



**HAL**  
open science

# Étalements de fluides à seuil

Mathilde Maillard

► **To cite this version:**

Mathilde Maillard. Étalements de fluides à seuil. Matériaux. Université Paris-Est, 2015. Français.  
NNT : 2015PESC1111 . tel-01280363

**HAL Id: tel-01280363**

**<https://pastel.hal.science/tel-01280363>**

Submitted on 29 Feb 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**THÈSE DE DOCTORAT DE  
L'UNIVERSITÉ PARIS-EST**

Spécialité

**Sciences des Matériaux**

École Doctorale Sciences, Ingénierie et Environnement

Présentée par

**Mathilde MAILLARD**

Pour obtenir le grade de

**Docteur**

---

# Étalements de fluides à seuil

---

Soutenue le 28 septembre 2015 devant le jury composé de :

M.	Christophe CLANET	Rapporteur
M.	Sébastien MANNEVILLE	Rapporteur
M.	Guillaume OVARLEZ	Président du jury
M.	Benjamin DOLLET	Examineur
M.	Pierre SARAMITO	Examineur
M.	Philippe COUSSOT	Directeur de thèse
Mme	Jalila BOUJLEL	Invitée



Aux expérimentateurs,

*Ce n'est qu'en essayant continuellement que l'on finit par réussir.  
En d'autres termes : plus ça rate et plus on a de chances que ça marche...*

Proverbe Shadock



# Remerciements

Ces travaux ont été effectués au laboratoire Navier, grâce à un financement du ministère de l'écologie, du développement durable et de l'énergie. Cette thèse ne faisant pas exception, elle est l'aboutissement d'un travail collectif et du soutien de nombreuses personnes à qui je tiens à exprimer toute ma gratitude.

En premier lieu, je souhaite remercier chaleureusement Philippe Coussot sans qui ce projet n'aurait pas vu le jour. Merci pour tes encouragements, tes multiples idées, ton éternelle disponibilité et pour toutes nos discussions sur des sujets oscillant entre débats scientifiques soutenus et considérations parfois improbables. Merci de m'avoir laissée libre d'explorer.

Merci également à Jalila Boujlel pour son encadrement pendant mon stage de master, pour m'avoir transmis une part de son virus pour les manips et les petites débrouilles expérimentales et pour m'avoir légué son montage. Merci aussi d'avoir accepté de faire partie de mon jury.

Un grand merci aux membres de mon jury qui ont pris le temps de venir des quatre coins de France pour assister à ma soutenance et nous apporter leurs éclairages. Merci à Christophe Clanet et à Sébastien Manneville de m'avoir fait l'honneur de relire et de rapporter avec attention ces travaux. Merci à Benjamin Dollet et à Pierre Saramito pour leurs examinations attentives et merci à Guillaume Ovarlez pour avoir également accepté de présider le jury.

J'ai eu la chance de côtoyer depuis plusieurs années Jérémy Bleyer grâce à qui ce manuscrit a pu s'enrichir d'une solide partie numérique. Ne jamais sous-estimer les discussions autour d'un café. Grand merci ! Je te souhaite une excellente carrière d'enseignant-chercheur, et j'espère qu'elle suscitera de nombreuses vocations. Continue à travailler ton revers, la concurrence est solide.

Ces travaux se basent sur deux montages expérimentaux entièrement conçus et réalisés au laboratoire grâce à l'astuce, la qualité et la disponibilité de l'équipe technique. Merci à David, Cédric, Pascal et Christophe. L'aboutissement de Tartine aura été une épopée mais j'espère qu'elle fonctionnera encore longtemps pour pouvoir dévoiler d'autres mystères.

J'en profite pour remercier les autres membres de Kepler pour leur gentillesse, leur aide et les nombreuses échanges que nous avons eus au cours de ces dernières années. Merci particulier à mon voisin Xavier et ses thés du goûter, à Elise (séminaire !), à Julie et ses émulsions transparentes (les fourbes), à Florence, Abdoulaye, Jean-Noël, Stéphane, Laurent et à toute l'équipe de chercheurs du bout de la forêt. Merci à l'équipe administrative, Nathalie, Sandrine, Carmen et Marie, pour leur précieuse aide en de nombreuses occasions et notamment, ce n'est pas la moindre, pour la logistique de ma soutenance. Enfin, merci à Yves, bonne retraite, ta présence va manquer.

Je remercie Anne-Laure qui a eu la grande tâche pendant son stage de s'atteler aux émulsions réfractaires et aux mélanges de carbopol et de glycérol, permettant de mettre en évidence le rôle du fameux rapport  $k/\tau_c$  (oui je sais les gars, il n'y a pas de rat-porc).

Cette thèse n'aurait évidemment pas eu la même saveur sans la joyeuse bande des Keplériens! Merci à mes cothésards dont l'amicale présence m'a aidée à faire aboutir ce projet. Grâce à mes voisins de bureau, Adrien, Antoine et Florian, j'ai appris la diplomatie, ma newbitude a un peu diminué, et surtout, j'ai découvert que, finalement, j'aimais la bière. Merci à RineMa pour ses conseils avisés et pour tous nos papotages! Mais motus sur ces sujets... Merci aux trois mousquetaires pour leur(s) folie(s) : Benji-pamplemousse, Benoît-binôme et Guillaume-Chpicard, leurs slips, hommes-taupes, QPUC, avant-gardisme et autres gougnaffes. Promis, je ferai attention aux phares. Merci à Thibaud, mon acolyte de fluides à seuil, de conférences et de course. Et merci à l'ancienne et à la nouvelle génération : Jennifer, Claire, Lucie, Michel l'ancien et Michel le jeune, Jules, Rémy, Linh, Manu, Mamadou, Alizée, François, Ilham, Yousra, Simon, François, Saeed et aux post-docs, Stéphanie, Romain, Sarah et Keyvan.

Un merci particulier à mon équipe adoptive qui m'a accueillie avec amitié toutes les semaines pour des échanges sportifs, caféinés voire œnologiques : Maxime, François, Ghazi, Patrick, Denis, Maghed, Camille et Camille. Un très grand merci aussi au grand Boulc'h, l'autre adopté de la bande.

Et puis il y a les amis de plus longue date que j'ai la chance d'avoir à mes côtés. Je tente de les citer en prenant le risque d'en oublier. Ne m'en voulez pas, je pense à vous malgré tout. Merci aux auvergnats, du collège, du lycée, de la prépa et d'ailleurs : l'équipe du labyrinthe, Carole, Mary, Cécile, Mathieu, Henri, Jonas, Romain, Thibault, Vincent, Rémy, Elodie, Nico, Angèle, les copains de la colo, Simon, Mathieu, Fred, Aurélie, ceux de Blaise, Jérémy, Fabien, Romain. Puisse-t-on continuer à se réunir autant que possible.

Grand merci évidemment à la green team dont l'histoire a commencé dans une auberge et qui se poursuiX à chaque fois qu'une occasion se présente aux 4 coins du globe : Steve, Alex, Flo, Martin, PA, Simon, Anaïs, Anne, Sophie, Blanca, Hugs, Hannah, Ju, Piko, Pauline, Quentin et tous les électrons que l'on croisent. Mention particulière à l'ami Clem. Merci aussi à l'équipe du Trivial Pursuit enneigé, Vincent, Étienne, Alexis, Marion, Hélène, Thibaut...

Petit clin d'œil à la DRC, Loïc, Fabien, Christophe, Josquin et les autres. Promis, je vais l'apporter ce gâteau.

Et bien sûr, merci à tous les copains avec qui j'ai plaisir à prendre un verre!

Pour conclure, un très grand merci à ma famille, au Parrain et aux amis bourbonnais pour leurs présences et leur soutien depuis presque trois décennies. Et enfin, un immense merci à mes parents et à mon frère grâce à qui je peux entreprendre différentes aventures. Papa, Maman, Benoît, je vous dédie cette thèse.

*Commentry, le 26 décembre 2015*

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>5</b>
<b>1 État de l'art</b>	<b>9</b>
1.1 Les fluides à seuil . . . . .	10
1.2 L'enduction par trempage - <i>dip-coating</i> . . . . .	13
1.3 L'étalement avec une lame - <i>blade-coating</i> . . . . .	25
<b>2 Matériaux et méthodes</b>	<b>31</b>
2.1 Matériaux utilisés . . . . .	32
2.2 Montage de l'enduction par trempage . . . . .	37
2.3 Montage de l'étalement par lame . . . . .	39
2.4 <i>Particle Image Velocimetry</i> - PIV . . . . .	41
2.5 Simulations numériques . . . . .	46
<b>I Enduction libre par trempage</b>	<b>53</b>
<b>3 Mesures macroscopiques</b>	<b>55</b>
3.1 Dépôt de fluide à seuil . . . . .	56
3.2 Force exercée sur la plaque . . . . .	58
3.3 Impact des différents paramètres sur l'épaisseur enduite . . . . .	61
3.4 Résultats et discussion . . . . .	66
<b>4 Mesures locales</b>	<b>71</b>
4.1 Champs de vitesse : observations générales . . . . .	72
4.2 Profils de vitesse . . . . .	73
4.3 Comparaison avec l'écoulement en immersion . . . . .	80
4.4 Comparaison avec l'écoulement dans un fluide newtonien visqueux . . . . .	82
4.5 En résumé . . . . .	85
<b>5 Simulations numériques</b>	<b>87</b>
5.1 Présentation des résultats numériques . . . . .	88
5.2 Impact de la géométrie . . . . .	97
5.3 Impact de la rhéologie du fluide et de la vitesse de la plaque . . . . .	101
5.4 En résumé . . . . .	105
<b>6 Synthèse sur l'enduction par trempage</b>	<b>107</b>
6.1 Synthèse des résultats . . . . .	108
6.2 Quel lien entre les épaisseurs uniformes ? . . . . .	111

<b>II</b>	<b>Étalement contrôlé à l'aide d'une lame mince rigide</b>	<b>115</b>
<b>7</b>	<b>Étalement de fluide à seuil à l'aide d'une lame</b>	<b>117</b>
7.1	Forme de l'écoulement . . . . .	118
7.2	Mesures macroscopiques . . . . .	119
7.3	Visualisations . . . . .	125
7.4	Analyse des résultats et discussion . . . . .	129
7.5	Quelques résultats pour une lame inclinée . . . . .	133
7.6	Conclusions et perspectives . . . . .	137
	<b>Conclusion générale</b>	<b>139</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>142</b>
	<b>Table des figures</b>	<b>154</b>
<b>A</b>	<b>Contraintes développées le long de la plaque</b>	<b>155</b>
<b>B</b>	<b>Maillages utilisés</b>	<b>159</b>

# Introduction

Au quotidien, nous rencontrons et utilisons de nombreux matériaux qui ne sont ni simplement liquides, ni simplement solides mais qui peuvent se déformer à l'envi pour peu qu'ils soient suffisamment sollicités. Ils interviennent dans des domaines variés : cosmétique (crèmes, gels, mousses, dentifrice...), agroalimentaire (sauces, compotes, purées,...), génie civil (mortiers, bétons, peintures,...), nature (boue, magma, sable mouillé...),... Une partie de cette matière molle regroupe les fluides à seuil. Il s'agit des matériaux qui s'écoulent comme des liquides visqueux lorsqu'ils sont soumis à une contrainte suffisante, dite seuil de contrainte, et qui restent au repos sinon. Leurs propriétés physiques, physico-chimiques et mécaniques sont alors intermédiaires entre celles des liquides et des solides. Différentes microstructures peuvent être à l'origine de cet effet de seuil, comme par exemple certaines mousses, émulsions, polymères, suspensions, granulaires,...

La rhéologie, du grec *rhéo* qui signifie "couler", et *logos*, "étude", est l'étude de l'écoulement et de la déformation de cette matière complexe. Au cours des trente dernières années, le comportement rhéologique intrinsèque des fluides à seuil a été largement étudié. Pour les fluides à seuil simples, en particulier non thixotropes, c'est-à-dire dont le comportement ne dépend pas de l'histoire des déformations appliquées, il est possible de déterminer expérimentalement la relation qui lie la contrainte de cisaillement appliquée au taux de déformation du matériau qui en résulte. Cette relation, appelée loi de comportement, caractérise le matériau.

Dans l'industrie, la plupart des procédés repose sur l'interaction entre fluides à seuil et outils, que ce soit pour la fabrication de ces matériaux (malaxage), leur transport (écoulement en conduite) ou pour leur mise en œuvre (étalement). Il est alors utile de connaître cette réponse intrinsèque du matériau à une sollicitation extérieure pour comprendre et caractériser ces méthodes. Récemment, de nombreuses recherches expérimentales, numériques et théoriques se sont intéressées à l'écoulement généré par le déplacement de solides compacts et à symétrie de rotation, comme les sphères ou les cylindres. Les objets assimilables à des plaques, plus utilisés en pratique, commencent eux à être étudiés. Parmi les techniques industrielles, on peut distinguer celles qui requièrent de déposer une épaisseur déterminée de fluide sur un solide. Celles-ci sont largement connues et théorisées lorsqu'elles utilisent des fluides newtoniens ou très visqueux mais leur transposition directe aux fluides à seuil est contrariée par la présence d'un état solide.

L'objectif de ce travail est de mieux comprendre l'étalement des fluides à seuil dans deux configurations expérimentales différentes, issues de procédés industriels courants. Il s'agit de l'induction par trempage et de l'étalement à l'aide d'une lame.

L'enduction par trempage, appelée *dip-coating* en anglais, consiste à immerger verticalement un objet dans un bain de fluide puis à le retirer afin de le recouvrir de ce matériau. Elle est utilisée par exemple pour le traitement anti-corrosion de surfaces, pour la fabrication de verres optiques, pour le nappage de chocolat dans l'industrie alimentaire,...

Dans ce contexte, les propriétés des fluides à seuil sont extrêmement intéressantes à coupler à cette technique, car le caractère liquide du fluide permet de l'étaler sur un objet et ses propriétés plastiques permettent au matériau de rester solidaire de l'objet, aucun drainage



FIGURE 1 – Exemples d’enduction par trempage : fondue au chocolat sur une fraise (à gauche), peinture de crochets en acier (à droite)

n’étant observé si la contrainte est en dessous du seuil.

Ce procédé a été étudié en premier lieu par Landau et Levich [1] pour l’enduction d’une plaque mince et d’un cylindre par des fluides newtoniens, afin de prédire l’épaisseur de matériau enduit. De nombreux travaux expérimentaux puis numériques ont ensuite été proposés pour étendre cette théorie à des fluides non newtoniens, avec plus ou moins de succès. Cependant, jusqu’à présent, aucune théorie n’a été développée pour les fluides à seuil, hormis pour les très faibles seuils [2]. Il est pourtant très important de maîtriser l’épaisseur de fluide déposé, que ce soit pour optimiser la fonction de l’objet, pour assurer la stabilité de l’enduit ou pour des questions de coût, ce qui passe par une bonne compréhension de l’écoulement en jeu.

L’étalement horizontal d’un fluide à seuil par une lame mince sur une surface plane, appelé *blade-coating* en anglais, intervient lui aussi dans de nombreux domaines, en génie civil avec les mortiers, ou les peintures, dans l’industrie cosmétique avec les crèmes ou le vernis, dans l’industrie alimentaire avec les préparations culinaires ou même au quotidien avec la confiture ou la pâte à tartiner. Il consiste à déposer une couche uniforme de matériau sur un substrat en imposant et contrôlant son épaisseur avec un outil. Il apparait notamment que l’épaisseur effectivement enduite est différente de celle imposée par la lame, et qu’elle peut dépendre de la loi de comportement du matériau selon les configurations expérimentales.

Là encore, ce procédé est relativement bien connu pour les fluides newtoniens, en particulier dans l’industrie textile, et plusieurs études s’intéressent à des fluides plus complexes sans toutefois concerner les fluides à seuil.

Pour ces deux procédés d’étalement, les sujets que nous avons abordés concernent la force exercée sur la plaque pendant son mouvement, la géométrie du fluide déposé et la forme de l’écoulement généré par le déplacement de cette plaque mince dans le fluide à seuil.

Ce manuscrit est composé de deux chapitres d’introduction et de présentation de nos travaux, suivis de deux parties d’études, la première sur l’enduction libre par trempage et la seconde sur l’étalement contrôlé à l’aide d’une lame.

Le premier chapitre présente le contexte de notre étude en faisant l’état des connaissances sur les deux écoulements étudiés, après avoir décrit les fluides à seuil. L’enduction par trempage est abordée en introduisant la théorie de Landau-Levich-Deryagin pour les fluides newtoniens, suivie de ses déclinaisons pour quelques fluides plus complexes. Nous donnons ensuite plusieurs résultats sur le déplacement d’objets dans des fluides à seuil. L’état de l’art sur l’étalement de fluide à l’aide d’une lame se compose d’une rapide description des différents procédés



FIGURE 2 – Exemples d'étalement à l'aide d'une lame : étalement de pâte à tartiner à la noisette sur du pain avec un couteau (à gauche), étalement de mortier sur un mur avec une truelle (à droite)

industriels et de la présentation de diverses observations et conclusions obtenues avec des fluides newtoniens ou plus complexes.

Le second chapitre est consacré aux matériaux étudiés, à leur fabrication et caractérisation, à nos montages expérimentaux puis aux techniques d'analyse que nous avons mises en œuvre : procédures macroscopiques et microscopiques ainsi que simulations numériques.

Les quatre chapitres suivants constitue la partie dédiée à l'enduction par trempage d'une plaque mince solide retirée d'un bain de fluide à seuil. Nous avons tout d'abord étudié cette question expérimentalement puis nous l'avons précisée grâce à des simulations numériques.

Le troisième chapitre décrit les mesures macroscopiques de suivi de la force appliquée par le fluide sur la plaque. Elles permettent de mesurer l'épaisseur du fluide enduit sur l'objet après son retrait du bain, ainsi que ses variations avec les différents paramètres.

Le quatrième chapitre s'intéresse aux champs de vitesse développés dans le bain de fluide par le déplacement de la plaque. Ces mesures locales sont déterminées par PIV (vélocimétrie par image de particules). Les champs sont analysés ainsi que leurs évolutions avec les paramètres expérimentaux. Ils sont également comparés avec le cas newtonien.

Le cinquième chapitre étudie quant à lui les résultats des simulations numériques issues de la programmation conique de second ordre. Il fournit une estimation de l'impact des paramètres rhéologiques et géométriques en explorant les domaines non couverts par l'expérience.

Enfin, le sixième chapitre consiste en une synthèse des résultats précédents.

La deuxième partie traite de l'étalement de fluide à seuil à l'aide d'une lame mince dans un canal de grande longueur. Cette étude, encore préliminaire, constitue le septième chapitre. Elle est centrée sur la description de la géométrie de l'amas de fluide formé devant la lame. La force appliquée par le fluide sur la lame est suivie au cours de son déplacement dans le canal, mais également au regard de la forme de l'amas. Une présentation des champs de vitesse numériques de l'écoulement est également proposée.



# Chapitre 1

## État de l'art

Ce chapitre sert de base pour nos différentes études. Il décrit tout d'abord quelques notions simples concernant les fluides à seuil et leur caractérisation. L'enduction par trempage ou *dip-coating* est ensuite décrite dans le cas des fluides newtoniens grâce à la théorie de Landau-Levich-Deryagin, étendue également à quelques fluides non-newtoniens. Puis les résultats de la littérature concernant le déplacement d'objets dans des fluides complexes sont présentés. L'étalement à l'aide d'une lame ou *blade-coating* est également exposée avec la présentation de quelques configurations géométriques, tout d'abord avec des résultats concernant les fluides newtoniens, puis les fluides complexes. Enfin, quelques résultats sur l'étalement de fluides à seuil sont introduits.

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Les fluides à seuil</b>	<b>10</b>
1.1.1	Loi de comportement	10
1.1.2	Le cisaillement simple	10
1.1.3	Les classes de matériaux	11
1.1.4	Le modèle de Herschel-Bulkley	12
<b>1.2</b>	<b>L'enduction par trempage - <i>dip-coating</i></b>	<b>13</b>
1.2.1	La théorie de Landau-Levich-Deryagin (LLD)	13
1.2.1.1	Hydrodynamique du film liquide	13
1.2.1.2	Équation du ménisque dynamique	14
1.2.1.3	Raccordement de Landau, Levich, Deryagin	15
1.2.2	Prolongements de la théorie LLD	16
1.2.2.1	Les fluides newtoniens	16
1.2.2.2	Les fluides en loi de puissance	17
1.2.2.3	L'influence d'autres paramètres	18
1.2.2.4	Les fluides à seuil	18
1.2.3	Écoulements de fluides à seuil générés par un objet solide	19
1.2.3.1	Écoulement le long d'un plan incliné	19
1.2.3.2	Le déplacement d'un objet à symétrie de rotation dans un fluide à seuil	21
1.2.3.3	Le déplacement d'une plaque dans un fluide à seuil	21
<b>1.3</b>	<b>L'étalement avec une lame - <i>blade-coating</i></b>	<b>25</b>
1.3.1	Les procédés d'étalement	25
1.3.2	Étude de l'épaisseur enduite $h_0$	26
1.3.2.1	Les fluides newtoniens	27
1.3.2.2	Les fluides non-newtoniens purement visqueux	27
1.3.2.3	Les fluides viscoélastiques	27
1.3.3	Les fluides à seuil	29

---

## 1.1 Les fluides à seuil

### 1.1.1 Loi de comportement

Les fluides à seuil sont des matériaux dont la principale caractéristique est de pouvoir se déformer indéfiniment lorsqu'ils sont soumis à une contrainte supérieure à une valeur critique ; sinon, ils se déforment de manière finie, comme des solides. Ces matières se comportent selon des lois différentes de celles des liquides et des solides.

Afin de décrire leur écoulement, à savoir leur réponse à une sollicitation, nous nous plaçons dans le cadre de la mécanique des milieux continus.

L'état de contrainte en tout point du fluide est décrit par le tenseur des contraintes  $\underline{\underline{\sigma}}$ . Celui-ci se décompose en une partie isotrope, homogène à une pression, et en une partie déviatorique  $\underline{\underline{s}}$ , cause de l'écoulement du fluide :

$$\underline{\underline{\sigma}} = -p\underline{\underline{I}} + \underline{\underline{s}} \quad (1.1)$$

avec  $p = \frac{1}{3} \text{tr } \underline{\underline{\sigma}}$ ,  $\underline{\underline{I}}$  l'identité et  $\underline{\underline{s}}$  le déviateur des contraintes.

Le tenseur des taux de déformations  $\underline{\underline{d}}$ , égal à la partie symétrique du tenseur gradient des vitesses, décrit les déformations au sein du fluide :

$$\underline{\underline{d}} = \frac{1}{2}(\underline{\underline{\nabla u}} + {}^T \underline{\underline{\nabla u}}) \quad (1.2)$$

La loi de comportement d'un matériau est la relation entre le tenseur des contraintes  $\underline{\underline{\sigma}}$  et le tenseur des taux de déformations  $\underline{\underline{d}}$ . Le lecteur peut se référer à [3] pour une description plus complète pour les fluides.

### 1.1.2 Le cisaillement simple

Dans certaines configurations géométriques, la loi de comportement d'un fluide, généralement tensorielle et tridimensionnelle, peut se ramener à une équation scalaire unidimensionnelle. C'est le cas par exemple du cisaillement simple.

Pour un matériau situé entre deux plans parallèles de surface  $S$  séparés par la distance  $H$ , cet écoulement est obtenu lorsque le plan supérieur est déplacé horizontalement par la force  $F$  à vitesse  $V$  constante, comme l'illustre le schéma 1.1.

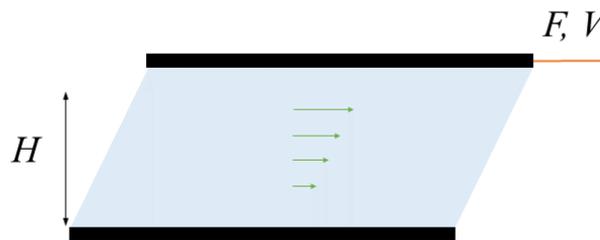


FIGURE 1.1 – Cisaillement simple entre deux plans parallèles

Les différentes couches de fluide glissent les unes sur les autres et une contrainte tangentielle liée au frottement entre les couches apparaît. C'est la contrainte de cisaillement, notée  $\tau$ , qui s'écrit  $\tau = F/S$ . Elle induit un gradient de vitesse  $\dot{\gamma} = V/H$ . La détermination de la loi de comportement du matériau se fait en mesurant la relation :

$$\tau = f(\dot{\gamma}) \quad (1.3)$$

où  $\tau = \tau_{xy} = \tau_{yx}$  et  $\dot{\gamma} = d_{xy} = d_{yx}$ .

Outre entre deux plans en translation, un cisaillement simple se développe dans un fluide entre deux plans en rotation relative ou entre deux cylindres coaxiaux en rotation relative.

### 1.1.3 Les classes de matériaux

Les matériaux, caractérisés par leur loi de comportement, peuvent alors être classés en plusieurs catégories. Les lois de comportement de quelques fluides typiques sont représentés sur la figure 1.2.

#### Les solides élastiques

Un solide élastique linéaire isotrope est un matériau qui, en cisaillement simple, a une loi de comportement où la contrainte de cisaillement  $\tau$  est proportionnelle à la déformation  $\gamma$  :

$$\tau = G\gamma \quad (1.4)$$

avec  $G$  le module de cisaillement du solide. Dans le régime d'élasticité linéaire, valable la plupart du temps pour des déformations de faibles amplitudes,  $G$  est constant.

#### Les fluides newtoniens

Les fluides newtoniens sont caractérisés par une relation linéaire entre la contrainte  $\tau$  et le gradient de vitesse  $\dot{\gamma}$  :

$$\tau = \mu\dot{\gamma} \quad (1.5)$$

avec  $\mu$  la viscosité du fluide en Pa.s. Ces liquides simples sont par exemple l'eau, la plupart des huiles ou le glycérol.

#### Les fluides rhéoépaississants et rhéofluidifiants

La viscosité apparente d'un fluide se définit par :

$$\mu(\dot{\gamma}) = \tau/\dot{\gamma} \quad (1.6)$$

C'est une fonction croissante de  $\dot{\gamma}$  pour un fluide rhéoépaississant (comme la Maïzena) et décroissante pour un fluide rhéofluidifiant (par exemple le sang).

En cisaillement simple, certains de ces fluides peuvent être modélisés par une loi de puissance :

$$\tau = k\dot{\gamma}^n \quad (1.7)$$

avec  $k$  la consistance et  $n$  l'indice de comportement.  $n > 1$  pour les fluides rhéoépaississants, et  $n < 1$  pour les fluides rhéofluidifiants.

#### Les fluides à seuil

Enfin, comme introduit précédemment, certains fluides ne s'écoulent pas si la contrainte qui leur est appliquée ne dépasse pas une certaine valeur "seuil". Ils se présentent généralement comme des matériaux pâteux, type gels, crèmes, émulsions, mousses ou boues.

Concernant leur microstructure, la plupart des fluides complexes est formée en mélangeant à un liquide une quantité importante d'éléments mésoscopiques (par exemple des particules, bulles, gouttes d'un autre liquide ou polymères intriqués) dont les interactions augmentent la résistance à l'écoulement de l'ensemble. Des phénomènes complexes peuvent alors apparaître comme la migration de phase, la thixotropie (lorsque la viscosité apparente dépend de l'histoire des déformations, voir [4, 5]) ou l'apparition de bandes de cisaillement [6–10].

Le comportement des fluides à seuil combine celui des solides élastiques sous le seuil et des fluides visqueux (newtoniens ou rhéofluidifiants le plus fréquemment) au dessus ; on le qualifie d'élasto-visco-plastique ou visco-plastique si l'élasticité en régime solide est négligeable.

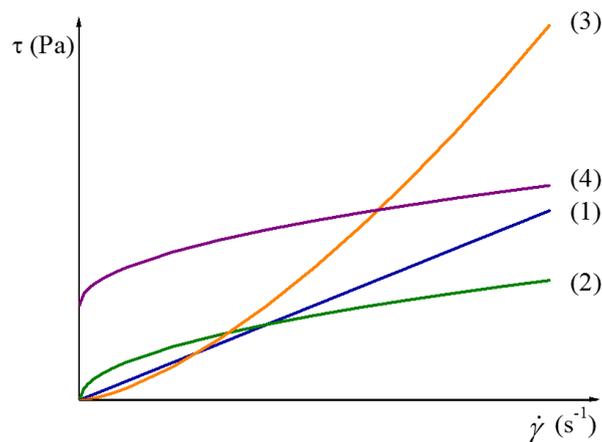


FIGURE 1.2 – Courbes d'écoulement d'un fluide newtonien (1), rhéofluidifiant (2), rhéoépaississant (3) et de Herschel-Bulkley (4)

#### 1.1.4 Le modèle de Herschel-Bulkley

Parmi les fluides précédemment cités, nous nous sommes intéressés aux fluides à seuil simples les plus courants. Le modèle de Herschel-Bulkley [11] permet de modéliser leur comportement :

$$\begin{cases} \underline{\underline{s}} = 2k\|\underline{\underline{d}}\|^{n-1}\underline{\underline{d}} + 2\tau_c\frac{\underline{\underline{d}}}{\|\underline{\underline{d}}\|} & \text{si } \sqrt{\frac{1}{2}\underline{\underline{s}} : \underline{\underline{s}}} \geq \tau_c \\ \underline{\underline{d}} = 0 & \text{si } \sqrt{\frac{1}{2}\underline{\underline{s}} : \underline{\underline{s}}} < \tau_c \end{cases} \quad (1.8)$$

où  $\|\underline{\underline{d}}\| = \sqrt{2\underline{\underline{d}} : \underline{\underline{d}}}$ .  $\tau_c$  est le seuil de contrainte,  $k$  la consistance et  $n$  l'indice de rhéofluidification ( $n$  vaut généralement entre 0,3 et 0,5). Ce modèle est une extension du critère de plasticité de Von Mises, critère utilisé pour définir le comportement solide [12]. Lorsque  $n=1$ , le matériau est appelé fluide de Bingham.

En cisaillement simple, la contrainte suit la loi unidimensionnelle suivante :

$$\begin{cases} \tau = \tau_c + k.\dot{\gamma}^n & \text{si } \tau > \tau_c \\ \dot{\gamma} = 0 & \text{si } \tau < \tau_c \end{cases} \quad (1.9)$$

Les mousses [13], les gels [14], les émulsions concentrées [15] et les suspensions denses de particules colloïdales [16] sont bien représentés par un modèle de Herschel-Bulkley. Il est ainsi intéressant de noter que cette loi de comportement n'est pas associée à une microstructure particulière.

Il a également été montré via des mesures IRM [17] que le comportement rhéologique macroscopique des fluides à seuil correspond aux caractéristiques locales de l'écoulement, et ce pour différentes géométries (conduites, Couette, ...).

Ces fluides sont qualifiés de "simples" car dans la grande majorité des situations, ils sont non thixotropes et ne présentent ni migration de phase, ni bandes de cisaillement [18]. Divoux *et al* [19] ont néanmoins montré que des bandes de cisaillement pouvaient y apparaître de manière transitoire avant l'établissement d'un écoulement stationnaire homogène.

Enfin, les fluides à seuil simples peuvent passer du comportement solide à liquide et réciproquement, de manière réversible.

Ces travaux de thèse se sont attachés à décrire deux écoulements de fluides à seuil simples générés par le déplacement d'une plaque mince. La première configuration est l'enduction verticale par trempage, la deuxième, l'étalement horizontal à l'aide d'une lame. Elles sont introduites dans la suite de ce chapitre.

## 1.2 L'enduction par trempage - *dip-coating*

L'enduction par trempage consiste à immerger puis à retirer un objet d'un bain de fluide pour l'enduire de ce fluide, par exemple pour traiter une surface ou pour la peindre. Cette théorie, principalement développée par Landau, Levich et Deryagin en 1942, a largement été étudiée pour les fluides newtoniens, et également pour les fluides en loi de puissance. Cependant, très peu de travaux ont été consacrés aux fluides à seuil.

### 1.2.1 La théorie de Landau-Levich-Deryagin (LLD)

La première théorie publiée concerne l'enduction par trempage d'une plaque solide par un fluide newtonien. Elle a été proposée en 1922 par Goucher et Ward [20]. Elle prédisait la formation d'un film de liquide enduit sur la plaque, d'épaisseur uniforme  $h_0$  :

$$h_0 = \sqrt{\frac{2\mu V}{9\rho g}} \quad (1.10)$$

avec  $V$  la vitesse de retrait de la plaque,  $\mu$  la viscosité dynamique du liquide et  $\rho$  sa densité.

Cette prédiction est valable si la viscosité du liquide a comme force antagoniste la gravité. Pour des films minces, ce sont les forces capillaires qui s'opposent à la viscosité, ce qui est la base de la célèbre théorie de Landau, Levich, Deryagin (LLD) [1, 2], détaillée ci après.

#### 1.2.1.1 Hydrodynamique du film liquide

Considérons un film d'épaisseur liquide  $h(x)$  s'écoulant le long d'une plaque solide située en  $y = 0$ , retirée à la vitesse  $V$ . Les conventions sont indiquées sur la figure 1.3. L'écoulement est supposé uniforme dans la troisième direction.

L'équation de conservation de la quantité de mouvement est l'équation de Navier-Stokes :

$$\rho \left( \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \mathbf{grad} \mathbf{v} \right) = \mathbf{f} - \mathbf{grad} p + \mu \Delta \mathbf{v} \quad (1.11)$$

avec  $\mathbf{v}$  la vitesse du fluide,  $p$  la pression et  $\mathbf{f}$  une force volumique extérieure (par exemple la gravité).

Le fluide est incompressible, l'équation de conservation de la masse s'écrit :

$$\text{div} \mathbf{v} = 0 \quad (1.12)$$

L'épaisseur  $h$  étant petite devant les autres grandeurs du problème, l'approximation de lubrification permet de supposer que la vitesse du fluide est essentiellement parallèle à la plaque et qu'elle varie surtout dans la direction perpendiculaire à la plaque. Ces hypothèses sont conformes à l'équation (1.12). En outre, si le terme inertiel peut être négligé devant la viscosité, en régime stationnaire, l'équation (1.11) devient, en coordonnées cartésiennes :

$$\mu \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = \frac{\partial p}{\partial x} + \rho g \quad (1.13)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (1.14)$$

avec  $v$  la vitesse verticale du fluide.

Négliger l'inertie devant la viscosité du fluide revient à être dans une configuration où le nombre de Reynolds, qui compare ces deux contributions, est petit devant 1. En notant  $L$  une dimension caractéristique du problème, par exemple l'extension de l'écoulement, le nombre de Reynolds est défini comme suit :

$$Re = \frac{\rho V L}{\mu} \quad (1.15)$$

L'équation (1.14) indique que la pression est uniforme dans l'épaisseur du film. Elle obéit à la loi de Laplace qui s'écrit, au premier ordre, pour un ménisque le long d'une plaque :

$$p = p_0 - \sigma \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \quad (1.16)$$

avec  $p_0$  la pression atmosphérique à l'extérieur du film et  $\sigma$  la tension de surface du liquide.

La dynamique de l'entraînement du film liquide est régie par l'équilibre entre les forces visqueuses qui conduisent le liquide à suivre la plaque à la vitesse  $V$  et les forces capillaires qui s'opposent à la déformation du ménisque. On appelle nombre capillaire, noté  $Ca$  le rapport entre ces deux forces :

$$Ca = \frac{\mu V}{\sigma} \quad (1.17)$$

### 1.2.1.2 Équation du ménisque dynamique

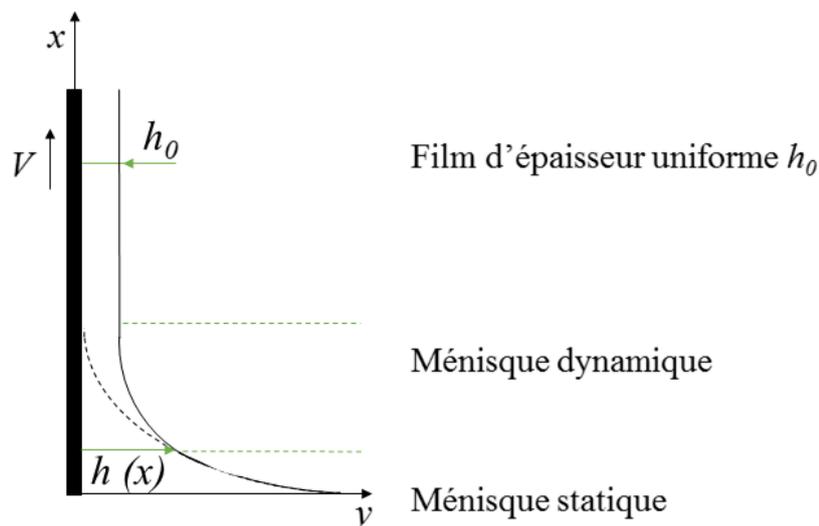


FIGURE 1.3 – Plaque tirée d'un bain, ménisque perturbé. Définition des zones du raisonnement de Landau, Levich et Deryagin

Dans la limite des petits nombres capillaires, le raisonnement de Landau, Levich et Deryagin se fonde sur le découpage du film liquide en trois régions selon le schéma 1.3 : une région de liquide d'épaisseur uniforme  $h_0$  en haut de la plaque, un ménisque statique non perturbé au niveau de la surface libre, en tiret sur le schéma 1.3, et un ménisque dynamique qui est la zone reliant ces deux régions.

L'idée consiste à déterminer la forme du ménisque dynamique et à la raccorder aux deux autres régions, pour en déduire  $h_0$ .

En régime stationnaire, l'écoulement dans le ménisque dynamique est régi par les équations précédentes. La combinaison de (1.13), (1.14) et (1.16) donne :

$$\mu v_{yy} = -\sigma h_{xxx} + \rho g \quad (1.18)$$

avec la convention  $\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = h_{xx}$ , etc.

Avec les conditions aux limites de non-glissement à la plaque ( $v(y=0) = V$ ) et d'absence de contrainte visqueuse à la surface libre ( $v_y(y=h(x)) = 0$ ), l'équation précédente s'intègre en le profil de vitesse parabolique suivant :

$$v(y) = \frac{\rho g - \sigma h_{xxx}}{\mu} \left( \frac{y^2}{2} - yh \right) + V \quad (1.19)$$

Le flux de liquide par unité de largeur de la plaque s'écrit :

$$Q = \int_0^h v(y) dy = \frac{-\rho g + \sigma h_{xxx}}{\mu} \frac{h^3}{3} + hV \quad (1.20)$$

Ce flux est constant le long du ménisque. On l'évalue en  $h = h_0$ , ce qui permet d'obtenir l'équation du troisième ordre en  $h$  suivante, pour le ménisque dynamique, avec l'inconnue  $h_0$  :

$$\frac{\sigma h_{xxx} - \rho g}{\mu} \frac{h^3}{3} + hV = \frac{-\rho g}{\mu} \frac{h_0^3}{3} + h_0V \quad (1.21)$$

Cette équation peut être adimensionnée à l'aide des grandeurs  $Y = h/h_0$  et  $X = x/[h_0(3Ca)^{1/3}]$  :

$$Y_{XXX} = \frac{1 - Y}{Y^3} + \frac{h_0^2 \kappa^2}{3Ca} \frac{Y^3 - 1}{Y^3} \quad (1.22)$$

avec  $\kappa^{-1} = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}}$  la longueur capillaire, grandeur permettant de caractériser la taille d'un ménisque statique.

### 1.2.1.3 Raccordement de Landau, Levich, Deryagin

A travers  $\kappa$ , le deuxième terme de l'équation précédente constitue la contribution de la gravité. Celle-ci peut être négligée si  $h_0^2 \kappa^2 \ll 3Ca$ . L'équation (1.22) devient :

$$Y_{XXX} = \frac{1 - Y}{Y^3} \quad (1.23)$$

Le raccord du ménisque dynamique avec le film d'épaisseur uniforme donne les conditions aux limites suivantes :  $Y(+\infty) \rightarrow 1$ ,  $Y_X(+\infty) \rightarrow 0$  et  $Y_{XX}(+\infty) \rightarrow 0$ .

La quatrième condition, nécessaire pour résoudre cette équation, s'obtient en raccordant les ménisques statique et dynamique. L'épaisseur où ce raccord intervient étant inconnue, Landau, Levich et Deryagin ont proposé d'égaliser la courbure du ménisque dynamique en  $Y \rightarrow \infty$  avec celle au sommet du ménisque statique en  $Y \rightarrow 0$ .

Comme  $Y_{XXX} \rightarrow 0$  quand  $Y \rightarrow \infty$ , la courbure du ménisque dynamique  $Y_{XX}$  tend vers une constante quand  $Y \rightarrow \infty$ .

La résolution numérique de l'équation (1.23) donne différentes valeurs pour cette constante. Landau et Levich ont prédit 0,63 [1], Deryagin 0,64 [2]. White et Tallmadge l'ont plus tard

affiné en 0,642 [21].

La courbure du ménisque statique s'obtient en équilibrant en tout point de l'interface non déformée, les pressions de Laplace et hydrostatique. En supposant un mouillage total et en utilisant l'expression différentielle du rayon de courbure, on obtient la courbure en haut du ménisque statique, qui vaut  $\sqrt{2}\kappa$ .

L'égalité de ces deux courbures avec le coefficient de Landau-Levich, donne la loi de Landau-Levich-Deryagin prédisant l'épaisseur déposée en fonction des nombres adimensionnés du problème :

$$h_0 = 0,94\kappa^{-1}Ca^{2/3} \quad (1.24)$$

Soit, avec les différents paramètres :

$$h_0 = 0,94 \frac{(\mu V)^{2/3}}{\sigma^{1/6}(\rho g)^{1/2}} \quad (1.25)$$

Ce résultat a été obtenu en négligeant le drainage par gravité. Ceci est valable si  $Ca^{1/3} \ll 1$ , ce qui n'est possible qu'à petit nombre capillaire  $Ca$ .

## 1.2.2 Prolongements de la théorie LLD

La théorie de Landau-Levich-Deryagin a donné naissance à de très nombreux développements théoriques et expérimentaux, prenant en compte de plus en plus d'effets et s'intéressant à l'influence de nombreux paramètres.

Cette section est consacrée aux fluides visqueux sans seuil, c'est-à-dire qui s'écoulent en tout point. Mayer et Krechetnikov [22] et Kizito *et al* [23] en ont par exemple obtenu des visualisations avec des plaques minces. Le lecteur peut se référer à la revue de Ruschak [24] qui présente les premières études sur le sujet ainsi que diverses géométries, et à celle plus récente de Quéré et de Ryck [25], pour plus de détails.

### 1.2.2.1 Les fluides newtoniens

Dans un premier temps, l'influence de différents paramètres a été étudiée dans le cas de l'enduction de plaques minces par des fluides newtoniens.

Deryagin et Levi [26] ont étudié le cas où la tension de surface peut être négligée au profit de la gravité, soit lorsque  $Ca > 1$ . Ils proposent la loi suivante, très proche de celle de Goucher et Ward [20] :

$$h_0 = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{\mu V}{\rho g}} \quad (1.26)$$

White et Tallmadge [21] ont, les premiers, étudié le cas des films plus épais. Ils ont donc pris en compte la gravité, en se basant sur la linéarisation du second terme de l'équation (1.22), prolongeant la théorie initiale à des nombres capillaires  $Ca$  plus grands. La gravité conduit à une épaisseur déposée  $h_0$  plus faible que celle prédite par la théorie LLD mais tendant vers cette limite pour des films minces ( $h_0^2\kappa^2$  faible devant  $Ca$ ) :

$$h_0 = 0,944\kappa^{-1}(Ca - h_0^2\kappa^2)^{2/3} \quad (1.27)$$

Spiers *et al* [27] ont proposé une théorie un peu différente, décrivant également bien les résultats expérimentaux. Ils se sont intéressés aux grands nombres capillaires  $Ca$  et petits nombres de Reynolds  $Re$ , plus rares en pratique.

Soroka et Tallmadge [28] et Esmail et Hummel [29] ont, eux, ajouté à la théorie LLD l'inertie pour des fluides de grande viscosité, c'est-à-dire avec de grands nombres capillaire et de Reynolds. Esmail et Hummel [29] ont également été les premiers à considérer un écoulement bi-dimensionnel autour du ménisque.

Kizito *et al* [23] ont étudié expérimentalement la forme de l'écoulement et du ménisque lorsque l'inertie n'est pas négligeable. Ils montrent que pour de grands  $Ca$  et  $Re$ , la stabilité du film n'est plus déterminée par la tension de surface, ce qui se traduit par la présence d'un creux dans le ménisque, dû à une dépression.

Enfin, de Ryck et Quéré [30] ont étudié théoriquement la région entre les régimes visco-capillaire et visco-gravitaire, ce qui conduit à une expression de l'épaisseur enduite inférieure à celle prédite par Landau et Levich et White et Tallmadge [21]. Comme Tallmadge et Stella [31] l'avaient vu expérimentalement, de Ryck et Quéré [30] ont également prédit une augmentation de l'épaisseur de la couche enduite pour les grandes vitesses, largement au delà de la théorie LLD. Ils montrent ainsi qu'au delà d'une certaine vitesse, l'inertie doit être prise en compte, en particulier pour des fluides peu visqueux pour lesquels  $Ca$  peut rester petit même si  $Re$  est grand. Ils ont avec ce travail contredit les résultats de Soroka et Tallmadge [28] qui avaient trouvé que l'inertie amincirait les films.

### 1.2.2.2 Les fluides en loi de puissance

De la même manière que pour les fluides newtoniens, de nombreux travaux théoriques ont été entrepris pour le *dip-coating* de fluides en loi de puissance, conduisant à divers développements parfois contradictoires, et ne permettant pas toujours de décrire correctement les résultats expérimentaux.

L'influence de  $n$  notamment varie selon les études. Gutfinger et Tallmadge [32] ont proposé un prolongement intéressant de la théorie LLD pour les fluides rhéofluidifiants. Remarquant qu'il n'était pas possible de la développer de manière rigoureuse théoriquement, ils se sont appuyés sur des expériences d'enductions de plaques, faites avec des gels de Carbopol, dont la loi de comportement est approximée par une loi de puissance. Pour des fluides de faible élasticité en loi de puissance, en prenant en compte la gravité, pour de faibles nombres capillaires définis comme le rapport des forces visqueuses sur la tension de surface, ils ont proposé une expression semi-empirique. L'épaisseur enduite  $h_0$  peut s'exprimer en fonction de  $V$  et d'un paramètre expérimental en fonction de  $\ln n$  :

$$h_0 = \left[ \left( \frac{2n+1}{n} \right)^{2n} \left( \frac{0,646 - 0,76 \ln n}{\sqrt{2}} \right)^3 \frac{k^2 V^{2n}}{\sqrt{\sigma} (\rho g)^{3/2}} \right]^{1/2n+1} \quad (1.28)$$

Lorsque les forces visqueuses prédominent sur la tension de surface, ils obtiennent l'expression suivante issue de l'étude du drainage :

$$h_0 = \left( \frac{kV^n}{\rho g} \right)^{\frac{1}{n+1}} \quad (1.29)$$

Lorsque  $n = 1$ , on retrouve l'expression (1.25) des fluides newtoniens à faibles nombres capillaires. Pour des nombres capillaires plus grands, la tendance de l'expression (1.26) est retrouvée, avec un coefficient de 1 au lieu de 2/3. Ces équations surestiment cependant leurs résultats expérimentaux.

Tallmadge [33] a poursuivi cette étude en affinant les raisonnements de [32] et [34] pour des fluides en loi de puissance et en proposant une expression de  $h_0$  issue de considérations

uniquement théoriques, conduisant à une dépendance en  $V^{2/n+2}$  et permettant de retrouver l'expression (1.25) lorsque  $n = 1$  (fluides newtoniens).

Afanasiev *et al* [35] ont proposé une approche bi-dimensionnelle, théorique et numérique mais sans validation expérimentale. La comparaison de l'étude théorique à une dimension de Spiers *et al* [36] avec leurs résultats expérimentaux obtenus pour des gels de Carbopol décrits par une loi de puissance n'a quant à elle pas été concluante. Ils notent cependant que l'épaisseur enduite pour un fluide visco-élastique est plus faible que pour un fluide simplement visqueux. Ces travaux ont tous conclu que  $h_0$  augmente lorsque  $n$  croît.

A l'inverse, sans tenir compte de la gravité, Hewson *et al* [37] obtiennent des résultats numériques, pour un écoulement bi-dimensionnel, prédisant une baisse de  $h_0$  lorsque  $n$  augmente, en accord avec les expériences de Kamisli *et al* [38].

Il est également intéressant de citer les travaux de Tekic et Popadic [39] qui ont étudié théoriquement et numériquement l'influence de l'inertie sur ce problème pour un fluide en loi de puissance. En effet, ils proposent une épaisseur déposée qui présente un maximum lorsque le nombre capillaire  $Ca$  augmente, ce qui peut expliquer une partie des résultats expérimentaux de Spiers *et al* [36].

Ainsi, l'enduction par trempage des plaques a été étudiée sans aboutir à une conclusion unifiée au contraire de celle des fibres pour laquelle Quéré [40] a fait une revue très complète, décrivant tous les régimes pour les fluides newtoniens, parlant de l'influence de la gravité, de l'inertie, du drainage, de l'enduction des non newtoniens et même de la stabilité après enduction.

Enfin, de Ryck et Quéré [41] et Ashmore *et al* [42] ont étudié une variante du cas des fluides viscoélastiques pour des fibres. L'impact des contraintes normales a été ajouté à une viscosité en loi de puissance dans la loi de comportement. Ils observent une augmentation de l'épaisseur enduite par rapport au cas newtonien.

### 1.2.2.3 L'influence d'autres paramètres

De manière générale, de nombreux phénomènes physiques ont une influence sur l'épaisseur de la couche enduite, rendant difficile l'élaboration de modèles théoriques.

Parmi ces phénomènes, on peut citer l'ajout de polymères ou surfactants [22, 40, 41, 43] qui donnent une épaisseur enduite plus grande que celle prédite par Landau-Levich.

Couplé au phénomène d'évaporation, l'ajout de colloïdes conduit l'épaisseur enduite à présenter un minimum en fonction de la vitesse [44].

Enfin, l'utilisation de fluides partiellement mouillants [45] ou volatiles [46], la modification de la surface de la plaque solide, par exemple par texturation [47], modulation des propriétés physiques [43] ou inclinaison [35, 48], sont des évolutions qui modifient le phénomène de *dip-coating* tel que décrit par la théorie LLD et ses prolongements.

### 1.2.2.4 Les fluides à seuil

Très peu d'études se sont consacrées au phénomène de *dip-coating* pour les fluides à seuil, en particulier parce que le traitement théorique avec raccordement asymptotique tel que proposé par Landau, Levich et Deryagin [1, 2], ne peut pas être étendu en l'état à ces fluides, à cause de la présence conjointe du seuil et de la viscosité [26, 32].

En 1964, Derjaguin et Levi (1964) [26] se sont intéressés aux fluides visco-plastiques de Bingham. Ne pouvant traiter théoriquement les deux termes du cisaillement, ils ont étudié

séparément le cas où la viscosité  $\mu$  était nulle. En utilisant le traitement de la théorie LLD, ils obtiennent, uniquement pour les faibles seuils et les films fins, une épaisseur  $h_0$  :

$$h_0 \sim \frac{\tau_c^2}{(\rho g)^{3/2} \sigma^{1/2}} \quad (1.30)$$

Pour les fluides de Bingham à viscosité non nulle, l'épaisseur  $h_0$  enduite est alors la somme des cas newtonien et plastique. Au final ce résultat a une portée limitée puisqu'il ne s'applique qu'à de faibles seuils. Le résultat plastique est valide pour  $\tau_c^2 \ll \rho g \sigma$ , soit avec  $\rho = 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$  et  $\sigma = 100 \text{ mN/m}$  pour des seuils  $\tau_c \ll 30 \text{ Pa}$ .

Hurez et Tanguy [49] (en lagrangien augmenté) puis Filali *et al* [50] ont simulé numériquement des fluides de Bingham à faibles seuils (1 et 4 Pa) pour l'enduction par trempage de cylindres. Ils se sont essentiellement intéressés à la forme du ménisque et ont trouvé que la tension de surface n'était pas suffisante pour décrire la dynamique d'écoulement dans le ménisque.

Enfin, Spiers *et al* [36] ont également étudié les fluides de Bingham mais leur théorie n'est pas conforme à leurs observations expérimentales. Ils remarquent cependant que la présence du seuil augmente l'épaisseur enduite par rapport à un fluide en loi de puissance.

Ainsi, jusqu'à présent, l'étude de l'enduction par trempage des fluides à seuil n'a conduit qu'à très peu de conclusions. En particulier, aucune théorie générale n'a pu émerger, les expériences sur lesquelles s'appuyer sont rares et les simulations numériques ne s'appliquent là encore qu'à de très faibles seuils. Or la contribution du seuil peut dominer celle de la viscosité. Dans ces cas, elle entre en compétition avec la tension de surface. Pour un fluide à seuil tel que le Carbopol (voir chapitre 2),  $\tau_c$  est globalement entre 10 et 100 Pa, tandis que  $\sigma \simeq 73 \text{ mN/m}$ , valeur de la tension de surface de l'eau qui en est le composant principal [51]. Le rapport entre ces forces,  $\tau_c L / \sigma$ , avec  $L$  une longueur caractéristique, est de l'ordre de 1 ou plus grand, dès lors que  $L$  est millimétrique, taille que dépasse le ménisque du Carbopol lors du retrait de la plaque ( $\kappa^{-1} = 2,7 \text{ mm}$  pour l'eau). Ainsi le seuil domine majoritairement les forces capillaires pour la formation de la couche enduite pour les fluides à seuil, il ne peut donc pas être négligé.

### 1.2.3 Écoulements de fluides à seuil générés par un objet solide

Dans cette thèse, nous nous intéressons expérimentalement à l'enduction de fluide à seuil sur une plaque mince (chapitre 3). Ce problème concerne donc les phénomènes physiques qui se développent au-dessus de la surface libre du bain. Au fur et à mesure de notre étude, il nous est apparu que l'enduction hors du bain pouvait être liée à l'écoulement généré par le déplacement de la plaque dans le bain de fluide à seuil (figure 1.4), ce qui fait l'objet de la deuxième partie de nos travaux sur ce thème (chapitres 4 et 5).

L'écoulement des fluides à seuil au contact d'objets solides a été le sujet de nombreuses recherches. Coussot [52] a récemment proposé une revue des études expérimentales sur ce sujet. Deux axes de recherche notamment peuvent être reliés à nos expériences : l'écoulement d'un fluide à seuil sur un plan incliné pour la partie enduction (I. figure 1.4), et le déplacement d'objets solides dans un bain (II. figure 1.4).

#### 1.2.3.1 Écoulement le long d'un plan incliné

Coussot et Boyer [53] ont étudié l'écoulement uniforme libre d'un fluide sur un plan incliné, voir schéma 1.5.

Compte-tenu des symétries du problème, la vitesse a une seule composante, parallèle au plan. Le profil de vitesse  $v(y)$  est indépendant de l'abscisse  $x$ . Il s'agit d'un cisaillement simple, voir section 1.1.2.

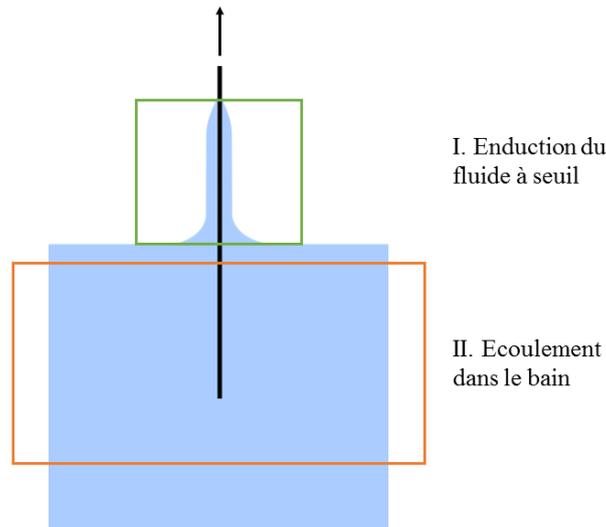
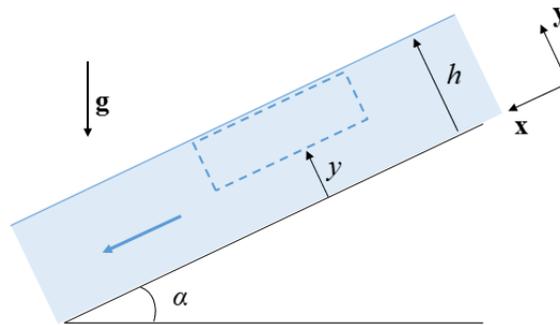
FIGURE 1.4 – *Dip-coating* : les deux zones d'études

FIGURE 1.5 – Coupe de l'écoulement d'un fluide sur un plan incliné

Sur la zone de fluide délimitée par les pointillés, figure 1.5, la conservation de la quantité de mouvement donne :

$$\tau(y) = \rho g(h - y) \sin \alpha \quad (1.31)$$

avec  $\alpha$  l'angle du plan incliné avec l'horizontal et  $h$  l'épaisseur de la couche de fluide.

La contrainte de cisaillement au sein du matériau varie avec la profondeur, sa valeur maximale est atteinte au fond et vaut  $\rho g h \sin \alpha$ . Ainsi, pour un fluide à seuil, au delà d'une certaine hauteur par rapport au fond, la contrainte de cisaillement est inférieure au seuil  $\tau_c$ . Il existe donc près de la surface une zone non cisailée, c'est-à-dire sans écoulement, d'épaisseur :

$$h_c = \frac{\tau_c}{\rho g \sin \alpha} \quad (1.32)$$

Lorsque la hauteur initiale de fluide est plus faible que cette épaisseur, il n'y a pas d'écoulement. Ainsi, pour un fluide à seuil, l'épaisseur maximale qui peut être enduite sans drainage sur un plan vertical est :

$$h_0 = \frac{\tau_c}{\rho g} \quad (1.33)$$

### 1.2.3.2 Le déplacement d'un objet à symétrie de rotation dans un fluide à seuil

De nombreux travaux sont consacrés à l'étude du déplacement d'un objet solide dans un bain de fluide à seuil. Ce type d'écoulement est particulièrement complexe. Pour des géométries simples avec parois, (Couette, conduite, ...) présentant un régime stationnaire établi, la répartition des contraintes se détermine théoriquement, de même que l'interface entre les zones solide et liquide du fluide, et celles-ci n'évoluent plus.

La situation est cependant différente lors du déplacement d'un objet solide, car celui-ci perturbe le matériau de manière transitoire. En amont de l'objet, le fluide dans son état solide est dans un premier temps comprimé, puis il se liquéfie lors du passage de l'objet avant de redevenir solide. L'extension de la perturbation peut être importante, c'est pourquoi il est nécessaire de connaître le champ de déformation autour de l'objet.

Le déplacement d'une ou plusieurs sphères [54–56], d'un ou plusieurs cylindres [57, 58] ou d'un disque [59] à travers un fluide à seuil ont été largement étudiés, théoriquement et numériquement. Les relations entre la force exercée sur l'objet et sa vitesse de déplacement ont notamment été établies.

Quelques études se sont attachées à déterminer le champ de vitesse autour de l'objet. Atapattu *et al* [56] ont été les premiers à mesurer les profils de vitesse tangentielle autour d'une sphère. Putz *et al* [55] pour les sphères et Tokpavi *et al* [60] pour les cylindres ont déterminé expérimentalement les champs de vitesse, observant notamment une différence importante par rapport aux simulations. En particulier, l'écoulement n'est pas symétrique entre l'amont et l'aval de l'objet, et la zone de fluide cisailée est plus large que celle calculée numériquement.

A noter que dans ces études, les mesures de champs de vitesse concernent la vitesse apparente, qui est alors considérée comme une caractéristique du régime liquide. Les déformations solides du matériau ne sont pas prises en compte, alors même qu'elles peuvent être importantes.

### 1.2.3.3 Le déplacement d'une plaque dans un fluide à seuil

L'écoulement généré par le déplacement d'une plaque le long de son axe principal présente l'avantage d'être relativement long à observer, contrairement aux sphères pour lesquelles le régime solide se reforme rapidement. Par ailleurs, ses applications pratiques sont plus nombreuses puisque les procédés industriels utilisent plutôt des objets profilés.

#### *Le cas des liquides et des solides*

Ce problème est classique dans le cas des fluides newtoniens en régime laminaire à grands nombres de Reynolds  $Re$  [61]. L'écoulement, régi par la viscosité du liquide, est localisé dans une couche limite le long de la plaque, tandis que le reste du liquide n'est pas perturbé. Cette fine couche limite a une épaisseur  $\delta$  qui croît avec la pointe de la plaque :  $\delta = \sqrt{\nu x/V}$  avec  $\nu$  la viscosité cinématique du fluide ( $\nu = \mu/\rho$ ),  $V$  la vitesse de la plaque et  $x$  la distance à la pointe avant de la plaque. La théorie de Prandtl et les équations de Blasius décrivent l'écoulement dans la couche limite. En particulier, les profils de vitesse le long la plaque sont autosimilaires. Lorsque le nombre de Reynolds  $Re$  croît, l'écoulement devient turbulent et le liquide est également perturbé loin de l'objet, typiquement à une distance de l'ordre de la longueur de l'objet. Cette théorie s'applique à de gros objets, notamment en aérodynamique.

Dans le cas des solides élastiques, on peut mentionner l'étude intéressante de Reyssat *et al* [62] sur la découpe de gel d'agar par cisaillement. La rupture du gel a lieu après une déformation importante du solide à large échelle. Cela correspond à une force normale exercée sur l'outil qui augmente fortement jusqu'à un pic, proportionnellement au déplacement de

l'outil dans le gel et à son module de cisaillement, juste avant l'initialisation de la fissure. Ensuite la force normale diminue et devient constante au fur et à mesure que l'outil progresse dans le gel. Les déformations deviennent locales.

Ainsi, l'écoulement généré par le déplacement d'une plaque mince dans un bain de fluide à seuil doit emprunter certaines caractéristiques à la couche limite des liquides simples et d'autres à la découpe des solides élastiques. En particulier, on peut s'attendre à ce que les fluides à seuil s'écoulent le long de la plaque et à ce que les zones solides dans un voisinage proche de la plaque soient également déformées.

### *Théories pour les fluides à seuil*

Peu de travaux se sont consacrés au déplacement d'une plaque mince à travers un fluide à seuil macroscopiquement au repos.

En 1947, Oldroyd [63] a développé une théorie de la couche limite viscoplastique pour un fluide de Bingham. L'écoulement est étudié en deux dimensions dans un domaine infini de fluide à seuil. Dans le régime solide, un comportement élastique est proposé. Dans la zone liquide, Oldroyd suppose que la pression est indépendante de  $y$ , distance perpendiculaire à la plaque. Il trouve alors que le matériau est rigide partout sauf dans une fine couche le long de la plaque où les effets visqueux et plastiques agissent simultanément. En particulier, l'épaisseur  $\lambda$  de cette couche limite est proportionnelle à  $\sqrt{Vx/\tau_c}$  avec  $x$  la distance depuis la pointe de la plaque. Piau et Debiane [64] trouvent le même type d'écoulement dans le cadre de leur théorie générale de la couche limite pour un fluide de Herschel-Bulkley, en partant eux de l'hypothèse que la couche limite est d'épaisseur uniforme. Piau [65] a ensuite repris cette théorie en incluant l'impact des déformations de la région solide sur la zone liquide. Il suppose que la distribution des contraintes dans la région solide peut être trouvée à partir de la solution pour une plaque de longueur finie immergée dans un milieu élastique, imposant au fluide une contrainte de cisaillement égale à la contrainte seuil le long de sa direction principale. Il prédit une couche liquide en forme de lentille, centrée au milieu de la plaque, dont l'épaisseur maximale augmente avec la longueur (ce qui diffère de Oldroyd) et la vitesse de la plaque, et est inversement proportionnelle au seuil  $\tau_c$  du fluide. En particulier, il prédit une couche liquide nulle lorsque la vitesse  $V$  de la plaque tend vers 0. L'hypothèse sur la distribution des contraintes est discutable. Il est en effet peu probable que leur répartition dans une zone solide coexistant avec une zone liquide soit la même que dans un régime purement élastique.

Le point clé des théories ci-dessus est la forme du champ de pression, forme qui est inconnue. Les travaux précédents proposent une solution pour la couche limite en faisant des hypothèses fortes sur la forme de l'écoulement ou sur le champ de pression lui-même.

### *Étude expérimentale pour les fluides à seuil*

L'étude expérimentale du déplacement d'une plaque mince dans un fluide de Herschel-Bulkley a été initiée par Boujlel *et al.* [66]. Effectuées durant mon stage de master recherche avec Jalila Boujlel, les mesures locales de détermination de champs de vitesse, ont confirmé le rôle important joué par les déformations dans le régime solide sur la forme de l'écoulement liquide, mais ces résultats contredisent les théories précédentes. Deux régions sont étudiées : le long de la plaque, loin des extrémités (figure 1.6), et autour de la pointe de la plaque (figure 1.8).

Loin des bords, un écoulement uniforme se développe autour de la plaque. Les champs de vitesse ont été déterminés par PIV (*Particle Image Velocimetry*). Il apparaît qu'une couche liquide, fortement cisailée, se forme rapidement le long de la plaque durant son déplacement

dans un fluide à seuil, avec une épaisseur constante - figure 1.6. Cette épaisseur augmente peu avec la vitesse d'immersion de l'objet. Le reste du matériau est quant à lui soumis à de faibles déformations solides [66].

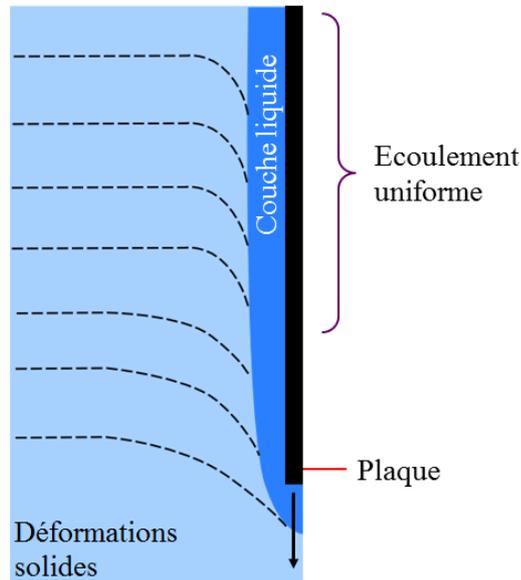


FIGURE 1.6 – Représentation schématique de la répartition des zones solide et liquide autour la plaque pendant son immersion dans un bain de fluide à seuil.

Pour comprendre la formation de la couche liquide, nous nous sommes intéressés à l'écoulement autour de la pointe de la plaque. L'étude précise des déformations subies par chaque élément de fluide permet de déterminer l'épaisseur de la couche liquide. La figure 1.7 représente les déformations totales subies par des éléments de fluide, lors du passage de la plaque, en fonction du temps. Ces éléments sont initialement situés sur une ligne horizontale à 2,5 cm en amont de la plaque et à différentes distances de celle-ci. Chaque série de points correspond à une distance initiale indiquée à droite sur l'échelle en vert. La ligne horizontale indique la déformation critique du matériau au delà de laquelle le matériau s'écoule, passant de l'état solide à l'état liquide. L'autre ligne a une pente de 1, témoignant de l'écoulement liquide puisque lors d'un cisaillement simple en régime stationnaire, la déformation est proportionnelle au temps. Les déformations totales sont calculées comme la somme des déformations locales, le long de la trajectoire de l'élément de fluide. Les déformations locales sont issues du calcul du second invariant du tenseur des déformations et les trajectoires sont déduites des champs de vitesse obtenus au cours de l'écoulement, en supposant un écoulement en deux dimensions dans le repère  $(x, y)$ .

On constate que les éléments de fluides situés initialement à moins de 7 mm de la plaque deviennent liquides puisqu'ils dépassent la déformation critique et que leur déformation totale est proportionnelle au temps, tandis que les autres restent à l'état solide, tout en étant légèrement déformés, leur déformation totale tendant vers un plateau.

