



**HAL**  
open science

# Conception et optimisation d'amortisseurs à masse accordée pour les structures du génie civil

Anissa Allani

► **To cite this version:**

Anissa Allani. Conception et optimisation d'amortisseurs à masse accordée pour les structures du génie civil. Matériaux et structures en mécanique [physics.class-ph]. Université Paris-Est; Università degli studi di Roma "Tor Vergata" (1972-..), 2015. Français. NNT: 2015PESC1137 . tel-01291427

**HAL Id: tel-01291427**

**<https://pastel.hal.science/tel-01291427v1>**

Submitted on 21 Mar 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**THÈSE**

Présentée à  
L'Università degli Studi di Roma "Tor Vergata"

per il conseguimento del titolo di

**DOTTORE DI RICERCA IN  
INGEGNERIA DELLE STRUTTURE E GEOTECNICA  
DELL'UNIVERSITA' DI ROMA "TOR VERGATA"**

et du diplôme de

**DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ PARIS-EST  
Spécialité: Génie Civil**

par: **Anissa Allani**

Sujet de la thèse:

**Conception et optimisation d'amortisseurs  
à masse accordée pour les structures du génie civil**

Soutenue le 27 Novembre 2015

devant le jury composé de:

<b>Luigi Carassale</b>	Président
<b>Gaël Chevallier</b>	Rapporteur
<b>Rui Carneiro de Barros</b>	Rapporteur
<b>Roger Serra</b>	Examineur
<b>Giuseppe Vairo</b>	Examineur
<b>Pierre Argoul</b>	Directeur de thèse
<b>Franco Maceri</b>	Directeur de thèse

*A mes parents : Saïd et Jamila*

*Mes frères : Fahmi, Souheil, Hatem et Mohamed*

*Mes sœurs : Ibtihel et Aicha*

*Mes beaux frères : Fethi et Abdelmlak*

*Ma tante : Assia*

*Mes neveux : Mohamed, Yosra, Youssef, Nour, Maha, Zeinab, Ahmed, Eya,  
Sarra, Abdallah et Amira*

*Mes amies : Dayana, Désiré, Imen, Emna, Maroua, Yan, Hiba et Hajer*

# REMERCIEMENTS

A l'issue de la rédaction de mon rapport de thèse, je suis davantage convaincue qu'un doctorat est loin d'être un travail solitaire. En effet, je n'aurais jamais pu réaliser ce travail sans le soutien d'un grand nombre de personnes généreuses qui ont toujours manifestés un intérêt grandissant à l'égard de ma recherche et qui m'ont permis de progresser.

Je remercie mes deux directeurs de thèse, Monsieur Pierre Argoul et Monsieur Franco Maceri pour la confiance qu'ils m'ont accordée en acceptant d'encadrer ce travail doctoral, pour leurs multiples conseils et pour toutes les journées qu'ils ont consacrées à diriger cette recherche.

J'aimerais également leur dire à quel point j'ai apprécié leur grande disponibilité et leur respect. J'ai été extrêmement sensible à leurs qualités humaines d'écoute et de compréhension tout au long de ce travail doctoral.

De même, je suis particulièrement reconnaissante à Monsieur Gwendal Cumunel de l'intérêt qu'il a manifesté à l'égard de cette recherche et surtout pour l'ambiance de travail très agréable qu'il a su créer au laboratoire grâce à sa très grande ouverture d'esprit. Son encadrement au niveau expérimental m'a permis de donner encore du sens pratique à mon travail et ceci est un énorme réconfort.

J'adresse toute ma reconnaissance aux membres du jury : Monsieur Luigi Carassale pour m'avoir fait l'honneur de présider le jury de thèse, Messieurs Rui Carneiro De Barros et Gaël Chevallier pour avoir accepté la lourde tâche d'être rapporteurs de ce mémoire et Messieurs Roger Serra et Giuseppe Vairo pour m'avoir fait l'honneur d'être examinateurs.

Je tiens également à remercier tous mes amis et collègues de l'équipe du laboratoire Navier et surtout Stefania et Lorenzo pour leur aide à rédiger une partie dans ma thèse en italien.

Je tiens à remercier mon père et ma mère pour leur soutien. Mes déplacements fréquents entre Rome et Paris n'ont pas pu réussir sans leurs pensées affectueuses et leur confiance toujours réitérée depuis Kairouan ma ville natale en Tunisie. Le climat qu'ils m'ont créé a fait de moi une doctorante heureuse prête à relever de nombreux défis.

J'exprime également mes remerciements à ma sœur Ibtihel qui m'a toujours inspiré par sa patience et d'avoir été toujours présente pour le moindre détail pour que je puisse persévérer.

# Tables des Matières

<b>Résumé</b> .....	1
<b>Abstract</b> .....	2
<b>Sommario</b> .....	3
<b>Introduction générale</b> .....	4
<b>I-Etat de l'art des différents types de contrôle des structures</b> .....	7
I. 1 Introduction .....	9
I. 2 Système de contrôle passif .....	10
I. 2.1 Isolation sismique.....	10
I. 2.2 Dissipation d'énergie.....	12
I. 3 Système de contrôle actif .....	23
I. 4 Système de contrôle semi-actif .....	24
I. 4.1 Amortisseurs à amortissement variable.....	25
I. 4.2 Amortisseurs à rigidité variable.....	27
I. 5 Conception d'un amortisseur à masse accordée.....	29
I. 5.1 Conception d'un seul AMA linéaire appliqué à une structure à 1ddl.....	29
I. 5.2 Conception de p AMAs linéaires appliqués à une structure à 1ddl.....	31
I. 5.3 Conception d'un ou p AMAs linéaires appliqués à une structure à Nddl.....	35
I. 6 Conclusion.....	36
<b>II. Problème direct : Modélisation des systèmes avec un ou plusieurs AMAs</b> .....	37
II. 1 Introduction .....	39
II. 2 Structure mécanique à Nddl équipée par des AMAs en parallèle.....	39
II. 2.1 Equations du mouvement.....	41
II. 2.2 Régime libre.....	42
II. 2.3 Régime permanent.....	44
II. 3 Représentation modale du modèle mécanique à NDDL équipé par des AMAs en parallèle .....	48
II. 3.1 Equations du mouvement.....	48
II. 3.2 Calcul de la rigidité dynamique normalisée.....	51
II. 3.3 Calcul de l'amplification dynamique pour une structure excitée sur la masse du dernier étage.....	53
II. 3.4 Calcul de l'amplification dynamique dans le cas d'une structure excitée sur la base.....	55
II. 4 Modèle mécanique à 1DDL équipé par des AMAs en parallèle.....	56
II. 4.1 Calcul de l'amplification dynamique dans le cas d'une structure excitée sur la masse.....	57
II. 4.2 Calcul de l'amplification dynamique dans le cas d'une structure excitée sur la base.....	59
II. 5 Modèle mécanique à 1DDL équipé par des AMAs en série .....	61
II. 6 Conclusion.....	63

<b>III. Problème indirect : Critères d'optimisation</b> .....	64
III. 1 Introduction .....	66
III. 2 Classification des critères d'optimisation .....	68
III. 3 Optimisation des paramètres d'un seul AMA appliqué à un système principal à 1ddl à partir des critères de la littérature .....	70
III. 3.1 Optimisation du facteur d'amplification dynamique pour une structure excitée sur la masse.....	70
III. 3.2 Optimisation du facteur d'amplification dynamique pour une structure excitée sur la base.....	80
III. 3.3 Optimisation de l'emplacement des pôles.....	83
III. 4 Optimisation des paramètres d'un seul AMA appliqué à un système principal à NDDL à partir des critères de la littérature .....	86
III. 4.1 Optimisation du facteur d'amplification dynamique.....	86
III. 4.2 Optimisation de l'emplacement des pôles.....	87
III. 5 Optimisation des paramètres des p AMAs appliqués à un système principal à 1DDL à partir des critères numériques .....	88
III. 5.1 Optimisation du facteur d'amplification dynamique.....	88
III. 5.2 Optimisation de l'emplacement des pôles.....	90
III. 6 Optimisation des paramètres des p AMAs appliqués à un système principal à NDDL à partir d'un critère numérique.....	92
III. 6.1 Optimisation de la fonction de transfert dynamique.....	92
III. 7 Tableau récapitulatif.....	94
III. 8 Conclusion.....	97
<b>IV. Conception de plusieurs AMAs appliqués à une structure à 1 DDL : Excitation sur la structure</b> .....	99
IV. 1 Introduction .....	101
IV. 2 Effet de l'amortissement sur l'amplification dynamique.....	102
IV. 3 Effet du rapport de synchronisation sur l'amplification dynamique.....	103
IV. 4 Effet de l'amortissement sur les pôles.....	105
IV. 5 Effet du rapport de synchronisation sur les pôles .....	105
IV. 6 Comparaison des performances des modèles optimisés pour des AMAs de masses identiques placés en parallèle .....	106
IV. 6.1 Les paramètres optimisés .....	106
IV. 6.2 Evolution de l'amplification dynamique sous l'excitation sur la masse avec les modèles optimisés.....	108
IV. 6.3 Diagramme de Nyquist avec les modèles optimisés.....	110
IV. 6.4 Calcul des pôles avec les modèles optimisés.....	112
IV. 6.5 Application de la vibration libre avec les modèles optimisés. : Etude de la décroissance des amplitudes.....	113
IV. 7 Etude de la sensibilité.....	116
IV. 8 Etude de la robustesse.....	118
IV. 9 Etude paramétrique .....	121
IV. 9.1 Effet du rapport de la masse totale des AMAs.....	121
IV. 9.2 Effet du taux d'amortissement de la structure principale.....	124
IV. 10 Etude des valeurs singulières.....	127
IV. 10.1 Effet de l'amortissement sur le conditionnement de la matrice $\mathbf{H}_N^*$ .....	129
IV. 10.2 Effet du rapport de synchronisation sur le conditionnement des valeurs singulières.....	129

IV. 10.3	Calcul des valeurs singulières avec les modèles optimisés en fonction du nombre des AMAs.....	130
IV. 11	L'effet de la configuration des AMAs .....	134
IV. 11.1	AMAs placés en série où les masses des AMAs sont identiques.....	134
IV. 11.2	AMAs placés en parallèle et en série où les masses des AMAs sont différentes.....	138
IV. 11.3	Influence de la configuration des AMAs sur la valeur de chaque critère à l'optimum.....	144
IV. 11.4	Comparaison de l'amplification dynamique avec les modèles optimisés pour les différentes configurations des AMAs.....	146
IV. 11.5	Comparaison des diagrammes de Nyquist avec les modèles optimisés pour les différentes configurations des AMAs.....	148
IV. 12	Conclusion.....	151
<b>V.</b>	<b>Conception de plusieurs AMAs appliqués à une structure à 1 DDL : Excitation sur la base.....</b>	<b>153</b>
V. 1	Introduction .....	155
V. 2	Etude sismique .....	156
V. 2.1	Introduction générale sur le phénomène sismique.....	156
V. 2.2	La quantification sismique.....	157
V. 2.3	Enregistrement du signal sismique.....	158
V. 3	Problème de conception optimale des AMAs par les différents critères d'optimisation .....	166
V. 3.1	Procédures d'optimisation.....	166
V. 3.2	Etude paramétrique.....	167
V. 3.3	Comparaison des performances obtenues sous les différents critères d'optimisation.....	175
V. 3.4	Sensibilité des critères en appliquant un seul AMA.....	181
V. 3.5	Robustesse des critères.....	184
V. 4	Application aux séismes.....	186
V. 4.1	La performance des AMAs optimisés en appliquant les différents séismes .....	186
V. 4.2	Conception des AMAs optimisés pour différents valeurs du rapport de la masse totale des AMAs.....	196
V. 4.3	Effet des séismes.....	198
V. 4.4	Variation de la fréquence de la structure principale.....	200
V. 4.5	Le comportement hystérétique de la structure principale.....	202
V. 5	Conclusion.....	206
<b>VI.</b>	<b>Conception de plusieurs AMAs appliqués à une structure à NDDL.....</b>	<b>209</b>
VI. 1	Introduction .....	211
VI. 2	Etude de la structure principale.....	211
VI. 3	Choix du critère numérique d'optimisation et problème de la localisation des AMAs .....	213
VI. 4	Etude d'un seul AMA appliqué à un système principal à Nddl .....	215
VI. 4.1	Optimisation des paramètres d'un seul AMA en appliquant l'approche modale .....	215
VI. 4.2	Optimisation des paramètres d'un seul AMA en appliquant l'approche globale .....	217

VI. 4.3	La performance d'un seul AMA optimisé sous l'application des différents séismes .....	217
VI. 5	Etude des AMAs appliqués à un système principal à Nddl .....	221
VI. 5.1	Conception des AMAs en appliquant le critère d'optimisation numérique pour $\mu_{tot}=2\%$ .....	221
VI. 5.2	Effet du rapport de la masse totale des AMAs.....	227
VI. 6	Conclusion.....	229
<b>VII. Application d'un Amortisseur à Masse Accordée avec rigidité et amortissement par courants de Foucault ajustables-Montage expérimental et Calibration.....</b>		<b>231</b>
VII. 1	Introduction .....	233
VII. 2	Etude de la structure principale.....	234
VII. 2.1	Présentation de la structure principale.....	234
VII. 2.2	Modélisation numérique de la structure principale.....	237
VII. 2.3	Comparaison entre le modèle numérique et l'expérience.....	240
VII. 3	Etude de l'amortissement de l'AMA basé sur les courants de Foucault.....	241
VII. 3.1	Phénomène des courants de Foucault.....	241
VII. 3.2	Force magnétique de type visqueux.....	243
VII. 3.3	Description du dispositif expérimental de l'AMA.....	244
VII. 4	Etude de la structure complète : structure + AMA.....	248
VII. 4.1	Description des conditions expérimentales.....	248
VII. 4.2	Analyse fréquentielle.....	249
VII. 4.3	Analyse temporelle.....	254
VII. 5	Conclusion.....	258
<b>Conclusions générales et perspectives.....</b>		<b>260</b>
<b>Conclusioni generali e prospettive.....</b>		<b>266</b>
<b>Annexe A.....</b>		<b>272</b>
<b>Annexe B.....</b>		<b>288</b>
<b>Annexe C.....</b>		<b>290</b>
<b>Annexe D.....</b>		<b>294</b>
<b>Références bibliographiques.....</b>		<b>306</b>



# RÉSUMÉ

La demande architecturale associée à un souci de réduction des coûts amène à la réalisation des structures légères et des formes innovantes. La grande souplesse de ces structures les rend de plus en plus sensibles aux sollicitations dynamiques extérieures telles que le trafic, le vent et les tremblements de terre... Les techniques de contrôle des vibrations permettent aujourd'hui d'envisager des constructions modernes de plus en plus élancées, et ce, qu'elles soient économiques ou architecturalement audacieuses. Plutôt que de modifier les caractéristiques géométriques ou mécaniques de l'ouvrage d'art, par exemple en le rigidifiant afin de s'opposer aux effets des sollicitations extérieures, le contrôle des vibrations consiste à produire des forces de réaction qui s'opposent aux effets néfastes des sollicitations extérieures au moment de leur apparition.

Cette avancée technologique offre le grand avantage de ne pas trop influencer les travaux des urbanistes et architectes de sorte à leur laisser une certaine liberté au niveau des caractéristiques géométriques ou mécaniques de l'ouvrage d'art. Parmi les différentes techniques de contrôle, nous nous limitons au contrôle passif des vibrations. Plusieurs travaux de recherche ont été réalisés au moyen de techniques passives comme les Amortisseurs à Masse Accordée (AMAs) que nous avons retenus dans ce travail pour leur simplicité et leur fiabilité. Un AMA consiste en une masse liée à un niveau de la structure par l'intermédiaire d'un ressort et d'un amortisseur linéaire. La performance d'un AMA passif est fortement liée au réglage de ses paramètres. Le problème est alors l'optimisation des paramètres mécaniques des AMAs ainsi que leur emplacement afin de réaliser une atténuation adéquate des vibrations de la structure principale.

Le travail de thèse s'appuie sur un recueil exhaustif des travaux effectués dans le domaine du contrôle des vibrations auxquels sont soumis les ouvrages génie civil. Une contribution innovante et originale est apportée et permet de classifier, de généraliser et d'optimiser certains critères dans le but d'assurer une conception optimale de divers dispositifs d'atténuation des vibrations, et ce, selon leur application. L'un des objectifs de la thèse a donc consisté à traiter ces critères de manière originale.

Après avoir résolu le problème dit « direct » s'appuyant sur la modélisation des systèmes dotés d'un ou de plusieurs AMAs, nous nous sommes intéressés au problème dit « indirect » en envisageant divers critères d'optimisation. Ainsi, plusieurs critères d'optimisation des paramètres mécaniques de plusieurs AMAs appliqués à un système principal comportant 1 ou plusieurs degrés de liberté peuvent être utilisés. L'excitation du système principal est envisagée de deux manières, soit à sa base (en vue d'une application à la sismique), soit au niveau de la structure (en vue d'une application aux effets du vent).

Des simulations numériques sont réalisées dans le but d'étudier la performance de chaque modèle optimisé en se fondant sur des approches fréquentielles et temporelles. La robustesse de chaque critère d'optimisation face aux incertitudes liées au changement des paramètres physiques de la structure principale a été examinée. Nous avons également étudié la sensibilité des critères par rapport aux incertitudes des paramètres optimisés des AMAs.

La conception et l'optimisation de  $p$  AMAs placés en parallèle pour un système principal à  $N$ ddl, a constitué une nouvelle contribution originale dans le cadre de cette thèse. Dans ce contexte, lors d'une sollicitation sismique, si les masses modales effectives sont élevées, les modes de la structure principale peuvent être facilement excités. Ainsi, le choix du critère d'optimisation s'appuie seulement sur les étages les plus sensibles aux modes de vibrations qui ont un rapport de masses modales cumulées supérieur à 90%. Dans le but de limiter les dommages subis par les constructions du génie civil lors de sollicitations sismiques, nous cherchons à évaluer l'efficacité des AMAs afin d'atténuer les réponses temporelles sismiques. Ainsi une étude comparative est réalisée en appliquant quatre séismes réels sur les modèles optimisés.

Afin d'illustrer les résultats obtenus, des tests de caractérisation d'un AMA utilisant un amortissement par courants de Foucault et un ajustement de la rigidité, ont été menés. Ils ont permis d'obtenir une validation expérimentale du modèle et du critère d'optimisation adopté.

**Mots clés :** contrôle passif, amortisseur à masse accordée, critères d'optimisation, sollicitations sismiques.

# Abstract

The architectural demand and the desire to reduce costs permit the construction of light structures with innovating shapes. The great flexibility of these structures makes them increasingly sensitive to the external dynamic loads such as traffic, wind and earthquakes. Vibration control techniques allow to construct modern buildings increasingly slender, and, whether they are economic or architecturally audacious. Instead of modifying the geometrical and mechanical characteristics of a structure, vibration control consists in producing reaction forces which are opposed to the negative effects of the external excitations when they appear.

This technological advance has the great advantage to not influencing planners and architects' work and it provides them with additional creative options in both geometrical and mechanical characteristics of buildings.

We restrict our focus to passive vibration control. Among available passive vibration absorber systems, Tuned Mass Dampers (TMDs) were selected for their simplicity and reliability. A TMD consists of a mass, a dashpot, and a spring, and is commonly attached to a vibrating primary system to suppress undesirable vibrations. The performance of TMDs is strongly affected by the adjustment of their parameters. The problem is the optimization of the mechanical parameters of TMD and their location in order to attenuate vibrations of the main structure.

This thesis is based on understanding the dynamic characteristics of TMD. It aims to make an innovative and original contribution to classify, generalize and optimize some criteria in order to ensure an optimal design of TMDs, depending on their application. Our work consisted to treat these criteria in an original way. After solving the direct problem based on the modelling of systems with one or several TMD, we tackled the indirect problem by considering various optimization criteria. Thus, several optimization criteria of the mechanical parameters of TMDs applied to a main system (single (SDOF) or multiple degrees of freedom (MDOF)) are used. The excitation of the main system can be done in two different ways; either on the base (for seismic application) or on the structure (for wind effects).

Numerical simulations based on a time and frequency approach are used to examine the performance of each optimized model. The robustness of each optimization criterion is assessed by taken into account the uncertainties related to the change of the physical parameters of the main structure. Such problems can be discussed by considering sensitivity analysis for criteria under uncertainty of the optimum TMD parameters.

A new and original contribution of this thesis is the design and optimization of multiple TMDs in parallel with a MDOF main structure. In this context, during seismic loads, modes in the main structure with relatively high effective masses can be readily excited by base excitation. Afterwards, optimization criterion can be developed based on the most sensitive storeys to vibration modes which are a cumulative modal effective mass fraction exceeding 90%. To protect structures under earthquake loads, we seek to assess the effectiveness of TMDs in mitigating the response of structure under different real earthquakes. A comparative study is then achieved with four real earthquakes applied on systems with TMD optimized parameters.

To illustrate the results obtained, characterization tests are conducted on a TMD with damping by eddy currents effect and adjustable stiffness. They allow the validation of the model and optimization criterion adopted.

**Key words:** passive vibration, tuned mass dampers, optimization criteria, earthquake loads.

# Sommario

La moderne strutture, spesso leggere e composte da forme innovative, risultano, a causa della loro elevata flessibilità, estremamente sensibili all'effetto di carichi dinamici esterni quali il traffico, l'azione del vento, i terremoti, ecc. Una risposta a questo problema è data dalle moderne tecniche di controllo delle vibrazioni, che permettono di realizzare edifici moderni sempre più snelli e sia economicamente che architettonicamente più audaci. Infatti, al posto di modificare le caratteristiche geometriche e meccaniche della costruzione, il controllo delle vibrazioni consiste nel produrre una forza reattiva che si oppone agli effetti negativi delle sollecitazioni esterne qualora appaiano. Questo progresso tecnologico ha quindi il grande vantaggio di non influenzare in maniera eccessiva il lavoro dei progettisti e degli architetti, lasciando loro una certa libertà creativa.

Tra le varie tecniche si trova il cosiddetto controllo passivo delle vibrazioni. In questo ambito, numerosi studi sono stati condotti riguardo i cosiddetti smorzatori a massa accordata, che sono stati scelti in questo lavoro per la loro semplicità e affidabilità. In particolare, gli smorzatori a massa accordata, o Tuned Mass Dampers (TMDs), sono costituiti da una massa, uno smorzatore ed una molla. Le prestazioni dei TMDs sono fortemente legate alla scelta dei suoi parametri, e l'obiettivo della progettazione è, non solo quello di ottimizzarne i parametri meccanici, ma anche di sceglierne l'opportuno posizionamento sulla struttura principale, al fine di ottenere un'adeguata attenuazione delle vibrazioni.

Il presente lavoro di tesi si basa quindi su una raccolta completa di studi condotti nel campo del controllo delle vibrazioni di opere di ingegneria civile. In particolare, lo scopo è quello di dare un contributo innovativo ed originale al tema, classificando, generalizzando e ottimizzando alcuni criteri, con l'obiettivo di garantire la messa in opera di una configurazione ottimale dei TMDs a seconda del contesto di applicazione.

La prima parte della tesi adotterà quindi un approccio di tipo "diretto", soffermandosi sulla modellizzazione di sistemi strutturali dotati di uno o più TMDs (MTMDs). La seconda parte invece, attraverso un approccio di tipo "indiretto", si occuperà della definizione di differenti criteri di ottimizzazione dei parametri meccanici dei TMDs, nel caso di MTMDs applicati su strutture a un grado di libertà (1 GdL) o a più gradi di libertà (N GdL), e a sollecitazioni del sistema principale agenti direttamente sulla struttura (in vista di un'applicazione sugli effetti dell'azione del vento) e di tipo accelerazione alla base (in vista di un'applicazione sismica).

Le prestazioni dei modelli ottimizzati, basati sull'approccio frequenziale e temporale, sono quindi valutate attraverso delle simulazioni numeriche, unitamente all'analisi della robustezza e della sensibilità di ogni criterio al variare dei parametri fisici della struttura principale, ed all'incertezza dei parametri ottimizzati dei TMDs.

In questo contesto, un contributo originale della presente tesi è costituito dalla concezione e dall'ottimizzazione di MTMDs disposti in parallelo applicati su una struttura ad N GdL.

Per quanto riguarda l'azione sismica, è noto che se le masse efficaci sono elevate, i modi della struttura principale possono essere facilmente eccitati. Per questo motivo, la scelta del criterio di ottimizzazione si basa solo sul controllo dei piani più sensibili ai modi di vibrazione, ossia con percentuale di massa partecipante superiore al 90%. Con lo scopo quindi di ridurre il danneggiamento subito dalle opere di ingegneria civile soggette ad azioni di tipo sismico, l'efficacia dei MTMDs è stata valutata nella mitigazione delle risposte temporali attraverso uno studio comparativo nel caso di quattro sismi reali applicati sul sistema strutturale ottimizzato.

Infine, dei test sperimentali, effettuati su un prototipo di TMD basato sull'effetto di smorzamento ottenuto grazie alle correnti di Foucault e su una rigidità regolabile, hanno permesso di validare sperimentalmente il modello utilizzato ed il criterio di ottimizzazione scelto.

**Parole chiave:** controllo passivo, smorzatori a massa accordata, criteri di ottimizzazione, azione sismica.

## INTRODUCTION GÉNÉRALE

La modernisation de l'aménagement urbanistique des villes qui se veut de plus en plus créative et respectueuse de l'environnement et du paysagisme, d'une part, et l'émergence d'un esprit de management de plus en plus responsable à l'égard des catastrophes naturelles comme les séismes, d'autre part, suscitent de plus en plus de rigueur méthodologique et conceptuelle au niveau du métier de l'ingénieur civil. Dans ce contexte, la construction de ponts légers de grande portée et des grattes ciels très élancés, requiert de plus en plus de matériaux à hautes performance et des technologies novatrices tout en étant économiquement acceptables.

Le contrôle des structures de génie civil représente un domaine de recherche émergent qui répond aux enjeux et aux contraintes précédemment citées. Ainsi des efforts importants ont porté sur le développement de dispositifs de contrôle assurant la conception de constructions flexibles et répondant aux diverses exigences suivantes :

- ✓ d'ordre **sécuritaire** (accroître la sécurité et la fiabilité des structures flexibles qui sont sensibles aux excitations dynamiques extérieures telles que les vents et les tremblements de terre),
- ✓ d'ordre **fonctionnel** (accroissement de la durée de service de l'ouvrage et par la suite la possibilité de sa réhabilitation)
- ✓ d'ordre **économique** (raccourcissement de la durée du chantier et par suite diminution d'arrêts de chantier dus à un vent trop fort représentant un cout financier très important)
- ✓ ou de **confort** (le confort aux usagers dans ou lors de la traversée l'ouvrage).

Sachant que les systèmes classiques consistent à renforcer et à rigidifier les structures, les systèmes de contrôle moderne présentent une alternative par laquelle les structures peuvent résister aux actions dynamiques. L'idée est de produire des forces de réaction bien adaptées, et ce, lors de la manifestation des actions perturbatrices (vents violents, séismes, trafics irréguliers de piétons ou de véhicules...etc.).

Nous limitons notre étude au contrôle passif qui consiste à superposer à la structure un dispositif qui dissipe l'énergie ou filtre la transmission des efforts dans la structure, au moins à une fréquence donnée.

**Le chapitre 1** est consacré à une description de l'état de l'art des systèmes de contrôle de vibration (techniques passives, actives et semi actives). Nous examinons brièvement les systèmes de contrôle passif ainsi que les lois de contrôle actif et semi actif. Ces trois types de contrôle permettent de protéger la structure contre les effets des excitations dynamiques. Nous avons essayé de comprendre les stratégies adoptées dans la conception des algorithmes du contrôle actif et semi actif et de présenter quelques dispositifs proposés dans la littérature selon l'ordre chronologique de leur justification. Parmi les divers types de dispositifs, nous avons choisi d'étudier les amortisseurs à masse accordée AMAs selon diverses configurations.

**Le chapitre 2** est consacré à la présentation et la modélisation des systèmes munis d'un ou de plusieurs amortisseurs à masse accordée (AMAs). L'intérêt de la modélisation réside dans la prédiction du comportement des structures selon les différentes configurations des AMAs, le nombre de degré de liberté de la structure principale et suivant les différents types d'excitations.

**Le chapitre 3** est dédié à l'étude du « Problème indirect », d'abord par la présentation des différents critères d'optimisation adoptés et ensuite par leur classification/généralisation selon les cas de configuration. L'étude se poursuit par la définition des critères d'optimisation des paramètres mécaniques de plusieurs AMAs appliqués, soit à un système principal à 1 degré de liberté (1ddl), ou bien, à un système principal à N degrés de libertés (N ddl). L'excitation est traitée de deux manières : le système principal est excité à sa base (en vue d'une application à la sismique) ou bien il est excité en structure (en vue d'une application aux effets du vent).

**Le chapitre 4** porte sur la conception et à l'optimisation de plusieurs AMAs au moyen de la minimisation des critères déjà détaillés au chapitre 3 et dans le cas où nous contrôlons un système principal à 1ddl. Le système combiné (Structure principale + plusieurs AMAs) est excité en structure (en vue d'une application aux effets du vent). Des simulations numériques sont réalisées dans le but d'étudier la performance des modèles obtenus avec les paramètres optimisés en considérant plusieurs méthodes fréquentielles telles que : le tracé de l'amplification dynamique (dans le cas d'une excitation en structure), le plan de Nyquist, la localisation des pôles. Par ailleurs, nous avons mené une étude, également fréquentielle, fondée sur les valeurs singulières. Elle porte sur l'évaluation de la pertinence de chaque critère.

**Le chapitre 5** est consacré à la conception et à l'optimisation de plusieurs AMAs au moyen de la minimisation des critères déjà détaillés au chapitre 3. Ce travail concerne le cas où nous contrôlons un système principal à 1ddl. Une étude est menée afin d'évaluer les performances de chaque modèle optimisé sur la base du tracé de l'amplification dynamique (dans le cas d'une excitation sur la base), du plan de Nyquist, ou encore de la méthode de localisation des pôles. La sensibilité de chaque critère est aussi examinée en faisant varier les paramètres optimisés des AMAs. L'étude de la robustesse des critères face aux incertitudes liées au changement des paramètres physiques de la structure principale est également étudiée. Finalement, nous cherchons à évaluer l'efficacité des AMAs permettant d'atténuer, avec les paramètres optimisés, les réponses de la structure principale en appliquant quatre cas de séismes réels sur les systèmes obtenus. Une étude comparative est enfin réalisée.

**Le chapitre 6** porte sur la conception et à l'optimisation de plusieurs AMAs placés en parallèle, et ce, dans le cas où nous contrôlons un système principal à Nddl. Un des buts de ce chapitre est de déterminer les paramètres dynamiques afin d'évaluer la contribution de chaque mode dans la structure principale seule lorsqu'elle est soumise à une direction spécifique de l'accélération du sol. Nous nous sommes intéressés également au choix du critère numérique et l'emplacement des AMAs. Ce critère tient compte des étages les plus sensibles aux modes de vibration qui ont une masse effective importante. L'avantage du critère d'optimisation numérique est de tenir compte des modes élevés de la structure principale. Une attention particulière a porté sur la conception d'un seul AMA à travers les méthodes d'optimisation rencontrées dans la littérature et sur la base du critère d'optimisation numérique que nous aurons choisi. Ensuite, nous allons tester l'efficacité d'un seul AMA optimisé (suivant les méthodes de la littérature et le critère retenu) afin d'atténuer les réponses temporelles des différents étages de la structure principale en appliquant les quatre séismes réels. Afin d'évaluer l'effet du nombre des AMAs, nous déterminons les paramètres optimisés des AMAs à partir du critère d'optimisation numérique retenu. Ainsi, pour chaque nombre fixé

des AMAs, les  $2p$  paramètres physiques (tels que les rigidités et les taux d'amortissement) sont calculés. Une étude comparative, est également réalisée pour le cas où nous appliquons les cas de séismes réels retenus sur les modèles optimisés.

**Le chapitre 7** est consacré aux tests de caractérisation d'un Amortisseur expérimental à masse accordée basé sur l'effet de l'amortissement par courants de Foucault. Ainsi, un dispositif expérimental a été conçu de manière à permettre un réglage manuel de la fréquence et du taux d'amortissement de l'AMA. Un banc d'essai est constitué d'une structure à 3 étages avec un amortisseur à masse accordée (AMA). Afin de caractériser le modèle expérimental de la structure principale, considérée seule, nous estimons les paramètres modaux (fréquences propres, taux d'amortissement, déformées modales) à partir d'essais de la vibration libre en appliquant une méthode originale fondée sur l'utilisation des ondelettes continues. Le modèle numérique associé à l'expérience est basé sur une approche numérique fréquentielle modale. Nous avons procédé au recalage du modèle en minimisant une fonction coût qui dépend des fréquences propres et des déformées modales. Ensuite, des tests de la vibration libre sont réalisés sur l'AMA, considéré seul, afin de caractériser son comportement au niveau paramétrique. Pour ce faire, nous avons appliqué les transformées en ondelettes sur les réponses libres. Le but des essais consiste également à vérifier la linéarité du comportement dynamique de l'AMA. Nous nous sommes limités à l'application de la formule du critère  $C_2$  dans le cas où l'excitation est appliquée directement sur la structure. Nous avons adopté ce critère qui s'est avéré le plus adapté dans le cadre d'une réalisation expérimentale (Valeurs des taux d'amortissement demandés sont faibles que celles obtenues avec les autres critères). Des essais « par choc » exercés sur le modèle complet (Structure +AMA) nous ont permis de tracer la courbe 3D du critère retenu en fonction des paramètres de l'AMA. Les valeurs du critère  $C_2$  sont obtenues à partir des FRF (sans AMA et avec AMA) qui dépendent des mesures d'accélération expérimentales.

# Etat de l'art des différents types de contrôle des structures

---

## Résumé

Ce chapitre est consacré à la description de l'état de l'art des systèmes de contrôle de vibrations. Nous présentons trois types de contrôle dans le but de protéger la structure contre les effets des excitations dynamiques. L'ensemble des trois types de contrôle peut être classé en techniques passives, actives et semi actives.

Dans un premier temps, nous nous intéresserons à la présentation des différents dispositifs de contrôle passif. Ensuite, nous présenterons les différents types d'algorithmes du contrôle actif.

Par ailleurs, nous essayerons de comprendre quelques stratégies adoptées dans la conception des algorithmes du contrôle semi-actif, d'une part, et de présenter quelques dispositifs proposés dans la littérature, d'autre part.

Nous distinguerons plusieurs types de dispositifs, dont particulièrement les amortisseurs à masse accordée qui seront d'ailleurs choisis pour la suite de notre travail.

La dernière partie de ce chapitre portera sur les différentes études liées à la conception des amortisseurs à masse accordée que nous avons rencontré dans la littérature.

## Sommaire

---

I. 1	Introduction .....	9
I. 2	Système de contrôle passif .....	10
I. 2.1	Isolation sismique.....	10
I. 2.2	Dissipation d'énergie.....	12
I. 3	Système de contrôle actif .....	23
I. 4	Système de contrôle semi-actif .....	24
I. 4.1	Amortisseurs à amortissement variable.....	25
I. 4.2	Amortisseurs à rigidité variable .....	27
I. 5	Conception d'un amortisseur à masse accordée.....	29
I. 5.1	Conception d'un seul AMA linéaire appliqué à une structure à 1ddl .....	29
I. 5.2	Conception de p AMAs linéaires appliqués à une structure à 1ddl .....	31
I. 5.3	Conception d'un ou p AMAs linéaires appliqués à une structure à Nddl .....	35
I. 6	Conclusion.....	36

---



## I. 1 Introduction

Le contrôle des structures du génie civil représente un domaine de recherche relativement nouveau mais qui se développe rapidement. Ainsi, la tendance générale à construire des ponts légers de grande portée et des grattes ciels très élancés, demande des matériaux à hautes performances et des technologies novatrices. Ceci permet aux ingénieurs d'exprimer leurs créativité.

Des efforts importants ont été consacrés à la possibilité d'employer divers dispositifs de contrôle dans la conception des constructions flexibles. Les méthodes de contrôle qui leur sont associés ont des objectifs différents tel que :

- ✓ L'accroissement de la durée de service de l'ouvrage et, par la suite, la possibilité de sa réhabilitation.
- ✓ Le confort aux usagers en traversant l'ouvrage.
- ✓ Le raccourcissement de la durée du chantier et, par suite, la diminution les arrêts de chantier dus à un vent trop fort représentant un coût financier très important [1].
- ✓ Accroître la sécurité et la fiabilité des structures flexibles qui sont sensibles aux excitations dynamiques extérieures telles que les vents et les tremblements de terre.

Plutôt que de renforcer et de rigidifier la structure, les systèmes de contrôle présentent des moyens efficaces par lesquels les structures peuvent résister aux actions dynamiques, et ce, en produisant, lors de la manifestation de telles actions, des forces de réaction bien adaptées.

Les systèmes de contrôle développés pour réduire la réponse des structures soumises aux chargements variables de l'environnement sont principalement de trois types :

- ✓ Le contrôle passif qui consiste à superposer à la structure un dispositif dissipant l'énergie ou filtrant la transmission des efforts dans la structure, au moins à une fréquence donnée. Il ne nécessite ni mesure, ni calcul, ni source d'énergie externe [2].
- ✓ Le contrôle actif qui se réfère aux systèmes nécessitant une source importante d'énergie externe pour opérer les actionneurs qui fournissent des forces de contrôle ou des déplacements en certains points, et ce, en fonction de l'état du système. Les magnitudes sont déterminées en utilisant des mesures collectées à partir des capteurs qui mesurent l'excitation et/ou la réponse de la structure [2]. Cependant, il est également connu que ces systèmes sont en général plus coûteux, plus complexes et moins fiables que les systèmes passifs.
- ✓ Le contrôle semi actif qui implique l'application d'un dispositif réglable ne nécessitant pas d'alimentation externe importante pour pouvoir fonctionner. Ce dispositif combine les caractéristiques des systèmes passives et actives. Il n'exige alors qu'une faible source d'énergie (ex : batterie) pour modifier ses propriétés mécaniques comme le coefficient d'amortissement ou la rigidité.

## I. 2      **Système de contrôle passif**

L'application de techniques passives d'amortissement a été privilégiée vu leur simplicité et leur fiabilité.

Ces techniques consistent à superposer avec la structure, un dispositif permettant d'amortir passivement les vibrations structurales, et ce, sans requérir à une source d'énergie externe.

Il existe deux catégories de systèmes passifs: la première est l'isolation sismique et la deuxième est la dissipation d'énergie.

### I. 2.1      **Isolation sismique**

L'isolation sismique de la base d'une structure est un concept simple qui remonte au début du 20<sup>ème</sup> siècle. Cependant, les premières applications ont seulement été réalisées à partir de 1969[2]. Les systèmes d'isolation sismique sont disposés entre les fondations et la superstructure pour découpler le mouvement du sol de celui de la structure.

Ces dispositifs permettent de transmettre les vibrations du sol à la superstructure isolée en atténuant les forces sismiques de l'ordre de 3 à 10 comparées aux forces transmises à une superstructure non isolée [3].

Les dommages induits aux structures par l'effet des tremblements de terre sont essentiellement dus à la concordance entre la période naturelle de vibration d'une structure et celle dominante de la secousse sismique. Ainsi, l'isolation sismique a pour but d'allonger la période de vibration en concentrant les déformations sur le système d'isolation [4].

L'isolation à la base repose sur le principe considérant que si la période de vibration est augmentée suffisamment pour s'éloigner de la période d'excitation prédominante du tremblement de terre, alors, les accélérations transmises à la structure sont considérablement réduites. En revanche, l'augmentation de la période engendre des déplacements plus importants concentrés au niveau de l'isolateur [3].

Les systèmes d'isolation sismique sont classés en deux catégories :

#### I. 2.1.1      **Systèmes à base d'élastomère**

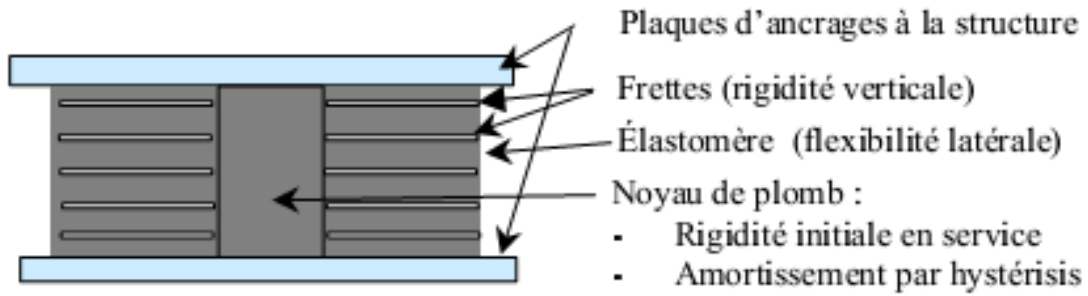
Le système d'isolation à base d'élastomère est un isolateur à base d'appui fretté, doté d'un noyau de Plomb intégré à l'intérieur de l'appui (FIG.I. 1).

Le module de cisaillement de l'élastomère est relativement bas de l'ordre du 1 MPa. Il permet donc des déformations assez élevées sous l'influence des forces sismiques.

La propriété de flexibilité latérale importante de l'élastomère permet le mouvement latéral des extrémités de l'isolateur, tandis que les plaques de renforcement permettent d'éviter le gonflement de l'élastomère et de fournir une rigidité verticale élevée. Les frettes offrent une meilleure résistance à la charge verticale.

En effet, lorsque l'élastomère est comprimé verticalement, en supposant que c'est un matériau incompressible, il aura tendance à se déformer latéralement sur ses cotés libres. Les frettes en acier sont alors sollicitées en tension et retiennent donc cette expansion latérale de l'élastomère.

De cette façon, l'écrasement de l'élastomère est diminué et la charge verticale qu'il peut supporter est augmentée. Plus la hauteur totale de l'isolateur est élevée, moins la rigidité latérale est grande, et plus les couches d'élastomère entre les frettes sont minces, plus la résistance à la charge verticale est grande [4].



**FIG.I. 1-**Isolateur en élastomère avec noyau de Plomb.

Le noyau de plomb se déforme lorsque l'isolateur est soumis à un déplacement latéral. Il fournit ainsi une grande capacité de dissipation d'énergie et assure une plus grande rigidité sous l'effet des forces latérales statiques.

Le plomb a donc un comportement élasto-plastique quasi parfait, alors que l'élastomère a un comportement linéaire-élastique. La combinaison des deux donne une courbe d'hystérésis élasto-plastique quasi parfaite [4]

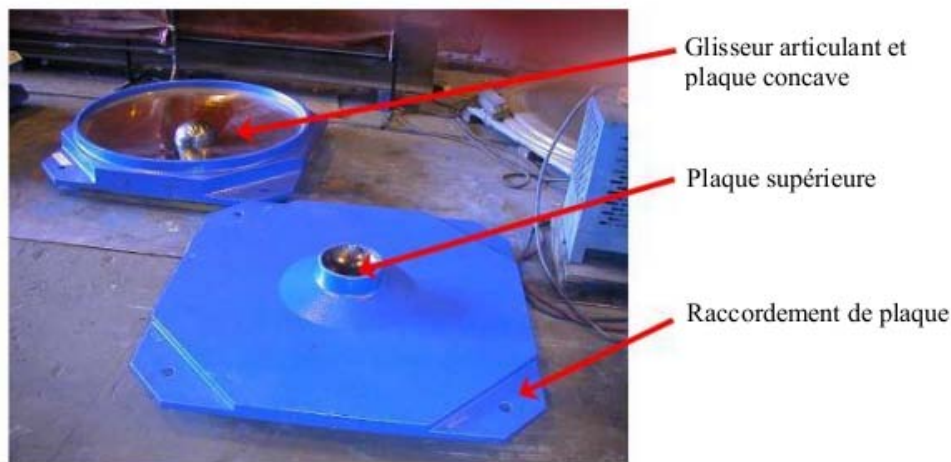
Les principales limitations de l'utilisation de ces systèmes sont [2] :

- ✓ La sensibilité aux variations thermiques.
- ✓ L'instabilité de l'appui (la résistance à la charge verticale diminue avec l'accroissement de la déformation latérale).
- ✓ Les dimensions de l'appui, et particulièrement sa hauteur, peuvent constituer une limitation pratique, en particulier, pour les applications de réhabilitation.
- ✓ Le noyau de plomb a le défaut de transmettre des accélérations hautes fréquences et réduit donc l'efficacité de l'isolation.

### I. 2.1.2 Systèmes à base de glissement

Ces systèmes permettent le découplage des mouvements de la superstructure de la fondation au moyen d'une interface de glissement qui permet de dissiper l'énergie sismique par friction (FIG.I. 2).

Ils réduisent les charges latérales et les mouvements de vibration transmis à la structure et peuvent protéger les structures, ainsi que leur contenu, pendant de forts tremblements de terre [5].



**FIG.I. 2-** Isolateur de type pendule à friction.

## I. 2.2 Dissipation d'énergie

Plusieurs mécanismes ont été développés pour dissiper l'énergie de vibration d'une structure.

Dans cette partie, nous nous intéressons à présenter quelques dispositifs de dissipation d'énergie ainsi que leurs domaines d'applications.

### I. 2.2.1 Systèmes à dissipation directe

#### I.2.2.1.1 Les amortisseurs à friction

Ces mécanismes utilisent les frottements créés par le glissement entre deux surfaces pour dissiper l'énergie des vibrations sismiques. Leur frottement est basé sur une boucle d'hystérésis.

La plupart de ces dispositifs produisent des boucles d'hystérésis rectangulaires. Le frottement de ces amortisseurs est semblable à celui de Coulomb.

Généralement, ces mécanismes ont une meilleure performance et leur comportement est moins sensible aux chargements fréquentiels, au nombre de cycles de chargements et à la variation de température [5]. En outre, ces mécanismes ont une résistance élevée à la fatigue.

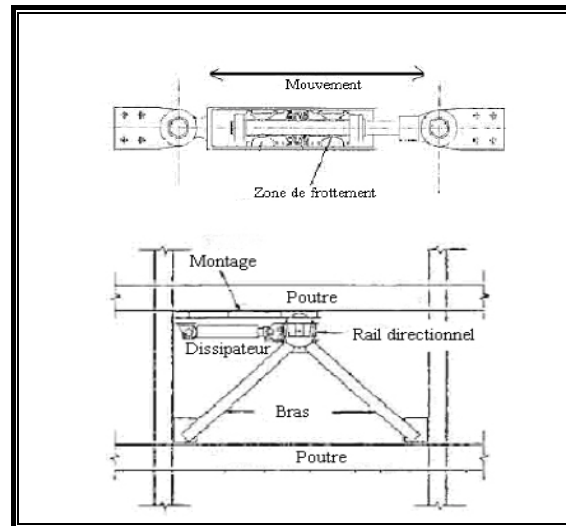


FIG.I. 3-Amortisseur à friction.

Plusieurs dispositifs de friction ont été appliqués à de nombreuses constructions pour améliorer la protection sismique.

#### I.2.2.1.2 Les amortisseurs métalliques

Ces dispositifs de dissipation d'énergie utilisent le comportement hystérétique du métal dans le domaine non élastique. La force résistante des amortisseurs dépend de la caractéristique non linéaire « contrainte-déformation » du matériau métallique.

L'avantage de ces dispositifs réside dans leur fiabilité à long terme ainsi que dans leur meilleure résistance sous des conditions environnementales (intempéries) et thermiques (supportent des températures de  $-70^{\circ}\text{C}$  à  $30^{\circ}\text{C}$  sans évolution des caractéristiques) variées. En outre, ces dispositifs sont relativement peu coûteux et leurs propriétés demeureront stables au cours de la vie de la structure.

La première application des amortisseurs métalliques a été réalisée en Nouvelle Zélande (Skinner et al 1980) [6].

Un dispositif d'amortissement et de rigidité supplémentaire (Added Damping and Stiffness (ADAS)) est caractérisé par sa capacité à fournir aux constructions t une rigidité augmentée et une meilleure capacité de dissipation d'énergie. Il est formé par des plaques d'aciers en forme de X. Les éléments d'ADAS sont conçus pour absorber l'énergie grâce à la déformation plastique de flexion des plaques [6].

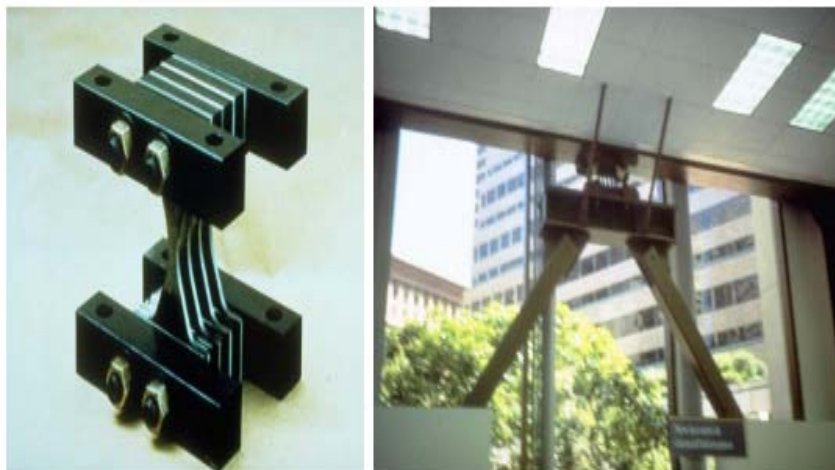


FIG.I. 4- Amortisseur ADAS.

Les ADAS ont été utilisés dans plusieurs constructions comme ceux installés au 29<sup>ème</sup> étage de la construction métallique de Naples (Ciampi 1991).

### I.2.2.1.3 Les amortisseurs viscoélastiques

Les amortisseurs viscoélastiques utilisent couramment des matériaux polymériques ou caoutchouteux. Les matières viscoélastiques employées dans l'application structurale absorbent l'énergie lorsqu'elles sont soumises à une déformation de cisaillement.

La FIG.I. 5 montre un dispositif viscoélastique qui se compose de deux couches de polymère serrées entre une plaque centrale et deux plaques externes. Une fois le dispositif installé dans une structure, la déformation de cisaillement, et par conséquent la dissipation d'énergie, se produit lorsque la vibration structurale induit un mouvement relatif entre les brides en acier externes et la plaques centrale [5].

Ces systèmes sont particulièrement efficaces à hautes et basses fréquences, notamment, pour protéger les constructions soumises à des vents violents ou à des séismes d'intensité moyenne.

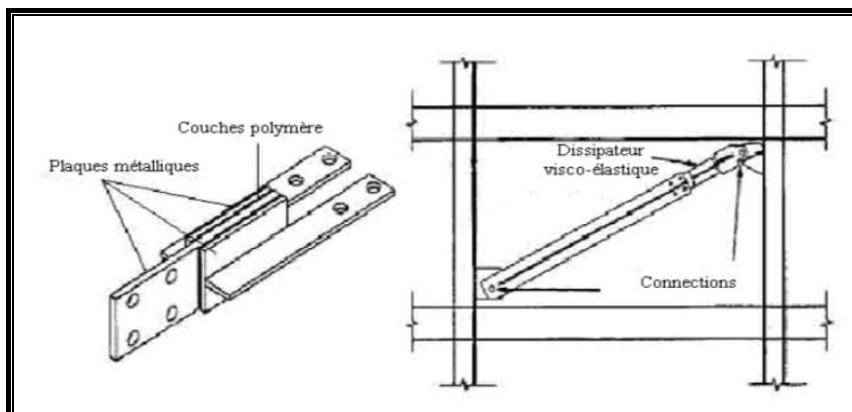


FIG.I. 5-Amortisseur viscoélastique.

Des études ont montré que ces dispositifs ajoutent non seulement de l'amortissement pour le système mais également de la rigidité, augmentant ainsi la fréquence naturelle de la structure [7].

Par ailleurs, les propriétés de l'amortisseur (modules de conservation et de pertes analogues respectivement à un ressort et à un amortisseur constants) dépendent de la fréquence et de la température d'environnement. Des recherches montrent cependant que ces propriétés restent plutôt constantes par des déformations inférieures à 20 %, et ce, pour une température et une fréquence fixées [8].

En raison de la dépendance à la température, ces dispositifs ne peuvent pas être efficaces dans les structures où le climat n'est pas contrôlé continuellement [5].

Les amortisseurs viscoélastiques ont été appliqués pour la première fois dans les Tours jumelles du *World Trade Center* à New York en 1969 dans le but de réduire le mouvement sous les charges du vent.

Au Japon, ces amortisseurs ont également été installés dans plusieurs constructions, comme la *tour Seavans* à Tokyo (1991) et le centre de distribution *Goushoku Hyogo* (1998), pour lesquelles les amortisseurs viscoélastiques permettent de réduire la réponse sismique de moitié [7].



**FIG.I. 6-** Tours jumelles de New Work (World Trade Center).

#### **I.2.2.1.4 Les amortisseurs visqueux**

Ces amortisseurs sont largement utilisés dans le domaine aérospatial (satellites) et pour des applications militaires. Ils sont caractérisés par un amortissement visqueux linéaire sur une large bande de fréquence et l'insensibilité à la température [9].

Une approche de conception des amortisseurs visqueux consiste à absorber l'énergie par la transformation de l'énergie mécanique en chaleur pendant qu'un piston mobile déforme une substance épaisse, par fortement visqueuse, tel qu'un gel silicone.

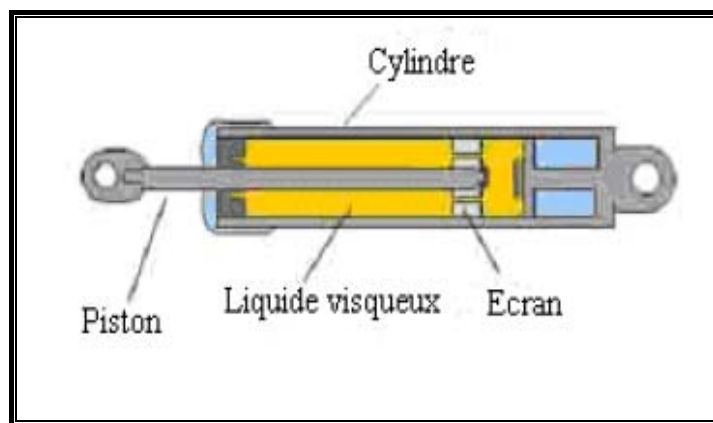


FIG.I. 7-Amortisseur visqueux.

Si le fluide est purement visqueux (newtonien), la force de l'amortisseur est directement proportionnelle à la vitesse du piston. Cependant, pour une large bande de fréquence, l'amortisseur a un comportement viscoélastique. Le modèle le plus simple pour représenter ce comportement est celui de Maxwell. D'autres chercheurs comme Makris et Constantinou (1991) [10] ont développé un autre modèle plus général que celui de Maxwell qui peut être exprimé sous la forme suivante :

$$\mathbf{f} + \lambda^r D^r [\mathbf{f}] = c_0 D^q [\mathbf{x}] \quad (\text{I. 1})$$

Où :

$\mathbf{f}$  est la force extérieure

$\lambda^r$  est le temps de relaxation

$c_0$  est la constante d'amortissement

$\mathbf{x}$  est le déplacement du piston

$q$  est une constante du matériau

$D^r [ ]$  et  $D^q [ ]$  sont des dérivées fractionnaires et si  $r = q = 1$ , le modèle est équivalent au modèle de Maxwell.

Un système d'amortissement visqueux a été développé par la société de construction Sumitomo au Japon qui s'appelle «murs d'amortissement visqueux». Ce dispositif a été utilisé dans plusieurs constructions. Nous citons à titre d'exemple celui d'un bâtiment en béton armé de 4 étages qui a été construit à Tsukuba au Japon en 1987.

En utilisant ces murs d'amortisseur visqueux, des réductions importantes, situées entre 33 % et 75 %, ont été observées dans les réponses d'accélération lors de séismes [5].

## I. 2.2.2 Systèmes à dissipation indirecte

### I.2.2.2.1 Les amortisseurs à liquide accordée

Les amortisseurs à liquide accordé (ALA), « Tuned Liquid Damper (TLD)» en anglais, font parti des dispositifs passifs qui facilitent l'atténuation indirecte en s'appuyant sur une modification des caractéristiques structurales du système (Kareem 1994) [11].

Les ALAs absorbent l'énergie au moyen des actions visqueuses du fluide. Fujino et al (1992), Wakahara et al 1992, Sun (1991), Wakahara et al (1989) ont montré l'efficacité des ALAs pour réduire la réponse d'une structure soumise à des excitations harmoniques ou au vent [6].

Une des premières applications des ALAs a été la tour en charpente métallique de l'aéroport de Nagasaki.

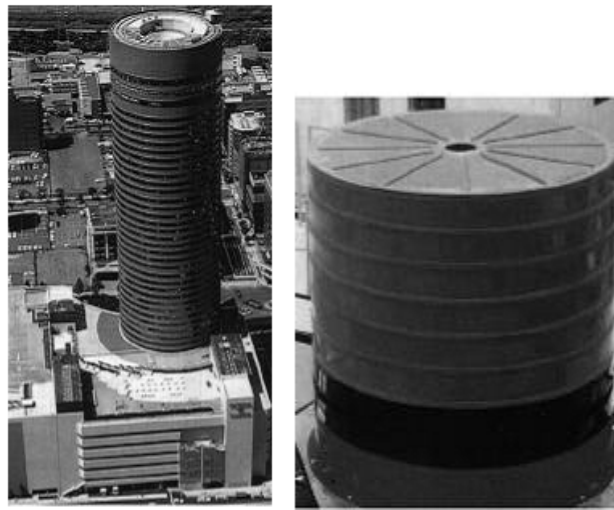
Une des premières applications des ALAs est l'hôtel *Shin Yokohama Prince* (FIG.I. 8) de 149.4 m. Cet ouvrage a été équipé par un ALA attaché dans le dernier étage dans le but d'atténuer les vibrations induites par le vent.

Un autre type d'ALA est celui à liquide à colonne accordé « Tuned Liquid Column Damper » en anglais (TLCD), qui se présente sous forme d'un tube remplie par un fluide. Cet amortisseur dissipe l'énergie par le mouvement du fluide à travers l'orifice.

Tamura et al 1995[12] ont montré que l'incorporation de l'ALCA dans une structure, conduit à une réduction de 35 % du déplacement quadratique de la structure principale pour une vitesse de vent de 20 m/s.

La fréquence de vibration du ALCA est facile à ajuster en le changeant la longueur de la colonne de fluide [6], tandis que l'amortissement du ALCA varie en ajustant l'ouverture de l'orifice.

Sadek et al (1998) [13] ont montré l'efficacité de ces amortisseurs lorsqu'on veut réduire les vibrations sismiques. Ils ont développé des paramètres optimaux pour un seul et plusieurs ALCA. Ils ont constaté une réduction, aussi bien dans les déplacements que dans les accélérations, dépassant 47% avec un rapport de masse égale à 4%.



**FIG.I. 8-** ALA installé sur l'Hôtel « Shin Yokohama Prince ».

#### **I.2.2.2.2 Les amortisseurs à masse accordée**

Les amortisseurs à masse accordée (AMA), « Tuned Mass Damper (TMD) » en anglais sont très utilisés de nos jours pour le contrôle passif.

Ils ont été développés dans de nombreux domaines d'application tels que l'automobile, l'aéronautique, les navires, les bâtiments et les ouvrages d'art.

Plusieurs chercheurs ont montré que l'AMA constitue un moyen léger et onéreux pour traiter les problèmes de bruit. Carneal et al (2004) [14] ont montré l'efficacité des AMAs dans le contrôle de la propagation sonore.



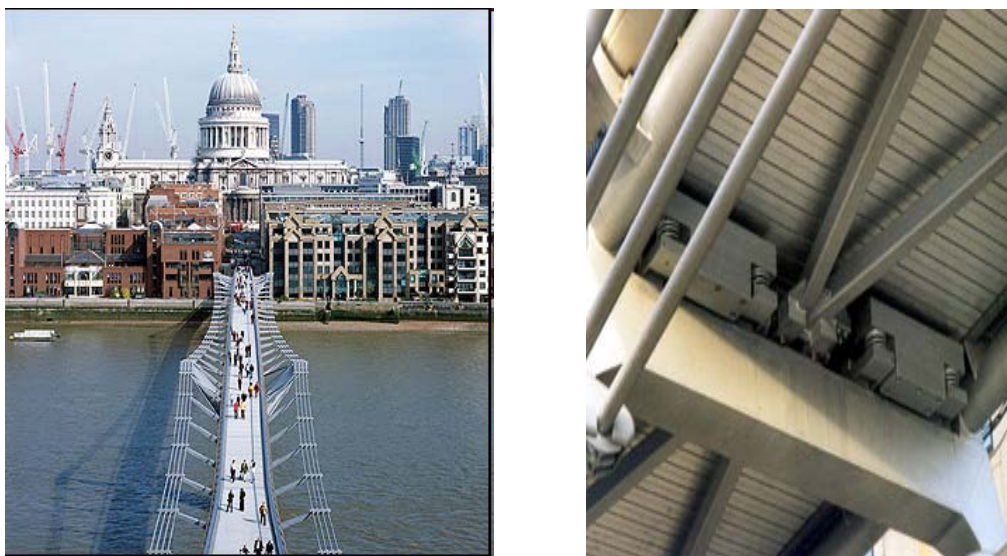
Les AMAs ont également été utilisés avec succès dans le domaine du génie civil dans le but d'amortir les structures flexibles tel que les ponts et les gratte-ciels. Notons que ces ouvrages sont très sensibles aux excitations induites par le trafic, le vent et les tremblements de terre.

L'AMA est un dispositif simple, efficace, peu coûteux, et qui s'avère fiable pour supprimer les vibrations indésirables des structures, provoquées par des excitations harmoniques ou par le vent. Son efficacité dépend du rapport de masse, du rapport de fréquence, et du taux d'amortissement de l'AMA [5].

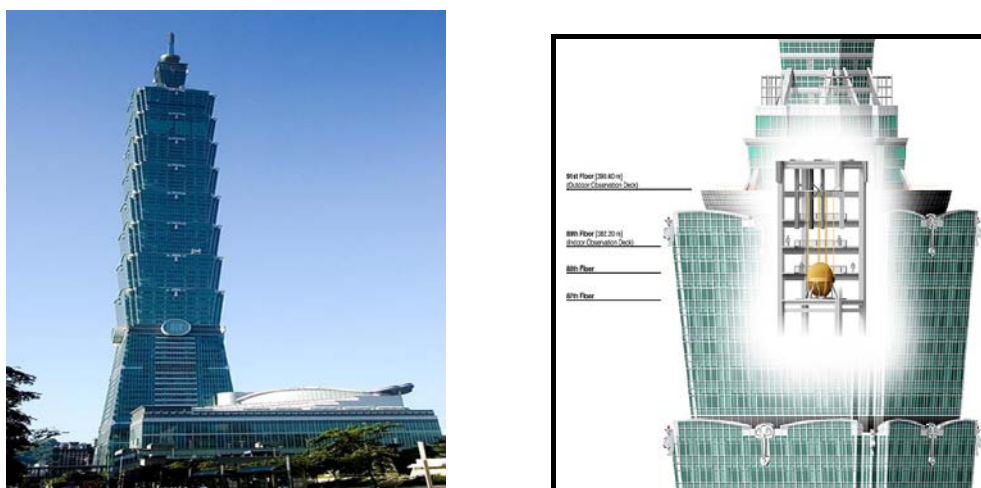
La première construction équipée d'un AMA, est la tour *CN Tower* à Toronto (Canada).

Les AMAs peuvent être conçus principalement sous deux formes, dont la plus connue est celle formée d'une masse attachée à la structure principale à l'aide d'un ressort et d'un amortisseur (masse-ressort-amortisseur). Nous pouvons citer les AMAs verticaux installés sous le tablier de la passerelle du Millenium à Londres (**FIG.I. 9**) afin de corriger l'effet des excitations induites par les piétons.

Un deuxième type de l'AMA est celui à masse accordée pendulaire (**FIG.I. 10**). L'utilisation la plus connue de ce type d'amortisseur est celle du pendule de 730 tonnes au sein de la tour de Taipei à Taiwan.



**FIG.I. 9**-TMDs verticaux installés sous le tablier de la passerelle du Millenium à Londres.



**FIG.I. 10**-TMD pendulaire installé dans la tour de Taipei.

Généralement, le vent excite les modes à basse fréquence. C'est ainsi que Mansfield (2004) [15] a développé la conception un AMA réduisant le mouvement de la structure à basse fréquence.

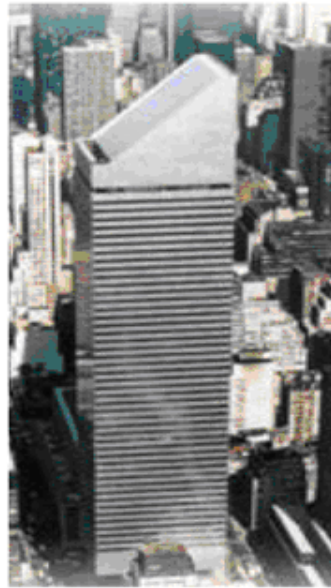
McNamara (1977) [16] a étudié l'efficacité d'un AMA sous l'excitation du vent, en plaçant ce type d'amortisseur dans la construction *City Corp Center* à 278 m de hauteur.

Un nombre important de AMAs ont été installés dans les grattes- ciels et les cheminées afin de réduire les réponses vibratoires des structures soumises à des excitations dynamiques.

Il existe également aux USA diverses constructions équipées par des AMAs. La tour de contrôle de l'aéroport de Washington de 67.5 m et celle de John Hancock de 241 m à Boston. Au Japon, le premier AMA a été installé dans la tour « Chiba Port ».



**FIG.I. 11**-Tour de Sydney « Center point ».



**FIG.I.12**-Bâtiment « Citicorp Center ».



**FIG.I. 13**-Tour de contrôle de l'aéroport de Washington.



**FIG.I. 14**-Tour « John Hancock » à Boston

La majeure partie des applications des amortisseurs à masse accordés (AMA) concerne les structures du génie civil. Quelques exemples sont récapitulés dans le Tableau. I. 1:

Nom des ouvrages (cités dans la littérature)	Type de structure	Hauteur	Nombre d'étages	Ville/ Pays	Date	Amortisseur
<i>CN Tower</i>	Tour	553 m	-	Toronto, Canada	1976	2 pendules AMAs Poids : 18 tonnes
<i>John Hancock</i>	Bâtiment	241 m	60	Boston, États Unis	1976	4 AMAs
<i>City Corp Center</i>	Bâtiment	278m	59	New York, États Unis	1978	AMA Fréquence : 0.16Hz Poids : 370 tonnes Localisation : 278m
<i>Sydney Tower</i>	Tour	305 m	-	Sydney, Australie	1980	2 AMAs Fréquences : 0.10 Hz, 0.5 Hz Poids : 220 tonnes (180t/40t) Placement : 256m/165m
<i>Al Khobar</i>	2 Cheminées	120 m	-	Arabie Saoudite	1982	AMA Fréquence:0.44 Hz Poids : 7 tonnes
<i>Ruwais Utilities</i>	Cheminée		-	Abou Dabi, Émirats arabes unis	1982	AMA Fréquence:0.49 Hz Poids:10 tonnes
<i>Deutsche Bundespost</i>	Tour	278 m	-	Nuremberg, Allemagne	1982	AMA Fréquence:0.67 Hz Poids:1.5 tonnes
<i>Chiba Port Tower</i>	Tour	125 m	4	Chiba, Japon	1986	2 AMAs Fréquences:0.43Hz-0.44Hz Poids:10,15 tonnes Placement:125m
<i>Yanbu Cement Plant</i>	Cheminée	81 m		Arabie Saoudite	1984	1 AMA Fréquence:0.49 Hz Poids:10 tonnes

<i>Tiwest Rutile Plant</i>	Cheminée	43 m		Catby Australie	1989	1 AMA Fréquence : 0.92 Hz Poids : 0.5 tonnes
<i>Fukuoka Tower</i>	Tour	234 m		Fukuoka, Japon	1989	2 AMAs Fréquences : 0.31 Hz-0.33 Hz Poids : 25-30 tonnes
<i>Fernsehturm Tower</i>	Tour de Télévision	368 m	-	Berlin, Allemagne	1990	1 AMA Poids : 1.5 tonnes
<i>Huis Ten Bosch Domtoren</i>	Tour	105 m	-	Nagasaki, Japon	1990	1 AMA Fréquence : 0.65 Hz Poids : 7.8 tonnes Placement : 100 m
<i>Crystal Tower</i>	Bâtiment	157 m	37	Osaka, Japon	1990	2 AMAs pendulaire Fréquences : 0.24Hz- 0.28Hz Poids : 180,360 tonnes
<i>Shimizu Tech Lab</i>	Bâtiment	30 m	7	Tokyo, Japon	1990	AMA Poids : 4.3 tonnes
<i>BASF</i>	Cheminée	100 m	-	Anvers, Belgique	1992	AMA Fréquence : 0.34 Hz Poids : 8.5 tonnes
<i>HKW</i>	Cheminée	120 m	-	Francfort, Allemagne	1992	AMA Fréquence : 0.86 Hz Poids : 10 tonnes
<i>Applause Tower</i>	Bâtiment	162 m	34	Osaka, Japon	1992	1 AMA Poids : 480 tonnes
<i>Sendagaya INTES</i>	Bâtiment	58 m	11	Tokyo, Japon	1992	2 AMAs Poids : 72 tonnes
<i>Chifley Tower</i>	Bâtiment	209 m	53	Sydney, Australie	1993	1 AMA Poids : 400 tonnes Localisation : 44 <sup>ème</sup> étage
<i>Al Taweelah</i>	Cheminée	70 m	-	Abou Dabi, Émirats arabes unis	1993	1 AMA Fréquence : 1.4 Hz Poids : 1.35 tonnes

<i>P&amp;G Japan Headquarters</i>	Bâtiment	131 m	31	Kobe, Japon	1993	3 AMAs Poids : 270 tonnes
<i>Akita Tower</i>	Tour	112 m	-	Atika, Japon	1994	1 AMA Fréquence : 0.41 Hz
<i>Building M</i>	Bâtiment	30.4 m	9	Osaka, Japon	1994	2 AMAs Fréquence : 1.33 Hz (x) Fréquence : 1.54 Hz (y)
<i>Sea Hawk Hotel &amp; Resort</i>	Bâtiment	143 m	36	Fukuoka, Japon	1995	1 AMA Poids : 132 tonnes
<i>Hotel Burj Al Arab</i>	Bâtiment	321 m	60	Dubaï, Émirats arabes unis	1997	11 AMAs Fréquence : 0.8-2Hz Poids : 11x5 tonnes
<i>Itoyama Tower</i>	Bâtiment	89 m	18	Tokyo, Japon	1997	1 AMA Poids : 48 tonnes
<i>TC Tower</i>	Bâtiment	348 m	85	Kau-Shon, Taiwan	1997	2 AMAs Poids : 100 tonnes
<i>Kaikyo-Messe Dream Tower</i>	Tour	153 m	-	Yamaguchi, Japon	1998	1 AMA Poids : 10 tonnes
<i>Otis Shibayama Test Tower</i>	Bâtiment	154 m	39	Chiba, Japon	1998	1 AMA Poids : 61 tonnes
<i>Emirates Towers</i>	Tour	355 m	54	Dubaï, Émirats arabes unis	1999	6 AMAs Fréquence : 0.9 Hz Poids : 1.2x6 tonnes
<i>Steel Chimney</i>	Cheminée	90 m	-	Bangkok, Thaïlande	1999	AMA pendulaire Fréquence : 0.8Hz Poids : 4 tonnes
<i>Centry Pak Tower</i>	Bâtiment	170 m	54	Tokyo, Japon	1999	4 AMAs Poids : 440 tonnes

<i>Nanjing Tower</i>	Tour	310 m	-	Nankin, Chine	1999	1 AMA Poids : 60 tonnes
<i>Park Tower</i>	Bâtiment	252.2 m	67	Chicago, États Unis	2000	1 AMA
<i>The Trump World Tower</i>	Tour	262.4 m	72	New York, États Unis	2001	1 AMA Poids : 600 tonnes
<i>Cerulean Tower Tokyo Hotel</i>	Bâtiment	184 m	5	Tokyo, Japon	2001	2 AMAs Poids : 210 tonnes
<i>Hotel Nikko Bayside Osaka</i>	Bâtiment	138 m	33	Osaka, Japon	2002	2 AMAs Poids : 124 tonnes
<i>Dentsu New Headquarter</i>	Bâtiment	210 m	48	Tokyo, Japon	2002	4 AMAs Poids : 440 tonnes
<i>Spire of Dublin</i>	Monument	121.2 m	-	Dublin, Ireland	2003	AMA
<i>Highcliff</i>	Bâtiment	252.4 m	73	Hong Kong, Chine	2003	AMA
<i>Al Rostamani Tower</i>	Tour	67 m	16	Dubaï, Émirats arabes unis	2003	2 AMAs Fréquence : 1.05 Hz Poids : 2x0.5 tonnes
<i>Taipei 101</i>	Bâtiment	449 m	101	Taipei, Taiwan	2004	AMA pendulaire 0.15 Hz Poids : 730 tonnes
<i>Bloomberg Tower</i>	Bâtiment	245.6 m	54	New York, États Unis	2004	AMA Poids : 600 tonnes
<i>DoCoMo Telecommunications Tower</i>	Tour	198.5	12	Osaka, Japon	2004	1 AMA

<i>Bright Start Tower (Millennium Tower)</i>	Tour	284 m	60	Dubaï, Émirats arabes unis	2005	AMA Fréquence : 0.95 Hz Poids : 0.3 tonnes
<i>Parque Araucano</i>	Bâtiment	60 m	20	Santiago de Chile, Chile	2005	4 AMAs Poids:170 tonnes
<i>Aspire Tower</i>	Tour	300 m	36	Doha, Qatar	2007	AMA pendulaire Fréquence : 0.22 Hz Poids : 140 tonnes
<i>Comcast Center</i>	Bâtiment	297.1 m	57	Philadelphia, États Unis	2008	AMA Poids:1.3 tonnes
<i>Al Mas Tower</i>	Bâtiment	361 m	68	Dubai, É.A.U	2008	2 AMAs 1.6Hz- 3.2 Hz Poids:2x2 tonnes
<i>Magura Odobesti</i>	Bâtiment	112 m	-	Villa Magura Odobesti, Roumanie	2008	2 AMAs Fréquences : 2.2 Hz - 0.7 Hz Poids : 0.3 tonnes et 2.85 tonnes
<i>Hangzhou Bay Bridge Tower</i>	Tour de télévision	130 m	-	Jiaxing, Chine	2009	1 AMA Fréquence : 0.3 Hz Poids : 110 tonnes
<i>Estela de la Luz</i>	Tour	104 m	-	Mexico, Mexique	2010	8 AMAs Fréquence : 0.3 Hz Poids : 8x 3 tonnes
<i>Tokyo Skytree</i>	Tour	634 m	-	Tokyo-Japon	2012	1 AMA Poids:100 tonnes

Tableau. I. 1- Constructions avec amortisseurs à masse accordée présentée en ordre chronologique [17].

### I. 3 Système de contrôle actif

Le contrôle actif est apparu dans les années 1930 et a été développé avec les progrès réalisés dans le domaine des microprocesseurs. Il est surtout connu pour sa capacité à amortir une large bande de fréquence contrairement au contrôle passif.

Un système de contrôle actif nécessite, d'une part, un réseau de capteurs afin de connaître l'état vibratoire, et d'autre part, un ensemble d'actionneurs pour agir sur la structure à contrôler en appliquant des forces sur celle-ci selon une loi de contrôle. Pour assurer un bon fonctionnement, ces actionneurs utilisent une source importante d'énergie externe.

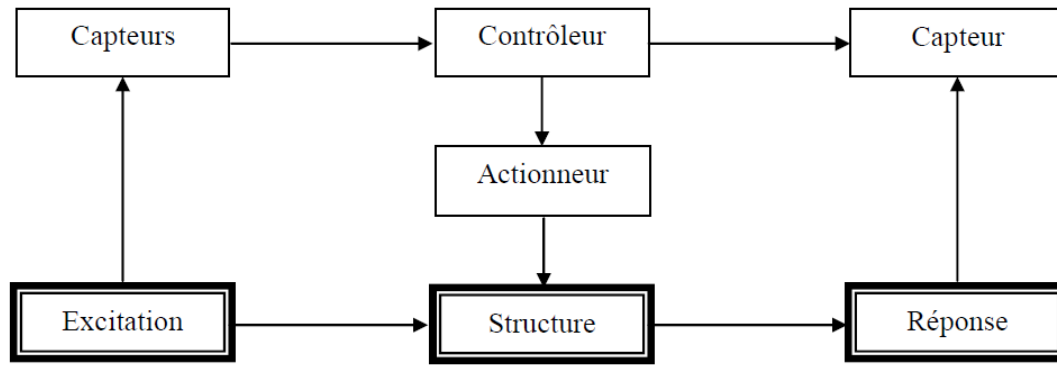


FIG.I. 15- Structure avec contrôle actif.

Nous pouvons distinguer deux approches principales de contrôle actif :

- ✓ Le contrôle par anticipation (Feedforward)
- ✓ Le contrôle par rétroaction (Feedback).

Les algorithmes de contrôle actif les plus connus sont les suivants :

- ✓ Contrôle optimal linéaire quadratique [18, 22, 23]
- ✓ Placement des pôles [1]
- ✓ Contrôle modal [1, 24, 25, 26, 27]

Ils sont détaillés dans **l'annexe A.1** de ce chapitre (schémas de principe de contrôle et démonstrations).

## I. 4 Système de contrôle semi-actif

Malgré le défi que représente l'application du contrôle des vibrations dans le domaine du génie civil, des stratégies de contrôle semi-actif particulièrement prometteuses ont vu le jour. Elles offrent la fiabilité des dispositifs passifs et la capacité d'adaptation des systèmes actifs, et ce, sans exiger une source importante d'énergie.

Le contrôle semi-actif est capable de développer des forces de contrôle adaptées à l'aide d'algorithmes modernes, en utilisant la mesure de l'excitation et /ou la réponse.

Les systèmes semis-actifs se répartissent en trois catégories :

- ✓ A rigidité variable,
- ✓ A amortissement variable,
- ✓ A masse variable.

Quelques exemples d'algorithmes de contrôle semi-actif sont :

- ✓ Algorithme LQR semi actif, [35, 37, 40]
- ✓ Algorithme LQR généralisé semi actif, [42]
- ✓ Algorithme de Lyapunov, [43, 44]
- ✓ Algorithme de Bang Bang, [45, 46]
- ✓ Algorithme de dissipation de l'énergie maximale, [44]
- ✓ Algorithme de ground-hook, [47, 48, 49, 50]
- ✓ Algorithme de Skyhook, [51, 52, 53, 2]
- ✓ Algorithme à rigidité variable [54]...



Ils sont détaillés dans l'annexe A.2 de ce chapitre (schémas de principes de contrôle et démonstrations).

Les dispositifs semi-actifs sont des dispositifs passifs dont les propriétés peuvent varier avec le temps sans pour autant exiger de sources d'énergies importantes. Le trait commun de tous les actionneurs semi-actifs est qu'ils n'ont pas de flux de puissance important.

## I. 4.1 Amortisseurs à amortissement variable

### I. 4.1.1 Amortisseurs hydrauliques à orifice variable

Une classe importante des systèmes dissipatifs à caractéristiques variables est celle des amortisseurs dits d'amortissement variable. Un dispositif d'amortissement variable se comporte comme un amortisseur visqueux (linéaire) avec un coefficient d'amortissement réglable [5]. Le coefficient d'amortissement peut être réglé en utilisant une valve électromécanique à orifice variable, afin de changer la résistance à l'écoulement d'un amortisseur à fluide hydraulique conventionnel [19]. Le contrôle de la valve peut prendre la forme d'une commande « On-Off » car le contrôle s'effectue de façon continue [52].

Le dispositif présenté dans la FIG.I. 16 sollicite généralement une puissance d'environ 50W [19]. Ce dispositif a été appliqué pour la première fois par Feng et Shinozuka (1990) pour contrôler le mouvement des ponts sous excitations sismiques [29].

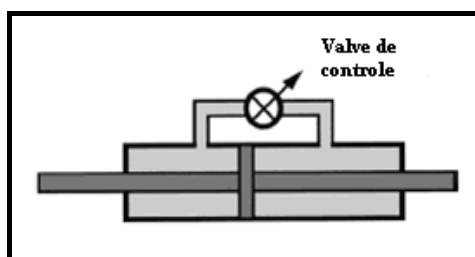


FIG.I. 16-Schéma d'un amortisseur à orifice variable.

Sack et Patten (1993) [55] ont développé un actionneur hydraulique qui a été installé sur un pont à échelle réelle (Patten et al (1999) [56]). L'étude consistait à démontrer que cette technologie permet de réduire les vibrations induites par la circulation des véhicules. Karnopp [57] a introduit des isolateurs semi-actifs en utilisant l'algorithme de Skyhook dans le but de réduire les vibrations sismiques et les suspensions d'automobiles.

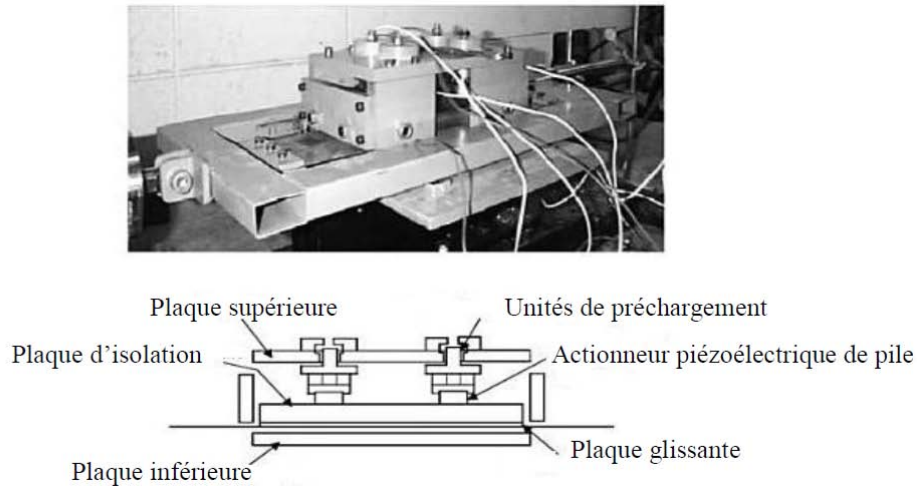
La FIG.I. 17 montre la tour *Mori tower* à Tokyo qui est composée de 54 étages et équipée avec 356 amortisseurs à orifice variables et 192 amortisseurs passifs [19].



FIG.I. 17-Tour de Tokyo *Mori tower*.

### I. 4.1.2 Amortisseurs hydrauliques à friction variable

Les amortisseurs à friction variable consistent à contrôler la force de frottement lors du glissement afin de dissiper l'énergie vibratoire. Ils sont basés sur l'utilisation d'un actionneur piézoélectrique à friction variable (FIG.I. 18) [5].



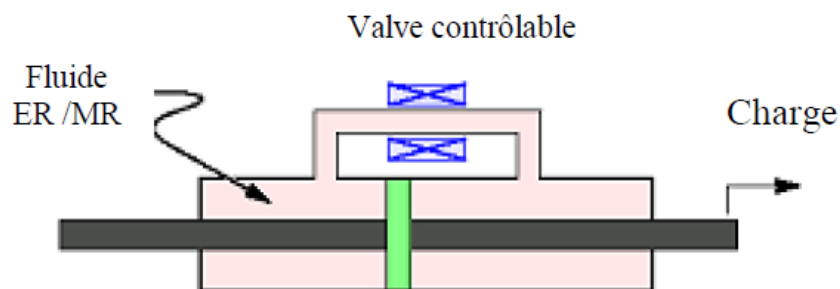
**FIG.I. 18-** Actionneur piézo-électrique.

Un système d'isolation incorporant des appuis glissants à friction est décrit par Feng et al [58]. La force de frottement qui s'exerce sur l'interface glissante entre le bâtiment et la fondation, a été contrôlée afin de limiter le déplacement de glissement, d'une part, et de minimiser la transmission de la force sismique que peut subir la construction, d'autre part. Ce système est très efficace pour faire face aux tremblements de terre comparé aux amortisseurs conventionnels passifs [52].

Plus récemment, les systèmes à friction variable ont été étudiés par Yang et Agrawal (2002) [60] afin de réduire la réponse sismique des constructions ayant un comportement vibratoire non linéaire.

### I. 4.1.3 Amortisseurs à fluide contrôlable

Les fluides rhéologiques, magnétorhéologiques (MR) et électrorhéologiques (ER), ont été découverts dans les années 1940 (Rabinow 1948, Winslow 1949). La caractéristique principale de ces fluides est leur capacité à passer, dans un temps court, d'un fluide visqueux linéaire (fluide newtonien) à un fluide viscoélastique, lorsqu'ils sont exposés à un champ électrique ou magnétique.

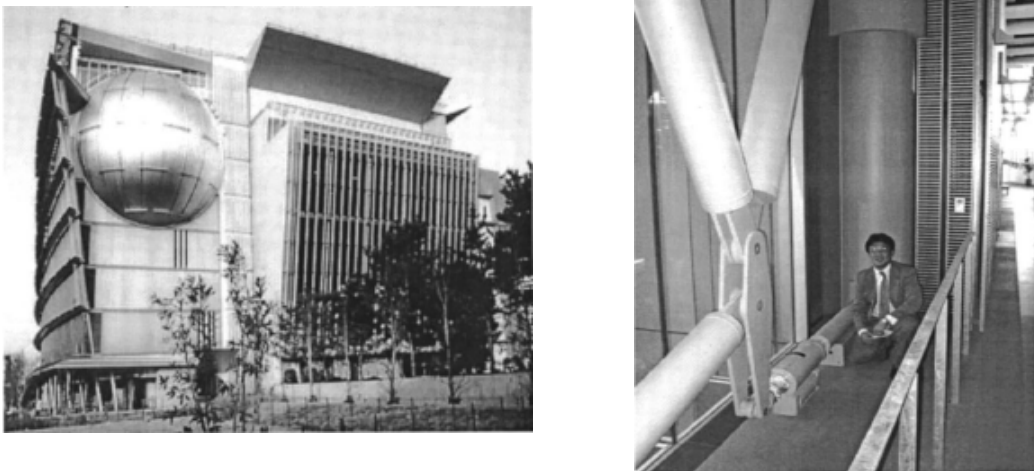


**FIG.I. 19-** Amortisseur à fluide contrôlable.

Les amortisseurs MR peuvent fonctionner à des températures qui varient entre  $-40^{\circ}\text{C}$  et  $150^{\circ}\text{C}$  [19] et peuvent être contrôlables avec une faible puissance variant entre 2 et 50W.

Masri et al 1995[60] ont montré que les amortisseurs ER sont très efficaces pour les applications du génie civil. Spencer et al 1996 [61] ont montré également que les amortisseurs MR peuvent atténuer les vibrations des structures civiles dues aux tremblements de terre. Jeon et al [62] ont étudié la performance d'isolation des vibrations d'un amortisseur MR en utilisant l'algorithme Skyhook (On –off).

En 2001, la première application à grande échelle des amortisseurs MR, qui a été appliquée au domaine du génie civil, a été réalisée dans le musée national de Tokyo, le *Tokyo National Museum of Emerging Science and Innovation* [19]. Elle est présentée dans la FIG.I. 20 où il y a deux amortisseurs MR de 30 tonnes ont été installés entre le troisième et le cinquième étage.



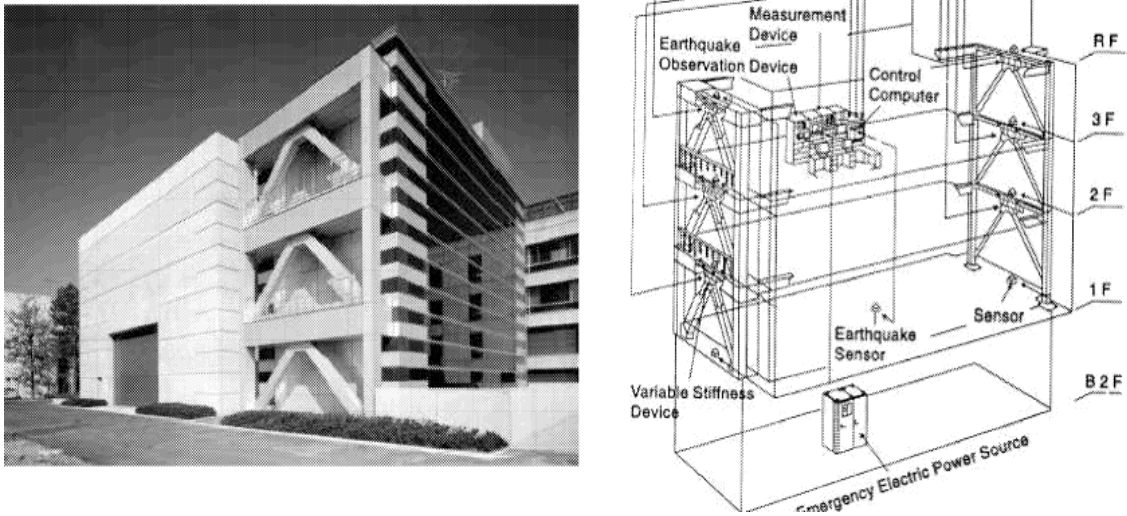
**FIG.I. 20**-Le musée national de Tokyo « Tokyo National Museum of Emerging Science and Innovation » doté de 30 tonnes d'amortisseur MR entre le troisième et le cinquième étage.

### I. 4.2 Amortisseurs à rigidité variable

Contrairement aux systèmes à amortissement variable, nous ne rencontrons pas beaucoup de dispositifs dont la rigidité peut être ajustée en temps réel.

Kobri et al (1993) [63] ont proposé pour la première fois un amortisseur à rigidité variable On –off (Active variable stiffness(AVS)). Lorsque la valve de l'orifice est fermée, la rigidité de l'amortisseur devient très élevée sous l'effet de la compressibilité du fluide hydraulique. Dans le cas où la valve est ouverte, le dispositif perd en rigidité.

La première installation de ce dispositif a été réalisée dans l'institut de recherche Kajima (FIG.I. 21) au Japon.



**FIG.I. 21-** Institut de recherche Kajima avec un système (AVS).

Malgré le fait que les amortisseurs à orifice variable permettent d'obtenir une rigidité variable pour le mode On-off, ils sont en revanche incapables de faire varier leur rigidité de façon continue. Ce problème a été traité par Nagajaiah (2000), qui a développé un amortisseur semi-actif à rigidité variable (SAIVS) où la rigidité varie de façon continue entre deux valeurs limites [64].

Le schéma de principe du système (SAIVS) est présenté sur la FIG.I. 22. L'effet de rigidité variable est obtenu par quatre ressorts formant un losange dont l'angle  $\theta$  est contrôlable au moyen d'un vérin. En changeant l'angle  $\theta$ , la rigidité du système peut être modifiée de manière continue.

La rigidité du dispositif peut être décrite par [65] :

$$K(t) = k_e \cos^2 \theta(t) \quad (\text{I. 2})$$

Où :

$K(t)$  est la rigidité variable en fonction du temps du dispositif,

$k_e$  est la rigidité (constante) de chaque élément du ressort,

$\theta(t)$  est l'angle par rapport à l'horizontale qui varie en fonction du temps pour chaque ressort.

D'après l'équation (I. 2), nous pouvons remarquer que le dispositif admet une rigidité maximale lorsque  $\theta(t) = 0$  et une rigidité minimale lorsque  $\theta(t) \approx \frac{\pi}{2}$ .

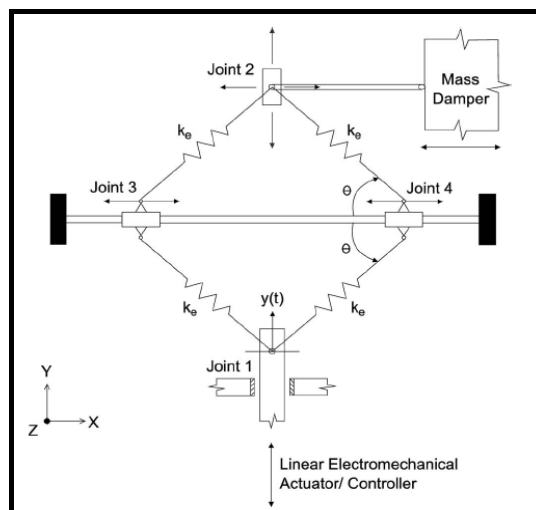


FIG.I. 22-Dispositif (SAIVS).

En se basant sur ce dispositif, un amortisseur semi-actif, à masse accordée et à rigidité variable a été développé par Nagarajaiah et Varadarajan [66] (2000) (SAIVS-AMA). Leur étude a montré que ces amortisseurs sont robustes par rapport à la variation de la rigidité de la construction.

## I. 5 Conception d'un amortisseur à masse accordée

Le sujet de notre thèse est basé sur les amortisseurs à masse accordée (AMA), (« Tuned Mass Damper (TMD)» en anglais).

Le mécanisme de l'amortisseur à masse accordée consiste à supprimer la vibration en attachant un AMA sur la structure principale, et ce, en le transformant l'énergie de la vibration de la structure transmise à l'AMA, d'une part, et de dissiper l'énergie dans l'AMA, d'autre part. La performance de l'AMA est fortement liée au réglage de ses paramètres. Il est classique de rencontrer dans la littérature une représentation adimensionnelle des paramètres. Les deux paramètres « sans dimension » à optimiser sont le taux d'amortissement de l'AMA et le paramètre de synchronisation (le rapport entre la pulsation propre de l'AMA et celle de la structure principale).

Dans cette partie, nous nous sommes intéressés à présenter l'étude de la conception des amortisseurs à masse accordée rencontrés dans la littérature.

### I. 5.1 Conception d'un seul AMA linéaire appliqué à une structure à 1ddl

La conception de l'AMA remonte à 1909 lorsque **Frahm** [67] a inventé un amortisseur qui n'a pas d'amortissement propre, et ce, dans le but de réduire le mouvement des navires. L'excitation appliquée sur la structure principale est harmonique. Lorsque la fréquence de l'AMA est égale à la fréquence naturelle du système principal, le mouvement est totalement atténué au moment de production de la résonance. Par contre, l'amortisseur a subi une forte détérioration de sa performance lorsque la fréquence d'excitation s'est avérée proche aux deux nouvelles fréquences de résonance.

**Den Hartog**(1947) [68] a montré que si un taux d'amortissement est introduit dans l'AMA de Frahm, alors, la détérioration de la performance sous le changement de la fréquence de l'excitation pourra être réduite de manière significative. Den Hartog a déterminé des

expressions analytiques du rapport de synchronisation et du taux d'amortissement, et ce, pour un rapport fixé de la masse de l'AMA (rapport entre la masse de l'AMA et celle de la structure principale).

Ces expressions ont été basées sur la minimisation de l'amplitude du déplacement permanent d'un système primaire non amorti soumis à une excitation harmonique. Son optimisation est fondée sur une observation qui considère que pour une structure principale sans amortissement propre, il existe deux fréquences particulières dont l'amplification dynamique est indépendante de l'amortissement de l'AMA.

**Bishop et Welbourn**(1952) [69] ont développé une méthode qui traite le cas où l'amortissement propre de la structure principale est non nul. Les paramètres optimaux ont été obtenus en appliquant un critère qui consiste à minimiser la vitesse de la structure principale.

Dans le cas où l'excitation est aléatoire, **Crandall et Mark** (1963) [70] ont déterminé la réponse quadratique moyenne d'un processus stationnaire lorsque la densité spectrale est connue. Dans ce cas, la densité spectrale est modélisée comme un bruit blanc, et de ce fait, elle est donc constante pour toutes les fréquences.

Dans le cas d'une structure amortie, il est difficile d'obtenir, pour les paramètres optimaux, des solutions sous forme analytiques. **Ioi et Ikeda** (1978) [71] ont présenté des formules empiriques des paramètres de l'AMA basés sur la minimisation de l'amplitude du déplacement maximal permanent de la structure principale, et ce, pour une structure légèrement amortie. Le rapport de synchronisation est déterminé lorsque les pics de résonance ont des amplitudes égales. L'amortissement est choisi de telle sorte que la courbe de l'amplification dynamique a une tangente horizontale au point le plus élevé. L'inconvénient de cette méthode c'est que ces paramètres sont valables uniquement lorsque le rapport de masse de l'AMA est très élevé.

**Randel et al**(1981) [72] ont développé des graphiques obtenus par l'optimisation numérique de l'amplitude du déplacement maximal permanent de la structure principale amortie. Cette étude est traitée dans le cas où une excitation harmonique est appliquée sur la masse.

**Warburton** (1982) [73] a déterminé les paramètres optimaux de l'AMA en fonction de la réponse de la structure principale à minimiser (déplacement, vitesse, accélération). La structure principale non amortie est excitée soit à sa base ou soit à la masse. L'excitation est traitée en deux types : harmonique et aléatoire. Les formules analytiques des paramètres optimaux de synchronisation et du taux d'amortissement dépendent uniquement du rapport de la masse de l'AMA.

**Sadek et al** (1997) [74] ont proposé une méthode pour la conception de l'AMA dont le but est d'avoir des taux d'amortissement modaux identiques. Ils ont appliqué cette procédure dans le cas des excitations sismiques et ils ont constaté, en utilisant un AMA optimal, une réduction dans les déplacements et les accélérations qui dépassent les 50 %.

Dans le cas où le taux d'amortissement de la structure principale est non nul, la courbe de l'amplification dynamique ne passe plus par deux points indépendants de l'amortissement de l'AMA. Dans ce contexte, **Ghosh et Basu** (2006) [75] ont présenté une expression analytique pour le rapport de synchronisation optimal de l'AMA. Cette expression est basée sur la théorie des points fixes (proposé par Den Hartog) qui est approximativement valable pour des taux d'amortissements faibles à modérés. L'expression proposée pour le paramètre de synchronisation optimal est une fonction qui dépend des deux paramètres tels que le rapport de la masse et le taux d'amortissement. Cette expression a été évaluée pour différentes valeurs de ces paramètres. Les valeurs relatives aux rapports de synchronisation optimaux proposées ont été déterminées pour être en accord étroit avec celles obtenues numériquement.

## I. 5.2 Conception de $p$ AMAs linéaires appliqués à une structure à 1ddl

L'AMA est très sensible au paramètre de synchronisation, et ce, même s'il est choisi de façon optimale, tel qu'un mauvais accordement de la fréquence de l'AMA dû à une erreur où un changement de la fréquence naturelle peut engendrer des dommages et des détériorations à la structure principale. En effet, l'incorporation de plusieurs AMAs peut surmonter la limitation d'un seul AMA en distribuant les fréquences d'un certain nombre d'AMAs autour de la fréquence fondamentale de la structure principale. Un certain nombre d'étude porte sur des AMAs placés en parallèle sur la structure principale.

**Hoang et Warnitchai** (2005) [76] ont présenté une nouvelle méthode portant sur la conception de plusieurs AMAs destinés à minimiser les vibrations aléatoire. Un algorithme de programmation non linéaire, basé sur le gradient, est appliqué dans le but de rechercher les paramètres optimaux des AMAs. La réponse recherchée est formulée comme un indice de performance quadratique qui peut être calculé en résolvant l'équation de Lyapunov. A partir de cette formulation, une expression analytique du gradient de l'indice de performance est évaluée. Elle a pour but d'aider à éviter les erreurs numériques et d'accélérer la convergence. Cette méthode est très puissante pour déterminer un grand nombre de paramètres de l'AMA, et ce, sans imposer aucune restriction avant l'analyse.

En outre, ils ont démontré que la méthode peut être modifiée pour qu'elle soit valable pour d'autres problèmes réels où il faudrait tenir compte des incertitudes des paramètres optimaux des AMAs ou sur celles des paramètres de la structure principale. Les résultats numériques indiquent qu'en présence d'incertitude dans la rigidité de la structure principale, l'augmentation des taux d'amortissement des AMAs et l'élargissement de l'intervalle de la fréquence des AMAs sont de nature à rendre le système plus robuste. En revanche, lorsque tous les paramètres des AMAs sont incertains, il est nécessaire de concevoir des AMAs avec des taux d'amortissement plus élevés et de réduire leur intervalle de fréquence.

**Kareem et Kline** (1995) [77] ont montré l'efficacité des AMAs sous l'excitation aléatoire. Les charges aléatoires considérées étaient des excitations des bandes étroites et larges représentées par le vent et la charge sismique. Dans leur étude, deux différents bâtiments ont été considérés. Pour l'analyse sismique, il a été considéré un bâtiment de surface (31m x 31 m) avec une hauteur de 93 m ayant une fréquence naturelle de 0.4 Hz et 1% pour le taux d'amortissement. Pour l'excitation du vent, il a été considéré un bâtiment de surface rectangulaire (31 m x 155 m) avec une hauteur de 186 m ayant une fréquence naturelle de 0.2 Hz et 1% pour le taux d'amortissement. La réponse sous les chargements sismiques et du vent a été trouvée par la variation des différents paramètres des AMAs. Dans ce cas, les paramètres des AMAs sont : l'intervalle des fréquences des AMAs (définie par la différence entre la fréquence du dernier AMA et la fréquence du 1<sup>er</sup> AMA), les taux d'amortissement des AMAs et le nombre des AMAs.

L'étude est fondée sur une distribution uniforme ou variable considérée pour les fréquences et les masses des AMAs. Ils ont remarqué que l'intervalle optimal des fréquences est le paramètre le plus important car il influe sur la robustesse et l'efficacité des AMAs. En revanche, le nombre des AMAs et les taux d'amortissement des AMAs jouent un rôle secondaire dans la conception des AMAs.

**Li** (2000) [78] a étudié la performance des AMAs placés en parallèle sur une structure à 1ddl, et ce, pour réduire les vibrations indésirables sous l'accélération du sol. Les AMAs sont fabriqués de sorte que les fréquences soient uniformément réparties, que les rigidités et les coefficients d'amortissement soient identiques et les masses soient différentes. Pour un rapport de la masse totale des AMAs et un nombre des AMAs fixés, les paramètres optimaux

des AMAs sont : l'écart fréquentiel relatif des AMAs (définie par le rapport de la différence entre la fréquence du dernier AMA et la fréquence du 1<sup>er</sup> AMA sur la fréquence moyenne des AMAs) et le taux d'amortissement moyen des AMAs. L'optimisation consiste à minimiser la valeur maximale du facteur d'amplification dynamique du déplacement permanent de la structure principale, et ce, en procédant à une technique de recherche dans les deux directions (Rechercher les paramètres optimaux des AMAs pour différentes valeurs des taux d'amortissement moyen puis les rechercher pour différentes valeurs des écarts fréquentiels relatifs des AMAs).

Il a conclu qu'en augmentant le nombre des AMAs, le taux d'amortissement moyen optimal diminue et l'écart fréquentiel relatif optimal augmente. En revanche, en augmentant le rapport de la masse totale des AMAs, le taux d'amortissement moyen optimal et l'écart fréquentiel relatif optimal augmentent.

Il a également constaté que ces AMAs optimaux sont plus efficaces que ceux déduits lorsque leurs masses sont identiques et leurs rigidités ainsi que leurs coefficients d'amortissement sont différents. Il a conclu aussi que l'amplification dynamique maximale est plus réduite pour les deux cas des AMAs, et ce, en la comparant à un seul AMA avec le même rapport de la masse.

**Li**(2002) [79] a étudié et comparé la performance de 5 modèles des  $p$  AMAs notés par (MTMD-1, MTMD-2,..., MTMD-5) qui comprennent les différentes combinaisons possibles tel que pour chaque modèle les  $p$  AMAs sont, d'une part, identiques pour deux systèmes des paramètres physiques, et d'autre part, différents pour les deux autres systèmes. Les paramètres des  $p$  AMAs comprennent: les rigidités, les masses, les coefficients d'amortissement et les taux d'amortissement. Ces  $p$  AMAs sont placés sur une structure principale à 1ddl (ayant un taux d'amortissement 2 %), et ce, pour réduire la vibration de l'accélération du sol en utilisant une technique de recherche numérique. Les fréquences propres des  $p$  AMAs doivent être uniformément réparties autour de la fréquence moyenne des AMAs.

L'optimisation a été effectuée pour deux cas :

- ✓ une fois en minimisant la valeur maximale du facteur de l'amplification dynamique du déplacement,
- ✓ une fois en minimisant la valeur maximale du facteur d'amplification dynamique de l'accélération.

Il a conclu que le rendement de la performance du modèle 1 et 4 est à peu près le même et offre une efficacité et une robustesse plus élevées que ceux des modèle 2, 3 et 5, et ce en termes de réduction de la réponse du déplacement et de l'accélération de la structure principale. Le modèle 1 fournit également une efficacité ainsi qu'une robustesse meilleure que celles du modèle 4, particulièrement dans le control de la réponse relative à l'accélération de la structure principale. En effet, ce modèle est le plus judicieux. De plus, il est caractérisé par des rigidités et des coefficients d'amortissement identiques, d'une part, et des masses ainsi que des taux d'amortissement différents, d'autre part.

**Li and Lui** (2003) [80] ont étudié et comparé la performance de 8 modèles des  $p$  AMAs. Ces nouveaux modèles sont caractérisés par un seul ensemble des  $p$  paramètres physiques parmi lesquels on cite les rigidités, les masses et les coefficients d'amortissement qui sont distribués uniformément autour de leur valeur moyenne

Les paramètres optimaux sont l'écart massique relatif, l'écart relatif de la rigidité, l'écart relatif du coefficient d'amortissement, l'écart fréquentiel relatif, le taux d'amortissement moyen et le rapport de synchronisation moyen.



La conclusion la plus importante déduite par Li et Lui signifie que le modèle (UM-MTMD3) est le plus efficace et admet la plus grande robustesse. Par ailleurs, il nécessite la plus petite valeur du taux d'amortissement moyen, et ce, en comparaison avec les autres modèles.

La caractérisation de ce modèle permet de conclure que les  $p$  AMAs admettent des coefficients d'amortissement et des taux d'amortissement identiques. En revanche, les rigidités sont différentes et les masses sont distribuées uniformément autour de la valeur moyenne des masses des  $p$ AMAs.

**Li et Ni** (2007) [81] ont appliqué la méthode du gradient pour optimiser des  $p$  AMAs non uniformément répartis sur une structure à 1 ddl soumise à une excitation harmonique. Le problème consiste à résoudre un problème d'optimisation multi-objectif qui consiste à minimiser les pics locaux de l'amplification dynamique du déplacement de la structure principale. Ce problème doit aussi vérifier que les  $p+1$  pics admettent des hauteurs égales. Ils ont conclu que les  $p$  AMAs sont plus efficaces que les  $p$  AMAs uniformément répartis autour de leurs paramètres moyens.

La plupart des études antérieures permettent d'examiner la robustesse des amortisseurs après la conception des AMAs. Pourtant, la méthode proposée par Li et Ni est très appropriée pour la conception des AMAs, et ce, lorsque des erreurs d'estimation des paramètres de la structure principale ainsi que des erreurs de la fabrication des AMAs se produisent. Selon le résultat optimisé, les erreurs d'estimation des rapports de synchronisation des AMAs doivent être prises en compte dans la procédure de la conception des AMAs, faute de quoi, l'efficacité des AMAs devient surestimée. Ils ont également démontré que ces AMAs sont plus robustes que ceux dont la conception des paramètres ne tient pas compte des erreurs.

**Han et Li** (2008) [82] ont étendu le travail de Li et Lui [80] de sorte que deux ou trois systèmes des  $p$  paramètres des AMAs soient simultanément uniformément répartis autour de leurs valeurs moyennes, et ce, au lieu que ce soit autour d'un seul système de paramètres. Le critère d'optimisation consiste en la minimisation du facteur d'amplification dynamique maximale relatif au déplacement permanent de la structure principale considéré pour les quatre modèles distribués linéairement (LDP-MTMD1, LDP-MTMD2, LDP-MTMD3 et LDP-MTMD4).

Ils ont comparé la performance des paramètres des  $p$  AMAs des quatre modèles distribués linéairement avec celle d'un autre modèle des  $p$  AMAs (UM-MTMD3). Le modèle (UM-MTMD3) est caractérisé par des coefficients d'amortissement et des taux d'amortissements identiques, des rigidités différentes tandis que les masses sont distribuées uniformément autour de leur valeur moyenne.

Ils ont conclu que les rapports de synchronisation moyens des 4 modèles et de celui du modèle (UM-MTMD3) sont proches les-uns aux autres sauf pour le modèle (LDP-MTMD3) qui a rapport de synchronisation moyen le plus faible, lorsque le rapport de la masse totale des AMAs est supérieur à 3%. Pour un rapport de masse total élevé, le (LDP-MTMD3) a la valeur la plus élevée des taux d'amortissement optimal, alors que l'UM-MTMD 3 a la valeur la plus faible.

Ils ont constaté presque les mêmes niveaux de robustesse pour les 4 modèles (LDP-MTMD) et le modèle (UM-MTMD3). En revanche, l'efficacité est presque la même pour l'ensemble des (LDP-MTMD) et (UM-MTMD3), et ce, sans tenir compte du LDP-MTMD3 qui a la plus petite efficacité lorsque le rapport de masse totale est supérieur à 2 %.

**Joshi et Jangid** (1997) [83] ont étudié l'efficacité des AMAs optimaux pour réduire la réponse du déplacement quadratique moyen de la structure principale. L'excitation est exercée sur la base et elle a été modélisée comme étant un processus aléatoire de bruit blanc

stationnaire. Les paramètres optimaux sont le taux d'amortissement moyen, le rapport de synchronisation moyen et l'écart fréquentiel relatif. Parmi les résultats déduits par Joshi et Jangid: Le taux d'amortissement optimal moyen augmente en augmentant le rapport de la masse total des AMAs et diminue en augmentant le nombre des AMAs. Par contre, l'écart fréquentiel relatif optimal du système des AMAs augmente avec une augmentation du rapport de la masse total des AMAs ou en augmentant le taux d'amortissement de la structure principale.

**Li**(2004) [84] a utilisé les densités spectrales de Kanai Tajimi et Clough Penzien pour évaluer l'effet du site d'un séisme. En effet, une étude paramétrique a été effectuée pour examiner l'effet de la fréquence dominante du mouvement du sol sur les paramètres optimaux, et ce, en supposant que les rigidités et les coefficients d'amortissement des AMAs soient identiques, tandis que les masses sont supposées différentes. Les paramètres optimaux sont calculés à partir de la minimisation du déplacement de la structure principale et aussi à partir de la minimisation de l'accélération de la structure principale. Les paramètres optimaux des AMAs sont le taux d'amortissement moyen, le rapport de synchronisation moyen et l'écart fréquentiel relatif.

