



**HAL**  
open science

# Modélisation de la fatigue des systèmes de forage de puits à trajectoire complexe

Ngoc Ha Dao

► **To cite this version:**

Ngoc Ha Dao. Modélisation de la fatigue des systèmes de forage de puits à trajectoire complexe. Sciences de la Terre. Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2014. Français. NNT : 2014ENMP0004 . tel-01273960

**HAL Id: tel-01273960**

**<https://pastel.hal.science/tel-01273960>**

Submitted on 15 Feb 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

École doctorale n°398 :  
Géosciences, Ressources Naturelles et Environnement

**Doctorat ParisTech**

**T H È S E**

pour obtenir le grade de docteur délivré par

**l'École nationale supérieure des mines de Paris**

**Spécialité « Technique et Economie de l'Exploitation du Sous-sol »**

*présentée et soutenue publiquement par*

**Ngoc Ha DAO**

le 13 février 2014

*confidentielle jusqu'au 13 février 2016*

**Modélisation de la fatigue des systèmes de forage de puits  
à trajectoire complexe**

~ ~ ~

**Fatigue modelling of drilling systems applied to complex trajectory wells**

Directeur de thèse : **Hedi SELLAMI**

**Jury**

**M. Ziad MOUMNI**, Professeur, ENSTA ParisTech  
**M. Alain MILLARD**, Professeur, Ecole Centrale de Paris  
**M. Didier DAVID**, Ingénieur de Recherches, Vallourec  
**M. Michel TIJANI**, Directeur de Recherches, MINES ParisTech  
**M. Hedi SELLAMI**, Directeur de Recherches, MINES ParisTech  
**M. Ky DANG VAN**, Professeur, Ecole Polytechnique

Président  
Rapporteur  
Examinateur  
Examinateur  
Examinateur  
Invité

**T  
H  
È  
S  
E**

**MINES ParisTech**  
**Centre de Géosciences**

35 rue Saint Honoré, 77300 Fontainebleau, France



# Remerciements

La thèse présentée dans ce mémoire s'est inscrite dans un large programme de recherche sur le comportement mécanique des systèmes de forage au Centre de Géoscience de MINES ParisTech.

Je tiens à remercier particulièrement M. Hedi Sellami, mon directeur de thèse, pour son accueil ainsi que pour sa disponibilité tout au long de ces quatre ans.

Je remercie également M. Michel Tijani pour ses encouragements, son aide précieuse tout au long de mes recherches.

J'exprime mes remerciements à M. Ziad Moumni et M. Alain Millard pour l'intérêt qu'ils ont bien voulu me porter en acceptant à la fois de participer à mon jury de thèse et d'être rapporteur de ce travail. Je remercie également M. Didier David d'avoir accepté de prendre part à mon jury de thèse.

J'adresse ma gratitude particulière à M. Dang Van Ky pour avoir participé à mon jury de thèse. M. Ky a relu mon manuscrit et ses conseils dans le domaine de la fatigue des matériaux sont vraiment précieux. Il m'a encouragé davantage à la fin de cette thèse.

J'exprime aussi toute ma sympathie aux membres de l'équipe Géologie de l'Ingénieur et Géomécanique du Centre de Géosciences, particulièrement aux thésards qui m'ont toujours écouté et partagé beaucoup de bonnes choses.

Merci à mes amis de la classe 47CLC2, promotion 2002-2007, de l'Ecole Supérieure de Génie Civil de Hanoï, Vietnam. Nous partageons toujours notre vie en France, ceci nous fait nous sentir comme dans une famille.

En fin, je n'oublie pas mes parents, mon frère, ma femme Phuong Chi, et ma jolie fille Phuong Minh.



## Résumé

Face à la complexité des puits forés aujourd'hui, le phénomène de fatigue devient la cause la plus importante de la rupture de la garniture de forage dans laquelle les tiges conventionnelles constituent 90-95% de sa longueur totale. Ce phénomène de fatigue peut se produire dans les tiges lorsqu'elles sont soumises à des chargements cycliques provenant de différentes sources : la rotation de la tige dans une partie courbée du puits, la rotation de la tige en flambage, les vibrations dans le train de tiges,...

L'objectif de ce travail est d'élaborer une méthodologie et des modèles numériques pour évaluer la fatigue dans les tiges au cours des opérations de forage de puits à trajectoire complexe. Nous ne nous intéressons qu'aux chargements cycliques causés par la rotation de la tige dans une partie courbée du puits. Le travail se base sur deux points importants :

- Il faut choisir parmi les différentes approches existantes celles qui nous ont semblé les plus pertinentes et les plus opérationnelles pour prédire la durée de vie d'une structure de forage. Pour les forages conventionnels, les contraintes dans les tiges restent souvent dans le domaine élastique. Ainsi, nous avons retenue deux approches, une en contrainte et une par propagation de fissure basée sur la mécanique linéaire de la rupture.
- Du fait que les chargements cycliques agissant sur la tige de forage sont d'amplitudes variables durant le forage, nous avons été amenés à développer une procédure de calcul incrémental sur la longueur de forage, couplée à un modèle de comportement mécanique de la garniture. Cette procédure permet d'implémenter l'approche de fatigue choisie dans chaque incrément de calcul pour évaluer " la tenue en fatigue " des tiges durant le forage. Nous avons employé le logiciel ABIS développé au Centre de Géosciences de MINES ParisTech pour déterminer les contraintes en tout point dans la garniture à tout instant du forage.

Dans le cadre de cette thèse, le premier modèle développé est fondé sur la notion de cumul de fatigue en se basant sur les courbes S-N des tiges de forage et sur une procédure de l'accumulation de fatigue en appliquant la loi d'endommagement de Miner. Ce modèle permet une meilleure gestion de la fatigue des tiges tant sur le plan prévisionnel qu'opérationnel. Cependant, il nécessite de connaître la courbe S-N de la tige étudiée dont la construction est généralement établie à partir d'essais relativement coûteux. C'est pour cette raison que nous avons entrepris un nouveau travail de modélisation de la fatigue par propagation de fissure.

Le second modèle que nous avons développé est fondé sur la théorie de propagation de fissure et suppose l'existence d'une fissure initiale dans la tige. Les coefficients de la loi de propagation de fissure dans le matériau ont été déterminés à partir d'essais normalisés sur de petits échantillons. Le modèle permet de déterminer l'évolution de la fissure au cours des cycles de chargement. De nombreuses simulations numériques d'un cylindre fissuré ont été réalisées à l'aide du code CASTEM pour déterminer le facteur d'intensité des contraintes. A partir d'une campagne de caractérisation des principaux aciers utilisés à l'heure actuelle en forage, les paramètres de la loi de propagation ont été déterminés. Enfin, il a été nécessaire de développer un algorithme de calcul incrémental permettant de simuler l'évolution de la fissure dans la tige au cours de sa rotation en fonction des cycles de chargements.

Ces deux modèles peuvent être utilisés dans la phase de conception de la trajectoire des puits et du choix de la garniture de forage, mais aussi qu'en opération pour mieux gérer les tiges et les trajectoires. Une application de ces deux modèles sur des données relatives à un cas réel de rupture d'une garniture de forage est présentée à la fin de ce mémoire.

## Mots-clés

Fatigue, Cumul de fatigue, Propagation de fissure, Tige de forage, Comportement mécanique, Garniture de forage, Trajectoire complexe, Modélisation numérique.

# Abstract

Faced with the complexity of the oil and gas wells drilled today, the fatigue phenomenon is the most important cause of drill-string failure. Knowing that the conventional drill-pipes can constitute 90-95% of the drill-string total length. The fatigue phenomenon can occur in drill-pipes subjected to cyclic loadings coming from different sources : the rotation of drill-pipe in a curved portion of the well, the rotation of buckled drill-pipe, and the vibrations in the drill-string...

The objective of this work is to develop a methodology and the numerical models to evaluate the drill-pipe fatigue during drilling operation of wells with complex trajectory. We are interested only the cyclic loading caused by the rotation of drill-pipe in a curved portion of the well. The work is based on two important points :

- We have to choose among the different existing approaches for fatigue life prediction of a structure those who seem most relevant to drill-pipe fatigue problem. For conventional drilling, the stresses in drill-pipe are often in elastic. So, two approaches are chosen to develop our drill-pipe fatigue models : stress-based fatigue approach and crack propagation approach based on linear fracture mechanics.
- Since the cyclic loading amplitude acting on drill-pipe is variable during drilling operation, it is necessary to develop an incremental calculation procedure of drilling length coupled to a drill-string mechanical model allowing to determine the loads to which the drill-pipe is subjected. This procedure allows us to introduce the chosen approach in each calculation increment to evaluate “the fatigue” of drill-pipes during drilling operation. We used the ABIS software developed at the Geosciences Department of MINES ParisTech to determine the stresses at any point in the drill-string at any time of drilling.

In this thesis, the first developed model uses the cumulative fatigue concept based on S-N curves of drill-pipes and a fatigue accumulation process by applying the Miner damage law. This model seems to be good for drill-pipe fatigue management in both provisional and operational drillings. However, it requires the knowledge of drill-pipe S-N curve whose construction is generally determined from full-size drill-pipe tests which are very costly. Therefore, we continued our new work on the modeling of fatigue crack propagation in drill-pipe.

The second model is based the theory of crack propagation and requires the assumption of the existence of an initial crack in drill-pipe. The crack growth rate law coefficients of a material can be determined simply using standardized tests on small specimens. This model allows us to determine the crack evolution during the loading cycles. Many numerical simulations of a cracked cylinder are performed using CASTEM code for determining the stress intensity factors. Based on the results of a program of fatigue crack growth tests, the parameters of crack growth rate law for different steel grades used in drill-pipes are determined. Finally, it is necessary to develop an incremental calculation algorithm to simulate the crack evolution in drill-pipe as a function of loading cycles.

Both models can be used in the design phase of the well and the drill-string or in real time during drilling. An application of these models on a real data case of drill-pipe failure is presented at the end of this thesis.



## Keywords

Fatigue, Cumulative fatigue, Fatigue crack growth, Drill-pipe, Drill-string mechanical behavior, Drill-string, Complex trajectory, Numerical modeling.

# TABLE DES MATIÈRES

<b>Table des matières</b>	<b>vii</b>
<b>Liste des figures</b>	<b>xi</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>xvii</b>
<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>I Position du problème et Démarche générale</b>	<b>5</b>
I.1 Position du problème . . . . .	7
I.2 Généralités sur le forage . . . . .	12
I.2.1 Les tiges de forage . . . . .	12
I.2.2 Les paramètres de forage . . . . .	16
I.2.3 Caractéristiques géométriques du forage directionnel . . . . .	17
I.3 Comportement mécanique de la garniture de forage . . . . .	19
I.4 Schéma proposé pour la modélisation de la fatigue des tiges . . . . .	21
I.5 Synthèse . . . . .	23
<b>II La fatigue des tiges de forage</b>	<b>25</b>
II.1 Généralités sur la fatigue des solides . . . . .	27
II.2 Causes principales de la fatigue des tiges de forage . . . . .	39
II.3 Règles pratiques pour la conception de la garniture de forage vis à vis de la fatigue . . . . .	40
II.3.1 Courbure maximale permise . . . . .	40
II.3.2 Estimation de l'endommagement cumulatif de fatigue . . . . .	42
II.4 Synthèse . . . . .	45

<b>III</b>	<b>Modélisation de la fatigue des tiges par accumulation d'endommagement</b>	<b>47</b>
III.1	Algorithmme	49
III.2	Loi d'endommagement de Miner	51
III.2.1	Accumulation d'endommagement par fatigue	51
III.2.2	Présentation de la loi linéaire de Miner	52
III.2.3	Dispersion du dommage à rupture	54
III.2.4	Justification du choix de la loi de Miner	56
III.3	Analyse bibliographique sur les courbes S-N	56
III.3.1	Sources expérimentales des courbes S-N pour les tiges	56
III.3.2	Modèle retenu de la courbe S-N	63
III.4	Simulations numériques du cumul de fatigue : étude de sensibilité	66
III.4.1	Conditions des simulations	66
III.4.2	Moment de flexion agissant sur la tige	67
III.4.3	Influence du grade de la tige	68
III.4.4	Influence de la limite d'endurance du matériau	70
III.4.5	Influence des dimensions de la tige de forage	72
III.4.6	Etude de l'influence des paramètres opératoires	74
III.4.7	Etude de l'influence de la position de la tige	75
III.5	Synthèse	77
<b>IV</b>	<b>Modélisation de la fatigue des tiges par propagation de fissure</b>	<b>79</b>
IV.1	Introduction	81
IV.2	Modèle proposé pour la fatigue par propagation de fissure	82
IV.3	Calcul du facteur d'intensité des contraintes	85
IV.3.1	FIC dans le cas du moment de flexion rotative et de la tension	86
IV.3.2	Modèle en éléments finis du cylindre fissuré	88
IV.4	Loi de propagation de fissure pour différents aciers	89
IV.4.1	Loi de Paris pour différents aciers API	89
IV.4.2	Essais de vitesse de propagation de fissure pour différents aciers	91
IV.4.3	Choix de la taille initiale de la fissure	97
IV.5	Etude de l'évolution de la fissure	98
IV.5.1	Cas de chargement $(\sigma_a, \sigma_m)$ constants	98
IV.5.2	Effet de chargement $(\sigma_a, \sigma_m)$ variables	99
IV.6	Synthèse	102
<b>V</b>	<b>Applications à un cas pratique</b>	<b>105</b>
V.1	Description du cas de rupture étudié	107
V.2	Vérification par règles pratiques	108
V.3	Calcul du cumul de fatigue	108
V.3.1	Démarche	108
V.3.2	Résultats des simulations	110
V.4	Calcul de la propagation de fissure	112
V.4.1	Démarche	112
V.4.2	Résultats de simulations	112
V.5	Conclusion	115

<b>Conclusion générale et Perspectives</b>	<b>117</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>123</b>
<b>Annexes</b>	<b>130</b>
<b>A Modélisation tridimensionnelle du comportement mécanique la garniture de forage dans un puits à trajectoire complexe</b>	<b>131</b>
A.1 Hypothèses du modèle . . . . .	133
A.2 Formulations . . . . .	135
A.3 Résolution . . . . .	137
A.4 Algorithme de contact (gestion des contacts) . . . . .	138
A.5 Flambage . . . . .	139
A.6 Les forces linéiques . . . . .	139
<b>B Lois d'endommagement de fatigue</b>	<b>141</b>
B.1 Loi linéaire à deux phases de Grover . . . . .	143
B.2 Loi bilinéaire de Manson et al. . . . .	144
B.3 Loi non-linéaire de Marco-Starkey . . . . .	144
B.4 Théories de l'endommagement continu - Loi de Lemaître et Chaboche	145
<b>C Paramètres importants de la mécanique de la rupture</b>	<b>147</b>
C.1 Approche locale et facteurs d'intensité des contraintes . . . . .	149
C.2 Approche globale et taux de restitution d'énergie . . . . .	150
C.3 Taux de restitution d'énergie non-linéaire - Intégrale de contour . . . . .	151
C.4 Relation entre les facteurs d'intensité des contraintes K et le taux de restitution d'énergie G . . . . .	152
C.5 Méthodes numériques de calcul du FIC . . . . .	153
C.5.1 Principe de superposition . . . . .	153
C.5.2 Méthode G-thêta . . . . .	153
<b>D Article publié : Stress intensity factors and fatigue growth of a surface crack in a drill pipe during rotary drilling operation</b>	<b>157</b>
<b>E Résultats supplémentaires pour le cas réel analysé via les deux modèles</b>	<b>175</b>
E.1 Résultats de calcul du cumul de fatigue . . . . .	177
E.2 Résultats de calcul de la propagation de fissure . . . . .	179



# LISTE DES FIGURES

I.1	Système de forage rotary classique . . . . .	7
I.2	Garniture de forage . . . . .	8
I.3	Base de données des puits à long déport . . . . .	9
I.4	Défaillances des garnitures de forage . . . . .	10
I.5	Déviations après l'échec de l'opération de repêchage . . . . .	11
I.6	La tige de forage . . . . .	12
I.7	Comportement à la traction d'un matériau ductile . . . . .	13
I.8	Raccords de tige de forage et (b) Protection de la surface externe des raccords de tige . . . . .	15
I.9	Bande de marquage pour classer les tiges de forage . . . . .	15
I.10	Caractéristiques géométriques d'un forage dirigé . . . . .	17
I.11	Avancement de la tige étudiée (et le point suivi) au cours du forage . . . .	21
I.12	Schéma de calcul pas à pas de la fatigue durant le forage proposé . . . . .	22
II.1	Représentations schématiques d'un chargement cyclique (a) à amplitude constante, et (b) à amplitude variable . . . . .	27
II.2	Représentation schématique d'une courbe de Wöhler . . . . .	29
II.3	La dispersion et la courbe de Wöhler probabilisée . . . . .	30
II.4	(a) Représentation schématique du diagramme de Haigh, et (b) Compa- raison des lois empirique . . . . .	32
II.5	Trois modes élémentaires de fissuration . . . . .	33
II.6	Définition du repère local au voisinage du front d'une fissure . . . . .	33
II.7	Représentation schématique de la courbe de propagation par fatigue d'une fissure longue . . . . .	35
II.8	Effet du rapport de contraintes . . . . .	36
II.9	Fermeture de la fissure pendant la propagation de fissure . . . . .	38
II.10	Schématisme des principaux types de fermeture de fissure . . . . .	38
II.11	(a) Contrainte axiale en un point de la tige, et (b) sa répartition sur la section droite . . . . .	39

II.12	Variation de la contrainte normale en un point (rayon $r$ ) de la section droite de la tige causée par la rotation de la tige dans une section courbée du puits . . . . .	39
II.13	Les limites d'endurance pour le grade E . . . . .	42
II.14	Endommagement par fatigue des tiges dans des dog-legs . . . . .	43
II.15	Limites de fatigue pour différents grades d'API des tiges . . . . .	45
III.1	Schéma du calcul du cumul pas à pas de la fatigue . . . . .	49
III.2	Extension du diagramme de Goodman dans la zone de compression . . . . .	51
III.3	Endommagement en fatigue . . . . .	52
III.4	Séquence composée de plusieurs blocs de sollicitations . . . . .	53
III.5	Modification de la courbe S-N . . . . .	54
III.6	Définition des essais haut-bas et bas-haut et leur influence sur la durée de vie critique . . . . .	55
III.7	Machine d'essais de type flexion à quatre points avec rotation . . . . .	57
III.8	Résultats des essais et courbe S-N des tiges de grade E-75 de Grondin et Kulak . . . . .	58
III.9	Résultats des essais de fatigue des tiges de Bachman . . . . .	59
III.10	Résultats et Courbe S-N proposés par Joosten <i>et al.</i> (1985) . . . . .	59
III.11	Représentation simplifiée d'un "upset" interne (longueur en mm) . . . . .	60
III.12	Effet de la géométrie de "upset" interne sur la durée de vie en fatigue . . . . .	60
III.13	Courbes S-N proposées par Tsukano <i>et al.</i> (1990) pour les connexions standards NC40 et modifiées . . . . .	61
III.14	Schéma de principe de la machine d'essai de fatigue de résonance . . . . .	61
III.15	Résultats des essais de fatigue pour les connexions . . . . .	62
III.16	(a) Schéma de la machine de fatigue de Moore, et (b) Échantillon à tester sur machine de Moore . . . . .	63
III.17	Comparaison de la courbes S-N fournie par l'approche de la machine de Moore avec différents résultats expérimentaux de la littérature . . . . .	65
III.18	(a) Trajectoire du puits étudié, et (b) Evolution de la courbure en fonction de l'abscisse curviligne du forage . . . . .	66
III.19	Repérage d'un point sur la tige . . . . .	67
III.20	Comparaison entre ABIS et le modèle analytique pour le calcul du moment de flexion . . . . .	67
III.21	Courbes S-N résultantes de l'approche de la machine de Moore pour différents grades API . . . . .	68
III.22	Evolution du cumul de fatigue de la tige de grade G105 . . . . .	68
III.23	(a) Répartition, le long de la tige, du cumul de fatigue en fin de forage et (b) Evolution du cumul de fatigue maximal au cours du forage (différents grades, environnement corrosif) . . . . .	69
III.24	Evolution de l'amplitude de la contrainte équivalente de Goodman . . . . .	70
III.25	(a) Répartition, le long de la tige, du cumul de fatigue en fin de forage et (b) Evolution du cumul de fatigue maximal au cours du forage (différents grades, environnement non-corrosif) . . . . .	70

III.26	(a) Courbe S-N proposée par Hansford et Lubinski, en appliquant la loi de Miner avec ou sans limite d'endurance, et (b) Evolution de l'amplitude de la contrainte équivalente de Goodman . . . . .	71
III.27	(a) Répartition, le long de la tige, du cumul de fatigue en fin de forage et (b) Evolution du cumul de fatigue maximal au cours du forage (avec deux courbe S-N avec et sans limite d'endurance) . . . . .	72
III.28	Courbes S-N de deux tiges de 4 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> " et 5" de diamètre extérieur . . . . .	72
III.29	Evolution de l'amplitude de la contrainte équivalente (loi de Goodman) (deux dimensions de la tige, environnement corrosif) . . . . .	73
III.30	(a) Répartition, le long de la tige, du cumul de fatigue en fin de forage et (b) Evolution du cumul de fatigue maximal au cours du forage (deux dimensions de la tige, environnement corrosif) . . . . .	73
III.31	(a) Répartition, le long de la tige, du cumul de fatigue en fin de forage et (b) Evolution du cumul de fatigue maximal au cours du forage (différents poids à l'outil, environnement corrosif) . . . . .	75
III.32	(a) Evolution de l'amplitude de la contrainte équivalente (loi de Goodman) en fonction de la profondeur de la tige étudiée, et (b) Répartition, le long de la tige, du cumul de fatigue en fin de forage (différentes positions de la tige étudiée, environnement corrosif) . . . . .	76
III.33	(a) Répartition, le long de la tige, du cumul de fatigue en fin de forage et (b) Evolutions du cumul maximal de fatigue en fonction de la profondeur de la tige étudiée (différentes positions de la tige étudiée, environnement corrosif) . . . . .	77
IV.1	(a) Cylindre fissuré et chargements, et (b) Géométrie de la fissure et leurs paramètres . . . . .	82
IV.2	(a) Ordinogramme de l'algorithme de calcul de la propagation de fissure, et (b) Evolution de la fissure après une itération de calcul de $\Delta N$ cycles . . . . .	83
IV.3	Propagation de la fissure après une itération de calcul . . . . .	84
IV.4	Algorithme du modèle de propagation de fissure au cours de l'opération de forage . . . . .	85
IV.5	(a) Rotation du cylindre, et (b) Rotation du moment de flexion . . . . .	86
IV.6	Décomposition du moment de flexion . . . . .	87
IV.7	Modèles des éléments finis d'un cylindre fissuré . . . . .	88
IV.8	Résultats numériques du calcul du FIC - Comparaisons avec les résultats de Shahani et Habibi (2007) . . . . .	89
IV.9	Résultats des essais de vitesse de propagation de fissure en fatigue de Dale (1988) . . . . .	90
IV.10	Eprouvette de compact-tension (C.T.) ( $W = 48mm$ ) . . . . .	91
IV.11	Machine d'essais MTS 810 du LAMEF . . . . .	92
IV.12	Procédure de l'essai de propagation de fissure en fatigue . . . . .	93
IV.13	Lissage de la courbe $a - N$ après l'essai par le logiciel Adlis . . . . .	94
IV.14	Résultats d'essais de vitesse de propagation de fissure en fatigue pour différents grades d'acier . . . . .	95
IV.15	Résultats d'essais de vitesse de propagation de fissure en fatigue pour différents rapports de contraintes . . . . .	95



IV.16	Comparaisons entre les résultats du grade S-135 de Dale et ceux de nos essais du B2-135 . . . . .	97
IV.17	Probabilité de détection de fissures . . . . .	98
IV.18	Evolutions (a) de la profondeur relative $A/T$ et (b) du rapport d'aspect de l'ellipse de la fissure $B/A$ en fonction de la fraction de vie $N/N_R$ . . . . .	100
IV.19	Chargement variable de trois blocs pour l'étude de l'évolution de la fissure	100
IV.20	Evolutions de la profondeur relative de la fissure $A/T$ pour les chargements variables de trois blocs . . . . .	101
IV.21	Evolutions du rapport d'aspect de l'ellipse de fissure $B/A$ pour les chargements variables de trois blocs . . . . .	101
IV.22	Evolutions du rapport d'aspect de l'ellipse de la fissure $B/A$ en fonction de la fraction de vie $N/N_R$ ( $A_0 = 0.005''$ ). . . . .	102
V.1	(a) Trajectoire et (b) Evolution de la courbure (DLS) par rapport à l'abscisse curviligne des puits étudiés . . . . .	107
V.2	Vérification par règles pratiques (courbure maximale permise) . . . . .	108
V.3	Répartition le long de la tige du cumul de fatigue en fin de forage : Combinaison des cas les plus dangereux . . . . .	110
V.4	Cumul de fatigue après une heure de rotation . . . . .	111
V.5	Profondeur de la fissure en fin de chaque étape de forage pour différents points sur la tige (à gauche) et Evolution de la fissure au point $X_p = 0.25$ m au cours du forage (à droite) (Grade S135) . . . . .	113
V.6	Profondeur de la fissure en fin de chaque étape du forage à différents points sur la tige (à gauche) et Evolution de la fissure au point $X_p = 0.25$ m durant le forage (à droite) (Comparaison entre les deux grades S135 et B2-135) . . . . .	114
V.7	Evolution du rapport $B/A$ de l'ellipse de fissure durant le forage . . . . .	115
A.1	Présentation des repères utilisés . . . . .	134
A.2	Frottement radical induit par la rotation de la garniture . . . . .	135
B.1	Courbes S-N à deux phases selon les lois de Lancer et de Grover . . . . .	143
B.2	Endommagement en fatigue selon la loi non-linéaire de Marco-Starkey . . . . .	145
C.1	Propagation de la fissure sur une longueur $\Delta a$ . . . . .	151
C.2	Contour de l'intégrale de Rice . . . . .	152
C.3	Corps solide fissuré . . . . .	153
C.4	Fond de fissure en 3D . . . . .	155
C.5	Construction du champ $\theta$ pour la méthode G-thêta (le cas 2D) . . . . .	156
C.6	Construction du champ $\theta$ pour la méthode G-thêta (le cas 3D) . . . . .	156
C.7	Exemple de maillage rayonnant autour du fond de fissure . . . . .	156
E.1	Répartition, le long de la tige, du cumul de fatigue causé par la phase 1602-3686 m du puits 1 . . . . .	177
E.2	Répartition, le long de la tige, du cumul de fatigue causé par la phase 3686-4436 m du puits 1 . . . . .	177
E.3	Répartition, le long de la tige, du cumul de fatigue causé par la phase 1618-3086 m du puits 1 dévié . . . . .	177

E.4	Cumul de fatigue après une heure de rotation (phase 1602-3686 m du puits 1) . . . . .	178
E.5	Cumul de fatigue après une heure de rotation (phase 3686-4436 m du puits 1) . . . . .	178
E.6	Cumul de fatigue après une heure de rotation (phase 1618-3086 m du puits 1 dévié) . . . . .	178
E.7	Profondeur de la fissure en fin de chaque étape du forage pour différents points sur la tige et Evolution de la fissure du point $X_p = 0.250m$ durant le forage (Grade B2-135) . . . . .	179
E.8	Profondeur de la fissure en fin de chaque étape du forage pour différents points sur la tige et Evolution de la fissure du point $X_p = 0.250m$ durant le forage (comparaison de deux positions de la tige étudiée dans la garniture dans le forage du puits 1 avant déviation) . . . . .	180



# LISTE DES TABLEAUX

I.1	Caractéristiques mécaniques des grades API des tiges de forage . . . . .	13
I.2	Gammes API de longueur des tiges . . . . .	14
I.3	Bandes de classification des tiges et des tool-joints . . . . .	16
I.4	Bande de marquage de l'état du raccord de tige . . . . .	16
II.1	Modèles proposés dans la littérature pour les courbes S-N . . . . .	31
II.2	$N_R(\sigma_a, \sigma_m) = N_R(\sigma_{aeq}, 0)$ et $\sigma_{aeq} = f(\sigma_a, \sigma_m)$ . . . . .	32
III.1	Paramètres des courbes S-N pour les connexions . . . . .	62
III.2	Paramètres pour la construction des courbes S-N des tiges de forage (Approche de la machine de Moore) . . . . .	65
III.3	Dimensions des tiges des garnitures étudiées . . . . .	72
III.4	Scénarios étudiés pour l'étude de l'influence des paramètres opératoires . . . . .	74
IV.1	Coefficients de la loi de propagation de fissure en fatigue pour différents grades API des tiges de forage . . . . .	90
IV.2	Matériaux testés et leurs caractéristiques . . . . .	91
IV.3	Ajustement par la loi de Paris sur les résultats expérimentaux . . . . .	96
IV.4	Ajustement par la loi de Walker sur les résultats expérimentaux . . . . .	96
IV.5	Coefficients de la loi de Walker proposés pour différents grades API . . . . .	97
IV.6	Données des chargements variables de trois blocs . . . . .	100
V.1	Les phases de forage avant la détection du "washout" . . . . .	108
V.2	Les phases de forage pour le calcul du cumul de fatigue . . . . .	109
V.3	Coefficients de la loi de Walker pour S135 et B2-135 utilisés dans les calculs . . . . .	112
E.1	Positions de la tige étudiée (de l'outil de forage) pour chaque cas de calcul sur les Figs. E.8 . . . . .	180



# INTRODUCTION



Aujourd'hui, face à l'épuisement des ressources d'hydrocarbures, l'extraction du pétrole devient de plus en plus difficile et nécessite de nouvelles avancées technologiques pour forer et exploiter des puits de plus en plus profonds, longs, de trajectoires complexes et le plus souvent dans des milieux corrosifs. Le développement des techniques de forage permet aujourd'hui de réaliser ces puits extrêmes : puits horizontaux, puits à long déport, puits dirigés très profonds dans des environnements très agressifs. En raison de ces conditions difficiles de forage, le processus de fatigue du matériau devient l'une des causes principales des ruptures du train de tiges. Le phénomène de la fatigue dans les tiges est essentiellement dû à la flexion cyclique des tiges causée par leur rotation dans une partie courbée du puits. La géométrie complexe du puits induit des contraintes de flexion importantes et contribue à la sévérité de la fatigue des tiges. De plus, les difficultés de forer les roches profondes et la complexité de la trajectoire conduisent à des durées de forage de plus en plus longues et donc à une augmentation du nombre de cycles de sollicitation des tiges.

Comme nous le montre l'étude bibliographique réalisée dans le cadre de la présente thèse, le phénomène de fatigue est l'une des principales causes de rupture du train de tiges responsable d'un surcoût très important de l'opération de forage voire même de l'abandon du puits. Notre travail s'inscrit dans la cadre général de l'étude du comportement mécanique des tiges durant le forage. L'objectif de ce travail est d'élaborer une méthodologie et les modèles numériques nécessaires pour évaluer la fatigue des tiges au cours des opérations de forage de puits à trajectoire complexe.

Le but principal d'une telle évaluation de la fatigue des tiges durant les opérations de forage est de prédire les ruptures par fatigue dans le train de tiges. Ceci permet à l'opérateur de planifier la gestion des tiges et leurs inspections en fonction de l'historique de leur utilisation. Ainsi, le risque de rupture par fatigue est réduit et les coûts de temps d'arrêt et d'inspection peuvent être réduits.

Le problème de fatigue des matériaux solides est un domaine très vaste, notre travail de recherche a consisté **(i)** à choisir parmi les différentes approches celles qui nous ont semblé les plus pertinentes dans le cadre de cette recherche appliquée et **(ii)** à assembler ces "outils" (théories de la fatigue et de la rupture, lois empiriques, logiciels de calcul de structures...) via des "algorithmes" que nous avons développés.

## Plan de la thèse

Ce mémoire comprend cinq chapitres :

Le premier chapitre est consacré à une présentation du problème de fatigue des tiges et de la démarche générale pour l'étudier. Des notions générales sur le forage rotary sont présentées. Du fait que les contraintes agissant sur les tiges sont des données indispensables pour évaluer leur fatigue, nous présentons les grandes lignes des modèles permettant de simuler le comportement mécanique de la garniture de forage dans les puits à trajectoire complexe. Un schéma de calcul incrémental par pas de longueur forée durant le forage est ensuite proposé. Couplé à un modèle de fatigue, ce schéma permet de quantifier la fatigue des tiges au cours de l'opération de forage.

Dans le deuxième chapitre, trois approches largement utilisées pour la prévision de la durée de vie en fatigue d'une pièce mécanique sont présentées : l'approche en



contraintes, l'approche en déformations et l'approche par propagation de fissure. Du fait que la conception de la garniture de forage et de la trajectoire du puits est faite de sorte que l'état de contrainte dans les tiges reste dans le domaine élastique, l'approche en contrainte et l'approche par propagation de fissure basée sur la mécanique de la rupture semblent être les plus adaptées pour la fatigue des tiges de forage conventionnelles. Ce sont donc ces deux approches que nous avons retenues. Enfin, nous explicitons les règles pratiques pour la conception des garnitures de forage vis-à-vis de la fatigue.

Le troisième chapitre présente le premier modèle que nous avons développé. Il s'agit du modèle de calcul du cumul de fatigue des tiges durant l'opération de forage utilisant la loi d'endommagement de Miner. Nous présentons ensuite une base de données sur les courbes S-N des tiges à partir d'une large étude bibliographique. Ces données nous permettent de construire un modèle de calcul incrémental du cumul de fatigue des tiges au cours du forage à l'aide du code ABIS qui permet de déterminer les contraintes dans la garniture de forage en tout point. Enfin, une étude de sensibilité du modèle de calcul de cumul de fatigue des tiges est présentée pour étudier l'effet des différents paramètres qui rentrent en jeu lors du forage (dimensions de la tige, poids à l'outil de forage, position de la tige étudiée dans la garniture,...) sur le cumul de fatigue des tiges.

Le quatrième chapitre consiste à développer un modèle de propagation de fissure pour les tiges de forage. Ce modèle repose sur l'utilisation d'une loi de propagation de fissure basée sur la mécanique linéaire élastique de la rupture. Il permet de prédire l'extension de la fissure dans une tige en rotation en fonction des cycles de chargement. Dans un premier temps, nous présentons les résultats de plusieurs simulations numériques d'un cylindre fissuré par la méthode des éléments finis, à partir desquelles nous avons évalué le facteur d'intensité de contraintes pour le problème étudié. Ensuite, une campagne de caractérisation des principaux aciers utilisés à l'heure actuelle en forage pétrolier a été réalisée afin d'évaluer les paramètres de la loi de propagation. Ceci nous a permis de construire un modèle de calcul incrémental de l'évolution de la fissure dans la tige durant le forage. Ce chapitre se termine par une présentation des principaux résultats des simulations de l'évolution d'une fissure dans la tige soumise au chargement combiné d'un moment de flexion rotative et d'une tension.

Dans le cinquième chapitre, nous présentons une application de ces deux modèles développés à l'analyse d'un cas réel de rupture de tige.

Les conclusions générales de ce travail ainsi que de nouvelles voies possibles pour poursuivre ces développements sont présentées à la fin de ce mémoire.

CHAPITRE

I

POSITION DU PROBLÈME ET  
DÉMARCHE GÉNÉRALE



## I.1 Position du problème

La nécessité de forer plus rapidement, et d'une manière plus économique des puits de plus en plus profonds, a conduit au développement de la méthode du forage rotary. Un outil de forage est vissé à l'extrémité inférieure de la garniture de forage; celle-ci est mise en rotation en surface à l'aide d'une table de rotation dans laquelle est insérée une tige carrée d'entraînement (*kelly*). La rotation de l'outil et la poussée appliquée sur ce dernier par le poids de la garniture provoquent la destruction de la roche sous forme de petits éclats (*cuttings*). Pour remonter les copeaux de roche à la surface, un fluide de forage (boue) est pompé depuis la surface vers l'intérieur de la garniture au travers des buses de l'outil. La boue remonte ensuite dans l'espace annulaire entre la garniture et les parois du puits. A la surface, la boue est tamisée pour éliminer les copeaux de roche et elle est ensuite remise en circulation dans le forage. Elle effectue ainsi un circuit fermé. Un schéma de principe d'une installation du forage rotary est donné sur la Fig. I.1.

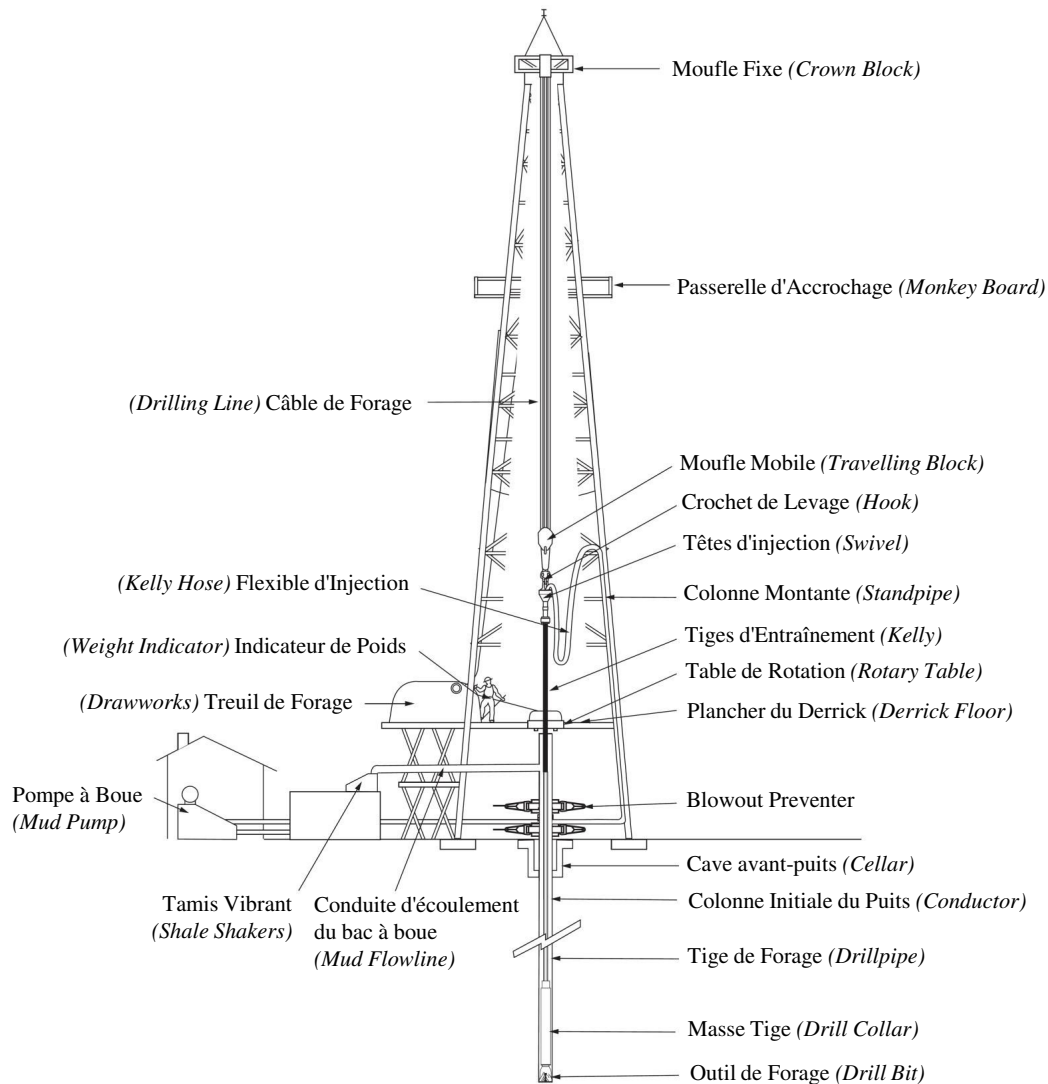
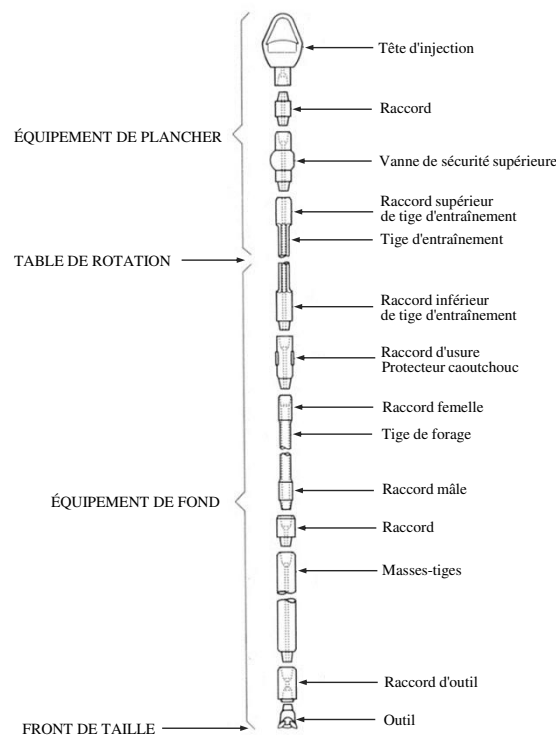


Fig. I.1 – Système de forage rotary classique (adapté de Drilling Engineering)



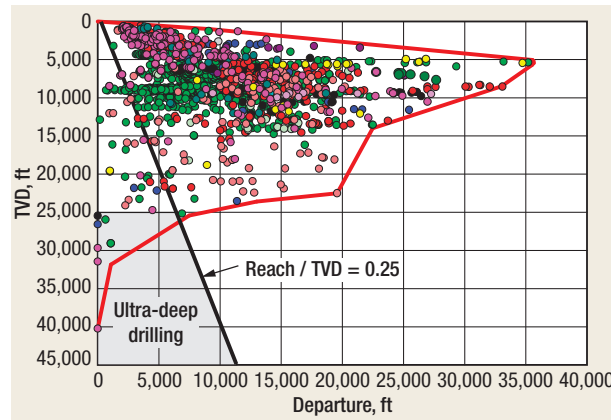
**Fig. I.2** – Garniture de forage (Nguyen, 1993)

La composante principale du forage rotary est la garniture de forage (Fig. I.2). Ses rôles principaux sont **(i)** transmettre l'énergie nécessaire à la destruction de la roche par un outil de forage quel qu'il soit, **(ii)** guider et contrôler la trajectoire de l'outil, **(iii)** appliquer une force de compression sur l'outil de forage (appelée Poids sur l'outil et notée WOB, "*Weight On Bit*"), **(iv)** permettre la circulation du fluide de forage avec le minimum de perte de charge. La garniture de forage comprend essentiellement l'outil de forage surmonté par 100 à 200 mètres de masses tiges (*Drill Collar, DC*) entre lesquelles peuvent être incorporés des stabilisateurs, puis des tiges de forage plus légères jusqu'à la surface. La partie de "tiges de forage" peut contenir des tiges conventionnelles (*Drill Pipe, DP*) et des tiges lourdes (*Heavy Weight Drill Pipe, HWDP*) placées souvent juste au-dessus des masses tiges. Les tiges lourdes ont pour but de réduire les risques de flambage. La partie basse comprenant les masses tiges est appelée la BHA (*Bottom Hole Assembly*). En plus des masses-tiges et des stabilisateurs, la BHA peut contenir différents éléments : des coulisses pour débloquer la garniture en cas de coincement (*Jars*), des aléseurs de trou (*Reamers*), des raccords tubulaires de diamètres différents et se termine par l'outil de forage.

## Les puits de forage à trajectoire complexe

Le forage rotary permet de réaliser des puits d'une profondeur parfois supérieure à 10 km. Par ailleurs, les progrès technologiques en forage directionnel ont permis aux opérateurs de forer des puits à long déport avec de très hauts rapports entre le déport horizontal (*Horizontal Displacement, HD* appelé aussi *Departure*) et la profondeur (*True Vertical Depth, TVD*). Nous pouvons noter sur la Fig. I.3 que des rapports

HD/TVD supérieurs à 6/1 ont été atteints, on note aussi que des puits verticaux dépassant 10 km de profondeur ont été déjà réalisés.



**Fig. I.3** – Base de données des puits à long départ (Chandler *et al.*, 2006)

Les puits considérés comme ultra-profonds (*Ultra-Deep Drilling*, UDD) sont caractérisés par une profondeur supérieure à 8000 m et par un rapport HD/TVD ne dépassant pas généralement la valeur de 0.25, ce qui engendre des tensions élevées dans la garniture de forage. Les forces de frottement contre les parois du puits sont très importantes dans les puits à long départ. Elles engendrent dans la garniture un couple élevé mais une tension relativement modérée.

Les endommagements par fatigue des tiges de forage se produisent lorsque celles-ci sont soumises à des contraintes alternées, en particulier lorsque les tiges traversent des sections à forte courbure du puits (*dog-leg*). Ces courbures de la trajectoire peuvent être accidentelles en cas de traversées de roches hétérogènes, mais le plus souvent, elles sont imposées par le système de forage lui-même pour pouvoir suivre la trajectoire désirée. Ces puits déviés sont forés par exemple pour contourner des obstacles entre l'appareil de forage et le réservoir, pour contourner une partie abandonnée du puits suite à la rupture d'éléments de la garniture et l'échec de l'opération de repêchage, ou pour pouvoir forer plusieurs puits à partir de la même position de l'appareil de forage (ou plate-forme en *off-shore*). Les puits horizontaux représentent actuellement plus de la moitié des puits forés dans le monde. Forer une section horizontale dans un réservoir permet d'augmenter la zone de contact entre le puits et le réservoir et donc d'accroître la productivité du puits. En effet, un puits vertical n'est en contact avec le réservoir que sur l'épaisseur de celui-ci (de quelques mètres à plusieurs dizaines de mètres), alors qu'un drain horizontal permet de tirer avantage de l'extension latérale de la formation qui peut se mesurer en plusieurs centaines de mètres, voire en kilomètres. Le gradient d'inclinaison est généralement inférieur à  $3^\circ/30$  m mais peut parfois atteindre localement des valeurs de l'ordre de  $50^\circ/30$  m.

Lors de la planification d'un puits, la trajectoire du puits est modélisée par des courbes "lisses". En revanche, les mesures de direction lors de l'opération de forage indiquent que la trajectoire réelle s'écarte le plus souvent de celle planifiée et contient de fortes irrégularités. Ces courbures liées à des tortuosités et des micro-tortuosités de la trajectoire induisent des contraintes cycliques de flexion de haute amplitude dans les tiges de forage.

## Défaillances des garnitures de forage

Les défaillances des garnitures sont régulièrement observées au cours des forages. Une analyse de ces défaillances a été réalisée par Macdonald et Bjune (2007). Elles se manifestent généralement par l'un des deux mécanismes illustrés sur la Fig. I.4.



**Fig. I.4** – Défaillances des garnitures de forage : (a) *Washout* et (b) *Twist-off* (source OLF, 2010)

Les chargements cycliques auxquels est soumise la garniture sont à l'origine du phénomène de fatigue. Les contraintes cycliques induisent des microfissures dans le matériau. Celles-ci peuvent ensuite se développer jusqu'à l'épaisseur de la garniture. Puis, cette fissure peut devenir rapidement un *washout* (endommagement localisé comme un trou, Fig. I.4.a) à cause de l'effet d'érosion corrosive de l'écoulement de fluide de forage sous haute pression. Par ailleurs, si cette fissure grossit jusqu'à ce que la section droite restante ne soit plus suffisante pour supporter les chargements de service, la garniture est cassée (*twist-off*, Fig. I.4.b). Les fissures de fatigue surviennent le plus souvent sur la surface extérieure de la tige, là où la contrainte de flexion est la plus élevée et là où se trouvent les défauts du matériau, tels que les piqûres de corrosion ou les entailles laissées par les manœuvres du forage. Il arrive aussi que les fissures s'amorcent également sur la surface intérieure à cause de la concentration de contraintes si des défauts existent.

## Les sollicitations cycliques

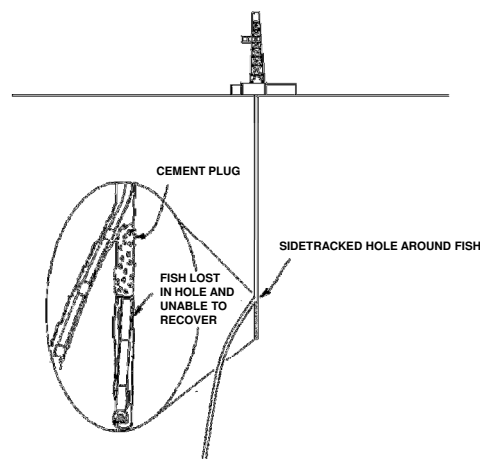
Le caractère cyclique du chargement des tiges au cours de l'opération de forage peut être dû à différents facteurs :

- La rotation de la tige dans une section courbée du puits dans laquelle il y a un changement d'angle et/ou de direction (appelé *dog-leg*) : Dans ce cas, il se produit un chargement cyclique de type flexion. On conçoit alors facilement que ce type de chargement sera fréquent compte tenu des trajectoires réelles de plus en plus complexes qui présentent souvent des tortuosités à différentes échelles.
- La rotation d'une tige de forage en flambage, donc en compression, donne lieu aussi à un chargement cyclique de type flexion.

- Les différents modes de vibrations des tiges de forage (axiale, latérale ou en torsion) génèrent aussi des chargements cycliques.
- D'autres manœuvres de forage comme le *jarring* (battage pour libérer des tiges coincées), le *tripping* (manœuvres de remontée et descente de la garniture de forage dans le puits), le forage à partir d'une unité flottante, peuvent créer également des chargements cycliques sur les tiges.

La fatigue n'est pas la seule cause de la défaillance de la garniture de forage. Un *twist-off* peut provenir de la surcharge en tension ou en torsion. Cette cause reste toutefois limitée, car en général elle est bien connue et peut être aisément prédite et corrigée.

Le coût élevé lié à toutes ces défaillances comprend le temps d'arrêt non-productif du système de forage et les équipements perdus dans le trou. Pour le cas d'un *washout*, le temps de retard du forage est dû aux manœuvres pour sortir la garniture et inspecter les composantes de la garniture sur le site et l'état de la paroi du puits. Dans le cas d'un *twist-off*, une opération de repêchage (*fishing*) est nécessaire pour faire sortir la partie rompue de la garniture dans le puits avant la reprise du même forage. La perte de temps est plus importante si l'opération de repêchage n'est pas réussie ; dans ce cas, le trou doit être dévié lors du reforage (*sidetracking*, Fig. I.5), ce qui entraîne en plus une perte partielle du trou et des équipements de la garniture. Une opération de déviation prend généralement entre 2 et 12 jours (Macdonald et Bjune, 2007) sachant qu'une journée de forage pétrolier "*offshore*" est estimée à environ 100-500 mille dollars et dépasse 1 million de dollars en mer profonde. Par ailleurs, le coût du matériel perdu dans un forage est typiquement de l'ordre d'un million de dollars (Macdonald et Bjune, 2007). Le coût très élevé d'une défaillance de garniture pousse de plus en plus les opérateurs à mettre en place une démarche de prévention, et de maintenance permettant une exploitation optimale des éléments de la garniture.



**Fig. I.5** – Déviation après échec de l'opération de repêchage (Bourgoyne *et al.*, 1986)

De nombreuses publications (Hill *et al.*, 1992; Horbeek *et al.*, 1995) ont montré que la fatigue est la cause principale de la défaillance des garnitures au cours du forage, en particulier dans des conditions corrosives. Par ailleurs, certains auteurs (Hampton, 1987; Baryshnikov *et al.*, 1997; Moradi et Ranjbar, 2009) ont souligné que dans la majeure partie des cas, la défaillance d'un système de forage est localisée davantage

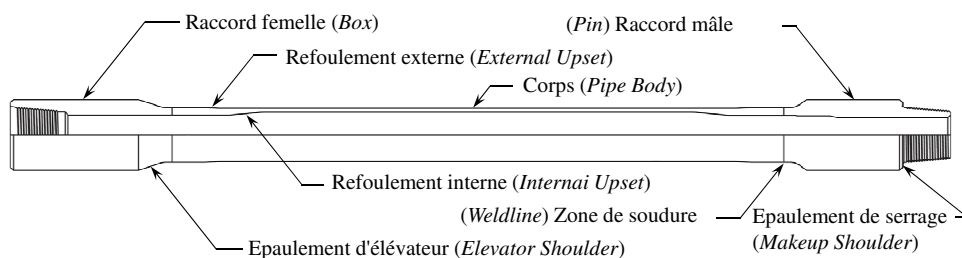


au niveau des “tiges de forage” que dans les autres parties (masses tiges, tiges lourdes, stabilisateurs...).

## I.2 Généralités sur le forage

### I.2.1 Les tiges de forage

Les tiges de forage forment en général 90 à 95% de la longueur totale de la garniture. La longueur de la BHA est le plus souvent comprise entre 50 et 300 mètres. La Fig. I.6 représente un exemple d’une tige de forage ; elle se compose de trois parties : un tube mince sur lequel sont soudés un raccord mâle (*pin tool-joint*) sur une extrémité et un raccord femelle (*box tool-joint*) sur l’autre. Ces raccords (*tool-joints*) servent pour le vissage des tiges entre elles. Le diamètre externe des raccords est supérieur à celui du corps. Ainsi, les raccords forment les éventuels points d’appui du train de tiges sur la paroi du puits.



**Fig. I.6** – La tige de forage (adapté de Lyons et Plisga, 2005)

Le processus de fabrication d’une tige de forage comprend différentes étapes. D’abord, le tube de la tige est refoulé ou forgée (*upsetting*) à chaque bout afin d’augmenter l’épaisseur de ses extrémités. Ensuite, le tube est traité thermiquement pour atteindre la résistance désirée. Puis, les raccords sont soudés sur le tube (généralement par friction). Dans le but de protéger le raccord de l’usure contre la roche ou le *casing* (dans le cas où le puits est chemisé par un *casing*), on dépose une ou plusieurs bandes de recharge (*harbanding*) sur la surface du raccord avant que ce dernier soit soudé sur le tube.

Les spécifications des dimensions et de la métallurgie des tiges de forage sont publiées dans la norme API Spec 7<sup>1</sup> (*Specifications for Drill Stem Elements*) et l’API Spec 5D (*Specifications for Drill Pipe*) ; les caractéristiques mécaniques et les guides d’utilisation des tiges sont présentés dans l’API RP 7G (*Recommended Practice for Drill Stem Design and Operating Limits*), et l’API RP 7G-2 (*Recommended Practice for Inspection and Classification of Used Drill Stem Elements*). On peut également les trouver dans les normes ISO 10407 (1993), ISO 10407-2 (2008) et ISO 11961 (2008).

Le diamètre nominal exprimé en pouces (") est défini par le diamètre extérieur du corps de la tige. La masse nominale, exprimé en livres par pied (lb/ft)<sup>2</sup>, est la masse linéique du tube du corps seulement, sans tenir compte des raccords et des

1. API : American Petroleum Institute

2. 1 lb/ft  $\approx$  1.488 kg/m

refoulements de transition tube/raccord (*upsets*). La masse nominale est également utilisée pour spécifier l'épaisseur de paroi ainsi que le diamètre intérieur du corps de la tige. Il faut donc noter que plus la masse nominale est élevée, plus la section droite de la tige est grande. Les caractéristiques courantes des tiges sont les suivantes : 3 $\frac{1}{2}$ " - 13.30 lb/ft ; 4 $\frac{1}{2}$ " - 16.60 lb/ft et 5" - 19.50 lb/ft.

Les raccords (*tool-joints*) sont soudés sur les extrémités de la tige. Il faut donc ajouter la masse des raccords ainsi que des refoulements de transition tube/raccord pour obtenir la masse exacte de la tige. Cette donnée est utilisée dans de nombreux calculs en particulier du comportement mécanique de la garniture dans le puits. Cette masse linéique est fonction du type de raccord et du grade de la tige. Par exemple, pour les tiges 4 $\frac{1}{2}$ ", elle est comprise entre 16.60 et 18.60 lb/ft.

Lorsque la tige est mise en suspension dans le trou de forage, elle sera immergée dans le fluide de forage et donc soumise à la force de poussée d'Archimède. Cette force est directement proportionnelle à la densité du fluide de forage.

Le grade détermine la qualité de l'acier et fournit la résistance de la tige à la traction. Le Tab. I.1 donne les grades d'acier de la norme API des tiges de forage utilisées à l'heure actuelle dans l'industrie du forage.

La limite d'élasticité  $R_e$  (contrainte maximale admissible) est la contrainte de traction au delà de laquelle le matériau quitte le domaine élastique. La courbe de traction présente un maximum qui détermine la résistance à la traction  $R_m$  (Fig. I.7).

Tab. I.1 – Caractéristiques mécaniques des grades API des tiges de forage

Grade API	Limite d'élasticité ( $R_e$ )				Résistance à la traction minimale des échantillons testés ( $R_{m,min}$ )		Résistance à la traction moyenne des échantillons testés ( $R_{m,moy}$ )	
	Minimum		Maximum		(kpsi)	(MPa)	(kpsi)	(MPa)
	(kpsi)	(MPa)	(kpsi)	(MPa)				
E75	75	517	105	724	100	689	123.0	847.5
X95	95	655	125	862	105	724	132.4	912.2
G105	105	724	135	931	115	793	144.0	992.2
S135	135	931	165	1138	145	1000	167.0	1150.6

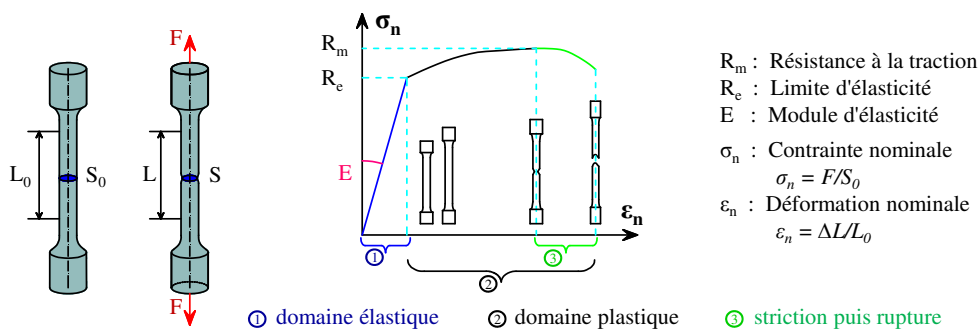


Fig. I.7 – Comportement à la traction d'un matériau ductile

Les fabricants de tiges de forage peuvent fournir des grades plus résistants ou destinés à des applications spécifiques telles que le forage dans des environnements corrosifs (en présence de  $H_2S$  en particulier). Par exemple, la société VAM Drilling propose en

plus des grades E, X, G et S d'autres grades supérieurs d'acier. Ces matériaux sont soit utilisés pour leur haute résistance (VM-135 et VM-150), soit destinés aux milieux corrosifs (VM-105 DP MS<sup>3</sup>, VM-95 DP S<sup>4</sup>, VM-105 DP S, VM-95 DP SS<sup>5</sup>, VM-105 DP SS).

Les tiges de forage sont disponibles en trois gammes API de longueur comme montré dans le Tab. I.2. La gamme 2 est la plus courante. Puisque les tiges individuelles ne sont pas de longueur uniforme en raison de leur processus de fabrication, chaque tige doit être mesurée sur le site de forage et sa longueur exacte enregistrée dans un cahier de tiges (*drill pipe tally*). Le foreur utilise ces données pour déterminer la profondeur mesurée (*Measured Depth, MD*) du puits au cours du forage.

**Tab. I.2** – Gammes API de longueur des tiges

Gamme	Longueur	
	(ft)	(m)
1	18-22	5.49-6.71
2	27-30	8.23-9.14
3	38-40	11.58-13.72

Un refoulement de transition tube/raccord (*upset*) est utilisé afin d'augmenter l'épaisseur de la paroi du tube sur ses extrémités, ceci permet donc de renforcer la soudure entre le tube et les raccords. Il existe trois configurations de refoulement :

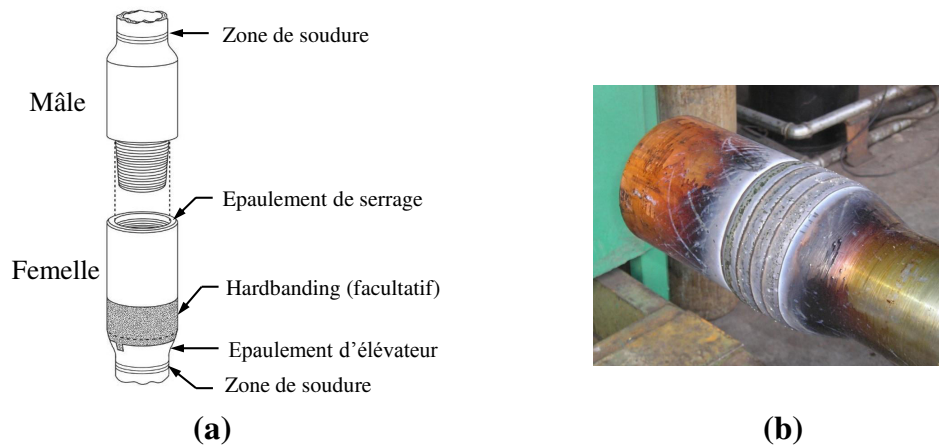
- Refoulement Interne (*Internal Upset - IU*), dans lequel l'épaisseur de la paroi du tube est augmentée en diminuant son diamètre intérieur. Ceci permet aux raccords ayant un plus petit diamètre extérieur d'être soudés au tube de la tige.
- Refoulement Externe (*External Upset - EU*), dans lequel l'épaisseur de la paroi du tube est augmentée en augmentant son diamètre extérieur. Ceci permet aux raccords ayant un plus grand diamètre extérieur d'être soudés au tube de la tige. Les raccords plus grands offrent une résistance plus élevée à la torsion et ils sont associés à une faible perte de charge.
- Refoulement Interne Externe (*Internal External Upset - IEU*), dans lequel l'épaisseur de la paroi est augmentée en augmentant le diamètre extérieur et en diminuant le diamètre intérieur. C'est le cas le plus courant pour les tubes de plus de 4" de diamètre.

Les tiges de forage sont vissées entre elles par l'intermédiaire de raccords filetés (Fig. I.8.a). En général, ils sont soudés par friction sur les "*upsets*" du tube. Dans quelques cas particuliers (par exemple tiges en aluminium ayant des raccords en acier), ils sont directement vissés au corps de la tige. La partie femelle (*box*) présente un filetage interne, tandis que la partie mâle (*pin*) présente un filetage externe. Un raccords est caractérisé par son diamètre extérieur, son type de filetage (*thread*) et son diamètre nominal. Parmi les raccords existants, "*l'Internal Flush (IF)*" est le plus utilisé dans

---

3. Mild Sour  
 4. Sour  
 5. Severe Sour

la pratique. Il se monte sur des tiges *EU* (ou *IEU* pour les dimensions les plus élevées). Le diamètre intérieur des raccords est sensiblement égal à celui des tiges.

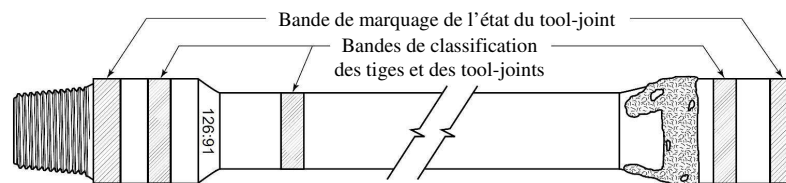


**Fig. I.8** – (a) Raccords de tige de forage (adapté de Drilling Engineering) et (b) Protection de la surface externe des raccords de tige

Les raccords obéissent aussi à une norme API : une limite d'élasticité minimale de 120 kpsi ( $\sim 827$  MPa) et une résistance à la traction minimum de 140 kpsi ( $\sim 965$  MPa), quelque soit le grade de la tige (E, X, G, S) sur laquelle il est soudé.

La protection des raccords de tige par une couche métallique devient de plus en plus courante. Avec cette couche (*hardbanding*, Fig. I.8.b), on cherche à limiter l'usure des raccords sans toutefois provoquer l'usure des tubages (*casings*) ni d'augmenter le frottement entre la tige et la paroi du trou. Le *hardbanding* est le plus souvent appliqué sur le raccord femelle. Il est parfois appliqué sur le raccord mâle.

En forage, on utilise le plus souvent des tiges usagées. Il faut donc les classer pour tenir compte de leur état d'usure. La classification des tiges se fait en termes de réduction par usure de leur dimension et de l'existence de dommages observables ainsi que des traces de corrosion à la surface. Les normes API RP 7G et API RP 7G-2 fournissent un système de marquage par bandes de couleur sur les tiges pour les classer. Le même système est recommandé pour les raccords de tige (Fig. I.9 et Tabs. I.3 et I.4).



**Fig. I.9** – Bande de marquage pour classer les tiges de forage (adapté de API RP 7G)

Les tiges de forage de classe 1 sont dans un état neuf. Lorsque les tiges sont mises en service du forage, leur épaisseur sera progressivement réduite. Cette réduction de la section droite entraîne une réduction de leur limite d'élasticité en tant que force. Si l'état de la tige atteint une certaine limite (ou si elle présente une fissure), elle est rebutée. Elle est marquée d'une bande rouge et elle ne peut plus être réutilisée en forage.

Tab. I.3 – Bandes de classification des tiges et des tool-joints

Classification des tiges et des tool-joints	Nombre et couleur des bandes	Brève description
<b>Classe 1</b>	1 bande blanche	Les tiges de cette classe sont neuves (aucune trace d'usure).
<b>Classe premium</b>	2 bandes blanches	- réduction uniforme de l'épaisseur de 20%, - réduction excentrique de l'épaisseur de 20%.
<b>Classe 2</b>	1 bande jaune	- réduction uniforme de l'épaisseur de 20%, - réduction excentrique de l'épaisseur de 35%.
<b>Classe 3</b>	1 bande orange	L'épaisseur de paroi du tube est inférieure au minimum de classe 2.
<b>Rebut</b>	1 bande rouge	

Tab. I.4 – Bande de marquage de l'état du raccord de tige

Etat du raccord	Couleur des bandes
Rebut ou réparation en atelier	1 bande rouge
Réparation sur chantier	1 bande verte

## I.2.2 Les paramètres de forage

Ce sont les paramètres mécaniques et hydrauliques pouvant agir sur la vitesse de progression du forage, traduite dans le métier par le ROP (*Rate of Penetration*) ainsi que sur le comportement directionnel du système de forage. L'optimisation du ROP est l'un des aspects les plus importants dans l'économie du forage car environ la moitié du coût total du puits est directement proportionnelle au temps de forage. Augmenter le ROP, donc augmenter l'efficacité du processus de forage, permet de réduire significativement le coût de réalisation du puits.

Les principaux paramètres mécaniques sont :

- Le poids à l'outil (*Weight On Bit*, WOB) : Ce paramètre désigne la force appliquée par la garniture de forage sur l'outil suivant son axe de révolution pour qu'il puisse pénétrer la roche. Cette force dépend du poids déjaugé de la garniture, du poids au crochet (tension en surface), et des frottements entre la garniture de forage et les parois du puits, notamment pour les puits à trajectoires déviées.
- La vitesse de rotation (*Revolutions Per Minute*, RPM) : C'est la vitesse de rotation de l'outil autour de son axe de révolution. Cette vitesse est appliquée à la garniture en surface et son choix dépend de celui du WOB. A cause de la grande élasticité du système, la vitesse de rotation de l'outil au fond du puits peut être différente de la vitesse en surface.
- Le couple à l'outil (*Torque On Bit*, TOB) : Ce paramètre correspond au couple de rotation effectif transmis par la garniture à l'outil suivant son axe de révolution.