Enfin, la figure 1.8 présente deux types de résultats expérimentaux. Les traits continus représentent les déformations d'une ligne de fluide initialement horizontale lors du passage de la plaque. Les points rouges reliés entre eux marquent la frontière entre les zones solides et liquides. Ils représentent la position des éléments de fluides lorsque leurs déformations totales dépassent la déformation critique et deviennent liquides puis ils suivent la trajectoire du dernier élément de fluide à devenir liquide (7<sup>ème</sup> série de points en partant du haut de la figure 1.7).

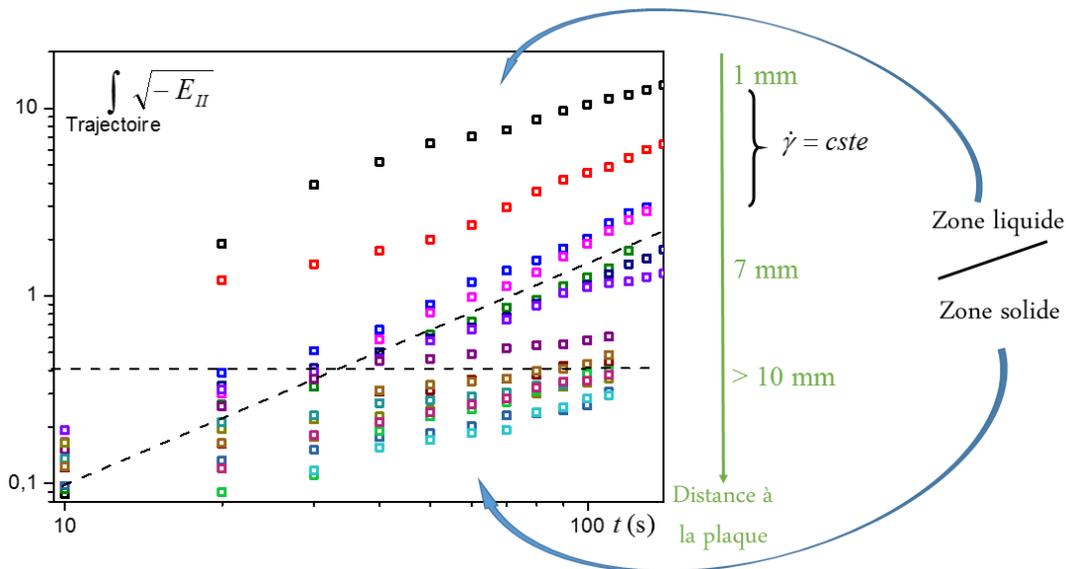


FIGURE 1.7 – Déformations totales des éléments de fluide en fonction du temps. Les éléments de fluide sont séparés de 1 mm. Le plus proche de la plaque (noir) est le plus déformé, la déformation totale diminue lorsque la distance à la plaque augmente (lecture de haut en bas)

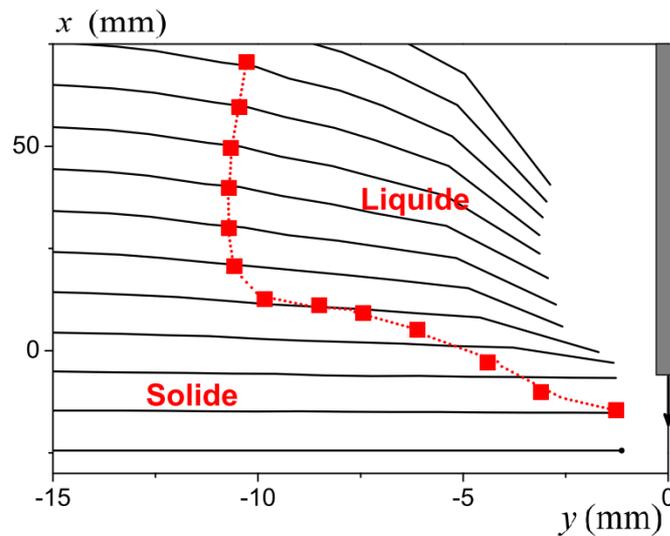


FIGURE 1.8 – Répartition expérimentale des zones solide et liquide autour de la pointe de la plaque. Les deux axes n'ont pas la même échelle.

Ainsi, au début de son immersion dans le bain, la plaque déforme le matériau dans son régime solide, jusqu'à atteindre la déformation critique au-delà de laquelle il s'écoule. La zone liquide apparaît puis se développe à mesure que la plaque avance. Au delà de cette zone, le fluide est dans son régime solide, soumis à de faibles déformations élastiques. Ce processus se poursuit le long de la plaque, tout au cours de son déplacement, sur la même extension latérale, résultant dans la formation d'une couche liquide d'épaisseur constante. Les déformations élastiques, elles, disparaissent quand l'écoulement uniforme est atteint, leur somme atteint donc un plateau. A noter que la liquéfaction débute devant la pointe de la plaque, à une distance de l'ordre de l'épaisseur  $\lambda$  de la couche liquide.

L'épaisseur  $\lambda$  augmente très légèrement avec la vitesse de déplacement de la plaque, tout en restant supérieure à une valeur finie même lorsque la vitesse tend vers 0, ce qui est en contradiction avec les résultats théoriques de Piau [65].

L'écoulement généré par le déplacement d'une plaque est donc déterminé par la pointe de la plaque qui liquéfie progressivement les zones solides qu'elle rencontre. En particulier, et contrairement aux hypothèses de Piau [65], les deux extrémités de la plaque n'ont pas un rôle équivalent. Piau avait cependant bien noté que l'écoulement en question était contrôlé à la fois par les déformations du régime solide et par l'écoulement de la zone liquide.

### 1.3 L'étalement avec une lame - *blade-coating*

La deuxième partie de ce manuscrit se consacre à l'étude de l'étalement horizontal de fluide à seuil par une lame. Pour en définir les conditions expérimentales, nous nous sommes inspirés de procédés industriels courants : étalement de mortier avec une truelle, de peinture sur un textile ou encore de produits alimentaires sur un support solide. En particulier, l'épaisseur de la lame est fine. Elle est dans la plupart des cas de l'ordre de grandeur de l'écart entre l'outil et le substrat - que nous appellerons *gap* dans la suite et noterons  $P$  - voire plus petite. De même, la quantité de fluide enduit est finie, il n'y a pas de réservoir.

À notre connaissance, l'expérience telle que nous l'avons conçue n'a encore pas été étudiée. Jusqu'à présent, les différents travaux se sont intéressés à une lame biseautée plus large que le *gap* (voir ci-dessous). Les applications visées sont notamment la teinte de textiles ou de papier, la fabrication d'adhésifs, de films photographiques ou de fines couches de protection.

Dans cette section, nous allons brièvement présenter les résultats existants sur les procédés d'enduction industriels les plus fréquents, faisant intervenir des fluides newtoniens, purement visqueux et viscoélastiques, afin de s'en servir comme supports qualitatifs. Puis, les cas des fluides à seuil est évoqué au travers l'étude de quelques tests d'étalements sous gravité.

#### 1.3.1 Les procédés d'étalement

##### *Les différentes géométries*

Hormis le *dip-coating* présenté précédemment, les principaux procédés utilisés dans l'industrie [67] pour étaler de manière uniforme des fluides sur un substrat plan, flexible ou rigide, de largeur constante, sont les suivants, schématisés sur la figure 1.9 :

- le *blade-coating* [68–70] qui consiste à étaler un fluide sur un support plan mobile à l'aide d'une lame fixe dont la forme peut varier.

- le *blade-over-roll coating* [71–75] pour lequel l'outil est une lame et le substrat un cylindre rotatif.

- le *roll coating* [76, 77] consiste à étaler un fluide sur un plan ou un cylindre à l'aide d'un cylindre. C'est la configuration la plus répandue.

- le *slot coating* [78] et le *curtain coating* [79] sont également deux techniques répandues qui font intervenir un réservoir vertical de fluide posé au dessus d'un plan mobile.

La détermination de l'épaisseur enduite  $h_0$  reste largement empirique. Pour un traitement théorique, dans ces situations, l'écoulement peut être considéré en deux dimensions. Dans la plupart de configurations, la largeur de l'outil est plus grande que le *gap* permettant de faire l'approximation de lubrification entre l'outil et le substrat.

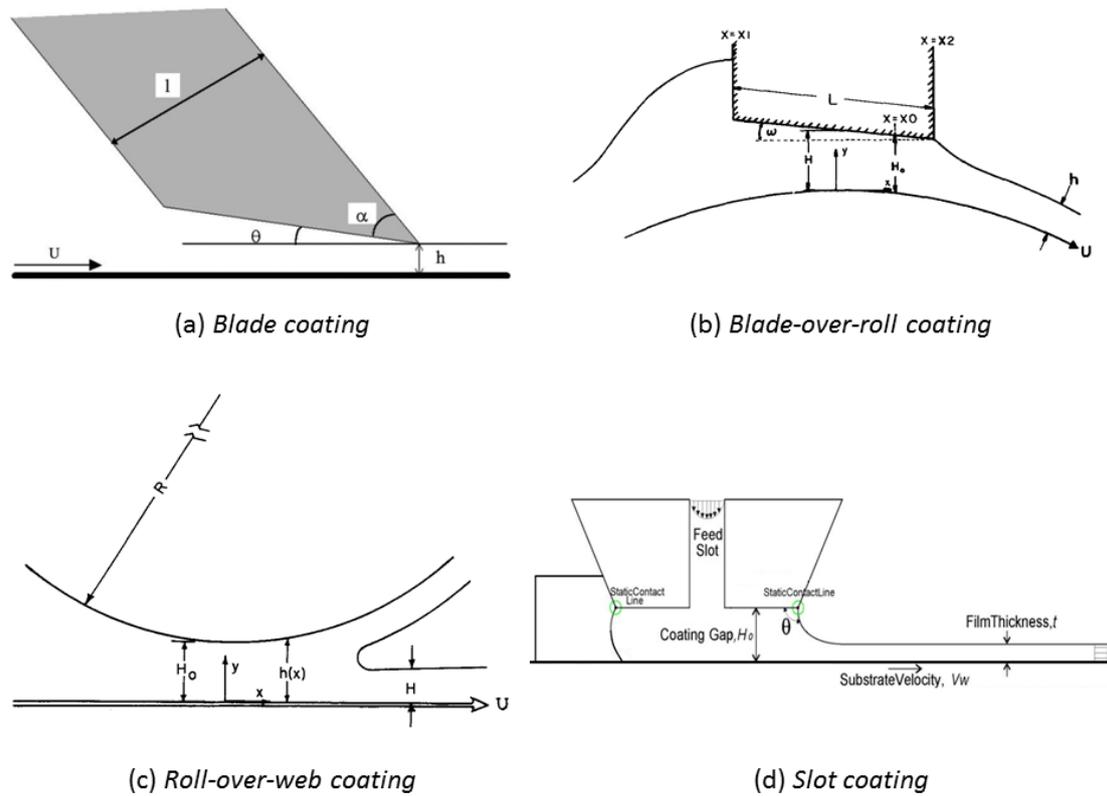


FIGURE 1.9 – Géométries d'étalement : (a) *blade coating* [69], (b) *blade-over-roll coating* [71], (c) *roll-over-web coating* [77] et (d) *slot coating* [78]

### Classification de l'enduction

Dans l'industrie, notamment textile, les procédés d'enduction sont classés en deux catégories : *self-metering* et *pre-metering* [80]. Pour la première catégorie, l'épaisseur enduite  $h_0$  est déterminée par les propriétés du liquide, la vitesse du substrat et la géométrie de l'ensemble. Ces méthodes incluent le *roll-coating*, le *blade-coating* et également le *dip-coating*. Dans les procédés de la deuxième catégorie,  $h_0$  est indépendante de ces paramètres et elle dépend du débit massique  $Q$  du liquide de densité  $\rho$  avant dépôt :  $h = Q/\rho V$ . La quantité de matériau à utiliser peut donc être déterminée au préalable. C'est le cas du *slot-coating*.

Dans la suite, nous nous intéressons plus particulièrement aux deux procédés faisant intervenir une lame pour décrire la réponse des fluides newtoniens, purement visqueux, viscoélastiques et à seuil. Le *blade-over-roll coating* est une géométrie différente de celle que l'on étudie, à cause de la courbure du substrat. Elle permet néanmoins d'avoir des résultats qualitatifs. Quelques résultats issus du *roll-coating* sont donnés pour indications, lorsque la littérature ne mentionne pas de *blade-coating*.

### 1.3.2 Étude de l'épaisseur enduite $h_0$

Comme évoqué précédemment, jusqu'à présent, les études font intervenir une lame biseautée dont l'épaisseur est bien plus grande que le *gap*, ce qui permet de se placer la plupart du temps dans l'approximation de lubrification, si la lame est peu inclinée. Outre la pression et l'écoulement sous la lame, elles s'intéressent à l'épaisseur  $h_0$  de fluide effectivement enduit sur le substrat, épaisseur qui s'avère être constante, sauf près de la lame.

### 1.3.2.1 Les fluides newtoniens

Quelle que soit la configuration utilisée, l'étalement d'un fluide newtonien à l'aide d'une lame donne une épaisseur enduite  $h_0$  plus petite que le *gap* et supérieure ou égale à la moitié de sa valeur. Pour le *blade-coating*, Greener *et al.* [68] montrent théoriquement que  $h_0$  dépend uniquement des caractéristiques géométriques de la lame. Ce résultat est confirmé numériquement et expérimentalement en *blade-over-roll coating* :  $h_0$  ne dépend pas de la vitesse de la lame [72, 74], ni de la viscosité du fluide [71] mais elle augmente avec l'inclinaison et la largeur de la lame.

En *blade-coating*, lorsque le substrat ou la lame deviennent flexibles, le phénomène d'enduction est modifié. Les travaux numériques de Schmidt *et al.* [70] ont conclu que le glissement du fluide sur la lame conduit à une épaisseur enduite  $h_0$  inférieure à celle attendue, ce qui peut s'atténuer si le substrat est flexible. Seiwert [81] a expérimentalement montré que si la lame est flexible,  $h_0$  devient croissante avec la vitesse du substrat et avec la viscosité du liquide.

### 1.3.2.2 Les fluides non-newtoniens purement visqueux

À notre connaissance, l'influence de la viscosité sur le processus d'enduction pour des fluides non newtoniens purement visqueux n'a été étudié que dans la configuration du *blade-over-roll coating*.

Il en ressort expérimentalement et théoriquement [71, 72, 75, 82, 83] que pour un fluide rhéofluidifiant en loi de puissance, l'épaisseur  $h_0$  enduite est plus grande que dans le cas newtonien, tout en restant inférieure au *gap*.  $h_0$  augmente lorsque  $n$  diminue. Mitsoulis *et al.* [74] ont confirmé cet effet pour une autre loi de comportement purement visqueux (loi de Carreau). Hsu [75], Sullivan *et al.* [71, 72] et Mitsoulis *et al.* [74] montrent que, comme pour les fluides newtoniens, l'épaisseur  $h_0$  augmente lorsque la largeur et l'inclinaison de la lame augmente.  $h_0$  diminue légèrement lorsque la vitesse de la lame augmente.

Pour la configuration de *roll-over-web coating*, Sofou et Mitsoulis [76] concluent que  $h_0$  augmente lorsque  $n$  décroît, ce qui conduit à des épaisseurs enduites plus élevées (resp. plus faibles) pour les fluides rhéo-fluidifiants (resp. rhéo-épaississants) que pour les fluides Newtoniens, tout en restant inférieure au *gap*.

### 1.3.2.3 Les fluides viscoélastiques

Lors de l'étalement de fluides viscoélastiques, il est difficile d'évaluer l'impact de chaque contribution : viscosité (avec la rhéofluidification) et élasticité (avec les forces normales) qui ont des influences antagonistes. En particulier, le rôle de l'élasticité est parfois masqué par celui de la viscosité. Ainsi l'une des premières études de la viscoélasticité (*blade-coating* [68]) propose un traitement théorique par perturbation positive du cas newtonien, concluant à une augmentation de  $h_0$  par rapport au cas newtonien d'autant plus faible que  $n$  est grand. La pression sous la lame est plus faible dans le cas viscoélastique que dans le cas newtonien.

Sullivan *et al.* (*blade-over-roll coating* [71, 72]) ont alors étudié séparément le rôle de l'élasticité grâce à des fluides de Boger, très élastiques et dont la viscosité varie peu avec le cisaillement. Ils observent expérimentalement que l'élasticité diminue  $h_0$  et peut même conduire à des valeurs plus faibles que dans le cas newtonien si la viscosité est assez faible. Pour ces fluides,  $h_0$  devient indépendante de la géométrie de la lame, ce qui reviendrait à conclure que l'écoulement derrière la lame est indépendant de celui devant la lame. En particulier,  $h_0 = P/2$ . Comme pour les fluides visqueux,  $h_0$  diminue faiblement si la vitesse du substrat augmente. Ils notent que l'écoulement des fluides viscoélastiques est complexe à étudier, car selon leur loi de comportement, leur réponse dépend de l'amplitude et de la durée de la déformation imposée.

Mitsoulis [73] a étudié numériquement des polymères viscoélastiques avec une loi de comportement prenant en compte les temps de relaxation des chaînes (K-BKZ). Il compare

ses résultats avec les expériences de Sullivan *et al.* [71,72] et conclut également que  $h_0$  peut diminuer par rapport au cas newtonien quand l'élasticité intervient.  $h_0$  augmente quand la viscosité augmente, et décroît quand l'élasticité augmente, ce qui modifie également la forme de l'écoulement devant la lame.

Le même impact sur  $h_0$  a été observé pour les fluides viscoélastiques dans le cas du *blade-over-roll coating* [76] et du *slot-coating* [78]. Ainsi, pour un fluide viscoélastique,  $h_0$  peut augmenter ou diminuer selon les contributions relatives de la viscosité (augmentation) et de l'élasticité (diminution).

Par ailleurs, pour les fluides visco-élastiques, un des grands axes de recherche concerne la forme de l'écoulement sous la lame. Plusieurs auteurs [69,72,75] se sont intéressés à ce sujet, à travers les lignes de courant et en particulier les points de stagnation, en les comparant au cas newtonien.

A priori, l'étude de Davard et Dupuis [69] fournit les seules visualisations expérimentales d'écoulement en *blade-coating*. Elle est presque uniquement qualitative mais elle permet de valider une partie des résultats de Sullivan [72] quant aux contributions respectives de l'élasticité et de la viscosité du fluide sur l'épaisseur  $h_0$ , bien que celles-ci soient difficiles à évaluer, tout en décrivant la forme de l'écoulement devant et sous la lame. Comme le montre la figure 1.10, tirée de Davard et Dupuis [69], les quantités de fluides mobilisées dans les écoulements devant et sous la lame varient beaucoup selon les propriétés du fluide et l'inclinaison de la lame, ce qui peut conduire à l'apparition de zones mortes (figure 1.10(b) et (c)), voire même d'écoulements inversés (figure 1.10(c)) lorsque l'inclinaison de la lame et l'élasticité du fluide deviennent grands. Ces visualisations permettent de confirmer que l'approximation de lubrification n'est pas valable et que l'écoulement doit être considéré dans les deux directions. Cette étude n'a cependant été effectuée qu'à vitesse  $V$  de la lame constante, et elle ne donne aucune grandeur dimensionnée.

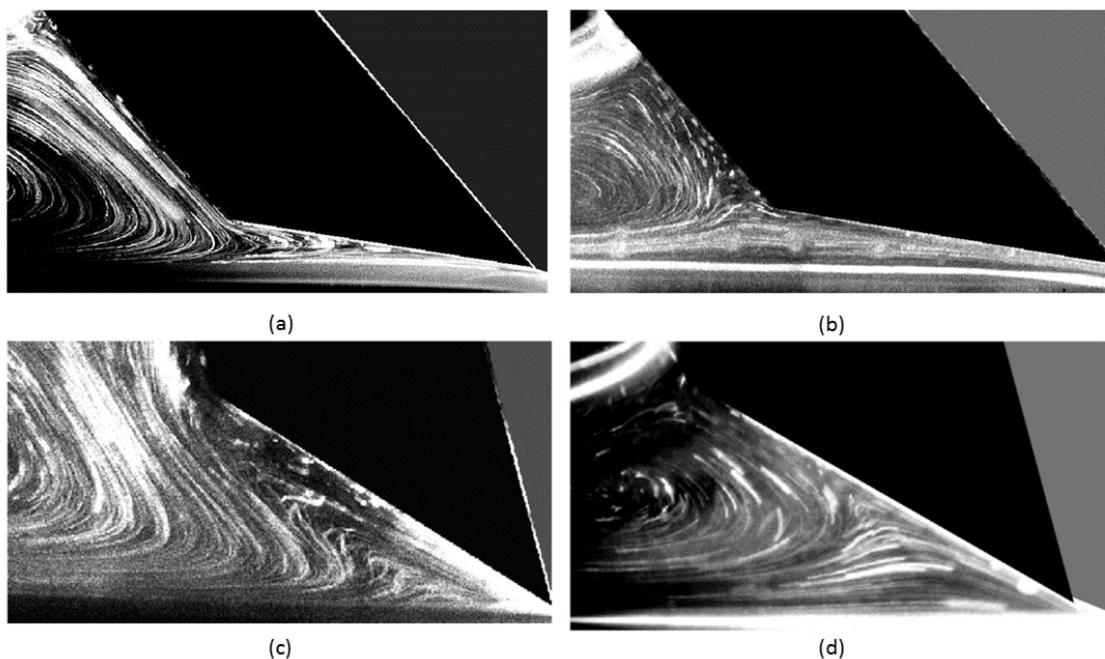


FIGURE 1.10 – Visualisations d'écoulement tirées de [69] : (a) fluide newtonien,  $\theta = 8^\circ$ , (b) fluide de Boger,  $\theta = 8^\circ$ , (c) fluide de Boger,  $\theta = 32^\circ$  et (d) fluide viscoélastique,  $\theta = 30^\circ$

Enfin, tout un pan de la littérature s'intéresse à la stabilité de l'enduction (rupture ou non homogénéité de films - [24,84,85]) mais nous ne le détaillerons pas ici car nous n'avons pas observé de déstabilisation au cours de nos expériences.

### 1.3.3 Les fluides à seuil

Dans cette thèse, nous nous intéressons expérimentalement à l'étalement de fluides à seuil à l'aide d'une lame. Les différentes zones d'études sont définies sur la figure 1.11 : film enduit derrière la lame et accumulation de fluide devant elle. Comme la lame que nous utilisons est mince, nous ne nous sommes pas concentrés sur l'écoulement qui se développe en dessous.

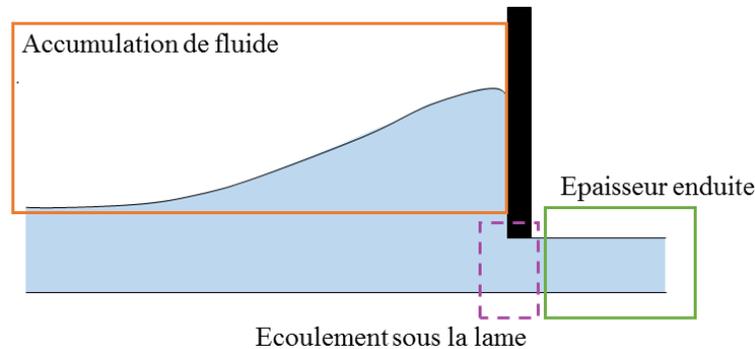


FIGURE 1.11 – *Blade-coating* : les zones d'études

#### *Épaisseurs enduites pour le blade-over-roll coating*

A notre connaissance, ce problème n'a pas été étudié pour des fluides de type Herschel-Bulkley, quelle que soit la configuration de la lame. Il est cependant intéressant de citer l'étude de Sofou et Misoulis [76] qui ont étendu leurs résultats du *blade-over-roll coating* aux fluides de Bingham. Ils ont ainsi montré que ce cas était comparable à celui des fluides rhéofluidifiants en loi de puissance : l'épaisseur enduite  $h_0$  augmente lorsque  $n$  diminue, en étant bornée inférieurement par le cas newtonien et supérieurement par la valeur du *gap*.

En résumé, quels que soient la configuration géométrique et le type de fluide, tous les travaux concluent que l'épaisseur enduite est plus faible que la distance entre la lame et le substrat.

#### *Affaissement et étalement*

Tous les travaux existants s'intéressent à l'écoulement sous la lame et à l'épaisseur déposée  $h_0$ . En particulier, pour le *blade-coating*, il n'y a pas d'amas formé devant la lame, des réservoirs de fluide sont utilisés. A notre connaissance, il n'existe pas d'études sur ce sujet. Cependant, dans le cas que nous considérons, l'évolution de l'amas de fluide devant la lame est d'un grand intérêt, car elle permet d'évaluer la maniabilité de la pâte et elle influe directement sur la force appliquée sur la lame. La littérature sur ces questions d'amas de fluides à seuil s'est notamment développée pour caractériser la rhéologie des pâtes (boues, ciment, béton frais...), en mesurant leur affaissement sous leur propre poids.

Nous nous intéressons au cas où tout le fluide est mis en mouvement, car il se rapproche de nos conditions expérimentales de raclage. Le premier modèle pour décrire cet étalement à partir de l'écoulement sur un plan incliné a été proposé en deux dimensions par Liu et Mei [86] pour un fluide viscoplastique. Il a été étendu au cas tridimensionnel par Coussot *et al.* [87] et vérifié dans une approche plus générale par Balmforth *et al.* [88].

Pour un plan horizontal, lorsque la hauteur de l'échantillon est négligeable devant son rayon ( $H \ll R$ , voir figure 1.12), l'écoulement se décrit par un cisaillement pur et l'approximation de lubrification peut être faite. Si l'inertie est négligeable, l'écoulement s'arrête lorsque la contrainte dans le matériau devient égal ou inférieur au seuil. Dans le cas d'une symétrie de révolution, cela s'écrit pour un écoulement radial avec une dimension :  $\dot{\gamma} = 0 \iff \tau < \tau_c$ .

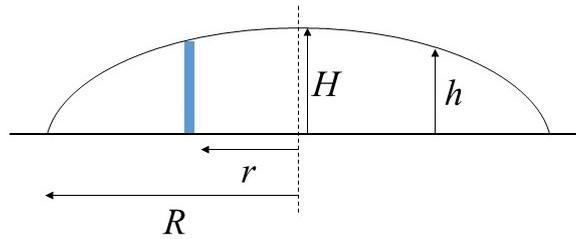


FIGURE 1.12 – Schéma d'étalement d'un fluide à seuil

En général, les effets capillaires sont négligeables, et lorsque l'écoulement s'arrête, le profil de la surface libre est :

$$h(r) = \left( \frac{2\tau_c(R-r)}{\rho g} \right)^{1/2} \quad (1.34)$$

En particulier, la hauteur maximale de l'amas  $H$  est liée à son rayon  $R$  par  $H^2 = 2\tau_c R / \rho g$ . Ce type d'écoulement se développe en pratique pour les matériaux à faibles seuils. Ce résultat s'applique pour les tests d'affaissement d'un fluide à seuil à partir d'un moule conique [89] et pour leur étalement sur un plan horizontal à partir d'un point source [90].

---

Ainsi, basé sur la littérature existante et compte-tenu des deux problèmes expérimentaux d'étalement de fluides à seuil considérés, ce manuscrit est divisé en deux parties d'étude. Au préalable, le chapitre 2 poursuit la présentation de notre démarche et introduit les matériaux et méthodes utilisés. La première partie concerne l'enduction par trempage, et la seconde, l'étalement à l'aide d'une lame. La première partie, qui est aussi la plus conséquente, traite le problème de *dip-coating* sous trois angles. Les résultats macroscopiques d'enduction sur la plaque sont tout d'abord exposés (chapitre 3). L'écoulement autour de la plaque, dans le bain, est ensuite étudié, dans un premier temps grâce à la détermination expérimentale des champs de vitesses (chapitre 4), puis par leur modélisation numérique (chapitre 5). Cette partie se termine par un chapitre synthétisant les résultats précédents (chapitre 6). La deuxième partie de ce manuscrit présente notre travail concernant l'étalement à l'aide d'une lame et introduit les premiers résultats sur ce sujet. Ceux-ci ont été obtenus grâce à des mesures macroscopiques et des mesures locales de champs de vitesse, appuyées par des simulations numériques (chapitre 7).

## Chapitre 2

# Matériaux et méthodes

Ce chapitre décrit en premier lieu les fluides à seuil utilisés et leurs propriétés rhéologiques : Carbopol et mélanges de Carbopol et de glycérol. Puis les deux montages d'enduction sont décrits : tout d'abord le montage d'enduction par trempage - ou *dip-coating*, puis le montage d'enduction contrôlé par une lame - ou *blade-coating*. Pour chacun d'eux, nous présentons les techniques de mesures mises au point pour déterminer les caractéristiques macroscopiques impliquées par ces procédés. Ensuite, nous détaillons la méthode de vélocimétrie par images de particules - PIV - utilisée pour déterminer les champs de vitesse générés par le déplacement de la plaque dans le bain de fluide. Enfin, la dernière section de ce chapitre introduit les principes de base de la programmation conique du second ordre que nous avons utilisée pour modéliser nos écoulements de fluides à seuil simples.

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Matériaux utilisés</b>	<b>32</b>
2.1.1	Les solutions de Carbopol	32
2.1.2	Rhéométrie des solutions de Carbopol	33
2.1.3	Les mélanges de Carbopol et de glycérol	34
<b>2.2</b>	<b>Montage de l'enduction par trempage</b>	<b>37</b>
2.2.1	La machine de force	37
2.2.2	Le matériel	37
2.2.3	Les essais	38
<b>2.3</b>	<b>Montage de l'étalement par lame</b>	<b>39</b>
2.3.1	La conception du montage	39
2.3.2	Les essais	41
<b>2.4</b>	<b><i>Particle Image Velocimetry</i> - PIV</b>	<b>41</b>
2.4.1	Principe	41
2.4.2	Mise en œuvre	43
2.4.3	Exploitation des films	44
<b>2.5</b>	<b>Simulations numériques</b>	<b>46</b>
2.5.1	La modélisation numérique des fluides à seuil	46
2.5.2	La programmation conique du second ordre	46
2.5.3	Modélisation de l'écoulement généré par le déplacement d'une plaque partiellement immergée dans un fluide à seuil	49
2.5.4	Modélisation de l'écoulement généré par le raclage d'un fluide à seuil par une lame	51

---

## 2.1 Matériaux utilisés

Les expériences de cette thèse ont été menées avec des fluides à seuil simples modèles afin d'assurer la répétabilité des résultats et de s'affranchir des effets de thixotropie. Nous avons choisi de travailler avec des solutions de Carbopol et des mélanges de Carbopol et de glycérol - qui seront appelés Carboglycérols dans le reste de ce manuscrit - afin de bénéficier de leur transparence, indispensable pour mettre en œuvre la PIV.

### 2.1.1 Les solutions de Carbopol

Les matériaux principalement utilisés pour nos campagnes expérimentales sont des solutions de Carbopol, obtenues par la mise en solution de poudre de Carbopol dans de l'eau, neutralisée avec de la soude concentrée (hydroxyde de sodium - NaOH). Le Carbopol est un polymère acrylique hydrophile ramifié dont les particules sèches mesurent quelques micromètres. Sous forme de gel (figure 2.1), sa structure interne se compose d'"éponges" élastiques allant jusqu'à quelques dizaines de micromètres, résultant de l'allongement et du gonflement des chaînes de polymère hydratées. Les groupements carboxyliques des polymères forment des ponts entre les différentes parties de la chaîne principale. Associées à l'enchevêtrement des brins, ces liaisons rendent difficile tout mouvement au sein du matériau. Une contrainte minimale devient alors nécessaire pour déformer le fluide : c'est le seuil ; il dépend principalement du pH et de la concentration en polymères. L'article [91] décrit précisément la structure du Carbopol. Grâce à une thixotropie et une migration de phase limitées [14,91], les gels de Carbopol sont considérés comme des fluides à seuil simples presque parfaits.



FIGURE 2.1 – Photo d'un gel de Carbopol

Les gels ont été fabriqués au laboratoire à partir de poudre de Carbopol 980 achetée en pharmacie, d'eau distillée et de soude à  $1 \text{ mol.L}^{-1}$ , également fabriquée au laboratoire. Le protocole est le suivant : 4 litres d'eau sont tout d'abord mélangés dans un malaxeur à mortier durant quelques minutes. Sans arrêter le cisaillement qui va durer tout au long de la fabrication, la quantité désirée de poudre de Carbopol est incorporée, formant une solution acide dont le pH est entre 3 et 4. Au bout d'une à cinq heures, lorsque les polymères sont entièrement dissouts, c'est-à-dire lorsque le mélange est de nouveau transparent, la soude est ajoutée. Les polymères s'hydratent et se réticulent très rapidement, le matériau gonfle et le gel se forme. Afin d'homogénéiser le fluide, le mélange se poursuit pendant 24 heures. Afin que les propriétés rhéologiques des solutions de Carbopol se stabilisent, elles ne sont utilisées qu'une dizaine de jours après leur fabrication. Les gels de Carbopol obtenus ont une densité proche de celle de l'eau ( $987 \text{ kg.m}^{-3}$ ), le constituant majoritaire. Conservés à  $20^\circ\text{C}$  dans un environnement sec, leurs propriétés rhéologiques restent stables plusieurs mois.

Nous avons testé différentes masses de soude à mélanger à la solution acide de Carbopol afin de déterminer quelle quantité permettait de neutraliser le milieu, tout en conservant le seuil du matériau. D'après la figure 2.2, cet objectif est réalisé en ajoutant une masse de soude 8 fois plus grande que celle de Carbopol. La procédure de mesure du seuil du Carbopol est précisée dans la section suivante.

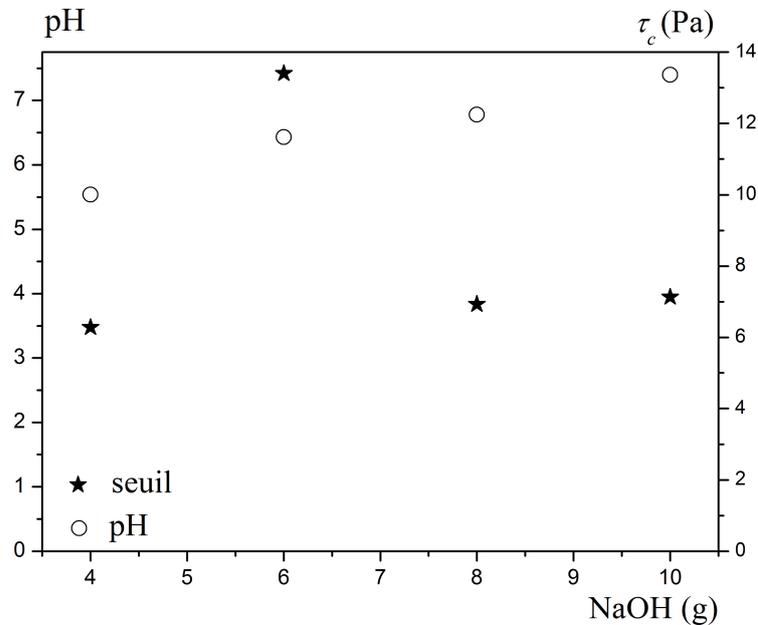


FIGURE 2.2 – Évolution du pH et du seuil de contrainte en fonction de la masse de soude ajoutée pour une solution de Carbopol de 1 L à 0.1% massique

Faire varier la quantité de poudre de Carbopol permet d'obtenir des fluides aux propriétés rhéologiques variées, avec notamment un seuil de contrainte balayant une large gamme. Nous avons préparé plusieurs concentrations massiques variant entre 0.1% et 1%, ce qui correspond à des seuils de contrainte allant de 9 à 82 Pa.

### 2.1.2 Rhéométrie des solutions de Carbopol

#### Mesures macroscopiques

La caractérisation rhéologique des matériaux utilisés a été réalisée à l'aide d'un rhéomètre à contrainte imposée Bohlin. Nous avons utilisé une géométrie plan-plan composée de deux disques parallèles de même axe et de diamètre 40 mm, représentée sur la figure 2.3. Les deux plans sont recouverts de papier de verre P180, leur donnant une rugosité d'environ 80 micromètres permettant d'éviter tout glissement. Ils sont séparés par un entrefer de 2 mm. Le plan inférieur est fixe et l'écoulement est généré par la rotation du disque supérieur.

Le protocole de nos mesures est le suivant : l'échantillon est déposé sur le plan inférieur, en faisant attention à ne pas introduire de bulles d'air. Le plan supérieur ; bloqué en rotation, est approché de l'échantillon pour être à 2 mm du plan inférieur. Le surplus de matière est retiré afin d'obtenir un cylindre de matière tel que représenté sur la figure 2.3.

Les mesures sont réalisées à température ambiante (20-23°C). Les expériences consistent à imposer une rampe logarithmique en contrainte croissante puis décroissante, sur une durée totale de 6 min. Les données obtenues sont le couple  $M$  appliqué à l'échantillon et la vitesse de rotation du disque supérieur  $\Omega$  qui en résulte. Elles sont converties en contrainte  $\tau$  en

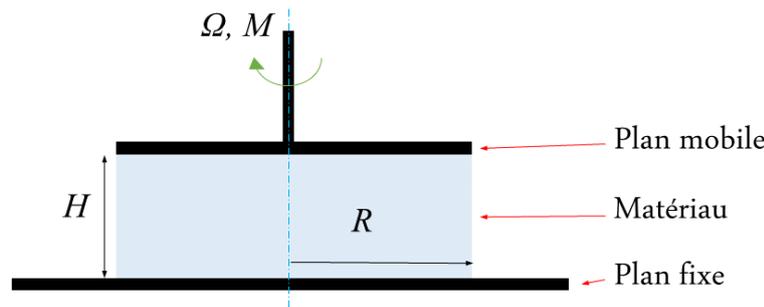


FIGURE 2.3 – Schéma de la géométrie plan-plan

fonction du taux de cisaillement  $\dot{\gamma}$  du matériau avec les relations suivantes, établies dans [92], permettant d'obtenir la courbe d'écoulement  $\tau=f(\dot{\gamma})$ .

Dans le cylindre de matériau, sur la hauteur de l'entrefer, le taux de cisaillement augmente de 0 sur l'axe central jusqu'au maximum obtenu à la périphérie en R :

$$\dot{\gamma} = \Omega \cdot R / H \quad (2.1)$$

La contrainte de cisaillement à la périphérie  $\tau$ , constante le long de l'entrefer s'écrit :

$$\tau = \frac{M}{2 \cdot \pi \cdot R^2} \left[ 3 + \frac{\dot{\gamma}}{M} \frac{\partial M}{\partial \dot{\gamma}} \right] \quad (2.2)$$

En général, le second terme de (2.2) n'est pas négligeable. Il l'est cependant pour un fluide à seuil pour les mesures près du seuil, ce qui est le cas lors de nos tests rhéométriques. La correction qui en découle sur la détermination de la consistance  $k$  est inférieure à 10 %, soit l'ordre de grandeur des imprécisions des mesures ; nous n'en tiendrons donc pas compte.

Exceptée la première partie de la courbe de montée qui est associée à des déformations dans le régime solide, les courbes de contrainte croissante et décroissante se superposent, confirmant la non thixotropie de nos matériaux. Dans la suite, nous nous concentrons sur la courbe obtenue pendant le cisaillement décroissant qui représente l'état stationnaire de manière reproductible et qui est considérée comme la courbe d'écoulement du matériau. La figure 2.4 montre quelques exemples de courbes d'écoulement. On observe clairement l'existence d'une contrainte minimale en dessous de laquelle le matériau ne s'écoule pas.

## Propriétés rhéologiques

Comme attendu, les courbes d'écoulement obtenues sont décrites par la loi de comportement d'Herschel-Bulkley (équation (1.9)).

L'exposant  $n$  des Carbopols a été fixé à 0,35 après étude de l'ajustement des données sur l'équation (1.9). Une nouvelle régression non linéaire sur les données des courbes d'écoulement permet d'obtenir  $\tau_c$  et  $k$  pour les différents matériaux. Ces paramètres sont résumés dans le tableau 2.5.

### 2.1.3 Les mélanges de Carbopol et de glycérol

Les mélanges de Carbopol et de glycérol ainsi que les essais qui ont suivis ont été effectués dans le cadre du stage de fin de master d'Anne-Laure Andrieu.

Pour les solutions de Carbopol, le rapport  $k/\tau_c$  est relativement indépendant du seuil du matériau et il est de l'ordre de 0,5. Dans le cas des expériences de *dip-coating*, il est apparu judicieux d'évaluer l'influence de l'augmentation de la contribution des forces visqueuses dans

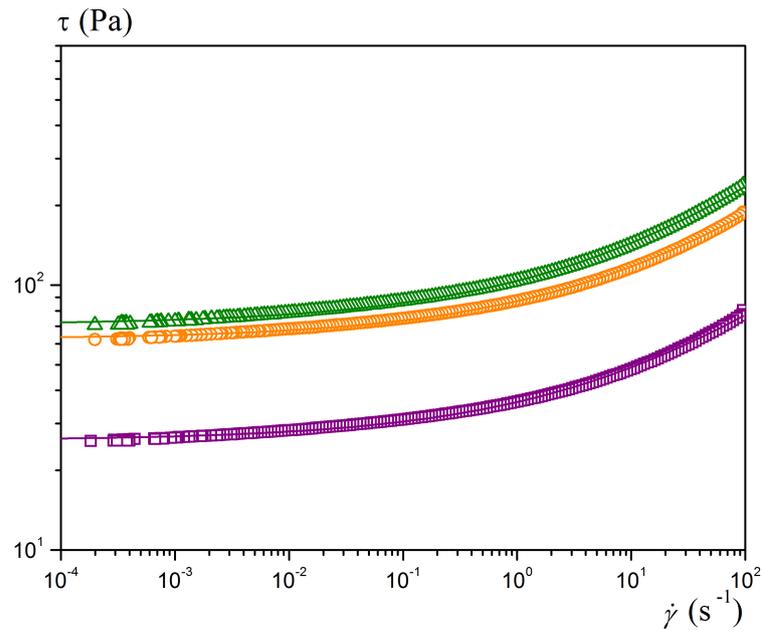


FIGURE 2.4 – Courbes d'écoulement de solutions de Carbopol à différentes concentrations. Les lignes continues correspondent à la loi d'Herschel-Bulkley (1.9) ajustées sur les données.

Expériences	$\tau_c$ (Pa)	$k$ (Pa.s <sup>-n</sup> )
<i>dip-coating</i>	9,3	5
	20,4	11,3
	27,3	10,7
	29,1	10,1
	47,8	17,4
	56,4	23,3
	65,2	71,1
	82	41,1
<i>dip-coating</i> et PIV	7,9	4,4
	34	13,9
	71,4	37,7
<i>blade-coating</i>	42,4	16,4
	49,2	24,5
	98,3	48,8

FIGURE 2.5 – Paramètres rhéologiques des Carbopols utilisés

la force de cisaillement (voir section 3.3.4). En nous appuyant sur la thèse de C. Gabard [93] nous avons préparé des solutions de Carbopol au glycérol.

La préparation de ces matériaux est plus longue que pour les solutions aqueuses de Carbopol car la poudre de Carbopol est beaucoup moins soluble dans le glycérol que dans l'eau. Dans un premier temps, grâce à une bonne solubilité aqueuse, le glycérol est rapidement mélangé à l'eau distillée pendant 15 minutes, dans le malaxeur à mortier. Le Carbopol est ensuite incorporé au mélange de 4 litres. Selon le quantité de glycérol impliqué, la dissolution du Carbopol peut prendre jusqu'à 3 jours. La solution est alors malaxée pendant au minimum 24 heures afin de laisser s'hydrater le Carbopol, ce qui se traduit par un gonflement de l'ensemble. Puis, toujours en cisillant, la soude est ajoutée pour gélifier et neutraliser la solution. Le malaxage se poursuit encore une dizaine d'heures. De même

que pour les solutions aqueuses de Carbopol, ces solutions ne sont utilisées que quelques jours plus tard. Il est par ailleurs important de noter que notre protocole de fabrication conduit à l'apparition de nombreuses bulles d'air dans le matériau, bulles qui, contrairement aux solutions aqueuses, ne disparaîtront pas totalement, même sous l'effet d'un fort cisaillement.

% volumique de glycérol	10	20	90
% massique de Carbopol	0,4	0,4	0,4
$\tau_c$ (Pa)	76,6	72	45
$k$ (Pa.s <sup>-n</sup> )	26,6	36,2	65,1
$n$	0,34	0,36	0,46
$k/\tau_c$	0,35	0,5	1,4

FIGURE 2.6 – Paramètres rhéologiques des mélanges tests de Carboglycérol

Sur des volumes d'1 L, nous avons testé différentes fractions de chaque composant afin de déterminer leurs influences sur les propriétés rhéologiques du mélange. Les courbes d'écoulement ont été déterminées avec la procédure de la section 2.1.2. Les Carboglycérols présentent les mêmes propriétés que les Carbopols : ils sont non-thixotropes et suivent la loi d'écoulement d'Herschel-Bulkley (1.9).

Le tableau 2.6 récapitule les paramètres rhéologiques des Carboglycérols fabriqués. A quantité de Carbopol fixée, on observe qu'une augmentation de la proportion de glycérol dans le mélange conduit à une diminution du seuil du fluide et à une augmentation de sa consistance. Le rapport  $k/\tau_c$  augmente donc avec l'ajout de glycérol. L'indice de rhéofluidification  $n$  augmente lui aussi avec la proportion de glycérol.

Nous avons alors choisi de fabriquer 4 L de Carbopolglycérol avec une fraction volumique en glycérol de 90% et des pourcentages massiques en Carbopol de 0,3 et 0,5 % afin d'obtenir des seuils différenciés. Le tableau 2.7 résume les paramètres rhéologiques des matériaux utilisés lors des expériences de *dip-coating*. La densité de ces matériaux est de 1233 kg.m<sup>-3</sup>.

% volumique de glycérol	90	90
% massique de Carbopol	0,3	0,5
$\tau_c$ (Pa)	28,5	39,6
$k$ (Pa.s <sup>-n</sup> )	72,2	87,9
$n$	0,45	0,44
$k/\tau_c$	2,6	2,2

FIGURE 2.7 – Paramètres rhéologiques des mélanges de Carboglycérol utilisés lors des expériences

La figure 2.7 compare les courbes d'écoulement d'un Carbopol et d'un Carboglycérol de seuils comparables. Les paramètres  $k$  et  $n$  du Carboglycérol sont plus grands que ceux du Carbopol, ce qui se traduit graphiquement par une augmentation plus marquée de la contrainte de cisaillement  $\tau$  avec le taux de cisaillement  $\dot{\gamma}$ , en accord avec la loi d'Herschel-Bulkley (1.9). La contribution relative du seuil  $\tau_c$  au cisaillement  $\tau$  devient moins importante.

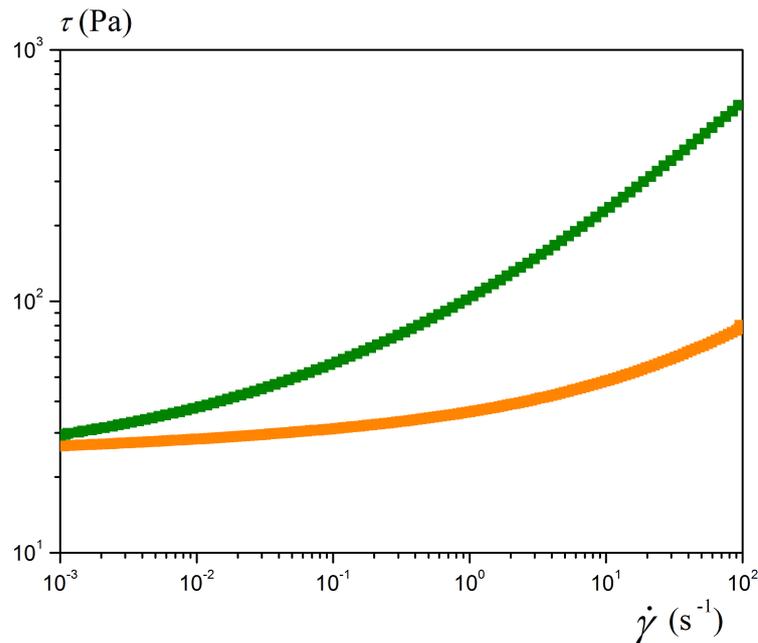


FIGURE 2.8 – Courbes d'écoulement d'un Carbopol (orange) et d'un Carboglycérol (vert) de seuils comparables, autour de 28 Pa.

## 2.2 Montage de l'enduction par trempage

Les fluides à seuil présentent la propriété remarquable de rester déposés sur un support solide, même vertical, sans drainage (section 1.2.3.1). Afin de comprendre comment ce phénomène est possible, nous nous sommes intéressés au procédé industriel d'enduction par trempage, qui consiste à enduire un solide en l'immergeant puis en le retirant d'un bain de fluide. Le solide que nous avons choisi d'étudier est une plaque mince. Le problème peut alors être considéré comme l'étude de Landau-Levich avec des fluides à seuil.

### 2.2.1 La machine de force

Pour ces expériences, nous nous sommes appuyés sur le dispositif mis en place au laboratoire par J. Boujlel [94] au cours de sa thèse, lors de l'étude de l'immersion d'un objet solide - plaque mince ou cylindre - dans un bain de fluide à seuil.

Le montage est composé d'une pince fixée à un capteur de force de 10 N, d'une précision de  $\pm 10^{-5}$  de la charge maximale, capable de mesurer des données en traction et en compression. Ce capteur est fixé au plateau transversal d'une machine de force (*Instron 3365*), relié au socle de l'instrument par deux colonnes de guidage - figure 2.9.

Dans nos essais, le plateau supérieur se déplace à une vitesse constante et contrôlée allant de 0,1 mm/s à 17 mm/s. La précision de sa position est de l'ordre du  $\mu\text{m}$ . L'ensemble est piloté par un logiciel qui permet l'acquisition instantanée de la force verticale exercée sur le capteur ainsi que sa position.

### 2.2.2 Le matériel

Excepté lorsque c'est mentionné différemment (voire section 3.3.1), la plaque mince utilisée a une épaisseur  $e=1,9$  mm, une largeur  $l=7,1$  cm et une hauteur  $H=25$  cm. Elle est fixée au capteur de force directement via la pince, ce qui permet de considérer que la force mesurée par le capteur est celle directement appliquée à la plaque. La plaque est également recouverte

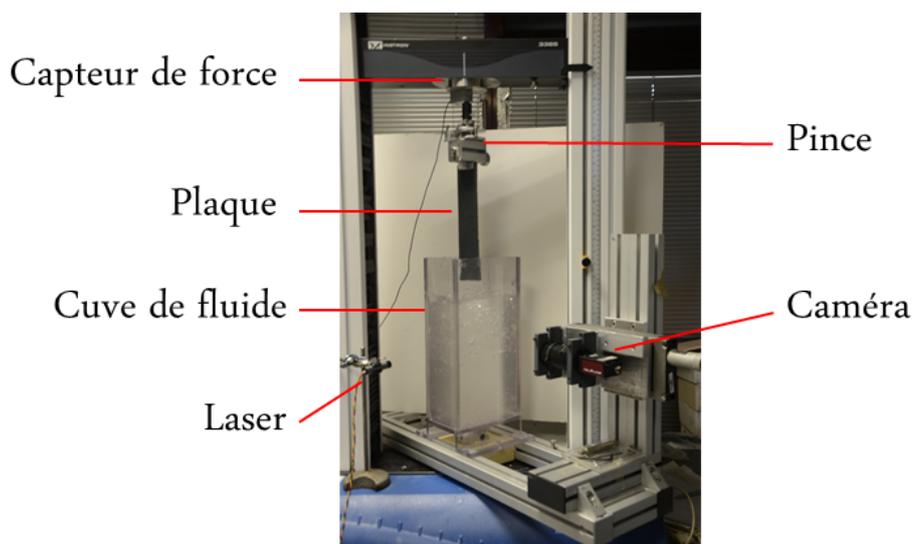


FIGURE 2.9 – Machine de force

d'un papier de verre P180 afin d'éviter tout glissement, comme pour les mesures de rhéométrie 2.1.2.

Les matériaux sont placés dans des béciers en verre de 3 L (diamètre 12 cm, hauteur 28 cm) ou 5 L (diamètre 18 cm, hauteur 30 cm). Ceux utilisés lors des mesures accompagnées de la PIV sont placés dans une cuve parallélépipédique en plexiglas de 15 cm de longueur, 10 cm de largeur et 35 cm de hauteur. Il s'agit des deux Carboglycérols et des trois Carbopols mentionnés aux tableaux 2.5 et 2.7. Le volume des fluides est compris entre 2,5 et 4 L, ce qui assure une hauteur de bain d'au moins 20 cm.

Les cuves de matériaux sont installées entre les deux colonnes de la machine de force comme sur la photo 2.10. La caméra et le laser servent pour la PIV - voir section 2.4.

FIGURE 2.10 – Montage de *dip-coating* avec PIV

### 2.2.3 Les essais

Tous nos essais expérimentaux d'enduction par trempage ont été faits à température ambiante (20-23 °C) et suivent le protocole suivant.

Avant toute campagne de mesures, les bulles sont retirées du matériau grâce à un agitateur à tige muni de deux pâles mobiles tournant à grande vitesse pour entraîner les bulles vers la surface. Contrairement au Carbopol, il n'est pas possible d'enlever la totalité des bulles du Carboglycérol à cause de sa grande viscosité. Cependant, les bulles restantes sont peu nombreuses et relativement petites - inférieures à 1 mm de diamètre -, ce qui permet de négliger leur influence sur les mesures de force, en particulier lorsque la plaque est hors du bain. Le matériau est alors laissé au repos au moins 12h afin que relaxent les contraintes générées par le fort cisaillement nécessaire pour faire remonter les bulles hors du bain.

De même, avant toute campagne de mesures, la plaque est plongée une première fois dans le bain de fluide afin de mouiller le papier de verre, ce qui permet d'avoir des mesures reproductibles avec un état initial de plaque comparable. Ensuite, pour tous les essais, l'excès de matériau est enlevé de la plaque, d'abord à la spatule, puis avec un papier absorbant afin d'atteindre le fluide resté dans les rugosités. La surface libre de la cuve est lissée à l'aide d'un racloir souple afin de la rendre la plus horizontale possible. La plaque est alors fixée à la pince du capteur et la force mesurée est tarée, ce qui permet d'enlever le poids de la plaque - constant - à la mesure. Pour mesurer le déplacement de la plaque, celle-ci est approchée au contact de la surface du bain. Le déplacement du capteur est alors initialisé à 0. Ainsi, le déplacement  $L$  mesuré lors de la translation du plateau transversal de la machine correspond à la position de la pointe inférieure de la plaque par rapport à la surface libre du matériau.

Les essais se composent de l'immersion de la plaque à vitesse constante  $V$ , puis de son retrait total hors du bain à la même vitesse. Les informations enregistrées sont donc la force  $F$  exercée par le fluide sur la plaque et la position  $L$  de sa pointe par rapport à la surface libre, en fonction du temps. L'immersion de la plaque s'arrête à au moins 1 cm du fond de la cuve afin d'éviter les effets de bord.

## 2.3 Montage de l'étalement par lame

Inspirés par le procédé en jeu lors de l'étalement de mortier avec une truelle, nous nous sommes intéressés dans un deuxième temps à l'enduction d'une surface solide horizontale par un fluide à seuil mis en mouvement par une lame mince solide. On pourrait qualifier cette opération de dépôt contrôlé, au contraire de l'expérience précédente qui serait un dépôt libre.

### 2.3.1 La conception du montage

Le montage de cette étude a été entièrement imaginé et conçu au laboratoire au cours de cette thèse. Il est en photo sur la figure 2.11. Il se compose d'une platine de translation, d'un canal parallélépipédique, d'une lame inclinable, de deux capteurs de force, d'un système d'acquisition et d'une caméra.

Le canal est en plexiglas, long de 140 cm et large de 12 cm. Il possède deux parois verticales dans le sens de la longueur de 14,5 cm de hauteur. Les deux extrémités du canal sont libres pour ne pas contraindre l'écoulement et pour faciliter les essais.

Ce canal est fixé sur la partie mobile d'une platine de translation *Newport* à moteur linéaire. Il est installé de sorte que son centre de gravité soit aligné avec le centre du mobile, pour assurer l'horizontalité du fond et pour maximiser les performances de la platine.

La platine est pilotée et contrôlée par un ensemble encodeur-contrôleur relié à un ordinateur. La course du mobile est de 800 mm et sa position  $d$  est maîtrisée à 30  $\mu\text{m}$  près. La charge normale centrée maximale supportée par le mobile est de 600 N, ce qui est largement supérieur

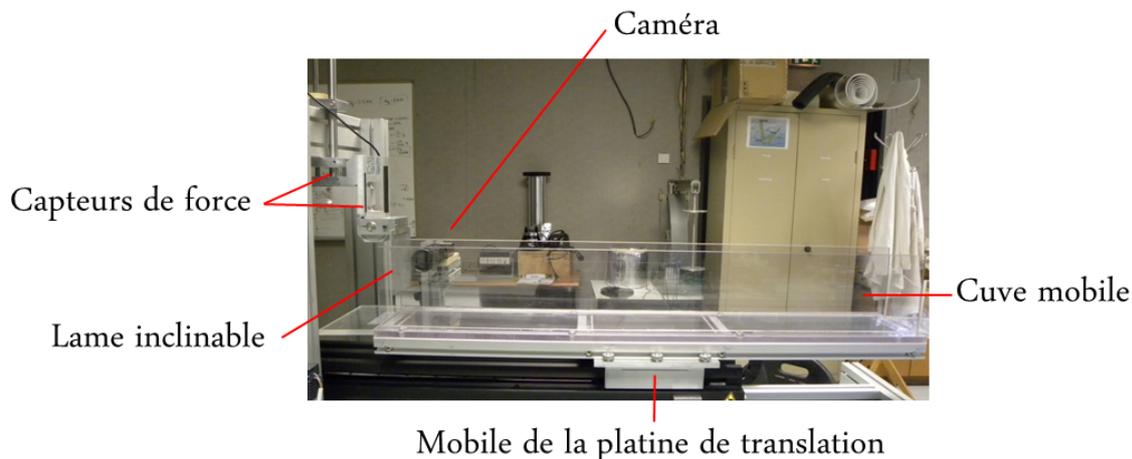


FIGURE 2.11 – Montage de l'étalement par lame - dit *Tartine*

à la masse totale du canal et du matériau. Hors charge, la vitesse  $V$  de translation du mobile va de  $0,05 \mu\text{m/s}$  à  $1 \text{ m/s}$ .

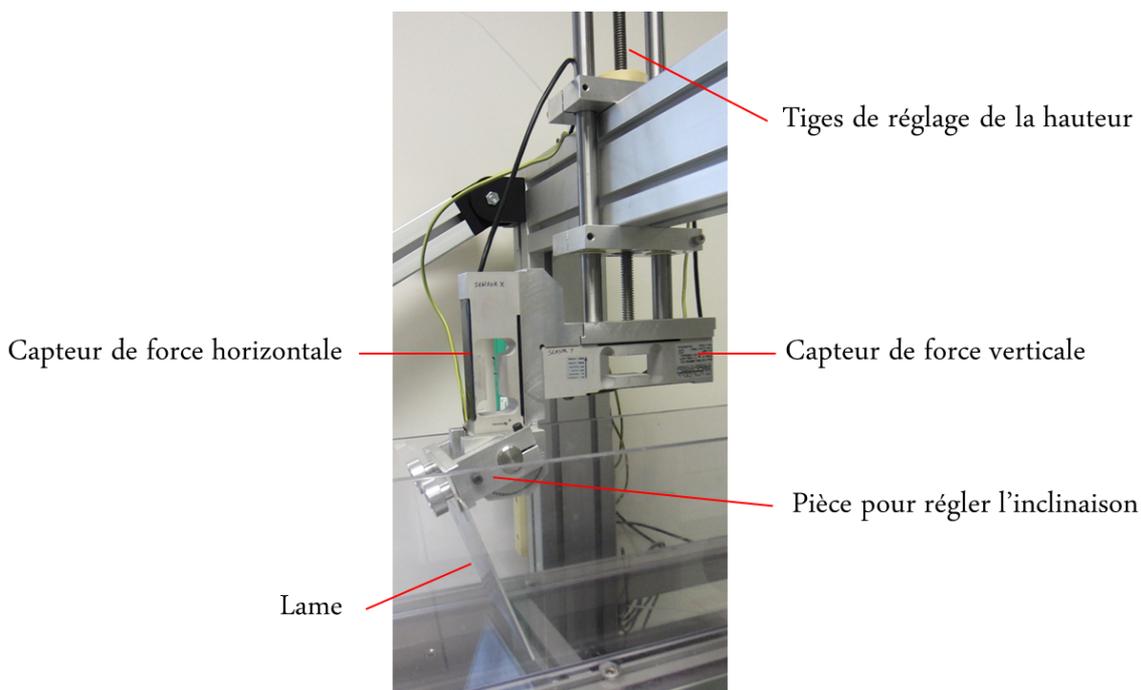


FIGURE 2.12 – Support de la lame

La lame, carrée, est en aluminium, de 12 cm de côté et de 2 mm d'épaisseur. Elle est légèrement moins large que le canal (environ 1 mm) afin d'éviter les contacts entre ces deux solides. Elle est fixée à un support via le mécanisme de la figure 2.12. Elle est tout d'abord vissée à une pièce mobile dont la rotation va de  $+90^\circ$  à  $-90^\circ$  par rapport à l'horizontale. La pièce mobile est elle-même fixée à l'ensemble des deux capteurs de force, et cet ensemble est suspendu à un portique via 3 tiges de réglages qui permettent de régler uniquement la hauteur du module lame-capteurs, le mouvement étant bloqué dans les deux autres directions. Le portique est lui attaché au support de la platine de translation.

Les deux capteurs sont des capteurs de force, de charge 5 kg, de précision 0,02 %, capables de mesurer des efforts en traction et en compression. L'un des capteurs mesure la force horizontale exercée sur la lame (dans une direction parallèle au sol), tandis que l'autre mesure

la force verticale.

Enfin, une caméra CCD est placée sur le côté de la lame (qui est donc fixe dans le référentiel de la pièce, c'est la cuve que bouge). Elle permet d'enregistrer les essais, en se focalisant sur la tranche de la lame et sur l'accumulation de matériau en amont. Elle filme jusqu'à 15 images par seconde.

### 2.3.2 Les essais

Pour l'enduction par lame, les essais ont été effectués avec les Carbopols mentionnés au tableau 2.5. Avant chaque campagne de mesures, le matériau est mis en place suivant le protocole qui suit. Le canal est déplacé jusqu'à l'extrémité de la platine opposée à celle où se trouve le support de lame. L'emplacement de la lame est alors à une des extrémités du canal (figure 2.11). Les 4 L de Carbopol sont intégralement versés dans le canal. La lame est ensuite fixée à son support et abaissée jusqu'à une distance  $P$  du fond de la cuve,  $P$  étant inférieure à la hauteur initiale de fluide. L'intégralité du matériau situé derrière la lame est enlevé. Un premier déplacement du canal est effectué à la vitesse  $V$  qui sera utilisée dans les expériences à venir, afin d'enlever l'excès de matériau et d'obtenir une surface de Carbopol plane et d'épaisseur constante, ce qui permet d'avoir des conditions initiales identiques pour toutes les expériences, et reproductibles.

Ensuite, avant chaque expérience, la lame est retirée de son support puis nettoyée, le canal est remis à sa position initiale, la lame est de nouveau installée à la profondeur  $P$  souhaitée, l'excès de matériau situé à l'arrière est entièrement enlevé et les deux capteurs de force sont tarés. La hauteur initiale de la surface libre d'épaisseur uniforme dans le canal est notée  $S$ . L'expérience est lancée lorsque le canal commence à se déplacer à la vitesse  $V$  pour une course totale de 800 mm. Elle est considérée comme terminée lorsque l'amas de matériau devant la lame atteint la zone de la cuve où il n'y a plus d'épaisseur de matériau déjà enduit.

Afin d'optimiser les essais, l'état final d'une expérience sert d'état initial à la suivante, jusqu'à épuisement du matériau dans le canal. De plus, les bulles ne sont pas enlevées, d'une part parce qu'elles ne gênent pas l'expérience, ce qui permet d'alléger le protocole expérimental, et d'autre part parce qu'elles peuvent servir de traceurs pour une estimation des champs de vitesse avec une PIV grossière.

Les informations recueillies sont la position horizontale relative de la lame et du canal  $d$  et les forces horizontales  $F_x$  et verticales  $F_z$  exercées par le fluide sur la lame. L'exploitation des films permet de mesurer différents paramètres géométriques relatifs à la forme de l'amas de matériau, voir chapitre 7.

## 2.4 *Particle Image Velocimetry - PIV*

### 2.4.1 Principe

La PIV - ou *Particle Image Velocimetry* - est une méthode optique non-intrusive permettant de mesurer des champs de vitesse instantanée dans un fluide. Elle repose sur l'identification du déplacement de particules traceurs réparties dans le matériau. Ces particules doivent être suffisamment petites et nombreuses pour refléter précisément, sans la modifier, la dynamique de l'écoulement.

Dans ces travaux, il s'agit de PIV 2D. Un plan de matériau est alors isolé dans la cuve grâce à une nappe laser. Les traceurs présents dans ce plan sont éclairés et leur mouvement est enregistré avec une caméra. La vitesse des particules est alors déduite par comparaison entre deux photos successives séparées par un très court intervalle de temps.

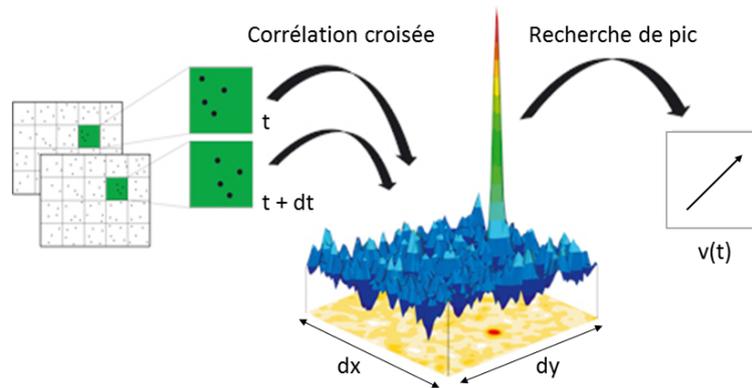


FIGURE 2.13 – Principe de la corrélation croisée

Plus précisément, le traitement des données est effectué à l'aide du logiciel commercial DaVis, version 8.1.6, développé par La Vision. Il repose sur l'utilisation de la fonction de corrélation croisée entre les paires d'images successives. La fonction de corrélation croisée est un opérateur qui agit sur deux fonctions ( $f$ ,  $g$ ), reflétant les niveaux de gris de chaque image. Cet opérateur a la propriété de valoir 1 lorsque les deux fonctions sont identiques et de tendre vers -1 quand les fonctions sont différentes et décorréliées.

L'opération la plus simple consiste à diviser chaque image en carrés d'interrogation (figure 2.13). A chaque carré de chaque image est associée une valeur  $f(x, y)$  qui représente donc le niveau de gris  $f$  au point de coordonnées  $(x, y)$ .

Soit  $f$  la fonction associée à un carré de l'image de référence et  $g$  celle associée à la déformée de ce carré. Sur un carré d'interrogation de  $(N \times M)$  pixels, la fonction de corrélation croisée discrète, calculée par transformée de Fourier rapide, est la suivante :

$$C_{fg}(dx, dy) = \frac{1}{N.M} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{M-1} f(x, y).g(x + dx, y + dy) \quad (2.3)$$

avec  $dx$  et  $dy$  les déplacements en pixels.

L'algorithme recherche les valeurs des déplacements  $dx$  et de  $dy$  telles que  $g(x+dx, y+dy)$  maximise l'opérateur de corrélation avec  $f$ . C'est la recherche du pic de corrélation et ces valeurs sont retenues comme les meilleures estimations des déplacements du carré  $g$  par rapport au carré  $f$ .

La vitesse au centre de chaque carré est ensuite déduite en divisant les déplacements trouvés par le pas de temps séparant les deux images.