Pour évaluer le rôle des AMAs, il a calculé les indices de performance qui sont exactement le rapport entre les réponses de la structure contrôlée et les réponses incontrôlées. Ces indices sont tracés en fonction du rapport de la fréquence dominante du mouvement de sol (définie par la fréquence de la structure principale sur la fréquence dominante du mouvement de sol). Il a conclu que le mouvement du séisme peut être modélisé par un bruit blanc dans certaines conditions, et ce, dans les deux différents cas d'optimisation. Ces conditions consistent à considérer que le rapport de la masse totale des AMAs soit inférieur à 2 % ou que le rapport de la masse totale des AMAs soit supérieur à 2 % et que le rapport de la fréquence dominante du mouvement de sol soit inférieur ou égale à 1. Si cette condition n'est pas satisfaite, les densités spectrales de Kanai Tajimi et Clough Penzien doivent être utilisées pour la conception des AMAs, et ce, pour les structures soumises aux excitations sismiques.

**Allani et al** (2012) [85] ont apporté une nouvelle classification des critères d'optimisation détaillé dans cette thèse pour contrôler un système principal à 1ddl. Le système combiné (Structure principale + plusieurs AMAs) est excité en structure. Des simulations numériques sont réalisées dans le but d'étudier la performance des modèles optimisés en se fondant sur l'approche fréquentielle telle que : le tracé de l'amplification dynamique et l'approche temporelle telle que la réponse de la vibration libre. L'étude de la robustesse des critères face aux incertitudes liées au changement des paramètres physiques de la structure principale est aussi examinée.

**Allani et al** (2013) [86] ont appliqué quatre critères d'optimisation détaillés dans cette thèse pour contrôler un système principal à 1ddl. Le système combiné (Structure principale + plusieurs AMAs) est excité sur la base. Une étude est menée afin d'évaluer les performances de chaque modèle optimisé sur la base du tracé de l'amplification dynamique, le plan de Nyquist, ou encore de la méthode de localisation des pôles. La sensibilité de chaque critère est aussi examinée en faisant varier les paramètres optimisés des AMAs. L'étude de la robustesse des critères face aux incertitudes liées au changement des paramètres physiques de la structure principale est également étudiée. Une étude comparative est réalisée afin d'évaluer l'efficacité des AMAs optimisés à atténuer les réponses de la structure principale en appliquant des séismes réels.

### I. 5.3 Conception d'un ou p AMAs linéaires appliqués à une structure à Nddl

Dans le cas de la conception d'un AMA appliqué dans les structures à plusieurs degrés de libertés (Nddl), **Warburton** (1981) [87] a étudié les paramètres optimaux de l'AMA pour une structure principale à deux degrés de liberté (2ddl). Il a constaté que les paramètres optimaux déterminés pour ce système sont très proches aux paramètres déduits d'un système à un seul degré de liberté (1ddl). Ceci est vrai que lorsque les deux fréquences naturelles de la structure principale soient très espacées.

Toutefois, dans le cas où les fréquences naturelles de la structure principale sont proches, **Abe et Igusa** (1995) [88] ont étudié l'efficacité d'utiliser des AMAs pour minimiser l'amplitude maximale sous une excitation harmonique. Ils ont montré également la nécessité d'utiliser au moins de N AMAs pour contrôler une structure à Nddl. Par ailleurs, ils ont déterminé analytiquement les positions des AMAs afin de découpler la réponse du système global en un système à N sous systèmes admettant un seul degré de liberté.

**Almazan et al** (2012) [89] ont étudié la performance et le placement d'un ou des AMAs pour des constructions symétriques et asymétriques utilisant 4 exemples différents. Ceci, y compris une structure 3D asymétrique de 15 étages soumis à une charge sismique. Pour réduire les dommages liés à l'effet de torsion, la notion d'équilibre en torsion général a été utilisée. Elle consiste à minimiser la déformation maximale entre les étages sur les bords de la structure principale. Ils ont utilisé le spectre de Kanai Tajimi pour modéliser l'excitation sismique et ils ont placé un ou 2 AMAs sur le toit. Ils ont conclu que l'AMA est un dispositif efficace pour contrôler les effets de torsion dans des structures linéaires asymétriques soumises à un mouvement sismique bidirectionnel.

Pour les structures asymétriques, ils ont remarqué que la fréquence optimale de l'AMA et l'emplacement sur le toit dépendent, à la fois, de la rigidité latérale et de torsion, de l'excentricité entre les centres de masses et du contenu fréquentiel du sol. Ils ont constaté également que l'emplacement optimal de l'AMA est positionné près du centre géométrique du plan de la surface du modèle à étudier.

**De Angeles et al** (2012) [90] ont étudié le comportement dynamique ainsi que l'efficacité sismique d'un AMA non conventionnel où le rapport de la masse est élevé soit une valeur égale à 0.72. L'excitation est basée sur des essais sur table à secousses appliquée à une structure principale en acier composée de 2 étages. L'optimisation de l'amortisseur est fondée sur la minimisation du déplacement quadratique de la structure principale. De Angeles et al ont comparé cet amortisseur à un AMA conventionnel développé par Sadek [74] ( $\mu = 0.02$ ) lorsque la structure est soumise à des 4 excitations sismiques. Les résultats montrent que les réductions au niveau de la réponse structurelle sont plus importantes en appliquant un AMA avec une grande masse. Il s'avère aussi que ce dispositif est plus robuste contre les incertitudes liées aux propriétés de la structure principale.

**Lo Feudo, Allani et al** (2015) [91] ont proposé et réalisé un amortisseur expérimental à masse accordée afin d'amortir les vibrations induites par les excitations extérieures. L'amortissement de l'AMA proposé est fondé sur les courants de Foucault et l'AMA est conçu de manière à permettre un ajustement manuel de sa rigidité et de son amortissement. L'estimation des paramètres modaux de l'AMA est effectuée en appliquant la transformée en ondelettes aux signaux obtenus à partir des essais de vibration libre.

**Marano et al** (2007), **Hadi et Arfiadi** (1998), **Lee et al** (2006), **Kitis et al** (1983) et **Vakakis et Paipetis** (1986) [92,93, 94,95 ,96] ont étudié également la conception d'un AMA pour une structure à plusieurs degrés de liberté.

## I. 6 Conclusion

Ce chapitre a été consacré à dresser un aperçu sur les systèmes de contrôle passif, d'une part, et sur les lois de contrôle actif et semi-actif, d'autre part. Il constitue une sorte d'étude préliminaire permettant d'illustrer et de comprendre le concept des différents types de contrôle de vibration.

Nous avons présenté dans ce chapitre les nombreuses technologies en passant en revue leurs propres propriétés. Nous avons par ailleurs décrits leurs avantages et leurs inconvénients.

L'adéquation du choix d'un mécanisme revient à la nature des besoins fonctionnels du constructeur, à la maîtrise de la conception, au coût et à la disponibilité de l'énergie requise pour le fonctionnement sous contrôle [97].

Dans ce chapitre, l'accent a été principalement mis sur l'étude des systèmes passifs, et ce, considérant leur grande présence sur le marché mais surtout le fait que la maîtrise de leur propriétés ainsi que leur conception méritent d'être plus approfondies selon plusieurs critères d'optimisation. C'est ce que nous allons suggérer dans la suite de notre travail. En revanche, les systèmes de contrôle actifs (qui requièrent une grande consommation d'énergie) et semi actifs (qui émergent le plus sur le marché) ont été brièvement évoqués mais développés en détail dans le cadre d'une annexe.

Dans la suite de la thèse, nous nous intéresserons donc à l'étude du contrôle passif et nous choisirons, parmi plusieurs types d'amortisseurs, celui à masse accordée qui est le plus adéquat.

Un tel choix peut être justifié par le grand succès que rencontre ce dispositif passif dans le domaine du génie civil, chaque fois où l'on a cherché à amortir les structures flexibles telles que les ponts et les grattes ciels.

Ce dispositif passif, traité dans la première partie de ce chapitre, est simple, efficace, peu coûteux, et s'avère fiable, chaque fois où l'on cherche à supprimer les vibrations indésirables des structures. Dans ce contexte, une étude menée dans la dernière partie de ce chapitre a été consacrée particulièrement à l'analyse technologique et conceptuelle de divers amortisseurs à masse accordée rencontrés dans la littérature.

## Problème direct : Modélisation des systèmes avec un ou plusieurs AMAs

---

### Résumé

Ce chapitre est consacré à la présentation de la modélisation des systèmes dotés d'un ou de plusieurs amortisseurs à masse accordée (AMAs). L'intérêt de la modélisation réside dans la prédiction du comportement des structures selon les différentes configurations des AMAs, le nombre de degré de liberté de la structure principale et suivant les types d'excitations.

Dans la première partie, la structure principale à  $N$  degrés de liberté est équipée par des AMAs placés en parallèle. Le système combiné ainsi obtenu est excité soit par le biais de sa structure (en vue d'une application aux effets du vent), soit par sa base (en vue d'une application à la sismique).

Nous présentons dans cette partie le calcul des fonctions de transfert définies par les rapports entre la transformée de Fourier du déplacement de la structure principale et celle de l'excitation. Dans ce cas, nous cherchons à atténuer la réponse totale de la structure principale, et ce, par l'ajout des AMAs.

Dans la deuxième partie, le problème mécanique est fondé sur l'analyse modale afin de nous permettre d'atténuer le déplacement de la structure principale due à un seul mode, et ce, au lieu de tenir compte des modes élevés. Pour ce faire, nous utilisons les paramètres adimensionnels qui sont reliés aux paramètres physiques des AMAs. L'intérêt de ces paramètres réside surtout dans le fait qui nous permet d'accorder la fréquence de l'AMA au mode spécifié de la structure principale. L'introduction des paramètres adimensionnels nous permet également de calculer les facteurs d'amplifications dynamiques qui sont reliés aux fonctions de transfert.

Par ailleurs, nous étudions le cas d'une structure à 1ddl avec des AMAs placés en parallèle et nous démontrons que le modèle 1ddl n'est qu'un cas particulier du modèle Nddl.

Dans la dernière partie, et dans le but d'analyser l'influence de la configuration des AMAs, nous procédons au contrôle d'une structure à 1ddl avec des AMAs placés en série. Dans ce cas nous nous restreignons seulement à l'étude de l'excitation en structure.

**Sommaire**

---

II. 1	Introduction .....	39
II. 2	Structure mécanique à Nddl équipée par des AMAs en parallèle.....	39
II. 2.1	Equations du mouvement .....	41
II. 2.2	Régime libre .....	42
II. 2.3	Régime permanent.....	44
II. 3	Représentation modale du modèle mécanique à NDDL équipé par des AMAs en parallèle .....	48
II. 3.1	Equations du mouvement .....	48
II. 3.2	Calcul de la rigidité dynamique normalisée.....	51
II. 3.3	Calcul de l'amplification dynamique pour une structure excitée sur la masse du dernier étage .....	53
II. 3.4	Calcul de l'amplification dynamique dans le cas d'une structure excitée sur la base.....	55
II. 4	Modèle mécanique à 1DDL équipé par des AMAs en parallèle.....	56
II. 4.1	Calcul de l'amplification dynamique dans le cas d'une structure excitée sur la masse.....	57
II. 4.2	Calcul de l'amplification dynamique dans le cas d'une structure excitée sur la base.....	59
II. 5	Modèle mécanique à 1DDL équipé par des AMAs en série .....	61
II. 6	Conclusion.....	63

---

## II. 1 Introduction

Les ouvrages d'art actuels (ponts routiers, bâtiments, passerelles piétonnes...etc.) sont de plus en plus élancés et souples. Leur grande souplesse les rend plus sensibles aux sollicitations dynamiques extérieures telles que le trafic, le vent, les tremblements de terre...etc. Les techniques de contrôle de vibration permettent aujourd'hui de réduire les vibrations et rendent envisageables la construction de telles structures élancées.

Plutôt que de modifier les caractéristiques géométriques ou mécaniques de l'ouvrage d'art, par exemple en le rigidifiant pour s'opposer aux effets des sollicitations extérieures, le contrôle des vibrations consiste à produire des forces de réaction qui s'opposent aux effets néfastes dues aux sollicitations extérieures, et ce, au moment de leur apparition.

Plusieurs travaux ont été réalisés à travers l'application des techniques passives comme les amortisseurs à masse accordée (AMAs) que nous avons retenus dans ce travail à raison de leur simplicité et leur fiabilité. Nous rappelons qu'un AMA consiste en une masse liée à un niveau de la structure par l'intermédiaire d'un ressort et d'un d'amortisseur linéaire.

Dans ce chapitre, nous présentons la problématique du comportement dynamique des amortisseurs à masses accordées. Les amortisseurs à masses accordées sont traités dans différentes configurations (en parallèle et en série).

A travers ces différentes configurations des AMAs, nous étudions les réponses de la structure principale et celles des différents AMAs. L'étude de la réponse consiste à chercher à connaître le comportement de ce système avant de l'asservir et voir comment il réagit en sortie à telle ou telle excitation. A cet effet, nous étudions les cas d'un ou plusieurs AMA(s) placés en parallèle et appliqué(s) soit à un système principal à 1 degré de liberté (ddl), soit à un système principal à N degrés de liberté (Nddl). Le système amorti ainsi obtenu est excité, soit par sa base (en vue d'une application à la sismique), soit en structure (en vue d'une application aux effets du vent).

Par ailleurs, nous proposons de mener une autre étude qui consiste à traiter les cas d'un ou plusieurs AMA(s) placés en série et appliqués à un système principal à 1 degré de liberté (ddl). Dans ce cas nous nous restreignons à l'application d'une excitation sur la masse de la structure principale.

Dans ce travail, nous nous limitons à considérer une approche en déplacements. Cela signifie, que les déplacements sont les inconnues du problème.

## II. 2 Structure mécanique à Nddl équipée par des AMAs en parallèle

L'objectif principal de la modélisation est de disposer d'un outil permettant la prédiction du comportement d'un système. Pour cela, il est nécessaire de définir le modèle physique du système que nous désirons représenter. La première étape consiste à caractériser le système par sa réponse à différents signaux d'entrées. Comme les signaux d'entrées sont illimités dans leur forme, alors, nous nous limitons à considérer un petit nombre d'entre eux que nous appelons fonctions d'essais ou fonctions test. L'analyse du comportement du système soumis à ces fonctions nous permettra de le caractériser le système.

Nous illustrons dans ce chapitre les réponses dynamiques d'un système soumis, à des excitations libres ainsi qu'à des excitations de type forcé permanente.

En traitement de signal, les approches temporelles et celles fréquentielles ont été généralement considérées comme des méthodologies concurrentes: Autrement dit, si une des deux approches ne fournit pas la simplicité analytique souhaitée, alors, nous utilisons la seconde.

L'analyse temporelle est l'étude de la réponse d'un système à un signal d'entrée variant dans le temps, tandis que l'analyse fréquentielle nécessite l'introduction de la transformée de Fourier.

Pour un modèle mathématique d'un système donné, l'évolution temporelle de la sortie pour une entrée donnée est obtenue directement, soit par résolution des équations différentielles ou encore par inversion de la transformée de Fourier de sa sortie.

La réponse totale des systèmes linéaires à une entrée d'excitation arbitraire peut être décomposée en somme de deux composants:

- ✓ la réponse transitoire caractérisée par des oscillations libres.
- ✓ la réponse forcée permanente, qui apparaît sous forme d'oscillations permanentes.

Considérons alors une structure discrétisée à Nddl. Nous traitons cette structure comme un système discret, linéaire et élastique. Nous avons considéré que la masse totale est supposée être concentrée en certains points des étages de la structure. Les colonnes sont supposées être sans masse et les planchers sont infiniment rigides. Les colonnes agissent à chaque étage comme des ressorts latéraux. L'étude est appliquée sur la structure principale équipée par des  $p_{tot}$  AMAs placés en parallèles. L'ensemble du système dispose donc de  $(N+p_{tot})$  ddl.

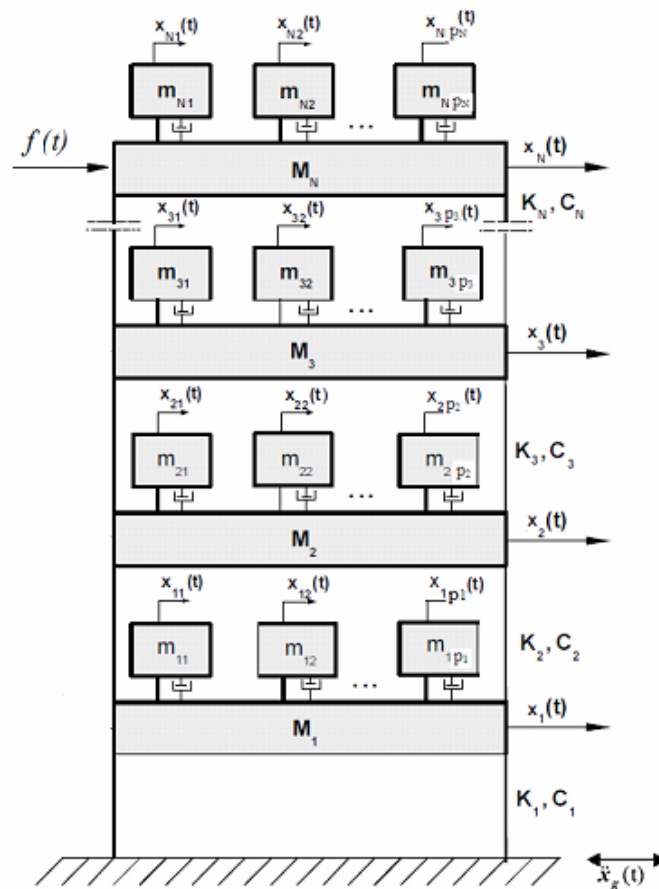


FIG. II. 1- Modèle d'une structure à NDDL contrôlée par des AMAs placés en parallèle.



## II. 2.1 Equations du mouvement

En raison de la linéarité du système, la réponse totale de la structure complète est la superposition de deux régimes :

- ✓ régime transitoire provoqué par les conditions initiales
- ✓ régime forcé permanent provoqué par les forces extérieures.

$$\tilde{\mathbf{M}}\ddot{\tilde{\mathbf{x}}}(t) + \tilde{\mathbf{C}}\dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t) + \tilde{\mathbf{K}}\tilde{\mathbf{x}}(t) = \tilde{\mathbf{f}}(t) + \tilde{\mathbf{p}}(t) \quad (\text{II. 1})$$

Avec  $\tilde{\mathbf{M}}, \tilde{\mathbf{C}}, \tilde{\mathbf{K}}$  sont respectivement les matrices globales de la masse, de l'amortissement et de la rigidité.

$$\tilde{\mathbf{M}} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_s & 0 \\ 0 & \mathbf{M}_{\text{AMA}} \end{bmatrix}; \tilde{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_s + \mathbf{C}_1 & \mathbf{C}_2 \\ \mathbf{C}_2^T & \mathbf{C}_{\text{AMA}} \end{bmatrix}; \tilde{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_s + \mathbf{K}_1 & \mathbf{K}_2 \\ \mathbf{K}_2^T & \mathbf{K}_{\text{AMA}} \end{bmatrix}$$

$\tilde{\mathbf{x}}(t) = [\mathbf{x}_s(t) \quad \mathbf{x}_{\text{AMA}}(t)]^T$  est le vecteur des déplacements horizontaux du système complet

Le premier membre de droite de l'équation (II. 1) est un vecteur constitué des forces extérieures. Nous avons supposé que le vecteur  $\tilde{\mathbf{f}}(t)$  ne comporte qu'une seule composante agissant sur la masse du dernier étage. En revanche, le deuxième membre est un vecteur de forces extérieures dues à l'excitation du séisme, agissant sur la base de la structure.

$$\tilde{\mathbf{f}}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1(t) \\ \mathbf{f}_2(t) \end{bmatrix}; \tilde{\mathbf{p}}(t) = \begin{bmatrix} -\mathbf{M}_s \mathbf{e}_1 \ddot{x}_g(t) \\ -\mathbf{M}_{\text{AMA}} \mathbf{e}_2 \ddot{x}_g(t) \end{bmatrix}$$

Où  $\mathbf{e}_1$  et  $\mathbf{e}_2$  sont des vecteurs unitaires formés de 1.

$\mathbf{x}_s(t) = [x_1 \quad x_2 \quad \dots \quad x_N]$  est le vecteur des déplacements horizontaux de la structure principale.

$\mathbf{x}_{\text{AMA}}(t) = [x_{1p_1} \quad x_{12} \quad \dots \quad x_{1p_1} \quad x_{21} \quad x_{22} \quad \dots \quad x_{2p_2} \quad \dots \quad x_{N1} \quad x_{N2} \quad \dots \quad x_{Np_N}]$  est le vecteur des déplacements horizontaux des AMAs.

Où on a  $p_1$  AMAs au 1<sup>er</sup> étage,  $p_2$  AMAs au 2<sup>ème</sup> étage...,  $p_N$  AMAs au N<sup>ème</sup> étage.

$$\mathbf{M}_s = \text{diag}[M_1 \quad M_2 \quad \dots \quad M_N]$$

$$\mathbf{C}_s = \begin{bmatrix} C_1 + C_2 & -C_2 & 0 & 0 \\ -C_2 & C_2 + C_3 & -C_3 & 0 \\ 0 & -C_3 & \ddots & -C_N \\ 0 & 0 & -C_N & C_N \end{bmatrix}, \mathbf{K}_s = \begin{bmatrix} K_1 + K_2 & -K_2 & 0 & 0 \\ -K_2 & K_2 + K_3 & -K_3 & 0 \\ 0 & -K_3 & \ddots & -K_N \\ 0 & 0 & -K_N & K_N \end{bmatrix};$$

Où  $M_j, K_j$  et  $C_j$  sont respectivement la masse, la raideur et l'amortissement de l'étage  $j$  du système principal.

$$\mathbf{M}_{\text{AMA}} = \text{diag} \left[ m_{11} \quad m_{12} \quad \dots \quad m_{1p_1} \quad m_{21} \quad m_{22} \quad \dots \quad m_{2p_2} \quad \dots \quad m_{N1} \quad m_{N2} \quad \dots \quad m_{Np_N} \right]$$

$$\mathbf{K}_{\text{AMA}} = \text{diag} \left[ k_{11} \quad k_{12} \quad \dots \quad k_{1p_1} \quad k_{21} \quad k_{22} \quad \dots \quad k_{2p_2} \quad \dots \quad k_{N1} \quad k_{N2} \quad \dots \quad k_{Np_N} \right]$$

$$\mathbf{C}_{\text{AMA}} = \text{diag} \left[ c_{11} \quad c_{12} \quad \dots \quad c_{1p_1} \quad c_{21} \quad c_{22} \quad \dots \quad c_{2p_2} \quad \dots \quad c_{N1} \quad c_{N2} \quad \dots \quad c_{Np_N} \right]$$

Où  $m_{jl_j}, k_{jl_j}$  et  $c_{jl_j}$  sont respectivement la masse, la rigidité et l'amortissement du  $l_j^{\text{ème}}$  AMA placé sur l'étage  $j$ .

Les matrices  $\mathbf{M}_{\text{AMA}}, \mathbf{C}_{\text{AMA}}, \mathbf{K}_{\text{AMA}}$  ont une taille  $p_{\text{tot}} \times p_{\text{tot}}$

Où  $p_{\text{tot}} = \sum_{j=1}^N p_j$  est le nombre total des amortisseurs.

$$\mathbf{K}_1 = \text{diag} \left[ k_{11} + k_{12} + \dots + k_{1p_1}, \quad k_{21} + k_{22} + \dots + k_{2p_2}, \quad \dots \quad k_{N1} + k_{N2} + \dots + k_{Np_N} \right];$$

$$\mathbf{C}_1 = \text{diag} \left[ c_{11} + c_{12} + \dots + c_{1p_1}, \quad c_{21} + c_{22} + \dots + c_{2p_2}, \quad \dots \quad c_{N1} + c_{N2} + \dots + c_{Np_N} \right]$$

Les matrices  $\mathbf{K}_1$  et  $\mathbf{C}_1$  ont une taille  $N \times N$

$$\mathbf{K}_2 = \begin{bmatrix} -k_{11} & -k_{12} & \dots & -k_{1p_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{21} & -k_{22} & \dots & -k_{2p_2} & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -k_{N1} & -k_{N2} & \dots & -k_{Np_N} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_2 = \begin{bmatrix} -c_{11} & -c_{12} & \dots & -c_{1p_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{21} & -c_{22} & \dots & -c_{2p_2} & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -c_{N1} & -c_{N2} & \dots & -c_{Np_N} \end{bmatrix}$$

Les matrices  $\mathbf{K}_2$  et  $\mathbf{C}_2$  ont une taille  $N \times p_{\text{tot}}$

## II. 2.2 Régime libre

L'étude de la vibration libre consiste à étudier la réponse du système à des conditions initiales non nulles, et ce, en absence de force d'excitation extérieure.

La forme de la réponse libre constitue la solution générale de l'équation homogène suivante telle que :

$$\tilde{\mathbf{M}}\ddot{\tilde{\mathbf{x}}}(t) + \tilde{\mathbf{C}}\dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t) + \tilde{\mathbf{K}}\tilde{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{0} \quad (\text{II. 2})$$

Dans ce paragraphe, nous nous intéressons au calcul des déplacements en fonction du temps de la structure principale.

Ce calcul nous permet de calculer le temps de décroissance des amplitudes que nous traiterons dans les chapitres suivants dans le but d'étudier l'influence des AMAs dans l'atténuation des amplitudes. Par ailleurs, nous proposons de déterminer les pôles qui présentent un grand intérêt pour l'étude de la stabilité du système combiné. Une condition nécessaire et suffisante reste à satisfaire pour qu'un système soit stable : tous les pôles ont une partie réelle négative. Plus précisément, le système est d'autant plus amorti que le pôle s'éloigne de l'axe imaginaire.

Nous cherchons ensuite à calculer les pôles du système combiné. A cet effet, nous écrivons l'équation (II. 2) sous la forme d'un système d'état composé de  $2 \times (N + p_{tot})$  équations différentielles ordinaires du premier ordre :

$$\dot{\mathbf{Z}} = \mathbf{AZ} \quad (\text{II. 3})$$

avec la variable d'état :  $\mathbf{Z} = [\tilde{\mathbf{x}} \quad \dot{\tilde{\mathbf{x}}}]^T$

Où  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\tilde{\mathbf{M}}^{-1}\tilde{\mathbf{K}} & -\tilde{\mathbf{M}}^{-1}\tilde{\mathbf{C}} \end{bmatrix}$  est la matrice d'état.

Les pôles du système combiné sont les racines du polynôme caractéristique de la matrice d'état  $\mathbf{A}$ .

$$P(\lambda) = \det(\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I}_{2 \times (N + p_{tot})}) \quad (\text{II. 4})$$

Nous pouvons aisément conclure que la solution de l'équation (II. 2) soit de la forme  $\mathbf{Z} = \mathbf{Z}_0 e^{\mathbf{A}\tau}$

où  $\mathbf{Z}_0 = [\tilde{\mathbf{x}}_0 \quad \dot{\tilde{\mathbf{x}}}_0]^T$  est la condition initiale.

Cette solution peut s'écrire comme étant une combinaison linéaire des exponentielles  $e^{\lambda_k \tau}$  ;  $k = 1..2 \times (N + p_{tot})$

Après ce développement, nous déduisons la  $j$  ième composante  $\tilde{\mathbf{x}}_j(\tau)$  du vecteur déplacement  $\mathbf{x}_s(t)$  de la structure principale et déplacement du  $l_j$  ème AMA placé sur l'étage  $j$ .

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{x}}_j(\tau) = \sum_{k=1}^{2 \times (N + p_{tot})} \tilde{\mathbf{x}}_j^0(\tau) e^{\lambda_k \tau} \\ \tilde{\mathbf{x}}_{jl_j}(\tau) = \sum_{k=1}^{2 \times (N + p_{tot})} \tilde{\mathbf{x}}_{jl_j}^0(\tau) e^{\lambda_k \tau} \end{cases} \quad (\text{II. 5})$$

$\lambda_k$  est complexe

Nous pouvons également calculer le déplacement relatif du  $l_j$  ème AMA placé sur l'étage  $j$

$\tilde{\mathbf{y}}_{jl_j}(\tau) = \sum_{k=1}^{2 \times (N + p_{tot})} \left\{ \tilde{\mathbf{x}}_{jl_j}^0(\tau) - \tilde{\mathbf{x}}_j^0(\tau) \right\} e^{\lambda_k \tau}$  est le déplacement relatif de l'amortisseur  $l_j$

## II. 2.3 Régime permanent

Soit le système dynamique, à temps continu, représenté comme suit:

- ✓  $\tilde{\mathbf{f}}(t)$  est le signal d'entrée excitant la structure combinée,
- ✓  $\tilde{\mathbf{p}}(t)$  est le signal d'entrée excitant la base,
- ✓  $\tilde{\mathbf{x}}(t)$  est le signal de sortie.

Le régime permanent correspond à la réponse forcée du système au bout d'un temps infini, autrement dit, après la disparition des termes transitoires. Ce régime correspond donc à une solution particulière de l'équation du mouvement (II. 1). Dans ce cas, il convient mieux de travailler en utilisant l'approche fréquentielle.

### II. 2.3.1 Calcul de la matrice de la rigidité dynamique

Pour passer au domaine fréquentiel nous appliquons la transformée de Fourier à chacun des termes de l'équation (II. 1)

Pour un signal temporel  $x(t)$ , absolument intégrable sur  $\mathcal{R}$ , la transformée de Fourier est exprimée par l'expression suivante, et ce, en considérant que  $\omega$  soit la pulsation.

$$\hat{x}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \exp(-i\omega t) dt \quad (\text{II. 6})$$

Il s'agit d'une transformée qui, à un signal temporel donné, fait correspondre une représentation fréquentielle. Selon la pulsation du signal d'entrée, la réponse est donc modifiée aussi bien en amplitude qu'en phase.

Nous pouvons alors introduire la notion de la matrice de rigidité dynamique qui est une matrice complexe et symétrique tel que

$$\tilde{\mathbf{G}}(\omega) = -\omega^2 \tilde{\mathbf{M}} + i\omega \tilde{\mathbf{C}} + \tilde{\mathbf{K}} \quad (\text{II. 7})$$

Le système différentiel (II. 1) se transforme en un système algébrique comme suit :

$$\tilde{\mathbf{G}}(\omega) \times \hat{\mathbf{x}}(\omega) = \hat{\mathbf{f}}(\omega) + \hat{\mathbf{p}}(\omega) \quad (\text{II. 8})$$

Nous ramenons alors le problème à un système linéaire complexe dont le premier membre est appelé matrice de la rigidité dynamique.

$$\begin{bmatrix} -\omega^2 \mathbf{M}_s + i\omega(\mathbf{C}_s + \mathbf{C}_1) + (\mathbf{K}_s + \mathbf{K}_1) & i\omega(\mathbf{C}_2) + \mathbf{K}_2 \\ i\omega(\mathbf{C}_2) + \mathbf{K}_2 & -\omega^2 \mathbf{M}_{AMA} + i\omega(\mathbf{C}_{AMA}) + \mathbf{K}_{AMA} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_s(\omega) \\ \hat{\mathbf{x}}_{AMA}(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{f}}_1(\omega) - \mathbf{M}_s \mathbf{e}_1 \hat{x}_g(\omega) \\ \hat{\mathbf{f}}_2(\omega) - \mathbf{M}_{AMA} \mathbf{e}_2 \hat{x}_g(\omega) \end{bmatrix} \quad (\text{II. 9})$$

La matrice de rigidité dynamique s'écrit de cette manière :

$$\tilde{\mathbf{G}}(\omega) = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{11} & \mathbf{G}_{12} \\ \mathbf{G}_{12} & \mathbf{G}_{22} \end{bmatrix} \quad (\text{II. 10})$$

$$\text{Où } \begin{cases} \mathbf{G}_{11} = -\omega^2 \mathbf{M}_s + i\omega(\mathbf{C}_s + \mathbf{C}_1) + (\mathbf{K}_s + \mathbf{K}_1) \\ \mathbf{G}_{12} = i\omega(\mathbf{C}_2) + \mathbf{K}_2 \\ \mathbf{G}_{22} = -\omega^2 \mathbf{M}_{\text{AMA}} + i\omega(\mathbf{C}_{\text{AMA}}) + \mathbf{K}_{\text{AMA}} \end{cases}$$

### II. 2.3.2 Calcul des fonctions de transfert pour une structure excitée sur le dernier étage

Dans la suite, nous proposons de traiter séparément les deux excitations. Le premier cas consiste à étudier la réponse de la structure combinée sous l'effet de l'excitation  $\hat{\mathbf{f}}(\omega)$ .

Nous avons supposé que l'excitation est appliquée seulement sur la structure principale. Dans ce cas,  $\hat{\mathbf{f}}_2(\omega)$  est nul.

Dans cet exemple, le vecteur  $\hat{\mathbf{f}}_1(\omega)$  ne comporte qu'une seule composante agissant sur la masse du dernier étage appelée  $\hat{f}(\omega)$ .

Dans ce cas, le système fréquentiel devient :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{G}_{11} & \mathbf{G}_{12} \\ \mathbf{G}_{12} & \mathbf{G}_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_s(\omega) \\ \hat{\mathbf{x}}_{\text{AMA}}(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{f}}_1(\omega) \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (\text{II. 11})$$

Le but dans ce cas est de déterminer la fonction de transfert définie par le rapport entre la transformée de Fourier de la  $j$  ième composante du vecteur déplacement  $\mathbf{x}_s(t)$  et celle de la  $N$  ième composante du vecteur  $\hat{\mathbf{f}}_1(\omega)$ .

Nous définissons la fonction de transfert suivante :

$$H_{\hat{x}_j/\hat{f}}(\omega) = \frac{\hat{x}_j(\omega)}{\hat{f}(\omega)} \quad (\text{II. 12})$$

Pour calculer ce terme (II. 12), il suffit de calculer d'une manière générale  $\hat{\mathbf{x}}_s(\omega) [\hat{\mathbf{f}}_1(\omega)]^{-1}$

L'expression de  $\hat{\mathbf{x}}_s(\omega) [\hat{\mathbf{f}}_1(\omega)]^{-1}$  est calculée à partir de l'équation matricielle (II. 11)

$$\hat{\mathbf{x}}_s(\omega) [\hat{\mathbf{f}}_1(\omega)]^{-1} = \left\{ [\mathbf{G}_{11}(\omega)] - [\mathbf{G}_{12}(\omega)] [\mathbf{G}_{22}(\omega)]^{-1} [\mathbf{G}_{12}(\omega)] \right\}^{-1} \quad (\text{II. 13})$$

$\hat{\mathbf{x}}_s(\omega) [\hat{\mathbf{f}}_1(\omega)]^{-1}$  est aussi égale à la matrice  $\mathbf{H}_{11}$  qui est extraite de la matrice de la flexibilité dynamique  $\tilde{\mathbf{H}}(\omega)$  tel que

$$\tilde{\mathbf{H}}(\omega) = \tilde{\mathbf{G}}^{-1}(\omega) = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{11} & \mathbf{H}_{12} \\ \mathbf{H}_{12} & \mathbf{H}_{22} \end{bmatrix} \quad (\text{II. 14})$$

$\mathbf{H}_{11}$  est la matrice de transfert définie par le rapport entre la transformée de Fourier du vecteur déplacement  $\mathbf{x}_s(t)$  et celle du vecteur  $\mathbf{f}_1(\mathbf{t})$ .

$\mathbf{H}_{12}$  est la matrice de transfert définie par le rapport entre la transformée de Fourier du vecteur déplacement  $\mathbf{x}_{\text{AMA}}(t)$  et celle du vecteur  $\mathbf{f}_1(\mathbf{t})$ .

$\mathbf{H}_{22}$  est la matrice de transfert définie par le rapport entre la transformée de Fourier du vecteur déplacement  $\mathbf{x}_{\text{AMA}}(t)$  et celle du vecteur  $\mathbf{f}_2(\mathbf{t})$ .

Dans ce cas, nous nous intéressons seulement à  $\mathbf{H}_{11}$  et  $\mathbf{H}_{12}$  puisque, d'une part,  $\mathbf{f}_2(\mathbf{t})$  est nulle et d'autre part, l'excitation est appliquée seulement sur l'étage dernier de la structure principale.

Remarque :

Si nous voulons calculer la fonction de transfert définie par le rapport entre la transformée de Fourier du déplacement de l'amortisseur  $l$  placé dans l'étage  $j$  et celle de l'excitation  $\hat{f}(\omega)$ , qui est donnée par :

$$H_{\hat{x}_{j_l} / \hat{f}} = \frac{\hat{x}_{j_l}(\omega)}{\hat{f}(\omega)} \quad (\text{II. 15})$$

où  $l_j$  indique le numéro de l'AMA placé sur l'étage  $j$  alors il suffit de calculer d'une manière générale  $\hat{\mathbf{x}}_{\text{AMA}}(\omega) \left[ \hat{\mathbf{f}}_1(\omega) \right]^{-1}$

$$\hat{\mathbf{x}}_{\text{AMA}}(\omega) \left[ \hat{\mathbf{f}}_1(\omega) \right]^{-1} = \left\{ -[\mathbf{G}_{11}(\omega)][\mathbf{G}_{12}(\omega)]^{-1}[\mathbf{G}_{22}(\omega)] + [\mathbf{G}_{12}(\omega)] \right\}^{-1} \quad (\text{II. 16})$$

Cette équation est égale aussi à la matrice  $\mathbf{H}_{12}$  extraite de la matrice de flexibilité dynamique que nous avons définie auparavant.

Si nous nous intéressons au déplacement relatif de l'amortisseur, nous obtenons:  
 $\hat{\mathbf{y}}_{\text{AMA}}(\omega) = \hat{\mathbf{x}}_{\text{AMA}}(\omega) - \hat{\mathbf{x}}_s(\omega)$

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{y}}_{\text{AMA}}(\omega) \times \left[ \hat{\mathbf{f}}_1(\omega) \right]^{-1} &= \\ &= \left\{ -[\mathbf{G}_{11}(\omega)][\mathbf{G}_{12}(\omega)]^{-1}[\mathbf{G}_{22}(\omega)] + [\mathbf{G}_{12}(\omega)] \right\}^{-1} - \left\{ [\mathbf{G}_{11}(\omega)] - [\mathbf{G}_{12}(\omega)][\mathbf{G}_{22}(\omega)]^{-1}[\mathbf{G}_{12}(\omega)] \right\}^{-1} \end{aligned} \quad (\text{II. 17})$$

### II. 2.3.3 Ecriture des fonctions de transfert pour une structure excitée sur la base

Dans le 2<sup>ème</sup> cas, nous étudions la structure excitée sur la base par  $\ddot{x}_g(t)$ , et ce, en vue de l'application au cas d'une excitation sismique. Le système dynamique est soumis à un signal d'entrée  $\ddot{x}_g(t)$ , excitant la base de la structure principale, tandis que le signal de sortie est noté par  $x_j(t)$  qui caractérise le déplacement de l'étage  $j$ .

Nous définissons la fonction de transfert donnant le rapport entre la transformée de Fourier du déplacement relatif de l'étage  $j$  de la structure principale et celle de l'excitation sismique par.

$$H_{\hat{x}_j/\hat{x}_g}(\omega) = \frac{\hat{x}_j(\omega)}{\hat{x}_g(\omega)} \quad (\text{II. 18})$$

Pour calculer ce terme (II. 18) il suffit de calculer d'une manière générale  $\frac{\hat{x}_s(\omega)}{\hat{x}_g(\omega)}$

$$\frac{\hat{x}_s(\omega)}{\hat{x}_g(\omega)} = \underbrace{\left\{ [\mathbf{G}_{11}(\omega)] - [\mathbf{G}_{12}(\omega)][\mathbf{G}_{22}(\omega)]^{-1}[\mathbf{G}_{12}(\omega)] \right\}^{-1}}_{\mathbf{H}_{11}} \times \left\{ -\mathbf{M}_s \mathbf{e}_1 + [\mathbf{G}_{12}(\omega)][\mathbf{G}_{22}(\omega)]^{-1} \mathbf{M}_{\text{AMA}} \mathbf{e}_2 \right\} \quad (\text{II. 19})$$

Le premier membre à droite est la matrice  $\mathbf{H}_{11}$  calculée précédemment

$$\mathbf{H}_{11} = \hat{\mathbf{x}}_s(\omega) \left[ \hat{\mathbf{f}}_1(\omega) \right]^{-1} = \left\{ [\mathbf{G}_{11}(\omega)] - [\mathbf{G}_{12}(\omega)][\mathbf{G}_{22}(\omega)]^{-1}[\mathbf{G}_{12}(\omega)] \right\}^{-1} \quad (\text{II. 20})$$

Nous remarquons que l'expression de la fonction de transfert  $\frac{\hat{x}_s(\omega)}{\hat{x}_g(\omega)}$  est liée à la fonction de transfert  $\hat{\mathbf{x}}_s(\omega) \left[ \hat{\mathbf{f}}_1(\omega) \right]^{-1}$ .

Notons que les matrices des masses  $\mathbf{M}_s, \mathbf{M}_{\text{AMA}}$  ainsi que les directions des vecteurs  $\mathbf{e}_1$  et  $\mathbf{e}_2$  doivent être connues pour que nous puissions calculer la fonction de transfert  $\frac{\hat{x}_s(\omega)}{\hat{x}_g(\omega)}$ .

Nous pouvons également exprimer la fonction de transfert définie par le rapport entre la transformée de Fourier du déplacement d'un amortisseur placé dans l'étage  $j$  et celle de l'excitation  $\hat{x}_g(\omega)$

$$H_{\hat{x}_{j_j}/\hat{x}_g} = \frac{\hat{x}_{j_j}(\omega)}{\hat{x}_g(\omega)} \quad (\text{II. 21})$$

Pour calculer ce terme (II. 21) il suffit de calculer d'une manière générale l'expression suivante :

$$\frac{\hat{x}_{\text{AMA}}(\omega)}{\hat{x}_g(\omega)} = \left\{ [\mathbf{G}_{22}(\omega)]^{-1} \times \mathbf{M}_{\text{AMA}} \mathbf{e}_2 \right\} - \left\{ [\mathbf{G}_{22}(\omega)]^{-1} \mathbf{G}_{12}(\omega) \right\} \times \frac{\hat{x}_s(\omega)}{\hat{x}_g(\omega)} \quad (\text{II. 22})$$

Si nous nous intéressons au déplacement relatif de l'amortisseur, nous obtenons :

$$\hat{y}_{\text{AMA}}(\omega) = \hat{x}_{\text{AMA}}(\omega) - \hat{x}_s(\omega)$$

$$\frac{\hat{\mathbf{x}}_{\text{AMA}}(\omega) - \hat{\mathbf{x}}_s(\omega)}{\hat{\mathbf{x}}_g(\omega)} = \left\{ [\mathbf{G}_{22}(\omega)]^{-1} \times \mathbf{M}_{\text{AMA}} \mathbf{e}_2 \right\} - \frac{\hat{\mathbf{x}}_s(\omega)}{\hat{\mathbf{x}}_g(\omega)} \times \left\{ 1 + [\mathbf{G}_{22}(\omega)]^{-1} \mathbf{G}_{12}(\omega) \right\} \quad (\text{II. 23})$$

## II. 3 Représentation modale du modèle mécanique à NDDL équipé par des AMAs en parallèle

### II. 3.1 Equations du mouvement

Cette partie est fondée sur l'analyse modale dont le but est de contrôler un mode spécifié par l'ajout des AMAs sur la structure principale.

Dans le cas général d'une structure modélisée par un système Nddl et contrôlée par plusieurs AMAs, nous pouvons également écrire le système (II. 1) sous la forme matricielle:

$$\mathbf{M}_s \ddot{\mathbf{x}}_s(t) + \mathbf{C}_s \dot{\mathbf{x}}_s(t) + \mathbf{K}_s \mathbf{x}_s(t) = \mathbf{f}_1(t) + \mathbf{f}_{\text{AMA}}(t) - \mathbf{M}_s \mathbf{e}_1 \ddot{\mathbf{x}}_g(t) \quad (\text{II. 24})$$

Où

$$\mathbf{f}_{\text{AMA}} = \begin{bmatrix} \sum_{l_1=1}^{p_1} \{c_{1l_1} (\dot{x}_{1l_1} - \dot{x}_1) + k_{1l_1} (x_{1l_1} - x_1)\} \\ \sum_{l_2=1}^{p_2} \{c_{2l_2} (\dot{x}_{2l_2} - \dot{x}_2) + k_{2l_2} (x_{2l_2} - x_2)\} \\ \vdots \\ \sum_{l_N=1}^{p_N} \{c_{Nl_N} (\dot{x}_{Nl_N} - \dot{x}_N) + k_{Nl_N} (x_{Nl_N} - x_N)\} \end{bmatrix}$$

Dans le cas des systèmes linéaires, il est possible d'exprimer le vecteur de déplacement  $\mathbf{x}_s$  ayant  $N$  composantes à l'aide de ses modes de vibration libre. Il peut s'écrire comme étant la somme des composantes modales. Nous cherchons alors une solution de l'équation dynamique (II. 24). Elle s'écrit :

$$\mathbf{x}_s = \sum_{i=1}^N q_i(t) \boldsymbol{\phi}_i = \boldsymbol{\Phi} \mathbf{q} \quad (\text{II. 25})$$

Où

$\boldsymbol{\phi}_i$  est le vecteur modal (mode propre vibratoire correspondant à la pulsation vibratoire  $\omega_i$ )

$q_i$  est l'amplitude modale et  $\mathbf{q}$  est le vecteur de coordonnées généralisées.

Le mode propre réel  $\boldsymbol{\phi}_i$  associé à la valeur propre  $\omega_i$  est la solution du problème généralisé :

$$(-\mathbf{M}_s \omega_i^2 + \mathbf{K}_s) \boldsymbol{\phi}_i = 0 \quad (\text{II. 26})$$

Les vecteurs propres  $\boldsymbol{\phi}_i$  qui représentent les modes de vibration ont des propriétés dites d'orthogonalité tel que :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\phi}_i^T \mathbf{M}_s \boldsymbol{\phi}_k &= 0 \quad i \neq k \\ \boldsymbol{\phi}_i^T \mathbf{K}_s \boldsymbol{\phi}_k &= 0 \quad i \neq k \end{aligned} \quad (\text{II. 27})$$



Nous définissons les grandeurs généralisées suivantes :

$$\begin{cases} m_i^* = \boldsymbol{\phi}_i^T \mathbf{M}_s \boldsymbol{\phi}_i \\ k_i^* = \boldsymbol{\phi}_i^T \mathbf{K}_s \boldsymbol{\phi}_i = \omega_i^2 m_i^* \\ c_i^* = \boldsymbol{\phi}_i^T \mathbf{C}_s \boldsymbol{\phi}_i \end{cases} \quad (\text{II. 28})$$

$m_i^*$ ,  $c_i^*$  et  $k_i^*$  sont respectivement la masse modale, l'amortissement modale et la rigidité modale du  $i^{\text{ème}}$  mode de la structure principale ( $i=1, \dots, N$ ) où  $N$  est le nombre de modes de la structure principale.

Multiplions par  $\boldsymbol{\phi}_i^T$  l'équation (II. 24) et utilisons les propriétés d'orthogonalité des modes de vibration. Nous obtenons ainsi les  $N$  équations découplées.

$$m_i^* \ddot{q}_i(t) + c_i^* \dot{q}_i(t) + k_i^* q_i(t) = f_i^*(t) + p_i^*(t) + f_{AMA_i}^*(t) \quad i=1, 2, \dots, N \quad (\text{II. 29})$$

$$\begin{cases} f_i^*(t) = \boldsymbol{\phi}_i^T \mathbf{f}_1(t) \\ p_i^*(t) = -\boldsymbol{\phi}_i^T \mathbf{M}_s \mathbf{e}_1 \ddot{x}_g(t) \\ f_{AMA_i}^*(t) = \boldsymbol{\phi}_i^T \mathbf{f}_{AMA}(t) \end{cases} \quad (\text{II. 30})$$

$\mathbf{f}^* = [f_1^* \quad f_2^* \quad \dots \quad f_N^*]^T$  est la force modale due aux forces extérieures appliquées sur les étages de la structure principale,  $\mathbf{p}^*(t) = [p_1^* \quad p_2^* \quad \dots \quad p_N^*]^T$  est la force modale due à l'accélération du sol et  $\mathbf{f}_{AMA}^*(t) = [f_{AMA_1}^* \quad f_{AMA_2}^* \quad \dots \quad f_{AMA_N}^*]^T$  est la force modale due aux forces appliquées des AMAs sur la structure principale.

D'où les équations différentielles, relatives à la structure principale et aux amortisseurs, qui sont données par :

$$\begin{aligned} m_i^* \ddot{q}_i(t) + c_i^* \dot{q}_i(t) + k_i^* q_i(t) &= f_i^*(t) + p_i^*(t) + f_{AMA_i}^*(t) \quad i=1, 2, \dots, N \\ m_{j l_j} (\ddot{x}_{j l_j}(t) + \ddot{x}_g(t)) + c_{j l_j} (\dot{x}_{j l_j}(t) - \dot{x}_j(t)) + k_{j l_j} (x_{j l_j}(t) - x_j(t)) &= 0 \quad 1 \leq l_j \leq p_j \end{aligned} \quad (\text{II. 31})$$

Où  $l_j$  est le numéro de l'AMA placé sur l'étage  $j$  et variant entre 1 et  $p_j$

Nous nous intéressons maintenant à contrôler seulement le déplacement  $x_N$  de l'étage  $N$  qui prend cette forme

$$x_N = \sum_{i=1}^N q_i(t) \phi_{iN} \quad (\text{II. 32})$$

Alors, il faut tenir compte de tous les modes propres du système. Dans ce cas nous allons supposer que le mode  $i$  soit celui le plus prépondérant. A cet effet, nous pouvons introduire cette approximation :

$$q_i(t) = \frac{x_N(t)}{\phi_{iN}} \quad (\text{II. 33})$$

$\phi_{iN}$  est l'élément de  $\phi_i$  correspondant au  $N^{\text{ième}}$  variable de déplacement

Nous considérons par la suite :

$$x_j(t) = \phi_{ij} q_i(t) = \frac{\phi_{ij}}{\phi_{iN}} x_N(t) \quad (\text{II. 34})$$

$\phi_{ij}$  est l'élément de  $\phi_i$  correspondant au  $j^{\text{ième}}$  variable de déplacement.

En introduisant les équations (II. 33) et (II. 34) dans (II. 31) et en divisant la première équation du système (II. 31) par  $\phi_{iN}$ , on obtient :

$$\begin{aligned} m_{ie}^* \ddot{x}_N(t) + c_{ie}^* \dot{x}_N(t) + k_{ie}^* x_N(t) &= f_{ie}^*(t) + p_{ie}^*(t) + f_{AMAie}^*(t) \\ m_{jl_j} \ddot{x}_{jl_j}(t) + c_{jl_j} (\dot{x}_{jl_j}(t) - \frac{\phi_{ij}}{\phi_{iN}} \dot{x}_N(t)) + k_{jl_j} (x_{jl_j}(t) - \frac{\phi_{ij}}{\phi_{iN}} x_N(t)) &= -m_{jl_j} \ddot{x}_g(t) \quad 1 \leq l_j \leq p_j \end{aligned} \quad (\text{II. 35})$$

tel que les paramètres équivalents sont :

$$\left\{ \begin{aligned} m_{ie}^* &= \frac{m_i^*}{\phi_{iN}^2} = \frac{\phi_i^T \mathbf{M}_s \phi_i}{\phi_{iN}^2} \\ c_{ie}^* &= \frac{c_i^*}{\phi_{iN}^2} = \frac{\phi_i^T \mathbf{C}_s \phi_i}{\phi_{iN}^2} \\ k_{ie}^* &= \frac{k_i^*}{\phi_{iN}^2} = \frac{\phi_i^T \mathbf{K}_s \phi_i}{\phi_{iN}^2} = \omega_i^2 m_{ie}^* \\ f_{ie}^*(t) &= \frac{\phi_i^T \mathbf{f}_1(t)}{\phi_{iN}} \\ p_{ie}^*(t) &= -\frac{\phi_i^T \mathbf{M}_s \mathbf{e}_1 \ddot{x}_g(t)}{\phi_{iN}} \\ f_{AMAie}^*(t) &= \frac{\phi_i^T \mathbf{f}_{AMA}}{\phi_{iN}} = \sum_{j=1}^N \frac{\phi_{ij} f_{AMAj}}{\phi_{iN}} = \sum_{j=1}^N \sum_{l_j=1}^{p_j} \frac{\phi_{ij}}{\phi_{iN}} \left\{ c_{jl_j} (\dot{x}_{jl_j}(t) - \dot{x}_j(t)) + k_{jl_j} (x_{jl_j}(t) - x_j(t)) \right\} \end{aligned} \right. \quad (\text{II. 36})$$

Où

$$f_{AMAj} = \sum_{l_j=1}^{p_j} \left\{ c_{jl_j} (\dot{x}_{jl_j}(t) - \dot{x}_j(t)) + k_{jl_j} (x_{jl_j}(t) - x_j(t)) \right\} \quad (\text{II. 37})$$

est la composante du vecteur de la force des AMAs appliquée sur l'étage  $j$ .

Nous introduisons le facteur de participation modal pour un mode  $i$  :

$$\Gamma_{ie}^* = \frac{\phi_{iN}}{m_i^*} \phi_i^T \mathbf{M}_s \mathbf{e}_1, \quad (\text{II. 38})$$

pour que

$$m_{ie}^* \Gamma_{ie}^* = \frac{\phi_i^T \mathbf{M}_s \mathbf{e}_1}{\phi_{iN}}. \quad (\text{II. 39})$$

Finalement, les équations du mouvement de la structure principale et des amortisseurs sont données sous la forme suivante

$$\begin{cases} m_{ie}^* \ddot{x}_N(t) + c_{ie}^* \dot{x}_N(t) + k_{ie}^* x_N(t) = f_{ie}^*(t) - m_{ie}^* \Gamma_{ie}^* \ddot{x}_g(t) + \sum_{j=1}^N \sum_{l_j=1}^{p_j} \frac{\phi_{ij}}{\phi_{iN}} \left\{ c_{jl_j} (\dot{x}_{jl_j}(t) - \frac{\phi_{ij}}{\phi_{iN}} \dot{x}_N(t)) + k_{jl_j} (x_{jl_j}(t) - \frac{\phi_{ij}}{\phi_{iN}} x_N(t)) \right\} \\ m_{jl_j} \ddot{x}_{jl_j}(t) + c_{jl_j} (\dot{x}_{jl_j}(t) - \frac{\phi_{ij}}{\phi_{iN}} \dot{x}_N(t)) + k_{jl_j} (x_{jl_j}(t) - \frac{\phi_{ij}}{\phi_{iN}} x_N(t)) = -m_{jl_j} \ddot{x}_g \quad 1 \leq l_j \leq p_j \end{cases} \quad (\text{II. 40})$$

Les inconnues de ce système sont : le déplacement de l'étage  $N$  ainsi que les déplacements des différents AMAs placés aux différents étages.

### II. 3.2 Calcul de la rigidité dynamique normalisée

Afin de passer au domaine fréquentiel du système (II. 40) nous introduisons la transformée de Fourier tout en supposant que les conditions initiales soient nulles.

$$\begin{cases} \left\{ -\omega^2 m_{ie}^* + i\omega c_{ie}^* + k_{ie}^* + \sum_{j=1}^N \sum_{l_j=1}^{p_j} \left\{ \frac{\phi_{ij}}{\phi_{iN}} \right\}^2 \left\{ c_{jl_j} i\omega + k_{jl_j} \right\} \right\} \hat{x}_N(\omega) - \sum_{j=1}^N \sum_{l_j=1}^{p_j} \frac{\phi_{ij}}{\phi_{iN}} \left\{ c_{jl_j} i\omega + k_{jl_j} \right\} \left\{ \hat{x}_{jl_j}(\omega) \right\} = \\ = \hat{f}_{ie}^*(\omega) - m_{ie}^* \Gamma_{ie}^* \hat{\ddot{x}}_g(\omega) \\ \left\{ -\omega^2 m_{jl_j} + i\omega c_{jl_j} + k_{jl_j} \right\} \hat{x}_{jl_j}(\omega) - \frac{\phi_{ij}}{\phi_{iN}} \left\{ i\omega c_{jl_j} + k_{jl_j} \right\} \hat{x}_N(\omega) = -m_{jl_j} \hat{\ddot{x}}_g(\omega) \quad 1 \leq l_j \leq p_j \end{cases} \quad (\text{II. 41})$$

Dans ce cas, la matrice de rigidité dynamique déterminée est une matrice de dimensions  $(1 + p_{tot}) \times (1 + p_{tot})$

$$\mathbf{G}^*(\omega) = \begin{bmatrix} \left\{ (-\omega^2 m_{ie}^* + i\omega c_{ie}^* + k_{ie}^*) + \sum_{j=1}^N \sum_{l_j=1}^{p_j} \left\{ \frac{\phi_{ij}}{\phi_{iN}} \right\}^2 \left\{ c_{jl_j} i\omega + k_{jl_j} \right\} \right\} & -\frac{\phi_{i1}}{\phi_{iN}} \{c_{11} i\omega + k_{11}\} & -\frac{\phi_{i2}}{\phi_{iN}} \{c_{12} i\omega + k_{12}\} & \dots & -\{c_{Np_N} i\omega + k_{Np_N}\} \\ -\frac{\phi_{i1}}{\phi_{iN}} \{c_{11} i\omega + k_{11}\} & -\omega^2 m_{11} + i\omega c_{11} + k_{11} & & & \\ -\frac{\phi_{i2}}{\phi_{iN}} \{c_{12} i\omega + k_{12}\} & & -\omega^2 m_{12} + i\omega c_{12} + k_{12} & & \\ \vdots & & & \ddots & \\ -\{c_{Np_N} i\omega + k_{Np_N}\} & & & & -\omega^2 m_{Np_N} + i\omega c_{Np_N} + k_{Np_N} \end{bmatrix} \quad (\text{II. 42})$$

Par ailleurs, il est commode de rendre adimensionnelle la matrice de rigidité dynamique, et ce, en divisant  $\mathbf{G}^*(\omega)$  par  $k_{ie}^*$ , en introduisant une nouvelle variable  $r = \frac{\omega}{\omega_i^*}$  appelée taux de fréquence angulaire et en introduisant également trois paramètres adimensionnels  $(\mu_{jl_j}^*, \beta_{jl_j}^*, \xi_{jl_j}^*)$ :

le rapport de la masse modale:  $\mu_{jl_j}^* = \frac{m_{jl_j}}{m_{ie}^*}$  ;

le rapport de synchronisation modale  $\beta_{jl_j}^* = \frac{\omega_{jl_j}}{\omega_i^*}$

et le taux d'amortissement modal  $\xi_{jl_j}^* = \frac{c_{jl_j}}{2\omega_{jl_j} m_{jl_j}}$  , et ce, pour chaque AMA.

Nous pouvons également supposer que la matrice d'amortissement de la structure principale satisfait à l'hypothèse de Basile. Dans ce cas  $\mathbf{C}_s$  s'exprime comme une combinaison linéaire de  $\mathbf{M}_s$  et  $\mathbf{K}_s$ , et sa projection sur les modes propres est diagonale. Cela conduit à

$$\xi_i^* = \xi_{ie}^* = \frac{c_i^*}{2\omega_i^* m_i^*}$$

A partir des paramètres adimensionnels, nous pouvons calculer les paramètres physiques  $m_{jl_j}$ ,  $c_{jl_j}$  et  $k_{jl_j}$  des AMAs.

Pour faciliter le calcul nous supposons que

$$b_{jl_j} = 2\xi_{jl_j}^* \beta_{jl_j}^* \mu_{jl_j}^* i r + (\beta_{jl_j}^*)^2 \mu_{jl_j}^* \quad (\text{II. 43})$$

Il s'agit d'un terme qui dépend des paramètres adimensionnels des AMAs.

D'où l'équation (II. 7) s'écrit

$$\left\{ \begin{aligned} & \left\{ (-r^2 + 2\xi_i^* i r + 1) + \sum_{j=1}^N \sum_{l_j=1}^{p_j} \left( \frac{\phi_{ij}}{\phi_{iN}} \right)^2 b_{jl_j} \right\} \hat{x}_N(r) - \sum_{j=1}^N \sum_{l_j=1}^{p_j} \frac{\phi_{ij}}{\phi_{iN}} \{ b_{jl_j} \} \hat{x}_{jl_j}(r) = \frac{\hat{f}_{ie}^*(r)}{k_{ie}^*} - \frac{\Gamma_{ie}^*}{(\omega_i^*)^2} \hat{x}_g(r) \\ & \left\{ -r^2 \mu_{jl_j}^* + b_{jl_j} \right\} \hat{x}_{jl_j}(r) - \left\{ b_{jl_j} \right\} \frac{\phi_{ij}}{\phi_{iN}} \hat{x}_N(r) = -\mu_{jl_j}^* \hat{x}_g(r) \quad 1 \leq l_j \leq p_j \end{aligned} \right. \quad (\text{II. 44})$$

En effet, la matrice de la rigidité dynamique normalisée s'écrit :

$$\mathbf{G}_N^*(r) = \frac{\mathbf{G}^*(\omega)}{k_{ie}^*} = \left[ \begin{array}{cccc} \left\{ (-r^2 + 2\xi_i^* i r + 1) + \sum_{j=1}^N \sum_{l_j=1}^{p_j} \left( \frac{\phi_{ij}}{\phi_{iN}} \right)^2 b_{jl_j} \right\} & -\frac{\phi_{i1}}{\phi_{iN}} b_{11} & -\frac{\phi_{i1}}{\phi_{iN}} b_{12} & \dots & -b_{Np_N} \\ & -\frac{\phi_{i1}}{\phi_{iN}} b_{11} & & & \\ & -\frac{\phi_{i1}}{\phi_{iN}} b_{12} & -r^2 \mu_{11}^* + b_{11} & & \\ & \vdots & & -r^2 \mu_{12}^* + b_{12} & \\ & -b_{Np_N} & & \ddots & \\ & & & & -r^2 \mu_{Np_N}^* + b_{Np_N} \end{array} \right]$$

$$(\text{II. 45})$$

Dans le cas particulier où nous appliquons un seul AMA sur le dernier étage de la structure principale à Nddl, la matrice de la rigidité dynamique normalisée s'écrit

$$\mathbf{G}_N^*(r) = \frac{\mathbf{G}^*(\omega)}{k_{ie}^*} = \begin{bmatrix} -r^2 + 1 + \beta_{N1}^{*2} \mu_{N1}^* + 2ir(\xi_{N1}^* \beta_{N1}^* \mu_{N1}^* + \xi_i^*) & -2\xi_{N1}^* \beta_{N1}^* \mu_{N1}^* ir - (\beta_{N1}^*)^2 \mu_{N1}^* \\ -2\xi_{N1}^* \beta_{N1}^* \mu_{N1}^* ir - (\beta_{N1}^*)^2 \mu_{N1}^* & -r^2 \mu_{NpN}^* + (\beta_{N1}^*)^2 \mu_{N1}^* + 2\xi_{N1}^* \beta_{N1}^* \mu_{N1}^* ir \end{bmatrix} \quad (\text{II. 46})$$

Ceci est considéré tel que :

- ✓ le rapport de la masse modale:  $\mu_{N1}^* = \frac{m_{N1}}{m_{ie}^*}$  ;
- ✓ le rapport de synchronisation modale  $\beta_{N1}^* = \frac{\omega_{N1}}{\omega_i^*}$  ;
- ✓ et le taux d'amortissement modal  $\xi_{N1}^* = \frac{c_{N1}}{2\omega_{N1} m_{N1}}$  de l'AMA

Il est facile dans ce cas de calculer analytiquement la matrice de la flexibilité dynamique

$$\mathbf{H}_N^*(r) = k_{ie}^* \mathbf{H}^*(\omega) = \frac{1}{\text{Det}(\mathbf{G}_N^*(r))} \begin{bmatrix} -r^2 \mu_{NpN}^* + (\beta_{N1}^*)^2 \mu_{N1}^* + 2\xi_{N1}^* \beta_{N1}^* \mu_{N1}^* ir & 2\xi_{N1}^* \beta_{N1}^* \mu_{N1}^* ir + (\beta_{N1}^*)^2 \mu_{N1}^* \\ 2\xi_{N1}^* \beta_{N1}^* \mu_{N1}^* ir + (\beta_{N1}^*)^2 \mu_{N1}^* & -r^2 + 1 + \beta_{N1}^{*2} \mu_{N1}^* + 2ir(\xi_{N1}^* \beta_{N1}^* \mu_{N1}^* + \xi_i^*) \end{bmatrix} \quad (\text{II. 47})$$

Où  $\text{Det}(\mathbf{G}_N^*(r))$  est le déterminant de la matrice  $\mathbf{G}_N^*(r)$

### II. 3.3 Calcul de l'amplification dynamique pour une structure excitée sur la masse du dernier étage

Notre système dynamique, à temps continu, est caractérisé par :

- ✓ d'un signal d'entrée  $f(t)$  en excitant le dernier étage
- ✓ d'un signal de sortie qui est noté par  $x_N(t)$  et qui caractérise le déplacement de l'étage  $N$ .

A cet effet,

$$f_{ie}^*(t) = \frac{\boldsymbol{\phi}_i^T \mathbf{f}_1(t)}{\phi_{iN}} = f(t) \quad (\text{II. 48})$$

Dans cette étude, nous sommes intéressés au facteur d'amplification dynamique fréquentielle modale  $FAD_s^s(r)$ . Ce facteur sans dimension est relié à la fonction de transfert  $H_{\hat{x}_N/\hat{f}}(ir)$  définie par le rapport entre la transformée de Fourier du déplacement de l'étage  $N$  de la

structure principale et celle de l'excitation au dernier étage. Cela nécessite le calcul de l'inverse de la matrice de rigidité dynamique normalisée.

Nous supposons  $\mathbf{H}_N^*(r) = k_{ie}^* \mathbf{H}^*(\omega)$  comme étant la matrice de la flexibilité dynamique normalisée.

$$FAD_S^s(r) = \left| \frac{k_{ie}^* \hat{x}_N(r)}{\hat{f}(r)} \right| = \left| k_{ie}^* H_{\hat{x}_N/\hat{f}}(ir) \right| \quad (\text{II. 49})$$

avec  $r = \frac{\omega}{\omega_i^*}$ ,  $\omega_i^*$  étant la pulsation modale du mode  $i$  de la structure principale.

$FAD_S^s(r)$  correspond au premier coefficient qui se trouve à l'intersection de la première colonne et de la première ligne de la matrice de la flexibilité dynamique normalisée  $\mathbf{H}_N^*(r)$

Ensuite nous calculons un autre facteur sans dimension  $FAD_S^{j_l_j}(r)$  qui est relié à la fonction de transfert  $H_{\hat{y}_{j_l_j}/\hat{f}}(ir)$  définie par le rapport entre la transformée de Fourier du déplacement relatif  $\hat{y}_{j_l_j}(r)$  de l'amortisseur numéro  $l_j$  placé dans l'étage  $j$  et celle de l'excitation à la masse du dernier étage.

$$FAD_S^{j_l_j}(r) = \left| \frac{k_{ie}^* \hat{y}_{j_l_j}(r)}{\hat{f}(r)} \right| = \left| k_{ie}^* H_{\hat{y}_{j_l_j}/\hat{f}}(r) \right| = |h_{m,n}(r)| - FAD_S^s(r) \quad (\text{II. 50})$$

$h_{m,n}(r)$  est le coefficient obtenue en enlevant à  $\mathbf{H}_N^*(r)$  sa  $m$  ème ligne et sa  $n$  ième colonne.

$$\text{Où } m = \begin{cases} 1 + \sum_{s=1}^{j-1} p_s + l_j & \forall 2 \leq j \leq N \\ 1 + l_1 & \forall j = 1 \end{cases}$$

$$\text{Et } \hat{y}_{j_l_j}(r) = \hat{x}_{j_l_j}(r) - \hat{x}_N(r)$$

Dans le cas particulier où nous appliquons un seul AMA sur le dernier étage de la structure principale à NDDL, le facteur d'amplification dynamique fréquentielle modale  $FAD_S^s(r)$  est obtenu par l'intersection de la première colonne et de la première ligne de la matrice de flexibilité dynamique normalisée  $\mathbf{H}_N^*(r)$

$$\begin{aligned} FAD_S^s(r) &= \left| \frac{k_{ie}^* \hat{x}_N(r)}{\hat{f}(r)} \right| = \\ &= \frac{\sqrt{(\beta_{N1}^{*2} - r^2)^2 + (2\xi_{N1}^* r \beta_{N1}^*)^2}}{\sqrt{\left[ (r^2 - \beta_{N1}^{*2})(1 - r^2) + \mu_{N1}^* r^2 \beta_{N1}^{*2} + 4\beta_{N1}^* \xi_{N1}^* \xi_{N1}^* r^2 \right]^2 + \left[ 2\xi_{N1}^* \beta_{N1}^* r (r^2 + \mu_{N1}^* r^2 - 1) + 2\xi_{N1}^* r (r^2 - \beta_{N1}^{*2}) \right]^2}} \end{aligned} \quad (\text{II. 51})$$

### II. 3.4 Calcul de l'amplification dynamique dans le cas d'une structure excitée sur la base

Dans le cas d'une excitation appliquée sur la base de la structure principale, nous nous intéressons au facteur d'amplification dynamique fréquentielle modal  $FAD_B^s(r)$ . Ce facteur sans dimension est relié à la fonction de transfert  $H_{\hat{x}_N/\hat{x}_g}(ir)$  définie par le rapport entre la transformée de Fourier du déplacement de l'étage N de la structure principale et celle de l'excitation à la base :

$$FAD_B^s(r) = \left| \frac{(\omega_i^*)^2 \hat{x}_N}{\hat{x}_g} \right| = \left| (\omega_i^*)^2 H_{\hat{x}_N/\hat{x}_g}(ir) \right| = \left| -\Gamma_{ie}^* h_{1,1}(r) - \sum_{n=2}^{1+p_{tot}} \sum_{j=1}^N \sum_{l_j=1}^{p_j} \mu_{j,l_j}^* h_{1,n}(r) \right| \quad (\text{II. 52})$$

Nous calculons ensuite le facteur  $FAD_B^{l_j}(r)$ . Ce facteur sans dimension est relié à la fonction de transfert  $H_{\hat{y}_{j,l_j}/\hat{x}_g}$  définie par le rapport entre la transformée de Fourier du déplacement relatif l'amortisseur  $l_j$  de l'étage  $j$  et celle de l'excitation à la base.

$$FAD_B^{l_j}(r) = \left| \frac{(\omega_i^*)^2 \hat{y}_{j,l_j}}{\hat{x}_g} \right| = \left| (\omega_i^*)^2 H_{\hat{y}_{j,l_j}/\hat{x}_g}(ir) \right| = \left| \left\{ -\Gamma_{ie}^* h_{m,1}(r) - \sum_{n=2}^{1+p_{tot}} \sum_{j'=1}^N \sum_{l_{j'}=1}^{p_{j'}} \mu_{j',l_{j'}}^* h_{m,n}(r) \right\} - FAD_B^s(r) \right| \quad (\text{II. 53})$$

Où

$$m = \begin{cases} 1 + \sum_{s=1}^{j-1} p_s + l_j & \forall 2 \leq j \leq N \\ 1 + l_1 & \forall j = 1 \end{cases}$$

Et  $p_j$  est le nombre d'amortisseurs dans chaque étage  $j$ .

Dans le cas particulier où un seul AMA est placé sur le dernier étage, le facteur d'amplification dynamique fréquentielle de la structure principale noté par  $FAD_B^s(r)$  est donné par :

$$FAD_B^s(r) = \left| \frac{(\omega_i^*)^2 \hat{x}_N}{\hat{x}_g} \right| = \frac{\sqrt{(\beta_{N1}^{*2} (\Gamma_{ie}^* + \mu_{N1}^*) - \Gamma_{ie}^* r^2)^2 + (2\xi_1 r \beta_{N1}^* (\Gamma_{ie}^* + \mu_{N1}^*))^2}}{\sqrt{\left[ (r^2 - \beta_{N1}^{*2})(1-r^2) + \mu_{N1}^* r^2 \beta_{N1}^{*2} + 4\beta_1 \xi_1^* \zeta_{N1}^* r^2 \right]^2 + \left[ 2\xi_{N1}^* \beta_{N1}^* r(r^2 + \mu_{N1}^* r^2 - 1) + 2\xi_i^* r(r^2 - \beta_{N1}^{*2}) \right]^2}} \quad (\text{II. 54})$$

## II. 4 Modèle mécanique à 1DDL équipé par des AMAs en parallèle

Dans le cas où nous disposons d'un seul étage, nous sommes alors dans le cas d'un seul ddl .

Pour une structure principale à 1DDL, nous avons  $j = N = s$  où  $s$  correspond à la structure principale

$$\text{d'où } \begin{cases} \ddot{x}_N = \ddot{x}_s; \dot{x}_N = \dot{x}_s; x_N = x_s \\ \ddot{x}_{jl_j} = \ddot{x}_l; \dot{x}_{jl_j} = \dot{x}_l; x_{jl_j} = x_l \end{cases}$$

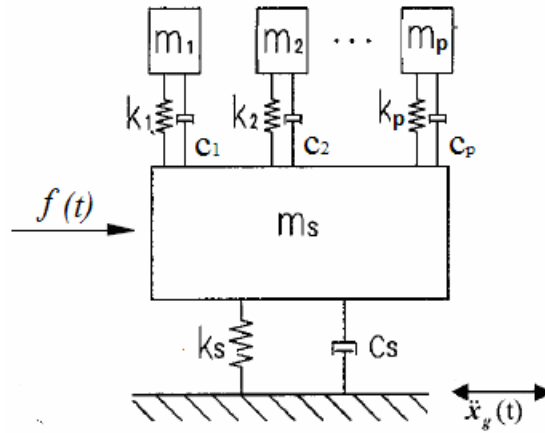


FIG. II. 2- Modèle d'une structure à 1DDL contrôlée par des AMAs placés en parallèle.

L'équation

(II. 35) devient

$$\begin{cases} m_s \ddot{x}_s(t) + c_s \dot{x}_s(t) + k_s x_s(t) = f(t) - m_s \ddot{x}_g(t) + \sum_{l=1}^p \{c_l (\dot{x}_l(t) - \dot{x}_s(t)) + k_l (x_l(t) - x_s(t))\} \\ m_l \ddot{x}_l(t) + c_l (\dot{x}_l(t) - \dot{x}_s(t)) + k_l (x_l(t) - x_s(t)) = -m_l \ddot{x}_g(t) \quad 1 \leq l \leq p \end{cases} \quad (\text{II. 55})$$

Par analogie entre le cas 1ddl et Nddl, nous trouvons :

$$\begin{cases} m_{ie}^* = m_s \\ c_{ie}^* = c_s \\ k_{ie}^* = k_s = \omega_s^2 m_s \\ f_{ie}^* = f \\ p_{ie}^* = -m_{ie}^* \Gamma_{ie}^* \ddot{x}_g = -m_s \ddot{x}_g \\ f_{AMAie}^* = \sum_{l=1}^p \{c_l (\dot{x}_l(t) - \dot{x}_s(t)) + k_l (x_l(t) - x_s(t))\} \end{cases} \quad (\text{II. 56})$$



Dans le cas d'un 1ddl, nous remarquons que le facteur de participation dynamique est égal à 1.

Et la matrice de la rigidité dynamique normalisée s'exprime par

$$\mathbf{G}_N^*(r) = \frac{\mathbf{G}^*(\omega)}{k_s} = \begin{bmatrix} \left\{ (-r^2 + 2\xi_s ir + 1) + \sum_{l=1}^p b_l \right\} & -b_1 & -b_2 & \dots & -b_p \\ -b_1 & -r^2\mu_1 + b_1 & & & \\ -b_2 & & -r^2\mu_2 + b_2 & & \\ \vdots & & & \ddots & \\ -b_p & & & & -r^2\mu_p + b_p \end{bmatrix} \quad (\text{II. 57})$$

Où  $\xi_s$  est le taux de l'amortissement de la structure principale.

Et

$$b_l = 2\xi_l \beta_l \mu_l ir + \beta_l^2 \mu_l \quad (\text{II. 58})$$

$r = \frac{\omega}{\omega_s}$  est le rapport de fréquence angulaire.

Les paramètres des AMAs sont exprimés par les quantités adimensionnelles suivantes :

- ✓ le rapport de la masse :  $\mu_l = \frac{m_l}{m_s}$  ;
- ✓ le rapport de synchronisation :  $\beta_l = \frac{\omega_l}{\omega_s}$
- ✓ et le taux d'amortissement  $\xi_l = \frac{c_l}{2\omega_l m_l}$  pour chaque AMA.

## II. 4.1 Calcul de l'amplification dynamique dans le cas d'une structure excitée sur la masse

Dans le cas d'une excitation sur la masse de la structure principale, nous pouvons calculer les fonctions de transfert de la structure principale et des AMAs

$$H_{\hat{x}_s/\hat{f}} = \frac{\hat{x}_s}{\hat{f}} = \frac{1}{k_s} \frac{1}{(A(r) + iB(r))} \quad (\text{II. 59})$$

$$H_{\hat{x}_l/\hat{f}} = \frac{\hat{x}_l}{\hat{f}} = \frac{\hat{x}_l}{\hat{x}_s} \frac{\hat{x}_s}{\hat{f}} \quad (\text{II. 60})$$

Où

$$A(r) = 1 - r^2 - \sum_{l=1}^p \frac{\mu_l r^2 \left[ \beta_l^2 (\beta_l^2 - r^2) + (2\xi_l \beta_l r)^2 \right]}{(\beta_l^2 - r^2)^2 + (2\xi_l \beta_l r)^2} \quad (\text{II. 61})$$

$$B(r) = 2\xi_s r + \sum_{l=1}^p \frac{2\mu_l \xi_l \beta_l r^5}{(\beta_l^2 - r^2)^2 + (2\xi_l \beta_l r)^2} \quad (\text{II. 62})$$

$$\frac{\hat{x}_l}{\hat{x}_s} = \frac{\beta_l^2 (\beta_l^2 - r^2) + (2\xi_l \beta_l r)^2 - i(2\xi_l \beta_l r^3)}{(\beta_l^2 - r^2)^2 + (2\xi_l \beta_l r)^2} \quad (\text{II. 63})$$

Par la suite, nous sommes intéressés au facteur d'amplification dynamique fréquentielle de la structure principale noté par  $FAD_S^s(r)$  :

$$FAD_S^s(r) = k_s \left| H_{\hat{x}_s/\hat{f}}(r) \right| = k_s \left| \frac{\hat{x}_s}{\hat{f}} \right| = \sqrt{\frac{1}{A^2(r) + B^2(r)}}. \quad (\text{II. 64})$$

Nous calculons à présent le facteur sans dimension  $FAD_S^l(r)$  qui est relié à la fonction de transfert  $H_{\hat{y}_l/\hat{f}}(r)$  définie par le rapport entre la transformée de Fourier du déplacement relatif l'amortisseur  $l$  et celle de l'excitation à la masse :

$$FAD_S^l(r) = k_s \left| H_{\hat{y}_l/\hat{f}}(r) \right| = k_s \left| \frac{\hat{y}_l}{\hat{f}} \right| = FAD_S^s(r) \times \sqrt{\frac{[r^2 (\beta_l^2 - r^2)]^2 + [2\xi_l \beta_l r^3]^2}{[(\beta_l^2 - r^2)^2 + (2\xi_l \beta_l r)^2]^2}} \quad (\text{II. 65})$$

Où  $\hat{y}_l = \hat{x}_l - \hat{x}_s$  est le déplacement relatif de l'amortisseur  $l$ .

La phase s'écrit

$$\rho(r) = -\arctan \frac{2\xi_s r + \sum_{l=1}^p \frac{2\mu_l \xi_l \beta_l r^5}{(\beta_l^2 - r^2)^2 + (2\xi_l \beta_l r)^2}}{1 - r^2 - \sum_{l=1}^p \frac{\mu_l r^2 [\beta_l^2 (\beta_l^2 - r^2) + (2\xi_l \beta_l r)^2]}{(\beta_l^2 - r^2)^2 + (2\xi_l \beta_l r)^2}} \quad (\text{II. 66})$$

Dans le cas où nous avons un seul AMA placé sur la structure principale, le facteur de l'amplification dynamique fréquentielle du déplacement de la structure principale s'écrit sous la forme adimensionnelle suivante:

$$FAD_S^s(r) = \frac{\sqrt{(\beta_1^2 - r^2)^2 + (2\xi_1 r \beta_1)^2}}{\sqrt{\left[ (r^2 - \beta_1^2)(1 - r^2) + \mu_1 r^2 \beta_1^2 + 4\beta_1 \xi_s \xi_1 r^2 \right]^2 + \left[ 2\xi_1 \beta_1 r (r^2 + \mu_1 r^2 - 1) + 2\xi_s r (r^2 - \beta_1^2) \right]^2}} \quad (\text{II. 67})$$

Et le facteur de l'amplification dynamique du déplacement relatif de l'amortisseur est :

$$FAD_S^l(r) = \frac{r^2}{\sqrt{\left[ (r^2 - \beta_1^2)(1 - r^2) + \mu_1 r^2 \beta_1^2 + 4\beta_1 \xi_s \xi_1 r^2 \right]^2 + \left[ 2\xi_1 \beta_1 r (r^2 + \mu_1 r^2 - 1) + 2\xi_s r (r^2 - \beta_1^2) \right]^2}} \quad (\text{II. 68})$$

## II. 4.2 Calcul de l'amplification dynamique dans le cas d'une structure excitée sur la base

Dans le cas d'une structure excitée sur la base, nous pouvons calculer les fonctions de transferts de la structure principale et des AMAs

$$H_{\hat{x}_s/\hat{x}_g} = -\frac{\hat{x}_s}{\hat{x}_g} = \frac{1}{\omega_s^2} \frac{C(r) + iD(r)}{A(r) + iB(r)} \quad (\text{II. 69})$$

Où

$$A(r) = 1 - r^2 - \sum_{l=1}^p \frac{\mu_l r^2 \left[ \beta_l^2 (\beta_l^2 - r^2) + (2\xi_l \beta_l r)^2 \right]}{(\beta_l^2 - r^2)^2 + (2\xi_l \beta_l r)^2}; \quad B(r) = 2\xi_s r + \sum_{l=1}^p \frac{2\mu_l \xi_l \beta_l r^5}{(\beta_l^2 - r^2)^2 + (2\xi_l \beta_l r)^2} \quad (\text{II. 70})$$

$$C(r) = 1 + \sum_{l=1}^p \frac{\mu_l \left[ \beta_l^2 (\beta_l^2 - r^2) + (2\xi_l \beta_l r)^2 \right]}{(\beta_l^2 - r^2)^2 + (2\xi_l \beta_l r)^2} \quad \text{et} \quad D(r) = -\sum_{l=1}^p \frac{2\mu_l \xi_l \beta_l r^3}{(\beta_l^2 - r^2)^2 + (2\xi_l \beta_l r)^2} \quad (\text{II. 71})$$

Nous nous sommes intéressés ensuite au calcul du facteur d'amplification dynamique fréquentielle de la structure principale noté par  $FAD_B^s(r)$  :

$$FAD_B^s(r) = \omega_s^2 \left| \frac{\hat{x}_s(r)}{\hat{x}_g(r)} \right| = \sqrt{\frac{C^2(r) + D^2(r)}{A^2(r) + B^2(r)}} \quad (\text{II. 72})$$

D'après cette équation nous remarquons que :

$$FAD_B^s(r) = \sqrt{C^2(r) + D^2(r)} \times FAD_S^s(r). \quad (\text{II. 73})$$

Le facteur  $FAD_B^l(r)$  est relié à la fonction de transfert  $H_{\hat{y}_l/\hat{x}_g}$  définie par le rapport entre la transformée de Fourier du déplacement relatif de l'amortisseur  $l$  et celle de l'excitation à la base :

$$FAD_B^l(r) = \omega_s^2 \left| \frac{\hat{y}_l(r)}{\hat{x}_g(r)} \right| = \sqrt{\frac{[A(r) + r^2 C(r)]^2 + [B(r) + r^2 D(r)]^2}{A^2(r) + B^2(r)}} \times \sqrt{\frac{1}{(\beta_l^2 - r^2)^2 + (2\xi_l \beta_l r)^2}} \quad (\text{II. 74})$$

Nous nous sommes également intéressés à calculer le rapport entre la transformée de Fourier de l'accélération absolue de la structure principale et celle de l'excitation à la base.

$$\left| \frac{\hat{x}_a(r)}{\hat{x}_g(r)} \right| = \sqrt{\frac{[A(r) + r^2 C(r)]^2 + [B(r) + r^2 D(r)]^2}{A^2(r) + B^2(r)}} \quad (\text{II. 75})$$

Où  $\hat{x}_a(r) = \hat{x}_g(r) + \hat{x}_s(r)$  est l'accélération absolue de la structure principale

La phase s'écrit

$$\rho(r) = \arctan \left\{ \frac{-\sum_{l=1}^p \frac{2\mu_l \xi_l \beta_l r^3}{(\beta_l^2 - r^2)^2 + (2\xi_l \beta_l r)^2}}{1 + \sum_{l=1}^p \frac{\mu_l [\beta_l^2 (\beta_l^2 - r^2) + (2\xi_l \beta_l r)^2]}{(\beta_l^2 - r^2)^2 + (2\xi_l \beta_l r)^2}} \right\} - \arctan \left\{ \frac{2\xi_s r + \sum_{l=1}^p \frac{2\mu_l \xi_l \beta_l r^5}{(\beta_l^2 - r^2)^2 + (2\xi_l \beta_l r)^2}}{1 - r^2 - \sum_{l=1}^p \frac{\mu_l r^2 [\beta_l^2 (\beta_l^2 - r^2) + (2\xi_l \beta_l r)^2]}{(\beta_l^2 - r^2)^2 + (2\xi_l \beta_l r)^2}} \right\} \quad (\text{II. 76})$$

Dans le cas où nous avons un seul AMA placé sur la structure principale, le facteur de d'amplification dynamique fréquentielle, lié au déplacement relatif de la structure principale, s'écrit sous la forme adimensionnelle suivante:

$$FAD_B^s(r) = \frac{\sqrt{[\beta_1^2(1 + \mu_1) - r^2]^2 + [2\xi_1 r \beta_1(1 + \mu_1)]^2}}{\sqrt{[(r^2 - \beta_1^2)(1 - r^2) + \mu_1 r^2 \beta_1^2 + 4\beta_1 \xi_s \xi_1 r^2]^2 + [2\xi_1 \beta_1 r(r^2 + \mu_1 r^2 - 1) + 2\xi_s r(r^2 - \beta_1^2)]^2}} \quad (\text{II. 77})$$

Nous pouvons remarquer que l'équation de la structure principale dans le cas de Nddl (II. 54) diffère de cette équation (II. 77) par le facteur  $\Gamma_{ie}^*$ . Il est évident dans ce cas que le facteur  $\Gamma_{ie}^*$  soit unitaire.

Il en découle que la solution de l'équation (II. 54) sous l'effet d'une excitation sur le sol soit modifiée en tenant compte de la présence du terme  $\Gamma_{ie}^*$ .

Le facteur d'amplification dynamique du déplacement relatif de l'amortisseur s'écrit

$$FAD_B^1(r) = \omega_s^2 \left| \frac{\hat{y}_1(r)}{\hat{x}_g(r)} \right| = \frac{\sqrt{1 + 4\xi_s^2 r^2}}{\sqrt{[(r^2 - \beta_1^2)(1 - r^2) + \mu_1 r^2 \beta_1^2 + 4\beta_1 \xi_s \xi_1 r^2]^2 + [2\xi_1 \beta_1 r(r^2 + \mu_1 r^2 - 1) + 2\xi_s r(r^2 - \beta_1^2)]^2}} \quad (\text{II. 78})$$

## II. 5 Modèle mécanique à 1DDL équipé par des AMAs en série

A ce stade, notre étude est basée sur l'influence de la configuration des AMAs au niveau de la réponse de la structure principale à 1DDL. Pour ce faire, nous avons supposé que les AMAs sont placés en séries.

Dans ce cas, la réalisation de la configuration des AMAs en série est technologiquement plus complexe et présente un désavantage en termes de facilité et souplesse d'utilisation.

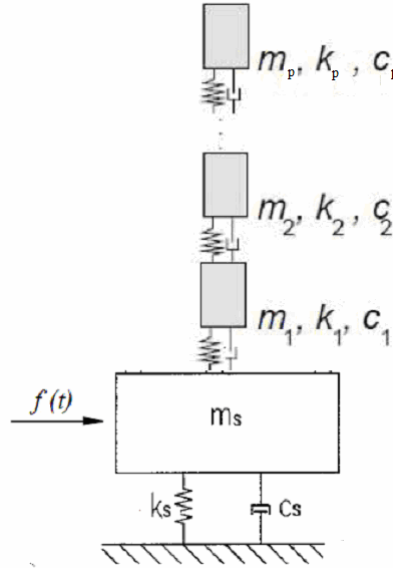


FIG. II. 3- Modèle d'une structure à 1DDL contrôlée par des AMAs placés en série.

Dans ce cas, notre étude se restreint à l'excitation sur la masse.

Le système d'équations différentielles obtenu est:

$$\begin{cases} m_s \ddot{x}_s(t) + c_s \dot{x}_s(t) + k_s x_s(t) + c_1 (\dot{x}_s(t) - \dot{x}_1(t)) + k_1 (x_s(t) - x_1(t)) = f(t) \\ m_l \ddot{x}_l(t) + c_l (\dot{x}_l(t) - \dot{x}_{l-1}(t)) + k_l (x_l(t) - x_{l-1}(t)) + c_{l+1} (\dot{x}_l(t) - \dot{x}_{l+1}(t)) + k_{l+1} (x_l(t) - x_{l+1}(t)) = 0 & 1 \leq l \leq p-1 \\ m_p \ddot{x}_p(t) + c_p (\dot{x}_p(t) - \dot{x}_{p-1}(t)) + k_p (x_p(t) - x_{p-1}(t)) = 0 & l = p \end{cases}$$

(II. 79)

Notons que pour  $l = 1$   $\begin{cases} \ddot{x}_l = \ddot{x}_1; \dot{x}_l = \dot{x}_1; x_l = x_1 \\ \ddot{x}_{l-1} = \ddot{x}_0 = \ddot{x}_s; \dot{x}_{l-1} = \dot{x}_0 = \dot{x}_s; x_{l-1} = x_0 = x_s \end{cases}$

Et  $a_1$  devient le rapport entre la transformée de Fourier du déplacement de l'amortisseur 1 et le déplacement de la structure principale.

Pour résoudre le système d'équations différentielles, nous l'écrivons sous la forme matricielle suivante :

$$\tilde{\mathbf{M}}\ddot{\tilde{\mathbf{x}}}(t) + \tilde{\mathbf{C}}\dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t) + \tilde{\mathbf{K}}\tilde{\mathbf{x}}(t) = \tilde{\mathbf{f}}(t) \quad (\text{II. 80})$$

Où

$$\tilde{\mathbf{M}} = \begin{bmatrix} m_s & & & & \\ & m_1 & & & \\ & & m_2 & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & m_p \end{bmatrix}; \tilde{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} c_s + c_1 & -c_1 & 0 & \dots & 0 \\ -c_1 & c_1 + c_2 & -c_2 & & \vdots \\ 0 & -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & \\ \vdots & & & -c_3 & \ddots & -c_p \\ 0 & \dots & & -c_p & c_p \end{bmatrix}$$

$$\tilde{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} k_s + k_1 & -k_1 & 0 & \dots & 0 \\ -k_1 & k_1 + k_2 & -k_2 & & \vdots \\ 0 & -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & \\ \vdots & & & -k_3 & \ddots & -k_p \\ 0 & \dots & & -k_p & k_p \end{bmatrix}, \tilde{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} x_s(t) \\ x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_p(t) \end{bmatrix}, \text{ et } \tilde{\mathbf{f}}(t) = \begin{bmatrix} f(t) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Après introduction de la transformée de Fourier, il est commode de rendre adimensionnelle la matrice de la rigidité dynamique, et ce, en la divisant par  $k_s$ , d'une part, et d'utiliser les paramètres adimensionnels, d'autre part.

Dans ce cas, la matrice de la rigidité dynamique normalisée est

$$\mathbf{G}_N^*(r) = \frac{\mathbf{G}^*(\omega)}{k_s} = \begin{bmatrix} 1 - r^2 + 2\xi_s r i + 2\beta_1 \mu_1 \xi_1 r i + \beta_1^2 \mu_1 & -\beta_1^2 \mu_1 - 2\beta_1 \mu_1 \xi_1 r i & 0 & \dots & 0 \\ -\beta_1^2 \mu_1 - 2\beta_1 \mu_1 \xi_1 r i & -r^2 \mu_1 + \sum_{l=1}^2 \{ \beta_l^2 \mu_l + 2\beta_l \mu_l \xi_l r i \} & -\beta_2^2 \mu_2 - 2\beta_2 \mu_2 \xi_2 r i & & \vdots \\ 0 & -\beta_2^2 \mu_2 - 2\beta_2 \mu_2 \xi_2 r i & -r^2 \mu_2 + \sum_{l=2}^3 \{ \beta_l^2 \mu_l + 2\beta_l \mu_l \xi_l r i \} & -\beta_3^2 \mu_3 - 2\beta_3 \mu_3 \xi_3 r i & \\ \vdots & & -\beta_3^2 \mu_3 - 2\beta_3 \mu_3 \xi_3 r i & \ddots & -\beta_p^2 \mu_p - 2\beta_p \mu_p \xi_p r i \\ 0 & \dots & & -\beta_p^2 \mu_p - 2\beta_p \mu_p \xi_p r i & -r^2 \mu_p + \beta_p^2 \mu_p + 2\beta_p \mu_p \xi_p r i \end{bmatrix} \quad (\text{II. 81})$$

Soit  $a_l$ , le rapport entre la transformée de Fourier du déplacement de l'amortisseur  $l$  et celle du déplacement de l'amortisseur qui est placé juste en dessous.

$$a_l = \frac{\hat{x}_l}{\hat{x}_{l-1}} \text{ pour } 1 \leq l \leq p$$

Pour  $l = p$ , ce rapport prend la forme suivante

$$a_p = \frac{\hat{x}_p}{\hat{x}_{p-1}} = \frac{\beta_p^2 + 2\beta_p \xi_p r i}{-r^2 + \beta_p^2 + 2\beta_p \xi_p r i} \quad (\text{II. 82})$$

Alors que pour  $1 \leq l \leq p-1$ , le rapport  $a_l$  devient :

$$a_l = \frac{\mu_l \beta_l^2 + 2\beta_l \xi_l \mu_l r i}{-r^2 \mu_l + \mu_l \beta_l^2 + \mu_{l+1} \beta_{l+1}^2 (1 - a_{l+1}) + i r (2\beta_l \xi_l \mu_l + 2\beta_{l+1} \xi_{l+1} \mu_{l+1} (1 - a_{l+1}))} \quad (\text{II. 83})$$

Pour  $l=1$   $\hat{x}_l = \hat{x}_1$  et  $\hat{x}_{l-1} = \hat{x}_0 = \hat{x}_s$ .

La procédure consiste d'abord à calculer d'une manière successive le rapport  $a_l$ . Ensuite et à partir de  $a_1$  nous pouvons calculer le facteur relié à la fonction de transfert  $H_{\hat{x}_s/\hat{f}}(ir)$

Le facteur sans dimension est définie par :

$$k_s \frac{\hat{x}_s}{\hat{f}} = \frac{1}{-r^2 + 1 + \mu_1 \beta_1^2 - a_1 (\mu_1 \beta_1^2 + 2\beta_1 \xi_1 \mu_1 r i) + (2\xi_s + 2\beta_1 \xi_1 \mu_1) r i} \quad (\text{II. 84})$$

A cet effet, le facteur d'amplification dynamique fréquentielle du déplacement de la structure principale s'écrit sous la forme adimensionnelle suivante:

$$FAD_S^s(r) = k_s \left| H_{\hat{x}_s/\hat{f}}(r) \right| = \left| \frac{1}{-r^2 + 1 + \mu_1 \beta_1^2 - a_1 (\mu_1 \beta_1^2 + 2\beta_1 \xi_1 \mu_1 r i) + (2\xi_s + 2\beta_1 \xi_1 \mu_1) r i} \right| \quad (\text{II. 85})$$

Et le facteur de l'amplification dynamique du déplacement relatif de l'amortisseur est

$$FAD_S^l(r) = k_s \left| H_{\hat{y}_l/\hat{f}}(r) \right| = FAD_S^s(r) \times \left| \left\{ \prod_{k=1}^{k=l} a_k - 1 \right\} \right| \quad (\text{II. 86})$$

## II. 6 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons déterminé les réponses dynamiques des systèmes avec un ou plusieurs amortisseurs à masses accordée (AMAs).

Dans la première partie, l'étude est appliquée à une structure principale à N degrés de liberté équipée par des AMAs placés en parallèle. Le système combiné ainsi obtenu est excité soit en structure (en vue d'une application aux effets du vent) soit à sa base (en vue d'une application à la sismique).

Nous avons exprimé les fonctions de transfert définies comme étant les rapports entre la transformée de Fourier du déplacement de la structure principale et celle de l'excitation. Dans cette étude, nous cherchons à atténuer la réponse totale de la structure principale par l'ajout des AMAs. Dans ce cas, les fonctions de transfert dépendent des paramètres physiques des amortisseurs.

Nous avons appliqué une autre étude sur la même structure à Nddl. Elle est fondée sur l'analyse modale dont le but est de contrôler le déplacement de la structure principale due à un seul mode, et ce, au lieu de tenir compte des modes élevés. Cette étude nécessite l'introduction des paramètres adimensionnels qui permettent d'accorder la fréquence d'un amortisseur à un mode spécifié de la structure principale. L'introduction des paramètres adimensionnels nous permet également de calculer les facteurs d'amplification dynamique qui sont reliés aux fonctions de transfert.

Dans la dernière partie, nous avons traité le cas d'une structure à 1ddl avec des AMAs placés en parallèle. Nous avons ainsi montré que nous pouvons utiliser également les paramètres adimensionnels.

Par ailleurs, pour étudier l'influence de la configuration des AMAs, nous avons contrôlé une structure à 1ddl avec des AMAs placés en série. Dans ce cas nous nous sommes restreints à l'étude de l'excitation sur la masse.

## Problème indirect : Critères d'optimisation

---

### Résumé

Ce chapitre est consacré à la présentation des différents critères d'optimisation que nous allons appliquer dans la suite de notre travail. L'étude se limite à définir les critères d'optimisation des paramètres mécaniques de plusieurs AMAs appliqués, soit à un système principal à 1 degré de liberté (1ddl), ou bien, à un système principale à N degrés de libertés (N ddl). L'excitation est traitée de deux manières : le système principal est excité à sa base (en vue d'une application à la sismique) ou bien il est excité en structure (en vue d'une application aux effets du vent).

Nous nous intéressons à l'optimisation des trois paramètres de chaque AMA, à savoir, sa masse, sa rigidité, et son coefficient d'amortissement. Sachant que de manière habituelle la masse de l'AMA est fixée, alors, il reste donc 2 paramètres à optimiser pour chaque AMA.

Nous proposons dans ce chapitre une méthodologie d'approche basée sur une nouvelle classification. A cet effet, nous pouvons classifier les critères d'optimisation en deux groupes selon la fonction de coût. Cette fonction à minimiser dépend de :

- ✓ La fonction de la réponse fréquentielle qui est égale à la fonction de transfert dans le cas d'une structure à Nddl et à un facteur d'amplification dynamique dans le cas d'une structure à 1ddl,
- ✓ La localisation des pôles pour un système couplé dans le plan complexe.



## Sommaire

---

III. 1	Introduction .....	66
III. 2	Classification des critères d'optimisation .....	68
III. 3	Optimisation des paramètres d'un seul AMA appliqué à un système principal à 1ddl à partir des critères de la littérature .....	70
III. 3.1	Optimisation du facteur d'amplification dynamique pour une structure excitée sur la masse .....	70
III. 3.2	Optimisation du facteur d'amplification dynamique pour une structure excitée sur la base .....	80
III. 3.3	Optimisation de l'emplacement des pôles.....	83
III. 4	Optimisation des paramètres d'un seul AMA appliqué à un système principal à NDDL à partir des critères de la littérature .....	86
III. 4.1	Optimisation du facteur d'amplification dynamique .....	86
III. 4.2	Optimisation de l'emplacement des pôles.....	87
III. 5	Optimisation des paramètres des p AMAs appliqués à un système principal à 1DDL à partir des critères numériques .....	88
III. 5.1	Optimisation du facteur d'amplification dynamique .....	88
III. 5.2	Optimisation de l'emplacement des pôles.....	90
III. 6	Optimisation des paramètres des p AMAs appliqués à un système principal à NDDL à partir d'un critère numérique.....	92
III. 6.1	Optimisation de la fonction de transfert dynamique .....	92
III. 7	Tableau récapitulatif.....	94
III. 8	Conclusion.....	97

---

### III. 1 Introduction

L'utilisation des matériaux à hautes performances et le recours aux techniques de construction avancées permettent aujourd'hui la construction d'ouvrages de génie civil de plus en plus longs et élancés. La souplesse de ces ouvrages les rend très sensibles aux excitations dynamiques extérieures telles que les tremblements de terre ou le vent. Le contrôle passif des vibrations de ces structures, dont l'objectif est d'atténuer l'amplitude de ces vibrations, devient alors déterminant et incontournable.

Les amortisseurs à masse accordée (AMA), désignés en anglais par TMDs pour « Tuned Mass Dampers », sont de nos jours très souvent adoptés pour le contrôle passif des vibrations de bâtiments et d'ouvrages d'art. Nous citons à titre d'exemple le gratte-ciel du centre mondial des finances de Shanghai (492m) ou la passerelle du Millenium à Londres.

Un AMA consiste en une masse liée à un niveau de la structure par l'intermédiaire d'un ressort et d'un amortisseur linéaire. L'inertie créée par le mouvement de cette masse va se transmettre à la structure et réduire les vibrations induites par les sollicitations extérieures.

La performance d'un amortisseur à masse accordée passif est fortement liée au réglage de ses paramètres. Le problème est alors l'optimisation des paramètres mécaniques des AMAs afin de réaliser une bonne atténuation des vibrations de la structure principale.

La conception de l'AMA remonte à 1909, lorsque Frahm [67] a inventé un dispositif de contrôle des vibrations appelé un amortisseur de vibrations dynamiques. Cet amortisseur n'avait pas d'amortissement propre et il n'était efficace que lorsque la fréquence propre de l'AMA était très proche de la fréquence d'excitation. Il subissait une forte détérioration de sa performance, et ce, lorsque la fréquence d'excitation devenait proche de deux nouvelles fréquences de résonance de l'ensemble du système complet (Structure principale +AMA). Par conséquent, l'amortisseur de Frahm n'est efficace que dans le cas où la fréquence d'excitation est connue.

En 1947, Den Hartog [68] a montré que, si un taux d'amortissement était introduit dans l'AMA de Frahm, alors, la détérioration de la performance sous le changement de la fréquence de l'excitation et la réponse à la résonance auraient pu être réduite à la fois de manière significative. Den Hartog a déterminé des formules empiriques pour les paramètres optimisés de l'AMA lorsque la structure est soumise à des excitations harmoniques. Ces expressions ont été calculées en minimisant l'amplitude du déplacement maximal permanent de la structure principale. Son optimisation est fondée sur une observation qui stipule que pour une structure principale sans amortissement propre, il existe deux fréquences particulières dont l'amplification dynamique est indépendante de l'amortissement de l'AMA. Notons bien que les paramètres optimisés de Den Hartog ne sont qu'une solution approchée pour la minimisation de l'amplitude du déplacement maximal.

En effet, Nishihara et al. [99] ont proposé une formulation exacte de la solution de ce problème. En outre, lorsque l'amortissement est introduit dans la structure principale, la théorie des deux points indépendants de l'amortissement de l'AMA n'est plus utilisable. Plusieurs études ont traité un tel cas.

Par exemple, Ioi et Ikeda [71] ont développé des formules empiriques des paramètres optimisés. Dans une telle situation, l'inconvénient réside dans le fait que ces formules ne sont valables que lorsque le rapport de masse entre l'amortisseur et la structure principale est élevé.

Plus tard, Randel et al. [72] ont créés des graphiques par l'optimisation numérique de l'amplitude du déplacement maximal permanent de la structure principale, et ce, dans le cas où une excitation harmonique est appliquée sur la masse.

Pennestri [100] a appliqué dans le même contexte un autre critère noté par min-max de Chebyshev. Ce critère consiste à minimiser l'amplitude de l'erreur entre l'amplification dynamique du déplacement de la structure principale et du polynôme approximatif appartenant à la classe  $P_n$  des polynômes de degré inférieur ou égal à  $n$ . L'avantage de cette méthode est de garantir une solution unique du problème.

Warburton [73] a développé une méthode lorsque l'amortissement propre de la structure principale est non nul. Les paramètres optimisés ont été obtenus en appliquant un critère qui consiste à minimiser le déplacement permanent maximal. Il s'est intéressé à deux cas d'excitation : le 1<sup>er</sup> cas traite l'excitation harmonique sur la masse de la structure principale tandis que le 2<sup>ème</sup> cas traite celle sur la base de la structure principale.

A cet effet, dans le cas où l'excitation est harmonique, il suffit de tenir compte seulement de la fréquence de résonance et la minimisation de la norme  $L_\infty$  s'avère suffisante pour traiter un problème numérique. Tandis que si le système primaire est soumis à une excitation aléatoire, il faut alors tenir compte d'une bande large de fréquences. Par conséquent, un autre critère d'optimisation a été développé. Il est appelé « le critère  $L_2$  » et l'objectif de son utilisation est de réduire l'énergie totale de vibration du système sur toutes les fréquences.

La solution exacte pour un AMA attaché à un système principal non amorti a été développée par Iwata [101] et Asami [102]. Dans le cas général, y compris l'amortissement à la structure principale, les valeurs optimisées ont été obtenues soit sous la forme numérique, soit en séries ou également sous forme algébrique. Ces valeurs sont respectivement présentées par Asami dans [102], [103] et [104].

L'objectif de l'optimisation des normes  $L_\infty$  et  $L_2$  est d'améliorer la réponse, en régime permanent, du système primaire. Dans différentes orientations, la méthode de Fujino [105] est fondée sur la coïncidence de la paire des pôles conjugués. Quand cela arrive, le taux d'amortissement modal atteint sa valeur maximale. Des études complémentaires ont été réalisées par Caruso [106], Bisegna, Caruso et Maceri [107] en utilisant la maximisation du taux de la décroissance exponentielle (ETDR) de la réponse transitoire. L'ETDR est défini comme l'opposé de la valeur maximale de la partie réelle des pôles du système complet. Par conséquent, les pôles du système sont localisés le plus loin possible de l'axe imaginaire qui est situé dans le plan gauche.

D'autres recherches ont porté sur l'incorporation de plusieurs AMAs dans un système à un degré de liberté (1ddl). Yamaguchi et Harnpornchai [108] ont proposé une approche numérique pour l'optimisation des paramètres de la rigidité et du coefficient d'amortissement, dans le cas où les AMAs sont placés en parallèle. Ils ont supposé que les fréquences naturelles des AMAs sont équidistantes tandis que les taux d'amortissement de chaque AMA sont égaux. Dans ce contexte, Zuo et Nayfeh [109] ont étudié un critère basé sur l'optimisation

numérique pour une structure soumise à une excitation à sa base. Dans ce cas, il n'est pas nécessaire d'émettre des hypothèses restrictives sur les valeurs optimisées. Ce problème est considéré comme un problème de contrôle décentralisé, où les rigidités et les coefficients d'amortissement des AMAs sont supposés être des éléments de rétroaction et sont ainsi optimisés par la minimisation de la norme  $L_2$ . De la même manière que la norme  $L_2$ , les méthodes de contrôle  $L_\infty$  sont adoptées par Zuo [110] afin d'optimiser les paramètres de rigidité et des coefficients d'amortissement pour la vibration aléatoire et harmonique. Zuo a démontré que les AMAs placés en série sont plus efficaces et plus robustes que ceux placés en parallèle.

Dans le cas d'une structure à Nddl équipée par un seul AMA, Rana et Soong [111] ont montré que ce système est converti en un système à 1ddl en considérant que la fréquence modale de la structure principale. La procédure de Rana et Soong est fondée sur la transformation modale de telle façon que la valeur de la composante du vecteur modal contrôlé, où il est placé l'AMA, soit unitaire. Cette procédure permet d'utiliser les paramètres optimisés développés pour une structure à 1ddl. Par contre, Sadek [74] a modifié le vecteur modal du mode contrôlé en adoptant une autre procédure de transformation modale, telle que le facteur de participation dynamique soit unitaire.

L'objectif de ce chapitre est de présenter différents critères d'optimisation des paramètres mécaniques de plusieurs AMAs appliqués à un système principal à 1 degré de liberté (1ddl) ou à un système principale à (Nddl). L'excitation est traitée de deux manières : le système principal est excité à sa base (en vue d'une application à la sismique) ou bien il est excité en structure (en vue d'une application aux effets du vent).

## III. 2 Classification des critères d'optimisation

Le problème inverse s'intéresse à l'optimisation des paramètres des AMAs suivant un critère d'optimisation bien choisi. Les thématiques de recherche ont pour objectif d'optimiser ses paramètres sous divers aspects comme: les différents types d'excitation, les différentes configurations des AMAs (parallèle ou série), le nombre des AMAs et le nombre de degré de liberté de la structure principale.

Dans la suite du travail nous procédons à la présentation des différents critères d'identification des paramètres des AMAs lorsqu'ils sont appliqués à un système principal à 1ddl ou un système principal à Nddl.

Nous allons nous nous intéressons à l'optimisation des trois paramètres de chaque AMA à savoir sa masse, sa rigidité, et son coefficient d'amortissement. La masse de l'AMA est fixée le plus souvent des cas. Il reste donc deux paramètres à optimiser pour chaque AMA.

Pour traiter les divers cas de manière cohérente, nous proposons une méthodologie d'approche basée sur une nouvelle classification. En effet, nous pouvons classer les critères d'optimisation en deux groupes selon la fonction de coût. Cette fonction à minimiser dépend de :

- (1) La fonction de la réponse fréquentielle qui est égale à la fonction de transfert dans le cas d'une structure à Nddl. Par contre elle est égale à un facteur d'amplification dynamique dans le cas d'une structure à 1ddl.
- (2) La localisation des pôles pour un système couplé dans le plan complexe.

Pour le premier groupe, la fonction du coût dépend de la réponse fréquentielle. Les méthodes liées à ce 1<sup>er</sup> groupe sont basées sur la minimisation du déplacement permanent maximale de la structure principale. D'autres méthodes sont basées sur la minimisation du déplacement quadratique de la structure principale.

Pour le second groupe, la fonction du coût dépend de la localisation des pôles. Elle a été introduite par Fujino [13] dans le cas simple (1ddl+1AMA) et développée par d'autres chercheurs dans le cas le plus complexe telles que la méthode du taux de la décroissance exponentielle, la méthode de maximisation de l'amortissement modal et la méthode de Sadek [20].

