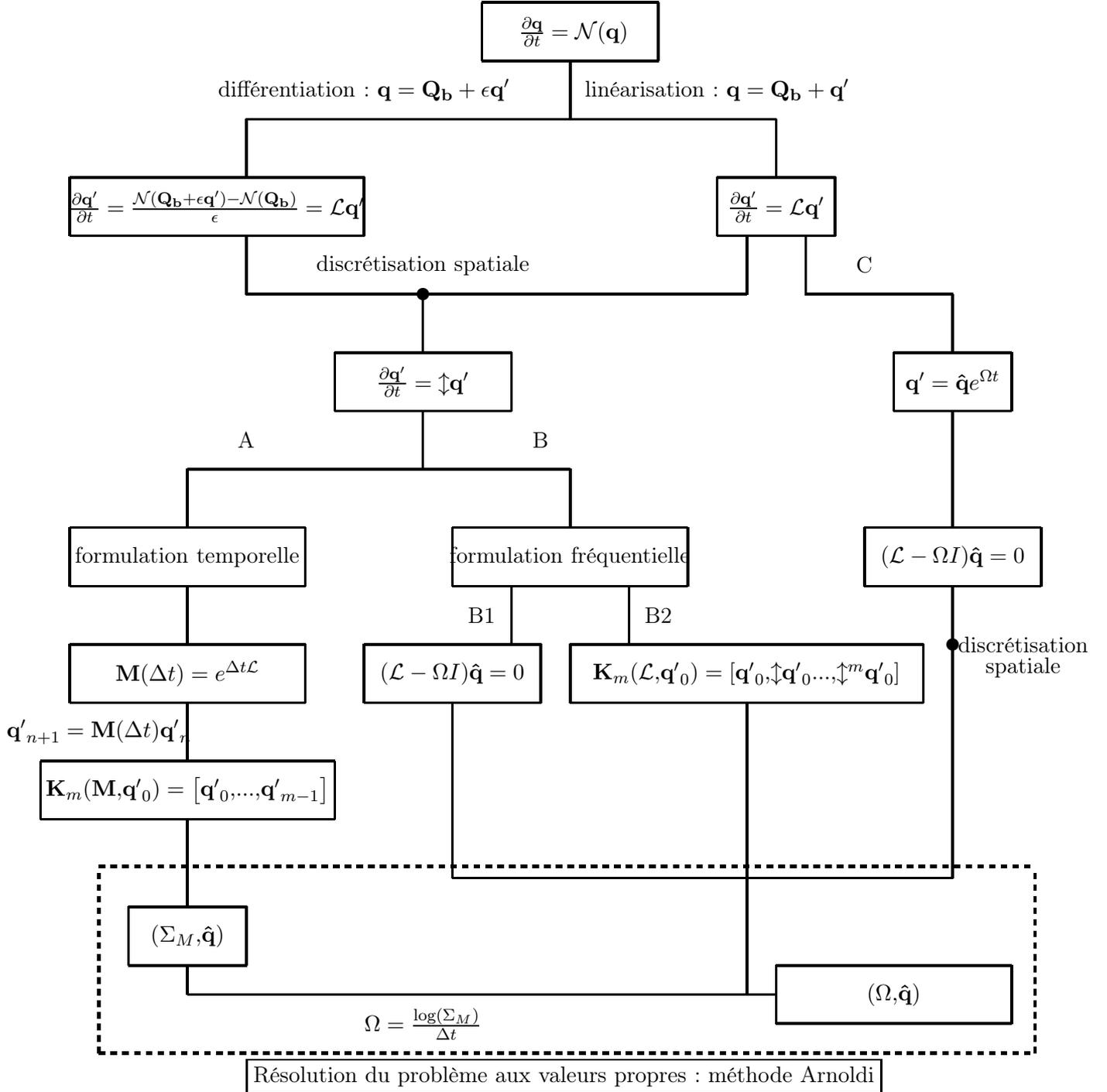


FIGURE 2.4 – Différentes approches pour résoudre un problème de stabilité linéaire.

- Le chemin A : l'objectif est de réaliser une étude dans le domaine temporel sans avoir à construire \mathcal{L} . Pour cela, il est possible de travailler sur des séquences d'instantanés d'une simulation numérique instationnaire, l'opérateur linéaire de propagation $e^{\mathcal{L}t}$ nous permet d'écrire :

$$\mathbf{q}'(t + \Delta t) \approx \mathbf{M}(\Delta t)\mathbf{q}'(t) \quad (2.14)$$

où $\mathbf{M}(\Delta t) = e^{\Delta t \mathcal{L}}$. On construit alors une séquence d'instantanés telle :

$$\mathbf{q}'_{n+1} = \mathbf{M}(\Delta t)\mathbf{q}'_n \quad (2.15)$$

On obtient ainsi un sous espace de Krylov, \mathbf{K}_m , de dimension égale au nombre d'instantanés de la séquence. Cette dimension est bien inférieure à la dimension du problème initial

$$\mathbf{K}_m(\mathbf{M}, \mathbf{q}'_0) = [\mathbf{q}'_0, \dots, \mathbf{q}'_{m-1}] \quad (2.16)$$

Ainsi l'utilisation de la méthode d'Arnoldi nous permet d'obtenir les valeurs propres associées à l'opérateur $\mathbf{M}(\Delta t)$ que l'on notera $(\Sigma_m, \hat{\mathbf{q}})$. Notons la relation existante entre les valeurs propres de cette dernière et de la matrice Jacobienne \mathcal{L} notées $\Omega_{\mathcal{L}}$:

$$\Omega_{\mathcal{L}} = \frac{\log(\Sigma_M)}{\Delta t} \quad (2.17)$$

Dans ce cadre, Tezuka & Suzuki [170], ont réalisé une étude de stabilité linéaire globale, avec une approche par différentiation, d'un écoulement autour d'une sphère. Barkley *et al.* [14] et Bagheri *et al.* [10], en partant d'une approche par linéarisation des équations de Navier-Stokes, ont respectivement réalisé une analyse de stabilité linéaire sur un écoulement au dessus d'une marche descendante et sur un écoulement de couche limite. Cette méthode est efficace pour calculer les valeurs propres les plus amplifiées temporellement, cependant il faut garder à l'esprit qu'elle est basée sur l'étude d'un signal temporel. Afin de pouvoir capturer correctement les différentes fréquences propres d'un écoulement, il est nécessaire de respecter le critère de Nyquist. Pour une période d'échantillonnage Δt , on ne pourra converger les valeurs propres dont le module de la partie réelle est supérieur à $2\pi/4\Delta t$.

- Les chemins B : ces méthodes visent à résoudre le problème aux valeurs propres régité par la matrice Jacobienne discrétisée en espace. Dans cette formulation fréquentielle, la méthode d'Arnoldi est couplée avec une transformation "shift and invert" de manière à obtenir les modes propres les plus instables. On peut écrire :

$$\mathcal{A}\hat{\mathbf{q}} = (\Omega - \mu)\hat{\mathbf{q}} + \mu\hat{\mathbf{q}} \quad (2.18)$$

avec μ le paramètre de décalage. Dans ce cas, le problème original se transforme en :

$$\frac{1}{\mathcal{A} - \mu I}\hat{\mathbf{q}} = \frac{1}{\Omega - \mu}\hat{\mathbf{q}} \quad (2.19)$$

La recherche des valeurs propres de plus grand module par la méthode d'Arnoldi conduit à étudier le spectre au voisinage du décalage. Cette méthode a fait l'objet d'étude suivant deux approches d'approximations de la matrice \mathcal{L} , on notera :

- Le chemin B1 est utilisé en cas de linéarisation des équations discrétisées en espace par Dergham [44], pour l'étude d'un écoulement au dessus d'une marche descendante arrondi.
- Le chemin B2 est utilisé en cas de différentiation du système non linéaire par Mack *et al.* [101] sur un écoulement impactant un profil parabolique et Mettot [115] pour l'écoulement au dessus d'une cavité.

- Le chemin C : cette méthode vise à résoudre le problème aux valeurs propres régi par la matrice Jacobienne \mathcal{L} . La résolution de ce dernier est réalisée après discrétisation spatiale du problème $(\mathcal{L} - \Omega I)\hat{\mathbf{q}} = 0$ et la mise en place des conditions limites. Ce type de méthode a notamment été développée pour des écoulements incompressibles par Theofilis [171], pour une grande variété d'application en aérodynamique, et Ehrenstein & Gallaire [61] pour des écoulements de couches limites décollées et attachées. La résolution du problème aux valeurs propres est effectuée de la même manière que le chemin B1, par une méthode d'Arnoldi couplée à une transformation "shift and invert".

Toutes ces approches semblent équivalentes en terme de résolution de notre problème d'analyse de stabilité globale. Néanmoins, on peut déterminer des avantages et des inconvénients pour chacune d'elles.

- Approche Différentiation
 - avantage : peu intrusif en terme de développement numérique dans un code CFD.
 - inconvénient : difficulté dans le choix du paramètre ϵ pour garantir l'aspect linéaire de l'étude.
- Approche Linéarisation
 - avantage : résolution des équations linéaires.
 - inconvénient : très intrusif en terme de développement numérique dans un code CFD.
- Formulation fréquentielle
 - avantage : La résolution du problème aux valeurs propres est uniquement fonction du champ de base, et non des paramètres temporels liés à la simulation.
 - inconvénient : les besoins en terme de ressources informatiques pour le stockage et la résolution du problème aux valeurs propres sont importants.
- Formulation temporelle
 - avantage : La résolution des conditions limites s'effectue dans l'espace physique.
 - inconvénient : le temps de simulation est d'autant plus long que la fréquence de la dynamique étudiée est basse.

L'objectif de notre étude étant de développer un outil permettant l'analyse de stabilité linéaire pour des écoulements turbulents au sein de tuyères axisymétriques (3D), le choix de la méthode sans matrice (ou méthode par time-stepping) fut rapidement approuvé. En effet, reconstruire la matrice Jacobienne pour ce type d'écoulement demanderait des ressources informatiques beaucoup trop importantes à l'heure actuelle.

J'ai ainsi développé en parallèle deux codes basés sur les deux approches : différentiation et linéarisation. Les premiers résultats montraient une très bonne concordance des deux méthodes avec la littérature, notamment sur le cas de l'écoulement autour d'un cylindre 2D. Néanmoins, lorsque l'on s'éloigne de trop du nombre de Reynolds critique, qui entraîne la transition de l'écoulement vers un régime instationnaire, il apparaît que les non-linéarités de la méthode par différentiation deviennent trop importantes et dégradent les résultats. À noter que la méthode par différentiation donne de bons résultats dans le cas où la résolution du problème aux valeurs propres est réalisé par une approche matricielle (de type B2), pour cela je vous invite à regarder la thèse de Mettot [115]. Le travail que je présente dans ce mémoire, fait uniquement référence à des études de stabilité linéaire par résolution du problème aux valeurs propres issu des équations, de Navier-Stokes ou RANS, par une approche de type A.

La stratégie choisie pour réaliser notre projet fût d'utiliser le code CFD du laboratoire DynFluid : PHOENIX. La large validation de cette outil au sein du laboratoire a contribué à ce choix (Thèse Marin Perez [124]).

Le code PHOENIX permet la simulation d'écoulements tridimensionnels, instationnaires, compressibles par résolution des équations de Navier-Stokes moyennées sur maillage structuré par domaine. Le système est fermé par un modèle de turbulence à une ou deux équations de transports, suivant l'hypothèse de Boussinesq.

2.3 Présentation du code PHOENIX

2.3.1 Discrétisation des équations

Afin de conserver une meilleure précision numérique de nos résultats, les équations sont adimensionnées pour obtenir des variables de même ordre de grandeur. Ainsi, l'adimensionnement des équations est réalisé par la définition de la température, de la masse volumique et de la vitesse du son dans les conditions génératrices. Le système d'équations résolu par PHOENIX est composé des équations de continuité, des quantités de mouvement et de l'énergie totale. Le problème est fermé par un modèle, à une ou deux équations découplées de ces dernières, suivant l'hypothèse de Boussinesq, dont les quantités calculées permettent de déterminer une viscosité turbulente μ_t .

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0, \quad (2.20a)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \mathbf{u}) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \otimes \mathbf{u} + p \mathbf{I}) = \nabla \cdot (\boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\tau}_t), \quad (2.20b)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho E) + \nabla \cdot [(\rho E + p) \mathbf{u}] = \nabla \cdot [(\boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\tau}_t) \odot \mathbf{u} - (h + h_t)] \quad (2.20c)$$

où

$$p = (\gamma - 1) \rho E - \frac{1}{2} \mathbf{u} \cdot \mathbf{u} \quad (2.21a)$$

$$\boldsymbol{\tau} = \mu \left[(\nabla \otimes \mathbf{u} + \nabla \otimes \mathbf{u}^T) - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{u}) \mathbf{I} \right] \quad (2.21b)$$

$$\boldsymbol{\tau}_t = \mu_t \left[(\nabla \otimes \mathbf{u} + \nabla \otimes \mathbf{u}^T) - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{u}) \mathbf{I} \right] \quad (2.21c)$$

$$h = -\frac{\mu C_p}{P_r} \nabla T \quad (2.21d)$$

$$h_t = -\frac{\mu_t C_p}{P_{\tau_t}} \nabla T \quad (2.21e)$$

représentent respectivement la pression statique, le tenseur des contraintes visqueuses, le tenseur des tensions de Reynolds, le flux de chaleur et le flux de chaleur turbulent ; γ est le coefficient de Laplace du gaz parfait.

Afin de capturer correctement les chocs, le système d'équations est mis sous forme conservative telle que :

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{F}_c - \mathbf{F}_d) = \mathbf{S} \quad (2.22)$$

avec

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho \mathbf{u} \\ \rho E \\ \rho k \\ \rho \Psi \end{pmatrix} \quad (2.23a)$$

$$\mathbf{F}_c = \begin{pmatrix} \rho \mathbf{u} \\ \rho(\mathbf{u} \otimes \mathbf{u}) + p \mathbf{I} \\ \rho E \mathbf{u} + p \mathbf{u} \\ \rho k \mathbf{u} \\ \rho \Psi \mathbf{u} \end{pmatrix} \quad (2.23b)$$

$$\mathbf{F}_d = \begin{pmatrix} 0 \\ \boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\tau}_t \\ (\boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\tau}_t) \cdot \mathbf{u} - h - h_t \\ \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \\ \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\Psi} \right) \nabla \Psi \end{pmatrix} \quad (2.23c)$$

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ S_k \\ S_\Psi \end{pmatrix} \quad (2.23d)$$

où \mathbf{q} , \mathbf{F}_c , \mathbf{F}_d représentent respectivement les variables conservatives, le flux convectif et le flux diffusif. Le vecteur terme source \mathbf{S} ne concerne que les équations de transports (S_k et S_Ψ dépendant du modèle de turbulence, les coefficients σ_k et σ_Ψ sont des constantes).

Le code PHOENIX est basé sur une approche volumes finis. Cette méthode repose sur la discrétisation des équations intégrales plutôt que les formes locales. L'intérêt est qu'elle permet d'inclure les équations de saut de Rankin-Hugoniot, ce qui la rend particulièrement adaptée aux calculs d'écoulements comportant des discontinuités telles que des chocs. Ainsi, le bilan des flux sur une cellule élémentaire est la somme des contributions de chaque face de la cellule. On écrit les équations de conservation (2.22), sous forme intégrale, sur un volume Ω , de surface Σ et de normale extérieure \mathbf{n} telle que :

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega} \mathbf{q} d\Omega + \oint_{\Sigma} (\mathbf{F}_c - \mathbf{F}_d) \cdot \mathbf{n} d\Sigma = \oint_{\Omega} \mathbf{S} \cdot \mathbf{n} d\Omega \quad (2.24)$$

La résolution du système (2.24) nécessite de définir :

- une méthode de discrétisation spatiale pour évaluer le flux numérique $\oint_{\Sigma} (\mathbf{F}_c - \mathbf{F}_d) \cdot \mathbf{n} d\Sigma$.
- une méthode d'intégration temporelle, autrement dit, une méthode pour discrétiser l'opérateur temporel $d/dt \int_{\Omega} \mathbf{q} d\Omega$.

2.3.1.1 Discrétisation spatiale

Le code PHOENIX possède différents types de schémas numériques pour calculer ces flux. Lors de ce travail, nous nous sommes arrêtés sur trois schémas, le schéma de Roe, le schéma de Jameson, et le schéma AUSMp+. Une reconstruction MUSCL est apportée à ces trois schémas afin d'obtenir une précision d'ordre 3 en espace. Dans le cas d'une approche par

volumes finis, la discrétisation en espace revient à calculer le bilan des flux numériques sur une cellule élémentaire. Ainsi, le bilan comprend la somme des contributions de chaque face de la cellule. Avec un schéma centré, on définit la densité de flux sur une facette comme la demi-somme des densités de flux évaluées aux centres des cellules adjacentes (figure 2.5)

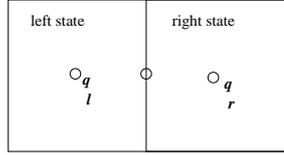


FIGURE 2.5 – Définition des état gauche (\mathbf{q}_L) et droit (\mathbf{q}_R) d'une interface.

avec respectivement \mathbf{q}_L et \mathbf{q}_R les vecteurs des variables conservatives gauche et droit. On notera également par la suite $\bullet_{1/2}$ la valeur à l'interface.

2.3.1.1.a Schéma de Roe

Le schéma de Roe est basé sur le principe des solveurs de Riemann approchés. Il permet de résoudre le système d'équations non-linéaires suivant (Afin de simplifier les notations nous nous plaçons dans un problème monodimensionnel) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \frac{\partial F(\mathbf{q})}{\partial x} = 0 \\ \mathbf{q}(x, t = 0) = \begin{cases} \mathbf{q}_L & \text{si } x < 0 \\ \mathbf{q}_R & \text{si } x > 0 \end{cases} \end{array} \right. \quad (2.25)$$

où F représente la fonction de flux du problème non-linéaire. Le schéma de Roe est obtenu en choisissant pour solveur approché le problème localement linéarisé sur l'interface $i+1/2$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \tilde{\mathbf{A}} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial x} = 0 \\ \mathbf{q}(x, t = 0) = \begin{cases} \mathbf{q}_L & \text{si } x < 0 \\ \mathbf{q}_R & \text{si } x > 0 \end{cases} \end{array} \right. \quad (2.26)$$

où $\tilde{\mathbf{A}} = \tilde{\mathbf{A}}(\mathbf{q}_L, \mathbf{q}_R)$ est une matrice constante sur chaque interface. Cette dernière est définie de telle sorte que les conditions suivantes soient vérifiées :

- le problème reste hyperbolique, donc $\tilde{\mathbf{A}}$ est diagonalisable et possède des valeurs propres réelles.
- $\tilde{\mathbf{A}}(\mathbf{q}_L, \mathbf{q}_R)$ correspond à la matrice jacobienne du système non-linéaire, lorsque \mathbf{q}_L et \mathbf{q}_R tendent vers le même état, autrement dit :

$$\tilde{\mathbf{A}}(\mathbf{q}_0, \mathbf{q}_0) = \left(\frac{\partial F}{\partial \mathbf{q}} \right)_{\mathbf{q}_0} \quad (2.27)$$

La matrice de Roe $\tilde{\mathbf{A}}$ est construite en considérant l'état de Roe $\tilde{\mathbf{q}}$, correspondant à la moyenne de Roe entre les états \mathbf{q}_L et \mathbf{q}_R tel que :

$$\tilde{\mathbf{q}} = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{\rho_L \rho_R}}{\sqrt{\rho_L} u_L + \sqrt{\rho_R} u_R} \\ \frac{\sqrt{\rho_L} + \sqrt{\rho_R}}{\sqrt{\rho_L} h_L + \sqrt{\rho_R} h_R} \\ \frac{\sqrt{\rho_L} + \sqrt{\rho_R}}{\sqrt{\rho_L} + \sqrt{\rho_R}} \end{pmatrix} \quad (2.28)$$

avec h . l'enthalpie des états gauche et droit. Dans ce cas, les valeurs propres $\lambda_{i=1,2,3}$ de la matrice jacobienne $\tilde{\mathbf{A}}$ sont $\tilde{u} - \tilde{a}, \tilde{u}$ et $\tilde{u} + \tilde{a}$, avec respectivement \tilde{u} et \tilde{a} la vitesse et la célérité du son, associées à l'état $\tilde{\mathbf{q}}(\mathbf{q}_L, \mathbf{q}_R)$. Le flux associé à l'équation de conservation (2.22) peut s'écrire de la manière suivante :

$$\mathcal{F}(\mathbf{q}) = \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{q} \quad (2.29)$$

Une fois tous ces éléments définis, nous pouvons écrire la formulation du flux numérique \mathcal{F}^* du schéma de Roe :

$$\mathcal{F}^*(\mathbf{q}_L, \mathbf{q}_R) = \frac{1}{2}(\mathcal{F}(\mathbf{q}_L) + \mathcal{F}(\mathbf{q}_R)) - \frac{1}{2}\|\tilde{\mathbf{A}}\|(\mathbf{q}_R - \mathbf{q}_L) \quad (2.30)$$

2.3.1.1.b Schéma AUSM+

Liou et Steffen [95], proposent un schéma dont le flux $\mathcal{F}(\mathbf{q})$ est séparé en deux termes distincts, un terme convectif $\mathcal{F}_c(\mathbf{q})$ et un terme de pression $\mathcal{P}(\mathbf{q})$.

$$\mathcal{F}(\mathbf{q}) = \mathcal{F}_c(\mathbf{q}) + \mathcal{P}(\mathbf{q}) = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 \\ \rho H u \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ p \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.31)$$

Selon les auteurs, le terme convectif peut être considéré comme une quantité vectorielle transportée par convection selon une vitesse adaptée à l'interface. Quant au terme de pression, il est gouverné par les vitesses de propagation des ondes acoustiques. Pour expliquer le schéma AUSM+ de Liou [94] ; nous allons définir les paramètres nécessaires à ce schéma. Tout d'abord, notons $a_{1/2}$ la vitesse du son à l'interface, qui nous permet de calculer le nombre de Mach moyen $M_{1/2}$ telle que :

$$\tilde{M}_L = \frac{u_L}{a_{1/2}} \quad \text{et} \quad \tilde{M}_R = \frac{u_R}{a_{1/2}} \quad (2.32)$$

$$M_{1/2} = \tilde{M}_L^+ + \tilde{M}_R^- \quad (2.33)$$

avec

$$a_{1/2} = \sqrt{a_L a_R} \quad (2.34)$$

Ce type de schéma est défini par la contribution de deux fonctions polynomiales d'ordre minimal M^\pm et p^\pm tel que :

$$M^\pm = \begin{cases} \frac{1}{2}(M \pm |M|) & \text{si } |M| > 1 \\ \pm \frac{1}{4}(M \pm 1)^2 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.35)$$

$$p^\pm = \begin{cases} \frac{p}{2}(1 \pm \text{sign}(M)) & \text{si } |M| > 1 \\ \frac{p}{4}(M \pm 1)^2(2 \mp M) & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.36)$$

Au niveau de l'interface le flux numérique $F_{1/2}$ du schéma AUSM+ de Liou 1994 s'écrit :

$$F_{1/2} = M_{1/2} a_{1/2} \Phi_{1/2} + \begin{pmatrix} 0 \\ p_{1/2} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.37)$$

avec

$$\Phi_{1/2} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho H \end{pmatrix}_{L/R} \quad (2.38)$$

où $\bullet_{L/R}$ désigne l'état gauche (droit) si $M_{1/2}$ est positif (négatif) et $p_{1/2}$ est défini comme :

$$p_{1/2} = p_L^+ + p_R^- \quad (2.39)$$

2.3.1.1.c La reconstruction MUSCL (Monotonic Upstream-centered Scheme for Conservation Law)

La reconstruction MUSCL consiste à supposer que les variables d'état \mathbf{q} ne sont plus constantes dans chaque cellule, mais varient linéairement dans la cellule. Le problème est ainsi de reconstruire des valeurs à l'interface $i + 1/2$ en partant des cellules voisine. On utilise pour cela un développement au second ordre des variables pour avoir la pente de ses variations. On distingue deux types d'évaluations :

– l'évaluation décentrée :

$$\begin{cases} \mathbf{q}_{i+1/2}^L = \mathbf{q}_i + \frac{\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_{i-1}}{2} \\ \mathbf{q}_{i+1/2}^R = \mathbf{q}_i - \frac{\mathbf{q}_{i+2} - \mathbf{q}_{i+1}}{2} \end{cases} \quad (2.40)$$

– l'évaluation centrée :

$$\begin{cases} \mathbf{q}_{i+1/2}^L = \mathbf{q}_i + \frac{\mathbf{q}_{i+1} - \mathbf{q}_i}{2} \\ \mathbf{q}_{i+1/2}^R = \mathbf{q}_{i+1} - \frac{\mathbf{q}_{i+1} - \mathbf{q}_i}{2} \end{cases} \quad (2.41)$$

La reconstruction MUSCL consiste alors à combiner ces deux évaluations par l'intermédiaire d'un paramètre ϵ tel que :

$$\begin{cases} \mathbf{q}_{i+1/2}^L = \mathbf{q}_i + \frac{1-\epsilon}{4}(\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_{i-1}) + \frac{1+\epsilon}{4}(\mathbf{q}_{i+1} - \mathbf{q}_i) \\ \mathbf{q}_{i+1/2}^R = \mathbf{q}_i - \frac{1+\epsilon}{4}(\mathbf{q}_{i+1} - \mathbf{q}_i) + \frac{1-\epsilon}{4}(\mathbf{q}_{i+2} - \mathbf{q}_{i+1}) \end{cases} \quad (2.42)$$

Ainsi, suivant la valeur de ϵ on obtient :

- un schéma centré si : $\epsilon = 1$
- un schéma décentré si : $\epsilon = -1$
- un schéma du troisième ordre si : $\epsilon = 1/3$

2.3.1.2 Discrétisation temporelle

La résolution temporelle des équations de Navier-Stokes stationnaire est réalisée par une méthode implicite. Cette dernière permet d'accélérer la convergence du calcul tout en préservant les propriétés conservatives ainsi que la précision de la solution explicite. Cette phase implicite est résolue par une méthode de relaxation par point de type Jacobi (Kloczko [89]). Les équations relatives aux grandeurs turbulentes sont également implicitées par une approche sans matrice avec relaxation de type Jacobi par lignes alternées. Dans les deux cas, la linéarisation des flux est réalisée en substituant la matrice jacobienne des flux par son rayon spectral. Ainsi le calcul de l'incrément implicite ne requiert pas d'inversion de matrice.

Une méthode de pas de temps dual est utilisée pour réaliser l'avancement en temps pour les écoulements instationnaires. La solution à chaque pas de temps physique est

recherchée de manière itérative comme l'état stationnaire de l'écoulement par rapport à un pas de temps dit dual. Un terme source supplémentaire est ajouté, par rapport au cas stationnaire, dans la phase explicite. Ce dernier correspond à la discrétisation de la dérivée en temps physique, il est implicite pour être pris en compte dans la phase implicite. Nous utilisons une discrétisation de la dérivée en temps physique d'ordre 3 utilisant 4 niveaux de temps. L'état au temps $n + 1$ est calculé à partir des niveaux n à $n - 2$. Ainsi, le nouvel état est obtenu après convergence sur les sous-itérations en temps dual. Cette méthode nous permet d'utiliser des pas de temps nettement plus importants que dans le cas d'une approche par pas de temps global, ce qui est avantageux pour étudier les phénomènes basses fréquences.

2.3.1.3 Les conditions aux limites

Le traitement des conditions aux limites sur les frontières libres se fait à l'aide des équations des caractéristiques associées au système hyperbolique des équations d'Euler (Hirsch [71] [72]). Cette méthode n'est donc exactement vérifiée que pour des écoulements de fluide parfait régis par un système d'équation hyperbolique, mais il est raisonnable de l'appliquer sur les frontières situées dans des régions de l'écoulement où les effets visqueux sont faible. Les relations des caractéristiques sont utilisées afin de propager les informations manquantes de l'intérieur vers l'extérieur du domaine pour compléter les conditions limites physiques. Autrement dit, le nombre de caractéristiques sortantes fixe le nombre de valeurs indépendantes à imposer. Thompson [179, 180] et Poinso & Lele [130] montrent que les valeurs propres associées au système hyperbolique des équations d'Euler, qui représentent les vitesses de propagation suivant les caractéristiques, sont $\lambda_1 = \mathbf{u} - a, \lambda_2 = \mathbf{u} + a, \lambda_{3,4,5} = \mathbf{u}$. On peut distinguer quatre cas de conditions limites (figure 2.6) où interviennent les relations des caractéristiques :

- Pour une entrée subsonique, on observe 4 caractéristiques entrantes, il faut donc imposer 4 variables, dans le cas d'une condition d'injection on peut alors imposer, la pression d'arrêt, la température d'arrêt et la direction de la vitesse (angle de dérapage et angle d'incidence).
- Pour une sortie subsonique, il n'y a qu'une seule caractéristique entrante, donc une seul variable à imposer. On choisit usuellement la pression statique.
- Pour une entrée supersonique, il est nécessaire d'imposer complètement le vecteur d'état car toutes les caractéristiques sont entrantes.
- Pour une sortie supersonique, on se retrouve dans le cas contraire, il n'y a que des caractéristiques sortantes, donc aucune variable ne doit être imposée.

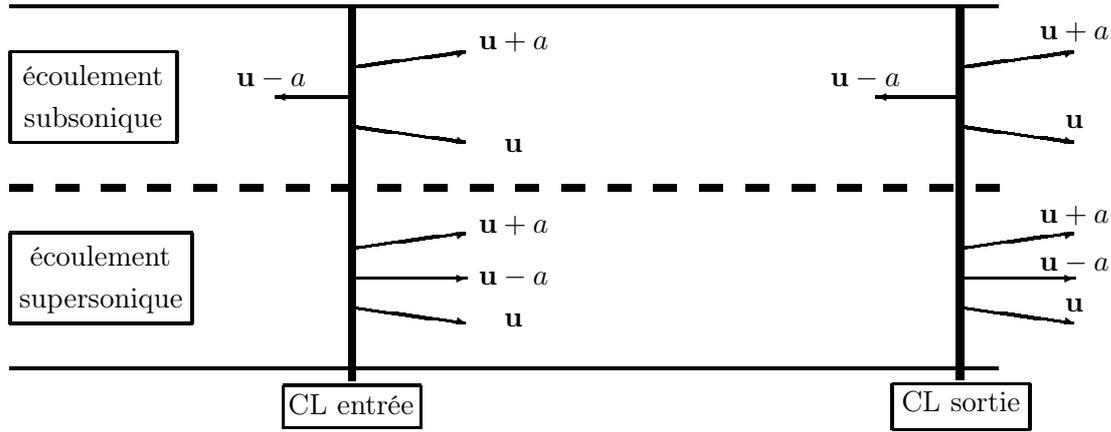


FIGURE 2.6 – Représentation des caractéristiques entrantes et sortantes suivant le régime d’écoulement.

Pour le cas d’écoulement externe, autour de profil par exemple, il est possible d’utiliser une condition de non réflexion. Cette dernière permet de calculer en chaque point de la frontière extérieure le nombre de caractéristiques entrantes et sortantes. L’évaluation des valeurs propres du système sur chaque face de la frontière permet, suivant le signe de ces dernières, d’être informé sur le sens de propagation de l’information. Si la caractéristique est entrante les grandeurs conservatives associées au champ lointain, à l’infini, seront imposées ; si la caractéristique est sortante, ce sont les grandeurs conservatives issues du schéma numérique qui seront imposées.

2.3.1.4 Les modèles de turbulence

Le code PHOENIX possède de nombreux modèles de turbulence, à une ou deux équations de transports. Afin de simplifier le codage, tous les modèles sont écrits de la même manière, pour celui à une équation la seconde variable est mis à zéro. Les modèles de Spalart-Allmaras et le $k - \omega$ de Menter avec correction SST ont été utilisés lors de ce travail.

2.3.1.4.a Le modèle de Spalart-Allmaras

Le modèle de Spalart-Allmaras [165, 166] n’utilise qu’une seule équation de transport pour la viscosité turbulente. Cette équation est établie de manière empirique à l’aide d’argument d’analyse dimensionnelle et de dépendance sélective par rapport à la viscosité moléculaire. Ce modèle peut se mettre sous la forme suivante.

$$\frac{\partial \rho \tilde{\nu}}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\rho \mathbf{u} \tilde{\nu} - \frac{1}{\sigma} (\mu + \rho \tilde{\nu}) \nabla \tilde{\nu} \right) = c_{b1} (1 - f_{t2}) \tilde{S} \rho \tilde{\nu} + \frac{c_{b2}}{\sigma} \nabla \rho \tilde{\nu} \cdot \nabla \tilde{\nu} - (c_{\omega 1} f_{\omega} - \frac{c_{b1}}{\kappa^2} f_{t2}) \rho \frac{\tilde{\nu}^2}{d^2} \quad (2.43)$$

avec

$$\begin{aligned}
 \nu_t &= \tilde{\nu} f_{v1} \quad ; \quad f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + c_{v1}^3} \quad ; \quad \chi = \frac{\rho \tilde{\nu}}{\mu} \\
 \tilde{S} &= |\overrightarrow{rot} \mathbf{u}| + \frac{\tilde{\nu}}{\kappa^2 d^2} f_{v2} \quad ; \quad f_{v2} = 1 - \frac{\chi}{1 + \chi f_{v1}} \\
 f_\omega &= g \left(\frac{1 + c_{\omega 3}^6}{g^6 + c_{\omega 3}^6} \right)^6 \quad ; \quad g = r + c_{\omega 2} (r^6 - r) \quad ; \quad r = \frac{\tilde{\nu}}{\tilde{S} \kappa^2 d^2} \\
 f_{t2} &= c_{t3} \exp(-c_{t4} \chi^2)
 \end{aligned} \tag{2.44}$$

et les constantes :

$$\begin{aligned}
 c_{b1} &= 0.1355 \quad ; \quad c_{b2} = 0.622 \quad ; \quad \sigma = \frac{2}{3} \quad ; \quad \kappa = 0.41 \\
 c_{\omega 1} &= \frac{c_{b1}}{\kappa^2} + \frac{1 + c_{b2}}{\sigma} \quad ; \quad c_{\omega 2} = 0.3 \quad ; \quad c_{\omega 3} = 2 \\
 c_{v1} &= 7.1 \quad ; \quad c_{t3} = 1.1 \quad ; \quad c_{t4} = 2
 \end{aligned} \tag{2.45}$$

2.3.1.4.b Le modèle $k - \omega$ de Menter avec correction SST

Le modèle $k - \omega$ de Menter correspond au couplage des modèles $k - \omega$ de Wilcox et $k - \epsilon$ de Launder Sharma. En effet, le modèle $k - \omega$ a de bonne qualité pour prévoir le décollement de la couche limite et est notamment mieux posé que le modèle $k - \epsilon$ à la paroi. En revanche, ce dernier est mieux adapté au niveau de la frontière de la couche limite. Ainsi, Menter définit une fonction F_1 qui permet de faire passer progressivement du modèle $k - \omega$ près de la paroi, au modèle $k - \epsilon$ dans la région extérieure de la couche limite. La forme générale de ce modèle est la suivante :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \rho k}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\rho \mathbf{u} k - \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma^*} \right) \nabla k \right) &= P_k - \beta^* \rho k \omega \\
 \frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\rho \mathbf{u} \omega - \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma} \right) \nabla \omega \right) &= \frac{\gamma}{\nu_t} P_k - \beta \rho \omega^2 + 2 \frac{\rho \sigma \omega}{\omega} \nabla k \cdot \nabla \omega
 \end{aligned} \tag{2.46}$$

Menter constate que les modèles de turbulences à deux équations ont tendance à surestimer la contraintes de cisaillement par rapport à l'expérimentation. Ainsi l'effet des gradients de pression positifs se voit sous-estimé. Pour pallier à cette erreur, Menter met en place une fonction F_2 qui permet de limiter la production de viscosité turbulent dans la région externe à la couche limite. Cette correction est dite **SST** (Shear Stress Transport) et peut-être utilisée sur les autres modèles. Ainsi les fonctions du modèle sont les suivants :

$$\begin{aligned}
 F_1 &= \tanh(\zeta^4) \quad \text{avec} \quad \zeta = \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{0.09^* \omega d}, \frac{500 \nu}{\omega d^2} \right); \frac{4 \rho \sigma \omega_2 k}{D_\omega d^2} \right] \\
 &\quad \text{et} \quad D_\omega = \max \left(\frac{\rho \sigma \omega_2}{\omega} \nabla k \cdot \nabla \omega; 10^{-20} \right) \\
 F_2 &= \tanh(\iota^4) \quad \text{avec} \quad \iota = \max \left(2 \frac{\sqrt{k}}{0.09 \omega d}; \frac{500 \nu}{\omega d^2} \right)
 \end{aligned} \tag{2.47}$$

et les constantes (indicées 1 pour le modèle de Wilcox et 2 pour Launder Sharma) tel que $\phi = F_1 \phi_1 + (1 - F_1) \phi_2$:

$$\begin{aligned}
 \sigma_1^* &= 0.5 & \sigma_1 &= 0.5 & \beta_1 &= 0.075 & \sigma_{\omega 1} &= 0 \\
 \sigma_2^* &= 0.85 & \sigma_2 &= 0.856 & \beta_2 &= 0.0828 & \sigma_{\omega 2} &= 0.856 \\
 \kappa &= 0.41 & a_1 &= \sqrt{\beta^*} = 0.3 & \gamma_i &= \frac{\beta_i}{\beta^*} - \sigma_i \frac{\kappa^2}{\sqrt{\beta^*}} & \text{pour } i &= 1, 2
 \end{aligned} \tag{2.48}$$

Le terme de production P_k et la viscosité turbulente s'écrivent :

$$P_k = \tau_t : \nabla \mathbf{u} \quad \mu_t = \frac{\rho k / \omega}{\max \left(1, \frac{\Omega F_2}{a_1 \omega} \right)} \quad \text{avec} \quad \Omega = \overrightarrow{rot} \mathbf{u} \tag{2.49}$$

2.3.2 Stratégie d'obtention du champ de base

L'outil que nous venons de présenter présente deux intérêts dans l'étude que nous avons réalisé. Outre le fait qu'il nous servira de base pour développer un code CFD linéarisé, il représente avant tout l'outil qui nous permet d'obtenir nos champs de base. En effet, au même titre que les méthodes de Newton, qui représente des méthodes fortement implicite, l'utilisation de la phase implicite et d'un pas de temps local dans le cas de calcul stationnaire nous permet la convergence d'un état d'équilibre. Ainsi, les différents champs de bases utilisés pour nos études sont obtenus en résolvant les équations de Naviers Stokes stationnaires pour les écoulements laminaires, les équations RANS pour les écoulements turbulents.

2.4 Présentation du code PHOENIX linéarisé

Comme nous avons pu l'énoncer précédemment, la stratégie que nous avons choisi afin de réaliser nos études de stabilité linéaire, revient à linéariser un code CFD. Pour garder une certaine continuité dans notre travail ainsi que la possibilité d'étudier des écoulements complexes, nous avons choisi de réaliser une version linéarisée du code PHOENIX.

2.4.1 La linéarisation du code PHOENIX

L'objectif principal est de rester le plus proche possible la philosophie du code PHOENIX. On montre en annexe A que l'on peut écrire les équations de Navier Stokes linéarisées, à l'aide des variables conservatives suivantes :

$$\mathbf{q}' = \begin{pmatrix} \rho' \\ \rho' u_b + \rho_b u' \\ \rho' v_b + \rho_b v' \\ \rho' w_b + \rho_b w' \\ \rho' E_b + \rho_b E' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \end{pmatrix} \quad (2.50)$$

avec \mathbf{q}' le vecteur d'état sous forme conservative de la perturbation. Les équations de Navier-Stokes linéarisées peuvent s'écrire de la manière suivante :

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho' \mathbf{u}_b + \rho_b \mathbf{u}') = 0, \quad (2.51a)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho' \mathbf{u}_b + \rho_b \mathbf{u}') + \nabla \cdot ((\rho' \mathbf{u}_b + \rho_b \mathbf{u}') \otimes \mathbf{u}_b + \rho_b \mathbf{u}_b \otimes \mathbf{u}' + p' \mathbf{I}) = \nabla \cdot (\boldsymbol{\tau}' + \boldsymbol{\tau}'_t) \quad (2.51b)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho' E_b + \rho_b E') + \nabla \cdot [(\rho' E_b + \rho_b E' + p') \mathbf{u}_b + (\rho_b E_b + p_b) \mathbf{u}'] = \nabla \cdot [(\boldsymbol{\tau}' + \boldsymbol{\tau}'_t) \odot \mathbf{u}_b + (\boldsymbol{\tau}_b + \boldsymbol{\tau}_{tb}) \odot \mathbf{u}' - (h' + h'_t)] \quad (2.51c)$$

où

$$p' = (\gamma - 1)(\rho' E_b + \rho_b E') - \mathbf{u}' \cdot \mathbf{u}_b \quad (2.52a)$$

$$\boldsymbol{\tau} = \mu' \left[(\nabla \otimes \mathbf{u}_b + \nabla \otimes \mathbf{u}_b^T) - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{u}_b) \mathbf{I} \right] + \mu_b \left[(\nabla \otimes \mathbf{u}' + \nabla \otimes \mathbf{u}'^T) - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{u}') \mathbf{I} \right] \quad (2.52b)$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau}_t = \mu'_t & \left[(\boldsymbol{\nabla} \otimes \mathbf{u}_b + \boldsymbol{\nabla} \otimes \mathbf{u}_b^T) - \frac{2}{3} (\boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{u}_b) \mathbf{I} \right] \\ & + \mu_{bt} \left[(\boldsymbol{\nabla} \otimes \mathbf{u}' + \boldsymbol{\nabla} \otimes \mathbf{u}'^T) - \frac{2}{3} (\boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{u}') \mathbf{I} \right] \end{aligned} \quad (2.52c)$$

$$h' = -\frac{\mu'_t C_p}{P_r} \boldsymbol{\nabla} T_b - \frac{\mu_b C_p}{P_r} \boldsymbol{\nabla} T' \quad (2.52d)$$

$$h'_t = -\frac{\mu'_t C_p}{P_{r_t}} \boldsymbol{\nabla} T_b - \frac{\mu_{bt} C_p}{P_{r_t}} \boldsymbol{\nabla} T' \quad (2.52e)$$

L'ensemble du code PHOENIX est réécrit pour résoudre les équations précédentes suivant les variables conservatives ci-dessus. Nous avons adapté les schémas existants, ainsi que les différentes conditions aux limites pour permettre la résolution de la dynamique en temps et en espace d'une petite perturbation.

2.4.1.1 les schémas numériques

2.4.1.1.a Le schéma de Roe linéarisé

Le système lié à notre problème (2.3) est directement sous la forme recherchée (système (2.26)) pour écrire le schéma de Roe, L'opérateur \mathcal{L} ne dépend pas des variables conservatives mais uniquement de la valeur du champ de base, c'est-à-dire qu'elle est constante (voir annexe B). Les valeurs propres $\lambda_{i=1,2,3}$ du système sont $\tilde{u}_b - \tilde{a}_b, \tilde{a}_a$ et $\tilde{u}_b + \tilde{a}_b$, quantités associées à l'état $\tilde{\mathbf{Q}}_b(\mathbf{Q}_{bL}, \mathbf{Q}_{bR})$. Ainsi on se retrouve dans la même configuration que le schéma pour les équations non linéaire et le flux peut s'écrire :

$$\mathcal{F}'(\mathbf{q}') = \mathcal{L}\mathbf{q}' \quad (2.53)$$

Une fois tout ces éléments définis, nous pouvons écrire la formulation du flux numérique \mathcal{F}'^* du schéma de Roe linéarisé :

$$\mathcal{F}'^*(\mathbf{q}'_L, \mathbf{q}'_R) = \frac{1}{2}(\mathcal{F}'(\mathbf{q}_L) + \mathcal{F}'(\mathbf{q}_R)) - \frac{1}{2} \|\mathcal{L}\|(\mathbf{q}'_R - \mathbf{q}'_L) \quad (2.54)$$

Le schéma de Roe étant un dérivé des schémas des solveur de Riemann utilisant une approche par opérateur linéarisé, il représente un schéma simple à mettre en place pour réaliser une étude sur les équations linéarisées.

2.4.1.1.b schéma AUSMp

Restons dans la considération où les variables non conservative peuvent se mettre sous la forme $\phi = \phi_b + \phi'$ où $|\phi'| \ll |\phi_b|$, on peut donc écrire pour le schéma AUSM+ de Liou [94] :

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} (\rho_b + \rho')(u_b + u') \\ \rho(u_b + u')^2 + (p_b + p') \\ \rho(H_b + H')(u_b + u') \end{pmatrix}$$

On se place dans l'hypothèse des petites perturbations où l'on peut négliger les termes d'ordre 2, on obtient :

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} \rho_b u_b + \rho_b u' + \rho' u_b \\ \rho_b u_b^2 + 2\rho_b u_b u' + \rho' u_b^2 \\ \rho_b H_b u_b + \rho_b H_b u' + \rho_b H' u_b + \rho' H_b u_b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ p_b + p' \\ 0 \end{pmatrix}$$

On peut ainsi définir un flux de base F_b et un flux perturbatif F' tel que $F = F_b + F'$, on pose :

$$\mathbf{F}_b = \begin{pmatrix} \rho_b u_b \\ \rho_b u_b^2 \\ \rho_b H_b u_b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ p_b \\ 0 \end{pmatrix} = u_b \begin{pmatrix} \rho_b \\ \rho_b u_b \\ \rho_b H_b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ p_b \\ 0 \end{pmatrix}$$

et

$$\mathbf{F}' = \begin{pmatrix} \rho_b u' + \rho' u_b \\ 2\rho_b u_b u' + \rho' u_b^2 \\ \rho_b H_b u' + \rho_b H' u_b + \rho' H_b u_b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ p' \\ 0 \end{pmatrix} = u_b \begin{pmatrix} \rho' \\ \rho_b u' + \rho' u_b \\ \rho_b H' + \rho' H_b \end{pmatrix} + u' \begin{pmatrix} \rho_b \\ \rho_b u_b \\ \rho_b H_b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ p' \\ 0 \end{pmatrix}$$

On pose :

$$\Phi_b = \begin{pmatrix} \rho_b \\ \rho_b u_b \\ \rho_b H_b \end{pmatrix} \text{ and } \Phi' = \begin{pmatrix} \rho' \\ \rho_b u' + \rho' u_b \\ \rho_b H' + \rho' H_b \end{pmatrix}$$

et

$$u_b = M_b c_b \text{ and } u' = M' c_b + M_b c'$$

Le flux du schéma AUSM+ linéarisé s'écrit de la manière suivante.

$$F' = M_b c_b \Phi' + (M' c_b + M_b c') \Phi_b + \begin{pmatrix} 0 \\ p' \\ 0 \end{pmatrix}$$

Comme dans le cas du schéma non linéarisé, il nous faut définir les fonctions dérivées des équations (2.35) et (2.36) :

$$M'^{\pm} = \begin{cases} \frac{M'}{2}(1 \pm \text{sign}(M_b)\text{sign}(M')) & \text{si } |M| > 1 \\ \pm \frac{M'}{2}(M_b \pm 1) & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.55)$$

$$p^{\pm} = \begin{cases} \frac{p'}{2}(1 \pm \text{sign}(M)) & \text{si } |M| > 1 \\ \frac{p'}{4}(M_b \pm 1)^2(2 \mp M_b) + \frac{p_b M'}{4}(M_b \pm 1)(1 \mp 2M_b) & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.56)$$

2.4.1.2 Les conditions aux limites linéarisées

Comme on n'a pu le voir dans la section 2.3, le traitement des conditions aux limites sur les frontières libres se fait à l'aide des équations des caractéristiques associées au système hyperbolique des équations d'Euler. De même que pour le schéma de Roe, les valeurs propres associées au système hyperbolique de ces équations, sont celle de la matrice jacobienne associée. Ainsi, dans le cadre des équations linéarisées, les valeurs propres, représentant les vitesses de propagation de l'information suivant les caractéristiques, sont $\lambda'_1 = \mathbf{u}_b - a$, $\lambda'_2 = \mathbf{u}_b + a$, $\lambda'_{3,4,5} = \mathbf{u}_b$. Autrement dit, ce sont les caractéristiques du champ de base qui sont évaluées pour connaître le nombre de variables à imposer aux frontières du domaine.

2.4.1.3 Validité d'un modèle linéarisé pour capter les larges structures en turbulence

Comme on a pu le préciser auparavant, l'étude de stabilité cherche à montrer la phénoménologie de la rupture d'un écoulement à sa position d'équilibre. Or l'apparence désordonnée d'un écoulement turbulent garanti l'absence d'état d'équilibre. Néanmoins, la modélisation des phénomènes turbulents par des méthodes RANS, nous permet d'obtenir des solutions stationnaires. Afin de caractériser le caractère instationnaire des écoulements que nous étudierons, nous utilisons des méthodes URANS (Unsteady RANS). Menter & Egorov [114] montrent que ces dernières permettent de résoudre des structures de l'ordre de l'épaisseur de la couche de cisaillement. La figure 2.7 montre le spectre d'énergie d'un écoulement turbulent et la séparation entre les échelles modélisées et résolues par le nombre d'onde de coupure pour les approches RANS et URANS (Unsteady RANS).

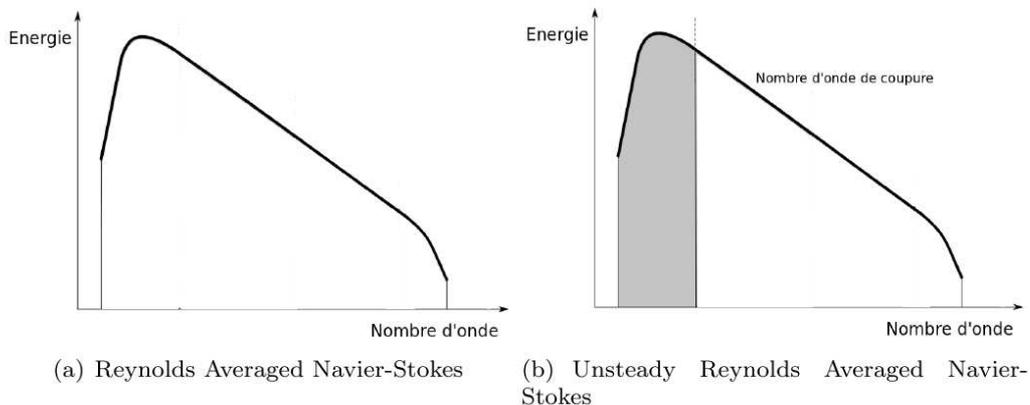


FIGURE 2.7 – Spectre d'énergie en fonction du nombre d'onde. En gris, la partie résolue du spectre, en blanc, la partie modélisée.

En introduction on a pu observer que les écoulements turbulents peuvent être animés par des mécanismes à basses et moyennes fréquences. Les études numériques montrent que les simulations instationnaires RANS donnent accès aux caractères basses fréquences des écoulements turbulents (Brunet *et al.* [24]). En effet les échelles caractéristiques de ces mécanismes sont de plusieurs décades au dessous des phénomènes liés au caractère turbulent d'un écoulement. On peut observer cette propriété sur les figures (2.8) (2.9), où des structures cohérentes sont de très grandes tailles par rapport aux petites structures turbulentes.

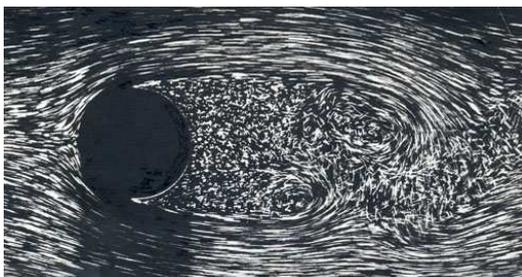


FIGURE 2.8 – Écoulement turbulent autour d'un cylindre (ONERA)

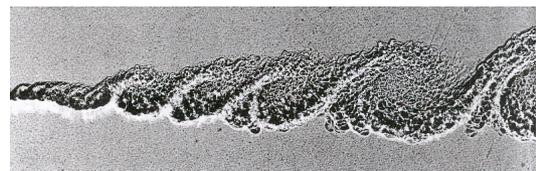


FIGURE 2.9 – Couche de mélange turbulente, Brown & Roshko [23]

L'étude de stabilité linéaire des écoulements turbulents prend alors du sens et peut mettre en évidence des aspects basses fréquences globalement instables (Crouch *et al.* [36]).