Les carrés de corrélation peuvent en fait avoir différentes formes et ils peuvent être choisis à des positions proches mais légèrement décalées entre les deux images comparées. Plus ils sont petits, plus le champ de déplacement est précis, mais s'ils sont trop petits, l'unicité du pic de corrélation n'est plus assurée.

La taille des carrés de corrélation est déterminée par le nombre de particules présentes dans cette surface. Théoriquement il faut 5 ou 6 particules par carré pour obtenir une bonne qualité d'analyse. En pratique, suivant le logiciel utilisé, des résultats tout à fait convaincants sont obtenus dès lors qu'il y a deux particules.

De la même manière, il est important de bien choisir le pas de temps entre deux images. Il doit être suffisamment petit pour que le logiciel détecte les déplacements entre deux carrés, mais suffisamment grand pour alléger les calculs. Pour nos expériences, le pas de temps est imposé par la fréquence d'acquisition de la caméra (12,2 fps ici).

### 2.4.2 Mise en œuvre

#### Matériaux

Nous avons utilisé la PIV pour les expériences de *dip-coating*. Le montage décrit précédemment a été adapté de la manière suivante. Des traceurs ont été répartis uniformément dans les fluides utilisés, après leur fabrication, à l'aide du malaxeur à mortier. Nous avons choisi des billes de polystyrène car leur densité, proche de celle de nos matériaux, empêche la sédimentation. Un compromis entre la résolution de la caméra qui n'autorise pas des particules trop petites et les exigences de précision du logiciel de calcul devant être trouvé, nous avons testé plusieurs tailles de billes pour finalement choisir 80  $\mu\text{m}$  de diamètre. La masse des marqueurs représente 0.2% de celle du fluide pour répondre aux exigences de la PIV en termes de concentration.

Les paramètres rhéologiques des matériaux ensemencés de particules ont été déterminés selon le protocole de la section 2.1.2. La figure 2.14 permet de vérifier que l'ajout de particules ne modifie pas le comportement des fluides à seuil utilisés.

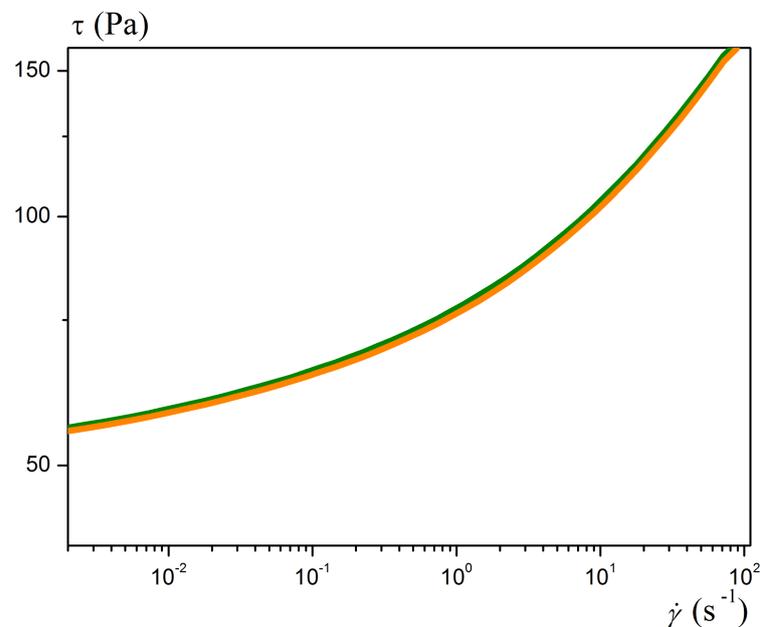


FIGURE 2.14 – Courbes d'écoulement d'un même Carbopol avec (orange) ou sans (vert) traceurs

#### Montage

Un module laser rouge à émission continue, de longueur d'onde 650 nm et de puissance 20 mW est utilisé pour éclairer les traceurs. Un dispositif intégré à foyer ajustable crée une nappe laser permettant d'isoler une "tranche" de fluide aussi fine que possible. La nappe laser est placée perpendiculairement à la plaque, en passant par son axe vertical de symétrie.

Une caméra CCD de marque AVT est utilisée pour filmer le mouvement des particules. Elle est fixe dans le référentiel de la cuve. Son axe optique est perpendiculaire à la nappe laser et la plaque est globalement située au centre du champ. Le champ de la caméra recouvre donc une surface fixée de l'écoulement, qui selon les réglages, est d'environ 5 cm de hauteur pour 6,5 cm de largeur. Cette surface est soit située à quelques centimètres sous la surface libre, soit au niveau de celle-ci. La fréquence d'acquisition maximale est de 15 images par seconde

et elle dépend de la taille des images. Pour nos expériences, elle est comprise entre 1,875 et 12,2 frames par seconde, en l'ajustant selon la vitesse de la plaque.

Les expériences sont filmées dans le noir, elles se composent de l'immersion puis du retrait de la plaque à vitesse constante. Les vitesses varient entre 0,1 et 17 mm/s.

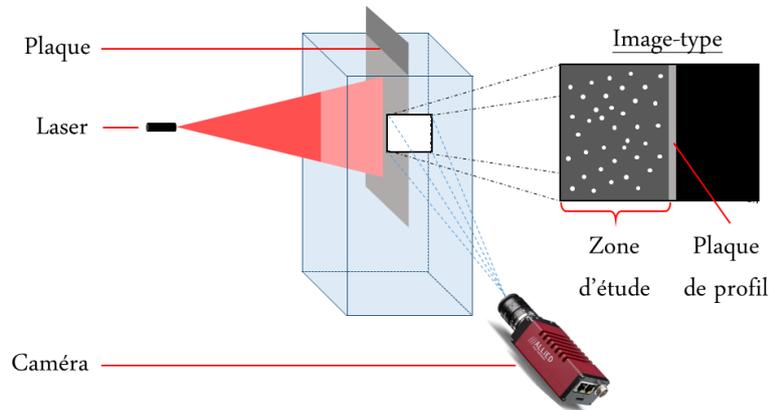


FIGURE 2.15 – Positions relatives des différents éléments du montage de *dip-coating* avec PIV et image-type obtenue

Le schéma 2.15 indique les positions relatives des différents objets et présente le type d'images obtenues. Vu la configuration du montage, pour des raisons techniques et de symétrie du problème, seul le mouvement du fluide situé à gauche de la plaque est éclairé et donc étudié. Les particules du fluide réfléchissent la lumière du laser et sont en blanc. Leur taille est de l'ordre du pixel.

### 2.4.3 Exploitation des films

#### Calibration du traitement

L'exploitation des films commence lorsque la plaque entre dans le champ de la caméra et se termine lorsqu'elle le quitte. Cela correspond à une course de plaque verticale de 15 à 20 cm, d'abord en immersion puis en retrait.

Avant tout calcul, il est nécessaire de calibrer les images en temps et en espace. La fréquence d'acquisition des images fixe le pas de temps entre deux images. Elle est maximale pour la plupart des vitesses de plaque étudiées et nous la réduisons lorsque la plaque se déplace à moins de 0,5 mm/s pour garantir un déplacement suffisant des particules entre deux images (au moins 5 pixels). L'échelle spatiale est, elle, calibrée en fonction du déplacement connu de la plaque en une période donnée, connaissant sa vitesse et la fréquence d'acquisition, ou à l'aide d'une règle.

Pour obtenir un champ de vitesse limitant les vecteurs incohérents, il est nécessaire d'évaluer une moyenne des champs sur une pile d'images. En pratique, pour nos films, cela correspond à des piles d'au moins 4 images.

Afin de pouvoir comparer entre elles les expériences à différentes vitesses et au vu des ordres de grandeurs du problème - vitesses et géométrie -, nous avons choisi de créer des piles d'images correspondant à un déplacement vertical de la plaque de 1 cm. Le nombre d'images par pile est arrondi à l'entier supérieur quand c'est nécessaire et il est d'au moins 8 (pour 17 mm/s). Ce choix de moyenne sur plusieurs images a également été justifié *a posteriori* par la stationnarité des champs observés qui est précisément décrite et expliquée au chapitre 4.

### Calcul des champs de vitesse

Lorsque le calcul est lancé, la pile d'images est soumise à plusieurs opérations. Tout d'abord, les  $n$  images des piles sont regroupées (dans un *buffer*) en  $n-1$  paires d'images sur le mode 1+2, 2+3, 3+4... afin de pouvoir être comparées 2 à 2. Ensuite, la fonction *PIV time-series sum-of-correlation* est utilisée : chaque paire d'images est soumise à la corrélation croisée, les corrélations de l'ensemble des paires sont sommées et un unique champ de vitesse est calculé pour la pile d'images. L'algorithme de cette méthode est décrit dans [95].

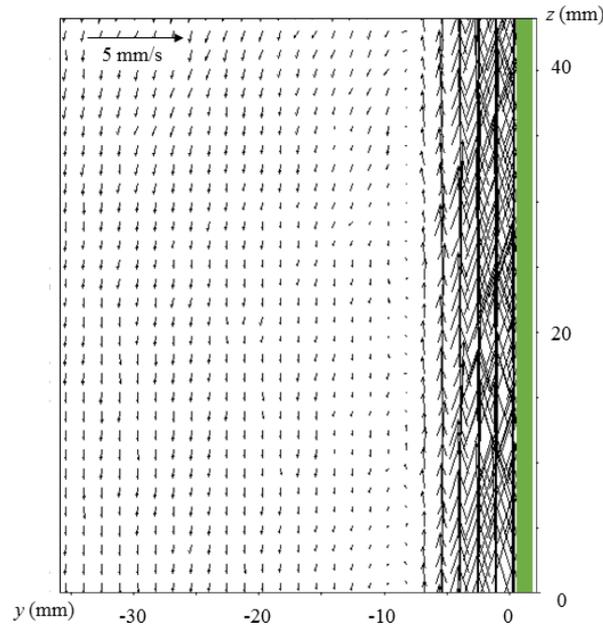


FIGURE 2.16 – Champ de vitesse typique obtenu par PIV pour un Carbopol de seuil  $\tau_c=34$  Pa. La plaque est en vert, de vitesse  $V=15$  mm/s.

Les zones d'interrogation sont des carrés, tout d'abord de  $128 \times 128$  pixels, puis le calcul est affiné en diminuant leur taille jusqu'à  $24 \times 24$  pixels. Lors du dernier calcul, les carrés d'interrogation se superposent à 50% avec les carrés voisins, ce qui donne au final des champs avec une précision de  $12 \times 12$  pixels.

La figure 2.16 montre un champ de vitesse typique obtenu par la méthode ci-dessus. Nous n'utilisons ni *preprocessing*, ni *postprocessing*.

Par ailleurs, il aurait été intéressant de faire de la PIV sur les expériences de *blade-coating* mais la présence d'une surface libre mobile et non plane fait fortement diffracter la lumière laser dans toutes les directions, lors de son passage du Carbopol à l'air, ne permettant plus de distinguer les traceurs dans le matériau. Nous avons cependant fait une estimation grossière du champ de vitesse dans le Carbopol en utilisant les bulles comme traceurs (voir chapitre 7).

## 2.5 Simulations numériques

### 2.5.1 La modélisation numérique des fluides à seuil

A cause de leur loi de comportement non régulière à la transition solide-liquide, les fluides à seuil sont très complexes à modéliser. En particulier, le terme de seuil introduit une expression non différentiable dans l'écriture de la loi de comportement. Jusqu'à présent, deux grandes méthodes de résolution<sup>1</sup> sont utilisées [96].

#### Régularisation de la viscosité

La première méthode consiste à régulariser la loi de comportement en introduisant un paramètre artificiel dans l'expression de la viscosité, permettant alors que la contrainte de cisaillement tende vers le seuil lorsque la déformation tend vers 0. Le paramètre de régularisation correspond plus ou moins à introduire une viscosité très élevée mais finie pour les faibles taux de déformations pour éviter une viscosité infinie pour un taux de déformation nulle.

C'est le cas des modèles bi-visqueux ou avec équation continue. On peut citer le modèle de Papanastasiou [97], de Bercovier et Engelman [98] ainsi que [73, 99–101]. Frigaard et Nouar [102] proposent une revue des ces méthodes.

Cette technique est cependant limitée par la dépendance non négligeable entre la solution et le paramètre de régularisation choisi. La distinction entre les zones solides et liquides est également difficile. Enfin, des résultats théoriques forts sont perdus, tels que l'existence d'un temps d'arrêt fini pour certains écoulements (dépôt sur une plaque horizontale par exemple). L'introduction de la régularisation, quelle que soit la valeur du paramètre, fait que le temps d'arrêt sera toujours infini. L'écoulement sera de plus en plus lent, mais jamais nul.

#### Lagrangien augmenté

La deuxième grande méthode cherche à résoudre le problème non régulier sans introduire de paramètre de régularisation, en utilisant divers algorithmes d'optimisation. La plus connue est l'approche en lagrangien augmenté qu'utilisent par exemple Fortin et Glowinski [103], Zhang [104] ou encore Saramito et Roquet [105], ces derniers proposant une technique de maillage adaptatif pour mieux détecter la limite solide-liquide. Cette méthode consiste à minimiser une fonctionnelle en déterminant son point-selle, solution du problème. Le problème est en général discrétisé par la méthode des éléments finis, en utilisant des éléments finis bien choisis. Une revue plus détaillée de ces techniques est présentée dans [106].

Les schémas de lagrangien augmenté sont généralement plus lents et compliqués à implémenter que les techniques de régularisation de la viscosité mais ils permettent de déterminer plus précisément les champs solutions (champs de vitesse, champs de contrainte, interface solide/liquide).

Enfin, on peut citer les schémas sans maillage utilisant la méthode de Lattice Boltzmann qui proposent une approche statistique de la physique sous-jacente aux équations de Navier-Stokes [107].

### 2.5.2 La programmation conique du second ordre

Les simulations numériques utilisées dans nos travaux sont en 2D et s'intéressent aux déformations planes. La méthode de résolution numérique est issue de la programmation

---

1. La mise en place de la méthode de résolution numérique n'ayant pas été au cœur de ce travail de thèse, seuls les principes généraux des méthodes de résolution sont exposés ici. Le lecteur est invité à se référer aux articles cités pour avoir accès aux détails des deux méthodes présentées.

conique du second ordre. Cette méthode, relativement récente, est proche de la deuxième approche, puisqu'il s'agit de résoudre un problème d'optimisation non régularisé. Elle consiste essentiellement à changer l'algorithme utilisé pour la minimisation. En particulier, le temps de calcul nécessaire pour résoudre le problème semble nettement plus faible que celui nécessaire aux méthodes de lagrangien augmenté. Nous utilisons le code développé par Jérémy Bleyer qui vient de terminer sa thèse au laboratoire Navier avec Patrick de Buhan. Cette section ne présentera pas tout le détail du code mais elle se focalisera sur les principes généraux de la résolution numérique et sur les deux configurations étudiées. Le lecteur se référera à l'article [108] pour une description complète de l'algorithme.

### Présentation

Cette technique de résolution numérique vient de l'analyse limite en mécanique des structures pour des comportements parfaitement plastiques, à laquelle a été ajouté le terme visqueux venu de la loi de comportement de Herschel-Bulkley. Elle est basée sur une approche variationnelle couplée à une discrétisation en éléments finis. Le principe du minimum en vitesses d'un écoulement stationnaire de fluide à seuil est ensuite formulé comme un problème linéaire sous contraintes convexes non-linéaires, appartenant à la classe des problèmes de programmation conique du second ordre (*Second Order Cone Programming* - SOCP), problème pour lequel il existe des solveurs utilisant des méthodes de points intérieurs très efficaces. Le solveur que nous utilisons est MOSEK, il est disponible gratuitement pour la recherche académique.

Cette méthode d'optimisation de problèmes non linéaires présente une alternative à ce qui existe pour les écoulements visco-plastiques et brièvement exposé précédemment. Elle a l'avantage de ne pas introduire de paramètre de régularisation et elle ne nécessite pas de discrétiser de variables auxiliaires. En outre, elle permet de résoudre des problèmes de grandes dimensions sur un ordinateur classique, en quelques secondes, via MATLAB.

### Description

- Notre méthode de résolution numérique se décompose en trois temps :
- formulation variationnelle des écoulements visco-plastiques
  - discrétisation en éléments finis
  - formulation en problème soluble par SOCP

#### *Les équations du problème*

Soit  $\Omega$  le domaine fluide de dimension 2,  $\underline{u} = u_x \underline{e}_x + u_y \underline{e}_y$  le champ de vitesse du fluide et  $\underline{\sigma}$  le tenseur des contraintes. L'écoulement laminaire d'un fluide à seuil incompressible de seuil  $\tau_c$  est décrit par les équations et conditions aux limites suivantes :

$$\operatorname{div} \underline{\sigma} + \underline{f} = \underline{0} \quad (2.4)$$

$$\operatorname{div} \underline{u} = 0 \quad (2.5)$$

$$\underline{d} = \frac{1}{2} (\underline{\nabla} \underline{u} + {}^T \underline{\nabla} \underline{u}) \quad \text{dans } \Omega \quad (2.6)$$

$$\begin{cases} \underline{s} = 2\mu \underline{d} + 2\tau_c \frac{\underline{d}}{\|\underline{d}\|} & \text{si } \sqrt{\frac{1}{2} \underline{s} : \underline{s}} \geq \tau_c \\ \underline{d} = 0 & \text{si } \sqrt{\frac{1}{2} \underline{s} : \underline{s}} < \tau_c \end{cases} \quad (2.7)$$

$$\underline{u} = \underline{U}^d \quad \text{sur } \partial\Omega \quad (2.8)$$

avec  $\underline{d}$  le tenseur des taux de déformations,  $\underline{f}$  la densité de force volumique (ici la gravité),  $\underline{U}^d$  la vitesse imposée,  $\underline{s} = \underline{\sigma} - \frac{1}{3}(\text{tr } \underline{\sigma})\underline{1}$  le déviateur des contraintes et où  $\|\underline{d}\| = \sqrt{2\underline{d} : \underline{d}}$ . L'équation (2.7) représente la loi de comportement d'un fluide de seuil  $\tau_c$ . Comme vu dans le chapitre précédent, pour un fluide à seuil de type Herschel-Bulkley, la viscosité  $\mu$  suit la loi de puissance suivante :

$$\mu = \mu(\underline{d}) = k\|\underline{d}\|^{n-1}$$

et les fluides de Bingham sont le cas particulier où  $n = 1$ .

### Principe du minimum de l'énergie potentielle généralisé

L'article [105] indique que le champ de vitesse  $\underline{u}$  qui résout les équations précédentes est la solution du problème de minimisation suivant, issu du principe des puissances virtuelles pour les matériaux parfaitement rigides :

$$\underline{u} = \arg \min_{\underline{v} \in \mathcal{V}} \frac{1}{n+1} \int_{\Omega} \mu(\underline{d}) \underline{d} : \underline{d} \, d\Omega + \int_{\Omega} 2\tau_c \frac{\underline{d}}{\|\underline{d}\|} : \underline{d} \, d\Omega - \int_{\Omega} \underline{f} \cdot \underline{v} \, d\Omega$$

qui devient pour un fluide de Herschel-Bulkley :

$$\underline{u} = \arg \min_{\underline{v} \in \mathcal{V}} \frac{1}{n+1} \int_{\Omega} k\|\underline{d}\|^{n+1} \, d\Omega + \int_{\Omega} \tau_c \|\underline{d}\| \, d\Omega - \int_{\Omega} \underline{f} \cdot \underline{v} \, d\Omega \quad (2.9)$$

avec  $\mathcal{V} = \{\underline{v} \mid \text{div } \underline{v} = 0 \text{ dans } \Omega, \underline{v} = \underline{U}^d \text{ sur } \partial\Omega\}$  l'ensemble des champs de vitesses cinématiquement admissibles dans le cas incompressible, c'est-à-dire continus, différentiables et satisfaisant les conditions aux limites.

Il est à noter que le solide n'est pas élastique sous le seuil  $\tau_c$ .

### Discrétisation en éléments finis

Le problème (2.9) est similaire à ceux rencontrés dans l'approche cinématique par l'extérieur du calcul à la rupture (ou analyse limite) avec un critère de von Mises, plus un terme supplémentaire dû à la viscosité. La discrétisation en éléments finis mise en œuvre est issue de cette analyse.

Le domaine fluide  $\Omega$  est discrétisé en  $N_E$  triangles à 6 nœuds dont les bords sont supposés droits. Le champ de vitesse au sein d'un élément  $e$  est interpolé quadratiquement via ses valeurs  $\underline{v}^i$  au six nœuds (aux 3 sommets et milieux des 3 côtés).

Le problème de minimisation (2.9) est ensuite discrétisé selon la procédure décrite dans [108]. Il revient à minimiser une fonction convexe non-linéaire sous contraintes linéaires (provenant de l'imposition des conditions aux limites et de la condition d'incompressibilité imposée dans chaque élément).

### Formulation du problème de programmation conique du second ordre

La programmation conique du second ordre consiste à maximiser ou minimiser une fonction linéaire du vecteur  $\mathbf{x}$ , étant données des contraintes linéaires et/ou non-linéaires mais pouvant alors s'écrire sous la forme de contraintes coniques d'ordre 2.

Le problème SOCP qui en découle, s'écrit :

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x}} \quad & \mathbf{c}^T \cdot \mathbf{x} \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b} \\ & \mathbf{x} \in \mathcal{K} \end{aligned} \quad (2.10)$$

avec  $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ ,  $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^m$ ,  $\mathbf{c} \in \mathbb{R}^n$  et  $\mathcal{K}$  un cône d'ordre 2 (ou un produit tensoriel de cônes d'ordre 2,  $\mathcal{K} = \mathcal{K}_1 \times \mathcal{K}_2 \times \dots \times \mathcal{K}_s$ ).

Parmi les cônes d'ordre 2 de dimension  $p \geq 3$ , on peut citer :

— L'orthant positif :

$$\mathcal{K} = \mathbb{R}^{p+} = \{\mathbf{y} \in \mathbb{R}^p \mid y_i \geq 0 \quad \forall i = 1, \dots, p\}$$

— Le cône de Lorentz :

$$\mathcal{K} = \mathcal{L}_p = \left\{ \mathbf{y} \in \mathbb{R}^p \mid y_1 \geq \sqrt{y_2^2 + \dots + y_p^2} \right\}$$

— La rotation d'un cône de Lorentz :

$$\mathcal{K} = \mathcal{RL}_p = \left\{ \mathbf{y} \in \mathbb{R}^p \mid 2y_1y_2 \geq y_3^2 + \dots + y_p^2 \right\}$$

Le premier exemple est un cas particulier qui peut être formulé à l'aide d'inégalités linéaires. Les deux exemples qui suivent ne peuvent, eux, qu'être formulés à l'aide de contraintes non linéaires.

Le solveur utilisé, MOSEK, peut résoudre le problème non linéaire discrétisé obtenu, pour peu que les contraintes non-linéaires puissent s'écrire sous la forme de contraintes coniques d'ordre 2. Il s'agit pour notre étude des termes faisant intervenir les normes du tenseur des déformations  $\underline{d}$ , à savoir ceux de seuil et de viscosité.

L'analyse limite en mécanique des structures [109] a montré que le terme plastique (soit le terme de seuil) peut se formuler en contrainte conique d'ordre 2. Le terme de viscosité, dans le cas d'un fluide de Bingham, peut se formuler de la même façon.

Pour un fluide de Herschel-Bulkley, l'écriture des contraintes non-linéaires sous forme de cônes d'ordre 2 est un peu plus compliquée, faisant intervenir la transformation de l'indice  $n$  en nombre rationnel. Afin de simplifier le fonctionnement de nos simulations numériques,  $n$  est fixé à 0,4 (soit  $n+1 = 7/5$ ) pour tous nos matériaux, ce qui est la valeur intermédiaire entre l'indice des Carbopol  $n = 0,35$  et celui des mélanges de Carbopol et glycérol  $n = 0,45$ . La figure 2.17 montre que cette approximation est valable à basses vitesses (zone de faible cisaillement donc de faible impact du terme de viscosité et donc de  $n$ ) et s'écarte à plus fortes vitesses tout en restant maîtrisée dans les gammes expérimentales de  $\dot{\gamma}$ .

Ainsi le problème (2.9) peut se discrétiser et s'écrire sous forme du problème de programmation conique du second ordre, résoluble avec le solveur MOSEK. La validation de ce code sur des exemples classiques et l'étude de sa robustesse sont également discutés dans l'article [108].

### 2.5.3 Modélisation de l'écoulement généré par le déplacement d'une plaque partiellement immergée dans un fluide à seuil

Suite aux expériences de *dip-coating*, afin de mieux comprendre l'écoulement et d'étudier l'influence de paramètres non atteignables expérimentalement, nous avons simulé l'écoulement en régime permanent généré par le déplacement d'une plaque partiellement immergée dans un bain de fluide à seuil. La géométrie du système expérimental permet de considérer l'écoulement du fluide en deux dimensions, dans le plan perpendiculaire à la largeur de la plaque et parallèle à sa hauteur. La loi d'écoulement est de type Herschel-Bulkley (1.9) avec un indice  $n = 0,4$ .

Grâce à la symétrie du système, seule la moitié du domaine fluide est modélisée. Celle-ci est représentée en bleu sur le schéma 2.18. En vert se trouve l'emplacement de la plaque. La longueur du segment 5 est égale à la moitié de l'épaisseur de la plaque (dimensions exagérées sur le schéma).

Il est à noter que l'enduction de la plaque en elle-même, à la sortie du bain, ne fait pas partie de cette étude numérique. La perte de fluide par extraction du bain est négligée.

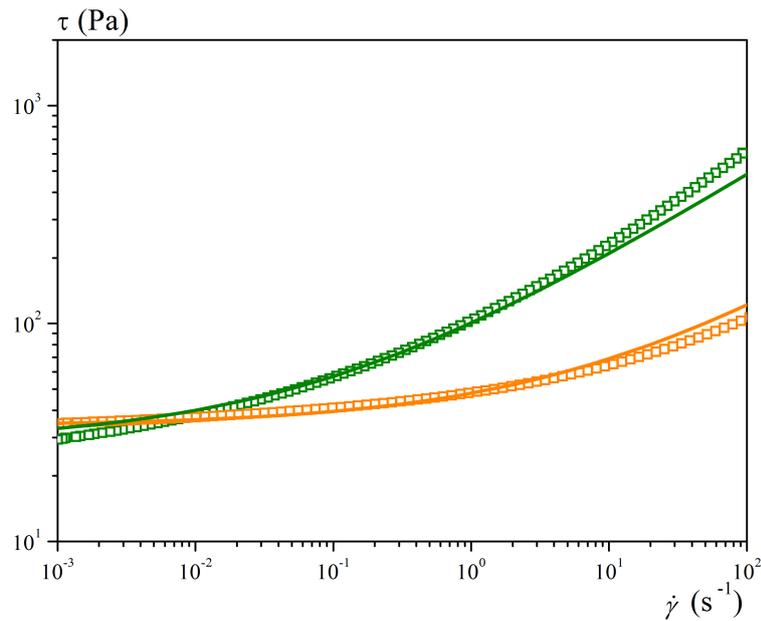


FIGURE 2.17 – Comparaison des lois de comportement expérimentales (carrés vides) et numériques (traits pleins) pour un Carbopol (en orange) et un Carboglycérol (en vert)

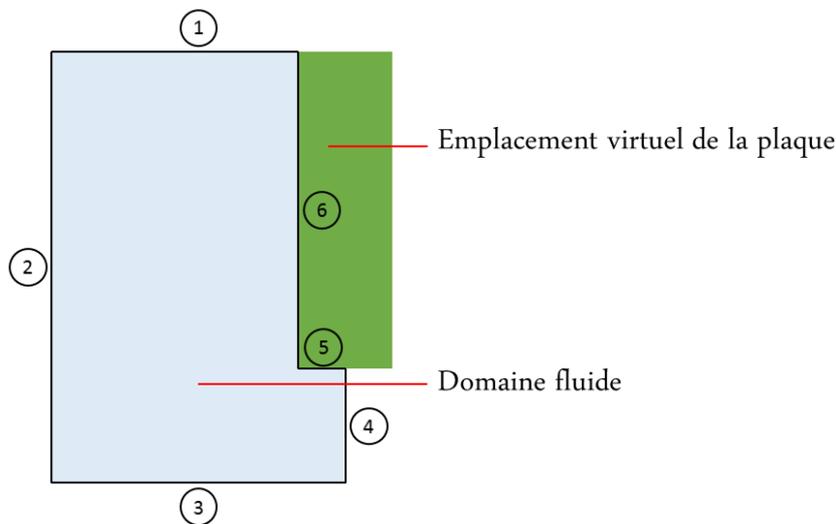


FIGURE 2.18 – Représentation de la zone fluide utilisée pour les simulations numériques étudiant le déplacement d’une plaque partiellement immergée dans un fluide à seuil

On suppose une adhérence parfaite sur les parois de la cuve, segments 2 et 3, et sur le côté vertical de la plaque, segment 6, ce qui revient à imposer une vitesse normale  $v_n$  nulle pour ces 3 segments, et une vitesse tangentielle  $v_t$  nulle pour les segments 2 et 3, et égale à la vitesse de la plaque  $V$  pour le segment 6.

La symétrie du problème par rapport à la demi-épaisseur de la plaque conduit à une vitesse normale au segment 4 nulle, et une vitesse tangentielle libre (*i. e.* une contrainte de cisaillement nulle dans l’espace dual). La surface du fluide, sur le segment 1, est libre de contrainte. Enfin, la vitesse tangentielle à la pointe de la plaque, segment 5, est libre. Sa vitesse normale est libre car cette condition donne des résultats plus conformes aux expériences, voir chapitre 5.

Ces simulations numériques permettent donc d’étudier l’influence des paramètres géométriques que sont la hauteur et la largeur du bain, la hauteur et l’épaisseur de la plaque, et la

distance entre la pointe de la plaque et le fond de la cuve. L'impact de la rhéologie du fluide d'Herschel-Bulkley est également mesuré via la modification du seuil  $\tau_c$  et de la consistance  $k$ .

Ces résultats sont discutés dans le chapitre 5, de même que leur comparaison avec les champs de vitesse obtenus par PIV.

#### 2.5.4 Modélisation de l'écoulement généré par le raclage d'un fluide à seuil par une lame

De la même manière, afin de mieux comprendre l'écoulement provoqué par le déplacement de la lame dans l'expérience de *blade-coating*, nous avons modélisé le domaine fluide correspondant, représenté sur le schéma 2.19. L'emplacement de la lame est en vert et le domaine fluide est en bleu. L'accumulation de fluide devant la lame a été approximée par un triangle.

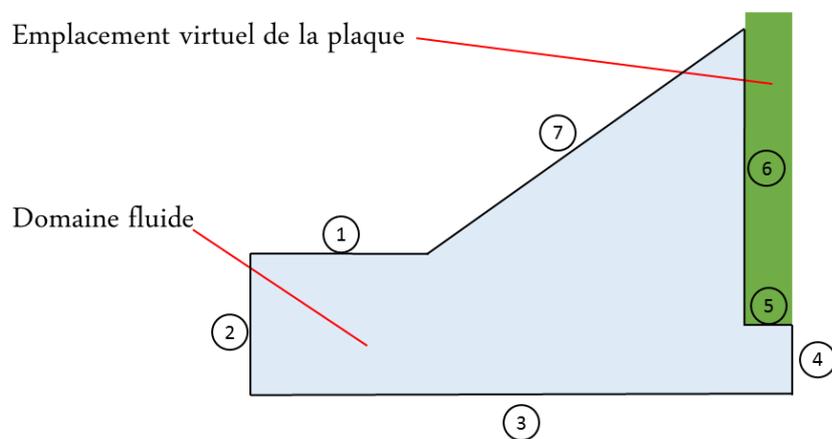


FIGURE 2.19 – Représentation de la zone fluide utilisée pour les simulations numériques étudiant le raclage d'un fluide à seuil par une lame

Les conditions aux limites ont été imposées de la même manière que précédemment. Les surfaces libres 1 et 7 sont libres de contraintes, de même que les segments 2 et 4. L'adhésion est supposée parfaite entre le fluide et les deux solides - cuve et lame -, ce qui se traduit pour le segment 3 par  $v_n$  et  $v_t$  nulles, pour le segment 5 par  $v_n = 0$  et  $v_t = V$ , et pour le segment 6 par  $v_n = -V$  et  $v_t = 0$ , avec  $V$  la vitesse de translation horizontale de la plaque.

A noter que la position des segments 5 et 6 peut être modifiée pour l'étude d'une configuration où la lame est inclinée.

Ces simulations numériques sont à géométrie fixe, la forme du domaine fluide doit donc être définie *a priori*. Les expériences de *blade-coating* ont une surface libre évoluant largement au cours du temps, surface dont nous ne pouvons modéliser l'évolution. Pour les simulations, nous avons utilisé les dimensions mesurées lors des expériences.

L'écoulement ainsi simulé est l'état stationnaire dans la géométrie fluide donnée, il ne correspond donc pas tout à fait aux expériences pour lesquelles la géométrie n'est jamais fixe. Il permet cependant d'avoir des informations qualitatives utiles sur la forme de l'écoulement et sur l'impact des paramètres rhéologiques et géométriques, voir chapitre 7.



Première partie

**Enduction libre par trempage**



## Chapitre 3

# Mesures macroscopiques

Dans ce chapitre sont présentés les résultats macroscopiques des expériences d'enduction par trempage d'une plaque mince dans un bain de fluide à seuil. La première partie est consacrée aux observations directes sur le dépôt de fluide lorsque la plaque est sortie du bain. Puis les mesures de la force exercée sur la plaque au cours de son retrait du bain sont analysées. L'impact des différents paramètres expérimentaux sur les deux mesures précédentes est alors étudié. Enfin, différents régimes d'enduction sont identifiés.

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Dépôt de fluide à seuil</b>	<b>56</b>
3.1.1	Uniformité	56
3.1.2	Mesure	57
<b>3.2</b>	<b>Force exercée sur la plaque</b>	<b>58</b>
3.2.1	Observations	58
3.2.2	Analyse	59
<b>3.3</b>	<b>Impact des différents paramètres sur l'épaisseur enduite</b>	<b>61</b>
3.3.1	Conditions géométriques	61
3.3.2	Vitesse de retrait	62
3.3.3	Seuil du matériau	63
3.3.4	Rapport $k/\tau_c$	63
3.3.5	Temps de repos	65
<b>3.4</b>	<b>Résultats et discussion</b>	<b>66</b>
3.4.1	Épaisseur critique $h_c$	66
3.4.2	Résultats en nombres adimensionnels	66
3.4.3	Régimes d'enduction	68

---

### 3.1 Dépôt de fluide à seuil

Dans un premier temps, nous étudions la formation du film de fluide à seuil enduit sur une plaque mince après son extraction d'un bain. Ce dépôt peut être qualifié de libre, car il n'est contraint par aucune perturbation. En particulier, son épaisseur n'est pas imposée par un outil. La plaque est tout d'abord immergée dans le fluide à vitesse constante, puis elle en est retirée jusqu'à sa sortie complète, à la même vitesse.

En premier lieu et contrairement aux fluides newtoniens ou visqueux, il convient de remarquer que lors de ce procédé, un film de matériau est toujours déposé sur la plaque, quels que soient le seuil  $\tau_c$  du matériau et la vitesse  $V$  de la plaque. L'enduction se termine lorsque la plaque est hors du bain, à environ 3 mm de la surface libre, ce qui est la distance nécessaire pour que le film de fluide reliant le bain à la plaque se rompe.

Aucun drainage n'est observé dans la majorité des cas. Cependant, lorsque le poids de fluide enduit  $\rho gh_0$  est supérieur à la contribution du seuil  $\tau_c$ , un lent drainage se produit, l'épaisseur du film s'amincissant jusqu'à atteindre une épaisseur non nulle. En pratique, ce phénomène est essentiellement observé pour les Carboglycérols, au-delà d'une certaine vitesse.

#### 3.1.1 Uniformité

Pour les cas sans drainage, une fois la plaque hors du bain, le capteur de force relié à la plaque fournit une valeur qui correspond au poids  $W$  de matériau enduit, le poids de la plaque ayant été initialement retiré de la mesure.

La plaque est immergée puis retirée du bain plusieurs fois, avec le même matériau et à la même vitesse, pour des profondeurs initiales d'immersion  $L_0$  différentes.  $L_0$  est toujours inférieure à la hauteur de la plaque. La figure 3.1 montre la variation du poids enduit  $W$  en fonction de la profondeur maximale d'immersion  $L_0$ .

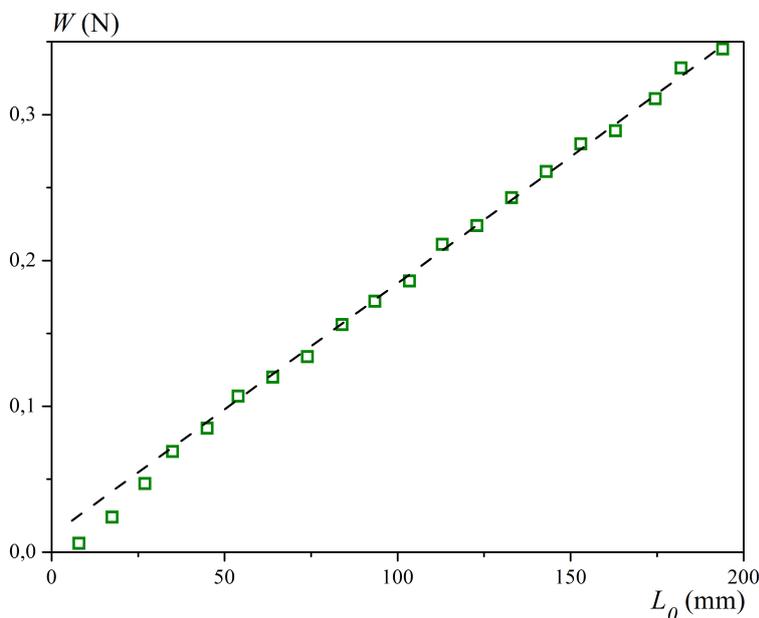


FIGURE 3.1 – Poids  $W$  de fluide enduit sur la plaque après son retrait du bain, en fonction de la profondeur initiale d'immersion  $L_0$ .  $\tau_c = 34$  Pa,  $V = 10$  mm.s<sup>-1</sup>.

Lorsque  $L_0$  est supérieure à 4 cm, le poids de fluide enduit  $W$  est proportionnel à la profondeur initiale d'immersion  $L_0$ . Ainsi  $W$  est proportionnel au volume de fluide enduit sur la plaque, ce qui implique que le dépôt a une épaisseur uniforme  $h_0$ . Pour alléger les notations, l'épaisseur uniforme enduite  $h_0$  va être simplement notée  $h$  dans la suite.

Lorsque la profondeur initiale d'immersion  $L_0$  est trop faible, soit en pratique inférieure à 7 ou 8 cm en prenant en compte les deux extrémités, les effets de bord sont importants et la couche de matériau enduit n'est alors pas uniforme.

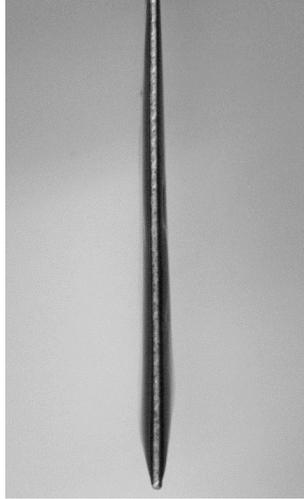


FIGURE 3.2 – Photo d'une plaque mince enduite de carbopol, vue de côté. Hauteur : 12 cm

La figure 3.2 montre une photo prise de côté d'une plaque enduite de Carbopol. On distingue trois zones. La partie centrale, la plus grande, est uniformément recouverte de matériau. En haut, l'épaisseur enduite croît à partir du point d'attache du fluide jusqu'à la zone uniforme, en bas, elle diminue jusqu'à disparaître à la pointe.

Dans les cas où un drainage est observé, le poids de matériau enduit est mesuré immédiatement après la rupture du film de fluide reliant la plaque et le bain. Le drainage ayant une dynamique très lente et ce phénomène n'étant observé que pour des vitesses importantes, la masse relevée est une bonne approximation de la masse enduite avant drainage.

### 3.1.2 Mesure

Avec ces mesures, il est possible de déterminer l'épaisseur uniforme enduite  $h$  à partir des courbes  $W = f(L_0)$ . En effet :

$$h = \frac{1}{\rho g P} \frac{dW}{dL_0} \quad (3.1)$$

avec  $\rho$  la densité du fluide,  $P = 2(e + l)$  le périmètre de la plaque et  $(dW/dL_0)$  la pente de la courbe dans sa partie linéaire.

Nous avons utilisé cette technique pour déterminer les épaisseurs enduites lors des différentes expériences, en faisant 5 mesures à des profondeurs initiales d'immersion  $L_0$  différentes, comprises entre 9 et 21 cm pour obtenir un régime d'enduction uniforme.

L'incertitude sur les épaisseurs  $h$  est de l'ordre de 15%. Plus le seuil est grand, plus les mesures sont sensibles aux défauts géométriques initiaux comme la non planéité de la surface libre ou un léger écart à la verticalité de la plaque. Un des intérêts de cette technique est qu'elle permet de s'affranchir de la contribution du fluide enduit aux extrémités de la plaque, qui est non uniforme.

## 3.2 Force exercée sur la plaque

### 3.2.1 Observations

Pour suivre l'évolution du processus d'enduction, nous étudions la force  $F$  exercée par le fluide sur la plaque lors de son retrait du bain, en fonction de la profondeur immergée  $L$  à chaque instant. Pour rappel,  $L$  est la distance entre la surface libre et la pointe inférieure de la plaque.

Un exemple de courbe de force sans drainage est donné à la figure 3.3. La plaque est initialement immergée à une profondeur supérieure à 9 cm pour obtenir un régime linéaire de taille intéressante.

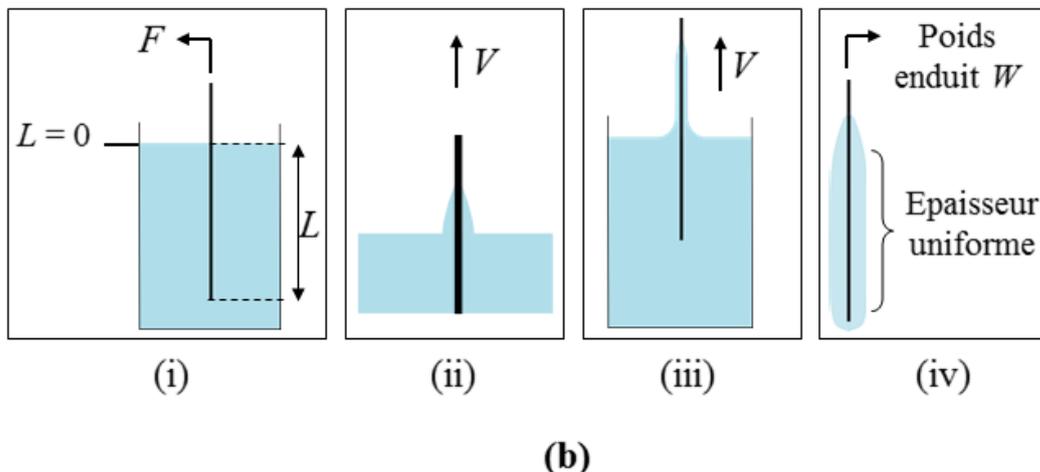
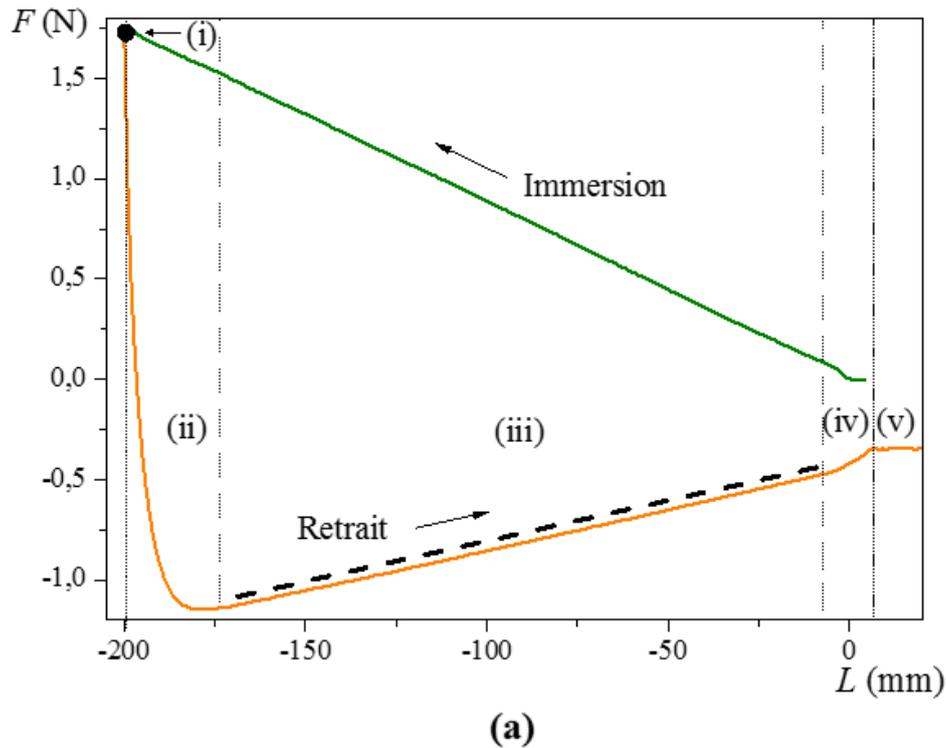


FIGURE 3.3 – (a) Exemple de courbe de force  $F$  exercée sur la plaque en fonction de sa profondeur d'immersion  $L$ .  $\tau_c = 34$  Pa,  $V=10$  mm/s. L'immersion est en vert, le retrait en orange. Les tirets verticaux délimitent les différents régimes de retrait, numérotés de (i) à (v). La droite en tirets est un guide pour les yeux. (b) Schémas illustrant les différents régimes

Le processus d'enduction de la plaque comprend deux parties : son immersion et son retrait. Les différents régimes en immersion de la plaque ont été discutés par Boujlel [66] : la plaque est tout d'abord approchée de la surface libre. Lorsqu'elle l'atteint, la plaque déforme élastiquement la surface, la force augmente. Puis la plaque pénètre dans le bain et  $F$  croît linéairement avec  $L$ .

Ce résultat peut être comparé à celui observé par Reyssat *et al* [62] pour les solides fortement élastiques. Le temps d'initier la fracture, la force exercée sur la lame augmente significativement. Une fois la plaque dans le bain, la force n'est pas constante, mais elle augmente avec sa surface immergée, sous l'action de la viscosité et de la poussée d'Archimède.

La plaque est retirée immédiatement après son immersion. Durant l'immersion, le fluide exerce sur la plaque une force opposée au mouvement, exercée vers le haut,  $F$  est donc positive au début du retrait (zone (i)). Lorsque la plaque commence à remonter, un régime transitoire apparaît :  $F$  décroît rapidement et devient négative (régime (ii)). Après quelques centimètres de déplacement, la force  $F$  appliquée croît proportionnellement à  $L$  (régime (iii)). Enfin, lorsque la pointe de la plaque approche de la surface libre, un nouveau régime transitoire se développe (régime (iv)) pendant lequel  $|F|$  décroît jusqu'à atteindre un plateau associé à un retrait total du bain de la plaque enduite (régime (v)).

Dans un cas avec drainage, le plateau final du régime (v) n'est pas horizontal,  $|F|$  décroît.

### 3.2.2 Analyse

L'analyse précise de cette courbe de force typique (figure 3.3(a)) permet de relier les différents régimes identifiés avec la forme de la couche enduite obtenue par observation directe (photo 3.2 et figure 3.3(b)).

#### *Régime (ii)*

La décroissance rapide de la force dans le régime (ii) correspond à l'inversion de l'écoulement, et en particulier à celle des déformations précédemment induites par l'immersion de la plaque. Dans le même temps, l'enduction de la plaque débute, ajoutant à  $F$  la contribution du poids du dépôt, orientée vers le bas. L'épaisseur du film enduit croît de 0 à la valeur uniforme  $h$ .

$F$  devient négative lorsque l'écoulement induit par le retrait de la plaque se développe. Les forces visqueuses s'opposent alors au mouvement et agissent dans le même sens que le poids.  $|F|$  commence à décroître lorsque le poids de fluide enduit compense les forces visqueuses.

On observe que la longueur de plaque effectivement enduite est inférieure à  $L_0$  d'environ 8 mm. Cela s'explique par l'existence, durant l'immersion de la plaque, d'un ménisque orienté vers le bas sur la surface libre, établi lors de la déformation élastique de la surface. La ligne de contact entre le fluide et la plaque est donc légèrement plus basse que la surface libre. Au cours du retrait, l'enduction commence alors de manière effective lorsque la ligne de contact dépasse la surface libre. Ensuite, un ménisque orienté vers le haut se créé, reliant le dépôt et le bain, comme pour les fluides newtoniens (figures 3.3(b)(iii) et 1.3). En pratique, lors de la détermination de  $h$ , nous utilisons la hauteur de fluide effectivement enduite, et non pas celle imposée.

Pour les fluides avec un fort seuil (typiquement  $\tau_c > 60$  Pa), on observe un creux entre le ménisque et la surface libre, comme ceux observés sous certaines conditions par Kizito *et al* [23] pour les fluides newtoniens très visqueux. Selon eux, les effets d'inertie devenus prédominants dirigent la forme du ménisque dynamique, créant une dépression entre le ménisque et le bain. En tout cas, ceci confirme que la tension de surface ne dirige pas la forme du ménisque pour les fluides à seuil puisque la courbure de la surface change de signe. Pour ces derniers, ces

creux ne sont pas dus à l'inertie car ils apparaissent également à faibles vitesses. Ils sont donc dus au seuil. Dans ces cas, l'extension latérale du ménisque pendant le retrait (vers le haut) est plus faible que celle du ménisque en immersion (vers le bas), résultant donc en l'apparition de creux lorsque le retrait de la plaque suit son immersion. Cela revient à conclure que la forme du ménisque d'un fluide à seuil est contrôlée par son seuil, et par la gravité. Cet effet n'est pas représenté sur les schémas car il n'apparaît que dans quelques cas spécifiques.

### Régime (iii)

Dans le régime (iii),  $F$  augmente proportionnellement avec  $L$ , ce qui correspond à la formation de la couche enduite d'épaisseur uniforme  $h$ , schéma 3.3(b)(iii). Les forces exercées par le fluide sur la plaque sont :

- les effets capillaires,  $f_c$ , au niveau de la ligne de contact air-plaque-fluide,
- la poussée d'Archimède exercée sur la partie immergée de la plaque,  $f_b = -\rho g L e$ ,
- les forces visqueuses dues à l'écoulement du fluide autour de la plaque. Elles s'expriment comme la somme d'un terme lié aux extrémités  $f_e$  et un autre lié à l'écoulement uniforme le long de la plaque,  $f_v = 2(l + e)L\tau$ , avec  $\tau$  la contrainte de cisaillement le long de la plaque,
- le poids de fluide enduit,  $f_w = 2\rho g h(L_0 - L)$ . Pour simplifier, on suppose ici que l'enduction est uniforme, mais cela n'impacte pas le résultat final.

Comme nous l'avons vu précédemment, le drainage est très lent, ses effets sont donc négligés.

La figure 3.4 est un schéma de l'enduction par trempage. Deux zones de fluide sont distinguées, selon qu'elles sont au dessus ou en dessous de la surface libre. La région du ménisque n'est pas représentée.

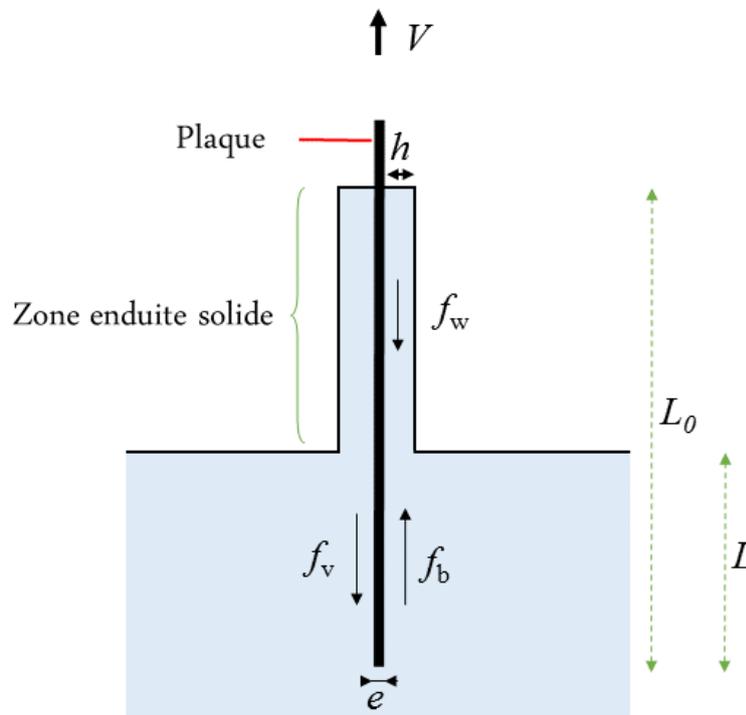


FIGURE 3.4 – Représentation schématique de la répartition de fluide autour de la plaque au cours de son retrait du bain et des forces non constantes en jeu. La surface libre est en noir.

La forme du ménisque se stabilise quelques instants après le début du retrait de la plaque, soit dans le régime (iii). La force correspondant à la tension de surface devient donc rapidement constante. Par ailleurs, si l'on considère le dépôt de fluide comme une zone rigide solidaire de la

plaque, la poussée d'Archimède est simplement égale au poids du volume immergé de la plaque dans le bain. Comme la section de la plaque est constante, cette force est proportionnelle à  $L$ . De même, au cours du régime (iii), le poids de fluide enduit est proportionnel à  $L$ .

La force totale exercée par le fluide sur la plaque est égale à la somme des quatre forces précédemment listées. Comme elle est affine avec  $L$  (courbe 3.3(a)), de même que le poids enduit et la poussée d'Archimède, et comme les autres contributions sont constantes dans ce régime, on en déduit que la force visqueuse est soit négligeable, ce qui n'est pas réaliste, soit elle augmente proportionnellement à  $L$ . Ainsi, comme pour l'écoulement généré par l'immersion de la plaque [66, 110], les effets de bords (pointe et ménisque) sont constants et l'écoulement le long de la plaque dans le bain est uniforme pendant presque tout le retrait.

Pendant le régime permanent, la dérivée par rapport à la longueur immergée  $L$  de la force totale  $F$  exercée sur la plaque s'écrit :

$$\frac{dF}{dL} = 2(l + e)L\tau - \rho g e l - 2\rho g l h \quad (3.2)$$

Cette équation montre que dans le régime uniforme, si l'épaisseur du dépôt est connue, la valeur de la contrainte de cisaillement visqueux le long de la plaque peut être estimée à partir de la pente de la courbe de force en fonction de  $L$ . Ce résultat est présenté en annexe A.

#### Régime (iv)

Environ 1 cm avant que la pointe de la plaque n'atteigne la surface libre, le régime (iv) débute : la force totale augmente plus rapidement lorsque la force visqueuse résistante disparaît, au moment où la plaque commence à quitter le bain. A la fin du régime linéaire, l'épaisseur du dépôt décroît.

#### Régime (v)

A la fin de l'expérience, dans le régime (v), la plaque enduite est entièrement hors du bain. Contrairement aux fluides newtoniens, le matériau reste figé, solidaire de la plaque, même dans les cas où une fraction du fluide draine lentement. La force mesurée est alors constante (hors drainage), égale au poids du matériau enduit.

Notons que la quatrième étape, qui est à la transition entre le régime linéaire et le régime constant, ne se termine pas exactement lorsque  $L = 0$ , le temps que le film de fluide reliant la plaque enduite et le bain ne se rompe.

Les extensions des régimes transitoires (ii) et (iv) se lisent sur les courbes de force (figure 3.3(a)) et se mesurent directement sur les zones correspondantes de la plaque enduite (photo 3.2). Leurs tailles augmentent fortement avec le seuil du matériau - elles augmentent de 30 % lorsque  $\tau_c$  est multiplié par 3 - et faiblement avec la vitesse de la plaque - elles augmentent de 60 % lorsque  $V$  est multipliée par 100. Elles sont également indépendantes de la longueur  $L_0$  lorsque celle-ci est supérieure à leur somme.

Pour nos plages de valeurs de  $V$  et  $\tau_c$ , l'extension du régime (ii) varie entre 22 et 50 mm et celle du régime (iv) entre 6 et 20 mm. Ainsi la somme des deux, égale à la longueur d'enduction non uniforme, varie entre 28 et 70 mm. En résumé, le régime uniforme est d'autant plus long à atteindre que l'épaisseur d'enduction uniforme  $h$  est grande (voir résultats qui suivent).

## 3.3 Impact des différents paramètres sur l'épaisseur enduite

### 3.3.1 Conditions géométriques

Les différentes expériences d'enduction ont été menées avec une seule plaque et 3 cuves, décrites précédemment à la section 2.2.2. D'après la figure 3.3(a), l'écoulement dans le bain en

retrait est approximativement l'opposé de celui en immersion. Leurs caractéristiques générales sont donc supposées être globalement similaires. En particulier, cela signifie que l'écoulement en retrait est supposé indépendant des dimensions de la plaque et des cuves, sous réserve que certaines conditions géométriques définies dans [94, 110] soient respectées. Le diamètre de la cuve est d'au moins 120 mm. Nous verrons dans le chapitre 5 que l'écoulement dans le bain est en fait guidé par la distance entre la plaque et les parois de la cuve. Boujlel a montré que l'écoulement est indépendant de la largeur  $l$  et de la hauteur  $H$  de la plaque si ces dimensions sont respectivement supérieures à 40 mm et 50 mm. L'écoulement est également indépendant de l'épaisseur  $e$  de la plaque. La distance entre la plaque et les parois de la cuve doit être au moins supérieure à 20 mm. Enfin, les rapports  $e/l$  et  $e/H$  doivent être au moins inférieurs à 0,032, ce qui est le cas dans nos expériences.

Pour l'étude du dépôt, nous avons déterminé dans la section précédente que la hauteur  $H$  de la plaque doit être au moins supérieure à 7 cm avec les paramètres de vitesse et de rhéologie utilisés. Par ailleurs, avec la plaque choisie, nous observons un dépôt d'épaisseur uniforme dans la largeur. En pratique, dans cette direction, la zone non uniforme sur les bords de la plaque est de l'ordre de quelques millimètres. Il reste donc à déterminer l'influence de l'épaisseur  $e$  de la plaque sur l'épaisseur  $h$  de dépôt.

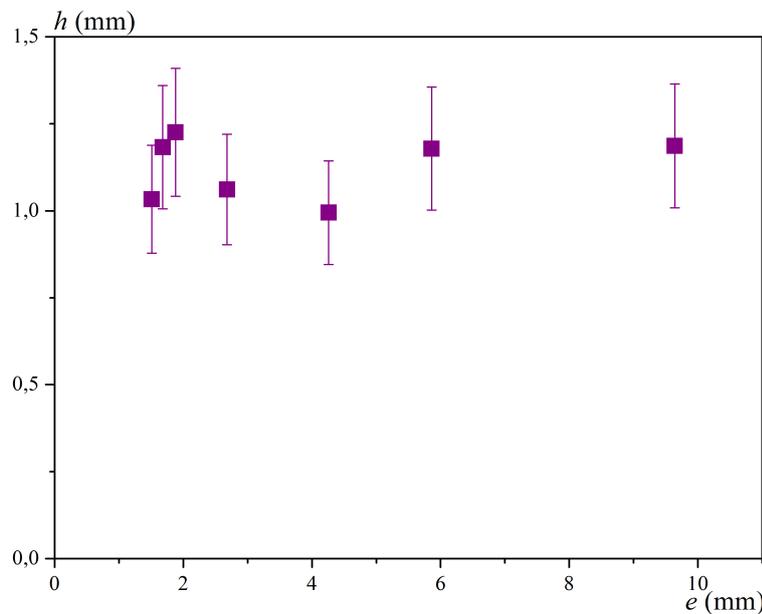


FIGURE 3.5 – Épaisseur enduite  $h$  en fonction de l'épaisseur  $e$  de la plaque.  $\tau_c=27$  Pa,  $V=5$  mm/s

Tout d'abord, il apparait sur la figure 3.5 que  $h$  est millimétrique. Ensuite, celle-ci montre que l'épaisseur  $h$  du dépôt sur la plaque est indépendante de l'épaisseur  $e$  de la plaque sur une large gamme. Par ailleurs, quelle que soit  $e$ ,  $F$  a la même allure que sur le graphique 3.3(a), les 5 régimes sont observés. Les expériences peuvent donc être effectuées avec la plaque et les cuves choisies.

### 3.3.2 Vitesse de retrait

Dans un premier temps, nous nous intéressons aux gels de Carbopol. Pour ces matériaux, il n'y a aucun drainage. La figure 3.6 présente l'épaisseur enduite  $h$ , en fonction de la vitesse  $V$  de la plaque, pour 3 gels de seuil  $\tau_c = 27, 56$  et  $82$  Pa.  $V$  varie entre 0,2 et 17 mm/s.

Tout d'abord nous remarquons que les résultats expérimentaux sont relativement dispersés, en particulier pour le seuil le plus élevé et aux vitesses les plus basses. En effet,

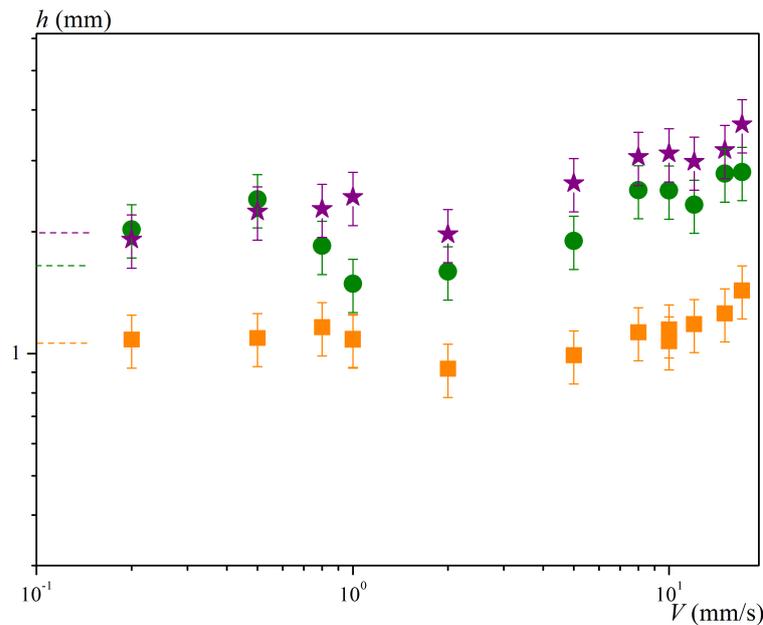


FIGURE 3.6 – Épaisseur enduite  $h$ , en fonction de la vitesse  $V$  de la plaque, pour différents fluides à seuil : 27 Pa (carrés orange), 55 Pa (ronds verts) et 82 Pa (étoiles violettes). Les tirets indiquent l'estimation de  $h_c$ .

c'est dans ces conditions-là que le procédé d'enduction est le plus sensible aux imperfections géométriques de mise en place de l'expérience (plaque pas tout à fait verticale, surface libre pas parfaitement horizontale). La même mesure est reproductible à 10% près, en partie à cause des raisons précédentes, mais également à cause de potentielles imperfections dans le fluide, comme par exemple la présence de bulles. Par ailleurs, la mesure de la hauteur de fluide effectivement enduite et la méthode mathématique de calcul ajoute environ 5% d'incertitude sur la détermination de l'épaisseur enduite  $h$  qui est donc estimée au total à 15% près.

La figure 3.6 indique que pour un matériau donné, la courbe  $h$  en fonction de  $V$  a une allure qui suit la tendance du modèle d'Herschel-Bulkley : on observe un plateau de valeurs à basses vitesses et une augmentation plus importante de  $h$  à grandes vitesses. En particulier,  $h$  tend vers une valeur finie  $h_c$ , non nulle, de l'ordre du millimètre, lorsque  $V$  tend vers 0, ce qui implique qu'un dépôt de fluide à seuil a lieu, quelle que soit la vitesse de la plaque, avec une épaisseur  $h$  supérieure à une épaisseur critique  $h_c$ .

### 3.3.3 Seuil du matériau

La figure 3.6 montre également que  $h_c$  augmente avec le seuil  $\tau_c$  du matériau. Cet effet s'observe aussi sur la figure 3.7, sur laquelle se trouve  $h$  en fonction de  $\tau_c$  pour 3 vitesses de plaque. Pour chaque vitesse,  $h$  est globalement proportionnelle à  $\tau_c$ .

Il apparaît que  $h$  est plus sensible à une augmentation du seuil  $\tau_c$  qu'à une augmentation de la vitesse  $V$ . En effet, l'épaisseur  $h$  est presque multipliée par 3 quand  $\tau_c$  est multiplié par 9, tandis qu'elle double à peine lorsque  $V$  augmente sur 2 décades. Le seuil est donc le moteur principal de l'enduction des fluides à seuil.

### 3.3.4 Rapport $k/\tau_c$

Comme indiqué précédemment (section 2.1.3), pour des gels de Carbopol, le rapport  $k/\tau_c$  est globalement constant, autour de 0,5. L'influence de la consistance  $k$  sur l'épaisseur enduite

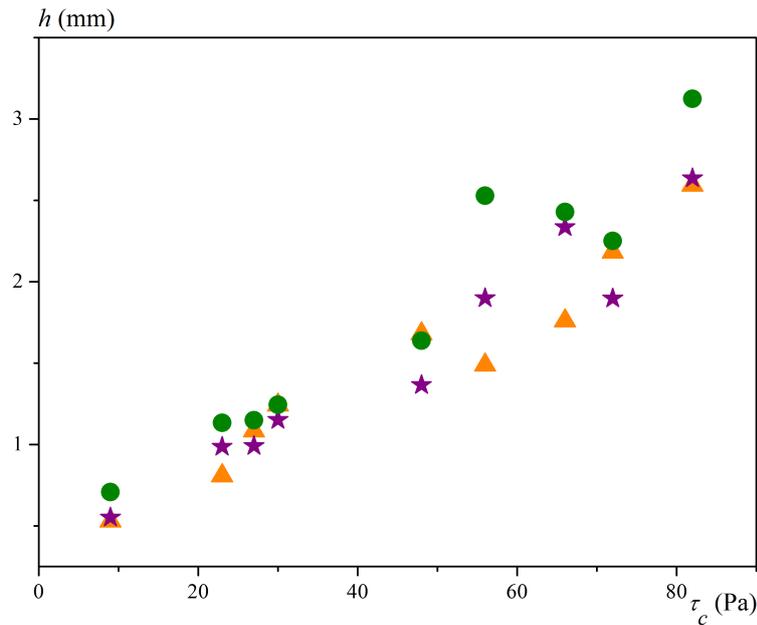


FIGURE 3.7 – Épaisseur enduite  $h$  en fonction du seuil  $\tau_c$  du matériau pour différentes vitesses : 10 mm/s (triangles orange), 5 mm/s (ronds verts) et 1 mm/s (étoiles violettes).

ne peut donc pas s'observer indépendamment du seuil avec ce matériau. Nous avons alors utilisé des mélanges de Carbopol et de glycérol pour lesquels ce rapport est de l'ordre de 2,5.