Dans le cas d'un système principal à 1ddl, nous contrôlons un seul mode, ce qui nous permet d'introduire les paramètres adimensionnels des AMAs. Les paramètres adimensionnels optimisés sont déterminés à partir des formules empiriques obtenues de la littérature, et ce, soit dans le cas plus simple (1ddl+1AMA) soit à partir des critères numériques pour les cas le plus complexe (1ddl+pAMAs). En effet, en fixant les rapports des masses des AMAs et le taux d'amortissement de la structure principale, nous pouvons optimiser les paramètres  $\beta_i$  et  $\xi_i$ . Par ailleurs, à partir de ces valeurs optimisées, nous déduisons les paramètres physiques des AMAs tels que les rigidités et les coefficients d'amortissement optimisés.

Dans le cas simple (1ddl+1AMA), nous avons étudié les méthodes fondées sur la réponse du facteur d'amplification dynamique fréquentielle traitée dans le cas d'une excitation sur la masse et d'une excitation sur la base. Ces méthodes sont présentées dans la littérature fondée sur la minimisation du déplacement permanent maximal de la structure principale ou sur la minimisation du déplacement quadratique de la structure principale. Nous avons appliqué également un autre critère basé sur le placement des pôles tels que les pôles conjugués (paire de pôles) du système complet (Structure+1 AMA) coïncident entre eux.

Dans le cas le plus complexe (1ddl+p AMAs), nous traiterons l'effet de la configuration des AMAs. En effet, nous présenterons les critères d'optimisation que nous appliquerons sur les AMAs placés en parallèles. Dans ce cas d'étude, l'excitation est traitée de deux manières : le système est soit excité à sa base soit excité en structure. En revanche, nous appliquerons les critères d'optimisation pour les AMAs placés en série dans le cas où nous exciterons seulement la masse de la structure principale.

Dans le cas où nous plaçons un seul AMA dans une structure à plusieurs degrés de liberté et si nous voulons contrôler un seul mode de la structure principale, alors, le moyen le plus simple est d'utiliser la procédure de Rana et Soong [111].

En effet, le système à Nddl est converti à un système à 1ddl en considérant une seule fréquence modale de la structure principale. Les expressions des paramètres optimisés développés dans la littérature pour une structure à 1ddl sont modifiées de sorte à les appliquer à la structure à Nddl, et ce, en contrôlant un seul mode. Cette méthode est basée principalement sur la transformation modale. Par ailleurs, dans la suite du chapitre nous présenterons en détail la démarche de cette méthode.

Toutefois, lorsque nous voulons chercher à atténuer la réponse totale de la structure principale à Nddl, équipée par plusieurs AMAs, alors, la réponse dépend de tous les modes et il est impossible d'utiliser les paramètres adimensionnels.

Pour ce faire, il sera d'autant plus pratique d'optimiser directement les paramètres physiques  $k_{jl_j}$  et  $c_{jl_j}$  des AMAs que d'optimiser  $\beta_{jl_j}$  et  $\xi_{jl_j}$ .

Cette étude est consacrée à l'application des différents critères d'identification des paramètres d'AMAs en traitant les deux cas des excitations suivants:

- ✓ une excitation appliquée dans le dernier étage de la structure principale (cas que nous avons traité dans la partie expérimentale),
- ✓ une excitation appliquée à sa base.

### III. 3 Optimisation des paramètres d'un seul AMA appliqué à un système principal à 1ddl à partir des critères de la littérature

Nous avons classé les critères d'optimisation rencontrés dans la littérature en deux groupes selon la fonctionnelle à minimiser. Cette fonction à minimiser dépend :

- (1) du facteur d'amplification dynamique
- (2) de la localisation des pôles pour un système couplé dans le plan complexe.

Dans cette partie nous allons présenter quelques méthodes étudiées dans la littérature, en particulier, celles fondées sur l'optimisation du facteur d'amplification dynamique. Ceci est traité dans les deux cas : le cas où nous excitons la masse de la structure principale et le cas où nous excitons sa base. Dans le cas où nous excitons la masse, l'excitation est de type « force », tandis que l'excitation sur la base est de type « accélération ».

#### III. 3.1 Optimisation du facteur d'amplification dynamique pour une structure excitée sur la masse

Dans le cas de la première famille, le facteur d'amplification dynamique dépend de l'excitation. Si l'excitation est appliquée sur la masse de la structure principale, le facteur d'amplification dynamique est relié à la fonction de transfert défini par le rapport entre la transformée de Fourier du déplacement de la structure principale et celle de l'excitation à la masse.

Nous avons calculé ce facteur dans le chapitre précédent et nous rappelons ci-après son expression

$$FAD_s^s(r) = \frac{\sqrt{(\beta_1^2 - r^2)^2 + (2\xi_1 r \beta_1)^2}}{\sqrt{\left[ (r^2 - \beta_1^2)(1 - r^2) + \mu_1 r^2 \beta_1^2 + 4\beta_1 \xi_s \xi_1 r^2 \right]^2 + \left[ 2\xi_1 \beta_1 r (r^2 + \mu_1 r^2 - 1) + 2\xi_s r (r^2 - \beta_1^2) \right]^2}} \quad (\text{III. 1})$$

##### III. 3.1.1 Méthode de Frahm

Le concept d'un AMA sans dispositif d'amortissement a été inventé par Frahm en 1909 afin de réduire le mouvement de roulement des navires [67]. Son étude a consisté à ajouter à une structure principale non amortie, un dispositif secondaire modélisé seulement par un ressort.

L'excitation appliquée sur la masse de la structure principale est harmonique. Nous nous proposons de présenter cette étude en détail afin de mieux comprendre l'influence des paramètres de l'AMA sur la variation du facteur d'amplification dynamique. L'optimisation

de ce dispositif permet de limiter le mouvement de la structure principale dans une gamme de fréquence aussi large que possible. Dans le cas de Frahm, l'amortissement de la structure principale  $\xi_s$  et l'amortissement de l'AMA  $\xi_1$  sont tous les deux nuls. Ainsi l'expression du facteur d'amplification dynamique se réduit à

$$FAD_s^s(r) = \frac{\sqrt{(\beta_1^2 - r^2)^2}}{\sqrt{[(r^2 - \beta_1^2)(1 - r^2) + \mu_1 r^2 \beta_1^2]^2}} \quad (\text{III. 2})$$

Frahm a démontré que la réponse de l'équation (III. 2) peut être minimisée en annulant le numérateur, ce qui entraîne un déplacement nul lorsque la fréquence d'excitation est égale à la fréquence naturelle de l'AMA ( $r = \beta_1$ ). En d'autres termes, l'atténuation des vibrations du système principal est obtenue par transfert d'énergie sur le système auxiliaire. Ainsi, une fois la masse de l'AMA est fixée, la valeur de la rigidité désirée peut être déterminée.

En effet, il est courant de considérer que la fréquence de l'AMA soit égale à la fréquence naturelle du système principal. Par la suite, le mouvement est totalement atténué au moment de la résonance.

Par contre, le dénominateur de l'amplification dynamique fait apparaître deux nouvelles fréquences de résonance  $r_1^*$  et  $r_2^*$  à la place d'une seule.

Si  $\beta_1 = 1$

$$\begin{cases} r_1^* \times r_2^* = 1 \\ r_1^{*2} + r_2^{*2} = 2 + \mu_1 \end{cases} \quad (\text{III. 3})$$

D'où

$$r_{1,2}^* = \sqrt{1 + \frac{\mu_1}{2}} \pm \sqrt{\mu_1 + \frac{\mu_1^2}{4}} \quad (\text{III. 4})$$

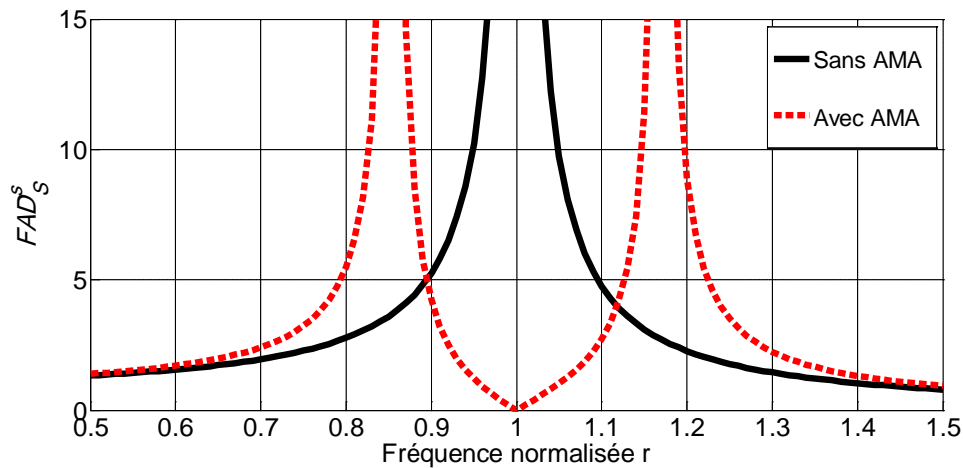


FIG. III. 1- Amplification dynamique en fonction de la fréquence normalisée sans AMA et avec un AMA

( $\beta_1 = 1$ , et  $\mu_1 = 1\%$ ).

La FIG. III. 1 représente l'évolution du facteur d'amplification dynamique en fonction de  $r$  avec un AMA non amorti (avec  $\beta_1 = 1$ , et  $\mu_1 = 1\%$ ) et sans AMA.

Cette figure montre les deux nouvelles résonances qui apparaissent au voisinage de l'ancienne.

Cette performance est réalisée pour une seule fréquence et elle est sensible au rapport de synchronisation due à la bande étroite de fréquence entre les pics de résonance. En effet, la performance d'un AMA est sensible aux variations de la fréquence de l'excitation.

L'amortisseur a subi une forte détérioration de sa performance, et ce, lorsque la fréquence d'excitation est proche aux deux nouvelles fréquences de résonance de l'ensemble du système combiné (Structure principale +1AMA). Par conséquent, l'amortisseur de Frahm n'est efficace que dans le cas où la fréquence d'excitation est connue.

Une parmi les solutions consiste à élargir la bande passante entre les pics de résonance en augmentant le rapport de la masse  $\mu_1$ . Cette solution est illustrée par la FIG. III. 3.

Nous remarquons d'après la FIG. III. 2 que plus  $\mu_1$  est grand, plus les fréquences de résonance sont éloignées.

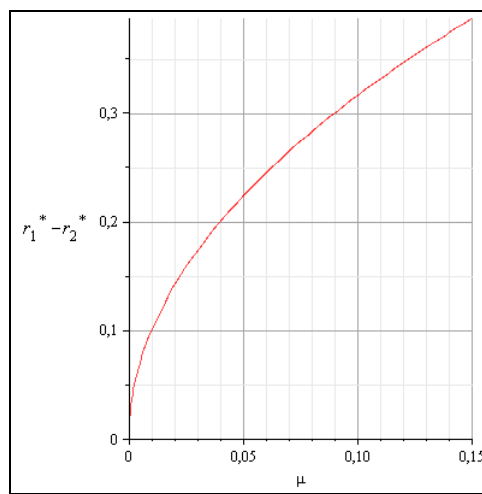


FIG. III. 2- La distance entre les pics de résonance en fonction du rapport de la masse  $\mu_1$ .

Le problème qui se pose est que cette solution n'est pas physiquement réalisable puisque le rapport de la masse ne doit pas généralement dépasser 15%.

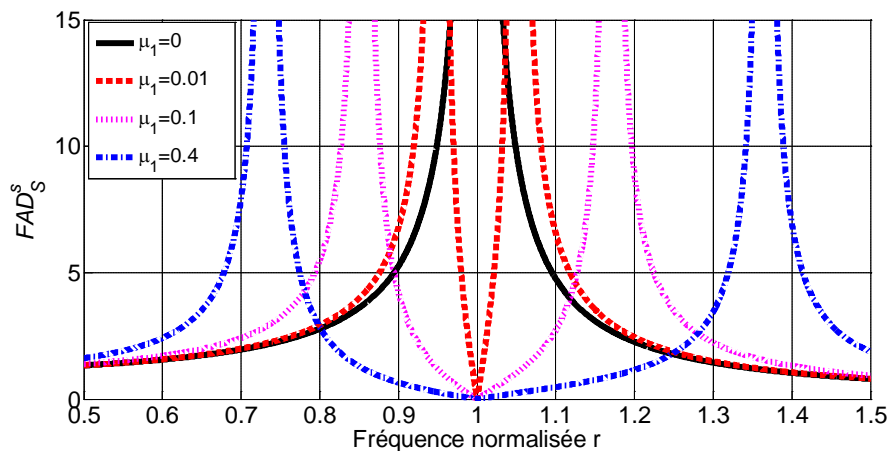


FIG. III. 3- Effet de la variation d la masse sur l'amplification dynamique pour  $\beta_1 = 1$ .



Nous nous intéressons maintenant à l'effet de la variation du rapport  $\beta_1$ . L'équation ( $r = \pm\beta_1$ ) montre clairement que la réponse de l'amplification dynamique est nulle à chaque fois que la fréquence d'excitation égale à la fréquence de l'AMA.

Dans la FIG. III. 4, en faisant varier  $\beta_1$ , nous constatons que l'allure des courbes de l'amplification dynamique est identique. Les positions des pics et des zéros varient suivant l'axe des abscisses. Nous constatons par conséquent, la capacité de déplacer la fréquence d'atténuation qui est illustrée sur la figure ci-dessous.

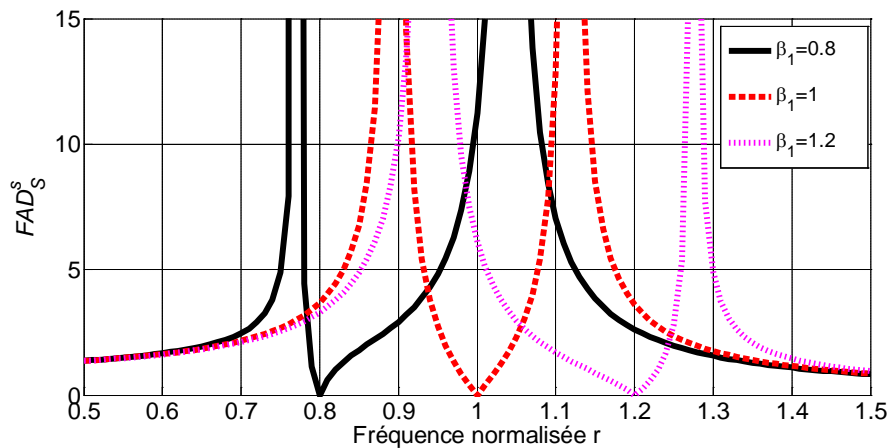


FIG. III. 4- Effet de la variation du paramètre  $\beta_1$  sur l'amplification dynamique pour  $\mu_1 = 0.05$

### III. 3.1.2 Méthode de Den Hartog

La méthode de Den Hartog [68] est la première méthode d'optimisation qui consiste à identifier les paramètres  $\beta_1, \xi_1$  de l'AMA dans le cas d'une excitation harmonique sur la masse de la structure principale. Dans ce cas Den Hartog a ajouté l'amortissement au dispositif de Frahm. Son critère d'optimisation consiste à minimiser le déplacement permanent maximal de la structure principale.

Dans le cas d'un AMA amorti ( $\xi_1 \neq 0$ ) et d'une structure principale sans amortissement propre ( $\xi_s = 0$ ), le numérateur de l'amplification dynamique de la structure principale (III. 1) ne peut pas être exactement égal à zéro, d'où la présence de l'amortissement qui empêche la capacité de l'AMA d'annuler le mouvement de la structure primaire. De plus, le niveau des pics de résonance peut être considérablement réduit par l'ajout de l'amortissement. La courbe de la surface de la FIG. III. 5 illustre cette situation et présente comment se comporte l'amortissement pour une valeur fixe de  $\mu_1$  et  $\beta_1$ .

Nous remarquons aussi d'après cette courbe que lorsque l'amortissement est augmenté, les deux pics de résonance se rencontrent en un seul pic. Notons qu'il existe une valeur optimale pour l'amortissement de l'AMA, qui entraîne la performance globale.

Examinons d'abord comment se comporte le facteur d'amplification dynamique en fonction de la pulsation relative  $r$  et en fonction du taux d'amortissement  $\xi_1$ .

Le carré du module de l'amplification dynamique s'écrit sous cette forme

$$|FAD_S^s|^2 = \frac{a^2 + \xi_1^2 b^2}{c^2 + \xi_1^2 d^2} \quad (\text{III. 5})$$

Le module prend des valeurs indépendantes de  $\xi_1$  si  $\frac{a}{c} = \frac{b}{d} = S$ .

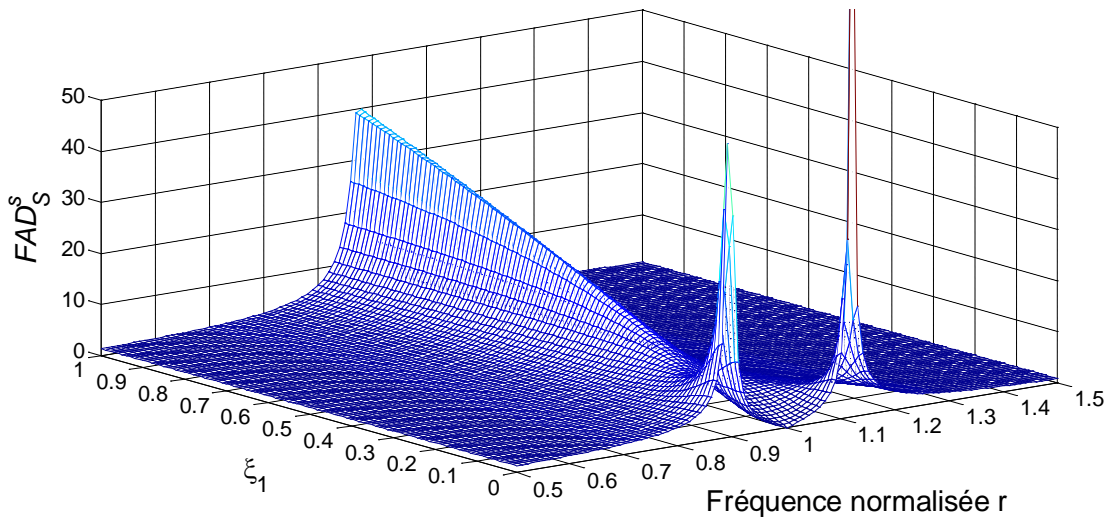
$$\text{Tel que } \begin{cases} |FAD_S^s|^2 = \frac{a^2}{c^2} \quad \forall \xi_1 \rightarrow 0 \\ |FAD_S^s|^2 = \frac{b^2}{d^2} \quad \forall \xi_1 \rightarrow \infty \end{cases}$$

Alors

$$|FAD_S^s|_{A,B} = \sqrt{S} = \frac{(\beta_1^2 - r_{A,B}^2)}{(r_{A,B}^2 - \beta_1^2)(1 - r_{A,B}^2) + \mu_1 r_{A,B}^2 \beta_1^2} \quad (\text{III. 6})$$

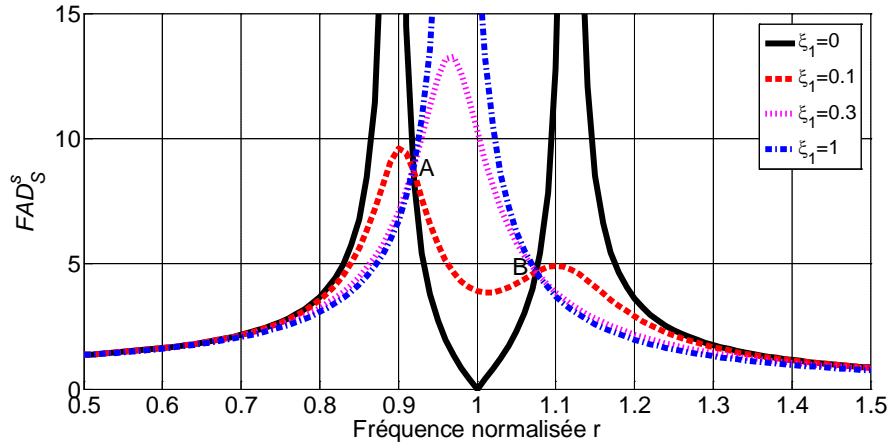
Sur la FIG. III. 6, nous remarquons que l'amplification dynamique des oscillations du système primaire en fonction de  $r$ , passe toujours par deux points  $A$  et  $B$  fixes et indépendants du facteur d'amortissement  $\xi_1$

$$r_{A,B}^2 = \frac{1}{2 + \mu_1} \left[ 1 + (1 + \mu_1) \beta_1^2 \pm \sqrt{[1 + (1 + \mu_1) \beta_1^2]^2 - 2(2 + \mu_1) \beta_1^2} \right] \quad (\text{III. 7})$$



**FIG. III. 5-** Surface 3D illustrant la variation de l'amplification dynamique en fonction de la fréquence normalisée et du taux d'amortissement de l'AMA pour  $\mu_1 = 0.05$  et  $\beta_1 = 1$ .

A partir de cette constatation, une méthode classique a été proposée par Den Hartog (1947) Elle est basée sur l'observation dans le cas où le taux d'amortissement propre de la structure principale est nul. Cette observation montre qu'il existe deux fréquences particulières  $r_A$  et  $r_B$  dont l'amplification dynamique est indépendante du paramètre d'amortissement de l'AMA.



**FIG. III. 6**-Evolution de l'amplification dynamique pour  $\beta_1 = 1$  et  $\mu_1 = 0.05$  en variant le taux d'amortissement de l'AMA.

Den Hartog (1947) [68] cherche à obtenir une réponse, variant peu avec la pulsation de l'excitation, au moins sur une certaine bande de fréquence. Il s'intéresse au cas où les points A et B ont la même ordonnée d'amplification. Selon Den Hartog le paramètre de synchronisation est déterminé dans le cas où les points correspondants à ces deux fréquences ont la même ordonnée.

Ce résultat est atteint lorsque le rapport  $\beta$  optimal s'écrit :

$$\beta_{opt} = \frac{1}{1 + \mu_1} \quad (\text{III. 8})$$

Nous nous intéressons au cas où l'amortissement de l'AMA est choisi de telle sorte que la tangente à la courbe de l'amplification dynamique en A ou en B, soit nulle. Nous trouvons ainsi une valeur  $\xi_A$  (pente nulle) pour A et une valeur  $\xi_B$  pour B. Den Hartog propose que la moyenne arithmétique entre  $\xi_A$  et  $\xi_B$  correspond à la valeur optimale.

En conséquence, un plateau dans l'amplification dynamique apparaît autour de ces deux fréquences de résonance.

Cette méthode consiste alors à accorder un AMA tel que les pics de résonances se produisent pour un taux d'amortissement optimal qui s'écrit :

$$\xi_{opt} = \sqrt{\frac{3\mu_1}{8(1 + \mu_1)}} \quad (\text{III. 9})$$

L'amplitude des pics sera

$$R = \sqrt{1 + \frac{2}{\mu_1}} \quad (\text{III. 10})$$

qui est obtenue aux deux pulsations suivantes :

$$r_{1,2}^2 = \frac{1}{1 + \mu_1} \left[ 1 \pm \sqrt{\frac{\mu_1}{2 + \mu_1}} \right] \quad (\text{III. 11})$$

D'après l'équation (III. 9), si le rapport de masse varie de 1 à 15 %, alors, le taux d'amortissement optimal varie de 6 à 22 %.

L'équation (III. 10) montre que l'amplification dynamique diminue en augmentant le rapport de la masse.

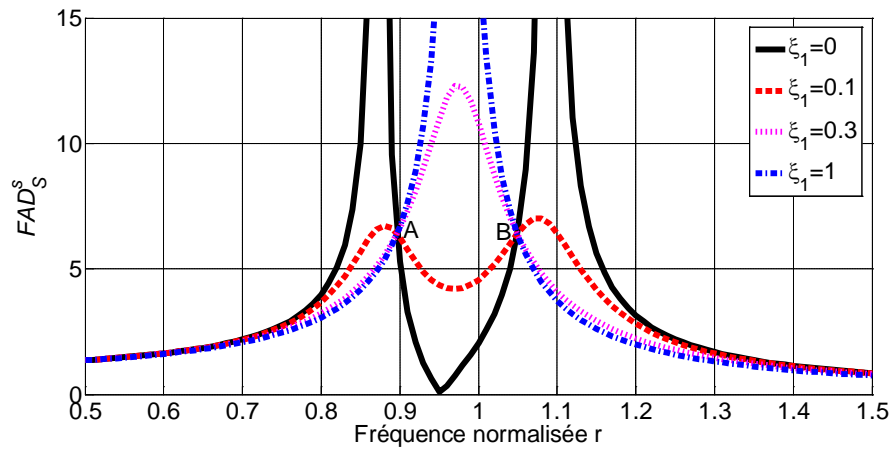


FIG. III. 7- Evolution de l'amplification dynamique pour  $\beta_{1opt}$  et  $\mu_1 = 0.05$  en faisant varier le taux d'amortissement de l'AMA.

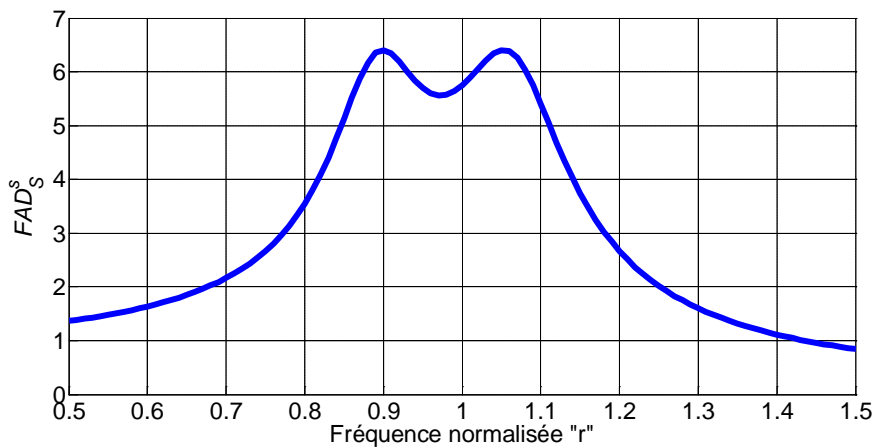


FIG. III. 8- Evolution de l'amplification dynamique de l'amortisseur pour  $\beta_{1opt}$  et  $\xi_{1opt}$  selon l'optimisation de Den Hartog, pour  $\mu_1 = 0.05$

### III. 3.1.3 Méthode de Krenk

L'étude de Krenk [112] se limite au cas où le taux d'amortissement de la structure principale est nul. Selon Krenk, le taux d'amortissement de l'AMA doit être choisi suffisamment élevé pour produire plus d'atténuation de l'amplification dynamique (III. 1) mais pas trop, et ce, pour limiter le mouvement relatif de l'amortisseur.

Le paramètre de synchronisation  $\beta_1$  est le même que celui de Den Hartog. Par contre, la différence réside dans l'expression du taux de l'amortissement de l'AMA.

Krenk a essayé d'aplatir l'amplification dynamique (III. 1) de la masse principale et de minimiser le mouvement relatif de l'amortisseur. La conception selon Krenk consiste à sélectionner une fréquence  $r_\infty$  localisée entre les deux pics de résonance  $r_1$  et  $r_2$  déterminés

par Den Hartog. Cette fréquence correspond au blocage du mouvement relatif de l'amortisseur et elle vaut.

$$r_{\infty} = \frac{1}{\sqrt{1 + \mu_1}} \quad (\text{III. 12})$$

Le choix du taux d'amortissement est sélectionné tel que l'amplification dynamique soit la même pour les trois fréquences  $r_1, r_2$  et  $r_{\infty}$ . D'où le paramètre du taux d'amortissement qui s'écrit

$$\xi_{1opt} = \sqrt{\frac{\mu_1}{2(1 + \mu_1)}} \quad (\text{III. 13})$$

La méthode de Krenk nous permet d'observer un comportement plat de l'amplification dynamique relative aux trois fréquences et donne pour l'AMA un mouvement du déplacement relatif limité.

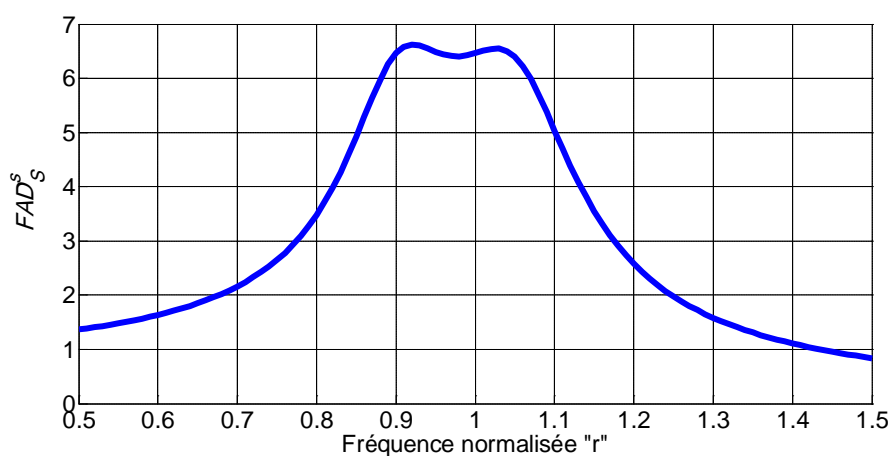


FIG. III. 9- Evolution de l'amplification dynamique de l'amortisseur pour  $\beta_{1opt}$  et  $\xi_{1opt}$  selon l'optimisation de Krenk, pour  $\mu_1 = 0.05$

### III. 3.1.4 Méthode de Ioi et Ikeda

Dans le cas où le taux d'amortissement de la structure principale est non nul, Ioi et Ikeda [71] ont montré que la courbe de l'amplification dynamique (III. 1) ne passe plus par deux points indépendants de l'amortissement de l'AMA.

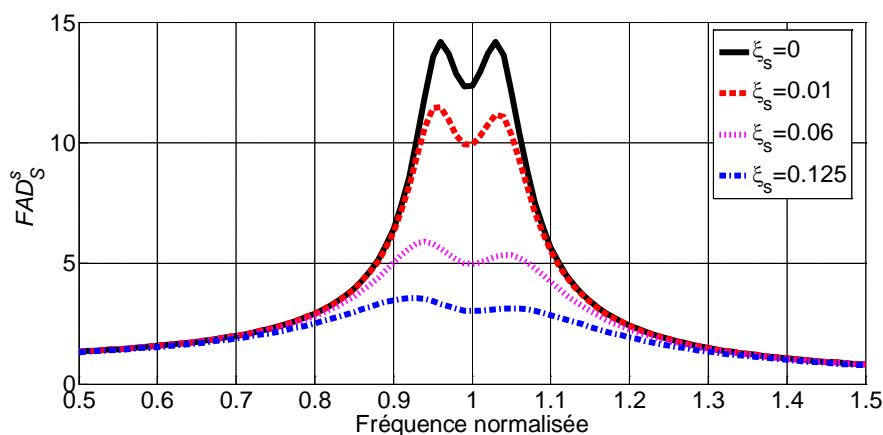


FIG. III. 10- Evolution de l'amplification dynamique de l'amortisseur pour  $\beta_{1opt}$  et  $\xi_{1opt}$  selon l'optimisation de Den Hartog, pour  $\mu_1 = 0.01$  et pour les différents valeurs optimales du taux d'amortissement de la structure principale.

En effet, Ioi et Ikeda montrent que les pics de résonance ont des amplitudes égales lorsque le paramètre  $\beta$  s'écrit sous la forme.

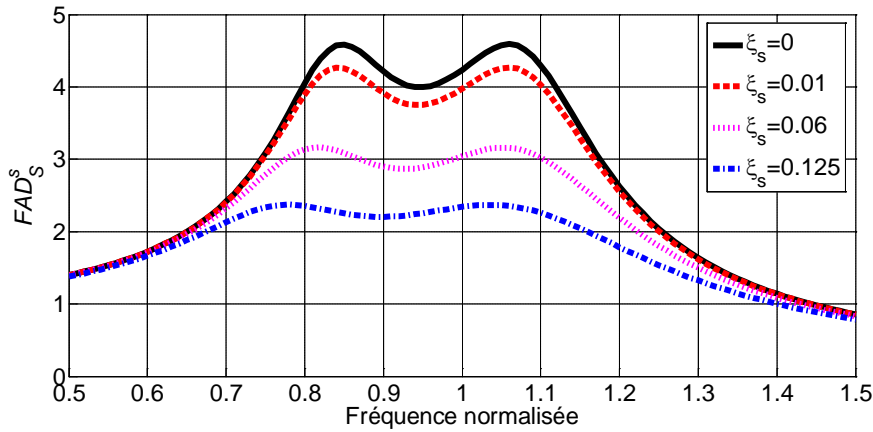
$$\beta_{1opt} = \frac{1}{1 + \mu_1} - (0.241 + 1.7\mu_1 - 2.6\mu_1^2)\xi_s - (1 - 1.9\mu_1 + \mu_1^2)\xi_s^2 \quad (\text{III. 14})$$

L'amortissement est choisi de telle sorte que la courbe de l'amplification dynamique admet une tangente horizontale au point le plus élevé. Il est découlé que le paramètre du taux d'amortissement s'écrit :

$$\xi_{1opt} = \sqrt{\frac{3\mu_1}{8(1 + \mu_1)} + (0.130 + 0.12\mu_1 + 0.4\mu_1^2)\xi_s - (0.01 + 0.9\mu_1 + 3\mu_1^2)\xi_s^2} \quad (\text{III. 15})$$

et l'amplitude des pics sera :

$$R = \left[ \sqrt{\left(\frac{\mu_1}{2 + \mu_1}\right) + (1.757 - 1.29\mu_1 + 0.6\mu_1^2)\xi_s + (0.16 - 2.6\mu_1 + 5\mu_1^2)\xi_s^2} \right]^{-1} \quad (\text{III. 16})$$



**FIG. III. 11-** Evolution de l'amplification dynamique de l'amortisseur pour  $\beta_{1opt}$  et  $\xi_{1opt}$  selon l'optimisation de Ioi et Ikeda, pour  $\mu_1 = 0.1$  et pour les différents valeurs du taux d'amortissement de la structure principale.

L'inconvénient de cette méthode réside que le fait que les formules empiriques sont valables pour un rapport de masse très élevé  $\mu_1$  entre 0.1 et 0.3.

### III. 3.1.5 Méthode de Warburton

Lorsque l'excitation est de type aléatoire, il est courant de minimiser le déplacement quadratique moyen. Dans ce cas, il faut tenir d'une bande large de fréquences et non pas d'une seule comme dans le cas d'une excitation harmonique. Cela nous permet de réduire l'énergie totale de vibration du système sur toutes les fréquences, et ce, en utilisant l'égalité de Parseval qui est une formule fondamentale de la théorie des séries de Fourier.

Cette formule peut s'interpréter comme suit : l'énergie totale s'obtient en sommant les contributions harmoniques.

L'énergie totale du signal de déplacement  $x_s(t)$  ne dépend pas de la représentation choisie fréquentielle ou temporelle. La racine carrée de cette énergie représente le déplacement quadratique moyen.

$$\langle x_s^2 \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} |x_s(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |\hat{x}_s(\omega)|^2 d\omega \quad (\text{III. 17})$$

Nous introduisons la fonction de transfert définie par le rapport entre la transformée de Fourier du déplacement de la structure principale et celle de l'excitation à la masse.

$$\langle x_s^2 \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |H_{\hat{x}_s/\hat{f}}(i\omega)|^2 S_{\hat{f}}(\omega) d\omega \quad (\text{III. 18})$$

Tel que  $S_{\hat{f}}(\omega) = |\hat{f}(i\omega)|^2$  est la densité spectrale de la force excitée. Cette densité est une sorte d'outil mathématique permettant de représenter les différents spectres d'un signal d'excitation  $f(t)$  et d'en effectuer l'analyse harmonique. L'unité de  $S_{\hat{f}}(\omega)$  est  $N^2s / rad$ .

En introduisant le facteur de l'amplification dynamique pour une structure excitée sur la masse, nous obtenons :

$$\langle x_s^2 \rangle = \frac{1}{2\pi k_s^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \{FAD_s^s(r)\}^2 S_{\hat{f}}(r) \omega_s dr \quad (\text{III. 19})$$

Dans ce contexte, Warburton [73] a minimisé le déplacement quadratique moyen d'une structure principale non amortie ( $\xi_s = 0$ ), et ce, dans l'hypothèse où l'excitation est constante pour toutes les fréquences. Nous pouvons donc modéliser la densité spectrale par un bruit blanc  $S_{\hat{f}}(r) = S_1$  et l'équation (III. 19) devient :

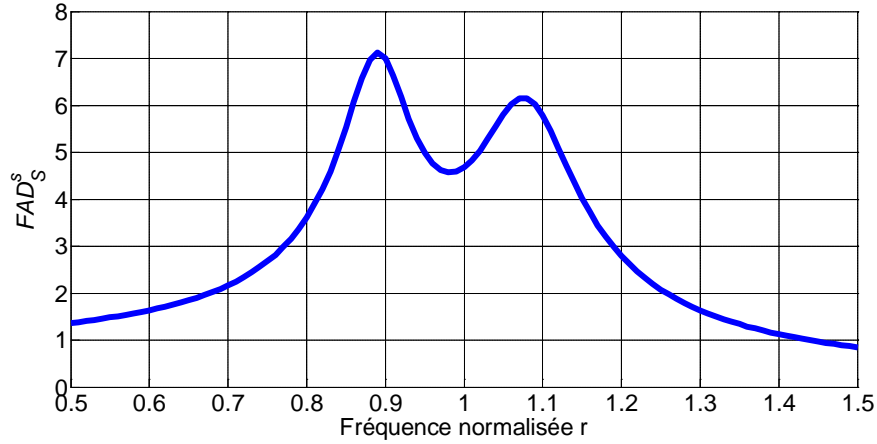
$$\langle x_s^2 \rangle = \frac{S_1 \omega_s}{2\pi k_s^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \{FAD_s^s(r)\}^2 dr \quad (\text{III. 20})$$

En utilisant les intégrales de Crandall et Marx [70], Warburton [73] a déterminé une expression analytique de l'intégrale  $\int_{-\infty}^{+\infty} \{FAD_s^s(r)\}^2 dr$ . Cette expression est égale à un quotient qui dépend des paramètres de l'AMA ( $\mu_1, \beta_1, \xi_1$ ) et il est multiplié par  $\pi$ .

Pour minimiser (III. 20), il suffit de minimiser  $\int_{-\infty}^{+\infty} \{FAD_s^s(r)\}^2 dr$ . Warburton [8] a trouvé les paramètres optimisés suivant :

$$\beta_{1opt} = \frac{\sqrt{1 + \frac{\mu_1}{2}}}{1 + \mu_1} \quad (\text{III. 21})$$

$$\xi_{1opt} = \sqrt{\frac{\mu_1(1 + \frac{3\mu_1}{4})}{4(1 + \mu_1)(1 + \frac{\mu_1}{2})}} \quad (\text{III. 22})$$



**FIG. III. 12-** Evolution de l'amplification dynamique de l'amortisseur pour  $\beta_{1opt}$  et  $\xi_{1opt}$  selon l'optimisation de Warburton pour  $\mu_1 = 0.05$ .

### III. 3.2 Optimisation du facteur d'amplification dynamique pour une structure excitée sur la base

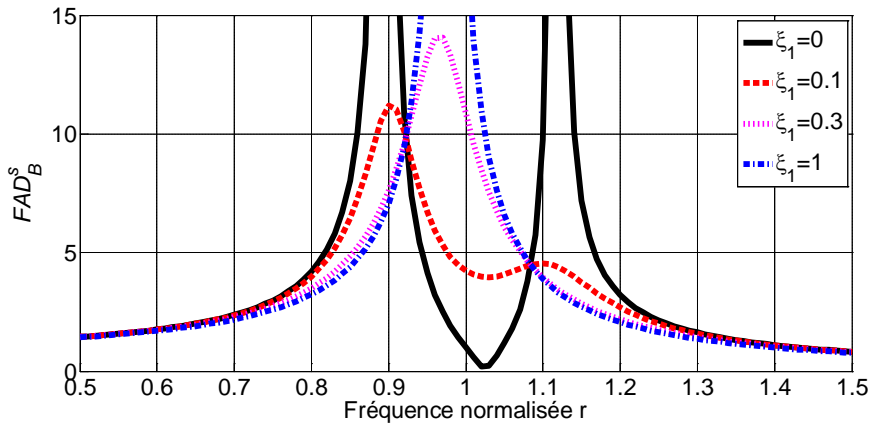
Si l'excitation est appliquée sur la base de la structure principale, le facteur dynamique est relié à la fonction de transfert définie par le rapport entre la transformée de Fourier du déplacement relatif de la structure principale et celle de l'excitation à la base.

Or nous avons déterminé ce facteur fréquentiel dans le chapitre précédent qui a cette forme

$$FAD_B^s(r) = \frac{\sqrt{(\beta_1^2(1+\mu_1)-r^2)^2 + (2\xi_1 r \beta_1(1+\mu_1))^2}}{\sqrt{\left[ (r^2 - \beta_1^2)(1-r^2) + \mu_1 r^2 \beta_1^2 + 4\beta_1 \xi_s \xi_1 r^2 \right]^2 + \left[ 2\xi_1 \beta_1 r(r^2 + \mu_1 r^2 - 1) + 2\xi_s r(r^2 - \beta_1^2) \right]^2}} \quad (\text{III. 23})$$

#### III. 3.2.1 Méthode de Warburton

Dans le cas d'une excitation harmonique appliquée sur la base d'une structure principale non amortie, Warburton [73] a utilisé la procédure classique de Den Hartog. Cette procédure consiste à ce que pour deux valeurs fixes de  $\beta_1$  et  $\mu_1$ , si nous faisons varier  $\xi_1$ , alors, toutes les courbes de l'amplification dynamique passent par deux points fixes.



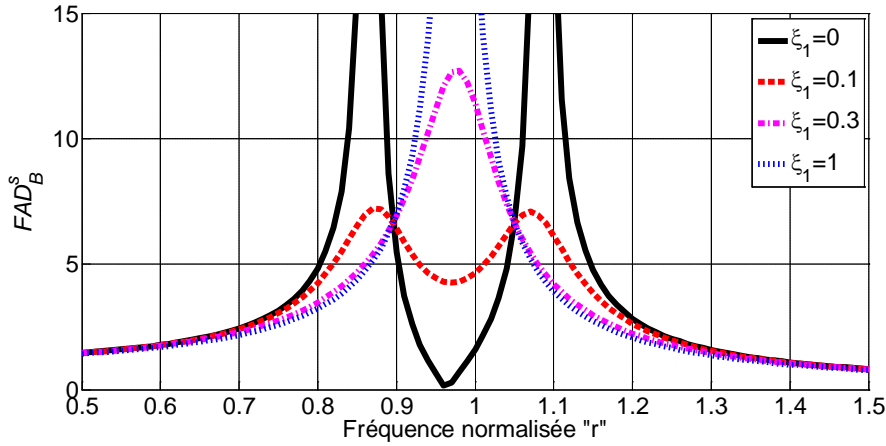
**FIG. III. 13-** Evolution de l'amplification dynamique en variant le taux d'amortissement de l'AMA pour  $\beta_1 = 1$  et  $\mu_1 = 0.05$ .



Il a donc suivi la même démarche classique que celle de Den Hartog pour déterminer  $\beta_{opt}$  afin que les deux points fixes en question soient à la même hauteur.

En effet, la valeur optimale de  $\beta_{opt}$  est :

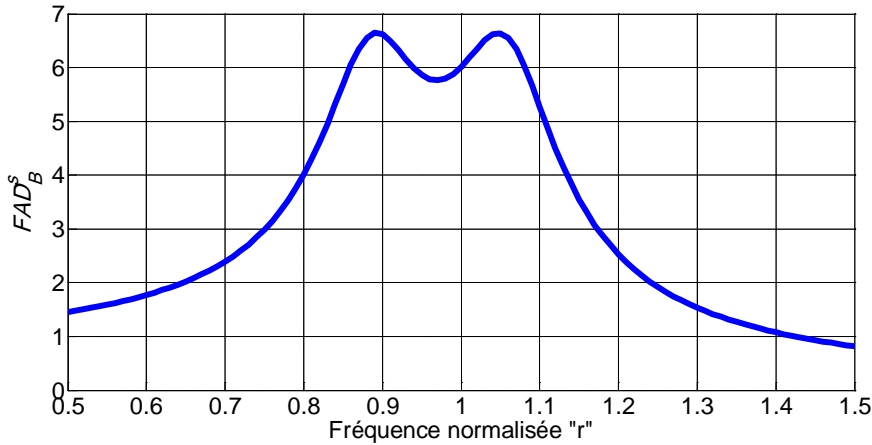
$$\beta_{opt} = \frac{\sqrt{1-0.5\mu_1}}{1+\mu_1} \quad (\text{III. 24})$$



**FIG. III. 14-** Evolution de l'amplification dynamique pour  $\beta_{opt}$  et  $\mu_1 = 0.05$  en faisant varier le taux d'amortissement de l'AMA.

En revanche, la détermination de la valeur de l'amortissement optimal  $\xi_{1opt}$  nécessite que la courbe de l'amplification dynamique passe par l'un de ces deux points avec une tangente horizontale. En effet :

$$\xi_{1opt} = \sqrt{\frac{3\mu_1}{8(1+\mu_1)(1-0.5\mu_1)}} \quad (\text{III. 25})$$



**FIG. III. 15-** Evolution de l'amplification dynamique de l'amortisseur pour  $\beta_{opt}$  et  $\xi_{1opt}$  selon l'optimisation de Warburton dans le cas d'une excitation harmonique sur la base, pour  $\mu_1 = 0.05$

Mais lorsque l'excitation est de type aléatoire, il est courant de minimiser le déplacement quadratique moyen relatif en utilisant le théorème de Parseval,

$$\langle x_s^2 \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} |x_s(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |\hat{x}_s(\omega)|^2 d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |H_{\hat{x}_s/\hat{x}_g}(i\omega)|^2 S_{\hat{x}_g}(\omega) d\omega \quad (\text{III. 26})$$

Tel que

$S_{\hat{x}_g} = |\hat{x}_g(i\omega)|^2$  est la densité spectrale d'énergie de l'accélération appliquée sur la base.

En introduisant le facteur de l'amplification dynamique pour une structure excitée sur la base, nous obtenons :

$$\langle x_s^2 \rangle = \frac{1}{2\pi\omega_s^3} \int_{-\infty}^{+\infty} \{FAD_B^s(r)\}^2 S_{\hat{x}_g}(r) dr \quad (\text{III. 27})$$

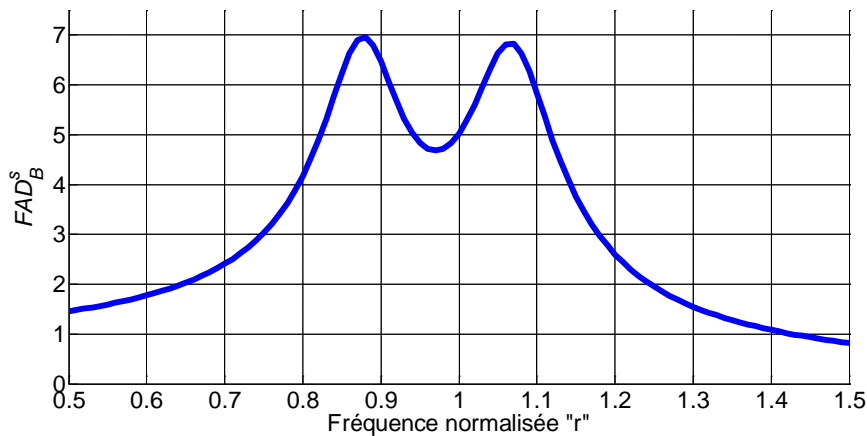
Warburton a supposé que la densité spectrale est constante pour toutes les fréquences  $S_{\hat{x}_g}(\omega) = S_2$ .

Dans ce cas il suffit de calculer l'expression analytique développée de  $\int_{-\infty}^{+\infty} \{FAD_B^s(r)\}^2 dr$  à travers les intégrales de Crandall et Marx [70]. A partir de cette expression analytique il sera plus commode de minimiser cette intégrale.

En effet, pour une accélération aléatoire dans la base et dans le cas où il n'y a pas amortissement dans la structure principale, les paramètres qui minimisent le déplacement relatif quadratique moyen sont :

$$\beta_{1opt} = \frac{\sqrt{1 - \frac{\mu_1}{2}}}{1 + \mu_1} \quad (\text{III. 28})$$

$$\xi_{1opt} = \sqrt{\frac{\mu_1(1 - \frac{\mu_1}{4})}{4(1 + \mu_1)(1 - \frac{\mu_1}{2})}} \quad (\text{III. 29})$$



**FIG. III. 16-** Evolution de l'amplification dynamique de l'amortisseur pour  $\beta_{1opt}$  et  $\xi_{1opt}$  selon l'optimisation de Warburton dans le cas d'une excitation aléatoire sur la base, pour  $\mu_1 = 0.05$

### III. 3.3 Optimisation de l'emplacement des pôles

#### III. 3.3.1 Méthode de Fujino

Les méthodes des placements des pôles ont été introduites par Fujino [105]. Le critère d'optimisation qu'il a proposé est valable lorsqu'un seul AMA contrôle un seul mode de la structure principale. Le critère est basé sur le fait que la paire des pôles conjugués coïncident entre eux. Fujino [105] a supposé que l'amortissement modal atteint une valeur maximale lorsqu'un couple de pôles conjugués coïncident entre eux.

Les paramètres adimensionnels ont été trouvés par Fujino [105] dans le cas de la vibration libre.

Les pôles  $\lambda_l$  du système mécanique  $P(\lambda)$  sont les racines du polynôme caractéristique de la matrice d'état qui s'écrit de la manière suivante.

$$P(\lambda) = \lambda^4 + [2\xi_s \beta_1 (1 + \mu_1) + 2\xi_s] \lambda^3 + [1 + \beta^2 (1 + \mu_1) + 4\xi_s \xi_s \beta_1] \lambda^2 + [2\xi_s \beta_1 + 2\xi_s \beta_1^2] \lambda + \beta_1^2 \quad (\text{III. 30})$$

En résolvant l'équation (III. 30) nous obtenons deux paires de racines complexes conjuguées  $\lambda_1, \lambda_2, \bar{\lambda}_1, \bar{\lambda}_2$

Posons  $\lambda_k = a_k + ib_k$  :  $a_k \in R^-$  et  $b_k \in R$  qui sont respectivement la partie réelle et imaginaire des racines complexes conjuguées.

Où

$$\lambda_k = -\omega_k^* \xi_k^* + i\omega_k^* \sqrt{1 - \xi_k^{*2}} \quad (\text{III. 31})$$

La fréquence modale et l'amortissement modal sont définis de la manière suivante :

$$\omega_k^* = \sqrt{a_k^2 + b_k^2} \quad (\text{III. 32})$$

$$\xi_k^* = \frac{\omega_k^* \xi_k^*}{|\lambda_k|} = -\frac{a_k}{\sqrt{a_k^2 + b_k^2}} \quad (\text{III. 33})$$

La l'i vecteur propre est exprimé pour  $k = \{1, 2\}$

Fujino a déterminé les paramètres optimisés lorsque le polynôme admet deux racines doubles complexes conjuguées. Dans ce cas, le pole est défini de cette manière :  $\lambda = a + ib$

Le polynôme s'écrit donc :

$$P(\lambda) = \lambda^4 - 4a\lambda^3 + [6a^2 + 2b^2] \lambda^2 - [4a^3 + 4ab^2] \lambda + (a^2 + b^2)^2 \quad (\text{III. 34})$$

En identifiant les coefficients des deux polynômes (III. 30) et (III. 34), les valeurs des paramètres adimensionnels optimisés et les valeurs modales des pôles sont définies en fonction du paramètre  $\mu_1$  et  $\xi_s$  de la manière suivante.

$$\frac{\xi^* \omega^*}{\omega_s} = \frac{\xi_s}{1 + \mu_1} + \frac{1}{2} \frac{\sqrt{\mu_1}(1 + \mu_1 - 2\xi_s^2)}{(1 + \mu_1)\sqrt{1 + \mu_1 - \xi_s^2}} \quad (\text{III. 35})$$

$$\frac{\omega^*}{\omega_s} = \sqrt{\frac{1}{1 + \mu_1} - \frac{\sqrt{\mu_1}\xi_s}{(1 + \mu_1)(1 + \mu_1 - \xi_s^2)}} \quad (\text{III. 36})$$

$$\beta_{1opt} = \frac{1}{1 + \mu_1} - \frac{\sqrt{\mu_1}\xi_s}{(1 + \mu_1)\sqrt{1 + \mu_1 - \xi_s^2}} \quad (\text{III. 37})$$

$$\xi_{1opt} = \frac{\xi_s}{1 + \mu_1} + \frac{\sqrt{\mu_1}\sqrt{1 + \mu_1 - \xi_s^2}}{(1 + \mu_1)} \quad (\text{III.38})$$

Les expressions analytiques précédentes peuvent être réécrites de la manière suivante dans le cas où  $\xi_s = 0$

$$\frac{\xi^* \omega^*}{\omega_s} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{\mu_1}{1 + \mu_1}} \quad (\text{III. 39})$$

$$\frac{\omega^*}{\omega_s} = \sqrt{\frac{1}{1 + \mu_1}} \quad (\text{III. 40})$$

$$\beta_{1opt} = \frac{1}{1 + \mu_1} \quad (\text{III. 41})$$

$$\xi_{1opt} = \sqrt{\frac{\mu_1}{1 + \mu_1}} \quad (\text{III. 42})$$

### III. 3.3.2 Méthode de Sadek

Sadek et al (1997) [74] ont développé un critère fondé sur la méthode proposé par Villaverde (1985) [113] et Villaverde et Koyama(1993) [114]. Dans le cas d'une structure à 1ddl, Villaverde montre que pour qu'un seul AMA soit effectif, les taux d'amortissements dans les deux modes complexes de vibration du système combiné doivent approximativement égaux à la valeur moyenne du taux d'amortissement de la structure principale et du taux d'amortissement de l'AMA.

$$\xi_1^* = \xi_2^* = \frac{\xi_s + \xi_1}{2} \quad (\text{III. 43})$$

Selon Villaverde et pour réaliser analytiquement ce critère (III. 43), il propose

$$\beta_{1opt} = 1 \quad (\text{III. 44})$$

$$\xi_{1opt} = \xi_s + \phi_{iN} \sqrt{\mu_1^*} \quad (\text{III. 45})$$

Où

$\phi_{iN}$  est l'élément du vecteur propre  $\phi_i$  au N ième variable de déplacement où l'AMA est localisé.

$\mu_1^*$  est le rapport entre la masse de l'AMA et la masse modale de la structure principale.

$\phi_{iN}$  et  $\mu_1^*$  sont calculés pour un facteur de participation dynamique unitaire.

Dans le cas d'une structure principale à 1ddl, pour Sadek et al (1997) [74], cette condition est atteinte uniquement lorsque le rapport de la masse  $\mu_1$  est inférieur à 0.5%. En effet, pour  $\mu_1 \geq 0.5\%$  ces résultats ne sont pas adéquats et Sadek a essayé d'améliorer la méthode de Villaverde.

Le but de Sadek est d'avoir des taux d'amortissements modaux identiques.

$$\xi_1^* = \xi_2^* = \frac{-\text{Re}(\lambda_1)}{|\lambda_1|} = \frac{-\text{Re}(\lambda_2)}{|\lambda_2|} \quad (\text{III. 46})$$

Où  $|\lambda_1| = \omega_1^*$ ;  $|\lambda_2| = \omega_2^*$

Sa procédure consiste à fixer des taux d'amortissements de la structure principale pour trois valeurs différentes  $\xi_s = 0$ ;  $\xi_s = 0.02$ ;  $\xi_s = 0.05$ , et ceci, pour des différentes valeurs des rapports de la masse qui varie entre 0.5% et 15% avec une incrémentation de 0.5%. A partir des valeurs choisies  $\xi_s$  et  $\mu_1$ , Sadek a déterminé numériquement la matrice d'état  $\mathbf{A}$ , pour laquelle il a calculé les valeurs propres. De cette manière, les valeurs optimisées ( $\beta_1, \xi_1$ ) sont calculées lorsque la différence entre les taux d'amortissement modaux est très faible. Il a conclu également que les taux d'amortissement modaux optimisés identiques  $\xi_1^*$  et  $\xi_2^*$  sont plus grands que la valeur moyenne du taux d'amortissement de la structure principale et du taux d'amortissement de l'AMA. Il a aussi trouvé aussi que les valeurs des pulsations modales sont très proches. Pour des raisons de simplicité au niveau de la conception de l'AMA, Sadek a proposé d'utiliser une méthode approximative d'ajustement des courbes des valeurs optimisées ( $\beta_1, \xi_1$ ) obtenues numériquement en fonction de  $\xi_s$  et  $\mu_1$ . En effet, Sadek a déterminé les équations analytiques des valeurs optimisées ( $\beta_1, \xi_1$ ) en fonction de  $\xi_s$  et  $\mu_1$ . Cette approximation nous donne enfin les paramètres optimisés de Sadek et al [74]

$$\beta_{1opt} = \frac{1}{1 + \mu_1} (1 - \xi_s \sqrt{\frac{\mu_1}{1 + \mu_1}}) \quad (\text{III. 47})$$

$$\xi_{1opt} = \frac{\xi_s}{1 + \mu_1} + \sqrt{\frac{\mu_1}{1 + \mu_1}} \quad (\text{III. 48})$$

A noter que pour  $\xi_s = 0$ , on trouve nous trouvons les mêmes paramètres de Fujino [105]

$$\beta_{1opt} = \frac{1}{1 + \mu_1} \quad (\text{III. 49})$$

$$\xi_{1opt} = \sqrt{\frac{\mu_1}{1 + \mu_1}} \quad (\text{III. 50})$$

### III. 4 Optimisation des paramètres d'un seul AMA appliqué à un système principal à NDDL à partir des critères de la littérature

#### III. 4.1 Optimisation du facteur d'amplification dynamique

Le cas le plus simple est de considérer qu'un seul mode est le mode le plus prépondérant. Dans ce cas le système à Nddl est converti à un système à 1ddl en considérant la fréquence modale prépondérante de la structure principale.

Lorsque la fréquence de la force externe est proche de la fréquence fondamentale de la structure principale  $\omega_i$ , alors, la réponse du mode  $i$  est dominante.

Pour contrôler la réponse  $x_N$  due au mode  $i$ , nous introduisons l'approximation suivante :

$$x_N(t) = \sum_{i=1}^N q_i(t)\phi_{iN} \approx q_i(t)\phi_{iN} \quad (\text{III. 51})$$

Dans le cas où nous appliquons un seul AMA au niveau du dernier étage, le système d'équations que nous avons posé au niveau du chapitre précédent (II.28) se transforme comme suit:

$$\begin{aligned} m_i^* \ddot{q}_i(t) + c_i^* \dot{q}_i(t) + k_i^* q_i(t) &= f_i^*(t) + p_i^*(t) + f_{AMA_i}^*(t) \quad i=1,2,..N \\ m_{N1}(\ddot{x}_{N1}(t) + \ddot{x}_g(t)) + c_{N1}(\dot{x}_{N1}(t) - \dot{x}_N(t)) + k_{N1}(x_{N1}(t) - x_N(t)) &= 0 \end{aligned} \quad (\text{III. 52})$$

La méthode de Soong et Dargush [6] est fondée sur la normalisation du vecteur de l' $i$ ème mode de telle façon que la valeur de la composante de l' $i$ ème mode de la vibration, où l'AMA il est placé, soit unitaire.

$$\phi_{iN} = 1 \quad (\text{III. 53})$$

En effet

$$x_N(t) \approx q_i(t) \quad (\text{III. 54})$$

Le système des équations (III. 52) devient

$$\begin{aligned} m_i^* \ddot{x}_N(t) + c_i^* \dot{x}_N(t) + k_i^* x_N(t) &= f_i^*(t) + p_i^*(t) + c_{N1}(\dot{x}_{N1}(t) - \dot{x}_N(t)) + k_{N1}(x_{N1}(t) - x_N(t)) \quad i=1,2,..N \\ m_{N1} \ddot{x}_{N1}(t) + c_{N1}(\dot{x}_{N1}(t) - \dot{x}_N(t)) + k_{N1}(x_{N1}(t) - x_N(t)) &= -m_{N1} \ddot{x}_g(t) \end{aligned} \quad (\text{III. 55})$$

Où  $p_i^*(t) = -\phi_i^T \mathbf{M}_s \mathbf{e}_1 \ddot{x}_g(t)$  ;

$m_i^*, c_i^*, k_i^*, p_i^*(t)$  et  $f_i^*$  sont les paramètres équivalentes à 1ddl

Dans le cas où nous appliquons un seul AMA à une structure à 1ddl, le système des équations du chapitre précédent (II.55) se transforme à :

$$\begin{aligned} m_s^* \ddot{x}_s(t) + c_s^* \dot{x}_s(t) + k_s^* x_s(t) &= f_i^*(t) + p_i^*(t) + c_1(\dot{x}_1(t) - \dot{x}_s(t)) + k_1(x_1(t) - x_s(t)) \\ m_1 \ddot{x}_1(t) + c_1(\dot{x}_1(t) - \dot{x}_s(t)) + k_1(x_1(t) - x_s(t)) &= -m_1 \ddot{x}_g(t) \end{aligned} \quad (\text{III. 56})$$

Notons que deux équations précédentes (III. 55) sont exactement les mêmes celles (III. 56), à l'exception du fait que la masse modale, la rigidité modale et le coefficient d'amortissement modal soient employés à la place des paramètres physiques relatifs au cas d'un seul ddl.

Ainsi, les paramètres optimisés développés pour une structure à 1ddl sont appliqués à la structure modifiée. Une procédure commune pour les différents critères que nous avons présentés précédemment, consiste à utiliser la transformation de la forme modale, et ce, de sorte que le vecteur modal soit normalisé à 1, où l'AMA est placé pour le mode qui gouverne la réponse.

Dans ce cas les paramètres optimisés obtenus dans la littérature sont remplacés par  $\mu_{N1}^*$  et  $\xi_i^*$  au lieu de  $\mu_i$  et  $\xi_s$ , où le rapport de la masse modal devient :

$$\mu_{N1}^* = \frac{m_{N1}}{m_i^*} \quad (\text{III. 57})$$

### III. 4.2 Optimisation de l'emplacement des pôles

La procédure d'optimisation développée pour une structure à Nddl sous l'excitation sismique et discutée par Sadek (1997) [74], est fondée sur l'idée proposée par Villaverde (1985) [113] et Koyama (1993) [114].

Pour une structure à Nddl avec un seul AMA, il y a N+1 paires de pôles complexes conjugués. Le rapport de la masse modal dans ce cas est calculé comme étant le rapport entre la masse de l'AMA et la masse généralisée du mode.

$$\mu_{N1} = \frac{m_{N1}}{\phi_i^T \mathbf{M}_s \phi_i} \quad (\text{III. 58})$$

Où  $\phi_i$  est le vecteur modal normalisé pour avoir un facteur de participation modal unitaire là où l'AMA est placé.

Les procédures d'optimisation sont similaires à celles des systèmes à 1ddl permettant de déterminer  $\beta_{1opt}$  et  $\xi_{1opt}$  et dont le but est d'avoir des fréquences modales ainsi que des taux d'amortissement modaux approximativement égaux pour les deux premiers modes.

Dans ce cas, Sadek [74] a montré que les taux d'amortissement sont très proches entre eux et ils sont plus grands que la valeur moyenne du taux d'amortissement de la structure principale et du taux d'amortissement de l'AMA. Il convient de mentionner que l'AMA placé à une structure à Nddl n'a d'influence que sur les taux d'amortissement des premiers modes et il n'a aucun effet sur les autres modes qui sont supposés avoir des taux d'amortissement nuls.

Le rapport de synchronisation d'un système à Nddl est à peu près égal à celui d'un système à 1ddl, et ce, pour un rapport de masse  $\mu_1 \phi_{ij}$ , où  $\phi_{ij}$  est l'amplitude du premier mode i. Ceci, pour un facteur de participation unitaire compté où l'AMA est localisé. En effet l'équation du rapport de synchronisation est obtenue en remplaçant  $\mu_1$  par  $\mu_1 \phi_{ij}$

De plus, le taux d'amortissement de 1ddl est multiplié par  $\phi_{ij}$  pour avoir le taux d'amortissement correspondant à une structure à Nddl tel que  $\xi_{1opt(Nddl)} = \phi_{ij} \xi_{1opt(1ddl)}$

En effet, pour les structures à Nddl les paramètres optimisés de 1ddl (III. 47) et (III. 48) sont modifiés par

$$\beta_{1opt} = \frac{1}{1 + \mu_1 \phi_{ij}} (1 - \xi_s \sqrt{\frac{\mu_1 \phi_{ij}}{1 + \mu_1 \phi_{ij}}}) \quad (\text{III. 59})$$

$$\xi_{1opt} = \phi_{ij} \left( \frac{\xi_s}{1 + \mu_1} + \sqrt{\frac{\mu_1}{1 + \mu_1}} \right) \quad (\text{III. 60})$$

### III. 5 Optimisation des paramètres des p AMAs appliqués à un système principal à 1DDL à partir des critères numériques

L'objectif de cette étude se limite à comparer plusieurs critères d'optimisation des paramètres mécaniques de  $p$  AMAs placés en parallèle ou en série et appliqués à un système principal à 1 degré de liberté (1ddl). Ce dernier est excité soit en structure (en vue d'une application aux effets du vent), soit par sa base (en vue d'une application à la sismique).

Dans la pratique, les masses des AMA sont fixées et les autres paramètres sont rendus adimensionnels. Les  $2p$  paramètres « sans dimension » à identifier sont alors : les  $p$  rapports  $\beta_l$  entre la pulsation propre  $\omega_l$  de chaque AMA sur celle  $\omega_s$  de la structure principale :  $\beta_l = \frac{\omega_l}{\omega_s}$ , et les  $p$  taux d'amortissement  $\xi_l$  de chaque AMA pour  $l$  variant de 1 à  $p$ .

Il existe dans la littérature plusieurs critères d'optimisation des paramètres des AMAs que nous classons en deux familles suivant la dépendance de la fonctionnelle à minimiser :

(1) Dépendance aux facteurs d'amplification dynamique qui dépendent de l'excitation  $FAD_S^s$  et  $FAD_B^s$ .

(2) Dépendance au placement des pôles deux à deux complexes conjugués  $\lambda_k$  et  $\bar{\lambda}_k$  ( $1 \leq k \leq p+1$ ) du système couplé, par rapport à l'axe vertical, dans le plan complexe.

Notons bien que ces critères sont choisis de cette manière pour qu'ils soient normalisés, et que lorsqu'il n'y a pas un amortisseur placé dans la structure principale, alors, tous les critères doivent être égaux à 1.

#### III. 5.1 Optimisation du facteur d'amplification dynamique

Le facteur d'amplification dynamique dépend de l'excitation et de la configuration des AMAs (parallèle et série). Dans ce cas, l'excitation est traitée de deux manières : le système est excité sur sa base ou excité sur sa masse. Nous allons appliquer les critères d'optimisation pour les AMAs placés en série, et ce, dans le cas où nous excitons seulement la masse de la structure principale.

Dans le cas d'une excitation sur la masse, le facteur sans dimension est relié à la fonction de



transfert  $H_{\hat{x}_s/\hat{f}}(ir)$  définie par le rapport entre la transformée de Fourier du déplacement de la structure principale et celle de l'excitation à la masse :  $FAD_S^s(r) = k_s \left| H_{\hat{x}_s/\hat{f}}(r) \right|$  avec  $r = \frac{\omega}{\omega_s}$ , et  $\omega_s$  étant la pulsation propre de la structure principale.

Lorsque les AMAs sont placés en parallèle, le facteur d'amplification défini dans le chapitre précédent s'écrit de cette manière

$$FAD_S^s(r) = k_s \left| H_{\hat{x}_s/\hat{f}}(r) \right| = k_s \left| \frac{\hat{x}_s}{\hat{f}} \right| = \sqrt{\frac{1}{A^2(r) + B^2(r)}} \quad (\text{III. 61})$$

En revanche, lorsqu'ils sont placés en série, le facteur d'amplification déterminé dans le chapitre précédent est

$$FAD_S^s(r) = k_s \left| H_{\hat{x}_s/\hat{f}}(r) \right| = \left| \frac{1}{-r^2 + 1 + \mu_1 \beta_1^2 - a_1(\mu_1 \beta_1^2 + 2\beta_1 \xi_1 \mu_1 r i) + (2\xi_s + 2\beta_1 \xi_1 \mu_1) r i} \right| \quad (\text{III. 62})$$

Si nous excitons la base, nous traitons seulement le cas des AMAs placés en parallèle. Dans ce cas, le facteur sans dimension est relié à la fonction de transfert  $H_{\hat{x}_s/\hat{x}_g}(ir)$  définie par le rapport entre la transformée de Fourier du déplacement relatif de la structure principale et celle de l'excitation à la base :  $FDA_B^s(r) = \omega_s^2 \left| H_{\hat{x}_s/\hat{x}_g}(ir) \right|$

$$FAD_B^s(r) = k_s \left| H_{\hat{x}_s/\hat{x}_g}(r) \right| = \omega_s^2 \left| \frac{\hat{x}_s(r)}{\hat{x}_g(r)} \right| = \sqrt{\frac{C^2(r) + D^2(r)}{A^2(r) + B^2(r)}} \quad (\text{III. 63})$$

Nous présentons ensuite les deux critères numériques normalisés retenus pour la minimisation. Ces deux critères appartiennent à la première famille qui traite l'amplification dynamique étudiée dans les différentes configurations des AMAs et les différentes excitations.

Le premier critère utilise la norme  $L_\infty([r_1, r_2])$  fondée sur le maximum de l'amplification dynamique observé sur l'intervalle  $[r_1, r_2]$  avec  $r_1 = \frac{\omega_1}{\omega_s}$  et  $r_2 = \frac{\omega_2}{\omega_s}$ ,  $\omega_1$  et  $\omega_2$  étant les bornes inférieure et supérieure de l'intervalle fréquentiel de l'étude suivante qui se présente selon deux cas:

Cas 1 : excitation sur la masse :

$$C_1(\beta_1, \dots, \beta_p, \xi_1, \dots, \xi_p) = \frac{\left\| FAD_S^s \right\|_\infty}{\left\| FAD_{S_0}^s \right\|_\infty} = \frac{\max_{r \in [r_1, r_2]} (FAD_S^s)}{\max_{r \in [r_1, r_2]} (FAD_{S_0}^s)} \quad (\text{III. 64})$$

$FAD_S^s$  est l'amplification dynamique de la structure principale avec  $l$  AMAs placés sur la structure principale en excitant sa masse.

$FAD_{S_0}^s$  est l'amplification dynamique de la structure principale sans AMAs en excitant sa masse.

Cas 2 : excitation sur la base

$$C_1(\beta_1, \dots, \beta_p, \xi_1, \dots, \xi_p) = \frac{\|FAD_B^s\|_\infty}{\|FAD_{B_0}^s\|_\infty} = \frac{\max_{r \in [r_1, r_2]}(FAD_B^s)}{\max_{r \in [r_1, r_2]}(FAD_{B_0}^s)} \quad (\text{III. 65})$$

$FAD_B^s$  est l'amplification dynamique de la structure principale avec  $l$  AMAs placés sur la structure principale en excitant sa base.

$FAD_{B_0}^s$  est l'amplification dynamique de la structure principale sans AMAs en excitant sa base.

L'objectif de la minimisation de la norme  $L_\infty$  est de minimiser l'amplification dynamique maximale de la structure principale. Si nous cherchons à minimiser cette norme, cela signifie que nous nous intéressons à la fréquence la plus défavorable. L'effort de minimisation porte sur cette fréquence (la pire) sachant que le niveau de performance qui en découle est garanti pour les autres fréquences.

La norme  $L_\infty$  privilégie la fréquence pour laquelle le déplacement permanent de la structure principale est maximal.

Le second critère utilise la norme  $L_2$  ( $[r_1, r_2]$ ) fondée sur la racine carrée de l'intégrale de l'amplification dynamique au carré effectuée sur l'intervalle  $[r_1, r_2]$ , liée à l'énergie dissipée dans la structure principale. En appliquant la norme  $L_2$ , le but est de minimiser l'énergie de l'amplification dynamique de la structure principale. Cette norme traduit une énergie répartie sur toutes les fréquences. Le fait de la minimiser, signifie de porter l'effort de minimisation sur l'ensemble des fréquences.

Dans le cas d'une excitation sur la masse :

$$C_2(\beta_1, \dots, \beta_p, \xi_1, \dots, \xi_p) = \frac{\|FAD_S^s\|_2}{\|FAD_{S_0}^s\|_2} = \frac{\sqrt{\int_{r_1}^{r_2} (FAD_S^s(r))^2 dr}}{\sqrt{\int_{r_1}^{r_2} (FAD_{S_0}^s(r))^2 dr}} \quad (\text{III. 66})$$

Dans le cas d'une excitation sur la base

$$C_2(\beta_1, \dots, \beta_p, \xi_1, \dots, \xi_p) = \frac{\|FAD_B^s\|_2}{\|FAD_{B_0}^s\|_2} = \frac{\sqrt{\int_{r_1}^{r_2} (FAD_B^s(r))^2 dr}}{\sqrt{\int_{r_1}^{r_2} (FAD_{B_0}^s(r))^2 dr}} \quad (\text{III. 67})$$

### III. 5.2 Optimisation de l'emplacement des pôles

Si la structure primaire admet plus qu'un seul degré de liberté ou lorsque plusieurs AMAs sont utilisés, ils existent des critères qui sont basés sur la localisation des pôles dans le plan complexe.

Parmi ces critères, nous présentons d'abord, celui qui est introduit par Zuo et Nayfeh [115] et qui est basé sur la maximisation du taux d'amortissement modal minimale. Ce critère est désigné en anglais par «Minimax pole shifting». Ensuite, nous présentons celui qui traite de la maximisation du taux de décroissance exponentielle (ETDR) désigné en anglais par « Exponential time decay rate ».

Le 3<sup>ème</sup> critère, cherche à maximiser le taux de l'amortissement modal minimal du système couplé :

$$C_3(\beta_1, \dots, \beta_p, \xi_1, \dots, \xi_p) = \frac{1 + \max_{1 \leq k \leq 1+p} \left( \frac{\text{Re}(\lambda_k)}{|\lambda_k|} \right)}{1 + \max_{1 \leq k \leq 1+p} \left( \frac{\text{Re}(\lambda_k^0)}{|\lambda_k^0|} \right)} \quad (\text{III. 68})$$

La valeur exacte de l'amortissement modal minimal est la valeur opposée du second membre du numérateur de ce rapport, tel que

$$\xi_{\min}^* = - \text{Max}_{1 \leq k \leq 1+p} \left( \frac{\text{Re}(\lambda_k)}{|\lambda_k|} \right) \quad (\text{III. 69})$$

Les pôles du système couplé deux à deux complexes conjugués  $\lambda_k$  et  $\bar{\lambda}_k$  ( $1 \leq k \leq 1+p$ ), par rapport à l'axe vertical, considérés dans le plan complexe, sont les racines du polynôme caractéristique de la matrice d'état avec plusieurs amortisseurs.

Re (.) désigne la partie réelle des pôles.

$\lambda_k^0$  sont les racines du polynôme caractéristique de la matrice d'état sans AMAs.

Le quatrième critère est fondé sur la maximisation du taux de la décroissance exponentielle (en anglais « Exponential time-decay rate ») [106-107]. Il a tendance à faire éloigner de l'axe des imaginaires, le pole le plus proche de cet axe (raisonnement dans le plan complexe). Il s'exprime par :

$$C_4(\beta_1, \dots, \beta_p, \xi_1, \dots, \xi_p) = \frac{1 + \frac{1}{\omega_s} \max_{1 \leq k \leq 1+p} (\text{Re}(\lambda_k))}{1 + \frac{1}{\omega_s} \max_{1 \leq k \leq 1+p} (\text{Re}(\lambda_k^0))} \quad (\text{III. 70})$$

La valeur exacte du taux de la décroissance exponentielle est la valeur opposée du second membre du numérateur de ce rapport, tel que

$$ETDR = - \frac{1}{\omega_s} \max_{1 \leq k \leq 1+p} (\text{Re}(\lambda_k)) \quad (\text{III. 71})$$

Dans le cas où un seul AMA est placé sur la structure principale, cette méthode vise à décroître le plus rapidement possible la « courbe enveloppe » de l'oscillation dynamique. Dans la même hypothèse d'un seul AMA, le polynôme (III. 30) a la même forme que celui obtenu par Giovanni [106]. Notons que Giovanni a traité le cas d'un circuit RL attaché aux bornes d'un élément piézoélectrique dans le but d'amortir une poutre. Dans le but de maximiser le taux de décroissance exponentiel, Giovanni a montré que les valeurs optimisées ( $\beta_1$  et  $\xi_1$ ) sont obtenues lorsque le polynôme admet deux racines doubles complexes conjuguées.

Notons que ces deux derniers critères sont très semblables parce que les pulsations modales des AMA sont voisines de celle de la structure principale :

$$\frac{\text{Re}(\lambda_k)}{|\lambda_k|} = \xi_k^* \text{ et } \frac{\text{Re}(\lambda_k)}{\omega_s} = \frac{\xi_k^* \omega_k}{\omega_s} \approx \xi_k^* \quad (\text{III. 72})$$

### III. 6 Optimisation des paramètres des $p$ AMAs appliqués à un système principal à NDDL à partir d'un critère numérique

Ce travail est consacré à l'application du critère d'optimisation  $C_2$  dans le but d'identifier les paramètres physiques des AMAs lorsqu'ils sont placés en parallèle dans un système principal à Nddl. Ce système est excité, soit en structure (en vue d'une application aux effets du vent) soit par sa base (en vue d'une application à la sismique). Dans la pratique, les masses des AMA sont fixées.

Les  $2p_{tot}$  paramètres physiques à identifier sont alors : les rigidités  $k_{jl_j}$  et les taux d'amortissement  $\xi_{jl_j}$  du  $l_j$  AMA placé sur l'étage  $j$  pour  $l_j$  variant de 1 à  $p_j$ .

Le critère  $C_2$  fait partie de la famille où la dépendance de la fonctionnelle à minimiser porte sur l'un des deux modules des fonctions de transfert  $\left|H_{\hat{x}_j/\hat{f}}(i\omega)\right|$  et  $\left|H_{\hat{x}_j/\hat{x}_g}(i\omega)\right|$

Nous présentons la minimisation des modules des fonctions de transfert définies par les rapports entre la transformée de Fourier du déplacement du dernier étage et celle de l'excitation. Dans ce cas nous avons considéré les modules des fonctions de transfert, au lieu des facteurs d'amplification dynamique. En effet, nous nous proposons d'optimiser les paramètres physiques des AMAs, au lieu des paramètres adimensionnels.

L'intérêt de travailler avec les modules des fonctions de transfert est de minimiser le déplacement total de la structure principale, d'une part, et de tenir compte des modes élevés, d'autre part.

De manière identique à celle que nous l'avons déjà envisagé, dans le cas de l'optimisation des paramètres adimensionnels d'un seul AMA appliqué à un système principal à Nddl, il est plus simple de considérer un seul mode de la structure principale. Dans ce cas, le système à Nddl est converti à un système à 1ddl en considérant la fréquence modale prépondérante de la structure principale.

Cela nous permet d'utiliser les paramètres optimisés analytiques obtenus dans la littérature après la transformation modale. Notons que cette procédure présente des limitations puisque la plupart des formes analytiques obtenues dans la littérature ne sont que des approximations, surtout dans le cas où l'amortissement est introduit dans la structure principale. De plus, le mode que nous devons contrôler doit être décidé à l'avance.

En effet, l'avantage d'utiliser cette nouvelle procédure faisant intervenir les modules des fonctions de transfert consiste à tenir compte des modes élevés de la structure principale. En effet, la conception des AMAs n'est pas basée sur l'accordement de la fréquence de l'AMA à un mode spécifié que nous allons contrôler, mais plutôt sur la réponse totale de la structure.

#### III. 6.1 Optimisation de la fonction de transfert dynamique

Nous présentons le critère  $C_2$  normalisé qui est retenu pour la minimisation. Ce critère utilise la norme  $L_2$  ( $[\omega_1, \omega_2]$ ) fondée sur la racine carrée de l'intégrale du module au carré de la fonction de transfert considérée sur l'intervalle  $[\omega_1, \omega_2]$  et liée à l'énergie dissipée. Dans le cas où nous excitions le dernier étage de la structure principale :

$$C_2(k_{Nl_N}, \dots, c_{Nl_N}) = \frac{\left\| \frac{\hat{x}_N}{\hat{f}}(\omega) \right\|_2}{\left\| \frac{\hat{x}_{0N}}{\hat{f}}(\omega) \right\|_2} = \frac{\sqrt{\int_{\omega_1}^{\omega_2} \left| \frac{\hat{x}_N}{\hat{f}}(\omega) \right|^2 d\omega}}{\sqrt{\int_{\omega_1}^{\omega_2} \left| \frac{\hat{x}_{0N}}{\hat{f}}(\omega) \right|^2 d\omega}} \quad (\text{III. 73})$$

Dans le cas où nous excitons la base de la structure principale :

$$C_2(k_{Nl_N}, \dots, c_{Nl_N}) = \frac{\left\| \frac{\hat{x}_N}{\hat{x}_g}(\omega) \right\|_2}{\left\| \frac{\hat{x}_{0N}}{\hat{x}_g}(\omega) \right\|_2} = \frac{\sqrt{\int_{\omega_1}^{\omega_2} \left| \frac{\hat{x}_N}{\hat{x}_g}(\omega) \right|^2 d\omega}}{\sqrt{\int_{\omega_1}^{\omega_2} \left| \frac{\hat{x}_{0N}}{\hat{x}_g}(\omega) \right|^2 d\omega}} \quad (\text{III. 74})$$

### III. 7 Tableau récapitulatif

Classification de la fonction à minimiser	Critères d'optimisation	Paramètres optimisés de la littérature	Indice de Performance	Objectif
Réponse fréquentielle	$L_\infty$	<p><b>Excitation harmonique sur la masse</b> Den Hartog (Méthode approximative)</p> $\beta_{1opt} = \frac{1}{1 + \mu_1}$ $\xi_{1opt} = \sqrt{\frac{3\mu_1}{8(1 + \mu_1)}}$	$\ FAD_S^s\ _\infty = \left\  \frac{k_s \hat{x}_s}{\hat{f}} \right\ _\infty$ <p>Où <math>x_{sta} = \frac{\hat{f}}{k_s}</math> est le déplacement statique de la structure principale.</p>	Minimiser l'amplitude maximale du déplacement permanent la structure principale lorsque nous appliquons une excitation harmonique sur la masse.
		<p><b>Excitation harmonique sur la base</b> Warburton</p> $\beta_{1opt} = \frac{\sqrt{1 - 0.5\mu_1}}{1 + \mu_1}$ $\xi_{1opt} = \sqrt{\frac{3\mu_1}{8(1 + \mu_1)(1 - 0.5\mu_1)}}$	$\ FAD_B^s\ _\infty = \left\  \frac{\omega_s^2 \hat{x}_s}{\hat{\hat{x}}_g} \right\ _\infty$ <p>Où <math>\hat{\hat{x}}_g</math> est la transformée de Fourier de l'accélération du séisme.</p>	Minimiser l'amplitude maximale du déplacement permanent la structure principale lorsque nous appliquons une excitation harmonique sur la base.
		<p><b>Excitation harmonique sur la masse</b> Krenk</p> $\beta_{1opt} = \frac{1}{1 + \mu_1}$ $\xi_{1opt} = \sqrt{\frac{\mu_1}{2(1 + \mu_1)}}$	$\ FAD_S^s\ _\infty = \left\  \frac{k_s \hat{x}_s}{\hat{f}} \right\ _\infty$ <p>Et</p> $\ FAD_S^1\ _\infty = \left\  \frac{k_s \hat{y}_1}{\hat{f}} \right\ _\infty$ <p><math>\hat{y}_1</math> est le déplacement relatif de l'AMA</p>	Minimiser l'amplitude maximale du déplacement permanent la structure principale et de l'amplitude maximale du déplacement relatif permanent de l'AMA lorsque nous appliquons une excitation harmonique sur la masse.
	$L_2$	<p><b>Excitation aléatoire sur la masse</b> Warburton</p> $\beta_{1opt} = \frac{\sqrt{1 + \frac{\mu_1}{2}}}{1 + \mu_1}$ $\xi_{1opt} = \sqrt{\frac{\mu_1(1 + \frac{3\mu_1}{4})}{4(1 + \mu_1)(1 + \frac{\mu_1}{2})}}$	$\ FAD_S^s\ _2^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (FAD_S^s(r))^2 dr = \frac{2\pi k_s^2 \langle x_s^2 \rangle}{S_1 \omega_s}$ <p><math>\langle x_s^2 \rangle</math> est le déplacement moyen quadratique de la structure principale. <math>S_1</math> est la densité spectrale de l'excitation sur la masse modélisée par un bruit blanc tel que</p> $S_{\hat{f}}(r) =  \hat{f}(ir) ^2 = S_1$	Minimiser l'énergie de vibration transmise à la structure à partir d'une source d'excitation appliquée sur la masse de type aléatoire.

		<p><b>Excitation aléatoire sur la base</b> Warburton</p> $\beta_{1opt} = \frac{\sqrt{1 - \frac{\mu_1}{2}}}{1 + \mu_1}$ $\xi_{1opt} = \sqrt{\frac{\mu_1(1 - \frac{\mu_1}{4})}{4(1 + \mu_1)(1 - \frac{\mu_1}{2})}}$	$\ FAD_B^s\ _2^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (FAD_B^s(r))^2 dr$ $= \frac{2\pi\omega_s^3 \langle x_s^2 \rangle}{S_2}$ <p><math>\langle x_s^2 \rangle</math> est le déplacement relatif moyen quadratique de la structure principale. <math>S_2</math> est la densité spectrale de l'excitation sur la base modélisée par un bruit blanc tel que</p> $S_{\hat{x}_g}(r) =  \hat{x}_g(ir) ^2 = S_2$	<p>Minimiser l'énergie de vibration transmise à la structure à partir d'une source d'excitation appliquée sur la base de type aléatoire.</p>
<b>Localisation des pôles</b>	Placement des pôles	<p>Fujino</p> $\beta_{1opt} = \frac{1}{1 + \mu_1} - \frac{\sqrt{\mu_1} \xi_s}{(1 + \mu_1) \sqrt{1 + \mu_1 - \xi_s^2}}$ $\xi_{1opt} = \frac{\xi_s}{1 + \mu_1} + \frac{\sqrt{\mu_1} \sqrt{1 + \mu_1 - \xi_s^2}}{(1 + \mu_1)}$	$\lambda_1 = \lambda_2$	<p>Les deux pôles des deux modes de vibration coïncident entre eux.</p>
	Placement des pôles	<p>Sadek</p> $\beta_{1opt} = \frac{1}{1 + \mu_1} (1 - \xi_s \sqrt{\frac{\mu_1}{1 + \mu_1}})$ $\xi_{1opt} = \frac{\xi_s}{1 + \mu_1} + \sqrt{\frac{\mu_1}{1 + \mu_1}}$	$\xi_1^* = \xi_2^*$	<p>Les taux d'amortissement modaux sont identiques pour les deux modes de vibration.</p>

**Tableau 1 :** Méthodes de la littérature pour une structure à 1ddl équipée par un seul AMA.

	Critères d'optimisation numériques	Indice de Performance	Objectif
<b>Réponse fréquentielle</b>	$L_\infty$ privilégie la pulsation pour laquelle le gain est maximal Nous utilisons généralement $L_\infty$ dans le cas d'une excitation harmonique	<b>Cas1</b> : Excitation sur la masse $C_1(\beta_1 \dots \xi_l) = \frac{\ FAD_S^s\ _\infty}{\ FAD_{S_0}^s\ _\infty}$ Où $\ FAD_S^s\ _\infty = \text{Max}_{r \in [r_1, r_2]} \left  \frac{k_s \hat{x}_s}{\hat{f}} \right $ <b>Cas 2</b> : Excitation sur la base $C_1(\beta_1 \dots \xi_l) = \frac{\ FAD_B^s\ _\infty}{\ FAD_{B_0}^s\ _\infty}$ où $\ FAD_B^s\ _\infty = \text{Max}_{r \in [r_1, r_2]} \left  \frac{\omega_s^2 \hat{x}_s}{\hat{x}_g} \right $	Minimiser l'amplitude maximale du déplacement permanent la structure principale.
	$L_2$ ne privilégie aucune fréquence mais traduit plutôt une énergie des sorties réparties sur toutes les fréquences. Nous utilisons généralement $L_2$ dans le cas d'une excitation aléatoire de nature bruit blanc	<b>Cas 1</b> : Excitation sur la masse $C_2(\beta_1 \dots \xi_l) = \frac{\ FAD_S^s\ _2}{\ FAD_{S_0}^s\ _2}$ $\ FAD_S^s\ _2 = \sqrt{\int_{r_1}^{r_2} \left  \frac{k_s \hat{x}_s}{\hat{f}} \right ^2 dr}$ <b>Cas 2</b> : Excitation sur la base $C_2(\beta_1 \dots \xi_l) = \frac{\ FAD_B^s\ _2}{\ FAD_{B_0}^s\ _2}$ $\ FAD_B^s\ _2 = \sqrt{\int_{r_1}^{r_2} \left  \frac{\omega_s^2 \hat{x}_s}{\hat{x}_g} \right ^2 dr}$	Minimiser le déplacement quadratique moyen. L'excitation est de nature bruit blanc c à d la densité spectrale de l'énergie est la même pour toutes les fréquences.  Où $\hat{f}$ et $\hat{x}_g$ sont respectivement une force et une accélération constante en fonction de la fréquence.
<b>Localisation des pôles</b>	Minmax	$C_3(\beta_1, \dots, \xi_l) = \frac{1 + \max_{1 \leq k \leq l+p} \left( \frac{\text{Re}(\lambda_k)}{ \lambda_k } \right)}{1 + \max_{1 \leq k \leq l+p} \left( \frac{\text{Re}(\lambda_k^0)}{ \lambda_k^0 } \right)}$ $\xi_{\min}^* = - \text{Max}_{1 \leq k \leq l+p} \left( \frac{\text{Re}(\lambda_k)}{ \lambda_k } \right)$	Maximiser le minimum de l'amortissement modal
	ETDR	$C_4(\beta_1, \dots, \xi_l) = \frac{1 + \frac{1}{\omega_s} \max_{1 \leq k \leq l+p} (\text{Re}(\lambda_k))}{1 + \frac{1}{\omega_s} \max_{1 \leq k \leq l+p} (\text{Re}(\lambda_k^0))}$ $ETDR = - \frac{1}{\omega_s} \max_{1 \leq k \leq l+p} (\text{Re}(\lambda_k))$	Eloigner de l'axe des imaginaires, le pole le plus proche de cet axe dans le plan complexe

**Tableau 2** : Méthodes numériques pour une structure à 1ddl équipée par  $p$  AMAs.



	<b>Critères d'optimisation numériques</b>	<b>Indice de Performance</b>	<b>Objectif</b>
<b>Réponse fréquentielle</b>	<p><math>L_2</math> ne privilégie aucune fréquence mais traduit plutôt une énergie des sorties réparties sur toutes les fréquences.</p> <p>Nous utilisons généralement <math>L_2</math> dans le cas d'une excitation aléatoire de nature bruit blanc</p>	<p><b>Cas 1 :</b> Excitation sur la masse</p> $C_2(k_{N/N}, c_{N/N}) = \frac{\left\  \frac{\hat{x}_N}{\hat{f}}(\omega) \right\ _2}{\left\  \frac{\hat{x}_{0N}}{\hat{f}}(\omega) \right\ _2}$ $\left\  \frac{\hat{x}_N}{\hat{f}}(\omega) \right\ _2 = \sqrt{\int_{\omega_1}^{\omega_2} \left  \frac{\hat{x}_N}{\hat{f}}(\omega) \right ^2 d\omega}$ <p><b>Cas 2 :</b> Excitation sur la base</p> $C_2(k_{N/N}, c_{N/N}) = \frac{\left\  \frac{\hat{x}_N}{\hat{x}_g}(\omega) \right\ _2}{\left\  \frac{\hat{x}_{0N}}{\hat{x}_g}(\omega) \right\ _2}$ $\left\  \frac{\hat{x}_N}{\hat{x}_g}(\omega) \right\ _2 = \sqrt{\int_{\omega_1}^{\omega_2} \left  \frac{\hat{x}_N}{\hat{x}_g}(\omega) \right ^2 d\omega}$	<p>Minimiser le déplacement quadratique moyen du dernier étage de la structure principale. L'excitation est de nature bruit blanc c à d la densité spectrale de l'énergie est la même pour toutes les fréquences.</p>

**Tableau 3 :** Méthodes numériques pour une structure à Nddl équipée par  $p_{tot}$  AMAs.

### III. 8 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons classifié les différents critères d'optimisation en deux familles selon la fonction à minimiser.

La première famille dépend de la réponse fréquentielle. Les méthodes liées à cette famille sont basées sur la minimisation du déplacement permanent maximal de la structure principale. D'autres méthodes sont basées sur la minimisation du déplacement quadratique de la structure principale.

La deuxième famille dépend de la localisation des pôles. Elle est introduite par Fujino dans le cas simple (1ddl+1AMA) et développée par d'autres chercheurs dans le cas le plus complexe tels que la méthode du taux de la décroissance exponentielle, la méthode de maximisation de l'amortissement modal et la méthode de Sadek.

Dans le cas simple (1ddl+1AMA), nous avons présenté les formules analytiques obtenues dans la littérature. Dans le cas le plus complexe (1ddl+p AMAs), nous avons étudié l'effet de la configuration des AMAs.

En effet nous avons présenté les quatre critères d'optimisation numériques que nous avons appliqué sur les AMAs placés en parallèles, et ce, dans le cas où le système est excité sur sa base ou excité sur sa masse. En revanche, nous avons appliqué les critères numériques

d'optimisation pour les AMAs placés en série, et ce, dans le cas où nous excitons seulement la masse de la structure principale. Dans cette étude, l'optimisation est fondée sur les paramètres adimensionnels des AMAs de telle façon que les fréquences des AMAs sont accordées à la fréquence de la structure principale.

Mais lorsque nous traitons le cas d'une structure à Nddl nous cherchons à atténuer la réponse totale de la structure principale. En conclusion, il s'avère faisable et très pratique d'optimiser directement les paramètres physiques des AMAs au lieu d'optimiser les paramètres adimensionnels.

---

## Conception de plusieurs AMAs appliqués à une structure à 1DDL : Excitation sur la structure

---

### Résumé

Ce chapitre est consacré à la conception et à l'optimisation de  $p$  AMAs au moyen de la minimisation des critères déjà détaillés au chapitre III et dans le cas où nous contrôlons un système principal à 1ddl. Le système combiné (Structure principale + $p$ AMAs) est excité en structure (en vue d'une application aux effets du vent).

Dans un premier temps, nous supposons que les AMAs, placés en parallèle, ont une masse identique. En fixant les rapports des masses des AMAs et le taux d'amortissement de la structure principale, nous pouvons optimiser les  $2p$  paramètres adimensionnels de chaque AMA. Le but est de déterminer les paramètres physiques optimisées des de chacun des AMAs, tels que les taux d'amortissements et les rigidités.

Des simulations numériques sont réalisées dans le but d'étudier la performance de chaque AMA du modèle optimisé. Cette performance dépend des réponses temporelles et fréquentielles.

La sensibilité de chaque critère est également examinée en faisant varier les paramètres optimisés des AMAs. Nous nous intéressons également à la robustesse des critères face aux incertitudes liées au changement des paramètres physiques de la structure principale.

Dans un second temps, nous étudions l'effet de la configuration des AMAs optimisés (en série et en parallèle) sur l'évolution de l'amplification dynamique et sur le placement des pôles. Dans ce contexte, nous commençons par l'étude des AMAs placés en série et qui sont caractérisés par des masses identiques. Sachant que cette analyse ne fournit pas des résultats satisfaisants, ceci nous conduit à travailler avec des AMAs de masses différentes tout en considérant deux configurations (en parallèle et en série). Dans ce cas, l'optimisation est réalisée pour  $3p$  paramètres tels que les  $p$  rapports de synchronisation, les  $p$  taux d'amortissement et les  $p$  rapports de masse de chaque AMA.

Afin d'examiner l'influence de la configuration des AMAs sur la réduction des valeurs de chaque critère à l'optimum, nous choisissons des AMAs placés en série et en parallèle et nous nous intéressons aux cas où les masses des AMAs sont identiques ou différentes. Lors de l'interprétation des résultats, nous avons remarqué que les valeurs des critères ( $C_{1opt}$ ,  $C_{3opt}$  et  $C_{4opt}$ ) sont plus faibles en utilisant des AMAs de masses identiques et placés en parallèle. En revanche, la valeur du critère  $C_2$  à l'optimum est plus basse en appliquant des AMAs de masses différentes et placés en série.

Une des originalités de notre travail consiste à optimiser, pour chaque amortisseur, les 4 critères adoptés, et ce, en considérant 3 paramètres au lieu de 2.

## Sommaire

---

IV. 1	Introduction.....	101
IV. 2	Effet de l'amortissement sur l'amplification dynamique.....	102
IV. 3	Effet du rapport de synchronisation sur l'amplification dynamique.....	103
IV. 4	Effet de l'amortissement sur les pôles.....	105
IV. 5	Effet du rapport de synchronisation sur les pôles.....	105
IV. 6	Comparaison des performances des modèles optimisés pour des AMAs de masses identiques placés en parallèle.....	106
IV. 6.1	Les paramètres optimisés.....	106
IV. 6.2	Evolution de l'amplification dynamique sous l'excitation sur la masse avec les modèles optimisés.....	108
IV. 6.3	Diagramme de Nyquist avec les modèles optimisés.....	110
IV. 6.4	Calcul des pôles avec les modèles optimisés.....	112
IV. 6.5	Application de la vibration libre avec les modèles optimisés : Etude de la décroissance des amplitudes.....	113
IV. 7	Etude de la sensibilité.....	116
IV. 8	Etude de la robustesse.....	118
IV. 9	Etude paramétrique.....	121
IV. 9.1	Effet du rapport de la masse totale des AMAs.....	121
IV. 9.2	Effet du taux d'amortissement de la structure principale.....	124
IV. 10	Etude des valeurs singulières.....	127
IV. 10.1	Effet de l'amortissement sur le conditionnement de la matrice $\mathbf{H}_N^*$ .....	129
IV. 10.2	Effet du rapport de synchronisation sur le conditionnement des valeurs singulières.....	129
IV. 10.3	Calcul des valeurs singulières avec les modèles optimisés en fonction du nombre des AMAs.....	130
IV. 11	L'effet de la configuration des AMAs.....	134
IV. 11.1	AMAs placés en série où les masses des AMAs sont identiques.....	134
IV. 11.2	AMAs placés en parallèle et en série où les masses des AMAs sont différentes.....	138
IV. 11.3	Influence de la configuration des AMAs sur la valeur de chaque critère à l'optimum.....	144
IV. 11.4	Comparaison de l'amplification dynamique avec les modèles optimisés pour les différentes configurations des AMAs.....	146
IV. 11.5	Comparaison des diagrammes de Nyquist avec les modèles optimisés pour les différentes configurations des AMAs.....	148
IV. 12	Conclusion.....	151

---

## IV.1 Introduction

Ce chapitre s'intéresse à l'application des différents critères d'optimisation des paramètres mécaniques de  $p$  AMAs appliqués à un système principal à 1ddl.

Pour contrôler la structure principale, nous utilisons les paramètres adimensionnels qui sont reliés aux paramètres physiques des AMAs. L'intérêt de ces paramètres consiste surtout à accorder la fréquence de l'AMA au mode spécifié de la structure principale. Les paramètres adimensionnels optimisés sont déterminés à partir des formules empiriques obtenues dans la littérature dans le cas plus simple (1ddl+1AMA) ou encore à partir des critères numériques dans les cas le plus complexe (1ddl+ $p$ AMAs).

Dans un premier temps, nous supposons que les AMAs sont placés en parallèle et ont des masses identiques. En effet, en fixant les rapports des masses des AMAs ainsi que le taux d'amortissement de la structure principale, il reste à identifier les  $2p$  paramètres « sans dimension » qui sont alors : les  $p$  rapports entre la pulsation propre de chaque AMA sur celle de la structure principale, et les  $p$  taux d'amortissement de chaque AMA.

Des simulations numériques sont réalisées dans le but d'étudier la performance des modèles obtenus avec les paramètres optimisés en considérant plusieurs méthodes fréquentielles:

- ✓ tracé de l'amplification dynamique dans le cas d'une excitation en structure
- ✓ déplacement relatif maximal de chaque AMA,
- ✓ plan de Nyquist,
- ✓ localisation des pôles.

Par ailleurs, nous menons une étude, également fréquentielle, fondée sur les valeurs singulières de la matrice de la flexibilité dynamique du système complet (Structure principale + $p$  AMAs). Elle porte sur l'évaluation de la pertinence de chaque critère d'optimisation.

Pour ce qui concerne la robustesse de chaque critère, nous comparerons l'évolution de chaque critère en faisant varier d'abord la rigidité de la structure principale, et ensuite la masse de la structure principale.

Nous sommes intéressés également à l'étude de l'évolution des valeurs de chaque critère à l'optimum en faisant varier une fois le rapport la masse totale des AMAs et une fois le taux d'amortissement de la structure principale.

Dans un second temps, et pour comparer les configurations différentes des AMAs, nous étudions les AMAs en série avec des masses identiques. Puisque nous avons constaté que cette étude ne donne pas des résultats satisfaisants, ceci nous conduit à travailler avec des AMAs de masses différentes, mais en optimisant cette fois-ci les  $3p$  paramètres qui sont alors : les  $p$  rapports entre la pulsation propre de chaque AMA et celle de la structure principale, les  $p$  taux d'amortissement de chaque AMA et les  $p$  rapports entre la masse de l'AMA et celle de la structure principale. Dans ce cas, nous ajoutons au processus d'optimisation une contrainte supplémentaire à celle traduisant la somme des rapports des masses totales des AMAs (considérée à 5% de la masse de la structure principale).

## IV. 2 Effet de l'amortissement sur l'amplification dynamique

Le but de cette section est d'étudier l'évolution de l'amplification dynamique  $FAD_s^s$  par rapport à la variation des taux d'amortissement pour  $p$  AMAs.

Pour cela, nous choisissons un nombre d'AMAs égal à 4. Le rapport de la masse totale des AMAs  $\mu_{tot}$  est équivalent à 5% de la masse de la structure principale. Ce rapport est distribué de la même manière pour tous les amortisseurs. Nous fixons les  $p$  rapports  $\beta_l$  entre la pulsation propre  $\omega_l$  de chaque AMA sur celle  $\omega_s$  de la structure principale. A cet effet, les valeurs de  $\beta_l$  et  $\xi_l$  ont été choisies de manière arbitraire afin de procéder à une simulation du critère  $C_I$  avant son optimisation. D'ailleurs, nous supposons que les taux d'amortissement des différents AMAs soient identiques ( $\xi_l = \xi_A \forall l \in [1,4]$ ). Dans l'une des simulations, nous considérons des valeurs  $\beta_l$  identiques aux valeurs optimales  $\beta_{lopt}$  obtenues en appliquant le critère  $C_{lopt}$ .

Pour étudier l'effet des taux d'amortissement des différents AMAs sur l'amplification dynamique, nous choisissons de faire varier  $\xi_A$  dans un intervalle compris entre 0 et 0.35.

La courbe de la surface de la

FIG.IV. 1 illustre cette situation et présente comment se comporte l'amplification dynamique pour des valeurs fixes de  $\beta_l$  et  $\mu_l$ . Elle montre également que si les taux d'amortissement sont faibles, alors des pics secondaires apparaissent dus aux résonances des AMAs que nous dénombrons exactement à  $p+1$  pics locaux. Cependant, lorsque les taux d'amortissement augmentent, les pics secondaires de résonance disparaissent graduellement et finissent par donner en un seul pic. La réponse maximale de l'amplification dynamique du premier pic devient très grande lorsque les taux d'amortissement continuent à augmenter. Dans ce cas, les AMAs ne dissipent plus l'énergie de la vibration de la structure principale. Notons que cette conclusion est identique à celle obtenue au second chapitre pour le cas d'un seul AMA.

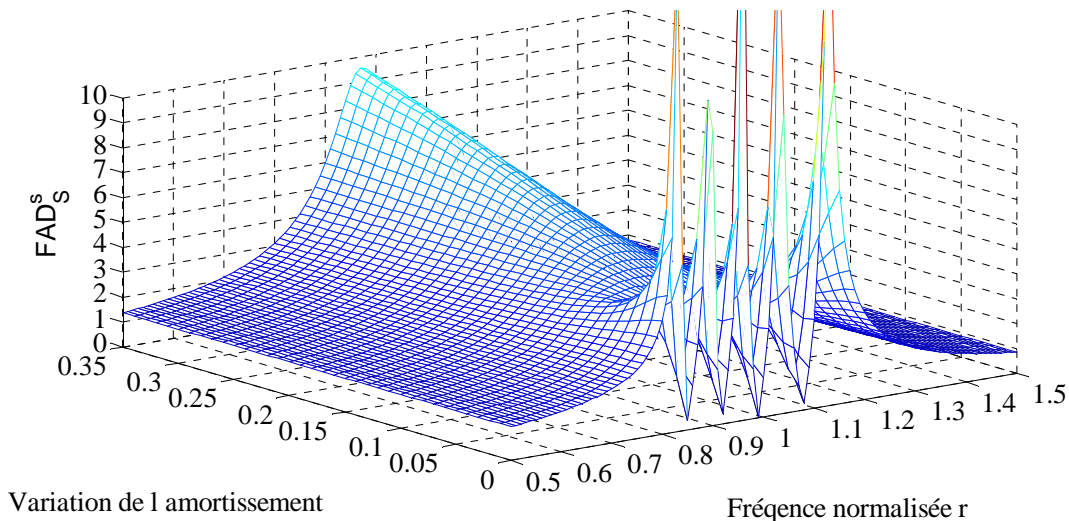


FIG.IV. 1- Courbe 3D illustrant la variation de l'amplification dynamique en fonction de la fréquence normalisée  $r$  et des taux d'amortissement des différents AMAs.

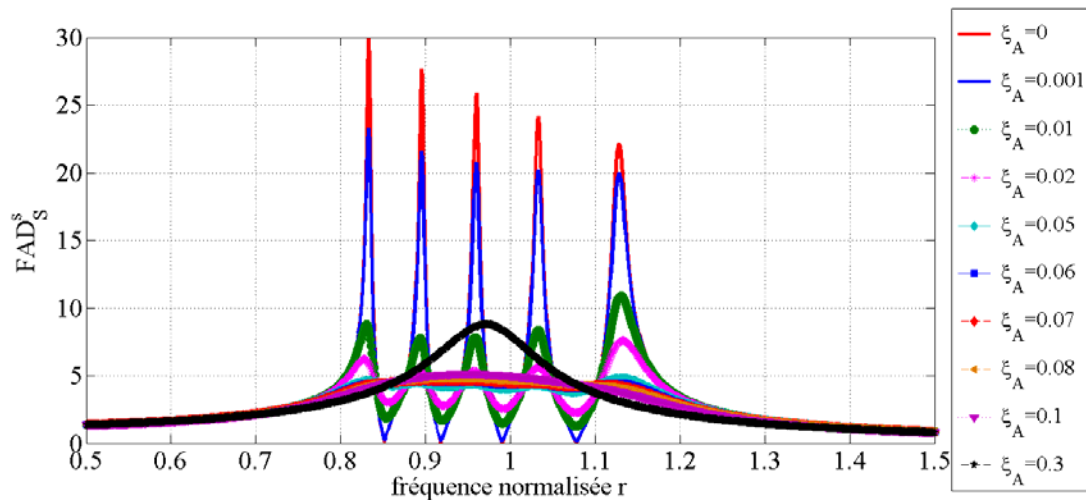


FIG.IV. 2- Courbe de la réponse fréquentielle de l'amplification dynamique  $FAD_S^s$  pour différentes valeurs des taux d'amortissement  $\xi_A$ .

D'après la courbe de la FIG.IV. 2, l'amplification dynamique atteint sa valeur minimale pour un taux d'amortissement égale à 0.056 pour chaque AMA. Lorsque nous augmentons progressivement les taux d'amortissement, nous observons une réduction des pics secondaires. En revanche, une augmentation excessive des taux d'amortissement tend à amplifier l'amplitude du pic primaire.

### IV. 3 Effet du rapport de synchronisation sur l'amplification dynamique

Dans ce paragraphe, nous allons traiter les divers effets des rapports de synchronisation sur le facteur de l'amplification dynamique. Pour cela, nous traçons l'amplification dynamique en choisissant un rapport de masse total  $\mu_{tot}$  égal à 5% et un nombre des AMAs  $p$  égal à 4. Aussi, nous choisissons les paramètres des AMAs tels que les taux d'amortissement sont ceux obtenus par l'optimisation du critère  $C_{1opt}$ , tandis que les paramètres  $\beta_i$  varient de 0.6 à 1.4. Nous supposons également que les valeurs  $\beta_i$  sont identiques ( $\beta_i = \beta_A \forall i \in [1,4]$ ). Par ailleurs, les rigidités et les masses pour chaque AMA sont choisies identiques, tandis que les taux d'amortissements optimisés des AMAs sont différents.

La FIG.IV. 3 montre l'évolution de l'amplification dynamique, nous constatons sur cette figure que l'allure de la courbe devient de plus en plus aplatie sur une bande large de fréquence normalisée ( $r < 0.75$  ou  $r > 1.3$ ). Ceci, surtout lorsque  $\beta_A$  varie entre 0.9 et 1.1 (lorsque la fréquence de l'AMA se rapproche de celle de la structure principale). En effet, dans ce cas et en particulier lorsque la fréquence normalisée  $r = 1$ , les AMAs jouent un rôle important dans la réduction des vibrations. Egalement d'après cette figure, l'amplification dynamique est minimale lorsque le rapport de la fréquence  $r$  atteint 1.38 et le paramètre  $\beta_A$  atteint la valeur 1.4.

