# Propagation d'atomes ultra-froids en milieu désordonné - Étude dans l'espace des impulsions de phénomènes de diffusion et de localisation

Jérémie Richard

▶ **To cite this version:**

Jérémie Richard. Propagation d'atomes ultra-froids en milieu désordonné - Étude dans l'espace des impulsions de phénomènes de diffusion et de localisation. Optique [physics.optics]. Université Paris Saclay (COmUE), 2015. Français. NNT : 2015SACLO001 . tel-01246561

**HAL Id: tel-01246561**

**https://pastel.hal.science/tel-01246561**

Submitted on 16 Feb 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

NNT : 2015SACLO001

THÈSE DE DOCTORAT
DE L'UNIVERSITÉ PARIS-SACLAY
préparée à
L'INSTITUT D'OPTIQUE GRADUATE SCHOOL

ÉCOLE DOCTORALE N° 572
Ondes et Matière (EDOM)

Spécialité de doctorat : Physique
par

**Jérémie RICHARD**

# Propagation d'atomes ultra-froids en milieu désordonné

## Étude dans l'espace des impulsions de phénomènes de diffusion et de localisation

**Thèse présentée et soutenue à Palaiseau, le 16 novembre 2015**

**Composition du jury :**

| | | |
|---|---|---|
| M. Jean-François ROCH | Président | Laboratoire Aimé Cotton |
| M. Dominique DELANDE | Rapporteur | Laboratoire Kastler Brossel |
| M. Robin KAISER | Rapporteur | Institut Non Linéaire de Nice |
| M. Marcel FILOCHE | Examinateur | Laboratoire de Physique de la Matière Condensée |
| M. Vincent JOSSE | Directeur de thèse | Institut d'Optique Graduate School |
| M. Alain ASPECT | Invité | Institut d'Optique Graduate School |

# *Remerciements*

*Les vapeurs de la soutenance se dissipent et il est temps pour moi de me retourner vers trois années de thèse qui furent intenses (travaux qui ont débutés, à proprement parler, en mars 2012 et vont se poursuivre en pointillés pendant encore quelques mois afin de finir la rédaction* ***du*** *papier, ramenant ainsi ma thèse à une durée effective de près de quatre ans). Difficile de résumer en quelques mots la quantité de choses que j'ai apprises au cours de ce doctorat, que ce soit au niveau scientifique, humain ou personnel. Il est sûr en revanche que ce développement est en grande partie dû à toutes les personnes que j'ai côtoyées. Ces quelques lignes ont pour but de les remercier.*

*L'utilisation d'atomes froids nécessite de travailler en groupe, c'est pourquoi le succès de ma thèse est principalement à mettre au crédit de notre équipe "Pince" et en particulier de son chef d'orchestre Vincent Josse. Chercheur passionné, il a su me transmettre son sens physique et son sens du détail. Nos discussions plus personnelles m'ont fortement touchées et me serviront, j'en suis sûr, pour ma future carrière scientifique. C'est également mes collègues Kilian, Valentin et Vincent D. que je souhaite ici remercier, personnes avec qui j'ai passé le plus clair de mon temps pendant ces quatre années. Kilian, tout d'abord, probablement la personne la plus gentille (au sens noble du terme) qu'il m'ait été donné de rencontrer dans le milieu professionnel. Sa patience légendaire et sa pédagogie nous ont permis de créer un duo qui fonctionnait (hormis quelques souffrances auditives qu'il a subies, du fait de ma propension à fredonner n'importe quoi et à n'importe quel moment). J'ai vu par la suite arriver Valentin le polyglotte qui a apporter une touche de rigueur et d'efficacité supplémentaire à notre équipe. Le Tsar du White Russian fera j'en suis sûr un beau chercheur. Enfin, Vincent D. que je ne me permettrais plus d'appeler "Petit Vincent" depuis qu'il est devenu thésard en chef de notre expérience. Il s'est adapté et a compris les concepts liés à nos travaux à une vitesse incroyable. Je suis persuadé qu'il fera de grandes choses, que ce soit en matière de découvertes scientifiques ou de découvertes de vidéos sur internet. Je souhaite également bonne chance à Mukhtar, le nouveau venu, et espère qu'il vivra une aussi belle expérience que la mienne dans cette équipe.*

*Une équipe comme la notre s'inclut dans un groupe, lui permettant de grandir dans les meilleures conditions. Ce groupe florissant est celui d'Optique Atomique. Un grand merci à son initiateur Alain Aspect. C'est au cours de mon Master 2 que je suis pour la première fois entré en contact avec ce groupe dans le but d'effectuer ma thèse, au travers d'Alain. Son expérience et ses connaissances sont des richesses inestimables. Je tiens également à remercier tous les permanents qui font un travail remarquable, complexe et extrêmement prenant. Être chercheur se rapproche souvent du sacerdoce et la passion dont ces personnes font preuve est source d'inspiration. Merci en particulier à Marc, toujours disponible pour discuter et m'aider à orienter mes choix d'avenir.*

*La chair et le sang d'un laboratoire sont ses étudiants, sans lesquels rien ne pourrait concrètement être réalisé. Je remercie donc tous les post-doctorants, doctorants et étudiants en Master qui*

*ont croisés ma route et dont je n'ose pas faire la liste complète de peur d'oublier un nom. Merci à la première génération de thésards (qui a soutenu en 2014), celle des ainés, qu'ils soient stakhanovistes au travail comme Raphael ou bien doux rêveurs comme Ralph. Merci aux étrangers pour m'avoir fait partager leur culture et pour m'avoir permis de parler réellement anglais (notamment grâce à Lynn et Bess). Merci aux autres membres de ma génération avec qui j'ai des souvenirs inoubliables, que ce soit dans l'open space (Steven, Lauriane, Almaz, Pierre, Vincent D., etc...), en conférence, en école d'été (Steven en Corse, Almaz, Aisling et Quentin en Savoie) ou encore en soirée. Une équipe de football et un groupe de rock ont tout de même été montés avec certains de mes collègues, ce qui prouve qu'il y a une vie à côté de la science et que ces activités peuvent être bénéfiques pour la vie du laboratoire.*

*Je remercie également l'ensemble de l'Institut d'Optique pour ses services tels que l'atelier de mécanique tenu par Patrick et André, ce dernier dont la bienveillance et la disponibilité resteront gravées pour longtemps dans ma mémoire. Merci à l'atelier d'électronique et en particulier à Frédéric qui m'a tout appris, on peut le dire, en matière de montage électronique au début de ma thèse. Merci également à l'atelier d'optique et à tous les services administratifs. Ces entités forment un maillon fort de notre laboratoire. J'ai également fait mes premiers pas dans l'enseignement et été grandement aidé et guidé par le corps enseignant, plus particulièrement, dans mon cas, par Fabienne Bernard et Julien Moreau.*

*Je remercie enfin tous mes amis de Supop et d'ailleurs. Ces six années passées entre le plateau de Saclay, Bures-sur-Yvette et Palaiseau avec certain d'entre vous ont été tout simplement incroyables. Vivre tout ce que nous avons vécu, notamment en école d'ingénieur, est rare et je m'estime privilégié de vous avoir connu. Je remercie pour finir ma famille, qui mériterait beaucoup plus qu'un paragraphe, à commencer par mes parents qui en plus de m'avoir donné la vie, m'ont toujours soutenu dans mes choix et laissé une liberté qui je crois fait désormais partie de moi. J'embrasse mes deux sœurs Marie et Alice ainsi que mon frère Théo, je les aime très fort et je suis fier de faire partie de cette fratrie. Merci à mes grands parents, oncles et tantes, parrain et marraine, cousins et cousines. Merci Sandra pour ce que tu es, c'est un véritable bonheur de partager ma vie avec toi depuis quatre ans, je sais que de belles aventures nous attendent encore...*

# Table des matières

**Contents** vi

**1 Introduction** 3
- 1.1 Atomes froids et désordre . . . 3
  - 1.1.1 La propagation d'ondes en milieu désordonné : un domaine transverse de la physique . . . 3
  - 1.1.2 Propagation d'ondes de matière ultra froide en milieu désordonné . . . 6
- 1.2 Contexte expérimental . . . 9
  - 1.2.1 Une expérience pionnière dans la localisation d'*Anderson* d'ondes de matière 9
  - 1.2.2 Un dispositif expérimental idéal pour étudier les signatures de la localisation dans l'espace des vitesses . . . 10
- 1.3 Plan du manuscrit . . . 11

**2 Propagation d'ondes en milieu désordonné** 13
- 2.1 Propagation sans effets interférentiels : grandeurs microscopiques de la diffusion . . 13
  - 2.1.1 Temps élastique de diffusion . . . 14
  - 2.1.2 Temps de transport . . . 14
  - 2.1.3 Coefficient de diffusion . . . 16
- 2.2 Effets interférentiels sur la propagation en milieu désordonné : localisation . . . 18
  - 2.2.1 Effets de localisation faible . . . 19
  - 2.2.2 Localisation d'*Anderson* . . . 21
- 2.3 Étude des effets de localisation dans l'espace des impulsions . . . 22
  - 2.3.1 Localisation faible dans l'espace des impulsions : rétro-diffusion cohérente . 23
  - 2.3.2 Localisation faible dans l'espace des impulsions à l'aide d'atomes froids . . . 24
  - 2.3.3 Vers une première signature de la localisation d'*Anderson* dans l'espace des impulsions : diffusion cohérente avant . . . 25

**3 Création d'une onde de matière ultra-froide** 27
- 3.1 Quelques principes généraux concernant l'obtention et la manipulation de condensats de *Bose-Einstein* . . . 28
  - 3.1.1 Régime de condensation . . . 28
  - 3.1.2 Principales forces mises en jeu pour la manipulation d'atomes froids . . . 29
- 3.2 Dispositif expérimental de condensation . . . 36
  - 3.2.1 Expérience sous ultra-vide . . . 37
  - 3.2.2 Ralentissement du faisceau d'atomes . . . 38
  - 3.2.3 Piège magnéto-optique et mélasse optique . . . 39
  - 3.2.4 Évaporation dans un piège magnétique . . . 41

3.2.5 Transfert dans la deuxième chambre de science . . . 43
3.2.6 Condensation par évaporation *toute optique* . . . 44
3.3 Obtention d'un nuage atomique analogue à une onde plane . . . 47
3.3.1 Refroidissement par *delta-kick* . . . 47
3.3.2 Impulsion initiale . . . 48
3.4 Imagerie directe dans l'espace des impulsions . . . 49
3.4.1 Montage optique d'imagerie . . . 50
3.4.2 Imagerie dans l'espace des impulsions . . . 53
3.5 Élements expérimentaux nouveaux au cours de ma thèse . . . 57

**4 Étude d'un champ de tavelure le long de son axe de propagation 61**
4.1 À l'origine du champ de tavelure . . . 62
4.1.1 Le champ de tavelure, néfaste ou utile ? . . . 62
4.1.2 Loi de probabilité du champ de tavelure . . . 63
4.1.3 Propriétés du champ de tavelure dans le plan de *Fourier* . . . 64
4.2 Configuration expérimentale . . . 66
. . . 68
4.3 Évolution longitudinale de l'extension du champ de tavelures . . . 69
4.3.1 Calcul de l'intensité moyenne . . . 69
4.3.2 Contributions à l'extension du *speckle* . . . 71
4.3.3 Mesure de l'extension du faisceau . . . 74
4.3.4 Résultats expérimentaux . . . 76
4.4 Évolution longitudinale de la longueur de corrélation . . . 77
4.4.1 Calcul de la fonction d'autocorrélation . . . 78
4.4.2 Contributions à la fonction d'autocorrélation . . . 78
4.4.3 Mesure de la longueur de corrélation . . . 81
4.4.4 Résultats expérimentaux . . . 83
4.5 Longueur de corrélation longitudinale aux alentours du plan de *Fourier* . . . 86
4.5.1 Expression de la longueur de corrélation longitudinale . . . 86
4.5.2 Mesure de la longueur de corrélation longitudinale . . . 88

**5 Mesure du temps élastique de diffusion résolue en amplitude de désordre et en énergie 91**
5.1 Diffusion dans le régime de *Born* . . . 92
5.1.1 Probabilité angulaire d'un événement de diffusion simple . . . 92
5.1.2 Calcul du temps élastique de diffusion dans l'approximation de *Born* . . . 95
5.1.3 Régime de validité de l'approximation de *Born* . . . 99
5.1.4 Élargissement en énergie . . . 101
5.1.5 Temps de transport . . . 102
5.2 Mesure expérimentale . . . 103
5.2.1 Montage et séquence expérimentale . . . 103
5.2.2 Observation de la distribution de vitesse expérimentale . . . 106
5.2.3 Extraction du temps élastique de diffusion . . . 107
5.2.4 Cartographie du temps élastique de diffusion en fonction des paramètres expérimentaux . . . 109
5.3 Étude du temps élastique de diffusion dans le régime de *Born* . . . 110
5.4 Comportement du temps élastique de diffusion hors du régime de ***Born*** . . . 113
5.5 Mesures préliminaires du temps de transport . . . 118

5.5.1 Extraction du temps de transport . . . 118
5.5.2 Affichage des résultats expérimentaux . . . 120
5.5.3 Étude du temps de transport en régime de *Born* . . . 121
5.5.4 Observations préliminaires hors du régime de ***Born*** . . . 123
5.6 Temps élastique de diffusion : une mesure résolue en amplitude de désordre et en énergie d'un paramètres élémentaires de la diffusion . . . 124

**6 Effets de localisation faible observés dans l'espace des vitesses 125**
6.1 Principe de l'effet de rétro-diffusion cohérente . . . 126
6.2 Observation expérimentale du pic de rétro-diffusion cohérente . . . 128
6.2.1 Montage expérimental . . . 128
6.2.2 Observation dans l'espace des vitesses . . . 128
6.2.3 Dynamique du pic de rétro-diffusion cohérente . . . 129
6.3 Manipulation de la symétrie par renversement du temps . . . 133
6.4 Expérience inédite de manipulation de la symétrie par renversement du temps : résurgence de rétro-diffusion cohérente . . . 134
6.4.1 Manipulation par déphasage court . . . 134
6.4.2 Dynamique attendue de la résurgence de rétro-diffusion cohérente . . . 136
6.5 Implémentation de l'expérience de résurgence de rétro-diffusion cohérente . . . 137
6.5.1 Montage, séquence et paramètres expérimentaux . . . 137
6.5.2 Observation expérimentale de la résurgence de rétro-diffusion cohérente . . . 138
6.5.3 Dynamique expérimentale du pic de résurgence de rétro-diffusion cohérente 140
6.5.4 La résurgence de rétro-diffusion cohérente, signature claire et directe de la cohérence du transport en milieu désordonné . . . 142

**7 Vers une signature dans l'espace des vitesses de la localisation d'*Anderson* : la diffusion cohérente avant 143**
7.1 Diffusion cohérente avant en configuration expérimentale quasi-2D . . . 143
7.2 Diffusion cohérente avant en configuration expérimentale quasi-1D . . . 144
7.2.1 Comportement attendu en configuration 1D . . . 144
7.2.2 Montage expérimental quasi-1D . . . 145
7.2.3 Observation de la distribution en vitesse à 1D par focalisation atomique . . . 145
7.2.4 Représentation du profil de la distribution en vitesse 1D . . . 147

**8 Conclusions et perspectives 149**
8.1 Conclusions . . . 149
8.2 Perspectives . . . 150
8.3 De la simulation à la stimulation... . . . 150

**A Faisceaux gaussiens 153**

**B Calcul du temps élastique de diffusion dans l'approximation de *Born* 155**
B.1 $\tau_S$ dans l'approximation de ***Born*** . . . 155
B.2 Configuration à deux dimensions . . . 156
B.2.1 Fonction d'autocorrélation gaussienne anisotrope . . . 156
B.2.2 Calcul de $\tau_S$ en speckle 2D . . . 157
B.3 Configuration à trois dimensions . . . 160

B.3.1 Fonction de corrélation 3D anisotrope . . . . . 160
B.3.2 Calcul de $\tau_S$ en speckle 3D . . . . . 161
B.3.3 Cas de la fonction de corrélation longitudinale gaussienne . . . . . 163

**C Calcul de l'intensité moyenne et de la fonction d'autocorrélation d'un champ de *speckle* 167**
C.1 Calcul de l'amplitude du champ lumineux le long de son axe de propagation . . . . 167
C.2 Calcul de l'intensité moyenne du champ de ***speckle*** le long de son axe de propagation 169
C.3 Calcul de la fonction d'autocorrélation du champ de ***speckle*** le long de son axe de propagation . . . . . 171

**Bibliographie 174**

# Chapitre 1

# Introduction

Le désordre est par définition l'absence de règle ordonnant systématiquement plusieurs entités entre elles. Il est ainsi omniprésent dans la nature. Au premier abord, un système peut apparaitre fortement ordonné, comme le sont les réseaux cristallins, ce qui rend leur modélisation simple et leur donne certaines propriétés macroscopiques impressionnantes, comme la diffraction de *Bragg* par exemple. Mais il est souvent possible d'approfondir la description du système pour faire apparaitre le désordre et le particulier dans ce qui est globalement organisé. Dans le cas de notre cristal, il est possible de remarquer la présence de défauts et impuretés au sein même de cette structure ordonnée. Mais cette présence de désordre peut être vue comme une richesse et permet à son tour d'expliquer un certain nombre de phénomènes de première importance. En considérant un réseau cristallin métallique, la présence d'impuretés donne lieu à l'apparition d'une résistance électrique, qui peut par exemple être expliquée par des modèles statistiques comme le modèle de *Drude* [Ashcroft 76].

## 1.1 Atomes froids et désordre

### 1.1.1 La propagation d'ondes en milieu désordonné : un domaine transverse de la physique

Les phénomènes qui vont nous intéresser au cours de ce manuscrit sont liés à la propagation d'ondes dans le désordre. Une première image qualitative peut être donnée en s'appuyant de la Figure 1.1.a) : considérons une onde émise au point A dans un milieu composé d'une assemblée de diffuseurs aléatoirement disposés (représentés par des points bleus). Une infinité de chemins de propagation peut être considérée, notamment ceux représentés en rouges et correspondants à des chemins de diffusion classique. Ce type de propagation peut être interprétée par le modèle du mouvement *Brownien* d'une particule en collision avec des diffuseurs [Chandrasekhar 60,

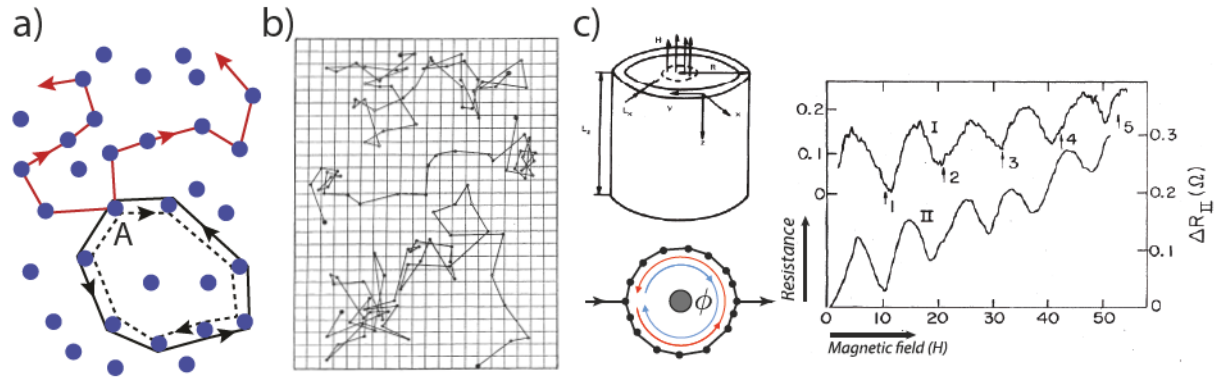


FIGURE 1.1: **Propagation et localisation d'ondes en milieu désordonné.** a) Principe de la localisation faible : en supposant une onde émise en A, on peut considérer les chemins formant deux boucles contra-propageantes (en noir) revenant aux alentours de l'origine. Ces boucles interféreront constructivement car elles ont acquis la même phase. Ce principe explique la diminution de la probabilité de diffusion classique (comme pour les chemins rouges). b) Mouvement *Brownien* de particules colloïdales correspondant à un phénomène de diffusion (d'après [Perrin 09]). c) Un film métallique cylindrique creux est traversé par un champ magnétique qui ajoute une phase différente selon le sens de propagation des électrons dans le cylindre. Ce déphasage supplémentaire permet de contrôler les interférences entre boucles contra-propageantes, ce qui crée une variation périodique de la résistance en fonction du champ magnétique (d'après [Sharvin 81]).

Diu 89]. Ce type de déplacement diffusif, initialement découvert dans la botanique au XIX$^{ième}$ siècle avec le déplacement de certaines particules végétales dans un fluide [Brown 28], puis modélisé par Albert Einstein [Einstein 05, Einstein 56], a été vérifié expérimentalement par Jean Perrin (voir Figure 1.1.b)) [Perrin 09]. Un certain nombre de grandeurs caractéristiques de ce processus de diffusion peut être calculé et mesuré, notamment le libre parcours moyen ou temps élastique de diffusion, le temps de transport ou bien encore le coefficient de diffusion. Ces grandeurs constitues les briques élémentaires de la propagation d'ondes dans le désordre et seront décrites puis étudiées en détail au cours de la section 2.1 et du chapitre 5.

En se référent de nouveau à la Figure 1.1.a), on se rend compte qu'il est également possible de considérer une catégorie de chemins bien particulière, représentée en noir. En supposant deux chemins contra-propageants et revenant aux alentours du point d'origine A, on sait que la phase acquise par l'onde sera la même pour les deux chemins. Ces derniers interféreront donc constructivement, ce qui signifie en d'autres termes que la probabilité de revenir à l'origine est augmentée par rapport à la probabilité d'être diffusé au loin. Ce principe de réduction du coefficient de diffusion est à la base de la localisation dite faible. En allant plus loin, cet effet interférentiel peut mener à l'absence totale de diffusion en milieu désordonné. On parle alors de localisation d'*Anderson* ou localisation forte, décrite théoriquement par Philip W. Anderson en 1958 dans le cas d'ondes électroniques [Anderson 58]. Mais ces travaux qui lui vaudront finalement une partie de son prix Nobel en 1977 sont longtemps restés comme des phénomènes pointus de matière condensée [Anderson 77, Lagendijk 09].

Il faut attendre les années 80 pour voir une nouvelle étape franchie dans ce domaine, notamment grâce aux travaux sur la théorie d'échelle [Abrahams 79], permettant l'émergence des premières expériences sur la transition métal-isolant dans les semi-conducteurs [Rosenbaum 80], ainsi que la mise en évidence du lien entre la théorie d'Anderson et la localisation faible. Les travaux les plus emblématiques en la matière sont ceux réalisés par Sharvin et Sharvin en 1981 [Sharvin 81], participant notamment aux débuts de la physique mésoscopique. L'introduction d'un déphasage d'origine magnétique de type *Aharonov-Bohm* entre les deux chemins contra-propageants (en bleu et rouge sur la Figure 1.1).c)) d'un conducteur cylindrique creux a permis de mettre en évidence l'impact des interférences sur la propagation des électrons (voir Figure 1.1).c).

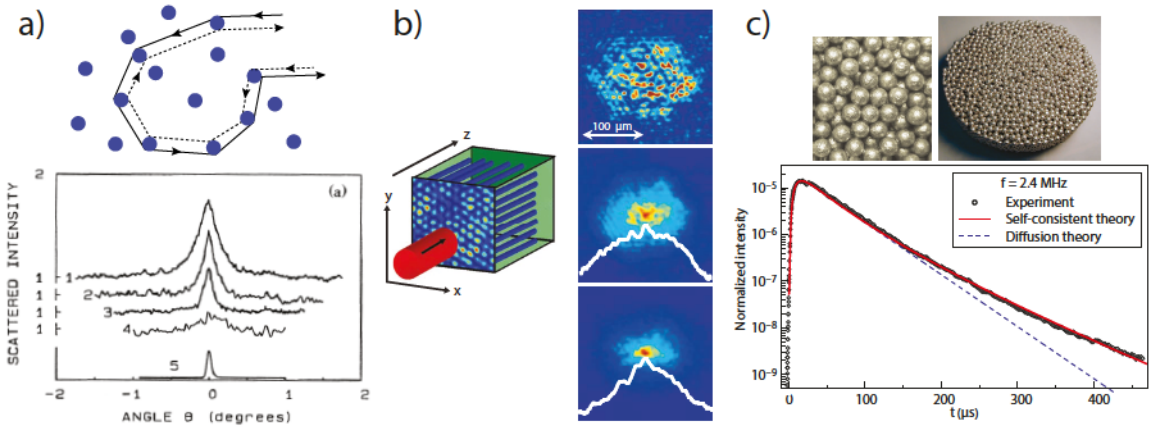


FIGURE 1.2: **Exemples d'expériences sur la localisation à l'aide d'ondes classiques.** a) Au dessus : principe de la rétro-diffusion cohérente (CBS). Les boucles contra-propageantes interfèrent constructivement et on observe alors une augmentation de l'intensité en champ lointain, dans la direction opposée à la direction initiale de l'onde. En dessous : Observation du pic CBS de lumière sur un échantillon de micro-sphères de polystyrène. La largeur angulaire de ce pic varie avec la densité de particules (d'après [Wolf 85]). b) Localisation d'*Anderson* lors de la propagation de lumière dans un cristal photonique désordonné 2D. À droite, la distribution d'intensité passe d'un profil gaussien, i.e. diffusif (image centrale) à un profil exponentiel, i.e. localisé (image du bas) (d'après [Schwartz 07]). c) Localisation d'*Anderson* d'ultrasons dans un réseau désordonné 3D de billes d'aluminium. L'évolution temporelle de l'intensité transmise correspond à la théorie attendue pour une onde localisée et non pas diffusive (d'après [Hu 08]).

Dès lors, ce qui n'était qu'un phénomène de matière condensée à commencé a être considéré comme un phénomène ondulatoire bien plus général. L'utilisation d'ondes classiques comme la lumière s'est alors révélée intéressante[1]. Les premières expériences sur la localisation faible de la lumière ont permis l'observation du pic de rétro-diffusion cohérente [Kuga 85, Albada 85, Wolf 85], présenté Figure 1.2.a). L'idée est similaire à celle décrite par la Figure 1.1.a), l'interférence des boucles contra-propageantes étant cette fois-ci observée à l'infini. Il en résulte l'apparition d'un pic d'intensité dans la direction opposée à la direction initiale de l'onde. Une description

1. Les systèmes électroniques comportant des effets d'interaction ou de dissipation pouvant rendre plus complexes les interprétations.

plus précise ainsi qu'une étude détaillée de ce phénomène seront présentées section 2.2.1 et chapitre 6. Ces travaux sont suivis par de nombreuses études sur la localisation d'*Anderson* dans les années 90 et 2000 avec divers types d'onde parmi lesquels on peut citer les ultrasons [Weaver 90, Hu 08] (voir Figure 1.2.c)), la lumière dans des poudres diffusantes [Wiersma 97, Störzer 06] et dans des cristaux photoniques [Schwartz 07, Lahini 08, Boguslawski 13] (voir Figure 1.2.b)), ou encore les micro-ondes [Laurent 07]. Des effets de localisation faible ont même été observés en géologie avec des ondes sismiques [Larose 04]. Il est également possible d'utiliser une assemblée d'atomes refroidis en tant que milieu désordonné, permettant l'observation de la rétro-diffusion cohérente de lumière [Labeyrie 99], ou de diffusion coopérative [Bienaimé 10]. Ce système a également permis la création d'un milieu à gain fortement diffusant se comportant comme une cavité laser, mais dépourvue de miroirs [Baudouin 13].

### 1.1.2 Propagation d'ondes de matière ultra froide en milieu désordonné

#### Atomes froids : simulateurs quantiques pour la propagation dans le désordre

Beaucoup de questions sont encore d'actualité, notamment concernant l'étude précise de transition d'*Anderson* à 3D entre états diffusifs et états localisés ou bien concernant l'impact des interactions inter-atomiques sur les phénomènes de localisation [Lagendijk 09]. C'est dans ce contexte que depuis près d'une quinzaine d'années maintenant, le domaine des atomes froids s'est intéressé à cette thématique avec succès, notamment grâce à la maitrise précise des paramètres statistiques et des grandeurs microscopiques du désordre utilisé ainsi qu'au contrôle des interactions mises en jeu. Ainsi les atomes froids se posent en systèmes modèles, contrôlés et isolés, capables d'être vus comme des simulateurs de systèmes quantiques. Dans le domaine de la propagation d'ondes en milieu désordonné ils ont permis la réalisation d'expériences novatrices, comme l'observation de la localisation d'*Anderson* à 1D [Billy 08, Roati 08], puis à 3D [Kondov 11, Jendrzejewski 12b] (avec plus récemment les premières mesures de la transitions d'*Anderson* 3D [Semeghini 14]), les premières études concernant la phase verre de *Bose* [Fallani 07, D'Errico 14] ou la localisation à N-corps [Schreiber 15], faisant tous deux intervenir les interactions. Ces études expérimentales ont bien souvent été réalisées en collaboration avec des équipes de théoriciens, ce qui a également permis un certain nombre d'avancées théoriques, comme pour la description de la localisation [Sanchez-Palencia 07, Yedjour 10, Piraud 12, Piraud 14] ou bien la récente découverte d'un phénomène de loacalisation d'*Anderson* observable dans l'espace des vitesses [Karpiuk 12] : la diffusion cohérente avant (voir chapitre 8).

### Désordres optiques pour atomes froids

Pour tous ces travaux, le choix du désordre est primordial, car ses caractéristiques, souvent bien contrôlées, doivent être adaptées à l'expérience à réaliser. La grande variété de désordres proposés dans le domaine des atomes froids vient du fait que ces derniers sont créés optiquement de toutes pièces. Dans d'autres disciplines en revanche, le désordre peut être composé d'un milieu matériel, en photonique par exemple, on utilise de la peinture commerciale [Störzer 06], des cristaux réduits en poudre [Gouedard 93] ou bien même des tissus biologiques comme la carapace d'un scarabée [Burresi 14]. Il est tout de même à noter que ces disciplines commencent à se rapprocher avec le développement des modulateurs spatiaux de lumière (mieux connus sous l'acronyme anglais SLM) [Bachelard 12] ou de la nanofabrication [Schuurmans 99, Liu 04], permettant de façonner un milieu désordonné.

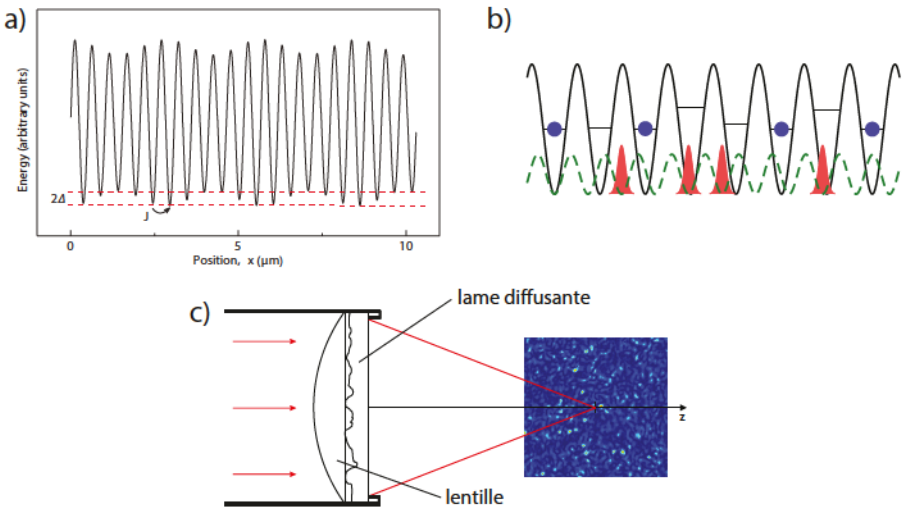


FIGURE 1.3: **Méthodes de production de désordre optique dans le domaine des atomes froids.** a) Réseau bichromatique : réseau optique pseudo-désordonné, résultant de la superposition de deux ondes stationnaires dont le rapport des fréquences est incommensurable et dont le rapport des amplitudes est grand (d'après [Roati 08]). b) Champ d'impuretés désordonnées : créé à partir du piégeage aléatoire d'atomes dans un premier réseau afin de déplacer les niveaux des sites d'un deuxième réseau (d'après [Gadway 11]). c) Champ de tavelure : résultant de la diffraction d'une onde lumineuse cohérente sur une surface dépolie (voir chapitre 4).

Voici, dans le domaine des atomes froids, une sélection de méthodes de génération de désordres optiques :

– **Réseau bichromatique :** cette méthode a vu le jour suite à une proposition théorique faite aux débuts de l'utilisation d'atomes froids pour la localisation d'ondes [Damski 03]. Le principe est de créer un réseau optique de profondeur pseudo-désordonnée (voir Figure 1.3.a)), ce qui se rapprocherait du modèle initial d'Anderson. Il faut pour cela superposer deux réseaux optiques dont le rapport des fréquences est incommensurable[2] et dont

2. Afin d'assurer le caractère pseudo-désordonné.

le rapport des amplitudes est grand[3] [Fallani 08]. Ce modèle a permis d'obtenir de bons résultats comme l'observation d'un phénomène de localisation analogue à la localisation d'*Anderson* à 1D[4] [Roati 08], l'étude de la phase verre de *Bose* faisant intervenir les interactions entre atomes [Fallani 07, D'Errico 14] ou bien encore la récente observation de la localisation à N corps [Schreiber 15].

- **Champ d'impuretés désordonnées :** dérivé de la méthode précédente et développé théoriquement par l'équipe d'Yvan Castin [Gavish 05], cette technique consiste à superposer encore une fois deux réseaux mais cette fois-ci sélectifs en spin. L'idée est de piéger une partie des atomes dans l'un des réseaux afin de créer un déplacement aléatoire de l'énergie de chaque site (voir Figure 1.3.b)). Ce modèle est celui qui se rapproche le plus du modèle d'Anderson car ses caractéristiques statistiques sont plus fidèles que celles proposées par le réseau bichromatique[5]. Cette méthode a permis l'observation d'une transition de type superfluide-isolant en configuration 1D [Gadway 11].
- **Rotateurs forcés (en anglais *kicked-rotors*) :** ce système, qui n'est pas à proprement parler désordonné, repose sur une analogie entre la localisation d'*Anderson* et la localisation dite dynamique [Fishman 82]. Le nuage d'atomes est soumis périodiquement à un potentiel sous la forme là encore d'un réseau optique d'amplitude précisément fixée et pendant une durée déterminée (et généralement courte) [Moore 94, Chabé 08]. Il est possible de montrer que cette procédure permet d'étudier finement un phénomène de localisation dans l'espace des impulsions appelé localisation dynamique présentant de nombreux points communs avec la localisation d'*Anderson*. Permettant de travailler sur le chaos quantique, c'est également, encore à l'heure actuelle, le système ayant fourni les résultats les plus précis concernant la transition d'*Anderson*[6].
- **Champ de tavelure optique (en anglais *speckle*)** : ce phénomène, rencontré dans de nombreux domaines, résulte de la diffraction de lumière cohérente sur une surface rugueuse (voir Figure 1.3.c)). C'est une méthode directe qui permet de créer un réel désordre optique, dont les caractéristiques (sa corrélation et son amplitude notamment) sont bien contrôlées et mesurables. Une étude détaillée de notre configuration de *speckle* sera d'ailleurs présentée chapitre 4. Ainsi, plusieurs équipes, dont la notre, utilisent cette technique qui a fait ses preuves lors de la démonstration de la localisation d'*Anderson* à 1D et à 3D [Kondov 11, Semeghini 14].

3. Afin que le signal de grande amplitude définisse les sites du réseau final et que le signal de faible amplitude définisse la modulation de chaque site (voir Figure 1.3.a)).

4. La transition étudiée dans ce système repose en effet sur le modèle dit d'*Aubry-André*.

5. Plus précisément, le spectre du réseau bichromatique implique l'existence de corrélations à longue portée ce qui n'est pas le cas pour le champ d'impuretés. De plus, dans le premier cas nous avons affaire à un pseudo-désordre dont la transition repose sur le modèle dit d'*Aubry-André*, permettant une étude qui est une analogie avec la localisation d'*Anderson*.

6. En particulier, une transition de phase est observée et les exposants critiques mesurés sont très proches de ceux calculés numériquement pour la localisation d'*Anderson* 3D.

## 1.2 Contexte expérimental

### 1.2.1 Une expérience pionnière dans la localisation d'*Anderson* d'ondes de matière

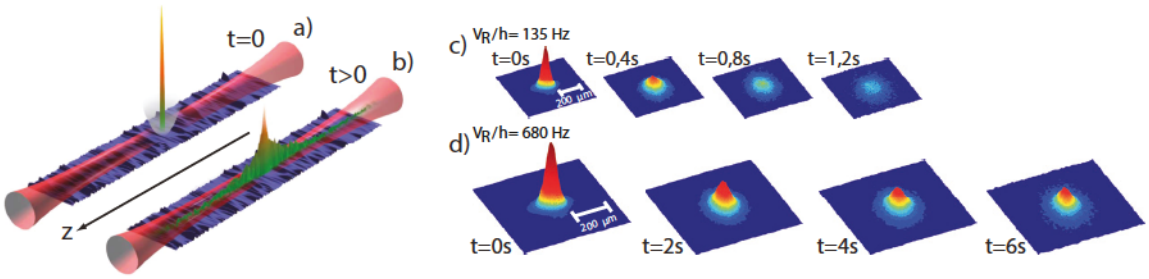


FIGURE 1.4: **Expériences de localisation d'*Anderson* d'atomes ultra-froids réalisés dans notre équipe.** a) et b) À 1D : Un nuage atomique est retenu dans un piège situé dans un guide 1D. À l'instant $t = 0$, le condensat est relâché et son expansion est observée en fonction du temps (d'après [Billy 08]). c) et d) À 3D : Le nuage atomique est relâché cette fois-ci dans un champ de *speckle* isotrope à 3D. Lorsque le désordre est faible (cas c)), le nuage s'étend de façon purement diffusive. Lorsque le désordre est fort (cas d)), une fraction importante du nuage atomique ne se diffuse plus du tout : elle est localisée (d'après [Jendrzejewski 12b]).

C'est dans ce contexte que notre équipe s'inscrit depuis maintenant presque dix ans ; équipe supervisée par Vincent Josse et faisant partie du groupe Optique Atomique basé à l'Institut d'Optique (Palaiseau). Après des premiers travaux sur les lasers à atomes guidés [Guerin 06, Bernard 11], cette équipe, à laquelle j'ai eu le plaisir d'appartenir, s'est rapidement tournée vers la thématique prometteuse de la propagation d'atomes froids dans le désordre. Faisant partie des expériences pionnières dans le domaine, elle a été à l'origine de premières mondiales comme l'observation directe de la localisation d'*Anderson* à 1D [Billy 08], puis à 3D [Jendrzejewski 12b] à l'aide d'ondes de matière. Dans le premier cas, comme le montrent les Figures 1.4.a) et b), un nuage d'atomes froids initialement confiné est relâché dans un guide optique 1D et on observe, après un certain temps, un profil exponentiel compatible avec la localisation d'*Anderson*[7] [8] (voir section 1.1.2). À propos de la localisation forte à 3D, l'expérience présentée Figures 1.4.c) et d) concerne un condensat cette fois-ci relâché dans un champ de *speckle* isotrope à 3D[9] [Jendrzejewski 12b]. Lorsque le désordre est suffisamment fort, une fraction du nuage est localisée et ne se diffuse plus, ce qui a été observé pendant plusieurs secondes et comparé à des simulations numériques[10].

7. Plus précisément, le nuage d'atomes froids, préparé dans le guide optique, est initialement retenu dans un piège magnétique le confinant dans toutes les directions. Un faisceau *speckle* à 1D est superposé transversalement à la direction du guide (voir Figure 1.4.a)).

8. À l'époque, l'équipe de G. Modugno et M. Inguscio au LENS a obtenu des résultats similaires en utilisant un réseau bichromatique [Roati 08].

9. En effet, le nuage atomique est maintenu dans un piège dipolaire croisé puis relâché sous lévitation à l'instant $t = 0$ (séquence similaire à celle encore utilisée aujourd'hui - voir section 5.2.1). À cet instant, deux faisceaux de *speckle* (similaires à celui utilisé actuellement - voir chapitre 4) croisés à 90° forment un désordre quasiment isotrope à 3D dans lequel les atomes peuvent s'étendre.

10. Remarquons que l'équipe de B. DeMarco à Urbana-Champaign a effectué dans le même temps des travaux analogues [Kondov 11].

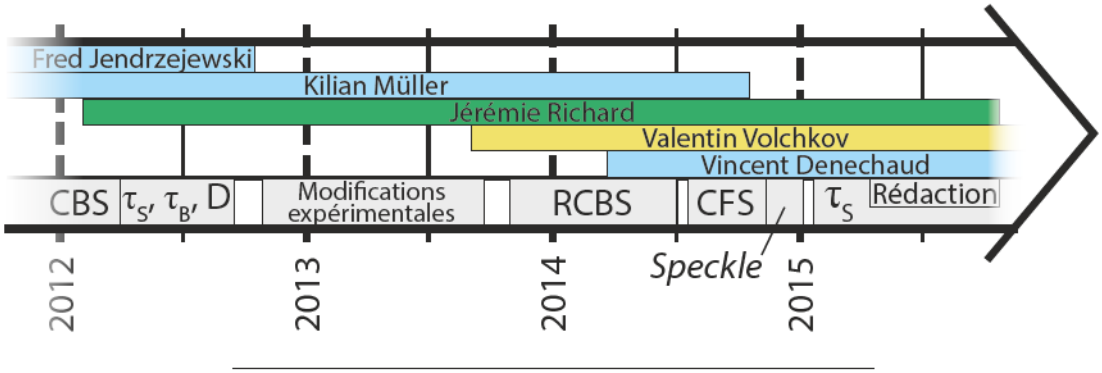


FIGURE 1.5: **Frise chronologique retraçant la composition de notre équipe pendant la période de mon doctorat.** En bleu ciel sont représentés les trois doctorants avec lesquels j'ai collaboré au cours de mon stage de Master 2 et de ma thèse. En jaune est représenté le post-doctorant avec qui mon directeur de thèse Vincent Josse a partagé la supervision de l'équipe. En gris sont représentés les travaux auxquels j'ai participé pendant cette période (CBS : rétro-diffusion cohérente ; $\tau_S$, $\tau_B$, D : grandeurs microscopiques de la diffusion ; RCBS : résurgence de rétro-diffusion cohérente ; CFS : diffusion cohérente avant ; $\tau_S$ : temps élastique de diffusion).

Veuillez noter que ces travaux représentant un objectif important dans le domaine de la physique du désordre, ont nécessité le montage d'une nouvelle expérience [11].

L'une des deux pistes d'étude privilégiée par l'équipe concerne l'étude du régime critique de la localisation d'*Anderson* 3D, futurs travaux rapidement évoqués section 8.1 et actuellement en cours d'élaboration par Valentin Volchkov, post-doctorant et par l'étudiant en thèse me succédant, Vincent Denechaud (voir Figure 1.5).

### 1.2.2 Un dispositif expérimental idéal pour étudier les signatures de la localisation dans l'espace des vitesses

La seconde piste d'investigation qui a été privilégiée durant ces quatre dernières années et qui constituera l'ensemble de ce manuscrit concerne l'étude dans l'espace des vitesses de la propagation d'ondes en milieu désordonné.

Notre expérience étant propice à la création une onde de matière analogue à une onde plane [12], il nous a été possible, sous l'impulsion de travaux théoriques [Cherroret 12], d'étudier la rétro-diffusion cohérente (voir section 6.2), signature de la localisation faible dans l'espace des vitesses [Jendrzejewski 12c]. Cette expérience a permis de montrer la cohérence de la propagation

11. C'est notamment ce qui explique l'écart de plusieurs années entre l'expérience sur la localisation d'*Anderson* 1D et la localisation d'*Anderson* 3D. La nouvelle expérience a entre autres subi un changement de laboratoire effectué par l'équipe en 2008, passant du site de la faculté d'Orsay à celui du campus Polytechnique à Palaiseau.

12. Grâce notamment à la lévitation magnétique permettant d'obtenir des condensats très froids (car contenus dans un piège très fortement décomprimé) (voir section 3.2.6), mais aussi d'utiliser de longs temps de vol (de plusieurs centaines de millisecondes), améliorant la résolution dans l'espace des vitesses (voir section 3.4). Il nous a également été possible de réduire la distribution en vitesses du nuage d'atomes grâce à la technique du refroidissement par *delta-kick* (voir section 3.3.1).

d'ondes de matière dans le désordre [13]. Nous avons alors décidé d'aller plus loin en donnant une signature claire de la cohérence de cette propagation, en répondant à une proposition théorique [Micklitz 15]. Cette expérience de résurgence de rétro-diffusion cohérente a pour but la manipulation d'une propriété fondamentale de la propagation cohérence d'ondes : la symétrie par renversement du temps, grâce à l'utilisation d'un déphasage court [14] (voir section 6.4) [Müller 15].

Poursuivant nos observations dans l'espace des vitesses d'effets de localisation, notre intérêt a été porté sur une découverte de premier ordre venant de la simulation numérique [Karpiuk 12, Lee 14, Ghosh 14, Micklitz 15] : le pic de diffusion cohérente avant, signature inédite de la localisation d'*Anderson* dans l'espace des vitesses. Une étude préliminaire a été effectuée dans notre équipe et rapidement présentée chapitre 7.

Enfin, nous avons souhaité poursuivre et approfondir les travaux expérimentaux et numériques entamés lors de mon arrivée et qui concernent les grandeurs microscopiques de la diffusion et en particulier le temps élastique de diffusion $\tau_S$ (représentant le temps moyen entre deux événements de diffusion). L'étude détaillée de ce paramètre élémentaire de la propagation en milieu désordonné est fondamentale pour la modélisation quantitative des phénomènes de localisation. Ce projet, dont je suis responsable, sera décrit au cours du chapitre 5 de ce manuscrit et fera prochainement l'objet d'un article scientifique.

## 1.3 Plan du manuscrit

Les projets auxquels j'ai eu la chance de participer ont été présentés succinctement dans l'ordre chronologique lors de la section précédente. Il convient maintenant de présenter le plan logique selon lequel se déroulera ce manuscrit de thèse, dont le fil conducteur sera l'observation dans l'espace des vitesses de la propagation d'atomes froids dans le désordre. Nous commencerons ce document par une introduction à la propagation d'ondes dans le désordre, chapitre 2, de façon plus ciblée que pour la section 1.1. Nous introduirons les grandeurs microscopiques de la diffusion ainsi qu'une approche simple permettant de décrire les phénomènes de localisation.

13. Ces travaux ont été achevés lorsque je suis arrivé, au printemps 2012, en tant qu'étudiant en Master, lorsque Fred Jendrzejewski finissait sa thèse et que Kilian Müller poursuivait quant à lui sa première année de thèse (voir Figure 1.5). J'ai eu la chance de participer à la rédaction et à la mise en forme de cet article sur le CBS [Jendrzejewski 12c]. J'ai également commencé en parallèle l'étude préliminaire des grandeurs microscopiques de la diffusion, en particulier le temps de diffusion élastique $\tau_S$ et le temps de transport $\tau_B$ (voir section 2.1), ce qui a constitué mon sujet d'étude de Master [Richard 12].

14. À la suite des travaux sur le CBS, Kilian Müller et moi-même nous sommes lancés dans une série d'améliorations expérimentales pendant près d'une année. Le but de ces changements était d'optimiser les performances de l'expérience, mais aussi d'obtenir une meilleure flexibilité afin de répondre de façon plus rapide aux nouveautés proposées. Ces modifications sont rapidement exposées section 3.5. C'est en partie grâce à ces améliorations que nous avons pu répondre rapidement à la proposition de T. Micklitz *et al.* [Micklitz 15] (dès la fin de l'année 2013), afin de réaliser l'expérience de résurgence de rétro-diffusion cohérente, ayant été rejoints par un post-doctorant, Valentin Volchkov (voir Figure 1.5). Ces travaux furent terminés en milieu d'année 2014, notre équipe ayant été renforcée par un étudiant de Master, futur doctorant prenant ma succession : Vincent Denechaud.

Nous entamerons alors, chapitre 3, la description rapide de l'ingrédient demandant le plus de travail au sein de notre expérience : l'obtention expérimentale du condensat de *Bose-Einstein*. Nous nous intéresserons en particulier aux grandeurs qui régissent son fonctionnement et sa manipulation, ainsi qu'à la façon dont il est concrètement créé dans notre expérience. Nous verrons en particulier qu'il est possible de créer une onde de matière analogue à une onde plane à partir de notre condensat. Au cours du chapitre suivant, le chapitre 4, une étude du désordre que nous utilisons dans nos expériences sera proposée. Ces travaux concernent le champ de *speckle* étudié sur une grande distance le long de son axe de propagation. Ces premiers chapitres présentent un certain nombre de définitions, de paramètres, d'études de méthodes et de grandeurs expérimentales. Ils seront indispensables pour traiter des expériences présentées dans la deuxième parie du manuscrit. Nous commencerons chapitre 5 par la mesure précise du temps élastique de diffusion $\tau_S$ résolue en amplitude de désordre et en énergie. Cette grandeur est un paramètre élémentaire et fondamental pour la propagation d'onde dans le désordre. Il sera alors possible de présenter quelques travaux effectués au cours de ma thèse concernant des effets de localisation observés dans l'espace des vitesses (chapitre 6). Une description de l'expérience de rétro-diffusion cohérente d'atomes froids réalisée dans notre équipe sera proposée, suivie de la récente réalisation d'une nouvelle méthode de manipulation de ce phénomène appelée résurgence de rétro-diffusion cohérente. Enfin, le chapitre 7 insistera sur l'étude préliminaire d'une signature inédite dans l'espace des vitesses de la localisation d'*Anderson* : la diffusion cohérente avant. Une conclusion générale sera finalement proposée au cours du chapitre 8.

# Chapitre 2

# Propagation d'ondes en milieu désordonné

Lorsque qu'une onde est envoyée sur un obstacle, cette dernière voit sa phase modifiée et un phénomène de diffraction peut par exemple apparaitre, donnant ainsi des informations sur les caractéristiques de l'obstacle. Mais que ce passe-t-il pour une assemblée d'obstacles aléatoirement dispersée ?

Il nous semble donc important, avant toute chose, d'introduire les concepts généraux liés à la propagation d'ondes en milieu désordonné. Même si certains points seront particulièrement développés au cours des chapitres suivants, l'objectif de cette section est de donner au lecteur une intuition physique des effets exprimant la richesse de ce domaine.

## 2.1 Propagation sans effets interférentiels : grandeurs microscopiques de la diffusion

Lors de la propagation d'une onde dans un milieu désordonné, l'étude de certaines grandeurs microscopiques caractéristiques de la diffusion font appel à un moyennage sur le désordre. En première approximation, il n'est pas nécessaire de prendre en compte les effets interférentiels, car la phase accumulée par l'onde se moyenne à zéro sur le désordre. Ceci constitue la première étape de la description de la propagation d'une onde dans le désordre.

Cette approche répandue en physique a permis d'obtenir un nombre remarquable de résultats et de descriptions fiables. Citons par exemple le modèle de *Drude* développé en au début du XX$^{ème}$ siècle et permettant de calculer la conductivité électronique à partir d'une moyenne sur les impuretés du métal en utilisant un modèle classique de marche aléatoire [Ashcroft 76] (voir

section 2.1.3). La diffusion entre également dans la description du transfert radiatif décrivant l'interaction entre un rayonnement électromagnétique et un matériau [Chandrasekhar 60] [1].

Cette description incohérente permet d'analyser certaines grandeurs microscopiques vues comme des briques élémentaires et fondamentales de la propagation en milieu désordonné telles que le temps élastique de diffusion, le temps de transport (voir chapitre 5) ou bien le coefficient de diffusion, présentés dans les sections suivantes.

### 2.1.1 Temps élastique de diffusion

La première grandeur que nous allons introduire est le temps élastique de diffusion $\tau_S$, définie comme le temps caractéristique entre deux événements de diffusion. Supposons une particule ou onde de matière de masse $m$, de vitesse $v_i$ ou de vecteur d'onde $k_i = v_i m/\hbar$ se propageant dans le désordre et subit des événements de diffusion élastiques de façon aléatoire. Il est alors possible de relier $\tau_S$ au libre parcours moyen $l_S$, défini comme la distance moyenne entre deux diffuseurs (voir Figure 2.1), via la formule :

$$\tau_S = \frac{l_S}{v_i} = \frac{m}{\hbar}\frac{l_S}{k_i} \tag{2.1}$$

Le temps élastique de diffusion fera l'objet d'une étude complète présentée chapitre 5, dans le cas d'un désordre de type *speckle*.

### 2.1.2 Temps de transport

À la suite d'un événement de diffusion élastique, l'onde voit sa direction changer et ce de façon plus ou moins isotrope. L'angle de diffusion $\theta$ est alors défini comme l'angle entre le vecteur d'onde initial $\mathbf{k}_i$ et le vecteur d'onde final $\mathbf{k}'$ (voir Figure 2.1). Par analogie avec l'optique, une onde rencontrant un diffuseur de taille caractéristique $\sigma_R$ (aussi appelée longueur de corrélation pour un potentiel désordonné continu - voir chapitre 4) sera diffusée de façon isotrope si cette taille $\sigma_R$ est suffisamment petite devant la longueur d'onde (de *De Broglie*) de l'onde (de matière). Autrement dit, lorsque $k_i\sigma_R \ll 1$, la diffusion sera isotrope tandis que lorsque $k_i\sigma_R \gg 1$, la diffusion se fera vers l'avant dans un cône de demi angle au sommet moyen $\langle\,\theta\,\rangle \ll 1$, dont l'ordre de grandeur est donné par la condition $k_i\sigma_R$ : $\langle\,\theta\,\rangle \sim 1/k_i\sigma_R$ (voir Figure 2.1).

1. Nous pouvons également évoquer certains effets de diffusion plus complexes de la lumière à l'intérieur de particules, tels que la diffusion de *Mie* ou de *Rayleigh* [Hulst 81].

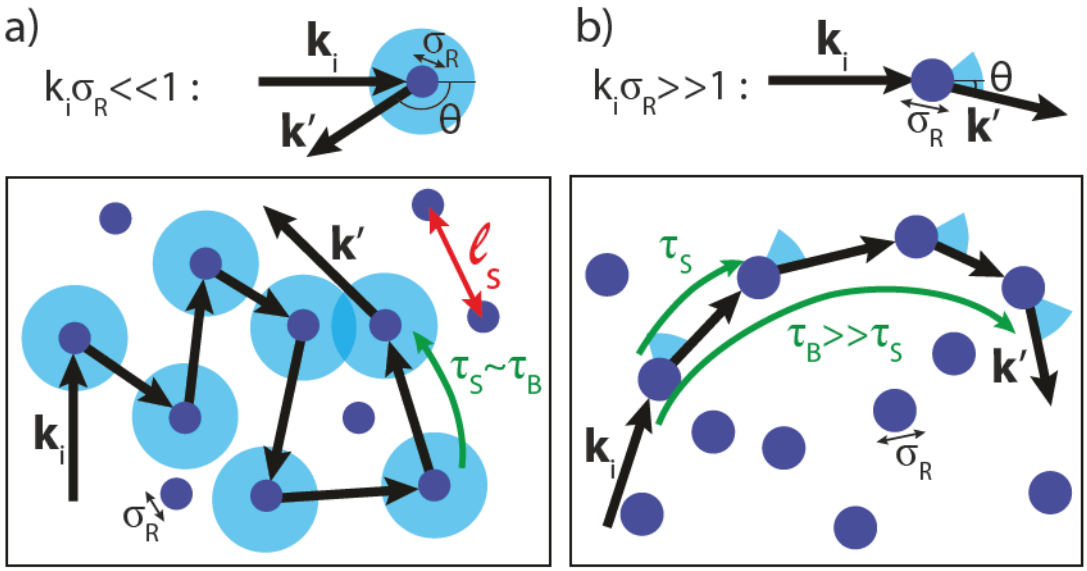


FIGURE 2.1: **Schéma des différents types de diffusion.** a) Lorsque $k_i\sigma_R \ll 1$, la diffusion est isotrope car la taille du diffuseur est petite devant la longueur d'onde et $\tau_S \sim \tau_B$. b) Lorsque $k_i\sigma_R \gg 1$, la diffusion se fait vers l'avant dans un cône de diffusion de demi angle au sommet $\theta \sim 1/k_i\sigma_R$ et $\tau_B \gg \tau_S$.

Ainsi, il est possible de définir un temps caractéristique dit temps de transport ou temps de *Boltzmann* $\tau_B$ représentant le temps moyen pour que la diffusion devienne isotrope[2]. De façon équivalente au lien entre $l_S$ et $\tau_S$, on relie la longueur de transport $l_B$ à $\tau_B$ grâce à la vitesse de propagation de l'onde $v_i$ ou de son vecteur d'onde $k_i = v_i m/\hbar$ : $l_B = \tau_B v_i = \tau_B \hbar k_i/m$. De plus, le lien entre $\tau_B$ et $\tau_S$ (et de façon équivalente entre $l_B$ et $l_S$) peut être établi via la relation [Akkermans 07] :

$$\tau_B = \frac{\tau_S}{1-\langle\cos(\theta)\rangle} \quad \Leftrightarrow \quad l_B = \frac{l_S}{1-\langle\cos(\theta)\rangle} \tag{2.2}$$

Lorsque la diffusion est isotrope, $\theta$ peut prendre n'importe quelle valeur de façon équiprobable, on a donc en moyenne $\langle\cos(\theta)\rangle \sim 0$. L'équation (2.2) nous montre que dans ce cas $\tau_B \sim \tau_S$, ce qui est parfaitement logique car en diffusion isotrope il suffit d'un seul événement de diffusion pour que la direction de propagation soit décorrélée de la direction initiale (voir Figure 2.1.a)). En revanche, si la diffusion est fortement anisotrope vers l'avant, l'angle $\theta$ est, par définition, faible en moyenne et on a $\langle\cos(\theta)\rangle \sim 1$. L'équation 2.2 nous indique dans ce cas que $\tau_B \gg \tau_S$ ce qui est à nouveau sensé car il faut un grand nombre d'événements de diffusion pour que la propagation devienne isotrope (voir Figure 2.1.b)). Dans cette configuration, il est possible de donner un ordre de grandeur de l'équation (2.2) grâce au développement limité $\theta \ll 1 \Rightarrow \langle\cos(\theta)\rangle \sim 1 - \langle\,\theta^2\,\rangle/2$ et à l'ordre de grandeur $\langle\,\theta^2\,\rangle \sim 1/k_i^2\sigma_R^2$ :

2. On parle également de temps d'isotropisation, ou bien de temps à partir duquel la direction de propagation de l'onde est décorrélée de la direction initiale.

$$\tau_B \sim 2\tau_S (k_i \sigma_R)^2 \quad \Leftrightarrow \quad l_B \sim 2 l_S (k_i \sigma_R)^2 \tag{2.3}$$

### 2.1.3 Coefficient de diffusion

Le coefficient de diffusion D est la dernière grandeur microscopique de la diffusion que nous introduirons ici. Cette grandeur apparait dans la plupart des phénomènes de propagation dans le désordre. Elle quantifie la dynamique d'expansion de l'onde dans le désordre.

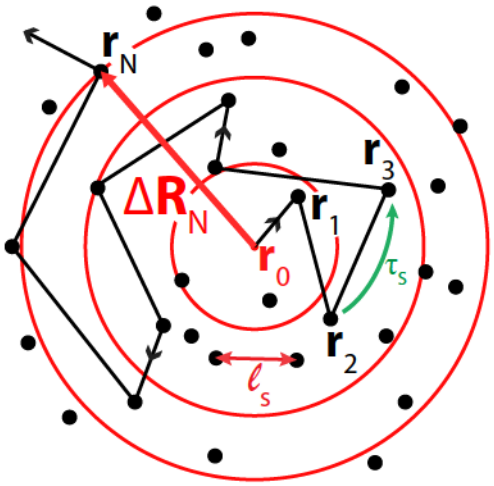


FIGURE 2.2: **Mouvement diffusif et coefficient de diffusion.** Desciption du coefficient de diffusion à partir du mouvement *brownien* d'une particule dans un milieu désordonné. Suite à N événements indépendants de diffusion isotrope, la variance $\Delta\mathbf{R}_N$ de la position entre l'instant initial et l'instant final $t_N$ est liée au coefficient de diffusion D par : $(\Delta\mathbf{R}_N)^2 = 2d\mathrm{D}t_N$, où $d$ est la dimension du système ($d = 2$ dans le cas de cette Figure).

**Modèle discret :**

La façon la plus simple d'introduire la définition mathématique du coefficient de diffusion est de passer par la description d'un modèle particulier : le mouvement *Brownien* d'une particule en collision avec des diffuseurs [Chandrasekhar 60, Diu 89]. Pour ce faire, nous allons supposer la propagation comme une succession de pas discrets. Prenons une particule à la vitesse $v_i$ initialement au point $\mathbf{r}_0$ et effectuant $N \gg 1$ collisions successives et indépendantes avec des diffuseurs situés aux positions $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, ..., \mathbf{r}_N$ (voir Figure 2.2.b)), les directions de diffusion étant équiprobables (i.e. la diffusion est isotrope). Le système sera supposé de dimension $d$.

En moyenne, nous savons que le temps entre chaque collisions est donné par $\tau_S$ (voir section 2.1.1). Par conséquent, le temps de propagation de la particule après N collisions $t_N$ est donné en moyenne par :

$$t_N = N\tau_S = N l_S / v \tag{2.4}$$

Or il est possible de montrer que ce temps de propagation est proportionnel à l'écart quadratique moyen $(\Delta \mathbf{R}_N)^2$ entre la position initiale $\mathbf{r}_0$ et la position finale $\mathbf{r}_N$, le facteur de proportionnalité étant donné par le coefficient de diffusion D et la dimension du système $d$ :

$$(\Delta \mathbf{R}_N)^2 = 2dDt_N = 2dDN l_S / v_i \tag{2.5}$$

D'autre part, la variance $(\Delta \mathbf{R}_N)^2$ peut être exprimée en fonction de l'écart moyen entre deux diffuseurs $l_S$ [3] :

$$(\Delta \mathbf{R}_N)^2 = N l_S^2 \tag{2.6}$$

En utilisant les équations (2.5) et (2.6), on en déduit ainsi une expression du coefficient de diffusion D en fonction du libre parcours moyen $l_S$ ou du temps élastique de diffusion $\tau_S$ :

$$D = \frac{v_i l_S}{2d} = \frac{v_i^2 \tau_S}{2d} \tag{2.7}$$

**Généralisation à la propagation d'une onde en milieu désordonné :**

Cette définition peut facilement être étendue dans le cas d'une onde se propageant en milieu désordonné, en prenant l'exemple simple du régime de désordre faible, défini par la condition $k_i l_S \gg 1$ (i.e. la distance entre les diffuseurs est grande devant la longueur d'onde - voir Figure 2.4).

3. Pour démontrer eq. (2.6), il faut tout d'abord donner la position moyenne et l'écart quadratique moyen de chaque pas :

$$\bar{\mathbf{r}} = 0 \quad \text{et} \quad \overline{\mathbf{r}^2} = l_S^2$$

Par conséquent, la position moyenne et l'écart quadratique moyen après N pas sont donnés par :

$$\overline{\mathbf{R}_N} = \sum_{i=1}^{N} \overline{\mathbf{r}_i} = N\bar{\mathbf{r}} = 0 \quad \text{et} \quad \overline{\mathbf{R}_N^2} = \sum_{i=1}^{N} \overline{\mathbf{r}_i^2} = N\overline{\mathbf{r}^2} = N l_S^2$$

En effet, concernant la deuxième égalité, on rappelle que les événements sont indépendants. Le produit de la somme des N positions est donc égal à la somme du produit de ces positions, i.e. :

$$(\Delta \mathbf{R}_N)^2 = \overline{\mathbf{R}_N^2} - \left(\overline{\mathbf{R}_N}\right)^2 = N l_S^2$$

Ceci nous permet de revenir à une propagation vue comme une série d'évènements successifs et indépendants de diffusion simple.

Le passage du modèle discret au modèle continu implique désormais l'utilisation d'une densité de probabilité temporelle exponentielle : $p_t(t) = \frac{1}{\tau_S} e^{-t/\tau_S}$. Ceci équivaut à la densité de probabilité spatiale exponentielle suivante : $p_r(r) = \frac{1}{l_S} e^{-r/l_S}$ [4]. Dans ce contexte, l'écart quadratique moyen devient :

$$\overline{\mathbf{r}^2} = \int_0^\infty r^2 p_r(r) \mathrm{d}r = \int_0^\infty \frac{r^2}{l_S} e^{-\frac{r}{l_S}} \mathrm{d}r = 2l_S^2 \tag{2.8}$$

En suivant le même type de démarche que pour le modèle discret, on en déduit une expression générale proche de celle donnée par eq. (2.7) [Akkermans 07] :

$$\mathrm{D} = \frac{v_i l_B}{d} = \frac{v_i^2 \tau_B}{d} \tag{2.9}$$

Notez que cette expression fait intervenir $\tau_B$ (resp. $l_B$) à la place de $\tau_S$ (resp. $l_S$). Ceci est une généralisation prenant en compte le cas où la diffusion n'est pas isotrope (i.e. lorsque $l_B$ n'est plus égal à $l_S$, mais $l_B \gg l_S$ - voir section 2.1.2). De même, dans ce cas général, la condition de désordre faible est donnée par $k_i l_B \gg 1$ (et non plus par $k_i l_S \gg 1$).

## 2.2 Effets interférentiels sur la propagation en milieu désordonné : localisation

Comme nous l'avons vu dans la section précédente, il est possible de décrire un certain nombres de grandeurs microscopiques de la diffusion sans l'intervention d'effets interférentiels (qui se moyennent à zéro sur le désordre). Néanmoins, comme va le montrer cette section, certains types d'interférences peuvent survivre au moyennage sur le désordre, ce qui entraine notamment l'apparition d'effets dits de localisation. Ces effets, au cœur de mes travaux de thèse, allant de la localisation faibles avec la rétro-diffusion cohérente (communément appelée CBS : *coherent backscattering*) jusqu'à la célèbre localisation d'*Anderson*, sont activement étudiés depuis de nombreuses décennies et dans de nombreux domaines de la physique [Lagendijk 09].

4. En rappelant $r = v_t t$ et $l_S = v_t \tau_S$.

### 2.2.1 Effets de localisation faible

Afin d'entrer en douceur dans ce domaine, commençons par proposer une approche simple des phénomènes de localisation faible, largement inspirée de l'ouvrage d'E. Akkermans et G. Montambaux : [Akkermans 07]. Pour cela, considérons une onde monochromatique de vecteur d'onde initial $\mathbf{k}_i$. Cette onde entre dans un milieu composé de diffuseurs ponctuels et statiques de position aléatoire, effectue un certain nombre de diffusions modifiant son vecteur d'onde qui devient $\mathbf{k}'$. Le premier diffuseur rencontré sera appelé $\mathbf{r}_1$ et le dernier $\mathbf{r}_2$ (voir figure 2.3.a)). Nous nous plaçons ici toujours dans le cas du régime de désordre faible $k_i l_B \gg 1$ afin que la propagation de l'onde soit vue comme une marche aléatoire (voir Figure 2.4).

L'amplitude complexe de l'onde diffusée dans la direction $\mathbf{k}'$ est alors :

$$A(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}') = \sum_{\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2} f(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) e^{i(\mathbf{k}_i.\mathbf{r}_1 - \mathbf{k}'.\mathbf{r}_2)} \tag{2.10}$$

où $f(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ est l'amplitude complexe associée à tous les chemins de diffusion allant du point $\mathbf{r}_1$ au point $\mathbf{r}_2$. Chaque chemin possible étant associé à une amplitude complexe $a_j$ avec un déphasage $\delta_j$. Ainsi, $f(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ peut s'écrire :

$$f(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \sum_j |a_j| e^{i\delta_j} \tag{2.11}$$

Nous nous intéressons à l'intensité de l'onde diffusée en introduisant deux autres points respectivement d'entrée et de sortie $\mathbf{r}_3$ et $\mathbf{r}_4$ :

$$|A(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}')|^2 = \sum_{\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2} \sum_{\mathbf{r}_3, \mathbf{r}_4} f(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) f^*(\mathbf{r}_3, \mathbf{r}_4) e^{i(\mathbf{k}_i.\mathbf{r}_1 - \mathbf{k}'.\mathbf{r}_2)} e^{-i(\mathbf{k}_i.\mathbf{r}_3 - \mathbf{k}'.\mathbf{r}_4)} \tag{2.12}$$

Nous savons d'après l'équation (2.11) que les termes en $f(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ et $f^*(\mathbf{r}_3, \mathbf{r}_4)$ tiennent compte de la phase accumulée par l'onde le long du chemin qu'elle parcourt. Ainsi, pour un grand nombre d'événements de diffusion, la somme de ces amplitudes sera nulle en moyenne sauf dans le cas $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_3$ et $\mathbf{r}_2 = \mathbf{r}_4$ (i.e. lorsque les deux chemins sont confondus - voir Figure 2.3.a)), ce qui réduit alors les termes exponentiels à 1, ainsi que dans le cas $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_4$ et $\mathbf{r}_2 = \mathbf{r}_3$ (i.e. lorsque les chemins sont contra-propageants - voir Figures 2.3.b) et c)) les termes exponentiels étant alors réduits à $e^{i(\mathbf{k}_i + \mathbf{k}').(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)}$.

On en déduit directement une expression simplifiée de l'intensité diffusée en moyenne :

$$\left\langle |A(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}')|^2 \right\rangle = \left\langle \sum_{\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2} |f(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2 \left[ 1 + e^{i(\mathbf{k}_i + \mathbf{k}').(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)} \right] \right\rangle \tag{2.13}$$

Cette équation est composée de la somme de deux termes dont nous pouvons donner l'interprétation physique suivante.

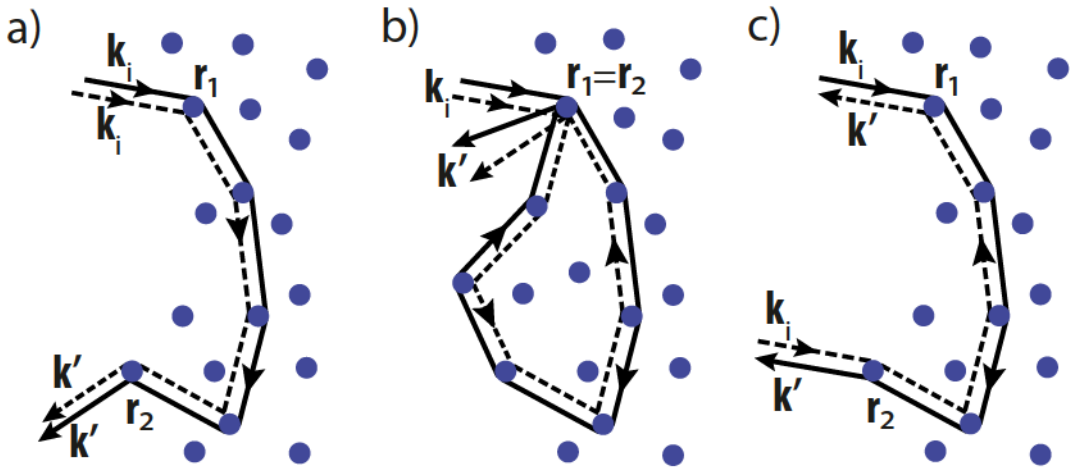


FIGURE 2.3: **Représentation des trois principales classes de chemins contribuant à l'intensité totale du champ diffusé.** a) Terme de diffusion classique (premier terme dans l'équation (2.13)). b) et c) Termes d'interférence (second terme dans l'équation (2.13)) faisant dans le premier cas intervenir le phénomène de localisation faible (en considérant les chemins contra-propageants revenants aux alentours du point d'origine) et dans le second cas le phénomène de rétro-diffusion cohérente (en considérant les chemins contra-propageants dont le vecteur d'onde de sortie $\mathbf{k}'$ est opposé au vecteur d'onde initial $\mathbf{k}_i$ : $\mathbf{k}' = -\mathbf{k}_i$).

Le premier terme correspond à la diffusion classique décrite section 2.1, illustrée Figure 2.3.a). En ne prenant en compte que ce terme, l'intensité moyenne diffusée fait simplement intervenir la somme des intensités suivant tous les chemins possibles, comme l'indique l'équation (2.11).

Le second terme quant à lui correspond aux interférences entre les deux chemins parcourus en sens inverse (cas b) et c) de la Figure 2.3). Dans ce régime, deux cas particuliers sont à noter :

- lorsque $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_2$ (c'est-à-dire lorsque le chemin est une boucle - voir Figure 2.3.b)), le second terme est alors égal à 1, ce qui a pour conséquence l'augmentation de la probabilité de revenir aux alentours du point d'origine. Les effets de localisation entrent donc en concurrence avec la propagation, ce qui se traduit par une diminution du coefficient de diffusion (sans que celui-ci ne soit réduit à 0) par rapport à celui présenté par eq. (2.9). On parle ici de phénomène de localisation faible, visible dans l'espace réel (ou bien en champ proche en optique).
- lorsque $\mathbf{k}' = -\mathbf{k}_i$, le second terme est là encore égal à 1 ce qui mène à un autre phénomène de localisation faible : la rétro-diffusion cohérente (voir Figure 2.3.c)), dont la conséquence est l'augmentation de la probabilité de diffusion dans la même direction, mais en sens opposé au vecteur initial. De même que précédemment, la conséquence est la baisse de la probabilité de propagation vers l'avant. Ce phénomène de localisation faible, cette fois-ci

visible dans l'espace des vitesses (ou bien en champ lointain en optique - voir section 2.3) sera étudié plus en détail chapitre 6.

### 2.2.2 Localisation d'*Anderson*

Cette introduction aux phénomènes de localisation faible nous permet d'en venir à l'un des effets les plus emblématiques et activement étudiés de la physique du désordre : la localisation d'*Anderson*. Ce sujet méritant à lui seul une longue étude (voir les dernières revues en date [Van Tiggelen 99, Lagendijk 09, Abrahams 10, Müller 10]), nous ne présenterons dans ce qui suit qu'un bref aperçu qualitatif, basé sur les images données par la localisation faible, certes pas strictement rigoureuses, mais nous permettant de donner quelques éléments de compréhension qualitatifs simples.

Tout commence en 1958 lorsque pour la première fois, Philip W. Anderson décrit théoriquement la localisation de fonctions d'ondes électroniques au sein d'un semi-conducteur comportant suffisamment d'impuretés désordonnées [Anderson 58]. Cet effet qui deviendra la localisation forte ou d'*Anderson* consiste en l'absence de diffusion d'une onde dans un milieu désordonné.

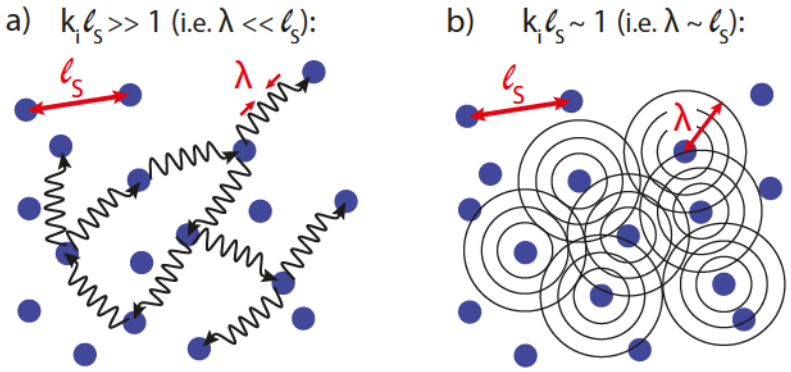


FIGURE 2.4: **Schéma comparatif entre désordre faible et désordre fort dans le cas d'une diffusion isotrope (où $l_B \sim l_S$).** a) En régime de désordre faible, pour $k_l l_S \gg 1$, la longueur d'onde $\lambda$ est petite devant le libre parcours moyen $l_S$. La propagation peut être traitée comme une marche aléatoire et les effets des interférences peuvent être interprétés à l'aide de boucles fermées (voir Figure 2.3.b)). b) En régime de désordre fort, pour $k_l l_S \sim 1$, la longueur d'onde $\lambda$ est de l'ordre du libre parcours moyen $l_S$. La configuration est alors telle que le traitement de la propagation comme suite d'événements discrets n'est plus possible. Les effets des interférentiels sont fortement exaltés et une transition vers la localisation d'*Anderson* (en configuration 3D) est possible.

**Dimensionnalité :** Nous savons d'après la section 2.2.1 que la localisation faible, vue comme l'effet des interférences sur une marche aléatoire, tend à augmenter la probabilité de retour à l'origine, à travers l'image de boucles fermées (voir Figure 2.3.b) et Figure 2.4.a)). On comprend alors intuitivement que cette probabilité va dépendre fortement de la dimension du système étudié.