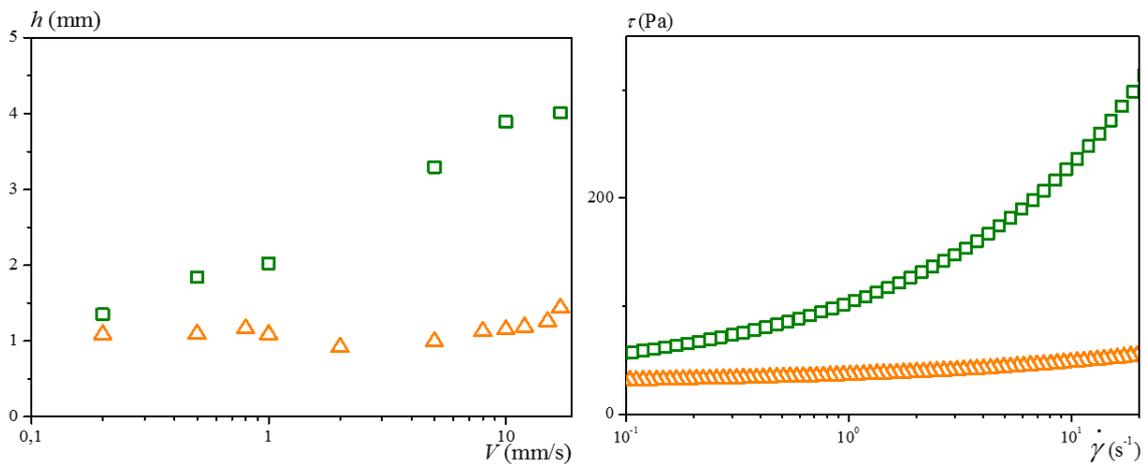


FIGURE 3.8 – Épaisseur enduite  $h$  en fonction de la vitesse  $V$  pour un Carbopol et un Carboglycérol de 27 Pa et 28 Pa (à gauche) - Rappel des courbes d'écoulement de ces matériaux (à droite). Les triangles orange sont les données du Carbopol, les carrés verts celles du Carboglycérol

La figure 3.8 présente à gauche l'évolution de l'épaisseur enduite  $h$  en fonction de la vitesse  $V$  pour un Carbopol et un Carboglycérol de seuils comparables, à mettre en parallèle avec leurs courbes d'écoulement qui suivent le modèle de Herschel-Bulkley, rappelées à droite. Là encore, pour un fluide à seuil de plus grande viscosité,  $h$  augmente avec la vitesse  $V$  et semble tendre vers un plateau à basses vitesses. De plus, à  $\tau_c$  fixé,  $h$  augmente d'autant plus avec la vitesse  $V$  que  $k$  est grand, ce qui montre l'importance de la viscosité dans l'entraînement et l'enduction des fluides à seuil par trempage.

A noter qu'un drainage est observé pour les Carboglycérols, au delà de  $V = 2$  mm/s. Le fluide coule lentement, entraîné par la gravité, jusqu'à atteindre une épaisseur finale non nulle

devant être égale à  $\tau_c/\rho g$ , épaisseur prédite par l'écoulement d'un fluide à seuil sur un plan incliné (voir section 1.2.3.1). Ce phénomène étant très lent, nous n'avons pas fait de mesures sur le sujet et nous avons pris pour acquis ce résultat.

### 3.3.5 Temps de repos

Comme nous l'avons vu dans l'introduction, les déformations élastiques dans la zone solide ont un rôle important dans l'écoulement généré par le déplacement de la plaque dans le bain, en particulier pendant les régimes transitoires. L'influence d'un temps de repos entre l'immersion et le retrait de la plaque, pendant lequel les contraintes à l'intérieur du matériau peuvent relaxer, a donc été étudiée, avec les gels de Carbopol.

La figure 3.9 montre que la présence d'un temps de repos entre l'immersion et le retrait de la plaque d'un bain de fluide à seuil n'a pas d'impact sur l'épaisseur  $h$  du dépôt de matériau sur la plaque.

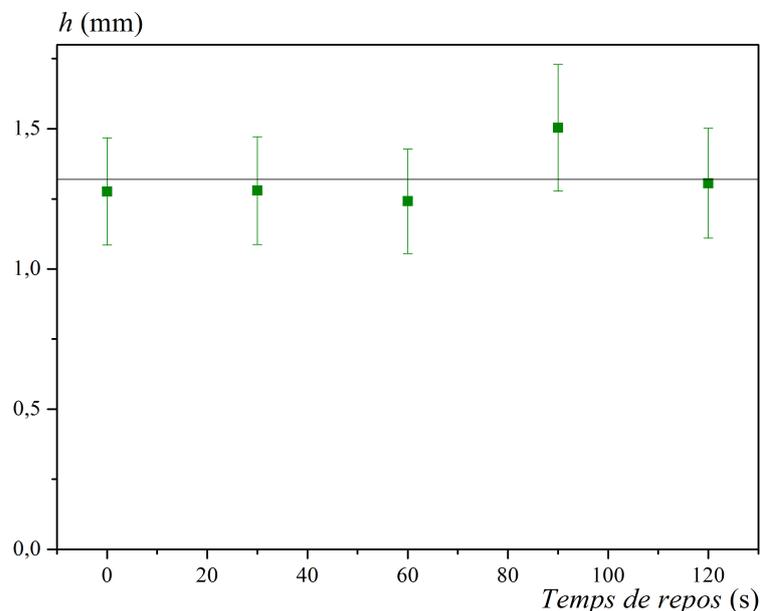


FIGURE 3.9 – Épaisseur  $h$  enduite sur la plaque en fonction de la durée du repos entre l'immersion et le retrait de la plaque, dans un Carbopol de  $\tau_c = 34$  Pa, à  $V = 5$  mm/s. La ligne horizontale est la moyenne des points expérimentaux.

#### *Remarques sur les courbes de force*

L'insert de la figure 3.10 représente la force  $F$  appliquée par le fluide sur la plaque en fonction de la position  $L$  de la pointe de la plaque. Les courbes avec ou sans repos se superposent parfaitement, les 5 régimes sont présents dans tous les cas, ce qui indique que les caractéristiques de l'écoulement dans le bain sont indépendants du temps de repos. Ce résultat est cohérent avec le précédent sur l'épaisseur  $h$  enduite.

L'évolution de la force  $F$  en fonction du temps (figure 3.10) permet d'évaluer la relaxation des contraintes après immersion de la plaque. Son temps caractéristique est d'environ 10 secondes. En s'inspirant des résultats de Boujlel et Coussot [110], il est possible de mesurer le seuil  $\tau_c$  du matériau à partir du plateau de force pendant la relaxation, pour plusieurs profondeurs d'immersion de plaque. Cela permet de s'affranchir des contributions des forces constantes, dont la tension de surface. La pente de la droite reliant ces valeurs de plateau est alors équivalente à l'équation de  $dF/dL$  dans le régime (iii), avec  $h$  nul.

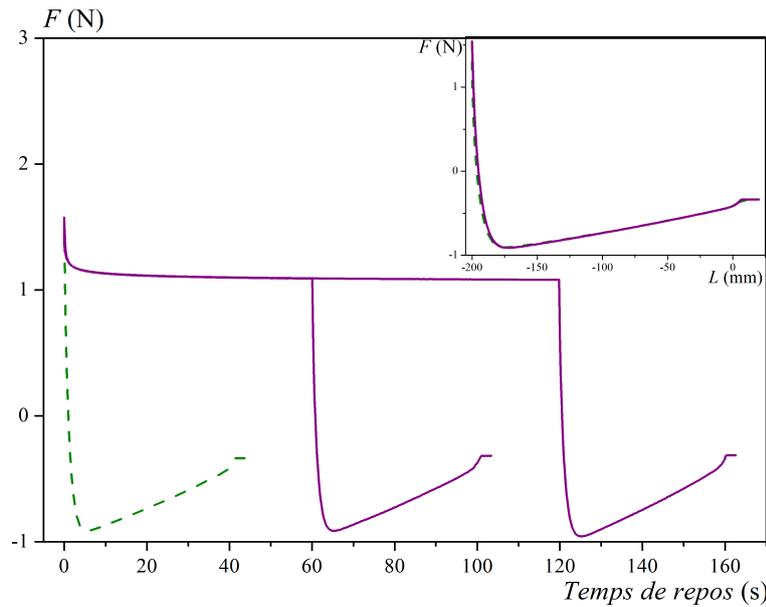


FIGURE 3.10 – Force exercée sur la plaque en fonction du temps durant son retrait à  $V = 5$  mm/s d'un bain de Carbopol de seuil  $\tau_c = 34$  Pa avec un temps de repos de 60 s, de 120 s (en violet) ou sans (en vert) après son immersion. Insert : force exercée sur la plaque en fonction de sa profondeur d'immersion  $L$  durant son retrait à  $V = 5$  mm/s d'un bain de Carbopol de seuil  $\tau_c = 34$  Pa avec un temps de repos de 90 s (en violet) ou sans (en vert) après son immersion

### 3.4 Résultats et discussion

#### 3.4.1 Épaisseur critique $h_c$

L'épaisseur critique  $h_c$  enduite lorsque  $V$  tend vers 0 est obtenue à partir des plateaux à basses vitesses des courbes d'épaisseur enduite  $h$  en fonction de  $V$ , avec une précision de 20% en raison de la dispersion des résultats. En particulier, l'estimation de  $h_c$  pour les Carboglycérols est rendue difficile à cause de l'absence de plateau évident dans la gamme de vitesses testées, ce qui conduit probablement à surestimer  $h_c$ . Pour ces matériaux, nous les avons déterminées en ajustant sur les courbes  $h(V)$  une loi de type Herschel-Bulkley analogue à leurs lois de comportement.

La figure 3.11 indique de cette épaisseur critique  $h_c$  est directement proportionnelle au seuil du matériau. Ainsi, l'épaisseur critique est obtenue par :

$$h_c \simeq 0,28 \frac{\tau_c}{\rho g} \quad (3.3)$$

Ce résultat est valable pour les Carbopols, et il semble être également valide pour les Carboglycérols, bien qu'ils soient légèrement au dessus de la droite.

#### 3.4.2 Résultats en nombres adimensionnels

L'utilisation de nombres adimensionnels permet de comparer l'ensemble des résultats obtenus et d'estimer l'influence des différents paramètres. L'épaisseur enduite  $h$  est naturellement adimensionnée par l'épaisseur limite obtenue lors de l'écoulement gravitaire d'un fluide à seuil sur un mur vertical  $\tau_c/\rho g$ , définie à la section 1.2.3.1 et retrouvée a priori en fin de drainage quand il y en a. On définit l'épaisseur adimensionnelle  $G$  par :

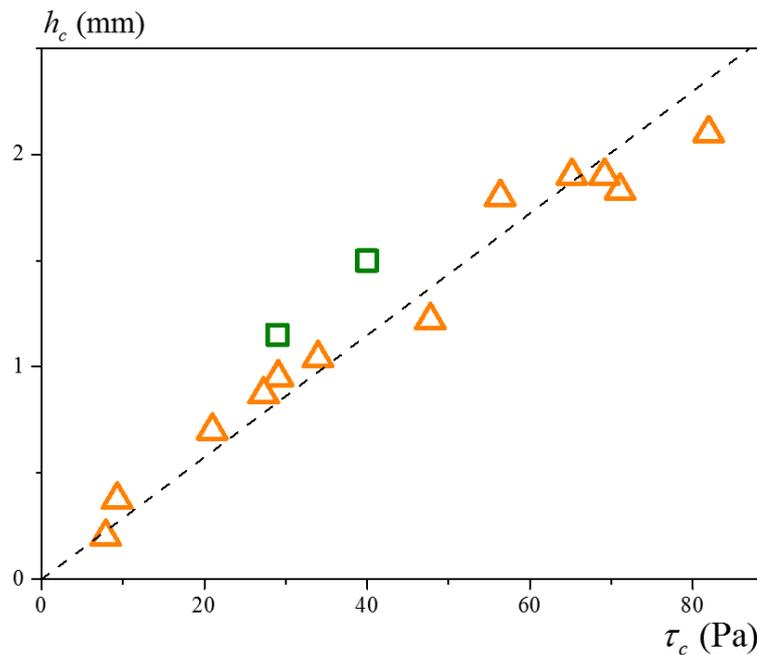


FIGURE 3.11 – Épaisseur enduite critique  $h_c$  en fonction du seuil  $\tau_c$  pour des gels de Carbopol (triangles orange) et des mélanges de Carbopol et de glycérol (carrés verts). La droite en tirets a un coefficient de  $0,28/\rho g$ .

$$G = \frac{\rho g h}{\tau_c} \quad (3.4)$$

Le nombre de Bingham  $Bi$  compare l'influence du seuil à la force visqueuse :

$$Bi = \frac{\tau_c}{k \dot{\gamma}^n} \quad (3.5)$$

Compte-tenu notamment du drainage observé pour les Carboglycérols, on peut utiliser le gradient de vitesse apparent défini par  $\dot{\gamma} = V/h$  pour calculer le nombre de Bingham  $Bi$ , avec  $V$  et  $h$  comme grandeurs caractéristiques. La figure 3.12 présente les résultats obtenus avec les différents matériaux et les différentes vitesses en utilisant comme nombres adimensionnels  $G$  et  $Bi_h^{-1}$ , l'inverse du nombre de Bingham défini avec l'épaisseur enduite  $h$ .

La première observation est que, malgré la dispersion des données obtenues, tous les résultats se rassemblent globalement sur la même courbe maitresse, ce qui permet de conclure que  $G$  et  $Bi_h^{-1}$  sont bien les paramètres qui gouvernent le phénomène d'enduction par trempage. En particulier, cela confirme que la tension de surface ne contrôle pas l'épaisseur du film enduit, au moins au premier ordre, et ce contrairement au cas des fluides newtoniens dans des gammes de vitesses analogues.

Ensuite, les résultats se divisent en 2 premiers groupes, selon qu'ils sont au dessus ou en dessous de la droite  $G = 1$ . S'ils sont au dessus de cette droite, le fluide enduit draine lentement le long de la plaque jusqu'à atteindre la limite  $G = 1$  définie aux sections 1.2.3.1 et 3.3.4. S'ils sont en dessous, le dépôt reste solide et donc figé sur la plaque. Dans tous les cas, il reste un dépôt sur la plaque. En particulier, sous ces dernières conditions ( $G < 1$ , obtenu pour  $Bi_h^{-1} < 2$ ), le résultat de l'enduction par trempage d'une plaque par un fluide à seuil n'est pas le cas limite de l'écoulement d'un fluide à seuil sur un mur vertical. Pour un fluide non-newtonien, ainsi que l'avaient remarqué Gutfinger et Tallmadge [32] pour des fluides en loi de puissance, le retrait d'une plaque d'un bain et le drainage d'un fluide sur un mur ne sont pas des problèmes strictement équivalents.

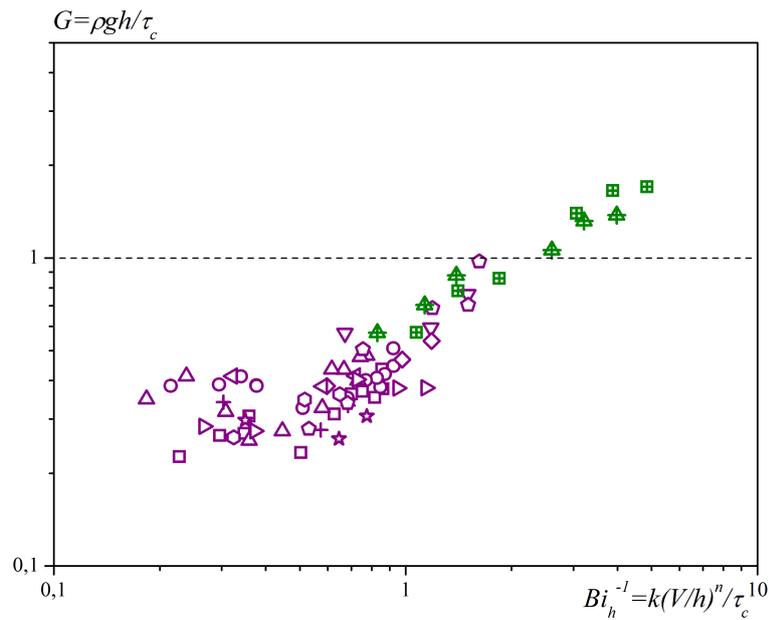


FIGURE 3.12 – Épaisseur adimensionnée  $G$  en fonction de l'inverse du nombre de Bingham  $Bi_h^{-1}$ . Les gels de Carbopol sont en violet : 8 Pa (pentagones), 9 Pa (triangles vers le bas), 20 Pa (diamants), 27 Pa (cercles), 29 Pa (triangles vers la gauche), 48 Pa (croix), 56 Pa (triangles vers le haut), 65 Pa (hexagones), 69 Pa (triangles vers la droite), 71 Pa (étoiles), 82 Pa (carrés). Les Carboglycérols sont en vert : 40 Pa (carrés croisés), 29 Pa (triangles croisés). La ligne horizontale matérialise  $G = 1$ .

### 3.4.3 Régimes d'enduction

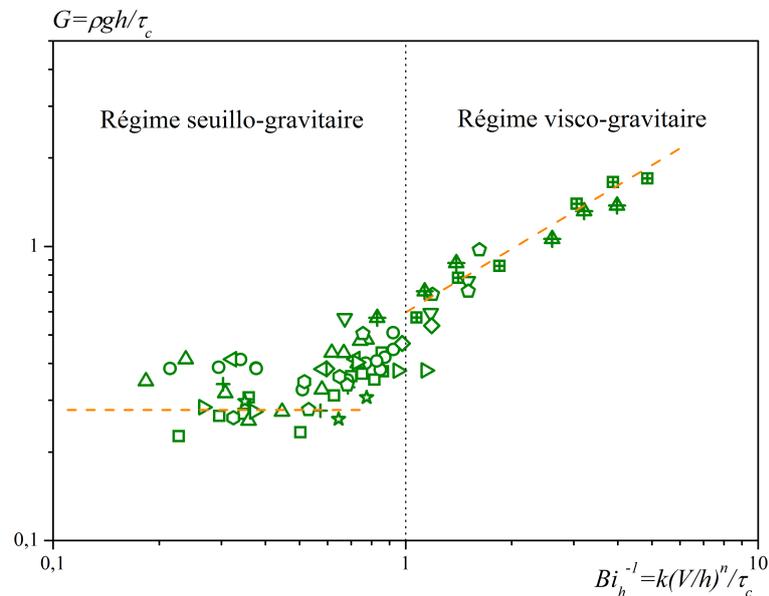


FIGURE 3.13 – Épaisseur adimensionnée  $G$  en fonction de l'inverse du nombre de Bingham  $Bi_h^{-1}$ , distinguant deux régimes d'enduction selon la position de  $Bi_h^{-1}$  par rapport à 1. Les symboles verts regroupent toutes les mesures expérimentales. Les lignes en orange sont des guides pour les yeux

Deux régimes d'enduction se distinguent selon la position de  $Bi_h^{-1}$  par rapport à 1 :

- Lorsque  $Bi_h^{-1} < 1$ ,  $G$  tend logiquement vers un plateau à 0,28, d'après les observations

précédentes. Dans ces cas, les contributions dues au seuil et à la gravité s'opposent. Ce régime peut être qualifié de seuillo-gravitaire.

- Lorsque  $Bi_h^{-1} > 1$ ,  $G$  et  $Bi_h^{-1}$  deviennent proportionnels, ce qui conduit à la loi d'échelle avant drainage s'il y en a :

$$h \sim V^{n/n+1} \quad (3.6)$$

Dans ce régime, la gravité s'oppose aux forces de viscosité qui tendent à entraîner le fluide avec la plaque. Ainsi, lorsque la contribution du seuil dans la contrainte de cisaillement devient négligeable devant le terme de viscosité, on retrouve le régime visco-gravitaire des fluides newtoniens. L'épaisseur enduite (avant drainage)  $h$  augmente en  $V^{n/n+1}$ , ce qui rejoint les observations de Gutfinger et Tallmadge [32] pour les fluides en loi de puissance, dans le cas où la tension de surface est négligeable (voir équation (1.29)). En particulier, ils avaient remarqué que dans ce cas là, l'enduction des fluides en loi de puissance par retrait d'une plaque est équivalent au drainage le long d'un plan vertical ( $G \geq 1$  dans cette zone). Cependant, pour les fluides à seuil, un coefficient d'environ  $0,28^{1/n+1}$  apparaît dans nos observations, ce qui nuance la théorie de Gutfinger et Tallmadge (où il vaut 1), théorie qui surestimait assez largement leurs résultats expérimentaux.



# Chapitre 4

## Mesures locales

Les mesures macroscopiques sur les épaisseurs de fluides à seuil enduites sur des plaques minces donnent des informations sur la manière dont les dépôts évoluent avec les différents paramètres de l'étude. Elles permettent également, au travers des courbes de force, de faire des hypothèses sur la forme de l'écoulement généré dans le bain par le déplacement de la plaque. Afin de confirmer ces résultats et de les définir plus précisément, nous avons effectué des mesures microscopiques directes par PIV.

Ce chapitre présente tout d'abord les observations concernant les champs de vitesse développés autour de la plaque lors de son retrait de bains de Carbopol et de Carbopoglycérol. L'évolution temporelle de ces champs de vitesse est ensuite détaillée, à travers notamment l'étude des profils de la vitesse verticale du fluide en fonction de la distance à la plaque. Ces résultats sont ensuite comparés à ceux obtenus lors de l'immersion de la plaque et à ceux obtenus avec un fluide newtonien, le glycérol.

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Champs de vitesse : observations générales . . . . .</b>	<b>72</b>
<b>4.2</b>	<b>Profils de vitesse . . . . .</b>	<b>73</b>
4.2.1	Évolution temporelle . . . . .	73
4.2.1.1	Stationnarité . . . . .	73
4.2.1.2	Uniformité . . . . .	74
4.2.1.3	Cohérence avec les mesures de force . . . . .	75
4.2.2	Étude de l'écoulement stationnaire . . . . .	75
4.2.2.1	Évolution avec la vitesse $V$ de la plaque . . . . .	75
4.2.2.2	Évolution avec le seuil $\tau_c$ du matériau . . . . .	77
4.2.2.3	Évolution avec la viscosité du matériau . . . . .	77
4.2.3	Retour sur l'impact du temps de repos . . . . .	78
4.2.3.1	Écoulement pendant le retrait de la plaque . . . . .	78
4.2.3.2	Suivi de la relaxation . . . . .	79
<b>4.3</b>	<b>Comparaison avec l'écoulement en immersion . . . . .</b>	<b>80</b>
<b>4.4</b>	<b>Comparaison avec l'écoulement dans un fluide newtonien visqueux</b>	<b>82</b>
4.4.1	Champs de vitesse . . . . .	82
4.4.2	Profils de vitesse . . . . .	82
<b>4.5</b>	<b>En résumé . . . . .</b>	<b>85</b>

---

## 4.1 Champs de vitesse : observations générales

Les champs de vitesse présentés dans ce chapitre ont été déterminés selon la procédure décrite dans la section 2.4.

La figure 4.1 montre un exemple typique de champ de vitesse développé autour de la plaque lors de son retrait du bain, pour un fluide à seuil (sans drainage), dans 3 zones différentes : (a) près de la surface libre, (b) le long de la plaque dans le bain et (c) autour de la pointe inférieure de la plaque. Pour (b) et (c), la surface libre est située à environ 5 cm au dessus de l'image, la caméra a été déplacée au niveau de la surface libre pour obtenir le champ (a). Le fluide utilisé ici est du Carbopol, mais les mêmes caractéristiques sont observées pour les mélanges de Carbopol et de glycérol. Dans la suite, il ne sera question que de la pointe inférieure de la plaque, celle supérieure n'étant pas étudiée.

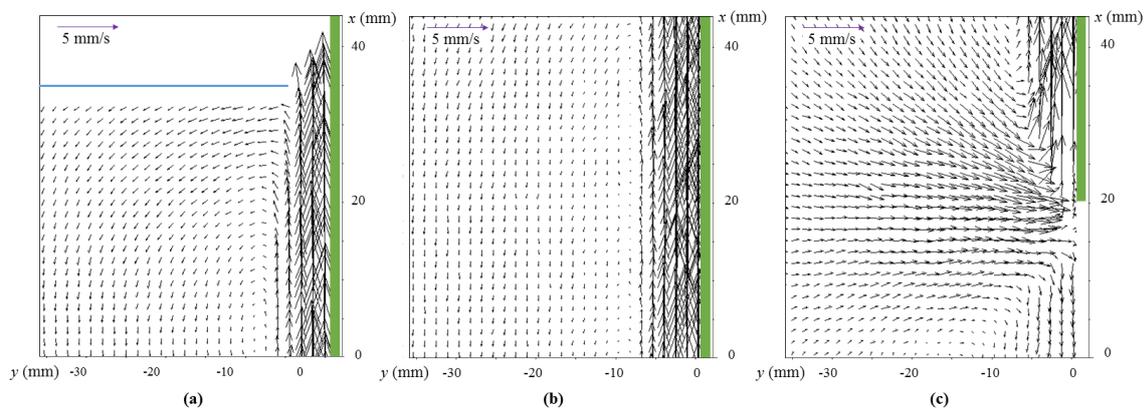


FIGURE 4.1 – Champ de vitesse développé autour de la plaque lors de son retrait à  $V = 15\text{mm/s}$  d'un bain de Carbopol de seuil  $\tau_c = 34\text{ Pa}$  : (a) près de la surface libre, en bleu, (b) le long de la plaque dans le bain, et (c) autour de la pointe inférieure de la plaque. La position moyenne de la plaque est en vert.

Loin des bords (pointe de la plaque et surface libre), le champ de vitesse le long de la plaque est uniforme 4.1(b). Dans le domaine vertical près de la plaque et d'épaisseur constante, le fluide est soumis à un fort cisaillement, il est donc dans son état liquide, tandis qu'à partir de 10 mm et au delà, le cisaillement semble plus faible, voire négligeable, le fluide est solide. De plus, au delà de quelques millimètres de la plaque, la vitesse verticale  $v$  est négative, ce qui indique que le fluide recircule vers le bas, ce qui est nécessaire pour remplacer le volume laissé vacant par le départ de la plaque.

Le fluide situé dans la région près de la pointe (figure 4.1(c)) est largement déformé dans toutes les directions, et en particulier dans la direction perpendiculaire à la plaque. Il est intéressant de remarquer qu'à environ 1 cm sous la plaque, le fluide tourne pour finalement s'écouler vers le bas, dans la direction opposée de celle de la plaque. Là encore, cela vient de ce que le fluide doit remplacer le volume entraîné par la plaque : deux rouleaux de sens opposés se forment dans le bain, avec des extensions et des cisaillements différents. Le rouleau formé le long de la plaque est plus large et les vitesses sont plus importantes que pour le rouleau sous la plaque. La région sous la plaque où se développe le rouleau inversé - appelé *negative wake* en anglais - a déjà été observée sous le déplacement d'objets dans des fluides non-newtoniens, en particulier derrière des bulles [111], des sphères [112] et des cylindres [57]. Cet effet est une caractéristique des fluides à seuil, et n'existe pas pour les fluides newtoniens, comme indiqué dans la section 4.4.

Enfin, la figure 4.1(a) montre le champ de vitesse vers la surface libre. Les données obtenues sont au mieux 1 cm sous la surface libre. En effet, cette dernière réfléchit les rayons du laser car elle n'est pas parfaitement perpendiculaire au plan de la caméra dans la zone du ménisque,

ce qui ne permet pas d'avoir des informations sur cette zone. A l'approche de la surface libre, on observe que la couche liquide, cisailée près de la plaque, se divise en deux parties : une partie est entraînée avec la plaque et va former le dépôt, l'autre, plus loin de la plaque, va rester dans le bain. Cette image montre également la recirculation du fluide près de la surface du bain. En particulier, cela implique l'existence d'un point de stagnation [22, 23, 49] dont nous n'avons pas estimé précisément la position. Dans les cas sans drainage, le fluide entraîné par la plaque va être finalement enduit, et donc revenir dans son régime solide, vraisemblablement au niveau du ménisque, sans que l'on puisse préciser où. De la même manière, la partie liquide qui alimente la recirculation va redevenir solide avant d'être entraînée par l'écoulement vers le bas.

## 4.2 Profils de vitesse

A partir de ces champs de vitesse, il est possible de réaliser des coupes et de déterminer des profils de vitesse dans une direction donnée. L'écoulement étant principalement orienté le long de la plaque, nous avons étudié les profils de vitesse verticale  $v$  dans la direction perpendiculaire à la plaque. En particulier, dans la région d'écoulement uniforme, un seul de ces profils donne toute l'information sur l'écoulement. Pour lisser les erreurs de calcul du logiciel de PIV, les profils ont été obtenus après avoir moyenné les champs sur 1 cm de hauteur, comme montré sur la figure 4.2.

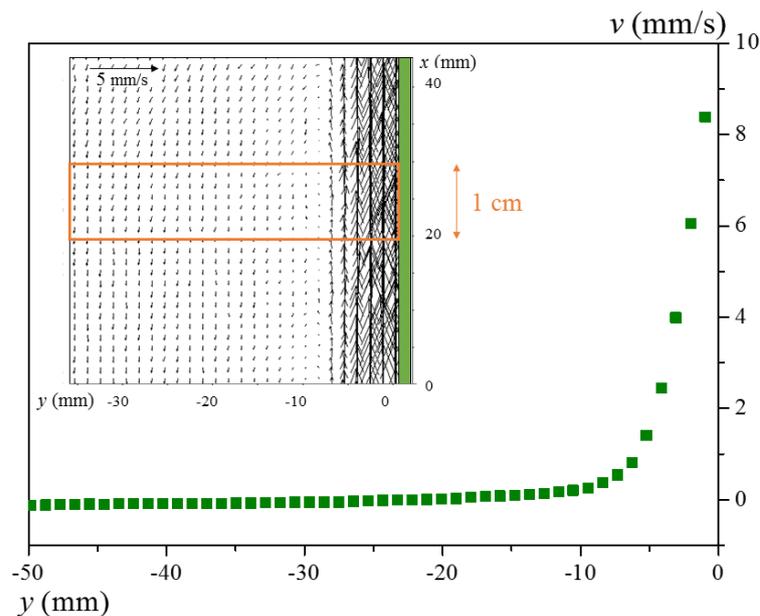


FIGURE 4.2 – Exemple de profil de vitesse  $v$  en fonction de la distance  $y$  à la plaque, retirée à  $V = 10$  mm/s d'un bain de Carbopol de seuil  $\tau_c = 34$  Pa. Le champ de vitesse dont il est extrait est en insert.

### 4.2.1 Évolution temporelle

#### 4.2.1.1 Stationnarité

La figure 4.3 présente l'évolution temporelle de la vitesse verticale  $v$  en fonction de la distance  $y$  à la plaque pour quatre positions fixes par rapport à la pointe : 10, 6, 2 et -1 cm. Pour chaque position, un déplacement de 4 cm de la plaque est représenté à travers 4 profils (pris tous les centimètres). Comme le champ de la caméra est fixe par rapport à la cuve de

fluide, la longueur ( $L_0 - L$ ) à laquelle le premier profil (sur les 4) de chaque position est pris dépend de la position considérée. Les profils de la figure 4.3 ont été pris lorsque la plaque s'est déplacé de 7 à 21 cm par rapport à sa position initiale immergée. Cette méthode équivaut à regarder l'évolution de la vitesse dans le référentiel de la plaque. Ces profils de vitesse se superposent parfaitement, ce qui signifie qu'après un régime transitoire, pendant lequel le sens de l'écoulement s'inverse, l'écoulement le long de la plaque devient stationnaire dans le référentiel de la plaque.

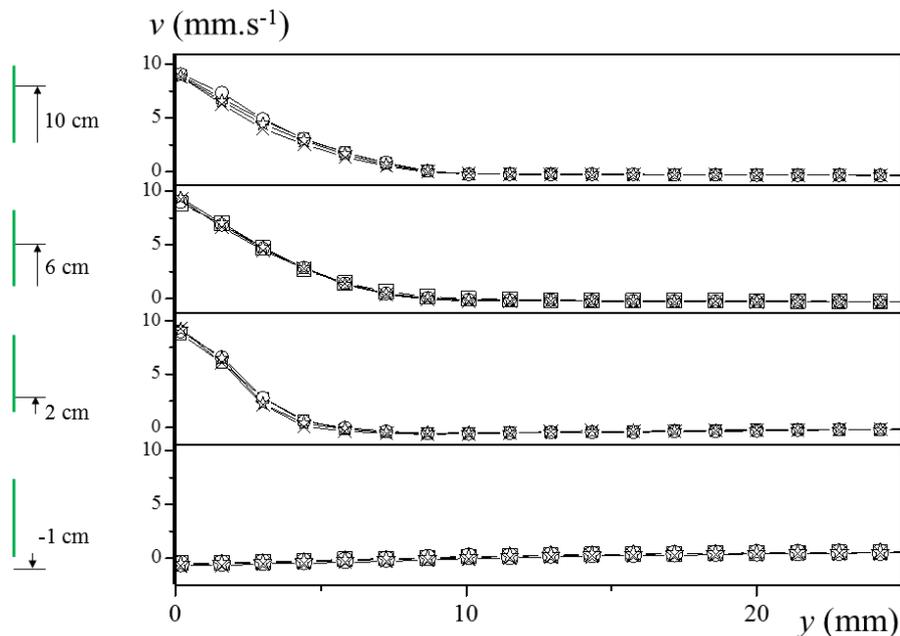


FIGURE 4.3 – Profils de vitesse verticale  $v$  transverses à la plaque, durant son retrait à  $V = 10$  mm/s d'un Carbopol de seuil  $\tau_c = 34$  Pa, en fonction de la distance  $y$  à la plaque, à quatre distances fixes par rapport à la pointe de la plaque, de haut en bas : 10 cm, 6 cm, 2 cm et -1 cm. Pour chaque distance fixée à la pointe de la plaque, quatre profils successifs de  $v$  sont représentés, séparés chacun par un déplacement de 1 cm de la plaque : le premier profil est représenté avec des carrés, le second avec des cercles, le troisième avec des étoiles et le quatrième avec des croix. Le premier profil déterminé à 10 cm de la pointe est pris après un déplacement de 7 cm de la plaque, celui à 6 cm de la pointe après un déplacement de 11 cm, celui à 2 cm après un déplacement de 15 cm et celui à -1 cm après un déplacement de 18 cm.

#### 4.2.1.2 Uniformité

Les champs de vitesse permettent également de suivre l'évolution au cours du temps du profil de vitesse  $v$ , moyenné dans une bande de fluide de 1 cm d'épaisseur, fixe dans le référentiel de la caméra, durant le retrait de la plaque.

L'évolution temporelle (figure 4.4) se divise en trois parties. Un régime transitoire (en vert) se développe dans un premier temps, pendant un déplacement de la plaque de 5 cm sur l'exemple donné. L'écoulement de fluide s'inverse, le gradient de vitesse près de la plaque augmente progressivement et la région cisillée se localise dans une zone d'épaisseur de plus en plus faible. Ensuite, un écoulement permanent uniforme (en orange) est atteint tandis que la plaque remonte de 10 cm. Le profil de vitesse est composé d'un plateau loin de la plaque, tandis que la zone près de la plaque est cisillée avec un gradient constant sur plusieurs millimètres. Puis, lorsque la pointe s'approche de la zone d'observation, à environ 4 cm, l'écoulement s'écarte du régime uniforme. Une fois la plaque passée, le fluide a un léger mouvement vers le bas pour remplacer le volume de la plaque et du fluide qu'elle entraîne : c'est la *negative wake*

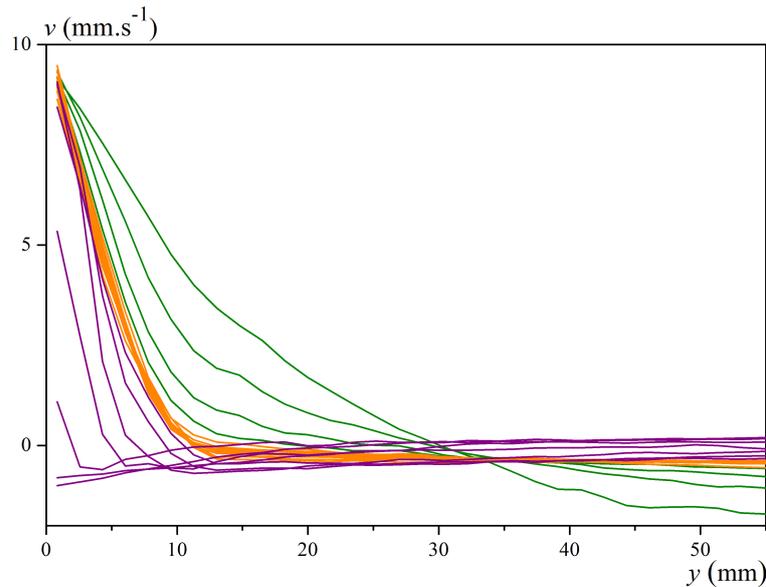


FIGURE 4.4 – Évolution temporelle des profils de vitesse verticale  $v$  en fonction de la distance latérale à la plaque  $y$  pendant le retrait de la plaque à  $V = 10$  mm/s d'un bain de Carbopol de seuil  $\tau_c = 34$  Pa. Chaque profil est la moyenne du champ de vitesse sur une bande de 1 cm de hauteur, fixe dans le champ de la caméra et située à 16 cm au dessus de la pointe de la plaque au début de la mesure. Chaque champ de vitesse correspond à un déplacement de 1 cm de la plaque. Les 5 premiers profils sont en vert, les 9 suivants sont en orange et les 7 derniers en violet.

(voir figure 4.1(c)). Le fluide revient ensuite rapidement au repos.

#### 4.2.1.3 Cohérence avec les mesures de force

La durée des différents régimes des profils de vitesse correspond approximativement à celle des différents régimes des courbes de force, figure 3.3(a). Le régime transitoire des profils est associé au régime (ii) des courbes de force tandis que le régime stationnaire uniforme correspond à la partie linéaire (iii). La durée des différents régimes d'écoulement évolue avec les paramètres de l'étude ( $V$  et  $\tau_c$ ) de la même façon que pour les courbes de force. Cela confirme la cohérence de nos analyses. De même, l'existence d'une zone d'écoulement uniforme le long de la plaque permet de justifier *a posteriori* la pertinence de notre démarche par PIV, basée sur des moyennes de champs.

### 4.2.2 Étude de l'écoulement stationnaire

La présence d'une région d'écoulement uniforme le long de la plaque sur plusieurs centimètres permet de déterminer un profil de vitesse moyen pour chaque ensemble de paramètres ( $V$ ,  $\tau_c$  et  $k$ ).

#### 4.2.2.1 Évolution avec la vitesse $V$ de la plaque

Les profils moyens obtenus ( $v(y)$ ) présentent un plateau quasi parfait au delà d'une certaine distance à la plaque ( $y > 15$  mm environ, voir figure 4.5). Ce plateau a une vitesse verticale  $\Delta v$  négative, opposée et très inférieure à celle de la plaque :  $-\Delta v \ll V$ . Dans la plage de données étudiées,  $\Delta v/V = 3,2 \pm 0,7\%$  et cette quantité augmente avec la vitesse. Ce léger écoulement vers le bas est nécessaire pour compenser le volume laissé libre par la plaque. Cependant, cette variation de volume ne s'explique pas uniquement pas le remplacement de

la plaque, sinon  $\Delta v/V$  serait d'environ 0,1 %. Cette plus grande valeur s'explique par le fait qu'en se déplaçant du bain, la plaque entraîne avec elle une couche de fluide de plusieurs millimètres d'épaisseur, ce qui est cohérent avec nos observations concernant l'épaisseur du dépôt sur la plaque après son retrait du bain (voir section 3).

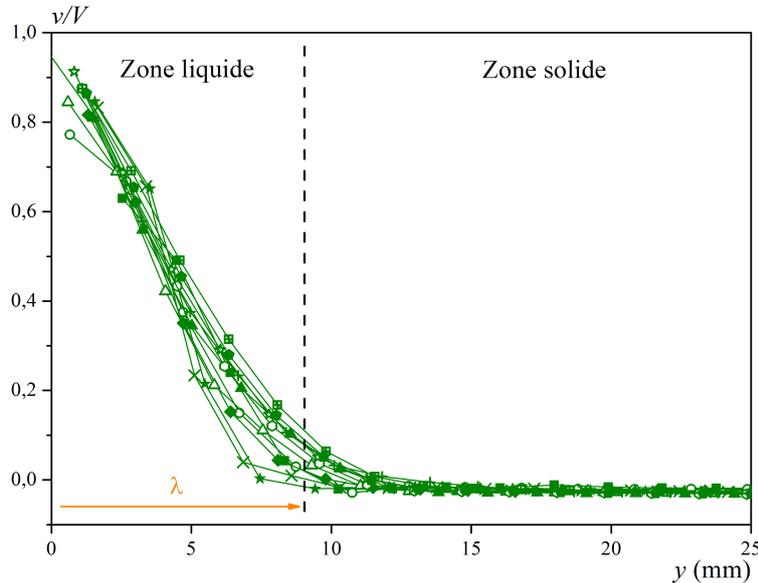


FIGURE 4.5 – Moyennes des profils de vitesse uniforme  $v$  en fonction de la distance  $y$  à la plaque pour un Carbopol de seuil  $\tau_c = 34$  Pa et différentes vitesses  $V$  : 0,1 mm/s (carrés pleins), 0,2 mm/s (cercles), 0,5 mm/s (étoiles pleines), 0,8 mm/s (croix), 1 mm/s (diamants pleins), 2 mm/s (triangles vides), 5 mm/s (triangles pleins), 8 mm/s (hexagones vides), 10 mm/s (étoiles vides), 12 mm/s (pentagones pleins), 15 mm/s (carrés croisés) et 17 mm/s (croix verticales). La ligne verticale sépare schématiquement les zones liquide et solide.

La figure 4.5 confirme qu'il existe deux zones différemment cisillées suivant leur position par rapport à la plaque. La première, près de la plaque, est fortement cisillée, contrairement à celle située plus loin, au delà de 15 mm, qui ne l'est pas. La forme de cet écoulement est similaire à celle observée lors de l'immersion de la plaque [66] dans le bain de fluide à seuil. En s'appuyant sur l'étude détaillée des déformations subies par le fluide à l'arrivée et lors du passage de la plaque, présentée dans l'introduction, il est possible de conclure que la région de fort cisaillement uniforme le long de la plaque correspond à une région où le fluide à seuil est liquide, tandis que la deuxième région, loin de la plaque, correspond à la zone où le fluide est dans son état solide. Ces zones sont schématiquement représentées sur la figure 4.5. On remarque également que le taux de cisaillement près de la plaque, donné par la pente des profils, est constant sur au moins 5 mm. On peut observer cet effet par exemple sur les profils oranges de la figure 4.4.

La figure 4.5 présente les profils de vitesse en fonction de  $y$ , moyennés dans les zones uniformes le long de la plaque, pour différentes vitesses  $V$  de retrait de la plaque. Afin de pouvoir les comparer entre eux, ils sont adimensionnés par la vitesse  $V$  de la plaque. L'épaisseur de la zone liquide est notée  $\lambda$ . A première vue, la vitesse de la plaque n'a qu'un faible impact sur la forme de l'écoulement le long de la plaque, et notamment sur la répartition des deux régions. Les profils de vitesse adimensionnés sont quasiment similaires, présentant tous un plateau de vitesse au delà de 15 mm et un taux de cisaillement constant non nul près de la plaque. Cela signifie donc que l'épaisseur de la couche liquide développée dans le bain le long de la plaque augmente peu avec la vitesse de déplacement de la plaque. Cette observation permet de conclure, qu'au premier ordre, l'écoulement autour de la plaque lors de son retrait du bain est régulé par son déplacement et non par sa vitesse.

#### 4.2.2.2 Évolution avec le seuil $\tau_c$ du matériau

Une analyse combinée et poussée des trajectoires et des déformations du fluides permet de déterminer précisément l'interface entre les régions liquide et solide du fluide (voir l'introduction). Cependant, cette méthode est assez fastidieuse. En nous basant sur ces résultats, nous avons estimé l'épaisseur de la couche liquide, avec une incertitude d'environ 15 %, en la considérant comme l'intersection de deux droites, chaque droite étant issue des deux derniers points de chaque régime, liquide et solide (insert de la figure 4.6).

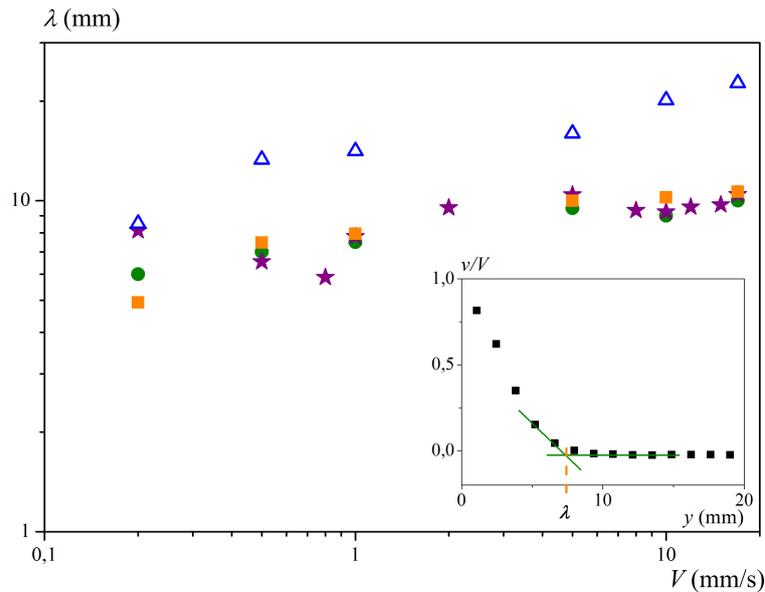


FIGURE 4.6 – Épaisseurs  $\lambda$  de la couche liquide le long de la plaque en fonction de la vitesse  $V$  de la plaque pour des fluides de seuils  $\tau_c$  : 71 Pa (ronds verts), 28 Pa (triangles bleus), 34 Pa (étoiles pourpres) et 8 Pa (carrés oranges). Les Carbopols sont en symboles pleins, le Carboglycérol en symboles ouverts. Insert : détermination graphique de  $\lambda$

La figure 4.6 présente l'estimation de l'épaisseur liquide  $\lambda$  en fonction de la vitesse de la plaque pour 3 Carbopols de seuils différents. Ainsi, conformément aux observations précédentes des profils de vitesses, l'épaisseur  $\lambda$  de la couche liquide augmente bien progressivement avec la vitesse  $V$  de la plaque, ce qui valide notre méthode d'estimation. Par contre, de manière surprenante,  $\lambda$  semble indépendante du seuil  $\tau_c$  du matériau. Cet effet est confirmé par la figure 4.7 qui regroupe les profils de vitesse uniforme dont sont issues les valeurs de  $\lambda$ . Les courbes de vitesse des 3 Carbopols de seuils  $\tau_c$  différents sont superposées, ce qui amène à la conclusion que  $\lambda$  est certainement plus sensible au rapport  $k/\tau_c$  qui s'avère être le même pour tous les Carbopols (environ 0,5). Enfin, malgré de grandes incertitudes, il semble que, tout comme l'épaisseur enduite  $h$ ,  $\lambda$  suit une loi de la forme Herschel-Bulkley. A grandes vitesses,  $\lambda$  augmente faiblement avec  $V$  tandis qu'à basses vitesses,  $\lambda$  tend vers une valeur limite non nulle  $\lambda_c$  lorsque  $V$  tend vers 0. Les mesures expérimentales donnent une valeur  $\lambda_c \simeq 6$  mm, qui est, contrairement à  $h_c$ , indépendante du seuil du matériau.

#### 4.2.2.3 Évolution avec la viscosité du matériau

Les Carboglycérols présentent un rapport  $k/\tau_c$  4 à 5 fois plus grand que les Carbopols. Ainsi, de la même façon que précédemment, l'impact de la viscosité du matériau, et en particulier de sa consistance  $k$ , est étudié en comparant les épaisseurs  $\lambda$  de la couche liquide pour des Carbopols et des Carboglycérols (Figure 4.6). Il apparaît que, tout comme  $h$ ,  $\lambda$  augmente d'autant plus avec  $V$  que  $k$  est grand, ce qui suggère une expression de  $\lambda$  faisant intervenir un terme proportionnel à  $kV^n$ . Aucun impact significatif du seuil  $\tau_c$  du Carboglycérol sur

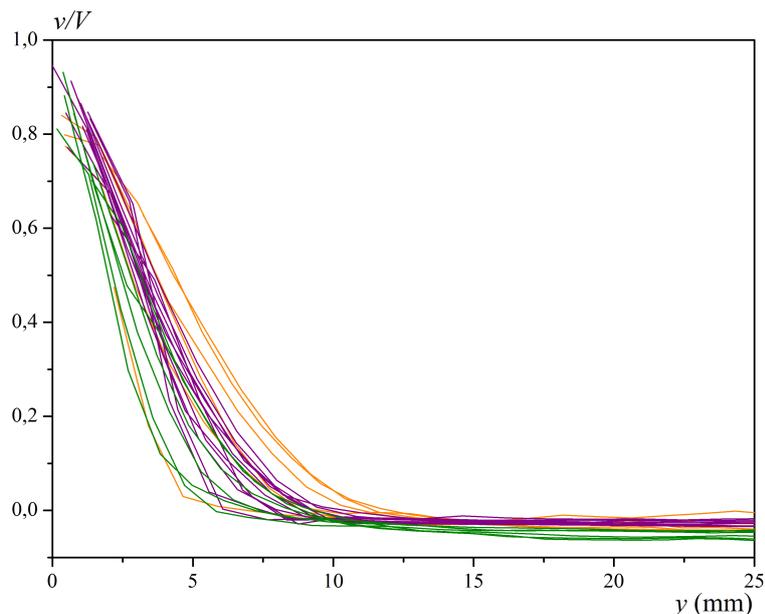


FIGURE 4.7 – Moyennes des profils de vitesse uniforme normalisés  $v/V$  en fonction de la distance  $y$  à la plaque pour 3 Carbopols et différentes vitesses  $V$  : 8 Pa (orange), 34 Pa (pourpre) et 71 Pa (vert)

$\lambda$  n'est noté. En particulier, même s'il est difficile de l'évaluer avec ces mesures, l'épaisseur liquide limite  $\lambda_c$  à faibles vitesses  $V$  pour le Carbopoglycérol semble être la même que pour les Carbopols, si l'on s'appuie sur l'analogie entre les courbes  $\lambda = f(V)$ ,  $h = f(V)$  et les lois de comportement (voir figure 3.8).

### 4.2.3 Retour sur l'impact du temps de repos

Cette section complète l'étude de l'impact d'un temps de repos entre l'immersion et le retrait de la plaque, abordé au chapitre précédent. L'indépendance des courbes de force, en fonction de l'immersion  $L$  de la plaque, par rapport à ce facteur suggère que l'écoulement uniforme autour de la plaque pendant son retrait du bain est peu perturbé par une relaxation préalable du matériau.

#### 4.2.3.1 Écoulement pendant le retrait de la plaque

Ce résultat est confirmé par les profils de vitesse obtenus dans le régime uniforme pendant le retrait de la plaque, avec ou sans repos (figure 4.8). Ceux-ci se superposent parfaitement, et en particulier, la zone liquide de cisaillement uniforme près de la plaque a la même épaisseur  $\lambda$  avec ou sans repos.

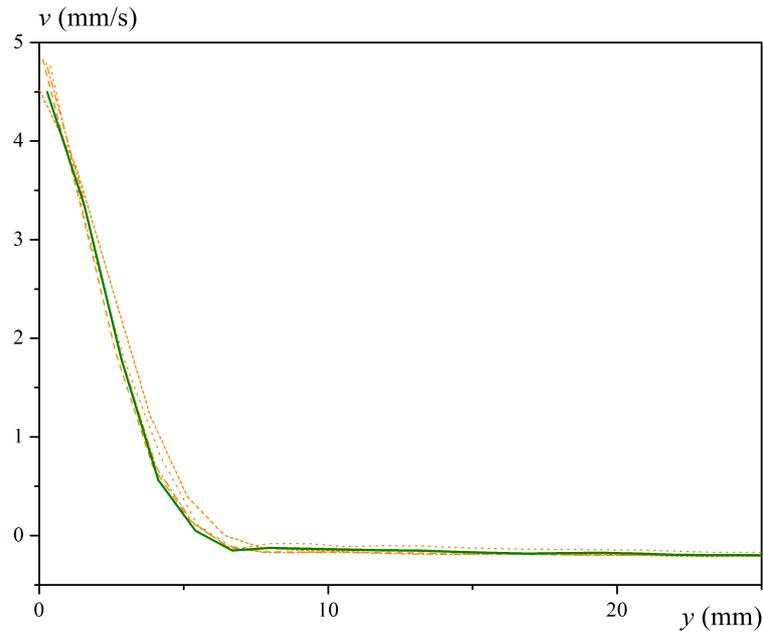


FIGURE 4.8 – Profils de vitesse le long de la plaque, dans le régime uniforme, pendant son retrait à  $V = 5$  mm/s, d'un bain de Carbopol de seuil  $\tau_c = 34$  Pa. Le profil sans repos est en vert, ceux avec en orange : 30 sec (tirets), 60 sec (points), 90 sec (points serrés), 120 sec (points et tirets).

#### 4.2.3.2 Suivi de la relaxation

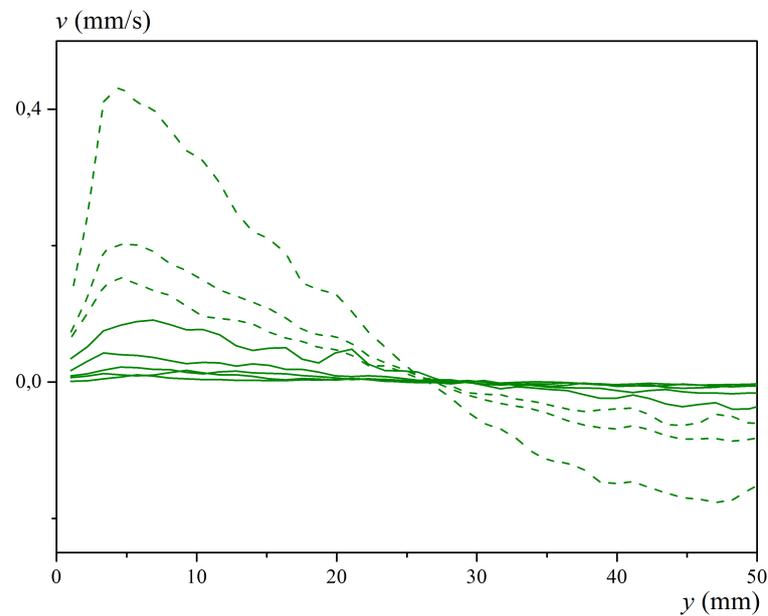


FIGURE 4.9 – Profils de vitesse pris à 6 cm sous la surface libre, en fonction de la durée de repos après une immersion de 200 mm de la plaque à  $V = 5$  mm/s, dans un Carbopol de seuil  $\tau_c = 34$  Pa. La vitesse la plus importante près de la plaque correspond au premier profil, puis elle décroît. Les lignes avec tirets correspondent aux premiers profils successifs (tous les  $2/3$  de seconde), puis suivent ceux en traits pleins (toutes les 2 secondes).

Il est également possible d'observer la relaxation du fluide à seuil après l'immersion de la plaque, grâce à la PIV (figure 4.9). On observe, près de la plaque, un mouvement de

rééquilibrage du fluide, avec une réponse élastique. Le fluide précédemment dans la zone liquide, avec donc un mouvement auparavant vers le bas, remonte le long de la plaque, avec une vitesse approximativement nulle au niveau de la plaque, tandis que le fluide plus loin de la plaque descend. Le rouleau de vitesse le long de la plaque observé précédemment change de sens. Ces mouvements s'atténuent rapidement, au bout de 8 secondes, ce qui est l'ordre de grandeur de la relaxation observée sur les courbes de force. Ils sont initiés par les déformations élastiques dans le régime solide, au delà de la couche liquide. Lorsque le déplacement de la plaque s'arrête, ces déformations élastiques relaxent, ce qui conduit à faire remonter le fluide le long de la plaque.

A noter que la technique de PIV nécessite de moyenniser les déplacements du fluide sur plusieurs images, ce qui implique que sa précision est limitée pour mesurer des régimes transitoires rapides. Dans ce cas précis de relaxation, un calcul du champ de vitesse sur 3 images (1/5 sec) donne un pic de vitesse à 0,75 mm/s, soit 15 % de la vitesse de la plaque, tandis qu'il est de 0,43 mm/s avec 10 images (2/3 sec). Les résultats traités ici donnent donc principalement des informations qualitatives.

Ainsi, l'ensemble du procédé d'enduction par trempage d'une plaque par un fluide à seuil (écoulement dans le bain et enduction hors du bain) est indépendant de la présence ou non d'un temps de repos entre l'immersion et le retrait de la plaque du bain. S'il y a un temps de repos entre les deux déplacements, les contraintes élastiques dans la zone solide, induites par l'immersion de la plaque, relaxent. L'écoulement uniforme pendant le retrait de la plaque de la plaque est le même avec ou sans repos, et notamment les courbes de force, ce qui confirme que la présence de déformations élastiques solides n'a pas d'impact en terme de force sur la zone liquide près de la plaque, et *a fortiori* sur la plaque.

### 4.3 Comparaison avec l'écoulement en immersion

L'étude des courbes de force (figure 3.3 et [94]) indique que l'écoulement provoqué par le retrait de la plaque du bain est très similaire à celui généré pendant son immersion, au sens près. En particulier, les effets de bords et l'existence d'une région uniforme sont comparables.

Ainsi, comme pour l'immersion, l'écoulement d'un fluide à seuil est stationnaire dans le référentiel de la plaque, mais il lui faut plus de temps pour le devenir pendant le retrait que pendant l'immersion. Ce résultat est confirmé par la courbe de force en fonction du temps (Figure 3.3) : le régime transitoire au début de l'immersion dure environ 10 ms, tandis que celui en retrait dure deux fois plus longtemps. Cela peut s'expliquer par le fait que pendant l'immersion de la plaque, une partie des déformations du fluide vient des déformations élastiques de la zone solide entourant l'ensemble plaque et couche liquide. Lorsque le retrait débute, à la fin de la phase d'immersion, des déformations élastiques de cette région solide sont également provoquées, dans le sens opposé aux précédentes. Avant d'atteindre le régime permanent, l'écoulement doit donc être inversé, ce qui nécessite un déplacement de la plaque plus important.

A noter que la stationnarité de ces écoulements dans le référentiel de la plaque fait qu'il est possible d'obtenir la répartition spatiale de l'écoulement le long de la plaque à un instant donné, et d'en déduire son évolution temporelle aux voisinages de cet instant, à un endroit fixe par rapport à la pointe de la plaque, à partir du même champ de vitesse. En effet, pour connaître l'évolution d'un profil de vitesse sur une bande de 1 cm de large après un déplacement de la plaque de 1 cm, il suffit de regarder la bande de 1 cm de large située immédiatement au dessus, sur l'image du champ de vitesse.

En immersion et en retrait se développe un régime uniforme, dont les moyennes des profils de vitesse sont présentées à la figure 4.10.

La figure 4.11 indique que l'épaisseur de la couche liquide en immersion est plus faible

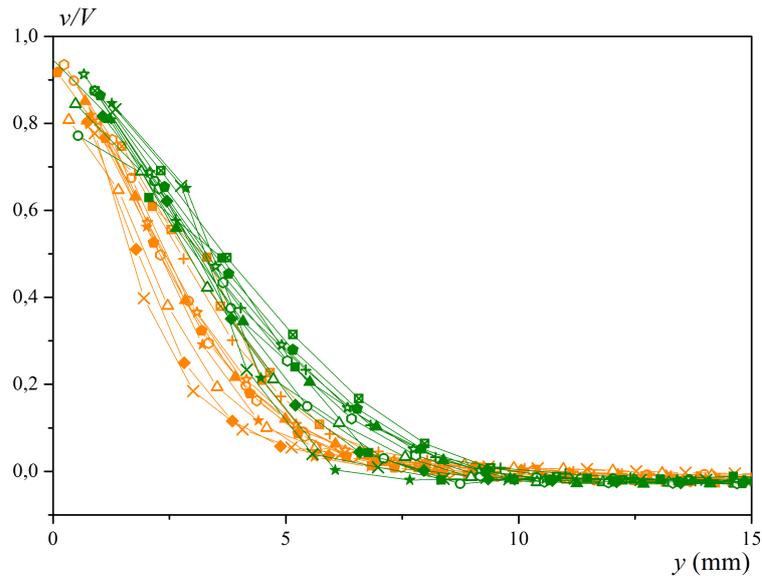


FIGURE 4.10 – Moyennes des profils de vitesse uniforme  $v$  en fonction de la distance  $y$  à la plaque pour un Carbopol de seuil  $\tau_c = 34$  Pa et différentes vitesses  $V$  : 0,1 mm/s (carrés pleins), 0,2 mm/s (cercles), 0,5 mm/s (étoiles pleines), 0,8 mm/s (croix), 1 mm/s (diamants pleins), 2 mm/s (triangles vides), 5 mm/s (triangles pleins), 8 mm/s (hexagones vides), 10 mm/s (étoiles vides), 12 mm/s (pentagones pleins), 15 mm/s (carrés croisés) et 17 mm/s (croix verticales). L'immersion est en orange, le retrait en vert.

que celle en retrait d'environ 12 %. En particulier, les épaisseurs critiques à basses vitesses  $\lambda_c$  semblent différentes. Cela peut s'expliquer par le fait qu'il est plus facile de retirer la plaque du bain de fluide à seuil que de l'immerger. En immersion, la plaque pousse un large volume de fluide, confiné par les parois de la cuve, qu'elle doit liquéfier par cisaillement au préalable pour se déplacer, tandis qu'en retrait, la résistance au déplacement de la plaque est plus faible car elle est en partie due à l'air situé au dessus de la surface libre.

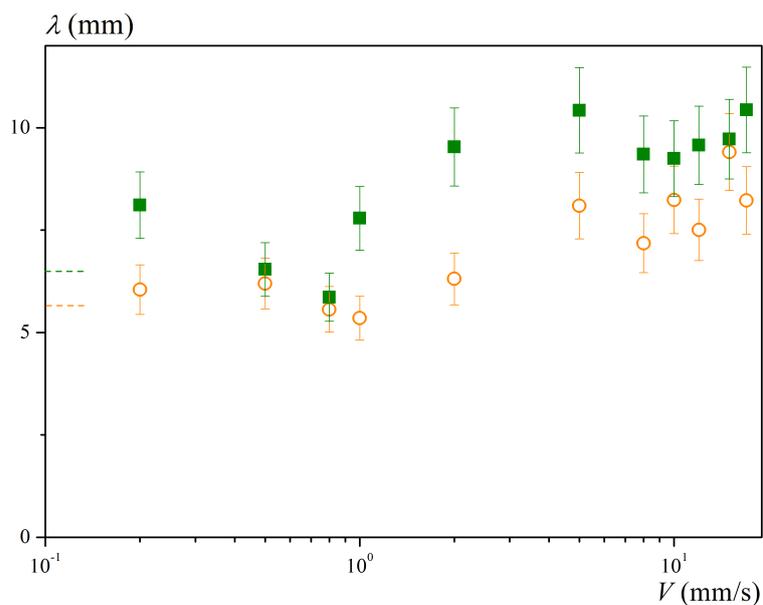


FIGURE 4.11 – Épaisseurs  $\lambda$  de la couche liquide le long de la plaque en fonction de la vitesse  $V$  dans un Carbopol de seuil  $\tau_c = 34$  Pa, lors de l'immersion (cercles oranges) et du retrait (carrés verts) de la plaque. Les tirets indiquent l'estimation de  $\lambda_c$ .

## 4.4 Comparaison avec l'écoulement dans un fluide newtonien visqueux

Enfin, pour compléter nos études expérimentales, nous avons étudié qualitativement l'écoulement développé autour de la plaque lors de son déplacement dans un bain de fluide newtonien, afin de le comparer à celui développé dans un fluide à seuil. Nous avons utilisé du glycérol, fluide visqueux courant (viscosité dynamique  $\mu = 1,49$  Pa.s). Le nombre de Reynolds est petit :  $Re = \rho VL/\mu \simeq 0,1 - 1$ , avec  $\rho = 1260$  kg/m<sup>3</sup>,  $V = 1 - 10$  mm/s et  $L$  de l'ordre de 10 cm, ce qui ne permet pas d'utiliser la théorie de la couche limite développée par Prandtl et Blasius. La viscosité du glycérol n'est pas modifiée par l'ajout d'une faible fraction massique de billes de polystyrène.

### 4.4.1 Champs de vitesse

La figure 4.12 montre l'écoulement autour de la pointe de la plaque lors de son retrait des 3 fluides étudiés. Elle confirme bien que l'écoulement est similaire pour nos deux fluides à seuil. La viscosité plus élevée dans le cas du Carboglycérol conduit à un champ de vitesse horizontal sous la pointe légèrement plus élevé que pour le Carbopol, de même seuil mais de viscosité plus faible. La mise en place du régime uniforme le long de la plaque est du même ordre de grandeur pour les deux. L'épaisseur de la couche liquide constante  $\lambda$  peut être grossièrement évaluée là où la vitesse s'annule le long de la plaque pour  $x \simeq 65$  mm. Elle est donc plus élevée pour le Carboglycérol que pour le Carbopol, comme vu dans la section 4.2.2.3.

Cependant, les champs de vitesse entre les fluides à seuil (en haut sur la figure 4.12) et le fluide newtonien (en bas) sont très différents. On peut identifier trois caractéristiques notables pour le glycérol :

- comme mentionné plus haut, il n'y a pas de *negative wake*. Il y a donc une unique zone de recirculation autour de la plaque, contrairement aux fluides à seuil qui en ont deux, de sens opposés.
- l'ensemble du liquide s'écoule autour de la plaque, à des vitesses élevées. Il n'y a donc pas de *plug*, c'est-à-dire de zone se déplaçant à la vitesse constante.
- il ne semble pas y avoir d'écoulement uniforme le long de la plaque, ce qui est conforme aux observations pour les fluides newtoniens.

### 4.4.2 Profils de vitesse

L'étude des profils de vitesse verticale  $v$  le long de la plaque lors de son retrait du glycérol permet de caractériser plus précisément cet écoulement. Nous n'allons cependant pas en faire une étude complète mais simplement donner quelques informations qualitatives. Ces profils de vitesse ont été obtenus par PIV, de la même manière que pour les fluides à seuil.

