Reconstruction de trajectoires de cibles mobiles en imagerie RSO aéroportée

Jean-Baptiste Poisson

▶ **To cite this version:**

Jean-Baptiste Poisson. Reconstruction de trajectoires de cibles mobiles en imagerie RSO aéroportée. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. Télécom ParisTech, 2013. Français. NNT : 2013ENST0084 . tel-01250380

HAL Id: tel-01250380
https://pastel.hal.science/tel-01250380

Submitted on 4 Jan 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ParisTech
INSTITUT DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES
PARIS INSTITUTE OF TECHNOLOGY

ONERA
THE FRENCH AEROSPACE LAB

TELECOM ParisTech

2013-ENST-0084

EDITE ED 130

Doctorat ParisTech

T H È S E

pour obtenir le grade de docteur délivré par

Télécom ParisTech

Spécialité “ Signal et Images ”

présentée et soutenue publiquement par

Jean-Baptiste POISSON

le 12 décembre 2013

Reconstruction de trajectoires de cibles mobiles en imagerie RSO circulaire aéroportée

Directrice de thèse : **Florence TUPIN**
Co-directrice de thèse : **Hélène ORIOT**

Jury

M. Philippe RÉFREGIER, Professeur, Ecole Centrale de Marseille	Président
M. Guillaume GINOLHAC, Professeur, LISTIC, Annecy-Chambéry	Rapporteur
M. Laurent FERRO-FAMIL, Professeur, ISTIC, Rennes	Rapporteur
M. Franck DAOUT, Maître de Conférences, IUT Ville d’Avray	Examinateur
M. Paulo MARQUES, Professor Coordinador, Inst. Sup. Eng. Lisboa, Portugal	Examinateur
M. Jean-Marie NICOLAS, Professeur, Télécom ParisTech	Examinateur
Mme Florence TUPIN, Professeur, Télécom ParisTech	Directrice de thèse
Mme Hélène ORIOT, Ingénieur de Recherche, ONERA	Co-directrice de thèse

T H È S E

Télécom ParisTech
école de l’Institut Mines Télécom – membre de ParisTech
46, rue Barrault – 75634 Paris Cedex 13 – Tél. + 33 (0)1 45 81 77 77 – www.telecom-paristech.fr

« La connaissance s'acquiert par l'expérience. Tout le reste n'est que de l'information. »

Albert Einstein

Remerciements

Cette thèse a été financée par l'ONERA en partenariat avec Télécom ParisTech. Je tiens donc ici à remercier toutes les personnes qui m'ont accompagnées dans cette aventure de trois ans que je n'ai pas vu passer, du premier jour du contrat jusqu'à la finalisation de ce manuscrit.

En premier lieu, je tiens à remercier Florence Tupin pour avoir dirigé cette thèse. Merci pour tes encouragements et pour les nombreux conseils prodigués lors de nos entrevues hebdomadaires (à une vache près, la fréquence de mes venues à Télécom n'a pas été une science exacte). Je garderai en souvenir ta capacité à cerner très rapidement les problèmes que j'ai rencontrés et à proposer des pistes de résolution qui ont toujours su nourrir ma réflexion. Je me souviendrai également de ta bonne humeur et de ta bienveillance lors de ces discussions, ces échanges ont été un vrai plaisir pour moi.

Cette thèse n'aurait jamais été ce qu'elle est sans l'encadrement effectué par Hélène Oriot à l'ONERA. Merci pour tout ce que tu m'as apporté pendant ces trois années, ton soutien, tes conseils avisés, tes explications, tes réexplications, tes (ré)^{n}explications (n entier dépendant du nombre d'heures de sommeil manquantes le jour de l'explication). Grâce à toi, cette expérience de thèse a été très formatrice, dans des domaines allant de l'estimation de matrices de covariance à la capacité à écrire correctement mon nom à la fin des mails. Pour tout cela (et du même coup, pour ta patience), je te remercie encore.

Je tiens également à remercier l'ensemble des membres de mon jury. Je remercie Guillaume Ginolhac et Laurent Ferro-Famil d'avoir accepté d'être rapporteurs de cette thèse. Leur lecture approfondie et les remarques constructives qu'ils ont émises ont été pour moi d'une grande aide pour finaliser ce manuscrit et préparer la soutenance. Merci également à Philippe Réfrégier de m'avoir fait l'honneur de présider ce jury, et pour ses commentaires pertinents sur ce manuscrit. Je remercie par ailleurs les examinateurs de mon jury, Franck Daout, déjà présent lors de ma soutenance à mi-parcours et dont les remarques m'ont beaucoup aidé, Jean-Marie Nicolas, qui au-delà de son rôle d'examinateur, m'a apporté ses lumières au cours de cette thèse lors de mes réunions à Télécom ParisTech, et Paulo Marques, que j'ai eu la chance de connaitre à la conférence EUSAR 2012 et qui a eu la gentillesse de faire le déplacement du Portugal.

Vient maintenant le temps de remercier l'ensemble de l'unité RIM (Radars Imageurs) ainsi que d'autres membres de l'ONERA avec lesquels j'ai eu plaisir de travailler. Plus particulièrement, je tiens à adresser mes remerciements à l'équipe RAMSES NG (Olivier

Ruault du Plessis, Rémi Baqué, Grégory Bonin, Patrick Fromage et Daniel Heuzé) pour les acquisitions effectuées autour d'Istres, qui ont bien évidement mis en valeur ce travail de thèse. Merci à l'ensemble des Salonais pour leur bonne humeur et pour leurs pique-niques de T4 mémorables. Je remonte vers le Nord pour remercier Joseph Martinot-Lagarde pour sa sympathie, ses nombreux coups de main pythonesques ainsi que sa patience lorsque régulièrement, à l'improviste, je venais décorer son tableau de schémas absurdes et de démonstrations douteuses. Merci également à Hubert Cantalloube pour sa bonne humeur permanente, ses explications et ces quelques bières allemandes partagées du côté de Dresde il y a quelques mois. Merci à Martine Chanteclerc pour sa bonne humeur, ses conseils et sa capacité à trouver toujours le petit mot gentil en cas de moins bien, et à Philippe pour ses nombreux sauvetages dans la fin de ma thèse (tu as dû recevoir un certain nombre de mails ayant pour objet « au secours », merci d'y avoir toujours répondu). Je n'oublie pas les expatriés de l'unité TSI qui étaient dans la même aile que moi, Dominique et Luc, ainsi que Jack Peyret. Merci pour les discussions partagées sur le Radar, le temps-fréquence ou sur tout autre chose. Je tiens à remercier tout particulièrement Bernard Vaizan pour son aide très précieuse lors de mes nombreuses questions théoriques et métaphysiques, et pour la relecture très précise de ce manuscrit. Enfin, un grand merci à Jean-Marc Boutry pour avoir pris de son temps pour suivre l'évolution de ce travail de thèse.

Je remercie aussi l'ensemble des personnes du LTCI (Laboratoire Traitement et Communication de l'Information) de Télécom ParisTech que j'ai pu croiser lors de mes réunions du vendredi. En particulier, merci à Flora 1, Xin, Flora 2, Sonia, Jean-Christophe, Baptiste, Thierry, Michel, Isabelle, Patricia, Guillaume, Talita, Benoît, Aymen, Charles (pardon à ceux que j'oublie) pour nos discussions, votre bonne humeur ainsi que vos ultimes conseils et suggestions lors de mes répétitions de soutenance. Je promets de repasser voir ceux qui sont toujours là dès que les circonstances le permettront.

Merci également aux membres du Jazz Band ONERA (Jean-Lou, Edouard, Bruno, Rata, Arthur, Olivier, Joseph…) pour les supers moments que l'on a passés à ~~casser les oreilles~~ distraire nos collègues Onériens chaque 21 juin (ou autres) et pour les répétitions (ou pas), qui m'ont permis d'étendre mon registre musical et de faire voyager un peu mon piano. J'espère que ce groupe mis en place dans le courant de ma thèse continuera d'exister à Palaiseau dans les années à venir.

J'en profite aussi pour remercier tous mes amis qui m'ont encouragé pendant ces trois années, et en particulier Julien et Anne-Claire, également doctorants, avec qui j'ai partagé une collocation pendant un an et demi. Merci pour la musique que l'on a pu jouer, le sport, les soirées, tous ces moments qu'il aurait été regrettable de ne pas vivre. Je vous souhaite le meilleur pour la suite de vos aventures.

Mes derniers remerciements iront à mes parents, mes frères, ma femme, mes parrain et marraine et toute ma famille, pour leur soutien permanent pendant cette thèse et durant l'ensemble de mes études, pour leur patience, et pour avoir contribué à leur manière au succès de cette aventure.

A ma famille et mes amis…

Résumé

L'imagerie RSO circulaire aéroportée permet d'obtenir de nombreuses informations sur les zones imagées et sur les cibles mobiles. Les objets peuvent être observés sous plusieurs angles, et l'illumination continue d'une même scène permet de générer plusieurs images successives de la même zone. L'objectif de cette thèse est de développer une méthode de reconstruction de trajectoire de cibles mobiles en imagerie RSO circulaire monovoie, et d'étudier les performances de la méthode proposée.

Nous avons tout d'abord mesuré les coordonnées apparentes des cibles mobiles sur les images RSO et leur paramètre de défocalisation. Ceci permet d'obtenir des informations de mouvement des cibles, notamment de vitesse et d'accélération. Nous avons ensuite utilisé ces mesures pour définir un système d'équations non-linéaires permettant de faire le lien entre les trajectoires réelles des cibles mobiles et leurs trajectoires apparentes. Par une analyse mathématique et numérique de la stabilité de ce système, nous avons montré que seul un modèle de cible mobile avec une vitesse constante permet de reconstruire précisément les trajectoires des cibles mobiles, sous réserve d'une excursion angulaire suffisante. Par la suite, nous avons étudié l'influence de la résolution des images sur les performances de reconstruction des trajectoires, en calculant théoriquement les précisions de mesure et les précisions de reconstruction qui en découlent. Nous avons mis en évidence l'existence théorique d'une résolution azimutale optimale, dépendant de la radiométrie des cibles et de la validité des modèles étudiés. Finalement nous avons validé la méthode développée sur deux jeux de données réelles acquises par le capteur SETHI et RAMSES NG de l'ONERA en bande X, et confirmé les analyses théoriques des performances de cette méthode.

Mots clés : imagerie RSO circulaire, cibles mobiles, radar, focalisation, reconstruction de trajectoires.

Abstract

Circular SAR imagery brings a lot of information concerning the illuminated scenes and the moving targets. Objects may be seen from any angle, and the continuity of the illumination allows generating a lot of successive images from the same scene. In the scope of this thesis, we develop a moving target trajectory reconstruction methodology using circular SAR imagery, and we study the performances of this methodology.

We have first measured the apparent coordinates of the moving targets on SAR images, and also the defocusing parameter of the targets. This enables us to obtain information concerning target movement, especially the velocity and the acceleration. We then used these measurements to develop a non-linear system that makes the link between the apparent trajectories of the moving targets and the real ones. We have shown, by a mathematical and numerical analysis of the robustness, that only a model of moving target with constant velocity enables us to obtain accurate trajectory reconstructions from a sufficient angular span. Then, we have studied the azimuth resolution influence on the reconstruction accuracy. In order to achieve this, we have theoretically estimated the measurement accuracy and the corresponding reconstruction accuracy. We have highlighted the existence of an optimal azimuth resolution, depending on the target radiometry and on the validity of the two target models. Finally, we have validated the method on two real data sets on X-Band acquired by SETHI and RAMSES NG, the ONERA radar systems, and confirmed the theoretical analyses of its performances.

Key words: circular SAR imagery, moving targets, radar, focusing, trajectory reconstruction.

Table des matières

Remerciements **5**

Résumé **9**

Abstract **11**

Introduction générale **17**

Partie 1

Étude bibliographique

Chapitre 1

Principes de l'imagerie RSO **23**

I.1) Introduction 23

I.2) Synthèse des images radar 24

I.2.1) Généralités sur l'acquisition en radar 25

I.2.2) Les systèmes radar imageurs 27

I.2.3) Le traitement des données 30

I.2.4) Conclusion sur la synthèse des images RSO 39

I.3) Modélisation géométrique de l'acquisition en imagerie RSO circulaire aéroportée 39

I.3.1) Intérêts de l'acquisition le long d'une trajectoire circulaire 39

I.3.2) Les différents moyens de traitements en imagerie RSO circulaire 41

I.3.3) Localisation des cibles 43

I.4) Conclusion 47

Chapitre 2

Les cibles mobiles en imagerie radar **49**

II.1) Théorie des cibles mobiles en imagerie RSO 50

II.1.1) Définition de la géométrie d'observation d'une cible mobile 50

II.1.2) Analyse de la loi de phase de l'écho d'une cible mobile 51
II.1.3) Analyse des différents types de cibles mobiles 54
II.1.4) Bilan sur les effets résultants du mouvement d'une cible 56
II.2) Les cibles mobiles en radar multivoies 57
II.2.1) Le traitement multivoies sur données non focalisées 58
II.2.2) Le traitement multivoies sur données focalisées : l'exemple de l'ATI 62
II.3) Les cibles mobiles en imagerie RSO monovoies 64
II.3.1) Focalisation des cibles mobiles et estimation de la vitesse azimutale 65
II.3.2) Pistage de cibles mobiles 74
II.4) Conclusion 77

Partie 2

Travail réalisé

Chapitre 3

Mesure des coordonnées apparentes des cibles mobiles sur les images RSO 83

III.1) Introduction 83
III.2) Présentation des données 84
III.2.1) Présentation des moyens aéroportés utilisés 84
III.2.2) Images SETHI 84
III.2.3) Images RAMSES-NG 88
III.2.4) Bilan sur les données mises à disposition 91
III.3) Développement d'une méthode d'autofocus de cibles mobiles 92
III.3.1) Compensation de la phase de la cible mobile 92
III.3.2) Sélection automatique de α par maximisation de contraste 95
III.3.3) Application aux données réelles 96
III.3.4) Conclusion sur l'autofocus 101
III.4) Estimation de la position apparente des cibles mobiles sur les images RSO 102
III.4.1) 1ère méthode : dans l'espace de Fourier 102
III.4.2) 2ème méthode : dans l'espace image 103
III.4.3) Résultats sur données réelles 103
III.5) Conclusion 106

Chapitre 4

Développement d'une méthode de reconstruction de trajectoire de cibles mobiles en imagerie RSO circulaire aéroportée 109

IV.1) Mise en équation de la méthode de reconstruction de trajectoire 110
IV.1.1) Ensemble des solutions du problème 110
IV.1.2) Ajout de contraintes physiques 112
IV.1.3) Loi de phase de l'écho des cibles mobiles 113
IV.1.4) Lien entre squint apparent et squint réel de la cible mobile 113
IV.1.5) Etablissement de l'équation de vitesse de la cible mobile 116
IV.1.6) Définition finale du système de reconstruction 117
IV.1.7) Inversion du système 119
IV.1.8) Conclusion 120
IV.2) Analyse mathématique de la méthode de reconstruction 120
IV.2.1) Expression matricielle du système d'inversion 121
IV.2.2) Notions de conditionnement d'une matrice 122
IV.2.3) Lien entre conditionnement et précision de calcul 122
IV.2.4) Evolution du conditionnement de H_x 123
IV.2.5) Choix d'un préconditionneur 126
IV.2.6) Evolution du conditionnement de Tx 127
IV.2.7) Conclusion sur l'analyse mathématique de la robustesse 129
IV.2.8) Interprétation graphique (faibles excursions angulaires) 129
IV.2.9) Conclusion sur l'analyse graphique 132
IV.3) Validation de la méthode sur données synthétiques 132
IV.3.1) Génération de trajectoires apparentes de cibles mobiles 132
IV.3.2) Description des différents scénarios de trajectoires étudiés 133
IV.3.3) Reconstruction des trajectoires synthétiques 136
IV.4) Conclusion 142

Chapitre 5

Analyse des précisions de reconstruction des trajectoires des cibles mobiles 145

V.1) Analyse théorique de la précision des mesures 146
V.1.1) Calcul des précisions de mesure par traitement du signal rétrodiffusé 146
V.1.2) Calcul des précisions de mesure par traitement d'image 157
V.1.3) Bilan sur les méthodes de mesure de précision 159

V.2) Calcul des précisions de reconstruction de trajectoires 160
V.2.1) Définition de la matrice de covariance des mesures 161
V.2.2) Estimation de la matrice de covariance des inconnues 161
V.2.3) Compromis entre nombre de mesures et résolution azimut 162
V.2.4) Résultats d'erreurs de localisation sur les trajectoires synthétiques 164
V.3) Conclusion 168

Chapitre 6
Résultats de reconstruction de trajectoires de cibles mobiles réelles 169

VI.1) Description des scénarios des cibles mobiles d'Istres 169
VI.2) Analyse des erreurs RMS de reconstruction de trajectoires du Master 171
VI.2.1) Reconstruction avec le modèle à accélération constante 171
VI.2.2) Reconstruction avec le modèle à vitesse constante 173
VI.2.3) Compromis entre nombre de mesures et résolution azimut 175
VI.2.4) Apport d'une information sur le réseau routier 177
VI.3) Exemples de reconstructions de trajectoires de cibles mobiles 179
VI.3.1) Résultats sur le Master 179
VI.3.2) Résultat sur la cible mobile de Nîmes 181
VI.4) Conclusion 182

Conclusion et perspectives 185
Annexes 189
Bibliographie 196
Liste des travaux 203

Introduction générale

Contexte et motivations

Le RADAR (RAdio Detection And Ranging) a rapidement conquis le monde scientifique et industriel grâce aux réalisations concrètes qu'il permet. Le capteur RADAR est un capteur actif, qui contrairement à un capteur optique, permet d'opérer indépendamment des conditions météorologiques, et de réaliser des mesures ou de prendre des images de jour comme de nuit. Les premières applications ont été orientées vers la détection pour ensuite se tourner vers l'imagerie. Le principe de l'imagerie RADAR à Synthèse d'Ouverture (RSO, ou SAR en anglais) aéroportée ou spatiale s'appuie sur deux grands concepts. Le premier de ces concepts est le traitement du signal, qui permet, par analyse du signal rétrodiffusé, de conclure quant à la présence éventuelle de cibles sources d'échos. Ce principe pose les bases de la séparation temporelle des échos, et donc leur séparation spatiale. Le second concept sur lequel le RSO s'appuie est le traitement d'antenne, basé sur les principes fondamentaux de l'émission et de la propagation d'ondes électromagnétiques.

L'association de ces deux principes permet de passer à la synthèse d'ouverture, et ainsi d'obtenir des images très haute résolution tout en s'affranchissant des problèmes technologiques de dimensionnement d'antenne. Les capteurs aéroportés tels que le capteur RAMSES NG développé à l'ONERA permettent de générer des images très haute résolution des scènes observées, et peuvent aussi permettre de répondre à la problématique générale de détection, de reconnaissance et de suivi de cibles mobiles, plus particulièrement en milieu urbain.

Raney [1] a été le premier à faire le lien entre le mouvement des cibles mobiles et les effets résultants sur les images RSO. Ses calculs ont notamment mis en évidence que, contrairement au cas d'une cible fixe, le signal issu d'une cible mobile subit de la distorsion. Cette distorsion se caractérise notamment par une délocalisation azimutale par rapport à la position véritable de la cible. Il s'ensuit une superposition de la réponse de la cible avec des éléments de clutter (éléments fixes du sol) dont la position réelle est différente de celle de la cible mobile. Une défocalisation, c'est-à-dire un étalement de la réponse de la cible mobile en azimut, peut également survenir. Cet étalement est un marqueur d'une migration différentielle par rapport aux échos fixes, qui eux seront représentés sur les images RSO par des points brillants bien focalisés. Par conséquent, sur l'image RSO, les réponses des cibles mobiles vont apparaitre étalées et à côté de leur position réelle.

Dans la littérature, il existe deux grandes familles de techniques de détection et de suivi de cibles mobiles en radar. On distingue tout d'abord les techniques d'imagerie radar multivoies, c'est-à-dire les techniques d'acquisition à partir de plusieurs antennes. Parmi les techniques les plus couramment utilisées, nous citerons le traitement spatio-temporel adaptatif (STAP [2]) ou encore l'interférométrie along-track [3]. Si ces techniques permettent de supprimer les cibles fixes des scènes imagées, leur principal inconvénient est de nécessiter plusieurs voies de réception ou plusieurs antennes. Il faut au moins deux antennes pour détecter les cibles mobiles et au moins trois antennes pour estimer leur vitesse et leur direction.

Viennent ensuite les techniques d'imagerie RSO monovoies, autrement dit les techniques qui sont basées sur l'utilisation d'une seule antenne. Les images générées à partir d'acquisitions dans cette configuration permettent de focaliser et d'estimer une composante de vitesse des cibles mobiles en tirant profit des effets résultants du mouvement des cibles mobiles sur les images RSO. A partir d'une seule image, ces méthodes sont insuffisantes pour géolocaliser les cibles, c'est-à-dire connaître leurs coordonnées terrain au cours du temps. En effet, ces méthodes sont limitées par la présence de clutter sur les zones imagées, par le comportement anisotrope des cibles mobiles et par l'ambiguïté entre position et vitesse radiale des cibles mobiles. On a donc besoin de plusieurs images successives, mais en mode de surveillance de zone, on a peu d'images disponibles lorsque le capteur suit une trajectoire rectiligne. On se place donc ici dans le cas du RSO circulaire, ce qui permet d'augmenter le nombre de vues disponibles et d'obtenir de nombreuses informations supplémentaires sur les zones imagées et sur les cibles mobiles (images de différents points de vue, illumination continue d'une même scène…).

Objectifs et organisation de la thèse

L'objectif principal de ces travaux est de développer une méthode complète de reconstruction de trajectoires de cibles mobiles en imagerie RSO circulaire monovoie. Cette méthode doit notamment permettre de reconstruire précisément ces trajectoires en milieu urbain où le clutter peut être très fort. Durant cette thèse, nous ne travaillerons pas sur la détection des cibles mobiles, elle sera supposée déjà effectuée. Le présent manuscrit s'articule autour de 6 chapitres. Les deux premiers chapitres dressent un état de l'art relatif au traitement des images RSO et aux techniques de détection et de suivi de cibles mobiles en imagerie radar.

Le chapitre 3 présente la méthode de mesure de la signature des cibles mobiles sur les images RSO que nous avons développée. Le problème majeur est lié à la présence de clutter, pouvant parfois être très fort, et qui est susceptible d'affecter les mesures des signatures des cibles mobiles. Nous présentons donc les différents algorithmes que nous avons développés pour mesurer efficacement ces signatures même en présence de fort clutter. D'une part, nous exposons une méthode automatique de focalisation des cibles mobiles sur clutter fort, qui permet d'obtenir des informations sur une partie de la vitesse et de l'accélération des cibles

mobiles. Puis nous proposons une approche pour estimer le centre de la réponse de la cible mobile, c'est-à-dire le calcul des coordonnées pixel de ce centre.

Le chapitre 4 présente le développement d'un modèle mathématique permettant de reconstruire les trajectoires des cibles mobiles en imagerie RSO circulaire aéroportée monovoie. Nous présentons la démarche adoptée et les hypothèses effectuées pour définir un système d'équations permettant de faire le lien entre les coordonnées apparentes des cibles mobiles et leur trajectoire réelle, et ainsi permettre la reconstruction de ces trajectoires. Nous analysons ensuite mathématiquement le modèle développé afin d'étudier la stabilité de cette méthode, et nous effectuons une validation sur des trajectoires synthétiques de cibles mobiles en étudiant la robustesse de cette méthode par rapport aux erreurs de mesure ou à des trajectoires perturbées.

Le chapitre 5 expose le calcul théorique des précisions de reconstruction des trajectoires des cibles mobiles avec la méthode que nous avons développée. Après avoir évalué la précision de nos mesures selon différentes hypothèses de cibles mobiles, nous étudions l'influence de ces précisions sur les reconstructions des trajectoires, en établissant la matrice de covariance des inconnues du système. Cette matrice est évaluée en fonction de différents paramètres, à savoir le nombre de mesures utilisées pour la reconstruction des trajectoires, l'excursion angulaire totale mais aussi la résolution azimut des images RSO.

Dans le chapitre 6, nous appliquons notre méthode de reconstruction à des données réelles. Plusieurs séries d'images issues d'acquisition de différents capteurs ONERA sont à notre disposition. Ces images comportent des cibles mobiles dont le mouvement est parfaitement connu (avec coordonnées GPS), mais aussi des cibles dont le mouvement est inconnu. L'objectif de cette application sur données réelles est : d'une part, de tester l'efficacité de notre méthode sur ces données, et d'autre part de confronter les analyses théoriques précédentes aux performances de notre méthode en situation réelle.

Enfin, nous concluons sur les principaux résultats de cette thèse avant d'évoquer quelques perspectives.

Partie 1
Étude bibliographique

Chapitre 1

Principes de l'imagerie RSO

Ce premier chapitre a pour but de présenter les principes de l'imagerie Radar à Synthèse d'ouverture (RSO) tels qu'ils sont utilisés dans la communauté radar. L'acquisition en radar sera présentée de manière générale, et nous nous intéresserons ensuite aux systèmes radars imageurs, encore appelés radars à synthèse d'ouverture. Ces capteurs sont capables de prendre une succession de données qui sont combinées par un traitement ultérieur, appelé traitement RSO. Les principes fondamentaux de ce traitement, à savoir la compression distance et la synthèse d'ouverture, seront évoqués, ainsi que les algorithmes existants, tous adaptés à différents modes d'acquisition RSO. Enfin nous évoquerons l'acquisition de données en imagerie RSO circulaire aéroportée qui est le cadre de cette thèse. Après en avoir énuméré les intérêts, nous présenterons les premiers algorithmes de traitement RSO en circulaire et les liens qui existent entre les coordonnées d'une cible fixe sur une image acquise dans cette configuration et sa position réelle au sol.

I.1) Introduction

Le RADAR (RAdio Detection And Ranging) a très rapidement conquis le monde scientifique et industriel, grâce aux réalisations concrètes qu'il permet. Les premiers radars, apparus avant la seconde guerre mondiale, étaient dédiés aux applications militaires et avaient un objectif de surveillance, et de ce fait un objectif de détection. Peu à peu, les systèmes radar ont été dotés de capacités de reconnaissance, ce qui a donné naissance à l'imagerie radar. L'imagerie satellitaire est notamment dédiée à l'observation de la Terre (on peut citer, par exemple, la famille de satellites d'observation terrestre ERS ou le satellite de télédétection océanographique SEASAT, ainsi que les derniers satellites haute résolution comme Terrasar-X ou CosmoSkymed). Parallèlement, l'imagerie radar aéroportée s'est développée, permettant d'obtenir des images à des résolutions décimétriques pour la surveillance de zones d'intérêt.

Le principe de l'imagerie RADAR à synthèse d'ouverture (RSO) s'appuie sur deux grands concepts :

- Le traitement du signal, qui permet, par analyse du signal rétrodiffusé, de conclure quant à la présence éventuelle de cibles sources d'échos. Ce principe pose les bases de la séparation temporelle des échos, et donc leur discrimination spatiale.

- Le traitement d'antenne, basé sur les principes fondamentaux de l'émission et de la propagation d'ondes électromagnétiques. Ce principe ouvre théoriquement la voie à des pouvoirs de résolution très élevés, limités par la longueur d'onde.

L'association de ces deux principes permet de passer à la synthèse d'ouverture, afin d'obtenir des images très haute résolution tout en s'affranchissant des problèmes technologiques de dimensionnement d'antenne. Les capteurs aéroportés tels que les capteurs SETHI (Système Expérimental de Télédétection Hyperfréquence Imageur) [4] ou RAMSES NG (Radar Aéroporté MultiSpectral d'Etude de Signatures Nouvelle Génération) [5] développés à l'ONERA permettent de générer des images de très haute résolution des scènes observées, ce qui peut répondre à la problématique de reconnaissance de cible. Jusqu'à présent, l'acquisition de ces images par capteur radar aéroporté se faisait uniquement à partir de trajectoires rectilignes des capteurs, ce qui entrainait un certain nombre d'inconvénients, comme par exemple la présence de zones d'ombres caractéristiques de la géométrie radar, ou encore l'impossibilité d'imager une cible ou une zone d'intérêt au-delà d'un angle limite, et donc au-delà d'un temps limite.

L'utilisation d'une trajectoire circulaire du capteur tend à résoudre ces problèmes, car elle permet d'observer les cibles sous n'importe quel angle, et idéalement, de les suivre sur un tour complet du capteur. De plus, les concepts de l'imagerie RSO rectiligne aéroportée peuvent être transposés à ce type de trajectoire, moyennant quelques traitements préalables comme la compensation de mouvement.

Dans ce chapitre, les principes de l'imagerie RSO seront donc tout d'abord présentés dans le cas d'un capteur aéroporté. Viendra ensuite une présentation du RSO circulaire, des différents avantages que ce type d'imagerie propose ainsi que les différents moyens d'implémentation des traitements correspondant. Le cas particulier des cibles mobiles, de leur suivi et de leur détection en imagerie RSO circulaire aéroportée sera abordé dans le chapitre suivant. Ce chapitre reprend donc les notions fondamentales du traitement RSO qui sont décrites dans les ouvrages [6], [7], [8], [9], [10] ainsi que dans les manuscrits de thèse [11], [12], [13] et [14].

I.2) Synthèse des images radar

Dans un premier temps, nous présenterons comment les images radar sont synthétisées : l'interprétation des images radar, beaucoup moins naturelle que l'interprétation des images optiques, est en effet liée à la compréhension de leur formation.

I.2.1) Généralités sur l'acquisition en radar

I.2.1.1) L'onde RADAR

Dans le domaine du radar, les longueurs d'ondes utilisées couvrent une large plage fréquentielle s'étalant entre $0.3GHz$ et $100GHz$ environ, ce qui correspond à des longueurs d'onde centimétriques et millimétriques (**Figure 1.1**). Le choix de la bande de fréquence dépend de l'application visée, car les phénomènes d'interaction de l'onde avec l'environnement diffèrent selon la fréquence d'émission choisie : concernant la propagation de l'onde, de la bande X à la bande L, l'atmosphère va être quasiment transparente. Vers la bande Ka, la propagation va être atténuée dans la troposphère (de 0 à $15km$) où sont concentrés les nuages. Vers la bande P, elle sera atténuée plutôt dans l'ionosphère ($>$ $100km$).

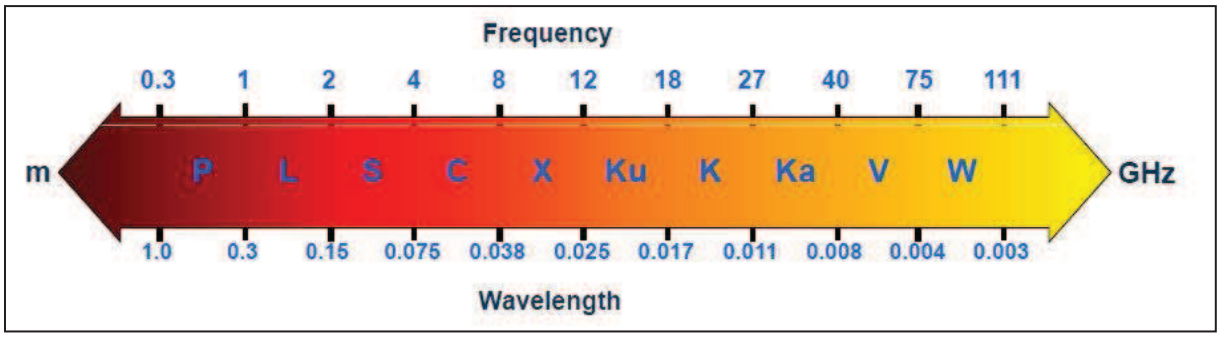


Figure 1.1 - Bandes de fréquence utilisées en imagerie RSO (Source : [14]*).*

I.2.1.2) Principe de base du RADAR : le temps de vol

Le RADAR est une technique utilisant des ondes électromagnétiques émises par une antenne et généralement reçues par la même antenne. La vitesse des ondes électromagnétiques (notée c) pouvant être raisonnablement considérée comme constante dans le milieu de propagation, la mesure du temps de vol t de l'onde peut se traduire en mesure de distance d par la relation:

$$d = ct$$

En pratique, si l'onde est rétrodiffusée par un objet à une distance D, le temps mis par l'onde pour parcourir l'aller et le retour (noté τ) est une mesure de la distance séparant la cible de l'antenne. Ce lien est donné par:

$$D = \frac{c\tau}{2}$$

Ce principe est à la base de tous les radars.

I.2.1.3) Hypothèse de linéarité

Une des hypothèses majeures du traitement radar est de supposer que le milieu traversé est linéaire. Cette hypothèse sera utilisée pour la propagation de l'onde mais aussi pour la rétrodiffusion de la cible. Si la propagation est linéaire, les effets de la propagation dans le milieu s'explicitent par un simple retard : au trajet aller D de l'onde va correspondre une réponse impulsionnelle du milieu réduite à un simple retard $\delta\left(t-\frac{D}{c}\right)$ avec c la célérité de l'onde dans le milieu. De même, au trajet retour correspondra le même retard. De plus, si la rétrodiffusion est linéaire, on suppose qu'elle a une réponse impulsionnelle $h(t)$.

En résumé, si le signal émis est noté $s_e(t)$, le signal reçu $s_r(t)$ s'exprime par des convolutions entre $s_e(t)$, $h(t)$ et les termes de retard dus au parcours de l'onde dans le milieu traversé:

$$\begin{aligned} s_r(t) &= \delta\left(t-\frac{D}{c}\right) \star h(t) \star \delta\left(t-\frac{D}{c}\right) \star s_e(t) \\ &= h(t) \star \delta\left(t-\frac{2D}{c}\right) \star s_e(t) \end{aligned} \quad (1.\ 1)$$

I.2.1.4) L'équation radar

Une des premières préoccupations du radariste est de connaître le bilan énergétique de la liaison radar. Ce bilan contient trois phases distinctes : l'émission de l'onde hyperfréquence vers la cible, la rétrodiffusion par la cible d'une partie du signal vers le radar et la réception de ce signal rétrodiffusé. La connaissance de ce bilan énergétique permet de calculer les paramètres du radar nécessaires à l'obtention des performances de portée souhaitées. Ce bilan est effectué par une équation appelée équation radar, qui fait le bilan entre la puissance émise et la puissance reçue par l'antenne. Dans le cas où les antennes d'émission et de réception sont proches (cas monostatique, ce qui est le cas général du radar), on peut considérer que la distance antenne-cible est constante entre l'émission et la réception. Ainsi, l'équation radar s'écrit généralement sous la forme:

$$P_r = P_e \frac{G_e G_r \lambda^2}{(4\pi)^3 D^4} \sigma$$

Avec :

- P_e et P_r les puissances émises et reçues par l'antenne
- G_e et G_r les gains de l'antenne émettrice et réceptrice
- λ la longueur d'onde d'émission
- D la distance antenne-cible
- σ la surface efficace de la cible ou *SER* (Surface Equivalente Radar).

La *SER* d'une cible dépend à la fois des paramètres propres de la cible (dimension, matériau…) mais aussi des propriétés de l'onde émise par le capteur radar (fréquence, polarisation).

I.2.2) Les systèmes radar imageurs

I.2.2.1) Principe général

L'image radar résulte de l'émission d'impulsions micro-ondes par une antenne placée sur un satellite ou un avion (dans notre cas). Après rétrodiffusion éventuelle de l'onde sur les cibles, l'antenne récupère les échos de l'impulsion et génère à partir de ces informations une ligne des données brutes. La seconde dimension de cette image va être obtenue par la répétition des impulsions le long de la trajectoire du porteur à la *FRI* (fréquence de répétition des impulsions). L'image est donc formée par traitement de ces données brutes. Ainsi, les colonnes de l'image synthétisée définissent l'axe des distances antenne-cible et les lignes l'axe azimutal des positions successives de l'antenne (**Figure 1.3**).

I.2.2.2) L'antenne radar

En toute généralité, une antenne radar peut être vue comme un transducteur. Utilisée en émission, l'antenne sert à convertir une énergie électrique qui règne à la surface du fil ou du plan de l'antenne en une onde électromagnétique qui va se propager dans l'espace. En réception, l'antenne convertit une énergie électromagnétique provenant d'une direction donnée de l'espace, en une énergie électrique qui existe à la surface de l'antenne et qui, une fois recueillie, formera le signal reçu. Il existe de multiples formes d'antennes, que l'on peut regrouper en familles (antennes élémentaires, en réseaux, à réflecteurs ou encore à guide d'onde dont l'antenne à cornet est un exemple (**Figure 1.2**)).

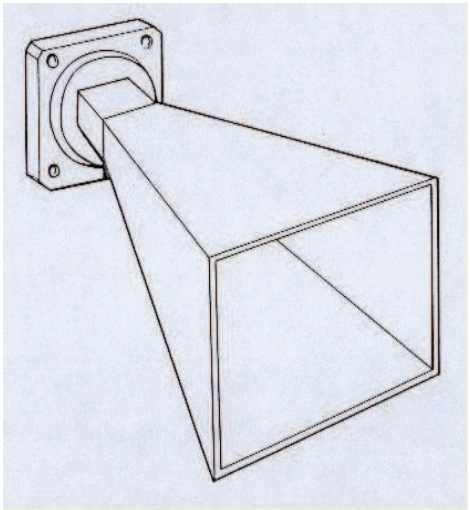


Figure 1.2 - Schéma représentatif d'une antenne cornet.

Une antenne est généralement caractérisée par son gain maximal et sa directivité, qui est déterminée par les dimensions de l'antenne vis-à-vis de la fréquence utilisée (**Figure 1.3**). La directivité de l'antenne se caractérise par l'ouverture du faisceau principal, liée elle-même aux dimensions de l'antenne, à la longueur d'onde utilisée et à la loi d'illumination. L'ouverture du faisceau est généralement de forme rectangulaire, de longueur L et de largeur L_D (elle est de révolution si l'antenne est circulaire).

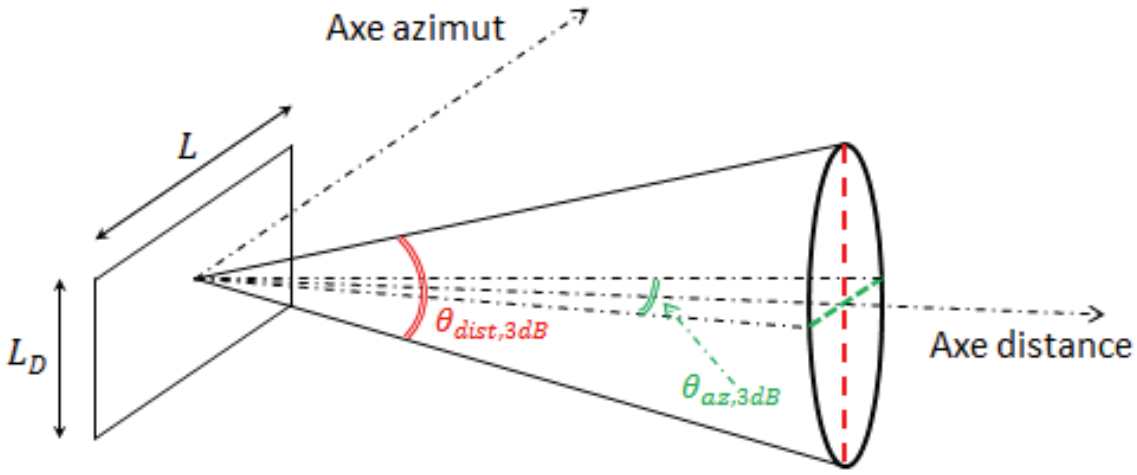


Figure 1.3 - Antenne radar de type ouverture plane rectangulaire. Les caractéristiques géométriques de l'antenne définissent le faisceau émis.

La fauchée, qui définit la largeur de l'image, est l'intersection entre l'empreinte du lobe principal du diagramme d'antenne sur le sol (**Figure 1.4**) et les distances d_1 et d_2. La distance d_1 correspond à la distance proximale ou *Near Range* (par la suite, cette distance sera notée NR) tandis que la distance d_2 définit la portée distale ou *Far Range*.

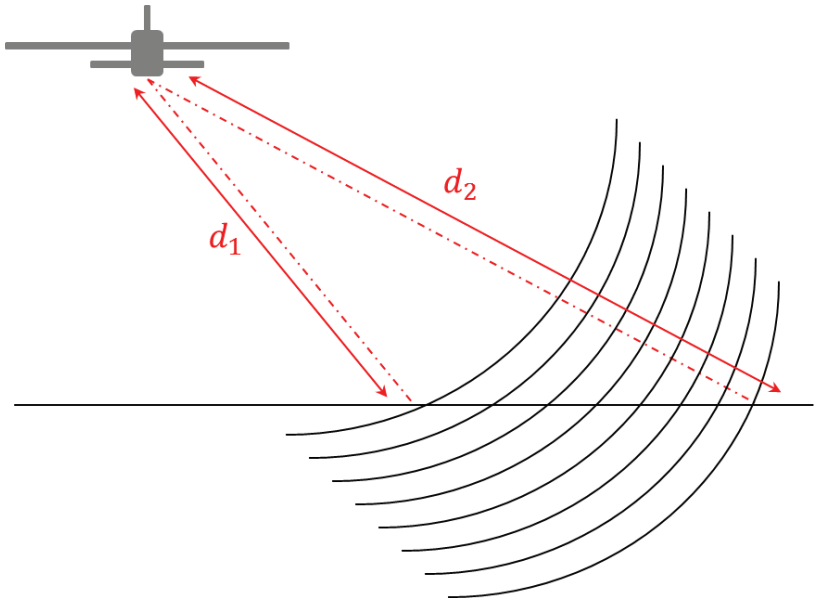


Figure 1.4 - Radar imageur embarqué : le Near Range et le Far Range définissent la largeur de la fauchée.

L'ouverture de l'antenne en azimut est donnée par la largeur du lobe à $-3dB$ dans la direction azimut:

$$\theta_{az,3dB} \approx 0.88\frac{\lambda}{L} \quad (1.2)$$

Et l'ouverture de l'antenne en distance est donc donnée par la largeur du lobe dans l'autre direction :

$$\theta_{dist,3dB} \approx 0.88\frac{\lambda}{L_D} \quad (1.3)$$

Avec λ la longueur d'onde. Une antenne est d'autant plus directive (ouverture étroite) qu'elle est grande et que λ est petite.

I.2.2.2) Résolutions distance et azimut des images radar brutes

La résolution est la distance minimale requise entre deux points du sol pour être séparés dans l'image, en distance ou en azimut. Il existe donc deux résolutions définies en radar :

- Résolution en distance ou résolution radiale

La résolution en distance caractérise la capacité à séparer deux objets selon l'axe des distances. Elle dépend de la durée τ du train d'onde émis. Les signaux réfléchis par des cibles sont séparables si la distance qui sépare les cibles est suffisamment grande pour que le capteur ait le temps de recevoir deux impulsions distinctes de durée τ. On considère deux cibles identiques, notons D la distance entre l'antenne et la première cible, et $D + d$ la distance entre l'antenne et la seconde cible. L'onde effectuant un trajet aller-retour, la différence entre les deux instants de réception des échos vaut donc $2d/c$. Pour que les cibles soient séparables, il faut que cette durée soit supérieure à la durée d'une impulsion τ. Il vient donc l'expression de la résolution distance :

$$r_{dist} = \frac{c\tau}{2}$$

- Résolution en azimut

De manière analogue, deux cibles A et B sont discriminées en azimut si leurs échos ne se recouvrent pas, autrement dit si les durées de visibilité des cibles par l'antenne ne se recouvrent pas (**Figure 1.5**). Leur éloignement doit être supérieur à l'empreinte du lobe en azimut égale à $\theta_{az,3dB} \times D$ (D distance antenne-cible). Nous obtenons donc l'expression de la résolution en azimut, à la distance D pour une antenne de longueur L :

$$r_{az} = \theta_{az,3dB} \times D \cong 0.88\frac{\lambda D}{L} \quad (1.4)$$

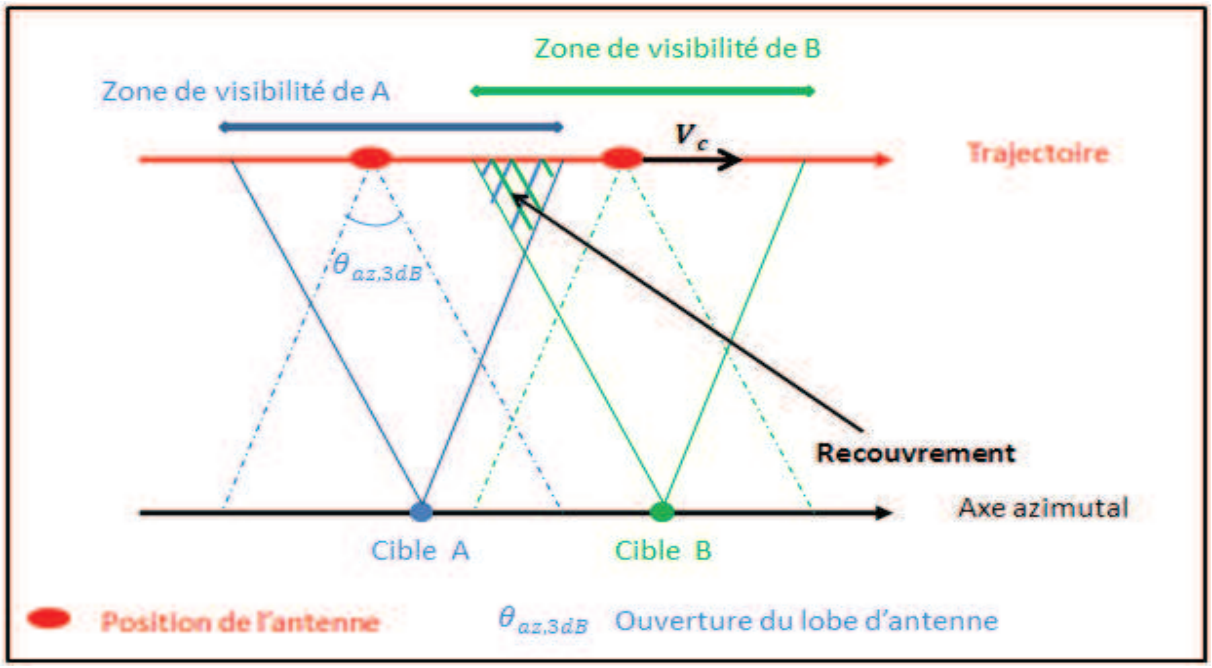


Figure 1.5 - Recouvrement des zones de visibilité de deux cibles (représentation dans le plan cible-trajectoire).

I.2.2.3) Limitations mécaniques

On considère le cas « classique » d'un capteur embarqué par un avion se déplaçant à la vitesse de $100m/s$, en bande X ($\lambda = 3.17cm$), illuminant une zone à $5km$ de distance.

- Limite en résolution distance

Pour obtenir une image de $50cm$ de résolution en distance, il faudrait pouvoir émettre un train d'onde de durée environ égale à $3.3ns$, suffisamment énergétique pour parcourir l'aller-retour entre la cible et le capteur. Techniquement, ce système n'est pas réalisable en RSO, un ordre de grandeur de durée de l'impulsion est de $20\mu s$, ce qui donnerait en distance une résolution de $3km$.

- Limite en résolution azimut

Pour obtenir, cette fois-ci, une résolution de $50cm$ en azimut, il faudrait une antenne d'environ $280m$, ce qui est évidemment impossible à embarquer sur un avion.

I.2.3) Le traitement des données

Les contraintes précédemment évoquées ne permettent pas d'obtenir des images RADAR avec des résolutions submétriques (impulsions émises trop longues et antennes trop petites). Par des techniques de traitement du signal, il est possible d'améliorer ces deux résolutions sans changer les paramètres initiaux (taille de l'antenne, longueur d'onde, vitesse

du porteur, distance antenne-cible…). Ces deux techniques sont la compression d'impulsion avec le filtrage adapté, et la synthèse d'ouverture, qui permet de générer des antennes synthétiques de grande taille. Nous allons maintenant décrire le principe de ces traitements avec des équations simplifiées, afin de faciliter la compréhension des phénomènes.

I.2.3.1) Résolution distance : le filtrage adapté

Le principe du filtrage adapté est de moduler le signal émis en fréquence afin que deux points illuminés à des instants rapprochés ne le soient pas à la même fréquence. Nous avions vu au paragraphe I.2.1.3) que le signal reçu $s_r(t)$ s'exprimait par des convolutions faisant intervenir le signal émis $s_e(t)$, des retards dus au temps de trajet de l'onde et la réponse impulsionnelle de la cible $h(t)$:

$$s_r(t) = h(t) \star \delta\left(t - \frac{2D}{c}\right) \star s_e(t)$$

avec *D* le trajet aller de l'onde. Le signal émis est un signal « modulé linéairement en fréquence », ou signal de type « chirp », dont la fréquence centrale est notée f_0 :

$$s_e(t) = A_0 e^{2j\pi\left(f_0 t + \frac{K}{2}t^2\right)} \Pi\left(\frac{t}{\tau}\right) \qquad t \in \left[-\frac{\tau}{2}, \frac{\tau}{2}\right]$$

avec f_0 la fréquence de la porteuse et K le facteur de modulation. Pour ce type de signal, on peut faire subir au signal reçu un filtrage adapté en le convoluant avec le signal émis, conjugué, retourné dans le temps. On obtient alors le signal $s_r'(t)$ tel que :

$$\begin{aligned} s_r'(t) &= s_r(t) \star s_e^*(-t) \\ &= s_e^*(-t) \star \left(h(t) \star \delta\left(t - \frac{2D}{c}\right) \star s_e(t)\right) \\ &= \left(s_e^*(-t) \star s_e(t)\right) \star h(t) \star \delta\left(t - \frac{2D}{c}\right) \\ &\sim \mathrm{sinc}(\pi K \tau t) \star h(t) \star \delta\left(t - \frac{2D}{c}\right) \end{aligned}$$

Cette forme nous assure que l'essentiel du signal utile est concentré dans le lobe principal du sinus cardinal. La résolution du système à $-3dB$ après compression est donnée par la largeur à $-3dB$ du sinus cardinal détecté et ne dépend plus que de la largeur de bande $\Delta f = 2K\tau$:

$$\rho_{dist} = \frac{0.88c}{2\Delta f}$$

Le gain en résolution en distance est donné par :

$$G = \frac{r_{dist}}{\rho_{dist}} = \Delta f . \tau = K\tau^2$$

Dans le cas étudié au paragraphe I.2.2.3, si on veut obtenir une résolution de $50cm$, une bande utile de $300MHz$ est nécessaire. Le gain en résolution est alors égal à 6000, avec une impulsion de durée usuelle de $20\mu s$.

I.2.3.2) Résolution azimut : la synthèse d'ouverture

I.2.3.2.1) Définition de l'angle de squint

On se place dans le plan contenant le vecteur vitesse $\overrightarrow{V_c}$ du capteur et une cible P au sol. Dans ce plan, l'axe de visée et le vecteur orthogonal au vecteur vitesse font un angle θ appelé angle de squint. La **Figure 1.6** représente les axes de visée pour le cas d'un angle de squint nul et le cas d'un angle de squint non nul. Le radar se déplace suivant une direction parallèle à l'axe transverse y (Axe azimut). Le système est représenté en monostatique, c'est-à-dire que l'on considère que l'émetteur et le récepteur radar ont la même localisation spatiale.

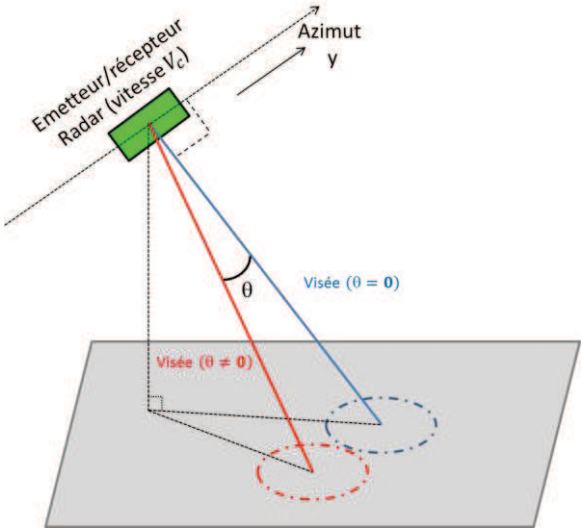


Figure 1.6 - Angle de squint : exemples d'un cas nul et non nul.

I.2.3.2.2) La synthèse d'ouverture dans le cas général

Nous avons vu au paragraphe I.2.2.3 que l'amélioration de la résolution en azimut passe par l'augmentation de la longueur de l'antenne, ce qui pose de gros problèmes mécaniques. Afin d'améliorer cette résolution sans pour autant passer par une augmentation physique de la taille de l'antenne, on utilise la nature cohérente des signaux émis et le déplacement du porteur afin de reconstituer une antenne plus grande. On notera L_{syn} la longueur de l'antenne synthétique ainsi générée et T_{int} le temps d'intégration. On notera $M_0{}'$ et M_0 les points de la trajectoire à distance minimale de la cible P lorsque l'angle de squint est respectivement nul et non nul. Pour la suite du calcul, l'origine des temps sera prise à l'instant où le capteur est en M_0, on se place donc dans le cas général où l'angle de *squint* est différent

de zéro. La **Figure 1.7** représente le principe de la synthèse d'ouverture vue dans le plan (M_0, M_t, P). Vectoriellement, la distance antenne-cible, qui varie continuellement au cours du temps, s'écrit de la manière suivante :

$$\overrightarrow{M_tP} = \overrightarrow{M_tM_0} + \overrightarrow{M_0P}$$

On pose $Y(t) = \left\|\overrightarrow{M_0M_t}\right\|$ la coordonnée en azimut de l'avion avec une origine en M_0. Comme nous faisons l'hypothèse que le capteur se déplace selon une trajectoire rectiligne uniforme, cet azimut vaut :

$$Y(t) = V_c t$$

Après élévation au carré de l'expression ci-dessus, on obtient pour la variation de distance antenne-cible :

$$M_tP = M_0P\sqrt{1 + \frac{Y(t)^2}{M_0P^2} - \frac{2Y(t)}{M_0P}\sin(\theta)}$$

Cette relation peut être approchée à l'ordre 2 par :

$$M_tP = M_0P\left(1 + \frac{Y(t)^2\cos^2(\theta)}{2M_0P^2} - \frac{Y(t)}{M_0P}\sin(\theta)\right)$$

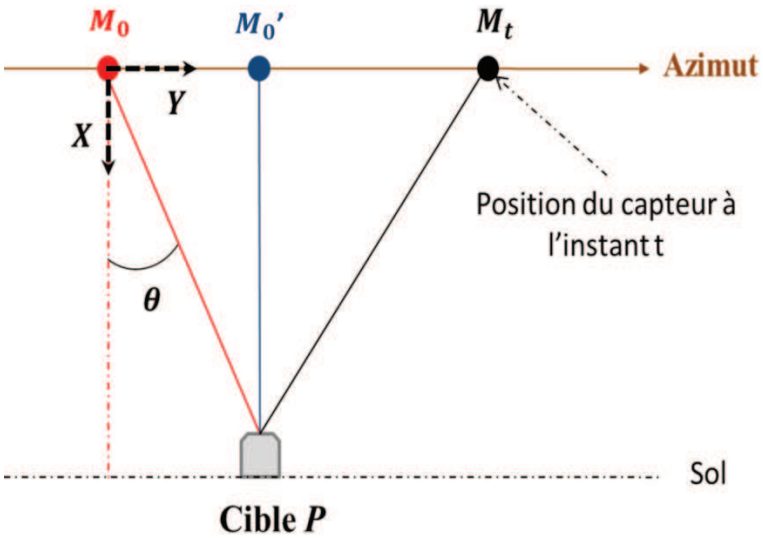


Figure 1.7 - Principe de la synthèse d'ouverture : représentation dans le plan cible-trajectoire.

La phase instantanée de l'onde peut s'exprimer en fonction de la distance instantanée entre le capteur et la cible :

$$\Phi(t) = \frac{4\pi}{\lambda}M_tP \cong \frac{4\pi}{\lambda}M_0P + \frac{2\pi{V_c}^2\cos^2(\theta)}{\lambda M_0P}t^2 - \frac{4\pi\sin(\theta)V_c}{\lambda}t$$

La fréquence Doppler s'obtient par dérivation de la phase instantanée :

$$F_d(t) = \frac{1}{2\pi}\frac{d\Phi}{dt} = \frac{2{V_c}^2\cos^2(\theta)}{\lambda M_0 P}t - \frac{2V_c\sin(\theta)}{\lambda} \quad (1.\ 5)$$

Le premier terme de l'équation (1. 5) varie linéairement en fonction de t. C'est ce terme qui est à l'origine de la variation de fréquence Doppler, qui permet de localiser les cibles par rapport au plan de visée. Le deuxième terme correspond au centroïde Doppler : le spectre de l'image selon l'axe Doppler est décalé autour de cette valeur et n'est donc plus centré en 0. Le traitement RSO permet cependant de compenser les retards par rapport au milieu de l'antenne synthétique, et pour l'image résultat, tout se passe comme si (avec hypothèse d'un sol fixe), la cible avait été imagée par intégration uniquement par rapport au centre d'intégration. En utilisant l'expression de la fréquence Doppler F_d donnée par (1. 5), la bande Doppler totale utilisée pendant l'intégration s'écrit :

$$B_{dop} = \frac{2{V_c}^2\cos^2(\theta)}{\lambda M_0 P}T_{int}$$

avec :

$$T_{int} = \frac{L_{syn}}{V_c}$$

En imagerie RSO aéroportée, on n'intègre pas forcément sur toute l'ouverture angulaire de l'antenne à 3dB (notée $\theta_{az,3dB}$ dans l'équation (1. 2)), mais sur une partie seulement, que l'on notera θ_{az}. La longueur de l'antenne synthétique sur le temps d'intégration T_{int} vaut donc :

$$L_{syn} = M_0 P\cos(\theta)\left(tan\left(\frac{\theta_{az}}{2} - \theta\right) + \tan\left(\frac{\theta_{az}}{2} + \theta\right)\right)$$

On obtient donc l'expression générale de la bande Doppler en fonction de l'ouverture θ_{az} :

$$B_{dop} = \frac{2V_c\cos^3(\theta)}{\lambda}\left(\tan\left(\frac{\theta_{az}}{2} - \theta\right) + \tan\left(\frac{\theta_{az}}{2} + \theta\right)\right) \quad (1.\ 6)$$

La nouvelle résolution en azimut (à 3dB) est donnée par :

$$\rho_{az} = 0.88\frac{dY}{dF_d}\delta F_d = 0.88\frac{dY}{dt}\frac{dt}{dF_d}\delta F_d \quad (1.\ 7)$$

où δF_d est la résolution Doppler, reliée au temps d'intégration par :

$$\delta F_d = \frac{1}{T_{int}} \quad (1.\ 8)$$

De plus, la dérivée de F_d par rapport au temps nous donne :

$$\frac{dF_d}{dt} = \frac{2{V_c}^2\cos^2(\theta)}{\lambda M_0 P} = \frac{B_{dop}}{T_{int}} \tag{1. 9}$$

En combinant les relations (1. 7), (1. 8) et (1. 9), on obtient l'expression de la résolution azimut post-synthèse d'ouverture à angle de squint non nul :

$$\rho_{az} = \frac{0.88\lambda}{2\cos^3(\theta)\left(\tan\left(\frac{\theta_{az}}{2} - \theta\right) + \tan\left(\frac{\theta_{az}}{2} + \theta\right)\right)}$$

Dans le cas où l'angle de squint est nul ($\theta = 0$), les équations se simplifient. La longueur synthétique de l'antenne devient :

$$L_{syn} = 2M_0 P.\tan\left(\frac{\theta_{az}}{2}\right)$$

Les expressions de la bande Doppler et de la résolution sont également simplifiées :

$$B_{dop} = \frac{4V_c}{\lambda}\tan\left(\frac{\theta_{az}}{2}\right)$$

$$\rho_{az} = \frac{0.88\lambda}{4\tan\left(\frac{\theta_{az}}{2}\right)}$$

Enfin, l'approximation des petits angles est généralement retenue pour l'ouverture de l'antenne, car la longueur d'intégration est souvent très inférieure à la distance antenne-cible. Dans ce cas, $tan\left(\frac{\theta_{az}}{2}\right) \cong \frac{\theta_{az}}{2}$. On en déduit alors les expressions de la longueur de l'antenne synthétique, de la bande Doppler et enfin de la résolution azimut :

$$L_{syn} = D_0\theta_{az}$$

$$B_{dop} = \frac{2V_c\theta_{az}}{\lambda}$$

$$\rho_{az} = \frac{0.88\lambda}{2\theta_{az}} \tag{1. 10}$$

La résolution ne dépend plus de la distance entre le capteur et la cible mais de l'ouverture considérée. Dans le cas limite où on considère l'ouverture complète de l'antenne à 3dB, la résolution est de l'ordre de grandeur de la dimension physique de l'antenne :

$$\rho_{az} = \frac{0.88\lambda}{2\theta_{az,3dB}} = \frac{L}{2}$$

Pour une distance moyenne antenne-cible de 5000m, si on souhaite une résolution azimut de 50cm, on a besoin d'une antenne d'1m seulement, alors que sans synthèse d'ouverture, la longueur nécessaire serait de 260m environ.

I.2.3.2.3) La compensation de mouvement en imagerie RSO aéroportée

Dans le cas d'un mouvement aéroporté (et plus particulièrement dans le cas d'une trajectoire circulaire du capteur, qui sera notre cadre d'étude pour cette thèse), la trajectoire réelle n'est jamais parfaitement rectiligne. Il existe un décalage entre la trajectoire idéale (ou nominale) et la trajectoire réelle. L'étape de compensation de mouvement permet donc de s'affranchir de ce décalage, et d'appliquer la synthèse d'ouverture à des trajectoires imparfaites. La **Figure 1.8** présente le principe de la compensation de mouvement. La trajectoire réelle du porteur est représentée en rouge et la trajectoire nominale en noir. Les positions du capteur en azimut utilisées pour la synthèse sont numérotées de 1 à 8. Pour compenser la trajectoire réelle, il faut déterminer les écarts entre les deux trajectoires pour chaque position du capteur, chaque écart générant un déphasage. La synthèse est alors effectuée par sommation cohérente des ondes compensées. La compensation de mouvement est un domaine de recherche actif en dehors du cadre de ma thèse [15].

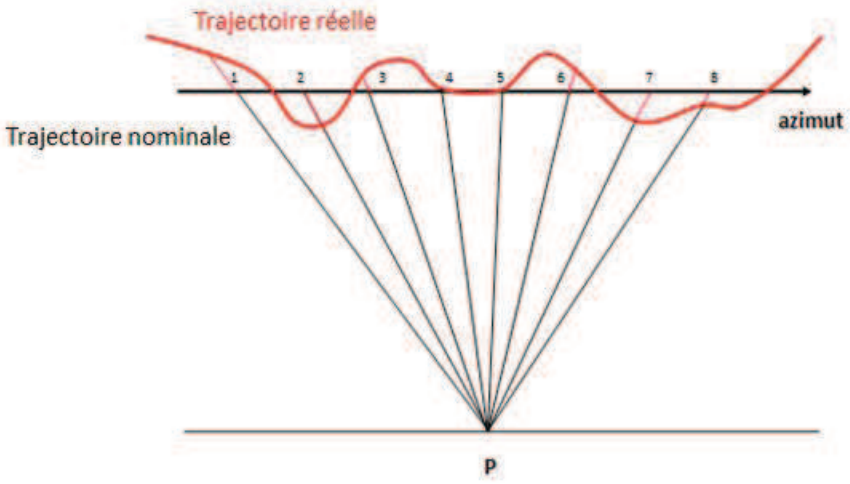


Figure 1.8 - Principe de la compensation de mouvement. Les positions du capteur radar retenues pour la synthèse sont numérotées.

I.2.3.2.4) Lien entre résolution et pas d'échantillonnage

La fréquence d'échantillonnage doit être suffisamment élevée afin de représenter le *chirp* sans ambiguïté. En distance, la résolution est directement liée à la bande utile Δf centrée sur f_0. Afin de vérifier le critère de Shannon, la fréquence d'échantillonnage minimale en distance sera donc, pour un signal complexe :

$$Fe_{dist} = \Delta f$$

La fréquence d'échantillonnage en azimut doit elle aussi permettre une représentation non ambiguë du signal. Nous avons vu au paragraphe I.2.3.2.3 qu'en azimut, la résolution dépend de l'ouverture angulaire. Cette résolution définit une fréquence maximale égale à $\frac{2\theta_{az}V_c}{0.88\lambda}$. La distance entre deux acquisitions consécutives définit la fréquence d'échantillonnage en azimut. La fréquence de répétition des impulsions (*FRI*) doit donc être supérieure à cette fréquence d'échantillonnage, ce qui revient à dire que le déplacement de l'antenne entre deux acquisitions successives ne doit pas excéder la résolution théorique. Pour vérifier le critère de Shannon, il faut donc que :

$$FRI \geq Fe_{az} = \frac{2\theta_{az}V_c}{0.88\lambda}$$

En pratique, que ce soit en distance ou en azimut, on choisit toujours les fréquences d'échantillonnage supérieures aux fréquences de coupures. Ceci permet de compenser de petits décalages fréquentiels liés à la géométrie des images. Cette différence entre fréquence de coupure et fréquence d'échantillonnage se retrouve dans l'observation du spectre 2D des données (voir **Figure 1.9**). On constate que le signal utile (zone centrale) n'occupe pas tout l'intervalle spectral des données (zone noire). Les rapports entre les fréquences d'échantillonnage et les fréquences de résolution sont donnés par le rapport de longueur entre la zone centrale et la zone noire.

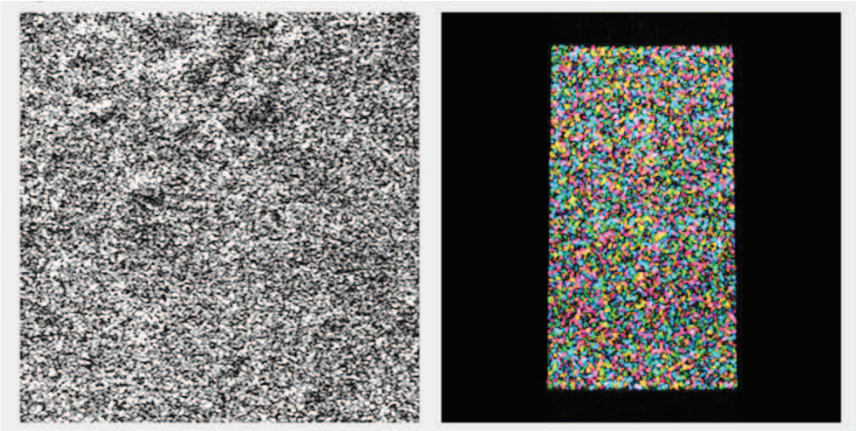


Figure 1.9 - Observation du spectre d'une zone d'une image provenant d'une image RSO acquise dans la région d'Istres. A gauche : zone imagée (herbe). A droite : amplitude du spectre complexe de la zone imagée. L'axe azimut est ici horizontal.

I.2.3.3) Les différents modes d'acquisition en imagerie RSO aéroportée

Construire une antenne synthétique peut s'effectuer de différentes manières (**Figure 1.10**). Voici les plus courants :

- Mode stripmap : L'antenne radar garde la même direction de pointage tout au long du trajet de vol. Ce mode permet de former des images de grande dimension azimutale.
- Mode spotlight : la direction de l'antenne varie au cours du temps de sorte que la zone imagée reste le plus longtemps possible dans le lobe de l'antenne physique. Pour cela,

on dépointe l'antenne au cours du déplacement du porteur entre le début et la fin des acquisitions. De cette manière, on augmente la dimension de l'antenne synthétique par rapport au cas d'une acquisition stripmap, mais ceci se fait au détriment de la taille de la zone imagée.

- Mode scan (ou scansar) : afin d'augmenter la fauchée, on oriente le faisceau avec des angles différents. Ce mode entraîne néanmoins une diminution de la *FRI*, d'un facteur égal au facteur d'augmentation de la fauchée globale.

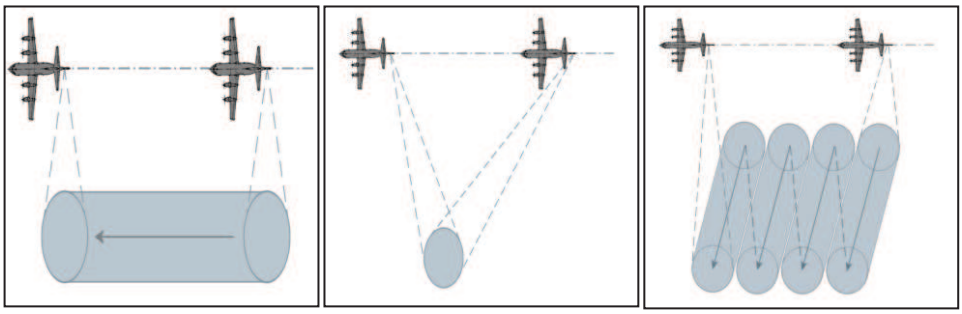


Figure 1.10 - Modes d'acquisition en imagerie RSO. A gauche : mode stripmap (direction d'antenne fixe au cours du déplacement du capteur). Au centre : mode spotlight (dépointage de l'antenne au cours du déplacement du capteur). A droite : mode scan : augmentation de la fauchée par pointage selon différents angles d'incidence.

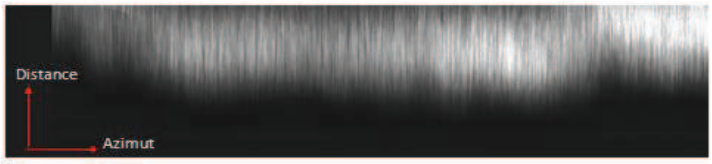
I.2.3.4) Les différents moyens d'implémenter le traitement RSO

Dans la littérature, il existe plusieurs algorithmes de traitement RSO, qui sont précisément décrits par [7]. Sans les décrire dans cette thèse, nous pouvons les citer. Les plus utilisés sont le Range Doppler Algorithm (RDA), le Polar Formating Algorithm (PFA) qui est particulièrement adapté au mode spotlight, le Chirp Scaling Algorithm (CSA) qui est une méthode de compression azimut, ainsi que l'algorithme RMA (Range Migration Algorithm) adapté au mode stripmap, et qui est le mode principal de traitement des données RSO à l'ONERA [12] puisqu'une grande majorité des données sont acquises dans ce mode stripmap. Cependant, les images utilisées au cours de cette thèse sont en géométrie spotlight circulaire (dont nous parlerons plus en détail par la suite), et le traitement RSO utilisé est un traitement temporel.

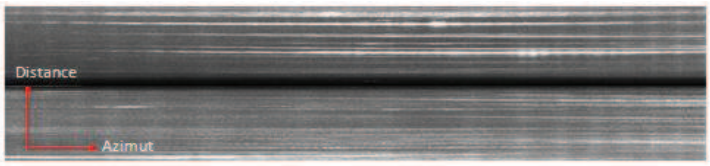
De manière générale, le traitement RSO permet d'exploiter des données brutes pour générer des images haute résolution des scènes imagées. Dans le cadre d'une acquisition en mode stripmap, chaque ligne de donnée correspond à un temps d'acquisition différent, mais l'angle de squint reste constant pendant le temps d'intégration. A l'inverse, en ce qui concerne les acquisitions en mode spotlight, les données sont générées pour un temps fixe, mais chaque ligne de donnée correspond à un angle de squint différent, ce qui est dû en RSO linéaire au dépointage de l'antenne au cours de l'acquisition.