À 1D et 2D, la marche aléatoire est récurrente ce qui n'est pas le cas en configuration 3D [5]. Cette vision est rigoureusement décrite par la théorie d'échelle de la localisation [Abrahams 79], montrant qu'à 1D et 2D lorsque la taille du système augmente, l'onde finit toujours par localiser, tandis qu'à 3D, une véritable transition entre états diffusifs et états localisés existe. Plus précisément, en définissant la longueur de localisation $L_{loc}$ caractérisant la longueur typique de décroissance de la fonction d'onde [6], on peut montrer que :

- À 1D, tous les états sont localisés et ce, très efficacement : avec $L_{loc} = 2l_B$, ce qui signifie que l'onde est localisée dès qu'elle rencontre un diffuseur. Cette particularité mène à une interprétation qui peut paraître contre-intuitive, car la localisation d'*Anderson* apparaît dans ce cas même en régime de désordre faible ($k_i l_B \gg 1$), notamment pour des ondes très énergétiques par rapport à la hauteur en énergie typique du désordre.
- À 2D, il est possible de montrer que $L_{loc} = l_B \exp(\pi k_i l_B/2)$. Nous nous trouvons ainsi dans le cas limite pour lequel tous les états sont localisés, mais sur une distance exponentiellement grande devant la taille du système, lorsque le désordre est faible (i.e. pour $k_i l_B \gg 1$). C'est la raison pour laquelle, malgré la configuration quasi-2D rencontrée dans la plupart des expériences présentées dans ce manuscrit, nous pouvons tout de même étudier les phénomènes de localisation faible.
- À 3D, il existe une transition entre états diffusifs et états fortement localisés. Tant que le régime de désordre faible est vérifié : $k_i l_B \gg 1$, la propagation de l'onde restera strictement diffusive car les effets interférentiels favorisant le retour à l'origine (voir section 2.2.1) resteront faibles du fait du peu de "boucles" présentes (voir Figure 2.4.a)). Pour entrer en régime de localisation d'*Anderson*, il faut donc impérativement passer en régime de désordre fort, dont le seuil est donné par le critère dit de *Ioffe-Regel* [Ioffe 60] : $k_i l_B \sim 1$ (voir Figure 2.4.b)). En fixant la longueur de transport $l_B$, cette transition de phase peut être réalisée en diminuant l'énergie de l'onde (i.e. son vecteur d'onde initial $\mathbf{k}_i$). La transition se manifeste alors par un seuil en énergie appelé seuil de mobilité, séparant les états de plus basse énergie localisés et les états de plus haute énergie diffusifs.

## 2.3 Étude des effets de localisation dans l'espace des impulsions

La particularité des travaux de thèse présentés dans ce manuscrit tient du fait que toutes les expériences de propagation d'atomes froids en milieu désordonnées réalisées ont pour trait commun d'avoir été étudiées dans l'espace des impulsions (ou espace des vitesses).

5. On sait, d'après le théorème de Pólya, que pour une marche aléatoire la probabilité de revenir à l'origine est de 1 en dimensions 1 et 2, tandis qu'en dimension 3, elle est de l'ordre de 0,34 [Pólya 21, Montroll 56].

6. Cette définition correspond plus rigoureusement à la longueur caractéristique de la décroissance de la fonction d'onde en moyenne :

$$L_{loc} = \lim_{r\to\infty} -\frac{r}{\langle \ln\left[|\Psi(r)|^2\right]\rangle}$$

### 2.3.1 Localisation faible dans l'espace des impulsions : rétro-diffusion cohérente

La localisation dans l'espace des vitesse, champ d'étude relativement nouveau dans le domaine des atomes froids, a été popularisé depuis longtemps en optique, où le régime de champ lointain est facilement observable. Le phénomène le plus évident dans ce type de configuration étant la rétro-diffusion cohérente (CBS) [Kuga 85, Albada 85, Wolf 85]. Par principe, le CBS est un phénomène qui fait intervenir l'interférence d'une onde plane à l'infini entre deux chemins contra-propageants dans le désordre lorsque la direction de sortie $\mathbf{k}'$ est opposée à la direction d'entrée $\mathbf{k}_i$ : $\mathbf{k}' = -\mathbf{k}_i$ (voir section 2.2.1 et en particulier Figure 2.3.c)). Pour observer ce phénomène optiquement, il suffit donc de l'observer en champ lointain (voir Figure 2.5.a)). Remarquons de plus, que pour chaque chemin entrant dans le désordre et ressortant exactement rétro-diffusé, il existe son pendant contra-propageant : il en résulte que l'interférence est toujours constructive dans la direction rétro-diffusée ce qui mène à une augmentation de l'intensité d'un facteur exactement égal à 2 dans cette direction, même après moyennage sur un grand nombre de réalisations du désordre (voir Figure 2.5.b) et [Wiersma 95b]). Ce facteur peut même être amplifié et donc supérieur à 2 dans le cas de milieux à gain [Wiersma 95a]. Ainsi, l'une des grandes qualités de cet effet est qu'il est macroscopiquement observable.

L'étude statique de la rétro-diffusion cohérente peut également être utile à la compréhension les grandeurs microscopiques de la diffusion. La largeur angulaire du pic CBS, $\Delta\theta$, est notamment donnée par $\Delta\theta \sim 1/k_i l_B$, et ainsi être reliée au coefficient de diffusion D d'après eq. (2.9) par : $\Delta\theta \propto 1/D$ (voir Figure 2.5).

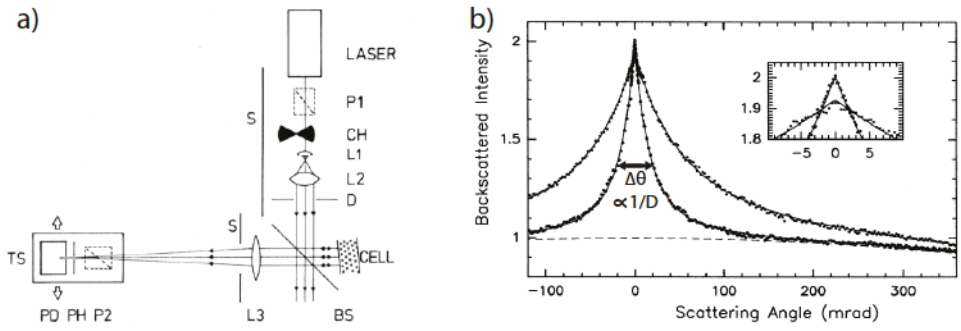


FIGURE 2.5: **Expériences d'optique en champ lointain : rétro-diffusion cohérente (CBS) de la lumière.** a) Montage typique pour l'observation du CBS lumineux : le faisceau laser est collimaté par la lentille L2, le faisceau rétro-diffusé est ensuite séparé du faisceau initial par la lame séparatrice BS et focalisé sur un détecteur PD. La mesure angulaire est réalisée en déplaçant latéralement le détecteur à l'aide de la platine de translation TS (d'après [Albada 85]). b) Cône de CBS optique de contraste maximal dans la direction rétro-diffusée exactement égale à 2 dans le cas du régime de désordre faible ($k_l l_B = 22$) et légèrement inférieur à 2 dans le cas proche du désordre fort ($k_l l_B = 6$) (d'après [Wiersma 95b]).

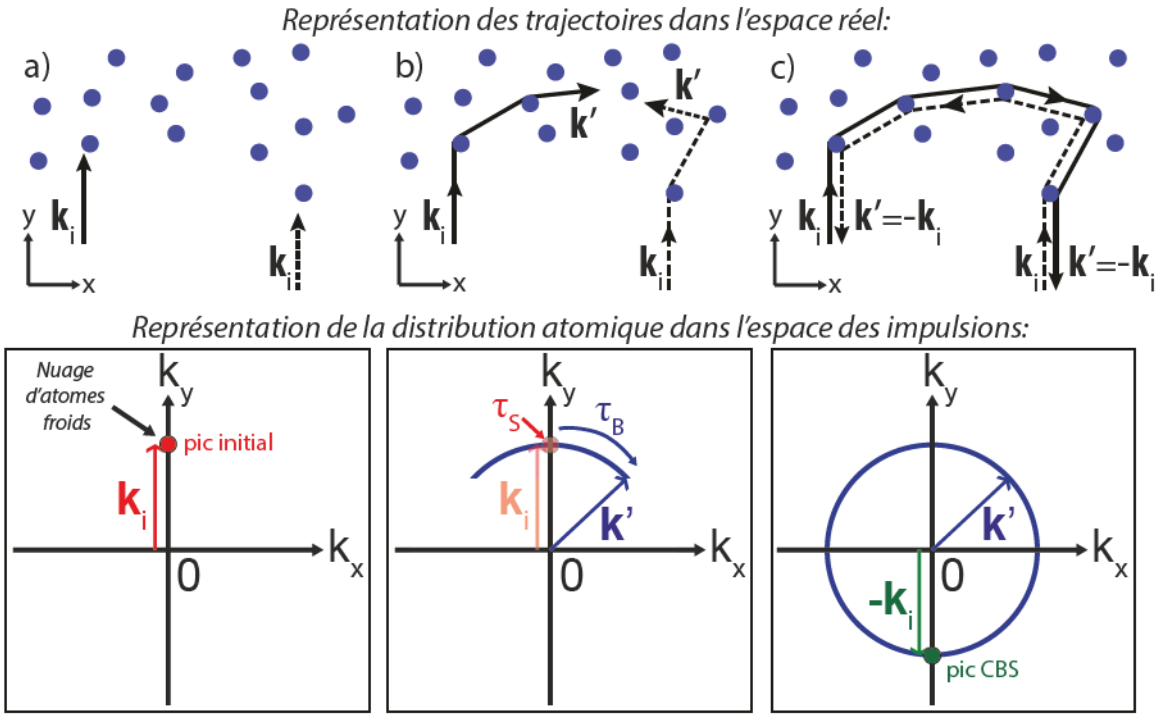


FIGURE 2.6: **Observation de la distribution en vitesse d'un nuage d'atomes froids en configuration 2D.** a) Initialement, tous les atomes sont dans le même état $|\mathbf{k}_i\rangle$ (point rouge). b) Au cours de la propagation, ils commencent à se dépléter dans les états diffusés $|\mathbf{k}'\rangle$ (avec $|\mathbf{k}_i| = |\mathbf{k}'|$ car la diffusion est élastique) formant un cercle (représenté en bleu). Le temps caractéristique de cette déplétion nous renseigne sur $\tau_S$ et le temps de formation du cercle diffusé nous renseigne sur $\tau_B$. c) Au bout d'un moment, un pic CBS apparaît dans l'état opposé à l'état initial $|-\mathbf{k}_i\rangle$ (point vert).

### 2.3.2 Localisation faible dans l'espace des impulsions à l'aide d'atomes froids

La possibilité de transposer l'observation directe du CBS optique dans l'espace des vitesses (grâce à des montages similaires à celui de la Figure 2.5.a)) dans le domaine des atomes froids s'est naturellement posée à travers l'idée proposée par N. Cherroret *et al.* [Cherroret 12]. En effet, cette idée consiste à utiliser la technique de l'imagerie par temps de vol (voir section 3.4) pour imager directement la distribution de vitesse du nuage atomique se propageant dans le désordre en donnant une impulsion initiale $\mathbf{k}_i$ à un nuage d'atomes froids. Le grand avantage de cette méthode d'observation, outre le fait qu'elle soit directe, est qu'elle va permettre une observation dynamique du CBS [7] ainsi que la mesure des grandeurs caractéristiques de cette propagation dans le désordre (voir Figure 2.6) :

– $\tau_S$ : le temps élastique de diffusion correspond au temps moyen entre deux événements de diffusion. Il peut par conséquent correspondre au temps typique de déplétion de l'état initial $|\mathbf{k}_i\rangle$ vers le continuum d'états diffusés $|\mathbf{k}'\rangle$. Cette étude est présentée en détail chapitre 5.

7. Veuillez noter que ce type observation dynamique est également possible en acoustique [Tourin 97].

- $\tau_B$ : le temps de transport correspond au temps mis par la distribution de vitesses pour devenir isotrope (i.e. le temps typique de formation du cercle diffusé Figures 2.6.b) et c)). En étudiant l'évolution angulaire du signal [Cherroret 12, Plisson 13], il est possible d'extraire cette quantité. Des résultats concernant cette grandeur seront également présentés chapitre 5.
- **CBS** : l'observation du pic CBS devient très simple dans cette configuration puisqu'il est supposé apparaître dans la direction opposée à l'état initial : $|-\mathbf{k}_i\rangle$ (voir Figure 2.6.c)). Les informations caractérisant la dynamique de cet effet sont également directement observables en étudiant l'évolution de la taille angulaire ou du contraste du pic CBS (voir chapitre 6). Il est même depuis peu possible de tirer partie de cette évolution dynamique afin de caractériser la transition d'*Anderson* 3D [Ghosh 15].

**Nécessité d'une température atomique basse :** La plus grande difficulté dans ce type expériences vient du fait que le CBS n'est macroscopiquement observable qu'à l'aide d'ondes planes. Cette propriété, aisément obtenue en optique grâce aux lasers, reste un vrai tour de force expérimental encore à l'heure actuelle dans le domaine des atomes froids. Il faudra en effet réduire autant que possible la dispersion en vitesse du nuage atomique afin que l'analogie avec une onde plane prenne son sens et que le pic CBS soit observable. Dimensionnons rapidement le problème : nous souhaitons utiliser des impulsions de l'ordre de $k_i = 2\mu m^{-1}$ [8], choisissons alors une dispersion en vitesse raisonnable de 10% par rapport à $k_i$ soit $\Delta k = 0,2\mu m^{-1}$. Donnons enfin un ordre de grandeur de la température correspondante en utilisant la formule typique pour un gaz thermique : $k_B T = m\Delta v^2 = \hbar^2 \Delta k^2 / m$, ce qui correspond à $T = 0,2nK$ : température extrêmement froide même dans la communauté des atomes ultra-froids. Pour atteindre de telles températures, nous utilisons entre autres la technique du refroidissement par *delta-kick* décrite section 3.3.1 et nous permettant de réduire la dispersion en vitesse à $\Delta k = 0,15\mu m^{-1}$ (soit $T = 0,13nK$).

### 2.3.3 Vers une première signature de la localisation d'*Anderson* dans l'espace des impulsions : diffusion cohérente avant

La diffusion cohérente avant, abrégée par l'acronyme anglais CFS (*coherent forward scattering*), constitue un thèmes des plus excitants à l'heure actuelle dans le domaine de la physique du désordre. Suite aux travaux sur le CBS, plusieurs théoriciens, basés notamment au CQT de Singapour, ont découvert une signature inédite de la localisation d'*Anderson*, après avoir numériquement simulé l'évolution temporelle d'un nuage d'atomes froids dans un fort potentiel désordonné à 2D [Karpiuk 12].

8. Comme nous le verrons plus tard, chapitres 4 et 5, la physique intéressante se trouve aux alentours de $k_l \sigma_R = 1$ avec $\sigma_R \simeq 0,5\mu m$, appelée longueur de corrélation et fixée dans notre expérience. Ceci implique bien une impulsion initiale aux alentours de $k_l = 1/\sigma_R = 2\mu m^{-1}$.

Dans cette configuration, il faut attendre que le nuage s'étende de façon diffusive jusqu'à atteindre une taille donnée par la longueur de localisation $L_{loc}$ (voir section 2.2.2). À cette instant là, appelé $t_{loc}$, le nuage atomique est localisé et un pic de diffusion cohérente avant apparaît (voir Figure 2.7.b)) dans la direction de l'état initial $|\mathbf{k}_i\rangle$. Ce pic résulte de processus interférentiels d'ordre supérieur par rapport à ceux décrits pour le CBS (voir Figure 2.7.a)). Une fois le régime de localisation forte atteint, le système est figé et le pic CFS demeure, de même que le pic CBS, son symétrique par rapport à l'origine (voir Figure 2.7.b)).

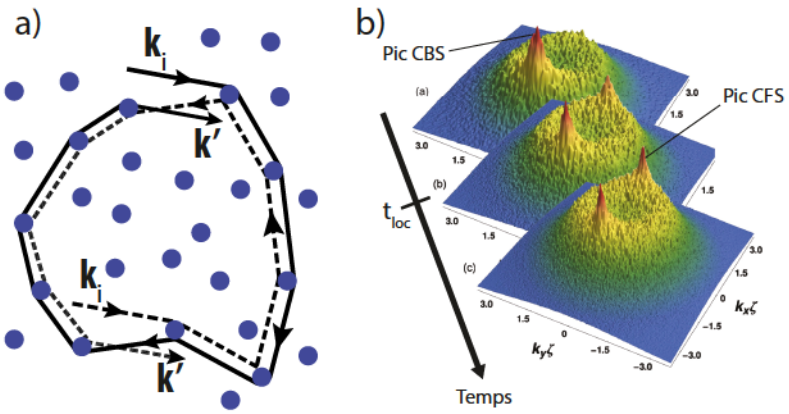


FIGURE 2.7: **Diffusion cohérente avant (CFS).** a) Trajectoires participant au CFS. Le principe interférentiel est similaire à celui décrit dans le cas du CBS (voir Figure 2.3.c)) mais à un ordre supérieur. b) Évolution temporelle des pics jumeaux CBS et CFS (d'après [Karpiuk 12]). Á partir du temps de localisation $t_{loc}$, le système entre en régime de localisation forte et un pic CFS peut apparaître dans la direction initiale.

Ainsi, ce phénomène peut être interprété comme une signature de la localisation d'*Anderson* dans l'espace des vitesses. Cette réelle découverte a rapidement provoqué plusieurs publications théoriques [Micklitz 14, Lee 14, Ghosh 14, Micklitz 15], mais ce phénomène qui peut être généralisé pour n'importe quel type d'onde, reste encore à l'heure actuelle un véritable défi expérimental[9], commençant à peine à être relevé, notamment grâce à l'utilisation de cristaux photoniques [Brake 15, Armijo 15]. Une étude préliminaire effectuée par notre équipe en configuration quasi-1D sera rapidement évoquée chapitre 7.

9. La difficulté principale venant de l'utilisation d'un désordre fort provoquant certaines limitations expérimentales comme la difficulté de rester en configuration 1D ou 2D (voir section 7.2.4).

# Chapitre 3

# Création d'une onde de matière ultra-froide

Le premiers chapitres de ce manuscrit ont permis d'introduire les concepts généraux liés au sujet d'étude de cette thèse : la propagation d'onde en milieu désordonné. Concentrons nous à présent sur le premier des deux ingrédients entrant en jeu lors de nos travaux : les atomes froids (le deuxième étant le milieu désordonné optique qui sera présenté chapitre 4). Comme nous l'avons précédemment évoqué, il nous faut obtenir l'analogue atomique le plus proche d'une onde plane optique, ce qui implique le refroidissent du nuage d'atomes utilisé (voir section 2.3.2). Nous verrons qu'il est pour cela nécessaire de descendre sous le régime de condensation et donc d'utiliser ce que l'on appelle couramment un condensat de *Bose-Einstein* ou un nuage d'atomes ultra-froids.

Ainsi, il semble de premier intérêt de vous présenter les grandes lignes des principes sous-jacents à la condensation (voir section 3.1) ainsi que les étapes permettant d'y parvenir concrètement : refroidissement laser, évaporation, refroidissement par *delta-kick*, etc... (voir sections 3.2, 3.3 et 3.4) Une partie de ces question ayant été traitée avant le début de ma thèse et traité en détail dans plusieurs manuscrits de thèse, notamment dans [Bernard 10], un simple tour d'horizon des méthode de refroidissement que nous utilisons sera donné. Évidemment, une littérature foisonnante existe à ce sujet, citons par exemple [Griffin 96], [Ketterle 99] ou [Dalfovo 98]. Ce chapitre sera conclu par la section 3.5 abordant rapidement les éléments expérimentaux implémentés au cours de ma thèse.

## 3.1 Quelques principes généraux concernant l'obtention et la manipulation de condensats de *Bose-Einstein*

L'aventure de la condensation de *Bose-Einstein* débuta dans les années 1920 avec l'étude théorique effectuée par Albert Einstein se basant sur les travaux du physicien Indien Satyendra Nath Bose. Mais il faut attendre l'avènement des lasers à partir des années 1960 pour permettre une meilleure maitrise des méthode de refroidissement d'atomes menant à la condensation. Ces méthodes développées sur plusieurs décennies ont vu leurs principaux découvreurs Claude Cohen-Tannoudji, Steven Chu et William D. Phillips récompensés par le prix Nobel en 1997. La condensation de *Bose-Einstein* a finalement été atteinte en 1995 [Anderson 95, Davis 95a, Bradley 95], découverte couronnée à son tour par un prix Nobel en 2001 attribué à Eric Cornell, Carl Wieman et Wolfgang Ketterle.

### 3.1.1 Régime de condensation

Par définition, la condensation de *Bose-Einstein* est un état de la matière, consistant en une accumulation macroscopique de bosons dans un unique état quantique fondamental. En abaissant la température d'une assemblée d'atomes, à partir d'un certain seuil appelé seuil de condensation, une transition de phase est observée menant à l'apparition d'un nuage atomique condensé.

Considérons un nuage d'atomes piégés dans un potentiel harmonique. Ce gaz se condense lorsque sa longueur d'onde de De Broglie $\lambda_{dB}$ devient de l'ordre de grandeur de la distance interparticule moyenne $d$ (liée à la densité atomique $n$ par la relation $d^3 = 1/n$). En d'autres termes, la condensation se produit lorsque les paquets d'ondes atomiques individuelles commencent à se superposer. D'où le critère :

$$\mathrm{DEP} = n\lambda_{dB}^3 \sim 1 \tag{3.1}$$

où DEP est appelée *densité dans l'espace des phases* et $\lambda_{dB} = \sqrt{\frac{2\pi\hbar^2}{m k_B T}}$, $m$ étant la masse de l'atome et T la température équivalente du nuage. La DEP est d'autre part caractérisée par le piège harmonique à trois dimensions de fréquence de piégeage moyenne $\overline{\omega}$ :

$$\mathrm{DEP} = \left(\frac{\hbar\overline{\omega}}{k_B}\right)^3 \frac{N}{T^3} \tag{3.2}$$

où N est le nombre total d'atomes du nuage. Ceci nous donne ainsi un ordre de grandeur de la température critique $T_c$ :

$$T_c \sim \frac{\hbar\overline{\omega}}{k_B} N^{1/3} \tag{3.3}$$

Ainsi, cela nous permet de donner un ordre de grandeur de la température critique pour un nuage d'atomes typique d'une expérience d'atomes froids de $^{87}$Rb, en supposant le nombre d'atomes suivant : $N = 5.10^4$ et la fréquence de piégeage de l'ordre de $\overline{\omega} = 2\pi \times 100$Hz. Dans ce cas, $T_c \simeq 0,2\mu$K, ce qui implique de passer sous le seuil de condensation pour la création d'une onde de matière équivalente à une onde plane (nécessitant des températures de l'ordre du nano-kelvin - voir discussion section 2.3.2).

### 3.1.2 Principales forces mises en jeu pour la manipulation d'atomes froids

L'un des intérêts du condensat réside dans la possibilité de manipuler précisément, de façon indépendante et relativement facilement diverses forces agissant sur ces derniers. Que ce soit pour les déplacer, les mettre dans un certain champ de potentiel ou bien les refroidir. Les atomes froids étant des particules neutres, les trois principales forces qui vont nous intéresser sont la force dipolaire, la force de pression radiative ainsi que la force de champ magnétique. Nous ne rappellerons ici que les résultats les plus importants.

#### Force dipolaire dans le cas *très fortement désaccordé*

La première force, la force dipolaire, est principalement utilisée pour créer des potentiels piégeants conservatifs, couramment appelés *pièges dipolaires*. Il s'agit d'une force nécessitant une forte puissance optique car la lumière utilisée est hors résonance atomique. Le fait que cette lumière soit fortement désaccordée a l'avantage de permettre un traitement théorique le plus souvent extrêmement simple puisque qu'un modèle d'atome à deux niveaux est alors suffisant. Toutes ces descriptions sont à retrouver dans l'article [Grimm 00].

La force dipolaire optique vient de l'interaction entre le moment dipolaire atomique induit et le gradient d'intensité du champ lumineux. En considérant un modèle d'atome à deux niveaux de fréquence de transition $\omega_0$ soumis à un champ de radiation classique, la force résultante peut être dérivée d'un potentiel dont le minimum sera utilisé comme piège.

Le cas le plus simple, concernant un laser de fréquence $\omega_L$ fortement désaccordé par rapport à la transition de l'atome $\omega_0$ (i.e. $\omega_L \gg (\omega_L - \omega_0)$) donne l'expression suivante du potentiel dipolaire :

$$V_{dip}(\mathbf{r}) = \frac{3\pi c^2}{2\omega_0^3} \frac{\Gamma}{\omega_L - \omega_0} I(\mathbf{r}) \tag{3.4}$$

où $\Gamma$ est la largeur naturelle de la transition considérée [1] et $I(\mathbf{r})$ appelé abusivement *intensité* est l'éclairement lumineux subi par les atomes en $W.m^{-2}$. Ce potentiel dépend donc de la surface du faisceau lumineux S et de la puissance lumineuse du faisceau P : $I = P/S$. Pour un faisceau gaussien (ce qui est le cas la plupart du temps dans notre expérience) se propageant selon l'axe $z$, sa surface $S(z)$ vaut $S(z) = w_x(z)w_y(z)\pi/2$ où $w_x(z)$ et $w_y(z)$ sont les *waists* selon $x$ et $y$ de ce faisceau au point $z$. Veuillez vous référer à l'annexe A pour plus de détail concernant les faisceaux gaussiens.

**Fréquence d'un piège dipolaire :** Le piège dipolaire ainsi créé peut être caractérisé par les propriétés optiques du faisceau lumineux. Les fréquences de piégeage typiques d'un piège dipolaire, définies comme les fréquences d'oscillation d'un object dans ce piège (selon différentes directions), sont données en fonction du potentiel dipolaire $V_{dip}$ :

$$\omega_\perp = \sqrt{\frac{4|V_{dip}|}{m w_0^2}} \quad \text{et} \quad \omega_\parallel = \sqrt{\frac{2|V_{dip}|}{m z_R^2}} \tag{3.5}$$

où $\omega_\perp$ est la fréquence de piégeage dans le plan perpendiculaire à la direction de propagation du faisceau (plan $x-y$ d'après la Figure A.1.b)) et $\omega_\parallel$ est la fréquence de piégeage selon la direction de propagation du faisceau (direction $z$ d'après la Figure A.1.a)). $w_0$ est le *waist* minimal du faisceau gaussien et $z_R$ est sa longueur de *Rayleigh* (voir annexe A).

**Désaccord rouge/bleu :** Remarquons que pour obtenir un véritable piège, le potentiel doit être attractif. Ceci est réalisé, d'après eq. (3.4), lorsque la fréquence du laser est plus faible que la transition atomique ($\omega_L < \omega_0$), on parle de désaccord vers le rouge (car les fréquences les plus faibles correspondent au rouge dans le spectre visible). C'est le cas dans notre expérience pour notre piège dipolaire croisé (voir section 3.2.6) dans lequel notre condensat est créé à partir d'un faisceau vertical et d'un faisceau horizontal croisés, le tout à partir d'un laser infrarouge de longueur d'onde 1070nm (désaccordé de 290nm par rapport à la longueur d'onde de transition du rubidium qui vaut 780nm).

Mais il est également possible de réaliser le même potentiel dipolaire mais cette fois-ci répulsif, en utilisant une fréquence plus grande que celle correspondant à la transition atomique ($\omega_L > \omega_0$), on parle alors de désaccord vers le bleu. Ce potentiel répulsif va notamment être utilisé dans notre expérience pour créer notre désordre optique grâce à un laser vert de longueur d'onde 532nm (voir section 4.2).

1. Dans le cas de notre expérience, nous travaillerons le plus souvent sur la transition appelée $D_2$ entre les niveaux $5^2S_{1/2}$ et $5^2P_{3/2}$ du $^{87}$Rb. Dans ce cas, $\Gamma/2\pi = 6,07$MHz.

Notons également que nous pouvons utiliser un second laser afin de créer ce potentiel désordonné, ce dernier étant cette fois-ci accordable sur une dizaine de nanomètres autour de la fréquence de résonance du rubidium ce qui nous permet très facilement de passer d'un désordre rouge à un désordre bleu (voir ci-dessous et chapitre 5).

**Puissance optique et taux d'émission spontanée :** Une seconde remarque concerne le fait que la valeur absolue de ce potentiel est inversement proportionnelle au désaccord optique. Ceci implique que lorsque le désaccord augmente, les puissances mises en jeu peuvent rapidement devenir très grandes afin que le potentiel reste suffisamment important. Dans notre expérience par exemple, piéger $2.10^6$ atomes à une température de 10µK dans notre piège dipolaire croisé de fréquence de piégeage caractéristique 200Hz, nécessite près de 7W de puissance optique[2]. Ainsi, il est préférable de limiter son désaccord tout en veillant à le maintenir suffisant pour que le modèle d'un atome à deux niveaux soit valable.

De plus, un fort désaccord implique que le taux d'émission spontané $\Gamma_{sp}(\mathbf{r})$, dû à l'absorption et décrit plus bas dans le cas résonnant, soit largement négligeable dans cette configuration *très fortement désaccordée*, pour les échelles de temps de notre expérience (de l'ordre de la seconde). Son expression est :

$$\Gamma_{sp}(\mathbf{r}) = \frac{3\pi c^2}{2\omega_0^3}\left(\frac{\Gamma}{\omega_L - \omega_0}\right)^2 I(\mathbf{r}) \tag{3.6}$$

Il vaut par exemple $\Gamma_{sp} \simeq 10^{-3}\mathrm{s}^{-1}$ pour notre piège dipolaire croisé.

### Force dipolaire dans le cas *peu désaccordé*

Lorsque la longueur d'onde du laser se rapproche de celle de la transition atomique, les effets de la structure fine de l'atome ne peuvent plus être négligés. Dans notre expérience, cela sera prépondérant lors de l'utilisation de notre laser accordable servant à créer le désordre lors de notre expérience sur la mesure du temps élastique de diffusion $\tau_S$ (voir chapitres 4 et 5), capable d'être désaccordé au maximum de ±10nm par rapport à la transition du rubidium à 780nm.

Le modèle n'est plus un simple atome à deux niveaux, mais à présent un système à trois niveaux : $5^2S_{1/2}$, $5^2P_{1/2}$ et $5^2P_{3/2}$ (voir Figure 3.1.b)). On négligera tout de même la structure hyperfine (voir Figure 3.1.a)), sachant que les largeurs des niveaux hyper-fins sont négligeables devant la largeur de la structure fine, la fréquence du laser ainsi que devant les fréquences de transition fines dites $D_1$ entre $5^2S_{1/2}$ et $5^2P_{1/2}$ et $D_2$ entre $5^2S_{1/2}$ et $5^2P_{3/2}$ (i.e. $\Delta\omega_{SHF}, \Delta\omega'_{SHF}, \Delta\omega''_{SHF} \ll$

2. À titre de comparaison, à cette longueur d'onde, 20mW suffisent à endommager irréversiblement l'œil humain.

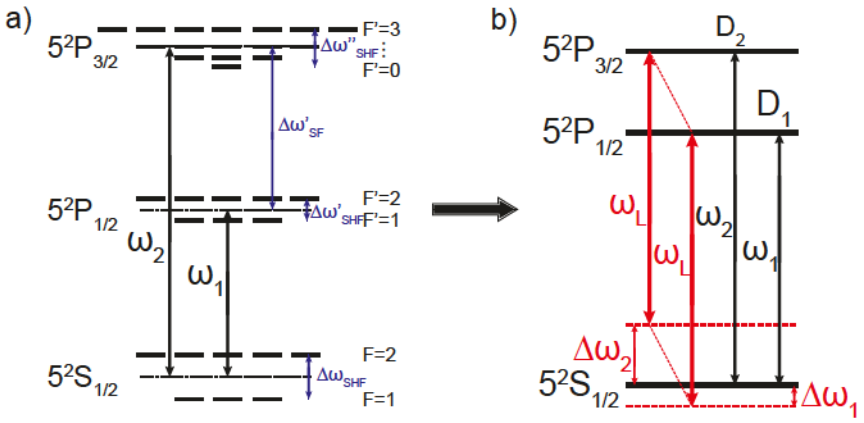


FIGURE 3.1: **Niveaux atomiques considérés pour notre description de la force dipolaire.** a) Structure détaillée des sous-niveaux du $^{87}$Rb. b) Structure équivalente à trois niveaux dans le cas d'un laser suffisamment désaccordé pour pouvoir négliger la structure hyper-fine mais pas la structure fine.

$\Delta\omega_{SF}, \omega_L, \omega_1, \omega_2$). Les effets de polarisation ainsi que les sous-niveaux magnétiques seront là aussi négligés en supposant que notre laser est polarisé linéairement (ce qui est bien le cas en pratique). Le potentiel dipolaire s'exprime alors :

$$V_{dip}(\mathbf{r}) = \frac{\pi c^2}{2\omega_2^3}\Gamma\left(\frac{1}{\Delta\omega_1} + \frac{2}{\Delta\omega_2}\right) I(\mathbf{r}) \tag{3.7}$$

où $\omega_2$ est la fréquence de transition $D_2$ (pour le rubidium, la longueur d'onde correspondante est $\lambda_2 = 2\pi c/\omega_2 = 780,24$nm dans le vide), $\Delta\omega_1$ est le désaccord entre le laser et la transition $D_1$ ($\Delta\omega_1 = \omega_L - \omega_1$) et $\Delta\omega_2$ le désaccord entre laser et la transition $D_2$ ($\Delta\omega_2 = \omega_L - \omega_2$).

La Figure 3.2 représente le potentiel dipolaire en fonction de la longueur d'onde du laser pour une valeur typique de notre intensité sur les atomes I $\sim 10^{-4}$W.cm$^{-2}$). On remarque premièrement qu'il est simple de passer d'un potentiel attractif à un potentiel répulsif, ceci va nous être utile pour la mesure du temps élastique de diffusion $\tau_S$ effectuée dans les deux cas (voir chapitre 5). On peut également noter la présence d'une longueur d'onde dite *magique* à environ 790nm, pour laquelle le potentiel dipolaire sera nul quelque soit la puissance optique choisie. Cette longueur d'onde est actuellement en cours d'utilisation pour étudier la transition d'Anderson à 3D en passant par un transfert radio-fréquence d'un état de spin insensible à notre potentiel désordonné via cette longueur d'onde à un état sensible au potentiel.

**Puissance optique et taux d'émission spontanée :** On peut également noter qu'un avantage certain de cette configuration faiblement désaccordée par rapport au cas décrit dans la sous-section précédente, réside dans le fait que la puissance optique nécessaire pour atteindre un même potentiel sera plus faible de deux ordres de grandeur. En revanche, il est légitime de se

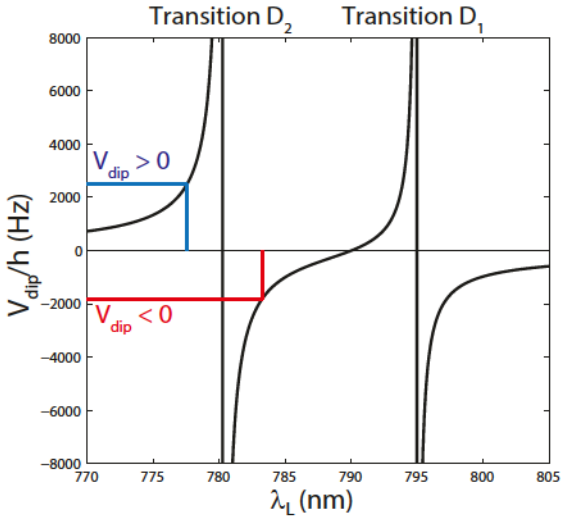


FIGURE 3.2: **Potentiel dipolaire en fonction de la longueur d'onde du laser.** Représentation donnée pour une valeur typique de notre intensité sur les atomes : $I \sim 10^{-4}$W.cm$^{-2}$. Lorsque la fréquence du laser passe d'un côté à l'autre d'une transition atomique, il est possible de changer le signe du potentiel dipolaire créé.

demander si l'émission spontanée n'est pas cette fois-ci un critère limitant. Le taux d'émission spontané $\Gamma_{sp}(\mathbf{r})$ est décrit dans cette configuration par :

$$\Gamma_{sp}(\mathbf{r}) = \frac{\pi c^2}{2\hbar\omega_2^3}\Gamma^2\left(\frac{1}{\Delta\omega_1^2} + \frac{2}{\Delta\omega_2^2}\right)I(\mathbf{r}) \tag{3.8}$$

En faisant le calcul pour notre intensité typique de $I \sim 10^{-4}$W.cm$^{-2}$ et un laser désaccordé de seulement 1nm (en pratique, nous ne nous approcherons pas plus de la transition $D_2$), on obtient un taux d'émission spontanée de l'ordre de $\Gamma_{sp} \sim 0,1\text{s}^{-1}$, ce qui est largement négligeable lors de nos expériences de diffusion d'une durée de l'ordre de 10ms.

### Force de pression radiative

La force de pression radiative est le pendant dissipatif des forces d'origine optique. Cette force est cette fois-ci prépondérante lorsque la fréquence lumineuse est très proche de la résonance atomique. Cette force peut servir à piéger des atomes, mais surtout à les ralentir et les refroidir. Une description complète est à retrouver dans de nombreux ouvrages, notamment [Metcalf ], ici nous nous contenterons de donner un rapide aperçu du mécanisme de cette force, sans entrer dans les détails et subtilités soulevés par le refroidissement laser (mélasse optique, refroidissement Sisyphe, etc...). Nous nous contenterons du cas d'un atome en mouvement et d'un faisceau laser contra-propageant.

Cette force résulte de cycles de fluorescence *absorption / émission spontanée*. Un atome à la vitesse $\mathbf{v}$ va recevoir de la part du laser une impulsion $\hbar\mathbf{k}$ de chaque photon avec un taux de diffusion $\Gamma_{pr}$. En se désexcitant, il va alors réémettre un photon dans une direction aléatoire. On comprend alors aisément que si le photon incident est envoyé dans la direction contra-propageante à celle de l'atome, ce dernier va être ralenti en moyenne après avoir rencontré un grand nombre de photons.

Par une approche semi-classique, il possible de décrire notre force comme suit :

$$\mathbf{F}_{pr}(\mathbf{v}) = \hbar\mathbf{k}\Gamma_{pr}(\mathbf{v}) \quad \text{avec} \quad \Gamma_{pr}(\mathbf{v}) = \frac{s_0\Gamma/2}{1+s_0+(2\delta(\mathbf{v})/\Gamma)^2} \tag{3.9}$$

où $s_0 = I/I_{sat}$ est le paramètre de saturation à résonance qui dépend de l'intensité de saturation ($I_{sat} = 1,67\text{mW.cm}^{-2}$ pour le $^{87}$Rb), $\Gamma$ est la largeur naturelle de la transition $D_2$ ($\Gamma/2\pi = 6,07\text{MHz}$) et $\delta(\mathbf{v})$ est le désaccord du laser dans le référentiel mouvant de l'atome. Ce dernier dépend donc de la vitesse $\mathbf{v}$ de l'atome par effet *Doppler* : $\delta(\mathbf{v}) = \delta_0 - \mathbf{k}.\mathbf{v}$, où $\delta_0$ est le désaccord du laser dans le référentiel fixe du laboratoire.

On remarque que ce mécanisme peut saturer lorsque $s_0$ devient trop grand (i.e. $I \gg I_{sat}$), car dans ce cas $\Gamma_{pr}(\mathbf{v}) = \Gamma/2$ et par conséquent $\mathbf{F}_{pr}(\mathbf{v}) = \hbar\mathbf{k}\Gamma/2$. Le laser doit également avoir un faible désaccord, $\delta(\mathbf{v}) \ll \Gamma$, afin de maximiser la décélération. Ce désaccord augmentant par effet *Doppler* au cours de la décélération, on utilise l'effet *Zeeman* pour compenser, à l'aide de bobines de champ magnétique (voir section 3.2.2).

#### Force de champ magnétique

Chacun des niveaux hyper-fins F de notre atome de $^{87}$Rb contient $2F+1$ sous-niveaux magnétiques (voir Figure 3.1.a)). En l'absence de champ magnétique externe, ces sous-niveaux sont dégénérés, mais cette dégénérescence peut être levée en appliquant un champ magnétique statique $\mathbf{B}(\mathbf{r})$. Ce champ magnétique peut interagir avec nos atomes sous la forme d'un potentiel : $V_{mag}(\mathbf{r}) = -\mu.\mathbf{B}(\mathbf{r})$ où $\mu$ est le moment magnétique de l'atome.

Présentons les effets de ce potentiel en exprimant l'énergie de chaque sous-niveau en fonction du champ magnétique extérieur appliqué. Pour ce faire, explicitons simplement le résultat général donné par la formule de *Breit-Rabi* qu'il est possible d'obtenir pour le niveau fondamental $5^2S_{1/2}$ du $^{87}$Rb, [Breit 31, Steck 01, Corney 77] :

$$E_{|m_I,m_J\rangle}(\mathbf{r}) = -\frac{\Delta E_{shf}}{8} + g_I\mu_B m_F B(\mathbf{r}) + sgn(m_J)\frac{\Delta E_{shf}}{2}\sqrt{1+m_F X+X^2} \quad \text{avec} \quad X = \frac{g_J-g_I}{\Delta E_{shf}}\mu_B B(\mathbf{r}) \tag{3.10}$$

où $\Delta E_{shf}/h = 6{,}835\text{GHz}$ est l'énergie de séparation hyper-fine entre les états F = 1 et F = 2 (en l'absence de champ magnétique), $g_I = -9{,}95.10^{-4}$ et $g_J = 2{,}002$ sont respectivement les facteurs de transition nucléaires et de Landé, $\mu_B$ est le magnéton de Bohr, $m_F = m_I + m_J$ est le nombre quantique magnétique qui va varier d'un sous-niveau magnétiques à l'autre (voir Figure 3.3.a)) et $sgn(m_J) = |m_J|/m_J = \pm 1$ donne le signe de $m_J$.

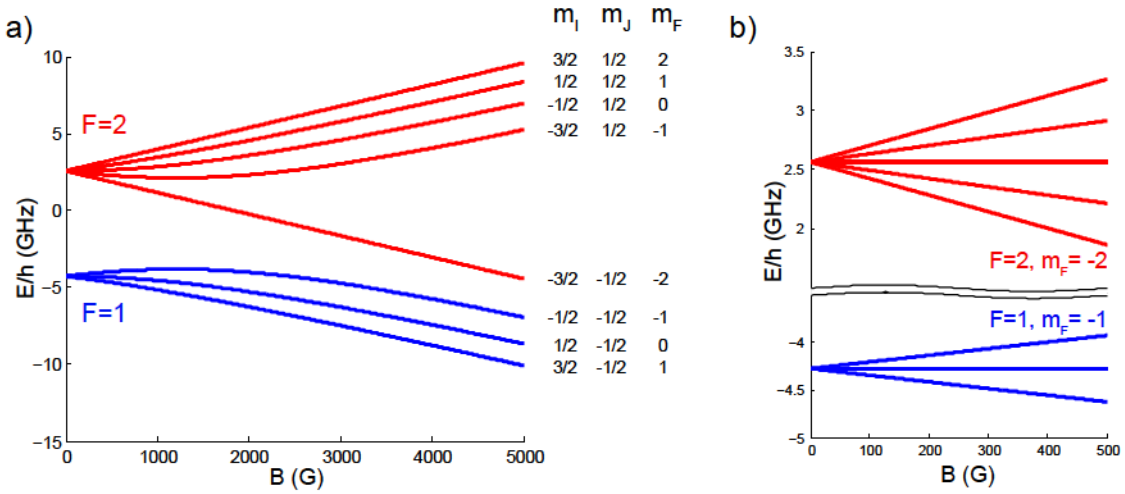


FIGURE 3.3: **Levée de dégénérescence des niveaux magnétiques hyper-fins du niveau fondamental $5^2S_{1/2}$ du $^{87}$Rb en fonction du champ magnétique externe.** a) Calcul de la formule générale de *Breit-Rabi* eq. (3.10), pour un champ magnétique statique intermédiaire. b) Calcul de la formule approchée de *Breit-Rabi* pour un faible champ magnétique eq. (3.11).

La levée de dégénérescence est visible sur la Figure 3.3.a). Néanmoins, dans notre expérience, les champs magnétiques étant relativement faibles, de l'ordre de $B \sim 10^2$G, il est possible de simplifier la formule de *Breit-Rabi* (3.10) en développant à l'ordre 1 la racine carrée de eq. (3.10) :

$$E_{|m_I,m_J\rangle}(\mathbf{r}) \simeq -\frac{\Delta E_{shf}}{8} + g_I \mu_B m_F B(\mathbf{r}) + \frac{1}{2} sgn(m_J)\left[\Delta E_{shf} + \frac{g_J - g_I}{2} m_F \mu_B B(\mathbf{r})\right] \quad \text{pour} \quad |B| \ll \Delta E_{shf}/\mu_B \tag{3.11}$$

L'intérêt de cette représentation en terme d'énergie en fonction du champ magnétique faible (voir Figure 3.3.b)) est de mettre en lumière les deux états que nous utilisons régulièrement dans notre expérience : les états $|F = 1, m_F = -1\rangle$ et $|F = 2, m_F = -2\rangle$. Ces derniers ont la particularité d'avoir une pente opposée, l'état $|F = 1, m_F = -1\rangle$ ayant une énergie plus basse à faible champ magnétique (les atomes vont alors être attirés par les champs faibles, on parle en anglais de *low-field seeker state*) et vice-versa pour l'état $|F = 2, m_F = -2\rangle$ (dit *high-field seeker state*). Un simple transfert radio-fréquence (provoquant un retournement de spin) va donc nous permettre de passer d'un potentiel magnétique attractif à répulsif (et vice-versa). Pour la plupart de nos expériences, nous nous placerons dans l'état $|F = 2, m_F = -2\rangle$ afin de réaliser une lévitation magnétique répulsive (voir section 3.2). Néanmoins, pour l'expérience préliminaire de diffusion cohérente avant

(voir chapitre 8), nous avons préféré rester dans l'état $|F = 1, m_F = -1\rangle$ afin de réaliser un potentiel attractif ce qui nous permettra de pratiquer la focalisation atomique.

## 3.2 Dispositif expérimental de condensation

Les concepts généraux de bases concernant la condensation de *Bose-Einstein* et la manipulation de ces atomes froids étant rapidement exposés dans la section précédente, nous pouvons désormais présenter un rapide tour d'horizon de la façon dont nous obtenons expérimentalement notre nuage condensé. Notre expérience a principalement été conçue et réalisée lors de la thèse d'Alain Bernard et du postdoc de Patrick Cheinet, une étude détaillée de notre montage expérimental est donc à retrouver dans le manuscrit de thèse d'Alain Bernard [Bernard 10], tandis que ce manuscrit se contentera d'en donner un aperçu (de même que ceux de mes prédécesseurs [Jendrzejewski 12a] et [Müller 14]).

Si notre expérience ne présente que des méthodes classiques de refroidissement d'atomes, elle a l'avantage pédagogique de présenter un grand nombre de ces méthodes à la fois. La figure 3.4 présente un schéma général rappelant les éléments principaux de notre expérience. La figure

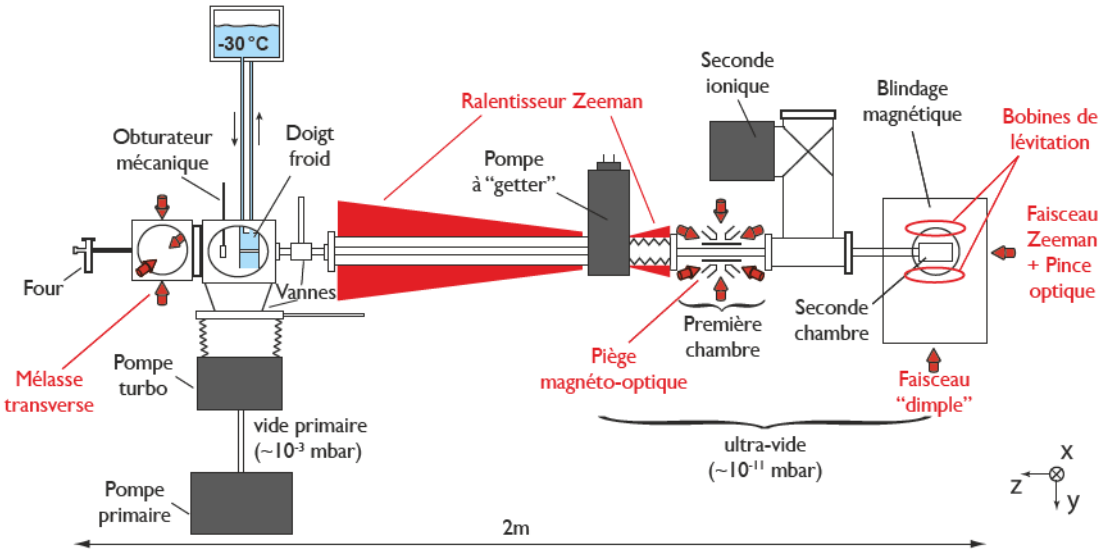


FIGURE 3.4: **Schéma d'ensemble du dispositif expérimental.** Les atomes s'échappent du four à 120°C et sont collimatés par la mélasse transverse (la divergence du faisceau d'atomes est également limitée par le doigt froid) et refroidis par le ralentisseur *Zeeman*. Ils sont alors piégés et refroidis dans le piège magnéto-optique et le piège magnétique, puis ils sont transférés dans la seconde chambre par une pince optique. Les atomes sont alors piégés dans un piège optique dipolaire croisé (par les faisceaux "pince optique" et "dimple") et refroidis par évaporation pour atteindre le régime de condensation. Enfin, le condensat est mis en lévitation par deux bobines magnétiques et l'expérience peut avoir lieu.

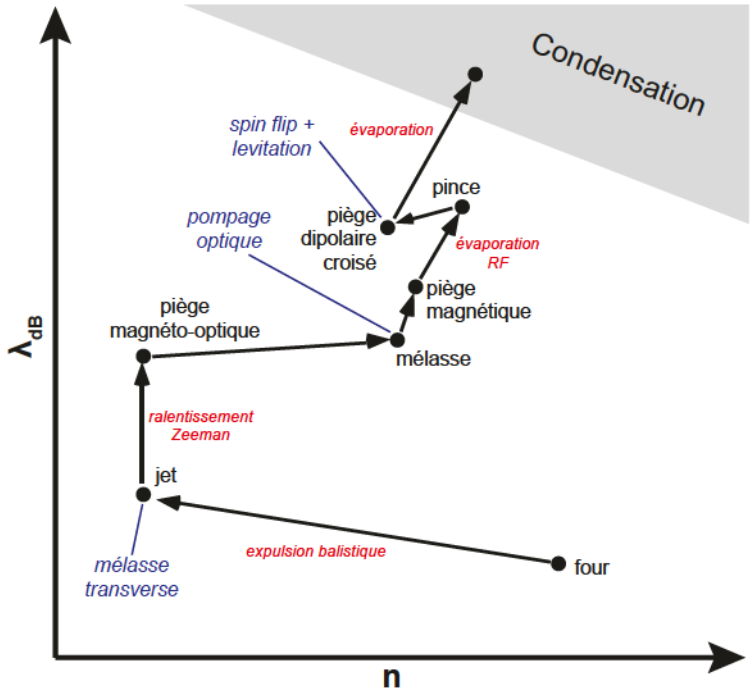


FIGURE 3.5: **Schéma dans l'espace des phases des principales étapes menant à la condensation.** En abscisse est représenté la densité atomique du nuage $n$, en ordonnée est représentée la longueur d'onde de De Broglie des atomes $\lambda_{dB}$. La condensation est atteinte lorsque $n\lambda_{dB}^3 \sim 1$ (voir eq. (3.1)).

3.5 présente quant à elle dans l'espace des phases l'effet de ces différentes étapes sur le nuage d'atomes jusqu'à la condensation.

### 3.2.1 Expérience sous ultra-vide

Commençons par un préambule concernant une caractéristique typique des expériences d'atomes ultra-froids : la mise sous ultra-vide de l'espace réservé aux atomes. En effet, il est nécessaire d'éviter au maximum les collisions inélastiques entre nos atomes froids et les atomes résiduels qui eux sont beaucoup plus énergétiques et ce sur près d'une minute au maximum (temps total de notre cycle expérimental). Notre expérience doit donc être placée sous un vide de l'ordre de $10^{-11}$mbar. Pour réaliser un tel vide, on utilise différentes pompes (représentées Figure 3.4), en commençant par une pompe primaire (à palette) capable d'atteindre une pression de $10^{-3}$mbar, puis une pompe turbomoléculaire capable d'atteindre une pression de $10^{-9}$mbar. Enfin, des pompes passives dites ioniques sont utilisées pour atteindre une pression de $10^{-11}$mbar.

Cette particularité expérimentale rend plus complexe et fastidieux le montage de l'expérience [3],

3. Il faut compter plusieurs semaines et de nombreuses étapes pour atteindre le vide souhaité lors de la première fermeture de la zone sous vide.

ainsi que le maintien du vide en continu sur plusieurs années [4]. En revanche, elle donne à notre expérience une isolation optimale par rapport au monde extérieur.

### 3.2.2 Ralentissement du faisceau d'atomes

Un échantillon unique de rubidium 87 de quelque grammes est à l'origine de toutes les expériences effectuées depuis la construction du montage expérimental en 2008. Placé dans un four chauffé à 120°C, une partie des atomes désormais à l'état gazeux (pression de vapeur saturante du four de l'ordre de $10^{-4}$mbar) peut s'échapper par un petit tube horizontal de L = 100mm de long et D = 5mm de diamètre (voir Figures 3.4,3.5).

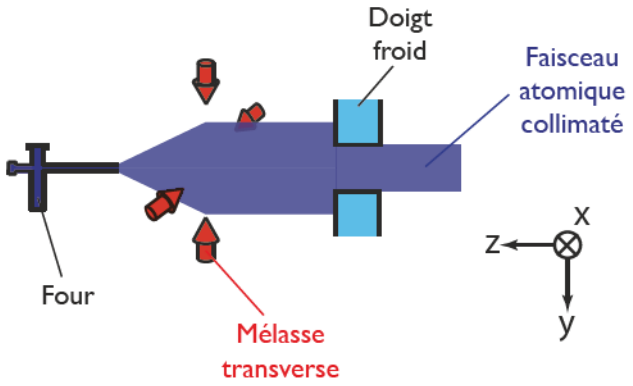


FIGURE 3.6: **Schéma de fonctionnement de la mélasse transverse.** Un faisceau laser à résonance limite la divergence du faisceau atomique. Un doigt froid permet ensuite de limiter le flux d'atomes.

**Mélasse transverse :** La cellule suivante étant sous vide, les atomes s'échappent du tube sous la forme d'un faisceau d'atomes balistique de divergence de l'ordre de D/L ≃ 50mrad. Afin de réduire cette divergence et donc optimiser le refroidissement et le piégeage ultérieur des atomes, une mélasse transverse [Metcalf ] a été implémentée au cours de ma thèse (voir section 3.5). Deux paires de faisceaux contra-propageants dans le plan $x-y$ transverse à la direction de propagation du jet atomique sont placés à la sortie du four (voir Figure 3.6). Étant à résonance avec la transition $F = 2 \rightarrow F' = 3$, ces faisceaux induisent une force de pression de radiation sur le faisceau d'atomes (voir section 3.1.2.§3). Cette force va avoir pour effet de réduire la divergence de ce faisceau atomique à l'image d'une lentille qui viendrait collimater un faisceau optique. Cette étape ne permet pas d'augmenter significativement le nombre d'atomes piégés par la suite dans le piège magnéto-optique (voir section 3.2.3), mais permet d'augmenter l'efficacité de piégeage et donc de réduire grandement le temps de chargement (qui passe de 15s à 2s).

4. Les risques sont multiples et peuvent conduire à l'arrêt de l'expérience pour de nombreux mois : vieillissement, brisure ou fissure du verre, dépôts d'atomes sur la surface intérieure des cellules (voir sous-section 3.5), etc...

La taille du faisceau est également limitée par un doigt froid (agissant comme un diaphragme), constitué d'un trou à la température de −30°C, ce qui permet aux atomes les plus excentrés (ne passant pas par le trou) de se condenser et de rester collés à la paroi du doigt froid sans affecter la qualité du vide des parties suivantes.

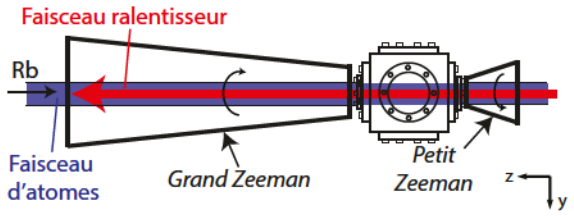


FIGURE 3.7: **Schéma de fonctionnement du ralentisseur *Zeeman*.** Un faisceau laser à résonance ralentie le jet atomique tandis que les bobines maintiennent la résonance pendant la décélération (les flèches représentent le sens de circulation du courant dans les bobines).

**Ralentisseur *Zeeman* :** On utilise alors un ralentisseur *Zeeman* permettant de réduire considérablement la vitesse des atomes sortant du four [Phillips 82] (voir Figures 3.7, 3.4). Son mécanisme est basé sur la force de pression radiative (voir section 3.1.2.§3). Le jet atomique est ralenti par un faisceau laser contra-propageant résonant avec les atomes en mouvement. Ces derniers étant de plus en plus lents au cours de leur parcours, la résonance se décale progressivement par effet *Doppler*. Il est donc impératif de corriger ce décalage par effet *Zeeman* en utilisant des bobines de champ magnétique soigneusement réglées. Une autre subtilité vient du fait qu'au cours du cycle radiatif à l'origine du ralentissement utilisant la transition cyclante $F = 2 \rightarrow F' = 3$, une partie des atomes peut tout de même se désexciter dans l'état $F = 1$ (on parle de *dépompage*) [5]. On ajoute alors un faisceau dit *repompeur*, sur la transition $F = 1 \rightarrow F' = 2$ afin de restaurer un cycle fermé (voir Figure 3.8). C'est une étape de ralentissement très efficace car elle permet de réduire d'un facteur 10 la vitesse des atomes, qui atteindra $20\text{m.s}^{-1}$ en fin de ralentisseur. Cette vitesse est suffisamment faible pour permettre le piégeage dans le piège magnéto-optique.

### 3.2.3 Piège magnéto-optique et mélasse optique

Le piège magnéto-optique est sans doute l'élément le plus courant dans le domaine de l'optique atomique. Son mécanisme utilise également la force de pression de radiation (voir section

5. En principe, en utilisant un faisceau laser polarisé circulairement, la transition $F = 2 \rightarrow F' = 3$ est cyclante en présence de champ magnétique (voir Figure 3.8), mais il existe une zone de champ magnétique nul entre les deux partie du ralentisseur *Zeeman* (voir Figure 3.7), pour laquelle un dépompage est possible. Du fait du faible écart entre les niveaux $F' = 2$ et $F' = 3$ (267 MHz), les atomes peuvent également être excité dans l'état $F' = 2$ au lieu de $F' = 3$, ce qui donne à nouveau lieu à un dépompage (non représenté sur la Figure 3.8).

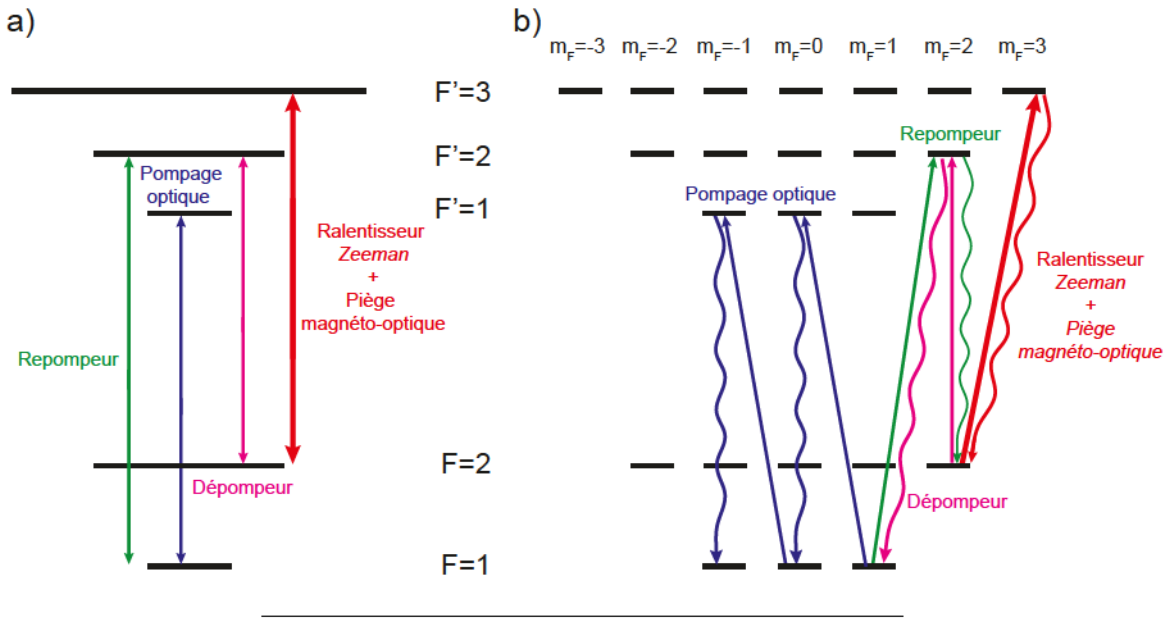


FIGURE 3.8: **Représentation des transitions laser utilisées et des principaux cycles radiatifs au cours du refroidissement (transition $D_2$ du $^{87}$Rb).** a) Transitions laser utilisées au cours des différentes étapes du refroidissement. b) Principaux cycles radiatifs participants lors des transitions de a).

3.1.2.§3) et permet de refroidir mais surtout de piéger les atomes et donc d'augmenter leur densité (voir Figure 3.5), c'est une étape par conséquent primordiale pour atteindre la condensation [Metcalf ].

Composé de six faisceaux correspondants aux trois directions de l'espace dans les deux sens de propagation, ce piège dispose également de deux bobines permettant de créer un gradient de champ magnétique [6] (voir Figure 3.9). Le principe est de créer une force de rappel dans toutes les directions afin de créer un piège efficace. En choisissant convenablement la polarisation des faisceaux laser ainsi que leur désaccord autour de la transition cyclante $F = 2 \rightarrow F' = 3$ (voir Figure 3.8), il est possible de créer une force de pression de radiation ramenant systématiquement un atome en mouvement vers le centre du piège.

Pour abaisser la température du nuage, on utilise l'effet *Sisyphe*, permettant de descendre sous la limite de température *Doppler* (qui est de l'ordre de 150µK pour le $^{87}$Rb). L'idée est d'utiliser la polarisation circulaire des faisceaux ralentisseurs optiques pour créer un potentiel sinusoïdal que l'atome va gravir avant d'être dépompé à chaque maximum du potentiel vers un minimum de la sinusoïde [Lett 88, Dalibard 89, Ungar 89]. Pour ce faire, on procède à une étape de mélasse optique qui consiste à couper le gradient de champ magnétique. Ce type de refroidissement est efficace puisque l'on atteint en pratique des températures de l'ordre de 50µK.

6. Ce gradient est d'environ 15G.cm$^{-1}$ dans la direction verticale et de 7,5G.cm$^{-1}$ dans le plan horizontal.

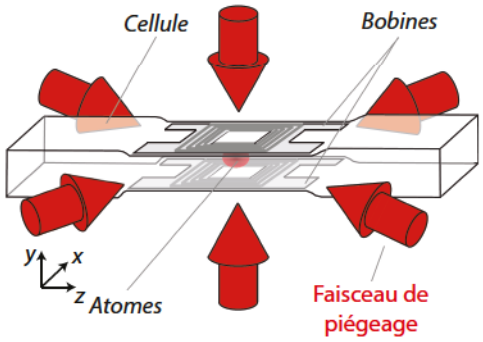


FIGURE 3.9: **Piège magnéto-optique.** Les six faisceaux contra-propageants dans toutes les directions de l'espace induisent une force de rappel tendant à piéger les atomes au centre du gradient de champ magnétique créé par deux bobines.

Il est tout de même à remarquer que la suppression du gradient magnétique induit une expansion du nuage atomique, il est donc important de ne pas laisser cette étape de mélasse optique se prolonger trop longtemps [7]. Il convient également de compenser finement les champs magnétiques résiduels par des bobines de biais dans les trois directions de l'espace afin d'optimiser au mieux le refroidissement du nuage.

### 3.2.4 Évaporation dans un piège magnétique

L'étape suivante consiste à transférer les atomes dans un piège magnétique de type *Ioffe-Pritchard* composé d'un gradient et d'un biais constant évitant tout champ nul au centre du piège [Pritchard 83]. Pour une étude détaillée du piège magnétique que nous utilisons, se référer au travaux de thèse de Marie Fauquembergue [Fauquembergue 04], [Fauquembergue 05].

***Dépompage* :** Un tel piège (pour lequel le champ est le plus faible au centre) implique de ne travailler que dans un état *low-field seeker*. À faible champ magnétique, les seuls états de ce type sont $|F = 2, m_F = 2\rangle$, $|F = 2, m_F = 1\rangle$ et $|F = 1, m_F = -1\rangle$ (voir Figure 3.3.b)). Nous choisissons de placer les atomes dans l'état $|F = 1, m_F = -1\rangle$ (car ce dernier induit moins de pertes [Boesten 96]). Pour ce faire, nous appliquons un faisceau *dépompeur* à la fréquence de transition $F = 2 \rightarrow F' = 2$ en le substituant au faisceau piégeant $F = 2 \rightarrow F' = 3$, tout en coupant le faisceau *repompeur* $F = 1 \rightarrow F' = 2$ (voir Figure 3.8). Il en résulte que les atomes excités peuvent se désexciter soit dans l'état fondamental $F = 1$, auquel cas ils sont dans l'état attendu et ne peuvent plus le quitter (état dit *noir*), soit dans l'état fondamental $F = 2$, auquel cas le faisceau *dépompeur* les réexcite dans l'état excité $F' = 2$ et le cycle recommence.

7. Quelques millisecondes suffisent à atteindre la température désirée sans provoquer une expansion trop grande.

**Pompage optique :** Les atomes étant finalement dans l'état F = 1, il est à remarquer que ce dernier n'est pas dégénéré en présence de champ magnétique (voir Figure 3.3). Les atomes sont ainsi naturellement répartis entre les trois sous-niveaux magnétiques $m_F = -1$, $m_F = 0$ et $m_F = 1$. Rappelant que seul le premier sous-niveau $m_F = -1$ peut permettre le piégeage, il est préférable d'effectuer une étape de pompage optique afin de transférer tous les atomes vers ce sous-niveau. Cette étape, mise en place au cours de ma thèse (voir section 3.5), consiste à donner une impulsion laser d'une durée de 3ms dont la fréquence correspond à la transition $F = 1 \rightarrow F' = 1$ (voir Figure 3.8) et dont la polarisation est dite circulaire gauche $\sigma^-$. Les atomes des états $|F = 1, m_F = 1\rangle$ et $|F = 1, m_F = 0\rangle$ vont alors être excités respectivement vers les états $|F' = 1, m_F = 0\rangle$ et $|F' = 1, m_F = -1\rangle$. D'après les lois de sélections de la transition $D_2$ [Steck 01], ces atomes se désexciteront préférentiellement dans les états F = 1 et très peu dans l'état F = 2, jusqu'à finir dans l'état final $|F' = 1, m_F = -1\rangle$ (appelé état noir). Cette étape a permis de multiplier par 2 le nombre d'atomes piégés dans l'état final.

Un transfert vers un piège magnétique est ensuite mis en place. Ceci permet tout d'abord de réaliser une compression adiabatique qui va augmenter la densité atomique. Cette compression va s'accompagner d'un chauffage adiabatique qui a amener les atomes à une température d'environ 300µK. Lors de cette étape de compression, on utilise un fort gradient de l'ordre de $B' = 800\text{G.cm}^{-1}$ et un champ de biais constant est fixé à $B_0 = 7\text{G}$. Ce transfert a été également réalisé dans le but d'effectuer un refroidissement radio-fréquence. C'est une étape classique en optique atomique car elle est relativement simple à mettre en œuvre et permet d'obtenir des refroidissements très efficaces [Petrich 95, Davis 95b]. L'idée est d'extraire du nuage atomique à l'équilibre thermique, les atomes les plus énergétiques. Après rethermalisation du nuage, il en résulte une température moyenne plus basse du nuage atomique. Afin d'obtenir un refroidissement efficace, il convient donc d'une part de tronquer le haut du piège à une énergie supérieure à l'énergie moyenne des atomes, mais aussi de procéder à cette troncature de façon suffisamment lente pour permettre la rethermalisation (voir Figure 3.10.a)).

La méthode utilisée est celle du couteau radio-fréquence. L'idée générale est d'habiller le potentiel magnétique avec un champ oscillant radio-fréquence. Ce couplage permet ainsi à un atome dans l'état piégeant $|F = 1, m_F = -1\rangle$ de passer à l'état anti-piégeant $|F = 1, m_F = 1\rangle$ (donc d'être expulsé du piège) en fonction de son énergie et de la fréquence radio choisie [Desruelle 99]. En abaissant de façon contrôlée la fréquence radio, il est donc possible de sélectionner à chaque instant seulement les atomes les plus énergétiques et de les éjecter du piège, le tout de façon suffisamment lente pour permette la rethermalisation du nuage (voir Figure 3.10.b)). À la suite de cette étape relativement longue (environ 9s), le nuage contient près de $10^7$ atomes à la température de 5µK[8].

8. Notez qu'à ce niveau, l'évaporation radio-fréquence peut être poursuivie jusqu'à obtenir un condensat. Néanmoins, notre séquence est stoppée à ce stade afin d'optimiser le nombre d'atomes transférés dans la deuxième chambre de science.

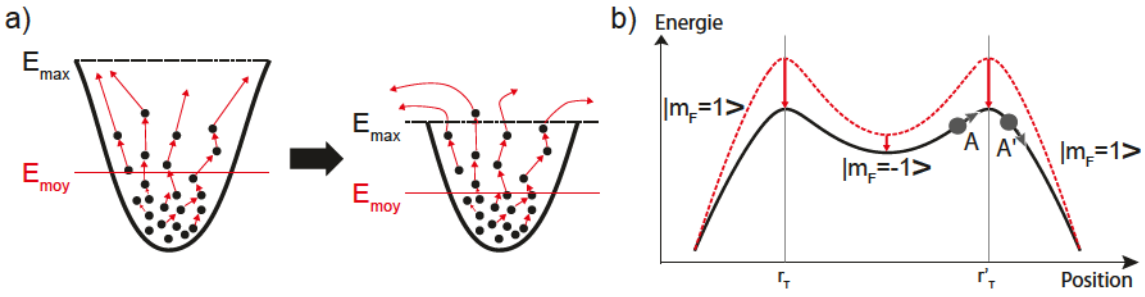


FIGURE 3.10: **Principe de l'évaporation radio-fréquence.** a) Refroidissement par évaporation : Pour abaisser efficacement l'énergie moyenne des atomes $E_{moy}$, on baisse lentement la hauteur du piège $E_{max}$ de sorte que seuls des atomes ayant reçu le plus d'énergie de la part du nuage soit expulsés. b) Représentation de l'énergie atomique couplée au signal radio-fréquence en fonction de la position de l'atome dans le piège. Un atome placé en A entre $r_T$ et $r'_T$ sera dans l'état piégeant $|F = 1, m_F = -1\rangle$, lorsqu'il s'approche de la limite en $r_T$ ou $r'_T$, il est transféré dans l'état anti-piégeant $|F = 1, m_F = 1\rangle$ et donc éjecté en A'.

### 3.2.5 Transfert dans la deuxième chambre de science

Notre montage expérimental est tel qu'il est possible de transférer le nuage atomique de la première chambre de science dans laquelle le piégeage magnéto-optique et le refroidissement radio-fréquence sont effectués vers une deuxième chambre de science (voir Figure 3.4). Ce choix est motivé par le trop faible nombre d'accès optiques laissés disponibles dans la première chambre. Cette deuxième chambre nous permet maintenant d'imager aisément sous deux axes ainsi que de créer le potentiel désordonné optique également sous deux axes. De plus, cette seconde chambre nous permet de créer un potentiel magnétique indépendant de celui utilisé dans la première chambre, ce qui va nous aider à configurer finement notre lévitation magnétique (voir section 3.2.6).

Pour effectuer le transport dans la deuxième chambre, on utilise une pince optique. Elle fonctionne grâce à la force dipolaire (voir section 3.1.2.§1) et est réalisée à l'aide d'un laser continu à 1070nm d'une puissance totale de 2,5W se propageant selon l'axe horizontal $z$ (voir Figure 3.4) et focalisé à l'aide d'une lentille. Le laser étant très fortement désaccordé vers le rouge, les atomes ressentent une force attractive proportionnelle à l'intensité lumineuse du laser. Ils sont donc attirés vers le point de plus forte intensité : le point focal de la pince, créant ainsi un piège optique fortement anisotrope dans la direction horizontale $z$ [9]. Les atomes sont ainsi chargés dans la pince, la lentille de focalisation est alors déplacée afin que le point focal se situe dans la seconde

9. Comme évoqué en annexe A, un faisceau gaussien focalisé est caractérisé par un *waist* transverse minimal $w_0$ en son point focal, ici $w_0 = 30\mu m$, et une longueur de *Rayleigh* $z_R$ représentant l'angle de divergence du faisceau et correspondant à la diffraction du faisceau induite par la largeur de la lentille. Ici, $z_R = 2,3mm$.

chambre [10]. Les atomes suivant ce point focal, on retrouve donc environ $3.10^6$ atomes à 10µK [11] dans la chambre de science finale.

### 3.2.6 Condensation par évaporation *toute optique*

Désormais, la dernière étape avant la condensation est à portée de main. Cette étape sera réalisée par une évaporation dans un piège optique (voir Figure 3.4). Pour que cette dernière soit efficace, il faut tout d'abord réduire la taille transverse de la pince en utilisant un autre faisceau laser à 1070nm de puissance totale 8W, vertical cette fois-ci (selon l'axe $y$, voir Figure 3.4) et qui va croiser la pince en son point focal. Le piège résultant, appelé piège dipolaire croisé, est alors beaucoup plus isotrope, de waists $w_x = 30\mu m$, $w_y = 30\mu m$ et $w_z = 90\mu m$.

#### Lévitation magnétique

Avant de nous atteler à l'évaporation en tant que telle, une étape de lévitation magnétique est à mettre en place. Son intérêt est de premier ordre pour nos expériences de propagation dans le désordre car elle permet de s'affranchir des effets de la gravité sur les atomes [12]. Cette lévitation permet également d'effectuer une imagerie par temps de vol plus flexible (car elle ne dépend pas du temps de chute du nuage) et sur des temps plus longs (ce qui améliore la résolution dans l'espace des vitesses - voir section 3.4.2). Enfin, comme nous le verrons par la suite, la lévitation nous aidera à effectuer une évaporation efficace. C'est également cette lévitation magnétique qui a induit le choix d'une évaporation *toute optique*.

Il s'agit de créer un gradient de champ magnétique selon l'axe vertical $y$ de façon à compenser la gravité, car un gradient de champ magnétique équivaut à une force constante appliquée aux atomes (voir section 3.1.2.§4). On utilise, pour ce faire, trois paires de bobines de part et d'autre des atomes, les deux plus proches étant les paires de bobines de biais [13] et la plus éloignée, la paire de bobines de gradient (voir Figure 3.11.a)). Ces bobines créent donc un champ magnétique qui est la somme d'un biais $B_0$ et du gradient $B'$, selon l'expression suivante valable seulement aux alentours des atomes :

$$B(y) \simeq B_0 - B' y \simeq B_0 - mg\frac{dB}{dE}y \tag{3.12}$$

10. Le déplacement est effectué par une platine, modèle Aerotech ABL80040, se déplaçant de 40cm en 2s.

11. Le nombre d'atomes a donc été divisé par un facteur supérieur à 2, ce qui s'explique par un chargement imparfait dans la pince et 15% de pertes pendant le transport ainsi qu'une température deux fois plus grande, ces deux dernières limitations étant principalement dû à du chauffage pendant le transport.

12. Ce qui a été particulièrement intéressant pour l'étude de la localisation d'*Anderson* 3D [Jendrzejewski 12b].

13. Pour plus de souplesse d'utilisation, on utilise deux paires de bobines permettant de régler l'écart effectif entre la paire de bobines équivalente et donc la forme du champ produit. Pour plus de détails techniques, se référer au manuscrit de thèse d'Alain Bernard [Bernard 10].