Compte tenu des frottements du train de tiges contre la paroi du puits, ce couple est nettement inférieur à celui mesuré en surface.

Les paramètres hydrauliques du forage sont :

- La nature du fluide de forage et sa densité : La boue joue le rôle d'un lubrifiant, son choix influe directement sur le coefficient de frottement garniture-paroi du puits. La force de poussée d'Archimède que subit la garniture est directement proportionnelle à sa densité. De plus, du point de vue chimique, la boue de forage représente aussi un environnement agressif dans lequel la garniture se trouve durant l'opération de forage. En effet, les boues de forage, associées à la présence d'hydroxyde de soufre  $H_2S$ , tendent à réduire la résistance à la fatigue des trains de tiges par oxydation.
- Le débit et la pression d'injection : Ces deux paramètres doivent permettre d'une part d'assurer un écoulement suffisant sur l'outil pour refroidir les éléments de coupe pendant le processus de fragmentation de la roche et d'autre part un régime de circulation de la boue permettant un nettoyage efficace du puits afin d'éviter que les débris s'accumulent par gravité sur la partie basse du trou notamment dans le cas de forage dévié.

### I.2.3 Caractéristiques géométriques du forage directionnel

Aujourd'hui, pour atteindre des cibles de plus en plus difficiles d'accès, on a recours à des techniques de forage directionnel sophistiquées permettant de réaliser des trajectoires de forage de plus en plus complexes. Le profil du puits est souvent projeté sur un plan horizontal et un plan vertical passant par l'origine S (point de départ) et la cible (point d'arrivée) (Fig. I.10). Ce plan, appelé section verticale, est utilisé pour représenter le profil vertical du puits.

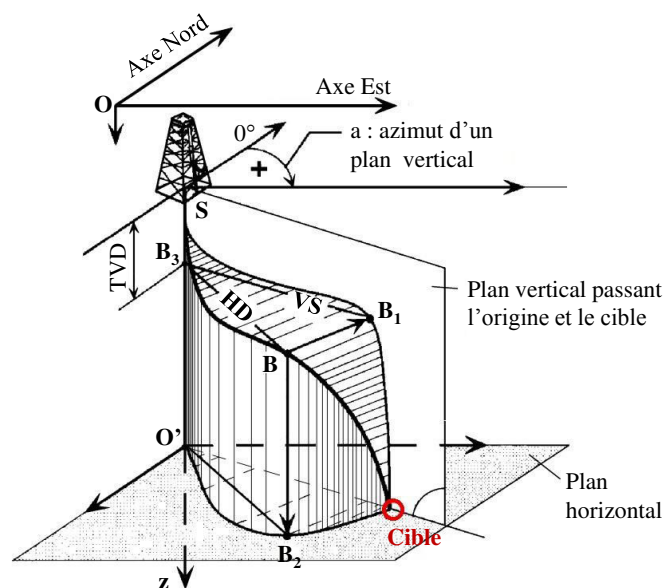


Fig. I.10 – Caractéristiques géométriques d'un forage dirigé

La trajectoire du puits peut être déterminée à partir des résultats des mesures directes de l'inclinaison et de l'azimut effectuées régulièrement, généralement, tous les 30 m de forage. L'inclinaison  $\theta$  en un point donné est l'angle entre la tangente du puits en ce point et la verticale. L'azimut  $\alpha$  est l'angle que fait la projection de la tangente du puits sur un plan horizontal avec une direction de référence fixe (soit le Nord Magnétique soit le Nord Géographique), habituellement dans le sens horaire. Au cours du forage d'un puits, on définit :

- la profondeur mesurée (*Measured Depth*, MD) comme étant la longueur forée au point de mesure,
- la profondeur verticale réelle (*True Vertical Depth*, TVD) comme étant la profondeur d'un point de mesure donné. Cette profondeur est toujours calculée à partir des mesures de déviation.

La déviation du puits de forage est souvent caractérisée par deux paramètres calculés à partir des mesures d'inclinaison et d'azimut. Il s'agit des gradients d'inclinaison et d'azimut et d'une courbure de la trajectoire (*Dog-Leg Severity*).

### • Les gradients

Les foreurs ont coutume de représenter l'évolution de l'inclinaison et de l'azimut en fonction de la profondeur forée en termes de gradients. Le gradient d'inclinaison ou d'azimut est égal à la différence entre deux mesures successives de l'angle divisée par la distance parcourue entre les deux points. Ces gradients sont souvent exprimés en degrés par 100 pieds ( $\sim 30$  m).

### • La courbure de la trajectoire (*Dog-Leg Severity*, DLS)

La réalisation d'un forage dirigé implique la création de changements de direction accidentels ou pour suivre une trajectoire désirée. La courbure de la trajectoire représente un changement global (tri-dimensionnel) de la direction du puits, à la fois en inclinaison et en azimut. Elle est généralement exprimée en degrés par 100 pieds ( $\sim 30$  m) de longueur du puits.

### • La reconstitution de la trajectoire

La reconstitution de la trajectoire d'un puits dévié consiste à évaluer, à partir des mesures de l'inclinaison, de l'azimut et de la profondeur mesurée (abscisse curviligne), la courbe de l'axe central du puits et sa position dans le repère terrestre fixe en appliquant une méthode mathématique de reconstitution. Plusieurs méthodes de reconstitution de la trajectoire du puits de forage sont utilisées dans la pratique du forage directionnel :

- la méthode tangentielle, la méthode du rayon de courbure, la méthode du minimum de courbure (Bourgoyne *et al.*, 1986),
- la méthode quadratique,
- la méthode de “ *Spherical Indicatrix of Tangents 2* ” (Gfrerrer et Glaser, 2000),
- la méthode de minimum de torsion (MMT) (Savignat et Tijani, 1999; Savignat, 2000).

Dans notre étude sur la fatigue des tiges, la trajectoire est une donnée indispensable pour les calculs du comportement mécanique de la garniture de forage dans un puits à trajectoire complexe. Nous utilisons le code de calcul TRAJ développé au Centre de Géosciences de MINES ParisTech pour la reconstitution de la trajectoire à partir des données de mesure  $(s_i, \theta_i, \alpha_i)$  en utilisant la MMT. En plus, TRAJ offre la possibilité de calculer la trajectoire à l'aide d'autres méthodes autre que la MMT comme : Minimum de courbure, Quadratique, Spline de Bézier. Comme sortie, TRAJ fournit pour toute discrétisation de la longueur totale (abscisse curviligne  $s$ ) :

- les coordonnées cartésiennes  $(X_i, Y_i, Z_i)$  pour  $s = s_i$ ,
- les trois composantes des vecteurs  $(\vec{t}_i, \vec{n}_i, \vec{b}_i)$  de la base de Frénet,
- la courbure et le gauchissement  $(\beta, \tau)$  au milieu de chaque segment  $[s_i, s_{i+1}]$ .

### I.3 Comportement mécanique de la garniture de forage

Les trajectoires de forage présentent des courbures dont la présence induit des contraintes cycliques dans les tiges lors de leur rotation. Pour analyser la fatigue due à ces courbures du puits, il faut connaître ces contraintes, surtout celles de flexion ainsi que la contrainte axiale. Ces grandeurs peuvent être déterminées à l'aide des modèles de comportement mécanique de la garniture de forage à l'intérieur du puits.

Dans le cas d'une tige placée dans une courbure uniforme du puits, la tige est déformée et sa courbure  $C_T$  peut être différente de celle du puits  $C_p$ . Différents auteurs (Lubinski, 1977; Paslay et Cernocky, 1991; Wu, 1996) ont développé un modèle analytique permettant de déterminer la courbure  $C_T$  de la tige, ce qui est ensuite utilisée pour calculer le moment de flexion  $M = EIC_T$  puis  $\sigma_a = \frac{M}{I}R_{ext} = EC_T R_{ext}$  qui est l'amplitude de la contrainte cyclique liée à la flexion rotative. Ce modèle est basé sur les paramètres suivants : les dimensions de la tige, la courbure  $C_p$ , l'inclinaison du puits, et l'effort axial dans la tige (en traction ou en compression). L'effort axial permet de déterminer le type de contact entre la tige et la paroi du puits et peut ainsi influencer la déformation de la tige dans le puits.

Ce modèle analytique est développé par Lubinski (1977). Puis, certains auteurs ont suggéré une amélioration de ce modèle. Ainsi Paslay et Cernocky (1991) ont considéré les deux cas d'effort axial en traction et en compression et différents types de contact : non-contact, point-contact et arc-contact. Dans ce modèle, le poids de la tige ainsi que différents paramètres géométriques de la courbure du puits (inclinaison du puits, trajectoire montante ou descendante) ne sont pas prise en compte. Wu (1996) a introduit le poids de la tige dans les équations. Mais il n'a développé les formules que pour le cas d'une tige en compression dans une courbure en phase montante.

Dans ce travail, nous avons développé une approche générale qui permet d'aborder l'ensemble de tous ces aspects :

- l'effort axial : en traction ou en compression ;
- la courbure du puits : en phase montante ou en phase descendante ;



- le type de contact entre le corps de la tige et la paroi du trou : non-contact, point-contact ou arc-contact.

Ce modèle simple de calcul de la contrainte de flexion dans les tiges est facile à implémenter mais présente certaines limitations :

- (i) Il nécessite de connaître la force axiale dans la tige (tension ou compression) qui doit être déterminée en utilisant un modèle de frottement de type “*torque & drag*”;
- (ii) La courbure et l’inclinaison du trou sont supposées constantes le long de la tige, le problème est considéré symétrique. Ceci n’est pas toujours vrai dans le cas d’un puits réel ;
- (iii) Ce modèle ne prend pas en compte le jeu entre la tige et la paroi du puits ;
- (iv) Il ne considère qu’une tige indépendante dans une courbure du puits qui n’interagit pas avec le reste de la garniture (sauf par la force axiale).

Dans le domaine de l’analyse du comportement mécanique de la garniture à l’intérieur du puits, ce sont les modèles de “*torque & drag*” qui ont été les plus étudiés. Le “*torque*” est le couple en surface nécessaire pour faire tourner le système de forage dans le puits. Le “*drag*” est la force en surface nécessaire pour la remontée ou la descente du train de tiges dans le puits. Le “*torque*” et le “*drag*” permettent de vaincre les frottements contre la paroi du forage, le frottement visqueux entre le train de tiges et le fluide de forage, ceci pour pouvoir transmettre le couple et le poids à l’outil nécessaires à l’opération de forage. Généralement, ces modèles permettent de prédire les pertes en couple et en force axiale dues au frottement le long du train de tiges.

Plusieurs modèles de “*torque & drag*” ont été présentés dans la littérature. Ils peuvent être classés en trois catégories : les modèles lisses (Johancsik *et al.*, 1984; Sheppard *et al.*, 1987), les modèles rigides sans gestion de contacts (Ho, 1988; Li *et al.*, 1993) et les modèles rigides avec gestion de contacts (Iain *et al.*, 1999). Un modèle lisse est différent d’un modèle rigide par le fait qu’il néglige l’effet de la rigidité en flexion des tiges et le jeu garniture-trou. Par conséquence, la garniture de forage est considérée comme “un câble” épousant la forme du puits, la garniture de forage est donc en contact continu sur le côté bas du trou de forage. Parmi les modèles rigides, ceux sans gestion de contacts supposent que la garniture suit aussi la ligne moyenne de la trajectoire du puits et repose, par gravité, sur la partie basse du trou. Les modèles rigides avec gestion de contacts ne font aucune hypothèse simplificatrice sur les contacts garniture-parois du puits et cherchent à déterminer la déformée réelle de la garniture à l’intérieur du trou (les contacts ne sont pas connus d’avance mais se sont des inconnues du problème).

Les modèles lisses sont largement utilisés dans l’industrie pétrolière en raison de leur simplicité, et des bons résultats qu’ils fournissent dans la majorité des cas de forage conventionnel. Cependant, leurs résultats ne sont pas toujours suffisants dans le cas de tubes rigides, ou de trajectoires complexes de forage. Afin de palier cette limitation, les modèles rigides ont été développés pour apporter une analyse plus précise.

Dans cette thèse, les modèles numériques de fatigue des tiges sont réalisés à l’aide du code de calcul ABIS qui est basé sur un modèle rigide développé au Centre de Géosciences de MINES ParisTech. Ce modèle a été décrit dans Belaïd (2005) et Menand *et al.* (2006). Dans ce modèle, la résolution du problème mécanique est effectuée par

une intégration directe des équations de la structure permettant d'éviter le recours à la méthode des éléments finis coûteuse en temps de calcul, couplée à un algorithme de contact unilatéral avec frottement. Les détails sont présentés dans l'annexe A.

Ce code de calcul ABIS permet de déterminer, en statique, la déformée de la garniture à l'intérieur du puits, ses points de contact contre les parois du puits ainsi que les efforts de contact en ces points. De plus, ce modèle fournit tous les efforts à tous les points sur la garniture de forage (effort axial et efforts tranchants, torsion et moments de flexion).

## I.4 Schéma proposé pour la modélisation de la fatigue des tiges

Durant le forage, la garniture est introduite dans le puits et elle avance suivant une trajectoire désirée pour atteindre la cible. Considérons un point donné sur la garniture de forage que l'on appelle le point suivi dans toute la suite (Fig. I.11), les efforts comme la tension  $F$ , la torsion  $\tau$  et le moment de flexion  $M$  agissant sur la garniture en ce point varient, dépendant de la profondeur de l'outil (donc de la position de ce point dans le puits) et des paramètres opératoires à l'instant considéré. La contrainte cyclique liée à la flexion rotative en ce point est donc variable en fonction du temps. C'est pour cette raison qu'il est nécessaire de disposer d'une méthode de calcul incrémental pour évaluer la fatigue.

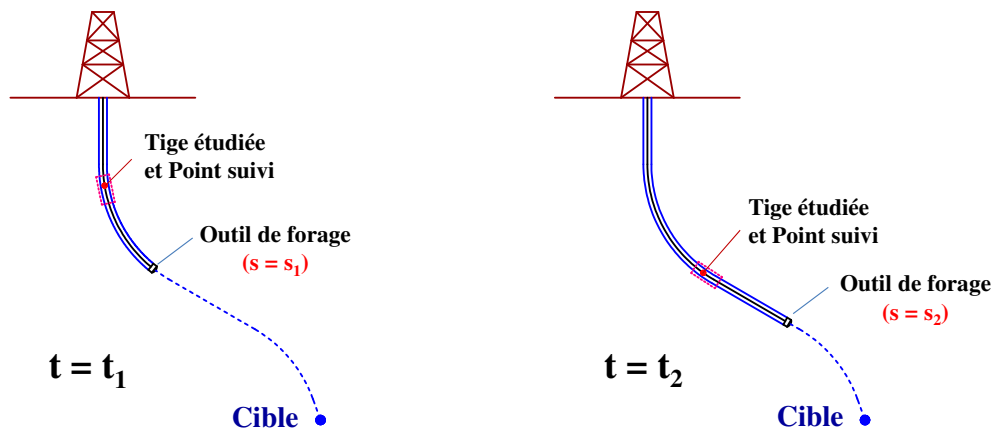


Fig. I.11 – Avancement de la tige étudiée (et le point suivi) au cours du forage

La Fig. I.12 représente le schéma proposé pour quantifier la fatigue des tiges durant le forage. Les calculs incrémentaux sont réalisés pas à pas, c'est-à-dire que l'on considère que le forage évolue par pas de longueur  $\Delta L_i$ . A chaque incrément de longueur de forage, on s'intéresse aux points suivants :

- Le bloc A présente différentes données d'entrée concernant le forage qui ont été explicitées dans la Section I.2 à savoir :
  - celles de la garniture de forage (différents éléments de la garniture décrits par leurs dimensions : longueur, rayons intérieur et extérieur, module d'élasticité, poids linéique,...) ;

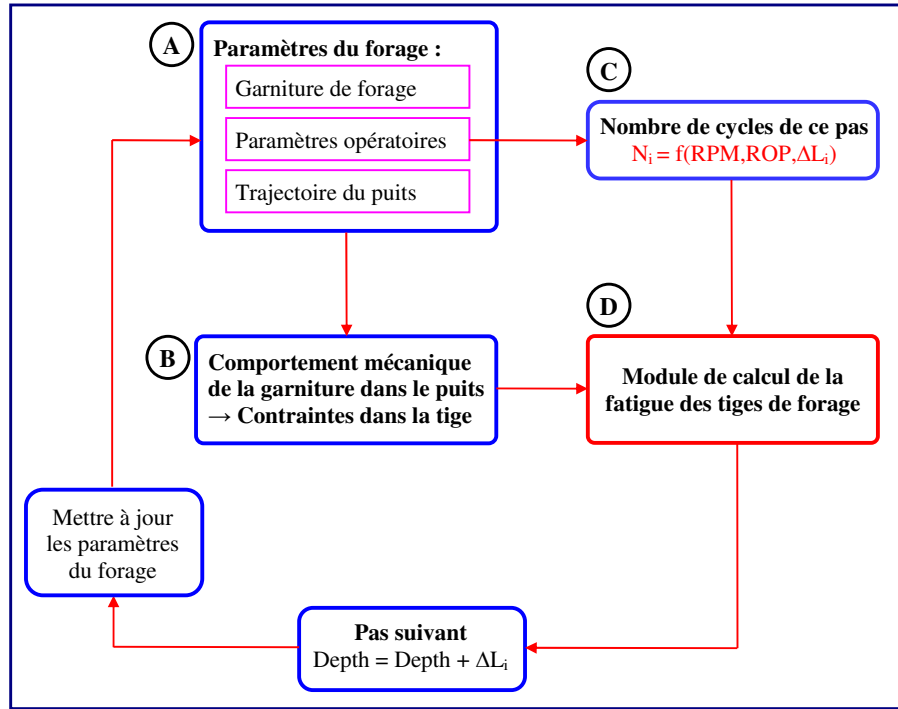


Fig. I.12 – Schéma de calcul pas à pas de la fatigue durant le forage proposé

- celles de la trajectoire du puits (diamètre intérieur du puits avec casing ou non, abscisse curviligne, inclinaison, azimut) ;
- celles des paramètres opératoires (couple à l’outil (TOB), poids à l’outil (WOB), vitesse de rotation (RPM), vitesse de progression du forage (ROP), densité du fluide de forage).
- Comme nous l’avons vu dans la Section I.3, avec les données du forage ci-dessus, les contraintes dans la garniture de forage en tout point peuvent être déterminées à l’aide d’un modèle de comportement mécanique de la garniture de forage à l’intérieur du puits (bloc B).
- On calcule dans le bloc C le nombre de cycles  $N_i$  (nombre de rotations) que la garniture de forage a réalisé pendant le pas  $i$  en utilisant les vitesses de rotation RPM (tour/minute) et de pénétration ROP (mètre/heure) :

$$N_i = \text{RPM} \frac{\Delta L_i}{\text{ROP}} 60 \quad (\text{I.1})$$

- A partir des contraintes calculées dans le bloc B et du nombre de cycles  $N_i$  du bloc C, on utilise un module de calcul de la fatigue (bloc D) pour estimer l’endommagement de fatigue dans ce pas de forage. On choisira parmi les différentes approches générales de fatigue celles qui nous ont semblé les plus pertinentes pour l’application aux tiges de forage. Ce module sera développé dans les Chapitres III (calcul de cumul de fatigue) et IV (calcul de propagation de fissure par fatigue).

## I.5 Synthèse

La rupture des tiges au cours du forage est un problème persistant et très coûteux pour l'industrie pétrolière. L'étude bibliographique de différents cas montre que la fatigue est la cause principale de la rupture de tiges. Le phénomène de fatigue des tiges reste encore difficile à élucider. Au cours du forage, la fatigue peut être causée par des chargements cycliques en raison de la rotation de la tige dans une courbure du trou ou de la tige en flambage. Les contraintes variables peuvent aussi provenir des vibrations de la garniture de forage, ainsi que des manœuvres opérationnelles réalisées au cours du forage. Sur la tige de forage, il existe différentes zones dans lesquelles peuvent apparaître des fissures de fatigue, par exemple les zones de concentration de contraintes telles que les entailles provoqués par glissement, la zone de transition de tube/raccord, les fonds de filet des raccords, ou les piqûres de corrosion causées par l'environnement agressif du forage.

L'objectif de cette thèse est d'élaborer les modèles numériques permettant d'estimer la fatigue des tiges durant le forage d'un puits à trajectoire complexe. Nous avons présenté dans ce chapitre l'algorithme proposé pour estimer la fatigue des tiges en utilisant des calculs incrémentaux par rapport à la longueur forée du puits. Afin de résoudre le problème, deux questions se posent :

- *Comment déterminer les contraintes agissant sur la tige durant le forage ?*

Pour analyser la fatigue des tiges durant le forage, il est indispensable de connaître ces sollicitations et leurs variations au cours du forage. Dans le cadre de cette thèse, nous avons utilisé le logiciel ABIS développé au Centre de Géosciences de MINES ParisTech.

- *Quelles approches de fatigue et comment les appliquer pour estimer la fatigue des tiges de forage ?*

La réponse à cette question nous permet de construire le module qui intervient pour chaque incrément de la longueur forée afin de quantifier la fatigue des tiges causée au cours de ce pas de calcul. Cette partie sera développée dans les chapitres [III](#) et [IV](#) en s'appuyant sur l'étude bibliographie dont les résultats sont résumés dans le chapitre suivant.



CHAPITRE

II

LA FATIGUE DES TIGES DE FORAGE

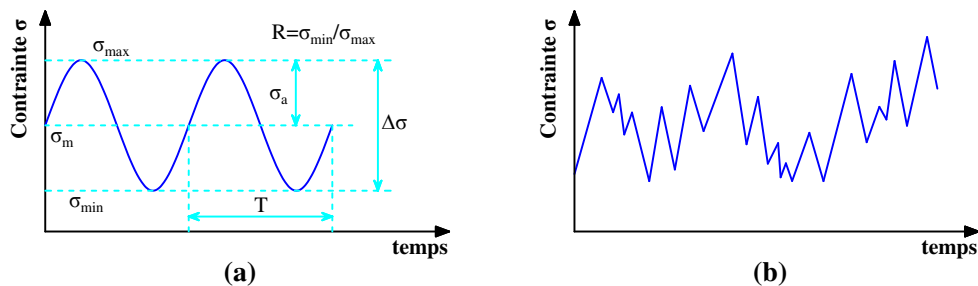


## II.1 Généralités sur la fatigue des solides

Une structure constituée de matériaux solides peut “rompre” sous l’effet de sollicitations (mécaniques, thermiques ou chimiques) externes. La rupture le plus souvent locale peut se produire dès que ces sollicitations atteignent un certain niveau (résistances de la structure) mais elle peut aussi survenir sous des sollicitations dont l’intensité est largement en dessous des limites maximales. Lorsque les sollicitations sont quasi constantes dans le temps on parle de rupture par “vieillessement” et on introduit une notion de durée de vie (le temps au bout duquel la structure subit une rupture locale). Cette durée de vie, d’une grande importance pratique, dépend de la structure et du niveau des sollicitations. Mais lorsque les sollicitations sont quasi-cycliques autour d’un certain “niveau moyen” on s’aperçoit que la durée de vie dépend, en plus de la structure et du “niveau moyen des sollicitations”, d’autres paramètres tels que l’amplitude de la fluctuation des sollicitations. Le caractère pseudo-périodique (de période  $T$ ) des sollicitations permet de remplacer la notion de durée de vie (temps) par le nombre  $N_R$  de cycles à la rupture. Il s’agit ici du phénomène de “fatigue cyclique” qui est le plus souvent interprété via la notion de “fissuration” avec les deux phases classiques **(i)** la phase d’amorçage des fissures qui peut ne pas exister lorsque la structure présente déjà des “fissures” suffisantes en taille et en nombre **(ii)** la phase de propagation des fissures qui se termine par l’existence dans la structure d’une surface de discontinuité (coalescence des fissures) qui divise la structure en deux parties indépendantes (rupture localisée).

Dans toute la suite on désignera par  $\sigma$  la contrainte normale à la section droite d’une tige. Cette contrainte normale est maximale en surface à cause de l’effet de flexion. Par ailleurs, les points les plus critiques sont variables le long de la tige, et leur localisation dépend de la déformée de la tige dans la courbure du puits.

Un des moyens pour caractériser un matériau (l’acier et son grade en présence ou non de “chimie”) vis-à-vis de la fatigue cyclique est de réaliser un essai classique de chargement cyclique caractérisé par une moyenne  $\sigma_m$  (négative en compression) et une amplitude  $\sigma_a$  ( $\sigma_a > 0$  par définition). On introduit aussi d’autres grandeurs telles que la contrainte maximale  $\sigma_{max} = \sigma_m + \sigma_a$ ; la contrainte minimale  $\sigma_{min} = \sigma_m - \sigma_a$ ; la variation de contrainte  $\Delta\sigma = \sigma_{max} - \sigma_{min}$  et le rapport de contrainte  $R = \sigma_{min}/\sigma_{max}$ . Le caractère cyclique sera noté  $\sigma = \sigma_m \pm \sigma_a$  (Fig. II.1.a).



**Fig. II.1** – Représentations schématiques d’un chargement cyclique (a) à amplitude constante, et (b) à amplitude variable

L’expérience montre que la durée de vie de l’éprouvette soumise à l’essai de chargement cyclique dépend principalement du matériau (et de son environnement chimique



et thermique) et de deux paramètres  $(\sigma_a, \sigma_m)$  qui caractérisent la sollicitation et qui peuvent être remplacés par  $(\sigma_{min}, \sigma_{max})$  ou  $(\sigma_a, R)$  ou  $(\sigma_{max}, R)$ ...

Indiquons simplement qu'il peut y avoir également intérêt, dans certains cas, à prendre en compte des sollicitations à amplitude de chargement variable de façon aléatoire (Fig. II.1.b).

### II.1.1 Approches pour la prévision de la durée de vie en fatigue

Les principales approches existantes peuvent être classées comme suit :

- approches en contraintes, généralisant les courbes S-N ou courbes de Wöhler, utilisées surtout dans le domaine de la fatigue polycyclique ;
- approches en déformations utilisées pour la fatigue oligocyclique correspondant à des forts niveaux de contrainte induisant des déformations plastiques importantes à l'échelle macroscopique ; certaines théories de l'endommagement peuvent être rattachées à cette catégorie dans la mesure où l'endommagement est souvent associé aux déformations plastiques et à l'évolution de l'écroutissage ;
- approches basées sur la mécanique de la rupture dans lesquelles on considère que la fatigue est purement un phénomène de propagation de fissure.

Dans le cas des tiges de forage conventionnelles, l'approche en contraintes et l'approche de propagation de fissure basée sur la mécanique de la rupture semblent être les plus adaptées dans la mesure où la conception de la garniture de forage et de la trajectoire du puits est faite de sorte que l'état de contrainte dans les tiges reste dans le domaine élastique. Ce sont les deux approches que nous avons retenues pour développer deux modèles de fatigue des tiges : celui du calcul du cumul de fatigue et celui du calcul de la propagation de fissure. Dans ce qui suit, nous nous limitons à présenter brièvement ces deux approches.

#### II.1.1.1 Approches en contraintes

Cette approche utilise le fait qu'il existe une corrélation entre l'amplitude des cycles de contraintes et le nombre de cycles à la rupture. Le phénomène de fatigue est uniquement considéré en terme de durée de vie totale. Cette approche s'appuie sur l'hypothèse d'un comportement élastique du matériau et ignore donc l'occurrence éventuelle de déformations plastiques macroscopiques. Par conséquent, le niveau de contraintes appliquées est faible et produit un grand nombre de cycles à rupture. Pour cette raison, cette approche est plus adaptée au domaine des grands nombres de cycles.

#### Courbe de Wöhler

Pour un chargement uniaxial en traction, flexion ou torsion, le critère de base pour caractériser la tenue en fatigue d'un matériau ou d'une structure est la courbe de Wöhler. Cette courbe traduit l'évolution des nombres de cycles à rupture  $N_R$  en fonction de l'amplitude de la contrainte appliquée  $\sigma_a$  pour une contrainte moyenne  $\sigma_m$  donnée (Fig. II.2).

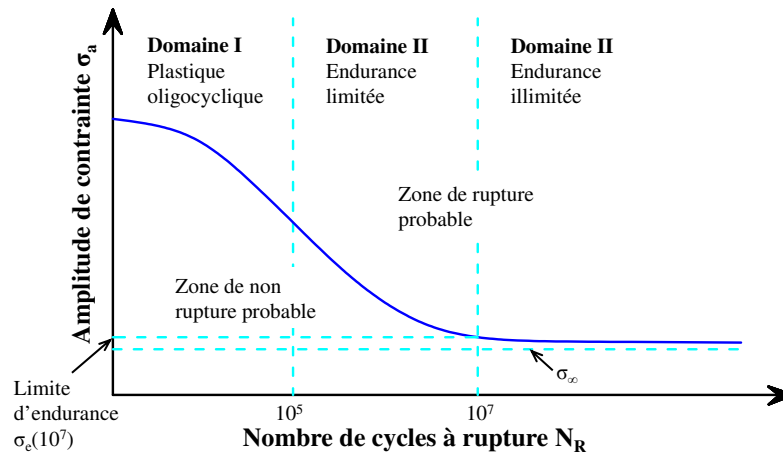


Fig. II.2 – Représentation schématique d'une courbe de Wöhler

Trois domaines distincts peuvent ainsi être mis en évidence (Duprat, 1997; Degallaix et Bernhard, 2007) :

- Le domaine 1 de la fatigue plastique oligocyclique correspond à de forts niveaux de contraintes induisant des déformations plastiques importantes à l'échelle macroscopique. Dans ce domaine, le nombre de cycles à rupture est donc faible (généralement des durées de vie inférieures à  $10^5$  cycles pour un matériau donné). La durée de vie en fatigue est fortement dépendante du comportement plastique de type cyclique du matériau.
- Le domaine 2 correspond à celui de l'endurance limitée où le nombre de cycles à rupture croît rapidement lorsque la contrainte diminue (la rupture est atteinte après un nombre de cycles compris approximativement entre  $10^5$  et  $10^7$ ). Les déformations plastiques sont faibles et le matériau reste macroscopiquement dans le domaine élastique.
- Le domaine 3 correspond à celui de la fatigue à grand nombre de cycles ou de l'endurance illimitée observée sous faibles contraintes. Il est caractérisé par des durées de vie dépassant  $10^7$  cycles. Pour la plupart des matériaux, la courbe de Wöhler présente une asymptote qui définit la limite d'endurance de fatigue du matériau, c'est-à-dire l'amplitude en dessous de laquelle on n'observera plus d'amorçage d'une fissure conduisant à une rupture.

### Aspect probabiliste de la courbe de Wöhler

L'expérience montre qu'il peut y avoir une dispersion importante dans l'obtention de la courbe de Wöhler d'un matériau à partir des essais de fatigue (Fig. II.3.a). La dispersion des durées de vie augmente lorsque la durée de vie moyenne devient importante. L'origine principale de cette dispersion peut être liée au matériau et aux conditions expérimentales.

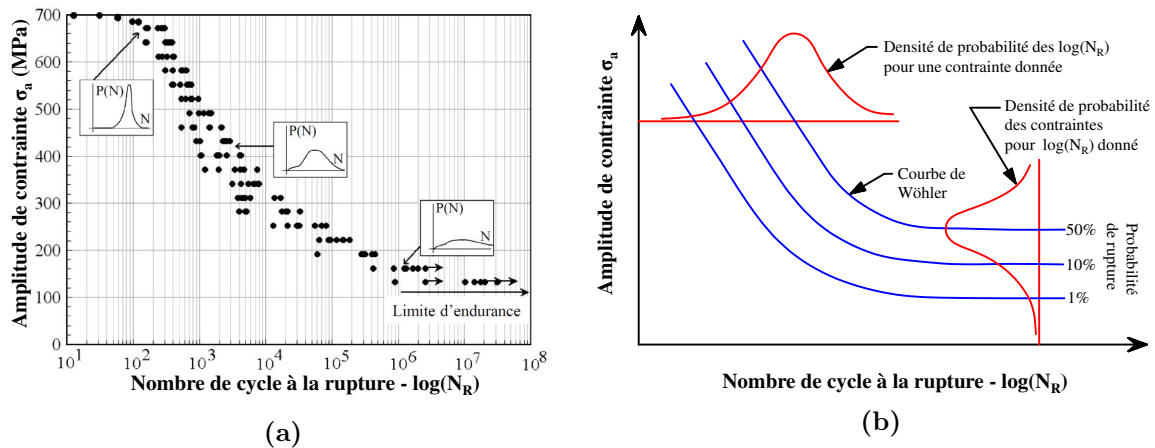


Fig. II.3 – La dispersion et la courbe de Wöhler probabilisée

Pour mieux prendre en compte cette forte dispersion, on introduit la notion de probabilité. A chaque niveau de probabilité de ruine, on peut définir une courbe associée d'équiprobabilité (Fig. II.3.b). Dans un concept probabiliste, la courbe de Wöhler ne représente plus que la ligne d'équiprobabilité pour une valeur fixée de la probabilité qui est généralement de 50%.

Il est couramment admis, et vérifié pratiquement par l'expérience que les densités de probabilité (des amplitudes de contrainte pour une durée de vie donnée, ou des durées de vie pour une amplitude de contrainte donnée) peuvent être représentées par une fonction de répartition à distribution normale (Degallaix et Bernhard, 2007).

### Représentations mathématiques de la courbe de Wöhler

Diverses expressions ont été proposées pour les métaux pour rendre compte de la forme de la courbe de Wöhler (Tab. II.1). La plus ancienne a été proposée par Wöhler lui-même en 1870.

Basquin (1910) a introduit le modèle linéaire dans un repère log-log. Cette expression est largement utilisée aujourd'hui. Les deux modèles de Wöhler et de Basquin décrivent le comportement quand la variation de la contrainte  $\sigma$  est dans la zone d'endurance limitée. Pour modéliser la limite d'endurance, un ou plusieurs segments de lignes droites peuvent être utilisés.

Les autres modèles donnés dans le Tab. II.1 sont plus complexes et permettent de décrire en partie ou en totalité la courbe de Wöhler. Chaque modèle peut utiliser un ou plusieurs coefficients pour améliorer la qualité de l'ajustement de la courbe de Wöhler sur les valeurs expérimentales.

Précisons que dans le diagramme de Wöhler on ne prend en compte que des essais de même nature de sollicitation cyclique dans lesquels tous les autres caractéristiques de la sollicitation cyclique (moyenne  $\sigma_m$ , période  $T$ ) sont soit fixées (exemple  $\sigma_m = \text{constante}$ ) soit reliées à l'amplitude  $\sigma_a$  par la même règle (exemple  $\sigma_m = \sigma_a/2$ ).

**Tab. II.1** – Modèles proposés dans la littérature pour les courbes S-N (Castillo et Fernández-Canteli, 2009)

Modèle	Expression mathématique
Wöhler (1870)	$\log(N) = a - b \cdot \sigma_a$ ; $\sigma_a \geq \sigma_e$
Basquin (1910)	$\log(N) = a - b \cdot \log(\sigma_a)$ ; $\sigma_a \geq \sigma_e$
Strohmeyer (1914)	$\log(N) = a - b \cdot \log(\sigma_a - \sigma_e)$
Palmgren (1924)	$\log(N + B) = a - b \cdot \log(\sigma_a - \sigma_e)$
Weibull (1949)	$\log(N + B) = a - b \cdot \log\left(\frac{\sigma_a - \sigma_e}{R - \sigma_e}\right)$
Stüssi (1955)	$\log(N) = a - b \cdot \log\left(\frac{\sigma_a - \sigma_e}{R - \sigma_e}\right)$
Bastenaire (1972)	$[\log(N) - D] \cdot (\sigma_a - \sigma_e) = a \cdot \exp[-c(\sigma_a - \sigma_e)]$
Spindel-Haibach (1981)	$\log\left(\frac{N}{N_0}\right) = a \cdot \log\left(\frac{\sigma_a}{\sigma_e}\right) - b \cdot \log\left(\frac{\sigma_a}{\sigma_e}\right) + b \cdot \left\{ \frac{1}{\alpha} \cdot \log\left[1 + \left(\frac{\sigma_a}{\sigma_e}\right)^{-2\alpha}\right] \right\}$
Castillo et al. (1985)	$\log\left(\frac{N}{N_0}\right) = \frac{\lambda + \delta [-\log(1-p)]^{1/\beta}}{\log(\sigma_a / \sigma_e)}$
Kohout and Vechet (2001)	$\sigma_a = \sigma_\infty \cdot \left(\frac{N + N_1}{N + N_2}\right)^b$
<b>Note :</b> - $a, b, c, B, D, \lambda, \delta, \beta, N_1, N_2$ : des constantes pour chaque modèle déterminées à partir des données expérimentales. - $p$ : la probabilité de la rupture de la courbe. - $N$ : le nombre de cycles à rupture et $N_0$ : un nombre de cycles de référence. - $\sigma_a$ : l'amplitude de contrainte ; $\sigma_e$ et $\sigma_\infty$ : les limites d'endurance de fatigue. - $R$ : la résistance à la traction du matériau étudié	

### Influence de la contrainte moyenne

L'expérience montre que les courbes de Wöhler pour une contrainte moyenne  $\sigma_m$  fixée sont significativement différentes. Autrement dit, le nombre de cycles à rupture  $N_R$  est en fait une fonction de  $\sigma_a$  et de  $\sigma_m$ .

$$N_R = N_R(\sigma_a, \sigma_m) \quad (\text{II.1})$$

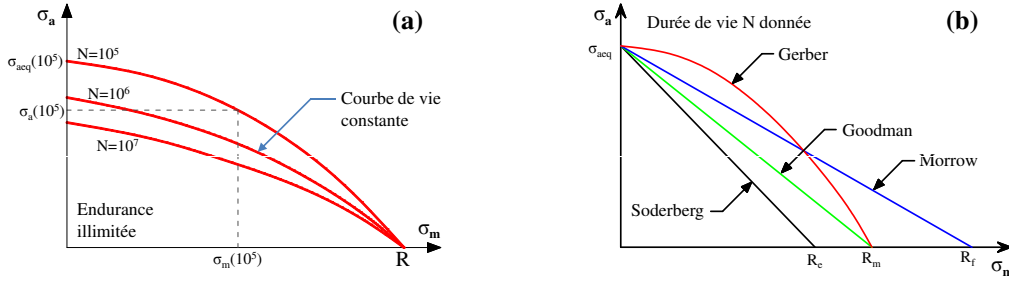
Compte tenu du caractère strictement monotone de la fonction  $f_0(\sigma_a) = N_R(\sigma_a, 0)$ , on peut définir une fonction  $\sigma_{aeq}$  (amplitude équivalente) par :

$$\sigma_{aeq} = f_0^{-1}(N_R(\sigma_a, \sigma_m)) \quad (\text{II.2})$$

On aura donc :

$$N_R = N_R(\sigma_{aeq}, 0) \quad (\text{II.3})$$

Cette relation signifie que pour tout couple  $(\sigma_a, \sigma_m)$  on peut déterminer  $N_R$  en utilisant la courbe de Wöhler correspondant à des essais à  $\sigma_m = 0$  en prenant comme amplitude  $\sigma_{eq}$ . Pour déterminer  $\sigma_{eq}$  en fonction de  $(\sigma_a, \sigma_m)$ , on a besoin d'essais dont les résultats sont exploités dans le diagramme de Haigh en représentant  $\sigma_a$  en fonction de  $\sigma_m$  pour une valeur de  $N_R$  fixée (courbe d'équation  $N_R(\sigma_a, \sigma_m) = \text{constante}$  : voir Fig. II.4.a). D'après l'équation II.3, fixer  $N_R$  revient à fixer  $\sigma_{eq}$ . Raison pour laquelle les courbes de Haigh sont analysées via des relations entre  $\sigma_a$ ,  $\sigma_m$  et  $\sigma_{eq}$  (voir Fig. II.4.b et Tab. II.2)



**Fig. II.4** – (a) Représentation schématique du diagramme de Haigh, et (b) Comparaison des lois empirique

**Tab. II.2** –  $N_R(\sigma_a, \sigma_m) = N_R(\sigma_{aeq}, 0)$  et  $\sigma_{aeq} = f(\sigma_a, \sigma_m)$

Modèle	Courbe de Haigh	$\sigma_{aeq}$
Goodman	$\frac{\sigma_a}{\sigma_{aeq}} + \frac{\sigma_m}{R_m} = 1$	$\sigma_{aeq} = \sigma_a \left( \frac{R_m}{R_m - \sigma_m} \right)$
Söderberg	$\frac{\sigma_a}{\sigma_{aeq}} + \frac{\sigma_m}{R_e} = 1$	$\sigma_{aeq} = \sigma_a \left( \frac{R_e}{R_e - \sigma_m} \right)$
Gerber	$\frac{\sigma_a}{\sigma_{aeq}} + \left( \frac{\sigma_m}{R_m} \right)^2 = 1$	$\sigma_{aeq} = \sigma_a \left( \frac{R_m^2}{R_m^2 - \sigma_m^2} \right)$
Morrow	$\frac{\sigma_a}{\sigma_{aeq}} + \frac{\sigma_m}{R_f} = 1$	$\sigma_{aeq} = \sigma_a \left( \frac{R_f}{R_f - \sigma_m} \right)$
<b>Note :</b>	$0 < R_e < R_m < R_f$ sont respectivement la limite d'élasticité, la résistance à la traction et la vraie contrainte à la rupture. $R_f$ est égale à la charge $F$ à la rupture divisée par la vraie aire $S$ de section droite de l'échantillon dans un essai de traction, l'aire $S$ tient en compte de la variation d'aire due à la striction et elle est inférieure à l'aire initiale $S_0$ de section droite de l'échantillon.	

### II.1.1.2 Approches de propagation de fissure basée sur la mécanique de la rupture

La mécanique de la rupture a pour objet l'étude des fissures macroscopiques. Son utilisation pour la modélisation du phénomène de fatigue est fondée sur les lois qui

régissent la cinétique de propagation des fissures sous chargement cyclique et de leur taille critique au-delà de laquelle une rupture brutale se produit.

### Modes élémentaires de fissuration

Sous l'effet d'une sollicitation externe, les lèvres de la fissure se déplacent l'une par rapport à l'autre. Comme le déplacement relatif est un vecteur à trois composantes, on a trois modes élémentaires de fissuration (Fig. II.5) :

- mode I (mode d'ouverture) : les déplacements aux lèvres de la fissure sont perpendiculaires au plan de fissuration ;
- mode II (mode de cisaillement dans le plan) : les lèvres de la fissure se déplacent dans le même plan de fissuration, dans une direction parallèle à celle de propagation ;
- mode III (mode de cisaillement hors plan) : les déplacements aux lèvres de la fissure sont parallèles au front de fissure et dans le plan de fissuration.

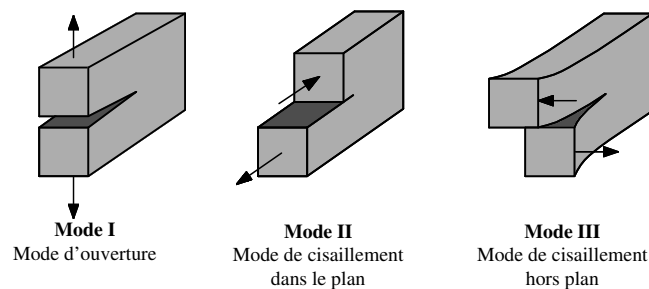


Fig. II.5 – Trois modes élémentaires de fissuration

### Facteurs d'Intensité des Contraintes (FIC)

La Fig. II.6 représente le repère local au voisinage du front d'une fissure  $(O, x_1, x_2, x_3)$ . Dans le plan  $(O, x_1, x_2)$  perpendiculaire au front de fissure, on définit également les coordonnées polaires locales  $(r, \theta)$ .

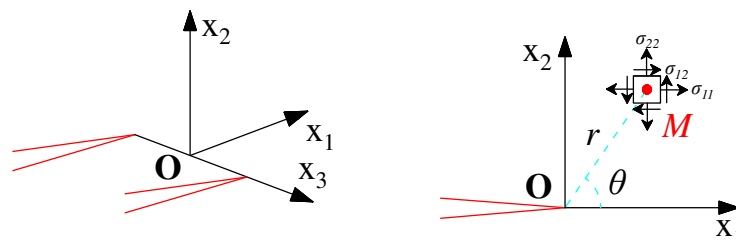


Fig. II.6 – Définition du repère local au voisinage du front d'une fissure

En utilisant la méthode développée par Westergaard (1939), Irwin (1957) a montré que le champ de contraintes au voisinage de la fissure est complètement décrit par les facteurs d'intensité des contraintes,  $K$ . Les contraintes sont données par l'équation suivante :

$$\sigma_{ij} = \frac{K_k}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^k(\theta) \quad (\text{II.4})$$

où  $k$  est le mode d'ouverture de la fissure ( $I$ ,  $II$  ou  $III$ ),  $i$  et  $j$  les indices du repère local (1, 2 ou 3),  $f_{ij}^k(\theta)$  ne dépend que de  $\theta$  (voir l'Annexe C.1 pour plus de détails).

Les facteurs d'intensité des contraintes  $K_I$ ,  $K_{II}$ ,  $K_{III}$  correspondent à chacun des trois modes d'ouverture de fissure. Ils caractérisent l'amplitude de la singularité à la pointe de la fissure. Ils dépendent du chargement, de la géométrie et la taille de la fissure ainsi que de la géométrie de la structure.

### Propagation des fissures

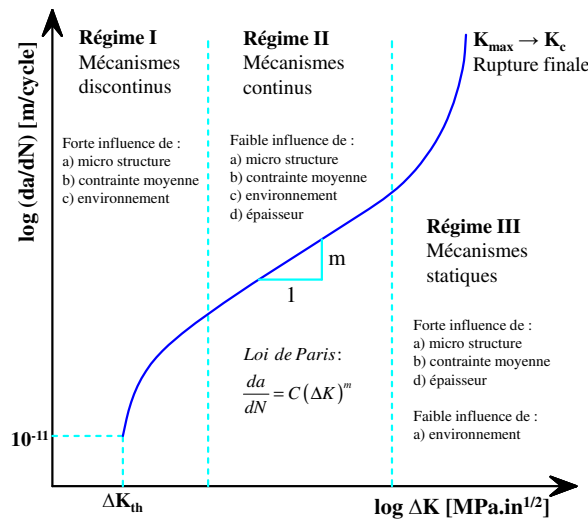
La rupture par fatigue est le phénomène de l'accroissement progressif d'une fissure sous chargement cyclique. On remarque généralement sur l'examen d'un faciès de rupture par fatigue : **(i)** une zone lisse et soyeuse correspondant à la propagation en fatigue et, **(ii)** une zone à grains cristallins ou moins apparents, correspondant à la rupture brutale.

La compréhension de ce phénomène réside dans l'étude de la vitesse de propagation des fissures par fatigue. Les modèles qui sont proposés pour décrire la propagation d'une fissure doivent tenir compte de tous les paramètres qui conditionnent cette propagation dans un matériau donné.

On désigne par  $a$  une longueur de la fissure. Les modèles classiques de propagation de fissure par fatigue donnent l'évolution de la vitesse de propagation ( $da/dN$ ) en fonction du chargement appliqué en pointe de fissure caractérisé par la variation du facteur d'intensité des contraintes  $\Delta K$ . Les résultats sont représentés sur une échelle bi-logarithmique de  $(da/dN)$ - $\Delta K$  comme montré sur la Fig. II.7. Cette relation est souvent présentée à un rapport de contraintes  $R = \sigma_{min}/\sigma_{max}$  donné. La courbe  $(da/dN)$ - $\Delta K$  obtenue fait apparaître les trois régimes suivants :

- Régime I : dans ce régime, la vitesse diminue rapidement quand  $\Delta K$  diminue et la fissure finit par présenter des vitesses  $da/dN$  difficilement détectables. Ce stade fait apparaître un seuil de propagation  $\Delta K_{th}$ , en deçà duquel les fissures s'arrêtent. C'est à dire si le chargement est en dessous du seuil, la fissure ne se propage plus au niveau macroscopique.
- Régime II (ou Régime de Paris) : qui présente l'état stable de la courbe  $(da/dN)$ - $\Delta K$  pour lequel la vitesse  $da/dN$  est une fonction puissance de la variation du facteur d'intensité des contraintes  $\Delta K$ .
- Régime III : il correspond au cas de chargements élevés pour lesquels une déchirure se produit dans le matériau. Lorsque  $\Delta K$  augmente et que  $K_{max}$  approche la ténacité  $K_c$  du matériau, la vitesse de propagation s'accélère et entraîne une rupture rapide. La fissure se propage d'une manière instable.

Un changement du rapport de contraintes  $R = \sigma_{min}/\sigma_{max}$  pour la même valeur de  $\Delta K$  peut influencer le comportement de propagation de fissure de fatigue en affectant la zone de la déformation plastique à proximité de la pointe de la fissure. Une augmentation de ce rapport peut se traduire par une propagation plus rapide, tel que montré sur la Fig. II.8.



**Fig. II.7** – Représentation schématique de la courbe de propagation par fatigue d'une fissure longue

### Loi de propagation de fissures

Certains auteurs ont proposé des équations pour décrire la relation  $(da/dN)-\Delta K$ . La plupart de ces équations sont empiriques, même si certaines sont basées sur des considérations physiques. C'est Paris et Erdogan (1963) qui furent les premiers à relier mécanique de la rupture et fatigue en suggérant que la vitesse d'accroissement d'une fissure par cycle de chargement  $(da/dN)$  peut être reliée à la variation du facteur d'intensité des contraintes  $\Delta K$  pour un chargement cyclique à amplitude constante. La relation proposée par Paris et Erdogan (1963) durant le régime II de propagation est la suivante :

$$\frac{da}{dN} = C \Delta K^m \quad (\text{II.5})$$

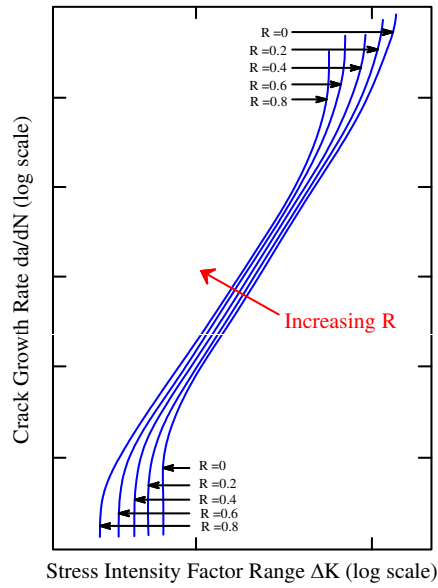
où  $C$  et  $m$  sont deux constantes caractéristiques du matériau déterminés par ajustement des résultats d'essai.

Cette loi est largement utilisée bien qu'elle ne tienne pas compte de l'effet de la contrainte moyenne. Dans le cas de notre étude sur la fatigue des tiges de forage, l'effet de la contrainte moyenne ne peut être négligé. Afin de surmonter cette limitation, nous pouvons faire appel à la loi de Walker (Walker, 1970) donnée par l'équation II.6 :

$$\frac{da}{dN} = C \left[ \frac{\Delta K}{(1-R)^{(1-\lambda)}} \right]^m \quad (\text{II.6})$$

où  $R$  est le rapport de contraintes ( $R = \sigma_{min}/\sigma_{max} = K_{min}/K_{max}$  dans le cas des cycles de contrainte traction-traction). L'équation II.6 de Walker n'est valable que pour des cycles de contrainte traction-traction. L'effet des cycles traction-compression a été peu étudié. La partie compression du cycle n'est pas prise en considération dans la plupart des modèles de propagation de fissure par fatigue. Il est supposé que la fissure est fermée et n'avance pas (pas de propagation) lorsque la contrainte à la pointe





**Fig. II.8** – Effet du rapport de contraintes (Stephens *et al.*, 1980)

de la fissure est négative. Le facteur d'intensité de contraintes est égal à 0 durant la partie négative du cycle de contrainte. Par conséquent, il n'y a pas d'effet de  $R$  sur la vitesse de propagation de fissure pour le modèle de Walker dans le cas d'un chargement traction-compression. Donc on a  $R = 0$  et  $\Delta K = K_{max}$ , l'équation décrivant la loi de Walker devient :

$$\frac{da}{dN} = C K_{max}^m \quad (\text{II.7})$$

Les lois de Paris et de Walker ne décrivent que le régime II de la loi de  $(da/dN)-\Delta K$ . Forman *et al.* (1967) a proposé la relation suivante pour les régimes II et III :

$$\frac{da}{dN} = \frac{C \Delta K^m}{(1-R) K_c - \Delta K} \quad (\text{II.8})$$

Ainsi, le vitesse de propagation de fissure tend vers l'infinie lorsque  $K_{max}$  s'approche de la ténacité du matériau  $K_c$ .

Klesnil et Lukas (1972) ont modifié l'équation II.5 pour tenir compte du seuil de propagation de fissure  $\Delta K_{th}$  (voir Fig. II.7) :

$$\frac{da}{dN} = C (\Delta K^m - \Delta K_{th}^m) \quad (\text{II.9})$$

Donahue *et al.* (1972) ont proposé une équation similaire, mais avec l'exposant  $m$  appliqué à la quantité  $(\Delta K - \Delta K_{th})$  comme montré dans l'équation II.10. Dans les deux cas, le seuil  $\Delta K_{th}$  est un paramètre d'ajustement qui doit être déterminé expérimentalement.

$$\frac{da}{dN} = C (\Delta K - \Delta K_{th})^m \quad (\text{II.10})$$

Le modèle le plus utilisé pour décrire les trois régions de la courbe est celui de Forman et Mettu (1992) développé par la NASA. Cette équation, sous sa forme simplifiée, est donnée par :

$$\frac{da}{dN} = C \Delta K^m \frac{\left(1 - \frac{\Delta K_{th}}{\Delta K}\right)^p}{\left(1 - \frac{K_{max}}{K_c}\right)^q} \quad (\text{II.11})$$

où  $C$ ,  $m$ ,  $p$  et  $q$  sont des constantes caractéristiques du matériau. Pour des valeurs intermédiaires de  $\Delta K$  qui satisfont  $\Delta K \gg \Delta K_{th}$  et  $K_{max} \ll K_c$ , l'équation II.11 se ramène à l'équation II.5. Par conséquent, les valeurs de  $C$  et  $m$  de l'équation II.11 et l'équation II.5 peuvent être considérées les mêmes.

### Prévision de la durée de vie de propagation de fissure par fatigue

La vitesse de propagation de fissure par fatigue en cas de chargement cyclique à amplitude constante peut être exprimée comme suit :

$$\frac{da}{dN} = f(\Delta K, R) \quad (\text{II.12})$$

L'intégration de l'équation II.12 donne :

$$\int_{N_i}^{N_f} dN = \int_{a_i}^{a_f} \frac{da}{f(\Delta K, R)} \quad (\text{II.13})$$

où  $a_i$  et  $a_f$  représentent les longueurs initiale et finale de la fissure,  $N_i$  et  $N_f$  les nombres de cycles correspondant à  $a_i$  et  $a_f$ . Le membre à gauche de l'équation II.13 représente le nombre de cycles nécessaire pour que la fissure puisse se propager de  $a_i$  à  $a_f$ , soit  $(N_f - N_i)$ . Toutefois, la croissance de la fissure par fatigue dépend non seulement de la variation du facteur d'intensité des contraintes et du rapport de contraintes, mais aussi de manière très significative de l'historique de chargement, pouvant induire un champ de contraintes résiduelles de compression ou de traction au voisinage de la pointe de la fissure. Un champ de contraintes résiduelles de compression peut engendrer le retard ou l'arrêt de la croissance de fissure alors que celui de traction peut l'accélérer.

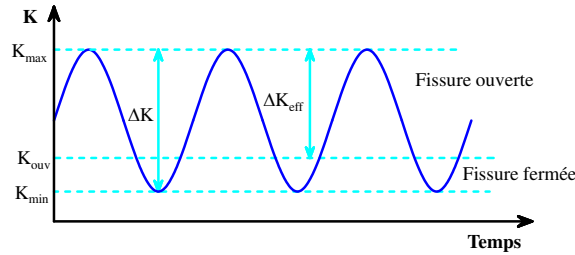
La méthode la plus simple pour traduire l'accumulation des endommagements par croissance de fissures de fatigue sous chargement à amplitude variable est de faire appel à la somme directe des endommagements causés par chaque cycle à amplitude constante. Ceci implique que la longueur de la fissure après  $N$  cycles de chargement est donnée par :

$$a_N = a_0 + \sum_{i=1}^N \Delta a_i \quad (\text{II.14})$$

où  $a_0$  est la longueur initiale de fissure. L'incrément de croissance de fissures  $\Delta a_i$  associé à chaque cycle de chargement peut être estimé à partir de la courbe de vitesse de propagation de fissure  $(da/dN)-\Delta K$ .

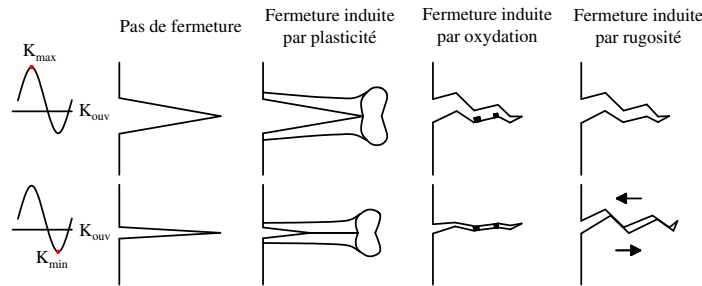
### Phénomène de fermeture de la fissure

Elber (1970) a observé qu'une fissure de fatigue pouvait se refermer sous un chargement de traction cyclique (Fig. II.9). Il a montré que pendant une certaine partie du cycle de chargement, les lèvres d'une fissure pouvaient rester en contact. Selon le principe qu'une fissure ne peut se propager que lorsqu'elle est totalement ouverte, seule une partie du cycle de chargement contribue à l'avancée de la fissure.



**Fig. II.9** – Fermeture de la fissure pendant la propagation de fissure

L'effet de fermeture peut être associé à trois causes (Fig. II.10) : **(i)** Fermeture induite par plasticité (Elber, 1970), **(ii)** Fermeture induite par oxydation (Walker et Beevers, 1979) et **(iii)** Fermeture induite par rugosité (Suresh *et al.*, 1981) .



**Fig. II.10** – Schématisation des principaux types de fermeture de fissure

Elber (1970) a alors proposé de relier ( $da/dN$ ) à une amplitude de facteur d'intensité des contraintes effective  $\Delta K_{eff}$  et non plus à  $\Delta K$  :

$$\Delta K_{eff} = K_{max} - K_{ouv} \quad (II.15)$$

Il a également proposé le rapport de facteur d'intensité des contraintes effective  $U$  (ou le taux d'ouverture) :

$$U = \frac{\Delta K_{eff}}{\Delta K} = \frac{K_{max} - K_{ouv}}{K_{max} - K_{min}} \quad (II.16)$$

Elber a ensuite proposé une modification de l'équation II.5 de Paris :

$$\frac{da}{dN} = C \Delta K_{eff}^m \quad (II.17)$$

L'équation II.17 a été utilisée avec succès pour ajuster les résultats d'essais de propagation de fissures de fatigue avec différents rapports de contraintes  $R$  ( $\Delta K_{eff}$

dépend de  $R$ ). La constante du matériau  $C$  étant différente dans l'équation II.5 et l'équation II.17 lorsque la fermeture a lieu dans le régime II de la courbe  $da/dN-\Delta K$ , telles que  $\Delta K_{eff} < \Delta K$ .

## II.2 Causes principales de la fatigue des tiges de forage

Aujourd'hui, en réalisant des forages de trajectoires complexes, la courbure du puits devient la cause principale de la fatigue des tiges. La déformation de la tige ou la courbure de la tige dans le puits induit des moments de flexion qui, couplés à la rotation de la tige, produit des contraintes cycliques. Par exemple, la contrainte axiale au point  $A$  (Fig. II.11.a) peut passer d'une compression à une tension lorsque le point  $A$  occupe la position  $B$ . La Fig. II.11.a donne la valeur de la contrainte alternée; les tractions  $\sigma$  sont comptées positives et les compressions négatives ( $S$  : aire de la section droite,  $I$  : son moment d'inertie,  $R_{ext}$  : son rayon extérieur,  $F$  : effort axial,  $M$  : moment de flexion).

Ainsi, la contrainte normale à la section droite est  $\sigma = \sigma_m \pm \sigma_a$  avec  $\sigma_m = F/S$  (valeur moyenne du signal périodique) et  $\sigma_a = (M/I)r$  (amplitude de la contrainte due à la flexion) où  $r$  est le rayon en un point considéré ( $r = R_{ext}$  pour un point en surface de la tige). On a donc un phénomène cyclique avec  $\sigma_m = F/S$  et  $\sigma_a = (M/I)r$  (Fig. II.12).

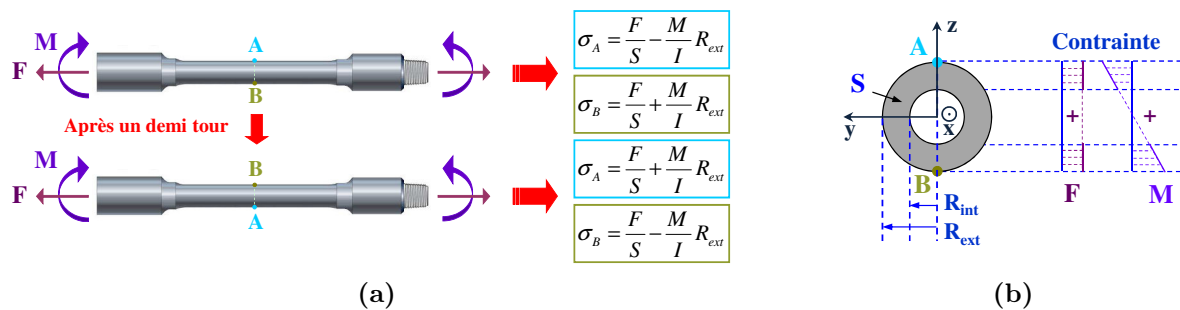


Fig. II.11 – (a) Contrainte axiale en un point de la tige, et (b) sa répartition sur la section droite

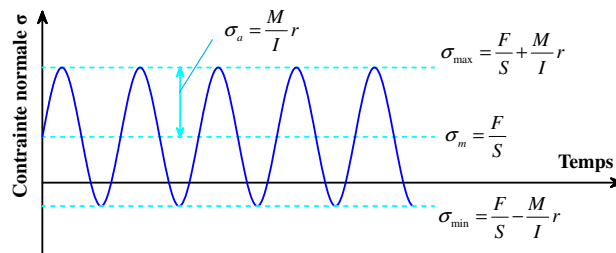


Fig. II.12 – Variation de la contrainte normale en un point (rayon  $r$ ) de la section droite de la tige causée par la rotation de la tige dans une section courbée du puits

## II.3 Règles pratiques pour la conception de la garniture de forage vis à vis de la fatigue

### II.3.1 Courbure maximale permise

Cette analyse est présentée dans l'article de Lubinski (1961). Elle est basée sur le fait que dans certaines conditions, le matériau présente une limite d'endurance de fatigue en-dessous de laquelle le phénomène de fatigue ne se produit pas et ce cycle de chargement peut se répéter à l'infini.

On considère une tige soumise à une tension  $F$  dans une partie du puits dont la courbure est  $C$ . Sous l'effet de la tension, la courbure de la tige peut être différente de celle du trou. En effet, la déformation de la tige dans cette partie courbée dépend de la tension  $F$ . Si  $F$  est assez petite, la tige n'est en contact avec la paroi du trou qu'aux connexions. Si  $F$  augmente jusqu'à une valeur assez grande, on peut avoir un contact au milieu de la tige car celle-ci est davantage tirée.

Lubinski a établi des formules analytiques permettant de déterminer la plus forte valeur  $C_T$  de la courbure de la tige pour plusieurs cas. Par exemple, dans le cas où il y a seulement des contacts entre la tige et la paroi du trou aux connexions, la plus grande courbure de la tige se situe à côté de la connexion et a une valeur donnée par l'équation II.18.

$$C_T = (C - q) \frac{kL}{\tanh(kL)} + q \quad (\text{II.18})$$

avec :  $k = \sqrt{\frac{F}{EI}}$  et  $q = \pm \frac{1}{k^2} \frac{w_e \sin \theta}{EI}$ . Dans cette formule, le signe "+" correspond au cas où l'inclinaison augmente le long de cette courbure (courbure croissante, "build-up") et le signe "-" dans le cas inverse (courbure décroissante, "drop-off"). Les autres paramètres sont :  $\theta$  l'inclinaison moyenne de cette partie courbée,  $w_e$  le poids linéique déjaugé de la tige,  $E$  le module d'Young du matériau de la tige,  $L$  la moitié de la distance entre deux connexions sur la tige,  $I$  le moment d'inertie de la section droite du corps de la tige.

Le moment de flexion aux endroits où  $C_T$  est atteinte est  $M = EIC_T$ . Sachant que l'amplitude de la sollicitation périodique liée à la flexion (maximale dans la section droite) est  $\sigma_a = \frac{M}{I} R_{ext}$ , on en déduit que :

$$\sigma_a = EC_T R_{ext} = E \left[ (C - q) \frac{kL}{\tanh(kL)} + q \right] R_{ext} \quad (\text{II.19})$$

où  $R_{ext}$  est le rayon extérieur du corps de la tige.

Remarquons que dans le paramètre  $k = \sqrt{F/(EI)}$ , la tension  $F$  peut être remplacée par  $\sigma_m S$  ( $\sigma_m = F/S$ ) où  $S$  est l'aire de la section droite de la tige.

Dans certaines conditions, le matériau présente une limite d'endurance en fatigue  $\sigma_e$  en-dessous de laquelle le phénomène de fatigue ne se produit plus. Ainsi la condition nécessaire et suffisante pour que la durée de vie soit infinie est :

$$\sigma_a \leq \sigma_e \quad (\text{II.20})$$

La limite d'endurance de fatigue  $\sigma_e$  pour un matériau dépend de la contrainte moyenne  $\sigma_m$ . En combinant II.19 et II.20, pour assurer l'absence de fatigue dans la tige soumise à la tension  $F$  fixée (donc  $\sigma_m$  fixée) il faut et il suffit que la courbure du puits ne dépasse pas une valeur maximale  $C_{max}$  (Equation II.21). Elle est donc appelée la courbure maximale permise du puits.

$$C_{max} = \left( \frac{\sigma_e}{ER_{ext}} - q \right) \frac{\tanh(kL)}{kL} + q \quad (\text{II.21})$$

Dans un diagramme  $(\sigma_a, \sigma_m)$ , les conditions  $\sigma_a \leq \sigma_e$ ,  $\sigma_a \geq 0$  (par convention) et  $\sigma_m \geq 0$  (on est en mode tension) définissent un domaine d'endurance infini (durée de vie illimitée).

A une durée de vie donnée, la relation de résistance de fatigue - contrainte moyenne est souvent tracée dans un diagramme, appelé le diagramme de Haigh. Il peut être généré par un nombre important d'essais de fatigue. En pratique, différentes lois empiriques ont été proposées pour décrire cette relation. Parmi lesquelles, la loi linéaire de Goodman est la plus utilisée. Cette loi relie le point de résistance de fatigue à la contrainte moyenne nulle sur l'axe de coordonnées et la résistance à la traction pour le point sur l'axe de la contrainte moyenne (voir la Section II.1.1.1 page 31).