I.2.4) Conclusion sur la synthèse des images RSO

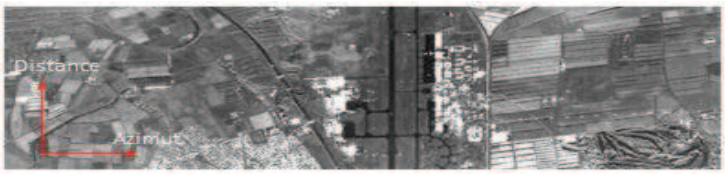
Nous avons présenté ici les principes généraux du traitement RSO. Ce traitement se décompose en deux parties : la compression d'impulsion et le filtrage adapté qui, appliqués aux données brutes, permettent d'obtenir des images focalisées en distance. La synthèse d'ouverture permet de focaliser les images en azimut. La **Figure 1.11** résume ces différentes étapes de traitement en présentant des images d'un aéroport acquises dans la région de Nîmes-Garon par le capteur SETHI. Nous décrirons dans un autre chapitre ce capteur aéroporté et les données qu'il est capable de collecter. On présente ici une image des données brutes, une image de données focalisées en distance, et l'image finale, focalisée en distance et en azimut.



a.



b.



c.

Figure 1.11 - Exemple d'images issues d'une acquisition par le capteur SETHI. a. : données brutes. b. : données focalisées en distance (avant compensation de mouvement). c. : image finale, résultant de la focalisation en distance et en azimut.

I.3) Modélisation géométrique de l'acquisition en imagerie RSO circulaire aéroportée

I.3.1) Intérêts de l'acquisition le long d'une trajectoire circulaire

Les systèmes présentés jusqu'à présent étaient basés sur des acquisitions le long d'une trajectoire rectiligne. Dans ce type de configuration, l'acquisition en distance, effectuée par le capteur avec un angle de visée non nul, génère des effets de distorsions géométriques liés à la

géométrie particulière utilisée. Un des effets qu'on ne peut pas contourner en RSO rectiligne est l'apparition d'ombres (**Figure 1.12**). L'ombre apparait lorsque le relief de l'objet présente une pente opposée au capteur avec un angle supérieur à l'angle d'incidence de l'onde RADAR. Cette pente engendre une zone qui n'est pas visible par l'antenne, ce qui se traduit par un ensemble de pixels sombres sur l'image RADAR.

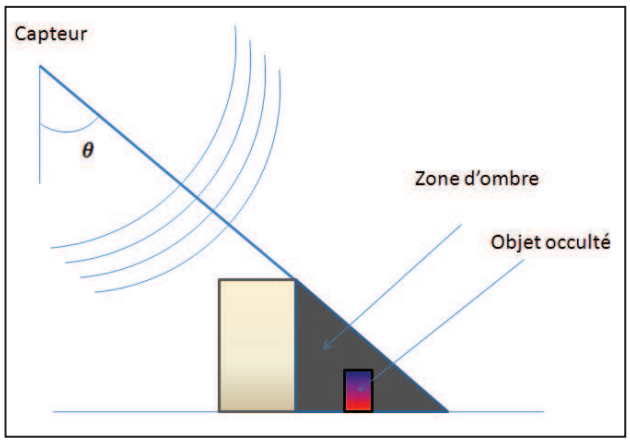


Figure 1.12 - Effets d'ombres générés par l'acquisition en distance.

L'ombre dépend donc de la direction de prise de vue. Une manière de ne plus avoir d'ombre est d'acquérir les données le long d'une trajectoire circulaire : le traitement multivues [16] qui en découle permet d'observer les objets sous n'importe quel angle de prise de vue, ce qui permet de supprimer les zones d'ombres qui apparaissent en RSO linéaire (voir **Figure 1.13**).

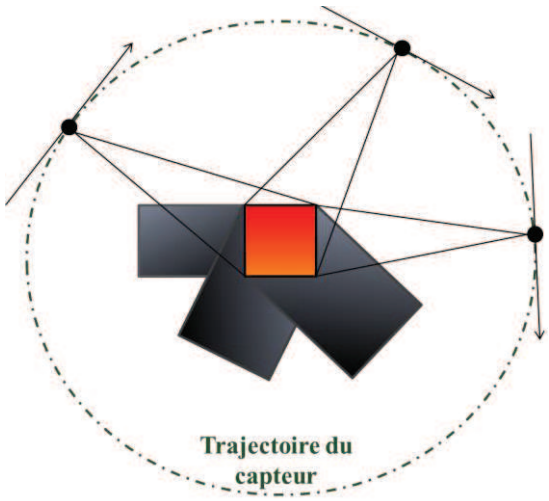


Figure 1.13 - Observation d'un bâtiment à partir d'une acquisition en imagerie RSO circulaire aéroportée. Les zones d'ombres se déplacent au cours du temps et dépendent de l'angle de prise de vue.

L'imagerie RSO circulaire permet également, en utilisant les coordonnées apparentes d'une cible fixe sur des images prises à angle de vue différents, de remonter à l'altitude des points imagés [17, 18, 19]. Ce principe de calcul d'altitude de points est schématisé **Figure 1.14**.

Un autre avantage réside dans la continuité du mouvement du porteur, qui permet d'effectuer un suivi continu d'une même scène [20], ce qui nous intéresse tout particulièrement dans le cadre de cette thèse. Ceci permet de réaliser des acquisitions de données en géométrie spotlight circulaire : contrairement au cas du spotlight rectiligne (voir **Figure 1.10**), le dépointage de l'antenne n'est pas effectué mécaniquement, mais c'est le déplacement circulaire du capteur qui fait varier sa direction de pointage au cours du temps. Ainsi, cette géométrie permet d'acquérir des données en mode spotlight sans avoir recours à des positionneurs ou à une antenne active, ce qui limite les coûts de conception.

Les images sur lesquelles nous travaillons durant cette thèse ont donc toutes été acquises le long d'une trajectoire circulaire de capteur. Le travail qui sera exposé par la suite sera basé sur l'utilisation d'images focalisées (c'est-à-dire après compression distance et Doppler).

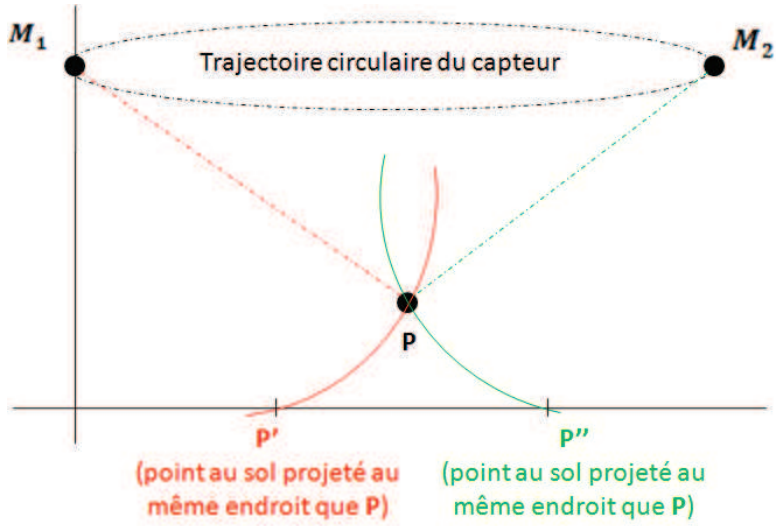


Figure 1.14 - Récupération de l'altitude des points en RSO circulaire. La connaissance de la position de P' et P'' sur les deux images permet de remonter aux ccordonnées 3D de la cible P.

I.3.2) Les différents moyens de traitements en imagerie RSO circulaire

Dans la littérature, il existe deux principaux moyens de traitement des images acquises le long d'une trajectoire circulaire du capteur. Ces techniques exploitent le fait qu'une même scène peut être vue sous 360° degrés, et de ce fait, que des acquisitions de données peuvent être réalisées pour n'importe quel angle de vue. Une première technique [21] [22] consiste à focaliser les données sous 360°, afin de pouvoir remonter à l'altitude des éléments rétrodiffusants. Le principe consiste donc à focaliser les cibles sur 360° à des altitudes différentes, ce qui permet d'obtenir un « cube » de données (**Figure 1.15**). La cible doit alors être correctement focalisée dans le plan correspondant à sa propre élévation. Les expériences

qui ont été effectuées sur des trièdres ont permis de vérifier ces hypothèses et de remonter à l'altitude des éléments rétrodiffusants.

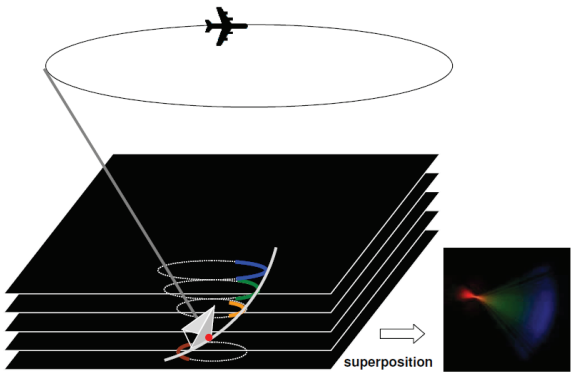


Figure 1.15 - Superpositions de plusieurs images confocales prises à différentes altitudes. L'écho résultant est correctement focalisé dans son propre plan d'élévation et apparait en un unique point brillant (de couleur jaune orangée ici). Référence : [21].

Si les résultats concernant les trièdres ont été concluants, les résultats sur des cibles réelles ne permettent pas de remonter clairement à l'altitude des points par ce mode de traitement. En effet, les trièdres peuvent être considérés comme isotropes sur un angle important (60 degrés), alors que la plupart des objets réels répondent sur un angle plus faible compte tenu de leur forte directivité.

Une autre approche concernant le traitement RSO circulaire consiste à réaliser un traitement RSO « local », c'est-à-dire de découper la trajectoire circulaire totale en petits arcs de cercle (sous-ouvertures, voir **Figure 1.16**) et de considérer que sur ces arcs de cercles, on peut appliquer des algorithmes d'imagerie RSO linéaire (après avoir appliqué la compensation de mouvement). Elle peut être utilisée selon les étapes suivantes [23] :

1) Division de la trajectoire totale en arcs de cercles centrés autour d'un angle noté θ.
2) Pour chaque arc de cercle, conversion des données acquises en circulaire à des données de type RSO rectiligne à l'aide d'algorithmes de compensation de mouvement.
3) Traitement des données en géométrie Radar à partir des données post-compensation de mouvement.
4) Passage de la géométrie radar à la géométrie terrain.
5) Rotation des données en géométrie terrain d'un angle $-\theta$ par interpolation.

On effectue ce traitement pour tous les arcs de cercle, et on superpose les données en géométrie terrain de manière incohérente. La **Figure 1.17** présente le résultat de la superposition des données en géométrie terrain pour une trajectoire circulaire complète.

Dans le cadre de cette thèse, pour une acquisition circulaire, on utilisera une série d'images en géométrie radar. Nous travaillerons donc sur des données correspondant à la fin de l'étape 3 de la méthode décrite par [23].

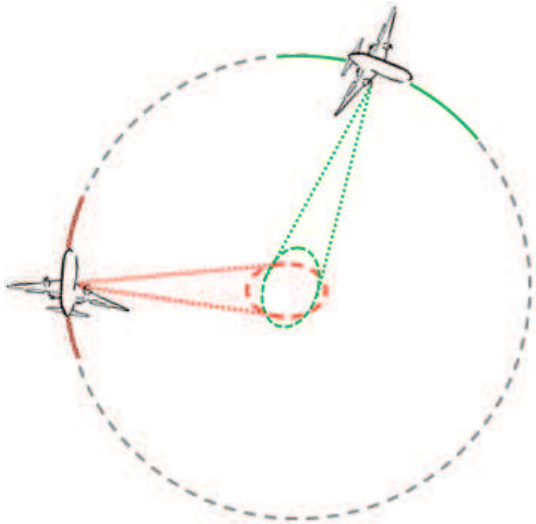


Figure 1.16 - Principe de recalage des images en imagerie RSO circulaire aéroportée. L'intégration se fait sur plusieurs arcs de cercles [23]*, ce qui génère des images de différents points de vue.*

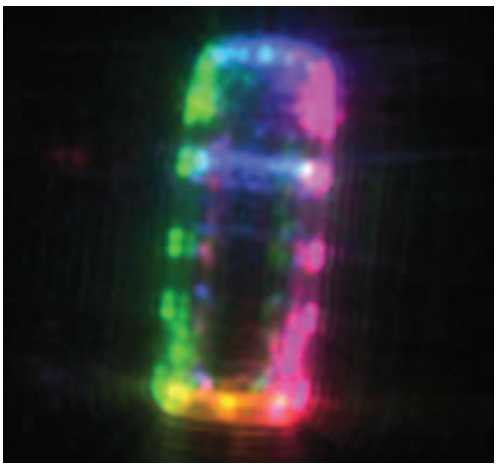


Figure 1.17 - Résultat de la superposition incohérente de données en géométrie terrain en RSO circulaire, observation d'un véhicule (Renault Master) dans la région d'Istres.

I.3.3) Localisation des cibles

I.3.3.1) Définition du cercle distance Doppler

A partir de maintenant, on se place dans le cas où l'angle de squint de la cible mobile P, noté θ_P, est non nul. Les coordonnées de la cible P vue par l'antenne dont le centre est noté M_0 vérifient un système d'équations radar :

$$\begin{cases} M_0P = D_0 \\ \overrightarrow{M_0P}.\overrightarrow{V_c} = D_0.V_c.\sin(\theta_P) \end{cases} \quad (1.\ 11)$$

La première équation, appelée équation distance, définit la sphère de distance de rayon D_0 et de centre la position de l'antenne physique. La seconde équation, l'équation Doppler, définit elle un cône, toujours centré sur l'antenne et de demi-angle au sommet $\pi/2 - \theta_P$. On en déduit que le point P appartient à l'intersection entre la sphère et le cône, ce qui donne un cercle distance-Doppler (**Figure 1.18**).

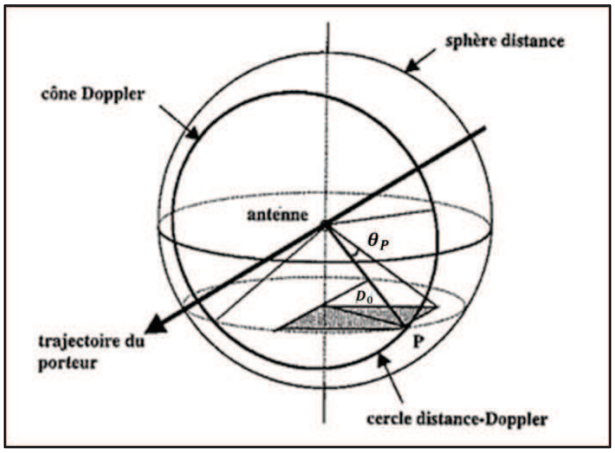


Figure 1.18 - Localisation d'un point P sur son cercle distance-Doppler. Référence : [11].

I.3.3.2) Relation entre les coordonnées images (i, j) et les données (cas Spotlight)

Afin de pouvoir exploiter correctement les images radar, des fichiers annexes fournissent les positions et les vitesses du capteur à chaque instant correspondant à l'acquisition d'une ligne de données brutes, ou alors elles sont interpolées. On définit alors les relations entre les coordonnées image d'une cible et les données temporelles et spatiales fournies. L'indice de ligne i (tous les indices d'une même ligne ont le même azimut) est lié à l'angle de squint θ, au premier azimut (premier angle de squint) de l'image que l'on notera PA et au pas angulaire en azimut :

$$\theta = PA + pas_{az} i \tag{1. 12}$$

L'indice de colonne j est, quant à lui, lié à la distance antenne-cible D_0, à la longueur de la portée proximale ou Near Range, NR, et au pas en distance (taille du pixel) :

$$D_0 = NR + pas_{dist} j \tag{1. 13}$$

I.3.3.3) Equations de passage entre la géométrie radar et la géométrie terrain en RSO circulaire

Le passage au terrain ou géoréférencement est la projection de l'image en géométrie terrain dans un référentiel géographique ou cartographique. On choisit le repère cartésien $(0, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, l'axe des $\vec{x}$ étant orienté plein Est, celui des $\vec{y}$ vers le Nord et celui des $\vec{z}$

selon la verticale ascendante, l'origine du repère étant la projection au sol de la première position de l'antenne au début de la trajectoire.

La variable à estimer par ce traitement est donc un point fixe P au sol de coordonnées cartésiennes $(X, Y, Z = h)$, h étant une hypothèse d'altitude du point qui est fixée. On notera θ_P l'angle de squint de la cible P. Les coordonnées pixels (i_P : coordonnée pixel en azimut, j_P : coordonnée pixel en distance) du centre de la tache-image correspondante sur l'image RSO sont supposées connues. Le principe consiste donc à exprimer les coordonnées pixels (i_P, j_P) de la cible P dans le repère cartésien que nous avons choisi.

L'image est prise par un capteur embarqué par un avion de vitesse V_c dont la vitesse par rapport à l'horizontale est notée V_{hor}. On se placera ici dans le cas d'une visée à droite du capteur. Le centre d'intégration, correspondant à la position du capteur $M_0(X_M, Y_M, Z_M)$, est connu. On exprime la distance antenne-cible ainsi que la vitesse du capteur dans ce repère:

$$\overrightarrow{M_0P} = \begin{cases} X - X_M \\ Y - Y_M \\ w = h - Z_M \end{cases} \qquad \overrightarrow{V_c} = V_{hor} \begin{cases} \sin(r) \\ \cos(r) \\ \tan(p) \end{cases} \tag{1. 14}$$

Avec :

- r: route (angle entre la trajectoire de l'avion et le Nord)
- p: pente (angle entre la trajectoire et l'horizontale)

La **Figure 1.19** résume ce scénario. De cette figure, on peut déduire graphiquement l'expression des coordonnées cartésiennes de la cible $P(X, Y, Z)$ en fonction des coordonnées cartésiennes du capteur et des paramètres de la cible. Pour une visée à droite du capteur RSO, ces équations sont définies par :

$$\begin{cases} X = X_M + D_1.\sin(r) + D_2.\cos(r) \\ Y = Y_M + D_1.\cos(r) - D_2.\sin(r) \\ Z = h \end{cases} \tag{1. 15}$$

Les distances D_1 et D_2 sont représentées en pointillés bleus sur la **Figure 1.19**, et $\vec{u}$ est le vecteur unitaire de $\overrightarrow{V_C}$. On a donc :

$$\vec{u} = \begin{cases} \sin(r) \\ \cos(r) \end{cases}$$

Et :

$$D_1 = \overrightarrow{M_0P}.\vec{u} = (X - X_M).\sin(r) + (Y - Y_M).\cos(r) \tag{1. 16}$$

$$D_2 = \sqrt{{D_0}^2 - w^2 - D_1^2} \tag{1. 17}$$

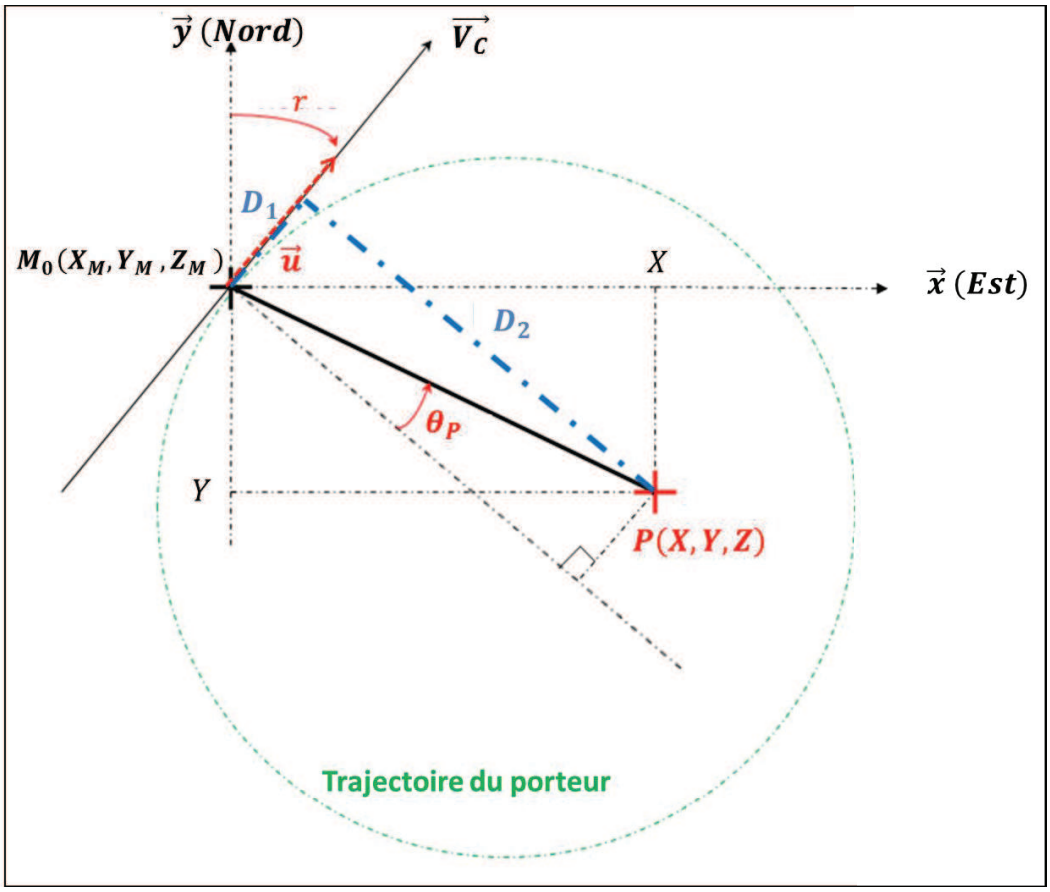


Figure 1.19 - Passage de l'image au terrain en imagerie RSO circulaire aéroportée (Vue de dessus dans le plan ($P, M_0, \overrightarrow{V_C}$). Le capteur vise à droite.

Réécrivons maintenant les équations distance-Doppler (voir système (1. 11)) en y injectant les coordonnées apparentes (i_P, j_P) de la cible:

$$\begin{cases} M_0P = D_0 = NR + pas_{dist} j_P \\ \overrightarrow{M_0P}.\overrightarrow{V_c} = D_0.V_c.sin(\theta_P) = D_0.V_c.sin(PA + pas_{az} i_P) \end{cases} \quad (1.\ 18)$$

En injectant (1. 14) dans (1. 18), on obtient :

$$\overrightarrow{M_0P}.\overrightarrow{V_c} = (X - X_M).\sin(r).V_{hor} + (Y - Y_M).\cos(r).V_{hor} + w.V_{hor}.\tan(p)$$

Avec $\|\overrightarrow{V_c}\| = V_{hor}.\sqrt{1 + \tan(p)^2}$ et en simplifiant l'expression par V_{hor}, la relation ci-dessus devient :

$$D_0.\sqrt{1 + \tan(p)^2}.\sin(\theta_P) = D_1 + w.\tan(p) \quad (1.\ 19)$$

On en déduit donc l'expression de D_1 en fonction des coordonnées apparentes de la cible :

$$D_1 = (NR + pas_{dist} j_P)\sqrt{1 + \tan(p)^2}\, sin(PA + pas_{az} i_P) - w.\tan(p) \quad (1.\ 20)$$

Par conséquent, le système (1. 15) permet d'établir les relations de passage entre la géométrie image (coordonnées apparentes (i_P, j_P) de la cible P) et la géométrie terrain (coordonnées cartésiennes (X, Y, Z) de la cible P) par l'intermédiaire des variables D_1 et D_2.

I.4) Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons rappelé les principes fondamentaux de l'imagerie radar à synthèse d'ouverture (ou imagerie RSO), dans le cas d'une trajectoire aéroportée d'un capteur radar, et plus particulièrement dans celui d'une trajectoire circulaire de ce capteur. Grâce à des techniques mêlant traitement de signal et électromagnétisme, nous avons vu que les résolutions des images RSO ne dépendent plus de la durée des impulsions émises ni de la distance entre le capteur et la zone illuminée, mais seulement des caractéristiques technologiques du capteur (bande utile du signal et longueur de l'antenne synthétique).

Nous avons montré que l'acquisition des données le long d'une trajectoire circulaire permet de récupérer de nombreuses informations de la scène, en imageant l'objet désiré sous plusieurs angles et en permettant d'imager une même scène de manière continue. Les acquisitions des données en géométrie spotlight sont de ce fait facilitées car ce n'est plus le dépointage mécanique de l'antenne qui génère la multiplicité des angles de prise de vue, mais le déplacement circulaire du capteur. Dans le cadre de cette thèse, les images ont donc été acquises en géométrie spotlight à partir d'une trajectoire circulaire du capteur, ce qui permet de faciliter le suivi des cibles mobiles. Enfin, nous avons établi des relations de passage entre la géométrie radar et la géométrie terrain, afin d'exploiter au mieux les images RADAR et les informations qu'elles nous fournissent.

Chapitre 2

Les cibles mobiles en imagerie radar

Les capteurs aéroportés nouvelle génération permettent de générer des images très haute résolution des scènes observées. La détection, la caractérisation et le suivi de cibles mobiles en imagerie RSO est un sujet d'un intérêt grandissant, les capteurs actuels permettant de fournir des informations de plus en plus précises concernant le mouvement de ces cibles. Le traitement RSO, tel qu'il a été présenté dans le chapitre précédent, est basé sur l'hypothèse d'une scène statique. Contrairement au cas d'une cible fixe, le signal issu d'une cible mobile subit une distorsion. Si on considère l'exemple de l'imagerie RSO, cette distorsion se caractérise par une délocalisation de la cible et une défocalisation. L'étalement réduisant l'amplitude du signal, ces réponses apparaissent moins brillantes que si elles étaient focalisées.

Après avoir exposé les principes de calculs permettant de mettre en équation les effets particuliers de la réponse d'une cible mobile, nous verrons dans ce chapitre qu'il existe dans la littérature deux grandes familles de techniques de détection et de suivi de cibles mobiles en radar. On distingue tout d'abord les techniques d'imagerie radar multivoies, c'est-à-dire les techniques d'acquisition à partir de plusieurs antennes. Les techniques les plus couramment utilisées sur données non focalisées ou intégrées sur temps court sont le traitement DPCA (Displaced Phase Center Antenna) et le traitement spatio-temporel adaptatif ou traitement STAP (Space-Time Adaptive Processing). Ces techniques permettent de détecter les cibles mobiles et d'estimer leur vitesse radiale, des techniques de pistages sont ensuite utilisées pour reconstruire les trajectoires des cibles mobiles. A l'inverse, l'interférométrie along-track (ATI) est appliquée à des données focalisées et permet d'estimer le vecteur vitesse complet des cibles mobiles. Cependant, les données étant intégrées sur temps long, la reconstruction de trajectoire de cibles mobiles est difficile. Toutes ces techniques RSO multivoies permettent de s'affranchir de la rétrodiffusion du sol (clutter), mais leur principal inconvénient est de nécessiter deux, voire plusieurs antennes si on veut détecter les cibles mobiles et estimer leur vitesse.

Viennent ensuite les techniques d'imagerie radar monovoie, autrement dit les techniques qui sont basées sur l'utilisation d'une seule antenne. Nous verrons que la plupart des méthodes existantes tirent profit des effets résultants des cibles mobiles pour les focaliser et estimer la composante de vitesse azimutale de ces cibles, mais ne permettent pas une détection automatique des cibles mobiles contrairement aux techniques RSO multivoies. Nous

présenterons également quelques travaux concernant le pistage des cibles mobiles en imagerie radar monovoie (dont une première étude en RSO circulaire), testés le plus souvent sur cibles synthétiques ou sur des cibles réelles dont le mouvement est simulé, et nous présenterons à la fois les performances de ces méthodes et les limitations que nous pouvons rencontrer dans les cas réels, et plus particulièrement en milieu urbain qui fait partie du contexte de cette thèse.

II.1) Théorie des cibles mobiles en imagerie RSO

Dans le chapitre précédent, nous avons exposé les différentes approches pour implémenter le traitement RSO en géométrie circulaire. Nous avons également vu que dans le cadre de cette thèse, le traitement RSO était effectué « en local », c'est-à-dire que la trajectoire circulaire du capteur est découpée en petits arcs de cercles. Compte tenu des dimensions du cercle décrit par le capteur (de l'ordre du kilomètre dans cette thèse) et des angles d'intégration (inférieurs à 10°), on peut considérer que sur chaque arc de cercle, on peut appliquer des algorithmes d'imagerie RSO linéaire. Dans ce paragraphe, nous présenterons donc la géométrie d'observation d'une cible mobile dans le cadre d'une trajectoire rectiligne du capteur, puis nous expliciterons la loi de phase de l'écho d'une cible mobile afin de mettre en évidence les différents effets résultant du mouvement d'une cible sur une image RSO.

II.1.1) Définition de la géométrie d'observation d'une cible mobile

Le mouvement rectiligne uniformément accéléré de cibles mobiles sur un sol plan est décrit par 6 paramètres. On utilisera ici deux paramètres de position (X, Y), deux paramètres de vitesse (V_X, V_Y) et deux paramètres d'accélération de la cible (A_X, A_Y). L'axe des X sera représenté comme étant la direction Est, tandis que l'axe Y sera représenté vers le Nord.

Dans le plan de visée du capteur radar aéroporté, on s'intéressera à deux directions particulières. La première direction correspond à la ligne de visée du capteur, c'est-à-dire la direction sous laquelle le capteur « voit » la cible. Cet axe est défini à tout instant t et correspond au comportement radial de la cible. Ainsi, on notera :

- V_r, la vitesse radiale de la cible, c'est-à-dire la projection du vecteur vitesse de la cible sur la ligne de visée du capteur.
- A_r l'accélération radiale de la cible.

Le second axe auquel on s'intéressera est l'axe matérialisé par la trajectoire de l'avion, qui définira l'axe azimut. On définira donc V_l comme étant la vitesse longitudinale de la cible mobile, c'est-à-dire la composante de la vitesse de la cible parallèle à la trajectoire instantanée du capteur. La géométrie de prise de vue d'une cible mobile en imagerie RSO aéroportée est résumée par la **Figure 2.1**.

II.1.2) Analyse de la loi de phase de l'écho d'une cible mobile

On considère une cible mobile P animée d'une vitesse $\vec{V}$ (de norme V) et d'une accélération $\vec{A}$. Dans le cadre de cette thèse, nous considèrerons que l'accélération est constante pendant le trajet $\overrightarrow{M_0M_t}$ du capteur. La vitesse du capteur RSO aéroporté est notée $\overrightarrow{V_c}$, et on notera $\overrightarrow{A_c}$ son accélération. La distance entre la cible et le capteur RSO à l'instant t sera notée $D(t)$. On rappelle également que θ_P représente l'angle de squint sous lequel on observe la cible mobile.

Dans cette partie, on fait l'hypothèse que la cible étudiée est ponctuelle isotrope, ce qui permet de simplifier l'expression de l'écho radar rétrodiffusé par la cible au cours du temps. Nous verrons par la suite que dans la plupart des cas, les cibles mobiles sont constituées d'un ensemble fini de points brillants dont la répartition dépend des propriétés de la cible et de l'angle de prise de vue. Les calculs de la loi de phase de l'écho d'une cible mobile seront effectués dans le cadre d'une acquisition en mode spotlight.

L'expression la plus générale de la loi de phase de l'écho d'une cible P est donnée par :

$$\varphi_P(t) = -\frac{4\pi}{\lambda} D(t) \tag{2. 1}$$

Le signe moins traduit le retard induit par le trajet aller-retour de l'onde entre la cible et le capteur. A l'instant t_0, la cible sera en P_0 et à l'instant $t_0 + \delta t$, la cible sera en P_t. A l'écart temporel δt va donc correspondre une loi de phase $\delta\varphi_P$ qui vérifie, avant traitement RSO :

$$\delta\varphi_P = -\frac{4\pi}{\lambda}\big(D(t_0+\delta t) - D(t_0)\big) = -\frac{4\pi}{\lambda}\left(\left\|\overrightarrow{M_tP_t}\right\| - \left\|\overrightarrow{M_0P_0}\right\|\right) \tag{2. 2}$$

A l'aide de la relation de Chasles, on peut exprimer $\overrightarrow{M_tP_t}$ en fonction de $\overrightarrow{M_0P_0}$ de la manière suivante :

$$\overrightarrow{M_tP_t} = \overrightarrow{M_tM_0} + \overrightarrow{M_0P_0} + \overrightarrow{P_0P_t} \tag{2. 3}$$

En élevant (2. 3) au carré et en factorisant par $\left\|\overrightarrow{M_0P_0}\right\|$, il vient :

$$\left\|\overrightarrow{M_tP_t}\right\|^2 = \left\|\overrightarrow{M_0P_0}\right\|^2 \left(1 + \frac{\left\|\overrightarrow{M_tM_0}\right\|^2 + \left\|\overrightarrow{P_0P_t}\right\|^2 + \varsigma}{\left\|\overrightarrow{M_0P_0}\right\|^2}\right) \tag{2. 4}$$

Où $\varsigma = 2\big(\overrightarrow{M_tM_0}.\overrightarrow{M_0P_0} + \overrightarrow{M_tM_0}.\overrightarrow{P_0P_t} + \overrightarrow{M_0P_0}.\overrightarrow{P_0P_t}\big)$. L'expression (2. 4) fait intervenir la projection des vecteurs vitesse de la cible et de l'avion sur l'axe de visée du capteur. Pour ces calculs, on ne suppose pas un mouvement uniforme du capteur afin de tenir compte des effets de rotation. Dans ce cas, nous avons $\overrightarrow{M_tM_0} = -\overrightarrow{V_c}\delta t - \frac{1}{2}\overrightarrow{A_c}\delta t^2$ et $\overrightarrow{P_0P_t} = \vec{V}\,\delta t + \frac{1}{2}\vec{A}\delta t^2$. Par conséquent, afin de simplifier les notations, on peut introduire le vecteur unitaire $\overrightarrow{k_p}$ de la ligne de visée du capteur à l'instant t_0 pour la cible P:

$$\overrightarrow{k_p} = \frac{\overrightarrow{M_0P_0}}{\left\|\overrightarrow{M_0P_0}\right\|} \tag{2. 5}$$

On posera également $D_0 = D(t_0) = \left\|\overrightarrow{M_0P_0}\right\|$ la distance entre la cible mobile et le capteur RSO à l'instant t_0. Les distances parcourues par la cible et le capteur RSO étant généralement très inférieures à la distance antenne-cible, on a donc $\left\|\overrightarrow{M_0P_0}\right\| \gg \left\|\overrightarrow{M_tM_0}\right\|$ et $\left\|\overrightarrow{M_0P_0}\right\| \gg \left\|\overrightarrow{P_0P_t}\right\|$. Ceci nous permet d'effectuer un développement limité pour exprimer la loi de phase à l'ordre désiré en δt. On effectue ce développement au second ordre, car la majorité de l'information de mouvement de la cible est donnée par des termes de phase du second ordre au maximum [24]. Ce développement à l'ordre 2 est donné par [1] et mène à:

$$\delta\varphi_P = -\frac{4\pi}{\lambda}(A\delta t^2 + B\delta t) \tag{2. 6}$$

Avec :

$$A = \frac{V^2 + {V_C}^2}{2D_0} - \frac{\overrightarrow{V_C}.\vec{V}}{D_0} + \frac{\overrightarrow{k_p}}{2}.\left(\vec{A} - \overrightarrow{A_c}\right) - \frac{\left(\overrightarrow{V_C}.\overrightarrow{k_p}\right)^2}{2D_0} - \frac{\left(\overrightarrow{k_p}.\vec{V}\right)^2}{2D_0} + \frac{1}{D_0}\left(\left(\overrightarrow{V_C}.\overrightarrow{k_p}\right)\left(\overrightarrow{k_p}.\vec{V}\right)\right)$$

$$B = \overrightarrow{k_p}.\vec{V} - \overrightarrow{V_C}.\overrightarrow{k_p}$$

La démonstration de ce calcul est donnée en annexe A. Le terme du premier ordre en δt, noté B, est une rampe de phase dans l'espace des fréquences. Par transformée de Fourier inverse, ce terme va générer un décalage de sa réponse sur l'image RSO dans la direction azimut. La réponse va donc venir se projeter sur l'image RSO au même endroit que la réponse d'une cible fixe que l'on notera Q. Ainsi, lorsque l'on calcule le spectre en azimut de la cible P, la loi de phase observée $\delta\varphi$ est égale à la différence entre l'historique de phase de la cible mobile P et celui de la cible fixe Q. Si on note $\overrightarrow{k_Q} = \overrightarrow{M_0Q}/\left\|\overrightarrow{M_0P_0}\right\|$ le vecteur unitaire de la ligne de visée du capteur à l'instant t_0 pour la cible Q, il vient :

$$\delta\varphi = \delta\varphi_P - \delta\varphi_Q = -\frac{4\pi}{\lambda}(\gamma\delta t + \xi\delta t^2)$$

Où :

$$\gamma = \left(\overrightarrow{k_p}.\vec{V} + \overrightarrow{V_C}.\overrightarrow{k_Q} - \overrightarrow{V_C}.\overrightarrow{k_p}\right) \tag{2. 7}$$

$$\xi = \frac{V^2}{2D_0} - \frac{\overrightarrow{V_C}.\vec{V}}{D_0} + \frac{\overrightarrow{k_p}}{2}.\vec{A} + \frac{\overrightarrow{A_c}.\left(\overrightarrow{k_Q} - \overrightarrow{k_p}\right)}{2} - \frac{\left(\overrightarrow{V_C}.\overrightarrow{k_p}\right)^2}{2D_0} - \frac{\left(\overrightarrow{k_p}.\vec{V}\right)^2}{2D_0} + \frac{\left(\overrightarrow{V_C}.\overrightarrow{k_Q}\right)^2}{2D_0} + \frac{1}{D_0}\left(\left(\overrightarrow{V_C}.\overrightarrow{k_p}\right)\left(\overrightarrow{k_p}.\vec{V}\right)\right) \tag{2. 8}$$

Le terme du premier ordre (équation (2. 7)) représente le décalage en azimut entre les deux cibles P et Q dans l'espace image, qui est donc nul du fait de la définition de la cible Q. On obtient donc la relation suivante :

$$\overrightarrow{V_C}.\overrightarrow{k_p} - \overrightarrow{k_p}.\vec{V} = \overrightarrow{V_C}.\overrightarrow{k_Q} \tag{2. 9}$$

Cette relation traduit non seulement l'apparition sur l'image RSO de la cible mobile P à l'endroit de la cible fixe Q, mais elle donne également un lien entre la position réelle d'une cible mobile et sa position apparente sur une image RSO. En effet, en explicitant l'équation (2. 9), nous obtenons :

$$sin(\theta_P) = sin(\theta_Q) + \frac{V_r}{V_C} \tag{2. 10}$$

Où θ_Q représente l'angle de squint apparent de la cible mobile (voir **Figure 2.1**). Cette relation est essentielle pour l'étude des paramètres de vitesse de la cible mobile. Nous reviendrons sur ce point plus tard.

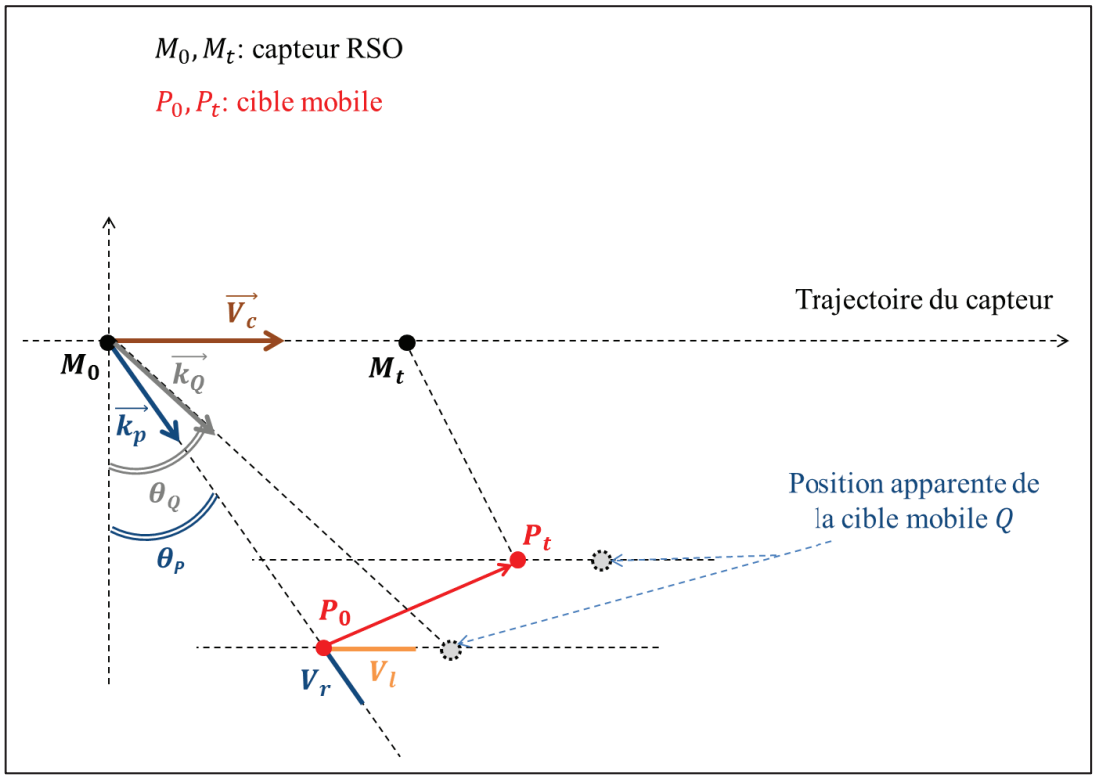


Figure 2.1 - Géométrie de prise de vue d'une cible mobile P se déplaçant au sol (vue de dessus, configuration visée droite). L'angle de squint à l'instant t_0 est noté θ_P, l'angle de squint apparent à l'instant t_0 est donné par θ_Q.

En élevant l'équation (2. 9) au carré, on remarque que :

$$\frac{\left(\overrightarrow{V_C}.\overrightarrow{k_Q}\right)^2}{2D_0} + \frac{1}{D_0}\left(\left(\overrightarrow{V_C}.\overrightarrow{k_p}\right)\left(\overrightarrow{k_p}.\vec{V}\right)\right) - \frac{\left(\overrightarrow{V_C}.\overrightarrow{k_p}\right)^2}{2D_0} - \frac{\left(\overrightarrow{k_p}.\vec{V}\right)^2}{2D_0} = 0$$

Ce qui nous permet de simplifier l'expression de la phase $\delta\varphi$. Finalement, le traitement RSO azimut appliqué à une cible mobile nous permet de récupérer une loi de phase de la forme :

$$\delta\varphi = -\frac{4\pi}{\lambda}\left(\frac{V^2}{2D_0} - \frac{\overrightarrow{V_C}.\vec{V}}{D_0} + \frac{\overrightarrow{k_p}}{2}.\vec{A} + \frac{\overrightarrow{A_c}.\left(\overrightarrow{k_Q} - \overrightarrow{k_p}\right)}{2}\right)\delta t^2 \qquad (2.\ 11)$$

On constate que cette loi de phase dépend à la fois de la vitesse longitudinale de la cible $\left(\overrightarrow{V_C}.\vec{V}\right)$ et de son accélération radiale $\left(\frac{\overrightarrow{k_p}}{2}.\vec{A}\right)$.

II.1.3) Analyse des différents types de cibles mobiles

II.1.3.1) Cibles endo-clutter

Les cibles mobiles que nous observons sur les images RSO sont des cibles dites « endo-clutter », c'est-à-dire que leur vitesse radiale est suffisamment faible pour que les cibles mobiles se projettent dans le lobe d'antenne. Autrement dit, si le squint réel de la cible mobile θ_P et son squint apparent θ_Q vérifient :

$$sin(\theta_P) - sin\left(\theta_Q\right) < 2\theta_{az,3dB} \qquad (2.\ 12)$$

Avec $\theta_{az,3dB}$ l'ouverture du lobe d'antenne en azimut à 3dB (le facteur 2 est choisi de manière usuelle par la communauté RSO pour fixer une limite à partir de laquelle la puissance émise est très faible). En utilisant l'expression (2. 10), il vient donc une première vitesse radiale limite que l'on notera V_{r1} et qui vérifie :

$$V_{r1} = V_C \times 2\theta_{az,3dB} \qquad (2.\ 13)$$

En prenant par exemple $\theta_{az,3dB} = 6°$ et une vitesse du capteur $V_C = 120m.s^{-1}$, nous obtenons $V_{r1} \cong 25m.s^{-1} \cong 90km.h^{-1}$.

II.1.3.2) Cibles exo-clutter

Lorsque les cibles mobiles ont une vitesse radiale élevée, elles sont dites « exo-clutter ». La cible mobile va alors se projeter hors du lobe d'antenne et apparaître sur une zone sans clutter. Elle devient donc plus facilement détectable. Le squint réel de la cible mobile θ_P et son squint apparent θ_Q doivent donc vérifier :

$$sin(\theta_P) - sin\left(\theta_Q\right) > 2\theta_{az,3dB} \qquad (2.\ 14)$$

Et donc :

$$V_r > V_{r1} \qquad (2.\ 15)$$

II.1.3.3) Cibles repliées

Etant donnée une cible mobile dont la loi de phase de l'écho est donnée par $\varphi_P(t)$ (voir équation (2. 1)), on définit le décalage Doppler $F_{D,P}$ lié à la cible mobile P de la manière suivante :

$$F_{D,P} = \frac{1}{2\pi}\frac{d\varphi_P(t)}{dt} = \frac{2V_r}{\lambda} \tag{2. 16}$$

La limite de Nyquist spécifie que pour mesurer ce décalage Doppler sans ambiguïté, la fréquence de répétition des impulsions (*FRI*) doit être deux fois supérieure au décalage Doppler, ce qui se traduit par :

$$-\frac{FRI}{2} < F_{D,P} < \frac{FRI}{2}$$

Si cette limite n'est pas respectée, la fréquence Doppler réellement mesurée sera $\left[F_{D,P}\right]_{FRI}$, avec $[\cdot]$ le modulo, et le spectre de la cible mobile sera replié, ce qui génère des ambiguïtés dans l'estimation du vecteur vitesse de la cible mobile. Les solutions envisagées sont d'utiliser une *FRI* importante ou une *FRI* non uniforme [25]. Concernant les acquisitions qui sont étudiées au cours de cette thèse, la *FRI* utilisée est au minimum égale à $5kHz$. Dans ce cas, la vitesse radiale limite mesurable sans ambiguïté (que l'on notera V_{r2}) est égale à [26] :

$$V_{r2} = \frac{\lambda.FRI}{4} = 37.5m.s^{-1} = 135km.h^{-1}$$

Nous constatons que les fréquences de récurrences utilisées pour ces acquisitions sont suffisantes pour éviter ces repliements de spectre en milieu urbain.

La ***Figure 2.2*** présente un exemple d'image spotlight pour des fréquences allant jusqu'à la *FRI*, où l'on peut observer au centre la zone de clutter (encadrée en rouge) correspondant au lobe d'antenne où les cibles « endo-clutter » vont se projeter, et autour des zones sans clutter où les cibles exo-clutter vont apparaitre.

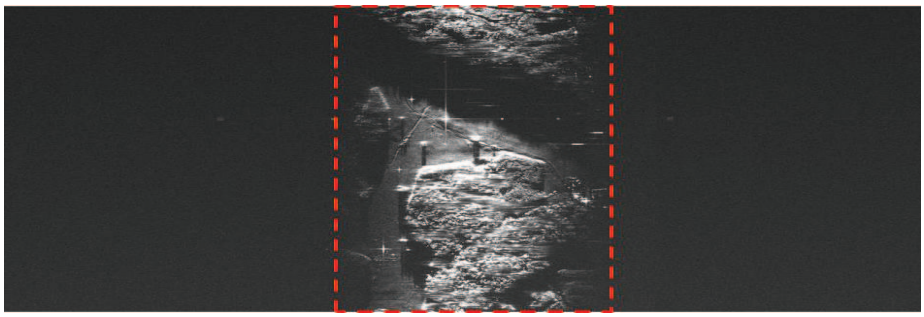


Figure 2.2 - Exemple d'image spotlight pour des fréquences allant jusqu'à la FRI. La zone centrale (encadrée en rouge) est la zone de clutter où les cibles endo-clutter vont apparaitre et les zones noires représentent des zones sans clutter où les cibles exo-clutter vont venir se projeter.

II.1.4) Bilan sur les effets résultants du mouvement d'une cible

L'écho d'une cible mobile est traité par le filtre RSO, qui lui, est adapté aux cibles fixes. Les effets résultants sur l'image apparente de la cible mobile dans l'image RSO sont de plusieurs natures, et dépendent des caractéristiques du mouvement de la cible. En effet, le mouvement d'une cible va générer, dans l'espace image :

- Une délocalisation azimutale par rapport à sa véritable position, et donc une superposition de la réponse de la cible avec des éléments de clutter (points fixes) placés au même endroit. Ce phénomène est principalement dû à la projection du vecteur vitesse de la cible sur la ligne de visée, à savoir sa vitesse radiale.
- Une défocalisation (autrement dit, un étalement) de la réponse de la cible en azimut, due à une migration différentielle par rapport aux échos fixes. Cet effet est principalement lié à la projection de la vitesse de la cible sur la trajectoire de l'avion (vitesse longitudinale de la cible) ainsi qu'à la projection de l'accélération de la cible sur l'axe de visée (accélération radiale).

Autrement dit, sur l'image RSO, les cibles mobiles vont apparaitre à côté de leur position réelle (voir **Figure 2.3**). En fonction de la résolution azimut utilisée, les réponses des cibles apparaîtront soit sous forme de lignes horizontales, soit sous forme de lignes légèrement courbées dans la direction distance (**Figure 2.4**).

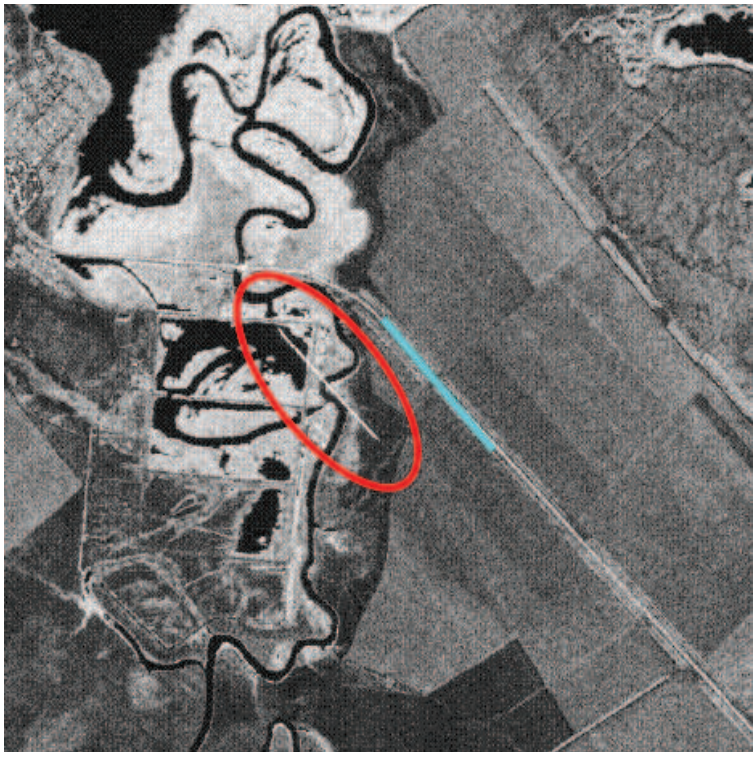
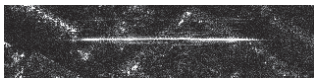


Figure 2.3 - Image prise par le capteur TERRASAR-X en Russie où l'on peut observer un rail de chemin de fer (cyan) et la signature d'un train qui apparait à côté du rail (entourée en rouge). Cette délocalisation est un marqueur de la vitesse radiale d'une cible mobile en RSO.

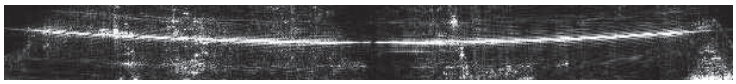
La courbure résiduelle des réponses à très haute résolution est dû à un terme de migration distance induit par l'ordre 2 de la loi de phase de l'écho [24]. Ce terme vaut [1]:

$$\Delta R = \left(\frac{V^2}{2D_0} - \frac{\overrightarrow{V_c}.\vec{V}}{D_0} + \frac{\overrightarrow{k_p}}{2}.\vec{A} \right) {T_{int}}^2 \qquad (2.\ 17)$$

Il doit être pris en compte plus particulièrement pour les cibles rapides ou les temps d'intégration importants. D'autre part, l'étalement de la réponse réduit le niveau d'amplitude sur l'image RSO, les lignes apparaissent donc moins brillantes que dans le cas de structures fixes focalisées.



a.



b.

Figure 2.4 - Exemple de signature de cibles mobiles sur des images RSO (Bande X, arènes de Nîmes). La direction azimutale est horizontale. a.: image à 50cm de résolution, la cible mobile apparait donc sous forme d'une ligne presque horizontale. b.: image à 10cm de résolution, on observe la courbure résiduelle de la réponse due à un terme de migration distance du second ordre.

II.2) Les cibles mobiles en radar multivoies

Dans la littérature, il existe deux grandes familles de détection, de localisation et de suivi de cibles mobiles en imagerie radar. On distingue tout d'abord les techniques d'imagerie multivoies, c'est-à-dire les techniques d'acquisition du signal rétrodiffusé par la scène par plusieurs antennes. Ces techniques ont pour point commun de permettre la détection des cibles mobiles par élimination du fouillis du sol (« clutter ») si on utilise au moins deux antennes pour l'acquisition. Avec 3 antennes, on peut localiser les cibles mobiles et estimer leur vitesse radiale V_r. Ces méthodes sont donc utiles dans le cas de cibles mobiles à faible rapport Signal-à-Clutter (RSC).

Certaines techniques sont utilisées sur des données non focalisées (on néglige alors la compensation de mouvement, les migrations distances…) et ne permettent donc pas d'estimer directement la vitesse azimutale des cibles mobiles. Dans ce cas, cette composante de vitesse est estimée par pistage à partir de plusieurs mesures. Dans cette partie, nous exposerons donc les principales techniques de traitement multivoies existantes, appliquées à des données non focalisées.

II.2.1) Le traitement multivoies sur données non focalisées

Les méthodes de traitement multivoies sur données non focalisées sont des méthodes appliquées à des temps d'acquisition très courts, ce qui permet de multiplier les points de mesure sur un temps donné. Deux méthodes principales entrent dans cette catégorie : la méthode DPCA (Displaced Phase-Centre Antenna) et le STAP (Space-Time Adaptive Processing).

II.2.1.1) La méthode DPCA (Displaced Phase-Centre Antenna)

Lorsque l'on s'intéresse à la détection des cibles mobiles au sol à partir d'acquisition en RSO aéroporté, l'un des problèmes majeur est la présence de clutter sur les scènes imagées. En effet, lorsque l'on observe une image distance-Doppler, le clutter peut être étendu dans la direction distance mais aussi dans la direction Doppler, ceci étant dû au mouvement de l'avion et à l'ouverture du lobe d'antenne. Ainsi, les cibles mobiles rapides, qui sont exo-clutter, seront facilement détectables, mais les cibles lentes peuvent être noyées dans le clutter et deviennent impossible à détecter si on ne supprime pas ce clutter [2].

La méthode DPCA (Displaced Phase-Center Antenna) a été développée pour résoudre le problème de la présence du clutter en RSO [27] [28]. Cette méthode permet d'utiliser les informations acquises par un système radar multivoies, afin de supprimer le clutter et d'améliorer ainsi la détectabilité des cibles mobiles [29]. Axelsson [30] décrit cette méthode dans le cas de deux antennes physiques séparées d'une distance Δy dans la direction du vol de l'avion, c'est-à-dire en azimut (voir **Figure 2.5**). Les deux antennes physiques seront numérotées 1 et 3, et fonctionnent en émission et en réception. Entre ces deux antennes, une antenne virtuelle (notée 2) correspond au cas où le signal émis de l'antenne 1 est reçu à l'antenne 3, et inversement.

On considère une cible mobile dont la vitesse radiale est notée V_r. On notera θ l'angle de squint de la cible mobile pour l'antenne 1. On notera Δy l'écart entre les deux antennes physiques 1 et 3. Avec l'approximation classique petits angles (l'angle de squint est considéré comme identique pour l'ensemble des antennes), les signaux reçus au temps t par les antennes 1, 2 et 3 sont de la forme (on prend l'antenne 1 pour référence) :

$$s_{r1}(t) = Ae^{j2\pi\left(\frac{2V_c}{\lambda}\sin(\theta)+\frac{2V_r}{\lambda}\right)t} = Ae^{j2\pi F_d t}$$

$$s_{r2}(t) = Ae^{j2\pi F_d t}e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}\Delta y\sin(\theta)} = Ae^{j2\pi\frac{2V_c}{\lambda}\sin(\theta)\left(t-\frac{\Delta y}{2V_c}\right)}e^{j\frac{4\pi}{\lambda}V_r t}$$

$$s_{r3}(t) = Ae^{j2\pi F_d t}e^{-j\frac{4\pi}{\lambda}\Delta y\sin(\theta)} = Ae^{j2\pi\frac{2V_c}{\lambda}\sin(\theta)\left(t-\frac{\Delta y}{V_c}\right)}e^{j\frac{4\pi}{\lambda}V_r t}$$

Avec :

$$F_d = \frac{2V_c}{\lambda}\sin(\theta) + \frac{2V_r}{\lambda} \qquad (2.\ 18)$$

On notera $U_1 = s_{r2}(t + \Delta t) - s_{r1}(t)$ et $U_2 = s_{r3}(t + \Delta t) - s_{r2}(t)$. On choisit Δt de manière à ce qu'il soit adapté à l'écart entre les deux antennes physiques 1 et 3 de la manière suivante:

$$\Delta t = \frac{\Delta y}{V_c} \tag{2. 19}$$

Les quantités U_1 et U_2 sont donc données par :

$$U_1 = Ae^{j2\pi F_d t}\left(e^{j\frac{2\pi V_r}{\lambda V_c}\Delta y} - 1\right) \tag{2. 20}$$

$$U_2 = Ae^{j2\pi F_d t - j\frac{2\pi}{\lambda}\Delta y \sin(\theta)}\left(e^{j\frac{2\pi V_r}{\lambda V_c}\Delta y} - 1\right) \tag{2. 21}$$

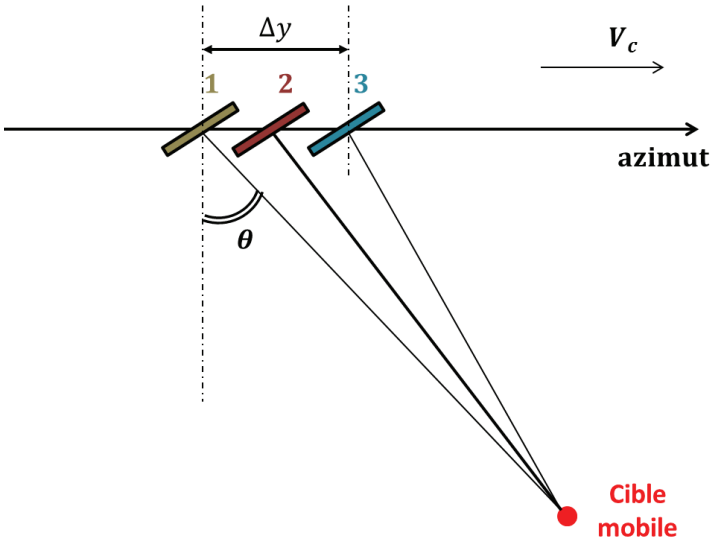


Figure 2.5 - Définition de la géométrie DPCA. Les antennes physiques sont numérotées 1 et 3, l'antenne virtuelle est en 2.

Avec seulement 2 antennes, nous ne pouvons obtenir que la quantité U_1. Cette quantité est nulle si la scène ne contient que des cibles fixes, et elle est non nulle pour des cibles mobiles avec une vitesse radiale $V_r \neq 0$. La méthode DPCA utilisée avec deux antennes ne permet donc que de détecter les cibles mobiles. Avec 3 antennes, l'estimation du squint θ s'effectue en calculant la quantité R vérifiant :

$$R = \frac{U_1 - U_2}{U_1 + U_2}$$

Des expressions (2. 20) et (2. 21), on tire :

$$R = j\tan\left(\frac{\pi\delta y \sin(\theta)}{\lambda}\right) \tag{2. 22}$$

De l'expression (2. 22), on estime donc la valeur de θ, ce qui permet de localiser la cible mobile. Cette estimation de θ permet, en utilisant l'expression de la fréquence Doppler de la cible mobile (voir équation (2. 18)), de lever l'ambiguïté entre la position et la vitesse radiale de la cible mobile et ainsi d'estimer cette vitesse radiale. Avec 3 antennes, la méthode DPCA permet donc de détecter, de localiser et d'estimer la composante de vitesse radiale des cibles mobiles.

II.2.1.2) Le traitement spatio-temporel adaptatif (STAP)

La méthode DPCA requiert un calibrage très précis de la fréquence de répétition des impulsions (*FRI*) dépendant de la vitesse du capteur. Cependant, dans les cas réels, la trajectoire d'un capteur n'est pas parfaite et des turbulences peuvent intervenir, ce qui a pour conséquence de faire varier la vitesse du capteur. La suppression du clutter est de ce fait limitée par cette méthode [2].

Une nouvelle extension de la méthode DCPA est la méthode du traitement spatio-temporel adaptatif ou *Space-Time Adaptive Processing* (STAP) en anglais [31, 32]. Cette méthode utilise conjointement les dimensions spatiales et temporelles des signaux reçus, contrairement au traitement d'antenne classique qui n'exploite que la dimension spatiale. De manière analogue à la méthode DPCA, le STAP utilise un réseau d'antennes mais permet une plus grande souplesse quant à leur répartition [30]. De manière générale, un processeur STAP est basé sur la théorie de l'estimation par maximum de vraisemblance [33]. Les données de base du STAP sont constituées de vecteurs de données que l'on notera $\boldsymbol{X_{STAP}}$. Ces vecteurs sont constitués de M impulsions détectées sur chacune des N antennes formant le réseau. Un schéma résumant le principe du traitement STAP est donné par la **Figure 2.6**.

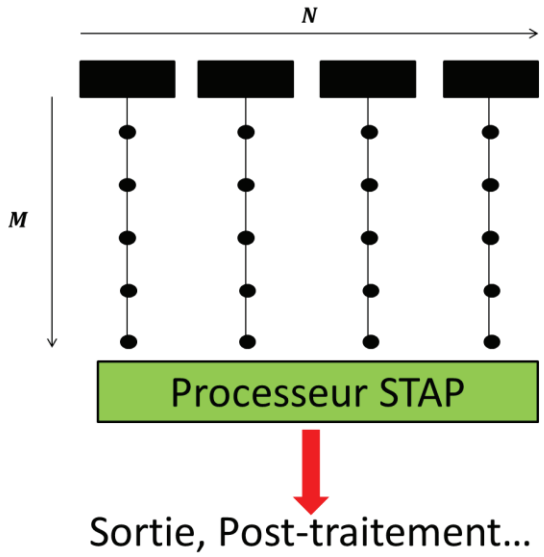


Figure 2.6 : Principe général d'un filtre STAP.

Les propriétés spatio-temporelles des signaux reçus (que ce soit le signal utile ou le clutter) permettent d'établir l'expression d'un filtre STAP optimal $\boldsymbol{W}$ pour la détection des

cibles mobiles. Soit $\boldsymbol{S}(\theta, V_r)$ le signal que recevraient les capteurs s'il provenait d'une cible mobile ayant une vitesse radiale V_r et située à un angle de squint θ. En faisant l'approximation que la trajectoire du capteur est rectiligne uniforme, on a :

$$S(\theta, V_r) = \begin{bmatrix} s_{1,1} \\ \vdots \\ s_{1,N} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ s_{M,1} \\ \vdots \\ s_{M,N} \end{bmatrix} \text{ avec } s_{i,j} = e^{-2\varphi_{i,j}\sqrt{-1}}$$

et :

$$\varphi_{i,j}(\theta, V_r) = \frac{2\pi}{\lambda}\left(d_{1-i}sin(\theta) + 2j\frac{Vsin(\theta) + V_r}{FRI}\right)$$

On notera également $\boldsymbol{N}$ le vecteur d'interférences. Ces interférences sont causées par le clutter, le bruit thermique et éventuellement du signal de brouillage [2]. On a donc :

$$\boldsymbol{X_{STAP}} = \boldsymbol{S} + \boldsymbol{N}$$

On notera z le résultat du filtrage du vecteur de mesure $\boldsymbol{X}$ par le filtre STAP. Cette quantité est donc définie par:

$$z = \boldsymbol{W}^H\boldsymbol{X}$$

avec H l'opérateur transposé-conjugué. On définit également :

$$y = \boldsymbol{W}^H\boldsymbol{S}$$

Et:

$$c = \boldsymbol{W}^H\boldsymbol{N}$$

Afin de détecter la cible mobile, on cherche à maximiser la quantité $E(|y|^2)/E(|c|^2)$ par rapport au filtre STAP $\boldsymbol{W}$. On cherche donc :

$$Q = \max\left(\frac{|\boldsymbol{W}^H\boldsymbol{S}|^2}{|\boldsymbol{W}^H\boldsymbol{N}|^2}\right) = \max\left(\frac{|\boldsymbol{W}^H\boldsymbol{S}|^2}{(\boldsymbol{W}^H\boldsymbol{R}\boldsymbol{W})}\right) \quad (2.\ 23)$$

où $\boldsymbol{R}$ représente la matrice de covariance des interférences, définie par $\boldsymbol{R} = E(NN^H)$. En remarquant que $\boldsymbol{R} = \boldsymbol{R^{1/2}R^{1/2}}$ et en utilisant l'équation (2. 23), il vient :

$$Q = \max\left(\frac{\left|\boldsymbol{W}^H\boldsymbol{R^{1/2}R^{-1/2}S}\right|^2}{(\boldsymbol{W}^H\boldsymbol{R}\boldsymbol{W})}\right) \quad (2.\ 24)$$

Selon l'inégalité de Cauchy-Schwarz :

$$Q \leq \frac{\left|\boldsymbol{W}^H \boldsymbol{R}^{1/2}\right|^2 \left|\boldsymbol{R}^{-1/2}\boldsymbol{S}\right|^2}{(\boldsymbol{W}^H \boldsymbol{R}\boldsymbol{W})} = \frac{(\boldsymbol{W}^H \boldsymbol{R}\boldsymbol{W})(\boldsymbol{S}^H \boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{S})}{(\boldsymbol{W}^H \boldsymbol{R}\boldsymbol{W})} = (\boldsymbol{S}^H \boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{S})$$

La quantité Q est donc maximale lorsque :

$$\boldsymbol{W}^H \boldsymbol{R}^{1/2} = k\, \boldsymbol{S}^H \boldsymbol{R}^{-1/2}$$

Avec k le facteur de normalisation. On en déduit l'expression du filtre STAP optimal adapté à la détection des cibles mobiles [33], [34], [2] :

$$\boldsymbol{W} = k\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{S} \tag{2. 25}$$

Les méthodes DPCA et STAP permettent donc de détecter les cibles mobiles, et également de les localiser et d'estimer leur vitesse radiale si on utilise au moins trois antennes. Elles permettent d'exploiter des données non focalisées, ce qui permet de multiplier les points de mesure sur des temps très courts. Ces méthodes ne permettent cependant pas d'estimer la vitesse azimutale des cibles mobiles. Des méthodes de pistage complémentaires sont alors nécessaires pour estimer cette composante de vitesse.

II.2.2) Le traitement multivoies sur données focalisées : l'exemple de l'ATI

Les traitements multivoies sur données non focalisées ne sont pas les seuls traitements existants. En effet d'autres techniques sont utilisées sur données focalisées (post compensation et correction des effets de migration distance), et permettent également de détecter, de localiser et d'estimer la vitesse radiale de cibles lentes. La vitesse azimutale peut cette fois-ci être estimée par autofocus, comme dans le cas des techniques d'acquisition monovoies. Dans ce paragraphe, nous allons présenter la technique la plus utilisée dans cette catégorie, à savoir l'Interférométrie Along-Track (ATI).

II.2.2.1) Introduction

Bien que relativement récente, l'interférométrie radar est déjà très largement utilisée par la communauté de télédétection par radar. Le principe de l'interférométrie radar a été exposé en premier par Graham en 1974 et a été validé sur des données SEASAT et SIR-B [35]. L'interférométrie radar consiste à comparer deux signaux et à examiner le décalage de phase entre ces deux signaux. Les acquisitions peuvent être effectuées par deux capteurs embarqués soit sur deux avions ou satellites différents (c'est le cas, par exemple, de la mission Tandem-X [36]) soit sur le même avion ou satellite.

Dans le cas du RSO aéroporté, une technique de traitement multivoies consiste à réaliser l'acquisition des deux images sous la même géométrie à des instants différents. Cela

consiste par exemple à fixer deux antennes dans le sens du déplacement de l'avion. On parlera d'interférométrie along-track ou ATI. C'est cette technique, appliquée à la détection de cibles mobiles lentes, qui sera décrite plus particulièrement dans ce manuscrit.

II.2.2.2) Description de la méthode

On considère un système constitué des deux antennes alignées dans la direction azimut (**Figure 2.7**). La distance entre les deux antennes est la baseline (notée b). On considère une cible mobile P_t évoluant à vitesse constante. On notera V_r et V_l les modules des vitesses radiales et azimutales de la cible, et V_c le module de la vitesse du capteur. On considère le cas où $|V_r|$, $|V_l| \ll |V_c|$. On posera i et j les coordonnées en azimut et en distance, $z_1(i,j)$ l'image RSO complexe d'une zone au sol prise par l'antenne 1 et $z_2(i,j)$ l'image RSO complexe de la même zone au sol prise par l'antenne 2.

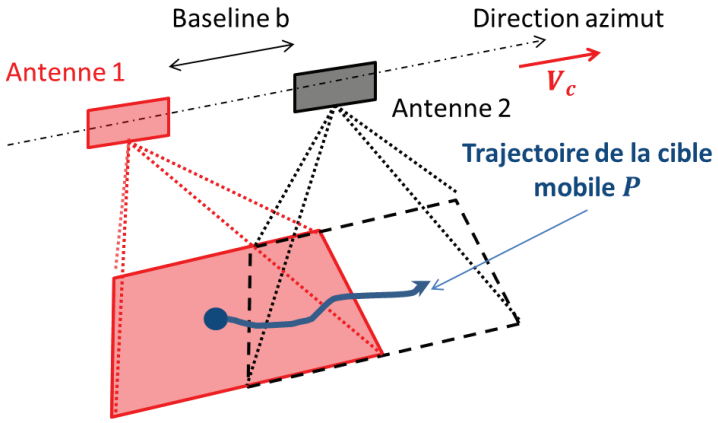


Figure 2.7 : Géométrie d'un système conçu pour l'interférométrie along-track.