2.4.1.4 Les modèles de turbulence linéarisés

2.4.1.4.a Le modèle de Spalart-Allmaras linéarisé

Comme pour les modèles à deux équations, la linéarisation s'effectue suivant l'hypothèse des petites perturbations, le modèle linéarisé est le suivant :

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial \rho' \tilde{v} + \rho \tilde{v}'}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\vec{V}' \rho \tilde{v} + \vec{V} \rho' \tilde{v} + \vec{V} \rho \tilde{v}' - \right. \\
 & \left. \frac{1}{\sigma} ((\mu' + \rho' \tilde{v} + \rho \tilde{v}') \nabla \tilde{v} + (\mu + \rho \tilde{v}) \nabla \tilde{v}') \right) = \\
 & c_{b1} ((1 - f_{t2}) (\tilde{S}' \rho \tilde{v} + \tilde{S} \rho' \tilde{v} + \tilde{S} \rho \tilde{v}') - (f'_{t2}) (\tilde{S} \rho \tilde{v})) + \\
 & \frac{c_{b2}}{\sigma} (\nabla (\rho' \tilde{v} + \rho \tilde{v}') \cdot \nabla \tilde{v} + \nabla \rho \tilde{v} \cdot \nabla \tilde{v}') - \\
 & (c_{w1} f_w - \frac{c_{b1}}{\kappa^2} f_{t2}) (\rho' \frac{\tilde{v}^2}{d^2} + \rho \frac{2 \tilde{v} \tilde{v}'}{d^2}) - (c_{w1} f'_w) \rho \frac{\tilde{v}^2}{d^2}
 \end{aligned} \tag{2.57}$$

où les coefficients linéarisés sont :

$$\begin{aligned}
 \nu'_t &= \tilde{v}' f_{v1} + \tilde{v} f'_{v1} \quad f'_{v1} = \frac{3^* c_{v1}^3 \chi^2 \chi'}{(\chi^3 + c_{v1}^3)^2} \quad \chi' = \chi \left(\frac{\rho'}{\rho} + \frac{\tilde{v}'}{\tilde{v}} - \frac{\mu'}{\mu} \right) \\
 \tilde{S}' &= |(r \vec{\omega} \vec{V})'| + \frac{1}{\kappa^2 d^2} (\tilde{v}' f_{v2} + \tilde{v} f'_{v2}) \quad f'_{v2} = \frac{\chi^2 f'_{v1} - \chi'}{(1 + \chi f_{v1})^2} \\
 |(r \vec{\omega} \vec{V})'| &= \frac{1}{|(r \vec{\omega} \vec{V})|} \left(\left(\frac{\partial W}{\partial y} - \frac{\partial V}{\partial z} \right) \left(\frac{\partial w'}{\partial y} - \frac{\partial v'}{\partial z} \right) + \right. \\
 & \left. \left(\frac{\partial U}{\partial z} - \frac{\partial W}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial u'}{\partial z} - \frac{\partial w'}{\partial x} \right) + \left(\frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\partial U}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial v'}{\partial x} - \frac{\partial u'}{\partial y} \right) \right) \\
 f'_w &= g' \frac{c_{w3}^6}{g^6 + c_{w3}^6} \left(\frac{1 + c_{w3}^6}{g^6 + c_{w3}^6} \right)^{\frac{1}{6}} \quad g' = r' (c_{w2} (6r^5 - 1) + 1) \\
 r' &= r \left(\frac{\tilde{v}'}{\tilde{v}} - \frac{S'}{S} \right) \quad f'_{t2} = -2c_{t4} \chi c_{t3} \exp(-c_{t4} \chi^2)
 \end{aligned} \tag{2.58}$$

2.4.1.4.b Le modèle $k - \omega$ de Menter avec correction SST linéarisés

Comme énoncé dans la section 2.3.1.4.b, Menter définit une fonction F_1 qui permet de faire passer progressivement du modèle $k - \omega$ près de la paroi, au modèle $k - \epsilon$ dans la région extérieure de la couche limite. Ainsi, la définition de la fonction F_1 est donc liée au champ de base. La forme générale du modèle linéarisé est la suivante :

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial \rho' k_b + \rho_b k'}{\partial t} + \nabla \cdot \left((\rho_b k' + \rho' k_b) \mathbf{u}_b + \rho_b k_b \mathbf{u}' - \left(\mu' + \frac{\mu'_t}{\sigma^*} \right) \nabla k_b - \left(\mu_b + \frac{\mu_{bt}}{\sigma^*} \right) \nabla k' \right) \\
 & = P'_k - \beta^* (\rho' k_b \omega_b + \rho_b k' \omega_b + \rho_b k_b \omega') \\
 & \frac{\partial \rho' \omega_b + \rho_b \omega'}{\partial t} + \nabla \cdot \left((\rho_b \omega' + \rho' \omega_b) \mathbf{u}_b + \rho_b \omega_b \mathbf{u}' - \left(\mu' + \frac{\mu'_t}{\sigma} \right) \nabla \omega_b - \left(\mu_b + \frac{\mu_{bt}}{\sigma} \right) \nabla \omega' \right) \\
 & = \frac{\gamma}{\nu_{bt}} P'_k - \frac{\gamma}{\nu_{bt}^2} P_{bk} \nu'_t - \beta \rho' \omega_b^2 - 2\beta \rho_b \omega_b \omega' + 2 \left(\left(\frac{\rho' \sigma_\omega}{\omega_b} - \omega' \frac{\rho_b \sigma_\omega}{\omega_b^2} \right) \nabla k_b \cdot \nabla \omega_b \right. \\
 & \quad \left. + \frac{\rho_b \sigma_\omega}{\omega_b} (\nabla k' \cdot \nabla \omega_b + \nabla k_b \cdot \nabla \omega') \right)
 \end{aligned} \tag{2.59}$$

La correction SST, mise en place par Menter, permet de limiter la production de viscosité turbulent dans la région externe à la couche limite. De même que pour la fonction F_1 , la

fonction F_2 ne va dépendre que des paramètres du champ de base. Ainsi les fonctions du modèle sont les suivants :

$$\begin{aligned}
 F_1 &= \tanh(\zeta^4) \quad \text{avec} \quad \zeta = \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k_b}}{0.09*\omega d}, \frac{500\nu_b}{\omega_b d^2} \right); \frac{4\rho_b\sigma_\omega 2k_b}{D_\omega d^2} \right] \\
 &\quad \text{et} \quad D_\omega = \max \left(\frac{\rho_b\sigma_\omega 2}{\omega_b} \nabla k_b \cdot \nabla \omega_b; 10^{-20} \right) \\
 F_2 &= \tanh(\iota^4) \quad \text{avec} \quad \iota = \max \left(2 \frac{\sqrt{k_b}}{0.09\omega_b d}, \frac{500\nu_b}{\omega_b d^2} \right)
 \end{aligned} \tag{2.60}$$

et les constantes restent les mêmes que pour le modèle non linéarisé. Le terme de production P'_k et la viscosité turbulente perturbée s'écrivent :

$$P'_k = \tau'_t : \nabla \mathbf{u}_b + \tau_{bt} : \nabla \mathbf{u}' \tag{2.61}$$

$$\begin{aligned}
 \mu'_t &= \frac{\rho'k_b + \rho_b k'}{\omega_b} - \frac{\rho_b k_b \omega'}{\omega_b^2} \quad \text{si} \quad \max \left(1, \frac{\Omega_b F_2}{a_1 \omega_b} \right) = 1 \\
 \mu'_t &= \frac{a_1(\rho'k_b + \rho_b k')}{\Omega_b F_2} - \frac{a_1 \rho_b k_b \Omega'}{\Omega_b^2 F_2} \quad \text{si} \quad \max \left(1, \frac{\Omega_b F_2}{a_1 \omega_b} \right) = \frac{\Omega_b F_2}{a_1 \omega_b}
 \end{aligned} \tag{2.62}$$

avec

$$\begin{aligned}
 \Omega' &= \frac{1}{(\vec{rot} \mathbf{u})} \left(\left(\frac{\partial w_b}{\partial y} - \frac{\partial v_b}{\partial z} \right) \left(\frac{\partial w'}{\partial y} - \frac{\partial v'}{\partial z} \right) + \right. \\
 &\left. \left(\frac{\partial u_b}{\partial z} - \frac{\partial w_b}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial u'}{\partial z} - \frac{\partial w'}{\partial x} \right) + \left(\frac{\partial v_b}{\partial x} - \frac{\partial u_b}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial v'}{\partial x} - \frac{\partial u'}{\partial y} \right) \right)
 \end{aligned} \tag{2.63}$$

2.4.1.5 Validation du code PHOENIX linéarisé

Afin de valider la linéarisation des différents schémas numériques, ainsi que des conditions limites, j'ai réalisé une étude de l'advection d'un tourbillon dans un champ uniforme. Pour cela j'utilise un domaine carré avec un maillage uniforme en x et en y figure (2.10) de 100×100 . Nous considérons un écoulement uniforme à nombre de Mach $M = 1.5$ avec un angle de $\alpha = 45^\circ$. On peut observer les lignes de courants de l'écoulement de base sur la figure (2.10). Dans le cas présenté nous utilisons des conditions limites de non réflexion pour chacune des frontières du domaine. Nous créons un tourbillon dans le côté en haut à gauche du domaine, l'évolution temporelle pour le code non linéaire et linéaire étant identique, la linéarisation du code n'entraîne pas d'erreur de dispersion supplémentaire, comme illustré sur la figure (2.12).

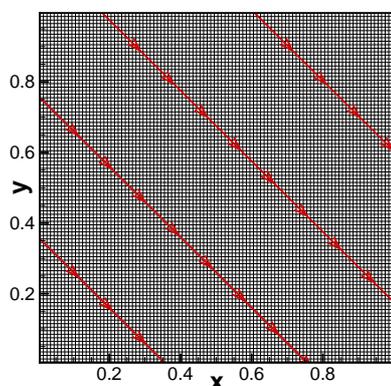


FIGURE 2.10 – Maillage et ligne de courant de l'étude

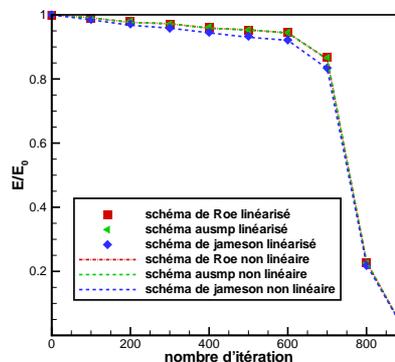
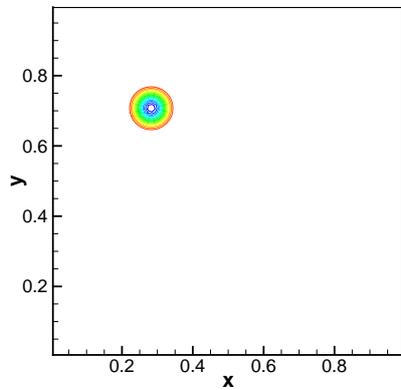


FIGURE 2.11 – Évolution de l'énergie totale de la perturbation liée à l'advection d'un tourbillon

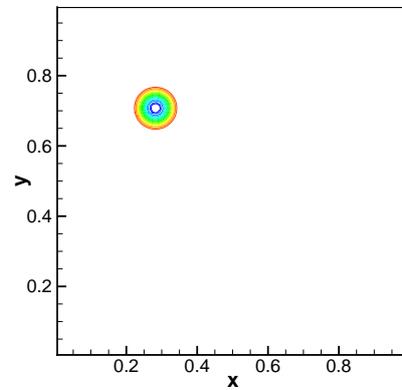
Le suivi de l'énergie totale de la perturbation a été réalisé pour comparer la dissipation du code linéarisé et du code non linéaire (figure 2.11). Nous pouvons souligner le bon accord entre les résultats de la simulation linéaire et celle non linéaire. Ce type de résultat nous permet de valider la linéarisation des schémas de Jameson, de Roe et le schéma AUSM+, ainsi que les différentes conditions limites que nous utilisons lors de nos différentes études.

2.5 Validation

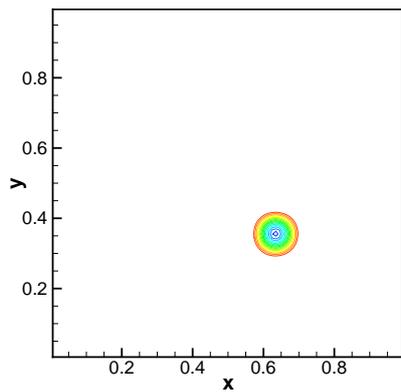
Au travers de l'étude de l'advection d'un tourbillon, nous avons validé l'aspect linéarisation des différents schémas numériques, ainsi que des différentes conditions limites. Nous allons maintenant illustrer la capacité du code développé au cours de la thèse pour décrire la stabilité linéaire des écoulements de type oscillateur et amplificateur. Pour cela, nous concentrons notre analyse suivant deux configurations académiques : une première associée à l'étude d'un écoulement affleurant un cylindre (de type oscillateur); une deuxième dédiée à l'analyse de la dynamique linéaire d'une perturbation se développant au sein d'une couche limite supersonique (de type amplificateur).



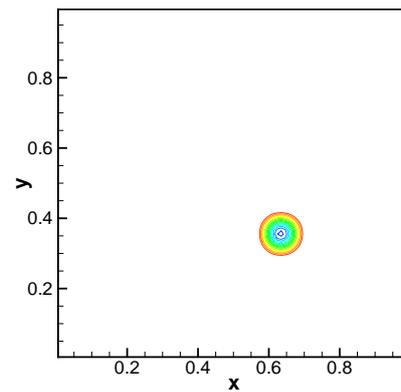
(a) code PHOENIX à itération 0



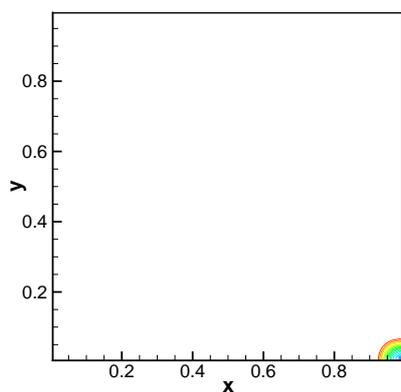
(b) code PHOENIX linéarisé à itération 0



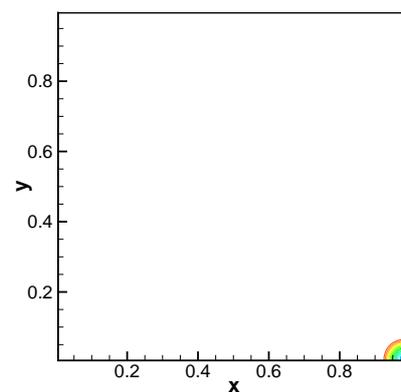
(c) code PHOENIX à itération 400



(d) code PHOENIX linéarisé à itération 400



(e) code PHOENIX à itération 800



(f) code PHOENIX linéarisé à itération 800

FIGURE 2.12 – Advection d'un tourbillons, comparaison code non linéaire à gauche, code linéarisé à droite

2.5.1 Écoulement autour d'un cylindre

La littérature nous indique un nombre de Reynolds critique, basé sur la diamètre du cylindre, $Re_{cr} = 47$, au delà duquel, l'écoulement devient instationnaire (Provansal *et al.* [133], Barkley [13] et Marquet *et al.* [106]). Pour des régimes sous-critiques, la zone de recirculation naissante à l'arrière du cylindre augmente proportionnellement en fonction du Reynolds (Sen *et al.* [159]). Ainsi, lorsque le nombre de Reynolds devient supérieur à Re_{cr} , l'écoulement rompt sa symétrie et un lâcher de structures tourbillonnaires, prenant la forme d'une allée de Von-Kármán, apparaît en aval du cylindre, synchronisé à une fréquence très piquée. En outre, Barkley [13] et Marquet *et al.* [106] ont identifié ce phénomène comme étant associé à l'apparition d'un mode global instable de l'écoulement, qui va conduire ce dernier à une bifurcation de Hopf.

Objectif de l'étude :

- Déterminer le nombre de Reynolds critique de l'écoulement et le comparer à la littérature.
- Déterminer l'évolution des fréquences propres et des taux d'amplification en fonction du nombre de Reynolds et les comparer à la littérature.

2.5.1.1 Configuration de l'écoulement

Considérons un écoulement $2D$, régi par les équations de Navier-Stokes, autour d'un cylindre. Afin de comparer nos résultats avec les données connues en incompressible, nous étudierons cet écoulement pour un nombre de Mach $M = 0.1$. Le cylindre est immergé dans un maillage de forme elliptique et comprend ≈ 32000 points (145 pour discrétiser le rayon, 221 pour la circonférence) comme observé sur la figure 2.13. Le maillage est raffiné au niveau du cylindre et dans le sillage.

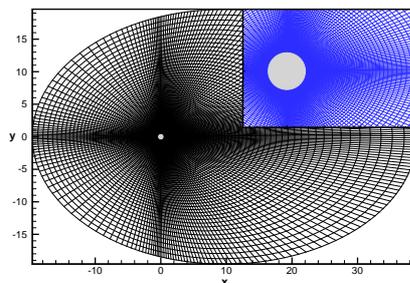


FIGURE 2.13 – Discretisation spatiale du cylindre

Des conditions de non réflexion sont imposées aux frontières extérieures, alors qu'une condition de non glissement adiabatique est utilisée sur le cylindre. Pour le calcul stationnaire, uniquement la phase implicite du code a été employée, c.à.d la partie pas de temps dual n'a pas été utilisée. Un balayage en nombre de Reynolds a été effectué afin d'une part de déterminer le nombre de Reynolds critique et d'autre part, de valider notre code. On peut observer sur la figure 2.14, le champ de base convergé pour un nombre de Reynolds $Re = 50$, en comparaison avec une solution obtenue par Gautier *et al.* (2013). Sur la figure 2.15, l'évolution de la zone de recirculation en fonction du nombre de Reynolds a également été reportée. A travers les figures précédentes, nous pouvons remarquer un très bon accord entre les résultats fournis par la littérature et ceux associés à notre code.

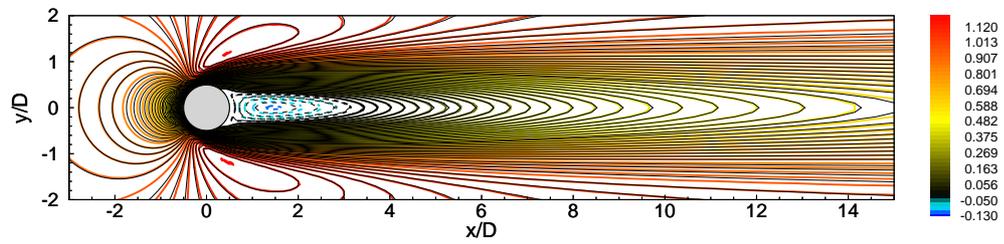
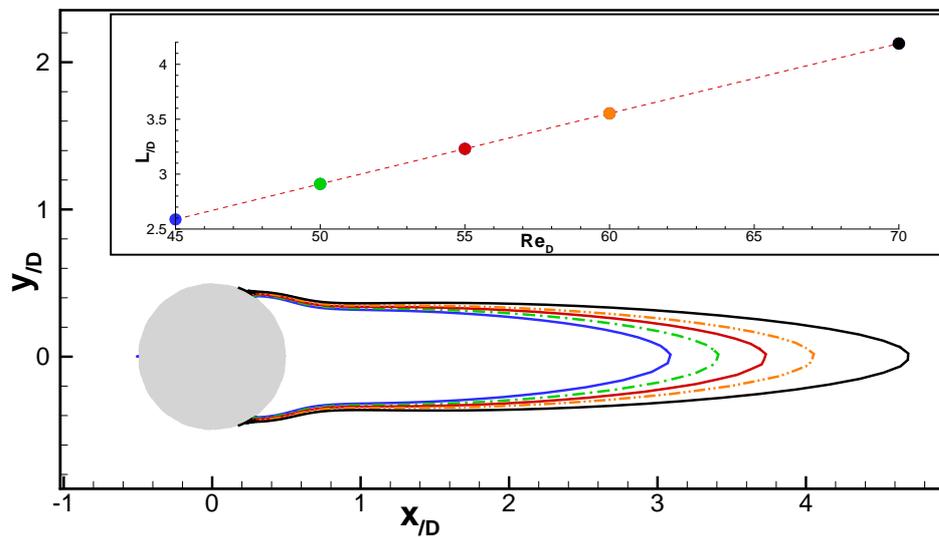
FIGURE 2.14 – Iso-contour de la vitesse longitudinale $Re = 50$ 

FIGURE 2.15 – Évolution de la taille de bulle en fonction du nombre de Reynolds

Enfin, nous pouvons remarquer qu'une étude de convergence en maillage a montré que celui présenté dans cette partie est suffisant pour ne pas affecter les résultats.

2.5.1.2 Analyse de stabilité

Afin d'initialiser notre calcul, nous générons une perturbation en amont du cylindre. Ni la position, ni la forme de la perturbation n'ont d'influence sur le résultat de l'étude. Notre analyse met alors en valeur l'apparition d'un mode global instable pour cet écoulement. En particulier, les figures 2.16 et 2.17 montrent l'évolution du taux d'amplification et de la fréquence du mode propre le plus amplifié, en fonction du nombre de Reynolds. Ces valeurs sont comparées avec celles obtenues par Marquet *et al.* [106].

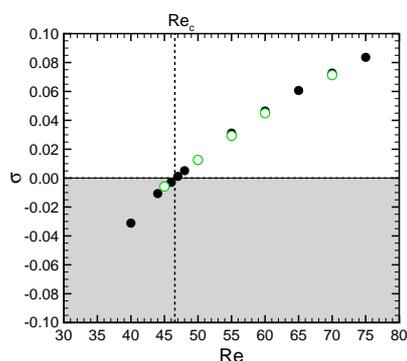


FIGURE 2.16 – Évolution du taux d'amplification en fonction du nombre de Reynolds

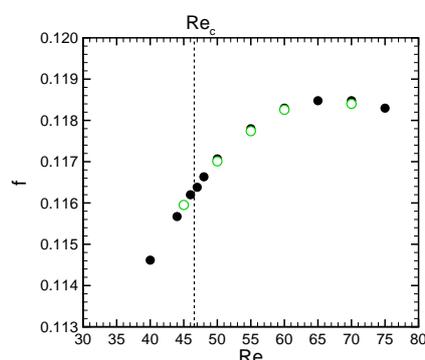


FIGURE 2.17 – Évolution de la fréquence en fonction du nombre de Reynolds

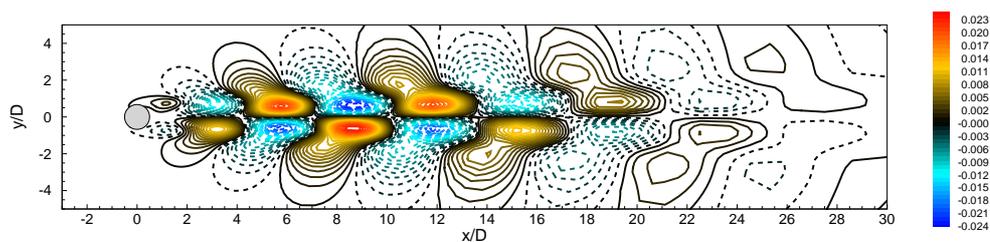


FIGURE 2.18 – Iso-contour de la vitesse perturbée longitudinale $Re = 50$

Notamment, les figures précédentes montrent que le nombre de Reynolds critique $Re_c \approx 47$ est en accord avec la littérature. De plus, les évolutions des fréquences et des taux d'amplification, du mode propre le plus amplifié, en fonction du Reynolds sont également en accord avec la littérature. Enfin, la figure 2.18 représente la forme spatiale de ce mode. Elle coïncide avec celle observée dans la littérature. Notre outil de stabilité linéaire apparaît ainsi efficace pour les études d'écoulement de type oscillateur.

2.5.2 Couche limite supersonique

Nous considérons par la suite la stabilité linéaire d'un écoulement de couche limite supersonique adiabatique. Ce dernier est choisi pour deux raisons. Tout d'abord pour va-

luder la linéarisation du code dans un régime supersonique. Puis, de manière à identifier la capacité du code à décrire des écoulements amplificateurs.

Objectif de l'étude :

- Réaliser une étude de stabilité linéaire sur un écoulement convectivement instable.
- Réaliser une étude de stabilité linéaire sur un écoulement supersonique.

2.5.2.1 Configuration

Nous considérons un écoulement uniforme dans la direction x impactant une plaque plane en $(x,y) = (0,0)$ et s'étalant jusqu'à $x = 320$. Nous imposons un nombre de Mach en amont de $M = 2.15$ et une température d'arrêt de $T_\infty = 293K$. Le nombre de Reynolds est fixé à $Re_{\delta^*} = 780$. Il est basé sur l'épaisseur de déplacement en $x = 150\delta^*$. Nous utilisons un domaine rectangulaire commençant en $(x,y) = (-38,0)$ et allant jusqu'à $(x,y) = (320,87)$ dont les conditions limites sont les suivantes :

- pour $y = 0$ et $x \in [-38,0]$ nous utilisons une condition de glissement
- pour $y = 0$ et $x \in [0,320]$ nous utilisons une condition de paroi adiabatique
- pour $x = -38$ et $x \in [0,87]$ nous utilisons une condition non réflexion
- pour $y = 87$ et $x \in [-38,320]$ nous utilisons une condition non réflexion
- pour $x = 320$ et $y \in [0,87]$ nous utilisons une condition d'extrapolation

Nous utilisons une grille comprenant, respectivement 560 et 100 points dans les directions x et y . Le maillage est régulier dans la direction x et raffiné au niveau de la plaque plane, dans la direction y (voir figure 2.19).

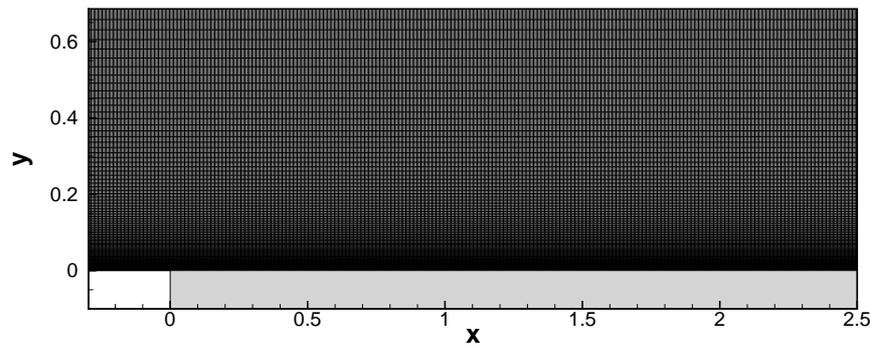


FIGURE 2.19 – Représentation du maillage pour l'étude d'une couche limite supersonique adiabatique.

2.5.2.2 Champ de base

L'écoulement est représenté sur la figure 2.20. On peut noter la présence d'un choc au niveau du bord d'attaque. On peut également observer sur la figure 2.21 l'évolution des épaisseurs caractéristiques de la couche limite. Le maillage étudié est suffisamment raffiné pour que le champ de base ne soit plus dépendant de ce dernier.

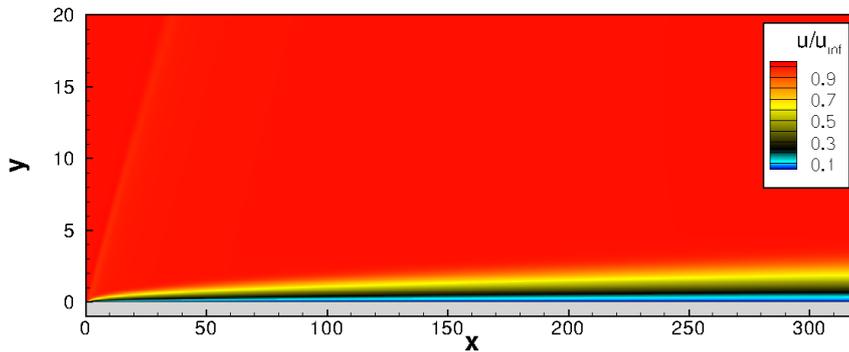


FIGURE 2.20 – Iso-contour de la vitesse longitudinale de la couche limite $M = 2.15$ $Re_{\delta^*} = 780$

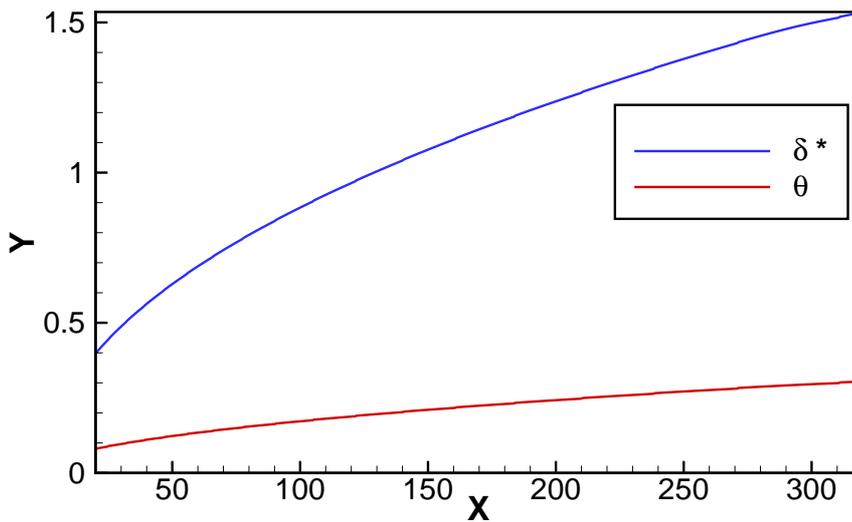


FIGURE 2.21 – Évolution des épaisseurs de déplacement et de quantité de mouvement de la couche limite

2.5.2.3 Analyse de stabilité

L'étude de stabilité est réalisée dans les mêmes conditions que le calcul du champ de base. Une perturbation dans la couche limite, en amont du domaine, nous permet d'initialiser notre calcul. Le spectre de la Jacobienne est représenté sur la figure 2.22. Nous pouvons remarquer que ce dernier ne présente que des modes temporellement atténués. L'écoulement est donc globalement stable. Les figures 2.23, 2.24, 2.25 et 2.26 montrent les fonctions propres associées aux modes entourés sur la figure 2.22. Ces modes s'illustrent sous la forme d'une onde s'amplifiant spatialement le long de la plaque. Ils caractérisent ainsi un écoulement convectivement instable ou encore amplificateur. La littérature relative aux ondes d'instabilité pour des écoulements de couche limite adiabatique supersonique laminaire montrent l'existence d'un équivalent du mode de Tollmien-Schlichting (noté TS)

pour le régime supersonique (Arnal [7]). Bien que ce dernier soit plus amplifié pour des ondes obliques dans ce régime, nous pouvons supposer que les modes observés sur la figure 2.22 soient bien associés à des ondes TS, pour diverses fréquences.

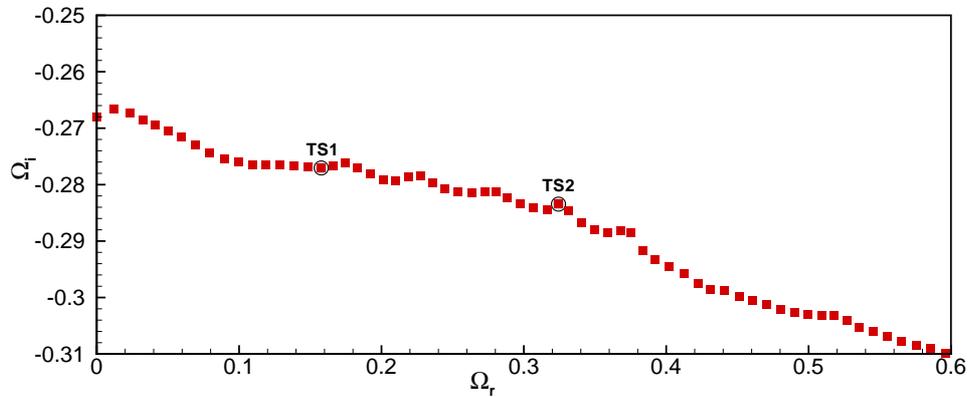


FIGURE 2.22 – Spectre pour une couche limite $M = 2.15$ $Re_{\delta^*} = 780$

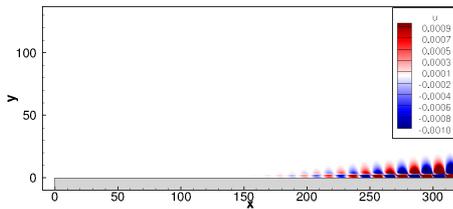


FIGURE 2.23 – Iso-contour de la vitesse longitudinale du mode TS1

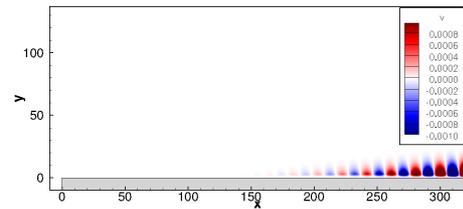


FIGURE 2.24 – Iso-contour de la vitesse transversale du mode TS1

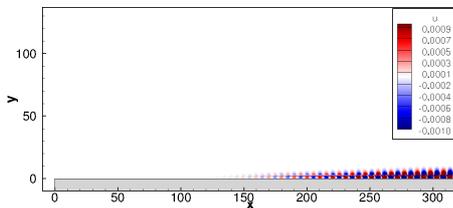


FIGURE 2.25 – Iso-contour de la vitesse longitudinale du mode TS2

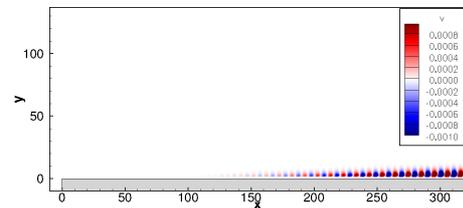


FIGURE 2.26 – Iso-contour de la vitesse transversale du mode TS2

Afin de valider cette hypothèse et également nos résultats, nous réalisons une analyse de stabilité en supposant notre écoulement comme étant parallèle suivant la direction x , c'est-à-dire une analyse locale. Dans ce cadre, nous pouvons considérer la perturbation de la forme :

$$\hat{\mathbf{q}}(y)e^{i(\alpha x - \omega t)}$$

avec α , le nombre d'onde complexe suivant x et ω la pulsation. Le problème aux valeurs propres se réduit ainsi à un système ne dépendant que d'une seule direction suivant la normale à la paroi. Nous utilisons un code de stabilité locale compressible du laboratoire pour mener cette étude. Nous considérons le mode TS1 du spectre représenté sur la figure 2.22. Par une analyse globale, les taux d'amplification temporels sont dépendant de la taille du domaine, suivant la direction de propagation des onde. Ce dernier est fixé à zéro dans l'analyse locale (c-à-d ω est réelle). L'écoulement considéré pour cette étude est pris à $x = 220\delta^*$. La pulsation est fixée égale à celle du spectre globale $\omega = 0.17$. Le nombre d'onde obtenu pour le mode TS est $\alpha = 0.26 - i0.005$. Le spectre temporel pour le nombre d'onde précédent est illustré sur la figure 2.27 (b). Nous pouvons donc bien observer un mode discret neutre ayant pour pulsation $\omega = 0.17$. Sur la figure 2.27(a), une coupe de la composante normale de fluctuation de vitesse pour le mode global TS1, à une distance $y = 5\delta^*$, est représentée. La longueur d'onde du mode aux alentours de $x = 220\delta^*$ est ≈ 24 . Ainsi, le nombre d'onde associé est de $2\pi/24 \approx 0.26$, ce qui est en bon accord avec le résultat fourni par l'analyse locale. Enfin, nous traçons sur la figure 2.28, une comparaison des amplitudes des modes issus de l'analyse locale et globale suivant y/δ^* . Nous observons également un bon accord entre l'analyse locale et globale. Ces résultats nous confortent dans la pertinence des modes obtenus par notre code de stabilité linéaire globale en régime supersonique.

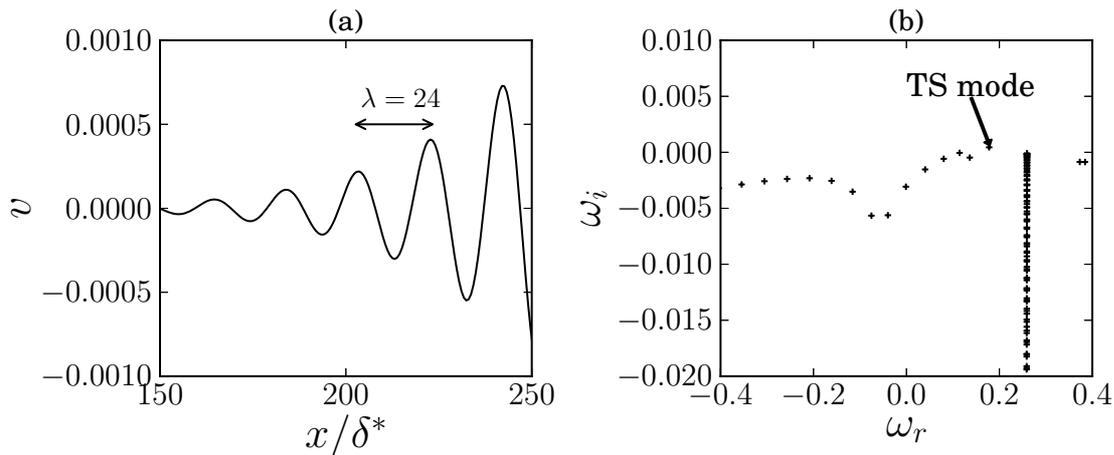


FIGURE 2.27 – Comparaison du mode TS1 calculé à l'aide d'une analyse de stabilité linéaire locale et celui issu de l'analyse linéaire globale. (a) Coupe de la composante normale de perturbation de vitesse associée à l'analyse de stabilité globale. (b) Spectre issu de l'analyse locale pour $\lambda = 2\pi/\alpha \approx 24$ et associé au profil de vitesse extrait du champ à $x = 220$. Le mode de Tollmien-Schlichting est neutre avec $\omega_r = 0.17$.

2.5.3 Conclusion

Les études de stabilité linéaire réalisées sur les deux cas précédents nous permettent de valider les outils que nous avons développés. La prochaine partie sera consacrée à l'étude d'une interaction entre une onde de choc oblique et une couche limite laminaire supersonique. Une dernière partie sera alors dédiée à l'étude des écoulements transsoniques externe et interne : une interaction choc droit/couche limite sur un profil d'aile et au sein d'une tuyère plane, respectivement.

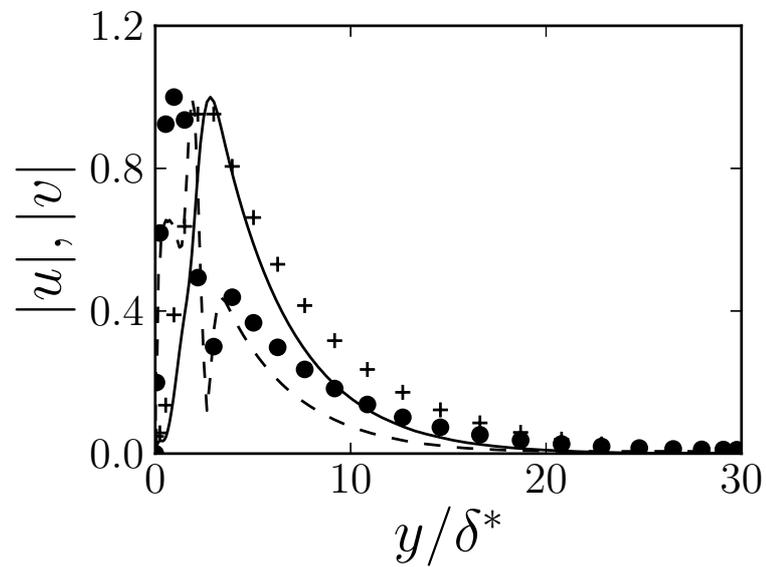


FIGURE 2.28 – Comparaison de la distribution du module des fonctions propres des composantes longitudinale ($|u|$) et normale de vitesse ($|v|$) issue de l'analyse globale (en symboles : \bullet pour $|u|$ et $+$ pour $|v|$) et locale (en trait discontinus pour $|u|$ et plein pour $|v|$) en fonction de la distance normale à la paroi normalisée par l'épaisseur de déplacement de référence.

Chapitre 3

Interaction onde de choc oblique

3.1 Introduction

An accurate comprehension of shock wave / turbulent boundary-layer interaction is needed in many aerospace and aeronautical applications to predict flows around transonic airfoils, supersonic air intakes, or deflected control surfaces of vehicles at transonic or supersonic speed. These interactions can lead to an increase of drag, to flow separation being one of the primary causes of performance degradation. Moreover, shock wave / turbulent boundary-layer interaction (SWTBLI) generally produces low-frequency unsteadiness of the shock system. This unsteadiness produces strong constraints on the structure due to the induced noise and the local heat transfer. It is well known that the flow separation may be at the origin of this unsteadiness and for a supersonic flow it takes a particular form when the separation is induced by a shock wave.

Considerable amount of experimental work has been made on SWTBLI to investigate the steady and unsteady aspects. Experimental research into shock wave / boundary-layer interaction started in the mid-1940s with the work of Ackeret *et al.* [1] and since remained a very active field. Since then, several experiments have been performed to investigate the shock wave / boundary-layer interactions in detail. Detailed investigations of the phenomenon and its dependence on flow and boundary-layer parameters are described in Détery & Marvin [42] and Dolling [47]. Recent works, initiated by the SUPERSONIC GROUP of the IUSTI Laboratory, have characterized the space-time dynamics of OSWTBLI [52, 53] and, in particular, have tried to understand the physical origin of the low-frequency unsteadiness [55]. More specifically Dupont *et al.* [52] have shown, when the interaction is strong enough, that the OSWBLI is the seat of low-frequency unsteadiness, characterized by self-sustained oscillations of the separated shock around a Strouhal number $St_{L_{int}} = 0.03$ (see also Dussauge *et al.* [55] and Humble *et al.* [80]). Furthermore, Dupont *et al.* [53], Sovereign *et al.* [162, 163] and Jaunet *et al.* [86], have shown that the low-frequency dynamics, for a wide set of OSWBLI, is scaled by the interaction length L_{int} . In a more general way, the characteristic frequency of the turbulence in the incoming boundary-layer is $\mathcal{O}(U_\infty/\delta_{99})$, whereas the low-frequency unsteadiness is $\mathcal{O}(0.01U_\infty/\delta_{99})$. This result suggests a robust and general mechanism to explain the low-frequency dynamics. For several years, scenarios attempting to model this low-frequency dynamics have been proposed. The first of them is related to the interaction of large structures upstream of the boundary-layer with the shock leading to low-frequency response of the shock itself [65]. However, Dussauge & Piponniau [56] have shown, in oblique shock reflection, that the influence of downstream conditions, especially in the recirculation zone, is more significant than the upstream conditions with respect to low-frequencies. Pirozzoli & Grasso [127] suggested that the low-frequency dy-

namics results from an acoustic feedback loop between the acoustic emission of turbulent structures through the incident shock and the foot of the separated shock. This scenario can be assessed by a linear stability analysis as it involves a pressure feedback loop. Piponniau *et al.* [126] used a qualitative model to find the order of the magnitude of the Strouhal number for the low-frequency dynamics. This model is based on a mass balance of the system "shear-layer / separated zone" where the coherent structures in the shear-layer feed the recirculation zone which increases up to a critical size beyond which it empties. The latter mechanism causes the breathing of the separated zone and consequently the movement of the reflected shock. The latter scenario was formulated more recently by Toubert & Sandham [182] showing that the separated shock foot acts as a low-pass filter with respect to white noise. This result is in qualitative agreement with the results of Ribner [138] and Robinet & Casalis [144] where shock response is proportional to the frequency content of the initial forcing. If the separated shock is forced by white noise, the response of the shock corresponds to a low-pass filter.

From a numerical point of view, the first LES on OSWBLI were performed by Garnier *et al.* [68] and Pirozzoli & Grasso [127] where mean and [U+008F]fluctuating velocity components were found in satisfactory agreement with experimental data of Deleuze [43] and Laurent [91]. However, these numerical simulations were integrated over a time range which is too short to allow an analysis of the low-frequency dynamics. The LES simulations computed by Toubert & Sandham [183, 184] allowed this analysis for the first time, showing a very good agreement with IUSTI experiments [53, 54] for moderate interaction ($\sigma = 8^\circ$). In particular, this study has shown that the low-frequency dynamics is broadband in nature. Recent numerical simulations have improved the statistical convergence to better determine some of physical properties of the shock wave / boundary-layer interaction [128], see Priebe *et al.* [132], for reflected shock, and Wu & Martin [188], for compression ramp. Priebe & Martin [131] and Aubard *et al.* [9] have studied the physical mechanisms that drives the shock motion. In their simulations, the flow undergoes low-frequency unsteadiness that leads to flow topology modifications in the interaction region, including the breaking-up of the recirculation bubble and the shedding of vortical structures. In addition, the development of energetic turbulent structures in the shear-layer is observed to be modulated at low-frequency and this could imply a modulation of the shear-layer entrainment rate which is consistent with the scenario of Piponniau *et al.* [126]. Priebe & Martin [131] assume that this low-frequency dynamics could be the signature of a globally unstable mode. This hypothesis is to our knowledge not proven and serves as motivation for this present paper.

The linear stability analysis of a laminar or transitional shock wave / boundary-layer interaction has been poorly studied until now in comparison with supersonic boundary-layer flows. Most of the studies were carried out by local approaches where the flow is assumed to be weakly non parallel. These approaches have mainly shown that shock wave boundary-layer interaction develops convective instabilities in the interaction region over a wide range of Strouhal numbers ($0 < f\delta^*/U_\infty < 1$). On these instability waves the compressibility has a stabilizing effect and in supersonic regime the most unstable waves are three-dimensional [105]. Some examples of linear stability studies for hypersonic shock wave boundary layer interaction flows are given by Bedarev *et al.* [16], Pagella *et al.* [120, 121] and Balakumar *et al.* [11]. Although a local stability approach gives results that appear consistent with some experimental observations, due to the strong non parallelism of the flow, local approaches are limited to the study of medium and high frequency instabilities. *The low-frequency dynamics analysis requires a global approach.*

The notion of global instability was originally formulated for quasi-parallel flows. In this framework, the flow is globally unstable if there is a sufficiently large absolute instability

region in the flow [78, 117]. Examples of recent applications in compressible regime can be found in Méliga *et al.* [112] and Weiss *et al.* [187]. The study of the linear stability for open and highly non parallel flows was performed for the first time by Jackson [82] and Zebib [191] around a cylinder in incompressible regime. This method has known an important development during almost 20 years and has been applied to many flows [171, 174]. The compressible regime and particularly the supersonic regime has been widely less studied. Shear-driven cavity flows [22, 175, 176, 189], jet flows [67] and afterbody flows [113] are examples of flows studied by the global stability analysis in subsonic regime. In supersonic regime, Nichols & Lele [119] and Beneddine *et al.* [17] have studied the stability of supersonic cold or underexpanded screeching jets respectively. Furthermore an analysis of swept flow around parabolic body was also performed by Mack & Schmid [102, 103], Mack *et al.* [104]. Regarding the laminar shock wave / boundary-layer interaction only few studies have been performed. The first global stability analysis was carried out by Robinet [143] and shows that a separated flow in supersonic regime can develop a three-dimensional steady global instability close to that observed in subsonic regime [173]. However, this analysis is incomplete because convective instabilities developing in the separated zone have not been taken into account. These instabilities are important because they are responsible of the transition to turbulence. More recently Sansica *et al.* [154] have investigated the dynamics of a transitional OSWBLI by direct and linearized numerical simulations. They have shown that the dynamics of OSWBLI at $M_\infty = 1.5$ is mainly governed by medium-frequency dynamics and that the amplitude of low-frequency response evolves quadratically with respect to the amplitude of the forcing, suggesting a non-linear response to this frequency range.

In this work, we propose to study the global stability of an interaction between an oblique shock wave and a laminar boundary-layer developing on a flat plate. Several cases for different incident angles, Reynolds and Mach numbers will be discussed starting from the Degrez *et al.* [41] configuration. To keep the computational cost affordable, a two-dimensional OSWBLI is addressed both for the base flow and for the perturbation. We will focus on the low and medium-frequency dynamics through a linear stability analysis. A detailed analysis is realized on the different scales in time and space driving these instabilities. The global response of OSWBLI to a harmonic forcing is then discussed by computing the global resolvent in order to clarify some results given by the stability analysis. These results are then compared with the linear and non-linear response of the flow to a localized forcing (upstream and downstream).

The paper is structured as follows. In the section 3.2, the problem formulation is given, where the flow configurations are specified and the theoretical background to perform the stability analysis is presented. The numerical procedure used to perform these analyzes is detailed in Sec. 3.3 where we will show how a standard CFD numerical code can be used to extract eigenmodes. In Sec. 3.4, different types of laminar interactions will be considered; moreover we will examine the influence of the angle of the incident shock and Reynolds and Mach numbers on linear stability of OSWBLI. We will show that the flow is globally stable and the dynamics is a selective noise amplifier problem whose receptivity is mainly at medium-frequency and localized in the interaction region. Nonlinear dynamics through a Navier-Stokes (N-S) simulations will also analyzed. In Sec. 3.5, a physical discussion of the results and their implications is conducted especially for fully turbulent shock wave / boundary-layer interactions.

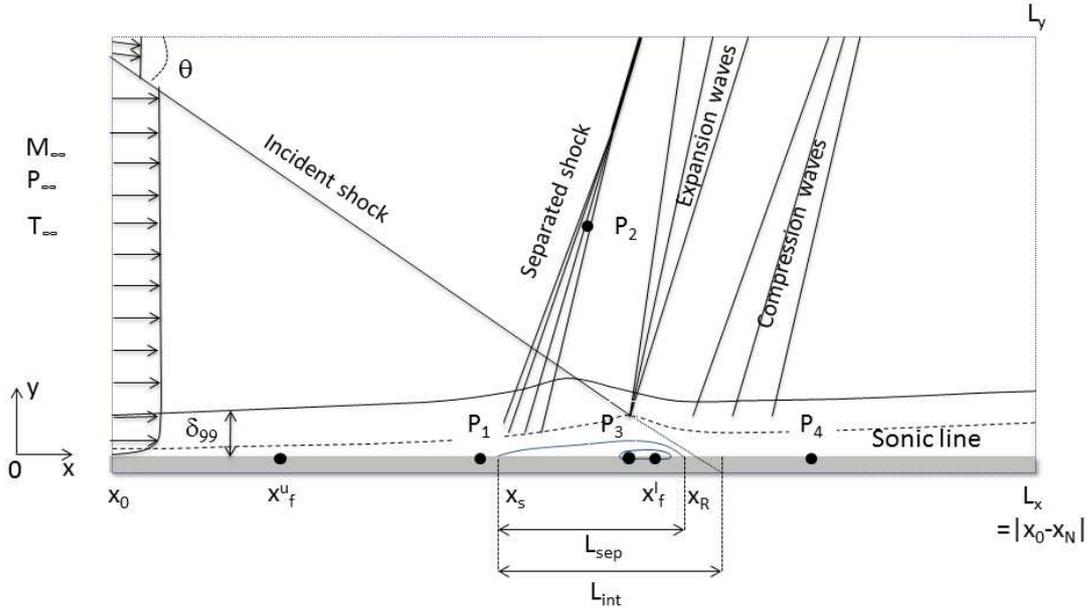


FIGURE 3.1 – The computational domain and a schematic representation of oblique shockwave / boundary-layer interaction.