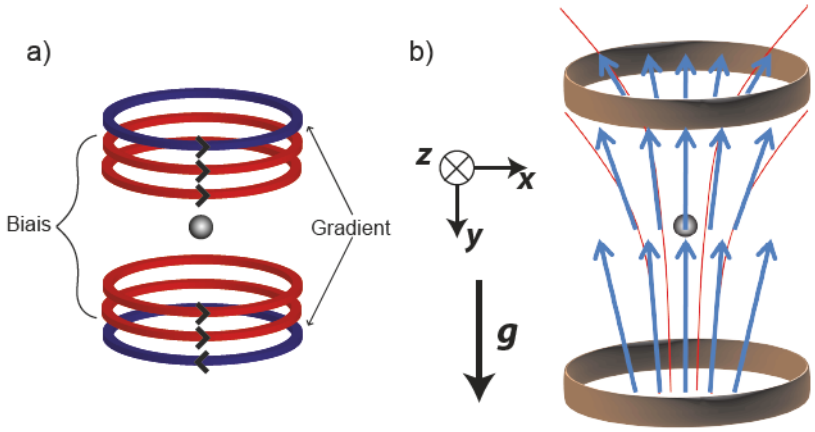


FIGURE 3.11: **Schéma de fonctionnement des bobines de lévitation.** a) Les bobines placées de part et d'autre des atomes sont parcourues par un fort courant se propageant dans le même sens pour les bobines de biais (en rouge) et dans le sens opposé pour les bobines de gradient (en bleu). b) Elles créent alors un gradient de potentiel uniforme qui compense la gravité.

où $m$ est la masse de l'atome, $g$ l'accélération de la pesanteur, et $\frac{dB}{dE}$ la dérivée du champ magnétique par rapport à l'énergie du sous-niveau magnétique considéré. Cette relation peut notemment être explicitée à l'aide de la formule de *Breit-Rabi* (3.10) (voir Figure 3.3). Afin que le gradient soit le plus uniforme au niveau des atomes et le plus reproductible possible, le courant traversant les bobines doit être important et précisément contrôlé [14]. Le champ ainsi créé est de forme quartique, de biais de l'ordre de $B_0 \simeq 380$G et de gradient de l'ordre de $B' \simeq 15\text{G.cm}^{-1}$ [15], la lévitation sera satisfaisante sur plusieurs millimètres [16] autour des atomes ce qui est suffisant pour nos expériences (voir Figure 3.11.b)).

### *Spin flip*

Les atomes étant actuellement dans l'état $|F = 1, m_F = -1\rangle$, la Figure 3.3.b) montre que pour un biais $B_0 \simeq 380$G, l'état est *low field seeker* ce qui rend notre potentiel magnétique piégeant. Le plus pratique serait donc d'utiliser un autre état magnétique. Le choix s'est porté sur l'état $|F = 2, m_F = -2\rangle$ car c'est le seul à induire un gradient $B'$ indépendant du biais $B_0$ (comme c'est le cas dans l'équation (3.12)). De plus, cet état admet une grande pente lors du calcul de l'énergie en fonction du champ magnétique (voir Figure 3.3.b)). Ceci rend les atomes plus sensibles au gradient (elle est par exemple deux fois plus grande que la pente obtenue pour l'état $|F = 2, m_F = -1\rangle$).

14. Les bobines sont traversées par un courant allant de 30A à 50A, contrôlé à 0,001% près.
15. Ces valeurs sont données pour des atomes dans l'état $|F = 2, m_F = -2\rangle$, état utilisé pour la lévitation (voir section suivante).
16. La fréquences d'anti-piégeage correspondante est de l'ordre de 0,5Hz.

L'implémentation de ce *spin flip* est relativement simple puisqu'elle repose sur la même idée d'habillage de potentiel magnétique par un signal radio-fréquence que pour l'évaporation dans la première chambre de science (voir section 3.2.4). En faisant passer un signal radio-fréquence autour de la valeur correspondant à l'énergie de transition entre l'état $|F = 1, m_F = -1\rangle$ et l'état $|F = 2, m_F = -2\rangle$, on peut réaliser un transfert adiabatique d'une efficacité proche de 100%.

#### Évaporation dans un piège dipolaire croisé

Nous pouvons désormais passer à l'étape d'évaporation du nuage d'atomes dans l'état $|F = 2, m_F = -2\rangle$ sous lévitation magnétique, effectuée dans un piège dipolaire (optique) croisé [Kinoshita 05]. Cette étape est décrite en détail dans la thèse de Fred Jendrzejewski [Jendrzejewski 12a]. Le principe général reste le même que celui évoqué dans la section 3.2.4 : on fait en sorte que seuls les atomes étant les plus énergétiques puissent quitter le piège, puis on abaisse adiabatiquement sa hauteur et on recommence l'opération. Il en résulte un refroidissement efficace avec un minimum de pertes d'atomes.

La grande différence avec l'évaporation radio-fréquence se trouve dans le fait que la réduction de la hauteur du piège est désormais effectuée par réduction de la puissance des faisceaux *pince* et *dimple*, ce qui s'accompagne d'une réduction d'une réduction de la fréquence de piégeage (voir section 3.1.2.§1). Après avoir abaissé la température de nos atomes jusqu'à 100nK, il devient difficile de continuer l'évaporation efficacement car la puissance du faisceau *pince* devient trop faible (de l'ordre du µW). Nous procédons alors à la décompression du piège dipolaire croisé en décalant de 4,5mm le point focal de la *pince* par rapport au centre du faisceau *dimple*. Ce processus permet d'obtenir des fréquences de piégeage extrêmement faibles. Durant toute l'évaporation, le piège dipolaire croisé passe d'une fréquence de piégeage moyenne de 500Hz à une fréquence de 5Hz (voir section 3.1.2.§1). Finalement, après une évaporation de près de 5s, on atteint le régime de condensation (voir section 3.1.1) avec un condensat de près de $10^5$ atomes à la température extrêmement basse de 3nK. La profondeur caractéristique du piège $V_{dip}/k_B$ (voir équation (3.4)) passe quant à elle de 15µK à 15nK.

Il est à noter que sans lévitation, il serait impossible d'atteindre une profondeur de piège aussi faible car en dessous d'une certaine profondeur [17], la somme potentiel de piégeage et du gradient de gravité ne forment plus un piège.

17. Profondeur qui correspond à $V_{dip|0}/k_B \sim gmw/2k_B \simeq 1\mu K$.

## 3.3 Obtention d'un nuage atomique analogue à une onde plane

Les expériences présentées au cours de ce manuscrit ont pour trait commun l'étude de phénomènes de propagation d'onde, observés dans l'espace des vitesses, ce qui en optique serait équivalent à une étude en champ lointain (ou à l'infini). Ces processus sont macroscopiquement visibles lorsque l'on utilise un type d'onde, dit onde plane, qui dépend d'un vecteur d'onde $\mathbf{k}_i$ et d'une fréquence $\omega$ bien définis. Cette onde plane peut être décrite en optique par : $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{A}_0 e^{i(\mathbf{k}_i.\mathbf{r} - \omega t)}$

Pour obtenir les meilleurs résultats, notre nuage atomique doit se rapprocher autant que possible de ce modèle d'onde plane en cherchant à obtenir une onde de matière dont l'impulsion $\mathbf{k}_i$ est la mieux définie possible [18]. Ceci nécessite tout d'abord une dispersion en vitesse du nuage aussi faible que possible, c'est pourquoi nous refroidissons nos atomes à l'extrême. Il faut dans un second temps donner une impulsion initiale au nuage, et ce de façon maitrisée.

### 3.3.1 Refroidissement par *delta-kick*

La dispersion en vitesse du condensat $\Delta k$ peut être mesurée en enregistrant l'évolution de la taille du nuage en fonction du temps lorsque ce dernier est relâché du piège dipolaire croisé et s'étend librement dans le vide sous lévitation (voir Figure 3.12.a)). On en déduit une vitesse d'expansion $\Delta v$ qui n'est autre que la dispersion en vitesse $\Delta k$ et qui est de l'ordre de $\Delta k \simeq 0,5\mu m^{-1}$ (i.e. $\Delta v \simeq \hbar \Delta k / m \simeq 0,3 mm.s^{-1}$).

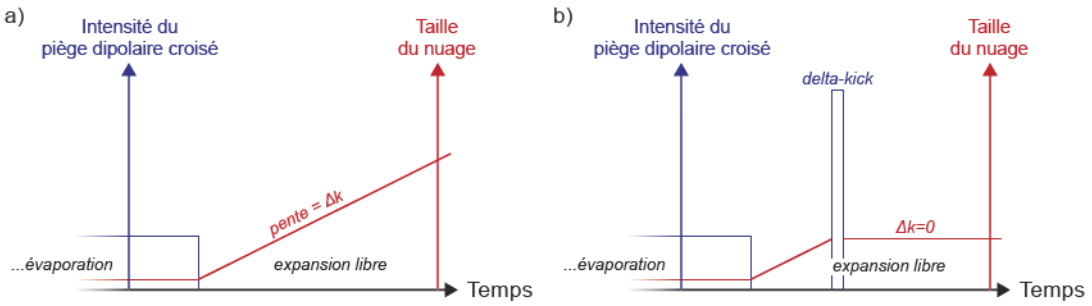


FIGURE 3.12: **Schéma de principe du refroidissement par *delta-kick*.** a) Sans *delta-kick* : Après évaporation, le condensat est relâché et s'étend librement selon une certaine dispersion en vitesse $\Delta k$. b) Avec *delta-kick* : Après un certain temps d'expansion libre, le piège dipolaire est appliqué de nouveau pour une certaine durée. On peut alors fortement réduire la dispersion de vitesse.

Afin de réduire encore cette dispersion, on utilise une méthode dite de refroidissement par *delta-kick* [Ammann 97] (voir Figure 3.12.b)). La dispersion en vitesse étant principalement due

18. On rappelle que ce vecteur d'onde est lié dans le cas de nos atomes à la fréquence équivalente du nuage (voir section 3.1.1).

aux interactions inter-atomiques, on laisse le nuage d'atomes s'étendre librement pendant un temps $t_0$ suffisamment long pour que les interactions soient transformées en énergie cinétique et participent à la dispersion. La position $r(t_{exp})$ occupées par les atomes dans l'espace à l'instant $t_{exp} > t_0$ est alors directement proportionnelle à la vitesse $\Delta v$ qu'ils avaient au début de l'expansion libre à $t_{exp} = t_0$ (et qui correspond à la dispersion qui l'on souhaite réduire), i.e. : $r(t) = \Delta v t_{exp}$ [19]. À ce moment là, on décide d'appliquer un potentiel harmonique de fréquence de piégeage $\omega_{\delta k}$. La description classqiue de la vitesse des atomes dans ce potentiel s'écrit alors :

$$v(t_{\delta k}) = -\Delta v t_{exp} \sin(\omega_{\delta k} t_{\delta k}) + \Delta v \cos(\omega_{\delta k} t_{\delta k}) \tag{3.13}$$

En choisissant $t_{\delta k} = \tan^{-1}(1/\omega_{\delta k} t_{exp})/\omega_{\delta k} \sim 1/\omega_{\delta k}^2 t_{exp}$ (pour $\omega_{\delta k} t_{exp} \ll 1$, ce qui est le cas expérimentalement), on annule la vitesse des atomes sans changer la taille du nuage dans l'espace réel.

Cette méthode revient à "figer" l'expansion du nuage (voir Figure 3.12.b)). L'analogie optique avec la lentille mince est également ici très pertinente [20] : il s'agit tout simplement de collimater un faisceau divergeant (ici notre nuage se dispersant) en plaçant le point focal d'une lentille à l'endroit ou le faisceau est focalisé (ce qui correspond ici à sélectionner le bon temps correspondant à l'annulation de la dispersion).

Notre piège dipolaire n'étant pas parfaitement harmonique et non-uniforme dans les trois directions de l'espace, il est impossible d'atteindre une dispersion optimale dans toutes les directions. La taille initiale du nuage est également à prendre en compte dans les limitations de cette méthode. On obtient néanmoins des résultats probants dans le plan $y-z$ avec une réduction de la dispersion en vitesse d'un facteur 3 environ : $\Delta k = 0,15 \mu m^{-1}$ (i.e. $\Delta v = 0,1 mm.s^{-1}$), ce qui équivaut à une température extrêmement faible d'environ $0,1 nK$. Cette dispersion est remarquable car si l'on mesure d'autre part la taille initiale du nuage $\Delta r = 30 \mu m$, on s'approche à un ordre de grandeur près de la limite ultime d'*Heisenberg* : $\Delta r.\hbar \Delta k \sim 10\hbar/2$.

### 3.3.2 Impulsion initiale

La dispersion en vitesse étant réduite à des valeurs extrêmement faibles, il ne manque qu'une impulsion initiale permettant de définir le vecteur d'onde moyen $\mathbf{k}$ des atomes.

La façon la plus simple de réaliser cette impulsion dans notre contexte est de tirer une nouvelle fois parti de l'interaction entre les atomes (dans l'état $|F = 2, m_F = -2\rangle$) et un champ magnétique statique (voir section 3.1.2.§4). Une paire de bobines situées de part et d'autres des atomes

19. Il s'agit du principe de temps de vol qui permet de faire de l'imagerie directement dans l'espace des vitesses (voir section 3.4).

20. On parle même de lentille atomique (voir section 3.4) et [Maréchal 99].

permettent de créer un gradient de champ magnétique dans la chambre de science [21]. En contrôlant le courant et le temps d'allumage de ce gradient, il est possible de modifier temporairement l'effet de la lévitation (en ajoutant un gradient supplémentaire à celui censé compenser la gravité, décrit section 3.2.6.§1) et ainsi donner une impulsion uniforme au nuage d'atomes.

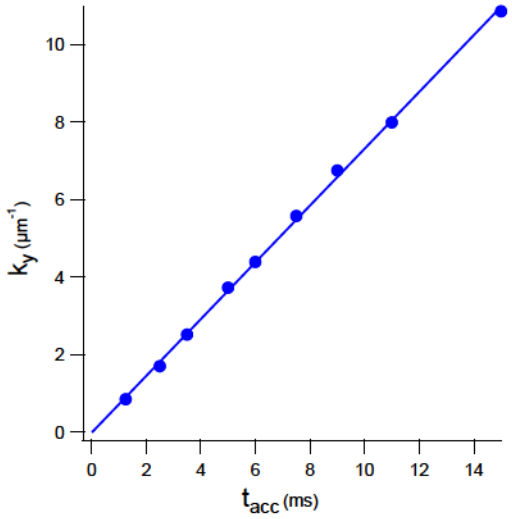


FIGURE 3.13: **Graphique du moment initial des atomes en fonction du temps d'accélération du gradient magnétique.** La relation est linéaire et la fonction d'ajustement donne le résultat : $k_y\ (\mu\text{m}^{-1}) = 0,73.[t_{acc}\ (\text{ms})\ ]$.

La figure 3.13 montre qu'en choisissant un temps d'allumage précis des bobines de gradient $t_{acc}$, il est possible de donner une impulsion $k_y$ au nuage d'atomes [22] selon l'axe vertical $y$. La relation est linéaire pour une large gamme de vitesse et il est possible de donner une impulsion allant de $k_y = \Delta k = 0,15\mu\text{m}^{-1}$ à $k_y = 70\Delta k = 10\mu\text{m}^{-1}$ (i.e. $v_y = \hbar k_y / m = 7\text{mm.s}^{-1}$).

Il est également possible d'obtenir des résultats similaires avec une autre bobine placée au dessus de la chambre de science et qui nous servira à donner une impulsion déphasante lors de l'expérience de résurgence du pic de rétro-diffusion cohérente (voir chapitre 6).

## 3.4 Imagerie directe dans l'espace des impulsions

Un des grands avantages des atomes froids est de pouvoir procéder à des mesures *in-situ* et directes des phénomènes quantiques qui dans d'autres domaines s'expriment à des échelles trop

21. Paires de bobines semblables à celle utilisées pour créer le gradient de lévitation (représentées en bleu sur la Figure 3.11.a)).

22. L'impulsion a été mesurée en enregistrant le déplacement du centre du nuage en fonction du temps d'expansion libre (pour des temps suffisamment courts afin que les effets anti-piégeants au bord de la lévitation soient négligeables, voir section 3.2.6.§1).

petites ou se retrouvent masquées par d'autres phénomènes[23]. En utilisant la fluorescence ou bien l'absorption des atomes il est possible d'imager directement la norme des fonctions d'ondes atomiques. Une illustration typique de la puissance de cette méthode est donnée par le groupe de Markus Greiner au MIT [Bakr 09] (voir Figure 3.14) qui réussit à imager des atomes uniques piégés dans un réseau optique.

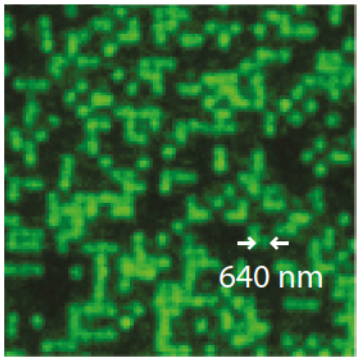


FIGURE 3.14: **Image *in-situ* d'atomes froids chargés dans un réseau optique.** Une succession de sites de période 640nm inoccupés et occupés par un atome unique est visible grâce à une imagerie de très haute résolution [Bakr 09].

La spécificité des travaux effectués au cours de ma thèse est de profiter de l'imagerie non pas dans l'espace réel[24], mais dans l'espace des impulsions grâce à la méthode du temps de vol.

### 3.4.1 Montage optique d'imagerie

La méthode d'acquisition de données principalement utilisée lors de nos expérience consiste à enregistrer de façon optique le profil de densité atomique en utilisant de la lumière résonnante. Pour cela on utilise trois caméras ultra-sensibles EMCCD : l'une placée dans la première chambre et imageant selon l'axe horizontal $x$, les deux autres étant utilisées dans la deuxième chambre et imageant selon l'axe horizontal $x$ et l'axe vertical $y$ ce qui permet une couverture à trois dimensions de l'espace.

Plus précisément, deux techniques d'imagerie classiques dans de nombreux domaines de la physique sont utilisées : l'imagerie par absorption et par fluorescence.

23. En matière condensée par exemple, le couplage entre charges électriques et phonons est fort et il est difficile d'étudier l'un sans l'autre.

24. L'imagerie dans l'espace réel a été utilisée pour les expériences sur la localisation d'*Anderson* [Billy 08, Jendrzejewski 12b].

### Imagerie par absorption

Le montage d'imagerie par absorption (voir Figure 3.15) n'est disponible que dans la première chambre, car contrairement à l'imagerie par fluorescence (voir section suivante) il requiert deux accès optiques alignés de part et d'autres de la chambre de science, ce qui n'est pas possible dans la deuxième chambre.

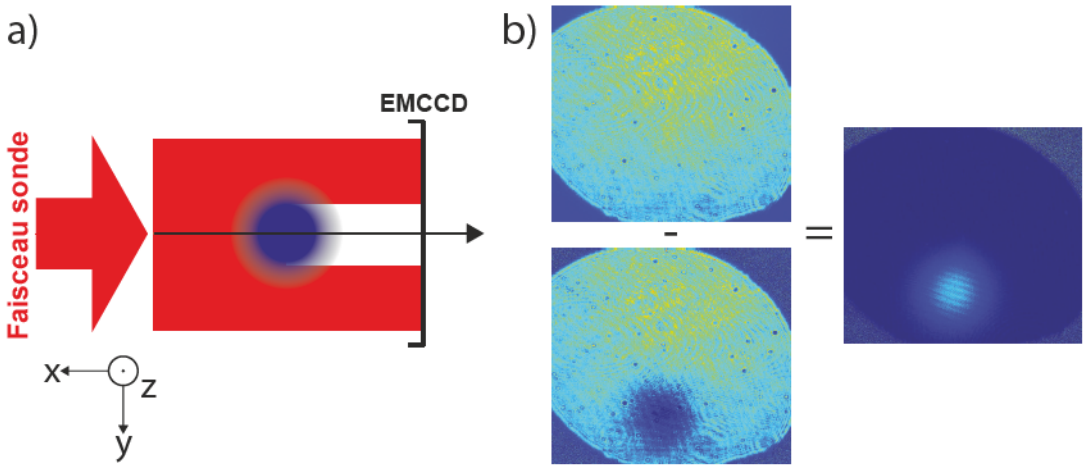


FIGURE 3.15: **Montage de l'imagerie par absorption.** a) Montage expérimental : un faisceau résonant collimaté est partiellement absorbé par le nuage. Le signal résiduel est ensuite récupéré par la caméra EMCCD. b) Image expérimentale d'un nuage de $10^7$ atomes, après évaporation dans la première chambre : pour extraire l'information nécessaire à l'obtention d'une image du nuage atomique par absorption, il convient de prendre une photo de référence puis de la soustraire ou de la diviser par l'image obtenue en présence du nuage atomique. On peut alors en déduire la densité atomique (voir eq. (3.15)). Les bords incurvés des images sont dus aux accès optiques autour de la cellule. Les irisations sont dues aux interférences entre les parois parallèles de la chambre de science. Notez que le nuage est décalé vers le bas car on le laisse s'étendre en chute libre dans le vide (pas de lévitation dans la première chambre) avant la prise d'image.

L'idée est très simple, elle consiste à utiliser un faisceau collimaté résonant qui en traversant le nuage d'atomes sera absorbé en fonction de la densité atomique. En mesurant le signal restant (qui correspond alors à un *négatif* de l'image du nuage), on en déduit alors cette densité (voir Figure 3.15.b)).

Plus précisément, nous utilisons un faisceau sonde collimaté par un coupleur de fibre de grand diamètre (50mm) afin d'être sûr que tout le faisceau couvre en permanence le nuage et que les mesures soient robustes dans le temps[25] (voir Figure 3.15.a)). Le laser, résonant avec la transition $D_2$ du $^{87}$Rb : $F = 2 \rightarrow F' = 3$ (les atomes étant dans l'état $F = 2$ dans la première chambre[26]) de longueur d'onde 780nm a une intensité initiale $I_0(y,z)$ dans le plan transverse d'imagerie $y-z$. Cette lumière est alors absorbée par le nuage en fonction de la densité de ce dernier et on mesure

25. Comme nous le verrons, la puissance optique n'étant pas un facteur limitant ici.
26. Le cas échéant, ils peuvent facilement être placés dans cet état par des faisceaux repompeurs (voir section 3.2).

l'intensité résultante $I(y,z)$ directement sur la caméra EMCCD. La relation est alors donnée par une loi de type *Beer-Lambert* :

$$I(y,z) = I_0(y,z)e^{-n_{2D}(y,z)\sigma_0} \tag{3.14}$$

où $n_{2D}(y,z) = \int n(x,y,z)dx$ en $m^{-2}$ est la densité atomique que l'on souhaite mesurer et qui est intrinsèquement intégrée selon la direction d'imagerie $x$ et $\sigma_0$ la section efficace qui est constante pour un faisceau résonnant et non saturant [27] (i.e. $I_0 \ll I_{sat} = 1,67 mW.cm^{-2}$) et vaut $\sigma_0 = 2,91.10^{-9} cm^2$ [Steck 01]. Il est alors très simple d'en déduire la densité à 2D du nuage $n_{2D}(y,z)$ en divisant l'image après absorption (qui représente $I(y,z)$) par une image sans atomes prise quelques millisecondes après la première (et qui représente $I_0(y,z)$) (voir Figure 3.15.b)), via la formule :

$$n_{2D}(y,z) = \frac{1}{\sigma_0}\ln\left(\frac{I_0(y,z)}{I(y,z)}\right) \tag{3.15}$$

Même si cette méthode est en pratique plus lourde à mettre en place (nécessitant deux accès optiques alignés de part et d'autre de la cellule), elle permet de déduire simplement une mesure absolue du nombre d'atomes ce qui est plus subtil en imagerie par fluorescence. Une autre limitation vient du fait que lorsque la densité $n_{2D}(y,z)$ augmente, l'intensité après absorption $I(y,z)$ tend rapidement vers 0 et il n'est alors plus possible d'en déduire une mesure quantitative.

#### Imagerie par fluorescence

La deuxième méthode d'imagerie mise en place est basée sur la fluorescence des atomes. C'est cette méthode que nous utilisons quotidiennement pour imager les nuages atomiques lors de nos expériences, que ce soit dans la première chambre avec la même caméra que pour l'imagerie par absorption ou bien dans la deuxième chambre sous deux axes.

Là encore on utilise un faisceau sonde à résonance avec la transition $F = 2 \rightarrow F' = 3$ (les atomes étant soit directement dans l'état $F = 2$ soit rempompés dans cet état avant de prendre l'image). On procède alors à une impulsion sonde dans la direction de notre choix, d'une durée de 50µs durant laquelle les atomes vont effectuer la transition puis se désexciter en émettant un photon dans une direction aléatoire et ce un grand nombre de fois (voir Figure 3.16.a)). On capte alors une partie de ce flux fluorescent que l'on image sur la caméra à l'aide d'un système d'imagerie. Ce système, qui a été renouvelé pendant ma thèse (voir section 3.5) permet d'imager le plan des atomes avec un grandissement de 3, sous une grande ouverture numérique O.N. = 0,4 (ce qui permet de collecter un maximum de photons et de disposer d'une bonne résolution spatiale) (voir Figure 3.16.b)). Ici, notre caméra EMCCD (donc amplifiée électroniquement) prend tout son

27. Nous utilisons dans l'expérience une intensité de l'ordre de $I_0 \sim I_{sat}/10$.

sens car il nous est nécessaire d'être capable de détecter le peu de photons disponible. Il convient également de travailler à forte intensité ($I_0 \gg I_{sat}$), contrairement à l'imagerie d'absorption, afin de s'affranchir de la dépendance en $I_0$. En raison de limitations techniques, on travaille autour de $I_0 = 3I_{sat}$ (la largeur du faisceau de fluorescence est trop grande pour que l'intensité issue de nos lasers soit plus grande que cette valeur).

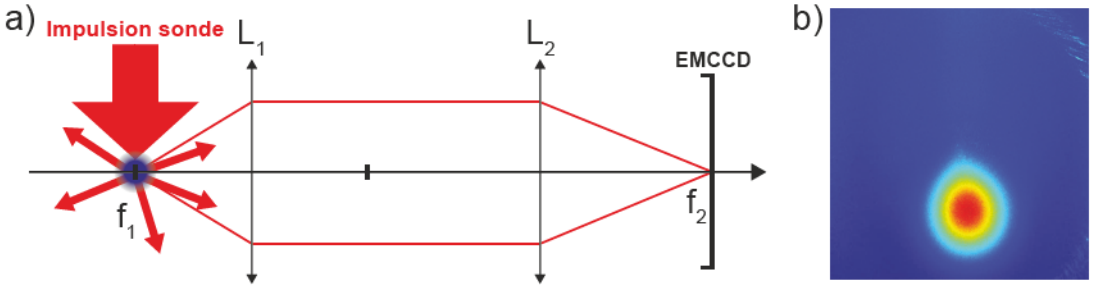


FIGURE 3.16: **Montage de l'imagerie par fluorescence.** a) Montage expérimental : un faisceau résonant *sonde* est utilisé pour exciter le nuage. Ce dernier ré-émet de la lumière dans toutes les directions par fluorescence. Un système d'imagerie permet d'agrandir l'image ainsi formée sur la caméra EMCCD. b) Image expérimentale d'un nuage de $10^7$ atomes, après évaporation dans la première chambre (identique à celui présenté Figure 3.15.b)) (pas de grandissement dans le cas de cette image).

Ce montage, présent en deux exemplaires, permet d'imager le nuage atomique dans la deuxième chambre, dans deux plan perpendiculaires : le plan vertical $y-z$ et le plan horizontal $x-y$. L'avantage de cette technique est qu'elle est plus flexible car le faisceau sonde peut être placé sous n'importe quel angle. Contrairement à l'imagerie par absorption, il n'y a pas d'effet de saturation à trop haute densité atomique et une seule prise d'image est nécessaire pour l'obtention de la densité atomique. En revanche, la mesure absolue du nombre d'atomes est plus complexe car elle fait appelle à des notions d'angle solide sous lequel le nuage est vu [28].

### 3.4.2 Imagerie dans l'espace des impulsions

L'imagerie par temps de vol est une des méthodes des plus courantes pour observer et caractériser un condensat de *Bose-Einstein*. Elle permet de prendre une image représentant directement la distribution du potentiel chimique du nuage atomique, qui dans le cas d'un nuage dilué (i.e. dont les interactions sont négligeables) correspond à sa distribution en vitesse. Cela a notamment rendu possible la mise en évidence des premières signatures du passage à l'état condensé [Anderson 95, Davis 95a].

28. Par soucis de simplicité, accompagné du fait que la mesure absolue du nombre d'atomes n'est souvent qu'accessoire lors de nos expériences, nous n'utilisons que l'imagerie par absorption dans la première chambre afin de calibrer le nombre d'atomes qui sera ensuite comparé avec les valeurs obtenues en fluorescence.

Si notre équipe s'est dans un premier temps intéressée à l'évolution de la densité atomique (afin de mettre en évidence la localisation d'*Anderson* [Billy 08], [Jendrzejewski 12b]) ne requérant qu'une imagerie dans l'espace réel, nous avons néanmoins depuis le début de ma thèse décidé de réaliser des expériences ayant toutes pour trait commun l'observation dans l'espace des impulsions. Cette méthode nous permettra notamment d'observer de façon relativement simple de certains phénomènes de diffusion et de localisation tels que la rétro-diffusion cohérente (voir chapitres 5, 6 et 8).

**Temps de vol sous lévitation**

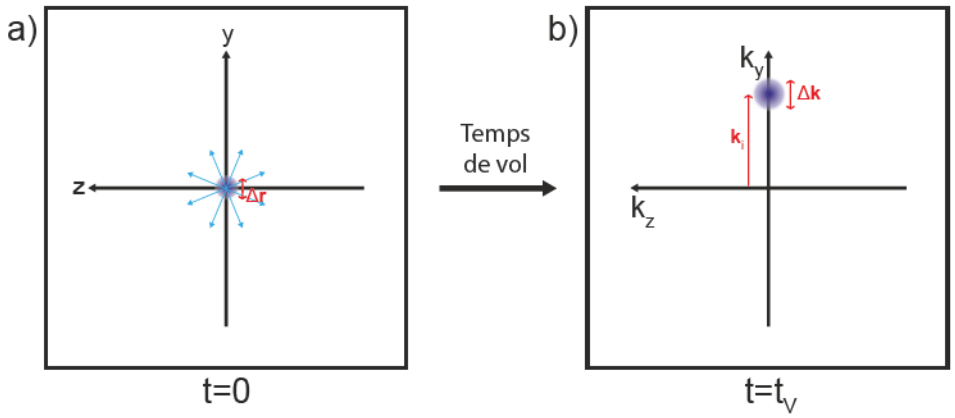


FIGURE 3.17: **Principe de l'imagerie par temps de vol.** a) Une fois le piège optique éteint, le nuage dilué, de taille initiale $\Delta r$ et d'impulsion initiale $\mathbf{k}_i$ est relâché dans le vide, sous lévitation. Il peut alors s'étendre librement dans toutes les directions. b) Après un long temps de vol $t = t_V$, la position occupée par les atomes dans l'espace représente la vitesse qu'ils avaient à $t = 0$. On mesure ainsi la largeur de la distribution en impulsion du nuage $\Delta k$ autour de l'impulsion initiale $\mathbf{k}_i$.

Présentons simplement la méthode d'imagerie par temps de vol sous lévitation que nous utilisons dans la plupart de nos expériences [Ketterle 99]. Le nuage atomique est initialement refroidi et retenu dans un piège dipolaire croisé (voir section 3.2.6). Avant toute expérience, le nuage est relâché dans le vide pendant un temps court (50ms) afin que l'énergie d'interaction inter-atomique soit convertie en énergie cinétique. Le nuage est alors dilué et l'expansion sera purement balistique. On peut alors effectuer une étape de refroidissement par *delta-kick* et donner une impulsion initiale au nuage $\mathbf{k}_i$ (voir section 3.3). Après avoir réalisé ou pas une propagation dans le désordre, on procède à l'imagerie par temps de vol. À l'instant $t = 0$, le nuage est relâché dans le vide tout en maintenant la lévitation active (voir section 3.2.6 et Figure 3.17.a)). Les atomes s'étendent alors sans tomber (uniformément autour de la position qu'ils occupaient à $t = 0$), proportionnellement à la vitesse qu'ils possèdent à $t = 0$. En l'absence de forces extérieures, la position $\mathbf{r}(t_V)$ occupée par un atome dans l'espace (et donc sur l'image) à la suite du temps de vol $t_V$ suffisamment grand est donnée par la formule de mécanique classique :

$$\mathbf{r}(t_V) = \frac{\hbar}{m}\mathbf{k}_i\, t_V + \mathbf{r}_0 \tag{3.16}$$

où $\mathbf{r}_0 = \mathbf{r}(t = 0)$ est la position de l'atome à l'instant initial.

La taille du nuage mesurée sur l'image dépend alors de la somme quadratique de la taille initiale du nuage et de sa largeur en vitesse (car position et vitesse sont ici décorrélés), selon la formule :

$$\Delta r(t_V) = \sqrt{\Delta r^2 + \left(t_V \frac{\hbar}{m}\Delta k\right)^2} \tag{3.17}$$

où $\Delta r \simeq 30\mu m$ est la taille initiale du nuage et $\Delta k \simeq 0,15\mu m^{-1}$ la largeur en impulsion initiale.

On se rend compte ici que lorsque $t_V$ devient suffisamment grand : $t_V \gg m\Delta r/\hbar\Delta k \simeq 275ms$, l'influence de la taille initiale devient négligeable et la distribution imagée représente alors correctement la distribution en vitesse des atomes. On observe dans notre cas que le nuage est globalement déplacé d'une impulsion $\mathbf{k}_i$ et s'est étendu de la quantité $\Delta k$ (voir Figure 3.17.b)).

Cette technique flexible permet d'imager une large gamme d'impulsions (près de trois ordres de grandeur) en ajustant le temps de vol $t_V$ afin que la distribution reste dans la zone d'imagerie et dans la zone lévitée. En revanche, la zone d'imagerie limitée implique un temps de vol lui aussi limité qui peut être insuffisant pour satisfaire à la condition présentée ci-dessus. Dans notre expérience par exemple, pour l'impulsion initiale typique $k_i = 4,5\mu m^{-1}$, le temps de vol est fixé à $t_V = 150ms < 275ms$ ce qui signifie que la largeur du pic initial imagé devra prendre en compte les effets de la taille initiale du nuage.

#### Focalisation atomique

Lorsque l'impulsion initiale devient trop grande, le temps de vol $t_V$ devient trop faible pour donner une représentation claire de la distribution de vitesse du nuage atomique. C'est pourquoi, notamment pour l'expérience sur la diffusion cohérente avant (voir section 7.2.3), une nouvelle méthode a été mise en place : l'imagerie dans l'espace des vitesses par focalisation atomique [Murthy 14]. Cette technique permet d'imager directement la transformée de *Fourier* de la distribution atomique à l'aide d'un piège harmonique en projetant la distribution de vitesses dans l'espace réel, à l'image d'une lentille en optique (voir Figure 3.18.a)).

Commençons par considérer un atome dans un piège harmonique isotrope de fréquence caractéristique $\omega = 2\pi/T$, où T est sa période caractéristique. L'atome est initialement à la position $\mathbf{r}_0 = \mathbf{r}(t = 0)$ (pas nécessairement au centre du piège, fixé à $\mathbf{r} = \mathbf{0}$) avec l'impulsion initiale $\mathbf{k}_i$. La position $\mathbf{r}(t)$ de l'atome à l'instant quelconque $t$ est donnée, en l'absence de toute force autre

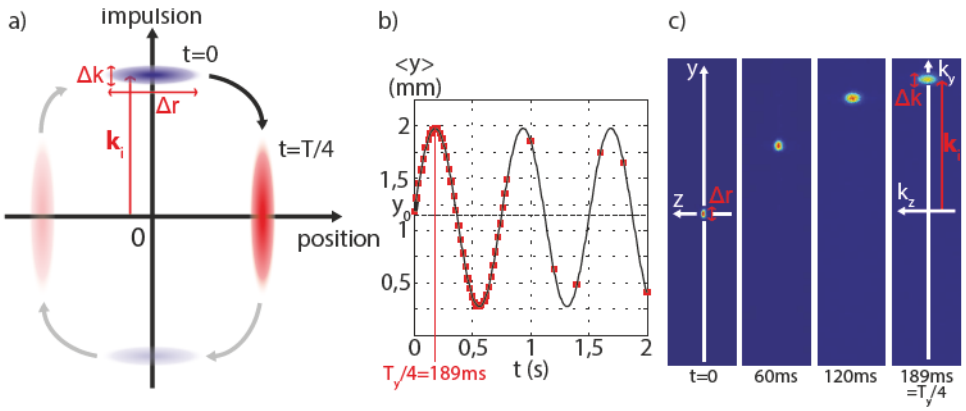


FIGURE 3.18: **Principe de la focalisation atomique.** a) Cette méthode revient à transférer le signal d'un quart de tour dans l'espace des phases entre l'instant initial $t = 0$ et l'instant $t = \mathrm{T}/4$ où T est la période associée au piège harmonique. b) Position moyenne $\langle y \rangle$ du nuage atomique selon l'axe $y$ en fonction du temps (points rouges) pour une impulsion initiale $k_i = 10,8\mu\mathrm{m}^{-1}$. La fréquence de piégeage est calculée à l'aide d'une fonction d'ajustement sinusoïdale : $\omega_y = 2\pi \times 1,32\mathrm{Hz}$, d'où $\mathrm{T}_y/4 = \pi/2\omega_y = 189\mathrm{ms}$. c) Image par fluorescence du nuage d'atomes froids dans le plan $y-z$ correspondant à la configuration présentée en b). À $t = \mathrm{T}_y/4$, la distribution imagée représente la distribution en vitesse des atomes.

que celle induite par le piège harmonique (donc sous lévitation), par la formule de l'oscillateur harmonique classique :

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}_0 \cos(\omega t) + \frac{\hbar}{m\omega}\mathbf{k}_i \sin(\omega t) \tag{3.18}$$

En choisissant le temps d'expansion correspondant précisément à un quart de la période d'oscillation : $t = \mathrm{T}/4 = \pi/2\omega$, on obtient le résultat :

$$\mathbf{r}(\mathrm{T}/4) = \frac{\hbar}{m\omega}\mathbf{k}_i \tag{3.19}$$

On a alors une position qui équivaut, à un facteur multiplicatif près, à l'impulsion initiale de l'atome et ce indépendamment de la position initiale $\mathbf{r}_0$ de l'atome, ce qui signifie qu'en imageant à l'instant $t = \mathrm{T}/4$, on capture la distribution en impulsion du nuage complet (voir Figure 3.18.a)).

L'avantage de cette technique par rapport au temps de vol est qu'elle permet de se soustraire à l'influence de la taille initiale du nuage. En revanche, ici le temps d'expansion n'est plus ajustable, il est fixé par le piège harmonique. Les fréquences doivent être bien choisies, il est difficile en particulier d'obtenir un piège isotrope selon deux ou trois directions de l'espace. C'est pour cette raison que nous avons choisi d'utiliser cette technique seulement pour l'expérience sur la diffusion cohérente avant, proposée en configuration quasi-1D.

Nous avons pour cela commencé par changer la configuration magnétique environnante. Tout d'abord, l'étape de *spin flip* a été supprimée (voir section 3.2.6.§2), laissant les atomes dans l'état $|F = 1, m_F = -1\rangle$, état *low-field seeker* pour un champ magnétique suffisamment bas (voir Figure 3.3.b)), ce qui permet de créer un potentiel piégeant et non plus anti-piégeant. Une fois le centre de ce piège ajusté sur la position initiale des atomes, la courbure du piège est réglée à l'aide des bobines de lévitation [29] de sorte que la fréquence du piège dans la direction de l'impulsion initiale (selon l'axe vertical $y$) soit de l'ordre du Hertz. En faisant osciller un nuage d'atomes dans les différentes directions de l'espace (voir Figure 3.18.b)), on mesure les fréquences de piégeage suivantes : $\omega_y = 2\pi \times 1,32$Hz, $\omega_x = 2\pi \times 0,47$Hz et $\omega_z = 2\pi \times 0,3$Hz. Les fréquences selon les axes $x$ et $z$ sont beaucoup plus faibles que la fréquence que nous allons utiliser pour la focalisation (selon l'axe $y$), ce qui nous assure l'absence d'une trop grande focalisation ou divergence selon $x$ ou $z$. Après un temps d'expansion de $T_y/4 = \pi/2\omega_y = 189$ms [30], une image est prise par fluorescence (voir Figure 3.18.c)), dont on peut tirer par exemple la largeur en vitesse de la distribution selon $y$ (demi-largeur à mi-hauteur d'une gaussienne) : $\Delta v_y = 0,09$mm.s$^{-1}$ (i.e. $\Delta k_y = 0,12\mu$m$^{-1}$), ce qui est un meilleur résultat qu'en configuration 2D [31] (voir section 3.3.1).

## 3.5 Élements expérimentaux nouveaux au cours de ma thèse

Une expérience d'optique atomique se caractérise par la densité et la quantité d'éléments qui la composent : tables optiques surchargées, fibres optiques traversant la pièce, lasers de différentes puissances et différentes fréquences, chambres à vide de quelques centimètres à plusieurs mètres de long, pompes de toutes sortes, tuyaux de refroidissement divers et montages électroniques ou encore alimentations en pagaille (voir Figure 3.19). Ainsi, une thèse de trois ans ne se compose pas seulement de mesures, de traitement de données et de rédaction d'articles, mais aussi d'améliorations expérimentales, d'adaptations aux nouvelles expériences et de maintient de la qualité du condensat produit.

Afin de donner un point de vue complet sur mes travaux de thèse, cette partie se propose de rapidement présenter les éléments ajoutés au cours de mon doctorat (voir Figure 3.20). Une partie de ces changements est détaillé dans la thèse de Kilian Müller [Müller 14].

29. Une seule bobine parmi les deux bobines de biais est allumée (à un courant de 20A) ce qui correspond à un champ au niveau des atomes de l'ordre de $B_0 \simeq 90$G. Le gradient est également ajusté pour maintenir une lévitation correcte : il vaut desormais $B' \simeq 30$G.cm$^{-1}$ et non plus 15G.cm$^{-1}$ (pour l'état $|F = 2, m_F = -2\rangle$).

30. La précision de notre séquenceur ainsi que des modulateurs acousto-optiques utilisés pour allumer et éteindre le laser utilisé pour imager nos atomes, permet une précision sur le temps d'expansion de l'ordre de la microseconde.

31. La raison principale d'une largeur si faible vient de l'ajustement du refroidissement par *delta-kick* plus aisé à 1D qu'à 2D.

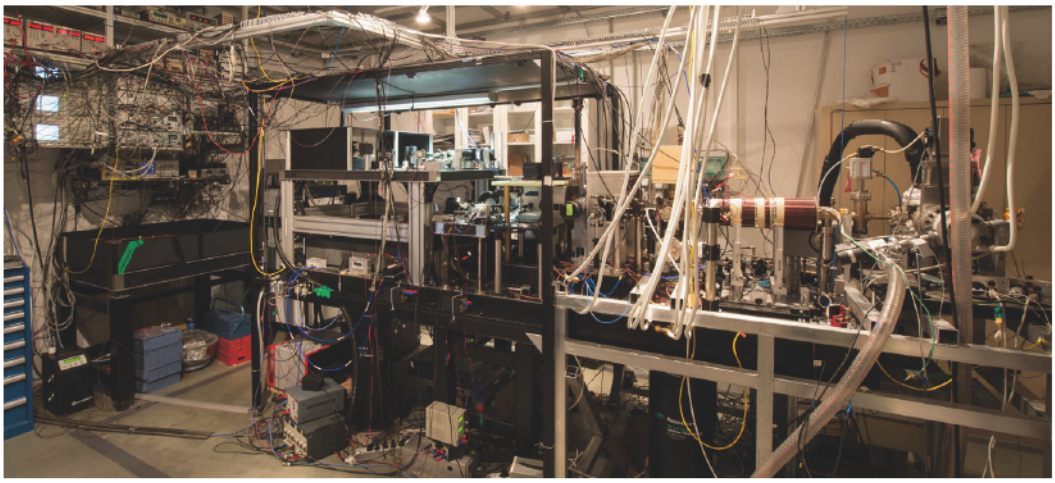

FIGURE 3.19: **Vue d'ensemble de l'expérience.**

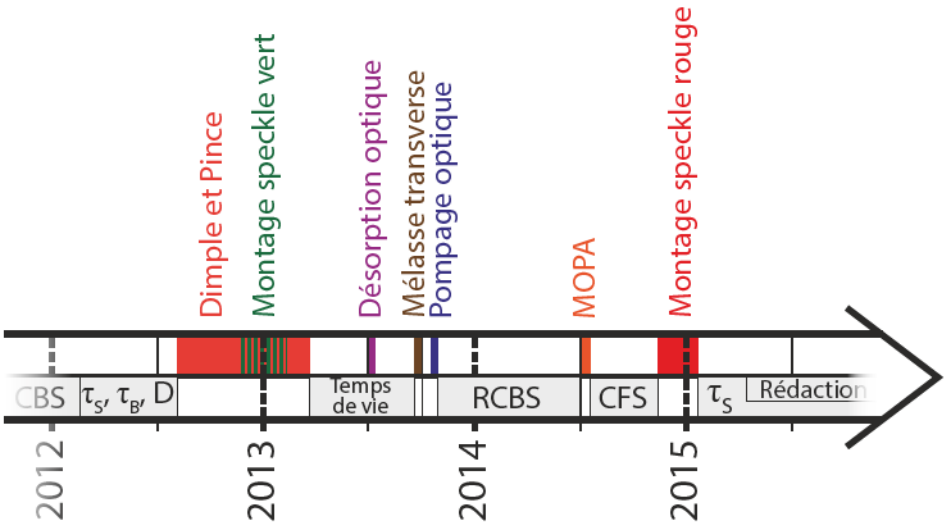


FIGURE 3.20: **Frise chronologique récapitulant les changements expérimentaux réalisés au cours de ma thèse.** Une grande partie des changements a été réalisée au cours des années 2012-2013 (CBS : rétro-diffusion cohérente ; $\tau_S$, $\tau_B$, D : grandeurs microscopiques de la diffusion ; RCBS : résurgence de rétro-diffusion cohérente ; CFS : diffusion cohérente avant ; $\tau_S$ : temps élastique de diffusion).

– Après la publication de nos travaux sur le CBS (voir chapitre 6) ainsi que les premières études préliminaires sur les grandeurs microscopiques de la diffusion, une grande campagne d'amélioration de l'expérience a débuté. Les deux montages optiques *dimple* et *pince* à l'origine du piège dipolaire croisé ont été entièrement refaits. L'objectif était d'améliorer la stabilité de l'expérience en mettant sous tube la plupart des éléments optiques. Les performances du montage d'imagerie optique ont également été améliorées. En particulier, un travail consciencieux a été nécessaire lors de l'élaboration des optiques de focalisation du *dimple* car il sert également de système d'imagerie pour la caméra du plan horizontal $x-y$

(voir section 3.4.1.§2).

- Dans le même temps, le montage permettant la production du *speckle vert* utilisé lors des expériences sur le CBS et le CBSR a été amélioré : il a été monté sur une nouvelle table et lui aussi placé sous tubes. L'accent a été mis sur la capacité à changer rapidement entre le laser *vert* à 532nm utilisé alors et le nouveau laser accordable *rouge* autour de 780nm utilisé par la suite (voir chapitre 4). Il nous semblait également important de pouvoir facilement enlever ou remettre un bras de *speckle* dans le cas d'un *speckle* 2D ou 3D.
- Après avoir subi un ralentissement dû à une limitation du temps de vie des atomes dans le piège dipolaire croisé, causée par des interférences rémanentes entre les deux faisceaux *dimple* et *pince*, nous avons mis en place un système de désorption atomique induite par la lumière (en anglais *light induced atomic desorption* : LIAD) [Meucci 94, Kitagami 12]. Cette technique consiste à utiliser de la lumière plus énergétique que notre espèce atomique[32] afin de *décoller* (d'où le terme de désorption) les atomes de $^{87}$Rb déposés par nos expériences sur les parois de la cellule de verre[33]. Cette méthode qui peut être utilisée pour charger un piège magnéto-optique [Klempt 06], est utilisée dans notre expérience la nuit afin de *nettoyer* notre cellule des expériences de la journée. Le temps de vie a alors été multiplié par 3 à la suite de cette amélioration[34].
- Les étapes de mélasse transverse et de pompage optique (décrites sections 3.2.2 et 3.2.4) ont ensuite été implémentées, améliorant l'efficacité de notre cycle expérimental.
- L'ensemble de ces améliorations nous a permis de réaliser notre expérience sur le CBSR (voir chapitre 6). Nous avons ensuite mis en place un nouveau montage d'amplification de diode laser destiné à produire plus de puissance pour le piégeage magnéto-optique. Basé sur la technologie *Master Oscillator Power Amplifier* (MOPA), ce système nous a permis d'obtenir des nuages suffisamment gros (plusieurs milliards d'atomes) de façon plus robuste (besoin en réalignement moins fréquent).
- Suite aux expériences préliminaires sur le CFS (voir chapitre 7), nous avons procédé au montage du nouveau laser accordable *rouge* ayant pour but de créer un *Speckle* accordable, permettant notamment de passer d'un désordre attractif à un désordre répulsif. Nous en avons profité pour le caractériser de façon détaillée (voir chapitre 4). Cela nous a permis subséquemment de réaliser la dernière expérience de mon doctorat concernant le temps élastique de diffusion $\tau_S$ (voir chapitre 5).

32. Nous avons en l'occurrence utilisé une LED émettant aux alentours de 395nm.
33. En particulier, nous pensons que le faisceau d'atomes balistique et collimaté issu du four vient directement se fixer sur la paroi du fond de la cellule en verre, à l'autre bout de l'expérience (voir section 3.2).
34. Le temps de vie dans le piège dipolaire croisé est alors de 30s ce qui est acceptable pour nos expériences qui ne durent que quelques secondes dans cette cellule.

# Chapitre 4

# Étude d'un champ de tavelure le long de son axe de propagation

L'étude de la propagation d'ondes de matière en milieu désordonné requiert de maitriser les deux ingrédients principaux composant cette discipline. Le premier de ces deux éléments, le condensat, vu comme l'analogue d'une onde plane a été présenté chapitre 3. Il est donc temps d'étudier le second composant mis en jeu dans ce type d'expériences : le désordre.

Lorsque le rôle de l'onde est joué par un nuage atomique froid, le milieu désordonné est, dans l'immense majorité des cas, de type optique (voir section 1.1.2.§2). Cette inversion des rôle par rapport à de nombreux des travaux effectués avant utilisation d'atomes froids peut, de prime abord, paraitre contre intuitive (on peut par exemple penser aux nombreuses expériences d'optique pour lesquels l'onde lumineuse se propage dans un milieu désordonné matériel - voir section 1.1.1). Mais cette méthode est en réalité typique des atomes froids car elle met en jeu une des forces emblématiques de cette discipline résultant de l'interaction lumière-matière : la force dipolaire présentée section 3.1.2. Créer un champ de potentiel désordonné revient par conséquent à créer un champ d'intensité optique désordonné. C'est également ce qui fait l'une des forces des atomes froids : il suffit de maîtriser certaines propriétés optiques pour contrôler le milieu désordonné mis en jeu.

Ainsi nous allons montrer au cours de ce chapitre comment mesurer et comprendre les caractéristiques du champ optique désordonné utilisé lors de nos expériences : le champ de tavelure (ou *speckle* en anglais). Les propriétés du *speckle* sont très simples quand elles sont étudiées à l'infini ou au alentours du point focal (lorsque, comme pour notre expérience, une lentille de focalisation est utilisée). En revanche, dès que l'on ne se place pas dans cette configuration, les calculs et interprétations deviennent plus complexes. Ne sachant pas avec une extrême précision la position exacte des atomes le long de l'axe de propagation du *speckle*, il a donc été décidé

d'entreprendre l'étude complète du *speckle* le long de cet axe optique. Après une introduction générale concernant les types de désordre utilisés dans le domaine des atomes froids, nous nous pencherons sur les propriétés statistiques du *speckle*. Nous présenterons ensuite la configuration expérimentale qui est la notre et nous étudierons en détail les deux principales grandeurs caractéristiques du *speckle* le long de l'axe de propagation de la lumière : son extension et sa longueur de corrélation.

## 4.1 À l'origine du champ de tavelure

Dès l'apparition des premiers lasers au début des années 1960, les scientifiques ont remarqué que la tache rétro-réfléchie par certaines surfaces comportait une remarquable structure granulaire. Ces derniers ont rapidement compris qu'elle provenait de la diffraction cohérente et aléatoire du laser sur des surfaces rugueuses telles qu'un mur en béton, une feuille en papier ou bien un métal non poli [Oliver 63]. Ce phénomène a été appelé champ de *speckle* en anglais, champ de tavelure ou champ granulaire en français.

### 4.1.1 Le champ de tavelure, néfaste ou utile ?

Le *speckle* est souvent considéré comme une nuisance importante pour nombre de méthodes d'imagerie cohérente comme l'holographie ou la tomographie en cohérence optique (abrégé en anglais par OCT) ou même avec les écrans de télévision utilisant des lasers comme source ou encore en imagerie à travers les fluctuations de l'atmosphère [Goodman 07]. Des méthodes pour s'affranchir de ce phénomène se sont donc développées, des plus simples comme le fait de moyenner temporellement l'image pour un diffuseur en mouvement, ou bien en modifiant la polarisation ou encore la longueur d'onde de la source lorsque c'est possible, aux méthodes les plus sophistiquées comme le fait d'utiliser la taille de l'élément de résolution de l'œil sur l'écran d'un téléviseur, afin de masquer adroitement le *speckle* à l'aide d'éléments diffractifs [Wang 98].

Mais il existe également des domaines où le *speckle* est vu comme un outil et non pas comme une nuisance, à l'image de ce que nous proposons dans notre expérience. Par exemple, le *speckle* étant par définition un phénomène statique, il peut être utilisé pour mesurer les contraintes ou vibrations d'un objet diffusant en étudiant la figure de *speckle* qu'il produit et sa modification par l'effort mécanique qu'il subit [Goodman 07, Leendertz 70, Tiziani 71]. De plus, comme nous le verrons par la suite, les caractéristiques du *speckle* peuvent dépendre de la rugosité de la surface qui l'a créé, une figure de *speckle* peut donc fournir de l'information sur le relief d'un matériau [Fujii 74].

### 4.1.2 Loi de probabilité du champ de tavelure

Commençons cette analyse par étudier la distribution de probabilité du *speckle* [Goodman 07]. Nous considérons un modèle simple constitué d'une lame à faces parallèles dépolie sur l'une de ses faces (voir Figure 4.1). Un faisceau laser collimaté de longueur d'onde $\lambda$ se propage perpendiculairement à cette lame. La lumière va passer à travers la lame et acquérir par là une phase dépendant de l'épaisseur traversée. En se plaçant à l'infini, une rugosité peut être vue comme un diffuseur diffractant l'onde dans un angle contenu dans le cône de diffraction typique $\theta_{diff} = \lambda/\pi\sigma_{diff}$ qui dépend de la taille caractéristique des défauts $\sigma_{diff}$, appelée longueur de corrélation du diffuseur (voir Figure 4.1).

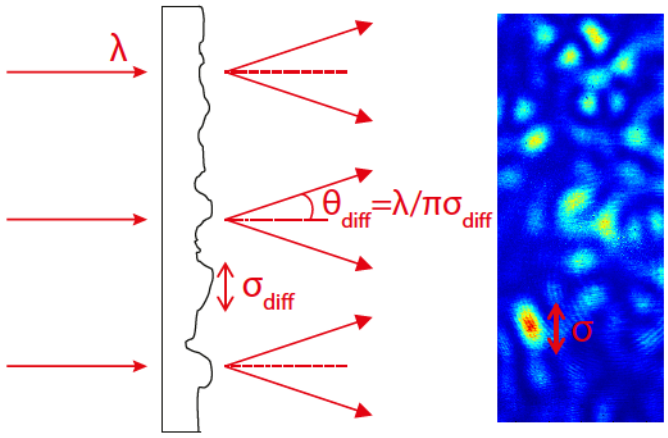


FIGURE 4.1: **Diffraction cohérente par transmission sur une lame dépolie menant à la formation de *speckle*.** Le faisceau laser collimaté de longueur d'onde $\lambda$ est déphasé par les différentes épaisseurs traversées et diffracté par la surface rugueuse (de taille de rugosité typique $\sigma_{diff}$) dans un cône de taille typique $\theta_{diff} = \lambda/\pi\sigma_{diff}$. La figure formée est appelée *speckle*.

Le phénomène de *speckle* apparaît lorsque l'amplitude **A** résulte de la somme indépendante (et cohérente) d'un grand nombre N de composants $\mathbf{a}_n$ aléatoirement déphasés de $\varphi_n$. On peut donc l'écrire comme :

$$\mathbf{A} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=1}^{N} \mathbf{a}_n = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=1}^{N} a_n e^{i\varphi_n} \tag{4.1}$$

Le nombre d'éléments déphasants N étant supposé grand devant 1 et les événements supposés indépendants, à l'image d'une marche aléatoire, il est alors possible d'utiliser le théorème de la limite centrale et d'en déduire que la distribution de probabilité de l'amplitude du champ optique **A** suit une loi gaussienne, d'écart-type en amplitude $\sigma_A$ ([Goodman 07]-chap. 2) :

$$p_{\mathbf{A}}(\mathbf{A}) = \frac{1}{2\pi\sigma_A^2} e^{-\frac{\mathbf{A}^2}{2\sigma_A^2}} \tag{4.2}$$

Il est alors possible d'en déduire la distribution de probabilité du module de l'amplitude $\mathrm{A} = |\mathbf{A}|$, qui suit quant à elle une loi dite de *Rayleigh* : $p_{\mathrm{A}}(\mathrm{A}) = \dfrac{\mathrm{A}}{\sigma_{\mathrm{A}}^2} \exp\left(-\dfrac{\mathrm{A}^2}{2\sigma_{\mathrm{A}}^2}\right)$

Nos atomes et détecteurs étant sensibles à l'intensité lumineuse, on s'intéresse donc à $p_I(I)$, la loi de probabilité en intensité en fonction de l'intensité $I = \mathbf{A}^2 = \mathrm{A}^2$. Par un changement de variable [1], on obtient d'après l'expression précédente :

$$p_I(I) = \frac{\mathrm{e}^{-I/\overline{I}}}{\overline{I}} \tag{4.3}$$

où $\overline{I}$ est la valeur moyenne de l'intensité.

On appelle *speckle* pleinement développé, un *speckle* montrant une telle loi de probabilité. Plusieurs remarques importantes sont à noter ici :

- La distribution en intensité obtenue est exponentielle, ce qui signifie que d'une part la probabilité d'obtenir un point de l'espace lumineux est faible ce qui mène à la figure typique du *speckle* composée de grains lumineux entourés d'une "mer" sombre. (voir Figure 4.1).
- Une autre propriété à noter est que l'intensité moyenne du *speckle* est égale à l'écart-type de sa distribution : $\overline{I} = \sigma_I$ [2]. Ceci induit un excellent contraste de la figure de *speckle* [3].

### 4.1.3 Propriétés du champ de tavelure dans le plan de *Fourier*

Afin de permettre une première introduction qualitative des deux paramètres fondamentaux du *speckle* que nous étudierons par la suite : son extension $w$ et sa longueur de corrélation $\sigma$ [4], nous allons donner ses propriétés standards dans le plan de *Fourier*, c'est-à-dire dans notre cas, au foyer de la lentille convergente.

Nous rappelons, comme le montre la Figure 4.2, que nous considérons un laser collimaté de longueur d'onde $\lambda$, passant à travers une lentille convergente de focale $f$ et une lame diffusante de longueur de corrélation $\sigma_{diff}$. Voici comment s'expriment les deux paramètres $w$ et $\sigma$ :

- Extension $w$ : l'extension du faisceau *speckle* n'est autre que la taille caractéristique de l'intensité moyenne $\langle \mathrm{I}(x,y,f) \rangle = \langle |\mathrm{A}(x,y,f)|^2 \rangle$. Cette intensité est donnée par la transformée de *Fourier* de la fonction d'autocorrélation spatiale au niveau du diffuseur $\mathrm{C}_{diff}(\delta x_0 =$

1. En effet les formules de changement de variable donnent pour le changement $|\mathrm{A}| \to |\mathrm{A}|^2 = I$ :
$$p_I(I) = p_{\mathrm{A}}(\sqrt{I}) \left|\frac{\mathrm{dA}}{\mathrm{d}I}\right| = \frac{1}{2\sqrt{I}} p_{\mathrm{A}}(\sqrt{I})$$
2. En rappelant la définition $\sigma_{\mathrm{I}}^2 = \overline{I^2} - \overline{I}^2$.
3. Le contraste en intensité défini par $\sigma_I/\overline{I}$ est ici égal à 1.
4. Notation à ne pas confondre avec $\sigma_{\mathrm{I}}$ et $\sigma_{\mathrm{A}}$, les écart-types de la distribution de probabilité du *speckle*, vus section 4.1.2.

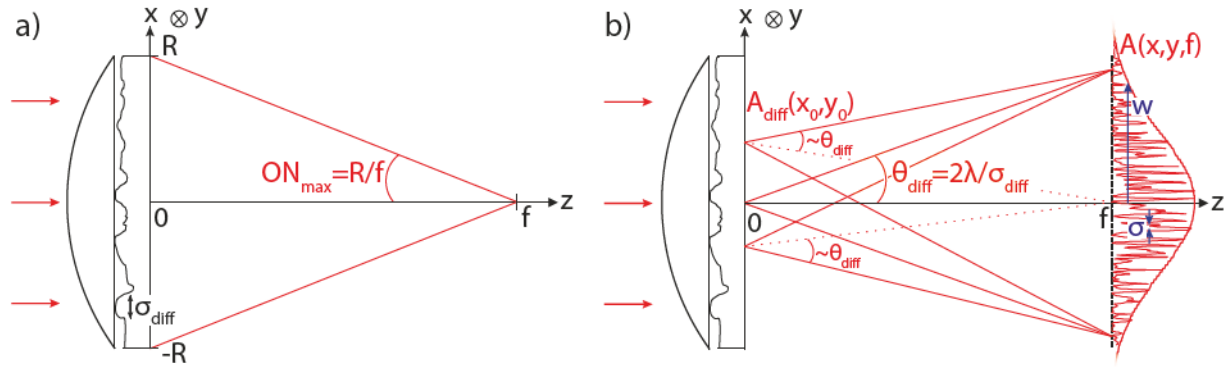


FIGURE 4.2: **Champ de *speckle* dans le plan focal d'une lentille.** a) Un faisceau laser collimaté passe à travers une lentille de focale $f$ et de rayon R, ainsi qu'à travers une lame diffusante de granularité $\sigma_{diff}$. L'ouverture numérique maximale au niveau du point focal est $\mathrm{ON}_{max} = \mathrm{R}/f$. b) Chaque grain du diffuseur diffracte le champ dans le plan initial $\mathrm{A}_{diff}(x_0, y_0)$ dans un cône de demi-angle $\theta_{diff} = 2\lambda/\sigma_{diff}$. Le champ de *speckle* dans le plan focal $\mathrm{A}_{diff}(x, y, f)$ est formé d'une enveloppe (son extension) de taille caractéristique $w$ et d'un champ aléatoire plus fin de taille caractéristique $\sigma$ : la longueur de corrélation du champ de *speckle*.

$x_0 - x_0', \delta y_0 = y_0 - y_0') \propto \langle \mathrm{A}_{diff}(x_0, y_0)\, \mathrm{A}_{diff}(x_0', y_0') \rangle$, où $\mathrm{A}_{diff}(x_0, y_0) = \mathrm{A}(x, y, z = 0)$ est l'amplitude du champ au niveau du diffuseur (voir Figure 4.2). On a donc finalement :

$$\langle \mathrm{I}(x, y, f) \rangle \propto \mathrm{TF}\left[\mathrm{C}_{diff}(\delta x_0, \delta y_0)\right]_{\{x/\lambda f, y/\lambda f\}} \tag{4.4}$$

Cette extension, qui forme l'enveloppe du champ de *speckle*, ne dépend donc que des propriétés de la lame diffusante. Si la fonction d'autocorrélation du diffuseur est gaussienne (comme sera sera le cas dans la suite), l'enveloppe sera donc elle aussi gaussienne, dont on pourra déduire le *waist* $w$, comme représenté Figure 4.2.b).

– Longueur de corrélation $\sigma$ : cette longueur est par définition la taille caractéristique de la fonction d'autocorrélation du champ de *speckle* (en amplitude) $\mathrm{C}(\delta x = x - x', \delta y = y - y', z) = \langle \mathrm{A}(x, y, z) \mathrm{A}(x', y', z) \rangle$. Or, cette dernière est donnée, dans le plan focal, par la transformée de *Fourier* de l'intensité au niveau du diffuseur $\mathrm{I}_{diff}(x_0, y_0) = |\mathrm{A}_{diff}(x_0, y_0)|^2$. On a alors :

$$\mathrm{C}(\delta x, \delta y, z) \propto \mathrm{TF}\left[\mathrm{I}_{diff}(x_0, y_0)\right]_{\{\delta x/\lambda f, \delta y/\lambda f\}} \tag{4.5}$$

Dans ce cas, la fonction d'autocorrélation ne dépend pas des caractéristiques du diffuseur mais seulement des caractéristiques du faisceau incident. En particulier, si ce dernier est supposé gaussien non diaphragmé (comme nous le verrons plus tard), la fonction d'autocorrélation sera elle aussi gaussienne et il sera aisé d'en déterminer la taille caractéristique définissant $\sigma$, la longueur de corrélation recherchée (voir Figure 4.2.b)).

Si, comme nous venons de le voir, ces grandeurs sont bien connues dans le plan focal [Goodman 07] : elles sont en notamment découplées l'une de l'autre, ce n'est pas le cas lorsque l'on s'éloigne de

ce plan. C'est la raison pour laquelle nous avons choisi de mesurer ces deux grandeurs le long de l'axe $z$, afin de connaitre précisément leur évolution en fonction de tous nos paramètres expérimentaux.

## 4.2 Configuration expérimentale

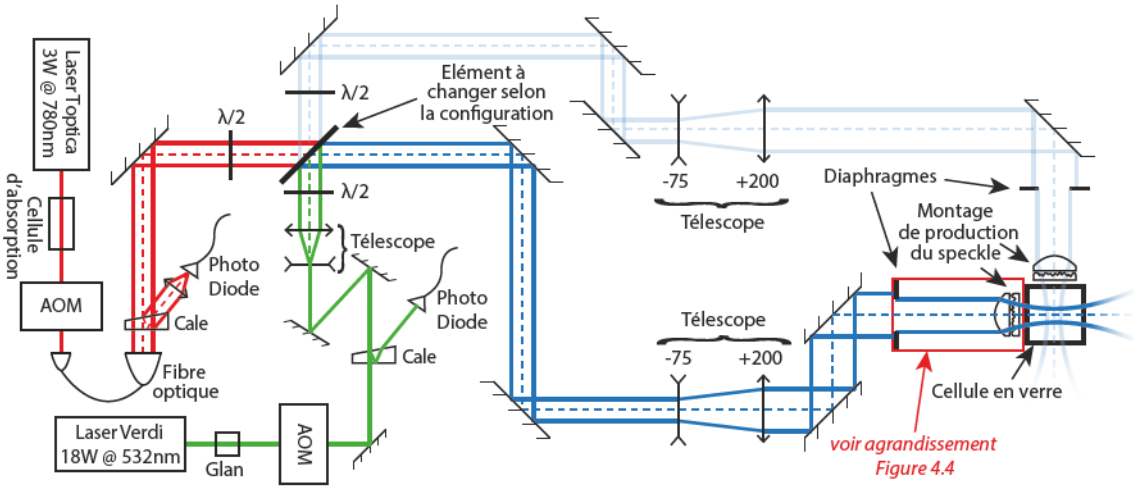


FIGURE 4.3: **Montage optique global de production du *speckle*.** Il est possible d'utiliser au choix un laser à 780nm (chemin rouge) ou à 532nm (chemin vert). En choisissant l'élément central à changer (cube séparateur, miroir, rien), on peut au choix utiliser l'un, l'autre ou les deux lasers sur un bras de *speckle* (configuration 2D) ou deux bras de *speckle* (configuration 3D). *AOM* : modulateur acousto-optique servant d'interrupteur rapide et de rétro-action pour l'asservissement du laser. *Glan* : élément servant à purifier la polarisation rectiligne du faisceau laser. *Cale* : mieux connu sous son nom anglais *wedge*, lame prismatique permettant d'extraire une petite portion du faisceau qui sera collectée sur une photodiode utilisée pour l'asservissement du laser. *Cellule d'absorption* : contient du $^{87}$Rb qui absorbe la lumière du laser parfaitement résonante et empêche qu'elle compose *speckle*.

Intéressons-nous à présent à la configuration expérimentale permettant de produire le *speckle*, globalement schématisée par la Figure 4.3. Ce montage qui, dans son esprit, est resté le même depuis la création de notre expérience, a été entièrement refait au cours de ma thèse entre les expériences sur le CBS et celles sur la résurgence de CBS (voir Figure 3.20). À l'origine de ce changement était la volonté d'ajouter un nouveau laser en plus du laser continu de 18W à 532nm (Coherent$^{TM}$ Verdi V-18) utilisé pour la localisation d'*Anderson*, le CBS et la résurgence de CBS (chemin vert sur la Figure 4.3). Ce nouveau laser, d'une puissance de 2W est accordable autour de la longueur d'onde de transition du rubidium : 780nm (Toptica$^{TM}$ TA-pro), il sera utilisé pour l'expérience sur $\tau_S$ présentée chapitre 5 (chemin rouge sur la Figure 4.3). La motivation de la reconstruction totale du montage vient de notre désir de pouvoir changer à la fois de laser de la façon la moins destructive possible (les deux chemins étant confondus le plus tôt possible - chemins bleus sur la Figure 4.3), mais aussi de pouvoir utiliser de façon flexible deux configurations

de désordre distinctes. En effet, l'utilisation d'un seul bras permet de créer un *speckle* 2D (voir section 4.4) utilisé tout au long de ma thèse pour les expériences sur le CBS, le CBSR et $\tau_S$, tandis qu'en ajoutant un deuxième bras (bras en bleu plus clair sur la Figure 4.3) afin de créer un *speckle* isotrope à 3D, comme pour l'expérience sur la localisation d'*Anderson* 3D [Jendrzejewski 12b].

Dans la suite, nous nous focaliserons sur un *speckle* 2D (aucune des expériences auxquelles j'ai participé au cours de ma thèse n'ayant trait avec le *speckle* 3D). De plus, toutes les mesures présentées au cours de ce chapitre le seront avec le laser accordable à 780nm, les caractéristiques du *speckle* produit avec le laser à 532nm ayant déjà été mesurées au début de ma thèse de façon similaire.

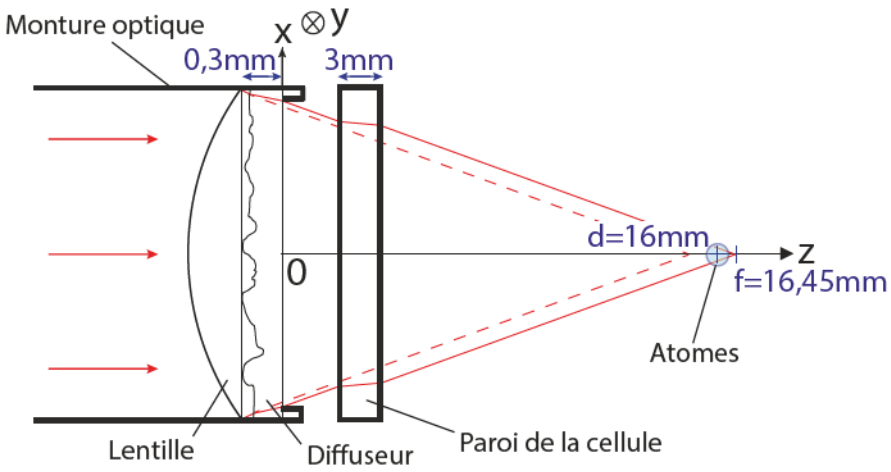


FIGURE 4.4: **Montage optique de production du *speckle* (agrandissement de la partie finale).** Le faisceau laser collimaté est focalisé par une lentille sur les atomes et passe par une lame diffusante pour produire le *speckle*.

Plus précisément, concentrons-nous sur la partie finale de la production du faisceau *speckle* (voir Figure 4.4). Les éléments optiques qui la composent sont les suivants :

- Un diffuseur en verre Newport (FSD10-3) d'angle de diffusion 5° permettant de diffuser la lumière pour produire le *speckle*. Son épaisseur, initialement de 3mm, a été réduite à 0,3mm par l'atelier d'optique du laboratoire.
- La paroi de la cellule en verre contenant les atomes sous ultra-vide, située à 0,5mm de la monture du diffuseur et d'épaisseur 3mm. La cellule est fabriquée en Vycor non traité optiquement (matériau d'indice $n = 1,46$).
- Une lentille[5] permettant de concentrer la lumière sur les atomes afin que l'intensité soit

5. Lentille asphérique Thorlabs AL2520-B.

suffisante pour nos expériences[6]. Sa frontale[7] est de 15,7mm. Néanmoins, pour garantir une bonne précision de nos mesures ultérieures, il est indispensable de calculer le décalage créé lors du passage du faisceau focalisé à travers le diffuseur et de la paroi en verre (i.e. le décalage entre les rayons rouges en traits pleins et les rayons rouges en pointillés, sur la Figure 4.4). En se référent à la Figure 4.4, il est tout d'abord à noter que l'origine de l'axe $z$ est défini par rapport à la surface du diffuseur. Dans ce repère, la position des atomes est estimée à :

$$d = 16 \pm 0,5\text{mm} \tag{4.6}$$

Le point focal, quant à lui, est supposé se trouver à la distance $15,7 - 0,3 = 15,4$mm (en notant que l'extrémité de la lentille se trouve en amont de la lame diffusante d'épaisseur 0,3mm - voir Figure 4.4). Ajoutons à présent le déplacement du point focal dû au passage à travers la lame diffusante et la paroi de la cellule, ces deux éléments que nous assimilerons à des lames à faces parallèles. Dans ce cas, la formule donnant le décalage $\Delta d$ en fonction de l'épaisseur traversée $e$ et de l'indice du matériau $n$ est : $\Delta d = e(1 - 1/n)$. Ce qui donne un décalage de 0,1mm dans le cas de la lame diffusante (en prenant l'indice du verre standard $n = 1,5$) et de 0,95mm pour la paroi de la cellule en Vycor. Finalement, la position du point focal est :

$$f = 15,7 - 0,3 + 0,1 + 0,95 = 16,45 \pm 0,1\text{mm} \tag{4.7}$$

Valeur qui est assez proche de la position supposée des atomes (eq. (4.6)), ce qui est préférable pour obtenir le faisceau le plus intense possible.

L'importance de la mesure précise des grandeurs caractéristiques du *speckle* (extension et longueur de corrélation) nous a incité à procéder au montage séparé et provisoire d'un système optique de production du *speckle* identique à celui utilisé sur l'expérience (seulement la partie finale - voir Figure 4.4). Ce choix a été fait pour une raison simple : le manque d'accès optiques et l'évidente présence de la cellule en verre. À ce propos, nous avons inséré une lame de verre à faces parallèles identique à la paroi de la cellule en verre (voir Figure 4.4), afin d'en reproduire les effets[8].

6. Nous pouvons dimensionner rapidement le problème dans le cas du laser à 532nm car c'est celui qui demandera le plus de puissance (car très fortement désaccordé) : supposons que nous souhaitons travailler autour d'une amplitude de désordre $|V_R/h| = 1$kHz, ce qui correspond (d'après eq. (3.4)) à une intensité $I = 7,4.10^4$mW.cm$^{-2}$. Nous disposons d'un laser de 18W, dont nous perdons la moitié de la puissance au cours de son chemin, ce qui donne une puissance finale P = 9W au niveau des atomes. Ceci nous impose un *waist* maximal $w_0 = \sqrt{P/I} = 3,5$mm, d'où l'intérêt d'une focalisation du faisceau *speckle*.

7. C'est-à-dire la distance entre l'extrémité de la lentille et le point focal.

8. Nous négligerons le fait que l'intérieur de la cellule est sous vide, ce qui n'est pas le cas pour notre montage auxiliaire (l'indice de réfraction de l'air étant de l'ordre de $n_{air} = 1,0003$).