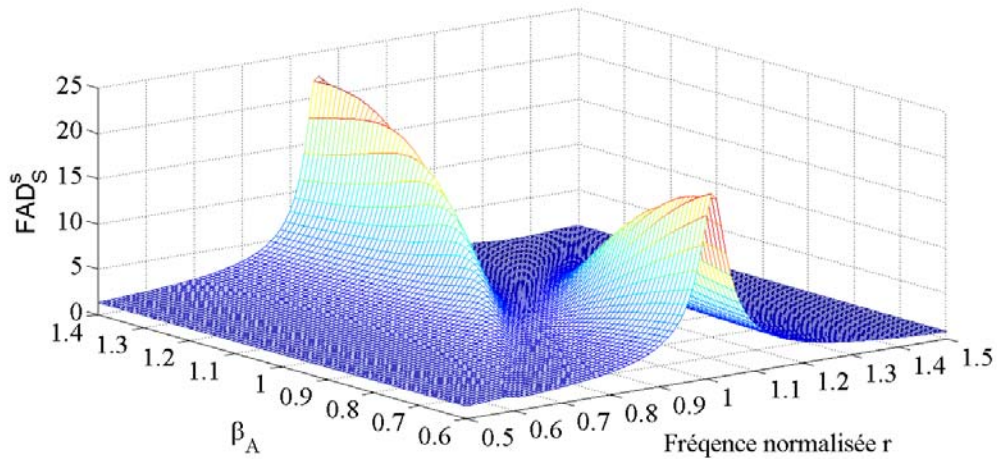


FIG.IV. 3- Surface 3D illustrant la variation de l'amplification dynamique  $FAD_S^s$  en fonction de la fréquence normalisée  $r$  et du paramètre de synchronisation  $\beta_A$ .

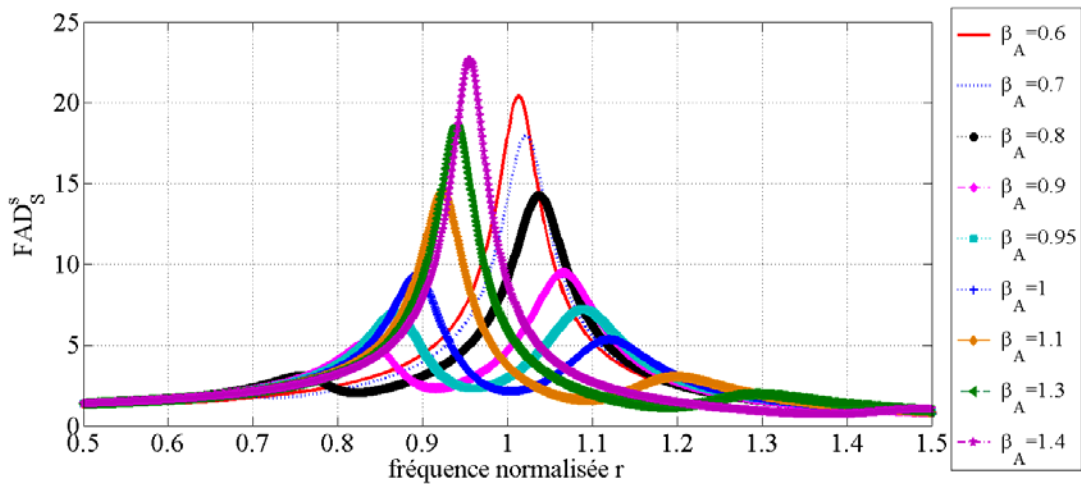


FIG.IV. 4- Courbe de la réponse fréquentielle de l'amplification dynamique  $FAD_S^s$  pour différents valeurs arbitraires  $\beta_A$  des 4 AMAs.

D'après la FIG.IV. 4, nous pouvons remarquer que pour des valeurs faibles de  $\beta_A$  qui varient de 0.6 à 0.7, la courbe de l'amplification présente un seul pic. Par contre, si nous augmentons légèrement les paramètres  $\beta_A$ , nous constatons d'une part, l'apparition d'un pic secondaire, et d'autre part, l'amplification dynamique diminue fortement sur une bande large de fréquence normalisée. En revanche, pour une augmentation importante de  $\beta_A$  ( $\beta_A \geq 1.3$ ), ce pic secondaire s'écrase et nous pouvons observer une augmentation importante de l'amplification dynamique pour un seul pic.

En conclusion, la courbe montre qu'il existe des paramètres optimisés  $\beta_A$  capables d'aplatir la courbe de l'amplification dynamique dans un intervalle de fréquence relativement large. Nous pouvons conclure que l'incorporation des AMAs permet d'étendre de manière appropriée l'intervalle de la fréquence effective en aplatissant la réponse de l'amplification dynamique pour cet intervalle.



## IV. 4 Effet de l'amortissement sur les pôles

Dans ce paragraphe, nous sommes intéressés à l'influence de l'amortissement sur les pôles. Pour ce faire, nous introduisons le lieu des racines du polynôme caractéristique de la matrice d'état  $\mathbf{A}$  du système complet (Structure principale +  $p$  AMAs). Les pôles sont ensuite calculés en faisant varier les taux d'amortissement des AMAs. Puisque les pôles sont complexes et conjugués, nous traçons le lieu des racines du polynôme situées uniquement dans le demi-plan d'ordonnée positive. Notre étude est représentée pour un nombre des AMAs  $p$  égal à 1 et pour  $\mu_{tot} = 5\%$ . Ceci, en faisant varier  $\xi_1$  dans un intervalle compris entre 0 et 0.35 et pour une valeur optimisé  $\beta_1$  obtenue une fois par le critère  $C_{1opt}$  et une fois par le critère  $C_{4opt}$ . Nous observons d'après la FIG.IV. 6 que les deux pôles se croisent entre eux c'est-à-dire que le polynôme admet dans ce cas deux racines doubles complexes et conjuguées. Le point qui indique que les deux pôles coïncident eux correspond à un taux d'amortissement  $\xi_1$  égal à 0.237. Cette valeur trouvée numériquement est la même que celle déduite par l'expression analytique de Fujino.

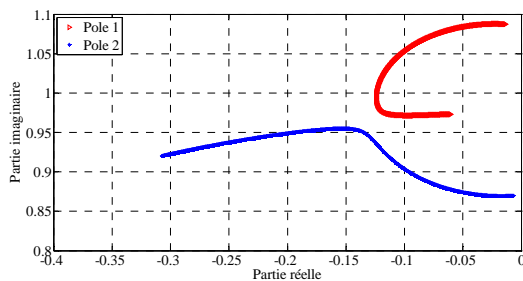


FIG.IV. 5- Lieu des pôles lorsque  $\xi_1$  varie pour  $\mu_1 = 5\%$  et  $\beta_{1opt}$  obtenues par le critère  $C_{1opt}$ .

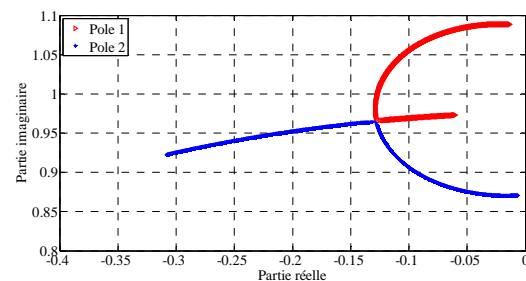


FIG.IV. 6- Lieu des pôles lorsque  $\xi_1$  varie pour  $\mu_1 = 5\%$  et  $\beta_{1opt}$  obtenues par le critère  $C_{4opt}$ .

## IV. 5 Effet du rapport de synchronisation sur les pôles

Dans ce paragraphe, nous allons étudier l'influence du rapport de synchronisation sur les pôles. En effet au lieu de faire varier le taux d'amortissement comme nous l'avons envisagé dans le paragraphe précédent, nous allons fixer le taux d'amortissement et faire varier le paramètre de synchronisation entre 0.6 et 1.4. Comme nous l'avons effectué précédemment, nous fixons un nombre d'AMAs égal à 1 et un rapport de masse  $\mu_{tot} = 5\%$ .

En comparant la FIG.IV. 7 à la FIG.IV. 8, nous constatons que la valeur absolue de la partie réelle de chacun des deux pôles est plus élevée en choisissant un taux d'amortissement obtenu par le critère  $C_{4opt}$ . Nous observons aussi d'après la FIG.IV. 8, que les deux pôles se croisent entre eux pour à un rapport de synchronisation  $\beta_1$  égal à 0.948. Cette valeur numérique est la même que celle trouvée par l'expression analytique de Fujino.

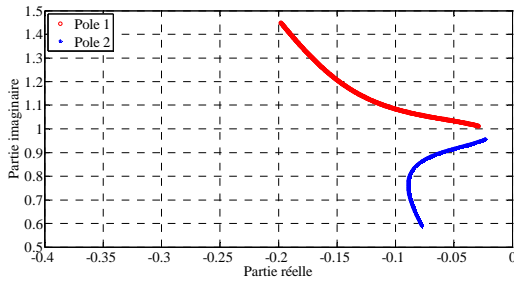


FIG. IV. 7-Lieu des pôles lorsque  $\beta_1$  varie pour  $\mu_1 = 5\%$  et  $\xi_{1opt}$  obtenues par le critère  $C_{1opt}$ .

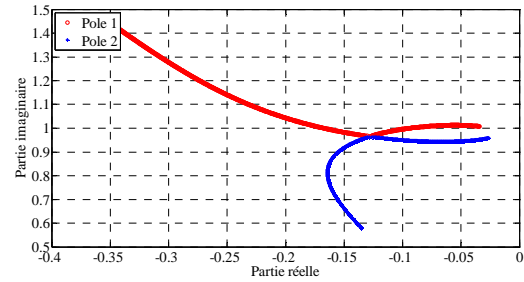


FIG. IV. 8-Lieu des pôles lorsque  $\beta_1$  varie pour  $\mu_1 = 5\%$  et  $\xi_{1opt}$  obtenues par le critère  $C_{4opt}$ .

## IV. 6 Comparaison des performances des modèles optimisés pour des AMAs de masses identiques placés en parallèle

Nous supposons que la masse de chaque amortisseur est identique et que la masse totale des AMAs est fixé à 5% de la masse de la structure principale. Nous allons également utiliser, dans le cas d'un seul AMA, les critères empiriques tels que ceux utilisés dans les méthodes de Den Hartog [68], Krenk [112] et Fujino [105].

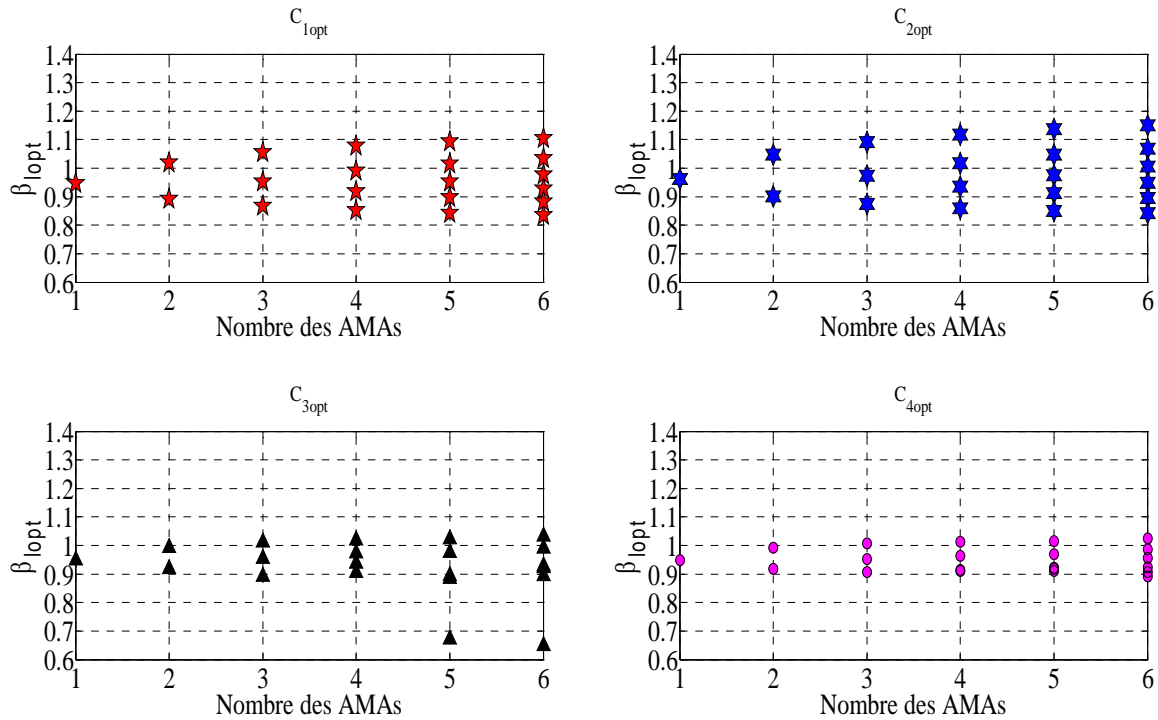
### IV. 6.1 Les paramètres optimisés

La procédure de minimisation pour chacun des quatre critères précédents a été réalisée de manière aussi bien analytique que numérique. Pour les deux premiers critères, nous avons calculé l'expression analytique de  $FAD_s^s$ . Concernant le critère  $C_{2opt}$ , nous calculons l'aire (sous la courbe) de la fonction  $FAD_s^s$  au carré. Ce calcul est effectué à l'aide d'une méthode de quadrature afin de mesurer l'énergie dissipée. L'intervalle choisi  $[r_1, r_2]$  est :  $r_1 = 0.5$  et  $r_2 = 1.5$ .

Pour les critères  $C_{3opt}$  et  $C_{4opt}$ , nous calculons numériquement les racines du polynôme caractéristique de la matrice d'état du système complet.

Nous considérons une structure principale amortie avec  $\xi_s = 0.02$  et une fréquence égale à 1.88 Hz. Nous déterminons ensuite les paramètres physiques des AMAs qui réalisent, à la fois, des coefficients d'amortissements optimisés et des rigidités optimales des AMAs, et ce, selon les différents critères d'optimisation. Ces paramètres optimisés sont directement déduits à partir des paramètres adimensionnels optimisés. Pour un  $\mu_1$  fixé,  $\beta_1 = \beta_{1opt}$  et  $\xi_1 = \xi_{1opt}$ , les différentes masses des AMAs sont déterminées à partir de  $\mu_1$ . A partir de la valeur optimale  $\beta_{1opt}$ , nous déduisons les rigidités optimales. Les coefficients d'amortissement optimisés sont déterminés à partir des taux d'amortissement optimisés.

Les quatre critères sont alors minimisés séparément en utilisant la fonction « fminsearchbnd » de MATLAB en considérant les contraintes suivantes sur les paramètres :  $0.6 \leq \beta_{1opt} \leq 1.4$  et  $0.01 \leq \xi_{1opt} \leq 0.35$

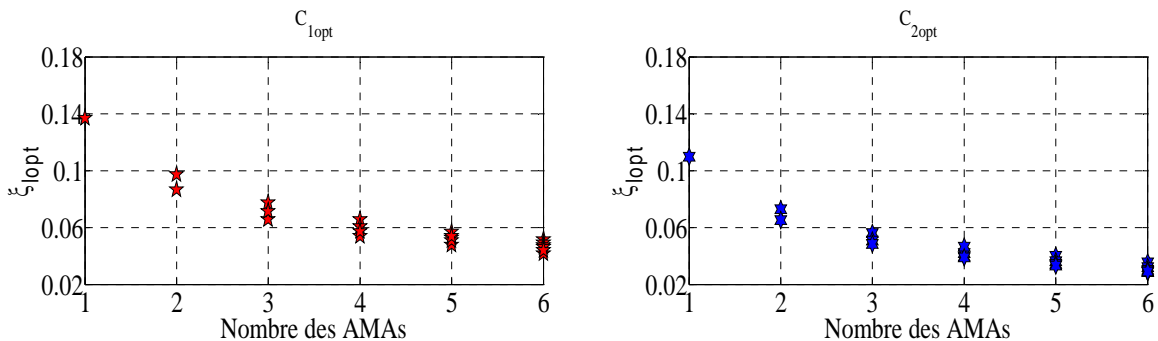


**FIG.IV. 9-** Les paramètres de synchronisation  $\beta_{opt}$  pour chaque AMA en fonction du nombre des AMAs et pour les différents critères d'optimisation.

Les paramètres optimisés sont représentés graphiquement sur la FIG.IV. 9 et la FIG.IV. 10.

Il apparaît clairement sur la FIG.IV. 9, et dans le cas de l'application des critères  $C_{1opt}$  et  $C_{2opt}$ , que les valeurs optimales  $\beta_{opt}$  relatives aux différents AMAs sont équidistants entre elles, tandis que dans le cas des critères  $C_{3opt}$  et  $C_{4opt}$ , les  $\beta_{opt}$  varient de manière arbitraire.

Il apparaît clairement sur la FIG.IV. 10, lorsque nous avons utilisé les critères fréquentiels, l'augmentation du nombre d'AMAs conduit à la diminution de l'ensemble des taux d'amortissement pour chaque nombre fixé avec très voisines. Cependant, lorsque nous avons appliqué les critères des pôles, la plage de variation des taux d'amortissement s'est avérée très grande avec des points dispersés.



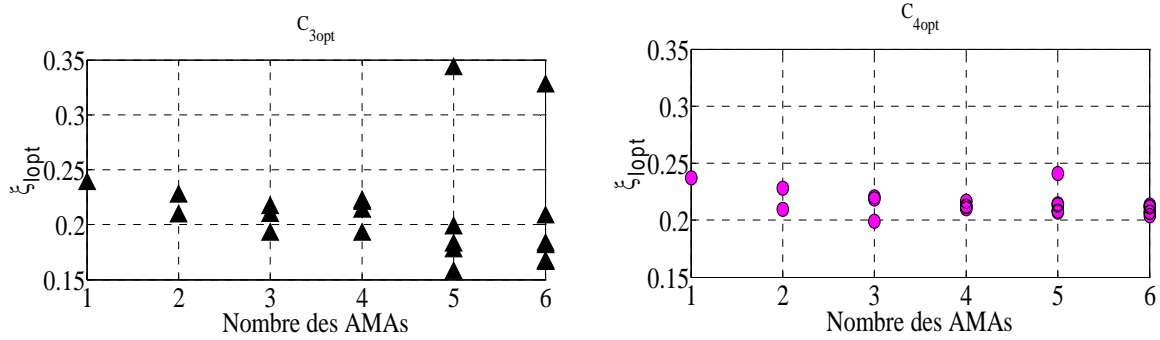


FIG.IV. 10- Les taux d'amortissement  $\xi_{1opt}$  pour chaque AMA en fonction du nombre des AMAs et pour les différents critères d'optimisation.

#### IV. 6.2 Evolution de l'amplification dynamique sous l'excitation sur la masse avec les modèles optimisés

Les quatre figures FIG.IV. 11, FIG.IV. 12, FIG.IV. 13 et FIG.IV. 14 montrent que l'amplification dynamique dépend fortement du nombre d'AMAs. Il apparait clairement que l'allure de l'amplification dynamique varie selon le critère d'optimisation appliqué. Lorsque nous appliquons les paramètres optimisés avec les critères  $C_{1opt}$  et  $C_{2opt}$ , nous observons  $p+1$  pics locaux sous l'effet des valeurs faibles des taux d'amortissement des AMAs. Cependant, lorsque les paramètres optimisés avec les critères  $C_{3opt}$  et  $C_{4opt}$  sont appliqués, alors, les pics secondaires disparaissent graduellement du fait que les taux d'amortissement des AMAs sont élevés. Nous remarquons également que l'effet du nombre d'AMAs est plus perceptible en appliquant les critères fréquentiels. Nous concluons ainsi qu'une augmentation du nombre des AMAs favorise la diminution de l'amplification dynamique.

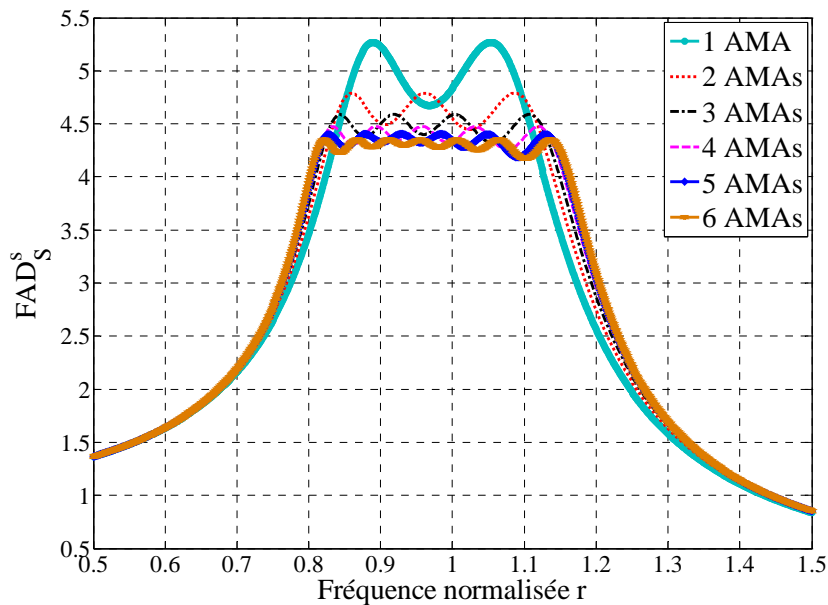


FIG.IV. 11- Evolution de l'amplification dynamique de la structure principale pour  $\mu_l = 5\%$  en appliquant les paramètres optimisées avec le critère  $C_{1opt}$ .

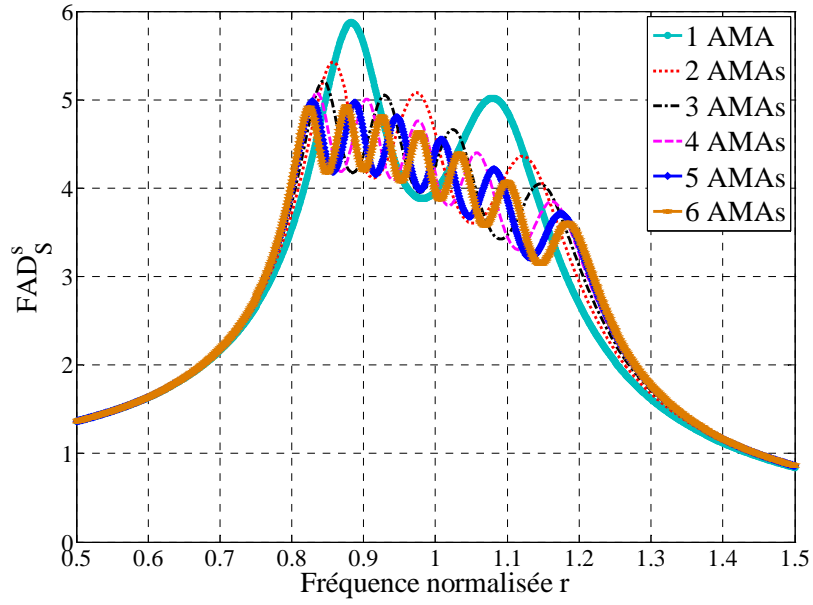


FIG.IV. 12-Evolution de l'amplification dynamique de la structure principale pour  $\mu_l = 5\%$  en appliquant les paramètres optimisés avec le critère  $C_{2opt}$ .

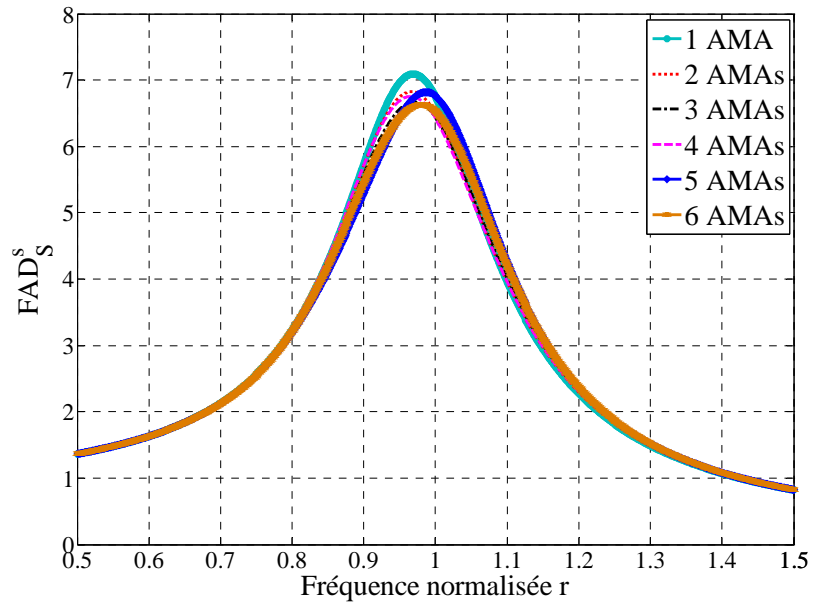


FIG.IV. 13-Evolution de l'amplification dynamique de la structure principale pour  $\mu_l = 5\%$  en appliquant les paramètres optimisés avec le critère  $C_{3opt}$ .

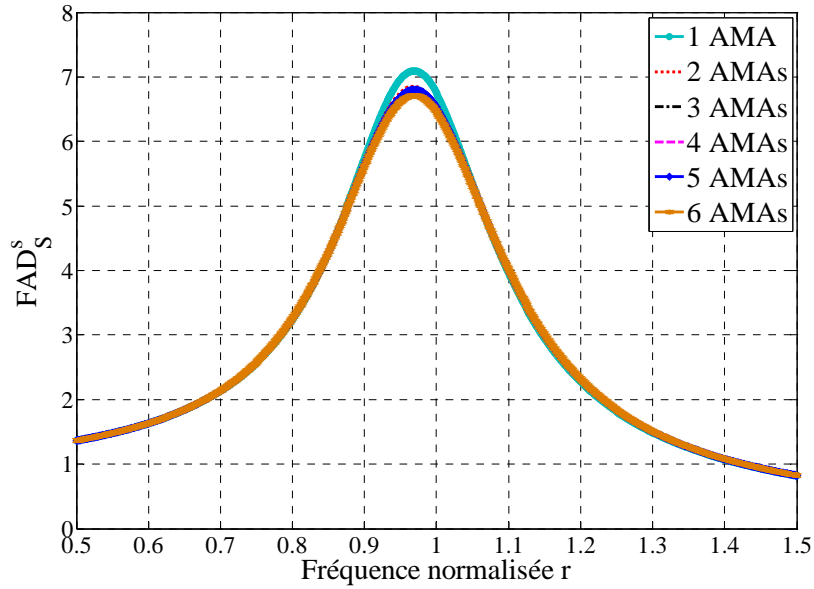


FIG.IV. 14-Evolution de l'amplification dynamique de la structure principale pour  $\mu_l = 5\%$  en appliquant les paramètres optimisés avec le critère  $C_{4opt}$ .

### IV. 6.3 Diagramme de Nyquist avec les modèles optimisés

Un diagramme de Nyquist est un moyen de représenter le comportement fréquentiel d'un système. Il combine les deux types de diagramme de Bode, module et phase, en un seul.

Son application consiste à la représentation dans le plan complexe, de l'image d'une fonction de transfert normalisée  $k_s H_{\hat{x}_s/\hat{f}}(r)$  lorsque la fréquence normalisée varie de 0.5 à 1.5. La phase est l'angle et le module la distance du point à l'origine.

Nous traçons dans les figures présentées ci dessous les diagrammes de Nyquist pour les modèles optimisés

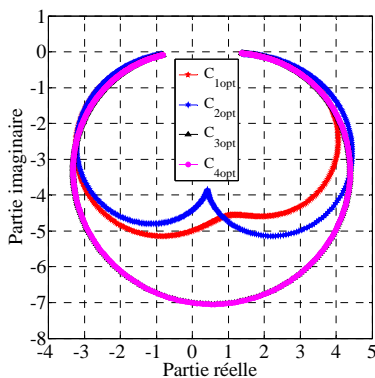


FIG.IV. 15-Diagramme de Nyquist avec les modèles optimisés en appliquant 1 AMA.

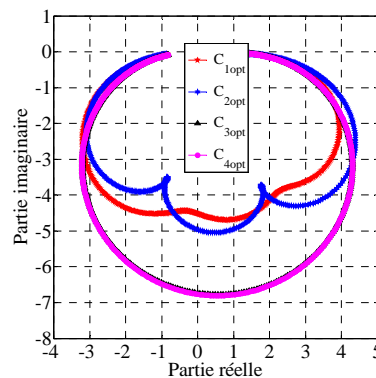
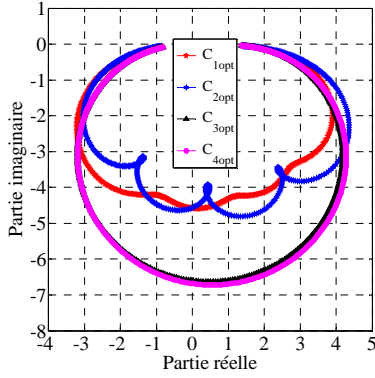
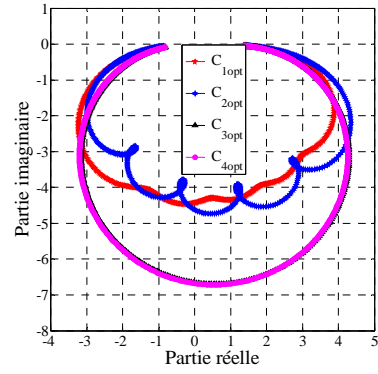


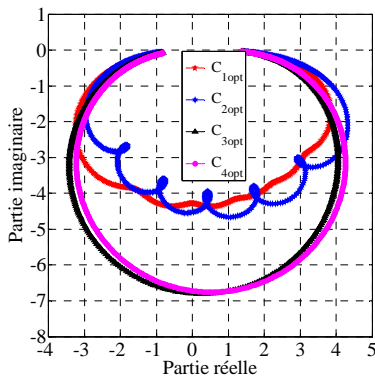
FIG.IV. 16-Diagramme de Nyquist avec les modèles optimisés en appliquant 2 AMAs.



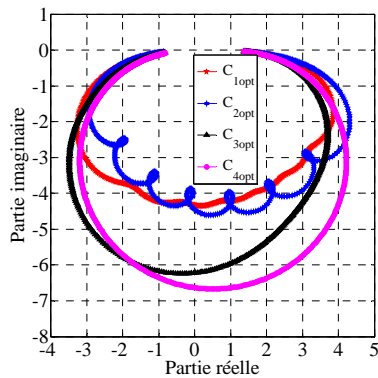
**FIG.IV. 17**-Diagramme de Nyquist avec les modèles optimisés en appliquant 3 AMAs.



**FIG.IV. 18**-Diagramme de Nyquist avec les modèles optimisés en appliquant 4 AMAs.



**FIG.IV. 19**-Diagramme de Nyquist avec les modèles optimisés en appliquant 5 AMAs.



**FIG.IV. 20**-Diagramme de Nyquist avec les modèles optimisés en appliquant 6 AMAs.

Il est important de noter que la nature de la fonction de transfert joue un rôle important dans le diagramme de Nyquist. En effet, une fonction de transfert  $H$  de type mobilité (Vitesse / Force) est effectivement associée à l'équation d'un cercle pour une dissipation visqueuse et elle s'écrit sous la forme suivante

$$\left(H_{re} - \frac{1}{2c_s}\right)^2 + H_{im}^2 = \frac{1}{4c_s^2} \quad (\text{VI. 1})$$

Par contre, la réceptance (Déplacement / Force) ne correspond pas exactement à un cercle dans le cas d'un amortissement visqueux. Dans ce cas, la réceptance s'écrit

$$H_{re}^2 + \left(H_{im} + \frac{1}{2c_s \omega}\right)^2 = \frac{1}{4c_s^2 \omega^2} \quad (\text{VI. 2})$$

Si nous assimilons notre système à un système à 1ddl équivalent, l'équation devient

$$\left(k_{eq} H_{re}\right)^2 + \left(k_{eq} H_{im} + \frac{k_{eq}}{2c_{eq} \omega}\right)^2 = \frac{k_{eq}^2}{4c_{eq}^2 \omega^2} \quad (\text{VI. 3})$$

A la résonance,  $\omega$  voisin de  $\omega_{eq}$ , l'équation devient proche d'un cercle de centre  $(0, -\frac{1}{4\xi_{eq}})$  et de rayon  $\frac{1}{4\xi_{eq}}$ . Ainsi, plus que le rayon la valeur du taux d'amortissement équivalent augmente, plus que le rayon du cercle équivalent diminue et à sa surface du cercle diminue. Les surfaces délimitées par les « Cercles équivalents » des modèles optimisés suivant les critères fréquentiels sont plus petites en les comparant à celles obtenus avec les modèles optimisés suivant les critères des pôles.

#### IV. 6.4 Calcul des pôles avec les modèles optimisés

Dans cette section, nous allons présenter les pôles pour les modèles optimisés obtenus pour chaque nombre des AMAs.

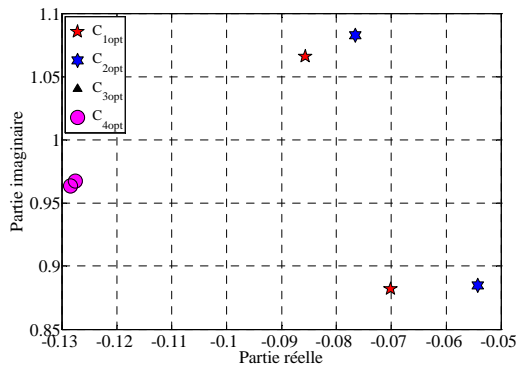


FIG.IV. 21-Localisation des pôles avec les modèles optimisés en appliquant un seul AMA.

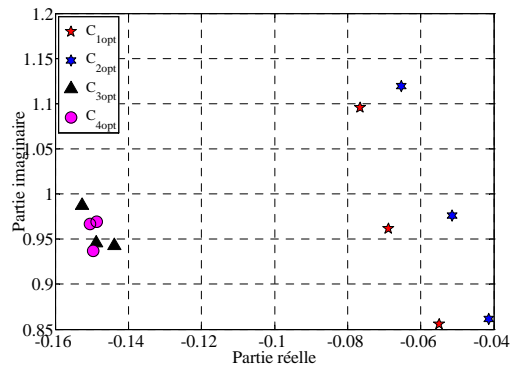


FIG.IV. 22-Localisation des pôles avec les modèles optimisés en appliquant 2 AMAs.

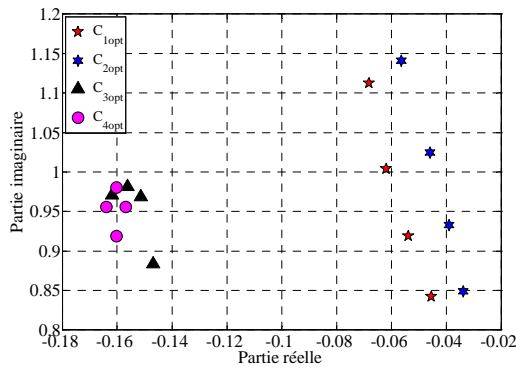


FIG.IV. 23-Localisation des pôles avec les modèles optimisés en appliquant 3 AMAs

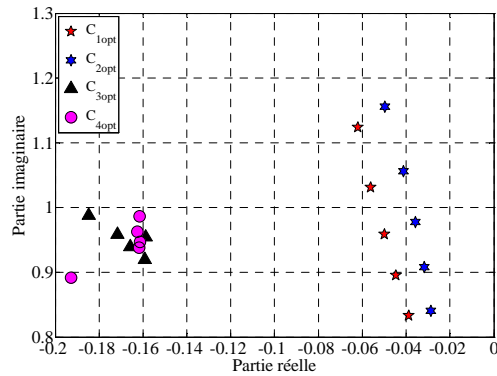


FIG.IV. 24-Localisation des pôles avec les modèles optimisés en appliquant 4 AMAs.



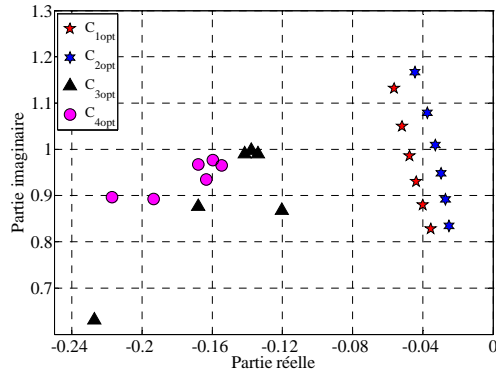


FIG.IV. 25-Localisation des pôles avec les modèles optimisés en appliquant 5 AMAs.

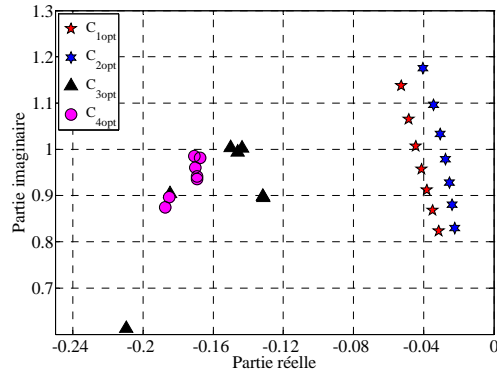


FIG.IV. 26-Localisation des pôles avec les modèles optimisés en appliquant 6 AMAs.

Nous constatons que l'application des paramètres optimisés avec les deux critères  $C_{3opt}$  et  $C_{4opt}$  a tendance à augmenter les valeurs absolues des parties réelles des pôles. De plus, ces pôles sont très proches. Nous observons par ailleurs qu'il y a concentration des pôles sur les parties de gauche des différentes figures.

En appliquant les paramètres optimisés avec les critères  $C_{1opt}$  et  $C_{2opt}$ , nous voyons que les pôles sont presque équidistants et que les valeurs absolues des parties réelles des pôles sont faibles par rapport à celles des autres pôles.

#### IV. 6.5 Application de la vibration libre avec les modèles optimisés : Etude de la décroissance des amplitudes

Nous sommes intéressés dans cette partie à la réponse de la vibration libre avec les modèles optimisés. L'objectif de cette étude est de déterminer le temps de décroissance  $\tau_s$  tel que le déplacement de la structure principale atteint une valeur entre 0.04 % et 0.045 %. Il s'agit de calculer également le temps de décroissance de l'AMA  $\tau_l$  (pour  $l$  varie entre 1 et  $p$ ) tel que le déplacement de chaque AMA atteint une valeur entre 0.15% et 0.20%. Les temps sont calculés en supposant les conditions initiales suivantes :  $x_s^0 = 0.1; \dot{x}_s^0 = 0; x_l^0 = 0; \dot{x}_l^0 = 0$ .

Nous remarquons d'après le Tableau.IV. 1, que lorsque nous appliquons un seul AMA, les paramètres optimisés de Krenk donnent le temps le plus rapide pour la structure principale, d'une part, et que les paramètres optimisés avec les critères des pôles et Fujino (ils sont identiques dans ce cas) donnent le temps le plus rapide pour l'amortisseur, d'autre part. Mais lorsque nous appliquons plusieurs AMAs, alors, les temps de la décroissance de la structure principale et celui des AMAs sont plus rapides en appliquant les paramètres optimisés avec les critères des pôles ( $C_{3opt}$  et  $C_{4opt}$ ).

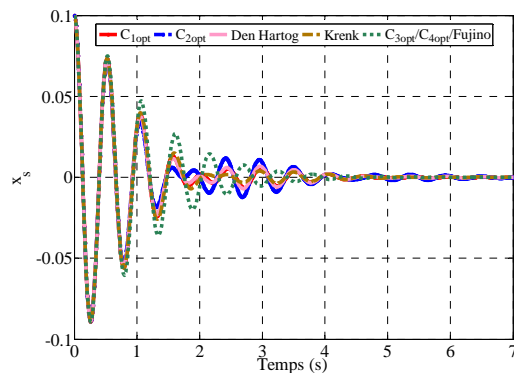
Nombre des AMAs	Critères	$\tau_s(s)$	$\tau_1(s)$	$\tau_2(s)$	$\tau_3(s)$	$\tau_4(s)$	$\tau_5(s)$	$\tau_6(s)$
1	Den Hartog	6	6.59					
	Krenk	<b>4.72</b>	5.39					
	$C_{1opt}$	6	5.43					
	$C_{2opt}$	6.59	7.77					
	Fujino, $C_{3opt}$ , $C_{4opt}$	4.94	<b>5.05</b>					
2	$C_{1opt}$	5.57	6.67	6.67				
	$C_{2opt}$	8.65	9.28	9.28				
	$C_{3opt}$	4.44	4.61	4.61				
	$C_{4opt}$	4.44	4.60	4.60				
3	$C_{1opt}$	7.50	7.52	7.52	8.74			
	$C_{2opt}$	9.31	7.40	7.40	11.89			
	$C_{3opt}$	4.37	4.55	4.55	4.50			
	$C_{4opt}$	4.42	4.61	4.61	4.57			
4	$C_{1opt}$	8.86	8.86	8.86	11.48	10.17		
	$C_{2opt}$	10.05	13.96	13.96	9.99	14.51		
	$C_{3opt}$	4.43	4.59	4.59	4.63	4.52		
	$C_{4opt}$	4.42	4.59	4.59	4.56	4.58		
5	$C_{1opt}$	9.05	10.17	10.17	10.90	11.53	10.85	
	$C_{2opt}$	11.37	11.27	11.27	14.57	16.63	17.15	
	$C_{3opt}$	4.81	5.01	5.01	4.96	4.06	4.50	
	$C_{4opt}$	<b>4.42</b>	<b>4.52</b>	<b>4.52</b>	<b>4.59</b>	<b>4.55</b>	<b>4.58</b>	
6	$C_{1opt}$	8.97	11.03	11.03	12.24	14.21	12.24	12.88
	$C_{2opt}$	12.68	12.09	12.09	16.24	17.70	19.28	19.19
	$C_{3opt}$	3.66	4.03	4.03	4.57	2.96	4.49	4.44
	$C_{4opt}$	4.39	4.53	4.53	4.58	4.58	4.56	4.08

**Tableau.IV. 1-** Les temps de décroissance des amplitudes de la structure principale et des AMAs avec les modèles optimisés et en fonction du nombre des AMAs.

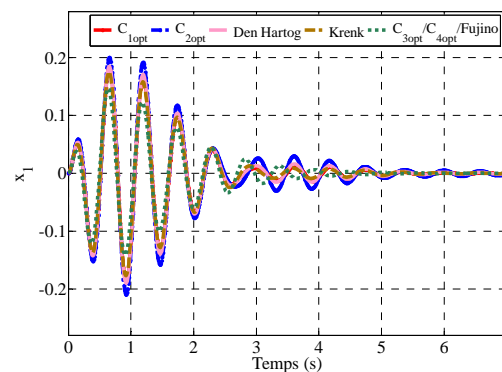
Nous avons également présenté les figures qui correspondent à la vibration libre dans les deux cas :

- ✓ cas lorsque nous appliquons un seul AMA,
- ✓ cas lorsque nous appliquons 5 AMAs.

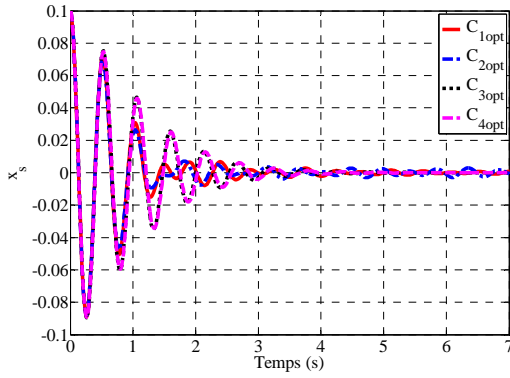
Nous avons bien constaté d'après les figures suivantes que les déplacements de la structure principale et des AMAs décroissent plus rapidement en appliquant les paramètres optimisés avec les critères des pôles.



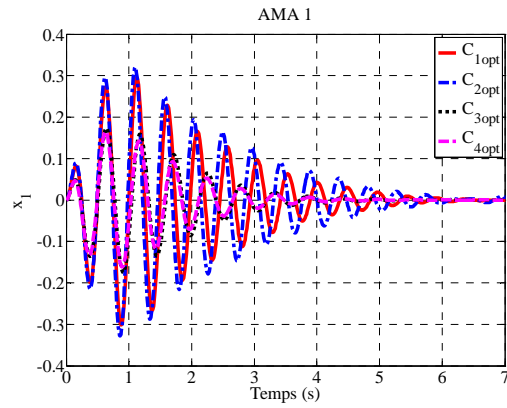
**FIG.IV. 27-** Evolution du déplacement de la structure principale dans le cas de la vibration libre avec les modèles optimisés en appliquant un seul AMA.



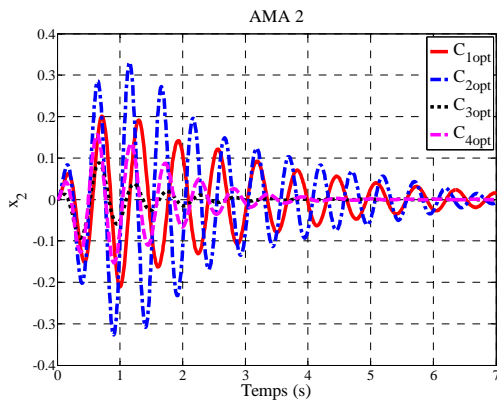
**FIG.IV. 28-** Evolution du déplacement de l'amortisseur dans le cas de la vibration libre selon avec les modèles optimisés en appliquant un seul AMA.



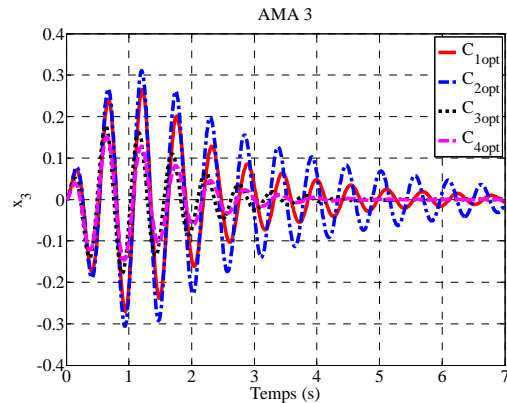
**FIG.IV. 29**-Evolution du déplacement de la structure principale dans le cas de la vibration libre avec les modèles optimisés en appliquant 5 AMAs.



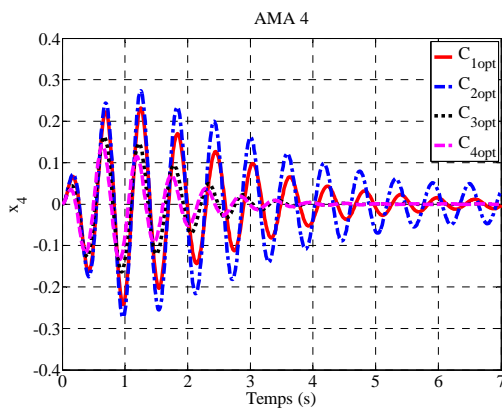
**FIG.IV. 30**-Evolution du déplacement de l'AMA numéro 1 dans le cas de la vibration libre avec les modèles optimisés en appliquant 5 AMAs.



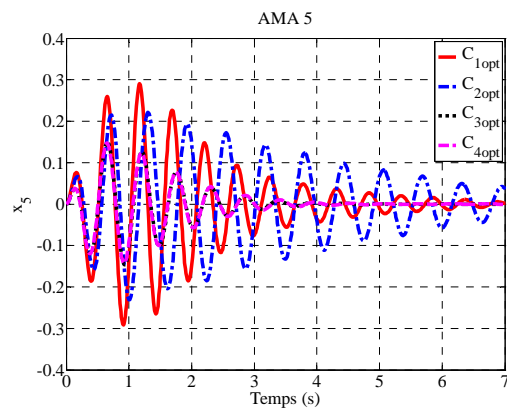
**FIG.IV. 31**-Evolution du déplacement de l'AMA numéro 2 dans le cas de la vibration libre avec les modèles optimisés en appliquant 5 AMAs.



**FIG.IV. 32**-Evolution du déplacement de l'AMA numéro 3 dans le cas de la vibration libre avec les modèles optimisés en appliquant 5 AMAs.



**FIG.IV. 33**-Evolution du déplacement de l'AMA numéro 4 dans le cas de la vibration avec les modèles optimisés en appliquant 5 AMAs.



**FIG.IV. 34**-Evolution du déplacement de l'AMA numéro 5 dans le cas de la vibration libre avec les modèles optimisés en appliquant 5 AMAs.

## IV. 7 Étude de la sensibilité

L'objectif de cette section est d'effectuer une étude de sensibilité pour déterminer les paramètres les plus influents sur la variation des critères. Cette étude nous permet également de trouver le critère, qui soit à la fois le plus fiable et le plus insensible à la variation des paramètres optimisés due à une erreur dans la conception des AMAs.

Nous traçons l'erreur relative (pourcentage d'erreur) de chaque critère en fonction des l'erreur relative sur les paramètres optimisés.

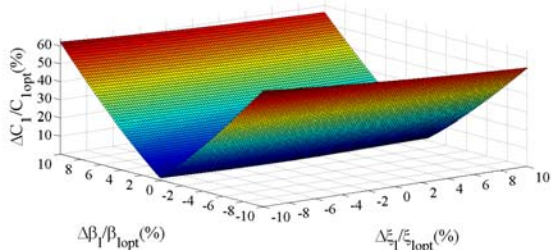
L'erreur relative du critère  $i$ , est définie de cette manière

$$\frac{\Delta C_i}{C_{iopt}} (\%) = \frac{C_i - C_{iopt}}{C_{iopt}} \times 100 = \left\{ \frac{C_i}{C_{iopt}} - 1 \right\} \times 100 \quad \forall 1 \leq i \leq 4 \quad (\text{VI. 4})$$

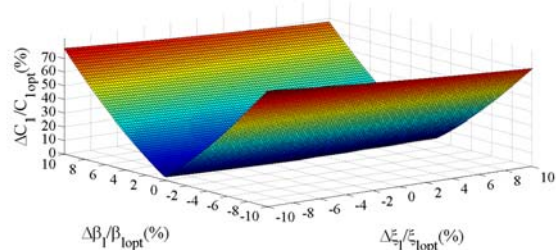
Dans ce paragraphe, nous fixons le nombre des AMAs et nous traçons la variation du l'erreur relative des deux paramètres de chaque AMA. Nous varions simultanément les paramètres des  $p$  AMAs tel que  $0.9\beta_{lopt} \leq \beta_l \leq 1.1\beta_{lopt}$  et  $0.9\xi_{lopt} \leq \xi_l \leq 1.1\xi_{lopt}$  où  $1 \leq l \leq p$

Dans cette section, nous avons illustré à l'aide des graphiques 3D, les erreurs relatives des divers critères  $\frac{\Delta C_i}{C_{iopt}}$  en fonction des erreurs relatives  $\frac{\Delta\beta_l}{\beta_{lopt}}$  et  $\frac{\Delta\xi_l}{\xi_{lopt}}$ . Les figures y relatives sont

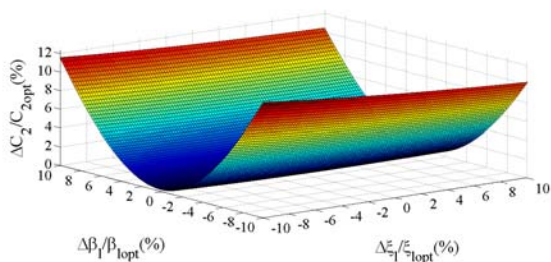
limitées au nombre d'AMAs compris entre 1 et 2. C'est pourquoi, nous avons constitué **une annexe B** dans laquelle se trouvent toutes les illustrations graphiques 3D relatives aux différents nombre d'AMAs compris entre 3 à 6.



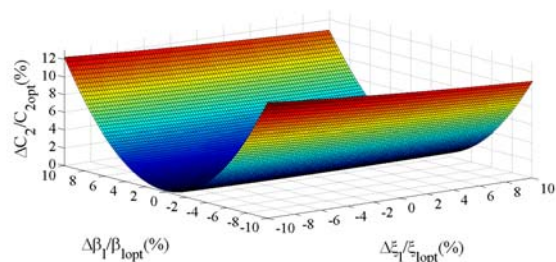
**FIG.IV. 35**-Surface 3D illustrant l'évolution de l'erreur relative du critère  $C_1$  en fonction des erreurs relatives des paramètres optimisés d'un seul AMA.



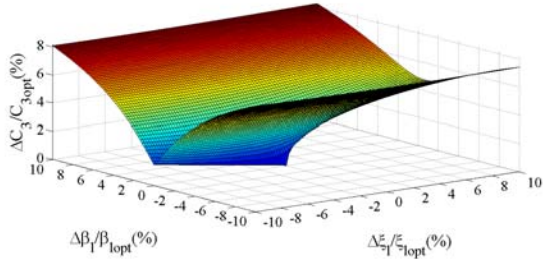
**FIG.IV. 36**-Surface 3D illustrant l'évolution de l'erreur relative du critère  $C_1$  en fonction des erreurs relatives des paramètres optimisés des 2 AMAs.



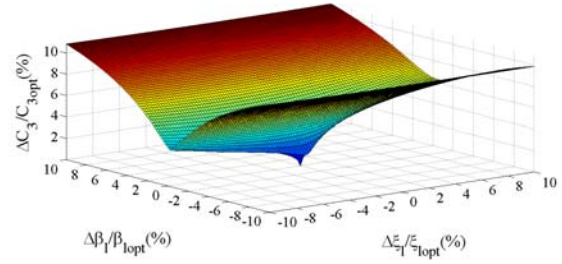
**FIG.IV. 37**-Surface 3D illustrant l'évolution de l'erreur relative du critère  $C_2$  en fonction des erreurs relatives des paramètres optimisés d'un seul AMA.



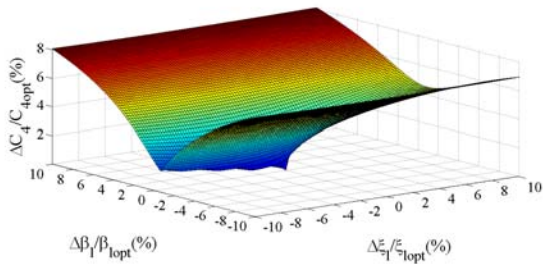
**FIG.IV. 38**-Surface 3D illustrant l'évolution de l'erreur relative du critère  $C_2$  en fonction des erreurs relatives des paramètres optimisés des 2 AMAs.



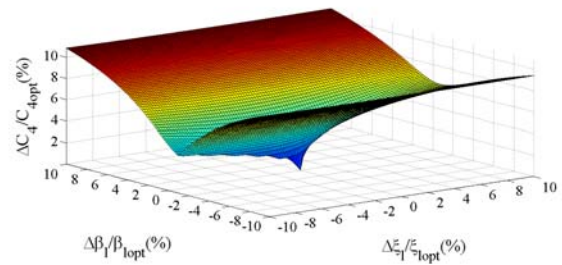
**FIG.IV. 39**-Surface 3D illustrant l'évolution de l'erreur relative du critère  $C_3$  en fonction des erreurs relatives des paramètres optimisés d'un seul AMA.



**FIG.IV. 40**-Surface 3D illustrant l'évolution de l'erreur relative du critère  $C_3$  en fonction des erreurs relatives des paramètres optimisés des 2AMAs.



**FIG.IV. 41**-Surface 3D illustrant l'évolution de l'erreur relative du critère  $C_4$  en fonction en fonction des erreurs relatives des paramètres optimisés d'un seul AMA.



**FIG.IV. 42**-Surface 3D illustrant de l'erreur relative du critère  $C_4$  en fonction des erreurs relatives des paramètres optimisés des 2AMAs.

Sur la base des figures présentées ci-dessus, nous nous proposons de comparer par exemple les erreurs relatives des différents critères lorsque nous fixons les taux d'amortissement optimisés et nous varions les paramètres de synchronisation optimisés.

Nous traitons à présent le cas particulier où  $\frac{\Delta\beta_1}{\beta_{1opt}}$  atteint 10 %. Nous remarquons, en passant d'un nombre d'AMAs de 1 à 6, l'erreur relative  $\frac{\Delta C_1}{C_{1opt}}$  varie de 58.12 % à 89.43 %, tandis qu'en appliquant le critère  $C_2$  l'erreur relative  $\frac{\Delta C_2}{C_{2opt}}$  apparait moins sensible car elle varie de 10.74 % à 11.37 %. Pour les critères  $C_3$  et  $C_4$ , les erreurs relatives,  $\frac{\Delta C_3}{C_{3opt}}$  et  $\frac{\Delta C_4}{C_{4opt}}$ , varient respectivement de 8.04 % à 8.54 % et de 8 % à 12 %.

Il en résulte des figures précédentes que le critère  $C_1$  est très sensible aux rigidités des AMAs ainsi qu'à leur nombre. Il en est de même pour  $C_2$ , à l'exception de la zone proche de la tangente horizontale due la forme parabolique du critère.

Nous traitons en particulier le cas où  $\frac{\Delta\xi_1}{\xi_{1opt}}$  atteint -10 %, et nous fixons les paramètres de synchronisation optimisés  $\beta_{1opt}$ . Dans ce cas, en passant d'un nombre d'AMAs de 1 à 6, l'erreur relative du critère  $C_1$  augmente de 1.36 % à 3.072 %.

En appliquant le critère  $C_2$ , son erreur relative  $\frac{\Delta C_2}{C_{2opt}}$  diminue de 0.2 % à 0.06 %.

En conclusion, les deux critères fréquentiels  $C_1$  et  $C_2$  sont très sensibles à la rigidité des AMAs et le sont moins concernant l'effet de l'amortissement de ces derniers. En revanche, les deux critères des pôles, à savoir  $C_3$  et  $C_4$ , sont très sensibles aussi bien à la rigidité des AMAs qu'à l'effet du taux l'amortissement.

Notons que l'effet de l'augmentation du nombre d'AMAs sur l'erreur relative du critère  $C_1$  est très élevé en le comparant à celui obtenu dans le cas du critère  $C_2$ .

En revanche, nous remarquons que les erreurs relatives des critères des pôles  $C_3$  et  $C_4$  ne dépendent pas du nombre d'AMAs et que les erreurs relatives sont arbitraires dans ce cas.

## IV. 8 Etude de la robustesse

Dans ce paragraphe, nous fixons les paramètres optimisés des divers AMAs, c'est-à-dire ceux obtenus lors de la conception. Ensuite, nous cherchons à prendre en compte des incertitudes constatées au niveau des paramètres de la structure principale, et ce, de manière à traiter l'évolution de chaque critère pour un nombre d'AMAs choisi.

Le comportement de chaque critère est affecté par les erreurs relatives des paramètres mécaniques de la structure principale suivante.

$$\begin{aligned} \frac{\Delta k_s}{k_s} (\%) &= \frac{\tilde{k}_s - k_s}{k_s} \times 100 = \left\{ \frac{\tilde{k}_s}{k_s} - 1 \right\} \times 100 \\ \frac{\Delta m_s}{m_s} (\%) &= \frac{\tilde{m}_s - m_s}{m_s} \times 100 = \left\{ \frac{\tilde{m}_s}{m_s} - 1 \right\} \times 100 \end{aligned} \quad (\text{VI. 5})$$

L'incertitude sur les paramètres adimensionnels est introduite de la manière suivante

$$\left\{ \begin{aligned} \tilde{\mu}_l &= \frac{m_l}{\tilde{m}_s} = \frac{m_l}{m_s} \times \frac{m_s}{\tilde{m}_s} = \mu_l \times \frac{m_s}{\tilde{m}_s} \\ \tilde{\beta}_l &= \frac{\omega_{lopt}}{\tilde{\omega}_s} = \sqrt{\frac{k_{lopt}}{m_l}} \times \sqrt{\frac{\tilde{m}_s}{\tilde{k}_s}} = \sqrt{\frac{k_{lopt}}{m_l}} \times \sqrt{\frac{\tilde{m}_s}{m_s}} \times \sqrt{\frac{m_s}{k_s}} \times \sqrt{\frac{k_s}{\tilde{k}_s}} = \beta_{lopt} \times \sqrt{\frac{\tilde{m}_s}{m_s}} \times \sqrt{\frac{k_s}{\tilde{k}_s}} \\ \tilde{r} &= \frac{\omega}{\tilde{\omega}_s} = \frac{\omega}{\omega_s} \times \frac{\omega_s}{\tilde{\omega}_s} = r \times \sqrt{\frac{k_s}{m_s}} \times \sqrt{\frac{\tilde{m}_s}{\tilde{k}_s}} = r \times \sqrt{\frac{k_s}{m_s}} \times \sqrt{\frac{\tilde{m}_s}{m_s}} \end{aligned} \right. \quad (\text{VI. 6})$$

Nous introduisons ensuite ces nouveaux paramètres adimensionnels dans les expressions des différents critères. Nous pouvons ainsi calculer numériquement chaque critère en fonction des paramètres incertains de la structure principale.

Nous pouvons remarquer que l'augmentation du nombre d'AMAs améliore la robustesse de chaque critère par rapport au cas d'un seul AMA. Par conséquent, nous concluons que les AMAs peuvent surmonter la limitation d'un seul AMA, et ce, en distribuant les fréquences d'un certain nombre d'AMAs autour de la fréquence fondamentale de la structure principale.

Dans un premier temps, nous avons fixé la masse de la structure principale et nous avons fait varier sa rigidité pour qu'elle varie entre  $0.95k_s \leq \tilde{k}_s \leq 1.1k_s$ . Sur la FIG.IV. 43, nous avons

tracé le critère  $C_l$  en fonction de l'erreur relative de la rigidité. Nous avons constaté que plus la rigidité varie, plus le critère augmente de manière sensible.

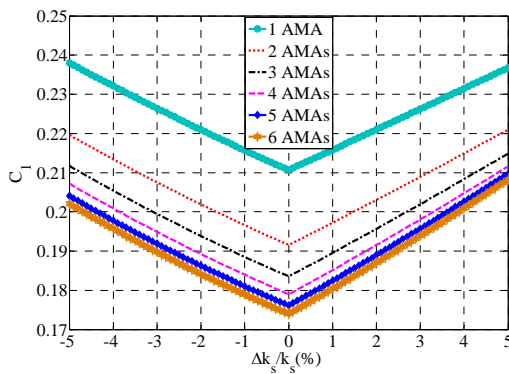
Pour le même critère  $C_l$  et sur la FIG.IV. 44, nous avons fixé la rigidité de la structure principale et avons varié la masse dans l'intervalle  $0.95m_s \leq \tilde{m}_s \leq 1.1m_s$ . Ainsi et à titre d'exemple, pour une réduction de la masse de 5%, la variation du critère change de 23% pour  $l = 1$  et de 20.9% pour  $l = 6$ .

Par contre, sur la FIG.IV. 45, nous constatons clairement que lorsque nous changeons la rigidité de la structure principale et fixons le nombre d'AMAs, le critère  $C_2$  augmente légèrement.

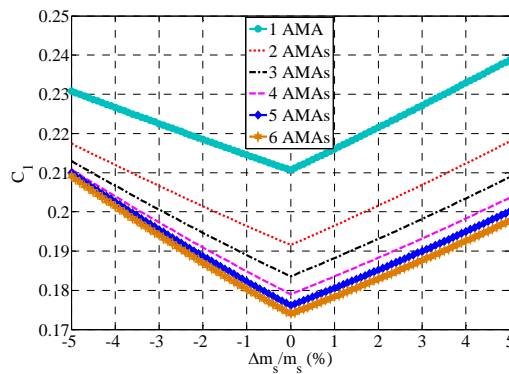
Nous constatons sur la FIG.IV. 46, qu'en réduisant l'erreur relative de la masse de la structure principale (vers des valeurs négatives), le critère  $C_2$  diminue. En revanche, en augmentant l'erreur relative de la masse, le critère  $C_2$  augmente sensiblement pour les valeurs positives de l'axe.

Nous remarquons également que la réduction des deux critères fréquentiels ( $C_1$  et  $C_2$ ), est plus forte en passant d'un 1 AMA à 2 AMAs, tandis qu'elle est presque constante lorsque les nombres d'AMAs sont fixés à 5 et 6.

En répétant la même procédure pour les critères des pôles ( $C_3$  et  $C_4$ ), nous observons que plus nous varions la masse ou la rigidité de la structure principale, plus les variations des critères par rapport aux valeurs des critères à l'optimum augmentent. Nous avons également remarqué que l'effet de l'augmentation du nombre d'AMAs n'est pas le même que dans le cas des critères fréquentiels. En effet, en augmentant le nombre d'AMAs les deux critères ( $C_3$  et  $C_4$ ), ne vont pas nécessairement diminuer.



**FIG.IV. 43**-Evolution du critère  $C_l$  pour différents nombres des AMAs en faisant varier la rigidité de la structure principale.



**FIG.IV. 44**-Evolution du critère  $C_l$  pour les différents nombres des AMAs en faisant varier la masse de la structure principale.

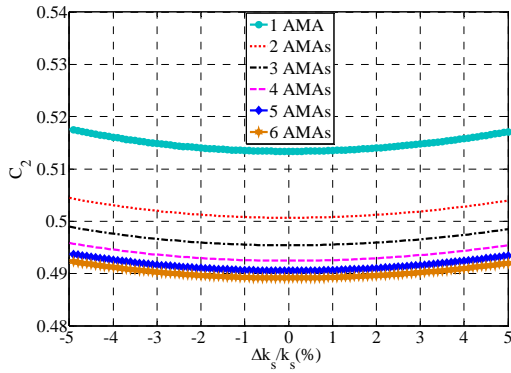


FIG.IV. 45-Evolution du critère  $C_2$  pour les différents nombres des AMAs en faisant varier la rigidité de la structure principale.

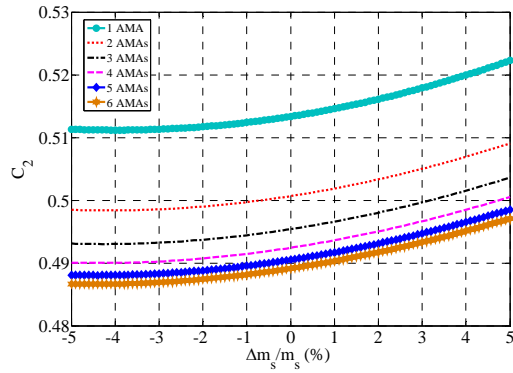


FIG.IV. 46-Evolution du critère  $C_2$  pour les différents nombres des AMAs en faisant varier la masse de la structure principale.

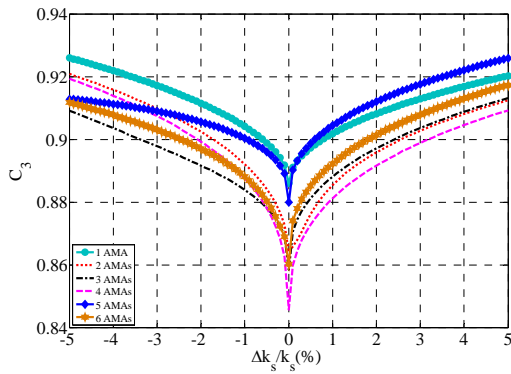


FIG.IV. 47-Evolution du critère  $C_3$  pour les différents nombres des AMAs en faisant varier la rigidité de la structure principale.

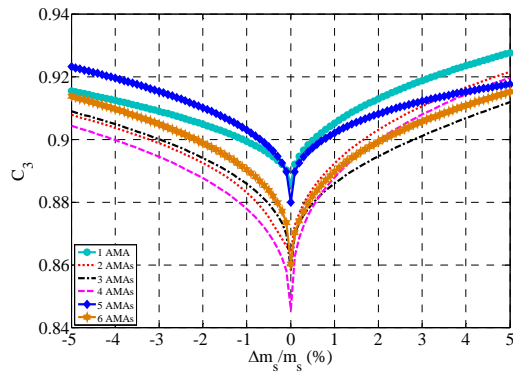


FIG.IV. 48-Evolution du critère  $C_3$  pour les différents nombres des AMAs en faisant varier la masse de la structure principale.

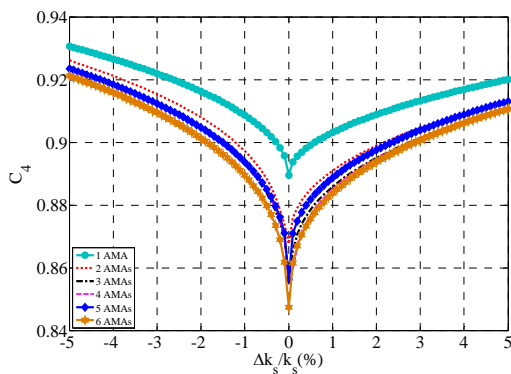


FIG.IV. 49-Evolution du critère  $C_4$  pour les différents nombres des AMAs en faisant varier la rigidité de la structure principale.

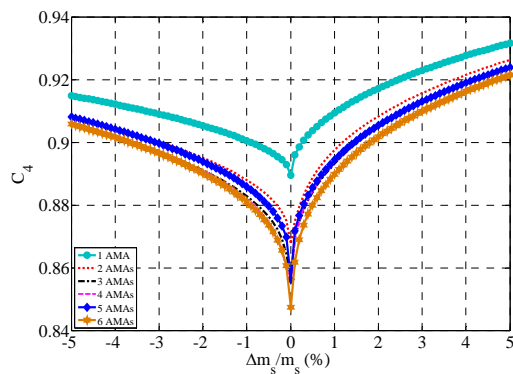


FIG.IV. 50-Evolution du critère  $C_4$  pour les différents nombres des AMAs en faisant varier la masse de la structure principale.



## IV. 9 Etude paramétrique

### IV. 9.1 Effet du rapport de la masse totale des AMAs

#### IV. 9.1.1 Evolution des paramètres optimisés avec les critères numériques et les formulations de la littérature pour un seul AMA

Dans cette section, notre but dans un premier temps est d'analyser l'influence de la masse d'un seul AMA sur le paramètre de synchronisation  $\beta_{1opt}$  et sur le taux d'amortissement  $\xi_{1opt}$ . Pour ce faire, nous fixons à chaque fois le paramètre  $\mu_1$  et déterminons les paramètres optimisés correspondants à chaque  $\mu_1$ .

Sur la FIG.IV. 51, nous traçons l'évolution de  $\beta_{1opt}$  et  $\xi_{1opt}$  en fonction de  $\mu_1$ . Nous remarquons que le paramètre  $\beta_{1opt}$  diminue en fonction de la masse de l'amortisseur et de la FIG.IV. 52, il en résulte que le taux d'amortissement de l'amortisseur augmente en fonction de  $\mu_1$ . Nous observons également que le taux d'amortissement est plus important dans le cas de Fujino, alors qu'il est moins important avec le critère  $C_{2opt}$ . De plus, nous constatons que les taux d'amortissement sont très proches avec Den Hartog et le critère  $C_{1opt}$ , Nous déduisons d'après la FIG.IV. 52 qu'il ne convient pas de choisir une valeur très grande de  $\mu_1$ , et ce, pour éviter que le taux d'amortissement soit très élevé. Rappelons à cet effet, qu'en pratique, l'amortisseur doit avoir une valeur limitée du taux d'amortissement.

Nous constatons d'après la FIG.IV. 51, que les paramètres optimisés  $\beta_{1opt}$  avec certains critères ( $C_{1opt}$ ,  $C_{3opt}$ , Den Hartog, Krenk, Fujino) sont presque identiques sur toute la plage de variation du rapport de la masse  $\mu_1$ . Par contre les paramètres optimisés  $\beta_{1opt}$  avec  $C_{4opt}$ , restent identiques à ceux paramètres jusqu'à  $\mu_1 = 0.131$ , puis il s'écarte. Les paramètres optimisés  $\beta_{1opt}$  avec le critère  $C_{2opt}$  admettent toujours des valeurs supérieures à celles obtenues avec les autres critères. Pour le critère  $C_{4opt}$ , les paramètres optimisés  $\beta_{1opt}$  diminuent fortement puis atteignent leur valeur minimal 0.6, et ce, à cause des contraintes dans l'optimisation.

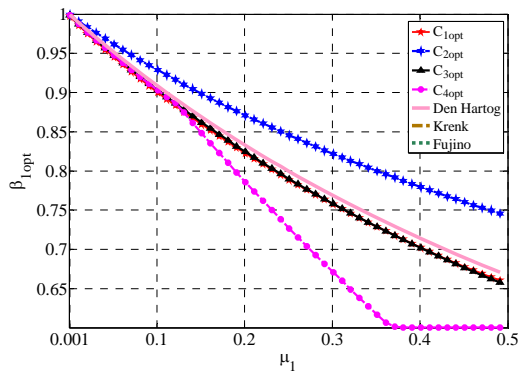


FIG.IV. 51-Evolution du rapport de synchronisation optimal  $\beta_{1opt}$  en fonction du rapport de la masse  $\mu_1$

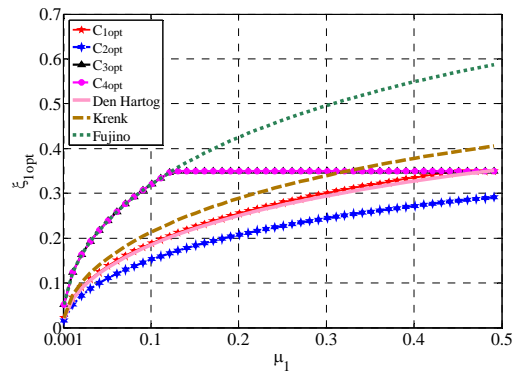


FIG.IV. 52-Evolution du taux d'amortissement optimal  $\xi_{1opt}$  en fonction du rapport de la masse  $\mu_1$

De la FIG.IV. 52, il en résulte que le taux d'amortissement augmente en fonction de  $\mu_1$ . Nous observons également que les critères des pôles ( $C_{3opt}$ ,  $C_{4opt}$  et Fujino) ont tendance à augmenter le taux d'amortissement en fonction de  $\mu_1$ . Il apparaît aussi que l'accroissement du taux d'amortissement est moins important dans le cas des critères de Den Hartog,  $C_{1opt}$  et  $C_{2opt}$ . Nous constatons également que leurs courbes sont très proches puis elles divergent à partir de  $\mu_1 = 0.011$ . Par ailleurs, nous constatons que les taux d'amortissement optimisés dans le cas de Den Hartog et  $C_{1opt}$  sont très proches sur toute la plage de variation du rapport de la masse  $\mu_1$ . Nous observons que les allures des taux d'amortissement optimisés avec les critères des pôles (Fujino,  $C_{3opt}$  et  $C_{4opt}$ ) restent proches jusqu'à ce que  $\mu_1$  atteigne 0.121. A partir de cette valeur, les taux d'amortissement avec les deux critères ( $C_{3opt}$  et  $C_{4opt}$ ) s'écartent par rapport à ceux obtenues par le critère de Fujino, et ce, à cause des contraintes d'optimisation.

#### IV. 9.1.2 Influence du nombre des AMAs

Il convient à présent de nous pencher sur l'évolution des valeurs de chaque critère à l'optimum en fonction de la masse totale des AMAs tout en appliquant plusieurs AMAs.

A partir des FIG.IV. 53 et FIG.IV. 54, nous remarquons que les valeurs des critères à l'optimum ( $C_{1opt}$  et  $C_{2opt}$ ) diminuent en fonction de  $\mu_{tot}$  quel que soit le nombre des AMAs. Pour  $\mu_{tot} \leq 0.011$ , les valeurs de ces critères sont très proches pour les différents nombres d'AMAs. Il est important de constater que l'influence du nombre d'AMAs, en terme d'écart entre les critères, n'apparaît que lorsque  $\mu_{tot}$  atteint la valeur 0.011.

D'après la FIG.IV. 55, en appliquant un seul AMA et 2 AMAs, les valeurs du critère à l'optimum ( $C_{3opt}$ ) diminuent fortement jusqu'à  $\mu_{tot} = 0.121$ . A partir de cette valeur, la réduction des valeurs du critère ( $C_{3opt}$ ) devient très faible. D'après la FIG.IV. 56, en appliquant un seul AMA, les valeurs à l'optimum du critère  $C_4$  diminuent fortement jusqu'à ce qu'il atteigne  $\mu_{tot} = 0.121$  puis elles augmentent en suivant une légère croissance. En revanche, l'application de 2 AMAs amène les valeurs à l'optimum du critère à décroître fortement jusqu'à  $\mu_{tot} = 0.131$ . Mais à partir de cette valeur, elles commencent à enregistrer une légère augmentation.

Lorsque nous appliquons 3 ou 4 AMAs, les valeurs à l'optimum du critère  $C_4$  augmentent à partir de  $\mu_{tot} = 0.2$ . Mais avec 5 ou 6 AMAs les valeurs augmentent à partir de  $\mu_{tot} = 0.161$

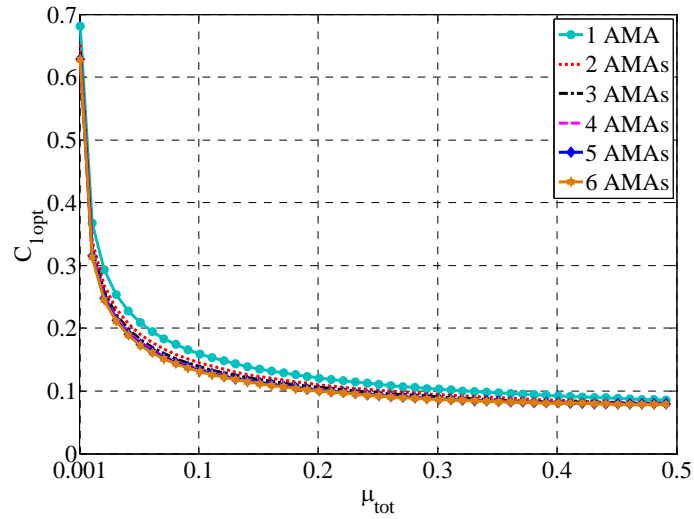


FIG.IV. 53-Evolution des valeurs à l'optimum du critère  $C_1$  en fonction du rapport de la masse totale  $\mu_{tot}$ .

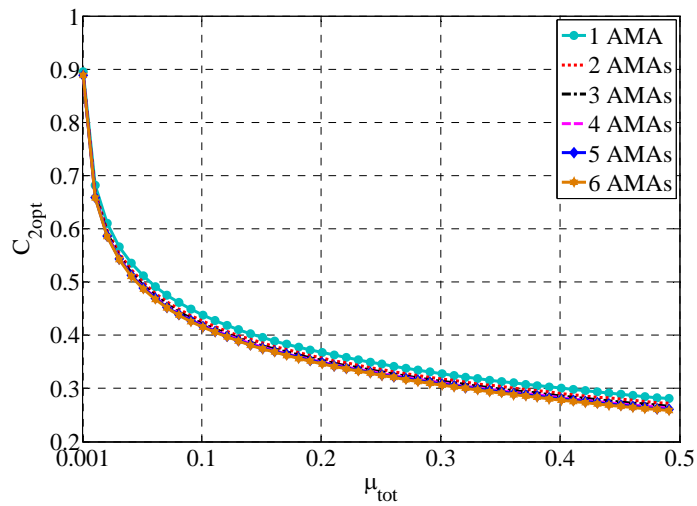


FIG.IV. 54-Evolution des valeurs à l'optimum du critère  $C_2$  en fonction du rapport de la masse totale  $\mu_{tot}$ .

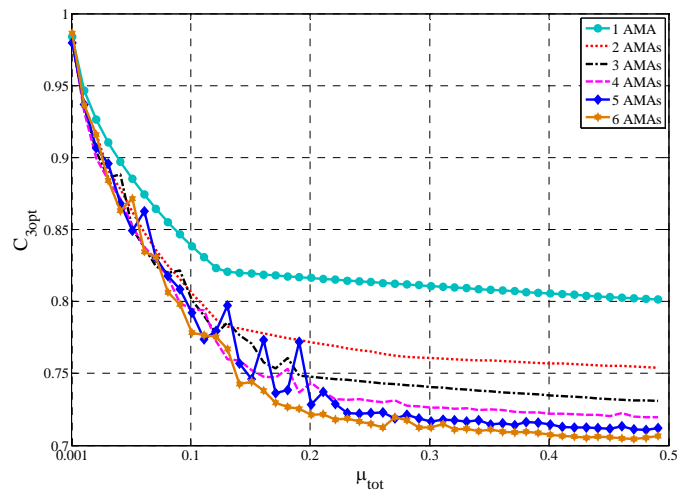


FIG.IV. 55- Evolution des valeurs à l'optimum du critère  $C_3$  en fonction du rapport de la masse totale  $\mu_{tot}$

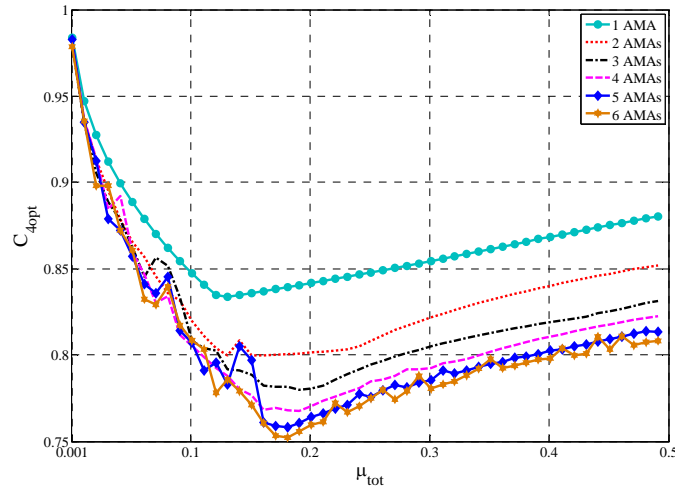


FIG.IV. 56- Evolution des valeurs à l'optimum du critère  $C_4$  en fonction du rapport de la masse totale  $\mu_{tot}$

## IV. 9.2 Effet du taux d'amortissement de la structure principale

### IV. 9.2.1 Evolution des paramètres optimisés avec les critères numériques et les formulations de la littérature pour un seul AMA

Dans cette section, le but est d'étudier l'influence de la variation du taux d'amortissement de la structure principale sur les paramètres optimisés  $\beta_{1opt}$  et  $\xi_{1opt}$ , et ce, lorsque nous appliquons un seul AMA. Pour ce faire, nous fixons à chaque fois le paramètre  $\xi_s$  et nous déterminons les paramètres optimisés obtenus, soit par la minimisation des critères numériques, soit par les formules analytiques rencontrées dans la littérature. Nous traçons ensuite, l'évolution de  $\beta_{1opt}$  et  $\xi_{1opt}$  en fonction de  $\xi_s$ .

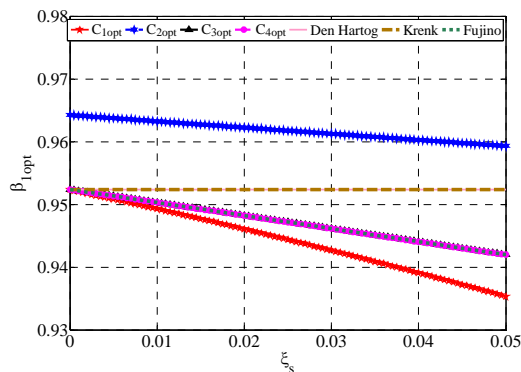


FIG.IV. 57-Evolution du rapport de synchronisation optimal  $\beta_{1opt}$  en fonction du taux de l'amortissement de la structure principale  $\xi_s$

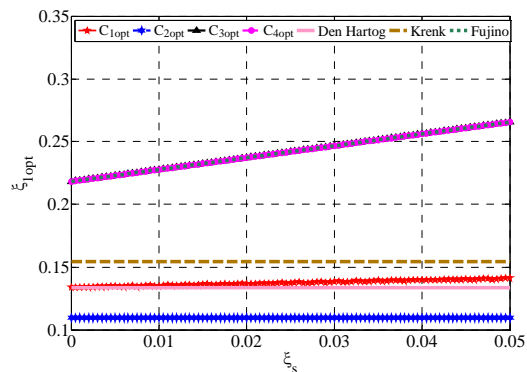


FIG.IV. 58-Evolution du taux d'amortissement optimal  $\xi_{1opt}$  en fonction du taux de la structure principale  $\xi_s$

D'après la FIG.IV. 57, nous constatons également que les  $\beta_{1opt}$  optimisés avec les critères des pôles (Fujino,  $C_{3opt}$  et  $C_{4opt}$ ) présentent des profils superposés sur toute la plage de variation du taux d'amortissement. Nous remarquons également que les  $\beta_{1opt}$  optimisés avec le critère  $C_{1opt}$  représente un profil très proche jusqu'à  $\xi_s = 0.005$ , abscisse à partir duquel l'allure de  $\beta_{1opt}$  commence à s'écarter des autres.

D'après la même figure, les courbes de  $\beta_{1opt}$ , obtenues selon Den Hartog et Krenk, restent constantes lorsque nous augmentons le taux d'amortissement de la structure principale. Ceci est à cause du fait que les formules analytiques de ces critères ne dépendent pas de  $\xi_s$ . Par contre en appliquant les paramètres optimisés de Fujino,  $\beta_{1opt}$  diminue progressivement en fonction de  $\xi_s$ , tandis que les  $\beta_{1opt}$  obtenus par les critères  $C_{1opt}$  diminuent fortement en fonction de  $\xi_s$ .

D'après la FIG.IV. 58, les taux d'amortissement optimisés optimisés avec les critères des pôles (Fujino,  $C_{3opt}$  et  $C_{4opt}$ ) sont confondus en fonction de  $\xi_s$ . Nous constatons que les valeurs des taux d'amortissement avec ces critères sont les plus élevées par rapport aux autres. Par contre, les taux d'amortissement optimisés avec  $C_{2opt}$  sont les plus faibles et restent quasi constants lorsque nous augmentons  $\xi_s$ . Notons que les formules du taux d'amortissement de l'amortisseur proposées par Den Hartog et Krenk ne font pas intervenir  $\xi_s$ . De ce fait leurs courbes présentent un profil constant.

#### IV. 9.2.2 Influence du nombre des AMAs

Nous nous intéressons à présent à l'évolution des valeurs à l'optimum de chaque critère en fonction du taux d'amortissement de la structure principale, tout en appliquant plusieurs AMAs. Nous constatons d'après la FIG.IV. 59, que les valeurs à l'optimum du critère  $C_1$  augmentent de façon importante lorsque nous augmentons  $\xi_s$ . Nous remarquons également que les valeurs à l'optimum du critère  $C_1$ , obtenues pour les différents AMAs, sont presque confondues jusqu'à ce que  $\xi_s$  atteigne la valeur 0.005.

D'après la FIG.IV. 60, pour un nombre d'AMAs qui varie entre 2 et 6, les allures des valeurs du critère  $C_2$  à l'optimum, sont quasi superposées. Par contre, l'allure des valeurs à l'optimum du critère  $C_2$ , obtenue pour un seul AMA, diffère des allures obtenues avec plusieurs AMAs, et ce, lorsque  $\xi_s$  atteint 0.01. Nous constatons par ailleurs que les valeurs du critère  $C_2$  à l'optimum évoluent fortement jusqu'à ce que  $\xi_s$  atteigne la valeur 0.0025, pour que par la suite l'accroissement devient moins important. En revanche, les valeurs du critère  $C_1$  à l'optimum évoluent avec une légère courbure vers le bas en fonction de  $\xi_s$ .

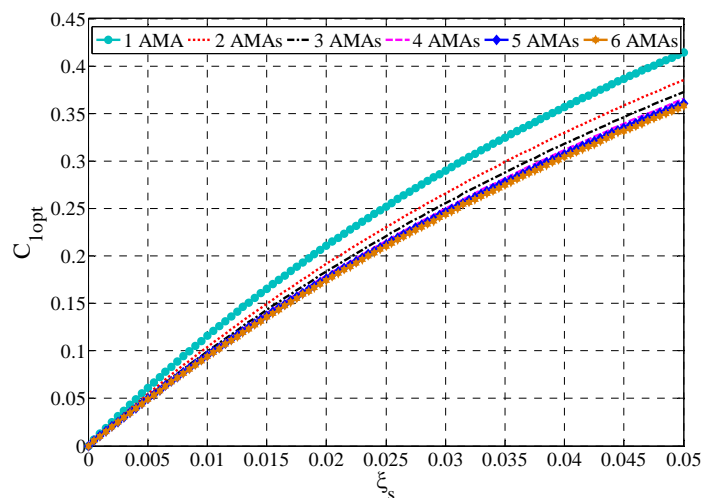


FIG.IV. 59-Evolution des valeurs du critère  $C_1$  à l'optimum en fonction du taux de l'amortissement de la structure principale  $\xi_s$

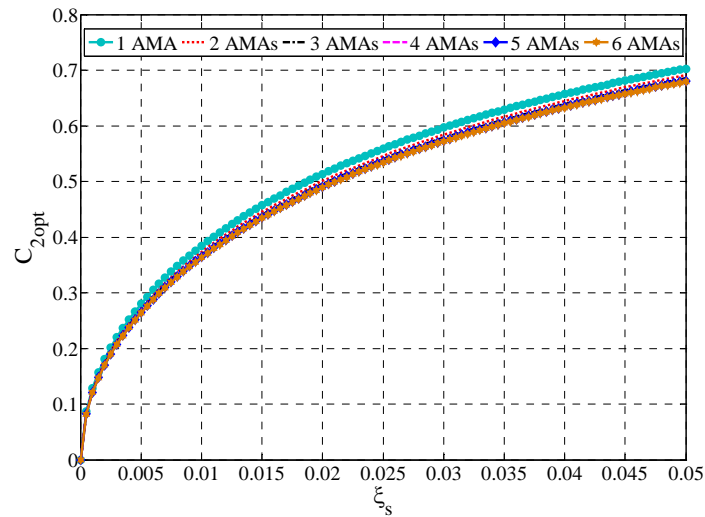


FIG.IV. 60-Evolution des valeurs du critère  $C_2$  à l'optimum en fonction du taux de l'amortissement de la structure principale  $\xi_s$

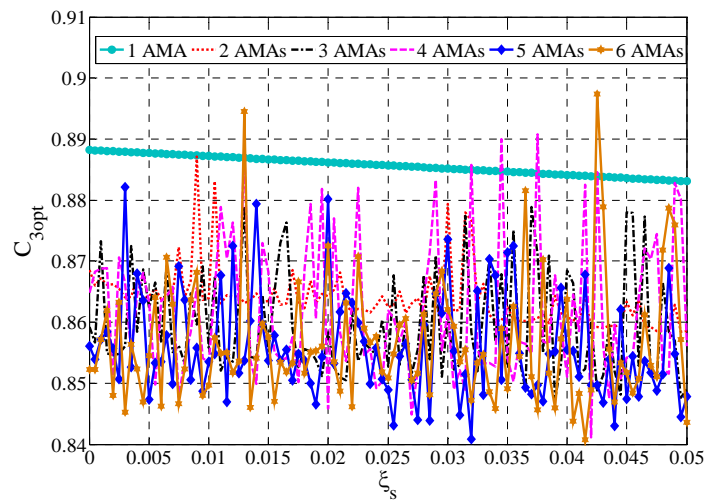


FIG.IV. 61-Evolution valeurs du critère  $C_3$  à l'optimum en fonction du taux de l'amortissement de la structure principale  $\xi_s$

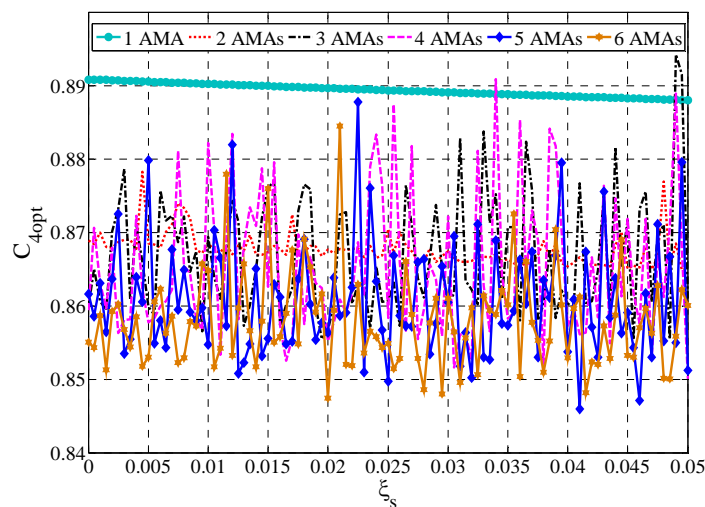


FIG.IV. 62-Evolution des valeurs du critère  $C_4$  à l'optimum en fonction du taux de l'amortissement de la structure principale  $\xi_s$

Nous nous intéressons à ce stade aux allures des valeurs des critères des pôles à l'optimum ( $C_{3opt}$ ,  $C_{4opt}$ ). Nous observons d'après les deux FIG.IV. 61 et FIG.IV. 62 que les valeurs à l'optimum de ces deux critères diminuent de manière linéaire en fonction  $\xi_s$ , et ce, lorsque nous appliquons un seul AMA. Par contre, ils varient avec beaucoup de disparités lorsque le nombre d'AMAs est supérieur à 1.

## IV. 10 Etude des valeurs singulières

La Décomposition Orthogonale aux valeurs Propres ou Proper Orthogonal Decomposition (POD) est une technique élégante et très efficace d'analyse de données, qui permet d'approximer un système de dimension élevée par un autre de dimension nettement plus faible [116].

Nous pouvons admettre que ces fonctions propres sont fortement significatives au sens de la représentation du niveau énergétique, ce qui nous permet d'espérer pouvoir les utiliser pour construire un modèle réduit de dynamique de la structure combinée.

Notons que la POD peut être considérée comme un cas particulier de décomposition aux valeurs singulières SVD.

La méthode de Décomposition en Valeurs Singulières DVS (ou SVD, de l'anglais Singular Value Decomposition) est devenue un outil fondamental pour étudier les problèmes linéaires. La décomposition d'une matrice en valeurs singulières permet de factoriser des matrices rectangulaires réelles ou complexes. Le théorème spectral énonce qu'une matrice normale peut être diagonalisée par une base orthonormée de vecteurs propres. Nous pouvons voir cette décomposition comme une généralisation du théorème spectral à des matrices arbitraires, qui ne sont pas nécessairement carrées [117].

Le théorème principal qui définit la DVS est décrit par l'équation [117]

$$\mathbf{H}_N^* = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^T \quad (\text{IV. 1})$$

Avec

$$\mathbf{\Sigma} = \begin{bmatrix} \Sigma_{1_{k \times k}} & \mathbf{0}_{k \times (n-k)} \\ \mathbf{0}_{(m-k) \times k} & \mathbf{0}_{(m-k) \times (n-k)} \end{bmatrix}$$

$\mathbf{H}_N^* \in K^{m \times n}$  est une matrice de rang  $k$

$$\mathbf{U} \in K^{m \times m} \quad \mathbf{U}\mathbf{U}^T = \mathbf{U}^T\mathbf{U} = \mathbf{I}_m$$

$$\mathbf{V} \in K^{n \times n} \quad \mathbf{V}\mathbf{V}^T = \mathbf{V}^T\mathbf{V} = \mathbf{I}_n$$

$$\mathbf{\Sigma} \in K^{m \times n}; \mathbf{\Sigma} = \text{diag}[\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_k]$$

Et  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_k > 0$

Si l'on note  $\mathbf{U} = (\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_m)$ ,  $\mathbf{V} = (\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_n)$

Les vecteurs  $\mathbf{u}_j$  et  $\mathbf{v}_j$  sont respectivement, les vecteurs singuliers droit et gauche associés à la valeur singulière  $\sigma_j$ .

Les principales colonnes de  $\mathbf{U}$  représentent les tendances de l'ensemble d'étude (Les vecteurs  $\mathbf{u}_j$  représentent les « directions de plus grande variation » de l'ensemble). Les valeurs diagonales de  $\mathbf{\Sigma}$  sont alors analogues à l'« énergie » ou la « représentativité » qui va pondérer ces comportements ; elles décroissent d'autant plus vite que l'ensemble statistique est ordonné [117].

Dans le cas de notre étude, les valeurs singulières de la matrice de flexibilité dynamique normalisée  $\mathbf{H}_N^*$ , de dimension  $m \times n$ , à coefficients complexes, de rang  $k$ , sont les racines carrées non négatives des valeurs propres  $\mathbf{H}_N^* \times (\mathbf{H}_N^*)^T$

Où  $(\mathbf{H}_N^*)^T$  est la matrice adjointe, ou encore, matrice conjuguée et transposée de  $\mathbf{H}_N^*$ ,

Les valeurs singulières quantifient les énergies des sorties, elles mesurent les gains principaux dans le plan fréquentiel. Les gains principaux sont définis par les formules suivantes [118] :

$$\sigma_1(\mathbf{H}_N^*) = \sqrt{\lambda_{\max} [(\mathbf{H}_N^*)^T \mathbf{H}_N^*]} \quad (\text{IV. 2})$$

$$\sigma_k(\mathbf{H}_N^*) = \sqrt{\lambda_{\min} [(\mathbf{H}_N^*)^T \mathbf{H}_N^*]} \quad (\text{IV. 3})$$

$\lambda_{\max}$  et  $\lambda_{\min}$  sont les valeurs propres.

Les valeurs propres sont liées aux directions invariantes par la transformation  $\mathbf{H}_N^*$ , les valeurs singulières contiennent l'information "métrique" sur cette transformation. D'un point de vue géométrique, la décomposition représente une dilatation dans chaque direction opérée après un changement de base orthogonale. A cet effet, l'image du cercle unité par  $\mathbf{H}_N^*$  est un ellipsoïde de dont la longueur des demi-axes principaux correspondent aux valeurs singulières maximale et minimale. Ainsi, la sphère devient un ellipsoïde [119].

En supposant que  $\tilde{\mathbf{f}}(t)$  est le signal d'entrée excitant la structure combinée et  $\tilde{\mathbf{x}}(t)$  est le signal de sortie, la valeur singulière peut s'interpréter comme l'énergie de la sortie  $\tilde{\mathbf{x}}(t)$  du système pour tous les signaux possibles des excitations  $\tilde{\mathbf{f}}(t)$ .

Le conditionnement mesure la sensibilité de la solution  $\tilde{\mathbf{x}}(t)$  d'un système linéaire vis-à-vis des variations sur les données. Le nombre de conditionnement est un nombre qui varie entre 1 et  $+\infty$ , et traduit l'indépendance entre les colonnes de la matrice  $\mathbf{H}_N^*$ . Une valeur de 1 montre que les vecteurs colonnes sont orthogonaux entre eux. Ainsi, un nombre élevé est synonyme d'un mauvais conditionnement de la matrice, tandis qu'une faible valeur témoigne d'un bon conditionnement et donc une meilleure stabilité du système face aux petites variations.

Le conditionnement de la matrice  $\mathbf{H}_N^*(ir)$  est donné par le rapport entre la plus grande et la plus petite de ses valeurs singulières

$$\text{cond}(\mathbf{H}_N^*(ir)) = \frac{\sigma_1(r)}{\sigma_k(r)} \quad (\text{IV. 4})$$



Notons bien que la valeur du conditionnement de la matrice de flexibilité dynamique normalisée est égale à celle de la matrice de rigidité dynamique normalisée  $\mathbf{G}_N^*(ir)$ .

#### IV. 10.1 Effet de l'amortissement sur le conditionnement de la matrice $\mathbf{H}_N^*$

Nous traçons le conditionnement des valeurs singulières de  $\mathbf{H}_N^*$  dans le cas où nous appliquons un seul AMA, ceci, en fixant en premier temps le paramètre  $\beta_1$  de l'AMA et en faisant varier le taux d'amortissement  $\xi_1$  entre 0.01 et 0.35.

Dans la FIG.IV. 63, nous avons choisi le paramètre optimal  $\beta_{1opt}$  trouvé par l'optimisation de Fujino et nous faisons varier le rapport de fréquence  $r$  entre 0.5 et 1.5.

Nous observons d'après la FIG.IV. 63 que le conditionnement atteint sa valeur minimale lorsque  $r = 1.03$  et  $\xi_1 = 0.24$ . Par contre, le conditionnement devient maximal lorsque  $r = 0.87$  et  $\xi_1 = 0.01$ .

Nous constatons également que plus le taux d'amortissement de l'AMA augmente, plus le conditionnement devient moins sensible à la fréquence d'excitation.

Nous concluons que du point de vue de la pratique, des valeurs  $\xi_1$  comprises entre 0.06 et 0.01, d'une part, et des valeurs  $r$  comprises entre 0.85 et 0.9, d'une part, défavorisent la stabilité. A cet effet, l'inversion de la matrice  $\mathbf{G}_N^*$  ou ( $\mathbf{H}_N^*$ ) devient sensible aux perturbations des données.

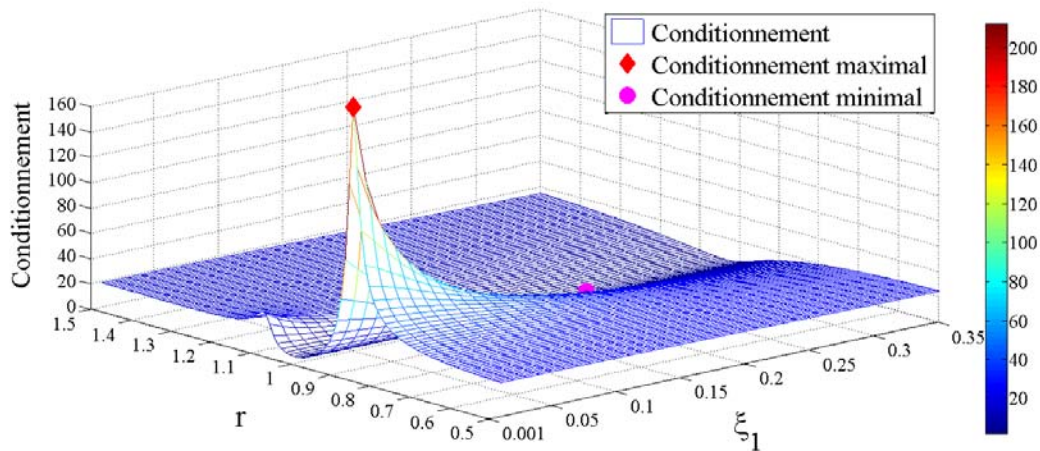


FIG.IV. 63-Courbe 3D illustrant la variation du conditionnement en fonction de la fréquence normalisée  $r$  et du taux d'amortissement de l'AMA  $\xi_1$ .

#### IV. 10.2 Effet du rapport de synchronisation sur le conditionnement des valeurs singulières

Dans une deuxième étape, nous choisissons le taux d'amortissement de l'AMA  $\xi_{1opt}$  obtenu par l'optimisation de Fujino, et nous varions le paramètre  $\beta_1$  entre 0.6 et 1.4. Nous remarquons d'après la FIG.IV. 64 que le conditionnement est élevé lorsque  $r = 0.53$  et  $\beta_1 = 0.6$ . Tandis que le conditionnement prend sa valeur minimale lorsque

$r = 1.01$  et  $\beta = 0.6$ . Nous constatons aussi que le conditionnement est moins sensible à la fréquence de l'excitation lorsque le paramètre  $\beta_1$  augmente.

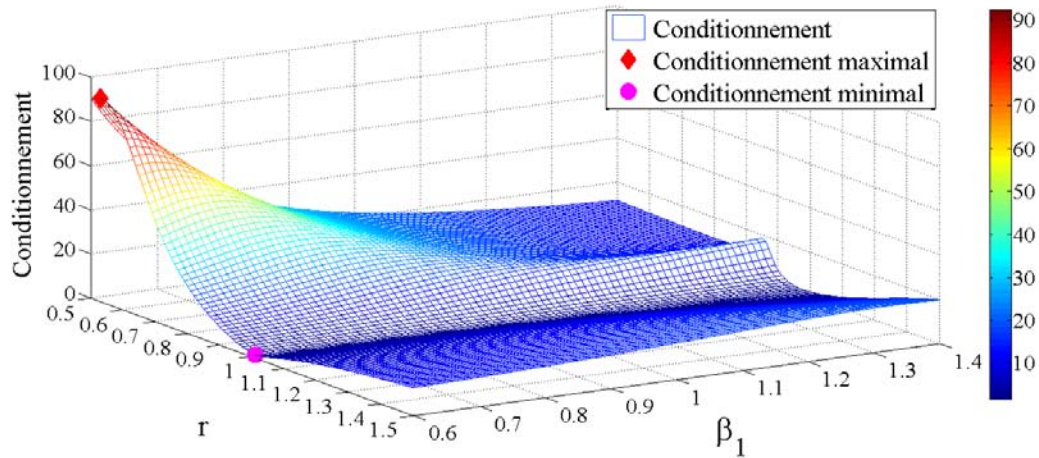


FIG.IV. 64-Courbe 3D illustrant la variation du conditionnement en fonction de la fréquence normalisée  $r$  et le rapport de synchronisation de l'AMA  $\beta_1$ .

#### IV. 10.3 Calcul des valeurs singulières avec les modèles optimisés en fonction du nombre des AMAs

Dans ce paragraphe, nous nous intéressons à l'évolution des valeurs singulières avec les modèles optimisés en fonction de la fréquence d'excitation. Pour cela nous traçons pour chaque nombre des AMAs, les plus grandes valeurs et les plus petites valeurs singulières ( $\sigma_1$  et  $\sigma_k$ ) en fonction de  $r$ . Nous déterminons également le rapport entre ces deux valeurs pour tracer la courbe du conditionnement en fonction de  $r$ . En utilisant les paramètres optimisés avec les critères fréquentielles ( $C_{1opt}$  et  $C_{2opt}$ ), nous avons remarqué que les allures de  $\sigma_1$  suivent la même allure.

Nous avons également constaté que les valeurs de  $\sigma_1$  sont plus élevées en utilisant les paramètres optimisés avec le critère  $C_{2opt}$  et qu'elles ont tendance à diminuer avec les critères des pôles. D'un autre côté, nous remarquons que l'effet de l'augmentation du nombre d'AMAs favorise l'augmentation des valeurs singulières  $\sigma_1$ .

D'après les FIG.IV. 65 et FIG.IV. 66, en appliquant un seul AMA, nous observons que les allures de  $\sigma_1$  et  $\sigma_k$  sont presque confondues en utilisant les paramètres optimisés avec  $C_{1opt}$  et Den Hartog.

Nous constatons aussi, dans le cas où nous utilisons les paramètres optimisés avec les deux critères fréquentiels de  $p$  AMAs, qu'il y a apparition de  $p+1$  pics locaux maximaux dans les allures de la courbe  $\sigma_1$ , tandis qu'il y a  $p$  pics locaux maximaux dans les allures de la courbe du conditionnement. En revanche, les allures de l'évolution de  $\sigma_k$  avec tous les modèles optimisés présentent un seul pic et ce ci est vérifié pour chaque nombre des AMAs.

Nous observons aussi que les valeurs du conditionnement en utilisant les paramètres optimisés avec les critères des pôles sont moins sensibles à la fréquence d'excitation.

Nous remarquons que l'augmentation du nombre d'AMAs a tendance à augmenter le conditionnement, et que le conditionnement est plus faible en appliquant les paramètres optimisés avec les critères des pôles.

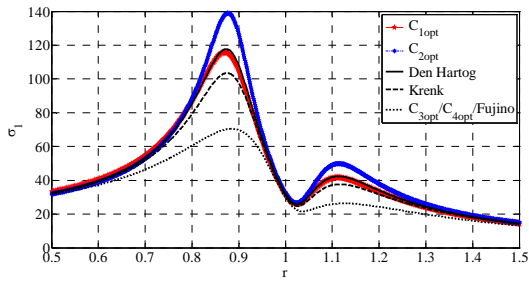


FIG.IV. 65-Evolution de la valeur singulière maximale en fonction de la fréquence normalisée  $r$  avec les modèles optimisés et en appliquant un seul AMA.

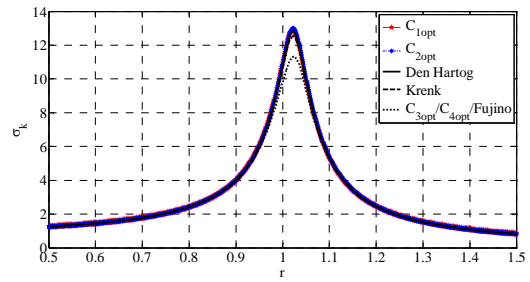


FIG.IV. 66-Evolution de la valeur singulière minimale en fonction de la fréquence normalisée  $r$  avec les modèles optimisés et en appliquant un seul AMA.

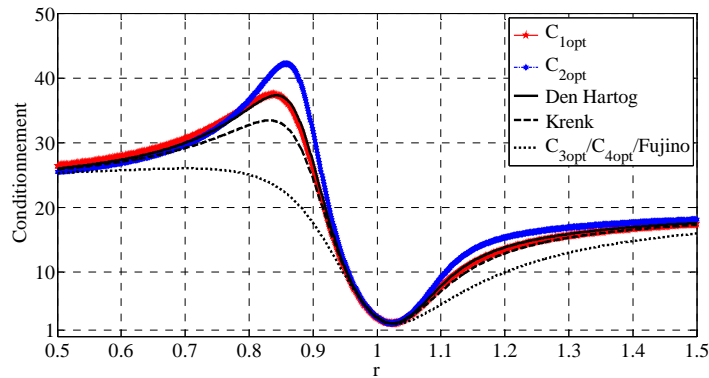


FIG.IV. 67-Evolution du conditionnement en fonction de la fréquence normalisée  $r$  avec les modèles optimisés et en appliquant un seul AMA.

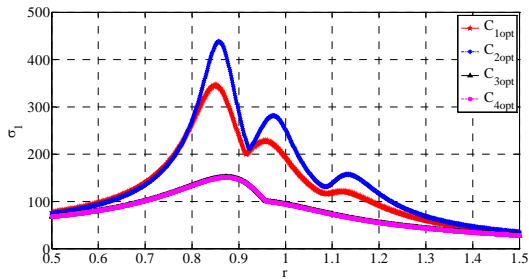


FIG.IV. 68-Evolution de la valeur singulière maximale en fonction de la fréquence normalisée  $r$  avec les modèles optimisés en appliquant 2 AMAs

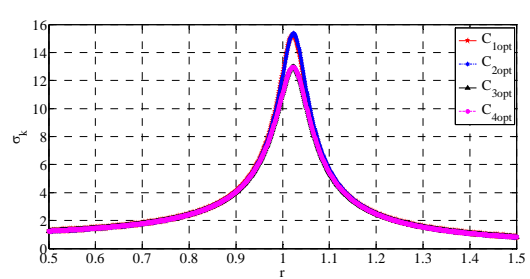


FIG.IV. 69-Evolution de la valeur singulière minimale en fonction de la fréquence normalisée  $r$  avec les modèles optimisés en appliquant 2 AMAs.

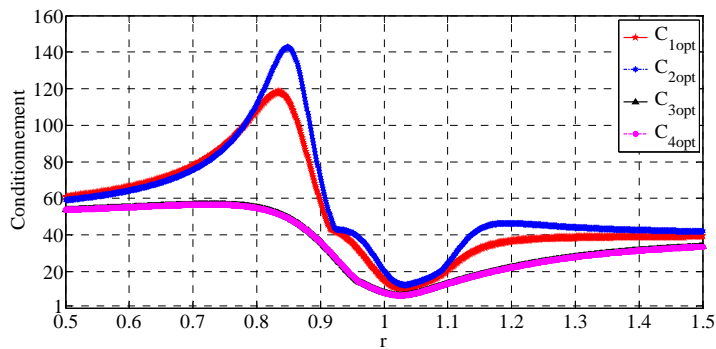


FIG.IV. 70-Evolution du conditionnement en fonction de la fréquence normalisée  $r$  avec les modèles optimisés en appliquant 2 AMAs.