L'image z_1 sera acquise à un temps t_0 et l'image z_2 sera acquise à un temps $t_0 + \Delta t$, où $\Delta t = b/V_c$. La phase interférométrique $\varphi_{int}(i,j)$ correspond donc à la phase du produit entre z_1 et z_2^*, où * représente l'opérateur conjugaison. On montre alors que cette phase interférométrique, dans un cas idéal sans bruit, est donnée par [3], [37], [38] :

$$\varphi_{int}(i,j) = \left[\frac{4\pi}{\lambda} V_r(i,j)\Delta t\right]_{2\pi} = \left[\frac{2\pi}{\lambda} b \frac{V_r(i,j)}{V_c}\right]_{2\pi}$$

où λ est la longueur d'onde d'émission et $[\cdot]_{2\pi}$ représente l'opération « modulo-2π ». La phase φ_{int} sera donc différente de zéro si une cible mobile est présente, et égale à zéro dans le cas contraire. La détection des cibles mobiles s'effectue dans ce cas par estimation de l'interférogramme de la zone imagée.

II.2.2.3) Limitations

L'*ATI* est un traitement sur données focalisées, c'est-à-dire des données intégrées sur des temps plus longs que dans le cas du STAP ou du DPCA (quelques secondes). On émet

l'hypothèse que la vitesse des cibles est constante sur le temps d'intégration. Dans les cas réels, cette hypothèse n'est pas toujours vérifiée, ce qui peut biaiser l'estimation de la vitesse des cibles mobiles.

De plus, la phase interférométrique est définie à 2π près, et devient donc ambiguë pour des vitesses radiales de cibles supérieures à une vitesse $V_{r,lim}$. Cette valeur limite est atteinte lorsque $\varphi_{int}(i,j) = \pm\pi$ et vaut donc :

$$|V_{r,lim}| = \pm\frac{\lambda}{2b}V_c$$

Considérons le système satellitaire TANDEM-X [36] à titre d'exemple. On fixe la baseline à $100m$ (ce qui est la plus petite baseline possible en ATI pour ces satellites). La vitesse du capteur vaut $V_c = 7.6km.s^{-1}$, et la fréquence d'émission est de $9.65GHz$. On obtient une vitesse radiale limite de $1.2m.s^{-1}$ environ. L'ATI au niveau satellitaire est surtout utilisée pour la détection et l'estimation de courants marins, ou de mouvements de terrains, comme par exemple l'évolution d'une faille sismique.

Au niveau aéroporté, les vitesses limites détectables sont un peu plus élevées, ce qui permet de détecter et d'estimer les cibles lentes. A titre d'exemple, pour le système AIRSAR [39], les vitesses radiales limites sont de l'ordre de $5m.s^{-1}$ pour le mode d'acquisition standard. Afin de lever cette ambiguïté concernant les vitesses élevées de cibles mobiles, on peut utiliser l'*ATI* avec plus de deux antennes, constituant alors un système multi *baselines*. Cette méthode permet de plus d'être particulièrement efficace concernant l'estimation de cibles lentes et à faible rapport signal-à-clutter [40]. On montre également dans [41] que la combinaison entre l'ATI multi baselines et le DPCA est une solution très intéressante pour la détection du trafic routier.

II.3) Les cibles mobiles en imagerie RSO monovoies

Les techniques présentées précédemment nécessitent l'utilisation de plusieurs voies d'acquisition (au moins deux). Ces techniques présentent l'avantage de pouvoir supprimer le clutter des scènes imagées afin de ne retenir que les cibles mobiles. Dans certains cas, à cause de contraintes mécaniques, les systèmes RSO imageurs ne sont constitués que d'une seule voie d'acquisition. On parle alors de RSO monovoie.

Contrairement aux techniques multivoies présentées au paragraphe précédent, l'imagerie RSO monovoie ne permet pas de supprimer automatiquement le clutter des scènes observées. Par conséquent, en imagerie RSO monovoie, nous ne pouvons pas détecter automatiquement les cibles mobiles ni estimer leur vitesse radiale. Néanmoins, ces techniques permettent d'estimer une composante de vitesse de ces cibles (la composante azimutale de vitesse V_l [42]) et de connaitre leurs coordonnées sur les images RSO [43]. Certaines études intéressantes concernant le pistage des cibles mobiles au sol ont même été effectuées, en utilisant des techniques multi-images non cohérentes. Ces techniques présentent cependant quelques limitations que nous détaillerons.

II.3.1) Focalisation des cibles mobiles et estimation de la vitesse azimutale

II.3.1.1) Position du problème

L'écho d'une cible mobile va générer des effets résultants sur les images RSO, à savoir une délocalisation de la réponse de la cible en azimut et une défocalisation de cette réponse (voir paragraphe II.1). L'erreur de phase qui induit la défocalisation de la réponse de la cible mobile peut néanmoins être compensée, et ceci permet également de mesurer des informations de vitesse de la cible mobile. Nous verrons qu'il existe différentes techniques permettant d'effectuer cette correction de phase. Nous nous intéresserons dans ce paragraphe aux principales méthodes de focalisation de cibles mobiles en RSO monovoies, sachant que des techniques de détection de cibles mobiles par focalisation existent également en RSO multivoies (voir, par exemple, [44]).

II.3.1.2) Les méthodes Temps-Fréquence

L'imagerie RSO est basée sur le modèle des points brillants, c'est-à-dire que les cibles observées sont ponctuelles et isotropes. De ces considérations découle une hypothèse de stationnarité des cibles. Pour cette raison, le processus d'inversion de l'imagerie RSO est généralement effectué par transformée de Fourier temporelle. Cependant, dans le cadre actuel de l'imagerie très haute résolution, on utilise une large bande et une excursion angulaire importante. L'hypothèse de stationnarité peut alors être remise en cause, plus particulièrement dans le cadre des cibles mobiles et des milieux urbains.

Pour analyser les variations de phases induites par le mouvement d'une cible mobile, on peut utiliser des techniques d'analyse temps-fréquence. Après avoir redéfini la stationnarité et montré les limites de la transformée de Fourier, on présentera rapidement le principe de l'analyse temps-fréquence, et on évoquera les distributions temps-fréquences couramment utilisées dans la littérature pour analyser le signal rétrodiffusé par les cibles mobiles.

II.3.1.2.1) Stationnarité et limite de la transformée de Fourier

Un processus aléatoire est dit stationnaire si ses propriétés statistiques sont invariantes dans le temps. Dans le cadre d'une scène fixe, cette hypothèse est souvent utilisée, et l'outil usuel pour étudier les échos d'une scène stationnaire est la transformée de Fourier. Cependant, cet outil traduit mal les phénomènes transitoires : elle les traduit par une somme d'ondes permanentes qui interfèrent, ce qui n'a aucun sens physique. On perd donc ici la notion de temps des signaux émis. Un exemple concret de cette perte d'information serait d'observer le contenu spectral d'une note de musique : les fréquences émises apparaissent, mais pas l'instant où la note a été jouée (**Figure 2.8**).

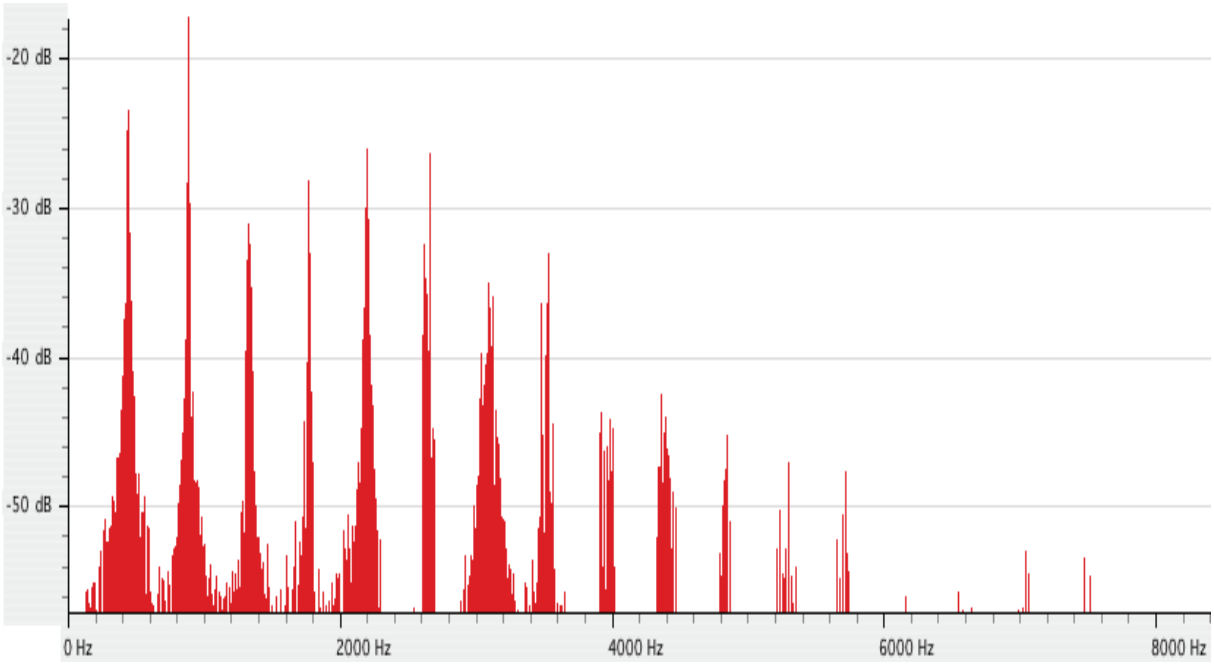


Figure 2.8 - Spectre fréquentiel du son la_0 (de fréquence 440Hz) émis par un son de violon de la banque de sons du logiciel GarageBand.

II.3.1.2.2) Généralités sur les distributions temps-fréquence

L'équation (2. 16) donne l'expression du décalage Doppler $F_{D,P}(t)$ induit par le mouvement d'une cible mobile en fonction de la phase instantanée de la cible mobile :

$$F_{D,P}(t) = \frac{1}{2\pi}\frac{d\varphi_P(t)}{dt}$$

où l'expression de $\varphi_P(t)$ est donnée par l'équation (2. 1). On constate donc ici qu'une rampe de phase correspond à une fréquence constante, et une phase quadratique correspond à un chirp linéaire. Pour les petits mouvements d'une cible mobile, la variation de phase par rapport à un point fixe équivaut à une somme d'un terme proportionnel au mouvement radial de la cible et un autre terme plus complexe dépendant du mouvement azimutal de la cible, ce qui correspond aux équations développées en II.I.2 et par [1].

Par estimation de cette fréquence instantanée et, par conséquent, de la phase instantanée $\varphi(t)$, on peut générer un signal de correction de la forme $exp^{-j\varphi_P(t)}$ et ainsi refocaliser les cibles mobiles [45]. Du fait de la dépendance temporelle de la phase instantanée $F_{D,P}(t)$, sa valeur peut être évaluée à l'aide de techniques temps-fréquence [46, 47].

II.3.1.2.3) La Transformée de Fourier à Court Terme

Il existe de nombreuses méthodes temps-fréquence pouvant être appliquées à un problème particulier, et il n'est pas toujours facile de savoir laquelle choisir. Une des

méthodes les plus couramment utilisée est la transformée de Fourier à court terme (plus connues sous leur nom anglais *Short-Time Fourier Transform* (STFT)). La STFT est la transformation la plus simple, définie par [48]:

$$STFT(t,\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(\tau)w(t-\tau)e^{-j\omega\tau}d\tau$$

où $s(t)$ est un signal et $w(t)$ est une fonction fenêtre. La limitation majeure de cette méthode est le principe d'incertitude d'Heisenberg. En effet, à cause de l'utilisation d'une fenêtre $w(t)$ limitée en temps, il s'établit un compromis entre la résolution en temps et en fréquence. Une fenêtre large permettra par exemple d'obtenir une bonne résolution en fréquence, mais la précision temporelle sera faible.

II.3.1.2.4) La Distribution de Wigner-Ville

Afin de remédier à ce problème, on peut avoir recours à la distribution de Wigner-Ville ou *Wigner-Ville Distribution* en anglais (WVD), qui est en réalité la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation instantanée du signal :

$$W_s(t,\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t+\tau/2)s^*(t-\tau/2)e^{-j\omega\tau}\,d\tau$$

On peut montrer que la distribution de Wigner-Ville permet, dans le cas d'un signal avec une seule composante en fréquence, d'estimer directement la fréquence instantanée $F_{D,P}(t)$ via la relation [45]:

$$F_{D,P}(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \omega.W_s(t,\omega)df \Big/ \int_{-\infty}^{+\infty} W_s(t,\omega)df$$

II.3.1.2.5) Limitations de la WVD

Cette distribution répond à un principe de superposition quadratique et non linéaire. Par conséquent, la transformée de Wigner-Ville de deux signaux (issus d'une même cible ou dans un cas multi-cible) ne se réduit pas à la somme des distributions individuelles de ces signaux : un ou plusieurs termes d'interférence (selon qu'il y ait deux ou plusieurs composantes analysées) de nature oscillante vont venir brouiller la lisibilité de la représentation temps-fréquence [48]. Il existe cependant des méthodes plus robustes contre ces termes d'interférence, comme les méthodes pseudo Wigner-Ville ou pseudo Wigner-Ville lissée, qui permettent un lissage en temps et en fréquence [49] [50]. Ceci se faisant au détriment de la résolution en temps et en fréquence, le choix de la distribution temps-fréquence se fera en fonction de l'application, du contexte (mono-cible ponctuelles ou étendues et anisotropes, multi-cible…) et donc des propriétés recherchées et inconvénients tolérés. De manière générale, les méthodes temps-fréquence sont utilisées pour l'exploitation de signaux dont le contenu spectral varie au cours du temps [51].

II.3.1.3) Focalisation pendant le traitement : étude du spectre 2D de l'écho des cibles mobiles

La méthode que nous allons décrire dans ce paragraphe étudie le spectre 2D du signal rétrodiffusé par les cibles mobiles afin d'estimer leur vitesse relative par rapport au capteur aéroporté et de les refocaliser sur les images RSO. Cette méthode décrite par Young et basée sur une méthodologie initialement développée par Soumekh [52] a été utilisée à de nombreuses reprises par la suite [25, 53] comme base d'algorithmes de pistages de cibles mobiles. La **Figure 2.9** présente le scénario étudié et le repère utilisé pour représenter les signaux émis et reçus par le capteur RSO. Le mode stripmap est retenu par les auteurs pour la modélisation des signaux reçus, qui seront représentés dans un repère orthogonal que l'on notera $(0, x, y)$, correspondant au plan d'incidence. y est l'axe représentant la direction de l'avion et x représente l'axe distance non projeté (et non squinté).

On introduit ici la terminologie utilisée par Soumekh où le temps lent, *slow time* en anglais, sera représenté par la variable u et sera lié à la position en azimut y du capteur aéroporté [54]. Le temps rapide sera représenté par la variable t (son équivalent en fréquence sera noté ω) et est lié au temps de propagation des ondes électromagnétiques. Ces terminologies sont là pour rappeler que le capteur aéroporté se déplace beaucoup plus lentement que les ondes électromagnétiques ne se propagent en direction de la scène imagée.

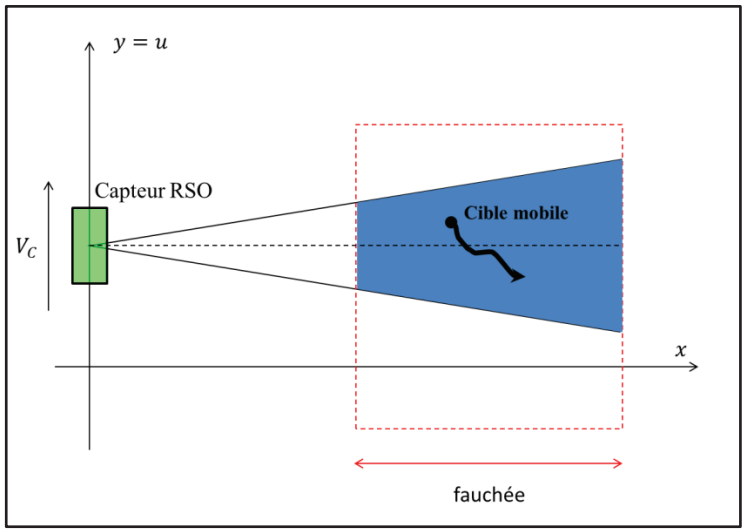


Figure 2.9 - Scénario d'une d'acquisition en mode stripmap (vue de dessus).

Considérons une cible mobile à l'instant $t = 0$ en (x_0, y_0). La cible est animée d'une vitesse $(-v_x, -v_y)$ dans le plan d'incidence[1]. On exprimera ce vecteur vitesse relativement à la vitesse du capteur :

$$(-v_x, -v_y) = (-\mu V_C, -\nu V_C)$$

[1] Le signe négatif est choisi afin d'introduire des symétries dans l'expression de l'écho de la cible mobile

A l'instant t le capteur a pour coordonnées $(0, y = V_C t \equiv u)$, avec V_C la vitesse du capteur RSO, et la cible est en $(x_1 = x_0 - \mu u,\ y_1 = y_0 - \nu u)$. L'écho reçu de cette cible mobile par le capteur RSO est noté $s_r(u,t)$ et est donné par [53]:

$$\begin{aligned} s_r(u,t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} a(x_1, y_1 - u, \omega) P(\omega) f e^{-j2kD(u)} e^{j\omega t} d\omega \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} S_r(u,\omega) e^{j\omega t} d\omega \end{aligned} \tag{2. 26}$$

avec $a(x,y,\omega)$ le lobe d'antenne, $P(\omega)$ la transformée de Fourier par rapport à la variable t du signal $p(t)$ émis par le capteur (voir, par exemple, [55]), f la réflectivité complexe de la cible mobile, $S_r(u,\omega)$ la transformée de Fourier par rapport à t de $s_r(u,t)$ et $D(u)$ la distance entre la cible et le capteur. Cette distance est donnée par :

$$D(u) = \sqrt{(x_0 + \mu u)^2 + (y_0 - (\nu + 1)u)^2} \tag{2. 27}$$

On peut écrire $D(u)$ sous une forme plus compacte. En développant les termes de (2. 27) et en notant $\zeta = \nu + 1$, on obtient :

$$D(u) = \sqrt{X^2 + (Y - \alpha u)^2}$$

avec les relations suivantes [52, 53, 56]:

$$X^2 + Y^2 = x_0^2 + y_0^2 \tag{2. 28}$$

$$\alpha Y = \mu x_0 + \zeta y_0 \tag{2. 29}$$

$$\alpha = \sqrt{\mu^2 + \zeta^2} \tag{2. 30}$$

Soit $\widehat{S_r}(k_u, \omega)$ la transformée de Fourier de $S_r(u,\omega)$ par rapport à la variable u. En utilisant les relations (2. 26) et (2. 27), il vient :

$$\widehat{S_r}(k_u, \omega) = A(k_u, \omega) P(\omega) f e^{-j\Psi(k_u, \omega)}$$

On montre alors dans [53] qu'avec le changement de variable :

$$k_X = \sqrt{4k^2 - \left(\frac{k_u}{\alpha}\right)^2} \tag{2. 31}$$

$$k_Y = \frac{k_u}{\alpha} \tag{2. 32}$$

la phase $\Psi(k_u, \omega)$ peut s'exprimer sous la forme :

$$\Psi(k_X, k_Y, \alpha) = k_X X + k_Y Y$$

Le passage des coordonnées (x, y, μ, ν) aux coordonnées (X, Y, α) est un élément clé de cette approche. En effet, ceci permet, moyennant le changement de variable donné par les expressions (2. 31) et (2. 32), de représenter les données dans l'espace de Fourier sur une grille rectangulaire (k_X, k_Y) avec un échantillonnage régulier. Ce procédé est appelé interpolation de Stolt et est décrit en détail dans la thèse de Mohamed Tria [12]. En appliquant une transformée de Fourier 2D inverse, on obtient la localisation spatiale de la cible mobile :

$$s_{k_X,k_Y}(X, Y, \alpha) = TF^{-1}_{(k_X,k_X)}\left[\widehat{S_r}(k_X, k_X, \alpha)\right] \quad (2.\ 33)$$

Si la cible était immobile, la relation (2. 33) permettrait directement de focaliser cette cible sur l'image RSO. De manière générale, cette relation est la relation de base du traitement RMA (voir [12]) et elle permet d'obtenir la distribution spatiale des réflecteurs présents sur la scène imagée. Si la cible est mobile, sa réponse sur l'image RSO apparait défocalisée et délocalisée [1] et ne sera focalisée que si la bonne valeur de α (correspondant à la vitesse relative de la cible mobile) est incorporée à l'algorithme de reconstruction du signal $s_{k_X,k_Y}(X, Y, \alpha)$.

Young, Nasrabadi et Soumekh [52, 56] recherchent alors la valeur de α qui maximise l'énergie de reconstruction au voisinage de (X, Y). Cette méthode permet à la fois de focaliser les cibles, et de détecter si une cible mobile est effectivement présente (lorsque le maximum de la fonction d'énergie dépasse un certain seuil). Ce critère est en ce sens très proche du critère utilisé dans la méthode que nous décrirons dans le prochain paragraphe.

II.3.1.4) Focalisation post-traitement : la méthode Shear averaging

Afin de compenser les erreurs de phases induites par le mouvement d'une cible mobile (même les erreurs d'ordre élevé), on peut utiliser un algorithme d'autofocalisation proposé par J.R. Fienup [24] appelée « Shear Averaging ». Cette méthode consiste à segmenter l'image en différents patchs (zones), à focaliser chaque patch séparément et à mesurer la netteté qui augmente dans chaque patch au fur et à mesure du traitement. La focalisation passe par l'estimation de la phase aberrante causée par le mouvement d'une cible afin d'en déduire une correction appropriée. Au départ, cette technique de focalisation était appliquée à des images RSO afin d'améliorer la focalisation des scènes fixes [57, 58] mais cette technique peut être adaptée au cas des cibles mobiles. Dans ce manuscrit, nous décrivons cet algorithme en particulier parce que la démarche est très proche de celle que nous adopterons dans cette thèse.

II.3.1.4.1) Principe de la méthode

Cet algorithme de détection de cible mobile se base sur le fait que la scène statique observée ne comporte aucune erreur de phase substantielle, mais qu'en revanche, les composantes de la loi de phase de l'écho d'une cible mobile sont aberrantes et peuvent donc être analysées pour être reliées au mouvement de la cible [24]. La méthode permet à la fois de refocaliser les cibles mobiles, mais aussi d'établir un critère de présence ou d'absence d'une cible mobile. Selon J.R. Fienup, cette méthode a la particularité d'être très rapide à l'exécution, elle permet de détecter des erreurs de phase d'ordre élevé (supérieur à 2) et fonctionne même dans le cas où la réponse de la cible sur l'image RSO ne comporte pas un point brillant dominant [24].

La **Figure 2.10** résume le déroulement de la méthode proposée par l'auteur. On part d'une image RSO de toute la scène (à valeurs complexes). On effectue une segmentation de l'image en différents patchs, et on étudie chaque patch pour savoir si une cible mobile est présente dans le patch. On considère que chaque patch est constitué de M pixels en range et de N pixels en azimut. Chaque patch subit une transformée de Fourier azimut afin d'obtenir la loi de phase de l'écho de la cible mobile. L'algorithme d'autofocalisation est ensuite appliqué pour obtenir une estimation de l'erreur de phase pour le patch. On corrige ainsi la loi de phase dans le patch, et après une transformée de Fourier inverse, on obtient l'image corrigée. On utilise ensuite un critère image que l'on décrira plus précisément par la suite, qui permettra de conclure quant à la présence ou à l'absence d'une cible mobile dans le patch.

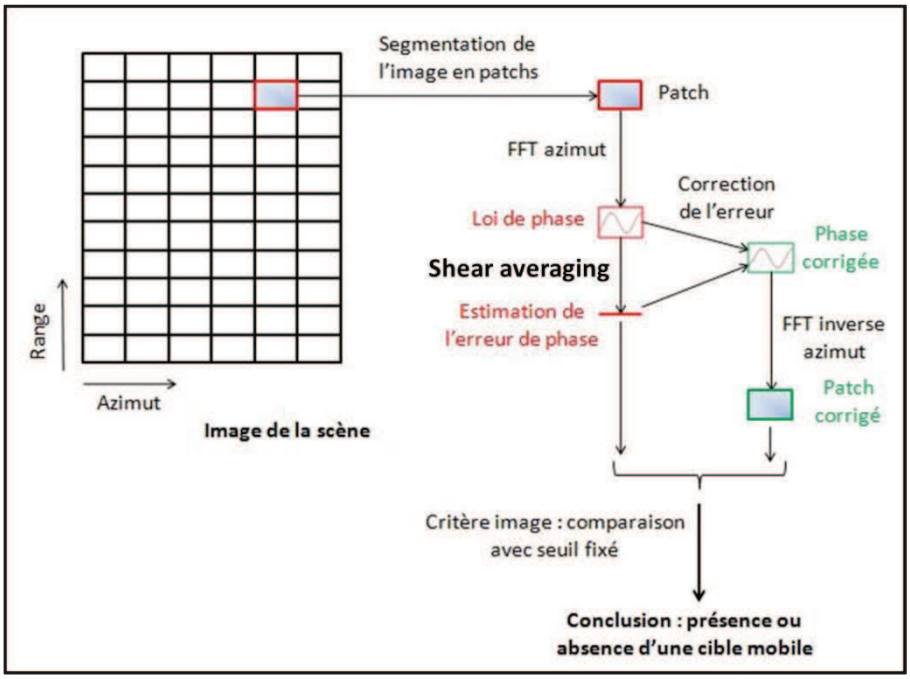


Figure 2.10 - Déroulement de la méthode basée sur l'utilisation de l'algorithme d'autofocalisation « Shear Averaging ».

II.3.1.4.2) Détail de l'algorithme « Shear Averaging »

On notera $Z(u,v)$ la transformée de Fourier complexe du signal non dégradé par une quelconque défocalisation, et son équivalent dans l'espace image serait donc l'image idéale complexe notée $z(i,j)$. On suppose alors que cette image RSO est dégradée par une erreur de phase invariante spatialement et uniquement dans la direction azimut. Le signal aberrant, que nous noterons Z_{ab}, s'écrit donc dans l'espace de Fourier:

$$Z_{ab}(u,v) = Z(u,v)\exp\big(i\varphi_e(v)\big)$$

Où $\varphi_e(v)$ est l'erreur de phase dans la direction azimut. Dans le cas des images spotlight, u est une coordonnée en fréquence, j est la coordonnée en range dans l'espace-image, alors que v et i sont les coordonnées azimut respectivement dans l'espace de Fourier et dans l'espace image. Dans un premier temps, on calcule la quantité $S(v)$ appelée « Shear Averaged Quantity » par l'auteur:

$$S(v) = \sum_{u=1}^{M} Z_{ab}(u,v){Z_{ab}}^{*}(u,v-a)$$

où M est la dimension de l'image (patch) en distance et a est un nombre fixé d'échantillons en azimut. On prend généralement $a = 1$, le cas $a > 1$ peut néanmoins être utile dans le cas d'un signal suréchantillonné en azimut. On montre que la quantité $S(v)$ vaut, à un coefficient de normalisation près (voir [57] pour les détails):

$$S(v) = |S(v)|\exp\big(i\varphi_s(v)\big) \propto \exp\big(i\varphi_e(v) - i\varphi_e(v-a)\big)$$

On constate donc que la phase de $S(v)$ notée $\varphi_s(v)$ est approximativement égale à la différence d'erreur de phase entre le $(v-a)$ème échantillon et le $v$ème échantillon. Une estimation de l'erreur de phase peut être donnée par :

$$\hat{\varphi}_e(v) = \sum_{m=1}^{v/a} \varphi_s(ma)$$

avec $\hat{\varphi}_e(0) = 0$. Cette estimation de l'erreur de phase est alors soustraite à la phase de $G(u,v)$ pour obtenir une version corrigée du signal :

$$Z_{cor}(u,v) = Z_{ab}(u,v)\exp[-i\hat{\varphi}_e(v)]$$

Par transformée de Fourier inverse, on obtient donc l'image correctement focalisée.

II.3.1.4.3) Indicateur de présence d'une cible mobile.

La méthode du « Shear Averaging » permet d'effectuer une correction de phase dans un patch, mais ne permet pas directement de savoir si une cible mobile est présente ou non dans le patch. L'auteur a envisagé un critère de mesure de la correction de phase effectuée

dans le patch, et si cette mesure dépasse un seuil (fixé par l'auteur), cela indique la présence d'une cible mobile dans le patch. Ces critères peuvent donc être vus comme des moyens de détecter automatiquement les cibles mobiles sur les images RSO considérées.

Le premier critère envisagé pour estimer l'importance de l'erreur de phase du patch est de mesurer son écart-type :

$$\varphi_{rms} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} \hat{\varphi}_e(n)^2 - \left(\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} \hat{\varphi}_e(n)\right)^2}$$

On rappelle que $\hat{\varphi}_e(n)$ est l'estimation de l'erreur quadratique de phase à l'azimut n, n allant de 1 à N (patch de taille MN, M en range, N en azimut). Cette précision de mesure dépend de l'échantillonnage de l'image en azimut. L'auteur précise que le premier ordre de l'erreur de phase (responsable de la délocalisation de la cible) a été soustrait au préalable.

Le second critère envisagé pour détecter la présence d'une cible mobile sera celui que l'on adaptera pour la focalisation des cibles mobiles au cours de cette thèse. Il s'agit du calcul du rapport de contraste entre l'image corrigée et l'image d'origine. Ce rapport est défini de la manière suivante :

$$\Gamma = \frac{\sum_{x,y}|z_{cor}(x,y)|^4}{\sum_{x,y}|z_{ab}(x,y)|^4}$$

Ou $|z_{ab}(x,y)|^4$ représente le carré de l'intensité de l'image (patch) avant correction de phase par l'algorithme et $|z_{cor}(x,y)|^4$ le carré de l'intensité de l'image après correction ($z_{ab}(x,y)$ et $z_{cor}(x,y)$ sont donc les résultats des transformées de Fourier inverses de $Z_{ab}(u,v)$ et $Z_{cor}(u,v)$). Ce critère est basé sur une des nombreuses définitions de la netteté d'une image proposée par Muller et Buffington [59], et ces critères ont à l'origine été développés pour effectuer de la correction de phase en optique incohérente. Il a été montré [60] que ces critères peuvent être adaptés à l'imagerie cohérente avec du speckle, et donc à l'imagerie RSO. Le potentiel des méthodes de focalisation de cibles mobiles en RSO par estimation de contraste a été testé sur données simulées sans bruit par [61].

Ce rapport mesure la concentration de l'énergie à l'intérieur du patch. L'auteur fixe alors un seuil arbitraire à partir duquel il estime qu'une cible mobile est présente dans le patch. En effet, si le rapport Γ vérifie :

$$max(\Gamma) > \gamma$$

où γ représente le seuil arbitrairement choisi (égal à 2 pour [24]), il conclut à la présence d'une cible mobile dans le patch.

II.3.1.4.4) Limitations

L'auteur précise que l'estimation de l'erreur de phase pour le patch va prendre en contribution la somme du signal issu de la cible et du clutter. Etant donné que le fond n'a théoriquement pas d'erreur de phase intrinsèque, le résultat obtenu va donner une estimation de l'erreur de phase qui sera inférieure à l'erreur induite uniquement par le mouvement de la cible. Cette méthode n'est donc pas nécessairement la plus précise concernant la refocalisation des cibles mobiles, néanmoins elle est adéquate concernant la détection de ces cibles, dans le sens où la mesure du rapport des intensités avant et après correction du patch nous renseigne quant à la présence des cibles.

II.3.2) Pistage de cibles mobiles

II.3.2.1) En RSO rectiligne monovoie

Outre la présence du clutter sur les scènes imagées qui fausse l'estimation de l'erreur de phase en azimut d'une cible mobile, la principale limitation des techniques d'imagerie RSO monovoie réside dans le fait que le décalage Doppler causé par le mouvement de la cible dépend à la fois de la position de la cible en azimut et de sa vitesse radiale. Et par conséquent, il est *a priori* impossible de lever l'ambiguïté entre ces deux composantes [48]. Néanmoins, quelques études intéressantes concernant le pistage ou la reconstruction de trajectoire de cibles mobiles en imagerie RSO rectiligne monovoie ont été menées afin de tenter de lever cette ambiguïté.

Kirscht [62] a proposé d'utiliser la technique du RSO multilook qui consiste à diviser une ouverture synthétique en plusieurs sous-ouvertures, chacune ayant un centre d'intégration temporel différent [63], ce qui permet de multiplier les informations concernant la présence d'éventuelles cibles mobiles. A partir de ces informations, une détection des cibles pouvant être des cibles mobiles est effectuée en fonction de certains critères d'intensité et du nombre de pixels constituant les cibles [64]. Par la suite, une estimation du déplacement de ces cibles mobiles dans le domaine image est effectuée à partir de la recherche du maximum de la fonction d'intercorrélation entre deux looks successifs. De ce vecteur de déplacement est déduite une estimation de la vitesse azimutale de la cible mobile (voir [65] pour les détails) ainsi qu'une première estimation de la vitesse radiale de la cible.

Afin de s'affranchir des problèmes de migration distance qui peuvent fausser l'estimation du vecteur de déplacement [62, 65], l'estimation de la vitesse de la cible ainsi qu'une première estimation de la position de la cible sont utilisées comme des valeurs initiales d'un algorithme itératif (méthode de Nelder-Mead). Cet algorithme est basé sur la minimisation d'une fonction de coût établie entre ces estimations et les expressions analytiques de la position apparente de la cible dépendant du Doppler, du temps d'observation de la cible et de la distance entre la cible et le capteur [62]. La variation des paramètres (c'est-à-dire des valeurs des estimations de la position et de la vitesse de la cible mobile) mène à la

minimisation de cette fonction de coût et à l'obtention du vecteur vitesse de la cible ainsi qu'à sa position. A noter que l'expression de la fréquence Doppler utilisée pour l'estimation de la vitesse azimutale de la cible mobile ne dépend pas de la vitesse radiale de la cible [65], ce qui revient à négliger les effets de délocalisation de la cible mobile. Cette approximation peut causer des erreurs dans l'estimation conjointe de la vitesse et de la position de la cible.

La méthode a été testée sur des cibles synthétiques superposées à une scène réelle, et les erreurs moyennes de localisation des cibles sont d'environ $34m$ dans la direction azimut et $5.7m$ dans la direction distance. Ces erreurs sont dues à des imprécisions d'estimation du vecteur vitesse (précision de $2.7km.h^{-1}$, soit $0.75m.s^{-1}$ pour la composante azimutale de vitesse, et $9km.h^{-1}$, soit $2.5m.s^{-1}$ pour la composante radiale de vitesse). On peut supposer que ces erreurs sont liées d'une part à la défocalisation éventuelle des réponses des cibles mobiles, ce qui peut fausser l'estimation du déplacement des cibles par calcul de la fonction d'intercorrélation, et d'autre part à la migration distance des cibles mobiles, dont la correction est de l'ordre de grandeur du déplacement des cibles mobiles (voir [62] pour l'expression de l'estimation de la vitesse radiale de la cible mobile).

Marques [25] a développé une méthode afin d'estimer sans ambiguïté la vitesse radiale des cibles mobiles. Dans un article antérieur [53], il a été montré que l'amplitude du signal rétrodiffusé par une cible mobile est directement liée à la vitesse radiale de la cible mobile de la manière suivante :

$$A(k_u, k) \propto g^2\left(\frac{1}{2v}(k_u - 2k\mu)\right)$$

où g représente le lobe d'antenne, k_u et k les domaines fréquentiels à temps long et à temps court [56], et où v et μ représentent respectivement les vitesses azimutale et radiale relatives par rapport à la vitesse du capteur. Ce lien est utilisé ensuite lors du calcul de la fonction d'autocorrélation entre les signaux réfléchis par la cible mobile pour différentes sous-bandes (différentes valeurs de k). Marques montre alors que cette fonction d'autocorrélation revient à calculer la corrélation entre les lobes d'antennes calculés pour les différentes sous-bandes. Le maximum de cette fonction d'autocorrélation dépend alors linéairement de l'écart entre les valeurs de k, et le coefficient de proportionnalité vaut 2μ (voir [25] pour les détails de calcul). Une régression linéaire permet alors d'obtenir la valeur de μ et par conséquent la vitesse radiale de la cible mobile. La méthode a été testée sur des données réelles MSTAR, avec des cibles réelles (véhicules militaires BTR-60) dont le mouvement a lui été simulé. Les erreurs obtenues concernant l'estimation du vecteur vitesse de la cible mobile sont aux alentours de 4%.

Cette méthode d'estimation de vitesse radiale peut néanmoins être affectée par différents facteurs. Tout d'abord, il est dit dans [25] que cette méthode peut être affectée par un fort clutter, plus particulièrement dans le cas de scènes urbaines où les structures telles que les bâtiments génèrent un clutter à la fois fort et hétérogène. L'estimation de la vitesse radiale de la cible peut-être également perturbée par le comportement anisotrope des cibles réelles, une des hypothèses de travail de l'auteur étant de se placer dans un contexte où la réflectivité

des cibles est indépendante de l'angle de prise de vue. Enfin, la faible directivité du lobe d'antenne peut affecter également la précision de cette mesure.

II.3.2.2) En RSO circulaire monovoie

Le potentiel de l'imagerie RSO circulaire aéroportée ayant été démontré par Soumekh [23] et Chan [66], une première étude concernant la détection et le suivi de cibles mobiles en imagerie RSO circulaire a été effectuée par Perlovsky [67]. La méthode exposée, qui est encore en cours de développement, est une approche probabiliste basée sur la méthode de l'estimation du maximum de vraisemblance. La vraisemblance est calculée entre les observations des réponses des cibles sur les images RSO et une série de modèles (hypothèses de trajectoires, de vitesse…).

Le principe général est le suivant : on dispose d'une série d'observations $\boldsymbol{x_n}, n = 1..N$, fournissant les informations utiles concernant les cibles (coordonnées image, date d'observation…). Par rapport à ces observations, on met en compétition H modèles , qui sont des modèles probabilistes basés sur des hypothèses de nature de cible, de trajectoire, de vitesse… Ces modèles dépendent des paramètres de la cible mobile, notés S_h. On note la densité de probabilité de l'élément $\boldsymbol{x_n}$ étant donné le modèle M_h par $l(n|h)$. Plus précisément, l'auteur considère une hypothèse de trajectoire rectiligne uniforme, et il utilise des modèles gaussiens pour décrire la cible, sa trajectoire, sa vitesse, et le clutter est également modélisé par un modèle gaussien avec une densité uniforme (hypothèse d'un clutter sans mouvement). L'objectif de cette méthode itérative est donc de faire correspondre un modèle de cible mobile à vitesse constante aux observations, c'est-à-dire de maximiser la vraissemblance donnée par :

$$L(x|M) = \prod_{n=1}^{N} \left[\sum_{h=1}^{H} P(M_h) l(n|h) \right]$$

$P(M_h)$ étant définie par l'auteur comme la probabilité de rencontrer le modèle M_h. Cette maximisation s'effectue de manière itérative.

Un premier test a été effectué sur une trajectoire rectiligne uniforme vérifiée par coordonnées GPS ($V = 14m/s$). L'auteur utilise ces coordonnées GPS pour calculer la position de la cible sur la route, la cible n'étant pas visible sur les images présentées. L'algorithme semble converger vers la trajectoire correspondant aux coordonnées GPS après 10 itérations de la méthode. Toutefois, les résultats présentés nécessitent l'utilisation des données GPS afin de localiser les cibles sur les images RSO. L'auteur ne précise pas si sa méthode marche pour des cibles dont le mouvement n'est pas connu. De plus, il utilise des densités de probabilités gaussiennes pour ses modèles de cibles mobiles, or ces modèles sont généralement associés à des cibles ponctuelles isotropes, ce modèle ayant ses limites dans les cas réels comme nous l'avons déjà évoqué au cours de ce chapitre. Enfin, aucune étude de performance ou de calcul d'erreur d'estimation n'est évoquée, ni le niveau de clutter de la scène, ni la manière dont il est seuillé. Néanmoins, le principe général de cette méthode, à savoir l'exploitation des informations d'une série d'images acquises en géométrie RSO

circulaire afin de reconstruire la trajectoire de cibles mobiles, sera celui de la méthode que nous avons développée au cours de cette thèse.

II.4) Conclusion

Ce chapitre fait état de l'étude bibliographique qui a été menée au cours de cette thèse concernant les cibles mobile en imagerie radar aéroportée. La mise en équation de la loi de phase de l'écho d'une cible mobile a permis de mettre en évidence les effets résultant du mouvement d'une cible sur les images RSO. Une défocalisation et une délocalisation peuvent en effet intervenir, et des phénomènes particuliers (cibles exoclutter, repliement…) peuvent apparaître dans le cas de cibles très rapides.

Nous avons vu qu'il existait deux grandes familles de traitements RSO appliqués aux cibles mobiles. Les techniques d'acquisition multivoies permettent de détecter les cibles mobiles par élimination du clutter si on utilise au moins deux antennes pour l'acquisition, et elles permettent de localiser les cibles et d'estimer leur vitesse si au minimum trois antennes (ou trois voies de réception) sont utilisées. Certaines techniques utilisent des données non focalisées (STAP, DPCA) et permettent donc d'utiliser un grand nombre de mesures sur un temps court, d'autres techniques utilisent des données focalisées (ATI) et compensent le manque de mesures par la multiplicité des informations qu'on y retrouve (l'estimation de la défocalisation des cibles mobiles en est le meilleur exemple).

Les techniques présentées précédemment nécessitent l'utilisation de plusieurs voies d'acquisition (au moins deux). Ces techniques présentent l'avantage de pouvoir supprimer le clutter des scènes imagées afin de ne retenir que les cibles mobiles. Dans certains cas, à cause de contraintes mécaniques et pour des raisons de complexité, les systèmes RSO imageurs ne sont constitués que d'une seule voie d'acquisition. On parle alors de RSO monovoie. Contrairement aux techniques multivoies, l'imagerie RSO monovoie ne permet pas de supprimer automatiquement le clutter des scènes observées. Par conséquent, en imagerie RSO monovoie, nous ne pouvons pas détecter automatiquement les cibles mobiles ni estimer leur vitesse radiale. Néanmoins, ces techniques permettent d'estimer une composante de vitesse de ces cibles (la composante azimutale de vitesse V_l) et de mesurer leurs coordonnées sur les images RSO. Certaines études intéressantes concernant le pistage des cibles mobiles au sol ont même été effectuées, en utilisant des techniques multi-images non cohérentes. Ces techniques présentent cependant quelques limitations.

Les techniques monovoies sont fortement limitées notamment par la présence de clutter, le comportement anisotrope des cibles, et par l'ambiguïté qui existe entre la position de la cible dans la direction azimut et sa vitesse radiale, qui génère une délocalisation de la réponse de la cible dans la direction azimut. Par conséquent, la détection des cibles mobiles et l'estimation de leur vitesse radiale est *a priori* impossible, mais ces techniques permettent tout de même d'estimer la composante azimutale de vitesse des cibles mobiles par refocalisation de leur réponse. Le **Tableau 2.1** permet de faire le bilan des méthodes étudiées, en présentant leurs avantages et leurs limites.

Nombre d'antennes	2 et plus (multivoies)		1 (monovoie)
Types d'algorithmes	STAP/DPCA	ATI	Temps-fréquence, étude du spectre 2D, Shear Averaging…
Avantages	Détection des cibles avec deux antennes, et estimation de vitesse radiale et de position des cibles avec au moins 3 antennes. Multiplicité des mesures sur des temps courts. Suppression des cibles fixes (clutter).	Détection des cibles lentes (cibles mobiles, courants marins…), estimation complète du vecteur vitesse (vitesse radiale et azimutale). Suppression possible des cibles fixes (clutter).	Refocalisation des cibles et estimation d'une composante de vitesse (azimutale). Mesures des positions apparentes des cibles mobiles sur les images RSO.
Limites	Pas d'estimation instantanée de la vitesse azimutale des cibles mobiles (données non focalisées). Une cible à mouvement purement azimutal ne sera pas détectée. Nécessité de méthodes complémentaires (pistage). Forte sensibilité aux turbulences de l'avion pour le DPCA.	Méthode non applicable au cas des cibles rapides (fortes ambiguïtés). Moins de mesures que dans le cas du STAP/DPCA. Hypothèse de vitesse constante pendant le temps d'intégration pouvant biaiser les estimations.	Détection automatique des cibles impossible (pas de suppression du clutter). *A priori*, pas de reconstruction de trajectoires des cibles mobiles (limitations dues au clutter, au comportement anisotrope des cibles et à l'ambiguïté entre position apparente et vitesse radiale des cibles).

Tableau 2.1 - Récapitulatif des caractéristiques des méthodes de détection, de localisation et de suivi de cibles mobiles en radar.

Pour aller plus loin dans cette thèse, nous utiliserons une technique basée sur les informations fournies par une série d'images non cohérentes, acquises le long d'une trajectoire circulaire du capteur et avec une seule antenne. L'apport du RSO circulaire et des nombreuses informations qui en découlent (images de différents points de vue, illumination continue d'une même scène…) permet de compenser l'absence des informations fournies par le traitement RSO multivoies. Ceci doit faciliter le suivi des cibles mobiles et la reconstruction de leurs trajectoires, notamment en milieu urbain où le niveau de clutter est généralement très élevé. C'est en tout cas le postulat de départ de ce travail de thèse, et autour de cette hypothèse qu'il s'est articulé.

Partie 2

Travail réalisé

Chapitre 3

Mesure des coordonnées apparentes des cibles mobiles sur les images RSO

III.1) Introduction

Ce chapitre marque le début du travail qui a été effectué au cours de cette thèse. L'objectif principal de cette thèse a été le développement et l'évaluation des performances d'une méthode de reconstruction de trajectoires de cibles mobiles en imagerie RSO circulaire aéroportée monovoie. Cette méthode s'appuie sur l'exploitation des informations apportées par une série d'images générées à partir des données acquises pendant le vol du capteur. Plus particulièrement, la reconstruction des trajectoires des cibles mobiles passe par la mesure de leur signature sur les images RSO, à savoir la défocalisation des réponses des cibles et la position image du centre de ces réponses. Concernant ces mesures, le problème majeur est lié à la présence de clutter pouvant parfois fortement affecter l'exploitation des signaux rétrodiffusés par les cibles, tout particulièrement en milieu urbain.

Dans ce chapitre, nous exposerons la méthodologie que nous avons développée pour mesurer efficacement ces informations, même en cas de fort clutter. Dans un premier temps, nous présenterons les données sur lesquelles nous avons travaillé au cours de cette thèse et les capteurs qui ont permis leurs acquisitions. Il s'agit des images acquises autour de deux villes françaises différentes (Nîmes et Istres), avec des cibles dont les trajectoires sont connues (dont les coordonnées GPS ont été enregistrées), mais aussi des cibles mobiles dont nous ne connaissons pas la trajectoire à reconstruire.

Dans un second temps, nous présenterons les algorithmes que nous avons développés pour extraire les informations utiles des réponses des cibles mobiles sur les images RSO. Une première partie concernera la mise au point d'une méthode automatique de focalisation des cibles mobiles, ce qui permettra d'obtenir des informations sur une partie de la vitesse (et le cas échéant, de l'accélération) des cibles. La seconde partie concernera l'estimation du centre de la réponse de la cible mobile, c'est-à-dire le calcul des coordonnées pixel de ce centre.

Enfin, nous présenterons les résultats de ces algorithmes de focalisation et de localisation des cibles mobiles sur les images de Nîmes et celles d'Istres, afin de valider l'efficacité de cette démarche sur des cibles réelles.

III.2) Présentation des données

La reconstruction des trajectoires des cibles mobiles en imagerie RSO est liée à une bonne exploitation des mesures images des cibles mobiles. Dans cette partie, nous présenterons les données utilisées au cours de cette thèse, c'est-à-dire les séries d'images acquises le long de trajectoires circulaires du capteur. Pour certaines données, des véhicules ont été mis en scènes et suivis par données GPS. Pour d'autres, nous ne savions pas à l'avance si nous allions observer des signatures caractéristiques des cibles mobiles. Dans ce cas de figure, notre première approche a consisté à chercher ces signatures caractéristiques et à effectuer quelques hypothèses concernant la nature des cibles et leurs principales caractéristiques de mouvement.

III.2.1) Présentation des moyens aéroportés utilisés

Depuis le début des années 1990, l'ONERA a développé différents moyens aéroportés. Parmi ces moyens aéroportés, nous nous intéresserons plus particulièrement aux capteurs SETHI et RAMSES NG, que nous décrirons plus précisément dans le paragraphe suivant. Ces deux capteurs sont embarqués sur un Falcon 20, qui est un avion conçu par Dassault il y a environ 40 ans (voir **Figure 3.1**).

Figure 3.1 - Images de deux avions Falcon 20 embarquant les capteurs radar qui ont permis l'acquisition des données utilisées au cours de cette thèse. A gauche : Falcon 20 embarquant le capteur SETHI. A droite : Falcon 20 embarquant le capteur RAMSES NG.

III.2.2) Images SETHI

III.2.2.1) Le capteur SETHI

Le capteur aéroporté SETHI (Système Expérimental de Télédétection Hyperfréquence Imageur) [4], [68] a été développé par l'ONERA. Il est dédié à des applications civiles. SETHI résulte de la combinaison d'un cœur commun et de différents capteurs spécifiques équipés de plusieurs bandes (P, L, X). Ces capteurs sont intégrés dans des pods transparents

aux ondes électromagnétiques sur une large plage fréquentielle (voir **Figure 3.2**). Les caractéristiques de ces pods (dimension, charge utile…) sont données par [4] et [68].

Ce système est opérationnel depuis le 19 septembre 2007, date du premier vol. Parmi les premières campagnes de mesure effectuées avec ce système, nous nous intéresserons à une acquisition de données Très Haute Résolution (THR) effectuée autour des arènes de Nîmes en 2009 à partir d'une trajectoire circulaire du capteur aéroporté. Les images obtenues, qui sont en géométrie spotlight circulaire (voir paragraphe I.3.1 du chapitre 1 pour les détails), représentent donc le centre-ville de Nîmes, comprenant de nombreux bâtiments, pylônes, routes et autres infrastructures (voir **Figure 3.3** et **Figure 3.4**). Ces données sont non géoréférencées, la direction azimut est donc toujours représentée par l'horizontale sur les images RSO.

Figure 3.2 - Image du montage du pod SETHI situé sous l'aile droite du Falcon 20. Les capteurs radar sont intégrés dans ces pods.

III.2.2.2) Caractéristiques techniques de l'acquisition des images

Les images acquises autour des arènes de Nîmes sont donc des images très haute résolution acquises à partir d'une trajectoire circulaire du capteur. Le **Tableau 3.1** résume les principales caractéristiques techniques de cette acquisition.

Symbole	Quantité	Valeur
NR	Portée Proximale (*Near Range* en anglais)	$3700m$
ρ_r	Résolution distance	$12.7cm$
ρ_a	Résolution azimut	$12cm$
pas_{dist}	Pas distance	$10cm$
pas_{az}	Pas azimut (angulaire)	$1.0 \times 10^{-3} deg$
V_C	Vitesse moyenne du capteur	$130m.s^{-1}$
λ	Longueur d'onde d'émission	$0.03m$
ΔT	Intervalle temporel entre deux images	$2s$

Tableau 3.1 - Principales caractéristiques techniques de l'acquisition des données autour des arènes de Nîmes par le capteur aéroporté SETHI, en 2009.

La différence entre les valeurs des résolutions (liées aux fréquences de coupure distance et azimut) et les valeurs des pas en pixel (distance et azimut) est liée à la fréquence d'échantillonnage des données, que l'on prend supérieure aux fréquences de coupures (voir Chapitre 1). Ceci permet de ne pas perdre d'information sur les données.

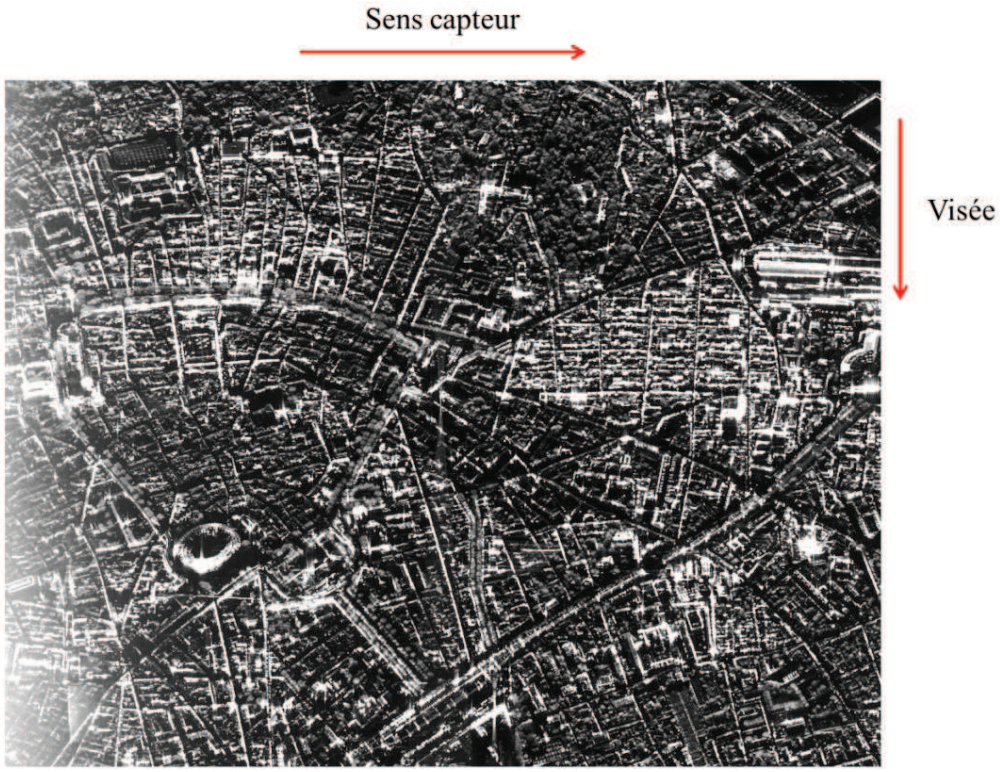


Figure 3.3 - Exemple d'une image THR non géoréférencée acquise par le capteur SETHI à partir d'une trajectoire circulaire aéroportée autour des arènes de Nîmes. L'image représente une zone d'environ 2km par 2km.

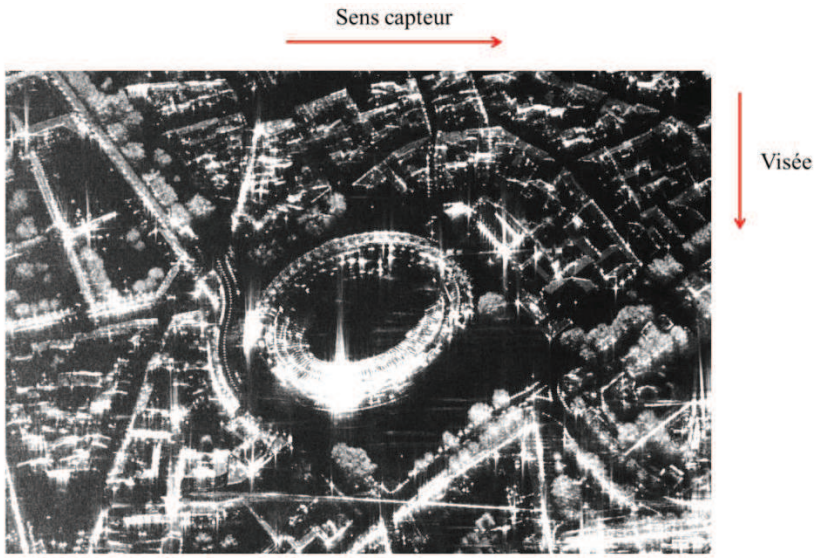


Figure 3.4 - Zoom sur les arènes de Nîmes.

III.2.2.3) Premières interprétations des images de cibles mobiles

Sur ce jeu d'images autour des arènes de Nîmes, nous n'avons pas de vérité terrain, il n'y a donc aucune cible mobile dont la trajectoire au sol est connue à l'avance. La première étape de mon travail de thèse a donc consisté à exploiter ces images RSO et à repérer d'éventuelles signatures de cibles mobiles.

Sur ce jeu d'images, nous nous intéresserons plus précisément à une cible mobile que nous arrivons à observer sur 18 images. Le temps total d'observation est égal à $40s$, ce qui correspond à une excursion angulaire totale environ égale à 60 degrés. Des exemples de la signature de cette cible mobile sur les images RSO sont donnés par la **Figure 3.5**. On constate que la réponse de cette cible (encadrée en rouge) est superposée à un clutter très hétérogène, avec de nombreux bâtiments et structures plus ou moins brillants. Ceci ajoute une difficulté pour les mesures des signatures de cette cible mobile sur les images RSO.

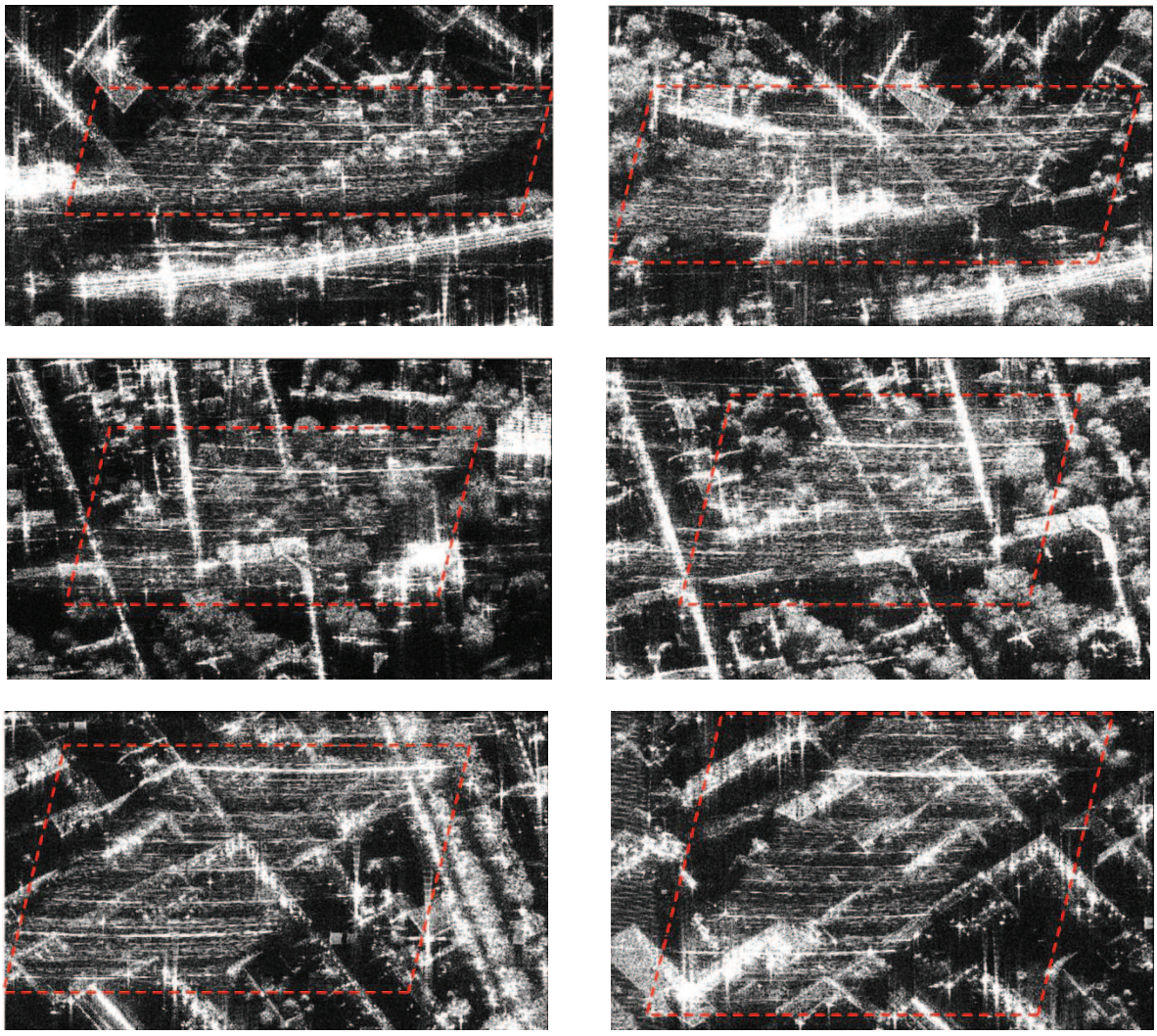


Figure 3.5 - Exemple de signatures d'une cible mobile (encadrée en rouge) observée sur les images acquises autour des arènes de Nîmes.

Cette cible présente plusieurs particularités. D'une part, on observe une courbure résiduelle de la réponse de la cible mobile dans la direction azimut. Cette courbure est due à

un terme de migration distance du second ordre, explicité dans le chapitre 2 par la formule (2. 17). Cette migration distance peut être compensée par le traitement RMA [52] [12], mais ce traitement n'est pas utilisé ici, cette faible courbure n'étant pas gênante pour la mesure de la signature des cibles mobiles. D'autre part, on constate que la réponse de cette cible mobile est constituée en réalité de plusieurs réponses présentant une défocalisation identique sur l'image RSO, et que ces réponses sont régulièrement espacées selon l'axe des distances (axe vertical sur la **Figure 3.5**).

Tout se passe comme si plusieurs véhicules évoluant exactement à la même vitesse et régulièrement écartés les uns des autres avaient rétrodiffusé le signal émis par le capteur RSO. Cette signature peut donc être interprétée comme celle d'un train, car un train correspond à une succession de véhicules régulièrement espacés et évoluant à la même vitesse. Cette cible mobile est très intéressante, car si le nombre de routes (donc de trajectoires possibles pour un véhicule classique) est abondant, il n'y a qu'une voie de chemin de fer. Par conséquent, même si nous n'avons pas les coordonnées GPS de cette cible, nous avons une idée de la trajectoire à obtenir. La gare de Nîmes ainsi que le chemin de fer sont présentés **Figure 3.6**.

*Figure 3.6 - Image de la gare de Nîmes (encadrée en cyan) et du rail de chemin de fer (en pointillés jaunes). La cible mobile présentée en **Figure 3.5** est encadrée en rouge. Les arènes de Nîmes sont en haut à gauche de l'image.*

III.2.3) Images RAMSES-NG

III.2.3.1) Le capteur RAMSES-NG

Le capteur aéroporté RAMSES NG a été développé à la suite du capteur SETHI par ONERA. Contrairement à ce dernier, il est dédié aux applications de défense et de sécurité

[5]. RAMSES NG est également embarqué sur un Falcon 20 et résulte également de la combinaison d'un cœur commun et de plusieurs capteurs spécifiques. L'amélioration majeure apportée par rapport à SETHI est liée à l'intégration de capteurs nouvelle génération permettant de travailler à longue portée et à Ultra Haute Résolution (UHR). Les capteurs sont également incorporés dans les deux pods du Falcon 20. Le premier vol avec ce capteur nouvelle génération a été effectué en mai 2010.

III.2.3.2) Présentation de l'expérience de septembre 2012

Parmi les vols qui ont été effectués, nous allons décrire celui de septembre 2012 qui a permis de mettre en place un scénario avec des véhicules coopératifs. Ce vol a été réalisé autour de la base aérienne d'Istres. Lors de ce vol, deux véhicules ont circulé au sol et leurs coordonnées GPS ont été enregistrées. L'objectif était donc de pouvoir se baser sur une vérité terrain et de confronter nos résultats de reconstruction de trajectoire à un résultat parfaitement connu. Le scénario de l'acquisition est représenté sur la **Figure 3.7**.

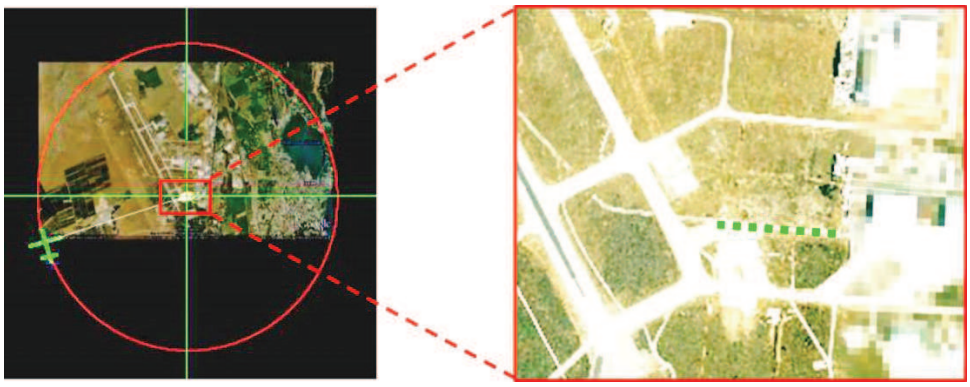


Figure 3.7 - Scénario de l'acquisition du 21 septembre 2012 autour de la base aérienne d'Istres. Deux véhicules ont été suivis au sol avec des données GPS. A gauche : trajectoire du capteur RSO aéroportée. A droite : zoom sur la zone imagée par le capteur. Les pointillés verts représentent la zone où les véhicules se sont déplacés pendant l'acquisition (aller-retour des véhicules).

Le **Tableau 3.2** présente les différentes caractéristiques techniques de ce vol.

Symbole	Quantité	Valeur
NR	Portée Proximale (*Near Range* en anglais)	$5500m$
ρ_r	Résolution distance	$30cm$
ρ_a	Résolution azimut	$50cm$
pas_{dist}	Pas distance	$25cm$
pas_{az}	Pas azimut (angulaire)	$2.16 \times 10^{-3} deg$
V_C	Vitesse moyenne du capteur	$130m.s^{-1}$
λ	Longueur d'onde d'émission	$0.03m$
ΔT	Intervalle temporel entre deux images	$1s$

Tableau 3.2 - Principales caractéristiques techniques de l'acquisition des données autour d'Istres par le capteur aéroporté RAMSES NG, en 2012.

Ces caractéristiques sont assez différentes de celles utilisées pour le vol autour des arènes de Nîmes, ce qui permettra par la suite d'étudier l'influence des paramètres de l'acquisition sur la précision de reconstruction des trajectoires. Cette étude sera menée dans le chapitre 5 de ce manuscrit. Ici encore, nous observons que les valeurs des résolutions sont supérieures aux valeurs des tailles de pixel (lorsque l'on calcule l'empreinte au sol du pas azimut, on trouve $20cm$ environ).

III.2.3.3) Interprétation des réponses de véhicules sur les images RSO

Lors de ces vols, deux véhicules ont été suivis par coordonnées GPS. Il s'agit d'un Renault Master (camionnette) et d'une Peugeot 406 Break. L'exploitation des données a donné lieu à la génération d'une série d'images non géoréférencées en géométrie spotlight circulaire, chaque image correspondant à une direction azimut différente. Une image de la série qui a été générée est représentée **Figure 3.8**. Cette image couvre une zone de $1.35km$ en distance par $1.2km$ en azimut.

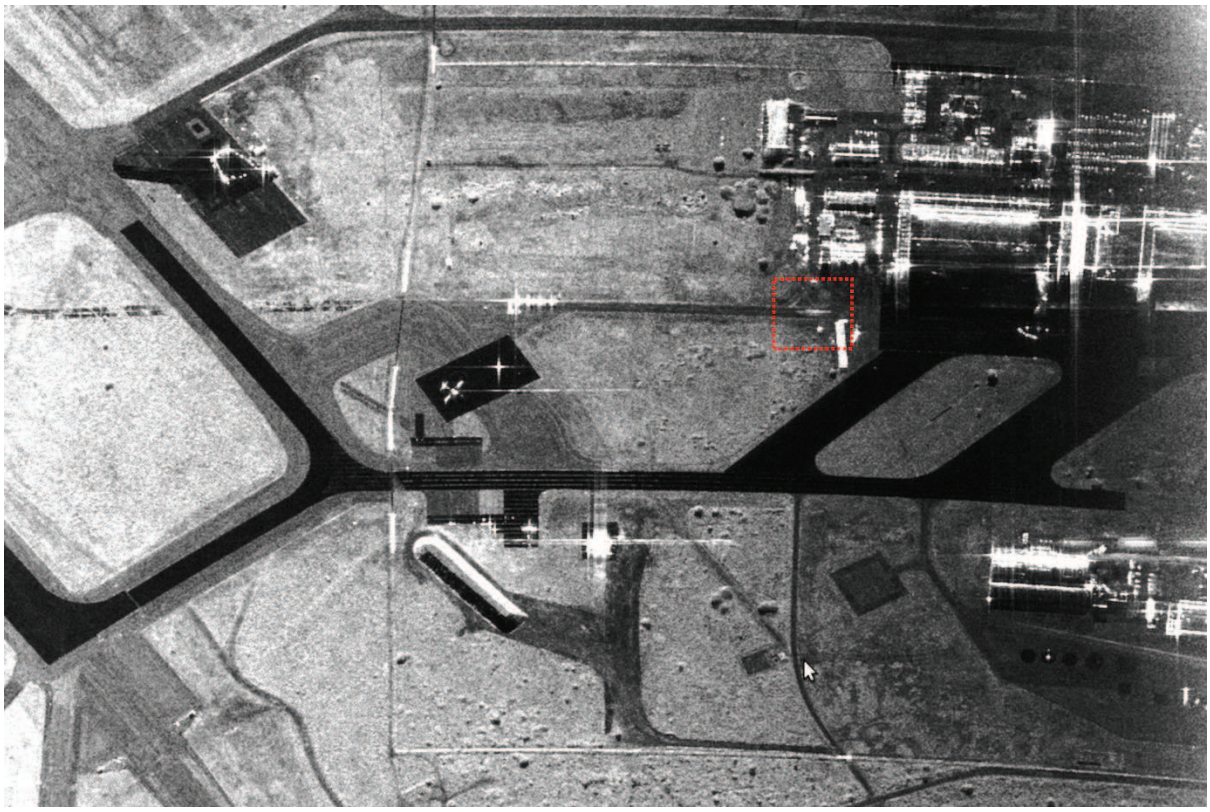


Figure 3.8 - Exemple d'une image non géoréférencée acquise par le capteur RAMSES NG en septembre 2012 autour de la base aérienne d'Istres. L'image représente une zone d'environ 1.35km en distance par 1.2km en azimut. Sur cette image, la réponse du Renault Master apparait dans le rectangle rouge.

Dans le cadre rouge de la **Figure 3.8**, on observe la réponse du Renault Master. Des exemples de la signature du Master sur plusieurs images sont présentées **Figure 3.9**. Les réponses de ces cibles apparaissent défocalisées, ce qui est dû à la vitesse azimutale de la cible mobile. La réponse de la cible apparait soit sur la route, soit en dehors de la route, en fonction

de la composante radiale de vitesse. Nous constatons également que sur certaines images, le rapport signal à clutter (RSC) est faible, la réponse de la cible mobile étant à peine visible. C'est le cas pour la dernière imagette de la **Figure 3.9**, où nous avons entouré en pointillés rouge la signature de la cible. Ceci ajoute donc une difficulté pour l'analyse de la signature de la cible mobile.