## 4.3 Évolution longitudinale de l'extension du champ de tavelures

La première grandeur à laquelle nous allons nous intéresser est liées à l'extension du champ de *speckle*, dont la taille caractéristique pourra être approximée par le *waist* $w$ (i.e. le col en anglais) d'une gaussienne. Cette grandeur est indispensable pour le calcul d'un paramètre fondamental de la propagation en milieu désordonné : $V_R$, l'amplitude du désordre qui est la valeur moyenne du potentiel désordonné. ces deux grandeurs sont directement liées via la formule du potentiel dipolaire donnée par les équations (3.4) et (3.7). Dans le cas de ce chapitre par exemple, le cas *peu désaccordé* s'applique et on a la relation suivante en approximant le champ de *speckle* par un faisceau gaussien de *waist* isotrope $w$ :

$$V_R(d) = \frac{\pi c^2}{2\omega_2^3}\Gamma\left(\frac{1}{\Delta\omega_1} + \frac{2}{\Delta\omega_2}\right)\frac{2P}{\pi w^2(d)} \tag{4.8}$$

où $\omega_2$ est la fréquence de transition $D_2$, $\Delta\omega_1$ est le désaccord entre le laser et la transition $D_1$, $\Delta\omega_2$ le désaccord entre laser et la transition $D_2$ (voir section 3.1.2.§2) et P la puissance totale du champ de *speckle*.

Si la prédiction de l'extension du *speckle* est simple dans le plan focal (voir section 4.1.3), elle n'est pas si évidente lorsque l'on s'en éloigne. Ne pouvant pas mesurer parfaitement la position du nuage d'atomes dans la chambre de science, nous avons préféré proposer une étude complète de l'évolution de ce *waist* $w(d)$ à la distance $d$ dans la direction de propagation du faisceau, selon l'axe $z$ (voir Figure 4.5).

### 4.3.1 Calcul de l'intensité moyenne

Pour obtenir le *waist* du faisceau *speckle* en fonction de la distance $d$, il faut connaître l'intensité moyenne $\langle I(x,y,d)\rangle$ dans le plan $x-y$ à chaque position $d$ [9]. Nous allons pour cela commencer par calculer l'éclairement $A(x,y,d)$ correspondant (voir Figure 4.5).

Soit $A_{diff}(x_0,y_0) = A(x_0,y_0,d=0)$ l'amplitude du champ lumineux A au niveau du diffuseur (à la distance $d=0$) au point $(x_0,y_0)$. En utilisant la formule de la diffraction de *Fraunhofer* en restant dans l'approximation paraxiale, on en déduit l'expression intégrale du champ $A(x,y,d)$ au point $(x,y,d)$ en fonction de la focale de la lentille $f$, de la fréquence spatiale $k = 2\pi/\lambda$ (où $\lambda$ est la longueur d'onde du laser) et de $d_{eff}$ la distance effective donnée par $1/d_{eff} = 1/f - 1/d$ ([Goodman 96] - voir calculs détaillés en annexe C.1) :

9. Veuillez noter que lors de ce chapitre, la direction de propagation de la lumière (i.e. l'axe optique) est définie selon l'axe $z$. En réalité dans notre expérience le *speckle* est émis selon l'axe $x$.

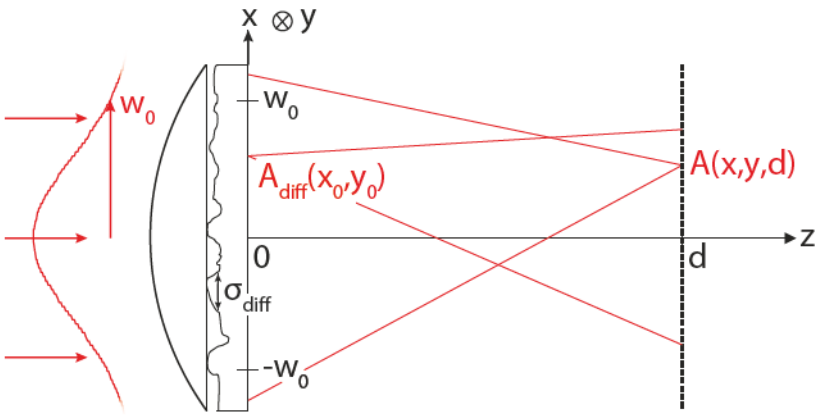


FIGURE 4.5: **Amplitude du champ selon l'axe longitudinal.** L'amplitude du champ est notée $A_{diff}$ au niveau du diffuseur à la distance $d = 0$. Elle est ensuite notée A pour une distance quelconque $d$.

$$\begin{aligned} A(x,y,d) &\propto \iint A_{diff}(x_0,y_0)\exp\left(-ik\frac{x_0^2+y_0^2}{2f}\right)\exp\left(ik\frac{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2}{2d}\right)dx_0dy_0 \\ &\propto \iint A_{diff}(x_0,y_0)\exp\left(-ik\frac{x_0^2+y_0^2}{2d_{eff}}\right)\exp\left(-2i\pi x_0\frac{x}{\lambda d}\right)\exp\left(-2i\pi y_0\frac{y}{\lambda d}\right)dx_0dy_0 \\ &\propto \mathrm{TF}\left[A_{diff}(x_0,y_0)\exp\left(-ik\frac{x_0^2+y_0^2}{2d_{eff}}\right)\right]_{\{x/\lambda d,\, y/\lambda d\}} \end{aligned} \tag{4.9}$$

On remarque alors que lorsque l'on se place à la distance focale $d = f$, $d_{eff}$ tend vers l'infini et on retrouve la propriété classique de la diffraction stipulant qu'au point focal, le champ est la transformée de *Fourier* du champ à l'origine : $A(x,y,f) \propto \mathrm{TF}\left[A_{diff}(x_0,y_0)\right]_{\{x/\lambda f,\, y/\lambda f\}}$.

Nous pouvons maintenant en déduire l'intensité moyenne $\langle I(x,y,d)\rangle$. Mais pour ce faire, nous devons commencer par introduire mathématiquement la fonction d'autocorrélation en amplitude au niveau du diffuseur $C_{diff}(x_0,y_0)$ en supposant un éclairement variant lentement par rapport aux grains de diffusion [Magatti 09b] :

$$\begin{aligned} \langle A_{diff}(x_0,y_0)\, A_{diff}(x_0',y_0')\rangle &= \left|A_{diff}(x_0,y_0)\right|^2 C_{diff}(x_0-x_0',y_0-y_0') \\ \text{avec } C_{diff}(x_0,y_0) &= \exp\left(-\frac{x_0^2+y_0^2}{2\sigma_{diff}^2}\right) \end{aligned} \tag{4.10}$$

Cette fonction est supposée gaussienne de largeur (définie par l'écart-type de la gaussienne) $\sigma_{diff}$, déjà introduite plus haut (voir Figures 4.1 et 4.5) et appelée longueur de corrélation du diffuseur, représentant la taille typique de la granularité de la lame diffusante.

Il est possible de montrer (voir calculs détaillés en annexe C.2) que l'intensité moyenne correspond au produit de convolution de deux termes distincts que nous appellerons $\mathrm{I}_{géo}$ et $\Gamma_{diff}$ :

$$\begin{aligned} & \langle \mathrm{I}(x,y,d) \rangle = \left\langle \left| \mathrm{A}(x,y,d) \right|^2 \right\rangle \propto \mathrm{I}_{géo} \otimes \Gamma_{diff}\,(x,y,d) \\ \text{où} \quad & \mathrm{I}_{géo}(x,y,d) = \left| \mathrm{A}_{diff}\left( \frac{d_{eff}}{d} x, \frac{d_{eff}}{d} y \right) \right|^2 \\ \text{et} \quad & \Gamma_{diff}(x,y,d) = \widetilde{\mathrm{C}}_{diff}\left( \frac{x}{\lambda d}, \frac{y}{\lambda d} \right) \end{aligned} \tag{4.11}$$

### 4.3.2 Contributions à l'extension du *speckle*

#### Expression et interprétation des contributions à l'extension du faisceau

À présent que nous avons l'expression générale des deux contributions $\mathbf{I_{géo}}$ et $\Gamma_{\mathbf{diff}}$, nous pouvons extraire leurs *waists* respectifs $w_{géo}(d)$ et $w_{diff}(d)$ et donner l'interprétation physique de chacun de ces termes :

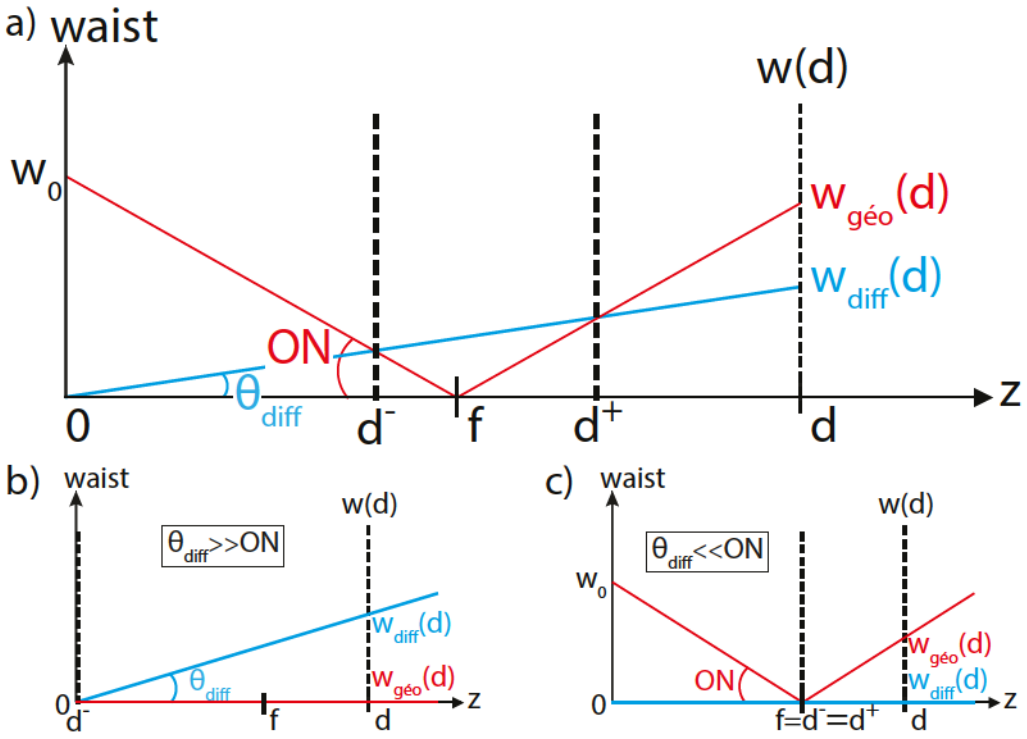


FIGURE 4.6: **Contributions au *waist* et régimes de comportement.** a) Deux contributions à l'extension du faisceau peuvent être décrites : une contribution géométrique $w_{géo}$ (en rouge)qui ne dépend que de l'ouverture numérique ON de la lentille et une contribution diffusante $w_{diff}$ (en bleu) qui ne dépend que de l'angle de diffusion $\theta_{diff}$ intrinsèque de la lame diffusante. b) Cas $\theta_{diff}/\mathrm{ON} \gg 1$ : la contribution de la lame diffusante est prépondérante. On s'approche alors du régime de diffraction à l'infinie. c) Cas $\theta_{diff}/\mathrm{ON} \ll 1$ : l'extension du faisceau est dans ce cas principalement limitée par la divergence de la lentille (sauf à la position exacte $d = f$).

– $\mathbf{I_{géo}}$ : ce premier terme fait intervenir l'expression de l'intensité initiale du faisceau au niveau du diffuseur $I_{diff}(x_0, y_0)$ qui est une gaussienne de *waist* $w_0$ (voir section A) :

$$I_{diff}(x_0, y_0) = \left|A_{diff}(x_0, y_0)\right|^2 \propto exp\left(-\frac{2\left(x_0^2 + y_0^2\right)}{w_0^2}\right) \tag{4.12}$$

On en déduit donc d'après eq. (4.11) :

$$I_{géo}(x, y, d) \propto exp\left(-\frac{2\left(x^2 + y^2\right)}{w_0^2}\frac{d_{eff}^2}{d^2}\right) \tag{4.13}$$

Ainsi, par identification avec la définition du *waist* d'une gaussienne (voir par exemple eq. (4.12) ou section A), on en déduit donc le *waist* $w_{géo}(d)$ du terme $I_{géo}(x, y, d)$ ci-dessus :

$$w_{géo}(d) = w_0\frac{d}{|d_{eff}|} = w_0\frac{|d - f|}{f} \tag{4.14}$$

Ce terme, représenté en rouge sur la Figure 4.6, qui ne dépend que du faisceau initial (et ne fait pas intervenir la lame diffusante), correspond en fait à la contribution de la lentille de focalisation et donnent des résultats qui peuvent être retrouvés en optique géométrique. En effet, en l'absence de diffuseur, l'extension du faisceau diminue linéairement jusqu'à être nulle au point focal, pour ensuite croitre à nouveau linéairement.

– $\mathbf{\Gamma_{diff}}$ : ce second terme fait quant à lui intervenir la transformée de *Fourier* de la fonction d'autocorrélation du diffuseur $C_{diff}(x_0, y_0)$ (en utilisant eq. (4.10)) :

$$\begin{aligned} \widetilde{C}_{diff}(u_{x_0}, v_{y_0}) &= TF\left[C_{diff}(x_0, y_0)\right]_{\{u_{x_0}, v_{y_0}\}} \\ &= \iint C_{diff}(x_0, y_0) e^{-2i\pi x_0 u_{x_0}} e^{-2i\pi y_0 u_{y_0}} dx_0 dy_0 \\ &= \sigma_{diff}\sqrt{2\pi}\, e^{-2\pi^2\sigma_{diff}^2(u_{x_0}^2 + v_{y_0}^2)} \end{aligned} \tag{4.15}$$

Par conséquent, d'après eq. (4.11) :

$$\begin{aligned} \Gamma_{diff}(x, y, d) &= \sigma_{diff}\sqrt{2\pi}\exp\left(-2\pi^2\sigma_{diff}^2\left[\left(\frac{x}{\lambda d}\right)^2 + \left(\frac{y}{\lambda d}\right)^2\right]\right) \\ &= \sigma_{diff}\exp\left(-2\left(x^2 + y^2\right)\left(\frac{\pi\sigma_{diff}}{\lambda d}\right)^2\right) \end{aligned} \tag{4.16}$$

Nous pouvons donc extraire le *waist* $w_{diff}(d)$ de cette nouvelle gaussienne (encore une fois par identification avec la définition du *waist* d'une gaussienne) :

$$w_{diff}(d) = \frac{\lambda d}{\pi\sigma_{diff}} = \theta_{diff} d \tag{4.17}$$

En rappelant notre définition de l'angle de diffusion typique $\theta_{diff} = \lambda/\pi\sigma_{diff}$ (voir Figures 4.1 et 4.6). Ce second terme (en bleu sur la Figure 4.6) correspond à la contribution de la

lame diffusante. Il s'agit plus précisément de la diffraction par les rugosités du diffuseur qui évolue linéairement avec la distance $d$.

**Régimes de comportement des contributions à l'extension du *speckle***

Les expressions de waists obtenues dans la section précédente vont nous permettre de mettre à jour deux régimes de comportement physiques différents qui apparaissent directement à l'œil sur la Figure 4.6.a) : autour du point focal, la contribution $w_{diff}$ sera prépondérante, tandis que loin du point focal, la contribution $w_{géo}$ dominera.

Il est en outre possible de déterminer les deux points limites définissants les régimes de comportement $d^-$ et $d^+$ (représentés Figure 4.6), pour lesquels les deux termes $w_{géo}$ et $w_{diff}$ s'égalisent. Définissons pour cela l'ouverture numérique ON comme l'angle entre l'axe optique et le rayon extrême arrivant au point focal. Dans notre cas, nous le définirons comme le rayon partant du point situé à $x = w_0$ de l'axe optique ($w_0$ étant, on le rappelle, l'extension typique du faisceau laser) et rencontrant le point focal (voir Figures 4.5 et 4.6). On a ainsi : $\mathrm{ON} = w_0/f$.

$$\begin{aligned} w_{géo}(d^\pm) = w_{diff}(d^\pm) \quad &\Leftrightarrow \quad w_0\frac{f-d^-}{f} = \frac{\lambda d^-}{\pi\sigma_{diff}} \quad \text{ou} \quad w_0\frac{d^+-f}{f} = \frac{\lambda d^+}{\pi\sigma_{diff}} \\ &\Leftrightarrow \quad d^- = \frac{f}{1+\theta_{diff}/\mathrm{ON}} \quad \text{ou} \quad d^+ = \frac{f}{1-\theta_{diff}/\mathrm{ON}} \end{aligned} \tag{4.18}$$

Lorsque $d \in [d^-, d^+]$, on se rapprochera du cas du plan de *Fourier* décrit section 4.1.3, la diffraction à l'infini sera ainsi prépondérante. Hors de cette zone, le terme géométrique sera dominant. En allant plus loin, grâce à eq. (4.18), il est possible de décrire les deux régimes extrêmes suivants, régis par le paramètre $\theta_{diff}/\mathrm{ON}$, faisant apparaitre le rapport entre l'angle caractéristique du terme de diffusion $\theta_{diff}$ et l'angle caractéristique décrivant la focalisation géométrique de la lentille ON :

- $\theta_{diff}/\mathrm{ON} \gg 1$ : dans ce cas (lorsque l'angle de diffusion est grand par exemple), $d^-$ tend vers 0 (tandis que $d^+$ devient négatif, ce qui n'a pas de sens physique, car cela correspond à une position située avant le diffuseur). Le terme géométrique $w_{géo}$ devient alors négligeable devant le terme diffusant $w_{diff}$ (voir Figure 4.6.b)). On retrouve alors le régime de diffraction à l'infini où seule la longueur de corrélation du diffuseur $\sigma_{diff}$ est à prendre en compte.
- $\theta_{diff}/\mathrm{ON} \ll 1$ : pour un faible angle de diffusion, $d^-$ et $d^+$ tendent vers le point focal $f$. C'est cette fois-ci le terme géométrique $w_{géo}$ qui devient prépondérant (voir Figure 4.6.c)). Notre configuration expérimentale est à priori proche de celle-ci, car nous savons d'après le constructeur que $\theta_{diff} \simeq 5° \ll \mathrm{ON} = w_0/f \simeq 30°$ (avec $f \simeq 16{,}5$mm, d'après eq. (4.7) et

$w_0 \simeq 9$mm, mesuré indépendamment). D'après eq. (4.18), le régime de diffraction à l'infini est alors réduit à $\pm 2,5$mm autour du point focal (mais qui laisse tout de même une marge relativement confortable).

Ainsi, il est important de placer précisément le montage optique de sorte que les atomes soient au plus près du point focal, afin que la taille du faisceau soit la plus faible et soit seulement limitée par l'angle de diffusion de la lame diffusante. Le positionnement longitudinal concret du montage final de création du *speckle* n'étant pas suffisamment précis (précision d'environ $\pm 0,5$mm), nous avons décidé de réaliser la mesure détaillée du *waist* selon l'axe longitudinal $z$, présentée au cours de la section suivante, afin de quantifier l'erreur sur $w$ induite par l'erreur sur le positionnement longitudinal.

### 4.3.3 Mesure de l'extension du faisceau

#### Mesure par couteau

La technique expérimentale que nous avons choisie est une méthode pratique et standard pour mesurer l'extension de faisceaux gaussiens. On l'appelle mesure par couteau ou par foucaultage.

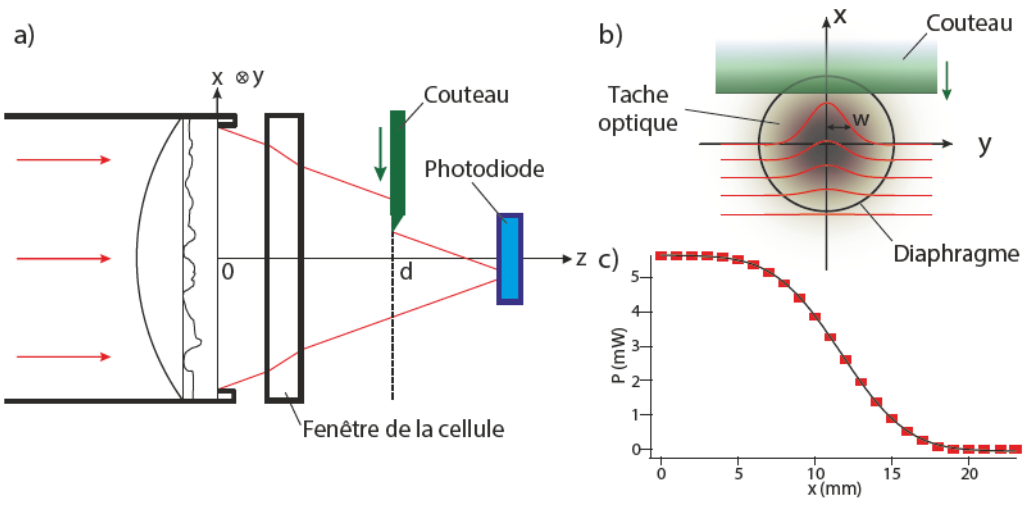


FIGURE 4.7: **Mesure du *waist* du faisceau à l'aide d'un couteau.** a) Un couteau, ou une lame aiguisée est placée soigneusement à la position $d$ afin de mesurer une fraction précise du faisceau optique sur une photodiode. b) Le couteau sert à troncaturer à la position $x$ la tache lumineuse *speckle* que nous considérerons comme étant une gaussienne 2D diaphragmée par une ouverture circulaire. c) Il est alors possible d'exprimer la puissance mesurée pour chaque position du couteau à l'aide d'une fonction d'erreur usuelle et d'en extraire le *waist* de la gaussienne. Dans le cas de ce graphique, réalisé à la position $d = 4,2$mm, on obtient : $w(d = 4,2\text{mm}) = 6,81 \pm 0,05$ mm.

Son principe, résumé par la Figure 4.7.a) est de mesurer la puissance du faisceau en le coupant précisément par un couteau afin de remonter aux caractéristiques dudit faisceau. Pour cela, il convient tout d'abord de placer une photodiode suffisamment grande pour capter l'ensemble du faisceau[10]. Un couteau, une lame de rasoir ou un objet opaque et ayant un bord rectiligne bien net sera ensuite placé en amont, perpendiculairement à l'axe optique, sa position $d$ fixée et précisément notée sur l'axe optique $z$. On déplace alors perpendiculairement ce couteau, selon l'axe $x$ par exemple, de façon à recouvrir progressivement la tache lumineuse (voir Figure 4.7.b)) et on mesure la puissance optique reçue par la photodiode $\mathrm{P}(x)$ en fonction du déplacement $x$. On obtient alors une courbe décroissante comme celle représentée Figure 4.7.c), mesure effectuée en plaçant le couteau à la position $d = 4\text{mm}$. La mesure va de la puissance totale du faisceau lorsque le couteau ne le coupe pas du tout ($\mathrm{P}(x=0) = 5,62\text{mW}$ dans le cas de la Figure 4.7.c)), à la puissance nulle lorsque le faisceau est totalement coupé (à partir de $x \simeq 20\text{mm}$).

Il est à noter que la présence de la monture de la lame diffusante agit comme un diaphragme circulaire (voir Figure 4.7.b)) de rayon $r_0 = 10,1\text{mm}$. Ce diaphragme peut avoir un certain impact sur la mesure du *waist* surtout lorsque la mesure s'effectue proche du diffuseur. Heureusement, le *waist* initial étant estimé à $w_0 \simeq 9\text{mm}$, ce diaphragme ne troncature que 8% de la lumière totale. Une simulation numérique prenant en compte cet effet a été effectuée et tend à confirmer l'absence d'influence de ce diaphragme. Nous le négligerons donc dans la suite.

#### Ajustement de la fonction d'erreur

Pour remonter au *waist* $w(d)$ du faisceau au niveau du couteau, considérons notre tache optique comme une gaussienne à 2D dans le plan $x-y$, de *waist* uniforme dans toutes les directions $w(d)$ (voir Figure 4.7.b)). En plaçant le couteau à la position $x$, parallèlement à l'axe $y$, on effectue une troncature de la gaussienne 2D. La puissance mesurée sera donc proportionnelle à l'intégrale sur $y$ d'une gaussienne de *waist* $w(d)$ jusqu'à la borne $x$ :

$$\mathrm{P}(x) \propto \int_{-\infty}^{x} \mathrm{e}^{-2\left(\frac{y}{w(d)}\right)^2} \mathrm{d}y \propto \int_{0}^{x} \mathrm{e}^{-2\left(\frac{y-x_0}{w(d)}\right)^2} \mathrm{d}y \propto erf\left(\sqrt{2}\frac{x-x_0}{w(d)}\right) \tag{4.19}$$

où $erf$ est appelée fonction d'erreur, définie par $erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp\left(-y^2\right) \mathrm{d}y$ et $x_0$ une constante.

Il est donc possible d'exprimer la puissance reçue à l'aide d'une fonction usuelle facile à utiliser comme fonction d'ajustement. C'est ce qui a été réaliser sur la Figure 4.7.c) en noir, permettant ainsi d'obtenir un résultat précis : $w(d = 4,2\text{mm}) = 6,81 \pm 0,05$ mm.

10. On peut, lorsque le faisceau est trop grand, utiliser une lentille pour focaliser la lumière et réduire la tache optique, l'important étant de capter toute la lumière issue du faisceau.

### 4.3.4 Résultats expérimentaux

En répétant cette mesure par couteau pour différentes distances $d$ (on rappelle que l'origine $d = 0$, correspond à la surface extérieure de la lame diffusante - voir Figure 4.7.b)), on obtient les points rouges représentés sur la Figure 4.8.

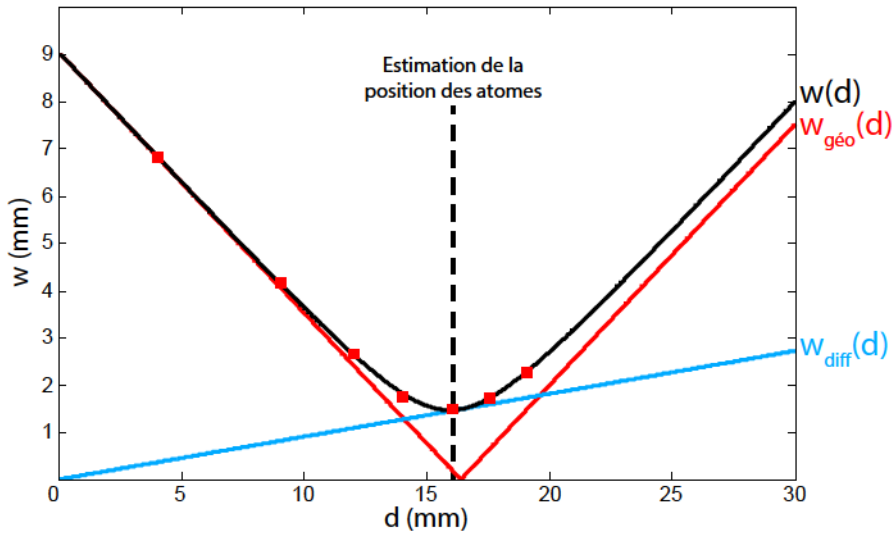


FIGURE 4.8: **Extension du faisceau mesurée en fonction de la distance avec le montage optique.** Les points rouges représentent les points expérimentaux. Une fonction d'ajustement (représentée en noir) permet d'extraire la contribution géométrique (représentée en rouge) et diffusive (représentée en bleu), ainsi que les paramètres du problème : $f$, $w_0$ et $\sigma_{diff}$.

L'objectif est alors d'ajuster la courbe théorique sur ces points afin de vérifier la valeur des paramètres mis en jeu, le bon accord avec le modèle théorique présenté section 4.3.2 et d'en déduire l'extension du *speckle* que nous utiliserons par la suite ainsi que l'erreur qui entache sa mesure.

D'après notre modèle théorique, eq. (4.11), l'intensité totale est donnée par la convolution de deux gaussiennes de waists $w_{géo}$ et $w_{diff}$. Le *waist* total $w$ est alors donné par la somme quadratique de ces deux contributions [11] (d'après eq. (4.14) et (4.17)) :

$$w(d) = \sqrt{w_{géo}^2(d) + w_{diff}^2(d)} = \sqrt{w_0^2 \frac{(d-f)^2}{f^2} + \frac{\lambda^2 d^2}{\pi^2 \sigma_{diff}^2}} \tag{4.20}$$

Il est alors possible d'ajuster cette formule à nos points expérimentaux en plaçant $f$, $w_0$ et $\sigma_{diff}$ comme paramètres ajustables. Le résultat de cette fonction d'ajustement est représenté en

11. La convolution de deux gaussiennes donne une troisième gaussienne dont le *waist* (ou l'écart-type) est donné par la somme quadratiques des deux *waists* (ou écart-types) des gaussiennes initiales (pour le redémontrer, le plus simple est de passer par la propriété bien connue selon laquelle la transformée de *Fourier* du produit de convolution est le produit (classique) des transformées de *Fourier*).

noir sur la Figure 4.8. Les droite rouges et bleues sont les contributions $w_{géo}$ et $w_{diff}$ correspondantes, représentées pour les trois paramètres ajustés [12]. Ces derniers sont :

- $f = 16,39 \pm 0,08$mm. L'accord est excellent entre ce résultat et la valeur théorique de la frontale de la lentille donnée par eq. (4.7) (en tenant compte du décalage apporté par la paroi de la cellule en verre et par le diffuseur lui-même). La position occupée par les atomes et estimée à $d = 16 \pm 0,5$mm (voir eq. (4.6)) est proche de la focale mesurée ci-dessus. Ceci est une bonne nouvelle car les atomes bénéficieront du maximum d'intensité de la part du faisceau mais plus important encore, les atomes se situent dans une zone où le *waist* varie très faiblement, ainsi l'erreur relative sur le *waist* au niveau des atomes est de l'ordre de 1% lorsque $d$ varie de $\pm 0,5$mm.
- $w_0 = 9,05 \pm 0,07$mm. Une mesure indépendante du *waist* au niveau du diffuseur a été faite en imageant directement le faisceau à l'aide d'un appareil photographique, en plaçant une feuille blanche sur le diffuseur en guise d'écran. Cette mesure donne une estimation grossière de l'ordre de $w_0 = 9 \pm 0,5$mm, ce qui est en accord avec le résultat obtenu grâce à la fonction d'ajustement.
- $\sigma_{diff} = 2,74 \pm 0,06$µm. Cette valeur correspond à un angle de diffusion $\theta_{diff} = \lambda/\pi\sigma_{diff} = 5,2° \pm 0,1°$ ce qui est bien compatible avec la valeur constructeur de l'ordre de 5°.

Nous en déduisons finalement la valeur du *waist*, à la position estimée des atomes, que nous utiliserons par la suite pour calculer l'amplitude de désordre (voir eq. (4.8)) :

$$w(d = 16\text{mm}) = 1,47 \pm 0,01\text{mm} \tag{4.22}$$

## 4.4 Évolution longitudinale de la longueur de corrélation

La seconde grandeur que nous allons étudier est la longueur de corrélation du *speckle* $\sigma$, primordiale pour définir entre autre la dynamique de la propagation ou bien les différents régimes de diffusion (voir section 2.1.2). Comme précédemment, l'intérêt de cette section sera de mesurer

12. Il est à remarquer ici que l'écart systématique, lorsque $d$ devient grand, entre la courbe finale $w(d)$ et sa contribution prépondérante pour $d$ grand, $w_{géo}(d)$ est attendu. Les deux droites doivent être quasiment parallèles car la pente de l'asymptote de $w(d)$ à l'infini est la somme quadratique des deux pentes $w_{géo}(d)$ et $w_{diff}(d)$ (cette seconde pente étant négligeable devant la première). Il existe aussi un écart entre l'asymptote de $w(d)$ et $w_{géo}(d)$. Il est d'ailleurs possible de démontrer que la droite asymptotique de $w(d)$ a pour expression :

$$\lim_{d\to\infty} w(d) = \sqrt{\left(\frac{w_0}{f}\right)^2 + \left(\frac{\lambda}{\pi\sigma_{diff}}\right)^2}\,.\,d - \frac{w_0^2}{f\sqrt{\left(\frac{w_0}{f}\right)^2 + \left(\frac{\lambda}{\pi\sigma_{diff}}\right)^2}} \tag{4.21}$$

σ sur une grande distance longitudinale $d$, afin d'obtenir une mesure fiable et bien comprise autour de la position supposée des atomes. Ceci nous permettra également de contrôler la variation de cette grandeur avec la position occupée par le nuage atomique.

### 4.4.1 Calcul de la fonction d'autocorrélation

Commençons par exprimer la fonction d'autocorrélation en amplitude $C(\delta x, \delta y, d)$ du champ de *speckle* dans le plan transverse $x-y$ à la position longitudinale $d$,selon l'axe $z$ (voir Figure 4.5). Il nous faut pour cela revenir à l'expression de l'amplitude du champ $A(x,y,d)$ de l'équation (4.9). Il est alors possible de montrer (voir calculs en annexe C.3) que $C(\delta x, \delta y, d)$ peut, comme c'était le cas pour l'intensité moyenne de la section précédente (eq. (4.11)), s'exprimer comme la convolution de deux termes que nous appellerons $I_\infty(\delta x, \delta y, d)$ et $\Gamma_{lim}(\delta x, \delta y, d)$ [Cerbino 07, Magatti 09b]. De plus, nous supposerons que le signal est stationnaire et nous rappelons que l'approximation paraxiale est valide :

$$\begin{aligned} C(\delta x = x - x', \delta y = y - y', d) &= \langle A(x,y,d) A^*(x',y',d) \rangle \\ &= \langle A(0,0,d) A^*(\delta x, \delta y, d) \rangle \\ &\propto I_\infty \otimes \Gamma_{lim}\ (\delta x, \delta y, d) \end{aligned} \tag{4.23}$$

$$\text{où} \quad I_\infty(\delta x, \delta y, d) = \widetilde{I}_{diff}\left(\frac{\delta x}{\lambda d}, \frac{\delta y}{\lambda d}\right)$$

$$\text{et} \quad \Gamma_{lim}(\delta x, \delta y, d) = C_{diff}\left(\frac{d_{eff}}{d}\delta x, \frac{d_{eff}}{d}\delta y\right)$$

où, on le rappelle, $I_{diff}(x_0, y_0)$ est la puissance (ou l'intensité) du champ au niveau du diffuseur (pour les coordonnées $(x_0, y_0, d=0)$) définie par eq. (4.12), $C_{diff}(x_0, y_0)$ la fonction d'autocorrélation au niveau du diffuseur définie par eq. (4.10) et $d_{eff}$ la distance effective définie par $1/d_{eff} = 1/f - 1/d$.

### 4.4.2 Contributions à la fonction d'autocorrélation

#### Expression des contributions à la fonction d'autocorrélation

Explicitons les expressions des deux contributions $I_\infty$ et $\Gamma_{lim}$ afin d'en extraire les deux longueurs de corrélations $\sigma_\infty$ et $\sigma_{lim}$ (définies par un écart-type de gaussienne) contribuant à la longueur de corrélation totale (en amplitude) du *speckle* :

- $I_\infty$ : ce premier terme est donné par la limite de diffraction du faisceau incident. Il fait simplement intervenir la transformée de *Fourier* de l'intensité initiale $I_{diff}$ prise aux coordonnées spectrales $u_{\delta x} = \delta x/\lambda d$ et $v_{\delta x} = \delta y/\lambda d$. De la même façon que pour les équations

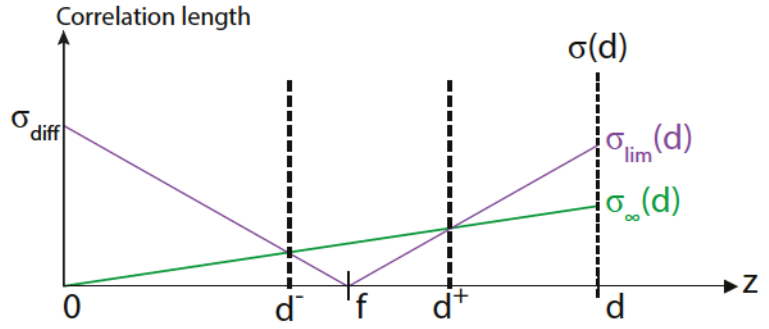


FIGURE 4.9: **Contributions à la longueur de corrélation.** Il est possible d'extraire deux contributions à la longueur de corrélation en amplitude du *speckle* : une contribution de diffraction infinie $\sigma_\infty$ (en vert) qui dépend de la transformée de *Fourier* de l'intensité initiale du faisceau $\widetilde{I}_{diff}$ et une contribution dite limitée $\sigma_{lim}$ (en violet) qui dépend de la fonction d'autocorrélation du diffuseur $C_{diff}$.

(4.15) et (4.16), on obtient d'après l'expression de $I_{diff}$ (eq. (4.12)) et d'après la définition de la transformée de *Fourier* (comme pour eq. (4.15)) :

$$\begin{aligned} I_\infty(\delta x, \delta y, d) &= \widetilde{I}_{diff}\left(\frac{\delta x}{\lambda d}, \frac{\delta y}{\lambda d}\right) \\ &\propto \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\pi w_0}{\lambda d}\right)^2 (\delta x^2 + \delta y^2)\right) \end{aligned} \tag{4.24}$$

où, on le rappelle, $w_0$ est le *waist* initial du faisceau au niveau du diffuseur, à $d = 0$. On peut alors en déduire l'expression de l'écart-type de cette nouvelle gaussienne qui correspond à la longueur de corrélation $\sigma_\infty(d)$ de cette contribution [13] (représenté en vert sur la Figure 4.9) :

$$\sigma_\infty(d) = \frac{\lambda d}{\pi w_0} \tag{4.25}$$

– $\Gamma_{lim}$ : ce second terme dépend quant à lui de la fonction d'autocorrélation de la lame diffusante. D'après la formule eq. (4.10) prise en $x_0 = \delta x d_{eff}/d$ et en $y_0 = \delta y d_{eff}/d$ :

$$\Gamma_{lim}(\delta x, \delta y, d) = exp\left(-\frac{\delta x^2 + \delta y^2}{2\sigma_{diff}^2}\frac{d_{eff}^2}{d^2}\right) \tag{4.26}$$

où, on le rappelle, $\sigma_{diff}$ est la longueur de corrélation du diffuseur (i.e. la taille caractéristique des rugosités de la lame diffusante). On en déduit donc l'écart-type de cette nouvelle

13. Afin d'éviter toute confusion, il est important de rappeler la définition de la longueur de corrélation, qui correspond dans le cas d'une gaussienne, à l'écart-type $\sigma$ de cette dernière (pour parler en termes statistiques), correspondant à la forme $\exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right)$ (voir par exemple eq. (4.10)). Cette définition n'est pas à confondre avec la définition du *waist* $w$ d'un faisceau, qui correspond dans le cas d'une gaussienne à la forme $\exp\left(-2\frac{x^2}{w^2}\right)$, que l'on peut retrouver par exemple dans eq. (4.12).

gaussienne, noté $\sigma_{lim}$ (représenté en violet sur la Figure 4.9) :

$$\sigma_{lim}(d) = \sigma_{diff}\frac{d}{d_{eff}} = \sigma_{diff}\frac{|d-f|}{f} \tag{4.27}$$

**Régime de comportement et interprétation des contributions à la fonction d'autocorrélation**

Commençons par remarquer que ces deux contributions présentent une analogie avec la forme des deux contributions à l'extension du faisceau, même si leurs origines physiques sont très différente (voir section 4.3.2). En particulier, on retrouve le fait qu'une des contributions, $\sigma_\infty(d)$ est prépondérante aux alentours du point focal et donc du régime que l'on a appelé régime de diffraction à l'infini, tandis que la contribution $\sigma_{lim}(d)$ sera dominante loin du point focal.

De plus, il est à remarquer que les deux points limites $d^-$ et $d^+$ définissant les régimes de validité des deux contributions (voir Figure 4.9) sont exactement les mêmes que ceux décrits par eq. (4.18) (en réalisant un calcul analogue).

Les conclusions sont donc elles aussi analogues, en remarquant que pour un diffuseur fortement diffusant (i.e. $\theta_{diff} \gg \text{ON}$) [14], on se trouve en régime de diffusion infinie où seul le terme $\sigma_\infty(d)$ sera présent, ce qui n'est pas le cas dans notre expérience. En effet, nous nous trouvons plutôt dans la configuration faiblement diffusante (i.e. $\theta_{diff} \sim 5° \ll \text{ON} \sim 30°$) pour laquelle le terme $\sigma_{lim}(d)$ sera limitant autour du point focal à une distance d'environ ±2,5mm de la focale.

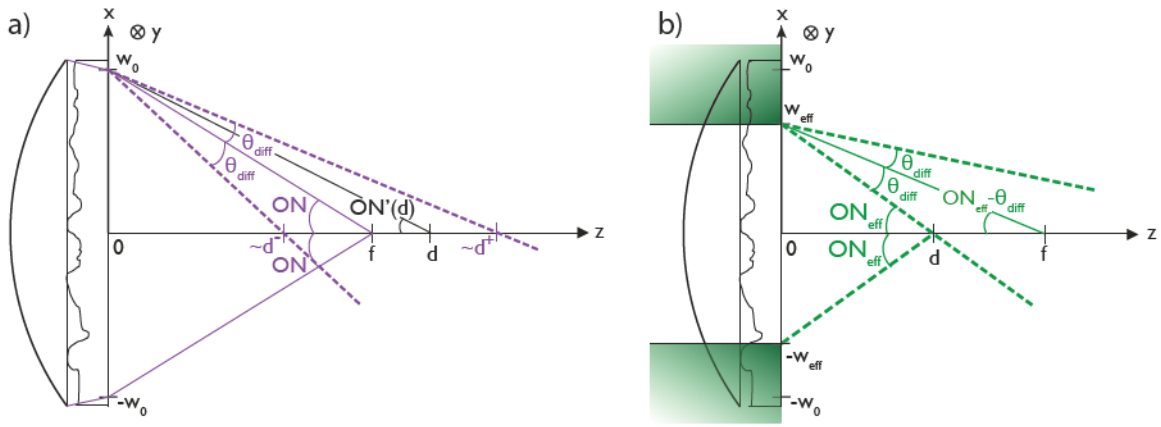


FIGURE 4.10: **Interprétation géométrique des composantes de la fonction d'autocorrélation.** a) $\sigma_\infty$ : aux alentours du point focal toute la lame diffusante participe au *speckle*, la longueur de corrélation est alors donnée par la limite de diffraction $\sigma_\infty(f) = \lambda/\pi\text{ON}_d$. b) $\sigma_{lim}$ : loin du point focal, l'ouverture numérique effective $\text{ON}_{eff}$ vue au point $d$ est limitée par une pupille effective de rayon $w_{eff} < w_0$. Ceci augmente la longueur de corrélation.

Quelle interprétation donner à ces deux composantes ?

14. On le rappelle, $\theta_{diff} = \lambda/\pi\sigma_{diff}$ est l'angle de diffusion typique de la lame diffusante et $\text{ON} = w_0/f$ est l'ouverture numérique du montage optique (voir Figures 4.1 et 4.5).

– $\sigma_\infty$ : lorsque $d \in [d^-; d^+]$, nous sommes en régime de diffraction infinie où le terme $\sigma_\infty$ est prépondérant. Dans ce régime, $d$ est proche du point focal et toute la lame diffusante participe au champ de *speckle*. Plus précisément, la taille du grain de *speckle* n'est limitée que par l'ouverture numérique totale du montage "vu" à la distance $d$ (voir Figure 4.10.a)). En définissant naturellement cette ouverture par : $\mathrm{ON}'(d) = w_0/d$, on trouve d'après (4.25) :

$$\sigma_\infty(d) = \frac{\lambda d}{\pi w_0} = \frac{\lambda}{\pi \mathrm{ON}'(d)} \tag{4.28}$$

ce qui correspond grossièrement à la limite de diffraction bien connue en optique.

– $\sigma_{lim}$ : lorsque $d \in ]-\infty; d^-] \cup [d^+; +\infty[$, nous entrons dans un nouveau régime où l'ouverture numérique n'est cette fois-ci pas maximale. Si $d$ est trop proche du diffuseur par exemple, comme c'est le cas sur la Figure 4.10.b), l'angle de diffraction du diffuseur $\theta_{diff}$ ne sera pas assez grand pour que les parties de la lame diffusante les plus éloignées de l'axe optique (zones colorées vertes) participent à la formation du grain de *speckle*. En d'autres termes, l'ouverture numérique sera limitée par une pupille effective de taille $w_{eff} < w_0$. On notera cet angle d'ouverture effectif $\mathrm{ON}_{eff}(d) = w_{eff}/d$. Ainsi, $\sigma_{lim}(d)$ peut être vu, à l'image du cas du régime de diffraction infinie (eq. (4.28)), comme la "limite de diffraction" par notre ouverture numérique effective $\mathrm{ON}_{eff}(d)$ :

$$\sigma_{lim}(d) = \frac{\lambda}{\pi \mathrm{ON}_{eff}(d)} \tag{4.29}$$

Il est alors possible de retrouver le résultat de eq. (4.27) à l'aide d'arguments géométriques (en s'aidant de la Figure 4.10.b)) en remarquant que $\mathrm{ON}_{eff}(d) = \theta_{diff} \dfrac{f}{|d-f|}$ [15]. Ceci permet ainsi de retrouver le résultat correct :

$$\sigma_{lim}(d) = \frac{\lambda}{\pi \theta_{diff}} \frac{|d-f|}{f} = \sigma_{diff} \frac{|d-f|}{f} \tag{4.30}$$

En rappelant la définition de l'angle de diffraction $\theta_{diff} = \lambda/\pi\sigma_{diff}$.

### 4.4.3 Mesure de la longueur de corrélation

Les différents régimes et interprétations ayant été présentés, on comprend l'intérêt d'une mesure précise de la longueur de corrélation transverse (dans le plan $x-y$) sur une distance longitudinale (selon $z$) supérieure à quelques millimètres. Ceci nous permettra d'atteindre le régime

15. Démontrons ce résultat dans le cas de la Figure 4.10.b). Commençons par remarquer qu'en appliquant les formules de somme des angles d'un triangle, l'angle entre l'axe optique et la droite passant par les points $w_{eff}$ et $f$ est $\mathrm{ON}_{eff} - \theta_{diff}$. D'autre part, on sait que $\mathrm{ON}_{eff} = w_{eff}/d$ et que les formules trigonométriques donnent $\mathrm{ON}_{eff} - \theta_{diff} = w_{eff}/f$. En éliminant $w_{eff}$ à l'aide des deux expressions précédentes on finti bien par obtenir $\mathrm{ON}_{eff} = \theta_{diff} f/(d-f)$.

limité et ainsi de confirmer le raisonnement présenté précédemment, de vérifier la valider les paramètres expérimentaux et de renforcer notre confiance en σ au niveau des atomes.

Cependant, une remarque ici primordiale est à noter. Les mesures effectuées au cours de cette section ont trait à l'intensité du *speckle* et non pas à son amplitude, comme il a été question sections 4.4.1 et 4.10. En ne s'intéressant pas à la valeur moyenne de l'intensité, il est cependant possible de relier de façon simple la fonction d'autocorrélation en amplitude $C(\delta x, \delta y, d)$ définie par eq. (4.23) avec la fonction d'autocorrélation en intensité mesurée au cours de cette section, que nous appellerons $C'(\delta x, \delta y, d) = \langle \delta I(x, y, d) \delta I^*(x', y', d) \rangle = \langle \delta I(0,0,d) \delta I^*(\delta x, \delta y, d) \rangle$ (où $\delta I = I - \bar{I}$ est l'intensité $I = A^2$ recentrée par rapport à sa valeur moyenne $\bar{I}$) :

$$C'(\delta x, \delta y, d) \propto \left[ C(\delta x, \delta y, d) \right]^2 \tag{4.31}$$

D'après [Goodman 07] - chap. 4 [16]. Pour des fonctions d'autocorrélation gaussiennes, la relation sera par conséquent elle aussi très simples entre la longueur de corrélation en amplitude σ et la longueur de corrélation en intensité mesurée dans ce qui suit et qui sera notée σ′ :

$$\sigma = \sqrt{2}\sigma' \tag{4.32}$$

#### Imagerie du *speckle* transverse par microscope

Pour effectuer la mesure de σ′, nous allons utiliser un microscope ayant un fort grandissement ainsi qu'une grande ouverture numérique (x60 - ON= 0,85), afin d'obtenir sur une caméra CCD des images à haute résolution capables de résoudre les grains de *speckle* (voir Figure 4.11). Un petit diaphragme de diamètre 150µm est également ajouté, permettant de couper les rayons parasites diffusés sur les bords de l'objectif et polluant l'image. De plus, ce diaphragme nous est utile pour positionner précisément à la distance $d$ le plan transverse à imager. Il est ainsi facile de focaliser le microscope sur les bords du diaphragme nous servant de repères (comme sur l'image expérimentale de la Figure 4.11).

#### Autocorrélation expérimentale du champ de *speckle*

Une fois l'image $I(x, y, d)$ du champ de *speckle* obtenue, il faut procéder à l'extraction de la longueur de corrélation σ′ grâce à un traitement résumé Figure 4.12. On commence par sélectionner la zone centrale de l'image afin de ne pas être gêné par l'éventuelle distorsion présente

16. Cette relation se déduit du théorème de *Wick* permettant de simplifier la fonction d'autocorrélation en intensité. Pour ce faire, il faut notamment supposer que la distribution de probabilité de l'amplitude (vectorielle) est gaussienne, ce qui est le cas d'après eq. (4.2).

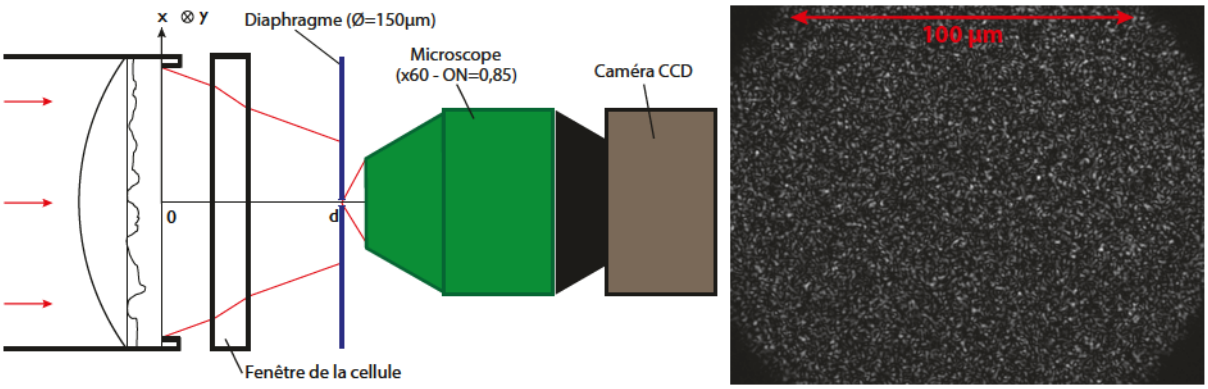


FIGURE 4.11: **Montage expérimental d'imagerie du *speckle* dans le plan transverse x-y à l'aide d'un microscope.** Un diaphragme permet de limiter le champ d'imagerie. Un microscope à fort grandissement et grande ouverture numérique (x60 - ON= 0,85) permet d'obtenir une image expérimentale hautement résolue (image de droite, obtenue à la distance $d = 13,8$mm).

sur ses bords (Figure 4.12.a)). On effectue alors l'autocorrélation à 2D de l'image grâce à l'outil numérique. L'idée est simplement de tirer parti du fait que le produit de convolution devient une simple multiplication dans l'espace de *Fourier*. On va donc passer notre image dans cet espace par ordinateur grâce à l'algorithme de *fft* à 2D (*2D fast Fourier transform*). On multiplie cette transformée par elle-même (i.e. on prend le module au carré de cette matrice complexe) et on repasse dans l'espace réel par *fft* inverse [17] : $C' = I \otimes I = |fft^{-1}\left(|fft\,(I)|^2\right)|$. Le résultat de ce processus est présenté Figure 4.12.b).

L'image $C'(x,y)$ présente une tache centrale [18] caractéristique de la structure du champ de *speckle* dont la taille est donnée par la longueur de corrélation $\sigma'$. Pour l'extraire, il suffit de ne prélever que le profil central selon un axe (en $y = 0$ ou en $x = 0$ comme c'est le cas pour la Figure 4.12.b), représentant en pointillés rouges le profil choisi) et d'ajuster une fonction gaussienne dont on tirera l'écart-type $\sigma'$ selon cet axe (Figure 4.12.c)). Nous avons constaté que la longueur de corrélation était suffisamment isotrope dans le plan $x-y$ [19], pour considérer par la suite la mesure comme indépendante de l'axe de traitement choisi. Dans le cas présenté sur la Figure 4.12, on trouve $\sigma' = 0,38$µm. L'encart de cette figure nous montre le bon accord entre les points expérimentaux et la fonction d'ajustement gaussienne.

### 4.4.4 Résultats expérimentaux

L'opération de mesure et d'extraction de la longueur de corrélation peut être répétée pour différentes distances $d$, en vérifiant pour chaque distance que la fonction d'autocorrélation pouvait

17. En ne gardant que le module de ce résultat afin d'effacer d'éventuels résidus complexes lors de la *fft* inverse.
18. Centrée autour de la distance nulle artificiellement placée au milieu de l'image.
19. Environ 5% de différence entre chaque mesure selon $x$ et selon $y$, l'erreur étant uniformément répartie.

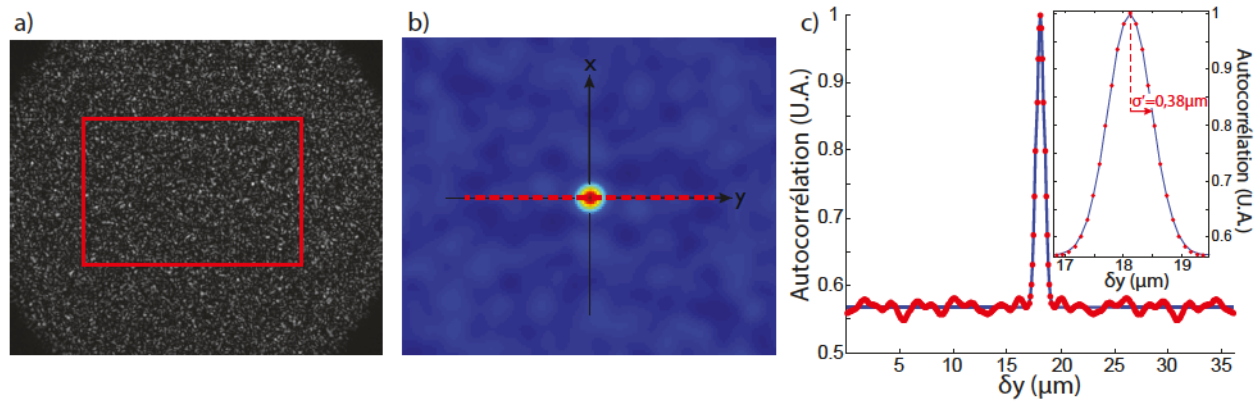


FIGURE 4.12: **Traitement des données expérimentales pour l'obtention de la longueur de corrélation.** Traitement effectué à la distance $d = 13,8$mm. a) Champ de *speckle* dans le plan transverse $x-y$ obtenu à l'aide d'un microscope. Seule la zone centrale est sélectionnée pour être traitée afin de ne pas prendre en compte les déformations de bord d'image. b) Autocorrélation 2D du champ de *speckle* présenté en a), réalisée par *fft* sur ordinateur. La tache centrale est une gaussienne uniforme selon n'importe quelle direction ce qui permet d'extraire le profil central selon un axe quelconque (dans notre cas, selon l'axe $y$, représenté le trait pointillé rouge). c) Profil de la fonction d'autocorrélation représentée en b) selon l'axe $y$ (points rouges). Ce profil est ajusté par une gaussienne (courbe bleue). Encart : agrandissement de la partie centrale du profil. La fonction d'ajustement gaussienne est bien adaptée au profil. Son écart-type $\sigma' = 0,38$μm représente directement la longueur de corrélation recherchée.

être modélisable par une gaussienne isotrope. Ceci aboutit au graphique de la Figure 4.13 dont les résultats sont représentés par des points rouges.

Afin d'extraire un maximum d'informations à partir de ce graphique, nous avons décidé d'ajuster une fonction théorique sur ces points expérimentaux. De même que pour l'expression du *waist* total (eq. (4.20)), l'expression de la longueur de corrélation totale en amplitude $\sigma(d)$ vue section 4.4.2 est issue de la convolution de deux gaussiennes d'écart-type $\sigma_\infty(d)$ et $\sigma_{lim}(d)$. Par propriété de la fonction gaussienne et du produit de convolution, l'écart-type final $\sigma(d)$ est donné par la somme quadratique des deux composantes (voir la note [11]) $\sigma_\infty(d)$ et $\sigma_{lim}(d)$ (d'après eq. (4.25) et (4.27)) :

$$\sigma(d) = \sqrt{\sigma_\infty^2(d) + \sigma_{lim}^2(d)} = \sqrt{\frac{\lambda^2 d^2}{\pi^2 w_0^2} + \sigma_{diff}^2 \frac{(d-f)^2}{f^2}} \tag{4.33}$$

Ce qui correspond à l'expression suivante, dans la définition en intensité de la longueur de corrélation (voir eq. (4.32)) :

$$\sigma'(d) = \frac{\sigma(d)}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{\lambda^2 d^2}{2\pi^2 w_0^2} + \sigma_{diff}^2 \frac{(d-f)^2}{2f^2}} \tag{4.34}$$

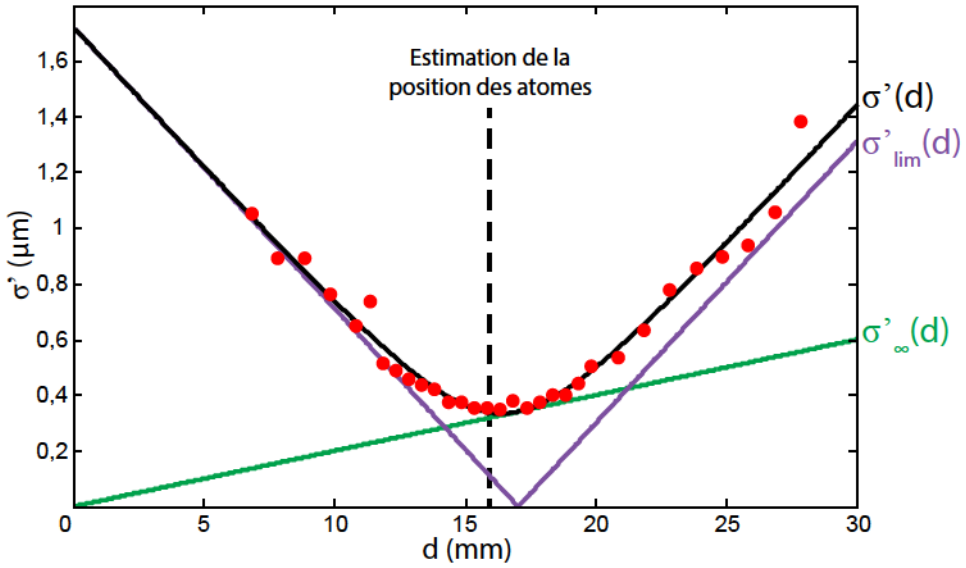


FIGURE 4.13: **Longueur de corrélation transverse en intensité mesurée en fonction de la distance avec le montage optique.** Les points rouges représentent les mesures expérimentales. Une fonction d'ajustement (représentée en noir) permet d'extraire la contribution de diffusion infinie (représentée en vert) et de diffusion limitée (représentée en violet), ainsi que les paramètres du problème $f$, $\sigma_{diff}$ et $w_0$.

Cette dernière fonction a été ajustée aux points expérimentaux avec pour paramètres libres $f$, $\sigma_{diff}$ et $w_0$. Elle est représentée en noir sur la Figure 4.13. Les deux composantes de cette fonction sont représentées en violet et en vert. Les résultats de l'ajustement sont les suivants :

- $f = 17{,}0 \pm 0{,}1$mm. Cette valeur est acceptable et proche de la valeur attendue ($f = 16 \pm 0{,}5$mm et de celle donnée par la mesure du *waist* section 4.3.4. La différence peut s'expliquer par le difficile positionnement absolu du petit diaphragme servant de cible pour l'objectif. La conclusion primordiale de cette mesure est que ce point focal est proche de la position supposée des atomes, ce qui assure une longueur de corrélation minimale. Cette conclusion nous permet également d'obtenir une précision maximale sur la valeur de $\sigma'$ par rapport à notre incertitude sur la position des atomes (de l'ordre de $\pm 0{,}5$mm) et du diaphragme utilisé comme cible. Ainsi, l'erreur sur la longueur de corrélation est très faible, de l'ordre de 0,5% lorsque $d$ varie de 0,5mm.
- $\sigma_{diff} = 2{,}44 \pm 0{,}05$µm. Ce résultat correspond à un angle de diffusion de la lame diffusante de $\theta_{diff} = \lambda/\pi\sigma_{diff} = 5{,}8° \pm 0{,}2°$ ce qui est compatible avec la valeur donnée par le constructeur ($\sim 5°$). On préférera tout de même retenir la valeur de $\sigma_{diff}$ donnée par la mesure du *waist* section 4.3.4 car elle était issue d'un ajustement dans la zone de diffraction à l'infini et donc indépendante d'éventuels effets géométriques.
- $w_0 = 8{,}8 \pm 0{,}4$mm. Cette valeur du *waist* initial est en accord avec la valeur mesurée indépendamment à hauteur de $w_0 = 9 \pm 0{,}5$mm (voir section 4.3.4). Pour la même raison

que pour $\sigma_{diff}$, c'est cette mesure que nous préférerons retenir plutôt que celle extraite de l'ajustement du *waist*.

Nous en déduisons finalement la valeur de la longueur de corrélation en intensité à la position $d = 16\text{mm}$ estimée des atomes avec l'erreur correspondante qui vient d'être calculée : $\sigma'(d = 16\text{mm}) = 0,337 \pm 0,007\mu\text{m}$. Pour la suite du manuscrit, nous préfererons utiliser la définition de la corrélation en amplitude :

$$\sigma(d = 16\text{mm}) = \sqrt{2}\,.\,\sigma'(d = 16\text{mm}) = 0,48 \pm 0,01\mu\text{m} \tag{4.35}$$

Remarquons enfin d'un ajustement numérique plus poussé a été utilisé, prenant notamment en compte l'effet du diaphragme sur l'illumination de la lame diffusante. Les résultats sont sensiblement similaires à ceux obtenus ci-dessus, ce qui tend à confirmer l'absence d'impact du diaphragme sur le champ de *speckle*.

## 4.5 Longueur de corrélation longitudinale aux alentours du plan de *Fourier*

Cette dernière section abordera rapidement la question de la longueur de corrélation longitudinale (en intensité) notée $\sigma'_{\parallel}$ dans le plan $x-z$ ou $y-z$ (nous supposerons, comme dans les sections précédentes, que $\sigma'_{\parallel}$ est isotrope dans le plan $x-y$). Cette grandeur est notamment nécessaire de pouvoir quantifier l'anisotropie des grain de *speckle*, définissant le caractère 2D de nos expériences. De plus, nous verrons section 5.1.2 que la valeur et le modèle choisi pour définir $\sigma'_{\parallel}$ peut induire certaines limitations dans la mesure du temps élastique de diffusion $\tau_S$. La mesure de la longueur de corrélation dans la direction longitudinale étant plus complexe que celle dans le plan transverse, nous nous contenterons ici d'expliciter seulement les principaux résultats aux alentours du plan focal que nous supposerons confondu avec la position estimée des atomes [20].

### 4.5.1 Expression de la longueur de corrélation longitudinale

À trois dimensions, à la distance $d$ par rapport au diffuseur, la fonction de corrélation en intensité $C'_{3D}(\delta x, \delta y, d + \delta z)$ peut être exprimée par la forme suivante, en supposant un éclairement gaussien et en appliquant l'approximation paraxiale [Magatti 09a, Piraud 13] :

20. La mesure précise de $\sigma'_{\parallel}$ n'est ici pas aussi primordiale que celle de $\sigma'$ car dans le chapitre 5, $\tau_S$ ne sera mesuré que dans le plan transverse. Dans d'autres circonstances, cette mesure serait de tout premier plan, pour l'étude du régime critique d'*Anderson* à 3D par exemple.

$$C'_{3D}(\delta x, \delta y, d+\delta z) = \frac{1}{1+\delta z^2/\sigma'^2_{\parallel}(d)} \exp\left(-\frac{1}{1+\delta z^2/\sigma'^2_{\parallel}(d)} \frac{\delta x^2+\delta y^2}{2\sigma'^2(d)}\right) \tag{4.36}$$

On remarque que cette expression est bien équivalente à la version 2D de la fonction de corrélation en intensité $C'(\delta x, \delta y, d)$ dont il a été question au cours de la section 4.4 (de la forme $C'(\delta x, \delta y, d) = \exp\left(-\frac{\delta x^2+\delta y^2}{2\sigma'^2(d)}\right)$), lorsque l'on ne s'intéresse pas à la variation en $z$, i.e. en fixant $\delta z = 0$. De plus, en prenant cette expression sur l'axe optique (en $x = y = 0$), on peut la réduire en une simple lorentzienne (pour un éclairement incident gaussien, on le rappelle) :

$$C'_{3D}(0, 0, d+\delta z) = \frac{1}{1+\delta z^2/\sigma'^2_{\parallel}(d)} \tag{4.37}$$

où $\sigma'_{\parallel}(d)$ représente dès lors la demi-largeur à mi-hauteur de la fonction de corrélation lorentzienne en intensité longitudinale. Définissons le facteur d'anisotropie en intensité du *speckle* $\gamma'$ à l'aide de $\sigma'(d)$, l'écart-type de la fonction de corrélation gaussienne en intensité transverse. Afin garder une certaine cohérence dans notre définition, nous multiplierons $\sigma'(d)$ par $\sqrt{2\ln(2)}$ pour convertir l'écart-type en demi-largeur à mi-hauteur de gaussienne :

$$\gamma'(d) = \frac{\sigma'_{\parallel}(d)}{\sqrt{2\ln(2)}\sigma'(d)} \tag{4.38}$$

Nous nous concentrerons dans la suite sur l'expression de la longueur de corrélation dans le plan focal (i.e. pour $d = f$). Nous savons déjà que la longueur de corrélation transverse est donnée par la limite de diffraction (eq. (4.28)). La longueur de corrélation longitudinale sera quant à elle donnée par la longueur de *Rayleigh* [Shapiro 12, Piraud 13] (voir Figure 4.14.a)) :

$$\sigma'_{\parallel}(d = f) = \frac{2\lambda f^2}{\pi w_0^2} = \frac{2\lambda}{\pi \mathrm{ON}^2} \tag{4.39}$$

Remarquons que l'anisotropie $\gamma'$ est inversement proportionnelle à l'ouverture numérique ON : $\gamma' = 2/\sqrt{\ln(2)}\mathrm{ON}$. Il en résulte une limitation fondamentale du *speckle* pour notre expérience. En effet, si les expressions du *waist* et de la longueur de corrélation au point focal (eq. (4.17) et (4.28)) impliquent que pour minimiser $w$ et $\sigma$, il faut maximiser ON, cela provoque nécessairement une diminution de l'anisotropie, ce qui contrarie le caractère 2D de notre expérience[21]. Remarquons également qu'il nous est d'ors et déjà possible de donner une prédiction de la longueur de corrélation longitudinale, en utilisant le résultat de l'ajustement du *waist* section 4.3.4 pour en déduire $f$ et de l'ajustement de la longueur de corrélation section 4.4.4 pour en déduire $w_0$ : $\sigma'_{\parallel} = 1,72\mu\mathrm{m}$. De même, l'anisotropie théorique est : $\gamma' = 2/\sqrt{\ln(2)}\mathrm{ON} = 2f/\sqrt{\ln(2)}w_0 = 4,47$.

21. Évidemment, pour une expérience demandant une bonne isotropie 3D, comme pour l'expérience sur la localisation d'*Anderson* 3D, le problème ne se pose pas [Jendrzejewski 12a].

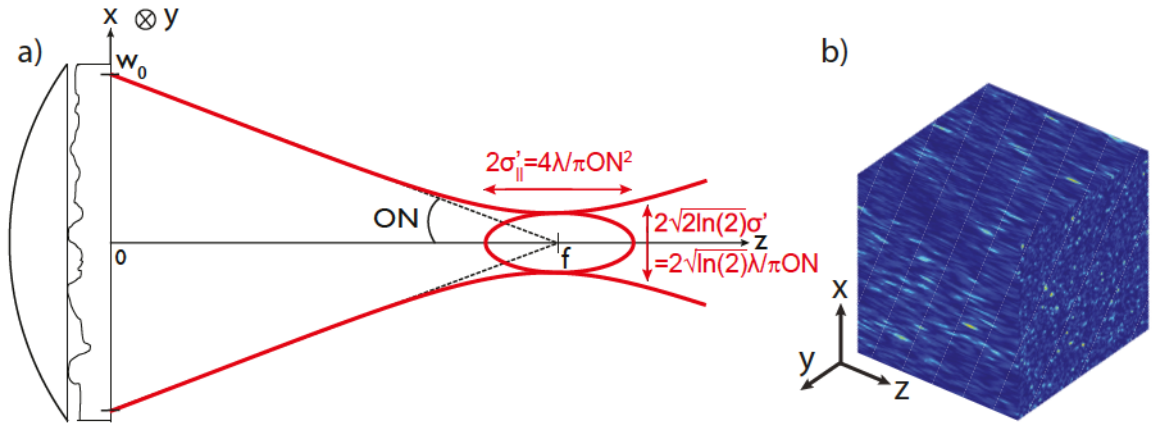


FIGURE 4.14: **Longueurs de corrélations à** 3D**.** a) Expressions de la longueur de corrélation autour du point focale situé à la distance $d = f$. La longueur de corrélation transverse $\sigma'$ est grossièrement donnée par la limite de diffraction tandis que la longueur de corrélation longitudinale $\sigma'_{\parallel}$ est grossièrement donnée par la longueur de *Rayleigh* (exprimées sur le schéma sous forme de largeur totale à mi-hauteur). b) Vue à 3D du champ de *speckle* expérimentalement mesuré autour du point focal (échelle de longueur identique selon les trois directions de l'espace). Ceci permet de visualiser l'anisotropie des grains de *speckle*, environ 4 fois plus longs selon la direction longitudinale $z$.

### 4.5.2 Mesure de la longueur de corrélation longitudinale

La méthode la plus évidente pour mesurer cette longueur de corrélation longitudinale autour de la distance $d$ est de passer par la mesure la figure de *speckle* dans plusieurs plans transverses $x-y$ en faisant varier finement la petite distance longitudinale $\delta z$ autour de $d$ [22].

Le montage reste donc celui présenté Figure 4.11, à ceci près que nous souhaitons maintenant prendre un grand nombre de coupes transverses sur une distance longitudinale de quelques micromètres seulement. La stabilité d'une platine de translation usuelle n'étant pas suffisante, nous utilisons une platine de translation contrôlée électroniquement [23]. Cette dernière permet d'effectuer 100 prises de vue autour du point focal, par pas de $0,2\mu$m (donc sur un intervalle total de $20\mu$m, i.e. environ 10 fois la longueur de corrélation longitudinale), le tout en restant dans le même plan transverse. Cette série de clichés, une fois rassemblés, permet de donner une cartographie 3D du *speckle* autour du point focal (voir Figure 4.14.b)).

Le traitement est ensuite similaire à celui décrit section 4.4.3. La différence réside dans le fait qu'une autocorrélation à 3D du volume contenant le *speckle* est à présent réalisée. On obtient

22. Méthode standard pour mesurer une profondeur de champ ou une longueur de *Rayleigh*.

23. En effet, une platine de translation standard, servant à déplacer le système d'imagerie selon la direction longitudinale $z$, est généralement munie d'une vis *Vernier* manuelle. La conception mécanique ainsi que le déplacement de cette vis à la main et donc par à-coups, induit de légers tilts et décalages dans le plan transverse. Ces déplacements micrométriques sont suffisamment grands pour perdre le positionnement exact du plan transverse d'imagerie (dont les détails, on le rappelle, sont de l'ordre de $\sigma \simeq 0,4\mu$m). La platine électronique que nous utilisons est quant à elle à déplacement continu (en plus d'être mécaniquement mieux conçue), ce qui assure une meilleure stabilité.

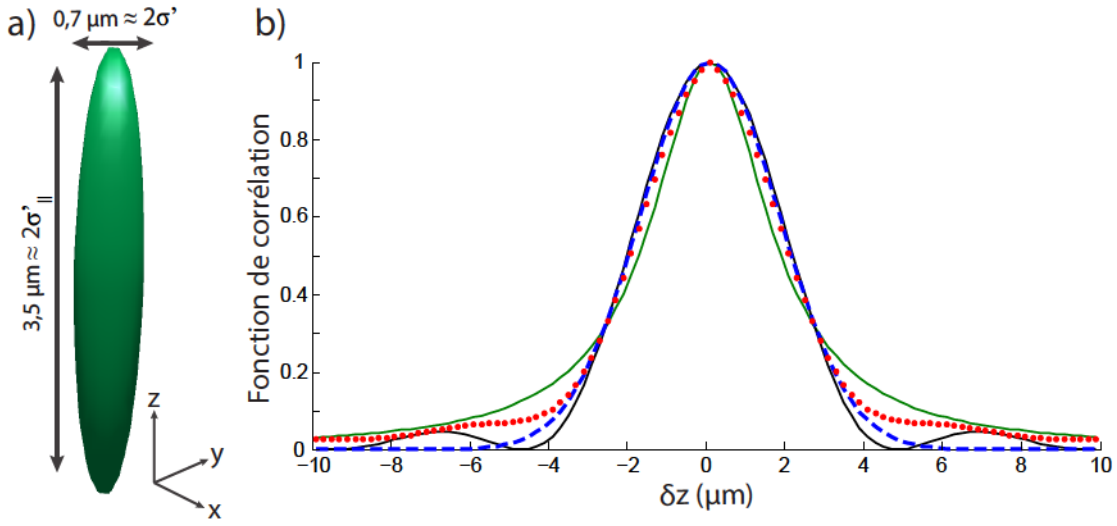


FIGURE 4.15: **Traitement de la fonction d'autocorrélation 3D du champ de *speckle*.** a) Représentation en surface 3D de la fonction d'autocorrélation (affichage de l'iso-valeur $C'_{3D} = 0,6$). b) Section transverse de la fonction d'autocorrélation (section centrale du plan $x-z$) en fonction de la distance selon l'axe $z$ (points rouges). La fonction d'ajustement lorentzienne est représentée en trait plein vert, la fonction d'ajustement en sinus cardinal carré est représentée en trait plein noir et la fonction d'ajustement gaussienne en tirets bleus.

alors une fonction d'autocorrélation 3D que l'on peut représenter par la surface[24] de la Figure 4.15.a). Cette Figure permet déjà de se rendre compte que le facteur d'anisotropie prédit semble être juste (i.e. $3,5/0,7 \simeq 5$).

Afin d'obtenir un résultat plus quantitatif, on choisit d'afficher une section longitudinale de la fonction d'autocorrélation 3D afin de l'ajuster par une fonction (on choisira par exemple la section centrale du plan $x-z$). Cette section est représentée Figure 4.15.b) sous forme de points rouges. Une fonction d'ajustement lorentzienne de la forme de eq. (4.37) est ensuite ajustée sur ces points expérimentaux ($\sigma'_{\parallel}$ étant le seul paramètre ajustable). Cette dernière est représentée Figure 4.15.b) en trait plein vert. La longueur de corrélation extraite de ce traitement est la suivante :

$$\sigma'_{\parallel}(d = f) = 1,72 \pm 0,03\mu\text{m} \tag{4.40}$$

Ce qui est totalement en accord avec la prédiction présentée à la fin de la section 4.5.1. À l'aide de la mesure de $\sigma'$ donnée section 4.4.4, on en déduit le facteur d'anisotropie :

$$\gamma' = \frac{\sigma'_{\parallel}}{\sqrt{2\ln(2)}\sigma'} = 4,34 \tag{4.41}$$

24. Plus précisément, la surface affichée dans cette Figure représente l'iso-valeur 0,6, ce qui correspond environ à la valeur de l'écart-type d'une gaussienne d'amplitude maximale 1 (i.e. $\exp(-1/2) \simeq 0,6$).