Pour le grade E le plus conventionnel parmi les aciers utilisés en forage, la limite d'endurance de fatigue à la contrainte moyenne nulle est 22 kpsi<sup>1</sup> (amplitude de contrainte de flexion) (Lubinski, 1961) pour l'environnement non-corrosif et la résistance à la traction est de 100 kpsi (voir le Tab I.1). Donc sur la Fig. II.13, la courbe bleue pointillée représente la loi linéaire de Goodman. Cependant, Lubinski (1961) a utilisé la courbe continue sur la Fig. II.13 qui est recommandée par la société Hughes Tool et basée sur la meilleure expérience de cette entreprise pour ce problème. L'expression de cette courbe est la suivante :

$$\sigma_e = 19.5 - 10 \frac{\sigma_m}{67} - 6 \left( \frac{\sigma_m}{67} - 0.5 \right)^2 \quad (\text{II.22})$$

où  $\sigma_e$  et  $\sigma_m$  sont exprimées en kpsi. L'équation II.22 est valable pour des valeurs de  $\sigma_m$  jusqu'à 67 kpsi.

La courbe représentant l'équation II.22 présente les caractéristiques suivantes :

- Elle est légèrement au dessus de celle Goodman dans la zone de contrainte moyenne élevée ;
- La limite d'endurance de fatigue à la contrainte moyenne nulle est de 18 kpsi. Cette baisse de 4 kpsi, par rapport à la valeur de 22 kpsi donnée par la loi de Goodman, permet de prendre en compte l'influence des marques, des entailles ainsi que des usures sur le tube pendant le service ;
- Cette courbe est limitée jusqu'à la valeur de  $\sigma_m$  de 67 kpsi, cela est dû à la limite élastique du matériau. Pour la conception, la contrainte maximale  $\sigma_{max} = \sigma_m + \sigma_a$

1. 1 kpsi  $\approx$  6.895 MPa

doit être inférieure à la limite d'élasticité du matériau (75 kpsi pour le grade E, voir le Tab I.1) (courbe violet).

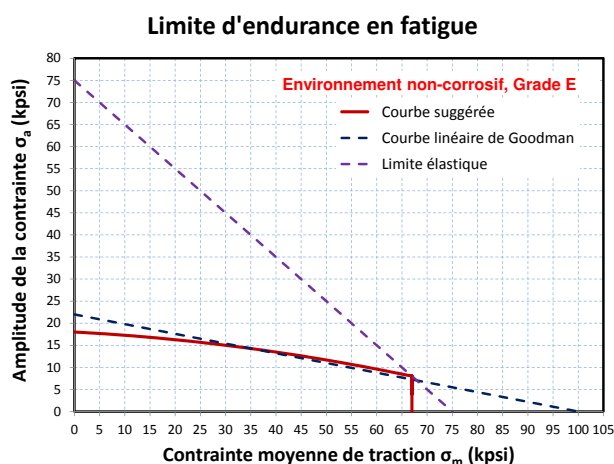


Fig. II.13 – Les limites d'endurance pour le grade E

Pour l'environnement corrosif, l'API RP 7G recommande de baisser de 40% la valeur obtenue pour le cas non-corrosif. Cependant, l'expérience a montré que dans un milieu corrosif, le matériau peut ne pas exhiber une limite d'endurance de fatigue. Ainsi, cette méthode de la courbure maximale permise doit être utilisée avec précaution dans le cas de l'environnement corrosif.

### II.3.2 Estimation de l'endommagement cumulatif de fatigue

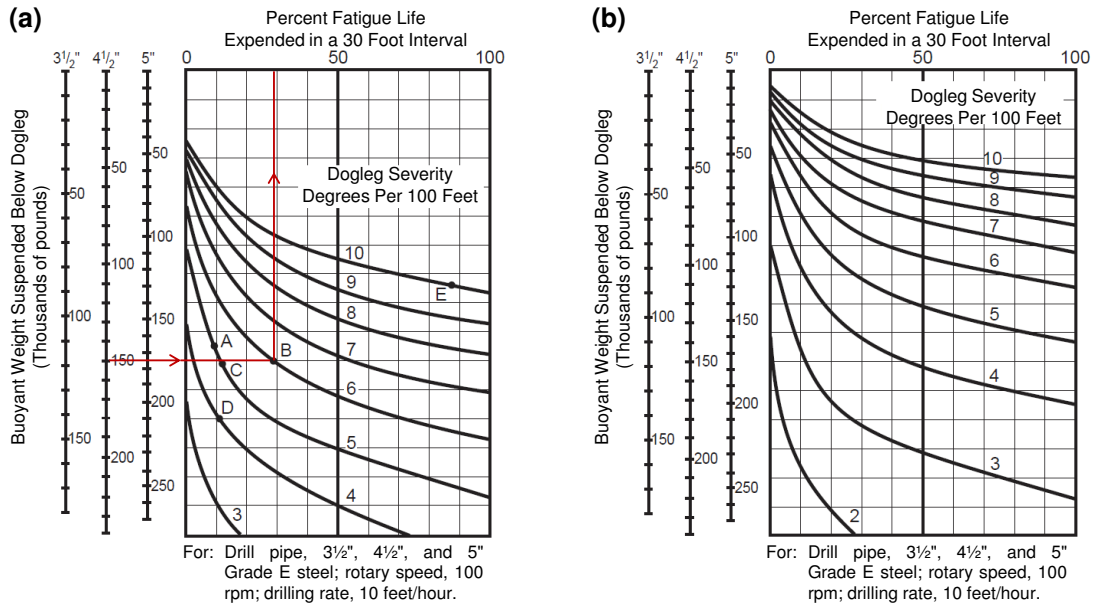
Lorsque la courbure du puits est supérieure à la valeur qui vient d'être définie, la tige est susceptible de subir des endommagements de fatigue. Hansford et Lubinski (1966) ont produit des graphiques pour déterminer le pourcentage de la durée de vie en fatigue consommée lors du forage d'un intervalle de 30 pieds (feet, *ft*)<sup>2</sup> (Figs. II.14.a et b). Ces graphiques ont été établis pour deux environnements, un corrosif et un non-corrosif, et sont basés sur une vitesse de forage (ROP) de 10 ft/h et une vitesse de rotation de la tige (RPM) de 100 tr/min. L'endommagement par fatigue d'une tige est fonction de son grade, de son diamètre extérieur, de la courbure et de la charge axiale de traction. Les Figs. II.14.a et b sont construites pour des tiges de forage de 3½", 4½" et 5" de diamètre extérieur.

Un exemple d'utilisation de ces diagrammes est le suivant. Considérons une tige de diamètre extérieur de 4½" soumise à une tension de 150 mille livres (pound, *lb*)<sup>3</sup> et dans une partie du puits de la courbure de 6 degrés/100 ft ; avec ces données on obtient le point B sur la Fig. II.14.a. Cela signifie que cette tige consomme 30% de sa durée de vie en fatigue lorsqu'elle passe 30 ft de longueur de forage avec une vitesse de pénétration de 10 ft/h et une vitesse de rotation de 100 tr/min dans un environnement non-corrosif.

Pour construire ces diagrammes, les auteurs ont utilisé d'une part un modèle de calcul de l'amplitude de contrainte de flexion pour une tige dans une partie courbée

2. 1 ft = 0.3048 m

3. 1 lb ≈ 0.4536 kg



**Fig. II.14** – Endommagement par fatigue des tiges dans des dog-legs : (a) Environnements non-corrosif et (b) Environnements corrosif (API RP 7G)

du puits (comme présenté dans la partie précédente) et d'autre part la courbe S-N du matériau de la tige. Pour le grade E, la courbe S-N est basée sur les résultats des essais de fatigue des tiges réalisés par Bachman (1951) (Hansford et Lubinski, 1964).

Considérons une tige dans une partie courbée du puits, l'amplitude de contrainte de flexion maximale  $\sigma_a$  est déterminée (par exemple par l'équation II.19 pour un cas spécifique). La courbe S-N pour le grade E est connue à la contrainte moyenne nulle ( $\sigma_m = 0$ ). Pour prendre en compte l'effet de la contrainte moyenne, l'amplitude de contrainte équivalente  $\sigma_{aeq}$  est calculée par l'équation II.23 (loi de Goodman) et est utilisée avec la courbe S-N pour déterminer la durée de vie en fatigue à la rupture  $N_R$  (Hansford et Lubinski, 1964). Le nombre de cycles pour une longueur forée de 30 ft de forage avec un ROP de 10 ft/h et un RPM de 100 tr/min est  $(30/10) \times 60 \times 100 = 18000$  cycles. Donc, la vie consommée de fatigue représentée sur les Figs. II.14.a et b est égale à  $18000/N_R$ .

$$\sigma_{aeq} = \sigma_a \left( \frac{R_m}{R_m - \sigma_m} \right) \quad (\text{II.23})$$

#### Remarques :

- Les Figs. II.14.a et b sont construites en appliquant seulement l'équation II.18 avec les hypothèses de simplification suivantes : **(i)** on néglige le poids de la tige donc  $q = 0$  ; **(ii)** dans le cas de la tension élevée, on peut considérer que  $\tanh(KL) = 1$ .
- L'équation II.18 n'est valable que pour le cas où les contacts entre la tige et la paroi du trou sont uniquement au niveau des connexions (pas de contact au



milieu de la tige). Hansford et Lubinski (1966) ont expliqué que l'utilisation de cette équation donne des résultats conservatifs car un contact au milieu de la tige peut diminuer l'amplitude de la contrainte de flexion à proximité des connexions.

- Dans l'article de Hansford et Lubinski (1966), il n'a pas été précisé le diamètre intérieur de la tige, ce qui peut influencer le calcul de l'amplitude de la contrainte de flexion  $\sigma_a$ . Cependant, si ces diagrammes sont construits avec les tiges ayant l'épaisseur la plus mince existante sur le marché, l'utilisation de ces diagrammes pour les autres tiges plus épaisses devient conservatif.

Les graphiques II.14.a et b ne sont valables que pour les tiges en traction. Pour les tiges en compression, l'API RP 7G propose les courbes S-N pour différents grades API des tiges. Ces courbes S-N sont construites à partir des données du programme d'essais de Morgan et Roblin (1969) pour mesurer les limites à la fatigue à partir des éprouvettes à échelle réduite pour différents grades d'acier de tiges. Les limites de fatigue sont basées sur une loi puissance :

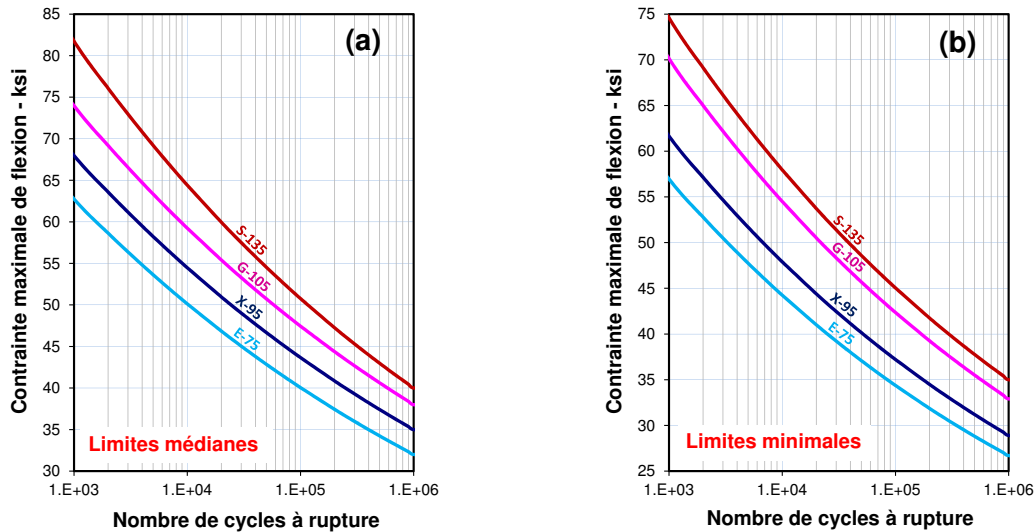
$$\sigma_{max}(N) = \frac{R_{acier}}{N_R^x} \quad (\text{II.24})$$

où  $\sigma_{max}$  est la contrainte normale maximale sur la tige ( $\sigma_{max} = \sigma_m + \sigma_a$ ) tant dans la section droite (en général cela se produit au niveau du rayon extérieur  $R_{ext}$  de la tige) que le long de la portion de la tige (en général il s'agit des endroits où la courbure de la tige est maximale).  $R_{acier}$  est la résistance ultime en traction dépendant du type de limite de fatigue,  $N_R$  le nombre de cycles à rupture et  $x$  un exposant.

La contrainte  $\sigma_{max}$  dépend de la courbure du trou, des dimensions de la tige, ainsi que de la force axiale dans la tige. La norme API RP 7G fournit également les graphiques qui permettent de déterminer  $\sigma_{max}$  pour les tiges en compression (basés sur le modèle de Paslay et Cernocky (1991)).

Deux critères de limite de fatigue sont proposés : les limites médianes (Fig. II.15.a) et les limites minimales (Fig. II.15.b). La différence entre ces deux critères de fatigue réside dans leur utilisation. On s'attend à ce que 50% des tiges atteignant la limite médiane va se rompre par fatigue. Tandis que l'on peut éviter la rupture par fatigue pour les tiges typiques calculées avec la limite minimale (c'est-à-dire on prédit que la tige n'est pas rompue par fatigue si la limite minimale de la Fig. II.15.b n'est pas atteinte).

Ces courbes S-N utilisent la contrainte maximale de flexion  $\sigma_{max}$  et non l'amplitude de contrainte  $\sigma_a$ . L'effet de la contrainte moyenne  $\sigma_m$  n'est pas précisé et la durée de vie en fatigue ne dépend que  $\sigma_{max}$ . Cette façon de présenter la courbe S-N par seulement la relation  $(\sigma_{max}, N_R)$  présente le défaut de ne pas prendre en compte l'amplitude  $\sigma_a$ . Or l'expérience montre que des contraintes cycliques ayant une même  $\sigma_{max}$  mais avec différentes valeurs de  $\sigma_a$  conduisent à des durées de vie en fatigue différentes.



**Fig. II.15** – Limites de fatigue pour différents grades API des tiges : (a) Limites médianes et (b) Limites minimales (API RP 7G)

## II.4 Synthèse

Il existe trois approches pour la prévision de la durée de vie en fatigue : approche en contraintes adaptée à la fatigue polycyclique, approche en déformations adaptée à la fatigue oligocyclique et approche par propagation de fissure basée sur la mécanique de la rupture. Dans le cas des tiges de forage conventionnelles, l'approche en contraintes et l'approche par propagation de fissure basée sur la mécanique de la rupture semblent être les plus adaptées dans la mesure où la conception de la garniture de forage et de la trajectoire du puits est faite de sorte que l'état de contrainte dans les tiges reste dans le domaine élastique. Ce sont ces deux approches que nous avons retenues pour développer deux modèles de fatigue des tiges : celui du calcul du cumul de fatigue (Chapitre III) et celui du calcul de la propagation de fissure (Chapitre IV).

Différentes règles pratiques pour les calculs des tiges de forage vis-à-vis de la fatigue ont été présentées dans la section II.3. Toutes ces méthodes sont basées sur l'approche en contraintes. Pour déterminer la contrainte de flexion dans la tige, elles utilisent un modèle analytique qui peut conduire à des erreurs importantes surtout dans le cas d'une trajectoire complexe du puits (pouvant présenter des tortuosités et des micro-tortuosités). En outre, ces méthodes ne se limitent qu'aux grades d'acier API. Elles donnent une seule valeur de fatigue pour toute la tige. Ceci peut fournir des résultats conservatifs mais ils ne sont pas exacts. D'autres modèles plus élaborés pour évaluer la fatigue des tiges durant le forage sont donc nécessaires. Ces modèles doivent comprendre une méthode précise et robuste pour le calcul des contraintes dans la tige et une méthode de calcul à la fatigue permettant de mieux prendre en compte les paramètres importants du forage.

Dans les chapitres suivants, nous allons présenter deux modèles de caractérisation de la fatigue des tiges durant le forage. Le premier se base sur les courbes S-N des tiges de forage qui permettent de déterminer la durée de vie en fatigue correspondant à des sollicitations agissant sur la tige calculées par logiciel ABIS de simulation du

comportement mécanique des tiges au cours du forage, développé au Centre de Géosciences de MINES ParisTech. Puis, l'endommagement de fatigue est accumulé à l'aide d'une procédure de calcul incrémental durant le forage. Le deuxième modèle se base sur la propagation d'une fissure dans la tige. Il repose sur l'utilisation d'une loi de propagation d'une fissure et permet de prédire l'extension de la fissure dans la tige en cours de sa rotation en fonction des cycles de chargement.

Il convient de souligner que délibérément la partie bibliographique de la présente section a été succincte avec comme seul but de justifier le fait que nous avons développé deux modèles différents (approche "S-N" et approche "propagation de fissure"). Pour chacun des deux modèles, la suite du mémoire explicitera d'avantage les bases bibliographiques sur lesquelles s'est appuyé notre travail y compris pour les valeurs des paramètres des lois empiriques. Ainsi apparaîtront des lois qui, pour éviter des redites, n'ont pas été citées explicitement dans cette section mais rentrent dans le cadre général de ce qui vient d'être présenté. Comme par exemple la loi  $N_R$  fonction de  $\sigma_a$  et  $\sigma_m$ .

CHAPITRE

III

MODÉLISATION DE LA FATIGUE DES  
TIGES PAR ACCUMULATION  
D'ENDOMMAGEMENT



## III.1 Algorithme

Nous présentons ici l'algorithme de calcul du cumul de fatigue pour un point quelconque sur la garniture durant l'opération de forage. Les données disponibles pour l'étude de la fatigue par l'approche en contraintes sont basées sur des essais de fatigue réalisés à amplitude constante (c'est le cas des courbes S-N). Toutefois, dans la pratique du forage, l'amplitude du chargement est souvent variable compte tenu du fait que la tige peut passer dans des courbures du puits de différentes sévérités. Dans ce cas, l'effet cumulé de chaque condition de chargement peut entraîner la rupture de la tige.

La Fig. III.1 présente le schéma que nous proposons pour calculer la fatigue cumulative des tiges de forage. Les calculs incrémentaux sont réalisés pas à pas, c'est-à-dire que l'on considère que le forage évolue par pas de longueur  $\Delta L_i$ . Le logiciel ABIS du centre de Géosciences est utilisé pour déterminer les contraintes en tout point dans la garniture de forage (la tension et les moments de flexion).

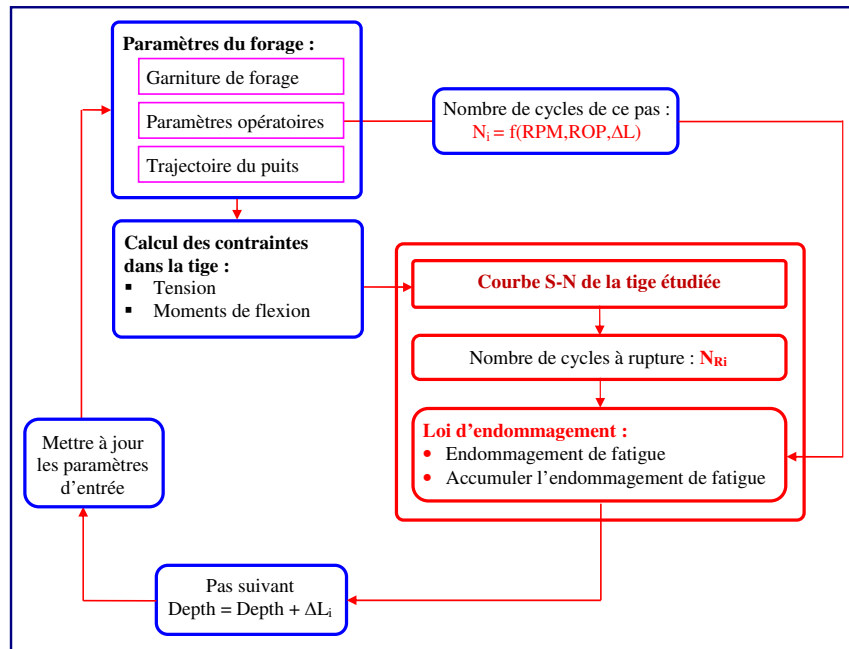


Fig. III.1 – Schéma du calcul du cumul pas à pas de la fatigue

À chaque incrément de longueur de forage :

- On calcule les contraintes dans la garniture de forage à l'aide du code ABIS.
- On considère un point sur une tige particulière, et on retient le moment de flexion et la tension qu'il subit, calculés par ABIS. On fait appel à la courbe S-N correspondante (avec prise en compte de la contrainte moyenne et de l'environnement) pour déterminer le nombre de cycles  $N_{Ri}$  à rupture au pas  $i$ . Le nombre de cycles  $N_i$  (nombre de rotations) que la garniture a réalisé pendant le pas  $i$  est calculé par l'équation (RPM en tr/min et ROP en m/h) :

$$N_i = \text{RPM} \frac{\Delta L_i}{\text{ROP}} 60 \quad (\text{III.1})$$

- On calcule l'endommagement de fatigue du pas  $i$  de forage. Après chaque pas, on incrémente l'endommagement de fatigue de  $D_i$ . Par exemple, en utilisant la loi de Miner (voir la Section III.2), on a :

$$D_i = \frac{N_i}{N_{Ri}} \quad (\text{III.2})$$

$$D := D + D_i \quad (\text{III.3})$$

Plusieurs modèles d'endommagement cumulatif ont été proposés pour tenir compte des chargements d'amplitude variable. Généralement, ces modèles permettent de déterminer la vie de fatigue du matériau relative à chaque cycle de chargement, de calculer l'endommagement correspondant et de faire le cumul des endommagements de tous les cycles. Parmi les modèles d'endommagement existants dans la littérature, la loi de Miner est la plus utilisée dans la pratique, en raison de sa simplicité et de sa facilité de mise en œuvre afin de traiter le cas des séquences de chargement d'amplitude variable.

Par ailleurs, le chargement cyclique, dû à de fortes courbures du puits, peut être généralement considéré aléatoire. Il dépend des paramètres du puits foré (trajectoire, dimensions,...), de la garniture utilisée, ainsi que des conditions opératoires au cours du forage. L'expérience a montré que la loi de Miner est la mieux adoptée dans le cas de chargement aléatoire. Nous avons donc choisi cette loi qui sera explicitée dans la Section III.2.

La durée de vie en fatigue correspondant aux chargements calculés par ABIS (tension et moment de flexion) est déterminée en utilisant la courbe S-N. Une analyse bibliographique pour les tiges de forage sera présentée dans la Section III.3. La plupart des données disponibles sur les courbes S-N ont été établies en laboratoire en utilisant un chargement cyclique de contrainte alternée (contrainte moyenne nulle  $\sigma_m = 0$  ou rapport de contraintes  $R = -1$ ). Cependant, en conditions réelles de forage, la contrainte moyenne est souvent loin d'être nulle dans la mesure où les tiges sont soumises soit à des tensions soit à des compressions. Sachant qu'une contrainte moyenne en traction réduit la vie de fatigue, il est nécessaire de disposer d'un modèle qui permet de tenir compte de l'effet de la contrainte moyenne sur la durée de vie en fatigue.

L'effet de la contrainte moyenne peut être prise en compte dans la formule de la courbe S-N comme montré dans les équations III.9 et III.10 proposées par Grondin et Kulak (1994) pour les tiges de grade E, de 4<sup>1/2</sup>" de diamètre extérieur (voir la Section III.3 page 56). D'autre part, l'effet de la contrainte moyenne est généralement présenté sous la forme des diagrammes de Haigh qui permettent de tracer des courbes "d'égale vie" dans un diagramme de  $(\sigma_m, \sigma_a)$ . Une quantité très importante d'essais est requise pour générer ce type de diagramme. De ce fait, plusieurs relations empiriques ont été proposées pour répondre à cette difficulté (voir la Section II.1.1.1). En pratique, les deux méthodes les plus largement acceptées sont celles de Goodman et Gerber (voir Tab. II.2). La loi de Goodman est souvent utilisée en raison de sa simplicité et de son caractère conservatif. Nous avons donc opté pour cette loi.

Deux méthodes ont été proposées pour étendre ce diagramme dans la zone de compression :

- Du fait qu'une contrainte moyenne en compression peut augmenter la limite de fatigue du matériau, le diagramme de Goodman peut donc être extrapolé dans la zone de compression comme montré sur la Fig. III.2.a (Stephens *et al.*, 1980).
- Par ailleurs, il est conservatif de supposer que pour la plupart des matériaux ductiles, la contrainte moyenne de compression n'améliore pas la résistance de fatigue. L'extension du diagramme de Goodman dans la zone de compression devient donc une ligne horizontale (Fig. III.2.b) (Lee *et al.*, 2004).

Dans une conception mécanique générale, il faut vérifier aussi la limite élastique en statique (tracé en pointillés) du matériau. Sur ces Figs. III.2.a et b,  $R_e$  et  $R_m$  sont respectivement la limite d'élasticité et la résistance à la traction du matériau.  $\sigma_{aeq}$  est l'amplitude de contrainte équivalente sous contrainte moyenne nulle, qui produit la même durée de vie que l'amplitude  $\sigma_a$  sous la contrainte moyenne  $\sigma_m$ .

Nous avons donc choisi la première méthode montrée sur la Fig. III.2.a avec  $R_e = R_{e,min}$  et  $R_m = R_{m,min}$  valeurs prises dans le Tab. I.1.

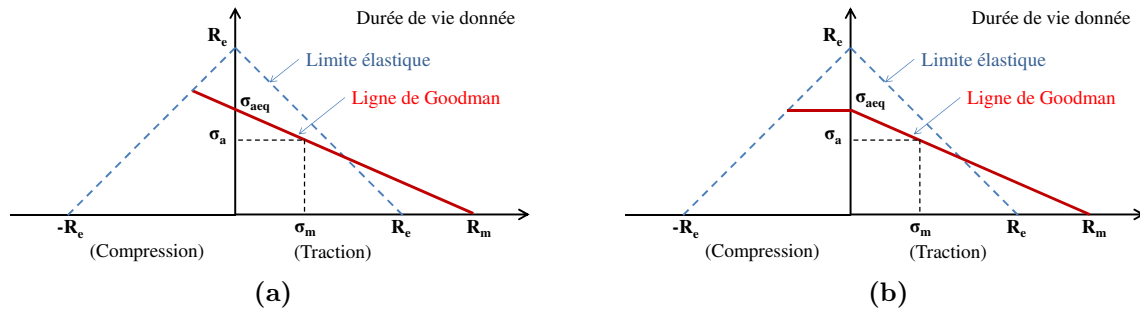


Fig. III.2 – Extension du diagramme de Goodman dans la zone de compression

## III.2 Loi d'endommagement de Miner

### III.2.1 Accumulation d'endommagement par fatigue

Le dommage par fatigue peut conduire à la ruine du composant ou de la structure lorsque son accumulation atteint une valeur critique. L'intérêt d'une loi d'endommagement en fatigue est de fournir un outil de prévision de durée de vie pour tout composant mécanique soumis à des sollicitations variables. L'endommagement par fatigue est difficile à définir d'autant plus qu'il n'y a pas de mesure simple du dommage dans les premiers stades du processus de la fatigue. La perte de résistance du matériau et la taille des fissures de fatigue sont deux grandeurs proposées pour décrire l'endommagement du matériau, mais ces grandeurs ne sont pas détectables durant une large durée de vie du composant.

En raison de la difficulté de définir et d'évaluer "l'endommagement" causé par des variations complexes de contraintes, les théories de l'endommagement cumulatif adoptent des hypothèses concernant la définition d'une variable d'endommagement  $D$  et des méthodes permettant d'accumuler le dommage produit par des cycles de contrainte d'amplitude variable. La variable  $D$  est généralement calculée grâce aux caractéristiques du



cycle de chargement (amplitude de contrainte, contrainte moyenne, contrainte maximale,...).

Les théories de l'endommagement cumulatif en fatigue sont différentes selon le fait qu'elles prennent en compte ou non la dépendance de la contrainte et l'interaction des niveaux de chargements (Kaechele, 1963). Une théorie est considérée indépendante de la contrainte si elle suppose que la même fraction de cycles  $N/N_R$  ( $N_R$  est le nombre de cycles à la rupture dans un essai à un seul niveau de chargement) produit une même quantité d'endommagement quelque soit les amplitudes de contrainte, de sorte que la relation (endommagement - fraction de vie  $N/N_R$ ) se traduit par une courbe unique pour tous les niveaux de contrainte (Figs. III.3.a et b). Dans d'autres théories, chaque niveau de contrainte produit une courbe d'endommagement différente (Fig. III.3.c).

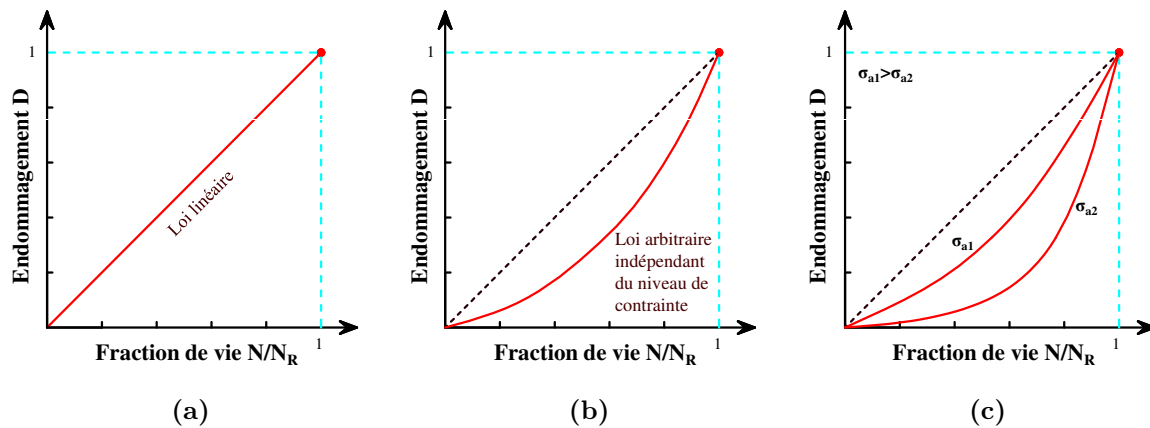


Fig. III.3 – Endommagement en fatigue

L'incrément de dommage dans un cycle de charge est en fonction des caractéristiques du cycle. De même, il peut être affecté par le dommage causé par les cycles précédents. Une théorie est considérée comme étant sans interaction des niveaux de charges si la relation entre l'endommagement et le nombre de cycles à une amplitude de contrainte donnée ne dépend pas des autres amplitudes appliquées précédemment dans la séquence de chargement. A l'inverse, une théorie avec interaction soutient que l'endommagement à une amplitude de contrainte peut être modifié en fonction de l'historique des chargements préalables.

### III.2.2 Présentation de la loi linéaire de Miner

La loi de Miner (Miner, 1945) est l'une des plus anciennes lois d'endommagement en fatigue. Elle est la plus utilisée dans la pratique en raison de sa simplicité et de sa facilité de mise en œuvre afin de traiter le cas des séquences de chargement d'amplitude variable. Il s'agit d'une loi de cumul d'endommagement linéaire, indépendante de la contrainte et sans interaction des niveaux de charges. Elle considère donc qu'un chargement faible suivi d'un chargement fort provoque le même effet qu'un chargement fort suivi d'un chargement faible.

Chaque cycle de contrainte d'amplitude supérieure à la limite d'endurance produit un endommagement irréversible de la structure. L'endommagement  $D_i$ , produit par  $N_i$  cycles d'amplitude  $\sigma_{ai}$ , est relié à  $N_{Ri}$ , le nombre total de cycles produisant la rupture

par fatigue sous un chargement cyclique à amplitude constante  $\sigma_{ai}$ . Miner a proposé la variable d'endommagement égale à la fraction de cycles définie par :

$$D_i = \frac{N_i}{N_{Ri}} \quad (\text{III.4})$$

Si  $k$  blocs de cycles de contrainte d'amplitudes différentes sont considérés (Fig. III.4), l'endommagement produit par chaque bloc est donné par l'équation III.4. Finalement, l'endommagement total  $D$  subi par la structure soumise à l'ensemble des blocs de cycles de contrainte, est donné par la formule :

$$D = \sum_{i=1}^k D_i = \sum_{i=1}^k \frac{N_i}{N_{Ri}} \quad (\text{III.5})$$

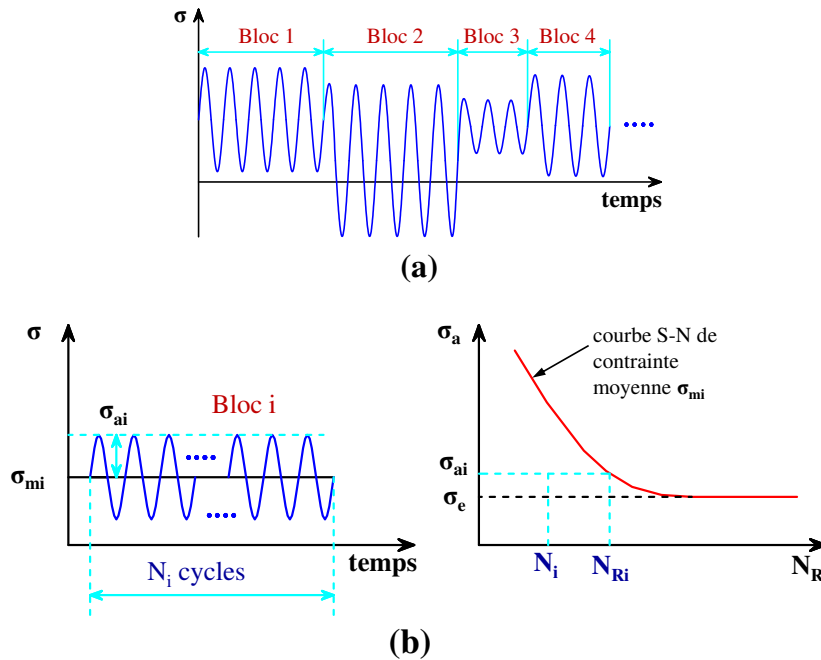


Fig. III.4 – Séquence composée de plusieurs blocs de sollicitations

Il est supposé enfin que le dommage s'accumule sans aucune influence d'un niveau d'endommagement sur l'autre (sans interaction). Dans ce cas, la loi de Miner énonce que la ruine de la structure se produit lorsque l'endommagement total  $D$  vaut l'unité.

$$D = \sum_{i=1}^k \frac{N_i}{N_{Ri}} = 1 \quad (\text{III.6})$$

La donnée unique nécessaire pour appliquer la loi de Miner est la courbe S-N du matériau. De ce fait, elle est simple à utiliser. Mais elle présente les inconvénients suivants :

- Elle ne tient pas compte du niveau de l'endommagement déjà accumulé lors de la description du dommage engendré par un cycle en cours (elle ne tient pas compte de l'historique du chargement).

- Les cycles d'amplitude inférieure à la limite d'endurance  $\sigma_e$  du matériau ne sont pas pris en compte. Or de nombreux travaux expérimentaux (Dowling, 1988; Miller et de los Rios, 1986; Tanaka et Fujii, 1977) ont montré que ces cycles peuvent causer un dommage non négligeable s'ils sont mixés avec d'autres cycles d'amplitude supérieure à cette valeur limite. Selon la loi de Miner, ces cycles ne causent pas de dommage, car la fraction  $N/N_R$  est égale à zéro puisque  $N_R$  est considéré comme infini. Des cycles d'amplitude supérieure à la limite d'endurance peuvent initier des fissures microscopiques. Plus tard, des cycles d'amplitude inférieure à la limite d'endurance peuvent propager ces fissures et deviennent donc endommageant. De plus, les essais ont montré que la limite d'endurance  $\sigma_e$  peut être réduite lorsque l'éprouvette est soumise à des cycles de niveau de contrainte supérieur à  $\sigma_e$ , cet abaissement de  $\sigma_e$  n'est pas pris en compte par la loi de Miner (Haibach, 1979).

Une procédure simple pour rendre compte des cycles inférieurs à la limite d'endurance consiste à extrapoler la courbe S-N au dessous de la limite d'endurance de fatigue. Différentes méthodes ont été proposées afin d'améliorer la loi de Miner, parmi lesquelles on a :

- La loi de Miner élémentaire : Elle ne tient pas compte de l'existence de la limite d'endurance. On prolonge donc, dans la zone d'endurance illimitée, la droite représentative de la courbe de Wöhler (Fig. III.5).
- La loi de Haibach (Haibach, 1970) : La courbe S-N est une fonction linéaire dans un repère double-logarithmique connu comme l'équation de Basquin  $\sigma_a^m N_R = B$  où  $m$  est la pente de la droite représentative de la courbe S-N. Haibach a proposé de prolonger la droite représentative de la courbe S-N par une autre partie droite de pente plus faible de valeur  $(2m - 1)$  (Fig. III.5).

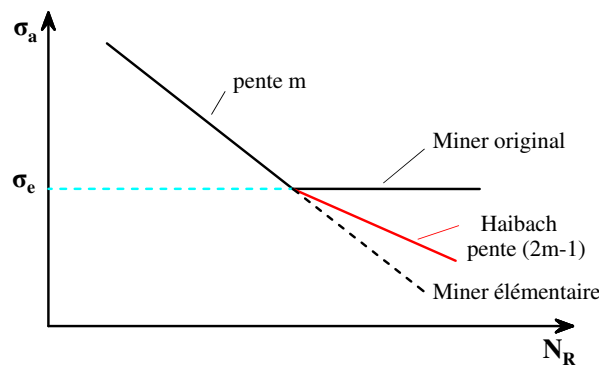


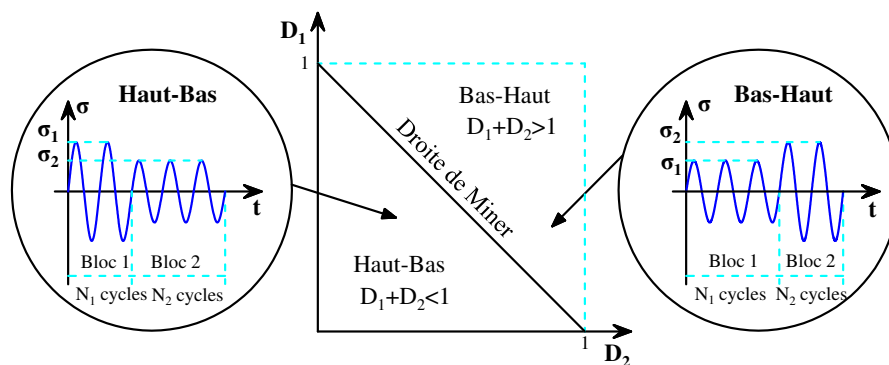
Fig. III.5 – Modification de la courbe S-N

### III.2.3 Dispersion du dommage à rupture

En utilisant la loi de Miner, il est généralement admis que le matériau est ruiné lorsque le cumul de fatigue  $D$  atteint l'unité. Cependant, il a été démontré que la ruine du matériau peut se produire à des valeurs de  $D$  inférieures à l'unité comme à des valeurs supérieures. Miner (1945) a ensuite considéré que la valeur de l'unité n'est

qu'une moyenne. En pratique, on considère une valeur critique,  $C$ , de l'endommagement en fatigue à la rupture dont la valeur est fonction de l'ordre d'application des niveaux de chargement (ou l'historique de chargement), et du matériau. Cependant, l'expérience a montré que même les résultats des essais effectués dans les mêmes conditions donnent des valeurs dispersées de  $C$ .

Dans le but de mieux cerner la correction de cette loi, nombreux essais ont été effectués en appliquant à l'éprouvette des blocs de chargement d'amplitudes différentes. En particulier, des essais à deux blocs de chargement cyclique ont été conduits avec une contrainte initiale  $\sigma_1$  pour un certain nombre de cycles, puis une contrainte  $\sigma_2$  jusqu'à la rupture. On parle d'essais haut-bas si  $\sigma_1 > \sigma_2$  ou bas-haut dans le cas inverse (Fig. III.6). On constate une tendance selon laquelle pour des essais haut-bas les valeurs de l'endommagement total de Miner sont inférieures à 1, et pour ceux de bas-haut les valeurs sont supérieures à 1. Lorsque la rupture se produit à un niveau d'endommagement  $C > 1$ , cela signifie que le modèle est pessimiste (conservatif) et donc sécuritaire. Donc l'erreur commise dans l'évaluation de  $C$  dans le cas bas-haut n'est pas grave (Wei, 1978). En revanche, la loi de Miner est non conservative pour les essais haut-bas.



**Fig. III.6** – Définition des essais haut-bas et bas-haut et leur influence sur la durée de vie critique (d'après Ngargueudedjim, 2003)

Cette différence de comportement peut être expliquée par les inconvénients de la loi de Miner présentés plus haut. Les cycles de grande amplitude, qui sont appliqués dans un premier temps, permettent de produire des dommages dans le matériau sous forme de fissures microscopiques inter-granulaires. Ensuite les cycles à faible amplitude peuvent continuer à propager ces fissures. Les essais à deux niveaux de chargement présentent une limitation : ils ne se rapportent pas beaucoup à des historiques de chargement de service qui sont généralement constituées d'une distribution aléatoire de différents niveaux.

Les résultats des essais conduits par Miner ont montré que le cumul de fatigue  $D$  à la rupture (ou la valeur critique  $C$ ) varie de 0.61 à 1.45, mais reste en moyenne assez proche de 1. Les variations de la somme de Miner ont été également vérifiées par d'autres chercheurs. Cette valeur à la rupture semble être fonction du niveau et de l'historique du chargement. Dans certains cas on peut avoir des écarts importants par rapport au critère  $C = 1$ . Freudenthal et Heller (1958) ont montré que  $C$  varie entre 0.1 et 1 lorsque des contraintes variables sont utilisées sur les éprouvettes lisses non

entaillées en aluminium 2024 et en acier 4320. Hillberry (1970) a trouvé des valeurs de  $C$  entre 1.5 et 5 pour des éprouvettes en aluminium 2024. L'intervalle de 0.3 à 3 semble contenir tous les historiques de chargement bien mixés, mais quelques essais ont fourni des valeurs supérieures à 10 (Hardrath, 1973; Tang et Yao, 1970; Dolan *et al.*, 1949).

Si la théorie de Miner est utilisée pour estimer la durée de vie en fatigue,  $C = 1$  est une bonne valeur moyenne. Une limite basse  $C = 0.3$  est conseillée si une prédiction conservative de vie en fatigue est souhaitée (Fackler, 1972). Pour les conceptions en mécanique, Haibach a recommandé dans "*FKM-Guideline*" (FKM, 2003)  $C = 0.3$  pour les aciers, les aciers moulés et les alliages d'aluminium, et  $C = 1$  pour les fontes ductiles, les fontes grises, et les fontes malléables.

La loi de Miner est facile à mettre en œuvre pour estimer la vie à la fatigue sous chargements d'amplitude variable. Bien qu'elle soit très critiquée, elle est largement utilisée dans les calculs de conception. La fatigue est un processus complexe impliquant de nombreux facteurs. Bien que cette règle ne fournisse pas des estimations très précises, elle semble conduire à des résultats acceptables dans le cas des chargements aléatoires (Maddox, 1991; Wirsching, 1983).

### III.2.4 Justification du choix de la loi de Miner

La notion de l'endommagement et de son cumul en fatigue est très vaste et encore mal maîtrisée. De nombreuses théories d'endommagement ont été proposées dans le but de surmonter les limitations de la loi de Miner (Annexe B). Pourtant, elles présentent les points faibles suivants :

- (i) Elles ont besoin de connaître les valeurs de nombreux paramètres du matériau et/ou de la structure qui doivent être déterminées expérimentalement. Dans certains cas, cela nécessite un grand nombre d'essais.
- (ii) Certaines méthodes permettent de prendre en compte les effets de l'historique de chargement. Mais le nombre de calculs et leur adaptation peuvent devenir un problème avec les séquences de chargement complexes.
- (iii) Bien que certaines méthodes non linéaires puissent donner de meilleures prédictions que la loi de Miner pour des conditions spécifiques (par exemple les séquences à deux niveaux de contrainte), elles n'assurent pas un meilleur fonctionnement pour des historiques de chargement réelles.

C'est pour ces raisons que la loi de Miner est largement utilisée.

## III.3 Analyse bibliographique sur les courbes S-N

### III.3.1 Sources expérimentales des courbes S-N pour les tiges

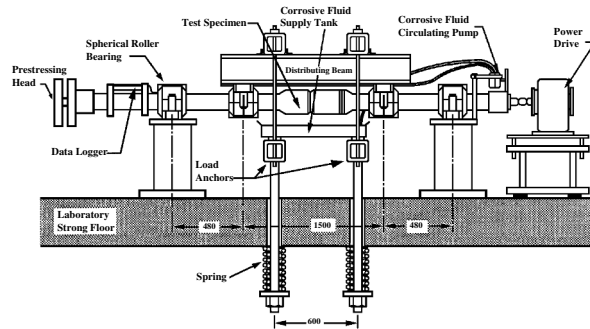
Malgré leur importance dans l'approche de la fatigue cumulative, peu d'essais de fatigue sur les tiges ont été réalisés, essentiellement à cause de leur coût trop élevé et parfois de la grande dispersion des résultats.

Dans toute la suite, on désigne par  $\sigma_a$  l'amplitude maximale de la contrainte normale liée à la flexion sur la section droite de la tige, et par  $\sigma_m$  la contrainte moyenne :

$$\sigma_a = \frac{M}{I} R_{ext} \quad (\text{III.7})$$

$$\sigma_m = \frac{F}{S} \quad (\text{III.8})$$

Grondin et Kulak (1991b, 1994) ont publié, dans les années 90, des résultats sur des tiges à échelle réelle de grade E75 (notons que ce grade est de moins en moins utilisé de nos jours en forage). Le programme des tests a porté sur l'étude de l'effet de la contrainte moyenne (0 et 125 MPa) et de l'environnement corrosif (dans l'air et dans une solution à 3.5% de NaCl). La machine utilisée est de type flexion à quatre points avec rotation (Fig. III.7). La tige est donc soumise à un moment de flexion et à une tension. Les échantillons testés sont prélevés sur des tiges réelles de diamètre extérieur de 114 mm (4½" OD) et d'une masse linéique de 24.7 kg/m (16.6 lb/ft) avec ou sans connexions.



**Fig. III.7** – Machine d'essais de type flexion à quatre points avec rotation (Grondin et Kulak, 1991b, 1994)

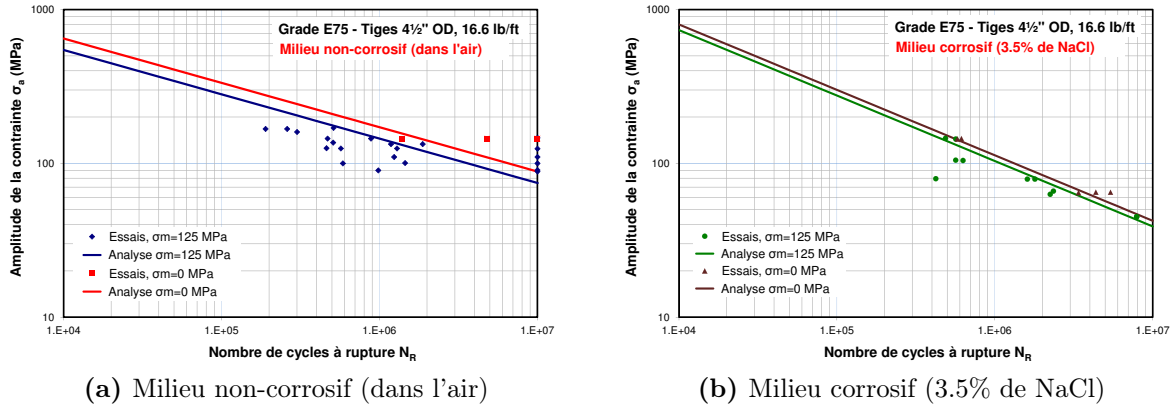
En utilisant une méthode de régression linéaire multiple, Grondin et Kulak ont proposé l'équation III.9 dans le cas d'un environnement non-corrosif et III.10 dans le cas d'une solution à 3.5% de NaCl (les contraintes sont en MPa) :

$$\log N_R = 13.755 - 3.47 \log \sigma_a - 1.65 \times 10^{-5} \sigma_m^2 \quad (\text{III.9})$$

$$\log N_R = 10.823 - 2.35 \log \sigma_a - 5.54 \times 10^{-6} \sigma_m^2 \quad (\text{III.10})$$

Pour  $\sigma_m$  fixée on retrouve la loi de Basquin (Tab. II.1). En revanche, dans le diagramme de Haigh (relation entre  $\sigma_a$  et  $\sigma_m$  pour  $N_R$  fixé) on ne retrouve aucune des lois du Tab. II.2 mais comme pour toutes les autres lois  $\sigma_a$  est une fonction décroissante de  $\sigma_m$  pour  $\sigma_m > 0$ .

La Fig. III.8 permet de comparer les résultats expérimentaux et théoriques. A partir des équations III.9 et III.10, nous trouvons que pour des contraintes de flexion suffisamment élevées, la vie de fatigue en milieu corrosif est plus élevée que celle en milieu non-corrosif. Ce résultat illogique apparait à cause d'un manque d'essais réalisés sous hauts niveaux de contrainte. Ces lois empiriques doivent donc être manipulées avec précaution.



**Fig. III.8** – Résultats des essais et courbe S-N des tiges de grade E-75 d’après Grondin et Kulak (1994)

L’une des premières contributions majeures à l’étude de la fatigue des tiges de forage est sans doute celle des travaux de la société “*Hughes Tools Company*” incluant plus de 1000 essais de fatigue. Ces travaux ont été synthétisés par Bachman (1951). Pour s’affranchir de la dépendance des résultats de fatigue des dimensions des tiges, seules des tiges à grandeur réelle et à taille standard ont été étudiées (4<sup>1/2</sup>" OD, 16.6 lb/ft). Par ailleurs, les essais ont porté sur les grades D et E. Les résultats de Bachman sont à la base des recommandations proposées par Hansford et Lubinski (1966) pour la conception et l’évaluation des limites d’opération des tiges de forage (API RP 7G). La Fig. III.9 représente la courbe S-N (en bleu foncé) basée sur les données de Bachman proposée par Hansford et Lubinski (1964) pour le grade E. La limite d’endurance de cette courbe S-N a été évaluée à 124 MPa de l’amplitude de la contrainte. L’équation de cette courbe S-N (contraintes en MPa) pour les tiges de forage de 4<sup>1/2</sup>", de grade E75 dans l’air selon Grondin et Kulak (1991a,b) est :

$$\log N_R = 15.757 - 4.56 \log \sigma_a \quad (\text{III.11})$$

Afin de considérer l’effet de l’environnement corrosif, Hansford et Lubinski (1964) ont proposé de réduire de 40% les résultats de fatigue ; ils proposent une limite d’endurance en milieu corrosif de 75 MPa de l’amplitude de la contrainte. Cette hypothèse reste douteuse car il n’est pas exclu que dans un milieu corrosif, le matériau peut ne pas exhiber une limite d’endurance de fatigue. L’expression de la courbe S-N des tiges (4<sup>1/2</sup>" OD, grade E75) dans un milieu corrosif, proposée par Grondin et Kulak (1991a,b) s’exprime par l’équation (contraintes en MPa) :

$$\log N_R = 14.747 - 4.56 \log \sigma_a \quad (\text{III.12})$$

Sur la Fig. III.9 est représentée l’équation de régression sur les mêmes données de Bachman, obtenue par Grondin et Kulak (1991b), afin de comparer leurs propres résultats à ceux de Bachman. L’équation trouvée est la suivante pour  $\sigma_a$  en MPa :

$$\log N_R = 12.143 - 2.802 \log \sigma_a \quad (\text{III.13})$$

D’autres résultats d’essais plus récents de fatigue de tiges de forage en milieu corrosif ont été publiés par Joosten *et al.* (1985). Les tiges étudiées sont de 89 mm de diamètre

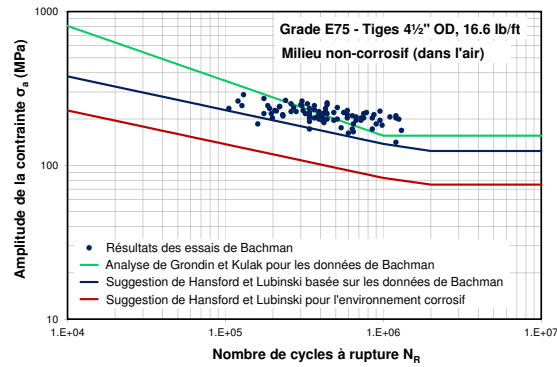


Fig. III.9 – Résultats des essais de fatigue des tiges de Bachman

(3 $\frac{1}{2}$ " OD) et de grade G105 ; les essais ont été réalisés sur une machine en flexion à trois points. Les milieux étudiés sont l'air et une solution de chlorure de potassium (KCl) d'eau de mer, représentant un type de boue de forage. L'analyse des résultats des essais a permis de formuler l'expression III.14 de la courbe S-N, pour ce grade G105, en milieu corrosif, lorsque  $\sigma_a$  est en MPa :

$$\log N_R = 11.5851 - 3.1525 \log \sigma_a \quad (\text{III.14})$$

Les auteurs ont proposé de réaliser des calculs de cumul de fatigue en adoptant une équation de la courbe S-N, plus pessimiste (-10%). Lorsque  $\sigma_a$  est exprimée en MPa, cette nouvelle courbe S-N est donnée par l'équation III.15 :

$$\log N_R = 11.2674 - 3.1525 \log \sigma_a \quad (\text{III.15})$$

Les résultats des essais et les courbes d'évolution de la courbe S-N obtenus par Joosten *et al.* (1985) sont représentés sur la Fig. III.10.

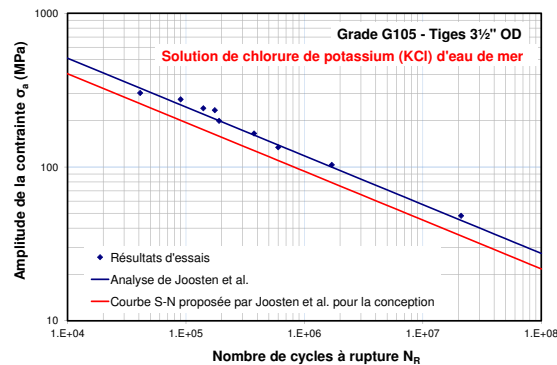
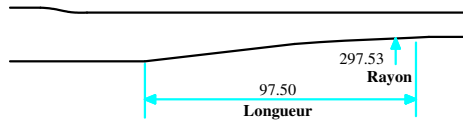


Fig. III.10 – Résultats et Courbe S-N proposés par Joosten *et al.* (1985)

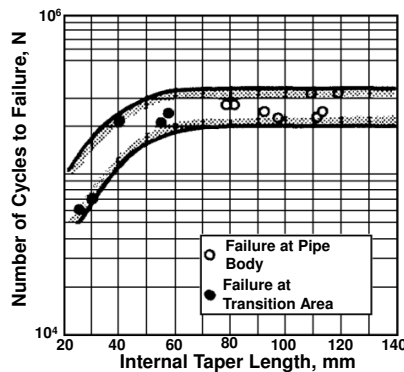
L'effet de la géométrie de la zone de transition (*upset*) a fait l'objet des études publiées par Tsukano *et al.* (1988). Les auteurs ont étudié la géométrie du refoulement interne de transition tube/raccord (*internal upset*, voir définition page 14) représentée sur la Fig. III.11. Des calculs par éléments finis ont été effectués afin d'analyser les concentrations de contrainte dans la zone de transition pour différentes combinaisons de la longueur et du rayon de cette zone.





**Fig. III.11** – Représentation simplifiée d'un “upset” interne (longueur en mm)

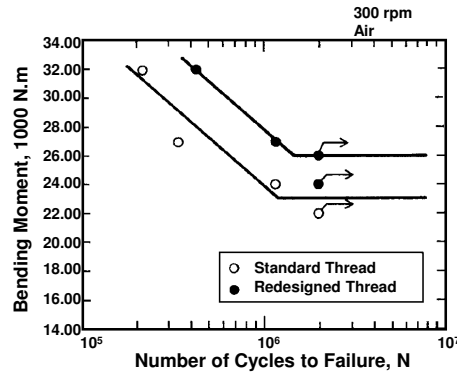
Les essais ont été effectués dans l'air en utilisant une machine de fatigue en flexion à quatre points qui permet d'appliquer un moment de flexion uniforme au milieu de l'élément testé. Une vingtaine d'essais de fatigue sur des éléments tige à échelle réelle, de grade G-105, de diamètre extérieur de 127 mm (5"), de 29 kg/m (19.5 lb/ft), avec des connexions standards (IF NC50) ont été réalisés dans l'air. Les résultats des essais de fatigue, présentés sur la Fig. III.12, étayés par des simulations numériques, ont montré qu'en jouant sur la combinaison de la longueur et du rayon de la zone de transition, il est possible de provoquer la rupture par fatigue soit sur le corps de la tige soit sur la zone de transition. Pour un rayon donné, il existe une longueur de la zone de transition à partir de laquelle on passe d'une rupture dans la zone de transition à une rupture dans le corps de la tige.



**Fig. III.12** – Effet de la géométrie de “upset” interne sur la durée de vie en fatigue (Tsukano *et al.*, 1988)

Suite à ces résultats, une dernière campagne d'essais a été conduite par Tsukano *et al.* (1990) sur des connexions améliorées. Il s'agit de tests de fatigue à échelle réelle sur des masses tiges de diamètres extérieur et intérieur respectivement de 133.3 mm (5<sup>1</sup>/<sub>4</sub>" OD) ; 71 mm (2<sup>13</sup>/<sub>16</sub>" ID), avec quatre connexions de type standards NC40 et quatre autres modifiées. Les essais de fatigue ont été réalisés dans l'air avec différentes valeurs du moment de flexion. La vitesse de rotation a été fixée à 300 tr/min. Au cours de l'essai, la position de la fissure de fatigue sur l'élément testé a été relevée. Les résultats ont montré la supériorité des connexions modifiées d'une part en terme de durée de vie (Fig. III.13) et d'autre part en terme de position de la fissure de fatigue sur l'élément testé. Ces résultats permettent de disposer de courbes S-N pour les connexions standard NC40 et modifiées (Fig. III.13).

Helbig et Vogt (1987) ont publié leurs résultats de plus de dix ans d'investigation sur la fatigue de tiges de forage. Des tiges à échelle réelle ont été testées dans des conditions proches de celles rencontrées dans la pratique du forage. L'objectif était ici d'étudier les effets de la vitesse de rotation des tiges et de la corrosion sur la fatigue



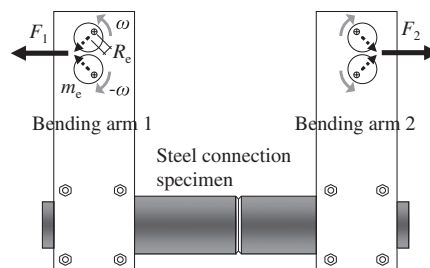
**Fig. III.13** – Courbes S-N proposées par Tsukano *et al.* (1990) pour les connexions standards NC40 et modifiées

des tiges de forage. Plusieurs grades d'acier ont été retenus pour les essais : D, E et S135.

L'étude de l'effet de la vitesse de chargement a été menée à partir d'essais de fatigue dans l'air, dans l'eau pure et dans une solution à 20% de NaCl, sur des échantillons d'acier de dimensions 127×9.2 mm et sous contrainte moyenne nulle. Les résultats des essais ont montré que lorsque le milieu est corrosif, la vie de fatigue diminue considérablement lorsque la vitesse de chargement passe de 16.7 Hz (1000 tr/min) à 1.67 Hz (100 tr/min). Le degré de réduction dépend du niveau de la contrainte appliquée à l'élément testé.

Les tiges à taille réelle ont été testées sur une machine à quatre points de flexion en rotation appliquant un moment constant sur une zone de 800 mm de longueur au milieu de la tige. Un fluide corrosif à 20% de NaCl circulait à l'intérieur de la tige. Tous les essais ont été réalisés avec une contrainte moyenne nulle et à une fréquence de 100 tr/min. Les résultats ont donné une résistance de fatigue, pour 10<sup>7</sup> cycles de chargement, entre 34 et 68 MPa sous condition corrosive, et aucune limite d'endurance n'a été observée. Aucun essai dans l'air n'a été réalisé.

Bertini *et al.* (2008) ont publié des résultats d'essais de fatigue à échelle réelle effectués à l'université de Pisa, en Italie. Les essais sont réalisés sur des éléments de connexion en acier montés sur une machine de résonance de fatigue (Fig. III.14). Deux types de connexions ont été étudiés : (i) Connexion acier à haute résistance : NC26 et NC50, (ii) Connexion acier sur tiges en aluminium : ADP-STJ 147×13.

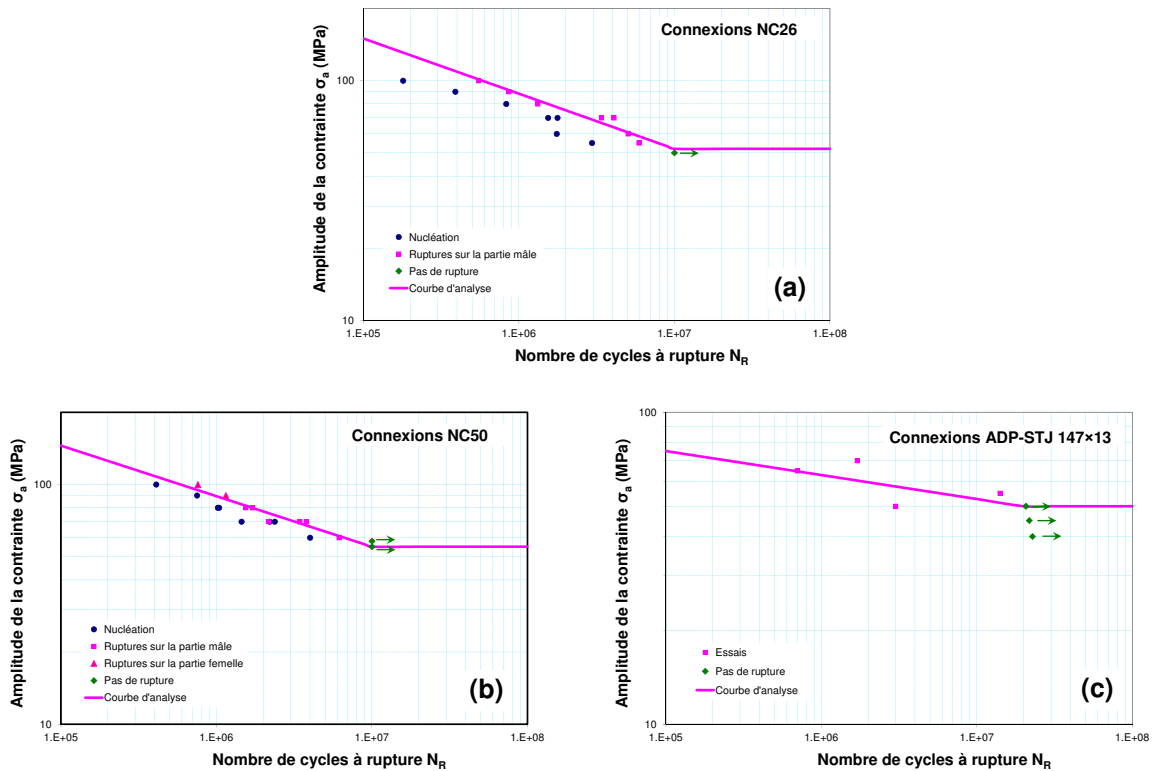


**Fig. III.14** – Schéma de principe de la machine d'essai de fatigue de résonance (Bertini *et al.*, 2008)

A partir de régression par moindres carrés, les auteurs ont fourni l'expression III.16 de la courbe S-N :

$$\sigma_a = \max \left( BN_R^{-1/\kappa}, \sigma_e \right) \quad (\text{III.16})$$

Dans cette loi empirique  $\sigma_e$  est la limite d'endurance (à  $10^7$  cycles pour les connexions NC26 et NC50, et à  $2 \times 10^7$  pour la connexion ADP-STJ 147×13).  $B$  et  $\kappa$  sont deux paramètres. Les valeurs de ces grandeurs dépendent de la connexion (voir Fig. III.15 et Tab. III.1).



**Fig. III.15** – Résultats des essais de Bertini *et al.* (2008) : (a) Connexion NC26, (b) Connexion NC50 et (c) Connexion ADP-STJ 147×13

**Tab. III.1** – Paramètres des courbes S-N pour les connexions (d'après Bertini *et al.*, 2008)

Connexion	$B$	$\kappa$	$\sigma_e$ (MPa)
NC26	2114.46	4.35	52
NC50	1648.75	4.74	55
ADP-STJ 147×13	182.22	13.0	50

### III.3.2 Modèle retenu de la courbe S-N

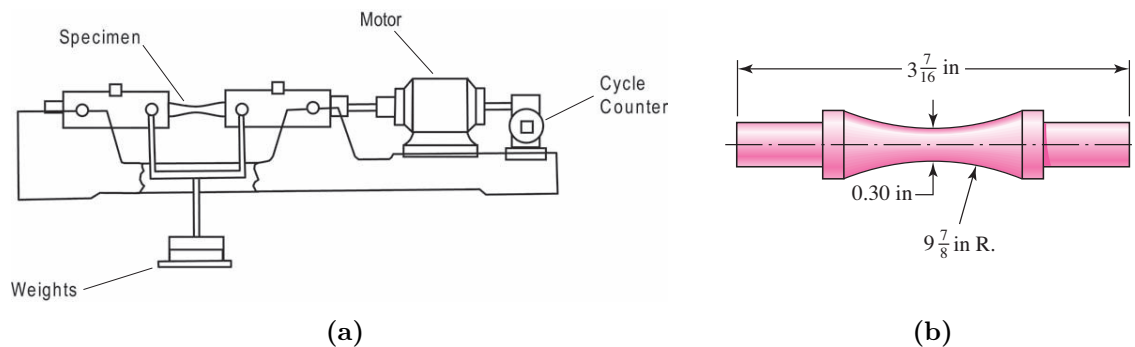
Nous venons de voir que la courbe S-N qui doit, par voie expérimentale, nous fournir le nombre  $N_R$  de cycles à la rupture en fonction des caractéristiques du chargement que nous continuons à noter  $(\sigma_m, \sigma_a)$  est loin d'être une caractéristique intrinsèque du matériau. En effet, non seulement elle doit être complétée par l'influence de la température (ce qui n'est pas incompatible avec le caractère intrinsèque) mais de plus elle dépend fortement de la forme de la structure et même du type d'essais (traction ou flexion ou ...).

Faute de mieux, nous avons opté pour l'approche proposée par Sathuvalli *et al.* (2005) qui consiste à admettre que la loi est de la forme  $N_R = N_R(\sigma_m, \sigma_a, k)$  où  $k$  représente divers paramètres tels que la géométrie de la structure, la température etc... avec les hypothèses suivantes :

- $N_R(\sigma_m, \sigma_a, k) = N_R(0, \sigma_{aeq}, k)$  avec  $\sigma_{aeq}$  fonction uniquement de  $\sigma_m$  et non de  $k$  (diagramme de Haigh).
- $\log N_R(0, \sigma_a, k) = (\log \sigma_a - \log a) / b$  où  $a$  et  $b$  sont des paramètres à déterminer et la fonction est tronquée par une limite d'endurance fixée à  $N_R = 10^6$  pour le cas de l'environnement non-corrosif.