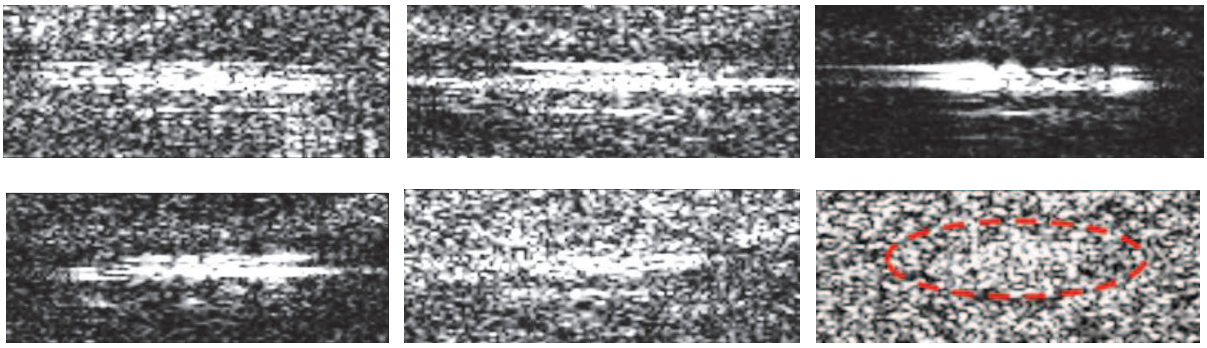


Figure 3.9 - Observation de la signature du Renault Master sur plusieurs images RSO acquises autour d'Istres.

Des exemples de la signature du break Peugeot sur plusieurs images sont présentées **Figure 3.10**. Pour ce véhicule, le RSC semble plus élevé que pour le Master, ce qui doit faciliter les mesures.

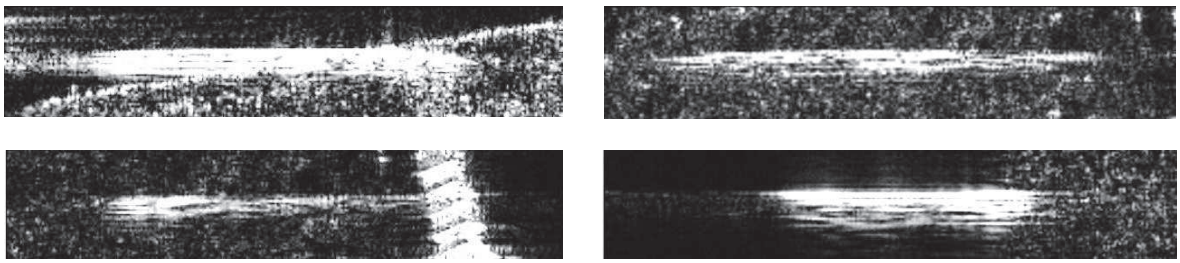


Figure 3.10 - Observation de la signature du Peugeot 406 Break sur plusieurs images RSO acquises autour d'Istres.

III.2.4) Bilan sur les données mises à disposition

Nous avons présenté les données acquises au cours de cette thèse. Ces données ont permis d'obtenir plusieurs séries d'images sur deux sites différents, Nîmes et Istres. Sur ces images, nous avons observé des signatures de cibles mobiles, certaines correspondant à une trajectoire connue (Istres), d'autres étant liées à un mouvement inconnu (Nîmes). Les hypothèses émises à propos de la cible mobile observée sur Nîmes (train) nous ont cependant aidé à réduire le champ des scénarios possibles concernant la trajectoire de cette cible.

Ces signatures de cibles apparaissent donc soit défocalisées, soit délocalisées, soit les deux en même temps. L'objectif est maintenant de mesurer ces paramètres de défocalisation et de position apparente des cibles mobiles, afin d'obtenir une série de mesures indispensable à la reconstruction des trajectoires de ces cibles au sol.

III.3) Développement d'une méthode d'autofocus de cibles mobiles

Dans le chapitre 2, nous avons montré que la loi de phase de l'écho d'une cible mobile à l'ordre 2 dépendait à la fois de la vitesse azimutale de la cible et de son accélération radiale. Cette loi d'ordre 2 est responsable de la défocalisation de la cible mobile sur l'image RSO.

Ce paragraphe présente une méthode originale qui permet de refocaliser la réponse d'une cible mobile en imagerie RSO [69]. L'objectif de cette méthode est double. D'une part, elle doit nous permettre d'estimer le coefficient de degré 2 de la loi de phase de la cible mobile, que nous noterons α, et qui constitue une des mesures que nous devons utiliser pour reconstruire les trajectoires des cibles mobiles. D'autre part, elle permet d'effectuer une refocalisation automatique des réponses des cibles mobiles et ainsi d'extraire sa position, sous réserve que les signatures des cibles mobiles aient été manuellement détectées (Le problème de la détection automatique des cibles mobiles ne sera pas abordé dans cette thèse). Cette méthode doit être efficace même en milieu urbain où le clutter peut être très fort sur la zone imagée (c'est tout particulièrement vrai pour les images acquises par SETHI autour des arènes de Nîmes).

III.3.1) Compensation de la phase de la cible mobile

Considérons une cible mobile P dont la réponse est défocalisée sur l'image RSO. On définit manuellement un patch rectangulaire contenant la réponse de la cible mobile et on notera $z_{ab}(i,j)$ l'image complexe de ce patch, i et j représentant respectivement les coordonnées azimut et distance. On effectue tout d'abord une Transformée de Fourier de cette cible dans la direction azimut. Soit $Z_{ab}(u,j)$ le signal correspondant à l'image $z_{ab}(i,j)$ après transformée de Fourier azimut, u étant une fréquence spatiale en azimut. On considère que la cible observée est une cible ponctuelle isotrope, ou du moins qu'elle adopte le comportement d'une cible ponctuelle isotrope pendant le temps d'intégration nécessaire à la formation de l'image. Dans ce cas, le signal $Z_{ab}(u,j)$ peut se mettre sous la forme :

$$Z_{ab}(u,j) = A(u,j)e^{i\varphi(u)} \tag{3. 1}$$

où :

$$\varphi(u) = \varphi_0 + \beta u + \alpha u^2 \tag{3. 2}$$

et $A(u,j)$ représente l'amplitude du signal. Dans l'espace de Fourier, nous pouvons donc accéder directement au paramètre de défocalisation α, qui est le coefficient de degré 2 de la loi de phase de l'écho de la cible mobile. Ce coefficient est estimé par ajustement de la phase de $Z_{ab}(u,j)$ par une parabole. En d'autres termes, nous obtenons un signal corrigé $Z_{cor}(u,j)$ vérifiant :

$$Z_{cor}(u,j) = Z_{ab}(u,j)e^{-i\alpha u^2} = A(u,j)e^{i(\varphi_0+\beta u)} \quad (3.3)$$

Sa transformée de Fourier inverse, notée $z_{cor}(i,j)$, correspond à l'image de la cible mobile refocalisée dans l'image RSO.

La **Figure 3.11** résume les étapes permettant d'effectuer la refocalisation des cibles mobiles sur les images RSO et l'extraction du coefficient α. On prend ici l'exemple d'une cible mobile dont la loi de phase est une parabole presque parfaite (courbe noire). Dans ce cas de figure, un ajustement automatique de cette loi de phase avec un polynôme de degré 2 (courbe rouge) permet d'estimer précisément le coefficient α et de refocaliser les cibles mobiles.

Cependant, dans les cas réels, la loi de phase de l'écho d'une cible mobile n'est généralement pas une parabole parfaite (voir **Figure 3.12**). Ceci est dû à la fois au fait que plusieurs parties de la cible peuvent réfléchir le signal émis par le capteur RSO, et à la présence de clutter et de cibles fixes. L'historique de phase n'est donc plus celui d'un réflecteur unique, mais celui d'une somme de réflecteurs évoluant à la même vitesse, noyés dans du clutter et en présence de cibles fixes. Dans ce cas, le signal après transformée azimut serait de la forme :

$$Z_{ab}(u,j) = \sum_k A_k\, e^{i(\varphi_k+\beta_k u+\alpha u^2)} + \sum_k B_k\, e^{i(\varphi_k\prime+\beta_k\prime u)} \quad (3.4)$$

La première somme correspond au signal rétrodiffusé par la cible mobile, et la seconde somme correspond aux cibles fixes et au clutter. Comme tous les réflecteurs de la cible mobile évoluent à la même vitesse, le paramètre α est identique pour chaque réflecteur de la cible mobile. Si l'ajustement automatique de la loi de phase de l'écho de la cible mobile avec une parabole n'est plus envisageable, il est toujours possible de refocaliser la cible en corrigeant le signal $Z_{ab}(u,j)$ par un terme de phase d'ordre 2. Le signal corrigé est donné par :

$$\begin{aligned} Z_{corr}(u,j) &= \left(\sum_k A_k\, e^{i(\varphi_k+\beta_k u+\alpha u^2)} + \sum_k B_k\, e^{i(\varphi_k\prime+\beta_k\prime u)}\right) e^{-i\alpha u^2} \\ &= \sum_k A_k\, e^{i(\varphi_k+\beta_k u)} + \sum_k B_k\, e^{i(\varphi_k\prime+\beta_k\prime u-i\alpha u^2)} \end{aligned} \quad (3.5)$$

ce qui permet de refocaliser la cible mobile tout en défocalisant les cibles fixes.

Le principe de la méthode est donc le suivant : on fait défiler les valeurs de α afin de tester différentes corrections de phase à appliquer à l'ensemble du patch et ainsi sélectionner la meilleure correction possible, c'est-à-dire la valeur de α qui maximise la refocalisation de la cible mobile dans l'espace image. Cet espace image sera donc le point de contrôle de notre algorithme et doit nous permettre de sélectionner automatiquement la meilleure valeur de α.

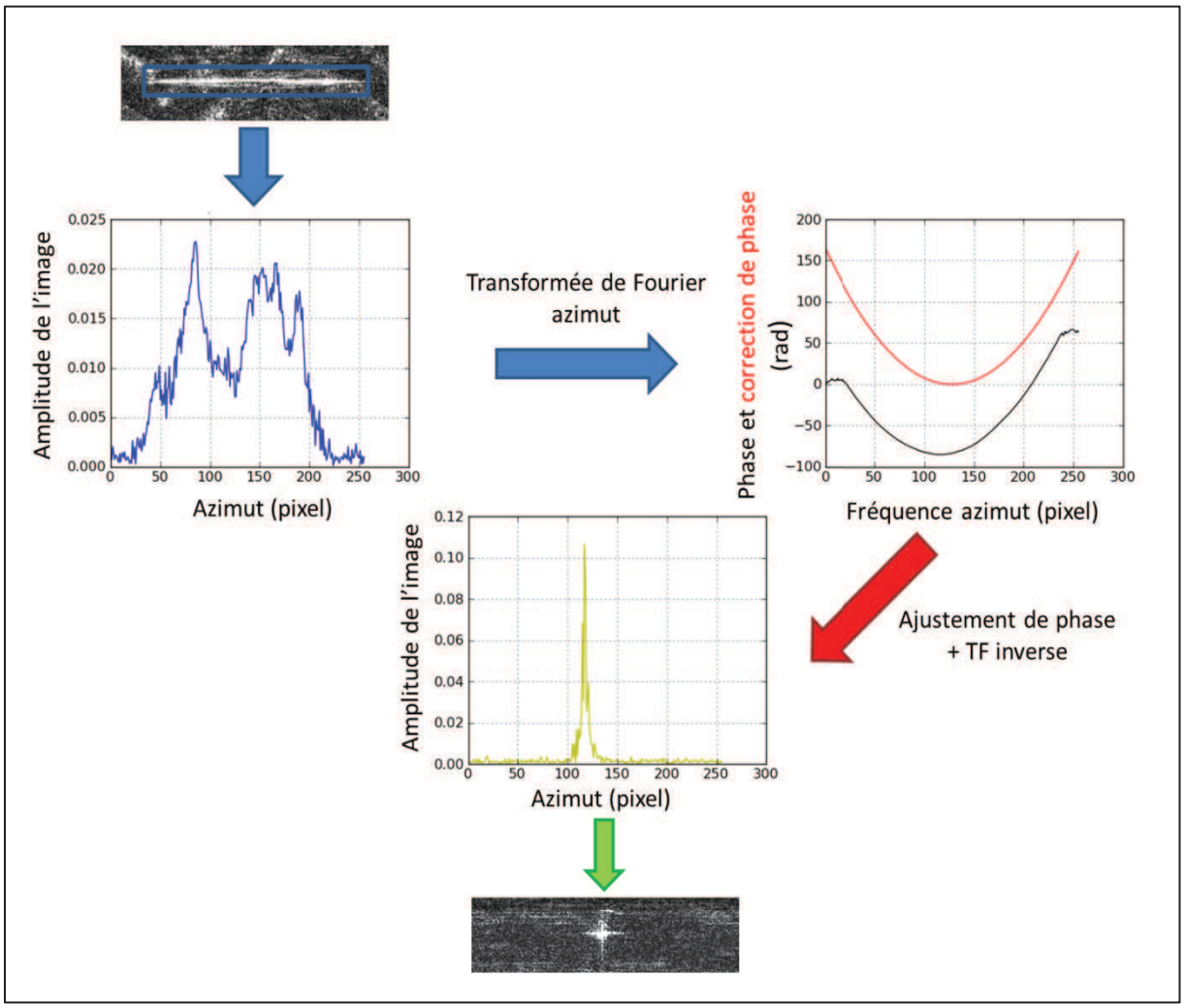


Figure 3.11 - Résumé de la méthode de focalisation d'une cible mobile : cas d'une cible simple (loi de phase de l'écho parabolique). Dans ce cas, un ajustement automatique de la loi de phase de l'écho permet de refocaliser la cible mobile.

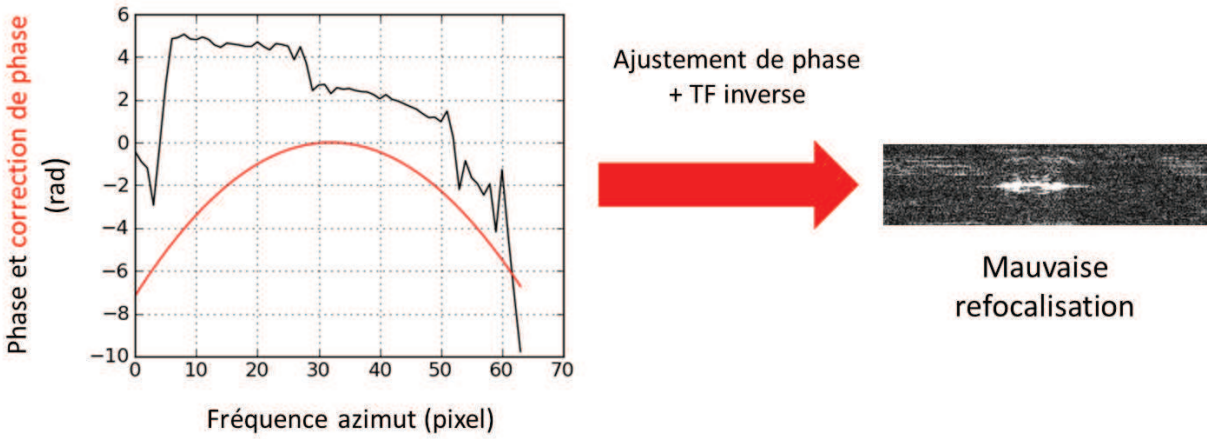


Figure 3.12 - Tentative d'ajustement automatique de l'écho d'une cible mobile avec un polynôme d'ordre 2, lorsque la loi de phase n'est pas une parabole parfaite. Il s'en suit une mauvaise focalisation de la cible mobile.

III.3.2) Sélection automatique de α par maximisation de contraste

Comme nous l'avons expliqué à la fin du paragraphe précédent, l'espace image est le point de contrôle de l'algorithme de refocalisation des cibles mobiles que nous avons développé pendant cette thèse. Le premier point de recherche consiste à choisir un critère qui permette de sélectionner automatiquement la bonne valeur de α. Dans la littérature, nous avons vu au chapitre précédent que certains auteurs [24] utilisent un calcul de rapport de contraste entre le patch contenant la cible mobile après correction et avant correction afin de détecter la présence éventuelle d'une cible mobile. Ce rapport est défini de la manière suivante :

$$\Gamma = \frac{\sum_{x,y}|z_{cor}(x,y)|^4}{\sum_{x,y}|z_{ab}(x,y)|^4} \tag{3. 6}$$

Ce rapport mesure la concentration de l'énergie à l'intérieur du patch [59] et si ce rapport dépasse un certain seuil (égal à 2 pour [24]), il devient un indicateur de présence d'une cible mobile dans le patch. Dans cette thèse, nous ne travaillons pas sur la détection automatique des cibles mobiles sur les images RSO, donc ce critère sera simplement utilisé pour mesurer l'augmentation de la concentration de l'énergie dans le patch lorsque l'on s'approche de la focalisation optimale de la cible mobile.

Le second point de recherche consiste à identifier le pic de contraste correspondant à la focalisation de la cible mobile. En effet, le clutter présent sur la scène imagée peut être très fort par rapport au signal rétrodiffusé par la cible mobile, plus particulièrement en milieu urbain (présence de nombreux bâtiments et autres structures). Ceci a pour conséquence de générer, la plupart du temps, deux pics majoritaires de contrastes sur l'ensemble des valeurs de α testées (vérification empirique sur l'ensemble des images testées au cours de cette thèse). La difficulté majeure réside dans le fait que lorsque la cible mobile est en présence de fort clutter, le maximum de contraste est atteint pour une focalisation des cibles fixes de la scène. Une sélection automatique du maximum de contraste n'est donc généralement pas satisfaisante. Cependant, nous pouvons remarquer que le pic de contraste correspondant à la focalisation des cibles fixes est strictement égal à 1, car il correspond à une valeur de $\alpha = 0$. Sachant cela, nous pouvons effectuer un simple test concernant la valeur des deux pics majoritaires de contraste et sélectionner celui qui correspond à la focalisation de la cible mobile.

Afin d'illustrer cette démarche, nous avons représenté sous forme de courbes l'évolution de la valeur de Γ en fonction des valeurs de α qui défilent, dans deux cas de figures différents : la **Figure 3.13** présente ces deux configuration, la courbe de gauche correspondant au scénario d'une cible mobile apparaissant dans une zone de faible clutter sur l'image RSO, et la courbe de droite correspondant au scénario d'une cible mobile apparaissant dans une zone de fort clutter. Dans le premier cas, le pic majoritaire (indiqué par la flèche rouge) correspond bien à la focalisation de la cible mobile car il est différent de 1, alors que le second pic (indiqué par la flèche noire) est strictement égal à 1 et correspond à la focalisation optimale des cibles fixes de la scène imagée.

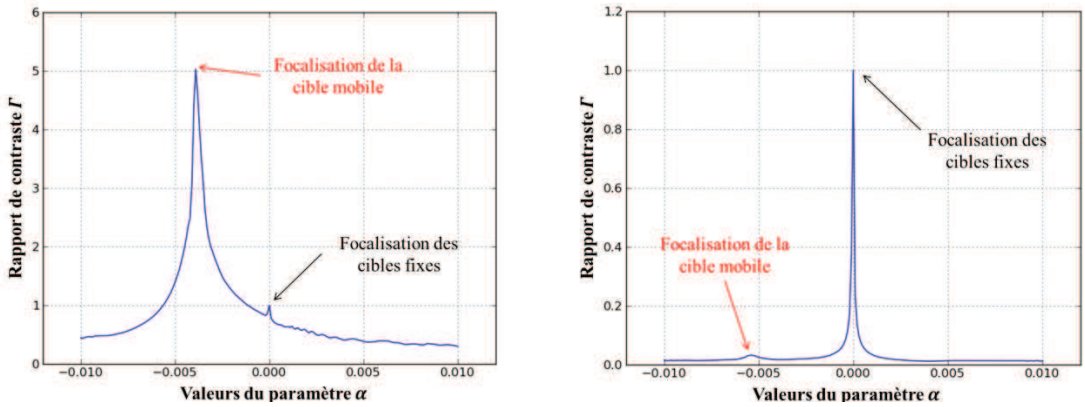


Figure 3.13 - Représentation du rapport de contraste Γ en fonction des valeurs du paramètre de focalisation α. A gauche : cas d'une cible avec un faible clutter. Dans ce cas de figure, le pic majoritaire correspond à la focalisation de la cible mobile dans le patch, et il est donc automatiquement sélectionné. A droite : cas d'une cible avec un fort clutter. Dans ce cas, le pic majoritaire de contraste correspond à la focalisation optimale du clutter et des cibles fixes, et il vaut exactement 1 (correspondant à la valeur α = 0). Le second pic de contraste, correspondant à la focalisation de la cible mobile, est sélectionné dans ce cas.

Dans le second cas, le pic majoritaire est celui correspondant à la focalisation des cibles fixes car il vaut 1. Le test effectué sur la valeur de ce pic de contraste permet alors de l'écarter au profit du second pic, d'amplitude beaucoup plus faible, correspondant à la focalisation de la cible mobile.

III.3.3) Application aux données réelles

III.3.3.1) Résultats sur Nîmes

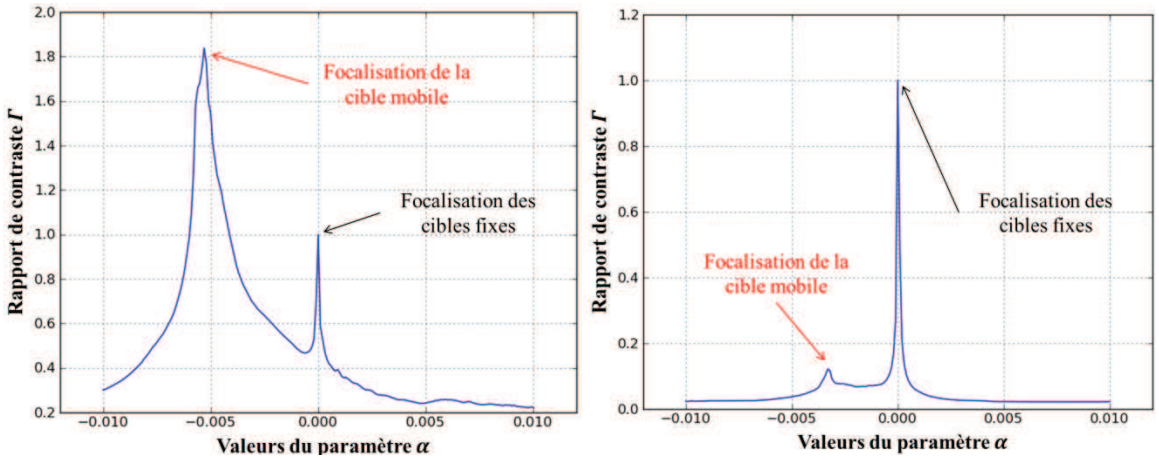
Cet algorithme d'autofocalisation des cibles mobiles sur les images RSO a été appliqué aux données réelles que nous avions à disposition dans cette thèse. On présentera ici les résultats à la fois sur la cible mobile observée sur les images de Nîmes, et sur les cibles mobiles sur les images d'Istres (Renault Master et Break Peugeot).

La cible mobile de Nîmes est observée sur 18 images consécutives. Sur ces 18 images, l'algorithme a systématiquement sélectionné le pic de contraste qui correspond à la focalisation de la cible mobile. Trois cas de figures ont été rencontrés :

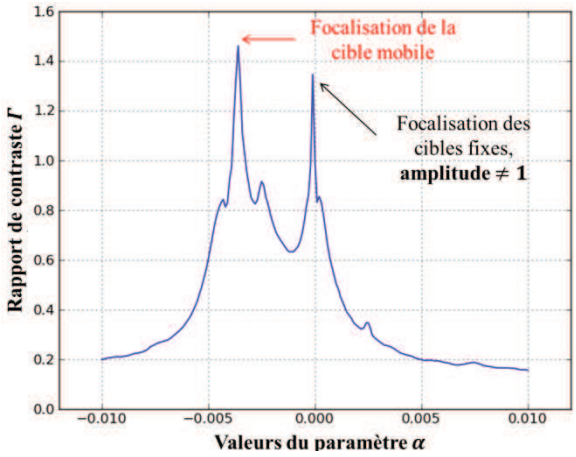
- Dans le premier cas de figure, le pic majoritaire de contraste correspond à la focalisation de la cible mobile. Ce cas de figure, représenté par la **Figure 3.14** (cas a.), correspond à environ 56% des images.
- Dans le second cas de figure, le pic majoritaire de contraste correspond à la focalisation des cibles fixes. Ce cas de figure, représenté par la **Figure 3.14** (cas b.), correspond à environ 28% des images.
- Le troisième cas de figure est particulier. Le pic majoritaire correspond à la focalisation de la cible mobile, mais le second pic est d'amplitude différente de 1, et

correspond à un α légèrement différent de zéro. Ce cas particulier est probablement dû à des imprécisions dans la focalisation des cibles fixes pendant la synthèse des images RSO. L'algorithme a donc sélectionné la bonne valeur de α, mais cette configuration représente une source d'erreur potentielle. Ce cas de figure, représenté par la **Figure 3.14** (cas c.), correspond à environ 16% des images.

En résumé, les deux premiers cas de figure sont les cas où il n'y a pas de source d'erreur dans le choix du pic de contraste, et ces deux cas représentent 84% des images.



a. b.



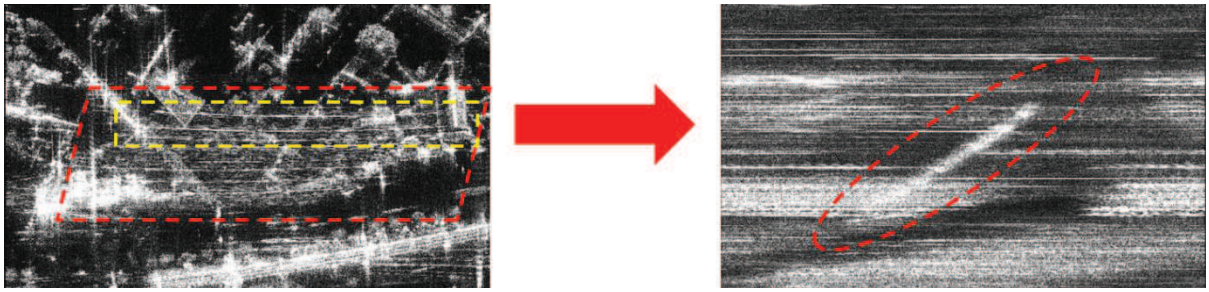
c.

Figure 3.14 - Représentation des différents cas de figure rencontrés lors du calcul du rapport de contraste Γ pour les images de Nîmes. a. : cas de figure où le pic majoritaire correspond à la focalisation de la cible mobile. b. : cas de figure où le pic majoritaire correspond à la focalisation des cibles fixes. c. : cas de figure où le pic correspondant à la focalisation des cibles fixes est atteint pour α ≠ 0. Ce cas de figure est une source d'erreur.

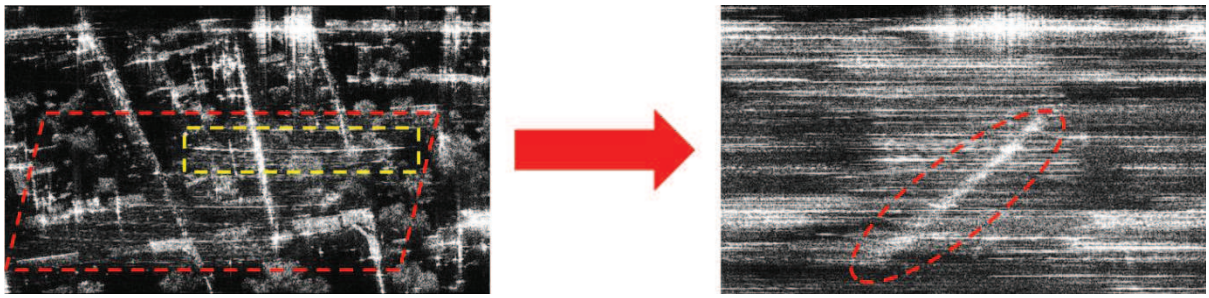
La **Figure 3.15** représente les résultats de l'algorithme d'autofocus appliqué à la cible mobile observée sur Nîmes. Les exemples a., b., et c., correspondent aux cas de figures a., b., et c. présentés à la **Figure 3.14.** La cible mobile avant focalisation est représentée sur la partie gauche de la figure dans le parallélogramme en pointillés rouges, le cadre jaune représente la

zone où a été calculé le rapport de contraste Γ. La taille de la fenêtre où est calculé le rapport de contraste doit être adaptée à la taille de la réponse de la cible mobile en azimut, afin que la mesure ne soit pas perturbée par le clutter. L'influence du clutter sur la précision des mesures de défocalisation sera discutée dans le chapitre 5. La partie droite de la figure représente l'image de la cible mobile (entourée en pointillés rouges) après refocalisation.

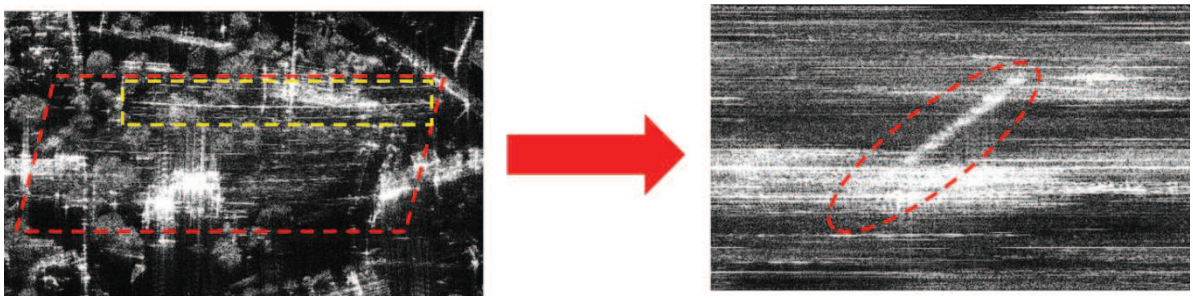
A noter que la longueur de la cible mobile après refocalisation est environ égale à $100m$, ce qui correspond à la longueur d'un Train Express Régional (TER). Ce type de train est, avec le TGV, un des deux types de trains passant par la gare de Nîmes.



a.



b.



c.

Figure 3.15 - Résultat de l'algorithme d'autofocus appliqué à la cible mobile étudiée sur les images de Nîmes (train). Les exemples a., b., et c., correspondent aux cas de figures a., b., et c. présentés à la ***Figure 3.14****.*

III.3.3.2) Résultats sur Istres

Le Renault Master est observé sur 90 images au total : une première série de 47 images consécutives et une autre série de 43 images consécutives. Dans tous les cas de figures, le pic majoritaire de contraste est supérieur à 1, donc il correspond à la focalisation de la cible mobile. Cependant, les courbes de contrastes sont nettement moins régulières que dans le cas des résultats sur la cible mobile de Nîmes, ce qui peut générer des erreurs de mesure dans l'estimation du paramètre α. Rappelons ici que les images de Nîmes ont une résolution azimut moins bonne que celle d'Istres, nous étudierons l'influence de la résolution azimut sur la précision de mesure de α dans le chapitre 5. Nous avons également rencontré trois cas de figure différents pour les images d'Istres :

- Dans le premier cas de figure, il y a un pic majoritaire de contraste dont l'amplitude est nettement supérieure à l'amplitude des autres pics. Ce cas de figure, représenté par la **Figure 3.16** (cas a.), correspond à environ 70% des images.
- Dans le deuxième cas de figure, des pics secondaires se trouvent au voisinage du pic majoritaire, ce qui peut entrainer des erreurs d'estimation du paramètre de défocalisation. Ce cas de figure, représenté par la **Figure 3.16** (cas b.), correspond à environ 25% des images.
- Dans le troisième cas, le RSC de la cible est trop faible, la cible mobile est presque invisible ou totalement invisible sur l'image RSO. Il n'y a pas de pic majoritaire de contraste qui ressort, la refocalisation de la cible a échoué. Ce cas de figure, représenté par la **Figure 3.16** (cas b.),correspond à environ 5% des images.

La **Figure 3.17** représente les résultats de l'algorithme d'autofocus appliqué au Renault Master. Les exemples a., b., et c., correspondent aux cas de figures a., b., et c. présentés à la **Figure 3.16.** La cible mobile avant focalisation est représentée sur la partie gauche de la figure, la partie droite de la figure représente l'image de la cible mobile (entourée en rouge) après refocalisation. Le cas b. est particulièrement intéressant car il permet de montrer que la méthode permet de refocaliser la cible même en cas de RSC très faible. Le cas c. représente une image où le RSC de la cible mobile est trop faible pour permettre sa refocalisation.

Le Break Peugeot est observée sur 47 images, divisées en deux séries consécutives de 21 et 26 images. C'est pour cette cible mobile que l'on observe les plus forts pics de contrastes (voir **Figure 3.18**). Dans 81% des cas, il n'y a qu'un seul pic qui correspond à la focalisation des cibles mobiles. Dans les 19% restants, il y a des pics secondaires autour du pic principal, qui peuvent entrainer des erreurs de mesure. Ceci est peut-être dû à un ordre supérieur de la défocalisation lié à un changement de régime de mouvement de la cible mobile (accélération non constante) pendant l'intégration du signal. Dans ces cas de figure, l'algorithme de [24] serait plus approprié.

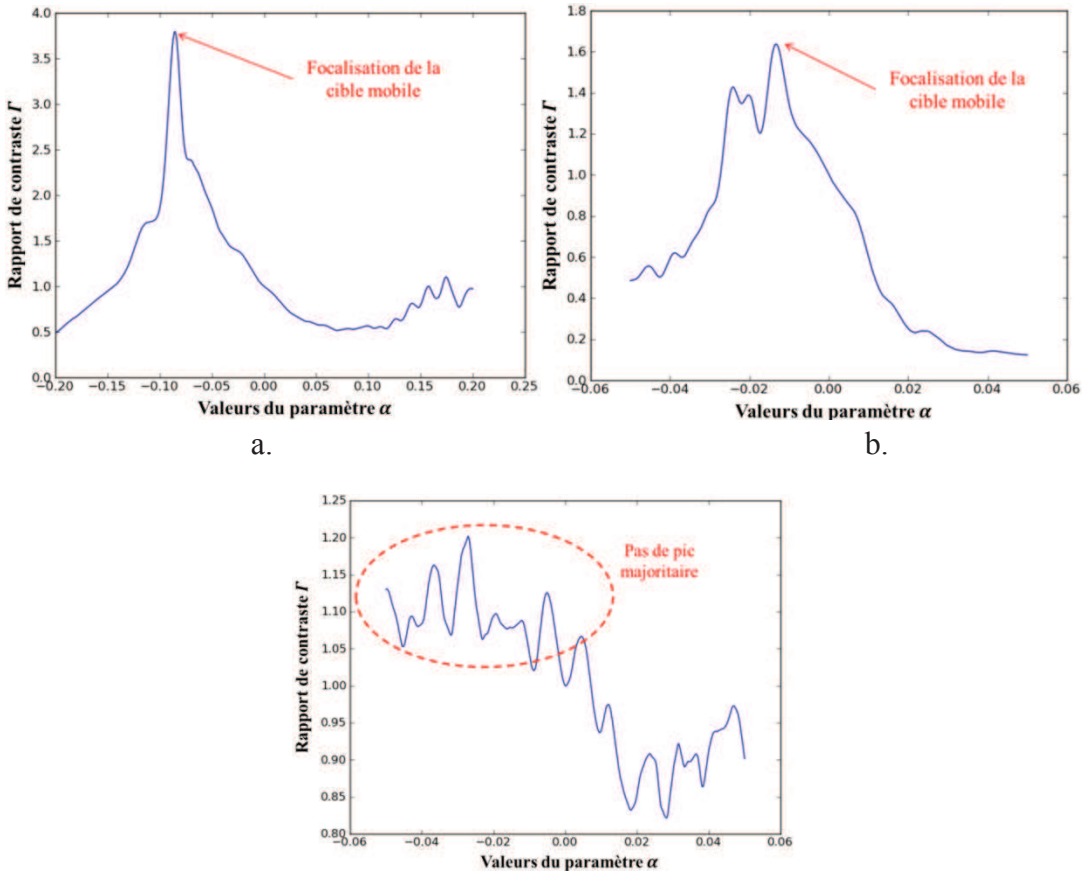


Figure 3.16 - Représentation des différents cas de figure rencontrés lors du calcul du rapport de contraste Γ pour les Renault Master sur Istres. a. : cas de figure où il y a un seul pic majoritaire. b. : cas de figure où des pics secondaires peuvent générer des erreurs de mesure dans l'estimation de α. c. : cas de figure où il n'y a pas de pic majoritaire. Dans ce cas de figure, l'algorithme n'a pas permis la refocalisation de la cible.

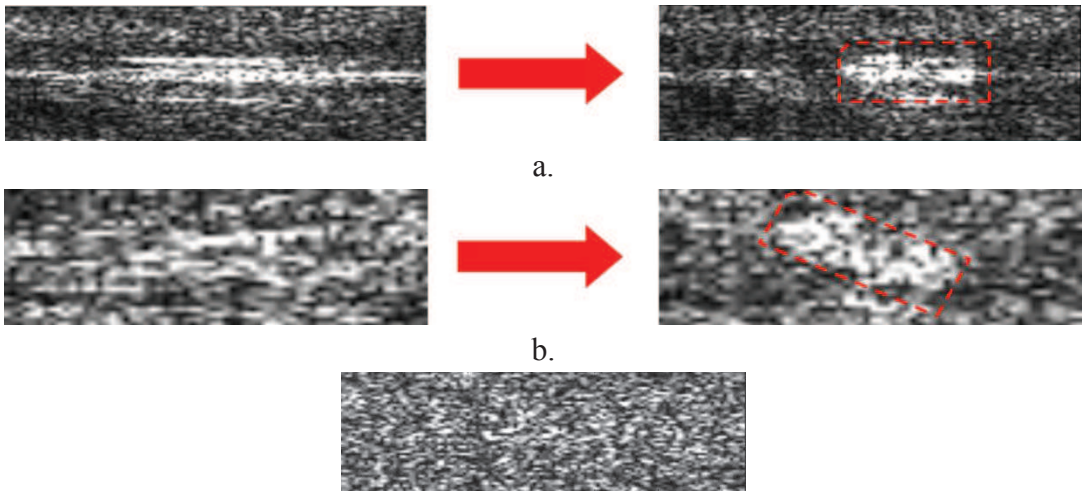
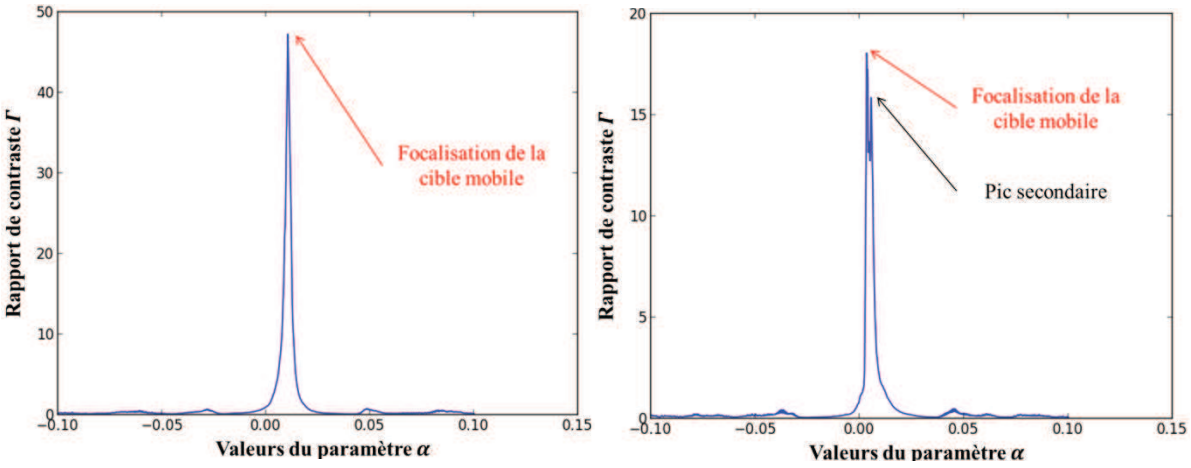


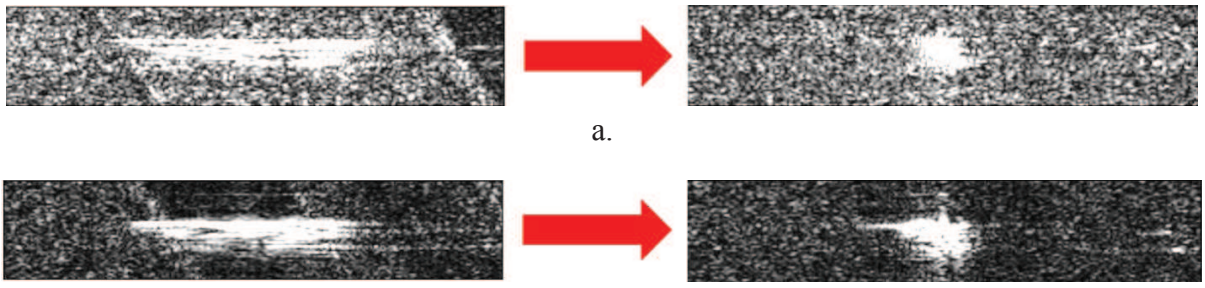
Figure 3.17 - Résultat de l'algorithme d'autofocus appliqué au Renault Master sur les images d'Istres. Les exemples a., b., et c., correspondent aux cas de figures a., b., et c. présentés à la ***Figure 3.16****. Dans le cas c., la refocalisation de la cible mobile n'a pas abouti.*

Les résultats de refocalisation correspondant aux courbes de la **Figure 3.18** sont représentées **Figure 3.19**. On constate que dans le cas b., la refocalisation semble moins précise que dans le cas a, ce qui confirme les observations effectuées sur les rapports de contrastes.



a. b.

Figure 3.18 - Représentation des différents cas de figure rencontrés lors du calcul du rapport de contraste Γ pour le break Peugeot sur Istres. a. : cas de figure où il y a un seul pic majoritaire. b. : cas de figure où il y a des pics secondaires pouvant générer des erreurs de refocalisation.



a.

b.

*Figure 3.19 - Résultat de l'algorithme d'autofocus appliqué au Break Peugeot sur les images d'Istres. Les exemples a., et b. correspondent aux cas de figures a. et b. présentés à la **Figure 3.18**.*

III.3.4) Conclusion sur l'autofocus

Grâce à l'utilisation d'une mesure de contraste dans le domaine image, nous avons développé un algorithme d'autofocus de cibles mobiles efficace même pour de faibles SCR. Ceci permet donc de récupérer la valeur du coefficient de défocalisation α qui est lié à la vitesse azimutale et à l'accélération radiale de la cible. Cette valeur de α pourra donc être utilisée pour reconstruire la trajectoire de la cible mobile.

Parfois, le manque de signal rétrodiffusé par la cible ou les faibles valeurs de RSC peuvent générer des erreurs de mesure pour ce paramètre de défocalisation. Nous étudierons

l'influence de ces erreurs de mesure sur les résultats de reconstruction de trajectoires des cibles mobiles dans les deux prochains chapitres.

III.4) Estimation de la position apparente des cibles mobiles sur les images RSO

Après avoir estimé le paramètre de défocalisation α de la cible mobile, il s'agit d'estimer précisément les coordonnées images (i_P, j_P) du centre de la réponse de la cible sur l'image RSO. Dans ce paragraphe, nous décrirons uniquement les méthodes envisagées pour calculer ces coordonnées, sans faire de considérations sur la précision de ces mesures. Cette étude sera menée dans les chapitres suivants.

III.4.1) 1ère méthode : dans l'espace de Fourier

Considérons à nouveau le patch contenant la réponse de la cible mobile, que nous notons $z_{ab}(i,j)$ (voir le paragraphe III.2.1)). On effectue la transformée de Fourier dans la direction azimut de ce patch afin d'estimer la loi de phase de l'écho de cette cible. Or, il se peut que la coordonnée en azimut du centre du patch ne coïncide pas exactement avec le centre de la réponse de la cible mobile sur l'image RSO. On notera i_0 l'écart en azimut entre le centre du patch et le centre de la réponse de la cible mobile. Le théorème du retard appliqué à des signaux discrétisés en temps nous donne alors:

$$TF[z_{ab}(i-i_0)] = TF[z_{ab}(i)]e^{-\frac{jk2\pi i_0}{N_{ech}}} \tag{3. 7}$$

L'écart i_0 dans l'espace image (qui correspond à un espace temporel) induit une rampe dans l'espace des phases, qui correspond à l'argument de l'exponentielle dans la formule (3. 7). Le coefficient directeur de cette rampe de phase sera notée β. En faisant le lien entre les dimensions temporelles et spectrales du signal rétrodiffusé par la cible mobile, on peut donc faire le lien entre cette rampe de phase et la coordonnée azimut du centre de la cible. Par identification avec les éléments de l'argument de l'expression (3. 7), il vient :

$$i_0 = \frac{N_{ech}\beta}{2\pi} \tag{3. 8}$$

On rappelle que N_{ech} représente la dimension du patch en azimut. De l'estimation de i_0 découle l'estimation de la coordonnée i_P du centre de la réponse de la cible mobile en azimut. De manière analogue, en effectuant cette fois-ci la transformée de Fourier du patch dans la direction distance, nous obtenons la coordonnée j_P du centre de la cible mobile en distance.

Cette méthode est surtout applicable si les cibles mobiles sont ponctuelles ou peu étendues spatialement. Nous discuterons de la précision de cette mesure selon le modèle de cible considéré dans le chapitre 5 de ce manuscrit.

III.4.2) 2ème méthode : dans l'espace image

Une autre méthode consiste à calculer les coordonnées images (i_P, j_P) du centre de la réponse de la cible directement dans l'espace image, en effectuant un calcul barycentrique. La réponse de la cible mobile, même après l'étape de refocalisation, n'occupe pas qu'un seul pixel sur l'image RSO, mais un ensemble de N pixels avec des niveaux de gris différents. Il est donc possible d'estimer le barycentre 2D de la réponse de cette cible mobile en prenant en compte les différents pixels occupés par la réponse de cette cible. Les coordonnées de ce barycentre sont donc les coordonnées (i_P, j_P) du centre de la cible et vérifient :

$$\begin{aligned} j_P &= \frac{\sum_{k=1}^{N} j_k n_k}{\sum_{k=1}^{N} n_k} \\ i_P &= \frac{\sum_{k=1}^{N} i_k n_k}{\sum_{k=1}^{N} n_k} \end{aligned} \tag{3. 9}$$

Avec j_k et i_k les coordonnées des points brillants en distance et en azimut, et n_k sont les niveaux de gris correspondant (niveau d'amplitude, par exemple).

Contrairement à la mesure par estimation de rampe de phase, cette méthode de mesure est applicable pour tout type de cibles mobiles, dont les cibles étendues. Les précisions de mesure obtenues en utilisant cette méthode seront également discutées dans le chapitre 5.

III.4.3) Résultats sur données réelles

III.4.3.1) Résultats sur Nîmes

Nous avons décrit deux méthodes d'estimation du centre des réponses des cibles mobiles sur nos images RSO. Cependant, la cible mobile sur Nîmes étant très étendue, nous n'utiliserons ici que la méthode par calcul du barycentre de la réponse de la cible mobile sur les images RSO.

Avant d'effectuer ce calcul, nous avons remarqué qu'une partie de cette cible mobile réfléchissait plus de signal que le reste de la cible mobile. Nous avons considéré que cette partie de la cible est la partie dont nous devons calculer le barycentre. Il est donc nécessaire de la suivre visuellement sur l'ensemble des images RSO et de définir pour chaque image une zone de calcul pour le barycentre. Cette étape antérieure au calcul du barycentre est nécessaire dans le sens où cette cible est très étendue, et parce que cette restriction de zone réduit les sources d'erreurs pour le calcul de la position apparente de la cible mobile.

Les résultats de calcul du barycentre de la cible mobile sur Nîmes sont présentés **Figure 3.20**. Ces résultats sont calculés sur les trois exemples présentés à la **Figure 3.15**. Sur chaque image, le rectangle jaune délimite la zone de calcul du barycentre.

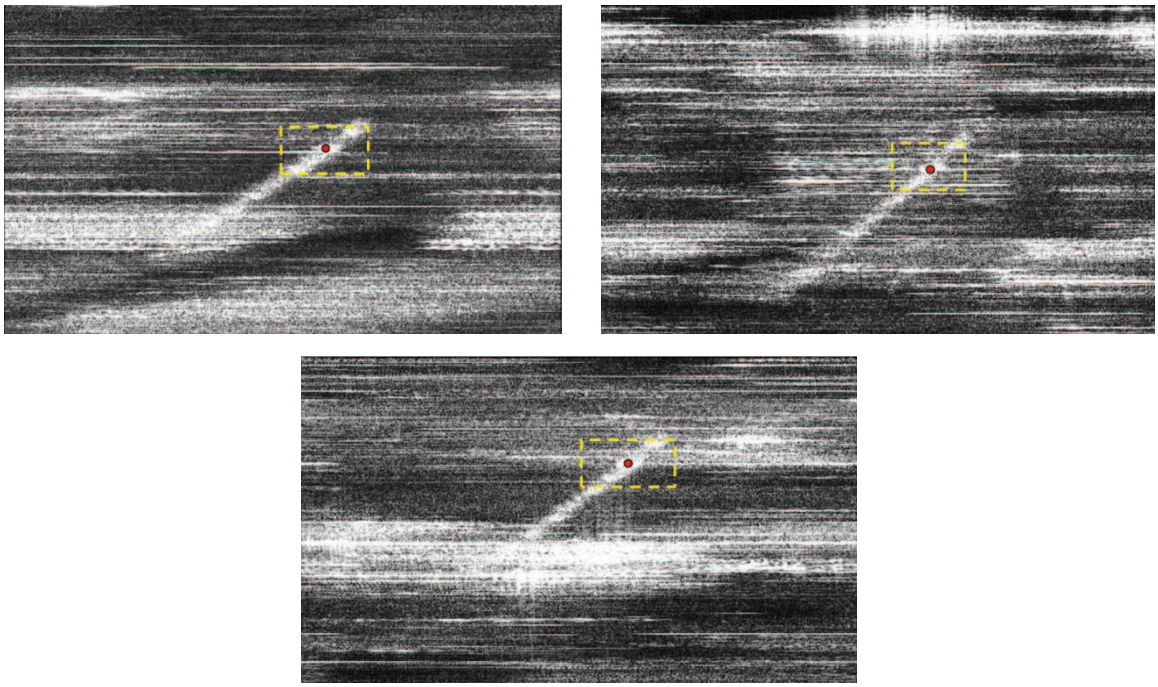


Figure 3.20 - Résultats de l'estimation du centre de la réponse de la cible mobile sur Nîmes par la méthode du calcul du barycentre.

III.4.3.2) Résultats sur Istres

Les cibles mobiles observées sur les images d'Istres étant moins étendues que celle de Nîmes, les deux méthodes de calcul de la position apparente des cibles mobiles seront testées. Nous montrerons ces résultats dans les différentes configurations de cibles mobiles et de contrastes présentées au paragraphe III.3, afin d'étudier de manière empirique l'influence du RSC et des erreurs de refocalisation sur les résultats de cette mesure de position.

La **Figure 3.21** et la **Figure 3.22** représentent des exemples de résultats obtenus sur le Master, avec des RSC plus ou moins élevés. Ce sont les exemples de cibles présentés par la **Figure 3.17**. A noter que comme les véhicules réels sont des cibles étendues, l'estimation du centre de la réponse de la cible passe d'abord par la détection de la ligne de plus forte intensité de l'imagette contenant la réponse de la cible mobile. Cette ligne est représentée en bleu sur la **Figure 3.21** et sur la **Figure 3.22**. Dans le cas de l'estimation par calcul de barycentre, un seuillage est effectué après refocalisation afin de supprimer la majorité du clutter présente sur l'imagette.

La **Figure 3.23** et la **Figure 3.24** représentent des exemples de résultats des calculs du centre de la réponse des cibles obtenus sur le Break Peugeot. Ce sont les exemples de cibles présentés par la **Figure 3.19**. Dans un cas la cible mobile a été refocalisée sans ambiguïté, car il n'y avait qu'un seul pic de contraste. Dans l'autre, la présence de plusieurs pics de contrastes a généré une source d'erreur dans la focalisation de la cible mobile (voir **Figure 3.18**).

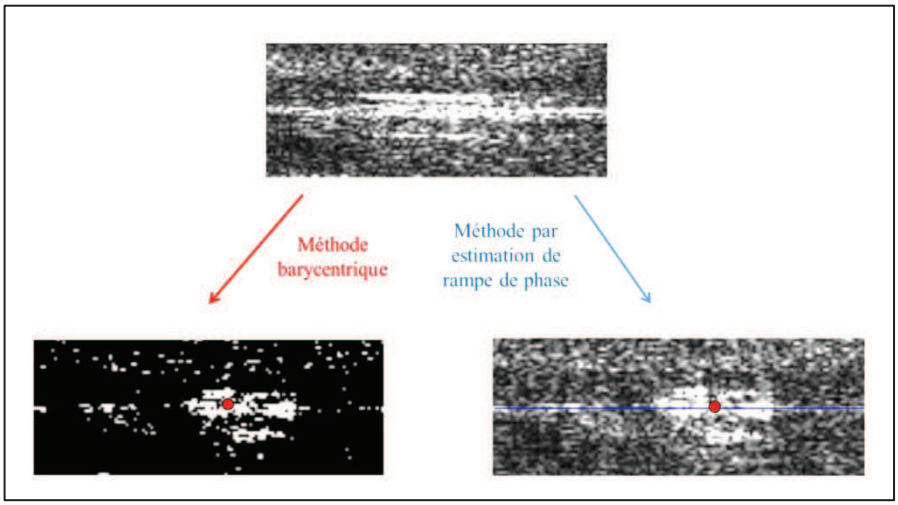


Figure 3.21 - Résultat de l'estimation du centre de la réponse du Renault Master par les deux méthodes de calcul (rampe de phase et barycentre). Cas d'un RSC élevé.

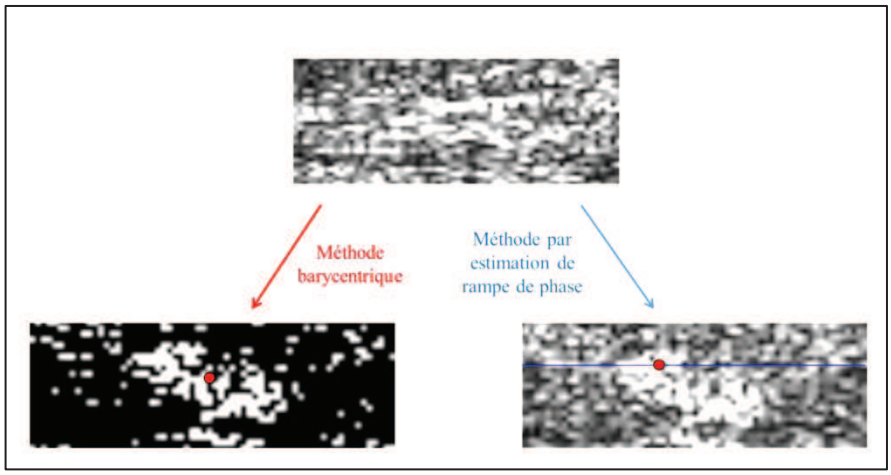


Figure 3.22 - Résultat de l'estimation du centre de la réponse du Renault Master par les deux méthodes de calcul (rampe de phase et barycentre). Cas d'un RSC faible.

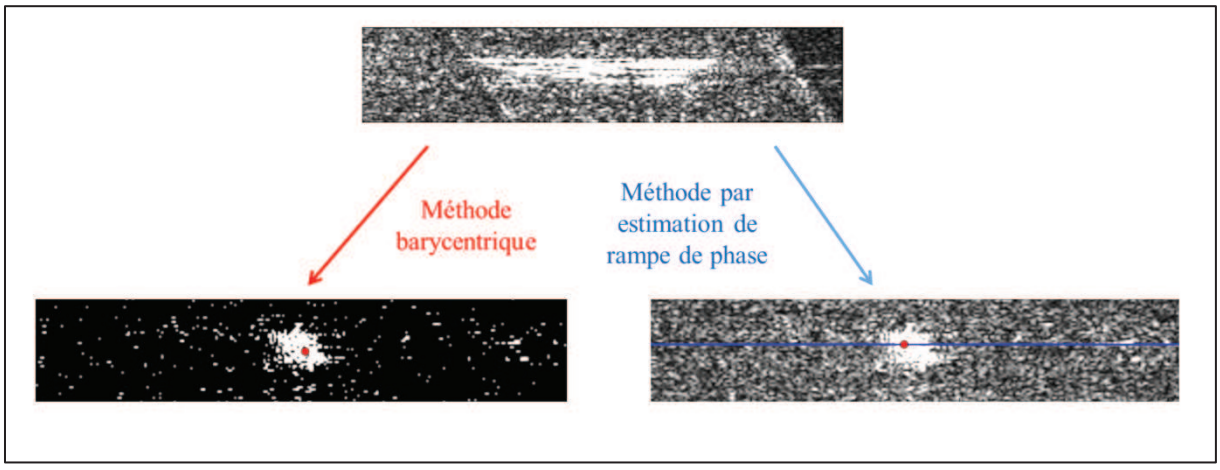


*Figure 3.23 - Résultat de l'estimation du centre de la réponse du Break Peugeot par les deux méthodes de calcul (rampe de phase et barycentre). Cas d'une refocalisation sans ambiguïté (voir **Figure 3.18**).*

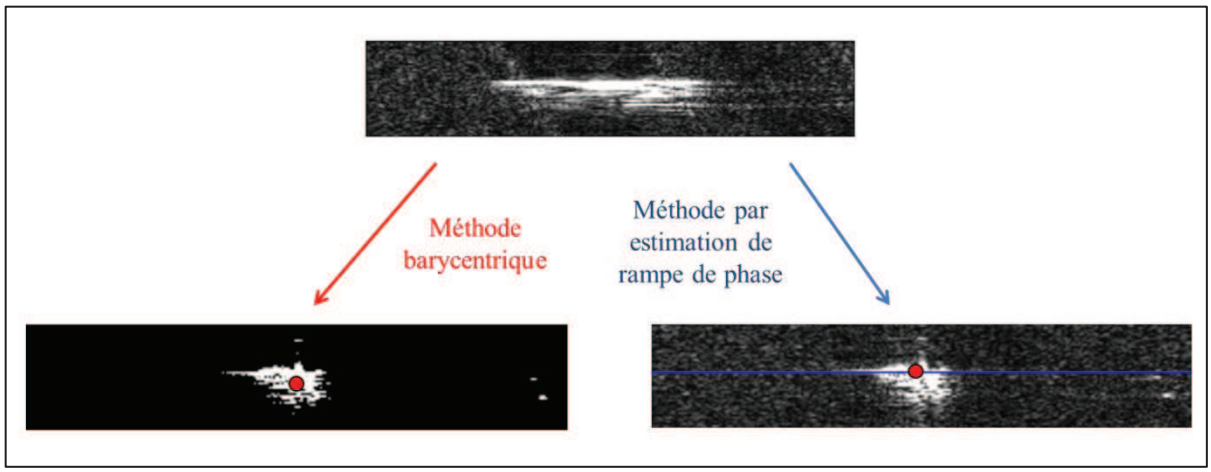


*Figure 3.24 - Résultat de l'estimation du centre de la réponse du Break Peugeot par les deux méthodes de calcul (rampe de phase et barycentre). Cas d'une refocalisation avec ambiguïté due à la présence de pics secondaires de contrastes (voir **Figure 3.18**).*

On constate à nouveau que les résultats obtenus par les deux méthodes sont légèrement différents, la méthode barycentrique semblant plus précise que la méthode par estimation de phase. La détection de la ligne de plus grande intensité peut-être source d'erreurs si plusieurs points brillants prédominants réfléchissent du signal. Plus particulièrement, nous constatons que dans le cas de RSC faibles (voir **Figure 3.22**), la méthode par estimation de rampe de phase semble peu précise. Ces résultats montrent que le RSC a une influence sur la précision de ces mesures. Cette influence sera théoriquement démontrée dans le chapitre 5 de ce manuscrit.

De manière générale, nous constatons que ces mesures de position apparente de cibles mobiles ne sont en tout cas pas parfaites, et des erreurs de pointés peuvent subvenir. Les chapitres suivants permettront notamment de montrer si ces erreurs de mesure influent de manière significative sur la reconstruction des trajectoires des cibles mobiles.

III.5) Conclusion

Ce chapitre a permis de présenter une méthode innovante qui permet de récupérer les caractéristiques apparentes des cibles mobiles sur les images RSO. Les acquisitions effectuées pendant cette thèse nous ont permis d'obtenir des données assez différentes, tant sur le plan de la résolution que sur les caractéristiques du clutter présent sur les scènes imagées.

Nous avons mis au point une méthode de focalisation automatique des cibles mobiles qui permet d'extraire le paramètre de phase α, et ainsi de récupérer des informations de vitesse et d'accélération de la cible mobile. Par le calcul d'un rapport de contraste dépendant de la correction de phase appliquée à la cible mobile, nous avons rendu cette méthode efficace, y compris en environnement de fort clutter ou de clutter hétérogène, ce qui constitue un apport par rapport aux techniques de focalisation de cibles antérieures à ce travail de thèse.

Enfin, en testant l'efficacité de nos méthodes d'estimation du centre de la réponse des cibles mobiles sur nos données de Nîmes et d'Istres, nous avons constaté, que ce soit pour l'estimation de la rampe de phase ou pour la méthode barycentrique, que des erreurs de mesure peuvent être faites. Dans le chapitre suivant, nous aurons donc deux objectifs : en premier lieu, nous montrerons comment nous avons utilisé les mesures des coordonnées apparentes des cibles mobiles pour établir un système d'équations permettant de reconstruire les trajectoires de ces cibles ; d'autre part nous nous intéresserons à la robustesse de ce système vis-à-vis des erreurs de mesure pouvant intervenir lors des étapes de refocalisation et d'estimation du centre des réponse des cibles mobiles sur les images RSO.

Chapitre 4

Développement d'une méthode de reconstruction de trajectoire de cibles mobiles en imagerie RSO circulaire aéroportée

Les cibles mobiles apparaissent défocalisées et à côté de leur position réelle sur les images RSO. De ce fait, leur réponse fournit des informations quant à leur mouvement. Le chapitre précédent a permis de présenter la méthodologie que nous avons développée afin de récupérer ces informations sur l'ensemble des images RSO que nous avons à disposition.

Dans ce chapitre, nous présenterons la méthode de reconstruction de trajectoire de cibles mobiles que nous avons développée. Nous verrons comment nous avons compensé le manque d'informations fournies par le RSO monovoie en utilisant la multiplicité d'angles de prise de vue que le RSO circulaire permet. Nous montrerons la démarche adoptée et les hypothèses effectuées pour définir un système permettant de faire le lien entre les coordonnées apparentes des cibles mobiles et leur trajectoire réelle, et ainsi permettre la reconstruction de ces trajectoires.

Une analyse numérique du système ainsi développé sera effectuée, afin d'étudier théoriquement la stabilité de cette méthode en fonction des scénarios de cibles mobiles et du modèle de cible mobile utilisé pour reconstruire les trajectoires des véhicules au sol. Enfin, une validation de cette méthode sur des trajectoires synthétiques sera présentée. Cette validation a un double objectif : elle permet dans un premier temps de vérifier la capacité de la méthode à inverser des trajectoires parfaites, et dans un second temps de confirmer les observations liées à l'analyse numérique du système. En particulier, la robustesse de la méthode par rapport aux erreurs de mesure ou à des trajectoires perturbées sera testée.

IV.1) Mise en équation de la méthode de reconstruction de trajectoire

La mise en équation de la méthode de reconstruction de trajectoire développée dans cette thèse sera basée sur l'exploitation de la loi de phase de l'écho d'une cible mobile après traitement RSO, dont l'expression a été donnée dans le chapitre 2 (voir équation (2. 11)). On prendra ici les mêmes notations que dans le chapitre 2, à savoir que la cible mobile sera notée P, sa vitesse $\vec{V}$ (de norme V) son accélération $\vec{A}$, constante pendant le trajet $\overrightarrow{M_0M_t}$ du capteur (voir **Figure 4.1**). On notera $\overrightarrow{V_c}$ la vitesse de l'avion embarquant le capteur radar, et $\overrightarrow{A_c}$ son accélération. La distance entre la cible et le capteur RSO à l'instant t est notée $D(t)$, elle est notée D_0 pour $t = 0$. On a donc $D_0 = \left\|\overrightarrow{M_0P_0}\right\|$. En raison des effets du mouvement d'une cible mobile sur la position de sa réponse sur l'image RSO, on a vu au chapitre 2 que la réponse de la cible mobile P va venir se superposer au même endroit que la réponse d'une cible fixe Q. On notera alors $\overrightarrow{k_p}$ et $\overrightarrow{k_Q}$ les vecteurs unitaires correspondants à la ligne de visée pour la cible mobile P et pour la cible fixe Q (l'expression de $\overrightarrow{k_p}$ est donnée par l'équation (2. 5)).

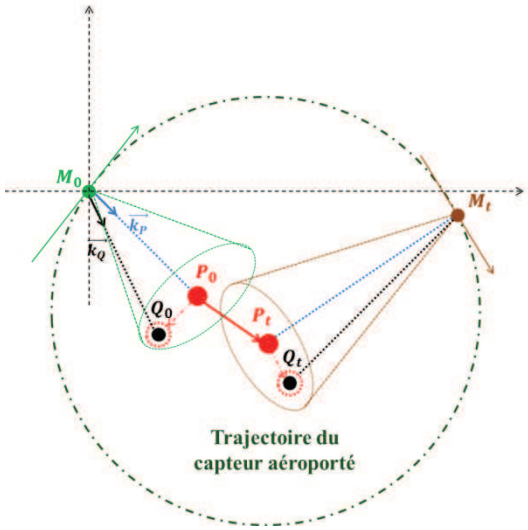


Figure 4.1 - Géométrie d'observation de deux images en géométrie RSO circulaire. Pour la première image (respectivement la seconde), le capteur RSO aéroporté se trouve en M_0 (respectivement en M_t) et la cible mobile est en P_0 (respectivement en P_t). Q est une cible fixe qui apparait à la même position que P sur l'image RSO (à cause des effets de délocalisation de la cible mobile).

IV.1.1) Ensemble des solutions du problème

Nous avons vu au chapitre 2 que toutes les caractéristiques du mouvement d'une cible mobile (vitesse, accélération, position…) découlaient du calcul de l'historique de phase de l'écho de cette cible. En effet, si on considère une cible mobile P, on note P_t sa position à

l'instant t et M_t la position du capteur au même temps t, sa loi de phase instantanée est, selon l'équation (2. 1):

$$\varphi_P(t) = -\frac{4\pi}{\lambda}\left\|\overrightarrow{M_tP_t}\right\|$$

Considérons maintenant une autre cible mobile P', avec son historique de phase $\varphi_{P'}(t)$. Si, pour tout t, les cibles mobiles P et P' vérifient:

$$\left\|\overrightarrow{M_tP_t}\right\| = \left\|\overrightarrow{M_tP'_t}\right\| \tag{4. 1}$$

Alors nous aurons, pour tout t, $\varphi_P(t) = \varphi_{P'}(t)$, et par conséquent, P et P' ne pourront pas être discriminées. La **Figure 4.2** présente le cas d'une cible mobile P représentée par ses différentes positions $(P_1, P_2, P_3, P_4 \dots)$ au cours du temps. Le capteur aéroporté $(M_1, M_2, M_3, M_4 \dots)$ est représenté aux mêmes instants que la cible P. A chaque instant t, l'ensemble des points P' susceptibles d'être confondus avec la cible P est donc un cercle $\mathcal{C}_t$ de centre M_t et de rayon P_t. On en déduit que la trajectoire d'une cible P' sera confondue avec celle d'une cible P si à chaque instant t, la cible P' se trouve sur le cercle $\mathcal{C}_t$. Un exemple de cible vérifiant cette condition est représentée par des points rouges cerclés de noir.

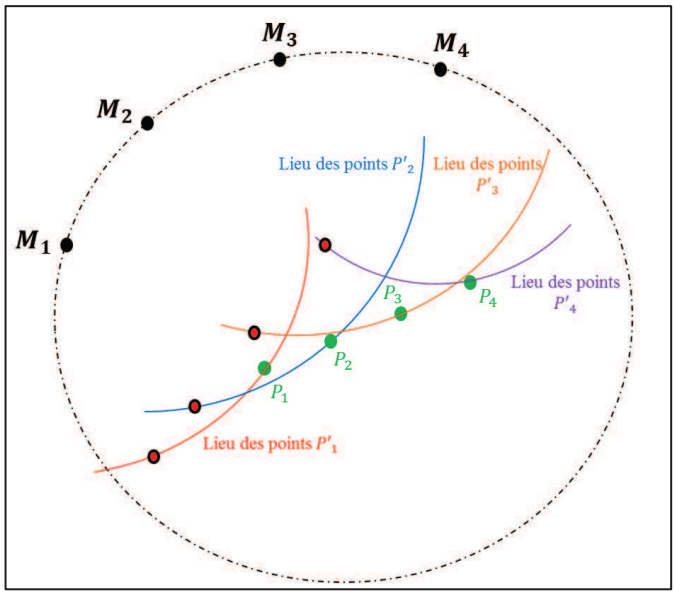


Figure 4.2 - Ensemble des points P' pouvant être confondus avec une cible P par le traitement RSO. Le capteur aéroporté est représenté par ses positions M_t (vue de dessus). Un exemple de solution est représenté par des points rouges.

On montre en annexe B que l'ensemble des solutions de l'équation (4. 1) est donné par le vecteur $\overrightarrow{OP'_t} = \overrightarrow{OP_t} + \overrightarrow{P_tP'_t}$ avec :

$$\overrightarrow{P_tP'_t} = \begin{cases} \frac{1}{2R}(2I(t)i(t) + i(t)^2)\cos(\omega t) - i(t)\sin(\omega t) \\ \frac{1}{2R}(2I(t)i(t) + i(t)^2)\sin(\omega t) + i(t)\cos(\omega t) \end{cases} \tag{4. 2}$$

$I(t)$ représente la coordonnée azimut du vecteur $\overrightarrow{OP_t}$ dans le repère avion :

$$I(t) = -X(t)\,sin(\omega t) + Y(t)\,sin(\omega t)$$

Où $X(t)$ et $Y(t)$ représentent les coordonnées cartésiennes de la cible P (voir annexe B pour les détails). $i(t)$ est une fonction quelconque représentant la coordonnée azimut du vecteur $\overrightarrow{P_tP'_t}$ dans le repère avion. L'expression (4. 2) nous montre qu'il y a une infinité de solutions au problème. Il faut donc contraindre ce système.

IV.1.2) Ajout de contraintes physiques

Nous pouvons remarquer que les solutions données par l'expression (4. 2) ne sont pas linéaires en fonction du temps, ce qui veut dire qu'il n'existe pas un lien de proportionnalité entre les deux composantes du vecteur $\overrightarrow{P_tP'_t}$. Par conséquent, afin d'éliminer des solutions indésirables et compte tenu de leur expression analytique, nous avons choisi d'imposer une contrainte d'accélération constante pour la cible mobile, ainsi qu'une contrainte de colinéarité entre le vecteur vitesse de la cible mobile et son vecteur accélération. En d'autres termes, le modèle ne recherche plus que des trajectoires rectilignes uniformément accélérées. Ainsi, ces contraintes induisent un rapport de proportionnalité entre les composantes en X et en Y de la solution du problème, ce qui permet de contraindre le système. Nous avons donc choisi un modèle à 5 inconnues pour décrire le mouvement de la cible mobile. Ces inconnues sont données par le vecteur $\boldsymbol{X}$ suivant :

$$\boldsymbol{X} = (x_i)_{i\in[1,5]} = (X, Y, V, A, \theta_{cible})^T \qquad (4.\ 3)$$

Chaque image nous donne accès à trois mesures : deux concernant la position du centre de la réponse de la cible mobile, et une mesure de défocalisation. Or, le problème à résoudre est à 5 inconnues. Par conséquent, nous avons besoin des informations d'au moins deux images pour localiser la cible mobile au sol.