**Modélisation par une fonction sinus cardinal au carré :** Il est à noter que l'accord qualitatif entre l'ajustement lorentzien et les points expérimentaux (voir Figure 4.15.b)) n'est pas parfait. En particulier, les points expérimentaux montrent de légers rebonds autour du lobe central. Ceci pourrait être la signature de l'influence du diaphragme de rayon $r_0 = 10,1\text{mm}$, même si celle-ci n'a pas été notable lors de la mesure de l'extension et de la longueur de corrélation transverse. Dans le cas extrême, pour un éclairement uniforme limité par un diaphragme circulaire, la fonction de corrélation longitudinale serait donnée par une fonction sinus cardinal au carré de la forme [Goodman 07] :

$$C'_{\text{3D/sinc}}(0,0,d+\delta z) = \text{sinc}^2\left(\frac{\tilde{r}_0^2}{2\lambda d^2}\delta z\right) \tag{4.42}$$

où la fonction sinus cardinal est définie par $\text{sinc}(t) = \sin(\pi t)/\pi t$ et $\tilde{r}_0$ est le rayon du diaphragme considéré. Cette fonction a été ajustée avec pour paramètre libre $\tilde{r}_0$ et en se plaçant à la distance $d = f = 16,39\text{mm}$ (d'après l'ajustement de l'extension du *speckle*, section 4.3.4). Le résultat de cet ajustement est représenté en noir sur la Figure 4.12.b). On en déduit une valeur du rayon du diaphragme effectif : $\tilde{r}_0 = 9,37\text{mm}$, qui reste proche de la valeur réelle de $r_0 = 10,1\text{mm}$.

Remarquons que l'accord n'est toujours pas parfait entre ce modèle et les points expérimentaux, en particulier, les rebonds ne sont pas bien ajustés. Ce désaccord est logique car on rappelle que le diaphragme ne coupe qu'environ 8% de la lumière transmise (voir section 4.3.3). Afin de quantifier plus précisément l'effet du diaphragme sur cette fonction de corrélation longitudinale, une simulation numérique a été effectuée, mettant en jeu l'éclairement initial diaphragmé. Cette simulation a permis de confirmer l'absence d'impact du diaphragme sur la fonction de corrélation longitudinale et n'a pas rendu possible la reproduction parfaite du profil expérimental de la Figure 4.12.b).

**Modélisation par une fonction gaussienne :** Il est également possible d'utiliser une fonction d'ajustement gaussienne du type : $\exp\left(-\delta z^2/2\sigma'^2_{\text{Gauss}}\right)$. Le résultat de l'ajustement de cette fonction est représenté Figure 4.12.b) par des tirets bleus. L'écart-type de cette gaussienne est alors :

$$\sigma'_{\text{Gauss}} = 1,76 \pm 0,02\mu\text{m} \tag{4.43}$$

Lorsque l'on regarde la demi largeur à mi-hauteur de cette gaussienne : $\sqrt{2\ln(2)}\sigma'_{\text{Gauss}} = 2,07\mu\text{m}$, le résultat est encore une fois légèrement supérieur à la valeur obtenue grâce au modèle lorentzien (voir eq. (4.40)). Nous verrons section 5.1.2 que si la valeur numérique obtenue grâce au modèle gaussien est proche de celle obtenue avec un modèle lorentzien, l'interprétation concernant le comportement de $\tau_S$ peut être extrêmement différente.

# Chapitre 5

# Mesure du temps élastique de diffusion résolue en amplitude de désordre et en énergie

Ce chapitre a pour objet l'étude des paramètres microscopiques de la diffusion d'une onde de matière en milieu désordonné, qui est un projet central pour ma thèse. Ces paramètres ont été présentés au cours de la section 2.1. Plus particulièrement, la mesure et l'étude détaillée du temps élastique de diffusion $\tau_S$ seront présentées. Cette grandeur peut être vue comme le temps moyen entre deux évènements de diffusion (voir Figure 5.1). Il a été mesuré dans un champ de *speckle* anisotrope, formant une configuration quasi-2D (voir chapitre 4). La mesure de $\tau_S$ a été effectuée dans ce potentiel désordonné optique en configuration répulsive (en bleu sur la Figure 5.1) et attractive (en rouge sur la Figure 5.1). Nous avons procédé à cette mesure en fonction de l'amplitude de désordre $V_R$ qui est la valeur moyenne du potentiel désordonné et de l'énergie cinétique de l'onde de matière (ou de façon équivalente, son impulsion $k_i$), le tout avec une bonne résolution.

Le temps élastique de diffusion constitue un paramètre élémentaire de la propagation en milieu désordonné, il est donc intéressant de l'étudier quantitativement. Ceci nous permettra de confronter nos données aux modèles issus de la théorie, comme pour le régime de *Born* par exemple et d'en déterminer quantitativement les limites en fonction des paramètres expérimentaux. Ce temps entre également en jeu lors de l'élaboration de modèles permettant l'étude de la dynamique des phénomènes de localisation présentés par la suite, au cours des chapitres 6 et 7.

Notez qu'une rapide présentation de la mesure préliminaire du temps de transport $\tau_B$ sera proposée section 5.5. Ce paramètre microscopique de la diffusion représente le temps caractéristique d'isotropisation de la distribution en vitesse de l'onde, autrement dit, le temps typique pour

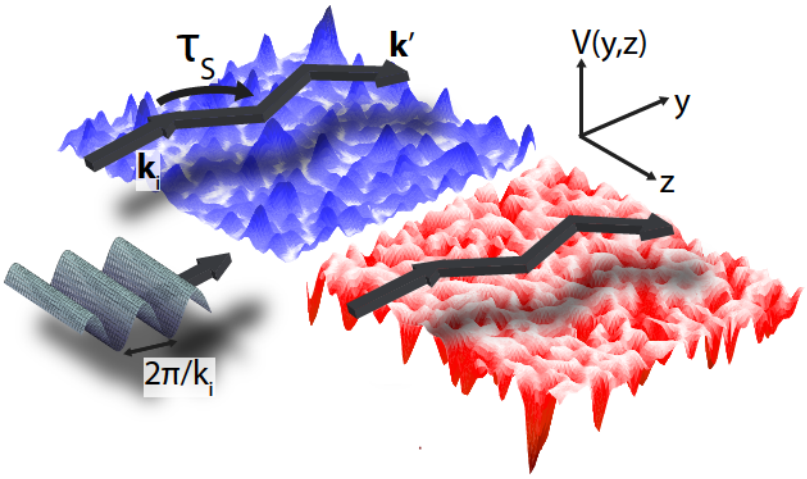


FIGURE 5.1: **Diffusion d'une onde de matière dans un champ de *speckle* répulsif et attractif.** Le nuage d'atomes froids équivalent à une onde plane de vecteur d'onde $\mathbf{k}_i$ est envoyé dans un potentiel désordonné optique, le champ de *speckle*, qui peut être répulsif (en bleu) ou attractif (en rouge). La direction de propagation de l'onde est modifiée lors de la propagation : le vecteur d'onde diffusé est noté $\mathbf{k}'$. Le temps moyen entre deux événements de diffusion est appelé temps élastique de diffusion et noté $\tau_S$.

que le vecteur d'onde diffusé $\mathbf{k}'$ soit décorrélé du vecteur d'onde initial $\mathbf{k}_i$.

Ainsi ce chapitre commencera par la présentation de quelques calculs et interprétations théoriques nécessaires à notre compréhension des résultats expérimentaux. Nous expliciterons ensuite notre séquence expérimentale ainsi que la façon dont est concrètement mesuré le temps élastique de diffusion dans notre expérience. Nous analyserons et interpréterons les résultats en les comparant notamment avec le régime dit de *Born*. Enfin, comme indiqué ci-dessus, la mesure préliminaire du temps de transport sera rapidement présentée.

## 5.1 Diffusion dans le régime de *Born*

Cette section sera consacrée à une introduction aux calculs liés à la diffusion dans le seul régime nous permettant l'obtention de résultats quantitatifs, régime perturbatif valable pour un faible désordre (et une énergie suffisamment grande) : le régime de *Born*.

### 5.1.1 Probabilité angulaire d'un événement de diffusion simple

Commençons cette étude par quelques considérations simples concernant la probabilité de diffusion en régime de *Born* dans une configuration 2D. Elles nous permettront d'introduire quelques

idées physiques, cette étude étant traitée plus rigoureusement dans [Kuhn 07]. Ce sera notamment l'occasion de retrouver les régimes de diffusion isotrope et de diffusion avant, présentés section 2.1.2.

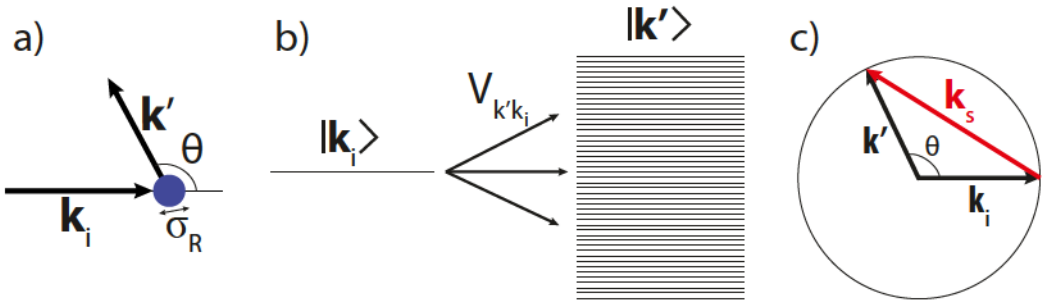


FIGURE 5.2: **Couplage lors d'un événement de diffusion simple.** a) Schéma représentatif de la diffusion à deux dimensions d'une onde de vecteur d'onde initial $\mathbf{k}_i$ et final $\mathbf{k'}$ (de même norme $k$) avec un angle $\theta$, sur un diffuseur de taille caractéristique $\sigma_R$. b) Couplage entre l'état initial $|\mathbf{k}_i\rangle$ et le continuum d'états $|\mathbf{k'}\rangle$ par le biais du potentiel $V_{\mathbf{k'k}_i}$. c) Schéma représentant la conservation l'impulsion : $|\mathbf{k}_S| = |\mathbf{k}' - \mathbf{k}_i| = 2k_i.\sin(\theta/2)$.

De manière générale, l'approximation de *Born* permet de traiter le potentiel diffuseur $V(\mathbf{r})$ en régime perturbatif. Décrivons dans un premier temps le cas d'un diffuseur unique. Dans cette configuration, comme le montre les Figures 5.2.a) et b), le potentiel diffuse élastiquement l'onde incidente de vecteur d'onde $\mathbf{k}_i$ dans la direction $\mathbf{k}'$ (avec par conséquent $|\mathbf{k}'| = |\mathbf{k}_i|$) si l'élément de couplage $V_{\mathbf{k'k}_i} = \langle k'|V|k_i\rangle$ est non nul. Plus précisément, il est possible de montrer [Cohen-Tannoudji 73] que la probabilité de diffusion $P(\mathbf{k}')$ dans la direction $\mathbf{k}'$ (d'après les calculs de section efficace différentielle) est directement proportionnelle à $|V_{k'k_i}|^2$ :

$$P(\mathbf{k}') \propto |V_{\mathbf{k'k}_i}|^2 = |\langle \mathbf{k'}|V|\mathbf{k}_i\rangle|^2 = \left| \int e^{-i\mathbf{k'}\cdot\mathbf{r}} V(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{k}_i\cdot\mathbf{r}} d\mathbf{r} \right|^2 = \left| \mathrm{TF}\left[V(\mathbf{r})\right]_{\{\mathbf{k'}-\mathbf{k}_i\}} \right|^2 . \tag{5.1}$$

On remarque donc que la probabilité d'être diffusé dans la direction $\mathbf{k}'$ est directement liée au vecteur d'onde $\mathbf{k}_S = \mathbf{k'} - \mathbf{k}_i$ satisfaisant à la condition de conservation de l'impulsion. Dans le cas d'un potentiel isotrope, seul son module $|\mathbf{k}_S| = 2k_i \sin(\theta/2)$ (où $\theta$ correspond à l'angle de diffusion - voir Figures 5.2.a) et c)) joue un rôle dans l'équation (5.1). Ainsi la probabilité de diffusion en fonction de l'angle $\theta$ se réduit à la relation $P(\theta) \propto \left|\mathrm{TF}\left[V(r)\right]_{\{2k_i \sin(\theta/2)\}}\right|^2$.

En revenant maintenant à la propagation d'une onde dans un potentiel désordonné, l'approximation de *Born* revient à considérer cette propagation comme une succession d'événements de diffusion simple similaires à ceux décrits ci-avant. La différence étant que les propriétés de diffusion doivent être moyennées sur les différentes réalisations du désordre. On montre alors naturellement qu'il suffit de remplacer la transformée de Fourier du potentiel décrite dans l'équation (5.1) par la densité spectrale de puissance $\widetilde{C}_V(\mathbf{k}_S)$ du désordre pour obtenir la probabilité de diffusion $P(\theta)$ :

$$P(\theta) \propto \widetilde{C}_V\big(2k_i \sin(\theta/2)\big) \quad \text{où} \quad \widetilde{C}_V(\mathbf{k_S}) = \mathrm{TF}\,[C_V(r)]_{\mathbf{k_S}} \tag{5.2}$$

Utilisons maintenant une fonction d'autocorrélation gaussienne de définition :

$$C_V(\mathbf{r}) = V_R^2 e^{-\frac{\mathbf{r}^2}{\sigma_R^2}} \tag{5.3}$$

où $V_R$ est l'amplitude de désordre [1] et $\sigma_R$ la longueur de corrélation du désordre [2]. On peut alors en déduire, via eq. (5.2), l'amplitude de probabilité d'être diffusé dans le mode $|\mathbf{k}'\rangle$ à partir du mode $|\mathbf{k}_i\rangle$ lors de la propagation dans le désordre :

$$P(\theta) \propto e^{-(k_i\sigma_R)^2 \sin^2(\theta/2)} \tag{5.4}$$

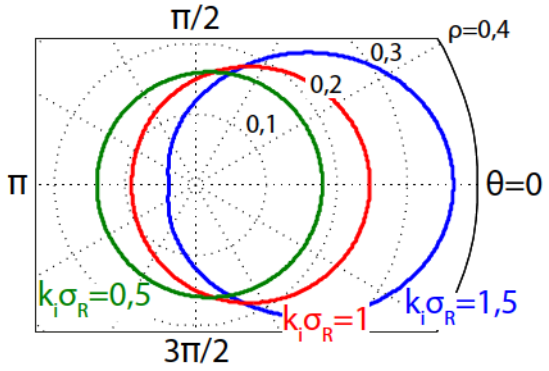


FIGURE 5.3: **Représentation polaire de la probabilité $\rho(\theta)$ d'être diffusé avec un angle $\theta$.** La probabilité est renormalisée à 1 par : $\rho(\theta) = e^{-(k_i\sigma_R)^2\sin^2(\theta/2)} / \int_0^{2\pi} e^{-(k_i\sigma_R)^2\sin^2(\theta/2)} d\theta$ (on parle de fonction de phase) et affichée pour différentes valeurs de $k_i\sigma_R$ mettant en évidence des régimes de diffusion isotrope ($k_i\sigma_R < 1$) et de diffusion vers l'avant ($k_i\sigma_R > 1$).

Grâce à cette formule représentée sur la Figure 5.3 pour différentes valeurs de $k_i\sigma_R$, on retrouve les différents régimes de diffusion. Lorsque $k_i\sigma_R < 1$ (courbe verte de la Figure 5.3), nous sommes en régime de diffusion isotrope (voir section 2.1.2). On parle également de régime de corrélation courte ou bien de limite de bruit blanc, car dans ce cas, la probabilité P donnée par l'équation (5.4) et donc la densité spectrale de puissance $\widetilde{C}'$ ne dépend plus de $k_i$. Lorsque $k_i\sigma_R > 1$ (courbe bleue de la Figure 5.3), la diffusion se fait fortement vers l'avant (voir section 2.1.2). Il n'est plus possible de négliger l'influence de $k_i$ dans l'expression (5.4). Il faudra alors un

1. Cette amplitude de désordre peut être reliée à notre expérience par la puissance optique utilisée pour créer notre champ de *speckle* (voir section 4.3.1 et eq. (4.8))

2. Cette définition correspond à la fonction d'autocorrélation en intensité de notre *speckle* dans le plan transverse $y-z$ avec $\sigma_R = 0,48\mu$m (voir section 4.4.3 et eq. (4.35)).

certain nombre d'événements de diffusion pour que la direction diffusée soit totalement décorrélée de la direction initiale. On peut ainsi définir un temps typique d'isotropisation : le temps de transport $\tau_B$ qui sera calculé dans le régime de *Born* lors de la section 5.1.5.

### 5.1.2 Calcul du temps élastique de diffusion dans l'approximation de *Born*

Dans cette section, nous nous contenterons de rappeler les résultats importants concernant le calcul de $\tau_S$ au premier ordre du régime perturbatif (donné dans le régime *Born*). Une présentation plus rigoureuse de ces calculs est proposée dans [Piraud 13] ainsi qu'en annexe B.

#### Calcul général en configuration 2D

Comme déjà introduit section 2.1.1, le temps élastique de diffusion $\tau_S$ représente le temps moyen entre deux évènements de diffusion. Il est lié au libre parcours moyen $l_S$ (représentant la distance moyenne entre deux diffuseurs), par la formule usuelle $\tau_S = l_S/v_i = l_S m/\hbar k_i$ où on le rappelle, $v_i$ est la vitesse des atomes, $m$ leur masse et $k_i$ leur vecteur d'onde. Dans le régime de *Born*, on peut voir le temps caractéristique $\tau_S$ comme le temps de vie de l'état initial $|\mathbf{k}_i\rangle$ couplé au continuum d'états diffusés $|\mathbf{k}'\rangle$ par le potentiel défini par la fonction d'autocorrélation $C_V$. Ce temps peut donc être calculé à 2D à l'aide de la règle d'or de *Fermi* [Akkermans 07, Piraud 13] (voir eq. (B.3)) :

$$\frac{1}{\tau_S} = \frac{2\pi}{\hbar}\int \widetilde{C}_V\left(\mathbf{k}'-\mathbf{k}_i\right)\delta\left[E_k(k')-E_k(k_i)\right]d\mathbf{k}'/(2\pi)^2 \tag{5.5}$$

où $\delta$ est la fonction de *Dirac* et $E_k(k')$ est l'énergie cinétique en fonction du vecteur d'onde de norme $k'$ telle que : $E_k(k') = \hbar^2 k'^2/2m$.

En utilisant notre expression de la fonction d'autocorrélation du désordre à 2D donnée par eq. (5.3), il est possible d'en déduire l'expression du temps élastique de diffusion (voir eq. (B.6)) :

$$\frac{1}{\tau_S} = \frac{m}{2\hbar^3}V_R^2\sigma_R^2\int_0^{2\pi} e^{-(k_i\sigma_R)^2\sin^2(\theta/2)}d\theta \tag{5.6}$$

Il est finalement possible de réduire cette expression à une formule "analytique" [Shapiro 12] :

$$\tau_S = \frac{\hbar E_R}{V_R^2}\frac{1}{\pi}e^{k_i^2\sigma_R^2/2}\frac{1}{I_0\left(k_i^2\sigma_R^2/2\right)} \tag{5.7}$$

où $I_0$ est la fonction de *Bessel* modifiée, à l'ordre zéro. Cette formule nous permet également d'introduire l'énergie caractéristique du désordre, appelée énergie de corrélation : $E_R = \hbar^2/m\sigma_R^2$.

Remarquons ici que la dépendance de $\tau_S$ en $V_R$ est très simple : $\tau_S \propto 1/V_R^2$. Cette fonction est représentée en noir sur la Figure 5.4 en fonction de $k_i\sigma_R$, dans une version réduite, renormalisée par le préfacteur $\hbar E_R/V_R^2$, afin de s'affranchir de la dépendance en $V_R$.

**Formule approchée en régime de diffusion isotrope :** Lorsque $k_i\sigma_R \ll 1$, on entre en limite de bruit blanc, la diffusion est isotrope et l'expression de $\tau_S$ devient très simple. En particulier, cette grandeur ne dépend plus de $k_i$ (comme déjà évoqué section 5.1.1). Pour ce calcul, il suffit de réduire l'exponentielle à 1 dans eq. (5.6) :

$$\tau_S \simeq \frac{2\hbar^3}{mV_R^2\sigma_R^2\int_0^{2\pi} d\theta} \simeq \frac{\hbar E_R}{V_R^2}\frac{1}{\pi} \tag{5.8}$$

Cette droite, renormalisée par $\hbar E_R/V_R^2$ et donc constante, est représentée en bleu sur la Figure 5.4.

**Formule approchée en régime de diffusion vers l'avant :** Lorsque $k_i\sigma_R \gg 1$, la diffusion est fortement limitée vers l'avant. Il est alors possible à nouveau d'exprimer $\tau_S$ de façon simple. Cette fois-ci, les états diffusés restent couplés autour de l'état initial (voir section 5.1.1), c'est pourquoi une dépendance en $k_i$ est attendue : plus précisément, on aura $\tau_S \propto k_i$. En partant d'eq. (5.6), il est possible de déduire l'expression suivante en régime de diffusion fortement vers l'avant à l'aide de l'intégrale de *Gauss* (voir section B.2.2) :

$$\tau_S \simeq \frac{2\hbar^3}{mV_R^2\sigma_R^2}\sqrt{\frac{(k_i\sigma_R)^2}{4\pi}} \simeq \frac{\hbar E_R}{V_R^2}\frac{1}{\sqrt{\pi}}k_i\sigma_R \tag{5.9}$$

Cette droite renormalisée par $\hbar E_R/V_R^2$ est représentée en orange sur la Figure 5.4.

#### Cas de la configuration 3D

La section précédente nous a permis d'introduire les calculs de $\tau_S$ en régime de *Born* de façon simple, en configuration 2D, ce qui est proche de notre configuration expérimentale. Mais nous avons en toute rigueur que notre milieu désordonné est un champ de *speckle* 3D anisotrope selon la direction $x$ (voir section 4.5). La fonction de corrélation 3D du désordre est dans ce cas de la forme :

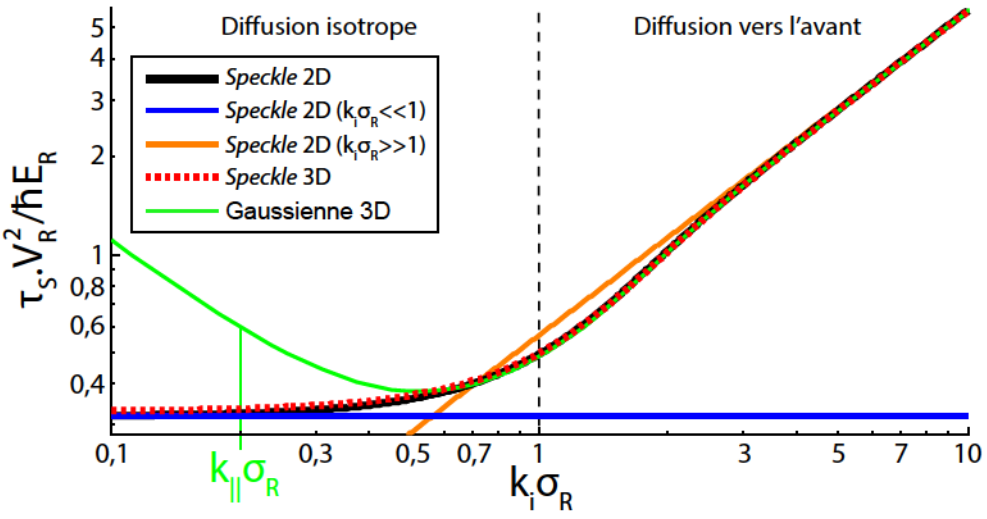


FIGURE 5.4: **Temps élastique de diffusion dans l'approximation de *Born* pour différentes modélisations du désordre.** En noir est représentée la courbe théorique dans le cas d'un *speckle* 2D (eq. (5.7)). Les asymptotes de cette courbe à basse ainsi qu'à haute impulsion sont représentées respectivement en bleu et en orange (eq. (5.8) et (5.9)). En pointillés rouges est représenté le cas d'un *speckle* en configuration 3D anisotrope, avec le facteur d'anisotropie $\sigma_{R\parallel}/\sigma_R = 7,17$ (intégration numérique de eq. (B.13)). La courbe montre que cette configuration est très proche du modèle 2D. En vert est représenté le cas d'une modélisation du désordre par une gaussienne 3D de longueur de corrélation longitudinale $\sigma^G_{R\parallel} = 2,49\mu m$ (intégration de de eq. (B.20)). La particularité de cette configuration vient de l'apparition d'une divergence à basse impulsion caractéristique d'une limite bruit blanc à 3D.

$$C_V(\mathbf{r}) = V_R^2 \frac{1}{1+\frac{4x^2}{\sigma_{R\parallel}^2}} e^{-\frac{y^2+z^2}{\sigma_R^2}\frac{1}{1+\frac{4x^2}{\sigma_{R\parallel}^2}}} \tag{5.10}$$

où $\mathbf{r} = (x, y, z)$ et $\sigma_{R\parallel}$ est la longueur de corrélation longitudinale du désordre[3].

Par un calcul similaire à celui présenté dans la configuration 2D, détaillé en annexe B.3, il est possible d'extraire une expression intégrale de $\tau_S$ dans le cas d'un *speckle* 3D. Cette expression est donnée en annexe par eq. (B.13).

Par intégration numérique, il est alors possible d'afficher ce résultat de la même manière que pour la section précédente, il s'agit de la courbe en pointillés rouge sur la Figure 5.4. Notre anisotropie entre la longueur de corrélation transverse et longitudinale étant relativement haute (dans notre expérience $\sigma_{R\parallel}/\sigma_R = 3,44\mu m/0,48\mu m = 7,17$), on constate rapidement que ce résultat est extrêmement proche du cas 2D. Dans toute la suite, nous n'utiliserons donc que l'expression 2D donnée par eq. (5.7), qui a le mérite d'être simple et explicite.

3. Dans le cas de notre expérience, cette longueur de corrélation longitudinale correspond à la largeur à mi-hauteur de la fonction lorentzienne utilisée, soit $\sigma_{R\parallel} = 2 \times 1,72\mu m = 3,44\mu m$ (d'après eq. (4.40)).

Proposons tout de même quelques rapides remarques concernant le comportement asymptotique de $\tau_S$ dans cette configuration, étudié plus en détail en annexe B.3.2. Le calcul montre que l'asymptote à haute impulsion est strictement identique à celle du cas 2D représentée en orange sur la Figure 5.4 (voir eq. (5.9)). Seule l'asymptote à faible impulsion est différente et est donnée par une forme intégrale (voir eq. (B.14)). Néanmoins, comme le montre la Figure 5.4, la courbe 3D est très proche de l'asymptote 2D, pour notre d'anisotropie (la courbe se rapprochant évidemment d'autant plus de l'asymptote que l'anisotropie est grande).

#### Cas d'une fonction de corrélation gaussienne à 3D

Comme cela a été évoqué à la fin du chapitre 4, section 4.5.2, il n'est pas possible de conclure clairement quant à la forme de la fonction de corrélation longitudinale $x$. Il parait donc intéressant de regarder ce qu'il se passe lorsque l'on considère un modèle gaussien dans la direction longitudinale (et non plus lorentzien comme précédemment). Supposons donc la fonction d'autocorrélation du désordre, gaussienne à 3D, suivante :

$$C_V(\mathbf{r}) = V_R^2 e^{-\frac{y^2+z^2}{\sigma_R^2} - \frac{x^2}{{\sigma_{R\parallel}^G}^2}} \tag{5.11}$$

où $\mathbf{r} = (x, y, z)$ et $\sigma_{R\parallel}^G$ est la longueur de corrélation longitudinale du désordre dans cette configuration gaussienne [4].

La forme intégrale de $\tau_S$ calculée dans le cas de cette fonction corrélation en annexe B.3.3 (voir eq. (B.20)), nous permet d'effectuer un calcul numérique dont le résultat est affiché en vert sur la Figure 5.4.

Ce résultat est très proche des configuration de *speckle* à 2D et 3D, avec tout de même une propriété particulière : la courbe diverge à faible impulsion. Cette divergence est caractéristique de la présence d'une limite de bruit blanc de la fonction de corrélation dans cette configuration gaussienne, ce qui n'est pas le cas pour un *speckle* 3D. Contrairement au cas du *speckle* 2D (qui lui aussi possède cette limite de bruit blanc), elle ne se manifeste pas par un $\tau_S$ constant à basse impulsion mais par une divergence en $1/k_i$. L'asymptote correspondante (calculée section B.3.3) est donnée par l'expression :

$$\tau_S = \frac{\hbar E_R}{V_R^2} \frac{\sigma_R}{\sigma_{R\parallel}^G} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{k_i \sigma_R} \tag{5.12}$$

4. Dans le cas de notre expérience, cette longueur de corrélation longitudinale gaussienne est liée, comme pour $\sigma_R$, à l'écart-type mesuré d'après eq. (4.43) par un facteur $\sqrt{2}$ : $\sigma_{R\parallel}^G = \sqrt{2} \times 1{,}76\mu m = 2{,}49\mu m$.

Nous pouvons remarquer que dans ce cas 3D à faible impulsion, le libre parcours moyen $l_S = \hbar k_i \tau_S / m$ devient constant. Cette limite de bruit blanc a alors une interprétation connue en physique de la diffusion [Landau 97, Shapiro 12] : on sait qu'à 3D et à faible énergie, $l_S$ doit être constant et peut être donné par $l_S \sim 1/n_{diff}\sigma_{sec}$ où $n_{diff}$ est la densité de diffuseurs et $\sigma_{sec}$ la section efficace de diffusion.

En allant plus loin, il est possible de définir une fréquence longitudinale $k_\parallel$ correspondant à la limite pour laquelle la diffusion ne peut plus être négligée dans cette direction longitudinale $x$. Un critère peut être donné par $k_\parallel \sigma^G_{R\parallel} \sim 1$, c'est-à-dire lorsque la diffusion dans cette direction ne se fait plus vers l'avant, mais commence à devenir isotrope[5]. Dans nos conditions expérimentales, ceci est équivalent à :

$$k_\parallel \sigma_R \sim \frac{\sigma_R}{\sigma^G_{R\parallel}} \simeq 0,2 \tag{5.13}$$

Remarquons que cette fréquence limite (ou fréquence de coupure) est d'autant plus faible que l'anisotropie du désordre est grande, ce qui est parfaitement logique. Cette grandeur, représentée en vert sur la Figure 5.4, est proche des valeurs atteintes dans notre expérience (l'impulsion expérimentale la plus faible correspond à $k_i\sigma_R = 0,33$). Cette divergence pourrait donc avoir un réel impact sur notre mesure de $\tau_S$ à faible impulsion.

### 5.1.3 Régime de validité de l'approximation de *Born*

Il a déjà été évoqué que le régime perturbatif dans lequel l'approximation de *Born* est décrite nécessite de fait un faible désordre (dont une condition peut être donnée par $k_i l_B \gg 1$, on le rappelle). L'impulsion de l'onde doit également être suffisamment grande. En outre, notre condition de désordre faible peut être réécrite grâce aux résultats obtenus dans l'approximation de *Born*, ce qui va nous permettre de définir un critère de validité de l'approximation de *Born*. D'après eq. (5.8), valide en régime de diffusion isotrope, $\tau_S = \hbar E_R / \pi V_R^2$. Cette égalité peut être réécrite en fonction du libre parcours moyen $l_S = \hbar k_i \tau_S / m$ et de l'énergie cinétique $E_k = \hbar^2 k_i^2 / 2m$. On a alors : $k_i l_S = 2E_R E_k / \pi V_R^2$. La condition de désordre faible en diffusion isotrope, $k_i l_S \gg 1$, devient finalement :

$$E_k \gg \frac{V_R^2}{E_R} \tag{5.14}$$

Cette expression montre bien que l'approximation de *Born* est valide pour un désordre suffisamment faible et une énergie suffisamment haute.

5. Nous verrons section 5.2.1 que c'est ce critère qui permet de déterminer si la configuration est quasi-2D ou pas dans notre expérience.

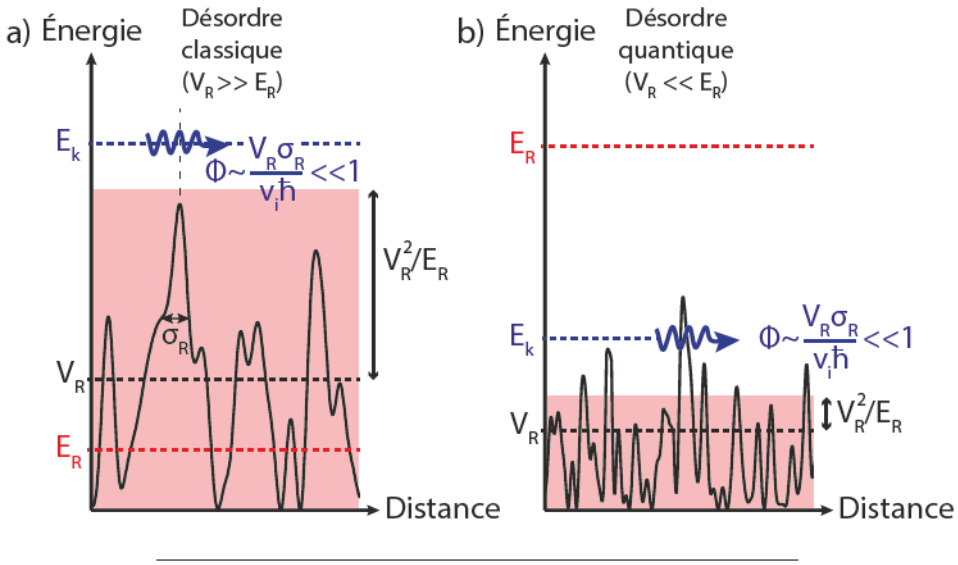


FIGURE 5.5: **Régimes de désordre dans l'approximation de *Born*.** a) Désordre classique : Lorsque $V_R > E_R$, le régime de *Born* implique que $E_k \gg V_R$, la diffusion se fait principalement classiquement avec de faibles déphasages $\Phi \ll 1$ lors de la rencontre entre la particule et un diffuseur. b) Désordre quantique : Lorsque $E_k < V_R < E_R$, la condition de *Born* implique que la particule se propage principalement par effet tunnel à travers le désordre.

Cette condition peut être retrouvée en s'appuyant sur quelques considérations physiques inspirées de [Kuhn 07]. Le régime de *Born* peut être vu comme un régime de diffusion faible pour lequel les trajectoires sont peu modifiées par le potentiel, celui-ci n'ajoutant qu'une phase supplémentaire $\Phi$ à chaque événement de diffusion [C. Henkel 94]. L'approximation de diffusion faible revient alors à considérer que cette phase accumulée est faible : $\Phi \ll 1$. D'autre part, un ordre de grandeur de cette phase peut être donné en supposant le passage de la particule à travers une barrière de potentiel de taille caractéristique $\sigma_R$ (i.e. la taille d'un grain de *speckle*) et de hauteur caractéristique $V_R$, le tout pendant la durée $\Delta t = \sigma_R / v_i$ (où $v_i$ est la vitesse de la particule) : $\Phi \sim V_R \Delta t / \hbar \sim V_R \sigma_R / v_i \hbar$ (voir Figure 5.5). Finalement, en réécrivant notre condition $\Phi \ll 1$ (au carré) en fonction de l'énergie de corrélation $E_R = \hbar^2 / m\sigma_R^2$ et de l'énergie cinétique $E_k = m v_i^2/2 = \hbar^2 k_i^2 / 2m$, on obtient bien la condition donnée par eq. (5.14) : $V_R^2 / E_R E_k \ll 1$.

**Régimes de désordre dans l'approximation de *Born* :** En allant plus loin, cette condition de *Born* peut être détaillée selon différents régimes de diffusion.

- $V_R \gg E_R$ : Lorsque l'amplitude du désordre excède son énergie de corrélation, la condition de *Born* donnée par eq. (5.14) implique que l'énergie de la particule soit grande devant l'amplitude du désordre : $E_k \gg V_R$. La trajectoire de la particule sera dans ce cas faiblement perturbée par le potentiel. Elle subira donc principalement les effets classiques de la diffusion, on peut d'ailleurs parler de désordre classique dans ce cas (cas a) de la Figure 5.5).
- $V_R \ll E_R$ : Lorsque l'amplitude du désordre est plus grande que son énergie de corrélation, la particule se propage principalement par effet tunnel à travers le potentiel désordonné

(cas b) de la Figure 5.5). On parle ici de régime de désordre quantique. La condition de *Born* peut toujours être valide, mais des corrections quantiques à la propagation de la particule doivent être prises en compte lorsqu'elle traverse une barrière de potentiel.

### 5.1.4 Élargissement en énergie

D'après la règle d'or de *Fermi* (voir eq. (5.5)), nous savons le temps $\tau_S$ n'est autre que le temps de décroissance de l'état initial discret $|\mathbf{k}_i\rangle$ vers le continuum d'états $|\mathbf{k}'\rangle$. Ce temps peut donc être vu comme une "durée de vie" équivalente à un élargissement en énergie $\Delta E$, autour de l'énergie cinétique de la particule $E_k = \hbar^2 k_i^2/2m$, dont la forme est donnée par[6] :

$$\Delta E = \hbar/\tau_S \tag{5.15}$$

En utilisant l'expression de $\tau_S$ dans l'approximation de *Born* (en diffusion isotrope) donnée par eq. (5.8), on déduit alors l'égalité :

$$\frac{\Delta E}{E_k} = \frac{\hbar}{\tau_S}\frac{2m}{\hbar^2 k_i^2} = \frac{\hbar^2 k_i}{m l_S}\frac{2m}{\hbar^2 k_i^2} = \frac{2}{k_i l_S} \tag{5.16}$$

On en déduit finalement que la condition de désordre faible $k_i l_S \gg 1$ (toujours en diffusion isotrope) est équivalente à la condition suivante sur la largeur de la distribution en énergie :

$$k_i l_S \gg 1 \Leftrightarrow \Delta E \ll E_k \tag{5.17}$$

Pour notre expérience, cette condition signifie en d'autres termes que le régime de désordre faible n'est valable que lorsque la largeur de la distribution en énergie est faible devant l'énergie initiale.

En terme d'impulsion initiale, l'équation (5.16) nous permet, dans ce régime de désordre faible, de donner un ordre de grandeur de la largeur de la distribution incohérente $\Delta k_{incoh}$ :

$$\frac{\Delta E}{E_k} = \frac{2\Delta k_{incoh}}{k_i} = \frac{2}{k_i l_S} \Rightarrow \Delta k_{incoh} = \frac{1}{l_S} \tag{5.18}$$

6. Précisément, l'énergie cinétique a une forme lorentzienne dont la largeur est $\Delta E = \hbar/\tau_S$.

### 5.1.5 Temps de transport

Les travaux présentés au cours de ce chapitre sont fortement tournés vers l'étude du temps élastique de diffusion $\tau_S$. Néanmoins, cette grandeur va de pair avec le temps de transport (ou temps de *Boltzmann*), qui est le temps pris par la distribution en vitesse des particules pour devenir isotrope. Comme nous l'avons vu à diverses reprises, lors de la section 2.1.2 par exemple, ce temps prend tout son sens en diffusion vers l'avant (pour $k\sigma_R > 1$). Un ensemble de mesures préliminaires de ce paramètre élémentaire de la diffusion sera ainsi présenté section 5.5.

**Calcul du temps transport dans l'approximation de *Born* en configuration 2D :** La méthode de calcul, dans le cas du temps de transport, est similaire à celle présentée pour le temps élastique de diffusion au cours de la section 5.1.2. Il est notamment possible d'utiliser la règle d'or de *Fermi* menant à l'équation (5.6) et permettant de calculer $\tau_S$ dans le cas d'un désordre 2D dont la fonction de d'autocorrélation est donnée par eq. (5.3). Pour en déduire $\tau_B$, il suffit de prendre en compte le facteur correcteur du temps de transport $(1-\cos\theta)$ introduit section 2.1.2 (voir eq. (2.2)). On aboutit alors à l'expression suivante :

$$\frac{1}{\tau_B} = \frac{m}{2\hbar^3} V_R^2 \sigma_R^2 \int_0^{2\pi} e^{-(k_i\sigma_R)^2 \sin^2(\theta/2)} (1-\cos\theta) d\theta \tag{5.19}$$

De même que pour $\tau_S$, il est possible d'en déduire une expression "analytique" plus simple [Shapiro 12] :

$$\tau_B = \frac{\hbar E_R}{V_R^2} \frac{1}{\pi} e^{k_i^2\sigma_R^2/2} \frac{1}{I_0\left(k_i^2\sigma_R^2/2\right) - I_1\left(k_i^2\sigma_R^2/2\right)} \tag{5.20}$$

où $I_0$ et $I_1$ sont les fonctions de *Bessel* modifiées, à l'ordre 0 et l'ordre 1. Cette fonction, renormalisée par $\hbar E_R/V_R^2$, est représentée en bleu sur la Figure 5.6.

À titre de comparaison, la courbe donnant $\tau_S$ dans le régime de *Born* à 2D, issue de la formule (5.7) et renormalisée par $\hbar E_R/V_R^2$, est également représentée en noir sur la Figure 5.6.

**Comportement asymptotique :** Comme nous le savons déjà, $\tau_B$ et $\tau_S$ doivent se confondre en régime de diffusion isotrope, pour $k_i\sigma_R \ll 1$ (voir section 2.1.2). De la même manière que pour $\tau_S$, on peut dans ce cas réduire l'exponentielle de l'équation (5.19) à 1 et obtenir la formule suivante :

$$\tau_B \simeq \frac{2\hbar^3}{m V_R^2 \sigma_R^2 \int_0^{2\pi} 1-\cos\theta \, d\theta} \simeq \frac{\hbar E_R}{V_R^2} \frac{1}{\pi} \tag{5.21}$$

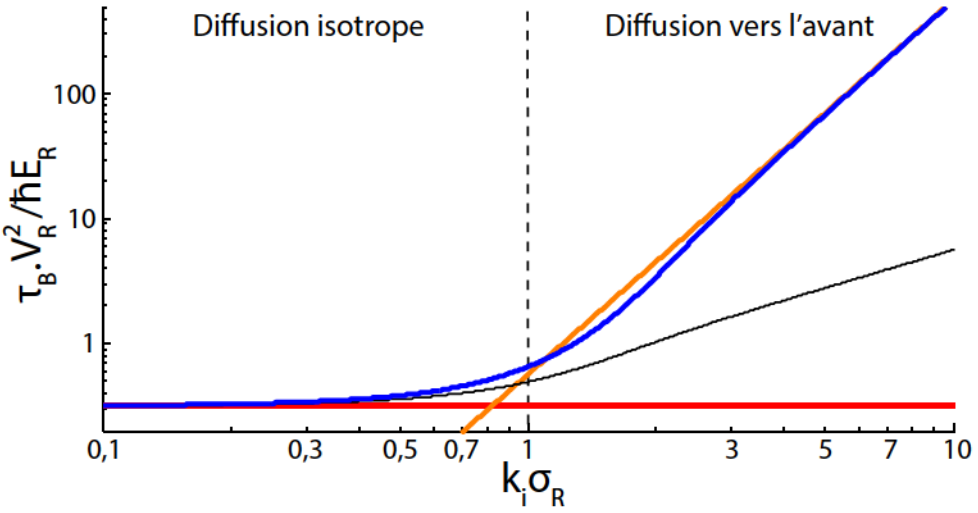


FIGURE 5.6: **Temps de transport dans l'approximation de *Born* pour un désordre 2D.** En bleu est représentée la courbe théorique donnée par eq. (5.20) (renormalisée par $\hbar E_R/V_R^2$). En rouge et orange sont représentées les asymptotes de cette courbe en régime de diffusion isotrope et de diffusion vers l'avant. À titre de comparaison, la courbe donnant $\tau_S V_R^2/\hbar E_R$ dans l'approximation de *Born* (d'après eq. (5.7)) est également affichée en noir.

On obtient bien le même résultat que pour le temps élastique de diffusion (voir eq. (5.8)). Cette limite en diffusion isotrope est représentée par une droite horizontale rouge sur la Figure 5.6, après renormalisation par $\hbar E_R/V_R^2$.

C'est en régime de diffusion vers l'avant ($k_i\sigma_R \gg 1$) que l'on s'attend à trouver une divergence. La section 2.1.2 nous indique que dans cette configuration $\tau_B \gg \tau_S$. Il est possible de montrer que $\tau_S$ est donné dans ce cas par [Shapiro 12] :

$$\tau_B \simeq \frac{\hbar E_R}{V_R^2}\frac{1}{\sqrt{\pi}}k_i^3\sigma_R^3 \tag{5.22}$$

On remarque ici que $\tau_B \propto k_i^3$, tandis que nous avions, d'après l'équation (5.9), $\tau_S \propto k_i$. Plus précisément, nous avons $\tau_B = \tau_S \times k_i^2\sigma_R^2$ et nous retrouvons alors l'ordre de grandeur donné par eq. (2.3), calculé à l'aide de la largeur angulaire du cône de diffusion. Cette asymptote est représentée sur la Figure 5.6 en orange (renormalisée par $\hbar E_R/V_R^2$).

## 5.2 Mesure expérimentale

### 5.2.1 Montage et séquence expérimentale

La séquence expérimentale dont les étapes ont été détaillées séparément au cours du chapitre 3, peut être résumée par la Figure 5.7 et par les points suivants :

– **Refroidissement :** Une série de processus de refroidissement est appliquée (voir sections 3.2.2 à 3.2.6), en finissant par une séquence de refroidissement évaporatif dans un piège dipolaire croisé très fortement décomprimé, de fréquence de piégeage d'environ 5Hz. Suite à ce processus, on obtient un condensat de *Bose-Einstein* d'environ $10^5$ atomes de $^{87}$Rb dans le sous-niveau *Zeeman* $|F = 2, m_F = -2\rangle$ piégés dans un piège dipolaire croisé (en rouge sur la Figure 5.7.a)).
– **Dilution :** Les interactions sont alors supprimées en laissant le nuage s'étendre librement pendant une courte période (50ms). L'énergie d'interaction est en effet transformée en énergie cinétique : l'énergie d'interaction résiduelle est alors négligeable (de l'ordre de $E_{int} \simeq$ 1Hz.
– Lors de toutes les expansions libres réalisées au cours de cette expérience, les effets de la gravité sont compensés à l'aide de bobines magnétique de lévitation (en jaune sur la Figure 5.7.a) - voir section 3.2.6.§1). Ces bobines forment un gradient de potentiel selon l'axe vertical $y$ qui, une fois bien ajusté, compensera la gravité.

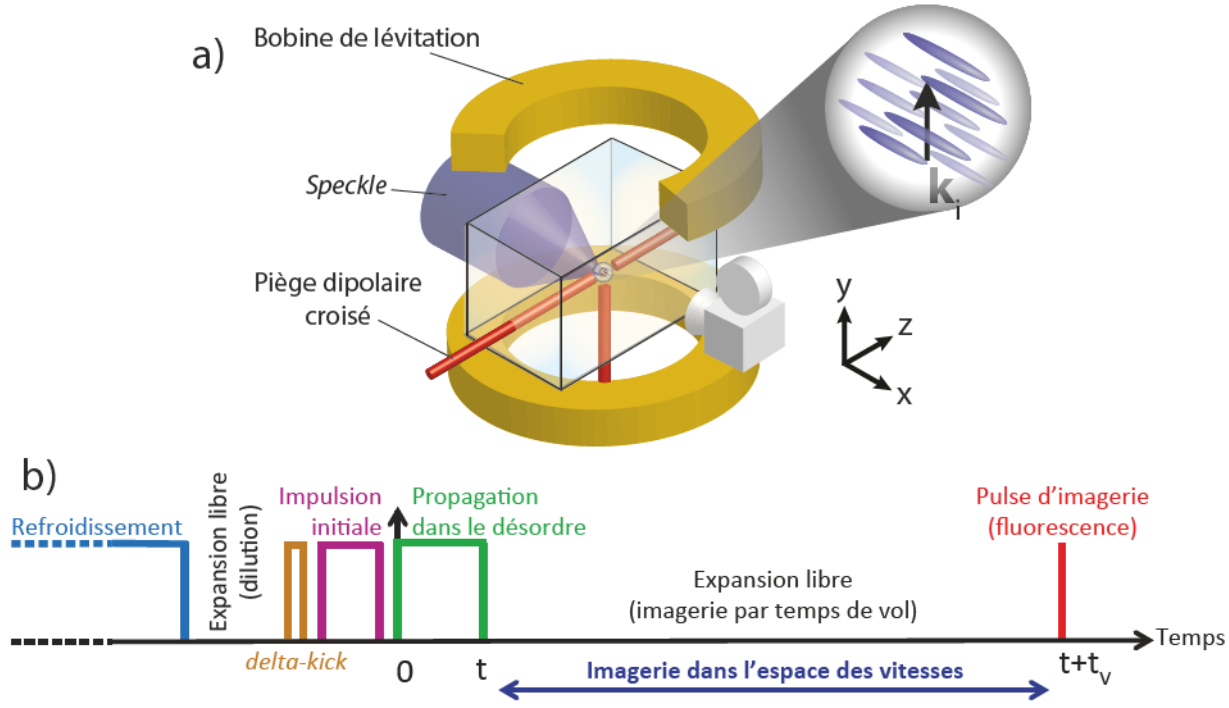


FIGURE 5.7: **Montage et séquence expérimentale pour le propagation d'atomes froids dans le désordre et l'imagerie dans l'espace des vitesses.** a) Montage expérimental : les atomes sont initialement retenus dans un piège dipolaire croisé (en rouge). Relâchés, ils peuvent s'étendre librement sous lévitation magnétique (bobines jaunes) et se propager dans un potentiel désordonné (en bleu) composé de grains de *speckle* allongés selon la direction $x$. L'image est prise dans le plan $y-z$. b) Séquence expérimentale (les éléments temporels ne sont pas à l'échelle) : La séquence commence par la préparation du nuage avec le refroidissement et l'impulsion initiale (voir texte pour plus de détails). À l'instant $t = 0$, l'expérience de propagation dans le désordre commence et se poursuit pendant une durée $t$. On réalise alors une image (par fluorescence) suite à un temps de vol, permettant ainsi d'imager directement la distribution de vitesse du nuage.

- **Refroidissement par *delta-kick* :** Afin de réduire au maximum la distribution de vitesse du condensat, facteur indispensable pour considérer le nuage comme une onde plane, la technique du refroidissement par *delta-kick* est utilisée (voir section 3.3.1). La vitesse des atome est en effet fortement réduite grâce à l'application du piège dipolaire croisé pendant une durée courte bien déterminée, lors de l'expansion libre des atomes. La distribution en vitesse du nuage est alors réduite d'un facteur 3 pour atteindre $\Delta k = 0,2\mu m^{-1}$.
- **Impulsion initiale :** Afin de donner une vitesse initiale qui définira le vecteur d'onde variable de notre onde plane $\mathbf{k}_i$, un gradient magnétique est activé pendant une certaine durée (voir section 3.3.2). Deux bobines centrées selon l'axe vertical $y$ et situées de part et d'autre de la cellule en verre contenant les atomes (de la même façon que les bobines de lévitation) sont allumées afin de créer un gradient de potentiel selon l'axe $y$, vers le haut (i.e. selon l'axe $y$ croissant - voir Figure 5.7.a)). La durée d'application du gradient magnétique permet de régler finement la valeur de l'impulsion initiale allant d'une valeur proche de la limite de la dispersion en vitesses $k_i = 0,4\mu m^{-1}$ à une impulsion supérieure de plus d'un ordre de grandeur : $k_i = 10\mu m^{-1}$.
- **Propagation dans le désordre :** À l'instant $t = 0$, la propagation commence avec l'allumage rapide du potentiel désordonné (la durée d'allumage est de l'ordre de 50µs). Ce champ de *speckle*, décrit en détail chapitre 4, est composé de grains anisotropes (voir Figure 5.7) de longueur de corrélation transverse dans le plan $y-z$ : $\sigma_y = \sigma_z = \sigma_{y-z} = 0,34 \pm 0,01\mu m$ (écart-type d'une gaussienne - voir section 4.4.4) et selon la direction longitudinale selon l'axe $x$ : $\sigma_\parallel = \sigma_x = 1,72 \pm 0,03\mu m$ (demi-largeur à mi-hauteur de lorentzienne - voir eq. (4.40)). Les longueurs de corrélations utilisées par la suite pour les comparaisons aux courbes théoriques seront $\sigma_R = \sqrt{2} \times \sigma_{y-z} = 0,48\mu m$ et $\sigma_{R\parallel} = 2\sigma_\parallel = 3,44\mu m$. Cette anisotropie de l'ordre de $\gamma \sim \sigma_\parallel / \sigma_{y-z} = 5,1$ nous permet de considérer la configuration comme quasi-2D, la diffusion étant beaucoup plus rapide dans le plan transverse $y-z$ que selon la direction longitudinale $x$. Le dernier paramètre important relatif au potentiel désordonné est l'amplitude de désordre $V_R$, représentant la valeur moyenne du champ de *speckle*. Le laser utilisé, accordable autour de la résonance de $^{87}$Rb à 780nm, nous permet d'après les formules du potentiel dipolaire (eq. (3.7)) de nous placer au choix en régime de désordre attractif ou répulsif, en veillant tout de même à rester totalement conservatif[7], en choisissant systématiquement un désaccord de plus d'1nm (voir section 3.1.2.§2). En ajustant le désaccord et/ou la puissance du laser, il est possible de faire varier la valeur numérique de $V_R$ de plus de deux ordres de grandeur : de $|V_R|/h = 30$Hz à $|V_R|/h = 5000$Hz.
- **Temps de vol :** La propagation se poursuit pendant une temps $t$ choisi par l'opérateur. À cet instant, le désordre est rapidement coupé et une imagerie par temps de vol est réalisée (voir section 3.4.2). Cette technique a pour but de réaliser une image directe de la distribution en vitesse du condensat. La lévitation magnétique permet d'utiliser de longs temps de vol ce

7. Le taux d'émission spontanée est de l'ordre de $\Gamma_{sp} \simeq 0,1s^{-1}$ au maximum.

qui améliore la résolution totale de la distribution en vitesse. La durée de ce temps de vol dépendra de l'impulsion initiale du nuage. En effet, un nuage ayant une grande impulsion parcourra en un temps de vol $t_V$ donné une grande distance et pourra éventuellement sortir de la zone de lévitation (donnée par un disque d'environ 500µm de rayon centré sur la position initiale du nuage avant l'impulsion - voir section 3.2.6.§1). Il convient donc d'ajuster $t_V$ afin qu'il soit le plus grand possible, pour optimiser la résolution de la distribution, tout en veillant à ce que cette dernière reste dans la zone lévitée afin qu'elle ne soit pas déformée par l'expulsion du potentiel magnétique. Pour une forte impulsion : $k_i = 10\mu m^{-1}$ par exemple, un temps de vol $t_V = 50ms$ est suffisant[8], tandis que pour une faible impulsion $k_i = 0,5\mu m^{-1}$, un temps de vol $t_V = 300ms$ est utilisé[9].

– **Imagerie par fluorescence :** La séquence expérimentale se termine enfin par une prise d'image, effectuée en utilisant une méthode standard de fluorescence (voir section 3.4.1.§2). Une impulsion sonde résonante d'une courte durée (50µs) est envoyée selon l'axe $z$, perpendiculaire à l'axe d'imagerie $x$ (voir Figure 5.7) afin de limiter les réflexions parasites venant de la surface de la cellule en verre. La lumière réémise par le nuage par fluorescence est alors captée et enregistrée par une caméra EMCCD. On obtient dans ce cas la distribution atomique 2D (intégrée selon l'axe $x$ d'imagerie) avec une résolution de $2,71\mu m$ par pixel au niveau des atomes.

### 5.2.2 Observation de la distribution de vitesse expérimentale

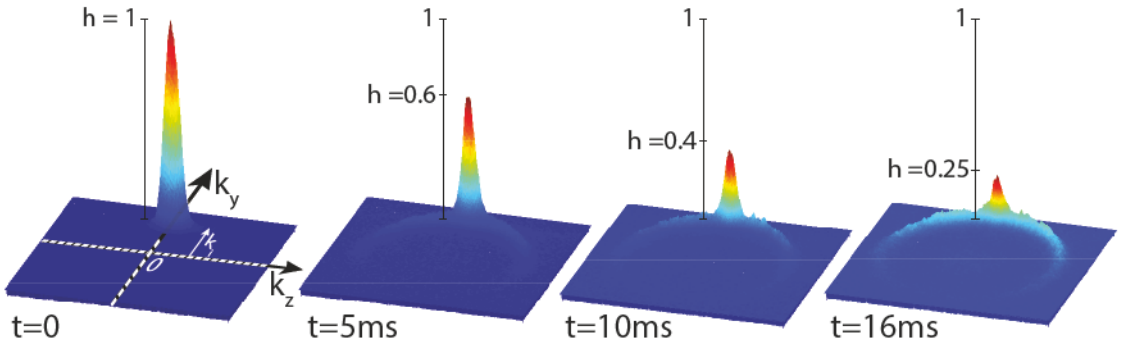


FIGURE 5.8: **Observation de la distribution en vitesse expérimentale à la suite d'une propagation dans le désordre.** La mesure est réalisée pour un désordre attractif d'amplitude $V_R = -125Hz$ et une impulsion initiale $k_i = 4,8\mu m^{-1}$. Les atomes sont initialement centrés autour de l'impulsion initiale $\mathbf{k}_i$. Au cours de la propagation dans le désordre, ils sortent progressivement de cet état initial vers les états diffusés, réduisant la hauteur du pic initial et formant un anneau de rayon $k_i$ centré en zéro (car la diffusion est élastique en régime de désordre faible).

8. En revanche, ce faible temps de vol diminue la résolution en vitesse de la distribution imagée.

9. Ce temps est considéré comme très long pour une expérience d'atomes froids, et il permet d'obtenir une meilleure résolution en vitesse. En revanche, il provoque beaucoup de fluctuations de la position du nuage d'une image à l'autre, l'augmentation du temps de vol rendant la distribution plus sensible à la stabilité de la lévitation magnétique.

Voici, présentées Figure 5.8, une sélection d'images expérimentales (non moyennées) représentant la distributions en vitesse du nuage atomique après différents temps de propagation $t$. Cette série a été réalisée pour un désordre attractif d'amplitude $V_R = -125$Hz et une impulsion initiale $k_i = 4,8\mu m^{-1}$. Avant l'application du désordre, à l'instant $t = 0$, le nuage d'atome forme un pic centré autour de l'impulsion initiale $\mathbf{k}_i$. La largeur de ce pic peut être donnée par une gaussienne de demi-largeur à mi-hauteur $\Delta k_{res} = 0,5\mu m^{-1}$ correspondant à la dispersion en vitesse des atomes convoluée à la taille initiale du nuage dans l'espace réel (voir section 3.4.2).

Une fois la propagation dans le désordre commencée, les atomes initialement dans l'état $|\mathbf{k}_i\rangle$ se diffusent vers les états $|\mathbf{k}'\rangle$. Un anneau centré autour de l'impulsion nulle et de rayon moyen $k' = k_i = |\mathbf{k}_i|$ se forme alors. Il est dû au fait que la diffusion est élastique : seule la direction de propagation est en effet modifiée. Cet anneau admet tout de même une largeur dont un ordre de grandeur peut être donné par $\Delta k_{ann} \sim 2/l_S$ (avec $l_S$ le libre parcours moyen : $l_S = \hbar k_i \tau_S / m$) (voir section 5.1.4).

### 5.2.3 Extraction du temps élastique de diffusion

Dans cette section, nous allons présenter notre méthode expérimentale d'extraction du temps élastique de diffusion à travers la mesure de la décroissance du pic initial.

Comme nous l'avons vu section 5.1.2, $\tau_S$ peut être vu comme un taux de couplage entre l'état initial bien défini $|\mathbf{k}_i\rangle$ et le continuum d'états diffusés $|\mathbf{k}'\rangle$ menant à une décroissance exponentielle de la densité atomique en $\mathbf{k}_i$, de temps caractéristique $\tau_S$. Pour effectuer cette extraction, nous allons donc procéder à la mesure de la décroissance du pic initial pour chaque temps de diffusion $t$. Nous commencerons ce travail par un processus d'extraction de la hauteur $h(t)$ du pic initial, présenté Figure 5.9, pour les paramètres $k_i = 4,8\mu m^{-1}$ et $V_R = -125$Hz.

La première étape du traitement consiste à extraire la distribution angulaire du nuage atomique. Comme le montre la Figure 5.9.a) représentant la distribution de vitesse à l'instant $t =$ 10ms, nous commençons par sélectionner une zone d'intégration angulaire d'une longueur d'environ $\pi/4$ de part et d'autre du pic initial. La largeur radiale de cette bande est légèrement supérieure à la taille du pic [10], afin de garder un maximum d'information de la part du pic initial tout en s'isolant autant que possible du bruit environnant. Cette bande sera alors intégrée radialement pour chaque angle $\theta$ variant avec une résolution de $\pi/500$ (i.e. $0,36°$). Enfin, la distribution obtenue sera renormalisée par la valeur du maximum du pic à l'instant initial : $n(\theta = 0, t = 0)$ [11]. Le résultat de ce processus est présenté en rouge sur la Figure 5.9.b). Une façon simple et précise

10. La largeur de cette bande représente environ $1,2 \times 4\Delta k \simeq 2,4\mu m^{-1}$ (car on le rappelle, $\Delta k$ représente la demi-largeur à demi-hauteur du pic initial).

11. La distribution est également renormalisée par le nombre total d'atomes dans l'image, ce qui permet de limiter les fluctuations de la taille du pic initial dues à la variation du nombre d'atomes condensés d'un cycle à l'autre.

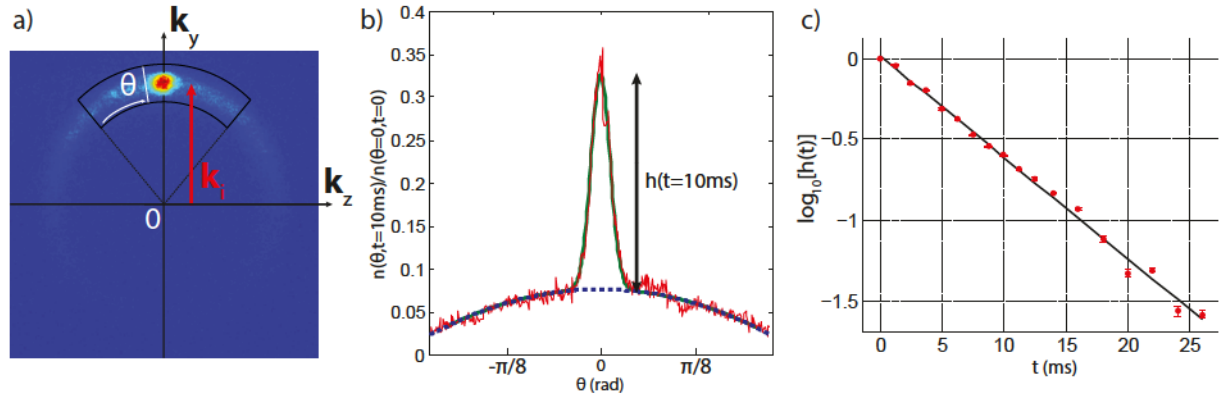


FIGURE 5.9: **Extraction du temps élastique de diffusion.** a) Distribution en vitesse du nuage d'atomes à l'instant $t = 10$ms pour la configuration $k_i = 4,8\mu m^{-1}$ et $V_R = -125$Hz. Une fine bande angulaire autour du pic initial est intégrée radialement pour chaque angle $\theta$. b) Résultat de l'intégration de la distribution a) (en rouge). Une fonction d'ajustement (en vert) est utilisée pour extraire la taille $h(t)$ du pic initial. Elle est composée de la somme d'une gaussienne reproduisant le pic et d'une parabole inversée reproduisant le fond incohérent non uniforme (en pointillés bleus). c) Résultat de la répétition des processus a) et b) pour chaque temps de diffusion $t$ (points rouges). Une fonction exponentielle est ajustée correctement sur plus d'une décade et demi (en noir). Son temps caractéristique correspond à $\tau_S$. On mesure ici $\tau_S = 6,9 \pm 0,2$ms.

d'extraire la taille du pic initial à partir de cette nouvelle distribution angulaire, est d'utiliser la fonction d'ajustement suivante :

$$\frac{n(\theta,t)}{n(\theta=0,t=0)} = h(t)\, e^{-\frac{\theta^2}{\Delta\theta^2}} - a\theta^2 - b \tag{5.23}$$

où $h(t)$, $a$ et $b$ sont les paramètres d'ajustement. Nous avons fait le choix d'une double structure composée d'une fonction gaussienne et d'une parabole inversée afin de reproduire au mieux le profil expérimental. Le résultat de cet ajustement est représenté en vert sur la Figure 5.9.b). La présence d'une parabole inversée (représentée, seule, en pointillés bleus), qui est une fonction heuristique, s'explique par la présence du fond incohérent représentant le développement progressif de l'anneau, notamment lorsque la diffusion n'est pas isotrope, ce qui est le cas pour la Figure 5.9 (où $k_i\sigma_R \simeq 2,3 > 1$). La fonction gaussienne de eq. (5.23) permet de reproduire fidèlement le profil du pic en lui-même. Son amplitude $h(t)$ ajustée est alors extraite, tandis que la largeur $\Delta\theta$ est ajustée sur la première image à $t = 0$ puis gardée constante pour chaque temps de diffusion $t > 0$.

La seconde étape consiste à reproduire le processus précédent pour chaque instant $t$, ce qui aboutit au résultat présenté par des points rouges sur la Figure 5.9.c). Les barres d'erreurs à peine visibles représentent l'incertitude sur la fonction d'ajustement de eq. (5.23). Une fonction exponentielle peut alors être ajustée aux points expérimentaux, avec un temps caractéristique représentant notre mesure finale de $\tau_S$. Pour être plus précis, la quantité ajustée et affichée Figure 5.9.c)

est le $\log_{10}$ de la hauteur du pic. La fonction d'ajustement effectivement utilisée correspond alors à une fonction affine (représentée en noir), dont la pente donne $\tau_S$ (multiplié par une facteur $\ln(10)$) :

$$\log_{10}[h(t)] = -\frac{t}{\tau_S}\frac{1}{\ln(10)} \tag{5.24}$$

Ce choix vient de la volonté d'appliquer un poids du même ordre de grandeur pour tous les points expérimentaux lors de l'ajustement. En effet, dans le cas d'un ajustement exponentiel "standard", les derniers points seraient négligeables par rapport aux premiers, car près de 50 fois plus faibles. On obtient finalement le résultat : $\tau_S = 6,9 \pm 0,2$ms.

### 5.2.4 Cartographie du temps élastique de diffusion en fonction des paramètres expérimentaux

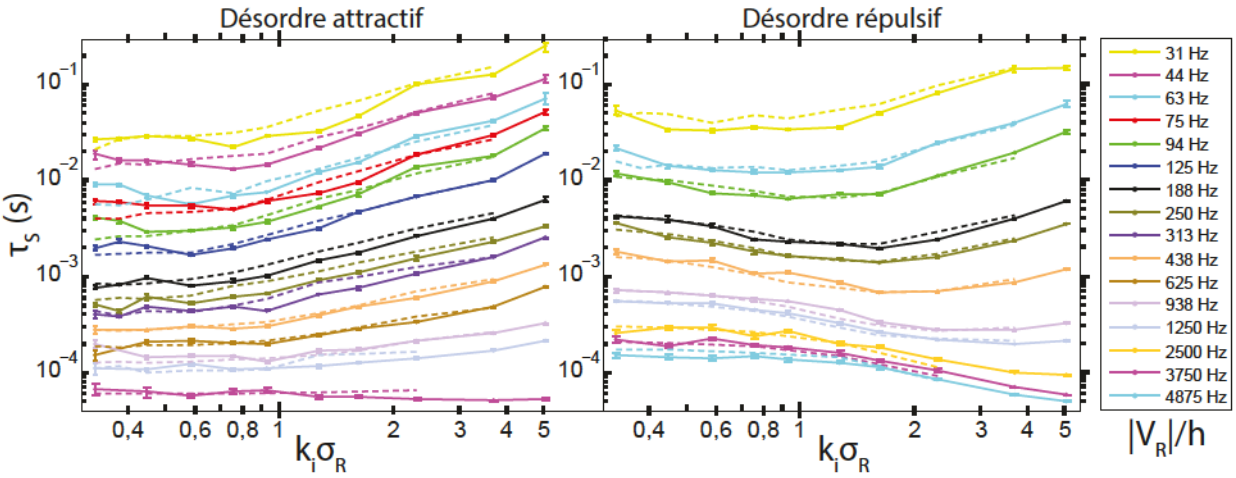


FIGURE 5.10: **Temps élastique de diffusion en fonction de l'impulsion initiale $k_i$ et de l'amplitude de désordre $V_R$.** Le graph de gauche est donné pour un désordre attractif ($V_R < 0$) et le graph de droite pour un désordre répulsif ($V_R > 0$) (voir Figure 5.1). La mesure expérimentale est représentée par les points reliés par des lignes pleines tandis que les lignes pointillées représentent le résultat d'une simulation numérique. Cette mesure, en accord avec la simulation numérique sur près de quatre ordres de grandeurs est résolue en amplitude de désordre et en impulsion.

Une telle procédure est répétée sur une large gamme de paramètres expérimentaux $V_R$ (deux ordres de grandeur) et $k_i$ (un ordre de grandeur) et ce aussi bien pour un désordre attractif que répulsif (voir Figure 5.1). Le résultat final est représenté Figure 5.10 par les points reliés par des lignes pleines. Les barres d'erreur représentent l'incertitude sur la fonction d'ajustement exponentielle de la décroissance du pic (voir Figure 5.9.c)). Cette mesure est suffisamment fiable et les

paramètres mis en jeu sont contrôlés suffisamment précisément pour nous permettre une mesure résolue en amplitude de désordre et en impulsion de la particule [12].

Une série de simulations numériques, représentées par les lignes pointillées sur la Figure 5.10, a été réalisée par L.-K. Lim de l'équipe théorique de L. Sanchez-Palencia à l'Institut d'Optique. La méthode, développée par T. Plisson [Plisson 12, Plisson 13], repose sur la résolution de l'équation de *Schrödinger* à 2D pour un paquet d'onde initial grâce à un algorithme de *Crank-Nicolson* (méthode de différence finie), dans une boîte avec condition aux limites adsorbantes. Cette propagation est effectuée en présence d'un potentiel de *speckle* 2D simulé. Les résultats présentés viennent confirmer la robustesse de notre expérience et de notre traitement.

Signalons à ce stade que nous avons utilisé la valeur théorique de $\tau_S$ attendue dans le régime de *Born* pour réajuster la valeur expérimentale de l'amplitude de désordre $V_R$ qui subit une erreur systématique dans notre expérience. Ainsi tous les $V_R$ expérimentaux présentés sur la Figure 5.10 et par la suite ont été préalablement réajustées par le facteur multiplicatif $1,25$ [13] (voir à ce sujet la discussion section 5.3).

## 5.3 Étude du temps élastique de diffusion dans le régime de *Born*

La première étape de l'analyse consiste à comparer nos résultats avec la seule théorie quantitative à notre disposition : celle disponible dans le régime de *Born*, présentée section 5.1. Plus concrètement, la question est de savoir si nous pouvons atteindre le régime de *Born* à faible désordre et ce pour toute notre gamme de vitesse.

Dans ce régime, $\tau_S$ est toujours inversement proportionnel à $V_R^2$ (voir par exemple l'expression de $\tau_S$ pour un *speckle* 2D : eq. (5.7)). C'est la raison pour laquelle nous avons décidé d'afficher sur les Figures 5.11.a) et b) (points reliés par des traits pleins) une version de $\tau_S$ multipliée par $V_R^2/\hbar E_R$ [14]. Ainsi, en régime de *Born*, le tracé de cette grandeur en fonction de $V_R$ doit aboutir à une droite constante. Rappelons maintenant que ce régime est valable pour un désordre suffisamment faible et une impulsion suffisamment grande (voir section 5.1.3). C'est pourquoi $\tau_S$ dans l'approximation de *Born* est à trouver dans la limite des faibles $V_R$. Comme le montre la Figure 5.11.a), cette limite constante est rapidement atteinte pour toute la gamme d'impulsion $k_i$

12. Lorsque $k_i$ est faible, la principale limitation de cette mesure vient naturellement de la largeur initiale de la distribution en vitesse $\Delta k$ qui devient de l'ordre de $k_i$. Lorsque l'impulsion $k_i$ devient grande, en revanche, la difficulté vient de la durée limitée d'observation de la décroissance, notamment pour de grandes valeurs de $\tau_S$ (qui peuvent dans ce cas atteindre plus de 100ms). À l'origine de cette limitation, on observe un déplacement global du nuage au cours de la propagation en plus de la diffusion attendue. La distribution en vitesse résultante sera alors décalée dans la direction de l'impulsion initiale et quittera éventuellement la zone de lévitation et d'imagerie.

13. Évidemment, c'est la valeur de $V_R$ préalablement réajustée qui été implémentée dans les simulations présentées par la Figure 5.10.

14. Les barres d'erreur représentent, comme pour la Figure 5.10, l'incertitude sur la fonction d'ajustement exponentielle de la décroissance du pic (voir Figure 5.9.c)).

lorsque le désordre est attractif. En revanche, pour le désordre répulsif (voir Figure 5.11.b)), cette limite constante n'est jamais atteinte, sauf pour les impulsions les plus grandes. Ceci constitue la première trace de la différence qui sépare nos deux types de désordre (voir à ce propos la section 5.4).

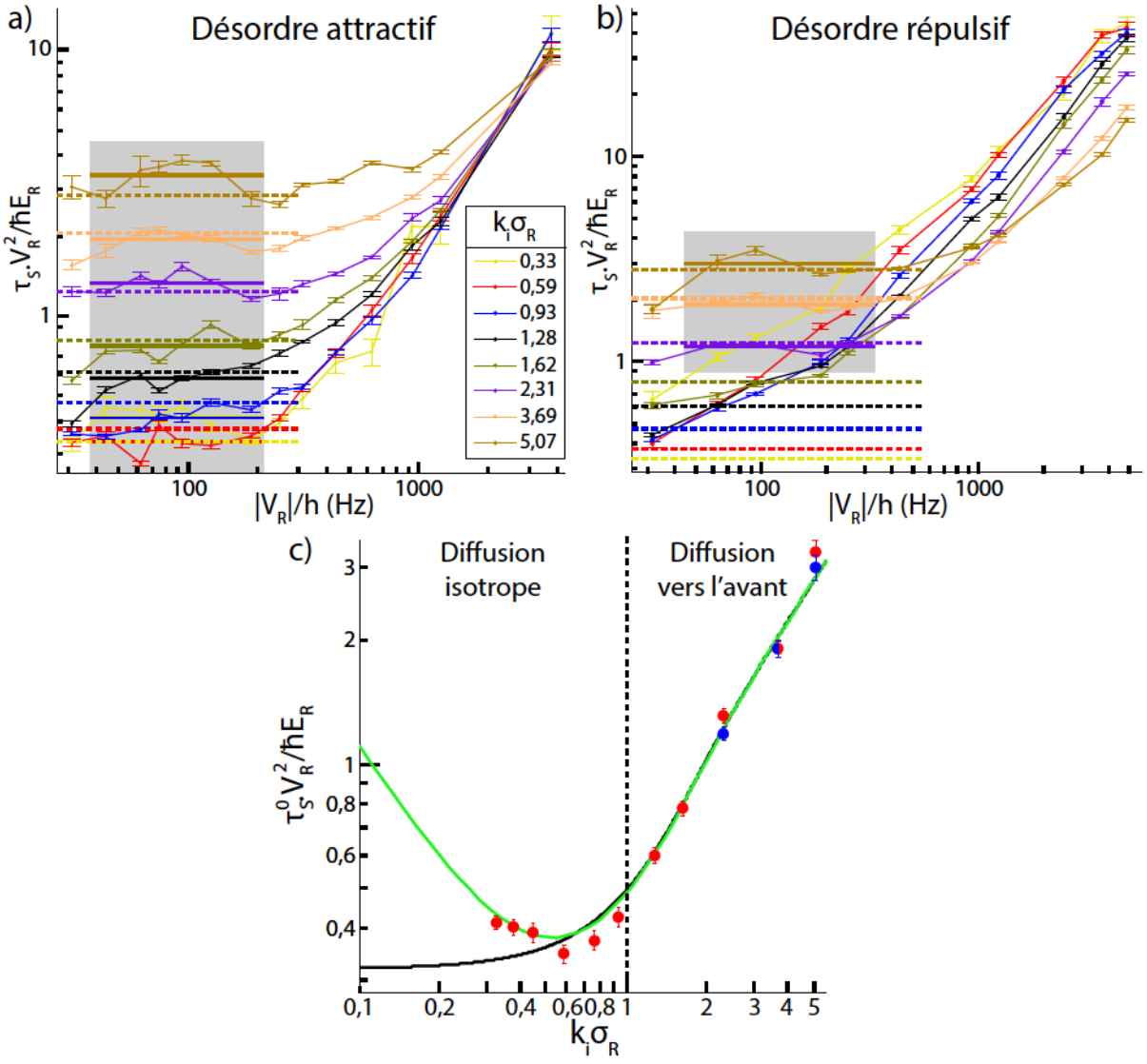


FIGURE 5.11: **Comparaison du temps élastique de diffusion expérimental avec la théorie en régime de *Born*.** a) et b) Graphs expérimentaux représentant $\tau_S V_R^2/\hbar E_R$ en fonction de l'amplitude de désordre dans le cas attractif (à gauche) et répulsif (à droite). Les points reliés par des traits pleins représentent les mesures expérimentales. Les droites en trait plein représentent une moyenne sur les points expérimentaux en régime constant (i.e. à faible $V_R$), la zone de moyennage étant représentée par un rectangle gris. Ces droites donne une valeur de $\tau_S V_R^2/\hbar E_R$ dans la limite de l'approximation de *Born*, appelée $\tau_S^0 V_R^2/\hbar E_R$. Sa valeur théorique attendue est donnée par les droites en pointillés. c) Représentation de $\tau_S^0 V_R^2/\hbar E_R$ en fonction de $k_i\sigma_R$ pour un désordre attractif (en rouge) et répulsif (en bleu). L'accord avec la courbe théorique prédite dans le régime de *Born* (en noir) est bon, surtout en régime de diffusion vers l'avant. En vert est représenté la courbe théorique dans le régime de *Born* pour un *speckle* ayant une limite de bruit blanc à 3D mettant en évidence la présence d'une divergence à faible vitesse (voir Figure 5.4).