3.2 Simulation setup and governing equations

3.2.1 Flow configuration

In the present study, an oblique shock wave laminar boundary-layer interaction (OSW-BLI) is considered. The flow configuration is displayed in figure 3.1. To enable a comprehensive analysis of the unsteadiness of the structures developing in such a flow, a set of flow cases are run with parameters referenced in table 3.1. Hereafter, the coordinate system is the following : x is oriented in the streamwise direction and y is associated with the direction normal to the wall. We also note L_{sep} and L_{int} the separation and interaction lengths, respectively.

3.2.2 Governing equations

The two-dimensional compressible Navier-Stokes equations for a compressible perfect gas are considered. These equations govern the evolution of the system state $\mathbf{q} = [\rho, \rho\mathbf{u}, \rho E]^T$ in the conservative form, where ρ , \mathbf{u} and E are the fluid density, the velocity vector and the total energy, respectively. Written in non-dimensional form, these equations are

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0, \quad (3.1a)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \mathbf{u}) + \nabla \cdot \left[\rho \mathbf{u} \otimes \mathbf{u} + p \mathbf{I} - \frac{1}{Re} \boldsymbol{\tau} \right] = 0, \quad (3.1b)$$

| Parameters | Laminar cases |
|------------------------------------|--|
| Free-stream Mach number | $M_\infty \in [2.10; 2.20]$ |
| Free-stream stagnation temperature | $T_{i,\infty} = 287 \text{ K}$ |
| Free-stream stagnation pressure | $P_{i,\infty} = 1.07 \times 10^4 \text{ Pa}$ |
| Reynolds number | $Re_{\delta^*} \in [1050; 1950]$ |
| Incident shock angle | $\theta \in [30.8^\circ; 32^\circ]$ |
| Shock generator angle | $\beta \in [3.81^\circ; 5.19^\circ]$ |

TABLE 3.1 – Flow parameters for laminar OSWBLLs.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho E) + \nabla \cdot \left[(\rho E + p) \mathbf{u} - \frac{1}{Re} \boldsymbol{\tau} \odot \mathbf{u} + \frac{\kappa}{(\gamma - 1) Re M_\infty^2} \nabla T \right] = 0. \quad (3.1c)$$

For an ideal and Newtonian fluid, the non-dimensional pressure p and energy E are related to the temperature through the equation of state for an ideal gas.

$$p = \frac{1}{\gamma M_\infty^2} \rho T, \quad E = \frac{T}{\gamma(\gamma - 1) M_\infty^2} + \frac{1}{2} \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}, \quad (3.2)$$

$\boldsymbol{\tau}$ is the viscous stress tensor and is written as

$$\boldsymbol{\tau} = \mu \left[\nabla \otimes \mathbf{u} + (\nabla \otimes \mathbf{u})^T - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{u}) \mathbf{I} \right]. \quad (3.3)$$

The dynamics viscosity $\mu(T)$ is computed using Sutherland's law, i.e.,

$$\mu(T) = T^{3/2} \frac{1 + T_s/T_\infty}{T + T_s/T_\infty}, \quad (3.4)$$

where $T_s = 110.4 \text{ K}$. The coefficient of heat conductivity $\kappa(T)$ is given in terms of the Prandtl number $\kappa(T) = \mu(T)/Pr$. Here, M_∞ is the freestream Mach number at the inflow and Re_{δ^*} is the Reynolds number based on the freestream velocity downstream of the separated shock : U_e and the boundary-layer displacement thickness at the theoretical position where the incident shock impinges the boundary-layer : δ^* . The time scales are normalized with δ^*/U_e and pressure with $\rho_\infty U_e^2$. Finally, the specific heat capacity ratio is equal to $\gamma = 1.4$ and the Prandtl number is taken as $Pr = 0.72$.

In the following, the system (3.1) can be recast in the formal conservative form :

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} = \mathcal{R}(\mathbf{q}), \quad (3.5)$$

Where \mathcal{R} is the differential nonlinear Navier-Stokes operator.

3.2.3 Compressible global stability analysis

Linear stability analysis assumes the existence of an equilibrium solution to the system (3.5) referred to as the base flow and defined by $\mathcal{R}(\mathbf{q}_b) = 0$. In the following, the base flow is supposed to be two-dimensional $\mathbf{q}_b(x, y)$. Using the standard small perturbation technique, the instantaneous flow is decomposed into a base flow and a small disturbance :

$$\mathbf{q}(x, y, t) = \mathbf{q}_b(x, y) + \varepsilon \mathbf{q}'(x, y, t), \quad \varepsilon \ll 1. \quad (3.6)$$

The resulting equations are further simplified by considering that the perturbation is infinitesimal, i.e the nonlinear fluctuating terms are neglected. Finally, compressible Navier-Stokes equations are transformed into a linear partial differential equations

$$\frac{\partial \mathbf{q}'}{\partial t} = \mathcal{J} \mathbf{q}', \quad (3.7)$$

where the vector $\mathbf{q}' = (\rho', \rho' \mathbf{u}_b + \rho_b \mathbf{u}', \rho' E_b + \rho_b E')^T$ represents the conservative variables for the perturbation and $\mathcal{J} = \partial \mathcal{R} / \partial \mathbf{q} |_{\mathbf{q}_b}$ is the Jacobian operator which corresponds to the linearization of the Navier-Stokes operator \mathcal{R} around the base-flow \mathbf{q}_b .

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho' \mathbf{u}_b + \rho_b \mathbf{u}') = 0, \quad (3.8a)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho' \mathbf{u}_b + \rho_b \mathbf{u}') + \nabla \cdot \left(\rho_b \mathbf{u}' \otimes \mathbf{u}_b + \rho_b \mathbf{u}_b \otimes \mathbf{u}' + \rho' \mathbf{u}_b \otimes \mathbf{u}_b + p' \mathbf{I} - \frac{1}{Re} \boldsymbol{\tau}' \right) = 0, \quad (3.8b)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho' E_b + \rho_b E') &+ \nabla \cdot [(\rho_b E_b + p_b) \mathbf{u}' + (\rho_b E' + \rho' E_b + p') \mathbf{u}_b \\ &- \frac{1}{Re} \boldsymbol{\tau}' \odot \mathbf{u}_b - \frac{1}{Re} \boldsymbol{\tau}_b \odot \mathbf{u}' \\ &+ \frac{\kappa'}{(\gamma - 1) Re M_\infty^2} \nabla T_b + \frac{\kappa_b}{(\gamma - 1) Re M_\infty^2} \nabla T'] = 0. \end{aligned} \quad (3.8c)$$

Where the perturbed stress tensor is given by

$$\boldsymbol{\tau}' = \mu_b \left[(\nabla \otimes \mathbf{u}' + \nabla \otimes \mathbf{u}'^T) - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{u}') \mathbf{I} \right] + \mu' \left[(\nabla \otimes \mathbf{u}_b + \nabla \otimes \mathbf{u}_b^T) - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{u}_b) \mathbf{I} \right]. \quad (3.9)$$

The perturbed pression, total energy, dynamics viscosity and heat conductivity coefficient are written as

$$p' = \frac{1}{\gamma M_\infty^2} (\rho_b T' + \rho' T_b), \quad E' = \frac{T'}{\gamma(\gamma - 1) M_\infty^2} + \mathbf{u}_b \cdot \mathbf{u}', \quad \mu' = \frac{\partial \mu_b}{\partial T_b} T', \quad \lambda' = \frac{\mu'}{Pr}. \quad (3.10)$$

3.3 Numerical strategy

3.3.1 Navier-Stokes solver and boundary conditions

All numerical simulations in this paper were run with an in-house CFD solver, named PHOENIX, both to compute the base flow and to solve the linearized and the full Navier-Stokes equations. The numerical method implemented in our solver is based on the finite-volume approach and on a cell centered discretization. The code solves the compressible Navier-Stokes equations on multi-block structured grids and these equations are discretized in space using an upwind scheme. Roe's flux difference splitting scheme [146] is employed to obtain advective fluxes at the cell interface for all N-S equations. The MUSCL approach extends the spatial accuracy to third order. All viscous terms are centrally differentiated. For unsteady computations, the dual time stepping method, proposed by Jameson [85], was used to tackle the lack of numerical efficiency of the global time stepping approach. The derivative with respect to the physical time is discretized by a second-order formula. The use of an implicit scheme with respect to the dual time provides fast convergence to the time accurate solution. Between each time step, the solution is advanced in a dual time and acceleration strategies developed for steady problems can be used to speed up the convergence in fictitious time. The implicit time-integration procedure leads to a system

which can be solved directly or iteratively. The direct inversion can be memory intensive and computationally expensive. Therefore, an implicit relaxation procedure is preferred and the point Jacobi relaxation algorithm was chosen. The initialization of the derivative with respect to the physical time was performed with a first-order formula.

The boundary conditions applied to the computational domain are no-slip velocity, adiabatic temperature and pressure extrapolation at the wall. The steady two-dimensional Navier-Stokes solution is imposed at the inflow. To minimize the reflection of waves into the domain at the outflow and at the upper boundary, characteristic method is used for the conservative variables. The oblique shock is imposed by the Rankine-Hugoniot jump relations at the top boundary.

3.3.2 Linearization of discrete Navier-Stokes equations

Equations (3.8) are discretized with the same type of scheme as nonlinear N-S equations (3.1). However, the spatial schemes as well as boundary conditions have to be adapted to the new set of equations (3.8). To achieve such a task, the different schemes and boundary conditions are built by considering the flux function associated with the linearized equations (3.8). The Roe scheme is adopted in this study. As suggested by Crouch *et al.* [36], the Roe scheme adapted for the linearized compressible N-S variables is based on the Jacobian matrix of the new flux function associated with the linearized equations as discussed above. The latter matrix being only a function of the base flow, there is no need of Roe average. In addition, the boundary conditions are also only driven by the base flow yielding to similar modifications of our CFD solver. Finally the semi-discrete system can be written as

$$\frac{d\mathbf{q}'}{dt} = \mathbf{J}\mathbf{q}', \quad (3.11)$$

where \mathbf{J} is $(n \times n)$ Jacobian matrix and $n = \dim(\mathbf{q}') \times n_x \times n_y$.

3.3.3 Stability algorithm

To determine the eigenmodes of discrete linearized Navier-Stokes equations (3.11) the solution is sought under the form of a normal mode $\mathbf{q}'(\mathbf{x}, t) = \hat{\mathbf{q}}(\mathbf{x}) \exp(\lambda t)$, the problem (3.11) becomes an eigenproblem $\mathbf{J}\hat{\mathbf{q}} = \lambda\hat{\mathbf{q}}$ where $\lambda = \sigma + i\omega$ is the eigenvalue and $\hat{\mathbf{q}}$ is the eigenvector. The sign of the leading eigenvalue's real part σ then determines whether the fixed point \mathbf{q}_b is linearly stable or unstable, whereas its imaginary part ω characterizes the stationary or oscillatory nature of the associated eigenvector. To solve this eigenproblem, two types of methods can be used : (i) methods where the Jacobian matrix is explicitly formed or (ii) methods wherein the matrix is not directly and fully calculated, these methods are known as matrix-free methods. In the present configuration, the size of our problem (\mathbf{J} would be approximately a $10^5 \times 10^5$ matrix) is not limiting, the two methods are possible. Thereafter matrix-free method is selected where snapshots of solution of (3.11) are used to approximate the Jacobian matrix. In compressible regime, this method has a number of advantages because it is written in a fully discrete formalism allowing to better take into account the complex boundary conditions such as the presence or the emission of acoustic waves while maintaining an accurate description of the hydrodynamic instability. Using a snapshot method based on the discrete equation (3.11), we solve the following eigenvalue problem $\mathbf{M}(\Delta t_s)\mathbf{q}' = \hat{\lambda}\mathbf{q}'$, where $\mathbf{M}(\Delta t_s) = \exp(\mathbf{J}\Delta t_s)$ is the exponential propagator of the system (3.11). It appears at first sight that this so-called *time-stepper* approach [10, 59] does not really simplify the initial problem of memory footprint. Indeed, not only does $\exp(\mathbf{J}\Delta t_s)$ is a matrix of very large dimensions as well, but it is well-known that

computing a matrix exponential can be quite a challenging computational task. The most interesting feature of such a time-stepper approach however is that, though $\exp(\mathbf{J}\Delta t_s)$ is as computationally expensive to construct explicitly as the Jacobian \mathbf{J} , the action of this exponential propagator onto a vector \mathbf{q}'_0 can easily be approximated by simply time-marching the linearised Navier-Stokes equations (3.11) with \mathbf{q}'_0 as the initial condition. The eigenmodes of \mathbf{M} are the same as those of the matrix \mathbf{J} if Δt_s is chosen in accordance with the Nyquist criterion. The dataset length $N_s\Delta t_s$ is sufficient to capture the slowest frequency of the system by a factor 20 (see Table 3.3). The iterative technique is based on the orthogonal projection of the large matrix \mathbf{M} onto a lower-dimensional Krylov subspace which is spanned by snapshots taken from flow field \mathbf{q}' separated by a constant time interval Δt_s . The resulting system is a significantly smaller system and it can be solved using classical direct or iterative method.

$$\mathbf{K}_m(\mathbf{M}, \mathbf{q}'_0) = \text{span}[\mathbf{q}'_0, \mathbf{M}\mathbf{q}'_0, \mathbf{M}^2\mathbf{q}'_0, \dots, \mathbf{M}^{m-1}\mathbf{q}'_0] = \text{span}[\mathbf{q}'_0, \mathbf{q}'_1, \mathbf{q}'_2, \dots, \mathbf{q}'_{m-1}]. \quad (3.12)$$

To increase the conditioning of the Krylov basis, Gram-Schmidt orthogonalisation process is used. The exponential propagator matrix $\exp(\mathbf{J}\Delta t_s)$ is then projected on this unitary basis \mathbf{U} :

$$\mathbf{M}\mathbf{U}_k = \mathbf{U}_k\mathbf{H}_k + \mathbf{r}_k\mathbf{e}_k^T, \quad (3.13)$$

where \mathbf{U}_k is an orthonormal set of vectors, \mathbf{H}_k a $k \times k$ upper Hessenberg matrix, and $\mathbf{r}_k\mathbf{e}_k^T$ is the residual vector indicating how far from an invariant subspace of \mathbf{M} is \mathbf{U}_k . Because of its relatively small dimension, the eigenpairs $(\hat{\lambda}_H, \mathbf{X})$ of the Hessenberg matrix can be directly computed which are a good approximation of those of \mathbf{M} . Since this Hessenberg matrix is a low-dimensional approximation of the exponential propagator $\mathbf{M} = \exp(\mathbf{J}\Delta t_s)$, these Ritz pairs are linked to the eigenpairs of the Jacobian matrix \mathbf{J} by :

$$\begin{cases} \lambda \simeq \frac{\log(\hat{\lambda}_H)}{\Delta t_s} \\ \hat{\mathbf{q}} \simeq \mathbf{U}\mathbf{X}, \end{cases} \quad (3.14)$$

The easiest way to solve the eigenvalue problem for a matrix-free method is (i) to force the system (3.11) by an impulse-shaped parietal forcing; (ii) to generate the set of snapshots; (iii) to solve the eigenproblem by an Arnoldi method. Although this method is used to calculate with good accuracy the unstable modes, the stable part of the spectrum is more difficult to obtain. When the flow is globally stable (selective noise amplifier behavior) this problem becomes critical. The origin of the problem is twofold. For the open flows, the linearized evolution operator is often highly non-normal, the eigenvalues are then highly sensitive to perturbations [158, 185]. In addition, a snapshot method, which is similar to a signal processing method, is ill conditioned for temporally stable flows because over time the modes fade, making it more difficult to extract their frequency content. To solve this problem, the computation of the matrix \mathbf{H} from numerical simulations is accomplished by in-house Arnoldi method [8, 14, 136] directly integrated into the temporal loop of our CFD solver (see Loiseau *et al.* [100]).

3.4 Laminar OSWBLI cases

3.4.1 Base flows

Six flow cases will be considered hereafter, referenced as **A**, **B**, **C**, **D**, **E** and **F** in Table 3.2. For all flow cases, a preliminary laminar boundary-layer flow computation without

| θ (deg) | M | $\delta^*(m)$ | Re_{δ^*} | L_{int}/δ^* | L_{sep}/δ^* | L_{sep}/H | |
|----------------|------|-----------------------|-----------------|--------------------|--------------------|-------------|--------|
| 30.8 | | | | 36.7 | 68 | 35.77 | Case A |
| 31.4 | 2.15 | 8.4×10^{-4} | 1050 | 50.4 | 92 | 30.00 | Case B |
| 32.0 | | | | 64.1 | 108 | 25.98 | Case C |
| | 2.10 | 8.0×10^{-4} | 1010 | 19.9 | 37 | 46.34 | Case D |
| 30.8 | 2.15 | 8.4×10^{-4} | 1050 | 36.7 | 68 | 35.77 | Case A |
| | 2.20 | 8.7×10^{-4} | 1090 | 53.6 | 93 | 29.34 | Case E |
| 30.8 | 2.15 | 8.4×10^{-4} | 1050 | 36.7 | 68 | 35.77 | Case A |
| | | 1.56×10^{-3} | 1950 | 70.1 | 109 | 36.08 | Case F |

TABLE 3.2 – Flow parameters for the OSWBLLI.

impinging shock is carried out. In the next, we note δ^* the displacement thickness at the position of impact of the incident shock. For flow case **A**, the flow conditions are matched to the experimental and numerical investigation of Degrez *et al.* [41]. The free-stream Mach number is $M_\infty = 2.15$ and the angle of the incident shock measured clockwise from horizontal axis is $\theta = 30.8^\circ$ (corresponding to a flow deflection angle of 3.81°). The Reynolds number based on δ^* is fixed to $Re_{\delta^*} = 1050$. The computational domain \mathcal{D} has dimensions $[x_0/\delta^*; x_n/\delta^*] \times [y_0/\delta^*; y_n/\delta^*] = [0; 400] \times [0; 80]$ in the streamwise and wall-normal directions respectively. The total number of points that are clustered in the normal-to-wall direction as well as in the interaction region is $(N_x \times N_y) = (560 \times 100)$. Numerical validations (not shown here for the sake of conciseness) have proven that it guarantees grid independency. The dual time-step is switched off and the CFL (Courant-Friedrichs-Lewy) number is held to 10.

After having reached a steady state for the laminar boundary-layer flow, the incident shock is introduced at the inflow condition through the Rankine-Hugoniot relations. The latter shock impinges the boundary-layer which creates a separated flow. It leads thus to compression waves behind the bubble which coalesce to form the reflected or separated shock. The converged base flow is shown in Figure 3.2-(a) in terms of streamwise velocity fields and streamlines. Comparisons with both experimental and numerical results given by Degrez *et al.* [41] are displayed in figure 3.3. The latter figure shows that our simulation is well in agreement with the mean-flow characteristics reported by Degrez *et al.* [41], both in terms of friction coefficient and wall pressure measurements.

In order to investigate the influence of various physical parameters (θ , M_∞ and Re_{δ^*}) on stability properties, equilibrium states associated with **B-F** are also computed (see figures 3.2 (b), (c) and (d)).

Figures 3.4-(a) and (b) show the distribution of skin-friction coefficients and dimensionless pressure, respectively, as a function of the streamwise position x for θ varying from 30.8° to 32° when the Reynolds number and the Mach number are fixed to 1050 and 2.15, respectively. It is observed that when the incident angle increases, the interaction zone increases almost linearly. The figure 3.4-(a) also shows that for an angle close to 32° , there is a critical point (around $x/\delta^* \simeq 99.2$) where the skin-friction coefficient becomes positive. In an incompressible regime, Theofilis *et al.* [177] and Rodriguez & Theofilis [145] have shown that the latter behavior is associated with a bifurcation of the flow towards a three-dimensional state. This behavior has also been observed for supersonic separated flows by Boin *et al.* [21] and Robinet [143]. Hence, the figure 3.4-(a) suggests that $\theta = 32^\circ$ is a relevant upper limit when considering a two-dimensional equilibrium state. Similar behaviour is observed when the Reynolds number and/or Mach number are increased.

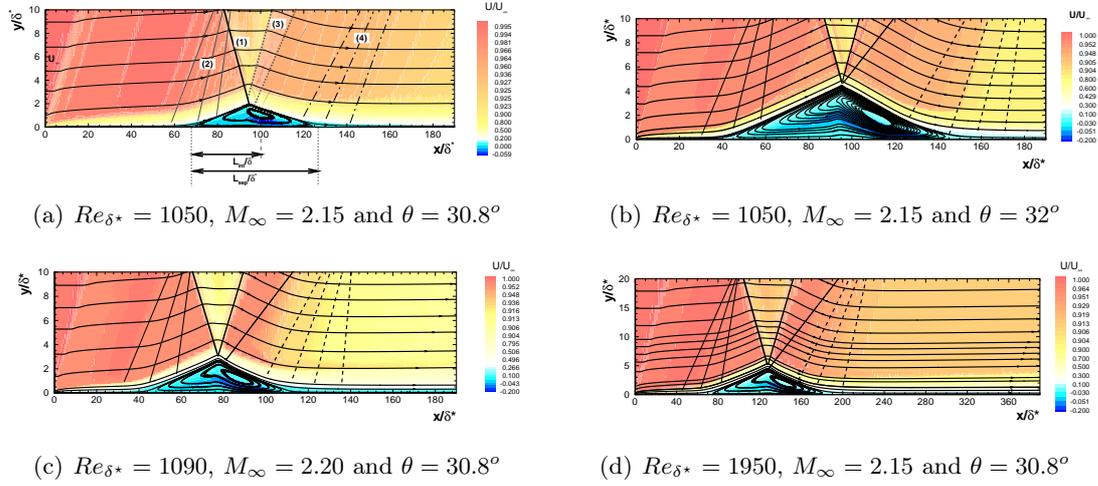


FIGURE 3.2 – Streamlines and streamwise velocity component of the computed steady base flow for different values for Reynolds and Mach numbers and incident angles. The incident shock (1), the reflected shock (2), the expansion fan (3) and compression waves (3) are also represented.

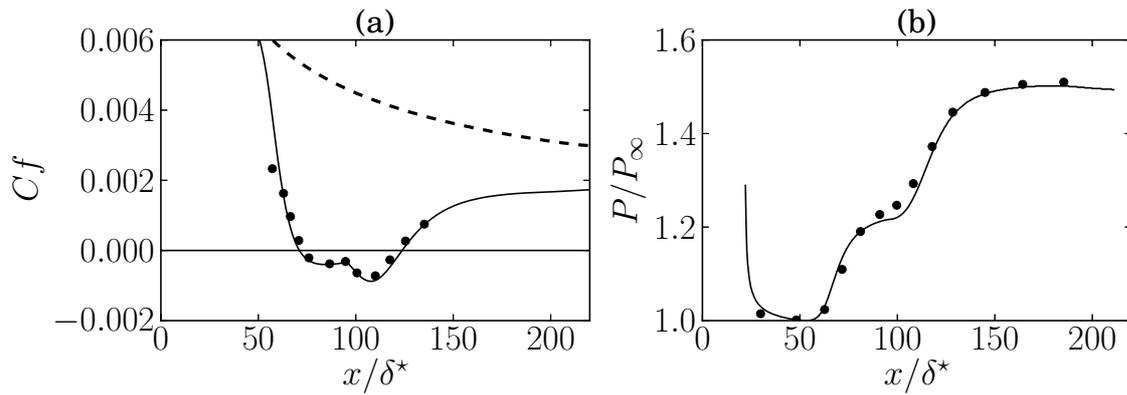


FIGURE 3.3 – Flow case **A**. (a) Friction coefficient and (b) Wall pressure distribution normalized by P_{∞} shown as a function of the streamwise position scaled by δ^* . In full line : our computation. In full circle, the results given by Degrez *et al.* [41]. Panel (a) : the dashed-line is associated with the friction coefficient of the laminar boundary-layer without the impinging incident shock.

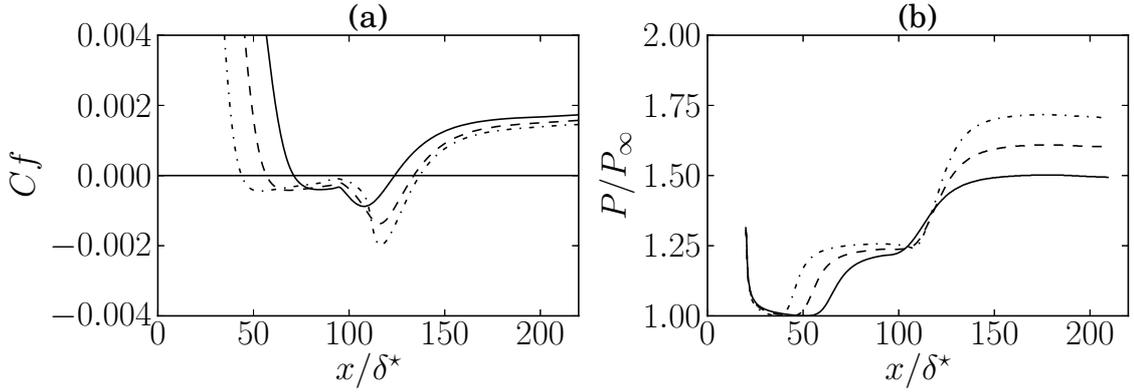


FIGURE 3.4 – $M_\infty = 2.15$, $Re_{\delta^*} = 1050$. Distributions of (a) skin-friction coefficient and (b) dimensionless pressure as the streamwise position. In full line : $\theta = 32^\circ$, in dashed line : $\theta = 31.4^\circ$ and in dash-dot line : $\theta = 32^\circ$.

3.4.2 Global mode analysis and linear dynamics

3.4.2.1 Linear impulse response

According to Huerre & A. [78], the onset of unsteadiness in open-flows may be classified into two categories. In particular, the flow behaves either as a noise amplifier or as oscillator. To emphasize the specificity of the OSWBLI, we first consider its response to a localized impulse placed close to the inlet. The space and time behaviour of the resulting wavepacket is illustrated in figures 3.5 and 3.6. Figure 3.5 shows multiple snapshots of the wavepacket at different times. In this figure, the linear response of the flow exhibits a transient temporal growth when evolving downstream along the flat plate, characteristic of a noise amplifier dynamics. Furthermore, the spatial structure of the wavepacket is shown to be reminiscent of a Kelvin-Helmholtz convective instability along the separated zone. In addition, while the wave-packets grow along the shear-layer, we observe the emission of acoustic waves radiated into the expansion fan when the latter crosses the impact point of the incident shock. The wavepacket dynamics is also illustrated through the space-time diagram shown in figure 3.6 where the distribution of the integrated kinetic energy along the wall normal direction $E(x,t) = \int_{y=0}^{L_y} \rho (u^2 + v^2 + w^2) dy$ (where L_y is associated with the upper limit along the direction normal to the wall) is represented as a function of the streamwise position and time. Figure 3.6 shows that the upstream front velocity of the wavepacket decreases slowly after the impact point of the incident shock and accelerates again when it reaches the attached zone. Then, it leaves smoothly the computational domain and the flow relaxes to its equilibrium state. In addition, figure 3.6 clearly illustrates the nonparallel and dispersive effects of the wavepacket space-time dynamics. Cossu & Chomaz [35] have demonstrated that the convective nature of the wavepacket can be interpreted as a consequence of the streamwise non-normality of global modes (see Chomaz [31] for a recent review). In this context, the noise amplifier behaviour can be captured by a suitable superposition of global modes that leads to transient energy growth. To illustrate the observed wavepacket behaviour, the global modes, temporal and spatial scales, are investigated in the next section which in turn will allow an interpretation of both numerical and experimental observations of shock wave / boundary-layer interaction dynamics.

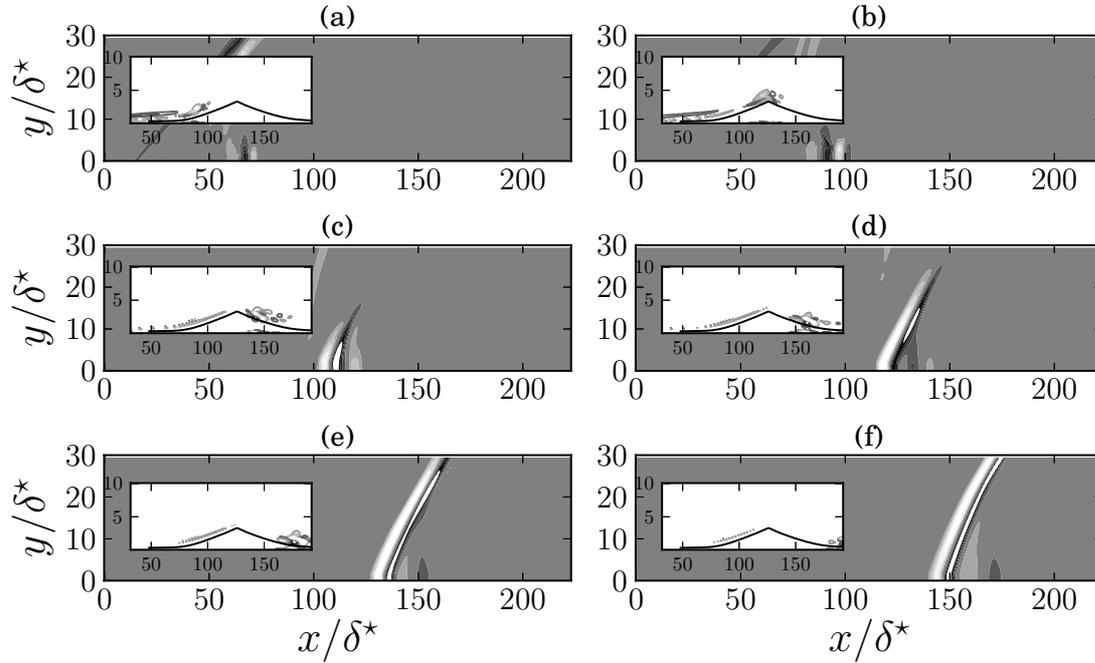


FIGURE 3.5 – Case **A** : linear dynamics of the wavepacket resulting from an impulsive perturbation localized at (a) : $t = 64 U_e/\delta^*$, (b) : $t = 91 U_e/\delta^*$, (c) : $t = 119 U_e/\delta^*$, (d) : $t = 146 U_e/\delta^*$, (e) : $t = 174 U_e/\delta^*$ and (f) : $t = 202 U_e/\delta^*$. The shaded contours represent the pressure fluctuations. The line contours represent the spanwise vorticity component of the velocity fluctuation fields.

| Δt | CFL | Δt_s | N_s | $\ \mathbf{M}\mathbf{q}'_j - \hat{\lambda}_H \mathbf{q}'_j\ < \varepsilon_{ev}$ |
|---------------------|-----|--------------|-------|--|
| $1.5 \cdot 10^{-7}$ | 1 | $40\Delta t$ | 400 | 10^{-6} |

TABLE 3.3 – Numerical setup for the different stability computations. Δt is the time stepping used in linearised Navier-Stokes solver, Δt_s is the time between two consecutive snapshots, N_s is the number of snapshots, ε_{ev} is the minimal eigenvalues convergence.

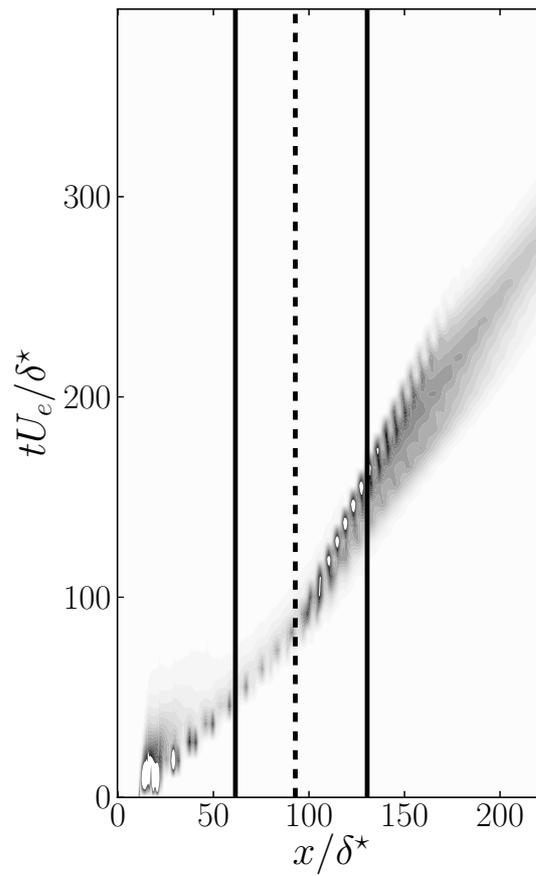


FIGURE 3.6 – Case **A** : Space-time diagram for the linear dynamics resulting from an impulsive perturbation localized at $x/\delta^* = 20$. The vertical axis is the dimensionless time. The horizontal axis is the dimensionless streamwise position. The shaded contours represent the kinetic energy associated with the velocity fluctuation fields.

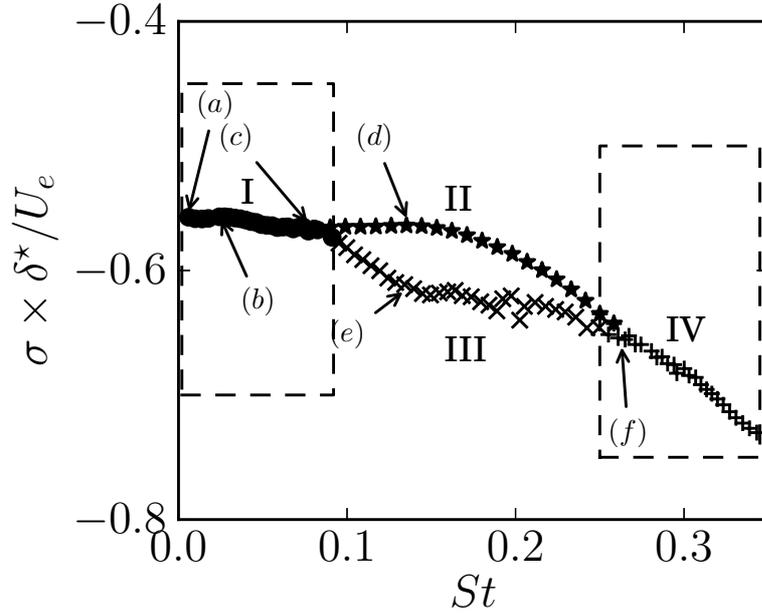


FIGURE 3.7 – $M_\infty = 2.15$, $\theta = 30.8^\circ$ and $Re_{\delta^*} = 1050$ (Case **A**) : global spectrum showing the temporal amplification rate $\sigma \delta^*/U_e$ versus the Strouhal number $St = (\omega \delta^*/U_e)/2\pi$. Where δ^* and U_e are the displacement thickness taken at the impact of the oblique shock and U_e is the external velocity downstream of separated shock. Each regions show the least stable eigenvalues belonging to region I : supersonic Kelvin-Helmholtz modes (circles), region II : subsonic Kelvin-Helmholtz modes (stars), region III : boundary-layer modes (crosses) and region IV : acoustic modes (+).

3.4.2.2 Features of the global spectrum

The algorithm outlined in section 3.3 is applied to linear simulations of shock wave / boundary-layer interaction referenced in Table 3.2. Details on the numerical parameters are given in Table 3.3. Figure 3.7 shows the global spectrum for case **A**. Additional computations were carried out for different grids (see Appendix 3.6.1) showing a good convergence of the eigenspectrum. The growth rate of each eigenvalue is negative. It means that all of the modes are temporally damped consistently with the noise amplifier dynamics observed in the previous section. In figure 3.7, we observe that the global modes are grouped in different regions. Figures 3.8 (a) and (b) show the real part of the perturbation pressure associated with modes labelled (a) and (b) in figure 3.7. It clearly shows that vortical structures are mainly localized in the separated area and emit a beam of acoustic radiation into the far field. From its spanwise vorticity component, we observe that the latter type of modes display typical features of Kelvin-Helmholtz instabilities developing along the shear-layer. In addition, the figures 3.8 (a) and (b) show that while the structures are tilted against the shear behind the impact of the incident shock, they are reoriented along the shear direction afterward.

The shear-layer generated by the separation is composed of an upper- and a lower-stream, referenced hereafter by \bullet_1 and \bullet_2 , respectively. The relative phase velocity are defined as

$$M_{r,i} = \frac{|\omega/\alpha_r - U_i|}{a_i}, \quad (3.15)$$

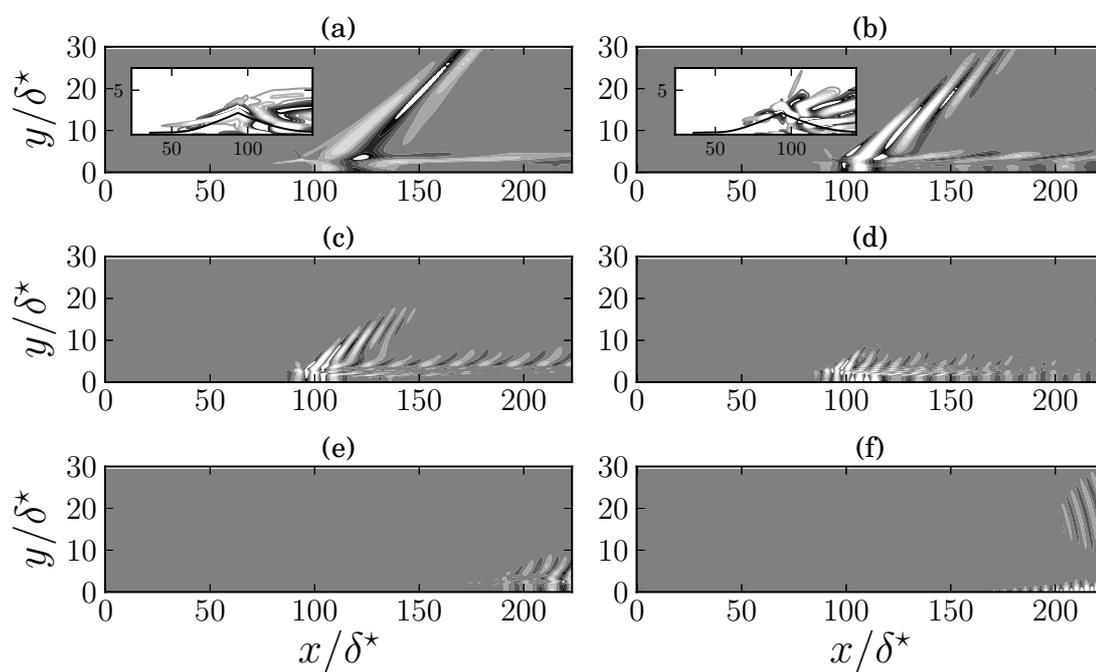


FIGURE 3.8 – Case **A** : representatives global modes of regions I ((a), (b), (c)), II ((d)), III ((e)) and IV ((f)), marked with arrows in figure 3.7. The real part of the normalized perturbation pressure by the integrated kinetic energy are shown. Contours levels range from -0.5 to 0.5 in steps of 0.1 . In subfigure (a), the real part of the spanwise vorticity component in the separated zone is visualized. Contours levels range from -5 to 5 with a step of 1 .

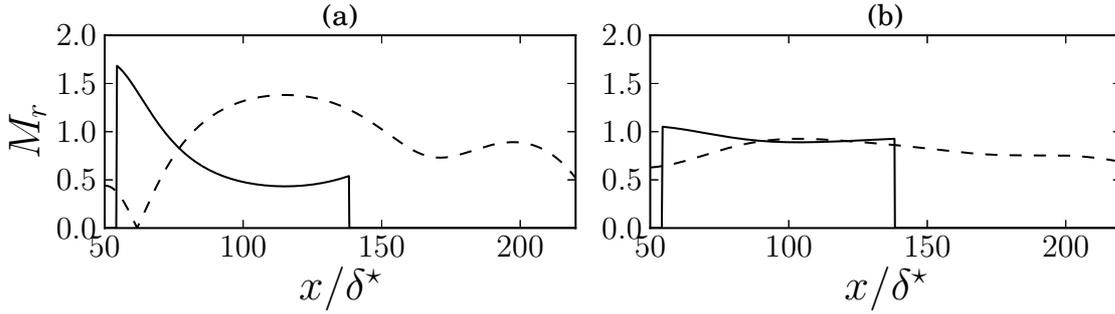


FIGURE 3.9 – Case **A** : the phase speed $M_{r,1}$ (—) and $M_{r,2}$ (-----) associated with modes (a) $St = 0.02$ and (b) $St = 0.08$ shown in figures 3.8 (b) and (c), respectively.

with U_i , a_i ($i = 1, 2$) are the streamwise velocity component and the speed of sound associated with the base flow respectively. The wavenumber of the mode in a curvilinear coordinates (s) system attached to the shear-layer is α_r , its circular frequency is ω . In particular, as underlined by Cheung & Lele [29], the instability waves are classified as subsonic or supersonic if $M_r < 1$ or $M_r > 1$, respectively. In a global modes framework, as recently shown by Song *et al.* [161], the wavenumber can be extracted from the eigenmode by

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{\hat{v}_i}{\hat{v}_r} \right), \quad \alpha_r = \frac{d\phi}{ds}. \quad (3.16)$$

In figure 3.9 (a) and (b), we show the relative phase speed of modes labeled as (b) and (c) in figure 3.8. While the modes have a subsonic phase speed in the lower stream, they exhibit a supersonic phase speed in the upper stream behind the incident shock. Hence, the instability waves propagate supersonically with respect to the exterior fluid in the upper-stream and create Mach wave radiation (Tam & Burton [169]) in the localized region closed to expansion fan. Hence, the modes belonging to region I are referred as supersonic Kelvin-Helmholtz modes.

Besides supersonic Kelvin-Helmholtz modes, the flow also contains acoustic modes (region IV) shown in figure 3.8 (f). The latter modes travel downstream at the speed of sound in the free-stream. In a global stability framework, as recently noted by Nichols & Lele [119], to visualize the neutrally propagating part of the global acoustic mode traveling downstream, we have to post-multiply the pressure component by $\exp(-k_i(x - x_s))$. The transformation $k_i = -\sigma/(U_\infty + c_0)$ is used to convert the temporal growth rate σ to the spatial one $-k_i$ where c_0 and U_∞ stands for the speed of sound and the streamwise velocity in the free-stream, respectively. In Figure 3.10, we show the neutrally propagating part of the global mode labeled (d) in figure 3.8. It exhibits a beam of acoustic radiation that is directive with a shallow emission angle from a source localized close to the impact of the incident shock. The latter mode are reminiscent of superdirective global modes observed in a cold supersonic jet by Nichols & Lele [119]. Different computations were carried out for different domain sizes in the streamwise direction. The results appear independent to the domain.

In the intermediate frequencies (regions II and III), we observe in figure 3.7 that the spectrum exhibits two distinct kind of modes. While the least temporally damped modes is associated with Kelvin-Helmholtz modes that travel with a subsonic relative phase speed along the shear-layer, the second one consists of boundary-layer modes as shown in figure

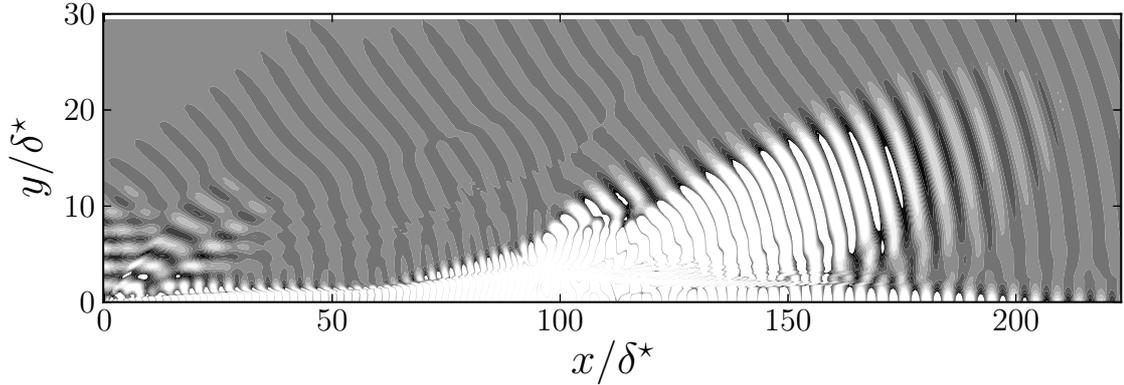


FIGURE 3.10 – The neutrally propagating part of the pressure component associated with the global mode shown in figure 3.8 (f).

3.8 (e). Hence, the modes associated with region II and III are referred as subsonic Kelvin-Helmholtz modes and boundary-layer modes, respectively.

The global spectrum shows that a wide range of physical processes exists, associated with different families of modes that exhibit a distinct characteristic frequency. In addition, these characteristic frequencies are seen to be independent of the computational domain size. It is thus clear that while modes of region I, II and III may play an important role on the space-time behaviour of the wavepacket associated with a linear impulse (discussed in the previous section), acoustic modes don't seem to be involved in such a dynamics.

3.4.2.3 Scaling analysis

As the above discussion suggests, the linear dynamics of a OSWB LI involves a wide variety of global modes with various frequencies and spatial scales. Of particular interest is the dependence of characteristic frequencies with representative spatial scales. For that purpose, we will attempt to define a suitable scaling for both supersonic and subsonic Kelvin-Helmholtz modes and boundary-layer modes. This will be done by considering the interaction length (L_{int}) and the displacement thickness at the impact (δ^*). Global spectra associated with flow cases **A**, **B**, **C**, **D**, **E** and **F** are shown in figure 3.11 where the frequencies and the temporal amplification rates are scaled by L_{int} and δ^* . Figure 3.11 gives some evidence that the driving mechanism for the unsteadiness associated with supersonic Kelvin-Helmholtz modes is based on the characteristic length L_{int} independently of the Mach number, the angle of the incident shock or the Reynolds number. In particular, the separation between regions I and II/III occurs for $St \times L_{int}/\delta^* \approx 2.8$ for all flow cases considered. In contrast to the latter modes, both the subsonic Kelvin-Helmholtz modes and boundary-layer modes appears to scale with the local scale δ^* for a given Reynolds number. For cases **A**, **B**, **C** and **D**, where the Reynolds number is kept nearly constant, the least damped mode associated with region II oscillates with a frequency $St \approx 0.145$ for all Mach numbers and independently of the angle of the incident shock. In addition, as expected, a slight increase in M_∞ , Re_{δ^*} and θ lead to increase the temporal amplification rates of modes II. Furthermore, when considering flow cases **E** and **F**, we may observe that an increase of the Reynolds number leads to decrease the dominant frequencies associated with region II, when the latters are made dimensionless by L_{int} (see figure 3.11 (f)) To give further insight about the observed scaling, we provide in figure 3.12 the distribution

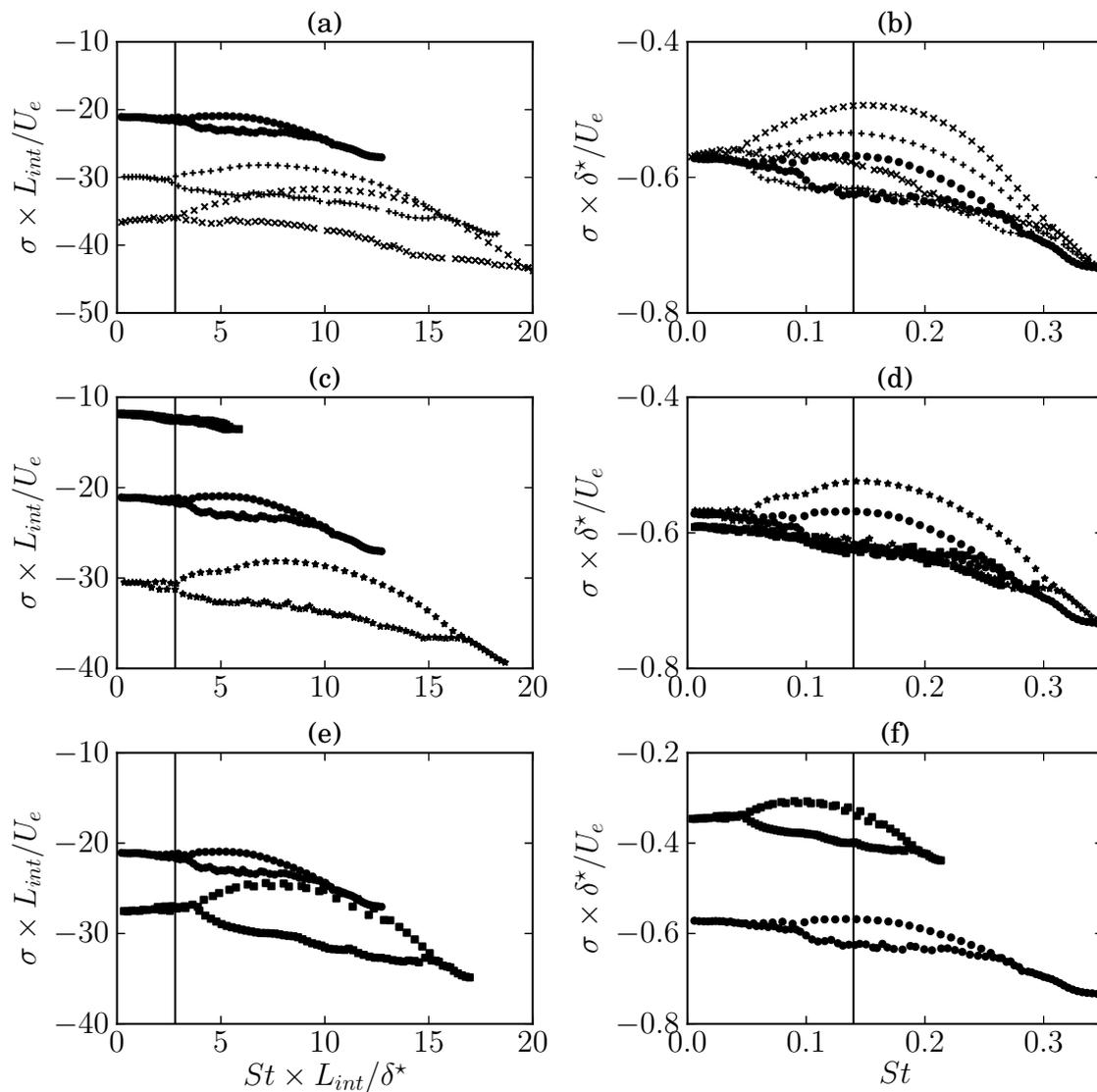


FIGURE 3.11 – Global spectra showing the temporal amplification rate versus the Strouhal number. (a), (c) and (e) the frequencies and the growth rate are scaled by L_{int} and U_e . (b), (d) and (f) the frequencies and the growth rate are scaled by δ^* and U_e . \bullet , $+$, \times , \blacksquare , \star and \blacktriangleright are associated with flow cases **A**, **B**, **C**, **D**, **E** and **F**, respectively. The vertical lines correspond to $St \times L_{int}/\delta^* \approx 2.8$ (a,c,e) and $St \approx 0.145$ (b,d,f).