Notons $\Delta\theta$ l'écart angulaire entre deux images acquises le long de la trajectoire circulaire du capteur, ce qui correspond à un intervalle temporel Δt. En faisant l'hypothèse que la cible a une trajectoire rectiligne uniformément accélérée pendant le temps $N\Delta t$ où N représente le nombre d'images utilisées pour résoudre le problème, nous obtenons une relation entre les coordonnées géographiques de la cible sur la première image $(X, Y, \dots)$ et les coordonnées géographiques de cette même cible sur l'image suivante image $(X + Vcos(\theta_{cible})\Delta t \dots)$ et nous pouvons utiliser ce lien pour toutes les images comprises entre t_1, date de la première image, et $t_N = t_1 + N\Delta t$, date de la dernière image utilisée, afin d'obtenir les coordonnées géographiques de la cible mobile à l'instant t_1. En propageant ce principe le long de la trajectoire circulaire de la plateforme RSO (voir **Figure 4. 3**), nous pouvons reconstituer toute la trajectoire de la cible [70].

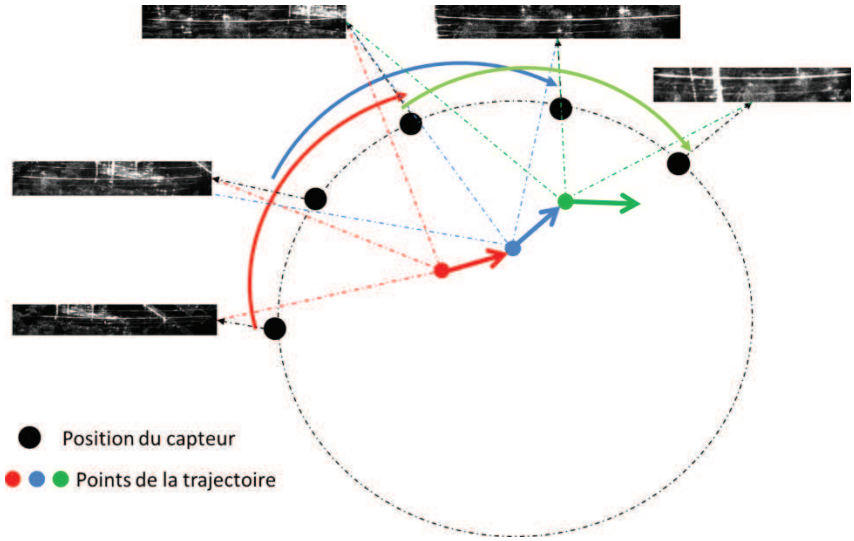


Figure 4. 3 - principe de reconstruction de la trajectoire d'une cible mobile. Ici, trois images sont systématiquement utilisées pour calculer un point de la trajectoire de la cible mobile au sol.

IV.1.3) Loi de phase de l'écho des cibles mobiles

On rappelle donc l'expression de la loi de phase $\delta\varphi$ correspondant à la superposition de la réponse des cibles P et Q (voir chapitre 2 et [1] pour les détails) :

$$\delta\varphi = -\frac{4\pi}{\lambda}\left(\frac{V^2}{2D_0} - \frac{\overrightarrow{V_C}.\vec{V}}{D_0} + \frac{\overrightarrow{k_p}}{2}.\vec{A} + \frac{\overrightarrow{A_c}.(\overrightarrow{k_Q} - \overrightarrow{k_p})}{2}\right)\delta t^2 \qquad (4.\ 4)$$

Cette loi de phase est développée à l'ordre 2 en δt, et on a montré que l'ordre 1 était nul du fait de la superposition spatiale des réponses des deux cibles, ce qui mène à la relation suivante :

$$\overrightarrow{V_C}.\overrightarrow{k_p} - \overrightarrow{k_p}.\vec{V} = \overrightarrow{V_C}.\overrightarrow{k_Q} \qquad (4.\ 5)$$

L'exploitation de ces deux relations fondamentales du RSO est à la base du développement de notre méthode de reconstruction de trajectoire de cibles mobiles, qui permet d'estimer les coordonnées de la cible mobile en géométrie terrain au cours du temps. A partir de maintenant, on exprimera les coordonnées de la cible mobile en géométrie terrain dans le repère cartésien $(0, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, l'axe des $\vec{x}$ étant orienté plein Est, celui des $\vec{y}$ vers le Nord (voir **Figure 1.19**) et $\vec{z}$ étant la verticale ascendante. Les coordonnées de la cible mobile P seront donc données par le vecteur $(X, Y, V, A, \theta_{cible})$.

IV.1.4) Lien entre squint apparent et squint réel de la cible mobile

La relation (4. 5) traduit non seulement l'apparition sur l'image RSO de la cible mobile P à l'endroit de la cible fixe Q, mais elle donne également un lien entre la position

réelle d'une cible mobile et sa position apparente sur une image RSO. L'exploitation de cette relation permet donc d'établir une expression liant θ_P, angle de squint sous lequel on voit la cible mobile P, et θ_Q, angle sous lequel on voit la cible fixe Q, qui correspond à l'angle apparent sous lequel on voit la cible P. Cet angle apparent peut être calculé par la relation (voir équation (1. 12)) :

$$\theta_Q = PA + pas_{az} i_P \tag{4. 6}$$

où i_P représente la coordonnée azimut du centre de la réponse de la cible mobile sur l'image RSO. Au cours de cette thèse, nous avons envisagé d'exprimer le lien entre θ_P et θ_Q de deux manières différentes. Le premier, plus simple, dépend à la fois de la position (X, Y) et de la vitesse de la cible mobile (V_X, V_Y). Le second, plus complexe, ne dépend plus que de la vitesse de la cible (V_X, V_Y).

- 1er cas : $\boldsymbol{\theta_P = f\left(\theta_Q, X, Y, V_X, V_Y\right)}$

On considère les coordonnées cartésiennes de la cible mobile P, en position et en vitesse. De ces coordonnées, on peut exprimer la vitesse radiale de la cible mobile. On rappelle que la vitesse radiale d'une cible mobile correspond à la projection du vecteur vitesse de la cible le long de la ligne de visée. Si on explicite la relation (2. 5) du chapitre 2, on obtient une expression du vecteur unitaire $\overrightarrow{k_p}$ de la ligne de visée en fonction des coordonnées cartésiennes de la cible mobile P :

$$\overrightarrow{k_p} = \frac{\overrightarrow{M_0 P_0}}{\left\|\overrightarrow{M_0 P_0}\right\|} = \frac{1}{\sqrt{(X - X_M)^2 + (Y - Y_M)^2 + (Z - Z_M)^2}} \times \begin{bmatrix} (X - X_M) \\ (Y - Y_M) \\ (Z - Z_M) \end{bmatrix} \tag{4. 7}$$

On rappelle que (X_M, Y_M, Z_M) sont les coordonnées du centre d'intégration, qui correspondent à la position du capteur RSO. La vitesse radiale de la cible mobile, notée V_r, est donc donnée par :

$$V_r = \vec{V}.\overrightarrow{k_p} = \frac{V_X(X - X_M) + V_Y(Y - Y_M)}{\sqrt{(X - X_M)^2 + (Y - Y_M)^2 + (Z - Z_M)^2}}$$

D'autre part, en explicitant l'expression (4. 5), il vient:

$$V_C sin(\theta_P) - V_r = V_C \sin\left(\theta_Q\right)$$

Nous retrouvons la relation (2. 10) entre l'angle de squint réel θ_P de la cible mobile P et l'angle de squint apparent θ_Q:

$$\sin(\theta_P) = sin\left(\theta_Q\right) + \frac{V_r}{V_C} \tag{4. 8}$$

Sachant que θ_Q dépend de la coordonnée pixel en azimut de la cible mobile P sur l'image RSO (voir expression (4. 6)), la relation (4. 8) nous donne un lien entre la position du

centre de la réponse de la cible mobile en azimut sur l'image RSO et l'angle sous lequel on voit la cible au sol. Dans cette équation, θ_Q et V_C sont donc connus, alors que V_r et θ_P sont inconnus. L'inconvénient de cette expression réside dans le fait qu'elle fait intervenir à la fois les inconnues de position de la cible (X, Y) mais aussi les inconnues de vitesse (V_X, V_Y). Nous avons donc envisagé une seconde expression de ce lien ne dépendant plus que des inconnues de vitesse de la cible mobile.

- 2ème cas : $\boldsymbol{\theta_P = f(\theta_Q, V_X, V_Y)}$

Afin d'établir cette nouvelle expression, l'idée de départ est de représenter le vecteur unitaire $\overrightarrow{k_p}$ non pas en fonction des coordonnées cartésiennes de la cible mobile P (voir équation (4. 7)), mais en fonction des différents angles caractérisant la ligne de visée :

$$\overrightarrow{k_p} = \begin{cases} sin(inc)cos(\beta_P - r) \\ sin(inc)sin(\beta_P - r) \\ -cos(inc) \end{cases} \quad (4.\ 9)$$

Avec :

- inc: angle d'incidence de la ligne de visée (0°=normal, 90°=rasant)
- β : projection de l'angle de squint θ dans le plan (X, Y)
- r : angle de route

La **Figure 4.4** présente les différents angles de la formule (4. 9) qui paramètrent la ligne de visée. Une vue de dessus de cette figure est également présentée **Figure 1.19**. De cette expression de $\overrightarrow{k_p}$, on montre qu'il est possible d'établir une relation entre θ_P et θ_Q ne dépendant plus des inconnues de position de la cible mobile. Cette relation est donnée par la formule suivante :

$$sin(\theta_P) = sin(inc)\, cos(p)\, sin\left(g\left(\theta_Q, V_X, V_Y\right)\right) - cos(inc)sin(p) \quad (4.\ 10)$$

avec p l'angle de pente, et:

$$g\left(\theta_Q, V_X, V_Y\right) = Arcsin\left(\frac{A}{r}\left(\frac{sin\left(\theta_Q\right) + cos(inc)\, sin(p)}{sin(inc)\, cos(p)}\right)\right) - Arctan\left(\frac{C}{B}\right)$$

avec :

$$\begin{cases} A = V_C \sin(inc) \cos(p) \\ B = V_C \sin(inc) \cos(p) - V_x \sin(inc) \sin(r) - V_y \sin(inc) \cos(r) \\ C = V_y \sin(inc) \sin(r) - V_x \sin(inc) \cos(r) \end{cases}$$

La démonstration de la formule (4. 10) est donnée en Annexe C. Pour la suite, nous choisissons d'utiliser cette deuxième expression afin d'obtenir un système d'équation séparant mieux les inconnues et les mesures.

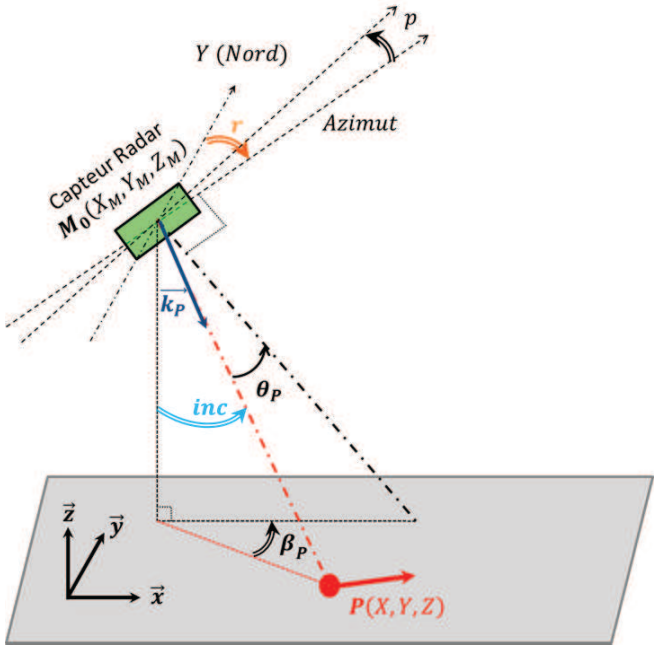


Figure 4.4 - Représentation de la ligne de visée du capteur radar pour une cible mobile P en fonction de ses angles caractéristiques. L'angle de route est repéré dans le sens trigonométrique inverse car c'est le cas pour les données réelles utilisées au cours de cette thèse.

IV.1.5) Etablissement de l'équation de vitesse de la cible mobile

En explicitant la loi de phase de l'écho d'une cible mobile donnée par l'équation (4. 4), on obtient une expression dépendant à la fois de la composante longitudinale de vitesse (notée V_l) de la cible mobile et de la composante radiale de l'accélération de cette cible (notée A_r) :

$$\delta\varphi = -\frac{4\pi}{\lambda}\left(\frac{V^2}{2D} - \frac{V_{hor}V_l}{D} + \frac{A_r}{2} + \frac{\overrightarrow{A_c}.\left(\overrightarrow{k_Q} - \overrightarrow{k_p}\right)}{2}\right)\delta t^2 \qquad (4.\ 11)$$

V_l et A_r sont bien sûr liés aux coordonnées cartésiennes de la cible mobile en vitesse et en accélération par :

$$V_l = V_X sin(r) + V_Y cos(r) \qquad (4.\ 12)$$

Et :

$$A_r = A_X sin(inc) cos(\beta - r) + A_Y sin(inc) sin(\beta - r) \qquad (4.\ 13)$$

Nous avons vu au chapitre précédent que cette loi de phase traduit une défocalisation de la réponse de la cible mobile sur les images RSO, et l'analyse de cette réponse défocalisée

permet de récupérer des paramètres de vitesse et d'accélération de la cible. Cette analyse s'effectuera par transformée de Fourier azimut du signal rétrodiffusé. Dans l'espace de Fourier, la loi de phase de l'écho de la cible mobile s'écrit sous la forme :

$$\delta\varphi = \alpha\delta i^2 \tag{4. 14}$$

où δi est une fréquence azimut et α représente le paramètre de défocalisation de la cible, c'est-à-dire le coefficient de degré 2 de la loi de phase de l'écho qui sera mesuré (nous détaillerons la méthodologie utilisée pour relever ce paramètre dans le paragraphe suivant). L'objectif est de faire le lien entre δi et δt afin d'établir une relation entre α et le mouvement de la cible (V_l, A_r). δj et δt sont liés par la relation suivante :

$$\delta t = \frac{T_{pas}.\delta i}{Nech} \tag{4. 15}$$

Où :

- $Nech$: nombre d'échantillons en azimut utilisés pour la transformée de Fourier discrète
- T_{pas} : temps correspondant au pas d'échantillonnage en azimut pas_{az}

Le pas en azimut et T_{pas} sont liés par la relation suivante :

$$T_{pas} = \frac{\lambda}{2V_C pas_{az}} \tag{4. 16}$$

En combinant les relations (4. 11), (4. 14), (4. 15) et (4. 16), on obtient une relation entre le coefficient de défocalisation α et le mouvement de la cible :

$$\alpha = -\frac{4\pi}{\lambda}\left(\frac{V^2}{2D_0} - \frac{V_{hor}V_l}{D_0} + \frac{A_r}{2} + \frac{\overrightarrow{A_c}.\left(\overrightarrow{k_Q} - \overrightarrow{k_p}\right)}{2}\right) \times \left(\frac{\lambda}{2V_C.pas_{az}.Nech}\right)^2 \tag{4. 17}$$

IV.1.6) Définition finale du système de reconstruction

Chaque image fournissant 3 mesures différentes, nous pouvons établir un système de 3 équations pour chaque image: deux portant sur la position de la cible au sol et une portant sur la vitesse de la cible. Les deux premières équations sont les équations de position présentées au chapitre 1 (voir système (1. 15)) adaptées au cas d'une cible mobile. Les deux équations sont données à l'instant t par :

$$\begin{cases} X + Vcos(\theta_{cible})\Delta t + \frac{1}{2}Acos(\theta_{cible})\Delta t^2 - (X_M + D_1\, sin(r) + D_2\, cos(r)) = 0 \\ Y + Vsin(\theta_{cible})\Delta t + \frac{1}{2}Asin(\theta_{cible})\Delta t^2 - (Y_M + D_1\, cos(r) - D_2\, sin(r)) = 0 \end{cases} \tag{4. 18}$$

Les variables D_1 et D_2 sont données par les expressions (1. 16) et (1. 17). Ces variables sont liées à la fois à la distance antenne-cible (liée à la coordonnée pixel en distance du centre de la réponse de la cible sur l'image RSO par la relation (1. 13)), et au squint réel de la cible mobile θ_P (voir équation (1. 19)). La formule (4. 10) nous donne le lien entre θ_P et le squint apparent θ_Q, lui-même lié à la coordonnée pixel en azimut du centre de la réponse de la cible par la relation (4. 6).

La troisième équation est donnée par l'expression (4. 17) :

$$\alpha + \frac{4\pi}{\lambda}\left(\frac{V^2}{2D_0} - \frac{V_{hor}V_l}{D_0} + \frac{A_r}{2} + \frac{\overrightarrow{A_c}.\left(\overrightarrow{k_Q} - \overrightarrow{k_p}\right)}{2}\right) \times \left(\frac{\lambda}{2V_C.pas_{az}.Nech}\right)^2 = 0 \qquad (4.\ 19)$$

En utilisant l'hypothèse d'accélération constante de la cible mobile pendant le temps $N\Delta t$ et en contraignant la cible mobile à se déplacer en ligne droite pendant le temps $N\Delta T$, nous obtenons un système surdimensionné de $3N$ équations à 5 inconnues, ces inconnues étant les coordonnées géographiques de la cible mobile à l'instant t_0 $(X, Y, V, A, \theta_{cible})$. N est donc un entier supérieur (ou au moins égal) à 2. L'expression finale du système à inverser est la suivante :

$$\begin{cases} X - (X_{M1} + D_{11}\,sin(r_1) + D_{21}\,cos(r_1)) = 0 \\ Y - (Y_{M1} + D_{11}\,cos(r_1) - D_{21}\,sin(r_1)) = 0 \\ \alpha_1 + \frac{4\pi}{\lambda}\left(\frac{V^2}{2D_{01}} - \frac{V_{hor}V_{l1}}{D_{01}} + \frac{A_{r1}}{2} + \frac{\overrightarrow{A_{c1}}.\left(\overrightarrow{k_{Q1}} - \overrightarrow{k_{p1}}\right)}{2}\right) \times \left(\frac{\lambda}{2V_C.pas_{az}.Nech}\right)^2 = 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ X + Vcos(\theta_{cible})N\Delta t + \frac{1}{2}Acos(\theta_{cible})(N\Delta t)^2 - (X_{MN} + D_{1N}\,sin(r_N) + D_{2N}\,cos(r_N)) = 0 \\ Y + Vsin(\theta_{cible})N\Delta t + \frac{1}{2}Asin(\theta_{cible})(N\Delta t)^2 - (Y_{MN} + D_{1N}\,cos(r_N) - D_{2N}\,sin(r_N)) = 0 \\ \alpha_N + \frac{4\pi}{\lambda}\left(\frac{(V + AN\Delta t)^2}{2D_{0N}} - \frac{V_{hor}V_{lN}}{D_{0N}} + \frac{A_{rN}}{2} + \frac{\overrightarrow{A_{cN}}.\left(\overrightarrow{k_{QN}} - \overrightarrow{k_{pN}}\right)}{2}\right) \times \left(\frac{\lambda}{2V_C.pas_{az}.Nech}\right)^2 = 0 \end{cases}$$

L'indice N pour toutes les variables du système $(\alpha_N, D_N, \theta_{RN} \dots)$ signifie que ces variables sont données au temps d'acquisition t_N. Les variables $(D_{11}, D_{21}, \dots, D_{1N}, D_{2N})$ sont donc les valeurs des variables D_1 et D_2 du système (4. 18) calculées au temps $t_1 \dots t_N$. $(D_{01}, \dots, D_{0N})$ représente la distance antenne-cible D_0 (voir équation (4. 19)) au temps $t_1 \dots t_N$. On exprimera ce système de la manière suivante :

$$\left\{f_i\right._{i \in [1,3N]} = 0 \qquad (4.\ 20)$$

IV.1.7) Inversion du système

On note $\boldsymbol{X}$ le vecteur d'inconnues du système et $\boldsymbol{Y}$ le vecteur total de mesures du système. Nous avons donc :

$$\boldsymbol{X} = (x_i)_{i\in[1,5]} = (X, Y, V, A, \theta_{cible})^T \tag{4. 21}$$

Et :

$$\boldsymbol{Y} = (y_i)_{i\in[1,3N]} = (i_1, j_1, \alpha_1 \dots i_N, j_N, \alpha_N) \tag{4. 22}$$

La reconstruction de trajectoire de la cible mobile s'effectue en minimisant la fonction suivante :

$$\Phi(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{Y}) = \sum_{i=1}^{3N} {f_i}^2(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{Y}) \tag{4. 23}$$

où les f_i représente les équations du système (4. 20). En notation vectorielle, cette expression peut être mise sous la forme :

$$\Phi(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{Y}) = \|\boldsymbol{F}(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{Y})\|^2 \tag{4. 24}$$

où $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{Y})$ est un vecteur colonne contenant toutes les équations f_i du système (4. 20). La minimisation de (4. 24) s'effectuera par une méthode des moindres carrés non linéaires. L'algorithme utilisé est basé sur celui de Levenberg-Marquardt ou algorithme LM. Cet algorithme est une méthode de minimisation itérative, décrite par [71]. Nous en résumons ici les principales étapes.

Nous cherchons donc à obtenir le vecteur $\widehat{\boldsymbol{X}}$, estimée de $\boldsymbol{X}$**,** permettant de minimiser l'expression (4. 24). Nous partons donc d'un vecteur initial $\widehat{\boldsymbol{X_0}}$ et à chaque itération, nous remplaçons $\widehat{\boldsymbol{X_0}}$ par une nouvelle estimation $\widehat{\boldsymbol{X_0}} + \boldsymbol{\delta}$. Il s'agit donc de chercher $\boldsymbol{\delta}$ qui minimise Φ. Afin de déterminer $\boldsymbol{\delta}$, le système $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{Y})$ est approché en étant linéarisé:

$$F(\boldsymbol{X} + \boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{Y}) \cong \boldsymbol{F}(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{Y}) + \boldsymbol{M_x}\boldsymbol{\delta} \tag{4. 25}$$

où $\boldsymbol{M_x}$ représente la matrice Jacobienne de F (évaluée ici en $\widehat{\boldsymbol{X_0}}$) :

$$\boldsymbol{M_x} = \left(\frac{\partial f_i}{\partial x_j}(\widehat{\boldsymbol{X_0}}, \boldsymbol{Y})\right)_{i\in[1,3N], j\in[1,5]} \tag{4. 26}$$

$\boldsymbol{\delta}$ vérifie donc :

$$\boldsymbol{\nabla\Phi}(\boldsymbol{\delta}) = \boldsymbol{0} \tag{4. 27}$$

En effectuant la dérivée de l'expression (4. 27), on obtient :

$${\boldsymbol{M_x}}^{\boldsymbol{T}}\left(\boldsymbol{F}\left(\widehat{\boldsymbol{X_0}}, \boldsymbol{Y}\right) + \boldsymbol{M_x}\boldsymbol{\delta}\right) = \boldsymbol{0} \tag{4. 28}$$

De la relation (4. 28), on tire :

$$\left(\boldsymbol{M_x}^T \boldsymbol{M_x}\right)\boldsymbol{\delta} = -\boldsymbol{M_x}^T \boldsymbol{F}\left(\widehat{\boldsymbol{X_0}}, \boldsymbol{Y}\right) \quad (4.\ 29)$$

De l'équation (4. 29), on obtient directement la valeur de $\boldsymbol{\delta}$ en inversant $\boldsymbol{M_x}^T \boldsymbol{M_x}$. Dans cette thèse, nous serons obligés de travailler sur des cas particuliers parce que l'expression analytique de $\boldsymbol{M_x}^T \boldsymbol{M_x}$ est trop complexe pour pouvoir effectuer son inversion par calcul formel. Les résultats seront donc donnés sur nos cas d'étude mais la démarche pourrait être adaptée à d'autres scénarios de cibles mobiles. Nous reviendrons plus en détail dans la section suivante sur l'inversion de cette matrice.

L'algorithme se termine lorsque l'on s'est suffisamment approché d'un minimum, ou qu'un nombre d'itérations limite a été effectué. La procédure renvoie alors la valeur de $\widehat{\boldsymbol{X}}$ obtenue.

IV.1.8) Conclusion

Nous avons défini un système d'équations (voir expression (4. 20)) qui permet de faire le lien entre les mesures images des cibles mobiles et leur trajectoire au sol. Nous avons ajouté des contraintes physiques que nous appliquons à la cible mobile, à savoir l'hypothèse d'une accélération constante et d'un mouvement en ligne droite du véhicule pendant l'excursion angulaire totale $N\Delta\theta$ utilisée pour inverser le système. Ces contraintes sont nécessaires pour aider le système à discriminer les solutions indésirables lors de l'inversion. En d'autres termes, elles doivent permettre d'éviter que deux scénarios de cibles très différents soient considérés comme des solutions du système. Une analyse numérique de cette méthode de reconstruction va maintenant être menée, afin d'évaluer dans quelles configurations et sur quelle excursion angulaire cette discrimination est efficace.

IV.2) Analyse mathématique de la méthode de reconstruction

L'objectif de cette partie est de pousser plus loin les premières considérations graphiques effectuées dans le paragraphe IV.1.1 et en annexe B, qui ont mené à l'établissement d'une contrainte de colinéarité entre la vitesse et l'accélération de la cible mobile. Plus particulièrement, nous étudierons la robustesse de la méthode de reconstruction des trajectoires de cibles mobiles que nous avons développée par une analyse mathématique du système d'équations (4. 20). Par cette analyse, nous chercherons à savoir si les hypothèses de mouvement que nous avons choisies suffisent à contraindre le système à converger vers la solution désirée sur des excursions angulaires permettant de garantir la validité de nos hypothèses de mouvement.

Lors de cette analyse mathématique, deux modèles de cibles mobiles seront étudiés : un premier modèle de cible à accélération constante, c'est-à-dire le modèle à 5 inconnues

$(X, Y, V, A, \theta_{cible})$, et un second modèle à vitesse constante, donc à 4 inconnues $(X, Y, V, \theta_{cible})$. La sensibilité théorique de la méthode d'inversion sera testée dans les deux cas, et de nouvelles interprétations graphiques seront exposées afin d'expliquer les phénomènes observés.

IV.2.1) Expression matricielle du système d'inversion

Le système d'équations qui a été développé au cours de cette thèse est un système permettant de passer des coordonnées d'une cible mobile sur un ensemble d'images RSO à sa trajectoire réelle (voir expression (4. 20)). Ce système d'équations dépend à la fois des inconnues du système, des mesures, et d'autres paramètres (position du capteur, angle de route…). En raison de la non-linéarité du système, une estimation des inconnues du système, notée $\widehat{\boldsymbol{X}}$, ne peut pas être directement donnée en fonction de $\boldsymbol{Y}$. Le système d'équations peut simplement être modélisé par une fonction implicite f vérifiant :

$$f(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{Y}) = 0 \tag{4. 30}$$

Un développement limité de l'expression (4. 30) est alors effectué au voisinage de la solution du système. Nous obtenons :

$$\boldsymbol{M_y \delta Y = M_x \delta X} \tag{4. 31}$$

où $\boldsymbol{\delta Y}$ (resp. $\boldsymbol{\delta X}$) est le développement limité du vecteur $\boldsymbol{Y}$ (resp. $\boldsymbol{X}$) au voisinage de la solution du système. On rappelle que $\boldsymbol{M_x}$ est la matrice Jacobienne du système (voir équation (4. 26)), et $\boldsymbol{M_y}$ représente la matrice de dérivées partielles premières du système par rapport aux mesures (vecteur $\boldsymbol{Y}$), évaluée à la solution $\widehat{\boldsymbol{X}}$ du système :

$$\boldsymbol{M_y} = \left(\frac{\partial f_i}{\partial y_j} (\widehat{\boldsymbol{X}}, \boldsymbol{Y}) \right)_{i \in [1,3N], j \in [1,3N]} \tag{4. 32}$$

De l'expression (4. 31), on obtient :

$$\boldsymbol{\delta X} = \left(\boldsymbol{M_x}^{\boldsymbol{T}} \boldsymbol{M_x} \right)^{-1} \boldsymbol{M_x}^{\boldsymbol{T}} \boldsymbol{M_y \delta Y} \tag{4. 33}$$

Les expressions des matrices $\boldsymbol{M_x}$ et $\boldsymbol{M_y}$ sont très complexes, ce qui est dû à la non-linéarité du système. Par conséquent, nous effectuons une analyse numérique de ces matrices, et en particulier de la matrice $\boldsymbol{M_x}^{\boldsymbol{T}} \boldsymbol{M_x}$, qui est à un coefficient près[2], la matrice Hessienne du système d'inversion. En effet, c'est cette matrice qui est inversée dans l'algorithme LM, et c'est donc de l'étude numérique de cette matrice que nous pouvons obtenir des informations sur la stabilité numérique de notre méthode d'inversion. Pour la suite des calculs, nous considèrerons, par abus de langage, que $\boldsymbol{M_x}^{\boldsymbol{T}} \boldsymbol{M_x}$ est la matrice Hessienne de notre système, et nous la noterons $\boldsymbol{H_x}$.

[2] La matrice Hessienne est donnée (pour une évaluation à la solution exacte du système) par $\boldsymbol{Hess} = 2\boldsymbol{M_x}^{\boldsymbol{T}} \boldsymbol{M_x}$.

IV.2.2) Notions de conditionnement d'une matrice

La matrice $\boldsymbol{H_x}$ est une matrice carrée. On suppose que cette matrice est inversible. Le conditionnement de cette matrice, noté $C_{\boldsymbol{H_x}}$, est défini par :

$$C_{\boldsymbol{H_x}} = \|\boldsymbol{H_x}\|\left\|\boldsymbol{H_x}^{-1}\right\| \tag{4. 34}$$

où $\|\cdot\|$ représente la norme d'une matrice. Si la valeur du conditionnement dépend de la norme choisie, les logiciels de calculs choisissent souvent par défaut la norme matricielle subordonnée à la norme euclidienne $\|.\|_2$. Le conditionnement de cette matrice va refléter la robustesse de l'algorithme face au bruit de mesure. En effet, si $C_{\boldsymbol{H_x}}$ est élevé, le problème est dit mal conditionné, et de faibles erreurs de mesure peuvent entrainer des erreurs importantes sur les résultats. Une autre approche consiste à dire qu'en cas de mauvais conditionnement, deux scénarios de cibles mobiles très différents ne seront pas discriminés par l'algorithme d'inversion. En revanche, si $C_{\boldsymbol{H_x}}$ est suffisamment faible, le problème est dit bien conditionné et l'algorithme sera robuste aux bruits de mesure et aux perturbations de mouvement des cibles. Les scénarios indésirables seront alors plus facilement discriminés.

IV.2.3) Lien entre conditionnement et précision de calcul

La précision machine est définie comme étant le plus petit nombre positif, noté eps, tel que :

$$float(1 + eps) > 1 \tag{4. 35}$$

En analyse numérique, on considère que le conditionnement C d'une matrice est satisfaisant s'il est inférieur à une valeur C_{lim} qui vérifie [72]:

$$C_{lim} = \frac{1}{\sqrt{eps}} \tag{4. 36}$$

Si le conditionnement dépasse cette valeur, l'inversion des trajectoires de cibles mobiles sera très imprécise. Dans notre cas, en utilisant le langage de programmation Python, on trouve, à partir de la formule (4. 35) :

$$eps \cong 5.00 \times 10^{-12}$$

A partir de cette valeur, on calcule le conditionnement limite de la matrice $\boldsymbol{H_x}$ donné par la formule (4. 36). Nous obtenons :

$$C_{\boldsymbol{H_x},lim} \cong 4.47 \times 10^{5} \tag{4. 37}$$

La validité numérique des résultats d'inversion ne sera garantie que pour un conditionnement inférieur à cette valeur.

IV.2.4) Evolution du conditionnement de H_x

Dans ce paragraphe, nous allons évaluer le conditionnement du système d'inversion en fonction du nombre de mesures utilisées pour résoudre le système et également en fonction de l'angle de prise de vue. Cette évaluation se fera sur des trajectoires synthétiques parfaites de cibles mobiles. Après avoir synthétisé une trajectoire circulaire parfaite pour le capteur RSO, nous présenterons les scénarios de cibles mobiles qui seront étudiés et nous évaluerons le conditionnement du système pour ces différents scénarios.

IV.2.4.1) Génération d'une trajectoire circulaire parfaite du capteur

Afin de ne pas prendre en compte les turbulences d'une trajectoire réelle d'un capteur aéroporté, nous avons généré une trajectoire circulaire parfaite du capteur pour la validation de la méthode développée (**Figure 4.5**). Les caractéristiques de cette trajectoire sont proches de celles des trajectoires réelles ayant servi pour l'acquisition des données étudiées pendant cette thèse, mais nous considérons par exemple que l'altitude du capteur est constante durant la trajectoire complète, ou encore que l'altitude du sol est égale à zéro. Les caractéristiques principales de cette trajectoire sont résumées par le **Tableau 4.1**.

A noter que nous générons des données indépendantes afin de simplifier l'analyse mathématique du système (les matrices de covariances, qui seront calculées dans les prochains chapitres, seront diagonales dans ce cas). Comme nous souhaitons que les données simulées aient une résolution azimut proche de celle de nos données réelles, il faut fixer l'intervalle entre deux images consécutives en conséquence. En effet, cet intervalle, noté $\Delta\theta$, vaut :

$$\Delta\theta \cong \frac{\lambda}{2\rho_a} \tag{4. 38}$$

Pour obtenir une résolution azimutale $\rho_a = 50cm$, nous devons prendre $\Delta\theta$ environ égal à 2°. Ceci justifie donc la valeur choisie et donnée dans le **Tableau 4.1**.

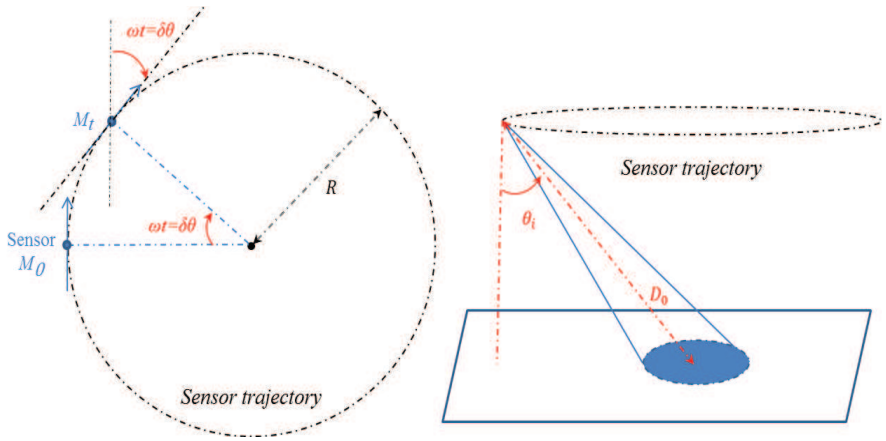


Figure 4.5 - Trajectoire synthétique parfaite pour le capteur RSO aéroporté. A gauche : vue de dessus. A droite : vue de côté.

Symbole	Description	Valeur
D_0	Distance moyenne sol-capteur	$5500m$
ρ_r	Résolution distance	$30cm$
ρ_a	Résolution azimut	$50cm$
V_S	Vitesse du capteur	$120m.s^{-1}$
λ	Longueur d'onde d'émission	$0.03m$
inc	Incidence	$60°$
θ_P	Angle de squint	$0°$
$\Delta\theta$	Angle entre deux images	$2°$
ΔT	Intervalle de temps entre deux images	$\cong 1.4s$

Tableau 4.1 - Paramètres de la trajectoire synthétique parfaite du capteur.

IV.2.4.2) Description des scénarios de cibles utilisés

Pour l'ensemble de notre étude théorique, nous utiliserons trois scénarios de cibles différents, mais ayant des comportements pouvant parfaitement correspondre au modèle utilisé lors de la reconstruction des trajectoires. En d'autres termes, les trajectoires que nous utiliserons seront donc soit à vitesse constante, soit à accélération constante, mais sans aucune perturbation extérieure. Ce choix vient du fait que les analyses mathématiques des performances de la méthode de reconstruction sont basées sur des estimations de gradients et de matices Hessiennes, et que ces matrices sont évaluées pour une solution exacte du système considéré.

Nous utiliserons donc deux trajectoires à vitesse constante (notées C_1 et C_2) et une trajectoire à accélération constante (notée C_3). Les caractéristiques de ces trajectoires sont données par le **Tableau 4.2**. Toutes ces trajectoires sont synthétisées de manière à passer par le centre du cercle au milieu de leur parcours. A cet instant, c'est-à-dire au temps correspondant à la moitié du parcours des cibles mobiles, le capteur sera au point M_{calc} (voir **Figure 4.6**). Les matrices de covariance ainsi que les matrices de dérivées partielles seront évaluées pour cette position de capteur et la cible mobile passant par le centre du cercle. La durée de parcours totale des cibles mobiles correspond à nouveau au temps que met le capteur pour parcourir 180°.

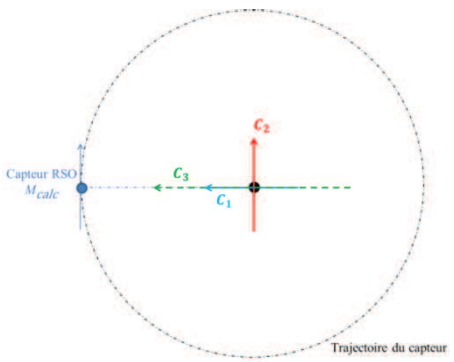


Figure 4.6 - Scénarios de cible mobiles qui seront utilisés lors de l'analyse théorique des performances de la méthode de reconstruction des cibles mobiles.

Nom	V	A	Angle entre la cible et le capteur (milieu de parcours)
C_1	$5m.s^{-1}$	0	90°
C_2	$5m.s^{-1}$	0	0°
C_3	$10m.s^{-1}$	$0.1\ m.s^{-2}$	90°

Tableau 4.2 - Ensemble des caractéristiques des trajectoires étudiées.

IV.2.4.3) Evaluation de H_x

Dans un premier temps, nous avons donc cherché à observer la valeur du conditionnement de la matrice $\boldsymbol{H_x}$ du système d'inversion permettant de reconstruire la trajectoire de cibles mobiles. Ce conditionnement est donc calculé pour différentes plages angulaires, le maximum étant de 180°. La courbe est obtenue par interpolation pour des excursions angulaires de 12°, 24°, 36°… jusqu'à 180°, ce qui permet de limiter les temps de calculs. On présentera des résultats obtenus soit avec le modèle de cible mobile à accélération constante (voir **Figure 4.7**), soit avec le modèle de cible à vitesse constante (voir **Figure 4.8**). Les résultats sont représentés sous forme de courbes, l'axe des ordonnées étant une échelle logarithmique. Le conditionnement de $\boldsymbol{H_x}$ est représenté en fonction de l'excursion angulaire totale, allant de 0° à 180°.

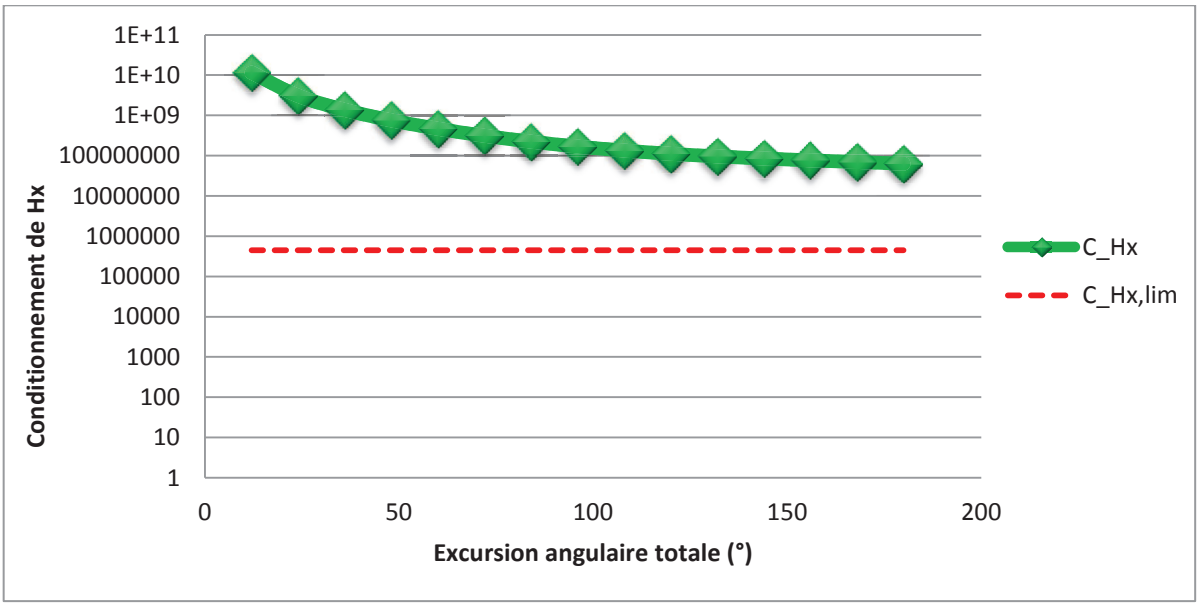


Figure 4.7 - Étude du conditionnement de $\boldsymbol{H_x}$ (courbe verte) en fonction de l'excursion angulaire utilisée pour l'inversion. Résultats obtenus avec la trajectoire C_3 (configuration radiale, avec accélération), et le modèle de cible mobile à accélération constante. La limite pointillée rouge représente la valeur de $C_{\boldsymbol{Hx},lim}$ (voir expression (4. 37)).

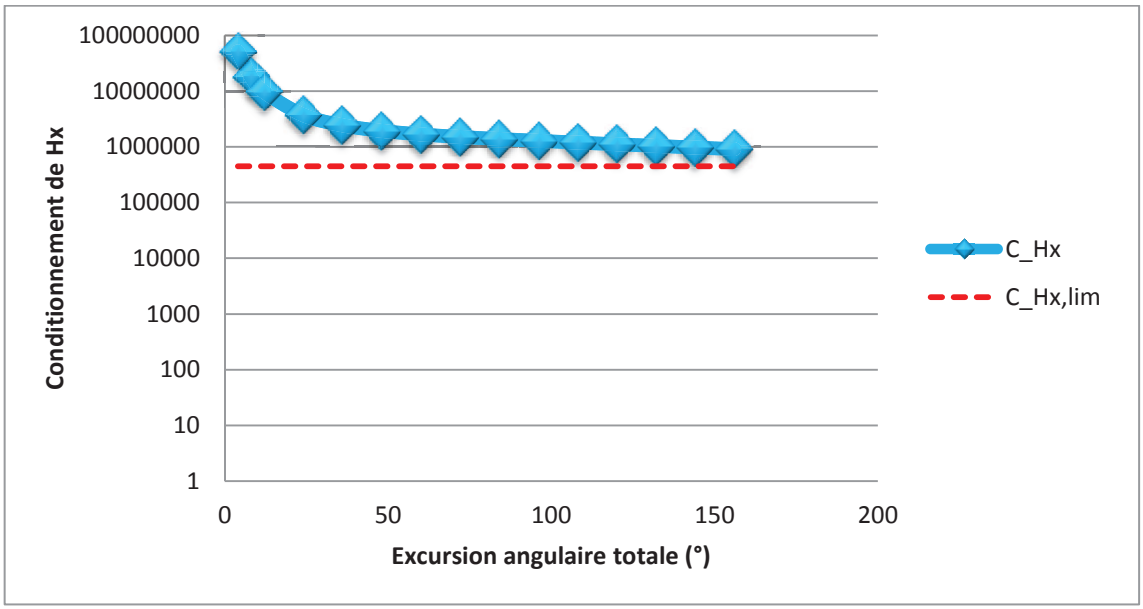


Figure 4.8 - Étude du conditionnement de $\boldsymbol{H_x}$ (courbe cyan) en fonction de l'excursion angulaire utilisée pour l'inversion. Résultats obtenus avec la trajectoire C_1 (configuration radiale, à vitesse constante), et le modèle de cible mobile à vitesse constante. La limite pointillée rouge représente la valeur de $C_{Hx,lim}$ (voir expression (4. 37)).

On constate alors que les valeurs de conditionnement sont trop élevées, que ce soit pour les résultats obtenus avec le modèle à accélération constante ou pour les résultats obtenus avec le modèle à vitesse constante. En effet, quelle que soit l'excursion angulaire utilisée, la valeur de $C_{\boldsymbol{H_x},lim}$ (pointillés rouges) n'est jamais atteinte, ce qui témoigne d'une faible robustesse de la méthode d'inversion face au bruit de mesure ou aux perturbations de mouvements de la cible mobile. Il faut donc améliorer le conditionnement de la matrice $\boldsymbol{H_x}$ afin de garantir une stabilité numérique de la méthode.

IV.2.5) Choix d'un préconditionneur

Une étape de l'algorithme LM consiste à évaluer le conditionnement de la matrice $\boldsymbol{H_x}$ avant d'effectuer son inversion pour déterminer la valeur du pas $\boldsymbol{\delta}$ à ajouter à l'estimation $\widehat{\boldsymbol{X}}$ (voir équation (4. 29)). Cette étape consiste à définir un coefficient d'amortissement positif λ afin de « charger » la diagonale de la matrice $\boldsymbol{H_x}$ de la manière suivante :

$$\boldsymbol{H_x} \rightarrow \boldsymbol{H_x} + \lambda diag(\boldsymbol{H_x})$$

Où $diag(\boldsymbol{H_x})$ représente la matrice diagonale constituée des éléments diagonaux de $\boldsymbol{H_x}$. Cependant, le temps de calcul afin de trouver le meilleur coefficient d'amortissement est très long et les méthodes proposées souvent heuristiques. De plus, il est difficile de savoir si l'algorithme que nous utilisons pour inverser le système recherche le meilleur conditionnement possible pour $\boldsymbol{H_x}$ avant d'effectuer son inversion ou alors effectue cette inversion après avoir trouvé un conditionnement suffisamment bas pour respecter la relation (4. 36).

Par conséquent, nous nous orienterons vers l'utilisation d'un préconditionneur. Nous rappelons qu'un préconditionneur d'une matrice $\boldsymbol{A}$ est une matrice $\boldsymbol{P}$ telle que le conditionnement de $\boldsymbol{P^{-1}A}$ est plus petit que celui de $\boldsymbol{A}$. Nous nous orienterons vers un préconditionneur simple à implémenter et souvent utilisé en analyse numérique, qui est le préconditionneur de Jacobi. Il consiste à prendre pour matrice $\boldsymbol{P}$ la matrice diagonale constituée des éléments diagonaux de $\boldsymbol{H_x}$:

$$\boldsymbol{P} = diag(\boldsymbol{H_x})$$

L'objectif est donc d'étudier si l'apport d'un préconditionnement permet d'améliorer le conditionnement de la matrice $\boldsymbol{H_x}$ du système d'inversion, afin d'appréhender les résultats que nous pouvons obtenir lors des inversions de trajectoires avec l'algorithme LM. Notons que même si le préconditionnement de Jacobi n'est pas celui utilisé par l'algorithme LM, des tests comparatifs ont été effectués pour quelques points de mesure et les valeurs des conditionnements obtenus sont du même ordre de grandeur. L'utilisation de préconditionneur de Jacobi est donc un bon indicateur de la fiabilité des résultats de reconstruction de trajectoires que nous présenterons dans la suite de ce manuscrit. A partir de maintenant, nous noterons $\boldsymbol{T_x} = \boldsymbol{P^{-1}H_x}$. Le lien entre l'ajout de ce préconditionneur et l'estimation des erreurs théoriques de reconstruction de trajectoire sera étudié dans le chapitre 5.

IV.2.6) Evolution du conditionnement de Tx

La valeur du conditionnement de la matrice $\boldsymbol{T_x}$ est maintenant évaluée, de manière analogue à l'évaluation du conditionnement de $\boldsymbol{H_x}$. On présentera à nouveau les résultats obtenus soit avec le modèle de cible mobile à accélération constante (voir **Figure 4.9**), soit avec le modèle de cible à vitesse constante (voir **Figure 4.10** et **Figure 4.11**). Le conditionnement de $\boldsymbol{T_x}$ est représenté en fonction de l'excursion angulaire totale.

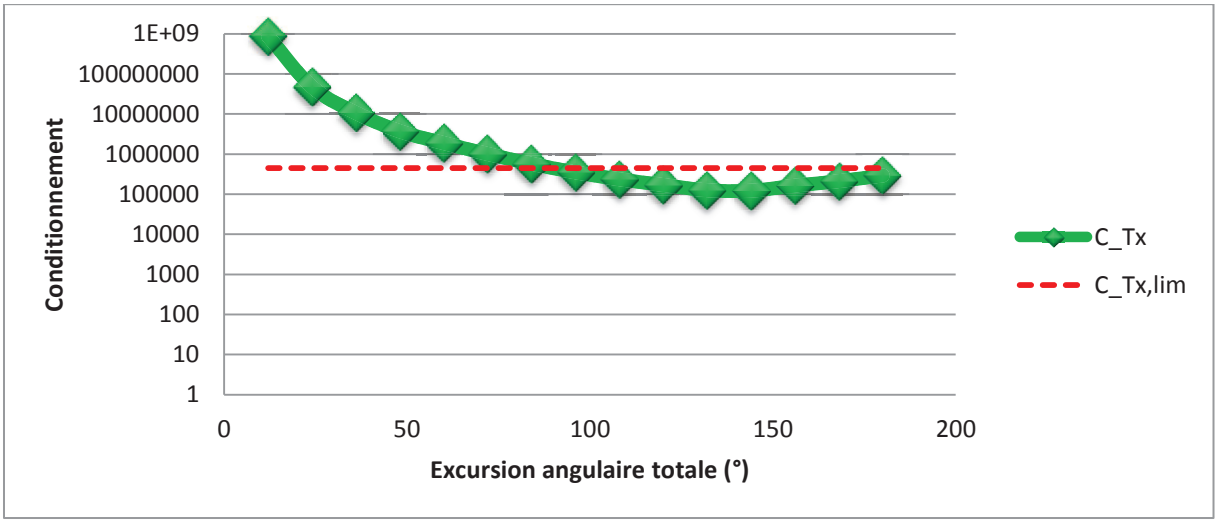


Figure 4.9 - Étude du conditionnement de $\boldsymbol{T_x}$ (courbe verte) en fonction de l'excursion angulaire utilisée pour l'inversion. Résultats obtenus avec la trajectoire C_3 (configuration radiale, avec accélération), et le modèle de cible mobile à accélération constante.

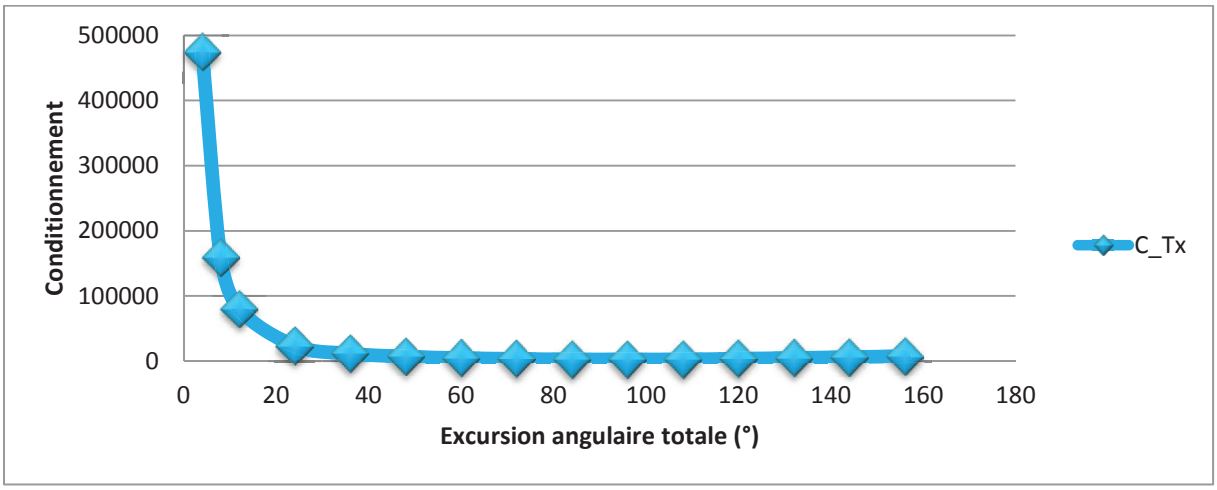


Figure 4.10 - Étude du conditionnement de $\boldsymbol{T_x}$ (courbe cyan) en fonction de l'excursion angulaire utilisée pour l'inversion. Résultats obtenus avec la trajectoire C_1 (configuration radiale, à vitesse constante), et le modèle de cible mobile à vitesse constante. La valeur du conditionnement de $\boldsymbol{T_x}$ étant très inférieure à la valeur du conditionnement limite (voir expression (4. 37)), nous ne l'affichons pas sur cette courbe.

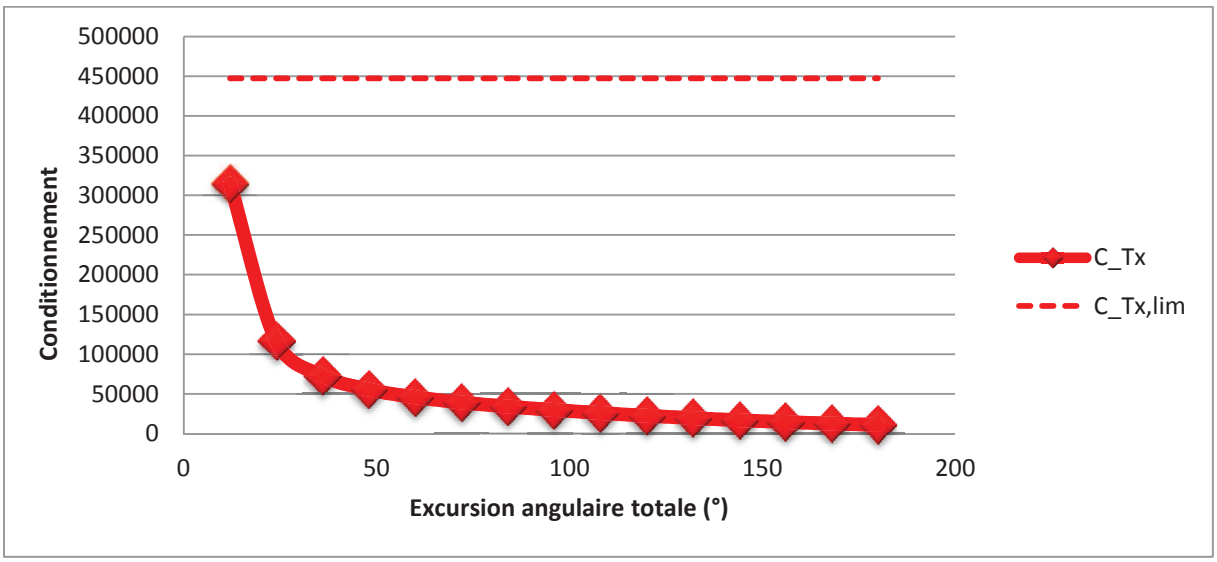


Figure 4.11 - Étude du conditionnement de $\boldsymbol{T_x}$ (courbe rouge) en fonction de l'excursion angulaire utilisée pour l'inversion. Résultats obtenus avec la trajectoire C_2 (configuration azimutale, à vitesse constante), et le modèle de cible mobile à vitesse constante.

On constate que si le préconditionneur améliore le conditionnement du système et sa stabilité numérique dans tous les cas, la valeur du conditionnement reste toujours trop élevée dans le cas de l'utilisation du modèle de cible mobile à accélération constante (**Figure 4.9**). Cette courbe montre que la stabilité numérique du système n'est pas garantie dans ce cas, qu'il risque d'y avoir une forte sensibilité aux bruits de mesure ou aux perturbations de mouvement des cibles mobiles.

En revanche, lorsque l'on utilise le modèle de cible mobile à vitesse constante, on constate que pour les excursions angulaires testées, la valeur du conditionnement est assez faible pour garantir la stabilité numérique. Cependant, les fortes variations des courbes de la

Figure 4.10 et de la **Figure 4.11** pour les faibles valeurs angulaires (inférieures à 24° dans les deux cas) laissent penser qu'en cas d'erreurs de mesure, le système sera peu stable si l'excursion angulaire utilisée est très faible. Par conséquent, en cas d'erreurs de mesure ou de perturbations de trajectoires (ce qui est fréquent dans les cas réels), le système peut converger vers des solutions indésirables.

IV.2.7) Conclusion sur l'analyse mathématique de la robustesse

La méthode de reconstruction de trajectoires de cibles mobiles développée au cours de cette thèse est basée sur l'inversion d'un système d'équations non-linéaires. Même si la matrice de ce système n'est donc pas explicite, une étude de la matrice Hessienne du système, et plus particulièrement de son conditionnement, a permis d'évaluer la sensibilité de la méthode aux perturbations de mesure ou de trajectoire des cibles mobiles. De cette étude numérique découlent plusieurs conclusions. D'une part, on constate que si on utilise un modèle de cible mobile à accélération constante $(X, Y, V, A, \theta_{cible})$ pour l'inversion, la sensibilité aux erreurs de mesure est trop importante pour reconstruire précisément les trajectoires des cibles. En revanche, si on utilise un modèle de cible mobile à vitesse constante, cette sensibilité est fortement réduite à partir d'une certaine excursion angulaire.

IV.2.8) Interprétation graphique (faibles excursions angulaires)

Dans ce paragraphe, nous cherchons à comprendre le problème potentiel de stabilité numérique du modèle à vitesse constante pour de faibles excursions angulaire. Nous avons vu au paragraphe IV.2.4.1 que l'ensemble des cibles P' pouvant être confondues avec la solution P du système d'inversion sont des cibles qui à tout instant t se trouvent à égale distance du capteur RSO (voir équation (4. 1)). Ces solutions sont donc sur des cercles ayant pour centre la position du capteur à l'instant t (voir **Figure 4.2**), ce qui donne un ensemble de solutions à égale distance du capteur, ne différant que par leurs azimuts. Or, pour de faibles excursions angulaires, ces iso-distances peuvent être assimilés à des droites. A titre d'exemple, pour un angle de 2°, l'écart maximal entre l'isodistance curviligne et son approximation rectiligne est égale à $0.80m$ environ. Cela permet de multiplier les scénarios de cibles pouvant satisfaire la relation (4. 1).

La **Figure 4.12** présente une configuration radiale de cibles mobiles, c'est-à-dire qu'en milieu de parcours (position M_2 du capteur RSO), le vecteur vitesse de la cible mobile solution du système (cyan) est purement radial. Si une autre cible est solution du système, elle doit être à tout instant t sur le même iso-distance que la solution recherchée. On constate alors aisément qu'un ensemble de cibles mobiles à vitesse constante peut satisfaire à cette condition. Ces cibles mobiles sont de même orientation que la solution recherchée, mais à des azimuts différents et à des vitesses différentes. Pour être solution du système, la cible mobile doit avoir une vitesse constante, la distance parcourue entre l'iso-distance 1 et l'iso-distance 2 doit être la même que la distance parcourue entre l'iso-distance 2 et l'iso-distance 3. L'ensemble de ces solutions est matérialisé par des flèches rouges sur la **Figure 4.12**. Par

conséquent, pour une vitesse radiale de cible mobile et pour de faibles excursions angulaire, nous n'arrivons pas à discriminer des trajectoires parallèles de cibles mobiles.

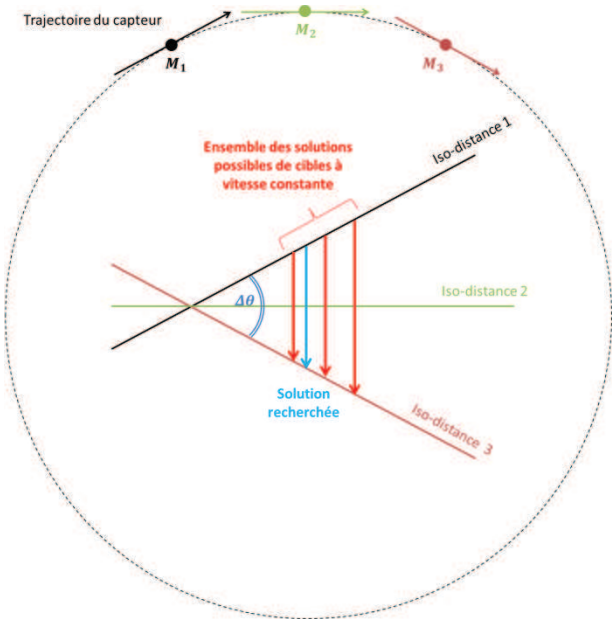


Figure 4.12 - Représentation de l'ensemble des solutions possible du système avec le modèle à vitesse constante, en configuration radiale.

La **Figure 4.13** présente, elle, une configuration azimutale de cible mobile, c'est-à-dire qu'en milieu de parcours, le vecteur vitesse de la cible mobile solution du système (cyan) est purement azimutal. Cette solution est représentée par ses positions (P_1, P_2, P_3). De manière analogue au cas où la cible mobile est en configuration radiale, nous montrons qu'il existe une infinité de solutions pouvant résoudre le système. Une de ces solutions est représentée par une flèche rouge, et par ses positions (P'_1, P'_2, P'_3). L'orientation de la trajectoire de cette solution dépend de la valeur de $x = \left\|\overrightarrow{P'_2P_2}\right\|$. Cette solution doit vérifier :

$$\left\|\overrightarrow{P'_1P'_2}\right\| = \left\|\overrightarrow{P'_2P'_3}\right\| \tag{4. 39}$$

A partir de l'égalité (4. 39), nous allons calculer l'ensemble des solutions possibles du système en fonction de x. On notera $\left\|\overrightarrow{P_1P_2}\right\| = \left\|\overrightarrow{P_2P_3}\right\| = A$. La loi des sinus dans le triangle $P'_1P_1P'_2$ nous donne :

$$\frac{\left\|\overrightarrow{P_1P'_2}\right\|}{sin(\widehat{P'_1})} = \frac{\left\|\overrightarrow{P'_1P'_2}\right\|}{sin(\widehat{P'_2})} \tag{4. 40}$$

De l'équation (4. 40), nous obtenons :

$$\frac{A - x}{sin(\omega t - \beta)} = \frac{\left\|\overrightarrow{P'_1P'_2}\right\|}{sin(\omega t)} \tag{4. 41}$$

Nous en déduisons la distance $\left\|\overrightarrow{P'_1P'_2}\right\|$ en fonction de x :

$$\left\|\overrightarrow{P'_1P'_2}\right\| = \frac{(A-x)sin(\omega t)}{sin(\omega t - \beta)} \tag{4. 42}$$

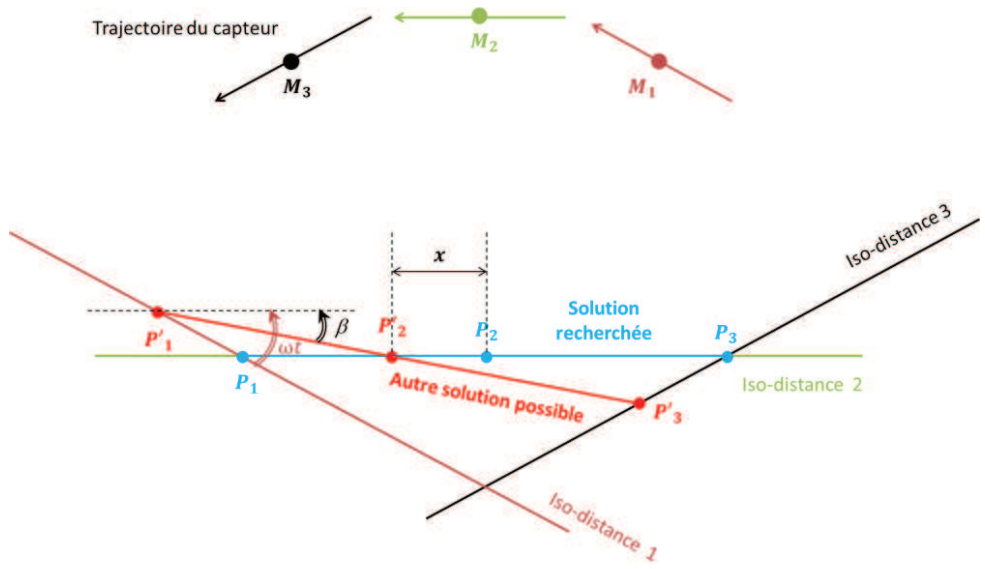


Figure 4.13 - Représentation des solutions possibles du système avec le modèle de cible à vitesse constante, dans le cas où la solution est en configuration azimutale.

Avec un raisonnement similaire dans le triangle $P'_2P'_3P_3$, nous obtenons l'expression de la distance $\left\|\overrightarrow{P'_2P'_3}\right\|$ en fonction de x :

$$\left\|\overrightarrow{P'_2P'_3}\right\| = \frac{(A+x)sin(\omega t)}{sin(\omega t + \beta)} \tag{4. 43}$$

En égalisant les relations (4. 42) et (4. 43), il vient :

$$\frac{(A-x)}{sin(\omega t - \beta)} = \frac{(A+x)}{sin(\omega t + \beta)} \tag{4. 44}$$

D'où :

$$x\left(\frac{1}{sin(\omega t + \beta)} + \frac{1}{sin(\omega t - \beta)}\right) = A\left(\frac{1}{sin(\omega t - \beta)} - \frac{1}{sin(\omega t + \beta)}\right)$$

Nous en déduisons :

$$x = A\left(\frac{sin(\omega t + \beta) - sin(\omega t - \beta)}{sin(\omega t + \beta) + sin(\omega t - \beta)}\right) = A\frac{cos(\omega t)\, sin(\beta)}{sin(\omega t)\, cos(\beta)} \tag{4. 45}$$

A partir de la relation (4. 45), nous pouvons en déduire que l'ensemble des solutions vérifiant l'égalité (4. 39) est de la forme :

$$xtan(\omega t) = Atan(\beta) \tag{4. 46}$$

Il existe donc une infinité de solutions, correspondant à des valeurs de x appartenant à l'intervalle $[0, A]$. A titre d'exemple, si on considère une excursion angulaire totale de 30 degrés ($\omega t = 15$ degrés), pour une cible mobile évoluant à vitesse constante $V = 5m.s^{-1}$, les valeurs de x seront comprises entre 0 et $1.85m$ environ.

IV.2.9) Conclusion sur l'analyse graphique

Cette analyse graphique basée sur une approximation grossière (nous avons considéré que les iso-distances sont des droites) a permis d'expliquer l'instabilité numérique du système pour de petits angles. Cette analyse est bien entendu qualitative et ne permet pas de déterminer à partir de quelle excursion angulaire totale le système est inversible. Afin d'étudier cela, nous simulons maintenant des inversions sur données synthétiques pour mesurer les précisions de reconstruction des trajectoires des cibles mobiles en fonction de l'excursion angulaire totale utilisée et d'autres paramètres d'entrée du système.

IV.3) Validation de la méthode sur données synthétiques

L'objectif de cette partie et de procéder à une validation des résultats de l'analyse numérique du système d'inversion sur des données synthétiques. D'une part, nous testerons la méthode sur des trajectoires parfaites afin de valider les algorithmes développés. D'autre part, nous soumettrons les trajectoires synthétiques à différentes perturbations, que ce soit des erreurs de mesure ou des perturbations de mouvement des cibles. Nous observerons le comportement du système face à ces perturbations, en fonction du modèle de cible mobile utilisé. Ce travail sur données synthétiques doit nous permettre de savoir dans quelles configurations le système peut reconstruire les trajectoires des cibles mobiles de manière suffisamment précise, afin de choisir le modèle à utiliser pour la reconstruction de trajectoires réelles.

IV.3.1) Génération de trajectoires apparentes de cibles mobiles

La première étape de la validation de la méthode de reconstruction de trajectoire a consisté à générer un ensemble de trajectoires apparentes de cibles mobiles. Cela consiste à calculer les coordonnées apparentes de cibles mobiles sur un ensemble de N images données (i_P, j_P, α) étant donné ses coordonnées au sol $(X, Y, V, A, \theta_{cible})$.

Sur l'ensemble des images, nous pouvons donc obtenir une trajectoire apparente pour les cibles mobiles, dont un exemple est donné en **Figure 4.14**. La trajectoire est une trajectoire synthétique d'une cible à vitesse constante égale à $10m.s^{-1}$ direction Sud-Est (bleue), et sa trajectoire apparente est représentée en vert.

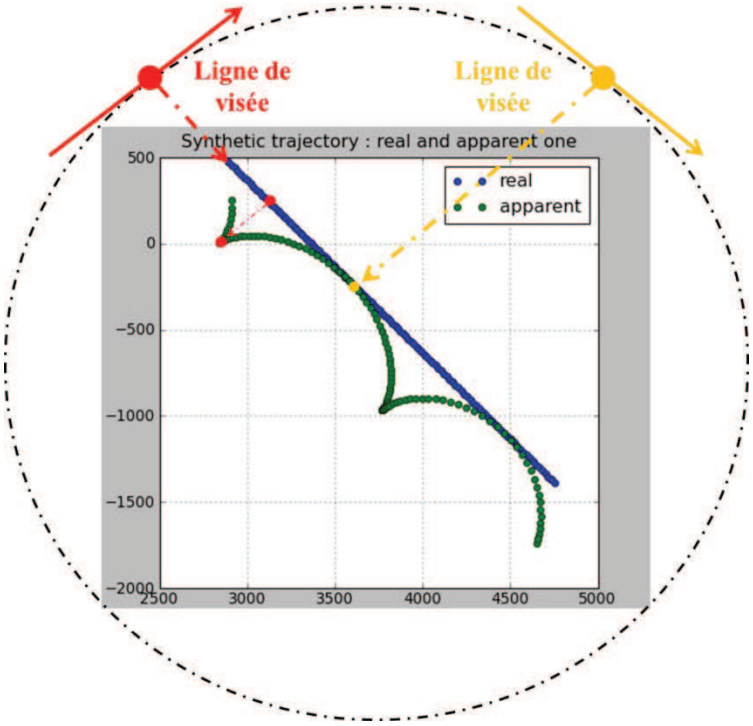


Figure 4.14 - Exemple d'une trajectoire synthétique d'une cible mobile à vitesse constante, direction Sud-Est (représentée en bleu) et sa trajectoire apparente correspondante (représentée en vert).

Cette figure met en lumière deux comportements particuliers : le premier (représenté par des points rouges pour la cible et le capteur) correspond à un maximum de délocalisation de la cible sur l'image RSO. Ceci est dû au fait que la vitesse de la cible est purement radiale dans ce cas. L'autre cas particulier (représenté en orange) correspond à un minimum de délocalisation et à un maximum de défocalisation. Dans cette configuration, la vitesse de la cible est purement azimutale. Pour des raisons de lisibilité, la défocalisation des cibles mobiles n'est pas représentée sur la figure, mais le paramètre α est systématiquement calculé.