Afin d'obtenir une comparaison plus quantitative, nous choisissons d'extraire la limite de $\tau_S$ à faible désordre pour chaque impulsion $k_i\sigma_R$, limite que nous appellerons $\tau_S^0$. Pour ce faire, une simple moyenne est réalisée sur les points du régime constant [15], la zone de moyennage étant repérée sur les Figures 5.11.a) et b) par un rectangle gris [16]. Le résultat de cette moyenne est représenté par les droites constantes en trait plein. Une première comparaison est donnée par les droites constantes en trait pointillé représentant $\tau_S$ renormalisé dans le régime de *Born* d'après l'équation théorique en configuration *speckle* 2D eq. (5.7). L'accord semble être bon pour le désordre attractif, tandis qu'en désordre répulsif, ces droites théoriques nous montrent à nouveau que le régime de *Born* n'est pas atteint (sauf pour les trois impulsions les plus grandes).

Pour finir, nous choisissons de représenter $\tau_S^0$ (renormalisé par $\hbar E_R/V_R^2$), limite de $\tau_S$ dans l'approximation de *Born*, extrait du moyennage décrit dans le paragraphe précédent, en fonction de l'impulsion initiale. Cette représentation est donnée, Figure 5.11.c), par les points rouges dans le cas du désordre attractif et les points bleus dans le cas du désordre répulsif. Les barres d'erreur représentent l'écart-type sur la moyenne effectuée. La courbe noire représente la valeur de $\tau_S$ théorique (renormalisée par $\hbar E_R/V_R^2$) donnée dans l'approximation de *Born* pour le *speckle* 2D par eq. (5.7). On observe que pour une forte impulsion (i.e. en régime de diffusion vers l'avant), l'accord est toujours très bon avec la théorie de *Born*, ce qui n'est pas nécessairement le cas à faible impulsion (i.e. en régime de diffusion isotrope). Une déviation commence en effet à apparaître à très faible impulsion, bien que le régime de *Born* semble être atteint : le régime constant étant toujours atteint à faible $V_R$, comme le montre la Figure 5.11.a).

**Divergence à faible impulsion :** Ce comportement à faible impulsion pourrait être expliqué par une divergence de $\tau_S$ en $1/k_i$ présente lorsque l'on modélise la fonction de corrélation longitudinale du désordre par une gaussienne et non plus par une lorentzienne (voir section 5.1.2). La section 4.5.2 montre que la mesure de la fonction de corrélation longitudinale de notre *speckle* ne permet pas de conclure clairement concernant ces deux modèles [17]. La courbe théorique prenant en compte cette divergence est représentée en vert sur la Figure 5.11.c). Elle est en très bon accord avec les points expérimentaux, néanmoins, des mesures supplémentaires à très faible impulsion seraient nécessaires pour confirmer ce résultat.

15. D'autres fonctions d'ajustement ont été essayées, notamment polynomiales, ajustées sur toute la gamme de $V_R$, sans obtenir de résultat plus convaincant.

16. Pour être précis, en désordre attractif, toutes les courbes sont traitées et ce pour les six points les plus à gauche, en partant du deuxième car les mesures de $\tau_S$ pour $V_R = 31$Hz ne sont pas suffisamment fiables. À titre de comparaison, un moyennage similaire en désordre répulsif a été effectué (sur quatre points par courbe seulement), pour les trois impulsions les plus grandes : $k_i\sigma_R = 2,31$ ; $3,69$ et $5,07$.

17. On rappelle que la déviation par rapport à un modèle purement lorentzien, attendu dans le cas d'un *speckle*, peut être expliquée expérimentalement par un éclairement incident diaphragmé et donc non-purement gaussien. De plus, ces modèles sont valables dans l'approximation paraxiale, peut être pas parfaitement respectée.

**La comparaison avec le régime de *Born* comme une méthode de calibration de l'amplitude de désordre :** La mesure absolue d'une puissance optique présente des difficultés bien connues en physique atomique, comme la calibration du détecteur utilisé. Notre expérience n'échappe pas à la règle et une erreur systématique a été constatée entre notre mesure expérimentale de $\tau_S$ et les valeurs attendues dans l'approximation de *Born*. La calibration imparfaite de notre puissance optique est en effet très probablement à l'origine de cette erreur systématique [18]. Une calibration de la puissance optique utilisée pour créer un champ de *speckle* peut par exemple être effectuée en utilisant les atomes comme détecteurs, comme pour [Clément 06]. Dans notre cas, pour procéder à notre calibration, nous utilisons directement la comparaison avec le régime de *Born*. Pour ce faire, les points expérimentaux (en rouge et bleu sur la Figure 5.11.c)) ont été renormalisés par le facteur $\hbar E_R/V_R^2$ en laissant $V_R$ comme paramètre libre. Ils ont ensuite été ajustés à la courbe théorique dans le régime de *Born* (issue de eq. (5.7) et représentée en noir sur la Figure 5.11.c)) [19]. L'accord est obtenu avec une augmentation de 25% de la valeur de $V_R$ par rapport à la calibration que nous avions faite à l'aide d'une mesure photométrique. Cette recalibration a ensuite été incluse pour tous les résultats expérimentaux présentés dans ce chapitre, que ce soit par exemple pour la légende de la Figure 5.10, pour la renormalisation des courbes présentées Figures 5.11.a) et b), ou pour ce qui suit. Notons que cette méthode pourra être utilisée pour déduire de façon absolue la valeur de l'amplitude de désordre pour nos futures expériences de diffusion ou de localisation.

## 5.4 Comportement du temps élastique de diffusion hors du régime de *Born*

Nous avons, dans la section précédente, vérifié quantitativement l'accord entre nos données expérimentales et le modèle de *Born*, valable à suffisamment haute impulsion et désordre suffisamment faible. Nous pouvons présenter et commenter à présent, de façon quantitative, les déviations attendues hors de ce régime, grâce à la cartographie complète des $\tau_S$ représentée Figure 5.10 en fonction de l'amplitude de désordre $V_R$ et de l'impulsion initiale $k_i$.

Une façon plus visuelle de représenter cette cartographie en vue de quantifier notre déviation au modèle de *Born* est affichée Figure 5.12. Elle représente en fausse couleur le rapport logarithmique $\log_{10}(\tau_S/\tau_S^{Born})$ entre le temps élastique de diffusion mesuré expérimentalement : $\tau_S$ et

18. On rappelle que la mesure absolue de la puissance optique est directement liée au calcul de $V_R$, d'après eq. (4.8), grandeur qui apparaît dans le calcul théorique de $\tau_S$ dans l'approximation de *Born* (voir eq. (5.7)). Une erreur sur la mesure de $\sigma_R$ pourrait également provoquer une déviation systématique dans la mesure de $\tau_S$. Dans le cas de $\sigma_R$, nous avons une forte confiance en notre mesure expérimentale, qui subit peu de problèmes de calibration et dont l'incertitude a été quantifiée (voir section 4.4.3). De plus, ajouter un facteur correctif à cette grandeur n'a pas permis de compenser la déviation systématique observée.

19. L'ajustement a été effectué sur les points expérimentaux obtenus en régime de diffusion vers l'avant, points pour lesquels notre confiance est la meilleure.

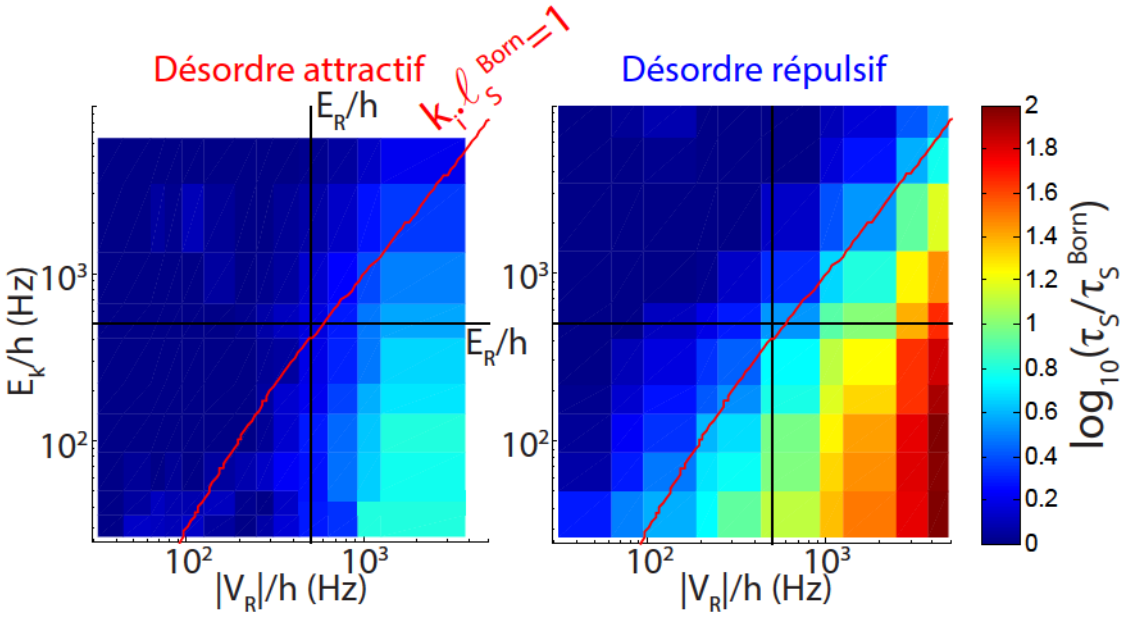


FIGURE 5.12: **Comparaison entre le temps élastique de diffusion expérimental et celui attendu dans le régime de *Born*.** Représentation en fausse couleur du rapport logarithmique $\log_{10}(\tau_S/\tau_S^{Born})$ entre le temps élastique de diffusion expérimental $\tau_S$ et celui calculé dans l'approximation de *Born* $\tau_S^{Born}$, via l'équation (5.7). Ce rapport est affiché en fonction de la valeur absolue de l'amplitude de désordre $|V_R|$ et de l'énergie cinétique $E_k = \hbar^2 k_i^2/2m$. À gauche sont représentés les résultats pour un désordre attractif et à droite pour un désordre répulsif. La ligne rouge représente le couple de paramètres $(|V_R|, E_k)$ pour lequel $k_i l_S^{Born} = 1$ (où $l_S^{Born}$ est encore une fois calculé dans le régime de *Born* à partir de eq. (5.7)). $\tau_S$ est proche de la valeur attendue en régime de désordre faible (i.e. lorsque $k_i l_S^{Born} > 1$) et ce pour les deux types de désordre. Hors de ce régime des déviations sont observées. Ces déviations sont beaucoup plus importantes pour un désordre répulsif, ce qui est dû à l'asymétrie de la distribution de probabilité du *speckle*.

celui calculé dans l'approximation de *Born* $\tau_S^{Born}$, via la formule en 2D : eq. (5.7). Ce rapport est affiché en fonction de la valeur absolue de l'amplitude de désordre $|V_R|$ et de l'énergie cinétique $E_k = \hbar^2 k_i^2/2m$ et ce pour nos deux types de désordre : attractif (à gauche) et répulsif (à droite). La ligne représentée en rouge correspond au couple de paramètres $(V_R, E_k)$ pour lequel $k_i l_S^{Born} = 1$ (où $l_S^{Born}$ est calculé dans le régime de *Born* à partir de eq. (5.7)).

Les points situés au dessus de la ligne $k_i l_S^{Born} = 1$ commencent à appartenir au régime de désordre faible : $k_i l_S^{Born} > 1$, régime pour lequel on s'attend à ce que l'approximation de *Born* soit valide. On remarque, dans cette gamme de paramètres, que les déviations au modèle de *Born* sont très faibles, voire inexistantes et ce pour les deux types de désordre. En effet, ce modèle ne prend pas en compte de signe du désordre ($V_R$ est eau carré dans l'équation (5.7)).

Hors de ce régime de *Born*, pour $k_i l_S^{Born} < 1$, des déviations commencent à apparaitre. En désordre attractif, elles sont relativement modestes avec un $\tau_S$ environ 5 fois plus grand que la valeur attendue en régime de *Born*, lorsque l'amplitude de désordre est la plus forte et l'énergie cinétique est la plus faible. En revanche, en désordre répulsif, cette déviation est beaucoup plus

importante, avec un facteur allant de 50 à 100 entre les mesures expérimentales et le calcul dans l'approximation de *Born*.

**Impact de l'asymétrie du *speckle* :** Cette différence de comportement entre désordre attractif et répulsif a déjà été notée dans le cadre de la localisation d'*Anderson* 3D par D. Delande et G. Orso [Delande 14]. Elle vient tout d'abord du fait qu'au delà de l'approximation de *Born*, le temps élastique de diffusion commence à dépendre de la statistique détaillée du désordre et non plus seulement de sa fonction d'autocorrélation [Kuhn 07, Miniatura 09] (qui comme on peut le voir à travers les équations (5.3) et (5.10) ne dépend pas du signe du désordre). En effet, l'influence de la distribution de probabilité du désordre commence à se faire sentir. Il se trouve que dans le cas

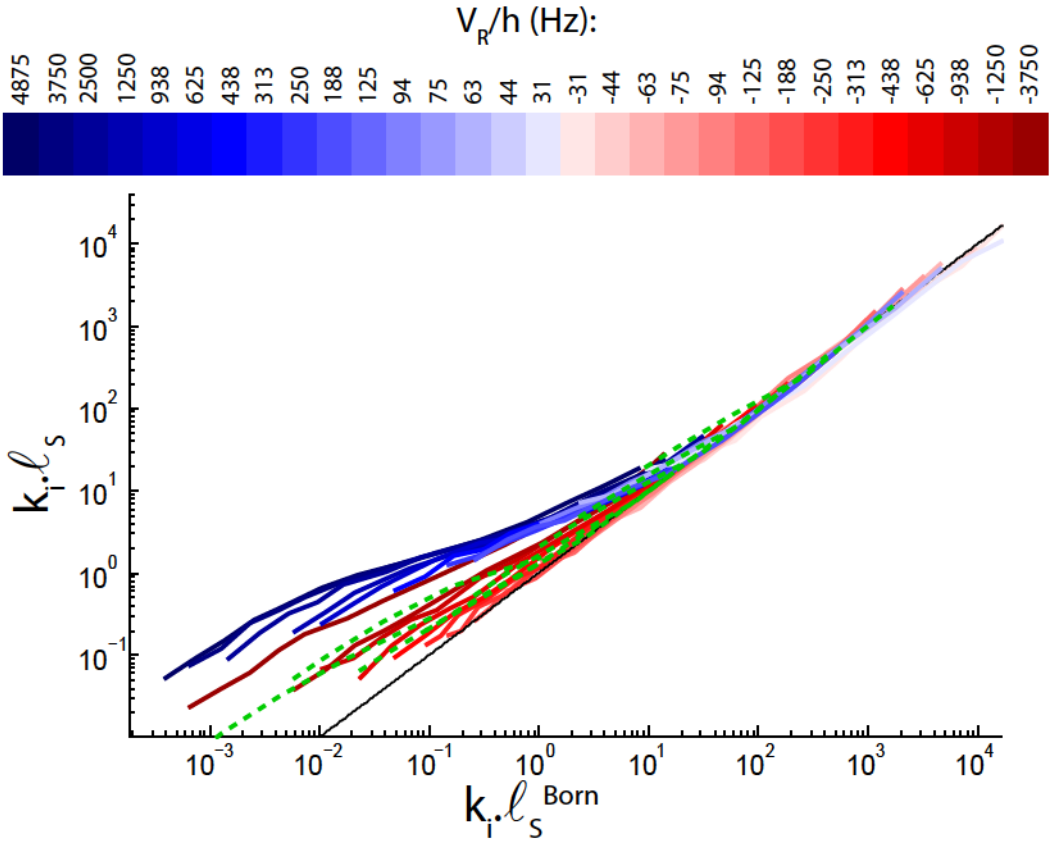


FIGURE 5.13: **Comparaison entre le libre parcours moyen expérimental et et celui attendu dans le régime de *Born*.** Représentation de $k_l l_S = \hbar k_l^2 \tau_S / m$ issu de la mesure expérimentale de $\tau_S$ en fonction de $k_l l_S^{Born}$ issu du calcul théorique de $\tau_S$ dans l'approximation de *Born* (voir eq. (5.7)). La couleur des courbes correspond à l'amplitude de désordre utilisée. La droite noire représente le cas où $k_l l_S = k_l l_S^{Born}$. En pointillés verts est représenté le cas d'une simulation numérique pour laquelle un désordre gaussien a été utilisé (les paramètres choisis pour effectuer cette simulation sont du même ordre de grandeur que ceux utilisés dans l'expérience). Son comportement est proche de celui observé avec un *speckle* attractif. On observe une déviation par rapport au régime de *Born* plus rapide pour le *speckle* répulsif que pour le *speckle* attractif.

du *speckle*, cette distribution de probabilité n'est pas symétrique par rapport à sa valeur moyenne $V_R$ car elle est exponentielle (voir eq. (4.3)) :

$$p_V(V) = \frac{\Theta(V/V_R)}{|V_R|} e^{-\frac{V}{V_R}} \tag{5.25}$$

où $\Theta$ est la fonction de *Heaviside* qui rend la distribution strictement négative lorsque $V_R < 0$ et strictement positive lorsque $V_R > 0$.

De plus, hors du régime de *Born*, $\tau_S$ n'a plus une définition aussi claire que celle donnée par la règle d'or de *Fermi*, comme nous le verrons dans la section suivante (section 5.4.§2). La compréhension de ce comportement est à l'heure actuelle à l'état de réflexion au sein de notre équipe. Une partie de l'explication pourrait notamment faire intervenir les fonctions spectrales du *speckle* [Trappe 15].

À titre comparatif, une simulation a été effectuée par L.-K. Lim de la même façon que pour la section 5.2.4 (la même gamme de paramètres a été utilisée), en utilisant cette fois-ci un désordre de loi de probabilité gaussienne centrée autour de $V_R$ :

$$p_V(V) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}|V_R|} e^{-\frac{V^2}{2V_R^2}} \tag{5.26}$$

Les résultats de cette simulation, représentés en pointillés verts sur la Figure 5.13, montrent que le comportement de $\tau_S$ dans ce désordre symétrique est proche de celui observé en désordre attractif. Ce confirme bien le comportement "pathologique" du *speckle* répulsif hors du régime de *Born*.

La Figure 5.13, déjà évoqué dans le paragraphe précédent est une autre représentation de nos résultats expérimentaux. L'axe des ordonnées correspond à la mesure expérimentale $k_i l_S = \hbar k_i^2 \tau_S / m$ tandis que l'axe des abscisses correspond à la même quantité, calculée théoriquement cette fois dans l'approximation de *Born*, d'après eq. (5.7). En fausse couleur sont représentées chaque série de $\tau_S$ pour une amplitude de désordre donnée. En noir est représenté la droite de pente 1 correspondant au cas où $k_i l_S = k_i l_S^{Born}$. On rappelle que les pointillés verts représentent une simulation numérique permettant d'obtenir $l_S$ dans le cas d'un désordre gaussien symétrique.

Cette représentation nous permet d'observer une déviation par rapport au régime de *Born* beaucoup plus rapide lorsque le désordre est répulsif que lorsqu'il est attractif. En effet, dès $k_i l_S^{Born} \simeq 10$, une divergence apparait pour le désordre répulsif, tandis que pour le désordre attractif, cette

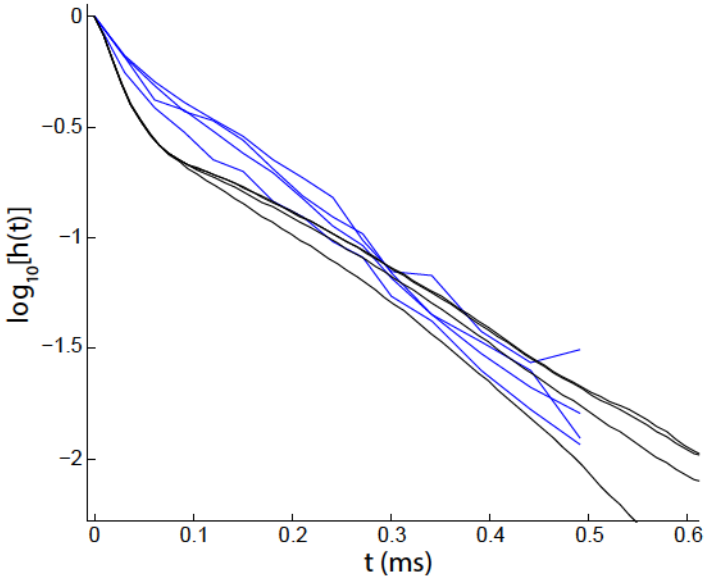


FIGURE 5.14: **Décroissance du pic initial en régime de désordre fort (répulsif).** Ces courbes représentent la décroissance de la hauteur $h(t)$ du pic initial en fonction du temps de diffusion $t$, pour un désordre répulsif d'amplitude de désordre $V_R = 4875$Hz et pour quatre valeurs d'impulsion initiale ($k_i\sigma_R = 0,33\mu m$ ; $0,38\mu m$ ; $0,76\mu m$ et $1,28\mu m$). En noir est représenté le cas où cette décroissance est observée lors d'une simulation numérique. On remarque la présence d'une double structure. En bleu sont représentées les décroissances expérimentales correspondantes (issues du traitement présenté section 5.2.3). La double structure n'est pas visible, la précision de nos mesures ne permettant pas de résoudre cette décroissance à temps court.

divergence est modérée jusqu'à $k_i l_S^{Born} \simeq 1$. Ceci permet de mettre en évidence de façon plus quantitative les limites du régime de désordre faible défini généralement par $k_i l_S > 1$ ou $k_i l_S \gg 1$.

**Décroissance du pic initial pour un *speckle* répulsif :** Au cours de notre étude, nous nous sommes aperçu que certaines décroissances du pic initial observées lors des simulations numériques effectuées par L.-K. Lim présentaient une double structure. Ce comportement est principalement observé à faible impulsion et fort désordre (loin du régime de *Born*) lorsque le *speckle* simulé est répulsif. Une décroissance à temps court ainsi qu'une décroissance plus longue a été mise en évidence. La Figure 5.14 présente en noir un exemple de cette double décroissance numérique de la hauteur du pic initial $h(t)$, simulée pour $V_R = 4875$Hz (désordre répulsif) et pour quatre valeurs d'impulsion initiale ($k_i\sigma_R = 0,33\mu m$ ; $0,38\mu m$ ; $0,76\mu m$ et $1,28\mu m$). Notez que le temps élastique de diffusion est dans ce cas systématiquement extrait de la seconde décroissance par un ajustement exponentiel. Ce comportement n'a pas été observé expérimentalement, la précision de nos mesures ne permettant pas de résoudre la décroissance à temps court. À ce propos, la Figure 5.14 montre également en bleu la décroissance du pic initial mesurée expérimentalement pour les mêmes paramètres expérimentaux que pour la simulation affichée en noir (i.e. $V_R = 4875$Hz et $k_i\sigma_R = 0,33\mu m$ ; $0,38\mu m$ ; $0,76\mu m$ et $1,28\mu m$).

Cette double structure est révélatrice d'un changement de comportement en régime de désordre fort, pour lequel $\tau_S$ ne peut plus être défini comme un taux de couplage exponentiel donné par la règle d'or de *Fermi* (voir section 5.1.2). Une étude plus approfondie est nécessaire pour comprendre en détail ce phénomène, en prenant notamment en compte les fonctions spectrales du *speckle* [Trappe 15].

## 5.5 Mesures préliminaires du temps de transport

Afin d'apporter un point de vue plus complet sur l'étude des grandeurs microscopiques de la diffusion, nous avons souhaité ajouter à nos travaux sur le temps élastique de diffusion quelques résultats préliminaires concernant la mesure du temps de transport, ou temps de *Boltzmann* $\tau_B$. Ce paramètre élémentaire de la diffusion représente le temps caractéristique pour que la direction d'une onde diffusée soit décorrélée de sa direction initiale. Si $\tau_S$ représente le temps élémentaire d'une diffusion simple, $\tau_B$ quant à lui, est à prendre en compte pour les processus de diffusion multiple lorsque la diffusion n'est pas isotrope, car il représente le temps typique d'isotropisation de la distribution en vitesse de l'onde (voir section 2.1.2).

Cette étude préliminaire a été menée dans la configuration expérimentale de l'expérience sur la rétro-diffusion cohérente(voir section 6.2.1). Cette configuration est quasiment identique à celle décrite au cours de ce chapitre, section 5.2.1. Les différences se situent principalement dans le montage de génération du désordre. Un laser différent a été utilisé pour créer ce désordre : le Verdi 18W émettant à 532nm (non accordable). L'étude suivante se fera donc seulement en désordre répulsif. De plus, cet autre laser implique un désordre dont les longueurs de corrélation sont différentes : dans le plan $y-z$ : $\sigma_y = \sigma_z = \sigma_{y-z} = 0{,}24\mu m$ (écart-type d'une gaussienne) et dans la direction longitudinale $\sigma_x = 1\mu m$ (demi-largeur à mi-hauteur d'une lorentzienne). La longueur de corrélation transverse qui sera prise en compte pour la comparaison des mesures expérimentales avec la théorie sera ici $\sigma_R = \sqrt{2} \times \sigma_{y-z} = 0{,}33\mu m$.

### 5.5.1 Extraction du temps de transport

Commençons cette étude par décrire la méthode expérimentale que nous avons utilisée pour extraire le temps de transport à partir de nos images expérimentales représentant la distribution en vitesse des atomes lors d'une diffusion dans le désordre.

**Lien entre $\tau_B$ et la transformée de *Fourier* de la distribution de vitesses :** Partons de la distribution angulaire de nos vitesses à chaque instant de diffusion $t$ : $n(\theta, t)$. Il est alors possible de décomposer cette distribution en série de *Fourier* :

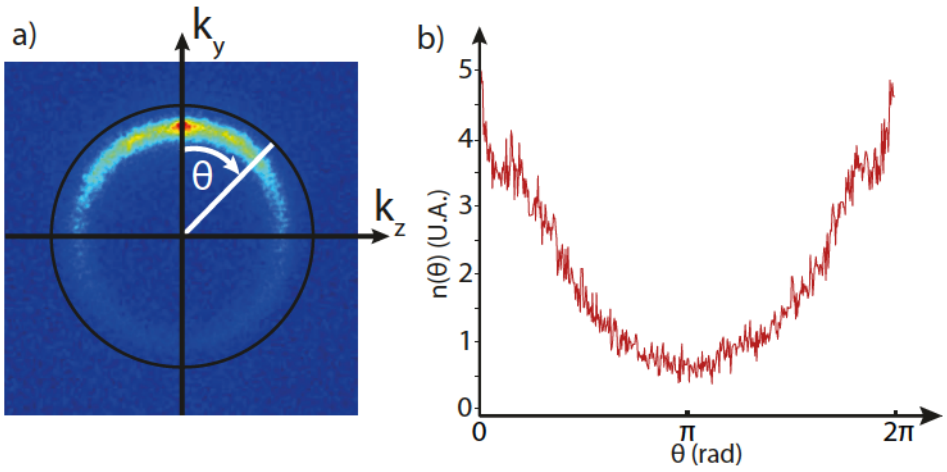


FIGURE 5.15: **Intégration radiale totale de la distribution en vitesse.** Mesure effectuée pour un temps de propagation $t = 7$ms (configuration $V_R/h = 319$ Hz et $k_l = 7{,}0\mu m^{-1}$). a) Délimitation de la zone d'intégration radiale. La zone extérieure au cercle noir n'est pas prise en compte. b) Profil angulaire correspondant. Remarquons que le pic initial est situé à droite et à gauche du profil et que l'anneau a commencé à se remplir comme en témoigne la valeur non nulle du profil à $\theta = \pi$.

$$n(\theta, t) = \sum_{m=0}^{\infty} n_m(t) cos(m\theta) \, . \tag{5.27}$$

La valeur de ces coefficients de *Fourier* dépend fortement de la répartition angulaire du signal. Ainsi, il est possible de montrer que le premier coefficient de *Fourier* non constant de cette série $n_1(t)$ est un marqueur du degré d'anisotropie de notre distribution. Il est ainsi possible de le relier avec $\tau_B$, temps typique d'isotropisation de la distribution [Cherroret 12, Plisson 13]. Plus précisément, cette composante va décroitre vers zéro lorsque la distribution de vitesses devient isotrope. Les calculs réalisés dans [Plisson 13] montrent que cette décroissance est exponentielle de temps caractéristique $\tau_B$ :

$$n_1(t) = n_{1,0} e^{-\frac{t}{\tau_B}} \, . \tag{5.28}$$

**Extraction expérimentale de $\tau_B$ :** Notre objectif ici est d'étudier la répartition totale de la densité atomique autour du cercle de rayon $k_i = |\mathbf{k}_i| = |\mathbf{k}'|$ en fonction du temps de propagation $t$. Contrairement à l'extraction de $\tau_S$ (voir section 5.2.3), toute la distribution est mise à contribution, c'est pourquoi nous effectuons une intégration radiale sur $\theta \in [0, 2\pi]$ (voir Figure 5.15.a)) [20].

20. La partie extérieure de la distribution est une fois de plus supprimée (à l'extérieur du cercle noir sur la Figure 5.15.a)), contrairement à la partie intérieure. Il est en effet indispensable de conserver un nombre d'atomes total constant d'une image à l'autre car le coefficient de Fourier prend en compte cette quantité. Or on sait que pour de longs temps de diffusion (lorsque la diffusion est fortement vers l'avant, le temps d'isotropisation peut devenir très grand et il est alors indispensable de prendre des données pendant un long temps de diffusion), la distribution de vitesse commence à devenir 3D et donc remplir l'intérieur de l'anneau, et ce pour chaque image intégrée en 2D.

On obtient ainsi le profil radial total $n(\theta, t)$ présenté Figure 5.15.b).

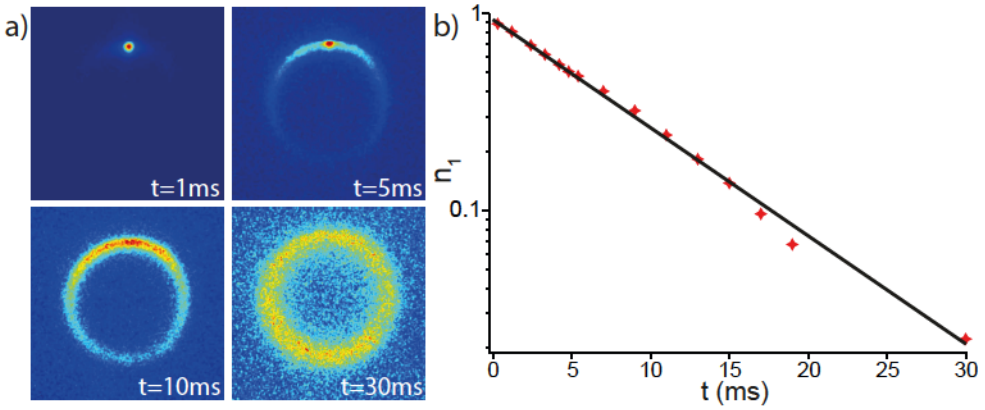


FIGURE 5.16: **Extraction de $\tau_B$ à partir du premier coefficient de Fourier.** Configuration : $V_R/h = 319$Hz et $k_l = 7{,}0\mu m^{-1}$. a) Distribution des vitesses pour différents temps de propagation $t$ montrant l'isotropisation de la distribution. b) Courbe représentant le premier coefficient de Fourier $n_1$ en fonction du temps de propagation (échelle semi-logarithmique). Les points rouges correspondent aux données expérimentales et la droite noire à la fonction d'ajustement exponentielle de temps caractéristique $\tau_B = 8{,}17$ms.

Pour chaque temps de diffusion $t$, le coefficient de Fourier $n_1(t)$ est alors extrait numériquement en pratiquant une transformée de Fourier discrète numérique à une dimension du profil radial. Chaque point extrait est représenté en rouge sur la Figure 5.16.b). La décroissance résultante correspond bien à une isotropisation progressive de la distribution visible Figure 5.16.a).

Une fonction d'ajustement exponentielle, donnée par eq. (5.28) est alors utilisée ($n_{1,0}$ et $\tau_B$ sont les paramètres d'ajustement). Cette dernière est représentée par une droite noire sur la Figure 5.16.b). Un bon accord est constaté sur plus d'une décade, pour la plupart des configurations expérimentales. Ceci nous permet d'extraire la valeur du temps de transport $\tau_B$, temps caractéristique de décroissance de cette exponentielle. Dans le cas présenté Figure 5.16, on obtient : $\tau_B = 8{,}17$ms.

### 5.5.2 Affichage des résultats expérimentaux

De même que pour le temps de élastique de diffusion, il est possible de faire varier les paramètres expérimentaux $V_R$ et $k_i$ sur une large gamme, donnant lieu à des valeurs de $\tau_B$ variant sur près de trois ordres de grandeur. Ces résultats sont présentés Figure 5.17. À titre de comparaison, deux séries de temps élastique de diffusion sont également représentées en pointillés sur la Figure 5.17. Ces deux séries mesurées lors de la section 5.2, pour un désordre répulsif, avec des valeurs de $V_R$ proches de celles à notre disposition ici ($V_R = 188$Hz et $V_R = 438$Hz).

Cette représentation nous permet d'observer une forte augmentation de $\tau_B$ lorsque $k_i\sigma_R > 1$, c'est-à-dire lorsque la diffusion n'est plus isotrope mais commence à se faire vers l'avant. C'est

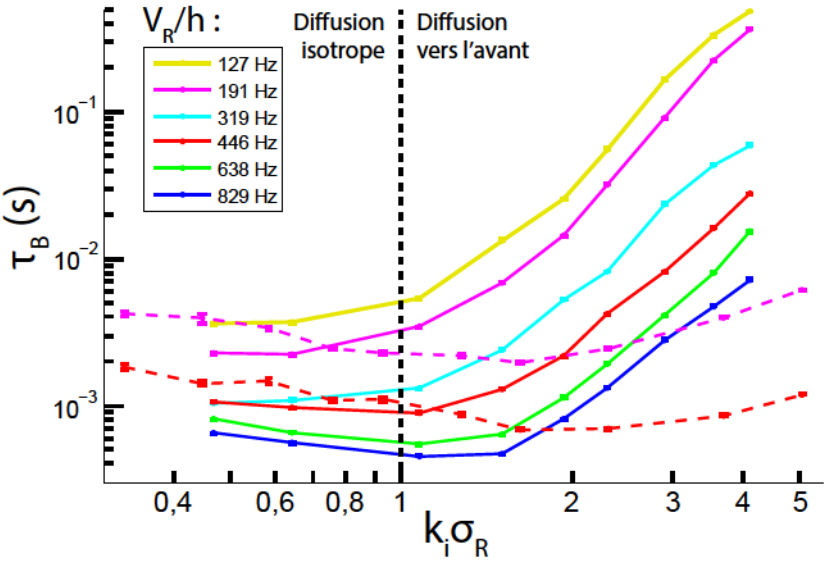


FIGURE 5.17: **Temps de transport $\tau_B$ en fonction de l'énergie cinétique du nuage d'atomes.** Mesuré pour différentes amplitudes du désordre $V_R$. À titre comparatif, en pointillés sont représentées deux séries de mesures de $\tau_S$ en désordre répulsif déjà présentée sur la Figure 5.10. Leur couleur correspond à l'amplitude de désordre indiquée par la légende (ces deux séries correspondent en toute rigueur à $V_R = 188$Hz et $V_R = 438$Hz). Comme nous l'attendions, en régime de diffusion isotrope, $\tau_S$ et $\tau_B$ sont en accord qualitatif tandis qu'en régime de diffusion vers l'avant, les deux quantités s'éloignent fortement l'une de l'autre.

bien le régime pour lequel la dynamique de diffusion est donnée par $\tau_B$ est non plus $\tau_S$. Cette analyse est renforcée par le fait qu'en diffusion isotrope, $\tau_B$ et $\tau_S$ sont du même ordre de grandeur tandis qu'en diffusion isotrope, $\tau_B$ diverge et devient beaucoup plus grand que $\tau_S$.

### 5.5.3 Étude du temps de transport en régime de *Born*

Il est possible de comparer nos données expérimentales avec le temps de transport attendu dans le régime de *Born* présenté section 5.1. Nous allons donc procéder de façon analogue à l'étude de $\tau_S$ (voir section 5.3), en cherchant la limite de $\tau_B$ dans le régime de *Born*, à faible amplitude de désordre et ce pour toutes nos impulsions.

Nous allons pour cela commencer par renormaliser $\tau_B$ par $V_R^2$, préfacteur présent dans la formule théorique eq. (5.20). Ainsi, les données expérimentales renormalisées $\tau_B V_R^2/\hbar E_R$ sont représentées Figure 5.18.a) en fonction de $V_R$ (points reliés par des traits pleins). Selon cette représentation renormalisée et la formule théorique eq. (5.20), lorsque le régime de *Born* est atteint, la courbe ne doit plus décroitre et tendre vers une droite constante. C'est ce que l'on observe pour les impulsions les plus fortes (supérieures à $k_i\sigma_R \simeq 1$), et ce pour toute la gamme de $V_R$. Ceci signifie que le régime de *Born* est atteint pour toutes ces configurations, même pour notre plus grande valeur d'amplitude de désordre, $V_R = 829$Hz. La moyenne de ces points expérimentaux

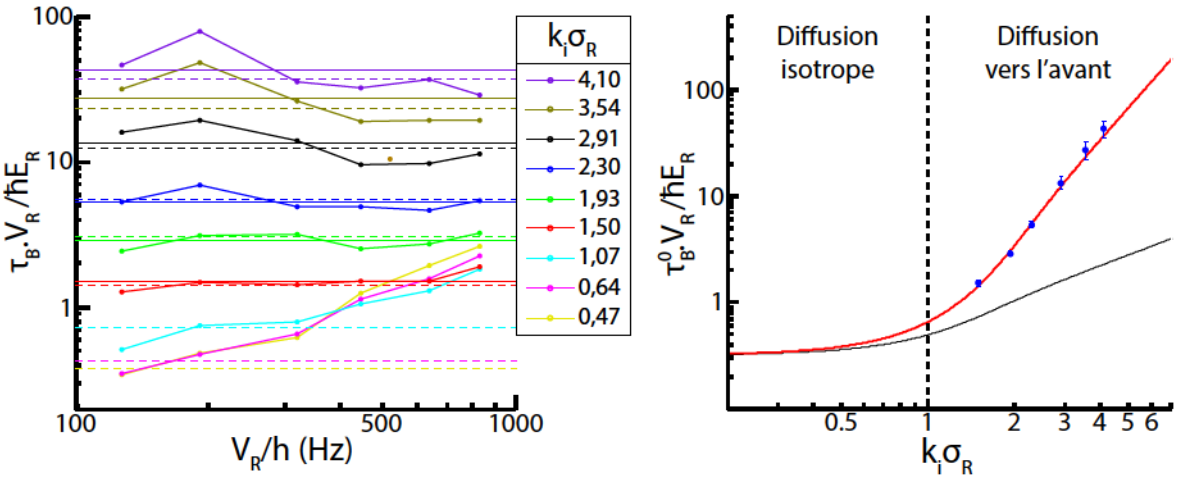


FIGURE 5.18: **Comparaison entre le temps de transport expérimental et la théorie en régime de *Born*.** a) Graph expérimental représentant $\tau_B V_R^2/\hbar E_R$ en fonction de l'amplitude de désordre (répulsif) (représentation log-log). Les points reliés par des traits pleins représentent les mesures expérimentales. Les droites en trait plein représentent une moyenne sur les points expérimentaux. Elles permettent d'extraire une valeur de $\tau_B V_R^2/\hbar E_R$ dans la limite de l'approximation de *Born*, appelée $\tau_B^0 V_R^2/\hbar E_R$. Sa valeur théorique attendue est donnée par les droites en pointillés (d'après eq. (5.20)). b) Représentation de $\tau_B^0 V_R^2/\hbar E_R$ en fonction de $k_i\sigma_R$ (points bleus) (représentation log-log). L'accord avec la courbe théorique (d'après eq. (5.20)) prédite dans le régime de *Born* (en rouge) est très bon. À titre indicatif, la courbe représentant $\tau_S^0 V_R^2/\hbar E_R$ dans le régime de *Born* est donnée en noir (d'après eq. (5.7)).

est donc effectuée et représentée par des droites horizontales en trait plein pour chaque impulsion initiale. Cette valeur expérimentale renormalisée de $\tau_B$ dans le régime de *Born* sera appelée $\tau_B^0 V_R^2/\hbar E_R$. A titre de comparaison, les droites horizontales en trait pointillé représentent la valeur de $\tau_B^0 V_R^2/\hbar E_R$ donnée par eq. (5.20) dans le régime de *Born*. Le bon accord entre ces droites théoriques et la moyenne des points expérimentaux confirment que le régime de *Born* est atteint pour $k_i\sigma_R > 1$. Ces droites nous confirment en outre que le régime de *Born* n'est pas atteint pour les deux courbes expérimentales dont l'impulsion est la plus faible [21].

Finalement, la valeur moyenne $\tau_B^0 V_R^2/\hbar E_R$ est représentée (lorsqu'elle a été calculée) en fonction de $k_i\sigma_R$ sur la Figure 5.18.b) (points bleus). On remarque le très bon accord entre ces points expérimentaux et la courbe théorique donnée dans le régime de *Born*, d'après eq. (5.20) (courbe rouge). A titre comparatif, la courbe théorique représentant $\tau_S^0 V_R^2/\hbar E_R$ dans le régime de *Born*, d'après eq. (5.7), a également été représentée en noir.

Notons que pour cette mesure de $\tau_B$, les valeurs de $V_R$ ont également subit une recalibration. La méthode de calibration utilisée est identique à celle proposée pour $\tau_S$ et décrite section 5.3.§2. Un facteur correctif a été appliqué à $V_R$ afin que les points expérimentaux soient ajustés à la courbe théorique. Dans cette configuration qui, on le rappelle, fait appel à un montage de génération du désordre différent de celui utilisé pour la mesure de $\tau_S$ (et fait ainsi appel à une autre

21. C'est la raison pour laquelle la moyenne n'a pas été effectuée pour les impulsions $k_i\sigma_R = 0,47$ ; 0,64 et 1,07.

calibration de la puissance optique du laser utilisé), on aboutit à un abaissement de 15% de la valeur de $V_R$ par rapport à celle mesurée photoniquement. C'est bien entendu la valeur recalibrée de l'amplitude de désordre qui a été représentée et utilisée au cours de cette section.

### 5.5.4 Observations préliminaires hors du régime de *Born*

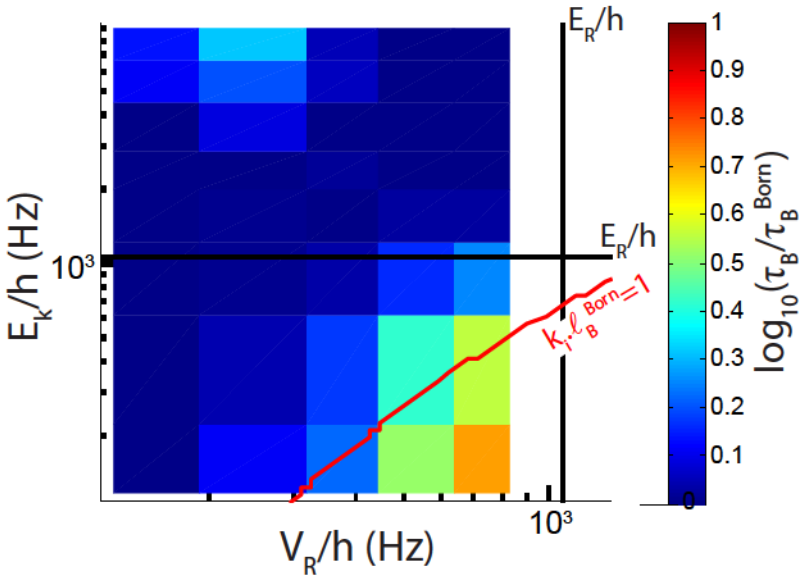


FIGURE 5.19: **Comparaison entre le temps de transport expérimental et celui attendu dans le régime de *Born*.** Représentation en fausse couleur du rapport logarithmique $\log_{10}(\tau_B/\tau_B^{Born})$ entre le temps de transport expérimental $\tau_B$ (pour un désordre répulsif) et celui calculé dans l'approximation de *Born* $\tau_B^{Born}$, via l'équation (5.20). Ce rapport est affiché en fonction de l'amplitude de désordre $V_R$ et de l'énergie cinétique $E_k = \hbar^2 k_i^2/2m$. La ligne rouge représente le couple de paramètres $(V_R, E_k)$ pour lequel $k_i l_B^{Born} = 1$ (où $l_B^{Born}$ est encore une fois calculé dans le régime de *Born* à partir de eq. (5.20)). $\tau_B$ est proche de la valeur attendue en régime de désordre faible (i.e. lorsque $k_i l_B^{Born} > 1$). Hors de ce régime des déviations sont observées.

Comme pour la Figure 5.12, nous choisissons de représenter notre cartographie du temps de transport sous une forme plus visuelle. La Figure 5.19 représente donc en fausse couleur le rapport logarithmique $\log_{10}(\tau_B/\tau_B^{Born})$ entre le temps de transport mesuré expérimentalement, $\tau_B$ et celui calculé dans l'approximation de *Born* à l'aide de l'équation (5.20). Ce rapport est représenté en fonction de $V_R$ et de $E_k$, l'énergie cinétique. La ligne rouge correspond au cas où $k_i l_B^{Born} = 1$ (avec $l_B^{Born}$ calculé dans le régime de *Born* à partir de eq. (5.20)).

Au dessus de la ligne correspondant à la limite de désordre faible, i.e. pour $k_i l_B^{Born} > 1$, le temps de transport mesuré est proche de celui calculé dans le régime de *Born*, tandis qu'une déviation attendue apparait lorsque l'on sort de ce régime. Les mesures hors du régime de *Born* ne sont pas assez complètes pour pouvoir conclure plus quantitativement à ce sujet ($V_R$ n'atteint même pas $E_R$ qui dans cette expérience vaut $E_R/h = 1,07$kHz).

## 5.6 Temps élastique de diffusion : une mesure résolue en amplitude de désordre et en énergie d'un paramètres élémentaires de la diffusion

L'étude présentée lors de ce chapitre a trait à la mesure à l'aide d'atomes froids d'une grandeur microscopique de la diffusion : le temps élastique de diffusion. Elle nous a permis de mettre en évidence une méthode expérimentale relativement simple de mesure de cette grandeur dans l'espace des vitesses, par extraction de la décroissance du pic de densité représentant l'état initial non diffusé. Cette mesure est suffisamment fiable et les paramètres mis en jeu (l'amplitude de désordre et l'impulsion initiale des atomes) sont contrôlés suffisamment précisément pour obtenir une mesure résolue en amplitude de désordre et en impulsion initiale. Elle nous permet en outre une comparaison quantitative avec un modèle simple valable dans le régime de *Born*. Cette mesure résolue sur une large gamme de paramètres rend également possible une étude quantitative hors de ce régime, permettant de mieux délimiter la validité de l'approximation de *Born*, mais aussi de mieux comprendre les particularités du désordre utilisé dans notre expérience, le *speckle*.

Cette étude d'un paramètre élémentaire de la diffusion est importante car elle permet d'alimenter les modèles quantitatifs amenés à être utilisés lors d'expériences sur la localisation faible et la localisation d'*Anderson*. Ces travaux feront l'objet d'un article scientifique actuellement en cours d'écriture.

Une étude préliminaire concernant le temps de transport, autre paramètre élémentaire de la diffusion, a également été présentée. Elle nous a permis une mise en évidence de la méthode expérimentale utilisée pour extraire ce paramètre à partir de la distribution en vitesse du nuage atomique lors d'une diffusion. Une comparaison avec le régime de *Born* a également été proposée. Cette étude pourrait être complétée par une mesure sur une gamme de paramètres plus grande, afin de mieux quantifier les déviations hors du régime de *Born* et permettre une meilleure comparaison avec le temps élastique de diffusion.

Une autre grandeur microscopique de la diffusion, le coefficient de diffusion, pourrait également faire l'objet d'une étude approfondie. Son extraction pourrait être effectuée grâce à la mesure dans l'espace réel de l'expansion du nuage atomique lors de la diffusion dans le désordre (à l'image de ce qui a été réalisé pour les expériences sur la localisation d'*Anderson* [Billy 08, Jendrzejewski 12b]).

# Chapitre 6

# Effets de localisation faible observés dans l'espace des vitesses

Observer l'évolution de la distribution en vitesse d'un nuage d'atomes froids se propageant au sein d'un milieu désordonné admet un certain nombre d'avantages, comme celui de mesurer précisément les propriétés microscopiques de la diffusion, comme nous l'avons vu chapitre 5. Ces mesures sont primordiales pour l'élaboration de modèles quantitatifs. Comme l'a montré la section 2.3, cette distribution en vitesse permet également de mettre en évidence une signature de la localisation faible, sous la forme d'un pic de rétro-diffusion cohérente (dénomination souvent réduite à son acronyme anglais CBS : *coherent backscattering*) [Cherroret 12]. Ce phénomène interférentiel, à la base de la physique mésoscopique, a été largement étudié à l'aide d'ondes lumineuses [Kuga 84, Albada 85, Wolf 85, Labeyrie 99], acoustiques [Bayer 93, Tourin 97], élastiques [Aubry 14] et même sismiques [Larose 04].

Remarquons de plus que ce phénomène repose sur une propriété de symétrie par renversement du temps [1]. Ainsi, manipuler cette propriété serait une signature supplémentaire de la cohérence de la propagation en milieu désordonné. En électronique par exemple, un potentiel dépendant du temps peut rompre ces effets de localisation [Altshuller 81]. Ils peuvent également être manipulés et permettre l'apparition de magnéto-résistance négative dans un film métallique [Bergmann 84] ou d'oscillations de la résistivité dans un cylindre métallique fin [Sharvin 81]. Une autre méthode de manipulation de la symétrie par renversement du temps, basée sur un déphasage court, sera proposée au cours de ce chapitre. Elle permettra d'observer, dans l'espace des vitesses et de façon contrôlée, une suppression puis une résurgence de la rétro-diffusion cohérente.

1. En principe, seule la propriété de réciprocité est nécessaire pour assurer la conservation d'une propagation cohérente, mais en l'absence d'effets dissipatifs, comme ce sera le cas pour nos expériences, ces deux propriétés seront équivalentes.

Ainsi, la première partie de ce chapitre (sections 6.1 et 6.2), consacrée à l'expérience de CBS, sera présentée dans le but d'introduire la seconde partie du chapitre correspondant à l'expérience de résurgence de CBS (sections 6.3, 6.4 et 6.5) [2].

## 6.1 Principe de l'effet de rétro-diffusion cohérente

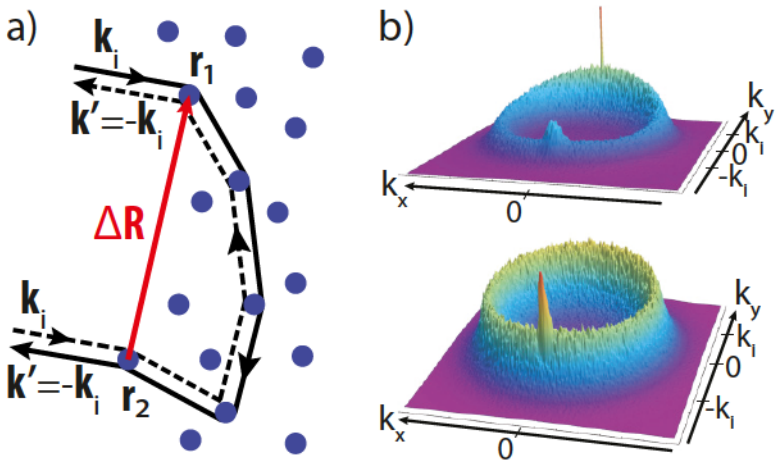


FIGURE 6.1: **Principe de la rétro-diffusion cohérente.** a) La rétro-diffusion cohérente est un phénomène ondulatoire basé sur l'interférence constructive entre deux chemins contra-propageants dans un milieu désordonnée. Elle est observable dans l'espace des vitesses dans la direction opposée à la direction incidente de l'onde. b) Représentation de la distribution de vitesse d'un nuage atomique après sa propagation dans le désordre. (simulation d'après [Cherroret 12]). Après un certain temps, les atomes de vecteur d'onde initial $\mathbf{k}_i$ sont diffusés et on voit apparaître un pic CBS dans la direction $-\mathbf{k}_i$.

L'effet de rétro-diffusion cohérente peut être décrit et expliqué par quelques considérations interférentielles inspirées par l'ouvrage [Akkermans 07]. Les bases de ce principe ayant été posées section 2.2.1, nous rappellerons simplement les points suivants associés à la Figure 6.1.a). Considérons une onde plane de vecteur d'onde incident $\mathbf{k}_i$ se propageant dans le désordre pendant un temps $t$ et ressortant avec un vecteur d'onde $\mathbf{k}'$. En se plaçant en régime de désordre faible pour lequel $k_i l_B \gg 1$ ($l_B$ étant la longueur de transport décrite section 2.1.2), il est possible de décrite cette propagation comme un ensemble d'événements de diffusion distincts. On supposera alors que l'onde plane entre dans le désordre au point $\mathbf{r}_1$, effectue une multitude de chemins diffusifs tel que celui présenté en trait plein Figure 6.1.a), pour finalement ressortir au point $\mathbf{r}_2$. L'intensité moyenne $|A(\mathbf{k}_i,\mathbf{k}',t)|^2$ peut alors s'exprimer en fonction de $f(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2,t)$, la somme de l'amplitude

2. Les travaux liés au CBS ont en effet été réalisés peu avant mon arrivée (je n'ai participé qu'à la rédaction de l'article) et sont déjà décrits en détail dans [Jendrzejewski 12c, Jendrzejewski 12a, Müller 14, Josse 15] (il s'agit de l'un des projets principaux - avec la localisation d'*Anderson* 3D - de la thèse de Fred Jendrzejewski). En revanche, j'ai pleinement pris part à l'expérience sur la résurgence de CBS (qui a été le projet principal de la thèse de Kilian Müller). Bien que l'article ait été publié très récemment (mai 2015), ces trois dernières sections s'inspirent de plusieurs sources présentant déjà ces résultats en détail [Müller 15, Müller 14, Josse 15].

associée à chaque chemin (eq. (2.11)), d'après la formule suivante :

$$|\mathrm{A}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}', t)|^2 = \sum_{\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2} |f(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, t)|^2 \left[1 + e^{i(\mathbf{k}_i + \mathbf{k}').(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)}\right] \tag{6.1}$$

(voir eq. (2.13)).

L'important ici est de remarquer l'expression de la phase :

$$\Delta\phi = (\mathbf{k}_i + \mathbf{k}').(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \tag{6.2}$$

Cette dernière s'annule pour $\mathbf{k}' = -\mathbf{k}_i$. Les interférences sont ainsi toujours parfaitement constructives dans la direction opposée à la direction initiale. En effet, comme indiqué sur la Figure 6.1.a), si l'on considère le chemin allant du point $\mathbf{r}_1$ au point $\mathbf{r}_2$ (trait plein), il est de façon équivalente possible de considérer le chemin contra-propageant, allant de $\mathbf{r}_2$ à $\mathbf{r}_1$ (trait tireté). C'est deux chemins acquièrent la même phase à la fin de leur propagation et interfèreront constructivement lorsque $\mathbf{k}' = -\mathbf{k}_i$. La force de ce phénomène vient du fait que le raisonnement décrit ci-dessus est valable pour tous les chemins de diffusion ayant pour vecteur d'onde final $\mathbf{k}'$. En d'autres termes, la probabilité d'être diffusé dans la direction exactement opposée à la direction initiale est amplifiée d'un facteur 2 par rapport à la diffusion dans toute autre direction.

Développons à ce stade l'expression de la phase proposée par eq. (6.2). En posant $\Delta\mathbf{R} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$, on définit alors l'écart entre les deux points extrémaux des deux chemins contra-propageants (voir Figure 6.1.a)). En régime de diffusion multiple, cet écart peut être donné en fonction du coefficient de diffusion D (voir section 2.1.3). On a ainsi une expression générale qui dépend du temps, d'après eq. (2.5) :

$$\Delta\phi = (\mathbf{k}_i + \mathbf{k}').\mathbf{u}_\mathrm{R}\sqrt{2\mathrm{D}t} \tag{6.3}$$

où $\mathbf{u}_\mathrm{R}$ est le vecteur unité associé à $\Delta\mathbf{R}$. Ainsi, lorsque l'on n'est pas parfaitement dans la direction opposée à la direction initiale et que le temps de diffusion augmente, pour maintenir un déphasage aussi faible que possible, il faut que l'écart entre $\mathbf{k}_i$ et $\mathbf{k}'$ soit de plus en plus faible, en d'autres termes, la largeur du pic CBS dans l'espace des vitesses diminue en fonction du temps de diffusion, à mesure que les boucles d'interférences participant au CBS grandissent.

Ce phénomène ondulatoire, bien que connu depuis des décennies, notamment en optique (voir introduction de ce chapitre), n'avait jamais été observé avec des atomes froids. La proposition théorique faite par N. Cherroret *et al.* [Cherroret 12] a ainsi constitué une base permettant

à notre équipe d'effectuer la première observation expérimentale du pic de rétro-diffusion cohérente à l'aide d'ondes de matière froide [Jendrzejewski 12c]. Ces travaux théoriques nous ont en outre permis de donner une description quantitative de ce phénomène.

## 6.2 Observation expérimentale du pic de rétro-diffusion cohérente

### 6.2.1 Montage expérimental

Le montage expérimental utilisé pour cette expérience de CBS est identique dans son principe à celui présenté pour l'expérience sur $\tau_S$ [3]. Ainsi nous ne reviendrons pas ici en détail sur les étapes de la séquence expérimentale (détaillées chapitre 5) mais nous en rappellerons les grandes lignes ainsi que les paramètres mis en jeu dans ce qui suit.

Le nuage atomique, initialement retenu dans un piège dipolaire croisé, contient environ $10^5$ atomes de $^{87}$Rb préparés dans le sous-état *Zeeman* $|F = 2, m_F = -2\rangle$ afin de permettre une lévitation magnétique (une fois relâchés du piège dipolaire). Le nuage d'atomes, de taille initiale $\Delta r = 30\mu$m, acquiert une impulsion initiale selon l'axe $z$ à l'aide d'une bobine créant une gradient selon cette direction. La vitesse initiale est alors $v_i = 3,3 \pm 0,2$mm.s$^{-1}$ (soit $k_i = mv_i/\hbar = 4,5 \pm 0,3\mu$m$^{-1}$, $m$ étant la masse de l'atome), avec une dispersion en vitesse $\Delta v = 0,12 \pm 0,03$mm.s$^{-1}$ [4] (soit $\Delta k = 0,16 \pm 0,04\mu$m$^{-1}$) réduite grâce à la technique du refroidissement par *delta-kick*. À l'instant $t = 0$, on allume un champ de *speckle* anisotrope créant un potentiel désordonné de longueur de corrélation dans le plan $y-z$ : $\sigma_y = \sigma_z = 0,24\mu$m (écart-type d'une gaussienne) et dans la direction longitudinale $\sigma_z = 1\mu$m (demi-largeur à mi-hauteur d'une lorentzienne). Cette anisotropie nous place dans une configuration 2D, les atomes diffusant principalement dans le plan transverse $y-z$. De plus, l'amplitude de désordre est fixée à $V_R = 975 \pm 80$Hz. À l'instant $t$, le désordre est coupé et la distribution en vitesse à 2D est mesurée dans le plan $y-z$ par fluorescence selon l'axe $x$, après un temps de vol $t_V = 150$ms. La résolution totale dans l'espace des vitesses, prenant en compte la taille initiale du nuage, est estimée à $\Delta k_{res} = \sqrt{\Delta k^2 + (\Delta r\, m/t_V\hbar)^2} = 0,32\mu$m$^{-1}$ (voir section 3.4.2.§1).

### 6.2.2 Observation dans l'espace des vitesses

Comme le montre la Figure 6.2, la distribution de vitesses lors de cette nouvelle expérience est analogue à celle observée au cours du chapitre 5. En effet, initialement, à $t = 0$, les vitesses sont étroitement centrées autour de l'impulsion initiale ce qui confirme la bonne analogie entre notre

3. Bien que chronologiquement, l'expérience de CBS ait été réalisée deux ans avant l'expérience sur $\tau_S$ (voir Figure 3.20), et malgré les changements effectués pendant ce laps de temps (voir section 3.5).
4. Ce qui correspond à la température très faible $T \simeq 0,15$nK.

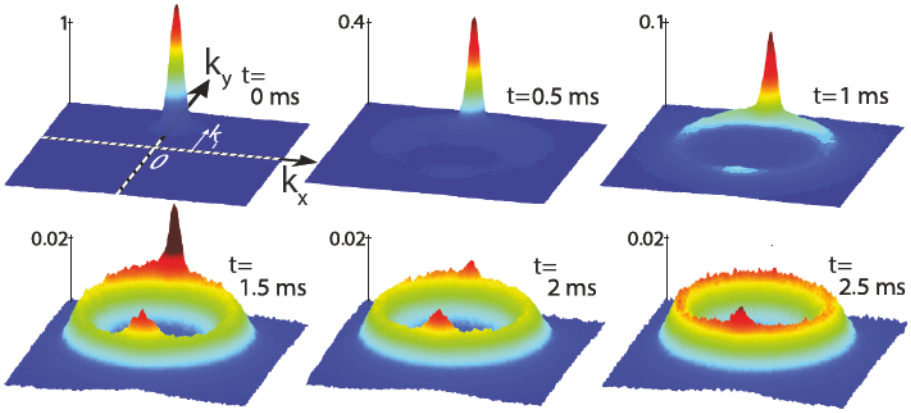


FIGURE 6.2 : **Distribution de vitesse expérimentale.** Chaque image est le résultat d'une moyenne sur une vingtaine d'images expérimentales. Notez que l'échelle verticale est adaptée pour les trois images supérieures et fixée pour les images inférieures. Initialement, les atomes sont centrés autour du vecteur d'onde initial $\mathbf{k}_l$ pour se redistribuer autour d'un anneau (car la diffusion est élastique). Le pic CBS est observable dans la direction $\mathbf{k}' = -\mathbf{k}_l$.

condensat et une onde plane [5]. Comme nous le savons depuis la section 5.2.3, l'état initial se redistribue en états diffusés ce qui permet d'extraire le temps élastique de diffusion $\tau_S = 0,33$ms. Cette redistribution suit un anneau de rayon moyen $|\mathbf{k}_i| = k_i = |\mathbf{k}'| = k'$ car la diffusion est élastique [6], i.e. le module du vecteur d'onde diffusé est constant. L'évolution temporelle de cette redistribution annulaire nous permet d'accéder à la mesure du temps de transport $\tau_B = 0,4 \pm 0,05$ms, selon la même méthode que celle présentée section 5.5.1. On remarque que $\tau_S \sim \tau_B$, ce qui est compatible avec le fait que la diffusion est quasiment isotrope car $k_i\sigma_y = k_i\sigma_z = 1,1$.

Si l'on s'intéresse à la direction opposée à la direction initiale $\mathbf{k}' = -\mathbf{k}_i$, on observe après 1,5ms de diffusion un pic au contraste fort dans la distribution de vitesses. Il convient à présent d'en étudier les caractéristiques afin de déterminer si ce pic est de nature cohérente ou bien si des effets incohérents viennent prendre le pas sur le CBS, comme pour l'expérience analogue à la notre [Labeyrie 12].

### 6.2.3 Dynamique du pic de rétro-diffusion cohérente

#### Extraction du contraste et de la largeur du pic CBS

Afin d'analyser quantitativement l'évolution temporelle du pic CBS, un traitement angulaire de la distribution de vitesse est effectuée, de façon similaire au traitement pratiqué pour l'extraction de $\tau_S$ et de $\tau_B$ (voir sections 5.2.3 et 5.5.1). Nous nous intéresserons à présent à l'évolution

5. C'est d'ailleurs cette première image qui nous permet de mesurer $k_l$ et $\Delta k$.

6. La présence d'un anneau fin est due au régime de désordre faible dans lequel notre configuration se trouve (voir section 5.1.4), car dans cette expérience, $k_l l_S \simeq 5 > 1$

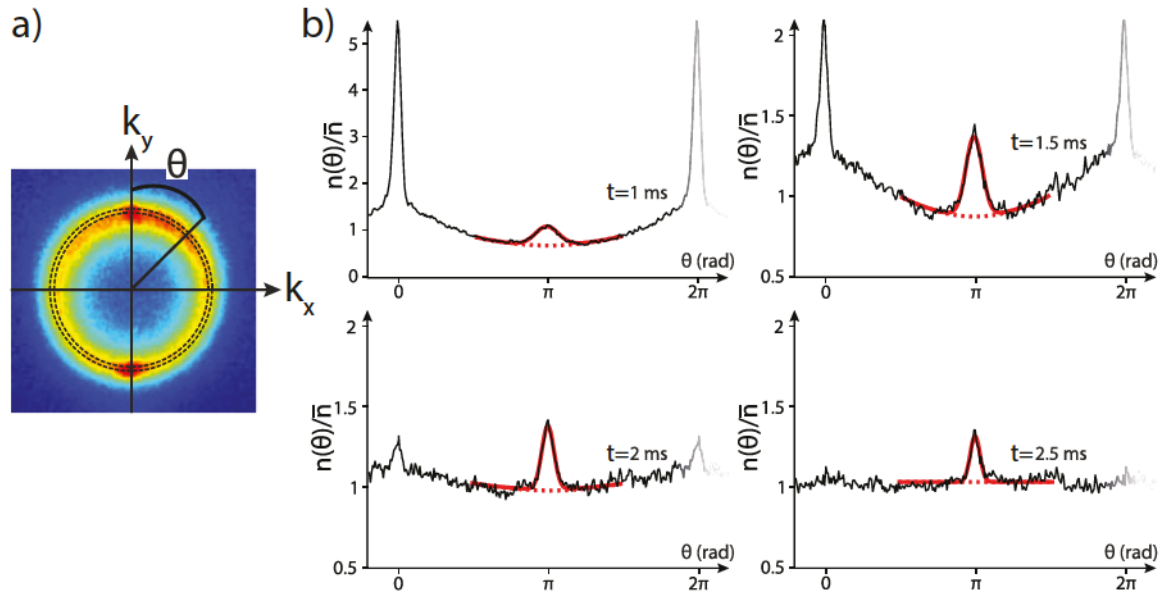


FIGURE 6.3: **Traitement angulaire de la distribution en vitesse, pour l'étude dynamique du pic de rétro-diffusion cohérente.** a) Distribution en vitesse pour le temps de diffusion $t = 2$ms (cinquième image de la Figure 6.2). Une intégration radiale est réalisée sur une fine bande de rayon moyen $k_l$ pour un angle $\theta \in [0, 2\pi]$. b) Résultat de cette intégration pour quelques valeurs de temps de diffusion $t$ et renormalisée par $\overline{n}$, la valeur moyenne du fond incohérent après isotropisation totale de la distribution. Le pic CBS, visible autour de l'angle $\theta = \pi$ est modélisé par une fonction d'ajustement en trait plein rouge (voir eq. (6.4)), qui inclue le fond incohérent modélisé par une parabole en pointillés rouges.

du pic CBS situé en $-\mathbf{k}_i$ et donc à l'angle $\theta = \pi$ sur la distribution angulaire[7] (voir Figure 6.3). Une intégration radiale $n(\theta)$ est donc réalisée sur une fine bande de largeur radiale $\Delta k_{res}$ autour du rayon $k_i$ et ce pour un angle $\theta$ variant de 0 à $2\pi$ (voir Figure 6.3.a)). Le résultat de cette représentation angulaire est affiché Figure 6.3.b) pour quelques temps de diffusion $t$. Notez que ces courbes sont renormalisées par la valeur moyenne du fond incohérent $\overline{n}$ une fois le pic initial complètement disparu et la distribution devenue bien isotrope (comme sur le quatrième graph de la Figure 6.3.b)). La distribution angulaire peut être modélisée par la fonction d'ajustement suivante (similaire à celle utilisée pour l'extraction de $\tau_S$ - voir eq. 5.23)

$$\frac{n(\theta,t)}{\overline{n}} = \alpha_{incoh}(\theta,t) + h(t)\mathrm{e}^{-\frac{(\theta-\pi)^2}{2\Delta\theta^2(t)}} \tag{6.4}$$

où $\alpha_{incoh}(\theta,t)$ représente la distribution incohérente sous le pic CBS, modélisée par une parabole[8] centrée en $\theta = \pi$ ; $h(t)$ représente la hauteur du pic CBS, ce qui va nous permettre de définir le contraste $C(t) = h(t)/\alpha_{incoh}(\theta = \pi, t)$ et $\Delta\theta(t)$ la largeur du pic CBS, modélisée par l'écart-type d'une gaussienne centrée en $\theta = \pi$.

7. On prendra (comme pour l'expérience sur $\tau_S$) la direction du pic initial comme origine de la distribution angulaire, i.e. selon l'axe $\mathbf{k}_l$ (voir Figure 6.3).

8. Contrairement à l'extraction de $\tau_S$, la parabole n'est ici pas inversée.

**Comparaison du contraste et de la largeur du pic CBS avec les prédictions théoriques**

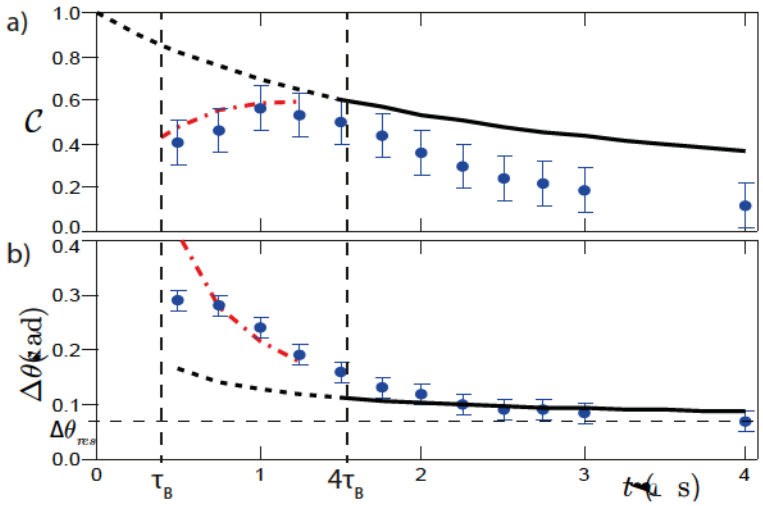


FIGURE 6.4: **Dynamique du pic de rétro-diffusion cohérente.** a) Dynamique du contraste du pic CBS. Les points expérimentaux sont représentés en bleu. À temps court, la propagation est balistique et à temps long elle est diffusive, impliquant deux prédictions théoriques différentes représentées respectivement en rouge et en noir (sans paramètres libres). b) Dynamique de la largeur angulaire du pic CBS. Les points expérimentaux sont représentés en bleu. Deux prédictions théoriques, balistiques et diffusives, sont là aussi représentées respectivement en rouge et en noir (sans paramètres libres).

Le contraste $C(t)$ et la largeur $\Delta\theta(t)$ du pic CBS, issus de l'ajustement présenté ci-avant, sont représentés sur la Figure 6.4 par des points bleus (les barres d'erreur correspondent à l'incertitude issue de l'ajustement de la fonction décrite par eq. (6.4)).

**Dynamique à temps long :** D'après la Figure 6.4.b), la largeur du pic CBS diminue en fonction du temps, ce qui est attendu (voir section 6.1), mais sature à une valeur fixe d'environ 0,07rad. Cette valeur de saturation correspond tout à fait à la taille angulaire de notre distribution initiale : $\Delta\theta_{res} = \Delta k_{res}/k_i = 0{,}07$rad, ce qui est logique car cette largeur initiale est notre limite ultime de résolution, qui ne peut pas être battue [9]. En outre nous savons que la largeur angulaire du pic CBS diminue en fonction du temps (voir section 6.1). Il est alors possible de donner une expression de l'évolution de la largeur angulaire attendue en régime de diffusion multiple, d'après eq. (6.3) : $\Delta\theta(t) = \Delta k_{CBS}(t)/k_i = 1/k_i\sqrt{2Dt}$. Or il existe une relation liant D à $\tau_B$, d'après eq. (2.9), ce qui aboutit à :

$$\Delta\theta(t) = \frac{m}{\hbar k_i^2 \sqrt{\tau_B t}} \tag{6.5}$$

9. C'est la raison pour laquelle nous cherchons à diminuer cette taille initiale autant que possible (voir section 3.3.1).

Cette grandeur a été convoluée à notre limite de résolution $\Delta\theta_{res}$ [10], puis tracée [11] en noir sur la Figure 6.4.b). Elle est en accord avec les points expérimentaux lorsque $t \gtrsim 4\tau_B$, ce qui correspond bien à un régime de diffusion multiple.

On remarque ensuite, sur la Figure 6.4.a), que le contraste du pic CBS se construit au bout de quelques événements diffusion sans atteindre la valeur théorique de 1. Une décroissance est même observée. Ceci peut être expliqué par la largeur initiale de la distribution en vitesse qui élargit le pic CBS et donc diminue sa hauteur. Une prédiction théorique déduite de la même façon que pour eq. (6.5), sans paramètres libres et prenant en compte la convolution du pic CBS avec le pic initial, est tracée en noir sur la Figure 6.4.a). On note que les points expérimentaux restent toujours en dessous de cette prédiction, ce qui peut être expliqué par un début d'isotropisation de la distribution atomique en trois dimensions, réduisant ainsi d'avantage le contraste.

**Dynamique à temps court :** À temps court, le comportement diffusif n'est plus valable car la propagation n'est pas encore entrée en régime de diffusion multiple et les effets de la diffusion simple ne peuvent plus être négligés. Il est possible, d'après [Gorodnichev 94], de donner une expression, pour une diffusion isotrope, de la largeur angulaire attendue en régime balistique :

$$\Delta\theta_{bal}(t) = \frac{3m}{\hbar k_i^2 t} \tag{6.6}$$

Cette grandeur, tracée en pointillés rouges sur la Figure 6.4.b), est en bon accord avec les premiers points expérimentaux.

De même, il est possible, d'après [Gorodnichev 94], de donner une expression du contraste en régime balistique et de le tracer en fonction du temps. C'est ce qui a été effectué en pointillés rouges sur la Figure 6.4.a). L'accord avec les points expérimentaux est bon, ce qui par ailleurs montre bien que le contraste augmente à temps court [12].

**La rétro-diffusion cohérente, signature de la cohérence de la propagation en milieu désordonné :** Le bon accord entre nos mesures et les prédictions concernant la dynamique du pic CBS nous permettent de donner une première signature indirecte de la cohérence du transport quantique des atomes froids au sein d'un milieu désordonné. Un autre argument qualitatif peut être donné en remarquant que le pic CBS survit lorsque le pic initial disparait et que le régime de

10. Les deux contributions ont été sommées quadratiquement car car le contraste et la taille angulaire sont supposés gaussiens.

11. Cette grandeur tracée n'admet pas de paramètres libres, car on rappelle que $\tau_B = 0,4$ms a été mesuré indépendamment (voir section 6.2.2).

12. On peut le comprendre par le fait que lorsque le temps de diffusion est de l'ordre d'un événement de diffusion (i.e. $t \sim \tau_S$), le pic CBS ne peut pas exister, la propagation nécessite au moins deux événements de diffusion pour entrer en régime balistique, puis en régime diffusif.

diffusion multiple est atteint (voir sixième image de la Figure 6.2 ou quatrième image de la Figure 6.3.b)), ce qui est une indication forte que le pic rétro-diffusé n'est pas un effet d'anisotropie de la diffusion sur un diffuseur unique.