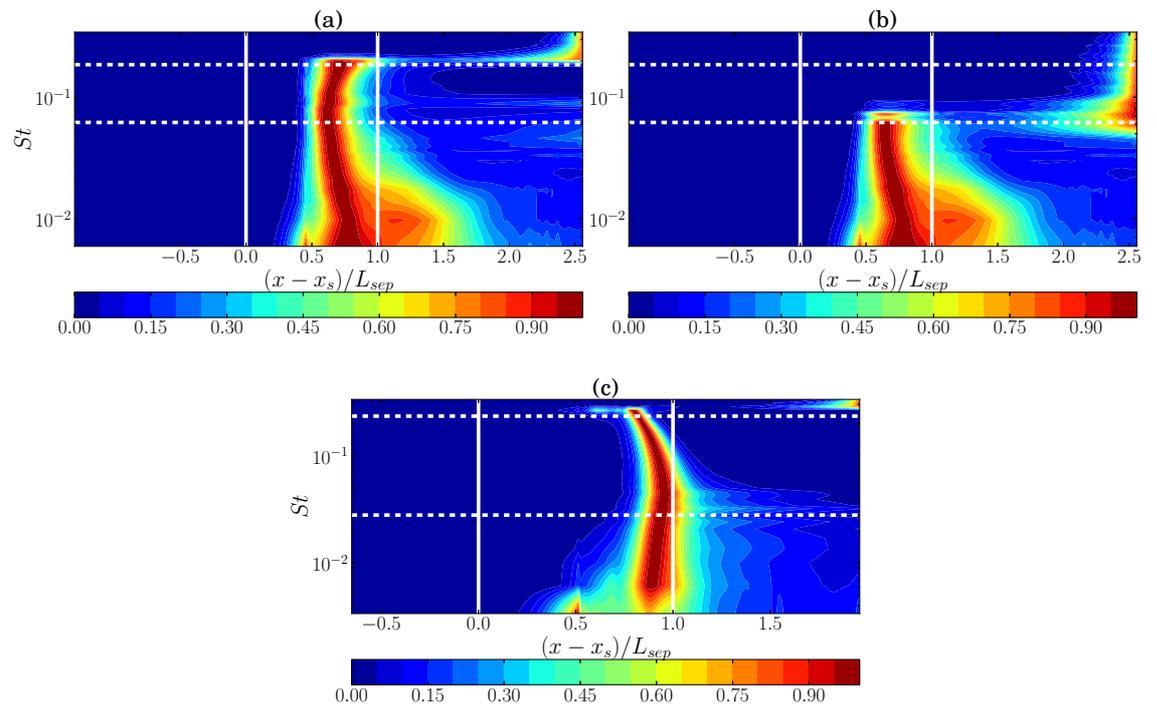


FIGURE 3.12 – Distribution of integrated kinetic energy along the wall normal direction as a function of the streamwise position for frequencies associated with global modes for (a) : flow case **A** and (b) flow case **C**. (a) Regions I, II, IV are considered. (b) Regions I, III and IV are considered. The horizontal lines denote the position associated with the separation between modes of regions I and II/III and separation between modes of regions II/III and region IV. Vertical lines denote the separation and the reattachment points.

| Location | Forcing Parameters | | | | Probes coordinates $P_j : (x_j^*, y_j^*)$ | | | |
|---------------|--------------------|--------------------|------------------|------------------|---|--------------|--------------|--|
| | x_f^* | A_f | (ξ_x, ξ_y) | P_1 | P_2 | P_3 | P_4 | |
| | | | | Linear solver | | | | |
| Upstream $F1$ | (47.4,0.54) | 10^{-4} | (0.3,0.3) | (66.4,0.54) | (111.7,30.7) | (105.4,0.54) | (175.9,0.54) | |
| Internal $F2$ | (90.2,0.54) | 10^{-2} | (0.3,0.3) | (66.4,0.54) | (111.7,30.7) | (105.4,0.54) | (175.9,0.54) | |
| | | | | Nonlinear solver | | | | |
| Upstream $F1$ | (47.4,0.54) | $10^{-8}, 10^{-4}$ | (0.3,0.3) | (66.4,0.54) | (111.7,30.7) | (105.4,0.54) | (175.9,0.54) | |
| Internal $F2$ | (90.2,0.54) | 10^{-6} | (0.3,0.3) | (66.4,0.54) | (111.7,30.7) | (105.4,0.54) | (175.9,0.54) | |

TABLE 3.4 – Linear and Nonlinear regimes : forcing parameters and measurement coordinates.

of the integrated kinetic energy along the wall normal direction for each global mode as a function of the streamwise coordinate for flow cases **A** and **C**. It is interesting to notice that the energy associated with the region I frequencies (i.e. supersonic Kelvin-Helmholtz modes) are mainly localized in the separation zone ; whereas frequencies for region II (i.e. subsonic Kelvin-Helmholtz modes) are strongly concentrated near the reattachment point. This behaviour tends to be more pronounced with an increase of the separation zone as observed in figure 3.12-(c). It provides thus more evidence that frequencies for region I are driven by a scale proportional to the separation or interaction length whereas frequencies for region II are governed by a local scale δ^* . Finally, one may also remark that figures 3.12 (a) and (b) clearly show the spatial separation between subsonic Kelvin-Helmholtz modes and boundary-layer modes. In particular, the latter modes are spatially amplified in the attached region downstream the bubble.

3.4.3 Linear regime : noise amplifier dynamics and receptivity

In the previous sections, we have shown that OSWBLI is globally stable for a wide range of angles of the incident shock, of Reynolds and Mach numbers. The flow behaviour will thus depend on the receptivity (i.e associated with both the level and the shape of external noise ; and the way it affects the flow) and a frequency-selective noise amplification of the external perturbation due to non-orthogonal interactions between the modes (see Schmid [158] for a review).

To give an insight to the selection frequency process of such a flow, we investigate the linear flow response to a white noise excitation (i.e the linear version of the CFD code is used). For that purpose, a spatially localized forcing near the wall is chosen as actuator. In particular, the latter has a Gaussian envelope :

$$v'_f(x^*, y^*) = A_f \exp \left[- \left(\frac{x^* - x_f^*}{\xi_x} \right)^2 - \left(\frac{y^* - y_f^*}{\xi_y} \right)^2 \right] \cdot W_v(t), \quad (3.17)$$

where $x_f^* = x_f/\delta^*$ and $y_f^* = y_f/\delta^*$ fix the forcing location and A_f accounts for its magnitude. Its spatial extent along the flat plate is controlled with ξ_x and ξ_y . $W_v(t)$ is a white noise signal varying between $[-0.5; 0.5]$. The actuator is placed at two locations : one starting upstream of the separation point and a second one localized at the center of the recirculation zone (referenced as $F1$ and $F2$ respectively). Four pressure probes are placed at several abscissa to measure the response of the flow. The various parameters are specified in Table 3.4. The flow response is investigated through the analysis of frequency-weighted power spectral densities (WPSDs) at various pressure measurement points. The power spectral density (PSD) is estimated using the overlapping segments technique. Three

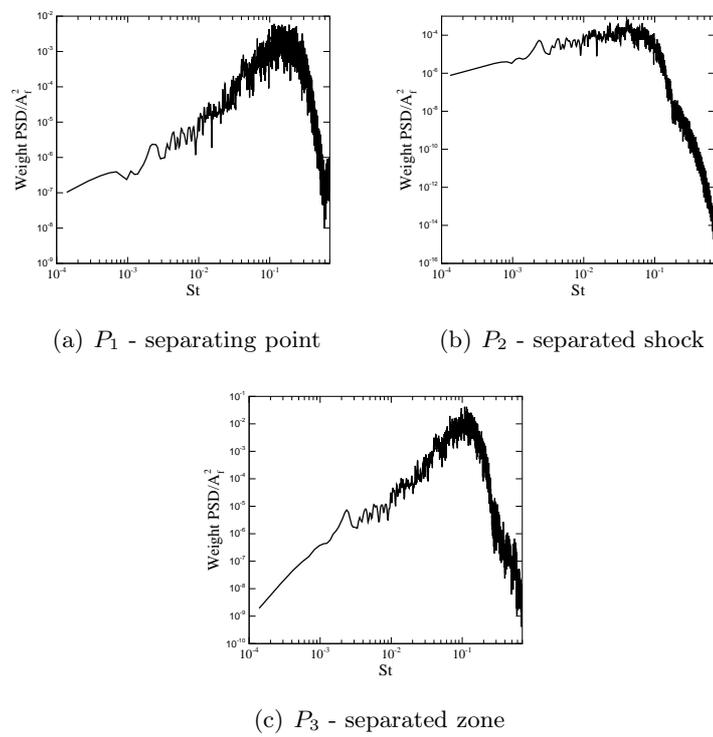


FIGURE 3.13 – $M_\infty = 2.15$, $\theta = 30.8^\circ$ and $Re_{\delta^*} = 1050$ (Case **A**). Linear regime. Frequency response to upstream broadband white noise forcing ($F1$) at the (a) : separating point ; (b) : separated shock ; (c) : downstream position. The WPSDs normalized by the forcing amplitude are represented as a function of the dimensionless frequency (St).

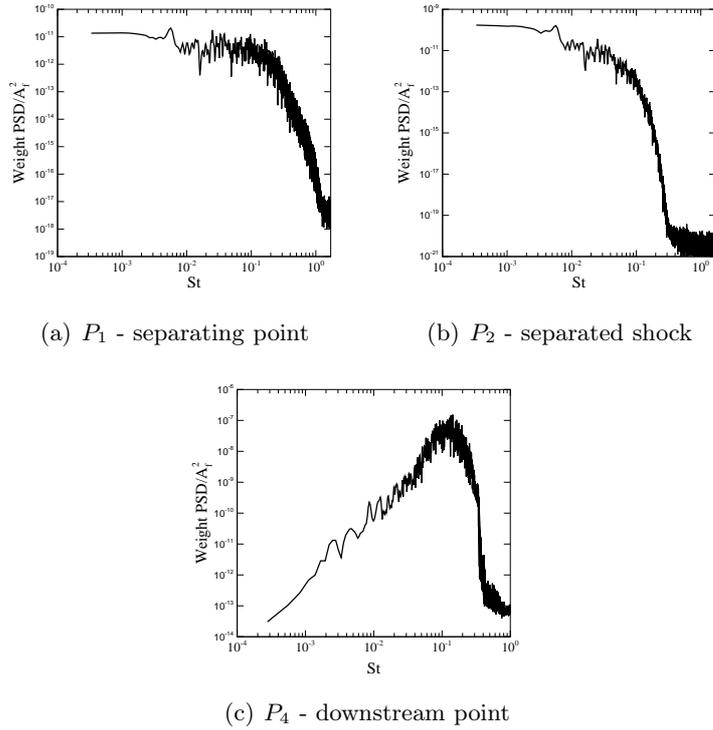


FIGURE 3.14 – $M_\infty = 2.15$, $\theta = 30.8^\circ$ and $Re_{\delta^*} = 1050$ (Case **A**). Linear regime. Frequency response to internal broadband white noise forcing ($F2$) at the (a) : separating point; (b) : separated shock; (c) : downstream position. The WPSDs normalized by the forcing amplitude are represented as a function of the dimensionless frequency (St).

segments with 50% overlapping are used over pressure time series data with a total record length 1000. The WPSDs associated with the flow response at the separation point (P_1), far from the wall close to the separated shock (P_2) and inside the bubble (P_3) are shown in figures 3.13 and 3.14 (for $F1$ and $F2$, respectively) as a function of the non-dimensional frequency St . The choice of the position of the probe P_2 allows to evaluate the influence of the separation shock with respect to the interaction zone. For the upstream broadband white noise forcing, $F1$, the WPSDs exhibit a broadband amplification frequency centered at a non-dimensional frequency in the range of $St \in [0.05; 0.5]$ for P_1 and P_3 . This selectivity is mainly due to the shear-layer. Similar results are obtained for P_4 (not shown here). In addition, the figure 3.13 (b) shows that the measurement associated with probe P_2 exhibits a low-frequency broadband energy content. In this position, the linearized dynamics presents no particular selectivity and beyond $St \approx 0.1$, all frequencies are attenuated. Different grids has been tested, showing that these features are independent of the numerical choices.

For the internal broadband white noise forcing, $F2$, the WPSDs have a low-frequency broadband content with no particular selectivity for P_1 and P_2 . P_3 and P_4 display a selective-frequency response similar to the $F1$ case. In addition, it is interesting to notice that when the forcing is localized near the separation point, the amplitude of the response is larger than the one associated with forcing $F2$ (i.e inside the bubble). These results are in agreement with those of Sansica *et al.* [154], only the frequency range involved is different and can be mainly explained by an effect of the Mach number (1.5 in their case). To characterize the spatial shape of structures for a single frequency associated with the

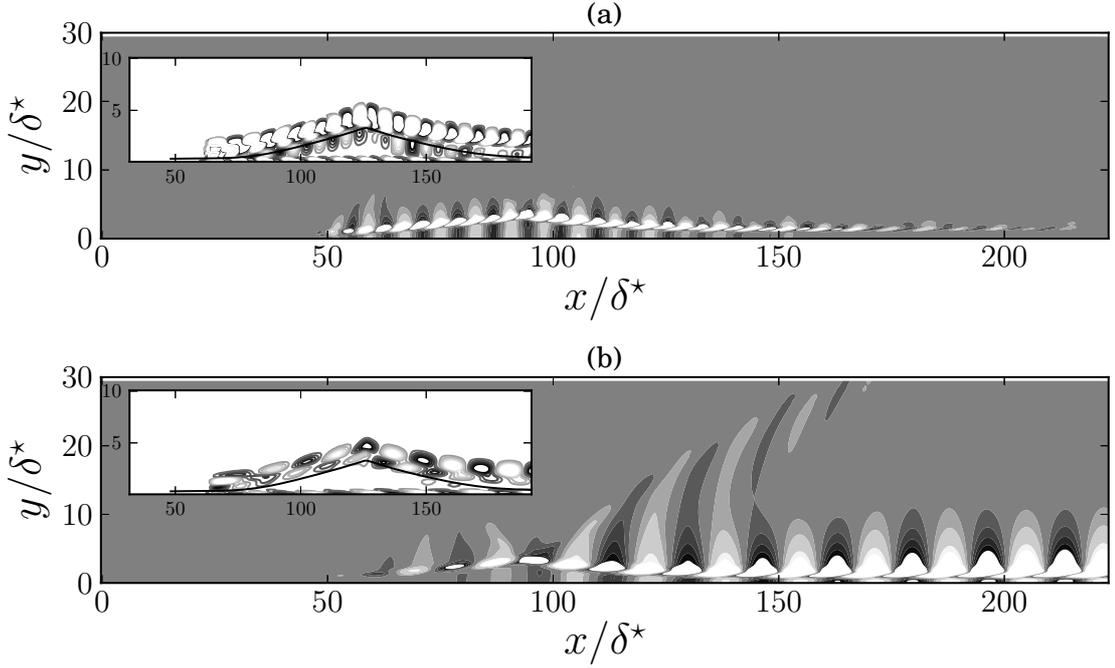


FIGURE 3.15 – $M_\infty = 2.15$, $\theta = 30.8^\circ$ and $Re_{\delta^*} = 1050$ (Case **A**). Linear regime. Fourier analysis : contours of the pressure fluctuations for (a) mode with $St \approx 0.145$ (i.e $St \times L_{int}/\delta^* = 5.52$) and (b) mode with $St \approx 0.056$ (i.e $St \times L_{int}/\delta^* = 2.05$) . In subfigures, the corresponding spanwise vorticity is represented.

response to a white noise forcing, 10000 every $\Delta t U_e/\delta^* = 0.148$ of streamwise velocity and pressure fluctuations snapshots are stored and Fourier transformed. In figures 3.15 (a) and (b), Fourier modes corresponding to $St \approx 0.145$ and $St \approx 0.056$ are represented for the case **A**. On the one hand, Figure 3.15-(a) shows that most amplified frequencies are associated with not radiating Kelvin-Helmholtz mode reminiscent of subsonic Kelvin-Helmholtz global modes. On the other hand, low-frequency Fourier modes exhibit a spatial amplification of vortices along the separated zone with an emission of acoustic wave into the expansion fan, similar to supersonic Kelvin-Helmholtz global modes. To further illustrate this, the Fourier modes are projected into a set of global modes by using an orthogonal projection that relies on Gram-Schmidt orthonormalization. The procedure is detailed in Song *et al.* [161]. Hence, a single Fourier mode may be decomposed as

$$\mathbf{q}_{Fourier}(x,y) = \sum_{i=1}^N W_i \hat{\mathbf{q}}_i(x,y), \quad (3.18)$$

with W_i being the coefficient of projection onto the global mode $\hat{\mathbf{q}}_i$. Hereafter, $N = 100$ global modes are considered. The weighted spectra are shown in figures 3.16 (a) and (b). The figures show that while the Fourier mode associated with $St \approx 0.145$ involves mainly global modes associated with regions II and III, global modes of region I concentrate more energy for the Fourier mode corresponding to $St \approx 0.056$, consistently with acoustic radiation observed in figure 3.15 (a). Consequently, it is clear from figures 3.15 (a) and (b) that Fourier modes may be considered as a train of wavepackets beating to a single frequency given by the Fourier transform. In particular, the latter wavepackets are composed of many frequency components, each of them being associated with a global mode. In addition, figures

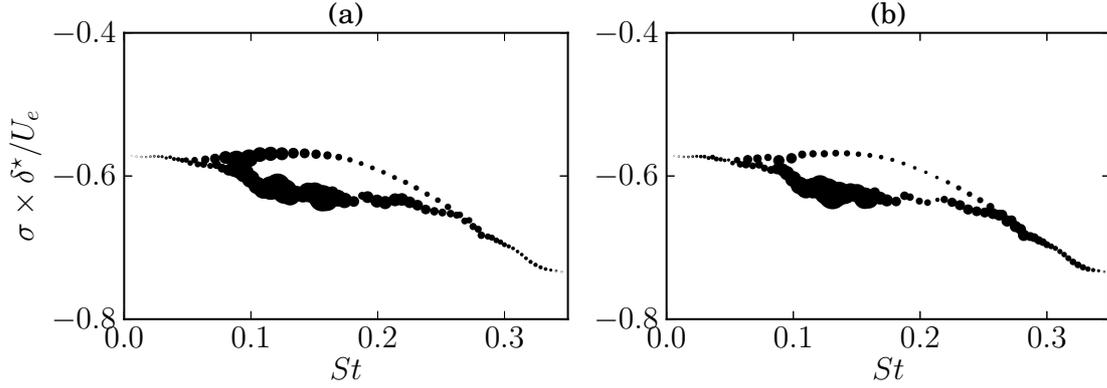


FIGURE 3.16 – $M_\infty = 2.15$, $\theta = 30.8^\circ$ and $Re_{\delta^*} = 1050$ (Case **A**). Linear regime. Contributions of individual global modes to (a) the single Fourier mode associated with $St \approx 0.145$ (see figure 3.15 (a)) and (b) the single Fourier mode associated with $St \approx 0.056$ (see figure 3.15 (b)). The circles are proportional to the corresponding expansion coefficients associated with the projection of the Fourier modes (referenced as W_i in equation (3.18)).

3.15 (a) and (b) also show the consequence of dispersive effects associated with boundary-layer modes and Kelvin-Helmholtz modes (region I, II and III, respectively) that travel with different phase velocities. In particular, one may observe that wavepacket spreads out for low frequencies in comparison to medium frequencies (as depicted in figures 3.15 (a) and (b)). From the discussion above, it seems clear that OSWBLI filters and amplifies a specific range of frequencies, characteristic of a selective noise amplifier (Sipp *et al.* [160]) and also give a physical explanation of individual global modes as a wavepacket component. The Fourier analysis shows that actuation in the vicinity of the separation provides a more efficient response for the most amplified frequencies than an actuation inside the separation zone. Hence, one may conclude that subsonic Kelvin-Helmholtz global modes have greater receptivity near the separation point whereas supersonic Kelvin-Helmholtz global modes are more receptive to a forcing localized inside the bubble. In addition, the predominance of supersonic Kelvin-Helmholtz global modes for Fourier modes with $St \approx 0.056$ provides physical insight useful to the interpretation of the amplification of lower frequencies measured with P_2 as shown in figures 3.13(b) and 3.14(b). Indeed, in the region near the probe P_2 , the flow is mainly driven by acoustic disturbances which are associated with supersonic Kelvin-Helmholtz modes. The frequency selection observed in figures 3.13(a) and (c) and 3.14(a) and (c), can be explained in a global framework through the analysis of the global resolvent, $\mathcal{R}(\omega)$ (see Sipp *et al.* [160] for the technical details). The latter quantity represents the maximum response of the flow due to a harmonic forcing at a frequency ω and is strongly associated with the non-orthogonality of global modes. $\mathcal{R}(\omega)$ can be approximated by using the Hessenberg matrix from the Arnoldi algorithm (see Toh & Trefethen [181]). The relevancy of our approach is discussed in Appendix 3.6.2. In figure 3.17, the distribution of \mathcal{R} is shown as a function of the non-dimensional frequency St for flow cases **A** and **C**. Apart the amplification of a wide range of frequencies between, the latter curve exhibits a maximum for $St \approx 0.145$ consistently with the linear simulation. In addition, the most amplified Strouhal number is seen to be not affect by an increasing of θ from 30.8° to 32° . This result is in agreement with the scaling for the global spectra analyzed in the previous section.

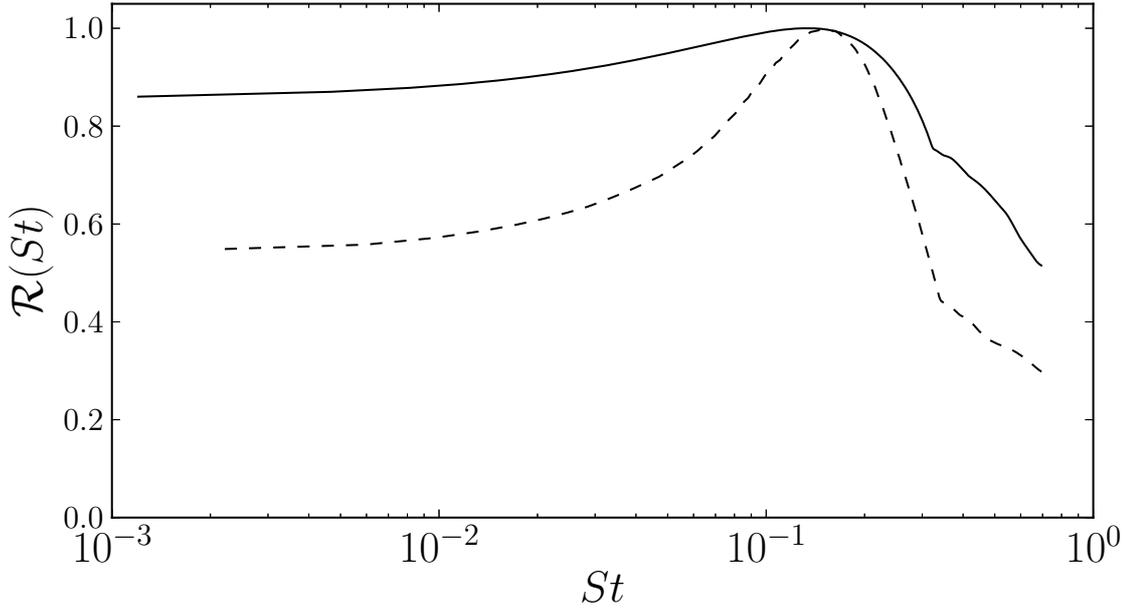


FIGURE 3.17 – Distribution of the global resolvent as a function of the dimensionless frequency St for case **A** (full line) and case **C** (dashed lines). The maximum amplitude of \mathcal{R} is defined up to a multiplicative constant.

3.4.4 Influence of nonlinearities

To give an insight into the influence of nonlinearities, we investigate the nonlinear response to a white noise forcing for case **A**. For that purpose, the same forcing as the one described in the previous section is used. Besides the linear regime, different simulations with various amplitudes are carried out. In particular, $A_f = 10^{-8}$ and $A_f = 10^{-4}$ are considered for $F1$ and $A_f = 10^{-6}$ is considered for $F2$. In figure 3.18, the WPSDs associated with $F1$ are reported for the probes P_1 and P_2 . It is interesting to notice that the frequency selection observed in a linear regime is not strongly affected by nonlinearities. In particular, WPSDs associated with the probe P_1 exhibit an energy peak close to $St \approx 0.14$ and a wide range of amplified frequencies between $St \approx 0.05$ and $St \approx 0.5$ for both $A_f = 10^{-8}$ and $A_f = 10^{-4}$, in agreement with the linear frequency response. However, the figure 3.18 also shows that low-frequencies are energetically more significant when the forcing amplitude is increased for both P_1 and P_2 . This suggests a stronger selectivity on the lower frequency when nonlinearities have a significant contribution. These results are compatible with the results obtained by [154]. However, in their work, the influence of the nonlinearity is more pronounced because the interaction zone is larger that yields to a most intense nonlinear dynamics of the shear-layer. The WPSDs associated with F_2 are displayed in figure 3.19. In panel (a), the figure shows that the frequency response associated with pressure measurements in P_2 are not affected by nonlinearities. Similar results are obtained for P_1 . In panel (b), one may observe an increase of the energy content over the low-frequencies when increasing the forcing amplitude inside the recirculation zone. On the one hand, this suggests that the nonlinear receptivity to frequencies associated with regions I and II (see spectrum 3.7) exhibits a similar behaviour as the one discussed in the section devoted to the linear regime. In particular, while the nonlinear receptivity of frequencies for region II are localized near the separation point, frequencies for region I have a greater

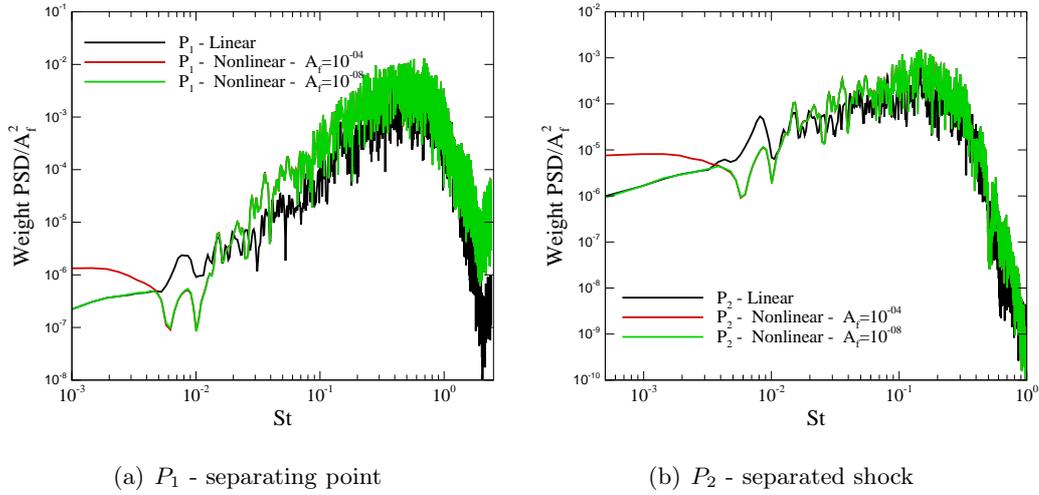


FIGURE 3.18 – $M_\infty = 2.15$, $\theta = 30.8^\circ$ and $Re_{\delta^*} = 1050$ (Case **A**). Frequency response to upstream broadband white noise forcing for nonlinear Navier-Stokes equations. (a) : separating point ; (b) : separated shock.

receptivity to a forcing inside the recirculation zone. On the other hand, it is clear from the figure 3.19 (b) that nonlinearities tend to increase this behaviour. Finally, in figure 3.20, the Fourier mode associated with $St = 0.02$ ($St \times L_{int}/\delta^* \approx 0.73$) is represented. As for the linear regime, we may observe that its spatial support is mainly localized in the separated region. This indicates that nonlinearities tend to favour the emergence of low-frequency modes strongly associated with the recirculation zone. We can also remark that no acoustic radiation is observed in figure 3.20-(a). This provides thus evidence that the mechanism associated with the nonlinear Fourier mode shown in figure 3.19 is distinct from the one linked to the supersonic Kelvin-Helmholtz modes observed in the linear regime.

3.5 Discussion and conclusion

The interaction between an oblique impinging shock-wave and laminar boundary-layer developing on a flat plate has been analyzed using a linear stability approach and numerical simulations. This study was carried out for different values of the incident shock angle and Reynolds and Mach numbers. The stability analysis has shown that the OSWBLI is globally stable for this range of parameters. The main consequence is that the OSWBLI behaves as a selective noise amplifier, its dynamics being driven mainly by receptivity mechanisms and non modal transient response. The global stability analysis has revealed that the spatial scales responsible for the Strouhal number range $St \in [0.05, 0.5]$ are localized mainly in the interaction zone. The lower the frequency, more the perturbations responsible to these frequencies are located in the separated shock and shear-layer foets. The global resolvent has shown that the frequency response is multi-modal with a selectivity around $St \in [0.05, 0.5]$ and a peak close to 0.14. No particular selectivity is observed at low-frequency. In order to clarify some receptivity mechanisms, Degrez's case has been locally forced upstream (resp. downstream) to the OSWBLI. The linear and non-linear response of the flow has been analyzed in some chosen points. The linear forcing confirmed the stability analysis results and more particularly the shape of the global resolvent with the frequency. Nonlinear dynamics has shown two different response families. For the medium and high frequencies, $St \in [0.05, 0.5]$, the non-linear dynamics is qualitatively close to the linear response. It

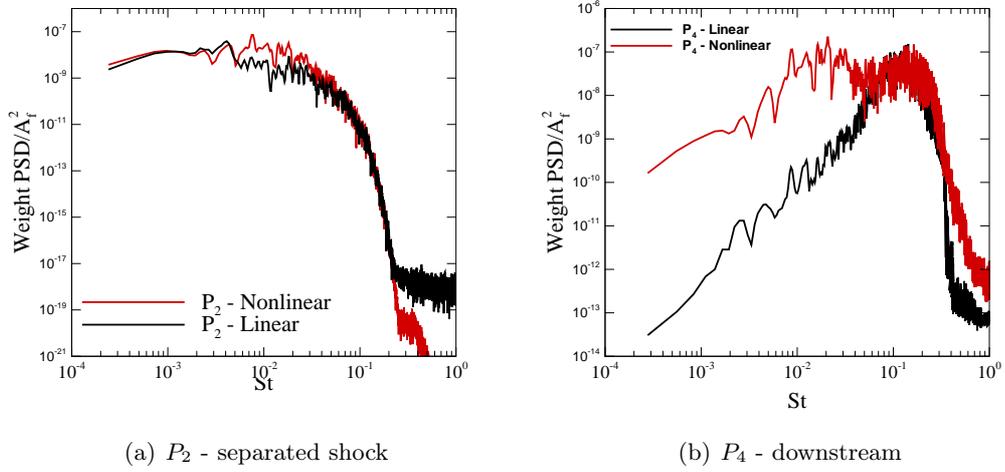


FIGURE 3.19 – $M_\infty = 2.15$, $\theta = 30.8^\circ$ and $Re_{\delta^*} = 1050$ (Case **A**). Frequency response to internal broadband white noise forcing for nonlinear Navier-Stokes equations. (a) : separated shock; (b) : Downstream.

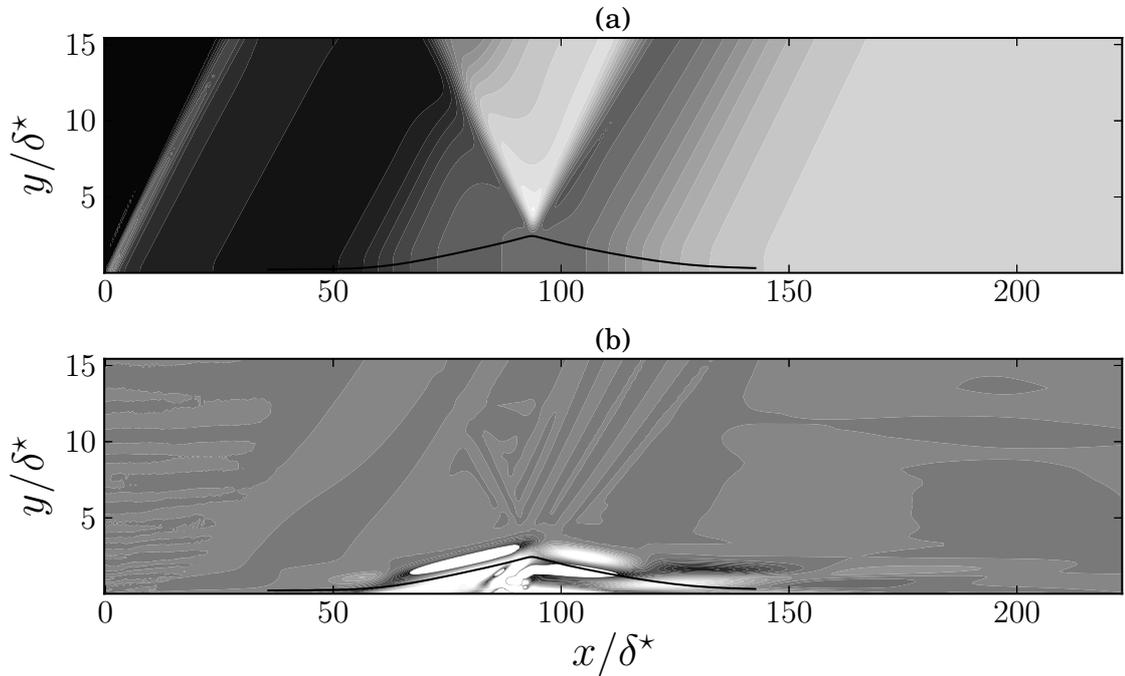


FIGURE 3.20 – Case **A** : nonlinear regime. Fourier mode for $St = 0.02$. (a) The pressure component. (b) the spanwise vorticity component. The black solid line denotes a streamline above the separation line.

corresponds to the dynamics of the shear-layer, where Kelvin-Helmholtz-type instabilities develop. In contrast, the low-frequency dynamics, $St \in [5 \times 10^{-4}, 0.05]$, is qualitatively different to the linearized one. When the amplitude of the forcing or the interaction intensity are strong enough, the amplitude of the response is higher in comparison with the linear dynamics. An underlying nonlinear mechanism appears to be responsible for this behavior. Sansica *et al.* [154] indicate that this low-frequency response can be driven by the non-linearities of the shear-layer at the reattachment point. Such a mechanism has already been found for separated subsonic flows where self-sustained low-frequency oscillations are observed for a large separation zone [45, 61].

Concerning the scenarios discussed in the introduction, none of these can be definitely ruled out. The selective-amplifier character of the OSWBLI for two-dimensional disturbances does not exclude a forcing of upstream disturbances [65]. However, we have shown that a forcing in the interaction zone is more effective than an upstream one. Concerning the scenario linked to an acoustic feedback loop [127], we have highlighted various acoustic emission mechanisms, yet none of them can explain the two orders of magnitude between the main flow dynamics (vortex-shedding or shear-layer instabilities) and the dynamics of the separated shock. The scenario proposed by Piponnier *et al.* [126] is probably the most consistent with our observations. Indeed, this scenario proposes to connect the low-frequency dynamics to the dynamics of the system “shear-layer/separated bubble”. Our analysis and Sansica’s seem to link the dynamics of the separated zone and the low-frequency dynamics but this link seems to have a non-linear origin. An interesting synthesis of these different scenarios is given by Morgan *et al.* [118].

Although this paper focuses on a strictly laminar interaction, some clues can be given to better understand the turbulent interaction. Numerical simulations realized by Toubert & Sandham [184], Priebe & Martin [131] and Aubard *et al.* [9] highlight a dynamics qualitatively similar to of a laminar flow. Two frequency scales appear clearly, $St_{L_{int}} \approx 0.5$ and $St_{L_{int}} \approx 0.03$, matching the dynamics of the shear-layer and the shock of separation, respectively. However, some quantitative differences are observed. The most obvious difference lies in the scale ranges set in. In laminar regime, the Strouhal numbers range related to the shear-layer dynamics is around $St_{L_{int}} \approx 5$ while in the turbulent regime is close to $St_{L_{int}} \approx 0.5$. This difference implies that the instabilities in the turbulent OSWBLI are larger wavelength than in the laminar case. This difference can be explained by the different values of displacement thickness (or vorticity thickness). For example a comparison between Degrez and IUSTI cases gives : $(L_{int}/\delta^*)_{lam} \simeq 36.7$ and $(L_{int}/\delta^*)_{tur} \simeq 13.2$ and $\delta_{tur}^*/\delta_{lam}^* \simeq 5$. Regarding the low-frequencies, the mean separated zone is smaller in turbulent regime, suggesting that instabilities developing in the interaction region are also convective in nature. Frequency selection mechanisms could be the same, the interaction being continuously forced by the turbulent structures that can cause instabilities in the shear-layer and, by nonlinear mechanisms, may induce low-frequencies inside the interaction zone. When coherent structures are uncorrelated to disorganized structures, it is possible to conduct a study of the stability of the mean turbulent flow. In a RANS framework some analyzes are beginning to be realized [155, 156], suggesting similar mechanisms.

However, this analysis is restricted to the two-dimensional disturbances. Robinet [143] has highlighted that a laminar OSWBLI could become globally unstable with respect to three-dimensional disturbances, this bifurcation corresponds to a flow from a 2-D steady state to a 3-D steady state. However, local mechanisms, convective in nature, may induce an abrupt transition to turbulence and can be superimposed on this global mechanism. For supersonic flow, Mack [105] has found that the most unstable convective waves are three-dimensional. Pagella *et al.* [121] and Yao *et al.* [190] have shown that these instabilities can

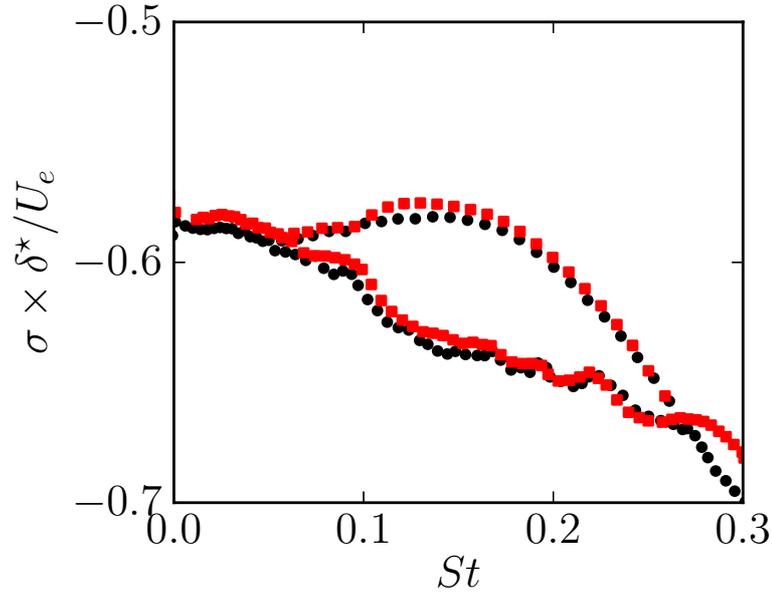


FIGURE 3.21 – $M_\infty = 2.15$, $\theta = 30.8^\circ$ and $Re_{\delta^*} = 1050$ (case A). • (reference grid) : $(N_x \times N_y) = (560 \times 60)$; ■ (fine grid) : $(N_x \times N_y) = (650 \times 60)$.

play an important role in the mechanisms of transition to turbulence in laminar SWBLI. In future work, it would be interesting to study the global stability and receptivity of a SWBLI for 3-D perturbations.

3.6 Numerical validations

3.6.1 Eigenspectrum

To test the robustness of the eigenspectrum for case A, a finer grid $(N_x \times N_y) = (650 \times 60)$ is used. Fig. 3.21 shows the eigenspectra obtained with the reference grid (the one used in the paper) and the finer grid respectively. The eigenspectra appear very similar to each other, the most significant difference is at high frequency. Thus the modes in region IV (see Fig. 3.7) are less converged and more damped in the reference grid. Further computations, not presented here, show that the parameters for the Arnoldi algorithm allow to compute the eigenspectrum with good accuracy for a wide range of Strouhal numbers $St \in [7 \times 10^{-3}; 0.3]$.

3.6.2 Global resolvent

The global resolvent being computed from the pseudospectra and therefore the modes, it is important to verify its convergence. Two grids and three dataset lengths have been tested. Figure 3.22 shows the evolution of the resolvent based on the Strouhal number. This result shows that the global resolvent is adequately converged.

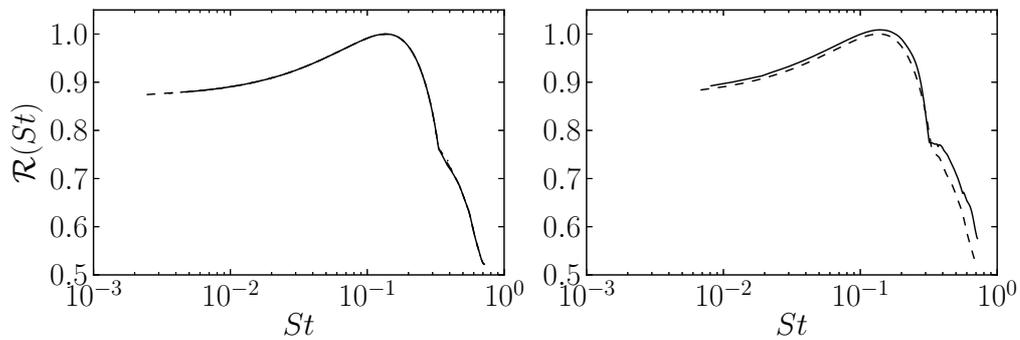


FIGURE 3.22 – $M_\infty = 2.15$, $\theta = 30.8^\circ$ and $Re_{\delta^*} = 1050$ (Case **A**). Dependence on global resolvent with respect to numerical parameters (a) : number of snapshots N_s ($N_s = 320$: full line, $N_s = 360$ dashed line, $N_s = 400$ dash-dot line) ,(b) : Grid influence. Reference grid : $(N_x \times N_y) = (560 \times 60)$ in full line ; Fine grid : $(N_x \times N_y) = (650 \times 60)$ in dashed line.

Chapitre 4

Interaction onde de choc oblique / couche limite turbulente : cas IUSTI

L'étude laminaire d'une interaction entre onde de choc oblique et une couche limite nous a permis de mettre en évidence certaines relations entre les caractéristiques spatiales de l'interaction et les gammes de fréquences des dynamiques observables au sein d'un tel écoulement. En particulier, il semble que la dynamique à moyenne fréquence soit pilotée par une grandeur locale, telle que l'épaisseur de déplacement de la couche limite à l'impact du choc, et que la dynamique à basse fréquence soit pilotée par une grandeur longitudinale, telle que la longueur d'interaction. Néanmoins, l'étude effectuée montre qu'en l'absence d'excitation du système, ce type d'interaction ne présente pas de dynamique instationnaire. En introduction de ce mémoire, nous avons pu observer qu'une interaction entre une onde de choc couche et une limite turbulente présentait des dynamiques instationnaires dont les fréquences observées sont de plusieurs ordres de grandeurs inférieures aux fréquences présentes dans la couche limite turbulente amont. Nous allons dans cette partie réaliser une étude de stabilité linéaire sur un écoulement de type interaction onde de choc oblique couche limite turbulente afin d'observer si les conclusions de l'étude laminaire peuvent être transposées au cas turbulent. Le cas retenu pour effectuer cette étude est celui qui est réalisé dans la soufflerie supersonique de l'IUSTI.

4.1 Présentation de l'interaction

La soufflerie supersonique de l'IUSTI est une soufflerie continue, hypoturbulente à circuit fermé. Sa conception permet de réaliser des expériences de plusieurs heures sans dérive particulière des conditions génératrices de l'écoulement. En effet, la pression génératrice est régulée à quelques dixièmes de millimètre de colonne de mercure près, et réglable entre $0.51atm$, et $0.9atm$. La température génératrice est régulée par un bassin de refroidissement qui ne dérive pas de plus de 0.2° par heure. Les niveaux de turbulence naturelle sont réduits par des pièges antibruit et des filtres placés dans la chambre de tranquillisation. Ainsi les fluctuations de vitesse et de température restent inférieures à 0.1% . La veine d'essai utilisée pour réaliser l'interaction onde de choc couche limite possède une hauteur de $120mm$ pour une envergure de $170mm$ et permet un écoulement dont le nombre de Mach est de $M = 2.28$. Un générateur de choc, positionné sur la paroi supérieure de la veine d'essai, est utilisé afin de créer un choc oblique venant impacter la couche limite formée sur la paroi inférieure de la veine. Deux conditions d'interactions ont été particulièrement étudiées, correspondant à deux angles de déflexion du générateur, 8° et 9.5° .

4.1.1 Organisation de l'écoulement

Une couche limite pleinement turbulente est imposée en amont, avec une épaisseur de $\delta_{.99} = 11mm$ et une épaisseur de quantité de mouvement $\delta_2 = 0.95mm$. Le nombre de Reynolds basé sur δ_2 a pour valeur $Re_{\delta_2} = 4.5 \times 10^3$. Les paramètres aérodynamique de la couche limite turbulente amont de l'expérimentation sont rappelés dans le tableau 4.1.

| M | U_e | $\delta_{.99}$ | Re_{δ_2} | C_f | T_t |
|-----|--------------|----------------|-------------------|----------------------|-------|
| 2.3 | $550ms^{-1}$ | 11mm | 4.5×10^3 | 2.1×10^{-3} | 300K |

TABLE 4.1 – Paramètres aérodynamique de la couche limite turbulente amont

Le choc imposé par le déflecteur va impacter la couche limite turbulente, créant ainsi un gradient de pression adverse, qui suivant l'intensité de ce dernier va entraîner le décollement ou non de la couche limite. La configuration de la zone d'interaction est identique à celui de l'écoulement laminaire précédemment étudié. On peut observer sur la figure (4.1) l'organisation de la zone d'interaction au travers d'une visualisation schlieren.

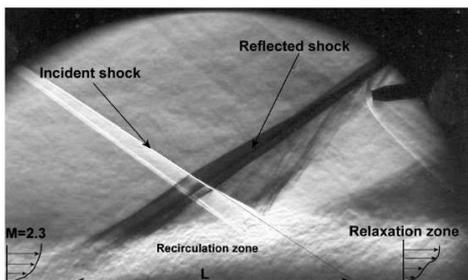


FIGURE 4.1 – Visualisation Schlieren de la zone d'interaction pour un angle de déflexion de 9.5° . (Dupont *et al.* [51])

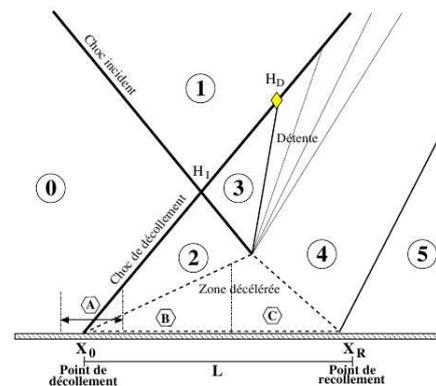


FIGURE 4.2 – Représentation géométrique de l'interaction (Agostini [3])

Agostini [3] propose une illustration géométrique de cette interaction, figure (4.2) qu'il sépare en plusieurs zones caractéristiques :

0. Écoulement amont au choc incident.
 1. Écoulement aval au choc incident.
 2. Écoulement compris entre le choc incident et le choc de séparation.
 3. Écoulement compris entre le choc incident et le choc de détente.
 4. Écoulement compris entre le choc de détente et le choc de recollement.
 5. Écoulement aval à la zone d'interaction.
- A. Zone voisine du point de séparation.
 - B. Zone décélérée amont.
 - C. Zone décélérée aval.

4.1.2 Principaux résultats connus

Les résultats obtenus à partir des expériences menées à l'IUSTI montrent que quelle que soit l'intensité du choc imposé, du moment que celui-ci est suffisamment important pour créer une zone de recirculation, la fréquence adimensionnée du mouvement du choc vaut $S_t \simeq 0.03$ (figure 4.3). Cette dernière est définie tel que

$$S_t = f \cdot L_{int} / U_1 \quad (4.1)$$

où f est la fréquence, L_{int} la longueur entre le point de décollement et le point d'impact du choc avec la plaque plane, et U_1 la vitesse de l'écoulement dans la zone 1 de la figure 4.2. La figure 4.4 nous montre que dans la zone B, le nombre de Strouhal liée à la dynamique moyenne fréquence décroît le long de l'interaction, or au niveau du point d'impact ce dernier se stabilise autour de $S_t = 0.5$. Cette dernière partie correspond au mécanisme non-linéaire de lâcher tourbillonnaire appelé "vortex-shedding".

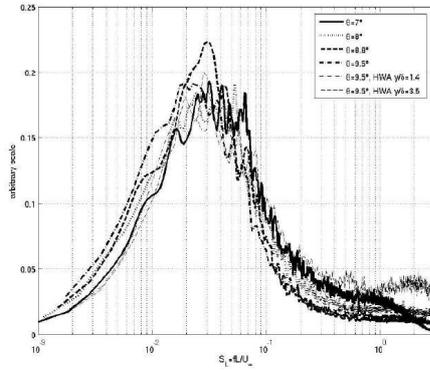


FIGURE 4.3 – Spectres pré-multipliés des fluctuations de pression pariétale et des signaux de quantité de mouvement acquis au fil chaud dans la zone A, pour diverses intensités de choc incident (Dupont *et al.* [49])

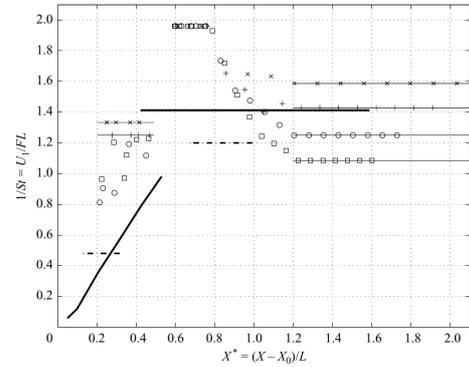


FIGURE 4.4 – Évolution longitudinale du nombre de Strouhal le long de l'interaction (Dupont *et al.* [49])

Ces spectres permettent de montrer que les instationnarités apparaissent principalement dans deux gammes de fréquences : une pour $S_t \simeq 0.03$ qui est qualifiée de basse fréquence, et une autre pour $S_t \simeq 0.5$, qualifiée de moyenne fréquence. Des études numériques ont permis de mettre en évidence l'existence de corrélation entre la position du choc et la pression dans différentes zone de l'écoulement. Notamment, elles ont permis de mettre en exergue trois zones, dont deux particulièrement réceptives.

- Une première zone est celle du choc où les fluctuations de pression sont extrêmement élevées et en opposition de phase avec les mouvements de choc, elle correspond à la zone A de la figure (4.2).
- Une seconde zone mise en évidence est la partie à l'intérieur de laquelle les fluctuations de pression sont plus faibles et elles semblent être indépendantes de la position du choc (zone B de la figure (4.2)).
- Pour finir, la troisième zone identifiée est la région englobant la seconde partie de la zone décélérée (zone C de la figure (4.2)), la détente et l'écoulement en aval de l'interaction. Les fluctuations de pression à l'intérieur de cette région sont modérées et en phase avec les déplacements du choc.

Les travaux réalisés ont permis de mettre en évidence les régions de l'écoulement à l'origine des mouvements de choc à basse et à moyenne fréquence, ainsi que le mécanisme permettant le transfert d'information de ces zones vers le reste de l'écoulement, la zone à l'origine de ces instationnarités étant la zone décélérée. Il est donc nécessaire pour identifier le mécanisme à l'origine des battements de choc à basse fréquence de réaliser une étude sur les phénomènes gouvernant l'organisation spatiale et temporelle de la zone décélérée, aussi bien à basse fréquence qu'à moyenne fréquence. Piponnier *et al.* [125] ont mis en place un modèle qualitatif basé sur un équilibre de masse du système "couche de cisaillement / zone de recirculation". Ce dernier propose que les structures cohérentes se développant dans la couche de cisaillement vont "nourrir" la zone de recirculation entraînant ainsi son accroissement. La zone séparée va croître jusqu'à obtenir une taille critique au delà de laquelle elle se délétera créant ainsi un phénomène de "respiration" de la zone décollée et par la même occasion la mise en mouvement du choc de séparation.

4.2 Analyse de stabilité

Une étude de stabilité linéaire globale a été réalisée afin d'essayer de mettre en lumière une organisation spatio-temporelle pouvant expliquer les phénomènes à basses et moyennes fréquences d'une interaction onde de choc couche limite turbulente avec un angle de déflexion de $\alpha = 8.0^\circ$, dont les paramètres de l'écoulement sont présentés dans le tableau 4.1.

4.2.1 Champ de base

Le domaine de calcul utilisé dans notre étude est une grille cartésienne avec $x \in [-0.1; 1]$ et $y \in [0; 0.2]$, composé de 440 points dans la direction longitudinale (x) et 150 points dans la direction transverse (y). Le maillage est raffiné autour de la zone d'interaction dans la direction x ainsi qu'au niveau de la paroi dans la direction y afin d'obtenir un y^+ égale à 1 à la paroi. Le modèle de Spalart-Allmaras est utilisé pour fermer le système d'équations, Dandois [39] montre que l'utilisation d'un modèle de Spalart-Allmaras de type correction QCR (**Q**uadratic **C**onstitutive **R**elation) permet d'obtenir une solution RANS 3D cohérente avec les résultats moyens des données expérimentales. Les conditions limites imposées sont :

- entrée : deux conditions de non-réflexion respectant les relations de saut de Rankine Hugoniot, afin de réaliser un choc oblique avec le bon angle de déflexion.
- paroi : une première condition limite de paroi glissante est utilisé avant de simuler la plaque plane par une condition de paroi adiabatique.
- sortie : l'écoulement étant supersonique, une condition d'extrapolation est utilisé en sortie du domaine.