Le graphique de gauche de la figure 4.13 présente l'évolution de  $v$  en fonction de  $y$  pendant le retrait de la plaque. Les profils en bleu sont ceux déterminés le long de la plaque. Il y a peu de glissement, la vitesse à la paroi du liquide est celle de la plaque. Le premier profil est celui avec la plus grande déformation puis la valeur de la tangente à l'origine augmente. Contrairement aux fluides à seuil, il n'y a pas de régime transitoire (ou celui-ci est très court), l'écoulement se met en place instantanément. Les profils n'ont pas de plateau de vitesse, et bien qu'ils soient très proches les uns des autres, il ne semble pas y avoir d'écoulement uniforme le long de la plaque mais une évolution lente. La recirculation a lieu sur toute la largeur de la cuve, ce qui confirme l'impossibilité d'appliquer la théorie de la couche limite des fluides visqueux dans cette configuration. La vitesse maximale dans cette région est environ égale à 40% de la vitesse de la plaque, ce qui est très largement supérieure à ce qui est observé pour les fluides à seuil. Ensuite, les profils en rose montrent la relaxation du matériau une fois la plaque passée. Ils peuvent être comparés aux profils en violet de la figure 4.4. Le glycérol

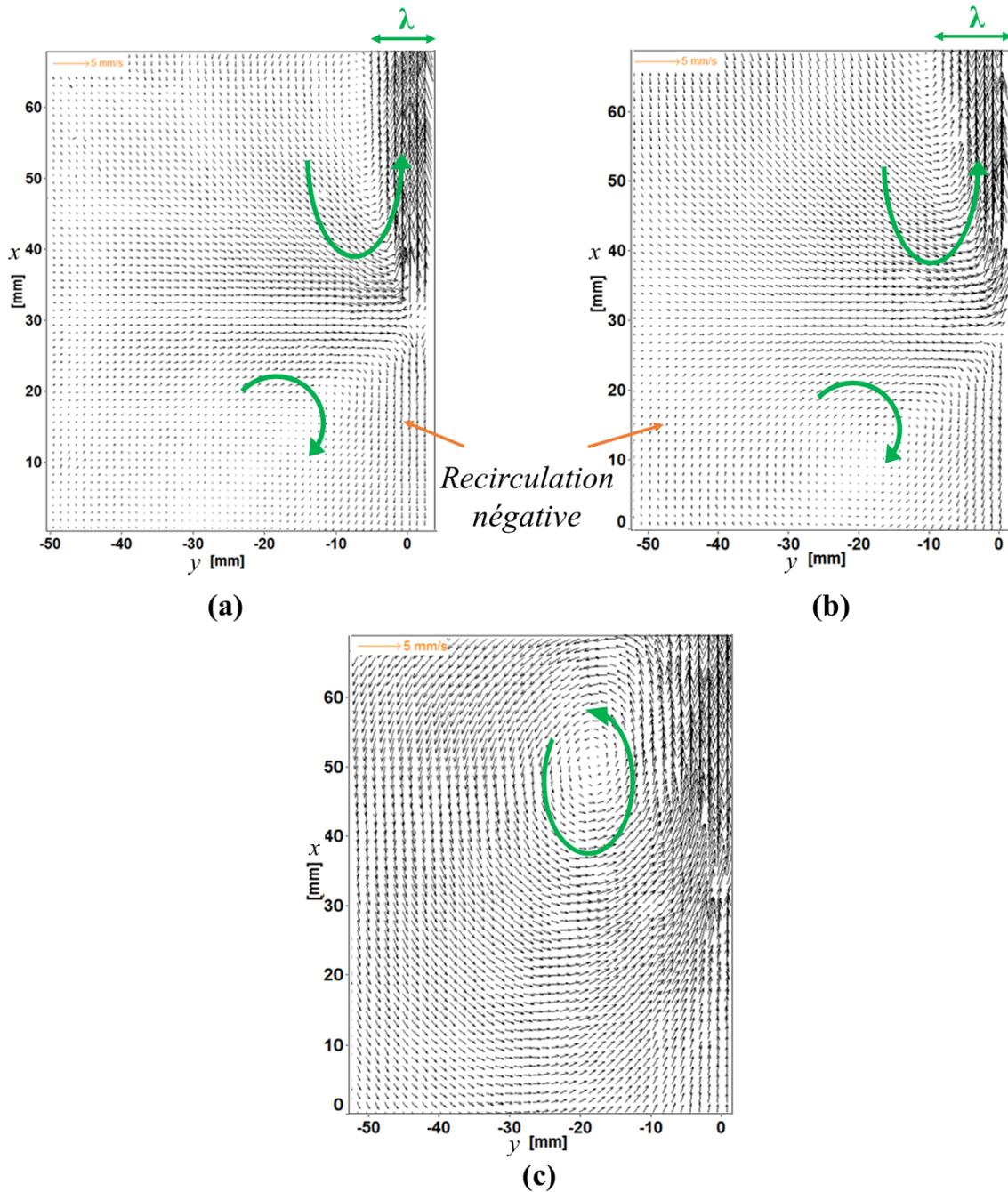


FIGURE 4.12 – Champs de vitesse autour de la pointe de la plaque retirée à  $V = 10 \text{ mm/s}$  de 3 fluides : (a) Carbopol ( $\tau_c = 34 \text{ Pa}$ ), (b) Carboglycérol ( $\tau_c = 28 \text{ Pa}$ ) et (c) Glycérol ( $\mu = 1,49 \text{ Pa.s}$ ). La pointe de la plaque est située en  $x = 30 \text{ mm}$ ,  $y = 0$ .

revient au repos environ 5 secondes après le passage de la plaque, sans mouvement vers le bas, contrairement aux fluides à seuil.

Le graphique de droite de la figure 4.13 compare les profils de vitesse durant l'immersion (en orange) et le retrait (en vert) de la plaque. Ceux-ci sont très similaires et leurs évolutions temporelles se lisent dans des sens opposés. Le liquide au repos est mis en mouvement environ 4 cm avant le passage de la plaque. La valeur des tangentes à l'origine est plus grande pendant l'immersion ce qui conduit à une vitesse maximale dans la zone de recirculation plus faible (environ 20%) par conservation des débits. Le phénomène observé n'est donc pas tout à fait symétrique, le liquide étant plus largement mobilisé lors du retrait de la plaque que lors de

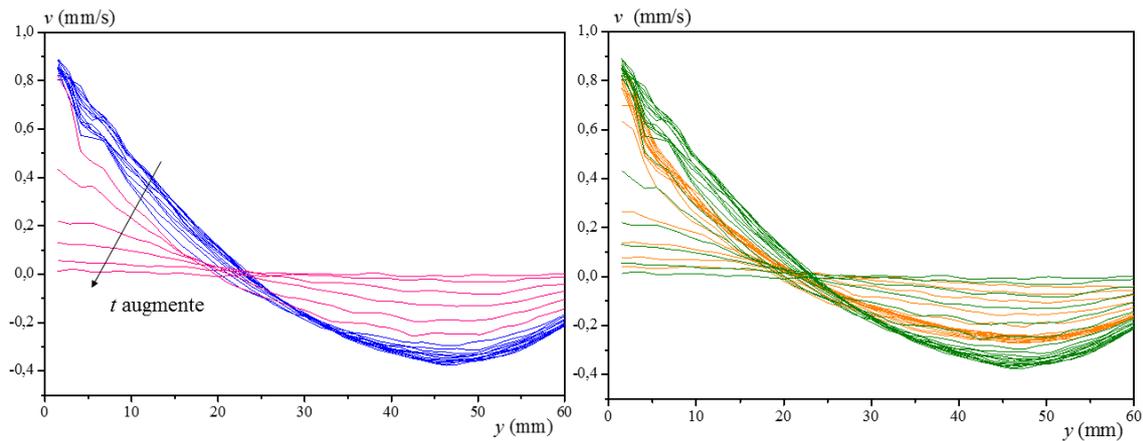


FIGURE 4.13 – A gauche : évolution temporelle des profils de vitesse verticale  $v$  en fonction de la distance latérale à la plaque  $y$  pendant le retrait de la plaque à  $V = 1$  mm/s d'un bain de glycérol. L'observation débute 14 cm au dessus de la pointe de la plaque. Les 14 premiers profils sont en bleu, les 5 suivants sont en rose.

A droite : évolution temporelle de  $v$  et  $-v$  en fonction de  $y$  pendant l'immersion (en orange) puis le retrait (en vert) de la plaque à  $V = 1$  mm/s d'un bain de glycérol. L'observation débute 5 cm sous la pointe de la plaque.

son immersion, comme ce qui est observé avec les fluides à seuil.

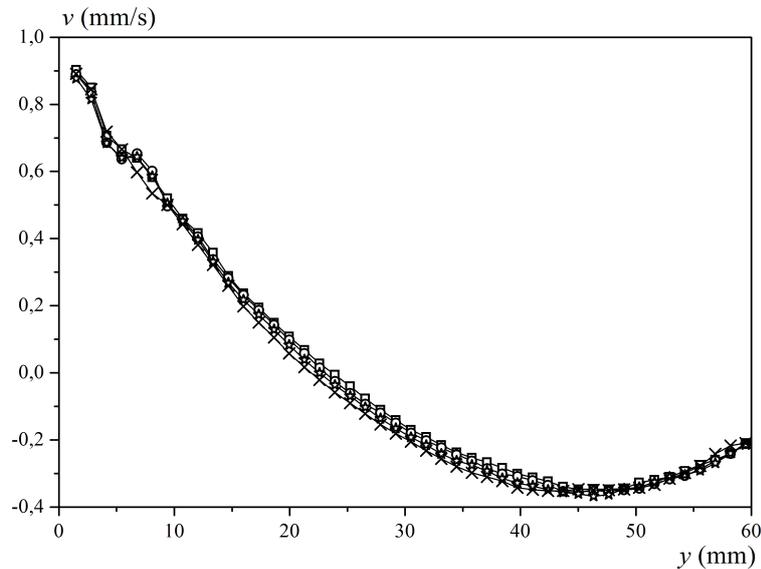


FIGURE 4.14 – Profils de vitesse verticale  $v$  transverses à la plaque, durant son retrait à  $V = 1$  mm/s d'un bain de glycérol, en fonction de la distance  $y$  à la plaque, à une distance fixe par rapport à la pointe de la plaque (8 cm). Quatre profils successifs de  $v$  sont représentés, séparés chacun par un déplacement de 1 cm de la plaque : le premier profil est représenté avec des carrés, le second avec des cercles, le troisième avec des étoiles et le quatrième avec des croix.

La figure 4.14 montre que l'écoulement est également stationnaire avec des fluides newtoniens.

Enfin, la figure 4.15 compare les profils de vitesse le long de la plaque pour deux valeurs de  $V$ . Ceux-ci sont semblables, bien que la vitesse de la plaque soit multipliée par 10. L'extension des deux zones de recirculation est la même quelle que soit  $V$  (délimitée par  $v = 0$ ) mais la vitesse maximale de recirculation diminue lorsque  $V$  augmente. Le nombre de Reynolds

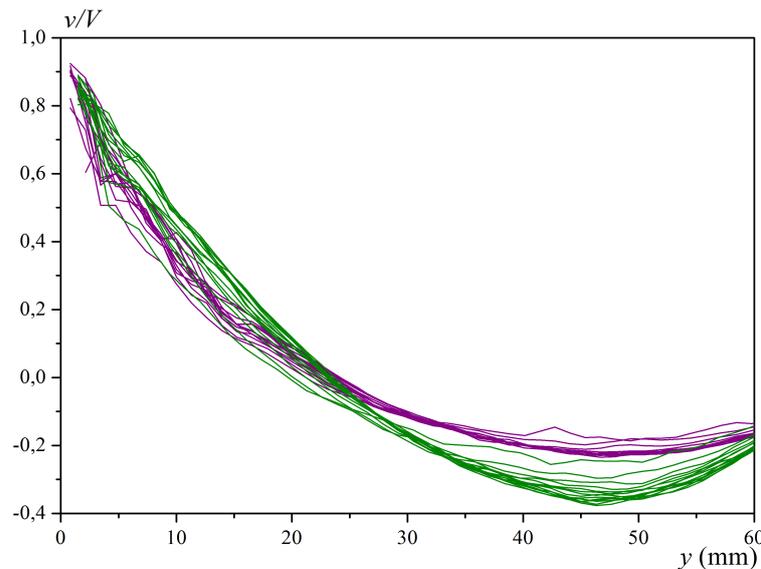


FIGURE 4.15 – Évolution temporelle de  $v$  en fonction de  $y$  pendant le retrait de la plaque à  $V = 1$  mm/s (en vert) et  $V = 10$  mm/s (en violet) d'un bain de glycérol.

se rapproche de 1 lorsque  $V$  augmente, ce qui peut expliquer cette légère modification de l'écoulement.

## 4.5 En résumé

Ainsi, l'étude détaillée des champs de vitesse autour de la plaque pendant son retrait d'un bain de fluide à seuil permet de déterminer précisément les caractéristiques de l'écoulement développé autour de la plaque, dont les tendances principales avaient été déduites de l'étude des courbes de force (Figure 3.3). Lors du retrait d'une plaque mince, après un régime transitoire durant lequel l'écoulement change de sens, un régime uniforme et stationnaire se développe le long de l'objet. Ce régime se compose d'une région d'épaisseur constante le long de la plaque dans laquelle le fluide est uniformément cisailé et liquide, et d'une région au delà de la première dans laquelle le fluide est solide, non cisailé. Il n'est pas influencé par un éventuel temps de repos avant le retrait de la plaque.

L'épaisseur  $\lambda$  de cette couche liquide :

- varie faiblement avec la vitesse  $V$  de la plaque
- varie d'autant plus avec  $V$  que sa consistance  $k$  est grande
- semble indépendante du seuil  $\tau_c$  du matériau
- est plus grande pendant le retrait de la plaque que pendant son immersion.

En particulier, l'écoulement provoqué dans un fluide à seuil par le déplacement d'une plaque est très différent de celui engendré dans un fluide newtonien, avec d'une part l'existence d'une zone de fluide non cisailée et d'autre part la présence de deux zones de recirculation, une vers le haut le long de la plaque avec un plateau de vitesse, et une vers le bas, sous la plaque (*negative wake*).



# Chapitre 5

## Simulations numériques

Les résultats expérimentaux ont permis d’avoir une connaissance précise de l’écoulement généré autour de la plaque, lors de son déplacement dans un bain de fluide à seuil, dans une configuration géométrique donnée. Il est intéressant d’étudier numériquement ce problème afin, dans un premier temps, de valider l’ajout d’une contribution visqueuse au code existant (section 2.5), basé sur la programmation conique de second ordre et issu de l’analyse à la rupture de solides plastiques, et ensuite, dans un deuxième temps, d’étendre nos résultats expérimentaux à des conditions rhéologiques, géométriques, ou de vitesse, non accessibles au laboratoire.

La confrontation des résultats expérimentaux aux simulations numériques est présentée au début de ce chapitre. L’influence des paramètres géométriques (dimensions de la cuve et de la plaque) sur l’écoulement autour de la plaque est ensuite étudiée numériquement. Puis l’impact du nombre de Bingham sur la couche liquide est estimé en faisant varier la vitesse de la plaque  $V$ , le seuil  $\tau_c$  du fluide et sa consistance  $k$ .

### Sommaire

---

<b>5.1</b>	<b>Présentation des résultats numériques . . . . .</b>	<b>88</b>
5.1.1	Dimensions du domaine fluide . . . . .	88
5.1.2	Résultats préliminaires . . . . .	89
5.1.2.1	Champs de vitesse . . . . .	89
5.1.2.2	Profils de vitesse . . . . .	90
5.1.3	Choix des paramètres . . . . .	90
5.1.3.1	Maillage . . . . .	90
5.1.3.2	Conditions aux limites . . . . .	91
5.1.3.3	Point sur la gravité . . . . .	92
5.1.4	Comparaison avec les résultats expérimentaux . . . . .	93
5.1.4.1	Étude des profils de vitesse . . . . .	93
5.1.4.2	Confirmation de quelques observations expérimentales . . . . .	94
5.1.4.3	Écoulement en immersion . . . . .	96
<b>5.2</b>	<b>Impact de la géométrie . . . . .</b>	<b>97</b>
5.2.1	Longueur d’immersion $L$ et hauteur du bain $l_x$ . . . . .	97
5.2.2	Épaisseur de la plaque $e$ . . . . .	99
5.2.3	Largeur du bain $l_y$ . . . . .	99
<b>5.3</b>	<b>Impact de la rhéologie du fluide et de la vitesse de la plaque . . . . .</b>	<b>101</b>
5.3.1	Les fluides purement visqueux . . . . .	101
5.3.2	Les fluides purement plastiques . . . . .	102
5.3.3	Les fluides à seuil . . . . .	103
5.3.3.1	Résultats numériques . . . . .	103
5.3.3.2	Comparaison avec les données expérimentales . . . . .	104
<b>5.4</b>	<b>En résumé . . . . .</b>	<b>105</b>

---

## 5.1 Présentation des résultats numériques

Les simulations numériques ont été effectuées avec le code développé par Jérémie Bleyer, basé sur la programmation conique d'ordre 2 et utilisant le solveur MOSEK. La gravité n'est pas prise en compte dans ces simulations, ce choix est justifié à la section 5.1.3.3.

### 5.1.1 Dimensions du domaine fluide

Le domaine fluide considéré est défini à la section 2.5.3. Il traduit en 2D la configuration expérimentale au début du retrait de la plaque du bain de fluide à seuil, dans laquelle la pointe de la plaque partiellement immergée est à 5 cm du fond de la cuve. Pour comparer les résultats des simulations à ceux des expériences, les dimensions utilisées sont les suivantes :

- demi-épaisseur de la plaque  $e/2 = 9,4 \cdot 10^{-4}$  m (segment 5)
- hauteur du domaine  $l_x = 0,25$  m (segment 2)
- largeur du domaine, égale à la demi-longueur de la cuve parallélépipédique,  $l_y = 0,075$  m (segment 3)

- distance entre la pointe de la plaque et le fond de la cuve  $b = 0,05$  m (segment 4)

Par géométrie, les segments 1 et 6 ont leurs dimensions fixées :  $l_y - e/2$  pour le segment 1,  $l_x - b$  pour le segment 6.  $l_x - b$  représente la longueur d'immersion de la plaque, notée  $L$  dans les chapitres précédents.

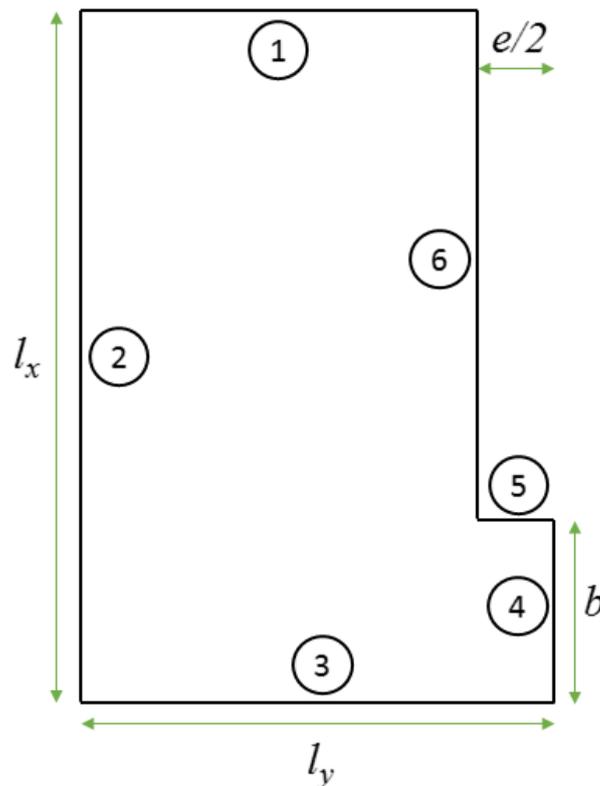


FIGURE 5.1 – Dimensions du domaine fluide

### 5.1.2 Résultats préliminaires

#### 5.1.2.1 Champs de vitesse

La figure 5.2 présente un champ de vitesse typique, obtenu par interpolation quadratique du champ de vitesse dans chaque élément triangulaire (voir section 2.5). Il est calculé en régime quasi-statique en petites déformations. Ainsi, le régime transitoire avec la mise en place de l'écoulement autour de la plaque n'est pas étudié avec ce code en l'état. La vitesse de la plaque étant faible, le changement de géométrie est négligé. Le matériau est modélisé par une loi de comportement rigide visco-plastique de type Herschel-Bulkley. En particulier, il n'y a pas d'élasticité dans le régime solide.

Ce champ de vitesse est qualitativement analogue à ceux obtenus expérimentalement, par PIV, et présentés dans le chapitre précédent (voir figure 4.1). L'écoulement est principalement vertical avec des vitesses  $v$  dix fois plus élevées que celles horizontales. Les simulations confirment bien l'existence d'une zone uniforme de faible épaisseur le long de la plaque, fortement cisailée, tandis que le reste du fluide est au repos, avec une vitesse verticale légèrement négative (zone en vert plus foncé dans la figure de droite). Les simulations numériques ne permettent cependant pas d'observer la recirculation négative du fluide sous la pointe.

La condition de pointe libre sur le segment 5 conduit à une vitesse horizontale aberrante sous la pointe, mais ce résultat ne perturbe pas le reste du calcul des champs de vitesse, en particulier dans la zone uniformément cisailée, comme le montre l'étude des profils de vitesse qui suit.

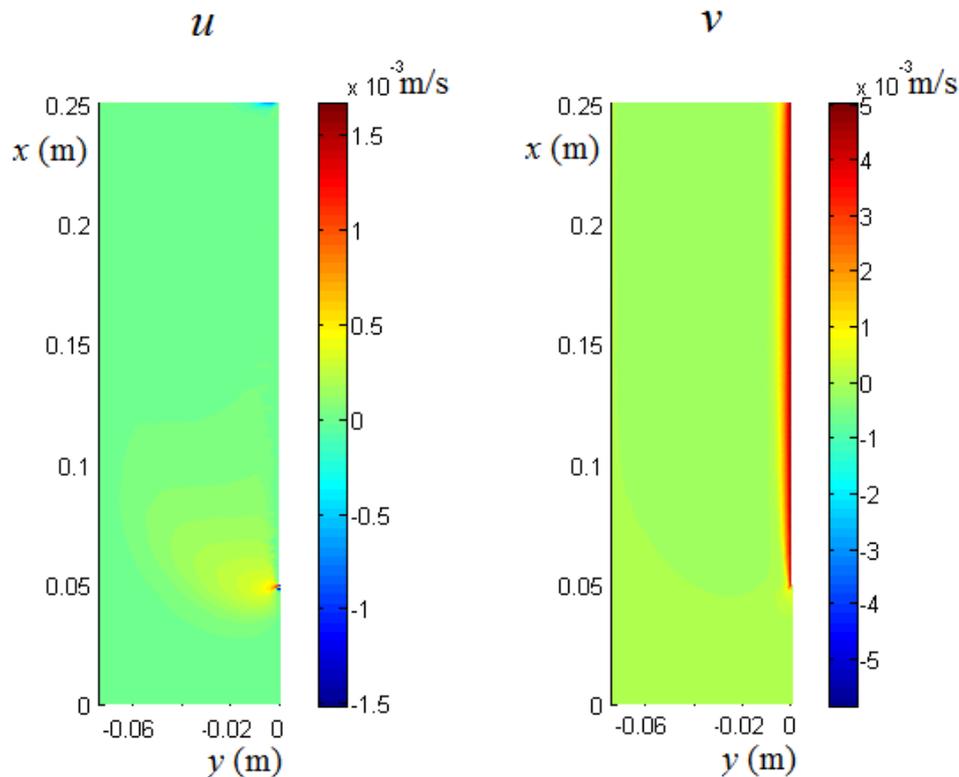


FIGURE 5.2 – Résultat numérique typique pour un fluide de seuil  $\tau_c = 34$  Pa et de consistance  $k = 13,9$  Pa.s<sup>*n*</sup>. La plaque est retirée du bain à  $V = 5$  mm/s. La figure de gauche représente le champ de vitesse horizontale et celle de droite celui de vitesse verticale  $v$ .

### 5.1.2.2 Profils de vitesse

Les profils de vitesse verticale  $v$  en fonction de la distance  $y$  à la plaque et extraits des champs de la figure précédente, sont présentés sur la figure 5.3. Ils sont calculés tous les 15 mm, de  $x = 0,005$  à  $x = 0,245$  m. Les trois profils sous la plaque sont horizontaux. Le fluide est au repos, ce qui confirme l'absence de modélisation de la *negative wake*. Les profils compris entre  $x = 0,11$  m et la surface libre se superposent. Les simulations capturent donc bien les observations expérimentales, à savoir la présence d'un écoulement uniforme le long de la plaque, composé de deux zones, une zone liquide fortement cisailée près de la plaque, et une zone non cisailée, donc solide. Les 5 profils situés entre les deux zones précédentes sont calculés dans la zone transitoire, entre la pointe de la plaque et la zone uniforme. Leurs pentes augmentent (et donc la zone liquide s'amincit), à mesure que l'on se rapproche de la pointe de la plaque. Cette observation est similaire à celle de la figure 4.4 pour les premiers profils violets.

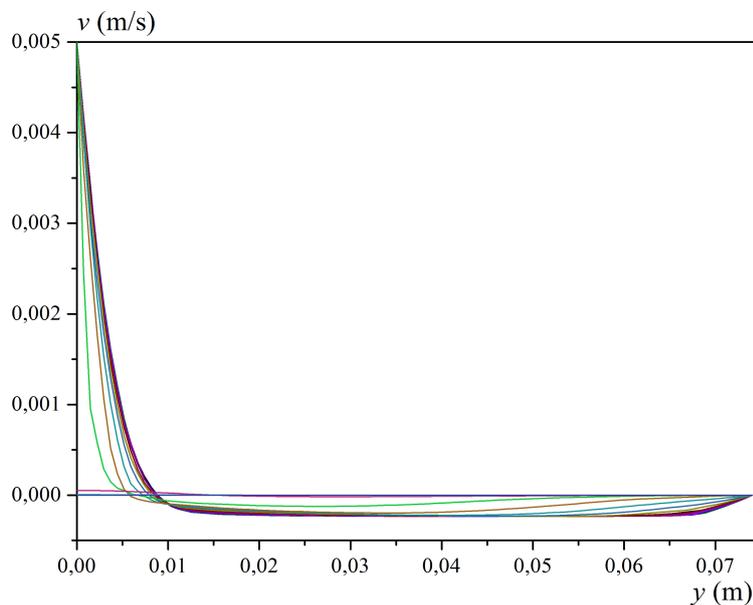


FIGURE 5.3 – Profils de vitesse  $v$  en fonction de la distance  $y$  à la plaque, calculés tous les 15 mm sur toute la hauteur du domaine, pour un fluide de seuil  $\tau_c = 34$  Pa et de consistance  $k = 13,9$  Pa.s<sup>n</sup>. Le premier et le dernier profil sont à 5 mm des bords horizontaux du domaine.  $V = 5$  mm/s.

### 5.1.3 Choix des paramètres

#### 5.1.3.1 Maillage

La figure 5.4 représente le maillage choisi pour modéliser le fluide dans la cuve parallélépipédique expérimentale. Les segments 1, 2, 3 et 4 ont 30 éléments, le segment 5 en a 1 et le segment 6 en a 120. Les résultats sont obtenus au bout de 30 secondes environ.

Une étude de convergence de la solution vis-à-vis de la taille du maillage a été menée en considérant différentes finesses de maillage. Les profils de vitesse uniformes correspondants ont été représentés sur la figure 5.5. On constate qu'à partir du maillage de 30-120-30 éléments (vert), les profils de vitesse convergent vers une solution unique ne dépendant plus de la finesse du maillage. Nous avons considéré que ce dernier permettait d'obtenir une approximation satisfaisante de la solution.

Dans la suite, lorsque les dimensions du domaine fluide changent, c'est-à-dire dans la section traitant de l'influence de la géométrie du domaine sur l'écoulement (section 5.2), les

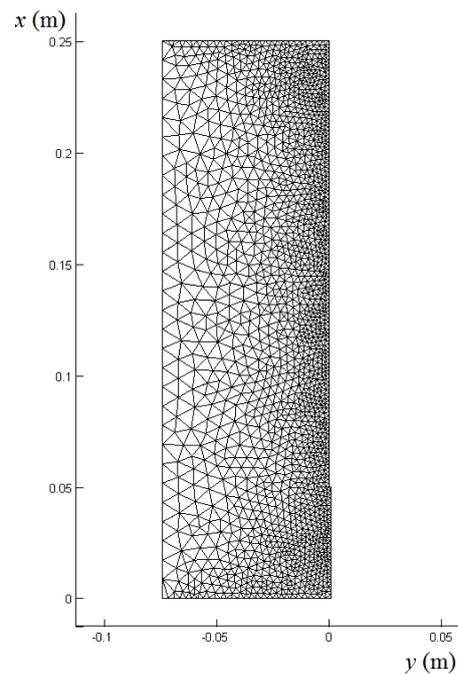
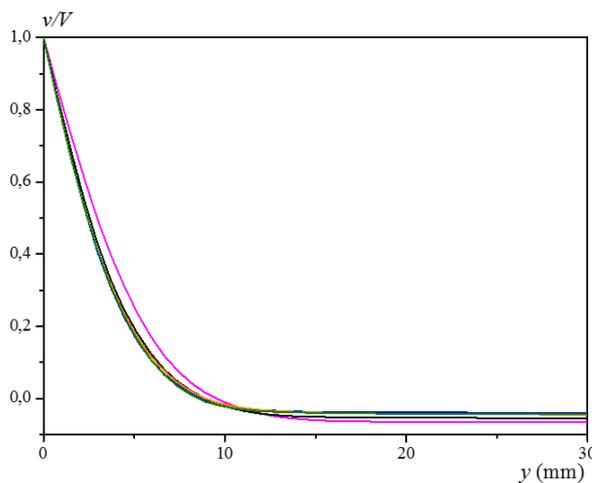


FIGURE 5.4 – Maillage du domaine fluide de la cuve expérimentale



Légende	Nombre d'éléments sur les segments			Nombre total d'éléments
	1, 3 et 4	6	2	
Rose	15	60	15	800
Noir	20	80	20	1478
Vert	30	120	30	3448
Bleu	20	80	80	4984
Orange	30	120	60	5908

FIGURE 5.5 – Simulations des profils de vitesse uniforme normalisés  $v/V$  en fonction de la distance  $y$ , pour différents maillages. Le segment 5 a 1 élément.  $\tau_c = 34$  Pa,  $k = 13,9$  Pa.s<sup>n</sup>,  $V = 5$  mm/s.

maillages sont pris avec une finesse équivalente. La description précise de ces maillages est en annexe B.

### 5.1.3.2 Conditions aux limites

Les résultats numériques préliminaires permettent de mettre en évidence le rôle non négligeable des conditions aux limites sur la solution. En particulier, les conditions sur les segments 2, 3 et 5 diffèrent des conditions expérimentales et ont été choisies pour mieux correspondre aux résultats expérimentaux, en comparant les profils de vitesse uniforme (figure 5.6).

Les parois - segments 2 et 3 - de la cuve parallélépipédique expérimentale sont en plexiglas (non traité), et autorisent *a priori* le glissement du fluide. Cependant, la condition de

non-glissement aux parois de la cuve donne de meilleurs résultats numériques pour les profils de vitesse uniforme  $v$ , notamment au niveau du plateau de vitesse. La question de la pointe libre dans les simulations est plus délicate. On pourrait s'attendre à ce que le fluide en contact avec la pointe - segment 5 - soit emporté avec la plaque à la vitesse normale  $V$  (vitesse tangentielle libre). Cependant il n'y a pas d'adhésion à cet endroit (pas de papier de verre), et les champs de vitesse obtenus par PIV (chapitre précédent) montre l'existence d'une recirculation négative (*negative wake*) sous la pointe, le fluide allant donc dans la direction opposée à celle de la pointe. La condition de vitesse libre (vitesses normale et tangentielle libres), qui donne les meilleurs résultats numériques (figure 5.6), peut donc aussi trouver une justification expérimentale. Dans tous les cas, une zone de cisaillement uniforme le long de la plaque est observée.

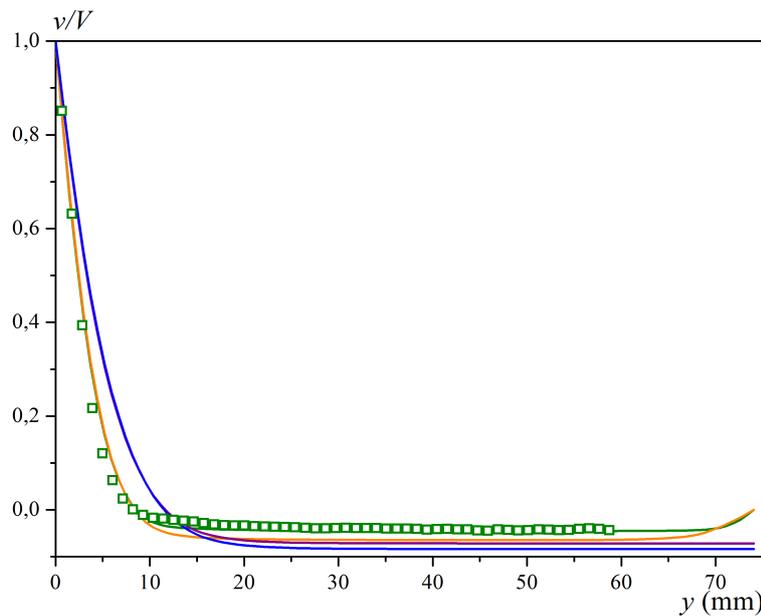


FIGURE 5.6 – Simulations des profils de vitesse uniforme normalisés  $v/V$ , en fonction de la distance  $y$ , pour différentes conditions aux limites : adhésion aux parois et pointe libre (vert), adhésion aux parois et pointe à  $V$  (orange), parois libres et pointe à  $V$  (violet) et parois et pointe libre (bleu). Les données expérimentales sont en symboles verts.  $\tau_c = 34$  Pa,  $k = 13,9$  Pa.s<sup>n</sup>,  $V = 5$  mm/s.

### 5.1.3.3 Point sur la gravité

Comme précisé au début de ce chapitre, les simulations numériques ne prennent pas en compte la contribution de la gravité. En effet, cette contribution est isotrope et il est aisé de vérifier théoriquement, à partir des équations définissant le problème (section 2.5), que les forces de pesanteur ne jouent aucun rôle dans l'évolution quasi-statique en présence d'un comportement rigide visco-plastique, ce que confirme la figure 5.7 sur laquelle les profils de vitesse uniforme  $v$  se superposent. Ainsi, en l'absence d'élasticité et avec nos conditions aux limites, la gravité ne détermine pas la forme de l'écoulement autour de la plaque, généré par son retrait du bain de fluide à seuil.

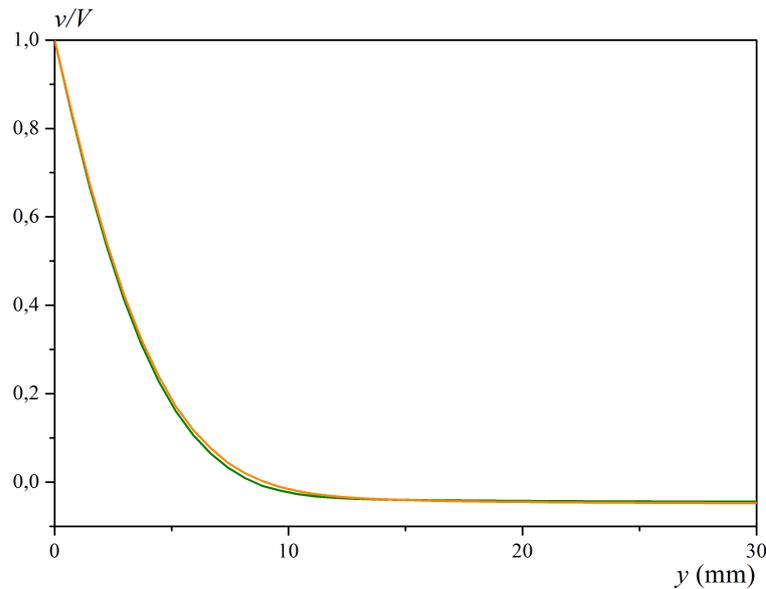


FIGURE 5.7 – Simulations des profils de vitesse uniforme normalisés  $v/V$ , en fonction de la distance  $y$ , avec gravité (orange) ou sans (vert).  $\tau_c = 34$  Pa,  $k = 13,9$  Pa.s <sup>$n$</sup> ,  $V = 5$  mm/s.

#### 5.1.4 Comparaison avec les résultats expérimentaux

Les champs de vitesse obtenus numériquement sont qualitativement en accord avec les résultats expérimentaux. Cette section s'intéresse à leur comparaison quantitative.

##### 5.1.4.1 Étude des profils de vitesse

De même que pour les résultats expérimentaux, les profils de vitesse uniforme  $v$ , en fonction de la distance  $y$  à la plaque, sont obtenus en moyennant tous les profils dans la zone d'écoulement uniforme. La figure 5.8 compare les résultats numériques (dans la zone d'écoulement uniforme) aux résultats expérimentaux pour un Carbopol de seuil  $\tau_c = 34$  Pa et de consistance  $k = 13,9$  Pa.s <sup>$n$</sup> .

L'accord entre les simulations et les expériences est très bon, que ce soit au niveau de la zone cisailée près de la plaque, ou au niveau du plateau de vitesse dans la région solide. En particulier, l'épaisseur de la zone cisailée augmente avec la vitesse de la plaque.

La figure 5.9 valide également les résultats expérimentaux pour les autres fluides à seuil pour une plus large gamme de rapports  $k/\tau_c$ . Il apparaît aussi que l'approximation de  $n$  par 0,4, au lieu de 0,35 pour les Carbopols et 0,45 pour le Carboglycérol, permet d'obtenir des résultats numériques cohérents avec nos expériences, dans la gamme de vitesses étudiée.

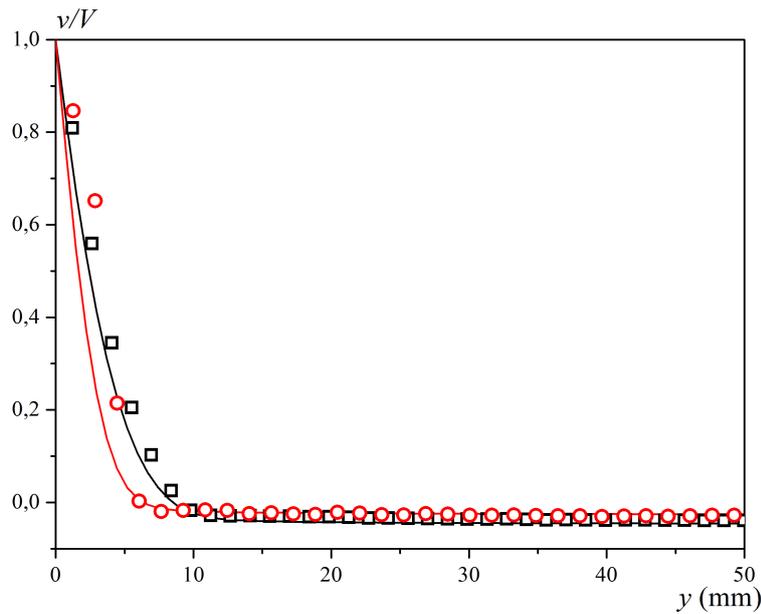


FIGURE 5.8 – Profils de vitesse uniforme normalisés  $v/V$ , en fonction de la distance  $y$  à la plaque, pour un fluide de seuil  $\tau_c = 34$  Pa et de consistance  $k = 13,9$  Pa.s<sup>n</sup>. Les simulations numériques sont en traits pleins et les résultats expérimentaux en symboles ouverts. La plaque est retirée à  $V = 0,5$  mm/s (rouge) et à  $V = 5$  mm/s (noir).

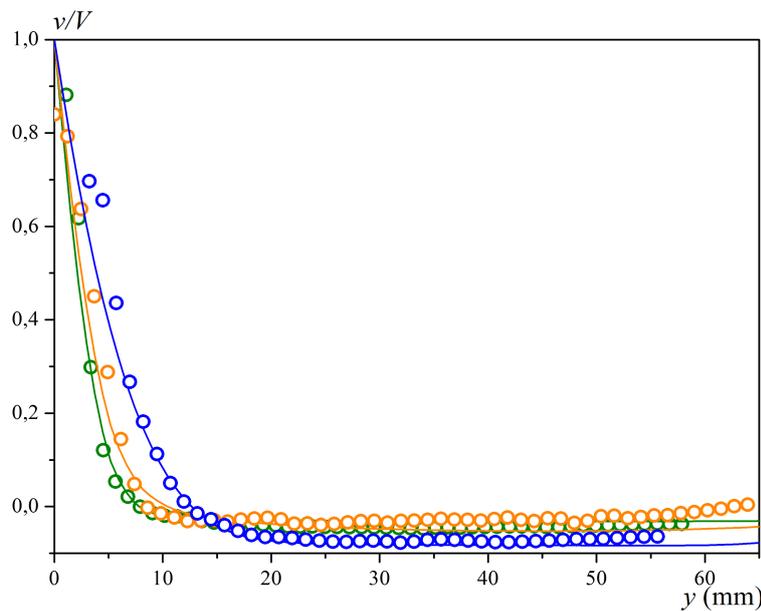


FIGURE 5.9 – Profils de vitesse uniforme normalisés  $v/V$ , en fonction de la distance  $y$  à la plaque, pour un Carbopol de seuil  $\tau_c = 7,9$  Pa et de consistance  $k = 4,4$  Pa.s<sup>n</sup> (orange -  $k/\tau_c = 0,57$ ), un Carbopol de seuil  $\tau_c = 71,4$  Pa et de consistance  $k = 37,7$  Pa.s<sup>n</sup> (vert -  $k/\tau_c = 0,53$ ) et un Carboglycérol de seuil  $\tau_c = 28,5$  Pa et de consistance  $k = 72,2$  Pa.s<sup>n</sup> (bleu -  $k/\tau_c = 2,53$ ). Les simulations numériques sont en traits pleins et les résultats expérimentaux en symboles ouverts. La plaque est retirée à  $V = 1$  mm/s.

#### 5.1.4.2 Confirmation de quelques observations expérimentales

L'étude numérique permet d'expliquer ou de consolider certaines observations faites précédemment. La figure 5.10 reprend les conditions expérimentales de vitesse  $V$  et de

rhéologie,  $\tau_c$  et  $k$ , étudiées dans le chapitre précédent pour les 3 Carbopols. Tout comme à la figure 5.9, les résultats pour les trois fluides se superposent, ce qui s'explique par le fait que ces matériaux ont presque le même problème de minimisation à résoudre, leurs rapports  $k/\tau_c$  étant très proches (environ 0,5). En effet, la formulation du problème de minimisation rend évident ce résultat, puisqu'une adimensionnalisation de l'équation (2.9) par  $\tau_c$  montre que le champ de vitesse solution dépend uniquement du rapport  $k/\tau_c$ , à conditions aux limites identiques.

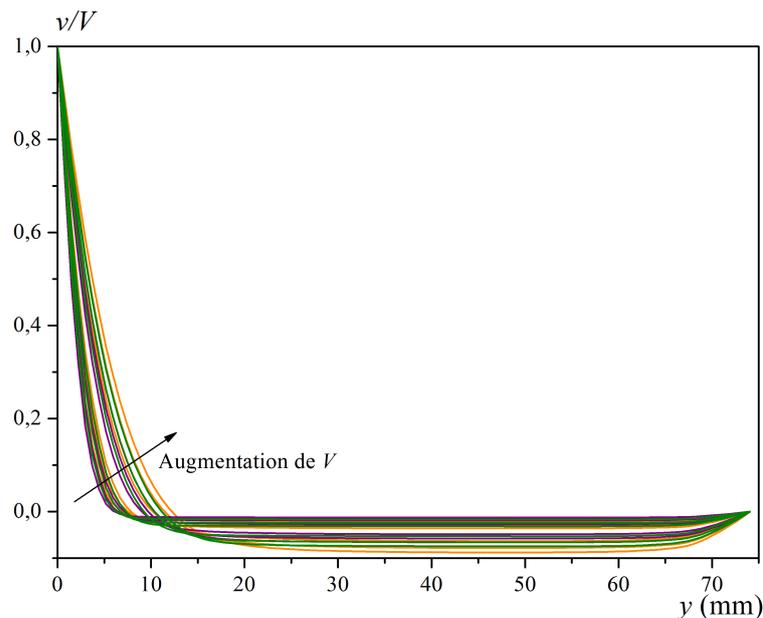


FIGURE 5.10 – Simulations des profils de vitesse uniformes normalisés  $v/V$ , en fonction de la distance  $y$  à la plaque, pour différentes vitesses ( $V = 0,2 ; 0,5 ; 1 ; 5 ; 10$  et  $17$  mm/s) et trois Carbopols : 8 Pa (orange), 34 Pa (pourpre) et 71 Pa (vert).

La figure 5.11, elle, confirme que l'épaisseur cisailée  $\lambda$  augmente faiblement avec la vitesse  $V$  de retrait de la plaque. Ceci est plus marqué pour les résultats numériques qu'expérimentaux, les simulations numériques étant supérieures aux valeurs expérimentales de  $\lambda$  à grandes vitesses  $V$  et inférieures à petits  $V$ . La méthode d'estimation de  $\lambda$  est la même pour les résultats numériques et expérimentaux (insert de la figure 4.6). Les incertitudes ne portent que sur cette méthode d'estimation, elle n'inclut pas l'incertitude sur la détermination des profils de vitesse expérimentaux.

Plusieurs remarques peuvent être formulées, aboutissant à la conclusion qu'il n'est pas aisé de dégager une variation quantitative de  $\lambda$  avec  $V$  pour un fluide donné à partir des données expérimentales : les valeurs de  $\lambda$  ne sont qu'une estimation de l'épaisseur de la couche liquide, compte tenu de la difficulté intrinsèque à distinguer le comportement liquide d'un fluide à seuil de son comportement solide d'une part et d'autre part de celle à le faire dans notre configuration expérimentale, via notre méthode d'estimation. Ensuite, la technique générale de détermination expérimentales des profils de vitesse cumule les incertitudes à plusieurs niveaux (sensibilité de l'écoulement aux conditions aux limites, données et exploitation des films par PIV bruitées) et ces effets sont amplifiés à basses vitesses. La méthode numérique permet donc vraisemblablement de mieux capturer la variation de  $\lambda$  avec  $V$ .

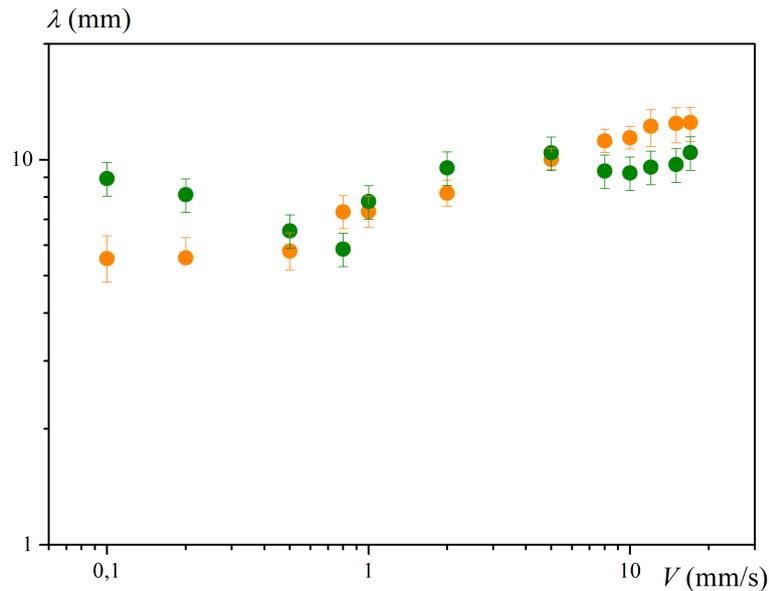


FIGURE 5.11 – Épaisseurs liquides  $\lambda$  en fonction de la vitesse  $V$  de la plaque. Résultats numériques (orange) et expérimentaux (vert).  $\tau_c = 34$  Pa,  $k = 13,9$  Pa.s<sup>*n*</sup>.

### 5.1.4.3 Écoulement en immersion

Enfin, la figure 5.12 montre que, numériquement, l'écoulement développé durant l'immersion de la plaque est le symétrique de celui durant son retrait, ce qui n'est pas observé expérimentalement. De plus, comme logiquement attendu (section 5.1.3.3), les courbes numériques en immersion avec (en violet) ou sans gravité (en rouge) sont superposées. Cette force n'explique donc pas la différence expérimentale qui conclut que l'épaisseur  $\lambda$  de la couche liquide est plus petite pendant l'immersion que pendant le retrait de la plaque. Ce constat renforce l'idée selon laquelle les déformations élastiques dans le régime solide sont la cause de l'asymétrie entre écoulements en immersion de plaque et en retrait, puisque leur effet n'est pas inclus dans la modélisation numérique. En immersion, il est plus difficile de liquéfier le fluide, la pointe doit le cisailer progressivement jusqu'à atteindre la déformation critique, tandis qu'en retrait, soit le fluide est déjà liquide le long de la plaque, soit sa liquéfaction par cisaillement est favorisée par la surface libre (voir chapitre précédent).

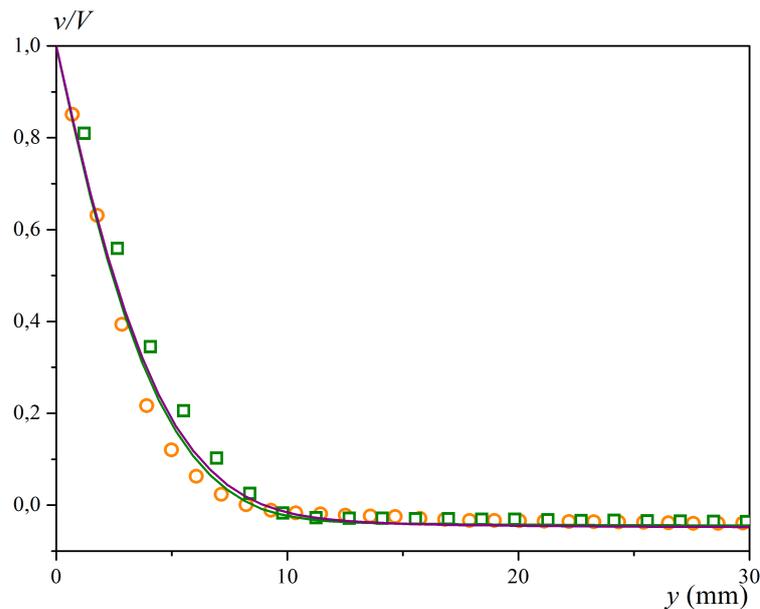


FIGURE 5.12 – Simulations des profils de vitesse uniforme normalisés  $v/V$ , en fonction de la distance  $y$ , pendant le retrait de la plaque sans gravité (vert), pendant l’immersion de la plaque sans gravité (rouge) et pendant l’immersion de la plaque avec gravité (violet). Les résultats expérimentaux sont en symboles vides : immersion (orange) et retrait (vert).  $\tau_c = 34$  Pa,  $k = 13,9$  Pa.s <sup>$n$</sup> ,  $|V| = 5$  mm/s.

## 5.2 Impact de la géométrie

La section précédente a permis de constater que le code dont nous disposons rend fidèlement compte de l’écoulement uniforme le long de la plaque durant son retrait du bain, pour nos conditions aux limites et la rhéologie de nos fluides. Cette étude était initialement envisagée comme un test de la robustesse des calculs numériques avec la présence d’un terme visqueux de la forme  $k\dot{\gamma}^n$ . Il nous est ensuite apparu qu’il était possible de faire une étude paramétrique développée de notre problème. La démarche et l’outil numériques n’étant pas au cœur de notre sujet, nous avons opté pour une approche simplifiée vis-à-vis de l’influence des différents paramètres, en étudiant dans un premier temps l’impact de la géométrie du système, et dans un deuxième temps (section suivante), celui de la rhéologie du matériau, afin de faire émerger les nombres adimensionnels importants et les tendances de l’écoulement par rapport à ces quantités.

Cette section concerne l’impact de la géométrie du domaine fluide. La forme définie sur la figure 5.1 est conservée, tandis que les différentes longueurs sont modifiées une par une. Les maillages utilisés sont indiqués dans l’annexe B. La plupart des simulations sont faites avec  $V = 5$  mm/s, ce qui se situe dans la zone de bon accord entre résultats expérimentaux et numériques.

### 5.2.1 Longueur d’immersion $L$ et hauteur du bain $l_x$

La figure 5.13 confirme tout d’abord que l’écoulement est stationnaire dans le référentiel de la plaque. En effet, faire varier  $b$ , la distance de la pointe au fond de la cuve, à hauteur  $l_x$  de bain fixé, revient à étudier l’écoulement le long de la plaque à une étape postérieure du retrait. Les profils de vitesse uniforme  $v$  sont quasi identiques (figure 5.13) et on observe que la partie transitoire des profils entre la pointe de la plaque et la zone uniforme mesure environ 5 cm, quelle que soit la longueur d’immersion  $L = l_x - b$  de la plaque.

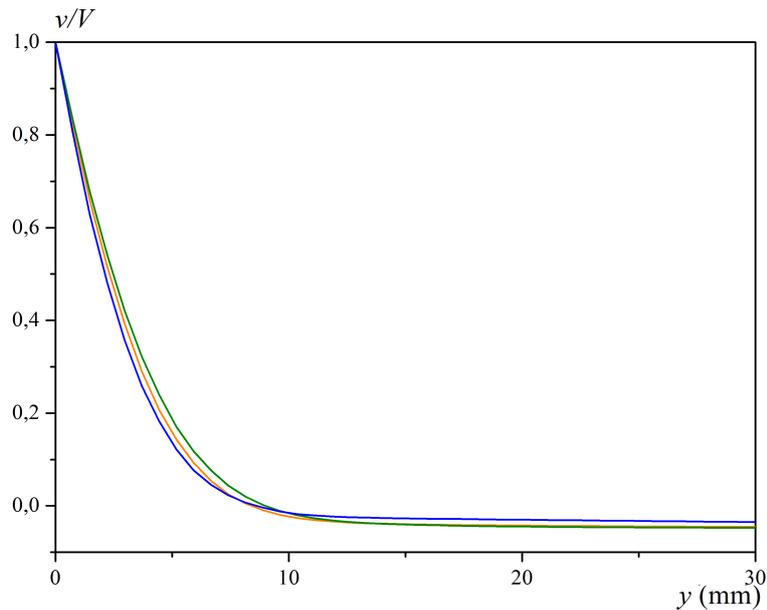


FIGURE 5.13 – Simulations des profils de vitesse uniforme normalisés  $v/V$ , en fonction de la distance  $y$  : variation de  $L$  à  $l_x$  fixé :  $L = 25$  cm (vert),  $L = 20$  cm (orange) et  $L = 15$  cm (bleu).  $\tau_c = 34$  Pa,  $k = 13,9$  Pa.s<sup>n</sup>,  $V = 5$  mm/s.

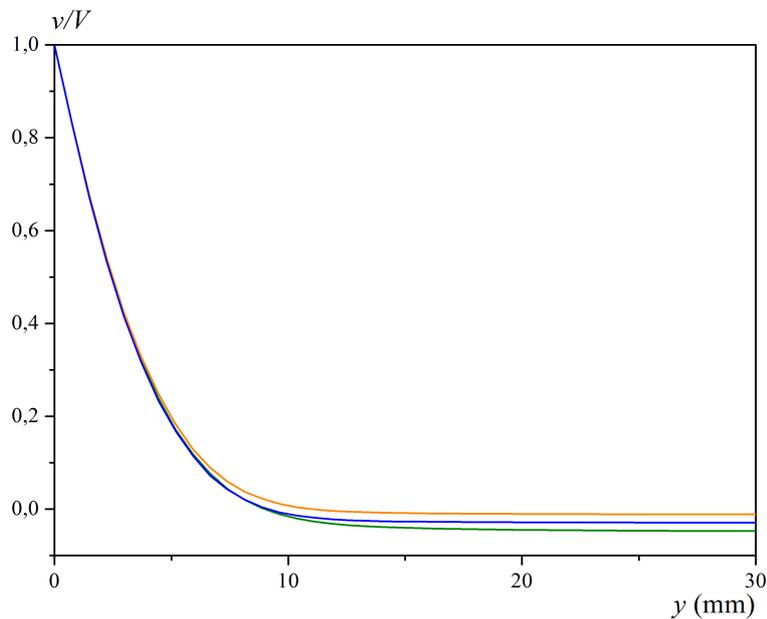


FIGURE 5.14 – Simulations des profils de vitesse uniforme normalisés  $v/V$  en fonction de la distance  $y$  : variation de  $l_x$  à  $b$  fixé :  $l_x = 25$  cm (vert),  $l_x = 40$  cm (bleu) et  $l_x = 50$  cm (orange).  $\tau_c = 34$  Pa,  $k = 13,9$  Pa.s<sup>n</sup>,  $V = 5$  mm/s.

La figure 5.14, quant à elle, montre que la hauteur du bain n'impacte pas l'épaisseur  $\lambda$  de la couche liquide, compte-tenu de notre méthode d'estimation. La longueur de la zone transitoire entre la pointe et l'écoulement uniforme est toujours environ 5 cm. Cependant, la valeur du plateau de vitesse diminue lorsque la hauteur du bain augmente. Pour un bain de 25 cm de hauteur, le plateau est à -4,8% de  $V$  et il diminue jusqu'à -1,1% de  $V$  pour un bain de 50 cm de hauteur, ce qui est surprenant.

Ainsi, l'écoulement le long de la plaque est globalement indépendant d'une variation de la hauteur du bain, ce qui est cohérent avec nos observations : dans la zone uniforme, les profils de vitesse sont invariants par translation verticale.

### 5.2.2 Épaisseur de la plaque $e$

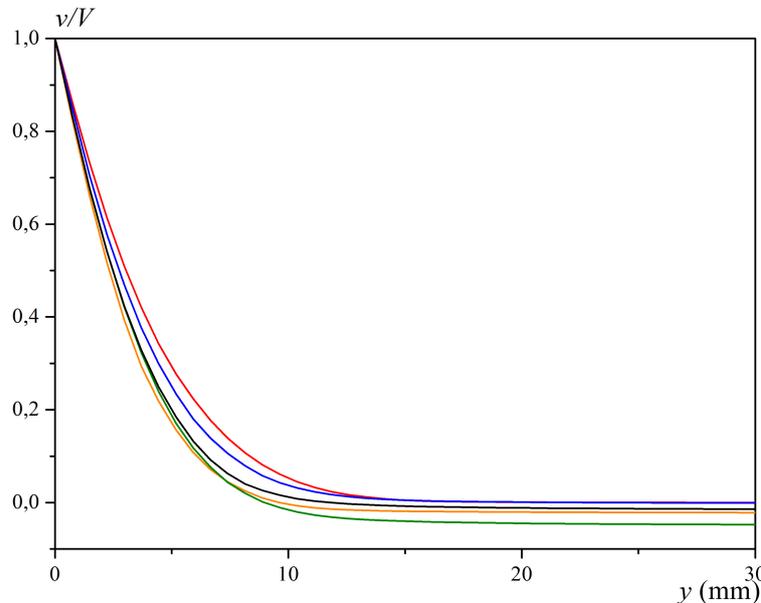


FIGURE 5.15 – Simulations des profils de vitesse uniforme normalisés  $v/V$ , en fonction de la distance  $y$  : variation de  $e$  à  $l_y$  fixé :  $e = 1,88$  mm (vert),  $e = 3,88$  mm (orange),  $e = 5,88$  mm (noir),  $e = 11,88$  mm (bleu) et  $e = 21,88$  mm (rouge).  $\tau_c = 34$  Pa,  $k = 13,9$  Pa.s<sup>*n*</sup>,  $V = 5$  mm/s.

Le champ solution, et en particulier la valeur du plateau de vitesse, dépend fortement des conditions aux limites à la pointe (figure 5.6). L'influence de l'épaisseur de la plaque sur l'écoulement est donc étudiée à part de celle de la largeur du bain  $l_y$ . Les simulations numériques ne donnent ici que des renseignements qualitatifs puisque l'augmentation de l'épaisseur de la plaque doit probablement rendre l'ensemble de l'écoulement encore plus sensible aux conditions aux limites dans cette zone.

D'après la figure 5.15, l'augmentation de l'épaisseur de la plaque, en gardant la distance entre la plaque et la paroi de la cuve constante, ne semble pas modifier l'épaisseur  $\lambda$  de la couche liquide si  $e$  est inférieure à 6 mm. Au delà,  $\lambda$  semble augmenter avec  $e$ . Ces résultats confirment les conclusions expérimentales de Jalila Boujlel qui indiquaient que, pour une plaque d'épaisseur  $e$  inférieure à 6 mm, l'écoulement le long de la plaque dans un bain de Carbopol est indépendant de l'épaisseur de la plaque. En l'état, cette conclusion ne peut être étendue à des plaques plus larges et ce résultat est d'ailleurs probablement invalide au delà de 6 mm.

### 5.2.3 Largeur du bain $l_y$

L'étude de l'impact de la largeur du bain  $l_y$  sur l'écoulement autour de la plaque permet de remarquer un point très important : un écoulement uniforme ne se développe autour de la plaque que si la largeur du bain est inférieure à la longueur d'immersion de la plaque, autrement dit si  $l_y < L$ . Si  $l_y > L$ , aucun écoulement uniforme n'est atteint le long de la plaque, l'épaisseur de la zone liquide est croissante de la pointe de la plaque à la surface libre. En effet, les profils de vitesse en pointillés sur la figure 5.16 ne se

superposent pas. Ces courbes représentent l'évolution des profils de vitesse  $v$  sur toute la hauteur immergée de la plaque. Les mêmes résultats sont observés pour les autres largeurs  $l_y$  de cuve, mais ne sont pas représentés. De plus, lorsque  $l_y > L$ , l'écoulement qui se développe est indépendant de  $l_y$  : quelle que soit la largeur  $l_y$  de la cuve, le fluide situé à  $y > l_y = L$  est totalement au repos et les champs de vitesse autour de la plaque sont identiques, ce qui se traduit par la superposition des profils  $v/V$  juste sous la surface libre (figure 5.16). Ainsi, si la profondeur initiale d'immersion  $L_0$  est inférieure à la largeur de la cuve, il n'y a pas d'écoulement uniforme le long de la plaque. Sinon, conformément aux observations expérimentales du chapitre 4, figure 4.4, l'écoulement uniforme se termine lors du retrait de la plaque lorsque sa profondeur d'immersion devient plus faible que la largeur du bain.

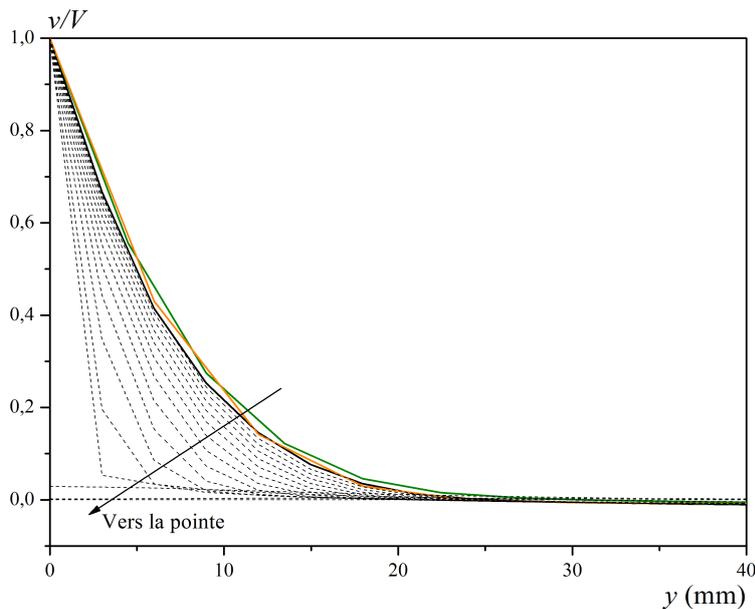


FIGURE 5.16 – Simulations des profils de vitesse uniforme normalisés  $v/V$ , en fonction de la distance  $y$ , à 5 mm sous la surface libre pour différentes largeurs de cuve :  $l_y = 30$  cm (noir),  $l_y = 45$  cm (vert) et  $l_y = 60$  cm (orange). Les profils en tirets noirs représentent les profils  $v/V$  en fonction de  $y$  calculés tous les 15 mm sur toute la hauteur du domaine.  $\tau_c = 34$  Pa,  $k = 13,9$  Pa.s<sup>n</sup>,  $V = 5$  mm/s.

Lorsque la hauteur d'immersion de la plaque est supérieure à la largeur de la cuve, c'est-à-dire  $l_y < L$ , un écoulement uniforme tel qu'étudié précédemment se développe dans le bain. Dans ces cas-là, l'épaisseur  $\lambda$  de la couche liquide augmente avec la largeur  $l_y$  de la plaque. Au premier ordre, ces deux quantités semblent d'ailleurs être liées de manière affine, avec une ordonnée à l'origine d'environ 3 mm, ce qui est surprenant, et un coefficient croissant avec  $V$  (pour  $V = 5$  mm/s,  $\lambda \simeq 0,083l_y$  et pour  $V = 0,5$  mm/s,  $\lambda \simeq 0,029l_y$ ). Il est cependant difficile d'évaluer précisément la contribution de  $V$  sur  $\lambda$  puisque, à géométrie constante  $\lambda$  augmente faiblement avec  $V$ , globalement en  $AV^n$  (figure 5.11 et chapitre précédent), mais lorsque la largeur du bain augmente, l'influence de  $V$  sur  $\lambda$  est plus importante encore, ce qui pourrait indiquer que  $A$  croît lui aussi avec  $l_y$ .

Il serait intéressant d'approfondir cette question, notamment en faisant des expériences avec des cuves plus grandes. Avec notre montage expérimental, la principale limitation concerne la mise en place de la PIV. Avec une cuve deux fois plus large, l'extension de la couche liquide augmente d'environ 50%, ce qui est au-delà de la largeur maximale de champ que l'on peut obtenir avec notre caméra, compte-tenu de la taille des particules et de la puissance du laser. Une autre limitation vient du code utilisé. Lorsque le domaine fluide est trop grand, avec

une précision de maillage équivalente, les calculs ne convergent plus, en particulier lorsque les ordres de grandeur entre paramètres sont très différents, ce qui limite l'extension de notre étude paramétrique.

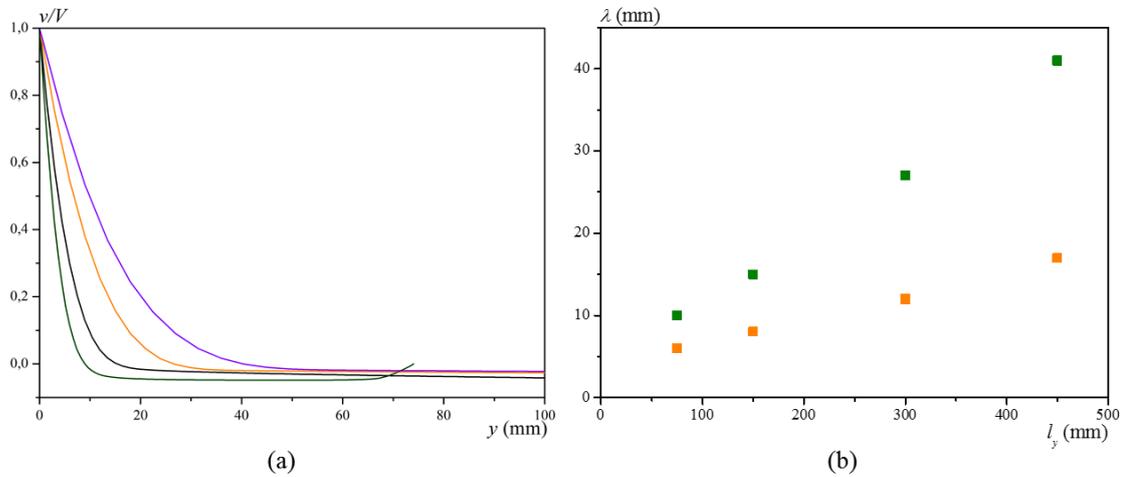


FIGURE 5.17 – (a) Simulations des profils de vitesse uniformes normalisés  $v/V$ , en fonction de la distance  $y$ , variation de  $l_y$  :  $l_y = 7,5$  cm (vert),  $l_y = 15$  cm (noir),  $l_y = 30$  cm (orange) et  $l_y = 45$  cm (violet). (b) Épaisseur liquide  $\lambda$  en fonction de la largeur de la cuve  $l_y$  pour  $V = 5$  mm/s (vert) et  $V = 0,5$  mm/s (orange).  $\tau_c = 34$  Pa,  $k = 13,9$  Pa.s<sup>n</sup>.

### 5.3 Impact de la rhéologie du fluide et de la vitesse de la plaque

Dans cette section, le domaine fluide et le maillage utilisés sont ceux de la section 5.1. Comme nous l'avons vu précédemment, l'étude de l'impact de la rhéologie du fluide sur la forme de l'écoulement se résume à étudier la variation de la forme de l'écoulement en fonction du rapport  $k/\tau_c$ , augmenter  $\tau_c$  revenant à diminuer d'autant  $k$ . Les résultats précédents montrent donc que  $\lambda$ , épaisseur de la couche liquide, augmente avec la viscosité du matériau, soit avec la vitesse de la plaque  $V$  (figure 5.10), soit avec la consistance  $k$  (figure 5.9), à seuil  $\tau_c$  constant.

Cela implique donc que les profils de vitesse  $v$  sont compris entre deux cas limites, celui d'un fluide purement plastique, c'est-à-dire  $k = 0$ , soit  $Bi = +\infty$ , et celui d'un fluide purement visqueux, c'est-à-dire  $\tau_c = 0$ , soit un nombre de Bingham nul.