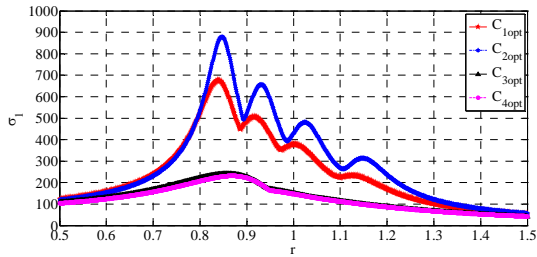


FIG.IV. 71-Evolution de la valeur singulière maximale en fonction de la fréquence normalisée avec les modèles optimisés  $r$  en appliquant 3 AMAs.

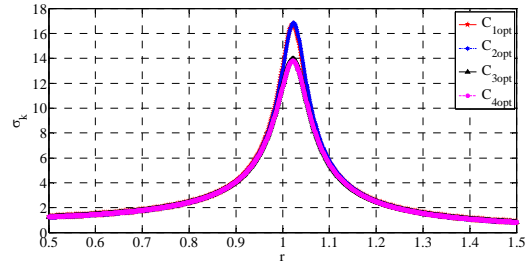


FIG.IV. 72-Evolution de la valeur singulière minimale en fonction de la fréquence normalisée  $r$  avec les modèles optimisés en appliquant 3 AMAs.

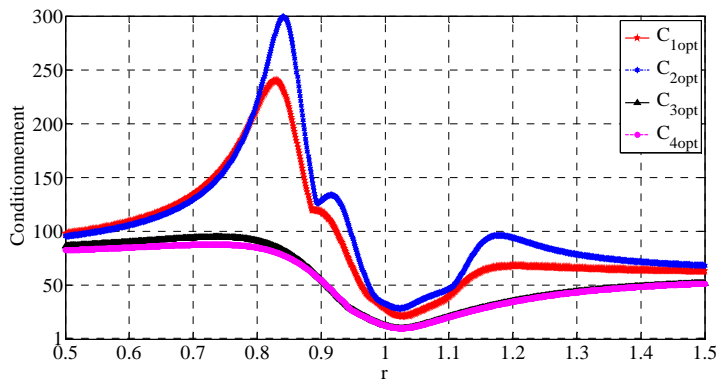


FIG.IV. 73-Evolution du conditionnement en fonction de la fréquence normalisée  $r$  avec les modèles optimisés en appliquant 3 AMAs.

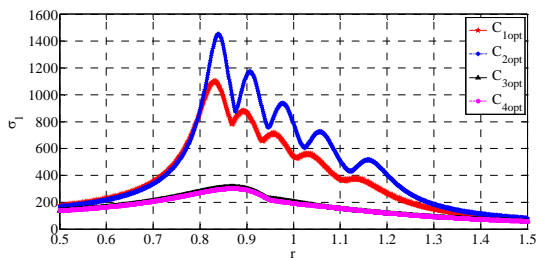


FIG.IV. 74-Evolution de la valeur singulière maximale en fonction de la fréquence normalisée  $r$  avec les modèles optimisés en appliquant 4 AMAs.

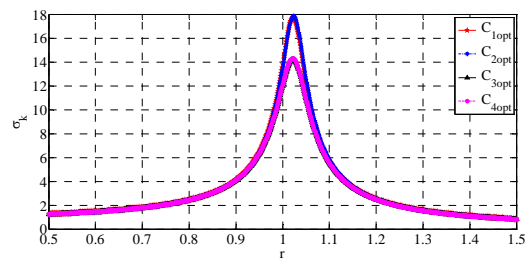


FIG.IV. 75-Evolution de la valeur singulière minimale en fonction de la fréquence normalisée  $r$  avec les modèles optimisés en appliquant 4 AMAs.

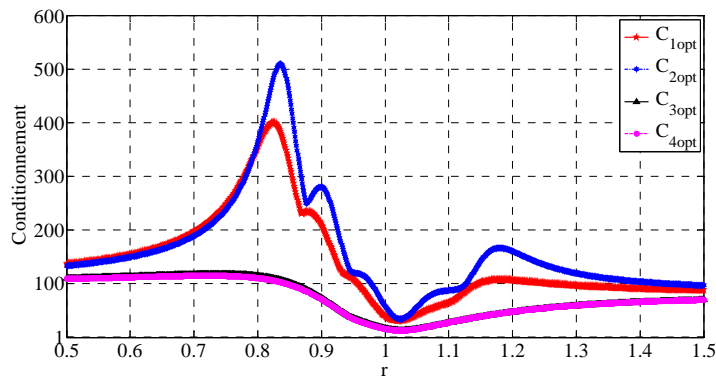


FIG.IV. 76-Evolution du conditionnement en fonction de la fréquence normalisée  $r$  avec les modèles optimisés en appliquant 4 AMAs.

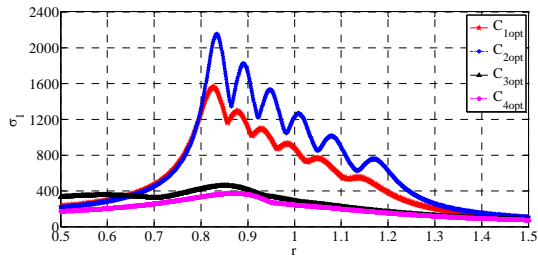


FIG. IV. 77-Evolution de la valeur singulière maximale en fonction de la fréquence normalisée  $r$  avec les modèles optimisés en appliquant 5 AMAs.

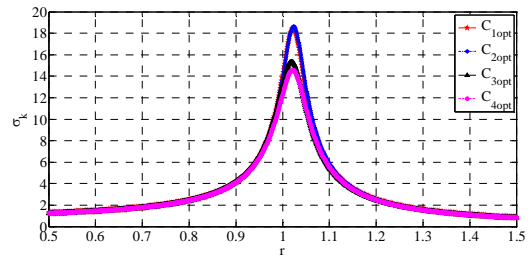


FIG. IV. 78-Evolution de la valeur singulière minimale en fonction de la fréquence normalisée  $r$  avec les modèles optimisés en appliquant 5 AMAs

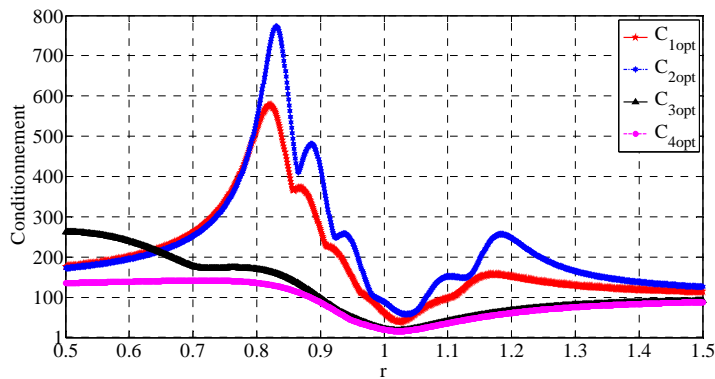


FIG. IV. 79-Evolution du conditionnement en fonction de la fréquence normalisée  $r$  avec les modèles optimisés en appliquant 5 AMAs.

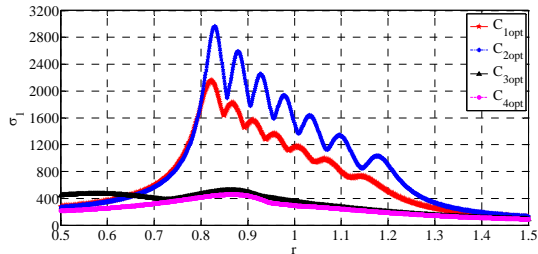


FIG. IV. 80-Evolution de la valeur singulière maximale en fonction de la fréquence normalisée  $r$  avec les modèles optimisés en appliquant 6 AMAs.

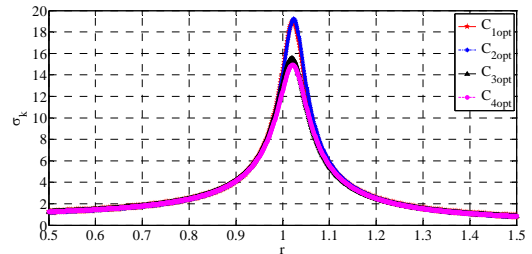


FIG. IV. 81-Evolution de la valeur singulière minimale en fonction de la fréquence normalisée  $r$  avec les modèles optimisés en appliquant 6 AMAs.

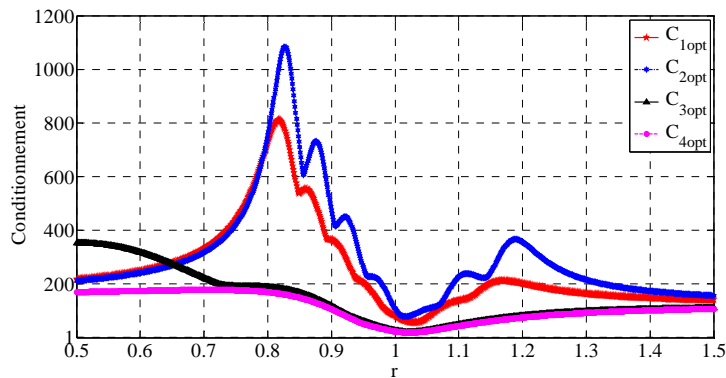


FIG. IV. 82-Evolution du conditionnement en fonction de la fréquence normalisée  $r$  avec les modèles optimisés en appliquant 6 AMAs.

## IV. 11 L'effet de la configuration des AMAs

Pour étudier l'effet de la configuration des AMAs, nous contrôlons d'abord la structure principale par des AMAs placés en série et avec des masses identiques. La procédure d'optimisation choisie est la même que celle suivie dans le cas où les AMAs sont placées en parallèle et de masses identiques. D'un côté, en minimisant les différents critères, nous déterminons les paramètres adimensionnels optimisés. D'un autre côté, nous supposons que les AMAs ont des masses différentes. En effet, nous optimisons cette fois les  $3p$  paramètres qui sont alors : les  $p$  rapports  $(\beta_{lopt}, \xi_{lopt}, \mu_{lopt})$  entre la pulsation propre de chaque AMA et celle de la structure principale, les  $p$  taux d'amortissement de chaque AMA et les  $p$  rapports entre la masse de l'AMA et celle de la structure principale. Dans ce cas, il faut ajouter une contrainte dans l'optimisation telle que la somme des rapports des masses des AMAs soit la même que celle choisie dans le cas des masses identiques. Pour un  $\xi_s$  fixé,  $\mu_l = \mu_{lopt}$ ,  $\beta_l = \beta_{lopt}$  et  $\xi_l = \xi_{lopt}$ , les masses des AMAs sont déterminées à partir de  $\mu_{lopt}$ .

Les quatre critères sont alors minimisés séparément en utilisant la fonction «Fmicon» de MATLAB avec les contraintes suivantes sur les paramètres :

$$0.6 \leq \beta_{lopt} \leq 1.4 \quad ; \quad 0.01 \leq \xi_{lopt} \leq 0.35 \quad \text{et} \quad \sum_{l=1}^p \mu_l = 5\%$$

En conclusion, les résultats suivants ont des implications importantes d'un point de vue pratique

- ✓ A partir des valeurs optimisées  $\beta_{lopt}$ , nous déduisons les rigidités optimales.
- ✓ A partir des valeurs optimisées  $\xi_{lopt}$ , nous déduisons les coefficients d'amortissement optimisés
- ✓ A partir des valeurs optimisées  $\mu_{lopt}$  nous déduisons les masses optimales des AMAs

### IV. 11.1 AMAs placés en série où les masses des AMAs sont identiques

#### IV. 11.1.1 Evolution des paramètres optimisés

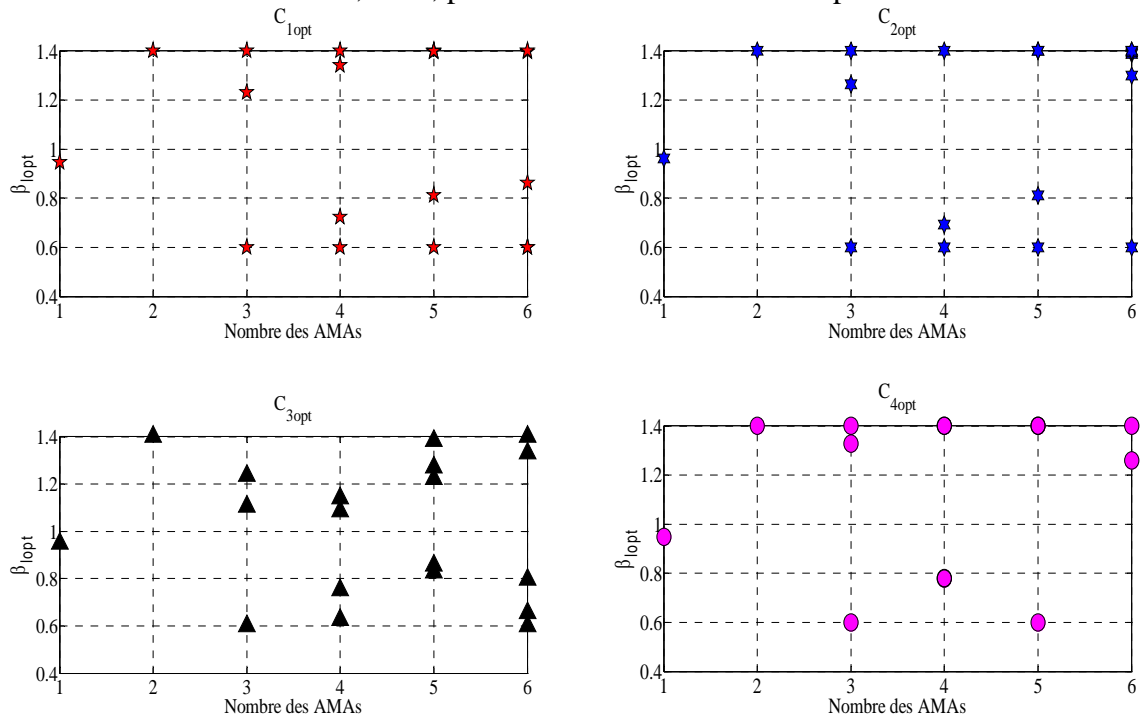
La procédure de minimisation pour chacun des 4 critères numériques que nous avons développés précédemment  $C_{1opt}$ ,  $C_{2opt}$ ,  $C_{3opt}$  et  $C_{4opt}$ , a été réalisée de manière analytique et numérique. Pour les deux premiers critères, nous avons calculé l'expression analytique  $FAD_s^s$  de la structure principale. Pour le critère  $C_{2opt}$ , nous calculons ensuite la surface  $FAD_s^s$  au carré à l'aide d'une méthode de quadrature. L'intervalle choisi  $[r_1, r_2]$  est :  $r_1 = 0.5$  et  $r_2 = 1.5$ .

Pour les critères  $C_{3opt}$  et  $C_{4opt}$ , nous calculons numériquement les racines du polynôme caractéristique de la matrice d'état  $\mathbf{A}$  du système complet.

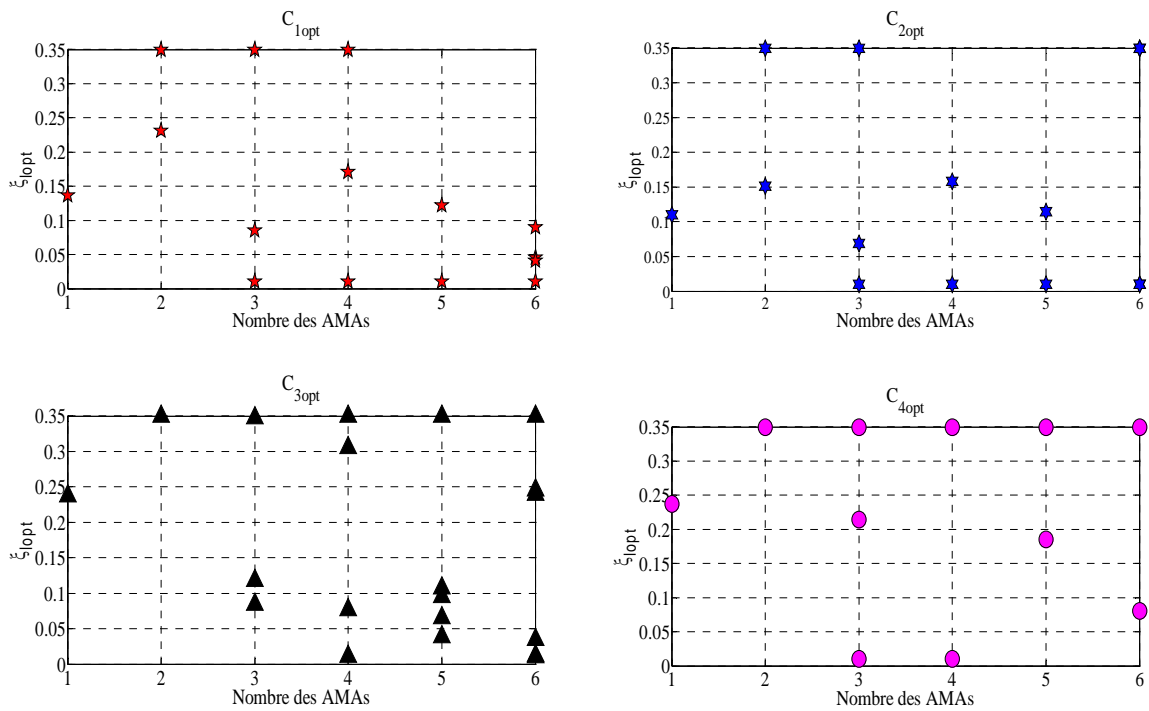
Nous fixons ensuite le nombre d'AMAs et le taux d'amortissement de la structure principale  $\xi_s$  qui est égale à 2 %, et nous choisissons un rapport de la masse  $\mu_l$  qui est identique pour tous les AMAs avec un rapport de masse total  $\mu_{tot}$  égale à 5%. Les quatre critères numériques sont alors minimisés séparément et ce, en utilisant la fonction «fminsearchbnd» de MATLAB avec les contraintes suivantes sur les paramètres:  $0.6 \leq \beta_{lopt} \leq 1.4$  et  $0.01 \leq \xi_{lopt} \leq 0.35$ .

Il est à noter que nous avons appliqué la même procédure d'optimisation que celle adoptée dans le cas des AMAs parallèles en considérant des masses identiques.

Dans les figures présentées ci-dessous, nous présentons les paramètres optimisés  $\beta_{1opt}$ ,  $\xi_{1opt}$  en fonction du nombre d'AMAs, et ce, pour les différents critères d'optimisation.

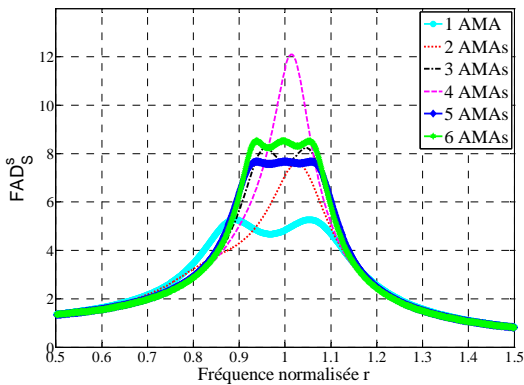


**FIG.IV. 83**-Les paramètres de synchronisation  $\beta_{1opt}$  pour chaque AMA en fonction du nombre des AMAs et pour les différents critères d'optimisation en appliquant des AMAs placés en séries et de masses identiques.

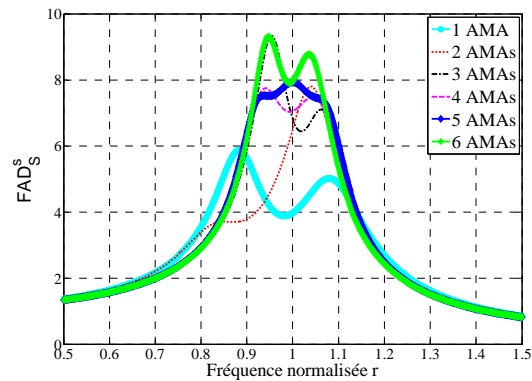


**FIG.IV. 84**-Les paramètres de synchronisation  $\xi_{1opt}$  pour chaque AMA en fonction du nombre des AMAs et pour les différents critères d'optimisation en appliquant des AMAs placés en séries et de masses identiques.

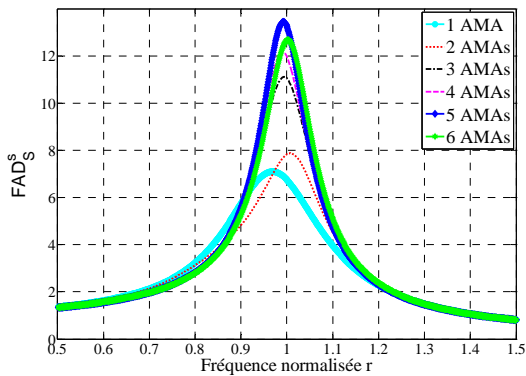
### IV. 11.1.2 Evolution de l'amplification dynamique avec les modèles optimisés



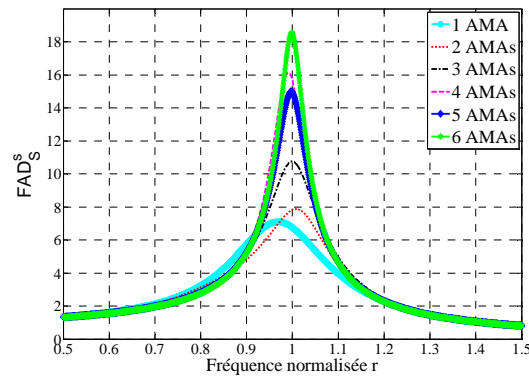
**FIG.IV. 85**-Evolution de l'amplification dynamique de la structure principale en appliquant des AMAs placés en série et de masses identiques pour  $\mu_l = 5\%$  en appliquant les paramètres optimisés avec le critère  $C_{1opt}$ .



**FIG.IV. 86**-Evolution de l'amplification dynamique de la structure principale en appliquant des AMAs placés en série et de masses identiques pour  $\mu_l = 5\%$  en appliquant les paramètres optimisés avec le critère  $C_{2opt}$ .



**FIG.IV. 87**-Evolution de l'amplification dynamique de la structure principale en appliquant des AMAs placés en série et de masses identiques pour  $\mu_l = 5\%$  en appliquant les paramètres optimisés avec le critère  $C_{3opt}$ .



**FIG.IV. 88**-Evolution de l'amplification dynamique de la structure principale en appliquant des AMAs placés en série et de masses identiques pour  $\mu_l = 5\%$  en appliquant les paramètres optimisés avec le critère  $C_{4opt}$ .

Nous constatons d'après les figures FIG.IV. 85, FIG.IV. 86, FIG.IV. 87, et FIG.IV. 88 que le nombre d'AMAs n'a pas d'influence sur la réduction de l'amplification dynamique et que cette dernière varie arbitrairement (sans tendance évidente). Nous constatons également que l'amplification dynamique en appliquant les paramètres optimisés avec le critère  $C_{4opt}$  augmente pour les différents AMAs.

D'après la FIG.IV. 85, si nous fixons un nombre d'AMAs égal à 4 (en série) nous constatons que l'amplification dynamique maximale en utilisant les paramètres optimisés avec  $C_{1opt}$  atteint 12.1 pour  $r = 1.015$ . Il convient de rappeler que sur la FIG.IV. 11, nous avons tracé l'évolution de l'amplification dynamique en appliquant les paramètres optimisés avec  $C_{1opt}$  de 4 AMAs placés en parallèle. Dans ce cas l'amplification dynamique maximale ne dépassait pas 4.5. A cet effet en passant d'une configuration en parallèle à une configuration en série, l'amplification dynamique maximale a été détériorée d'un facteur 3 (passage de 4.5 à 12.1).



Sur la figure précédente FIG.IV. 86 nous observons que pour les allures d’amplifications dynamiques avec le modèle optimisé suivant le critère  $C_{2opt}$ , et ceci dans le cas où la configuration est en série, les pics s’écrasent de plus en plus. Il est clair dans les allures d’amplification dynamique des AMAs placés en série que les pics n’excédant pas le nombre de 3. Or nous avons remarqué précédemment (section IV.6.2), dans le cas des AMAs placés en parallèle, qu’il y a  $p + 1$  pics pour chaque  $p$  AMAs placés sur la structure principale. Nous rappelons sur la FIG.IV. 12 (section IV.6.2) qui traite de l’évolution de l’amplification dynamique de la structure principale qu’une courbe décroissante enveloppe les extremums de l’amplification. En conclusion, la configuration en série engendre un effet d’augmentation des taux d’amortissements optimisés des AMAs qui a pour rôle d’écraser les autres pics.

Par ailleurs, pour les amplifications dynamiques calculées à partir des paramètres optimisés avec les critères des pôles ( $C_{3opt}$   $C_{4opt}$ ), nous observons sur les FIG.IV. 87 et FIG.IV. 88 qu’il y a un seul pic pour toutes les différentes configurations (série ou parallèle). Cela s’explique par l’augmentation excessive des taux d’amortissements optimisés des AMAs.

En conclusion, pour tous les critères que nous avons développé ( $C_{1opt}$   $C_{2pt}$   $C_{3opt}$  et  $C_{4opt}$ ), nous gagnons une réduction importante lorsque les AMAs sont placés en parallèle. Ceci nous conduit à conclure que l’hypothèse fixée dès le début pour les masses identiques, n’est pas adéquate pour la configuration en série.

### IV. 11.1.3 Etude des pôles avec les modèles optimisés

Dans cette section, nous présentons les pôles avec les modèles optimisés pour chaque nombre des AMAs.

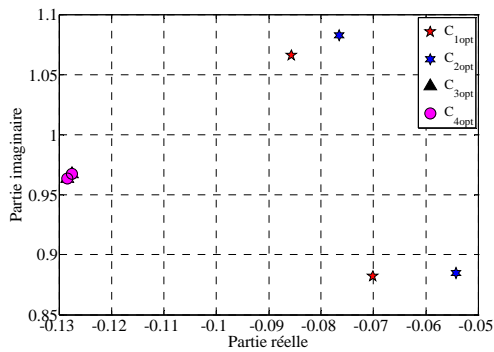


FIG.IV. 89-Localisation des pôles avec les modèles optimisés en appliquant 1 seul AMA.

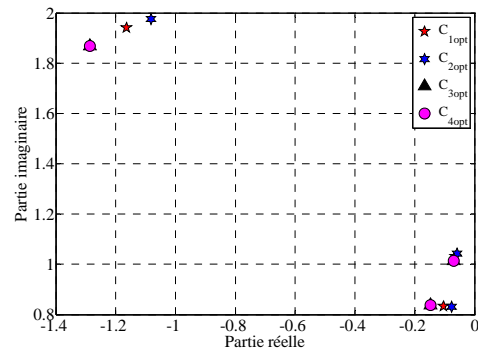


FIG.IV. 90-Localisation des pôles avec les modèles optimisés en appliquant 2 AMAs placés en série et de masses identiques.

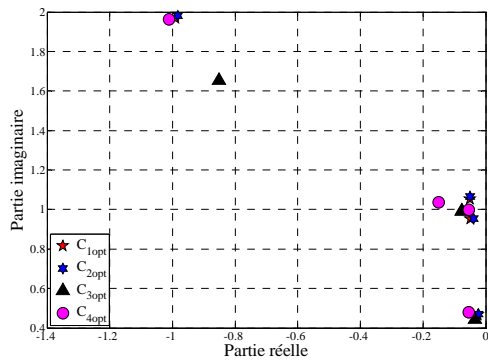


FIG.IV. 91-Localisation des pôles avec les modèles optimisés en appliquant 3 AMAs placés en série et de masses identiques.

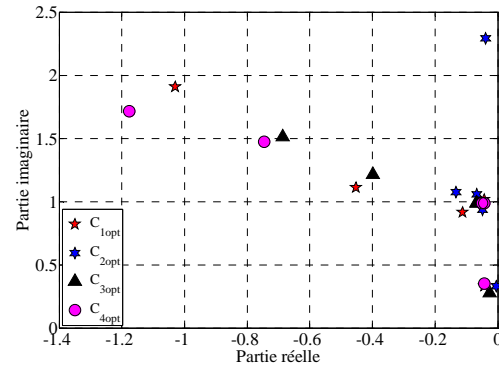


FIG.IV. 92-Localisation des pôles avec les modèles optimisés en appliquant 4 AMAs placés en série et de masses identiques.

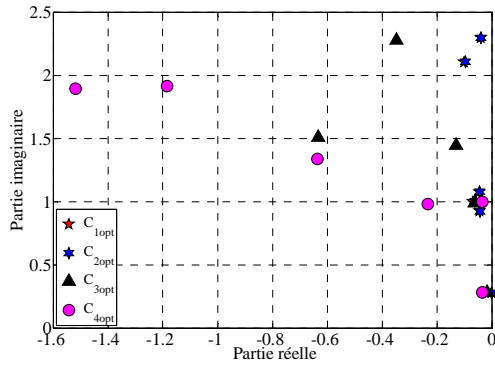


FIG. IV. 93-Localisation des pôles avec les modèles optimisés en appliquant 5 AMAs placés en série et de masses identiques.

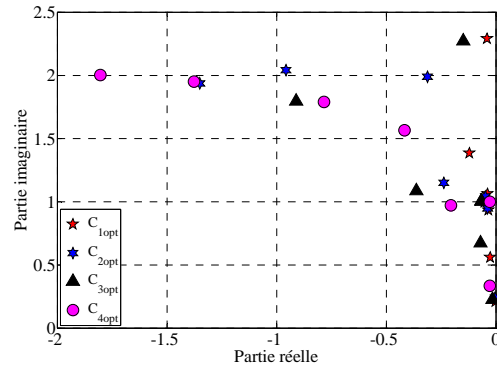


FIG. IV. 94-Localisation des pôles avec les modèles optimisés en appliquant 6 AMAs placés en série et de masses identiques.

Nous constatons que l'application des paramètres optimisés avec le critère  $C_{4opt}$  conduit à augmenter les valeurs absolues des parties réelles des pôles.

Nous observons que les premiers pôles des modèles optimisés par les critères fréquentielles sont très proches entre eux.

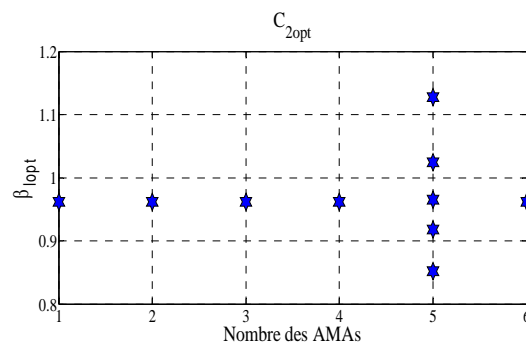
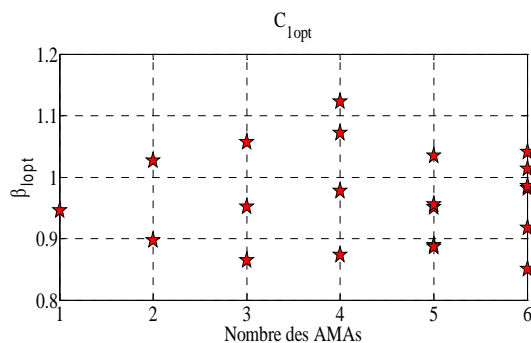
## IV. 11.2 AMAs placés en parallèle et en série où les masses des AMAs sont différentes

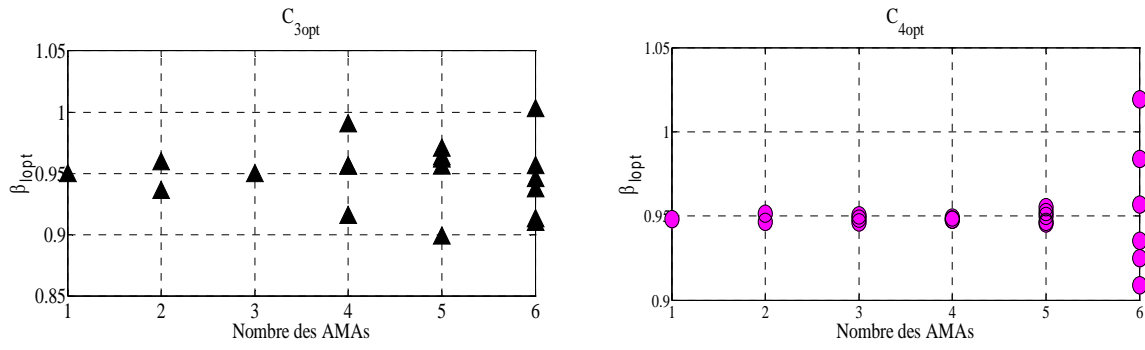
### IV. 11.2.1 Evolution des paramètres optimisés des AMAs placés en parallèle

Les paramètres optimisés sont représentés dans le cas où les AMAs sont parallèles et avec des masses différentes. Nous observons dans ce cas que les paramètres de synchronisation  $\beta_{lopt}$  sont presque identiques en appliquant le critère  $C_{2opt}$  pour les différents nombre des AMAs. Mais lorsque  $p = 5$ , les  $\beta_{lopt}$  sont presque équidistants. Pour tous les nombres d'AMAs, les valeurs de  $\beta_{lopt}$  avec le critère  $C_{1opt}$  présentent une certaine disparité. Pour les  $\beta_{lopt}$  avec le critère  $C_{4opt}$ , et à l'exception du nombre d'AMAs égal à 6, toutes les valeurs sont très proches. Par contre, nous constatons une grande disparité des  $\beta_{lopt}$  avec le critère  $C_{3opt}$ .

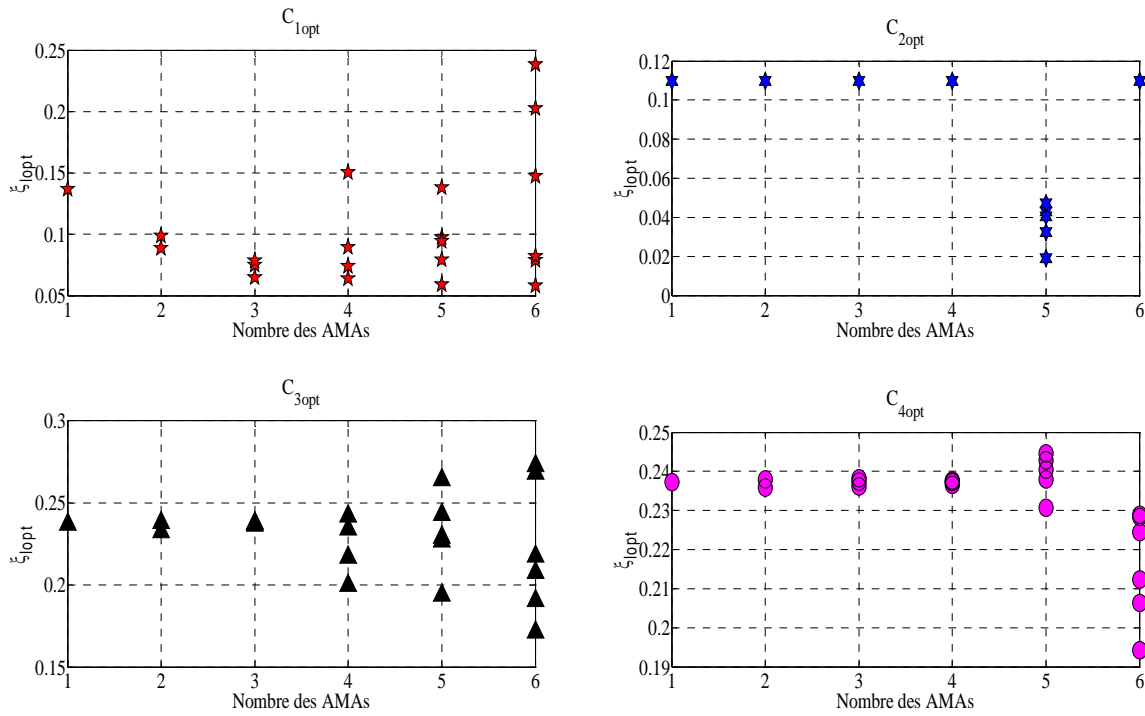
Cependant les taux d'amortissement optimisés  $\xi_{lopt}$  avec critère  $C_{2opt}$  apparaissent les plus faibles.

Notons que dans cette étude, la somme des rapports de masses optimisés est égale à 5% pour chaque nombre d'AMAs choisi, et ce, pour les différents critères.

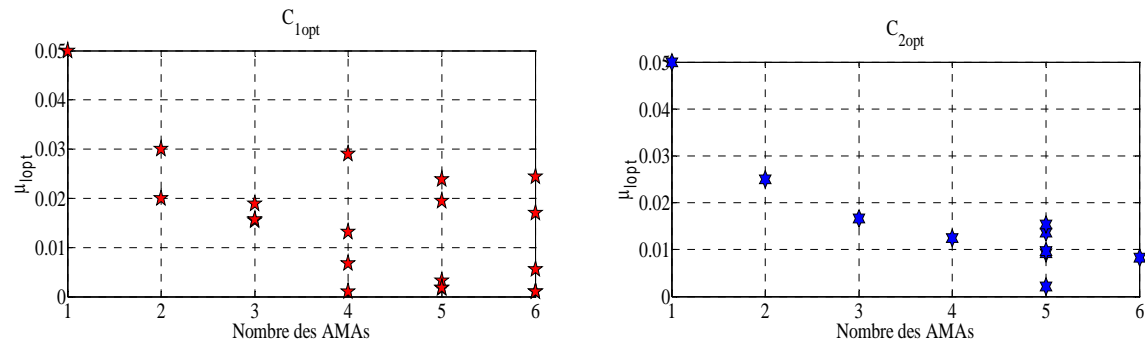




**FIG.IV. 95-** Les paramètres de synchronisation  $\beta_{opt}$  pour chaque AMA en fonction du nombre des AMAs et pour les différents critères d'optimisation en appliquant des AMAs placés en parallèle et de masses différentes.



**FIG.IV. 96-** Les paramètres de synchronisation  $\xi_{opt}$  pour chaque AMA en fonction du nombre des AMAs et pour les différents critères d'optimisation en appliquant des AMAs placés en parallèle et de masses différentes.



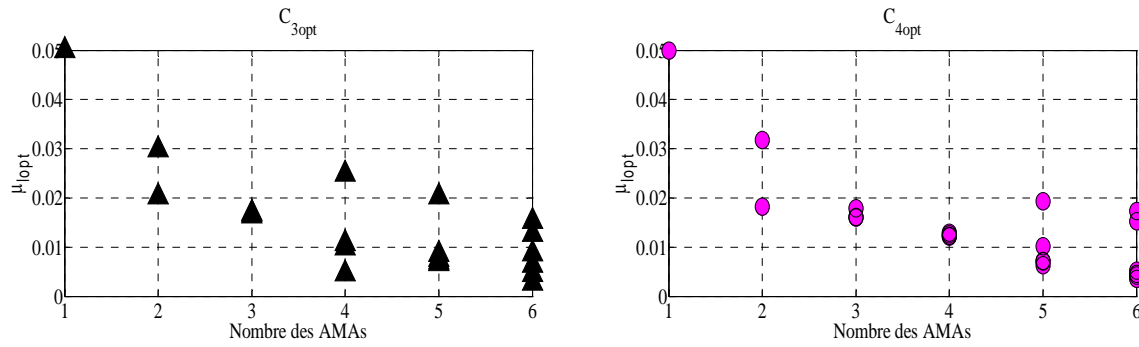


FIG.IV. 97- Les rapports de masse  $\mu_{1opt}$  pour chaque AMA en fonction du nombre des AMAs et pour les différents critères d'optimisation en appliquant des AMAs placés en parallèle et de masses différentes.

#### IV. 11.2.2 Evolution des paramètres optimisés des AMAs placés en série

Les paramètres optimisés sont représentés graphiquement sur les FIG.IV. 98, FIG.IV. 99 et FIG.IV. 100.

Nous remarquons d'après les FIG.IV. 98 et FIG.IV. 99 que les valeurs optimales de  $\beta_{1opt}$  et  $\xi_{1opt}$  relatifs à chaque critère d'optimisation présentent une grande disparité, et ce, quelque soit le nombre d'AMAs fixé.

D'après la FIG.IV. 100, la somme des rapports de masses optimisés est égale à 5% pour chaque nombre d'AMAs fixé.

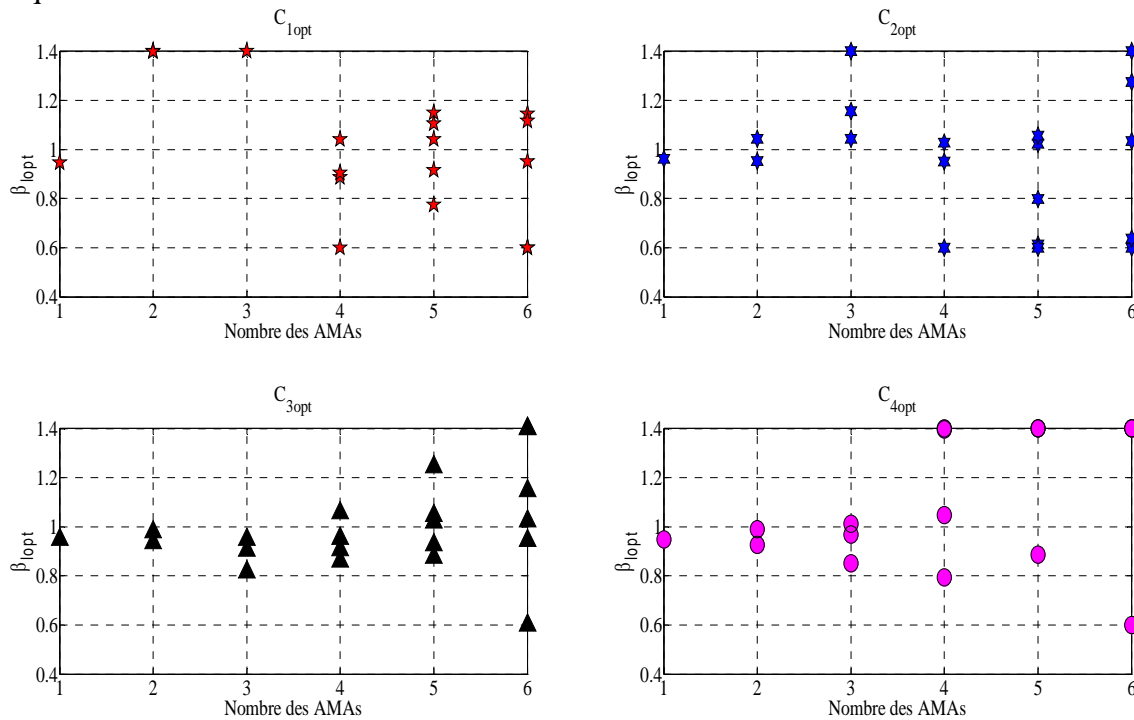


FIG.IV. 98- Les paramètres de synchronisation  $\beta_{1opt}$  pour chaque AMA en fonction du nombre AMAs et pour les différents critères d'optimisation en appliquant AMAs placés en série et de masses différentes.

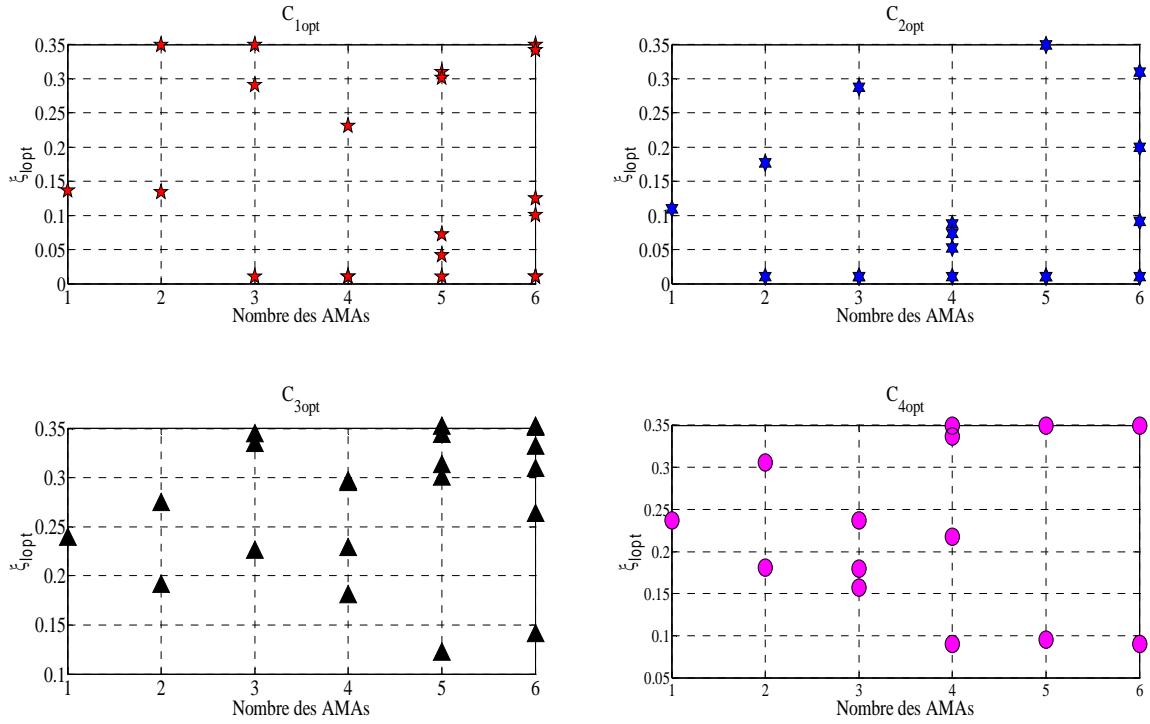


FIG.IV. 99- Les paramètres de synchronisation  $\xi_{opt}$  pour chaque AMA en fonction du nombre AMAs et pour les différents critères d'optimisation en appliquant AMAs placés en série et de masses différentes.

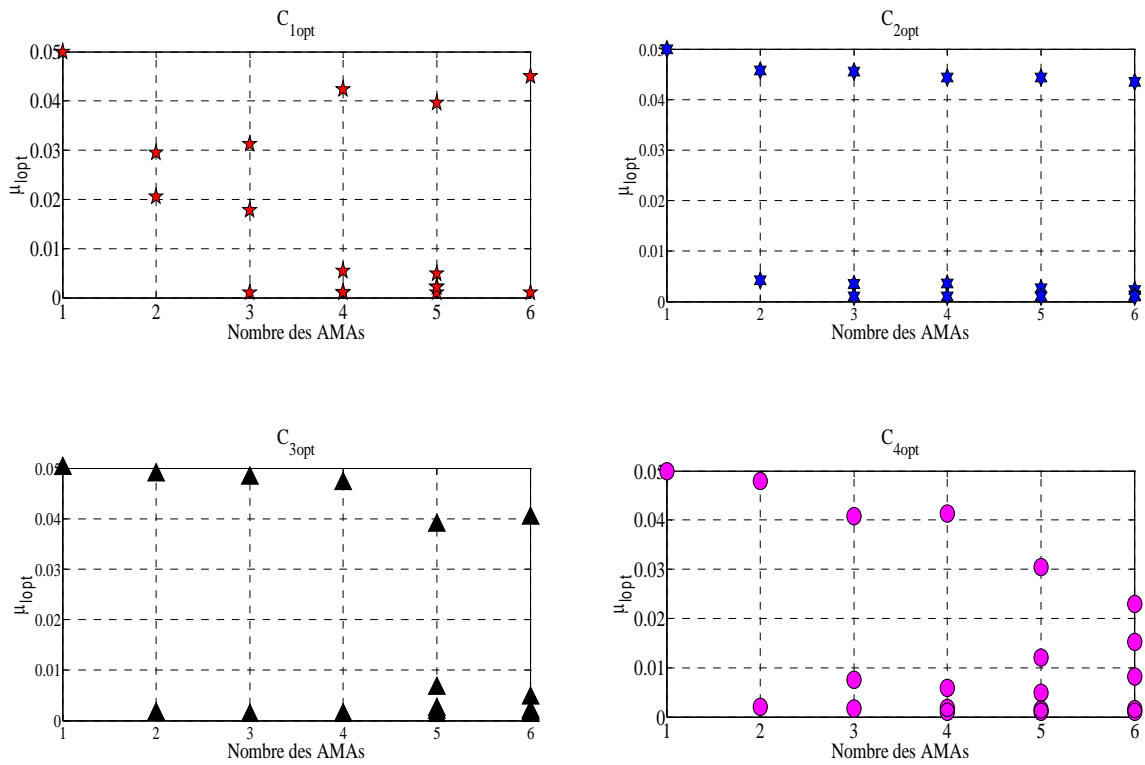
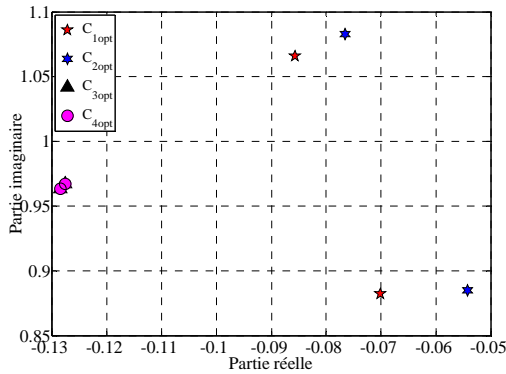


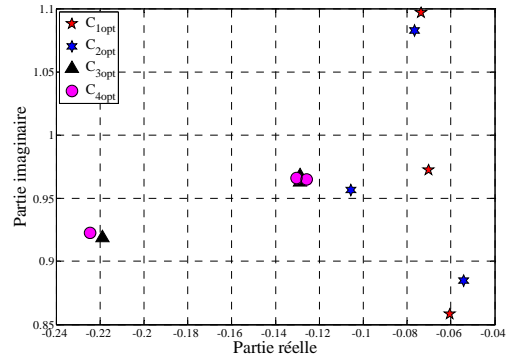
FIG.IV. 100- Les rapports de masse  $\mu_{opt}$  pour chaque AMA en fonction du nombre d'AMAs et pour les différents critères d'optimisation en appliquant d'AMAs placés en série et de masses différentes.

### IV. 11.2.3 Etude des pôles des AMAs placés en parallèle et de masses différentes

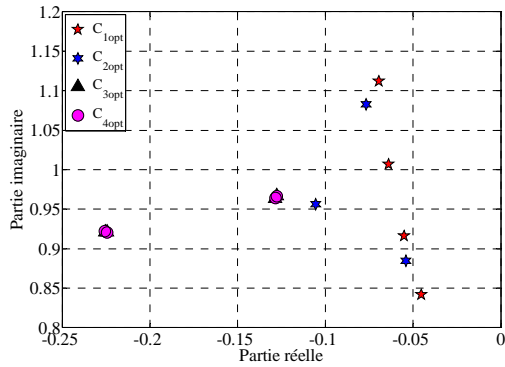
Dans cette section, nous présentons les pôles des modèles optimisés pour chaque nombre d'AMAs. Nous constatons que les valeurs absolues des parties réelles des pôles optimisés avec les critères des pôles ( $C_{3opt}$  et  $C_{4opt}$ ) ont tendance à augmenter. Nous observons également que les pôles optimisés avec les critères fréquentiels ( $C_{1opt}$  et  $C_{2opt}$ ) sont bien espacés, tandis que les pôles optimisés avec les critères des pôles ( $C_{3opt}$  et  $C_{4opt}$ ) sont très proches, voire confondus dans certains cas.



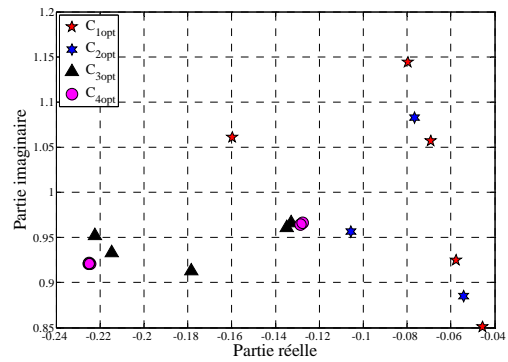
**FIG.IV. 101**-Localisation des pôles avec les modèles optimisés en appliquant un seul AMA.



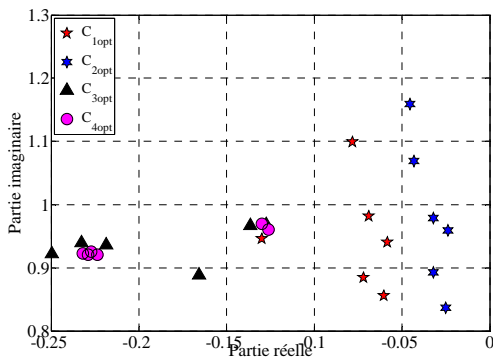
**FIG.IV. 102**-Localisation des pôles avec les modèles optimisés en appliquant 2 AMAs placés en parallèle et de masses différentes.



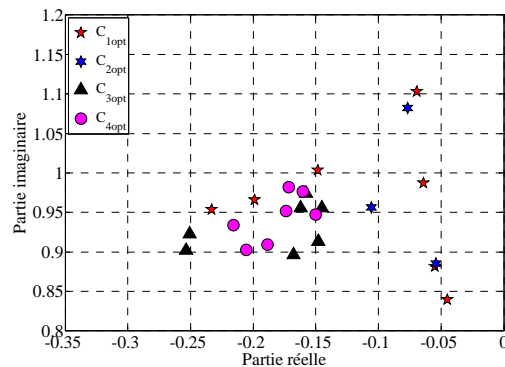
**FIG.IV. 103**-Localisation des pôles avec les modèles optimisés en appliquant 3 AMAs placés en parallèle et de masses différentes.



**FIG.IV. 104**-Localisation des pôles avec les modèles optimisés en appliquant 4 AMAs placés en parallèle et de masses différentes.



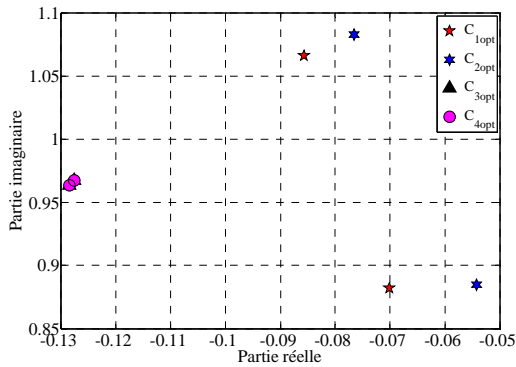
**FIG.IV. 105**-Localisation des pôles avec les modèles optimisés en appliquant 5 AMAs placés en parallèle et de masses différentes.



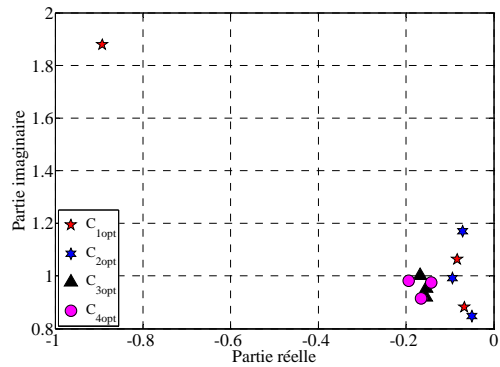
**FIG.IV. 106**-Localisation des pôles avec les modèles optimisés en appliquant 6 AMAs placés en parallèle et de masses différentes.

**IV. 11.2.4 Etude des pôles des AMAs placés en série et de masses différentes**

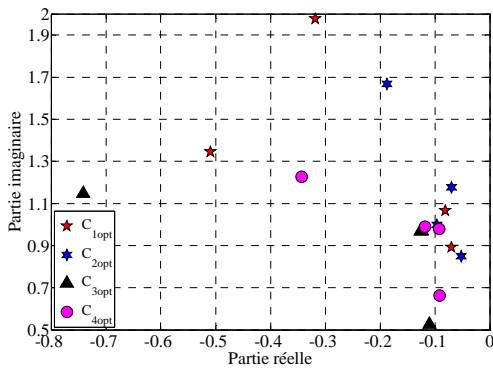
D'après les figures présentées ci-dessous, nous constatons en appliquant les AMAs en série, que la plupart des différents pôles avec les modèles optimisés sont dispersées. Toutefois, nous constatons parfois une formation de certaines valeurs des paramètres optimisés qui sont concentrés (répartis en un seul endroit), et ce, quelque soit le critère d'optimisation considéré. En revanche, les valeurs absolues des parties réelles des pôles avec les modèles optimisés par les critères des pôles, sont plus élevées.



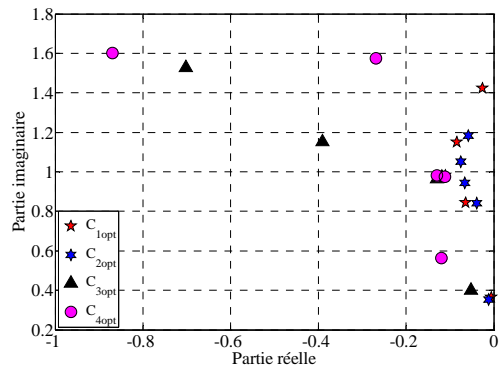
**FIG.IV. 107-** Localisation des pôles avec les modèles optimisés en appliquant un seul AMA.



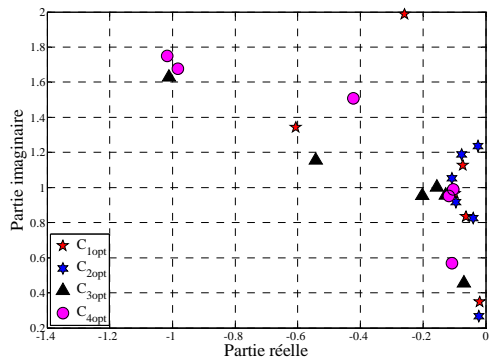
**FIG.IV. 108-** Localisation des pôles avec les modèles optimisés en appliquant 2 AMAs placés en série et de masses différentes.



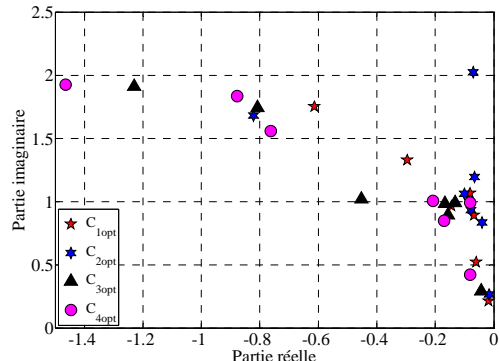
**FIG.IV. 109-** Localisation des pôles avec les modèles optimisés en appliquant 3 AMAs placés en série et de masses différentes.



**FIG.IV. 110-** Localisation des pôles avec les modèles optimisés en appliquant 4 AMAs placés en série et de masses différentes.



**FIG.IV. 111-** Localisation des pôles avec les modèles optimisés en appliquant 5 AMAs placés en série et de masses différentes.



**FIG.IV. 112-** Localisation des pôles avec les modèles optimisés en appliquant 6 AMAs placés en série et de masses différentes.

### IV. 11.3 Influence de la configuration des AMAs sur la valeur de chaque critère à l'optimum

L'objectif visé dans ce paragraphe est d'examiner l'influence de la configuration des AMAs sur la réduction des valeurs de chaque critère à l'optimum. Pour cette étude, nous choisissons des AMAs placés en série et en parallèle et nous nous intéressons aux cas où les masses des AMAs sont identiques ou différentes. Notons que dans les figures, la dénomination « Parallèle-1 et série -1 » est pour indiquer que les masses d'AMAs sont les mêmes. Cependant, « Parallèle-2 et série -2 » sera utilisée pour indiquer que les masses d'AMAs sont différentes.

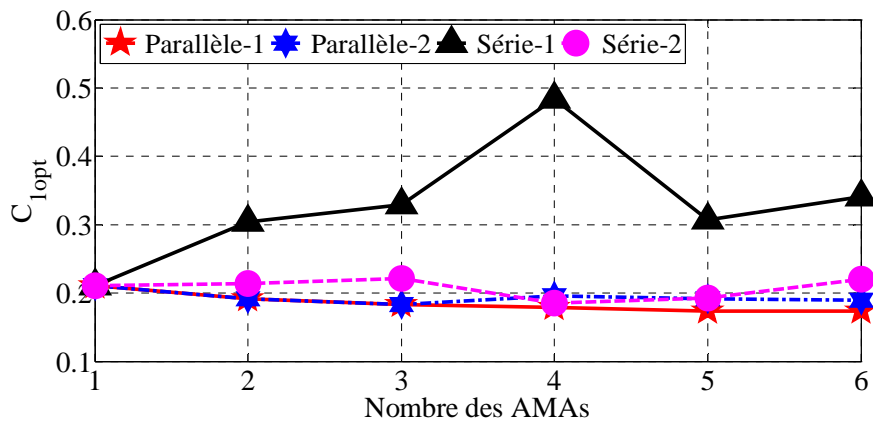


FIG.IV. 113-Variation des valeurs du critère  $C_1$  à l'optimum en fonction du nombre des AMAs pour différentes configurations d'AMAs.

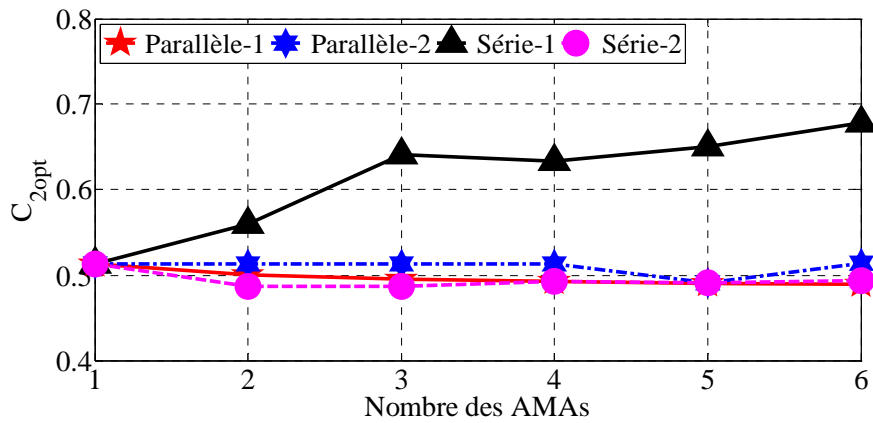


FIG.IV. 114- Variation des valeurs du critère  $C_2$  à l'optimum en fonction du nombre des AMAs et pour les différentes configurations d'AMAs.



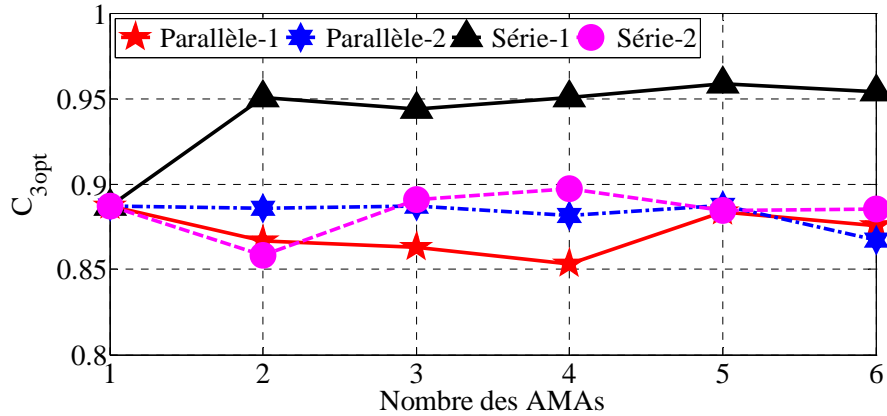


FIG. IV. 115-Variation des valeurs du critère  $C_3$  à l'optimum en fonction du nombre des AMAs et pour les différentes configurations d'AMAs.

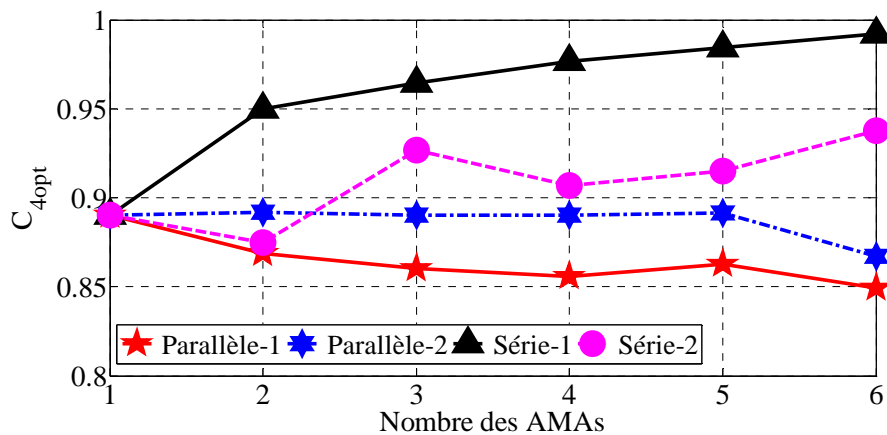


FIG. IV. 116-Variation des valeurs du critère  $C_4$  à l'optimum en fonction du nombre des AMAs et pour les différentes configurations d'AMAs.

La FIG. IV. 113 montre que pour chaque nombre des AMAs, la valeur du critère  $C_1$  à l'optimum est plus faible en utilisant la configuration des AMAs placés en parallèle et avec masses identiques « Parallèle-1 ». Nous remarquons également avec cette configuration que l'augmentation du nombre des AMAs favorise la réduction des valeurs du critère  $C_1$  à l'optimum. Nous observons aussi pour chaque nombre des AMAs que la valeur du critère  $C_1$  à l'optimum pour la configuration « série-1 » est la plus élevée en la comparant à celles des autres configurations.

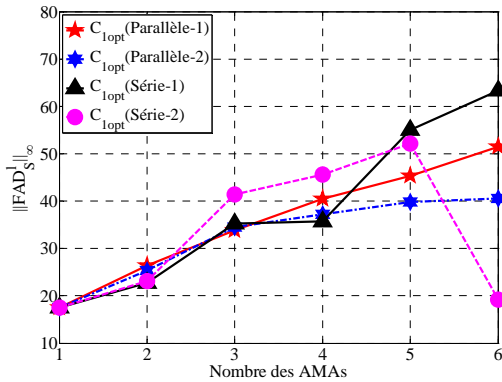
D'après la FIG. IV. 114, il apparaît que la valeur du critère  $C_2$  à l'optimum qui est liée à l'énergie dissipée est plus basse pour chaque nombre des AMAs placés en série et avec des masses différentes.

D'après la FIG. IV. 115, nous concluons que la valeur moyenne du critère  $C_3$  à l'optimum pour tous les nombres des AMAs est plus faible en utilisant des AMAs placés en parallèle et avec des masses identiques.

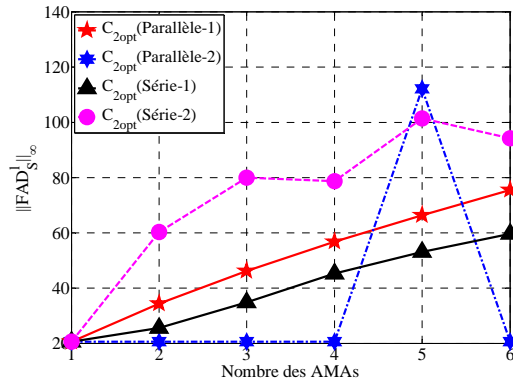
D'après la FIG. IV. 116, pour chaque nombre des AMAs fixé, nous observons que la valeur du critère  $C_4$  à l'optimum est plus basse avec la configuration des AMAs placés en parallèle et avec des masses identiques.

D'après les figures FIG. IV. 117, FIG. IV. 118, FIG. IV. 119 et FIG. IV. 120, nous remarquons que le déplacement relatif maximal pour chaque nombre des AMAs est plus réduit en appliquant le modèle optimisé suivant les critères des pôles, et ceci pour une configuration en

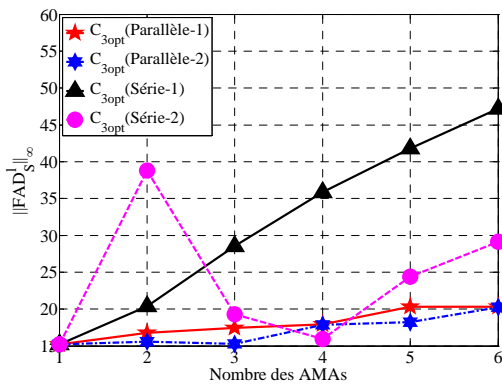
parallèle. A noter que les valeurs des déplacements relatifs maximums en utilisant les paramètres optimisés avec les critères des pôles pour les configurations « parallèle-1 » et « parallèle-2 » sont presque confondues.



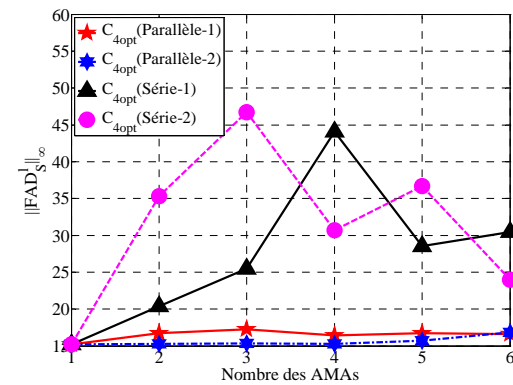
**FIG.IV. 117**-Variation de  $\|FAD_S\|_{\infty}$  en fonction du nombre d'AMAs en appliquant les paramètres optimisés avec le critère  $C_{1opt}$  et pour les différentes configurations d'AMAs.



**FIG.IV. 118**-Variation de  $\|FAD_S\|_{\infty}$  en fonction du nombre d'AMAs en appliquant les paramètres optimisés avec le critère  $C_{2opt}$  et pour les différentes configurations d'AMAs.



**FIG.IV. 119**-Variation de  $\|FAD_S\|_{\infty}$  en fonction du nombre d'AMAs en appliquant les paramètres optimisés avec le critère  $C_{3opt}$  et pour les différentes configurations d'AMAs.



**FIG.IV. 120**-Variation de  $\|FAD_S\|_{\infty}$  en fonction du nombre d'AMAs en appliquant les paramètres optimisés avec le critère  $C_{4opt}$  et pour les différentes configurations d'AMAs.

#### IV. 11.4 Comparaison de l'amplification dynamique avec les modèles optimisés pour les différentes configurations des AMAs

Dans cette section notre intérêt consiste à étudier l'influence de la configuration des AMAs qui ont des masses différentes. Pour cela dans les FIG.IV. 121, FIG.IV. 122, FIG.IV. 123 et FIG.IV. 124, nous traçons les allures de l'amplification dynamique en fonction de la fréquence normalisée en considérant les différentes configurations, et ce ci pour chaque nombre des AMAs. D'après la FIG.IV. 121, si nous fixons un nombre d'AMAs égale à 6 et en passant de la configuration en série à la configuration en parallèle, l'amplification dynamique maximale en utilisant les paramètres optimisés avec le critère  $C_{1opt}$  varie de 5.5 à 4.72. Nous constatons également dans cette figure et dans le cas des AMAs placés en parallèle qu'il y a  $p+1$  pics pour le nombre des AMAs qui varie entre 1 et 3, tandis qu'à partir de 4 AMAs il y a que 3 pics. Cependant, pour les AMAs en série et pour les différents nombre d'AMAs, les pics n'excèdent pas le nombre de 3.

Nous traitons à présent l'effet des paramètres optimisés avec le critère  $C_{2opt}$  sur l'amplification dynamique. Nous constatons dans ce cas que l'application de la configuration en série conduit à une réduction plus importante que celle de l'application des AMAs en parallèle. Nous observons également que les allures des amplifications dynamiques des AMAs, placés en parallèle pour un nombre qui varie de 2 à 6, excepté 5, sont presque confondues.

Dans le cas où nous traçons l'amplification dynamique avec les paramètres optimisés avec les critères des pôles ( $C_{3opt}$  et  $C_{4opt}$ ) nous constatons que dans le cas où les AMAs sont en parallèle, le nombre d'AMAs n'a pas un grand effet sur la variation des allures de l'amplification dynamique.

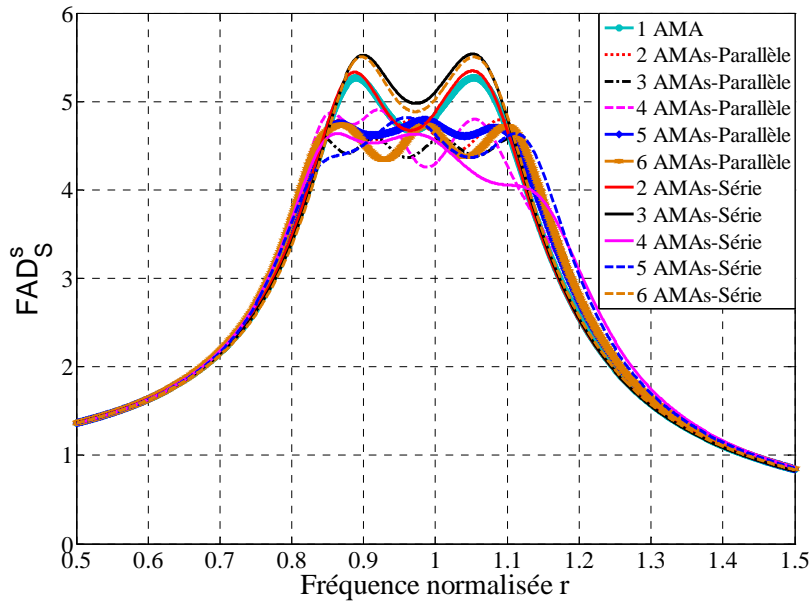


FIG.IV. 121-Variation de l'amplification dynamique de la structure principale en fonction du nombre d'AMAs et pour des masses différentes placés en série et en parallèle en appliquant  $C_{1opt}$ .

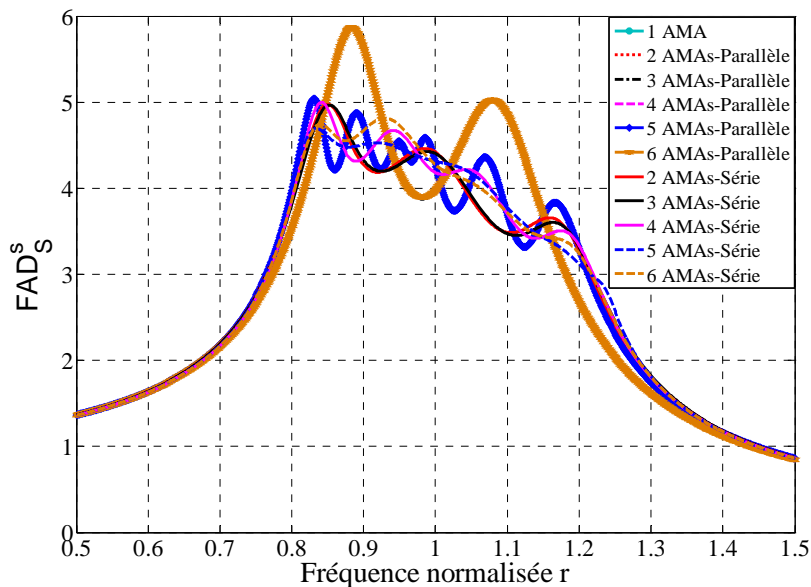


FIG.IV. 122-Variation de l'amplification dynamique de la structure principale en fonction du nombre d'AMAs et pour des masses différentes placés en série et en parallèle en appliquant  $C_{2opt}$ .

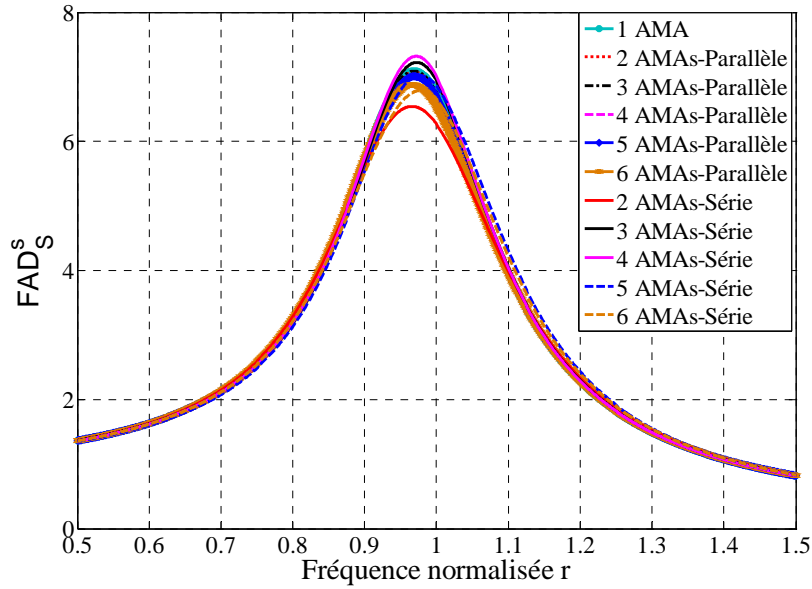


FIG.IV. 123-Variation de l'amplification dynamique de la structure principale en fonction du nombre d'AMAs et pour des masses différentes placés en série et en parallèle en appliquant  $C_{3opt}$ .

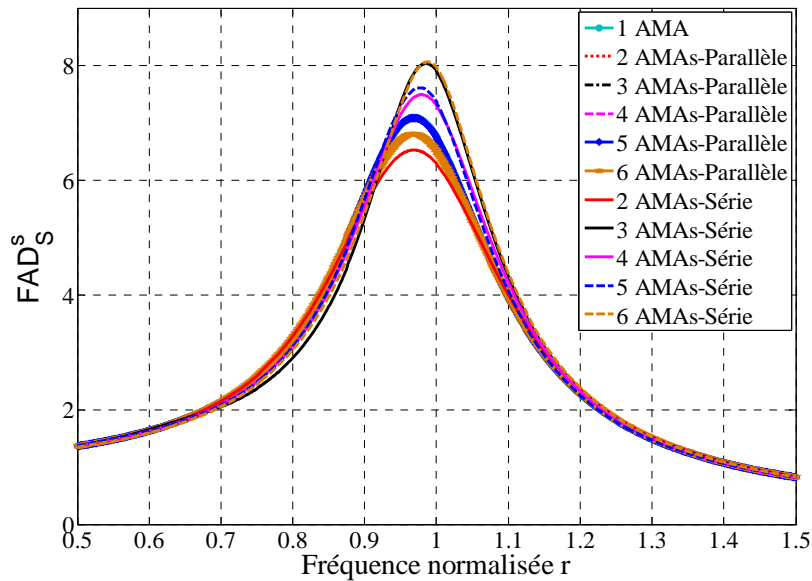


FIG.IV. 124-Variation de l'amplification dynamique de la structure principale en fonction du nombre d'AMAs et pour des masses différentes placés en série et en parallèle en appliquant  $C_{4opt}$ .

#### IV. 11.5 Comparaison des diagrammes de Nyquist avec les modèles optimisés pour les différentes configurations des AMAs

Nous traçons dans la suite les diagrammes de Nyquist des modèles optimisés pour les différentes configurations des AMAs. Nous constatons que la surface délimitée par la courbe du diagramme de Nyquist en utilisant les paramètres optimisés avec le critère  $C_{2opt}$  et la configuration en série représente la surface la plus petite. En revanche, pour les différentes configurations, les paramètres optimisés avec les critères des pôles ont tendance à augmenter les différentes surfaces des diagrammes de Nyquist.

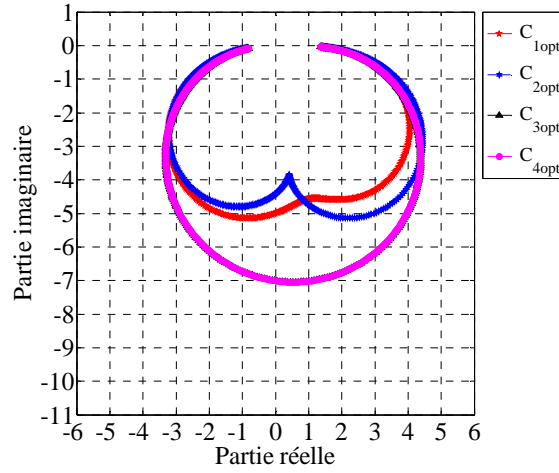


FIG.IV. 125-Plan de Nyquist avec les modèles optimisés en appliquant un seul AMA.

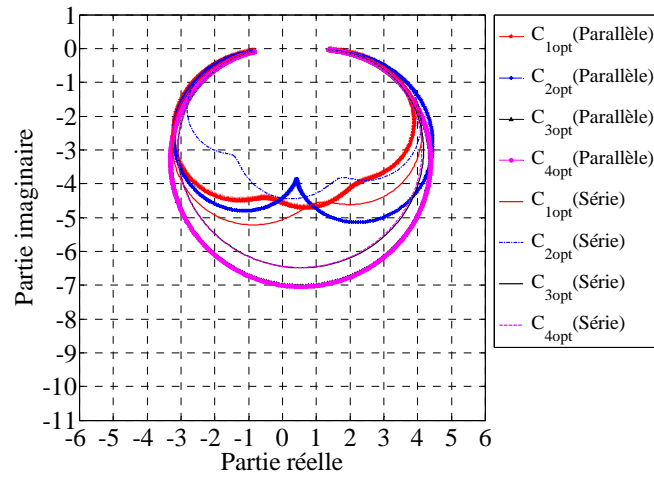


FIG.IV. 126-Plan de Nyquist avec les modèles optimisés en appliquant 2 AMAs de masses différentes placés en parallèle et en série.

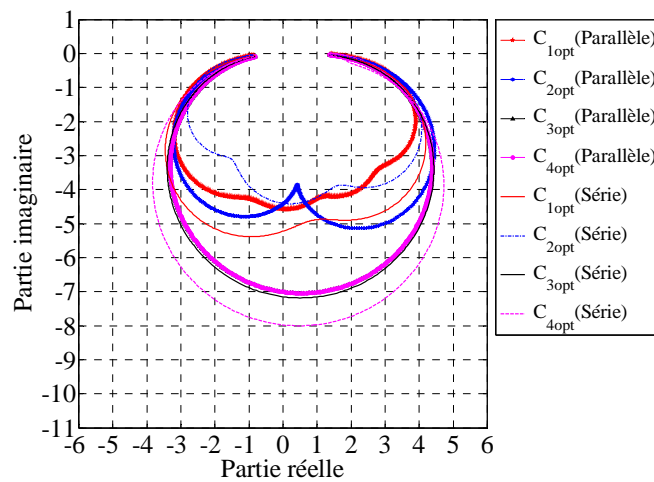


FIG.IV. 127-Plan de Nyquist avec les modèles optimisés en appliquant 3 AMAs de masses différentes placés en parallèle et en série.

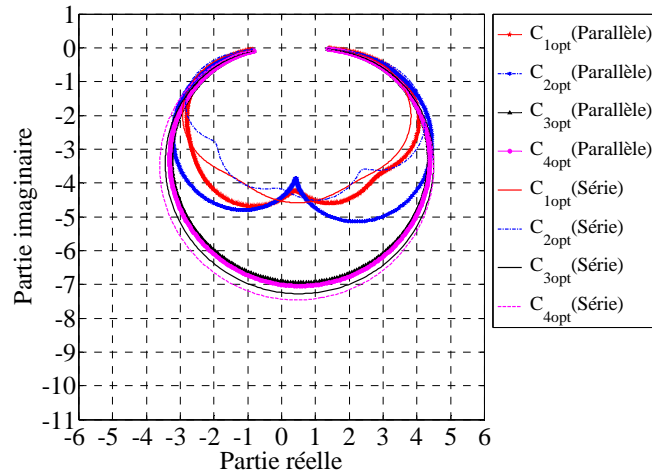


FIG.IV. 128-Plan de Nyquist avec les modèles optimisés en appliquant 4 AMAs de masses différentes placés en parallèle et en série.

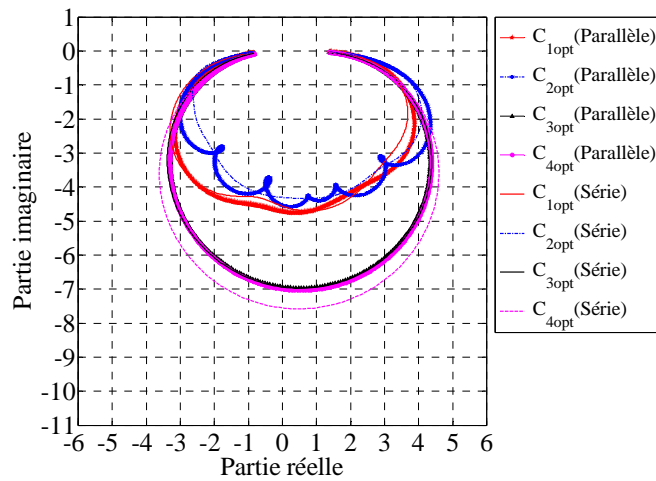


FIG.IV. 129-Plan de Nyquist avec les modèles optimisés en appliquant 5 AMAs de masses différentes placés en parallèle et en série.

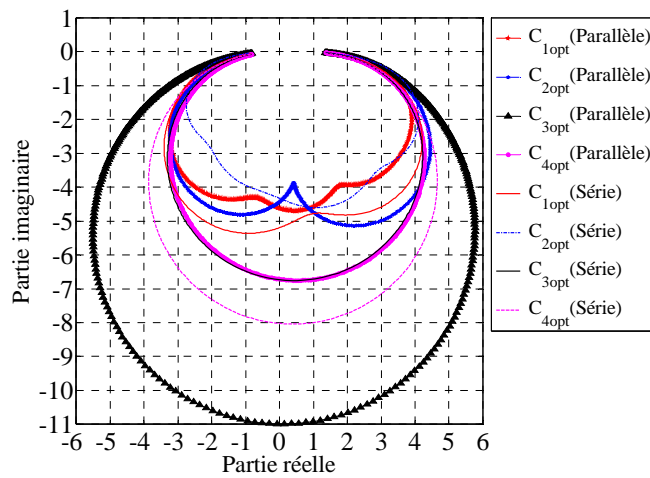


FIG.IV. 130-Plan de Nyquist avec les modèles optimisés en appliquant 6 AMAs de masses différentes placés en parallèle et en série.

## IV. 12 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié le cas d'une structure à 1ddl équipée par  $p$  AMAs. Les différentes simulations numériques effectuées, nous ont permis d'évaluer la performance de chaque AMA du modèle optimisé. Cette performance est fondée sur les réponses fréquentielles et temporelles.

Nous avons commencé notre étude par les AMAs de masse identique, placés en parallèle. Les résultats qui concernent cette partie sont :

- L'allure de l'amplification en fonction de  $r$  est différente suivant le critère d'optimisation choisi. Lorsque les critères  $C_{1opt}$  et  $C_{2opt}$  sont choisis, il y a  $p + 1$  pics locaux. Cependant, lorsque le choix porte sur  $C_{3opt}$  et  $C_{4opt}$ , les pics secondaires disparaissent du fait des valeurs élevées des taux d'amortissement des AMAs.

- L'amplification dynamique décroît en augmentant le nombre des AMAs et ceci en utilisant les paramètres optimisés avec les critères fréquentiels.

- La sensibilité de chaque critère est examinée en faisant varier les paramètres optimisés des AMAs. A cet effet, il apparaît que les deux critères fréquentiels ( $C_1$  et  $C_2$ ) sont très sensibles à la rigidité des AMAs et le sont moins concernant l'effet de l'amortissement de ces derniers. En revanche, les deux critères des pôles ( $C_3$  et  $C_4$ ), sont très sensibles aussi bien à la rigidité des AMAs qu'à l'effet du taux d'amortissement.

- La robustesse de chaque critère face aux incertitudes liées au changement des paramètres physiques de la structure principale a été examinée. Il apparaît que l'augmentation du nombre d'AMAs permet d'améliorer la robustesse de ces critères, et ce, en comparaison avec le cas d'un seul AMA.

- L'étude des valeurs singulières de la matrice de flexibilité dynamique montre que les valeurs de  $\sigma_1$  sont plus élevées en utilisant les paramètres optimisés avec le critère  $C_{2opt}$  et qu'elles ont tendance à diminuer avec les critères des pôles, tandis qu'il y a  $p$  pics locaux maximaux dans les allures de la courbe du conditionnement. En revanche, pour chaque nombre d'AMAs fixé, les allures de l'évolution de  $\sigma_k$  avec tous les modèles optimisés présentent un seul pic. Nous observons aussi que les valeurs du conditionnement en utilisant les paramètres optimisés avec les critères des pôles sont moins sensibles à la fréquence d'excitation.

- Une étude a été réalisée sur les réponses temporelles libres avec les modèles optimisés. Les résultats montrent que les déplacements temporels de la structure principale, ainsi que ceux des AMAs, décroissent plus rapidement lorsque nous adoptons les paramètres optimisés avec les critères des pôles.

Nous avons également étudié l'effet de la configuration des AMAs (parallèle et série) sur l'évolution de l'amplification dynamique, d'une part, et sur la localisation des pôles, d'autre part. Pour cela nous avons traité aussi le cas des AMAs en série avec des masses identiques. Cette étude ne donne pas des résultats satisfaisants, ce qui nous a conduits à travailler avec des AMAs de masses différentes configurés en parallèle et en série. A cet effet, nous avons optimisé les  $3p$  paramètres adimensionnels de chaque AMA. Parmi les résultats nous avons remarqué que les valeurs des critères ( $C_1, C_3$  et  $C_4$ ) à l'optimum sont plus faibles en utilisant des AMAs de masses identiques et placés en parallèle. En revanche, la valeur du critère  $C_2$  à l'optimum est plus basse en appliquant des AMAs de masse différente, placés en série.

En conclusion, le choix du critère dépend de ce qu'on a besoin d'atténuer, si nous cherchons à atténuer la vibration libre, les modèles optimisés suivant les critères des pôles offrent une possibilité de décroître le déplacement de la structure principale le plus rapidement possible.

Un désavantage des critères des pôles réside dans le fait que ces critères ont tendance à augmenter les valeurs des taux d'amortissement des AMAs. Or il est fortement recommandé de les limiter pour faciliter la réalisation des AMAs. En ce qui concerne les réponses fréquentielles, il apparaît l'efficacité des AMAs dans l'atténuation de l'amplification dynamique. Cet effet est surtout visible en utilisant les paramètres optimisés avec les critères fréquentielles. Nous avons également constaté que l'atténuation de l'amplification dynamique avec ces modèles optimisés est probante en augmentant le nombre d'AMAs.



---

## Conception de plusieurs AMAs appliqués à une structure à 1DDL : Excitation sur la base

---

### Résumé

Ce chapitre est consacré à la conception et à l'optimisation de  $p$  AMAs au moyen de la minimisation des critères déjà détaillés au chapitre III. Ce travail concerne le cas où nous contrôlons un système principal à 1ddl. Une étude de la faisabilité des AMAs ainsi optimisés est ensuite réalisée pour le cas où la structure principale est soumise à différentes excitations sismiques.

Dans la première partie de ce chapitre nous rappelons quelques notions de base portant, sur le phénomène sismique d'une part, et sur les enregistrements des sollicitations sismiques et des réponses à ces sollicitations, d'autre part. Dans cette partie nous détaillons en particulier les différents types de spectre de réponse trouvés dans la littérature et nous les traçons pour quatre types de séismes retenus.

Une seconde partie s'intéresse à la détermination des paramètres optimisés des AMAs à partir des critères d'optimisation précédents. Cette étude est élaborée en supposant que les masses d'AMAs sont identiques. Ainsi, en fixant les rapports des masses d'AMAs et le taux d'amortissement de la structure principale, l'optimisation des  $2p$  paramètres adimensionnels de chaque AMA est réalisée afin de déterminer les paramètres physiques tels que les rigidités et les coefficients d'amortissement optimisés de chacun des AMAs.

Ensuite, une étude de la performance de chaque modèle optimisé en considérant plusieurs méthodes fréquentielles telles que: le tracé de l'amplification dynamique dans le cas d'une excitation à la base, le plan de Nyquist et la localisation des pôles. La sensibilité de chaque critère est aussi examinée en faisant varier les paramètres optimisés des AMAs et nous terminons cette troisième partie par l'étude de la robustesse des critères face aux incertitudes liées au changement des paramètres physiques de la structure principale.

Finalement, nous cherchons à évaluer l'efficacité des AMAs afin d'atténuer les réponses de la structure principale. Pour cela, nous appliquons les quatre séismes réels retenus sur les systèmes obtenus avec les paramètres optimisés. Une étude comparative est enfin réalisée.

## Sommaire

---

V. 1	Introduction .....	155
V. 2	Etude sismique .....	156
V. 2.1	Introduction générale sur le phénomène sismique .....	156
V. 2.2	La quantification sismique .....	157
V. 2.3	Enregistrement du signal sismique.....	158
V. 3	Problème de conception optimale des AMAs par les différents critères d'optimisation	166
V. 3.1	Procédures d'optimisation.....	166
V. 3.2	Etude paramétrique .....	167
V. 3.3	Comparaison des performances obtenues sous les différents critères d'optimisation.....	175
V. 3.4	Sensibilité des critères en appliquant un seul AMA .....	181
V. 3.5	Robustesse des critères.....	184
V. 4	Application aux séismes.....	186
V. 4.1	La performance des AMAs optimisés en appliquant les différents séismes .....	186
V. 4.2	Conception des AMAs optimisés pour différents valeurs du rapport de la masse totale des AMAs.....	196
V. 4.3	Effet des séismes .....	198
V. 4.4	Variation de la fréquence de la structure principale.....	200
V. 4.5	Le comportement hystérétique de la structure principale .....	202
V. 5	Conclusion.....	206

---

## V. 1 Introduction

Chaque année, il se produit des dizaines de milliers de séismes dans le monde. La plupart sont très violents et peuvent engendrer des dégâts importants. Dans ce contexte, les chercheurs ont développé plusieurs approches afin d'atténuer les réponses dynamiques, et ce, dans le but de limiter les dommages subis par les constructions du génie civil lors de sollicitations sismiques. Plusieurs méthodes de conception ont été élaborées avec l'incorporation des dispositifs de dissipation d'énergie passive comme les AMAs. Nous proposons dans ce chapitre, la conception de plusieurs AMAs en appliquant différents critères d'optimisation dans le but d'augmenter leur performance. Les systèmes ainsi optimisés sont ensuite examinés lorsque la structure principale est soumise à différents séismes réels. Ainsi, les résultats obtenus sont comparés entre eux en adoptant à chaque fois un des critères et en considérant chaque nombre d'AMAs choisi.

Pour débiter, nous allons essayer de comprendre l'origine des séismes par l'étude de la structure de la terre et de la mobilité des couches qui la composent. Pour caractériser les séismes et les comparer entre eux, une notion essentielle est la représentation spectrale du mouvement sismique tel que le spectre de Fourier ou le spectre de réponse. Ces deux spectres sont de natures très différentes. Le spectre de Fourier lié à l'accélération du sol dévoile les fréquences fondamentales qui constituent le signal, en les distinguant clairement du bruit. Le spectre de réponse fournit pour chaque fréquence propre d'un oscillateur, la réponse maximale de la structure à la sollicitation sismique. Notons que les spectres de réponse sont très utilisés dans la prévision des catastrophes prise en compte lors du dimensionnement des structures. En effet, ils nous renseignent d'une manière simplifiée sur la réaction des structures lorsqu'elles sont soumises à un séisme.

Ensuite, nous consacrons notre étude à l'optimisation des AMAs dans le cas où nous contrôlons un système principal à 1ddl. Le système combiné (Structure principale + $p$ AMAs) est excité au niveau de sa base (en vue d'une application à la sismique).

Nous commençons par supposer que les masses des  $p$  AMAs sont identiques et nous fixons les rapports de masse des AMAs ainsi que le taux d'amortissement de la structure principale. Nous pouvons alors optimiser, suivant les divers critères retenus, les  $2p$  paramètres adimensionnels de chaque AMA afin de déterminer les paramètres physiques tel que les coefficients d'amortissements optimaux et les rigidités optimales.

Nous classons les critères d'optimisation des paramètres des AMAs en deux familles suivant la dépendance de la fonctionnelle à minimiser. La première famille est fondée sur le facteur d'amplification dynamique. Ce facteur sans dimension est relié à la fonction de transfert définie par le rapport entre la transformée de Fourier du déplacement relatif de la structure principale et celle de l'excitation à la base. La deuxième famille est fondée sur le placement des pôles deux à deux complexes conjugués du système couplé, par rapport à l'axe vertical et dans le plan complexe.

Nous nous sommes ensuite intéressés à l'étude paramétrique qui consiste à étudier la variation des valeurs de chaque critère à l'optimum en fonction, d'une part, du rapport de la masse totale des AMAs, et d'autre part, du taux d'amortissement de la structure principale.

Par la suite, nous évaluons la performance des systèmes obtenus avec les paramètres optimisés en se basant soit sur le tracé de l'amplification dynamique dans le cas d'une excitation à la base, soit sur le plan de Nyquist, ou encore sur la localisation des pôles. Nous analysons également la sensibilité de chaque critère en faisant varier les paramètres optimisés des AMAs et leur robustesse lorsque les paramètres de la structure principale varient.

Enfin, nous appliquerons quatre différents séismes sur les modèles optimisés. Nous étudierons par la suite l'évolution temporelle du déplacement relatif ainsi que l'accélération absolue de la structure principale. La comparaison des réponses temporelles sismiques des modèles optimisés en fonction du nombre d'AMAs est principalement fondée :

- ✓ dans un premier temps, sur le calcul des maximums des déplacements relatifs et des accélérations absolues de la structure principale
- ✓ et dans un deuxième temps, sur le calcul des valeurs moyennes des déplacements relatifs et des accélérations absolues.

Pour étudier l'effet de chaque séisme sur la structure principale, nous introduisons en outre les indices de performance. Ces indices nous permettent d'évaluer la performance des AMAs pour chaque modèle optimisé et en fonction de chaque séisme.

## V. 2 Etude sismique

### V. 2.1 Introduction générale sur le phénomène sismique

Il se produit quotidiennement de très nombreux séismes, mais la plupart ne sont pas ressentis par les humains. Environ cent mille séismes sont enregistrés chaque année sur la planète. Les plus puissants d'entre eux conduisent à des catastrophes naturelles les plus destructrices.

Lors de séismes, l'essentiel des dommages sont dus aux mouvements du sol qui sont à l'origine de la vibration des bâtiments. Ces mouvements sont enregistrés notamment par des accéléromètres, sous la forme de séries temporelles retraçant l'histoire de l'accélération subie par le sol.

Pour mieux comprendre l'origine des séismes, il est nécessaire d'étudier la structure de la terre et la mobilité des couches qui la composent.

La structure interne de la terre est constituée d'une succession de couches de propriétés physiques et de densités différentes. Cette structure est répartie en plusieurs enveloppes successives, dont les principales sont la croûte terrestre, le manteau et le noyau.

Le noyau, au centre, est le plus lourd et se divise en un noyau interne solide et un noyau externe liquide. Le manteau, qui constitue environ 80% du volume terrestre, se divise en un manteau inférieur solide et un manteau supérieur, lui-même divisé en une partie plastique appelée asthénosphère et une partie solide appelée lithosphère.

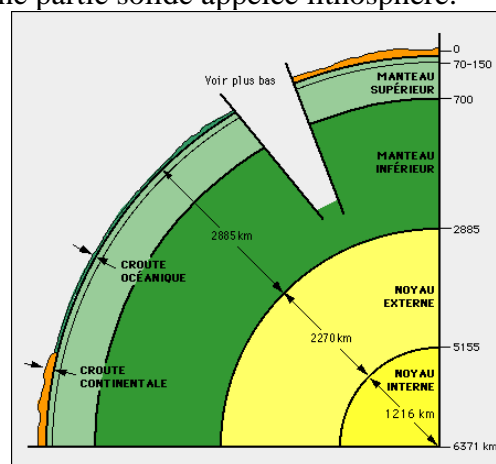


FIG.V. 1- Structure interne de la terre.

La chaleur provenant du noyau terrestre s'élève vers la surface et entraîne le mouvement du manteau. La lithosphère est l'enveloppe rigide de la surface terrestre (croûte et manteau supérieur). Cette croûte terrestre contient environ 12 plaques tectoniques rigides et mobiles, dont les mouvements sont à l'origine de l'activité sismique et des reliefs continentaux et océaniques. Ces plaques sont mobiles les unes par rapport aux autres, avec des vitesses de quelques centimètres par an. Les mouvements des plaques peuvent être divergents (extension), convergents (compression) ou en coulissage (cisaillement) [120].

Sous l'effet des contraintes causées par le mouvement des plaques tectoniques, la lithosphère se déforme de manière élastique, puis, lorsqu'elle aura atteint sa limite d'élasticité, les plaques se séparent en dégageant de façon instantanée toute l'énergie qu'elles ont accumulée durant la déformation élastique [121].

La rupture se produit généralement à quelques dizaines de kilomètres de profondeur, le long d'une fragilité préexistante de l'écorce terrestre, appelée faille, et entraîne un déplacement de blocs rocheux suite au déchargement de contraintes accumulées au cours du temps.

Le point de rupture de la faille correspond à la source sismique (foyer). La cassure libère de l'énergie, sous forme de chaleur et d'émission d'ondes sismiques qui naissent à la source puis se propagent dans toutes les directions. Quand elles arrivent en surface, le sol se met à trembler.

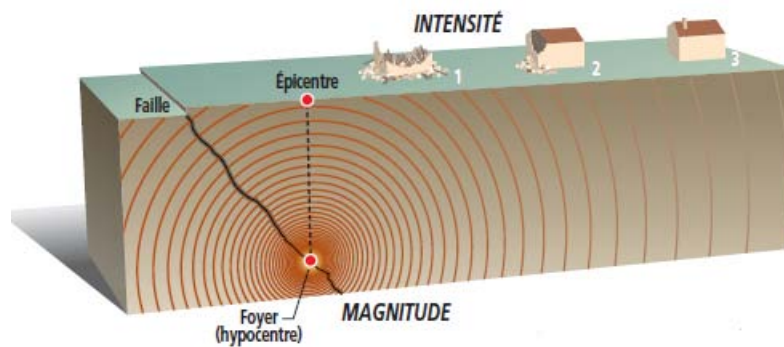


FIG.V. 2- Caractéristiques d'un séisme.

Le foyer peut être situé à faible profondeur (quelques kilomètres). Nous parlons alors de séisme superficiel, ou à grande profondeur (plusieurs dizaines ou centaines de kilomètres),

Plus la surface de la rupture et le déplacement sont importants, plus la quantité d'énergie libérée est importante et plus les secousses sont violentes.

À la surface du sol, le point situé à la verticale du foyer est appelé épicentre, c'est aussi le lieu où les dégâts qui se produisent sont généralement les plus importants.

## V. 2.2 La quantification sismique

En sismologie, la caractérisation des tremblements de terre s'effectue de diverses manières.

**La Magnitude** (échelle de Richter) représente l'énergie libérée au foyer et **l'Intensité**. Elle permet de caractériser les dégâts observés suivant une échelle qualitative (Mercalli).

**La magnitude** dite de Richter se base sur la mesure de l'amplitude maximale des ondes sismiques mesurées sur un sismogramme. La magnitude est définie comme étant le logarithme décimal de cette valeur [122].

La définition originale donnée par Richter en 1935 [122], appelée désormais magnitude locale ou  $M_l$ , est une échelle logarithmique simple de la forme :

$$M_l = \log(A) - \log(A_0) + c \times \log(\Delta) \quad (\text{V. 1})$$

$A$  représente l'amplitude maximale mesurée sur le sismogramme.

$A_0$  est une amplitude de référence correspondant à un séisme de magnitude 0 à 100 km (distance épacentrale).

$\Delta$  est la distance épacentrale (km) et  $c$  est une constante d'étalonnage.

Par exemple, un séisme de magnitude élevée peut donner des intensités faibles et n'a pas donc d'effet destructeur si son foyer est profond (plus de 100 Km). En revanche, pour un séisme de magnitude moyenne, tel que celui d'Agadir ( $M_l=5.75$ ) qui a libéré 3400 fois moins d'énergie que le précédent, a donné naissance à de grandes intensités dans la zone épacentrale puisque son foyer n'était qu'à 3 Kms de profondeur. Notons bien que la magnitude ne change pas quand s'éloigne de l'épicentre. **L'intensité** d'un séisme dépend de la distance à l'épicentre, et elle décroît généralement quand cette distance augmente. Toutefois, des anomalies locales dues à des conditions géologiques [123] peuvent apparaître.

### V. 2.3 Enregistrement du signal sismique

Pour les ingénieurs, les paramètres les plus souvent utilisés sont soit le déplacement  $x_g(t)$  et l'accélération  $\ddot{x}_g(t)$  du sol, soit des données plus globales, appelées spectres, établies à partir de ces signaux.

#### V. 2.3.1 Les accélérogrammes

Les mouvements du sol enregistrés lors d'un séisme sont illustrés principalement à l'aide d'un accélérogramme qui représente, en fonction du temps, la variation de l'accélération dans une direction donnée. La valeur de l'amplitude de l'accélération maximale (Peak Ground Acceleration « PGA ») est le paramètre le plus couramment utilisé pour classer les séismes et prédire les dommages dont ils sont responsables. De nombreuses corrélations ont été développées afin d'exprimer les dégâts subis par les constructions à l'aide d'une accélération mesurée. Par ailleurs, le retour d'expérience a montré que des séismes de faibles accélérations pouvaient être plus destructeurs que des séismes de niveau d'accélération élevé. C'est particulièrement le cas des séismes « proches » ( $\Delta < 10\text{km}$ ,  $M < 6$ ) de courte durée. Ces séismes sont riches en hautes fréquences et sont capables de générer des niveaux d'accélération élevés et peu de dommages sur les bâtiments [124].

A titre d'exemple, le zonage réglementaire de la France définit cinq zones de sismicité croissante basées sur un découpage communal. Dans le Tableau.V. 1 suivant, nous présentons l'accélération maximale de référence d'un sol rocheux (Classe A) pour chaque zone de sismicité [125].

Zone de sismicité	$a_{gr}$
1(très faible)	0.4
2(faible)	0.7
3(modérée)	1.1
4(moyenne)	1.6
5(forte)	3

Tableau.V. 1-Les accélérations maximales de référence d'un sol rocheux pour chaque zone de sismicité.

Notre étude s'appuie sur l'exemple des 4 séismes l'Aquila, El Centro, Kobe et Tabas. Les accélérogrammes correspondant aux différents séismes sont représentés respectivement sur les FIG.V. 3, FIG.V. 4, FIG.V. 5 et FIG.V. 6.

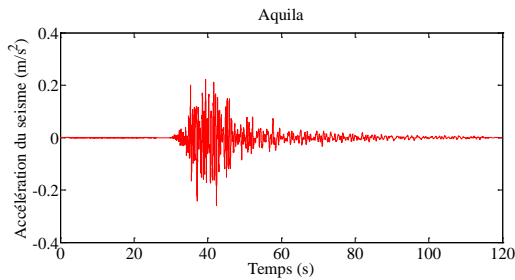


FIG.V. 3-Accélération du séisme de l'Aquila.

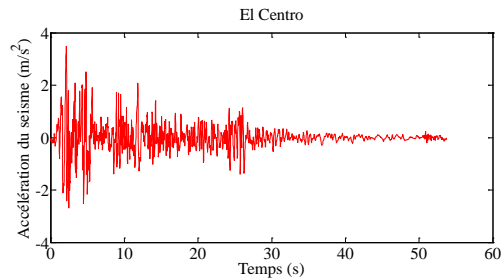


FIG.V. 4-Accélération du séisme d'El Centro.

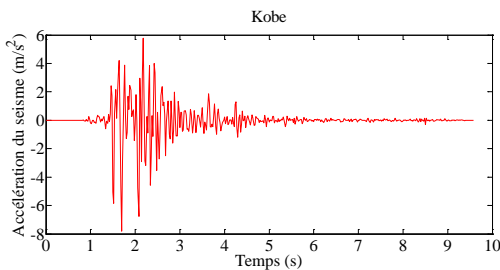


FIG.V. 5-Accélération du séisme de Kobe.

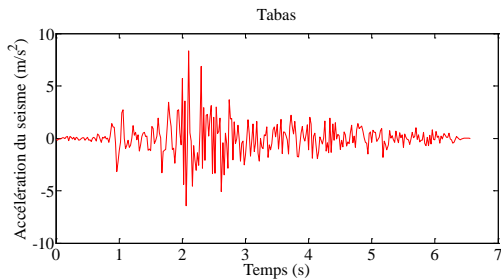


FIG.V. 6-Accélération du séisme de Tabas.

Sur l'enregistrement d'El Centro il a été mesuré une accélération maximale du sol (PGA) de  $3.487 \text{ m/s}^2$ . En observant les accélogrammes de Kobe et Tabas, nous constatons que les accélérations maximales sont très fortes. Pour les séismes de Kobe et de Tabas, les accélérations maximales atteignent respectivement les valeurs de  $7.794 \text{ m/s}^2$  et  $8.358 \text{ m/s}^2$ , tandis que celle de l'Aquila est très faible, et atteint seulement la valeur de  $0.259 \text{ m/s}^2$ .

Le tableau suivant récapitule les grandes caractéristiques des différents séismes.

Séismes	Pays	Magnitude	Date	Station	Composante	PGA (m/s <sup>2</sup> )
Aquila	Italie	6.3	6 Avril 2009	Antrodoco	Nord Sud	0.259
El Centro (Imperial Valley)	Amérique	7.1	18 Mai 1940	EL centro	Nord Sud	3.487
Kobe	Japon	6.9	16 Janvier 1995	JMA 99999 KJMA	Nord Sud	7.794
Tabas	Iran	7.35	16 Septembre 1978	9101 Tabas		8.358

Tableau.V. 2- Caractéristiques des différents séismes.

### V. 2.3.2 Représentation spectrale du mouvement sismique

La caractérisation du mouvement ne peut être complète sans mentionner la représentation spectrale du mouvement sismique comme le spectre de Fourier ou le spectre de réponse. Ces deux spectres sont de natures très différentes. En effet, le spectre de Fourier fournit, à chaque fréquence du signal, la contribution correspondante incluse dans l'accélération du sol. En revanche, le spectre de réponse fournit, à chaque fréquence propre d'un oscillateur, la réponse maximale transmise en réponse à la sollicitation sismique.