IV.3.2) Description des différents scénarios de trajectoires étudiés

Nous avons généré un ensemble de trajectoires différentes afin de valider la méthode de reconstruction de trajectoire et de tester sa robustesse. Les trajectoires sont soit à vitesse constante, soit à accélération constante, et peuvent subir des perturbations diverses (bruits de mesure, mouvements parasites du véhicule…). La durée totale de la trajectoire des cibles correspond au temps que met le capteur RSO pour parcourir un angle de 180°. Ceci permet d'étudier différentes orientations de cibles, et notamment les cas où le mouvement de la cible est purement radial ou azimutal (voir **Figure 4.14**). A mi-parcours, la cible se trouve toujours au centre du cercle décrit par le capteur RSO, sauf dans le cas où des mouvements parasites sont simulés. Lors de la reconstruction de ces trajectoires, deux modèles de cibles mobiles seront utilisés : un premier modèle de cible à accélération constante, c'est-à-dire un modèle à 5 inconnues $(X, Y, V, A, \theta_{cible})$, et un second modèle à vitesse constante, donc à 4 inconnues $(X, Y, V, \theta_{cible})$. La sensibilité et la précision de reconstruction des trajectoires seront testées,

et des cas de figure ou le modèle utilisé ne correspond pas à la « vérité terrain » seront présentés.

L'ensemble des trajectoires et les caractéristiques liées au mouvement des véhicules sont listées dans le **Tableau 4.3**. Les trajectoires T_1 et T_2 sont des trajectoires non perturbées et ont pour but de vérifier que l'inversion fonctionne pour des trajectoires parfaites.

Nom	V	A	Perturbation	Nature de la perturbation
T_1	$5m.s^{-1}$	0	Non	-
T_2	$10m.s^{-1}$	$0.1m.s^{-2}$	Non	-
T_3	$5m.s^{-1}$	0	Oui	Bruit gaussien ($\sigma = 1m$)
T_4	$5m.s^{-1}$	0	Oui	Mouvement sinusoidal transverse ($\sigma \cong 0.7m$)
T_5	$5m.s^{-1}$	$\pm 0.1m.s^{-2}$	Non	-
T_6	$5m.s^{-1}$	± 0.05m. s^{-2}	Non	-

Tableau 4.3 - Ensemble des trajectoires synthétiques de véhicules simulées pour la validation de la méthode de reconstruction.

La trajectoire T_3 est une trajectoire à vitesse constante, la trajectoire apparente étant soumise à un bruit gaussien additif. En d'autres termes, on perturbe les coordonnées apparentes (i_P, j_P, α) de la cible mobile sur les images RSO. L'objectif est de tester la robustesse du système dans le cas d'éventuelles erreurs de mesure (liées à une mauvaise estimation du centre de la réponse de la cible mobile sur l'image RSO, par exemple). Les coordonnées pixel du centre de la réponse de la cible mobile seront perturbées par un bruit Gaussien de moyenne nulle et d'écart-type $\sigma = 1m$. Le bruit Gaussien à ajouter sur le paramètre de défocalisation α correspond à une erreur de mesure de la défocalisation de la cible en azimut égale à $1m$, ce qui correspond à un nombre de cases de résolution en azimut égal à 2 (voir **Tableau 4.1** pour les détails). Ce paramètre est calculé en utilisant les résultats de Fienup : dans [24], il nous est donné un lien direct entre le mouvement d'une cible mobile et le nombre de cases de résolution azimut occupées par la réponse de la cible mobile sur une image RSO. Dans le cas d'une cible mobile à vitesse constante, ce nombre de cases de résolution M_a est lié à la vitesse azimutale V_l de la cible :

$$M_a = \frac{2d_a}{\rho_a} \tag{4. 47}$$

Avec :

- $d_a = V_l T_{int}$, où T_{int} représente le temps d'intégration
- ρ_a représente la résolution en azimut (en m)

A partir de la relation (4. 47), nous obtenons l'estimation de l'erreur faite sur la mesure de la vitesse azimutale, notée σ_{V_l}:

$$\sigma_{V_l} = \frac{\sigma_{M_a}\rho_a}{2T_{int}} \tag{4. 48}$$

En utilisant les relations (4. 17) et (4. 48) et en considérant que $\frac{V^2}{2D_0} \ll \frac{V_{hor}V_l}{D_0}$, nous obtenons l'erreur sur le paramètre α en fonction de l'erreur faite sur le nombre de cases de résolution :

$$\sigma_\alpha = \frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{V_{hor}\sigma_{M_a}\rho_a}{D_0 T_{int}}\right) \times \left(\frac{\lambda}{2V_C.\delta\theta_{az}.Nech}\right)^2 \quad (4.\ 49)$$

En prenant $\sigma_{M_a} = 2$, nous obtenons :

$$\sigma_\alpha \cong 10^{-4}$$

La trajectoire T_4 est une trajectoire de véhicule parasitée par un mouvement sinusoïdal. Elle subit une perturbation sinusoïdale transverse à son mouvement, un peu à l'image d'un conducteur qui compenserait les dérives de son véhicule avec de petits coups de volants. L'amplitude du mouvement sinusoïdal est de $1m$, ce qui nous donne une erreur RMS en position environ égale à $0.7m$ (la variance vaut la moyenne d'une fonction cos², donc 0.5). L'erreur RMS en position est donc du même ordre de grandeur que pour la trajectoire T_3. La **Figure 4.15** présente le scénario de la trajectoire T_4.

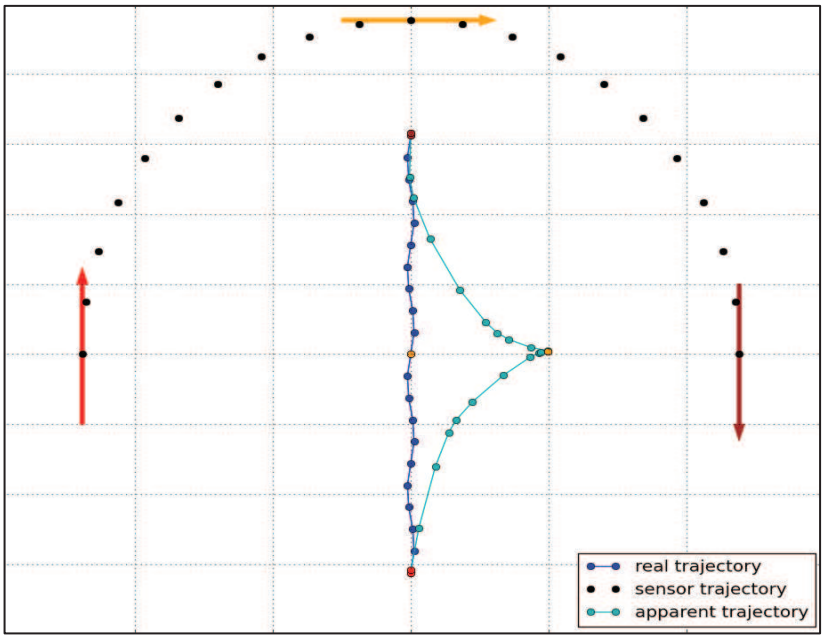


Figure 4.15 - Simulation d'une trajectoire synthétique d'un véhicule avec perturbation sinusoïdale transverse (bleue) et de sa trajectoire apparente (cyan). La trajectoire du capteur est représentée en noir, les coordonnées étant calculées à l'échelle 1/10 pour la lisibilité de la figure. Les positions réelles et apparentes de la cible mobile en rouge, orange et marron représentent des comportements particuliers de la cible mobile et correspondent aux positions du capteur représentées par les flèches de couleurs correspondantes.

Les trajectoires T_5 et T_6 sont des trajectoires subissant une décélération sur la première moitié du parcours, puis une accélération sur la seconde moitié du parcours. Ces trajectoires ont été synthétisées pour être inversées avec le modèle de cible à vitesse constante, afin de tester la performance de la méthode de reconstruction de trajectoire dans le cas où la cible mobile ne suit pas le modèle de mouvement prévu par le système.

IV.3.3) Reconstruction des trajectoires synthétiques

- Description du protocole

Les trajectoires listées dans le **Tableau 4.3** sont ensuite inversées en utilisant le système donné par l'expression (4. 20). Nous calculons les écarts RMS en position entre les trajectoires reconstruites par le système et les « vérités terrain » synthétiques. Prenons un exemple pour décrire ce calcul : supposons que nous utilisons $N = 5$ images acquises aux temps $t_1 \dots t_5$ pour inverser le système. Nous obtenons une solution $\boldsymbol{X_1}(X_1, Y_1, V_1, A_1, \theta_{cible,1})$. A partir de cette solution, nous estimons les coordonnées des points (X_i, Y_i) de la trajectoire de la cible entre t_1 et t_5. (X_i, Y_i) vérifient :

$$\begin{cases} X_i = X_1 + V_1 cos(\theta_{cible,1}) \Delta t_i + \frac{1}{2} A_0 cos(\theta_{cible,1}) \Delta {t_i}^2 \\ Y_i = Y_1 + V_1 sin(\theta_{cible,1}) \Delta t_i + \frac{1}{2} A_0 sin(\theta_{cible,1}) \Delta {t_i}^2 \end{cases}$$

avec $i \in [1; 5]$ et $\Delta t_i = t_i - t_1$. Ceci nous permet donc d'obtenir 5 points pour la trajectoire reconstruite. Les distances entre ces 5 points de trajectoire et les 5 points de la « vérité terrain » synthétique aux mêmes instants $t_1 \dots t_5$ sont calculés, afin d'estimer l'erreur RMS de reconstruction de trajectoire. C'est cette erreur que nous afficherons en fonction du nombre d'images utilisées et de l'excursion angulaire utilisée.

Pour ces reconstructions de trajectoires synthétiques, les deux modèles de cible mobile (à vitesse constante et à accélération constante) sont testés. Lors de ces inversions, nous testons différentes excursions angulaires, l'excursion maximale étant égale à 180°. L'objectif est ici de formuler des hypothèses quant à la sensibilité du système et la précision de reconstruction des trajectoires en fonction des scénarios étudiés. Ces observations et ces hypothèses permettront d'effectuer une analyse mathématique des performances de la méthode, qui sera explicitée dans les prochains chapitres.

- Inversion de T_1 et de T_2

Comme dans le paragraphe IV.3.2, ces deux trajectoires permettent de vérifier que l'inversion fonctionne correctement pour des trajectoires non bruitées. La trajectoire T_1 est donc inversée avec le modèle de cible à vitesse constante et la trajectoire T_2 est inversée avec le modèle de cible à accélération constante. Les résultats sont donc présentés sous forme d'images, où l'axe des abscisses représente l'angle relatif entre la cible mobile et la trajectoire instantanée du capteur RSO, et l'axe des ordonnées représente l'excursion angulaire totale $\Delta\theta_{max} = N.\Delta\theta$ où N repésente le nombre d'images utilisé pour inverser le système, et $\Delta\theta$ est donné par l'équation (4. 38). Ces images sont données par la **Figure 4.16**.

Les deux figures montrent que le système (4. 20) permet de reconstruire des trajectoires parfaites simulées, l'écart RMS moyen étant de l'ordre de la précision machine ($\cong 10^{-10} m$ pour les deux cas). Ceci permet de valider la méthodologie développée.

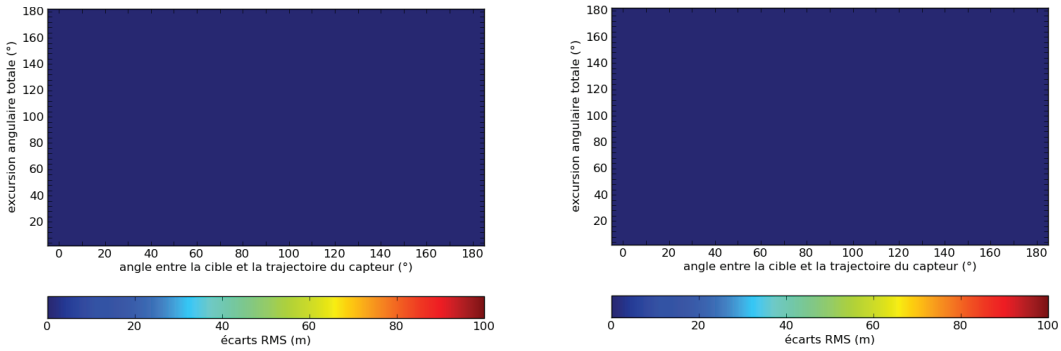


Figure 4.16 - Écarts RMS en position entre la trajectoire reconstruite et la vérité terrain synthétique pour des trajectoires parfaites. A gauche : résultats de la reconstruction de la trajectoire T_1 avec le modèle de cible mobile à vitesse constante. A droite : résultats de la reconstruction de la trajectoire T_2 avec le modèle de cible mobile à accélération constante.

- Inversion de T_3

De manière analogue à T_1 et T_2, on représente les résultats d'inversion de la trajectoire T_3 en calculant l'écart RMS moyen en position entre la trajectoire reconstruite et la vérité terrain. Les deux modèles de cible mobile (avec accélération constante et avec vitesse constante) sont testés pour la reconstruction de cette trajectoire. La **Figure 4.17** représente les résultats de l'inversion de cette trajectoire dans le cas de l'utilisation du modèle de cible mobile à accélération constante, pour les trois configurations de bruit Gaussien : sur les coordonnées distance du centre de la cible, sur les coordonnées azimut du centre de la cible et sur le paramètre de défocalisation de la cible. Pour ces trois configurations de bruits, nous effectuons 100 tirages et nous moyennons les carrés des erreurs obtenues pour l'ensemble de ces tirages.

La **Figure 4.18** représente, quant à elle, les résultats de l'inversion de la trajectoire T_3 dans le cas de l'utilisation du modèle de cible mobile à vitesse constante, pour deux configurations de bruit Gaussien : sur les coordonnées du centre de la cible (distance et azimut) et sur le paramètre de défocalisation de la cible. Nous avons regroupé les deux configurations de bruit Gaussien en position (distance et azimut) en une seule image car les erreurs de reconstruction obtenues dans ces deux cas sont faibles. Notons que pour cette **Figure 4.18**, nous avons changé la dynamique d'affichage.

Ces résultats permettent de confirmer plusieurs hypothèses émises lors de l'analyse numérique de la robustesse du système d'inversion : tout d'abord, nous constatons que la reconstruction de la trajectoire est moins précise lorsque l'on utilise le modèle de cible mobile à accélération constante. A titre d'exemple, pour la reconstruction de T_3 avec le bruit Gaussien sur le paramètre de défocalisation, l'écart RMS moyen avec le modèle à accélération constante est d'environ $17m$ alors qu'il vaut environ $5m$ dans le cas de l'utilisation du modèle à vitesse constante. La différence est encore plus nette pour les erreurs moyennes en position, distance et azimut confondues ($10m$ en moyenne pour le modèle à accélération constante, contre $1m$ pour le modèle à vitesse constante).

Ensuite, les résultats montrent que le système est plus sensible aux erreurs de mesure dans la direction azimut (que ce soit concernant la coordonnée azimut du centre de la cible ou le paramètre de défocalisation) que dans la direction distance. Ceci s'explique par le fait que deux cibles sur le même iso-distance peuvent être confondues (voir équation (4. 1) et interprétations graphiques présentées à la **Figure 4.12** et à la **Figure 4.13**), alors que deux cibles situées à des distances différentes du capteur seront toujours discriminées.

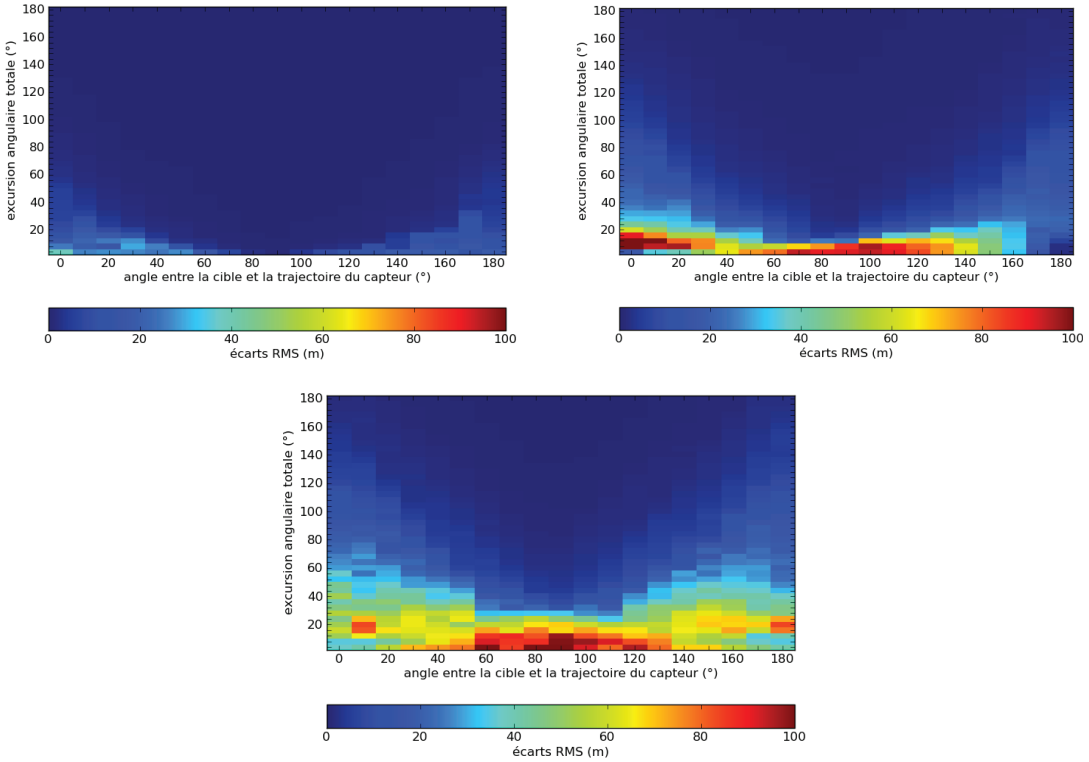


Figure 4.17 - Résultat de l'inversion de la trajectoire T_3, écarts RMS en position entre la trajectoire reconstruite et la vérité terrain synthétique. Le modèle de cible utilisé ici est celui à accélération constante. En haut à gauche : résultats avec un bruit Gaussien sur les coordonnées distance du centre de la cible. En haut à droite : résultats avec un bruit Gaussien sur les coordonnées azimut du centre de la cible. En bas : résultats avec un bruit Gaussien sur α.

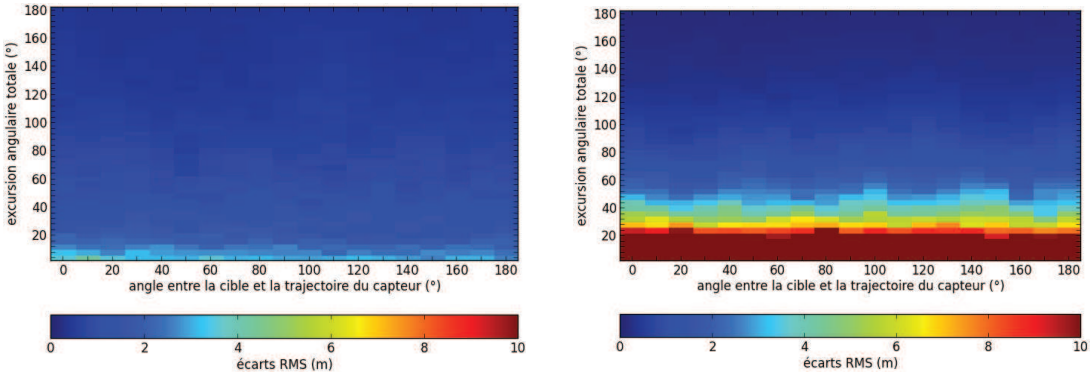


Figure 4.18 - Résultat de l'inversion de la trajectoire T_3, écarts RMS en position entre la trajectoire reconstruite et la vérité terrain synthétique. Le modèle de cible mobile utilisé ici est celui à vitesse constante. A gauche : résultats avec le bruit Gaussien sur les coordonnées distance et azimut du centre de la cible. A droite : résultats avec le bruit Gaussien sur α.

Par ailleurs, nous constatons que l'angle entre la cible mobile et la trajectoire instantanée du capteur a également une influence sur les précisions de reconstruction des trajectoires. En effet, lorsque la cible est en configuration azimutale (lorsque l'angle entre les deux trajectoires est proche ou égal à 0°), une estimation précise (RMS moyen inférieur à $10m$) nécessite une excursion angulaire plus grande que dans le cas où la cible est en configuration radiale (lorsque l'angle entre les deux vaut environ 90°). Concernant la reconstruction de la trajectoire avec bruit gaussien, ce phénomène est surtout visible lorsque l'on utilise le modèle de cible mobile à accélération constante. Les courbes de la **Figure 4.19** mettent en évidence cette influence. Ces courbes sont issues des données 2D présentées à la **Figure 4.17**, obtenues avec le modèle à accélération constante. Elles représentent l'évolution des erreurs RMS en position en fonction de l'excursion angulaire totale, et comparent les configurations radiales (courbe bleue) et azimutale (courbe rouge). Ce sont donc des coupes verticales des données 2D prises pour des valeurs d'angle entre l'avion et la cible égales à 90° et à 0°. Nous présentons ces courbes pour les trois bruits Gaussien testés (distance, azimut, α). Ces résultats confirment ce qui a été observé dans le cas de l'analyse mathématique, où le conditionnement décroit plus rapidement dans le cas d'une cible mobile à configuration radiale que dans le cas d'une cible mobile à configuration azimutale (voir **Figure 4.10** et **Figure 4.11**).

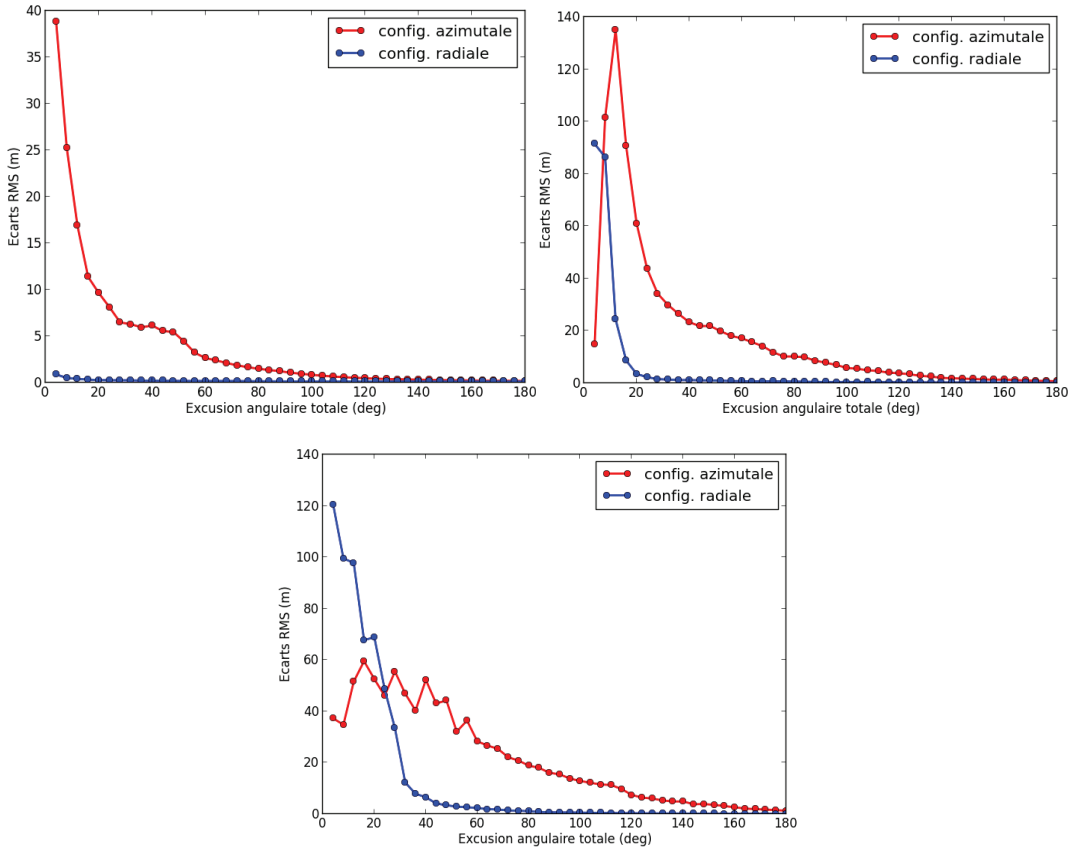


Figure 4.19 - Écarts RMS en position entre la trajectoire reconstruite et la vérité terrain synthétique, en fonction de l'excursion angulaire totale. Le modèle de cible utilisé est le modèle à accélération constante. Les configurations radiale (en bleu) et azimutale (en rouge) sont comparées. En haut à gauche : cas du bruit Gaussien sur les coordonnées distance. En

haut à droite : cas du bruit Gaussien sur les coordonnées azimut. En bas : cas du bruit Gaussien sur le paramètre α.

Ce phénomène peut s'expliquer de la manière suivante : lorsque la cible est en configuration radiale (point orange sur la **Figure 4.15**) ou au voisinage de cette configuration, les variations de α sont beaucoup plus importantes qu'en configuration azimutale (voir **Figure 4.20**). Par conséquent, une erreur sur ce paramètre de défocalisation entrainera de plus faibles erreurs de vitesse, et donc de trajectoires.

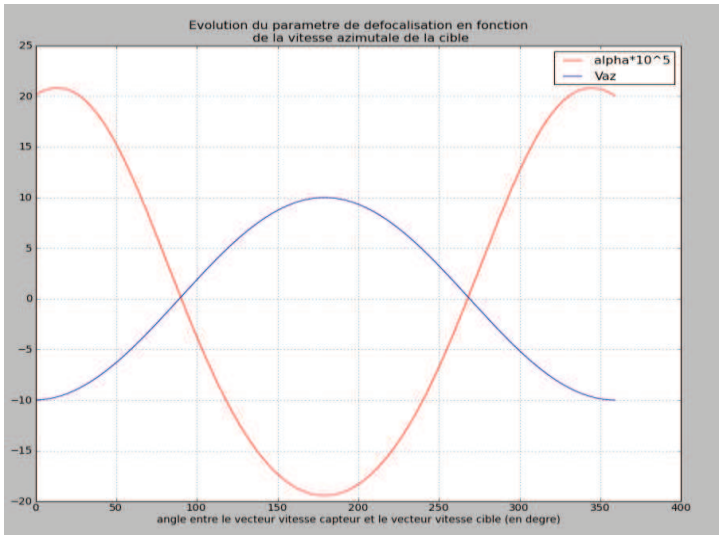


Figure 4.20 - Évolution de α (courbe rouge) et de la vitesse azimutale de la cible (courbe bleue) sur un tour complet d'un capteur aéroporté. Les plages de plus forte variation de α correspondent à une configuration radiale, c'est-à-dire pour une vitesse azimutale nulle.

- Inversion de T_4

Les écarts RMS moyen en position entre la trajectoire reconstruite et la vérité terrain sont calculés pour la trajectoire sinusoïdale T_4. Les deux modèles de cible mobile (avec accélération constante et avec vitesse constante) sont également testés. La **Figure 4.21** présente les résultats obtenus avec cette trajectoire et les deux modèles de cible mobile.

Ces résultats montrent que le système est d'avantage sensible aux erreurs de mouvement de la cible mobile (exemple des trajectoires sinusoïdales) qu'aux erreurs de relevés de mesure, ce que nous avons modélisé par un bruit Gaussien dans le cas de la trajectoire T_3. Plus particulièrement, le modèle à accélération constante est visiblement trop sensible aux erreurs de mouvement pour reconstruire précisément les trajectoires des cibles mobiles.

En revanche, nous constatons qu'à partir d'un certain angle (55° environ), l'estimation de la trajectoire de la cible mobile est proche du résultat attendu (RMS moyen inférieur à $10m$) lorsque l'on utilise le modèle de cible mobile à vitesse constante (voir **Figure 4.21**). Une augmentation de l'excursion angulaire permet visiblement de compenser les erreurs de trajectoires causées par le mouvement sinusoïdal perturbateur. Par ailleurs, nous constatons à nouveau que l'angle entre la trajectoire de la cible mobile et la trajectoire du capteur a une

influence, quel que soit le modèle de cible utilisé pour la reconstruction (vitesse constante ou accélération constante).

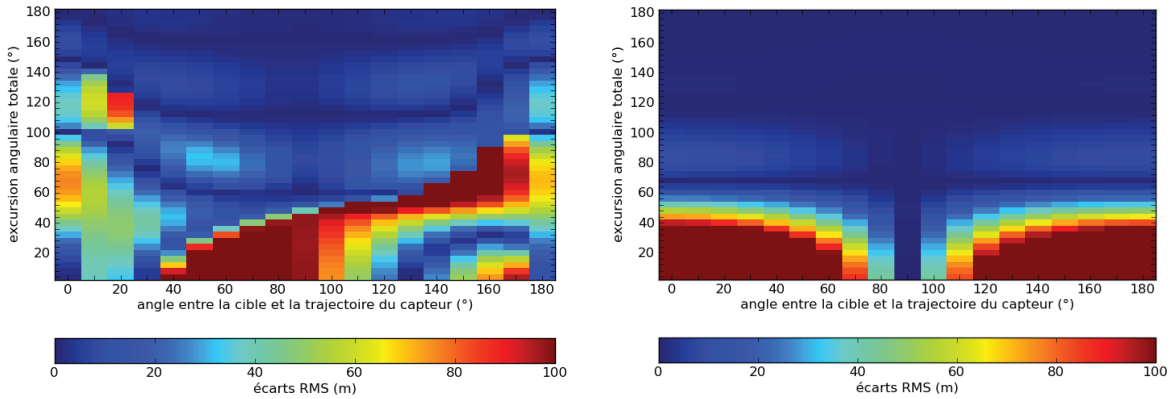


Figure 4.21 - Résultat de l'inversion de la trajectoire T_4, écarts RMS en position entre la trajectoire reconstruite et la vérité terrain synthétique. A gauche : résultats avec le modèle de cible mobile à accélération constante. A droite : résultats avec le modèle de cible mobile à vitesse constante.

La **Figure 4.22** présente des courbes représentant les erreurs RMS de reconstruction de trajectoires en fonction de l'excursion angulaire totale dans le cas de la trajectoire T_4. Ces courbes montrent clairement que le modèle de cible mobile à accélération constante (courbes de gauche) ne permet pas d'obtenir de bons résultats de reconstruction de trajectoire, tout particulièrement en configuration azimutale (courbe rouge). Dans le cas du modèle à vitesse constante (courbe de droite), il existe un angle à partir duquel les reconstructions de trajectoire de cibles mobiles sont proches de la vérité terrain synthétique, quelle que soit la configuration du mouvement, radiale ou azimutale.

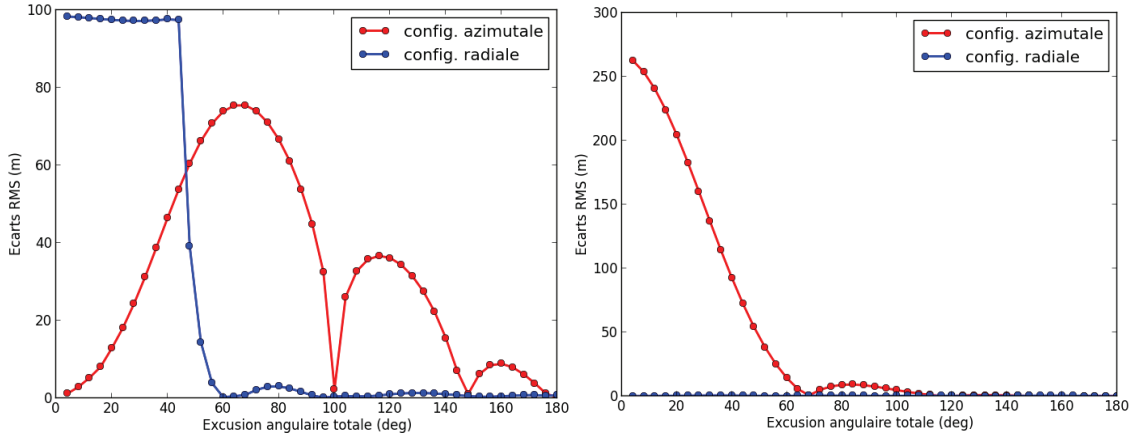


Figure 4.22 - Écarts RMS en position entre la trajectoire reconstruite et la vérité terrain synthétique, en fonction de l'excursion angulaire totale, pour la trajectoire T_4. Les configurations radiale (en bleu) et azimutale (en rouge) sont comparées. A gauche : résultats avec le modèle de cible à accélération constante. A droite : résultats avec le modèle de cible à vitesse constante.

Ceci confirme les hypothèses émises à la suite de l'étude numérique de la robustesse de la méthode, et notamment l'estimation du conditionnement de la matrice Hessienne du

système (voir **Figure 4.10** et **Figure 4.11**) qui montrait qu'une excursion angulaire minimale était nécessaire afin d'obtenir une stabilité numérique satisfaisante quel que soit le scénario de la cible.

- Inversion de T_5 et T_6

Les trajectoires T_5 et T_6 sont des trajectoires de cibles ayant une accélération constante, et par conséquence une vitesse qui varie avec le temps. Au milieu de son parcours, la cible mobile évolue dans les deux cas avec une vitesse constante égale à $5m.s^{-1}$, la vitesse valant en fin et en début de parcours environ $11m.s^{-1}$ pour T_5 et $8m.s^{-1}$ pour T_6. Les deux trajectoires sont cette fois-ci inversées uniquement avec le modèle à vitesse constante. Nous avons vu que ce modèle semble être le moins sensible aux erreurs de mesure ou aux mouvements parasites du véhicule, l'objectif est ici d'étudier le comportement de ce modèle lorsqu'il s'agit d'inverser une trajectoire qui ne suit pas ce modèle. Les résultats sont donc présentés **Figure 4.23**.

On constate que les erreurs sont plus difficiles à compenser dans ce cas et qu'une inversion satisfaisante nécessite une large excursion angulaire. Bien évidemment, les erreurs sont plus importantes dans le cas de la trajectoire T_5 que pour la trajectoire T_6. A noter également que les erreurs sont cette fois plus importantes lorsque la cible est en configuration radiale, par opposition à ce que nous avons constaté pour les trajectoires T_3 et T_4. Ceci est dû au fait que pour cette trajectoire, la cible est défocalisée en configuration radiale à cause de l'accélération radiale. Ceci induit de grosses erreurs dans l'estimation du paramètre de défocalisation α, et de fait, d'importantes erreurs de reconstruction de trajectoires.

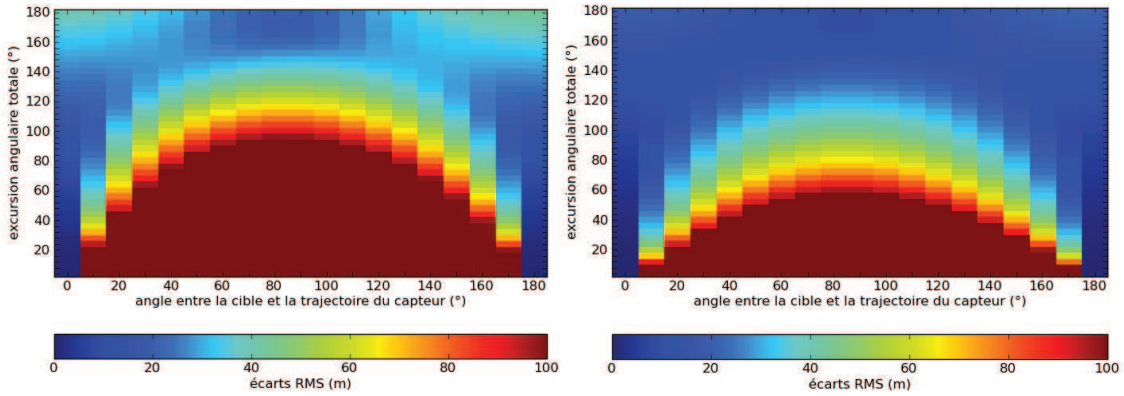


Figure 4.23 - Écarts RMS en position entre la trajectoire reconstruite et la vérité terrain synthétique pour la trajectoire T_5 (à gauche) et pour la trajectoire T_6 (à droite). Le modèle de cible mobile utilisé est celui à vitesse constante.

IV.4) Conclusion

Ce chapitre a permis de présenter la méthode de reconstruction de trajectoires de cibles mobiles en imagerie RSO circulaire aéroportée que nous avons développée au cours de cette thèse. En émettant l'hypothèse que la cible mobile se déplace avec une accélération constante et en ligne droite, nous avons pu utiliser l'ensemble des mesures fournies par une

série d'images où la cible mobile apparait, de manière à reconstruire la trajectoire de ces cibles mobiles.

Cette méthode de reconstruction de trajectoire a été analysée mathématiquement et numériquement et nous avons constaté que seul le modèle de cible mobile à vitesse constante permettait d'obtenir une stabilité numérique suffisante.

Une validation de cette analyse numérique a été effectuée par des reconstructions de trajectoires synthétiques, avec différents régimes de vitesse et d'accélération, et subissant parfois des perturbations. Ces résultats ont confirmé les hypothèses émises lors de l'analyse numérique du système, à savoir que le modèle de cible à vitesse constante permet de reconstruire précisément les trajectoires de cibles mobiles, sous réserve que l'on utilise une excursion angulaire suffisante. Il a par ailleurs été montré que le système, avec le modèle à vitesse constante, est très sensible aux perturbations (notamment aux accélérations-décélérations) pour les faibles excursions angulaires. Il faut donc étudier un compromis entre l'excursion angulaire totale utilisée pour inverser le système et la validité temporelle de l'hypothèse de vitesse constante de la cible mobile.

Nous avons donc choisi un modèle de cible mobile et développé une méthode numériquement stable qui permet, à partir d'un certain angle, de converger vers la solution du problème. Il s'agit maintenant d'estimer théoriquement les performances de cette méthode, de connaitre la précision théorique des mesures que nous effectuons et la précision de reconstruction des trajectoires qui découle de ces erreurs de mesure. C'est tout l'objet du chapitre suivant de ce manuscrit.

Chapitre 5

Analyse des précisions de reconstruction des trajectoires des cibles mobiles

La méthode développée au cours de cette thèse est basée sur l'exploitation des mesures images des cibles mobiles. Dans le chapitre 3, nous avons présenté la méthodologie permettant de mesurer les caractéristiques apparentes des cibles mobiles, qui sont au nombre de trois par image : une mesure du coefficient de défocalisation de la cible mobile et les deux mesures des coordonnées pixel du centre de la réponse de la cible mobile sur les images RSO. Ces mesures sont donc les paramètres d'entrée de la méthode de reconstruction de trajectoire que nous avons développée. Des simulations au chapitre 4 ont permis de tester la sensibilité de notre système d'inversion par rapport à des erreurs de mesure que nous avons fixées arbitrairement, et par rapport à d'éventuelles perturbations de mouvement. Cette première étude nous a mené à choisir un modèle de cible à vitesse constante, car ce modèle est suffisamment stable et robuste par rapport aux perturbations testées.

Dans ce chapitre, nous allons calculer théoriquement les précisions de reconstruction des trajectoires de cibles mobiles. Dans un premier temps, nous évaluerons théoriquement la précision de nos mesures. Nous effectuerons ces calculs en considérant que les cibles mobiles sont ponctuelles isotropes, ce qui représente le cas idéal de cibles. Par la suite, nous calculerons les précisions de mesure dans un cas plus proche de la réalité, à savoir le cas des cibles étendues anisotropes. Dans les deux cas, nous étudierons l'influence du modèle de cible et du clutter sur la précision de ces mesures.

Par la suite, nous étudierons l'influence des précisions des mesures sur la reconstruction des trajectoires des cibles mobiles. Pour cela, nous établirons l'expression de la matrice de covariance des variables à estimer, qui dépend de la matrice de covariance des mesures et d'une fonction implicite du système d'équation à inverser. Cette matrice sera évaluée en fonction de différents paramètres, à savoir le nombre de mesures utilisées pour la reconstruction des trajectoires, l'excursion angulaire totale mais aussi la résolution azimut des images RSO. L'objectif est de déterminer les choix des paramètres pour l'application de la méthode de reconstruction à des trajectoires réelles.

V.1) Analyse théorique de la précision des mesures

Les mesures des coordonnées apparentes des cibles mobiles constituent les paramètres d'entrée de la méthode de reconstruction que nous avons développée pendant cette thèse. La première étape de l'analyse théorique de la précision de reconstruction des trajectoires consiste donc à évaluer la précision de ces mesures. Après avoir déterminé les paramètres qui influent sur les précisions de mesure, nous exposerons deux approches distinctes : la première d'entre elles consiste à analyser les précisions de mesure à partir de l'analyse du signal rétrodiffusé par la cible, en émettant l'hypothèse que les cibles mobiles sont ponctuelles et isotropes. Cette approche est la plus optimiste et permet d'obtenir la limite théorique des précisions de mesure par analyse du signal rétrodiffusé par les cibles mobiles. La seconde approche consiste à dire que les cibles sont étendues et anisotropes, ce qui est plus proche des cas réels. Nous verrons que les précisions de mesure sont dans ce cas limitées par la radiométrie des cibles mobiles ainsi que par la résolution azimut de ces cibles, et qu'une approche par traitement d'images est alors adoptée pour calculer les précisions qui en découlent.

V.1.1) Calcul des précisions de mesure par traitement du signal rétrodiffusé

Afin de calculer théoriquement les meilleures précisions de mesure de phase en RSO, on estime de manière classique que les cibles sont ponctuelles isotropes. Cette hypothèse permet de considérer que la loi de phase de l'écho d'une cible mobile est la somme d'un signal constant et cohérent et d'un bruit de fond [73]. Cette considération simple va permettre d'évaluer les précisions de mesure de cette loi de phase, afin de remonter aux autres précisions de mesure des coordonnées images de la cible mobile.

V.1.1.1) Calcul du Rapport Signal-à-clutter (RSC)

Le premier modèle de cible mobile que nous considérons est un modèle de cible mobile ponctuelle et isotrope. Pour le calcul du RSC, nous allons donc considérer que l'ensemble du signal utile rétrodiffusé par la cible est contenu dans une case de résolution. Cette approche est idéale mais elle permet d'avoir une idée sur la limite théorique des précisions de mesure auxquelles nous pouvons accéder.

On considère une cible mobile, dont on connait la Surface Equivalente Radar (SER). Soient ρ_r la résolution en distance et ρ_a la résolution en azimut. Comme on considère que tout le signal utile est contenu dans une case de résolution, la puissance totale du signal rétrodiffusé par la cible (dans une case de résolution) vaut donc :

$$P_{signal} = SER = 10^{\frac{SER,dB}{10}} \quad (5.\ 1)$$

Dans les calculs de rapports signal à clutter, le clutter est caractérisé par son coefficient de rétrodiffusion par m² noté σ^0, qui dépend de nombreux paramètres comme la nature du sol, la fréquence d'émission ou encore l'angle de visée. Les valeurs typiques de ces coefficients de rétrodiffusion (en $dBm^2.m^{-2}$, on les notera σ^0, dB) ont été répertoriées par Ulaby [74]. La puissance du clutter est donc directement liée à ce coefficient de rétrodiffusion, et vaut :

$$P_{clutter} = 10^{\frac{\sigma^0,dB}{10}} \rho_r \rho_a = \sigma^0 \rho_r \rho_a \tag{5. 2}$$

Des relations (5. 1) et (5. 2), on tire l'expression du Rapport signal à clutter de la cible mobile, que l'on notera RSC:

$$RSC = \frac{SER}{\sigma^0 \rho_r \rho_a} \tag{5. 3}$$

Lors de l'analyse de la loi de phase de la cible mobile, on effectue une transformée de Fourier discrète en azimut du signal rétrodiffusé par la cible afin de mesurer le paramètre de défocalisation de la cible. On doit donc choisir une fenêtre d'étude au moins égale à la taille de la tache de défocalisation de la cible. Ainsi, on utilisera tout le signal utile. Notons N_{ech} le nombre d'échantillons utilisés pour analyser la loi de phase de la cible mobile. Comme on choisit une fenêtre suffisamment grande pour contenir tout le signal rétrodiffusé par la cible mobile, la puissance du signal récupérée sur cette fenêtre de taille N_{ech} est :

$$P_{signal,N_{ech}} = P_{signal} \tag{5. 4}$$

Par ailleurs, la puissance du clutter récupérée sur cette fenêtre d'étude vaudra :

$$P_{clutter,Nech} = P_{clutter} * N_{ech} \tag{5. 5}$$

Comme nous effectuons l'analyse du signal rétrodiffusé par la cible mobile dans l'espace de Fourier, l'énergie est équitablement répartie fréquentiellement. Nous en déduisons que la puissance élémentaire par case de résolution du signal vaut :

$$P_{signal/case} = \frac{P_{signal,N_{ech}}}{N_{ech}} = \frac{P_{signal}}{N_{ech}} \tag{5. 6}$$

La puissance du clutter par case de résolution s'exprime, elle, de la manière suivante :

$$P_{clutter/case} = \frac{P_{clutter,N_{ech}}}{N_{ech}} = P_{clutter} \tag{5. 7}$$

En utilisant les relations (5. 6) et (5. 7) et en comparant à l'expression du RSC de la cible mobile, on en déduit l'expression du rapport signal à clutter par échantillon, noté RSC_{case} :

$$RSC_{case} = \frac{RSC}{N_{ech}} \tag{5. 8}$$

Dans le prochain paragraphe, nous allons notamment montrer que ce RSC par case de résolution est un paramètre déterminant pour le calcul des précisions de mesure, car les modèles probabilistes que nous utilisons pour calculer les précisions de nos mesures ne sont applicables que si ce RSC dépasse un certain seuil.

V.1.1.2) Calcul de la précision théorique sur la mesure de la phase

Contrairement à la phase d'une cible fixe, la phase de l'écho d'une cible mobile n'est pas constante, et elle dépend directement du mouvement de la cible. Une mesure précise de cette loi de phase est donc primordiale afin de permettre de remonter précisément aux paramètres de mouvement de cette cible. Dans ce cas d'étude, le modèle retenu pour exprimer la densité de probabilité de la phase d'une cible est celui de la somme d'un signal constant et cohérent et d'un bruit de fond. Ce modèle est applicable pour l'imagerie RSO à partir du moment où l'on considère que les cibles observées sont ponctuelles et isotropes, ce qui est une approximation classiquement faite dans le domaine du RSO [73]. Nous présentons deux méthodes de calcul de la précision de mesure de la phase de l'écho d'une cible mobile : une première méthode graphique et une seconde méthode où l'on calcule cette précision de mesure par estimation de la borne de Cramér-Rao (BCR).

V.1.1.2.1) Approche graphique

Le signal utile (noté S) de la cible mobile sera donc considéré comme un signal constant et cohérent, auquel viendra s'ajouter un bruit de fond aléatoire, le clutter (noté C). Une modélisation mathématique de ces signaux peut être exprimée par :

$$\begin{cases} S(t) = S_0 \\ C(t) = C_0 e^{j\Phi_0(t)} \end{cases} \tag{5. 9}$$

où S_0 et C_0 représentent les amplitudes du signal et du clutter. $\Phi_0(t)$ est la phase aléatoire du clutter. Comme cette phase est aléatoire, on peut émettre l'hypothèse que le clutter est équitablement réparti entre sa partie complexe et sa partie imaginaire. Une représentation en amplitude du signal et du clutter est donnée **Figure 5.1**. Dans la suite du calcul, on omettra la variable temporelle t afin d'abréger les notations.

La précision de mesure de la phase de l'écho d'une cible mobile peut s'exprimer en fonction du rapport signal à clutter. En effet, la **Figure 5.1** nous donne :

$$\sigma\varphi = Arctan\left(\frac{|Im(C)|}{|S| + |Re(C)|}\right) \tag{5. 10}$$

Dans le cadre de l'approximation petits angles ($|C| \ll |S|$), on peut écrire :

$$\sigma\varphi \cong Arctan\left(\frac{|Im(C)|}{|S|}\right) \cong \frac{|Im(C)|}{|S|} \tag{5. 11}$$

Comme on a supposé que la puissance du clutter est équitablement répartie entre sa partie réelle et sa partie imaginaire, on en déduit :

$$|Im(C)| \cong \frac{|C|}{\sqrt{2}} \tag{5. 12}$$

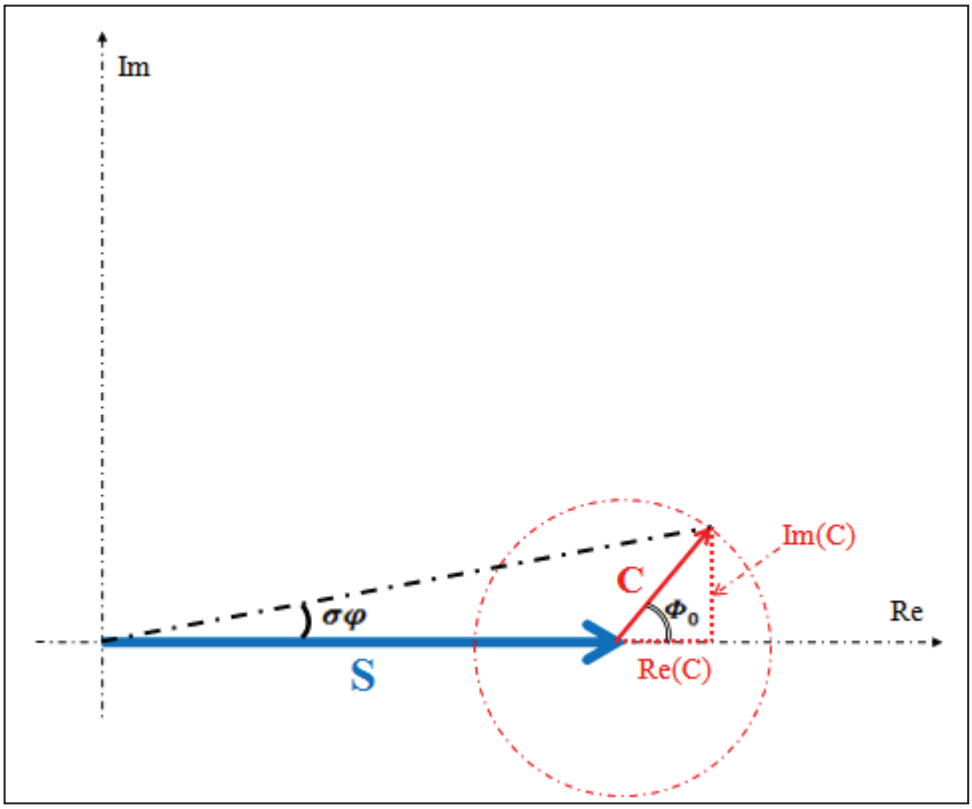


Figure 5.1 - Représentation graphique du signal utile et du clutter dans l'espace complexe. S représente le signal et C le clutter. Φ_0 est la phase aléatoire du clutter. $\sigma\varphi$ représente l'écart-type sur la phase, qui correspond donc à la précision de mesure de la phase à laquelle on cherche à accéder.

Le rapport signal à clutter étant un rapport de puissance, on en déduit :

$$\boxed{\sigma\varphi \cong \frac{1}{\sqrt{2RSC}}} \tag{5. 13}$$

V.1.1.2.2) Estimation par la Borne de Cramér-Rao

En théorie de l'estimation, on recherche classiquement des estimateurs sans biais à variance minimale. La BCR donne la borne minimale de variance de tout estimateur sans biais. Dans le cadre de l'estimation de la phase φ de l'écho d'une cible mobile par moindres carrés, la BCR s'écrit [75]:

$$BCR(\varphi) = \frac{1}{E\left[-\frac{\partial^2 ln\left(Pdf(\varphi)\right)}{\partial \varphi^2}\right]} \tag{5. 14}$$

Où $I(\varphi) = E\left[-\frac{\partial^2 ln\left(Pdf(\varphi)\right)}{\partial \varphi^2}\right]$ est appelée information de Fisher, E désigne l'espérance mathématique et $Pdf(\varphi)$ est la fonction densité de probabilité de la phase φ. Si l'estimateur est sans biais, sa variance respecte l'inégalité :

$$(\sigma\varphi)^2 \geq BCR(\varphi) \tag{5. 15}$$

Pour des valeurs de RSC élevés, on peut montrer [76] que $Pdf(\varphi)$ est approximativement Gaussienne, et est donnée par :

$$Pdf(\varphi) \cong \sqrt{\frac{RSC}{\pi}}\, e^{-RSC.\varphi^2} \tag{5. 16}$$

L'information de Fisher est donc donnée par :

$$I(\varphi) = 2RSC \tag{5. 17}$$

Des relations (5. 14), (5. 15) et (5. 17), nous en déduisons la meilleure précision de mesure de la loi de phase de l'écho d'une cible mobile :

$$\boxed{\sigma\varphi = \frac{1}{\sqrt{2RSC}}} \tag{5. 18}$$

Dans notre cas, le signal est échantillonné sur une fenêtre de taille N_{ech}, il faut donc estimer la précision de mesure de chaque échantillon de phase. En considérant que ces mesures sont indépendantes, on peut en déduire l'expression de la précision de mesure de chaque échantillon de phase $\sigma\varphi_i$, ces échantillons étant considérés comme égaux:

$$\sigma\varphi_i = \frac{1}{\sqrt{2RSC_{case}}} = \sqrt{\frac{N_{ech}}{2RSC}} \tag{5. 19}$$

Selon [77], cette précision de mesure est applicable pour des RSC supérieurs à $1dB$. Il faudra donc vérifier que le RSC_{case} est toujours supérieur à cette valeur dans les études menées.

On voit donc que la précision de mesure de la loi de phase de l'écho d'une cible mobile est directement liée à la fois à la puissance du signal émis, mais également à la taille

de la fenêtre d'échantillonnage du signal rétrodiffusé par la cible mobile, car de cette taille dépend la validité du modèle utilisé pour le calcul des précisions de mesure de chaque échantillon de phase. Il s'agit donc de choisir cette fenêtre suffisamment grande pour qu'il n'y ait pas de perte de signal utile, mais suffisamment petite pour que la précision de mesure de la phase par pixel ne soit pas dégradée.

V.1.1.3) Calcul de la précision théorique sur la mesure de la défocalisation de la cible en azimut

La loi de phase de l'écho d'une cible mobile est une loi de phase quadratique, et cette loi de phase génère un étalement de la réponse de la cible mobile sur l'image RSO dans la direction azimut. Par conséquent, l'estimation de la précision de mesure de la phase est directement liée à la précision de la mesure de la défocalisation de la cible en azimut. Comme les lois de phase des cibles mobiles sont quadratiques, on cherche à estimer ces lois de phase en « ajustant » ces dernières avec des polynômes de degré 2 (voir Chapitre 3). En sachant que numériquement, la loi de phase d'une cible mobile va être échantillonnée sur un nombre de cases de résolution permettant d'analyser l'intégralité du signal utile, l'estimation de la loi de phase de l'écho d'une cible mobile revient donc à résoudre le système d'équations suivant :

$$\varphi_0 + \beta i + \alpha i^2 = \varphi_i \quad _{i\in[1,N_{ech}]} \tag{5. 20}$$

Où N_{ech} représente le nombre d'échantillons utilisés. $(\varphi_0, \beta, \alpha)$ les coefficients du polynôme de degré 2 avec lequel on ajuste la loi de phase de la cible mobile, l'échantillon i de cette loi de phase étant noté φ_i. Le système (5. 20) peut s'exprimer sous forme matricielle de la manière suivante :

$$\boldsymbol{A\Phi_0} = \boldsymbol{\Phi}_r \tag{5. 21}$$

$\boldsymbol{\Phi}_r = \left(\varphi_1, \varphi_2 \dots \varphi_{N_{ech}}\right)$ représente les échantillons de phase de la cible mobile qui est à estimer, et $\boldsymbol{\Phi_0} = (\varphi_0, \beta, \alpha)$. L'estimation de la précision de mesure de ces coefficients nous permet donc d'accéder directement à la précision de mesure de la défocalisation de la cible mobile, ainsi qu'à la précision de mesure de la délocalisation de la cible. $\boldsymbol{A}$ est la matrice de Vandermonde suivante :

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & N_{ech} & {N_{ech}}^2 \end{bmatrix} \tag{5. 22}$$

On peut résoudre ce système par la méthode des moindres carrés. Cette démarche nous permet d'exprimer $\boldsymbol{\sigma_{\Phi_0}}$ qui est la matrice de covariance des coefficients liés à l'estimation de la loi de phase en fonction des précisions de mesure sur cette phase :

$$\boldsymbol{\sigma_{\Phi_0}} = (\boldsymbol{A^T A})^{-1} \boldsymbol{A^T \sigma_\Phi A} (\boldsymbol{A^T A})^{-1} \tag{5. 23}$$

Où $\boldsymbol{\sigma_{\Phi}}$ représente la matrice de covariance de la mesure de la phase :

$$\boldsymbol{\sigma_{\Phi}} = \begin{bmatrix} {\sigma\varphi_1}^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & {\sigma\varphi_2}^2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & {\sigma\varphi_{N_{ech}}}^2 \end{bmatrix}$$

Les éléments diagonaux ${\sigma\varphi_i}^2$sont calculés à partir de l'expression (5. 19) A noter que $\boldsymbol{A^T A}$ peut s'exprimer plus simplement de la manière suivante :

$$\boldsymbol{A^T A} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{N_{ech}} \mathbf{1} & \sum_{i=1}^{N_{ech}} \boldsymbol{i} & \sum_{i=1}^{N_{ech}} \boldsymbol{i^2} \\ \sum_{i=1}^{N_{ech}} \boldsymbol{i} & \sum_{i=1}^{N_{ech}} \boldsymbol{i^2} & \sum_{i=1}^{N_{ech}} \boldsymbol{i^3} \\ \sum_{i=1}^{N_{ech}} \boldsymbol{i^2} & \sum_{i=1}^{N_{ech}} \boldsymbol{i^3} & \sum_{i=1}^{N_{ech}} \boldsymbol{i^4} \end{bmatrix}$$

$\boldsymbol{\sigma_{\Phi_0}}$ est donc une matrice de 3 lignes par 3 colonnes, dont les coefficients diagonaux représentent les précisions de mesure des coefficients de la parabole. L'expression de cette matrice $\boldsymbol{\sigma_{\Phi_0}}$ se simplifie car toutes les erreurs $\sigma\varphi_i$ sont égales:

$$\boldsymbol{\sigma_{\Phi_0}} = {\sigma\varphi_i}^2 (\boldsymbol{A^T A})^{-1} = \frac{N_{ech}}{2RSC} (\boldsymbol{A^T A})^{-1} \qquad (5.\ 24)$$

En développant l'expression de $(\boldsymbol{A^T A})^{-1}$, il vient :

$$(\boldsymbol{A^T A})^{-1} = \begin{bmatrix} 3\dfrac{3N_{ech}^2 + 3N_{ech} + 2}{C_1} & -18\dfrac{2N_{ech} + 1}{C_1} & \dfrac{30}{C_1} \\ -18\dfrac{2N_{ech} + 1}{C_1} & 12\dfrac{16N_{ech}^2 + 30N_{ech} + 11}{C_3} & -\dfrac{180}{C_2} \\ \dfrac{30}{C_1} & -\dfrac{180}{C_2} & \dfrac{180}{C_3} \end{bmatrix}$$

Avec :

- $C_1 = N_{ech}(N_{ech} - 1)(N_{ech} - 2)$
- $C_2 = N_{ech}(N_{ech} - 1)(N_{ech} - 2)(N_{ech} + 2)$
- $C_3 = (N_{ech} + 2)(N_{ech} + 1)N_{ech}(N_{ech} - 1)(N_{ech} - 2)$

En revenant à la définition de la matrice $\boldsymbol{\sigma_{\Phi_0}}$, on peut en déduire la précision de mesure de la défocalisation de la cible mobile, notée σ_α. En raisonnant en terme de plus haut degré en N_{ech}, il vient :

$$\sigma_\alpha = \sqrt{\boldsymbol{\sigma_{\Phi_0}}(3,3)} \cong \frac{1}{N_{ech}^2}\sqrt{\frac{90}{RSC}} \tag{5. 25}$$

D'après l'équation 4. 13, le coefficient de défocalisation α est lié au mouvement de la cible mobile (vitesse azimutale et accélération radiale). Ce mouvement est caractérisé par le terme $\left(\frac{V^2}{2D} - \frac{V_{hor}V_l}{D} + \frac{A_r}{2}\right)$. On notera m_v ce terme de mouvement. On peut donc déduire que :

$$\sigma_\alpha = \frac{4\pi}{\lambda}\sigma_{\boldsymbol{m_v}} \times \left(\frac{\lambda}{2V_c.pas_{az}.Nech}\right)^2 \tag{5. 26}$$

A noter que nous supposons ici que les mesures sont indépendantes, donc $pas_{az}(rad) = \rho_a(rad)$. En liant les expressions (5. 25) et (5. 26) et en exprimant la résolution ρ_a en mètres, on en déduit que :

$$\sigma_{m_v} \cong \frac{{V_c}^2{\rho_a}^2}{\lambda\pi D^2}\sqrt{\frac{90}{RSC}} \tag{5. 27}$$

En utilisant l'expression du RSC donnée par la formule (5. 3), nous obtenons :

$$\sigma_{m_v} \cong \frac{{V_c}^2}{\lambda\pi D^2}\sqrt{\frac{90\sigma^0\rho_r}{SER}}(\rho_a)^{\frac{5}{2}} \tag{5. 28}$$

La formule (5. 28) montre que la précision de mesure du mouvement de la cible est indépendante du nombre d'échantillons utilisé pour analyser le signal rétrodiffusé de la cible mobile. Cette précision de mesure dépend de la résolution en azimut des images, de la SER de la cible mobile et d'autres paramètres liés aux acquisitions des données (vitesse du capteur, fréquence d'émission, résolution distance…), sous réserve que l'on définisse suffisamment d'échantillons pour analyser la totalité du signal rétrodiffusé par la cible mobile.

V.1.1.4) Calcul de la précision de mesure de la position apparente d'une cible mobile.

La délocalisation d'une cible mobile dans la direction azimut induit une rampe dans l'espace des phases. Selon la modélisation de la loi de phase que l'on a adoptée lors de cette étude (voir équation (5. 20)), le coefficient directeur de cette rampe de phase est noté β. Dans le chapitre 3, nous avons montré que de la mesure de ce coefficient β, on peut déduire la mesure de la délocalisation de notre cible mobile, en faisant le lien entre les dimensions temporelles et spectrales du signal rétrodiffusé par la cible mobile. La **Figure 5.2** résume les étapes de ce traitement, et le lien entre la précision sur la mesure de la phase et la précision sur la relocalisation de la cible mobile.

De l'expression de $\boldsymbol{\sigma_{\Phi_0}}$ (voir équation (5. 23)), on peut directement exprimer la précision de mesure sur le coefficient β. En raisonnant en terme de plus haut degré en N_{ech}, cette précision, notée σ_β, est donnée par :

$$\sigma_\beta \cong \sqrt{\boldsymbol{\sigma_{\Phi_0}}(2,2)} \cong \frac{1}{N_{ech}}\sqrt{\frac{96}{RSC}} \tag{5. 29}$$

L'expression (3. 8) du chapitre 3 permet de faire le lien entre le coefficient β de la rampe de phase et le décalage i_0 dans l'espace image en azimut généré par cette rampe de phase :

$$i_0 = \frac{N_{ech}\beta}{2\pi} \tag{5. 30}$$

De cette relation, on obtient la précision de recalage de la cible dans la direction azimut :

$$\sigma_{i_0} = \frac{N_{ech}\sigma_\beta}{2\pi} \tag{5. 31}$$

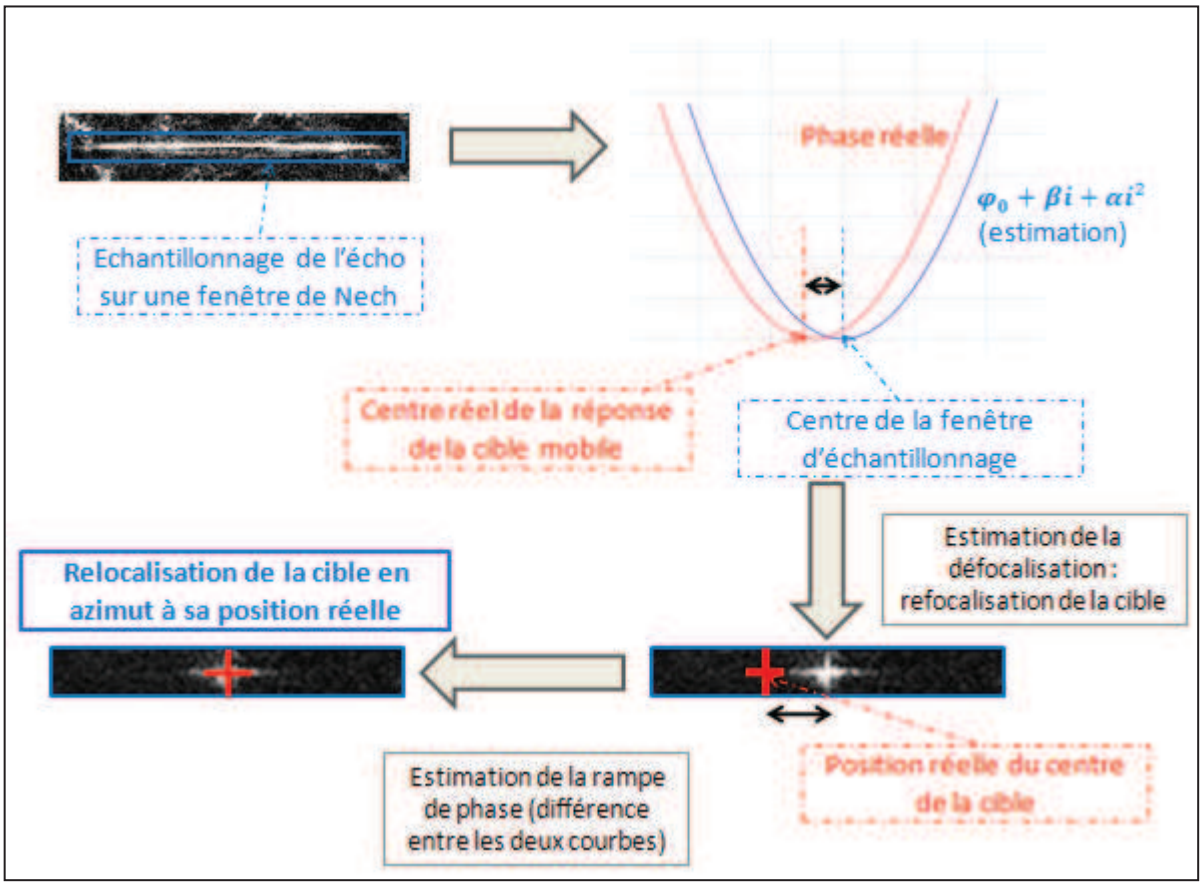


Figure 5.2 - Résumé des étapes de traitement permettant de remonter à la précision de calcul de la position apparente d'une cible mobile en azimut.

En utilisant les relations (5. 29) et (5. 31) et en exprimant cette précision de recalage en mètres, on en déduit que :

$$\sigma_{i_0} \cong \frac{\rho_a}{2\pi}\sqrt{\frac{96}{RSC}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{96\sigma^0\rho_r}{SER}}(\rho_a)^{\frac{3}{2}} \quad (5.\ 32)$$

Considérons, à titre d'exemple, une cible mobile de SER $10m^2$ animée d'une vitesse azimutale $V_a = 10m.s^{-1}$. Le temps d'intégration sera fixé à $1.5s$ et $\rho_a = \rho_r = 0.5m$. On prend comme coefficient de rétrodiffusion du sol la valeur de $-10dBm^2.m^{-2}$. Nous prendrons un capteur de vitesse $V_c = V_{hor} = 120m.s^{-1}$. L'étalement de la réponse de la cible en azimut occupe 60 pixels environ (donc $30m$), cet étalement est calculé à l'aide de la formule (4. 47) donnée par [24]. Afin d'être certain de ne pas perdre de signal utile, on prendra une fenêtre de 128 cases de résolution dans la direction azimut.

Le calcul du SCR_{case} nous donne $5dB$ environ, ce qui est compatible avec les statistiques que l'on applique à la loi de phase de la cible mobile [77]. On obtient une précision de recalage de la cible de 0.08 pixel environ, ce qui correspond dans ce cas à 4cm. L'analyse du signal rétrodiffusé de la cible, et plus précisément de la phase de ce signal, nous permet donc d'accéder à des précisions subpixelliques concernant le recalage d'une cible mobile dans la direction azimut [69]. En remarquant que $\frac{V^2}{2D} \ll \frac{V_{hor}V_l}{D}$, nous obtenons une précision théorique sur la mesure de la vitesse azimutale de la de la cible mobile environ égale à $8.10^{-4}m.s^{-1}$.

V.1.1.5) Calcul de la précision théorique sur la mesure de la localisation de la cible mobile en distance.

Lorsqu'on effectue une transformée de Fourier discrète du signal rétrodiffusé par la cible dans la direction distance, on s'attend à observer une loi de phase constante, comme si la cible était un point fixe. Cependant, si le centre de la fenêtre d'analyse ne coïncide pas avec le centre de la cible, une rampe dans l'espace des phases va apparaitre. De manière analogue à la mesure de la délocalisation de la cible en azimut, la précision d'estimation de cette rampe de phase va nous permettre de remonter à la précision de localisation de la cible en distance.

Comme nous cherchons à estimer une rampe de phase et non pas une loi quadratique, le système à résoudre dans ce cas est :

$$\psi_0 + \gamma j = \psi_j \quad _{j\in[1,N_{ech}']} \quad (5.\ 33)$$

N_{ech}' correspond au nombre d'échantillons utilisés pour analyser la loi de phase de la cible mobile en distance. Les ψ_j sont les éléments de phase après transformée de Fourier dans la direction distance, ces éléments sont calculés à partir de la formule (5. 19). De manière analogue à l'étude de la précision des mesures dans la direction azimut, on peut réécrire le système (5. 33) sous la forme :

$$\boldsymbol{B\Psi_0} = \boldsymbol{\Psi}_r \tag{5. 34}$$

Avec $\boldsymbol{\Psi_0} = (\psi_0, \gamma)$ les coefficients de la rampe de phase due à l'erreur de localisation de la cible en distance, et $\boldsymbol{\Psi}_r = \left(\psi_1, \psi_2 \ldots \psi_{N_{ech}'}\right)$ sont les échantillons de phase dans la direction distance. En utilisant le même raisonnement que pour l'analyse dans la direction azimut et à partir de la formule (5. 24), on en déduit la précision de mesure de la rampe de phase induite par l'erreur de localisation en distance de la cible mobile :

$$\boldsymbol{\sigma_{\Psi_0}} = \frac{{N_{ech}}'}{2RSC}(\boldsymbol{B^T B})^{-1} \tag{5. 35}$$

Où :

$$(\boldsymbol{B^T B}) = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{N_{ech}'} 1 & \sum_{i=1}^{N_{ech}'} i \\ \sum_{i=1}^{N_{ech}'} i & \sum_{i=1}^{N_{ech}'} i^2 \end{bmatrix}$$

En développant l'expression (5. 35) et en utilisant le même raisonnement qu'en azimut, on estime la précision de mesure de la rampe de phase induite, notée σ_γ, et donnée par :

$$\sigma_\gamma = \sqrt{\boldsymbol{\sigma_{\Psi_0}}(1,1)} \cong \frac{1}{{N_{ech}}'}\sqrt{\frac{12}{RSC}} \tag{5. 36}$$

On déduit également la précision de recalage en distance qui en découle. En exprimant cette précision en mètres, on obtient :

$$\sigma_{j_0} = \frac{{N_{ech}}'\sigma_\gamma \rho_r}{2\pi} \cong \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{12\sigma^0 {\rho_r}^3 \rho_a}{SER}} \tag{5. 37}$$

On effectue la refocalisation de la cible en azimut et sa relocalisation en azimut avant d'effectuer les calculs dans la direction distance. On considère donc qu'on récupère tout le signal utile lorsque l'on effectue l'échantillonnage du signal en distance (tout le signal est contenu dans une case de résolution). Sous cette hypothèse, la précision de localisation de la cible en distance est meilleure que celle en azimut : elle est de l'ordre de 0.02 pixel (soit 1cm).