Une expérience similaire à la notre a été effectuée à l'INLN, à Nice [Labeyrie 12]. Néanmoins, dans ce cas, l'analyse dynamique des résultats expérimentaux et la simulation numérique ont montré que le pic rétro-diffusé observé était en partie lié à des effets classiques. Il existe notamment un effet d'écho lié à la corrélation entre position et vitesse des atomes à l'instant initial. Il provoque un phénomène de refocalisation dans la direction rétro-diffusée, à la fin de la propagation. Cet effet n'est pas présent dans notre cas car il n'y a pas de corrélation position/vitesse dans notre expérience (notamment grâce au refroidissement par *delta-kick* - voir section 3.3.1). Cette expérience voisine est une motivation pour franchir une étape supplémentaire dans l'étude des effets de localisation faible observés dans l'espace des vitesses. En effet, l'objectif est ici de donner une signature directe indiscutable de cette cohérence. L'idée générale est de manipuler l'une des propriétés principales de la propagation cohérente dans le désordre : la symétrie par renversement du temps. C'est cette expérience qui va être développée dans la suite de ce chapitre.

## 6.3 Manipulation de la symétrie par renversement du temps

Le fait de manipuler la symétrie par renversement du temps, propriété de la localisation faible, est outil supplémentaire pour montrer de façon directe la cohérence de la propagation d'ondes en milieu désordonné. L'idée n'est pas neuve et beaucoup d'expériences de matière condensée, s'appliquent à contrôler la symétrie par renversement du temps, à travers des effets liés à la magnéto-résistance [Sharvin 81, Al'tshuler 82] [13].

Reproduire de telles expériences est en principe possible avec des atomes froids, quand bien même ces particules sont neutres, en se référant par exemple aux méthodes de création de champs magnétiques artificiels [Lin 09]. Néanmoins, la mise en place expérimentale de ce procédé demanderait de lourdes modifications expérimentales [14]. Une autre idée simple serait de moduler temporellement le désordre [D'Errico 13], afin de briser la cohérence du transport. La difficulté de cette méthode réside dans le fait que les résultats ne peuvent pas être uniquement attribués à une réelle décohérence du transport, d'autres phénomènes, comme de l'échauffement, peuvent entrer en jeu.

13. L'expérience la plus célèbre mettant en scène un cylindre métallique creux, à travers lequel un champ magnétique est appliqué. L'électron étant une particule chargée, la phase accumulée lors du transport n'est nécessairement pas la même selon le sens de propagation autour du cylindre. Il en résulte un déphasage dépendant du champ magnétique entre les chemins contra-propageants autour du cylindre et ainsi une modulation périodique de la résistance totale (voir Figure 1.1).

14. Comme l'implémentation de réseaux optiques, ce qui serait très compliqué compte tenu du peu d'accès optiques actuellement disponibles.

Une nouvelle voie a alors été ouverte par T. Micklitz *et al.* [Micklitz 15], proposant une méthode de manipulation de la symétrie par renversement du temps, induisant l'apparition d'une résurgence de rétro-diffusion cohérente et qui se révèle être bien adaptée à notre expérience de propagation d'atomes froids dans le désordre. Les travaux expérimentaux inspirés de cette méthode et publiés par notre équipe [Müller 15] seront explicités dans la suite. Une étude détaillée de cette expérience peut également être trouvée dans le manuscrit de thèse de K. Müller [Müller 14].

## 6.4 Expérience inédite de manipulation de la symétrie par renversement du temps : résurgence de rétro-diffusion cohérente

L'idée proposée par T. Micklitz *et al.* [Micklitz 15] est de tirer parti de la propagation extrêmement lente des atomes froids (par rapport aux expériences de matière condensée ou d'optique par exemple) pour procéder à un déphasage court des chemins contra-propageants pendant leur propagation. Ce principe est présenté sur la Figure 6.5.

### 6.4.1 Manipulation par déphasage court

Considérons l'expérience de rétro-diffusion cohérente similaire à celle présentée section 6.1 : une onde plane de vecteur d'onde initial $\mathbf{k}_i$ entre (à l'instant $t = 0$) et se propage dans un milieu désordonné pendant une durée $t$. Les chemins contra-propageants donnent lieu à une interférence constructive lorsque le vecteur d'onde final $\mathbf{k}'$ (à l'instant $t$) est opposé au vecteur d'onde initial : $\mathbf{k}' = -\mathbf{k}_i$ (voir Figure 6.5.a)). On applique alors à l'instant T un déphasage sous la forme d'un potentiel extérieur $\mathbf{V}_{deph}(\mathbf{r})$ pendant une durée $\Delta t \ll t$ très courte devant le temps de propagation, afin de pouvoir considérer l'impulsion déphasante comme instantanée (voir Figure 6.5.b)). Chaque chemin va alors acquérir une phase supplémentaire $\phi_{deph}(\mathbf{r}_\mathrm{T})$ qui ne va dépendre que de l'avancement sur le chemin $\mathbf{r}_\mathrm{T}$ à l'instant T ($\mathbf{r}_1$ et $\mathbf{r}_2$ sur la Figure 6.5.b) par exemple). Cette phase s'exprime en fonction du potentiel subi en $\mathbf{r}_\mathrm{T}$ :

$$\phi_{deph}(\mathbf{r}_\mathrm{T}) = \mathbf{V}_{deph}(\mathbf{r}_\mathrm{T})\Delta t/\hbar \tag{6.7}$$

De plus, l'application d'un tel potentiel provoque l'apparition d'une force supplémentaire F agissant sur le nuage d'atomes froids. Cette force peut être exprimée en terme de transfert d'impulsion $\Delta\mathbf{k}_{deph}$ sous la forme : $\Delta\mathbf{k}_{deph} = -\nabla\mathbf{V}_{deph}(\mathbf{r}_\mathrm{T})\Delta t/\hbar$. En anticipant sur la section 6.5.1, nous supposerons que le potentiel est un gradient selon la direction verticale $y$ : $\mathbf{V}_{deph}(\mathbf{r}) = -\mathrm{F}y\,\mathbf{u}_y$ ($\mathbf{u}_y$ étant le vecteur unité dans la direction $y$). Par conséquent, $\Delta\phi_{deph}$, le déphasage total entre les deux chemins contra-propageants peut s'exprimer en fonction de $\Delta\mathbf{k}_{deph}$ :

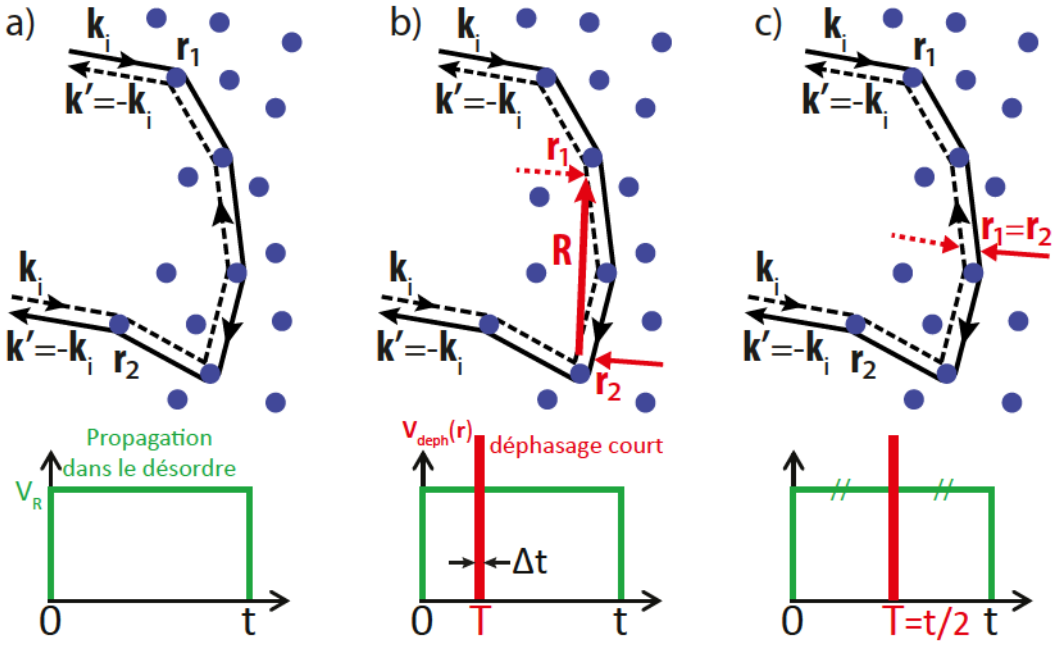


FIGURE 6.5: **Principe de la résurgence du CBS.** a) En l'absence d'impulsion déphasante, le phénomène de rétro-diffusion cohérente est observé (voir section 6.1). b) Lorsqu'une impulsion déphasante est appliquée durant la propagation à l'instant T, en général, les chemins contra-propageants subissent un déphasage différent, il n'y plus d'interférences constructives et le pic CBS est supprimé. c) En revanche, il existe un cas particulier, lorsque l'impulsion déphasante est appliquée au milieu de la propagation (à l'instant $T = t/2$), ou de façon équivalente lorsque l'impulsion est appliquée à la même position pour les deux chemins contra-propageants. Dans ce cas, le déphasage est identique pour ces deux chemins et le contraste du pic CBS est maintenu.

$$\begin{aligned} \Delta\phi_{deph} &= \phi_{deph}(\mathbf{r}_2) - \phi_{deph}(\mathbf{r}_1) \\ &= -\frac{\Delta t}{\hbar} \mathrm{F}\, \mathbf{u}_y.(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) \\ &= \Delta\mathbf{k}_{deph}.\mathbf{R} \end{aligned} \tag{6.8}$$

où $\mathbf{R} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$ est le vecteur associé à la distance entre les avancements $\mathbf{r}_1$ et $\mathbf{r}_2$ sur les chemins contra-propageants (voir Figure 6.5.b)).

Lorsque $\mathbf{r}_1 \neq \mathbf{r}_2$ (cas de la Figure 6.5.b)), il existe un déphasage supplémentaire provoquant une disparition des interférences constructives à l'origine du CBS. En revanche, lorsque $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_2$, ce déphasage est nul et les interférences constructives sont rétablies, ce qui restaure complètement le contraste du pic CBS (voir Figure 6.5.c)). Ce principe se manifeste dans l'expérience de façon temporelle, car pour que l'impulsion déphasante soit donnée à la même position pour les deux chemins contra-propageants, il faut nécessairement qu'elle ait lieu à mi-chemin des deux propagations : i.e. à $T = t/2$. Autrement dit, le pic CBS sera supprimé pour tous les temps supérieurs à l'instant de l'impulsion (i.e. pour $t > T$) sauf pendant un court instant de résurgence autour de $t = 2T$. Il est à noter que nous avons supposé ici un régime perturbatif pour lequel l'impulsion déphasante est suffisamment faible ($\Delta\mathbf{k}_{deph} \ll \mathbf{k}_i$) pour ne pas avoir à prendre en compte

le changement de chemin induit par l'impulsion. Ce n'est pas le cas dans l'expérience, mais les conclusions restent valides comme nous le verrons section 6.4.2.

### 6.4.2 Dynamique attendue de la résurgence de rétro-diffusion cohérente

Le principe de la résurgence de rétro-diffusion cohérente étant à présent clarifié, explicitons quelques grandeurs quantitatives concernant la dynamique de cette résurgence. Dans la direction où le pic CBS et le pic de résurgence de CBS sont attendus, pour l'impulsion $\mathbf{k}' = -\mathbf{k}_i$, le contraste du pic de résurgence de CBS $C_{\mathrm{RCBS}}(\mathbf{k}' = -\mathbf{k}_i)$ évolue en fonction du temps selon le déphasage $\Delta\phi_{deph}(t)$ :

$$\begin{aligned} C_{\mathrm{RCBS}}(\mathbf{k}' = -\mathbf{k}_i, t) &= \left\langle e^{i\Delta\phi_{deph}(t)} \right\rangle \\ &= e^{-\frac{1}{2}\left\langle \Delta\phi^2_{deph}(t) \right\rangle} \\ &= e^{-\frac{1}{2}\Delta\mathbf{k}^2_{deph}\left\langle \mathbf{R}^2(t) \right\rangle} \end{aligned} \tag{6.9}$$

Plaçons nous à présent naturellement dans le régime de diffusion multiple pour lequel il est possible de définir un coefficient de diffusion D (dans le cas d'une marche aléatoire par exemple - voir section 2.1.3). Nous savons que la variance de la distance moyenne parcourue par l'onde ou la particule lors de la diffusion est proportionnelle au temps de parcours (d'après eq. (2.5)). Dans notre cas, rappelons que $\mathbf{R} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$ correspond au vecteur représentant la distance entre l'avancement sur les chemins contra-propageants (voir Figure 6.5.b)), séparés temporellement de $|t - 2\mathrm{T}|$. Donc d'après la formule (2.5), on en déduit :

$$C_{\mathrm{RCBS}}(\mathbf{k}' = -\mathbf{k}_i, t) = e^{-\Delta\mathbf{k}^2_{deph}\mathrm{D}|t-2\mathrm{T}|} \tag{6.10}$$

Le pic de résurgence de CBS est donc donné par une exponentielle, de temps caractéristique $\Delta\tau_{\mathrm{RCBS}} = 1/\mathrm{D}\Delta\mathbf{k}^2_{deph}$. Or d'après eq. (2.9) de la section 2.1.3, à deux dimensions, $\mathrm{D} = l_\mathrm{B}^2/2\tau_\mathrm{B}$ (où, on le rappelle, $l_\mathrm{B}$ et $\tau_\mathrm{B}$ sont respectivement la longueur et le temps de transport - voir section 2.1.2). On peut donc en déduire :

$$\Delta\tau_{\mathrm{RCBS}} = \frac{2\tau_\mathrm{B}}{l_\mathrm{B}^2\Delta\mathbf{k}^2_{deph}} \tag{6.11}$$

Cette expression n'étant valable qu'en régime de diffusion multiple, c'est-à-dire pour des temps suffisamment grands devant le temps de transport : $\Delta\tau_{\mathrm{RCBS}} \gg \tau_\mathrm{B} \Leftrightarrow \Delta k_{deph} \ll 1/l_\mathrm{B}$. Il

faut par conséquent que l'impulsion déphasante soit faible, ce qui est compatible avec le régime perturbatif décrit section 6.4.1.

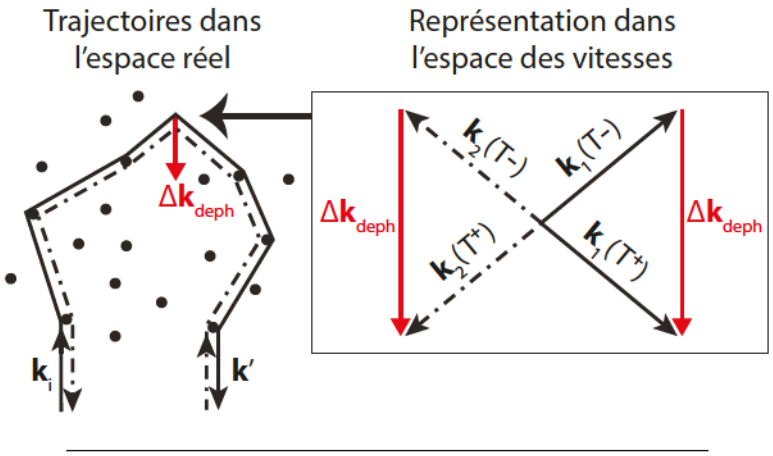


FIGURE 6.6: **Conservation de la symétrie par renversement du temps pour de fortes impulsions.** Lorsqu'une forte impulsion déphasante $\Delta\mathbf{k}_{deph}$ est appliquée au milieu de la propagation des deux chemins contra-propageants, les trajectoires sont modifiées mais la phase finale reste toujours identique pour les deux chemins car leur symétrie par renversement du temps reste respectée (ici le vecteur d'onde $\mathbf{k}_1(\mathrm{T}^-)$ devient $\mathbf{k}_1(\mathrm{T}^+) = \mathbf{k}_1(\mathrm{T}^-) + \Delta\mathbf{k}_{deph}$ après déphasage et son équivalent contra-propageant $\mathbf{k}_2(\mathrm{T}^-)$ devient $\mathbf{k}_2(\mathrm{T}^+) = \mathbf{k}_2(\mathrm{T}^-) + \Delta\mathbf{k}_{deph}$).

**Extension pour le cas d'une impulsion forte :** Malheureusement, pour des raisons expérimentales, le contraste du pic CBS décroit dans le temps et l'observation du phénomène est limitée à environ 4 ou 5 $\tau_B$ (voir section 6.2.3). Ceci implique que le régime perturbatif est difficilement atteignable pour notre expérience et l'impulsion déphasante sera choisie assez grande, de l'ordre de $\Delta k_{deph} \sim k_i$ (voir section 6.5.1). Fort heureusement, la démonstration présentée dans [Micklitz 15], dans un régime parturbatif, est toujours valable pour n'importe quelle impulsion. Comme illustré par la Figure 6.6, lors d'une forte impulsion appliquée au milieu de la propagation à $\mathrm{T} = t/2$, les trajectoires contra-propageantes sont lourdement modifiées mais restent néanmoins symétriques par renversement du temps ($\mathbf{k}_1(\mathrm{T}^-)$ et $\mathbf{k}_2(\mathrm{T}^-)$ devenant respectivement $\mathbf{k}_1(\mathrm{T}^+)$ et $\mathbf{k}_2(\mathrm{T}^+)$ sur la Figure 6.6), ce qui n'altère pas, par principe, la cohérence du transport et préserve ainsi la résurgence de CBS.

## 6.5 Implémentation de l'expérience de résurgence de rétro-diffusion cohérente

### 6.5.1 Montage, séquence et paramètres expérimentaux

Pour réaliser concrètement cette expérience, nous allons profiter du montage existant en veillant à effectuer un minimum de modification. Comme le montre la Figure 6.7.a), le montage

expérimental est en effet identique à celui utilisé pour la mesure de $\tau_S$ (voir chapitre 5) et celle du CBS (voir section 6.2.1). La seule différence notable consiste en l'ajout d'une bobine au dessus de la chambre de science (en rouge sur la Figure 6.2.1.a)), servant à créer l'impulsion déphasante.

La séquence expérimentale est donc elle aussi quasiment identique à celle décrite pour l'expérience de CBS. Précisons simplement les paramètres expérimentaux utilisés dans la suite. Les atomes en lévitation sont tout d'abord accélérés via une bobine magnétique selon l'axe $y$ avec une vitesse initiale $v_i = 3,09 \pm 0,04 \text{mm.s}^{-1}$ (soit $k_i = mv_i/\hbar = 4,23 \pm 0,05 \mu\text{m}^{-1}$), pour une dispersion en vitesse $\Delta v = 0,18 \pm 0,02 \text{mm.s}^{-1}$ (soit $\Delta k = 0,25 \pm 0,03 \mu\text{m}^{-1}$). À l'instant $t = 0$, le champ de *speckle* est allumé, créant le potentiel désordonné de longueur de corrélation dans le plan $y-z$ : $\sigma_y = \sigma_z = 0,27\mu\text{m}$ (écart-type d'une gaussienne) et dans la direction longitudinale $\sigma_x = 1,40\mu\text{m}$ (demi-largeur à mi-hauteur d'une lorentzienne). L'amplitude de désordre est fixée à $V_R = 660\text{Hz}$ (voir sections 3.1.2 et 4.1.2). Notez que cette amplitude de désordre, ainsi que l'impulsion initiale $k_i$, ont été ajustées de sorte que le pic CBS soit observable le plus longtemps possible. À l'instant $t$, le désordre est coupé et la distribution en vitesse à 2D est mesurée dans le plan $y-z$ par fluorescence selon l'axe $x$, après un temps de vol de 150ms. La résolution totale dans l'espace des vitesses est estimée à $\Delta k_{res} = 0,3\mu\text{m}^{-1}$.

La nouveauté de cette expérience vient de l'ajout d'une bobine placée environ 1cm au dessus de la cellule en verre (voir Figure 6.2.1.a)), permettant de créer une impulsion déphasante $\Delta\mathbf{k}_{deph} = 3,44 \pm 0,3\mu\text{m}^{-1}$ dépendante de la position, sous la forme d'un gradient magnétique selon l'axe $y$ (voir section 6.4.1). Au cours de la propagation dans le désordre, à l'instant T, un courant de près de 120A est envoyé sous la forme d'une impulsion d'une durée typique $\Delta t = 35\mu\text{s}$ (largeur à mi-hauteur - voir Figure 6.2.1.b)), créant ainsi un gradient magnétique de l'ordre de $100\text{G.cm}^{-1}$ [15]. Cette forte et courte impulsion représente une accélération de près de 10 $g$ du point de vue des atomes.

De la même manière que pour l'expérience de mesure de $\tau_S$ et de $\tau_B$ présentée chapitre 5, il est possible ici aussi d'extraire les grandeurs microscopiques de la diffusion et ce en utilisant la même méthode expérimentale (en l'absence de déphasage). Dans le cas de cette expérience, on mesure $\tau_S = 0,22\text{ms}$ et $\tau_B = 0,6\text{ms}$. Le pic CBS étant visible pendant environ 3ms, ce qui correspond à quelques $\tau_B$ et qui confirme par là la difficulté d'utiliser une approche perturbative pour décrire notre déphasage (voir discussion section 6.4.2).

### 6.5.2 Observation expérimentale de la résurgence de rétro-diffusion cohérente

La Figure 6.8 présente l'évolution expérimentale de la distribution de vitesses mettant en lumière l'effet de résurgence de rétro-diffusion cohérente. Les Figures 6.8.a) et b) correspondent

15. Pour atteindre une telle puissance, des condensateurs soumis à une tension de 1kV sont déchargés dans la bobine.

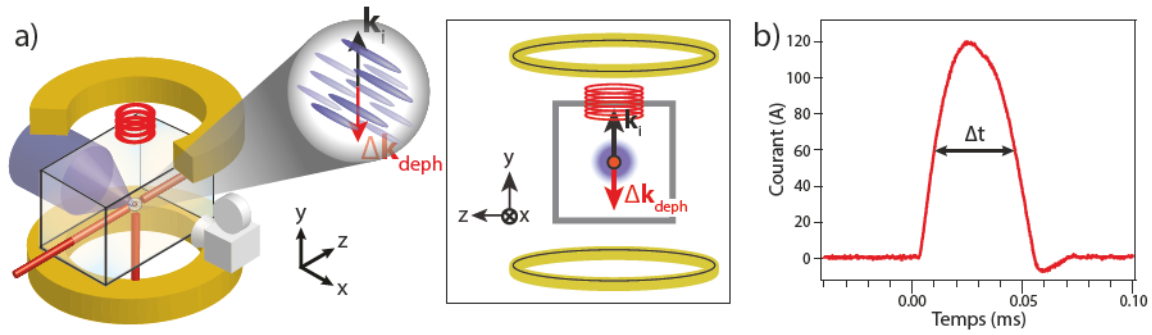


FIGURE 6.7: **Montage expérimental pour l'expérience sur la résurgence de CBS.** a) Le montage expérimental est resté très similaire à celui utilisé pour l'expérience sur $\tau_S$ et sur le CBS (voir chapitre 5). La grande différence consiste en l'ajout d'une bobine (représentée en rouge) permettant de créer l'impulsion déphasante. Encart : représentation 2D du montage expérimental dans le plan d'imagerie $y-z$. L'impulsion initiale $\mathbf{k}_i$ est donnée selon l'axe $y$, vers le haut et l'impulsion dépahasante $\Delta\mathbf{k}_{deph}$ selon l'axe $y$, vers le bas. b) Allure du courant traversant la bobine servant d'impulsion magnétique déphasante. Le courant atteint près de 120A et l'impulsion a une durée typique $\Delta t = 35\mu$s.

au cas de référence pour lequel aucun déphasage n'a été appliqué. Comme pour l'expérience sur le CBS (voir section6.2), à l'instant $t = 0$, les atomes ont leur impulsion initiale proche de $\mathbf{k}_i$. Ils se diffusent ensuite dans le désordre et forment dans l'espace des vitesses un anneau de rayon $k' = k_i = |\mathbf{k}_i|$ (car la diffusion est élastique - voir section 5.1.4). Après quelques événements de diffusion, le pic CBS se forme aux alentours de l'impulsion opposée à l'impulsion initiale $\mathbf{k}' = -\mathbf{k}_i$. Lorsque l'on applique l'impulsion déphasante $\Delta\mathbf{k}_{deph}$ à l'instant T = 1,0ms (voir Figure 6.8.c)), toute la distribution de vitesses est soudainement décalée vers le bas suivant cette impulsion $\Delta\mathbf{k}_{deph}$. La diffusion poursuit alors son cours et les vitesses se redistribuent à nouveau, ce qui aboutit finalement à une distribution isotrope large sans forme annulaire.

Comme nous l'avons vu section 6.4.1, Le pic de résurgence de rétro-diffusion cohérente est attendu à l'instante $t = 2\text{T} = 2,0$ms autour de l'impulsion rétro-diffusée $\mathbf{k}' = -\mathbf{k}_i$. Afin de distinguer ce pic cohérent du fond incohérent environnant, nous choisissons d'ajuster une fonction quadratique à la distribution de vitesses à laquelle on a retiré la zone cohérente autour de $-\mathbf{k}_i$. En extrapolant le résultat de cet ajustement dans la zone cohérente, on en déduit le fond incohérent sous-jacent au pic de résurgence de CBS. Par soustraction de la distribution de vitesses, seule la distribution cohérente est extraite, ce qui révèle finalement le pic de résurgence, représenté Figure 6.8.e). Il est maximal autour de l'instant de résurgence attendu : $t = 2\text{T} = 2,0$ms. Pour comparaison, le même processus a été appliqué à la distribution de référence (sans impulsion déphasante) et représenté Figure 6.8.d). Il confirme qu'effectivement, le pic CBS est observable pendant plus de 2,5ms. Il est également à noter que ces deux distributions sont renormalisées par la valeur de l'amplitude maximale du CBS pour chaque instant, ce qui permet de s'affranchir de la décroissance du contraste CBS au cours du temps (décroissance décrite section 6.2.3).

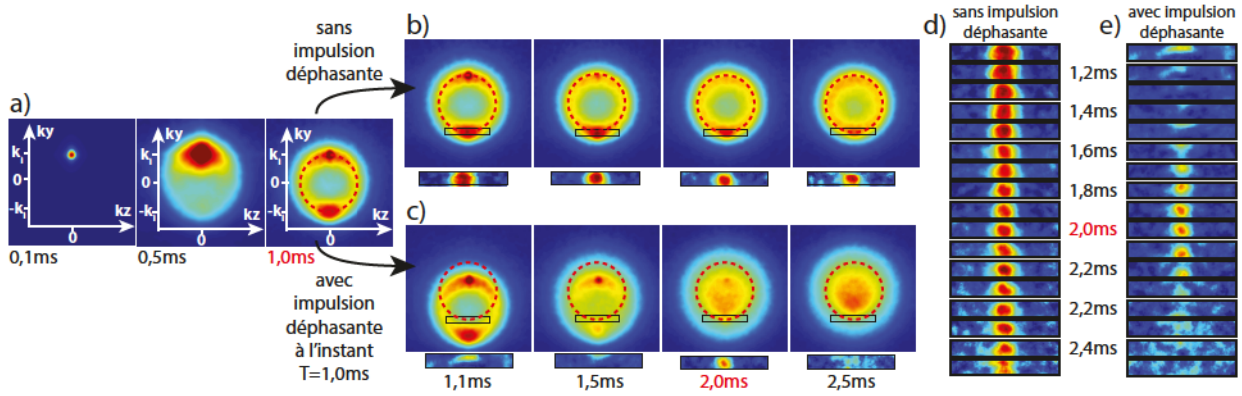


FIGURE 6.8: **Évolution de la distribution de vitesses, avec ou sans impulsion déphasante.** a) et b) Évolution en l'absence d'impulsion déphasante. L'impulsion initiale est fixée à $k_l = 4,23\mu m^{-1}$ et l'amplitude de désordre à $V_R = 660Hz$. Cette expérience référence correspond à l'observation du CBS présentée dans [Jendrzejewski 12c]. c) Évolution lorsqu'une impulsion déphasante $\Delta\mathbf{k}_{deph} = 3,44\mu m^{-1}$ est appliquée à l'instant T = 1,0ms. La distribution est alors décalée par rapport à la distribution attendue sans déphasage (représentée par un cercle en pointillés noirs). Lorsque la diffusion se poursuit, une nouvelle distribution large, sans forme annulaire, est alors observée. d) et e) Évolution de la partie cohérente de la distribution en vitesses, autour de l'impulsion $-\mathbf{k}_l$ (réalisée en soustrayant le fond incohérent, par extrapolation). Le cas d) correspond à la configuration sans déphasage, pour laquelle le pic CBS est observable. Le cas e) correspond à la configuration avec déphasage, ce qui permet de mettre en lumière le pic de résurgence de CBS autour de l'instant attendu $t = 2T = 2,0ms$. Les cas d) et e) ont été renormalisés par l'amplitude du pic CBS à chaque instant.

### 6.5.3 Dynamique expérimentale du pic de résurgence de rétro-diffusion cohérente

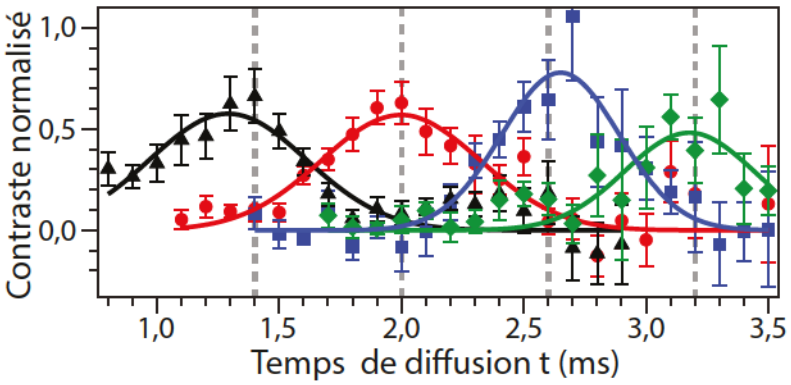


FIGURE 6.9: **Dynamique du pic de résurgence.** Évolution expérimentale du pic de résurgence de CBS pour différents instants de déphasage T (points noirs : T = 0,7ms ; points rouges : T = 1,0ms ; points bleus : T = 1,3ms ; points verts : T = 1,6ms). Pour chaque point, le contraste de la résurgence de CBS a été renormalisé par le contraste CBS (en l'absence de déphasage). Chacune des courbes en trait plein a été calculée en prenant en compte une dynamique balistique (et non diffusive). Seule l'amplitude de ces courbes a été ajustée aux points expérimentaux.

Afin d'étudier la dynamique du pic de résurgence de CBS, le contraste $C_{\mathrm{RCBS}}(-\mathbf{k}_i, t)$ du pic de résurgence à l'impulsion $\mathbf{k}' = -\mathbf{k}_i$ a été mesuré. En le renormalisation par le contraste $C_{\mathrm{CBS}}(-\mathbf{k}_i, t)$

en l'absence de déphasage, nous obtenons le contraste de la résurgence de CBS normalisé $\gamma_{\mathrm{RCBS}}(t) = C_{\mathrm{RCBS}}(-\mathbf{k}_i, t)/C_{\mathrm{CBS}}(-\mathbf{k}_i, t)$ représenté sur la Figure 6.9 pour différentes valeurs de T, l'instant de déphasage (points noirs : T = 0,7ms ; points rouges : T = 1,0ms ; points bleus : T = 1,3ms ; points verts : T = 1,6ms). Il est à noter que le contraste normalisé n'est que de 60% environ ce qui pourrait être expliqué par la présence de champs magnétiques rémanents (courants de *Foucault*, magnétisation d'éléments ferromagnétiques) induits par la forte impulsion déphasante (cette impulsion, on le rappelle, est de l'ordre de l'impulsion initiale, qui de plus est appliquée pendant une période beaucoup plus courte que pour l'accélération initiale).

La Figure 6.9 nous montre que l'instant de résurgence théorique $t = 2\mathrm{T}$ est effectivement observé quelque soit le choix de l'instant de déphasage T. En revanche, la largeur du pic ne correspond pas à la prédiction de [Micklitz 15] donnant d'après eq. (6.10), un contraste de forme exponentielle, de largeur plus faible que celle effectivement observée. En effet, selon eq. (6.11), la demi-largeur de l'exponentielle (à $1/e$) devrait être $\Delta\tau_{\mathrm{RCBS}} \simeq 0,03\mathrm{ms}$ ce qui est incompatible avec la largeur observée, qui est environ un ordre de grandeur plus grande. En réalité, lors de notre expérience l'hypothèse de diffusion multiple nécessaire à l'établissement de l'équation (6.10) n'est pas valable [16]. Comme cela a été le cas pour l'expérience sur le CBS (voir section 6.2.3.§2), la dynamique à temps court (i.e. pour quelques événements de diffusion seulement) a pu être correctement rendue par un modèle balistique inspiré de [Gorodnichev 94]. Dans ce modèle, la variance de la distance moyenne parcourue lors de la diffusion est donnée par $\langle \mathbf{R}^2(t) \rangle = (v_i t/3)^2$ et non plus par eq. (2.5). En suivant la démarche de la section 6.4.2, on obtient un contraste de forme gaussienne (d'après eq. (6.9)) :

$$C'_{\mathrm{RCBS}}(-\mathbf{k}_i, t) = e^{-\frac{(t-2\mathrm{T})^2}{2\Delta\tau'^2_{\mathrm{RCBS}}}} \quad \text{avec} \quad \Delta\tau'_{\mathrm{RCBS}} = \frac{3}{v_i|\Delta\mathbf{k}_{deph}|} \tag{6.12}$$

Ceci donne, pour nos paramètres expérimentaux, $\Delta\tau'_{\mathrm{RCBS}} = 0,28\mathrm{ms}$. Les courbes correspondant à eq. (6.12) sont représentées en traits pleins Figure 6.9 pour les quatre valeurs d'instant de déphasage T. Seul un terme d'amplitude a été ajouté, puis ajustée aux points expérimentaux, afin de prendre en compte le contraste réduit du pic de résurgence, la largeur étant fixée à la valeur calculée ci-dessus. Ceci nous permet de mettre en valeur le bon accord entre le modèle balistique et nos résultats expérimentaux. D'autres séries d'expériences, réalisées en faisant varier la valeur de l'impulsion déphasante $\Delta k_{deph}$, viennent confirmer la validité de l'équation (6.12).

16. En effet, pour que cette hypothèse soit valide, il faut que la durée de la résurgence soit grande devant le temps de transport $\tau_B$ et donc que l'implusion déphasante soit beaucoup plus faible que celle utilisée dans l'expérience (voir section 6.4.2). Or visuellement, d'après la Figure 6.9, la largeur totale de la résurgence est de l'ordre de $2\Delta\tau_{\mathrm{RCBS}} \simeq 0,6\mathrm{ms} \sim \tau_B$ (i.e. seulement quelques événements de diffusion sont considérés ici).

### 6.5.4 La résurgence de rétro-diffusion cohérente, signature claire et directe de la cohérence du transport en milieu désordonné

Cette méthode plutôt simple à implémenter et à analyser permet de donner une signature indiscutable de la cohérence du transport d'atomes froids en milieu désordonné. Elle permet notamment de déterminer si des effets non cohérents prévalent devant les effets cohérents attendus, ce qui pourrait par exemple être particulièrement intéressant dans le cas d'expériences où les effets classiques ne peuvent pas être négligés, comme pour [Labeyrie 12].

Pour aller plus loin, il pourrait être intéressant d'étudier d'autres types de déphasage, qui ne soit pas un gradient de potentiel par exemple, ou bien en utilisant le potentiel désordonné lui-même. Cette méthode pourrait également être comparée à des méthodes "standards" en modulant le désordre (méthode notamment utilisée dans [D'Errico 13]) ou bien en faisant appel aux méthodes de champ magnétique artificiel pour atomes froids [Lin 09], pour simuler la magnétorésistance négative [Towers 13]. Enfin, figurant également dans [Micklitz 15], cette méthode pourrait être modifiée (en appliquant une série bien définie d'impulsions déphasantes par exemple) pour permettre d'étudier uns à uns les processus d'interférence d'ordre supérieur contribuant à un nouveau phénomène appelé pic de diffusion cohérente avant (voir chapitre 7). Ce phénomène, apparaissant pour des temps suffisamment longs pour que le régime de localisation forte soit atteint, pourrait ainsi être vu comme une véritable méthode d'étude "spectroscopique" de la localisation d'*Anderson*.

# Chapitre 7

# Vers une signature dans l'espace des vitesses de la localisation d'*Anderson* : la diffusion cohérente avant

Initialement découvert numériquement par T. Karpiuk *et al.* [Karpiuk 12], le phénomène de diffusion cohérente avant pourrait constituer une première signature dans l'espace des vitesses de la localisation d'*Anderson*, ce qui en fait un sujet d'étude de tout premier plan, aussi bien pour notre équipe que pour le domaine de la physique du désordre en général.

Ayant déjà été rapidement évoqué section 2.3.3, le phénomène de diffusion cohérente avant (abrégé dans la suite par CFS, son acronyme anglais : *coherent forward scattering*) apparait sous la forme d'un pic dans la distribution des vitesses, au niveau de l'impulsion initiale $\mathbf{k}_i$, lorsque le système atteint le régime de localisation forte. Il peut être vu comme un processus interférentiel d'ordre supérieur par rapport à la rétro-diffusion cohérente. À la suite de nos travaux sur les phénomènes de localisation faible observés dans l'espace des vitesses, nous avons ainsi naturellement souhaité nous pencher sur cet effet.

## 7.1 Diffusion cohérente avant en configuration expérimentale quasi-2D

Il est primordial, pour le CFS apparaisse, que le système atteigne la longueur de localisation $L_{loc}$. Or, à 2D, $L_{loc}$ est exponentiellement grand devant la taille du système, lorsque le désordre est faible (voir section 2.2.2). Ainsi, dans la configuration quasi-2D proposée pour les expériences sur $\tau_S$ ou sur la localisation faible (chapitres 5 et 6), il est nécessaire d'attendre un temps beaucoup

plus long que l'échelle de temps actuellement utilisée. Une deuxième solution serait augmenter fortement le désordre. Dans les deux cas, on observe une forte isotropisation à 3D qui réduit le contraste du pic CBS et rend difficile l'observation du pic CFS, comme la section 6.2.3.§2 l'indique. Cette section explique également que le contraste dépendant de la largeur en vitesse du pic initial. Il conviendrait donc de réduire cette taille, comme nous le verrons section 7.2.3. Ainsi, pour le moment, l'observation du pic CFS dans notre configuration quasi-2D n'a pas été probante.

## 7.2 Diffusion cohérente avant en configuration expérimentale quasi-1D

### 7.2.1 Comportement attendu en configuration 1D

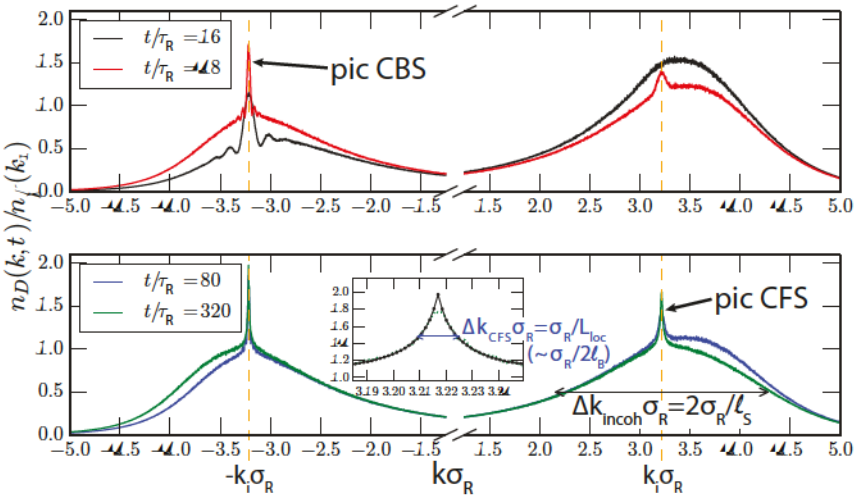


FIGURE 7.1: **Distribution en vitesse lors de la propagation dans un désordre 1D** (simulation numérique d'après [Lee 14]). Simulations faites pour différents temps de propagation $t/\tau_R$ (où $\tau_R = m\sigma_R^2/\hbar$) et renormalisées par la distribution incohérente en $k_\ell$ à temps long. L'onde de vecteur d'onde initial $k_\ell\sigma_R = 3,2$ laisse progressivement place à un pic CBS en $-k_\ell\sigma_R = -3,2$, puis à un pic CFS au niveau du pic initial désormais disparu en $k_\ell\sigma_R = 3,2$. La largeur à mi-hauteur du fond incohérent est donnée par $\Delta k_{incoh} = 2/l_S$. Encart : Zoom sur la distribution autour du pic CFS lorsque le temps de diffusion devient très grand. La largeur à mi-hauteur du pic CFS est donnée par $\Delta k_{CFS} = 1/L_{loc} \sim 1/2l_B$.

Notre choix s'est alors porté sur une configuration à priori plus simple : la configuration 1D, à la suite de publications théoriques plus récentes [Lee 14, Micklitz 14]. Cette configuration permet de localiser même en régime de désordre faible et ce très rapidement, car la longueur de localisation est de l'ordre de la longueur de transport : $L_{loc} = 2l_B$ [1]. Les simulations effectuées

1. Cette égalité est valable en régime de désordre faible, mais l'ordre de grandeur reste assez juste en désordre fort

par K. L. Lee *et al.*, reproduites Figure 7.1, montrent l'apparition progressive d'un pic CFS au niveau de l'impulsion initiale en $k_i\sigma_R = 3,2$. La largeur à mi-hauteur de ce pic, $\Delta k_{CFS}$, est inversement proportionnelle à la longueur de localisation $L_{loc}$ et donc en première approximation à $l_B$ : $\Delta k_{CFS} = 1/L_{loc} \sim 1/2l_B$. D'autre part, la largeur à mi-hauteur du fond incohérent est inversement proportionnelle à $l_S$ : $\Delta k_{incoh} = 2/l_S$ (issu de l'élargissement de la distribution en énergie - voir section 5.1.4). Ces ordres de grandeurs impliquent une condition primordiale pour l'expérience : $l_B \gg l_S \Leftrightarrow \tau_B \gg \tau_S$. C'est la condition pour que le pic CFS soit fin par rapport au fond incohérent et puisse ainsi être correctement observé (i.e. $\Delta k_{CFS} \ll \Delta k_{incoh}$). Ceci implique que la diffusion soit fortement vers l'avant (voir section 2.1.2). Ainsi, en se plaçant dans une configuration où $\tau_S$ est faible, la dynamique de diffusion sera rapide, et nous espérons observer le pic CFS avant d'être limité les effets d'isotropisation à 2D et/ou à 3D induits par notre configuration expérimentale explicitée dans ce qui suit.

### 7.2.2 Montage expérimental quasi-1D

Pour réaliser cette étude préliminaire du CFS à 1D, nous avons décidé de procéder à une modification rapide du montage optique de création du désordre. La configuration expérimentale quasi-1D résultante fonctionnera sur le même principe que la configuration quasi-2D précédemment utilisée pour les expériences de CBS et de résurgence de CBS et qui nous servira de base de travail[2]. Nous avons simplement procédé à l'ajout d'une lentille cylindrique en amont de la partie finale de production du *speckle* (partie finale représentée Figure 4.4). Cette lentille a la particularité de focaliser "normalement" selon l'un des deux axes transverses à la propagation de la lumière, tout en ne modifiant pas le front d'onde selon l'autre axe. Il nous a été ainsi possible d'augmenter fortement la longueur de corrélation en amplitude dans la direction $z$, comme le montre l'image expérimentale présentée Figure 7.2.a) : $\sigma_z \simeq 70\mu m$ tout en laissant $\sigma_x \simeq 1,7\mu m$ et $\sigma_y \simeq 0,5\mu m$ quasiment inchangés (les trois mesures sont des demi largeurs à mi-hauteur d'une lorentzienne du type décrit par eq. (4.37)). De même que pour la configuration quasi-2D, la diffusion se fait beaucoup plus rapidement selon la direction pour laquelle la longueur de corrélation est la plus faible, c'est-à-dire l'axe $y$. C'est donc la direction selon laquelle le nuage sera accéléré.

### 7.2.3 Observation de la distribution en vitesse à 1D par focalisation atomique

Nous avons choisi, pour réaliser cette expérience une méthode d'observation dans l'espace des vitesses différente : l'imagerie par focalisation atomique, présentée plus en détail section 3.4.2.§2. La raison principale de ce choix est que pour cette expérience, il est primordial que la

2. On rappelle alors que le laser utilisé est dans ce cas le laser *Verdi* à 532nm, créant ainsi un potentiel *speckle* répulsif, de longueur de corrélation transverse dans le plan $y-z$ : $\sigma_y = \sigma_z = 0,27\mu m$ et longitudinale selon l'axe $x$ : $\sigma_x = 1,40\mu m$ (voir section 6.5.1).

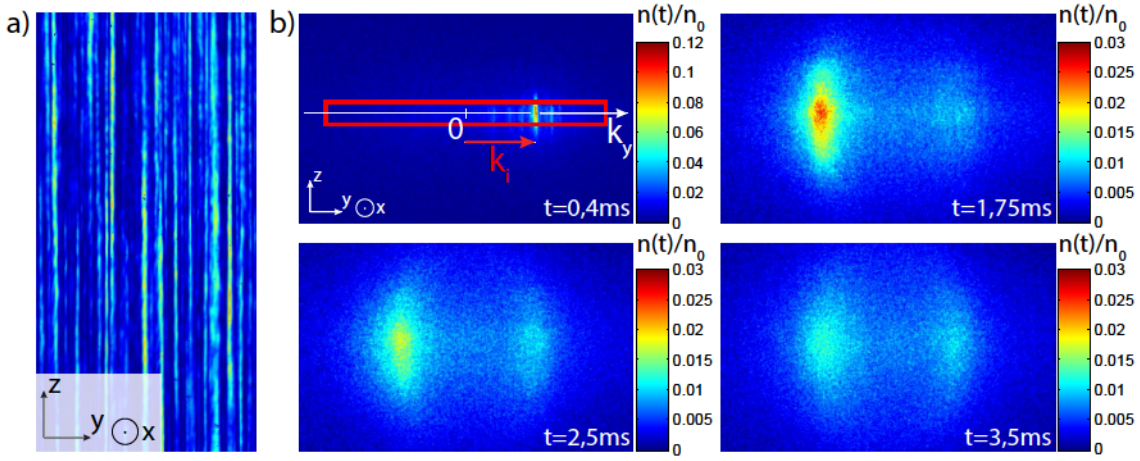


FIGURE 7.2: **Propagation d'atomes froids dans un désordre quasi-1D.** a) Image expérimentale du champ de *speckle* quasi-1D créé à partir d'un *speckle* anisotrope 2D et grâce à l'ajout d'une lentille cylindrique. On a alors $\sigma_z \simeq 70\mu m$, $\sigma_x \simeq 1,7\mu m$ et $\sigma_y \simeq 0,5\mu m$. b) Distribution de vitesse 1D d'un condensat par la méthode de focalisation atomique. Mesures faites pour différents temps de propagation $t$, avec une impulsion initiale $k_i = 4,3\mu m^{-1}$ et une amplitude de désordre désordre $V_R \simeq 1200Hz$ (images moyennées sur dix réalisations). La densité atomique $n(t)$ représentée en fausse couleur est renormalisée par $n_0$, la densité atomique au centre du pic initial à l'instant $t = 0$ (l'échelle de couleur de la première image diffère des trois suivantes). Le pic initial en $\mathbf{k}_i$ décroit et un pic rétro-diffusé apparait. Le pic CFS est attendu au bout d'un certain temps au niveau du pic initial.

largeur du pic CFS $\Delta k_{CFS}$ ne soit pas limitée par la taille de la distribution $\Delta k$ en elle-même (si $\Delta k > \Delta k_{CFS}$, le pic CFS ne sera pas visible). Or en imagerie par temps de vol, cette largeur de distribution $\Delta k$ est souvent limitée par la largeur initiale du nuage dans l'espace réel (en particulier lorsque l'on se place à forte impulsion initiale car dans ce cas le temps de vol est faible et l'influence de la taille initiale du nuage est importante - voir section 3.4.2). Ce lien avec la largeur initiale du nuage dans l'espace réel n'existe pas en imagerie par focalisation atomique. De plus, cette nouvelle méthode d'imagerie est plus facile à réaliser en configuration 1D qu'à 2D (car un piège isotrope à 2D n'est pas nécessaire dans ce cas - voir discussion section 3.4.2.§2).

Ainsi, la Figure 7.2.b) présente, pour différents temps de propagation $t$, la distribution en vitesse selon l'axe $y$ d'un condensat par la méthode de focalisation atomique. Les images présentées sont une moyenne sur dix réalisations expérimentales. La densité atomique $n(t)$ (représentée en fausse couleur) est renormalisée par $n_0$, la densité atomique au centre du pic initial à l'instant initial $t = 0$. Une impulsion initiale $k_i = 4,3\mu m^{-1}$ est donnée au nuage dans la direction $y$ et l'amplitude de désordre est fixée à $V_R \simeq 1200Hz$[3]. Ces images expérimentales montrent un pic initial en $\mathbf{k}_i$[4] qui décroit au cours du temps tandis qu'un pic dans la direction opposée $-\mathbf{k}_i$ apparait. Ce

3. Cette valeur d'amplitude de désordre n'est qu'une estimation car la puissance optique n'a pas été calibrée dans cette expérience préliminaire.

4. La première image de la Figure 7.2.b) montre également des structures sous la forme de bandes dans la direction $z$ autour du pic initial (structures également visibles sur le profil présenté Figure 7.3). Trouver leur origine demanderait un examen plus approfondi. Elles pourraient notamment provenir de la résolution du *speckle* par notre nuage

pic contient une contribution cohérente attribuée à la rétro-diffusion cohérente. Finalement, un pic CFS est attendu au niveau de l'impulsion initiale $\mathbf{k}_i$.

Les paramètres expérimentaux $k_i$ et $V_R$ ont été optimisés afin que la diffusion soit suffisamment rapide pour que le pic CFS puisse être observé avant la chute du contraste du pic CBS, tout en gardant un rapport $\tau_B/\tau_S$ convenable. On mesure ici $\tau_S \simeq 0,2$ms et $\tau_B \simeq 0,4$ms [5], ce qui donne un rapport $\tau_B/\tau_S \simeq 2$. La dispersion en vitesse du nuage est plus faible qu'en configuration quasi-2D (voir section 6.5.1) : $\Delta k = 0,12\mu m^{-1}$ (demi-largeur à mi-hauteur d'une gaussienne) [6], due à la bonne efficacité du refroidissement par *delta-kick* dans cette configuration [7].

### 7.2.4 Représentation du profil de la distribution en vitesse 1D

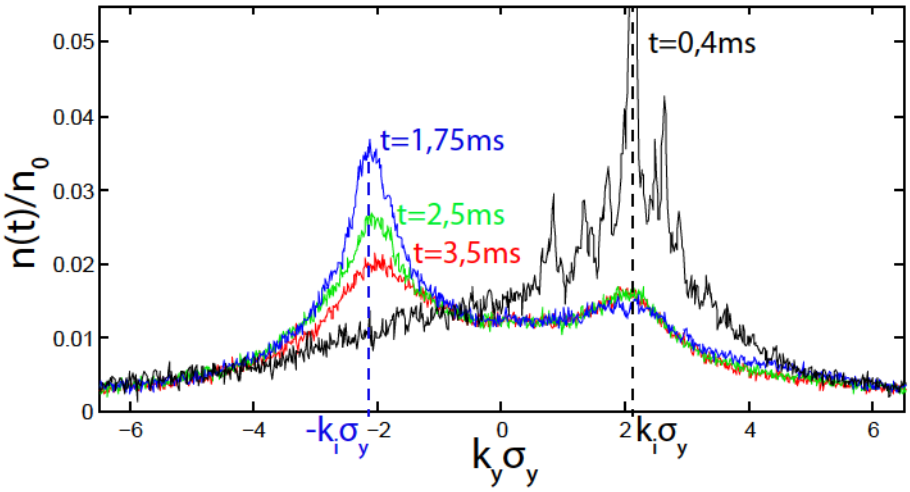


FIGURE 7.3: **Profil de la distribution en vitesse expérimentale lors de la propagation dans un désordre quasi-1D.** Ces quatre courbes correspondent aux données présentées sur la Figure 7.2.b) ($k_l = 4,3\mu m^{-1}$ et $V_R \simeq 1200$Hz). Le pic initial visible en $k_l\sigma_y$ décroit pour laisser place à un pic CBS en $-k_l\sigma_y$. À partir de $t = 2,5$ms, un léger signal apparaît à nouveau au dessus du fond incohérent en $k_l\sigma_y$. Ce pic qui pourrait être la marque de la diffusion cohérente avant n'est pas suffisamment prononcé pour permettre une étude plus approfondie.

atomique, visible dans cette configuration 1D et peut être plus difficile à voir en 2D pour des raisons d'intégration de la densité atomique selon l'axe $x$. Une idée serait alors d'observer les variations de ces bandes lorsque l'on change de réalisation du désordre.

5. Dans cette configuration quasi-1D, $\tau_S$ a été mesuré de la même façon qu'à 2D, en procédant à l'extraction de la hauteur du pic initial pour différents temps de propagation $t$. La mesure de $\tau_B$ est quant à elle plus simple, les atomes ne pouvant se diffuser que dans deux directions, c'est la différence de densité entre la position $\mathbf{k}_l$ et la position $-\mathbf{k}_l$ qui a été mesurée en fonction de $t$.

6. La condition d'observation du pic CFS $\Delta k < \Delta k_{CFS}$ peut ainsi être vérifiée en rappelant l'ordre de grandeur $\Delta k_{CFS} \sim 1/2l_B \sim m/2\hbar k_l \tau_B \simeq 0,4\mu m^{-1}$.

7. Une des limitations de cette méthode de refroidissement à 2D ou 3D est l'isotropie imparfaite de l'impulsion lumineuse utilisée. Ceci implique de trouver un compromis afin de réaliser un condensat isotrope (voir discussion section 3.3.1). Cette limitation n'existe pas à 1D et l'optimisation du refroidissement par *delta-kick* peut être poussée à son maximum.

Afin d'extraire au mieux l'information utile située le long le l'axe $k_y$, une intégration des données selon l'axe $z$ est réalisée sur une fine bande autour de l'axe $k_y$. La zone d'intégration est délimitée par un rectangle rouge visible sur la première image de la Figure 7.2.b). Le résultat de cette intégration pour les quatre images de la Figure 7.2.b) est représenté sur la Figure 7.3.

On reconnait le pic initial, partiellement visible sur la courbe noire autour de l'impulsion $k_i\sigma_y$ et qui décroit au cours du temps. Le pic CBS est également visible avec un excellent contraste jusqu'à $t = 3,5$ms autour de l'impulsion $-k_i\sigma_y$. La distribution autour de ces deux points tend vers une distribution incohérente stationnaire. En revanche, une légère excroissance, absente au temps $t = 1,75$ms, apparait pour les temps ultérieurs $t = 2,5$ms et $t = 3,5$ms autour de l'impulsion initiale. Ce pourrait être la marque d'un pic de diffusion cohérente avant. Néanmoins, ce signal est trop faible pour constituer une signature claire de ce phénomène de CFS.

La principale cause de cette absence de pic CFS dans notre configuration est à attribuer à l'isotropisation trop rapide de notre distribution en vitesse. Cette isotropisation est notamment visible dans la direction $z$ sur les images de la Figure 7.2.b). Une deuxième caméra permet également de prendre des images dans le plan $x-z$. Elle indique que l'isotropisation est également notable selon la troisième direction $x$. En analysant l'isotropisation progressive selon ces deux directions, on se rend également compte que ce phénomène limitant le contraste est plus rapide selon l'axe $z$. Ceci est en contradiction avec le fait que dans cette direction, la longueur de corrélation est près de 40 fois plus grande que celle mesurée dans la direction $x$. À l'heure actuelle, nous ne sommes pas en mesure d'expliquer cette observation.

Il est à noter qu'au cours de notre étude, une simulation supplémentaire a été effectuée par la même équipe ayant rédigé l'article [Lee 14], prenant cette fois-ci en compte la largeur en vitesse initiale de notre nuage atomique. Cette simulation montre que cet élargissement rend le pic CFS relativement difficile à distinguer du fond incohérent. De plus, une simulation a été réalisée dans notre équipe, sur le même modèle que celle réalisée pour la mesure du temps élastique de diffusion [8] (voir section5.2.4). Cette simulation confirme la difficulté d'observer un pic CFS dans notre configuration expérimentale.

8. La différence étant simplement la simulation d'un *speckle* 2D cette fois-ci fortement anisotrope, permettant de reproduire notre configuration quasi-1D.

# Chapitre 8

# Conclusions et perspectives

## 8.1 Conclusions

Les travaux de thèse présentés au cours de ce manuscrit ont pour trait commun l'observation dans l'espace des vitesses de phénomènes liés à la diffusion et à la localisation d'ondes de matière en milieu désordonné.

L'objet d'étude principal de ce manuscrit a été la mesure expérimentale, résolue en énergie et en amplitude de désordre, du paramètre élémentaire de la diffusion $\tau_s$, temps de diffusion élastique, lors de la diffusion d'atomes dans un champ de tavelures attractif et répulsif. Cette étude est primordiale pour la compréhension de la propagation dans le désordre à travers des comparaisons avec les modèles existants, notamment liés au régime de *Born* par exemple. Ce paramètre microscopique de la diffusion, mesuré précisément pour une grande gamme de paramètres expérimentaux, est également très utile pour l'étude quantitative de la dynamique de la localisation.

C'est donc logiquement que la suite de ce manuscrit s'est penchée sur un phénomène de localisation faible observable dans l'espace des vitesses, jamais étudié expérimentalement avec des atomes froids : la rétro-diffusion cohérente. Il s'agit d'une première marque de la cohérence de la propagation de nos atomes froids dans le désordre. Cette démonstration a été prolongée par l'étude de la résurgence de rétro-diffusion cohérente. Cette méthode inédite permet la manipulation d'une propriété au cœur de la localisation faible : la symétrie par renversement du temps. Elle constitue alors une signature directe et claire de la cohérence de la propagation en milieu désordonné.

Enfin, ce rapport s'est intéressé à un effet inédit, révélateur de la localisation d'*Anderson* et visible dans l'espace des vitesses : la diffusion cohérente avant. L'observation expérimentale de ce phénomène constitue à l'heure actuelle un véritable enjeu pour la communauté du désordre.

Une étude préliminaire a ainsi été proposée par notre équipe, dans une nouvelle configuration désordonnée : la configuration quasi-1D.

## 8.2 Perspectives

Comme l'a évoqué le paragraphe précédent, la diffusion cohérente avant est un phénomène de grand intérêt. Son observation expérimentale est un défi à relever pour le domaine du désordre. L'étude préliminaire proposée chapitre 7 n'a pas permis d'aboutir à une observation probante de cet effet, le temps d'observation des phénomènes de localisation étant trop faible dans notre expérience actuelle. Une idée serait d'observer cet effet à 3D, ce qui impliquerait la mise en place d'une imagerie par tomographie, permettant d'observer de façon isolée l'impulsion initiale, au niveau de laquelle la diffusion cohérente avant est attendue. De plus, son étude pourrait donner lieu à une véritable spectroscopie de la localisation d'*Anderson*, en appliquant une série d'impulsions sur le même modèle que pour l'expérience de résurgence de rétro-diffusion cohérente [Micklitz 15].

Outre la perspective séduisante de l'observation expérimentale de la diffusion cohérente avant, notre équipe poursuit actuellement ses travaux concernant l'étude de la transition d'*Anderson* à 3D. Ce défi, laissé partiellement inachevé suite aux différentes études expérimentales concernant la localisation d'*Anderson* à 3D [Kondov 11, Jendrzejewski 12b, Semeghini 14], consiste à étudier finement le comportement critique autour de la transition entre états localisés et états diffusifs à 3D. La difficulté venant de l'élargissement de la distribution en énergie des atomes lors de l'allumage du désordre optique, la stratégie actuellement mise en place consiste à peupler de façon sélective nos états de spin. Grâce à un signal radio-fréquence, un état de spin insensible au désordre pourra être couplé de façon contrôlée à un état sensible au potentiel désordonné. Ceci permettra de contrôler l'énergie de l'état présent au sein du désordre avec une résolution plus haute d'un ordre de grandeur par rapport aux expériences précédentes.

## 8.3 De la simulation à la stimulation...

En quelque sorte la boucle est bouclée. Au commencement on décide d'utiliser les atomes froids comme outil de simulation de théories quantiques telles que la localisation d'*Anderson*, afin de répondre plus en profondeur à des questions laissées en suspens par d'autres systèmes physiques. Puis on s'aperçoit qu'il est possible de pousser plus loin les méthodes expérimentales. En l'occurrence, l'idée vient aux théoriciens de créer un déphasage très court afin de contrôler finement la cohérence de cette propagation. Enfin, cette stimulation réciproque entre expérience

et théorie finit par déboucher sur la découverte de nouveaux phénomènes physiques, la simulation numérique à ainsi rendu possible, cinquante ans après sa découverte, la mise en évidence d'une nouvelle signature de la localisation d'*Anderson* dans l'espace des vitesses : le pic de diffusion cohérente avant. Ainsi, la boucle est bouclée et dans notre cas comme pour les phénomènes de localisation faible, elle interfère toujours constructivement.

# Annexe A

# Faisceaux gaussiens

Un faisceau gaussien est un faisceau dont le profil d'intensité transverse (à la propagation du faisceau) est gaussien. Un tel faisceau peut être obtenu en résolvant l'équation de propagation de *Helmholtz* dans l'approximation scalaire et paraxiale.

Il semble important de réaliser une courte note concernant ce type de faisceaux, car c'est celui qui est le plus couramment rencontré en physique atomique. C'est en effet cette modélisation gaussienne qui prévaut pour la plupart des faisceaux lasers utilisés dans notre expérience, en particulier lorsqu'ils sont émis par un coupleur de fibre optique mono-mode. Notez que le seul faisceau non-*gaussien* dont il sera question dans ce manuscrit sera celui donné par le champ de tavelure optique nous servant de potentiel désordonné. Il est décrit en détail dans le chapitre 4.

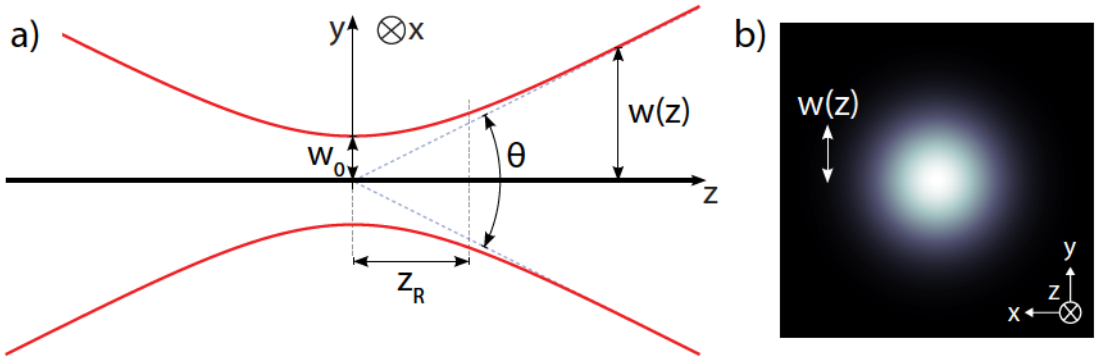


FIGURE A.1: **Caractéristiques optiques d'un faisceau *gaussien*.** a) Représentation du waist $w(z)$ dans un plan $y-z$ longitudinal à la direction de propagation du faisceau. b) Représentation du faisceau dans le plan $x-y$ perpendiculaire à la direction de propagation du faisceau.

La distribution d'intensité (ou de puissance - en Watt) $I(x,y,z)$ d'un faisceau gaussien se propageant selon l'axe $z$ (voir Figure A.1.a)) est donnée par la formule :

$$I(x,y,z) = I_0 \left( \frac{w_0}{w(z)} \right)^2 e^{-2\frac{x^2+y^2}{w^2(z)}} \tag{A.1}$$

Cette formule permet d'introduire toutes les grandeurs du problème, représentées Figure A.1. $w_0$ et $w(z)$ sont appelés *waists*, ou cols en français. Ce sont les tailles caractéristiques du faisceau gaussien dans le plan transverse (voir Figure A.1.b)). $w_0$ est le *waist* minimal du faisceau, obtenu en un point de l'axe optique $z$ et qui sera défini comme l'origine de cet axe (voir Figure A.1.a)). $I_0 = I(x = 0, y = 0, z = 0)$ est l'intensité maximale de la distribution (à l'origine de repère, au niveau du *waist* minimal). $w(z)$ est le *waist* à une distance quelconque $z$ de l'origine. Sa dépendance en $z$ est donnée par la formule suivante :

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left( \frac{z}{z_R} \right)^2} \tag{A.2}$$

où $z_R$ est appelé distance de *Rayleigh*, définie par $z_R = \pi w_0^2 / \lambda$ (avec $\lambda$, la longueur d'onde lumineuse). Au delà de cette distance, le faisceau commence à diverger selon un angle total $\theta = 2\lambda / \pi w_0$ (voir Figure A.1.a)). Ceci pose une limitation à la collimation de tout faisceau gaussien, la longueur de *Rayleigh* sur laquelle le faisceau est collimaté étant d'autant plus faible que la taille du faisceau collimaté $w_0$ est petite [1].

1. Cette dépendance étant quadratique, cette limitation peut rapidement devenir problématique. Un faisceau laser à $\lambda = 780$nm issu d'un coupleur donnant un *waist* $w_0 = 2$mm sera ainsi collimaté sur plus de 15m. Mais si le choix se porte sur un collimateur donnant un waist $w_0 = 0{,}5$mm, le faisceau ne sera collimaté que sur une distance de 1m, ce qui peut être fortement limitant pour la propagation de ce faisceau sur un chemin optique de plusieurs mètres de long.

# Annexe B

# Calcul du temps élastique de diffusion dans l'approximation de *Born*

Cette annexe présente un résumé des calculs effectués selon l'approximation de *Born* à 2 dimensions et à 3 dimensions concernant le temps de diffusion élastique $\tau_S$ selon différentes configurations de désordre liées à notre expérience. Ils nous seront utiles pour interpréter les mesures expérimentales effectuées au cours du chapitre 5. Ces calculs sont issus des articles [Kuhn 07, Shapiro 12] et plus particulièrement de l'article de M. Piraud *et al.* [Piraud 13].

## B.1 $\tau_S$ dans l'approximation de *Born*

Une autre façon de retrouver le résultat donné par la règle d'or de *Fermi*, présenté section 5.1.2, est de partir du couplage entre les vecteurs d'ondes initiaux $\mathbf{k}_i$ et diffusés $\mathbf{k}'$ donné par la fonction de Green moyenne $\overline{G}$ ([Piraud 13], eq. (7)) :

$$\langle \mathbf{k}_i | \overline{G} | \mathbf{k}' \rangle = \frac{(2\pi)^d \delta(\mathbf{k}_i - \mathbf{k}')}{E_k(\mathbf{k}') - E_k(\mathbf{k}_i) - \Sigma(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}') + i0^+} \tag{B.1}$$

où d est la dimension de l'espace et $E_k(\mathbf{k}_i) = \hbar^2 k_i^2 / 2m$ l'énergie cinétique de l'onde.

$\tau_S$ est alors donné par la partie imaginaire de l'auto-énergie $\Sigma(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}')$ qui n'est autre que la largeur de la fonction spectrale associée à notre propagation désordonnée :

$$\tau_S(\mathbf{k}_i) = -\frac{\hbar}{2\mathrm{Im}\left[\Sigma(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}')\right]} \tag{B.2}$$

L'approximation de *Born* revient ici à ne considérer que l'ordre le plus bas contenu dans l'auto-énergie $\Sigma(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}')$. Il est alors possible de calculer $\tau_S$ en le reliant à la densité spectral de puissance du désordre considéré : $\widetilde{C}(\mathbf{k})$ :

$$\tau_S(\mathbf{k}_i) = \frac{\hbar}{2\pi} \frac{1}{\int \widetilde{C}(\mathbf{k}_i - \mathbf{k}')\, \delta\left[E_k(\mathbf{k}_i) - E_k(\mathbf{k}')\right] d\mathbf{k}' / (2\pi)^d} \tag{B.3}$$

Le problème reviendra donc à intégrer $\widetilde{C}(\mathbf{k}_i - \mathbf{k}')$ sur les vecteurs d'onde $\mathbf{k}'$ satisfaisant à la relation de dispersion $E_k(\mathbf{k}') = E_k(\mathbf{k}_i)$.

## B.2 Configuration à deux dimensions

### B.2.1 Fonction d'autocorrélation gaussienne anisotrope

Commençons par proposer un calcul du temps élastique de diffusion à 2 dimensions. Définissons pour cela la fonction d'autocorrélation du désordre 2D gaussienne suivante (définie dans le plan $x-y$) :

$$C(\mathbf{r}) = V_R^2 e^{-\frac{1}{\sigma_R^2}\left(x^2 + \xi^2 y^2\right)} \tag{B.4}$$

où $\mathbf{r} = (x, y)$ ; $V_R$ est l'énergie moyenne du désordre (appelée force ou amplitude du désordre) et $\sigma_R$ est la taille caractéristique des grains de désordre selon l'axe $x$ (appelée longueur de corrélation). Afin de rester aussi générale que possible, cette expression fait apparaitre le facteur d'anisotropie $\xi$ entre les longueurs de corrélation selon l'axe $x$ et l'axe $y$.

La densité spectrale de puissance correspondante est donnée par la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation définie ci-dessus :

$$\widetilde{C}(\mathbf{k}) = V_R^2 \pi \frac{\sigma_R^2}{\xi} e^{-\frac{\sigma_R^2}{4}\left(k_x^2 + \frac{k_y^2}{\xi^2}\right)} \tag{B.5}$$

avec $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$.

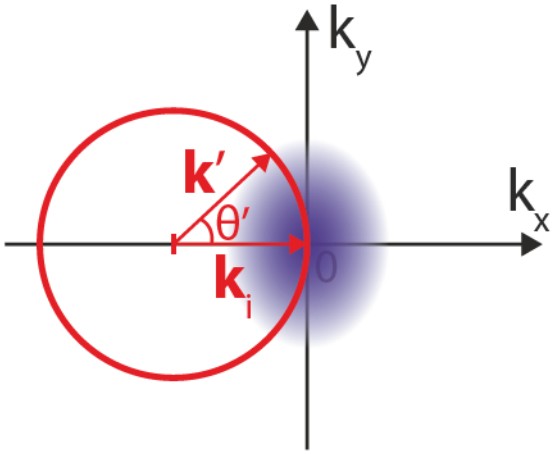


FIGURE B.1 : **Intégration de la fonction d'autocorrélation à 2D.** La tâche bleutée représente $\tilde{C}(\mathbf{k})$ (eq. (B.5)), une gaussienne 2D anisotrope. L'intégrale contenue dans (B.6) sera réalisée le long du cercle de rayon $k_i$ ici représenté en rouge (le vecteur d'onde est, dans le cas de cette Figure, choisi colinéaire à l'axe $x$, avec par conséquent $\theta = 0$).

### B.2.2 Calcul de $\tau_S$ en speckle 2D

#### Formule générale

L'intégrale (B.3) sur tout les $\mathbf{k}'$ vérifiant la relation de dispersion correspondant à $\mathbf{k}_i$ revient dans notre configuration 2D à une intégrale sur un cercle de rayon $|\mathbf{k}_i| = k_i$ (voir Figure B.1). Nous allons donc passer en coordonnées polaires définissant $\theta$, l'angle initial de l'onde plane par rapport à l'axe $x$ : $\mathbf{k}_i = (k_i \cos\theta, k_i \sin\theta)$. Le vecteur d'onde d'intégration $\mathbf{k}'$ aura pour coordonnées polaires $\mathbf{k}' = (k' \cos\theta', k' \sin\theta')$. En revanche, la relation de dispersion entre $\mathbf{k}'$ et $\mathbf{k}_i$ permet de fixer $k' = k_i$. L'intégrale polaire revient finalement à une intégrale à une dimension selon $\theta'$. En injectant (B.5) dans (B.3), on a donc :

$$\tau_S = \frac{\hbar E_R}{V_R^2} \frac{2\xi}{\displaystyle\int_0^{2\pi} e^{-\frac{\sigma_R^2 k_i^2}{4}(\cos\theta' - \cos\theta)^2} e^{-\frac{\sigma_R^2 k_i^2}{4\xi^2}(\sin\theta' - \sin\theta)^2} d\theta'} \tag{B.6}$$

où $E_R = \hbar^2 / m\sigma_R^2$ est appelée énergie de corrélation du désordre.

Le calcul de cette intégrale est représenté Figure B.2 en traits pleins. En rouge lorsque $\mathbf{k}_i$ est choisi colinéaire à l'axe $x$, pour une anisotropie $\xi = 1/4$ (c'est-à-dire pour une longueur de corrélation plus grande selon l'axe $y$ que selon l'axe $x$), en bleu lorsque $\mathbf{k}_i$ est choisi colinéaire à l'axe $y$ pour une anisotropie $\xi = 1/4$ et en noir pour une configuration isotrope ($\xi = 1$), dans n'importe quelle direction.

Dans le cas où le désordre est isotrope ($\xi = 1$), il est possible d'exprimer cette intégrale de façon "analytique", en utilisant la fonction de Bessel modifiée d'ordre 0, $I_0$ [Shapiro 12] :

$$\tau_S = \frac{m}{\hbar k_i}\frac{\sigma_R}{\pi}\sqrt{\frac{2E_c(k_i)}{E_R}}\left(\frac{E_R}{V_R}\right)^2 e^{\frac{E_c(k_i)}{E_R}}\frac{1}{I_0\left(\frac{E_c(k_i)}{E_R}\right)} \tag{B.7}$$

$$= \frac{m}{\hbar}\frac{\sigma_R^2}{\pi}\left(\frac{E_R}{V_R}\right)^2 e^{k_i^2\sigma_R^2/2}\frac{1}{I_0\left(k_i^2\sigma_R^2/2\right)} \tag{B.8}$$

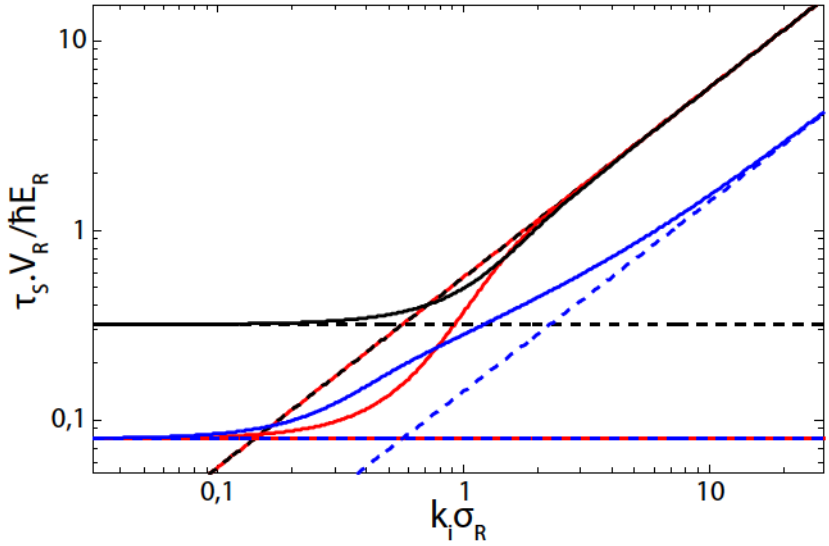


FIGURE B.2: **Temps élastique de diffusion en régime de *Born* à 2D.** En traits pleins sont représentés les résultats du calcul de l'intégrale eq. (B.6) : en rouge pour une anisotropie $\xi = 1/4$, lorsque $\mathbf{k}_i$ est choisi colinéaire à l'axe $x$, en bleu pour une anisotropie $\xi = 1/4$, lorsque $\mathbf{k}_i$ est choisi colinéaire à l'axe $y$ et en noir pour une configuration isotrope ($\xi = 1$). Les droites en pointillés représentent les asymptotes (dont les couleurs correspondent à la configuration considérée) à faible impulsion (d'après eq. (B.9)) et à haute impulsion (d'après eq. (B.10)).

### Comportement asymptotique

**Faible impulsion :** Lorsque $\mathbf{k}_i \to \mathbf{0}$, $\widetilde{C}(\mathbf{k}_i)$ tend vers une constante. C'est ce que l'on appelle la limite de bruit blanc (désordre non corrélé). Une condition équivalente est donnée lorsque la diffusion est isotrope (i.e. $k_i\sigma_R \ll 1$). $\tau_S$ devient dans cette situation à son tour constant et isotrope (il ne dépend pas de l'angle initial $\theta$).