Pour la prise en compte des facteurs supplémentaires  $k$  (géométrie, état de surface, ...), la théorie de la conception des machines a proposé de passer par un essai standardisé dans lequel ces facteurs sont fixés. Les essais standardisés utilisés dans cette approche sont réalisés avec une machine rotative de Moore (Fig. III.16.a) avec des éprouvettes soigneusement usinées (Fig. III.16.b). L'échantillon est soumis à une flexion et une rotation. Les résultats de ces essais sur la machine de Moore permet de générer une courbe S-N qui fournit entre autres la limite d'endurance  $\sigma'_e = \sigma_a$  pour  $N_R = 10^6$ .

Dans la suite de ce mémoire toute cette démarche de détermination de la courbe S-N dans les conditions réelles sera désignée par le nom de la machine de Moore.



**Fig. III.16** – (a) Schéma de la machine de fatigue de Moore (Campbell, 2012), et (b) Échantillon à tester sur machine de Moore

Pour la courbe S-N à la contrainte moyenne nulle  $N_R(0, \sigma_a, k)$  d'une structure sous des conditions réelle, la résistance à la fatigue à  $10^3$  cycles est prise empiriquement de 90% de la résistance à la traction  $R_{ult}$  du matériau. La limite d'endurance à  $10^6$  cycles est obtenue en modifiant celle  $\sigma'_e$  des essais sur la machine de Moore par les facteurs  $k$ , donc égale à  $\sigma'_e \prod k_i$ . Les  $k_i$  comprennent  $k_a, k_b, k_c, k_d$ , et  $k_e$  qui sont les

facteurs de correction respectivement de l'état de surface, de la taille, du chargement, de la température et d'autres effets divers. Les paramètres  $a$  et  $b$  sont donnés par les formules suivantes dans lesquelles on utilise le logarithme décimal :

$$a = \frac{[0.9R_{ult}]^2}{\sigma'_e} \frac{1}{\prod k_i} \quad (\text{III.17})$$

$$b = \frac{1}{3} \log \left[ \frac{\sigma'_e}{0.9R_{ult}} \right] + \frac{1}{3} \sum \log k_i \quad (\text{III.18})$$

Ces facteurs  $k_i$  suggérés par les auteurs pour le cas des tiges de forage sont donnés dans le Tab. III.2. Ils peuvent être déterminés via des règles empiriques. Par exemple, le facteur  $k_b$  de dimension est fourni par l'équation ci-dessous en fonction du diamètre extérieur  $D_{ext}$  en pouces :

$$k_b = 1 - \frac{D_{ext} - 0.3}{15} \quad (\text{III.19})$$

Le  $k_b$  peut être estimé pour les diamètres  $D_{ext}$  entre 2" et 9". Cette équation est valable pour une tige en rotation sollicitée en flexion et/ou en torsion. Si la tige n'est sollicitée qu'en tension,  $k_b$  sera pris égal à l'unité.

Pour le cas de l'environnement corrosif, Sathuvalli *et al.* (2005) ont repris l'hypothèse de Hansford et Lubinski (1964) qui consiste à réduire de 40% la courbe S-N des tiges dans un environnement non-corrosif. Les auteurs ont proposé de ne pas prendre en compte l'effet de la limite d'endurance dans ce cas et de réduire le coefficient  $a$  de 40%.

Le Tab. III.2 donne des coefficients  $k$  suggérés par Sathuvalli *et al.* (2005) et des constantes de la courbe S-N ( $a$  et  $b$ ) pour différents grades d'acier et dimensions des tiges de forage dans un environnement corrosif et non-corrosif. Les limites d'endurance et les courbes S-N sont valables dans le cas de flexion en rotation induite par un passage dans une courbure du puits de forage de tiges laminées à chaud, sans imperfections visibles en surface (comme des rainures et des entailles ou des taches de corrosion). Si de telles imperfections sont présentes, on peut en tenir compte en diminuant le facteur  $k_e$  pris égal à 1 dans le Tab. III.2.

La comparaison de la courbe S-N pour une tige de diamètre extérieur de 4 $\frac{1}{2}$ ", de grade E75 proposée par la méthode de la "machine de Moore" avec des données expérimentales sur tiges en grandeur réelle est présentée sur la Fig. III.17. Cette comparaison montre que la courbe S-N proposée par Sathuvalli *et al.* (2005) est cohérente avec les résultats expérimentaux de Hansford et Lubinski (1964).

Tab. III.2 – Paramètres pour la construction des courbes S-N des tiges de forage proposés par Sathuvalli *et al.* (2005)

Drill Pipe OD, in	Grade	Min. Tensile Strength, ksi	k-factors					Endurance limit at zero mean stress, $S_{e0}$ , ksi	S-N curve fit constants		
			$k_a$ (surface finish: hot rolled)	$k_b$ (Size factor)	$k_c$ (Load factor for rotating bending)	$k_d$ (Temperature factor)	$k_e$ (Res. Stress)		a, kpsi		b
									Non-corrosive environ.	Corrosive environ.	
2 3/8	E75	100	0.528	0.844	1.000	1.000	1.000	22.4	361.0	216.6	-0.201
	X95	105	0.510	0.844	1.000	1.000	1.000	22.7	392.6	235.5	-0.206
	G105	115	0.477	0.844	1.000	1.000	1.000	23.3	459.0	275.4	-0.216
	S135	145	0.404	0.844	1.000	1.000	1.000	24.9	683.5	410.1	-0.240
2 7/8	E75	100	0.528	0.810	1.000	1.000	1.000	21.6	375.9	225.5	-0.207
	X95	105	0.510	0.810	1.000	1.000	1.000	21.8	408.7	245.2	-0.212
	G105	115	0.477	0.810	1.000	1.000	1.000	22.4	477.9	286.7	-0.221
	S135	145	0.404	0.810	1.000	1.000	1.000	23.9	711.6	427.0	-0.246
3 1/2	E75	100	0.528	0.769	1.000	1.000	1.000	20.4	396.2	237.7	-0.215
	X95	105	0.510	0.769	1.000	1.000	1.000	20.7	430.9	258.5	-0.220
	G105	115	0.477	0.769	1.000	1.000	1.000	21.3	503.8	302.3	-0.229
	S135	145	0.404	0.769	1.000	1.000	1.000	22.7	750.2	450.1	-0.253
4	E75	100	0.528	0.735	1.000	1.000	1.000	19.6	414.2	248.5	-0.221
	X95	105	0.510	0.735	1.000	1.000	1.000	19.8	450.4	270.2	-0.226
	G105	115	0.477	0.735	1.000	1.000	1.000	20.3	526.6	316.0	-0.236
	S135	145	0.404	0.735	1.000	1.000	1.000	21.7	784.2	470.5	-0.260
4 1/2	E75	100	0.528	0.702	1.000	1.000	1.000	18.7	433.9	260.3	-0.228
	X95	105	0.510	0.702	1.000	1.000	1.000	18.9	471.8	283.1	-0.233
	G105	115	0.477	0.702	1.000	1.000	1.000	19.4	551.6	331.0	-0.242
	S135	145	0.404	0.702	1.000	1.000	1.000	20.7	821.5	492.9	-0.268
5	E75	100	0.528	0.669	1.000	1.000	1.000	17.8	455.5	273.3	-0.235
	X95	105	0.510	0.669	1.000	1.000	1.000	18.0	495.3	297.2	-0.240
	G105	115	0.477	0.669	1.000	1.000	1.000	18.5	579.1	347.5	-0.249
	S135	145	0.404	0.669	1.000	1.000	1.000	19.7	862.4	517.4	-0.273
5 1/2	E75	100	0.528	0.635	1.000	1.000	1.000	16.9	479.4	287.6	-0.242
	X95	105	0.510	0.635	1.000	1.000	1.000	17.1	521.3	312.8	-0.247
	G105	115	0.477	0.635	1.000	1.000	1.000	17.6	609.5	365.7	-0.257
	S135	145	0.404	0.635	1.000	1.000	1.000	18.8	907.7	544.6	-0.281
5 7/8	E75	100	0.528	0.610	1.000	1.000	1.000	16.2	499.0	299.4	-0.248
	X95	105	0.510	0.610	1.000	1.000	1.000	16.5	542.7	325.6	-0.253
	G105	115	0.477	0.610	1.000	1.000	1.000	16.9	634.5	380.7	-0.262
	S135	145	0.404	0.610	1.000	1.000	1.000	18.0	944.8	566.9	-0.287
6 5/8	E75	100	0.528	0.560	1.000	1.000	1.000	14.9	543.6	326.1	-0.260
	X95	105	0.510	0.560	1.000	1.000	1.000	15.1	591.1	354.7	-0.265
	G105	115	0.477	0.560	1.000	1.000	1.000	15.5	691.1	414.6	-0.275
	S135	145	0.404	0.560	1.000	1.000	1.000	16.5	1029.1	617.5	-0.299

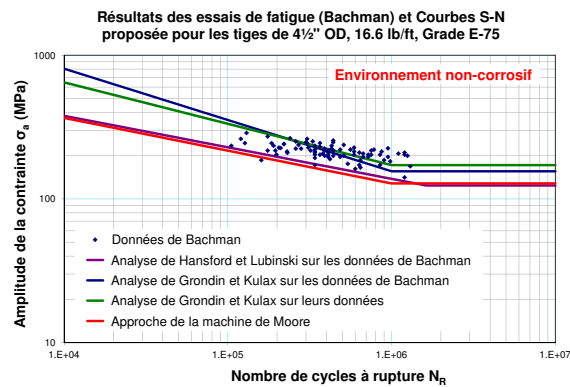
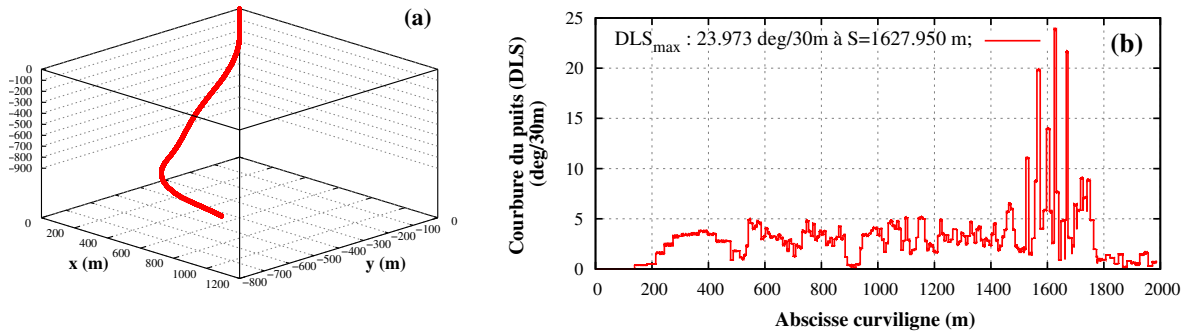


Fig. III.17 – Comparaison de la courbes S-N fournie par l'approche de la machine de Moore (Sathuvalli *et al.*, 2005) avec différents résultats expérimentaux de la littérature (tige de 4 1/2" de diamètre extérieur, de grade E75)

## III.4 Simulations numériques du cumul de fatigue : étude de sensibilité

### III.4.1 Conditions des simulations

Plusieurs simulations ont été réalisées avec le modèle du cumul de fatigue développé dans le cadre de cette thèse. On présente dans ce qui suit les influences du grade d'acier, des dimensions ainsi que de la position de la tige dans la garniture de forage sur le cumul de fatigue. De même, on traite l'effet du poids à l'outil. Pour ces calculs de sensibilité, nous avons retenu une trajectoire réelle illustrée sur la Fig. III.18.a. La Fig. III.18.b fournit l'évolution de la courbure (*Dog-Leg Severity*) en fonction de l'abscisse curviligne. On note alors que cette trajectoire présente des courbures (*dog-legs*) très importantes dans l'intervalle 1500-1700 m, allant jusqu'à 20°/30m.



**Fig. III.18** – (a) Trajectoire du puits étudié, et (b) Evolution de la courbure en fonction de l'abscisse curviligne du forage

Rappelons les points sur lesquels est basé le calcul du cumul de fatigue :

- Les courbes S-N utilisées sont celles retenues dans la section III.3. Cela suppose que nous connaissons le grade de l'acier, les dimensions de la tige, ainsi que l'environnement du forage (corrosif ou non).
- La loi d'endommagement linéaire de Miner est retenue pour le calcul du cumul de fatigue en supposant que la ruine apparait lorsque l'endommagement total atteint l'unité.
- La loi empirique de Goodman est utilisée afin de prendre en compte l'effet de la contrainte moyenne sur la fatigue de la tige.

La trajectoire est incrémentée d'un pas  $\Delta L = 2$  m, les calculs sont donc réalisés tous les 2 m de forage avec le code ABIS. Lorsque l'étude ne porte pas sur l'effet des paramètres opératoires, ceux-ci sont fixés aux valeurs suivantes : TOB = 500 daN.m ; WOB = 5 tonnes ; RPM = 150 tr/min ; ROP = 8 m/h. De même, lorsque l'étude ne porte pas sur l'influence de la position de la tige considérée, elle a été fixée à 69 m au dessus de l'outil de forage.

Notons enfin que la position d'un point sur la tige est repérée par la distance  $X_p$  séparant ce point de l'extrémité amont de la tige (Fig. III.19). Dans les calculs, chaque tige de forage est considérée d'une longueur de 9.5 m (comprenant deux connexions de 0.25 m chacune aux extrémités)

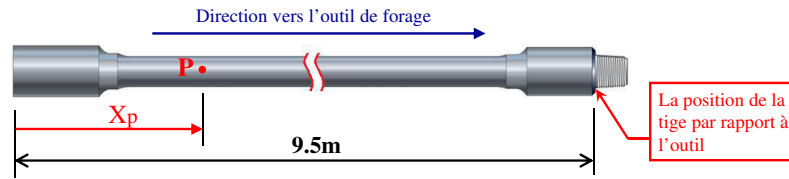


Fig. III.19 – Repérage d'un point sur la tige

### III.4.2 Moment de flexion agissant sur la tige

Nous avons vu dans le chapitre I que dans le cas d'une tige placée dans une zone du puits ayant une courbure uniforme donnée, la tige est déformée et sa courbure  $C_T$  peut être différente de celle du puits et que différents auteurs ont développé un modèle analytique permettant de déterminer la courbure  $C_T$  de la tige (en déduisant donc le moment de flexion  $M = EIC_T$  agissant sur la tige).

Dans cette partie, nous présentons une comparaison entre les calculs par ABIS et par le modèle analytique. On se propose d'étudier le point au milieu de la tige ( $X_p = 4.5$  m) qui est généralement le plus dangereux en fatigue dans le cas d'une tige soumise à une compression. Rappelons que le modèle analytique a besoin de l'effort axial dans la tige qui est généralement déterminé à l'aide d'un modèle de "torque & drag" de la garniture de forage dans un puits. Le but de cette partie est justement de comparer les calculs du moment de flexion. Nous avons donc pris la valeur de l'effort axial calculée par ABIS pour les calculs avec le modèle analytique.

La Fig. III.20 représente l'évolution du moment de flexion au point  $X_p = 4.5$  m de la tige étudiée à 69 m de l'outil durant le forage. On trace également sur cette figure le moment  $M = EIC_p$  qui est celui agissant sur la tige lorsque sa courbure  $C_T$  est égale à celle du puits  $C_p$ .

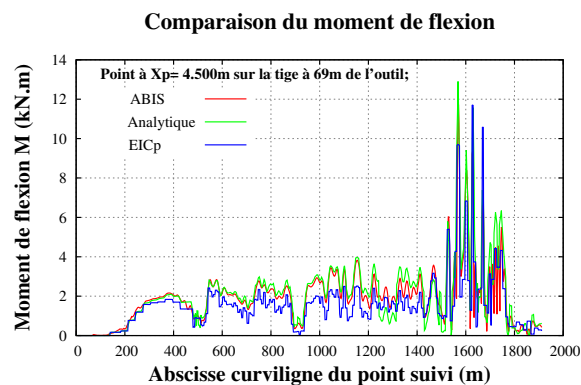


Fig. III.20 – Comparaison entre ABIS et le modèle analytique pour le calcul du moment de flexion

A partir de ces résultats, on note un grand décalage entre la courbure de la tige et celle du puits. Cela montre l'importance d'un modèle de calcul de la vraie courbure de la tige dans le puits qui permet de déterminer plus exactement le moment de flexion agissant sur la tige. Ce dernier est la donnée la plus importante pour estimer la fatigue. En plus, le calcul par ABIS nous aide à surmonter les limitations du modèle analytique



dont on a déjà parlé dans la Section 1.3. Le logiciel ABIS peut donc nous donner un meilleur résultat du moment de flexion que le modèle analytique.

### III.4.3 Influence du grade de la tige

Les grades des tiges sont de plus en plus variés et plusieurs nouveaux sont apparus ces dernières années. Nous nous limitons à ceux pour lesquels nous disposons de courbes S-N. La Fig. III.21 présente les courbes S-N établies à partir du Tab. III.2 pour des tiges de forage de 4½" de diamètre extérieur, de différents grades API (approche de la machine de Moore). Les courbes continues correspondent à un environnement non-corrosif et les courbes en pointillé à un environnement corrosif. Les résistances à la traction (pour la loi de Goodman, voir Tab. II.2) sont données dans le Tab. I.1 (colonne  $R_{m,min}$ ).

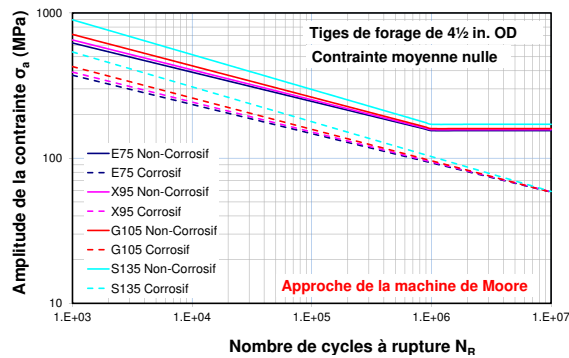


Fig. III.21 – Courbes S-N résultantes de l’approche de la machine de Moore pour différents grades API ; d’après Sathuvalli *et al.* (2005)

#### Cas d’un environnement de forage corrosif :

Un exemple d’évolution du cumul de fatigue pendant le forage est représenté sur la Fig. III.22. Ce résultat concerne le grade G105 et un milieu corrosif. Le cumul de fatigue est donné ici pour chaque point de la tige considérée. On note une forte augmentation du cumul de fatigue lorsque la tige passe dans les zones où les courbures sont sévères.

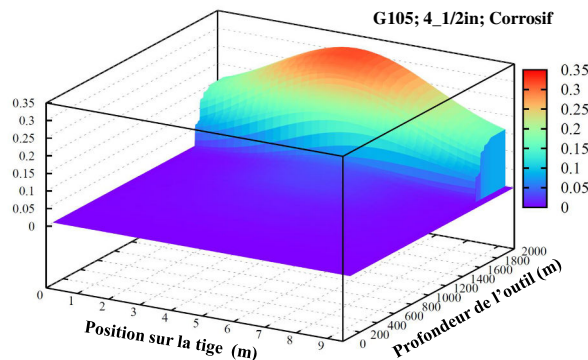


Fig. III.22 – Evolution du cumul de fatigue de la tige de grade G105

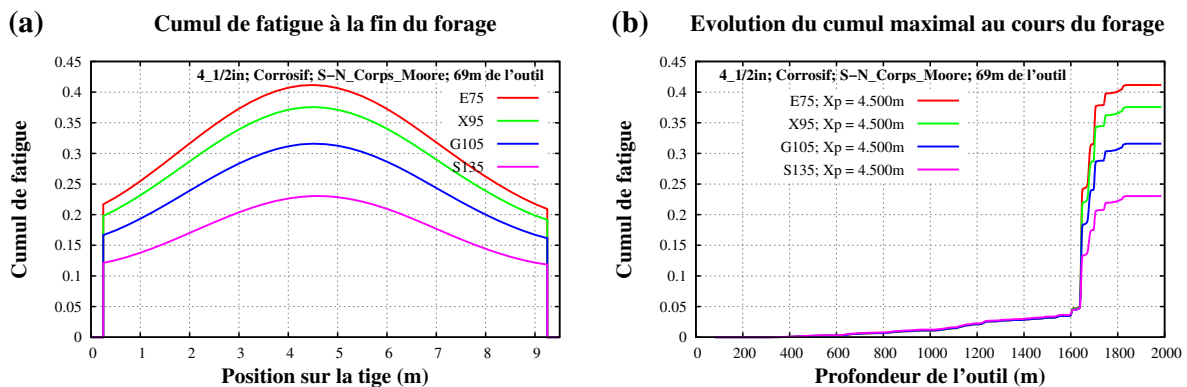
Les Figs. III.23.a et b présentent respectivement la répartition du cumul de fatigue le long de la tige en fin de forage et l’évolution du cumul maximal de fatigue de la

tige. Ces résultats concernent un environnement corrosif et les 4 grades API : E75, X95, G105 et S135. Dans tous ces cas, la tige subit les mêmes contraintes puisque ces dernières ne dépendent que de la trajectoire, des paramètres opératoires et de la garniture de forage (données fixées). La différence dans les résultats des cumuls de fatigue réside d'une part dans la différence des courbes S-N des différents grades et d'autre part dans la différence de résistances à la traction des grades étudiés. Donc l'amplitude de contrainte équivalente de la loi de Goodman (voir Tab. II.2) change à son tour d'un grade à l'autre.

On note que dans ce cas étudié, le cumul de fatigue atteint son maximum dans la zone au milieu de la tige comme montré sur la Fig. III.23.a. ; la raison est que la tige étudiée est proche de l'outil ; la contrainte axiale dans la tige est faible (ou en compression sous l'effet du poids à l'outil). Donc, la contrainte de flexion est maximale au milieu de la tige.

Cette conclusion cesse d'être vraie pour une tige qui est loin de l'outil. Dans ce cas, la contrainte de flexion sur la tige est maximale généralement dans les zones à proximité des connexions. Le cumul maximal se situe donc dans ces zones. Un exemple de ce cas sera présenté plus loin (chapitre V).

A la fin du forage, on détermine le point sur la tige auquel le cumul de fatigue est maximal (Fig. III.23.a). L'évolution du cumul au cours du forage en ce point est illustrée sur la Fig. III.23.b. Le rôle important des courbures (*dog-legs*) est clairement traduit. Le cumul de fatigue augmente lentement lorsque la tige passe l'intervalle 0-1600 m de profondeur de l'outil, et reste presque constant en fin de forage lorsque la courbure du puits est très faible. En revanche, on note des augmentations très fortes dans l'intervalle 1600-1800 m qui représente des courbures importantes allant jusqu'à 20°/30 m. Ces résultats indiquent aussi que le grade S135 permet de doubler la durée de vie en fatigue des tiges par rapport au grade classique E75.



**Fig. III.23** – (a) Répartition, le long de la tige, du cumul de fatigue en fin de forage et (b) Evolution du cumul de fatigue maximal au cours du forage (différents grades, environnement corrosif)

### Cas d'un environnement de forage non corrosif :

Cette étude montre l'importance de la limite d'endurance dans le calcul du cumul de fatigue des tiges. L'évolution de l'amplitude de la contrainte équivalente ( $\sigma_{aeq}$ , donnée par la loi de Goodman) au cours du forage est présentée sur la Fig. III.24 au point  $X_p = 4.5$  m. On note que cette amplitude de contrainte reste le plus souvent inférieure

à la limite d'endurance du grade considéré. Cependant, cette limite est dépassée au niveau des fortes courbures. Ceci est à l'origine du faible cumul de fatigue de la tige (moins de 0.025) et du caractère chahuté des répartitions du cumul final sur la tige dans un environnement non-corrosif (Fig. III.25.a).

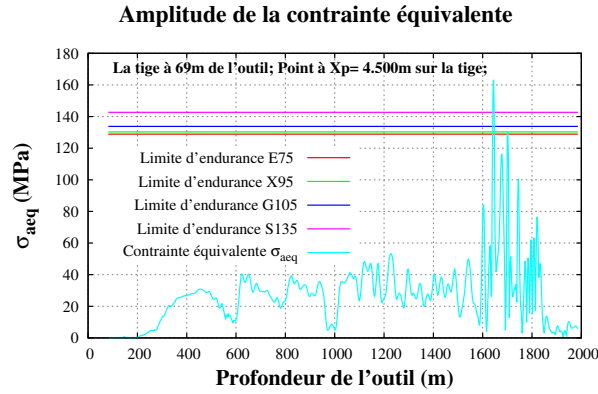


Fig. III.24 – Evolution de l'amplitude de la contrainte équivalente de Goodman

La Fig. III.25.a illustre la répartition du cumul de fatigue le long de la tige en fin de forage pour les différents grades. On peut noter le caractère chahuté de ces courbes du cumul de fatigue à cause des très faibles valeurs mises en jeu par l'existence de la limite d'endurance dans ce cas d'un environnement non-corrosif.

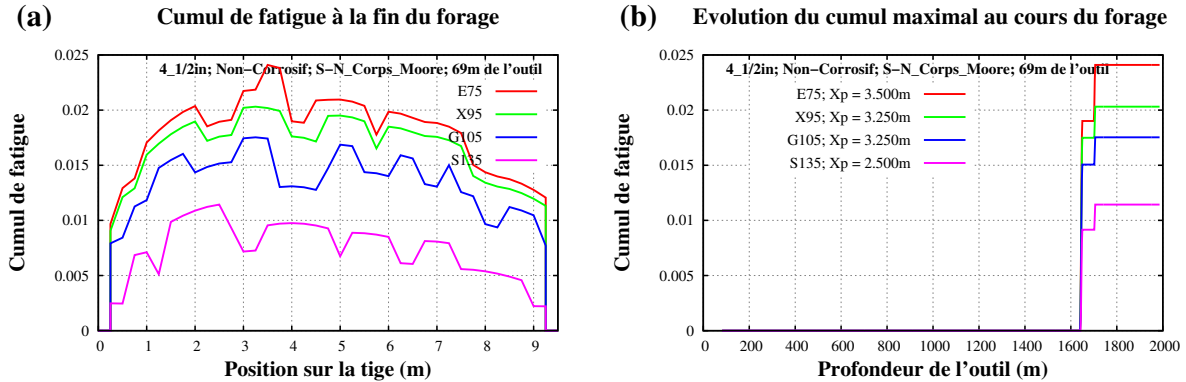


Fig. III.25 – (a) Répartition, le long de la tige, du cumul de fatigue en fin de forage et (b) Evolution du cumul de fatigue maximal au cours du forage (différents grades, environnement non-corrosif)

La comparaison entre les Figs. III.23 et III.25 montre que le “classement” des grades d’aciers reste le même en milieu corrosif ou non-corrosif y compris quantitativement.

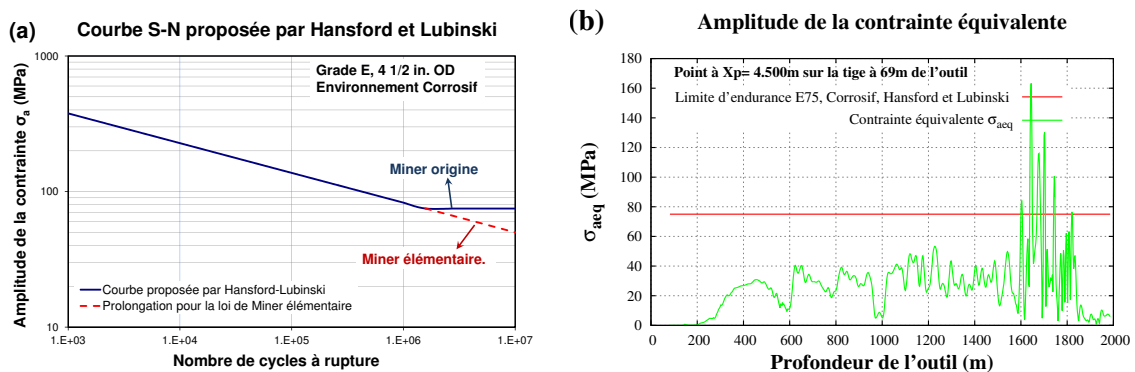
### III.4.4 Influence de la limite d'endurance du matériau

Nous retenons des simulations précédentes que le caractère corrosif du fluide de forage joue un rôle très important dans la détermination de la vie de fatigue des tiges et que le modèle permet d'en tenir compte. On restera dans toute la suite de l'étude de sensibilité dans le cadre de l'hypothèse d'un environnement corrosif.

Nous avons déjà vu plus haut que Hansford et Lubinski (1964) ont proposé d'établir la courbe S-N des tiges de grade E-75 dans un milieu corrosif (Eq. III.12) en réduisant de 40% le niveau de la courbe S-N du milieu non-corrosif, sous la même contrainte moyenne nulle  $\sigma_m = 0$ . De ce fait, cette méthode conserve la notion de limite d'endurance pour le milieu corrosif qui vaut 75 MPa d'amplitude de contrainte ( $\sigma_a = \Delta\sigma/2 = 75$  MPa). Cette hypothèse n'est pas justifiée pour un matériau ferreux dont la limite d'endurance de fatigue est quasi nulle en milieu corrosif.

Pour comparer deux scénarios avec et sans limite d'endurance, considérons la courbe S-N ayant la limite d'endurance, proposée par Hansford et Lubinski (1964) (Eq. III.12), mais en appliquant la loi de Miner "original" (prenant en compte la limite d'endurance) ou la loi de Miner élémentaire (sans limite d'endurance). La courbe S-N utilisée dans ces calculs est représentée sur la Fig. III.26.a.

La Fig. III.26.b illustre l'évolution de l'amplitude de la contrainte équivalente et montre que cette dernière reste inférieure à la limite d'endurance de 75 MPa dans l'intervalle 0-1600 m. Avec la loi de Miner avec limite d'endurance, la fatigue ne se produit pas et le cumul de fatigue reste nul le long de cette section de forage comme le montre la courbe rouge sur la Fig. III.27.b.



**Fig. III.26** – (a) Courbe S-N proposée par Hansford et Lubinski, en appliquant la loi de Miner avec ou sans limite d'endurance, et (b) Evolution de l'amplitude de la contrainte équivalente de Goodman

Les Figs. III.27.a et b présentent une comparaison des deux calculs. On note que le cumul de fatigue diminue d'environ 10% dans ce cas étudié en passant d'un modèle sans limite d'endurance à un modèle avec limite d'endurance de fatigue.

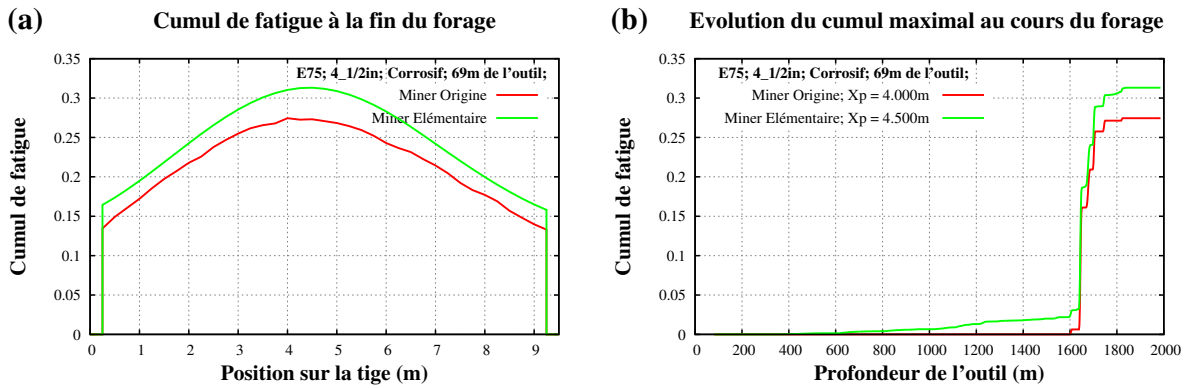


Fig. III.27 – (a) Répartition, le long de la tige, du cumul de fatigue en fin de forage et (b) Evolution du cumul de fatigue maximal au cours du forage (avec deux courbe S-N avec et sans limite d'endurance)

### III.4.5 Influence des dimensions de la tige de forage

Nous considérons ici deux garnitures de composition identique mais utilisant des tiges de forage de diamètres extérieurs différents de  $4\frac{1}{2}$ " et 5". Les dimensions des tiges et des connexions sont données dans le Tab. III.3.

Tab. III.3 – Dimensions des tiges des garnitures étudiées

Type	Diamètre intérieur ID (")	Diamètre extérieur OD (")	Connexion ID (")	Connexion OD (")
$4\frac{1}{2}$ " OD	3.826	4.500	3.250	6.250
5" OD	4.276	5.000	3.750	6.625

Les courbes S-N du grade G105 pour ces deux dimensions de tige, fournies par l'approche de la machine de Moore (Sathuvalli *et al.*, 2005) sont présentées sur la Fig. III.28. L'écart entre ces deux courbes est faible, la tige de  $4\frac{1}{2}$ " de diamètre extérieur est légèrement plus résistante à la fatigue que celle de 5".

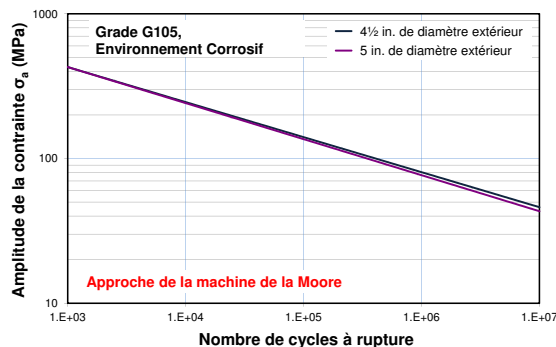
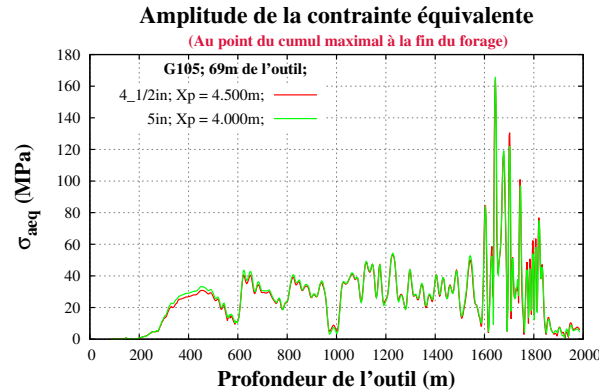


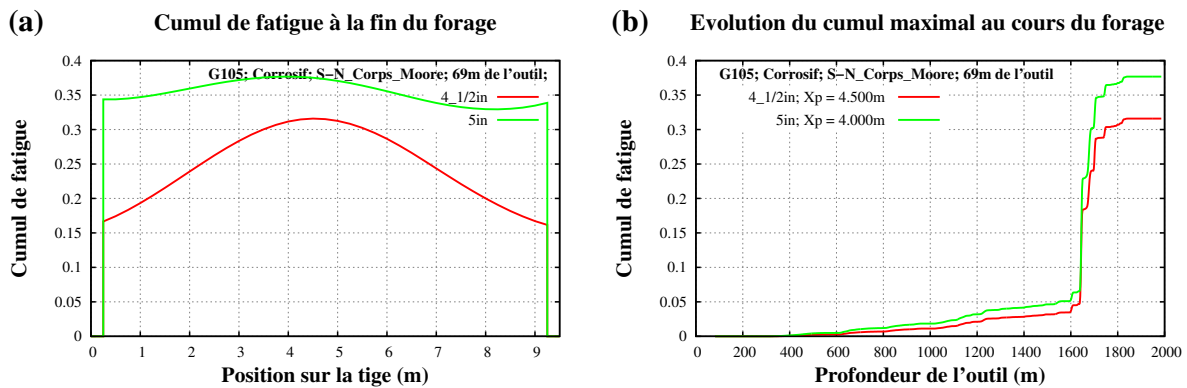
Fig. III.28 – Courbes S-N de deux tiges de  $4\frac{1}{2}$ " et 5" de diamètre extérieur

La Fig. III.29 montre que les amplitudes de la contrainte équivalente (au point du cumul maximal à la fin du forage) sur les deux tiges sont comparables, celle sur la tige

5" étant légèrement supérieure. Les résultats du cumul de fatigue sont illustrés sur les Figs. III.30.a et b. On peut noter une augmentation de 16% du cumul de fatigue de la tige lorsque son diamètre passe de 4½" à 5".



**Fig. III.29** – Evolution de l'amplitude de la contrainte équivalente (loi de Goodman) (deux dimensions de la tige, environnement corrosif)



**Fig. III.30** – (a) Répartition, le long de la tige, du cumul de fatigue en fin de forage et (b) Evolution du cumul de fatigue maximal au cours du forage (deux dimensions de la tige, environnement corrosif)

Deux remarques importantes doivent être faites en vue de ces résultats :

- La première est qu'il est intuitif que les lois de comportement du matériau telles que la courbe S-N (Fig. III.28) soient peu sensibles au passage d'un tube dont le diamètre extérieur et l'épaisseur sont (4½" et 0.67") à un tube (5" et 0.72"). En effet, comme nous le verrons plus loin avec la notion de propagation de fissure, la rupture de fatigue n'est pas intrinsèque au matériau mais dépend de la dimension de la structure étudiée (la durée de vie ne concerne pas un matériau mais une structure). Selon l'étude sur la propagation de fissure sur un cylindre que nous verrons plus loin dans la Section IV.5, la dimension n'influence pas beaucoup la durée de vie de propagation de fissure de la structure. En effet, la fissure évolue rapidement lorsqu'elle est grande. Ainsi dans cette étude, les paramètres comme l'épaisseur du cylindre ne sont pas importants.

- La seconde remarque porte sur l'importance du modèle de couplage entre des codes de "calcul de structure" (ici, c'était ABIS) et les lois empiriques de fatigue cyclique. Rappelons que cette démarche n'est pas nouvelle ne serait-ce que parce que nous avons vu un exemple illustratif intéressant dans la norme API RP 7G qui définit une courbure maximale du puits pour ne pas avoir de problème de fatigue. En effet, le point principal de cette règle passe par le fait (via un raisonnement analytique approché) qu'une tige placée dans une zone du puits ayant une courbure  $C$  uniforme donnée peut prendre une forme dont la courbure  $C_T$  en certains points peut dépasser celle du puits. Ensuite, c'est la vraie courbure  $C_T$  de la tige qui est utilisée pour calculer le moment de flexion  $M = EIC_T$  puis  $\sigma_a = (M/I) R_{ext}$  qui est l'amplitude  $\sigma_a$  qui intervient dans la loi S-N. On en déduit donc que  $\sigma_a = EC_T R_{ext}$ . Nous avons vu que la tige étudiée dans cette étude de sensibilité est telle que  $C_T$  est approximativement égale à la courbure  $C_p$  du puits. Cela signifie que par ce raisonnement rapide on peut comparer les deux cas traités (toutes choses égales par ailleurs) en remarquant que le rapport des rayons extérieurs ( $4.5/5=0.9$ ) explique que globalement la tige de  $4\frac{1}{2}$ " a été soumise à une amplitude de sollicitations cycliques moindre que la tige 5".

### III.4.6 Etude de l'influence des paramètres opératoires

Nous nous limitons ici à étudier la sensibilité à la fatigue à un seul paramètre important de forage qui est le poids à l'outil (WOB) dont dépend largement la vitesse de forage (ROP). Tous les autres paramètres de forage sont maintenus constants comme indiqué dans le Tab. III.4.

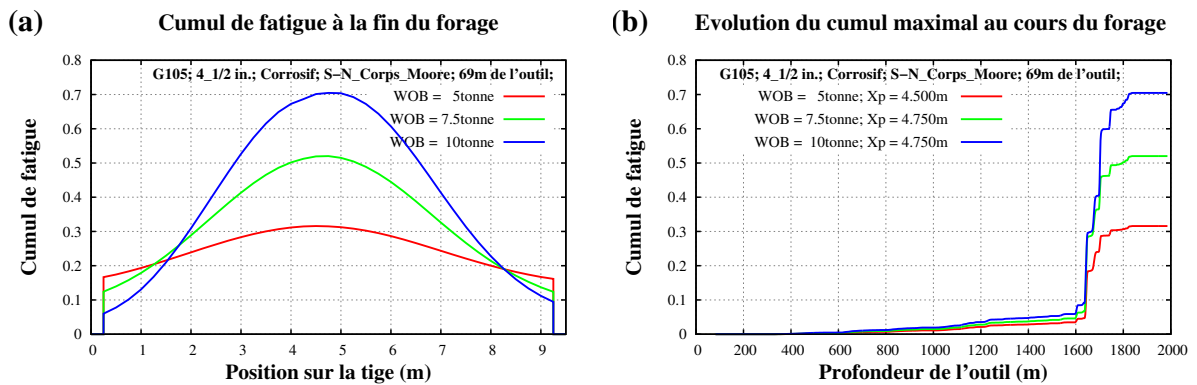
**Tab. III.4** – Scénarios étudiés pour l'étude de l'influence des paramètres opératoires

Scenarios	TOB (daN.m)	WOB (tonne)	RPM (tr/min)	ROP (m/h)
I	500	<b>5.0</b>	150	8
II	500	<b>7.5</b>	150	8
III	500	<b>10.0</b>	150	8

Dans cette étude, seul le poids à l'outil fait augmenter la contrainte de flexion, car la tension restant très faible en comparaison de la résistance à la traction du matériau (793 MPa pour le grade G105 étudié), ne peut pas modifier significativement l'amplitude de la contrainte équivalente de Goodman. La courbe S-N restant évidemment inchangée lorsque le WOB change, l'amplitude de la contrainte équivalente est donc la seule cause d'évolution du cumul de fatigue lorsque le WOB change.

Les Figs. III.31.a et b montrent l'effet très important du poids à l'outil sur le cumul de fatigue ; ce cumul augmente d'environ 120% lorsque le WOB passe de 5 à 10 tonnes. Rappelons qu'en forage, le WOB est généralement compris entre 0 et 20 tonnes et dépend largement de l'outil de forage utilisé et de la nature des roches forées.

On s'attendrait à ce que le niveau du cumul soit plus bas pour un WOB plus grand. En effet, la tension dans la tige diminue. Ceci cause la diminution de la contrainte de flexion équivalente de la loi de Goodman, et donc également une baisse de cumul.



**Fig. III.31** – (a) Répartition, le long de la tige, du cumul de fatigue en fin de forage et (b) Evolution du cumul de fatigue maximal au cours du forage (différents poids à l'outil, environnement corrosif)

Mais par ailleurs dans le cas d'une tige soumise à une faible tension ou à une compression dans un *dog-leg*, une diminution de la tension (ou une augmentation de la compression) dans la tige peut augmenter la contrainte de flexion, qui est généralement maximale au milieu de la tige. Ceci engendre une diminution de la durée de vie en fatigue. Dans le cas d'une tige proche de l'outil, cet effet est plus important que celui indiqué ci-dessus. Donc plus le WOB augmente plus le cumul de fatigue est élevé. En revanche, nous verrons un effet inverse pour le cas d'une tige loin de l'outil (voir la Section V.3).

Le WOB peut affecter la tension et la répartition de la contrainte de flexion dans la tige de sorte qu'il peut influencer la localisation de la zone de fatigue ; on peut noter sur la Fig. III.31.a que la répartition du cumul de fatigue sur la tige a tendance à se centrer au milieu lorsque le WOB augmente.

Les autres paramètres opératoires (TOB, RPM, ROP) influencent très peu la contrainte de flexion. Cependant, RPM et ROP entraînent directement le changement du nombre de rotations de la garniture (ou cycles de chargement) et donc du cumul de fatigue. En plus, lorsque le WOB augmente, le TOB et le ROP augmentent à leur tour (toutes choses égales par ailleurs).

### III.4.7 Etude de l'influence de la position de la tige

L'influence de la position de la tige dans la garniture de forage est étudiée en considérant quatre cas : tige à 259, 354, 401.5 et 449 m de l'outil de forage. La tige est d'un diamètre extérieur de 4<sup>1/2</sup>" et de grade G105. Le WOB est fixé à 5 tonnes et la courbe S-N est celle fournie par l'approche de la machine de Moore (Sathuvalli *et al.*, 2005) dans un environnement corrosif.

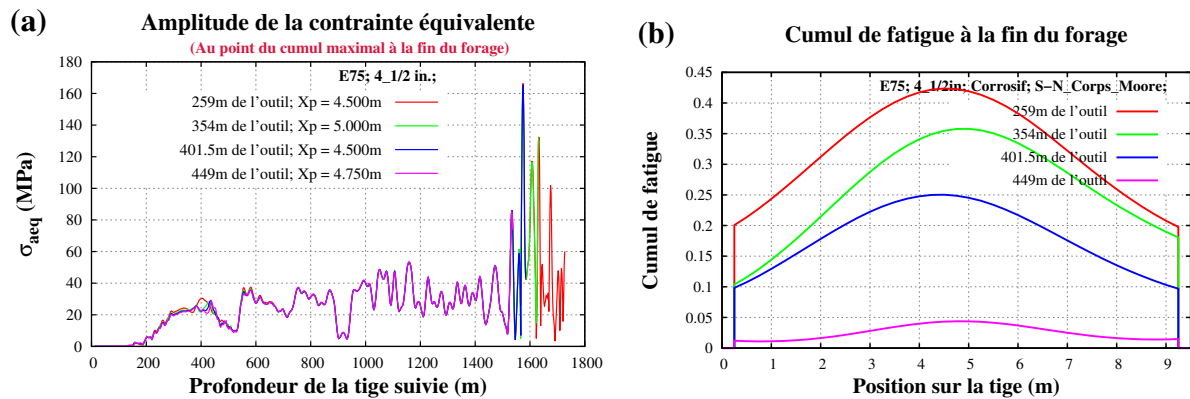
La contrainte de flexion dans la tige est fonction de plusieurs paramètres (dimensions de la tige, trajectoire du puits, tension dans la tige...), mais l'influence de la courbure du puits est toujours la plus importante.

La comparaison de la contrainte équivalente de Goodman dans la tige lorsqu'elle est placée à l'une des quatre positions considérées, à la même profondeur du puits est illustrée sur la Fig. III.32.a. On note que cette position influence la tension dans la



tige en raison du poids propre de la garniture et de son frottement contre la paroi du puits. Cependant, les tensions calculées étant très faibles par rapport à la résistance à la traction du grade G105 (793 MPa), elles ont très peu d'influence sur l'amplitude de la contrainte équivalente.

Les répartitions du cumul de fatigue le long de la tige en fin du forage sont présentées sur la Fig. III.32.b. On note que plus la tige est proche de l'outil, plus le cumul de fatigue est élevé. Ceci s'explique simplement par le fait que la tige la plus proche de l'outil est celle qui a franchi le plus grand nombre de zones de courbure du puits.

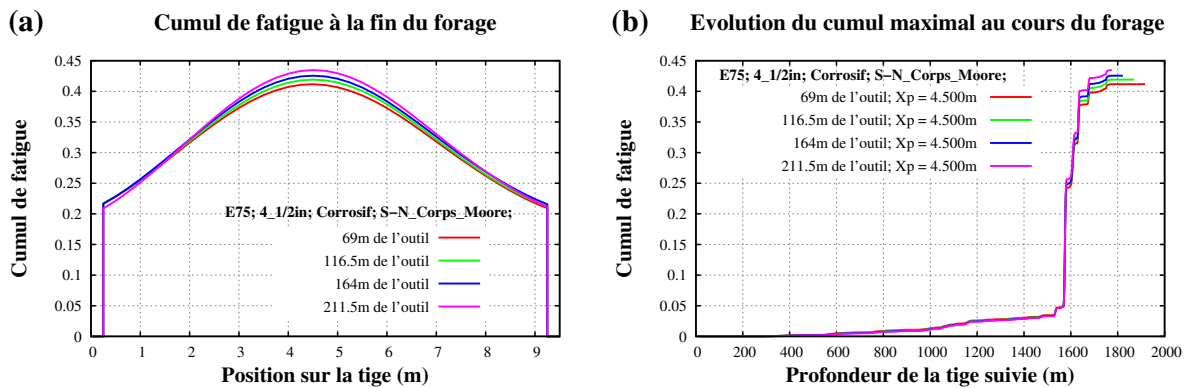


**Fig. III.32** – (a) Evolution de l'amplitude de la contrainte équivalente (loi de Goodman) en fonction de la profondeur de la tige étudiée, et (b) Répartition, le long de la tige, du cumul de fatigue en fin de forage (différentes positions de la tige étudiée, environnement corrosif)

Étudions maintenant les cas des tiges qui ont traversé l'intervalle de la trajectoire présentant les courbures les plus importantes (1500-1700 m d'abscisse curviligne). Les tiges suivies se situent donc à 69, 116.5, 164, 211.5 m de l'outil.

A partir des calculs de répartition du cumul de fatigue à la fin du forage, on peut noter que les résultats sont très proches (Fig. III.33.a). On observe cependant dans ce cas que plus la tige est proche de l'outil, plus son cumul de fatigue est faible. Ceci a un lien avec la position de la tige sur la garniture qui change la tension dans la tige et par conséquent la répartition de la contrainte de flexion lorsque la tige se trouve dans une courbure du puits.

Nous trouvons sur la Fig. III.33.b l'évolution du cumul (maximal) de fatigue de la tige en fonction de la profondeur de la tige étudiée. Ces courbes sont presque les mêmes, ce qui souligne le rôle important des courbures du puits vues par la tige pendant l'opération de forage.



**Fig. III.33** – (a) Répartition, le long de la tige, du cumul de fatigue en fin de forage et (b) Evolutions du cumul maximal de fatigue en fonction de la profondeur de la tige étudiée (différentes positions de la tige étudiée, environnement corrosif)

## III.5 Synthèse

Nous nous sommes attachés à développer dans ce chapitre un modèle qui permet de quantifier la fatigue cumulative des tiges durant l'opération de forage. Ce modèle se base sur les courbes S-N des tiges de forage et sur le logiciel ABIS développé au centre de Géosciences de MINES ParisTech pour le calcul des contraintes en tout point le long de la garniture de forage évoluant dans un puits à trajectoire complexe. Nous avons réalisé les points suivants :

- Une large étude bibliographique pour recueillir des données de fatigue et établir une base de données sur les courbes S-N.

Les caractéristiques des courbes S-N représentent le facteur le plus important qui peut affecter de manière directe le cumul de fatigue. En raison de la diversité des grades, des dimensions des tiges de forage ainsi que des modes et des conditions des essais de fatigue, les données que l'on peut rencontrer dans la littérature sur les courbes S-N sont très dispersées. Dans le cas où nous ne disposons pas de la courbe S-N expérimentale pour la tige étudiée, nous pouvons retenir l'approche empirique basée sur les résultats des essais de fatigue de la machine de Moore. Cette méthode permet d'établir les courbes S-N pour différents grades et différentes dimensions des tiges de forage, et de prendre en compte l'effet des paramètres entrant en compte dans le processus de fatigue. En plus, elle semble être en accord avec les résultats expérimentaux disponibles. Cependant, elle ne tient pas compte de la contrainte moyenne dans la tige, qui peut jouer un rôle important sur la fatigue. Pour étendre cette approche, nous avons retenu l'utilisation de la loi de Goodman qui permet de considérer l'effet de cette contrainte moyenne.

- Mise en œuvre d'une procédure pour calculer le cumul de fatigue dans le cas de trajectoires et de garnitures de forage réelles.

La méthode du cumul de dommage en fatigue est très importante pour évaluer la fatigue cumulative. Dans ce chapitre, nous avons présenté la loi linéaire de Miner qui est la plus simple et largement utilisée dans la pratique. Différentes lois

existantes dans la littérature sont également décrites dans l'annexe B. Nous avons choisi la loi de Miner qui suppose simplement que l'endommagement résultant d'un niveau quelconque d'amplitude de contrainte est une fonction linéaire du nombre de cycles qui a lieu à cette amplitude de contrainte.

Les contraintes dans la tige sont calculées à l'aide du logiciel ABIS. Ce code a été implémenté dans une procédure de calcul de cumul de fatigue qui permet de calculer cette grandeur sur n'importe quel point choisi dans la garniture durant toute l'opération de forage.

L'analyse de sensibilité de cumul de fatigue des tiges menée dans la Section III.4 nous a servi pour comprendre les effets des différents paramètres qui rentrent en jeu lors du forage (grade d'acier, dimensions de la tige, poids à l'outil de forage, position de la tige sur la garniture). On a pu alors montrer clairement le rôle prépondérant des courbures de la trajectoire sur le cumul de fatigue.

Le modèle de calcul du cumul de fatigue, basé sur les courbes S-N et le logiciel ABIS, permet une meilleure gestion de la durée de vie des tiges tant sur le plan prévisionnel qu'opérationnel. Cependant, cette méthode exige de disposer des courbes S-N des tiges qui doivent être généralement établies à partir d'essais sur tige à grandeur réelle avec un nombre de cycles (rotations) de plusieurs millions, ce qui rend ces essais très coûteux avec des résultats difficiles à exploiter en raison de leur forte dispersion. De plus, nous avons vu dans ce chapitre que la valeur du cumul de fatigue au moment de la ruine est très dispersée. Ces remarques nous ont amené à développer une seconde approche pour l'évaluation de la durée de vie en fatigue des tiges basée sur la modélisation de la propagation de fissure.

CHAPITRE

— IV —

MODÉLISATION DE LA FATIGUE DES  
TIGES PAR PROPAGATION DE  
FISSURE



## IV.1 Introduction

Cette partie présente un modèle qui permet de modéliser l'évolution de fissures préexistantes dans une tige durant l'opération de forage en se basant sur la théorie de la mécanique élastique linéaire de la rupture.

Nous avons vu dans le chapitre I que le passage de la tige de forage dans une zone à forte courbure provoque un moment de flexion agissant sur la tige et que sa rotation produit le chargement cyclique. Il s'agit de la cause principale de la fatigue des tiges. En outre, la tige est également soumise à une contrainte moyenne de traction ou de compression (pour une tige à proximité de l'outil de forage sous l'effet du poids à l'outil, des chocs et vibrations du système). Le corps de la tige est considéré comme un cylindre creux. Par conséquent, notre problème concerne un cylindre creux en rotation soumis à un moment de flexion et à une tension.

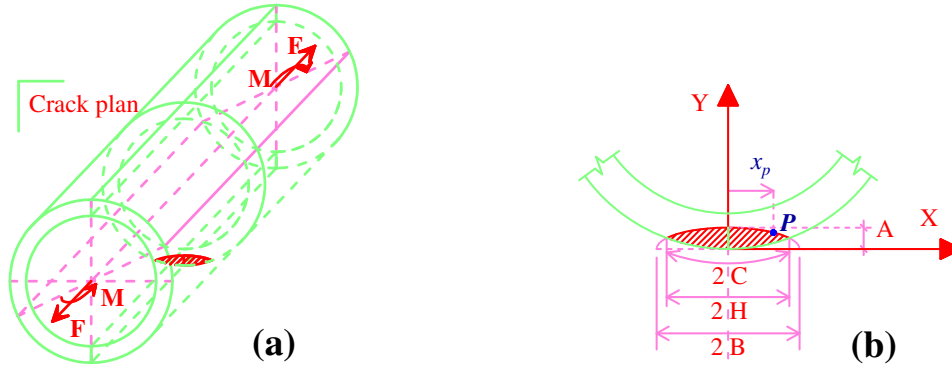
En général, une fissure se développe perpendiculairement à la contrainte principale majeure. Pour un cylindre soumis aux chargements de flexion et de traction, la direction de la contrainte principale majeure est pratiquement l'axe du cylindre. Donc, les fissures qui se développent le plus rapidement sont celles dont le plan est celui de la section droite.

La forme semi-elliptique de fissure est la plus utilisée pour étudier une fissure de surface d'un cylindre. Lin et Smith (1998), en utilisant différentes analyses en éléments finis en 3D pour une fissure sur la surface interne du cylindre, ont montré que tous les défauts de n'importe quelle forme initiale évoluent vers une forme semi-elliptique après seulement quelques cycles de chargement dans un processus de propagation de fissure par fatigue.

Carpinteri et Brighenti (2000) ont utilisé un modèle théorique à trois paramètres de fissure semi-elliptique (où le centre de l'ellipse de fissure peut se déplacer le long d'un diamètre dans la section droite du cylindre) dans le cas d'un cylindre soumis à une flexion cyclique. Leurs résultats ont montré que le centre de l'ellipse de fissure se rapproche rapidement de la surface externe du cylindre. Cela nous a encouragé à adopter un modèle théorique à deux paramètres géométriques pour la fissure semi-elliptique dans lequel le centre de l'ellipse de fissure est fixé sur la surface externe du cylindre.

Carpinteri et al. ont publié une liste d'articles (Carpinteri et Brighenti, 2000, 1998; Carpinteri *et al.*, 1998, 2000) sur la propagation de fissure dans un cylindre pour plusieurs cas de chargement : la tension cyclique, le moment de flexion cyclique et le moment de flexion rotative. Dans le cas de moment de flexion rotative, ils n'ont donné que les résultats d'un tube épais ( $R_{int}/T = 1$  où  $R_{int}$  est le rayon intérieur et  $T$  l'épaisseur du cylindre). En outre, l'influence de la combinaison du moment de flexion rotative et de la tension sur la propagation de la fissure n'a pas été étudiée.

Ce chapitre est principalement consacré à la présentation d'un modèle de propagation par fatigue d'une fissure semi-elliptique sur la surface d'un cylindre creux en rotation soumis à un moment de flexion et à une tension. Ce modèle a été développé dans le cadre de cette thèse et a fait l'objet d'une publication dans la revue "*Engineering Fracture Mechanics*" (Dao et Sellami, 2012). La fissure semi-elliptique est caractérisée par deux paramètres sans dimension : la profondeur relative de fissure  $A/T$  (rapport de la profondeur de fissure sur l'épaisseur du cylindre) et le rapport d'aspect de l'ellipse



**Fig. IV.1** – (a) Cylindre fissuré et chargements, et (b) Géométrie de la fissure et leurs paramètres

$B/A$  (rapport des deux axes de l'ellipse). Le centre de l'ellipse est supposé se situer sur la surface externe du cylindre (Figs. IV.1.a et b). Le rayon intérieur  $R_{int}$  du cylindre creux est rapporté à l'épaisseur  $T$  :  $R_{int}/T$ . Un point générique sur le fond de fissure est identifié par "la coordonnée normalisée" (Fig. IV.1.b) exprimée par l'équation :

$$\xi = \frac{x_p}{H}; \quad -1 \leq \xi \leq 1 \quad (\text{IV.1})$$

## IV.2 Modèle proposé pour la fatigue par propagation de fissure

L'objectif de cette section est de présenter le calcul incrémental qui permet de simuler l'évolution de la fissure sur la tige durant le forage. Les contraintes dans la tige (tension  $F$  et moment de flexion  $M$ ) sont calculées à l'aide du logiciel ABIS.

Comme nous l'avons vu dans la section II.1.1.2, une loi de propagation de fissure décrit l'évolution de la vitesse de propagation de fissure par cycle ( $da/dN$ ) en fonction de la variation du facteur d'intensité des contraintes ( $\Delta K$ ) causée par le chargement cyclique.

Un modèle de la propagation de fissure basé sur la mécanique linéaire élastique de la rupture doit comprendre les points importants suivants :

- La détermination du Facteur d'Intensité des Contraintes (FIC) correspondant au problème étudié : comme montré précédemment, le FIC est relié au taux de restitution d'énergie  $G$  par l'équation C.13 de l'annexe C sous la condition d'élasticité linéaire. Nous proposons donc de calculer le FIC à partir du taux de restitution d'énergie  $G$  qui est déterminé par des calculs par éléments finis à l'aide de la méthode G-théta présentée dans l'annexe C.5.2. Ceci concerne l'approche énergétique pour la détermination du FIC. Ce premier point sera détaillé dans la Section IV.3.
- L'extension de la fissure après une itération de  $\Delta N$  cycles est déterminée en utilisant une loi de propagation de fissure (voir la Section II.1.1.2 page 35). Ainsi, le choix de la loi utilisée pour le modèle et ses coefficients pour les matériaux

étudiés sont importants. La loi de Paris largement utilisée dans la littérature ne tient pas compte de l'effet de la contrainte moyenne (ou la tension). Afin de surmonter cette limitation, nous choisissons la loi de Walker (elle se ramène à la loi de Paris dans le cas d'une "tension répétée",  $R = 0$ ). Les coefficients de loi de propagation pour différents grades d'aciers des tiges sont présentés dans la Section IV.4. Rappelons que la loi de Walker est donnée par l'équation ci-dessous pour le cas des cycles de contrainte traction-traction en pointe de la fissure :

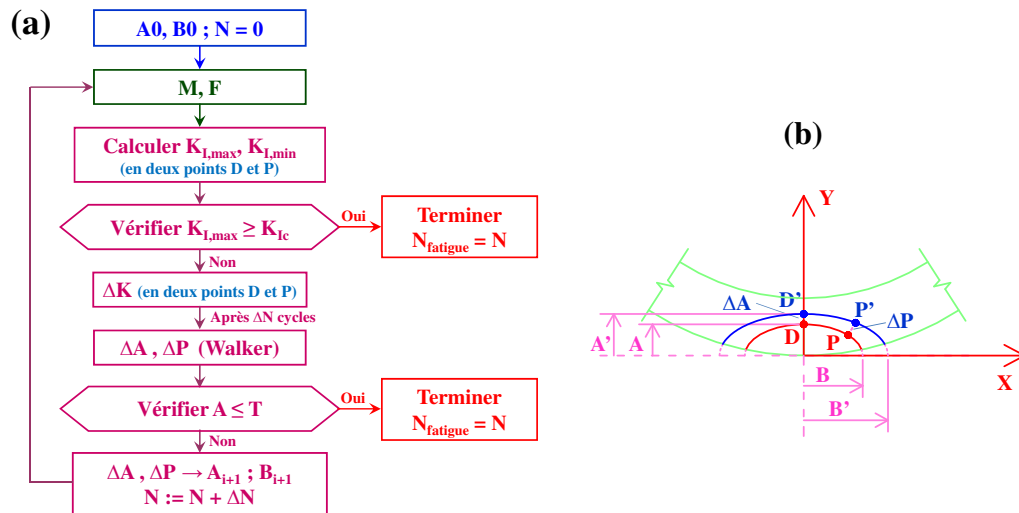
$$\frac{da}{dN} = C \left[ \frac{\Delta K}{(1-R)^{(1-\lambda)}} \right]^m \quad \text{avec} \quad R = \frac{K_{min}}{K_{max}} \quad (\text{IV.2})$$

où  $C$ ,  $m$  et  $\lambda$  sont des coefficients caractéristiques du matériau et déterminés expérimentalement. Pour le cas des cycles traction-compression, la loi de Walker prend la formule suivante :

$$\frac{da}{dN} = CK_{max}^m \quad (\text{IV.3})$$

- Le calcul incrémental qui permet de modéliser l'évolution de la fissure :

La Fig. IV.2.a illustre l'algorithme développé pour évaluer la propagation de la fissure pour chaque  $\Delta N$  cycles de chargement. La forme de la fissure est supposée rester semi-elliptique pendant la propagation. Par conséquent, deux points situés sur le fond de la fissure sont choisis pour effectuer des calculs itératifs : le premier est le point le plus profond  $D$ , et le second est un point  $P$  quelconque. L'influence du choix du deuxième point  $P$  sur la propagation de la fissure est prise en compte.



**Fig. IV.2** – (a) Ordigramme de l'algorithme de calcul de la propagation de fissure, et (b) Evolution de la fissure après une itération de calcul de  $\Delta N$  cycles

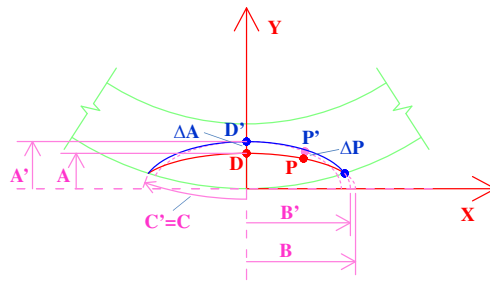
Après  $\Delta N$  cycles, la fissure se développe et les points  $D$ ,  $P$  se propagent respectivement aux points  $D'$ ,  $P'$  (Fig. IV.2.b). La direction de propagation d'un point est supposée perpendiculaire à l'ellipse en ce point. On désigne par  $A$ ,  $B$  deux axes de



l'ellipse de fissure. La connaissance des deux nouveaux points  $D'$  et  $P'$  permet de déterminer les paramètres  $(A', B')$  de la nouvelle ellipse (Fig. IV.2.b).

**Remarque :**

- Après chaque incrément ( $\Delta N$  cycles), on calcule la valeur de  $C'$  (la moitié de la longueur d'intersection de la fissure avec la surface extérieure du cylindre, voir la Fig. IV.1.b) à partir de  $A'$  et  $B'$  déterminés comme montré ci-dessus. Si  $C'$  calculé est inférieur à  $C$ , on pose  $C' = C$  et on recalculé  $B'$  à partir de  $A'$  sous la condition  $C' = C$ . Ceci permet de forcer la fissure à se propager dans le matériau. Ce cas est illustré sur la Fig. IV.3.



**Fig. IV.3** – Propagation de la fissure après une itération de calcul

Dans ce modèle, l'effet de fermeture de fissure n'est pas pris en compte car nous n'avons pas suffisamment de données pour les matériaux étudiés. En plus, on considère que dans le cas de la fissure fermée (dans cette étude, c'est le cas où la contrainte à la pointe de la fissure est négative), le FIC est égal à 0. La variation du FIC durant un cycle de chargement est calculée par l'équation IV.4 suivante :

$$\Delta K = K_{I,max} - K_{I,min} \quad (IV.4)$$

Le critère par la contrainte dit que la fissure devient instable lorsque le FIC dépasse une certaine valeur limite, appelée la ténacité  $K_{Ic}$  du matériau. Par conséquent, si nous connaissons la ténacité  $K_{Ic}$  du matériau étudié, il faut la comparer avec la valeur calculée du FIC à chaque incrément. Si le FIC calculé dépasse la ténacité, le calcul s'arrête en annonçant la ruine de la structure.

Par ailleurs, si nous connaissons les valeurs du seuil de propagation de fissure  $\Delta K_{th}$  (Régime I sur la Fig. II.7), nous pouvons les prendre en compte dans la détermination de la vitesse de propagation de fissure de l'algorithme IV.2.a. Cependant, un calcul sans effet de seuil  $\Delta K_{th}$  est plus pessimiste.

Pour appliquer le modèle de propagation de fissure ci-dessus à l'opération de forage, nous utilisons le même schéma de l'algorithme de la fatigue cumulative présenté dans la section III.1, en remplaçant le calcul du cumul de fatigue par le calcul de la propagation de fissure. L'algorithme du modèle de propagation de fissure durant le forage est montré sur la Fig. IV.4. Les calculs sont effectués pas à pas au fur et à mesure que le forage évolue, en considérant un pas de longueur forée. A chaque pas, le code ABIS est utilisé pour déterminer les efforts ( $F$  et  $M$ ) dans la garniture de forage. Ensuite, le modèle de propagation de fissure est mis en œuvre pour déterminer l'évolution de la fissure.