V.1.1.6) Conclusion

Dans cette partie, nous avons calculé les précisions théoriques de mesure des coordonnées apparentes des cibles mobiles sur les images RSO, en émettant l'hypothèse que ces cibles sont ponctuelles et isotropes. Nous avons montré que sous cette hypothèse, nous

pouvons estimer la meilleure précision de mesure de phase possible par la Borne de Cramér-Rao, et ainsi en déduire que les précisions de mesure de la position de la cible mobile sur une image RSO sont subpixelliques. Dans les cas que nous avons étudiés, les ordres de grandeurs à retenir sont de l'ordre du centimètre pour ces précisions de mesure. D'autre part, nous avons montré que les précisions de mesure de vitesse azimutale des cibles mobiles sont très fortes, nos applications numériques donnant des résultats inférieurs au $mm.s^{-1}$. Dans le paragraphe suivant, nous allons calculer ces précisions de mesure à partir d'un modèle de cible étendue et anisotrope.

V.1.2) Calcul des précisions de mesure par traitement d'image

Pour calculer les précisions de mesure des coordonnées des cibles mobiles sur les images RSO, une autre approche peut être envisagée. Cette approche est moins « optimiste » que l'approche par analyse de la phase d'une cible, mais elle est plus proche de ce que l'on observe réellement sur des images de résolution submétrique. Dans le paragraphe II.1.2, on a émis l'hypothèse que les cibles étaient ponctuelles et isotropes. C'est une approximation souvent faite en RSO mais elle ne reflète pas la réalité. En effet, la plupart des cibles mobiles (qui dans notre cas d'étude sont des véhicules évoluant sur des réseaux routiers) seront représentées par des surfaces brillantes sur les images RSO. De plus, selon l'angle sous lequel on observe les cibles mobiles, différentes parties de la cible vont réfléchir le signal émis par le capteur. Ce paragraphe a pour but d'évaluer les précisions de mesure qui découleraient de cette approche, et de comparer ces résultats à ceux obtenus sous hypothèses de cibles mobiles ponctuelles brillantes.

V.1.2.1) Calcul de la précision théorique sur la mesure de la phase

Dans le paragraphe précédent, le modèle retenu pour exprimer la densité de probabilité de la phase d'une cible était celui de la somme d'un signal constant et cohérent et d'un bruit de fond. Selon [73], ce modèle n'est applicable que pour des cibles isotropes. Or, en réalité, la validité de cette hypothèse dépend également de l'angle total sous lequel on observe la cible mobile, et donc du temps d'observation. Si cette hypothèse n'est pas valable sur toute la série d'image utilisée pour reconstruire les trajectoires des cibles mobiles, on peut la considérer valable sur le temps d'intégration correspondant à une image RSO (hypothèse utilisée dans la synthèse des images RSO).

Le calcul de la précision théorique sur la mesure de la phase sera donc basé sur la même démarche que dans le paragraphe V.1.1.2, à ceci près qu'il faut considérer que la cible est une surface brillante que l'on notera S_{cible} (exprimée en m^2), et que l'on se place dans le cas où $\rho_r \rho_a < S_{cible}$. La résolution intervient donc dans le calcul de la puissance du signal. En considérant que la SER de la cible est uniforme sur toute sa surface S_{cible}, et en utilisant l'expression de la puissance totale d'une cible ponctuelle (voir équation (5. 1)) la puissance du signal utile est donnée par:

$$P'_{signal} = \frac{SER\rho_r\rho_a}{S_{cible}} \quad (5.\ 38)$$

Le calcul de la puissance du clutter reste lui inchangé (voir équation (5. 2)), puisqu'il ne dépend pas de la définition de la cible. On notera donc RSC' le rapport signal à clutter qui découle de cette approche, et il est donné par:

$$RSC' = \frac{SER}{S_{cible}\sigma^0} \quad (5.\ 39)$$

Nous constatons ici que le RSC' est indépendant de la résolution azimut des images RSO. Ceci marque une différence fondamentale par rapport à l'approche des cibles ponctuelles, où le RSC augmente si la résolution azimut devient meilleure. Le signal est toujours échantillonné sur une fenêtre de taille N_{ech}, la formule (5. 8) donne donc le RSC par échantillon :

$$RSC'_{case} = \frac{RSC'}{N_{ech}} \quad (5.\ 40)$$

On émet toujours l'hypothèse que les mesures des échantillons de phases sont indépendants, et on en déduit l'expression de la précision de mesure de chaque échantillon de phase que l'on notera $\sigma\varphi'_i$:

$$\sigma\varphi'_i = \frac{1}{\sqrt{2RSC'_{case}}} = \sqrt{\frac{N_{ech}}{2RSC'}} \quad (5.\ 41)$$

Enfin, nous supposons que le modèle de cible mobile ponctuelle isotrope est valable pour la synthèse d'une image RSO. En utilisant la relation (5. 28), nous obtenons la précision de mouvement de la cible mobile, donnée par :

$$\sigma_{m_v}' \cong \frac{{V_c}^2{\rho_a}^2}{\lambda\pi D^2}\sqrt{\frac{90}{RSC'}} \cong \frac{{V_c}^2}{\lambda\pi D^2}\sqrt{\frac{90\sigma^0 S_{cible}}{SER}}{\rho_a}^2 \quad (5.\ 42)$$

Si on reprend les caractéristiques de la cible utilisée pour l'application numérique à la fin du paragraphe V.1.1.4, nous obtenons une précision sur la mesure de la vitesse azimutale de la cible environ égale à $5.10^{-3} m.s^{-1}$. La formule (5. 42) montre que pour une hypothèse de cible étendue, la précision de mesure du mouvement de la cible dépend de la résolution en azimut des images, de la SER de la cible mobile et de sa surface physique.

V.1.2.2) Calcul de la précision théorique sur la mesure de la position de la cible

Les véhicules évoluant en milieu urbain sont des cibles mobiles étendues, c'est-à-dire qu'elle ont une surface physique. Dans ce cas de figure, les performances de localisation des

réponses des cibles mobiles sur les images RSO sont limitées par la résolution des images en azimut et par les propriétés radiométriques des cibles mobiles.

Les cibles réelles (mobiles ou fixes) peuvent être modélisées par un nombre fini de points brillants, dont la distribution spatiale est aléatoire et dépend non seulement de la radiométrie et de l'angle de prise de vue du capteur RSO (voir **Figure 5.3**). De plus, la relation (4. 38) montre que la résolution azimut est inversement proportionnelle à l'angle d'intégration. Par conséquent, lorsque ρ_a s'améliore, l'angle d'intégration augmente et la probabilité que la distribution des points brillants change pendant ce temps d'intégration augmente. En conclusion, le modèle de cible mobile ponctuelle isotrope n'est pas valable sur l'ensemble complet des images utilisées pour reconstruire la trajectoire des cibles mobiles, mais à l'échelle d'une image.

C'est pour cette raison que nous avons choisi une méthode de localisation des cibles mobiles réelles par calcul barycentrique (voir équation (3. 9)), et dans ce cas, nous pouvons estimer que la précision de localisation du centre de ces cibles est de l'ordre de la dimension des cibles, c'est-à-dire métrique. Pour la suite de l'étude concernant la précision de reconstruction des trajectoires, nous choisirons donc :

$$\sigma_{j_0} = \sigma_{i_0} = 1m \tag{5. 43}$$

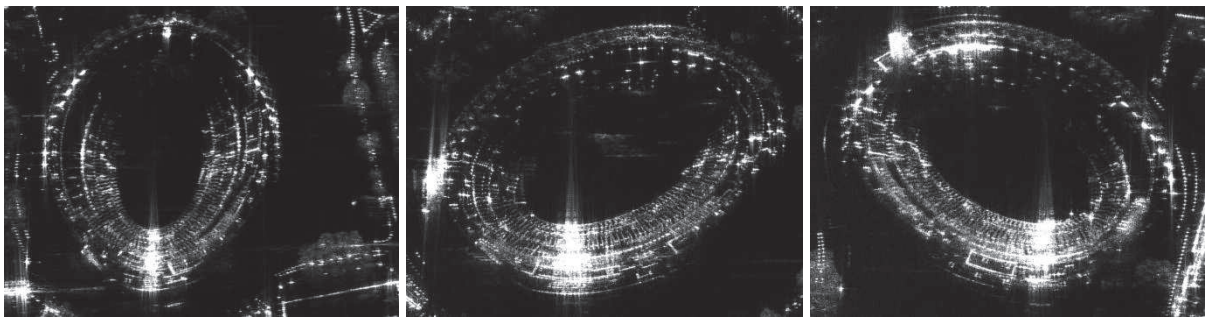


Figure 5.3 - Observation des arènes de Nîmes sur les images SETHI en Bande X THR (voir Chapitre 3 pour la description des données), sous trois angles de prise de vue différents. La répartition des points brillants change avec l'angle de prise de vue. Dans le cas de cibles mobiles, ce phénomène limite les précisions de mesure de la position apparente des cibles.

Concernant la précision de la mesure de vitesse, en émettant l'hypothèse que les résolutions azimut permettent de considérer que les cibles mobiles sont constituées d'un ensemble de points isotropes pendant le temps d'intégration, le principe de calcul reste inchangé par rapport au calcul effectué à la fin du paragraphe II.1.1.4 (voir équation (5. 42)).

V.1.3) Bilan sur les méthodes de mesure de précision

Dans cette partie, nous avons donc développé deux méthodes de calcul des précisions de mesure des coordonnées des cibles mobiles sur les images RSO, dont les principaux résultats sont récapitulés par le **Tableau 5.1**.

Cibles ponctuelles isotropes	Cibles étendues anisotropes
Le RSC augmente quand ρ_a s'améliore $RSC = \frac{SER}{\sigma^0 \rho_r \rho_a}$	Le RSC est constant, quelle que soit la résolution azimut $RSC' = \frac{SER}{S_{cible}\sigma^0}$
La précision de localisation augmente lorsque ρ_a s'améliore (σ_{i_0} est proportionnel à $(\rho_a)^{\frac{3}{2}}$ σ_{j_0} est proportionnel à $\sqrt{\rho_a}$)	La précision de localisation dépend de la taille et du comportement radiométrique de la cible (indépendant de ρ_a)
Calcul de la position apparente de la cible mobile par rampe de phase	Calcul de la position apparente par méthode barycentrique
Précisions de localisation **subpixelliques**	Précisions de localisation **métriques**
Précision du mouvement de la cible en ${\rho_a}^{\frac{5}{2}}$ $\sigma_{m_v} \cong \frac{{V_c}^2}{\lambda \pi D^2} \sqrt{\frac{90\sigma^0 \rho_r}{SER}} (\rho_a)^{\frac{5}{2}}$	Précision du mouvement de la cible en ${\rho_a}^2$ $\sigma_{m_v}{}' \cong \frac{{V_c}^2}{\lambda \pi D^2} \sqrt{\frac{90\sigma^0 S_{cible}}{SER}} {\rho_a}^2$

Tableau 5.1 - Récapitulatif des étapes menant au calcul des précisions de mesure, en fonction des modèles de cibles utilisés.

La première approche, idéale, consiste à dire que les cibles sont ponctuelles et isotropes. Cette méthode permet notamment d'obtenir des précisions de mesure subpixelliques des coordonnées du centre de la réponse des cibles sur les images. La seconde approche, plus réaliste pour des résolutions submétriques, consiste à dire que les cibles mobiles ne sont pas des points brillants, mais des surfaces brillantes, constituées de points brillants dont la répartition est hétérogène et dépend notamment de l'angle de visée du capteur RSO. Si localement (dans le cas de la génération d'une image par exemple) on peut considérer que la répartition de ces points brillants est homogène, cette hypothèse ne tient plus quand on considère un ensemble d'images acquises le long d'une trajectoire circulaire du capteur. L'estimation de la position de ces cibles ne se fera plus par calcul de la rampe de phase induite par la délocalisation des cibles, mais par calcul barycentrique, faisant intervenir l'ensemble des points brillants et leur amplitude. Cette méthode étant limitée par les propriétés radiométriques des cibles mobiles, la précision de localisation des réponses des cibles est métrique.

V.2) Calcul des précisions de reconstruction de trajectoires

L'analyse théorique des précisions de mesure des coordonnées apparentes des cibles mobiles sur les images RSO permet de définir les paramètres d'entrée du système de reconstruction de trajectoire. En effet, les imprécisions de mesure sur les coordonnées images des cibles mobiles vont générer des erreurs de reconstruction de trajectoire des cibles mobiles. L'objectif de cette section est d'estimer précisément ces erreurs de reconstruction de trajectoire en fonction des incertitudes sur les mesures : défocalisation de la cible, et localisation de la cible en distance et en azimut. Pour cela, on calculera la variance de

l'estimateur des moindres carrés non-linéaires. Nous avons vu dans le chapitre précédent que dans le cas non linéaire, l'estimateur des moindres carrés ne donne pas directement la variable à estimer en fonction des mesures. En se plaçant au voisinage de la solution et en utilisant une fonction implicite des mesures et de la variable à estimer, il est possible d'estimer la matrice de covariance de la variable à estimer en fonction de la matrice de covariance des mesures et de la fonction à minimiser [78].

V.2.1) Définition de la matrice de covariance des mesures

Les erreurs de mesure que nous avons évaluées (avec les deux modèles de cibles mobiles) seront les paramètres d'entrée de la modélisation des erreurs de localisation des cibles mobiles, sous la forme d'une matrice de covariance que nous noterons $\boldsymbol{\Gamma_Y}$.

Dans toute l'étude théorique, nous générons des mesures indépendantes afin de simplifier les expressions numériques des matrices de covariances. La covariance de deux mesures indépendantes étant nulle, la matrice $\boldsymbol{\Gamma_Y}$ sera de la forme :

$$\boldsymbol{\Gamma_Y} = diag\left(\sigma_{i_0}^2, \sigma_{j_0}^2, \sigma_{\alpha_0}^2, \dots \sigma_{i_N}^2, \sigma_{j_N}^2, \sigma_{\alpha_N}^2\right) \tag{5. 44}$$

V.2.2) Estimation de la matrice de covariance des inconnues

Nous avons vu au chapitre précédent que le lien entre les mesures $\boldsymbol{Y}$ et les inconnues $\boldsymbol{X}$ du système n'est pas explicite, en raison de la non-linéarité du système d'inversion. Ce lien peut simplement être exprimé par une fonction implicite $f(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{Y})$ s'annulant à la solution du système (voir équation (4. 30)). Un développement limité nous a permis d'établir l'expression matricielle du lien entre $\boldsymbol{\delta X}$ et $\boldsymbol{\delta Y}$ (expression (4. 31)). La matrice de covariance des inconnues du système, notée $\boldsymbol{\Gamma_X}$, est donc donnée par :

$$\boldsymbol{\Gamma_X} = \boldsymbol{\delta X \delta X}^T = \nabla f(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{Y})^T \Gamma_{\boldsymbol{Y}} \nabla f(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{Y}) \tag{5. 45}$$

Avec :

$$\nabla f(\boldsymbol{Y}) = \left(\nabla^1 \Phi(\boldsymbol{X}^*, \boldsymbol{Y})\right)^T \left(\nabla^2 \Phi(\boldsymbol{X}^*, \boldsymbol{Y})\right)^{-1}$$

Φ est la fonction à minimiser donnée par l'équation (4. 23), et :

- $\nabla^1 \Phi(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{Y}) = \boldsymbol{M_x^T . M_y}$
- $\nabla^2 \Phi(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{Y}) = \boldsymbol{M_x^T . M_x = H_x}$ pour reprendre les notations du chapitre 4 (voir paragraphe IV.2.3.1).

On rappelle que $\boldsymbol{M_x}$ représente la matrice de dérivées partielles premières du système par rapport aux inconnues, et $\boldsymbol{M_y}$ représente la matrice de dérivées partielles premières du système par rapport aux mesures.

Pour l'ensemble de l'étude théorique des performances de la méthode de reconstruction, nous avons utilisé un préconditionneur matriciel $\boldsymbol{P} = diag(\boldsymbol{H_x})$. La matrice que nous inversons n'est donc pas $\boldsymbol{H_x}$ mais $\boldsymbol{T_x} = \boldsymbol{P^{-1}H_x}$. Nous avons donc :

$$\boldsymbol{T_x}^{-1} = (\boldsymbol{P^{-1}H_x})^{-1} = \boldsymbol{H_x}^{-1}\boldsymbol{P} \tag{5. 46}$$

De l'expression (5. 46), nous obtenons :

$$\boldsymbol{H_x}^{-1} = \boldsymbol{T_x}^{-1}\boldsymbol{P}^{-1} \tag{5. 47}$$

Finalement, l'expression de la matrice de covariance des inconnues du système est donnée par :

$$\boldsymbol{\Gamma_X} = \left[\left(\boldsymbol{M_x^T}.\boldsymbol{M_y}\right)^T \boldsymbol{T_x}^{-1}\boldsymbol{P}^{-1}\right]^T \Gamma_Y \left[\left(\boldsymbol{M_x^T}.\boldsymbol{M_y}\right)^T \boldsymbol{T_x}^{-1}\boldsymbol{P}^{-1}\right] \tag{5. 48}$$

La matrice de covariance des inconnues $\boldsymbol{\Gamma_X}$ permet de quantifier l'impact des erreurs de mesure sur la précision de reconstruction des trajectoires. Comme nous ne pouvons pas obtenir de forme analytique pour cette matrice, nous allons l'évaluer numériquement dans le cas de l'utilisation du modèle de mouvement de cible mobile à vitesse constante, en comparant les deux modèles de cibles étudiés dans le début de ce chapitre, à savoir le modèle de cible ponctuelle isotrope et le modèle de cible étendue anisotrope.

V.2.3) Compromis entre nombre de mesures et résolution azimut

L'étude théorique des performances de la méthode de reconstruction des trajectoires des cibles mobiles montre que de nombreux paramètres influent sur ces performances. Il y a tout d'abord l'excursion angulaire utilisée pour le calcul des trajectoires, que l'on notera $\Delta\theta_{max}$. Le chapitre 4 a permis de mettre en évidence qu'une excursion angulaire minimale est nécessaire pour obtenir des résultats de reconstruction proche des résultats attendus. Cette plage angulaire est cependant limitée par l'hypothèse de vitesse constante de la cible mobile, surtout en milieu urbain.

Le second paramètre déterminant est la résolution en azimut ρ_a. Nous avons vu que ce paramètre intervient directement dans le calcul du rapport signal à clutter des cibles mobiles, du moins dans le cas des cibles ponctuelles isotropes. Ce paramètre influe donc sur les précisions de mesure, et sur les précisions de reconstruction des trajectoires.

Le troisième paramètre influant est le nombre de mesures, lié au nombre d'images utilisées pour inverser le système. Un nombre élevé d'images permettra de sur-dimensionner le système d'inversion de trajectoire, et donc d'améliorer sa convergence. En revanche, un faible nombre d'images peut générer de l'instabilité au calcul due au faible nombre de points de mesure.

Dans notre cas d'étude, on considère que l'intégralité du signal acquis par le capteur RSO est utilisée, sans recouvrement, ce qui veut dire que nous générons des données indépendantes. La résolution azimut est donc directement liée à l'écart angulaire entre deux images (voir équation (4. 38)). Par conséquent, pour une excursion angulaire donnée, plus l'écart angulaire entre deux mesures sera important, meilleure sera la définition des images, mais moins on aura de mesures à disposition. En revanche, si on effectue des mesures à intervalle temporel plus réduit, cela augmentera le nombre de mesures à disposition mais diminuera la précision sur ces dernières. La **Figure 5.4** et la **Figure 5.5** résument ces deux choix possibles. D'un côté, on a le cas de figure du calcul fait à partir de nombreuses images séparées d'un écart angulaire faible, donc d'une résolution azimut moins bonne. De l'autre côté, on a le cas du calcul fait à partir d'un plus petit nombre d'images qui sont plus finement résolues en azimut.

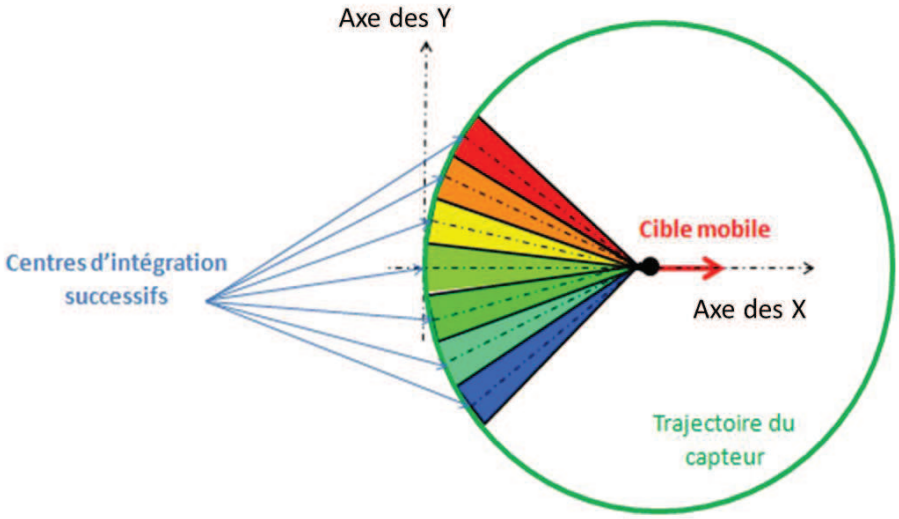


Figure 5.4 - Calcul de la trajectoire d'une cible mobile (vue de dessus): cas de figure où on utilise un grand nombre d'images faiblement résolues en azimut.

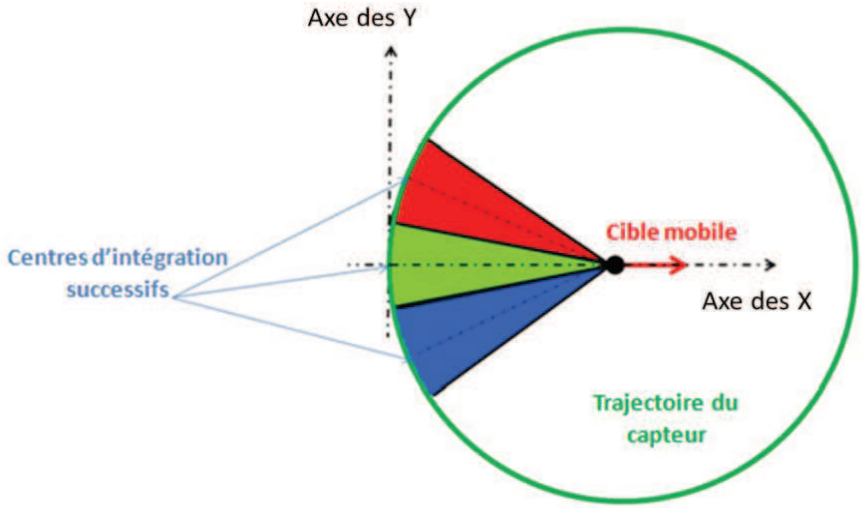


Figure 5.5 - Calcul de la trajectoire d'une cible mobile (vue de dessus): cas de figure où on utilise un petit nombre d'images fortement résolues en azimut.

V.2.4) Résultats d'erreurs de localisation sur les trajectoires synthétiques

Les éléments diagonaux de la matrice de covariance $\boldsymbol{\Gamma_X}$ permettent de calculer les erreurs RMS en position des cibles mobiles. En effet, nous avons :

$$\boldsymbol{\Gamma_X}(1,1) = {\sigma_X}^2$$

Et :

$$\boldsymbol{\Gamma_X}(2,2) = {\sigma_Y}^2$$

On en déduit donc une estimation des erreurs RMS en position de la cible mobile, que nous noterons σ_P :

$$\sigma_P = \sqrt{\boldsymbol{\Gamma_X}(1,1) + \boldsymbol{\Gamma_X}(2,2)}$$

Nous pouvons également obtenir les erreurs RMS en vitesse des cibles mobiles :

$$\sigma_V = \sqrt{\boldsymbol{\Gamma_X}(3,3)}$$

Ce sont ces valeurs de σ_P et de σ_V que nous représentons en fonction du nombre d'images, de leur résolution et de l'excursion angulaire totale. Nous représenterons ces résultats dans le cas de deux trajectoires rectilignes uniformes de vitesse $V = 5m.s^{-1}$, une cible en configuration radiale et l'autre en configuration azimutale. Ceci correspond aux trajectoires C_1 (radiale) et C_2 (azimutale) du Chapitre 4. Nous utilisons le modèle de cible mobile à vitesse constante pour ces calculs.

La **Figure 5.6** donne les résultats des erreurs RMS moyennes en position obtenues pour la trajectoire C_1 et la **Figure 5.7** donne les résultats des erreurs RMS moyennes en position obtenues pour la trajectoire C_2.

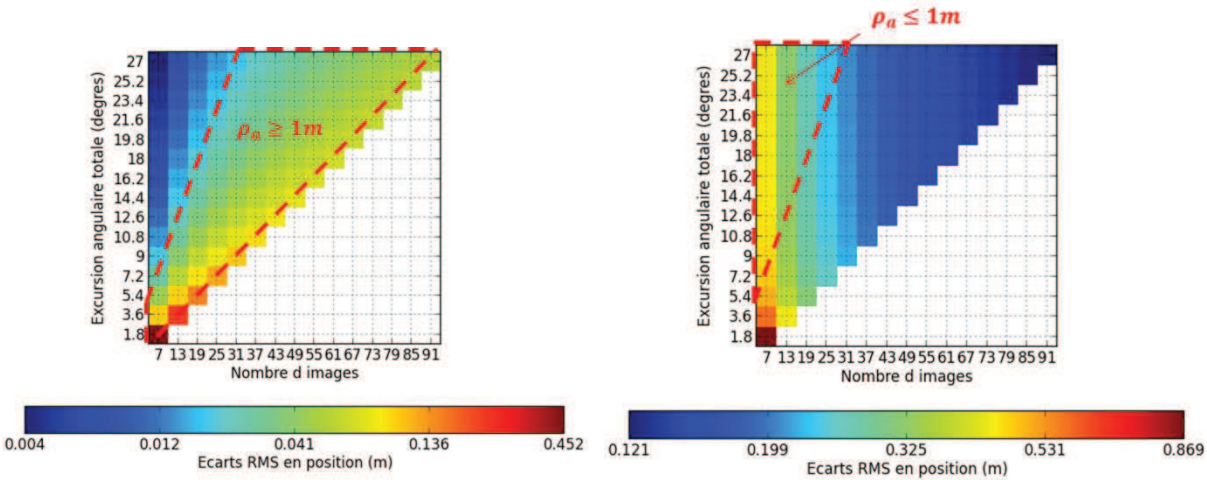


Figure 5.6 - Écarts RMS en position pour la trajectoire C_1 ($V=5m.s^{-1}$, configuration radiale). A gauche: cas des cibles mobiles ponctuelles isotropes. A droite: cas des cibles mobiles

étendues anisotropes. Pour chacune des deux images, la zone délimitée en rouge représente grossièrement la zone de validité du modèle.

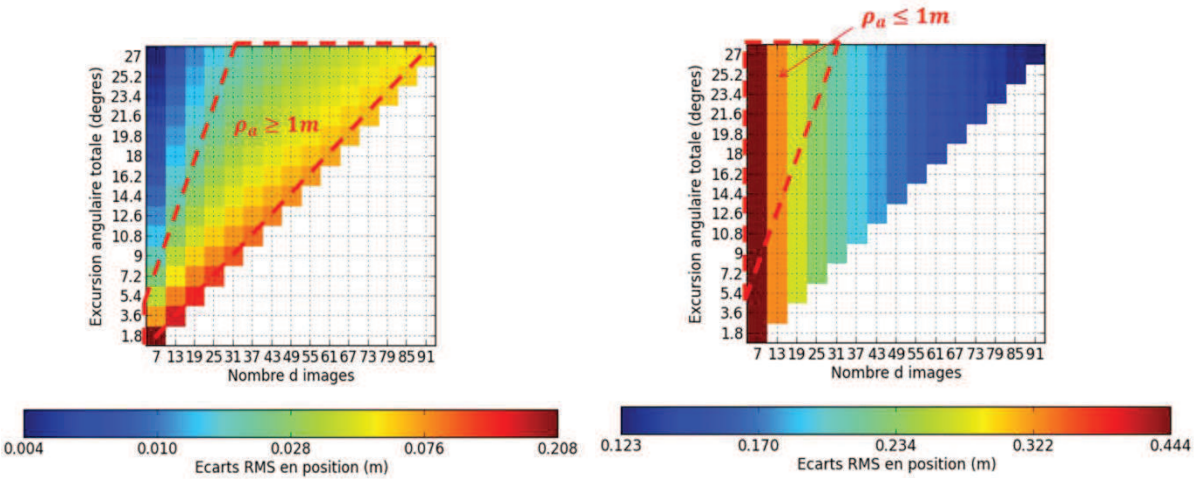


Figure 5.7 - Écarts RMS en position pour la trajectoire C_2 (V=5m.s^{-1}, configuration azimutale). A gauche: cas des cibles mobiles ponctuelles isotropes. A droite: cas des cibles mobiles étendues anisotropes. Pour chacune des deux images, la zone délimitée en rouge représente grossièrement la zone de validité du modèle.

L'axe des abscisses représente le nombre d'images N utilisé pour le calcul, et l'axe des ordonnées représente l'excursion angulaire totale utilisée, c'est-à-dire $N\Delta\theta$ avec $\Delta\theta$ l'écart angulaire entre chaque image. Les mesures étant indépendantes, pour une excursion angulaire donnée (axe des ordonnées), moins il y a d'images, meilleure est leur résolution azimut. Pour les deux trajectoires, nous comparons les résultats obtenus avec l'approche des cibles ponctuelles isotropes (à gauche) et l'approche avec les cibles étendues anisotropes (à droite). Afin d'observer ces résultats d'erreurs RMS pour des résolutions azimut réalistes (de $20cm$ à $3m$ environ), nous présentons les résultats RMS en position pour des écarts angulaires allant de 0.3° au minimum à 4.5° au maximum. Nous limiterons également les excursions angulaires maximales pour des raisons de temps de calculs ($\Delta\theta_{max} = 27°$).

Pour les deux modèles de cibles étudiés (ponctuelles et étendues), les erreurs sont toutes inférieures à $1m$. Ces résultats montrent donc de manière générale que le système est peu sensible aux erreurs de mesure, ce qui confirme les résultats de simulation du Chapitre 4 (voir **Figure 4.18**). Le **Tableau 5.2** permet de faire le bilan des erreurs RMS en positions obtenues pour l'ensemble des résultats de la **Figure 5.6** et de la **Figure 5.7**.

Ces résultats montrent également que pour un angle total donné, un petit nombre d'image très résolues en azimut donne de meilleurs résultats qu'un grand nombre d'images faiblement résolues en azimut dans le cas de cibles ponctuelles isotropes. Cette tendance s'inverse dans le cas de cibles étendues. En effet, dans le cas de cibles ponctuelles isotropes, la résolution intervient dans toutes les précisions de mesure que ce soit pour les précisions de localisation (évolution en $\sqrt{\rho_a}$ pour les précisions distance et en $(\rho_a)^{\frac{3}{2}}$ pour les précisions azimut) ou pour les précisions de mesure de vitesse (évolution en $(\rho_a)^{\frac{5}{2}}$). La résolution l'emporte donc sur le nombre de mesures pour ce modèle de cibles mobiles.

En revanche, dans le cas de cibles étendues, la précision de localisation des cibles mobiles ne dépend pas de la résolution azimut (voir **Tableau 5.1**). En augmentant le nombre d'images, nous augmentons le nombre de mesures qui ont toutes la même précision pour la localisation des cibles mobiles. Même si les précisions de mesure de la vitesse de la cible sont dégradées (voir expression (5. 42)), les résultats montrent que le nombre de mesures est à privilégier pour ce modèle de cible. Les résultats obtenus sur les cibles étendues sont toutefois à nuancer car nous faisons cette étude en supposant que le RSC_{case} est suffisant pour extraire les informations de mouvement de la cible à partir de la loi de phase de l'écho. Si la résolution en azimut se dégrade trop, nous risquons de perdre le signal utile dans le clutter présent sur la scène imagée et de ne pas pouvoir extraire ces informations de mouvement.

	Modèle de cible mobile	Erreur RMS minimale	Erreur RMS maximale	Erreur RMS moyenne
Trajectoire C_1	Ponctuelle isotrope	$4mm$	$452mm$	$4.6mm$
	Etendue anisotrope	$12.1cm$	$86.9cm$	$25cm$
Trajectoire C_2	Ponctuelle isotrope	$4mm$	$208mm$	$40mm$
	Etendue anisotrope	$12.3cm$	$44.4cm$	$24cm$

Tableau 5.2 - Bilan des erreurs RMS en position obtenues pour l'ensemble des résultats présentés sur les trajectoires C_1 et C_2, avec les deux modèles de cibles mobiles étudiés.

Les courbes présentées à la **Figure 5.8** et à la **Figure 5.9** permettent de mettre en évidence ces comportements. Ces courbes montrent l'évolution des erreurs RMS en position en fonction du nombre d'image, et donc de la résolution azimut, pour une excursion angulaire donnée (nous choisissons de montrer les résultats pour 27° obtenus sur la trajectoire C_1).

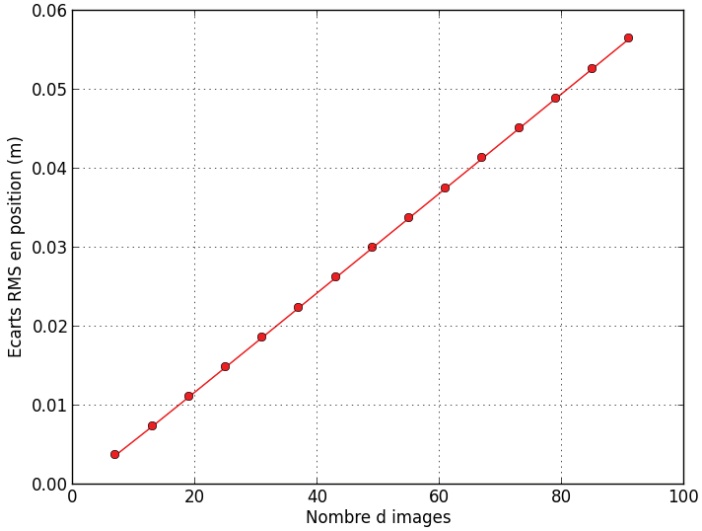


Figure 5.8 - Évolution des erreurs RMS en position en fonction du nombre d'image utilisé, pour le modèle de cible ponctuelle isotrope. Si le nombre d'image est plus important, la résolution azimut de ces images est moins bonne. L'excursion angulaire est égale ici à 27°.

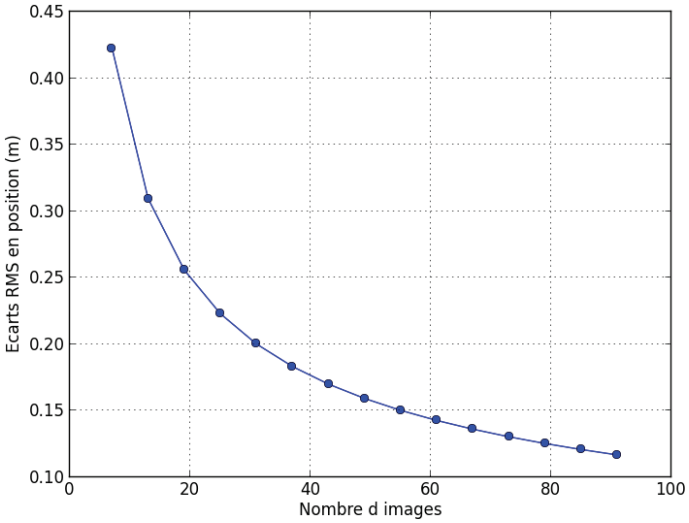


Figure 5.9 - Évolution des erreurs RMS en position en fonction du nombre d'image utilisé, pour le modèle de cible étendue anisotrope. Si le nombre d'image est plus important, la résolution azimut de ces images est moins bonne. L'excursion angulaire est égale ici à 27°.

Les observations effectuées pour les erreurs RMS en position sont confirmées par les résultats obtenus pour les erreurs RMS en vitesse, qui suivent les tendances observées pour les erreurs RMS en position. A titre d'exemple, la **Figure 5.10** présente ces résultats d'erreurs de vitesse pour la trajectoire C_1 (radiale), et pour des résolutions azimut inférieures ou égales à $50cm$. Ces résultats sont liés aux erreurs RMS en position présentés par la **Figure 5.5**.

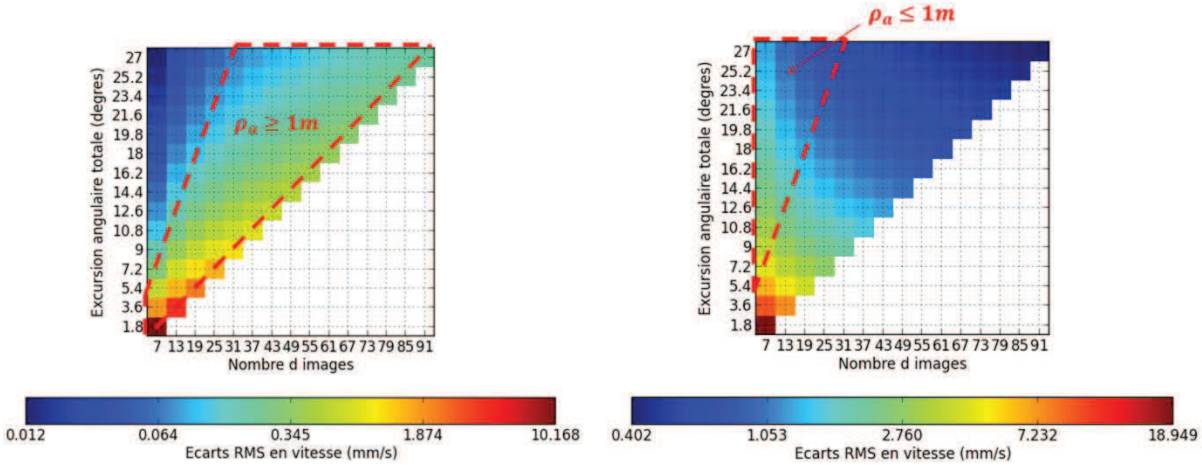


Figure 5.10 - Écarts RMS en vitesse pour la trajectoire C_1 (V=5m.s^{-1}, configuration radiale). A gauche : cas des cibles mobiles ponctuelles isotropes. A droite : cas des cibles mobiles étendues anisotropes. Pour chacune des deux images, la zone délimitée en rouge représente grossièrement la zone de validité du modèle.

Dans les cas de figure réels, nous pouvons nous attendre à un compromis entre ces deux tendances. En effet, le modèle de cible ponctuelle isotrope est valable pour de faibles résolutions azimut (globalement supérieures au mètre), car les angles d'intégration sont faibles et la probabilité que la répartition des points brillants évolue pendant l'intégration d'une image est faible. De plus, pour ce type de résolution, les véhicules, qui sont des cibles métriques, seront peu ou pas résolues. Par contre, pour de meilleures résolutions, le modèle à

utiliser est le modèle de cibles mobiles étendues, les véhicules étant résolus dans ce cas et les probabilités de changement de répartition des points brillants élevées. Les limites de validité de ces modèles sont matérialisées par des pointillés rouges sur la **Figure 5.6**, la **Figure 5.7** et la **Figure 5.10**.

V.3) Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons évalué théoriquement les précisions de reconstruction des trajectoires des cibles mobiles avec la méthode que nous avons développée, en utilisant le modèle de cible mobile à vitesse constante. Cette étude a tout d'abord consisté à évaluer les précisions des mesures effectuées sur les images RSO. Nous avons vu qu'en émettant l'hypothèse que les cibles sont ponctuelles et isotropes, les précisions de mesure des positions apparentes sont subpixelliques car elles sont liées à l'estimation de la pente de phase induite par la délocalisation des cibles mobiles. D'autre part, les mêmes calculs effectués avec une hypothèse de cibles étendues anisotropes nous donnent des précisions métriques sur ces calculs de position apparente. Pour ces deux modèles, les précisions de mesure de vitesses sont très fortes, de l'ordre du $mm.s^{-1}$ ou inférieures.

L'influence de ces précisions de mesure a ensuite été analysée par estimation de la matrice de covariance des inconnues du système. Le compromis entre résolution et nombre de mesures a été étudié. Si dans le cas des cibles ponctuelles isotropes, la résolution est le paramètre à privilégier par rapport au nombre de mesures, dans le cas des cibles étendues anisotropes, un grand nombre de mesures semble permettre une reconstruction précise des trajectoires des cibles mobiles. Cependant, le modèle de cibles ponctuelles isotropes n'est valable que pour de faibles résolutions azimutales (supérieures au mètre), alors que le modèle de cibles mobiles est valable pour les bonnes résolutions azimutales. Ces résultats semblent donc montrer que dans les situations réelles, il existe une résolution optimale permettant d'obtenir les meilleurs résultats de reconstruction de trajectoire. Cependant, cette résolution est difficile à déterminer analytiquement car elle dépend de la limite de validité des deux modèles de cibles mobiles.

Le chapitre suivant, qui sera le dernier chapitre de cette thèse, va permettre d'appliquer la méthode de reconstruction de trajectoire que nous avons développée à des cibles réelles, en prenant en compte les considérations établies dans ce chapitre. Si le nombre de mesures ainsi que l'excursion angulaire totale utilisée doivent être suffisamment élevés pour permettre une reconstruction précise des trajectoires, notre expérience nous a montré que la détection manuelle des cibles mobiles sur les images RSO et l'estimation de leurs vitesses était facilitée dans le cas de bonnes résolutions azimut. Pour la plupart de nos données réelles, nous utiliserons donc des données submétriques qui correspondent au domaine de validité du modèle de cibles mobiles étendues anisotropes.

Chapitre 6

Résultats de reconstruction de trajectoires de cibles mobiles réelles

Le chapitre 4 a permis de mettre en évidence que seul le modèle de cible mobile à vitesse constante était suffisamment robuste aux erreurs de mesure et aux perturbations de trajectoires pour permettre des reconstructions précises des trajectoires des véhicules. Le chapitre 5 a permis de mettre en évidence un compromis entre le nombre de mesures à utiliser et leurs résolutions azimut, en fonction du modèle de cible mobile rencontré (ponctuelle ou étendue). Dans ce chapitre, qui constitue le dernier chapitre de ce manuscrit, nous appliquerons notre méthode de reconstruction de trajectoires de cibles mobiles à des données réelles, en utilisant le modèle de cible mobile à accélération constante et en faisant notamment varier la résolution azimut des images et le nombre d'images utilisées pour inverser le système.

Dans un premier temps, nous décrirons les scénarios des cibles mobiles sur lesquelles nous présenterons les résultats de reconstruction de trajectoires. Comme le mouvement de la cible mobile étudiée sur Nîmes n'est pas connu, nous présenterons essentiellement les scénarios des cibles mobiles des images d'Istres, dont les coordonnées GPS ont été enregistrées.

Ces données GPS permettront de faire une étude complète des performances de reconstruction des trajectoires des cibles, à travers le calcul des écarts RMS entre les trajectoires estimées par notre méthode de reconstruction et les données GPS. Cette étude a également pour but de faire le lien avec l'étude théorique des performances de reconstruction que nous avons menée dans les chapitres précédents. Enfin, quelques exemples de reconstruction de trajectoires seront présentés sur les images d'Istres, ainsi que sur les images de Nîmes.

VI.1) Description des scénarios des cibles mobiles d'Istres

Dans le chapitre 3, nous avons présenté les données acquises par le capteur RAMSES NG en septembre 2012, durant lesquelles deux véhicules ont été suivis par GPS. Le **Tableau 3.2** présente les principales caractéristiques techniques de ces acquisitions. Les deux véhicules

suivis par GPS sont un Renault Master et un Break Peugeot. Avant de réaliser cette expérience, nous avons défini différents types de scénarios pour ces véhicules, afin de tester les performances de nos algorithmes dans différentes configurations.

La **Figure 6.1** est une image Google Earth représentant la zone imagée par le capteur RAMSES NG et sur laquelle ont évolué les deux véhicules. Le Master et la Peugeot ont effectué des aller-retours sur la route marquée par des pointillés rouges sur la **Figure 6.1**. Ainsi, le Renault Master a effectué ces aller-retours à vitesse constante, alors que le Break Peugeot a effectué ces trajets en accélérant jusqu'en milieu de parcours, puis en décélérant par la suite. Ces scénarios sont résumés par le **Tableau 6.1** pour Master et par le **Tableau 6.2** pour le Break Peugeot.

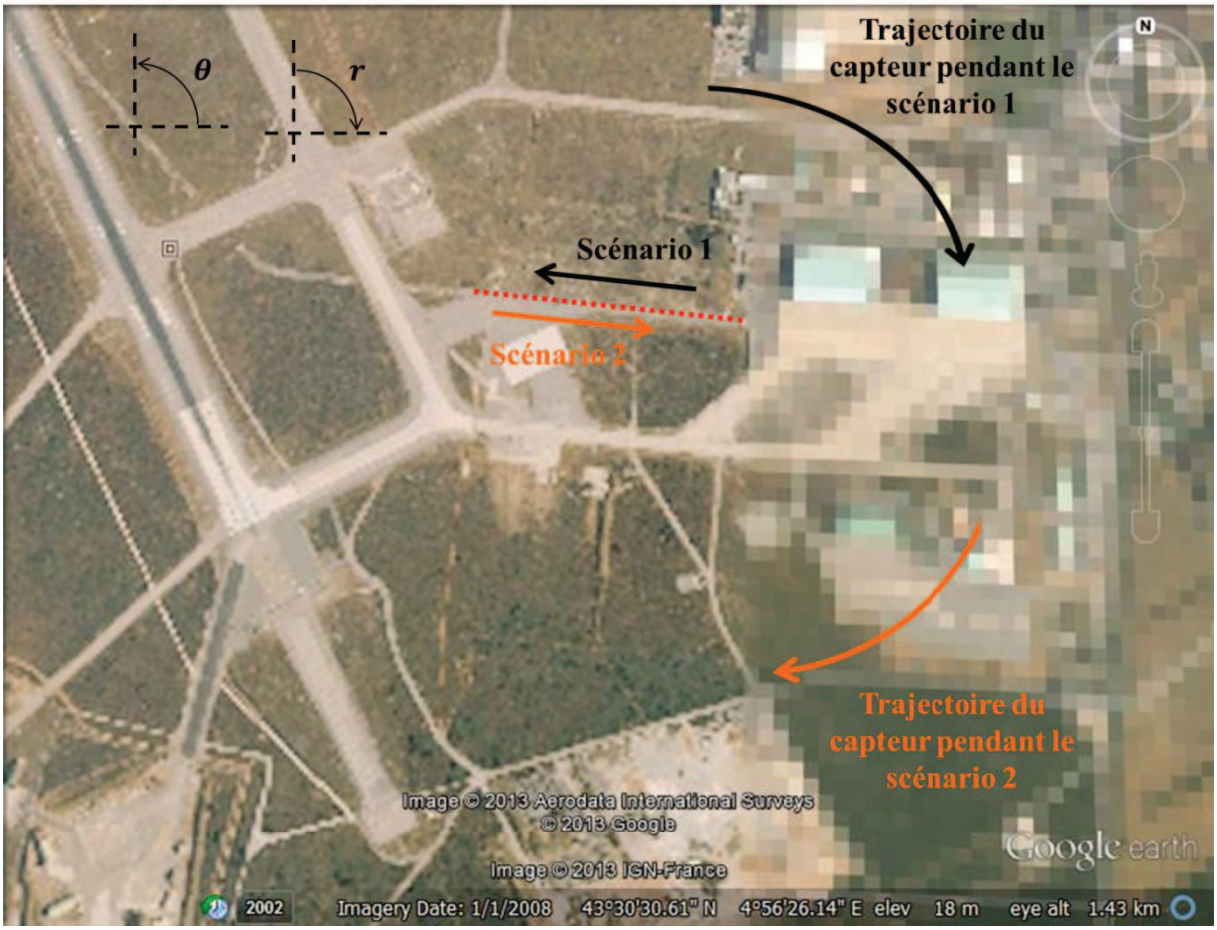


Figure 6.1 - Image Google Earth de la zone imagée par le capteur RAMSES NG lors de l'expérience de septembre 2012. Les cibles mobiles ont effectué des allers-retours sur la route marquée par les pointillés rouges. La flèche noire représente le sens de déplacement des cibles mobiles pour le scénario 1, la flèche orange représente le sens de déplacement des cibles mobiles pour le scénario 2. Le capteur est en visée droite.

En réalité, si les scénarios du Master ont été simples à respecter, il n'en a pas été de même pour les scénarios du Peugeot où l'accélération a été variable pendant le trajet des véhicules. En utilisant les données de vitesse du Break Peugeot enregistrées par GPS, nous avons calculé les accélérations qui en découlent et nous avons trouvé des variations allant de $1km.h^{-2}$ à plus de $4km.h^{-2}$. Etant donné les difficultés mises en évidence dans le chapitre 4

liées à la sensibilité du modèle de cible mobile à accélération constante, ces variations d'accélération ont rendu impossible une reconstruction précise de la trajectoire du Break Peugeot. Dans la suite de ce chapitre, nous présenterons donc les résultats obtenus sur le Master ainsi que les résultats obtenus sur le train apparaissant sur les images de Nîmes.

	Type	V	A	θ_{cible}
Scénario 1	Vitesse constante	$15km.h^{-1}$	0	$\cong 170°$
Scénario 2	Vitesse constante	$15km.h^{-1}$	0	$\cong -10°$

Tableau 6.1 - Scénarios des trajectoires parcourues par le Renault Master. Une orientation de 0° correspond à la direction plein Est (voir le repère sur la Figure 6.1).

	Type	V	A	θ_{cible}
Scénario 1	Accélération-décélération	Variable (de 0 à $35km.h^{-1}$)	$\cong 0.2m.s^{-2}$	$\cong 170°$
Scénario 2	Accélération-décélération	Variable (de 0 à $35km.h^{-1}$)	$\cong 0.2m.s^{-2}$	$\cong -10°$

Tableau 6.2 - Scénarios des trajectoires parcourues par le Break Peugeot.

VI.2) Analyse des erreurs RMS de reconstruction de trajectoires du Master

Dans ce paragraphe, nous nous intéresserons exclusivement aux résultats obtenus avec le Renault Master. En effet, cette cible a été suivie par coordonnées GPS pendant l'expérience, ce qui a permis d'obtenir des trajectoires de cibles mobiles parfaitement connues. Nous allons utiliser ces coordonnées GPS pour comparer ces données aux résultats de reconstruction de trajectoire obtenus, et ainsi d'estimer les erreurs RMS de reconstruction de trajectoires de ce véhicule. Les deux scénarios présentés dans le **Tableau 6.1** seront étudiés, et, de manière analogue aux analyses effectuées sur les résultats de reconstruction de trajectoires synthétiques (voir Chapitre 4, paragraphe IV.3), l'influence de l'excursion angulaire totale et du nombre d'images utilisées pour inverser le système sera mise en évidence.

VI.2.1) Reconstruction avec le modèle à accélération constante

Nous appliquons notre méthode de reconstruction de trajectoires de cibles mobiles au Master sur les images d'Istres. Dans un premier temps, nous utilisons le modèle de cible

mobile à accélération constante pour reconstruire la trajectoire de cette cible. Cette reconstruction est alors comparée aux données GPS.

La **Figure 6.2** présente les écarts RMS en position entre la trajectoire du Master estimée par notre méthode de reconstruction et les coordonnées GPS du Master pour le scénario 1, et la **Figure 6.3** présente ces mêmes écarts RMS pour le scénario 2 (voir **Tableau 6.1**).

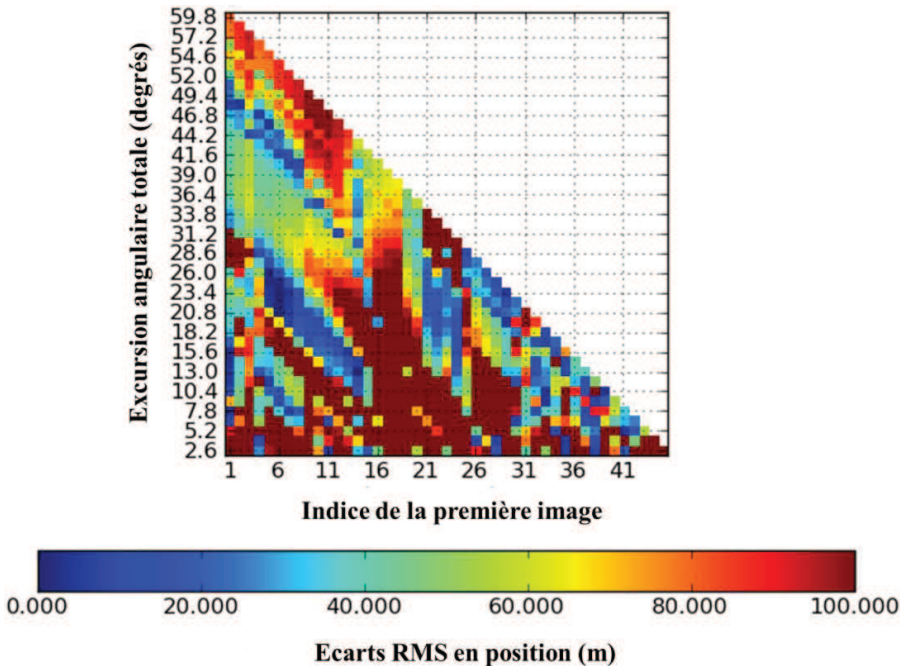


Figure 6.2 - Écarts RMS entre la trajectoire estimée du Renault Master et sa vérité terrain pour le scénario 1 (vitesse constante de 15km.h^{-1}, θ_{cible}=170°). Ces écarts RMS ont été calculés en utilisant le modèle de cible mobile à accélération constante.

L'axe des abscisses représente l'indice de la première image utilisée pour résoudre le système. Comme le capteur décrit une trajectoire circulaire, cet indice est lié à la différence d'orientation entre le vecteur vitesse du Master et celui de l'avion. L'axe des ordonnées représente l'excursion angulaire maximale $\Delta\theta_{max} = N.\Delta\theta$, où N repésente le nombre d'images utilisé pour inverser le système, et $\Delta\theta$ représente l'écart angulaire entre chaque image. Si l'intervalle temporel ΔT entre chaque image est constant et vaut toujours $1s$ (voir **Tableau 3.2** du Chapitre 3), l'intervalle angulaire $\Delta\theta$ n'est pas tout à fait régulier entre chaque image, nous pouvons toutefois estimer qu'il vaut environ 1.3 degrés. Ceci explique l'échelle de valeurs de l'axe des ordonnées de la **Figure 6.2** et de la **Figure 6.3.**

Nous constatons qu'en utilisant le modèle de cible mobile à accélération constante, nous n'arrivons pas à obtenir de reconstruction de trajectoires proches des données GPS. Ceci confirme les résultats de l'analyse mathématique de la robustesse de cette méthode de reconstruction, dans laquelle l'étude du conditionnement du système (voir **Figure 4.7** et **Figure 4.8** du Chapitre 4) avait mis en évidence une forte sensibilité du système aux erreurs de mesure et aux perturbations de mouvement des cibles. Cette sensibilité a également été confirmée par les résultats de reconstruction de trajectoires synthétiques.

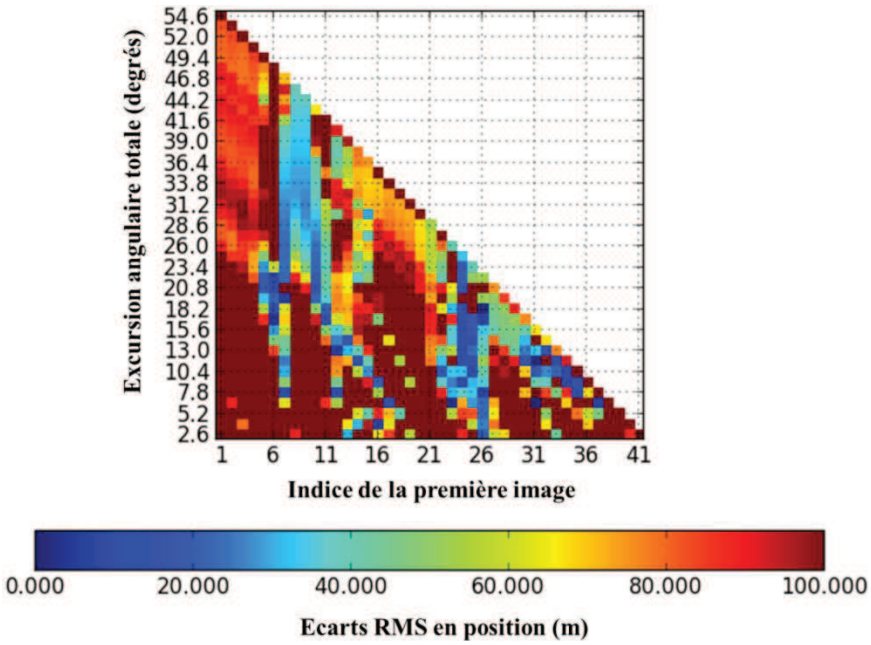


Figure 6.3 - Écarts RMS entre la trajectoire estimée du Renault Master et sa vérité terrain pour le scénario 2 (vitesse constante de 15km.h^{-1}, θ_{cible} = -10°). Ces écarts RMS ont été calculés en utilisant le modèle de cible mobile à accélération constante.

VI.2.2) Reconstruction avec le modèle à vitesse constante

Dans un second temps, nous utilisons le modèle de cible mobile à vitesse constante pour reconstruire la trajectoire de cette cible, et nous recalculons les écarts RMS entre nos résultats et les données GPS. La **Figure 6.4** présente les écarts RMS en position entre la trajectoire estimée et les coordonnées GPS du Master pour le scénario 1, et la **Figure 6.5** présente ces mêmes écarts RMS pour le scénario 2 (voir **Tableau 6.1**).

Nous constatons qu'en utilisant le modèle de cible mobile à vitesse constante, il existe une excursion angulaire $\Delta\theta_{lim}$ (entre 30 degrés et 35 degrés selon le scénario étudié) à partir de laquelle les résultats de reconstruction de trajectoire du Master sont proches des données GPS. Ces excursions angulaires correspondent à des temps d'observation de $23s$ à $27s$ environ.

Afin de le mettre en évidence, nous traçons des courbes issues des données 2D présentées à la **Figure 6.2** et à la **Figure 6.4**. Ces courbes (voir **Figure 6.6**) représentent l'évolution des erreurs RMS en fonction de l'excursion angulaire totale. En réalité, ce sont des coupes verticales représentant la première colonne de la **Figure 6.2** et de la **Figure 6.4**. Le **Tableau 6.3** permet également de comparer l'erreur RMS moyenne de reconstruction sur l'ensemble des excursions angulaires, à l'erreur RMS moyenne obtenue si on ne prend que les mesures au-dessus de l'excursion angulaire limite $\Delta\theta_{lim}$ (trait rouge sur la **Figure 6.4** et la **Figure 6.5**). A nouveau, ces constatations confirment les hypothèses émises lors de l'analyse mathématique de la robustesse de notre méthode, les interprétations graphiques et les résultats de reconstruction de trajectoires synthétiques.

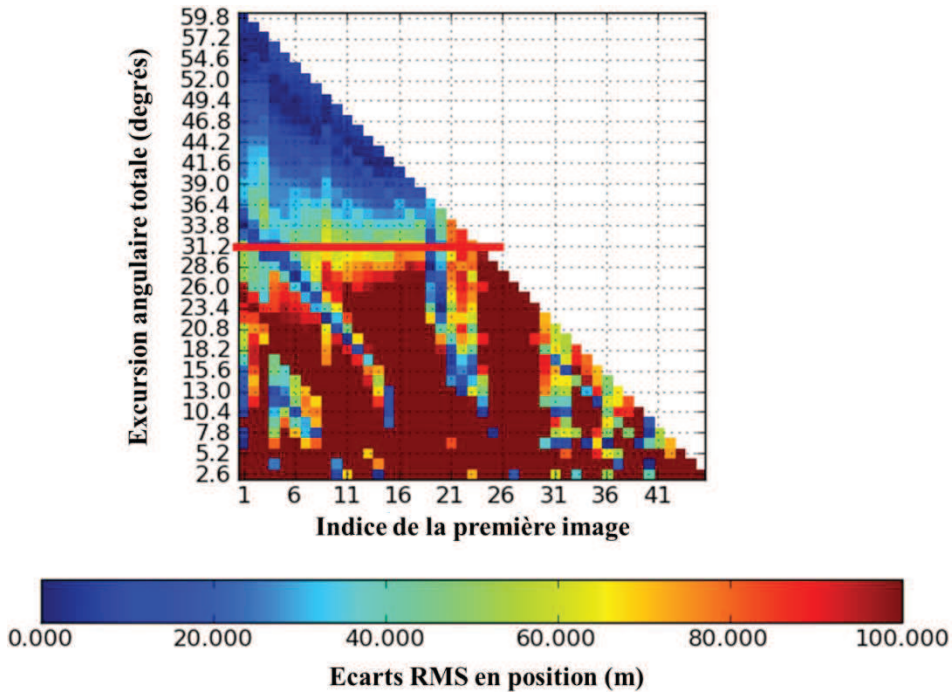


Figure 6.4 - Écarts RMS entre la trajectoire estimée du Renault Master et sa vérité terrain pour le scénario 1 (vitesse constante de 15km.h^{-1}, θ_{cible}=170°). Ces écarts RMS ont été calculés en utilisant le modèle de cible mobile à vitesse constante.

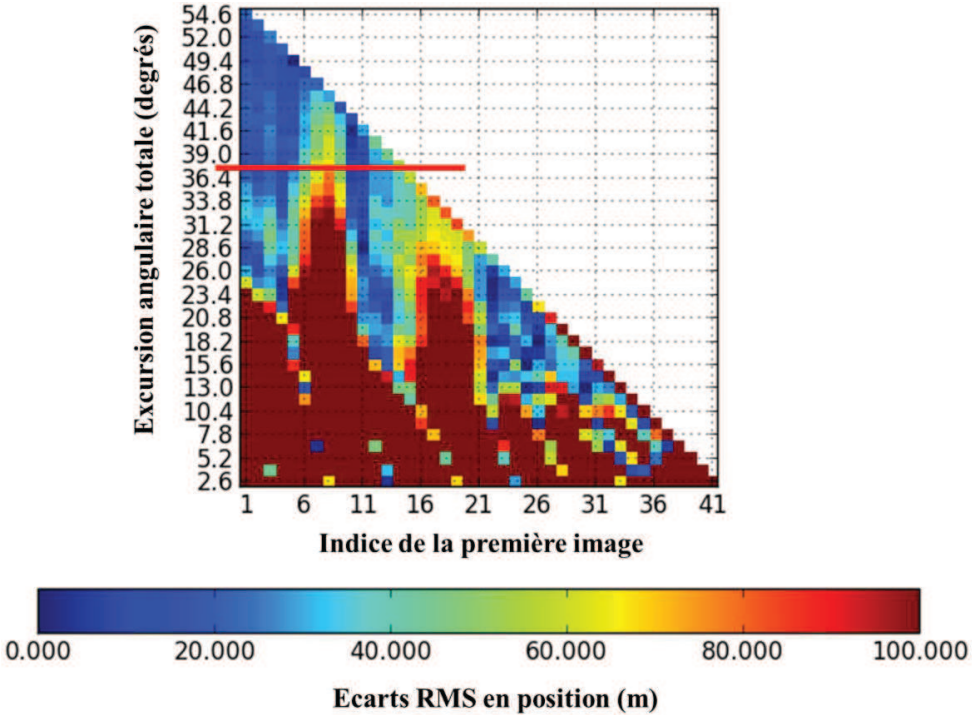


Figure 6.5 - Écarts RMS entre la trajectoire estimée du Renault Master et sa vérité terrain pour le scénario 2 (vitesse constante de 15km.h^{-1}, θ_{cible} = -10°). Ces écarts RMS ont été calculés en utilisant le modèle de cible mobile à vitesse constante.

	Erreur RMS moyenne pour toutes les excursions angulaires	Erreur RMS moyenne pour les excursions angulaires supérieures à $\Delta\theta_{lim}$
Scénario 1	$180m$	$16m$
Scénario 2	$245m$	$22m$

Tableau 6.3 - Erreurs RMS moyenne en position entre l'estimation de la trajectoire du Master et ses coordonnées GPS. Cette erreur est donnée pour les deux scénarios du Master, en prenant d'une part toutes les excursions angulaires possibles, et d'autre part les excursions angulaires supérieures à $\Delta\theta_{lim}$.

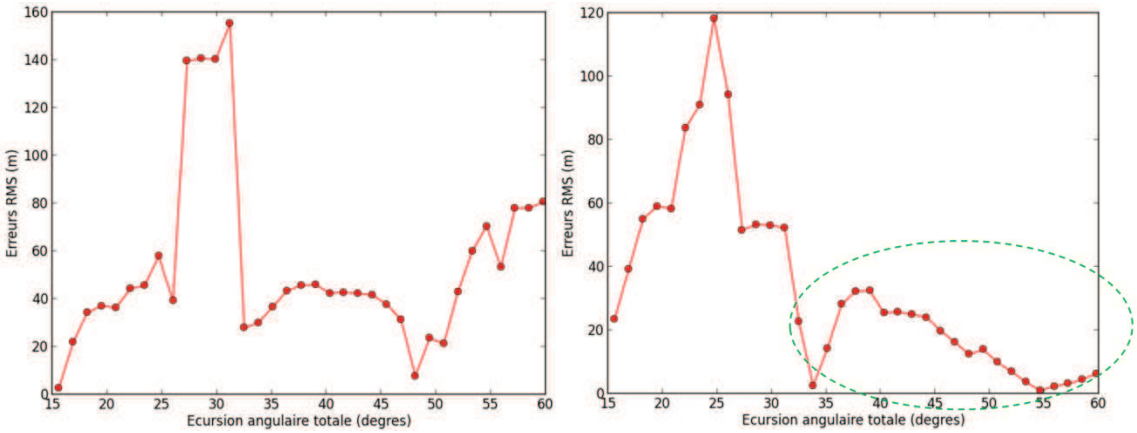


Figure 6.6 - Évolution des écarts RMS entre la trajectoire reconstruite et les données GPS en fonction de l'excursion angulaire totale, pour le scénario 1 du Master. A gauche : résultats avec le modèle à accélération constante. A droite : résultat avec le modèle à vitesse constante. Dans ce cas, à partir d'un angle environ égal à 40°, les résultats de reconstruction sont proches des coordonnées GPS.

VI.2.3) Compromis entre nombre de mesures et résolution azimut

Dans le chapitre 5, nous avons mis en évidence de manière théorique un compromis entre la résolution des images utilisées pour reconstruire les trajectoires des cibles mobiles, et le nombre de mesures utilisées. Si dans le cas des cibles ponctuelles isotropes, la résolution azimut est le paramètre le plus important car il permet d'augmenter le rapport signal à clutter (RSC) et donc les précisions de mesure de la loi de phase de l'écho de la cible mobile, dans le cas des cibles étendues anisotropes, le nombre de mesures utilisées est à privilégier.

Afin d'étudier ce compromis sur des données réelles, nous avons calculé les écarts RMS entre les résultats de reconstruction de trajectoire du Master sur les images d'Istres, pour le scénario 1 (voir **Tableau 6.1**) en changeant la résolution : on passe d'une résolution de $50cm$ en azimut à une résolution d'$1m$ en azimut. Selon le chapitre 5, ces résolutions se situent dans la zone de validité du modèle de cibles mobiles étendues anisotropes, nous avons donc tout intérêt à utiliser le plus de mesures possibles pour inverser le système. Cependant, afin de s'assurer de l'indépendance des mesures pour comparer les résultats obtenus avec ces

deux résolutions, nous avons pris une mesure sur deux pour les données à $50cm$ de résolution azimut, pour être dans les conditions du chapitre 5.

La **Figure 6.7** présente les écarts RMS en position entre la trajectoire estimée du Master et les données GPS en prenant pour résolution $\rho_a = 1m$ en utilisant l'ensemble des images où la cible mobile apparait, et la **Figure 6.8** présente les écarts RMS en position entre la trajectoire estimée et les coordonnées GPS en prenant pour résolution azimut $\rho_a = 50cm$, en prenant donc une mesure sur deux.

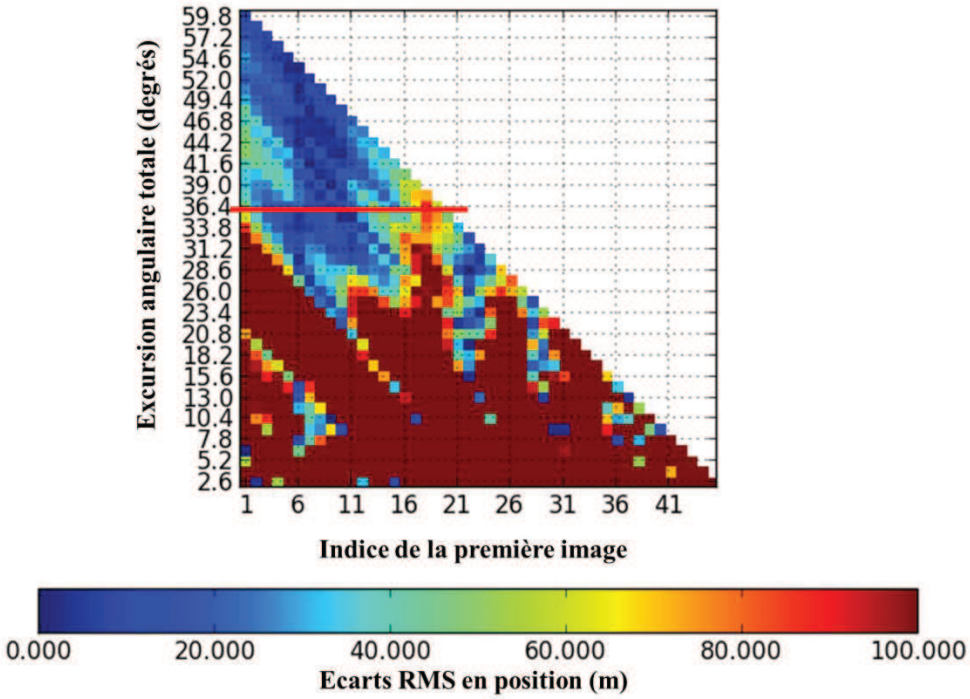


Figure 6.7 - Écarts RMS entre la trajectoire estimée du Renault Master et sa vérité terrain pour le scénario 1 (vitesse constante de 15km.h^{-1}, θ_{cible}=170°), avec une résolution azimut valant ρ_a=1m et en utilisant l'ensemble des images où la cible mobile apparait. Ces écarts RMS ont été calculés en utilisant le modèle de cible mobile à vitesse constante.