Le champ obtenu est comparé avec les résultats expérimentaux de l'IUSTI (figure 4.5). Le résultat du calcul RANS effectué nous permet de retrouver les grandeurs caractéristiques de l'étude expérimentale, à savoir, l'épaisseur de déplacement de la couche limite turbulente amont, la longueur de séparation de la zone de recirculation ainsi que la longueur d'interaction.

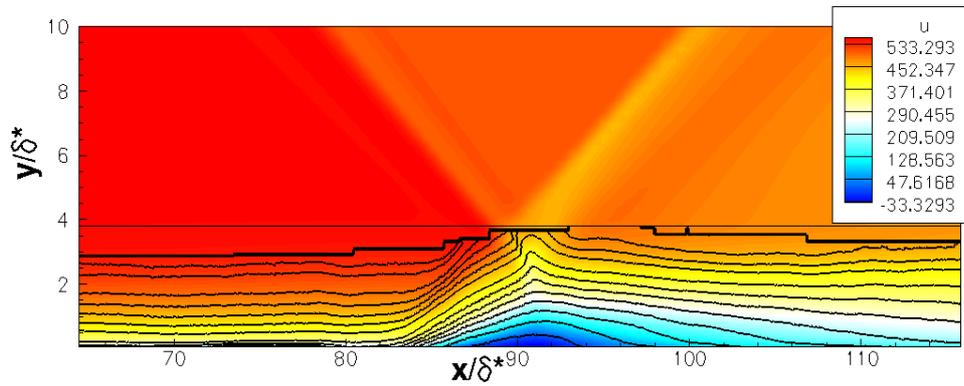


FIGURE 4.5 – Comparaison de la vitesse longitudinale du champ de base obtenue avec les résultats moyennée de l’expérimentation (ligne)

Le champ de base ainsi obtenu nous permet de réaliser une analyse de stabilité linéaire autour de la solution d’équilibre des équations RANS. Le tableau 4.2 nous donne les grandeurs d’adimensionnement que nous allons utiliser pour l’étude de stabilité linéaire globale.

| Données en m | L_{int} | δ_{impact}^* | h |
|----------------|-----------|---------------------|--------|
| Expérimentales | 0.046 | NC | 0.0055 |
| Numériques | 0.053 | 0.004 | 0.0045 |

TABLE 4.2 – Paramètres aérodynamique de l’interaction pour l’adimensionnement.

4.2.2 Résultats de l’analyse de stabilité

Une analyse de stabilité linéaire est réalisée avec les mêmes paramètres que pour l’obtention du champ de base réalisé précédemment. Une approche en considérant une viscosité turbulente fluctuante est utilisée afin de réaliser la séquence de clichés nécessaire à l’étude du problème aux valeurs propres. La résolution de ce dernier nous fournis les spectres (4.6) et (4.7). Les fréquences de ces derniers sont rendues sans dimensions respectivement par l’épaisseur de déplacement de la couche limites à l’impact du choc δ^* et par la longueur d’interaction L_{int} . Ces spectres montrent que, comme dans le cas de l’étude laminaire, ce type d’écoulement est globalement linéairement stable.

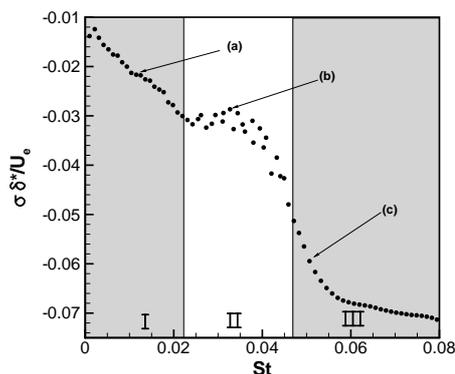


FIGURE 4.6 – Spectre de l'IOCCL adimensionnée par l'épaisseur de déplacement de la couche limite à l'impact.

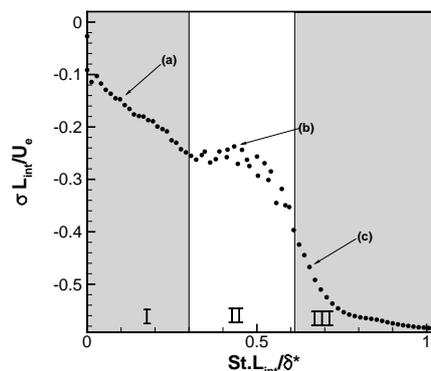


FIGURE 4.7 – Spectre de l'IOCCL adimensionnée par la longueur d'interaction.

On remarque que la forme générale du spectre possède une certaine similitude avec le spectre issu de l'analyse de stabilité de l'IOCCL laminaire, avec notamment la zone *II* qui rappelle la séparation entre la branche correspondant à des modes localisés dans la zone d'interaction et la branche des modes localisés dans la couche limite aval. Une seconde remarque peut être réalisée au niveau du nombre de Strouhal basé sur la longueur d'interaction, en effet les différentes études numériques ou expérimentales mettent en évidence l'existence de structures énergétiques dans une gamme dite à moyenne fréquence située entre $St = 0.3$ et $St = 0.8$. L'analyse de stabilité réalisée semble retrouver cette gamme moyenne fréquence correspondant à la zone *II* de nos spectres. Notons que dans le cas de l'IOCCL laminaire, cette dernière correspond à une gamme entre $St = 1$ et $St = 4$. La différence entre le rapport de la longueur d'interaction et l'épaisseur de déplacement de la couche limite à l'impact de l'interaction turbulente et de l'interaction laminaire, peut-être à l'origine de cette divergence entre les gammes de nombre de Strouhal. Enfin, on peut observer sur le spectre (4.6) que les gammes de fréquences adimensionnées par rapport à l'épaisseur de déplacement de la couche limite à l'impact du choc, sont concordantes avec celles issues de l'étude laminaire. Cela semble indiquer que la dynamique à moyenne fréquence de ce type d'écoulement est pilotée par une échelle locale, en l'occurrence, l'épaisseur de déplacement de la couche limite à l'impact. Les figures 4.8, 4.9, 4.10, représentent respectivement les parties réelles de la vitesse longitudinale des modes (a), (b) et (c) des spectres figures 4.6 et 4.7.

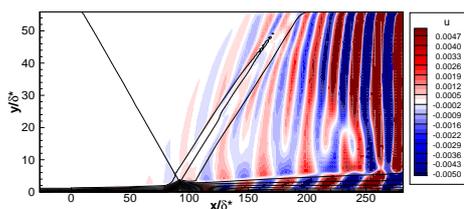


FIGURE 4.8 – Partie réelle de la vitesse longitudinale associée au mode (a).

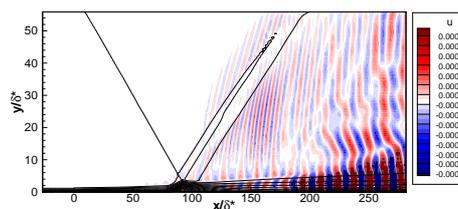


FIGURE 4.9 – Partie réelle de la vitesse longitudinale associée au mode (b).

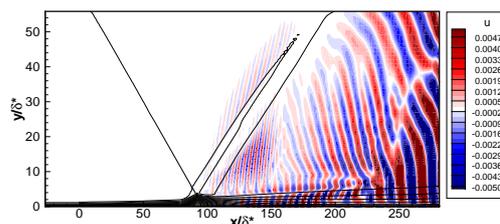


FIGURE 4.10 – Partie réelle de la vitesse longitudinale associée au mode (c).

En comparaison avec les modes issus du calcul de stabilité de l'interaction laminaire, on peut remarquer que la distinction entre la zone d'interaction et la couche limite aval n'est pas aussi marquée. Cette dernière peut-être liée au fait que la zone de recirculation de l'interaction turbulente est nettement moins importante que pour l'interaction laminaire. Néanmoins, les caractéristiques observées lors de l'étude laminaire sont retrouvées pour l'étude turbulente :

- le mode (a) (figure 4.8) montre des structures se situant au niveau de la couche de cisaillement possédant un rayonnement en onde de Mach.
- le mode (b) (figure 4.9) montre une topologie identique au mode (a) mais avec un rayonnement plus faible.
- le mode (c) (figure 4.10) est principalement localisée dans la couche limite en aval, et semble posséder un rayonnement acoustique issu de la zone d'interaction.

4.3 Conclusion

Dans le cadre d'une analyse de stabilité linéaire globale, une étude préliminaire d'un écoulement présentant une interaction entre une onde de choc et couche limite turbulente a été réalisée. Les résultats obtenus montrent que ce type d'écoulement est globalement linéairement stable, c'est-à-dire que les mécanismes présent dans ce type d'écoulement sont de nature convective. L'analyse permet de retrouver des structures de type Kelvin-Helmholtz se développant au niveau de la couche de cisaillement pour une gamme de fréquence adimensionnée, basée sur la longueur d'interaction, située entre $St = 0.4$ et $St = 0.7$, ce qui est concordant avec les études expérimentales de Dupont *et al.* [49]. Il semble exister de grandes similarités entre l'étude laminaire et l'étude turbulente, notamment il semble que les structures à moyennes fréquences sont pilotées également par une échelle locale (épaisseur de déplacement de la couche limite à l'impact). La topologie des modes propres est également assez proche de celle observée pour l'étude laminaire. Une étude plus approfondie de cet écoulement serait à réaliser, notamment pour voir s'il est possible d'observer une séparation d'échelle entre les modes localisés dans la zone d'interaction et les modes situés dans la couche limite aval. Une étude de réceptivité à un forçage amont et/ou intra-bulleaire peut être envisagée dans un cadre linéaire et non-linéaire comme dans le cas de l'interaction laminaire. Afin de mieux se comparer à l'expérimentation réalisée à l'IUSTI, il serait également intéressant de réaliser une étude 3D avec parois latérales.

Chapitre 5

Interaction onde de choc couche limite pour des écoulements transsoniques

Dans ce chapitre, nous allons considérer deux nouvelles configurations d'interactions d'onde de choc couche limite. Nous étudierons deux cas d'écoulement transsonique, où le décollement de la couche limite est induit par l'apparition d'un choc droit. Dans chacun de ces cas, une instabilité basse fréquence auto-entretenu du choc peut apparaître pouvant avoir des conséquences néfastes sur les performances aérodynamiques. Le premier cas est un écoulement autour d'un profil NACA0012 en régime de tremblement aérodynamique, le second est un écoulement transsonique au sein d'une tuyère plane en régime de sur-détente.

5.1 le tremblement transsonique autour d'un profil

Un des plus vieux phénomène d'instabilité de choc est associé au phénomène de tremblement transsonique que l'on peut observer sur des profils d'ailes. Pour des conditions d'écoulement transsonique et pour un angle d'attaque supérieur à un angle critique, l'interaction créée entre la couche limite et le choc droit est animée d'un mouvement d'oscillation du choc communément appelé phénomène de *buffet*. Dans les années 30, ce phénomène a entraîné le crash d'un avion qui donna la mort à tous ces occupants. À la suite de ce dernier, les premières études pour comprendre et expliquer ce phénomène ont commencé. Comme tous les écoulements que nous avons étudié, une zone de recirculation se forme juste en aval du pied de choc. Cette dernière semble périodiquement s'étendre du pied de choc jusqu'au sillage du profil créant ainsi un lâcher de structures tourbillonnaires. La **NACA** (**N**ational **A**dvisory **C**ommittee for **A**eronautics) mit au point, dans les années 50, des essais en vol pour caractériser le comportement des aéronefs en différents points de fonctionnement du régime transsonique. Ce type d'essai visait à mettre en évidence un comportement aéroélastique du phénomène, qui était la principale hypothèse de l'origine du mouvement du choc. Il faut attendre les années 70 pour commencer à observer des études uniquement aérodynamique sur le sujet. Pearcey *et al.* [123] dressent une topologie des écoulements autour d'un profil pour caractériser l'entrée en tremblement (figure 5.1). On retrouve deux types d'écoulements. Ceux de type *A*, correspondent aux écoulements dont le décollement prenant naissance au niveau du pied de choc va croître pour finalement s'étendre jusqu'à fusionner avec le sillage. La seconde catégorie, de type *B*, regroupe les écoulements comprenant, à la fois, un décollement de pied de choc et un décollement

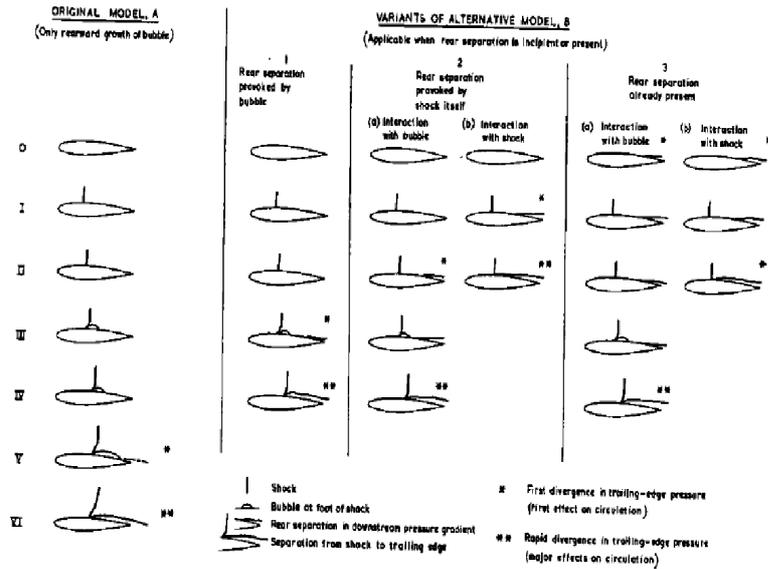


FIGURE 5.1 – Classification des configurations d'écoulements en entrée de tremblement suivant Pearcey *et al.* [123]

de bord de fuite. Cette dernière comprend trois sous catégories suivant l'origine du décollement de bord de fuite. On parlera de type B_1 si l'origine est le bulbe de recirculation du pied de choc; de type B_2 si le choc lui même est responsable; enfin de type B_3 si son existence précède la formation du choc. Ce classement a son intérêt car pour chaque type d'écoulement l'entrée en tremblement sera plus ou moins marquée par la divergence de pression au bord de fuite. Ce critère est en effet classique pour considérer qu'un profil entre en régime de tremblement. À noter, il est généralement admis que les oscillations auto-entretenues du système "onde de choc/couche limite" apparaissent lorsque l'écoulement est décollé du pied de choc au bord de fuite (Reberga [137]). Expérimentalement, deux manières existent pour caractériser l'entrée en tremblement d'un profil, soit on fixe le nombre de Mach de l'écoulement libre et l'on fait varier l'angle d'attaque du profil. Soit, on fixe l'angle d'attaque et l'on fait varier la valeur du nombre de Mach de l'écoulement. Dans ces deux cas, l'écoulement va être caractérisé par une augmentation de la taille de la bulle de recirculation induisant une diminution du coefficient de portance. Lee [93], illustre cette évolution, en caractérisant la topologie de l'écoulement autour d'un profil lorsque le nombre de Mach augmente (figure 5.2). Sauvage [157] et Reberga [137] montrent qu'une augmentation de la charge arrière du profil peut entraîner une croissance d'un décollement de bord de fuite. La zone décollée s'étend alors du pied de choc au bord de fuite, soit à cause de la croissance du bulbe de décollement de pied de choc seul, soit en raison de la fusion de ce dernier avec le bulbe du décollement de bord de fuite. Cette dynamique est caractéristique de l'entrée en tremblement. On peut néanmoins repérer trois critères pour définir l'entrée en tremblement :

- la divergence de la pression au bord de fuite : cette dernière commence avant les autres critères, probablement à cause de la croissance du bulbe de décollement de bord de fuite (figure 5.3) ;
- la divergence des coefficients aérodynamiques globaux, comme par exemple le coefficient de portance sur la figure 5.3. En même temps que la courbe de portance moyenne s'éloigne d'une position en prolongement de sa phase linéaire, la portance

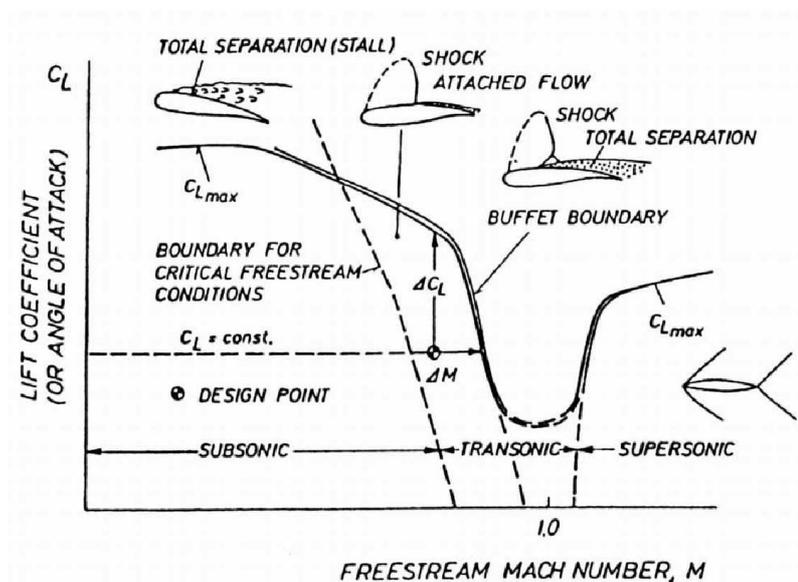


FIGURE 5.2 – Illustration de l'évolution du coefficient de portance maximal dans le plan nombre de Mach/incidence. Lee [93]

- subit des écarts instantanés par rapport à sa valeur moyenne ;
- le battement de grande amplitude (plusieurs dizaines de pourcents de corde) de l'onde de choc à la surface du profil.

La visualisation des fluctuations de pression ou du coefficient de pression à la paroi permet également de caractériser la dynamique. En régime de tremblement établi, la fluctuation de pression pariétale dans la zone de battement du choc est très élevée, comparée à la zone en aval de cette dernière (figure 5.4). On peut également noter que l'intensité du phénomène augmente avec l'incidence. Une observation de la contribution des gammes de fréquences sur les fluctuations de pression de l'extrados en régime de tremblement a été réalisée par Caruana *et al.* [25]. On peut observer (figure 5.5) que ce sont les plus basses fréquences qui sont responsables des fluctuations de pression, alors que les plus hautes fréquences ne semblent pas affectées l'écoulement du point de vue du tremblement.

Maintenant que la caractérisation du phénomène de *buffet* a été mise en évidence, nous allons nous attarder sur deux profils en particulier qui ont fait l'objet d'une étude de stabilité linéaire (Crouch *et al.* [36], Sartor [155]). Le premier profil, celui que nous étudierons par la suite, est le NACA0012. Les premières expérimentations sur une aile de ce type ont été menées par McDevitt et Okuno [111]. Ces auteurs ont déterminé la frontière d'entrée en tremblement de ce profil pour un nombre de Reynolds $Re_\infty = 9.9 \cdot 10^6$, un nombre de Mach compris entre 0.72 et 0.82 et une incidence comprise entre 0° et 6.0° (figure 5.9). Avec l'amélioration des outils de CFD dans les années 2000, il est apparu possible de capturer numériquement ce mouvement basse fréquence. Barakos et Drikakis [12] puis Chung *et al.* [32] ont essayé de déterminer l'angle critique du phénomène de *buffet* de l'expérience de McDevitt et Okuno [111]. La capacité des méthodes RANS à capter le tremblement transsonique montre que le phénomène n'est pas directement lié au caractère turbulent de l'écoulement. De ce point de vue, Crouch *et al.* [36] utilisent une solution alternative pour d'écrire le phénomène en utilisant une analyse de stabilité global pour un écoulement autour d'un profil NACA0012. Les résultats qu'ils obtiennent sont en accord

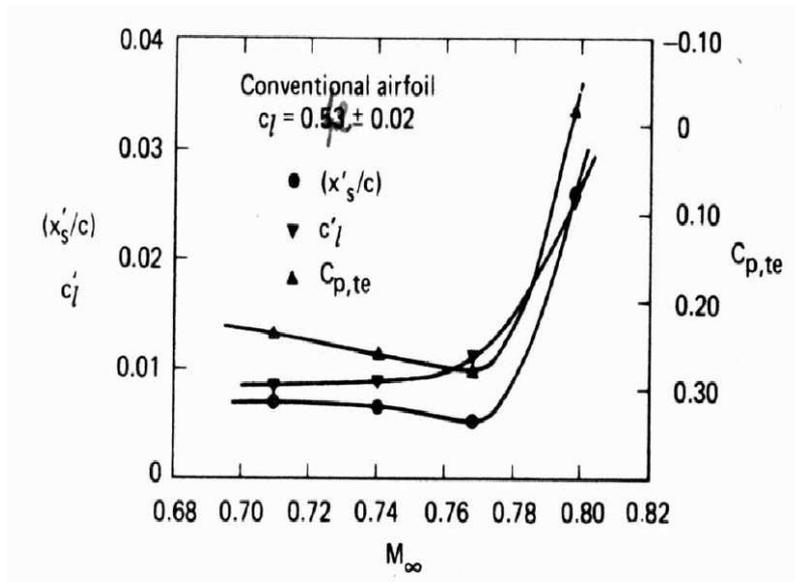


FIGURE 5.3 – Expérience sur l'entrée en tremblement par l'incidence sur un profil supercritique Whithcomb : influence sur les fluctuations du coefficient de portance (c'_l), sur la vitesse du choc (x'_s/c) et sur le coefficient de pression au bord de fuite ($C_{p,te}$). Roos [147]

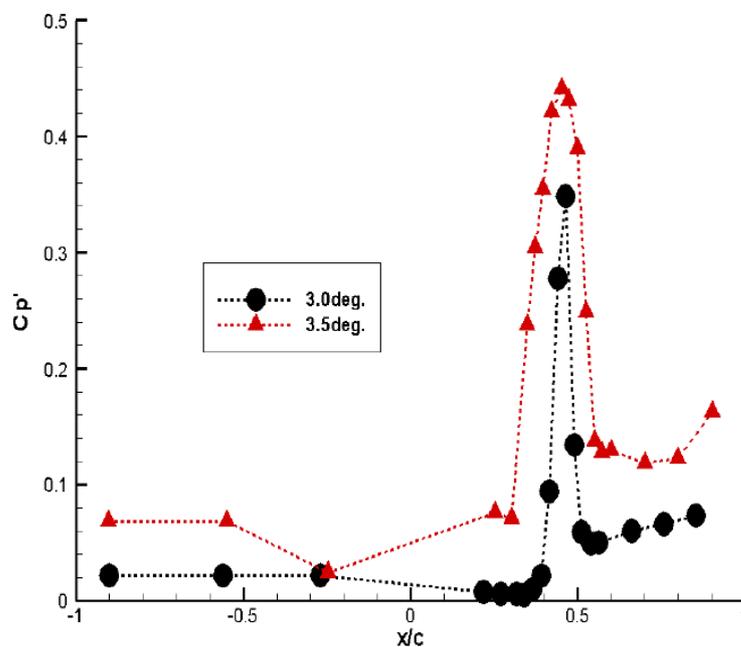


FIGURE 5.4 – Expériences de tremblement transsonique sur le profil supercritique OAT15A-CA : moyenne des fluctuations du coefficient de pression pariétale pour deux incidences ($\alpha = 3.0^\circ$ et $\alpha = 3.5^\circ$). Reberga [137]

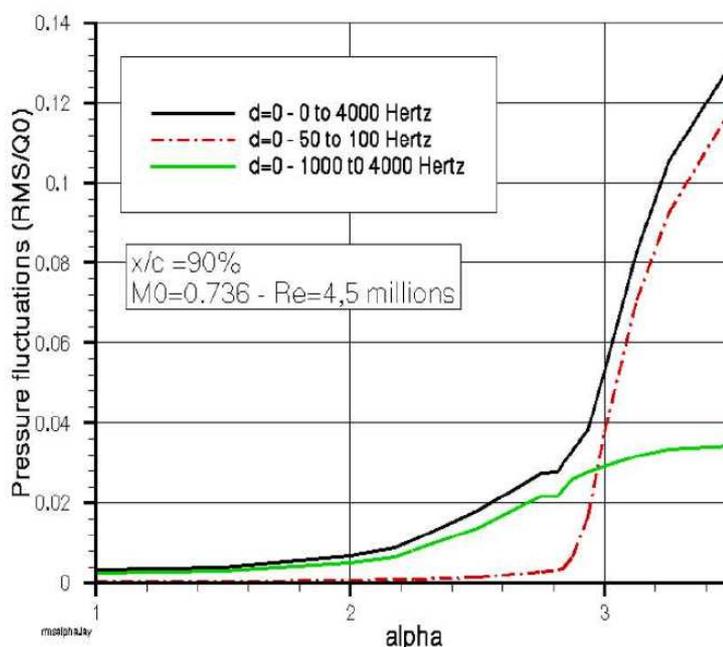
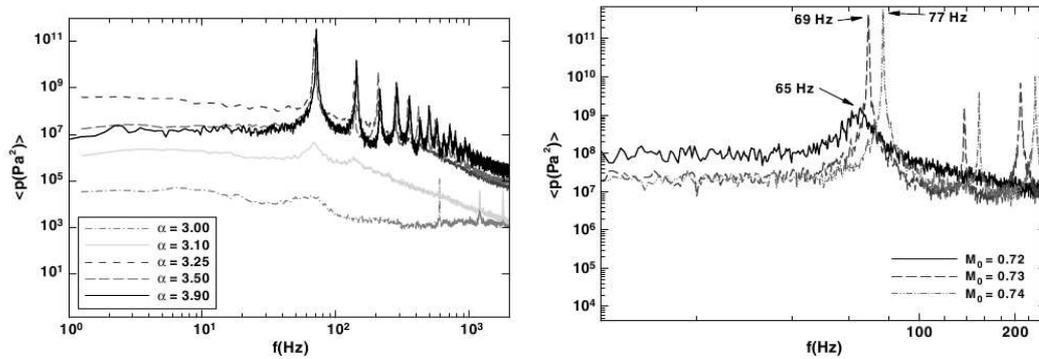


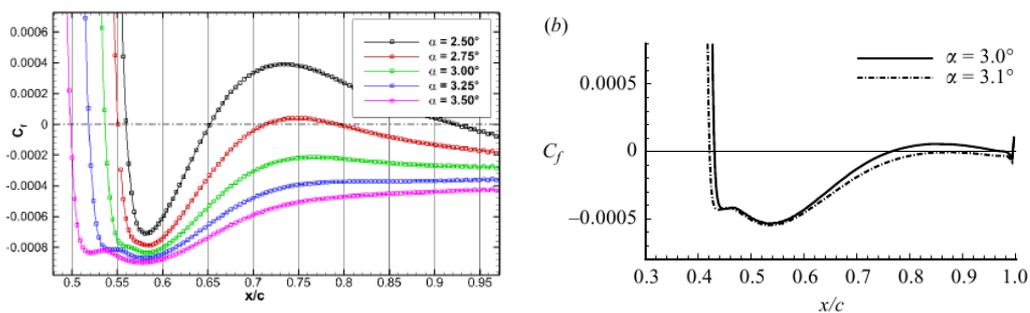
FIGURE 5.5 – Tremblement transsonique sur le profil supercritique OAT15A-CA : contribution par bandes fréquentielles sur les fluctuations de pression d’extrados à 90% de corde. Caruana *et al.* [25]

avec l’expérimentation de McDevitt et Okuno et montre que le phénomène de *buffet* est lié à une instabilité globale linéaire. Une étude similaire a été réalisée par Sartor [155] sur un profil OAT15A, il montre notamment que le phénomène est globalement instable pour des angles d’attaques compris entre 3.5° et 6.0° . Ce dernier résultat peut être mis en comparaison avec la campagne expérimentale réalisée par Jacquin *et al.* [84], qui ont réalisé plusieurs combinaisons de nombre de Mach et d’angle d’incidence sur ce profil supercritique. On peut observer sur les figures 5.6, que la fréquence d’oscillation dépend du nombre de Mach amont mais pas de l’angle d’incidence. Dans les mêmes conditions d’écoulements, pour un nombre de Mach de 0.73, l’analyse de stabilité semble légèrement sous estimer l’entrée en tremblement du profil, qui se situe vers $\alpha = 3.25^\circ$ pour l’expérimentation. Une autre information importante est à prendre en compte dans l’étude de Sartor [155], au regard de la figure 5.7(a), on peut observer que l’écoulement est complètement décollé bien avant l’entrée en tremblement. Cette information semble être en contradiction avec toutes les illustrations qui ont pu être faite par Pearcey *et al.* [123] mais sont en accord avec Crouch [37]. En effet, ce dernier montre que l’apparition du mode globale, à l’origine du phénomène de *buffet*, coïncide avec un décollement étendu du pied de choc au bord de fuite (figure 5.7(b)) pour un nombre de Mach de $M = 0.76$. Néanmoins, il montre aussi que pour un nombre de Mach de $M = 0.8$, l’apparition du phénomène de *buffet* intervient avant un tel décollement. Ainsi, l’entrée en tremblement ne serait pas liée au caractère décollé de la couche limite après le choc. Au vu de ces résultats, l’origine du phénomène de tremblement transsonique autour d’un profil d’aile semble assez difficile à comprendre. Un mécanisme semble néanmoins faire l’objet d’un intérêt particulier. Il correspond au mécanisme proposé par Lee [92], dont le principe est illustré figure 5.8. Pour des nombres de Reynolds de l’ordre de 10^7 , l’écoulement est rapidement turbulent. Lorsque les fluctuations turbulentes arrivent



(a) Évolution de l'angle d'incidence pour un nombre de Mach de $Ma = 0.73$ (b) Évolution du nombre de Mach pour un angle d'incidence de $\alpha = 3.5^\circ$

FIGURE 5.6 – Spectre fréquentielle de la pression pariétale en $x/c = 0.45$, par Jacquin *et al.* [84]



(a) Écoulement autour d'un profil OAT15A, $Re_c = 3 \cdot 10^6$, $Ma = 0.73$. Sartor *et al.* [155] (b) Écoulement autour d'un profil NACA0012, $Re_c = 10^7$, $Ma = 0.76$. Crouch *et al.* [37]

FIGURE 5.7 – Coefficient de frottement à la paroi pour différents angles

au niveau du bord de fuite de l'aile, un phénomène de diffraction survient. Ce dernier a pour conséquence d'émettre une onde acoustique principalement dirigée vers l'amont. Lorsque cette dernière impacte l'onde de choc, une perturbation se propage sur la nappe de choc. Cette perturbation vient forcer, par un mécanisme de réceptivité, le pied de choc composé d'une couche de cisaillement issue de la zone décollée. Cette dernière développe des instabilités qui se propagent vers l'aval et renforcent le phénomène d'émission acoustique. Un cycle auto-entretenu s'installe.

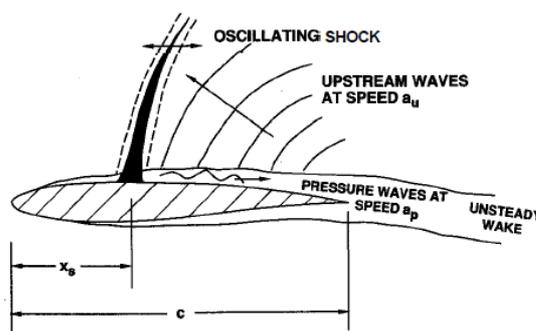


FIGURE 5.8 – Schéma du mécanisme proposé par Lee [92]

C'est dans un but de validation que nous réalisons donc l'étude de stabilité linéaire d'un écoulement transsonique autour d'un profil d'aile de type NACA0012.

Objectif de l'étude :

- Montrer que notre approche d'analyse de stabilité globale linéaire sans matrice permet de mettre en évidence le phénomène de tremblement transsonique.
- Tester ces méthodes de stabilité pour un écoulement pleinement turbulent, modélisé par une méthode RANS.

5.1.1 Caractéristiques de l'écoulement

Afin de pouvoir comparer notre étude à celle de Crouch [36, 37] nous nous plaçons dans les mêmes conditions. Nous cherchons à caractériser l'angle d'attaque critique du phénomène de *buffet* pour un écoulement autour d'un profil de type NACA0012 avec un nombre de Mach $M_\infty = 0.76$, un nombre de Reynolds $Re_c = 10^7$, la température d'arrêt est de $T = 300^\circ K$. La figure (5.9) montre que pour un tel écoulement l'apparition du phénomène de tremblement ce produit pour un angle d'attaque de $\alpha \approx 3.02^\circ$. Pour l'étude nous utilisons un maillage en C comprenant 64000 points, figure (5.10), le profil est discrétisé avec 460 points dont 2/3 sont utilisés pour l'extrados du profil. La maillage est raffiné au niveau de la localisation du choc en $x/c = 0.4$ pour l'extrados, et au niveau du bord de fuite pour l'intrados et l'extrados. Nous utilisons 100 points pour discrétiser la direction normal au profil, en raffinant au niveau de la paroi pour obtenir un critère de $y^+ = 1$ tout autour du profil. Une étude de convergence en maillage, a montré que le décollement est dépendant de la taille du domaine. Des conditions limites de non réfléchissantes sont utilisées en entrée et en sortie du domaine afin de simuler une atmosphère infinie. Une condition de non glissement adiabatique est utilisée pour la paroi du profil NACA0012. Enfin pour correspondre à l'étude de Crouch [36], nous utilisons un modèle de Spalart-Allmaras comme équation de fermeture du système. La convergence des équations RANS nous donne le champ de base figure (5.11), où l'on peut observer le champ de vitesse longitudinale et le rapport des viscosités turbulente et dynamique. La ligne noire représente la ligne sonique, au centre de ce

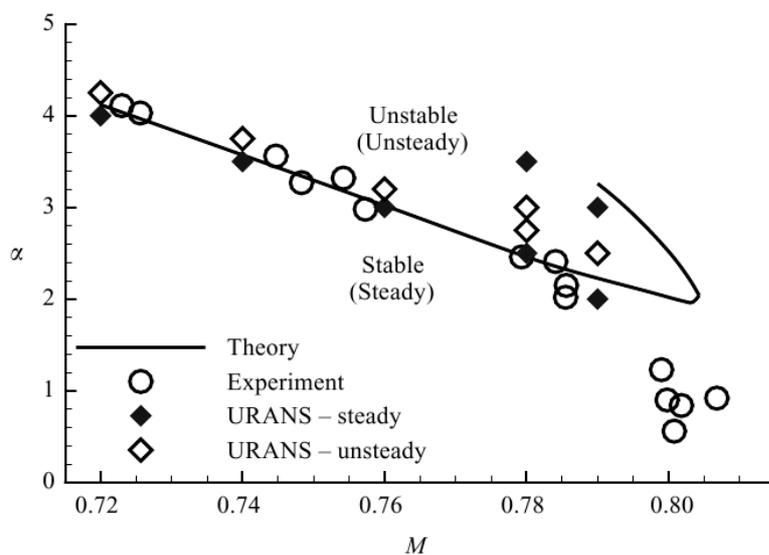


FIGURE 5.9 – Caractérisation des angles critiques du phénomène de Buffet par McDevitt et Okuno [111]

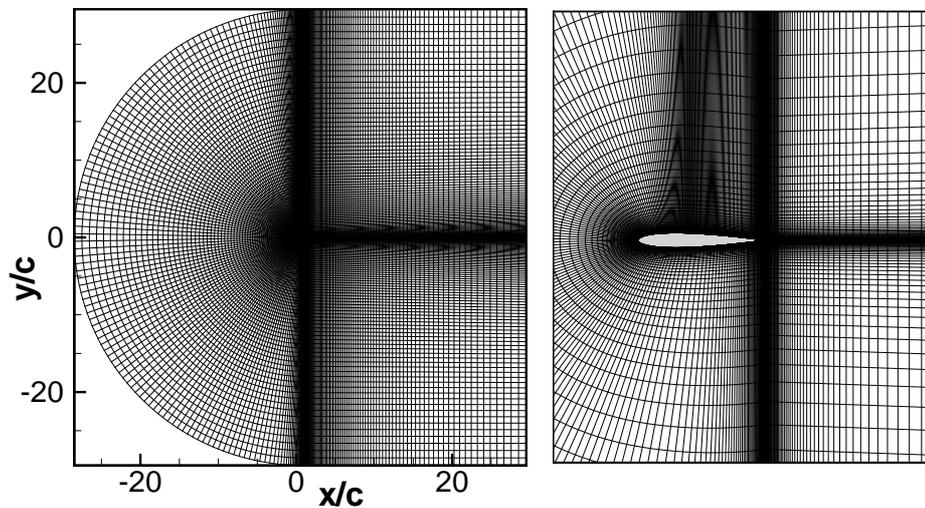
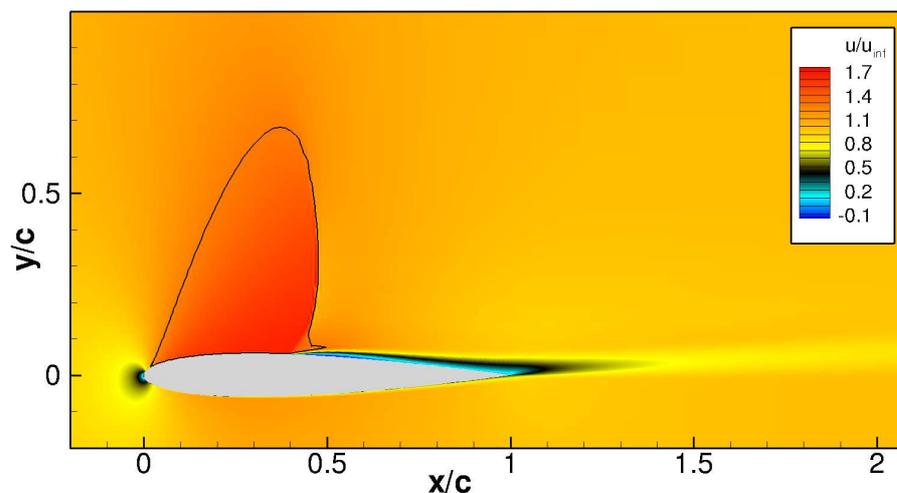


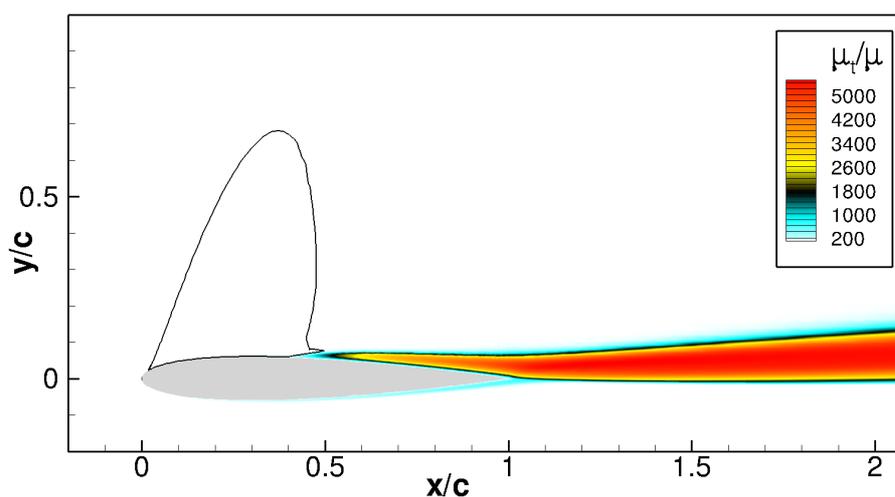
FIGURE 5.10 – Maillage pour l'étude de tremblement transsonique autour d'un profil NACA0012

contour l'écoulement est supersonique. La figure (5.12) montre l'évolution des coefficients aérodynamiques en fonction de l'angle d'incidence du profil. On remarque notamment que l'écoulement est complètement décollé pour un angle d'incidence de $\alpha \approx 3.5^\circ$.

Avant de regarder l'analyse de stabilité linéaire, effectuons quelques remarques. Tout



(a) Vitesse longitudinale



(b) Rapport des viscosités

FIGURE 5.11 – Iso-contour du champ de base pour $\alpha = 3.2^\circ$

d'abord, l'écoulement autour d'un profil d'aile est marqué par 3 zones caractéristiques :

- **Le bord d'attaque** qui représente un point d'arrêt. Sartor [155] montre que dans le cas d'une étude de réponse optimale, que le forçage optimal du mode de *buffet* est situé dans la couche limite en amont du choc ainsi qu'au niveau d'une caractéristique descendante vers le pied de choc. La caractéristique montante vers cette dernière est issue du bord d'attaque figure (5.13). Ce résultat indique que le mode de *buffet* peut être forcé efficacement par le pied de choc et par conséquent, que cette zone est importante pour la dynamique du tremblement.
- **Le bord de fuite** qui représente une zone de diffraction des perturbations. Ce dernier est à l'origine de l'hypothèse de Lee [92], le rayonnement acoustique engendré par la diffraction de structures au bord de fuite figure (5.8), serait à l'origine du phénomène de *buffet*.

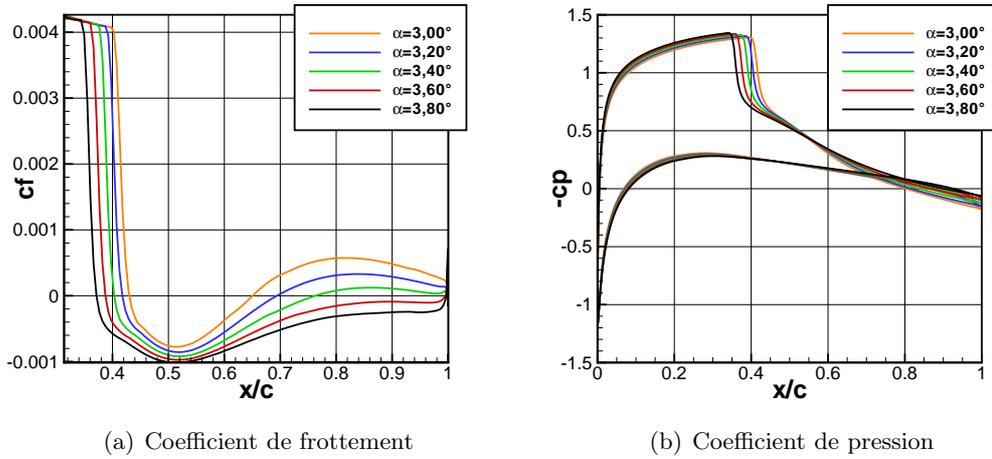


FIGURE 5.12 – Coefficients caractéristiques pour un nombre de Mach $M_\infty = 0.76$, un nombre de Reynolds $Re_c = 10^7$ et $\alpha \in [3.0, 3.8]$

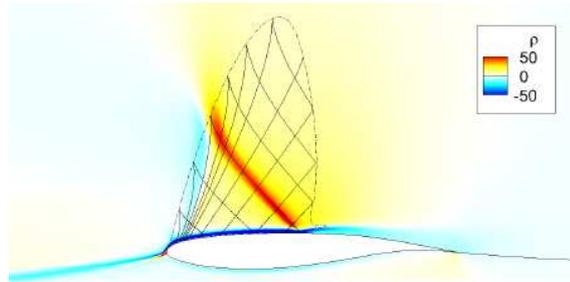


FIGURE 5.13 – Mode adjoint associé au *buffet* [155]

- **La position du choc** qui dépend de l'incidence du profil, et qui est responsable du décollement de la couche limite. Différentes études réalisées sur le phénomène de *buffet* montre que quelque soit l'incidence, la fréquence d'oscillation est la même figure (5.14(a)). Autrement dit, il devrait exister une zone fixe quelque soit l'angle d'incidence du profil. Les figures (5.12(b)) et (5.14(b)) montrent que pour deux profils différents il semble exister un nœud de pression, aux alentours de $x/c \approx 0.55$ pour le NACA0012 et $x/c \approx 0.65$ pour le profil OAT15. Une autre observation peut-être réalisée, Alfano [5] montre l'évolution du coefficient de pression lors d'une période du mouvement du choc figure(5.15) sur un profil OAT15. On peut notamment observer que lors de cette période le coefficient de pression en $x/c \approx 0.65$ semble rester constant. Toute ces études montrent l'existence d'un **noeud de pression** associé au profil.

5.1.2 Analyse de stabilité

Une étude de stabilité linéaire est réalisée pour un angle d'incidence $\alpha = 3.2^\circ$. Plusieurs approches ont été envisagées pour évaluer la stabilité linéaire de ce champ de base. La première, consiste à calculer le champ de base à l'aide des équations RANS puis de réaliser une étude de stabilité linéaire sans tenir compte de la turbulence pour la perturbation ($\mu_t = 0$). Cette première approche, est qualifiée de quasi-laminaire. La deuxième approche utilise une viscosité turbulente figée, autrement dit, les équations de transport turbulent ne

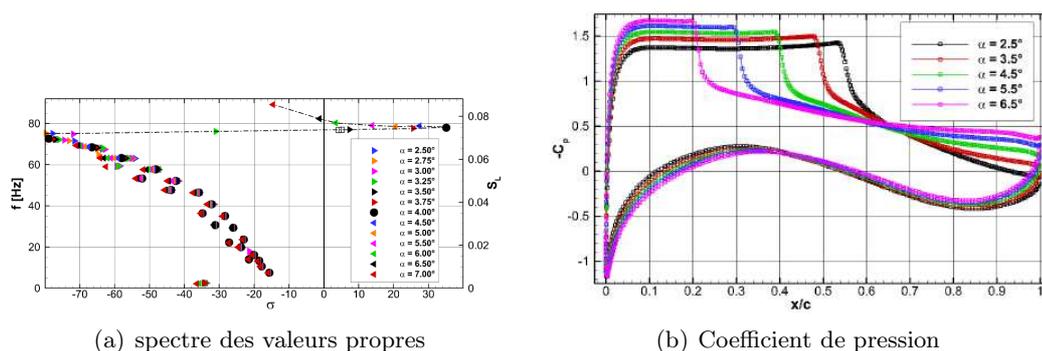
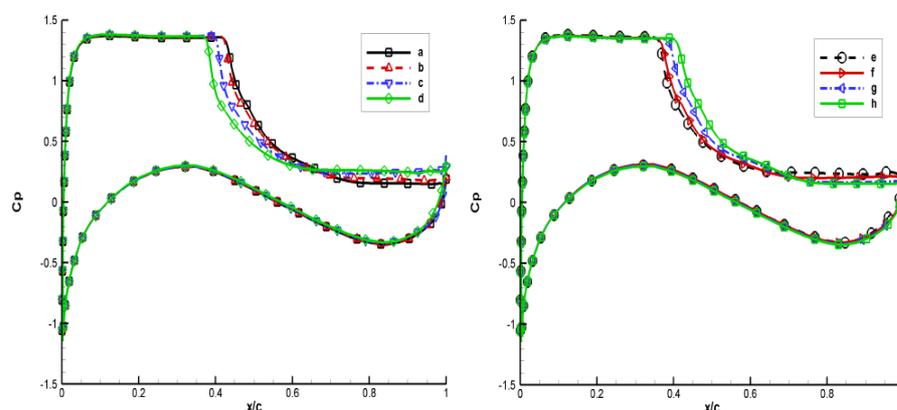


FIGURE 5.14 – Étude d'un écoulement autour d'un profil OAT15, Sartor [155]

FIGURE 5.15 – Courbe de c_p sur une période de tremblement à différent instant. Étude d'un profil OAT15, Alfano [5]

sont pas linéarisées. Cela revient à supposer que le mouvement turbulent (correspondant aux petites échelles de la turbulence) n'influe pas sur le développement des instabilités. Enfin, la dernière approche consiste à linéariser les modèles de turbulence et de considérer une viscosité turbulente dynamique. C'est par cette approche, que Crouch *et al.* [36] et Sartor [155] ont pu montrer que le tremblement transsonique peut-être expliqué par l'existence d'un mode global. Les premières analyses issues de calculs instationnaires, pour ces trois approches, montrent que les approches quasi-laminaire et viscosité turbulente dynamique présentent une dynamique basse fréquence du choc. L'approche comportant une viscosité turbulente figée ne permet pas de mettre en évidence une telle dynamique, comme évoqué par Crouch *et al.* [36] et Sartor [155]). Les figures (5.16(a)) et (5.16(b)) présentent respectivement les spectres issus de l'approche quasi-laminaire ainsi qu'avec une viscosité turbulente dynamique et le spectre issu de l'étude de Crouch *et al.* [36]. Dans notre étude, on constate dans ces deux cas qu'il existe un mode globalement instable, les autres modes correspondent essentiellement à des modes de sillages et sont globalement stables.

La valeur du mode, reportée dans le tableau 5.1, issue de l'étude avec viscosité turbulente dynamique, est consistante avec l'étude réalisée par Crouch *et al.* [36]. Notons, dans le cas de Crouch, que la couche limite pour un angle de $\alpha = 3.2$ est décollée du pied de choc, jusqu'au bord de fuite, ce qui n'est pas notre cas. Ainsi, on peut en déduire que l'apparition du phénomène de tremblement transsonique n'est pas directement liée à l'aspect du décollement de la couche limite, ce qui est en accord avec Crouch *et al.* [37] et Sartor [155]. La comparaison des normes de la vitesses longitudinales du mode de *buffet* avec

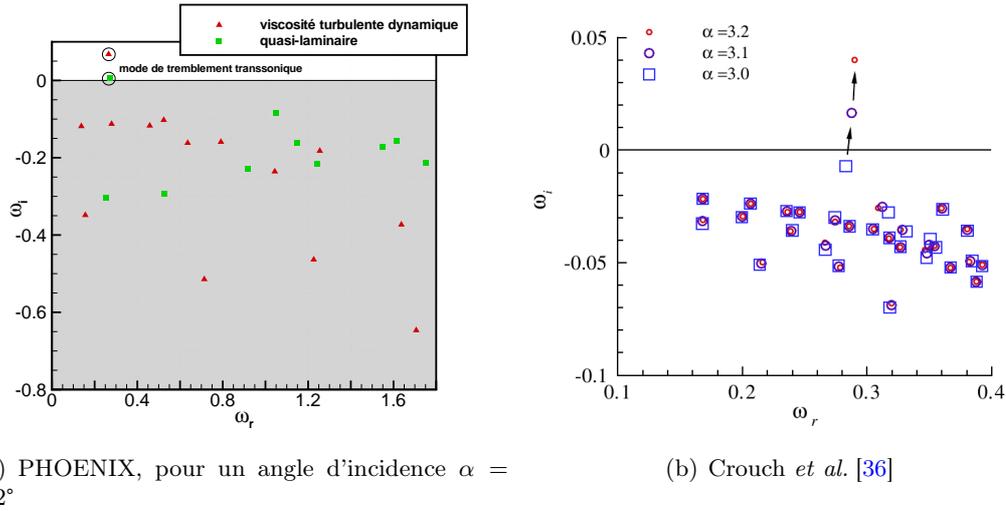


FIGURE 5.16 – Spectre issu de l'analyse de stabilité globale de l'écoulement autour d'un profil NACA0012, nombre de Mach $M_\infty = 0.76$, $Re = 10^7$

| | ω_r | ω_i |
|--------------------------------|------------|------------|
| Crouch <i>et al.</i> | 0.28 | 0.04 |
| quasi-laminaire | 0.27 | 0.005 |
| viscosité turbulente dynamique | 0.27 | 0.06 |

TABLE 5.1 – Pulsation et taux d'amplification du mode de *buffet* pour les différentes études.

l'étude réalisée par Crouch *et al.* [36], c'est-à-dire en considérant une viscosité turbulente dynamique, montre une bonne correspondance des modes. Ces résultats nous permettent de valider notre stratégie numérique pour des écoulements turbulents de type oscillateurs.