#### 5.3.1 $Bi = 0$ : les fluides purement visqueux

Lors du déplacement d'une plaque dans un fluide purement visqueux ( $\tau_c = 0$ ), conformément à ce que nous avons observé expérimentalement avec du glycérol, les simulations numériques (en orange) indiquent que tout le fluide est mis en mouvement (figure 5.18). Les profils numériques de vitesse verticale  $v$  en fonction de  $y$ , sur toute la hauteur immergée de la plaque distinguent trois zones. La première se situe sous la plaque. Le liquide est perturbé par le retrait de la plaque environ 2 cm sous la pointe. En deçà, il est globalement au repos. La seconde zone est un écoulement transitoire qui va de la pointe de la plaque à environ 5 cm plus haut. Le cisaillement du fluide près de la plaque diminue rapidement. Au delà, dans la troisième région, le cisaillement continue à diminuer, mais beaucoup plus lentement. Pour les profils de vitesse le long de la plaque, cela se traduit par des pentes à l'origine qui diminuent, d'abord rapidement, puis plus progressivement lorsque les profils se rapprochent les uns des autres et tendent vers un profil limite. Le cas des fluides visqueux diffère également de celui

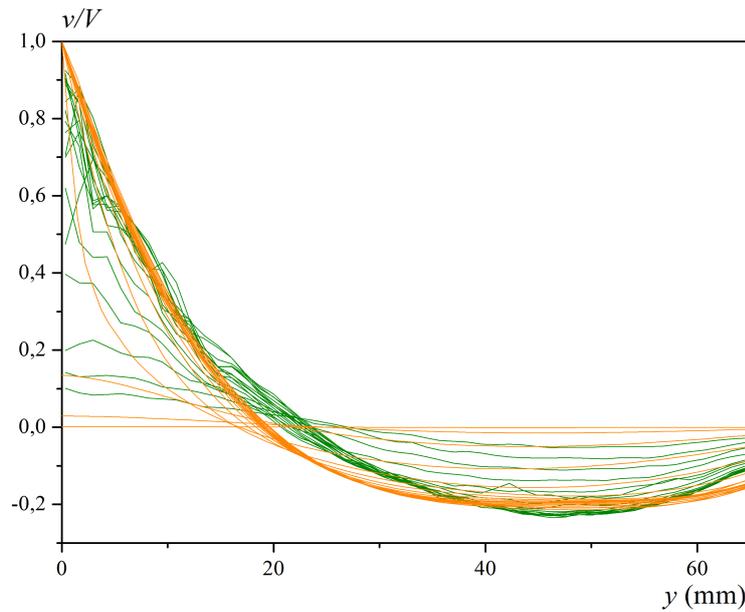


FIGURE 5.18 – Fluides purement visqueux : profils de vitesse normalisés  $v/V$ , en fonction de  $y$ , expérimentaux - glycérol (vert) - et numériques -  $k = 15 \text{ Pa.s}^n$  (orange) - pris tous les 10 (vert) ou 15 mm (orange) sur la hauteur du domaine fluide.  $V = 10 \text{ mm/s}$ .

des fluides à seuil car les vitesses horizontales sont significatives, notamment aux alentours de la pointe où elles peuvent atteindre 20% de la vitesse de la plaque. Cet écoulement est indépendant de la vitesse  $V$  de la plaque et de la viscosité du fluide, ce qui est un résultat attendu compte-tenu de la forme du problème de minimisation à résoudre, et classique pour les fluides newtoniens.

Hormis dans la zone sous la pointe de la plaque, les profils numériques et expérimentaux avec du glycérol (en vert) sont similaires, malgré des expressions de viscosité légèrement différentes (proportionnelle à  $V$  pour le fluide newtonien expérimental, en  $V^{0,4}$  numériquement).

### 5.3.2 $Bi = +\infty$ : les fluides purement plastiques

La figure 5.19 présente le profil de vitesse uniforme obtenu le long de la plaque avec un matériau purement plastique. En accord avec l'équation (2.9) sans gravité ni terme visqueux, le champ solution est indépendant du seuil  $\tau_c$  du matériau et de la vitesse  $V$  de la plaque. Ainsi, quelles que soient ces valeurs (non nulles), à quelques centimètres au dessus de la pointe de la plaque, dans une géométrie confinée ( $l_y < L$ ), un écoulement a lieu dans une épaisseur  $\lambda$  finie non nulle dans laquelle le matériau est uniformément cisailé. Cette épaisseur critique  $\lambda_c$  vaut environ 4,5 mm, et elle est donc indépendante du seuil du matériau.

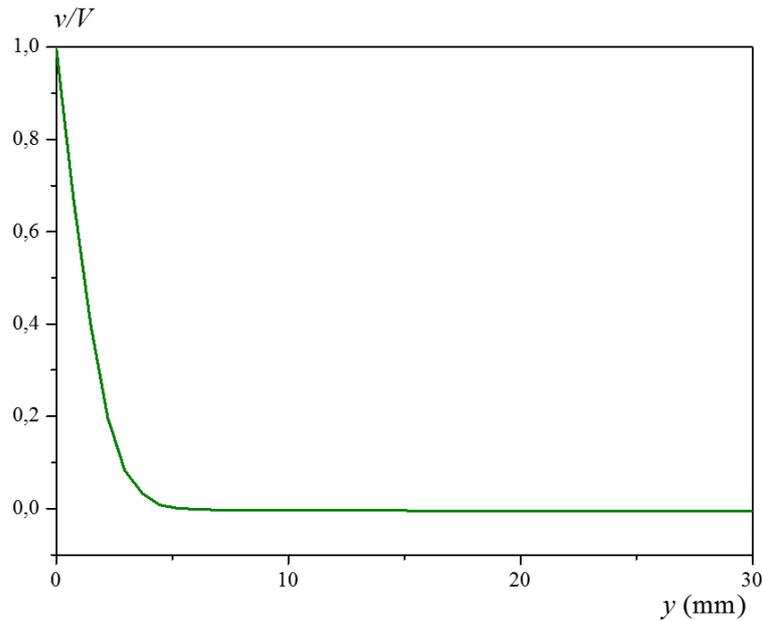


FIGURE 5.19 – Fluide purement plastique : simulation du profil de vitesse uniforme normalisé  $v/V$  en fonction de  $y$ .  $\tau_c = 34$  Pa,  $V = 1$  mm/s.

### 5.3.3 Les fluides à seuil

#### 5.3.3.1 Résultats numériques

Le déplacement d'une plaque mince dans un bain de fluide à seuil confiné ( $l_y < L$ ) génère un écoulement qui devient uniforme au delà d'une distance de quelques centimètres de la pointe de la plaque. Les profils de vitesse en fonction de  $y$  dans la zone uniforme sont alors compris entre les deux cas limites étudiés ci-dessus et représentés en tirets noirs sur la figure 5.20. Il apparaît que l'épaisseur de la zone cisailée près de la plaque, qui est globalement celle de la couche liquide, est comprise entre l'épaisseur critique  $\lambda_c$  et à peu près  $l_y/2$  ( $l_y/2 = 37,5$  mm dans notre configuration expérimentale), quelle que soit la valeur du rapport  $k/\tau_c$ . L'épaisseur  $\lambda$  varie principalement pour des valeurs de  $k/\tau_c$  comprises dans l'intervalle  $[0, 2 - 25]$ . Pour  $k/\tau_c > 125$ , il devient difficile d'estimer l'épaisseur  $\lambda$  de la couche liquide, le fluide exhibant essentiellement un comportement visqueux pour lequel il n'y a plus réellement de distinction solide/liquide.

La figure 5.21 représente les résultats numériques de  $\lambda$  adimensionné par la largeur de la cuve  $l_y$ , en fonction de l'inverse du nombre de Bingham calculé avec  $l_y$  :  $Bi_{l_y}^{-1} = \frac{k}{\tau_c} \left(\frac{V}{l_y}\right)^n \cdot l_y$  a été choisi comme grandeur caractéristique car c'est l'unique paramètre géométrique avec lequel varie de manière certaine l'épaisseur de cisaillement le long de la plaque. Ce graphique ne reporte des mesures que pour une seule valeur  $l_y$ , celle de notre cuve expérimentale. Il regroupe deux types de variations. Les cercles sont des données obtenues en faisant varier largement  $k/\tau_c$  à  $V$  fixée, pour deux valeurs de vitesse, 1 et 10 mm/s, tandis que les carrés reprennent les données de la figure 5.11 pour le fluide de seuil 34 Pa, étendues à  $V = 0,01$  mm/s, pour lesquelles  $V$  varie jusqu'à 17 mm/s tandis que  $k/\tau_c$  est fixé. Les calculs ne convergent plus lorsque  $V$  est au-delà de ces limites. Une seule courbe maîtresse apparaît, ayant la forme d'une sigmoïde en représentation logarithmique. En particulier,  $\lambda$  reste bornée entre les deux cas limites évoqués plus haut. L'influence de la largeur de la plaque est quant à elle plus compliquée à évaluer et nous n'avons pas encore pu la préciser au delà des résultats de la section précédente.

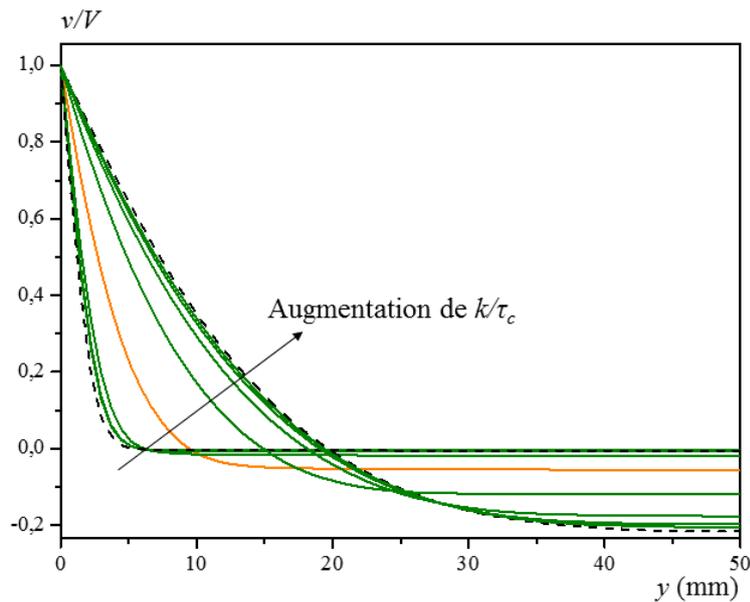


FIGURE 5.20 – Simulations des profils de vitesse uniformes normalisés  $v/V$  en fonction de  $y$  : variation avec  $k/\tau_c$ . Les profils en tirets noirs sont les cas des fluides purement plastiques et purement visqueux.  $k/\tau_c$  varie entre 0,0016 et 625,  $k/\tau_c = 1$  est en orange.  $V = 1$  mm/s,  $l_y = 75$  mm.

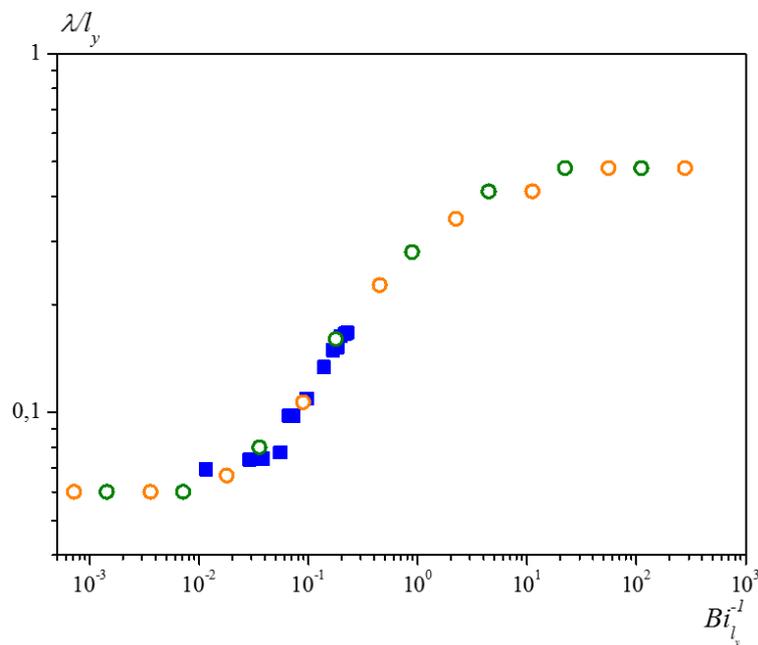


FIGURE 5.21 – Résultats numériques :  $\lambda/l_y$  en fonction de l'inverse du nombre de Bingham  $Bi_{l_y}^{-1}$  : variation de  $k/\tau_c$  entre 0,0016 et 625 en symboles ouverts pour  $V = 1$  mm/s (vert) et  $V = 10$  mm/s (orange) ; variation de  $V$  entre 0,01 et 17 mm/s pour  $\tau_c = 34$  Pa et  $k = 13,9$  Pa. $s^n$  (bleu).  $l_y = 75$  mm.

### 5.3.3.2 Comparaison avec les données expérimentales

La figure 5.22 compare les données expérimentales avec les 4 fluides à seuil, pour des vitesses  $V$  comprises entre 0,2 et 17 mm/s, avec les résultats numériques précédents. Ils sont en très bon accord, ce qui permet de conclure qu'à géométrie donnée, le nombre de Bingham

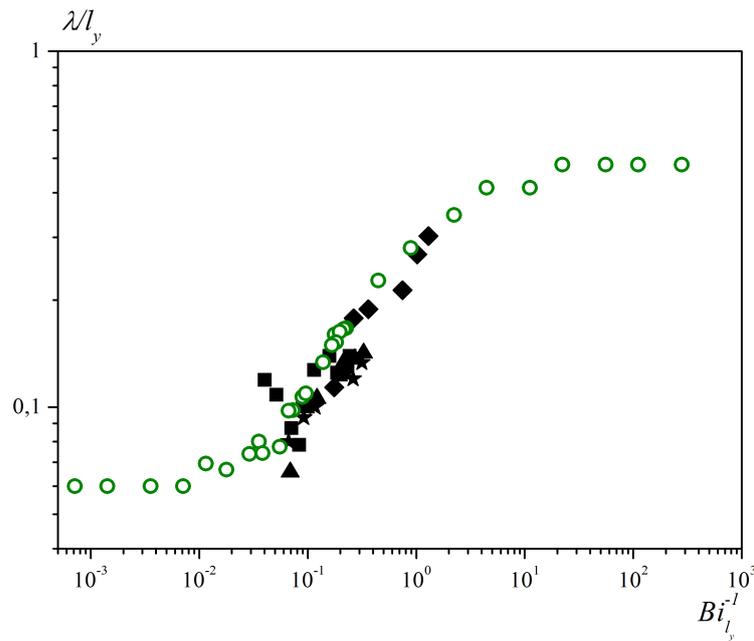


FIGURE 5.22 –  $\lambda/l_y$  en fonction de l'inverse du nombre de Bingham  $Bi_{l_y}^{-1}$  : résultats numériques en symboles ouverts ; résultats expérimentaux en symboles pleins : Carbopols de seuil 8 Pa (étoiles), 34 Pa (carrés) et 71 Pa (triangles), Carboglycérol de seuil  $\tau_c = 28$  Pa (diamants).  $l_y = 75$  mm.

est le paramètre privilégié pour décrire l'épaisseur constante de la couche liquide, comme le laissaient pressentir les résultats précédents.

En particulier, il est intéressant de se concentrer sur la gamme de  $Bi_{l_y}^{-1}$  qui correspond à un fluide réel pour lequel la contribution du seuil est significative, c'est-à-dire pour  $Bi_{l_y}^{-1} < 10$ . Dans cette zone, une couche uniformément cisillée est clairement identifiable, et ses caractéristiques correspondent à nos observations expérimentales. Son épaisseur  $\lambda$  évolue alors selon une loi de type  $\lambda \sim \lambda_c(1 + \alpha Bi_{l_y}^{-1})$ , avec  $\lambda_c \simeq 4,5$  mm. Ce point est discuté au chapitre 6.

## 5.4 En résumé

Dans ce chapitre, nous avons tout d'abord pu proposer une modélisation numérique permettant de rendre compte fidèlement du comportement des fluides à seuil dans notre configuration géométrique expérimentale. Les champs de vitesse autour de la plaque durant son retrait du bain sont proches de ceux mesurés expérimentalement par PIV. La présence d'une couche d'épaisseur constante uniformément cisillée le long de la plaque est constatée. Cette épaisseur augmente avec la vitesse de la plaque et avec le rapport  $k/\tau_c$ , caractéristique du fluide. Il apparaît que l'écoulement étudié n'est pas déterminé par la gravité, ce qui implique que numériquement, les champs de vitesse pendant le retrait et l'immersion de la plaque sont identiques, au sens près. La sensible différence expérimentale observée entre ces deux cas de figure peut s'expliquer par l'existence de déformations élastiques du fluide dans son régime solide, l'amplitude de ces déformations diffère selon que la plaque est immergée ou retirée.

Ensuite, nous avons entrepris une étude paramétrique de l'écoulement plus systématique, en étudiant l'impact de la géométrie du domaine fluide. Il advient que l'épaisseur de la plaque ne joue pas sur l'écoulement lorsque la largeur de la cuve est grande. Une meilleure maîtrise des conditions aux limites à la pointe de la plaque serait nécessaire pour étudier ce phénomène pour des rapports  $e/l_y$  plus grands. Dans le cas où la plaque est mince et  $e/l_y$  petit, un

écoulement transitoire de l'ordre de  $l_y$  se forme autour de la plaque, à partir de sa pointe. Si  $l_y < L$ , avec  $L$  la hauteur d'immersion de la plaque, une couche liquide d'épaisseur uniforme se développe le long de la plaque. Elle se forme devant la pointe et il faut une distance d'environ  $l_y$  pour que son épaisseur augmente jusqu'à atteindre sa valeur constante  $\lambda$ . Lorsque  $l_y > L$ , le fluide est déformé autour de la plaque sur une distance de l'ordre de  $L$ . La région liquide ne devient pas d'épaisseur constante.

Les simulations numériques montrent donc que l'écoulement généré par le déplacement d'une plaque mince dans un fluide à seuil suffisamment confiné ( $l_y < L$ ) conduit à la formation d'une zone liquide uniformément cisailée sur une épaisseur constante  $\lambda$ .  $\lambda$  augmente avec l'inverse du nombre de Bingham  $Bi_{l_y}^{-1}$ . Elle augmente également avec la largeur  $l_y$  de la cuve. L'écoulement développé emprunte des caractéristiques à ceux observés pour les cas limites que sont les fluides purement plastiques et purement visqueux. En particulier, le fluide près de la plaque est toujours cisailé dans une bande d'épaisseur  $\lambda$  finie non nulle, cette épaisseur étant supérieure à une valeur critique  $\lambda_c$ , de l'ordre de 4-5 mm pour notre configuration expérimentale.  $\lambda$  est également inférieure à  $l_y/2$ , cas d'un fluide purement visqueux conduisant à un écoulement de l'ensemble du bain.

## Chapitre 6

# Synthèse sur l'enduction par trempage

Ce chapitre est une synthèse des trois chapitres précédents sur l'enduction par trempage : mesures macroscopiques (courbes de force et poids), mesures de champs et de profils de vitesse par PIV, et simulations numériques.

Les deux zones d'études ainsi que les résultats qui y ont été observés sont tout d'abord récapitulés puis deux expressions décrivant l'évolution des épaisseurs  $h$  et  $\lambda$  avec les paramètres sont présentées. Les épaisseurs uniformes, enduites  $h$  et cisillées  $\lambda$  dans le bain, sont ensuite comparées. Des pistes de réflexion pour tenter de décrire la formation de la couche enduite sont proposées. Le chapitre se termine en suggérant quelques perspectives.

### Sommaire

---

<b>6.1 Synthèse des résultats . . . . .</b>	<b>108</b>
6.1.1 Schéma récapitulatif . . . . .	108
6.1.2 L'épaisseur enduite $h$ . . . . .	108
6.1.3 L'épaisseur liquide $\lambda$ . . . . .	109
<b>6.2 Quel lien entre les épaisseurs uniformes ? . . . . .</b>	<b>111</b>
6.2.1 Comparaison entre $h$ et $\lambda$ . . . . .	111
6.2.2 Pistes de réflexion . . . . .	112
6.2.3 Perspectives . . . . .	113

---

## 6.1 Synthèse des résultats

### 6.1.1 Schéma récapitulatif

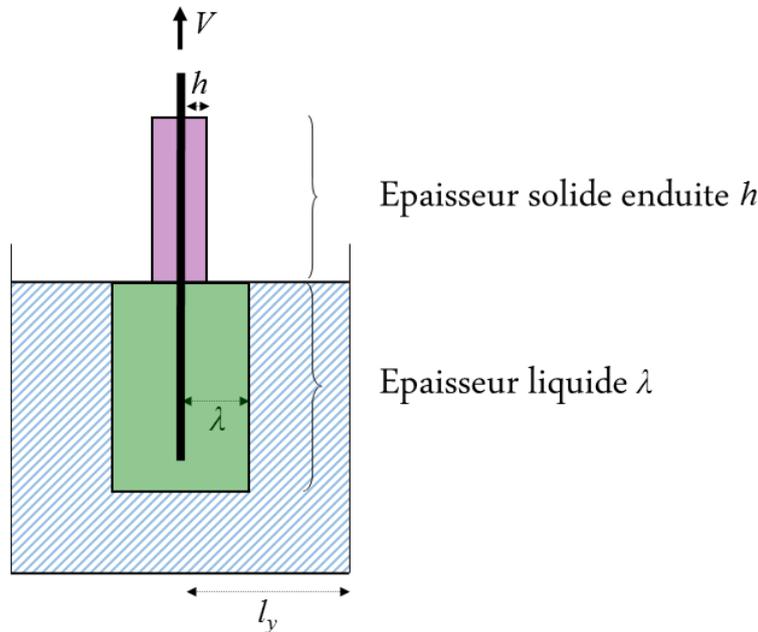


FIGURE 6.1 – Schéma de synthèse sur l'enduction par trempage

La figure 6.1 résume nos différentes zones d'études, situées de part et d'autre de la surface du bain. Le fluide enduit sur la plaque à sa sortie de la cuve a été décrit dans un premier temps (chapitre 3), puis l'écoulement généré dans le bain par le déplacement de la plaque a été caractérisé (chapitres 4 et 5). Grâce aux résultats expérimentaux et numériques, il a été mis en évidence l'existence de deux zones d'épaisseurs constantes le long de la plaque, excepté près des extrémités, de chaque côté de la surface libre. De manière schématique, dans notre configuration expérimentale (taille de cuve, rhéologie des fluides et vitesses de la plaque), il apparaît que, hors du bain, la couche de fluide enduite sur la plaque est dans son état solide et d'épaisseur  $h$ . Dans le bain, une portion de fluide est uniformément cisailée jusqu'à devenir liquide, son épaisseur est  $\lambda$ . Chaque épaisseur évolue différemment selon les paramètres de l'expérience.

### 6.1.2 L'épaisseur enduite $h$

Les mesures expérimentales macroscopiques (chapitre 3) ont montré que l'épaisseur enduite sur la plaque, hors du bain,  $h$  :

- est proportionnelle au seuil  $\tau_c$  de matériau
- augmente légèrement avec la vitesse  $V$  de la plaque
- tend vers une valeur critique  $h_c$  non nulle à basses vitesses, proportionnelle et inférieure à  $\tau_c/\rho g$ .

Nous avons alors conclu que l'enduction de la plaque par un fluide à seuil est contrôlée par les nombres adimensionnels  $G_h = \rho g h / \tau_c$  et  $Bi_h^{-1} = k(V/h)^n / \tau_c$ . Selon nos observations, dans notre gamme d'étude, ceux-ci peuvent être reliés par une expression du type :

$$G_h = 0,28(1 + ABi_h^{-1}) \quad (6.1)$$

qui tend bien vers la valeur empirique 0,28 lorsque  $V$  tend vers 0. La figure 6.2 montre que  $A$  est de l'ordre de 1.

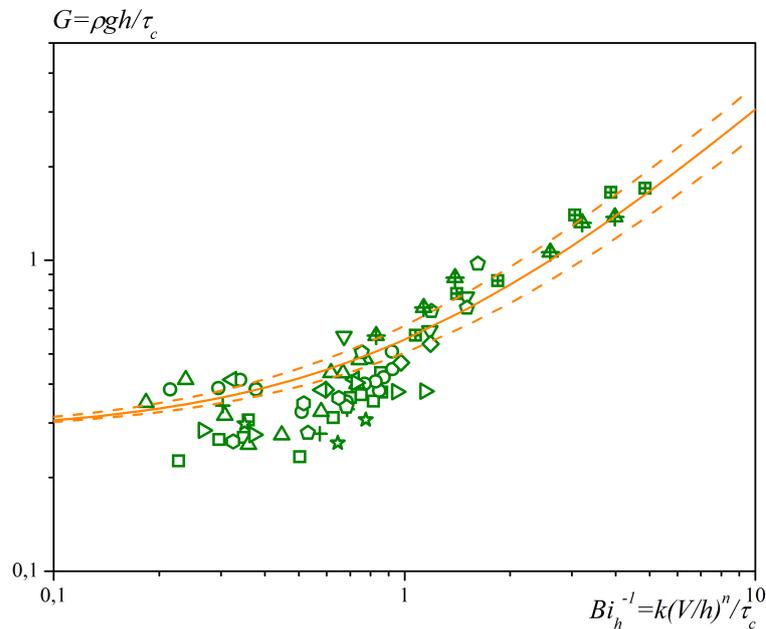


FIGURE 6.2 – Épaisseur enduite adimensionnelle  $G$  en fonction de l'inverse du nombre de Bingham  $Bi_h^{-1}$ . Les symboles représentent les données des matériaux de la figure 3.12. Les lignes orange représentent les modèles possibles suivant l'équation (6.1) : en ligne continue  $A = 1$ , entourée des pointillés pour lesquels  $A = 0,8$  et  $1,2$ .

Dimensionnelle, l'équation (6.1) devient :

$$\rho gh = 0,28(\tau_c + k(\frac{V}{h})^n) \quad (6.2)$$

Le terme de gauche représente le poids par unité de surface du fluide enduit sur la plaque tandis que le terme de droite exprime 28% de la contrainte de cisaillement d'une couche liquide de fluide à seuil ( $\tau_c$ ,  $k$ ,  $n$ ) d'épaisseur  $h$  entraînée à la vitesse  $V$ . Ce nombre 0,28, déterminé expérimentalement, montre que sous ces conditions, l'induction n'est pas équivalente à l'écoulement gravitaire d'un fluide à seuil sur une plaque verticale. L'existence d'une valeur finie non nulle quand  $V$  tend vers 0 indique qu'une couche uniforme de fluide est enduite même à très basses vitesses, contrairement à ce qui est observé avec les fluides newtoniens, visqueux et visco-élastiques.

### 6.1.3 L'épaisseur liquide $\lambda$

Les mesures microscopiques expérimentales (chapitre 4) et les simulations numériques (chapitre 5) ont permis d'observer que l'épaisseur liquide  $\lambda$  :

- augmente avec le rapport  $k/\tau_c$  caractéristique du fluide à seuil utilisé
- augmente avec la largeur de la cuve  $l_y$
- est indépendante de la gravité
- augmente légèrement avec la vitesse  $V$  de la plaque
- tend vers une valeur critique  $\lambda_c$  quand le matériau tend à avoir un comportement purement plastique, valeur qui semble ne dépendre que de  $l_y$ .

Nous avons constaté qu'une couche liquide d'épaisseur uniforme se forme le long de la plaque dans la bain lorsque celui-ci est confiné, c'est-à-dire lorsque  $l_y < L$ . Dans ces conditions,

$\lambda$  est reliée à la largeur de la cuve  $l_y$  et aux données du problème via l'inverse du nombre de Bingham  $Bi_{l_y}^{-1} = k(V/l_y)^n/\tau_c$ . En se focalisant sur les valeurs de  $Bi_{l_y}^{-1}$  attachées aux fluides présentant une composante plastique conséquente par rapport à leur contrainte visqueuse, soit  $Bi_{l_y}^{-1} < 1$ , et pour la largeur de la cuve expérimentale ( $l_y = 0,075$  m), il apparait (figure 6.3) que nos données peuvent s'exprimer selon :

$$\lambda/l_y = B(1 + C Bi_{l_y}^{-1}) \quad (6.3)$$

Issu des résultats numériques,  $B = \lambda_c/l_y = 0,06$  ( $\lambda_c = 4,5$  mm). Sous cette hypothèse, d'après la figure 6.3 regroupant les données numériques et expérimentales,  $C$  est compris entre 5 et 8,3. On peut noter que  $C = 6,7$  décrit mieux les résultats expérimentaux.

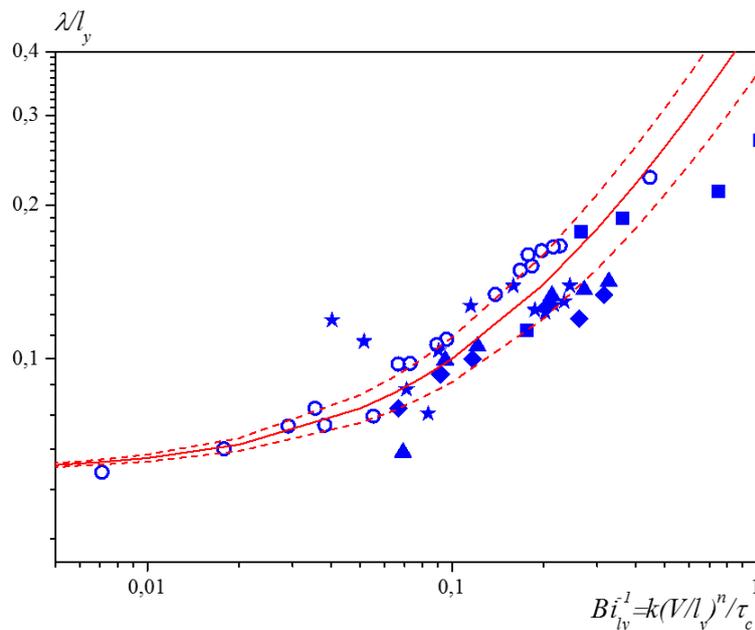


FIGURE 6.3 – Épaisseur enduite adimensionnelle  $\lambda/l_y$  en fonction de l'inverse du nombre de Bingham  $Bi_{l_y}^{-1}$ . Les symboles ouverts représentent les résultats numériques jusqu'à  $Bi_{l_y}^{-1} = 1$ , les pleins, les points expérimentaux de la figure 5.22. Les lignes rouges représentent les modèles possibles suivant l'équation (6.3) : en ligne continue  $C = 20/3$ , entourée des pointillés pour lesquels  $C = 5$  et  $25/3$ .

Non adimensionnée, l'équation (6.3) devient :

$$\lambda\tau_c = \lambda_c(\tau_c + 6,7k\left(\frac{V}{l_y}\right)^n) \quad (6.4)$$

Il est difficile de donner une interprétation physique de cette expression. En particulier, elle fait intervenir un cisaillement du fluide avec un terme dépendant de la vitesse beaucoup plus important que ce qui est attendu d'après sa loi de comportement.

## 6.2 Quel lien entre les épaisseurs uniformes ?

### 6.2.1 Comparaison entre $h$ et $\lambda$

Il apparaît que ces deux épaisseurs,  $h$  et  $\lambda$ , présentent des caractéristiques communes : elles sont peu sensibles à l'augmentation de la vitesse  $V$  de retrait de la plaque et elles tendent toutes les deux vers une valeur limite non nulle lorsque  $V$  tend vers 0. Comme nous venons de l'illustrer, ces dépendances peuvent être décrites à l'aide de lois de type Herschel-Bulkley, c'est-à-dire comme sommes de deux termes, l'un faisant intervenir une constante et l'autre une expression en  $V^n$ .

Nous avons également vu grâce aux mesures de champs de vitesse près de la surface libre que la couche liquide dans le bain se divise en deux zones au voisinage de la surface libre, au niveau du ménisque. Une partie est enduite sur la plaque tandis que l'autre reste dans le bain. En particulier, l'épaisseur enduite  $h$  est toujours inférieure à la moitié de l'épaisseur cisailée  $\lambda$ . En effet, si l'on considère que la vitesse du fluide dans la couche cisailée est uniforme, de taux de cisaillement  $V/\lambda$ , la quantité maximale de fluide du bain emportée par la plaque est égale à  $\int_0^\lambda (V/\lambda)y dy = V\lambda/2$ . Par conservation du débit, la quantité maximale  $h_{max}$  enduite sur la plaque est alors  $\int_0^{h_{max}} V dy = Vh_{max}$ , ce qui donne  $h_{max} = \lambda/2$ . Il est alors naturel de regarder le rapport des deux épaisseurs constantes. La figure 6.4 présente l'évolution de  $\lambda/h$  en fonction de la vitesse  $V$  de la plaque. Dans notre gamme d'observation, au premier ordre en  $V$  et aux incertitudes près, le dépôt enduit est une fraction constante de la couche liquide et cette fraction dépend du seuil du matériau.

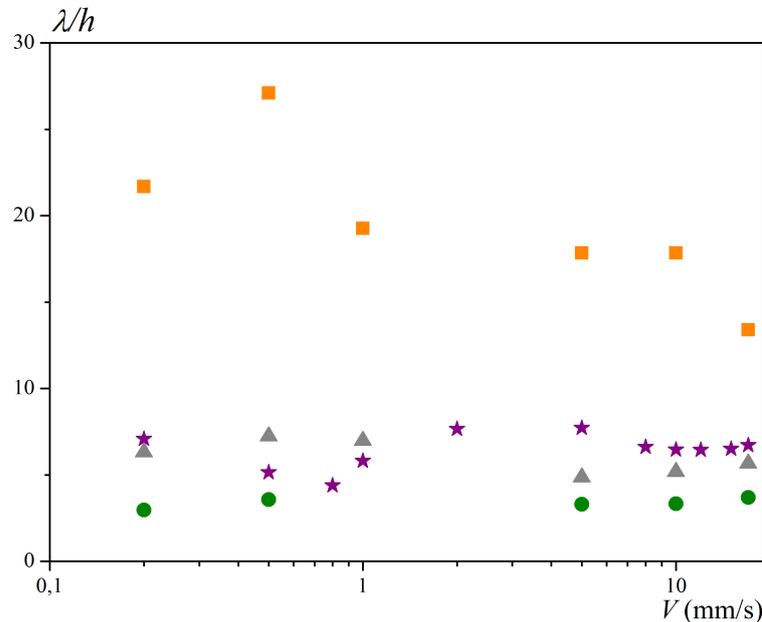


FIGURE 6.4 – Évolution de  $\lambda/h$  en fonction de la vitesse  $V$  pour 3 Carbopols : 71 Pa (ronds verts), 33 Pa (étoiles pourpres), 8 Pa (carrés orange) et 1 Carboglycérol : 29 Pa (triangles gris).

En effet, ces deux grandeurs  $h$  et  $\lambda$  ne varient pas de la même manière avec  $\tau_c$ .  $h$  lui est proportionnelle tandis que  $\lambda$  en est indépendante aux faibles vitesses  $V$ , ce que montre la figure 6.4 sur laquelle les données, approximativement constantes, se superposent par seuil croissant. Ainsi,  $h/\lambda$  semble constant et tend vers une valeur critique  $h_c/\lambda_c$ , quand  $V$  tend vers 0, pour chaque matériau.

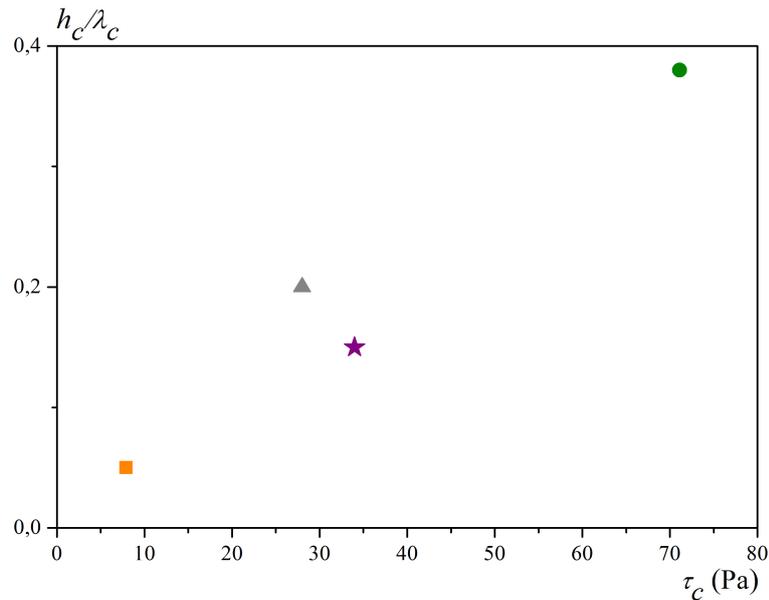


FIGURE 6.5 – Évolution de la valeur limite quand  $V$  tend vers 0  $h_c/\lambda_c$ , en fonction du seuil  $\tau_c$  pour 3 Carbopols : 71 Pa (rond vert), 33 Pa (étoile pourpre), 8 Pa (carré orange) et 1 Carboglycérol : 29 Pa (triangle gris).

L'évaluation aux vitesses nulles permet de s'affranchir de l'éventuelle dépendance en  $V$  que laissent présager les équations déterminées précédemment. Les valeurs limites de ce rapport en fonction du seuil  $\tau_c$  du matériau sont représentées sur la figure 6.5. Elles confirment que  $h_c/\lambda_c$  est proportionnelle à  $\tau_c$  (coefficient de 0,0051), quelle que soit la valeur du rapport  $k/\tau_c$ , ce qui se déduisait également des équations (6.2) et (6.3). Ainsi, plus le seuil du matériau est élevé, plus la proportion d'épaisseur liquide dans le bain finalement enduite sur la plaque est grande. Lorsque le seuil du fluide est petit,  $h$  devient très faible.

Il est également intéressant de noter que, tout comme le seuil, la gravité est une des forces impliquées dans le phénomène d'enduction, tandis qu'elle ne joue aucun rôle dans la forme de l'écoulement autour de la plaque.

Par ailleurs, nous avons montré dans le chapitre 3 que, dans notre gamme d'étude et à nos incertitudes près, la valeur critique enduite  $h_c$  vaut  $0,28\tau_c/\rho g$ . Avec la pente de la droite de la figure 6.5, on obtient  $\lambda_c = 5,7$  mm, qui est de l'ordre de grandeur des observations expérimentales ( $\lambda_c = 6$  mm, chapitre 4), bien qu'à faible vitesse, l'évaluation de l'épaisseur de la couche liquide soit difficile. Cette grandeur est plus grande que ce qui est obtenu numériquement, ce qui était attendu, étant donné d'une part que les simulations sous-estiment l'épaisseur cisailée observée (la valeur limite obtenue au chapitre 5 est de 4,5 mm) et que d'autre part, les données expérimentales à basses vitesses sont très bruitées, ce qui ne permet pas d'aller à des vitesses  $V$  plus petites et conduit dans ce cas à surestimer  $\lambda_c$ .

### 6.2.2 Pistes de réflexion

Ces résultats et observations conduisent alors à se demander si l'épaisseur du fluide enduit sur la plaque après son retrait de la cuve est physiquement liée à celle de la couche cisailée le long de la plaque dans le bain. Nous avons observé par PIV que la première était une fraction de la seconde, laquelle se divise en deux à l'approche de la surface libre. Pour autant, les caractéristiques de la couche cisailée conditionnent-elles celles de la couche enduite ?

Dans le cadre de cette question, plusieurs autres résultats obtenus dans les chapitres précédents restent encore à être expliqués.

Nous avons pu caractériser l'épaisseur limite cisailée dans le bain de fluide à seuil, sans pour autant en comprendre son origine physique ni déterminer la valeur de son épaisseur. Grâce aux simulations numériques, il est apparu d'une part que la gravité n'intervenait pas dans ce phénomène et d'autre part que l'épaisseur cisailée  $\lambda$  augmentait avec l'inverse du nombre de Bingham. L'épaisseur critique  $\lambda_c$  augmente également avec la taille de la cuve selon une loi qu'il reste à déterminer.

Par ailleurs, dans l'expression de l'épaisseur enduite (équation 6.2), le paramètre 0,28 est actuellement empirique. Il implique la présence d'un phénomène physique permettant de déterminer l'épaisseur qui va être déposée sur la plaque, soit autour du ménisque, soit légèrement en dessous. Nous avons vu précédemment que pour des fluides de seuil supérieur à environ 50 Pa, le ménisque comporte un creux entre les surfaces du bain et du dépôt (chapitre 4), indiquant que le rôle de la tension de surface dans le processus de déposition est faible. Notre comparaison préliminaire des différentes forces en jeu avait conduit au même résultat, compte tenu des caractéristiques des fluides à seuil que nous avons utilisés.

Il est important de noter que dans notre gamme d'études et selon nos observations, le procédé d'enduction semble indépendant de la taille de la cuve. Cependant, n'ayant pas d'explication pour la valeur 0,28, il n'est pas exclu qu'elle trouve son origine en lien avec l'épaisseur cisailée, d'autant que les deux épaisseurs uniformes observées ont plusieurs caractéristiques communes. Les phénomènes physiques en jeu de part et d'autre de la surface libre sont pourtant différents. Hors du bain, gravité et seuil s'opposent dans un matériau en régime solide, tandis que l'écoulement en régime liquide dans le bain conduit à un cisaillement impliquant la viscosité du matériau. Cette dernière observation nous a conduit à explorer une autre piste, sans obtenir de résultat satisfaisant, faisant intervenir une viscosité apparente dans la couche cisailée qui se comporte alors comme un fluide newtonien, selon les observations d'Ovarlez *et al.* [113].

### 6.2.3 Perspectives

Pour tenter de répondre à tout ou partie de ces questions, il serait intéressant d'élargir la gamme des observations expérimentales, notamment pour étendre les résultats sur le dépôt. Il s'agirait d'étudier précisément le cas d'une enduction par trempage de plaque mince à partir d'une cuve au moins deux à trois fois plus large que la notre afin de voir si les résultats de déposition sont les mêmes. Parmi les points importants, il faudrait préciser :

- si l'écoulement dans le bain le long de la plaque est bien uniforme dans le cas confiné ( $l_y < L$ )
- si oui, si le dépôt formé sur la plaque est lui aussi uniforme et si ses caractéristiques sont les mêmes que celles que nous avons observées
- dans le cas non confiné, si l'enduction par trempage conduit également à la formation d'un dépôt d'épaisseur uniforme et avec quelles propriétés.

Dans ce cadre, il serait également intéressant d'augmenter significativement l'épaisseur de la plaque

En conclusion, nous avons mis en évidence dans ces travaux que l'enduction par trempage des fluides à seuil est tout à fait différente de ce qui est observé avec des fluides newtoniens, visqueux ou visco-élastiques. L'existence des deux comportements selon la contrainte appliquée conduit toujours à la formation d'un dépôt sur la plaque à partir d'un bain de fluide initialement au repos, donc solide. Pour cela, le fluide doit se liquéfier le long de l'objet sous l'action de son déplacement, et ce, même à vitesse très faible. L'origine physique de ces phénomènes est complexe et leur imbrication doit encore être étudiée.



## Deuxième partie

# Étalement contrôlé à l'aide d'une lame mince rigide



# Chapitre 7

## Étalement à l'aide d'une lame

La seconde partie de cette thèse s'intéresse à un autre procédé d'étalement de fluides à seuil : l'étalement à l'aide d'une lame inclinée (ou *blade-coating*), inspiré de procédés industriels macroscopiques tels que l'étalement de mortier avec une truelle ou de l'étalement de confiture avec un couteau. Avec l'équipe technique, nous avons conçu et mis en place le montage expérimental au laboratoire. Dans un premier temps, ce chapitre présente la forme générale de l'écoulement mis en œuvre par ce procédé. Les mesures macroscopiques sont ensuite exposées, décrivant la géométrie précise du fluide et son évolution, puis étudiant la force appliquée sur la lame. La visualisation de l'écoulement par PIV et simulations numériques permet alors d'identifier les différents phénomènes en jeu. Les principaux résultats sont alors analysés. Le cas d'une lame inclinée est ensuite abordé. Enfin, plusieurs perspectives sont proposées.

### Sommaire

---

<b>7.1</b>	<b>Forme de l'écoulement</b>	<b>118</b>
7.1.1	Croissance de l'amas de fluide	118
7.1.2	Paramètres étudiés et exploitation des films	118
<b>7.2</b>	<b>Mesures macroscopiques</b>	<b>119</b>
7.2.1	Épaisseurs enduites	120
7.2.2	Dynamique de croissance de l'amas de fluide	120
7.2.2.1	$P > 7$ mm	120
7.2.2.2	$P < 7$ mm	122
7.2.2.3	Évolution de $\alpha$	123
7.2.3	Courbes de force	123
<b>7.3</b>	<b>Visualisations</b>	<b>125</b>
7.3.1	Estimation du champ de vitesse par PIV	125
7.3.2	Calcul du champ de vitesse par simulation numérique	126
7.3.3	Influence de $P$ , $S - P$ , $V$ et $\tau_c$	127
<b>7.4</b>	<b>Analyse des résultats et discussion</b>	<b>129</b>
7.4.1	Paramètres géométriques $H$ et $L$	130
7.4.1.1	Modèle	130
7.4.1.2	Résultats	131
7.4.2	Lien entre la force normale et la géométrie de l'amas	131
7.4.2.1	Expression de $F_x$	131
7.4.2.2	Résultats exploratoires	132
<b>7.5</b>	<b>Quelques résultats pour une lame inclinée</b>	<b>133</b>
7.5.1	Paramètres géométriques $H$ et $L$	133
7.5.2	Courbes de force	135
7.5.3	Visualisations des champs de vitesse	135
<b>7.6</b>	<b>Conclusions et perspectives</b>	<b>137</b>

---

## 7.1 Forme de l'écoulement

L'écoulement dont il est question dans ce chapitre diffère de manière importante des écoulements usuellement étudiés qui font intervenir le déplacement relatif d'un objet solide et d'un fluide à seuil (déplacement d'une sphère ou d'un cylindre dans un bain, écoulement en conduite, dans un milieu poreux,... [114–117]). En effet, tout comme pour l'enduction par trempage, les contours du domaine fluide étalé à l'aide d'une lame évoluent au cours du processus. Cependant ici, la surface libre est très largement déformée. Pour l'enduction par trempage, nous avons vu que la surface libre évoluait principalement dans la direction verticale. Pour ce procédé-ci, la surface libre présente des déformations importantes dans deux directions, horizontale et verticale, devant la lame. Nous utilisons un canal large afin de pouvoir s'affranchir des effets des parois et espérer obtenir un écoulement principalement longitudinal.

### 7.1.1 Croissance de l'amas de fluide

Comme présentée dans le chapitre 2.1, la configuration expérimentale initiale est une couche de fluide à seuil d'épaisseur uniforme préalablement étalée dans un canal, sur une longueur d'environ 800 mm, et une largeur de 12 mm. L'écoulement étudié consiste à racler cette couche de fluide à seuil en poussant, à l'aide d'une lame verticale ou inclinée, une épaisseur uniforme du fluide, situé sur le dessus de cette couche. Dans cette partie, nous utilisons des gels de Carbol.

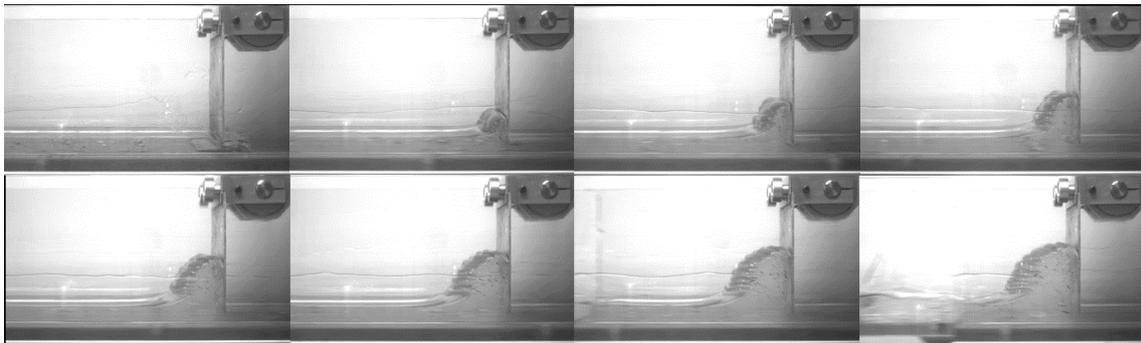


FIGURE 7.1 – Évolution de l'écoulement généré par le déplacement d'une lame dans une couche uniforme de fluide à seuil. La lame se déplace de 98 mm entre chaque image, à partir de l'état initial.

$$\tau_c = 98 \text{ Pa}, V=5 \text{ mm/s}, S=10 \text{ mm}, P=5 \text{ mm}.$$

Deux zones sont distinguées, celle devant la lame et celle derrière. La figure 7.1 montre que la zone derrière la lame semble d'épaisseur uniforme, plus élevée que l'épaisseur imposée par la lame, tandis que la zone en avant de la lame est largement déformée. À mesure que la lame avance dans la couche de fluide à seuil, un amas de matériau se forme devant la lame, au dessus de la couche initialement enduite, et son volume augmente tout au long de l'expérience.

### 7.1.2 Paramètres étudiés et exploitation des films

Hormis dans une zone d'environ 1 cm de large le long des parois du canal, nous n'observons pas d'écoulement transversal au sein de l'amas de fluide. Les épaisseurs des couches de fluide enduites derrière la lame et devant l'amas sont constantes sur toute la largeur de la cuve. L'écoulement peut donc être globalement étudié en deux dimensions. L'étude de sa géométrie se base sur l'analyse des films enregistrant l'évolution de l'amas de fluide qui se crée devant la lame (figure 7.1). Chaque expérience est caractérisée par l'ensemble de paramètres ( $\tau_c$ ,  $V$ ,  $\theta$ ,

$S$ ,  $P$ ), avec  $\tau_c$  le seuil du matériau,  $V$  et  $\theta$  la vitesse et l'inclinaison (par rapport à la verticale) de la lame,  $S$  la hauteur de la surface libre horizontale devant la lame et  $P$  la profondeur de la lame.

La géométrie de l'amas est assez complexe. Nous en proposons une étude au premier ordre en nous focalisant sur sa hauteur et son extension longitudinale devant la lame. Les dimensions  $H$ ,  $S$ ,  $P$ ,  $L$  et  $h$  sont mesurées au fur et à mesure de l'avancement de la lame. Les notations sont définies sur la figure 7.2.  $h$  est l'épaisseur de fluide enduit derrière la lame,  $H$  la hauteur de l'amas devant la lame, au dessus de l'épaisseur de fluide initialement étalé, et  $L$  l'extension de l'amas devant la lame.  $S$  et  $P$  sont également mesurés pour contrôler la régularité de l'écoulement. Le canal et le matériau sont transparents, et la lumière blanche implique une visualisation en 3 dimensions de l'écoulement, ce qui rend les mesures difficiles. Les mesures de  $S$ ,  $P$  et  $h$  sont prises en bord de cuve. Déterminer  $H$  et  $L$  est plus incertain, et en particulier  $L$  car il n'est pas facile de repérer sa limite avec l'épaisseur initiale de fluide. Les incertitudes sont de 2-3 mm pour  $H$  et peuvent aller jusqu'à 8-10 mm pour  $L$ .

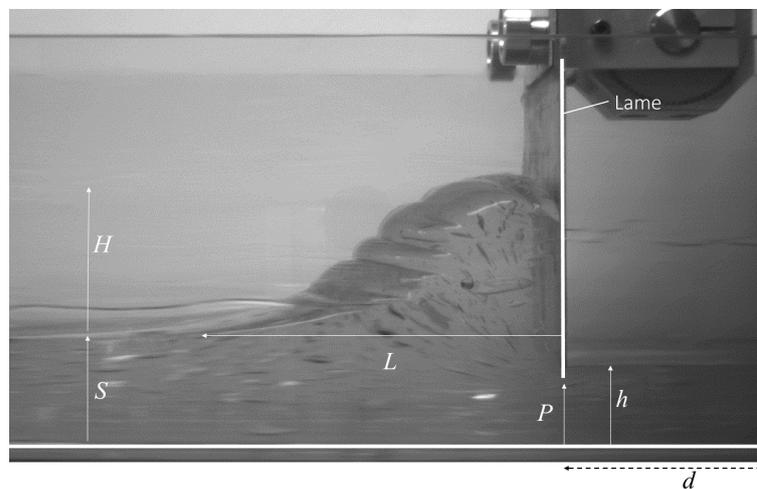


FIGURE 7.2 – Notations des paramètres géométriques étudiés.

$\tau_c = 66$  Pa,  $V=50$  mm/s,  $\theta=0^\circ$ ,  $S=10$  mm,  $P=5$  mm.

Le déplacement de la lame est repéré par la distance  $d$  qu'elle parcourt depuis sa position initiale. Afin de pouvoir comparer les expériences, les mesures géométriques sont effectuées tous les déplacements d'environ 50 mm de la plaque et se terminent lorsque la croissance de l'amas s'achève, c'est-à-dire lorsque la quantité de fluide étalé devant la lame n'est plus suffisante pour alimenter l'amas. En pratique, cela se repère lorsque  $H$  arrête de croître et/ou  $S$  diminue. La valeur maximale de  $d$  est généralement comprise entre 700 et 800 mm. L'écart exact entre deux mesures de données est déterminé par les réglages de la caméra (mise au point et nombre d'images par seconde).

Les caractéristiques des matériaux utilisés sont décrites dans le tableau 2.5. Pour rappel, 3 Carbopols sont étalés, de seuils  $\tau_c = 42, 49$  et  $98$  Pa. La lame est inclinée de  $\theta = 0, 22$  ou  $45^\circ$ , et se déplace à la vitesse  $V = 1, 5, 10$  ou  $100$  mm/s.  $S$  est comprise entre 5 et 37 mm et  $P$  entre 2 et 30 mm, de sorte que  $S - P$ , qui est l'épaisseur de fluide raclé, vaille 3, 5 ou 10 mm. On a alors  $P/S \in [0, 4 - 0, 86]$ .

## 7.2 Mesures macroscopiques

Cette section regroupe et détaille nos mesures macroscopiques : épaisseurs enduites  $h$  derrière la lame, géométrie de l'amas de fluide par l'étude de  $H$  et  $L$  en fonction de  $d$  et évolution de la force exercée par le fluide sur la lame durant son déplacement dans le canal.

### 7.2.1 Épaisseurs enduites $h$

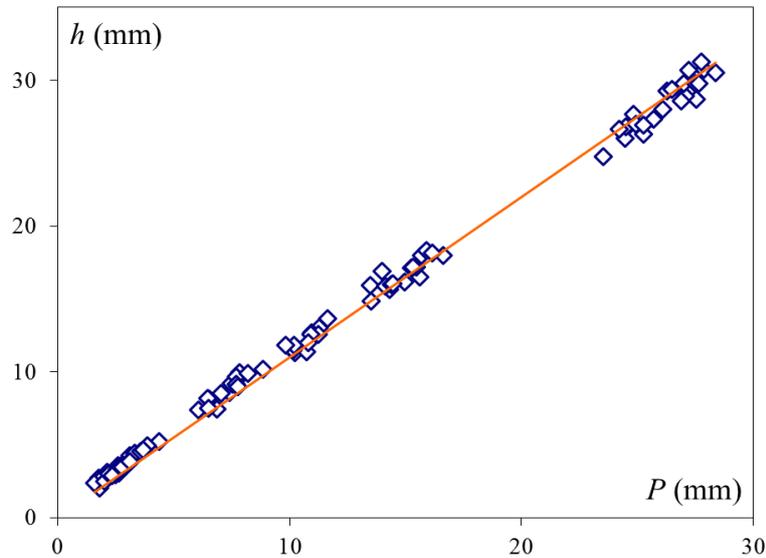


FIGURE 7.3 – Épaisseurs enduites  $h$  en fonction de la profondeur d'immersion de la lame  $P$  pour l'ensemble des expériences. La ligne rouge a pour équation  $h = 1,1P$ .

L'étude des films montre que, après un déplacement d'environ 1 cm de la lame, la couche de fluide restant enduite derrière la lame atteint une épaisseur qui reste constante, hormis dans la zone de 2 à 3 mm de longueur immédiatement derrière la lame, nécessaire à la mise en place de l'uniformité. La figure 7.3 compare l'épaisseur uniforme  $h$  de fluide effectivement enduite derrière la lame, en fonction de celle imposée par la lame  $P$ . Il apparaît que l'épaisseur enduite derrière la lame n'est pas égale à la distance entre la lame et le substrat.

On constate que quels que soient  $\tau_c$ ,  $V$ ,  $\theta$ ,  $S$  et  $P$ , l'épaisseur enduite  $h$  est proportionnelle à  $P$  au premier ordre, avec un coefficient indépendant des paramètres expérimentaux. Tout se passe comme s'il y avait un gonflement de rapport 1,1 derrière la lame. En étant un peu plus précis, il s'avère que ce gonflement diminue légèrement lorsque  $P$  augmente. Ce résultat est surprenant à plusieurs titres. Le gonflement observé est à l'opposé des observations faites pour un fluide visco-élastique lors de l'étalement par une lame sur un plan ou un rouleau [68, 73] pour lesquels l'épaisseur effectivement enduite est plus faible que celle imposée. L'indépendance de  $h$  vis à vis de tous les paramètres de l'expérience l'est également et se rapproche de ce qui est observé dans les étalements dits avec *pre-metering* pour lesquels l'existence d'un réservoir de fluide devant la lame fait que l'épaisseur enduite derrière la lame est indépendante de tous les paramètres de l'étude [80]. Le gonflement du fluide derrière la lame suggère donc plutôt un comportement de solide élastique [118].

### 7.2.2 Dynamique de croissance de l'amas de fluide

Mis à part dans la section 7.5, dans la suite de ce chapitre, la lame est verticale ( $\theta = 0^\circ$ ). Deux comportements sont identifiables selon que  $P$  est plus ou moins grand que 7 mm. Cette valeur sera discutée plus loin. Lorsque  $P > 7$  mm, les paramètres expérimentaux sont tels que  $S - P = 5$  ou 10 mm ; lorsque  $P < 7$  mm,  $S - P = 3$  ou 5 mm.

#### 7.2.2.1 Profondeur d'immersion de la lame supérieure à 7 mm : $P > 7$ mm

La figure 7.4 représente l'évolution de la hauteur  $H$  (carrés) et de la largeur  $L$  (ronds) de l'amas en fonction de la distance  $d$  parcourue par la lame pour des profondeurs d'immersion de la lame  $P$  supérieure à 7 mm. On remarque tout d'abord que  $L > H$ , quels que soient  $S$ ,

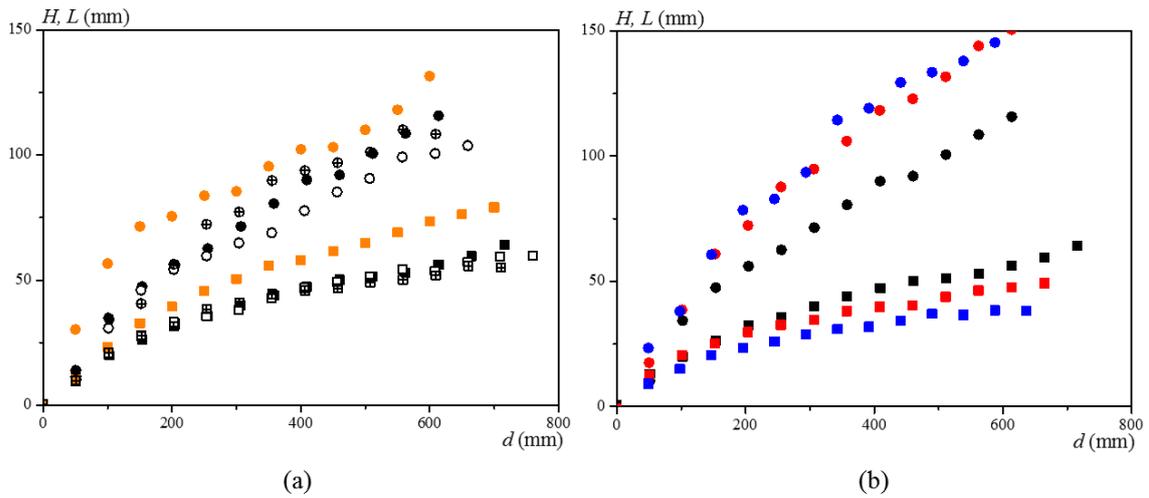


FIGURE 7.4 –  $H$  (carrés) et  $L$  (ronds) en fonction de  $d$   
 (a) variations avec  $S - P$  :  $S - P = 10$  mm et  $P = 7$  mm (orange),  $S - P = 5$  mm (noir) et  $P = 25$  mm (symboles avec croix),  $P = 15$  mm (symboles pleins) et  $P = 10$  mm (symboles ouverts).  $\tau_c = 98$  Pa,  $V = 50$  mm/s et  $\theta = 0^\circ$ .  
 (b) variations avec  $\tau_c$  et  $V$  :  $\tau_c = 98$  Pa et  $V = 50$  mm/s (noir),  $\tau_c = 98$  Pa et  $V = 1$  mm/s (rouge) et  $\tau_c = 42$  Pa et  $V = 50$  mm/s (bleu).  $S - P = 5$  mm,  $P = 15$  mm et  $\theta = 0^\circ$ .

$S - P$ ,  $V$  et  $\tau_c$ . Cela indique que lorsque le volume de l'amas poussé par la lame augmente, le fluide s'étale plus qu'il ne monte le long de l'outil.  $H$  augmente rapidement avant que sa croissance ne ralentisse.  $L$  croît lui aussi rapidement, puis sa croissance semble devenir constante.

Le graphique de gauche (figure 7.4(a)) concerne un seul couple ( $\tau_c$ ,  $V$ ). Les courbes en noir se superposent, ce qui indique que pour  $P > 7$  mm, la dynamique de croissance de  $H$  et  $L$  ne dépend que de  $S - P$ , *i. e.* du volume de fluide poussé par la lame, et non de la profondeur d'immersion  $P$  de la lame. Lorsque  $S - P$  augmente (courbes en orange),  $H$  et  $L$  augmentent logiquement, tandis que leur rythme de croissance semble inchangé.

Le graphique de droite (figure 7.4(b)) montre qu'à volume de fluide poussé égal ( $S - P = 5$  mm), la géométrie de l'amas varie avec le seuil du matériau et la vitesse de la lame. Lorsque le seuil diminue, le fluide s'étale plus qu'il ne monte, ce qui est un résultat classique pour les fluides à seuil [89,90]. Le même comportement est observé lorsque la vitesse de la lame diminue, ce qui indiquerait que lorsque le fluide a le temps de relaxer, il s'étale plutôt que de s'accumuler.

A partir de ces données, il est possible de tracer  $H$  en fonction de  $L$ . Il apparaît alors (figure 7.5) que  $H^2$  est proportionnel à  $L$ , sauf aux premiers instants de l'enduction. La dynamique de croissance de la géométrie de l'amas est indépendante de la quantité  $S - P$  de fluide poussé et de la profondeur d'immersion  $P$  de la lame. On note  $\alpha$  le coefficient de proportionnalité :

$$\alpha = \frac{H^2}{L} \quad (7.1)$$

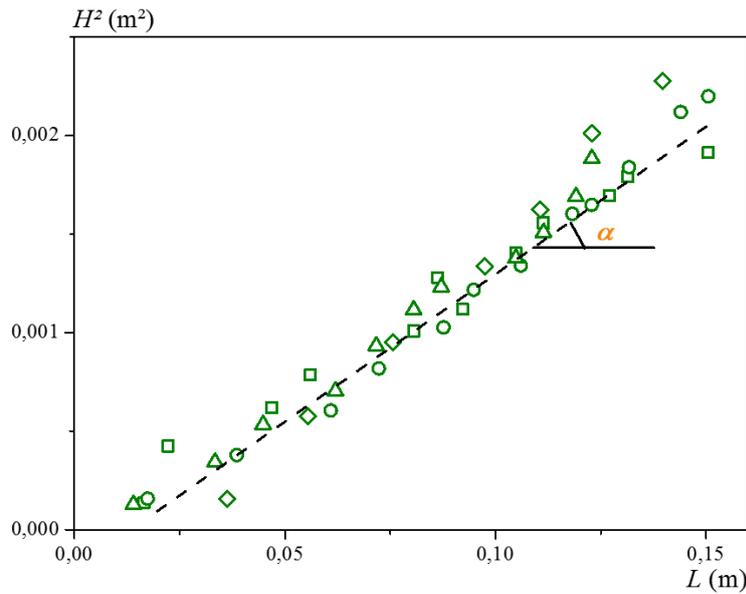


FIGURE 7.5 –  $H^2$  en fonction de  $L$  :  $S - P = 5$  mm et  $P = 25$  mm (carrés),  $S - P = 5$  mm et  $P = 15$  mm (cercles),  $S - P = 5$  mm et  $P = 10$  mm (triangles) et  $S - P = 10$  mm et  $P = 7$  mm (diamants).  $\tau_c = 98$  Pa,  $V = 1$  mm/s,  $\theta = 0^\circ$ .

### 7.2.2.2 Profondeur d'immersion de la lame inférieure à 7 mm : $P < 7$ mm

Lorsque la profondeur d'immersion  $P$  de la lame est inférieure à environ 7 mm, les phénomènes observés sont légèrement différents.  $H$  et  $L$  deviennent du même ordre de grandeur (figure 7.6(a)), voire  $H$  devient plus grand que  $L$ , ce qui signifie que l'amas devant la lame est au moins aussi haut que large. Il peut même atteindre une hauteur  $H$  de 70 mm, ce qui est plus haut que pour  $P > 7$  mm, à autres paramètres identiques. C'est la configuration représentée sur les photos de la figure 7.1. La relation de proportionnalité entre  $H^2$  et  $L$  reste vérifiée (figure 7.6(b)) mais avec un coefficient  $\alpha$  plus grand.

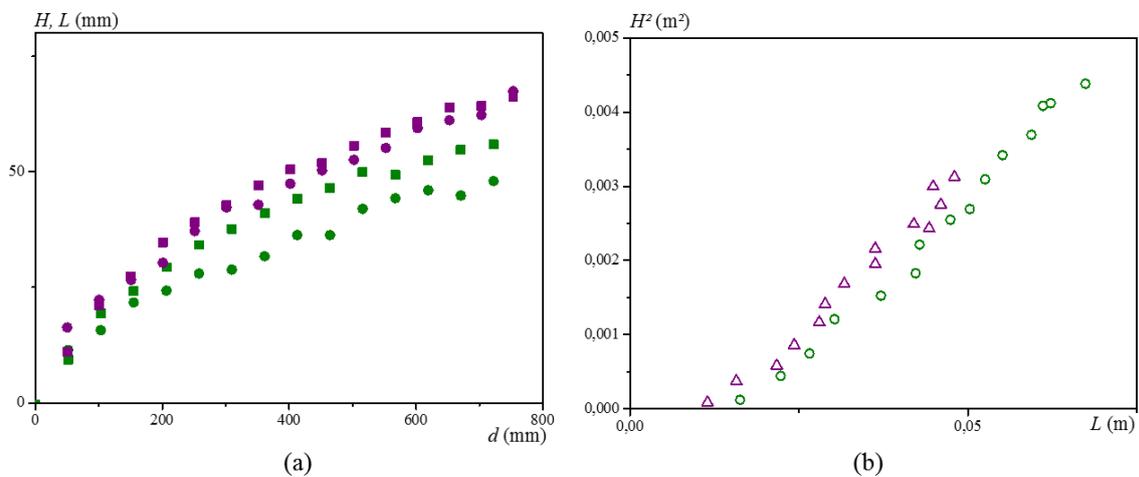


FIGURE 7.6 – (a)  $H$  (carrés) et  $L$  (ronds) en fonction de  $d$  (b)  $H^2$  en fonction de  $L$ .  $S - P = 5$  mm et  $P = 2$  mm (pourpre) et  $S - P = 3$  mm et  $P = 2$  mm (vert).  $\tau_c = 98$  Pa,  $V = 50$  mm/s,  $\theta = 0^\circ$ .