A nouveau, nous constatons qu'il existe une excursion angulaire limite $\Delta\theta_{lim}$ à partir de laquelle les estimations des trajectoires sont proches des données GPS. Cette excursion angulaire est du même ordre de grandeur dans les deux cas, c'est-à-dire aux alentours de 35 degrés. Le **Tableau 6.4** permet de comparer l'erreur RMS moyenne de reconstruction sur l'ensemble des excursions angulaires à l'erreur RMS moyenne au-delà de l'excursion limite $\Delta\theta_{lim}$ (trait rouge sur la **Figure 6.7** et la **Figure 6.8**). Nous constatons alors que les erreurs de reconstruction sont du même ordre de grandeur pour les deux cas de résolution. Cependant, dans le cas d'une détection automatique des cibles mobiles sur les images RSO, il faudrait s'assurer que les cibles ne sont pas plus difficiles à détecter lorsque la résolution azimut est égale à $1m$. D'autre part, il serait intéressant, à la suite de cette thèse, de tester notre méthode d'inversion sur d'autres valeurs de résolution, afin de voir si nous arrivons à déterminer une résolution optimale pour la reconstruction des trajectoires des cibles mobiles, et ainsi confirmer les hypothèses émises à la fin du chapitre 5.

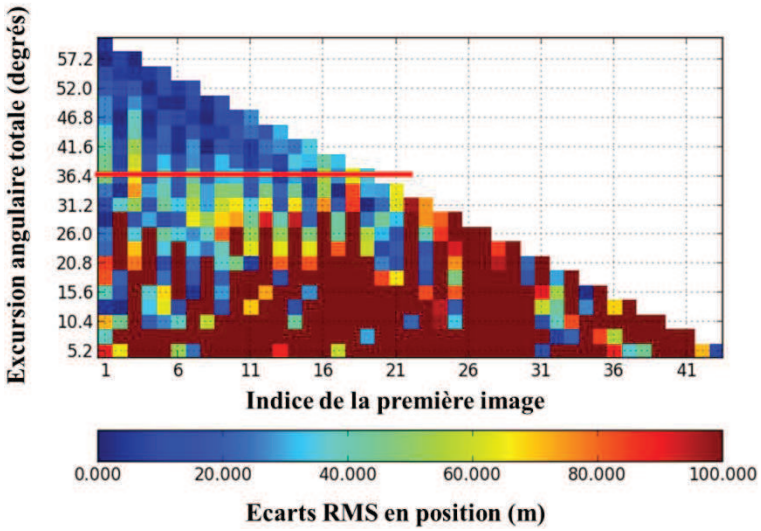


Figure 6.8 - Écarts RMS entre la trajectoire estimée du Renault Master et sa vérité terrain donnée par les coordonnées GPS, pour le scénario 1 (vitesse constante de 15km.h^{-1}, θcible=170°), avec une résolution azimut valant ρ_a=50cm et en utilisant une image sur deux. Ces écarts RMS ont été calculés en utilisant le modèle de cible mobile à vitesse constante.

	Erreur RMS moyenne pour toutes les excursions angulaires	Erreur RMS moyenne pour les excursions angulaires supérieures à $\Delta\theta_{lim}$
Scénario 1, $\rho_a = 1m$	$252m$	$22m$
Scénario 1, $\rho_a = 50cm$	$145m$	$20m$

Tableau 6.4 - Erreurs RMS moyenne en position entre l'estimation de la trajectoire du Master et ses coordonnées GPS. Cette erreur est donnée pour le scénario 1 du Master et permet de comparer les résultats avec ρ_a=1m en prenant toutes les mesures, et les résultats avec ρ_a=50cm en prenant une mesure sur deux.

VI.2.4) Apport d'une information sur le réseau routier

Un autre moyen d'améliorer la stabilité du modèle de cible mobile à accélération constante consiste à ajouter des contraintes de mouvement à la cible mobile liées au réseau routier [79]. L'ajout de la direction des routes permet d'une part de réduire le temps de calcul des trajectoires des cibles mobiles et trouver des solutions qui sont proches des vérités terrains.

La **Figure 6.9** présente les écarts RMS en position entre la trajectoire estimée et les coordonnées GPS du Master pour le scénario 1. Ces résultats sont obtenus avec le modèle de cible mobile à accélération constante. Dans ce cas de figure, 3 directions différentes sont proposées au système. La méthode de reconstruction sélectionne automatiquement l'orientation qui minimise la fonction des moindres carrés $\Phi(\boldsymbol{X},\boldsymbol{Y})$ donnée par l'équation (4. 23) du Chapitre 4. Nous constatons alors, que dans la plupart des cas, la trajectoire estimée est

proche des données GPS. Nous obtenons une erreur RMS moyenne de reconstruction égale à $16m$ pour l'ensemble des points de mesure, cette erreur moyenne est égale à $8m$ pour des excursions angulaires supérieures à 10 degrés, ce qui correspond à des intervalles temporels entre les deux images extrêmes supérieurs à 8 secondes.

Ces résultats montrent que si nous utilisons la direction des routes (en milieu urbain), l'estimation des trajectoires est très précise, même avec de faibles excursions angulaires. Comme ces résultats sont obtenus avec le modèle à accélération constante, cette méthode de reconstruction est efficace même pour des cibles avec des mouvements plus complexes. Si les informations sur le réseau routier ne sont pas utilisées, nous devons choisir une excursion angulaire suffisante et le modèle de cible mobile à vitesse constante pour reconstruire précisément la trajectoire des cibles mobiles.

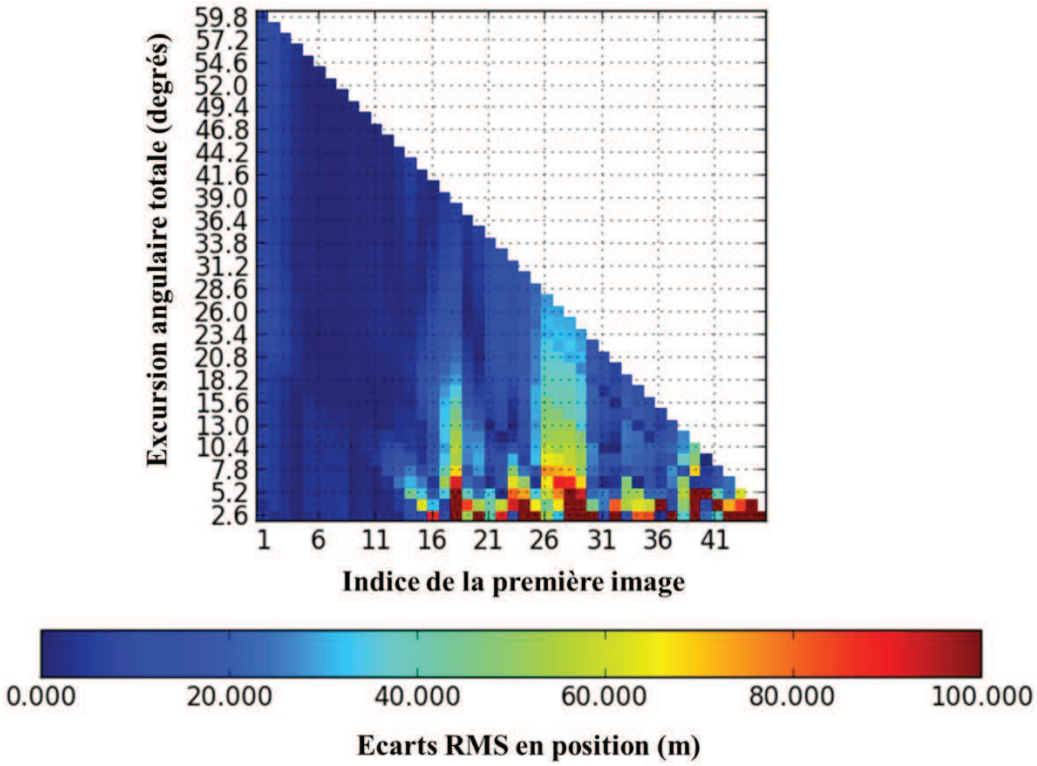


Figure 6.9 - Écarts RMS entre la trajectoire estimée du Renault Master et sa vérité terrain donnée par les coordonnées GPS, pour le scénario (vitesse constante de 15km.h^{-1}, θ_{cible}=170°). Ces écarts RMS ont été calculés en utilisant le modèle de cible mobile à accélération constante, en introduisant des informations sur la cartographie des routes.

VI.3) Exemples de reconstructions de trajectoires de cibles mobiles

VI.3.1) Résultats sur le Master

Une des configurations de la **Figure 6.4** est utilisée pour montrer un exemple de reconstruction de la trajectoire du Master pour le scénario 1 (voir **Tableau 6.1**). Afin d'obtenir ce résultat, nous avons choisi un intervalle temporel entre les deux images extrêmes de $37s$, ce qui équivaut à une excursion angulaire totale égale à 50 degrés environ. Ce résultat de reconstruction de trajectoire est présenté par la **Figure 6.10**. Les points rouges représentent le résultat de la reconstruction de la trajectoire du Master, et les points verts représentent sa trajectoire apparente. On a projeté ces deux trajectoires sur une seule image pour des soucis de visualisation. Dans le rectangle bleu, on observe la position apparente de la cible mobile sur l'image présentée. Nous comparons ensuite les résultats de cette reconstruction avec les coordonnées GPS et nous calculons les erreurs RMS entre nos résultats et les données GPS. Ces résultats sont listés dans le **Tableau 6.5**.

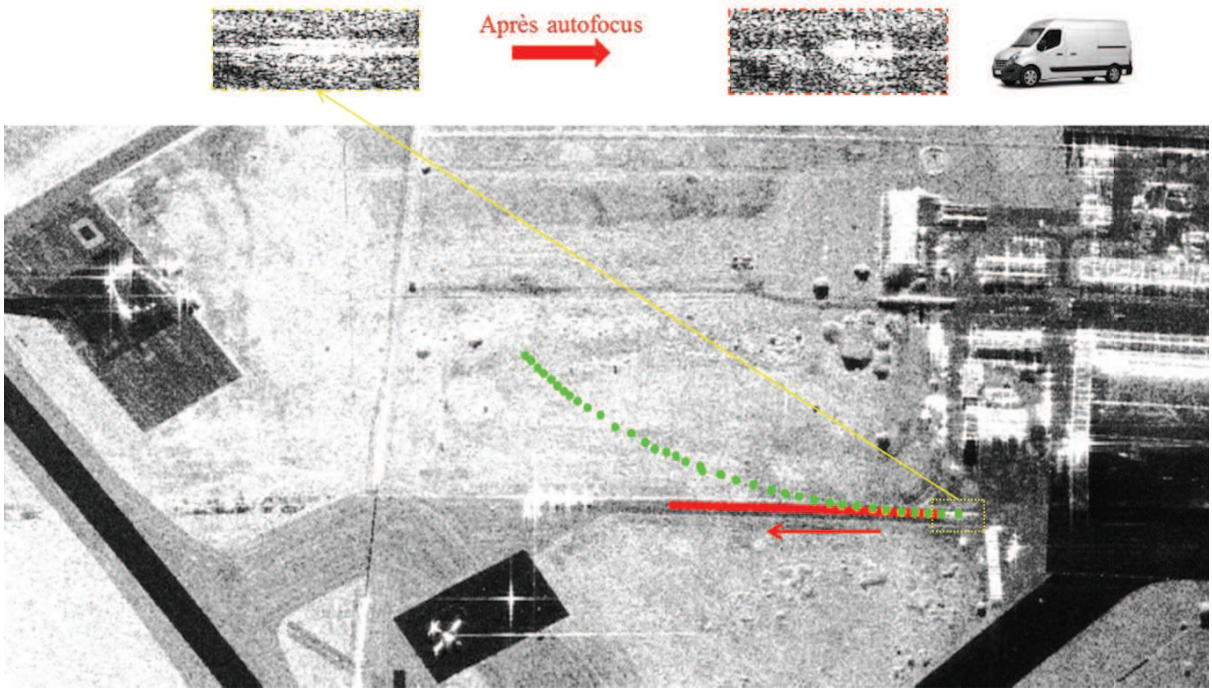


Figure 6.10 - Reconstruction de trajectoire du Renault Master au sol à partir des données acquises autour d'Istres. Le scénario considéré est le scénario 1 (vitesse constante de 15km.h^{-1}, θ_{cible}=170°). Les points rouges représentent les résultats de calculs de la trajectoire du Master, et les points verts représentent la trajectoire apparente du Master.

La reconstruction de cette trajectoire est très précise. L'erreur RMS moyenne en position entre le résultat de reconstruction et les données GPS est inférieur à $5m$. L'erreur RMS en vitesse est égale à $0.11m.s^{-1}$, ce qui équivaut à environ 2% de la valeur de la vitesse obtenue. L'erreur d'orientation est également très faible (1.28°).

Symbole	Quantité	Valeur
σ_{XY}	Erreurs RMS en position	$4.83\ m$
σ_V	Erreurs RMS en vitesse	$0.11\ m.s^{-1}$
$\sigma_{\theta_{cible}}$	Erreurs RMS en orientation	$1.28\ °$

Tableau 6.5 - Erreurs RMS entre l'estimation de la trajectoire du Master et ses coordonnées GPS. Ces résultats sont obtenus sans apport de l'information du réseau routier.

Une des configurations de la **Figure 6.5** est également utilisée pour montrer un exemple de reconstruction de la trajectoire du Master pour le scénario 2 (voir **Tableau 6.1**). L'intervalle temporel entre les deux images extrêmes vaut également $37s$. Ce résultat de reconstruction de trajectoire est présenté par la **Figure 6.11**. De la même manière que pour la **Figure 6.10**, le résultat de reconstruction de trajectoire est représenté en rouge et la trajectoire apparente est représentée en vert. Pour cette trajectoire, les erreurs RMS sont encore plus faibles, les écarts RMS en position entre la reconstruction et les données GPS étant inférieurs à $2m$.

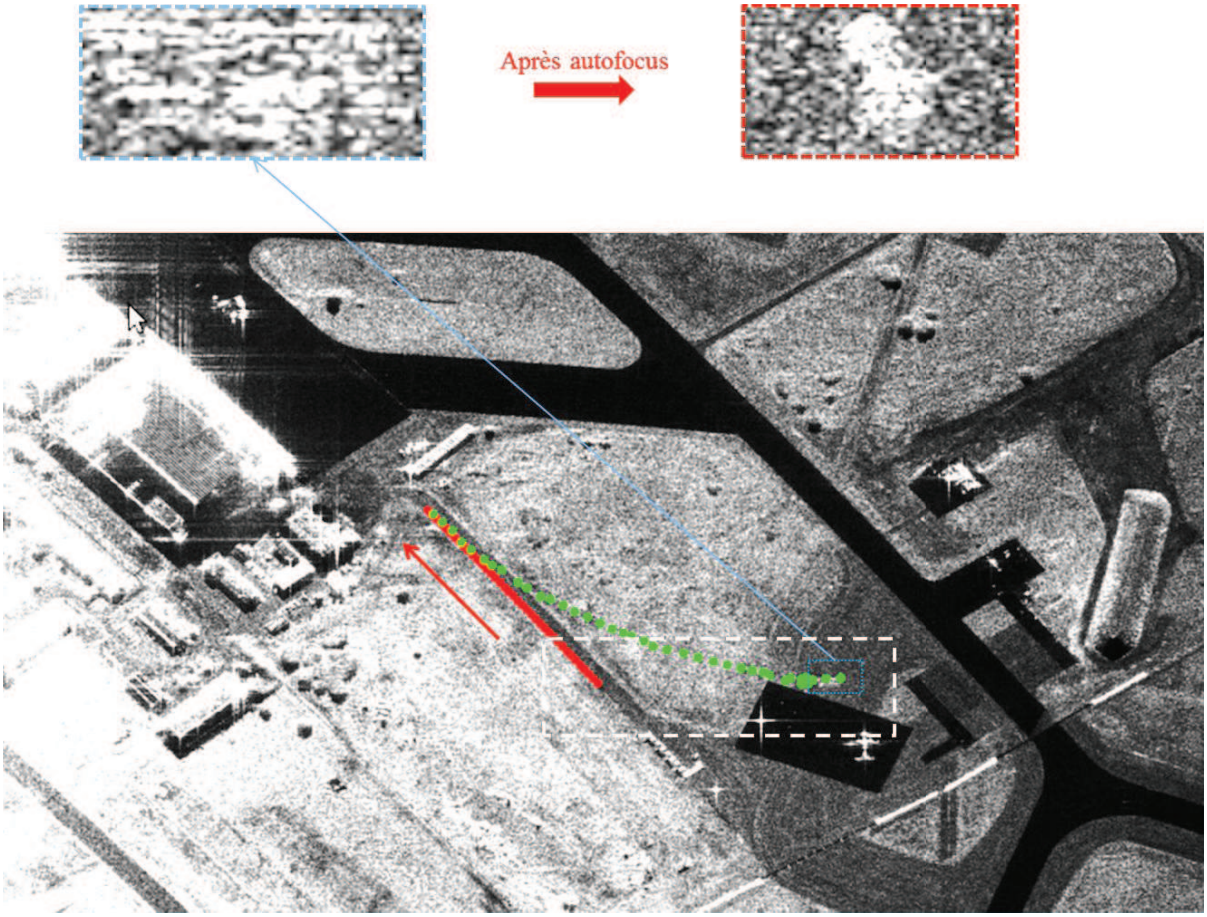


Figure 6.11 - Reconstruction de trajectoire du Renault Master au sol à partir des données acquises autour d'Istres. Le scénario considéré est le scénario 2 (vitesse de 15km.h^{-1}, θ_{cible} = -10°). Les points rouges représentent les résultats de calculs de la trajectoire du Master, et les points verts représentent la trajectoire apparente du Master.

La **Figure 6.12** montre le zoom de la zone entourée en pointillés blancs sur la **Figure 6.11**. Nous ne représentons qu'un point de la trajectoire estimée, celui qui correspond à la

position apparente de la cible mobile sur cette image (entourée en jaune). Nous remarquons une tache plus sombre juste à côté du point rouge représentant la solution estimée par notre méthode de reconstruction. Cette tache peut correspondre à l'ombre du Master. Même si cela n'a pas été abordé dans ce manuscrit, cette observation ouvre des perspectives quant à la détection des cibles mobiles sur ces images à partir des ombres des véhicules. Des études existent sur ce sujet [80].

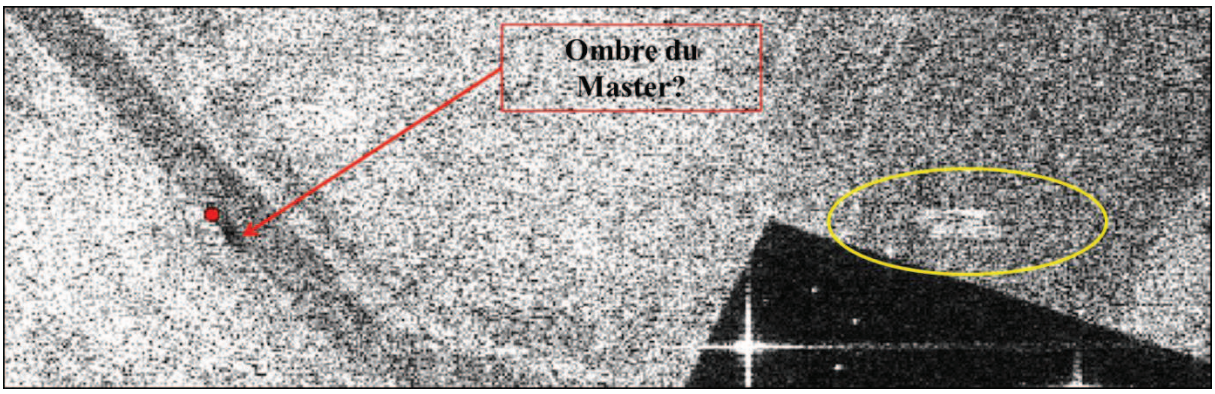


*Figure 6.12 - Zoom sur l'image présentée à la **Figure 6.11**. La position apparente du Master est entourée en jaune, et le point rouge représente la position réelle du Master estimée par notre méthode. On observe une zone d'ombre à proximité du point rouge, qui semble être l'ombre du Master.*

VI.3.2) Résultat sur la cible mobile de Nîmes

Dans ce paragraphe, nous allons nous intéresser à la reconstruction de la trajectoire de la cible mobile observée sur les images SETHI acquises autour de Nîmes. D'après nos premières observations, nous avons supposé que cette cible est un train. Même si nous ne pouvons pas faire des études de performances aussi poussées que dans le cas du Master, nous pouvons comparer le résultat de reconstruction de trajectoire avec la position de la ligne de chemin de fer sur les images RSO.

La **Figure 6.13** présente la reconstruction de la trajectoire de cette cible mobile, dont le mouvement est inconnu. Afin de reconstruire cette trajectoire, nous avons pris un intervalle temporel entre les deux images extrêmes égal à $28s$, ce qui correspond à une excursion angulaire totale égale à 45 degrés environ.

Le modèle de cible mobile utilisé pour cette inversion est le modèle de cible à vitesse constante. Les points verts représentent la trajectoire apparente de la cible mobile, et les points rouges représentent l'estimation de sa trajectoire réelle par notre méthode de reconstruction (encerclée de blanc). Nous pouvons observer la position apparente de la cible mobile sur l'image présentée ici dans le rectangle jaune.

La vitesse mesurée pour cette cible mobile est environ égale à $37km.h^{-1}$. De plus, nous pouvons remarquer que la cible mobile est proche du rail de chemin de fer (représenté par des pointillés verts). On estime l'erreur moyenne de position aux alentours de $20m$.

Toutes ces caractéristiques confirment que cette cible est bien un train en approche de la gare de Nîmes (entourée en rouge).

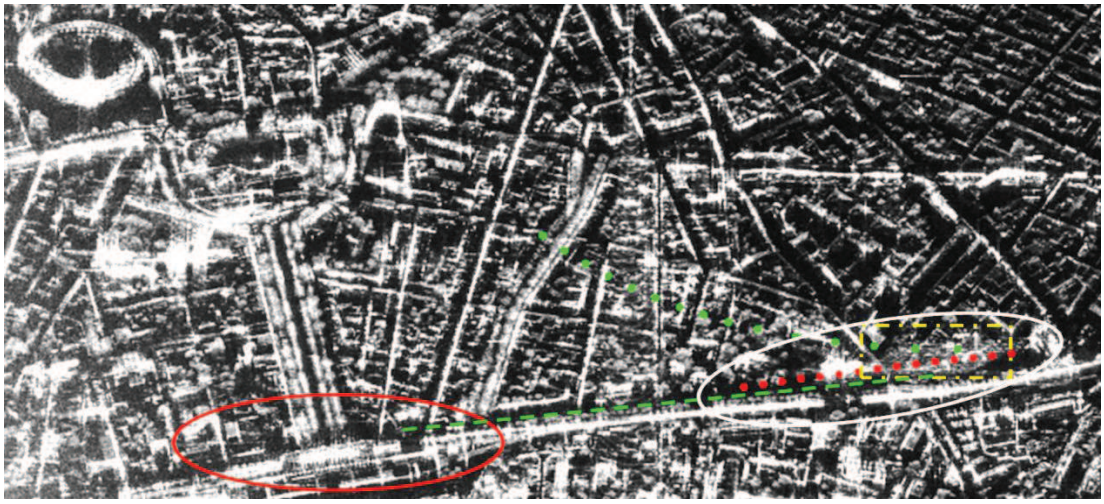


Figure 6.13 - Reconstruction de trajectoire de la cible mobile observée sur les images de Nîmes. Cette cible, qui est supposée être un train, est de mouvement inconnu au moment du calcul de la trajectoire. Les points rouges représentent le résultat de la reconstruction de trajectoire, et les points verts représentent la trajectoire apparente de la cible mobile. Les pointillés verts représentent le chemin de fer, et la gare de Nîmes est entourée en rouge.

VI.4) Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les résultats de reconstruction de trajectoires de cibles réelles obtenus avec la méthode que nous avons développée au cours de cette thèse. Sur deux jeux de données différents, nous avons pu confirmer les hypothèses émises lors de l'étude théorique des performances de cette méthode. En utilisant le modèle de cibles mobiles à vitesse constante et une excursion angulaire suffisante, nous avons montré que nous pouvions reconstruire précisément des trajectoires de cibles mobiles. En effet, au-delà d'une excursion angulaire allant de 30 à 35 degrés selon les scénarios étudiés, l'erreur RMS moyenne de reconstruction de trajectoire du Renault Master sur les images d'Istres est de l'ordre de $20m$, ce qui correspond à peu près à l'erreur de trajectoire estimée pour le résultat présenté sur la cible mobile de Nîmes. A noter que des excursions angulaire entre 30 et 35 degrés sur Istres ainsi que l'excursion de 45° sur Nîmes ayant permis la reconstruction de la trajectoire du train correspondent à des temps d'observation aux alentours de 25s en moyenne, ce qui peut permettre de retrouver un ensemble assez vaste de trajectoires, à partir du moment ou leur mouvement est assez simple (à vitesse constante ou avec de faibles perturbations).

Nous avons étudié le compromis entre le nombre de mesures à utiliser pour inverser le système et leur résolution azimut en comparant les résultats de reconstruction de la trajectoire du Renault Master en utilisant deux résolutions azimut différentes ($50cm$ et $1m$) et en prenant deux fois plus de mesures pour les images à $1m$. Si les erreurs de reconstruction de trajectoire sont sensiblement les mêmes dans ces deux cas de figure, il serait intéressant de multiplier les valeurs de résolutions testées, d'une part pour essayer de déterminer une résolution azimut

optimale pour la reconstruction des trajectoires des cibles mobiles, et d'autre part pour vérifier la détectabilité des cibles mobiles pour des résolutions azimut supérieures au mètre.

Nous avons également montré qu'en milieu urbain, un moyen pouvant améliorer les résultats de reconstruction consistait à utiliser l'information de direction de la cible donnée par le réseau routier. Ces contraintes permettent de réduire le temps de calcul et d'obtenir des reconstructions précises, même avec de faibles excursions angulaires. L'ordre de grandeur à retenir est celui d'une erreur RMS moyenne de reconstruction égale à $16m$ pour l'ensemble des points de mesure, et inférieure à $10m$ pour des excursions angulaires supérieures à 10 degrés. En temps d'observation, cela correspond à environ 7.5s, ce qui permet de reconstruire des trajectoires de cibles mobiles avec des mouvements plus complexes.

Conclusion et perspectives

Durant cette thèse, une méthode complète de reconstruction de trajectoire de cibles mobiles en imagerie RSO circulaire monovoie a été développée. Tout d'abord, nous avons rappelé les principes fondamentaux de l'imagerie radar à synthèse d'ouverture aéroportée ainsi que les relations de passage entre la géométrie radar et la géométrie terrain. Ces principes fondamentaux nous ont permis d'exploiter au mieux les images radar et les informations qu'elles fournissent. Nous avons également présenté les avantages d'une acquisition de données en imagerie RSO circulaire aéroportée, en rappelant que la multiplicité des angles de prise de vue ainsi que la possibilité d'imager une même scène de manière continue permettent d'obtenir de nombreuses informations sur la scène imagée.

Par la suite, nous avons effectué une étude bibliographique concernant les cibles mobiles en imagerie radar. Nous avons vu qu'il existait deux grandes familles de traitements RSO appliqués aux cibles mobiles, qui sont les techniques d'acquisition multivoies et les techniques d'acquisition monovoies, permettant d'exploiter des données radar focalisées ou non. Si les techniques monovoies en RSO rectiligne ne permettent pas de reconstruire précisément les trajectoires des cibles mobiles, notamment à cause du manque d'images disponibles, nous avons vu que l'imagerie RSO circulaire permettait d'illuminer très longtemps une cible mobile, tant que celle-ci se situe dans le lobe d'antenne. Ceci permet donc de multiplier les informations pour une même cible mobile.

Le développement de notre méthode de reconstruction de trajectoires de cibles mobiles en imagerie RSO circulaire aéroportée s'est déroulé en plusieurs étapes. Dans un premier temps, nous avons mis au point une méthode innovante permettant de mesurer les coordonnées apparentes des cibles mobiles sur les images RSO. Nous avons développé un algorithme permettant de refocaliser automatiquement les cibles mobiles sur ces images. Cet algorithme, basé sur la mesure d'un rapport de contraste dépendant de la correction de phase appliquée à l'écho de la cible, nous a permis d'extraire le coefficient de degré 2 de la phase des cibles mobiles. Nous avons montré que cette méthode est efficace même en environnement urbain, où le clutter est très hétérogène et où les rapports signaux à clutter des cibles mobiles peuvent être très faibles. Nous avons également mis au point deux méthodes permettant de calculer la position de la cible mobile sur les images RSO, c'est-à-dire les coordonnées du centre de la réponse des cibles sur ces images.

Dans un second temps, nous avons développé un système d'équations liant les mesures des coordonnées apparentes des cibles mobiles avec leurs positions réelles. En émettant l'hypothèse que la cible mobile se déplace avec une accélération constante et en

ligne droite, nous avons montré théoriquement qu'il est possible d'utiliser l'ensemble des images RSO où une même cible mobile apparait pour reconstruire sa trajectoire réelle. Grâce à une analyse mathématique de la robustesse de cette méthode de reconstruction par rapport aux erreurs de mesure et aux perturbations de mouvement des cibles mobiles, nous avons montré que seul le modèle de cible mobile à vitesse constante était suffisamment stable pour permettre une reconstruction précise des trajectoires des cibles. Nous avons confirmé ces hypothèses par une validation de notre méthode de reconstruction sur des données synthétiques. Nous avons testé différents régimes de vitesse et d'accélération de cibles mobiles, en introduisant ou non des erreurs de mesure ou des perturbations de mouvement, ce qui a permis de montrer qu'une excursion angulaire suffisante doit être choisie afin de compenser ces erreurs.

Par la suite, nous avons mené une étude théorique des précisions de reconstruction des trajectoires des cibles mobiles avec la méthode que nous avons développée et en utilisant le modèle de cible à vitesse constante. Nous avons évalué les précisions des mesures effectuées sur les images RSO. En émettant l'hypothèse que les cibles sont ponctuelles et isotropes, nous avons montré que nous pouvions obtenir des précisions de mesure de position apparentes subpixelliques par une analyse de Fourier du signal rétrodiffusé par les cibles mobiles. Si dans le cas des cibles ponctuelles isotropes, la résolution est le paramètre à privilégier par rapport au nombre de mesures, la tendance s'inverse pour les cibles mobiles étendues anisotropes. La validité de ces modèles dépendant de la résolution choisie, les résultats de ce chapitre ont mis en évidence un compromis entre la résolution et le nombre de mesures dans les situations réelles, et notamment l'existence d'une résolution azimutale optimale pour la reconstruction des trajectoires, dont la valeur dépend de la limite de validité des modèles de cibles mobiles.

Enfin, nous avons présenté les résultats de reconstruction de trajectoires de cibles réelles obtenus avec la méthode que nous avons développée au cours de cette thèse. Sur plusieurs jeux de données différentes, nous avons confirmé les hypothèses émises lors de l'étude théorique des performances de reconstruction de cette méthode. En utilisant le modèle de cible mobile à vitesse constante et une excursion angulaire suffisante, nous avons montré que nous pouvions reconstruire précisément les trajectoires des cibles mobiles que nous avons observées sur ces images. L'ordre de grandeur à retenir pour les erreurs RMS de reconstruction des trajectoires est de $20m$ environ pour une excursion supérieure à 30 degrés. Nous avons également montré que l'ajout de contraintes de direction des cibles mobiles liées au réseau routier était une solution intéressante pour permettre d'améliorer les précisions de reconstruction des trajectoires des cibles mobiles, et ce même en utilisant le modèle à accélération constante. Dans cette configuration, l'ordre de grandeur à retenir est celui d'une erreur RMS égale à $16m$ pour l'ensemble des points de mesure, et inférieure à $10m$ pour des excursions angulaires supérieures à 10 degrés.

Plusieurs perspectives peuvent être dégagées de ce travail de thèse. Tout d'abord, la méthode automatique de mesure que nous avons mise au point est liée à une détection manuelle des cibles mobiles sur les images RSO. Autrement dit, nous n'effectuons pas de détection automatique des signatures des cibles sur les images. Si une détection automatique de ces signatures sur l'ensemble des images semble inenvisageable en mono-antenne, nous

pourrions essayer d'effectuer cette détection sur au minimum une image et par la suite étudier des méthodes utilisant ces informations de mouvement pour détecter les cibles mobiles sur les autres images. Ceci permettrait de définir des zones de présence de la cible mobile sur les images suivantes ou sur les images précédentes.

D'autre part, la méthode de reconstruction que nous avons développée est basée sur un système d'équations permettant de faire le lien entre les mesures des signatures des cibles mobiles et leurs trajectoires réelles. Plus particulièrement, ce système est basé sur le développement de la loi de phase de l'écho d'une cible mobile à l'ordre 2 en temps. Étant donné que nous avons montré que la résolution azimut est un paramètre influant sur les performances de reconstruction des trajectoires, il serait envisageable d'étudier l'influence de cette résolution sur la validité de ce modèle de phase à l'ordre 2. En effet, une bonne résolution azimut implique un temps d'intégration important, et à partir d'un certain temps d'intégration, les termes de phase d'ordre supérieurs ne peuvent plus être négligés. Si les impacts de ces termes d'ordres supérieurs ont été étudiés dans [81] dans un contexte multi-antenne, cette étude n'a pour le moment pas été effectuée en mono-antenne.

Nous pourrions également envisager d'adapter cette méthode au cas du RSO rectiligne aéroporté, puisque nos résultats réels sont satisfaisants à partir d'une excursion angulaire égale à 30 degrés. Nous subirions toutefois une perte d'information en passant dans cette configuration, car si l'estimation de la vitesse radiale s'effectue de la même manière qu'en RSO circulaire, la vitesse azimutale de la cible mobile serait toujours dans la même direction. Ceci génèrerait une redondance de ces mesures dans le cadre d'une hypothèse de vitesse constante pour la cible mobile.

Enfin, ce travail de thèse a mis en évidence les limites du modèle à accélération constante pour la reconstruction des trajectoires des cibles mobiles. Nous avons commencé à étudier l'apport d'une cartographie du réseau urbain sur l'amélioration des résultats avec ce modèle, et les résultats obtenus sont très prometteurs (moins de $10m$ d'erreur pour des angles d'observation supérieurs à $10°$, ce qui correspond à des temps d'observation de $7.5s$ pour les données étudiées). Seulement, nous ne pouvons avoir ces informations qu'en milieu urbain. Il serait donc intéressant, à la suite de cette thèse, d'étudier l'apport d'une seconde antenne sur les performances de reconstruction de trajectoires des cibles mobiles avec le modèle à accélération constante, afin de pouvoir obtenir des résultats satisfaisants quel que soit le milieu dans lequel évoluent les cibles mobiles.

Annexe A

Expression de la loi de phase de l'écho d'une cible mobile à l'ordre 2

Nous notons $\left\|\overrightarrow{M_0P_0}\right\|$ la distance entre le capteur et la cible mobile à l'instant t_0, et $\left\|\overrightarrow{M_tP_t}\right\|$ cette distance à l'instant t. Le lien entre $\left\|\overrightarrow{M_0P_0}\right\|$ et $\left\|\overrightarrow{M_tP_t}\right\|$ est donné dans le chapitre 2 par :

$$\left\|\overrightarrow{M_tP_t}\right\|^2 = \left\|\overrightarrow{M_0P_0}\right\|^2 \left(1 + \frac{\left\|\overrightarrow{M_tM_0}\right\|^2 + \left\|\overrightarrow{P_0P_t}\right\|^2 + 2\left(\overrightarrow{M_tM_0}.\overrightarrow{M_0P_0} + \overrightarrow{M_tM_0}.\overrightarrow{P_0P_t} + \overrightarrow{M_0P_0}.\overrightarrow{P_0P_t}\right)}{\left\|\overrightarrow{M_0P_0}\right\|^2}\right)$$

Les distances parcourues par la cible et le capteur RSO étant généralement très inférieures à la distance antenne-cible, on a donc $\left\|\overrightarrow{M_0P_0}\right\| \gg \left\|\overrightarrow{M_tM_0}\right\|$ et $\left\|\overrightarrow{M_0P_0}\right\| \gg \left\|\overrightarrow{P_0P_t}\right\|$. Ceci nous permet d'effectuer un développement limité pour exprimer la loi de phase à l'ordre désiré en δt de l'expression de $\left\|\overrightarrow{M_tP_t}\right\|$. On ne marque que les termes contenant de l'ordre 2 en δt:

$$\left\|\overrightarrow{M_tP_t}\right\| = \left\|\overrightarrow{M_0P_0}\right\| \left(1 + \frac{\left\|\overrightarrow{M_tM_0}\right\|^2}{2\left\|\overrightarrow{M_0P_0}\right\|^2} + \frac{\left\|\overrightarrow{P_0P_t}\right\|^2}{2\left\|\overrightarrow{M_0P_0}\right\|^2} + \frac{\overrightarrow{M_tM_0}.\overrightarrow{M_0P_0}}{\left\|\overrightarrow{M_0P_0}\right\|^2} + \frac{\overrightarrow{M_tM_0}.\overrightarrow{P_0P_t}}{\left\|\overrightarrow{M_0P_0}\right\|^2} + \frac{\overrightarrow{M_0P_0}.\overrightarrow{P_0P_t}}{\left\|\overrightarrow{M_0P_0}\right\|^2} - \frac{1}{2}\left(\frac{\overrightarrow{M_tM_0}.\overrightarrow{M_0P_0}}{\left\|\overrightarrow{M_0P_0}\right\|^2}\right)^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{\overrightarrow{M_0P_0}.\overrightarrow{P_0P_t}}{\left\|\overrightarrow{M_0P_0}\right\|^2}\right)^2 - \left(\frac{\overrightarrow{M_tM_0}.\overrightarrow{M_0P_0}}{\left\|\overrightarrow{M_0P_0}\right\|^2}\right).\left(\frac{\overrightarrow{M_0P_0}.\overrightarrow{P_0P_t}}{\left\|\overrightarrow{M_0P_0}\right\|^2}\right)\right)$$

On posera $\overrightarrow{M_tM_0} = -\vec{V_c}\delta t - \frac{1}{2}\overrightarrow{A_c}\delta t^2$, $\overrightarrow{P_0P_t} = \vec{V}\,\delta t + \frac{1}{2}\vec{A}\delta t^2$ et $\left\|\overrightarrow{M_0P_0}\right\| = D_0$. De cette expression de $\left\|\overrightarrow{M_tP_t}\right\|$, nous obtenons l'expression de la loi de phase de la cible mobile $\delta\varphi_P$:

$$\delta\varphi_P = -\frac{4\pi}{\lambda}.\left(\frac{(V_C\delta t)^2}{2D_0} + \frac{(V\delta t)^2}{2D_0} + \left(-\overrightarrow{V_c}\delta t - \frac{1}{2}\overrightarrow{A_c}\delta t^2\right).\overrightarrow{k_p} - \frac{\overrightarrow{V_C}.\vec{V}}{D_0}\delta t^2 \right.$$
$$\left. + \overrightarrow{k_p}.\left(\vec{V}\delta t + \frac{1}{2}\vec{A}\delta t^2\right) - \frac{\left(\overrightarrow{V_C}\delta t.\overrightarrow{k_p}\right)^2}{2D_0} - \frac{\left(\overrightarrow{k_p}.\vec{V}\delta t\right)^2}{2D_0} + \frac{1}{D_0}\left(\overrightarrow{V_C}.\overrightarrow{k_p} \times \overrightarrow{k_p}.\vec{V}\right)\delta t^2 \right)$$

En ordonnant les termes selon leur degré en δt, il vient :

$$\delta\varphi_P = -\frac{4\pi}{\lambda}(A\delta t^2 + B\delta t) \qquad \text{(A. 1)}$$

Avec :

$$A = \frac{V^2 + {V_C}^2}{2D_0} - \frac{\overrightarrow{V_C}.\vec{V}}{D_0} + \frac{\overrightarrow{k_p}}{2}.\left(\vec{A} - \overrightarrow{A_c}\right) - \frac{\left(\overrightarrow{V_C}.\overrightarrow{k_p}\right)^2}{2D_0} - \frac{\left(\overrightarrow{k_p}.\vec{V}\right)^2}{2D_0} + \frac{1}{D_0}\left(\overrightarrow{V_C}.\overrightarrow{k_p} \times \overrightarrow{k_p}.\vec{V}\right)$$

$$B = \overrightarrow{k_p}.\vec{V} - \overrightarrow{V_C}.\overrightarrow{k_p}$$

Annexe B

Expression analytique des solutions de l'équation $\left\|\overrightarrow{M_tP_t}\right\| = \left\|\overrightarrow{M_tP'_t}\right\|$ (équation (4. 1) du chapitre 4)

On considère une cible mobile P solution du système d'inversion. On notera P' l'ensemble des cibles dont la trajectoire peut être confondue par le système avec celle de la cible P. Les positions instantanées de ces cibles seront notées P_t et ${P_t}'$. A tout instant t, les cibles P et P' vérifient :

$$\left\|\overrightarrow{M_tP_t}\right\| = \left\|\overrightarrow{M_tP'_t}\right\| \qquad \text{(B. 1)}$$

Avec M_t la position du capteur RSO à l'instant t. Les coordonnées cartésiennes des cibles P et P' sont données dans le repère à l'instant t par :

$$\overrightarrow{OP_t} = \begin{cases} X(t) \\ Y(t) \end{cases}$$

Et :

$$\overrightarrow{P_tP'_t} = \begin{cases} x(t) \\ y(t) \end{cases}$$

On définit le repère orthonormé tournant $(0, \vec{u}, \vec{v})$, avec $\vec{u}$ le vecteur unitaire du vecteur $\overrightarrow{OM_t}$. On rappelle que ω représente la vitesse angulaire du capteur RSO. Dans ce repère, le vecteur $\overrightarrow{OP_t}$ est donné par :

$$\overrightarrow{OP_t} = \begin{cases} X(t)\,cos(\omega t) + Y(t)\,sin(\omega t) = J(t) \\ -X(t)\,sin(\omega t) + Y(t)\,sin(\omega t) = I(t) \end{cases}$$

$I(t)$ et $J(t)$ représentent donc respectivement les coordonnées azimut et distance de la cible P à l'instant t. De manière analogue, on notera $j(t)$ et $i(t)$ les coordonnées distance et azimut du vecteur $\overrightarrow{P_tP'_t}$. Dans ce même repère tournant, le vecteur $\overrightarrow{M_tP_t}$ a pour coordonnées :

$$\overrightarrow{M_tP_t} = \begin{cases} J(t) - R \\ I(t) \end{cases}$$

Où R représente le rayon du cercle décrit par le capteur RSO. En élevant la relation (B. 1) au carré, on obtient :

$$\overrightarrow{M_tP_t}^2 = \overrightarrow{M_tP'_t}^2 \tag{B. 2}$$

Or, $\overrightarrow{M_tP'_t}^2 = \left(\overrightarrow{M_tP_t} + \overrightarrow{P_tP'_t}\right)^2 = \overrightarrow{M_tP_t}^2 + 2\overrightarrow{M_tP_t}.\overrightarrow{P_tP'_t} + \overrightarrow{P_tP'_t}^2$. Pour que la relation (B. 2) soit satisfaite, nous devons avoir :

$$2\overrightarrow{M_tP_t}.\overrightarrow{P_tP'_t} + \overrightarrow{P_tP'_t}^2 = 0 \tag{B. 3}$$

Si on utilise les coordonnées dans le repère tournant, la relation (B. 3) donne :

$$2\big(J(t) - R)j(t) + I(t)i(t)\big) + j(t)^2 + i(t)^2 = 0 \tag{B. 4}$$

En considérant que $\left\|\overrightarrow{P_tP'_t}\right\| \ll \left\|\overrightarrow{OP_t}\right\|$, on peut simplifier l'expression (B. 4):

$$2\big(J(t) - R)j(t) + I(t)i(t)\big) + i(t)^2 = 0 \tag{B. 5}$$

On en déduit :

$$j(t) = \frac{1}{2R}(2I(t)i(t) + i(t)^2) \tag{B. 6}$$

Si on retourne dans le repère fixe, les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{P_tP'_t}$ sont données par :

$$\overrightarrow{P_tP'_t} = \begin{cases} x(t) = j(t)\,cos(\omega t) - i(t)\,sin(\omega t) \\ y(t) = j(t)\,sin(\omega t) + i(t)\,cos(\omega t) \end{cases} \tag{B. 7}$$

Des relations (B. 6) et (B. 7), on en déduit l'expression de l'ensemble des solutions de l'équation (B. 1), donné par le vecteur $\overrightarrow{P_tP'_t}$:

$$\overrightarrow{P_tP'_t} = \begin{cases} \frac{1}{2R}(2I(t)i(t) + i(t)^2)\,cos(\omega t) - i(t)\,sin(\omega t) \\ \frac{1}{2R}(2I(t)i(t) + i(t)^2)\,sin(\omega t) + i(t)\,cos(\omega t) \end{cases} \tag{B. 8}$$

Annexe C

Démonstration du lien entre θ_P et θ_Q ne faisant intervenir que les inconnues de vitesse

On rappelle l'expression du vecteur unitaire de la ligne de visée $\overrightarrow{k_p}$ utilisé pour cette démonstration :

$$\overrightarrow{k_p} = \begin{cases} sin(inc)cos(\beta_P - r) \\ sin(inc)sin(\beta_P - r) \\ -cos(inc) \end{cases} \quad \text{(C. 1)}$$

La **Figure A.1** présente les différents angles de la formule (C. 1) qui paramètrent la ligne de visée.

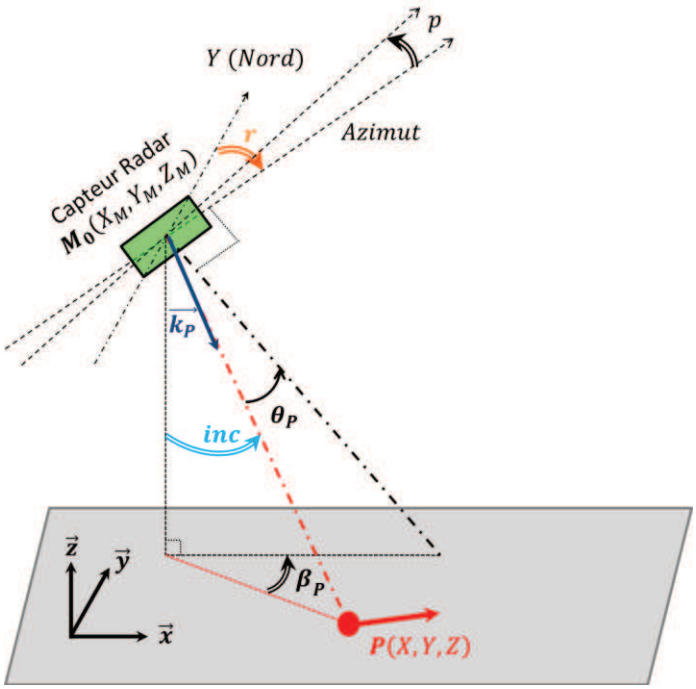


Figure A.1 - Représentation de la ligne de visée du capteur radar pour une cible mobile P en fonction de ses angles caractéristiques. L'angle de route est repéré dans le sens

trigonométrique inverse car c'est le cas pour les données réelles utilisées au cours de cette thèse.

La première étape du calcul de la relation entre θ_P et θ_Q est de définir le lien entre θ_P et β_P. Pour ce faire, afin de simplifier le calcul, on introduit le vecteur $\overrightarrow{V_C^*}$ vérifiant : $\overrightarrow{V_C^*}$=$\overrightarrow{V_C}\cos(p)$. Si on calcule la norme de $\overrightarrow{V_C^*}$ en s'aidant de l'expression de $\overrightarrow{V_C}$ donnée par la relation (1. 14), on obtient :

$$\left\| \overrightarrow{V_C^*} \right\| = V_{hor}\sqrt{\left(sin^2(r)cos^2(p) + cos^2(r)cos^2(p) + sin^2(p)\right)} = V_{hor} \qquad \text{(C. 2)}$$

On en déduit donc :

$$\overrightarrow{k_p}.\overrightarrow{V_C^*} = V_{hor} \times sin(\theta_P)$$

Des expressions (1. 14) et (C. 1), on obtient également :

$$\overrightarrow{k_p}.\overrightarrow{V_C^*} = V_{hor}(sin(inc)\,cos(p)sin(\beta_P) - cos(inc)\,sin(p))$$

On en déduit donc l'expression liant l'angle de squint θ_P à son projeté β_P:

$$sin(\theta_P) = sin(\beta_P)\,sin(inc)\,cos(p) - cos(inc)\,sin(p) \qquad \text{(C. 3)}$$

Cette relation traduit également le lien entre l'angle de squint apparent θ_Q à son projeté au sol que l'on notera β_Q. En injectant (C. 3) dans (4. 8), et en rappelant que $V_r = \vec{V}.\overrightarrow{k_p}$, il vient :

$$\sin(\beta_Q) = \sin(\beta_P) - \frac{V_X \sin(inc)\cos(\beta_P - r) + V_Y \sin(inc)\sin(\beta_P - r)}{V_C \sin(inc)\cos(p)}$$

En effectuant quelques manipulations simples, on obtient une expression de la forme :

$$Asin(\beta_Q) = Bsin(\beta_P) + Ccos(\beta_P) \qquad \text{(C. 4)}$$

Avec :

$$\begin{cases} A = V_C \sin(inc)\cos(p) \\ B = V_C \sin(inc)\cos(p) - V_x \sin(inc)\sin(r) - V_y \sin(inc)\cos(r) \\ C = V_y \sin(inc)\sin(r) - V_x \sin(inc)\cos(r) \end{cases}$$

L'équation (C. 4) peut se résoudre en posant :

$$A.sin(\beta_Q) = r.\sin(\beta_P + x)$$

Avec :

$$\begin{cases} r = \sqrt{A^2 + B^2} \\ x = tan^{-1}\left(\frac{C}{B}\right) \end{cases}$$

On obtient donc une expression de β_P en fonction de β_Q :

$$\beta_P = Arcsin\left(\frac{A}{r}\sin(\beta_Q)\right) - Artan\left(\frac{C}{B}\right) \quad \text{(C. 5)}$$

En réinjectant l'équation (C. 5) dans la relation (C. 3), on obtient une relation entre θ_P et θ_Q ne dépendant plus que des inconnues de vitesse de la cible mobile :

$$sin(\theta_P) = sin(inc)\,cos(p)\,sin\left(g\left(\theta_Q, \mathrm{V_X}, \mathrm{V_Y}\right)\right) - cos(inc)sin(p) \quad \text{(C. 6)}$$

Avec :

$$g\left(\theta_Q, \mathrm{V_X}, \mathrm{V_Y}\right) = Arcsin\left(\frac{A}{r}\left(\frac{sin\left(\theta_Q\right) + cos(inc)\,sin(p)}{sin(inc)\,cos(p)}\right)\right) - Arctan\left(\frac{C}{B}\right)$$

Bibliographie

[1] R. K. Raney, “Synthetic aperture imaging radar and moving targets,” *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.,* Vols. AES-7, no. 3, pp. 499-505, May 1971.

[2] J. Ward, Space-Time Adaptive Processing for airborne radar, Lexington, MA: MIT Lincoln Lab., Tech. Rep. 1015, Dec. 1994.

[3] A. Budillon, V. Pascazio and G. Schirinzi, “Estimation of radial Velocity or Moving Targets by Along-Track Interferometric SAR Systems,” *IEEE Geosci. Remote Sens. Lett.,* vol. 5, no. 3, pp. 349-353, Jul. 2008.

[4] G. Bonnin and P. Dreuillet, “The airborne SAR system SETHI : Airborne microwave remote sensing imaging system,” in *Proc. EUSAR*, Friedrichshafen, Germany, 2008, pp.1-4.

[5] R. Baqué and P. Dreuillet, “The airborne SAR-system : RAMSES NG Airborne microwave remote sensing imaging system,” in *IET International Conference on Radar Systems (Radar 2012)*, Glasgow, UK, 2012, pp. 1-4.

[6] H. Maïtre, Traitement des images de RSO, Paris, France: Hermès, 2001.

[7] I. G. Cumming and F. H. Wong, Digital Processing of Synthetic Aperture Radar Data, Algorithms and Implementation, Boston, MA: Artech House, 2005.

[8] J. Darricau, Physique et théorie du radar, Sodipe, 1996.

[9] F. Tupin and J. Nicolas, Les Bases de l'Imagerie Radar à Synthèse d'Ouverture, Document de cours, Télécom ParisTech, 2010.

[10] P. Lacomme, Cours Radar, Document de cours, Institut d'Optique, 3ème année, 2009.

[11] E. Simonetto, Extraction 3-D de structures industrielles sur des images Ramses haute résolution par radargrammétrie, Thèse de Doctorat, Univ. de Rennes-1, 2002.

[12] M. Tria, Imagerie Radar à Synthèse d'Ouverture (RSO) Par Analyse En Ondelettes Continues Multidimensionnelles, Thèse de Doctorat, Université Paris Sud - Paris XI, 2005.

[13] F. Cellier, Reconstruction 3D de bâtiments en interférométrie RSO haute résolution: approche par gestion d'hypothèses, Thèse de Doctorat, Télécom ParisTech, 2007.

[14] H. Sportouche, Extraction et reconstruction des bâtiments en milieu urbain à partir d'images satellitaires optiques et radar à haute résolution, Thèse de Doctorat, Télécom ParisTech, 2010.

[15] H. M. J. Cantalloube and C. E. Nahum, "Airborne SAR-Efficient Signal Processing for Very High Resolution," in *Proceedings of the IEEE (Volume:101 , Issue: 3)*, 2013, pp. 784 - 797.

[16] H. Cantalloube and C. Nahum, "La détection des cibles mobiles sur les images SAR," *Traitement du Signal,* vol. 15, no. 3, 1998.

[17] S. Palm, H. M. Oriot and H. M. Cantalloube, "Radargrammetric DEM Extraction Over Urban Area Using Circular SAR Imagery," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.,* vol. 50, no. 11, pp. 4720 - 4725, 2012.

[18] H. Cantalloube and E. Colin, "Airborne SAR imaging along a circular trajectory," in *6th European Conference on Synthetic Aperture Radar (EUSAR)*, Dresden, Germany, 2006, pp.1-4.

[19] S. Palm and H. Oriot, "DEM extraction over urban area using circular SAR imagery," in *8th European Conference on Synthetic Aperture Radar (EUSAR)*, Aachen, Germany, Jun. 2010, pp.1-4.

[20] U. K. Majumder, "Toward development of a wide-area, all-weather, all-hour, persistent surveillance system using circular synthetic aperture radar: key technical challenges and innovative approaches," Purdue University, West Lafayette, Indiana, 2011.

[21] H. Cantalloube and E. Colin, "Assessment of physical limitations of High Resolution on targets at X-band from Circular SAR experiments," in *Proc. EUSAR*, Friedrichshafen, Germany, 2008, pp. 1-4.

[22] H. Cantalloube, E. Colin and H. Oriot, "High resolution SAR imaging along circular trajectories," in *Proc. IGARSS*, Barcelona, ES, pp.2259 -2262, 2007 .

[23] M. Soumekh, "Reconnaissance with slant plane circular SAR imaging," *IEEE Trans. Image Process.,* vol. 5, no. 8, pp. 1252-1265, Aug. 1996.

[24] J. Fienup, "Detecting moving targets in SAR imagery by focusing," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.,* vol. 37, no. 3, Jul. 2001.

[25] P. A. C. Marques and J. M. B. Dias, "Velocity estimation of fast moving targets using a single SAR sensor," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst,* vol. 41, no. 1, pp. 75-89, 2005.

[26] G. Li, J. Xu, Y. Peng et X. Xia, «Velocity Estimation and Imaging of Fast Moving Targets using Single Antenna SAR,» chez *International Conference on Radar, CIE'06*, Shanghai, Oct. 2006, pp. 1-4.

[27] F. R. Dickey, M. Labit et F. M. Staudaher, «Development of Airborne Moving Target Radar for Long Range Surveillance,» *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.,* vol. 27, no. 16, pp. 959-972, 1991.

[28] D. Coe and D. R. White, "Moving target detection in SAR imagery: Experimental results," in *Proc. IEEE Int. Radar Conf.* , Alexandria, VA, pp.664 -669, 1995 .

[29] G. Wang, X.-G. Xia, V. C. Chen and R. L. Fiedler, "Detection, location, and imaging of fast moving targets using multifrequency antenna array SAR," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 40, pp 345-355. January 2004. ,* vol. 40, no. 1, pp. 345-355, Jan. 2004.

[30] S. R. J. Axelsson, «Position Correction of Moving Targets in SAR Imagery,» vol. 5236, 2004, pp.80-92.

[31] J. H. G. Ender, «Space-time processing for multichannel synthetic aperture radar,» *IEE Electronics & Comm. Engineering Journal,* pp. 29-37, 1999.

[32] L. Savy and F. Le Chevalier, "Traitements spatio-temporels adaptatifs en radar," *Revue Techniques de l''ingénieur,* p. Ref. TE6710, 10 février 2009.

[33] S. Barbarossa, «Detection and imaging of moving objects with synthetic aperture radar. Part 1 : optimal detection and parameter estimation theory,» *IEE Proc-F,* vol. 139, n° 11, pp. 79-88, 1992.

[34] R. Klemm, Principles of Space-time Adaptive Processing, IET, 2002.

[35] C. T. Allen, "Validation of alpine glacier velocity measurements using ERS Tandem-Mission SAR data," *IEEE Geosci. Remote Sensing Newslett.,* no. 96, pp. 6-13, 1995 .

[36] G. Krieger, A. Moreira, H. Fiedler, I. Hajnsek, M. Werner, M. Younis and M. Zink, "TanDEM-X: A Satellite Formation for High-Resolution SAR Interferometry," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.,* vol. 45, no. 11, pp. 3317 - 3341, Nov. 2007.

[37] R. Kohlleppel and C. Gierull, "Enhancement of Along-Track Interferometry for Ground Moving Target Indication," in *Jul. 2008, pp. 229-232*, Boston, MA, IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium.

[38] C. Chen, "Performance assessment of Along-Track Interferometry for Detecting Ground Moving Targets," in *IEEE Radar Conference,*, Philadelphia, Pa, Apr. 2004, pp.99-104.

[39] D. D. A. Imel, S. Hensley, B. Pollard, E. Chapin et E. Rodriguez, «AIRSAR Along-Track Interferometry,» chez *4th European Conference on Synthetic Aperture Radar*, vol. 117, 2002.

[40] A. Budillon, A. Evangelista and G. Schirinzi, "GLRT Detection of Moving Targets via Multi-Baseline Along Track Interferometric SAR Systems," *IEEE Geosci. Remote Sens. Letters,* vol. 8, pp. 348-352, 2012.

[41] S. Suchandt, H. Runge, H. Breit, U. Steinbrecher, A. Kotenkov and U. Balss, "Automatic extraction of traffic flows using TerraSAR-X along-track interferometry," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.,* vol. 48, no. 2, pp. 807-819, Feb. 2010.

[42] R. P. Perry, R. C. Dipietro and R. L. Fante, "SAR imaging of moving targets," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.,* vol. 35, no. 1, pp. 188-200, Jan. 1999.

[43] D. Henke, C. Magnard, M. Frioud, D. Small, E. Meier and M. E. Schaepman, "Moving-Target Tracking in Single-Channel Wide-Beam SAR," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.,* vol. 50, no. 11, pp. 4735 - 4747, 2012.

[44] M. Pettersson, "Optimum relative speed discretisation for detection of moving objects in wide band SAR," *IET Radar Sonar Navig.,* vol. 1, no. 3, pp. 213-220, 2007.

[45] S. Barbarossa and A. Farina, "Detection and imaging of moving objects with synthetic aperture radar - Part 2 : Joint time-Frequency analysis by Wigner-Ville distribution," *IEE Proc. -Radar, Sonar Navig.,* vol. 139, no. 1, pp. 89-97, 1992.

[46] T. Sparr, «Time-Frequency Signatures of a Moving Target in SAR Images,» chez *Proc. RTO-MAP-SET*, 2004, pp. 1-8.

[47] T. Sparr et B. Krane, «Micro-Doppler analysis of vibrating targets in SAR,» *IEE Proceedings on Radar, Sonar and Navigation,* vol. 150, n° %14, pp. 277 -283, Aug. 2003.

[48] V. Chen, "Time-Frequency Analysis of SAR Image with Ground Moving Targets," *Proceedings of SPIE\'98,* vol. 3391, pp. 295-302, 1998.

[49] T. Sparr and B. Krane, "Analysis of phase modulation caused by target motion in SAR images," *Proc. SPIE,* vol. 5102, pp. 178 -188, 2003.

[50] D. Jones and R. Baraniuk, "An adaptive Optimal-Kernel Time-Frequency Representation," *IEEE Transactions on Signal Processing,* vol. 43, no. 10, pp. 2361-2371, 1995.

[51] P. Leducq, L. Ferro-Famil and E. Pottier, "Analyse d'images SAR polarimétriques au moyen d'outils temps-fréquence," in *Groupe d'Etudes du Traitement du Signal et des*

Images (GRETSI), Louvain-la-Neuve, Belgique, 2005.

[52] S. Young, N. Nasrabadi and M. Soumekh, "SAR moving target detection and identification using stochastic gradient techniques," in *Proceedings of the International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing (ICASSP\'95)*, 1995, pp.2145 - 2148 .

[53] J. M. B. Dias and P. A. C. Marques, "Multiple moving target detection and trajectory parameters estimation using a single SAR sensor," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.,* vol. 39, no. 2, pp. 604-644, 2003.

[54] L. R. M. Nguyen and D. S. M. Wong, "Enhancement of backprojection SAR imagery using digital spotlighting preprocessing," in *Proc. IEEE Radar Conf.*, Apr. 2004, pp. 53-58.

[55] M. Soumekh, "Phased array imaging of moving targets with randomized beam steering and area spotlighting," *IEEE Trans. Image Process.,* vol. 6, no. 5, pp. 736-749, 1997.

[56] M. Soumekh, "Reconnaissance with ultra wideband UHF synthetic aperture radar," *IEEE Signal Processing Mag.,* vol. 12, no. 4, pp. pp.21 -40, 1995.

[57] J. R. Fienup, "Phase error correction by shear averaging," *Signal Recovery and Synthesis III,* pp. 134 -137, 1989 .

[58] J. R. Fienup, "SAR autofocus by maximizing sharpness," *Optics Letters,* vol. 25, pp. 221 -223, 2000.

[59] R. A. Muller and A. Buffington, "Real-time correction of atmospherically degraded telescope images through image sharpening," *J. Opt. Soc. Amer. ,* vol. 64, pp. 1200-1210, 1974.

[60] R. G. Paxman and J. C. Marron, "Aberration correction of speckled imagery with an image-sharpness criterion," *Statistical Optics,* 1988 .

[61] F. Berizzi and G. Corsini, "Autofocusing of inverse synthetic aperture radar images using contrast optimization," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.,* vol. 32, no. 3, pp. 1185 - 1191, Jul. 1996.

[62] M. Kirscht, "Detection and imaging or arbitrarily moving targets with single-channel SAR," *Proc. Inst. Elect. Eng., Radar, Sonar Navigat.,* vol. 150, no. 1, pp. 7-11, 2003.

[63] K. Ouchi, "On the multilook images of moving targets by synthetic aperture radars," *IEEE Trans. Antennas Propag.,* Vols. AP-33, no. 8, pp. 823 -827, 1985.

[64] M. Kirscht, "Detection and Velocity Estimation of Moving Objects in a Sequence of Single-Look SAR Images," in *Proceedings of the Internetional Geoscience and Remote*

Sensing Symposium IGARSS'96, Lincoln, Nebraska, USA, pp.333-335, May 1996.

[65] M. Kirscht, "Detection and focused imaging of moving objects evaluating a sequence of single-look SAR images," *Proc. 3rd Int. Airborne Remote Sens. Conf. Exhib.,* vol. 1, pp. 393-400, 1997.

[66] T.-K. Chan, Y. Kuga and A. Ishimaru, "Experimental studies on circular SAR imaging in clutter using angular correlation function technique," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.,* vol. 37, no. 9, pp. 2192-2197, 1999.

[67] L. Perlovsky, R. Ilin, R. Deming, R. Linehan and F. Lin, "Moving target detection and characterization with circular SAR," in *IEEE Radar Conference*, Washington, DC, 2010, pp. 661-666.

[68] O. Ruault du Plessis, J. Nouvel, R. Baque, G. Bonin, P. Dreuillet, C. Coulombeix and H. Oriot, "ONERA SAR facilities," in *IEEE Radar Conference*, Washington, DC, 2010, pp. 667 - 672.

[69] J. B. Poisson, H. Oriot and F. Tupin, "Performances analysis of moving target tracking in circular SAR," in *14th International Radar Symposium (IRS)*, Dresden, Germany, 2013.

[70] J. B. Poisson, H. Oriot and F. Tupin, "Moving target tracking using circular SAR imagery," in *9th European Conference on Synthetic Aperture Radar (EUSAR)*, Nuremberg, Germany, 2012.

[71] B. W. Marquardt, "An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters," *SIAM J. Appl. Math,* vol. 11, pp. 431-441, 1963.

[72] M. Gilli, Méthodes numériques, Dpértement d'économétrie, Université de Genève, 2006.

[73] D. Just and R. Bamler, "Phase statistics of interferograms with applications to synthetic aperture radar," *Appl. Opt.,* vol. 33, no. 20, pp. 4361-4368, 1994.

[74] F. T. Ulaby, Handbook of Radar Scattering Statistics for Terrain, Artech House Remote Sensing Library, 1989.

[75] A. Arnaubec, Analyse de la précision d'estimation de paramètres de la biomasse végétale à l'aide de techniques PolInSAR, Thèse de Doctorat, Université Paul Cézanne Aix-Marseille, 2012.

[76] J. Goodman, "Statistical properties of laser speckle patterns," in *Laser Speckle and Related Phenomena*, J.C. Dainty, ed. (Springer-Verlag, Berlin), 1975, pp. 29-35.

[77] W. Ye, T. S. Yeo and I. Bao, "Weighted least-squares estimation of phase errors for SAR/ISAR autofocus," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, vol. 37,*

pp.5 1999 , vol. 37, no. 5, pp. 2487 -2494 , 1999 .

[78] J. A. Fessler, "Moments of implicitly defined estimators (e.g., ML and MAP): Applications to transmission tomography," *Proc. Int. Conf. Acoustics, Speech, and Signal Processing,* vol. 3662, pp. 2291-2294, 1995.

[79] P. A. C. Marques, "SAR-MTI improvement using a-priori knowledge of the road network," in *Proc. Eur. Radar Conf.*, Oct. 2010, pp. 244-247.

[80] M. Jahangir, «Moving target detection for Synthetic Aperture Radar via shadow detection,» chez *IET Conf On Radar Systems (Radar 2007)*, Edinburgh, UK,, Oct. 2007, pp. 1-5.

[81] J. J. Sharma, C. H. Gierull and C. M. J., "The influence of target acceleration on velocity estimation in dual-channel SAR-GMTI," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.,* vol. 44, no. 1, pp. 134 -147, 2006 .

Liste des travaux

Publication en revue scientifique à comité de relecture

J. B. Poisson, H. Oriot and F. Tupin, “Ground Moving Target Trajectory Reconstruction in Single-Channel Circular SAR,” soumis à *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.,* en révision.

Actes de conférence avec comité de relecture

J. B. Poisson, H. Oriot and F. Tupin, “Moving target tracking using circular SAR imagery,” in *9th European Conference on Synthetic Aperture Radar (EUSAR)*, Nuremberg, Germany, 2012.

J. B. Poisson, H. Oriot and F. Tupin, “Performances analysis of moving target tracking in circular SAR,” in *14th International Radar Symposium (IRS)*, Dresden, Germany, 2013.

Reconstruction de trajectoires de cibles mobiles en imagerie RSO circulaire aéroportée

RESUME : L'imagerie RSO circulaire aéroportée permet d'obtenir de nombreuses informations sur les zones imagées et sur les cibles mobiles. Les objets peuvent être observés sous plusieurs angles, et l'illumination continue d'une même scène permet de générer plusieurs images successives de la même zone. L'objectif de cette thèse est de développer une méthode de reconstruction de trajectoire de cibles mobiles en imagerie RSO circulaire monovoie, et d'étudier les performances de la méthode proposée. Nous avons tout d'abord mesuré les coordonnées apparentes des cibles mobiles sur les images RSO et leur paramètre de défocalisation. Ceci permet d'obtenir des informations de mouvement des cibles, notamment de vitesse et d'accélération. Nous avons ensuite utilisé ces mesures pour définir un système d'équations non-linéaires permettant de faire le lien entre les trajectoires réelles des cibles mobiles et leurs trajectoires apparentes. Par une analyse mathématique et numérique de la stabilité de ce système, nous avons montré que seul un modèle de cible mobile avec une vitesse constante permet de reconstruire précisément les trajectoires des cibles mobiles, sous réserve d'une excursion angulaire suffisante. Par la suite, nous avons étudié l'influence de la résolution des images sur les performances de reconstruction des trajectoires, en calculant théoriquement les précisions de mesure et les précisions de reconstruction qui en découlent. Nous avons mis en évidence l'existence théorique d'une résolution azimutale optimale, dépendant de la radiométrie des cibles et de la validité des modèles étudiés. Finalement nous avons validé la méthode développée sur deux jeux de données réelles acquises par le capteur SETHI et RAMSES NG de l'ONERA en bande X, et confirmé les analyses théoriques des performances de cette méthode.

Mots clés : imagerie RSO circulaire, cibles mobiles, radar, focalisation, reconstruction de trajectoires.

Moving target trajectory reconstruction using circular SAR imagery

ABSTRACT : Circular SAR imagery brings a lot of information concerning the illuminated scenes and the moving targets. Objects may be seen from any angle, and the continuity of the illumination allows generating a lot of successive images from the same scene. In the scope of this thesis, we develop a moving target trajectory reconstruction methodology using circular SAR imagery, and we study the performances of this methodology. We have first measured the apparent coordinates of the moving targets on SAR images, and also the defocusing parameter of the targets. This enables us to obtain information concerning target movement, especially the velocity and the acceleration. We then used these measurements to develop a non-linear system that makes the link between the apparent trajectories of the moving targets and the real ones. We have shown, by a mathematical and numerical analysis of the robustness, that only a model of moving target with constant velocity enables us to obtain accurate trajectory reconstructions from a sufficient angular span. Then, we have studied the azimuth resolution influence on the reconstruction accuracy. In order to achieve this, we have theoretically estimated the measurement accuracy and the corresponding reconstruction accuracy. We have highlighted the existence of an optimal azimuth resolution, depending on the target radiometry and on the validity of the two target models. Finally, we have validated the method on two real data sets on X-Band acquired by SETHI and RAMSES NG, the ONERA radar systems, and confirmed the theoretical analyses of its performances.

Keywords : circular SAR imagery, moving targets, radar, focusing, trajectory reconstruction.

TELECOM ParisTech

ONERA THE FRENCH AEROSPACE LAB

EDITE

ParisTech INSTITUT DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES PARIS INSTITUTE OF TECHNOLOGY