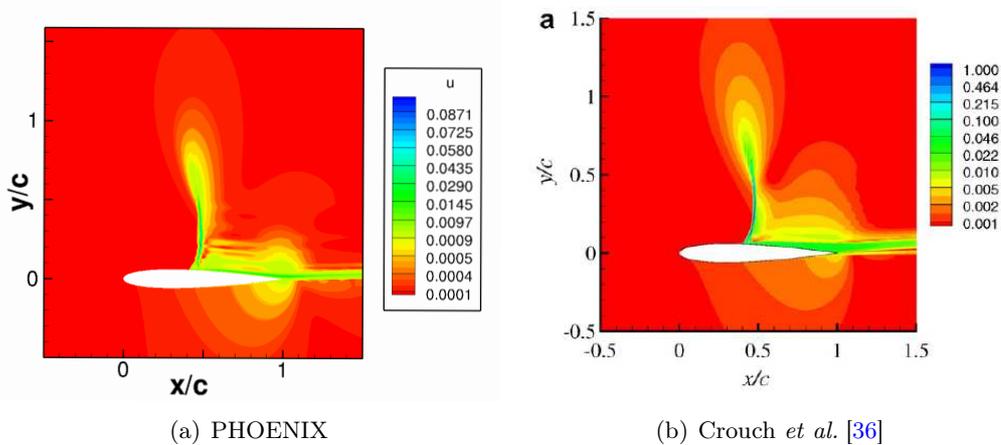


FIGURE 5.17 – Comparaison des normes de la vitesse longitudinale du mode de *buffet* ($M_\infty = 0.76$, $Re_c = 10^7$ et $\alpha = 3.2$)

Les figures (5.18) et (5.19) montrent respectivement les iso-contours de la vitesse longitudinale et de la pression du mode de *buffet* et d'un mode de sillage pour $\omega_r = 1.6$

, pour l'approche avec viscosité turbulente dynamique. Ainsi on peut remarquer que le mode de *buffet* est localisé au niveau du profil, et notamment au niveau du choc. Alors que le second mode, plus haute fréquence, semble correspondre à une instabilité de type Kelvin-Helmholtz, se développant au niveau de la couche de cisaillement et se propageant dans le sillage du profil. Une première information que nous donnent ces modes, provient du fait que le mode de *buffet* ne présente pas d'émission acoustique claire au niveau du bord de fuite, alors que le second mode en présente. L'hypothèse de Lee [93], selon laquelle, le rayonnement acoustique engendré par les structures diffractées par le bord de fuite serait à l'origine du tremblement transsonique ne semble pas pleinement justifiée. On constate en revanche que le mécanisme à l'origine du tremblement est bien lié à un mécanisme de *feedback* sur la pression, où l'échelle caractéristique de longueur semble être liée à la distance entre le pied de choc et le bord de fuite. Cela explique le fait que la topologie exacte de la zone décollé ne soit pas nécessairement le paramètre essentiel dans l'apparition du tremblement.

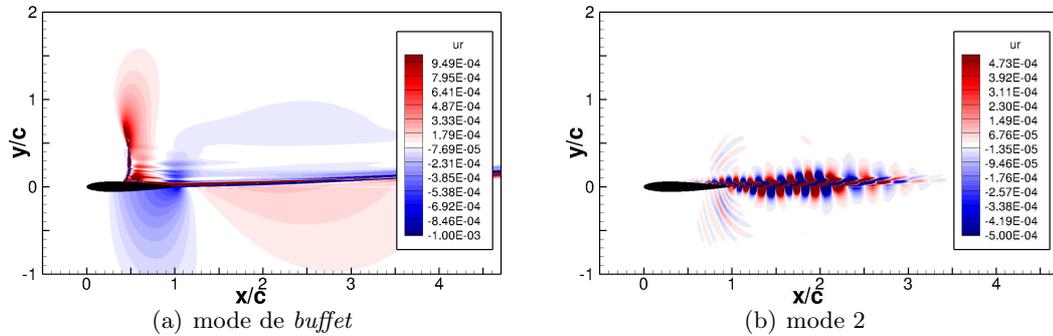


FIGURE 5.18 – Iso-contour de la partie réelle de la vitesse longitudinale ($M_\infty = 0.76$, $Re_c = 10^7$ et $\alpha = 3.2$).

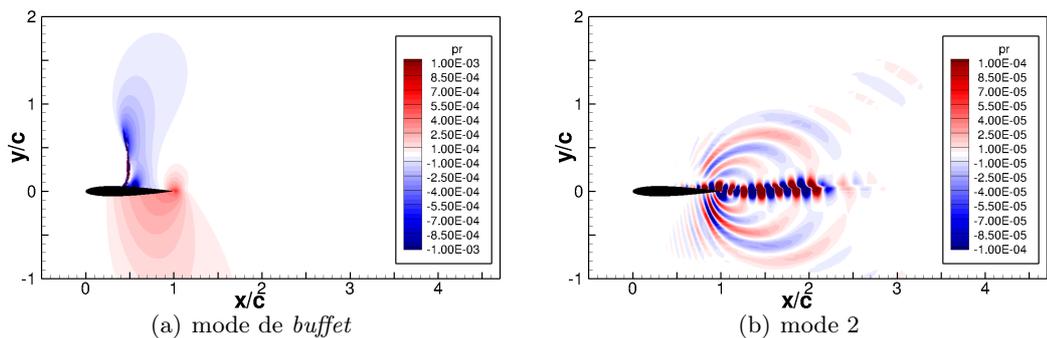


FIGURE 5.19 – Iso-contour de la partie réelle de la pression ($M_\infty = 0.76$, $Re_c = 10^7$ et $\alpha = 3.2$).

5.1.3 Conclusion et remarques

Une étude de stabilité linéaire a été réalisée sur un profil de type NACA0012, dans le but de valider notre outil sur un cas d'écoulement pleinement turbulent de type oscillateurs. Une première étape a montré que les approches quasi-laminaire et avec viscosité

turbulente dynamique permettent de mettre en évidence le phénomène de tremblement transsonique. Une approche en considérant une viscosité turbulente figée ne permet pas de mettre en évidence ce phénomène. Les résultats obtenus sont comparés à l'étude réalisée par Crouch *et al.* [36], et montrent un bon accord, ce qui nous permet de valider notre outil de stabilité linéaire sur un cas d'écoulement pleinement turbulent. Une étude des modes, issus du calcul de stabilité, montre que le mode lié au phénomène de tremblement transsonique ne présente pas de rayonnement au niveau du bord de fuite, alors que des modes, stables, plus hautes fréquences, liés à des instabilités de type Kelvin-Helmholtz naissant au niveau de la zone décollée, présentent quant à eux une diffraction des structures au niveau du bord de fuite. Ces résultats semblent en partie invalider l'hypothèse émise par Lee [93].

Une étude paramétrique sur l'angle d'incidence du profil NACA0012 pourrait être intéressante à réaliser, notamment pour observer si, comme dans le cas du profil OAT15A, le mode de *buffet* se stabilise au delà un certain angle. Cette stabilisation pouvant être à l'origine d'un changement du comportement dynamique de l'écoulement autour du profil. L'analyse d'une configuration avec recollement vers une configuration sans recollement pourrait faire partie des perspectives à donner à cette étude.

Il serait intéressant d'approfondir le mécanisme physique responsable de l'apparition du mode global instable. En particulier de comprendre le mécanisme de rétroaction en pression, le rôle de la zone de recirculation et du noeud de pression.

Enfin, comme dans le cas précédent, il serait intéressant d'étudier un écoulement 3D de ce type de phénomène, et notamment pour observer le comportement de la zone de recirculation.

5.2 Analyse de stabilité globale d'un écoulement dans une tuyère plane en régime de sur-détente

L'objectif de cette section est de donner le contexte de l'étude avant d'aborder l'analyse de la stabilité. Les principaux résultats expérimentaux obtenus par Sajben *et al.* seront largement décrits.

5.2.1 Description et analyse des expériences de Sajben *et al.*

5.2.1.1 Étude d'un écoulement non forcé

Un grand nombre d'articles issus d'études expérimentales menées par Sajben [27, 151, 168] [19, 20, 81, 149, 153], ont été publiés entre 1977 et 1986. Ces études portent toutes sur l'étude de tuyères à section rectangulaire et non de tuyères de révolution. Du point de vue expérimental, il est plus facile de mettre en œuvre des méthodes de mesures et de visualisation pour ce type de tuyère. Parmi les différentes tuyères étudiées par Sajben, seule la tuyère appelée dans ces articles "G" va nous intéresser. Les résultats expérimentaux sont nombreux et bien détaillés. La figure 5.20 montre la forme de la tuyère avec ses différentes côtes. C'est une tuyère asymétrique avec une paroi inférieure plane et une paroi supérieure de type convergent-divergent ayant un angle maximal de 9° . Comme la tuyère est à section rectangulaire, l'écoulement est souhaité strictement (le plus possible) bidimensionnel. Afin d'assurer ce caractère, des pièges à couche limite ont été prévus, notamment dans les coins du diffuseur, voir [168]. La figure 5.21 représente les lignes iso-nombre de Mach moyen dans la section de sortie. Les lignes sont plus ou moins horizontales au centre de la tuyère. On en déduit, qu'à la précision des mesures près, on peut considérer l'écoulement stationnaire comme bidimensionnel si ce n'est tridimensionnel. En ce qui concerne la partie fluctuante

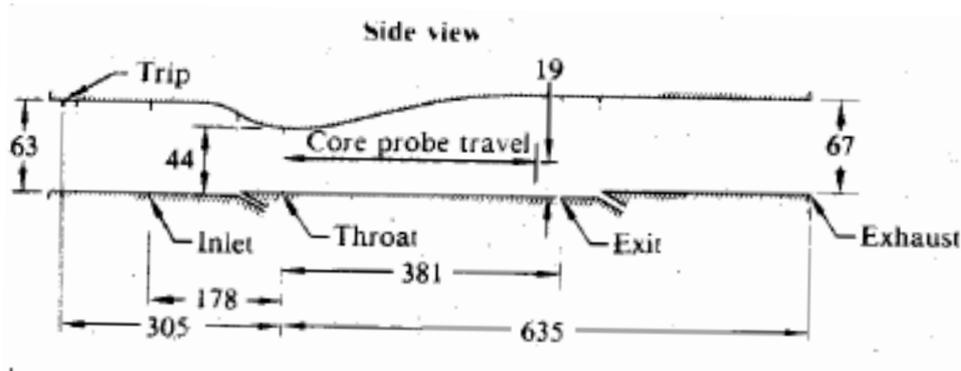


FIGURE 5.20 – Schéma de la tuyère de type "G" utilisé par Sajben pour ces expérimentations.

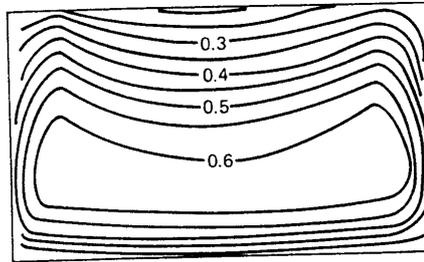


FIGURE 5.21 – Lignes iso-Mach à la section de sortie de la tuyère de type "G".

de l'écoulement, s'agit-il de perturbations bidimensionnelles ou tridimensionnelles ? Aucun article n'aborde ce point. Pour ce qui est de la longueur de la tuyère mesurée entre le col et la section de sortie, différents cas ont été étudiés par Sajben *et al.* ($l/h = 12$ à 30.5) où h est la hauteur du col mais seule la longueur $l/h = 14.4$ est parfaitement documentée.

L'écoulement subsonique, en entrée de la tuyère, va accélérer dans la partie convergente du diffuseur et devenir supersonique à partir du col. L'écoulement est ensuite expulsé par la section de sortie dans l'air ambiant. Du point de vue des conditions limites, cela revient à caractériser la section de sortie, spatialement et temporellement, par une pression statique constante. Les conditions de l'écoulement sont principalement caractérisées par le rapport de pression statique en sortie de tuyère sur la pression totale en entrée de celle-ci : $R_p = p/p_t$. Ce rapport de pression détermine, parmi d'autres propriétés, la nature du choc ainsi que le nombre de Mach à l'aval de ce dernier. Différents régimes ont été étudiés par Sajben *et al.*, on peut les classer suivant quatre catégories :

- si $0.9 < R_p < 1$, l'écoulement est partout subsonique.
- si $0.8 < R_p < 0.9$, la présence du choc et de la zone supersonique est intermittente ($1 < \bar{M}_0 < 1.2$) ; le choc peut parfois remonter jusqu'au col et disparaître. Cependant, les expériences menées par Sajben *et al.* traitent de petites oscillations du choc autour d'une position d'équilibre et, souvent, ces oscillations sont naturelles. Il n'y a pas toujours de fluctuation de pression imposée à la sortie (au sens de fluctuations contrôlées, monochromatiques...). De plus, comme toute la partie en aval du choc oscille comme le choc, les perturbations rencontrées s'apparentent à des modes propres du système.
- si $0.75 < R_p < 0.8$ ($1.2 < \bar{M}_0 < 1.3$), le choc oscille autour d'une position moyenne mais ne franchit jamais le col : il y a toujours une zone supersonique et un choc

présents dans l'écoulement. La couche limite sur la paroi supérieure de la tuyère présente un décollement, ce décollement est dû au gradient de pression (écoulement subsonique fortement ralenti en raison de l'évasement de la tuyère) et ne commence pas au pied du choc.

- si $R_p < 0.75$ ($\bar{M}_0 > 1.3$) le décollement est fixé au pied du choc, le bulbe de décollement est très important. Pour des valeurs faibles du rapport de pression $R_p \simeq 0.7$ le choc exhibe une structure en lambda importante.

Sur le plan de l'interaction des couches limites et de la zone de fluide parfait, il est important de noter que cette interaction est très importante pour $R_p < 0.75$, au point que les deux couches limites (haute et basse) se rejoignent avant la section de sortie, raccourcissant ainsi la longueur de la zone de fluide parfait. La figure 5.22 illustre l'évolution de la longueur de la zone fluide parfait $L_{\sigma c}$ en fonction du nombre de Mach $M_{\sigma u}$. \tilde{x}_c représente l'abscisse où les couches limites se rejoignent, $\tilde{x}_{\sigma m}$ représente l'abscisse de la position moyenne du choc et $M_{\sigma u}$ représente la valeur du nombre de Mach immédiatement en amont du choc près de la paroi supérieure. Pour une valeur du nombre de Mach inférieure à 1.27, on constate que la longueur de fluide parfait s'étend jusqu'en section de sortie, alors que pour une valeur supérieure à 1.27, la zone de fluide parfait est considérablement plus courte. Dans toute la suite, nous allons considérer le cas où le rapport de pression R_p

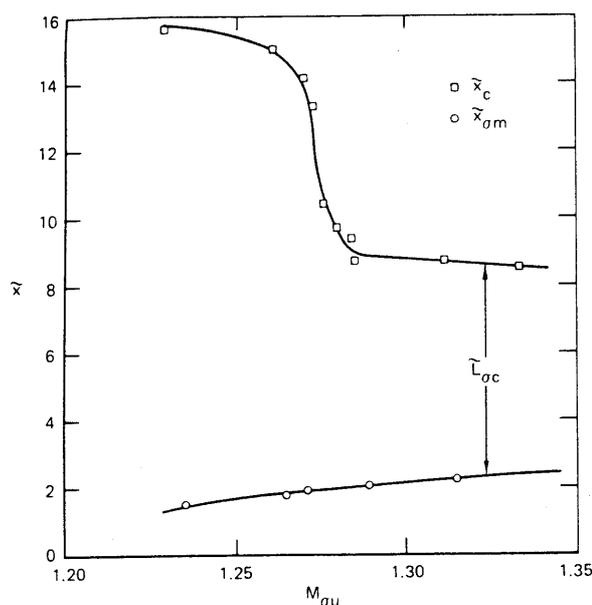


FIGURE 5.22 – Longueur de la “zone fluide parfait” en fonction du nombre de Mach amont $M_{\sigma u}$ sur la paroi supérieure de la tuyère de type "G" utilisé par Sajben.

est égal à 0.72 ($\bar{M}_0 = 1.34$). Ce cas est particulièrement bien documenté, et présente des caractéristiques intéressantes pour une étude de stabilité (voir le spectre de déplacement du choc (5.25)). Ce rapport de pression, comme nous venons de le voir, correspond à un choc de forte intensité qui adopte une configuration en lambda près de la paroi.

Dans toutes les expériences de Sajben *et al.*, des oscillations ont été observées à proximité du choc ainsi que dans toute la zone en aval de celui-ci, quelle que soit l'intensité du choc. Par contre, aucune dynamique instationnaire fluctuante n'a été observé en amont du choc, ni en amont du col ni dans la zone supersonique. Dans ce paragraphe, on ne s'intéresse qu'aux oscillations "naturelles", dans le sens où les expérimentateurs ne créent pas volontairement une perturbation, par exemple à la sortie de la tuyère.

Les figures 5.23 et 5.24 montrent respectivement l'évolution du champ de vitesse moyenne longitudinale et transversale en aval du choc dans la tuyère de Sajben. Ce type d'écoulement

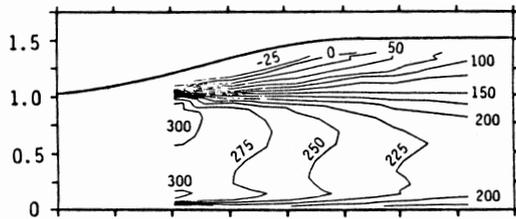


FIGURE 5.23 – Lignes d'iso contours de la vitesse moyenne longitudinale dans la tuyère de type "G" utilisé par Sajben.

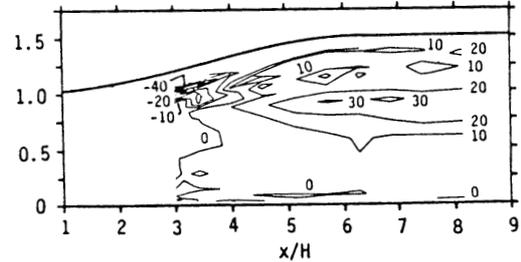


FIGURE 5.24 – Lignes d'iso contours de la vitesse moyenne transversale dans la tuyère de type "G" utilisé par Sajben.

est caractérisé par un décollement important de la couche limite supérieure directement en aval du choc, avec un point de recollement aux alentours de $x/h = 6$. On notera que les couches limites sont importantes, indiquant un fort niveau de turbulence. La zone de fluide parfait est plus ou moins monodimensionnelle. Le choc présente une configuration "en lambda" au niveau de la partie supérieure et est quasi-droit au centre de la tuyère. Bogar *et al.* [168] donne l'évolution du spectre de déplacement de choc dans la tuyère Sajben pour $R_p = 0.72$ et une longueur de tuyère de $l/h = 14.4$ (figure 5.25). Ce résultat, obtenu en

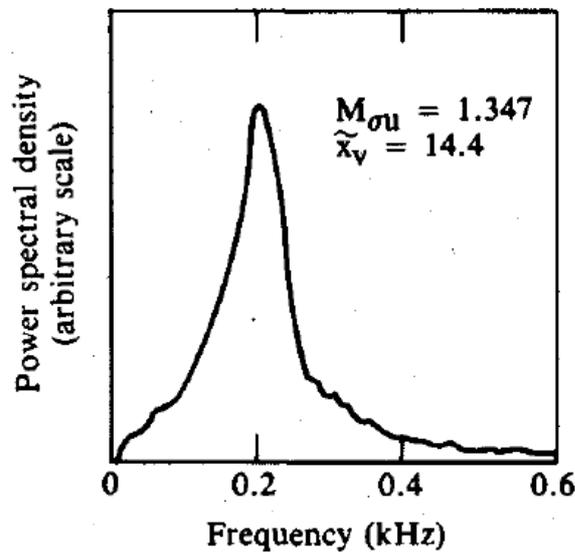


FIGURE 5.25 – Spectre de déplacement du choc pour $R_p = 0.72$ et $l/h = 14.4$.

utilisant un filtre passe bande [100 – 300] Hz, montre que les fréquences les plus sensibles sont voisines de 200 Hz. Les oscillations de l'écoulement dans le diffuseur sont cohérentes sur l'ensemble du champ subsonique, le spectre des différentes grandeurs fluctuantes pris en différents points présente cette même caractéristique. Bogar *et al.* [168] indique que lorsque le rapport de pression R_p est plus élevé (choc plus faible), c'est-à-dire si le décollement de la couche limite est essentiellement dû au gradient de pression, le spectre possède plusieurs pics proches des fréquences naturelles prédites par une théorie acoustique monodimensionnelle.

Dans ce cas, les fréquences varient de manière inversement proportionnelle à la longueur de la tuyère. Dans le cas où le décollement est engendré par le choc lui-même (notre cas : $R_p = 0.72$), le spectre présente un unique pic dont la fréquence est indépendante de la longueur de la tuyère mais est inversement proportionnelle à la longueur de la zone fluide parfait. Cette fréquence ne correspond pas aux prédictions acoustiques, pour plus de détails voir [168]. La figure 5.26 donne l'évolution des fréquences caractéristiques du mouvement du choc en fonction du nombre de Mach amont. Dans le cas d'un choc de forte

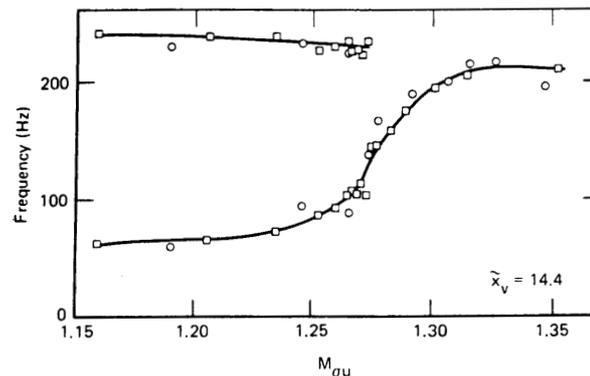


FIGURE 5.26 – Évolution des fréquences caractéristiques en fonction du nombre de Mach à l'amont du choc.

intensité, $M_{\infty} > 1.27$ Sajben *et al.* [151] font remarquer que cette fréquence est proche du temps de convection d'une fluctuation de pression traversant cette zone de fluide parfait. Dans des expériences ultérieures, Bogar *et al.* [19, 73] ont pu mesurer le champ de vitesse longitudinale et transversale. Les figures 5.27 et 5.28 illustrent ces résultats.

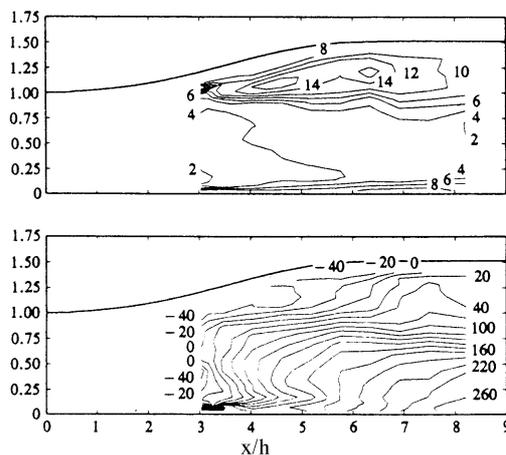


FIGURE 5.27 – Lignes d'iso contours de la vitesse fluctuante longitudinale, haut : module, bas : phase.

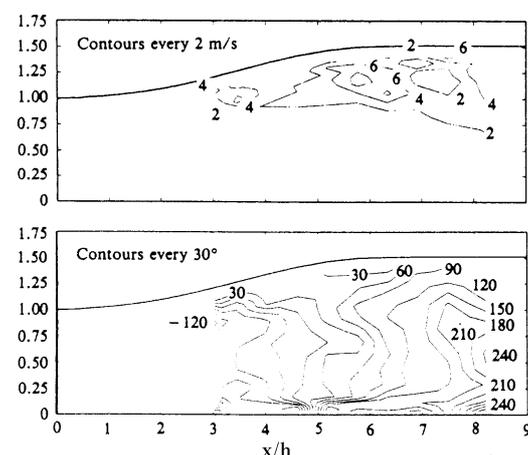


FIGURE 5.28 – Lignes d'iso contours de la vitesse fluctuante transversale, haut : module, bas : phase.

Les auteurs constatent que l'amplitude des fluctuations est maximale dans les zones où les gradient de pression sont les plus abrupts. Cela suggère des oscillations verticale de l'écoulement au centre de la tuyère entraînant des oscillations dans les couches limites. La composante verticale du champ des vitesses est plus faible que la composante longitudinale, surtout au milieu de la zone fluide parfait. Globalement la fluctuation de vitesse est faible :

moins de 1% de la vitesse moyenne dans la zone fluide parfait et dans la couche limite ; les structures cohérentes sont, en amplitude, d'un ordre de grandeur plus faible que les niveaux de turbulence. De plus, Bogar[19] constate que la fluctuation est organisée en une grosse structure tourbillonnaire. Cette dernière débute au niveau de la fin de la zone décollée puis est convectée vers l'aval. Après une demi-période, une structure analogue à la première, mais tournant dans le sens inverse, prend naissance au même endroit et se voit convecter également vers l'aval. Ce type de mouvement convectif montre bien qu'il ne s'agit pas d'un phénomène acoustique, en effet pour ce dernier on observerait une remonté des fluctuations de pression de l'aval vers l'amont. Chen *et al.* [27] ont montré que dans le cas d'un choc de faible intensité, les perturbations remontent l'écoulement à grande vitesse, correspondant bien à un mécanisme de type acoustique ; dans le cas de choc de forte intensité, les perturbations acoustiques existent bien mais sont toutefois masquées par les perturbations convectées de l'amont vers l'aval à des vitesses lentes. Ils en concluent que le fait que cette convection soit lente incite à penser que la couche limite joue un rôle important dans ce type de perturbation. Mais Chen concède que ce rôle est encore mal connu et qu'il n'est pas certain que ce soit précisément la couche limite qui ait le rôle prépondérant. Bogar[19] pour sa part pense que l'interface entre la couche limite et la zone de fluide parfait joue un rôle important ainsi que la variation verticale de hauteur de fluide parfait due à la présence du décollement.

Dans ce qui va suivre, certains résultats dans la zone fluide parfait vont nous être particulièrement utiles, comme l'évolution suivant x de la pression et de la vitesse longitudinale fluctuante au centre de la tuyère. Les figures 5.29 et 5.30 illustrent cette évolution. Sur

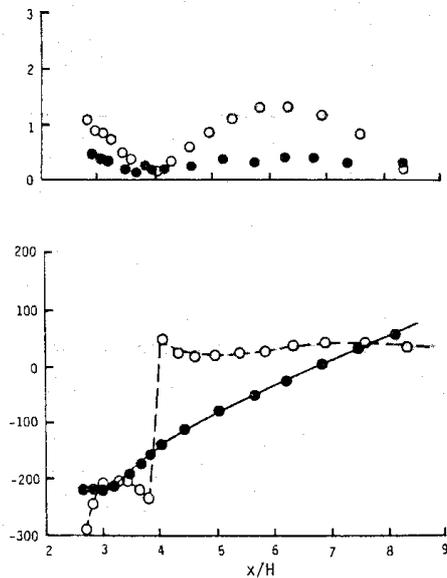


FIGURE 5.29 – Comparaison de l'amplitude (haut) et de la phase (bas) de la fluctuation de pression; ronds noirs : expérience, ronds blancs : calculs

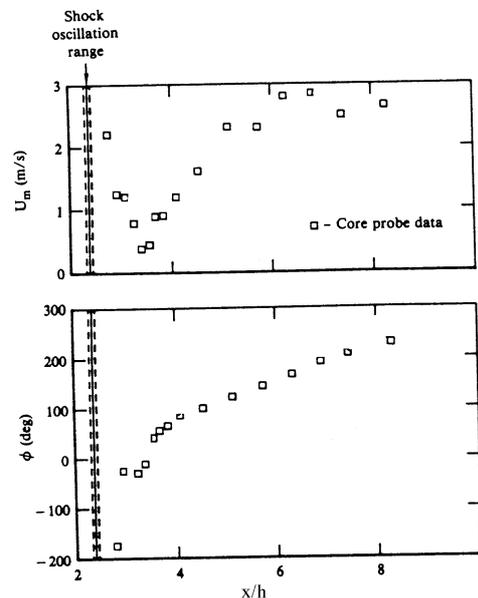


FIGURE 5.30 – Évolution de la vitesse longitudinale fluctuante au centre de la tuyère, haut module, bas phase.

les figures de gauche deux types de résultats sont présentés. Les ronds blancs représentent le résultat d'un calcul numérique[73] (résolution des équations de Navier-Stokes instationnaires). Ce type de résultat sera discuté dans la section suivante. Pour ce qui est des résultats expérimentaux (ronds noirs), on constate que l'amplitude de la fluctuation de

pression est quasi-constante au centre de la tuyère, et que l'évolution de la phase est monotone croissante indiquant qu'une onde de type acoustique se déplace de l'amont vers l'aval. Sur la figure de droite, la distribution de la fluctuation de vitesse montre la présence d'un minimum à $x/h = 3.5$, un tel comportement suggère la présence d'un nœud d'une onde stationnaire. Cependant, dans une onde stationnaire conventionnelle, la fluctuation de phase montre un déphasage brutal de π à la traversée du nœud. Ce n'est pas le cas ici.

• **En résumé :**

Pour certaines valeurs du rapport de pression R_p , le choc ainsi que la zone en aval de celui-ci sont animés d'oscillations, celles-ci sont régulières (à peu près périodiques) dans le cas des chocs d'intensité faible et forte et apparemment plus aléatoires dans les cas intermédiaires. Par ailleurs, il y a deux types de fluctuations : une se propageant vers l'amont à grande vitesse, une autre vers l'aval, à faible vitesse. Pour un choc d'intensité faible, le mouvement propagatif vers l'aval est très faible ; les fréquences caractéristiques correspondent aux prévisions données par les calculs acoustiques, les longueurs d'onde longitudinales sont à échelle de la distance entre le choc et la sortie de la tuyère. Pour un choc d'intensité forte, le mouvement convectif vers l'aval est dominant, les fréquences caractéristiques semblent correspondre au temps de convection de la fluctuation de pression dans la zone de fluide parfait. Quant aux dimensions longitudinales caractéristiques, elles semblent s'ajuster avec la longueur de la zone de fluide parfait qui s'étend entre le choc et l'endroit où les deux couches limites pariétales se rejoignent. Le maximum pour les oscillations propres correspond généralement à une fréquence de l'ordre de 200 Hz, alors que les fréquences les plus importantes pour la turbulence sont plutôt proches de 3000 Hz. On note toutefois que, pour les fréquences basses (50 Hz-300 Hz), l'activité turbulente n'est pas nulle. Aussi, on peut se demander si le choc ne joue pas un rôle de filtre en fréquence. En effet, nous avons vu, d'après l'étude réalisée par Toubert & Sandham [182] que le choc répond aux excitations de la couche limite amont à basse fréquence, cette hypothèse a également été formulée par Culick & Rogers [38]. Dans ces conditions, il n'est pas interdit de penser que la turbulence de la couche limite peut jouer un rôle d'excitateur vis-à-vis des instabilités dans la zone de fluide parfait. La turbulence fournit bien plus d'énergie aux hautes qu'aux basses fréquences. Dans ce cas, même si les fréquences de la turbulence ne correspondent pas aux fréquences caractéristiques des oscillations du choc, c'est tout de même la turbulence qui alimente les structures instationnaires visibles de l'écoulement. Ces constatations montrent qu'il est important d'avoir une approche turbulente, semblable à celle réalisée dans le cas du tremblement transsonique.

5.2.1.2 Étude d'un écoulement forcé

L'équipe de Sajben a effectué une étude sur la réponse de l'écoulement étudié précédemment à des oscillations forcées [81, 151]. Rappelons que les oscillations du choc et de toute la partie subsonique en aval du choc envisagées jusqu'ici, que ce soit pour un choc de faible intensité ou de forte intensité, existent en conditions "naturelles" au sens où elles sont observées sans provoquer de fluctuations où que ce soit : ce sont des modes propres du système. Pour engendrer des oscillations forcées, Sajben *et al.* ont muni la tuyère d'un système rotatif triangulaire d'axe transverse localisé dans la paroi inférieure à l'abscisse $x/h = 13$. La figure 5.31 montre la tuyère avec son dispositif de came tournante. Ce système permet de générer une perturbation de fréquence fixe en ajustant la vitesse de rotation de la came. Regardons le cas du choc d'intensité forte ($R_p = 0.72$). Rappelons que

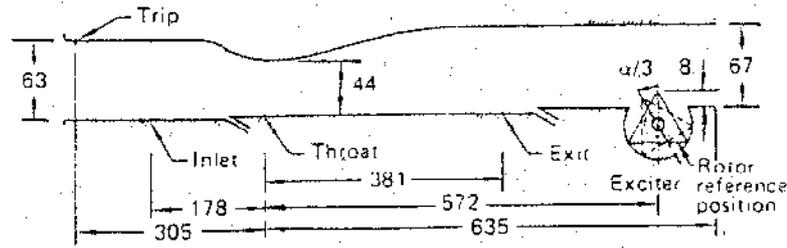


FIGURE 5.31 – Schéma de la tuyère avec le dispositif expérimental de forçage.

dans ce cas la fréquence propre est 217 Hz. Sajben *et al.* ont utilisé différentes fréquences de forçage allant de 50 à 350 Hz. Dans cette configuration, on s'attendrait à observer un phénomène de résonance en s'approchant de la fréquence propre du diffuseur. C'est à dire qu'aux alentours de 217 Hz, l'amplitude des oscillations devraient devenir très importante. Or ils constaté une absence totale de mécanisme de résonance entre les oscillations forcées et la fréquence propre, et cela dans tous les cas de figure. L'explication donnée par Sajben consiste à supposer que les excitations forcées sont certes à la même fréquence que les modes propres, mais correspondent à d'autres modes. Ainsi, les auteurs pensent que les excitations forcées par leur système rotatif n'ont pas du tout la même structure spatiale que les oscillations propres du système, d'où l'absence totale de résonance.

Cette analyse montre que l'étude d'un système soumis à des oscillations naturelles (modes propres) et l'étude d'un système soumis à une oscillation forcée sont de natures très différentes. Cette différence est importante lorsque l'on cherche à calculer numériquement ce type de phénomène. De plus, en théorie de stabilité, il existe une grande différence entre ces deux approches. La première correspond à l'étude d'une dynamique de type oscillateurs, le second cas correspond à l'étude de la dynamique de type amplificateur sélectif de bruit. Dans ce dernier cas, la réponse peut-être fortement dépendante de la forme spatio-temporelle de la perturbation imposée. Les figures 5.32 et 5.33 donnent l'évolution en module et en phase de la fluctuation de pression statique et totale au centre de la tuyère. On constate une différence importante entre les cas non forcé (5.29) et forcé.

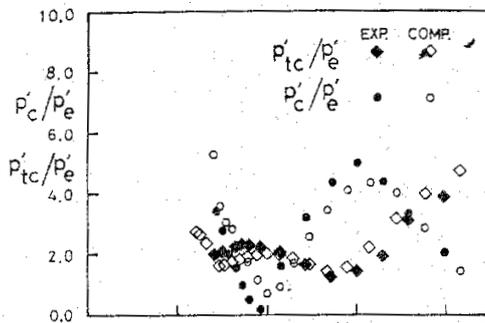


FIGURE 5.32 – Évolution du module de la fluctuation de pression statique et totale au centre de la tuyère, symboles noirs : expérience, symboles blancs : calcul.

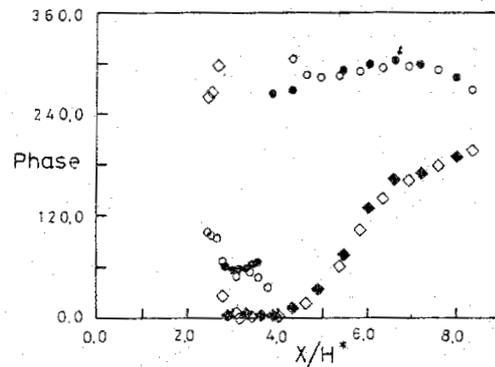


FIGURE 5.33 – Évolution de la phase de la fluctuation de pression statique et totale au centre de la tuyère, symboles noirs : expérience, symboles blancs : calcul.

5.2.2 Calculs numériques relatifs aux expériences de Sajben

Les études numériques relatives au problème de Sajben sont nombreuses. Elles portent à la fois sur des oscillations naturelles et des oscillations forcées.

A la même époque que les expériences de Sajben (milieu des années 80), une approche numérique a été réalisée essentiellement par M. S. Liou[96–99], T. J. Coakley[33, 34] et Hsieh [73–76, 167]. Seuls les calculs portant sur les oscillations naturelles seront détaillés. Ces calculs consistent à résoudre les équations de Navier-Stokes instationnaires bidimensionnelles avec comme modèle de turbulence le modèle $k - \omega$ de Wilcox et Rubesin. Deux types de calculs ont été réalisés : un calcul stationnaire donnant l'écoulement moyen et un calcul instationnaire déterminant les grandeurs fluctuantes. Les auteurs ont choisi le rapport de pression $R_p = 0.72$ et différentes longueurs de tuyère : $l/h = 8.6, 10, 12, 14.7$. Différents maillages ont aussi été utilisés : pour le nombre de points en x de 80 à 118, pour le nombre de points en y de 50 à 98. Dans un premier temps, ils ont cherché à calculer le champ stationnaire. La comparaison avec l'expérience est bonne, malgré une taille de la zone décollée trop petite par rapport à l'expérience et une position du choc légèrement trop en aval[73, 74]. Pour ce qui est du calcul instationnaire, l'accord est nettement moins bon. Les auteurs constatent une grande sensibilité au maillage (fréquence, évolution des grandeurs fluctuantes, mouvement du choc sont qualitativement différents). La figure 5.34 montre le spectre de déplacement du choc pour différentes longueurs de tuyère reportées dans le tableau 5.2. Pour une longueur de tuyère l/h inférieure à 12, on peut observer

| Fréquence (Hz) | l/h (cas) |
|----------------|-------------|
| 300 | 8.66 (A) |
| 250 | 10.06 (B) |
| 210 | 12.08 (C) |
| 310 | 14.7 (D) |

TABLE 5.2 – Fréquence d'oscillation pour les différentes longueurs de tuyère.

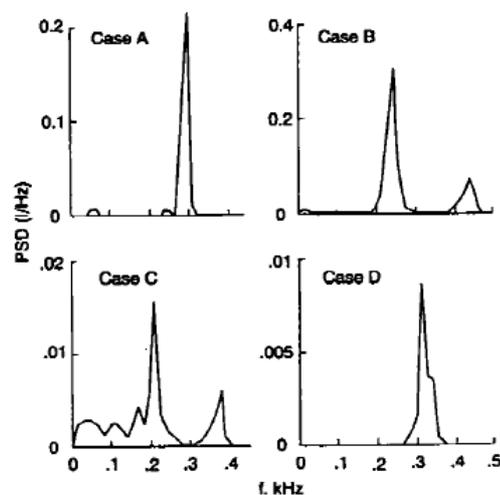


FIGURE 5.34 – Spectre de déplacement du choc pour différentes longueurs de tuyère, calcul numérique.

que la fréquence d'oscillation passe de 300 Hz à 210 Hz lorsque la section de sortie l/h

passe de 8.6 à 12.08. Pour une section de sortie de $l/h = 14.7$ leurs calculs obtiennent une fréquence d'oscillation de 310 Hz. Ce dernier résultat n'est pas en accord avec les résultats expérimentaux (217 Hz) publiés par Sajben *et al.*[168]. De plus, les résultats expérimentaux ont montré, pour un rapport de pression $R_p = 0.72$ que la fréquence était indépendante de la longueur de la tuyère, mais qu'elle était inversement proportionnelle à la longueur de la zone de fluide parfait. Il semble que le calcul numérique ne retrouve pas cette caractéristique. Un autre résultat expérimental intéressant est donné par l'évolution suivant x de la pression fluctuante au centre de la tuyère, voir la figure 5.29. Dans cette figure, les résultats expérimentaux sont représentés par des symboles noirs et les calculs numériques de Hsieh et Liou par des cercles évidés. On constate que ces derniers ne retrouvent pas les résultats expérimentaux de Sajben. L'amplitude expérimentale de la fluctuation de pression est plutôt constante dans la tuyère alors que l'amplitude calculée est d'une part supérieure à l'amplitude expérimentale et d'autre part, exhibe un noeud pour $x/h = 4$ non présent dans l'expérience. De plus, la présence de ce noeud se confirme au niveau de la phase. La phase calculée présente une discontinuité en $x/h = 4$ caractéristique d'un noeud d'une onde stationnaire. La phase expérimentale, quant à elle, est monotone croissante, typique de la propagation d'une onde de l'amont vers l'aval. En conclusion, les calculs de Liou, Coakley et Hsieh présentent bien des oscillations auto-entretenues mais le comportement spatio-temporel des grandeurs fluctuantes est assez différent de l'expérience. Des calculs ont été réalisés avec un forçage monochromatique à 300 Hz en section de sortie, les résultats numériques sont cette fois qualitativement plus conformes aux résultats expérimentaux. Cela montre, qu'effectivement un forçage sinusoïdal en section de sortie simule correctement le forçage par un système rotatif du cas expérimental. Cela montre aussi que les oscillations "naturelles" sont de nature bien différente d'un forçage monochromatique, comme l'avait suggéré Bogar. Hsieh[73] suggère, au vu des résultats numériques, que les mécanismes causant les oscillations auto-entretenues changent lorsque l'on passe d'une longueur de tuyère de $l/h = 8.6$ à $l/h = 14.7$. Il postule que le mécanisme dominant serait de nature convective visqueuse lorsque la longueur de la tuyère est inférieure à $l/h = 12$ et de nature acoustique lorsque $l/h \geq 12$.

Dans le cadre d'études sur le problème de charges latérales, des calculs ont été réalisés par Alziary de Roquefort [148] d'une part et Hallard *et al.* [26] d'autre part. Ces calculs sur le principe sont peu différents des calculs précédents. Il s'agit de résoudre les équations de Navier-Stokes instationnaires bidimensionnelles avec différents modèles de turbulence ($k - \epsilon$ bas Reynolds de Chien, Jones-Launder, Launder-Sharma,...). Différents rapports de pression (R_p) ont été calculés (0.72,0.74,0.76) pour deux longueurs de tuyères différentes $l/h = 8$, $l/h = 13$. Nous ne parlerons que du cas $R_p = 0.72$. En ce qui concerne le calcul du champ stationnaire, le résultat est très proche des résultats précédents. Pour le calcul du champ instationnaire, il est intéressant de s'y attarder un peu car les résultats issus de ces calculs sont fondamentalement différents des précédents. Les calculs réalisés par les auteurs sont des calculs où un forçage à 300 Hz est imposé en section de sortie. Leurs calculs montrent que si le forçage est supprimé le caractère instationnaire disparaît. Suivant les résultats de ce calcul, il n'existe donc pas d'oscillations auto-entretenues. De plus, les simulations instationnaires (avec forçage donc) montrent une évolution de la pression fluctuante en module et en phase en bon accord avec les résultats expérimentaux de la tuyère de Sajben sans forçage ! Le module de la fluctuation de pression est quasi-constant en aval du choc (sans noeud) et la phase est monotone croissante. Les figures 5.35 et 5.36 [148] illustrent ces résultats. Selon Alziary, les perturbations de pression sont constituées essentiellement par des ondes presque planes se propageant de l'aval vers l'amont. Ces ondes

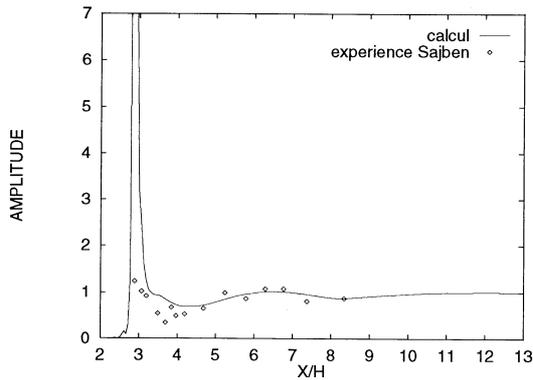


FIGURE 5.35 – Amplitude de la perturbation de pression sur la ligne médiane pour une excitation à 300 Hz d'amplitude 1.1% à $x/h = 13$.

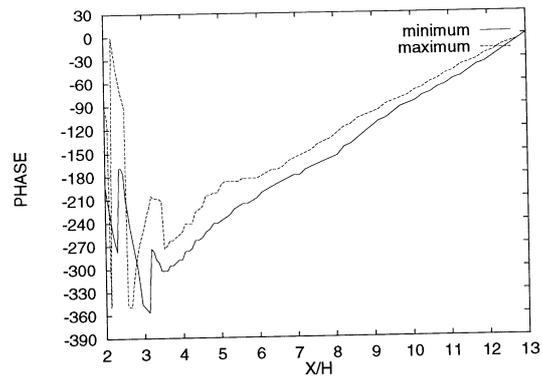


FIGURE 5.36 – Phase de la perturbation de pression sur la ligne médiane pour une excitation à 300 Hz d'amplitude 1.1% à $x/h = 13$.

semblent très peu ou pas réfléchies sur le front de choc. Il est intéressant de remarquer que ce résultat est en accord qualitatif avec celui de Culick & Rogers[38]. Pour un écoulement ayant un nombre de Mach à l'amont autour de $\bar{M}_0 = 1,35$ et une zone décollée, le coefficient de réflexion vaut : $\beta = 0.09$.

Il semble qu'il y ait une différence d'interprétation dans le sens de propagation des ondes de perturbation liée à la pente de la phase de la fluctuation de pression. Pour les premiers (Bogar *et al.*), une pente monotone croissante caractérise des ondes descendant l'écoulement. Pour le second (Alziary), cela caractérise une onde remontant l'écoulement.

Au regard de ces résultats numériques contradictoires, il semble intéressant d'investiguer les différents phénomènes physiques par une analyse de stabilité linéaire. En effet la capacité de cet outil à caractériser la dynamique basse fréquence du tremblement transsonique peut-être intéressant pour caractériser celle de ce diffuseur.

Objectif de l'étude :

- L'écoulement dans la tuyère Sajben peut-il être globalement instable, c'est-à-dire avoir une dynamique auto-entretenu ?
- Compréhension des mécanisme physiques responsables de la dynamique basse fréquence.
- Influence de la longueur du diffuseur sur la dynamique.

5.2.3 Caractéristiques de l'écoulement étudié

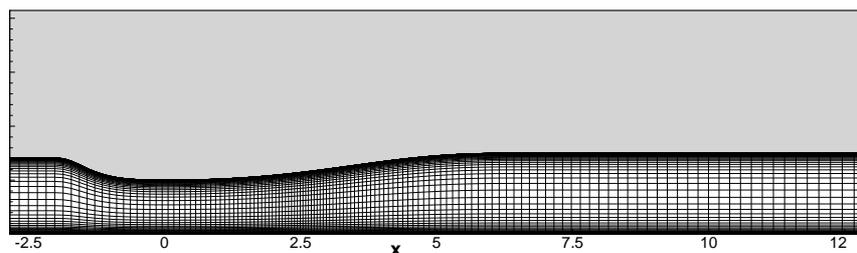


FIGURE 5.37 – Maillage utilisé pour l'étude de la tuyère de Sajben

Pour caractériser l'écoulement, nous nous basons sur l'étude présentée sur le site :

- <http://www.grc.nasa.gov/WWW/wind/valid/transdif/transdif.html>

Les conditions d'entrée du diffuseur sont les suivantes :

- Pression totale : $P_{ti} = 1.35 \cdot 10^5 Pa$
- Température totale $T_{ti} = 277 K$
- Nombre de Reynolds basé sur la hauteur d'entrée : $Re_{hi} = 8.22 \cdot 10^5$
- Nombre de Mach $M_i = 0.46$

Afin de se placer dans la configuration présentant un choc fort, nous choisissons un rapport de pression $\mathcal{R}_p = P_{ti}/P_{to} = 0.72$ la pression totale de sortie est donc de $P_{to} = 0.97 \cdot 10^5 Pa$. Dans cette configuration, le pied de choc est positionné aux alentours de $x/H \approx 2.1$ pour la paroi supérieure et $x/H \approx 2.4$ pour la paroi inférieure comme on peut l'observer sur la figure (5.38). Nous utilisons une condition d'injection avec une vitesse imposée en entrée, des conditions de non glissement adiabatique pour les parois supérieure et inférieure et une condition de pression imposée en sortie. Un modèle de turbulence de Spalart-Allmaras est utilisé comme équation de fermeture des équations RANS.

5.2.3.1 Calcul du champ de base

Le champ de base est recherché comme une solution stationnaire des équations URANS, dont la méthode de calcul est présentée dans la partie 2.3.2. Les données expérimentales

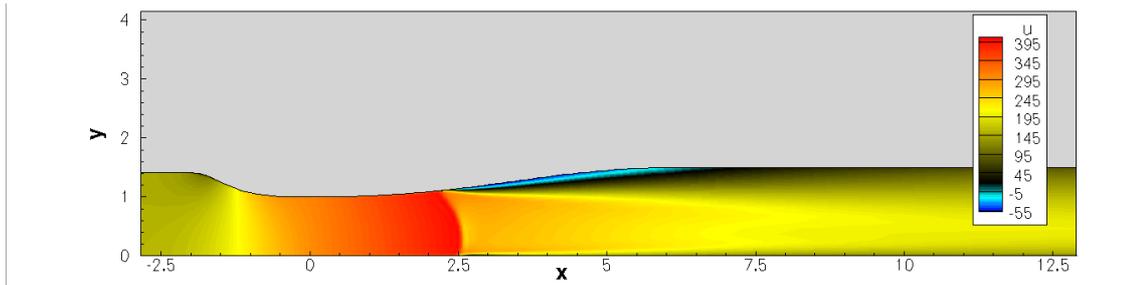


FIGURE 5.38 – Iso-contour de la vitesse longitudinale du champ de base

de Sajben *et al.* [152] sont utilisées pour valider notre champ de base. La distribution de pression sur les parois haute et basse est présentée sur la figure 5.39(a). La comparaison avec les données expérimentales donne une bonne validation de notre calcul. Quant aux profils de vitesse pour différentes sections, ils sont qualitativement retrouvés mais des différences quantitatives sont observées, en particulier dans les zones décollées. La figure 5.39(b) illustre cette comparaison. D'une façon plus générale, il semble que les simulations RANS aient quelques difficultés à déterminer les bons profils de vitesse comme le montre les résultats de Mohler [116] figure (5.40).

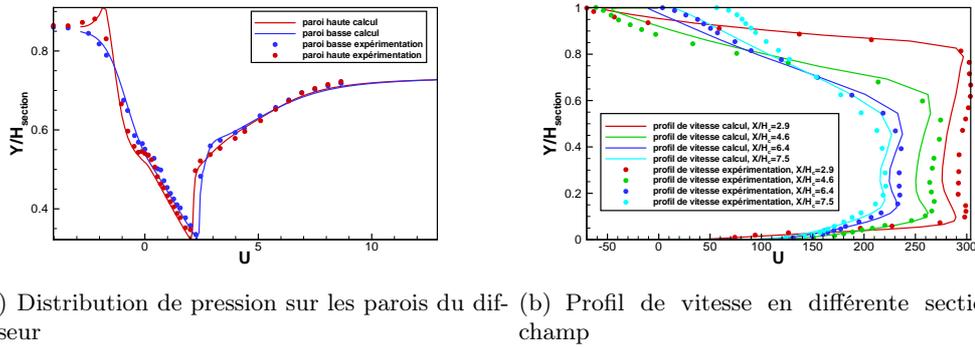


FIGURE 5.39 – Comparaison du champ de base avec les données expérimentales de Sajben *et al.* [152]

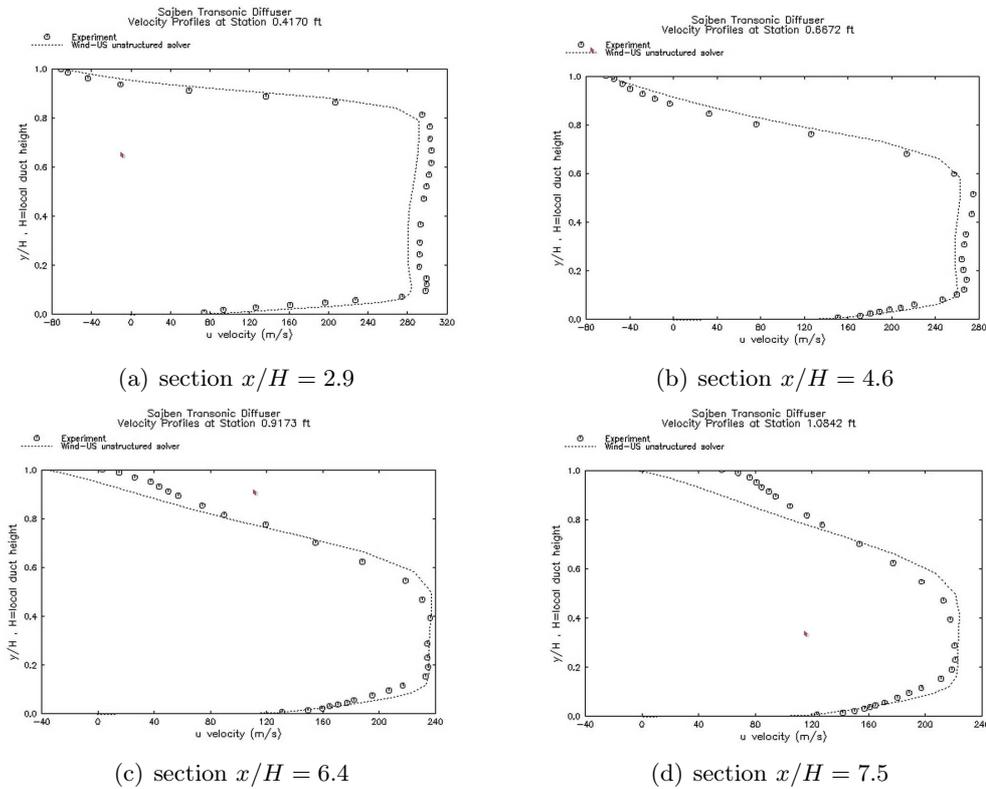


FIGURE 5.40 – Profil de vitesse en différente section de l'étude de Mohler [116]

5.2.4 Analyse de stabilité

De façon analogue à l'écoulement autour du profil d'aile NACA0012, une analyse de stabilité linéaire est réalisée. L'approche quasi-laminaire, l'approche où la viscosité turbulente est figée et enfin l'approche où la viscosité turbulente est dynamique sont utilisées pour le calcul de stabilité linéaire d'un écoulement pleinement turbulent.