Une comparaison directe entre ces deux modèles n'a donc pas de sens. Néanmoins, il existe des relations entre eux :

- ✓ Le spectre de réponse calculé avec un amortissement nul est égal au spectre de Fourier.
- ✓ Le *PGA* est égal à l'accélération spectrale pour une fréquence infinie, pour laquelle l'oscillateur vibre en phase avec le sol [126].

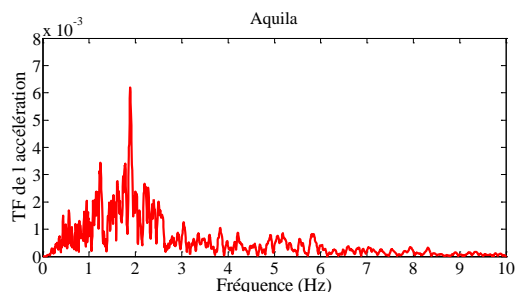
### V. 2.3.2.1 Spectre de Fourier

Le contenu fréquentiel décrit la façon dont l'amplitude d'un mouvement du sol est répartie entre différentes fréquences. Puisque le contenu fréquentiel d'un mouvement sismique sera de nature à influencer fortement les effets de ce mouvement, nous avons calculé les transformées de Fourier correspondant aux différents accélogrammes présentés dans les figures ci-dessous. Ainsi, les fréquences principales du signal varient entre 0 et 10 Hz pour l'Aquila, entre 0 et 15 Hz pour El Centro et entre 0 et 26 Hz pour les séismes de Kobe et de Tabas.

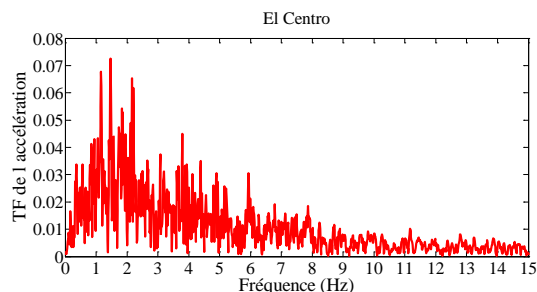
La fréquence dominante du séisme dépend étroitement de la nature des sols. La fréquence est définie comme étant la fréquence de vibration correspondant à la valeur maximale de l'amplitude du spectre de Fourier.

Les fréquences dominantes de l'Aquila, El Centro, Kobe et Tabas sont respectivement 1.88 Hz, 1.46 Hz, 7.25Hz et 6.66Hz.

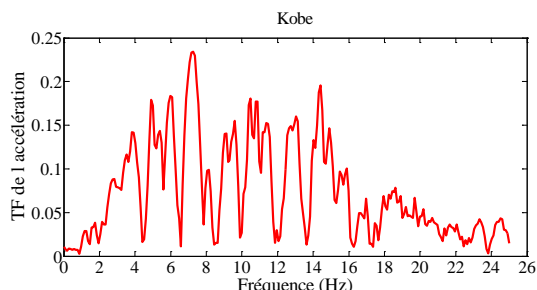
Nous remarquons que l'allure de la transformée de Fourier de l'Aquila présente un pic prononcé dans un intervalle fréquentiel très étroit, tandis que celle de El Centro présente des pics fréquents et denses. Notons que pour les deux autres séismes les pics sont disparates dans une échelle fréquentielle.



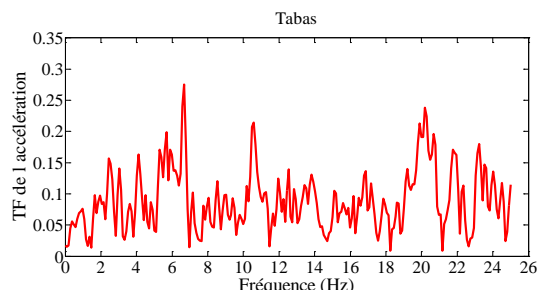
**FIG.V. 7**-La transformée de Fourier de l'accélération de l'Aquila.



**FIG.V. 8**-La transformée de Fourier de l'accélération d'El Centro.



**FIG.V. 9**-La transformée de Fourier de l'accélération de Kobe.



**FIG.V. 10**-La transformée de Fourier de l'accélération de Tabas.



Le choix des quatre séismes pour les applications numériques est fondé sur l'influence du contenu fréquentiel de l'excitation. A cet effet, nous avons pris des séismes dont les fréquences prédominantes du contenu spectral sont réparties autour de la fréquence de la structure principale de manière différente (très proches, plus au moins proches...). Le choix dépend aussi de la nature du contenu fréquentiel autour des fréquences prédominantes (étroit ou étendu).

### V. 2.3.2.2 Spectre de réponse

Il est important de prévoir les catastrophes en tenant compte du risque sismique au niveau du dimensionnement des structures. Pour cela, il convient de comprendre comment réagissent ces structures lorsqu'elles sont soumises à un séisme. La conception parasismique des structures vise à prévenir l'amplification des secousses reçues par la structure au niveau du sol.

Dans les codes parasismiques, et grâce à sa simplicité, la méthode d'analyse dynamique spectrale reste la méthode la plus couramment utilisée par les ingénieurs. L'intérêt de cette méthode est de dimensionner les structures tout en étant capable de vérifier la vulnérabilité des constructions contre l'action des séismes.

L'intérêt principal du spectre de réponse vient du fait qu'en première approximation, un bâtiment ou un ouvrage peuvent être assimilés à un simple oscillateur. En d'autres termes, la seule connaissance de sa période propre  $T$  (liée au type de structure, à la taille et aux propriétés du matériau constitutif) et de son amortissement (lié au matériau et aux dispositions constructives) permet de déterminer la réponse maximale (l'accélération, la vitesse ou le déplacement) subie par l'ouvrage, et, par conséquent, les forces et les contraintes à l'intérieur de la structure [127].

En effet, à partir de la fréquence propre de la structure, le spectre est un outil qui permet d'évaluer la réponse de n'importe quel oscillateur soumis à l'action d'un séisme. Notons bien que le comportement des oscillateurs est considéré comme élastique linéaire et il est déterminé pour un taux d'amortissement  $\xi_s$  constant.

Considérons une structure à un seul degré de liberté. Son mouvement est régi par l'équation différentielle normalisée suivante :

$$\ddot{x}_s(t) + 2\omega_s \xi_s \dot{x}_s(t) + \omega_s^2 x_s(t) = -\ddot{x}_g(t) \quad (\text{V. 2})$$

Cette équation différentielle peut être résolue pour chaque valeur de la pulsation propre  $\omega_s$  et la méthode de Duhamel donne la solution sous la forme d'une intégrale :

$$x_s(t) = -\frac{1}{\omega_d} \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) e^{-\xi_s \omega_d (t-\tau)} \sin[\omega_d (t-\tau)] d\tau \quad (\text{V. 3})$$

où  $\omega_d = \omega_s \sqrt{1 - \xi_s^2}$

Les différents spectres sont obtenus en associant, à chaque période propre, la valeur maximale des réponses tel que: le déplacement relatif maximal, la vitesse relative maximale, l'accélération relative maximale, l'accélération absolue maximale, la pseudo vitesse et la pseudo accélération. L'amplification spectrale est une autre forme de réponse se présentant comme un spectre normalisé défini comme étant le rapport entre la pseudo accélération et l'accélération maximale du séisme.

Symbole	Définition	Description
$SD$	$ x_s(t) _{\max}$	Le spectre de déplacement relatif.
$SV$	$ \dot{x}_s(t) _{\max}$	Le spectre de la vitesse relative.
$SA$	$ \ddot{x}_s(t) _{\max}$	Le spectre de l'accélération relative.
$SAb$	$ \ddot{x}_s(t) + \ddot{x}_g(t) _{\max}$	Le spectre de l'accélération absolue.
$PSV$	$S_V = \omega_s \times S_D = \frac{2\pi}{T} \times S_D$	Le spectre de pseudo vitesse.
$PSA$	$S_A = \omega_s^2 \times S_D = \frac{4\pi^2}{T^2} \times S_D$	Le spectre de pseudo accélération.
$PSA/PGA$	$\frac{\omega_s^2 \times S_D}{PGA}$	L'amplification spectrale

Tableau.V. 3- Les spectres de réponses.

Notons bien que le spectre de l'accélération absolue est la valeur absolue maximale de la somme de l'accélération relative calculée et l'accélération du sol.

Le spectre de pseudo vitesse est calculé en multipliant les valeurs du spectre en déplacement par la pulsation propre de l'oscillateur. Le spectre de pseudo accélération est obtenu par la multiplication du spectre de déplacement par le carré de la pulsation propre.

En revanche, la pseudo-accélération d'un système de période  $T$  est égale à l'accélération absolue lorsque le taux d'amortissement est égal à zéro.

La pseudo vitesse spectrale  $PSV$  est différente du spectre  $SV$ . Lorsque la force d'amortissement est négligée, l'énergie de déformation maximale stockée dans le système s'écrit :

$$\text{énergie max} = \frac{1}{2} k_s S_D^2 = \frac{1}{2} k_s |x_s(t)|_{\max}^2 = \frac{1}{2} m_s |\omega_s x_s(t)|_{\max}^2 = \frac{1}{2} m_s PSV^2 \quad (\text{V. 4})$$

L'équation (V. 4) exprime que la pseudo-vitesse donne une valeur de l'énergie cinétique de la masse de l'oscillateur égale à celle de l'énergie de la déformation maximale du ressort.

La force élastique dans le système est définie par  $F_{s\max} = k_s |x_s(t)|_{\max}$ .

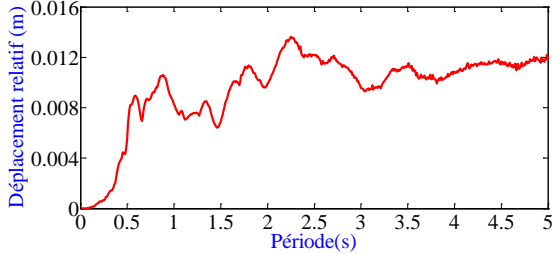
Si nous remplaçons la raideur par  $\omega_s^2 \times m_s$ , l'expression de la force devient  $F_{s\max} = m_s \omega_s^2 |x_s(t)|_{\max} = m_s \times PSA$ .

Pour les structures parfaitement raides ( $T=0$ ), les termes d'inertie sont négligeables et la masse de l'oscillateur tend à suivre intégralement le mouvement imposé par la base. En effet, le déplacement relatif est nul et l'accélération absolue tend vers l'accélération du sol. De ce fait, l'amplification spectrale ( $PSA/PGA$ ) tend vers l'unité. En revanche, pour les structures souples (la rigidité élastique est faible), les termes d'inertie dominant et le déplacement relatif  $x_s$  se rapproche de la valeur opposée du déplacement du sol. A cet effet, l'accélération absolue est presque nulle. Dans ce cas l'amplification spectrale tend vers zéro.

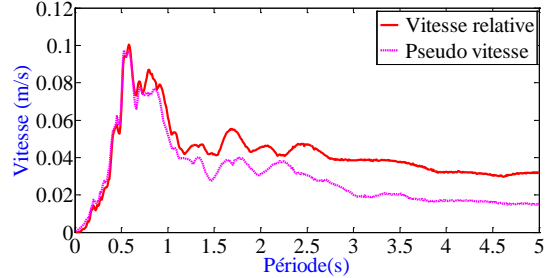
Notons bien que lorsque les valeurs de  $T$  sont très élevées, alors, la valeur de vitesse relative maximale s'approche de la vitesse du sol.

Les spectres de réponse sont déterminés en évaluant la réponse d'un système à un 1ddl dont la période propre varie entre 0 et 5 s et avec un taux d'amortissement égale  $\xi_s$  à 5%.

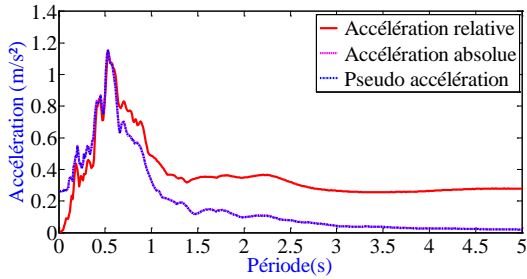
L'étude suivante est consacrée à la présentation des sept spectres de réponses récapitulés dans le Tableau.V. 3, et ce, en appliquant les quatre accélérogrammes retenus.



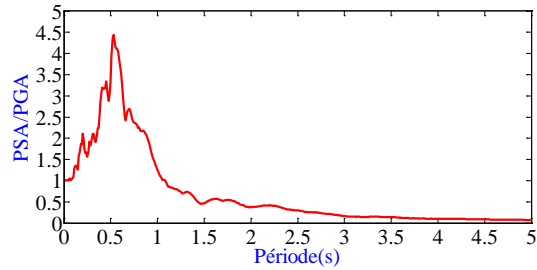
**FIG.V. 11**-Spectre de déplacement relatif en appliquant le séisme de l'Aquila.



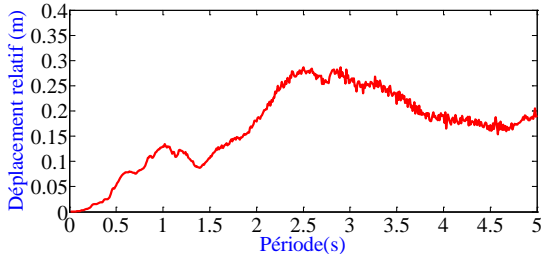
**FIG.V. 12**-Spectres des vitesses en appliquant le séisme de l'Aquila.



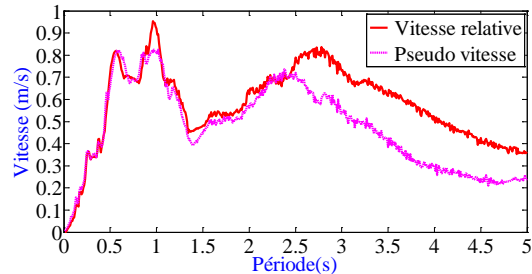
**FIG.V. 13**-Spectre des accélérations en appliquant le séisme de l'Aquila.



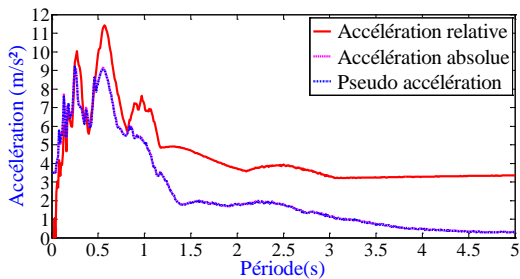
**FIG.V. 14**-Amplification spectrale en appliquant le séisme de l'Aquila.



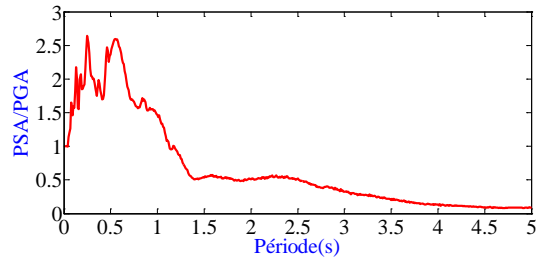
**FIG.V. 15**-Spectre de déplacement relatif en appliquant le séisme d'El Centro.



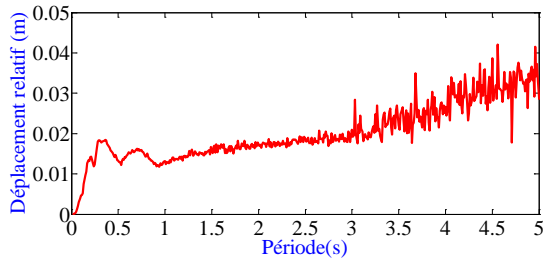
**FIG.V. 16**-Spectres des vitesses en appliquant le séisme d'El Centro.



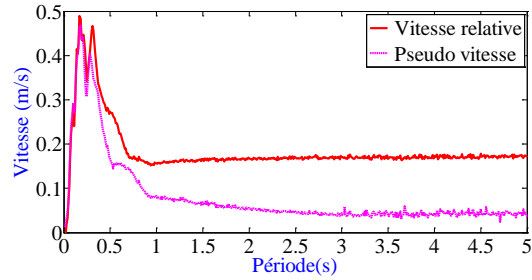
**FIG.V. 17**-Spectres des accélérations en appliquant le séisme d'El Centro.



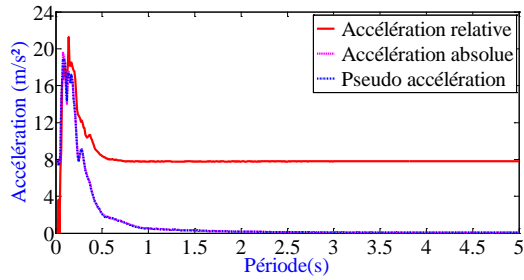
**FIG.V. 18**-Amplification spectrale en appliquant le séisme d'El Centro



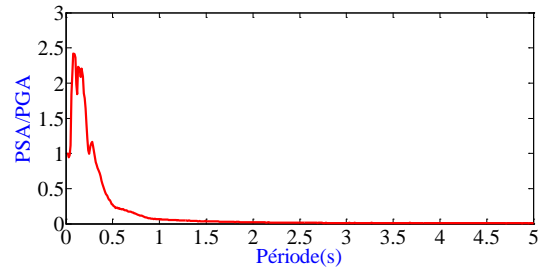
**FIG.V. 19**-Spectre de déplacement relatif en appliquant le séisme de Kobe.



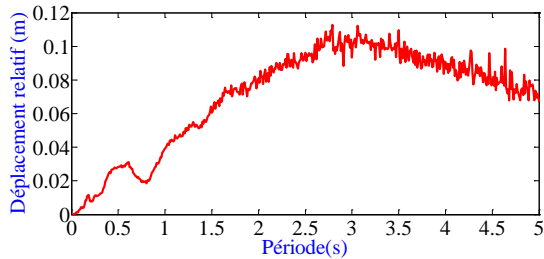
**FIG.V. 20**-Spectres des vitesses en appliquant le séisme de Kobe.



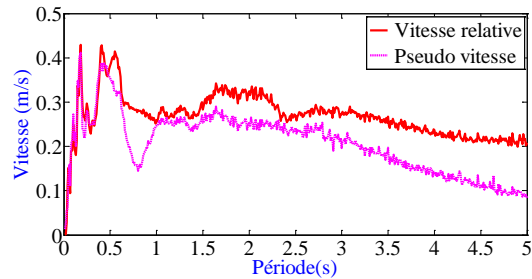
**FIG.V. 21**-Spectres des accélérations en appliquant le séisme de Kobe.



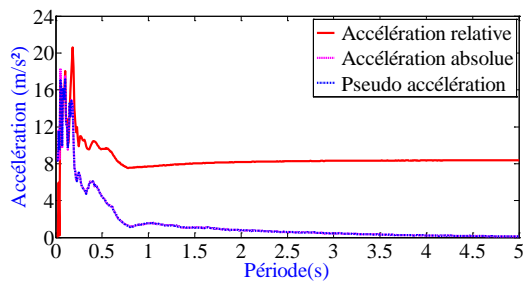
**FIG.V. 22**-Amplification spectrale en appliquant le séisme de Kobe.



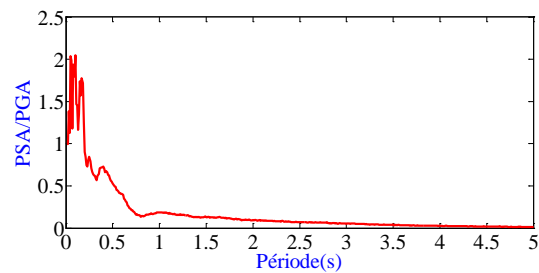
**FIG.V. 23**-Spectre de déplacement relatif en appliquant le séisme de Tabas.



**FIG.V. 24**-Spectre des vitesses en appliquant le séisme de Tabas.



**FIG.V. 25**-Spectres des accélérations en appliquant le séisme de Tabas.



**FIG.V. 26**-Amplification spectrale en appliquant le séisme de Tabas.

Après la génération des spectres de réponses à partir d'accélérogrammes des quatre séismes étudiés, nous pouvons vérifier les remarques que nous avons citées pour les différents spectres.

Nous déduisons d'après les FIG.V. 12, FIG.V. 16, FIG.V. 20 et FIG.V. 24 que les spectres des vitesses relatives et les spectres de *PSV* obtenus avec les différents séismes, sont sensiblement superposés pour les structures de faibles périodes.

Les fréquences dominantes figurant dans le Tableau.V. 4 sont définies comme étant les fréquences de vibrations correspondantes aux valeurs maximales de l'amplitude des différents spectres de réponse obtenus pour les quatre séismes.

En appliquant le séisme de l'Aquila, le facteur d'amplification spectrale (*PSA/PGA*) est maximal pour une période *T* égale à 0.53sec ( $f_s = 1.88\text{Hz}$ ), et la pseudo-accélération atteint plus de quatre fois l'accélération maximale du séisme. Par contre, en appliquant les trois autres séismes, les facteurs d'amplifications spectrales (*PSA/PGA*) n'atteignent pas la valeur de 3. Nous constatons aussi en appliquant le séisme de Kobe et le séisme de Tabas, que l'amplification spectrale est beaucoup plus élevée pour des oscillateurs de faibles périodes.

Séismes	Spectre	Fréquence (Hz)	Période (s)
<b>Aquila</b>	<i>SD</i>	0.44	2.25
	<i>SV</i>	1.72	0.58
	<i>SA</i>	1.89	0.53
	<i>SAb</i>	1.89	0.53
	<i>PSV</i>	1.89	0.53
	<i>PSA</i>	1.89	0.53
	<i>PSA/PGA</i>	1.89	0.53
<b>El Centro</b>	<i>SD</i>	0.41	2.50
	<i>SV</i>	1.05	0.96
	<i>SA</i>	1.75	0.57
	<i>SAb</i>	4	0.25
	<i>PSV</i>	0.98	1.02
	<i>PSA</i>	4	0.25
	<i>PSA/PGA</i>	4	0.25
<b>Kobe</b>	<i>SD</i>	0.22	4.56
	<i>SV</i>	5.88	0.17
	<i>SA</i>	7.14	0.14
	<i>SAb</i>	12.50	0.08
	<i>PSV</i>	5.55	0.18
	<i>PSA</i>	12.5	0.08
	<i>PSA/PGA</i>	12.5	0.08
<b>Tabas</b>	<i>SD</i>	0.36	2.79
	<i>SV</i>	5.55	0.18
	<i>SA</i>	5.55	0.18
	<i>SAb</i>	20	0.05
	<i>PSV</i>	5.55	0.18
	<i>PSA</i>	10	0.10
	<i>PSA/PGA</i>	10	0.10

**Tableau.V. 4-** Les fréquences dominantes des spectres de réponses en appliquant les différents séismes.

Il convient également de noter, qu'étant donnée la valeur faible du taux d'amortissement ( $\xi_s < 0.2$ ), les spectres d'accélération absolue et les spectres de pseudo accélération sont sensiblement identiques. Dans ce cas, l'équation dynamique de l'oscillateur peut se limiter à :

$$\ddot{x}_s(t) + \ddot{x}_g(t) \approx -\omega_s^2 x_s(t) \tag{V. 5}$$

D'où la valeur maximale du module de l'accélération absolue

$$\left| \ddot{x}_s(t) + \ddot{x}_g(t) \right|_{\max} \approx \left| \omega_s^2 x_s(t) \right|_{\max} \approx PS \tag{V. 6}$$

Cela nous permet de constater que la pseudo-accélération  $PSA$  constitue une bonne approximation du maximum du module de l'accélération absolue de l'oscillateur.

Généralement, le spectre de pseudo-accélération a la plus grande importance, car il fournit immédiatement la force d'inertie maximale agissant sur la masse en mouvement. Ce maximum est égal à la force élastique maximale développée dans le système. Comme nous pouvons déduire le même constat à partir du spectre de déplacement puisque la connaissance des déplacements maximaux nous permet de calculer les efforts élastiques maximaux.

Pour ces raisons, les ingénieurs préfèrent travailler avec les spectres de pseudo-accélération et les normes pratiquées fournissent généralement ce type de spectre. En effet, les deux spectres de la vitesse relative et celui de l'accélération relative ne sont que rarement utilisés.

### V. 3 Problème de conception optimale des AMAs par les différents critères d'optimisation

Notre étude est consacrée à l'optimisation des AMAs dans le cas où nous contrôlons un système principal à 1ddl. Le système complet (Structure principale + $p$  AMAs) est excité par sa base (en vue d'une application à la sismique).

Nous avons réalisé une étude paramétrique de la variation des valeurs d'optimum de chaque critère en fonction du rapport de la masse totale des AMAs et du taux d'amortissement de la structure principale.

Nous avons ensuite évalué la performance de chaque modèle optimisé en se basant sur les réponses fréquentielles tel que l'amplification dynamique dans le cas d'une excitation à la base, le plan de Nyquist et la localisation des pôles. Nous avons également représenté les allures de la sensibilité de chaque critère en faisant varier les paramètres optimisés des AMAs, d'une part, et leur robustesse lorsque nous faisons varier les paramètres de la structure principale, d'autre part.

#### V. 3.1 Procédures d'optimisation

L'optimisation a été effectuée à l'aide d'un algorithme implémenté sur l'outil MATLAB. Les  $2p$  paramètres à optimiser sont les paramètres de synchronisation  $\beta_{lopt}$  ainsi que les taux d'amortissement des amortisseurs  $\xi_{lopt}$ .

Les paramètres physiques optimisés des AMAs tels que les coefficients d'amortissement optimaux et les rigidités optimales sont déterminés implicitement, et ce, directement à partir des paramètres adimensionnels optimisés  $\beta_{lopt}$  et  $\xi_{lopt}$ . Cependant, les masses des AMAs ne sont pas optimisées et elles sont déterminées directement à partir du rapport de la masse  $\mu_l$  fixé.

La procédure de minimisation pour chacun des quatre précédents critères a été réalisée de manières analytique ou numérique. Pour les deux premiers critères, nous avons calculé l'expression analytique de  $FAD_B^s$ . Pour le critère  $C_2$ , nous calculons ensuite la surface de  $FAD_B^s$  au carré à l'aide d'une méthode de quadrature. L'intervalle choisi est :  $[r_1, r_2]$  avec  $r_1 = 0.5$  et  $r_2 = 1.5$ . Pour les critères  $C_3$  et  $C_4$ , nous calculons numériquement les racines du polynôme caractéristique de la matrice d'état du système complet. Nous fixons ensuite un nombre d'AMAs et nous choisissons un taux d'amortissement de la structure principale. Les quatre critères sont alors minimisés séparément en utilisant la fonction « fminsearchbnd » de

MATLAB en considérant les contraintes sur les paramètres suivantes:  $0.6 \leq \beta_{1opt} \leq 1.4$  et  $0.01 \leq \xi_{1opt} \leq 0.35$  ou bien la fonction « fminsearch » si aucune contrainte n'est prise en compte sur les paramètres.

### V. 3.2 Etude paramétrique

L'étude paramétrique consiste à étudier la variation des valeurs de chaque critère à l'optimum en fonction d'une part du rapport de la masse totale des AMAs et d'autre part de la variation du taux d'amortissement de la structure principale.

#### V. 3.2.1 Effet du rapport de la masse totale des AMAs

Dans cette étude, nous considérons une structure principale amortie avec  $\xi_s = 5\%$  et une fréquence égale à 1.88 Hz. Dans un premier temps, nous allons étudier l'influence du rapport de la masse totale des AMAs sur les paramètres optimisés avec les critères numériques sans contraintes et les formules de la littérature et ce en appliquant un seul AMA. Nous comparons par la suite, l'allure des valeurs de chaque critère à l'optimum avec et sans contraintes en fonction du rapport de la masse totale des AMAs. Dans un second temps, nous allons évaluer l'influence du nombre des AMAs sur l'allure des valeurs de chaque critère à l'optimum.

##### V. 3.2.1.1 Evolution des paramètres optimisés avec les critères numériques (sans contraintes) et les formulations de la littérature pour un seul AMA

Dans cette section, le but est d'étudier l'influence de la masse de l'AMA sur le paramètre de synchronisation  $\beta_{1opt}$  et sur le taux d'amortissement  $\xi_{1opt}$ . Pour cela, nous fixons à chaque fois le paramètre  $\mu_{tot}$  et nous déterminons les paramètres optimisés correspondant à chaque valeur de  $\mu_{tot}$ . Ensuite, nous traçons l'évolution de  $\beta_{1opt}$  et celle de  $\xi_{1opt}$  en fonction de  $\mu_{tot}$ . De la FIG.V. 27, il en découle que les valeurs du paramètre  $\beta_{1opt}$  diminuent en fonction de la masse de l'amortisseur. Nous constatons aussi que les allures de l'évolution des paramètres optimisés de Sadek et des deux critères sans contraintes ( $C_{3opt}$  et  $C_{4opt}$ ) sont presque confondues. Nous observons également que l'évolution des paramètres  $\beta_{1opt}$  obtenus avec Warburton est identique à celle obtenue avec la technique fondée sur la localisation des pôles pour  $\mu_{tot} \leq 0.066$ . Par contre, l'évolution des paramètres  $\beta_{1opt}$  obtenus à l'aide de  $C_{1opt}$  et de  $C_{2opt}$  est très semblable pour  $\mu_{tot} \leq 0.1$ .

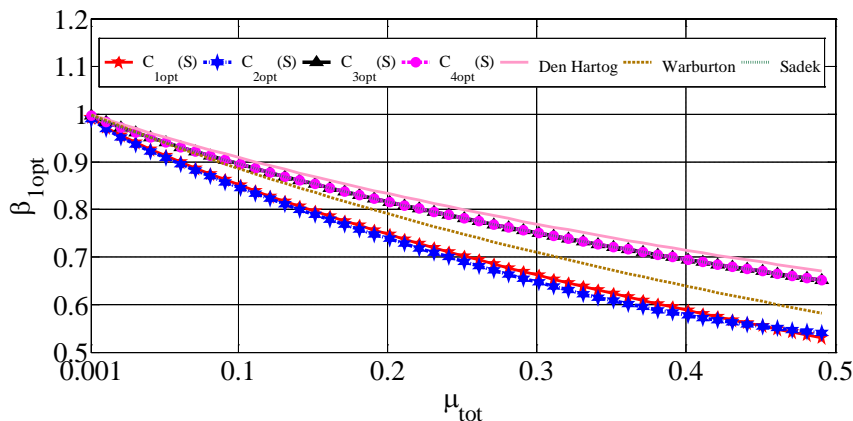
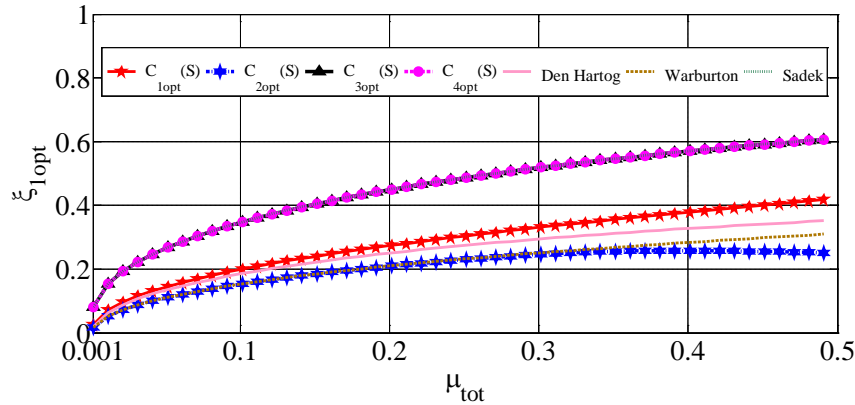


FIG.V. 27-Evolution du rapport de fréquence  $\beta_{1opt}$  en fonction de  $\mu_{tot}$  pour  $\xi_s = 5\%$  en appliquant les critères numériques sans contraintes et les formules analytiques.



**FIG.V. 28**-Evolution du taux d'amortissement  $\xi_{1opt}$  en fonction de  $\mu_{tot}$  pour  $\xi_s = 5\%$  en appliquant les critères numériques sans contraintes et les formules analytiques.

Concernant Fig. V.27 et autre:

Remarque : sur les figures ci-dessus, (s) désigne que l'optimisation se fait sans contrainte

De la FIG.V. 28, il en résulte que les taux d'amortissement optimisés augmentent avec une augmentation de  $\mu_{tot}$ . Nous observons que les taux d'amortissement sont plus importants dans le cas des pôles ( $C_{3opt}$  et  $C_{4opt}$  (sans contraintes) et Sadek). Par ailleurs, nous pouvons conclure que les critères des pôles ont tendance à augmenter le taux d'amortissement en fonction de  $\mu_{tot}$ . Il apparaît aussi que l'accroissement du taux d'amortissement est moins important dans les cas de Warburton et  $C_{2opt}$  et que l'allure des courbes est quasiment identique puis elles se séparent pour  $\mu_{tot} \geq 0.238$ . Par ailleurs, nous constatons que les évolutions du taux d'amortissement dans les cas de Den Hartog et celui de  $C_{1opt}$  sont très semblables puis les courbes s'écartent pour  $\mu_{tot} \geq 0.101$ .

### V. 3.2.1.2 Evolution des paramètres optimisés avec les critères numériques (sans contraintes et avec contraintes) pour un seul AMA

Les objectifs de ce paragraphe sont doubles. Nous cherchons d'abord à comparer les paramètres optimisés obtenus par les critères numériques (avec et sans contraintes). Ensuite nous cherchons à évaluer la variation des valeurs des différents critères à l'optimum obtenus en fonction la masse totale des AMAs.

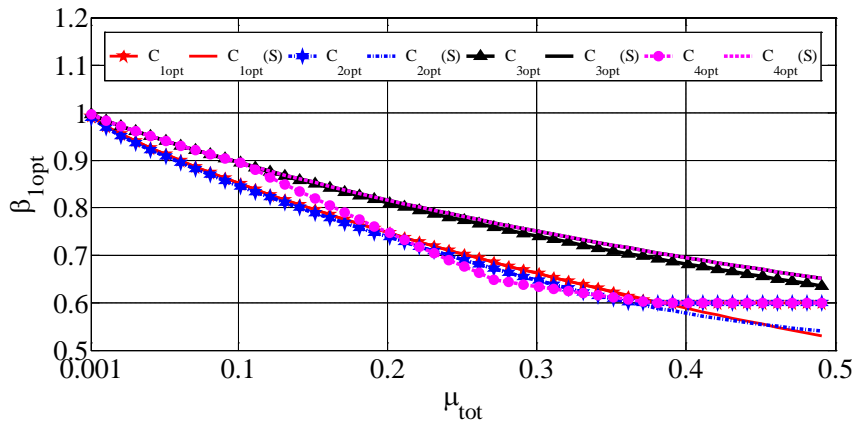
D'après la FIG.V. 29, nous observons que les diverses valeurs du paramètre  $\beta_{1opt}$ , obtenus en appliquant les critères avec contraintes, diminuent en fonction de la masse de l'amortisseur. Toutefois, pour  $C_{1opt}$ ,  $C_{2opt}$  et  $C_{4opt}$ , les valeurs de  $\beta_{1opt}$  atteignent leur valeur minimale égale à 0.6. Cela s'explique du fait de la contrainte minimale sur le paramètre  $\beta_{1opt}$ .

Par contre, d'après la FIG.V. 30, les taux d'amortissement optimisés obtenus pour les 3 critères « avec contraintes »  $C_{1opt}$ ,  $C_{3opt}$  et  $C_{4opt}$  augmentent en fonction d'une augmentation de  $\mu_{tot}$  et ensuite ils atteignent leur valeur maximale. Cette valeur maximale du taux d'amortissement peut être considérée comme une valeur critique correspondant à la limite supérieure de l'amortisseur applicable en pratique. Il convient aussi de ne pas choisir une valeur très grande de  $\mu_{tot}$  pour que le taux d'amortissement ne soit pas très élevé.

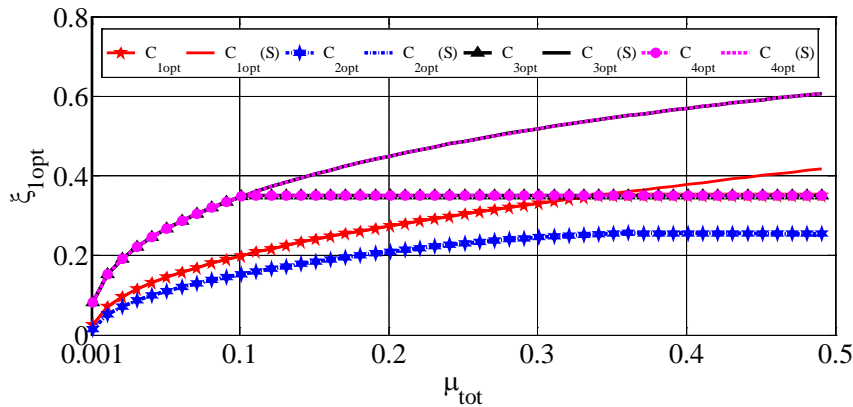


En appliquant les critères  $C_{1opt}$  (avec ou sans contraintes), nous remarquons que l'évolution des paramètres optimisés  $\beta_{1opt}$  et  $\xi_{1opt}$  est quasiment identique pour  $\mu_{tot} \leq 0.34$  et au delà de cette valeur, les courbes s'écartent.

Pour les critères  $C_{2opt}$  (avec et sans contraintes), l'évolution des paramètres optimisés est identique pour  $\mu_{tot} \leq 0.36$ . Cependant, pour les critères fondés sur les pôles, l'évolution des paramètres optimisés diffère très rapidement par comparaison aux courbes obtenues avec les paramètres optimisés résultant des critères fréquentiels. A partir de  $\mu_{tot} = 0.101$ , les courbes  $\beta_{1opt}(\mu_{tot})$  avec et sans contraintes s'écartent, tandis que les  $\xi_{1opt}(\mu_{tot})$  avec contraintes et sans contraintes s'écartent à partir de  $\mu_{tot} = 0.104$ .



**FIG.V. 29**-Evolution du rapport de fréquence  $\beta_{1opt}$  en fonction de  $\mu_{tot}$  pour  $\xi_s = 5\%$  en appliquant les critères numériques sans contraintes et avec contraintes.



**FIG.V. 30**-Evolution du taux d'amortissement  $\xi_{1opt}$  en fonction de  $\mu_{tot}$  pour  $\xi_s = 5\%$  en appliquant les critères numériques sans contraintes et avec contraintes.

De la FIG.V. 31, nous remarquons que les allures des valeurs des critères  $C_1$  à l'optimum (avec et sans contraintes) sont identiques jusqu'à  $\mu_{tot} = 0.34$ . Notons qu'à partir de cette valeur, le critère  $C_{1opt}$  (avec contrainte) augmente. De même, les allures des valeurs des critères  $C_2$  à l'optimum (avec et sans contraintes) sont presque identiques jusqu'à  $\mu_{tot} = 0.36$ . Par ailleurs, la séparation des allures des valeurs des critères des pôles à l'optimum ( $C_{3opt}$  et  $C_{4opt}$ ), se produit plus vite pour  $\mu_{tot} = 0.101$ .

Nous observons aussi que pour  $\mu_{tot} = 0.10$ , la valeur du critère  $C_1$  à l'optimum est égale 0.35 et celle de  $C_2$  à l'optimum est égale 0.66. Sur cette même abscisse, les valeurs des critères des pôles  $C_3$  et  $C_4$  (avec et sans contraintes) à l'optimum valent 0.84. A noter que pour  $\mu_{tot} = 0.1$ , ces critères des pôles commencent à perdre leur aspect de décroissance monotone, et ce, à cause des contraintes.

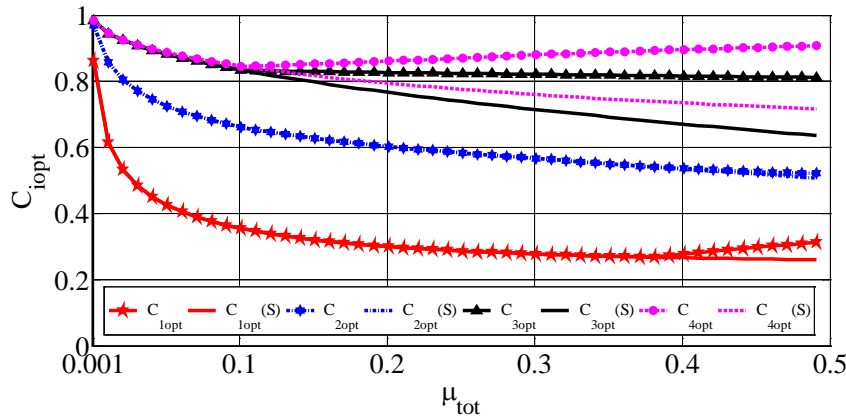


FIG.V. 31-Evolution des critères numériques avec contraintes et sans contraintes fonction de  $\mu_{tot}$  pour  $\xi_s = 5\%$ .

### V. 3.2.1.3 L'influence du nombre des AMAs

Dans ce paragraphe, nous étudions l'influence du nombre d'AMAs sur l'allure des valeurs de chaque critère (avec contraintes) à l'optimum en fonction du rapport de la masse totale des amortisseurs. Le rapport de la masse totale varie entre 0.001 et 0.5 avec une valeur de discrétisation égale à 0.01.

Dans l'allure de la variation des valeurs du critère  $C_{1opt}$ , nous remarquons d'après la FIG.V. 32 qu'il existe un minimum local pour chaque nombre d'AMAs. Par exemple en appliquant un seul AMA, les valeurs du critère  $C_{1opt}$ , ont un minimum pour  $\mu_{tot} = 0.371$ , tandis que pour les autres nombres d'AMAs, les valeurs des rapports de la masse totale sont comprises dans un intervalle qui varie entre 0.2 et 0.3. En effet l'augmentation de la masse des AMAs n'a pas toujours un rôle qui réduit le facteur de l'amplification dynamique maximal, tandis que l'augmentation du nombre d'AMAs favorise la réduction des valeurs du critère  $C_{1opt}$  et ceci pour  $\mu_{tot}$  varie entre 0.001 et 0.331. Toutefois, sur un plan purement pratique lors de la conception, il sera très difficile de se prononcer concernant le choix de  $\mu_{tot}$  et ce étant donné que le minimum local s'étend de manière aplatie sur une grande plage.

D'après la FIG.V. 33 et pour  $\mu_{tot}$  qui varie entre 0.001 et 0.3, nous constatons que les valeurs du critère  $C_2$  à l'optimum diminuent constamment en augmentant le rapport de la masse totale des AMAs, d'une part, et que l'augmentation du nombre des AMAs favorise la réduction de ces valeurs, d'autre part.

D'après la FIG.V. 34, et dans le cas où nous appliquons un seul et 2 AMAs, nous observons que le critère  $C_{3opt}$  diminue fortement jusqu'à  $\mu_{tot} = 0.1$  puis la réduction de ce critère devient faible probablement à cause des contraintes d'optimisation.

D'après la FIG.V. 35, et dans le cas où nous appliquons un seul AMA, les valeurs du critère  $C_4$  à l'optimum diminuent jusqu'à  $\mu_{tot} = 0.1$ , valeur qui représente un extremum et à partir de laquelle les valeurs de ce critère commence à croître. En revanche, l'application de 2

AMAs réduit plus fortement les valeurs du critère jusqu'à  $\mu_{tot} = 0.141$ , valeur à partir de laquelle les valeurs du critère commencent à croître mais de manière moins forte qu'avec un seul AMA. Lorsque nous appliquerons 3 à 6 AMAs et en déterminant les valeurs des critères des pôles à l'optimum, nous constatons que l'allure décroît globalement de manière monotone mais présente localement de petites variations.

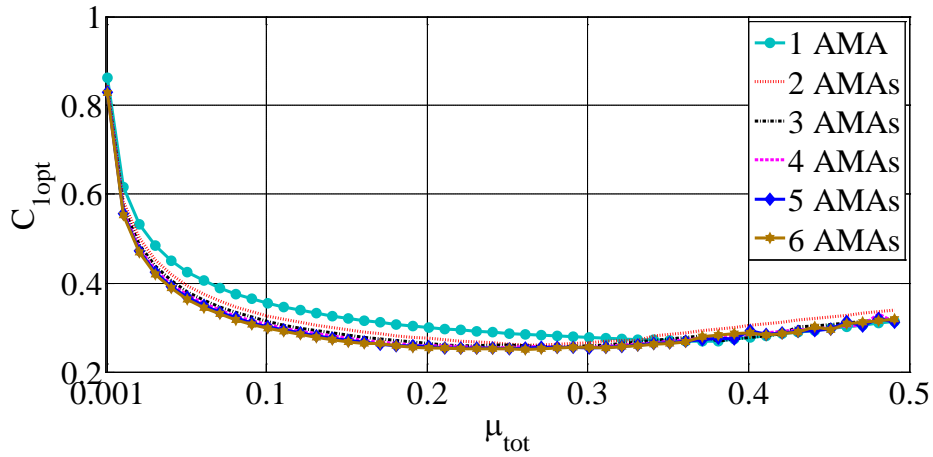


FIG.V. 32-Evolution du critère  $C_{1opt}$  en fonction du rapport de la masse totale  $\mu_{tot}$  pour  $\xi_s = 5\%$  .

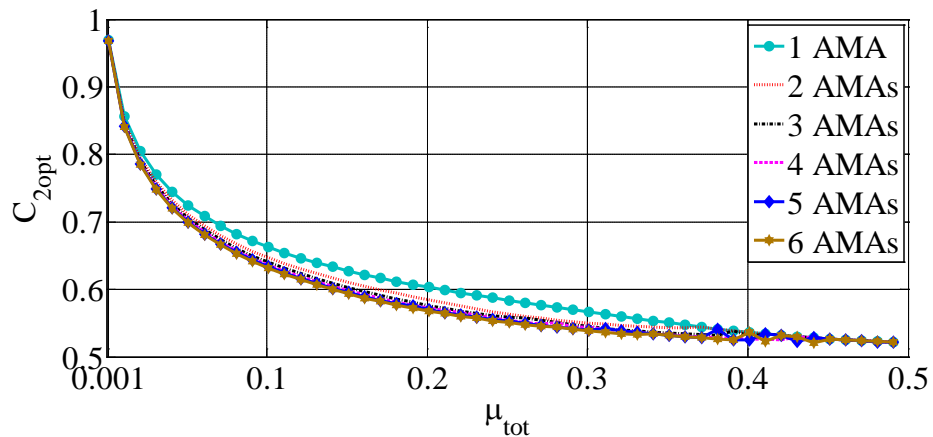


FIG.V. 33-Evolution du critère  $C_{2opt}$  en fonction du rapport de la masse totale  $\mu_{tot}$  pour  $\xi_s = 5\%$  .

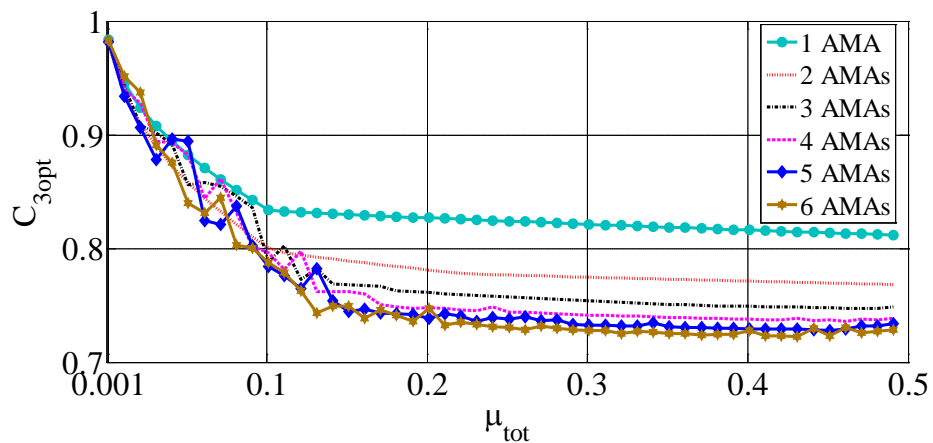


FIG.V. 34-Evolution du critère  $C_{3opt}$  en fonction du rapport de la masse totale  $\mu_{tot}$  pour  $\xi_s = 5\%$

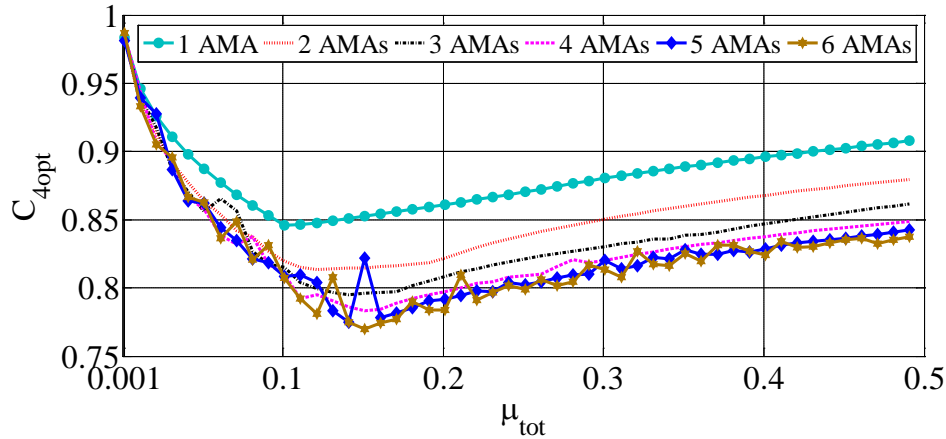


FIG.V. 35-Evolution du critère  $C_{4opt}$  en fonction du rapport de la masse totale  $\mu_{tot}$  pour  $\xi_s = 5\%$  .

### V. 3.2.2 Effet du taux de l'amortissement de la structure principale

Dans un premier temps, nous étudions l'influence du taux d'amortissement de la structure principale sur les paramètres optimisés, et ce, en utilisant un seul AMA et en adoptant les critères numériques avec contraintes et les formulations analytiques étudiées dans littérature. Ensuite nous comparons les valeurs des critères numériques à l'optimum entre eux en fonction de la variation du taux de l'amortissement de la structure principale.

Dans un second temps, nous évaluerons l'influence du nombre d'AMAs sur la valeur de chaque critère numérique à l'optimum, et ce, en variant le taux de l'amortissement de la structure principale. Nous supposons que les masses des divers AMAs sont réparties de la même façon sachant que le rapport de la masse totale est toujours fixé à  $\mu_{tot} = 5\%$  .

Notre étude se restreint aux critères fréquentiels, puisque le cas des deux critères des pôles a déjà été étudié dans le chapitre précédent.

#### V. 3.2.2.1 Evolution des paramètres optimisés avec les critères numériques (avec contraintes) et les formulations de la littérature pour un seul AMA

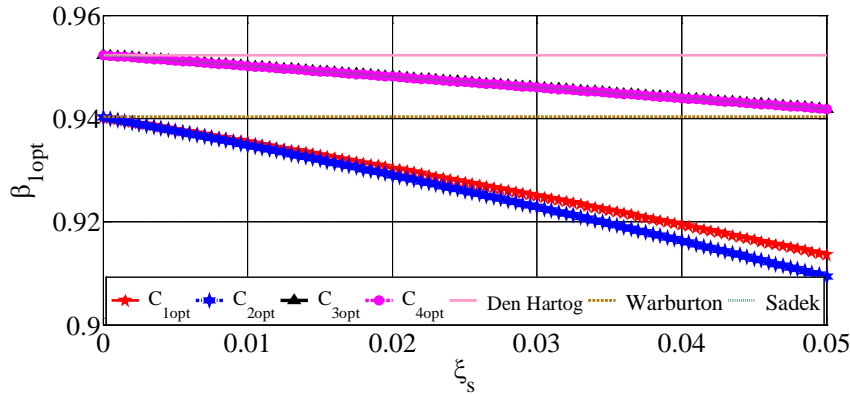
Dans cette section, le but est d'étudier l'influence du taux de l'amortissement de la structure principale sur le paramètre de synchronisation  $\beta_{1opt}$  et sur le taux d'amortissement  $\xi_{1opt}$  . Pour ce faire nous fixons à chaque fois le paramètre  $\xi_s$  et nous déterminons les paramètres optimisés obtenus par la minimisation des critères numériques avec contraintes, d'une part, et en faisant appel aux formules analytiques obtenues dans la littérature, d'autre part. Nous traçons ensuite l'évolution de  $\beta_{1opt}$  et  $\xi_{1opt}$  en fonction de  $\xi_s$  .

D'après la FIG.V. 36, les courbes de  $\beta_{1opt}$  de Den Hartog et Warburton restent constantes en augmentant le taux d'amortissement de la structure principale. Ceci est dû au fait que les formules analytiques de ce paramètre ne dépendent pas de  $\xi_s$  . Par contre en appliquant les paramètres optimisés de Sadek, les  $\beta_{1opt}$  diminuent progressivement en fonction de  $\xi_s$  et suivent les mêmes allures que celles des critères des pôles  $C_{3opt}$  et  $C_{4opt}$ . Nous constatons également que les  $\beta_{1opt}$  obtenus par les critères  $C_{1opt}$  et  $C_{2opt}$  diminuent fortement en fonction de  $\xi_s$  . Nous remarquons aussi que les  $\beta_{1opt}$  obtenus par ces critères sont confondus jusqu'à  $\xi_s = 0.001$  .

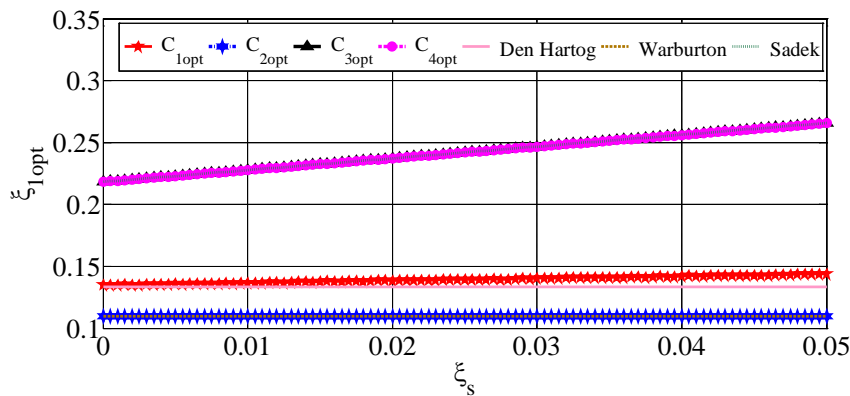
D'après la FIG.V. 37, les taux d'amortissement optimisés avec les critères des pôles (Sadek,  $C_{3opt}$  et  $C_{4opt}$ ) sont presque confondus en fonction de  $\xi_s$  . Nous constatons également que pour

ces critères, les taux d'amortissement de l'AMA sont élevés en les comparants à ceux obtenus par les autres critères. Par contre, en appliquant les paramètres de Warburton, le taux d'amortissement est le plus faible et reste constant en augmentant  $\xi_s$ . Nous observons aussi que les  $\xi_{1opt}$  du critère  $C_{2opt}$  n'évoluent pas en fonction de  $\xi_s$  et que ces paramètres optimisés sont presque les mêmes que ceux de Warburton.

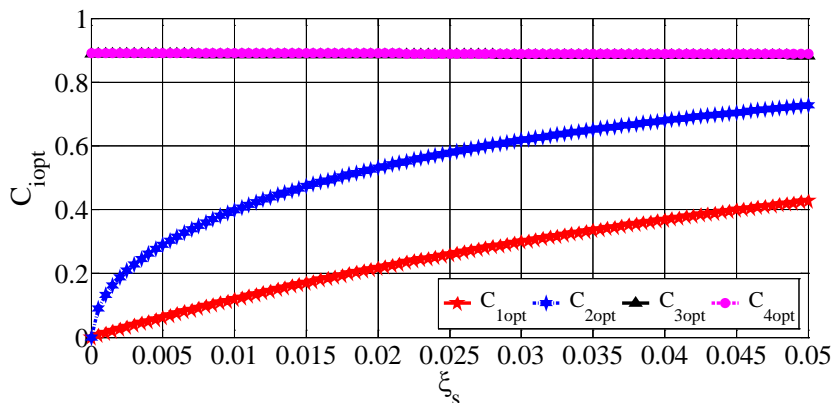
Nous constatons d'après la FIG.V. 38, que les valeurs des critères fréquentielles à l'optimum ( $C_{1opt}$  et  $C_{2opt}$ ) augmentent en fonction de  $\xi_s$ . En revanche, les valeurs des critères des pôles à l'optimum ( $C_{3opt}$  et  $C_{4opt}$ ) sont quasi confondus et ne dépendent pas de  $\xi_s$ .



**FIG.V. 36**-Evolution du rapport de synchronisation  $\beta_{1opt}$  en fonction de  $\xi_s$  pour  $\mu_{tot} = 5\%$  en appliquant les critères numériques avec contraintes et les formules analytiques.



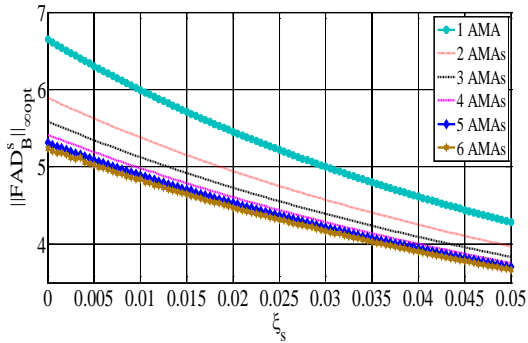
**FIG.V. 37**-Evolution du taux d'amortissement  $\xi_{1opt}$  en fonction de  $\xi_s$  pour  $\mu_{tot} = 5\%$  en appliquant les critères numériques avec contraintes et les formules analytiques.



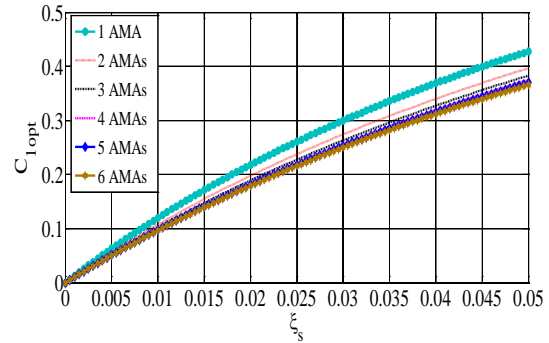
**FIG.V. 38**-Evolution des critères numériques avec contraintes en fonction de  $\xi_s$  pour  $\mu_{tot} = 5\%$ .

### V. 3.2.2.2 L'influence du nombre des AMAs

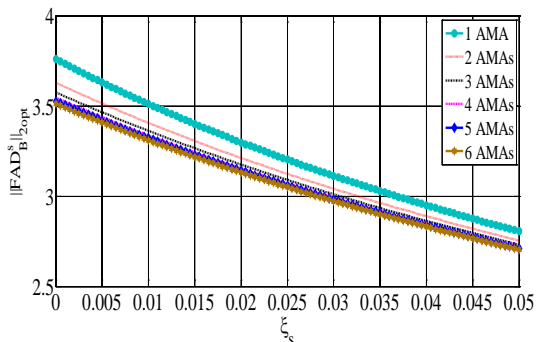
Nous avons tracé le facteur de l'amplification dynamique maximal déduit en appliquant les paramètres optimisés avec le critère  $C_{1opt}$  en fonction de  $\xi_s$ . Nous constatons d'après la FIG.V. 39 que plus nous augmentons le nombre d'AMAs, plus l'amplification dynamique maximale diminue. Ceci apparait clairement surtout en passant d'un seul AMA à 2 AMAs. Alors que pour les autres nombres d'AMAs, la diminution n'est pas très importante. Nous remarquons aussi qu'en fixant le nombre des AMAs et que nous augmentons le taux de l'amortissement de la structure principale, alors, l'amplification diminue de manière quasi linéaire.



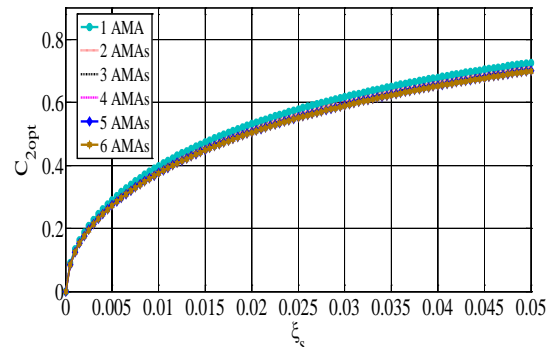
**FIG.V. 39**-Evolution de l'amplification dynamique maximale en fonction du taux d'amortissement  $\xi_s$  pour  $\mu_{tot} = 5\%$



**FIG.V. 40**-Evolution du critère  $C_{1opt}$  en fonction du taux de l'amortissement de la structure principale  $\xi_s$  pour  $\mu_{tot} = 5\%$



**FIG.V. 41**-Evolution de l'énergie optimale en fonction du taux d'amortissement de la structure principale  $\xi_s$  pour  $\mu_{tot} = 5\%$



**FIG.V. 42**-Evolution du critère  $C_{2opt}$  en fonction du taux de l'amortissement de la structure principale  $\xi_s$  pour  $\mu_{tot} = 5\%$

Selon la FIG.V. 40, les valeurs du critère  $C_1$  à l'optimum augmentent lorsque  $\xi_s$  augmente. Nous observons aussi que l'effet du nombre d'AMAs sur la variation de l'allure du critère  $C_1$  à l'optimum est plus perceptible pour un  $\xi_s$  supérieur à 0.008.

D'après la FIG.V. 41, l'énergie avec le modèle optimisé suivant le critère  $C_{2opt}$  décroît soit en augmentant  $\xi_s$  ou soit en augmentant le nombre des AMAs. Cependant d'après la FIG.V. 42, les valeurs du critère  $C_2$  à l'optimum augmente fortement en fonction de faibles valeurs de  $\xi_s$  puis il évolue de manière asymptotique horizontale. En revanche, en fixant un taux d'amortissement de la structure principale, ce critère n'est pas très sensible à la variation du nombre des AMAs.

### V. 3.3 Comparaison des performances obtenues sous les différents critères d'optimisation

Dans tout le calcul qui suit, nous fixons  $\mu_{tot} = 5\%$  et nous choisissons un taux d'amortissement de la structure principale  $\xi_s$  égal à 5% avec une fréquence propre égale à 1.88 Hz.

#### V. 3.3.1 Les paramètres optimisés

Dans cette section nous déterminons les paramètres adimensionnels des AMAs obtenus sous les différents critères d'optimisation.

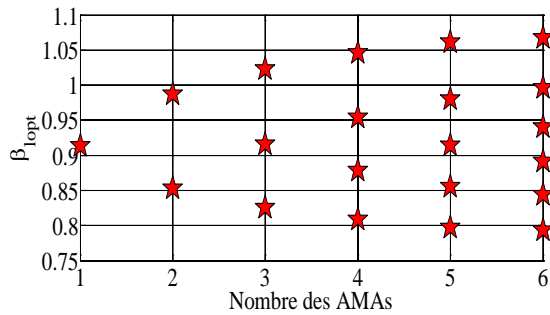


FIG.V. 43-Les paramètres de synchronisation  $\beta_{1opt}$  pour chaque AMA en fonction du nombre des d'AMAs en appliquant  $C_{1opt}$

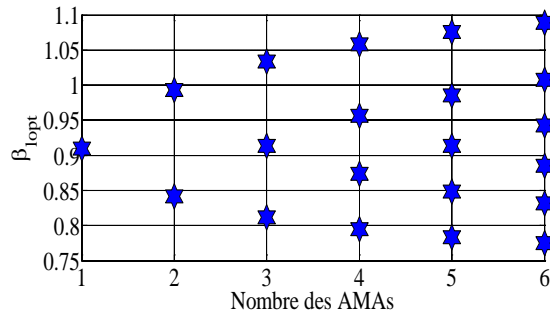


FIG.V. 44-Les paramètres de synchronisation  $\beta_{1opt}$  pour chaque AMA en fonction du nombre d'AMAs en appliquant  $C_{2opt}$

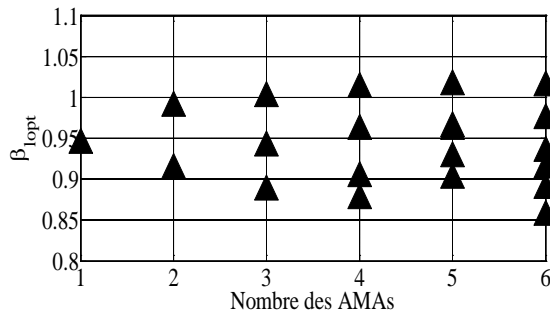


FIG.V. 45-Les paramètres de synchronisation  $\beta_{1opt}$  pour chaque AMA en fonction du nombre d'AMAs en appliquant  $C_{3opt}$

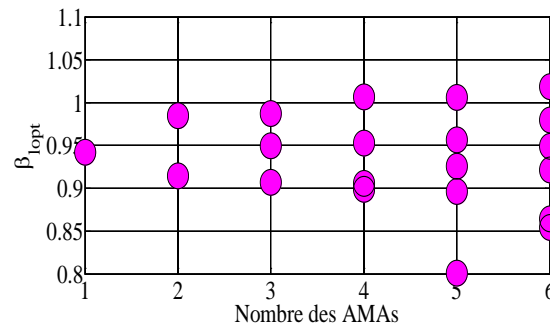


FIG.V. 46-Les paramètres de synchronisation  $\beta_{1opt}$  pour chaque AMA en fonction du nombre d'AMAs en appliquant  $C_{4opt}$

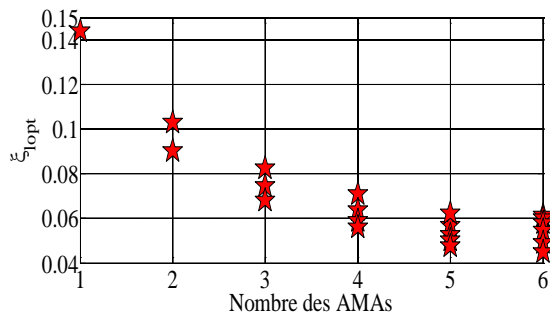


FIG.V. 47-Les taux d'amortissement  $\xi_{1opt}$  pour chaque AMA en fonction du nombre d'AMAs en appliquant  $C_{1opt}$

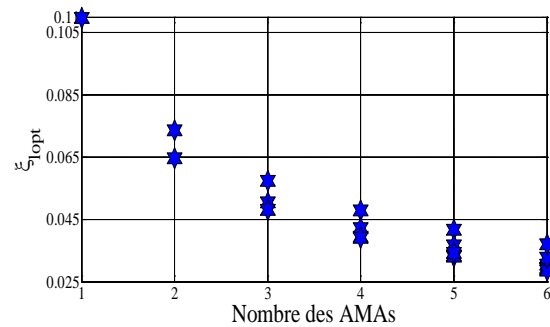
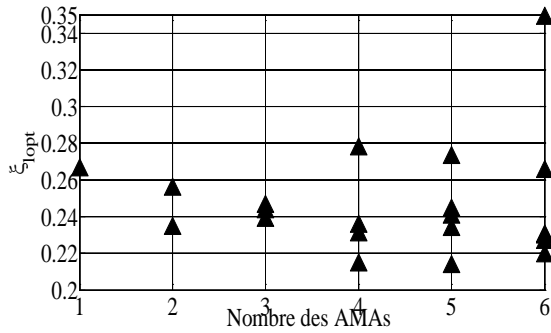
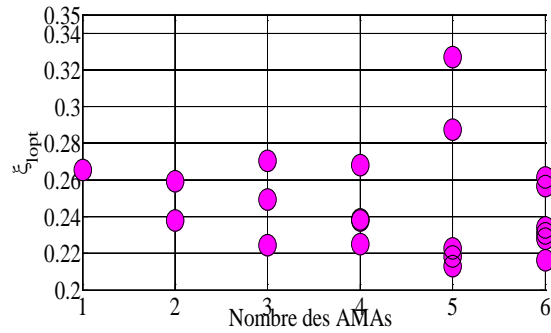


FIG.V. 48-Les taux d'amortissement  $\xi_{1opt}$  pour chaque AMA en fonction du nombre d'AMAs en appliquant  $C_{2opt}$



**FIG.V. 49**-Les taux d'amortissement  $\xi_{l,opt}$  pour chaque AMA en fonction du nombre d'AMAs en appliquant  $C_{3opt}$



**FIG.V. 50**-Les taux d'amortissement  $\xi_{l,opt}$  pour chaque AMA en fonction du nombre d'AMAs en appliquant  $C_{4opt}$

Les paramètres optimisés sont représentés graphiquement sur les figures présentées ci-dessus. A propos des paramètres optimisés lorsque l'amplification dépend de l'excitation sur la masse, nous sommes en mesure d'émettre les mêmes conclusions que celles déduites dans le précédent chapitre IV. Ainsi, dans le cas où nous excitions la base et en appliquant les critères  $C_{1opt}$  et  $C_{2opt}$ , les valeurs optimales  $\beta_{l,opt}$  des différents AMAs sont presque équidistantes entre elles, tandis que dans le cas  $C_{3opt}$  et  $C_{4opt}$ , les  $\beta_{l,opt}$  varient arbitrairement (c-à-d de manière intuitivement imprévisible). De plus, lorsque nous utilisons les critères fréquentiels, l'augmentation du nombre d'AMAs conduit à la diminution de l'ensemble des taux d'amortissement. En outre, ces valeurs sont étroitement espacées pour chaque nombre d'AMAs. Cependant, lorsque nous adoptons les critères des pôles, nous constatons que les taux d'amortissement varient arbitrairement en fonction du nombre d'AMAs.

### V. 3.3.2 Evolution de l'amplification dynamique sous l'excitation sur la base

#### V. 3.3.2.1 Evolution de l'amplification dynamique avec les modèles optimisés suivant les critères numériques et les formulations de la littérature pour un seul AMA

Nous nous intéressons dans cette partie à l'étude de la variation du facteur de l'amplification dynamique  $FAD_B^s$  en fonction de la fréquence normalisée dans le cas d'une excitation à la base. Cette étude est limitée pour un nombre d'AMAs égale à 1. Nous traçons également le facteur  $FAD_B^1$  qui est relié à la fonction de transfert définie par le rapport entre la transformée de Fourier du déplacement relatif l'amortisseur  $l$  et celle de l'excitation à la base.

L'amplification dynamique de la structure principale est représentée dans la FIG.V. 51 avec les modèles optimisés suivant les critères numériques et les formulations de la littérature. Nous remarquons que les paramètres optimisés avec les critères des pôles (Sadek,  $C_{3opt}$  et  $C_{4opt}$ ) offrent la plus grande valeur en amplitude du facteur d'amplification dynamique. Ces paramètres conduisent aussi à une courbe admettant un pic étroit qui correspond à la fréquence de résonance. Toutefois, les paramètres optimisés avec  $C_{1opt}$ ,  $C_{2opt}$ , Den Hartog, et Warburton conduisent à des valeurs plus faibles, et le comportement de l'amplification dynamique obtenue avec ces modèles optimisés présente deux pics.

Selon Den Hartog et Warburton, les paramètres optimisés ne dépendent pas du taux d'amortissement de la structure principale et c'est pour cette raison que l'amplification dynamique maximale est plus élevée dans le cas de Den Hartog que dans celui de  $C_{1opt}$ .



D'un autre côté, l'expression du facteur d'amplification dynamique dépend de l'endroit où nous excitions. Dans ce contexte, nous savons que l'excitation dans le cas de Den Hartog est appliquée sur la masse de la structure principale et non pas sur la base.

Nous remarquons aussi d'après la FIG.V. 52, que les méthodes de Den Hartog,  $C_{1opt}$ ,  $C_{2opt}$  et Warburton conduisent à des valeurs plus larges au niveau du facteur  $FAD_B^1(r)$ . Toutefois, les méthodes des pôles conduisent à des allures admettant un pic étroit. Nous observons aussi que ces méthodes fournissent un déplacement relatif limité pour l'amortisseur.

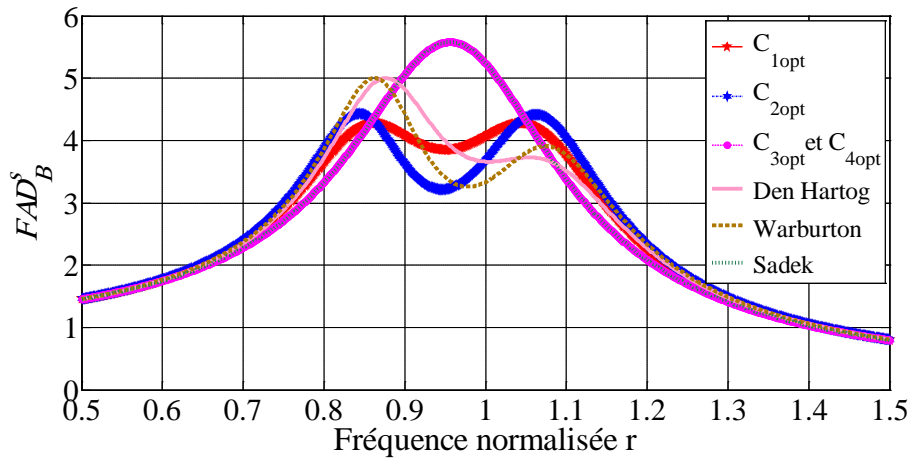


FIG.V. 51-Variation de  $FAD_B^s$  en fonction de la fréquence normalisée en appliquant les paramètres optimisés avec les 4 critères numériques et les formulations de la littérature pour un seul AMA.

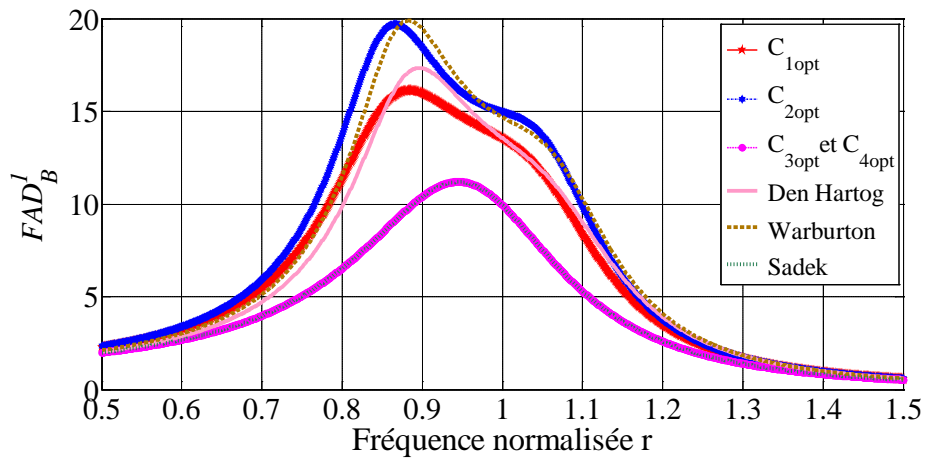


FIG.V. 52-Variation de  $FAD_B^1$  en fonction de la fréquence normalisée en appliquant les différents critères numériques et les formules analytique de la littérature pour un seul AMA.

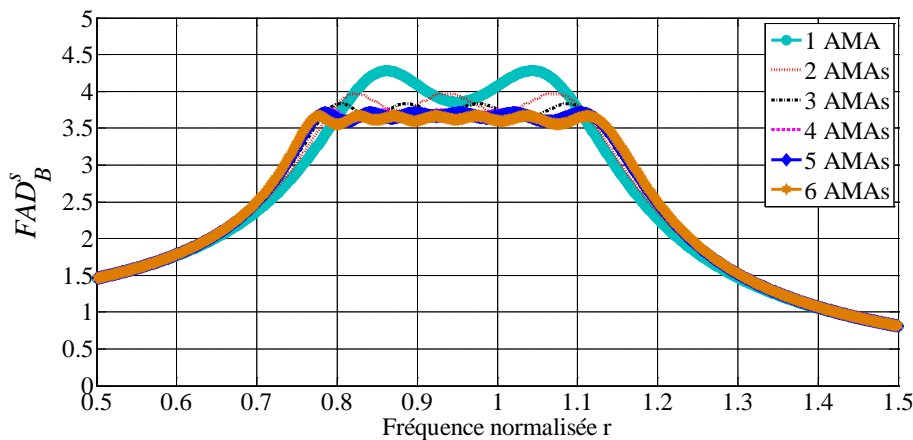
Dans le tableau suivant nous présentons les résultats de calcul de l'amplification dynamique maximale, l'énergie de l'amplification dynamique, et la valeur maximale du facteur  $FAD_B^1(r)$ , avec les modèles optimisés suivant les critères numériques et les formulations de la littérature.

Optimisation	$\ FAD_B^s\ _\infty$	$\ FAD_B^s\ _2$	$\ FAD_B^1\ _\infty$
$C_{1opt}$	<b>4.282</b>	2.828	16.126
$C_{2opt}$	4.433	<b>2.805</b>	19.685
Warburton	5	2.823	19.890
Den Hartog	4.999	2.851	17.331
$C_{3opt}-C_{4opt}$	5.576	3.042	<b>11.197</b>
Sadek	5.578	3.043	<b>11.191</b>

**Tableau.V. 5**-Calcul de l'amplification dynamique maximale, de l'énergie de l'amplification dynamique, et du maximum de  $FAD_B^1$  avec les modèles optimisés.

### V. 3.3.2 L'influence du nombre d'AMAs sur l'amplification dynamique avec les modèles optimisés

Afin d'étudier l'influence du nombre d'AMAs sur le facteur de l'amplification dynamique avec les modèles optimisés, nous traçons l'allure de ce facteur en faisant varier le nombre d'AMAs entre 1 et 6. Nous observons lors de l'application de  $p$  AMAs, l'allure de l'amplification dynamique en utilisant les paramètres optimisés avec les critères fréquentiels conduit à  $p+1$  pics locaux. Cela s'explique notamment par les valeurs faibles des taux d'amortissements des AMAs. Nous constatons également que l'augmentation du nombre d'AMAs joue un rôle prépondérant dans la réduction du facteur de l'amplification dynamique. Cependant, l'utilisation des modèles optimisés suivant les critères des pôles favorise la disparition des pics secondaires à cause des valeurs élevées des taux d'amortissements des AMAs.



**FIG.V. 53**-Variation du  $FAD_B^s$  en fonction du nombre d'AMAs en appliquant les paramètres optimisés avec le critère  $C_{1opt}$ .

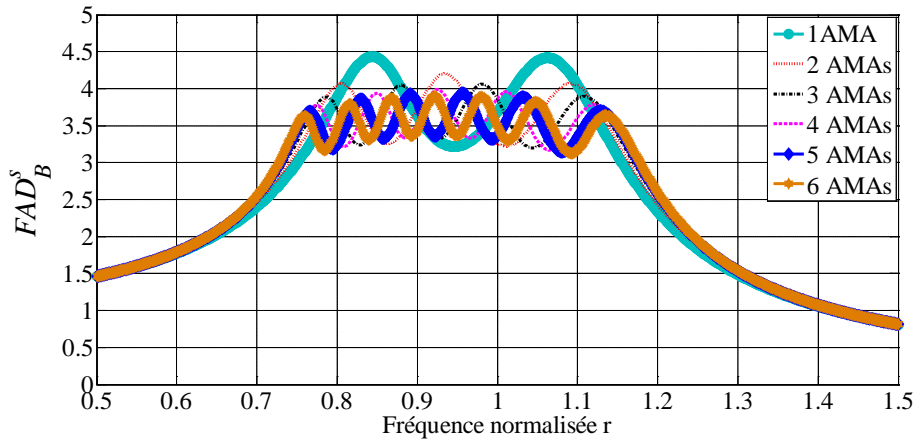


FIG.V. 54-Variation de  $FAD_B^s$  en fonction du nombre d'AMAs en appliquant les paramètres optimisés avec le critère  $C_{2opt}$ .

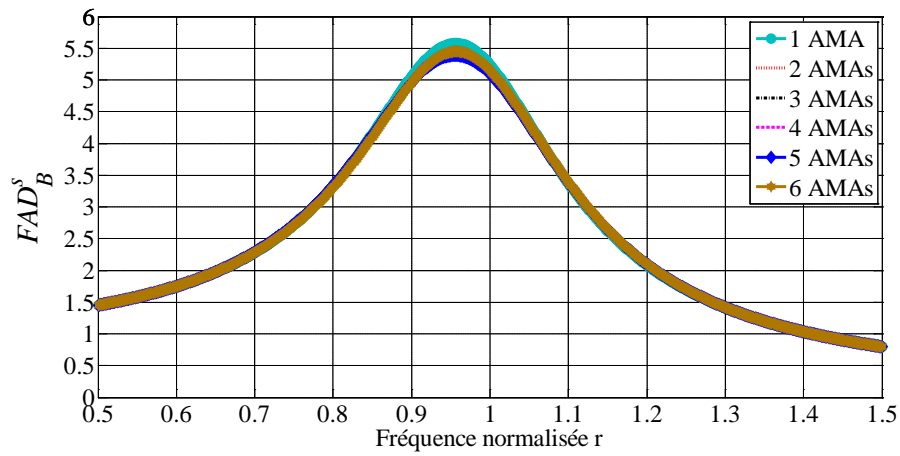


FIG.V. 55-Variation de  $FAD_B^s$  en fonction du nombre d'AMAs en appliquant les paramètres optimisés avec le critère  $C_{3opt}$ .

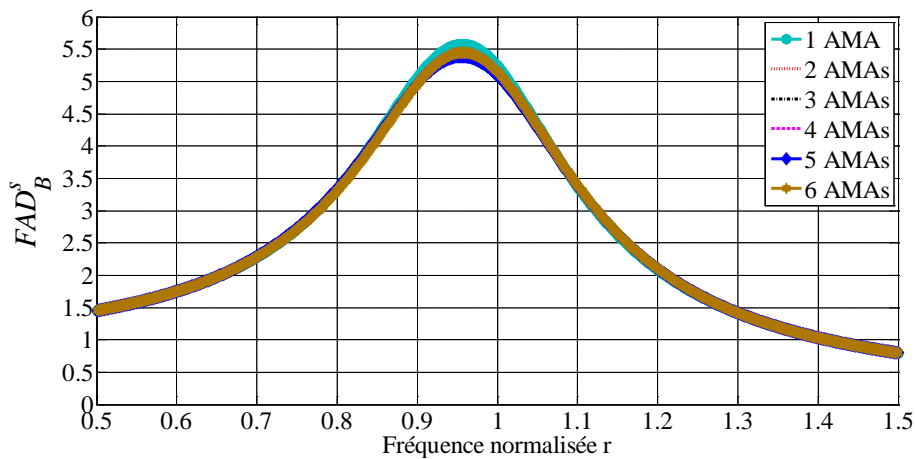


FIG.V. 56-Variation de  $FAD_B^s$  en fonction du nombre d'AMAs en appliquant les paramètres optimisés avec le critère  $C_{4opt}$ .

### V. 3.3.3 Diagramme de Nyquist avec les modèles optimisés

Nous avons tracé dans le plan complexe, la partie imaginaire en fonction de la partie réelle d'une fonction de transfert normalisée  $\omega_s^2 H_{\hat{x}_s/\hat{x}_g}(r)$ . Ceci, lorsque la fréquence normalisée varie de 0.5 à 1.5.

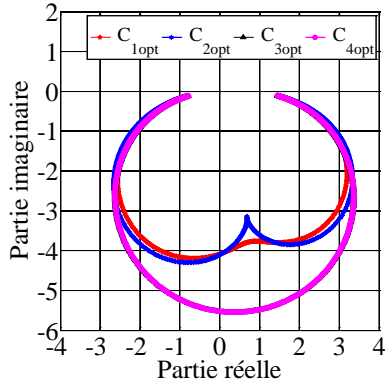


FIG.V. 57-Diagramme de Nyquist selon les différents critères d'optimisation en appliquant 1 AMA.

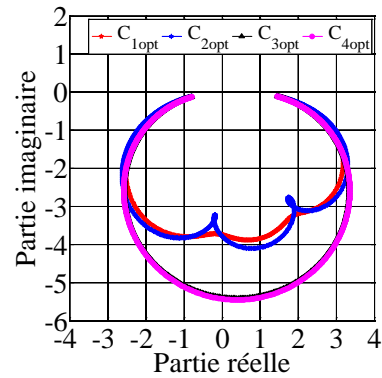


FIG.V. 58-Diagramme de Nyquist selon les différents critères d'optimisation en appliquant 2 AMAs.

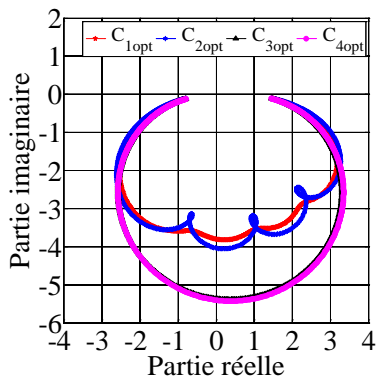


FIG.V. 59-Diagramme de Nyquist selon les différents critères d'optimisation en appliquant 3 AMAs.

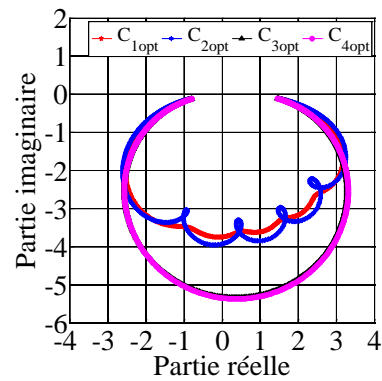


FIG.V. 60-Diagramme de Nyquist selon les différents critères d'optimisation en appliquant 4 AMAs.

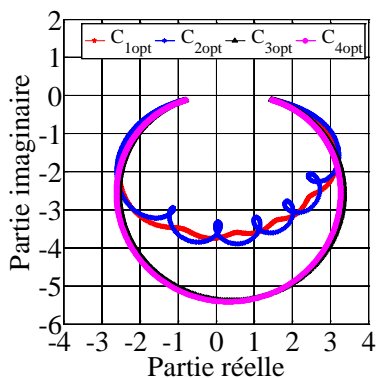


FIG.V. 61-Diagramme de Nyquist selon les différents critères d'optimisation en appliquant 5 AMAs.

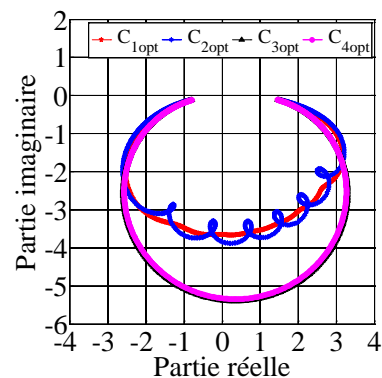


FIG.V. 62-Diagramme de Nyquist selon les différents critères d'optimisation en appliquant 6 AMAs.

Nous remarquons d'après les figures présentées ci dessus que les surfaces délimitées par les diagrammes de Nyquist avec les modèles optimisés suivant les critères fréquentielles sont plus petites que celles avec les modèles optimisés suivant les critères des pôles. Il apparaît

également dans le cas de l'utilisation de  $p$  AMAs et en appliquant les critères fréquentiels, qu'ils existent  $p+1$  pics.

### V. 3.3.4 Etude des pôles avec les modèles optimisés

Ce paragraphe concerne l'étude des pôles avec les modèles optimisés pour chaque nombre d'AMAs. Pour les critères fréquentiels qui dépendent d'une excitation sur la base, les pôles sont presque équidistants entre eux et les valeurs absolues des parties réelles des pôles sont faibles. Cependant, lorsque nous adoptons les deux critères des pôles, les valeurs absolues des parties réelles des pôles apparaissent élevées. De plus, ces pôles sont très proches entre eux ce qui explique l'apparition d'un seul pic dans les allures de l'amplification dynamique.

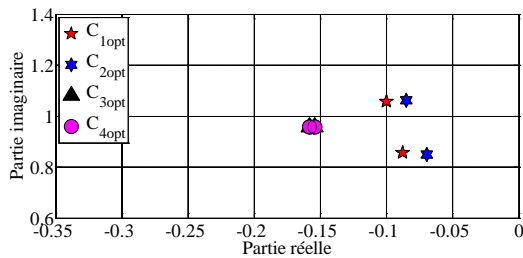


FIG.V. 63-Localisation des pôles avec les modèles optimisés en appliquant 1 AMA

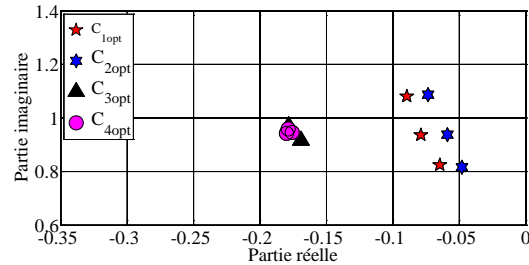


FIG.V. 64-Localisation des pôles avec les modèles optimisés en appliquant 2 AMAs.

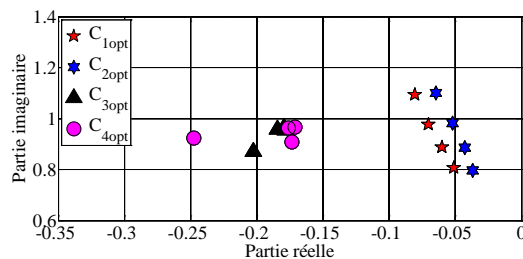


FIG.V. 65-Localisation des pôles avec les modèles optimisés en appliquant 3 AMAs.

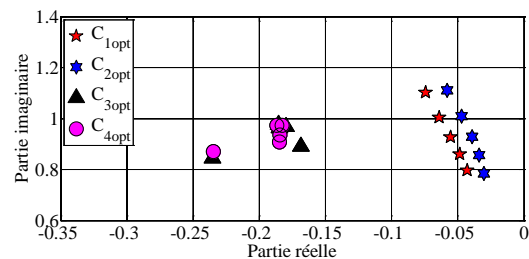


FIG.V. 66-Localisation des pôles avec les modèles optimisés en appliquant 4 AMAs.

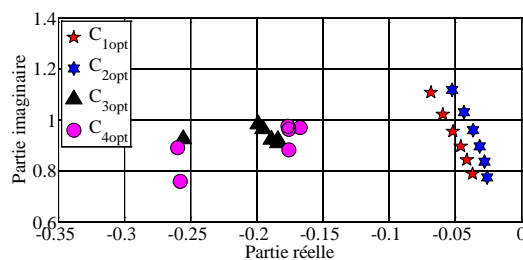


FIG.V. 67-Localisation des pôles avec les modèles optimisés en appliquant 5 AMAs.

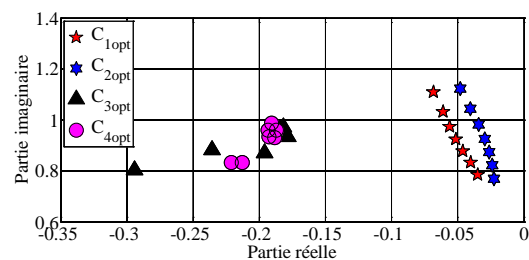


FIG.V. 68-Localisation des pôles avec les modèles optimisés en appliquant 6 AMAs.

### V. 3.4 Sensibilité des critères en appliquant un seul AMA

La prise en compte des incertitudes liées à la construction des systèmes mécaniques, constitue à l'heure actuelle un des problèmes majeurs qui se pose lors de la conception et la fabrication des structures industrielles. En effet, la prise en compte des incertitudes régissant la précision des paramètres optimisés des AMAs, est très importante à considérer si nous voulons garantir une conception réaliste du problème traité.

L'objectif de cette section est d'effectuer une étude de sensibilité dans le but de déterminer les paramètres les plus influents sur la variation des critères. Cette étude nous permet également de trouver le critère le plus fiable et le plus insensible à la variation des paramètres optimisés, et ce, face à une erreur dans la conception. Dans ce cas, notre étude se restreint seulement à l'application d'un seul AMA.

Dans les figures présentées ci-dessous, nous traçons l'erreur relative de chaque critère en fonction des erreurs relatives sur les paramètres optimisés.

Les erreurs relatives des deux paramètres optimisés varient entre -10% et 10% pour un pas de discrétisation égale à 0.2 %

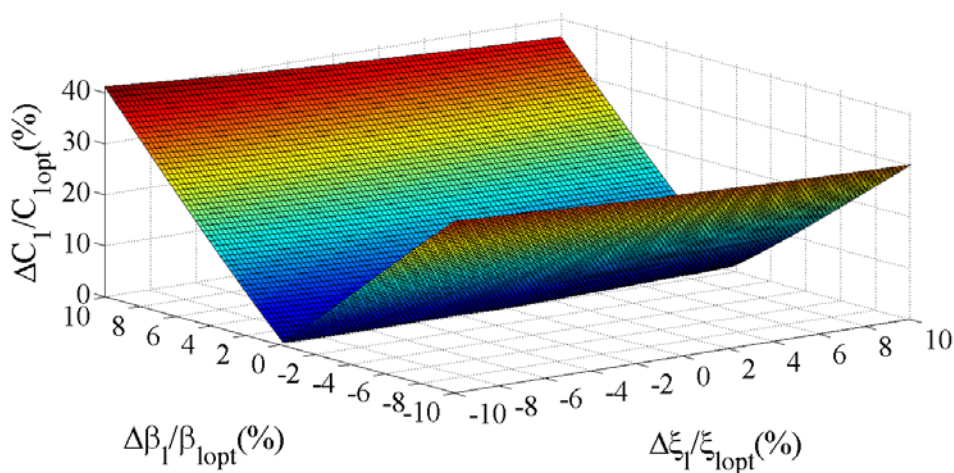
L'erreur relative du critère  $i$  est définie de cette manière

$$\frac{\Delta C_i}{C_{iopt}} (\%) = \frac{C_i - C_{iopt}}{C_{iopt}} \times 100 = \left\{ \frac{C_i}{C_{iopt}} - 1 \right\} \times 100 \quad \forall 1 \leq i \leq 4 \quad (\text{V. 7})$$

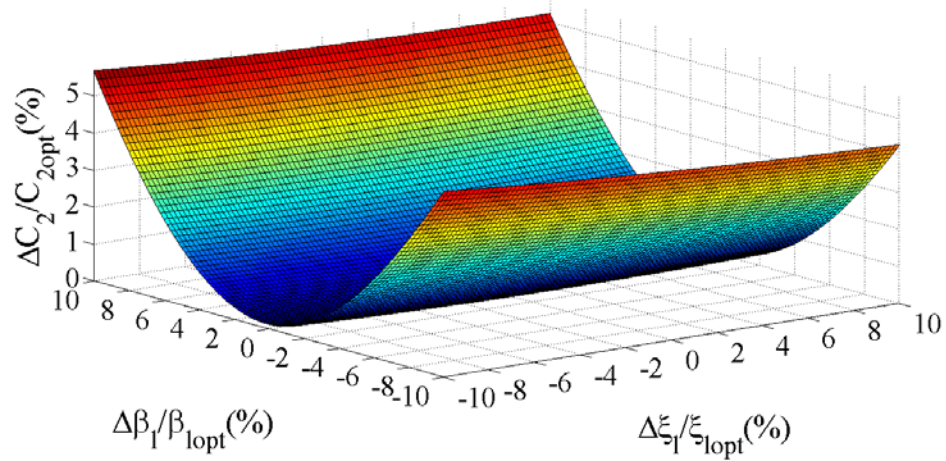
Les figures présentées ci-dessous mettent clairement en évidence le fait que les paramètres optimisés sont de vrais minimums. Nous constatons aussi d'après les FIG.V. 69 et FIG.V. 70, et en fixant la rigidité de l'AMA, que les deux critères varient légèrement lorsque l'amortissement varie. En revanche, pour une valeur fixée de l'amortissement et en faisant varier la rigidité, les erreurs relatives des critères sont plus importantes. En effet, les critères  $C_1$  et  $C_2$  sont plus sensibles à la variation de la rigidité qu'à celle de l'amortissement.

A l'étude de la sensibilité des critères des pôles  $C_3$  et  $C_4$ , nous constatons clairement d'après les FIG.V. 71 et FIG.V. 72 que ces deux critères sont très sensibles aux variations de la rigidité et de l'amortissement. Il apparaît également que l'application de l'optimisation des critères des pôles entraîne des minimums très locaux qui peuvent entraîner des risques lors d'une mauvaise conception.

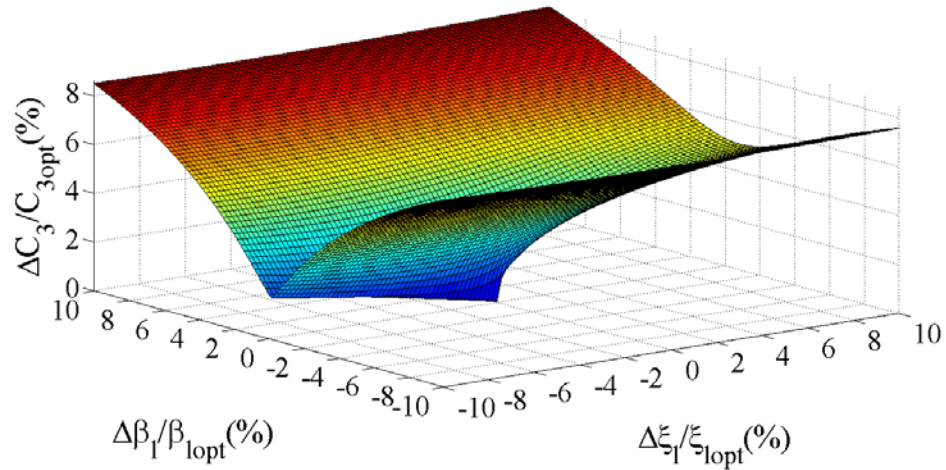
Nous pouvons conclure que la prise en compte du type de critère joue un rôle important pour garantir une conception robuste et fiable et qui persiste à l'être lors d'une éventuelle modification des paramètres optimisés.



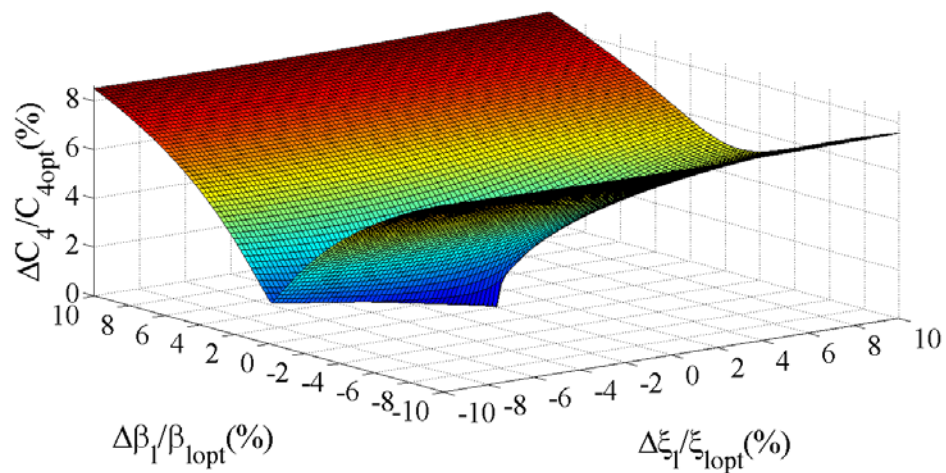
**FIG.V. 69**-Surface 3D illustrant l'évolution de l'erreur relative du critère  $C_1$  en fonction des erreurs relatives des deux paramètres optimisés de l'AMA.



**FIG.V. 70**-Surface 3D illustrant l'évolution de l'erreur relative du critère  $C_2$  en fonction des erreurs relatives des deux paramètres optimisés de l'AMA.



**FIG.V. 71**-Surface 3D illustrant l'évolution de l'erreur relative du critère  $C_3$  en fonction des erreurs relatives des deux paramètres optimisés de l'AMA.



**FIG.V. 72**-Surface 3D illustrant l'évolution de l'erreur relative du critère  $C_4$  en fonction des erreurs relatives des deux paramètres optimisés d l'AMA.

### V. 3.5 Robustesse des critères

Certains paramètres de la structure principale sont susceptibles d'être modifiés. Dans ce cas, une étude de l'influence des variations de ces paramètres peut être envisagée, afin de prédire le comportement du système sous différentes conditions d'utilisation.

Dans ce paragraphe, les paramètres optimisés des AMAs obtenus lors de la conception étant fixés, nous cherchons alors à considérer des incertitudes sur les paramètres de la structure principale, et ce, de manière à traiter l'évolution des différents critères pour un nombre choisi d'AMAs.

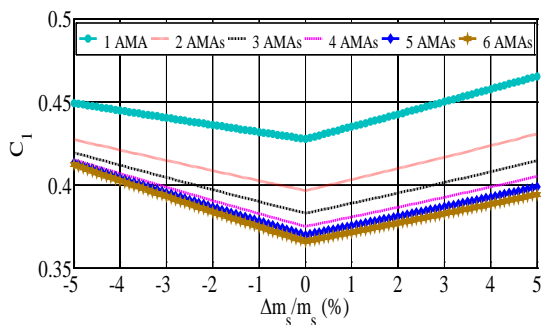
Le comportement des différents critères est affecté principalement par les erreurs relatives affectant les paramètres mécaniques de la structure principale suivante :

$$\begin{aligned} \frac{\Delta k_s}{k_s} (\%) &= \frac{\tilde{k}_s - k_s}{k_s} \times 100 = \left\{ \frac{\tilde{k}_s}{k_s} - 1 \right\} \times 100 \\ \frac{\Delta m_s}{m_s} (\%) &= \frac{\tilde{m}_s - m_s}{m_s} \times 100 = \left\{ \frac{\tilde{m}_s}{m_s} - 1 \right\} \times 100 \end{aligned} \quad (\text{V. 8})$$

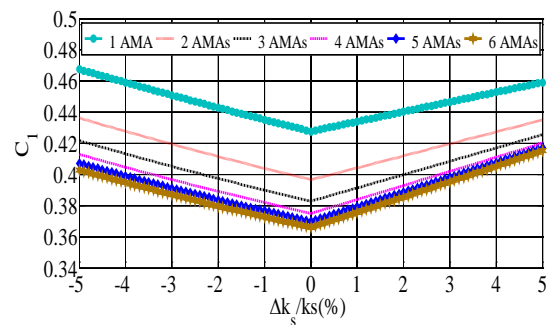
L'incertitude sur les paramètres adimensionnels est introduite de la manière suivante

$$\begin{cases} \tilde{\mu}_l = \frac{m_l}{\tilde{m}_s} = \frac{m_l}{m_s} \times \frac{m_s}{\tilde{m}_s} = \mu_l \times \frac{m_s}{\tilde{m}_s} \\ \tilde{\beta}_l = \frac{\omega_{lopt}}{\tilde{\omega}_s} = \sqrt{\frac{k_{lopt}}{m_l}} \times \sqrt{\frac{\tilde{m}_s}{\tilde{k}_s}} = \sqrt{\frac{k_{lopt}}{m_l}} \times \sqrt{\frac{\tilde{m}_s}{m_s}} \times \sqrt{\frac{m_s}{k_s}} \times \sqrt{\frac{k_s}{\tilde{k}_s}} = \beta_{lopt} \times \sqrt{\frac{\tilde{m}_s}{m_s}} \times \sqrt{\frac{k_s}{\tilde{k}_s}} \\ \tilde{r} = \frac{\omega}{\tilde{\omega}_s} = \frac{\omega}{\omega_s} \times \frac{\omega_s}{\tilde{\omega}_s} = r \times \sqrt{\frac{k_s}{m_s}} \times \sqrt{\frac{\tilde{m}_s}{\tilde{k}_s}} = r \times \sqrt{\frac{k_s}{\tilde{k}_s}} \times \sqrt{\frac{\tilde{m}_s}{m_s}} \end{cases} \quad (\text{V. 9})$$

Et ces nouveaux paramètres adimensionnels sont ensuite introduits dans les expressions des différents critères. Nous pouvons ainsi calculer numériquement les différents critères en fonction des paramètres incertains de la structure principale.

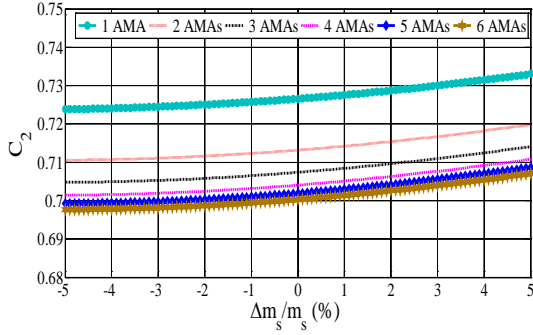


**FIG.V. 73**-Evolution du critère  $C_1$  pour les différents nombre des AMAs en variant la masse de la structure principale.

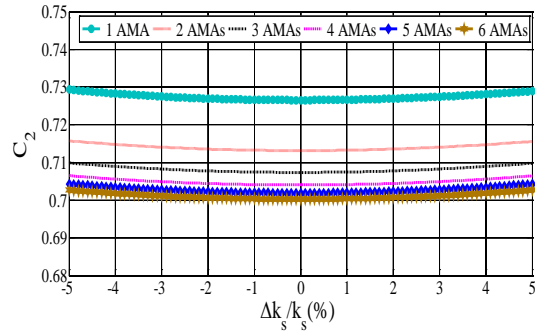


**FIG.V. 74**-Evolution du critère  $C_1$  pour les différents nombre des AMAs en variant la rigidité de la structure principale.

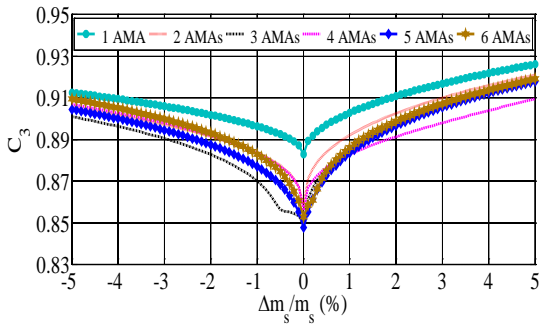




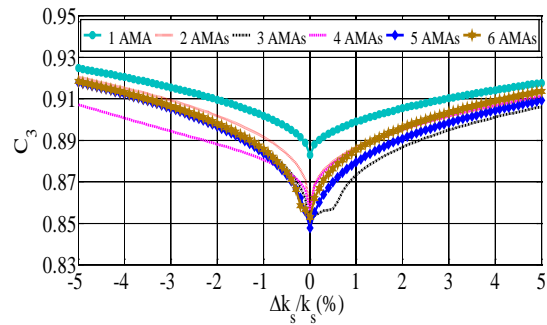
**FIG.V. 75**-Evolution du critère  $C_2$  pour les différents nombre des AMAs en variant la masse de la structure principale.



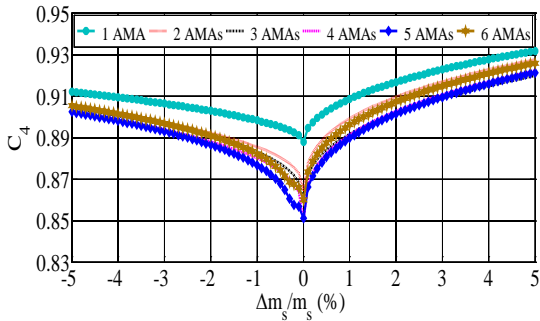
**FIG.V. 76**-Evolution du critère  $C_2$  pour les différents nombre des AMAs en variant la rigidité de la structure principale.



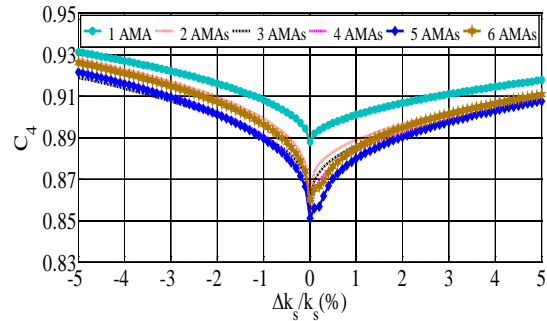
**FIG.V. 77**-Evolution du critère  $C_3$  pour les différents nombre des AMAs en variant la masse de la structure principale.



**FIG.V. 78**-Evolution du critère  $C_3$  pour les différents nombre des AMAs en variant la rigidité de la structure principale.



**FIG.V. 79**-Evolution du critère  $C_4$  pour les différents nombre des AMAs en variant la masse de la structure principale.



**FIG.V. 80**-Evolution du critère  $C_4$  pour les différents nombre des AMAs en variant la rigidité de la structure principale.

Les figures présentées ci-dessus illustrent la robustesse de nos critères face aux incertitudes liées au changement des paramètres physiques de la structure principale. A cet effet, nous étudions la robustesse du système pour chaque critère, et ce, en fixant la rigidité de la structure principale  $k_s$  et en variant la masse  $m_s$  de la structure principale et inversement. Pour l'étude de l'influence de la masse,  $\tilde{m}_s$  varie dans un intervalle compris entre 0.95 et 1.05 pour une discrétisation de 51 points. Pour l'étude de l'influence de la rigidité  $\tilde{k}_s$  nous la faisons varier entre  $0.95 k_s$  et  $1.05 k_s$  avec le même pas de discrétisation.

Nous traçons les critères  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  et  $C_4$  en fonction de la variation d'un paramètre physique de la structure principale en appliquant à chaque fois un nombre fixé des AMAs qui varie entre 1 et 6.

En comparant les critères entre eux, nous constatons clairement d'après les FIG.V. 75 et les FIG.V. 76 que le critère  $C_2$  est moins sensible à la perturbation de la structure principale. Par exemple, en appliquant 1 AMA et quand l'erreur relative de la masse  $\frac{\Delta m_s}{m_s}(\%)$  varie de 0 % à

5%, alors, le critère augmente légèrement avec une variation relative de 0.88%. En revanche, en déterminant la valeur du critère  $C_1$  et d'après FIG.V. 73, l'augmentation de la variation relative du critère est plus importante et atteint 8.81%. En ce qui concerne les critères  $C_3$  et  $C_4$ , les allures sont très semblables et l'écart relatif n'excède pas 5%. Cela nous permet de conclure que le critère  $C_2$  est le plus robuste en considérant les hypothèses de cet exemple.

D'un autre côté, et pour évaluer l'efficacité du nombre d'AMAs, nous avons remarqué que son augmentation introduit une meilleure performance au niveau de la réduction de chaque critère, et ce, en le comparant au cas d'un seul AMA.

A titre d'exemple nous avons constaté d'après la FIG.V. 73, qu'en ajoutant 5% de la masse de la structure principale et qu'en passant de 1 AMA à 6 AMAs, le critère  $C_1$  diminue de 0.465 (\*) à 0.394 (\*\*)

(\*) une augmentation de 8.81 % par rapport à la valeur du critère  $C_1$  à l'optimum en utilisant un seul AMA

(\*\*) une augmentation de 7.84 % par rapport à la valeur du critère  $C_1$  à l'optimum critère en utilisant un seul AMA

Ainsi, nous concluons quant à l'efficacité d'utiliser plusieurs AMAs au lieu d'un seul, et ce, non seulement lorsque les paramètres de la structure principale sont fixés mais aussi lorsqu'ils varient.