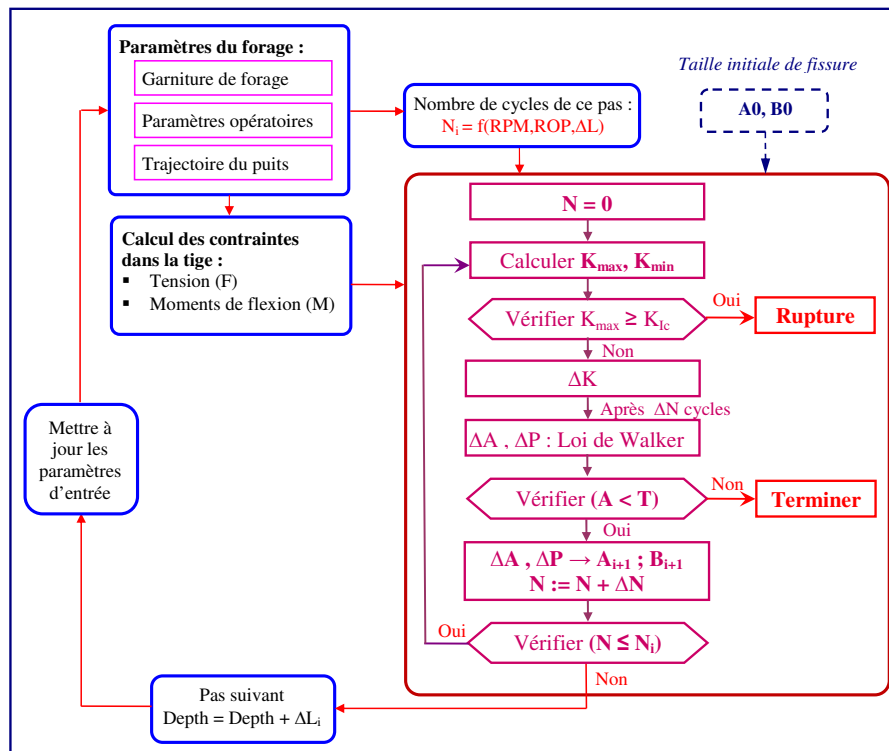


Fig. IV.4 – Algorithme du modèle de propagation de fissure au cours de l’opération de forage

### IV.3 Calcul du facteur d’intensité des contraintes

Le FIC est une grandeur fondamentale qui régit le champ de contraintes à proximité du fond de fissure. Il dépend de la configuration géométrique (de la fissure et de la structure) et des conditions de chargement. Plusieurs méthodes ont été utilisées pour la détermination du FIC. Elles peuvent être classées en trois catégories : les méthodes analytiques, les méthodes numériques et les méthodes expérimentales.

Les méthodes analytiques se limitent généralement à des plaques de dimensions infinies avec des configurations géométriques et des conditions aux limites relativement simples. Pour des cas plus complexes, il faut recourir à des méthodes numériques ou expérimentales. Pour les corps de dimensions finies contenant des fissures, les solutions numériques peuvent être obtenues en utilisant des méthodes telles que la méthode des éléments finis, la méthode de collocation de frontière (*boundary collocation method*) ou la méthode des équations de frontière (*boundary integral method*).

Après comparaison des méthodes de calcul du FIC, il semble qu’à une finesse de maillage donnée, les deux méthodes les plus précises sont celle de l’extension virtuelle de la fissure associée à la méthode d’intégration directe, et celle de G-thêta. La précision des résultats obtenus par ces deux méthodes est peu sensible à la finesse du maillage.

La méthode G-thêta a été implémentée dans le code CASTEM (Verpeaux *et al.*, 1988). Dans la suite, nous allons présenter l’application du code CASTEM et de cette procédure pour déterminer le FIC d’une fissure semi-elliptique sur la surface d’un cylindre en rotation soumis à un moment de flexion et à une tension. Ce cas correspond au problème d’une tige de forage traversant une partie courbée du puits. Les grandes

lignes sur la méthode G-thêta sont présentées dans l'Annexe C.

Précisons que dans cette démarche, pour chaque configuration géométrique de la fissure, nous ne résolvons qu'un simple problème d'élasticité linéaire pour lequel nous pouvons donc utiliser n'importe quel code de calcul. Nous avons choisi CASTEM pour exploiter sa fonctionnalité G-thêta qui est donc utilisée en post-traitement.

### IV.3.1 FIC dans le cas du moment de flexion rotative et de la tension

On considère un cylindre en rotation soumis à un moment de flexion  $M$  et à une force axiale  $F$  (Fig. IV.5.a), correspondant à la situation d'un train de tiges durant le forage dans laquelle la tige se situe dans une partie du puits présentant une certaine courbure. Même lorsque les efforts globaux ( $F$ ,  $M$ ) sont constants dans le temps, si l'on considère un point donné dans le cylindre, la contrainte de flexion en ce point varie lorsque le cylindre tourne. Ce changement cyclique de la contrainte de flexion est à l'origine de la propagation de la fissure dans le cylindre (voir la Section II.2).

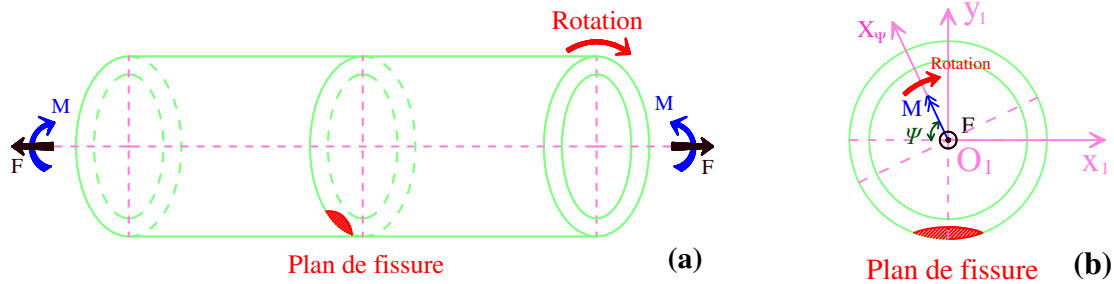


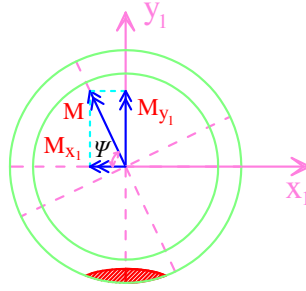
Fig. IV.5 – (a) Rotation du cylindre, et (b) Rotation du moment de flexion

Ce problème physique est équivalent à la situation d'un cylindre sans rotation soumis à un vecteur moment de flexion rotative. La Fig. IV.5.b représente le vecteur moment de flexion  $\vec{M}$  autour de l'axe  $O_1x_\psi$  et ce vecteur est en rotation. Ceci est représenté par la variation de l'angle  $\psi$  (appelé l'angle du moment de flexion). C'est ce qui justifie le terme de "moment de flexion rotative".

La rotation du cylindre est donc remplacée par celle du vecteur moment de flexion. Elle est représentée par la variation de l'angle  $\psi$  entre ce vecteur et l'axe horizontal  $O_1x_1$  (Fig. IV.6). Dans la suite, le vecteur moment de flexion  $\vec{M}$  est décomposé en deux composants  $M_{x_1}$  et  $M_{y_1}$  autour de deux axes perpendiculaires  $O_1x_1$  et  $O_1y_1$ . Les moments de flexion  $M_{x_1}$  et  $M_{y_1}$  sont liés à la norme  $M$  du vecteur moment  $\vec{M}$  par les équations :

$$\begin{cases} M_{x_1} = M \cos \psi \\ M_{y_1} = M \sin \psi \end{cases} \quad (\text{IV.5})$$

Le moment de flexion rotative peut être donc simulé par deux moments de flexion  $M_{x_1}$  et  $M_{y_1}$ . Donc dans notre problème, le calcul du FIC utilise les résultats des simulations élastique linéaire pour 3 cas de chargement : la tension ( $F$ ) et les deux moments de flexion ( $M_{x_1}$  et  $M_{y_1}$ ).



**Fig. IV.6** – Décomposition du moment de flexion

Etant donné que le chargement global (tension  $F$ , moments de flexion  $(M_{x1}, M_{y1})$ ) ne comporte ni effort tranchant ni couple de torsion, les contraintes dans toute section droite du cylindre sont caractérisées principalement par une composante  $\sigma$  normale à la section droite donc au plan de fissure. Par conséquent, le comportement de la fissure se fait en mode I indépendamment des valeurs de  $F$ ,  $M_{x1}$  et  $M_{y1}$ . Le FIC associé en un point sur le fond de la fissure (représenté par la coordonnée normalisée  $\xi$  de l'équation IV.1) est  $K_I$ . Par ailleurs, compte tenu de notre hypothèse d'élasticité linéaire, on a :

$$K_I = K_{I,F} + K_{I,M_{x1}} + K_{I,M_{y1}} \quad (\text{IV.6})$$

où  $K_{I,F}$ ,  $K_{I,M_{x1}}$ ,  $K_{I,M_{y1}}$  sont respectivement les FIC correspondant séparément à l'effort axial  $F$  et aux moments de flexion  $M_{x1}$  et  $M_{y1}$ .

Les résultats du FIC sont exprimés par trois facteurs sans dimension  $F_{I,F}$ ,  $F_{I,M_{x1}}$ ,  $F_{I,M_{y1}}$  donnés par les équations IV.7 à IV.9. La raison de l'utilisation ici de ces trois facteurs  $F_{I,F}$ ,  $F_{I,M_{x1}}$ ,  $F_{I,M_{y1}}$  est que ces derniers ne dépendent que des trois rapports  $\alpha = R_{int}/T$ ,  $\beta = A/T$  et  $\gamma = B/A$  où  $T = R_{ext} - R_{int}$  est l'épaisseur du cylindre. Les facteurs  $F_I$  ne change pas pour les cas de même  $(\alpha, \beta, \gamma)$  malgré l'épaisseur du cylindre. Ceci est important du fait que le nombre de paramètres du problème se réduit à 3 pour les simulations par éléments finis.

$$F_{I,F} = \frac{K_{I,F}}{\sigma_m \sqrt{\pi A}} \quad ; \quad \sigma_m = \frac{F}{S} \quad (\text{IV.7})$$

$$F_{I,M_{x1}} = \frac{K_{I,M_{x1}}}{\sigma_{a,M_{x1}} \sqrt{\pi A}} \quad ; \quad \sigma_{a,M_{x1}} = \frac{M_{x1}}{I} R_{ext} \quad (\text{IV.8})$$

$$F_{I,M_{y1}} = \frac{K_{I,M_{y1}}}{\sigma_{a,M_{y1}} \sqrt{\pi A}} \quad ; \quad \sigma_{a,M_{y1}} = \frac{M_{y1}}{I} R_{ext} \quad (\text{IV.9})$$

où  $S = \pi (R_{ext}^2 - R_{int}^2)$  et  $I = \pi (R_{ext}^4 - R_{int}^4) / 4$  sont respectivement l'aire et le moment d'inertie de la section droite du cylindre. L'équation IV.6 du FIC total devient :

$$K_I = \sqrt{\pi A} \left[ F_{I,F} \sigma_m + F_{I,M_{x1}} \sigma_{a,M_{x1}} + F_{I,M_{y1}} \sigma_{a,M_{y1}} \right] \\ = \sqrt{\pi A} \left[ F_{I,F} \sigma_m + \sigma_{a,M} \left( F_{I,M_{x1}} \cos \psi + F_{I,M_{y1}} \sin \psi \right) \right] \quad (\text{IV.10})$$

où  $\sigma_{a,M} = \frac{M}{I} R_{ext}$ . Les valeurs  $K_{I,max}$  et  $K_{I,min}$  quand le cylindre tourne (ou  $\psi$  varie dans l'intervalle  $[0, 2\pi)$ ) sont calculées par les équations suivantes :

$$K_{I,max} = \sqrt{\pi A} \left[ F_{I,F} \sigma_m + \sigma_{a,M} \sqrt{F_{I,M_{x1}}^2 + F_{I,M_{y1}}^2} \right] \quad (IV.11)$$

$$K_{I,min} = \sqrt{\pi A} \left[ F_{I,F} \sigma_m - \sigma_{a,M} \sqrt{F_{I,M_{x1}}^2 + F_{I,M_{y1}}^2} \right] \quad (IV.12)$$

On fait attention ici que si les valeurs du FIC calculées par les équations IV.10 à IV.12 sont négatives (c'est le cas où la fissure est fermée au point considéré sur le fond), on remplace ces valeurs par 0.

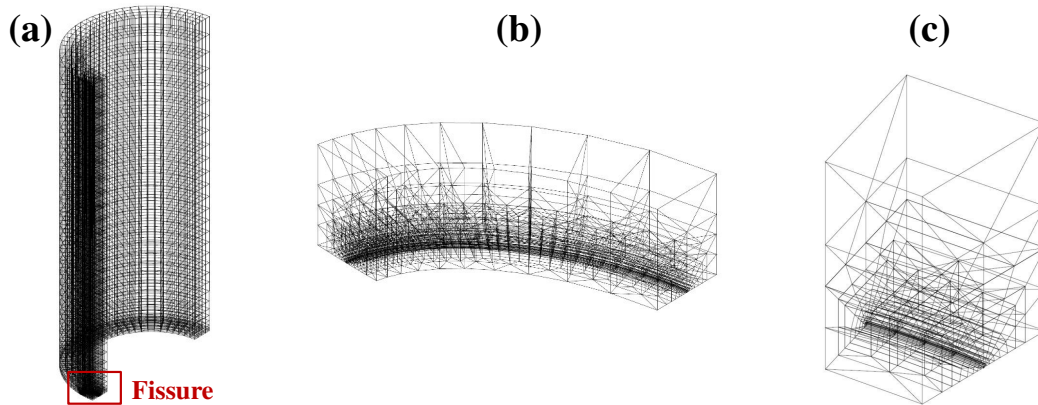
Nous avons alors fixé  $E = 200$  GPa et  $\nu = 0.3$  et fait varier les trois rapports  $(\alpha, \beta, \gamma)$  de sorte à déterminer les  $F_I$  sur une grille  $(\alpha, \beta, \gamma) \in [1, 10] \times [0.05, 0.95] \times [0.75, 20]$  de  $23 \times 19 \times 24$  points. Comme nous avons 3 paramètres  $F_I$ , le nombre total de calculs élastiques est  $3 \times 23 \times 19 \times 24 = 31464$  permettant de "construire une base de données" en attribuant à chaque point de la grille les valeurs  $F_{I,F}$ ,  $F_{I,M_{x1}}$ ,  $F_{I,M_{y1}}$  correspondant aux valeurs  $(\alpha, \beta, \gamma)$  du point.

La base de données est ensuite exploitée pour obtenir les  $F_I$  pour tout triplet  $(\alpha, \beta, \gamma)$  et ce en repérant la petite cellule où se trouve ce triplet et en procédant à une interpolation des valeurs de 8 sommets de la cellule. L'interpolation est polynômiale de degré 1 par rapport à chacune des composantes  $(\alpha, \beta, \gamma)$ .

Notons ici que cette base de données n'est exploitable que lorsque le matériau constitutif du tube est élastique linéaire avec un coefficient de Poissons  $\nu = 0.3$  et un module d'Young arbitraire.

### IV.3.2 Modèle en éléments finis du cylindre fissuré

Les calculs élastiques ont été réalisés en profitant au maximum de la symétrie du problème. La Fig. IV.7 illustre juste que nous avons aussi tenu compte le mieux possible de la nécessité d'une bonne discrétisation spatiale (maillage).

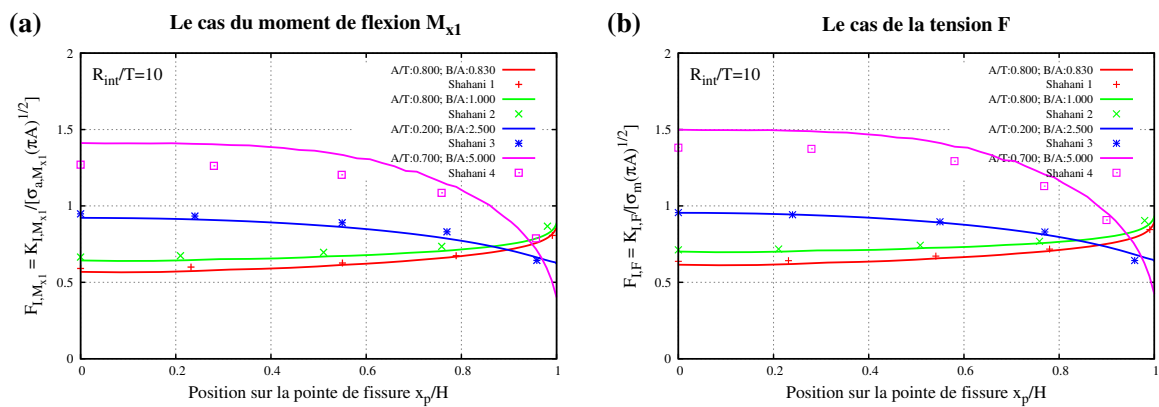


**Fig. IV.7** – Modèles des éléments finis : (a) un quart du cylindre, (b) le maillage du fond de fissure et (c) un groupe typique d'éléments du maillage du fond de fissure

La génération du maillage est effectuée par programmation en langage GIBIANE sous CASTEM. Comme montré sur la Fig. IV.7.b, ce maillage comprend différentes couches d'éléments qui entourent et s'étendent le long du fond de la fissure. Il est plus dense au point d'interaction entre le fond de la fissure et la surface extérieure du

cylindre. En plus, la Fig. IV.7.c présente un groupe typique d'éléments. Le maillage du fond de fissure contient plusieurs de ce groupe d'éléments qui se situent successivement le long du fond de la fissure. Nous pouvons voir également des couches qui permettent de réduire le nombre d'éléments pour la zone au dehors du maillage du fond de la fissure sans perturber les résultats des calculs tout en réduisant significativement le temps de calcul.

Nous allons présenter ensuite quelques uns de nos résultats de détermination du FIC. Les Figs. IV.8.a et b montrent respectivement les résultats de calcul du FIC pour les cas du moment de flexion  $M_{x1}$  et de tension  $F$ . L'axe des ordonnées représente le facteur sans dimension du FIC et celui des abscisses représente la position du point sur le fond de la fissure. Les calculs sont effectués avec  $R_{int}/T = 10$  et différentes valeurs de  $A/T$  et de  $B/A$ , représentées sur les figures.



**Fig. IV.8** – Résultats numériques du calcul du FIC - Comparaisons avec les résultats de Shahani et Habibi (2007) : (a) Cas du moment de flexion, et (b) Cas de la tension

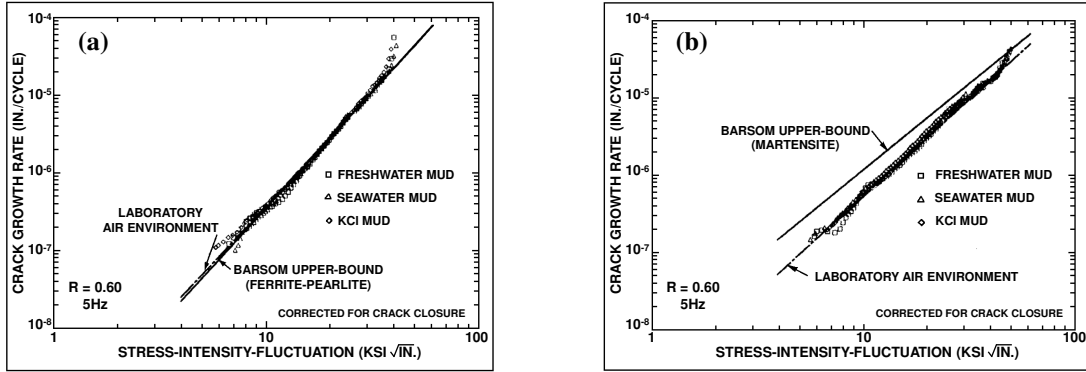
Sur les mêmes figures, nous représentons les résultats de Shahani et Habibi (2007) en utilisant les modèles d'éléments finis en 3D avec le code ANSYS 7.0. L'analyse de Shahani et Habibi est effectuée par la méthode de sous-modèle (*sub-model method*). La structure est d'abord maillée avec un maillage grossier. Puis la région qui nous intéresse autour du fond de la fissure est ensuite découpée à partir du modèle de maillage grossier, et analysée avec un autre maillage plus fin. Les comparaisons sur les Figs. IV.8.a et b indiquent que nos résultats en utilisant le code CASTEM et la méthode G-thêta sont proches de ceux de Shahani et Habibi. Une petite différence peut être causée par les différences du maillage, du code d'éléments finis et de la méthode de détermination du FIC utilisé.

## IV.4 Loi de propagation de fissure pour différents aciers

### IV.4.1 Loi de Paris pour différents aciers API

Les essais de vitesse de propagation de fissure en fatigue pour différents grades API des tiges de forage ont été réalisés et publiés dans l'article de Dale (1988). Dans le but d'étudier l'influence de l'environnement de la boue de forage sur la propagation de fissure, les grades API (E, X, G, et S) ont été testés dans l'air et dans des boues de

forage à base d'eau. Une machine d'essais servo-hydraulique d'une capacité de 22 kN a été utilisée. Pour ces essais, le rapport de contraintes est  $R = 0.6$  et la fréquence de test est de 5 Hz.



**Fig. IV.9** – Résultats des essais de vitesse de propagation de fissure en fatigue pour (a) grade E, et (b) grade S (Dale, 1988)

Seize essais de vitesse de propagation de fissure ont été réalisés. Un essai a été effectué pour chaque grade API (E, X, G, S) dans l'air et dans chacune des trois boues de forage à base d'eau. Les Figs. IV.9.a et b représentent les résultats pour deux grades E et S présentés dans l'article de Dale (1988). Ces résultats conduisent à une conclusion importante : l'influence de l'environnement (air et boue de forage) est très faible dans le cas des grades E et S. Dale a également ajouté que des résultats similaires ont été observés pour les autres aciers API des tiges de forage.

L'article de Dale ne présente pas les coefficients de loi de propagation de fissure en fatigue pour différents grades API des tiges de forage. Cependant, Howard *et al.* (1993) ont repris les résultats des essais de Dale et présenté les coefficients de la loi de Paris (voir le Tab. IV.1). Rappelons que ces coefficients sont déterminés à partir des essais avec le rapport de contrainte  $R$  de 0.6.

**Tab. IV.1** – Coefficients de la loi de propagation de fissure en fatigue pour différents grades API des tiges de forage ( $da/dN$  en  $in./cycle$  et  $\Delta K$  en  $ksi.in.^{1/2}$ ) (SPE 25775) (Howard *et al.*, 1993)

Type of Material	m	C
API Grade E	2.94	$4.41 \times 10^{-10}$
API Grade X	2.65	$9.35 \times 10^{-10}$
API Grade G	2.52	$1.60 \times 10^{-9}$
API Grade S	2.52	$1.60 \times 10^{-9}$
4145 MOD Steel (box)	2.68	$1.152 \times 10^{-9}$
4145 MOD Steel (pin)	3.07	$3.083 \times 10^{-10}$

Dans notre modèle, nous avons choisi d'utiliser la loi de Walker afin de pouvoir prendre en compte l'effet de la contrainte moyenne. Les coefficients de cette loi doivent être déterminés à partir d'essais de propagation de fissure avec différentes valeurs du rapport de contraintes  $R$ . Dans la suite, nous allons présenter notre campagne d'essais

pour différents grades d'acier utilisés actuellement pour les tiges de forage fournis par la société "VAM Drilling".

## IV.4.2 Essais de vitesse de propagation de fissure pour différents aciers

### Matériaux

Une importante campagne d'essais a été réalisée dans le cadre de cette thèse. Son but est de déterminer la loi de propagation de fissure pour différents aciers utilisés actuellement en forage. Quatre matériaux fournis par VAM Drilling ont été testés. Leurs propriétés sont présentées dans le Tab. IV.2. Les échantillons sont usinés à partir du tube à paroi épaisse de l'acier original. Puis ils sont traités thermiquement pour avoir les grades souhaités (grades de 110 kpsi (B1), 135 kpsi (B2), 150 kpsi (B3) et 165 kpsi (B4)).

Tab. IV.2 – Matériaux testés et leurs caractéristiques

Grade	Heat Treatment	R <sub>p0.2</sub> (kpsi)	R <sub>p0.2</sub> (Mpa)	R <sub>m</sub> (kpsi)	R <sub>m</sub> (Mpa)	A %	Hardness HRC
B1	Temper 920°C/10min + Water Quenching T710°C/30min	120	830	132	907	21.1	—
B2	Temper 920°C/10min + Water Quenching T680 °C/30 min	144	992	153	1054	18.5	—
B3	Temper 920°C/10min +Water Quenching T660 °C/30 min	154	1062	164	1131	—	34.2
B4	Temper 920°C/10min + Water Quenching T640 °C/30 min	168	1161	177	1221	16.3	—

### Eprouvettes

Les essais de vitesse de propagation des fissures sont réalisés selon la norme ASTM E647 en utilisant les éprouvettes compact-tension (C.T.) de largeur  $W = 48mm$  et d'épaisseur  $B = 10mm$ , comme l'indiquent les Figs. IV.10.a et b. Le détail de l'entaille est représenté sur la Fig. IV.10.c. L'éprouvette et l'entaille sont préparées en utilisant la machine au fil de décharge électrique (*Wire-cut Electrical Discharge Machine*).

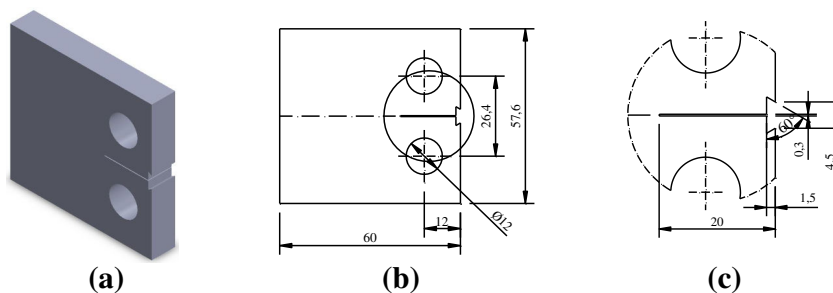


Fig. IV.10 – Epreuve de compact-tension (C.T.) ( $W = 48mm$ )



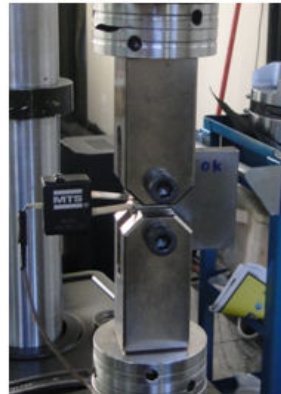
Pour l'éprouvette C.T., le facteur d'intensité des contraintes  $K$  est calculé par l'équation IV.13 (ASTM E647) :

$$\Delta K = \frac{\Delta P}{B\sqrt{W}} \frac{(2 + \alpha)}{(1 - \alpha)^{3/2}} (0.886 + 4.64\alpha - 13.32\alpha^2 + 14.72\alpha^3 - 5.6\alpha^4) \quad (\text{IV.13})$$

où  $P$  est la force appliquée,  $\alpha = \frac{a}{W}$  avec  $a$  la longueur de fissure. Cette expression n'est valable que pour  $\alpha \geq 0.2$ . Mais cela n'est pas limitatif car nous cherchons une loi "intrinsèque" du matériau reliant  $da/dN$  et  $\Delta K$ .

### Machine d'essais

Nous avons réalisé les essais au laboratoire LAMEF de l'université de Porto Alègre, Brésil. Ils sont conduits sur une machine d'essais servo-hydraulique MTS 810 (Fig. IV.11) au moyen d'une cellule de charge de capacité 100 kN. Cette machine permet d'effectuer des essais en traction, en compression, en sollicitations cycliques ainsi qu'en chargements complexes.



**Fig. IV.11** – Machine d'essais MTS 810 du LAMEF

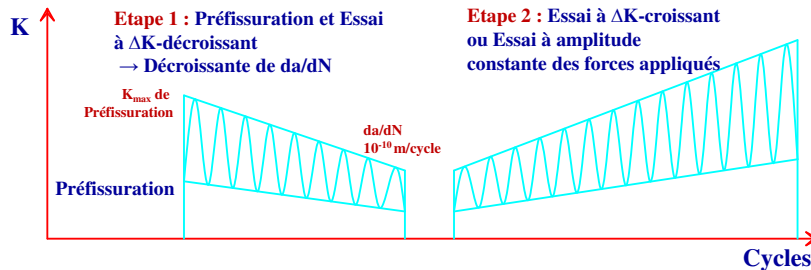
### Procédure de l'essai

Pour chaque grade d'acier (B1-110, B2-135, B3-150 et B4-165), les essais sont réalisés avec 3 valeurs du rapport de contraintes  $R$  (0.1, 0.25 et 0.5) pour étudier l'influence de la contrainte moyenne sur la vitesse de propagation de fissure.

La Fig. IV.12 représente un exemple de la procédure d'essai qui comprend deux étapes :

- La première étape comprend la pré-fissuration et l'essai à  $\Delta K$ -décroissant. L'éprouvette est pré-fissurée jusqu'à une longueur de fissure de 2mm. La norme ASTM E647 recommande une valeur finale de  $K_{max}$  de pré-fissuration inférieure au  $K_{max}$  initial de l'essai définitif avec lequel les résultats sont récupérés pour déterminer la loi de propagation de fissure. Donc, il faut faire une étape d'essai à  $K$ -décroissant pour diminuer le  $K_{max}$  à la valeur attendue.

- La deuxième étape utilise la procédure de l'essai à  $\Delta K$ -croissant ou celle de l'essai à amplitude constante des forces appliquées. Les résultats de cette étape seront utilisés pour déterminer la loi de propagation de fissure.



**Fig. IV.12** – Procédure de l'essai de propagation de fissure en fatigue

Toute la procédure de la réalisation de l'essai est conforme à la norme ASTM E647. En revanche, comme nous allons l'expliquer, nous avons développé notre propre méthode pour analyser les résultats.

### Traitement des résultats après l'essai

Après l'essai, on récupère les données du nombre de cycles de chargement  $N$ , de la longueur de fissure  $a$  calculée par la méthode de la complaisance, ainsi que des forces maximale et minimale du cycle appliqué au cours de l'essai. La vitesse de propagation de fissure  $da/dN$  doit être numériquement déterminée à partir des données de  $N$  et  $a$ . La norme ASTM E647 recommande une méthode de calcul de la dérivée en utilisant la méthode de régression polynomiale de deuxième ordre pour  $(2n + 1)$  points successifs de données. Cette méthode présente un inconvénient majeur. En effet, dans le cas d'un grand nombre de données expérimentales, elle peut entraîner une dispersion importante sur la vitesse de propagation  $da/dN$  calculée, causée par la dispersion locale des valeurs de  $a$  (voir la Fig. IV.13.b).

Afin de surmonter cette limitation, nous proposons d'utiliser le logiciel Adlis développé au Centre de Géosciences à MINES ParisTech pour lisser la courbe  $a - N$  et calculer ses dérivées. Ce logiciel est basé sur la méthode d'approximation diffuse. Il est très efficace pour les lissages des données et pour les calculs numériques de dérivées. La Fig. IV.13.b représente un zoom sur la courbe  $a - N$  et montre l'efficacité du logiciel Adlis.

Après avoir ajusté les données de  $a$  par le logiciel Adlis, nous recalculons les facteurs d'intensité des contraintes maximal et minimal à partir des données des forces appliquées et des valeurs ajustées de  $a$ . La dérivée  $da/dN$  est directement obtenue par Adlis.

### Résultats des essais et leurs ajustements

Les Figs. IV.14.a à d représentent les résultats pour chaque grade d'acier avec différents rapports de contraintes. Afin d'étudier l'influence du grade d'acier sur le comportement de la propagation de fissure, nous trouvons également sur les Figs. IV.15 les courbes  $da/dN - \Delta K$  correspondant à un même rapport de contraintes mais pour

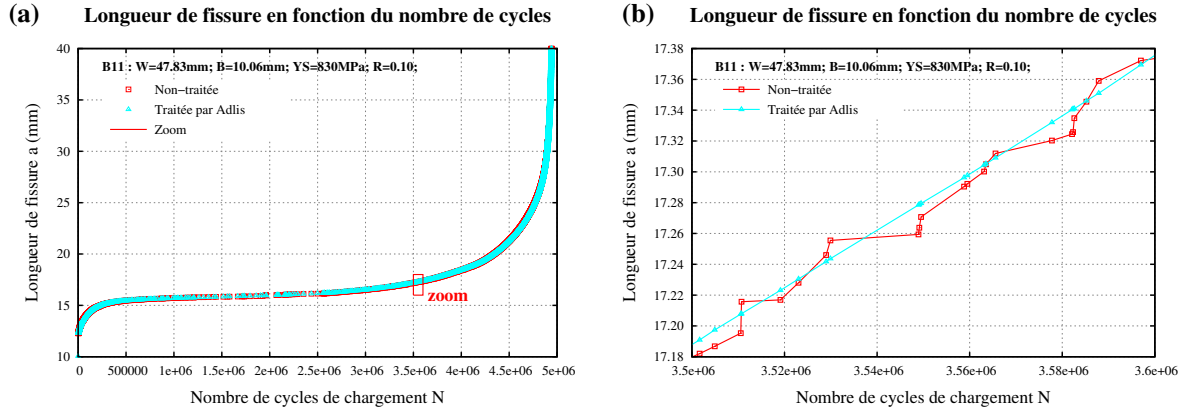


Fig. IV.13 – Lissage de la courbe  $a - N$  après l'essai par le logiciel Adlis

différents aciers testés. Les résultats montrent que pour une même  $\Delta K$ , plus la limite d'élasticité est grande plus la vitesse de propagation des fissures dans la région linéaire augmente. Cela signifie que pour les aciers testés, ceux qui ont les plus fortes résistances mécaniques sont les moins résistants vis-à-vis de la propagation de fissure. La même conclusion a été formulée par Putatunda (1988). Il faut noter que les matériaux étudiés ont été obtenus à partir du même acier original par traitement thermique pour aboutir à des caractéristiques mécaniques différentes. Cette conclusion ne s'applique pas à la résistance totale de fatigue du matériau, car cette dernière ne dépend pas seulement de la résistance à la propagation de fissure mais aussi de la résistance à l'amorçage de fissure.

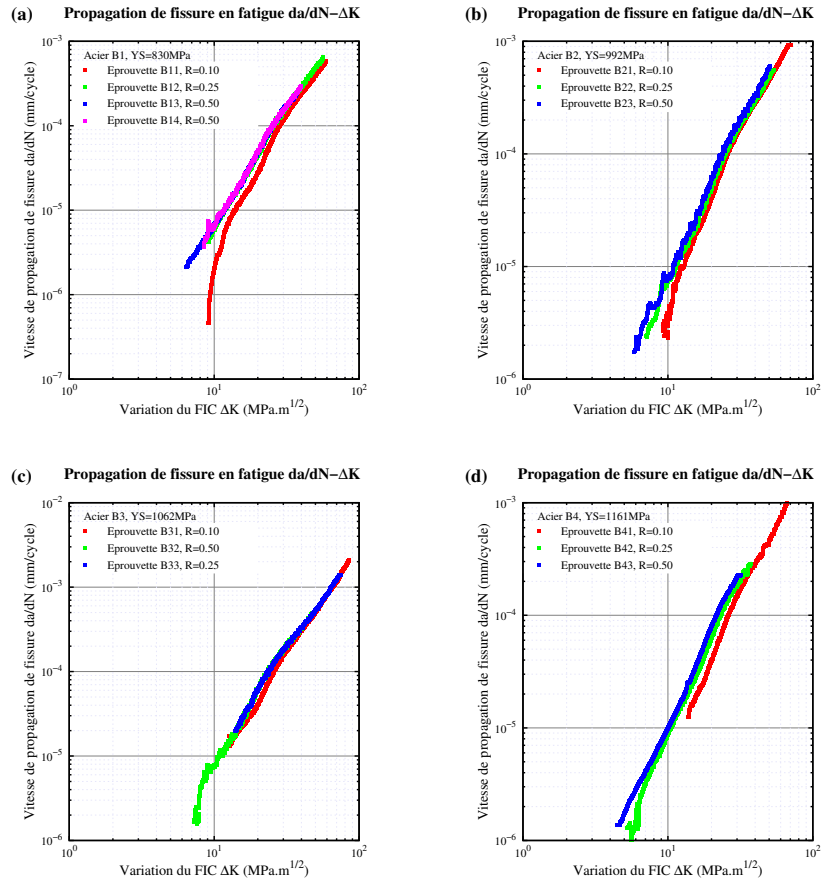
A partir des résultats obtenus, les coefficients de la loi de propagation de fissure sont déterminés par ajustement par moindres carrés. Nous avons utilisé deux lois pour ajuster les données : la loi de Paris et celle de Walker (voir la Section II.1.1.2). La loi de Paris  $\frac{da}{dN} = C \Delta K^m$  est définie par 2 paramètres ( $C$  et  $m$ ), alors que celle de Walker  $\frac{da}{dN} = C \left[ \frac{\Delta K}{(1-R)^{(1-\lambda)}} \right]^m$  utilise 3 paramètres ( $C$ ,  $m$  et  $\lambda$ ).

En coordonnées log-log, la loi de Paris devient :  $\log \left( \frac{da}{dN} \right) = \log C + m \log \Delta K$  ;

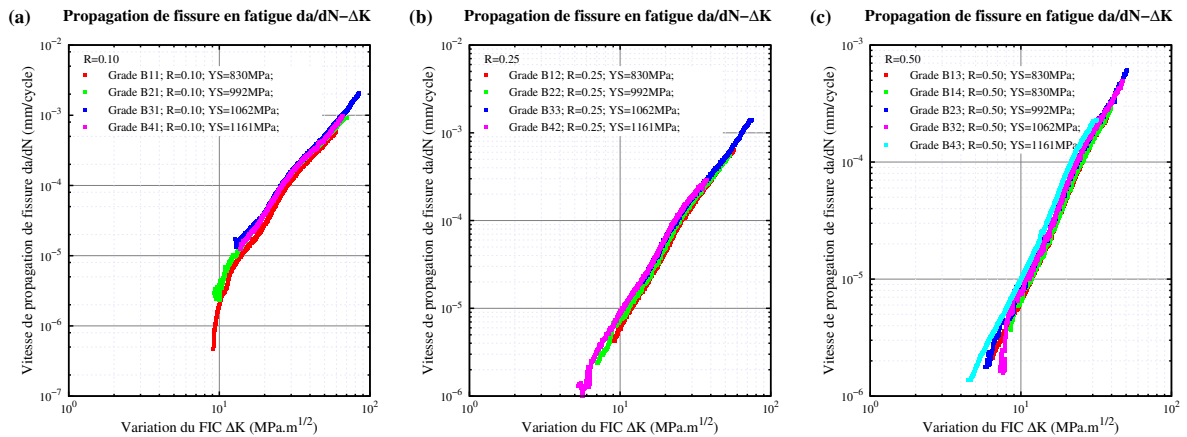
et la loi de Walker :  $\log \left( \frac{da}{dN} \right) = \log C + m \log \Delta K + m(\lambda - 1) \log(1 - R)$ .

En posant  $\begin{cases} Y = \log \left( \frac{da}{dN} \right) \\ X_1 = \log \Delta K \\ X_2 = -\log(1 - R) \end{cases}$  et  $\begin{cases} \alpha = \log C \\ \beta = m \\ \gamma = m(1 - \lambda) \end{cases}$ , on obtient :

la loi de Paris :  $Y = \alpha + \beta X_1$  ; et la loi de Walker :  $Y = \alpha + \beta X_1 + \gamma X_2$ .



**Fig. IV.14** – Résultats d’essais de vitesse de propagation de fissure en fatigue pour différents grades d’acier : (a) B1-110, (b) B2-135, (c) B3-150, et (d) B4-165



**Fig. IV.15** – Résultats d’essais de vitesse de propagation de fissure en fatigue pour différents rapports de contraintes : (a)  $R = 0.10$ , (b)  $R = 0.25$ , et (c)  $R = 0.50$

Les points de données  $(Y_i, X_{1i}, X_{2i})$  sont obtenus à partir des résultats des essais. Ensuite, on emploie la méthode de régression linéaire de deux variables pour l’ajustement par la loi de Paris et celle de trois variables pour l’ajustement par la loi de Walker. Seuls les points expérimentaux ayant la vitesse de propagation  $da/dN$  supérieure à  $10^{-8}$

m/cycle sont utilisés.

Le Tab. IV.3 donne les coefficients  $C$  et  $m$  de la loi de Paris pour chaque grade et chaque valeur du rapport de contraintes  $R$  avec  $da/dN$  en m/cycle et  $\Delta K$  en  $MPa.m^{1/2}$ . Le Tab. IV.4 donne les coefficients de la loi de Walker.

**Tab. IV.3** – Ajustement par la loi de Paris sur les résultats expérimentaux ( $da/dN$  en m/cycle et  $\Delta K$  en  $MPa.m^{1/2}$ )

Eprouvette	Rapport R	C	m
B1-1	0.10	$4.3140 \times 10^{-12}$	2.958
B1-2	0.25	$1.2491 \times 10^{-11}$	2.731
B1-3 et B1-4	0.50	$8.8797 \times 10^{-12}$	2.862
B2-1	0.10	$1.2664 \times 10^{-11}$	2.697
B2-2	0.25	$1.6774 \times 10^{-11}$	2.664
B2-3	0.50	$1.6757 \times 10^{-11}$	2.709
B3-1	0.10	$1.4020 \times 10^{-11}$	2.698
B3-2	0.50	$1.3144 \times 10^{-11}$	2.785
B3-3	0.25	$3.3563 \times 10^{-11}$	2.494
B4-1	0.10	$1.0924 \times 10^{-11}$	2.751
B4-2	0.25	$1.3636 \times 10^{-11}$	2.803
B4-3	0.50	$1.1378 \times 10^{-11}$	2.932

**Tab. IV.4** – Ajustement par la loi de Walker sur les résultats expérimentaux ( $da/dN$  en m/cycle et  $\Delta K$  en  $MPa.m^{1/2}$ )

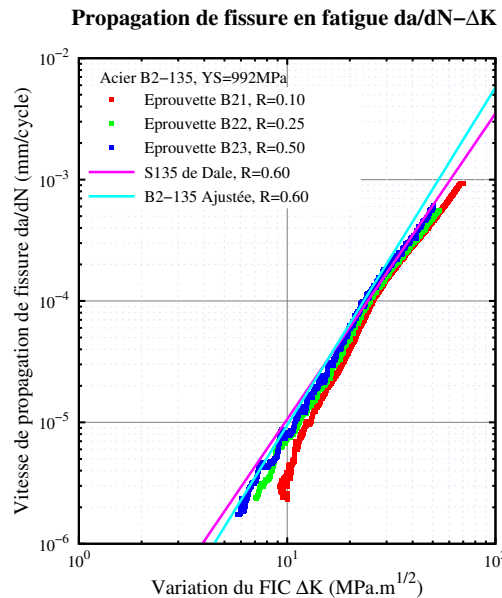
Grade	C	m	$\lambda$
B1	$6.3297 \times 10^{-12}$	2.851	0.799
B2	$8.9739 \times 10^{-12}$	2.784	0.784
B3	$1.2016 \times 10^{-11}$	2.751	0.906
B4	$1.2737 \times 10^{-11}$	2.696	0.634

Dans la section IV.4.1, on a noté que les coefficients de la loi de Paris pour les différents grades API, obtenus à partir des résultats des essais de Dale (1988), correspondent au rapport de contraintes  $R = 0.6$ . L'auteur n'a pas réalisé d'essais avec différentes valeurs de  $R$  pour étudier l'influence de la contrainte moyenne. Nous pouvons proposer ici d'adopter une valeur de  $\lambda$  de l'ordre de 0.8 obtenue à partir de nos essais sur les grades B1 et B2 afin de pouvoir étendre la loi de Walker sur grades API comme montré dans le Tab. IV.5.

**Tab. IV.5** – Coefficients de la loi de Walker proposés pour différents grades API ( $da/dN$  en  $m/cycle$  et  $\Delta K$  en  $MPa.m^{1/2}$ )

Grade	C	m	$\lambda$
E75	$4.9537 \times 10^{-12}$	2.94	0.8
X95	$1.1383 \times 10^{-11}$	2.65	0.8
G105	$2.0195 \times 10^{-11}$	2.52	0.8
S135	$2.0195 \times 10^{-11}$	2.52	0.8

La Fig. IV.16 présente une comparaison entre les résultats du grade S135 de Dale et nos résultats pour le grade B2-135. On note que la différence entre les deux lois ajustées (pour  $R = 0.6$ ) est relativement faible.



**Fig. IV.16** – Comparaisons entre les résultats du grade S-135 de Dale et ceux de nos essais du B2-135

### IV.4.3 Choix de la taille initiale de la fissure

La taille initiale de fissure est une donnée du modèle. Nous proposons de considérer que la taille initiale de la fissure comme étant la dimension minimale de la fissure que les techniques d'inspection actuelles des tiges peuvent détecter.

D'après Dale (1989), le processus d'inspection pour les tiges de forage permet de construire les courbes qui décrivent la probabilité de détection de fissures ( $POD$ , *Probability of Crack Detection*) en fonction de la taille de la fissure (le plus souvent c'est la longueur ou la profondeur de la fissure). La  $POD$  représente les effets combinés des méthodes d'inspection, des facteurs humains, de la variabilité de l'équipement et de la répétabilité des mesures.

La Fig. IV.17 représente les courbes de  $POD$  pour l'inspection électromagnétique ( $EMI$ , *Electromagnetic Inspection Method*) du corps de tige de forage et pour l'inspec-

tion par particule magnétique (*MPI, Magnetic Particle Inspection*) des connexions de tiges.

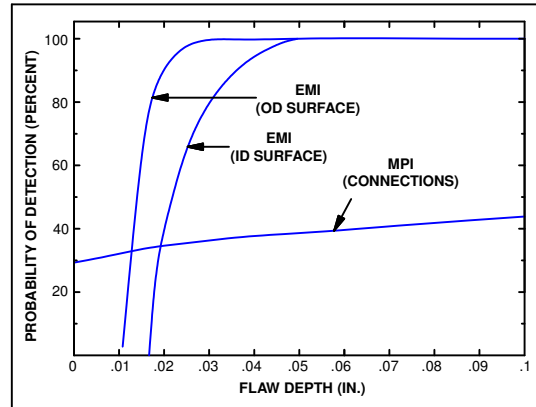


Fig. IV.17 – Probabilité de détection de fissures (Dale, 1989)

Cette figure montre que tous les défauts sur le tube du corps de la tige (à la fois interne et externe) de plus de 0.05" (1.25 mm) de profondeur ont été détectés avec une POD d'environ 99%. Ainsi dans notre modèle, la profondeur initiale  $A_0$  de la fissure est choisie de 0.05". Les calculs peuvent être réalisés avec différentes valeurs de  $B_0$  (l'autre demi axe de l'ellipse de fissure, voir la Fig. IV.1.b).

## IV.5 Etude de l'évolution de la fissure

### IV.5.1 Cas de chargement ( $\sigma_a, \sigma_m$ ) constants

En utilisant le modèle développé de propagation de fissure, l'étude de l'évolution de la fissure sur un cylindre creux soumis à un moment de flexion rotative  $M$  et une tension  $F$  qui sont constants a été réalisée et publiée dans l'article de Dao et Sellami (2012). Cet article est présenté dans l'annexe D. Nous retiendrons les conclusions importantes suivantes :

- La loi de Paris largement utilisée dans la littérature ne tient pas compte de l'effet de la contrainte moyenne (ou la tension). Afin de surmonter cette limitation, nous avons utilisé la loi de Walker pour le calcul de la propagation de fissure. Les résultats numériques utilisant le modèle développé ont montré le rôle important de la tension sur la croissance de la fissure.
- La fissure a tendance à converger vers une même géométrie finale quelle que soit sa géométrie initiale. Les études de la géométrie finale des fissures ont été effectuées en utilisant le paramètre de la valeur finale du rapport d'aspect de l'ellipse de fissure  $(B/A)_{final}$  (c'est la valeur de  $B/A$  lorsque la profondeur  $A$  atteint l'épaisseur du cylindre). Cette étude a montré que la tension peut réduire la valeur  $(B/A)_{final}$ . En outre,  $(B/A)_{final}$  ne dépend pas du moment de flexion  $M$  dans le cas alterné symétrique. Donc, lorsque  $F = 0$ , le moment de flexion  $M$  n'influence pas  $(B/A)_{final}$ . En revanche, lorsque la tension  $F$  est non nulle, le rapport  $(B/A)_{final}$  semble dépendre du rapport  $M/F$ .

- Une grande partie de la vie en propagation de la fissure correspond à la phase initiale de la croissance de la fissure. Ainsi, on peut considérer que la durée de vie de la propagation de fissure  $N_R$  correspond au nombre de cycles durant lesquels la fissure se développe de la profondeur initiale jusqu'à l'épaisseur du cylindre. Cette définition nous permet de construire les courbes S-N à l'aide de ce modèle. L'analyse de ces courbes S-N obtenues a montré une forte influence de la taille initiale de la fissure et de la tension sur la durée de vie de propagation de la fissure. En revanche, la dimension du cylindre et le choix du deuxième point de propagation des fissures (le point  $P$  sur la Fig. IV.2.b) ont des effets faibles.

### IV.5.2 Effet de chargement ( $\sigma_a, \sigma_m$ ) variables

Nous étudions ensuite l'évolution de la fissure durant des cycles de chargement à amplitude variable. Les données pour les simulations sont les suivantes :

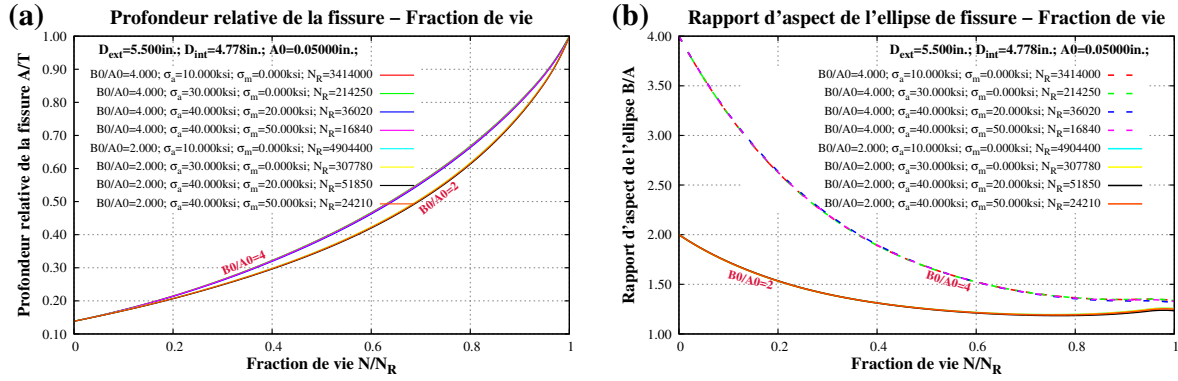
- Le cylindre est de 5.5" de diamètre extérieur et de 4.778" de diamètre intérieur.
- On s'intéresse au grade S135 dont les coefficients de la loi de Walker pour ce grade sont donnés dans le Tab. IV.5.
- Le point  $x_p/H = 0.9$  sur le fond de la fissure est choisi comme le deuxième point de calcul de propagation de la fissure.

Les Figs. IV.18.a et b illustrent les évolutions de la profondeur relative  $A/T$  et du rapport d'aspect de l'ellipse de fissure  $B/A$  en fonction de la fraction de vie  $N/N_R$  (le rapport entre le nombre de cycles de chargement  $N$  et la durée de vie de la propagation de fissure  $N_R$ ). Les courbes de ces figures correspondent à différents cas de chargement ( $\sigma_a, \sigma_m$ ) et de géométrie initiale de la fissure définie par  $B_0/A_0$ . Ces résultats indiquent que les grandeurs  $A/T$  et  $B/A$  pour une géométrie de la fissure initiale donnée ( $A_0$  et  $B_0/A_0$  fixés) ne dépendent que de la fraction de vie  $N/N_R$  et non du chargement ( $\sigma_a, \sigma_m$ ) (toutes choses égales par ailleurs, la durée de vie  $N_R$  dépend du chargement cyclique ( $\sigma_a, \sigma_m$ )). Cette conclusion est importante et permet de montrer que dans le cas d'un cylindre soumis à un chargement variable comprenant différents blocs ( $\sigma_{ai}, \sigma_{mi}$ ), l'évolution de la fissure ne dépend que de la somme des fractions de vie partielles ( $\sum N_i/N_{Ri}$ ) si la géométrie initiale de la fissure est fixée. Dans cette étude, il n'y a pas d'effet de l'interaction des niveaux de chargement (ou de l'historique de chargements) sur la propagation de fissure.

Un exemple de résultats de chargement en trois blocs (Fig. IV.19 et Tab. IV.6) est présenté sur les Figs. IV.20 et IV.21. Nous avons tracé l'évolution de la profondeur relative de la fissure en fonction du nombre de cycles de chargement (Fig. IV.20.a) et de la fraction de vie (Fig. IV.20.b). Les résultats de l'évolution du rapport d'aspect de l'ellipse de fissure sont également présentés sur les Figs. IV.21.a et b. La fissure initiale a des dimensions de  $A_0 = 0.05$ " et  $B_0/A_0 = 4$ . Dans tous les cas étudiés sur ces figures, la somme des fractions de vie ( $\sum N_i/N_{Ri}$ ) à la fin de ces chargements est égale à 0.6.

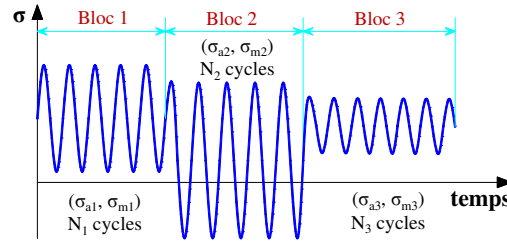
On note sur les Figs. IV.20.a et IV.21.a que toutes les courbes se terminent à la même valeur. On peut conclure que la géométrie finale de la fissure après l'application de ces chargements est la même si la somme des fractions de vie est constante, quels que soient l'ordre de l'application des blocs de chargement, ainsi que le niveau et le





**Fig. IV.18** – Evolutions (a) de la profondeur relative  $A/T$  et (b) du rapport d'aspect de l'ellipse de la fissure  $B/A$  en fonction de la fraction de vie  $N/N_R$

nombre de cycles de chaque bloc. Sur les Figs. IV.20.b et IV.21.b, on note que toutes les courbes sont confondues. Donc l'évolution de la géométrie de la fissure au cours des cycles de chargement ne dépend que de la somme des fractions de vie ( $\sum N_i/N_{Ri}$ ) des cycles déjà appliqués.

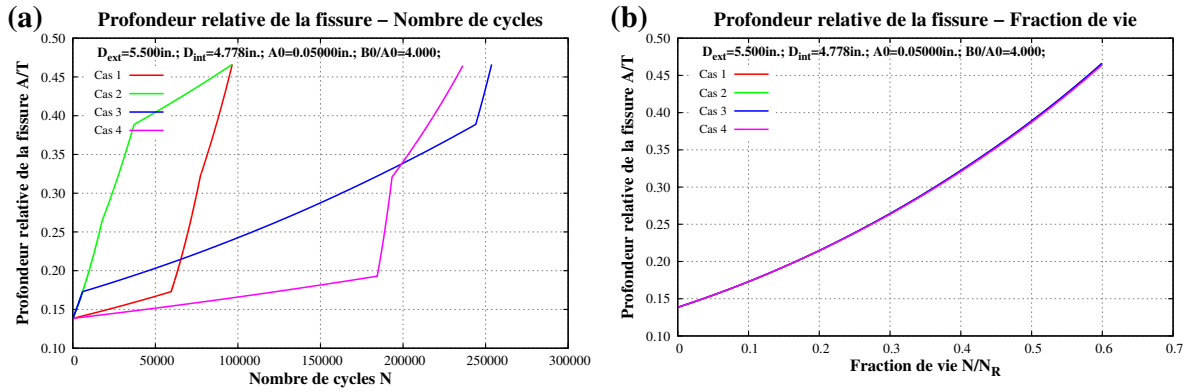


**Fig. IV.19** – Chargement variable de trois blocs pour l'étude de l'évolution de la fissure

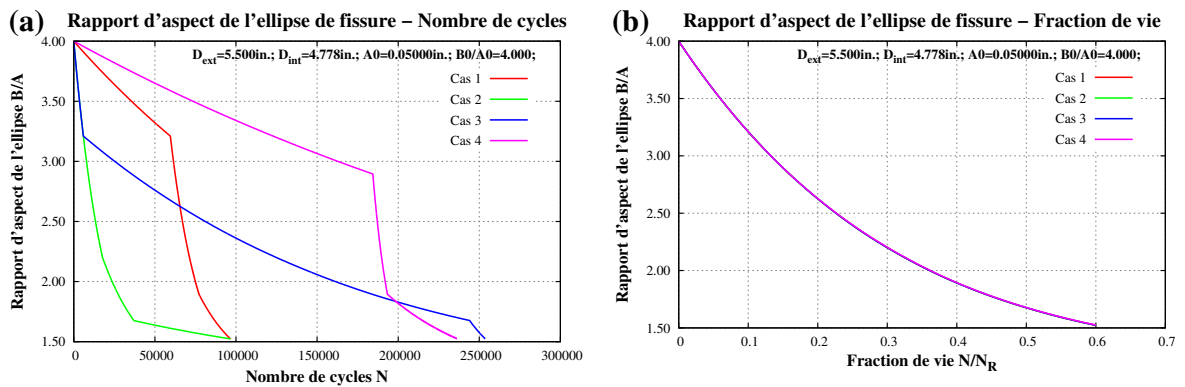
**Tab. IV.6** – Données des chargements variables de trois blocs

Cas	Bloc 1				Bloc 2				Bloc 3			
	σ <sub>a1</sub> (ksi)	σ <sub>m1</sub> (ksi)	N <sub>R1</sub> (cycles)	N <sub>1</sub> /N <sub>R1</sub>	σ <sub>a2</sub> (ksi)	σ <sub>m2</sub> (ksi)	N <sub>R2</sub> (cycles)	N <sub>2</sub> /N <sub>R2</sub>	σ <sub>a3</sub> (ksi)	σ <sub>m3</sub> (ksi)	N <sub>R3</sub> (cycles)	N <sub>3</sub> /N <sub>R3</sub>
1	20	0	595300	0.1	50	0	59140	0.3	20	25	96700	0.2
2	50	0	59140	0.3	20	25	96700	0.2	20	0	595300	0.1
3	50	0	59140	0.1	20	0	595300	0.4	20	25	96700	0.1
4	15	0	1229000	0.15	40	20	36030	0.25	30	0	214260	0.2

On retient donc que dans le cas de chargement variable de différents blocs ( $\sigma_{ai}$ ,  $\sigma_{mi}$ ), pour une fissure initiale donnée, si nous connaissons par avance les durées de vie de propagation de fissure  $N_{Ri}$  (correspondant au chargement  $(\sigma_{ai}, \sigma_{mi})$  du bloc et à la fissure initiale supposée) et les deux relations illustrées sur les Figs. IV.18.a et b, nous pouvons déterminer exactement l'évolution de la fissure au cours des cycles de chargement sans refaire le processus de calcul de propagation de fissure. Ainsi, la géométrie finale de la fissure est déterminée à partir de la somme des fractions ( $\sum N_i/N_{Ri}$ ).



**Fig. IV.20** – Evolutions de la profondeur relative de la fissure  $A/T$  pour les chargements variables de trois blocs



**Fig. IV.21** – Evolutions du rapport d'aspect de l'ellipse de fissure  $B/A$  pour les chargements variables de trois blocs

Cette conclusion semble être en désaccord avec la conclusion sur la convergence du rapport  $B/A$  d'aspect de l'ellipse de la fissure présentée dans la Section IV.5.1. Dans ces résultats, Dao et Sellami (2012) ont fait des calculs avec  $A_0 = 0.005$  in. et  $B_0/A_0 = 1$  ou 2.  $(B/A)_{final}$  est la valeur de  $B/A$  lorsque la profondeur de la fissure  $A$  atteint l'épaisseur du cylindre (donc  $N/N_R = 1$ ). Les auteurs ont montré que  $(B/A)_{final}$  ne dépend pas de la contrainte de flexion  $\sigma_a$  dans le cas alterné symétrique ( $\sigma_m = 0$ ). Lorsque la tension  $\sigma_m$  est supérieure à 0, le rapport  $(B/A)_{final}$  semble dépendre du rapport  $\sigma_a/\sigma_m$  (ou  $M/F$ ). En revanche, si on est d'accord avec la conclusion de la partie précédente, la valeur  $(B/A)_{final}$  doit être inchangée pour tous les cas de chargement.

Pour analyser ce désaccord, nous réalisons des calculs avec une profondeur initiale de la fissure  $A_0 = 0.005$  in. Nous trouvons sur la Fig. IV.22.a qu'en termes d'ensemble, il présente la même conclusion que la partie précédente. Cependant, si nous faisons un zoom dans la zone à la fin des courbes ( $N/N_R \approx 1$ ), nous voyons qu'il y a une petite différence entre ces courbes. Au point  $N/N_R = 1$ , nous retrouvons la même conclusion sur  $(B/A)_{final}$  présentée dans l'Annexe D.

La différence de ces courbes est petite par rapport à la variation totale de  $B/A$  (Fig IV.22.a). Donc si on considère que cette différence n'est pas importante, nous pouvons la négliger et garder la même conclusion sur l'indépendant des niveaux de chargement.

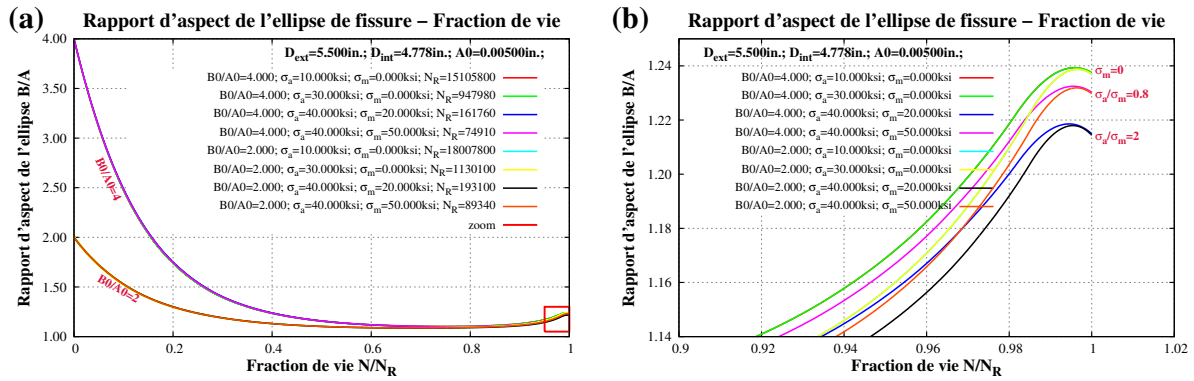


Fig. IV.22 – Evolutions du rapport d'aspect de l'ellipse de la fissure  $B/A$  en fonction de la fraction de vie  $N/N_R$  ( $A_0 = 0.005''$ ).

## IV.6 Synthèse

Le modèle de propagation de fissure développé permet de prédire l'extension de la fissure dans la tige en cours de sa rotation en fonction des cycles de chargement. Ce modèle est basé sur les éléments suivants :

- Il faut utiliser une loi de propagation de fissure du matériau de la tige, ajustée sur des résultats d'essai de propagation de fissure de fatigue de laboratoire sur des petits échantillons. En effet, une campagne de caractérisation des principaux aciers utilisés à l'heure actuelle dans l'industrie forage a été réalisée pour déterminer les paramètres de la loi utilisée.
- La tige de forage est considérée comme un cylindre creux en rotation soumis à un moment de flexion dû à la courbure du puits et à un effort axial. Dans la littérature, il n'existe pas à ce jour de modèle de propagation de fissure prenant en compte l'effet de la combinaison du moment de flexion et de l'effort axial qui s'exercent sur la tige. Le modèle développé permet de franchir cette limitation.
- Les paramètres géométriques de la fissure doivent être choisis pour utiliser ce modèle. Dans le cas des tiges de forage soumises à un moment de flexion et à une force axiale, nous avons adopté une fissure semi-elliptique débouchant sur la surface extérieure et demeurant dans le plan de la section droite de la tige.
- Le Facteur d'Intensité de Contraintes (FIC) est le paramètre principal qui régit la propagation de fissure. Nous avons modélisé un cylindre creux fissuré à l'aide du logiciel CASTEM et calculé le FIC en utilisant la méthode G-thêta.
- L'évolution par fatigue de la fissure sur la tige est déterminée par un calcul incrémental utilisant le logiciel ABIS. La taille initiale de la fissure, donnée d'entrée du calcul, a une influence non négligeable sur l'évaluation de la vie d'une structure soumise à des sollicitations cycliques.

En comparaison avec le modèle de fatigue cumulative développé dans le chapitre précédent, ce modèle ne nécessite que la connaissance des coefficients de la loi de propagation de fissure d'un matériau qui peuvent être déterminés simplement par des essais norma-

lisés et sur de petits échantillons. Rappelons que les essais pour déterminer la courbes S-N des tiges à l'échelle réelle sont très complexes et coûteux.

L'étude de l'évolution d'une fissure dans la tige soumise à un moment de flexion rotative et un effort axial a conduit à plusieurs conclusions importantes : (i) la taille initiale de la fissure et la tension peut influencer fortement la vie de propagation de la fissure ; (ii) la fissure a tendance à converger à une même géométrie finale quelle que soit sa géométrie initiale ; (iii) il n'y a pas d'effet de l'interaction de niveaux de chargement sur la propagation de fissure, l'évolution de la géométrie de la fissure ne semble dépendre que de la somme des fractions de vie ( $\sum N_i/N_{Ri}$ ) des cycles déjà appliqués et non des niveaux ni de l'ordre des chargements variables.

Nous venons de présenter deux techniques ("modèles") permettant d'analyser et de prédire les ruptures par fatigue des tiges de forage. Il est donc normal de terminer ce travail de recherche par une application à au moins un cas réel (objet du chapitre suivant).



CHAPITRE

V

APPLICATIONS À UN CAS PRATIQUE

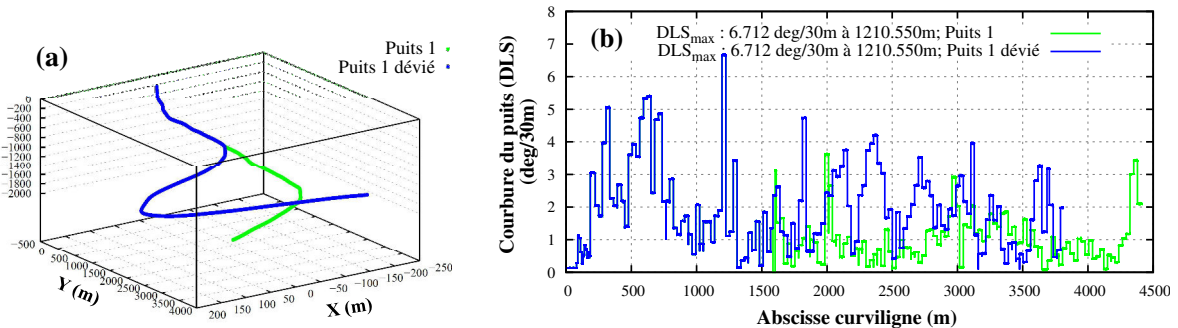


## V.1 Description du cas de rupture étudié

Il est très difficile de disposer de données sur des cas réels de rupture de garnitures de forage. Nous avons eu la chance d'accéder à un cas réel de défaillance de type "washout" d'une tige de forage qui peut être causée par le phénomène de fatigue. Une fissure de fatigue peut s'amorcer et se développer sur la tige jusqu'à atteindre toute son épaisseur. Cela cause l'apparition d'un petit trou et donc l'écoulement de la boue de forage à travers l'épaisseur de la tige. Ensuite, la fissure grandit sous l'effet du chargement cyclique couplé à l'érosion corrosive de l'écoulement de boue sous haute pression. S'il n'est pas détecté, ce phénomène peut causer rapidement la rupture de la garniture de forage et une perte financière très importante.