- L'approche quasi-laminaire : dans cette approche les effets de la turbulence sont pris en compte seulement dans le champ de base et non dans la fluctuation, où cette dernière est solution des équations de N-S compressibles laminaires. Les résultats

obtenus seront comparés par la suite avec ceux de l'approche avec viscosité turbulente dynamique.

- L'approche par viscosité turbulente figée : dans cette approche les effets de la turbulence sont pris en compte dans le calcul du champ de base et dans les équations pour la perturbation. La viscosité turbulente n'est pas perturbée $\mu_t' = 0$. De la même manière que dans l'étude de l'écoulement autour du profil, cette approche entraîne la divergence de la simulation instationnaire.
- L'approche par viscosité turbulente dynamique : dans cette approche, les effets de la turbulences sont pris en compte dans le calcul du champ de base ainsi que dans les équations pour la perturbation. Ainsi, la viscosité turbulente perturbée est aussi calculée. Dans ce cas la turbulence peut influencer le développement des instabilités de façon dynamique.

Les spectres issus de la décomposition aux valeurs propres de notre problème, pour les approches quasi-laminaire et avec une viscosité turbulente dynamique, sont représentés figure 5.41. Seuls les modes parfaitement convergés (résidu $< 10^{-5}$) sont présentés.

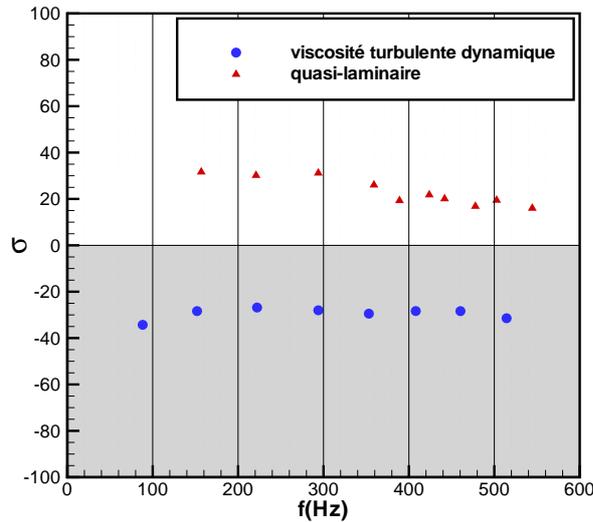
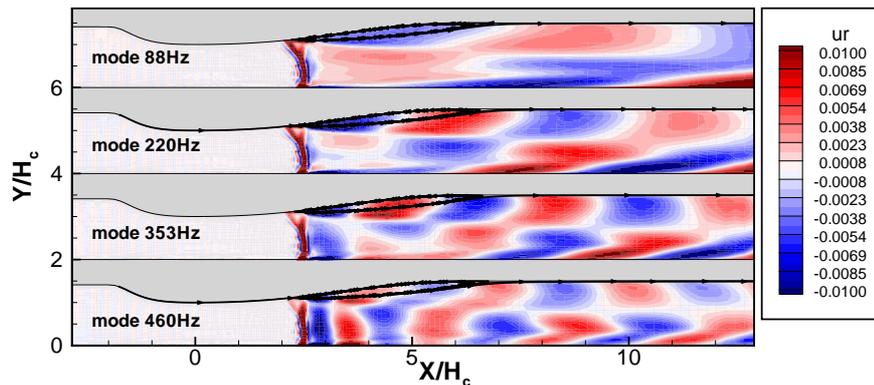


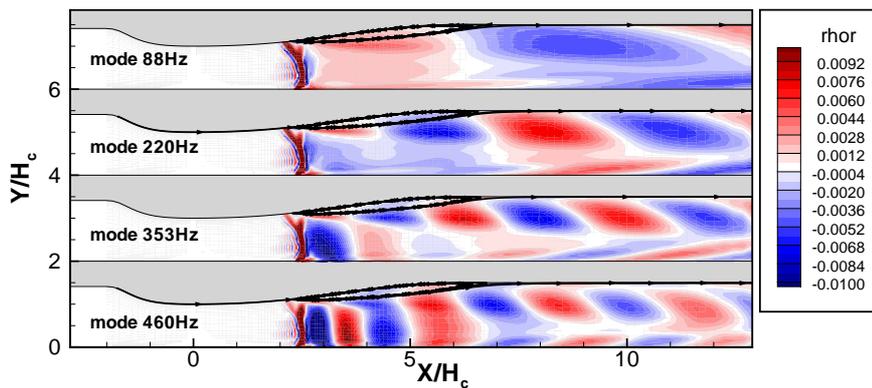
FIGURE 5.41 – Spectres issus de l'analyse de stabilité globale de l'écoulement dans un diffuseur, $\mathcal{R}_p = 0.72$, $M_{inflow} = 0.46$, $Re_{hi} = 8.22 \cdot 10^5$

Les deux spectres prennent la forme d'une branche avec des modes situés dans la même gamme de fréquence. En revanche, les taux d'amplifications sont différents, l'approche quasi laminaire voit tous ces modes globalement instables, alors que l'approche en considérant une viscosité turbulente dynamique est globalement stable. Sartor [155], montre également un tel comportement dans le cas d'un écoulement comportant une interaction onde de choc/couche limite turbulente sur la configuration dite "bosse de Délery" (Délery [58]). Les expériences réalisées par Bogar *et al.* [19], montrent que la contribution de la dynamique basse fréquence se fait aux alentours de $210Hz$. Afin d'investiguer cette dernière, nous décidons d'étudier le mode, issu de notre étude de stabilité, à $220Hz$. Les figures (5.42) représentent les iso-contours de la vitesse longitudinale de ce mode pour différentes fréquences pour l'approche avec la viscosité dynamique. On peut observer la formation de structures naissant au niveau du pied du choc en lambda et s'amplifiant le long de la couche

de cisaillement. Ces dernières viennent interagir avec les structures liées à la couche limite de la paroi inférieure au niveau de la fin de la zone de fluide parfait. Ainsi, tout comme dans le cas de l'interaction onde de choc oblique/ couche limite, des instabilités de type K-H prennent naissance au niveau du point de décollement, et se voient convecter le long de la couche de mélange.



(a) représentation de la partie réelle de la vitesse longitudinale



(b) représentation de la partie réelle de la masse volumique

FIGURE 5.42 – Visualisation des iso-contours des modes issus de la stabilité linéaire pour différentes fréquences, $\mathcal{R}_p = 0.72$, $M_{inflow} = 0.46$, $Re_{hi} = 8.22 \cdot 10^5$

Une comparaison entre la moyenne quadratique des vitesses issues de l'expérience et le module de ces quantités issues de notre étude est proposée sur les figures (5.43) et (5.44). Un accord satisfaisant est constaté sur la vitesse longitudinale en module et en phase (figure (5.44)), contrairement à ce qui peut être observé pour la vitesse transverse (figure (5.44)). Néanmoins, un tel écart est à nuancer : Bogar *et al.* [19, 73] effectuent la moyenne temporelle réalisée d'un écoulement 3D, tandis que notre étude est mono-modale et bidimensionnelle. Par ailleurs l'écoulement étant globalement stable par une approche de μ_t dynamique, la dynamique, au moins linéarisée, de l'écoulement est de type amplificateur sélectif de bruit. De façon identique au cas de l'interaction oblique, la bonne approche pour caractériser cette dynamique est d'étudier les mécanismes de réceptivité et de sensibilité de l'écoulement afin d'étudier la réponse de celui-ci à des perturbations de nature et de propriétés diverses (harmoniques, stochastique, localisées, non localisées). Cette analyse

5.2.5 Étude de stabilité pour différentes longueurs de tuyère

Afin d'investiguer la dépendance fréquentielle de la dynamique vis-à-vis de la longueur du diffuseur, l'étude précédente est reprise pour 3 autres tailles de tuyère. Le rapport de pression est adapté afin d'obtenir la même position du choc et le même décollement de la couche limite. La figure (5.45) montre les iso-contours de la vitesse longitudinale du champ de base, pour les trois longueurs suivantes : $L/H_c = 10.0$; 13 ; 15.0.

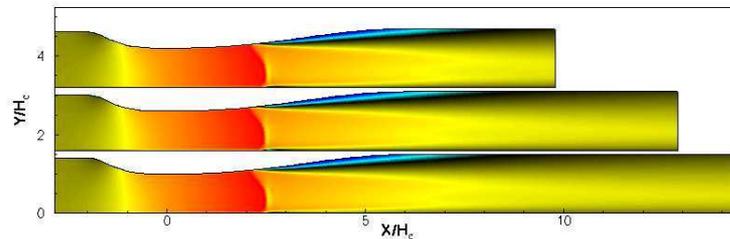


FIGURE 5.45 – Iso-contour de la vitesse longitudinale du champ de base, pour différentes longueurs de tuyère

L'influence de la longueur de la tuyère sur l'analyse de stabilité linéaire est présentée sur le spectre figure 5.46. La forme globale du spectre reste identique et prend l'apparence d'une branche de mode. Le taux d'amplification semble également peu affecté. La répartition, et notamment l'espace entre deux modes successifs, est quant à elle différente. Notamment, l'espace entre mode est d'autant plus rapproché que le diffuseur est long comme le montre le tableau 5.3. Ce type de résultat est cohérent avec le fait que la structure spatiale des modes soit étendue à tout le domaine comme le montre la figure 5.47. Ce résultat est en accord avec les précédentes approches numériques réalisées par M. S. Liou[96–99], T. J. Coakley[33, 34] et Hsieh [73–76, 167], qui montrent des fréquences d'oscillations naturelles qui diffèrent selon la taille de la tuyère. La structure spatiale des modes reste inchangée avec la taille de la tuyère. On observe toujours des instabilités de types K-H se développant au niveau de la couche de mélange.

| L/H | $\Delta\omega_r(Hz)$ |
|-------|----------------------|
| 10 | 106 |
| 13 | 71 |
| 15 | 63 |

TABLE 5.3 – Valeur l'écart entre deux modes successifs en fonction L/H

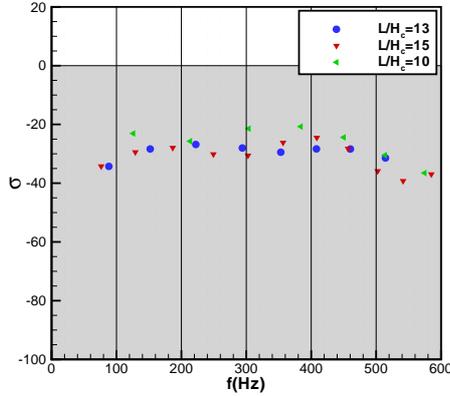
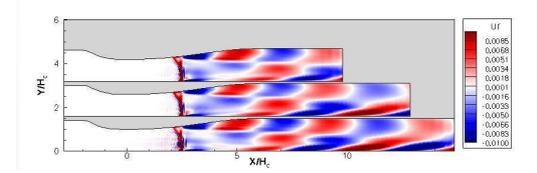
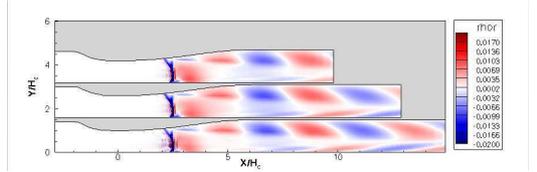


FIGURE 5.46 – Spectres issus de la stabilité globale pour différentes tailles de diffuseur, par une approche avec μ_t dynamique.



(a) représentation de la partie réelle de la vitesse longitudinale



(b) représentation de la partie réelle de la masse volumique

FIGURE 5.47 – Visualisation des iso-contours des modes issus de la stabilité linéaire pour différentes taille de tuyère, pour un mode aux alentours de $300Hz$.

Ces derniers résultats semblent montrer que la dynamique basse fréquence observée lors des études expérimentales ne semble pas liées à un mécanisme linéaire. En effet, cette dernière étant pilotée par la taille de la zone de fluide parfait, les fréquences des modes issus de l'analyse de stabilité linéaire ne devraient pas être affectées par les changements de taille effectués.

5.2.6 Conclusion

La stabilité linéaire d'une tuyère plane en régime de sur-détente à été étudié. Le choix du diffuseur a été motivé l'existence d'un régime auto-entretenu basse fréquence du mouvement du choc mis en avant par les expérimentations de Sajben *et al.*. La validation du champ de base avec les données expérimentales montre que les équations RANS bidimensionnelles sont en mesure de retrouver les principales caractéristiques du champ moyen. L'analyse de stabilité a ensuite été réalisée en utilisant les trois types de modélisation (quasi-laminaire, avec μ_t figé ou dynamique). L'approche avec μ_t figé ne permet pas de réaliser une analyse de stabilité linéaire comme dans le cas de l'écoulement autour d'un profil d'aile. Les deux approches restantes mettent en avant des modes dont la structure spatiale est identique, et sont représentés par des structures spatialement étendues naissantes au point de décollement qui se propageant le long de la couche de cisaillement de la paroi supérieure. En revanche, les modes de l'approche quasi-laminaire sont globalement instables alors que ceux de l'approche avec μ_t dynamique sont stables. Bien que l'approche quasi-laminaire soit compatible avec les résultats expérimentaux qui exhibent une oscillation auto-entretenu autour de 200 Hz, l'approche avec μ_t dynamique est mathématiquement plus consistante. Une seconde étude a été réalisée pour regarder l'influence de la longueur de la tuyère sur l'analyse de stabilité. Les conclusions des études expérimentales de Sajben *et al.* montrent que la longueur de la tuyère n'influence pas la dynamique basse fréquence du choc, et que c'est la longueur de la zone de fluide parfait qui pilote la fréquence. Les études numériques réalisées par M. S. Liou[96–99], T. J. Coakley[33, 34] et Hsieh [73–76, 167], qui montrent des fréquences d'oscillations naturelles qui diffèrent selon la taille de la tuyère, tout comme

notre étude.

Deux hypothèses nous semblent réalistes pour expliquer ces différences. La première consiste à dire que le désaccord vient de la modélisation de la turbulence elle-même et que le caractère stable de l'écoulement est lié à une production trop importante du μ_t et de μ'_t qui stabiliserait artificiellement la dynamique. Cette hypothèse est possible et demanderait à être approfondie. La seconde hypothèse est que les oscillations auto-entretenues observées dans les expériences ne soient pas reliées à un mécanisme linéaire et qu'au contraire un mécanisme non linéaire est à l'origine de ces oscillations basses fréquences. Le même type de mécanisme a déjà été observé dans Sansica *et al.* [154].

Conclusion et perspectives

Ce travail de thèse avait pour objectif d'améliorer la compréhension de la dynamique d'une interaction entre une onde de choc droite ou oblique et une couche limite laminaire ou turbulente. En particulier, nous nous sommes intéressés aux mécanismes responsables de l'apparition d'oscillations auto-entretenues basses fréquences. Ce phénomène survient dans de nombreux cas applicatifs comme dans des entrées d'air d'avions supersoniques, autour d'un profil d'aile en régime transsonique et au sein de tuyère en régime de sur-détente. C'est principalement ce dernier point qui est le cadre et la motivation principale de cette thèse. En effet, lorsque qu'une tuyère fonctionne en régime de sur-détente, la dynamique de l'écoulement peut être très complexe et présenter de fortes oscillations auto-entretenues du système ondes de choc / couches limites turbulentes décollées. Afin d'étudier cette dynamique nous avons choisi de développer un outil d'étude des instabilités adapté à des écoulements turbulents présentant une interaction entre une onde de choc et une couche limite. Cet outil permet d'évaluer qu'elles sont les fréquences dangereuses pour l'écoulement et de connaître la forme des perturbations, leurs localisations spatiales et leurs amplitudes relatives¹. Le développement d'un outil *CFD* linéarisé couplé à une méthode de résolution d'un problème aux valeurs propres par une approche dite sans matrice ou de "*time-stepping*", a permis la réalisation d'une telle étude. Après avoir validé notre outil sur des cas académiques comme l'écoulement autour d'un cylindre en régime incompressible ou le cas d'une couche-limite se développant sur une plaque plane, nous avons étudié des cas d'écoulements présentant une interaction entre une onde de choc et une couche limite. Trois cas en particulier ont été traités. Le premier cas correspond à une interaction entre une onde de choc oblique impactant une couche limite se développant sur une plaque plane. Ce cas est généralement qualifié dans la littérature de cas de « réflexion de choc ». Nous nous sommes limités à une configuration laminaire car le cas turbulent, abordé par le groupe SUPERSONIQUE de l'IUSTI expérimentalement et numériquement est trop délicat pour une modélisation RANS/URANS de la turbulence. Une modélisation RANS peut permettre de reproduire dans une certaine mesure les champs moyens (avoir la bonne dimension de la zone décollée reste un challenge pour ce type d'approche), mais ne permet pas de reproduire correctement la dynamique instationnaire. Les deux autres cas abordés dans ce travail ont été le cas d'un écoulement transsonique autour d'un profil d'aile de type NACA0012 en régime d'entrée en tremblement aérodynamique et un cas de tuyère transsonique plane de type Sajben en régime de sur-détente.

Ces cas représentent un véritable challenge car une analyse de stabilité linéaire sans hypothèse fortement simplificatrice comme la notion de parallélisme et pour des écoulements transsoniques dans des géométries curvilignes et quasiment une première en France. A notre connaissance, au démarrage de cette thèse (septembre 2011) les seuls travaux publiés sur des configurations transsoniques sont les travaux de J. D. Crouch [36, 37].

1. Relatives car dans une approche linéarisée seuls des taux d'amplification sont calculés et non la valeur absolue de l'amplitude.

5.3 L'interaction onde de choc couche limite (IOCCL) par réflexion de choc

5.3.1 Conclusion

L'interaction entre une onde de choc oblique et une couche limite laminaire issue des travaux de Degrez *et al.* [41] se développant sur une plaque plane a été analysée au travers d'une étude de stabilité linéaire ainsi que par des simulations numériques non linéaires. Seules des instabilités bidimensionnelles ont été abordées. Cette étude a été effectuée pour différentes valeurs d'angle d'incidence du choc, de nombre de Reynolds et de nombre de Mach. Nous avons montré que l'écoulement est globalement stable dans la gamme des paramètres étudiés. Ce résultat implique qu'une interaction onde de choc / couche limite se comporte comme amplificateur sélectif de bruit vis-à-vis de perturbations infinitésimales et bidimensionnelles. Autrement dit, la dynamique d'un tel écoulement peut être caractérisée par des mécanismes de réceptivité et par la réponse de l'écoulement vis-à-vis de perturbations extérieures (environnementales, en amont, en aval, ...). L'analyse de stabilité linéaire a permis de mettre en évidence une sélectivité en fréquence pour une gamme de nombre de Strouhal comprise entre $St \in [10^{-2}, 10^{-1}]$. Pour cette gamme de fréquence, la structure spatiale des fonctions propres est localisée principalement au niveau de la couche de cisaillement. Plus la fréquence des modes est basse, plus la structure spatiale des modes est localisée dans la zone décollée en particulier au niveau du pied du choc de séparation. Le calcul du résolvant, issu du pseudo-spectre, montre que l'IOCCL répond principalement dans la même gamme de fréquence, $St \in [10^{-2}, 10^{-1}]$, avec un maximum pour $St = 0.06$, mais aucune sélectivité à basse fréquence n'est observée.

Afin de confirmer ces résultats, une étude de réceptivité du cas Degrez pour des forçages en amont et en interne à la zone décollée a été réalisée. La réponse à ces types de forçage a été analysée par des simulations linéaires et non-linéaires. Les résultats de l'étude linéaire confirment les conclusions de l'analyse de stabilité linéaire. L'étude non-linéaire est en accord avec l'étude linéaire pour les moyennes et hautes fréquences, $St \in [0.01, 0, 1]$, mais montre des différences significatives à basses fréquences. En effet, pour une amplitude de perturbation suffisamment importante, l'IOCCL montre une activité à basse fréquence, $St \in [10^{-4}, 10^{-2}]$, et notamment lorsque le forçage est réalisé à l'intérieur de la zone de recirculation. Ce résultat suggère qu'un mécanisme non-linéaire serait responsable de la dynamique basse fréquence. Sansica *et al.* [154] supposent que cette dynamique basse fréquence peut-être pilotée par les non-linéarités de la couche de cisaillement au niveau du point de recollement. Un tel mécanisme a déjà été observé pour des écoulements décollés subsoniques où, dans certains cas, des oscillations basses fréquences auto-entretenues de la zone décollée sont observées ([48, 61]).

5.3.2 Perspectives

Le travail réalisé dans cette thèse est limité à l'étude de la stabilité globale vis-à-vis de perturbations bidimensionnelles. Il est nécessaire d'étendre cette analyse à des perturbations tridimensionnelles. Une première étude a été menée par [141], qui a montré qu'une interaction onde de choc / couche limite peut devenir globalement instable vis-à-vis de perturbations 3-D lorsque l'interaction devient suffisamment intense. La question de la compétition entre mécanisme convectifs et résonateurs dans le cadre d'une interaction onde de choc / couche limite reste donc ouverte. Pour des cas d'interactions plus fortes, des mécanismes locaux, convectif par nature, peuvent provoquer une transition brusque vers

la turbulence. Il apparaît nécessaire d'étudier les mécanismes de réceptivité à l'origine de ces instabilités convectives ainsi que des mécanismes de croissances transitoires.

L'extension de notre étude laminaire à un problème d'interaction avec une couche limite turbulente, pourrait donner des informations supplémentaires sur la dynamique de ce genre d'écoulement. Observons-nous les mêmes mécanismes que pour un régime laminaire? Sachant que la zone décollée est nettement moins importante pour une couche limite turbulente, les mécanismes présents doivent vraisemblablement être de nature convective. Ainsi, le forçage continu instauré par la couche limite turbulente amont ou dans la zone décollée peut-être à l'origine d'intenses instabilités de la couche de cisaillement, et par des phénomènes non-linéaires, entraîner une dynamique basse fréquence de la zone décollée.

Cette analyse peut-elle nous donner des informations sur des configurations d'interactions onde de choc / couche limite observées dans une tuyère en régime de sur-détente? Dans des tuyères de type TOC (Thrust-Optimized Contoured), au delà d'un certain NPR (Nozzle Pressure Ratio) la topologie de l'interaction est structurellement modifiée passant d'une configuration FSS à une configuration RSS. Une interaction RSS est topologiquement équivalente au cas abordé dans cette partie de la thèse. Il est vraisemblable qu'une telle interaction est de type amplificateur sélectif de bruit. Cependant, dans une tuyère de ce type la zone d'interaction est juste une zone localisée de l'écoulement, la dynamique globale de la tuyère peut-être très différente de la dynamique de l'interaction seule. Il est nécessaire de l'étudier dans sa globalité.

5.4 Le phénomène de tremblement transsonique

5.4.1 Conclusion

Une étude de stabilité linéaire a été réalisée sur un profil de type NACA0012, dans le but de valider notre outil sur un cas d'écoulement turbulent. Une première étape a montré que les approches quasi-laminaire et avec viscosité turbulente dynamique permettent de mettre en évidence le phénomène de tremblement transsonique. En revanche, une approche en considérant la viscosité turbulente figée ne permet pas de mettre en évidence ce phénomène. Les résultats obtenus sont comparés à l'étude réalisée par Crouch *et al.* [36], et montre un bon accord avec ces résultats. Cette configuration nous a permis de valider notre outil de stabilité globale linéaire pour un écoulement turbulent. Il est important de noter qu'une analyse de stabilité basée sur une approche RANS est dépendante de la capacité de cette méthode à capturer les bonnes échelles. L'étude des modes propres montre que le mode lié au phénomène de *buffet* ne présente pas de rayonnement acoustique au niveau du bord de fuite, alors que des modes stables, plus hautes fréquences, sont liés à des instabilités de type Kelvin-Helmholtz naissant au niveau de la zone décollée puis convectés en aval dans le sillage. Ces modes présentent quant à eux une diffraction des structures au niveau du bord de fuite. Ces résultats semblent contredire l'hypothèse émise par Lee [93]. Cependant, le mécanisme responsable de l'instabilité globale semble être un mécanisme de rétro-action en pression entre le bord de fuite et le choc. On peut en particulier noter que le décollement ne semble pas être le moteur du phénomène mais a *a priori* plutôt un rôle d'amplificateur du phénomène.

5.4.1.1 Perspectives

Une étude paramétrique sur l'angle d'incidence du profil NACA0012 pourrait être intéressante, notamment pour observer si, comme dans le cas du profil OAT15A, le mode de *buffet* se stabilise après un certain angle. Cette stabilisation pouvant être à l'origine d'un

changement du comportement dynamique de l'écoulement autour du profil. Ce changement correspond au passage entre un décollement restreint en moyenne à un décollement libre. On peut néanmoins penser qu'une instabilité de type von Kármán peut être susceptible d'apparaître. Il est sans doute nécessaire d'améliorer la modélisation de la turbulence afin de capter cette dynamique qui est difficilement accessible par une modélisation URANS. D'un point de vue plus applicatif, le tremblement aérodynamique transsonique survient sur une aile en flèche. Dans ce cas, la dynamique est très différente. Au lieu de présenter des pics en fréquence, le tremblement sur une aile en flèche possède un spectre de Fourier avec une bosse en fréquence. Par ailleurs, la topologie du décollement est tridimensionnelle, dans ce cas la dynamique est-elle toujours de type oscillateur ?

5.5 L'écoulement au sein d'un diffuseur

5.5.1 Conclusion

Nous avons ensuite étudié la stabilité linéaire d'une tuyère plane en régime de sur-détente. La tuyère de Sajben a été choisie car les mesures expérimentales indiquent clairement un régime d'oscillations auto-entretenu du système « onde de choc / couche-limite » comme on peut le rencontrer dans une tuyère axisymétrique plus réaliste. Le calcul du champ base comme solution stationnaire des équations RANS bidimensionnelles et sa comparaison avec les résultats expérimentaux montrent que la méthode permet de raisonnablement retrouver les principales caractéristiques de l'écoulement moyen. L'analyse de stabilité a ensuite été réalisée en utilisant les trois types de modélisations (quasi-laminaire, avec μ_t figé ou dynamique). La modélisation quasi-laminaire donne un écoulement globalement instable pour de nombreux modes. Ces modes sont essentiellement des modes spatialement étendus issus de la couche de cisaillement au niveau de la paroi supérieure. L'approche avec μ_t figé ne permet pas de réaliser l'analyse de stabilité de façon satisfaisante, cette caractéristique a déjà été observée pour l'analyse du tremblement transsonique. Avec l'approche avec μ_t dynamique, l'écoulement est globalement stable, comme dans l'approche quasi-laminaire, les modes sont spatialement étendus et issus de la couche de cisaillement supérieure.

Bien que la méthode quasi-laminaire donne un écoulement instable, ce qui est compatible avec les résultats expérimentaux qui exhibent une oscillation auto-entretenu autour de 200 Hz. De notre point de vue, l'approche avec μ_t dynamique est mathématiquement plus consistante, malgré un désaccord avec l'expérience. Deux pistes sont possibles. La première consiste à dire que le désaccord vient de la modélisation de la turbulence elle-même et que le caractère stable de l'écoulement est lié à une production trop importante du μ_t et de μ_t' qui stabiliserait artificiellement la dynamique. Cette hypothèse est possible et demanderait à être approfondie. La seconde piste est que les oscillations auto-entretenu observées dans les expériences ne soient pas reliées à un mécanisme linéaire et qu'au contraire un mécanisme non linéaire soit à l'origine de ces oscillations basses fréquences. Le même type de mécanisme a déjà été observé dans Sansica *et al.* [154].

5.5.2 Perspectives

Les perspectives à donner à cette étude sont multiples. Il est essentiel de tester davantage de modèles de turbulence et en particulier des approches hybrides RANS/LES où la modélisation de la dynamique de la turbulence sera mieux appréhendée. Cela permettra d'approfondir le rôle du modèle de turbulence dans les mécanismes de stabilité d'un écoulement turbulent. Les conclusions actuelles indiquent que l'écoulement est linéairement

globalement stable. Dans ce cas, la dynamique est convective, transitoire et pilotée par des mécanismes de réceptivité. Afin de mieux caractériser cette dynamique, il est indispensable de calculer la réponse de l'écoulement à un forçage harmonique ou stochastique. Il serait par ailleurs intéressant d'étudier la sensibilité des modes vis-à-vis d'une modification du champ de base afin de déterminer si l'écoulement peut devenir globalement instable. Une étude de stabilité en fonction du nombre de Reynolds serait intéressante afin de déterminer s'il existe un nombre de Reynolds critique au delà duquel l'écoulement peut devenir globalement instable.

5.6 Retour sur les hypothèses sur l'origine de la basse fréquence

Comme énoncé dans l'introduction de ce mémoire, un certain nombre d'hypothèses ont été émises pour expliquer l'origine de la dynamique basse fréquence des écoulements comportant une interaction onde de choc/couche limite. Nous rappelons ci-dessous les 4 principales hypothèses que nous avons retenues :

- **La rétroaction acoustique** proposée par Lee [92] et Pirozzoli [127]. Le battement du choc serait une réponse à une excitation acoustique.
- **L'interaction des superstructures** proposée par Ganapathisubramani *et al.* , [65][66]. L'interaction entre de large structure de la couche limite amont et le choc mettrait en mouvement ce dernier.
- **Le choc se comporte comme un filtre passe bas**, Toubert & Sandham [182]. Le choc répond aux excitations de la couche limite amont à basse fréquence.
- **La respiration de la bulle de recirculation** proposée par Piponnier *et al.* [125]. La zone de recirculation, alimentée par les structures tourbillonnaires de la couche de cisaillement, grossit puis se déteste quand sa taille est trop importante. la respiration de la zone décollée entraîne le mouvement du choc.

Les études réalisées ne permettent pas d'éliminer ces hypothèses. En effet, nous avons pu observer au travers de nos différentes analyses l'existence d'ondes de pression qui peuvent venir exciter l'onde de choc. Le comportement filtre passe bas du choc ne peut être écarté par notre étude, la réponse à un forçage par un bruit blanc de l'interaction onde de choc couche limite laminaire montre bien que le choc réfléchi répond uniquement à basse fréquence. Enfin, lors de la réponse à un forçage intra-bulle de cette dernière dans un cadre non-linéaire montre bien un comportement à basse fréquence. Ceci semble indiquer que l'origine de la basse fréquence peut-être liée à un mécanisme non-linéaire entre les structures de la couche de cisaillement. Notre étude ne permet de conclure sur l'hypothèse de Ganapathisubramani *et al.* [65][66].

5.7 Perspectives générales

L'outil développé au cours de cette thèse a permis de réaliser des études de stabilité linéaire pour des écoulements turbulents sur des géométries complexes 2D. L'approche *time-stepping* utilisée permet de réduire de plusieurs ordres de grandeur les ressources informatiques (en particulier en mémoire) nécessaires pour résoudre le problème aux valeurs propres. Avec une telle méthode, il est alors possible de réaliser des analyses semblables sur des configurations d'écoulements pleinement tridimensionnels. Cependant, de nombreux points doivent impérativement être améliorés.

1. Il est impératif d'approfondir la modélisation de la turbulence appliquée à un problème de stabilité. Une meilleure compréhension des interactions entre les fluctuations turbulentes, le mouvement cohérent et le champ moyen peut permettre d'améliorer la modélisation des instabilités dans des écoulements turbulents.
2. Si l'on veut aborder le calcul de stabilité d'un écoulement tridimensionnel, il est indispensable d'améliorer les performances du code. Plus précisément il est nécessaire de paralléliser le code.
3. L'étude de la sensibilité et de la réceptivité nécessite le calcul de l'opérateur adjoint. Il existe deux approches possibles pour calculer l'adjoint : une approche continue et une approche discrète. Pour le type d'application visée, une approche discrète est préférable.

Les travaux futurs porteront sur l'étude de la stabilité linéaire d'une tuyère axisymétrique en régime de sur-détente. Nous pourrions nous intéresser en particulier au régime FSS et étudier la stabilité d'un décollement de jet. Peut-il être globalement instable en développant une instabilité de type von Kármán. Quelle est l'influence du confinement lié au diffuseur ? La perturbation est-elle tridimensionnelle ? Plus précisément a-t-on un mode instable de type hélicoïdal $m = 1$, $\mathbf{q}'(r,z,t) = \hat{\mathbf{q}}(r,z) \exp(im\theta + \lambda t)$.

Bibliographie

- [1] ACKERET, J., FELDMANN, F. & ROTT, N. 1947 Investigation of compression shocks and boundary layers in gases moving at high speed. Tm-1113. NACA.
- [2] ADRIAN, MEINHART & TOMKINS 2000 Vortex organization in the outer region of the turbulent boundary layer. *Journal of fluid Mechanics* **422**, 1–53.
- [3] AGOSTINI 2011 Instationnarités en écoulements décollés supersoniques. PhD thesis, Université de Provence.
- [4] AKERVIK, E., BRANDT, L., HENNINGSON, D. S., HOEPFFNER, J., MARXEN, O., & SCHLATTER., P. 2006 Steady solutions of the navier-stokes equations by selective frequency damping. *Physics of fluids* **18**.
- [5] ALFANO, D. 2007 Simulation numérique du tremblement transsonique et optimisation de formes. PhD thesis, École Nationale Supérieur d'Arts et Métiers.
- [6] ANDREOPOULOS & MUCK 1987 Some new aspects of the shock wave-boundary layer interaction in compression ramp flows. *Journal of fluid Mechanics* **180**, 405–428.
- [7] ARNAL, D. 1988 Stability and transition of two-dimensional laminar boundary layers in compressible flow over an adiabatic wall. *Rech. Aerosp* pp. 4–15.
- [8] ARNOLDI, W. E. 1951 The principle of minimized iterations in the solution of the matrix eigenvalue problem. *Quart. Appl. Math.* **9**, 17–29.
- [9] AUBARD, G., GLOERFELT, X. & ROBINET, J.-C. 2013 Large-eddy simulation of broadband unsteadiness in a shock/boundary-layer interaction **51**, 2395–2409.
- [10] BAGHERI, AKERVIK, BRANDT & HENNINGSON 2009 Matrix-free methods for the stability and control of boundary layer. *AIAA Journal* **47**, 1057–1068.
- [11] BALAKUMAR, P., ZHAO, H. & ATKINS, H. 2005 Stability of hypersonic boundary layers over a compression corner. *AIAA Journal* **43** (4), 760–767.
- [12] BARAKOS & DRIKAKIS 2000 Numerical simulation of transonic buffet flows using various turbulence closures. *International Journal of Heat Fluid Flow* **21**, 620–626.
- [13] BARKLEY 2006 Linear analysis of the cylinder wake mean flow. *Europhysics letter* pp. 750–756.
- [14] BARKLEY, BLACKBURN & SHERWIN 2008 Direct optimal growth analysis for time-teppers. *International Journal for Numerical Methods in Fluids* **57**, 1435–1458.
- [15] BEAUDOIN, CADOT, AIDER & WESFREID 2004 Three-dimensional stationary flow over a backward-facing step. *European Journal of Mechanics B* **23**, 147–155.

- [16] BEDAREV, I. A., MASLOV, A., A., SIDORENKO A., FEDOROVA, N. N. & SHIPLYUK, A. 2002 Experimental and numerical study of hypersonic separated flow in the vicinity of a cone-flare model. *J. Appl. Mech. and Techn. Phys.* **43**, 867–876.
- [17] BENEDDINE, S., METTOT, C. & SIPP, D. 2015 Global stability analysis of underexpanded screeching jets **49**, 392–399.
- [18] BERESH, CLEMEN & DOLLING 2002 Relationship between upstream turbulent boundary layer velocity fluctuations and separation shock unsteadiness. *AIAA Journal* **40**, 2412–2422.
- [19] BOGAR, T. J. 1986 Structure of self-excited oscillations in transonic diffuser flows. *AIAA Journal* **24** (1), 54–61.
- [20] BOGAR, T. J., SAJBEN, M. & KROUTIL, J. C. 1983 Characteristic frequencies of transonic diffuser flow oscillations. *AIAA Journal* **21** (9), 1232–1240.
- [21] BOIN, J.P., ROBINET, J.-CH., CORRE, CH. & DENIAU, H. 2006 3d steady and unsteady bifurcations in a shock-wave/laminar boundary layer interaction : a numerical study. *Theor. Comput. Fluid Dyn.* .
- [22] BRES, G. & COLONIUS, T. 2008 Three-dimensional instabilities in compressible flow over open cavities **599**, 309–339.
- [23] BROWN, G.L. & ROSHKO, A. 1974 On density effects and large structure in turbulent mixing layer. *J. Fluid Mech.* **64**, 775–816.
- [24] BRUNET 2003 Computational study of buffet phenomenon with unsteady rans equations. *AIAA paper* **3679**.
- [25] CARUANA, MIGNOSI, CORREGE & POURHIET 2005 Buffet and buffeting control in transonic flow. *Aerospace Science and Technology* **9**, 605–616.
- [26] CASALIS, G., HALLARD, G., JOUET, CH. & ROBINET, J-CH. 1996 Calcul des caractéristiques stationnaires et instationnaires d'un écoulement décollé dans une tuyère, cas bidimensi onnel. Convention CNES 933040. ONERA.
- [27] CHEN, C.P., SAJBEN, M. & KROUTIL, J.C. 1979 Shock-wave oscillations in a transonic diffuser flow. *AIAA Journal* **17** (10).
- [28] CHERUBINI, S., ROBINET, J.-C. & PALMA, P. DE 2010 The effects of non-normality and nonlinearity of the navier-stokes operator on the dynamics of a large laminar separation bubble. *Physics of Fluid* **22**.
- [29] CHEUNG, L.C. & LELE, S.K. 2009 Linear and nonlinear processes in two-dimensional mixing layer dynamics and sound generation **625**, 321–351.
- [30] CHOMAZ 2004 Transition to turbulence in open flows : what linear and fully nonlinear local and global theories tell us. *European Journal of Mechanics B* **23**, 157–165.
- [31] CHOMAZ 2005 Global instabilities in spatially developing flows : Non-normality and nonlinearity. *Annual Review of Fluid Mechanics* **37**, 357–392.
- [32] CHUNG, LEE & REU, TAEKYU 2002 Prediction of transonic buffet onset for an airfoil with shock induced separation bubble using steady naviers-stokes solver. *AIAA Journal* **2934**.

- [33] COAKLEY, T.J. & BERGMANN, M. Y. 1979 Effects of turbulence model selection on the prediction of complex aerodynamic flows. *AIAA Paper* 79-0070.
- [34] COAKLEY, T.J. & HSIEH, T. 1985 A comparison between implicit and hybrid methods for the calculation of steady and unsteady inlet flows. *AIAA Paper* 85-1125.
- [35] COSSU & CHOMAZ 1997 Global measures of local convective instabilities. *Physical Review Letters* **78**.
- [36] CROUCH, J.D, GARBARUK, A. & MAGIDOV, D. 2007 Predicting the onset of flow unsteadiness based on global instability. *Journal of Computational Physics* **224**, 924–940.
- [37] CROUCH, J.D., GARBRUK, A., MAGIDOV, D. & TRAVIN, A. 2009 Origin of transonic buffet on aerofoils. *Journal of fluid mechanics* **628**, 357–369.
- [38] CULICK, F. E. C. & ROGERS, T. 1983 The response of normal shocks in diffusers. *AIAA Journal* **21** (10), 1382–1390.
- [39] DANDOIS, J. 2014 Improvement of corner flow prediction using the quadratic constitutive relation. *AIAA journal* **52**, 2795–2805.
- [40] DECK 2005 Numerical simulation of transonic buffet over the oat15a airfoil. *AIAA J* **43**, 1556–1566.
- [41] DEGREGZ, G., BOCCADORO, C.H. & WENDT, J.F. 1987 The interaction of an oblique shock wave with a laminar boundary layer revisited. an experimental and numerical study. *Journal of Fluid Mechanics* **177**, p. 247–263.
- [42] DÉLERY, J. & MARVIN, J.G. 1986 Shock-wave boundary layer interactions. Technical report. AGARDograph.
- [43] DELEUZE, J. 1995 Structure d’une couche limite turbulente soumise à une onde de choc incidente. PhD thesis, University Aix-Marseille II.
- [44] DERGHAM 2011 Reduced-order models for linear dynamics and control in aerodynamics. PhD thesis, École Nationale Supérieure d’Arts et Métiers.
- [45] DOGVAL, KOZLOV & MICHALKE 1994 Laminar boundary layer separation : instability and associated phenomena. *Prog. Aerospace Sci* **30**, 61–94.
- [46] DOLLING & BRUSNIAK 1989 Separation shock motion in fin, cylinder, and compression ramp-induced turbulent interactions. *AIAA Journal* **27**, 734–742.
- [47] DOLLING, D. S. 2001 Fifty years of shock-wave/boundary-layer interaction research : What next ? *AIAA Journal* **39** (8).
- [48] DOVGAL, A. V., KOZLOV, V. V. & MICHALKE, A. 1994 Laminar boundary-layer separation : instability and associated phenomena **30**, 61–94.
- [49] DUPONT, HADDAD & DEBIÈVE 2006 Space and time organization in a shock-induced separated boundary layer. *Journal of fluid Mechanics* **559**, 255–277.
- [50] DUPONT, PIPONNIAU, SIDORENKO & DEBIÈVE 2008 Investigation by particle image velocimetry measurements of oblique shock reflection with separation. *AIAA Journal* **46**.

- [51] DUPONT, P., DEBIÈVE, J.F., HADDAD, C. & DUSSAUGE, J.P. 2004 Three-dimensional organization and unsteadiness of a shock wave/turbulent boundary layer interaction. ISSW-04, Sendai Japan.
- [52] DUPONT, P., HADDAD, C., ARDISSONE, J.P. & DEBIÈVE, J.-F. 2005 Space and time organisation of a shock wave/turbulent boundary layer interaction **9** (7), 561–572.
- [53] DUPONT, P., HADDAD, C. & DEBIÈVE, J.-F. 2006 Space and time organization in a shock induced boundary layer **559**, 255–277.
- [54] DUPONT, P., PIPONNIAU, S., SIDORENKO, A. & DEBIEVE, J.F. 2008 Investigation by particle image velocimetry measurements of oblique shock reflection with separation **46** (6), 1365–1370.
- [55] DUSSAUGE, J.-P., DUPONT, P. & DEBIÈVE, J.-F. 2006 Unsteadiness in shock wave boundary layer interactions with separation. *aerospace Science and Technology* **10**, 85–91.
- [56] DUSSAUGE, J. P. & PIPONNIAU, S. 2008 Shock/boundary-layer interactions : Possible sources of unsteadiness **24** (8), 1166–1175.
- [57] DÉLERY 1986 Shock wave boundary layer interactions. *Tech. Rep.*. DTIC Document.
- [58] DÉLERY, J. 1978 Analysis of separation due to shock wave-turbulent boundary layer interaction in transonic flow. *La Recherche Aérospatiale* **21**, 180–185.
- [59] EDWARDS, W. S., TUCKERMAN, L. S., FRIESNER, R. A. & SORENSEN, D. 1994 Krylov methods for the incompressible navier-stokes equations **110**, 82 – 101.
- [60] EHRENSTEIN & GALLAIRE 2005 On two-dimensional temporal modes in spatially evolving open flows : the flat-plate boundary layer. *J. Fluid Mech.* .
- [61] EHRENSTEIN, U. & GALLAIRE, F. 2008 Two-dimensional global low-frequency oscillation in a separating boundary-layer flow. *Journal of Fluid Mechanics* **614**, 315–317.
- [62] EMBACHER & FASEL 2014 Direct numerical simulations of a laminar separation bubbles : investigation of absolute instability and active flow control of transition to turbulence. *Journal of fluid Mechanics* **747**, 141–185.
- [63] FASEL & POSTL 2004 Interaction of separation and transition in boundary layers : direct numerical simulation. In *In Sixth IUTAM Symposium on Laminar-Turbulent Transition*.
- [64] GANAPATHISUBRAMANI, CLEMENS & DOLLING 2006 Large-scale motions in a supersonic turbulent boundary layer. *Journal of fluid Mechanics* **556**, 271–282.
- [65] GANAPATHISUBRAMANI, CLEMENS & DOLLING 2007 a Effects of upstream boundary layer on the unsteadiness of shock-induced separation. *Journal of fluid Mechanics* **585**, 369–394.
- [66] GANAPATHISUBRAMANI, CLEMENS & DOLLING 2007 b Effects of upstream coherent structures on low-frequency motion of shock-induced turbulent separation. In *45th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, Nevada*.

- [67] GARNAUD, X., LESSHAFFT, L., SCHMID, P. J. & HUERRE, P. 2013 The preferred mode of incompressible jets : linear frequency response analysis **716**, 189–202.
- [68] GARNIER, E., SAGAUT, P. & DEVILLE, M. 2002 Large-eddy simulation of shock/boundary-layer interaction. *AIAA Journal* **40** (10), 1935–1944.
- [69] GASTER 1969 The structure and behaviour of laminar separation bubbles. *Tech. Rep.*. Ministry of technology, Aeronautical research council.
- [70] HAMMOND & REDEKOPP 1998 Local and global instability properties of separation bubbles. *Eur. J. Mech. B/Fluids* **17**, 145–164.
- [71] HIRSCH, C. 1988 *Numerical computation of internal and external flows - fundamentals of numerical discretization, volume I*. Jhon Wiley & Sons.
- [72] HIRSCH, C. 1990 *Numerical computation of internal and external flows volume II*. Jhon Wiley & Sons.
- [73] HSIEH, T., BOGAR, T. J. & COAKLEY, T. J. 1987 Numerical simulation and comparison with experiment for self-excited oscillations in a diffuser flow. *AIAA Journal* **25** (7), 936–943.
- [74] HSIEH, T. & COAKLEY, T. J. 1986 Unsteady separated boundary layer in a transonic diffuser flow with self-excited oscillation. AIAA Paper 86-1037.
- [75] HSIEH, T. & COAKLEY, T. J. 1987 Downstream boundary effects on the frequency of self-excited oscillations in diffuser flows. *AIAA 25th Aerospace Sciences Meeting, AIAA-87-0161* .
- [76] HSIEH, T., JR., A. B. WARDLAW & NAD T. J. COAKLEY, P. COLLINS 1984 Numerical investigation of unsteady inlet flow fields. AIAA Paper 84-0031.
- [77] HUERRE & MONKEWITZ 1985 Absolute and convective instabilities in free shear layers. *Journal of fluid mechanics* **159**, 151–168.
- [78] HUERRE, P. & A., MONKEWITZ P. 1990 Local and global instabilities in spatially developing flows **22**, 473.
- [79] HUMBLE 2009 Unsteady flow organization of a shock wave/boundary layer interaction. PhD thesis, Delft University of Technology.
- [80] HUMBLE, R. A., SACARANO, F. & VAN OUDHEUSDEN, B. W. 2009 Unsteady aspects of an incident shock wave/turbulent boundary layer interaction **635**, 47–74.
- [81] J. T. SALMON, T.J. BOGAR & SAJBEN, M. 1983 Laser doppler velocimeter measurements in unsteady, separated, transonic flows. *AIAA Journal* **21** (12).
- [82] JACKSON, C. P. 1987 A finite-element study of the onset of vortex shedding in flow past variously shaped bodies. **182**, 23–45.
- [83] JACQUIN, MOLTON, DECK, MAURY & SOULEVANT 2005 An experimental study of shock oscillation over a transonic supercritical profile. *AIAA paper* pp. 2003–4902.
- [84] JACQUIN, MOLTON, DECK, MAURY & SOULEVANT 2009 Experimental study of shock oscillation over a transonic supercritical profile. *AIAA journal* **47**, 9.

- [85] JAMESON, A. 1991 Time-dependent calculations using multigrid with applications to unsteady flows past airfoils and wings.
- [86] JAUNET, V., DEBIEVE, J.F. & DUPONT, P. 2014 Length scales and time scales of a heated shock-wave/boundary-layer interaction **52** (6), 2524–2532.
- [87] KIM & ADRIAN 1999 Very large-scale motion in the outer layer. *Physics of Fluid* **11**, 417–422.
- [88] KITSIOS, RODRIGUEZ, THOFILIS, OOI & SORIA 2009 Biglobal stability analysis in curvilinear coordinates of massively separated lifting bodies. *J. Comput. Phys.* .
- [89] KLOCZKO 2006 Développement d’une méthode implicite sans matrice pour la simulation 2d-3d des écoulements compressibles et faiblement compressibles en maillages non-structurés. PhD thesis, École Nationale Supérieure d’Arts et Métiers.
- [90] KNOLL, D.A. & KEYES, D.E. 2004 Jacobian-free newton-krylov methods : a survey of approaches and applications. *Journal of Computational Physics* **193**, 357–397.
- [91] LAURENT, H. 1996 Turbulence d’une interaction onde de choc / couche limite sur une paroi adiabatique ou chauffée. PhD thesis, University Aix-Marseille II.
- [92] LEE 1990 Oscillatory shock motion caused by transonic shock boundary layer interaction. *AIAA Journal* **28**, 942–944.
- [93] LEE 2001 Self-sustained shock oscillations on airfoils at transonic speeds. *Progress in Aerospace Sciences* **37**, 147–196.
- [94] LIOU, M.S. 1994 A continuing search for a near-perfect numerical scheme, part i : Ausm+. *Tech. Rep.*. NASA TM-106524.
- [95] LIOU, M.S. & STEFFEN, C.J. 1993 A new flux splitting scheme. *Journal Of Computational Physics* **107**, 23–1039.
- [96] LIOU, M. S. 1981 Analysis of viscous/inviscid interaction transonic internal flows with a shock wave and mass transfer. AIAA Paper 81-0004, AIAA 19th Aerospace Sciences Meeting, Saint Louis, Missouri.
- [97] LIOU, M. S. & COAKLEY, T. J. 1982 Numerical simulation of unsteady transonic flows in diffusers. AIAA Paper 82-1000 AIAA/ASME 3rd Joint Thermophysics, Fluid, Plasma and Heat Transfer Conference, Saint Louis, Missouri.
- [98] LIOU, M. S., COAKLEY, T. J. & BERGMANN, M. Y. 1981 Numerical simulation of transonic flows in diffusers. AIAA Paper 81-1240 AIAA 14th Fluid and Plasma Dynamics Conference, Palo Alto, California.
- [99] LIOU, M. S. & SAJBEN, M. 1980 Analysis of unsteady viscous transonic flow with a shock wave in a two-dimensional channel. AIAA Paper 80-0195 AIAA 18th Aerospace Sciences Meeting – Pasadena, California.
- [100] LOISEAU, J.-C., ROBINET, J.-C., CHERUBINI, S. & LERICHE, E. 2014 Investigation of the roughness-induced transition : global stability analyses and direct numerical simulations **760**, 175–211.