Nous concluons également que les critères augmentent au moment de la perturbation de la structure principale, et ce, en les comparant aux valeurs des critères à l'optimum ( $\Delta m_s$  et  $\Delta k_s$  sont nulles). Mais ceci n'est plus vérifié en déterminant les valeurs du critère  $C_2$  au cas d'une réduction de la masse de la structure principale. En effet, d'après la FIG.V. 75, nous observons une réduction légère par rapport à la valeur du critère à l'optimum.

## **V. 4 Application aux séismes**

### **V. 4.1 La performance des AMAs optimisés en appliquant les différents séismes**

#### **V. 4.1.1 Comparaison fondée sur les réponses temporelles**

Dans cette section, nous avons appliqué les quatre séismes réels présentés au début du chapitre sur les systèmes d'AMAs en considérant les paramètres optimisés.

L'objectif de ce travail est d'évaluer l'efficacité des AMAs pour atténuer la réponse de la structure principale sous les quatre séismes réels (*PGA* et contenu fréquentiel différents). Pour cela, nous avons étudié l'évolution temporelle du déplacement relatif et celle de l'accélération absolue de la structure principale. Nous avons considéré les cas où cette structure est soit contrôlée ou non contrôlée par les AMAs.

La comparaison est principalement fondée en premier temps sur le calcul des maximums des déplacements relatifs et des maximums des accélérations absolues de la structure principale. Dans un deuxième temps nous procédons au calcul des valeurs moyennes des déplacements relatifs et des accélérations absolues.

Les figures présentées ci dessous représentent pour chaque séisme donné, les réponses de la structure principale en fonction du nombre d'AMAs. Pour ce faire nous avons adopté les différents modèles optimisés suivant les critères numériques et les autres formulations de la littérature (uniquement lorsque le nombre d'AMAs est fixé à 1).

La première série de calculs s'intéresse au maximum du déplacement relatif de la structure principale.

$$x_{s\max} = \text{Max} \{ |x_s(t)| \} \quad (\text{V. 10})$$

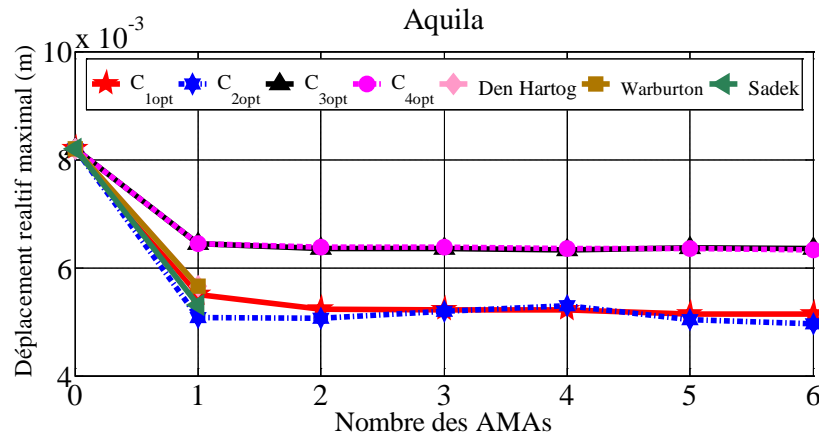


FIG.V. 81- Séisme de l'Aquila-Variation du maximum du déplacement relatif de la structure principale avec les modèles optimisés en fonction du nombre d'AMAs.

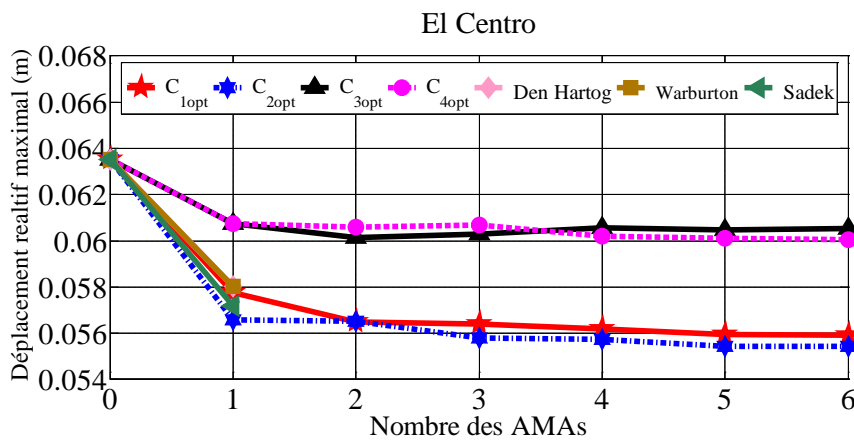


FIG.V. 82- Séisme d'El Centro-Variation du maximum du déplacement relatif de la structure principale avec les modèles optimisés en fonction du nombre d'AMAs.

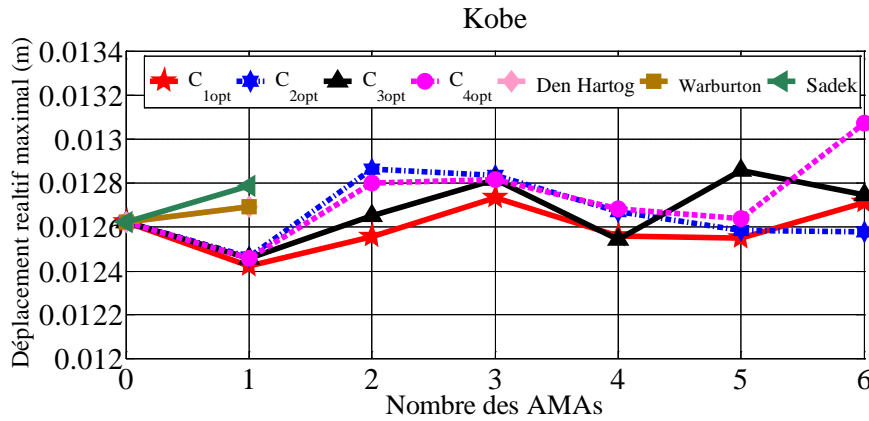


FIG.V. 83-Séisme de Kobe-Variation du maximum du déplacement relatif de la structure principale avec les modèles optimisés en fonction du nombre d'AMAs.

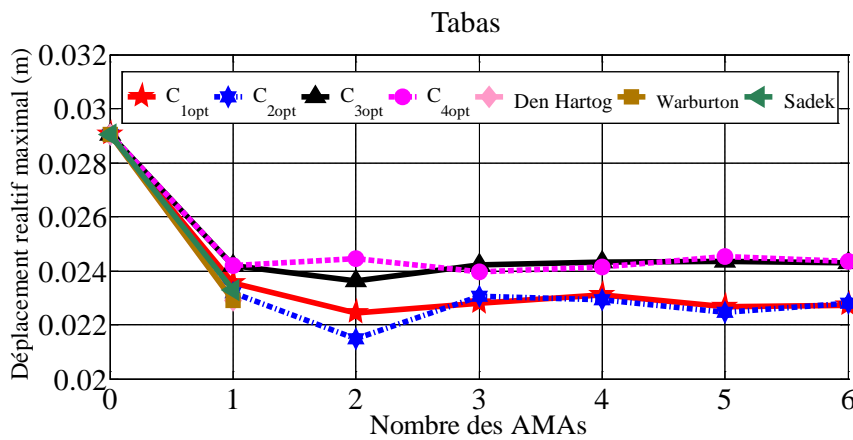


FIG.V. 84-Séisme de Tabas-Variation du maximum du déplacement relatif de la structure principale avec les modèles optimisés en fonction du nombre d'AMAs.

La deuxième série de calculs cherche à déterminer le maximum de l'accélération absolue de la structure principale

$$\ddot{x}_{a\max} = \text{Max} \left\{ \left| \ddot{x}_s(t) + \ddot{x}_g(t) \right| \right\} \quad (\text{V. 11})$$

L'importance du calcul de l'accélération réside dans le fait que la valeur de ce paramètre intervient comme critère de satisfaction du confort humain lors de la phase de conception structurale. Généralement, lorsque l'accélération dépasse  $0.2 \text{ m/s}^2$ , les personnes commencent à ressentir une gêne [98].

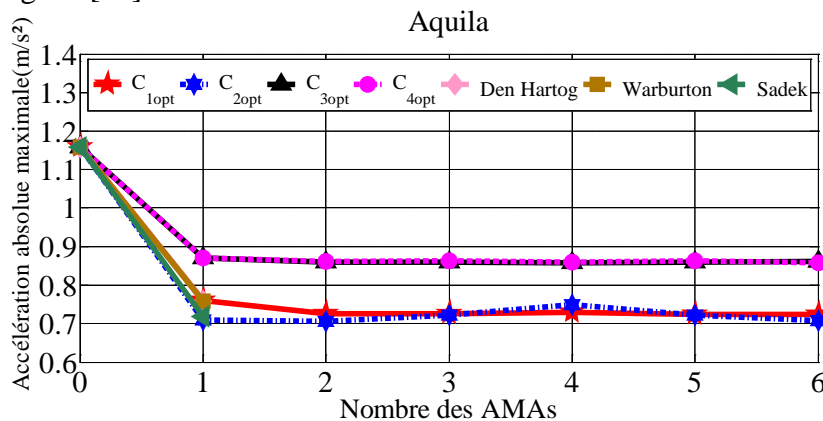


FIG.V. 85-Séisme de l'Aquila-Variation du maximum de l'accélération absolue de la structure principale avec les modèles optimisés.

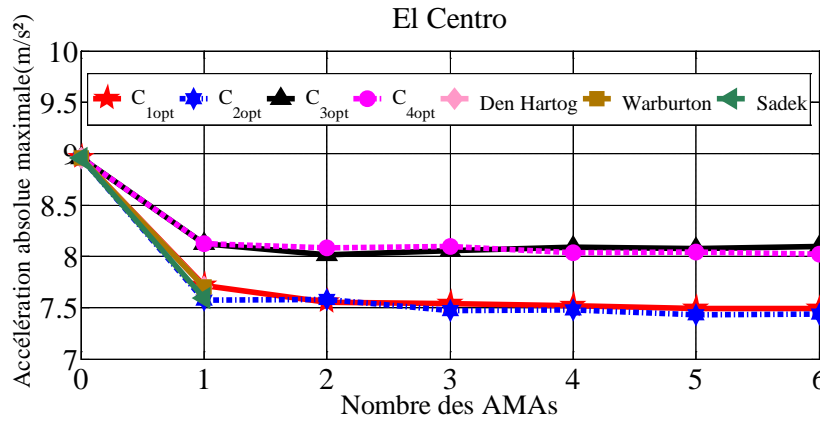


FIG.V. 86-Séisme d'El Centro-Variation du maximum de l'accélération absolue de la structure principale avec les modèles optimisés en fonction du nombre d'AMAs.

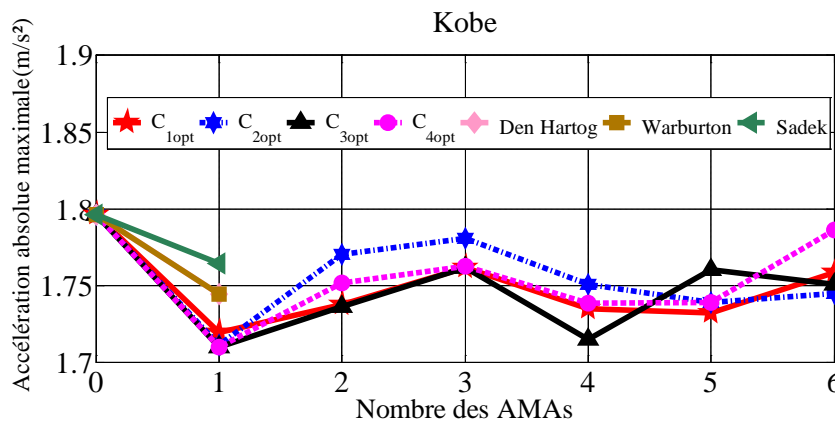


FIG.V. 87-Séisme de Kobe-Variation du maximum de l'accélération absolue de la structure principale avec les modèles optimisés en fonction du nombre d'AMAs.

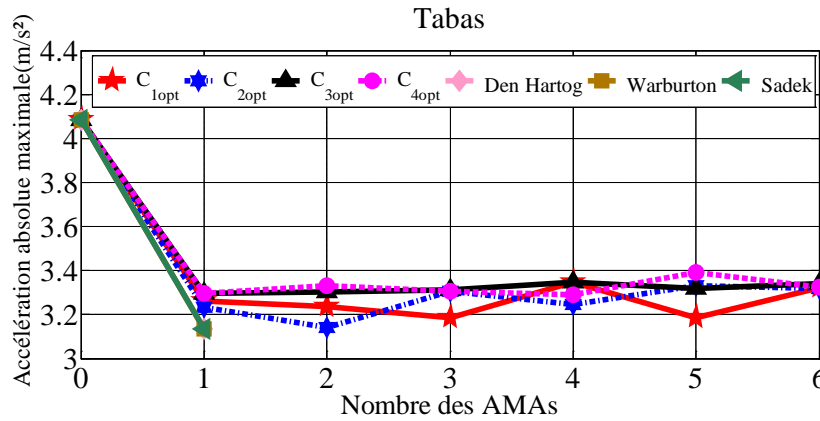


FIG.V. 88-Séisme de Tabas-Variation du maximum de l'accélération absolue de la structure principale avec les modèles optimisés en fonction du nombre d'AMAs.

Dans la troisième série de calculs cherche à déterminer le déplacement quadratique moyen défini par

$$x_{smoy} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{k_{max}} x_s(k)}{k_{max}}} \quad (V. 12)$$

Où  $k_{max}$  est le nombre total des pas de discrétisation du temps

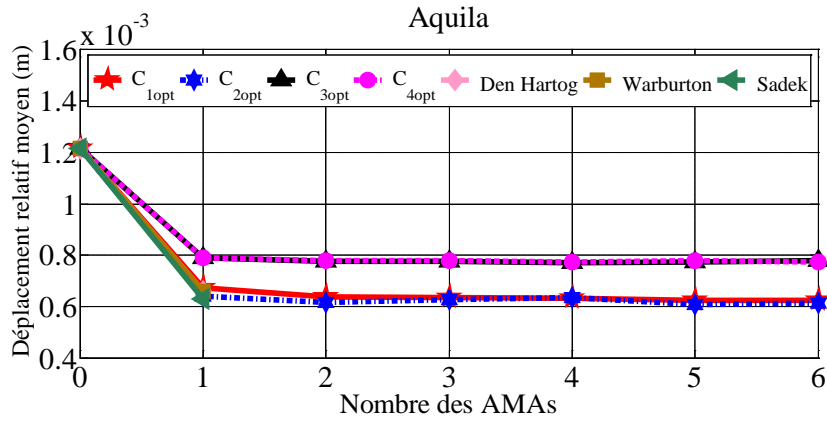


FIG.V. 89- Séisme de l'Aquila-Variation du déplacement relatif moyen de la structure principale avec les modèles optimisés en fonction du nombre d'AMAs.

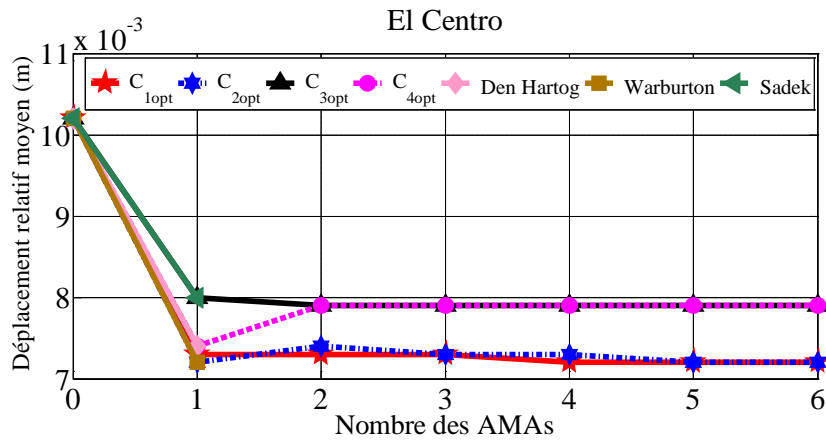


FIG.V. 90- Séisme d'El Centro-Variation du déplacement relatif moyen de la structure principale avec les modèles optimisés en fonction du nombre d'AMAs.

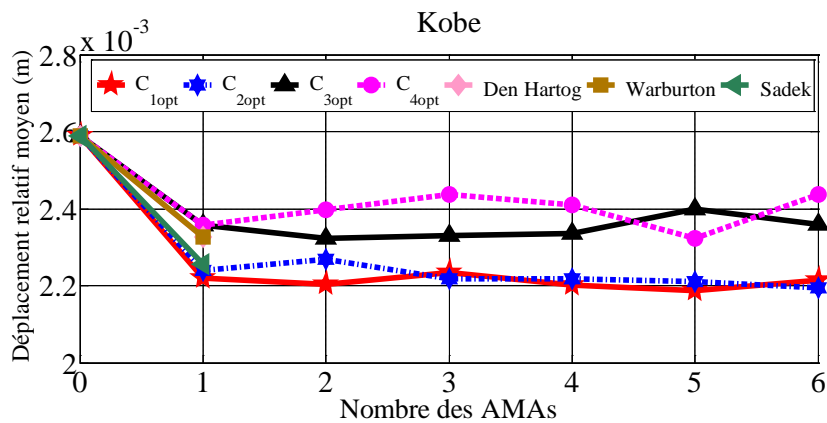


FIG.V. 91- Séisme de Kobe-Variation du déplacement relatif moyen de la structure principale avec les modèles optimisés en fonction du nombre d'AMAs.

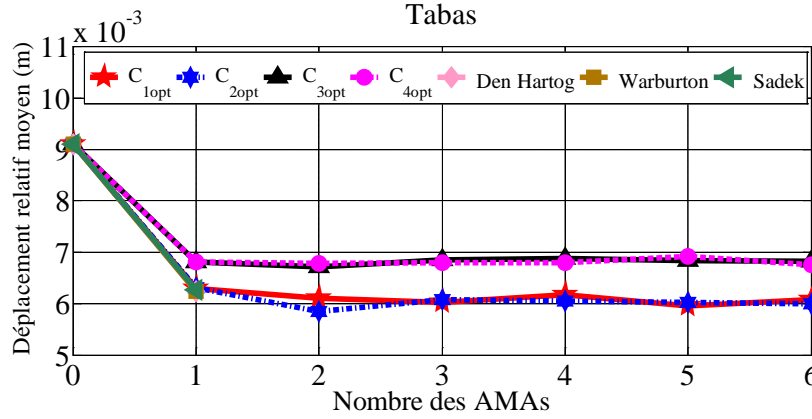


FIG.V. 92-Séisme de Tabas-Variation du déplacement relatif moyen de la structure principale avec les modèles optimisés en fonction du nombre d'AMAs.

Dans la quatrième série de calculs cherche à calculer l'accélération absolue quadratique moyenne définie par

$$\ddot{x}_{amoy} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{k_{max}} \ddot{x}_a(k)}{k_{max}}} \quad (V. 13)$$

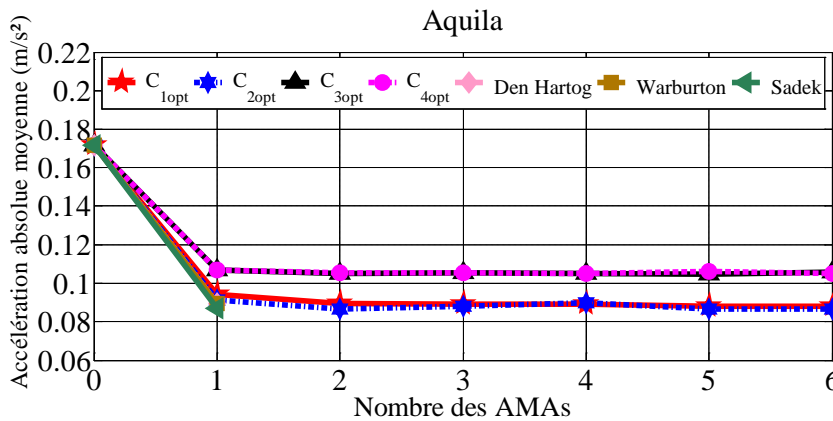


FIG.V. 93-Séisme de l'Aquila-Variation de l'accélération absolue moyenne de la structure principale avec les modèles optimisés en fonction du nombre d'AMAs.

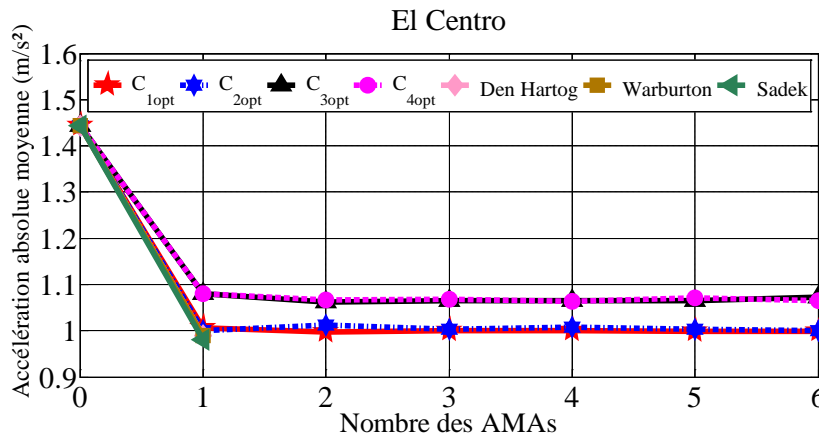


FIG.V. 94-Séisme d'El Centro-Variation de l'accélération absolue moyenne de la structure principale avec les modèles optimisés en fonction du nombre d'AMAs.

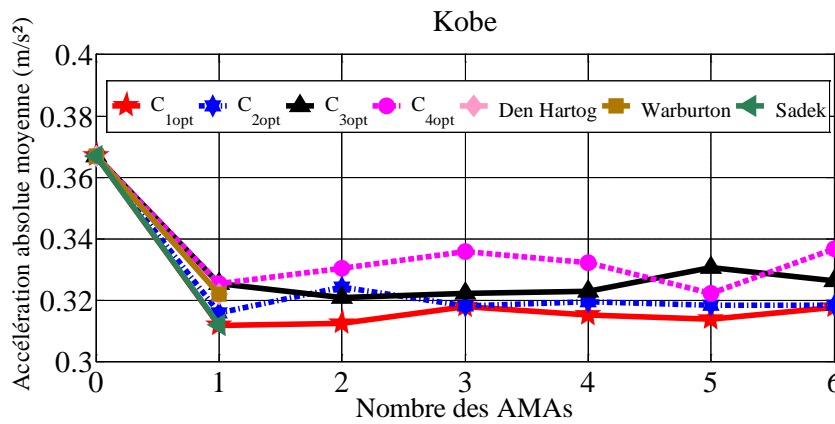


FIG.V. 95-Séisme de Kobe-Variation de l'accélération absolue moyenne de la structure principale avec les modèles optimisés en fonction du nombre d'AMAs.

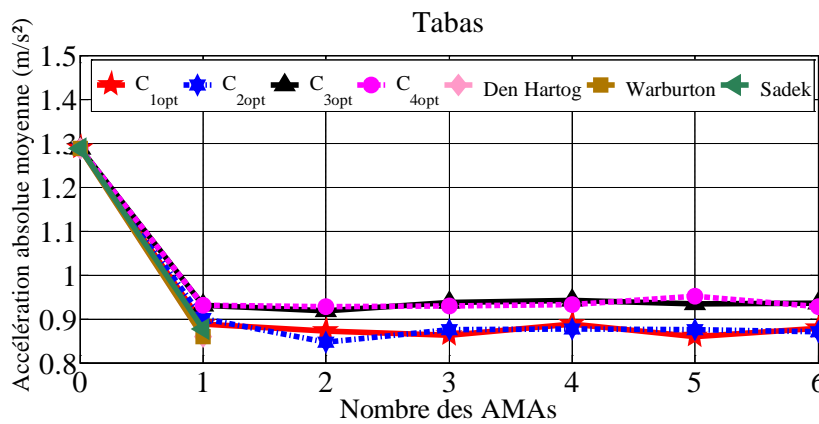


FIG.V. 96-Séisme de Tabas-Variation de l'accélération absolue moyenne de la structure principale avec les modèles optimisés en fonction du nombre d'AMAs.

D'après les figures présentées ci-dessus et en appliquant les séismes de l'Aquila, El Centro et Tabas, nous constatons que les modèles optimisés avec les critères  $C_{1opt}$  et  $C_{2opt}$  permettent dans la plupart des cas de réduire les différentes réponses. En revanche en adoptant le critère  $C_{1opt}$  la réduction des réponses est meilleure que celle de  $C_{2opt}$  et ce en appliquant le séisme de Kobe.

Il apparaît que les modèles optimisés suivant les critères fréquentielles contribuent mieux à la réduction des réponses, et ce, lorsque la fréquence de la structure principale est proche des fréquences prédominantes dans le contenu fréquentiel du séisme. Nous pouvons remarquer également que pour le même rapport de masse, égal à  $\mu_{tot} = 5\%$ , l'augmentation du nombre d'AMAs n'a pas une grande influence sur la performance liée à la réduction des réponses temporelles. Par contre, le raisonnement en terme de nombre d'AMAs représente un grand avantage pratique en ce qui concerne la facilité d'installation.

Ainsi, nous concluons que pour un rapport de masse totale des AMAs fixé et dans le cas où le but est d'abriter les AMAs dans un emplacement peu encombrant, alors, le système peut être divisé en plusieurs AMAs tout en conservant leur performance.



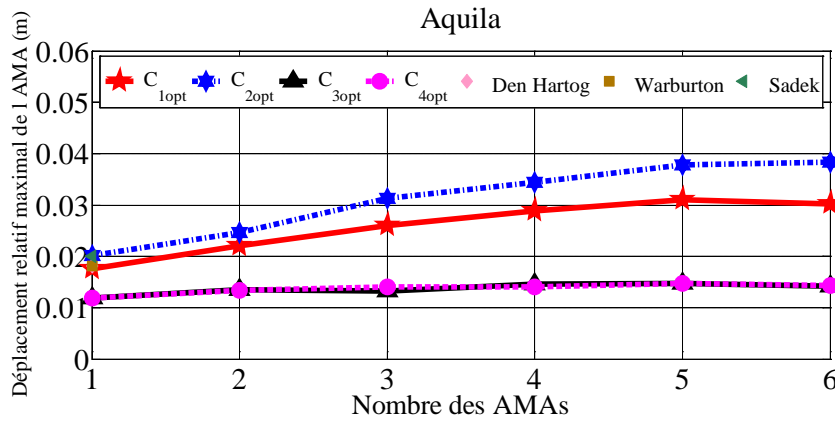


FIG.V. 97-Séisme de l'Aquila-Variation du maximum des déplacements relatifs maximaux des AMAs principale avec les modèles optimisés en fonction du nombre d'AMAs.

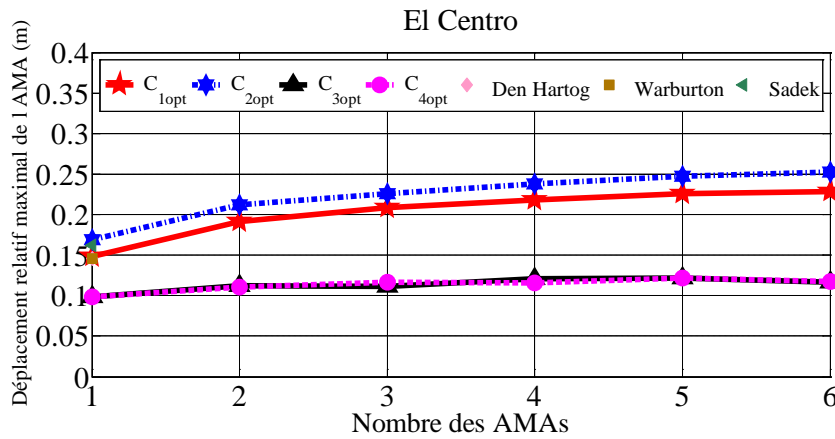


FIG.V. 98-Séisme d'El Centro-Variation du maximum des déplacements relatifs maximaux des AMAs principale avec les modèles optimisés en fonction du nombre d'AMAs.

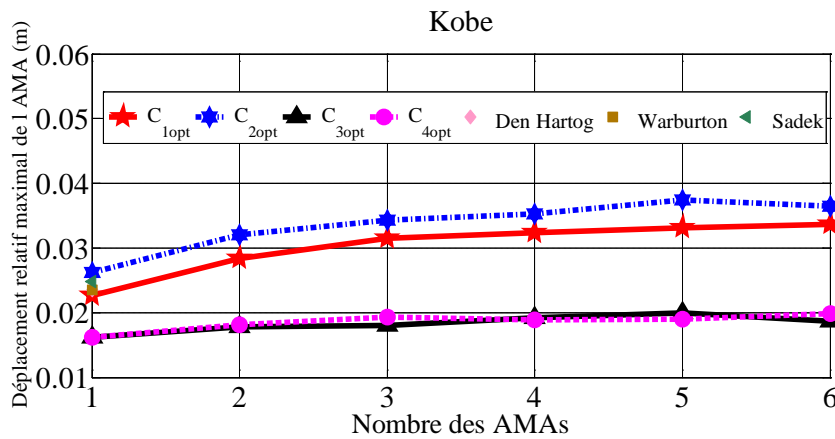
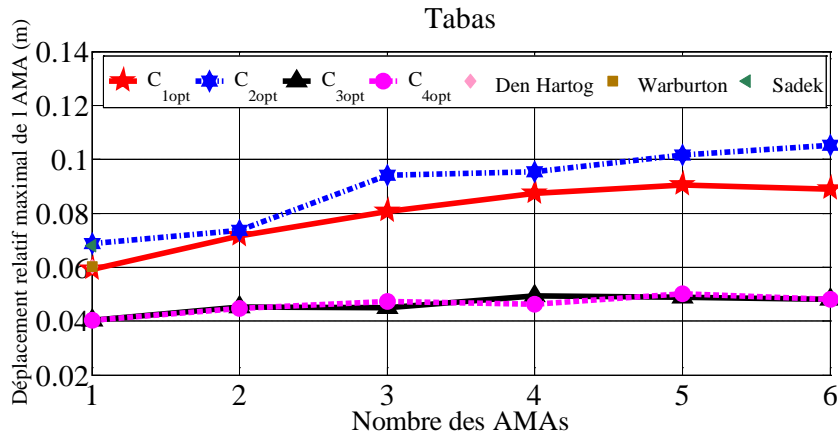


FIG.V. 99-Séisme de Kobe- Variation du maximum des déplacements relatifs maximaux des AMAs principale avec les modèles optimisés en fonction du nombre d'AMAs.

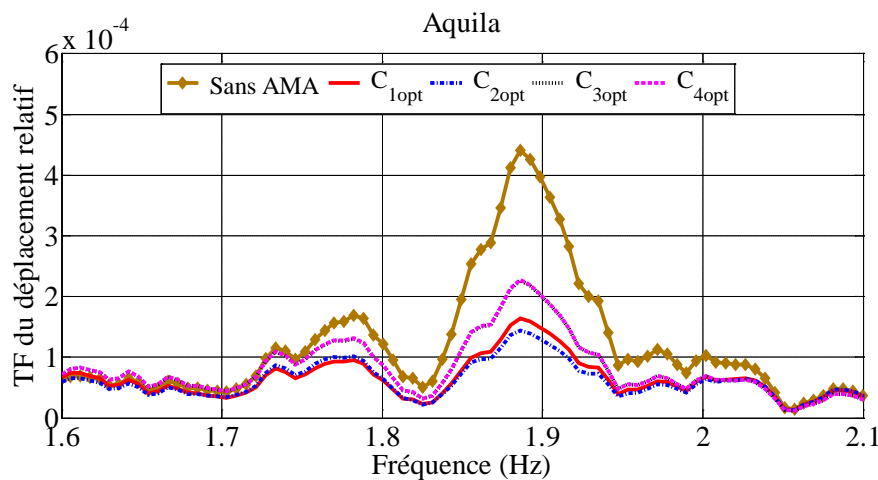


**FIG.V. 100**-Séisme de Tabas-Variation du maximum des déplacements relatifs maximaux des AMAs principale avec les modèles optimisés en fonction du nombre d'AMAs.

Par ailleurs, nous nous sommes intéressés à calculer le maximum du déplacement relatif maximaux des différents AMAs. Le but est de retenir la valeur supérieure. Les FIG.V. 97, FIG.V. 98, FIG.V. 99 et FIG.V. 100 représentent un tel maximum en fonction du nombre d'AMAs et en appliquant les différents critères pour chaque séisme donné. Il apparaît clairement que les critères des pôles  $C_{3opt}$  et  $C_{4opt}$  permettent de réduire la valeur maximale des déplacements relatifs des AMAs. En appliquant les critères fréquentiels ( $C_{1opt}$  et  $C_{2opt}$ ), il est évident que la valeur maximale des déplacements relatifs des AMAs augmente fortement lorsque nous augmentons le nombre d'AMAs. Cependant, les critères des pôles ( $C_{3opt}$  et  $C_{4opt}$ ) ne sont que très peu sensibles à l'augmentation du nombre d'AMAs.

#### V. 4.1.2 Comparaison fondée sur les transformées de Fourier des déplacements relatifs de la structure principale

En fixant un nombre d'AMAs égale à 2 et afin d'évaluer l'efficacité de chaque modèle optimisé pour un séisme donné, nous représentons les quatre transformées de Fourier des déplacements relatifs de la structure principale sur un intervalle fréquentiel. La performance des modèles optimisés suivant les critères fréquentielles ( $C_{1opt}$  et  $C_{2opt}$ ) se distinguent de manière notoire surtout en considérant les deux séismes de l'Aquila et Tabas. Ainsi, le contenu fréquentiel des différents séismes est un facteur essentiel qui agit sur le comportement de la structure principale.



**FIG.V. 101**-Séisme de l'Aquila- Variation de la transformée de Fourier du déplacement relatif de la structure principale sans AMA et avec 2 AMAs (en appliquant les 4 modèles optimisés).

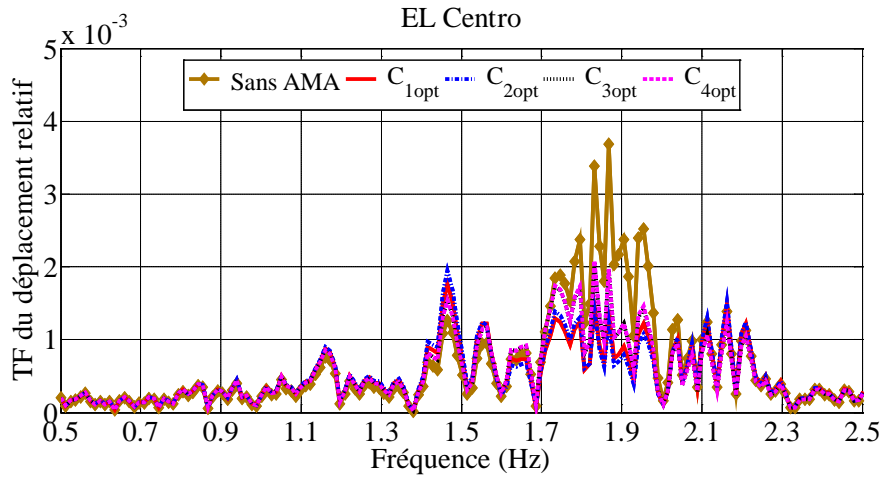


FIG.V. 102-Séisme de l'Aquila- Variation de la transformée de Fourier du déplacement relatif de la structure principale sans AMA et avec 2 AMAs (en appliquant les 4 modèles optimisés).

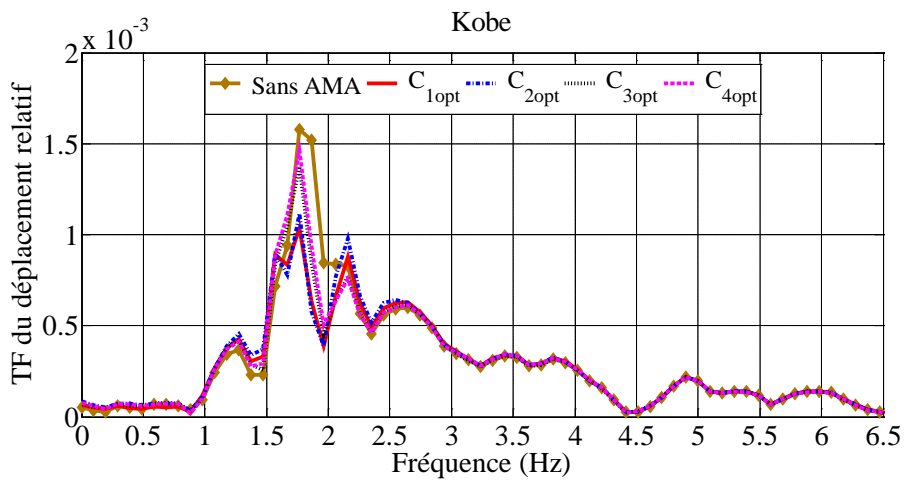


FIG.V. 103-Séisme de Kobe- Variation de la transformée de Fourier du déplacement relatif de la structure principale sans AMAs et avec 2 AMAs (en appliquant les 4 modèles optimisés).

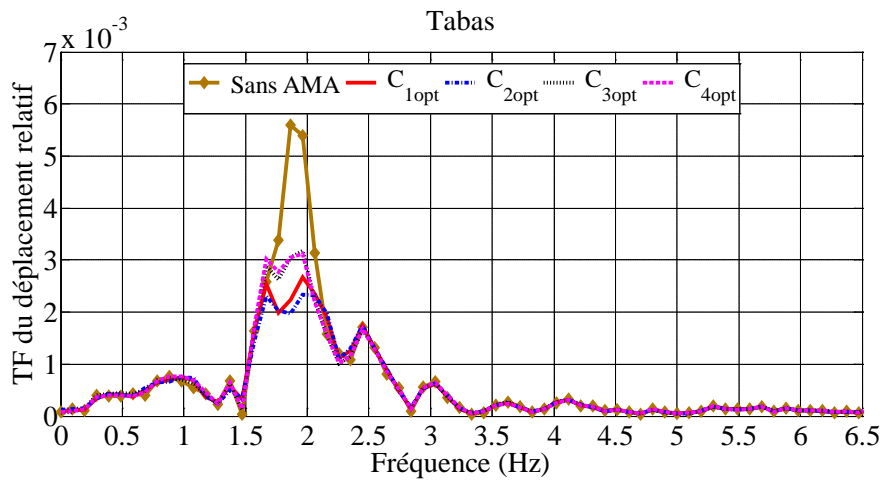


FIG.V. 104-Séisme de Tabas- Variation de la transformée de Fourier du déplacement relatif de la structure principale sans AMAs et avec 2 AMAs (en appliquant les 4 modèles optimisés).

#### V. 4.2 Conception des AMAs optimisés pour différents valeurs du rapport de la masse totale des AMAs

Pour évaluer le rôle des AMAs dans l'amélioration des caractéristiques du système, nous introduisons des indices de performance qui sont exactement le rapport entre les réponses de la structure contrôlée et les réponses non contrôlées.

Le but de ce paragraphe est d'étudier la pertinence de chaque modèle optimisé lorsque nous voulons réduire les réponses normalisées. Ceci est effectué en fonction du rapport de la masse totale des AMAs et en appliquant le séisme de l'Aquila.

$$\left\{ \begin{array}{l} R_I = \frac{x_{s \max}}{x_s^0} \\ R_{II} = \frac{\ddot{x}_{a \max}}{\ddot{x}_a^0} \\ R_{III} = \frac{x_{s \text{ moy}}}{x_{s \text{ moy}}^0} \\ R_{IV} = \frac{\ddot{x}_{a \text{ moy}}}{\ddot{x}_{a \text{ moy}}^0} \end{array} \right. \quad (\text{V. 14})$$

$x_{s \max}^0$ ,  $\ddot{x}_{a \max}^0$ ,  $x_{s \text{ moy}}^0$  et  $\ddot{x}_{a \text{ moy}}^0$  sont respectivement le déplacement relatif maximal, l'accélération absolue maximale, le déplacement relatif moyen et l'accélération absolue moyenne de la structure principale sans AMAs.

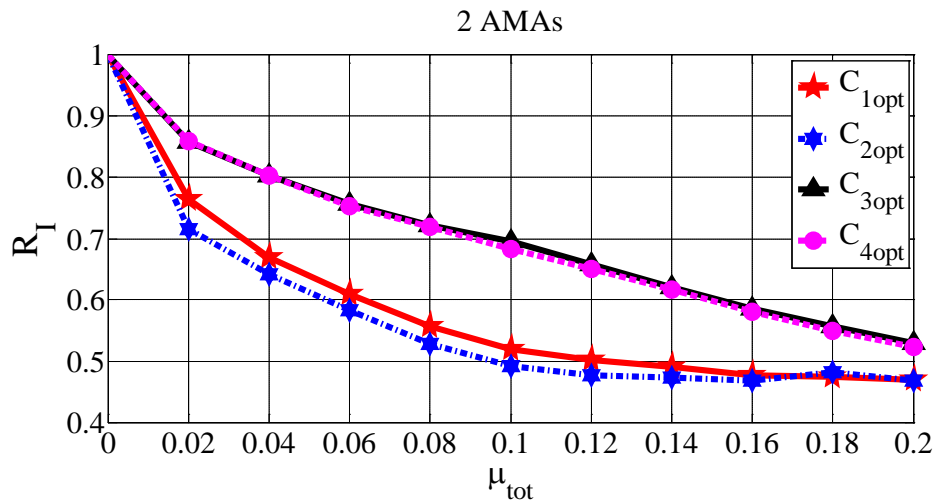


FIG.V. 105-Variation de l'indice de performance  $R_I$  pour les 4 modèles optimisés en fonction du rapport de la masse totale de 2 AMAs en appliquant le séisme de l'Aquila.

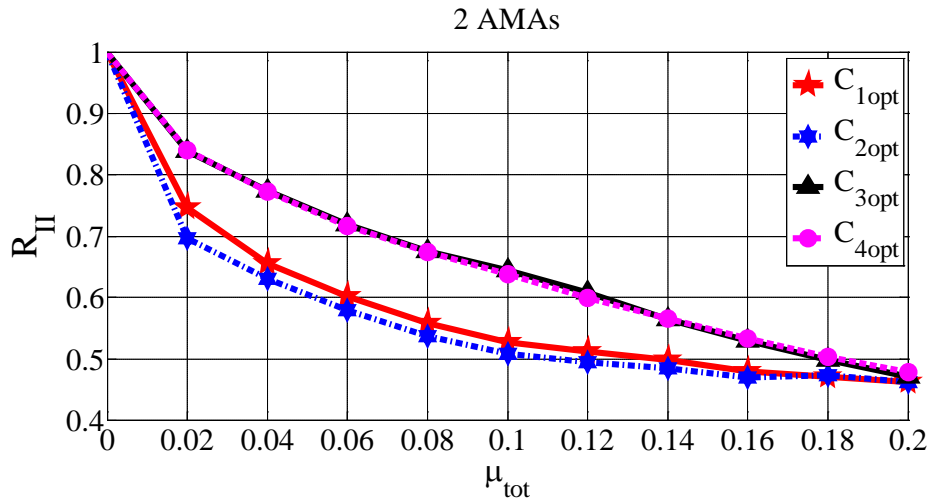


FIG.V. 106-Variation de l'indice de performance  $R_{II}$  pour les 4 modèles optimisés en fonction du rapport de la masse totale de 2 AMAs en appliquant le séisme de l'Aquila.

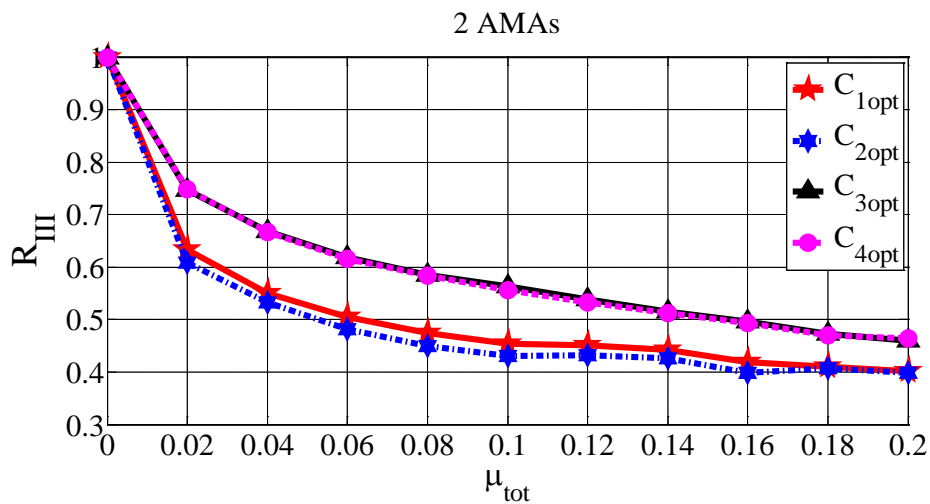


FIG.V. 107-Variation de l'indice de performance  $R_{III}$  pour les 4 modèles optimisés en fonction du rapport de la masse totale des 2 AMAs en appliquant le séisme de l'Aquila.

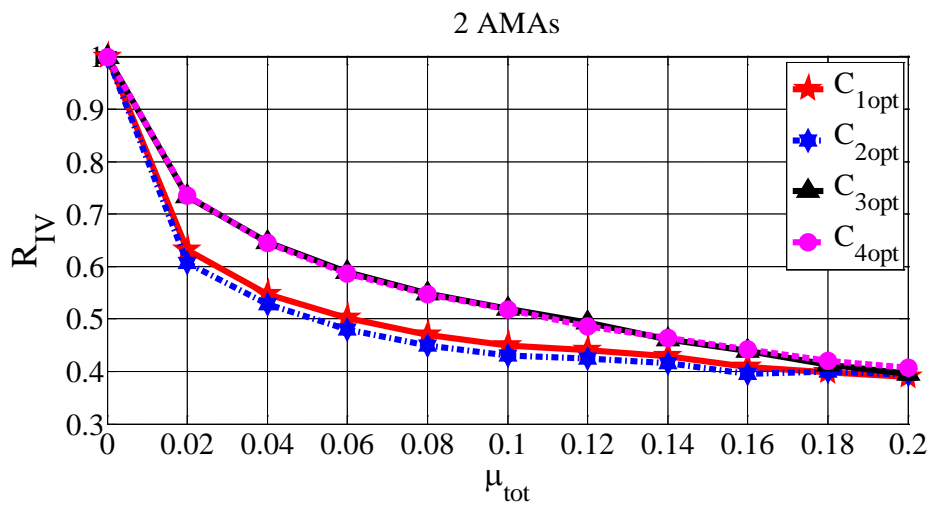


FIG.V. 108-Variation de l'indice de performance  $R_{IV}$  pour les 4 modèles optimisés en fonction du rapport de la masse totale des 2 AMAs en appliquant le séisme de l'Aquila.

Afin d'évaluer l'effet du rapport de la masse totale sur la réduction des réponses normalisées de la structure principale, nous choisissons un nombre d'AMAs égal à 2. Nous fixons à chaque fois le paramètre  $\mu_{tot}$  et nous déterminons les paramètres optimisés  $\beta_{2opt}$  et  $\xi_{2opt}$  correspondant à chaque valeur de  $\mu_{tot}$ . Ensuite, en appliquant les modèles optimisés au séisme de l'Aquila nous traçons l'évolution des différents rapports normalisés en fonction de  $\mu_{tot}$ .

D'après les résultats, nous avons conclu que l'efficacité des AMAs dépend de la masse totale des AMAs. En effet, il apparaît évident d'après les FIG.V. 105, FIG.V. 106, FIG.V. 107 et FIG.V. 108 que l'augmentation de la masse totale conduit à l'augmentation de la performance des AMAs en terme de capacité à réduire les différentes réponses normalisées de la structure principale. Ces figures peuvent être utilisées comme un outil efficace permettant de déterminer le rapport de la masse totale optimal qui est capable d'offrir une meilleure atténuation au niveau des réponses normalisées.

En variant le rapport de la masse totale entre 0 et 0.02, les indices de performance des différentes réponses diminuent d'une manière importante. Nous constatons aussi que les rapports normalisés sont presque confondus sur toute la plage de variation de  $\mu_{tot}$  et ceci en utilisant les modèles optimisés avec les critères des pôles. De plus nous observons que le modèle optimisé suivant le critère  $C_{2opt}$  donne la plus grande réduction dans les réponses de la structure principale.

### V. 4.3 Effet des séismes

Afin d'analyser l'effet des séismes sur la conception optimale des systèmes, nous avons élaboré quatre indices de performance et nous les avons exprimé en fonction des différents excitations des séismes enregistrés et en adoptant les critères numériques. Il apparaît clairement dans cette étude que l'efficacité des AMAs dépend des caractéristiques du tremblement de terre. Notons que la réduction maximale des différentes réponses de la structure principale a été obtenue lorsque la structure est soumise à l'excitation de l'Aquila. En revanche, lorsque la structure est soumise au séisme de Kobe, l'application des AMAs ne révèle pas un grand intérêt surtout que les valeurs des indices de performance sont très faibles.

Nous constatons d'ailleurs que pour certains cas, la valeur des indices (par exemple  $R_I$ ) dépasse la valeur de 1, et ce, à cause du contenu fréquentiel de ce séisme.

Sachant que dans le séisme de l'Aquila, l'allure de la transformée de Fourier est non seulement étroite mais présente un pic principal proche de la fréquence de la structure principale, nous concluons alors que les indices de performances sont bien réduits.

En revanche, nous pouvons conclure pour Kobe que les indices ne sont pas réduits. En effet, les pics de la transformée de Fourier relatifs à ce séisme sont disparates dans une échelle fréquentielle. De plus, lorsque les valeurs de l'abscisse de l'échelle fréquentielle entourent 1.88 Hz (fréquence de la structure principe), nous constatons que cet intervalle ne présente aucun pic prononcé.

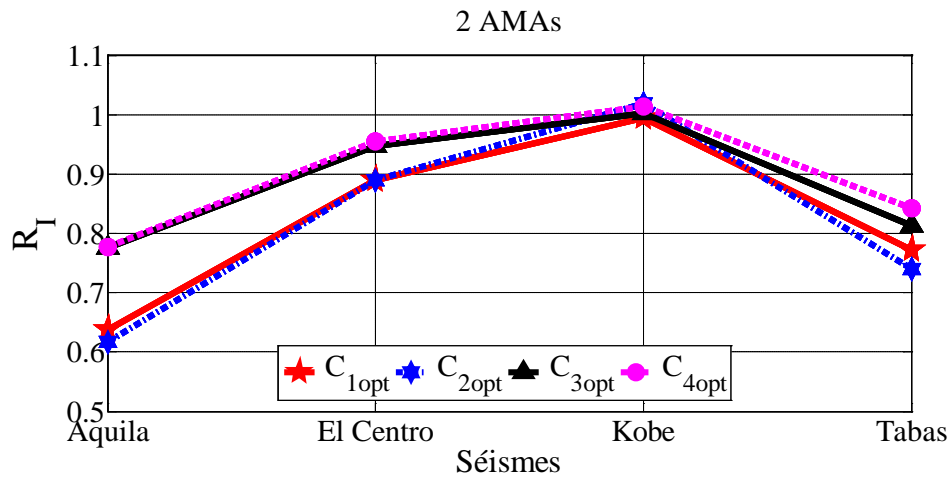


FIG.V. 109-Variation de l'indice de performance  $R_I$  pour les 4 modèles optimisés en fonction des différents séismes en appliquant 2 AMAs.

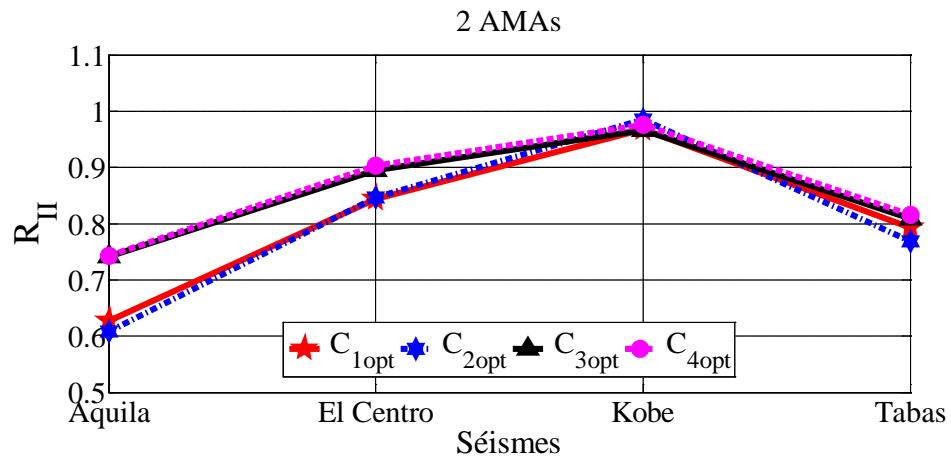


FIG.V. 110-Variation de l'indice de performance  $R_{II}$  pour les 4 modèles optimisés en fonction des différents séismes en appliquant 2 AMAs.

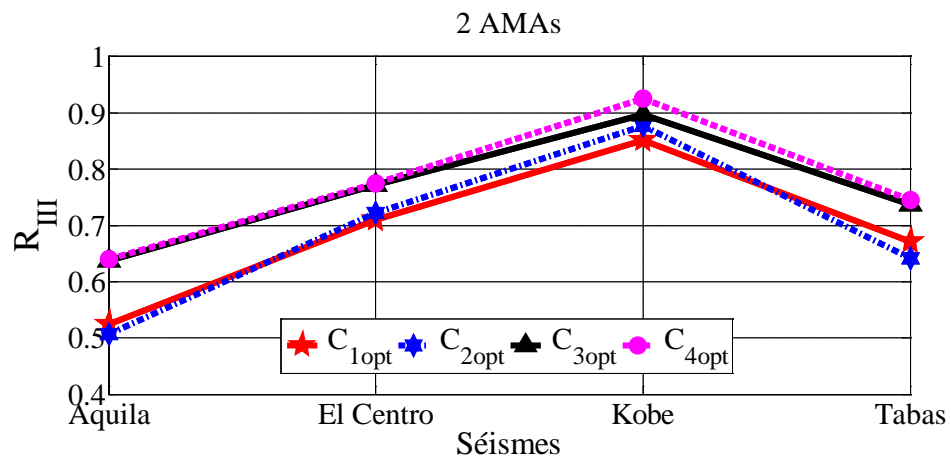


FIG.V. 111-Variation de l'indice de performance  $R_{III}$  pour les 4 modèles optimisés en fonction des différents séismes en appliquant 2 AMAs.

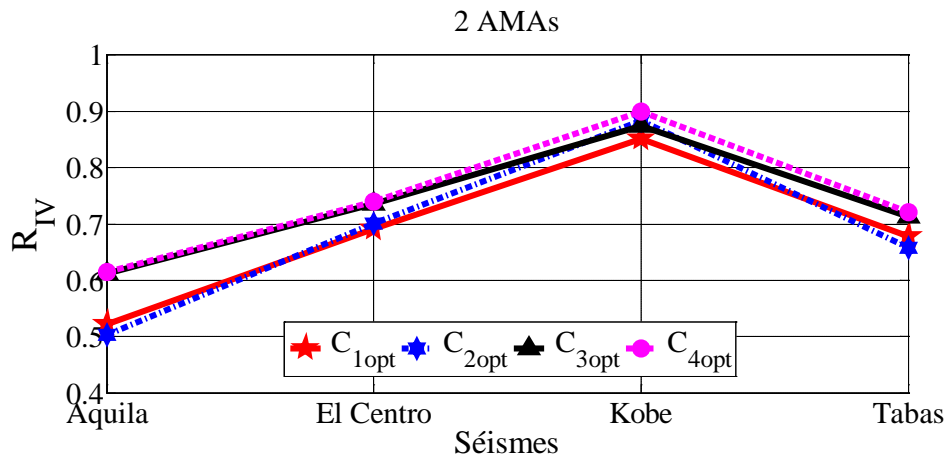


FIG.V. 112-Variation de l'indice de performance  $R_{IV}$  pour les 4 modèles optimisés en fonction des différents séismes en appliquant 2 AMAs.

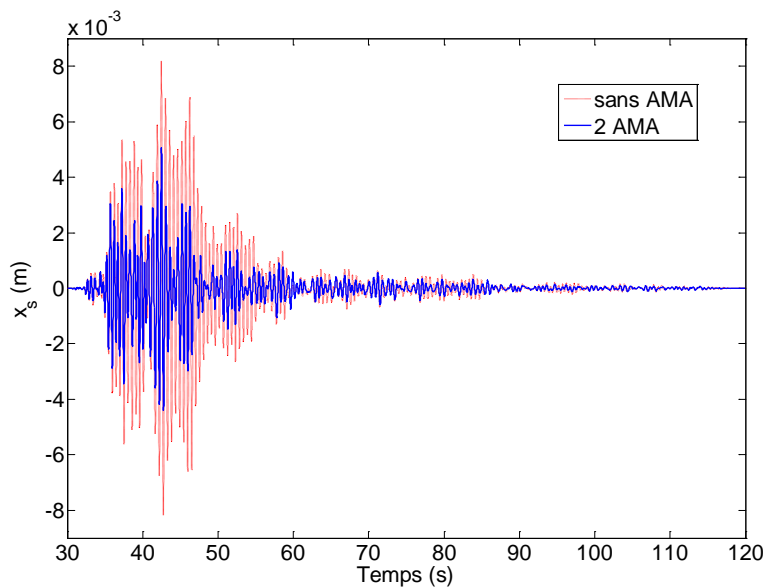


FIG.V. 113-Séisme de l'Aquila- Evolution temporelle du déplacement relatif de la structure principale sans AMA et avec 2 AMAs ( $C_{2opt}$ ).

#### V. 4.4 Variation de la fréquence de la structure principale

L'étude de la robustesse des AMAs est importante car en réalité la fréquence de la structure principale peut changer (changement de masse, de rigidité ou même des conditions aux limites). Dans ce paragraphe, nous présentons les indices de performance des différentes réponses observées sous l'effet d'un écart de la fréquence naturelle variant entre -5% et 5%, d'une part, et en adoptant les différents modèles optimisés, d'autre part. La structure principale est soumise à l'excitation de l'Aquila et les indices sont calculés respectivement soit pour un seul AMA soit pour 6AMAs. Nous constatons d'après les figures obtenues que lorsque nous augmentons le nombre des AMAs, alors, les rapports normalisés deviennent moins sensibles au changement de la fréquence naturelle. Ainsi, l'augmentation du nombre d'AMAs est un moyen indéniable et efficace permettant d'augmenter la robustesse des AMAs.



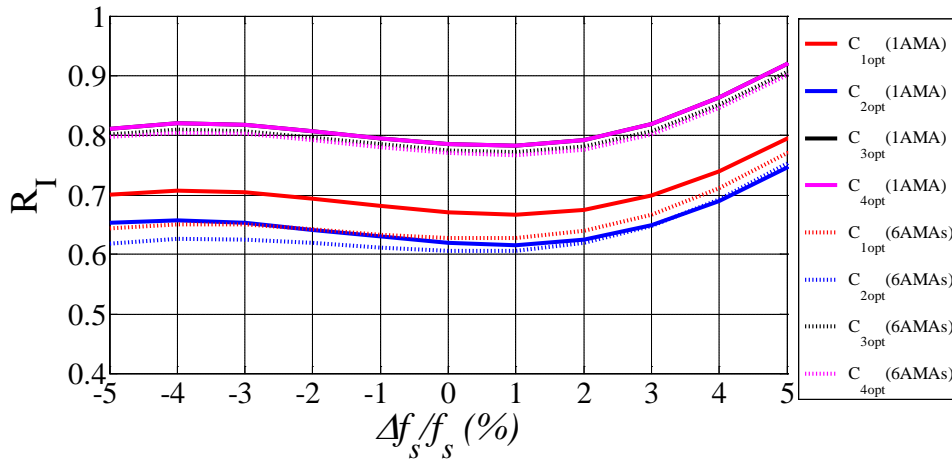


FIG.V. 114- Séisme de l'Aquila-Variation de l'indice de performance  $R_I$  pour les 4 modèles optimisés en fonction d'une erreur sur la fréquence de la structure principale en appliquant 1 AMA et 6 AMAs.

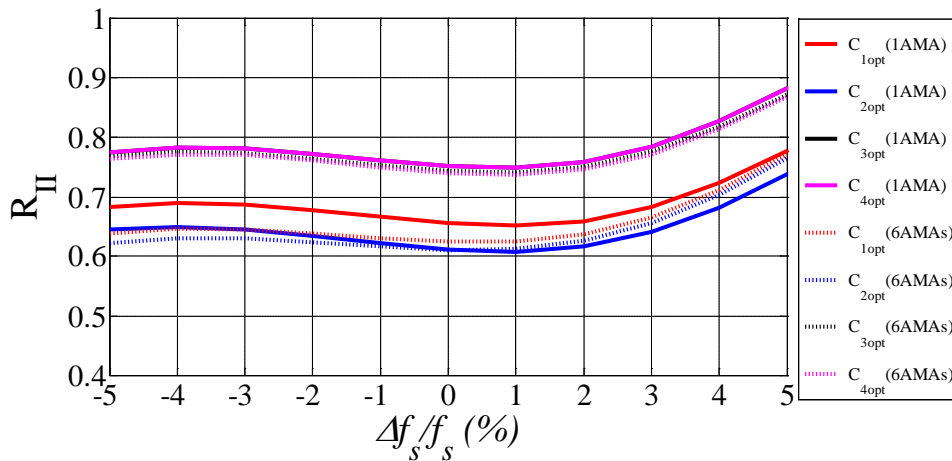


FIG.V. 115- Séisme de l'Aquila-Variation de l'indice de performance  $R_{II}$  pour les 4 modèles optimisés en fonction d'une erreur sur la fréquence de la structure principale en appliquant 1 AMA et 6 AMAs.

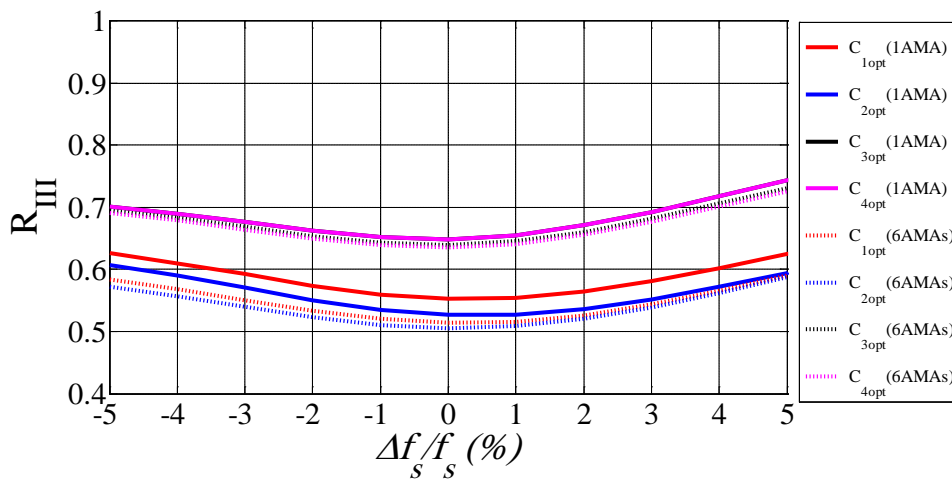


FIG.V. 116- Séisme de l'Aquila-Variation de l'indice de performance  $R_{III}$  pour les 4 modèles optimisés en fonction d'une erreur sur la fréquence de la structure principale en appliquant 1 AMA et 6 AMAs.

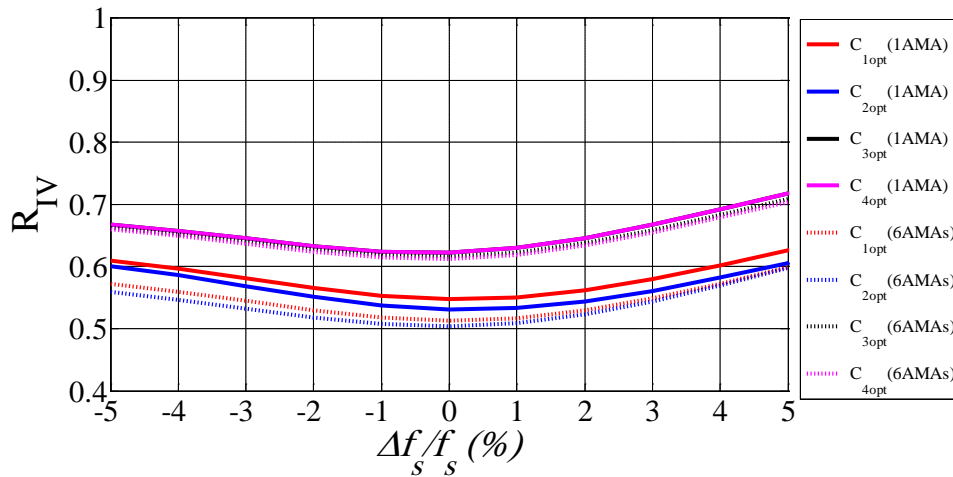


FIG.V. 117- Séisme de l'Aquila-Variation de l'indice de performance  $R_{IV}$  pour les 4 modèles optimisés en fonction d'une erreur sur la fréquence de la structure principale en appliquant 1 AMA et 6 AMAs

### V. 4.5 Le comportement hystérétique de la structure principale

Le comportement hystérétique de la structure principale est décrit par une boucle d'hystérésis qui illustre la relation Force-déplacement. La surface ou l'aire d'une telle boucle correspond l'énergie dissipée dans la structure principale.

Nous traçons pour chaque séisme les diagrammes « d'accélération absolue-déplacement » correspondants à la structure principale sans AMAs et avec 2 AMAs. Ceci est élaboré en appliquant respectivement les différents critères numériques optimaux. Ensuite, nous déterminons les pics des déplacements relatifs de la structure principale et nous les indiquons sur chaque boucle d'hystérésis. Dans les figures présentées ci dessous, nous présentons quelques courbes qui décrivent les boucles d'hystérésis. Les pics sont représentés dans les différentes figures à l'aide des triangles.

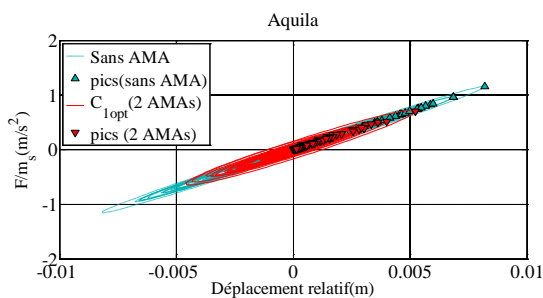


FIG.V. 118- Diagramme d'hystérésis sans AMA et avec 2 AMAs ( $C_{1opt}$ ) en appliquant le séisme de l'Aquila.

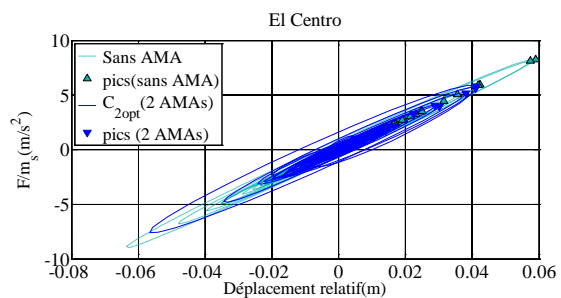


FIG.V. 119- Diagramme d'hystérésis sans AMA et avec 2 AMAs ( $C_{2opt}$ ) en appliquant le séisme d'El Centro.

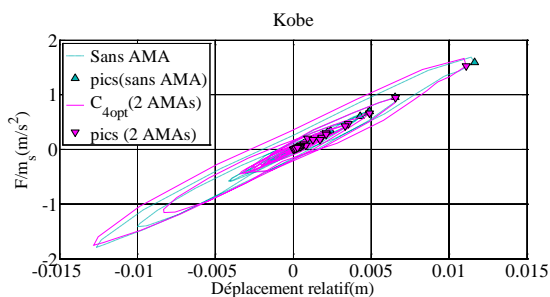


FIG.V. 120-Diagramme d'hystérésis sans AMA et avec 2 AMAs ( $C_{4opt}$ ) en appliquant le séisme de Kobe.

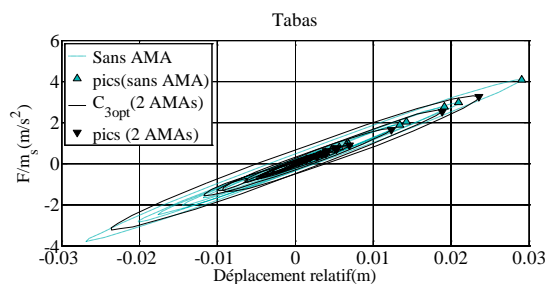


FIG.V. 121- Diagramme d'hystérésis sans AMA et avec 2 AMAs ( $C_{3opt}$ ) en appliquant le séisme de Tabas.

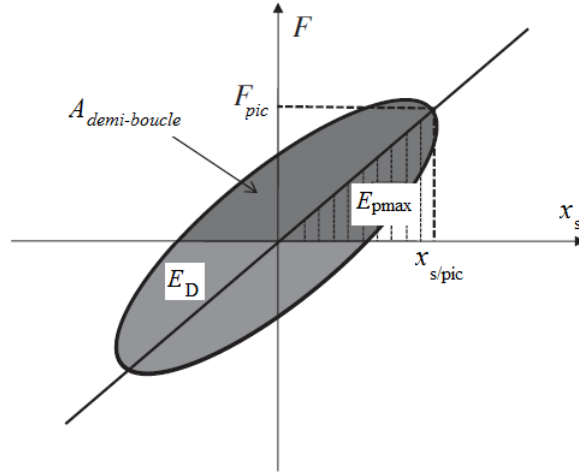


FIG.V. 122-Amortissement d'hystérésis pour un demi-cycle.

Pour une boucle d'hystérésis parfaitement fermée et symétrique (comme dans le cas d'un chargement harmonique pure), nous définissons le taux d'amortissement  $\xi_{hys}$  par le rapport entre l'énergie dissipée et l'énergie potentielle maximale pendant un cycle.

$$\xi_{hys} = \frac{1}{4\pi} \frac{E_d}{E_{pmax}} = \frac{A_{boucle}}{2\pi x_{s/pic} m_s \ddot{x}_{a/pic}} \quad (V. 15)$$

Où

$E_d$  est l'énergie dissipée qui est proportionnelle à la surface ( $A_{boucle}$ ) incluse dans la courbe d'hystérésis.

$E_p$  est l'énergie potentielle maximale qui est proportionnelle à la surface moyenne sous la courbe d'hystérésis.

$x_{s/pic}$  est le pic du déplacement relatif de la structure principale.

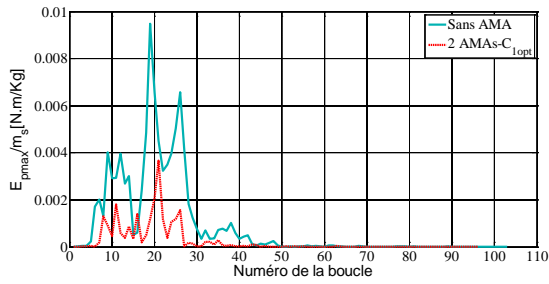
$\ddot{x}_{a/pic}$  est l'accélération correspondante au pic du déplacement relatif de la structure principale.

Cependant, dans le cas des charges sismiques, certaines asymétries peuvent être observées et les boucles ne peuvent pas être fermées. Cela signifie que l'utilisation directe de la formule (V. 15) est moins appropriée. Par conséquent, et selon la procédure proposée dans l'article [128], l'amortissement d'hystérésis peut être évalué pour chaque demi-boucle des courbes force-déplacement. Notons bien, que chaque demi-boucle est délimitée par une paire de points des forces nulles (accélérations absolues nulles) et pour chaque demi-boucle, l'énergie dissipée ( $E_d$ ) est calculée en évaluant la surface de la courbe d'hystérésis conduisant à la valeur d'une demi-boucle.

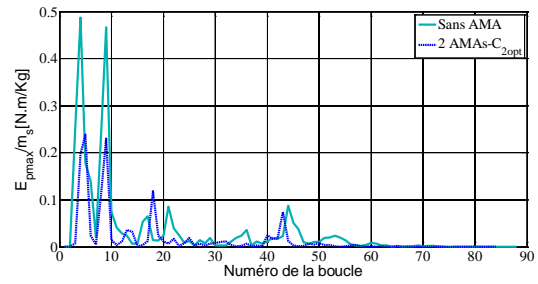
Ainsi, le taux d'amortissement d'hystérésis est calculé en s'appuyant sur l'équation (V. 16) pour chaque demi-boucle.

$$\xi_{hys} = \frac{1}{\pi} \frac{A_{demi-boucle}}{x_{s/pic} m_s \ddot{x}_{a/pic}} \quad (V. 16)$$

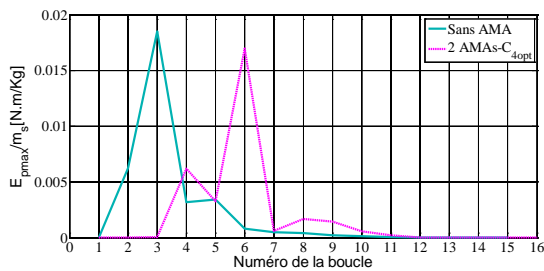
Dans la suite, nous présentons l'évolution des énergies (potentielles et dissipées) associées aux FIG.V. 118, FIG.V. 119, FIG.V. 120 et FIG.V. 121.



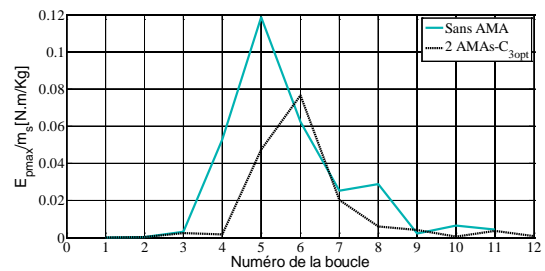
**FIG.V. 123-** Evolution de l'énergie potentielle maximale de la structure principale  $E_{pmax}$  sans AMA et avec 2AMAs ( $C_{1opt}$ ) en fonction de chaque boucle en appliquant le séisme de l'Aquila.



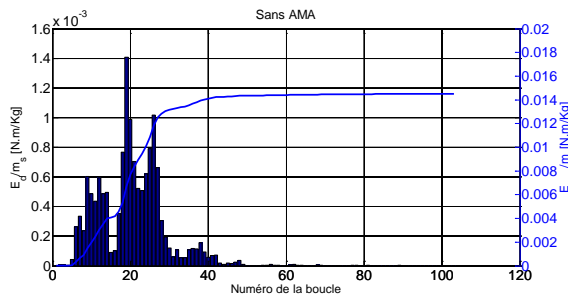
**FIG.V. 124-** Evolution de l'énergie potentielle maximale de la structure principale  $E_{pmax}$  sans AMA et avec 2AMAs ( $C_{2opt}$ ) en fonction de chaque boucle en appliquant le séisme d'El Centro.



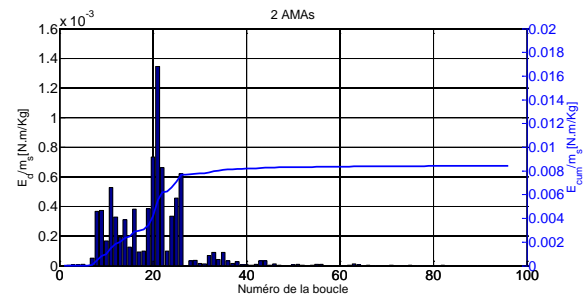
**FIG.V. 125-** Evolution de l'énergie potentielle maximale de la structure principale  $E_{pmax}$  sans AMA et avec 2AMAs ( $C_{4opt}$ ) en fonction de chaque boucle en appliquant le séisme de Kobe.



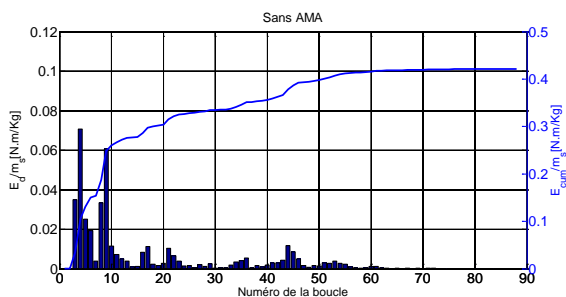
**FIG.V. 126-** Evolution de l'énergie potentielle maximale de la structure principale  $E_{pmax}$  sans AMA et avec 2AMAs ( $C_{3opt}$ ) en fonction de chaque boucle en appliquant le séisme de Tabas.



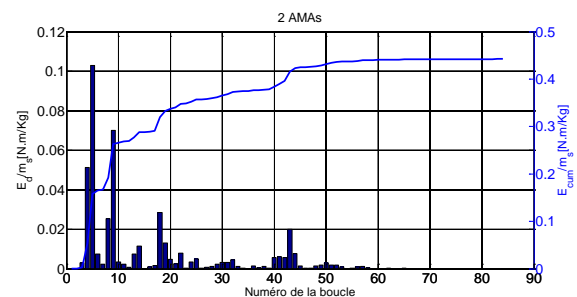
**FIG.V. 127-** L'énergie dissipée  $E_d$  de chaque boucle et l'énergie dissipée cumulée  $E_{cum}$  de la structure principale sans AMA en appliquant le séisme de l'Aquila.



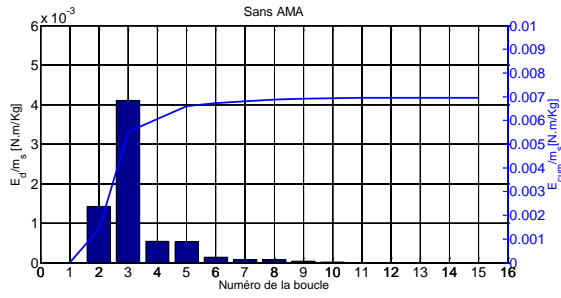
**FIG.V. 128-** L'énergie dissipée  $E_d$  de chaque boucle et l'énergie dissipée cumulée  $E_{cum}$  de la structure principale avec 2 AMAs en appliquant le séisme de l'Aquila.



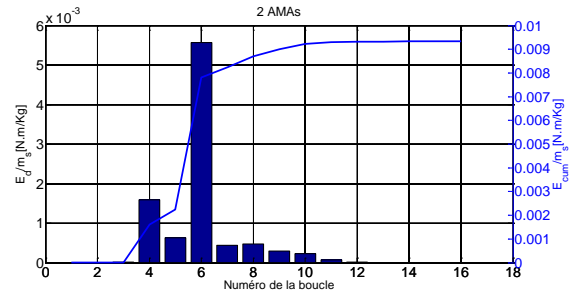
**FIG.V. 129-** L'énergie dissipée  $E_d$  de chaque boucle et l'énergie dissipée cumulée  $E_{cum}$  de la structure principale sans AMA en appliquant le séisme d'El Centro.



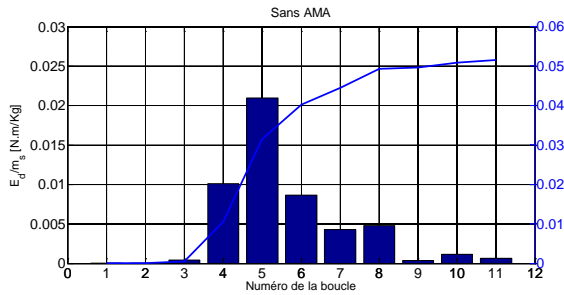
**FIG.V. 130-** L'énergie dissipée  $E_d$  de chaque boucle et l'énergie dissipée cumulée  $E_{cum}$  de la structure principale avec 2 AMAs en appliquant le séisme d'El Centro.



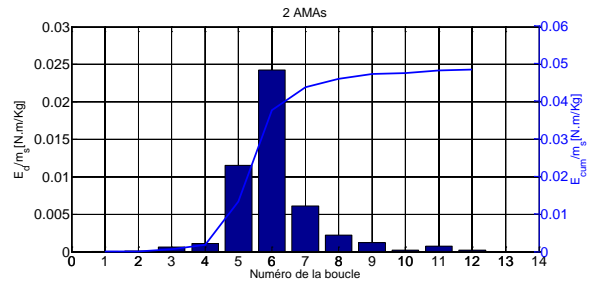
**FIG.V. 131-**L'énergie dissipée  $E_d$  de chaque boucle et l'énergie dissipée cumulée  $E_{cum}$  de la structure principale sans AMA en appliquant le séisme de Kobe.



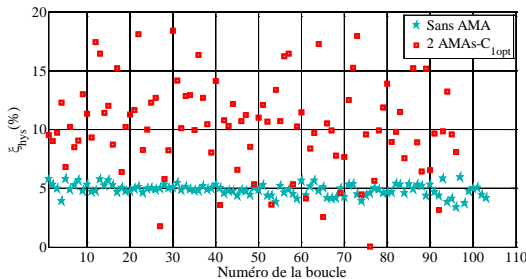
**FIG.V. 132-**L'énergie dissipée  $E_d$  de chaque boucle et l'énergie dissipée cumulée  $E_{cum}$  de la structure principale avec 2 AMAs en appliquant le séisme de Kobe.



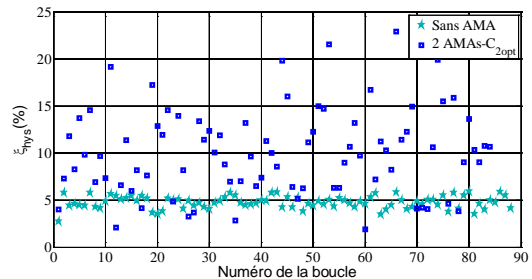
**FIG.V. 133-**L'énergie dissipée  $E_d$  de chaque boucle et l'énergie dissipée cumulée  $E_{cum}$  de la structure principale sans AMA en appliquant le séisme de Tabas.



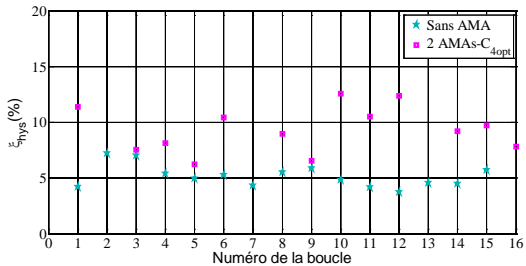
**FIG.V. 134-**L'énergie dissipée  $E_d$  de chaque boucle et l'énergie dissipée cumulée  $E_{cum}$  de la structure principale avec 2 AMAs en appliquant le séisme de Tabas.



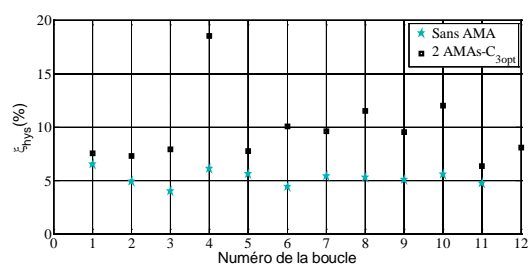
**FIG.V. 135-**Evolution du taux d'amortissement d'hystérésis  $\xi_{hys}$  sans AMA et avec 2AMAs ( $C_{1opt}$ ) en fonction de chaque boucle en appliquant le séisme de l'Aquila.



**FIG.V. 136-**Evolution du taux d'amortissement d'hystérésis  $\xi_{hys}$  sans AMA et avec 2AMAs ( $C_{2opt}$ ) en fonction de chaque boucle en appliquant le séisme d'El Centro.



**FIG.V. 137-** Evolution du taux d'amortissement d'hystérésis  $\xi_{hys}$  sans AMA et avec 2AMAs ( $C_{4opt}$ ) en fonction de chaque boucle en appliquant le séisme de Kobe.



**FIG.V. 138-** Evolution du taux d'amortissement d'hystérésis  $\xi_{hys}$  sans AMA et avec 2AMAs ( $C_{3opt}$ ) en fonction de chaque boucle en appliquant le séisme de Tabas.

Le taux d'amortissement d'hystérésis moyen  $\xi_{hysmoy}$  est la valeur moyenne des taux d'amortissement des différentes boucles d'hystérésis.

Le Tableau.V. 6 montre les valeurs que nous avons calculées pour évaluer les taux d'amortissement moyen des différents diagrammes d'hystérésis. Ceci concerne une structure non contrôlée et une autre contrôlée par 2 AMAs. Pour ce faire nous avons adopté les différents critères numériques optimisés.

$\xi_{hysmoy}$					
Séismes	Sans AMA	2 AMAs ( $C_{1opt}$ )	2 AMAs ( $C_{2opt}$ )	2 AMAs ( $C_{3opt}$ )	2 AMAs ( $C_{4opt}$ )
<b>Aquila</b>	0.0486	0.1034	0.1086	0.0924	0.0929
<b>El Centro</b>	0.0478	0.1025	0.1008	0.0925	0.0921
<b>Kobe</b>	0.0517	0.1148	0.1165	0.1093	0.1147
<b>Tabas</b>	0.0523	0.1125	0.1108	0.0968	0.0957

**Tableau.V. 6-** Calcul du taux d'amortissement d'hystérésis  $\xi_{hysmoy}$  pour les 4 séismes sans AMAs et avec 2 AMAs (en appliquant les 4 critères d'optimisation numérique).

D'après le Tableau.V. 6, nous remarquons que le taux d'amortissement moyen est très important dans le cas où la structure principale est équipée par 2 AMAs. Cela veut dire que les 2 AMAs sont efficaces de sorte à être capables d'amortir l'énergie emmagasinée dans la structure principale. Nous remarquons que la surface de l'hystérésis, dans le cas où nous appliquons 2 AMAs, ne change pas significativement en le comparant à la surface d'une hystérésis sans AMA tandis que l'énergie potentielle maximale est atténuée plus fortement à cause de la présence des AMAs. L'énergie dissipée cumulée permet de mesurer la capacité des AMAs à dissiper l'énergie emmagasinée dans la structure principale, tandis que la détermination du taux d'amortissement d'hystérésis mesure l'efficacité des AMAs.

Il est clair d'après le Tableau.V. 6, que la valeur du taux d'amortissement moyen correspondant à une structure contrôlée est augmenté d'une façon importante en la comparant à celle d'une structure non contrôlée. Cette augmentation est plus persistante surtout en appliquant les critères d'optimisation fréquentiels.

## V. 5 Conclusion

Le but de ce chapitre est la conception optimale de plusieurs AMAs contrôlant une structure principale à 1ddl à travers différents critères d'optimisation.

Dans une première étape, une étude paramétrique a consisté à déterminer la variation des valeurs de chaque critère d'optimisation à l'optimum en fonction du rapport de la masse totale des AMAs. Pour chaque nombre d'AMAs fixé, nous avons remarqué qu'en augmentant un tel rapport, le critère  $C_{1opt}$  ne présente pas une allure décroissante monotone dans la mesure où il diminue puis augmente légèrement. Pour le critère  $C_{2opt}$ , nous pouvons obtenir sa réduction en augmentant le rapport de la masse totale des AMAs. Par contre, l'allure des valeurs des critères des pôles à l'optimum présentent plusieurs irrégularités.

Nous avons également étudié l'évolution des valeurs de chaque critère d'optimisation à l'optimum en faisant varier le taux d'amortissement de la structure principale. Nous avons conclu que les valeurs des critères d'optimisation fréquentiels à l'optimum augmentent lorsque le taux d'amortissement de la structure principale  $\xi_s$  augmente. Nous avons constaté aussi pour des valeurs faibles des  $\xi_s$ , que le facteur d'amplification dynamique maximal avec

le modèle optimisé suivant le critère  $C_{1opt}$  diminue d'une manière importante lorsque le nombre d'AMAs augmente. Cette constatation est très visible lorsque nous passons d'un seul AMA à 2 AMAs. Cependant pour une valeur de  $\xi_s$  qui varie dans un intervalle de 0 à 5%, le critère  $C_{2opt}$  n'est pas apparu sensible à l'augmentation du nombre des AMAs.

Dans une deuxième étape, une analyse fréquentielle nous a permis d'étudier le comportement du facteur d'amplification dynamique de chaque modèle optimisé lorsque nous augmentons le nombre des AMAs. Nous avons constaté que les critères fréquents conduisent à une allure qui dépend fortement du nombre d'AMAs. Ainsi, lors de l'utilisation de  $p$  AMAs, nous avons constaté l'apparition de  $p+1$  pics locaux. Cela est expliqué notamment par les valeurs faibles des taux d'amortissement des AMAs. Nous avons remarqué aussi que l'augmentation du nombre d'AMAs joue un rôle prépondérant dans la réduction du facteur de l'amplification dynamique. Cependant, l'application des critères des pôles favorisent la disparition des pics secondaires. Ceci est dû aux valeurs élevées des taux d'amortissement des AMAs.

Par ailleurs, nous avons tenu compte de la sensibilité des critères par rapport aux incertitudes des paramètres optimisés des AMAs et avons analysé les risques inhérents à de telles erreurs lors d'une mauvaise conception. Cette étude nous a permis, d'une part, de déterminer les paramètres les plus influents sur la variation des critères en termes d'erreurs relatives, et d'autre part, de mettre en évidence le critère le plus fiable et le moins sensible à ces erreurs. A titre d'exemple, en appliquant un seul AMA à la structure principale, nous avons conclu que les critères fréquents sont d'autant plus sensibles à la variation de la rigidité qu'à la variation de l'amortissement. En revanche, les critères des pôles sont sensibles simultanément à la variation de la rigidité et à celle de l'amortissement. Nous avons également constaté que l'adoption de l'optimisation des critères des pôles entraîne l'apparition de minimums locaux qui indiquent l'existence de risques d'une mauvaise conception du système de contrôle.

A la fin de chapitre, une analyse temporelle a été envisagée à travers l'application de quatre différents séismes sur les modèles optimisés. En effet, l'étude comparative des structures conçues avec et sans AMAs et soumises à des excitations sismiques, en appliquant plusieurs AMAs, nous a permis de conclure que :

- ✓ L'incorporation des AMAs dans une structure (1 à 6 AMAs), permet de réduire les déplacements maximaux, les accélérations absolues, les déplacements moyens et les accélérations absolues moyennes de la structure principale.
- ✓ L'augmentation du nombre d'AMAs n'a pas une grande influence sur la performance en terme de capacité de réduction des réponses. Par contre, un nombre élevé d'AMAs présente un faible encombrement d'espace offrant ainsi un grand avantage en termes de facilité et souplesse d'installation. Un deuxième avantage lié à l'augmentation du nombre d'AMAs réside surtout dans la robustesse des critères lors du changement de la fréquence de la structure principale.
- ✓ En choisissant un modèle optimisé et en fixant le nombre des AMAs, nous constatons que les 4 indices de performances normalisées dépendent fortement des caractéristiques sismiques des tremblements de terre (tel que  $PGA$ , la magnitude et le contenu fréquentiel du signal sismique). Il est apparu clairement que la réduction maximale des différentes réponses de la structure principale a été obtenue lorsque la structure est soumise à l'excitation de l'Aquila. En revanche, pour la structure soumise au séisme de Kobe, la fréquence de la structure principale est loin des fréquences prédominantes dans le contenu fréquentiel de ce séisme et cela justifie que la réduction des réponses sismiques avec les AMAs apparaisse très faible.

- ✓ Pour chaque séisme, nous avons évalué l'efficacité des AMAs à travers la détermination de la valeur moyenne du taux d'amortissement d'hystérésis  $\xi_{hysmoy}$ . Pour cela, nous avons tracé les diagrammes d'hystérésis correspondant à la structure principale sans AMA et avec 2 AMAs. Nous avons remarqué que la valeur de  $\xi_{hysmoy}$  pour une structure contrôlée est plus élevée en la comparant à celle d'une structure non contrôlée. Ainsi, les AMAs sont capables d'amortir l'énergie emmagasinée dans la structure principale. Nous avons également constaté que la dissipation de l'énergie emmagasinée dans la structure principale est probante en appliquant les modèles optimisés suivant les critères fréquentiels.



---

# Conception de plusieurs AMAs appliqués à une structure à NDDL

---

## Résumé

Ce chapitre est consacré à la conception et à l'optimisation de  $p$  AMAs placés en parallèle, et ce, dans le cas où nous contrôlons un système principal à Nddl.

Dans la première partie de ce chapitre, nous nous intéresserons à l'étude de la structure principale seule. Le but est de déterminer les paramètres dynamiques afin d'évaluer la contribution de chaque mode dans la structure principale, et ce, quand elle est soumise à une direction spécifique de l'accélération du sol.

Une seconde partie traite du choix du critère numérique et au placement des AMAs. Ce critère dépend des étages les plus sensibles aux modes de vibration qui ont une masse effective importante. Ensuite, nous nous intéresserons à la conception d'un seul AMA à travers les méthodes d'optimisation rencontrées dans la littérature et sur la base du critère d'optimisation numérique que nous aurons choisi. Les méthodes évoquées dans la littérature sont fondées sur l'accord de la fréquence de l'AMA à celle du mode que nous voulons le contrôler. Par contre, l'avantage du critère d'optimisation numérique est de pouvoir tenir compte des modes élevés de la structure principale. La performance des modèles optimisés (méthodes de la littérature + critère numérique retenu) a été évaluée sous l'application des quatre séismes réels.

Enfin, nous chercherons à évaluer l'effet du nombre des AMAs. Nous déterminerons les paramètres optimisés des AMAs à partir du critère d'optimisation numérique retenu. Dans cette étude nous supposons que les masses des AMAs sont identiques et que le rapport de la masse totale des AMAs est le même. Ainsi, pour chaque nombre fixé des AMAs, les  $2p$  paramètres physiques (tels que les rigidités et les coefficients des taux d'amortissement) sont estimés. Une étude comparative a été également élaborée pour le cas où nous appliquons les quatre séismes réels sur les systèmes obtenus avec les paramètres optimisés.

**Sommaire**

---

VI. 1	Introduction .....	211
VI. 2	Etude de la structure principale .....	211
VI. 3	Choix du critère numérique optimal et problème de la localisation des AMAs ....	213
VI. 4	Etude d'un seul AMA appliqué à un système principal à Nddl .....	215
VI. 4.1	Optimisation des paramètres d'un seul AMA en appliquant l'approche modale .....	215
VI. 4.2	Optimisation des paramètres d'un seul AMA en appliquant l'approche globale .....	217
VI. 4.3	La performance d'un seul AMA optimal sous l'application des différents séismes .....	217
VI. 5	Etude des AMAs appliqués à un système principal à Nddl .....	221
VI. 5.1	Conception des AMAs en appliquant le critère d'optimisation numérique pour $\mu_{tot}=2\%$ .....	221
VI. 5.2	Effet du rapport de la masse totale des AMAs .....	227
VI. 6	Conclusion .....	229

---

## VI. 1 Introduction

Ce chapitre est consacré à la conception et à l'optimisation de  $p$  AMAs placés en parallèle, dans le cas où nous contrôlons un système principal à Nddl.

Dans un premier temps, une analyse modale de la structure principale, considérée seule, a été réalisée. Le but est d'estimer la contribution de chaque mode dans la réponse totale de la structure principale, et ce, quand elle est soumise à une direction spécifique de l'accélération du sol. Cette étude nous permet de choisir le critère d'optimisation numérique.

Dans un deuxième temps, nous traitons le cas d'une structure équipée seulement par un seul AMA. En fixant la masse de l'AMA, nous déterminons les paramètres physiques optimisés tels que les rigidités et les coefficients d'amortissement de l'AMA.

Les paramètres optimisés sont calculés à travers l'application des méthodes rencontrées dans la littérature, d'une part, et le critère d'optimisation numérique que nous avons choisi, d'autre part.

En effet, les paramètres analytiques optimisés obtenus dans la littérature pour un seul AMA sont généralisés dans le cas Nddl après transformation modale. Dans ce cas, la conception de l'AMA, est fondée sur l'accord de la fréquence de l'AMA à un mode spécifié que nous décidons de contrôler.

Cette procédure présente des limitations puisque la plupart des formes analytiques obtenues dans la littérature se présentent sous forme d'approximations, surtout en ce qui concerne l'amortissement introduit dans la structure principale de manière forfaitaire et de plus, le mode que nous devons contrôler, doit être décidé à l'avance.

Par contre, l'avantage d'utiliser le critère d'optimisation numérique est de pouvoir tenir compte des modes élevés de la structure principale. A noter que ce critère reste également valable pour n'importe quel nombre d'AMAs, ce qui représente un avantage supplémentaire.

Ensuite, nous allons tester l'efficacité d'un seul AMA optimisé afin d'atténuer les réponses temporelles des différents étages de la structure principale en appliquant les quatre séismes réels.

Nous nous intéressons également à l'effet du nombre des AMAs sur l'évolution des valeurs critère numérique à l'optimum. Par ailleurs, nous allons tracer les allures de la fonction de transfert définie par la transformée de Fourier du déplacement du dernier étage de la structure principale divisée par la transformée de Fourier de l'excitation sur la base.

Nous cherchons aussi à évaluer pour chaque nombre fixé des AMAs, l'efficacité des AMAs optimisés lorsque la structure principale est soumise à une excitation sismique.

## VI. 2 Etude de la structure principale

Le choix du nombre des modes présente un grand intérêt dans l'étude dynamique. Nous savons que ce nombre dépend, non seulement de la structure mais également de la direction de l'excitation. En effet, des paramètres dynamiques ont été introduits pour estimer la contribution de chaque mode au niveau de la réponse totale de la structure quand elle est soumise à une direction spécifique de l'accélération du sol.

Nous introduisons le facteur de participation modal pour un mode  $i$  à l'aide de l'expression suivante [129] :

$$\Gamma_{ie}^* = \frac{(\phi_i^T \mathbf{M}_s \mathbf{e})}{\phi_i^T \mathbf{M}_s \phi_i} = \frac{\sum_{j=1}^N M_j \phi_{ij}}{m_i^*} \quad (\text{VI. 1})$$

$\mathbf{e}$  est un vecteur unitaire formé de 1

$\mathbf{M}_s$  est la matrice de masse de la structure principale

$M_j$  est la masse de l'étage  $j$  de la structure principale.

$\phi_i$  est le vecteur modal (mode propre vibratoire correspondant à la fréquence vibratoire  $f_i$ ).

$\phi_{ij}$  est l'élément de  $\phi_i$  correspondant au  $j^{\text{ème}}$  variable.

$m_i^*$  est la masse modale du  $i^{\text{ème}}$  mode de la structure principale.

Le facteur de participation modal dépend de la méthode de normalisation du mode de vibration  $\phi_i$ . La magnitude de ce facteur de participation diminue en augmentant le nombre de modes. La normalisation n'a pas d'influence sur les réponses géométriques. Ce sont seulement les amplitudes modales qui sont affectées par le choix de la méthode de normalisation.

Nous définissons les masses modales effectives dans la direction du séisme  $\mathbf{e}$  par l'expression suivante [129]:

$$m_{\phi_i, \mathbf{e}} = \frac{(\phi_i^T \mathbf{M}_s \mathbf{e})^2}{\phi_i^T \mathbf{M}_s \phi_i} = \frac{(\sum_{j=1}^N M_j \phi_{ij})^2}{m_i^*} \quad (\text{VI. 2})$$

En effet, les modes qui ont des masses effectives élevées peuvent être facilement excités par l'excitation de la base.

La somme des masses modales effectives dans une direction  $\mathbf{e}$  est égale à la masse totale de la structure principale. Ce qui s'écrit comme suit :

$$M_{tot} = \sum_{i=1}^N \frac{(\phi_i^T \mathbf{M}_s \mathbf{e})^2}{m_i^*} = \sum_{i=1}^N m_{\phi_i, \mathbf{e}} \quad (\text{VI. 3})$$

Où  $N$  est le nombre total de modes associés au problème.

Nous considérons dans notre exemple une structure principale à 10 degrés de liberté représentée dans le tableau suivant. La matrice d'amortissement est proportionnelle à la matrice de la rigidité tel que  $\mathbf{C}_s = a_1 \times \mathbf{K}_s$  où  $a_1 = \frac{2 \times \xi_1^*}{\omega_1}$ . Nous supposons également que le

taux d'amortissement du 1<sup>er</sup> mode est fixé à 0.2 %

Etage	Masse (Tonnes) $M_j$	Rigidité (kN/m) $K_j$	Coefficient d'amortissement $C_j$ kN/(m/s)
1	572.9	6010587.5	2034.7
2	572.9	6010587.5	2034.7
3	572.9	5018724.2	1698.9
4	572.9	5018724.2	1698.9
5	572.9	3048724.2	1032
6	572.9	3048724.2	1032
7	572.9	2048724.2	693.52
8	572.9	2048724.2	693.52
9	572.9	848724.2	287.31
10	572.9	492724.2	166.79

Tableau.VI. 1- Caractéristiques de la structure principale.

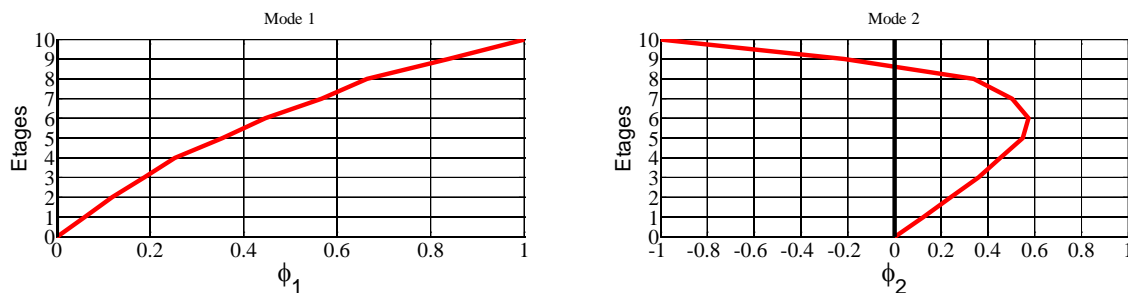
Numéro du mode (i)	$f_i$ (Hz)	$\omega_j$ (rd/s)	Facteur de participation dynamique	Masse effective $\times 10^6$ (Kg)	Masses cumulées $\times 10^6$ (Kg)	Rapport de la masse effective (%)	Rapport des masses cumulées (%)
1	1.88	11.82	1.5445	3.9725	3.9725	69.3395	69.3395
2	4.13	25.98	0.7858	0.8685	4.8409	15.1593	84.4988
3	6.64	41.72	-0.3595	0.3999	5.2408	6.9803	91.4791
4	8.84	55.54	0.3489	0.1524	5.3933	2.6606	94.1397
5	11.43	71.83	-0.2496	0.1343	5.5276	2.3442	96.4839
6	15.18	95.42	0.1811	0.0719	5.5995	1.2552	97.7391
7	17.37	109.17	-0.1712	0.0626	5.6621	1.0924	98.8315
8	20.51	128.90	0.1238	0.0222	5.6843	0.3877	99.2192
9	24.86	156.18	-0.1314	0.0291	5.7133	0.5071	99.7263
10	29.33	184.29	-0.1096	0.0157	5.7290	0.2737	100

Tableau.VI. 2-Propriétés dynamique de la structure principale.

### VI. 3 Choix du critère numérique d'optimisation et problème de la localisation des AMAs

Lors de l'étude d'une sollicitation sismique d'une structure appliquée dans une direction  $e$  par une méthode modale, nous devons conserver les modes de vibration qui ont une masse effective importante. Nous considérons par ailleurs, que nous avons une bonne représentation modale lorsque le rapport de masses modales cumulées est supérieur ou égale à 90 % [129].

En effet, et d'après Tableau.VI. 2, nous nous sommes intéressés uniquement aux trois premiers modes. Les allures relatives aux trois premiers modes de vibration sont illustrées respectivement par les figures suivantes.



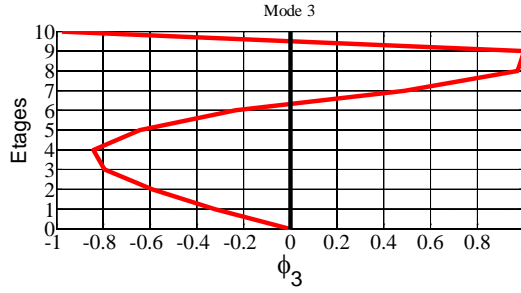


FIG. VI. 1-Les allures des trois premiers modes de vibration.

Il est clair que l'étage n° 10 est celui le plus sensible aux deux premiers modes, tandis que l'étage n° 9 est le plus sensible au 3<sup>ème</sup> mode. Nous remarquons par ailleurs, que les valeurs des éléments de  $\phi_3$ , correspondants respectivement au 9<sup>ème</sup> variable et au 10<sup>ème</sup> variable, sont très proches. Ainsi, nous choisissons un critère qui tient compte seulement du dernier étage. Il suffit également de placer les AMAs sur le dernier étage puisque cet étage est sensible aux 3 premiers modes.

Ensuite, nous présentons le critère numérique normalisé qui est retenu pour la minimisation. Ce critère utilise la norme  $L_2$  ( $[\omega_1, \omega_2]$ ) fondée sur la racine carrée de l'intégrale du module de la fonction de transfert au carré effectuée sur l'intervalle  $[\omega_1, \omega_2]$ . Cette norme traduit une énergie répartie sur toutes les fréquences. Nous supposons pour ce critère que l'excitation est appliquée sur la base et qu'elle est de nature bruit blanc, signifiant ainsi, que la densité spectrale de l'énergie est la même pour toutes les fréquences.

Nous définissons le critère par l'expression suivante :

$$C_2(k_{Nl_N}, c_{Nl_N}) = \frac{\left\| \frac{\hat{x}_N}{\hat{x}_g}(\omega) \right\|_2}{\left\| \frac{\hat{x}_{0N}}{\hat{x}_g}(\omega) \right\|_2} = \frac{\sqrt{\int_{\omega_1}^{\omega_2} \left| \frac{\hat{x}_N}{\hat{x}_g}(\omega) \right|^2 d\omega}}{\sqrt{\int_{\omega_1}^{\omega_2} \left| \frac{\hat{x}_{0N}}{\hat{x}_g}(\omega) \right|^2 d\omega}} \quad (\text{VI. 4})$$

Où  $k_{Nl_N}$  et  $c_{Nl_N}$  sont respectivement la rigidité et l'amortissement du  $l_N$ <sup>ème</sup> AMA placé sur l'étage  $N$ .

$l_N$  indique le numéro de l'AMA placé sur l'étage  $N$

$\left| \frac{\hat{x}_N}{\hat{x}_g}(\omega) \right|$  est le module de la fonction de transfert  $H_{\hat{x}_N/\hat{x}_g}(\omega)$  définie par le rapport de la transformée de Fourier du déplacement relatif de l'étage  $N$  de la structure principale avec AMA divisé par celui de l'excitation à la base.

$\left| \frac{\hat{x}_{0N}}{\hat{x}_g}(\omega) \right|$  est le module de la fonction de transfert  $H_{\hat{x}_{0N}/\hat{x}_g}(\omega)$  définie par le rapport de la transformée de Fourier du déplacement relatif de l'étage  $N$  de la structure principale sans AMA divisé par celui de l'excitation à la base

## VI. 4 Etude d'un seul AMA appliqué à un système principal à Nddl

Dans cette partie, notre objectif est de comparer les méthodes rencontrées dans la littérature ainsi que celle qui nous a permis de concevoir le critère d'optimisation numérique  $C_{2opt}$ . Par ailleurs, nous limitons à appliquer un seul AMA pour que nous puissions comparer le critère numérique avec ceux considérés dans les méthodes rencontrées dans la littérature.

En appliquant les méthodes de la littérature, la conception de l'AMA est fondée sur l'accord de la fréquence de l'AMA à la fréquence du mode que nous voulons contrôler. Par contre, la conception par le critère d'optimisation numérique est de nature globale et permet de minimiser la réponse totale. D'où l'intérêt de cette méthode puisqu'elle tient compte d'un nombre de modes élevé.

### VI. 4.1 Optimisation des paramètres d'un seul AMA en appliquant l'approche modale

Dans le cas où nous voulons contrôler un seul mode et pour utiliser les formules analytiques déduites dans le cas à 1 dll tout en les généralisant au cas Nddl, nous proposons de suivre cette démarche.

Comme nous l'avons évoqué dans le chapitre 2, lorsque la réponse du mode 1 est dominante, et dans le but de contrôler la réponse de  $x_{10}$  due au mode 1, nous introduisons

$$\text{l'approximation } q_1 = \frac{x_{10}}{\phi_{10}}$$

Par la suite nous obtenons le système équivalent à 1ddl suivant, considéré dans le cas d'une structure à Nddl contrôlée par un seul AMA qui est déduit du chapitre 2.

$$\left\{ \begin{array}{l} m_{ie}^* \ddot{x}_N(t) + c_{ie}^* \dot{x}_N(t) + k_{ie}^* x_N(t) = f_{ie}^*(t) - m_{ie}^* \Gamma_{ie}^* \ddot{x}_g(t) + \{c_{101}(\dot{x}_{101}(t) - \dot{x}_{10}(t)) + k_{101}(x_{101}(t) - x_{10}(t))\} \\ m_{101} \ddot{x}_{101}(t) + c_{101}(\dot{x}_{101}(t) - \dot{x}_N(t)) + k_{101}(x_{101}(t) - x_N(t)) = -m_{101} \ddot{x}_g \quad l_{10} = 1 \end{array} \right. \quad (\text{VI. 5})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} m_{ie}^* = \frac{m_i^*}{\phi_{iN}^2} = \frac{\phi_i^T \mathbf{M}_s \phi_i}{\phi_{iN}^2} \\ c_{ie}^* = \frac{c_i^*}{\phi_{iN}^2} = \frac{\phi_i^T \mathbf{C}_s \phi_i}{\phi_{iN}^2} \\ k_{ie}^* = \frac{k_i^*}{\phi_{iN}^2} = \frac{\phi_i^T \mathbf{K}_s \phi_i}{\phi_{iN}^2} = \omega_i^2 m_{ie}^* \\ f_{ie}^*(t) = \frac{\phi_i^T \mathbf{f}_1(t)}{\phi_{iN}} \\ p_{ie}^*(t) = -\frac{\phi_i^T \mathbf{M}_s \mathbf{e}_1 \ddot{x}_g(t)}{\phi_{iN}} \end{array} \right.$$

Selon Soong et Dargush [6], les formules de Den Hartog et Warburton, déduites dans le cas 1ddl, peuvent être généralisées dans le cas Nddl, et ce, après la transformation modale et dans

le but de contrôler un seul mode de la structure principale. Dans ce cas, il suffit de normaliser le vecteur modal du 1<sup>er</sup> mode où l'AMA est placé ( $\phi_{110} = 1$ ).