Un premier puits (puits 1) a été foré jusqu'à une profondeur mesurée (MD) de 4435 m. Ensuite, on a réalisé une déviation à partir de 1618 m de MD. A 3086 m, la garniture de forage a été remontée du puits dévié pour expertiser une chute de pression. Une défaillance de type "washout" a été identifiée à 830 m de MD sur la garniture (ou 2254 m au dessus de l'outil de forage). La tige rompue n'a donc passé que les premiers 830 m du forage.

Les trajectoires de ces deux puits sont illustrées sur la Fig. V.1.a et l'évolution de la courbure (DLS) en fonction de l'abscisse curviligne sur la Fig. V.1.b.



**Fig. V.1** – (a) Trajectoire et (b) Evolution de la courbure (DLS) par rapport à l'abscisse curviligne des puits étudiés

Les valeurs de courbure sont faibles en comparaison de celles considérées dans l'étude de sensibilité présentée dans la section III.4. Cependant, elles restent relativement importantes allant jusqu'à  $7^\circ/30\text{m}$  dans les deux puits. De plus, du fait que la tige rompue est très éloignée de l'outil (à 2254 m de l'outil), la tension dans la tige est donc très grande sous l'effet du poids propre de la garniture et ceci peut causer des cumuls de fatigue importants même si les courbures restent modérées.

Le Tab. V.1 présente les phases principales de forage de ces deux puits avant de détecter cette défaillance de "washout". Chaque phase utilise une garniture différente.



Tab. V.1 – Les phases de forage avant la détection du “washout”

Puits	Etape du forage		Diamètre du trou (in.)	Diamètre du tubage (in.)	N° de la BHA utilisée
	MD début (m)	MD fin (m)			
Puits 1	0	296	17 1/2	13 3/8	1
	296	1426	17 1/2	13 3/8	2
	1426	1602	17 1/2	13 3/8	3
	1602	1610	12 1/4	9 5/8	4
	1610	3686	12 1/4	9 5/8	5
	3686	3689	8 1/2		7
	3689	4435	8 1/2		8
Puits 1 dévié	1618	3086	12 1/4	9 5/8	11

## V.2 Vérification par règles pratiques

Dans cette partie, nous étudions ce cas de défaillance par le calcul de la courbure maximale permise recommandé dans la norme API RP 7G (voir la Section II.3.1). Pour ce calcul, nous avons besoin de connaître la tension dans la tige qui est déterminée par le logiciel ABIS. Nous utilisons la limite d’endurance pour le grade S135 dans l’environnement corrosif en baissant de 40% la valeur pour l’environnement non-corrosif (voir API RP 7G).

La Fig. V.2 représente la courbure maximale permise et la courbure du puits (moyenne le long de la tige étudiée) en fonction de la profondeur de la tige (située à 2251 m au dessus de l’outil) durant le forage du puits 1 dévié. On note qu’il y a des sections du puits dans lesquelles la courbure du puits dépasse la courbure maximale permise pour la tige étudiée. Ceci montre la nécessité d’effectuer d’autres calculs de fatigue par nos modèles développés afin de vérifier cette défaillance de la tige.

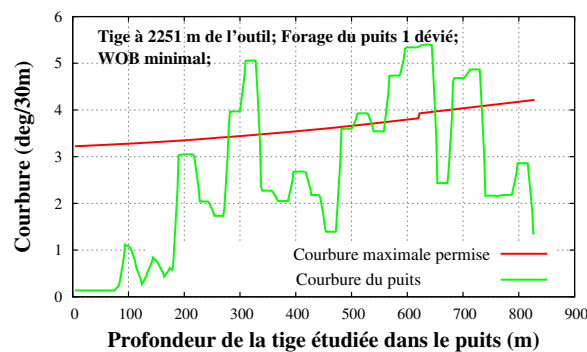


Fig. V.2 – Vérification par règles pratiques (courbure maximale permise)

## V.3 Calcul du cumul de fatigue

### V.3.1 Démarche

Pour analyser cette défaillance à partir de calculs du cumul de fatigue durant le forage, nous avons formulé les hypothèses suivantes :

- La tige rompue a pu être utilisée pour forer le puits 1 avant de réaliser le forage dévié. Cependant, nous ne connaissons pas l'historique de son utilisation. Le calcul du cumul de fatigue de la tige étudiée nécessite de connaître sa position dans la garniture lors du forage du puits 1 avant déviation. Cinq positions possibles de la tige étudiée ont été considérées. Les résultats sont présentés dans l'annexe E (Figs E.1 et E.2).
- Nous ne connaissons pas avec précision les paramètres opératoires au cours du forage. Seule leur plage de valeurs le long d'un grand intervalle de forage a été notée dans le rapport préparé par la société de forage et mise à notre disposition. Nous avons par conséquent fait varier ces paramètres opératoires pour les calculs du cumul de fatigue. Les données retenues pour les calculs sont les suivantes :
  - Deux scénarios ont été proposés pour les poids sur l'outil (WOB) : les valeurs minimales et moyennes données dans le rapport de forage. Exemple : dans l'intervalle de forage de 1000 à 1100 m de MD, le WOB varie entre 3 et 7 tonnes. Donc pour tous les pas de calcul de fatigue dans cet intervalle de forage, on prend pour le WOB les valeurs 3 tonnes (scénario du WOB minimal) et  $(3+7)/2=5$  tonnes (scénario du WOB moyen).
  - Les vitesses d'avancement de l'outil (ROP) sont celles données dans le rapport de forage.
  - Les valeurs maximales des vitesses de rotation (RPM) ont été retenues.
  - Les valeurs moyennes pour les couples à l'outil (TOB) ont été utilisées.
- On note dans le Tab. V.1 que certaines phases de forage du puits 1 ont des longueurs courtes. Ainsi, pour les calculs du cumul de fatigue, nous n'avons considéré que les phases de forage les plus importantes comme présenté dans le Tab. V.2.

**Tab. V.2** – Les phases de forage pour le calcul du cumul de fatigue

Puits	Calcul du cumul de fatigue		Remarques
	MD in (m)	MD out (m)	
Puits 1	1602	3686	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Le calcul est réalisé pour différentes positions de la tige sur la garniture.</li> <li>- Différents scénarios de paramètres opératoires durant le forage sont proposés.</li> </ul>
	3686	4435	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Le calcul est réalisé pour différentes positions de la tige sur la garniture.</li> <li>- Différents scénarios des paramètres opératoires durant le forage sont proposés.</li> </ul>
Puits 1 dévié	1618	3086	<ul style="list-style-type: none"> <li>- La tige suivie se situe à la position de 2251 m de l'outil.</li> <li>- Différents scénarios de paramètres opératoires durant le forage sont proposés.</li> </ul>

- Les tiges utilisées sont de diamètre extérieur de  $5\frac{1}{2}$ " et de grade S135. La courbe S-N a été établie à partir des données du Tab. III.2 (approche de la machine de Moore).
- Les coefficients de frottement dans les calculs d'ABIS ont été fixés à 0.3 et 0.4 respectivement pour les frottements tige-casing ou tige-roche.

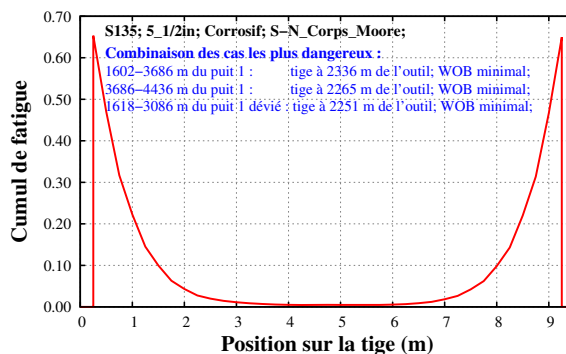
### V.3.2 Résultats des simulations

Les résultats de la répartition du cumul de fatigue le long de la tige en fin de chaque étape de forage sont présentés dans la section E.1 de l'annexe E (Figs. E.1 à E.3). Dans tous les cas, les zones les plus dangereuses se situent au voisinage des connexions. En effet, les tiges suivies sont loin de l'outil, la tension dans la tige est donc assez grande et la contrainte de flexion maximale se situe au voisinage des connexions.

En analysant les résultats obtenus, on peut noter les points suivants :

- Parmi tous les calculs de la phase 1602-3686 m du puits 1 (Fig. E.1), le cumul le plus important correspond à celui de la tige à 2336 m de l'outil avec le scénario du WOB minimal. Le cumul de fatigue atteint son maximum de 29% au point  $X_p = 0.25$  m de cette tige.
- Dans la phase 1618-3086 m du puits 1 dévié, nous connaissons la position de la tige rompue dans la garniture. Les calculs n'ont donc été réalisés que pour la tige rompue située à 2251 m de l'outil. Le cumul de fatigue atteint son maximum de 36% au point  $X_p = 0.25$  avec le scénario du WOB minimal (Fig. E.3).
- Dans la phase 1602-3686 m du puits 1 présentant des cumuls de fatigue importants, plus la tige est loin de l'outil, plus le cumul de fatigue est grand, même si la tige a parcouru une distance plus courte dans le puits. Ce point peut être expliqué par l'influence de la contrainte moyenne dans la tige qui dépend de la position de cette dernière sur la garniture.
- Parmi les scénarios possibles des paramètres opératoires, celui du WOB minimal est le plus dangereux ; le cumul de fatigue a tendance à augmenter lorsque le WOB diminue correspondant aux cas des tiges dans lesquelles la tension est très grande.

En combinant les cas les plus dangereux dans chaque phase de forage, on obtient le cumul de fatigue présenté sur la Fig. V.3. Le cumul maximal est atteint à proximité des connexions, et vaut 65% au point  $X_p = 0.25$  m.

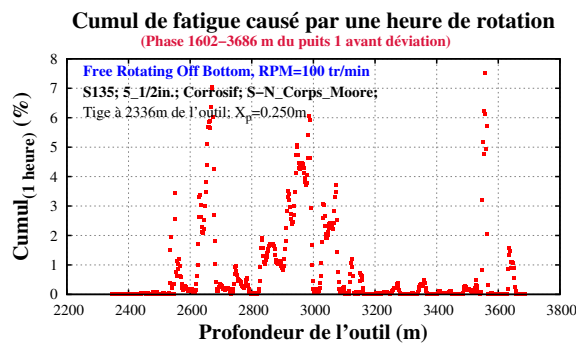


**Fig. V.3** – Répartition le long de la tige du cumul de fatigue en fin de forage : Combinaison des cas les plus dangereux

Au cours d'un forage réel, de très nombreuses heures de travail sont consacrées à des opérations de manœuvre de forage comme la remontée et la descente de la garniture ou le nettoyage du puits par faisant tourner la garniture sans forer. Dans ces cas, la

tige est encore dans le puits et sa rotation peut accroître son cumul de fatigue. Pour quantifier l'impact de ces manœuvres sur le cumul de fatigue, on a étudié le cas où le train de tiges tourne sans forer, c'est-à-dire sans que l'outil ne soit en contact avec le fond du trou. La Fig. V.4 représente le cumul de fatigue après une heure de rotation avec une vitesse de rotation de 100 tr/min. Un exemple d'utilisation de ce graphique est le suivant : si l'outil de forage est à 3556 m de profondeur, une heure de rotation à 100 tr/min peut consommer jusqu'à 7.5% de durée de vie en fatigue au point  $X_p = 0.25$  m de la tige située à 2336 m de l'outil.

A noter que l'évolution présentée sur cette figure reflète l'évolution de la courbure du puits foré. On trouve dans l'annexe E les calculs des différentes phases de forage (Figs. E.4-E.6).



**Fig. V.4** – Cumul de fatigue après une heure de rotation (Point  $X_p = 0.250m$  sur la tige à 2336 m de l'outil ; phase 1602-3686 m du puits 1 avant déviation)

Comme nous l'avons vu précédemment, la loi de Miner traduit que la ruine de la structure se produit lorsque le cumul de l'endommagement vaut l'unité. Cependant, la valeur maximale du cumul de fatigue calculée pour la tige rompue n'atteint que 65%. Cela peut être expliqué par les raisons suivantes :

- (i) La dispersion du cumul de fatigue au moment de la ruine présente toujours un grand problème dans l'estimation du phénomène de fatigue d'une structure ;
- (ii) Nous ne disposons pas de courbe S-N déterminée expérimentalement pour la tige étudiée. Nous avons utilisé le modèle de Sathuvalli *et al.* (2005) pour construire cette courbe ;
- (iii) L'historique de l'utilisation de la tige est très important pour évaluer son cumul de fatigue durant sa vie. Dans le cas pratique étudié, nous ne disposons pas d'informations sur l'historique de la tige rompue avant son utilisation dans le forage du puits 1 ;
- (iv) Comme présenté plus haut, les manœuvres de forage peuvent causer une augmentation du cumul de fatigue. Ces manœuvres prennent des dizaines d'heures, leur enregistrement aurait permis de mieux renseigner le calcul du cumul de fatigue des tiges.

## V.4 Calcul de la propagation de fissure

### V.4.1 Démarche

On reprend le cas réel analysé plus haut à partir de simulations par le modèle de calcul de la fatigue cumulative. Les dimensions de la tige rompue sont :  $D_{ext,corps} = 5.5''$  ;  $D_{int,corps} = 4.778''$  ;  $D_{ext,Raccord} = 7.25''$  ;  $D_{int,Raccord} = 4''$ . L'épaisseur du corps de la tige est de  $0.361''$ .

Les coefficients de la loi de Walker pour le grade API S135 et pour le nouveau grade B2-135 mis au point par la société VAM Drilling, utilisés pour le calcul de la propagation de fissure, sont donnés dans le Tab. V.3.

**Tab. V.3** – Coefficients de la loi de Walker pour S135 et B2-135 utilisés dans les calculs ( $da/dN$  en  $m/cycle$  et  $\Delta K$  en  $MPa.m^{1/2}$ )

Grade	C	m	$\lambda$
<b>S135</b>	$2.0195 \times 10^{-11}$	2.52	0.8
<b>B2</b>	$8.9739 \times 10^{-12}$	2.784	0.784

Pour le forage du puits 1, nous analysons une tige supposée être située soit à 2050 m de l'outil de forage soit à 2250 m. La tige rompue est située à 2251 m de l'outil lors du forage du puits 1 dévié. On ne considère que le scénario du WOB minimal.

Les calculs de propagation de fissure sont réalisés pour différents points le long de la tige étudiée. Avant le forage du puits 1, chaque point considéré est supposé contenir une fissure initiale (ellipse d'axes  $A0$ ,  $B0$ ). Comme expliqué dans la Section IV.4.3, nous considérons une fissure initiale de  $0.05''$  ( $1.25$  mm) pour  $A0$  et de différentes valeurs pour  $B0$ .

Le point  $x_p/H = 0.8$  sur le fond de la fissure est choisi comme le deuxième point de calcul de propagation de fissure (voir la Fig. IV.1.b).

### V.4.2 Résultats de simulations

La géométrie de la fissure en fin d'une phase de forage est retenue comme étant la géométrie pour les calculs de la phase suivante. Les Figs. V.5.a, c et e représentent la profondeur de fissure (en ") à différents points sur la tige en fin de chaque phase de forage et pour différentes valeurs du rapport  $B0/A0$ . Ces calculs ont été réalisés avec les coefficients de la loi de propagation de fissure du grade S135.

La contrainte de flexion est généralement maximale à proximité des connexions dans le cas d'une tige soumise à une grande tension. Ainsi, la croissance de fissure est importante au voisinage des connexions et très faible au milieu de la tige. D'autre part, il est évident que plus le rapport  $B0/A0$  est grand, plus la croissance de la fissure est importante.

Les figures V.5.b, d et f illustrent l'évolution de la profondeur de la fissure au point  $X_p = 0.25$  m de la tige étudiée (le premier point du corps de la tige) durant le forage. Ces résultats montrent des augmentations considérables de la profondeur de la fissure lors du passage de la tige à travers les courbures les plus importantes.

La courbe du cas 4 sur la Fig. V.5.f présente un segment plat en fin de forage. Ceci est dû au fait que les calculs ont été arrêtés car la profondeur de fissure a atteint l'épaisseur du tube. La tige est considérée rompue en ce point ; cette fissure traversant l'épaisseur du tube peut évoluer rapidement en un *washout* sous l'effet de corrosion et de l'écoulement de la boue de forage sous haute pression. D'après ces résultats présentés, seule la fissure initiale caractérisée par un rapport  $B0/A0 = 6$  a atteint la rupture en fin de forage. Cette situation a été atteinte à la profondeur de 2964 m dans le forage du puits 1 dévié pour le grade S135, ce qui est compatible avec le cas réel dans lequel la rupture a été observée sur cette tige lorsque la profondeur du puits 1 dévié a atteint 3086 m.

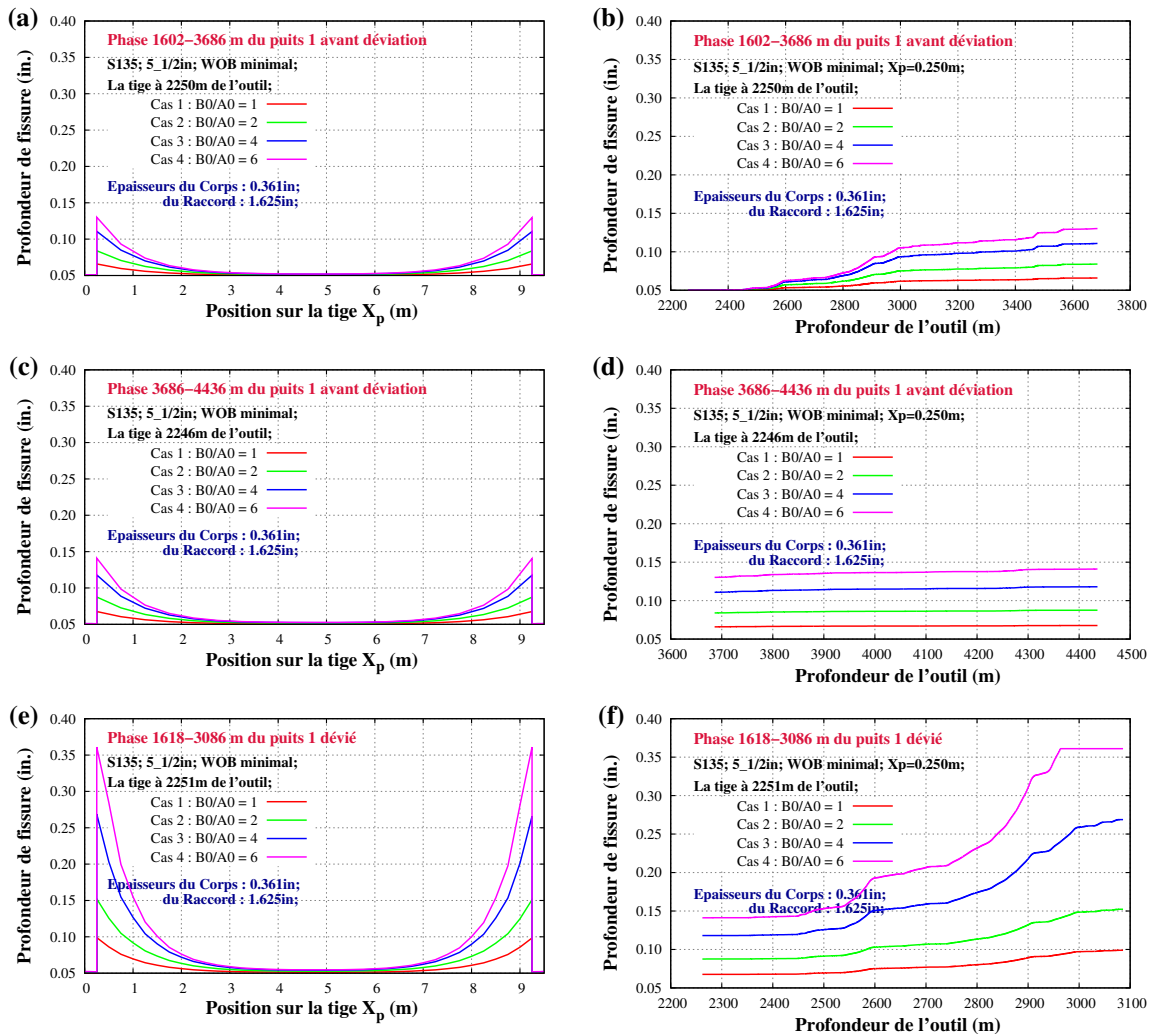


Fig. V.5 – Profondeur de la fissure en fin de chaque étape de forage pour différents points sur la tige (à gauche) et Evolution de la fissure au point  $X_p = 0.25$  m au cours du forage (à droite) (Grade S135)

Les cas les plus dangereux sont montrés sur la Fig. V.6 pour les deux grades S135 et B2-135. La position de la tige dans chaque phase de forage est portée sur les figures. On note que la profondeur de la fissure atteint l'épaisseur du corps de la tige à partir de la profondeur de forage de 2964 m pour le puits 1 dévié avec le grade S135, et de 3076 m avec le grade B2-135 qui présente un meilleur comportement. En particulier à cause du fait que les chargements dans la tige étudiée sont assez faibles de sorte que les vitesses de propagation de fissure restent dans la zone où le grade B2-135 est plus résistant que le S135 (voir la Fig. IV.16).

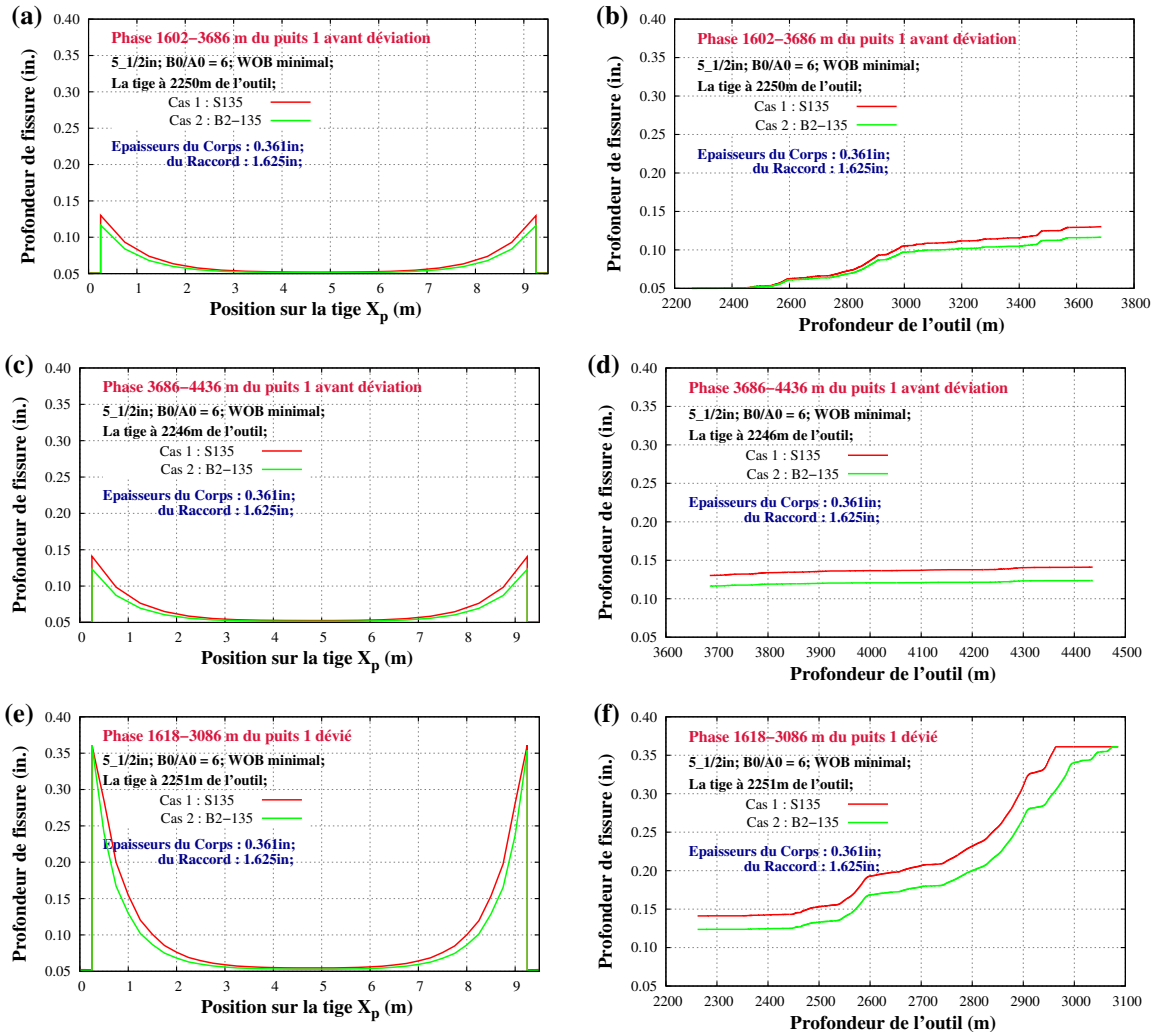


Fig. V.6 – Profondeur de la fissure en fin de chaque étape du forage à différents points sur la tige (à gauche) et Evolution de la fissure au point  $X_p = 0.25$  m durant le forage (à droite) (Comparaison entre les deux grades S135 et B2-135)

Les Figs. V.7 représentent un exemple d'évolution de la géométrie de fissure durant le forage pour le point  $X_p = 0.25$  m de la tige (à proximité de la connexion). La géométrie d'une ellipse est caractérisée par le rapport de ses deux axes  $B/A$ . Comme déjà mentionnée dans la section IV.5, la fissure semble converger au fût et à mesure de l'évolution du forage vers une même géométrie finale et ce pour n'importe quel état initial ( $A_0$ ,  $B_0$ ).

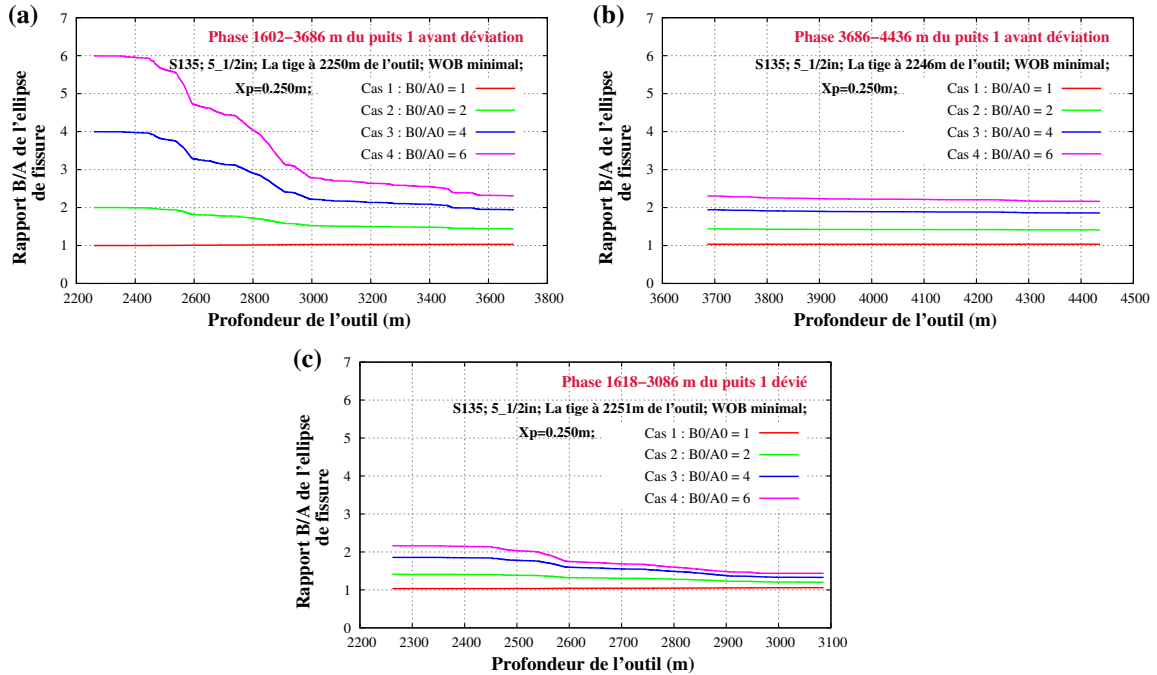


Fig. V.7 – Evolution du rapport  $B/A$  de l'ellipse de fissure durant le forage

## V.5 Conclusion

Une application du modèle de cumul de fatigue à un cas réel de rupture de tige a été présentée. L'analyse conduite a montré que la fatigue peut être la cause principale de cette défaillance de type “washout” (avec un cumul de fatigue allant jusqu'à 65%). Nous avons également montré l'importance sur le cumul de fatigue d'une part de l'historique de l'utilisation des tiges et d'autre part des opérations de manœuvre de forage.

Une analyse de ce cas réel a ensuite été conduite à l'aide du modèle de propagation de fissure. Cette analyse a permis de conclure que sous certaines conditions du forage, une fissure peut évoluer à travers la paroi de la tige, ce qui peut être à l'origine d'une défaillance de type “washout” sous l'effet combiné de la croissance de la fissure par fatigue et de l'érosion corrosive due à l'écoulement de la boue de forage. Les effets corrosifs de différents types de boue n'ont pas été abordés ici, de même que d'éventuels effets de torsion ainsi que ceux des vibrations dans la garniture sur le processus de la propagation de fissure. Ces problèmes restent encore à élucider.





CONCLUSION GÉNÉRALE ET  
PERSPECTIVES



La rupture du train de tiges au cours du forage est un problème persistant et très coûteux pour l'industrie pétrolière. L'analyse de différents cas de rupture des tiges de forage montre que la fatigue en est la cause principale. Les ruptures causées par la surcharge en torsion ou en tension restent toutefois limitées, car leurs causes sont bien connues et peuvent être aisément prédites et corrigées. En revanche, les ruptures par fatigue sont plus difficiles à appréhender. Notre travail s'est inscrit dans le cadre d'un vaste programme de recherche sur le forage pétrolier au Centre de Géosciences de MINES ParisTech. Son objectif principal était d'élaborer une méthodologie et les modèles numériques qui permettent d'évaluer la fatigue dans les tiges durant les opérations de forage de puits à trajectoire complexe.

L'étude bibliographique sur les différentes règles utilisées par le métier pour les calculs des tiges de forage vis-à-vis de la fatigue a révélé la nécessité de disposer de nouveaux modèles plus élaborés. Ces modèles doivent comprendre une méthode plus précise et robuste pour le calcul des contraintes dans les tiges aussi qu'une méthode de calcul de la fatigue permettant de mieux prendre en compte les paramètres principaux du forage. Deux modèles de fatigue des tiges durant le forage ont été développés dans le cadre de ce travail de thèse : le premier est basé sur le calcul du cumul de fatigue et le second sur le calcul de la propagation de fissure dans la tige.

Les différentes sources de chargement cyclique que subissent les tiges au cours du forage sont les vibrations dans la garniture, la rotation de la tige en flambage, et la rotation de la tige dans une partie courbée du puits. Dans le cas du forage d'un puits à trajectoire complexe, la dernière source est la plus importante. Nous nous sommes intéressés à cette cause pour évaluer la fatigue des tiges.

Les deux modèles développés se basent sur un algorithme de calcul incrémental permettant de simuler l'évolution du forage en fonction du temps. Nous pouvons donc suivre n'importe quel point de la garniture et quantifier " la tenue en fatigue " en ce point durant le forage. Par ailleurs, nous utilisons dans cet algorithme le logiciel ABIS développé au Centre de Géosciences pour déterminer les contraintes en tout point dans la garniture et à tout moment au cours du forage. Ce logiciel a montré ses avantages avec une bonne précision et/ou un gain important en temps de calcul vis-à-vis des autres modèles existants dans la littérature dans le cas des puits à trajectoire complexe.

Le premier modèle que nous avons élaboré est celui du calcul du cumul de fatigue des tiges durant le forage. Pour le développer, il a été nécessaire d'une part de mener une large étude bibliographique pour recueillir des données de fatigue et établir une base de données sur les courbes S-N des tiges, et d'autre part de mettre en œuvre une procédure de calcul incrémental pour calculer le cumul de fatigue en utilisant la loi de Miner. Nous avons également considéré différents paramètres pouvant influencer la durée de vie en fatigue d'une tige comme l'environnement corrosif de la boue de forage et la contrainte moyenne dans les tiges au cours du forage. L'analyse de sensibilité du cumul de fatigue des tiges réalisée avec ce modèle a permis de comprendre les effets des différents paramètres qui rentrent en jeu lors du forage (grade d'acier, dimensions de la tige, poids à l'outil de forage, position de la tige sur la garniture). Le rôle prépondérant des courbures de la trajectoire sur le cumul de fatigue a été clairement montré. Ces courbures étant en partie fonction de la méthode de forage, il y a donc intérêt à les réduire pour minimiser le risque de rupture par fatigue.

Le second modèle de propagation de fissure a été développé afin de surmonter

certaines limitations du modèle de calcul du cumul de fatigue, en particulier la difficulté de disposer des courbes S-N des tiges et de définir un critère de rupture cohérent pour la loi de Miner. Ce modèle repose sur l'utilisation d'une loi de propagation d'une fissure basée sur la mécanique linéaire élastique de la rupture. La tige de forage est considérée comme un cylindre creux en rotation soumis à un moment de flexion dû à la courbure du puits de forage et à une force axiale. L'élaboration de ce modèle de propagation de fissure a nécessité le développement de plusieurs étapes. D'abord, nous avons effectué de très nombreuses simulations numériques d'un cylindre fissuré par la méthode des éléments finis (code CASTEM) afin de déterminer le facteur d'intensité des contraintes K, paramètre qui intervient dans la loi de propagation de fissure. Après avoir démontré la grande importance de la contrainte moyenne durant le forage pétrolier, nous avons été amené à réaliser une large campagne d'essais de caractérisation au laboratoire de plusieurs nouveaux grades d'aciers mis sur le marché, et ceci en appliquant différents rapports de contraintes au cours des essais. Les résultats de ces essais nous ont permis d'ajuster la loi de Walker qui prend en compte cet effet de la contrainte moyenne. Enfin, nous avons développé un calcul incrémental permettant de prédire l'extension de la fissure dans une tige en rotation en fonction des cycles de chargement. La base de données ainsi construite est utilisée dans l'algorithme de calcul incrémental en cours de forage pour simuler l'évolution de la fissure sur une tige choisie, au cours de l'opération de forage.

L'étude de sensibilité du modèle d'évolution d'une fissure dans un cylindre en rotation soumise au chargement combiné d'un moment de flexion et d'un effort axial a montré que la taille initiale de la fissure et la tension dans la tige sont les facteurs qui influencent le plus fortement la vie de propagation de la fissure. Au cours de son évolution, la fissure a tendance à converger vers une même géométrie finale quelle que soit sa géométrie initiale. De plus, on a pu montrer que dans le cas de chargements cycliques variables, il n'y a pas d'effet de l'interaction des niveaux de chargement sur la propagation de fissure ; l'évolution de la géométrie de la fissure ne semble dépendre que de la somme des fractions de vie ( $\sum N_i/N_{Ri}$ ) des cycles déjà appliqués et non des niveaux ni de l'ordre des chargements variables.

Pour valider ces deux modèles développés, nous les avons appliqués à l'analyse d'un cas réel de rupture de tige de type " *washout* ". Cette analyse a montré l'importance des courbures du trou que la tige a traversé durant le forage, de même que l'influence très importante de la tension dans la tige sur l'évaluation de la fatigue. La tension dans la tige peut influencer sa tenue en fatigue de deux façons : d'une part elle peut modifier le comportement en fatigue du matériau (diminuer la durée de vie en fatigue ou augmenter la vitesse de propagation de fissure), et d'autre part elle peut changer la contrainte de flexion ainsi que sa distribution sur une tige de forage dans une courbure du puits. Un autre point important soulevé au cours de cette analyse porte sur la nécessité de connaître avec précision l'historique d'utilisation de chacune des tiges au cours de sa vie. Ceci doit inclure non seulement les trajectoires de forage à travers lesquelles a passé chaque tige mais aussi les conditions de forage auxquelles a été soumise la tige. En réalité, toutes ces informations existent dans la pratique du forage, la difficulté réside surtout dans l'attribution à chaque tige ses propres informations tout au long de sa vie, car cela nécessite de référencier chaque tige.

Ce travail de thèse ouvre les perspectives suivantes :

- Le modèle de calcul de cumul de fatigue nécessite de disposer des courbes S-N des tiges étudiées, courbes dont la réalisation est difficile et coûteuse. L'idéal serait de construire ces courbes à partir d'essais sur des tiges en modèle réduit et de développer une méthode d'extrapolation des résultats à échelle réelle. Le centre de Géosciences a développé récemment un banc d'essais sur des tiges en modèle réduit pour étudier le flambage et les vibrations d'un train de tiges de 15 m de longueur. Il serait intéressant de développer une procédure permettant d'utiliser ce banc pour produire des courbes S-N des tiges de forage.
- Etant donné les dispersions des résultats d'essais pour construire les courbes S-N, il nous semble important de développer une approche probabiliste cohérente du phénomène de fatigue.
- La taille initiale de la fissure est une donnée très importante pour le modèle de calcul de propagation de fissure des tiges de forage. Elle peut influencer fortement la durée de vie restante de fatigue d'une tige. Nous avons proposé au cours de ce travail de fixer comme taille initiale de la fissure sur les tiges la limite inférieure des tailles détectables par les techniques d'inspection classiques des tiges de forage. Nous n'avons alors considéré que les techniques classiques et il faudrait analyser de nouvelles techniques d'inspection ainsi que leur probabilité de détection des fissures.
- Dans les deux modèles développés, nous n'avons considéré que les sollicitations axiales et en flexion des tiges. Or, au cours du forage, les tiges sont soumises aussi à des torsions ainsi qu'à des vibrations parfois très sévères. Il serait alors intéressant d'essayer d'introduire ces sollicitations dans les modèles de fatigue.



# BIBLIOGRAPHIE

API RP 7G-2, Recommended Practice for Inspection and Classification of Used Drill Stem Elements, a. Aug 2009.

API RP 7G, Recommended Practice for Drill Stem Design and Operation Limits, b. Aug 1998.

API Spec 5D, Specification for Drill Pipe, c. 5th Edition, Oct 2001.

API Spec 7, Specification for Rotary Drill Stem Elements, d. 40th Edition, Mar 2002.

ASTM E647, Test Method for Measurement of Fatigue Crack Growth Rates.

*Drilling Engineering Course.* Department of Petroleum Engineering, Heriot-Watt University.

ISO 10407-2 :2008, Petroleum and natural gas industries - Rotary drilling equipment - Part 2 : Inspection and classification of used drill stem elements, a.

ISO 10407 :1993, Petroleum and natural gas industries - Drilling and production equipment - Drill stem design and operating limits, b.

ISO 11961 :2008, Petroleum and natural gas industries - Steel drill pipe, c.

*Manuel de référence du code ASTER - Taux de restitution de l'énergie en thermo-élasticité linéaire.* No R7.02.01.

*FKM-guideline : Analytical strength assessment of components in mechanical engineering.* Forschungskuratorium Maschinenbau, 2003. ISBN 3816304257 9783816304258. Translation by E. Haibach.

*Deployment of Radio Frequency Identification (RFID) in the oil and gas industry - Part 7 Drill string components.* The Norwegian Oil Industry Association (OLF). OLF Guideline No. 112.



- W. S. BACHMAN : Fatigue testing and development of drill pipe-to-tool joint connections. *World Oil*, 132:104–116, January 1951.
- A. BARYSHNIKOV, S. POLI, F. STEWART et P. FERRARA : Downhole tool serviceability under dynamic loads. Society of Petroleum Engineers, mars 1997. ISBN 9781555634148.
- A. BELAÏD : *Modélisation tridimensionnelle du comportement mécanique de la garniture de forage dans les puits à trajectoires complexes*. Thèse de doctorat, Centre de Géosciences, Mines ParisTech, 2005.
- L. BERTINI, M. BEGHINI, C. SANTUS et A. BARYSHNIKOV : Resonant test rigs for fatigue full scale testing of oil drill string connections. *International Journal of Fatigue*, 30(6):978–988, 2008. ISSN 0142-1123.
- J. A. T. BOURGOYNE, K. K. MILLHEIM, M. E. CHENEVERT et J. F. S. YOUNG : *Applied Drilling Engineering*. Society of Petroleum Engineers, nov. 1986. ISBN 1555630014.
- F. C. CAMPBELL : *Fatigue and Fracture : Understanding the Basics*. ASM International, déc. 2012. ISBN 1615039767.
- A. CARPINTERI et R. BRIGHENTI : Circumferential surface flaws in pipes under cyclic axial loading. *Engineering Fracture Mechanics*, 60(4):383–396, 1998. ISSN 0013-7944.
- A. CARPINTERI et R. BRIGHENTI : A three-parameter model for fatigue behaviour of circumferential surface flaws in pipes. *International Journal of Mechanical Sciences*, 42(7):1255 – 1269, 2000. ISSN 0020-7403.
- A. CARPINTERI, R. BRIGHENTI et A. SPAGNOLI : Part-through cracks in pipes under cyclic bending. *Nuclear Engineering and Design*, 185(1):1 – 10, 1998. ISSN 0029-5493.
- A. CARPINTERI, R. BRIGHENTI et A. SPAGNOLI : Fatigue growth simulation of part-through flaws in thick-walled pipes under rotary bending. *International Journal of Fatigue*, 22(1):1 – 9, 2000. ISSN 0142-1123.
- E. CASTILLO et A. FERNÁNDEZ-CANTELI : *A Unified Statistical Methodology for Modeling Fatigue Damage*. Springer, 2009. ISBN 9781402091827.
- R. B. CHANDLER, M. J. JELLISON, M. L. PAYNE et J. S. SHEPARD : Advanced and emerging drillstring technologies overcome operational challenges. *World Oil*, p. 23–34, October 2006.
- B. A. DALE : An experimental investigation of fatigue-crack growth in drillstring tubulars. *SPE Drilling Engineering*, 3(4):356–362, déc. 1988. ISSN 0885-9744.
- B. A. DALE : Inspection interval guidelines to reduce drillstring failures. *SPE Drilling Engineering*, 4(3):215–222, sept. 1989. ISSN 0885-9744.
- N. H. DAO et H. SELLAMI : Stress intensity factors and fatigue growth of a surface crack in a drill pipe during rotary drilling operation. *Engineering Fracture Mechanics*, 96(0):626 – 640, 2012. ISSN 0013-7944.

- S. DEGALLAIX et I. BERNHARD : *Traité des Matériaux : Tome 2, Caractérisation expérimentale des matériaux : propriétés physiques, thermiques et mécaniques*. PPUR presses polytechniques, fév. 2007. ISBN 9782880745677.
- P. DESTUYNDER, M. DJAOUA et S. LESCURE : Quelques remarques sur la mécanique de la rupture élastique. *Journal de Mécanique Théorique et Appliquée*, 2:113–135, 1983.
- P. DESTUYNDER, P. E. M. DJAOUA, L. CHESNAY et J. C. NEDELEC : Sur une interprétation mathématique de l'Intégrale de rice en théorie de la rupture fragile. *Mathematical Methods in the Applied Sciences*, 3(1):70–87, 1981. ISSN 1099-1476.
- T. J. DOLAN, F. E. RICHART et C. E. WORK : The influence of fluctuations in stress amplitude on the fatigue of metals. vol. 49. ASTM Proceedings, 1949.
- R. J. DONAHUE, H. M. CLARK, P. ATANMO, R. KUMBLE et A. J. MCEVILY : Crack opening displacement and the rate of fatigue crack growth. *International Journal of Fracture Mechanics*, 8(2):209–219, juin 1972. ISSN 0020-7268, 1573-2673.
- N. E. DOWLING : Estimation and correlation of fatigue lives for random loading. *International Journal of Fatigue*, 10(3):179–185, 1988. ISSN 0142-1123.
- D. DUPRAT : Fatigue et mécanique de la rupture des pièces en alliage léger. *Techniques de l'ingénieur Aéronautique*, 1997.
- W. ELBER : Fatigue crack closure under cyclic tension. *Engineering Fracture Mechanics*, 2(1):37–45, 1970. ISSN 0013-7944.
- W. C. FACKLER : *Equivalence techniques for vibration testing*, vol. 9 de *Shock and vibration monograph series*. Shock and Vibration Information Center, U.S. Dept. of Defense, 1972.
- R. G. FORMAN, V. E. KEARNEY et R. M. ENGLE : Numerical analysis of crack propagation in cyclic-loaded structures. *Journal of Basic Engineering*, 89(3):459–464, 1967. ISSN 00219223.
- R. G. FORMAN et S. R. METTU : Behavior of surface and corner cracks subjected to tensile and bending loads in ti-6Al-4V alloy. *ASTM STP 1131, American Society for Testing and Materials*, p. 519–546, 1992. Philadelphia.
- A. M. FREUDENTHAL et R. A. HELLER : On stress interaction in fatigue and a cumulative damage rule : Part i. 2024 aluminum and SAE 4340 steel alloys. Rap. tech. WADC technical report 58-69, Wright Air Development Center, 1958.
- A. GFRERRER et G. P. GLASER : A new approach for most realistic wellpath computation. Society of Petroleum Engineers, sept. 2000. ISBN 9781555639068.
- A. A. GRIFFITH : The phenomena of rupture and flow in solids. *Philosophical Transactions*, 221:163–198, 1920.
- G. Y. GRONDIN et G. L. KULAK : Evaluation of API guidelines for fatigue of drillpipe. Rap. tech. SPE 24225, Society of Petroleum Engineers, 1991a.

- G. Y. GRONDIN et G. L. KULAK : Fatigue of drill pipe. Structural Engineering Report 171, Department of Civil Engineering, University of Alberta, Canada, 1991b.
- G. Y. GRONDIN et G. L. KULAK : Fatigue testing of drillpipe. *SPE Drilling & Completion*, 9(2):95–102, juin 1994. ISSN 1064-6671.
- H. J. GROVER : Cumulative damage theories. *In Wright Air Development Center Symposium on Fatigue of Aircraft Structures, WADC TN 59-507*, p. 207–225. 1959.
- H. J. GROVER : An observation concerning the cycle ratio in cumulative damage. *In Symposium on Fatigue of Aircraft Structures ASTM STP274-EB*, p. 120–124. ASTM International, 1960. ISBN 978-0-8031-6579-3.
- E. HAIBACH : Modifizierte lineare schadensakkumukations-hypothese zur berücksichtigung des dauerfestigkeitsabfalls mit fortschreitender schädigung (Modified linear damage accumulation hypothesis accounting for a decreasing fatigue strength during increasing fatigue damage). Technische Mitteilungen TM 50/70, Laboratorium für Betriebsfestigkeit, Darmstadt, 1970.
- E. HAIBACH : The influence of cyclic material properties on fatigue life prediction by amplitude transformation. *International Journal of Fatigue*, 1(1):7–16, 1979. ISSN 0142-1123.
- S. D. HAMPTON : A contractor's history of drillstring failures in the anadarko basin. Society of Petroleum Engineers, mars 1987. ISBN 9781555635978. SPE/IADC Drilling Conference, 15-18 March 1987, New Orleans, Louisiana.
- J. E. HANSFORD et A. LUBINSKI : Cumulative fatigue damage of drill pipe in dog-legs. *Journal of Petroleum Technology*, 18(3):359–363, mars 1966. ISSN 0149-2136.
- J. E. HANSFORD et A. LUBINSKI : Effects of drilling vessel pitch or roll on kelly and drill pipe fatigue. *Journal of Petroleum Technology*, 16(1):77–86, jan. 1964. ISSN 0149-2136.
- H. F. HARDRATH : A unified technology plan for fatigue and fracture design. Nasa technical memorandum, nasa tm x-7193, National Aeronautics and Space Administration, Langley Research Center, 1973.
- R. HELBIG et G. H. VOGT : Reversed bending fatigue strength of drill strings subject to the attack of drilling fluids. *Oil and Gas European Magazine*, 13(2):16–20, 1987.
- T. H. HILL, P. V. SESHADRI et K. S. DURHAM : A unified approach to drillstem-failure prevention (includes associated papers 26205 and 26213). *SPE Drilling Engineering*, 7(4):254–260, déc. 1992. ISSN 0885-9744.
- B. M. HILLBERRY : Fatigue life of 2024-t3 aluminum alloy under narrow- and broad-band random loading. *In M. ROSENFELD, éd. : Effects of Environment and Complex Load History on Fatigue Life*, vol. STP462-EB, p. 167–183. ASTM International, 100 Barr Harbor Drive, PO Box C700, West Conshohocken, PA 19428-2959, Jan 1970. ISBN 978-0-8031-0032-9.

- H. HO : An improved modeling program for computing the torque and drag in directional and deep wells. Society of Petroleum Engineers, oct. 1988. ISBN 9781555635787. (SPE paper 18047) SPE Annual Technical Conference and Exhibition, 2-5 October 1988, Houston, Texas.
- J. H. HORBEEK, W. BIRCH, M. J. MCMAHON et K. FEARNLEY : Successful reduction of north sea drillstring failures. Aberdeen, United Kingdom, sept. 1995. Society of Petroleum Engineers. ISBN 9781555634438.
- J. A. HOWARD, M. E. HALBERT et A. LUBINSKI : Systematic tracking of fatigue and crack growth to optimize drillstring reliability. Society of Petroleum Engineers, fév. 1993. ISBN 9781555634940. SPE/IADC Drilling Conference, 22-25 February 1993, Amsterdam, Netherlands.
- R.-C. IAIN, C. MINH, H. ANDY, W. MIRIAM, S. BRIAN et D. NEIL : Field data supports the use of stiffness and tortuosity in solving complex well design problems. Society of Petroleum Engineers, mars 1999. ISBN 9781555633707. (SPE paper 52819) SPE/IADC Drilling Conference, 9-11 March 1999, Amsterdam, Netherlands.
- G. R. IRWIN : Onset of fast crack propagation in high strength steel and aluminum alloys. *Sagamore Research Conference Proceedings*, 2:289–305, 1956.
- G. R. IRWIN : Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate. *Journal of Applied Mechanics*, 24:361–364, 1957.
- C. A. JOHANCSIK, D. B. FRIESEN et R. DAWSON : Torque and drag in directional Wells-Prediction and measurement. *Journal of Petroleum Technology*, 36(6):987–992, juin 1984. ISSN 0149-2136. (SPE paper 11380).
- M. W. JOOSTEN, R. A. FERGUSON et J. SHUTE : New study shows how to predict accumulated drill pipe fatigue. *World Oil (United States)*, 201(5):65–69, 1985.
- L. M. KACHANOV : *Introduction to Continuum Damage Mechanics*. Springer, 1986.
- L. KAECHLE : Review and analysis of cumulative-fatigue-damage theories. Memorandum RM-3650-PR, RAND Corporation, August 1963.
- M. KAMINSKI, P. KANOUTÉ, F. GALLERNEAU, J. CHABOCHE et S. KRUCH : Analysis of a non linear cumulative fatigue damage model under complex hcf loading for car application. In *9th International Conference on Structural Safety and Reliability - ICOSSAR2005*, Rome, Italie, 2005. 19-23 juin 2005.
- M. KLESNIL et P. LUKAS : Influence of strength and stress history on growth and stabilisation of fatigue cracks. *Engineering Fracture Mechanics*, 4(1):77–92, 1972. ISSN 0013-7944.
- B. F. LANGER : Fatigue failure from stress cycles of varying amplitude. *Journal of Applied Mechanics*, 59:A160–A162, 1937.
- Y.-L. LEE, J. PAN, R. HATHAWAY et M. BARKEY : *Fatigue Testing and Analysis : Theory and Practice*. Butterworth-Heinemann, août 2004. ISBN 0750677198.

- Z. LI, X. LIU, D. ZHUO et S. ZHANG : A steady tension-torque model for drillstring in horizontal wells. Society of Petroleum Engineers, 1993. ISBN 9781555636074. (SPE paper 26295).
- X. B. LIN et R. A. SMITH : Fatigue growth prediction of internal surface cracks in pressure vessels. *Journal of pressure vessel technology - Trans ASME*, 120(1):17–23, 1998. ISSN 0094-9930.
- A. LUBINSKI : Maximum permissible dog-legs in rotary boreholes. *Journal of Petroleum Technology*, 13(2):175–194, fév. 1961. ISSN 0149-2136.
- A. LUBINSKI : Fatigue of range 3 drill pipe. *Oil & Gas Science and Technology - Rev. IFP*, 32(2):209–232, mars 1977. ISSN 1294-4475.
- W. C. LYONS et G. J. PLISGA : *Standard handbook of petroleum & natural gas engineering*. Gulf Professional Pub., Burlington, MA ; Oxford, UK, 2005.
- K. A. MACDONALD et J. V. BJUNE : Failure analysis of drillstrings. *Engineering Failure Analysis*, 14(8):1641–1666, 2007. ISSN 1350-6307. Papers presented at the Second International Conference on Engineering Failure Analysis (Toronto, Canada, 12-15 September 2006) Part II.
- S. J. MADDOX : *Fatigue Strength of Welded Structures*. Abington Publishing, 1991. ISBN 9781855730137.
- S. S. MANSON, J. C. FRECHE et C. R. ENSIGN : Application of a double linear damage rule to cumulative fatigue. Rap. tech. NASA TN D-3839, National Aeronautics and Space Administration, April 1967.
- S. M. MARCO et W. L. STARKEY : A concept of fatigue damage. *ASME Transactions*, p. 627–632, 1954.
- S. MENAND, H. SELLAMI, M. TIJANI, O. STAB, D. DUPUIS et C. SIMON : Advancements in 3D drillstring mechanics : From the bit to the topdrive. Society of Petroleum Engineers, fév. 2006. ISBN 9781555632380. (SPE Paper 98965) IADC/SPE Drilling Conference, 21-23 February 2006, Miami, Florida, USA.
- M. H. J. MILLER, K. J. et E. R. de los RIOS : Fatigue damage accumulation above and below the fatigue limit. *In Symposium on The Behavior of Short Fatigue Cracks*, p. 491–512, London, 1986.
- M. A. MINER : Cumulative damage in fatigue. *Journal of Applied Mechanics*, 12:159–164, 1945. Transactions of ASME Vol. 67.
- S. MORADI et K. RANJBAR : Experimental and computational failure analysis of drillstrings. *Engineering Failure Analysis*, 16(3):923–933, 2009. ISSN 1350-6307.
- R. P. MORGAN et M. J. ROBLIN : A method for the investigation of fatigue strength in seamless drillpipe. September 1969. ASME Conference, Tulsa, Oklahoma.
- K. NGARGUEUEDJIM : *Contribution à l'étude des lois d'endommagement en fatigue*. Thèse de doctorat, L'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2003.

- J.-P. NGUYEN : *Techniques d'exploitation pétrolière. Le forage*. Editions Technip, jan. 1993. ISBN 2710806312.
- P. PARIS et F. ERDOGAN : A critical analysis of crack propagation laws. *Journal of Basic Engineering*, 85(4):528–533, 1963.
- P. R. PASLAY et E. P. CERNOCKY : Bending stress magnification in constant curvature doglegs with impact on drillstring and casing. Society of Petroleum Engineers, oct. 1991. ISBN 9781555635220. SPE Annual Technical Conference and Exhibition, 6-9 October 1991, Dallas, Texas.
- S. K. PUTATUNDA : Influence of material strength level on fatigue crack closure. *Engineering Fracture Mechanics*, 30(5):627 – 639, 1988. ISSN 0013-7944.
- Y. N. RABOTNOV et G. BACKHAUS : Creep problems in structural members (north-holland series in applied mathematics and mechanics). *ZAMM Journal of Applied Mathematics and Mechanics / Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, 51(7):575–576, 1971. ISSN 1521-4001.
- J. R. RICE : A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks. *Journal of Applied Mechanics*, 35:379–386, 1968.
- U. SATHUVALLI, M. PAYNE, P. PATTILLO et R. LIVESAY : Advanced assessment of drillpipe fatigue and application to critical well engineering. Society of Petroleum Engineers, fév. 2005. ISBN 9781613990155. SPE/IADC Drilling Conference, 23-25 February 2005, Amsterdam, Netherlands.
- J. M. SAVIGNAT : Well trajectory reconstruction : Field case study. Rapport interne, Mines ParisTech, 2000.
- J. M. SAVIGNAT et M. TIJANI : Construction géométrique de la trajectoire d'un puits de forage - Quelques éléments de réflexions. Rapport interne, Mines ParisTech, 1999.
- A. R. SHAHANI et S. E. HABIBI : Stress intensity factors in a hollow cylinder containing a circumferential semi-elliptical crack subjected to combined loading. *International Journal of Fatigue*, 29(1):128 – 140, 2007. ISSN 0142-1123.
- M. SHEPPARD, C. WICK et T. BURGESS : Designing well paths to reduce drag and torque. *SPE Drilling Engineering*, 2(4), déc. 1987. ISSN 0885-9744.
- R. I. STEPHENS, A. FATEMI et R. R. STEPHENS : *Metal Fatigue in Engineering*. John Wiley & Sons, 1 éd., juin 1980. ISBN 0471052647.
- S. SURESH, G. F. ZAMISKI et D. R. O. RITCHIE : Oxide-induced crack closure : An explanation for near-threshold corrosion fatigue crack growth behavior. *Metallurgical Transactions A*, 12(8):1435–1443, août 1981. ISSN 0360-2133, 1543-1940.
- T. TANAKA et T. FUJII : Studies on fatigue damage caused by stresses below the endurance limit (probability distributions of crack initiation lives at stresses near the endurance limit). *Memoirs of the Research Institute of Science & Engineering, Ritumeikan University*, 33:91, 1977. ISSN 03704254.

- J.-P. TANG et J. T.-p. YAO : Random fatigue : A literature review. Rap. tech., Bureau of Engineering Research, University of New Mexico, July 1970. Technical Report CE-22 (70) NSF-065.
- Y. TSUKANO, S. NISHI, H. MIYOSHI et Y. SOGO : Appropriate design of drillpipe internal upset geometry focusing on fatigue property. Society of Petroleum Engineers, fév. 1988. ISBN 9781555635862. SPE 17206, SPE/IADC Drilling Conference, 28 February-2 March 1988, Dallas, Texas.
- Y. TSUKANO, S. NISHI, S.-I. NISHIDA et M. UENO : Improvement of drill-collar fatigue property by last-engaged-thread height reduction of pin. *SPE Drilling Engineering*, 5(4):325–330, déc. 1990. ISSN 0885-9744.
- P. VERPEAUX, T. CHARRAS et A. MILLARD : Castem 2000 : une approche moderne du calcul des structures. *Calcul des structures et intelligence artificielle*, p. 261–271, 1988.
- K. WALKER : The effect of stress ratio during crack propagation and fatigue for 2024-t3 and 7075-t6 aluminum. In M. ROSENFELD, éd. : *Effects of Environment and Complex Load History on Fatigue Life*, vol. STP 462, p. 1–14. ASTM International, American Society for Testing and Materials, Philadelphia, PA, 1970. ISBN 978-0-8031-0032-9.
- N. WALKER et C. J. BEEVERS : A fatigue crack closure mechanism in titanium. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 1(1):135–148, January 1979. ISSN 1460-2695.
- R. P. WEI : Fracture mechanics approach to fatigue analysis in design. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 100(2):113–120, 1978.
- H. M. WESTERGAARD : Bearing pressures and cracks. *Journal of Applied Mechanics*, 6:49–53, 1939.
- P. H. WIRSCHING : Probability-based fatigue design criteria for offshore structures. Rap. tech., American Petroleum Institute, 1983. API REPORT 81-15.
- J. WU : Drill-pipe bending and fatigue in rotary drilling of horizontal wells. Society of Petroleum Engineers, oct. 1996. ISBN 9781555634209. (SPE Paper 37353) SPE Eastern Regional Meeting, 23-25 October 1996, Columbus, Ohio.

ANNEXE

A

MODÉLISATION  
TRIDIMENSIONNELLE DU  
COMPORTEMENT MÉCANIQUE LA  
GARNITURE DE FORAGE DANS UN  
PUITS À TRAJECTOIRE COMPLEXE





Dans cette annexe, le modèle de comportement mécanique tridimensionnel de la garniture de forage à l'intérieur du puits, développé au Centre de Géosciences de MINES ParisTech, sera présenté. Ce modèle a été implémenté dans un code de calcul, ABIS, dans lequel la résolution du problème mécanique est effectuée par une intégration directe des équations de la structure permettant d'éviter le recours à la méthode des éléments finis coûteuse en temps de calcul, couplée à un algorithme de contact unilatéral avec frottement.

Ce code de calcul ABIS permet de déterminer en statique la déformée de la garniture à l'intérieur du puits, ses points de contact contre les parois du puits ainsi que les efforts de contact en ces points. De plus, ce modèle fournit tous les efforts en tout point sur la garniture de forage (effort axial et efforts tranchants, torsion et moments de flexion). Dans la suite, nous donnons un aperçu sur le fondement théorique de la méthode utilisée par le code ABIS.

## A.1 Hypothèses du modèle

La garniture de forage est considérée comme une structure élancée constituée d'un arc simple :

1. les forces d'inertie qu'elle peut subir à cause de la rotation sont négligées : calcul en quasi statique (voir A.6) ;
2. elle est constituée d'un matériau élastique linéaire de module d'Young  $E$ , de coefficient de poisson  $\nu$  et de module de cisaillement  $G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$  ;
3. elle est définie par une succession de tronçons de tube cylindrique dont les caractéristiques géométriques de la section droite sont constantes par morceaux (l'aire  $A = \pi(D_{ext}^2 - D_{int}^2)/4$  et le moment d'inertie  $I = \pi(D_{ext}^4 - D_{int}^4)/64$ ) ;
4. à l'état relâché en l'absence de toute action externe, elle prend la forme d'une poutre droite où le centre de la section droite est repéré par une abscisse curviligne  $s \in [0, L]$  où  $L$  est la longueur de la poutre ;
5. la garniture est soumise à plusieurs types d'actions mécaniques : (i) son poids propre et la poussée d'Archimède due au fluide de forage ; (ii) les actions des fluides (intérieur et extérieur) qui se traduisent par une force ponctuelle aux points de changement de section ; (iii) les actions extérieures au niveau du crochet ( $s = 0$ ) et au niveau de l'outil ( $s = L$ ), (iv) puisqu'on force la structure à rentrer dans un puits à parois rigide, elle est soumise en plus à des efforts de contact, la loi de frottement de Coulomb est utilisée et les coefficients de frottement sont constants par morceaux ;
6. sa longueur varie peu et sa section droite reste droite.

### Repères utilisés

La trajectoire d'un puits représente une courbe gauche à laquelle on associe un repère terrestre fixe  $R(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$  orthonormé direct où l'origine  $O$  est généralement située au niveau de la table de rotation (Fig. A.1.a).

Un point  $i$  le long de la trajectoire est caractérisé par son inclinaison  $\theta_i$ , son azimut  $\alpha_i$ , et sa profondeur “mesurée”  $MD_i$ . Ces paramètres, mesurés généralement tous les 30 mètres le long du forage, définissent en un point donné de la trajectoire un vecteur unitaire tangent  $\vec{t}_i(\theta_i, \alpha_i)$  ainsi que l’abscisse curviligne  $s_i$ . Dans le repère terrestre  $R$ , ce point de la trajectoire est représenté par le vecteur-espace  $\vec{x}(s_i)$  fonction de  $s_i$  de composants  $(X_i, Y_i, Z_i)$ .

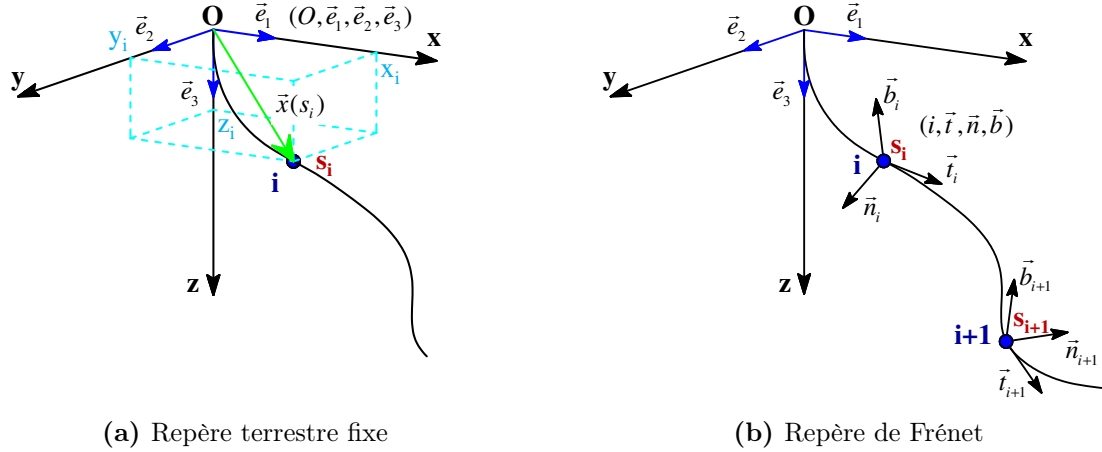


Fig. A.1 – Présentation des repères utilisés

En chaque point, on définit aussi le trièdre orthonormé direct  $(\vec{t}_i, \vec{n}_i, \vec{b}_i)$  de Frénet (Fig. A.1.b) où  $\vec{t}_i$  est le vecteur tangent,  $\vec{n}_i$  le vecteur normal et  $\vec{b}_i$  le vecteur bi-normal. La base de Frénet  $(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$  est définie le long de la trajectoire du puits par les expressions suivantes :

$$\begin{cases} \vec{t} = \frac{d\vec{x}(s)}{ds} \\ \vec{n} = \frac{1}{\beta} \frac{d\vec{t}}{ds} \\ \vec{b} = \vec{t} \wedge \vec{n} \end{cases} \text{ avec } \beta = \left\| \frac{d\vec{t}}{ds} \right\| \quad (\text{A.1})$$

et :

$$\frac{d\vec{b}}{ds} = -\tau \vec{n} \quad \text{avec } \tau = \left\| \frac{d\vec{b}}{ds} \right\| \quad (\text{A.2})$$

Où  $\beta$  et  $\tau$  représentent respectivement la courbure et le gauchissement de la courbe gauche de la trajectoire du puits au point considéré.

La géométrie de la garniture de forage à l’état de référence est représentée par le vecteur-espace  $\vec{x}_t(s)$ , le vecteur position d’un point du train de tiges correspondant à une abscisse curviligne  $s$ . Par défaut, elle est confondue à la trajectoire du puits  $\vec{x}_p(s)$ . On définit le vecteur de décalage de la géométrie de référence  $\vec{u}_r(s) = \vec{x}_t(s) - \vec{x}_p(s)$ . La déformée finale de la structure (à l’équilibre) dans le puits est repérée par  $\vec{x}_d(s) = \vec{x}_t(s) + \vec{u}(s)$ , où  $\vec{u}(s)$  est le vecteur de déplacement par rapport à l’état de référence. Après le calcul, le nouveau vecteur de décalage est  $\vec{u}_{rn}(s) = \vec{u}_r(s) + \vec{u}(s)$ , qui est compatible avec le jeu garniture-trou et utilisé pour la gestion des contacts.