- [101] MACK, C.J., SCHMID, P.J. & SESTERHENN, J.L. 2008 Global stability of swept flow around a parabolic body : connecting attachment-line and crossflow modes. *Journal of Fluid Mechanics* **611**, p.205–214.
- [102] MACK, C. J. & SCHMID, P. J. 2011 Global stability of swept flow around a parabolic body : features of the global spectrum **669**, 375–396.
- [103] MACK, C. J. & SCHMID, P. J. 2011 Global stability of swept flow around a parabolic body : the neutral curve **678**, 589– 599.
- [104] MACK, C. J., SCHMID, P. J. & SESTERHENN, J. L. 2008 Global stability of swept flow around a parabolic body : connecting attachment-line and crossflow modes. **611**, 205–214.
- [105] MACK, L. 1969 Boundary layer stability theory. Technical report 900-277. Jet Propulsion Laboratory, Pasadena.
- [106] MARQUET, O., SIPP, D. & JACQUIN, L. 2008 Sensitivity analysis and passive control of cylinder [U+FB02]ow. *journal of fluid mechanics* **615**, 221–252.
- [107] MARQUILLIE & EHRENSTEIN 2003 On the onset of nonlinear oscillations in a separating boundary layer flow. *Journal of Fluid Mechanics* **490**, 169–188.
- [108] MARQUILLIE, LAVAL & DOLGANOV 2007 Direct numerical simulation of a separated channel flow with a smooth profile .
- [109] MARUSIC 2001 On the role of large-scale structures in wall turbulence. *Physics of Fluid* **13**, 735.
- [110] MARUSIC, UDDION & PERRY 1997 Similarity law for the streamwise turbulence intensity in zero-pressure-gradient turbulent boundary layers. *Physics of Fluid* **9**, 3718.
- [111] MCDEVITT & OKUNO 1985 Static and dynamic pressure measurements on a naca0012 airfoil in the ames high reynolds number facility. *NASA Tech. No.* **2485**.
- [112] MÉLIGA, PH., SIPP, D. & CHOMAZ, J.-M. 2008 Absolute instability in axisymmetric wakes : compressible and density variation effects **600**, 373–401.
- [113] MÉLIGA, P., SIPP, D. & CHOMAZ, J.-M. 2010 Effect of compressibility on the global stability of axisymmetric wake flows **660**, 499–526.
- [114] MENTER, F.R. & EGOROV, Y. 2010 The scale-adaptive simulation method for unsteady turbulent flow predictions. part 1 : Theory and model description. *Flow Turbulence Combust* **85**, 113–138.
- [115] METTOT, C. 2013 Stabilité linéaire, sensibilité et contrôle passif d’écoulement turbulents par différence finies. PhD thesis, École polytechnique.
- [116] MOHLER, S.R. 2005 Wind-us unstructured flow solutions for a transonic diffuser. *Tech. Rep.*. NASA CR-2005-213417.
- [117] MONKEWITZ, P.A., HUERRE, P. & CHOMAZ, J.-M. 1993 Global linear stability analysis of weakly non-parallel shear flows **251**, 1–20.

- [118] MORGAN, B., DURAISAMY, K., NGUYEN, N., KAWAI, S. & LELE, S. K. 2013 Flow physics and rans modelling of oblique shock/turbulent boundary layer interaction **729**, 231–284.
- [119] NICHOLS, J. W. & LELE, S. K. 2011 Global modes and transient response of a cold supersonic jet **669**, 225–241.
- [120] PAGELLA, A., RIST, U. & WAGNER, S. 2000 Numerical investigations of small-amplitude disturbances in a laminar boundary layer with impinging shock waves. In *12. DGLR Fach-Symposium der AG Stab*. Stuttgart.
- [121] PAGELLA, A., RIST, U. & WAGNER, S. 2002 Numerical investigations of small-amplitude disturbances in a boundary layer with impinging shock wave at $ma=4.8$ **14** (7), 2088–2101.
- [122] PAULEY, MOIN, REYNOLDS 1990 The structure of two dimensional separation. *Journal of fluid Mechanics* **220**, 397–411.
- [123] PEARCEY, RAO & SYKES 1968 The interaction between local effect at the shock and rear separation - a source of a significant scale effects in wind-tunnel tests on airfoils and wings. *Tech. Rep.*. AGARD.
- [124] PEREZ, R. MARIN 2013 Modèles de turbulence hybrides rans/les pour la simulation d'écoulements compressibles. PhD thesis, Arts et Métiers ParisTech.
- [125] PIPONNIAU 2009 Instationnarités dans les décollements compressibles : cas des couches limites soumises à une onde de choc. PhD thesis, Université de Provence.
- [126] PIPONNIAU, S., DUSSAUGE, J.P., DEBIEVE, J.F. & DUPONT, P. 2009 A simple model for low-frequency unsteadiness in shock-induced separation **629**, 87–108.
- [127] PIROZZOLI & GRASSO 2006 Direct numerical simulation of impinging shock wave / turbulent boundary layer interaction at $m=2.25$. *Physics of Fluid* **18**.
- [128] PIROZZOLI, S. & BERNARDINI, M. 2011 Direct numerical simulation database for impinging shock wave/turbulent boundary-layer interaction **49** (6), 1307–1312.
- [129] PLOTKIN 1975 Shock wave oscillation driven by turbulent boundary layer fluctuations. *AIAA Journal* **13**, 1036–1040.
- [130] POINSOT & LELE 1992 Boundary conditions for direct simulations of compressible viscous flows. *Journal Of Computational Physics* **101**, 104–129.
- [131] PRIEBE, S. & MARTIN, M. P. 2012 Low-frequency unsteadiness in shock wave/turbulent boundary layer interaction **699**, 1–49.
- [132] PRIEBE, S., WU, M. & MARTIN, M. P. 2009 Direct numerical simulation of a reflected-shock- wave/turbulent-boundary-layer interaction **47** (5), 1173–1185.
- [133] PROVANSAL, M., MATHIS, C. & BOYER, L. 1986 Benard-von karman instability : transient and forced regimes. *Journal of Fluid Mechanics* **182**, p. 1.
- [134] PRUET, GATSKI, GROSCH & THACKER 2003 The temporally filtered navier-stokes equations : Properties of the residual stress. *Phys. Fluids* **15**.

- [135] PRUET, THOMAS, GROSCH & GATSKI 2006 A temporal approximate deconvolution model for large-eddy simulation. *Phys. Fluids* **18**.
- [136] R. B. LEHOUCQ, D. C. SORENSEN, C. YANG 1997 Arpack user's guide : Solution of large scale eigenvalue problems with implicitly restarted arnoldi methods. Technical Note.
- [137] REBERGA 2000 Etude expérimentale et numérique du phénomène de tremblement sur profil d'aile et de son contrôle en écoulement transsonique avec onde de choc. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure de l'Aéronautique et de l'Espace.
- [138] RIBNER, H. S. 1953 Convection of pattern of vorticity through a shock wave. Technical report. NASA.
- [139] RINGUETTE, WU & MARTIN 2008 Coherent structures in direct numerical simulation of turbulent boundary layers at mach 3. *Journal of fluid Mechanics* **594**, 59–69.
- [140] RIST & MAUCHER 2002 Investigation of time-growing instabilities in laminar separation bubbles. *Eur. J. Mech. B/Fluids* **21**, 495–509.
- [141] ROBINET 2007 Bifurcations in shock-wave/laminar-boundary-layer interaction : global instability approach. *Journal of Fluid Mechanics* **579**, 85–112.
- [142] ROBINET & CASALIS 1999 Shock oscillations in diffuser modelled by a selective noise amplification. *AIAA Journal* **37**, 453–459.
- [143] ROBINET, J.-CH. 2007 Bifurcations in shock wave / laminar boundary layer interaction : Global instability approach **578**, 67–94.
- [144] ROBINET, J.-C. & CASALIS, G. 2001 Critical interaction of a shock wave with an acoustic wave **13** (4), 1047–1059.
- [145] RODRIGUEZ, D. & THEOFILIS, V. 2010 Structural changes of laminar separation bubbles induced by global linear instability **655**, 280–305.
- [146] ROE, P. 1981 Approximate riemann solvers, parameter vectors, and difference schemes **43** (2), 357–372.
- [147] ROOS 1980 Some features of the unsteady pressure field in transonic airfoil buffeting. *ournal of Aircraf* **17**, 781–788.
- [148] DE ROQUEFORT, T. ALZIARY & GIRARD, S. 1996 Etude des charges latérales dans une tuyère : simulation numérique. Convention CNES 95/CNES/3218. CEAT-LEA.
- [149] SAJBEN, BOGAR & KROUTIL 1981 Characteristic frequency and length scales in transonic diffuser flow oscillation. In *AIAA 19th Aerospace Science Meeting and exhibit, AIAA paper 81-1197*.
- [150] SAJBEN & KROUTIL 1980 Effects of approach boundary-layer thickness on oscillating transonic diffuser flows including a shock. In *AIAA 18th Aerospace Science Meeting and exhibit, AIAA paper 80-0347*.
- [151] SAJBEN, M., BOGAR, T.J. & KROUTIL, J.C. 1981 Forced oscillation experiments in supercritical diffuser flow s with application to ramjet instabilities. *AIAA/-SAE/ASME, AIAA-81-1487* .

- [152] SAJBEN, M., BOGAR, T.J. & KROUTIL, J.C. 1984 Forced oscillation experiments in supercritical diffuser flows. *AIAA J* **22**, 465–474.
- [153] SAJBEN, M. & BOGAR, T. J. 1982 Unsteady transonic flow in a two-dimensional diffuser : interpretation of experimental results. Report MDC Q0779. Mac Donnell Douglas Corp.
- [154] SANSICA, A., SANDHAM, N. D. & HU, Z. 2014 Forced response of a laminar shock-induced separation bubble **26**, 093601.
- [155] SARTOR 2014 Unsteadiness in transonic shock-wave/boundary-layer interactions : experimental investigation and global stability analysis. PhD thesis, Aix-Marseille Université.
- [156] SARTOR, F., METTOT, C., SIPP, D. & BUR, R. 2013 Dynamics of a shock-induced separation in a transonic flow : a linearized approach.
- [157] SAUVAGE 1998 Étude expérimentale et numérique des écoulements potentiels et visqueux dans le voisinage d'un bords de fuite épais cambré. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure de l'Aéronautique et de l'Espace.
- [158] SCHMID, P. J. 2007 Nonmodal stability theory **39**, 129–162.
- [159] SEN, S., S. MITTAL & BISWAS, G. 2009 Steady separated flow past a circular cylinder at low reynolds numbers. *Journal of Fluid Mechanics* pp. 89–119.
- [160] SIPP, D., MARQUET, O., MELIGA, P. & A. BARBAGALLO 2010 Dynamics and control of global instabilities in open flows : a linearized approach. *Applied Mechanics Reviews* **63**.
- [161] SONG, G., ALIZARD, F., ROBINET, J.-C. & GLOERFELT, X. 2013 Global and koopman modes of sound generation in mixing layers **25**, 124101.
- [162] SOUVEREIN, L. J., BAKKER, P. J. & DUPONT, P. 2013 A scaling analysis for turbulent shock-wave/boundary-layer interactions **714**, 505–535.
- [163] SOUVEREIN, L. J., DUPONT, P., DEBIEVE, J.F., DUSSAUGE, J. P., VAN OUDHEUSDEN, B. W. & SCARANO, F. 2010 Effect of interaction strength on unsteadiness in turbulent shock-wave-induced separations **48** (7), 1480–1493.
- [164] SPAID & FRISHETT 1972 Incipient separation of a supersonic, turbulent boundary layer, including effect of heat transfer. *AIAA Journal* **10**, 915–922.
- [165] SPALART, P.R. & ALLMARAS, S.R. 1992 A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. In *AIAA 92-0439, 30th Aerospace Science Meeting, Reno, Nevada*.
- [166] SPALART, P.R. & ALLMARAS, S.R. 1994 A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. *La recherche Aérospatiale* **1**, 5–21.
- [167] T. HSIEH, A. B. WARDLAW JR. & COAKLEY, T. J. 1984 Numerical simulation of a ramjet inlet flowfield in response to large amplitude combustor pressure oscillation. AIAA Paper 84-1363.
- [168] T. J. BOGAR, M. SAJBEN & KROUTIL, J. C. 1981 Characteristic frequency and length scales in transonic diffuser flow oscillations. AIAA 14th Fluid and Plasma Dynamics Conference, AIAA-81-1291.

- [169] TAM, C.W. & BURTON, D.E. 1984 Sound generated by instability waves of supersonic flows. part 1. two-dimensional mixing layers **138**, 249–271.
- [170] TEZUKA, A. & SUZUKI, K. 2006 Three-dimensional global linear stability analysis of flow around a spheroid. *AIAA Journal* **44**, 1697–1708.
- [171] THEOFILIS 2003 Advances in global linear instability analysis of nonparallel and three-dimensional flows. *Progress in aerospace sciences* **39**, 249–315.
- [172] THEOFILIS, DUCK & OWEN 2004 Viscous linear stability analysis of rectangular duct and cavity flows. *journal of fluid mechanics* **505**, 249–286.
- [173] THEOFILIS, HEIN & DALLMANN 2000 On the origins of unsteadiness and three-dimensionality in a laminar separation bubble. *The Royal Aeronautical Society* .
- [174] THEOFILIS, V. 2011 Global linear instability **43**, 319–352.
- [175] THEOFILIS, V. & COLONIUS, T. 2003 An algorithm for the recovery of 2-and 3-d biglobal instabilities of compressible flow over 2-d open cavities. AIAA Paper 2003-4143.
- [176] THEOFILIS, V. & COLONIUS, T. 2004 Three-dimensional instabilities of compressible flow over open cavities : direct solution of the biglobal eigenvalue problem. AIAA Paper 2004-2544.
- [177] THEOFILIS, V., HEIN, S. & DALLMANN, U. 2000 On the origin of unsteadiness and three-dimensionality in a laminar separation bubble. *Phil. Trans. R. Lond. A* **358**, 3229–3246.
- [178] THOMAS, PUTMAN & CHU 1994 On the mechanism of unsteady shock oscillation in shock wave/turbulent boundary layer interaction. *Experiment in fluids* **18**, 68–81.
- [179] THOMPSON 1987 Time dependent boundary conditions for hyperbolic systems. *Journal Of Computational Physics* **68**, 1–24.
- [180] THOMPSON 1990 Time dependent boundary conditions for hyperbolic systems ii. *Journal Of Computational Physics* **89**, 439–461.
- [181] TOH, K.-C. & TREFETHEN, L.N. 1996 Calculation of pseudospectra by the arnoldi iteration. *SIAM J. Sci. Comput.* **17**, 1–15.
- [182] TOUBER & SANDHAM 2011 Low-order stochastic modelling of low-frequency motions in reflected shock-wave/boundary-layer interactions. *Journal of fluid mechanics* **671**, 417–465.
- [183] TOUBER, E. & SANDHAM, N. D. 2009 Comparison of three large-eddy simulations of shock-induced turbulent separation bubbles **19**, 469–478.
- [184] TOUBER, E. & SANDHAM, N. D. 2009 Large-eddy simulation of low-frequency unsteadiness in a turbulent shock-induced separation bubble **23**, 79–107.
- [185] TREFETHEN, L.N. & EMBREE, M. 2005 *Spectra and Pseudospectra : The Behavior of Nonnormal Matrices and Operators*. Princeton University Press.

- [186] TUCKERMAN 1989 Steady-state solving via stokes preconditioning; recursion relations for elliptic operators. In *11th International conference on numerical methods in fluid dynamics*.
- [187] WEISS, P.-E., DECK, S., ROBINET, J.-C. & SAGAUT, P. 2009 On the dynamics of axisymmetric turbulent separating/reattaching flows **21**, 075103.
- [188] WU & MARTIN 2008 Analysis of shock motion in shockwave and turbulent boundary layer interaction using direct numerical simulation data. *Journal of fluid Mechanics* **594**, 71–83.
- [189] YAMOUNI, S., SIPP, D. & JACQUIN, L. 2013 Interaction between feedback aeroacoustic and acoustic resonance mechanisms in a cavity flow : a global stability analysis **717**, 134–165.
- [190] YAO, Y., KRISHNAN, L., SANDHAM, N. D. & ROBERTS, G. T. 2007 The effect of mach number on unstable disturbances in shock/boundary-layer interactions **19**, 054104.
- [191] ZEBIB, A. 1987 Stability of viscous flow past a circular cylinder **21** (2), 155–165.

Annexe A

Équations de Navier Stokes
linéarisées sous forme conservative

$$p = (\gamma - 1) \left(\frac{1}{2} q_1 (u_0^2 + v_0^2 + w_0^2) - q_2 u_0 + q_3 v_0 + q_4 w_0 + q_5 \right)$$

$$p_0 = (\gamma - 1) \left(E_0 \rho_0 + \frac{1}{2} \rho_0 (u_0^2 + v_0^2 + w_0^2) \right)$$

$$T_0 = \frac{\gamma M^2 p_0}{\rho_0}$$

$$T = \frac{(c+1)\sqrt{T_0} \left(\frac{3}{2} - \frac{T_0}{c+T_0} \right) (\gamma M^2 p - T_0 q_1)}{(c+T_0)\rho_0}$$

$$\lambda = \frac{(c+1)\sqrt{T_0} \left(\frac{3}{2} - \frac{T_0}{c+T_0} \right)}{(c+T_0)\rho_0}$$

$$\mu_0 = \frac{(c+1)T_0^{3/2}}{c+T_0}$$

$$\mu = \frac{(c+1)\sqrt{T_0} \left(\frac{3}{2} - \frac{T_0}{c+T_0} \right) (\gamma M^2 p - q_1 T_0)}{(c+T_0)\rho_0}$$

$$\tau_{11} = \frac{4(c+1)\sqrt{T_0} \left(\frac{3}{2} - \frac{T_0}{c+T_0} \right) \partial u_0 / \partial x (\gamma M^2 p - T_0 q_1)}{3(c+T_0)\rho_0} + \mu_0 \left(\frac{\partial q_1 / \partial x (-u_0) - q_1 \partial u_0 / \partial x + \partial q_2 / \partial x}{\rho_0} - \frac{\partial \rho_0 / \partial x (q_2 - q_1 u_0)}{\rho_0^2} \right)$$

$$\tau_{22} = \frac{4(c+1)\sqrt{T_0} \left(\frac{3}{2} - \frac{T_0}{c+T_0} \right) \partial v_0 / \partial y (\gamma M^2 p - T_0 q_1)}{3(c+T_0)\rho_0} + \frac{4}{3} \mu_0 \left(\frac{\partial q_1 / \partial y (-v_0) - q_1 \partial v_0 / \partial y + \partial q_3 / \partial y}{\rho_0} - \frac{\partial \rho_0 / \partial y (q_3 - q_1 v_0)}{\rho_0^2} \right)$$

$$\tau_{33} = \frac{4(c+1)\sqrt{T_0} \left(\frac{3}{2} - \frac{T_0}{c+T_0} \right) \partial w_0 / \partial z (\gamma M^2 p - T_0 q_1)}{3(c+T_0)\rho_0} + \mu_0 \left(\frac{\partial q_1 / \partial z (-w_0) - q_1 \partial w_0 / \partial z + \partial q_4 / \partial z}{\rho_0} - \frac{\partial \rho_0 / \partial z (q_4 - q_1 w_0)}{\rho_0^2} \right)$$

$$\tau_{12} = \frac{(c+1)\sqrt{T_0} \left(\frac{3}{2} - \frac{T_0}{c+T_0} \right) (\partial u_0 / \partial y + \partial v_0 / \partial x) (\gamma M^2 p - T_0 q_1)}{(c+T_0)\rho_0} + \mu_0 \left(\frac{\partial q_1 / \partial y (-u_0) - q_1 \partial u_0 / \partial y + \partial q_2 / \partial y}{\rho_0} + \frac{\partial q_1 / \partial x (-v_0) - q_1 \partial v_0 / \partial x + \partial q_3 / \partial x}{\rho_0} - \frac{\partial \rho_0 / \partial y (q_2 - q_1 u_0)}{\rho_0^2} - \frac{\partial \rho_0 / \partial x (q_3 - q_1 v_0)}{\rho_0^2} \right)$$

$$\tau_{13} = \frac{(c+1)\sqrt{T_0} \left(\frac{3}{2} - \frac{T_0}{c+T_0} \right) (\partial u_0 / \partial z + \partial w_0 / \partial x) (\gamma M^2 p - T_0 q_1)}{(c+T_0)\rho_0} + \mu_0 \left(\frac{\partial q_1 / \partial z (-u_0) - q_1 \partial u_0 / \partial z + \partial q_2 / \partial z}{\rho_0} + \frac{\partial q_1 / \partial x (-v_0) - q_1 \partial v_0 / \partial x + \partial q_4 / \partial x}{\rho_0} - \frac{\partial \rho_0 / \partial z (q_2 - q_1 u_0)}{\rho_0^2} - \frac{\partial \rho_0 / \partial x (q_4 - q_1 w_0)}{\rho_0^2} \right)$$

$$\tau_{23} = \frac{(c+1)\sqrt{T_0} \left(\frac{3}{2} - \frac{T_0}{c+T_0} \right) (\partial v_0 / \partial z + \partial w_0 / \partial y) (\gamma M^2 p - T_0 q_1)}{(c+T_0)\rho_0} + \mu_0 \left(\frac{\partial q_1 / \partial z (-v_0) - q_1 \partial v_0 / \partial z + \partial q_3 / \partial z}{\rho_0} + \frac{\partial q_1 / \partial y (-v_0) - q_1 \partial v_0 / \partial y + \partial q_4 / \partial y}{\rho_0} - \frac{\partial \rho_0 / \partial z (q_3 - q_1 v_0)}{\rho_0^2} - \frac{\partial \rho_0 / \partial y (q_4 - q_1 w_0)}{\rho_0^2} \right)$$

$$\begin{aligned}
F(q) &= \left(\begin{array}{c} -q_1 u_0^2 + 2q_2 u_0 + p - \frac{\tau_{11}}{\text{Re}} \\ q_3 u_0 - q_1 v_0 u_0 + q_2 v_0 - \frac{\tau_{12}}{\text{Re}} \\ q_4 u_0 - q_1 w_0 u_0 + q_2 w_0 - \frac{\tau_{13}}{\text{Re}} \end{array} \right) \\
&\quad \frac{(p + q_5)u_0 + \frac{(q_2 - q_1 u_0)(p_0 + E_0 \rho_0)}{\rho_0}}{\text{Re}} - \frac{\frac{\tau_{120}(q_3 - q_1 v_0)}{\rho_0} + \frac{(q_2 - q_1 u_0)\tau_{110}}{\rho_0} + u_0 \tau_{11} + v_0 \tau_{12} + w_0 \tau_{13} + \frac{\tau_{130}(q_4 - q_1 w_0)}{\rho_0}}{\text{Re}} - \frac{\mu_0 \left(-\frac{T_0 \partial q_1 / \partial x}{\rho_0} - \frac{(M^2 p \gamma - T_0 q_1) \partial \rho_0 / \partial x}{\rho_0^2} \right)}{M^2 \text{Pr Re}(\gamma - 1)} \\
G(q) &= \left(\begin{array}{c} q_3 u_0 - q_1 v_0 u_0 + q_2 v_0 - \frac{\tau_{12}}{\text{Re}} \\ -q_1 v_0^2 + 2q_3 v_0 + p - \frac{\tau_{22}}{\text{Re}} \\ q_4 v_0 - q_1 w_0 v_0 + q_3 w_0 - \frac{\tau_{23}}{\text{Re}} \end{array} \right) \\
&\quad \frac{(p + q_5)v_0 + \frac{(q_3 - q_1 v_0)(p_0 + E_0 \rho_0)}{\rho_0}}{\text{Re}} - \frac{\frac{\tau_{120}(q_2 - q_1 u_0)}{\rho_0} + u_0 \tau_{12} + v_0 \tau_{22} + w_0 \tau_{23} + \frac{\tau_{220}(q_3 - q_1 v_0)}{\rho_0} + \frac{\tau_{230}(q_4 - q_1 w_0)}{\rho_0}}{\text{Re}} - \frac{\mu_0 \left(-\frac{T_0 \partial q_1 / \partial y}{\rho_0} - \frac{(M^2 p \gamma - T_0 q_1) \partial \rho_0 / \partial y}{\rho_0^2} \right)}{M^2 \text{Pr Re}(\gamma - 1)} \\
H(q) &= \left(\begin{array}{c} q_4 u_0 - q_1 w_0 u_0 + q_2 w_0 - \frac{\tau_{13}}{\text{Re}} \\ q_4 v_0 - q_1 w_0 v_0 + q_3 w_0 - \frac{\tau_{33}}{\text{Re}} \\ -q_1 w_0^2 + 2q_4 w_0 + p - \frac{\tau_{33}}{\text{Re}} \end{array} \right) \\
&\quad \frac{(p + q_5)w_0 + \frac{(q_4 - q_1 w_0)(p_0 + E_0 \rho_0)}{\rho_0}}{\text{Re}} - \frac{\frac{\tau_{130}(q_2 - q_1 u_0)}{\rho_0} + u_0 \tau_{13} + v_0 \tau_{23} + w_0 \tau_{33} + \frac{\tau_{230}(q_3 - q_1 v_0)}{\rho_0} + \frac{\tau_{330}(q_4 - q_1 w_0)}{\rho_0}}{\text{Re}} - \frac{\mu_0 \left(-\frac{T_0 \partial q_1 / \partial z}{\rho_0} - \frac{(M^2 p \gamma - T_0 q_1) \partial \rho_0 / \partial z}{\rho_0^2} \right)}{M^2 \text{Pr Re}(\gamma - 1)}
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial q_0} \frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial q_0} \frac{\partial q}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial q_0} \frac{\partial q}{\partial z} = 0$$

(A.1)

Annexe B

Matrice jacobienne du problème non visqueux

$$\begin{aligned}
 p &= (\gamma - 1) \left(\frac{1}{2} q_1 (u_0^2 + v_0^2 + w_0^2) - q_2 u_0 - q_3 v_0 - q_4 w_0 + q_5 \right) \\
 p_0 &= (\gamma - 1) \left(E_0 \rho_0 - \frac{1}{2} \rho_0 (u_0^2 + v_0^2 + w_0^2) \right) \\
 T_0 &= \frac{(\gamma - 1) \gamma M^2 \left(E_0 \rho_0 - \frac{1}{2} \rho_0 (u_0^2 + v_0^2 + w_0^2) \right)}{\rho_0} \\
 T &= \frac{(\gamma - 1) \gamma M^2 \left(\frac{1}{2} q_1 (u_0^2 + v_0^2 + w_0^2) - q_2 u_0 - q_3 v_0 - q_4 w_0 + q_5 \right) - \frac{(\gamma - 1) \gamma M^2 q_1 \left(E_0 \rho_0 - \frac{1}{2} \rho_0 (u_0^2 + v_0^2 + w_0^2) \right)}{\rho_0}}{\rho_0} \\
 F &= \left(\begin{array}{c} -q_1 u_0^2 + 2q_2 u_0 + \left(q_5 - q_2 u_0 - q_3 v_0 - q_4 w_0 + \frac{1}{2} q_1 (u_0^2 + v_0^2 + w_0^2) \right) (\gamma - 1) \\ q_3 u_0 - q_1 v_0 u_0 + q_2 v_0 \\ q_4 u_0 - q_1 w_0 u_0 + q_2 w_0 \\ u_0 \left(q_5 + (q_5 - q_2 u_0 - q_3 v_0 - q_4 w_0 + \frac{1}{2} q_1 (u_0^2 + v_0^2 + w_0^2)) (\gamma - 1) \right) + \frac{(q_2 - q_1 u_0) (E_0 \rho_0 + (\gamma - 1) (E_0 \rho_0 - \frac{1}{2} (u_0^2 + v_0^2 + w_0^2) \rho_0))}{\rho_0} \end{array} \right) \\
 G &= \left(\begin{array}{c} -q_1 v_0^2 + 2q_3 v_0 + \left(q_5 - q_2 u_0 - q_3 v_0 - q_4 w_0 + \frac{1}{2} q_1 (u_0^2 + v_0^2 + w_0^2) \right) (\gamma - 1) \\ q_3 v_0 - q_1 v_0 u_0 + q_2 v_0 \\ q_4 v_0 - q_1 w_0 v_0 + q_3 w_0 \\ v_0 \left(q_5 + (q_5 - q_2 u_0 - q_3 v_0 - q_4 w_0 + \frac{1}{2} q_1 (u_0^2 + v_0^2 + w_0^2)) (\gamma - 1) \right) + \frac{(q_3 - q_1 v_0) (E_0 \rho_0 + (\gamma - 1) (E_0 \rho_0 - \frac{1}{2} (u_0^2 + v_0^2 + w_0^2) \rho_0))}{\rho_0} \end{array} \right) \\
 H &= \left(\begin{array}{c} -q_1 w_0^2 + 2q_4 w_0 + \left(q_5 - q_2 u_0 - q_3 v_0 - q_4 w_0 + \frac{1}{2} q_1 (u_0^2 + v_0^2 + w_0^2) \right) (\gamma - 1) \\ q_4 u_0 - q_1 w_0 u_0 + q_2 w_0 \\ q_4 v_0 - q_1 w_0 v_0 + q_3 w_0 \\ w_0 \left(q_5 + (q_5 - q_2 u_0 - q_3 v_0 - q_4 w_0 + \frac{1}{2} q_1 (u_0^2 + v_0^2 + w_0^2)) (\gamma - 1) \right) + \frac{(q_4 - q_1 w_0) (E_0 \rho_0 + (\gamma - 1) (E_0 \rho_0 - \frac{1}{2} (u_0^2 + v_0^2 + w_0^2) \rho_0))}{\rho_0} \end{array} \right) \\
 \frac{\partial F}{\partial q} &= \left(\begin{array}{ccccc} 0 & & & & \\ \frac{1}{2} (u_0^2 + v_0^2 + w_0^2) (\gamma - 1) - u_0^2 & 2u_0 - \frac{1}{u_0} (\gamma - 1) & 0 & 0 & 0 \\ -u_0 v_0 & \frac{v_0}{u_0} & -v_0 (\gamma - 1) & -w_0 (\gamma - 1) & \gamma - 1 \\ -u_0 w_0 & \frac{w_0}{u_0} & 0 & 0 & 0 \\ u_0 \left((u_0^2 + v_0^2 + w_0^2) (\gamma - 1) - E_0 \gamma \right) & E_0 \gamma - \frac{(\gamma - 1)}{2} (3u_0^2 + v_0^2 + w_0^2) & -u_0 v_0 (\gamma - 1) & -u_0 w_0 (\gamma - 1) & u_0 \gamma \end{array} \right) \\
 \frac{\partial G}{\partial q} &= \left(\begin{array}{ccccc} 0 & & & & \\ \frac{1}{2} (u_0^2 + v_0^2 + w_0^2) (\gamma - 1) - v_0^2 & -\frac{1}{v_0} (\gamma - 1) & 2v_0 - \frac{1}{v_0} (\gamma - 1) & 0 & 0 \\ -v_0 w_0 & 0 & \frac{w_0}{v_0} & -w_0 (\gamma - 1) & \gamma - 1 \\ v_0 \left((u_0^2 + v_0^2 + w_0^2) (\gamma - 1) - E_0 \gamma \right) & -u_0 v_0 (\gamma - 1) & E_0 \gamma - \frac{(\gamma - 1)}{2} (u_0^2 + 3v_0^2 + w_0^2) & -v_0 w_0 (\gamma - 1) & v_0 \gamma \end{array} \right) \\
 \frac{\partial H}{\partial q} &= \left(\begin{array}{ccccc} 0 & & & & \\ \frac{1}{2} (u_0^2 + v_0^2 + w_0^2) (\gamma - 1) - w_0^2 & -\frac{1}{w_0} (\gamma - 1) & 2w_0 - \frac{1}{w_0} (\gamma - 1) & 0 & 0 \\ -w_0 u_0 & 0 & \frac{u_0}{w_0} & -w_0 (\gamma - 1) & \gamma - 1 \\ w_0 \left((u_0^2 + v_0^2 + w_0^2) (\gamma - 1) - E_0 \gamma \right) & -u_0 w_0 (\gamma - 1) & -v_0 w_0 (\gamma - 1) & E_0 \gamma - \frac{(\gamma - 1)}{2} (u_0^2 + v_0^2 + 3w_0^2) & w_0 \gamma \end{array} \right)
 \end{aligned}$$

Liste des tableaux

| | | |
|-----|---|-----|
| 3.1 | Flow parameters for laminar OSWBLs. | 63 |
| 3.2 | Flow parameters for the OSWBLI. | 67 |
| 3.3 | Numerical setup for the different stability computations. | 70 |
| 3.4 | Linear and Nonlinear regimes : forcing parameters and measurement coordinates. | 78 |
| 4.1 | Paramètres aérodynamique de la couche limite turbulente amont | 90 |
| 4.2 | Paramètres aérodynamique de l'interaction pour l'adimensionnement. | 93 |
| 5.1 | Pulsation et taux d'amplification du mode de <i>buffet</i> pour les différentes études. | 108 |
| 5.2 | Fréquence d'oscillation pour les différentes longueurs de tuyère. | 118 |
| 5.3 | Valeur l'écart entre deux modes successifs en fonction L/H | 126 |

Table des figures

| | | |
|------|---|----|
| 1.1 | Évolution des lanceurs Arianes (source : Arianespace / CNES / ESA) | 9 |
| 1.2 | Moteur Vulcain 2 | 10 |
| 1.3 | Différentes configurations d'interaction onde de choc / couche limite | 11 |
| 1.4 | L'interaction par réflexion de choc | 12 |
| 1.5 | PSD de la pression le long de l'interaction pour un angle de déflexion de 8° (Dupont <i>et al.</i> [49]) | 13 |
| 1.6 | Représentation d'un écoulement présentant un décollement naissant et un pleinement séparé (d'après Déleury [57]) | 13 |
| 1.7 | PSD adimensionnée de la pression pour différent angle d'interaction (Dupont <i>et al.</i> [49]) | 14 |
| 1.8 | Représentation géométrique de l'interaction (Agostini [3]) | 14 |
| 1.9 | Représentation d'un écoulement présentant un décollement naissant et un pleinement séparé d'une interaction sur rampe | 15 |
| 1.10 | Visualisation schlieren pour deux écoulements transsoniques avec une dynamique basse fréquence du mouvement du choc | 16 |
| 1.11 | Représentation de l'influence des structures en amonts du choc par Beresh <i>et al.</i> [18] | 17 |
| 1.12 | Schéma de principe des instabilités absolues/convectives | 18 |
| 1.13 | Simulation numérique directe de Embacher & Fasel [62] d'un décollement de plaque plane globalement instable | 19 |
| 1.14 | Étude de la déstabilisation d'une couche limite décollée incompressible par un mécanisme 3D par Theofilis <i>et al.</i> [173] | 20 |
| 1.15 | Étude de la stabilité tridimensionnelle d'une interaction par réflexion de choc laminaire (Robinet [141]) | 21 |
| 1.16 | Étude de stabilité linéaire de l'écoulement autour d'un profil d'aile de type NACA0012 par Crouch [36] | 22 |
| 1.17 | Schéma illustrant les hypothèses de rétroaction acoustique | 22 |
| | | |
| 2.1 | Écoulement autour d'un cylindre après bifurcation | 27 |
| 2.2 | Évolution du taux d'amplification associée au mode globalement instable du cylindre, en fonction du nombre de Reynolds | 27 |
| 2.3 | Étude d'une couche limite décollée incompressible (Cherubini <i>et al.</i> [28]) | 29 |
| 2.4 | Différentes approches pour résoudre un problème de stabilité linéaire | 31 |
| 2.5 | Définition des états gauche (\mathbf{q}_L) et droit (\mathbf{q}_R) d'une interface | 36 |
| 2.6 | Représentation des caractéristiques entrantes et sortantes suivant le régime d'écoulement | 40 |
| 2.7 | Spectre d'énergie en fonction du nombre d'onde. En gris, la partie résolue du spectre, en blanc, la partie modélisée | 45 |
| 2.8 | Écoulement turbulent autour d'un cylindre (ONERA) | 45 |
| 2.9 | Couche de mélange turbulente, Brown & Roshko [23] | 45 |
| 2.10 | Maillage et ligne de courant de l'étude | 48 |
| 2.11 | Évolution de l'énergie totale de la perturbation liée à l'advection d'un tourbillon | 48 |
| 2.12 | Advection d'un tourbillon, comparaison code non linéaire à gauche, code linéarisé à droite | 49 |
| 2.13 | Discretisation spatiale du cylindre | 50 |
| 2.14 | Iso-contour de la vitesse longitudinale $Re = 50$ | 51 |
| 2.15 | Évolution de la taille de bulle en fonction du nombre de Reynolds | 51 |
| 2.16 | Évolution du taux d'amplification en fonction du nombre de Reynolds | 52 |
| 2.17 | Évolution de la fréquence en fonction du nombre de Reynolds | 52 |
| 2.18 | Iso-contour de la vitesse perturbée longitudinale $Re = 50$ | 52 |
| 2.19 | Représentation du maillage pour l'étude d'une couche limite supersonique adiabatique | 53 |
| 2.20 | Iso-contour de la vitesse longitudinale de la couche limite $M = 2.15$ $Re_{S^*} = 780$ | 54 |
| 2.21 | Évolution des épaisseurs de déplacement et de quantité de mouvement de la couche limite | 54 |
| 2.22 | Spectre pour une couche limite $M = 2.15$ $Re_{S^*} = 780$ | 55 |
| 2.23 | Iso-contour de la vitesse longitudinale du mode TS1 | 55 |
| 2.24 | Iso-contour de la vitesse transversale du mode TS1 | 55 |
| 2.25 | Iso-contour de la vitesse longitudinale du mode TS2 | 55 |
| 2.26 | Iso-contour de la vitesse transversale du mode TS2 | 55 |
| 2.27 | Étude de stabilité locale de la couche limite supersonique : spectre | 56 |
| 2.28 | Étude de stabilité locale de la couche limite supersonique : fonction propre | 57 |
| | | |
| 3.1 | The computational domain and a schematic representation of oblique shockwave / boundary-layer interaction | 62 |
| 3.2 | Streamlines and streamwise velocity component of the computed steady base flow | 68 |
| 3.3 | Aerodynamic coefficients of Degrez's case | 68 |
| 3.4 | Aerodynamic coefficients for different shock incidence | 69 |
| 3.5 | Linear dynamics of the wavepacket resulting from an impulsive perturbation localized | 70 |
| 3.6 | Space-time diagram for the linear dynamics resulting from an impulsive perturbation localized | 71 |
| 3.7 | Global spectrum of Degrez's cases | 72 |
| 3.8 | Topology of Degrez's global modes | 73 |
| 3.9 | the phase speed associated with modes $St = 0.02$ and $St = 0.08$ | 74 |
| 3.10 | The neutrally propagating part of the pressure component associated with the global mode shown in figure 3.8 (f) | 75 |
| 3.11 | Global spectra showing the temporal amplification rate versus the Strouhal number | 76 |
| 3.12 | Distribution of integrated kinetic energy along the wall normal direction | 77 |
| 3.13 | Linear regim : Frequency response to upstream broadband white noise forcing | 79 |
| 3.14 | Linear regim : Frequency response to interna broadband white noise forcing | 80 |
| 3.15 | Linear regime. Fourier analysis : contours of the pressure fluctuations | 81 |
| 3.16 | Linear regime. Contributions of individual global modes to single Fourier mode | 82 |
| 3.17 | Distribution of the global resolvent as a function of the dimensionless frequency St | 83 |
| 3.18 | Frequency response to upstream broadband white noise forcing for nonlinear Navier-Stokes equations | 84 |
| 3.19 | Frequency response to internal broadband white noise forcing for nonlinear Navier-Stokes equations | 85 |
| 3.20 | Fourier mode for $St = 0.02$ for nonlinear Navier-Stokes equations | 85 |
| 3.21 | Mesh validation of the eigenspectrum | 87 |
| 3.22 | Convergence of the global resolvent being computed from the pseudospectra | 88 |
| | | |
| 4.1 | Visualisation Schlieren de la zone d'interaction pour un angle de déflexion de 9.5° . (Dupont <i>et al.</i> [51]) | 90 |
| 4.2 | Représentation géométrique de l'interaction (Agostini [3]) | 90 |
| 4.3 | Spectres pré-multipliés des fluctuations de pression pariétale et des signaux de quantité de mouvement | 91 |

| | | |
|------|---|-----|
| 4.4 | Évolution longitudinale du nombre de Strouhal le long de l'interaction. | 91 |
| 4.5 | Comparaison de la vitesse longitudinale du champ de base obtenue avec les résultats moyennée de l'expérimentation (ligne) | 93 |
| 4.6 | Spectre de l'IOCLT adimensionnée par l'épaisseur de déplacement de la couche limite à l'impact. | 94 |
| 4.7 | Spectre de l'IOCLT adimensionnée par la longueur d'interaction. | 94 |
| 4.8 | Partie réelle de la vitesse longitudinale associée au mode (a). | 94 |
| 4.9 | Partie réelle de la vitesse longitudinale associée au mode (b). | 94 |
| 4.10 | Partie réelle de la vitesse longitudinale associée au mode (c). | 95 |
| | | |
| 5.1 | Classification des configurations d'écoulements en entrée de tremblement suivant Pearcey <i>et al.</i> [123] | 98 |
| 5.2 | Illustration de l'évolution du coefficient de portance maximal dans le plan nombre de Mach/incidence. Lee [93] | 99 |
| 5.3 | Expérience sur l'entrée en tremblement par l'incidence sur un profil supercritique Whithcomb. | 100 |
| 5.4 | Expériences de tremblement transsonique sur le profil supercritique OAT15A-CA. | 100 |
| 5.5 | Contribution fréquentielle des fluctuations de pression sur le tremblement transsonique. | 101 |
| 5.6 | Spectre fréquentielle de la pression pariétale en $x/c = 0.45$, par Jacquin <i>et al.</i> [84] | 102 |
| 5.7 | Coefficient de frottement à la paroi pour différents angles | 102 |
| 5.8 | Schéma du mécanisme proposé par Lee [92] | 103 |
| 5.9 | Caractérisation des angles critiques du phénomène de Buffet par McDevitt et Okuno [111] | 104 |
| 5.10 | Maillage pour l'étude de tremblement transsonique autour d'un profil NACA0012 | 104 |
| 5.11 | Iso-contour du champ de base pour $\alpha = 3.2^\circ$ | 105 |
| 5.12 | Coefficients caractéristiques pour un nombre de Mach $M_\infty = 0.76$, un nombre de Reynolds $Re_c = 10^7$ et $\alpha \in [3.0, 3.8]$ | 106 |
| 5.13 | Mode adjoint associé au <i>buffet</i> [155] | 106 |
| 5.14 | Étude d'un écoulement autour d'un profil OAT15, Sartor [155] | 107 |
| 5.15 | Courbe de c_p sur une période de tremblement à différent instant. Étude d'un profil OAT15, Alfano [5] | 107 |
| 5.16 | Spectre issu de l'analyse de stabilité globale de l'écoulement autour d'un profil NACA0012. | 108 |
| 5.17 | Comparaison des normes de la vitesse longitudinale du mode de <i>buffet</i> ($M_\infty = 0.76$, $Re_c = 10^7$ et $\alpha = 3.2$) | 108 |
| 5.18 | Iso-contour de la partie réelle de la vitesse longitudinale ($M_\infty = 0.76$, $Re_c = 10^7$ et $\alpha = 3.2$). | 109 |
| 5.19 | Iso-contour de la partie réelle de la pression ($M_\infty = 0.76$, $Re_c = 10^7$ et $\alpha = 3.2$). | 109 |
| 5.20 | Schéma de la tuyère de type "G" utilisé par Sajben pour ces expérimentations. | 111 |
| 5.21 | Lignes iso-Mach à la section de sortie de la tuyère de type "G". | 111 |
| 5.22 | Longueur de la "zone fluide parfait" en fonction du nombre de Mach amont | 112 |
| 5.23 | Lignes d'iso contours de la vitesse moyenne longitudinale dans la tuyère de type "G" utilisé par Sajben. | 113 |
| 5.24 | Lignes d'iso contours de la vitesse moyenne transversale dans la tuyère de type "G" utilisé par Sajben. | 113 |
| 5.25 | Spectre de déplacement du choc pour $R_p = 0.72$ et $l/h = 14.4$ | 113 |
| 5.26 | Évolution des fréquences caractéristiques en fonction du nombre de Mach à l'amont du choc. | 114 |
| 5.27 | Lignes d'iso contours de la vitesse fluctuante longitudinale, haut : module, bas : phase. | 114 |
| 5.28 | Lignes d'iso contours de la vitesse fluctuante transversale, haut : module, bas : phase. | 114 |
| 5.29 | Comparaison de l'amplitude et de la phase de la fluctuation de pression. | 115 |
| 5.30 | Évolution de la vitesse longitudinale fluctuante au centre de la tuyère, haut module, bas phase. | 115 |
| 5.31 | Schéma de la tuyère avec le dispositif expérimental de forçage. | 117 |
| 5.32 | Évolution du module de la fluctuation de pression statique et totale au centre de la tuyère. | 117 |
| 5.33 | Évolution de la phase de la fluctuation de pression statique et totale au centre de la tuyère. | 117 |
| 5.34 | Spectre de déplacement du choc pour différentes longueurs de tuyère, calcul numérique. | 118 |
| 5.35 | Amplitude de la perturbation de pression sur la ligne médiane pour une excitation à 300 Hz d'amplitude 1.1% à $x/h = 13$ | 120 |
| 5.36 | Phase de la perturbation de pression sur la ligne médiane pour une excitation à 300 Hz d'amplitude 1.1% à $x/h = 13$ | 120 |
| 5.37 | Maillage utilisé pour l'étude de la tuyère de Sajben | 120 |
| 5.38 | Iso-contour de la vitesse longitudinale du champ de base | 121 |
| 5.39 | Comparaison du champ de base avec les données expérimentales de Sajben <i>et al.</i> [152] | 122 |
| 5.40 | Profil de vitesse en différente section de l'étude de Mohler [116] | 122 |
| 5.41 | Spectres issus de l'analyse de stabilité globale de l'écoulement dans la tuyère Sajben. | 123 |
| 5.42 | Visualisation des iso-contours des modes issus de la stabilité linéaire pour différentes fréquences. | 124 |
| 5.43 | Comparaison des lignes d'iso-contours de la vitesse fluctuante longitudinale, analyse de stabilité <i>versus</i> expérience. | 125 |
| 5.44 | Comparaison des lignes d'iso-contours de la vitesse fluctuante transversale, analyse de stabilité <i>versus</i> expérience. | 125 |
| 5.45 | Iso-contour de la vitesse longitudinale du champ de base, pour différentes longueurs de tuyère | 126 |
| 5.46 | Spectres issus de la stabilité globale pour différentes tailles de diffuseur, par une approche avec μ_t dynamique. | 127 |
| 5.47 | Iso-contours des modes issus de la stabilité linéaire pour différentes tailles de tuyère. | 127 |

ANALYSE DE STABILITÉ LINÉAIRE GLOBALE D'ÉCOULEMENTS COMPRESSIBLES : APPLICATIONS AUX INTERACTIONS ONDE DE CHOC / COUCHE LIMITE.

RESUME : Cette thèse a pour objectif d'améliorer la compréhension de la dynamique d'une interaction entre une onde de choc droite ou oblique et une couche limite laminaire ou turbulente. En particulier, nous nous sommes intéressés aux mécanismes responsables de l'apparition d'oscillations auto-entretenues basses fréquences. Ce phénomène survient dans de nombreux cas applicatifs comme dans des entrées d'air d'avions supersoniques, autour d'un profil d'aile en régime transsonique et au sein de tuyère en régime de sur-détente. La première partie de ce mémoire traite des différentes études réalisées pour déterminer la phénoménologie de ce type de dynamique. Dans un deuxième temps, nous expliquons la stratégie retenue pour effectuer notre étude qui consiste à développer un outil dédié à l'analyse des mécanismes d'instabilité linéaire, adapté à des écoulements turbulents présentant une interaction entre une onde de choc et une couche limite. Le développement d'un outil *CFD* linéarisé couplé à une méthode de résolution d'un problème aux valeurs propres par une approche dite sans matrice ou de « *time-stepping* », a permis la réalisation d'une telle étude. Après une étape de validation de notre outil, nous avons étudié des cas d'écoulements présentant une interaction entre une onde de choc et une couche limite. Trois cas en particulier ont été traités. Le premier, correspond à une interaction entre une onde de choc oblique impactant une couche limite laminaire se développant sur une plaque plane. Ce dernier est généralement qualifié dans la littérature de cas de « réflexion de choc ». Nous montrons qu'un tel écoulement est globalement stable et que sa dynamique peut être caractérisée par des mécanismes de réceptivité et de la capacité de l'écoulement à amplifier des perturbations extérieures. Les deux autres cas abordés dans ce travail ont été celui d'un écoulement transsonique autour d'un profil d'aile de type NACA0012 en régime d'entrée en tremblement aérodynamique et un cas de tuyère transsonique plane de type Sajben en régime de sur-détente. Pour le premier, l'analyse de stabilité nous permet de mettre en évidence le phénomène de « *buffet* » sur le profil NACA0012, ce qui montre que le phénomène est lié à une instabilité globale linéaire. Dans le second cas, l'analyse de stabilité ne permet pas d'expliquer le phénomène auto-entretenu basses fréquences, et montre que l'écoulement est linéairement globalement stable. Dans ce cas, la dynamique est convective, transitoire et pilotée par des mécanismes de réceptivité.

Mots clés : Analyse de stabilité linéaire, écoulement compressible, laminaire, turbulent, transsonique, supersonique, interaction onde de choc / couche limite, instabilités, buffet, tuyère sur-détendue, basses fréquences.

GLOBAL LINEAR STABILITY ANALYSIS OF COMPRESSIBLE FLOW : APPLICATION TO SHOCK WAVE / BOUNDARY-LAYER INTERACTION

ABSTRACT : The general purpose of this study is to provide a better understanding of the dynamics of an interaction between a shock wave and a laminar or turbulent boundary layer. In particular, we were interested in mechanisms responsible for the emergence of low-frequency self-sustained oscillations. This phenomenon arises in numerous industrial cases as in air inlets of supersonic aircrafts, around a profile of wing in transonic regime and within over-extended nozzle. The first part of this report handles various studies carried out to determine the phenomenology of this kind of dynamics. Secondly, we explain the strategy adopted to make our study which consists in developing a tool of study of the instabilities adapted to turbulent flows including an interaction between a shock wave and a boundary layer. The development of a linearized CFD tool coupled with a method of resolution of a eigenvalue problem by a free-matrix approach (" *time-stepping* " approach), allowed the realization of such a study. After a stage of validation of our tool, we studied cases of flows including an interaction between a shock wave and a boundary layer. Three cases in particular were handled. The first case corresponds to an interaction enter an oblique shock wave impacting on a laminar boundary layer developing on a flat plate. This case is generally qualified in the literature of case as "reflected shock wave". We show that such a flow is globally stable and that the dynamics of such a flow behaves as a selective noise amplifier, the dynamic is mainly driven by receptivity mechanisms and by the response of upstream white noise disturbance. Two other cases have been studied on this work, the case of a transonic flow around a profile wing of NACA0012 type around the onset of buffet phenomenon and the case of transonic nozzle of Sajben type on over-extended regime. In the first case, the global stability analysis allows us to highlight the buffet phenomenon of on the profile NACA0012, what shows that the phenomenon is linked to a linear global instability. In the second case, the analysis of stability does not allow to explain the self-sustained low frequencies phenomenon, and shows that the flow is linearly globally stable. In this case, the dynamics is convective, passing and piloted by receptivity mechanisms.

Keywords : Linear stability analysis, compressible flow, laminar, turbulent, transonic, supersonic, shock wave / boundary layer interaction, instabilities, buffet, over-extended nozzle, low-frequency.