7.2.2.3 Évolution de  $\alpha$ 

La figure 7.7 regroupe l'ensemble des résultats. Quel que soit  $P$ , on remarque que  $\alpha$  varie peu lorsque  $V$  parcourt deux décades, vraisemblablement avec une augmentation en puissance de  $V$ , tandis qu'il semble proportionnel à  $\tau_c$ . Ces variations sont similaires à celles observées avec l'épaisseur  $h$  déposée sur une plaque mince après enduction par trempage (chapitres précédents).  $\alpha$  est cependant très différent selon la position de  $P$  par rapport à la valeur 7 mm :  $\alpha$  est beaucoup plus sensible aux paramètres de l'expérience ( $\tau_c$ ,  $V$ ) lorsque le raclage de fluide a lieu près du fond de la cuve. Par ailleurs, il semblerait que lorsque  $P < 7$  mm,  $\alpha$  devienne dépendant de la quantité  $S - P$  et augmente quand celle-ci diminue, mais cet effet ne peut être établi avec certitude car les épaisseurs en jeu sont très faibles et les incertitudes sur les mesures élevées.

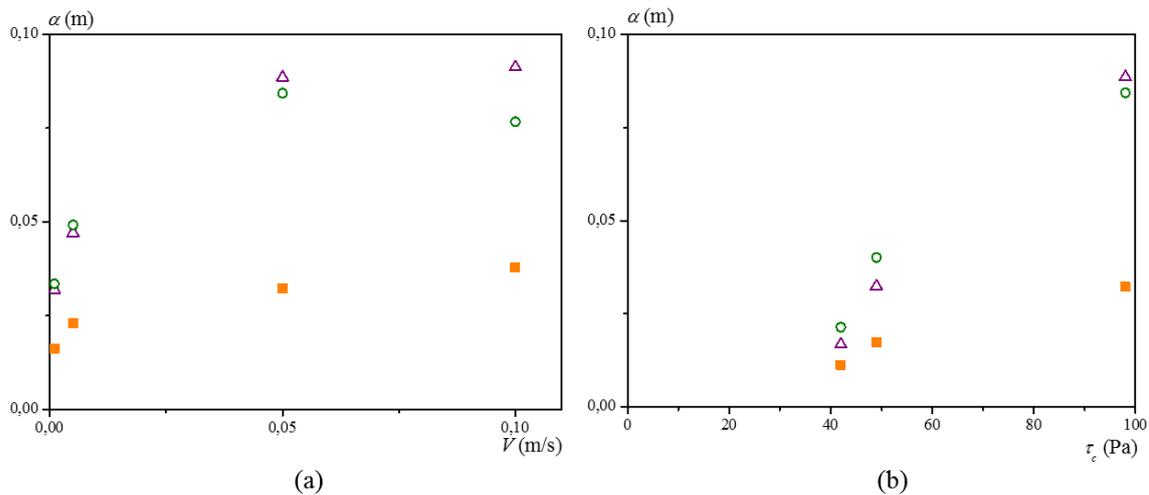


FIGURE 7.7 –  $\alpha$  en fonction (a) de  $V$  avec  $\tau_c = 98$  Pa et (b) de  $\tau_c$  avec  $V = 50$  mm/s.  $P > 7$  mm (orange),  $S - P = 5$  mm et  $P = 2$  mm (violet) et  $S - P = 3$  mm et  $P = 2$  mm (vert).

## 7.2.3 Courbes de force

La lame est montée sur deux capteurs de force, ce qui permet de suivre l'évolution des forces normale et tangentielle que lui applique le fluide au cours de son déplacement dans le canal. La figure 7.8 en montre un exemple typique. Pour  $P > 7$  mm, à  $S - P$  constant, les courbes se superposent, la force appliquée à la plaque dépend donc uniquement de la quantité de fluide poussé. La force normale  $F_x$  augmente largement avec  $d$ , le déplacement relatif de la lame et du la cuve.  $F_x$  est plus faible lorsque  $P < 7$  mm. Plus de données expérimentales seraient nécessaires pour étendre l'indépendance de  $F$  par rapport à  $S - P$  aux cas où  $P < 7$  mm. Par ailleurs, quel que soit  $P$ , au delà de 100 mm de déplacement, la force devient essentiellement normale à la plaque. La force tangentielle elle se stabilise, voire augmente légèrement. Elle est approximativement égale à la contrainte de cisaillement exercée par le fluide de l'amas en contact avec la lame, en supposant qu'il est dans son état solide et qu'il n'y a pas de glissement. Avec l'exemple de la figure 7.8,  $F_y \simeq \tau_c HW \simeq 0,5$  N, pour  $\tau_c = 98$  Pa,  $H \simeq 40$  mm et  $W = 12$  cm, la largeur du canal. Dans la suite, nous n'étudierons que la force  $F_x$  normale à la plaque.

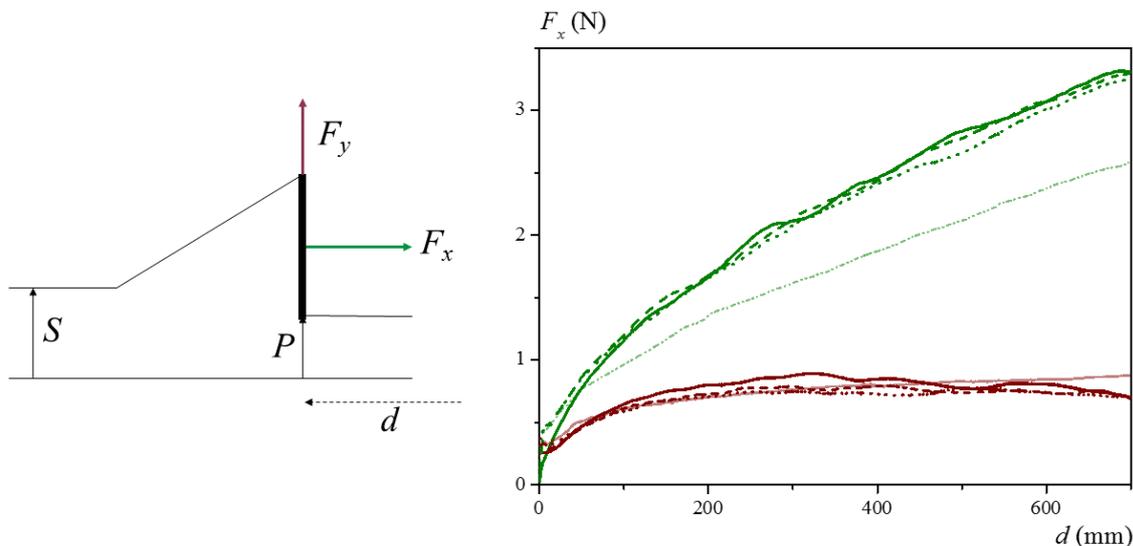


FIGURE 7.8 – A gauche, schéma de la zone étudiée. A droite, forces normale  $F_x$  (vert) et tangentielle  $F_y$  (marron) appliquées par le fluide sur la lame en fonction de  $d$ .  $P > 7$  mm (foncé) :  $S - P = 5$  mm et  $P = 20$  mm (trait plein),  $P = 15$  mm (tirets) et  $P = 10$  mm (pointillés).  $P < 7$  mm (clair) :  $S - P = 5$  mm et  $P = 2$  mm.  $V = 5$  mm/s,  $\tau_c = 98$  Pa,  $\theta = 0^\circ$ .

Quels que soient les paramètres de l'expérience, la force normale  $F_x$  évolue en  $d^{1/2}$  (figure 7.9). Elle peut donc s'écrire sous la forme :

$$F_x = \beta\sqrt{d} \quad (7.2)$$

avec  $\beta$  un coefficient dépendant a priori du seuil  $\tau_c$ , de la vitesse de la lame  $V$  et du volume poussé  $S - P$ , mais pas de la profondeur d'immersion  $P$  lorsque  $P > 7$  mm.

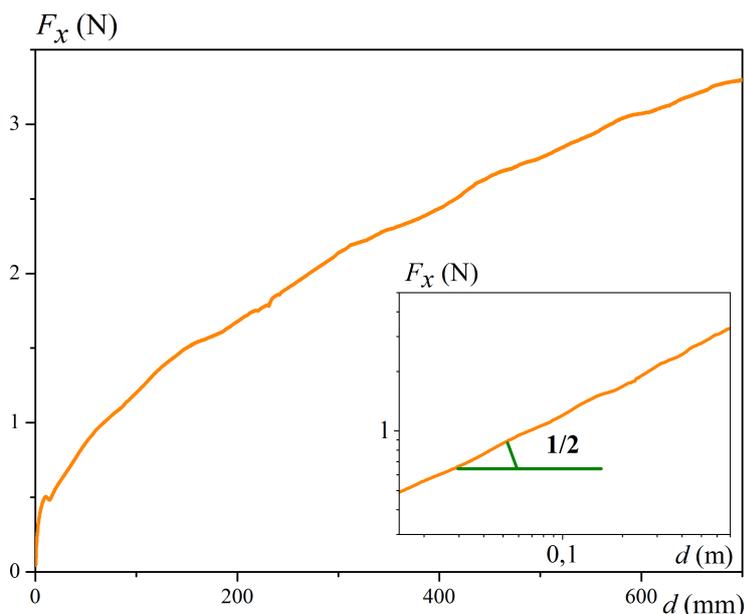


FIGURE 7.9 –  $F_x$  en fonction de  $d$ .  $V = 5$  mm/s,  $\tau_c = 98$  Pa,  $\theta = 0^\circ$ ,  $S - P = 5$  mm,  $P > 7$  mm.

Les variations de  $\beta$  avec les différents paramètres sont représentées sur la figure 7.10. De même que pour  $\alpha$  précédemment, quel que soit  $P$ ,  $\beta$  varie peu lorsque  $V$  parcourt deux

décades, vraisemblablement avec une augmentation en puissance de  $V$ , tandis qu'il semble proportionnel à  $\tau_c$  au premier ordre.  $\beta$  augmente également avec la quantité  $S - P$  de fluide poussé. Par ailleurs,  $\beta$  semble là aussi différer selon la position de  $P$  par rapport à la valeur 7 mm, à  $S - P$  égal (carrés orange et cercles verts),  $F_x$  et donc  $\beta$  étant plus faibles lorsque la lame se rapproche du fond de la cuve

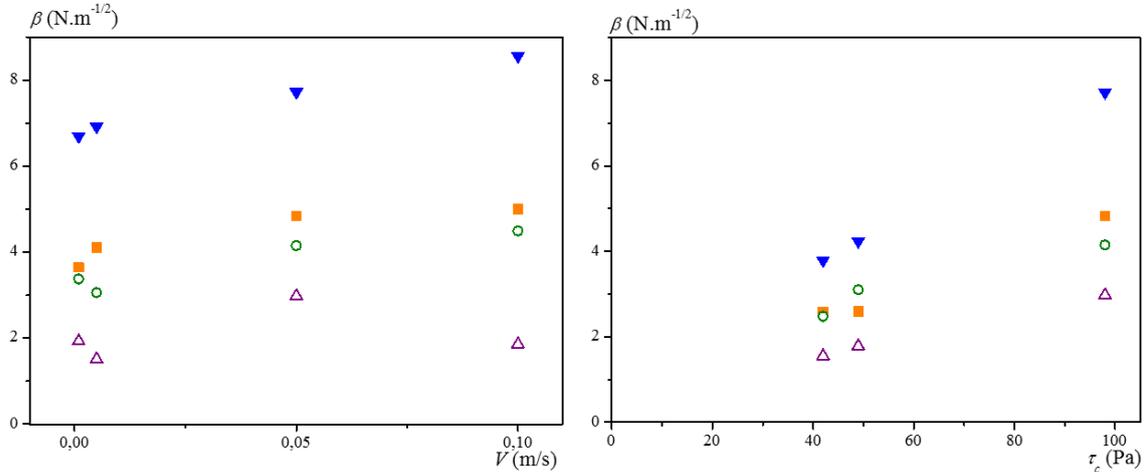


FIGURE 7.10 –  $\beta$  en fonction (a) de  $V$  avec  $\tau_c = 98$  Pa et (b) de  $\tau_c$  avec  $V = 50$  mm/s.  $P > 7$  mm (symboles pleins) :  $S - P = 10$  mm (bleu) et  $S - P = 5$  mm (orange).  $P < 7$  mm (symboles ouverts) :  $S - P = 5$  mm (vert) et  $S - P = 3$  mm (violet).

En résumé, les différentes mesures macroscopiques ont montré que lors de l'étalement d'un fluide à seuil à l'aide d'une lame mince verticale :

- l'épaisseur enduite derrière la lame est supérieure à l'épaisseur imposée par la lame, contrairement à ce qui est observé avec les fluides newtoniens et visco-élastiques. Cette épaisseur est également indépendante de tous les paramètres expérimentaux, excepté  $P$ .

- un amas de fluide se forme devant la lame. Sa hauteur  $H$  et son extension  $L$  sont reliées par la relation  $H^2 = \alpha L$ .  $\alpha$  augmente avec  $V$  et  $\tau_c$ . La géométrie de l'amas dépend fortement de la profondeur d'immersion  $P$  de la lame par rapport au fond de la cuve.

- le fluide exerce sur la lame une force essentiellement normale, de la forme  $\beta\sqrt{d}$ .  $\beta$  augmente avec  $V$ ,  $\tau_c$  et  $S - P$ , et varie légèrement avec  $P$  lorsque celui-ci est inférieur à 7 mm.

## 7.3 Visualisations

Afin de mieux comprendre la forme de l'écoulement, et en particulier l'importance de la valeur d'environ 7 mm de  $P$  qui la modifie largement, nous avons utilisé les deux techniques de détermination de champs présentées précédemment, la PIV et les simulations numériques.

### 7.3.1 Estimation du champ de vitesse par PIV

La technique de PIV à proprement parler, et telle qu'expliquée au chapitre 2.4, n'a pas été mise en œuvre pour cette expérience. En effet, la présence d'une surface libre largement déformable au cours du temps et non plane conduit à une forte diffraction de la lumière du laser, empêchant de distinguer les traceurs. Nous avons cependant utilisé les bulles présentes dans le Carbopol, lorsqu'il y en avait, pour estimer le champ de vitesse horizontale autour de la lame, et en particulier dans l'amas de fluide.

La figure 7.11 montre une évolution typique du champ de vitesse horizontale  $V_x$ , estimé par cette méthode. Les vitesses ont été déterminées dans le référentiel de la plaque d'après les conditions expérimentales. Les zones en rouge ont donc des vitesses de l'ordre de celle du

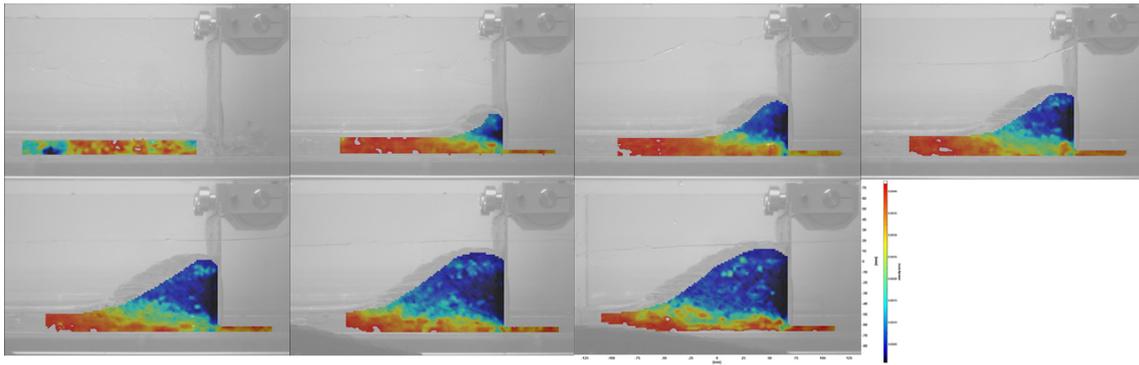


FIGURE 7.11 – Évolution du champ de vitesses  $V_x$  lors de l'étalement d'un Carbopol avec une lame. La lame se déplace de 100 mm entre chaque image.  $\tau_c = 98$  Pa,  $V=5$  mm/s,  $S=17$  mm,  $P=7$  mm.

canal (ici 5 mm/s) tandis que les zones en bleu sont celles allant à la vitesse de la plaque, c'est-à-dire quasi nulles.

Malgré une détermination perturbée du champ, on constate que l'écoulement possède des caractéristiques remarquables :

- le fluide étalé dans le canal, devant et derrière la lame n'est pas cisailé horizontalement (zones rouges), il est donc vraisemblablement au repos dans l'état solide
- l'amas de fluide au dessus de la surface libre initiale n'est également pas cisailé horizontalement (zone bleue), le fluide est donc poussé comme un bloc par la lame, à la vitesse de la lame
- entre ces deux régions, une couche d'épaisseur quasi constante, notée  $\delta$ , est, semble-t-il, uniformément cisailée. La vitesse horizontale y décroît de  $V$  à 0. Cette zone se situe entre la pointe de la plaque et la jonction entre l'amas de fluide et la surface libre.

Ainsi, l'étalement de fluide à seuil par une lame mince dans un canal se compose de deux régions de fluide à l'état solide (sauf peut-être le long de la lame, voir plus loin) en mouvement relatif l'une par rapport à l'autre à la vitesse  $V$  de la lame grâce à une couche de fluide uniformément cisailée (au taux  $V/\delta$ ) et donc liquide a priori, par analogie avec la configuration de l'enduction par trempage. Cette couche liquide est d'épaisseur presque constante  $\delta$ , et de longueur  $L_t = \sqrt{L^2 + (S - P)^2} \simeq L$  dans nos expériences, puisque  $L \gg S - P$ .

La qualité des champs de vitesse ne permet pas de déterminer précisément  $\delta$  mais une estimation donne  $\delta \simeq 14 - 15$  mm pour l'expérience de la figure 7.11 ( $\tau_c = 98$  Pa et  $V = 5$  mm/s). En considérant grossièrement que la moitié de l'épaisseur de la couche liquide passe sous la lame, il apparaît que la valeur  $P \simeq 7 - 8$  mm est effectivement critique. Si la pointe de la lame est au dessus de cette valeur, la couche liquide ne se développe pas jusqu'au fond de la cuve et l'écoulement est alors indépendant de  $P$ , si la pointe est en dessous, la couche liquide "touche" le fond de la cuve et l'écoulement, à travers la forme de l'amas, dépend alors de  $P$ .

Il est intéressant de noter que le déplacement d'une plaque verticale dans un fluide à seuil perturbe le matériau sous la pointe sur une distance de l'ordre d'une dizaine de millimètres, que le déplacement soit vers le bas (cas de l'enduction par trempage) ou latéral (cas présent), et malgré des mécanismes en jeu différents.

### 7.3.2 Calcul du champ de vitesse par simulation numérique

Nous avons également utilisé le code de simulation numérique conique du second ordre pour estimer le champ de vitesse au sein de l'amas de fluide, devant la plaque. Le fluide à seuil est modélisé avec un comportement de type Herschel-Bulkley. Le code ne permettant pas à l'heure actuelle de déterminer l'évolution de la géométrie des surfaces libres, la géométrie

de l'amas de fluide doit être précisée comme donnée d'entrée. Cet outil n'étant donc pas prédictif, nous n'avons pas pris en compte la couche enduite derrière la lame. La géométrie de l'amas est complexe, et nous l'avons simplifiée par un triangle rectangle, de base  $L$  et de hauteur  $H$ . Lorsque  $P > 7$  mm, l'estimation par l'approximation  $HL/2$  sous-estime en moyenne d'environ 7% le volume réel de l'amas au dessus de  $S$ . Lorsque  $P < 7$  mm, cette sous-estimation atteint 12% puisque l'amas perd sa forme triangulaire pour une forme plus bombée. Grâce à cette approximation, il est possible d'obtenir rapidement des informations qualitatives intéressantes sur l'écoulement. Ces simulations permettent en plus d'avoir accès au champ de vitesse verticale  $V_y$ , en particulier au niveau de l'amas, ce qui complète les données précédentes. En effet, ce champ calculé par PIV est trop bruité.

La figure 7.12 présente un exemple typique de résultat numérique obtenu avec les données de l'expérience de la figure 7.11. Le maillage utilisé est précisé dans l'annexe B, sa finesse est similaire à celle du chapitre 5. Attention, dans la modélisation, le canal est immobile tandis que l'amas de fluide est poussé à la vitesse  $V$ . Le champ de vitesse horizontale  $V_x$  est à gauche. L'allure de ce champ est tout à fait comparable aux données expérimentales obtenues par PIV, les deux régions non cisillées sont identifiables, séparées par une couche uniformément cisillée excepté près de la plaque. En particulier, la position de la couche liquide est la même que celle observée expérimentalement, c'est-à-dire allant de la pointe de la lame à la jonction entre la surface libre et l'amas. Son épaisseur est également d'une dizaine de millimètres. Cela permet de confirmer la pertinence des simulations numériques. La figure de droite fournit le champ de vitesse verticale  $V_y$ . Le fluide est cisillé le long de la lame, avec un gradient non uniforme et une intensité plus faible que sous l'amas. Sans étude plus précise des déformations subies par le matériau dans cette zone, il n'est pas possible de conclure sur son état solide ou liquide. L'amas subit un mouvement d'ensemble vers le haut lorsque son volume augmente. Il semble alimenté par sa base, au niveau de la couche liquide.

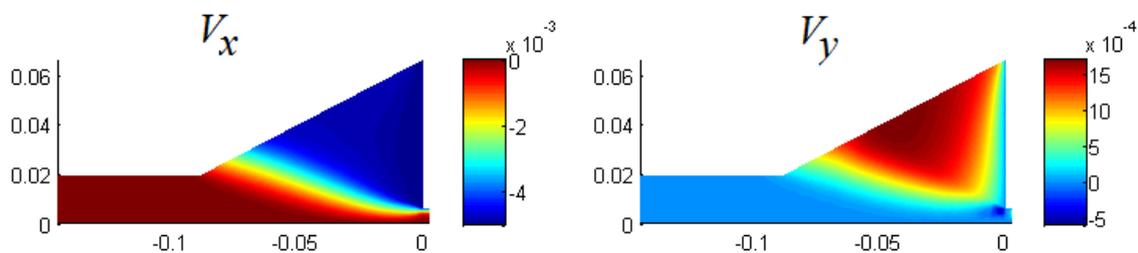
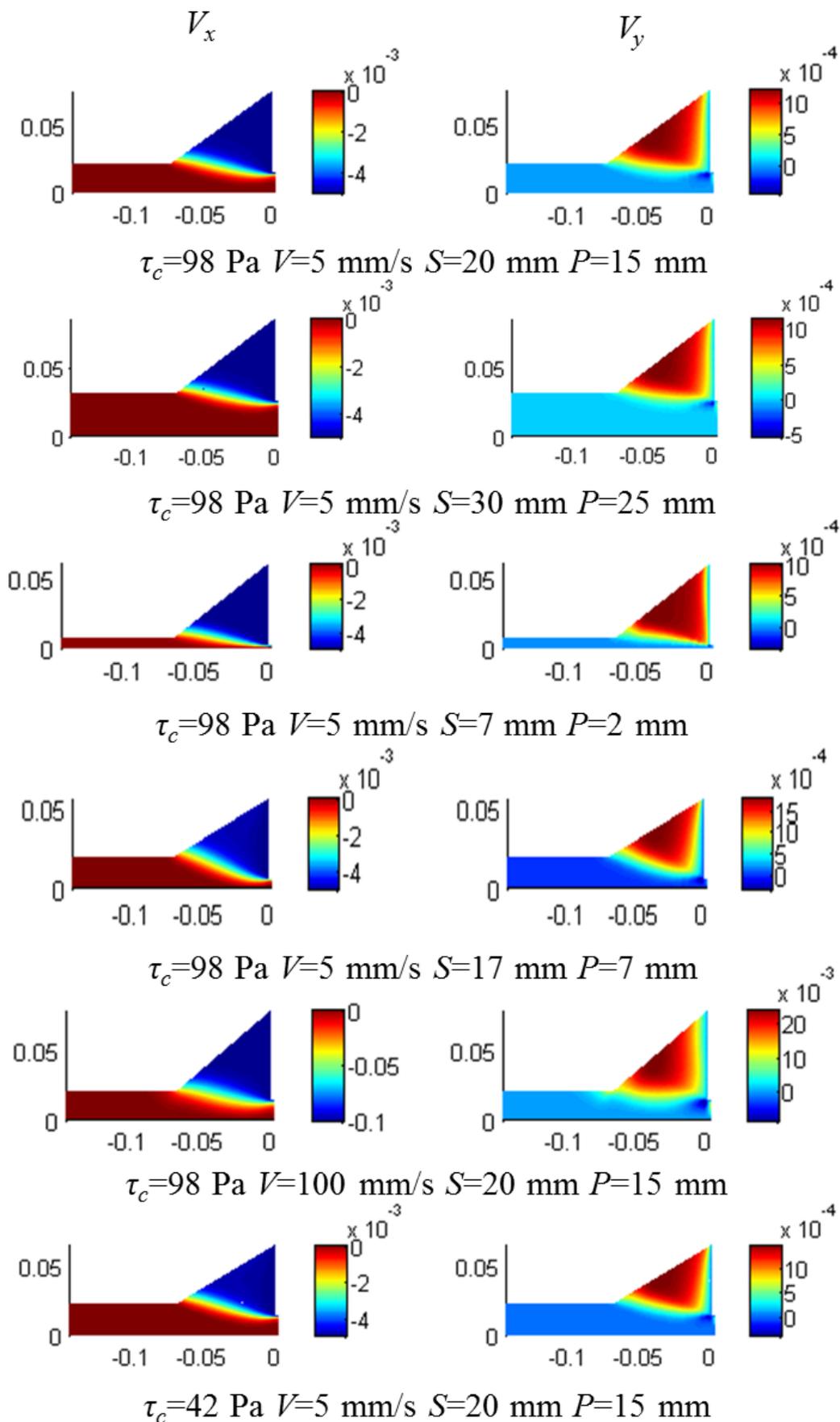


FIGURE 7.12 – Simulations des champs de vitesses  $V_x$  et  $V_y$  lors de l'étalement d'un fluide à seuil avec une lame.  $\tau_c = 98$  Pa,  $k = 49$  Pa.s<sup>-n</sup>,  $V = 5$  mm/s,  $S = 17$  mm,  $P = 7$  mm.

### 7.3.3 Influence de la profondeur d'immersion de la lame $P$ , du volume de fluide déplacé $S - P$ , de la vitesse $V$ de la lame et du seuil $\tau_c$ du fluide

L'influence des différents paramètres expérimentaux sur la forme de la couche horizontale cisillée est difficile à évaluer avec les données expérimentales à cause de différentes limitations : il n'y a pas suffisamment de bulles dans toutes les expériences, ce qui empêche la détermination du champ de vitesse, et lorsque l'épaisseur enduite devant la lame, et a fortiori derrière, est petite (typiquement inférieur à 5 mm), le champ de vitesse est très incertain. Les résultats numériques sont donc utilisés. Afin de pouvoir être comparé, chaque champ est déterminé pour des géométries donnant la même largeur  $L$  d'amas et donc approximativement de couche cisillée. Les distances parcourues par la lame jusqu'à cette configuration varient selon les paramètres.

FIGURE 7.13 – Variations des champs numériques de vitesse avec  $P$ ,  $S - P$ ,  $V$  et  $\tau_c$

La figure 7.13 présente les différents résultats. La première figure est utilisée comme référence. Quelle que soit la configuration considérée, une couche quasiment uniformément cisailée est présente entre le fluide du canal et l'amas. Dans l'ordre des images :

- pour  $P > 7$  mm, l'écoulement est simplement translaté lorsque seul  $P$  varie, ce qui implique que la géométrie de l'amas et la force  $F$  appliquée à la lame sont indépendantes de la position de la lame

- ce résultat n'est plus valable lorsque  $P$  est inférieur à 7 mm. L'épaisseur  $\delta$  de la couche cisailée semble plus faible et la vitesse verticale  $V_y$  au sein de l'amas est plus élevée le long de la lame avec une couche cisailée verticale d'épaisseur presque constante. Ce constat indique une croissance plus forte de  $H$

- La géométrie de l'amas est très proche de la configuration de référence, ce résultat est alors en accord avec les observations géométriques de la section précédente 7.2.2 : à  $V$  et  $\tau_c$  fixés, la géométrie de l'amas dépend uniquement de son volume.  $\delta$  semble légèrement augmenter avec  $S - P$  (à  $P > 7$  mm). La force normale appliquée à la lame augmente avec  $S - P$ , soit peut-être avec  $\delta$ .

- $\delta$  augmente avec  $V$  et le gradient de vitesse verticale  $V_y$  quasi nul près de la lame indique une croissance de  $H$  plus importante, en accord avec la figure 7.4. Là encore, il a été noté que la force normale à la plaque augmente avec  $V$

- $\delta$  ne varie pas avec le seuil  $\tau_c$ . Ce résultat est similaire à ce qui est observé pour l'épaisseur de la couche liquide le long de la plaque lors de son déplacement dans un bain de fluide à seuil (chapitres 4 et 5). Cela laisse supposer que, là également,  $\delta$  varierait avec l'inverse du nombre de Bingham, ce que nous n'avons pas pu vérifier, les fluides utilisés étant tous des Carbopols pour lesquels  $k/\tau_c$  est constant. Le gradient de vitesse verticale  $V_y$  le long de la lame est important, il augmente avec le seuil  $\tau_c$ . Ainsi, plus le seuil est élevé, plus la hauteur  $H$  de l'amas va augmenter au détriment de  $L$  (via  $\alpha$ ), ce qui explique la figure 7.7(b).

Ainsi, la forme de l'écoulement peut être rapprochée à ce qui a été observé précédemment dans le bain de fluide à seuil lors de l'enduction par trempage, et également à ce qu'a observé Thibaud Chevalier [115] dans le cas de l'écoulement en contraction-expansion d'un fluide à seuil dans un pore carré précédé et suivi de tubes de même diamètre, moins large que celui du pore. Dans le pore, tout le fluide qui excède le diamètre du tube initial est au repos tandis que le fluide au milieu se déplace en "*plug*" à la vitesse imposée dans le tube. Les deux régions solides sont séparées par une couche de fluide uniformément cisailée. Dans ces trois configurations, il s'agit de déplacer un objet ou une région solide possédant un côté rectiligne par rapport à une région de fluide à l'état solide. Ceci est possible par l'intermédiaire d'une couche de fluide uniformément cisailée dont l'épaisseur n'est pas prédite théoriquement en l'état actuel des connaissances. Les simulations numériques permettent cependant de l'évaluer. Cette épaisseur augmente légèrement avec  $V$ , la vitesse relative de déplacement des "solides" au sens large (objet ou fluide à seuil dans l'état solide), et de manière plus générale avec l'inverse du nombre de Bingham. (Ce résultat reste cependant à vérifier pour la configuration d'expansion/contraction.) L'écoulement en cisaillement simple est alors un cas limite de ce phénomène lorsque la distance entre les deux plans est inférieure à deux fois l'épaisseur de la couche liquide, faisant disparaître la région de fluide solide. En particulier, ces écoulements sont très différents de ce qui est observé avec des fluides newtoniens, visqueux ou visco-élastiques pour lesquels l'ensemble du fluide est mobilisé (figure 1.10).

## 7.4 Analyse des résultats et discussion

Les différentes visualisations de l'écoulement obtenues par PIV et surtout par simulations numériques permettent une nouvelle analyse des données macroscopiques. En particulier, selon les paramètres des expériences, il est possible de faire des parallèles entre le champ de vitesse

verticale  $V_y$  et la croissance de la hauteur  $H$  de l'amas d'une part et entre la longueur  $L$  et l'épaisseur  $\delta$  de la couche cisailée et la force normale  $F_x$  exercée sur la lame d'autre part.

#### 7.4.1 Paramètres géométriques $H$ et $L$

Quelle que soit la valeur de  $P$  par rapport à 7 mm, la section 7.2.2 a montré que la hauteur  $H$  de l'amas et son extension  $L$  sont liées par la relation  $H^2 = \alpha L$ . Confirmées par l'étude numérique du gradient de vitesse verticale  $V_y$  le long de la lame, les données indiquent que  $\alpha$  est indépendant de  $S - P$ , est proportionnel à  $\tau_c$  au premier ordre et augmente légèrement avec  $V$ . Le taux de croissance de  $\alpha$  avec ces deux paramètres est cependant plus grand si  $P < 7$  mm.

##### 7.4.1.1 Modèle

La forme de l'écoulement autour de l'amas mobile de fluide permet d'envisager le modèle simple suivant, calqué sur les tests d'affaissement de fluides à seuil à partir d'un moule conique [89] et sur leur étalement sur un plan horizontal à partir d'un point source [90]. Considérons l'amas de fluide translaté horizontalement par la lame à la vitesse  $V$ , en excluant la couche horizontale cisailée liquide. L'écoulement est supposé être en deux dimensions, selon les directions cartésiennes  $x$  et  $y$  définies à la figure 7.8. Le profil de la surface du fluide, invariant sur la largeur du canal, est noté  $Y$  et il varie uniquement selon  $x$ . Les effets d'inertie sont négligés. L'état de contrainte dans l'amas est approximé par un cisaillement simple, si bien qu'une seule composante du tenseur des contraintes est non nulle,  $\tau_{xy}$ . L'équation du moment (2.4) appliquée au fluide de l'amas donne :

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \quad (7.3)$$

$$0 = -\rho g - \frac{\partial p}{\partial y} \quad (7.4)$$

Le champ de pression s'obtient en intégrant la deuxième partie de l'équation précédente selon  $y$ , en prenant  $p(Y) = 0$  :

$$p = \rho g(Y(x) - y) \quad (7.5)$$

L'équation (7.3) intégrée selon  $y$  entre 0 et  $Y$  donne :

$$\rho g Y \frac{dY}{dx} = -\tau_{xy}(0) \quad (7.6)$$

En intégrant cette nouvelle équation selon  $x$  entre 0 et  $L$ , on obtient :

$$\rho g \frac{H^2}{2} = \tau_{xy}(0)L \quad (7.7)$$

avec les conditions aux limites  $Y(L) = 0$  et  $Y(0) = H$  qui suppose que la hauteur maximale de l'amas est atteint au niveau de la lame. La contrainte de cisaillement imposée par la couche cisailée liquide est supposée uniforme en  $y = 0$ , le long de  $L$  :  $\tau_{xy}(0) = \tau_c + k\left(\frac{V}{\delta}\right)^n = \tau$ .

On obtient alors la relation suivante :

$$\frac{H^2}{L} = \frac{2\tau}{\rho g} = \alpha \quad (7.8)$$

Ce modèle vérifie bien les propriétés suivantes, déduites des données expérimentales :  $\alpha$  est proportionnel à  $\tau_c$  à basses vitesses, et varie en  $V^n$  avec la vitesse de la lame, si la variation de  $\delta$

avec  $V$  est négligée. Cette relation est la même que celles obtenues dans la littérature [89,90] en remplaçant la condition d'arrêt du fluide sur le plan horizontal  $\tau_{xy}(0) = \tau_c$  par le cisaillement imposé par la couche liquide sur l'amas  $\tau_{xy}(0) = \tau$ .

#### 7.4.1.2 Résultats

La figure 7.14 présente l'évolution de  $\alpha$  avec  $\tau/\rho g$  pour  $P > 7$  mm (symboles pleins) et  $P < 7$  mm (symboles ouverts). La variation de  $\delta$  avec  $\tau_c$  et  $V$  n'est pas prise en compte dans le calcul de la contrainte de cisaillement  $\tau$ . La représentation prend  $\delta = 15$  mm pour  $P > 7$  mm et  $\delta = 10$  mm pour  $P < 7$  mm. Le calcul des incertitudes repose lui sur la variation de  $\delta$ .

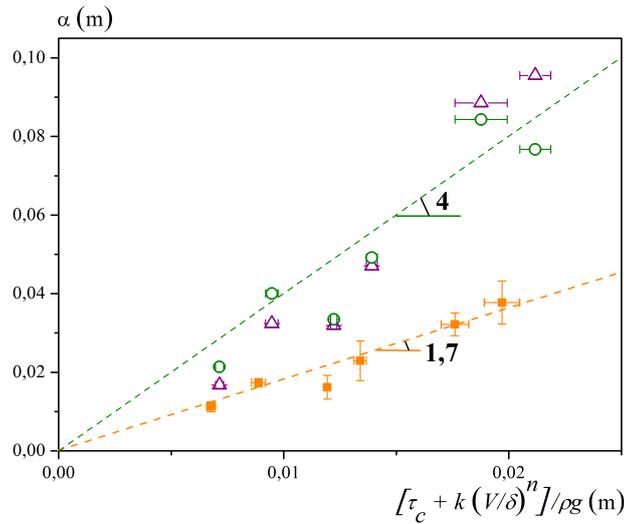


FIGURE 7.14 –  $\alpha$  en fonction de  $\tau/\rho g$  pour  $P > 7$  mm (orange) et  $P = 2$  mm (symboles ouverts) :  $S - P = 5$  mm (violet) et  $S - P = 3$  mm (vert).

Conformément au modèle, une relation de proportionnalité est bien observée entre  $\alpha$  et  $\tau/\rho g$ , confirmant la détermination de la croissance de l'amas, via  $\alpha$ , par le fluide à seuil utilisé ( $\tau_c, k$ ) et la vitesse de la plaque  $V$ , indépendamment de la quantité  $S - P$ . Pour  $P > 7$  mm, le coefficient trouvé 1,7 est très proche de celui attendu. La géométrie de l'amas semble donc être la même que lors de l'étalement d'un fluide à seuil sur un plan horizontal à partir d'un point source (section 1.3.3), dans l'approximation de lubrification, pour des matériaux à seuils faibles. Les formes d'amas sont pourtant différentes - demi-amas et invariance dans la largeur du canal et amas à symétrie de rotation pour la littérature - et dans le cas de l'étalement à l'aide d'une lame, ce résultat est valable pour un seuil important ( $\tau_c = 98$  Pa).

Le coefficient  $\alpha$  est cependant plus grand expérimentalement que dans le modèle pour  $P < 7$  mm (en le supposant indépendant de  $S - P$ ). Cela peut s'expliquer par le fait que dans ces cas, la longueur  $L$  et la hauteur  $H$  de l'amas sont de dimensions équivalentes, l'état de contrainte dans le matériau n'est peut-être plus modélisable par un cisaillement simple.

### 7.4.2 Lien entre la force normale et la géométrie de l'amas

#### 7.4.2.1 Expression de $F_x$

À la section 7.2.3, nous avons vu que la force normale à la lame est de la forme  $F_x = \beta\sqrt{d}$ , avec  $d$  la distance parcourue par la lame. La conservation du volume de fluide étalé, avant et après passage de la lame, donne :

$$d(S - h) = \frac{HL}{2} \quad (7.9)$$

On obtient :

$$F_x = \beta \sqrt{\frac{HL}{2(S-h)}} \quad (7.10)$$

Avec  $H = \sqrt{\alpha L}$  et  $h \simeq 1,1P$ , on a :

$$F_x = \frac{\beta}{\sqrt{2(S-1,1P)}} \alpha^{1/4} L^{3/4} \quad (7.11)$$

expression qui relie la force  $F_x$  à l'extension de l'amas  $L$  et donc de la couche liquide. De manière surprenante, ces deux quantités ne sont pas proportionnelles, contrairement à ce que l'on aurait pu pressentir vue la forme de l'écoulement. Elle fait également intervenir la géométrie de l'amas à travers le paramètre  $\alpha$ .

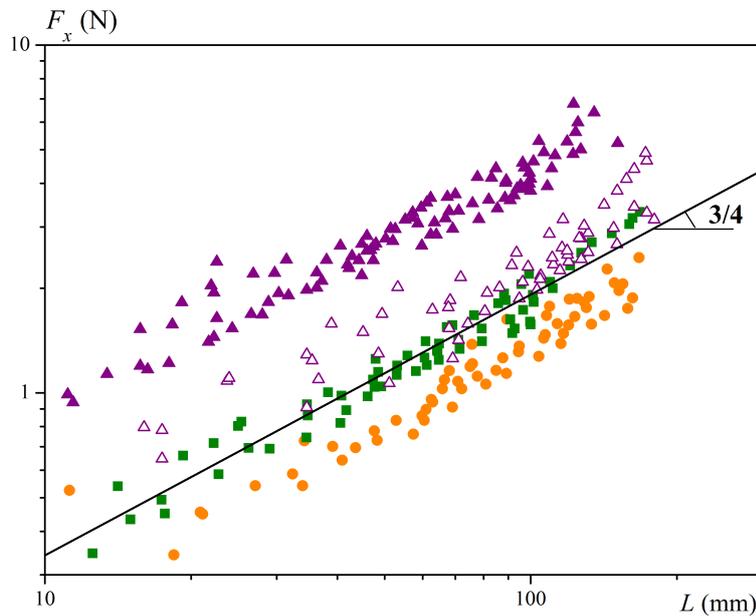


FIGURE 7.15 – Force normale  $F_x$  en fonction de la largeur de l'amas  $L$ , à  $V = 50$  mm/s (symboles pleins), pour les fluides de seuil  $\tau_c = 98$  Pa (triangles violets),  $\tau_c = 49$  Pa (carrés verts) et  $\tau_c = 42$  Pa (cercles orange), et à  $V = 1$  mm/s (symboles ouverts).

La figure 7.15 rassemble tous les résultats pour plusieurs couples  $(\tau_c, V)$ . Elle confirme que  $F_x$  s'exprime en  $L^{3/4}$  avec un coefficient qui dépend largement du seuil, légèrement de la vitesse, mais qui est indépendant de  $P$  et de  $S - P$  au premier ordre, ce qui permet d'unifier ce résultat pour toutes les valeurs de  $P$ .

#### 7.4.2.2 Résultats exploratoires

Les différentes observations indiquent que  $F_x/L^{3/4}$  et  $\alpha$  sont indépendants de  $S - P$ . A partir de l'équation (7.11), on en déduit que  $\beta$  s'exprime en  $\sqrt{S-h}$  X pression X longueur. On cherche donc une formule du type  $\beta = B(\tau_c + k(\frac{V}{D})^n)\sqrt{S-P}$ , avec  $B$  et  $D$  deux longueurs. L'indépendance de  $\beta$  avec  $P$  à  $S - P$  donné (lorsqu'il est plus grand que 7 mm, figure 7.10) nous incite à approximer  $S - h$  par  $S - P$ , ce qui constitue néanmoins un écart assez important lorsque  $S$  et  $P$  sont grands. Par ailleurs, les longueurs  $B$  et  $D$  sont elles considérées comme des constantes, indépendantes des différents paramètres. Les incertitudes sur les différentes mesures ne permettent pas de faire des évaluations plus précises en première approximation.

La figure 7.16(a) montre que  $\beta$  est vraisemblablement proportionnel à  $\sqrt{S-P}(\tau_c + k(\frac{V}{D})^n)$  avec un coefficient  $B$  d'environ 0,6 m.  $D$  est pris à 0,27 m afin de correspondre à un maximum

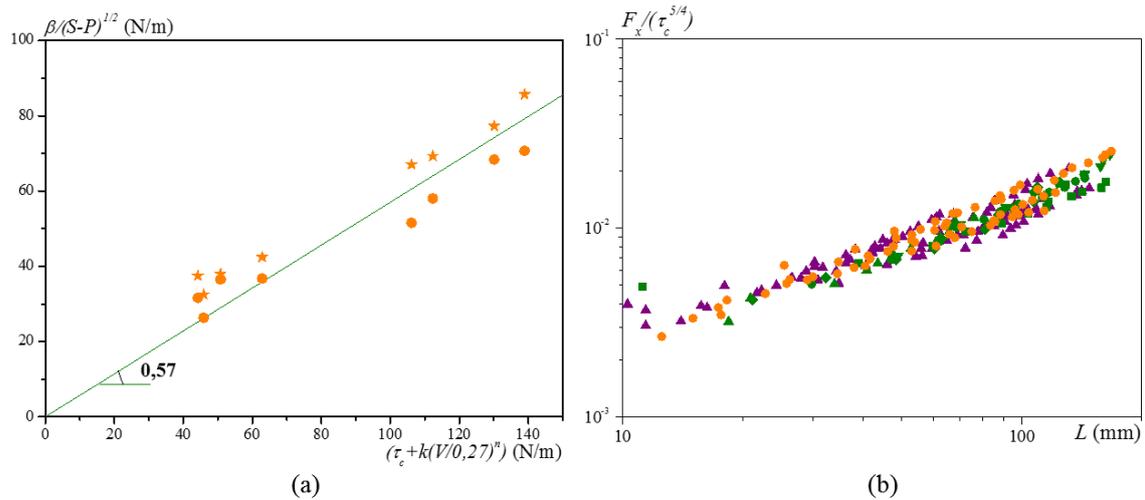


FIGURE 7.16 – (a)  $\beta/\sqrt{S-P}$  en fonction de  $\tau$ .  $S-P = 10$  mm (étoiles) et  $S-P = 5$  mm (ronds) (b)  $F_x/\tau_c^{5/4}$  en fonction de la largeur de l’amas  $L$  à  $V = 50$  mm/s, pour les fluides de seuil  $\tau_c = 98$  Pa (triangles violets),  $\tau_c = 49$  Pa (carrés verts) et  $\tau_c = 42$  Pa (cercles orange).

de données. Nous n’avons cependant pas d’explications physiques pour ces deux grandeurs qui sont bien plus grandes que l’épaisseur  $\delta$  de la couche liquide. On remarque également que la dépendance en  $S-P$  est encore légèrement présente, les données pour  $S-P = 10$  mm étant au dessus de celles pour  $S-P = 5$  mm. Une des raisons peut être que  $D$  est pris constant, ce qui est certainement faux car en pratique, il peut varier avec les paramètres  $\tau_c$ ,  $V$  et  $S-P$ . A noter que si  $D$  est pris égal à  $\delta$ , les données ne sont plus proportionnelles à  $\tau$ . Cependant, en l’absence de traduction physique de ces paramètres, il n’est pas possible de conclure.

Enfin, à faibles vitesses,  $F_x$  est de la forme :

$$F_x \sim A \left( \frac{\tau_c}{\rho g} \right)^{1/4} \tau_c L^{3/4} \quad (7.12)$$

avec  $A \simeq 0,5$  m. La figure 7.16(b) confirme la surprenante dépendance de  $F_x$  avec  $\tau_c^{5/4}$ .

## 7.5 Quelques résultats pour une lame inclinée

Les expériences précédentes ont également été menées avec une lame inclinée pour le fluide de seuil  $\tau_c = 98$  Pa, avec  $\theta = 22$  et  $45^\circ$  (figure 7.17). Cette section présente quelques résultats préliminaires afin de donner des indications sur l’allure de l’écoulement sous cette hypothèse. Les précédents résultats (section 7.2.1) ont montré que l’épaisseur enduite derrière la lame  $h$  n’était pas sensible à l’angle  $\theta$  de la lame.

### 7.5.1 Paramètres géométriques $H$ et $L$

Comme précédemment,  $H$  et  $L$  sont la hauteur et la largeur de l’amas formé devant la lame, définis à la figure 7.17. En particulier,  $L$  reste la distance entre la lame et la jonction entre l’amas et la surface libre.

L’évolution de la géométrie de l’amas avec les paramètres de l’expérience est la même lorsque la lame est inclinée (figure 7.18). A  $\theta$  fixé (égal à  $22^\circ$  sur le graphique 7.18(a)) :

- lorsque  $P > 7$  mm :  $L$  (ronds) est largement plus grand que  $H$  (carrés),  $H$  et  $L$  sont indépendants de  $P$  à  $S-P$  fixés (données en noirs) et ils augmentent avec  $S-P$

- lorsque  $P < 7$  mm l’écoulement a un comportement différent, et  $L$  et  $H$  sont du même ordre de grandeur.

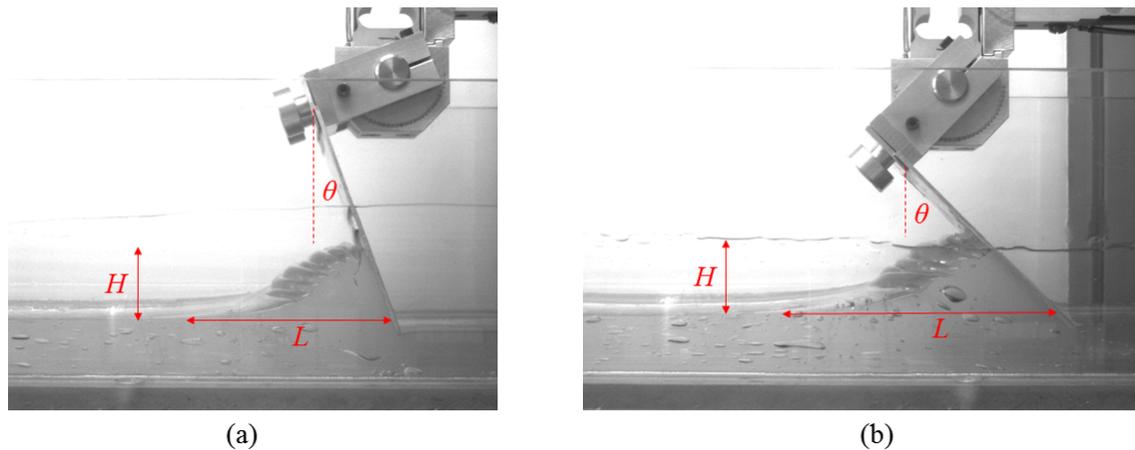


FIGURE 7.17 – Illustrations de la forme de l'amas formé devant une lame inclinée (a)  $\theta = 22^\circ$  et (b)  $\theta = 45^\circ$ .  $\tau_c = 98$  Pa,  $V = 50$  mm/s,  $S = 20$  mm et  $P = 15$  mm.

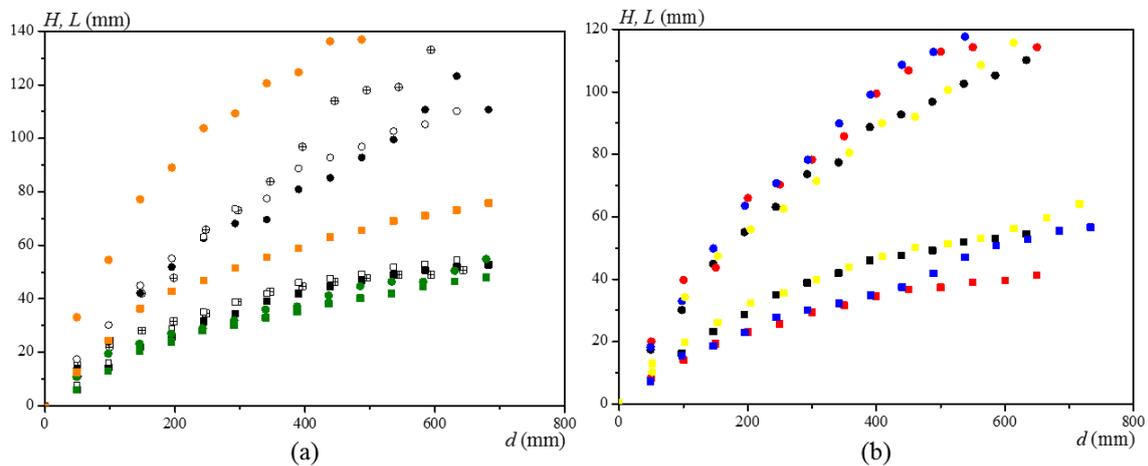


FIGURE 7.18 –  $H$  (carrés) et  $L$  (ronds) en fonction de  $d$  (a) variations avec  $S - P$  :  $S - P = 10$  mm et  $S = 17$  mm (orange) et  $S - P = 5$  mm (noir) et  $S = 20$  mm (symboles pleins),  $S = 15$  mm (symboles ouverts),  $S = 30$  mm (symboles avec croix).  $\tau_c = 98$  Pa,  $V = 50$  mm/s et  $\theta = 22^\circ$ . (b) variations avec  $V$  et  $\theta$  :  $V = 50$  mm/s et  $\theta = 0^\circ$  (jaune),  $V = 50$  mm/s et  $\theta = 22^\circ$  (noir),  $V = 50$  mm/s et  $\theta = 45^\circ$  (bleu) et  $V = 1$  mm/s et  $\theta = 22^\circ$  (rouge).  $S - P = 5$  mm,  $S = 20$  mm et  $\tau_c = 98$  Pa.

D'après la figure 7.18(b), l'amas s'étale légèrement plus, et donc monte moins, lorsque l'inclinaison de lame  $\theta$  et sa vitesse  $V$  augmentent. Même si nous n'avons pas fait les mesures correspondantes, nous nous attendons à observer le même résultat que pour une lame verticale, à savoir que  $H$  est d'autant plus grand (et donc  $L$  petit) que  $\tau_c$  est élevé.

Le lien entre la hauteur et la largeur de l'amas est ensuite difficile à évaluer. Il n'est par exemple pas évident que  $L$  soit la grandeur à considérer. La grandeur  $L - H \tan \theta$  qui représente la taille de l'amas qui n'est pas "sous" la lame peut également être déterminante dans sa dynamique de croissance.  $H$  peut dans tous les cas se mettre sous la forme  $H^a = \alpha L$ , avec  $a$  dépendant uniquement de  $\theta$  et  $\alpha$  ayant le même ordre de grandeur et les mêmes variations que pour la lame verticale (où  $a = 2$ ). Pour  $\theta = 22^\circ$ ,  $a$  vaut environ 1, tandis qu'il vaut 1,25 pour  $\theta = 45^\circ$ , il n'est donc pas monotone avec l'inclinaison.

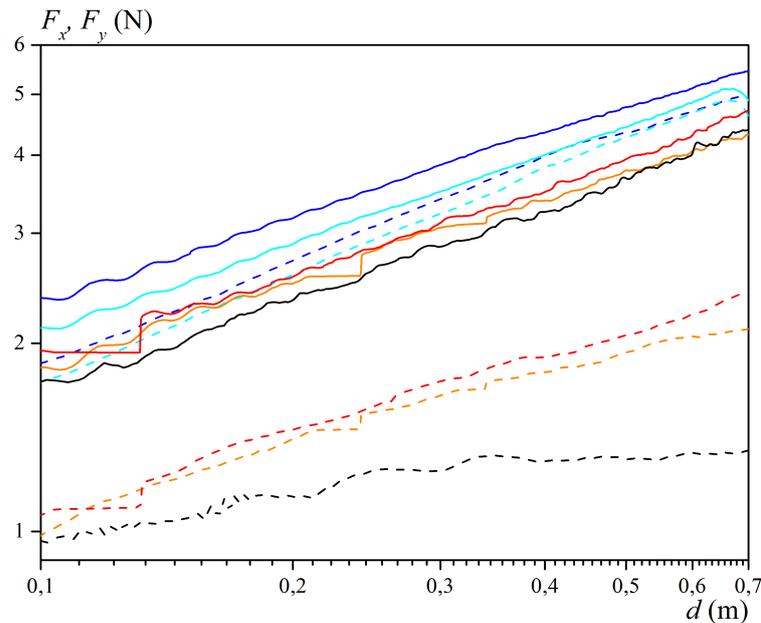


FIGURE 7.19 –  $F_x$  (traits pleins) et  $F_y$  (tirets) en fonction du déplacement de la lame  $d$  et de  $\theta$  :  $\theta = 45^\circ$  et  $S = 25$  mm (bleu foncé),  $\theta = 45^\circ$  et  $S = 20$  mm (bleu clair),  $\theta = 22^\circ$  et  $S = 25$  mm (orange),  $\theta = 22^\circ$  et  $S = 20$  mm (rouge) et  $\theta = 0^\circ$  (noir).  
 $S - P = 5$  mm,  $\tau_c = 98$  Pa,  $V = 100$  mm/s.

### 7.5.2 Courbes de force

Le suivi des courbes de forces horizontales  $F_x$  et verticales  $F_y$  sur le Carbopol de seuil  $\tau_c = 98$  Pa (figure 7.19) indique que :

- lorsque  $P$  est plus grand que disons 10 mm, à  $\theta$  fixé, les forces ne dépendent que de la quantité poussée  $S - P$  et non de la profondeur d'immersion de la lame (superposition des courbes rouges et des bleues)
- la force verticale  $F_y$  (tirets) exercée sur la lame augmente avec  $\theta$ , ce qui témoigne de la compression croissante du fluide à son contact
- la force horizontale  $F_x$  (traits pleins) augmente elle aussi, mais plus légèrement
- $F_x$  évolue toujours en  $\beta\sqrt{d}$ , tandis que  $F_y$  peut s'écrire sous la  $CL^c$ .  $\beta$ ,  $C$  et  $c$  augmentent avec  $\theta$ .

Tout comme le cas vertical, l'écoulement, et donc la force appliquée à la lame, présente une évolution différente lorsque  $P$  est en deçà d'une certaine valeur qui semble augmenter légèrement avec  $\theta$ .

A partir de ces données, il est possible de calculer  $F_n$  et  $F_t$ , les forces normales et tangentielles appliquées par le fluide sur la lame (figure 7.20). Il en ressort que le fluide exerce sur la lame une force principalement normale, confirmant la compression exercée sur le fluide. La faible force tangentielle  $F_t$  est orientée vers la pointe de la lame, traduisant la légère résistance du fluide à sa montée. La figure 7.20 confirme également que  $F$  augmente avec la vitesse  $V$  de la lame et la hauteur de fluide poussé  $S - P$ . Il serait ensuite intéressant d'étudier la variation de  $F_n$  avec  $L$  ou  $L - H \tan \theta$ .

### 7.5.3 Visualisations des champs de vitesse

Nous avons également étudié les champs de vitesse dans le fluide. La PIV grossière n'a pas permis d'obtenir des champs de qualité exploitable, cette brève étude repose donc sur

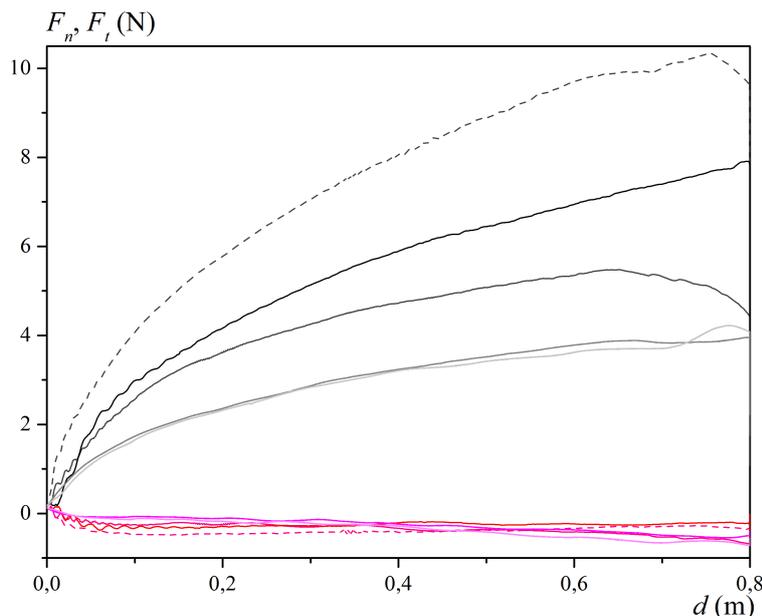


FIGURE 7.20 – Force normale  $F_n$  (nuances de gris) et force tangentielle  $F_t$  (nuances de roses) en fonction du déplacement de la lame  $d$  et de  $V$ .  $S - P = 5\text{mm}$  :  $V = 100\text{ mm/s}$  (noir et rouge),  $V = 50\text{ mm/s}$  (gris et rose foncés),  $V = 5\text{ mm/s}$  (gris et rose) et  $V = 1\text{ mm/s}$  (gris et rose clairs).  $S - P = 10\text{mm}$ ,  $V = 50\text{ mm/s}$  (tirets).

$\theta = 45^\circ$ ,  $\tau_c = 98\text{ Pa}$ .

ceux obtenus par simulations numériques. Des exemples pour  $\theta = 22$  et  $45^\circ$  sont donnés à la figure 7.21.

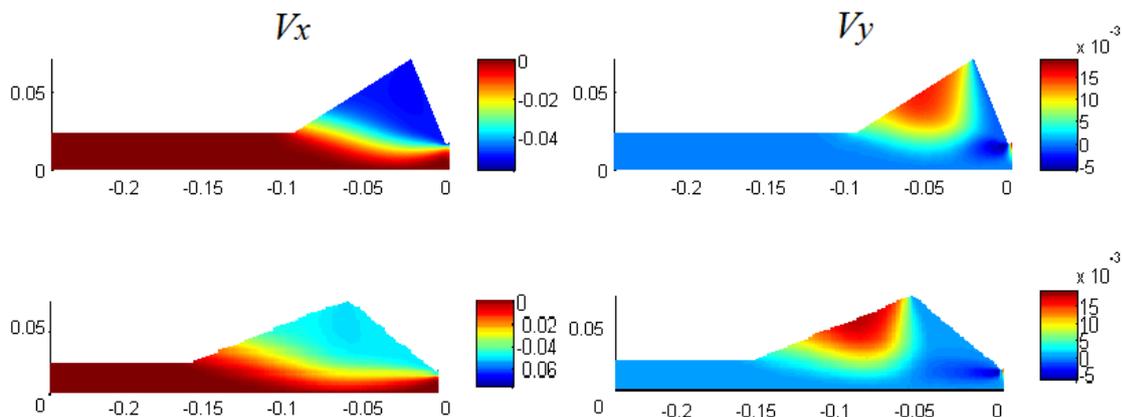


FIGURE 7.21 – Simulations des champs de vitesses  $V_x$  et  $V_y$  lors de l'étalement d'un fluide à seuil avec une lame inclinée, en haut  $\theta = 22^\circ$ , en bas  $\theta = 45^\circ$ .  $\tau_c = 98\text{ Pa}$ ,  $k = 49\text{ Pa}\cdot\text{s}^{-n}$ ,  $V = 50\text{ mm/s}$ ,  $S = 20\text{ mm}$ ,  $P = 15\text{ mm}$ .

Les champs de vitesse horizontale  $V_x$  sont similaires à celui observé pour une lame verticale. L'amas, non cisailé horizontalement, est poussé par la lame à vitesse  $V$  constante. Le fluide dans le canal reste solide. Entre les deux régions se trouve une couche cisailée horizontale, courbée vers le fond de la cuve, ce qui augmente de quelques millimètres la valeur de  $P$  distinctive entre les deux types d'écoulement. L'épaisseur de cette couche augmente avec l'inclinaison de la lame et sa portion qui semble d'épaisseur approximativement constante diminue.

Les champs de vitesse verticale  $V_y$  présentent eux aussi des similitudes avec le cas de la lame verticale. L'amas de fluide subit un mouvement vers le haut au niveau de la couche liquide et il est cisailé sur la hauteur verticale  $H$ . La croissance de l'amas semble donc avoir la même dynamique que pour le cas précédent. Une zone morte, translatée horizontalement à la vitesse  $V$ , est observée dans la zone située sous la lame, dans un triangle de hauteur  $H$  et de base  $H \tan \theta$ .

En particulier, ces champs montrent que les deux longueurs,  $L$  pour la couche cisailée horizontalement et  $L - H \tan \theta$  pour celle verticale, sont en jeu. L'évolution de  $H$  en fonction de  $L - H \tan \theta$  pour les 3 inclinaisons de lame montre des dynamiques de croissance de l'amas très semblables, sans être pour autant égales. Cela peut s'expliquer par la présence d'une zone morte à la place de la lame verticale à droite de l'amas et d'une couche cisailée horizontale bombée, lesquelles modifient les conditions aux limites.

En résumé, l'étalement à l'aide d'une lame inclinée est très semblable qualitativement à celui observé avec une lame verticale, tout en faisant intervenir des mécanismes différents, en raison de la compression imposée par la lame dans la zone morte. Il est notamment différent de ce qui est observé avec des fluides newtoniens ou visco-élastiques pour lesquels l'ensemble du matériau est mis en mouvement [69].

## 7.6 Conclusions et perspectives

Cette étude s'intéresse à une configuration expérimentale d'enduction très courante en pratique mais originale du point de vue théorique, l'étalement horizontal de fluide à seuil à l'aide d'une lame mince. Grâce à des mesures macroscopiques (géométriques et de force) et des simulations numériques, nous avons mis en évidence un écoulement de fluide à seuil composé de deux blocs de fluides à l'état solide, en mouvement relatif l'un par rapport à l'autre grâce à une couche cisailée. Ce type de phénomène a été récemment observé dans différentes configurations [115] faisant intervenir des objets ou des fluides en régime solide possédant au moins un côté plan.

Le fluide étalé derrière la lame est d'épaisseur constante, et dépend uniquement de la profondeur d'immersion de l'outil dans le fluide. Cette épaisseur est plus grande que celle imposée, et elle est probablement due au caractère de solide élastique du fluide non cisailé. Un amas de fluide se crée devant la lame durant son déplacement dans le canal. Sa hauteur et sa largeur augmentent donc au cours du temps, et elles sont liées par la relation  $H^2 = \alpha L$ , avec  $\alpha \sim \tau/\rho g$ ,  $\tau$  étant la contrainte de cisaillement exercée par la couche cisailée sur l'amas déplacé. Dans le cas où  $P > 7$  mm, la relation entre  $H$  et  $L$  est la même que lors des tests d'affaissement ou d'écoulement à partir d'un point source de fluides à seuil sur un plan horizontal en ajustant l'état de contrainte de l'amas de fluide à sa base :  $\alpha = 2\tau/\rho g$ .

L'évolution de la force exercée par le fluide sur la lame montre que celle-ci est principalement normale, et qu'elle évolue en  $\beta\sqrt{d}$ ,  $\beta$  augmentant avec le seuil du fluide, la hauteur raclée et la vitesse de la lame. En prenant en compte la géométrie de l'amas de fluide, il s'avère que la force normale à la lame s'exprime en  $\tau_c^{5/4} L^{3/4}/\rho g$  à basses vitesses.

Le cas des lames inclinées a également été brièvement abordé. L'écoulement développé est alors très semblable au cas vertical, mais il met en jeu la compression du fluide sous la lame, rendant plus complexes les analyses précédentes.

Pour poursuivre cette étude, de nouvelles expériences avec une lame verticale seraient nécessaires afin de préciser l'évolution du  $\beta$  avec les différents paramètres. L'utilisation d'un fluide avec un rapport  $k/\tau_c$  différent de celui du Carbopol permettrait aussi de mieux comprendre le développement et la forme de la couche horizontale cisailée. La théorie concernant le paramètre  $\alpha$  reste perfectible, notamment dans le cas où la couche cisailée touche le fond de la cuve, résultant dans une forme d'amas plus haute. L'origine de la force

normale à la plaque et ses dépendances avec les paramètres rhéologiques du matériau et la forme de l'amas sont également à comprendre. De la même manière, les écoulements avec une lame inclinée sont à approfondir. Enfin, nous n'avons utilisé qu'une seule lame, de faible épaisseur. Il serait intéressant de voir si une lame plus large modifie les résultats observés, par exemple sur l'épaisseur de fluide enduit derrière la lame.

# Conclusion générale

Au cours de ces travaux de thèse, nous avons étudié deux configurations expérimentales d'étalement de fluides à seuil sur une surface plane : l'enduction verticale par trempage d'une plaque mince et l'étalement horizontal dans un canal à l'aide d'une lame rigide. Des précisions sur les écoulements en jeu ont été apportées grâce à des mesures macroscopiques, microscopiques et à des modélisations numériques. Ces deux procédés ont largement été décrits et théorisés dans le cas de fluides newtoniens, visqueux et visco-élastiques, sans avoir jusqu'à présent été étendus aux fluides à seuil. Nos résultats sont donc originaux et ont permis de mettre en évidence des mécanismes physiques nouveaux, différents de ceux observés jusqu'à présent.

La majeure partie de ce manuscrit est consacrée à l'enduction par trempage d'une plaque mince par un fluide à seuil simple. Nous avons utilisé des gels de Carbopol et des mélanges de Carbopol et de glycérol.