## A.2 Formulations

### A.2.1 Détermination des efforts et des moments

A partir de la théorie d'élasticité, le moment et l'effort résultants de l'état déformé  $\vec{x}(s)$  d'une poutre homogène ( $E$  et  $I$  constants) sont donnés par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \vec{M} = EI\vec{t} \wedge \frac{d\vec{t}}{ds} + M_t\vec{t} & (a) \\ \vec{T} = -EI\frac{d\beta}{ds}\vec{n} + \beta(M_t - EI\tau)\vec{b} + T_t\vec{t} & (b) \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

Les équations d'équilibre local de la structure s'écrivent :

$$\begin{cases} \frac{d\vec{T}}{ds} + \vec{f} = \vec{0} \\ \frac{d\vec{M}}{ds} + \vec{t} \wedge \vec{T} + \vec{m} = \vec{0} \end{cases} \quad (\text{A.4})$$

$\vec{f}$  et  $\vec{m}$  sont respectivement l'effort et le couple extérieurs par unité de longueur y compris les efforts et couples de contact. Soit  $\vec{w}_b$  le poids linéique (voir A.6) et  $\vec{f}_c$  la force de contact qu'exerce la paroi du puits sur l'élément de la structure, nous avons :

$$\begin{cases} \vec{f} = \vec{w}_b + \vec{f}_c + \mu_a \|\vec{f}_c\| \vec{t} - \mu_r \vec{t} \wedge \vec{f}_c \\ \vec{m} = \mu_r r_e \|\vec{f}_c\| \vec{t} \end{cases} \quad (\text{A.5})$$

où les termes  $\mu_a \|\vec{f}_c\| \vec{t}$  et  $-\mu_r \vec{t} \wedge \vec{f}_c$  sont respectivement les forces de frottement axial (induite par le mouvement axial de la structure) et radical (induite par la rotation de l'élément de la structure autour de son axe  $\vec{t}$ ).  $\mu_a$  et  $\mu_r$  sont les coefficients de frottement axial et radical, leur signe dépend du sens de mouvement.  $\mu_a$  est positif en remontée, négatif en descente et nul en position neutre.  $\mu_r$  est positif lorsque l'élément tourne dans le sens représenté dans la Fig. A.2, négatif dans le sens contraire et nul en l'absence de rotation.

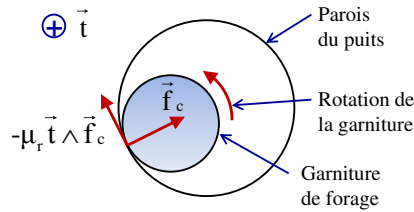


Fig. A.2 – Frottement radical induit par la rotation de la garniture

### Considération des irrégularités

Pour les irrégularités du moment  $\vec{M}$  et de l'effort  $\vec{T}$ , on admet que  $\vec{T}$  et  $\vec{M}$  sont presque partout dérivables et pouvant présenter des discontinuités en un nombre fini de points. Dans la suite, le symbole  $\langle A(a) \rangle$  dénote le saut de la grandeur  $A(s)$  au point de singularité  $s = a$  :

$$\langle A(a) \rangle = \lim_{s \rightarrow a; s \geq a} A(a) - \lim_{s \rightarrow a; s \leq a} A(a) \quad (\text{A.6})$$

A un point de singularité, les sauts de l'effort  $\langle \vec{T} \rangle$  et du moment  $\langle \vec{M} \rangle$  satisfont les égalités suivantes :

$$\begin{cases} \langle \vec{T} \rangle + \vec{F} = \vec{0} \\ \langle \vec{M} \rangle + \vec{C} = \vec{0} \end{cases} \quad (\text{A.7})$$

où  $(\vec{F}, \vec{C})$  sont les actions ponctuelles aux points de discontinuité. Nous les rencontrons aux deux extrémités  $s = 0$  et  $s = L$ , aux points de contact avec la paroi du puits et aux points de changement de section (action du fluide de forage).

En analysant l'irrégularité de la géométrie de la garniture de forage dans le puits, on admet que  $\vec{t}$  est presque partout dérivable avec une dérivée  $\frac{d\vec{t}}{ds}$  qui peut présenter des discontinuités en un nombre fini de points. La dérivabilité de  $\vec{t}$  par morceaux permet de réécrire les équations A.3 de calcul du moment et de l'effort pour chaque tronçon (donc  $E$  et  $I$  sont constants). L'utilisation de l'équation A.3.a pour le saut du moment au point de discontinuité peut conduire aux conclusions importantes suivantes : **(i)** la quantité  $EI\beta$  est partout continue et donc la courbure  $\beta = \left\| \frac{d\vec{t}}{ds} \right\|$  ne subit de discontinuité qu'au passage entre deux tronçons ayant des  $EI$  différents ; **(ii)** la base  $(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$  du repère de Frénet est partout continu.

## A.2.2 Détermination de la déformée de la structure

La structure étudiée (la garniture de forage), initialement droite, est introduite dans un trou (forage) à paroi rigide. A l'aide d'une transformation élastique linéaire infinitésimale caractérisée par un déplacement  $\vec{u}(s)$  et une rotation de la section droite  $\vec{\omega}(s)$ , la géométrie de la structure peut passer de l'état de référence  $\vec{x}(s)$  (confondu avec la trajectoire du puits) à l'état final  $\vec{x}(s) + \vec{u}(s)$ . Le vecteur tangent  $\vec{t} = \frac{d\vec{x}}{ds}$  de l'état de référence passe à  $\vec{t} + \frac{d\vec{u}}{ds}$ .

La relation classique d'élasticité de Timoshenko s'écrit :

$$\begin{cases} \vec{T} = \vec{T}^o + kGA \left[ \frac{d\vec{u}}{ds} - \vec{\omega} \wedge \vec{t} - \left( \frac{d\vec{u}}{ds} \cdot \vec{t} \right) \vec{t} \right] + EA \left( \frac{d\vec{u}}{ds} \cdot \vec{t} \right) \vec{t} \\ \vec{M} = \vec{M}^o + EI \left[ \frac{d\vec{\omega}}{ds} - \left( \frac{d\vec{\omega}}{ds} \cdot \vec{t} \right) \vec{t} \right] + 2GI \left( \frac{d\vec{\omega}}{ds} \cdot \vec{t} \right) \vec{t} \end{cases} \quad (\text{A.8})$$

où  $k$  est le facteur de réduction de l'effort tranchant dans la théorie de Timoshenko.

$\vec{T}^o(s)$  et  $\vec{M}^o(s)$  sont respectivement l'effort et le moment dans la structure à l'état de référence  $\vec{x}(s)$ , ce qui correspond à  $\vec{u}(s) = \vec{0}$  et  $\vec{\omega}(s) = \vec{0}$ .

En analysant chaque terme de la base  $(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$  des équations A.8, nous pouvons inverser les dernières en les formulant pour calculer  $\vec{u}(s)$  et  $\vec{\omega}(s)$  :

$$\begin{cases} \frac{d\vec{\omega}}{ds} = \frac{1}{EI} \left\{ (\vec{M} - \vec{M}^o) - [(\vec{M} - \vec{M}^o) \cdot \vec{t}] \vec{t} \right\} + \frac{1}{2GI} [(\vec{M} - \vec{M}^o) \cdot \vec{t}] \vec{t} & (a) \\ \frac{d\vec{u}}{ds} = \frac{1}{kGA} \left\{ (\vec{T} - \vec{T}^o) - [(\vec{T} - \vec{T}^o) \cdot \vec{t}] \vec{t} \right\} + \vec{\omega} \wedge \vec{t} + \frac{1}{ES} [(\vec{T} - \vec{T}^o) \cdot \vec{t}] \vec{t} & (b) \end{cases} \quad (\text{A.9})$$

Avec nos hypothèses que la section droite reste droite et que la longueur de la structure ne varie pas, nous pouvons négliger les termes utilisant  $kGA$  (effet de l'effort tranchant) et de  $EA$  (effet de la déformation longitudinale) dans l'équation A.9.b. Elle est donc remplacée simplement par  $\frac{d\vec{u}}{ds} = \vec{\omega} \wedge \vec{t}$ .

Les calculs utilisant les équations A.9 nécessitent de connaître  $\vec{M}^o$  et  $\vec{T}^o$  à l'état de référence et notamment  $M_t^o$ . Pourtant, cette démarche peut être remplacée avantageusement par l'hypothèse qui consiste à dire que  $M_t^o = M_t$  (on néglige ainsi tout vrillage éventuel supplémentaire entre l'état de référence  $\vec{x}(s)$  et la déformée finale).

D'après l'équation A.3, nous avons  $\vec{M}^o = EI \left( \vec{t} \wedge \frac{d\vec{t}}{ds} \right) + M_t^o \cdot \vec{t}$ . En imposant la condition  $M_t^o = M_t = \vec{M} \cdot \vec{t}$ , l'équation A.9.a devient :

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{\omega}}{ds} &= \frac{1}{EI} (\vec{M} - \vec{M}^o) \\ &= \frac{1}{EI} \left[ \vec{M} - (\vec{M} \cdot \vec{t}) \vec{t} \right] - \vec{t} \wedge \frac{d\vec{t}}{ds} \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

Les équations A.9 deviennent simplement :

$$\begin{cases} \frac{d\vec{\omega}}{ds} = \frac{1}{EI} \left[ \vec{M} - (\vec{M} \cdot \vec{t}) \vec{t} \right] - \vec{t} \wedge \frac{d\vec{t}}{ds} \\ \frac{d\vec{u}}{ds} = \vec{\omega} \wedge \vec{t} \end{cases} \quad (\text{A.11})$$

## A.3 Résolution

En supposant connues toutes les forces extérieures y compris les efforts et couples de contact (effort  $\vec{f}$  et couple  $\vec{c}$  par unité de longueur). Les équations d'équilibre A.4 et d'élasticité A.11 sont alors résolues par intégration numérique directe sans avoir recours à la méthode des éléments finis, ce qui permet un gain de temps de calcul. Le but de cette résolution est de déterminer les actions internes  $(\vec{T}, \vec{M})$  et les déplacements  $(\vec{u}, \vec{\omega})$  et donc de décrire le comportement mécanique de la structure à l'intérieur du puits.

La nouvelle approche se fait en quatre étapes d'intégration simple :

- deux pour les actions internes  $(\vec{T}, \vec{M})$  en intégrant les deux équations d'équilibre local :

$$\begin{cases} \vec{T}(s) = \int_s^L \vec{f}(z) dz + \vec{T}(L) \\ \vec{M}(s) = \int_s^L \left[ \vec{t}(z) \vec{T}(z) + c(z) \right] dz + \vec{M}(L) \end{cases} \quad (\text{A.12})$$

- et deux pour les déplacements  $(\vec{u}, \vec{\omega})$  en intégrant les deux équations A.11 et en utilisant les conditions aux limites au crochet  $s = 0$  ( $\vec{u}(0) = \vec{0}$  et  $\vec{\omega}(0) = \vec{0}$ ) :

$$\begin{cases} \vec{\omega}(s) = \int_0^s \left[ \frac{1}{EI} \left[ \vec{M}(z) - \left( \vec{M}(z) \cdot \vec{t}(z) \right) \vec{t}(z) \right] - \vec{t}(z) \wedge \frac{d\vec{t}}{ds}(z) \right] dz \\ \vec{u}(s) = \int_0^s \vec{\omega}(z) \wedge \vec{t}(z) \cdot dz \end{cases} \quad (\text{A.13})$$

## A.4 Algorithme de contact (gestion des contacts)

Dans les intégrations ci-dessus, les efforts linéiques ( $\vec{f}$  et  $\vec{m}$ ) ont été supposés connus y compris les efforts dûs aux contacts ( $\vec{f}_c$ ). Mais en réalité les forces de contact sont à déterminer lors du processus de résolution.

Comme nous avons vu, la géométrie déformée de la structure est notée par  $\vec{x}_d(s) = \vec{x}_t(s) + \vec{u}(s) = \vec{x}_p(s) + \vec{u}_r(s) + \vec{u}(s)$ . Le nouveau vecteur de décalage  $\vec{u}_{rn}(s) = \vec{u}_r(s) + \vec{u}(s)$  doit satisfaire à la condition que l'ensemble de la garniture est restreinte à rester dans un puits à parois rigide. Ainsi, le déplacement latéral  $\vec{u}_L = \vec{u}_{rn} - (\vec{u}_{rn} \cdot \vec{t}_p) \vec{t}_p$  doit satisfaire à la condition  $\|\vec{u}_L\| \leq J$  où  $J(s)$  est le jeu entre la garniture et le trou.

Les conditions de contact sont les suivantes :

- Si  $\|\vec{u}_L\| < J$  alors  $\vec{f}_c = \vec{0}$  (ainsi que toutes les actions qui en résultent).
- Si  $\|\vec{u}_L\| \geq J$  alors  $\|\vec{u}_L\| = J$  (condition de contact avec les actions de frottement) et  $\frac{\vec{f}_c}{\|\vec{f}_c\|} = -\frac{\vec{u}_L}{J}$  (l'effort de contact  $\vec{f}_c$  s'oppose au mouvement latéral  $\vec{u}_L$ ).

Dans une itération quelconque du processus de l'algorithme de contacts, l'ensemble des points de contact  $C$  a  $n_c$  points. La détermination des forces de contact  $\vec{f}_c$  à ces points (dans cette itération) comprend les étapes suivantes :

- **Étape 1 de calcul de l'intensité des forces de contact :**

A partir des forces  $\vec{f}$  et  $\vec{m}$  juste avant le processus itératif de contact, le vecteur de décalage  $\vec{u}_{rn,(\vec{f},\vec{m})} = \vec{u}_r + \vec{u}_{(\vec{f},\vec{m})}$  ainsi que le déplacement latéral  $\vec{u}_{L,(\vec{f},\vec{m})}$  sont déterminés. Nous supposons que la direction de  $\vec{f}_c$  est parallèle et de sens inverse au vecteur  $\vec{v}_c$  (avant le processus itératif de contact, il est égal au mouvement latéral  $\vec{v}_c = \vec{u}_{L,(\vec{f},\vec{m})}$ ). La force de contact est donc  $\vec{f}_c = -f_c \cdot \frac{\vec{v}_c}{\|\vec{v}_c\|}$ . Les valeurs  $f_c$  sont déterminées pour que le nouveau décalage  $\vec{u}_{rn,(\vec{f}_n,\vec{m}_n)}$  résultant des nouvelles forces  $\vec{f}_n$  et  $\vec{m}_n$  (y compris les nouvelles forces de contact) soit égal à  $J$  dans le sens de  $\vec{v}_c$  (ou  $\vec{u}_{rn,(\vec{f}_n,\vec{m}_n)} \cdot \frac{\vec{v}_c}{\|\vec{v}_c\|} = J$ ) en tous points de contact.

- **Etape 2 de calcul de la nouvelle direction des forces de contact :**

La direction des forces de contact est supposée parallèle au vecteur  $\vec{v}_c$  dans l'étape 1. Cependant, les forces de contacts trouvées  $\vec{f}_c$  peuvent ne pas être parallèles au nouveau vecteur de déplacement latéral  $\vec{u}_{L,(\vec{f}_n, \vec{m}_n)}$ . Ainsi, dans cette étape on va chercher les nouvelles directions de  $\vec{v}_c$  (pour l'itération prochaine) pour assurer le mieux possible la condition  $\vec{f}_c$  et  $(-\vec{u}_L)$  parallèles et de même sens, de façon à éliminer le composant de  $\vec{u}_{rn}$  dans le sens  $\vec{v}_c \wedge \vec{t}_p$  (mais en gardant la condition  $\vec{u}_{rn,(\vec{f}_n, \vec{m}_n)} \cdot \frac{\vec{v}_c}{\|\vec{v}_c\|} = J$ ) aux points de contact. Autrement dit, ici on cherche le nouveau vecteur  $\vec{v}_c$  pour que sa direction soit parallèle à celle du vecteur  $\vec{u}_L(\vec{f}_n, \vec{m}_n)$  résultant (sachant que l'intensité des forces de contact a déjà été calculée dans l'étape 1 ci-dessus).

Les déterminations des forces et de leurs directions de contact décrites ci-dessus sont réalisées lorsqu'on connaît *à priori* les points de contact (l'ensemble des points de contact  $C$  déterminé). En fin de chaque itération, on fait évoluer l'ensemble des points de contact. Donc :

- On ajoute le point pour lequel la condition  $\|\vec{u}_L\| < J$  est la moins respectée. En cas de pluralité, on ne garde que le premier.
- S'il existe des points de contact pour lesquels leurs valeurs  $f_c$  calculées dans la partie précédente sont négatives, on enlève le point le plus négatif.

Le critère d'arrêt est la stationnarité de l'ensemble des points de contact, sachant que les deux conditions ci-dessus sont respectées à des tolérances pré-définies par l'utilisateur en tant que précisions.

## A.5 Flambage

Tant dans les équations d'équilibre (A.12 et A.13) que celles qui régissent le contact on doit utiliser la géométrie de la garniture à l'équilibre final. Or cette géométrie n'est pas connue. On commence donc par la supposer identique à celle du puits  $\vec{u}_r = \vec{x}_t - \vec{x}_p = \vec{0}$ . Après calcul, on obtient le déplacement  $\vec{u}$  et un vecteur décalage  $\vec{u}_{nr} = \vec{u}_r + \vec{u}$ . A l'itération suivant, on prend alors la nouvelle géométrie  $\vec{x}_t = \vec{x}_p + \vec{u}_{nr}$  comme référence et ainsi de suite. Au bout d'un certain nombre d'itérations  $\vec{u}_{nr}$  ne varie presque plus. On a ainsi un algorithme qui, dans les situations de flambage, permet d'obtenir une des solutions possible du problème. Pour obtenir d'autres solutions, on perturbe le point de départ (au lieu de prendre  $\vec{u}_r = \vec{0}$ , on prend un décalage arbitraire mais respectant les jeux  $J$ ).

## A.6 Les forces linéiques

La force linéique  $\vec{w}_b$  de l'équation A.5 peut être imposée par l'utilisateur pour prendre en compte diverses actions extérieures réparties (par unité de longueur) :

- L'action de gravité (poids linéique de la tige) ;



- L'action du fluide en contact avec la tige (la pression statique qui ne conduit pas forcément à un déjaugage, les forces de frottement visqueuses consécutives au mouvement relatif du fluide et de la tige . . . ) ;
- Les forces d'inertie "connues" par l'utilisateur telles que celles liées au mouvement de précession.

ANNEXE

B

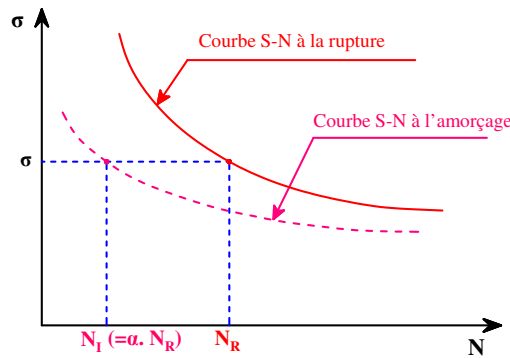
LOIS D'ENDOMMAGEMENT DE  
FATIGUE



Dans la Section III.2, nous avons présenté la loi d'endommagement linéaire de Miner qui est la plus simple et largement utilisée dans la pratique aujourd'hui. Dans cette annexe, nous allons décrire quelques autres lois d'endommagement de fatigue existantes.

## B.1 Loi linéaire à deux phases de Grover

Langer (1937) a été le premier auteur qui a proposé de séparer le processus d'endommagement par fatigue en deux phases d'amorçage et de propagation de fissure. La loi linéaire de Miner ( $\sum N_i/N_{Ri} = 1$ ) est appliquée pour chacune de deux phases, où le nombre de cycles à rupture  $N_R$  doit comprendre la vie d'amorçage de fissure  $N_I$  et celle de propagation de fissure  $N_{II}$ . Pourtant, Langer n'a pas précisé comment obtenir la vie d'amorçage  $N_I$ .



**Fig. B.1** – Courbes S-N à deux phases selon les lois de Langer et de Grover

Selon la théorie de Langer, Grover (1959, 1960) a proposé une méthode du cumul de dommage basée sur deux phases de fatigue. Il a supposé que dans les essais de fatigue à amplitude constante de contrainte, la frontière entre deux phases d'amorçage et de propagation de fissure est fonction de  $\alpha$ , une certaine fraction comprise entre 0 et 1, qui présente la particularité de diminuer lorsque le niveau de contrainte augmente. Le nombre de cycles à l'amorçage d'une fissure macroscopique (fin de la phase I) est donc exprimé en fonction du nombre de cycles à rupture par  $N_I = \alpha N_R$ ; et la durée de vie due à la propagation de fissure  $N_{II} = (1 - \alpha) N_R$ .

Pour une éprouvette soumise à plusieurs blocs de  $N_i$  cycles à chacun des niveaux  $i$  avant amorçage, puis à plusieurs autres blocs de  $N_j$  cycles à chacun des niveaux  $j$  durant la phase de propagation jusqu'à la rupture, la théorie de Miner est appliquée pour chaque phase. Cela conduit à deux équations :

$$\begin{cases} \sum_i \frac{N_i}{\alpha_i N_{Ri}} = 1 \\ \sum_j \frac{N_j}{(1 - \alpha_j) N_{Rj}} = 1 \end{cases} \quad (\text{B.1})$$

Si  $\alpha$  est constant quelque soit les amplitudes de contrainte dans la séquence de chargement, la théorie de Grover est équivalente à celle de Miner.

La prise en compte de chargements complexes par la loi de Grover requiert de connaître deux courbes S-N (d'amorçage et de propagation). Cela, sauf exception, n'est pas envisageable en général. De plus, la détermination de  $\alpha$  qui dépend de l'amplitude de contrainte n'est pas aisée à réaliser en raison de la difficulté du choix du critère de détection de l'amorçage.

## B.2 Loi bilinéaire de Manson et al.

En se basant aussi sur l'accumulation du dommage en appliquant la loi linéaire de Miner pour deux phases du processus de fatigue comme le travail de Grover (1959, 1960), Manson *et al.* (1967) ont proposé que la période de propagation de la fissure  $N_p$  et celle d'amorçage la fissure  $N_a$  peuvent être liées au nombre de cycles à la rupture  $N_R$  par les équations suivantes :

$$N_R = N_a + N_p \quad (\text{B.2})$$

$$N_p = P.N_R^{0.6} \quad (\text{B.3})$$

$$N_a = N_R - N_p = N_R - P.N_R^{0.6} \quad (\text{B.4})$$

où le coefficient  $P$  est une constante du matériau (par exemple,  $P$  est égal à 14 pour l'acier SAE 4130).

Le processus d'accumulation de l'endommagement est divisé en deux étapes. La première est la phase d'amorçage de la fissure, la vie d'amorçage est totalement consommée lorsque :

$$\sum \frac{N_i}{N_{ai}} = 1 \quad (\text{B.5})$$

et puis on passe à la deuxième phase (propagation de la fissure). On continue à appliquer les cycles de chargement et la ruine apparaît lorsque :

$$\sum \frac{N_j}{N_{pj}} = 1 \quad (\text{B.6})$$

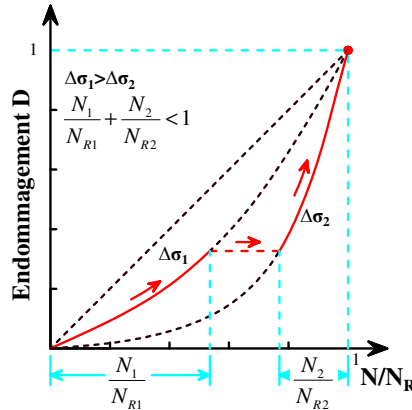
La loi bilinéaire de Manson et al. présente le même inconvénient que celle de Grover. Pour son application, il faut connaître les constantes caractéristiques du matériau permettant de distinguer les deux phases de l'amorçage et de la propagation de fissure de fatigue. Ces constantes ne peuvent être déterminées qu'expérimentalement.

## B.3 Loi non-linéaire de Marco-Starkey

En 1954, Marco et Starkey a proposé la première théorie non-linéaire et dépendante de la contrainte pour déterminer le cumul de l'endommagement en fatigue, représentée par la relation :

$$D = \sum_i \left( \frac{N_i}{N_{Ri}} \right)^{x_i} \quad (\text{B.7})$$

où l'exposant  $x_i$  est fonction du niveau de chargement  $i$ . Un exemple de courbes endommagement - fraction de cycles de cette loi est représenté sur la Fig. B.2. La ligne droite diagonale représente la loi de Miner, ce qui est un cas particulier de l'équation B.7 avec  $x_i = 1$ . Comme illustré sur la Fig. B.2 dans le cas d'une séquence à deux niveau de chargement, les calculs de fatigue basés sur la théorie de Marco-Starkey conduisent au cumul de Miner  $\sum \frac{N_i}{N_{Ri}} > 1$  pour la séquence du type bas-haut, et  $\sum \frac{N_i}{N_{Ri}} < 1$  pour la séquence haut-bas.



**Fig. B.2** – Endommagement en fatigue selon la loi non-linéaire de Marco-Starkey

Cette règle permet de bien prendre en compte les effets de différentes séquences de chargement. Cependant l'expérience a montré que seulement dans certains cas et pour certains matériaux, cette loi et les autres théories dérivées de celle-ci ont montré un bon accord avec les résultats expérimentaux. En outre, les coefficients impliqués  $x_i$  doivent être déterminés pour chaque niveau et chaque condition de chargement. Cela conduit à des limitations pour l'utilisation dans les applications d'ingénierie.

## B.4 Théories de l'endommagement continu - Loi de Lemaître et Chaboche

La mécanique de l'endommagement des milieux continus a été proposée. Elle considère le processus de détérioration à l'échelle continuum du matériau soumis à un essai de fluage selon les concepts originaux développés par Kachanov (1986) et Rabotnov et Backhaus (1971). Le succès de cette modélisation de l'endommagement par fluage a entraîné son extension à l'endommagement par fatigue. Chaboche et Lemaître ont appliqué ces principes pour formuler une équation non linéaire de l'évolution de l'endommagement de la forme :

$$dD = f(D, \sigma) dN \quad (\text{B.8})$$

Dans cette équation  $D \in [0, 1]$  est une variable scalaire qui caractérise l'endommagement,  $\sigma$  désigne les paramètres qui représentent le chargement pseudo-périodique (par exemple,  $\sigma_a$  et  $\sigma_m$ ) et  $N$  est le nombre de cycles. La fonction  $f$  est supposée connue

en étant évidemment compatible avec les observations expérimentales. L'équation B.8 permet de déterminer  $N_R$  (nombre de cycles à la rupture qui correspond à  $D = 1$ ) :

$$N_R = \int_0^1 \frac{dD}{f(D, \sigma)} \quad (\text{B.9})$$

Lorsque les caractéristiques  $\sigma$  (moyenne et amplitude) du chargement pseudo-périodique sont constantes, on obtient la courbe S-N. C'est effectivement ce qu'ont fait Kaminski *et al.* (2005). Mais lorsque ces caractéristiques  $\sigma$  sont variables, nous jugeons qu'une telle démarche sous-utilise le contenu du concept d'endommagement qui déjà prend en compte la variabilité de  $\sigma$  (et donc la loi du cumul).

ANNEXE

C

PARAMÈTRES IMPORTANTS DE LA  
MÉCANIQUE DE LA RUPTURE





## C.1 Approche locale et facteurs d'intensité des contraintes

Cette approche consiste à résoudre directement les équations fondamentales de la mécanique des milieux continus en tenant compte de la discontinuité géométrique occasionnée par la fissure. L'analyse est fondée sur l'hypothèse de l'élasticité linéaire et des petites déformations.

On considère un matériau homogène et isotrope dont le comportement est élastique linéaire, ayant un module d'Young  $E$  et un coefficient de Poisson  $\nu$ . On se place dans le plan  $(O, x_1, x_2)$ , plan de symétrie de la fissure (voir Fig. II.6). L'axe  $Ox_1$  est tangent au plan de la fissure et normal au front. L'axe  $Ox_2$  est perpendiculaire au plan de la fissure. L'axe  $Ox_3$  est tangent au front et dans le plan de la fissure. On définit également les coordonnées polaires locales  $(r, \theta)$ .

Au voisinage immédiat du front, les contraintes présentent une singularité en  $(1/\sqrt{r})$  et on caractérise cette singularité à l'aide des facteurs d'intensité des contraintes définis par Irwin (1957). Ces champs asymptotiques peuvent être décrits à l'aide de l'approche de Westergaard (1939) en utilisant des fonctions d'Airy. Par exemple pour le mode I, ils s'expriment :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{11} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \\ \sigma_{22} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \\ \sigma_{12} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \end{array} \right. \quad \text{et} \quad \left\{ \begin{array}{l} u_1 = \frac{K_I(1+\nu)}{E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos \frac{\theta}{2} (\kappa - \cos \theta) \\ u_2 = \frac{K_I(1+\nu)}{E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2} (\kappa - \cos \theta) \end{array} \right. \quad (\text{C.1})$$

Dans les formules ci-dessus, la constante de Kolosov  $\kappa$  intervient aussi avec des valeurs différentes selon le cas considéré.  $\kappa$  est égale à  $(3 - 4\nu)$  dans le cas en déformation plane. En contrainte plane,  $\kappa = \frac{3 - \nu}{1 + \nu}$  est considérée pour le problème d'une plate mince. Cependant, les formules en contrainte plane ne sont pas exactes. En effet pour le problème plane (contrainte plane ou déformation plane), la déformation  $\varepsilon_{33}(x_1, x_2)$  doit satisfaire 3 équations de compatibilité suivantes :

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{33}}{\partial^2 x_1} = \frac{\partial^2 \varepsilon_{33}}{\partial^2 x_2} = \frac{\partial^2 \varepsilon_{33}}{\partial x_1 \partial x_2} = 0 \quad (\text{C.2})$$

Ces trois équations permettent de déduire que  $\varepsilon_{33}(x_1, x_2)$  est une fonction linéaire des coordonnées  $x_1$  et  $x_2$ . En contrainte plane ( $\sigma_{13} = \sigma_{23} = \sigma_{33} = 0$ ), on a  $\varepsilon_{33} = -\nu(\sigma_{11} + \sigma_{22})/E$ . Ainsi, on trouve que l'état de contrainte plane existe seulement dans le cas où  $(\sigma_{11} + \sigma_{22})$  est une fonction linéaire des coordonnées  $x_1$  et  $x_2$ . Les solutions représentées (par exemple par les équations C.1) montre la singularité de  $(\sigma_{11} + \sigma_{22})$  en  $1/\sqrt{r}$ , ce qui implique la singularité de la déformation  $\varepsilon_{33}$  en  $1/\sqrt{r}$  et donc les équations de compatibilité C.2 sont violées. Tout cela engendre que le modèle en contrainte plane dans la mécanique linéaire de la rupture doit être utilisé avec précaution.

Lorsque la structure fissurée est sollicitée dans les 3 modes simultanément, on peut appliquer le principe de superposition en élasticité linéaire :

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^{Mode I} + \sigma_{ij}^{Mode II} + \sigma_{ij}^{Mode III} \quad (C.3)$$

Les facteurs d'intensité des contraintes (*FIC*)  $K_i$  ( $i = I, II, III$ ) gouvernent la singularité des contraintes à la pointe de la fissure. Si les  $K_i$  sont connus, on peut déterminer les champs des contraintes, des déformations et des déplacements en fonction des coordonnées  $(r, \theta)$ . Au contraire, si l'on connaît les expressions des composantes des contraintes ou des déplacements, on peut alors réciproquement déterminer les FIC. A partir des solutions asymptotiques pour le modes  $I$  ci-dessus, le FIC  $K_I$  peut être défini par contrainte :

$$K_I = \lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{22}(r, \theta = 0) \sqrt{2\pi r} \quad (C.4)$$

Ou par déplacements :

$$K_I = \frac{\mu}{\kappa + 1} \lim_{r \rightarrow 0} [[u_2]](r) \sqrt{2\pi/r} \quad (C.5)$$

où  $[[u_2]]$  est le saut de déplacement  $u_2$  défini par :

$$[[u_2]](r) = u_2(r, \theta = \pi) - u_2(r, \theta = -\pi) \quad (C.6)$$

## C.2 Approche globale et taux de restitution d'énergie

Griffith (1920) est le premier à aborder le problème des corps fissurés d'un point de vue énergétique, mais Irwin (1956) était à l'origine du développement de la version actuelle de cette approche. Elle consiste à étudier le bilan des énergies mises en jeu dans le processus d'accroissement de fissure en introduisant le taux de restitution d'énergie, noté  $G$ , qui est l'énergie nécessaire pour créer de nouvelles surfaces dans le matériau, rapportée à l'unité de surface. Elle correspond à la décroissance de l'énergie potentielle totale  $\Pi$  du milieu fissuré pour passer d'une configuration initiale avec une longueur de fissure  $a$ , à une autre où la fissure se trouve augmentée d'une unité de longueur  $\Delta a$  dans le cas d'un matériau élastique linéaire.

Irwin (1956) a proposé une approche énergétique de fracture qui est essentiellement équivalente au modèle de Griffith. Il a défini le taux de restitution d'énergie  $G$ , qui est une mesure de l'énergie disponible pour un incrément de propagation des fissures :

$$G = -\frac{\partial \Pi}{\partial A} \quad (C.7)$$

où  $A$  est l'aire de la surface de lèvres de la fissure. L'énergie potentielle totale d'un corps élastique  $\Pi$ , est définie comme suit :

$$\Pi = W_e - W_{ext} \quad (C.8)$$

où  $W_e$  est l'énergie de déformation élastique (emmagasinée) dans le corps et  $W_{ext}$  le travail des efforts extérieurs.

Si on considère  $\gamma_s$  l'énergie spécifique de création de surface, la condition de rupture par instabilité des milieux élastiques fragiles de Griffith (1920) est alors :

$$G = -\frac{\partial \Pi}{\partial A} > 2\gamma_s \quad (\text{C.9})$$

Lorsque  $G = -\frac{\partial \Pi}{\partial A} = 2\gamma_s$  on peut dire que la rupture est "contrôlée".

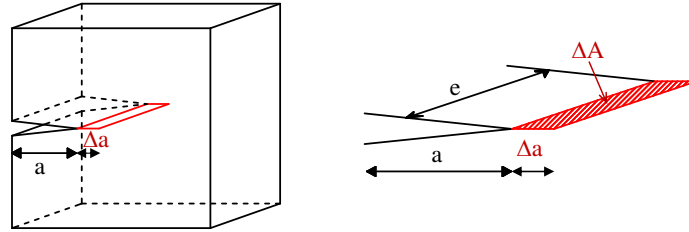


Fig. C.1 – Propagation de la fissure sur une longueur  $\Delta a$

### C.3 Taux de restitution d'énergie non-linéaire - Intégrale de contour

L'analyse élastique linéaire d'une structure fissurée conduit à introduire les facteurs d'intensité des contraintes  $K$ . Une autre façon de caractériser la singularité du champ de contraintes au voisinage de la pointe des fissures est d'étudier certaines intégrales de contour que l'on peut déduire de la loi de conservation de l'énergie. Cette façon de traiter les problèmes de la mécanique de la rupture est souvent dite indirecte par rapport à l'approche locale présentée au paragraphe précédent.

L'intégrale  $J$  de contour de Rice a connu un grand succès en tant que paramètre caractérisant la rupture pour les matériaux non-linéaires. Rice (1968) a développé un autre paramètre pour caractériser le comportement du matériau non-linéaire au voisinage de la pointe des fissures. En modélisant la déformation plastique comme élastique non-linéaire (le déchargement en élasticité non-linéaire s'effectue suivant la même courbe qu'à la montée), Rice a réussi à généraliser le taux de restitution d'énergie à des matériaux non-linéaires. Il a montré que ce taux de restitution d'énergie non-linéaire peut être exprimé comme une intégrale curviligne, qu'il a appelé l'intégrale  $J$ , évaluée à la pointe de fissure sur un contour englobant la fissure.

Cette intégrale  $J$  de Rice consiste à évaluer l'énergie à la pointe de fissure sur un contour englobant la fissure, elle est définie comme suit :

$$J = \int_{\Gamma} \left( w_e dx_2 - \sigma_{ij} n_j \frac{\partial u_i}{\partial x_1} ds \right) \quad (\text{C.10})$$

où  $w_e$  est la densité d'énergie de déformation élastique définie par :

$$w_e = \int_0^{\varepsilon_{ij}} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} \quad (\text{C.11})$$

$\Gamma$  est un contour ouvert entourant la pointe de la fissure. Celle-ci est supposée rectiligne suivant l'axe de la fissure. On note par  $\vec{n}$  la normale extérieure au contour,  $\sigma_{ij}$  la contrainte appliquée sur le contour et  $u_i$  le déplacement correspondant (Fig. C.2.a).



**Fig. C.2** – Contour de l'intégrale de Rice : (a) Contour ouvert et (b) Contour fermé

Rice (1968) a montré que la valeur de l'intégrale  $J$  est indépendante du contour (ouvert) d'intégration  $\Gamma$  autour de la fissure. Ainsi,  $J$  est appelée une intégrale indépendante du contour. Pour le démontrer, il suffit de considérer un contour fermé constitué de deux contours ouverts  $\Gamma_1$ ,  $\Gamma_3$  et de deux segments sur les lèvres de la fissure  $\Gamma_2$ ,  $\Gamma_4$  (Fig. C.2.b). L'intégrale  $J$  est nulle sur le contour fermé (par l'application de la formule de Green), et nulle également sur les deux segments où  $n_1 = 0$  et  $\sigma_{ij} = 0$  (d'après les conditions aux limites de contraintes nulles sur les lèvres de la fissure).

En comparant avec la grandeur  $G$  définie précédemment, dans le cas d'un matériau élastique ou dans le cas d'un corps subissant une très faible déformation plastique en fond de fissure, on a :

$$G = J \tag{C.12}$$

## C.4 Relation entre les facteurs d'intensité des contraintes $K$ et le taux de restitution d'énergie $G$

On peut donc appliquer l'intégrale  $J$  sur un contour voisin de la pointe de la fissure avec les champs de contraintes et de déplacements. Cela permet d'aboutir à l'expression suivante (en respectant les conditions d'élasticité linéaire) pour le cas en déformation plane :

$$G = J = \frac{1}{E} [(1 - \nu^2) (K_I^2 + K_{II}^2) + (1 + \nu) K_{III}^2] \tag{C.13}$$

On ne présente pas le cas en contrainte plane en raison de l'incompatibilité dans la solution discutée ci-dessus.

## C.5 Méthodes numériques de calcul du FIC

### C.5.1 Principe de superposition

Pour les matériaux élastiques linéaires, les composantes de la contrainte, de la déformation et du déplacement sont additives sous l'effet des sollicitations complexes en utilisant le principe de la superposition des solutions. De même, les FIC en même mode de chargement sont additifs, par exemple :

$$K_i^{(total)} = K_i^{(A)} + K_i^{(B)} + K_i^{(C)} \quad (C.14)$$

où  $i = I, II, III$  représente le mode de chargement et  $A, B, C$  les différents chargements.

Le principe de superposition permet donc de déterminer le FIC pour des configurations complexes à partir des cas simples pour lesquels les solutions sont bien établies. Ces solutions se trouvent dans certains ouvrages de synthèses (*handbooks*) et sont également très utiles dans les cas simples. Lorsque la géométrie de structure et le chargement sont assez compliqués, il faut recourir à des procédures d'analyse numérique (par exemple, analyse par la méthode des éléments finis).

Différentes méthodes ont été proposées pour calculer le FIC. Dans ce paragraphe, nous ne présentons ensuite que la méthode G-thêta que nous avons utilisé.

### C.5.2 Méthode G-thêta

Cette méthode introduite par Destuynder *et al.* (1981, 1983) au début des années 1980 repose sur la dérivation lagrangienne de l'énergie potentielle par rapport à un domaine sur lequel a été projetée l'avancée virtuelle de la fissure.

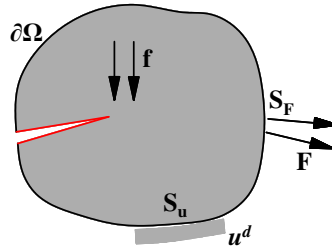


Fig. C.3 – Corps solide fissuré

#### Extension virtuelle de fissure - champ de vitesse initiale $\theta$ de transformation

On considère un solide élastique fissuré occupant le domaine  $\Omega$  (Fig. C.3). L'extension de fissure est introduite par une transformation fictive de tous les points du domaine, définie de façon lagrangienne par :

$$F^\eta: M \in \Omega \rightarrow M^\eta \in \Omega^\eta \quad (C.15)$$

avec  $M^\eta = M + \eta\theta(M)$

où  $\Omega^\eta$  est le domaine transformé,  $\eta$  est un temps fictif ( $\eta = 0$  correspondant à la configuration de référence sur laquelle on cherche à évaluer  $G$  et  $\theta(M)$  est une

vitesse initiale de transformation. Le champ  $\theta$  doit satisfaire aux contraintes suivantes (Destuynder *et al.*, 1983) :

- (i) Le champ  $\theta$  est parallèle au plan de fissure ;
- (ii) Le contour extérieur du solide fissuré est fixe, donc  $F^\eta(\Omega) \subset \Omega$  ;
- (iii) Le support de  $\theta$  est limité à un voisinage de la fissure où aucune force n'est appliquée ;
- (iv) Les composantes du vecteur sont au moins lipschitziennes ;
- (v)  $\int_{\Omega} \text{div}\theta = 1$ .

A partir de la définition de transformation par l'équation C.15, un point matériel  $P = M + \eta\theta(M)$  fait correspondre à un point spatial  $M$ . La relation donnant la dérivée lagrangienne d'un champ spatial  $g$   $\left(\dot{g} = \frac{dg}{d\eta} \Big|_{\eta=0}\right)$  en fonction de sa dérivée eulérienne

$\frac{\partial g}{\partial \eta}$  est exprimée par :

$$\dot{g} = \frac{dg}{d\eta} \Big|_{\eta=0} = \frac{\partial g}{\partial \eta} + \nabla g \cdot \theta \quad (\text{C.16})$$

### Expression du taux de restitution d'énergie

Soit  $u$  le champ de déplacement,  $f$  le champ de forces volumiques appliquées sur  $\Omega$ ,  $F$  le champ de forces surfaciques appliquées sur une partie  $S_F$  de  $\partial\Omega$ ,  $u^d$  le champ de déplacements imposés sur une partie  $S_u$  de  $\partial\Omega$  (Fig. C.3), l'énergie potentielle sur le domaine  $\Omega$  s'écrit sous la forme :

$$\Pi = \int_{\Omega} \frac{1}{2} \varepsilon(u) : \Lambda : \varepsilon(u) d\Omega - \int_{\Omega} f \cdot u d\Omega - \int_{S_F} F \cdot u dS \quad (\text{C.17})$$

où  $\varepsilon(u)$  est le tenseur de déformation et  $\Lambda$  le tenseur d'élasticité.

On considère ensuite deux espaces des champs cinématiquement admissibles :  $V = \{v \text{ admissibles, } v = u^d \text{ sur } S_u\}$  et  $V_0 = \{v \text{ admissibles, } v = 0 \text{ sur } S_u\}$ . Le champ  $u$ , solution du problème d'équilibre élastique pour la configuration considérée de fissure, est caractérisé par les relations de la formulation faible qui sont :

$$\begin{cases} \text{Trouver } u \in V \text{ telque :} \\ \int_{\Omega} \frac{1}{2} \varepsilon(u) : \Lambda : \varepsilon(w) d\Omega = \int_{\Omega} f \cdot w d\Omega + \int_{S_F} F \cdot w dS \quad \forall w \in V_0 \end{cases} \quad (\text{C.18})$$

D'après la référence (Manuel ASTER G-thêta), pour le cas d'une fissure en 3D le taux de restitution d'énergie locale  $G(s)$  est solution de l'équation variationnelle :

$$\int_{\Gamma_0} G(s) \theta(s) \cdot m(s) \cdot ds = G(\theta) \quad \forall \theta \in \Theta \quad (\text{C.19})$$

où  $s$  représente l'abscisse curviligne sur le fond de fissure  $\Gamma_0$ ,  $m$  la normale unitaire à  $\Gamma_0$  située dans le plan tangent à  $\partial\Omega$  (c'est-à-dire tangent au plan de la fissure) et

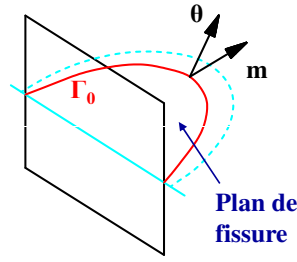


Fig. C.4 – Fond de fissure en 3D

rentrant dans  $\Omega$  (Fig. C.4). La quantité  $\theta.m$  représente la vitesse normale du fond de fissure.  $G(\theta)$  est défini par l'opposé de la dérivée de l'énergie potentielle  $\Pi(u(\eta))$  à l'équilibre par rapport à l'évolution initiale du fond de fissure  $\eta$  :

$$G(\theta) = -\frac{d\Pi}{d\eta} \Big|_{\eta=0} \quad (\text{C.20})$$

Le calcul de la dérivée lagrangienne de l'énergie potentielle tient compte des hypothèses suivantes :

- (i) Les chargements sont invariables, donc  $\dot{f} = 0$  et  $\dot{F} = 0$ .
- (ii) La donnée en déplacement est également invariable par définition de  $G$ , ce qui entraîne  $\dot{u} = 0$  sur  $S_u$ , soit  $\dot{u} \in V_0$ . Par conséquent la formulation faible de l'équation C.18 est applicable pour le champ virtuel particulier  $w = \dot{u}$ .

En utilisant la dérivée lagrangienne définie par l'équation C.16 et les hypothèses ci-dessus, la dérivée de l'énergie potentielle est ainsi donnée en termes de la solution  $u$  de l'équilibre sur la configuration de référence et du champ de vitesse de transformation  $\theta$  par :

$$\frac{d\Pi}{d\eta} \Big|_{\eta=0} = \int_{\Omega} \left\{ \frac{1}{2} (\nabla u : \Lambda : \nabla u) \operatorname{div} \theta - \nabla u : \Lambda : (\nabla u, \nabla \theta) \right\} d\Omega \quad (\text{C.21})$$

La valeur de  $G(\theta)$  pour un champ  $\theta$  donné est calculée à partir de la solution des éléments finis. La détermination de  $G(s)$  sur le fond de la fissure peut être réalisée en utilisant des méthodes de la discrétisation de  $G$  (celles des polynômes de LEGENDRE et des fonctions de LAGRANGE) que l'on peut se référer dans le document (Manuel ASTER G-thêta).

### Construction du champ $\theta$ pour le calcul numérique

Le champ  $\theta$  de vitesse de transformation doit être choisi en considérant les conditions précédentes. En pratique, le choix du champ  $\theta$  a aussi le but d'éviter l'intervention de la terme  $\nabla u$ , qui est singulère au voisinage du fond de fissure. Dans le cas 2D, on peut utiliser un procédé simple. On définit deux contours  $\Gamma_1$  et  $\Gamma_2$  entourant la pointe de fissure. Ces deux contours divisent la pièce en trois parties (Fig. C.5) : **(i)** dans  $C_{int}$ , le champ  $\theta$  est constant de norme unitaire  $(1, 0)$ ; **(ii)** dans  $C_{ext}$  le champ  $\theta$  est nul  $(0, 0)$ ; **(iii)** dans la couronne  $C_{cour}$  le champ  $\theta$  varie continument de  $(1, 0)$  à  $(0, 0)$ .



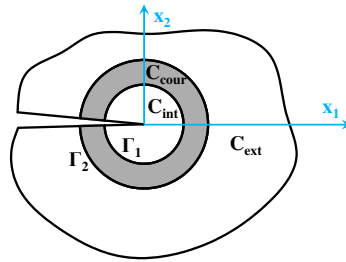


Fig. C.5 – Construction du champ  $\theta$  pour la méthode G-thêta (le cas 2D)

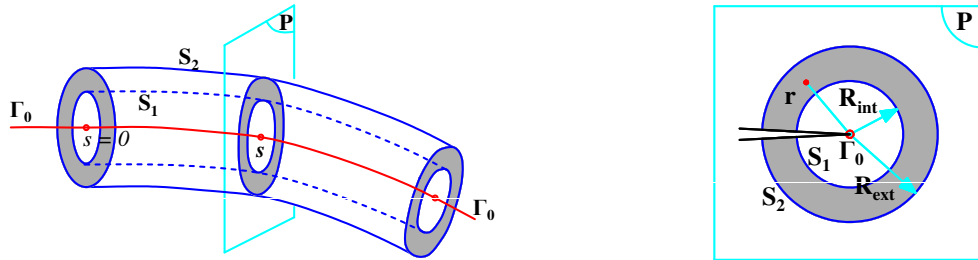


Fig. C.6 – Construction du champ  $\theta$  pour la méthode G-thêta (le cas 3D)

Dans la cas 3D, les deux contours  $\Gamma_1$  et  $\Gamma_2$  sont remplacés par deux surface torique  $S_1$  et  $S_2$  entourant le fond de fissure  $\Gamma_0$  (Fig. C.6). En tout point de  $\Gamma_0$ , repéré par son abscisse curviligne  $s$ , on peut définir un plan normal  $P$  dans lequel le champ  $\theta$  est introduit de même façon que le cas 2D.

Pour un calcul en éléments finies, le maillage du zone de voisinage de fissure doit être adapté à la construction le champ  $\theta$ . C'est pourquoi il convient de faire intervenir un maillage rayonnant autour du fond de fissure, comme l'illustre la Fig. C.7. Une fois ce maillage rayonnant obtenu, nous définissons le champ  $\theta$  comme indiqué précédemment.

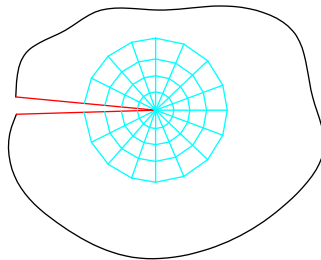


Fig. C.7 – Exemple de maillage rayonnant autour du fond de fissure

### Mise en œuvre numérique de la méthode G-thêta

Le calcul de  $G$  se fait en post-traitement, uniquement à partir du champ de déplacement de solution du calcul sur le modèle considéré. En particulier, la densité d'énergie libre et les contraintes sont calculées à partir du champ de déplacement et des caractéristiques du matériau. Il nous permet donc de calculer le taux de restitution d'énergie en n'utilisant qu'un seul maillage et qu'un seul calcul mécanique.

APPENDIX

D

ARTICLE PUBLIÉ : STRESS INTENSITY  
FACTORS AND FATIGUE GROWTH OF  
A SURFACE CRACK IN A DRILL PIPE  
DURING ROTARY DRILLING  
OPERATION



# Stress intensity factors and fatigue growth of a surface crack in a drill pipe during rotary drilling operation

Ngoc Ha Dao<sup>a,\*</sup>, Hedi Sellami<sup>a</sup>

<sup>a</sup>*Mines ParisTech, 35 rue Saint-Honoré, 77305 Fontainebleau cedex, France*

---

## Abstract

Drill pipe in a curved section of the drilled well is considered as a rotating hollow cylinder subjected to bending and tension loads. So in this paper, the stress intensity factors and the fatigue growth of a circumferential semi-elliptical surface crack in a hollow cylinder subjected to rotary bending and tension are studied. A stress intensity factor database for three loading cases is build for numerous configurations using 3D Finite Element Models. The crack propagation model employs the Walker fatigue growth rate law. Using this model, we can study the evolution of parameters characterizing the process of crack propagation.

*Keywords:* Fatigue, Crack growth, Stress intensity factor, Circumferential semi-elliptical surface crack, Hollow cylinder, FEM, Drill pipe, Damage

---

## 1. Introduction

It is well known that drill pipe fatigue in oil-gas drilling operations represents more than 30% of the drill pipe damage. The recent development of drilling techniques allowed wells with more and more complex trajectory to be drilled: horizontal well, extended-reach well, deep well in very aggressive environments. The complex trajectory of the wells induces a high mechanical stress in the drill string, which contributes to the severity of drill pipe fatigue. The rotation of drill pipe in a curved section of well in which there is a change of hole angle and/or hole direction, commonly called “dog-leg”, creates a rotary bending moment and produces the cyclic bending loading in the drill pipe. This is the main cause of drill pipe fatigue during the drilling operation.

In this paper, the fatigue growth of a circumferential semi-elliptical surface crack of a rotating hollow cylinder subjected to bending moment and tension is studied. The semi-elliptical crack is characterized by two parameters: the relative crack depth  $A/T$  (crack depth/cylinder thickness) and the ellipse aspect ratio  $B/A$  (ratio of the two ellipse radii). The ellipse center is assumed to be on the cylinder external surface (Figs. 1a and 1b). 3D finite element simulations of the cracked structure were carried out using the CASTEM code (developed by the Commissariat à l’Energie Atomique, France). These simulations allow the stress intensity factors (SIFs) along the crack front to be determined. A large number of simulations use various values of the ratio of  $R_{int}/T$  (internal radius/thickness of cylinder) from 1 to 10,  $A/T$  from 0.05 to 0.95 and  $B/A$  from 0.75 to 20. This allows us to build a SIF database for three loading cases: bending moments ( $M_{x1}$  about  $O_{x1}$  axis and  $M_{y1}$  about  $O_{y1}$  axis) and tension ( $T_e$ ) (Fig. 2).

Due to the stress and strain singularity at the intersection points of the crack front with the cylinder external surface, the assumptions of the linear elastic fracture mechanics (LEFM) is not valid at these points. However, this discontinuity is limited to a very small region around the points on the cylinder surface, and the stress intensity factor can be calculated using an asymptotic approach: that is, the SIF at the point on the cylinder external surface can be calculated from the results related to the nearest node in the structure.

---

\*Corresponding author. Tel.: +33 1 64 69 49 07; fax: +33 1 64 69 49 51  
*Email addresses:* ngoc-ha.dao@mines-paristech.fr (Ngoc Ha Dao), hedi.sellami@mines-paristech.fr (Hedi Sellami)

<b>Nomenclature</b>	
$R_{int}$	Cylinder internal radius
$R_{ext}$	Cylinder external radius
$D_{int}$	Cylinder inner diameter
$D_{ext}$	Cylinder outer diameter
$T = R_{ext} - R_{int}$	Cylinder thickness
$R_{int} / T$	Dimensionless radius of the cylinder
$A$	Crack depth for the deepest point A, a radius of the crack front ellipse
$B$	Second radius of the crack front ellipse
$C$	Half of intersection length between the crack and external free surface
$H$	Absolute value of crack tip point x-coordinate
$\beta$	Intersection angle between the crack front and external free surface
$B / A$	Aspect ratio of the crack front ellipse
$A / T$	Relative crack depth
$\xi = \frac{X_P}{H}$	Normalized coordinate of the generic point P on the crack front
$T_e$	Tension loading
$M$	Bending loading
$M_{x1}, M_{y1}$	Bending loading about the axis $O_1x_1, O_1y_1$
$\psi$	Angle of bending moment vector
$S_a$	Bending stress
$R$	Stress ratio
$F_{I,Te}, F_{I,M_{x1}}, F_{I,M_{y1}}$	Stress intensity dimensionless factors
<b>In the Carpinteri's results:</b>	
$K^*$	Stress intensity dimensionless factor
$R^*$	Dimensionless radius of the cylinder $R_{int} / T$
$\xi$	Relative crack depth $A / T$
$\alpha$	Aspect ratio of the crack front ellipse $A / B$ (inverse with our case)
$\vartheta$	Angle of bending moment vector
$\zeta^*$	Normalized coordinate (different with our case)
<b>Conversion to SI units</b>	
1 in	= 2.54 cm = 0.0254 m
1 ksi	= 6.89476 MPa

The semi-elliptical crack shape is the most used to study a hollow cylinder surface crack. Lin and Smith [1], using a 3D finite element model, showed that all the defects of any initial shape get semi-elliptical shape after some cycles of loading in a process of fatigue crack propagation. The simulations used a two-parameter theoretical model (the center of the crack ellipse is fixed on the cylinder external surface). Carpinteri and Brighenti [2] used a three-parameter theoretical model of semi-elliptical crack (where the crack ellipse center moves along the cylinder diameter) to analyze the fatigue crack propagation in a pipe subjected to cyclic bending. Their results showed that the ellipse crack center is rapidly approaching the surface. Therefore, a three-parameter model is not needed and a two-parameter model is quite enough to describe the process.

Carpinteri et al. have published a list of papers [2, 3, 4, 5] on crack propagation in a pipe for several cases: cyclic tension, cyclic bending moment and rotary bending moment. In the case of rotary bending moment, they have given the results for a thick pipe ( $R_{int}/T = 1$ ). Furthermore, the influence of the combination of the rotary bending moment and the tension on the crack propagation has not been studied.

In the present paper, we will present the solutions for a more general problem. A program was written

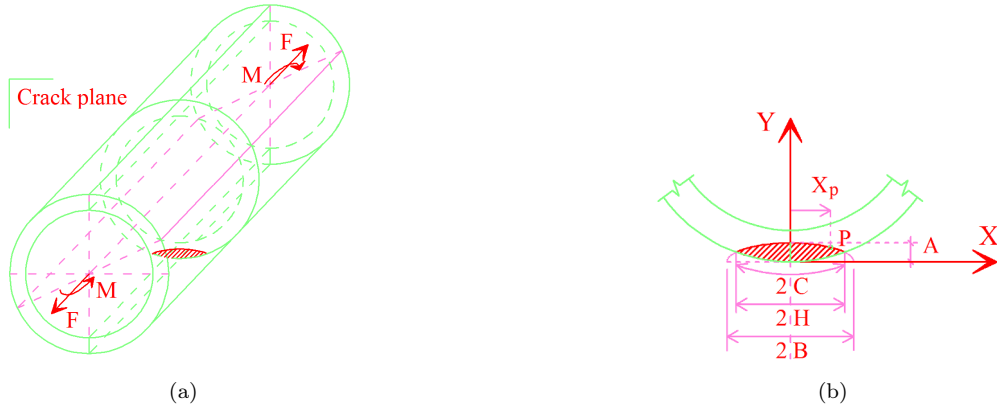


Figure 1: (a) Cracked cylinder and loading et (b) Crack geometry and parameters

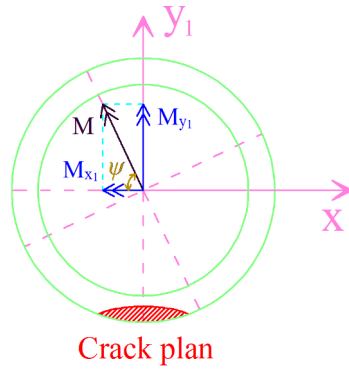


Figure 2: Decomposition of the bending moment

to determine the crack propagation when the geometries of the cylinder and the initial crack are known as well as the loadings. This model is very easy to adjust the input parameters to study different cases. Furthermore, the model allows all parameters during the crack propagation (crack geometry, SIFs, changes of parameters after a computation step) to be exported. Crack propagation is determined considering the following points:

- The problem is studied using the Walker law (it is identical to the Paris law in the “pulsating tension” case  $R = 0$ ). The coefficients of Paris law for commercial drill pipe steels are found in the SPE 25775 paper (Howard et al. [6]). The mean stress can affect the crack propagation by two following ways: the first way is that the mean stress changes the effective range of the SIF in the case of negative stress ratio by assuming that the crack just propagates with the positive value of the SIF; the second one relates to stress ratio term in the Walker law formula in the positive stress ratio case.
- The crack shape is assumed to remain semi-elliptical during the crack growth. Therefore, two points on the crack front are selected for iterative calculations of crack propagation. Obviously, the first is the deepest point (point  $D$ ), and the second is any point on the crack front (point  $P$ ). The influence of the choice of the second point on the crack propagation can be studied.
- The initial crack shape ( $A0$  and  $B0$ ) is assumed before calculating the crack growth. Consequently, the influence of the initial crack shape and the evolution of the parameters during the crack growth are also studied.
- In practice, a large part of the crack growth life is due to the growth of a very small crack. Therefore, the choice of the final crack size (final crack depth) does not affect much the prediction of crack growth life. We consider the fatigue crack growth life as the number of loading cycles during which

the crack depth grows up from  $A_0$  to the cylinder thickness. The influences of initial crack size, the cylinder dimensions and the tension on the fatigue crack growth life are also studied.

## 2. Problem description

The passage of a drill pipe in a dog-leg (well trajectory curvature) causes a bending moment and the rotation produces the cyclic loading in the drill pipe. This is the main cause of drill pipe fatigue. Further, the drill pipe is subjected to a tensile or compressive mean stress (for a drill pipe close to the drill bit). The drill pipe body is considered as a hollow cylinder. Therefore, our problem will focus on a rotating hollow cylinder subjected to bending moment and tension.

In general, the crack is growing perpendicular to the principal stress. For a hollow cylinder subjected to bending and tension loads, the principal stress direction is the cylinder axis. Thus, the crack is supposed to be in a cylinder cross section.

Figs. 1a and 1b show the cylinder circular cross section with a geometrical representation of the crack. The crack shape is assumed to be semi-elliptic with the ellipse center on the cylinder external surface (two-parameter model). The geometries of hollow cylinder and crack are described by the following dimensionless parameters: the dimensionless radius of the hollow cylinder ( $R_{int}/T$ ), the aspect ratio of the crack ellipse ( $B/A$ ) and the relative depth of the crack ( $A/T$ ). A generic point on the crack front is identified by the ‘‘normalized coordinate’’ (Fig. 1b):

$$\xi = \frac{X_p}{H}; \quad -1 \leq \xi \leq 1 \quad (1)$$

## 3. Stress intensity factor assessment using numerical simulation

### 3.1. FE-mesh

According to the symmetry of the problem, we model only a quarter of the cylinder with two planes of symmetry: cylinder axis plane ( $y_1O_1z_1$ ) and crack plane ( $x_1O_1y_1$ ). This is in the cases where the cylinder is loaded by a bending moment  $M_{x_1}$  about the horizontal axis  $O_1x_1$  and a tension ( $T_e$ ) (Fig. 3a). In the case of bending moment  $M_{y_1}$  about the vertical axis  $O_1y_1$ , we have just one plane of symmetry: crack plane ( $x_1O_1y_1$ ), and we must model a half of the structure. 20-node hexahedral solid elements (CU20) are employed. The structure mesh is composed of two parts: the crack front mesh (most dense) and the remaining structure (coarse).

In this finite element model, the isotropic linear elasticity is used with the Poisson’s ratio  $\nu = 0.3$  and the Young’s modulus  $E = 2.0E11$  Pa.

### 3.2. G-theta procedure

Bending moment and tension cause the mode I loading of the defined crack in the cylinder. So we are interested in calculating the stress intensity factor  $K_I$ . CASTEM code offers a number of procedures to perform fracture mechanic analysis applicable to two- or three-dimensional modeling. In our case, the procedure G-theta [7] is used. This procedure calculates the energy release rate on the crack front by the G-theta method [8, 9]. It helps to calculate the  $J$ -integral of a contour in the vicinity of the crack front region (in the case of linear elasticity, it is equal to the energy release rate) and to extract the stress intensity factors  $K_I$ ,  $K_{II}$ ,  $K_{III}$ . Using the solution of Westergaard for stress and displacements with the linear elasticity and plane strain conditions, the  $J$ -integral and the strain energy release rate  $G$  are related to the stress intensity factor  $K$  in the following equation:

$$J = G = \frac{1 - \nu^2}{E} K_I^2 \quad (2)$$

Hence:

$$K_I = \sqrt{\frac{E \cdot J}{1 - \nu^2}} = \sqrt{\frac{E \cdot G}{1 - \nu^2}} \quad (3)$$

This relationship allows the stress intensity factor  $K_I$  to be calculated from the results of the G-theta procedure.

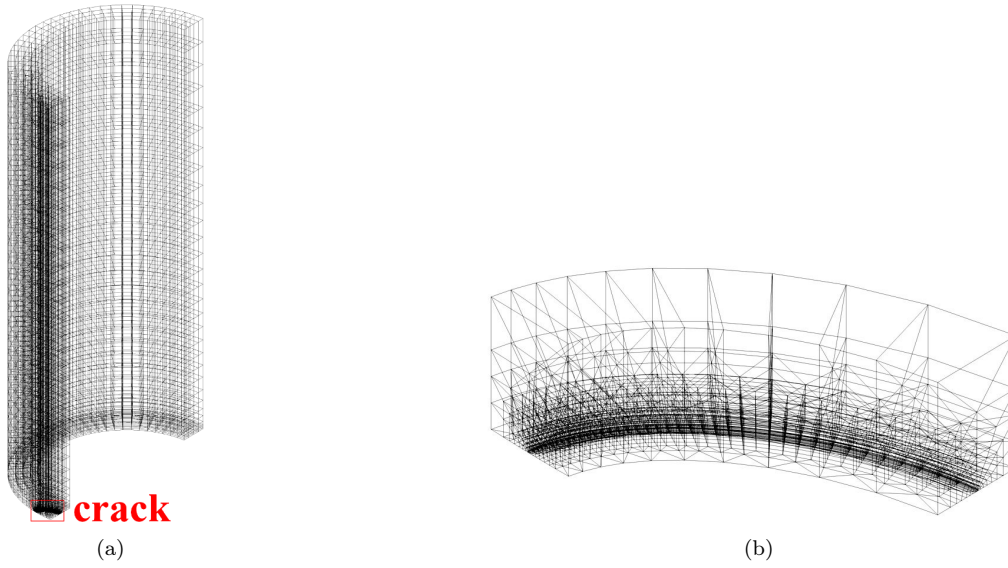


Figure 3: Finite element models: (a) A quarter of the cylinder, and (b) FE mesh of crack

### 3.3. Stress intensity factor calculation method

In our problem, the rotation of the cylinder is replaced by the rotation of the bending moment vector  $M$ . And this is represented by the variation of the angle  $\psi$  between the bending moment  $M$  and the horizontal axis  $O_1x_1$  (Fig. 2). The bending moments  $M_{x1}$  and  $M_{y1}$  are related to the total bending moment  $M$  by the equations:

$$\begin{cases} M_{x1} = M \cdot \cos \psi \\ M_{y1} = M \cdot \sin \psi \end{cases} \quad (4)$$

The SIF,  $K_I$ , is determined for three loading cases: bending moments  $M_{x1}$ ,  $M_{y1}$  and tension  $T_e$  for each finite element model considered. The results are expressed by three dimensionless factors  $F_{I,T_e}$ ,  $F_{I,M_{x1}}$ ,  $F_{I,M_{y1}}$ :

$$F_{I,T_e} = \frac{K_{I,T_e}}{T_e \sqrt{\pi a}} \quad (5)$$

$$F_{I,M_{x1}} = \frac{K_{I,M_{x1}}}{S_a \sqrt{\pi a}}; \quad S_a = \frac{M_{x1}}{I} R_{ext} \quad (6)$$

$$F_{I,M_{y1}} = \frac{K_{I,M_{y1}}}{S_a \sqrt{\pi a}}; \quad S_a = \frac{M_{y1}}{I} R_{ext} \quad (7)$$

where  $S_a$  is the maximum stress on the cross-section of the cylinder subjected to pure bending.