L'intégrale contenue dans (B.6) devient simplement $\int_0^{2\pi} d\theta' = 2\pi$. Pour en revenir à notre image donnée par la Figure B.1, cela équivaut à intégrer la densité spectrale de puissance sur un cercle de périmètre petit devant la taille de cette densité spectrale de puissance, qui peut donc

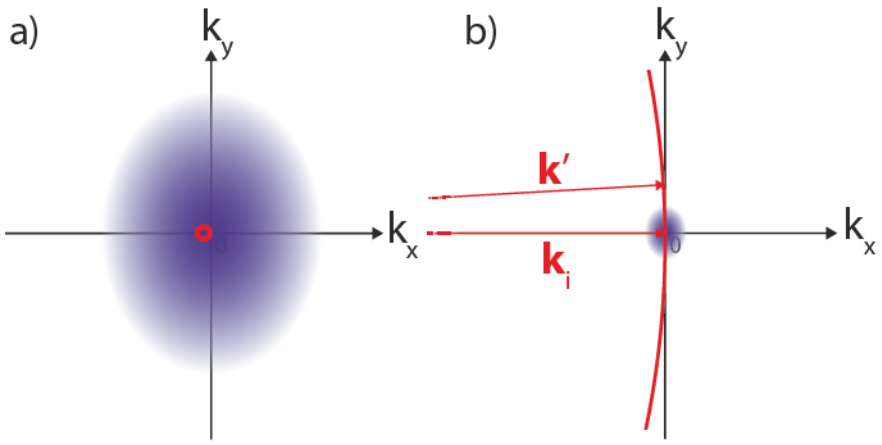


FIGURE B.3: **Intégration de la fonction d'autocorrélation à 2D en régime asymptotique.** La tâche bleutée représente $\widetilde{C}(\mathbf{k})$ (eq. (B.5)), une gaussienne 2D anisotrope. L'intégrale contenue dans (B.6) sera réalisée le long du cercle de rayon $k_i$ ici représenté en rouge (le vecteur d'onde est dans ce cas choisi colinéaire à l'axe $x$). Lorsque $k_i\sigma_R \ll 1$ (cas a) ci-dessus), l'intégration se fait sur une zone constante de $\widetilde{C}(\mathbf{k})$. Lorsque $k_i\sigma_R \gg 1$ (cas b) ci-dessus), l'intégration se fait linéairement selon l'axe $y$ perpendiculaire à la direction du vecteur d'onde initial $\mathbf{k}_i$.

être considérée comme constante sur ce cercle (voir Figure B.3.a)). On a alors directement le résultat :

$$\tau_S = \frac{\hbar E_R}{V_R^2}\frac{\xi}{\pi} \tag{B.9}$$

Ce résultat est représenté sur la Figure B.2 sous la forme de droites horizontales en pointillés. On remarque, comme nous l'attendions, que dans ce régime de diffusion isotrope, $\tau_S$ ne dépend pas de la direction de l'impulsion initiale (selon $x$ ou $y$), quelque soit l'anisotropie choisie.

**Forte impulsion :** Faisons maintenant tendre $\mathbf{k}_i$ vers l'infini ou bien $k_i\sigma_R \gg 1$. Nous sommes à présent en régime de diffusion vers l'avant. En supposant une longueur de corrélation plus grande selon l'axe $y$ que selon l'axe $x$ (i.e. $\xi < 1$), $\tau_S$ devrait par conséquent être plus grand selon $y$ que selon $x$, la diffusion dans ce régime étant en effet favorisée selon l'axe où la corrélation est la plus grande ($y$), ce qui implique une diminution du temps élastique de diffusion.

En se penchant à nouveau sur l'image présentée Figure B.1, l'intégrale contenue dans (B.6) n'a ici plus besoin d'être intégrée angulairement mais linéairement selon un axe. En effet, $\mathbf{k}_i$ est grand devant la taille de la densité spectrale de puissance, par conséquent, seule sa projection sur l'axe perpendiculaire à la direction initiale est à prendre en compte (voir Figure B.3.b)). Le résultat sera alors donné par l'intégrale de Gauss $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha t^2}\,dt = \sqrt{\pi/\alpha}$. Ceci nous donne la formule :

$$\tau_S = \frac{\hbar E_R}{V_R^2} \frac{k_i \sigma_R}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\cos^2\theta + \xi^2 \sin^2\theta} \tag{B.10}$$

Cette fois-ci, $\tau_S$ dépend linéairement de $k_i$, et de l'angle initial $\theta$. C'est ce résultat qui a été représenté, sur la Figure B.2, en pointillés par des droites dont la pente vaut effectivement $k_i$. Ceci nous permet également de confirmer que $\tau_S$ est plus faible dans la direction de $\mathbf{k}_i$ pour laquelle la longueur de corrélation est la plus grande (selon $y$ pour la Figure B.2).

## B.3 Configuration à trois dimensions

### B.3.1 Fonction de corrélation 3D anisotrope

Proposons à présent un calcul à 3 dimensions du temps élastique de diffusion. La fonction d'autocorrélation considérée ici est anisotrope selon la direction longitudinale $z$ et isotrope dans le plan transverse $x-y$. Elle est définie par une gaussienne dans le plan $x-y$ et une lorentzienne dans la direction $z$ :

$$C(\mathbf{r}) = \frac{V_R^2}{1+\dfrac{4z^2}{\sigma_{R\parallel}^2}} e^{-\dfrac{x^2+y^2}{\sigma_R^2} \dfrac{1}{1+\frac{4z^2}{\sigma_{R\parallel}^2}}} \tag{B.11}$$

où $\mathbf{r} = (x, y, z)$ ; $V_R$ est toujours l'amplitude du désordre ; $\sigma_R$ est la longueur de corrélation du désordre dans le plan transverse $x-y$ et $\sigma_{R\parallel}$ la longueur de corrélation longitudinale, selon l'axe $z$.

La densité spectrale de puissance correspondante est alors :

$$\widetilde{C}(\mathbf{k}) = V_R^2 \pi^{3/2} \frac{\sigma_R \sigma_{R\parallel}}{\sqrt{k_x^2+k_y^2}} e^{-\frac{\sigma_R^2}{4}\left(k_x^2+k_y^2\right)} e^{-\frac{1}{4}\frac{\sigma_{R\parallel}^2}{\sigma_R^2}\frac{k_z^2}{k_x^2+k_y^2}} \tag{B.12}$$

avec $\mathbf{k} = (k_x, k_y, k_z)$.

### B.3.2 Calcul de $\tau_S$ en speckle 3D

#### Formule générale

La démarche permettant d'expliciter la formule intégrale générale de $\tau_S$ sera identique à celle proposée lors de la section B.2.2. Nous allons intégrer la formule (B.3) sur une sphère de rayon $k_i$. Commençons par définir l'angle initial en coordonnées sphériques : $\mathbf{k}_i = (k_i \sin\theta\cos\varphi, k_i \sin\theta\sin\varphi, k_i\cos\theta)$. De même, le vecteur d'onde d'intégration est : $\mathbf{k}' = (k'\sin\theta'\cos\varphi', k'\sin\theta'\sin\varphi', k'\cos\theta')$. Comme pour la partie B.2.2, le module du vecteur d'intégration $k'$ va être fixé : $k' = k_i$. Notre intégrale 3D va ainsi se résumer à une intégrale 2D sphérique du type : $\int_{\theta'=0}^{\pi}\int_{\varphi'=0}^{2\pi} \ldots \sin\theta'\,d\theta' d\varphi'$.

A l'aide de l'intégrale (B.3) et de notre densité spectrale de puissance (B.12), on trouve une équation analogue à (B.6), que nous pouvons expliciter comme suit (voir Figure B.4) :

$$\tau_S = \frac{\hbar E_R}{V_R^2}\frac{\sigma_R}{\sigma_{R\parallel}}\frac{4\sqrt{\pi}}{\displaystyle\int_{\theta'=0}^{\pi}\int_{\varphi'=0}^{2\pi}\frac{e^{-\frac{\sigma_R^2 k_i^2}{4}\left(u_x^2+u_y^2\right)}}{\sqrt{u_x^2+u_y^2}}e^{-\frac{1}{4}\frac{\sigma_{R\parallel}^2}{\sigma_R^2}\frac{u_z^2}{u_x^2+u_y^2}}\sin\theta'\,d\theta' d\varphi'} \tag{B.13}$$

où :

- $u_x = \sin\theta'\cos\varphi' - \sin\theta\cos\varphi$
- $u_y = \sin\theta'\sin\varphi' - \sin\theta\sin\varphi$
- $u_z = \cos\theta' - \cos\theta$

Le résultat de ce calcul est représenté en traits pleins sur la Figure B.4, pour une anisotropie $\sigma_{R\parallel}/\sigma_R = 4$. Le temps élastique de diffusion calculé lorsque $\mathbf{k}_i$ est donné dans le plan transverse $x-y$ est représenté en bleu et celui calculé lorsque $\mathbf{k}_i$ est donné selon la direction longitudinale est représenté en rouge.

#### Comportement asymptotique

**Faible impulsion :** Dans cette configuration, lorsque $k_i\sigma_R \ll 1$ (diffusion isotrope), il est possible de négliger la première exponentielle de la densité spectrale de puissance (B.12). Celle-ci n'est ici pas indépendante de $\mathbf{k}_i$, il n'y a donc pas de limite de bruit blanc à 3D pour cette fonction d'autocorrélation. Pour autant, $\tau_S$ tendra tout de même vers une constante (voir Figure B.4) car son expression intégrale dans ce régime de diffusion isotrope ne fait pas intervenir $\mathbf{k}_i$ :

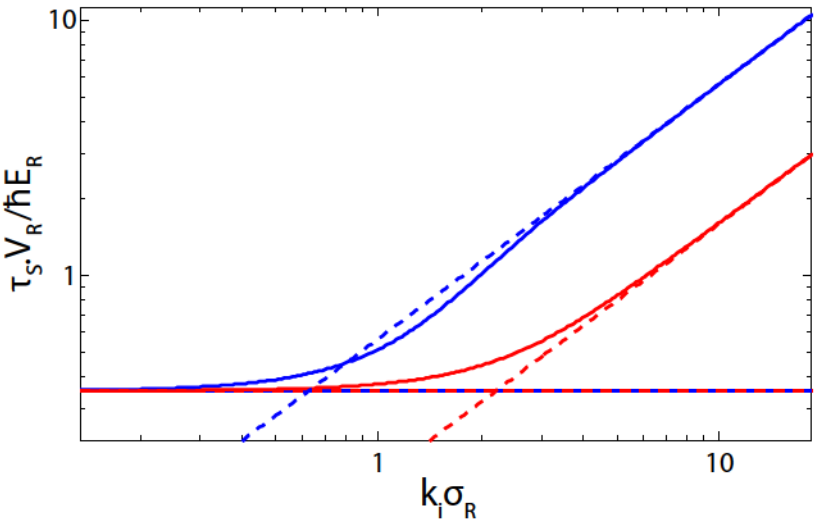


FIGURE B.4: **Temps de diffusion élastique en régime de *Born* à 3D.** Dans cette configuration, l'anisotropie entre la longueur de corrélation selon l'axe longitudinal $z$ : $\sigma_{R\parallel}$ et le plan transverse $x-y$ : $\sigma_R$ est $\sigma_{R\parallel}/\sigma_R = 4$. En traits pleins sont représentées les courbes obtenues par intégration de l'équation (B.13). En rouge dans le cas où $\mathbf{k}_i$ est défini selon $z$ et en bleu dans le cas où $\mathbf{k}_i$ est défini dans le plan $x-y$. Leurs asymptotes à haute impulsion (d'après eq. (B.16)) et à faible impulsion (d'après eq. (B.14)) sont également représentées en pointillés.

$$\tau_S = \frac{\hbar E_R}{V_R^2}\frac{\sigma_R}{\sigma_{R\parallel}}\frac{4\sqrt{\pi}}{\displaystyle\int_{\theta'=0}^{\pi}\int_{\varphi'=0}^{2\pi}\frac{e^{-\frac{1}{4}\frac{\sigma_{R\parallel}^2}{\sigma_R^2}\frac{u_z^2}{u_x^2+u_y^2}}}{\sqrt{u_x^2+u_y^2}}\sin\theta'\,d\theta'd\varphi'} \tag{B.14}$$

où :

- $u_x = \sin\theta'\cos\varphi' - \sin\theta\cos\varphi$
- $u_y = \sin\theta'\sin\varphi' - \sin\theta\sin\varphi$
- $u_z = \cos\theta' - \cos\theta$

Le résultat de cette intégration est représenté sur la Figure B.4 par les droites horizontales en pointillés. On constate que la valeur de $\tau_S$ calculée dans le plan transverse est identique à la valeur obtenue selon la direction longitudinale. Ainsi, comme nous l'attendions, en régime de diffusion isotrope, $\tau_S$ ne dépend pas de la direction de l'impulsion initiale choisie pour effectuer le calcul.

**Forte impulsion :** Lorsque $k_i\sigma_R \gg 1$, il est possible de se passer de l'intégration sphérique car la sphère d'intégration tend vers un plan (de la même façon que pour le cas 2D - voir section B.2.2.§2). On peut ainsi réécrire l'équation (B.13) :

$$\tau_S = \frac{\hbar E_R}{V_R^2}\frac{\sigma_R}{\sigma_{R\parallel}}\frac{4\sqrt{\pi}k_i\sigma_R}{\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{4}\left(\alpha^2\cos^2\theta+\beta^2\right)}\frac{e^{-\frac{1}{4}\frac{\sigma_{R\parallel}^2}{\sigma_R^2}\frac{\alpha^2\left(\sin^2\theta\cos^2\varphi+\sin^2\theta\sin^2\varphi\right)}{\alpha^2\cos^2\theta+\beta^2}}}{\sqrt{\alpha^2\cos^2\theta+\beta^2}}\,d\alpha d\beta} \tag{B.15}$$

où on le rappelle, $\theta$ et $\varphi$ sont les angles d'incidence de l'onde plane initiale $\mathbf{k}_i$.

En particulier, lorsque le vecteur d'onde initial est choisi dans le plan transverse $x-y$, on trouve (voir Figure B.4) :

$$\tau_S = \frac{\hbar E_R}{V_R^2}\frac{k_i\sigma_R}{\sqrt{\pi}} \tag{B.16}$$

Cette équation ne dépend pas de la longueur de corrélation longitudinale. Elle est identique à celle issue du cas 2D (eq. (B.10)).

En revanche, lorsque la direction du vecteur d'onde initial est colinéaire à l'axe $z$, on trouve une expression différente :

$$\tau_S = \frac{\hbar E_R}{V_R^2}\frac{\sigma_R}{\sigma_{R\parallel}}\frac{2k_i\sigma_R}{\pi} \tag{B.17}$$

On remarque que cette grandeur diverge lorsque $\sigma_{R\parallel}$ devient grand devant $\sigma_R$, ce qui montre bien que la diffusion tend dans ce cas vers la configuration purement 2D.

On peut également noter que, comme pour le cas 2D anisotrope, la diffusion est favorisée dans la direction pour laquelle la longueur de corrélation est la plus grande, c'est-à-dire la direction longitudinale dans notre cas. C'est pourquoi $\tau_S$ est plus petit dans cette direction longitudinale que dans le plan transverse (voir Figure B.4).

### B.3.3 Cas de la fonction de corrélation longitudinale gaussienne

#### Formule générale

Prenons à présent le cas d'une fonction d'autocorrélation également gaussienne selon la direction longitudinale, ce qui revient à la fonction gaussienne 3D suivante :

$$C(\mathbf{r}) = V_R^2 e^{-\frac{x^2+y^2}{\sigma_R^2}-\frac{z^2}{\sigma_{R\parallel}^2}} \tag{B.18}$$

en posant les coordonnées $\mathbf{r} = (x, y, z)$. La transformée de *Fourier* de cette expression se déduit alors simplement :

$$\widetilde{C}(\mathbf{k}) = V_R^2 \pi^{3/2} \sigma_R^2 \sigma_{R\parallel} e^{-\frac{\sigma_R^2}{4}\left(k_x^2 + k_y^2 + \frac{\sigma_{R\parallel}^2}{\sigma_R^2} k_z^2\right)} \tag{B.19}$$

avec les coordonnées $\mathbf{k} = (k_x, k_y, k_z)$.

De la même manière que pour la section B.3.2, on en déduit l'expression générale de $\tau_S$ :

$$\tau_S = \frac{\hbar E_R}{V_R^2} \frac{\sigma_R}{\sigma_{R\parallel}} \frac{1}{k_i \sigma_R} \frac{4\sqrt{\pi}}{\int_{\theta'=0}^{\pi} \int_{\varphi'=0}^{2\pi} e^{-\frac{\sigma_R^2 k_i^2}{4}\left(u_x^2 + u_y^2 + \frac{\sigma_{R\parallel}^2}{\sigma_R^2} u_z^2\right)} \sin\theta' \, d\theta' d\varphi'} \tag{B.20}$$

où :

- $u_x = \sin\theta' \cos\varphi' - \sin\theta \cos\varphi$
- $u_y = \sin\theta' \sin\varphi' - \sin\theta \sin\varphi$
- $u_z = \cos\theta' - \cos\theta$

Le calcul de cette intégrale est représenté en traits pleins sur la Figure B.5 pour une impulsion initiale donnée dans le plan transverse $x - y$, avec une anisotropie $\sigma_{R\parallel}/\sigma_R = 2$ (bleu), $\sigma_{R\parallel}/\sigma_R = 4$ (rouge) et $\sigma_{R\parallel}/\sigma_R = 6$ (vert).

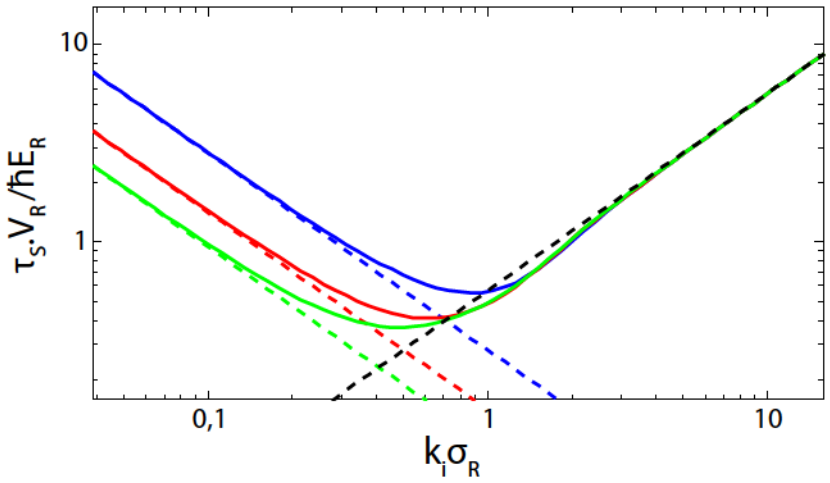


FIGURE B.5: **Temps de diffusion élastique en régime de *Born* dans le cas d'une fonction d'autocorrélation gaussienne 3D.** En traits pleins sont représentées les courbes obtenues par intégration de l'équation (B.20) dans le cas où $\mathbf{k}_t$ est défini dans le plan transverse $x - y$. En bleu l'anisotropie est $\sigma_{R\parallel}/\sigma_R = 2$, en rouge l'anisotropie est $\sigma_{R\parallel}/\sigma_R = 4$ et en vert l'anisotropie est $\sigma_{R\parallel}/\sigma_R = 6$. Les asymptotes de chaque configuration sont également représentées en pointillés (eq. (B.21) et (B.22)).

### Comportement asymptotique

**Faible impulsion :** Lorsque $k_i\sigma_R \ll 1$, la grande différence avec le cas d'une lorentzienne vient du fait que l'on a à présent la présence d'une limite de bruit blanc (i.e. $\widetilde{C}$ tend vers une constante à faible impulsion), qui ne se traduit pas par un $\tau_S$ constante à faible impulsion, comme c'était le cas pour la configuration 2D mais par une divergence telle que $\tau_S \propto 1/k_i\sigma_R$. Pour cela, reprenons la formule générale eq. (B.20), dont la double intégrale est désormais facile à résoudre (puisque l'exponentielle qu'elle contient se réduit à 1). On obtient finalement :

$$\tau_S = \frac{\hbar E_R}{V_R^2}\frac{\sigma_R}{\sigma_{R\parallel}}\frac{1}{\sqrt{\pi}}\frac{1}{k_i\sigma_R} \tag{B.21}$$

On se rend compte en observant sur la Figure B.5 que plus l'anisotropie $\sigma_{R\parallel}/\sigma_R$ est grande, plus l'impact de cette divergence se fait à faible impulsion. Pour une forte anisotropie, on retombe logiquement dans le cas 2D pour lequel la limite de bruit blanc donne une valeur de $\tau_S$ constante.

**Forte impulsion :** Lorsque $k_i\sigma_R \gg 1$, un traitement similaire à celui présenté dans le cas lorentzien (voir section B.3.2) montre que l'expression de $\tau_S$ dans ce cas est strictement identique à celle présentée dans le cas 2D et le cas 3D lorentzien ($\tau_S$ transverse) :

$$\tau_S = \frac{\hbar E_R}{V_R^2}\frac{k_i\sigma_R}{\sqrt{\pi}} \tag{B.22}$$

Cette asymptote qui ne dépend pas de l'anisotropie $\sigma_{R\parallel}/\sigma_R$ est représentée en pointillés noirs sur la Figure B.5.

# Annexe C

# Calcul de l'intensité moyenne et de la fonction d'autocorrélation d'un champ de *speckle*

Cette annexe se propose de présenter en détail certains calculs concernant le champ de *speckle* étudié le long de son axe de propagation $z$ et plus particulièrement liés à son intensité moyenne et à sa fonction d'autocorrélation. Ces calculs sont nécessaires à l'interprétation des mesures effectuées au cours du chapitre 4.

## C.1 Calcul de l'amplitude du champ lumineux le long de son axe de propagation

Commençons par considérer un modèle constitué d'une lame à faces parallèles dépolie sur l'une de ses faces (voir Figure C.1). Un faisceau laser collimaté de longueur d'onde $\lambda$ se propage perpendiculairement à cette lame. La lumière va passer à travers la lame et acquérir par là une phase dépendant de l'épaisseur traversée. Le faisceau sera ensuite focalisé à l'aide d'une lentille de focale $f$.

Soit $A_{diff}(x_0, y_0) = A(x_0, y_0, d = 0)$ l'amplitude du champ lumineux A au niveau du diffuseur (à la distance $d = 0$) au point $(x_0, y_0)$ (voir Figure C.1). En utilisant la formule de la diffraction de *Fraunhofer* en restant dans l'approximation paraxiale, nous allons dans cette section en déduire l'expression intégrale du champ $A(x, y, d)$ au point $(x, y, d)$ en fonction de la focale de la lentille $f$ et en définissant $k = 2\pi/\lambda$ et $d_{eff}$ la distance effective donnée par $1/d_{eff} = 1/f - 1/d$ [Goodman 96].

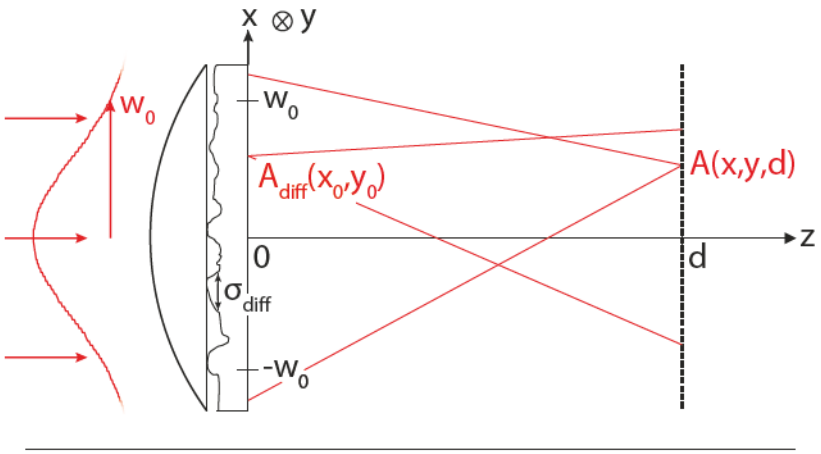


FIGURE C.1: **Amplitude du champ selon l'axe longitudinal.** L'amplitude du champ est notée $A_{diff}$ au niveau du diffuseur à la distance $d = 0$. Elle est ensuite notée A pour une distance quelconque $d$.

Commençons par exprimer le principe de *Huygens-Fresnel*, sans prendre en compte la phase apportée par la lentille :

$$A(x,y,d) = \frac{d}{i\lambda}\iint A_{diff}(x_0,y_0)\frac{1}{R^2}e^{ikR}dx_0dy_0 \tag{C.1}$$

avec $R = \sqrt{d^2+(x-x_0)^2+(y-y_0)^2}$

pour $x - x_0 \ll d$ et $y - y_0 \ll d$ (approximation paraxiale), on peut faire un développement limité : $R = \sqrt{d^2+(x-x_0)^2+(y-y_0)^2} = d\sqrt{1+\left(\frac{x-x_0}{d}\right)^2+\left(\frac{y-y_0}{d}\right)^2} \sim d\left(1+\frac{(x-x_0)^2}{2d^2}+\frac{(y-y_0)^2}{2d^2}\right) \sim d + \frac{(x-x_0)^2}{2d}+\frac{(y-y_0)^2}{2d}$.

De même, le terme en $R^2$ impliquera un certain nombre de développements aboutissant à des termes en $(x-x_0)^4$ et $(y-y_0)^4$ que nous négligerons. Nous supposerons : $R^2 \sim d^2$. La forme résultante est alors dite : formule de la diffraction de *Fraunhofer* :

$$A(x,y,d) = \frac{e^{ikd}}{id\lambda}\iint A_{diff}(x_0,y_0)\exp\left(ik\frac{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2}{2d}\right)dx_0dy_0 \tag{C.2}$$

que nous pouvons développer :

$$A(x,y,d) = \frac{e^{ikd}}{id\lambda}e^{ik\frac{x^2+y^2}{2d}}\iint A_{diff}(x_0,y_0)\exp\left(-ik\frac{xx_0+yy_0}{d}\right)\exp\left(ik\frac{x_0^2+y_0^2}{2d}\right)dx_0dy_0 \tag{C.3}$$

Dans toute la suite, on ne s'intéressera qu'aux termes de l'intégrale (les termes de phase situés avant n'ayant pas d'impact sur la suite de nos calculs). On repère ainsi la forme d'une transformée de *Fourier* :

$$\begin{aligned} \mathrm{A}(x,y,d) &\propto \iint \mathrm{A}_{diff}(x_0,y_0)\exp\left(ik\frac{x_0^2+y_0^2}{2d}\right)\exp\left(-ik\frac{xx_0+yy_0}{d}\right)\mathrm{d}x_0\mathrm{d}y_0 \\ &\propto \iint \mathrm{A}_{diff}(x_0,y_0)\exp\left(ik\frac{x_0^2+y_0^2}{2d}\right)\exp\left(-2i\pi\frac{xx_0+yy_0}{\lambda d}\right)\mathrm{d}x_0\mathrm{d}y_0 \\ &\propto \mathrm{TF}\left[\mathrm{A}_{diff}(x_0,y_0)\exp\left(ik\frac{x_0^2+y_0^2}{2d}\right)\right]_{\{x/\lambda d,\, y/\lambda d\}} \end{aligned} \tag{C.4}$$

Prenons à présent en compte l'effet de la lentille de focale $f$, ce qui revient à ajouter une phase supplémentaire au niveau de la lentille : $\Phi(x_0,y_0)=\exp\left(-ik\frac{x_0^2+y_0^2}{2f}\right)$ [Goodman 96] :

$$\begin{aligned} \mathrm{A}(x,y,d) &\propto \mathrm{TF}\left[\mathrm{A}_{diff}(x_0,y_0)\exp\left(-ik\frac{x_0^2+y_0^2}{2f}\right)\exp\left(ik\frac{x_0^2+y_0^2}{2d}\right)\right]_{\{x/\lambda d,\, y/\lambda d\}} \\ &\propto \mathrm{TF}\left[\mathrm{A}_{diff}(x_0,y_0)\exp\left(-ik\frac{x_0^2+y_0^2}{2d_{eff}}\right)\right]_{\{x/\lambda d,\, y/\lambda d\}} \end{aligned} \tag{C.5}$$

en définissant $k=2\pi/\lambda$ et $d_{eff}$ la distance effective donnée par $1/d_{eff}=1/f-1/d$.

On remarque alors que lorsque l'on se place à la distance focale $d=f$, $d_{eff}$ tend vers l'infini et on retrouve la propriété classique de la diffraction stipulant qu'au point focal, le champ est la transformée de Fourier du champ à l'origine : $\mathrm{A}(x,y,f)\propto \mathrm{TF}\left[\mathrm{A}_{diff}(x_0,y_0)\right]_{\{x/\lambda f,\, y/\lambda f\}}$.

## C.2 Calcul de l'intensité moyenne du champ de *speckle* le long de son axe de propagation

Ces calculs préliminaires vont maintenant nous être utiles pour exprimer l'intensité moyenne du champ de *speckle* le long de son axe de propagation $z$.

Dans un souci de clarté et de concision, les calculs effectués à deux dimensions dans le plan transverse $x-y$ à la distance $z=d$ seront réduits à une seule dimension : selon l'axe $x$ (toujours à la distance $z=d$). Les calculs suivants sont évidemment généralisables à 2D en suivant la même démarche.

On commence par expliciter l'intensité moyenne $\mathrm{I}(x)$ :

$$\begin{aligned} \mathrm{I}(x) &= \langle \mathrm{A}(x)\mathrm{A}^*(x)\rangle \\ &\propto \left\langle \iint \mathrm{A}_{diff}(x_0)\exp\left(-ik\frac{x_0^2}{2d_{eff}}\right)\exp\left(-2i\pi x_0\frac{x}{\lambda d}\right)\mathrm{A}^*_{diff}(x_0')\exp\left(ik\frac{x_0'^2}{2d_{eff}}\right)\exp\left(2i\pi x_0'\frac{x}{\lambda d}\right)\mathrm{d}x_0\mathrm{d}x_0'\right\rangle \end{aligned} \tag{C.6}$$

En réorganisant l'équation :

$$\mathrm{I}(x) \propto \iint \left\langle \mathrm{A}_{diff}(x_0)\mathrm{A}^*_{diff}(x_0')\right\rangle \exp\left(-ik\frac{x_0^2}{2d_{eff}}\right)\exp\left(-2i\pi x_0\frac{x}{\lambda d}\right)\exp\left(ik\frac{x_0'^2}{2d_{eff}}\right)\exp\left(2i\pi x_0'\frac{x}{\lambda d}\right)\mathrm{d}x_0\mathrm{d}x_0' \tag{C.7}$$

Or, il est possible ici d'introduire la fonction de corrélation au niveau du diffuseur $\mathrm{C}_{diff}(x_0)$ en supposant un éclairement variant lentement par rapport aux grains de diffusion :

$$\left\langle \mathrm{A}_{diff}(x_0)\mathrm{A}^*_{diff}(x_0')\right\rangle = \left|\mathrm{A}_{diff}(x_0)\right|^2 \mathrm{C}_{diff}(x_0-x_0') = \mathrm{I}_{diff}(x_0)\mathrm{C}_{diff}(x_0-x_0') \tag{C.8}$$

On a donc :

$$\mathrm{I}(x) \propto \iint \mathrm{I}_{diff}(x_0)\mathrm{C}_{diff}(x_0-x_0')\exp\left(-ik\frac{x_0^2}{2d_{eff}}\right)\exp\left(-2i\pi x_0\frac{x}{\lambda d}\right)\exp\left(ik\frac{x_0'^2}{2d_{eff}}\right)\exp\left(2i\pi x_0'\frac{x}{\lambda d}\right)\mathrm{d}x_0\mathrm{d}x_0' \tag{C.9}$$

On pose maintenant la variable $\eta(x_0')$ :

$$\eta(x_0') = x_0 - x_0' \tag{C.10}$$

et on a : $\mathrm{d}\eta = -\mathrm{d}x_0'$.

On fait à présent disparaitre $x_0'$ de l'équation (C.9) en rassemblant la deuxième et la quatrième exponentielle et en développant la troisième telle que $x_0' = x_0 - \eta$ :

$$\mathrm{I}(x) \propto \iint \mathrm{I}_{diff}(x_0)\mathrm{C}_{diff}(\eta)\exp\left(-ik\frac{x_0^2}{2d_{eff}}\right)\exp\left(ik\frac{(x_0-\eta)^2}{2d_{eff}}\right)\exp\left(-2i\pi\eta\frac{x}{\lambda d}\right)\mathrm{d}x_0\mathrm{d}\eta \tag{C.11}$$

On développe à présent la deuxième exponentielle de l'équation (C.11) :

$$\mathrm{I}(x) \propto \iint \mathrm{I}_{diff}(x_0)\mathrm{C}_{diff}(\eta)\exp\left(-ik\frac{x_0^2}{2d_{eff}}\right)\exp\left(ik\frac{x_0^2}{2d_{eff}}\right)\exp\left(-ik\frac{x_0\eta}{d_{eff}}\right)\exp\left(ik\frac{\eta^2}{2d_{eff}}\right)\exp\left(-2i\pi\eta\frac{x}{\lambda d}\right)\mathrm{d}x_0\mathrm{d}\eta \tag{C.12}$$

Ici, la première exponentielle part avec la deuxième et la quatrième exponentielle est négligeable car $\eta = x_0 - x_0'$ est petit (de l'ordre de $\sigma_{diff}$). On obtient :

$$\mathrm{I}(x) \propto \iint \mathrm{I}_{diff}(x_0)\mathrm{C}_{diff}(\eta)\exp\left(-ik\frac{x_0\eta}{d_{eff}}\right)\exp\left(-2i\pi\eta\frac{x}{\lambda d}\right)\mathrm{d}x_0\mathrm{d}\eta \tag{C.13}$$

$$\mathrm{I}(x) \propto \int \mathrm{I}_{diff}(x_0)\int \mathrm{C}_{diff}(\eta)\exp\left(-2i\pi\eta\left[\frac{x_0}{\lambda d_{eff}}+\frac{x}{\lambda d}\right]\right)\mathrm{d}\eta\mathrm{d}x_0 \tag{C.14}$$

$$\mathrm{I}(x) \propto \int \mathrm{I}_{diff}(x_0)\widetilde{\mathrm{C}}_{diff}\left(\frac{x_0}{\lambda d_{eff}}+\frac{x}{\lambda d}\right)\mathrm{d}x_0 \tag{C.15}$$

Avec le changement de variable $p_0 = x_0 d/d_{eff}$ (donc $\mathrm{d}p_0 = \mathrm{d}x_0 d/d_{eff}$), on obtient l'expression :

$$\mathrm{I}(x) \propto \int \mathrm{I}_{diff}(p_0\frac{d_{eff}}{d})\widetilde{\mathrm{C}}_{diff}\left(\frac{p_0}{\lambda d}+\frac{x}{\lambda d}\right)\mathrm{d}p_0 \propto \int \mathrm{I}_{diff}(p_0\frac{d_{eff}}{d})\widetilde{\mathrm{C}}_{diff}\left(\frac{1}{\lambda d}\left[p_0+x\right]\right)\mathrm{d}p_0 \tag{C.16}$$

Cette expression intégrale correspond à la définition du produit de corrélation. On aboutit à l'expression finale :

$$\mathrm{I}(x) \propto \mathrm{I}_{diff}(x\frac{d_{eff}}{d}) \otimes \widetilde{\mathrm{C}}_{diff}\left(\frac{x}{\lambda d}\right) \tag{C.17}$$

## C.3 Calcul de la fonction d'autocorrélation du champ de *speckle* le long de son axe de propagation

Nous allons maintenant nous intéresser à la fonction d'autocorrélation du champ de *speckle* le long de son axe de propagation $z$.

De même que précédemment, les calculs seront présentés à une seule dimension, selon la variable $x$ (ils sont facilement généralisables à deux variables).

Pour un signal stationnaire, on peut exprimer la fonction d'autocorrélation en amplitude comme suit :

$$C(x) = \langle A(x)A^*(0)\rangle \propto \left\langle \iint A_{diff}(x_0)\exp\left(-ik\frac{x_0^2}{2d_{eff}}\right)\exp\left(-2i\pi x_0\frac{x}{\lambda d}\right)A^*_{diff}(x_0')\exp\left(ik\frac{x_0'^2}{2d_{eff}}\right)dx_0dx_0'\right\rangle \tag{C.18}$$

Elle peut être réorganisée de la façon suivante :

$$C(x) \propto \iint \left\langle A_{diff}(x_0)A^*_{diff}(x_0')\right\rangle \exp\left(-ik\frac{x_0^2}{2d_{eff}}\right)\exp\left(-2i\pi x_0\frac{x}{\lambda d}\right)\exp\left(ik\frac{x_0'^2}{2d_{eff}}\right)dx_0dx_0' \tag{C.19}$$

Or, il est possible ici d'introduire la fonction de corrélation au niveau du diffuseur $C_{diff}(x_0)$ en supposant un éclairement variant lentement par rapport aux grains de diffusion :

$$\left\langle A_{diff}(x_0)A^*_{diff}(x_0')\right\rangle = |A_{diff}(x_0)|^2 C_{diff}(x_0-x_0') = I_{diff}(x_0)C_{diff}(x_0-x_0') = I_{diff}(x_0)C_{diff}(x_0'-x_0) \tag{C.20}$$

La dernière égalité vient du fait que $C_{diff}$ est une gaussienne centrée donc une fonction paire. On a ainsi :

$$C(x) \propto \iint I_{diff}(x_0)C_{diff}(x_0'-x_0)\exp\left(-ik\frac{x_0^2}{2d_{eff}}\right)\exp\left(-2i\pi x_0\frac{x}{\lambda d}\right)\exp\left(ik\frac{x_0'^2}{2d_{eff}}\right)dx_0dx_0' \tag{C.21}$$

$$C(x) \propto \int I_{diff}(x_0)\exp\left(-ik\frac{x_0^2}{2d_{eff}}\right)\exp\left(-2i\pi x_0\frac{x}{\lambda d}\right)\int C_{diff}(x_0'-x_0)\exp\left(ik\frac{x_0'^2}{2d_{eff}}\right)dx_0dx_0' \tag{C.22}$$

On pose maintenant la variable $\alpha(x_0')$

$$\alpha(x_0') = x_0' - x_0 \tag{C.23}$$

et on a $d\alpha = dx_0'$. On en déduit :

$$C(x) \propto \int I_{diff}(x_0)\exp\left(-ik\frac{x_0^2}{2d_{eff}}\right)\exp\left(-2i\pi x_0\frac{x}{\lambda d}\right)\int C_{diff}(\alpha)\exp\left(ik\frac{(x_0+\alpha)^2}{2d_{eff}}\right)dx_0d\alpha \tag{C.24}$$

$$C(x) \propto \int I_{diff}(x_0) \exp\left(-ik\frac{x_0^2}{2d_{eff}}\right) \exp\left(-2i\pi x_0 \frac{x}{\lambda d}\right) \int C_{diff}(\alpha) \exp\left(ik\frac{x_0^2}{2d_{eff}}\right) \exp\left(ik\frac{x_0\alpha}{d_{eff}}\right) \exp\left(ik\frac{\alpha^2}{2d_{eff}}\right) dx_0 d\alpha \tag{C.25}$$

La première exponentielle part avec la troisième et la cinquième exponentielle est négligeable car $\alpha = x_0' - x_0$ est petit (de l'ordre de $\sigma_{diff}$). On obtient :

$$C(x) \propto \int I_{diff}(x_0) \exp\left(-2i\pi x_0 \frac{x}{\lambda d}\right) \int C_{diff}(\alpha) \exp\left(ik\frac{x_0\alpha}{d_{eff}}\right) dx_0 d\alpha \tag{C.26}$$

Ce qui se réduit en :

$$C(x) \propto \int I_{diff}(x_0) \exp\left(-2i\pi x_0 \frac{x}{\lambda d}\right) . G(x_0) dx_0 \tag{C.27}$$

en introduisant : $G(x_0) = TF^{-1}\left[C_{diff}(\alpha)\right]_{\{x_0/\lambda d_{eff}\}}$.

On a finalement :

$$C(x) \propto TF\left[I_{diff}(x_0) . G(x_0)\right]_{\{x/\lambda d\}} \tag{C.28}$$

Puis par propriété du produit de convolution :

$$C(x) \propto \widetilde{I}_{diff}(\frac{x}{\lambda d}) \otimes TF\left[G(x_0)\right]_{\{x/\lambda d\}} \tag{C.29}$$

Enfin, on remarque que :

$$\begin{aligned} TF^{-1}\left[C_{diff}(\alpha\tfrac{d_{eff}}{d})\right]_{\{x_0/\lambda d\}} &= \int C_{diff}(\alpha\tfrac{d_{eff}}{d}) \exp\left(2i\pi\tfrac{x_0\alpha}{\lambda d}\right) d\alpha \\ &\propto C_{diff}(\beta) \exp\left(2i\pi\tfrac{x_0\beta}{\lambda d_{eff}}\right) d\beta \\ &\propto TF^{-1}\left[C_{diff}(\beta)\right]_{\{x_0/\lambda d_{eff}\}} \end{aligned} \tag{C.30}$$

avec le changement de variable $\beta = \alpha d_{eff}/d$, donc $d\beta = d\alpha\ d_{eff}/d$

Le deuxième terme du produit de convolution se simplifie donc en $C_{diff}(x d_{eff}/d)$ et on aboutit à l'expression finale :

$$C(x) \propto \widetilde{I}_{diff}(\frac{x}{\lambda d}) \otimes C_{diff}(\frac{d_{eff}}{d}x) \tag{C.31}$$

# Bibliographie


[Abrahams 79] E. Abrahams, P. W. Anderson, D. C. Licciardello & T. V. Ramakrishnan. *Scaling Theory of Localization : Absence of Quantum Diffusion in Two Dimensions.* Phys. Rev. Lett., vol. 42, pages 673–676, 1979.

[Abrahams 10] E. Abrahams. 50 years of anderson localization. World Scientific, 2010.

[Akkermans 07] E Akkermans & G Montambaux. Mesoscopic Physics of Electrons and Photons. Cambridge University Press, 2007.

[Albada 85] V. Albada & A. Lagendijk. *Observation of weak localization of light ina random medium.* Physical review letters, vol. 55, no. 24, pages 2692–2695, 1985.

[Al'tshuler 82] B. L. Al'tshuler, a. G. Aronov, B. Z. Spivak, D. Yu. Sharvin & Yu. V. Sharvin. *Observation of the Aaronov-Bohm effect in hollow metal cylinders*, 1982.

[Altshuller 81] B.L. Altshuller, a.G. Aronov & D.E. Khmelnitsky. *Suppression of localization effects by the high frequency field and the nyquist noise.* Solid State Communications, vol. 39, no. 5, pages 619–623, 1981.

[Ammann 97] H. Ammann & N. Christensen. *Delta Kick Cooling : A New Method for Cooling Atoms.* Physical Review Letters, vol. 78, no. 11, 1997.

[Anderson 58] P. W. Anderson. *Absence of Diffusion in Certain Random Lattices.* Phys. Rev., vol. 109, pages 1492–1505, 1958.

[Anderson 77] P. W. Anderson. *Local Moments and Localized States.* Nobel Lecture, 1977.

[Anderson 95] M H Anderson, J R Ensher, M R Matthews, C E Wieman & E a Cornell. *Observation of bose-einstein condensation in a dilute atomic vapor.* Science (New York, N.Y.), vol. 269, no. 5221, pages 198–201, 1995.

[Armijo 15] J. Armijo & R. Allio. *Observation of coherent back-scattering and its dynamics in a transverse 2D photonic disorder : from weak to strong localization.* ArXiv, 2015.

[Ashcroft 76] N. W. Ashcroft & N. D. Mermin. Solid state physics. New York, Holt, Rinehart and Winston, 1976.

[Aubry 14] A. Aubry, L. A. Cobus, S. E. Skipetrov, B. A. Van Tiggelen, A. Derode & J. H. Page. *Recurrent scattering and memory effect at the Anderson localization transition.* Physical Review Letters, vol. 112, no. 4, pages 3–7, 2014.

[Bachelard 12] N. Bachelard, J. Andreasen, S. Gigan & P. Sebbah. *Taming Random Lasers through Active Spatial Control of the Pump.* Phys. Rev. Lett., vol. 109, page 033903, 2012.

[Bakr 09] W. S. Bakr, J. I Gillen, A. Peng, S. Fölling & M. Greiner. *A quantum gas microscope for detecting single atoms in a Hubbard-regime optical lattice.* Nature, vol. 462, no. 7269, pages 74–77, 2009.

[Baudouin 13] Q. Baudouin, N. Mercadier, V. Guarrera, W. Guerin & R. Kaiser. *A cold-atom random laser.* Nature Physics, vol. 9, no. 6, pages 357–360, 2013.

[Bayer 93] G. Bayer & T. Niederdränk. *Weak localization of acoustic waves in strongly scattering media.* Physical Review Letters, vol. 70, no. 25, pages 3884–3887, 1993.

[Bergmann 84] G. Bergmann. *Weak localization in thin films : a time-of-flight experiment with conduction electrons.* Physics Reports, vol. 107, no. 1, pages 1 – 58, 1984.

[Bernard 10] A. Bernard. *Transport quantique d'ondes atomiques ultrafroides - Localisation d'Anderson - Laser à atomes froids.* PhD thesis, 2010.

[Bernard 11] A Bernard, W Guerin, J Billy, F Jendrzejewski, P Cheinet, A Aspect, V Josse & P Bouyer. *Quasi-continuous horizontally guided atom laser : coupling spectrum and flux limits.* New Journal of Physics, vol. 13, no. 6, page 065015, 2011.

[Bienaimé 10] T. Bienaimé, S. Bux, E. Lucioni, Ph. W. Courteille, N. Piovella & R. Kaiser. *Observation of a Cooperative Radiation Force in the Presence of Disorder.* Phys. Rev. Lett., vol. 104, page 183602, 2010.

[Billy 08] J. Billy, V. Josse, Z. Zuo, A. Bernard, B. Hambrecht, P. Lugan, D. Clément, L. Sanchez-Palencia, P. Bouyer & A. Aspect. *Direct observation of Anderson localization of matter waves in a controlled disorder.* Nature, vol. 453, no. 7197, pages 891–894, 2008.

[Boesten 96] H. M. J. M. Boesten, A. J. Moerdijk & B. J. Verhaar. *Dipolar decay in two recent Bose-Einstein condensation experiments.* Phys. Rev. A, vol. 54, pages R29–R32, 1996.

[Boguslawski 13] M. Boguslawski, S. Brake, J. Armijo, F. Diebel, P. Rose & C. Denz. *Analysis of transverse Anderson localization in refractive index structures with customized random potential.* vol. 21, no. 26, pages 1028–1031, 2013.

[Bradley 95] C. C. Bradley, C. A. Sackett, J. J. Tollett & R. G. Hulet. *Evidence of Bose-Einstein Condensation in an Atomic Gas with Attractive Interactions.* Phys. Rev. Lett., vol. 75, pages 1687–1690, 1995.

[Brake 15] S. Brake, M. Boguslawski, D. Leykam, A. Desyatnikov & C. Denz. *Observation of transverse coherent backscattering in disordered photonic structures.* ArXiv :1501.04458, 2015.

[Breit 31] G. Breit & I. Rabi. *Measurement of Nuclear Spin.* Physical Review, vol. 38, no. 11, pages 2082–2083, 1931.

[Brown 28] R. Brown. *A brief account of microscopical observations made on the particles contained in the pollen of plants.* Philosophical Magazine, pages 161–173, 1828.

[Burresi 14] M. Burresi. *Bright-White Beetle Scales Optimise Multiple Scattering of Light.* Scientific Reports, 2014.

[C. Henkel 94] C. Henkel, J.-Y. Courtois & A. Aspect. *Atomic diffraction by a thin phase grating.* J. Phys. II France, vol. 4, no. 11, pages 1955–1974, 1994.

[Cerbino 07] R. Cerbino. *Correlations of light in the deep Fresnel region : An extended Van Cittert and Zernike theorem.* Phys. Rev. A, vol. 75, page 053815, 2007.

[Chabé 08] J. Chabé, G. Lemarié, B. Grémaud, D. Delande, P. Szriftgiser & J. C. Garreau. *Experimental Observation of the Anderson Metal-Insulator Transition with Atomic Matter Waves.* Physical Review Letters, vol. 101, no. 25, page 255702, 2008.

[Chandrasekhar 60] S. Chandrasekhar. Radiative transfer. Dover Publications, 1960.

[Cherroret 12] N. Cherroret, T. Karpiuk, C. A. Müller, B. Grémaud & C. Miniatura. *Coherent backscattering of ultracold matter waves : Momentum space signatures.* Physical Review A - Atomic, Molecular, and Optical Physics, vol. 85, pages 4–7, 2012.

[Clément 06] D. Clément, A. F. Varón, J. A. Retter, L. Sanchez-Palencia, A. Aspect & P. Bouyer. *Experimental study of the transport of coherent interacting matter-waves in a 1D random potential induced by laser speckle.* New Journal of Physics, vol. 8, 2006.

[Cohen-Tannoudji 73] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu & F. Laloë. Mécanique quantique - tome ii. Hermann, 1973.

[Corney 77] A. Corney. Atomic and laser spectroscopy. Oxford, 1977.

[Dalfovo 98] F. Dalfovo, S. Giorgini, L. P. Pitaevskii & S. Stringari. *Theory of Bose-Einstein condensation in trapped gases.* vol. 71, no. 3, page 69, 1998.

[Dalibard 89] J. Dalibard & C. Cohen-Tannoudji. *Laser cooling below the Doppler limit by polarization gradients : simple theoretical models.* J. Opt. Soc. Am. B, vol. 6, no. 11, pages 2023–2045, 1989.

[Damski 03] B. Damski, J. Zakrzewski, L. Santos, P. Zoller & M. Lewenstein. *Atomic Bose and Anderson Glasses in Optical Lattices.* Phys. Rev. Lett., vol. 91, page 080403, 2003.

[Davis 95a] K. B. Davis, M. O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn & W. Ketterle. *Bose-Einstein Condensation in a Gas of Sodium Atoms.* Phys. Rev. Lett., vol. 75, pages 3969–3973, 1995.

[Davis 95b] K B Davis, M.-O. Mewes, M a Joffe, M R Andrews & W Ketterle. *Evaporative Cooling of Sodium Atoms - Erratum (Vol 74, Pg 5202, 1995).* Phys. Rev. Lett., vol. 75, page 2909, 1995.

[Delande 14] D. Delande & G. Orso. *Mobility edge for cold atoms in laser speckle potentials.* Physical Review Letters, vol. 113, pages 1–5, 2014.

[D'Errico 13] C. D'Errico, M. Moratti, E. Lucioni, L. Tanzi, B. Deissler, M. Inguscio, G. Modugno, M. B. Plenio & F. Caruso. *Quantum diffusion with disorder, noise and interaction.* New Journal of Physics, vol. 15, pages 1–11, 2013.

[D'Errico 14] C. D'Errico, E. Lucioni, L. Tanzi, L. Gori, G. Roux, I. P. McCulloch, T. Giamarchi, M. Inguscio & G. Modugno. *Observation of a Disordered Bosonic Insulator from Weak to Strong Interactions.* Phys. Rev. Lett., vol. 113, page 095301, 2014.

[Desruelle 99] B. Desruelle, V. Boyer, S. Murdoch, G. Delannoy, P. Bouyer, a. Aspect & M. Lécrivain. *Interrupted evaporative cooling of ˆ{87}Rb atoms trapped in a*

*high magnetic field.* Physical Review A, vol. 60, no. 3, pages R1759–R1762, 1999.

[Diu 89] B. Diu, C. Guthmann, D. Lederer & B. Roulet. Physique statistique. Hermann, 1989.

[Einstein 05] A. Einstein. *Über die von der molekularkinetischen Theorie der Wärme geforderte Bewegung von in ruhenden Flüssigkeiten suspendierten Teilchen.* Annalen der Physik, vol. 322, page 549–560, 1905.

[Einstein 56] A. Einstein. Investigations on the theory of the brownian movement. 1956.

[Fallani 07] L. Fallani, J. E. Lye, V. Guarrera, C. Fort & M. Inguscio. *Ultracold atoms in a disordered crystal of light : Towards a bose glass.* Physical Review Letters, vol. 98, no. 13, pages 1–4, 2007.

[Fallani 08] L. Fallani, C. Fort & M. Inguscio. *Bose–Einstein Condensates in Disordered Potentials.* In Advances in Atomic, Molecular, and Optical Physics, volume 56 of *Advances In Atomic, Molecular, and Optical Physics*, pages 119 – 160. Academic Press, 2008.

[Fauquembergue 04] M. Fauquembergue. *Réalisation d'un dispositif de condensation de Bose-Einstein et de transport d'un échantillon cohérent d'atomes.* PhD thesis, 2004.

[Fauquembergue 05] M. Fauquembergue, J-F. Riou, W. Guerin, S. Rangwala, F. Moron, A. Villing, Y. Le Coq, P. Bouyer, A. Aspect & M. Lécrivain. *Partially ferromagnetic electromagnet for trapping and cooling neutral atoms to quantum degeneracy.* Review of Scientific Instruments, vol. 76, no. 10, 2005.

[Fishman 82] S. Fishman, D. R. Grempel & R. E. Prange. *Chaos, Quantum Recurrences, and Anderson Localization.* Phys. Rev. Lett., vol. 49, pages 509–512, 1982.

[Fujii 74] H. Fujii & T. Asakura. *Effect of surface roughness on the statistical distribution of image speckle intensity.* Optics Communications, vol. 11, 1974.

[Gadway 11] B. Gadway, D. Pertot, J. Reeves, M. Vogt & D. Schneble. *Glassy Behavior in a Binary Atomic Mixture.* Physical Review Letters, vol. 107, no. 14, page 145306, 2011.

[Gavish 05] U. Gavish & Y. Castin. *Matter-Wave Localization in Disordered Cold Atom Lattices.* Phys. Rev. Lett., vol. 95, page 020401, 2005.

[Ghosh 14] S. Ghosh, N. Cherroret, B. Grémaud, C. Miniatura & D. Delande. *Coherent forward scattering in two-dimensional disordered systems.* Phys. Rev. A, vol. 90, page 063602, 2014.

[Ghosh 15] S. Ghosh, D. Delande, C. Miniatura & N. Cherroret. *Coherent backscattering reveals the Anderson transition.* ArXiv :1506.08116, 2015.

[Goodman 96] J. W. Goodman. Introduction to fourier optics. Roberts and Company, 1996.

[Goodman 07] J. W. Goodman. Speckle phenomena in optics. Springer US, 2007.

[Gorodnichev 94] E. E. Gorodnichev & D. B. Rogozkin. *Coherent backscattering of a light pulse by a slab of disordered medium.* Waves in Random Media, vol. 4, no. 1, pages 51–57, 1994.

[Gouedard 93] C. Gouedard, F. Auzel, A. Migus, D. Husson & C. Sauteret. *Generation of spatially incoherent short pulses in laser-pumped neodymium stoichiometric crystals and powders.* J. Opt. Soc. Am. B, vol. 10, no. 12, pages 2358–2363, 1993.

[Griffin 96] A. Griffin, D. W. Snoke & S. Stringari. Bose-einstein condensation. Cambridge University Press, 1996.

[Grimm 00] R. Grimm, M. Weidemüller & Y. B. Ovchinnikov. *Optical Dipole Traps for Neutral Atoms.* volume 42 of *Advances In Atomic, Molecular, and Optical Physics*, pages 95 – 170. Academic Press, 2000.

[Guerin 06] W. Guerin, J.-F. Riou, J. P. Gaebler, V. Josse, P. Bouyer & A. Aspect. *Guided Quasicontinuous Atom Laser.* Phys. Rev. Lett., vol. 97, page 200402, 2006.

[Hu 08] H. Hu, a. Strybulevych, J. H. Page, S. E. Skipetrov & B. a. van Tiggelen. *Localization of ultrasound in a three-dimensional elastic network.* page 5, 2008.

[Hulst 81] H. Hulst. Light scattering by small particles. John Wiley and Sons, 1981.

[Ioffe 60] A. F. Ioffe & A. R. Regel. Progress in semiconductors, vol. 4, no. 237, 1960.

[Jendrzejewski 12a] F. Jendrzejewski. *Quantum Transport of Ultracold atoms in disordered potentials : Anderson localization in three dimensions, coherent backscattering.* PhD thesis, 2012.

[Jendrzejewski 12b] F. Jendrzejewski, A. Bernard, K. Müller, P. Cheinet, V. Josse, M. Piraud, L. Pezzé, L. Sanchez-Palencia, A. Aspect & P. Bouyer. *Three-dimensional*

*localization of ultracold atoms in an optical disordered potential.* Nature Physics, vol. 8, no. 3, pages 1–6, 2012.

[Jendrzejewski 12c] F. Jendrzejewski, K. Müller, J. Richard, A. Date, T. Plisson, P. Bouyer, a. Aspect & V. Josse. *Coherent Backscattering of Ultracold Atoms.* Physical Review Letters, vol. 109, no. 19, page 195302, 2012.

[Josse 15] V. Josse. Habilitation à diriger des recherches : Propagation cohérente d'atomes ultra-froids : Lasers à atomes guidé et localisation d'anderson. 2015.

[Karpiuk 12] T. Karpiuk, N. Cherroret, K. L. Lee, B. Grémaud, C. A. Müller & C. Miniatura. *Coherent Forward Scattering Peak Induced by Anderson Localization.* Physical Review Letters, vol. 109, no. 19, page 190601, 2012.

[Ketterle 99] W. Ketterle, D. S. Durfee & D. M. Stamper-Kurn. *Making, probing and understanding Bose-Einstein condensates.* page 90, 1999.

[Kinoshita 05] T. Kinoshita, T. Wenger & D. S. Weiss. *All-optical Bose-Einstein condensation using a compressible crossed dipole trap.* Physical Review A - Atomic, Molecular, and Optical Physics, vol. 71, no. 1, pages 1–4, 2005.

[Kitagami 12] K. Kitagami, K. Hosumi, K. Goto & a. Hatakeyama. *Quantitative measurements of light-induced desorption of rubidium atoms from quartz substrates.* Physical Review A - Atomic, Molecular, and Optical Physics, vol. 85, no. 6, pages 3–6, 2012.

[Klempt 06] C. Klempt, T. van Zoest, T. Henninger, O. Topic, E. Rasel, W. Ertmer & J. Arlt. *Ultraviolet light-induced atom desorption for large rubidium and potassium magneto-optical traps.* Physical Review A, vol. 73, no. 1, page 013410, 2006.

[Kondov 11] S. S. Kondov, W. R. McGehee, J. J. Zirbel & B. DeMarco. *Three-Dimensional Anderson Localization of Ultracold Matter.* Science, vol. 334, no. 6052, pages 66–68, 2011.

[Kuga 84] Yasuo Kuga & Akira Ishimaru. *Retroreflectance from a dense distribution of spherical particles.* J. Opt. Soc. Am. A, vol. 1, no. 8, pages 831–835, 1984.

[Kuga 85] Y. Kuga, L. Tsang & A. Ishimaru. *Depolarization effects of the enhanced retroreflectance from a dense distribution of spherical particles.* Journal of the Optical Society of America A, vol. 2, no. 4, page 616, 1985.

[Kuhn 07] R. C. Kuhn, O. Sigwarth, C. Miniatura, D. Delande & C. a. Müller. *Coherent matter wave transport in speckle potentials.* New Journal of Physics, vol. 9, pages 1–33, 2007.

[Labeyrie 99] G. Labeyrie, F. de Tomasi, J.-C. Bernard, C. A. Müller, C. Miniatura & R. Kaiser. *Coherent Backscattering of Light by Cold Atoms.* Phys. Rev. Lett., vol. 83, pages 5266–5269, 1999.

[Labeyrie 12] G. Labeyrie, T. Karpiuk, J.-F. Schaff, B. Grémaud, C. Miniatura & D. Delande. *Enhanced backscattering of a dilute Bose-Einstein condensate.* Europhysics Letters (EPL), vol. 100, no. 6, page 66001, 2012.

[Lagendijk 09] A. Lagendijk, B. V. Tiggelen & D. S. Wiersma. *Fifty years of Anderson localization.* Physics Today, vol. 62, pages 24–29, 2009.

[Lahini 08] Y. Lahini, A. Avidan, F. Pozzi, M. Sorel, R. Morandotti, D. N. Christodoulides & Y. Silberberg. *Anderson Localization and Nonlinearity in One-Dimensional Disordered Photonic Lattices.* Phys. Rev. Lett., vol. 100, page 013906, 2008.

[Landau 97] L. D. Landau & L. M. Lifshitz. Quantum mechanics - third edition. Butterworth-Heinemann, 1997.

[Larose 04] E. Larose, L. Margerin, B. a. Van Tiggelen & M. Campillo. *Weak localization of seismic waves.* Physical Review Letters, vol. 93, no. 4, pages 048501–1, 2004.

[Laurent 07] D. Laurent, O. Legrand, P. Sebbah, C. Vanneste & F. Mortessagne. *Localized Modes in a Finite-Size Open Disordered Microwave Cavity.* Phys. Rev. Lett., vol. 99, page 253902, 2007.

[Lee 14] K. L. Lee, B. Grémaud & C. Miniatura. *Dynamics of localized waves in one-dimensional random potentials : Statistical theory of the coherent forward scattering peak.* Phys. Rev. A, vol. 90, page 043605, 2014.

[Leendertz 70] J. A. Leendertz. *Interferometric displacement measurement on scattering surfaces utilizing speckle effect.* Journal of Physics E : Scientific Instruments, vol. 3, no. 3, page 214, 1970.

[Lett 88] P. D. Lett, R. N. Watts, C. I. Westbrook, W. D. Phillips, P. L. Gould & H. J. Metcalf. *Observation of Atoms Laser Cooled below the Doppler Limit.* Phys. Rev. Lett., vol. 61, pages 169–172, 1988.

[Lin 09] Y-J Lin, R L Compton, K Jiménez-García, J V Porto & I B Spielman. *Synthetic magnetic fields for ultracold neutral atoms.* Nature, vol. 462, pages 628–632, 2009.

[Liu 04] X. Liu, A. Yamilov, X. Wu, J. Zheng, H. Cao & R. P. H. Chang. *Effect of ZnO Nanostructures on 2-Dimensional Random Lasing Properties.* Chemistry of Materials, vol. 16, no. 25, pages 5414–5419, 2004.

[Magatti 09a] D. Magatti, A. Gatti & F. Ferri. *Three-dimensional coherence of light speckles : Experiment.* Physical Review A - Atomic, Molecular, and Optical Physics, vol. 79, no. 5, pages 1–14, 2009.

[Magatti 09b] D. Magatti, A. Gatti & F. Ferri. *Three-dimensional coherence of light speckles : Theory.* Physical Review A - Atomic, Molecular, and Optical Physics, vol. 79, no. 5, pages 1–11, 2009.

[Maréchal 99] E. Maréchal, S. Guibal, J.-L. Bossennec, R. Barbé, J.-C. Keller & O. Gorceix. *Longitudinal focusing of an atomic cloud using pulsed magnetic forces.* Phys. Rev. A, vol. 59, pages 4636–4640, 1999.

[Metcalf ] Harold J Metcalf. Laser Cooling and Trapping. Springer-Verlag New York.

[Meucci 94] M Meucci, E Mariotti, P Bicchi, C Marinelli & L Moi. *Light-Induced Atom Desorption.* Europhysics Letters (EPL), vol. 25, no. 9, pages 639–643, 1994.

[Micklitz 14] T. Micklitz, C. A. Müller & A. Altland. *Strong Anderson Localization in Cold Atom Quantum Quenches.* Phys. Rev. Lett., vol. 112, page 110602, 2014.

[Micklitz 15] T. Micklitz, C. A. Müller & A. Altland. *Echo spectroscopy of Anderson localization.* Phys. Rev. B, vol. 91, page 064203, 2015.

[Miniatura 09] C. Miniatura, R. C. Kuhn, D. Delande & C. a. Müller. *Quantum diffusion of matter waves in 2D speckle potentials.* European Physical Journal B, vol. 68, no. 3, pages 353–364, 2009.

[Müller 10] Cord A. Müller & D. Delande. *Disorder and interference : localization phenomena.* Les Houches 2009 - Session XCI : Ultracold Gases and Quantum Information, pages 1–97, 2010.

[Müller 14] K. Müller. *Coherent transport of ultracold atoms in disordered potentials : Manipulation of time-reversal symmetry in weak localization experiments.* PhD thesis, 2014.

[Montroll 56] Elliot W. Montroll. *Random Walks in Multidimensional Spaces, Especially on Periodic Lattices.* Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics, vol. 4, no. 4, pages pp. 241–260, 1956.

[Moore 94] F. L. Moore, J. C. Robinson, C. Bharucha, P. E. Williams & M. G. Raizen. *Observation of Dynamical Localization in Atomic Momentum Transfer : A New Testing Ground for Quantum Chaos.* Phys. Rev. Lett., vol. 73, pages 2974–2977, 1994.

[Müller 15] K. Müller, J. Richard, V. V. Volchkov, V. Denechaud, P. Bouyer, A. Aspect & V. Josse. *Suppression and Revival of Weak Localization through Control of Time-Reversal Symmetry.* Phys. Rev. Lett., vol. 114, page 205301, 2015.

[Murthy 14] P. A. Murthy, D. Kedar, T. Lompe, M. Neidig, M. G. Ries, A. N. Wenz, G. Zürn & S. Jochim. *Matter-wave Fourier optics with a strongly interacting two-dimensional Fermi gas.* Phys. Rev. A, vol. 90, page 043611, 2014.

[Oliver 63] B.M. Oliver. *Sparkling spots and random diffraction.* Proceedings of the IEEE, vol. 51, no. 1, pages 220–221, 1963.

[Perrin 09] J. Perrin. *Mouvement brownien et grandeurs moléculaires.* Radium (Paris), vol. 6, no. 12, pages 353–360, 1909.

[Petrich 95] W. Petrich, M. Anderson, J. Ensher & E. Cornell. *Stable, Tightly Confining Magnetic Trap for Evaporative Cooling of Neutral Atoms.* Physical Review Letters, vol. 74, no. 17, pages 3352–3355, 1995.

[Phillips 82] W. D. Phillips & H. Metcalf. *Laser deceleration of an atomic beam.* Physical Review Letters, vol. 48, no. 9, pages 596–599, 1982.

[Piraud 12] M. Piraud, L. Pezzé & L. Sanchez-Palencia. *Matter wave transport and Anderson localization in anisotropic three-dimensional disorder.* EPL (Europhysics Letters), vol. 99, no. 5, page 50003, 2012.

[Piraud 13] M. Piraud, L. Pezzé & L. Sanchez-Palencia. *Quantum transport of atomic matter waves in anisotropic two-dimensional and three-dimensional disorder.* New Journal of Physics, vol. 15, 2013.

[Piraud 14] M Piraud, L Sanchez-Palencia & B van Tiggelen. *Anderson localization of matter waves in 3D anisotropic disordered potentials.* vol. 1, no. 1, pages 1–5, 2014.

[Plisson 12] T. Plisson. *Propriétés d'équilibre et de transport de gaz de Bose bidimentionnels en présence de désordre.* PhD thesis, 2012.

[Plisson 13] T. Plisson, T. Bourdel & C.A. Müller. *Momentum isotropisation in random potentials.* The European Physical Journal Special Topics, vol. 217, no. 1, pages 79–84, 2013.

[Pólya 21] G. Pólya. *Über eine Aufgabe der Wahrscheinlichkeitsrechnung betreffend die Irrfahrt im Strassennetz.* Mathematische Annalen, vol. 84, page 149–160, 1921.

[Pritchard 83] D. E. Pritchard. *Cooling neutral atoms in a magnetic trap for precision spectroscopy.* Physical Review Letters, vol. 51, no. 15, pages 1336–1339, 1983.

[Richard 12] J. Richard. Calcul des paramètres microscopiques de la diffusion d'ondes quantiques à l'aide d'atomes froids. Rapport de master, Institut d'Optique Graduate School, 2012.

[Roati 08] G. Roati, C. D'Errico, L. Fallani, M. Fattori, C. Fort, M. Zaccanti, G. Modugno, M. Modugno & M. Inguscio. *Anderson localization of a non-interacting Bose-Einstein condensate.* Nature, vol. 453, no. 7197, pages 895–8, 2008.

[Rosenbaum 80] T. F. Rosenbaum, K. Andres, G. A. Thomas & R. N. Bhatt. *Sharp Metal-Insulator Transition in a Random Solid.* Phys. Rev. Lett., vol. 45, pages 1723–1726, 1980.

[Sanchez-Palencia 07] L. Sanchez-Palencia, D. Clément, P. Lugan, P. Bouyer, G. V. Shlyapnikov & A. Aspect. *Anderson Localization of Expanding Bose-Einstein Condensates in Random Potentials.* Phys. Rev. Lett., vol. 98, page 210401, 2007.

[Schreiber 15] M. Schreiber, S. S. Hodgman, P. Bordia, H. P. Lüschen, M. H. Fischer, R. Vosk, E. Altman, U. Schneider & I. Bloch. *Observation of many-body localization of interacting fermions in a quasi-random optical lattice.* Science, 2015.

[Schuurmans 99] F. J. P. Schuurmans, M. Megens, D. Vanmaekelbergh & A. Lagendijk. *Light Scattering near the Localization Transition in Macroporous GaP Networks.* Phys. Rev. Lett., vol. 83, pages 2183–2186, 1999.

[Schwartz 07] T. Schwartz, G. Bartal, S. Fishman & M. Segev. *Transport and Anderson localization in disordered two-dimensional photonic lattices.* Nature, vol. 446, pages 52–55, 2007.

[Semeghini 14] G. Semeghini, M. Landini, P. Castilho, S. Roy, G. Spagnolli, A. Trenkwalder, M. Fattori, M. Inguscio & G. Modugno. *Measurement of the mobility edge for 3D Anderson localization.* no. June, page 13, 2014.

[Shapiro 12] B. Shapiro. *Cold atoms in the presence of disorder.* Journal of Physics A : Mathematical and Theoretical, vol. 45, no. 14, page 143001, 2012.

[Sharvin 81] D. Yu. Sharvin & Yu. V. Sharvin. *Magnetic-flux quantization in cylindrical film of a normal metal.* JETP, vol. 34, no. 5, pages 272–275, 1981.

[Steck 01] D. A. Steck. *Rubidium 87 D Line Data.* 2001.

[Störzer 06] M. Störzer, P. Gross, C. M. Aegerter & G. Maret. *Observation of the critical regime near anderson localization of light.* Physical Review Letters, vol. 96, no. 6, pages 1–4, 2006.

[Tiziani 71] H. J. Tiziani. *Application of Speckling for In-plane Vibration Analysis.* Optica Acta : International Journal of Optics, vol. 18, no. 12, 1971.

[Tourin 97] A. Tourin, A. Derode, P. Roux, B. A. van Tiggelen & M. Fink. *Time-Dependent Coherent Backscattering of Acoustic Waves.* Phys. Rev. Lett., vol. 79, pages 3637–3639, 1997.

[Towers 13] J. Towers, S. C. Cormack & D. A. W. Hutchinson. *Simulation of the magnetoresistance of ultracold atomic Bose gases in bichromatic lattices.* Phys. Rev. A, vol. 88, page 043625, 2013.

[Trappe 15] M. I. Trappe, D. Delande & C. A. Müller. *Semiclassical spectral function for matter waves in random potentials.* Journal of Physics A : Mathematical and Theoretical, vol. 48, no. 24, page 245102, 2015.

[Ungar 89] P. J. Ungar, D. S. Weiss, E. Riis & S. Chu. *Optical molasses and multilevel atoms : theory.* J. Opt. Soc. Am. B, vol. 6, no. 11, pages 2058–2071, 1989.

[Van Tiggelen 99] B.A. Van Tiggelen. *Localization of Waves.* In Jean-Pierre Fouque, editeur, Diffuse Waves in Complex Media, volume 531 of *NATO Science Series*, pages 1–60. Springer Netherlands, 1999.

[Wang 98] L. Wang, T. Tschudi, T. Halldórsson & P. R. Pétursson. *Speckle reduction in laser projection systems by diffractive optical elements.* Appl. Opt., vol. 37, no. 10, pages 1770–1775, 1998.

[Weaver 90] R. L. Weaver. *Anderson localization of ultrasound.* Wave Motion, vol. 12, no. 2, pages 129 – 142, 1990.

[Wiersma 95a] D. S. Wiersma, M. P. van Albada & A. Lagendijk. *Coherent Backscattering of Light from Amplifying Random Media.* Phys. Rev. Lett., vol. 75, pages 1739–1742, 1995.

[Wiersma 95b] D. S. Wiersma, M. P. van Albada, B. A. van Tiggelen & A. Lagendijk. *Experimental Evidence for Recurrent Multiple Scattering Events of Light in Disordered Media.* Phys. Rev. Lett., vol. 74, pages 4193–4196, 1995.

[Wiersma 97] D. S. Wiersma, P. Bartolini, A. Lagendijk & R. Righini. *Localization of light in a disordered medium.* Nature, vol. 390, no. 6661, pages 671–673, 1997.

[Wolf 85] P.-E. Wolf & G. Maret. *Weak Localization and Coherent Backscattering of Photons in Disordered Media.* Phys. Rev. Lett., vol. 55, pages 2696–2699, 1985.

[Yedjour 10] A. Yedjour & B. A. Van Tiggelen. *Diffusion and localization of cold atoms in 3D optical speckle.* European Physical Journal D, vol. 59, pages 249–255, 2010.

**Titre :** Propagation d'atomes ultra-froids en milieu désordonné - Étude dans l'espace des impulsions de phénomènes de diffusion et de localisation

**Mots clés :** atomes froids - speckle - désordre - diffusion - rétro-diffusion cohérente - localisation

**Résumé :** Les travaux effectués au cours de cette thèse ont pour trait commun l'observation dans l'espace des vitesses de phénomènes liés à la diffusion et à la localisation d'ondes de matière en milieu désordonné. Nous commençons par introduire les deux domaines à la croisée desquels cette thèse s'inscrit. Nous abordons en premier lieu la physique du désordre et de la propagation en milieu complexe en décrivant de façon générale les phénomènes de diffusion et de localisation tels que la rétro-diffusion cohérente ou la localisation d'*Anderson*. En second lieu, nous développons l'aspect expérimental de ces travaux au travers de l'outil au cœur des recherches de notre équipe : les atomes froids, manipulés et contrôlés dans le but de créer une onde de matière cohérente analogue à une onde plane. L'optique étant une facette primordiale de nos travaux, nous proposons par la suite une étude complète du système expérimental à l'origine de notre milieu désordonné, appelé champ de tavelures (ou *speckle* en anglais). Ces étapes préliminaires nous permettent ainsi d'introduire les recherches effectuées par notre équipe. Un paramètre élémentaire de la diffusion, le temps élastique de diffusion, est mesuré expérimentalement de façon détaillée, pour un champ de tavelures attractif et répulsif. Un phénomène de localisation faible visible dans l'espace des vitesses, la rétro-diffusion cohérente, observée pour la première fois avec des atomes froids, est ensuite présenté. Son prolongement, la résurgence de rétro-diffusion cohérente, étudiée par notre équipe, est basée sur la manipulation d'une propriété primordiale pour la propagation cohérente en milieu désordonné : la symétrie par renversement du temps. Enfin, nous proposons une étude préliminaire d'un marqueur inédit dans l'espace des vitesses de la localisation d'*Anderson* : la diffusion cohérente avant.

**Title :** Propagation of ultracold atoms in disorder - Momentum space study of diffusion and localization phenomena

**Keywords :** ultra-cold atoms - speckle - disorder - diffusion - coherent backscattering - localization

**Abstract :** The work presented in this thesis is linked to the observation in momentum space of diffusion and localization phenomena using matter waves in optical disorder. We start by a general introduction on disorder physics and propagation in complex media by describing diffusion and localization phenomena such as the coherent backscattering or the *Anderson* localization. Then, we develop the experimental aspect of our work which is related to ultra-cold atoms, manipulated and controlled in order to create a coherent matter-wave analogous to a plane wave. Optics is an essential aspect of our work, that is why we present a complete experimental study of the system of creation of our disorder, called speckle field. These preliminary steps allow us to describe the research done by our team. An elementary parameter of diffusion, the elastic scattering time has been experimentally measured for an attractive and a repulsive speckle field. A weak localization phenomenon visible in momentum space, the coherent backscattering, observed for the first time with ultra-cold atoms, is then presented. The consequent study of the resurgence of coherent backscattering, done by our team, is based on the manipulation of an essential property for coherent propagation in disorder : the time reversal symmetry. Finally, we present a preliminary study of a novel signature in momentum space of the *Anderson* localization called coherent forward-scattering.

Université Paris-Saclay
Espace Technologique / Immeuble Discovery
Route de l'Orme aux Merisiers RD 128 / 91190 Saint-Aubin, France