Nous avons dans un premier temps étudié la force appliquée par le fluide sur la plaque durant tout son retrait du bain. Nous avons observé l'existence d'un écoulement uniforme pendant lequel cette force augmente proportionnellement à la surface immergée de la plaque. Elle est principalement due aux contraintes de cisaillement exercées par le fluide sur les parois de la plaque. Cette période est précédée et suivie de deux écoulements transitoires. Une fois hors du bain, la plaque est enduite d'une épaisseur de quelques millimètres de fluide dans son régime solide, constante hormis près des extrémités. Lorsque le seuil du matériau est supérieur à la gravité, aucun drainage n'est observé, ce qui constitue la majorité des cas que nous avons rencontrés. Cette épaisseur est indépendante de la taille du bain, pour notre gamme d'étude. Nous avons mis en évidence deux régimes d'enduction, selon la position de l'inverse du nombre de Bingham  $Bi_h^{-1}$  par rapport à 1. Lorsque ce nombre est inférieur à 1, l'épaisseur enduite  $h$  est strictement inférieure à l'épaisseur  $\tau_c/\rho g$  classiquement obtenue lors du drainage d'un fluide à seuil sur un mur. Elle tend vers une épaisseur critique  $h_c$  égale à environ 0,3 fois cette valeur. Le seuil et la gravité gouvernent l'enduction. Lorsque l'inverse du nombre de Bingham est plus grand que 1, l'épaisseur enduite lui est proportionnelle, conduisant à la loi d'échelle  $h \sim V^{n/n+1}$ . Les forces visqueuses prédominent.

Nous avons ensuite étudié expérimentalement l'écoulement généré dans le bain de fluide par le retrait de la plaque. Les champs de vitesse ont été déterminés par PIV. Ils sont stationnaires dans le référentiel de la plaque. Il apparaît que, comme pendant son immersion, une couche cisailée liquide d'épaisseur constante se développe le long de la plaque, tandis que le reste du matériau est dans son état solide. Cette épaisseur augmente légèrement avec la vitesse de déplacement de la plaque et semble augmenter avec le rapport  $k/\tau_c$  du matériau. Elle est sensiblement plus grande pendant le retrait de la plaque que pendant son immersion, ce qui peut s'expliquer par le confinement de la plaque par les parois de la cuve durant son enfoncement.

Une partie des observations précédentes a été confirmée puis précisée et étendue grâce à des simulations numériques. Le code utilisé, développé au laboratoire Navier par Jérémie Bleyer, est issu de la programmation conique. Nous avons modélisé l'écoulement du fluide à seuil dans la cuve autour de la plaque mince et obtenu un très bon accord avec les données

expérimentales. L'épaisseur de la couche liquide n'est pas déterminée par la gravité. Elle augmente avec l'inverse du nombre de Bingham  $Bi_\lambda^{-1}$  et tend vers une valeur finie de quelques millimètres lorsque celui-ci tend vers 0. L'établissement de cette zone de cisaillement uniforme n'a lieu que si la hauteur de la cuve est supérieure à sa largeur. Sous ces conditions, l'épaisseur liquide augmente avec la largeur de la cuve selon une loi que nous n'avons pas identifiée, et elle est indépendante de toutes les autres grandeurs, y compris de l'épaisseur de la plaque dans la gamme étudiée. L'origine physique de la taille de cette zone liquide n'est pour le moment pas comprise.

Ainsi, il apparaît que le procédé d'enduction par trempage fait intervenir deux zones d'épaisseurs constantes, l'une concerne le fluide enduit sur la plaque après son retrait du bain, l'autre la couche uniformément cisailée dans le bain le long de la plaque. Ces deux épaisseurs semblent augmenter en  $V^n$  et tendent vers des valeurs finies non nulles à basses vitesses. L'épaisseur enduite est elle proportionnelle à  $\tau_c$  tandis que l'épaisseur liquide augmente avec le rapport  $k/\tau_c$ . L'existence d'un lien de cause à effet entre ces deux grandeurs reste encore à être prouvée ou infirmée.

La dernière partie de ces travaux concerne l'étalement horizontal de fluide à seuil dans un canal à l'aide d'une lame mince. A notre connaissance, cette étude est la première à s'intéresser à cette configuration. Nous avons constaté que l'épaisseur de fluide enduit derrière la lame est plus grande d'environ 10% que celle imposée par la lame, et qu'elle est indépendante de tous les autres paramètres de l'expérience. Ce résultat doit encore être expliqué mais il est certainement dû aux propriétés élastiques du fluide dans son régime solide. Au cours du raclage du fluide présent dans le canal, un amas de matériau se constitue devant la lame. Sa forme est globalement uniforme sur toute la largeur du canal et elle peut être décrite à l'aide de sa hauteur  $H$  et de sa longueur  $L$ . A l'aide des simulations numériques, nous avons caractérisé l'écoulement développé autour de la lame. Nous avons montré que l'amas de fluide est poussé comme un bloc par la lame, au dessus du fluide préalablement enduit. Les deux zones, chacune dans son état solide, sont séparées par une couche quasi uniformément cisailée, certainement liquide. Son épaisseur semble varier avec la vitesse de la lame et les paramètres rhéologiques du fluide comme celle observée le long de la plaque durant l'enduction par trempage. Cette épaisseur semble déterminer la dynamique de croissance et la forme de l'amas de fluide poussé, ce qui pourrait être mieux expliqué avec une caractérisation précise de cette zone liquide. Lorsque la zone cisailée n'atteint pas le fond de la cuve, la forme de l'amas de fluide développé devant la lame est indépendante de la profondeur d'immersion de la lame. Sa hauteur et sa longueur sont reliées par  $H^2/L = 1,7\tau/\rho g$  avec  $\tau$  la contrainte de cisaillement exercée sur l'amas par la couche liquide. Cette relation semble être également valable lorsque la zone cisailée atteint le fond de la cuve, mais le coefficient est plus grand, ce qui traduit une forme d'amas plus haute. Nous avons également étudié la force exercée par le fluide sur la lame au cours de son déplacement. La force tangentielle est due aux contraintes de cisaillement exercées par le fluide en contact avec la surface de la lame. La force normale prédomine, et elle s'exprime comme la racine du déplacement avec un coefficient qui augmente avec la vitesse de la lame et le seuil du matériau et diminue avec la quantité de fluide raclé. Lorsque la lame est proche du fond de la cuve, la dynamique de ce coefficient est légèrement différente. Nous avons enfin abordé le cas d'une lame inclinée. L'écoulement développé et ses caractéristiques géométriques et de force sont semblables au cas vertical mais les lois sont différentes, à cause de la compression exercée par la lame sur l'amas.

En conclusion, au-delà de nos deux configurations expérimentales, nous avons mis en évidence l'existence d'une couche cisailée de quelques millimètres d'épaisseur, qui se développe dès qu'un fluide à seuil est en mouvement relatif avec une autre région de fluide, ou un objet, possédant une surface plane. Préalablement observée le long d'une plaque lors de son

immersion dans un fluide à seuil [66], elle est également logiquement présente lors de son retrait [119, 120]. Plus surprenant, elle apparaît lors de l'écoulement en expansion contraction axisymétrique d'un fluide à seuil dans une conduite, phénomène observé par IRM [115]. Nous l'avons aussi mis en évidence lors de l'étalement d'un fluide à seuil dans un canal, à l'aide d'une lame mince. Dans ces trois configurations, l'épaisseur de cette couche cisillée augmente faiblement avec la vitesse des deux zones en mouvement relatif et elle semble déterminée par l'équilibre entre les forces plastiques et visqueuses. En particulier, elle tend vers une valeur limite non nulle lorsque la vitesse tend vers 0. Ce phénomène est donc une caractéristique importante des fluides à seuil et il constitue un vaste champ d'études.



# Bibliographie

- [1] L. Landau and B. Levich. *Acta Physicochim USSR*, 17 :42, 1942.
- [2] B. Deryagin. *Acta Physicochim USSR*, 20 :349, 1943.
- [3] P. Coussot. *Rheometry of pastes, suspensions, and granular materials : applications in industry and environment*. John Wiley & Sons, 2005.
- [4] F. Pignon, A. Magnin, and JM Piau. Thixotropic colloidal suspensions and flow curves with minimum : Identification of flow regimes and rheometric consequences. *Journal of Rheology (1978-present)*, 40(4) :573–587, 1996.
- [5] D. Bonn, J. Paredes, MM Denn, L. Berthier, T. Divoux, and S. Manneville. Yield stress materials in soft condensed matter. *arXiv preprint arXiv :1502.05281*, 2015.
- [6] P. Coussot and G. Ovarlez. Physical origin of shear-banding in jammed systems. *The European Physical Journal E : Soft Matter and Biological Physics*, 33(3) :183–188, 2010.
- [7] PCF Møller, S. Rodts, MAJ Michels, and D. Bonn. Shear banding and yield stress in soft glassy materials. *Physical Review E*, 77(4) :041507, 2008.
- [8] G. Ovarlez, S. Rodts, X. Chateau, and P. Coussot. Phenomenology and physical origin of shear localization and shear banding in complex fluids. *Rheologica acta*, 48(8) :831–844, 2009.
- [9] P. Coussot, JS Raynaud, F. Bertrand, P. Moucheron, JP Guilbaud, HT Huynh, S. Jarny, and D. Lesueur. Coexistence of liquid and solid phases in flowing soft-glassy materials. *Physical review letters*, 88(21) :218301, 2002.
- [10] S. Manneville. Recent experimental probes of shear banding. *Rheologica Acta*, 47(3) :301–318, 2008.
- [11] WH Herschel and R. Bulkley. Measurement of consistency as applied to rubber-benzene solutions. In *Am. Soc. Test Proc*, volume 26, pages 621–633, 1926.
- [12] JG Oldroyd. A rational formulation of the equations of plastic flow for a bingham solid. In *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, volume 43, pages 100–105. Cambridge Univ Press, 1947.
- [13] R. Höhler and S. Cohen-Addad. Rheology of liquid foam. *Journal of Physics : Condensed Matter*, 17(41) :R1041, 2005.
- [14] P. Coussot, H. Tabuteau, X. Chateau, L. Tocquer, and G. Ovarlez. Aging and solid or liquid behavior in pastes. *Journal of Rheology (1978-present)*, 50(6) :975–994, 2006.
- [15] G. Ovarlez, S. Rodts, A. Ragouilliaux, P. Coussot, J. Goyon, and A. Colin. Wide-gap couette flows of dense emulsions : Local concentration measurements, and comparison between macroscopic and local constitutive law measurements through magnetic resonance imaging. *Physical Review E*, 78(3) :036307, 2008.
- [16] C. Derec, G. Ducouret, A. Ajdari, and F. Lequeux. Aging and nonlinear rheology in suspensions of polyethylene oxide-protected silica particles. *Physical Review E*, 67(6) :061403, 2003.

- [17] P. Coussot, L. Tocquer, C. Lanos, and G. Ovarlez. Macroscopic vs. local rheology of yield stress fluids. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 158(1-3) :85–90, 2009.
- [18] G. Ovarlez, S. Cohen-Addad, K. Krishan, J. Goyon, and P. Coussot. On the existence of a simple yield stress fluid behavior. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 193 :68–79, 2013.
- [19] T. Divoux, D. Tamarii, C. Barentin, and S. Manneville. Transient shear banding in a simple yield stress fluid. *Physical Review Letters*, 104(20) :208301, 2010.
- [20] FS Goucher and H. Ward. The thickness of liquid films formed on solid surfaces under dynamic conditions. *Phil. Mag*, 44 :1002–1014, 1922.
- [21] DA White and JA Tallmadge. Theory of drag out of liquids on flat plates. *Chemical Engineering Science*, 20(1) :33–37, 1965.
- [22] HC Mayer and R. Krechetnikov. Landau-levich flow visualization : Revealing the flow topology responsible for the film thickening phenomena. *Physics of Fluids (1994-present)*, 24(5) :052103, 2012.
- [23] JP Kizito, Y. Kamotani, and S. Ostrach. Experimental free coating flows at high capillary and reynolds number. *Experiments in fluids*, 27(3) :235–243, 1999.
- [24] K. Ruschak. Coating flows. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 17(1) :65–89, 1985.
- [25] D. Quéré and A. de Ryck. Le mouillage dynamique des fibres. In *Annales de physique*, volume 23, pages 1–149. EDP Sciences, 1998.
- [26] BV Derjaguin and SM Levi. *Film Coating Theory*. Focal Press, London/New York, 1964.
- [27] RP Spiers, CV Subbaraman, and WL Wilkinson. Free coating of a newtonian liquid onto a vertical surface. *Chemical Engineering Science*, 29(2) :389–396, 1974.
- [28] A. Soroka and J. Tallmadge. A test of the inertial theory for plate withdrawal. *AIChE Journal*, 17(2) :505–508, 1971.
- [29] M. Esmail and R. Hummel. Nonlinear theory of free coating onto a vertical surface. *AIChE Journal*, 21(5) :958–965, 1975.
- [30] A. de Ryck and D. Quéré. Gravity and inertia effects in plate coating. *Journal of colloid and interface science*, 203(2) :278–285, 1998.
- [31] J. Tallmadge and R. Stella. Some properties of the apparent water paradox in entrainment. *AIChE Journal*, 14(5) :838–840, 1968.
- [32] C. Gutfinger and J. Tallmadge. Films of non-newtonian fluids adhering to flat plates. *AIChE Journal*, 11(3) :403–413, 1965.
- [33] J. Tallmadge. Withdrawal of flat plates from power law fluids. *AIChE Journal*, 16(6) :925–930, 1970.
- [34] J. Tallmadge. A variable-coefficient plate withdrawal theory for power law fluids. *Chemical Engineering Science*, 24(3) :471–480, 1969.
- [35] K. Afanasiev, A. Münch, and B. Wagner. Landau-levich problem for non-newtonian liquids. *Physical Review E*, 76(3) :036307, 2007.
- [36] RP Spiers, CV Subbaraman, and WL Wilkinson. Free coating of non-newtonian liquids onto a vertical surface. *Chemical Engineering Science*, 30(4) :379–395, 1975.
- [37] RW Hewson, N. Kapur, and PH Gaskell. A model for film-forming with newtonian and shear-thinning fluids. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 162(1) :21–28, 2009.
- [38] F. Kamışlı. Free coating of a non-newtonian liquid onto walls of a vertical and inclined tube. *Chemical Engineering and Processing : Process Intensification*, 42(7) :569–581, 2003.

- [39] MN Tekić and VO Popadić. Free coating of pseudoplastic liquids onto a vertical surface. *Chemical Engineering Science*, 38(2) :285–288, 1983.
- [40] D. Quéré. Fluid coating on a fiber. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 31(1) :347–384, 1999.
- [41] A. de Ryck and D. Quéré. Fluid coating from a polymer solution. *Langmuir*, 14(7) :1911–1914, 1998.
- [42] J. Ashmore, AQ Shen, HP Kavehpour, HA Stone, and GH McKinley. Coating flows of non-newtonian fluids : weakly and strongly elastic limits. *Journal of Engineering Mathematics*, 60(1) :17–41, 2008.
- [43] S. Siau, A. Vervaet, S. Degrande, E. Schacht, and A. Van Calster. Dip coating of dielectric and solder mask epoxy polymer layers for build-up purposes. *Applied surface science*, 245(1) :353–368, 2005.
- [44] G. Berteloot, A. Daerr, F. Lequeux, and L. Limat. Dip coating with colloids and evaporation. *Chemical Engineering and Processing : Process Intensification*, 68 :69–73, 2013.
- [45] JH Snoeijer, J. Ziegler, B. Andreotti, M. Fermigier, and J. Eggers. Thick films of viscous fluid coating a plate withdrawn from a liquid reservoir. *Physical review letters*, 100(24) :244502, 2008.
- [46] D. Qu, E. Ramé, and S. Garoff. Dip-coated films of volatile liquids. *Physics of Fluids (1994-present)*, 14(3) :1154–1165, 2002.
- [47] J. Seiwert, C. Clanet, and D. Quéré. Coating of a textured solid. *Journal of Fluid Mechanics*, 669 :55–63, 2011.
- [48] J. Eggers. Hydrodynamic theory of forced dewetting. *Physical review letters*, 93(9) :094502, 2004.
- [49] P. Hurez and PA Tanguy. Finite element analysis of dip coating with bingham fluids. *Polymer Engineering & Science*, 30(18) :1125–1132, 1990.
- [50] A. Filali, L. Khezzer, and E. Mitsoulis. Some experiences with the numerical simulation of newtonian and bingham fluids in dip coating. *Computers & Fluids*, 82 :110–121, 2013.
- [51] J. Boujlel and P. Coussot. Measuring the surface tension of yield stress fluids. *Soft Matter*, 9(25) :5898–5908, 2013.
- [52] P. Coussot. Yield stress fluid flows : A review of experimental data. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 211 :31–49, 2014.
- [53] P. Coussot and S. Boyer. Determination of yield stress fluid behaviour from inclined plane test. *Rheologica acta*, 34(6) :534–543, 1995.
- [54] M. Beaulne and E. Mitsoulis. Creeping motion of a sphere in tubes filled with herschel-bulkley fluids. *Journal of non-newtonian fluid mechanics*, 72(1) :55–71, 1997.
- [55] A. Putz and I. Frigaard. Creeping flow around particles in a bingham fluid. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 165(5) :263–280, 2010.
- [56] DD Atapattu, RP Chhabra, and PHT Uhlherr. Creeping sphere motion in herschel-bulkley fluids : flow field and drag. *Journal of non-newtonian fluid mechanics*, 59(2) :245–265, 1995.
- [57] D. Tokpavi, A. Magnin, and P. Jay. Very slow flow of bingham viscoplastic fluid around a circular cylinder. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 154(1) :65–76, 2008.
- [58] D. Tokpavi, P. Jay, and A. Magnin. Interaction between two circular cylinders in slow flow of bingham viscoplastic fluid. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 157(3) :175–187, 2009.

- [59] L. Jossic, F. Ahonguio, and A. Magnin. Flow of a yield stress fluid perpendicular to a disc. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 191 :14–24, 2013.
- [60] D. Tokpavi, P. Jay, A. Magnin, and L. Jossic. Experimental study of the very slow flow of a yield stress fluid around a circular cylinder. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 164(1) :35–44, 2009.
- [61] E. Guyon, JP Hulin, and L. Petit. Hydrodynamique physique, inter editions/éditions du cnrs (1991), nouvelle édition revue et augmentée. *EDP Sciences/CNRS Éditions*, 5(7), 2001.
- [62] E. Reyssat, T. Tallinen, M. Le Merrer, and L. Mahadevan. Slicing softly with shear. *Physical review letters*, 109(24) :244301, 2012.
- [63] JG Oldroyd. Two-dimensional plastic flow of a bingham solid. In *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, volume 43, pages 383–395. Cambridge Univ Press, 1947.
- [64] JM Piau and K. Debiane. The adhesive or slippery flat plate viscoplastic boundary layer for a shear-thinning power-law viscosity. *Journal of non-Newtonian fluid mechanics*, 117(2) :97–107, 2004.
- [65] JM Piau. Viscoplastic boundary layer. *Journal of non-newtonian fluid mechanics*, 102(2) :193–218, 2002.
- [66] J. Boujlel, M. Maillard, A. Lindner, G. Ovarlez, X. Chateau, and P. Coussot. Boundary layer in pastes - displacement of a long object through a yield stress fluid. *Journal of Rheology (1978-present)*, 56(5) :1083–1108, 2012.
- [67] S. Kistler and P. Schweizer. Liquid film coating. *Chapman Hall*, 1997.
- [68] Y. Greener and S. Middleman. Blade-coating of a viscoelastic fluid. *Polymer Engineering & Science*, 14(11) :791–796, 1974.
- [69] F. Davard and D. Dupuis. Flow visualisation experiments in a blade coating process. *Journal of non-newtonian fluid mechanics*, 93(1) :17–28, 2000.
- [70] M. Schmidt, U. Schloßer, and E. Schollmeyer. Computational fluid dynamics investigation of the static pressure at the blade in a blade coating process. *Textile Research Journal*, 79(7) :579–584, 2009.
- [71] T. Sullivan and S. Middleman. Film thickness in blade coating of viscous and viscoelastic liquids. *Journal of non-newtonian fluid mechanics*, 21(1) :13–38, 1986.
- [72] T. Sullivan, S. Middleman, and R. Keunings. Use of a finite-element method to interpret rheological effects in blade coating. *AIChE journal*, 33(12) :2047–2056, 1987.
- [73] E. Mitsoulis. Numerical simulation of viscoelastic effects in blade-over-roll coating forming flows. *Computer Methods in Materials Science*, 10 :156–166, 2010.
- [74] E. Mitsoulis and G. Athanasopoulos. Numerical simulation of blade-over-roll coating forming flows. *Computer Methods in Materials Science*, 10 :214–224, 2010.
- [75] T. Hsu, M. Malone, RL Laurence, and S. Middleman. Separating forces in blade coating of viscous and viscoelastic liquids. *Journal of non-newtonian fluid mechanics*, 18(3) :273–294, 1985.
- [76] S. Sofou and E. Mitsoulis. Roll-over-web coating of pseudoplastic and viscoplastic sheets using the lubrication approximation. *Journal of plastic film and sheeting*, 21(4) :307–333, 2005.
- [77] Y. Greener and S. Middleman. A theory of roll coating of viscous and viscoelastic fluids. *Polymer Engineering & Science*, 15(1) :1–10, 1975.
- [78] OJ Romero, LE Scriven, and MS Carvalho. Slot coating of mildly viscoelastic liquids. *Journal of non-newtonian fluid mechanics*, 138(2) :63–75, 2006.

- [79] SF Kistler and LE Scriven. Coating flow theory by finite element and asymptotic analysis of the navier-stokes system. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 4(3) :207–229, 1984.
- [80] S. Weinstein and K. Ruschak. Coating flows. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 36 :29–53, 2004.
- [81] J. Seiwert. Entraînements visqueux. *These de Doctorat, École Polytechnique*, 2010.
- [82] S. Middleman, J. Greener, and M. Malone. *Fundamentals of polymer processing*. McGraw-Hill New York, 1977.
- [83] CJ Guzy and BG Higgins. Viscous pressure across the nip of a blade coater and its effect on the final coated film thickness. In *Coating Conference Proceedings*, pages 63–71, 1982.
- [84] JRA Pearson. The instability of uniform viscous flow under rollers and spreaders. *Journal of Fluid Mechanics*, 7(04) :481–500, 1960.
- [85] DJ Coyle, CW Macosko, and LE Scriven. The fluid dynamics of reverse roll coating. *AIChE Journal*, 36(2) :161–174, 1990.
- [86] KF Liu and CC Mei. Slow spreading of a sheet of bingham fluid on an inclined plane. *Journal of fluid mechanics*, 207 :505–529, 1989.
- [87] P. Coussot, S. Proust, and C. Ancey. Rheological interpretation of deposits of yield stress fluids. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 66(1) :55–70, 1996.
- [88] NJ Balmforth, RV Craster, and R. Sassi. Shallow viscoplastic flow on an inclined plane. *Journal of Fluid Mechanics*, 470 :1–29, 2002.
- [89] N. Roussel and P. Coussot. "fifty-cent rheometer" for yield stress measurements : from slump to spreading flow. *Journal of Rheology (1978-present)*, 49(3) :705–718, 2005.
- [90] P. Coussot and S. Proust. Slow, unconfined spreading of a mudflow. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth (1978–2012)*, 101(B11) :25217–25229, 1996.
- [91] JM Piau. Carbopol gels : Elastoviscoplastic and slippery glasses made of individual swollen sponges : : Meso-and macroscopic properties, constitutive equations and scaling laws. *Journal of non-newtonian fluid mechanics*, 144 :1–29, 2007.
- [92] P. Coussot. *Rhéophysique la matière dans tous ses états*. EDP sciences, 2012.
- [93] C. Gabard. *Etude de la stabilité de films liquides sur les parois d'une conduite verticale lors de l'écoulement de fluides miscibles non-newtoniens*. PhD thesis, Thèse de l'Université Pierre et Marie Curie (PhD thesis), Orsay, France, 2001.
- [94] J. Boujlel. *Déplacement d'un objet à travers un fluide à seuil : couche limite, contrainte seuil et mouillage*. PhD thesis, Paris Est, 2012.
- [95] CD Meinhart, ST Wereley, and JG Santiago. A piv algorithm for estimating time-averaged velocity fields. In *Proceedings of Optical Methods and Image Processing in Fluid Flow, 3rd ASME/JSME Fluids Engineering Conference, San Francisco*.
- [96] N. Balmforth, I. Frigaard, and G. Ovarlez. Yielding to stress : recent developments in viscoplastic fluid mechanics. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 46 :121–146, 2014.
- [97] T. Papanastasiou. Flows of materials with yield. *Journal of Rheology (1978-present)*, 31(5) :385–404, 1987.
- [98] M. Bercovier and M. Engelman. A finite-element method for incompressible non-newtonian flows. *Journal of Computational Physics*, 36(3) :313–326, 1980.
- [99] D. dos Santos, S. Frey, M. Naccache, and PR de Souza Mendes. Numerical approximations for flow of viscoplastic fluids in a lid-driven cavity. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 166(12) :667–679, 2011.

- [100] A. Syrakos, G. Georgiou, and A. Alexandrou. Solution of the square lid-driven cavity flow of a bingham plastic using the finite volume method. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 195 :19–31, 2013.
- [101] RI Tanner and JF Milthorpe. Numerical simulation of the flow of fluids with yield stress. *Numer Methods Lami Turb Flow, Seattle*, pages 680–690, 1983.
- [102] I. Frigaard and C. Nouar. On the usage of viscosity regularisation methods for viscoplastic fluid flow computation. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 127(1) :1–26, 2005.
- [103] M. Fortin and R. Glowinski. *Méthodes de Lagrangien Augmenté : Applications à la Résolution Numérique des Problèmes aux Limites*. Dunod, 1982.
- [104] J. Zhang. An augmented lagrangian approach to simulating yield stress fluid flows around a spherical gas bubble. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 69(3) :731–746, 2012.
- [105] P. Saramito and N. Roquet. An adaptive finite element method for viscoplastic fluid flows in pipes. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 190(40) :5391–5412, 2001.
- [106] E. Dean, R. Glowinski, and G. Guidoboni. On the numerical simulation of bingham visco-plastic flow : old and new results. *Journal of non-newtonian fluid mechanics*, 142(1) :36–62, 2007.
- [107] L. Talon and D. Bauer. On the determination of a generalized darcy equation for yield-stress fluid in porous media using a lattice-boltzmann trt scheme. *The European Physical Journal E*, 36(12) :1–10, 2013.
- [108] J. Bleyer, M. Maillard, P. De Buhan, and P. Coussot. Efficient numerical computations of yield stress fluid flows using second-order cone programming. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 283 :599–614, 2015.
- [109] K. D. Andersen, E. Christiansen, and M. L. Overton. Computing limit loads by minimizing a sum of norms. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 19(3) :1046–1062, 1998.
- [110] J. Boujlel and P. Coussot. Measuring yield stress : a new, practical, and precise technique derived from detailed penetrometry analysis. *Rheologica acta*, 51(10) :867–882, 2012.
- [111] O. Hassager. Negative wake behind bubbles in non-newtonian liquids. 1979.
- [112] M. Arigo and G. McKinley. An experimental investigation of negative wakes behind spheres settling in a shear-thinning viscoelastic fluid. *Rheologica Acta*, 37(4) :307–327, 1998.
- [113] G. Ovarlez, Q. Barral, and P. Coussot. Three-dimensional jamming and flows of soft glassy materials. *Nature materials*, 9(2) :115–119, 2010.
- [114] P. de Souza Mendes, M. Naccache, P. Vargas, and F. Marchesini. Flow of viscoplastic liquids through axisymmetric expansions–contractions. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 142(1) :207–217, 2007.
- [115] T. Chevalier, S. Rodts, X. Chateau, J. Boujlel, M. Maillard, and P. Coussot. Boundary layer (shear-band) in frustrated viscoplastic flows. *EPL*, 102 :48102, 2013.
- [116] T. Chevalier, S. Rodts, X. Chateau, C. Chevalier, and P. Coussot. Breaking of non-newtonian character in flows through a porous medium. *Physical Review E*, 89(2) :023002, 2014.
- [117] J. Bleyer and P. Coussot. Breakage of non-newtonian character in flow through a porous medium : Evidence from numerical simulation. *Physical Review E*, 89(6) :063018, 2014.
- [118] KL Johnson. *Contact mechanics*. Cambridge university press, 1987.

- 
- [119] M. Maillard, J. Boujlel, and P. Coussot. Solid-solid transition in landau-levich flow with soft-jammed systems. *Physical review letters*, 112(6) :068304, 2014.
- [120] M. Maillard, J. Boujlel, and P. Coussot. Flow characteristics around a plate withdrawn from a bath of yield stress fluid. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 220 :33–43, 2015.



# Table des figures

1	Exemples d'enduction par trempage . . . . .	6
2	Exemples d'étalement à l'aide d'une lame . . . . .	7
1.1	Cisaillement simple entre deux plans parallèles . . . . .	10
1.2	Courbes d'écoulement de quelques fluides . . . . .	12
1.3	Plaque tirée d'un bain, ménisque perturbé. Définition des zones du raisonnement de Landau, Levich et Deryagin . . . . .	14
1.4	<i>Dip-coating</i> : les deux zones d'études . . . . .	20
1.5	Coupe de l'écoulement d'un fluide sur un plan incliné . . . . .	20
1.6	Représentation schématique de la répartition des zones solide et liquide autour la plaque pendant son immersion. . . . .	23
1.7	Déformations totales des éléments de fluide en fonction du temps . . . . .	24
1.8	Répartition expérimentale des zones solide et liquide autour de la pointe de la plaque . . . . .	24
1.9	Géométries d'étalement . . . . .	26
1.10	Visualisations d'écoulement tirées de [69] . . . . .	28
1.11	<i>Blade-coating</i> : les zones d'études . . . . .	29
1.12	Schéma d'étalement d'un fluide à seuil . . . . .	30
2.1	Photo d'un gel de Carbopol . . . . .	32
2.2	Évolution du pH et du seuil de contrainte en fonction de la masse de soude ajoutée dans un Carbopol . . . . .	33
2.3	Schéma de la géométrie plan-plan . . . . .	34
2.4	Courbes d'écoulement de solutions de Carbopol . . . . .	35
2.5	Paramètres rhéologiques des Carbopols utilisés . . . . .	35
2.6	Paramètres rhéologiques des mélanges tests de Carboglycérol . . . . .	36
2.7	Paramètres rhéologiques des mélanges de Carboglycérol utilisés lors des expériences . . . . .	36
2.8	Courbes d'écoulement d'un Carbopol et d'un Carboglycérol de seuils comparables, autour de 28 Pa . . . . .	37
2.9	Machine de force . . . . .	38
2.10	Montage de <i>dip-coating</i> avec PIV . . . . .	38
2.11	Montage de l'étalement par lame - dit <i>Tartine</i> . . . . .	40
2.12	Support de la lame . . . . .	40
2.13	Principe de la corrélation croisée . . . . .	42
2.14	Courbes d'écoulement d'un même Carbopol avec ou sans traceurs . . . . .	43
2.15	Positions relatives des différents éléments du montage de <i>dip-coating</i> avec PIV et image-type obtenue . . . . .	44
2.16	Champ de vitesse typique obtenu par PIV dans un Carbopol . . . . .	45
2.17	Lois de comportement expérimentales et numériques . . . . .	50
2.18	Zone fluide utilisée pour les simulations numériques étudiant le déplacement d'une plaque partiellement immergée dans un fluide à seuil . . . . .	50

2.19	Zone fluide utilisée pour les simulations numériques étudiant le raclage d'un fluide à seuil par une lame . . . . .	51
3.1	Poids $W$ de fluide enduit sur la plaque après son retrait du bain, en fonction de la profondeur initiale d'immersion $L_0$ . . . . .	56
3.2	Photo d'une plaque mince enduite de carbopol, vue de côté . . . . .	57
3.3	(a) Courbe de force $F$ exercée sur la plaque en fonction de sa profondeur d'immersion $L$ (b) Schémas illustrant les régimes de retrait . . . . .	58
3.4	Représentation schématique de la répartition de fluide autour de la plaque au cours de son retrait du bain et des forces non constantes en jeu . . . . .	60
3.5	Épaisseur enduite $h$ en fonction de l'épaisseur $e$ de la plaque . . . . .	62
3.6	Épaisseur enduite $h$ , en fonction de la vitesse $V$ de la plaque, pour différents fluides à seuil . . . . .	63
3.7	Épaisseur enduite $h$ , en fonction du seuil $\tau_c$ , pour différentes vitesses $V$ . . . . .	64
3.8	Épaisseur enduite $h$ en fonction de la vitesse $V$ pour un Carbopol et un Carboglycerol de 27 Pa - Rappel des courbes d'écoulement de ces matériaux . . . . .	64
3.9	Épaisseur $h$ enduite sur la plaque en fonction de la durée du repos entre l'immersion et le retrait de la plaque dans un Carbopol . . . . .	65
3.10	Force exercée sur la plaque en fonction du temps durant son retrait d'un bain de Carbopol avec ou sans temps de repos après son immersion. Insert : force exercée sur la plaque en fonction de sa profondeur d'immersion $L$ durant son retrait . . . . .	66
3.11	Épaisseur enduite critique $h_c$ en fonction du seuil $\tau_c$ . . . . .	67
3.12	Épaisseur adimensionnée $G$ en fonction de l'inverse du nombre de Bingham $Bi_h^{-1}$ . . . . .	68
3.13	Épaisseur adimensionnée $G$ en fonction de l'inverse du nombre de Bingham $Bi_h^{-1}$ , régimes d'enduction . . . . .	68
4.1	Champ de vitesse développé autour de la plaque lors de son retrait du bain . . . . .	72
4.2	Exemple de profil de vitesse $v$ en fonction de la distance $y$ à la plaque retirée d'un bain de Carbopol . . . . .	73
4.3	Profils de vitesse verticale $v$ transverses à la plaque, durant son retrait d'un bain de Carbopol, à quatre distances fixes par rapport à la pointe de la plaque . . . . .	74
4.4	Évolution temporelle des profils de vitesse verticale $v$ en fonction de la distance latérale à la plaque $y$ pendant le retrait de la plaque d'un bain de Carbopol . . . . .	75
4.5	Moyennes des profils de vitesse uniforme $v$ en fonction de la distance $y$ à la plaque pour un Carbopol et différentes vitesses $V$ . . . . .	76
4.6	Épaisseurs $\lambda$ de la couche liquide le long de la plaque en fonction de la vitesse $V$ de la plaque pour des fluides de seuils $\tau_c$ différents. Insert : détermination graphique de $\lambda$ . . . . .	77
4.7	Moyennes des profils de vitesse uniforme normalisés $v/V$ en fonction de la distance $y$ à la plaque pour 3 Carbopols et différentes vitesses $V$ . . . . .	78
4.8	Profils de vitesse le long de la plaque, dans le régime uniforme, pendant son retrait d'un bain de Carbopol . . . . .	79
4.9	Profils de vitesse en fonction de la durée de repos après une immersion de 200 mm de la plaque, dans un Carbopol . . . . .	79
4.10	Moyennes des profils de vitesse uniforme $v$ en fonction de la distance $y$ à la plaque pour un Carbopol et différentes vitesses $V$ , en immersion et en retrait . . . . .	81
4.11	Épaisseurs $\lambda$ de la couche liquide le long de la plaque en fonction de la vitesse $V$ dans un Carbopol, lors de l'immersion et du retrait de la plaque . . . . .	81
4.12	Champs de vitesse autour de la pointe de la plaque pour les 3 fluides . . . . .	83

4.13	Évolution temporelle des profils de vitesse verticale $v$ en fonction de la distance latérale à la plaque $y$ pendant le retrait de la plaque d'un bain de glycérol. Comparaison avec celle de l'immersion . . . . .	84
4.14	Profils de vitesse verticale $v$ transverses à la plaque, durant son retrait d'un bain de glycérol, à une distance fixe par rapport à la pointe de la plaque . . .	84
4.15	Évolution temporelle de $v$ en fonction de $y$ pendant le retrait de la plaque à $V = 1$ et $10$ mm/s d'un bain de glycérol. . . . .	85
5.1	Dimensions du domaine fluide . . . . .	88
5.2	Résultat numérique typique . . . . .	89
5.3	Profils de vitesse $v$ en fonction de la distance $y$ à la plaque, calculés sur toute la hauteur du domaine fluide . . . . .	90
5.4	Maillage du domaine fluide de la cuve expérimentale . . . . .	91
5.5	Simulations des profils de vitesse uniforme normalisés $v/V$ en fonction de la distance $y$ , pour différents maillages . . . . .	91
5.6	Simulations des profils de vitesse uniforme normalisés $v/V$ , en fonction de la distance $y$ , pour différentes conditions aux limites . . . . .	92
5.7	Simulations des profils de vitesse uniforme normalisés $v/V$ , en fonction de la distance $y$ , avec ou sans gravité . . . . .	93
5.8	Profils de vitesse uniforme normalisés $v/V$ , en fonction de la distance $y$ à la plaque, pour deux vitesses $V$ de retrait de la plaque. Simulations numériques et résultats expérimentaux . . . . .	94
5.9	Profils de vitesse uniforme normalisés $v/V$ , en fonction de la distance $y$ à la plaque, pour deux Carbopols et un Carboglycérol. Simulations numériques et résultats expérimentaux . . . . .	94
5.10	Simulations des profils de vitesse uniforme normalisés $v/V$ , en fonction de la distance $y$ à la plaque, pour 3 Carbopols et différentes vitesses $V$ . . . . .	95
5.11	Épaisseurs liquides $\lambda$ en fonction de la vitesse $V$ de la plaque. Résultats numériques et expérimentaux . . . . .	96
5.12	Simulations des profils de vitesse uniforme normalisés $v/V$ , en fonction de la distance $y$ , pendant le retrait et l'immersion de la plaque. Comparaison avec les résultats expérimentaux . . . . .	97
5.13	Simulations des profils de vitesse uniforme normalisés $v/V$ , en fonction de la distance $y$ : variation de $L$ . . . . .	98
5.14	Simulations des profils de vitesse uniforme normalisés $v/V$ en fonction de la distance $y$ : variation de la hauteur du bain . . . . .	98
5.15	Simulations des profils de vitesse uniforme normalisés $v/V$ , en fonction de la distance $y$ : variation de l'épaisseur de la plaque . . . . .	99
5.16	Simulations des profils de vitesse uniforme normalisés $v/V$ , en fonction de la distance $y$ , à 5mm sous la surface libre, pour différentes largeurs de cuve . . .	100
5.17	(a) Simulations des profils de vitesse uniforme normalisés $v/V$ , en fonction de la distance $y$ , variation de la largeur du bain. (b) Épaisseur liquide $\lambda$ en fonction de la largeur de la cuve $l_y$ . . . . .	101
5.18	Fluides purement visqueux : profils de vitesse normalisés $v/V$ en fonction de $y$ , expérimentaux et numériques . . . . .	102
5.19	Fluide purement plastique : simulation du profil de vitesse uniforme normalisé $v/V$ en fonction de $y$ . . . . .	103
5.20	Simulations des profils de vitesse uniforme normalisés $v/V$ en fonction de $y$ : variation avec $k/\tau_c$ . . . . .	104
5.21	Résultats numériques : $\lambda/l_y$ en fonction de l'inverse du nombre de Bingham $Bi_{l_y}^{-1}$ . . . . .	104

5.22	$\lambda/l_y$ en fonction de l'inverse du nombre de Bingham $Bi_{ly}^{-1}$ : résultats numériques et expérimentaux. . . . .	105
6.1	Schéma de synthèse sur l'enduction par trempage . . . . .	108
6.2	Épaisseur enduite adimensionnelle $G$ en fonction de l'inverse du nombre de Bingham $Bi_h^{-1}$ . Modèles possibles . . . . .	109
6.3	Épaisseur liquide adimensionnelle $\lambda/l_y$ en fonction de l'inverse du nombre de Bingham $Bi_{ly}^{-1}$ . Modèles possibles . . . . .	110
6.4	Évolution de $\lambda/h$ en fonction de la vitesse $V$ . . . . .	111
6.5	Évolution de la valeur limite $h_c/\lambda_c$ quand $V$ tend vers 0, en fonction du seuil $\tau_c$	112
7.1	Évolution de l'écoulement généré par le déplacement d'une lame dans une couche uniforme de fluide à seuil . . . . .	118
7.2	Notations des paramètres géométriques étudiés . . . . .	119
7.3	Épaisseurs enduites $h$ en fonction de la profondeur d'immersion de la lame $P$	120
7.4	$H$ et $L$ en fonction de $d$ (a) variations avec $S - P$ (b) variations avec $\tau_c$ et $V$	121
7.5	Variations de $H^2$ en fonction de $L$ , $P > 7$ mm . . . . .	122
7.6	Variations de $H$ et $L$ , $P < 7$ mm . . . . .	122
7.7	Variations de $\alpha$ en fonction de $V$ , $\tau_c$ , $S - P$ et $P$ . . . . .	123
7.8	Force $F$ appliquée par le fluide sur la lame en fonction de $d$ . . . . .	124
7.9	$F_x$ en fonction de $d$ . . . . .	124
7.10	Variations de $\alpha$ en fonction de $V$ , $\tau_c$ . . . . .	125
7.11	Évolution du champ de vitesses $V_x$ lors de l'étalement d'un Carbopol avec une lame . . . . .	126
7.12	Simulation du champ de vitesse lors de l'étalement de fluide à seuil avec une lame	127
7.13	Variations des champs numériques de vitesse avec les différents paramètres .	128
7.14	$\alpha$ en fonction de $\tau/\rho g$ . . . . .	131
7.15	Force normale $F_x$ en fonction de $L$ . . . . .	132
7.16	(a) Modèle pour $\beta$ (b) $F_x/\tau_c^{5/4}$ en fonction de $L$ . . . . .	133
7.17	Illustrations de la forme de l'amas formé devant une lame inclinée . . . . .	134
7.18	$H$ et $L$ en fonction de $d$ (a) variations avec $S - P$ (b) variations avec $\tau_c$ et $\theta$ .	134
7.19	Évolution de la force exercée sur la lame en fonction de son inclinaison . . . .	135
7.20	Évolution de la force exercée sur la lame en fonction de $V$ . . . . .	136
7.21	Simulations de champs de vitesse lors de l'étalement de fluide à seuil avec une lame inclinée . . . . .	136

## Annexe A

# Contraintes développées le long de la plaque

Grâce à l'analyse de la force appliquée par le fluide sur la plaque durant son retrait du bain (figure 3.3 dans le chapitre 3), il est possible de calculer la contrainte de cisaillement  $\tau_r$  exercée par le fluide dans la zone liquide sur la plaque, lors du régime uniforme.

### Contrainte de cisaillement au bord de la plaque

Cette contrainte de cisaillement  $\tau_r$  découle de l'expression de  $dF/dL$  déterminée dans le chapitre 3, et notée ici  $dF/dL_r$  pour indiquer qu'elle est calculée pendant le retrait de la plaque. Il en vient :

$$\tau_r = \frac{1}{2(l+e)} \left[ \frac{dF}{dL_r} - \rho g e l - 2\rho g l h \right] \quad (\text{A.1})$$

en utilisant  $h$  issue des mesures par pesée de la couche enduite.

De même, pendant l'immersion de la plaque, dans le régime uniforme (voir courbe 3.3 et [110]), la force exercée sur la plaque (orientée vers le bas) est composée des mêmes contributions que pendant le retrait de la plaque, hormis le poids du fluide enduit : force capillaire, force visqueuse (partie uniforme le long de la plaque et constante à la pointe) et poussée d'Archimède. La pente de la droite du régime uniforme est elle aussi reliée à la contrainte de cisaillement visqueux  $\tau_i$  exercée par la couche liquide sur la plaque pendant son immersion. Elle est donnée par :

$$\frac{dF}{dL_i} = -\rho g e l - 2(l+e)\tau_i \quad (\text{A.2})$$

La figure A.1 rassemble les valeurs de  $\tau_r$  et  $\tau_i$  en fonction de  $V$  pour 4 Carbopols. Ces contraintes de cisaillement ont les mêmes tendances : elles augmentent lentement avec  $V$  et significativement avec  $\tau_c$ . Par ailleurs,  $\tau_i$  est plus grand que  $\tau_r$  d'environ 7-8 %. Ces observations sont cohérentes avec celles sur les épaisseurs liquides  $\lambda$  dans le bain : si le cisaillement est homogène dans la zone liquide, à conditions aux limites égales (sur  $V$ ), en utilisant le modèle de Herschel-Bulkley, une plus grande zone cisailée conduit à une contrainte de cisaillement plus faible. On vérifie également que ces contraintes sont supérieures au seuil  $\tau_c$ . Près de la plaque, le fluide est dans son régime liquide. De plus, les contraintes  $\tau_i$  et  $\tau_r$  tendent toutes les deux vers  $\tau_c$  à basses vitesses. Ainsi, de même que pour les expériences d'immersion [110], le calcul de la contrainte de cisaillement le long de la plaque durant son retrait peut être utilisé pour mesurer le seuil  $\tau_c$  du matériau.

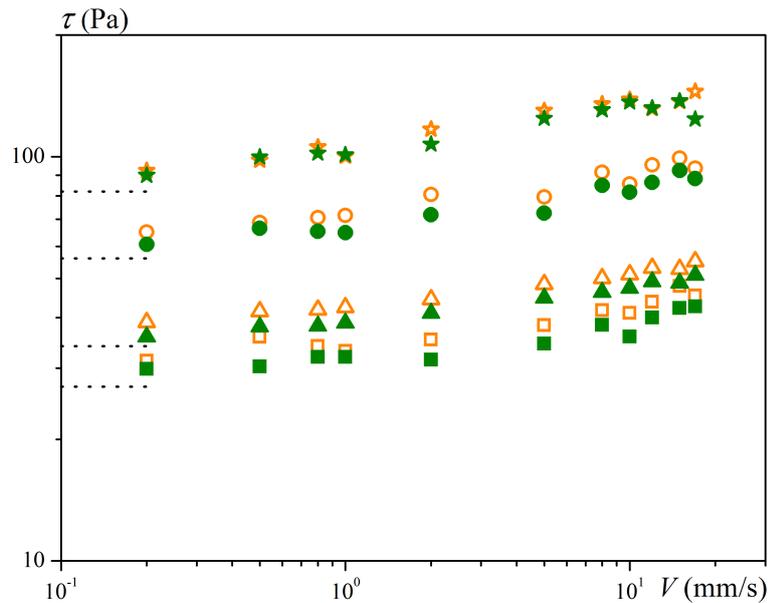


FIGURE A.1 – Contraintes de cisaillement visqueux  $\tau$  au bord de la plaque en fonction de la vitesse  $V$ , en immersion (symboles ouverts oranges) et en retrait (symboles pleins verts) pour différents Carbopols : 27 Pa (carrés), 34 Pa (triangles), 56 Pa (cercles) et 82 Pa (étoiles). Les pointillés sont placés au niveau des seuils  $\tau_c$  des matériaux.

## Comparaison avec les mesures de PIV

Pour chaque vitesse  $V$ , il est également possible de calculer la contrainte de cisaillement à la plaque grâce aux profils de vitesse mesurés par PIV. En effet, dans la couche liquide, le cisaillement est uniforme et il se mesure grâce à la vitesse verticale  $v$  en fonction de la distance  $y$  à la plaque.  $\tau_i$  et  $\tau_r$  s'en déduisent en reportant la valeur du cisaillement dans l'équation du modèle de Herschel-Bulkley.

La comparaison des deux techniques de détermination des contraintes de cisaillement visqueux (figure A.2) montre la solidité et la cohérence de nos analyses macroscopique et microscopique puisque les données obtenues par les deux techniques se superposent. Avec cette méthode,  $\tau_r$  est aussi inférieure à  $\tau_i$  mais elles sont 5-6 % plus grandes que calculées à partir des courbes de force.

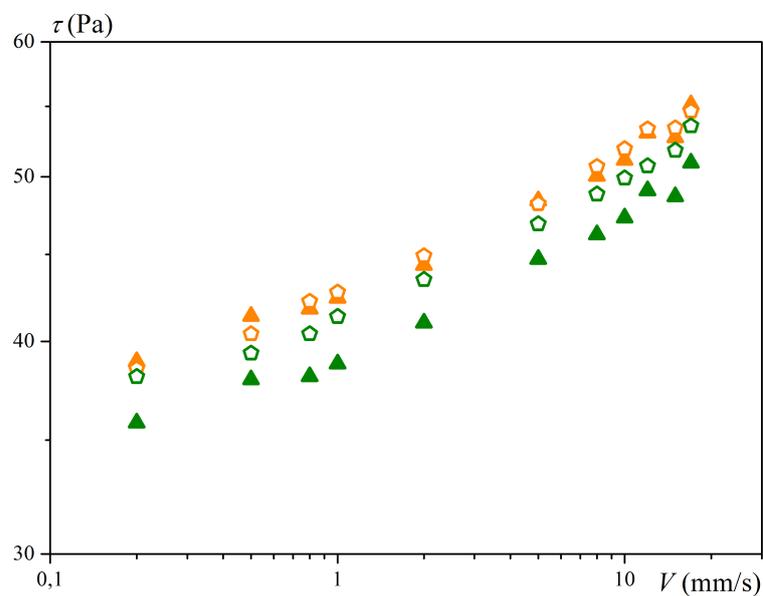


FIGURE A.2 – Contraintes de cisaillement visqueux  $\tau$  au bord de la plaque en fonction de la vitesse  $V$ , en immersion (symboles oranges) et en retrait (symboles verts) pour un Carbopol de seuil  $\tau_c = 34$  Pa, calculées avec l'équation déduite des courbes de force (triangles) et avec les gradients de vitesse près de la plaque (pentagones ouverts)



# Annexe B

## Maillages utilisés

Cette annexe regroupe les maillages utilisés dans le chapitre 5, Simulations Numériques, lorsque la géométrie du domaine fluide n'est pas celle de la configuration expérimentale, ainsi que les maillages utilisés dans le chapitre 7, Étalement de fluide à seuil à l'aide d'une lame.

### Chapitre 5 - Simulations Numériques

Les maillages qui suivent ont été utilisés pour étudier l'impact de la taille du domaine fluide sur l'écoulement.

#### Longueur d'immersion $L$

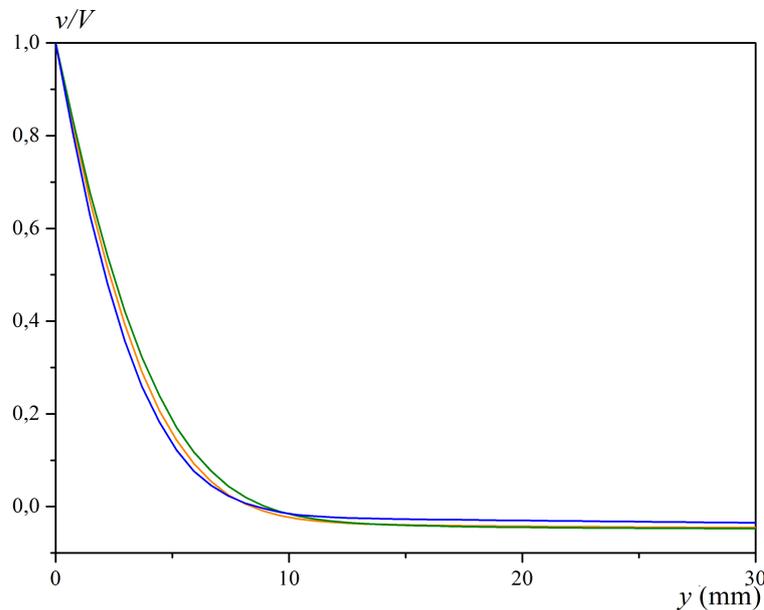


FIGURE B.1 – Simulations des profils de vitesse uniformes normalisés  $v/V$ , en fonction de la distance  $y$  : variation de  $L$  à  $l_x$  fixé :  $L = 25$  cm (vert),  $L = 20$  cm (orange) et  $L = 15$  cm (bleu).  $\tau_c = 34$  Pa,  $k = 13,9$  Pa.s<sup>n</sup>,  $V = 5$  mm/s.

Les nombres d'éléments par segment des maillages utilisés sont les suivants :

Légende	$b$	Segments 1, 2, 3	Segment 4	Segment 5	Segment 6
Vert	5 cm	30	30	1	120
Orange	10 cm	30	60	1	90
Bleu	15 cm	30	90	1	60

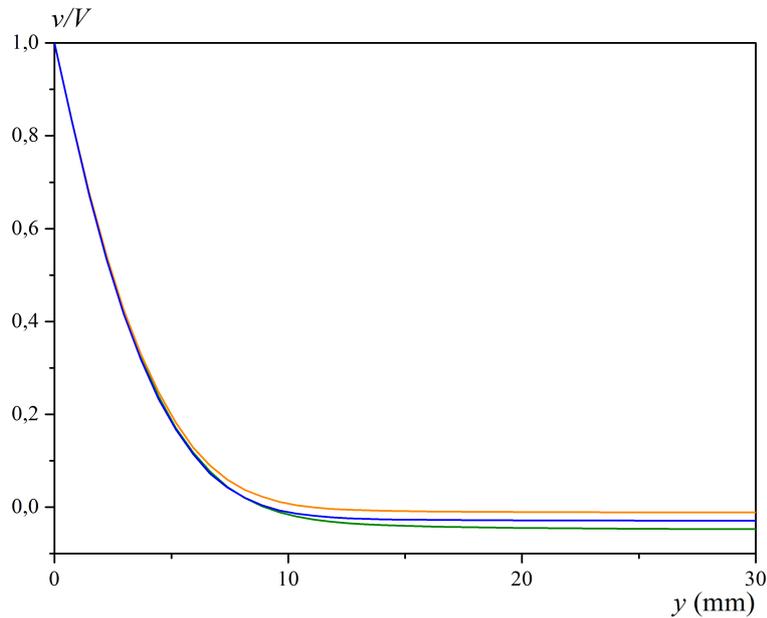
Hauteur d'immersion  $l_x$ 

FIGURE B.2 – Simulations des profils de vitesse uniformes normalisés  $v/V$  en fonction de la distance  $y$  : variation de  $l_x$  à  $b$  fixé :  $l_x = 25$  cm (vert),  $l_x = 40$  cm (bleu) et  $l_x = 50$  cm (orange).  $\tau_c = 34$  Pa,  $k = 13,9$  Pa.s<sup>n</sup>,  $V = 5$  mm/s.

Les nombres d'éléments par segment des maillages utilisés sont les suivants :

Légende	$l_x$	Segment 2	Segments 1, 3, 4	Segment 5	Segment 6
Vert	25 cm	30	30	1	120
Bleu	40 cm	50	30	1	180
Orange	50 cm	60	30	1	240

Épaisseur de la plaque  $e$ 

Les nombres d'éléments par segment des maillages utilisés sont les suivants :

Légende	$e/2$	Segments 1 et 3	Segments 2 et 4	Segment 5	Segment 6
Vert	0,94 mm	30	30	1	120
Orange	1,94 mm	30	30	2	120
Noir	2,94 mm	35	30	2	120
Bleu	5,94 mm	35	30	5	120
Rouge	10,94 mm	35	30	5	120

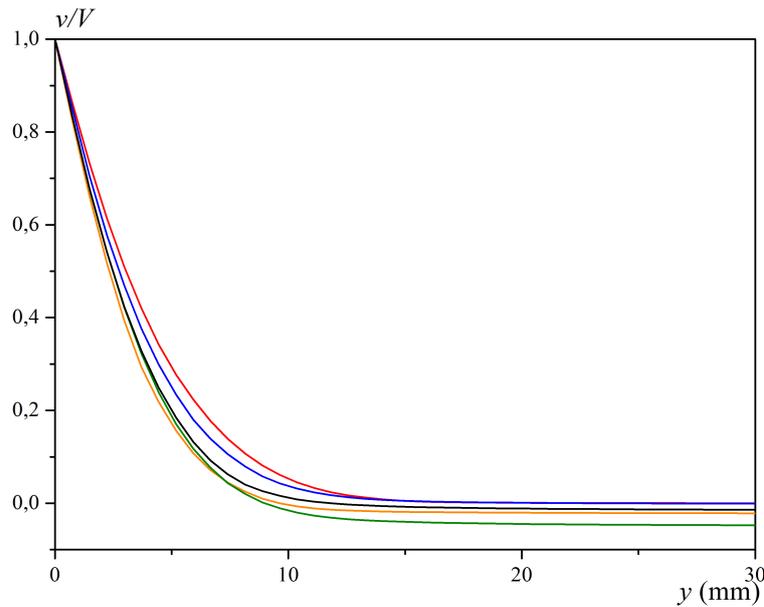


FIGURE B.3 – Simulations des profils de vitesse uniforme normalisés  $v/V$ , en fonction de la distance  $y$  : variation de  $e$  à  $l_y$  fixé :  $e = 1,88$  mm (vert),  $e = 3,88$  mm (orange),  $e = 5,88$  mm (noir),  $e = 11,88$  mm (bleu) et  $e = 21,88$  mm (rouge).  $\tau_c = 34$  Pa,  $k = 13,9$  Pa.s<sup>n</sup>,  $V = 5$  mm/s.

### Largeur du bain $l_y$

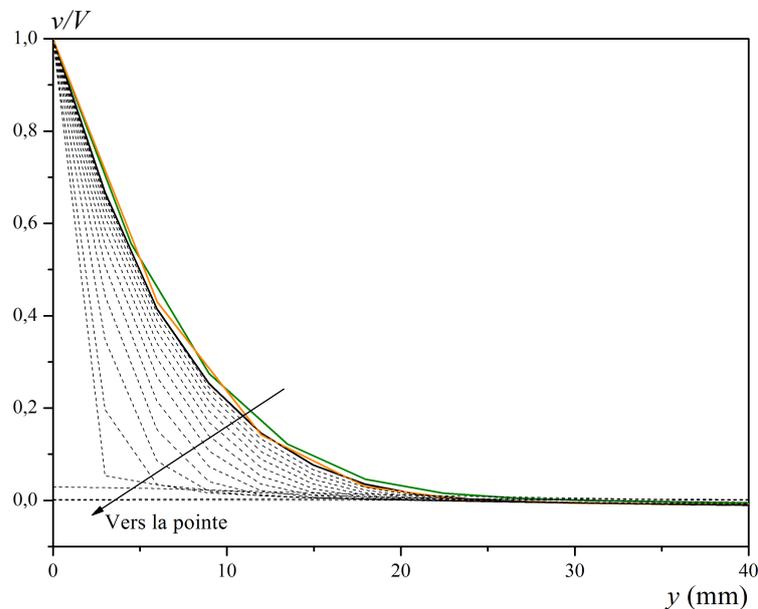


FIGURE B.4 – Simulations des profils de vitesse uniforme normalisés  $v/V$ , en fonction de la distance  $y$ , à 5 mm sous la surface libre pour différentes largeurs du cuve :  $l_y = 30$  cm (noir),  $l_y = 45$  cm (vert) et  $l_y = 60$  cm (orange). Les profils en tirets noirs représentent les profils  $v/V$  en fonction de  $y$  calculés tous les 15 mm sur toute la hauteur du domaine.  $\tau_c = 34$  Pa,  $k = 13,9$  Pa.s<sup>n</sup>,  $V = 5$  mm/s.

Les nombres d'éléments par segment des maillages utilisés sont les suivants :

Légende	$l_y$	Segments 1 et 3	Segment 2	Segment 4	Segment 5	Segment 6
Noir	30 cm	100	45	30	1	100
Vert	45 cm	100	45	30	1	100
Orange	60 cm	120	45	30	1	100

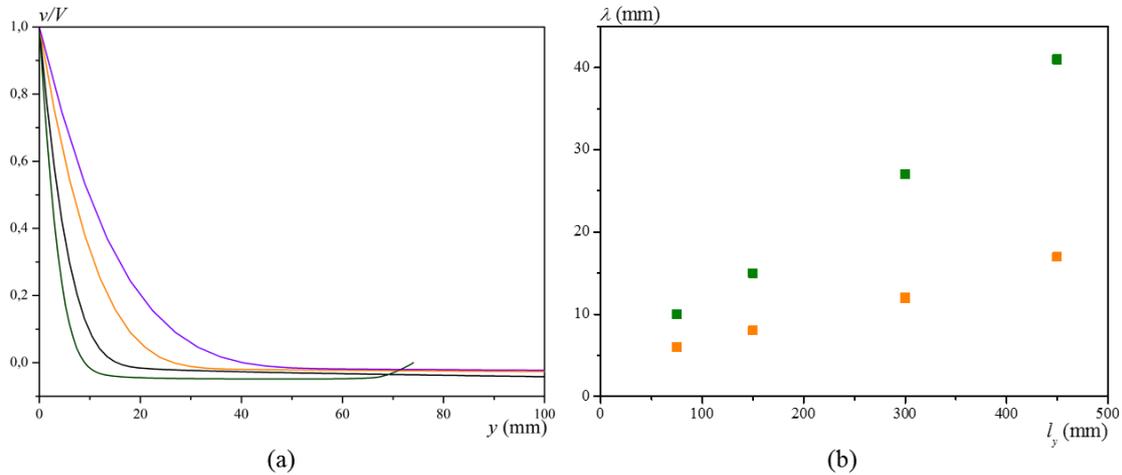


FIGURE B.5 – (a) Simulations des profils de vitesse uniforme normalisés  $v/V$ , en fonction de la distance  $y$ , variation de  $l_y$  :  $l_y = 7,5$  cm (vert),  $l_y = 15$  cm (noir),  $l_y = 30$  cm (orange) et  $l_y = 45$  cm (violet). (b) Épaisseur liquide  $\lambda$  en fonction de la largeur de la cuve  $l_y$  pour  $V = 5$  mm/s (vert) et  $V = 0,5$  mm/s (orange).  $\tau_c = 34$  Pa,  $k = 13,9$  Pa.s<sup>n</sup>.

Les nombres d'éléments par segment des maillages utilisés sont les suivants :

Légende	$l_y$	$l_x$	Segments 1 et 3	Segment 2	Segment 4	Segment 5	Segment 6
Vert	7,5 cm	25 cm	30	30	30	1	100
Noir	15 cm	25 cm	60	45	30	1	100
Orange	30 cm	50 cm	100	45	15	1	100
Violet	45 cm	65 cm	100	50	10	1	100

## Chapitre 7 - Étalement de fluide à seuil à l'aide d'une lame

La figure B.6 rappelle la forme du domaine fluide utilisé.

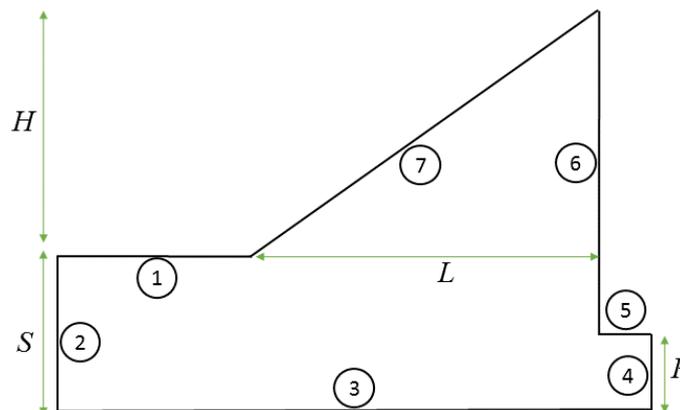


FIGURE B.6 – Domaine fluide lors de l'étalement à l'aide d'une lame

### Maillages pour le calcul des champs de vitesse pour une lame verticale

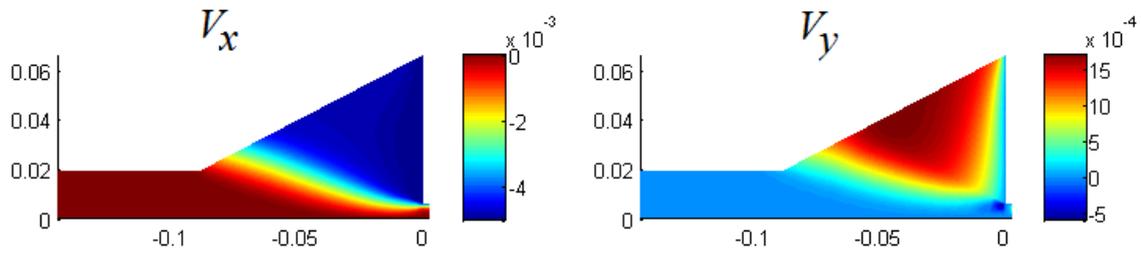


FIGURE B.7 – Simulations des champs de vitesses  $V_x$  et  $V_y$  lors de l'étalement d'un fluide à seuil avec une lame.  $\tau_c = 98$  Pa,  $k = 49$  Pa.s<sup>-n</sup>,  $V = 5$  mm/s,  $S = 17$  mm,  $P = 7$  mm.

	Dimensions (mm)	Nombre de mailles
Segment 1	60	15
Segment 2	19	15
Segment 3	152,6	50
Segment 4	6	10
Segment 5	2,6	1
Segment 6	60	30
Segment 7	111	30

Les maillages utilisés pour la comparaison des champs de vitesse estimant l'impact des paramètres  $P$ ,  $S - P$ ,  $V$  et  $\tau_c$  sont les mêmes, même si les dimensions du domaine fluide varient.

### Maillages pour le calcul des champs de vitesse pour une lame inclinée

Le maillage utilisé pour les cas de lame inclinée sont légèrement différents que le précédent pour intégrer le changement de forme de l'amas de fluide devant la lame. Les segments sont numérotés de la même manière que dans le cas précédent.

	Nombre de mailles
Segment 1	25
Segment 2	15
Segment 3	50
Segment 4	10
Segment 5	2
Segment 6	30
Segment 7	20





## Étalements de fluides à seuil

Les fluides à seuil sont des matériaux utilisés dans de nombreux procédés industriels au cours desquels ils sont mis en écoulement via leur interaction avec des outils solides. Afin de mieux comprendre comment ils s'étalent sur des surfaces, nous avons étudié d'une part leur enduction verticale sur une plaque mince et d'autre part leur étalement horizontal à l'aide d'une lame. Ces deux études se sont appuyées sur des mesures macroscopiques permettant de suivre la force appliquée à l'outil et des mesures microscopiques de PIV pour déterminer les champs de vitesse dans le matériau. Après confirmation de leur validité par comparaison avec nos résultats expérimentaux, des simulations numériques basées sur la programmation conique ont permis de préciser les écoulements en jeu.

Pour l'enduction par trempage, nous observons que dans notre gamme d'étude, le dépôt de fluide à seuil sur la plaque est millimétrique et d'épaisseur constante, sauf aux extrémités. Selon le rapport des forces visqueuses et plastiques, l'enduction est régie par un équilibre "seuillo-gravitaire" ou "visco-gravitaire". Nous avons ensuite caractérisé l'écoulement généré dans le bain par le déplacement de la plaque afin d'explicitier l'origine du phénomène d'enduction. Les simulations numériques précisent la forme de cet écoulement.

L'étalement horizontal dans un canal à l'aide d'une lame mince conduit au déplacement d'un amas de fluide faiblement cisailé par rapport à une région de fluide au repos, par l'intermédiaire d'une couche cisailée. Nous montrons qu'un modèle simple permet de prédire la dynamique de croissance de l'amas et la relie à la force normale à la lame.

**Mots clés :** Fluide à seuil - enduction par trempage - étalement - PIV - simulations numériques

## Coatings of yield stress fluids

Yield stress fluids are used in various industrial processes in which solid tools make them flow. To have a better understanding on how they spread on surfaces, we first studied the vertical coating on a thin plate and then the horizontal blade-coating. Both studies are based on macroscopic measures recording the force applied on the plate and on the microscopic determination on the velocity fields in the fluid by PIV. Numerical simulations based on cone programming, whose validity had been confirmed in comparison to our experimental results, specified the flows at stake.

In dip-coating, we observed that within our framework, the yield stress fluid deposit on the plate is millimetric and of constant thickness, except on the tips. According to the value of the viscous over plastic forces ratio, the coating is led by a "yield-gravity" or a "visco-gravity" balance. Then, we characterized the flow generated in the bath by the plate displacement in order to clarify the origin of the coating phenomenon. The numerical simulations specified the flow characteristics.

The horizontal blade-coating in a channel involves the displacement of a weakly sheared cluster of fluid in relation to a part of fluid at rest, through a sheared layer. We showed that the growing dynamics of the cluster is described with a simple model which links it to the normal force to the plate.

**Key words :** Yield stress fluids - Dip-coating - Blade-coating - PIV - Numerical simulations