Considering a rotating hollow cylinder subjected to bending moment  $M$  and tension  $T_e$ ,  $K_I$  is given by the following formula:

$$K_I = [F_{I,T_e} \cdot T_e + F_{I,M_{x1}} \cdot (S_{a,M} \cos \psi) + F_{I,M_{y1}} \cdot (S_{a,M} \sin \psi)] \sqrt{\pi a} \quad (8)$$

with:

$$S_{a,M} = \frac{M}{I} R_{ext} \quad (9)$$

The dimensionless factor  $F_I$  for the case of a rotating hollow cylinder subjected to a pure bending moment  $M$  (without the tension  $T_e$ ) is:

$$F_{I,M} = \frac{K_I}{S_{a,M} \sqrt{\pi a}} \text{ or } F_{I,M} = F_{I,M_{x1}} \cdot \cos \psi + F_{I,M_{y1}} \cdot \sin \psi \quad (10)$$



The maximum and minimum values of  $K_I$  when the cylinder makes one rotation (one loading cycle) are:

$$K_{I,max} = \left[ F_{I,T_e} \cdot T_e + S_{a,M} \cdot \sqrt{F_{I,M_{x1}}^2 + F_{I,M_{y1}}^2} \right] \sqrt{\pi a} \quad (11)$$

$$K_{I,min} = \left[ F_{I,T_e} \cdot T_e - S_{a,M} \cdot \sqrt{F_{I,M_{x1}}^2 + F_{I,M_{y1}}^2} \right] \sqrt{\pi a} \quad (12)$$

$K_I$  reaches the maximum and minimum values with the angle below (in the case the point  $P$  is in the left half of the crack front):

$$\psi_{max} = \arctan \left( \frac{F_{I,M_{y1}}}{F_{I,M_{x1}}} \right) \quad (13)$$

$$\psi_{min} = \arctan \left( \frac{F_{I,M_{y1}}}{F_{I,M_{x1}}} \right) + \pi \quad (14)$$

### 3.4. Results of stress intensity factor calculations

Figs. 4a and 4b show the results of SIF calculations for the bending moment case ( $M_{x1}$  in Fig. 2) and the tension case, respectively. The ordinate axis represents the dimensionless factor  $F$  and the horizontal axis represents the position of the point on the crack tip. The calculations are made with  $R_{int}/T = 10$  and different values of the ratios  $A/T$  and  $B/A$  reported in the figures.

On the same figures, we represent the results of Shahani and Habibi [10] using the 3D finite element ANSYS 7.0 code. The analysis of Shahani et al. is performed using the sub-model method; first the structure is modeled by a large mesh, then the region of interest (here it is the region around the crack), which needs very fine mesh, is cut from the large mesh model, and analyzed with another high-density mesh. Comparisons shown in Figs. 4 indicate that our results using CASTEM code are close to those of Shahani et al.

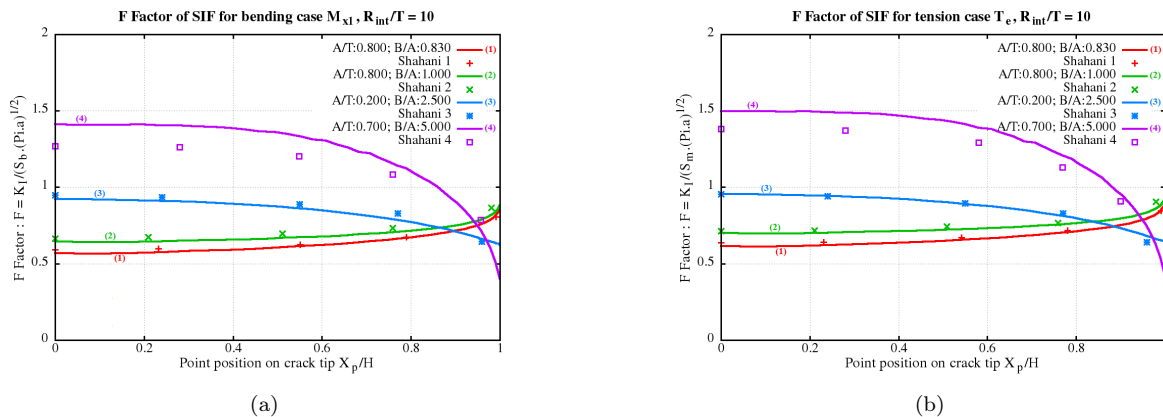


Figure 4: Numerical results - comparisons with the results of Shahani [10]: (a) Bending case, and (b) Tension case

In Figs. 5 and 6, the results for the rotary bending case (solid curves) and the cyclic bending case (dotted curves) are presented. The rotary bending case represents a cylinder subjected to a constant bending moment and this cylinder is rotating, while the cyclic bending case represents a cylinder subjected to a cyclic bending moment (the cylinder does not rotate but the bending moment is cyclic). The dimensionless factor  $F$  of the rotary bending case is determined from the results of CASTEM code model using Eq. 10. In the case of a cyclic bending moment, the effect of bending moment  $M_{y1}$  is excluded. So we can use Eq. 10 without the  $F_{I,M_{y1}}$  term.

Figs. 5 and 6 show the relationship of the SIF dimensionless factor  $F$  with the normalized coordinate  $X_p/H$ . The parameters of the calculations in Figs. 5 are  $A/T = 0.5$ ,  $B/A = 5$  or  $1$ , and various values of  $\psi$ . For the results shown in Figs. 6, we consider  $A/T = 0.2$  or  $0.8$ ,  $\psi = 30^\circ$  or  $60^\circ$ , and various values of

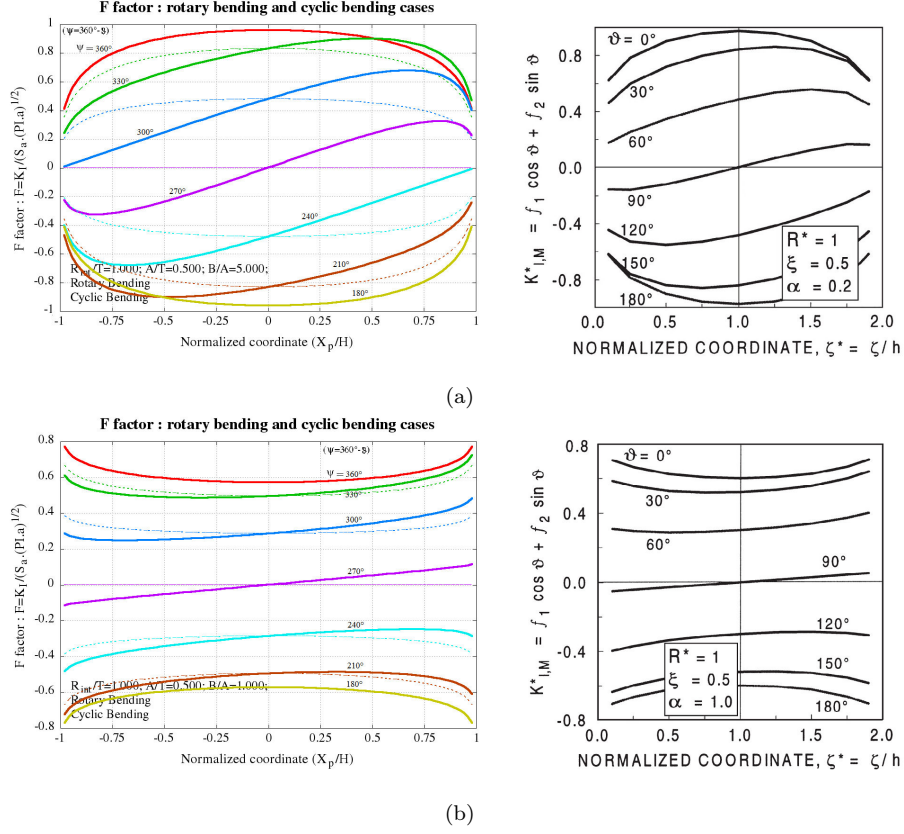


Figure 5: Numerical results - comparisons with the results of Carpinteri [5]: (a)  $R_{int}/T = 1$ ,  $A/T = 0.5$ ,  $B/A = 5$  and different values of  $\psi$ , and (b)  $R_{int}/T = 1$ ,  $A/T = 0.5$ ,  $B/A = 1$  and different values of  $\psi$ .

$B/A$ . In some cases, the gap between rotary bending and cyclic bending is very important. However, the difference in the SIF range completely depends on the factor  $F_{I, M_{\vartheta 1}}$  shown in Eqs. 11 and 12 (depending on the cylinder and crack geometries and the position of the point considered on the crack front).

Carpinteri et al. [5] presented results related to a thick-wall pipe ( $R^* = R_{int}/T = 1$ ) for the same rotary bending cases (figures on the right). In the results by Carpinteri, the crack ellipse aspect ratio  $\alpha$  is equal to  $A/B$ ,  $\vartheta$  represents the angle of bending moment and is equal to  $(360 - \psi)$ . The normalized coordinates  $X_p/H = -1$  and  $X_p/H = 1$  in the case of our calculation correspond respectively to  $\zeta^* = 0$  and  $\zeta^* = 2$  in Carpinteri's results. There is a small difference between our results and those by Carpinteri, and that can be caused by the different mesh and the used finite element code. However our results for the rotary bending case generally agree with the results by Carpinteri et al.

## 4. Determination of fatigue crack growth

### 4.1. Crack growth rate law

The Paris law is the simplest and the most commonly used law governing crack propagation. This law assumes a linear relationship of  $da/dN$  with  $\Delta K$  in the logarithm coordinate:

$$\frac{da}{dN} = C (\Delta K)^n \quad (15)$$

where  $C$  and  $n$  are the coefficient and the slope of the crack growth rate, respectively. Table 1 shows these coefficients for various commercial drill pipe materials (with  $da/dN$  in  $in./cycle$  and  $\Delta K$  and in  $ksi.in.^{1/2}$ ) [5].

A disadvantage of the Paris law is that it does not take account of the mean stress. Thus, in this paper, we consider the commonly used empirical relationship Walker law given by Eq. 16:

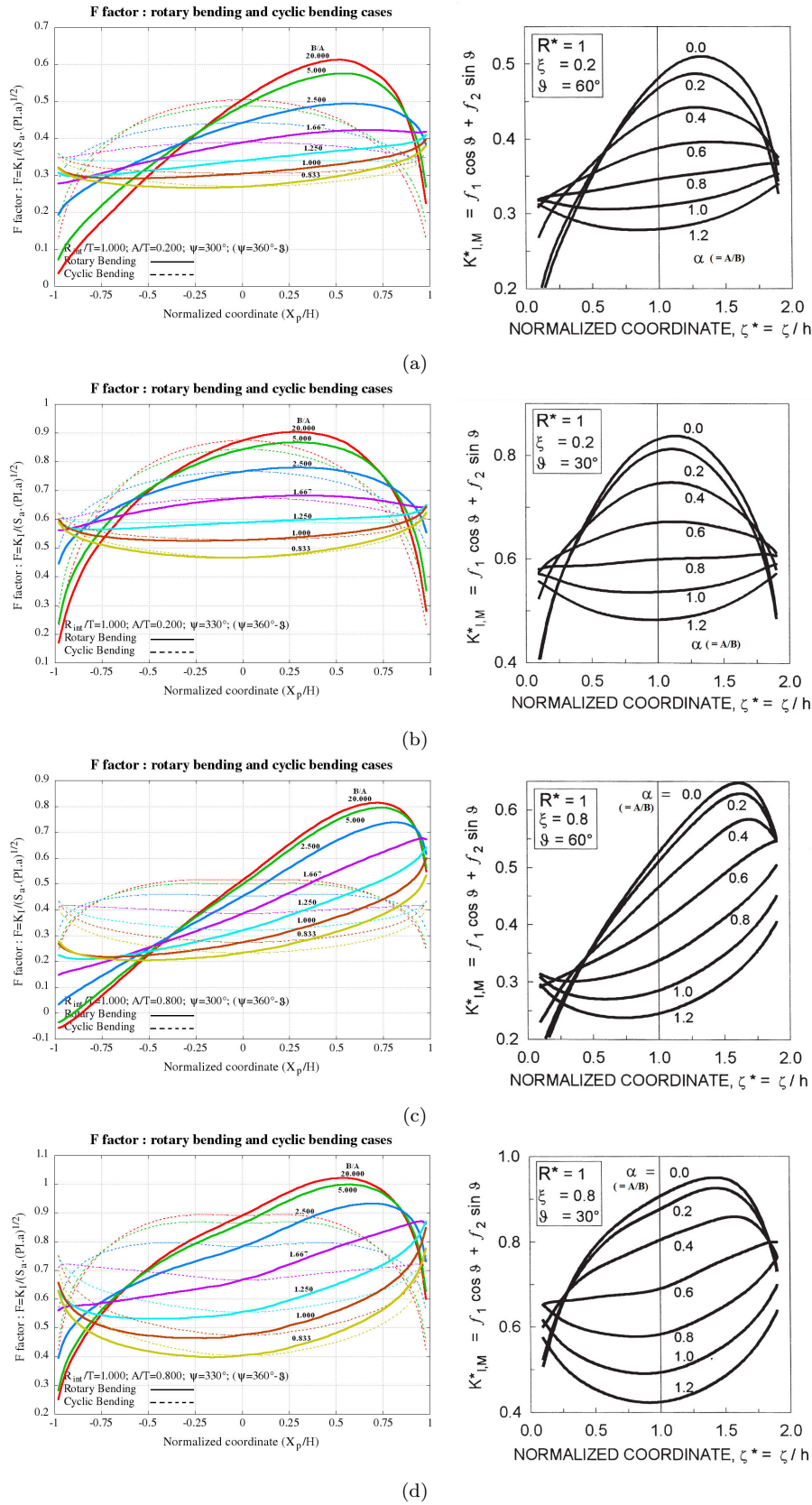


Figure 6: Comparisons with the results of Carpinteri [5]: (a)  $R_{int}/T = 1$ ,  $A/T = 0.2$ ,  $\psi = 60^\circ$  and different values of  $B/A$ , (b)  $R_{int}/T = 1$ ,  $A/T = 0.2$ ,  $\psi = 30^\circ$  and different values of  $B/A$ , (c)  $R_{int}/T = 1$ ,  $A/T = 0.8$ ,  $\psi = 60^\circ$  and different values of  $B/A$ , (d)  $R_{int}/T = 1$ , and  $A/T = 0.8$ ,  $\psi = 30^\circ$  and different values of  $B/A$ .

Table 1: Crack growth rate coefficients for various drill pipe materials (SPE 25775) (Howard et al. [6])

Type of Material	n	C
API Grade E	2.94	$4.41 \times 10^{-10}$
API Grade X	2.65	$9.35 \times 10^{-10}$
API Grade G	2.52	$1.60 \times 10^{-9}$
API Grade S	2.52	$1.60 \times 10^{-9}$
4145 MOD Steel (box)	2.68	$1.152 \times 10^{-9}$
4145 MOD Steel (pin)	3.07	$3.083 \times 10^{-10}$

$$\frac{da}{dN} = C \left[ \frac{\Delta K}{(1-R)^{(1-\lambda)}} \right]^n \quad (16)$$

where  $C$  and  $n$  are Paris law coefficient and slope for  $R = 0$  respectively,  $\lambda$  is a material coefficient and  $R$  is the stress ratio:

$$R = \frac{K_{min}}{K_{max}} \quad (17)$$

The Walker law is valid for  $R \geq 0$ . The effect of negative  $R$  ratios, which includes compression in the cycle, has received less investigation and is less understood. The compressive load part of fatigue is not taken into consideration on most of fatigue codes. It is not included in the calculation of the stress intensity factor range,  $\Delta K$ . As a matter of fact, it is assumed that when the load is negative the crack is closed and there is no growth of the crack when it is not open. So in the negative stress ratio case, we consider  $R$  equal to 0 in the Walker law formula and the SIF range calculation is shown in Section 4.3 (in the tension-compression loading case, the  $\Delta K$  is equal to  $K_{max}$  shown in Eqs. 25-27).

$$R = 0 \quad \text{if} \quad R < 0 \quad (18)$$

#### 4.2. Stress intensity factor solution

The SIF is given by expressions including the F-factors corresponding to a given configuration of geometry and loading. These F-factors are based on three variables ( $R_{int}/T$ ,  $A/T$  and  $B/A$ ). From the results of finite element simulations, we constructed an F-factor database with discrete values corresponding to wide range of  $R_{int}/T$ ,  $A/T$  and  $B/A$ . Using this table, we apply the linear interpolation method of three variables in order to assess the for arbitrary values of  $R_{int}/T$ ,  $A/T$  and  $B/A$  using Eq. 19:

$$F(x, y, z) = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 X_i(x) Y_j(y) Z_k(z) F(x_i, y_j, z_k) \quad (19)$$

where  $x$ ,  $y$ ,  $z$  are the variables replacing  $R_{int}/T$ ,  $A/T$  and  $B/A$ , respectively.  $X_i(x)$ ,  $Y_j(y)$ ,  $Z_k(z)$  are the interpolation polynomials of degree equal to one (linear interpolation):

$$X_i(x) = \left( \frac{x - x_m}{x_i - x_m} \right)_{m=1,2;m \neq i} \quad (20)$$

$$Y_j(y) = \left( \frac{y - y_m}{y_j - y_m} \right)_{m=1,2;m \neq j} \quad (21)$$

$$Z_k(z) = \left( \frac{z - z_m}{z_k - z_m} \right)_{m=1,2;m \neq k} \quad (22)$$

## 4.3. Crack growth calculating algorithm

Crack propagation is determined for each  $\Delta N$  loading cycle. The crack shape is assumed to remain semi-elliptical during the propagation. Hence, two points on the crack front are selected for iterative calculations: the first is the deepest point  $D$ , and the second is any point  $P$  on the crack front. The influence of the choice of the second point on the crack propagation is taken into account in the following.

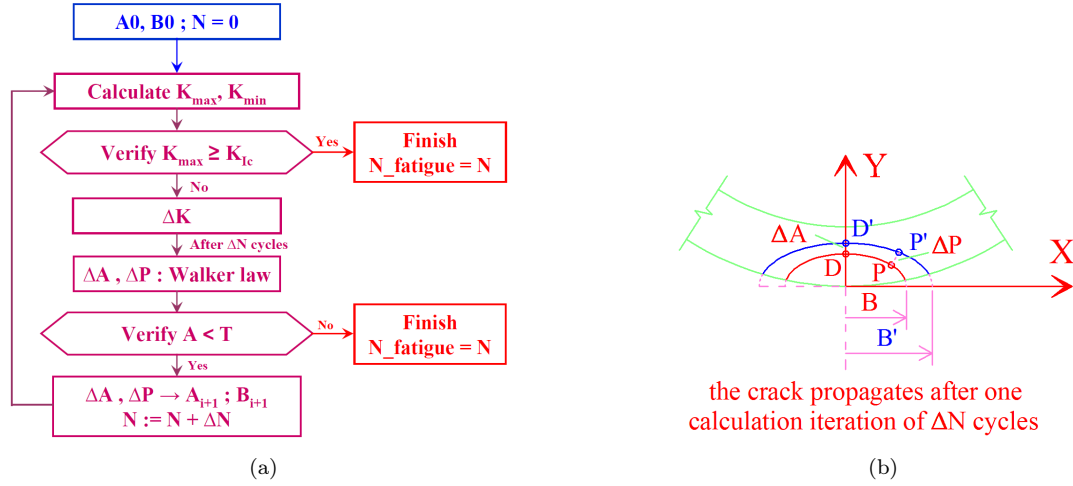


Figure 7: (a) Histogram of crack growth calculating algorithm et (b) A calculation iteration

After  $\Delta N$  cycles, the crack develops and the points  $D$ ,  $P$  propagate to the points  $D'$ ,  $P'$  respectively. The propagation direction of a point is perpendicular to the ellipse asymptote on this point. The crack shape before and after the calculation iteration is given by the following Eqs. 23 and 24:

$$\left(\frac{X}{B}\right)^2 + \left(\frac{Y}{A}\right)^2 = 1 \quad (23)$$

$$\left(\frac{X}{B'}\right)^2 + \left(\frac{Y}{A'}\right)^2 = 1 \quad (24)$$

where  $A$ ,  $B$  and  $A'$ ,  $B'$  are the two crack ellipse radius before and after the calculation iteration respectively. Therefore, if we know the coordinates of points  $D'$  and  $P'$ , the crack shape after  $\Delta N$  cycles is determined through the  $A'$  and  $B'$  values (Fig. 7b).

$K_{max}$  and  $K_{min}$  values are calculated using Eqs. 11 and 12. We assume that the crack propagates when the SIF is positive. Furthermore, in this study, we do not take into account the crack closure effect because we do not have enough data for the studied material. Hence, the SIF range during a loading cycle being introduced into the crack growth rate law equation is calculated by the following Eqs. 25-27.

If the calculated  $K_{max}$  is negative, we replace the SIF range by zero:

$$K_{max} \leq 0 \Rightarrow \Delta K = 0 \quad (25)$$

If the  $K_{max}$  is positive and  $K_{min}$  is negative:

$$K_{max} > 0; K_{min} < 0 \Rightarrow \Delta K = K_{max} \quad (26)$$

else:

$$K_{max}, K_{min} \geq 0 \Rightarrow \Delta K = K_{max} - K_{min} \quad (27)$$

The criteria by stress stipulate that the crack becomes unstable when the SIF exceeds a certain limit value which is called the fracture toughness. Therefore, if we know the fracture toughness  $K_{Ic}$  of the material studied, we must compare the calculated SIF with the material fracture toughness in a calculating iteration. If the calculated SIF exceeds the toughness  $K_{Ic}$ , we consider that the structure

is failed and we stop the calculations. Fig. 7a illustrates the algorithm developed to assess the crack growth.

## 5. Crack propagation under combined loading

The purpose is to assess the propagation of a semi-elliptical external surface crack in a hollow cylinder under a combination of rotary bending moment and tension. The cylinder is made of grade E drill pipe steel. Walker law coefficients are those given in Table 1. No value of the constant  $\lambda$  in Walker's formula is found in the literature for the grade E drill pipe steel. We consider a value of  $\lambda$  equal to 0.5 without additional data for studying the mean stress effect.

An example of crack propagation is illustrated in Figs. 8. The cylinder dimensions are  $D_{ext} = 4.500$  in. and  $D_{int} = 3.640$  in. The crack propagates from the initial size ( $A_0 = 0.025$  in.) to the final size (the crack depth  $A$  reaches the cylinder thickness) with the loadings  $S_a = 50$  ksi and  $T_e = 10$  ksi. The initial crack geometry is given by  $B_0/A_0 = 1$  in Fig. 8a and  $B_0/A_0 = 10$  in Fig. 8b.



Figure 8: Crack propagation example: (a)  $B_0/A_0 = 1$ , and (b)  $B_0/A_0 = 10$ .

### 5.1. Convergence of the crack ellipse aspect ratio $B/A$

Crack propagation under combination of rotary bending moment and tension has been studied by using the two-parameter theoretical crack model. This study shows that, for a given cylinder, the crack geometry tends to converge to a unique final geometry  $(B/A)_{final}$  during the propagation, whatever the initial crack geometry defined by the  $B_0/A_0$  value. This conclusion is illustrated in Figs. 9 giving crack propagation at different values of initial aspect ratio  $B_0/A_0$  of crack ellipse. The curves represent the evolution of the crack ratio  $B/A$  as a function of the relative crack depth  $A/T$  under various loading combinations  $(S_a, T_e)$ . The cylinder dimensions are 4.5 in. for the outer diameter and 3.640 in. for the inner diameter.  $X_p/H$  is the normalized coordinate (Eq. 1) of the second point  $P$  chosen for crack propagation calculations.

Let's focus on the parameters which can influence the value of  $(B/A)_{final}$ . For these calculations, the initial crack geometry is  $A_0 = B_0 = 0.005$  in. (Fig. 10a) and  $A_0 = 0.005$  in.,  $B_0 = 2A_0 = 0.01$  in. (Fig. 10b). Figs. 10a and 10b represent the evolution of  $(B/A)_{final}$  with the bending stress amplitude  $S_a$  for various values of tension  $T_e$ .

We note that the tension may decrease the value of  $(B/A)_{final}$ . There are two different parts on the  $(B/A)_{final}$  - bending stress  $S_a$  curve. This function seems to have a discontinuity at a value of bending stress close to the applied tension, which may make the  $K_{min}$  in Eq. 12 equal to zero at certain crack geometry. This is due to the fact that, in the case of negative  $K_{min}$  (e.g. compression - tension cycle), the SIF range is taken equal to  $K_{max}$ . In this study, we consider  $R = 0$  and  $\Delta K = K_{max}$  for the Walker law formula when  $R < 0$ . Therefore, the part of compressive stress in the load cycle is neglected in the crack propagation calculation.

We find that the curve of the fully reversed case  $T_e = 0$  ( $R = -1$ ) is horizontal. That is,  $(B/A)_{final}$  does not depend on the bending stress  $S_a$  in this case. The curves in Figs 10 seem to show that  $(B/A)_{final}$  is a function of the ratio  $(S_a/T_e)$  for a given cylinder geometry. For example, we can see the square points in Figs 10. At these points, the  $(S_a/T_e)$  value is equal to 2 and  $(B/A)_{final}$  nearly takes the same value. In the case of  $T_e = 0$ ,  $(S_a/T_e)$  tends to infinity for all  $S_a$  values; thus  $(B/A)_{final}$  is constant.

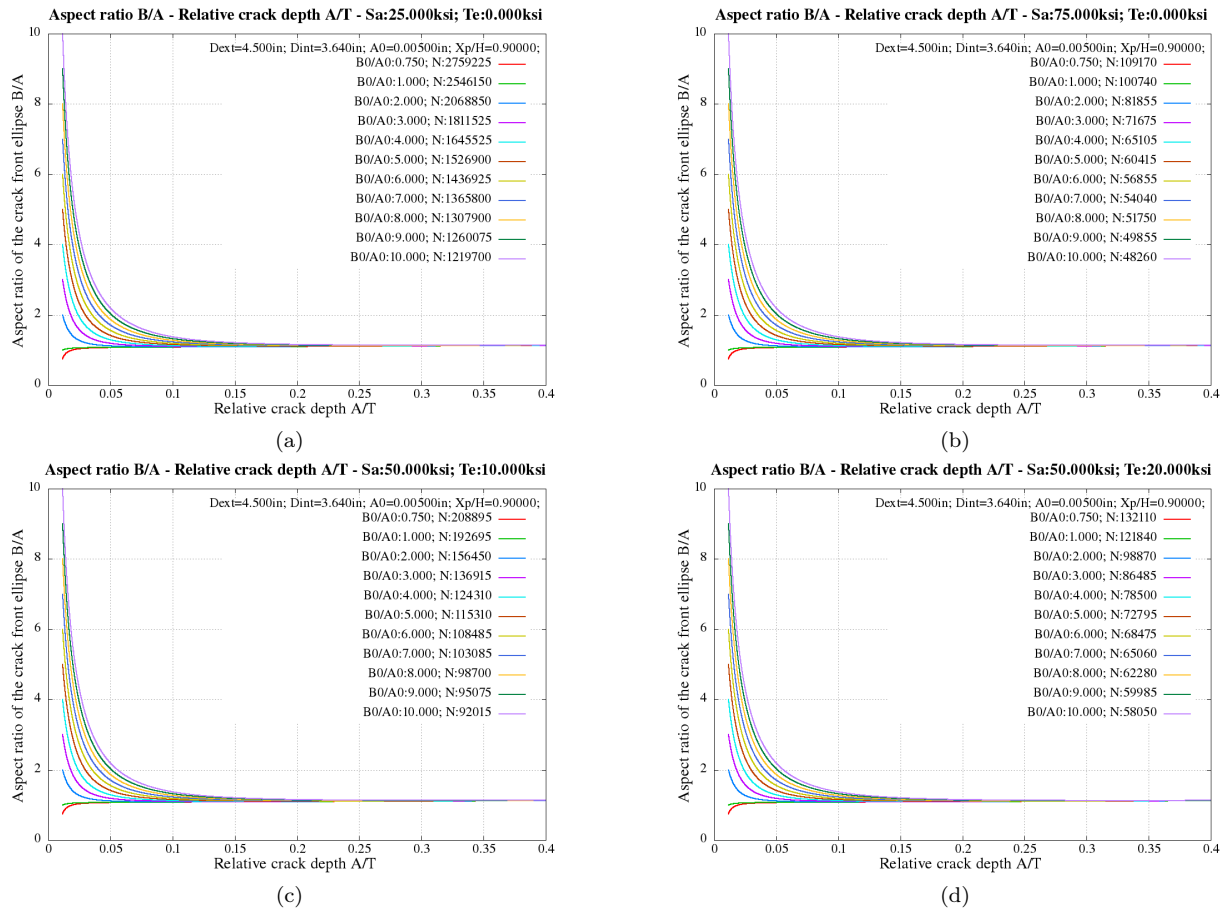


Figure 9: Evolution of the crack ellipse aspect ratio  $B/A$ : (a)  $S_a = 25$  ksi and  $T_e = 0$  ksi, (b)  $S_a = 75$  ksi and  $T_e = 0$  ksi, (c)  $S_a = 50$  ksi and  $T_e = 10$  ksi, (d)  $S_a = 50$  ksi and  $T_e = 20$  ksi.

### 5.2. Crack depth - number of cycles

Figs. 11 represent the evolution of the relative crack depth  $A/T$  against the number of cycles. We may note that the greater the crack depth, the higher the crack growth rate. The number of cycles required for the crack to propagate through a distance equal to a half of cylinder thickness takes most of fatigue propagation life. This confirms the well-known conclusion that a large part of crack propagation life is due to the propagation of a very small crack. Thus, we consider the crack propagation life  $N$  as the number of cycles at which the crack develops from the initial depth  $A_0$  to the cylinder thickness. The crack propagation lives  $N$  for various cases are presented below.

### 5.3. S-N curve computation

We study the effect of cylinder and initial crack geometries as well as the applied tension on the crack propagation life. The crack propagation life curves for various cases of cylinder geometry are presented in Fig. 12a. We set the initial crack geometry to  $A_0 = B_0 = 0.005$  in., the tension to  $T_e = 0$  ksi, the normalized coordinate of the second propagation point  $P$  to  $X_p/H = 0.9$ . Three cylinders with the same outer diameter but different thicknesses are considered for calculations. We may note that the cylinder dimensions almost do not affect the crack propagation life.

The effect of initial crack geometries is reported in Fig. 12b with  $B_0/A_0$  varying from 1 to 5. The results indicate that the greater the initial crack ratio  $B_0/A_0$ , the lower the crack propagation life. The initial crack depth is set constant at  $A_0$ .

Fig 12c illustrates the effect of the normalized coordinate  $X_p/H$  of the second propagation point  $P$  on the S-N curve when this parameter varies from 0.5 to 0.9. We have almost the same curves of crack propagation life - stress amplitude for five different cases of point  $P$ . Therefore, the choice of the second propagation point does not influence much on the crack propagation life.

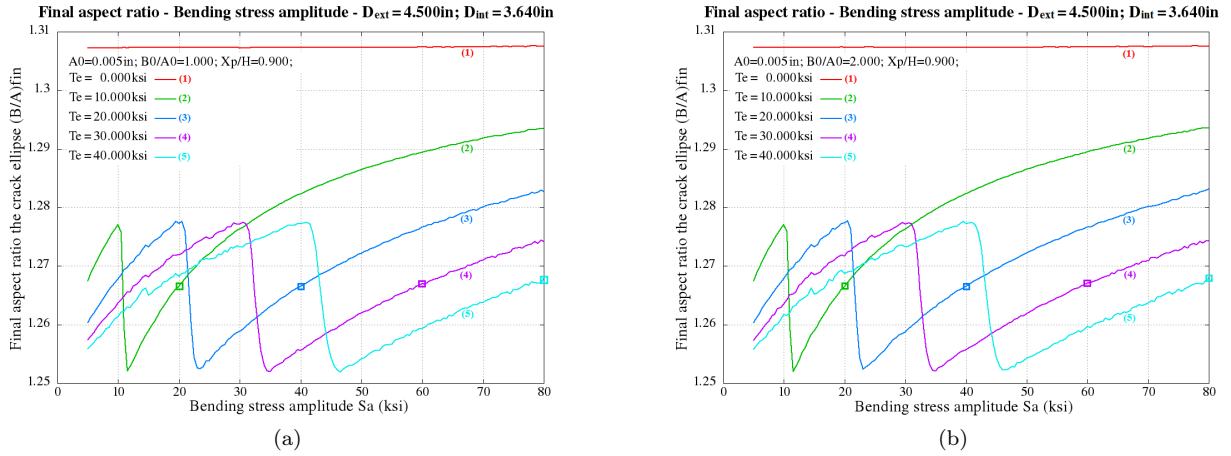


Figure 10: Converged value of the crack ellipse aspect ratio  $B/A$ : (a)  $B_0/A_0 = 1$ , (b)  $B_0/A_0 = 2$ .

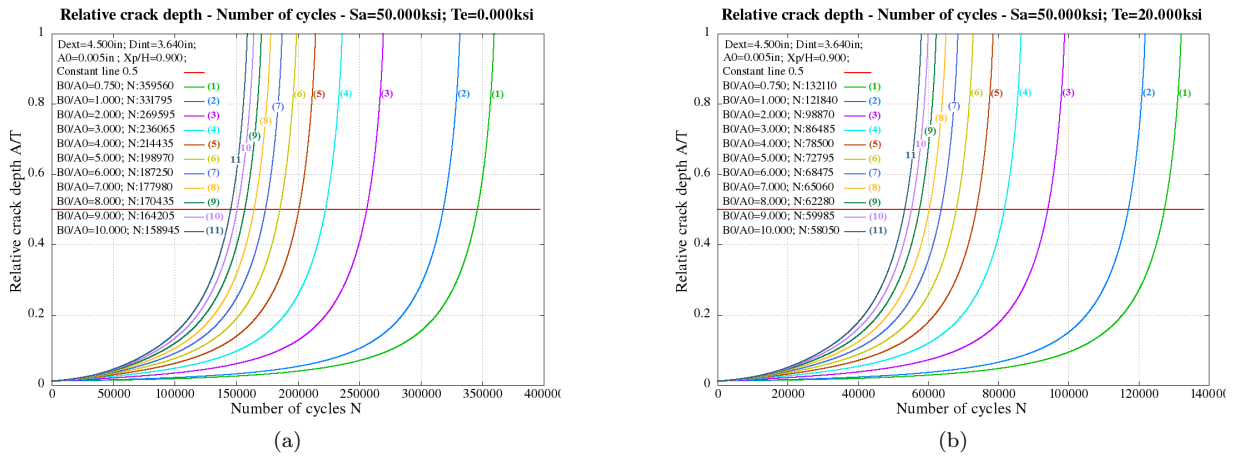


Figure 11: Evolution of crack depth against number of cycles: (a)  $S_a = 50$  ksi and  $T_e = 0$  ksi, (b)  $S_a = 50$  ksi and  $T_e = 20$  ksi.

In our model, the tension influences the crack propagation due to the stress ratio term in the Walker law formula in the case of tension-tension loading (positive R-ratio). In the case of tension-compression loading, tension changes the effective range of SIF which is introduced in the crack propagation calculations. We consider that the part of compressive stress in the loading cycle does not affect the crack propagation. Fig. 12d represents crack propagation life for various values of tension. It is obvious that tension decreases the crack propagation life. We may note the existence of a transition point on the S-N curve. This corresponds to the value of the bending stress which may make the minimum value of SIF equal to zero (transition between the tension-tension case and the tension-compression case). From this value, the tension does not change the SIF range anymore, and the crack propagation is only influenced by the stress ratio term in Walker law formula.

#### 5.4. Crack propagation algorithm for rotary drilling operation

A crack growth model in drill pipe has been developed in section 4.3. As a part of its research program on Oil&Gas drilling, the Mines-ParisTech University has developed a numerical code (ABIS) (Sikal et al. [11]) that can predict the mechanical behavior of a stiff drill string inside the drilled well with any complex shape including tortuosity and micro-tortuosity. The operational model of crack propagation uses the ABIS code that allows to calculate the drill string deformation inside the well and to predict accurately the stresses in the drill pipes as well as the contact forces between drill pipes and the borehole.

The algorithm of the crack propagation model during rotary drilling operation is shown in Fig. 13. The calculations are performed step by step, and we consider that drilling operation evolves by steps of



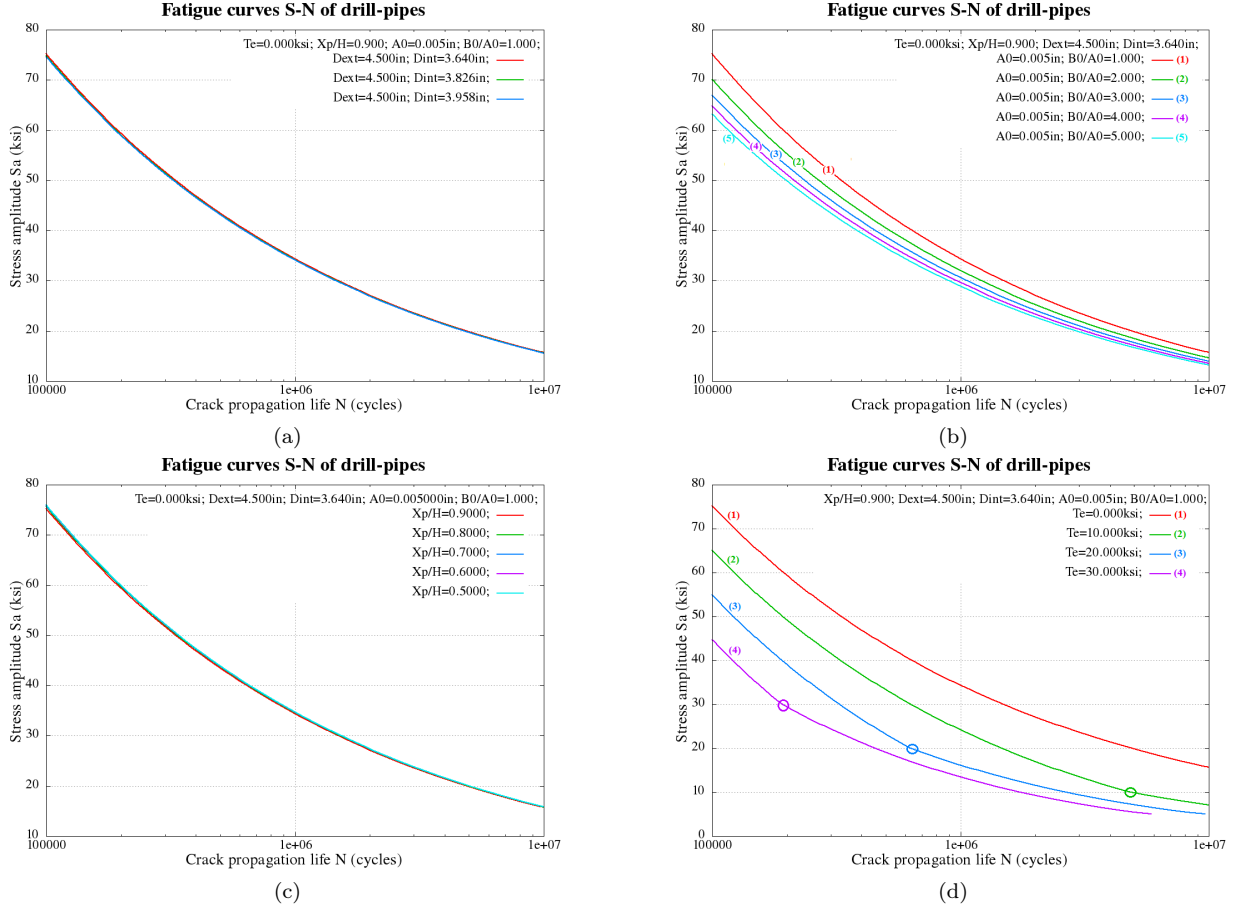


Figure 12: S–N curve computation for drill pipe: (a) different cylinder thicknesses, (b) different initial crack geometries, (c) different choices of the second propagation point  $P$ , (d) different tension loadings.

length  $\Delta L_i$ . In each computation step, the ABIS code is used to determine accurately the stresses in the drill string. Next, the crack propagation code is implemented to determine the crack evolution.

## 6. Conclusions

The behavior of a circumferential semi-elliptical crack on the external surface of a hollow cylinder subjected to a combination of rotary bending and tension is studied. Various finite element simulations were performed under three loading modes: bending moments  $M_{x1}$ ,  $M_{y1}$  and tension  $T_e$ . The results are used to build a SIF database from which the SIF is calculated by using a polynomial interpolation method.

The Paris law widely used in the literature does not take into account the mean stress effect (or the tension). In order to overcome this limitation, we used the Walker law for computing crack propagation. The numerical results using the developed model show a very important role of the tension on the fatigue crack growth.

The simulation indicates that crack has a tendency to converge to a final geometry whatever its initial geometry, as described by other studies in which only initial crack geometry has been varied. Studies of the final crack geometry were conducted using as a parameter the final value of the ellipse crack aspect ratio  $(B/A)_{final}$ . This study shows that the tension may decrease the  $(B/A)_{final}$  value, and there is a transition point on the curve  $(B/A)_{final}-S_a$ . Additionally,  $(B/A)$  does not depend on the bending stress in the alternating symmetrical case ( $R = -1$  or  $T_e = 0$ ), and it seems that  $(B/A)_{final}$  is a function of the ratio  $(S_a/T_e)$  for a given cylinder geometry.

It is well accepted that a large part of crack propagation life is due to the propagation of a very small crack. Thus, we considered that the life of crack propagation corresponds to the number of cycles at which the crack develops from the initial depth  $A_0$  to the cylinder thickness. This definition allows us to

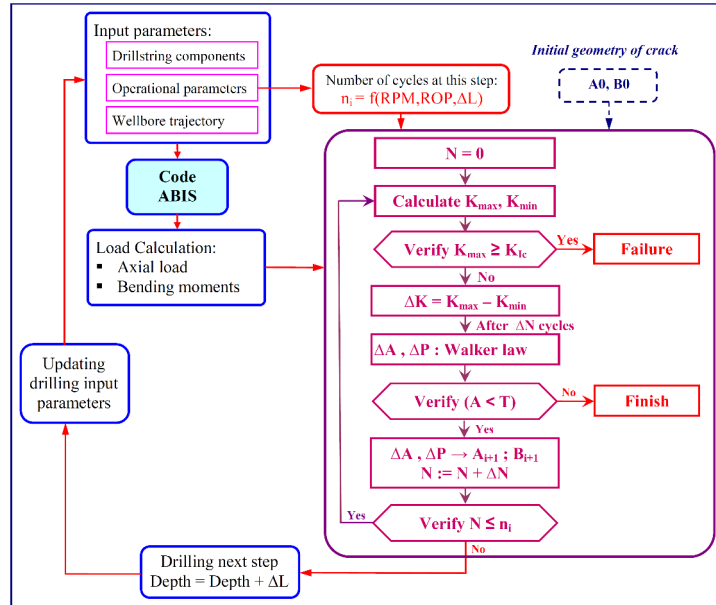


Figure 13: Crack propagation algorithm for rotary drilling operation.

construct the S-N curves of drill pipes using this developed model. Studies of S-N curves resulting from this model show the important influences of the initial crack size and the tension on the crack propagation life, while the effect of the cylinder dimension and the choice of second crack propagation point are low.

This crack growth model requires the knowledge of the Walker law coefficients. Therefore, it is necessary to perform fatigue crack growth rate tests to determine these coefficients for different steel grades used in drill pipes. Using these results, it is possible to simulate the crack evolution in a drill pipe.

## References

- [1] X. B. Lin, R. A. Smith, Fatigue growth prediction of internal surface cracks in pressure vessels, *Journal of pressure vessel technology - Trans ASME* 120 (1) (1998) 17–23, ISSN 0094-9930.
- [2] A. Carpinteri, R. Brighenti, A three-parameter model for fatigue behaviour of circumferential surface flaws in pipes, *International Journal of Mechanical Sciences* 42 (7) (2000) 1255 – 1269, ISSN 0020-7403.
- [3] A. Carpinteri, R. Brighenti, Circumferential surface flaws in pipes under cyclic axial loading, *Engineering Fracture Mechanics* 60 (4) (1998) 383 – 396, ISSN 0013-7944.
- [4] A. Carpinteri, R. Brighenti, A. Spagnoli, Part-through cracks in pipes under cyclic bending, *Nuclear Engineering and Design* 185 (1) (1998) 1 – 10, ISSN 0029-5493.
- [5] A. Carpinteri, R. Brighenti, A. Spagnoli, Fatigue growth simulation of part-through flaws in thick-walled pipes under rotary bending, *International Journal of Fatigue* 22 (1) (2000) 1 – 9, ISSN 0142-1123.
- [6] J. Howard, M. Halbert, A. Lubinski, Systematic Tracking of Fatigue and Crack Growth To Optimize Drillstring Reliability, in: *SPE/IADC Drilling Conference*, 22-25 February 1993, Amsterdam, Netherlands, Society of Petroleum Engineers, ISBN 9781555634940, 1993.
- [7] G-theta procedure of CASTEM EF-code on <http://www-cast3m.cea.fr/>, ????
- [8] P. Destuynder, M. Djaoua, S. Lescure, Quelques remarques sur la mécanique de la rupture élastique, *Journal de Mécanique Théorique et Appliqué* 2 (1983) 113–135.
- [9] eXtended Finite Element Method, documentation de Reference de Code Aster no. R7.02.12, ????

- [10] A. Shahani, S. Habibi, Stress intensity factors in a hollow cylinder containing a circumferential semi-elliptical crack subjected to combined loading, *International Journal of Fatigue* 29 (1) (2007) 128 – 140, ISSN 0142-1123.
- [11] A. Sikal, J. Boulet, S. Menand, H. Sellami, Drillpipe Stress Distribution and Cumulative Fatigue Analysis in Complex Well Drilling: New Approach in Fatigue Optimization, in: *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, 21-24 September 2008, Denver, Colorado, USA, Society of Petroleum Engineers, ISBN 9781555631475, 2008.

ANNEXE

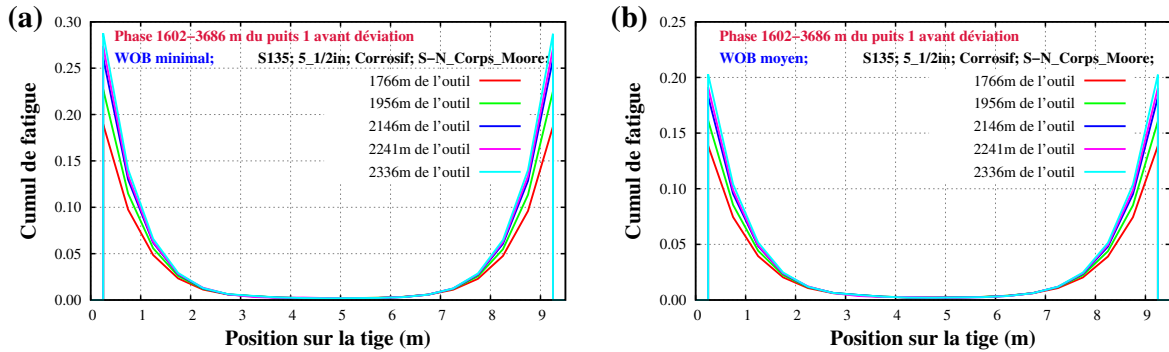
E

RÉSULTATS SUPPLÉMENTAIRES  
POUR LE CAS RÉEL ANALYSÉ VIA  
LES DEUX MODÈLES

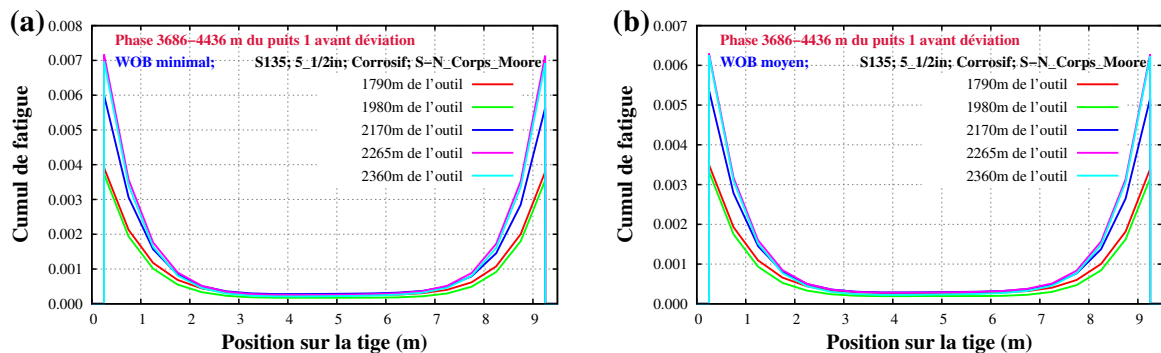


## E.1 Résultats de calcul du cumul de fatigue

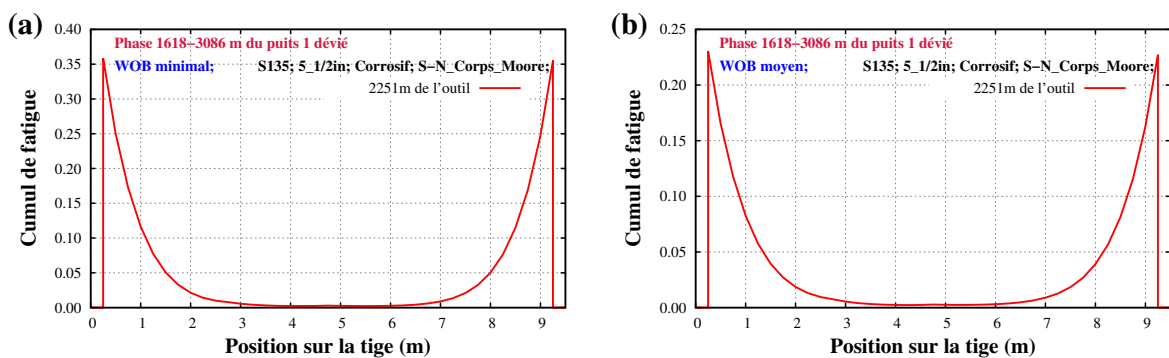
Les Figs. E.1 à E.3 représentent les répartitions du cumul de fatigue le long de la tige en fin de chaque phase de forage. Chaque figure correspond à un scénario du WOB minimal ou du WOB moyen. Chaque courbe sur ces figures correspond à une position de la tige étudiée dans la garniture de forage.



**Fig. E.1** – Répartition, le long de la tige, du cumul de fatigue causé par la phase 1602-3686 m du puits 1 : (a) WOB minimal, (b) WOB moyen (différentes positions de la tige étudiée dans la garniture)



**Fig. E.2** – Répartition, le long de la tige, du cumul de fatigue causé par la phase 3686-4436 m du puits 1 : (a) WOB minimal, (b) WOB moyen (différentes positions de la tige étudiée dans la garniture)



**Fig. E.3** – Répartition, le long de la tige, du cumul de fatigue causé par la phase 1618-3086 m du puits 1 dévié : (a) WOB minimal, (b) WOB moyen

Les Figs. E.4 à E.6 représentent le cumul de fatigue après une heure de rotation avec la vitesse de rotation de 100 tr/min.

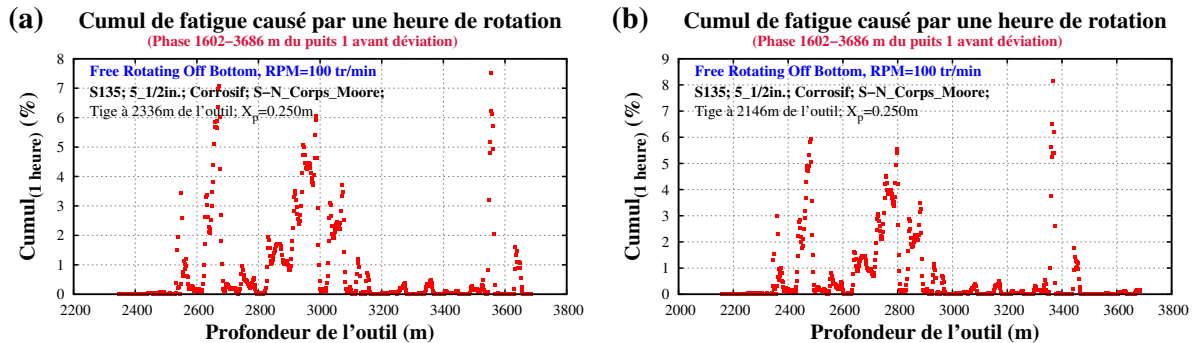


Fig. E.4 – Cumul de fatigue après une heure de rotation au point  $X_p = 0.25$  m de la tige étudiée : (a) à 2336 m, et (b) à 2146 m de l'outil (phase 1602-3686 m du puits 1)

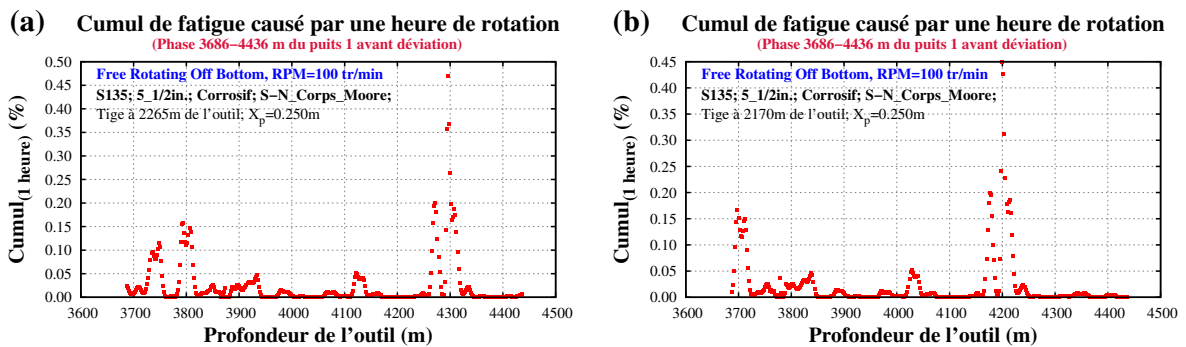


Fig. E.5 – Cumul de fatigue après une heure de rotation au point  $X_p = 0.25$  m de la tige étudiée : (a) à 2265 m, et (b) à 2170 m de l'outil (phase 3686-4436 m du puits 1)

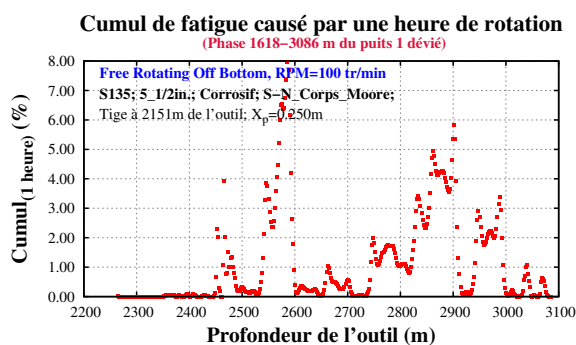


Fig. E.6 – Cumul de fatigue après une heure de rotation au point  $X_p = 0.25$  m de la tige étudiée à 2251 m de l'outil (phase 1618-3086 m du puits 1 dévié)

## E.2 Résultats de calcul de la propagation de fissure

Les Figs. E.7 représentent les résultats calculés avec les coefficients de la loi de propagation de fissure du grade B2-135 (voir le Tab. V.3). Chaque courbe correspond à une valeur de  $B0/A0$ , les autres données sont illustrées sur les figures. On note que la profondeur de fissure atteint l'épaisseur de la tige à partir de la profondeur de l'outil de 3076 m pour le grade B2-135 dans le cas de la fissure initiale  $B0/A0 = 6$  (Fig. E.7.f).

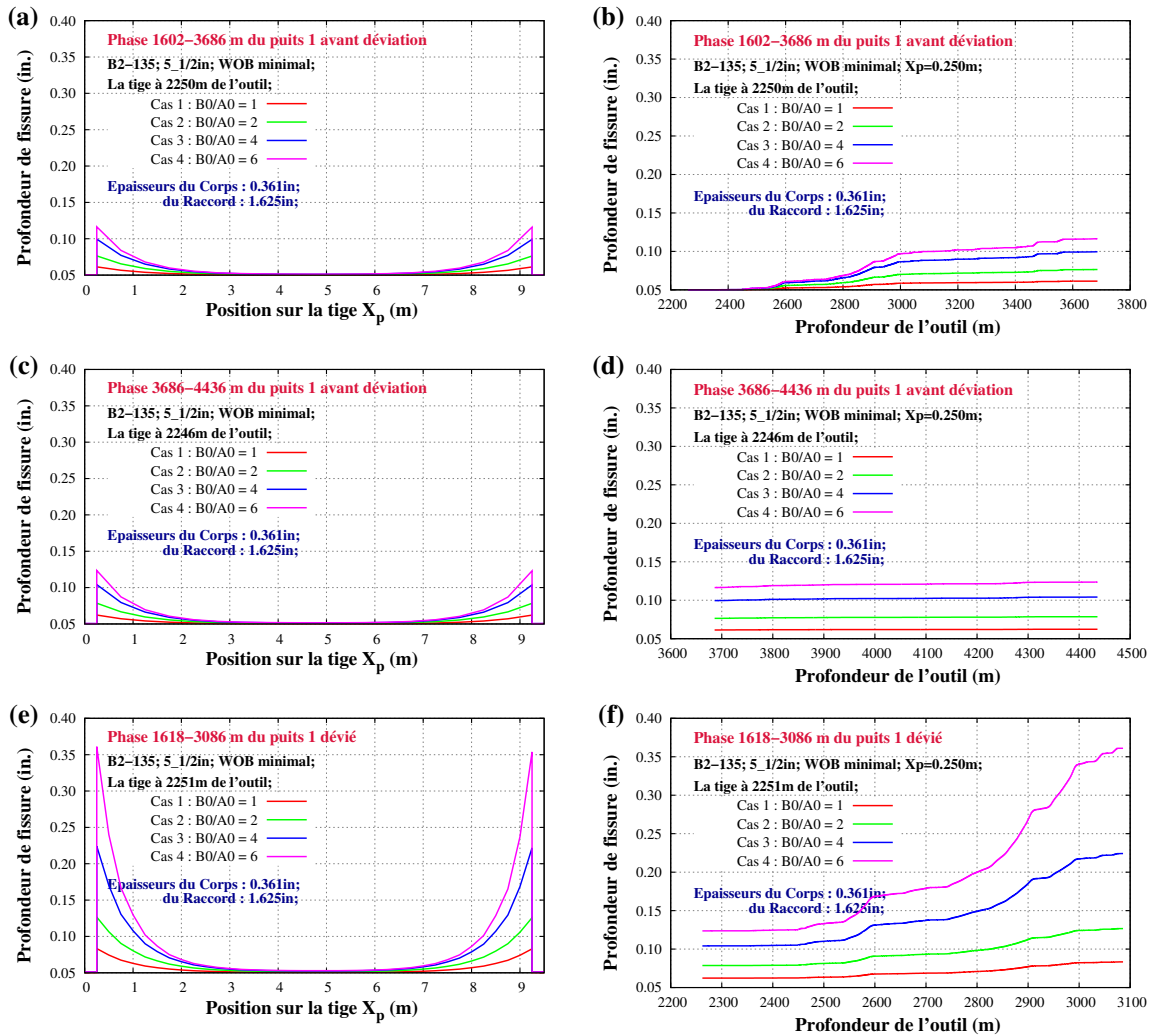


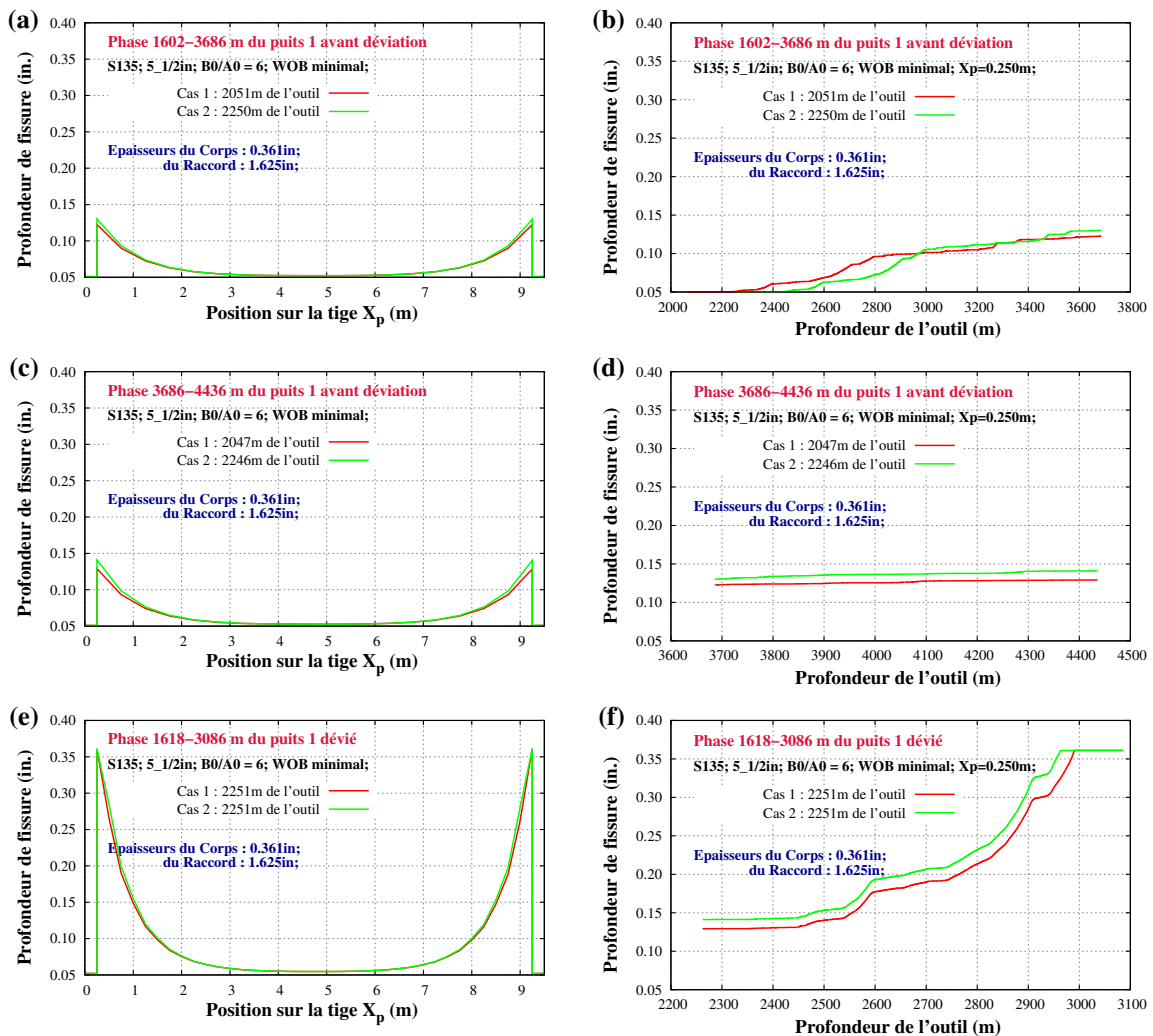
Fig. E.7 – Profondeur de la fissure en fin de chaque étape du forage pour différents points sur la tige et Evolution de la fissure du point  $X_p = 0.250m$  durant le forage (Grade B2-135)



On étudie ensuite deux différentes positions de la tige étudiée pour les phases de forage du puits 1 avant déviation (E.1). On constate sur les Figs. E.8 que dans ces résultats, la tige à 2250 m de l'outil (cas 2) est plus dangereuse que celle à 2051 m (cas 1) (Fig. E.8.f).

**Tab. E.1** – Positions de la tige étudiée (de l'outil de forage) pour chaque cas de calcul sur les Figs. E.8

Tige suivie	Forage du puits 1 avant déviation		Forage du puits 1 dévié
	1602-3686 m	3686-4436 m	1618-3086 m
Cas 1	2051 m	2047 m	2251 m
Cas 2	2250 m	2246 m	2251 m



**Fig. E.8** – Profondeur de la fissure en fin de chaque étape du forage pour différents points sur la tige et Evolution de la fissure du point  $X_p = 0.250m$  durant le forage (comparaison de deux positions de la tige étudiée dans la garniture dans le forage du puits 1 avant déviation)

## Modélisation de la fatigue des systèmes de forage de puits à trajectoire complexe

**Résumé :** Face à la complexité croissante des trajectoires et des conditions opérationnelles des forages pétroliers et géothermiques, le phénomène de fatigue est devenu la cause principale de rupture des garnitures de forage. La fatigue des tiges est essentiellement liée à leur flexion cyclique due à leur rotation dans une section courbe du puits. L'objectif de ce travail est d'élaborer une méthodologie ainsi que les modèles numériques nécessaires pour évaluer la fatigue des tiges au cours du forage de puits à trajectoire complexe. Pour ce faire, nous proposons d'abord de choisir parmi les approches existantes de prévision de la durée de vie en fatigue d'une structure celles qui nous ont semblé les plus pertinentes pour le problème de fatigue des systèmes de forage. Puis, ces approches (qui comprennent les théories de la fatigue et de la rupture ainsi que des lois empiriques), et des logiciels de calcul de structures sont ensuite intégrés dans des algorithmes de calcul incrémental de la fatigue d'un système en fonction de l'évolution de l'opération du forage. Du fait que les contraintes dans les tiges restent souvent dans le domaine élastique, deux modèles de fatigue des tiges sont développés : un premier est basé sur le calcul du cumul de fatigue et un second sur le calcul de la propagation de fissure par fatigue. Ces deux modèles peuvent être utilisés dans la phase de conception de la trajectoire du puits et de la garniture pour le forer, de même qu'en opération pour prédire les risques de rupture par fatigue du train de tiges. Ceci permet à l'opérateur de planifier la gestion des tiges et leurs inspections en fonction de l'historique de leur utilisation.

**Mots clés :** Fatigue, Cumul de fatigue, Propagation de fissure, Tige de forage, Garniture de forage, Comportement mécanique, Trajectoire complexe, Modélisation numérique.

### Fatigue modelling of drilling systems applied to complex trajectory wells

**Abstract:** Facing the growing complexity of trajectories and operating conditions of oil and geothermal drillings, the fatigue phenomenon has become the main cause of drill-string failure. The fatigue of drill-pipes is essentially due to their cyclic bending caused by their rotation in a curved section of the well. The objective of this work is to develop a methodology and the necessary numerical models to assess the fatigue of drill-pipes during drilling operations of complex trajectory wells. For this purpose, we propose firstly to choose among the available approaches for structure fatigue life prediction those that seem most relevant to drill-string fatigue problem. Then, these approaches (which include the fatigue and fracture theories as well as empirical laws), and structural calculation software are then integrated into incremental computation algorithms of drill-pipe fatigue in function of drilling operation evolution. Since the stresses in drill-pipes remain often within the elastic domain, two fatigue models for drill-pipes are developed: the first one is based on the cumulative fatigue calculation and the second one on the fatigue crack growth calculation. These models can be used in the well and drill-string design, or in real time during drilling to predict the fatigue failure in the drill-string. This allows the drill operator to plan the management of drill-pipes and their inspections depending on their usage history.

**Keywords:** Fatigue, Cumulative fatigue, Fatigue crack growth, Drill-pipe, Drill-string, Drill-string mechanical behaviour, Complex trajectory, Numerical modelling.