Nous normalisons le vecteur du 1<sup>er</sup> mode de telle sorte que la valeur de la composante du 1<sup>er</sup> mode de la vibration où l'AMA est placé, soit unitaire  $\phi_{110} = 1$

$$\phi_1^T = [0.0597 \quad 0.1187 \quad 0.1874 \quad 0.2531 \quad 0.3547 \quad 0.4469 \quad 0.5668 \quad 0.6645 \quad 0.8377 \quad 1]$$

D'où la masse modale du 1<sup>er</sup> mode :

$$m_1^* = \phi_1^T \mathbf{M}_s \phi_1 = 1.6653 \times 10^6 \text{ Kg}$$

Et le rapport de la masse modale est :

$$\mu_{101}^* = \frac{m_{101}}{m_1^*} = \frac{\mu_{tot} \times M_{tot}}{m_1^*} = 0.0688$$

$$\beta_{101} = \frac{1}{1 + \mu_{101}^*} = 0.9356$$

$$k_{101} = m_{101} \omega_{101}^2 = m_{101} (\beta_{101} \omega_1)^2 = 1.4005 \times 10^7 \text{ (N / m)}$$

$$\xi_{101} = \sqrt{\frac{3\mu_{101}^*}{8(1 + \mu_{101}^*)}} = 0.1554$$

$$c_{101} = 2 \times m_{101} \times \beta_{101} \times \omega_1 \times \xi_{101} = 3.9364 \times 10^5 \text{ N / (m / s)}$$

De la même manière, le modèle équivalent à 1ddl est utilisé pour déterminer les paramètres optimisés de l'AMA. En effet nous trouvons les valeurs suivantes :

$$\beta_{101} = \frac{1}{1 + \mu_{101}^*} \sqrt{1 - \frac{\mu_{101}^*}{2}} = 0.9194 \quad ; \quad \xi_{101} = \sqrt{\frac{\mu_{101}^* (1 - \frac{\mu_{101}^*}{4})}{4(1 + \mu_{101}^*) (1 - \frac{\mu_{101}^*}{2})}} = 0.1280$$

$$k_{101} = 1.3523 \times 10^7 \text{ (N / m)} \quad ; \quad c_{101} = 3.1863 \times 10^5 \text{ N / (m / s)}$$

Toutefois, Sadek a proposé de modifier le vecteur modal du 1<sup>er</sup> mode de sorte que le facteur de participation dynamique soit unitaire ( $\Gamma_{ie}^* = 1$ )

$$\phi_1^T = [0.0923 \quad 0.1833 \quad 0.2895 \quad 0.3910 \quad 0.5478 \quad 0.6903 \quad 0.8754 \quad 1.0262 \quad 1.2937 \quad 1.5445]$$

$$\phi_{110} = 1.5445$$

$$m_1^* = \phi_1^T \mathbf{M}_s \phi_1 = 3.9725 \times 10^6 \text{ Kg}$$

$$\mu_{101}^* = \frac{m_{101}}{m_1^*} = \frac{\mu_{tot} \times M_{tot}}{m_1^*} = 0.0288$$

$$\beta_{101} = \frac{1}{1 + \mu_{101}^* \phi_{110}} (1 - \xi_{10}^* \sqrt{\frac{\mu_{101}^* \phi_{110}}{1 + \mu_{101}^* \phi_{110}}}) = 0.9570 \quad ; \quad \xi_{101} = \phi_{ij} \left( \frac{\xi_{10}^*}{1 + \mu_{101}^*} + \sqrt{\frac{\mu_{101}^*}{1 + \mu_{101}^*}} \right) = 0.2616$$

$$k_{101} = 1.4651 \times 10^7 \text{ (N / m)} \quad ; \quad c_{101} = 6.7789 \times 10^5 \text{ N / (m / s)}$$



## VI. 4.2 Optimisation des paramètres d'un seul AMA en appliquant l'approche globale

Comme nous avons vu dans le paragraphe (VI.4.1), il est plus simple de considérer un seul mode de la structure principale. Dans ce cas, le système à Nddl est converti à un système à Iddl, et ce, en considérant la fréquence modale que nous devons contrôler. Cela nous permet d'utiliser les paramètres adimensionnels optimisés obtenus dans la littérature après la transformation modale. Cette procédure présente des limitations puisque la plupart des formes analytiques obtenues dans la littérature constituent des approximations. Ceci est d'autant plus vrai dans le cas où l'amortissement est introduit dans la structure principale. De plus, le mode que nous devons contrôler doit être décidé à l'avance.

En revanche, l'avantage d'utiliser le critère d'optimisation numérique, réside dans le fait de pouvoir tenir compte des modes élevés de la structure principale. De plus ce critère est plus général puisque nous pouvons l'appliquer pour n'importe quel nombre d'AMAs.

Dans le Tableau.VI. 3, nous présentons, d'une part, les paramètres physiques de l'AMA obtenus par le critère d'optimisation numérique, et d'autre part, les valeurs issus des formules analytiques, en supposant que la masse de l'AMA est fixée 2 % de la masse totale de la structure principale.

Nous déterminons les paramètres physiques optimisés tels que les rigidités et les coefficients d'amortissement de l'AMA, et ce, selon les contraintes suivantes :

$$\begin{cases} 200 \times 10^4 \text{ N} / m \leq k_{101} \leq 22165 \times 10^4 \text{ N} / m \\ 400 \text{ N} / (m / s) \leq c_{101} \leq 425 \times 10^3 \text{ N} / (m / s) \end{cases}$$

Le critère est minimisé en utilisant la fonction « fminsearchbnd » de MATLAB.

Paramètres	$C_{2opt}$	Den Hartog	Warburton	Sadek
$k_{101} \times 10^4 \text{ N} / m$	1391.5	1400.5	1352.3	1465.1
$c_{101} \times 10^3 \text{ N} / (m / s)$	359.39	393.64	318.63	677.89
$f_{101} (Hz)$	1.75	1.76	1.73	1.8
$\xi_{101}$	0.1423	0.1554	0.1280	0.2616

**Tableau.VI. 3-** Les paramètres physiques optimisés d'un seul AMA en appliquant le critère numérique et les formules analytiques.

## VI. 4.3 La performance d'un seul AMA optimisé sous l'application des différents séismes

Pour évaluer l'efficacité de l'AMA dans la réduction de la vibration due aux différents séismes, la structure est soumise à l'excitation des quatre séismes réels suivants: Aquila, El Centro, Tabas et Kobe.

Les figures suivantes représentent à chaque séisme donné, les réponses temporelles telles que le déplacement maximal, le déplacement quadratique moyen, l'accélération maximale et l'accélération absolue quadratique moyenne de chaque étage de la structure principale, et ce, en appliquant le critère numérique et les méthodes de la littérature.

Il apparait clairement d'après les figures que les réponses de tous les étages sont atténuées.

Nous constatons en appliquant les séismes de l'Aquila, El Centro et Tabas que la réduction du déplacement moyen est plus importante en utilisant le critère  $C_{2opt}$  et Warburton. Pour le séisme de Kobe et d'après FIG.VI. 16, il apparait que le critère Sadek est le plus performant dans la réduction de la plupart des étages.

Nous nous intéressons à cette étape à l'accélération moyenne de chaque étage. En appliquant le séisme de l'Aquila, le critère  $C_{2opt}$  apparait plus efficace pour les derniers étages et celui de Sadek apparait adéquat pour les premiers étages. En appliquant les séismes de Tabas et Kobe, il apparait clairement que Sadek permet une meilleure réduction pour tous les étages.

Pour l'accélération absolue maximale, et malgré qu'il y ait une réduction pour les 3 premiers séismes en appliquant toutes les méthodes, il apparait en appliquant le séisme de Kobe que l'AMA n'est pas capable à réduire les accélérations absolues maximales de tous les étages à cause du contenu fréquentiel de ce séisme.

Pour les déplacements maximaux, et lorsque la structure principale est soumise aux trois séismes : l'Aquila, El Centro et Tabas, la réduction est plus efficace en appliquant Warburton. En revanche, lorsque la structure est soumise au séisme Kobe, la réduction est plus importante en appliquant le critère de Sadek.

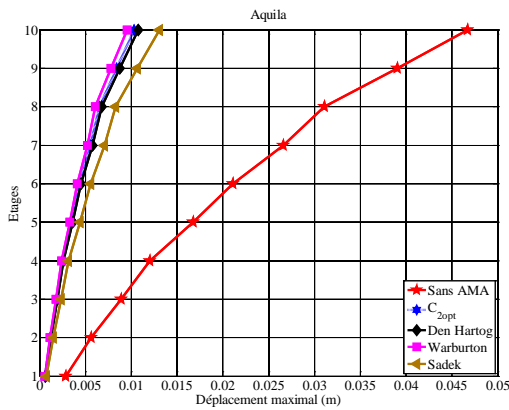


FIG.VI. 2- Déplacement maximal pour les différents étages en appliquant le séisme de l'Aquila.

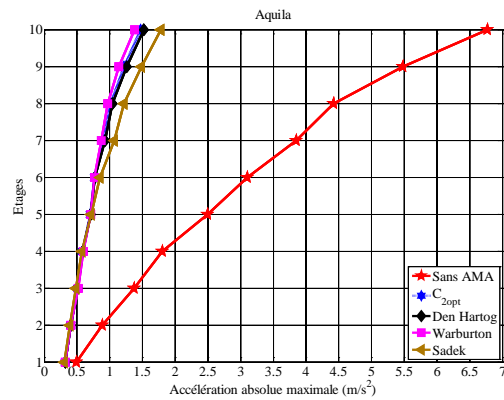


FIG.VI. 3- Accélération maximale absolue pour les différents étages en appliquant le séisme de l'Aquila.

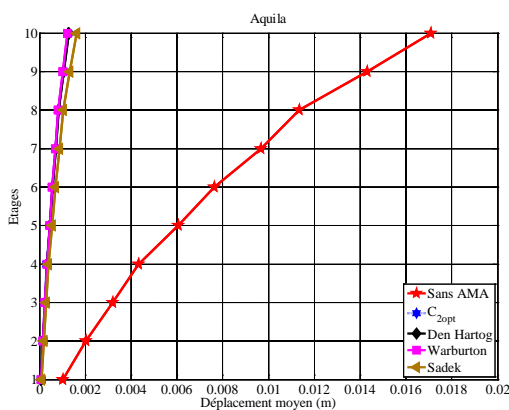


FIG.VI. 4- Déplacement quadratique moyen pour les différents étages en appliquant le séisme de l'Aquila.

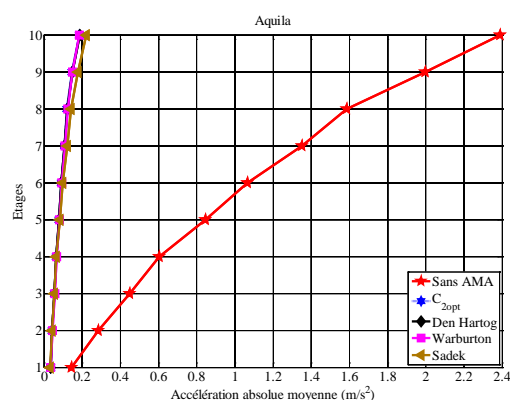


FIG.VI. 5- Accélération quadratique moyenne pour les différents étages en appliquant le séisme de l'Aquila.

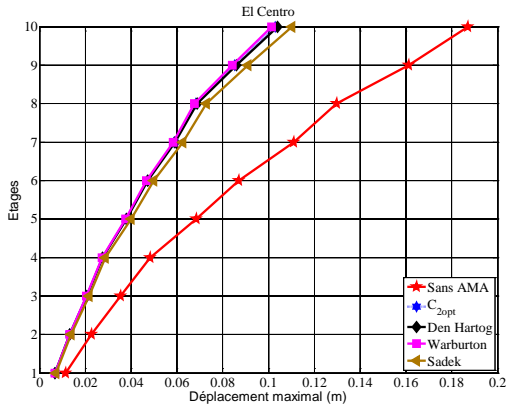


FIG.VI. 6- Déplacement maximal pour les différents étages en appliquant le séisme d'El Centro.

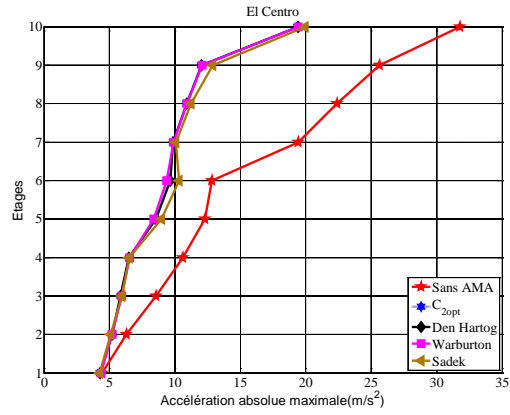


FIG.VI. 7- Accélération maximale absolue pour les différents étages en appliquant le séisme d'El Centro.

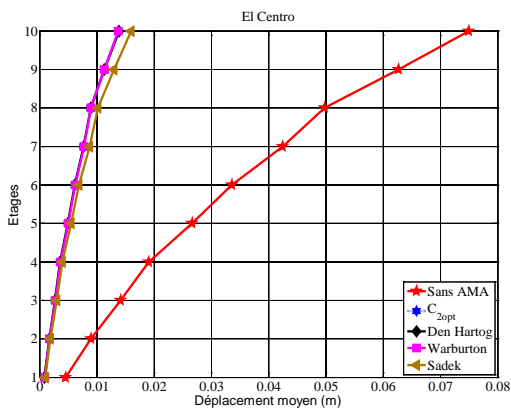


FIG.VI. 8- Déplacement quadratique moyen pour les différents étages en appliquant le séisme d'El Centro.

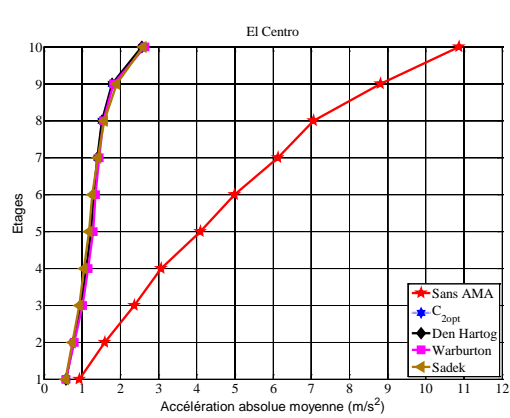


FIG.VI. 9- Accélération quadratique moyenne pour les différents étages en appliquant le séisme d'El Centro.

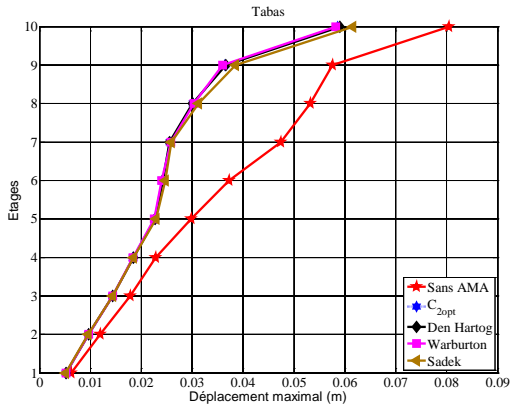


FIG.VI. 10- Déplacement maximal pour les différents étages en appliquant le séisme de Tabas.

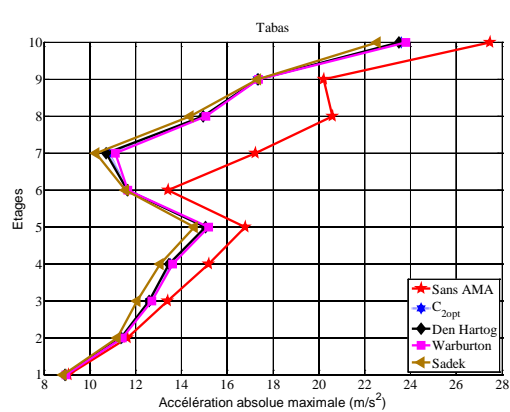


FIG.VI. 11- Accélération maximale absolue pour les différents étages en appliquant le séisme de Tabas.

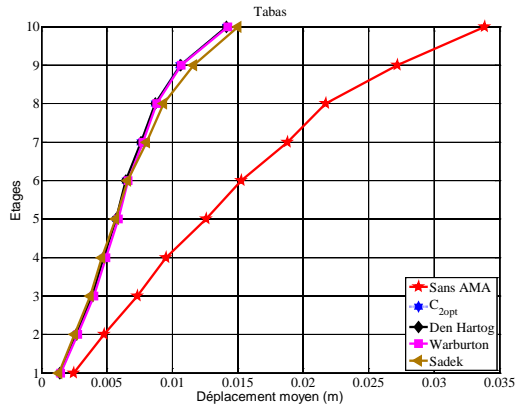


FIG.VI. 12-Déplacement quadratique moyen pour les différents étages en appliquant le séisme de Tabas.

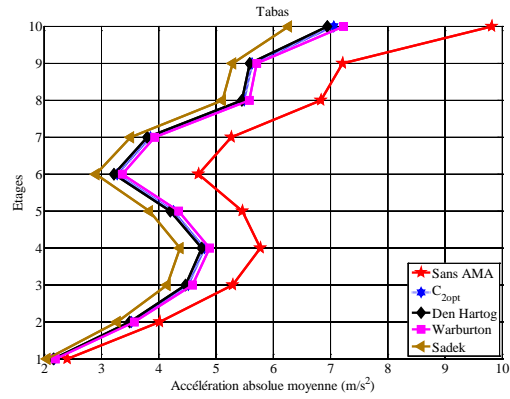


FIG.VI. 13-Accélération quadratique moyenne pour les différents étages en appliquant le séisme de Tabas.

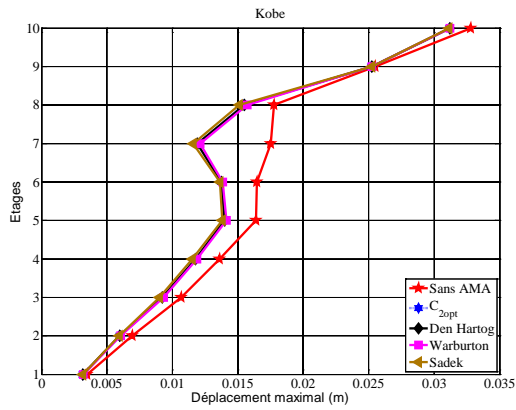


FIG.VI. 14-Déplacement maximal pour les différents étages en appliquant le séisme de Kobe.

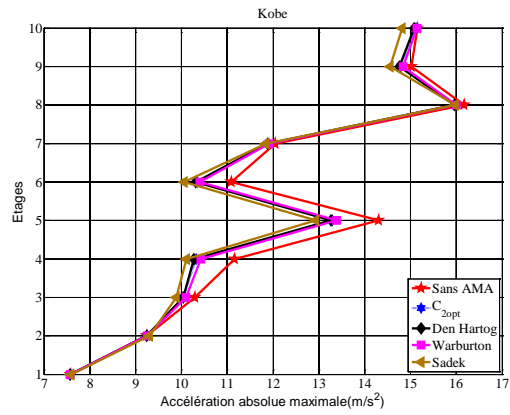


FIG.VI. 15-Accélération maximale absolue pour les différents étages en appliquant le séisme de Kobe.

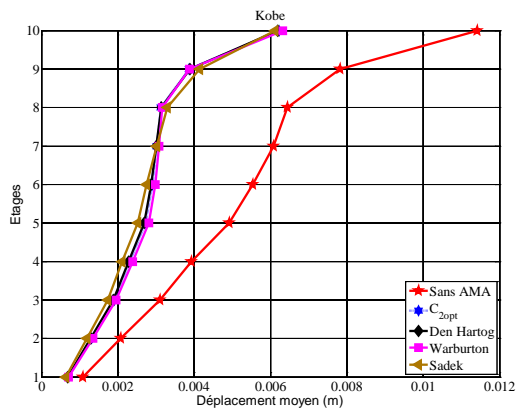


FIG.VI. 16-Déplacement quadratique moyen pour les différents étages en appliquant le séisme de Kobe.

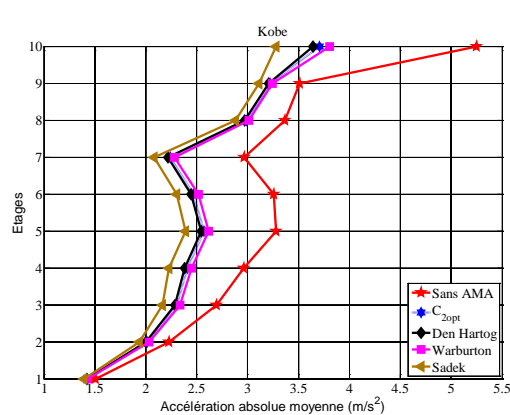


FIG.VI. 17-Accélération quadratique moyenne pour les différents étages en appliquant le séisme de Kobe.

Nous avons constitué **une annexe C** dans laquelle nous avons calculé la réduction en pourcentage du déplacement maximal, du déplacement quadratique moyen de l'accélération maximale et de l'accélération absolue quadratique moyenne relative à chaque étage de la structure principale. Pour ce faire nous avons appliqué les critères numériques et les méthodes de la littérature.

## VI. 5 Etude des AMAs appliqués à un système principal à Nddl

L'objectif de cette étude est l'optimisation des paramètres physiques des AMAs afin de réaliser une bonne atténuation des vibrations de la structure principale.

En effet, nous fixons un nombre d'AMAs qui varie entre 1 et 6. Les AMAs sont placés au dernier étage. Nous supposons que les masses des AMAs sont identiques et que la masse totale des AMAs représente 2 % de la masse totale de la structure principale.

Dans les autres chapitres, nous avons utilisé les paramètres adimensionnels qui permettent d'accorder la fréquence d'un amortisseur à un mode spécifié de la structure principale. Toutefois, dans la présente étude, le critère d'optimisation dépend des modes élevés. C'est pourquoi, nous allons chercher à optimiser directement les paramètres physiques des AMAs tel que les rigidités et les coefficients d'amortissement.

### VI. 5.1 Conception des AMAs en appliquant le critère d'optimisation numérique pour $\mu_{tot}=2\%$ .

Dans cette étude, nous déterminons les paramètres optimisés correspondants à chaque nombre d'AMAs. Au lieu de tracer les paramètres physiques optimisés (les rigidités et les coefficients d'amortissement), nous sommes intéressés à tracer les fréquences et les taux d'amortissements de chaque AMA correspondant au nombre total des AMAs, et ce, en appliquant le critère d'optimisation numérique  $C_{2opt}$ .

Il est très intéressant de comparer les fréquences optimisées des AMAs avec celles des modes de vibration de la structure principale.

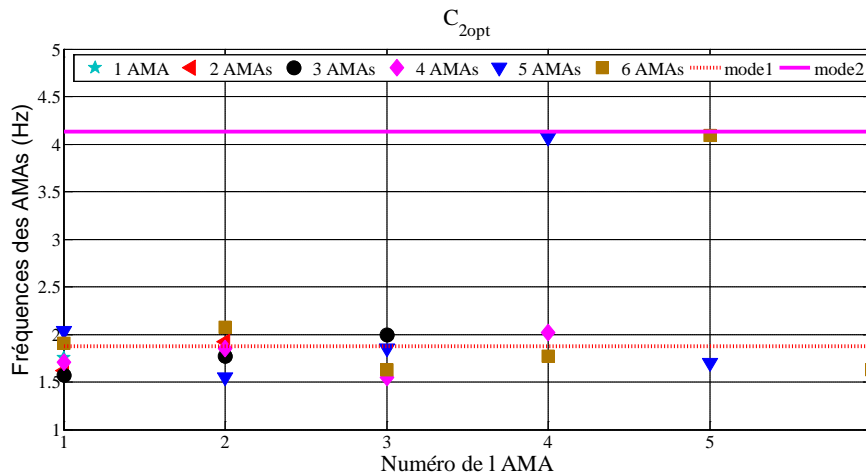


FIG.VI. 18-Calcul des fréquences optimisées de chaque AMA en fonction du nombre total des AMAs et en appliquant le critère d'optimisation  $C_{2opt}$ .

Lorsque nous plaçons un seul AMA dans le dernier étage, la fréquence de l'AMA représente 99% de la fréquence du 1<sup>er</sup> mode de la vibration de la structure principale.

Sur la FIG.VI. 18, nous constatons en appliquant le critère  $C_{2opt}$ , que les fréquences des AMAs sont très proches de la fréquence du 1<sup>er</sup> mode et de celle du 2<sup>ème</sup> mode de la vibration. Pour un nombre d'AMAs qui varie entre 1 et 4, il apparaît clairement que toutes les fréquences des AMAs convergent vers le 1<sup>er</sup> mode. Nous constatons également que pour les

autres nombres d'AMAs, les fréquences de la plupart des AMAs convergent vers le 1<sup>er</sup> mode et il y a un seul AMA qui se rapproche de la fréquence du 2<sup>ème</sup> mode.

D'après la FIG.VI. 19, nous constatons que le taux d'amortissement est plus élevé en appliquant un seul AMA et que l'augmentation des AMAs favorise la réduction des valeurs des taux d'amortissement.

Dans la FIG.VI. 20, nous traçons l'évolution des valeurs du critère  $C_2$  à l'optimum en fonction du nombre des AMAs. Nous constatons que les valeurs du critère  $C_2$  à l'optimum diminuent lorsque nous augmentons le nombre des AMAs. Nous remarquons aussi que la réduction est très importante surtout en passant d'un seul AMA à 2 AMAs et de 4 AMAs à 5 AMAs.

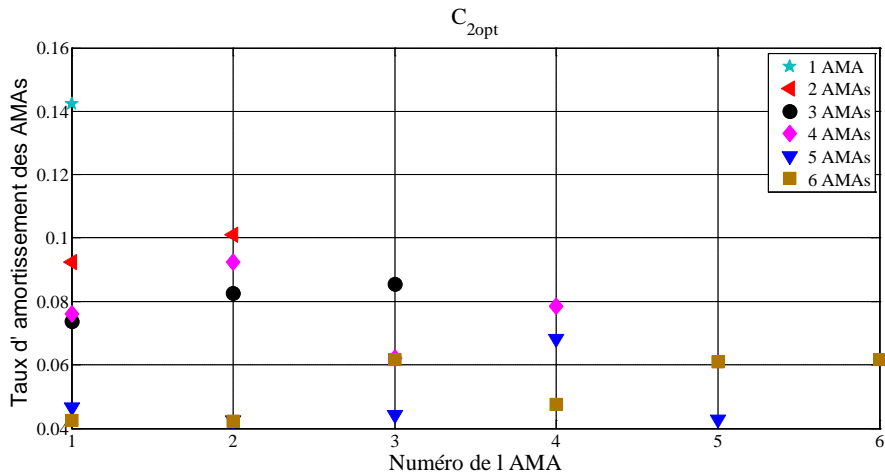


FIG.VI. 19-Calcul des taux d'amortissement optimisés des AMAs en fonction de la position des AMAs en appliquant le critère d'optimisation  $C_{2opt}$

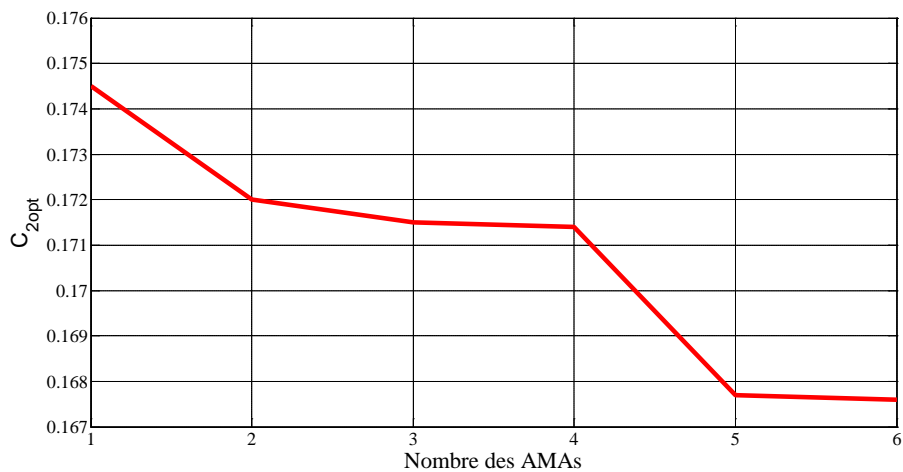


FIG.VI. 20-Evolution des valeurs du critère d'optimisation numérique à l'optimum en fonction du nombre des AMAs.

### VI 5.1.1 Evolution du module de la fonction de transfert en appliquant le critère d'optimisation numérique et pour les différents nombre des AMAs

Dans ce paragraphe, nous sommes intéressés à représenter les allures de la fonction de transfert définie par la transformée de Fourier du déplacement de l'étage de la structure principale divisée par la transformée de Fourier de l'excitation sur la base  $\hat{x}_g(\omega)$ . Nous présentons respectivement les allures des modules des fonctions de transfert de l'étage1, 5 et 10 sans AMA, avec un seul AMA et avec 6 AMAs.

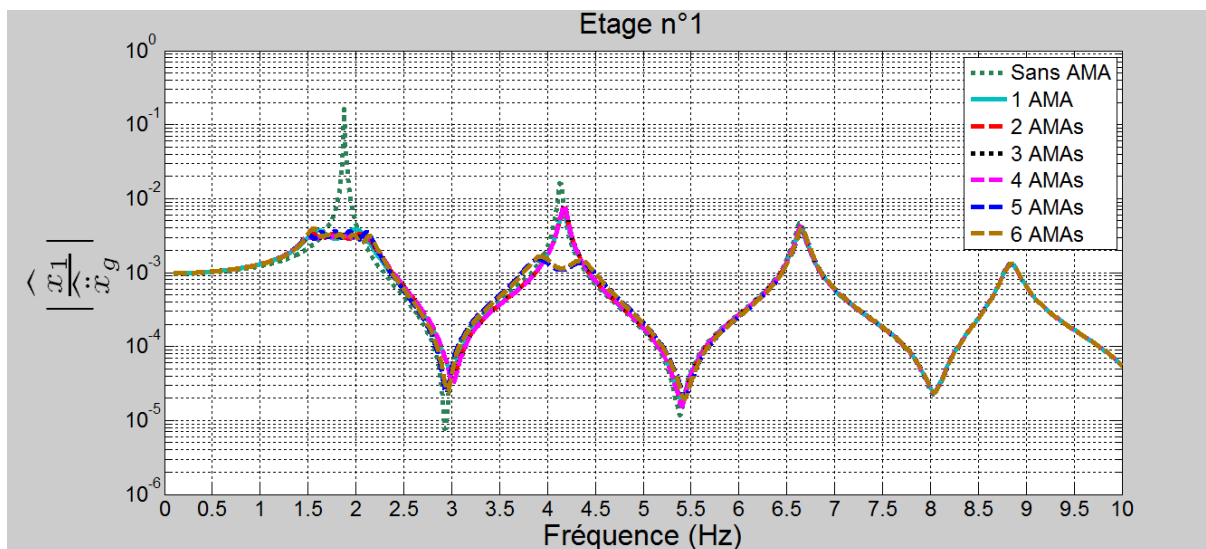


FIG.VI. 21-Variation du module de la fonction de transfert de l'étage n° 1 sans AMA, avec 1 AMA et avec 6 AMAs.

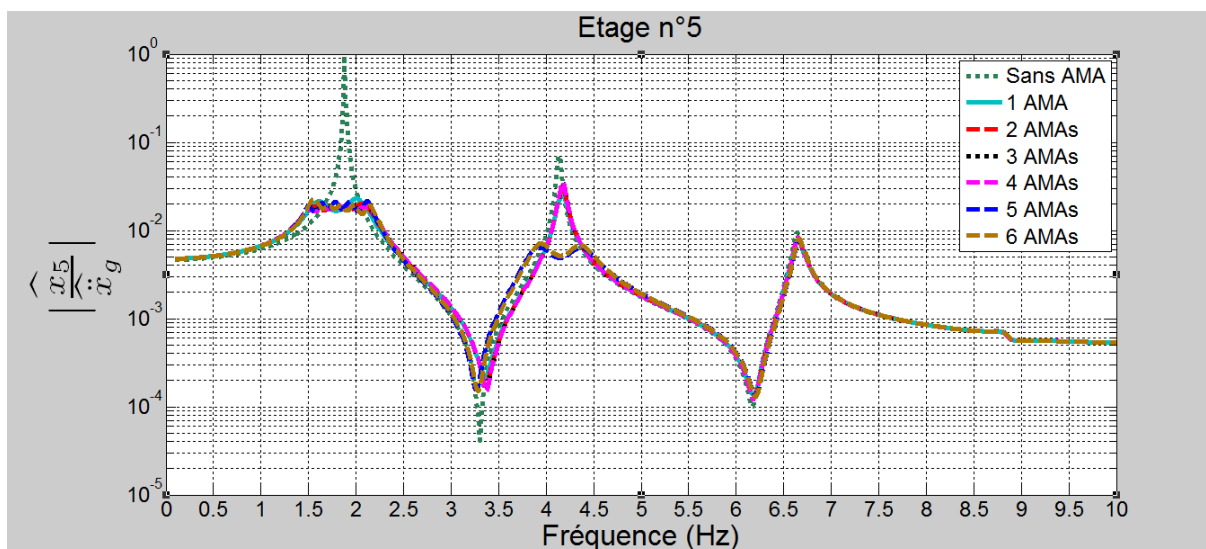


FIG.VI. 22-Variation du module de la fonction de transfert de l'étage n° 5 sans AMA, avec 1 AMA et avec 6 AMAs.

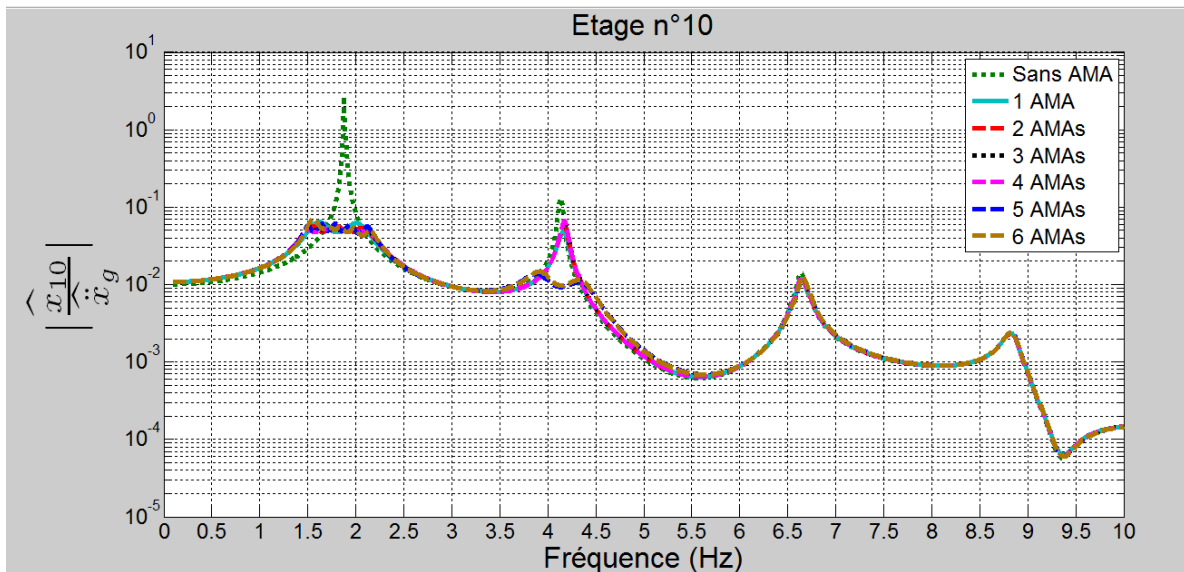


FIG.VI. 23-Variation du module de la fonction de transfert de l'étage n° 10 sans AMA, avec 1 AMA et avec 6 AMAs.

Nous observons que pour une variation  $p$  du nombre des AMAs de 1 à 3, il apparaît  $p+1$  pic autour du 1<sup>er</sup> mode et lorsque  $p$  est égale à 4, il apparaît des pics qui se croisent entre eux autour du 1<sup>er</sup> mode. Cela peut s'expliquer à cause du fait qu'il y a une valeur de l'ensemble des taux d'amortissement qui est élevée. Ainsi, nous pouvons observer 4 pics seulement autour du 1<sup>er</sup> mode.

Pour un nombre fixé égale à 5 ou 6 AMAs, nous observons un autre pic supplémentaire autour du 2<sup>ème</sup> mode. Il apparaît donc que le critère d'optimisation  $C_{2opt}$  soit très efficace pour amortir les deux premiers modes. Lorsque nous appliquons un seul AMA, l'amplitude maximale de la fonction de transfert du dernier étage autour du 1<sup>er</sup> mode diminue de 2.73 à 0.064. Par contre la réduction autour du 2<sup>ème</sup> mode est moins importante en appliquant un seul AMA, et ce, étant donné qu'elle varie de 0.129 à 0.05. Nous remarquons également que le 2<sup>ème</sup> mode est bien amorti en augmentant le nombre d'AMAs. En effet, lorsque  $p$  varie de 1 à 6 l'amplitude maximale de la fonction de transfert autour du 2<sup>ème</sup> mode diminue de 0.05 à 0.015.

Nous constatons d'après les FIG.VI. 21, FIG.VI. 22 et FIG.VI. 23 qu'il existe des intervalles fréquentiels où l'allure du module de la fonction de transfert avec AMAs est située en dessous de l'allure du module de la fonction de transfert sans AMA. Ces intervalles fréquentiels caractérisent la bande passante contrôlée par les AMAs (plage de fonctionnement). Dans ces intervalles, l'amplitude de la réponse fréquentielle est réduite à cause de l'effet des amortisseurs. De plus, comme le nombre d'AMAs est important, le module de la fonction de transfert diminue sur une gamme de fréquences un peu plus large et ce ci est vérifié surtout autour du mode 2.

### VI 5.1.2 La performance des AMAs optimisés sous l'excitation des différents séismes.

Dans ce paragraphe nous avons appliqué les 4 séismes réels sur les modèles optimisés en fonction de chaque nombre des AMAs.

En effet, nous avons étudié l'évolution temporelle du déplacement relatif et de l'accélération absolue du dernier étage de la structure principale, et ce, dans les cas où cette structure est contrôlée ou non contrôlée par les AMAs.



La comparaison est fondée sur les indices de performances définies de cette manière.

$$R_1 = \frac{x_{10\max}}{x_{10\max}^0} = \frac{\text{Max} |x_{10}(t)|}{\text{Max} |x_{10}^0(t)|}$$

$$R_2 = \frac{\ddot{x}_{a10\max}}{\ddot{x}_{a10\max}^0} = \frac{\text{Max} |\ddot{x}_{a10}(t)|}{\text{Max} |\ddot{x}_{a10}^0(t)|}$$

$$R_3 = \frac{x_{10\text{moy}}}{x_{10\text{moy}}^0} = \frac{\sum_{k=1}^{k_{\max}} x_{10}(k)}{\sum_{k=1}^{k_{\max}} x_{10}^0(k)} \quad (\text{VI. 6})$$

$$R_4 = \frac{\ddot{x}_{a10\text{moy}}}{\ddot{x}_{a10\text{moy}}^0} = \frac{\sum_{k=1}^{k_{\max}} \ddot{x}_{a10}(k)}{\sum_{k=1}^{k_{\max}} \ddot{x}_{a10}^0(k)}$$

Où  $x_{10\max}^0$ ,  $\ddot{x}_{a10\max}^0$ ,  $x_{10\text{moy}}^0$  et  $\ddot{x}_{a10\text{moy}}^0$  sont respectivement le déplacement relatif maximal, l'accélération absolue maximale, le déplacement relatif moyen et l'accélération absolue moyenne de l'étage n°10 de la structure principale sans AMAs.

$x_{10\max}$ ,  $\ddot{x}_{a10\max}$ ,  $x_{10\text{moy}}$  et  $\ddot{x}_{a10\text{moy}}$  sont respectivement le déplacement relatif maximal, l'accélération absolue maximale, le déplacement relatif moyen et l'accélération absolue moyenne de l'étage n°10 de la structure principale avec AMAs.

$k_{\max}$  est le nombre total des pas du temps.

Les figures suivantes représentent, pour chaque séisme donné et pour chaque nombre des AMAs, les réponses  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  et  $R_4$ , et ce, en appliquant le critère d'optimisation numérique  $C_{2opt}$ .

Les 4 indices de performances normalisées ne sont pas très sensibles au nombre des AMAs à l'exception du cas où nous plaçons 5 ou 6 AMAs sur la structure principale, et ce, en appliquant les deux séismes Tabas et Kobe.

Nous remarquons aussi que la réduction des indices de performance dépend fortement des caractéristiques des séismes. Dans ce contexte, il apparaît que le séisme de l'Aquila permet la meilleure réduction des différentes réponses. En revanche, lorsque la structure est soumise au séisme de Kobe, les AMAs ne peuvent pas être efficaces à cause du contenu fréquentiel de ce séisme.

La plage de fonctionnement définie précédemment présente un impact fort sur l'efficacité sismique de l'AMA. Cette efficacité est très dépendante du contenu fréquentiel des séismes. Nous remarquons que la réponse de la structure est d'autant plus considérablement réduite que si les fréquences prédominantes de l'excitation (déduit d'après la transformée de Fourier de l'accélération du séisme) sont réparties dans la plage de fonctionnement des AMAs. Ceci est vérifié surtout en présence d'un séisme de contenu fréquentiel étroit comme le séisme de l'Aquila. En appliquant ce séisme, nous pouvons remarquer une meilleure performance des

AMAs puisque la fréquence prédominante de l'excitation est située autour du 1<sup>er</sup> mode de la structure principale. Pour les séismes présentant un contenu fréquentiel large, comme les deux séismes Tabas et Kobe, les fréquences prédominantes de l'excitation sont situées autour du 2<sup>ème</sup> mode et au 3<sup>ème</sup> mode de la structure principale. En effet, l'augmentation du nombre des AMAs favorise la réduction autour du 2<sup>ème</sup> mode, et ceci, est vérifié en utilisant 5 ou 6 AMAs.

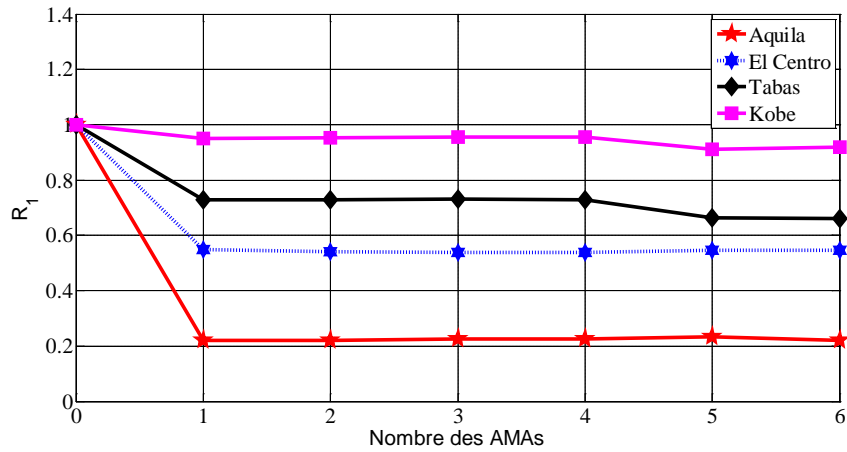


FIG. VI. 24-Variation de l'indice de performance  $R_1$  en fonction du nombre des AMAs et pour les 4 séismes.

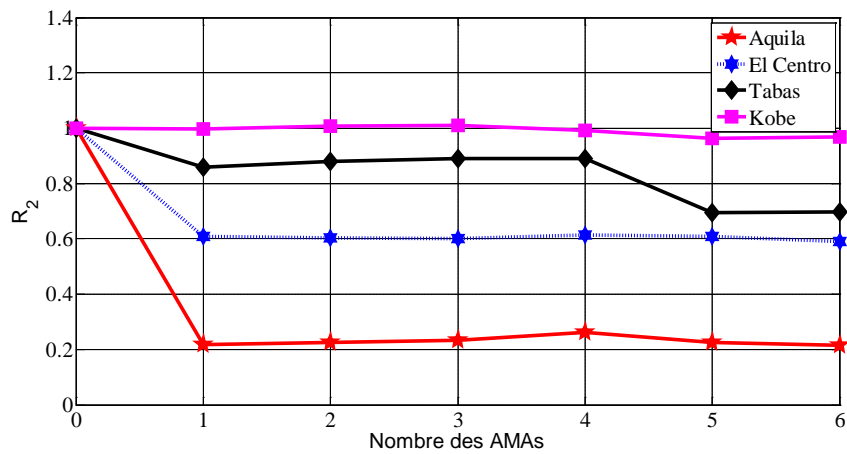


FIG. VI. 25-Variation de l'indice de performance  $R_2$  en fonction du nombre des AMAs et pour les 4 séismes.

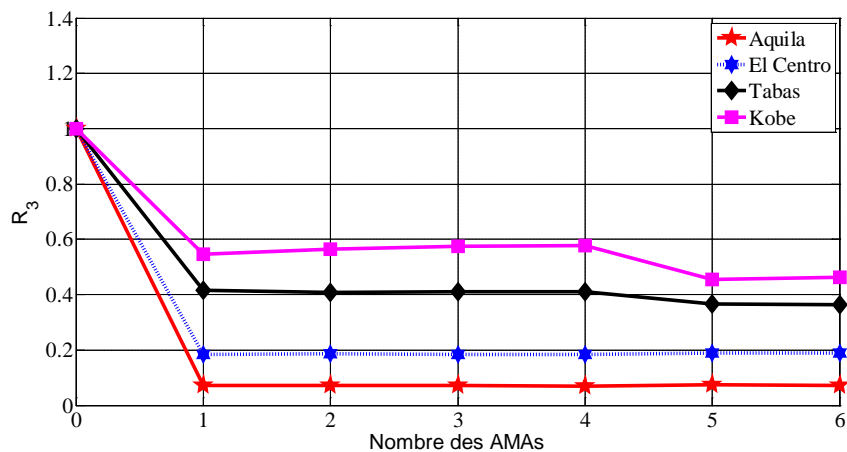


FIG. VI. 26-Variation de l'indice de performance  $R_3$  en fonction du nombre des AMAs et pour les 4 séismes.

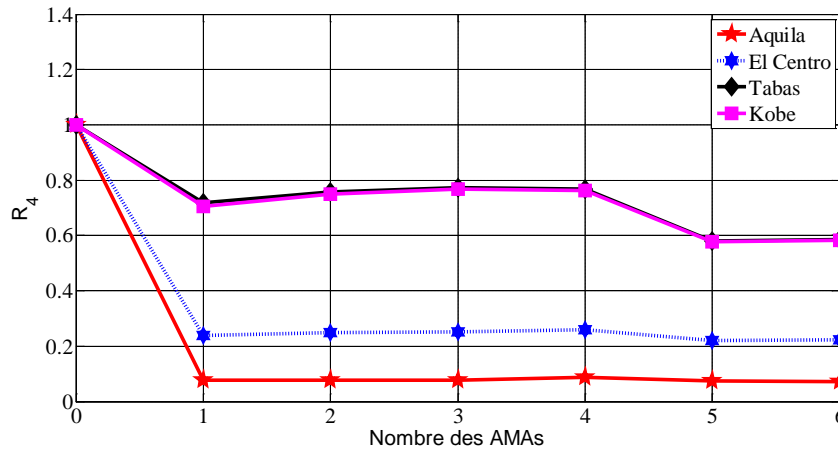


FIG.VI. 27-Variation de l'indice de performance  $R_4$  en fonction du nombre des AMAs et pour les 4 séismes.

## VI. 5.2 Effet du rapport de la masse totale des AMAs

### VI 5.2.1 Effet du rapport de la masse totale des AMAs sur les valeurs du critère numérique à l'optimum

Pour évaluer l'effet du rapport de la masse totale sur les valeurs du critère numérique à l'optimum, nous choisissons un nombre des AMAs égale à 6.

D'abord, nous fixons à chaque fois le paramètre  $\mu_{tot}$  et nous déterminons les paramètres optimisés  $k_{101}, k_{102}, k_{103}$  et  $c_{101}, c_{102}, c_{103}$  correspondants à chaque valeur de  $\mu_{tot}$ . Ensuite, nous traçons les valeurs du critère  $C_2$  à l'optimum en fonction de  $\mu_{tot}$ .

En variant le rapport de la masse totale des AMAs entre 0.02 et 0.14, nous constatons d'après la FIG.VI. 28 que les valeurs du critère  $C_2$  à l'optimum diminuent lorsque nous augmentons  $\mu_{tot}$ .

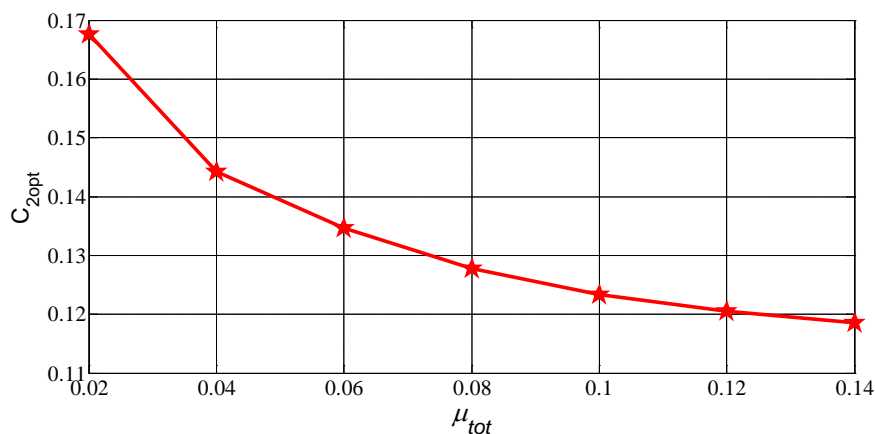


FIG.VI. 28 - Evolution des valeurs du critère d'optimisation numérique à l'optimum en fonction de  $\mu_{tot}$

**VI 5.2.2 Effet du rapport de la masse totale des AMAs sur les réponses des différents séismes**

Une étude temporelle est traitée à travers l'application des différents séismes en considérant les divers modèles avec l'ensemble des paramètres optimisés. A cet effet, nous traçons l'évolution des indices de performances normalisés en fonction de  $\mu_{tot}$ . D'après les résultats illustrés par les FIG.VI. 29, FIG.VI. 30, FIG.VI. 31 et FIG.VI. 32, nous avons conclu que l'efficacité des AMAs dépend de leur masse totale. Ces figures peuvent être utilisées comme un moyen pratique permettant de déterminer le rapport de la masse totale optimisé qui offre une meilleure atténuation au niveau des différentes réponses. Lorsque  $\mu_{tot} \geq 2\%$ , il apparaît aussi qu'il n'y a pas une grande atténuation des réponses normalisées. Ainsi, il est suffisant de choisir un  $\mu_{tot}$  égale à 2%.

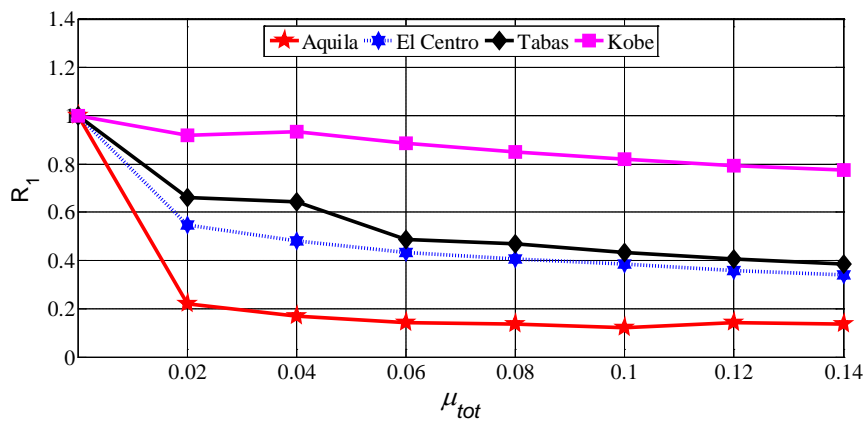


FIG.VI. 29- Evolution de l'indice de performance  $R_1$  en fonction de  $\mu_{tot}$  et pour les 4 séismes.

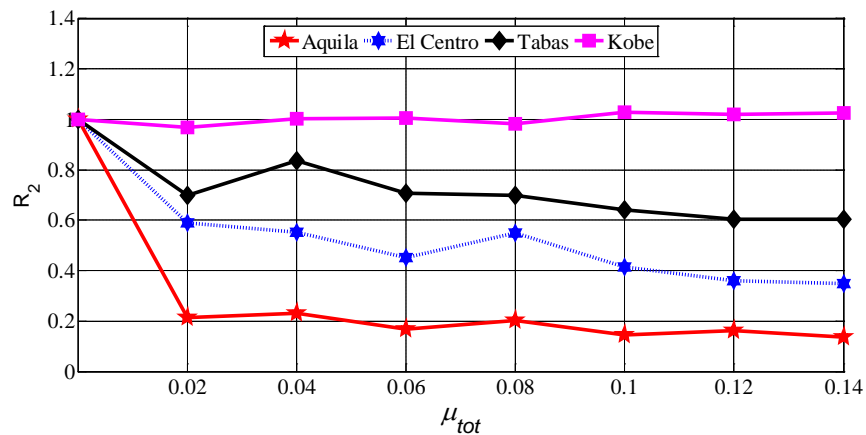
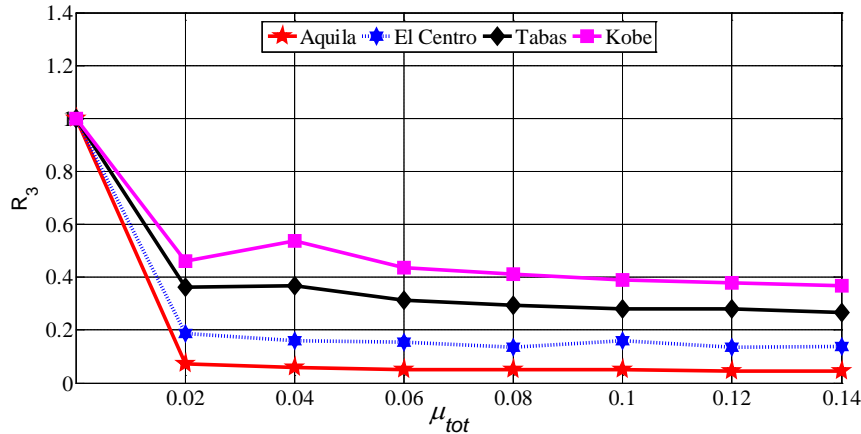
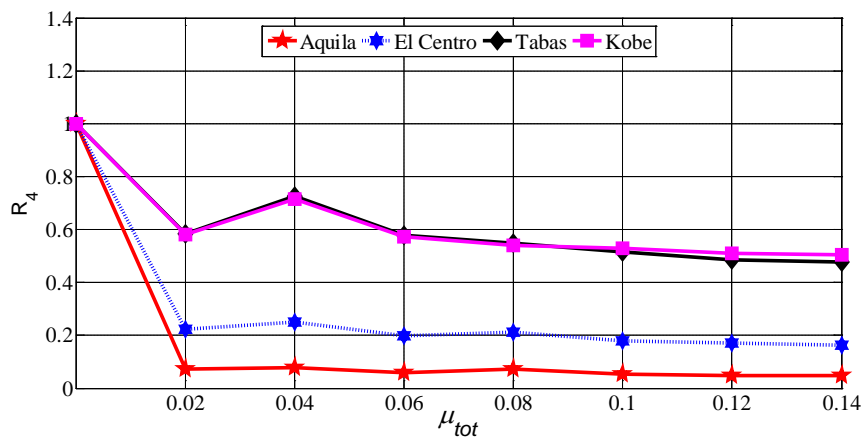


FIG.VI. 30- Evolution de l'indice de performance  $R_2$  en fonction de  $\mu_{tot}$  et pour les 4 séismes.


 FIG. VI. 31- Evolution de l'indice de performance  $R_3$  en fonction de  $\mu_{tot}$  et pour les 4 séismes.

 FIG. VI. 32- Evolution de l'indice de performance  $R_4$  en fonction de  $\mu_{tot}$  et pour les 4 séismes.

## VI. 6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons réalisé des simulations numériques qui mettent en évidence la capacité des AMAs à réduire les vibrations sur une structure principale à Nddl.

En appliquant un seul AMA, la conception est fondée, d'une part, sur des méthodes s'appuyant sur la littérature, et d'une part, sur un critère d'optimisation numérique que nous avons développé et dont le choix est avéré justifié sur les simulations effectuées.

Les paramètres analytiques optimisés rencontrés dans la littérature pour un seul AMA, ont été généralisés dans le cas Nddl après transformation modale. Cette procédure présente des limitations puisque la plupart des formes analytiques sont des approximations. En plus le mode que nous devons contrôler doit être décidé à l'avance. En revanche, le critère d'optimisation numérique fréquentiel est fondé dans ce cas sur le module de la fonction de transfert. Cela nous permet de tenir compte des modes élevés de la structure principale. En effet, la conception de l'AMA, n'est pas fondée sur l'accord de la fréquence de l'AMA à un mode spécifié, que nous allons contrôler, mais plutôt sur la réponse totale de la structure. En appliquant des séismes sur les modèles optimisés pour une structure à Nddl, équipée par un seul AMA, il apparaît clairement que les réponses de tous les étages sont réduites, et ce, pour la plupart des séismes. Nous constatons également en appliquant les séismes de l'Aquila, El Centro, et Tabas que la réduction du déplacement moyen des différents étages est plus importante en utilisant le critère  $C_{2opt}$  et Warburton.

Nous nous sommes intéressés également à l'effet du nombre d'AMAs. Ainsi, pour chaque nombre d'AMAs nous avons comparé les fréquences optimisées des AMAs (obtenues par l'optimisation du critère  $C_{2opt}$ ) avec celles des modes de la vibration de la structure principale. Nous avons remarqué que l'augmentation du nombre d'AMAs favorise la convergence des fréquences des AMAs vers celles du 1<sup>er</sup> et du 2<sup>ème</sup> mode de la structure principale. A cet effet, nous recommandons ce critère d'optimisation pour la conception des AMAs dans les structures où les modes élevés ont un rôle dans la contribution de la réponse totale de la structure principale.

Pour chaque nombre fixé d'AMAs, nous avons tracé le module de la fonction de transfert définie par la transformée de Fourier du déplacement de l'étage de la structure principale divisée par la transformée de Fourier de l'excitation sur la base.

Il existe des intervalles fréquentiels où l'allure du module de la fonction de transfert avec AMAs est située en dessous de l'allure du module de la fonction de transfert sans AMA. Ces derniers, identifient la bande passante contrôlée par les AMAs (plage de fonctionnement). L'amplitude de la réponse fréquentielle est réduite à cause de l'effet des amortisseurs. Il apparaît que si nous augmentons le nombre d'AMAs, le module de la fonction de transfert fréquentiel se réduit sur une gamme de fréquences légèrement plus large, en particulier autour du mode 2. Nous observons aussi que l'augmentation du nombre d'AMAs conduit à l'apparition d'un deuxième pic autour du 2<sup>ème</sup> mode.

Une étude d'évaluation de la performance des AMAs optimisés a été effectuée. Elle correspond à chaque nombre d'AMAs lorsque la structure principale est soumise à l'excitation sismique.

L'efficacité sismique de l'AMA est très dépendante du contenu fréquentiel des tremblements de terre. La réponse de la structure est d'autant plus considérablement réduite que si les fréquences prédominantes du contenu fréquentiel (déduite d'après la transformée de Fourier de l'accélération du séisme) sont réparties dans la plage de fonctionnement des AMAs.

Parmi les quatre exemples de séismes traités, il apparaît que celui l'Aquila fournit la meilleure réduction des différentes réponses. Toutefois, lorsque la structure est soumise au séisme de Kobe, les AMAs ne s'avèrent pas très efficaces. Cette différence, s'explique par le fait que les séismes sont de nature différente au niveau du contenu fréquentiel.

Nous avons également montré que l'efficacité des AMAs dépend de leur masse totale. Par ailleurs, nous avons conclu que l'augmentation de la masse totale des AMAs permet de réduire la valeur du critère d'optimisation à l'optimum. En revanche, pour atténuer les indices de performances normalisés des différentes réponses sismiques, il suffit de choisir un rapport de la masse totale des AMAs égale à 2%.

---

# Application d'un Amortisseur à Masse Accordée avec rigidité et amortissement par courants de Foucault ajustables-Montage expérimental et Calibration

---

## Résumé

Dans le cadre de la thèse, un dispositif expérimental a été mis au point. Il est constitué d'une structure à trois étages avec un amortisseur à masse accordée (AMA).

Afin de caractériser la structure expérimentale seule (sans AMA), les paramètres modaux (fréquences propres, taux d'amortissement, déformées modales) sont estimés à partir d'essais de vibration libre réalisés en appliquant un choc au dernier étage de la structure principale. Les signaux temporels expérimentaux sont analysés à l'aide d'une méthode temps-fréquence basée sur l'utilisation d'une transformée en ondelettes continues.

Un modèle numérique associé à la structure expérimentale est présenté par une structure discrétisée à Nddl (voir Fig.II.1). Ce modèle a été recalé à partir des essais en minimisant une fonction coût qui dépend à la fois des fréquences propres et des déformées modales.

Ensuite, des essais de vibration libre ont également été réalisés sur l'AMA seul, afin de caractériser son comportement vibratoire. L'AMA réalisé pour les expériences utilise un amortissement par courants de Foucault. Il a été conçu de manière à pouvoir ajuster manuellement sa rigidité et son amortissement. Les essais sur l'AMA seul ont permis de vérifier la linéarité du comportement dynamique de l'AMA.

Dans ce chapitre, nous nous limitons à l'application de la formule du critère  $C_2$ . En effet, sur la base des développements théoriques réalisés et des simulations menées aux niveaux des chapitres précédents, ce critère s'est avéré le mieux adapté pour une réalisation expérimentale, car les valeurs des taux d'amortissement demandées sont les plus faibles en comparaison aux autres critères étudiés.

Enfin, des essais par chocs ont été effectués sur le modèle complet (Structure +AMA). Ces essais nous ont permis de calculer la formule de l'application du critère  $C_2$  à partir des signaux expérimentaux d'accélération et de la force appliquée par le marteau.

## Sommaire

---

VII. 1	Introduction .....	233
VII. 2	Etude de la structure principale .....	234
VII. 2.1	Présentation de la structure principale .....	234
VII. 2.2	Modélisation numérique de la structure principale .....	237
VII. 2.3	Comparaison entre le modèle numérique et l'expérience .....	240
VII. 3	Etude de l'amortissement de l'AMA basé sur les courants de Foucault.....	241
VII. 3.1	Phénomène des courants de Foucault.....	241
VII. 3.2	Force magnétique de type visqueux .....	243
VII. 3.3	Description du dispositif expérimental de l'AMA.....	244
VII. 4	Etude de la structure complète : structure + AMA.....	248
VII. 4.1	Description des conditions expérimentales .....	248
VII. 4.2	Analyse fréquentielle.....	249
VII. 4.3	Analyse temporelle.....	254
VII. 5	Conclusion.....	258

---



## VII. 1 Introduction

Dans cette étude, nous avons réalisé un dispositif expérimental constitué d'une structure principale représentant un bâtiment à trois étages et d'un amortisseur à masse accordée (AMA). L'AMA expérimental est situé au dernier étage de la structure. En pratique, la masse de l'AMA est fixée tandis que la rigidité et le coefficient d'amortissement représentent les paramètres de conception à ajuster lors des essais.

L'AMA proposé dans cette étude a été conçu de manière à permettre un ajustement manuel des caractéristiques citées ci-dessus (raideur et amortissement).

L'amortissement de l'AMA est obtenu par le biais des courants de Foucault. Quand un matériau conducteur est soumis à un champ magnétique variant dans le temps, en raison de l'induction électromagnétique, une force électromotrice est produite dans le conducteur et des courants de Foucault sont générés. Il est entendu, selon la loi de Faraday, que la force électromotrice (f.é.m) induite dans un circuit fermé est égale à l'opposé du taux de variation dans le temps du flux magnétique à travers le circuit.

En outre, d'après la loi de Lenz, les courants circulent de sorte à générer un champ magnétique qui va s'opposer à la variation du flux magnétique. Pour cette raison, lorsque le flux augmente, la f.é.m est négative et les courants de Foucault s'opposent à cette augmentation du flux. De plus, une force de Lorentz s'oppose au mouvement mais, en raison de la résistance du conducteur, l'énergie est dissipée en chaleur de sorte qu'une réduction de la vibration est obtenue.

Il convient de noter qu'un AMA de grande échelle utilisant un amortissement par courants de Foucault a été conçu et testé par Wang et al. [130]. Le taux d'amortissement de l'AMA a été évalué en utilisant la méthode d'identification du décrément logarithmique obtenu à partir des essais de vibration libre. Ces auteurs ont montré que le taux d'amortissement augmente progressivement la distance entre l'aimant et la masse conductrice diminue.

Le travail présenté dans ce chapitre est organisé en trois parties:

Dans la première partie, nous proposons d'abord de caractériser la structure principale considérée seule. Pour cela, les paramètres modaux (fréquences propres, taux d'amortissement, formes modales) sont estimés à partir des essais expérimentaux de vibration libre, en appliquant une méthode utilisant la Transformée en Ondelettes Continues (TOC).

Ensuite, un modèle numérique associé à la structure principale est présenté par une structure discrétisée à Nddl. Ce modèle a été recalé à partir des essais en minimisant une fonction coût qui dépend à la fois des trois premières fréquences propres et des déformées modales.

Dans la deuxième partie, nous rappelons les équations théoriques générales permettant de déterminer l'expression du taux d'amortissement, par courants de Foucault, de l'AMA. Ensuite, nous estimons les paramètres (rigidité et amortissement) de l'AMA en appliquant la TOC aux signaux obtenus à partir des réponses après chocs.

Enfin, dans la troisième partie, nous nous limitons à appliquer la formule du critère  $C_2$  qui semble la plus facile à réaliser technologiquement à cause que les taux d'amortissement demandés sont les plus faibles en les comparant à ceux obtenus par les autres critères étudiés. A cet effet, des essais par chocs sur la structure complète (structure + AMA) nous permettent de calculer la formule de l'application du critère  $C_2$  à partir des signaux expérimentaux d'accélération et de la force appliquée par le marteau.

## VII. 2 Étude de la structure principale

### VII. 2.1 Présentation de la structure principale

Nous considérons comme structure principale une maquette d'un bâtiment à trois étages. La structure principale est fixée à un marbre posé sur un établi (voir FIG.VII. 1).

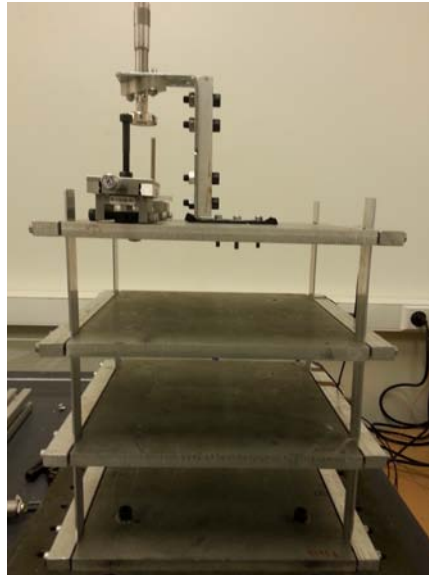


FIG.VII. 1-Dispositif expérimental pour la structure principale.

Au centre du dernier étage de la maquette, un dispositif permet l'ajustement manuel d'un aimant, afin de réaliser l'amortissement par courants de Foucault de l'AMA. Ce dispositif est constitué d'une vis micrométrique permettant de régler avec précision la distance de l'aimant à l'AMA. Par ailleurs, sur la gauche du dernier étage, un rail comportant plusieurs éléments, dont un chariot avec une vis micrométrique, est utilisé pour fixer l'AMA et régler la rigidité de celui-ci.

Nous supposons que la masse des dispositifs est incluse dans la masse du dernier étage. Nous utilisons des lames en aluminium pour relier les étages entre eux. Celles-ci vont avoir pour rôle de guider le mouvement de la structure, qui sera ainsi latéral. Notre structure ne sera donc soumise qu'à des excitations latérales.

Afin de réaliser les mesures, nous disposons de trois accéléromètres (B&K modèle 4507B004) positionnés sur chaque étage. Nous utilisons le logiciel LabVIEW pour l'acquisition des mesures à l'aide d'un boîtier NI CompactDAQ. La fréquence d'échantillonnage pour l'acquisition des signaux temporels a été fixée à 1652 Hz.

#### VII. 2.1.1 Estimation des paramètres modaux de la structure principale

Un problème important qui se pose généralement en dynamique des structures réside dans la détermination des paramètres qui caractérisent les modes principaux d'une structure. Ces paramètres (fréquences propres, taux d'amortissement modaux, formes modales) sont estimés grâce à l'identification modale.

Il existe dans la littérature [131, 132, 133, 134, 135,136] de nombreux outils mathématiques qui permettent d'effectuer ce type d'analyse. Pour notre étude, nous avons choisi d'utiliser une analyse temps-fréquence à l'aide de la transformation en ondelettes continues [137, 138,

139,140]. Les ondelettes sont des fonctions oscillantes, bien localisées en temps et en fréquence, qui sont très utilisées en traitement du signal et en traitement d'images.

L'analyse du signal temporel est réalisée au moyen d'une fonction d'analyse spécifique,  $\psi$ , appelée ondelette mère. L'ondelette est positionnée dans le domaine temporel pour sélectionner la partie du signal à traiter. Puis, elle est dilatée ou contractée par l'utilisation d'un facteur d'échelle permettant d'analyser une gamme donnée d'oscillations. Par exemple quand l'ondelette est dilatée, l'analyse porte sur les composantes du signal qui oscillent lentement. Les éléments essentiels de la TOC, notamment ceux employés pour le traitement des réponses transitoires, sont rappelés en annexe.

Pour notre étude, les ondelettes mères utilisées pour le traitement des signaux par la TOC sont celles de Cauchy. La méthode utilise des paramètres spécifiques (voir **Annexe D**) qui sont :

- ✓ le temps d'arrêt  $t_f$  des signaux traités,
- ✓ un facteur de qualité  $Q$ ,
- ✓ L'intervalle fréquentiel à étudier,
- ✓ et  $N_{TOC}$  qui est le nombre de points de discrétisation dans l'intervalle fréquentiel d'étude.

Notons bien que le choix du facteur  $Q$  est libre dans l'intervalle de travail et dépend du problème traité. Plus la valeur de  $Q$  est élevée, plus l'effet de bord est significatif et moins l'effet de couplage (séparation des modes) est important.

Après avoir traité les signaux sur bande large de fréquences, pour repérer les modes de la structure, un traitement local des signaux dans le plan temps-fréquence est ensuite réalisé. Les valeurs des divers paramètres utilisés pour le traitement des signaux sont présentées dans le Tableau.VII. 1 :

Modes	Essai	intervalle fréquentiel (Hz)	$N_{Toc}$	$Q$	$t_f$ (s)
1	1	[10-12]	500	10	7.46
	2	[10-12]	500	10	7.66
	3	[10-12]	500	10	8.48
2	1	[30-32]	500	20	7
	2	[30-32]	500	20	7
	3	[30-32]	500	20	7
3	1	[48-50]	500	30	6
	2	[48-50]	500	30	6
	3	[48-50]	500	30	6

**Tableau.VII. 1**-Paramètres de la TOC pour le traitement local des signaux de mesures.

D'après les figures FIG.VII. 2 , FIG.VII. 3 et FIG.VII. 4 pour trois essais, nous remarquons l'existence de cinq pics de fréquence, dont trois pics correspondent aux fréquences de résonance de la structure expérimentale qui comporte trois degrés de liberté (trois étages).

Nous observons également un pic dû à la potence placée au dernier étage ainsi que l'apparition d'un faible pic en basses fréquences, dû au premier mode de vibration de l'établi sur lequel repose la structure (supposée rigide en théorie).

✚ Essai 1

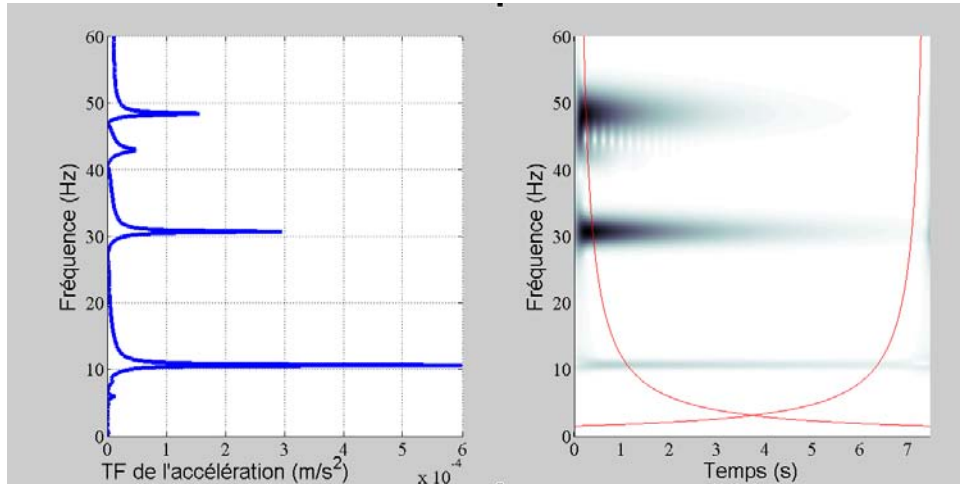


FIG.VII. 2- Traitement du signal temporel de l'accélération pour l'essai n°1 par la TF et la TOC.

✚ Essai 2

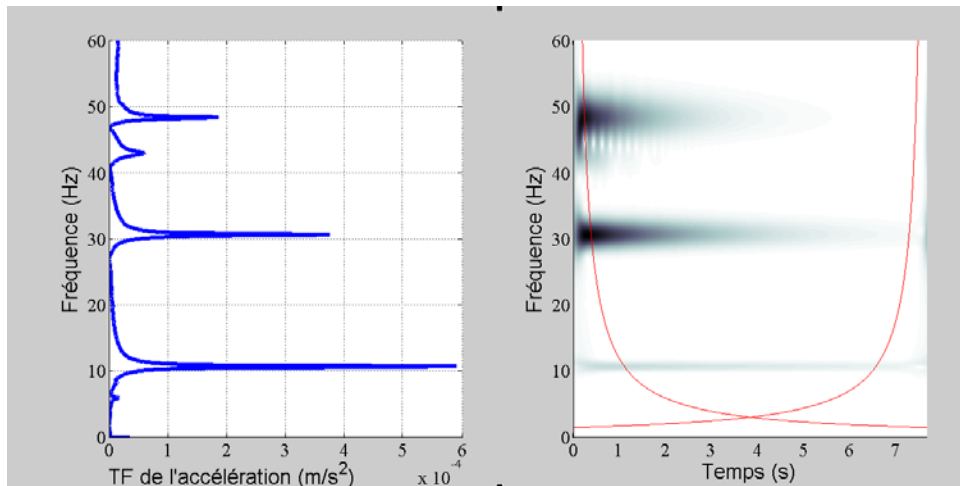


FIG.VII. 3- Traitement du signal temporel de l'accélération pour l'essai n°2 par la TF et la TOC.

✚ Essai 3

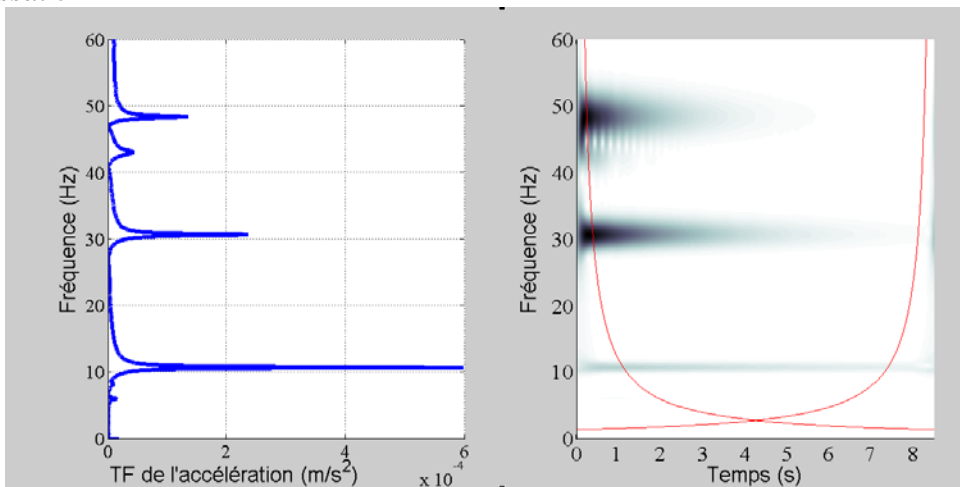


FIG.VII. 4- Traitement du signal temporel de l'accélération pour l'essai n°3 par la TF et la TOC.

Pour caractériser la structure expérimentale, nous estimons les paramètres modaux (fréquences propres, taux d'amortissement, déformées modales) à partir de trois essais de vibration libre, et ce, en appliquant l'analyse par ondelettes continues.

Les écarts types permettent en général de synthétiser les résultats d'une expérience répétée. Plus la valeur de l'écart type est faible, plus les paramètres modaux des trois essais sont regroupés autour de la moyenne. Les valeurs écarts types des fréquences propres, des taux d'amortissement et des déformés modales sont présentées dans le Tableau.VII. 2.

Les écarts types des paramètres obtenus pour les trois essais sont très proches. Cela justifie l'étude avec les valeurs moyennes des paramètres modaux présentées dans le Tableau.VII. 3.

Ecart type	Mode 1	Mode 2	Mode 3
$\sigma_{f_i}$	$6.65 \times 10^{-4}$	0.0085	0.0089
$\sigma_{\xi_i}$	$7.07 \times 10^{-4}$	0.0011	0.0019
$\sigma_{\phi_i}$	$\begin{bmatrix} 1.41 \times 10^{-4} \\ 3.86 \times 10^{-4} \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 7.13 \times 10^{-4} \\ 4.50 \times 10^{-4} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 7.79 \times 10^{-4} \\ 0 \\ 0.0013 \end{bmatrix}$

Tableau.VII. 2-Ecarts types des paramètres modaux des trois modes de la structure obtenus avec l'analyse par ondelettes.

Valeurs moyennes pour les trois essais	Mode 1	Mode 2	Mode 3
Fréquences propres $f_i$ (Hz)	10.77	30.72	48.38
Taux d'amortissement modaux (%)	0.22	0.25	0.25
Déformés modales $\phi_i$	$\begin{bmatrix} 0.3607 \\ 0.7365 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0.7285 \\ -0.5553 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.8686 \\ 1 \\ -0.3766 \end{bmatrix}$

Tableau.VII. 3- Paramètres modaux des trois modes de la structure obtenus avec l'analyse par ondelettes.

## VII. 2.2 Modélisation numérique de la structure principale

Dans cette section, nous nous intéressons à développer un modèle numérique de la structure expérimentale composée de trois degrés de liberté. La structure est traitée comme étant un système discret, linéaire et élastique. Nous supposons que la masse totale est concentrée au centre de gravité des étages. Les lames liant les étages entre eux sont supposées sans masse et les étages infiniment rigides dans leurs plans. Comme indiqué précédemment, nous supposons que la masse des dispositifs situés au dernier étage est incluse dans celle de l'étage.

Ainsi, l'équation du mouvement de la structure principale est modélisée par (voir paragraphe II.2.1 du chapitre II)

$$\mathbf{M}_s \ddot{\mathbf{x}}_s(t) + \mathbf{C}_s \dot{\mathbf{x}}_s(t) + \mathbf{K}_s \mathbf{x}_s(t) = \mathbf{f}(t) \quad (\text{VII. 1})$$

$\mathbf{M}_s, \mathbf{C}_s, \mathbf{K}_s$  sont respectivement les matrices de la masse, de l'amortissement et de la rigidité de la structure principale.

$$\mathbf{M}_s = \begin{bmatrix} M_1 & 0 & 0 \\ 0 & M_2 & 0 \\ 0 & 0 & M_3 \end{bmatrix}; \mathbf{K}_s = \begin{bmatrix} K_1 + K_2 & -K_2 & 0 \\ K_2 & K_2 + K_3 & -K_3 \\ 0 & -K_3 & K_3 \end{bmatrix}; \mathbf{C}_s \Phi = \left( \begin{matrix} \text{Num} \\ \mathbf{C} \end{matrix} \right)^{-1} \Phi_s^* \left[ \begin{matrix} \text{Num} \end{matrix} \right]^{-1}$$

$\mathbf{C}_s^*$  est la matrice d'amortissement modal,  $\Phi^{Num}$  est la matrice des modes propres numériques.

Afin de calibrer le modèle numérique, il suffit d'estimer les matrices de masse, d'amortissement et de raideur. Le modèle numérique est recalé à partir des essais. Pour cela, une fonction coût dépendant des fréquences propres et des déformées modales est minimisée.

#### Estimation de la matrice de rigidité dynamique

Afin de calculer la matrice de raideur du modèle numérique, il suffit de minimiser la fonction coût  $J(\%)$  définie par [141] :

$$J(\%) = \frac{100}{m} \sum_{i=1}^m \left\{ \left| \frac{f_i^{Exp} - f_i^{Num}}{f_i^{Exp}} \right| + NMD(\phi_i^{Exp}, \phi_i^{Num}) \right\} \quad (\text{VII. 2})$$

$f_i^{Exp}$  et  $f_i^{Num}$  sont respectivement les fréquences expérimentale et numérique du mode  $n^{\circ}i$ .

$\phi_i^{Exp}, \phi_i^{Num}$  sont respectivement les déformées modales expérimentale et numérique du mode  $n^{\circ}i$

NMD est la différence modale normalisée définie par :

$$NMD(\phi^{Num}, \phi^{Exp}) = \sqrt{\frac{1 - MAC(\phi^{Num}, \phi^{Exp})}{MAC(\phi^{Num}, \phi^{Exp})}} \quad (\text{VII. 3})$$

Le MAC (Modal assurance criterion) est un coefficient classique pour définir la corrélation entre deux déformées modales. Il est défini par :

$$MAC(\phi^{Num}, \phi^{Exp}) = \frac{\{(\phi^{Num})^T \phi^{Exp}\}^2}{\{(\phi^{Num})^T \phi^{Num}\} \{(\phi^{Exp})^T \phi^{Exp}\}} \quad (\text{VII. 4})$$

La procédure utilisée pour le processus d'optimisation est présentée sur la FIG.VII. 5.

En appliquant la procédure d'optimisation, nous obtenons les valeurs des rigidités entre chaque étage :  $K_1=78117$  N/m,  $K_2=69786$  N/m et  $K_3=68159$  N/m.

La matrice de rigidité est alors exprimée comme suit :

$$\mathbf{K}_s = \begin{bmatrix} 147903 & -69786 & 0 \\ -69786 & 137945 & -68159 \\ 0 & -68159 & 68159 \end{bmatrix}$$

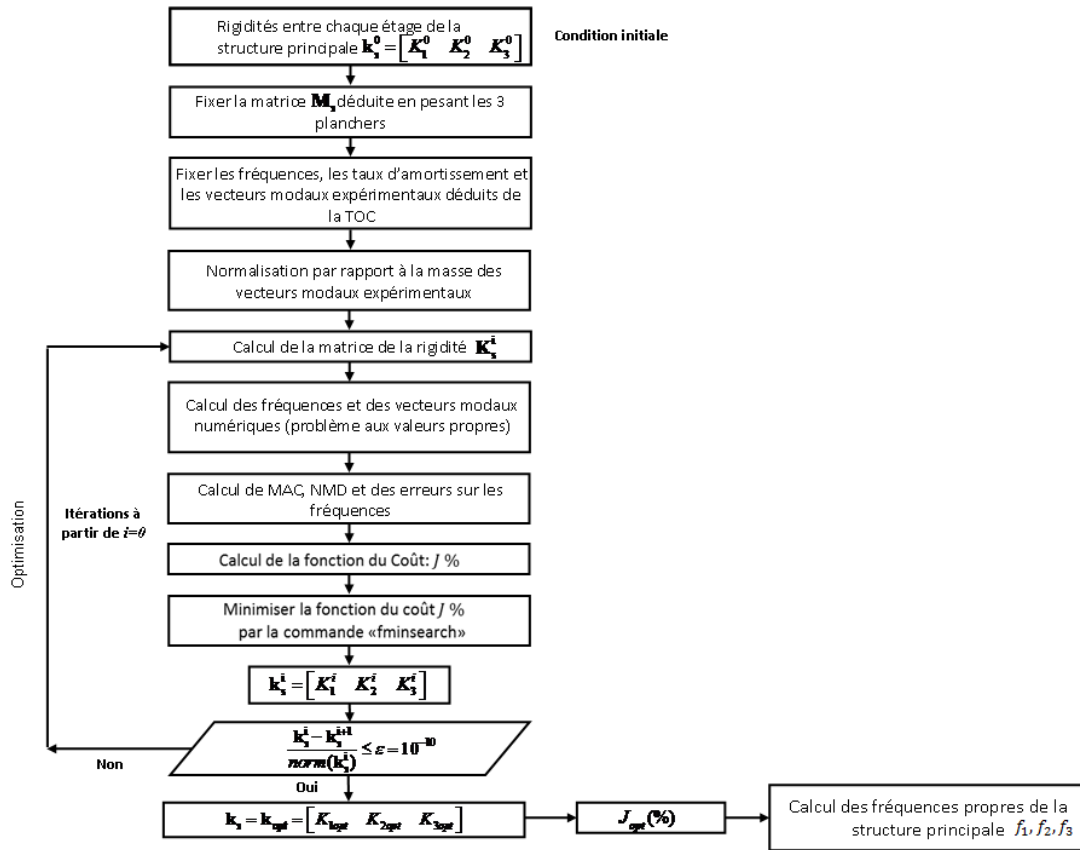


FIG.VII. 5- Procédure d'optimisation pour le recalage du modèle numérique.

### Estimation de la matrice d'amortissement

La matrice d'amortissement est déduite à partir de l'équation suivante :

$$C_s \Phi = \left( \begin{matrix} Num \\ C^K \end{matrix} \right)^{-1} \Phi_s^* \left[ \begin{matrix} Num \end{matrix} \right]^{-1} \quad (VII. 5)$$

Sachant que la matrice d'amortissement modal  $C_s^*$  est supposée de la forme suivante (amortissement proportionnel)

$$C_s^* = \begin{bmatrix} 4\pi\xi_1^* f_1^{Num} & 0 & 0 \\ 0 & 4\pi\xi_2^* f_2^{Num} & 0 \\ 0 & 0 & 4\pi\xi_3^* f_3^{Num} \end{bmatrix}$$

$\xi_1^*, \xi_2^*, \xi_3^*$  sont respectivement les taux d'amortissement des modes n°1, n°2 et n°3, obtenus à partir de la TOC appliquée aux mesures.

$f_1^{Num}, f_2^{Num}, f_3^{Num}$  sont respectivement les fréquences propres numériques des modes n°1, n°2 et n°3 obtenus à partir de l'optimisation de la fonction  $J(\%)$ .

$\Phi^{Num}$  est la matrice des modes propres numériques déduite de l'optimisation de la fonction  $J(\%)$ . Notons bien que cette matrice est normalisée par rapport à la masse.

$$\text{Où } \Phi^{Num} = \begin{bmatrix} 0.1630 & -0.4461 & -0.4315 \\ 0.3194 & -0.3223 & 0.4539 \\ 0.4275 & 0.2651 & -0.1126 \end{bmatrix} ; \text{ ainsi } C_s = \begin{bmatrix} 2.8717 & -0.7626 & -0.2445 \\ -0.7626 & 2.6082 & -1.1086 \\ -0.2445 & -1.1086 & 2.0613 \end{bmatrix} (N/(m/s))$$

### VII. 2.3 Comparaison entre le modèle numérique et l'expérience

Le Tableau.VII. 4 rassemble les fréquences propres obtenues expérimentalement ainsi que les fréquences numériques calculées à partir du modèle recalé. Les erreurs relatives entre les fréquences du modèle et de l'expérience sont également présentes dans le Tableau.VII. 4

Les erreurs relatives pour les fréquences propres sont inférieures à 4%.

Afin de comparer les vecteurs propres numériques aux vecteurs propres expérimentaux, il suffit de normaliser les vecteurs propres numériques par rapport à leurs composantes maximales respectives (ce qui est déjà le cas des vecteurs propres expérimentaux). Le Tableau.VII. 5 fournit les vecteurs propres expérimentaux ainsi que les vecteurs numériquement calculés à partir du modèle recalé.

Mode	Fréquence propre (Hz)		Erreur relative (%)
	Expérimentale	Numérique	
1	10.77	10.77	$0.25 \times 10^{-3}$
2	30.72	31.88	3.79
3	48.38	48.04	0.71

**Tableau.VII. 4-** Comparaison des fréquences propres expérimentales et numériques.

Modes	Mode 1		Mode 2		Mode 3	
	Expérimental	Numérique	Expérimental	Numérique	Expérimentale	Numérique
Déformés modales $\phi$	$\begin{bmatrix} 0.3607 \\ 0.7365 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.3812 \\ 0.7472 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0.7285 \\ -0.5553 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0.7226 \\ -0.5943 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.8686 \\ 1 \\ -0.3766 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.9506 \\ 1 \\ -0.2481 \end{bmatrix}$

**Tableau.VII. 5-** Comparaison des déformées modales expérimentales et numériques.

Afin de vérifier l'orthogonalité des deux bases modales (expérimentale et numérique), il suffit de calculer la matrice du MAC. Cette matrice indique la corrélation entre deux bases de vecteurs. Si le MAC atteint 100%, les deux vecteurs sont colinéaires. En revanche, si le MAC atteint 0% les deux vecteurs sont orthogonaux. Sur la figure suivante, nous avons tracé le MAC dont la matrice vaut :

$$MAC(\%) = \begin{bmatrix} 99.977 & 4.375 & 0.048 \\ 2.841 & 99.925 & 0.170 \\ 0.644 & 0.197 & 98.831 \end{bmatrix}$$



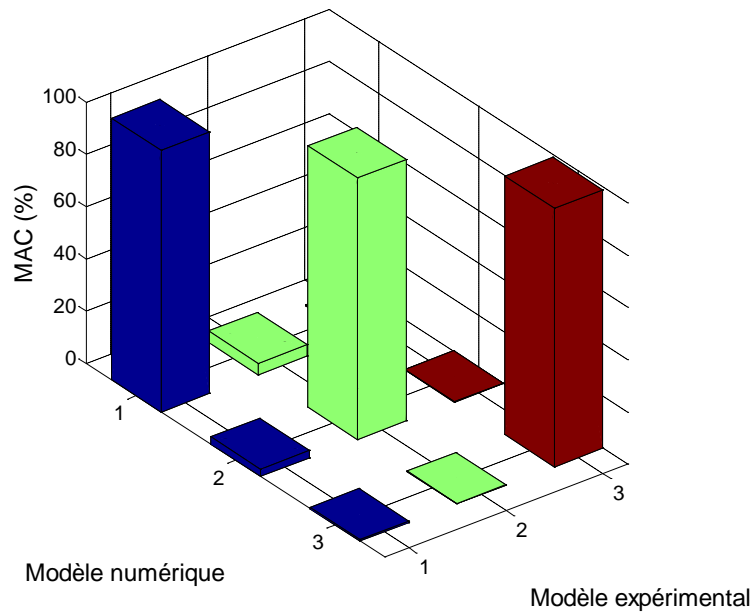


FIG.VII. 6- MAC entre les modèles expérimental et numérique.

En conclusion, nous constatons que les résultats sont satisfaisants dans la mesure où les 3 modes du modèle numérique sont bien corrélés aux 3 modes du modèle expérimental.

### VII. 3 Etude de l'amortissement de l'AMA basé sur les courants de Foucault

Un Amortisseur à Masse Accordée (AMA) est proposé et réalisé afin d'amortir les vibrations induites par les excitations extérieures. L'amortissement de l'AMA proposé dans cette étude est fondé sur les courants de Foucault et l'AMA est conçu de manière à permettre un ajustement manuel de sa rigidité et de son amortissement. L'estimation des paramètres modaux de l'AMA est effectuée comme précédemment par l'application de la transformée en ondelettes continues (TOC) aux signaux obtenus expérimentalement.

#### VII. 3.1 Phénomène des courants de Foucault

Lorsqu'un matériau conducteur se déplace dans d'un champ magnétique stationnaire, des courants de Foucault sont alors induits (FIG.VII. 7a). En négligeant la charge de surface dans la plaque conductrice, la densité des courants de Foucault peut être écrite comme suit :

$$\mathbf{J} = \sigma(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \tag{VII. 6}$$

$\sigma$  est la conductivité électrique du matériau conducteur.

$\mathbf{v} = v_x \mathbf{i} + v_y \mathbf{j} + v_z \mathbf{k}$  est la vitesse relative entre l'aimant permanent et le conducteur.

$\mathbf{B} = B_x \mathbf{i} + B_y \mathbf{j} + B_z \mathbf{k}$  est la densité de flux magnétique due à l'aimant.

$\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  représente la force électromotrice permettant de conduire les courants de Foucault.

Application d'un Amortisseur à Masse Accordée avec rigidité et amortissement par courants de Foucault ajustables-Montage expérimental et calibration

Nous supposons que la vitesse possède une seule composante dans la direction  $x$ . La densité de courant est alors donnée par :

$$\mathbf{J} = \sigma v_x (-B_z \mathbf{j} + B_y \mathbf{k}) \quad (\text{VII. 7})$$

Les composantes de la densité de flux magnétique dues à un aimant permanent circulaire peuvent être évaluées en appliquant la loi de Biot-Savart à une boucle circulaire de la manière suivante :

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0 M dz}{4\pi} \oint \frac{d\mathbf{s} \times \mathbf{R}_1}{R_1^3} \quad (\text{VII. 8})$$

où  $\mu_0$  est la perméabilité,  $M$  l'aimantation par unité dans la direction de l'épaisseur de l'aimant.

Afin d'évaluer  $d\mathbf{B}$  en un point  $P(R, \theta, z)$ , il est utile d'adopter le système défini par les coordonnées cylindriques (FIG.VII. 7 b) :

$$\begin{aligned} R_1 &= R - r \quad r = b \cos \phi \mathbf{i} + b \sin \phi \mathbf{j} \\ R &= y \mathbf{j} + z \mathbf{k} \\ ds &= -b \sin \phi d\phi \mathbf{i} + b \cos \phi d\phi \mathbf{j} \end{aligned} \quad (\text{VII. 9})$$

$R_1$ , est la distance entre un élément infinitésimal  $ds$  sur la portion circulaire et le point  $P$  dans le plan  $(yz)$ ,

$R$ , est la distance entre le point  $P$  et le centre de l'aimant circulaire de rayon  $b$ .

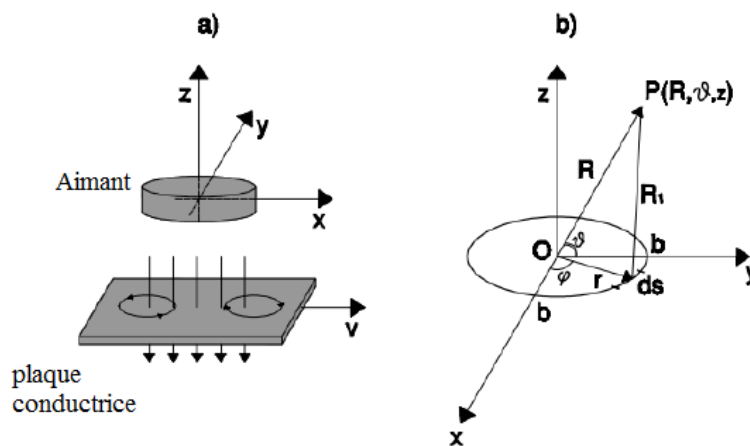


FIG.VII. 7 a- Mécanisme des courants de Foucault. b- Portion circulaire magnétique.

En substituant les équations (VII. 9) dans l'équation (VII. 8) d'une part, et en procédant à l'intégration à travers l'épaisseur de l'aimant d'autre part, la densité de flux magnétique due à l'aimant permanent circulaire peut être exprimée par [142,143] :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{B}_x &= \int dB_x = \frac{\mu_0 M}{4\pi} \int_{-h/2}^{h/2} \int_0^{2\pi} bz \left[ \frac{\cos \phi}{(y^2 + z^2 + b^2 - 2by \sin \phi)^{3/2}} \right] d\phi dz \\
 \mathbf{B}_y &= \int dB_y = \frac{\mu_0 M}{4\pi} \int_{-h/2}^{h/2} \int_0^{2\pi} bz \left[ \frac{\sin \phi}{(y^2 + z^2 + b^2 - 2by \sin \phi)^{3/2}} \right] d\phi dz \\
 \mathbf{B}_z &= \int dB_z = \frac{\mu_0 M}{4\pi} \int_{-h/2}^{h/2} \int_0^{2\pi} b \left[ \frac{b - y \sin \phi}{(y^2 + z^2 + b^2 - 2by \sin \phi)^{3/2}} \right] d\phi dz
 \end{aligned} \tag{VII. 10}$$

### VII. 3.2 Force magnétique de type visqueux

Nous cherchons à établir un modèle permettant de représenter de manière théorique le coefficient de l'amortissement de l'AMA. Dans ce cas, nous considérons que le terme visqueux est fourni par la force électromotrice liée aux courants de Foucault.

Les courants  $J$  produisent à leur tour un champ magnétique mais avec une polarité opposée aux champs générés par l'aimant permanent. Dès lors, une force répulsive apparaît. Cette force peut être évaluée par la loi de Lorentz et peut être exprimée par :

$$\mathbf{F} = \int_V (\mathbf{J} \times \mathbf{B}) dV \tag{VII. 11}$$

où  $V$  est le volume des conducteurs.

En substituant l'équation (VII. 7) dans l'équation (VII. 11) d'une part, et en effectuant le produit croisé d'autre part, la force électromagnétique devient :

$$\mathbf{F} = \sigma v_x \times \int_V [(-B_z^2 - B_y^2)\mathbf{i} + B_x B_y \mathbf{j} + B_x B_z \mathbf{k}] dV \tag{VII. 12}$$

Par conséquent, en s'appuyant sur des recherches antérieures [130] et en vertu de l'équation (VII. 7), la composante selon  $x$  de la force électromagnétique ne dépend pas de la composante du champ magnétique parallèle à la vitesse du conducteur,  $B_x$  :

$$F_x = -\sigma v_x \int_V (B_y^2 + B_z^2) dV \tag{VII. 13}$$

La force d'amortissement selon  $x$  est donc proportionnelle à la vitesse du vecteur de direction opposée. Il est donc possible de définir le coefficient d'amortissement et le taux d'amortissement de l'AMA [130] de la manière suivante :

$$c_{AMA} = \sigma \int_V (B_y^2 + B_z^2) dV \quad \text{et} \quad \xi_{AMA} = \frac{c_{AMA}}{2m_{AMA} \omega_{AMA}} \tag{VII. 14}$$

où  $m_{AMA}$  et  $\omega_{AMA}$  sont respectivement la masse et la pulsation propre de l'AMA.

### VII. 3.3 Description du dispositif expérimental de l'AMA

L'AMA est constitué d'une masse  $m_1$  (=150 g) en cuivre supportée par deux lames minces en acier ressort. La masse de cuivre est composée d'un bloc de cuivre et de deux plaques de cuivre de faible épaisseur collées entre elles. La figure suivante présente des images du dispositif expérimental sur lesquelles les différents éléments sont visibles.

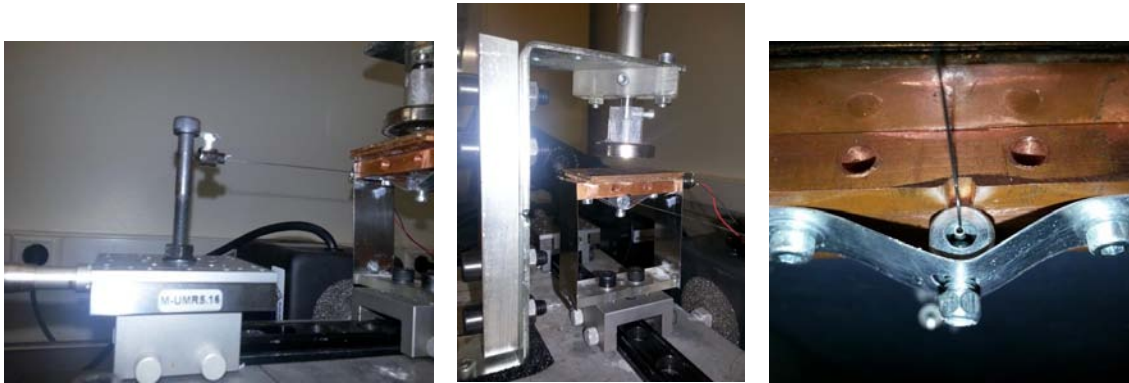


FIG.VII. 8- AMA utilisant les courants de Foucault et une rigidité ajustables.

Le dispositif a été conçu de manière à permettre un réglage manuel de la fréquence et du taux d'amortissement de l'AMA. Concernant l'amortissement, la distance entre l'aimant et les plaques de cuivre superposées est réglée à l'aide d'une vis micrométrique. En rapprochant l'aimant de la masse de cuivre, l'effet des courants de Foucault est plus important et donc l'amortissement également. Pour faire varier la raideur, un câble est tendu perpendiculairement au déplacement de l'AMA. Il est relié à l'AMA à l'aide d'un tube dans lequel le câble est libre de se mouvoir. L'une des extrémités du câble est placée sur un chariot possédant une vis micrométrique. En déplaçant le chariot à l'aide de la vis, la tension dans le câble augmente ainsi que la projection de cette force suivant l'axe de déplacement de l'AMA, et donc la raideur de l'AMA également. Ainsi, il est possible d'ajuster la fréquence propre de l'AMA.

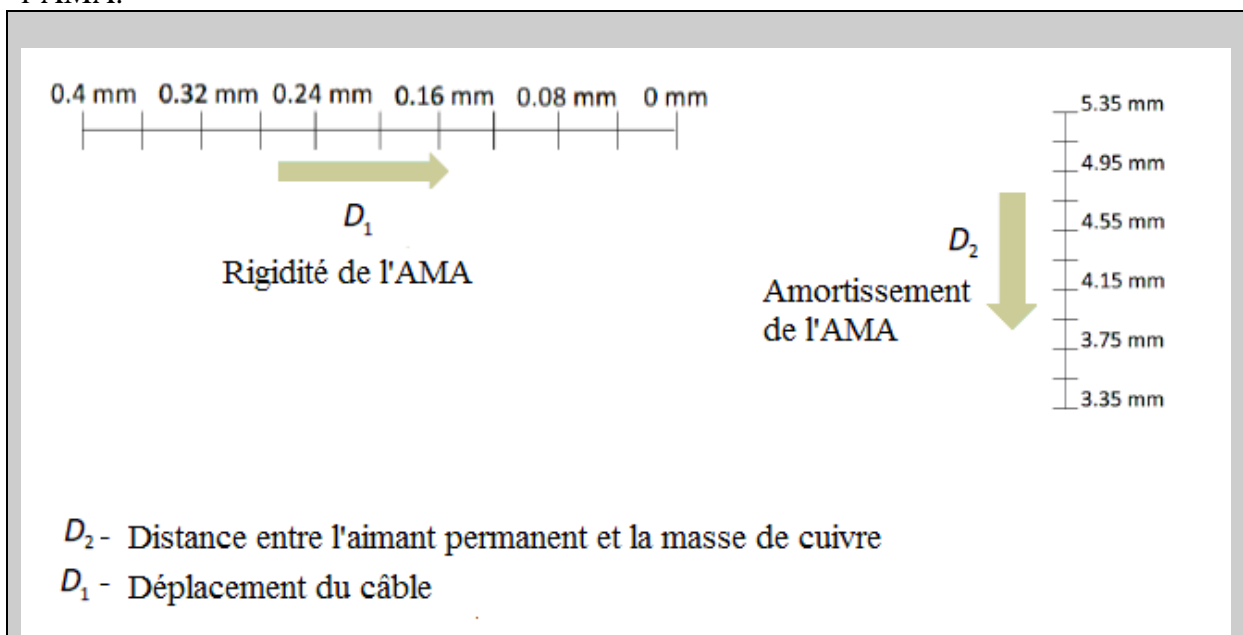


FIG.VII. 9- Configuration de l'ajustement de l'AMA.

Dans cette étude, en tenant compte de l'intervalle de fréquences d'intérêt, le support se déplace sur un intervalle de 0.4 mm. Le pas considéré sur cet intervalle est fixé à 0.04 mm. Cette valeur sera désignée ci-après par  $D_1$ . En particulier, lorsque  $D_1$  est égale à 0 mm, la fréquence de l'AMA atteint sa valeur maximale. L'aimant est déplacé sur un intervalle de 2 mm et le pas est de 0.2 mm, notée  $D_2$ . La première valeur adoptée pour  $D_2$  correspond à une distance entre l'aimant et la masse de 3.35 mm.

### VII. 3.3.1 Estimation des paramètres de l'AMA

Pour chaque valeur fixe de  $D_1$  et en faisant varier  $D_2$ , la réponse de l'AMA a été mesurée. Notons que pour chaque couple ( $D_1, D_2$ ), trois essais de vibration libre ont été effectués. Les signaux enregistrés ont été traités à l'aide de la TOC afin d'évaluer le taux d'amortissement et la fréquence de l'AMA. Le tableau suivant indique les valeurs des paramètres utilisés pour le traitement des signaux.

intervalle fréquentiel (Hz)	$N_{TOC}$	Q
[0 50]	500	10

Tableau.VII. 6- Paramètres de la TOC pour le traitement local des signaux des différents essais de l'AMA.

Par ailleurs, la TOC permet non seulement d'évaluer les paramètres modaux du système, mais également d'apprécier leur évolution dans le temps. Ceci représente un enjeu important dans ce contexte expérimental car la performance de l'AMA est très sensible à un changement de ses caractéristiques.

Sur les figures suivantes, les résultats sont illustrés pour deux cas où les fréquences obtenues sont respectivement 10.44 Hz et 9.62 Hz

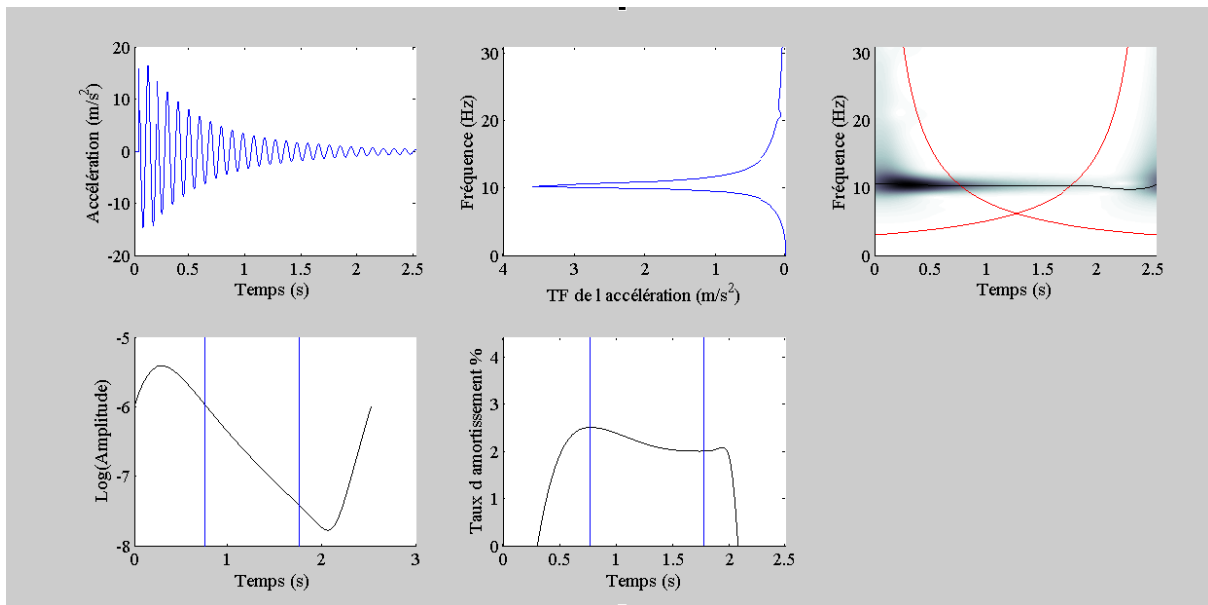
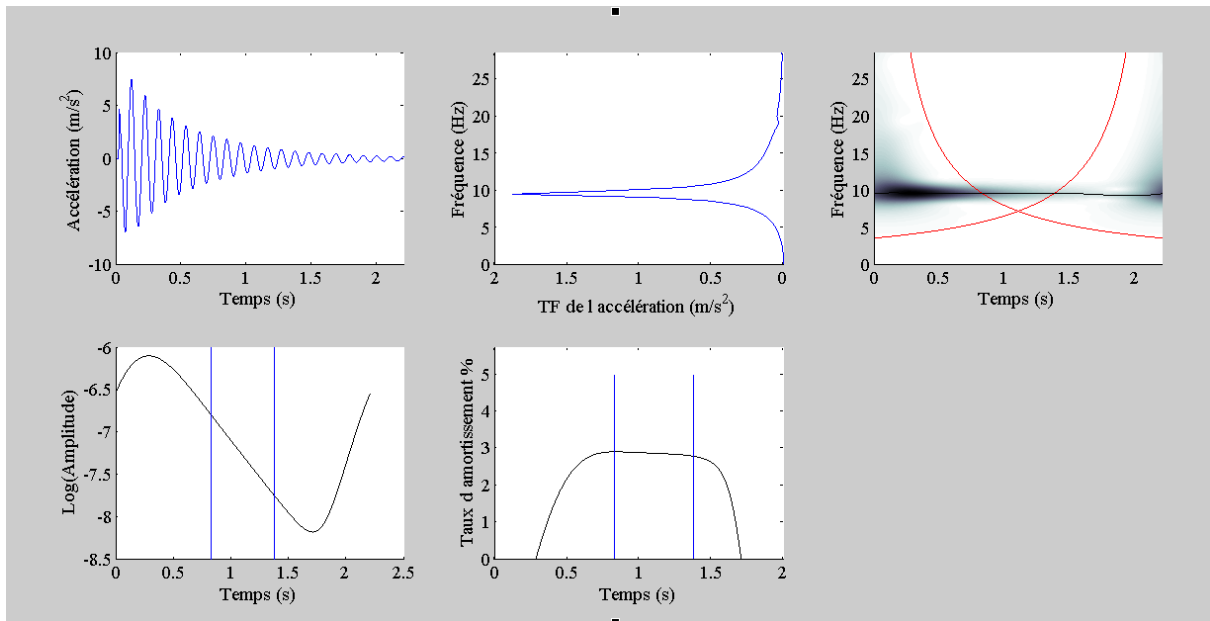


FIG.VII. 10-a- Signal d'accélération de l'AMA. b- Transformée de Fourier du signal d'accélération. c- TOC. d- Logarithme du module de la TOC. e- Taux d'amortissement de l'AMA, pour  $D_1=0.24$  mm et  $D_2=5.15$  mm.

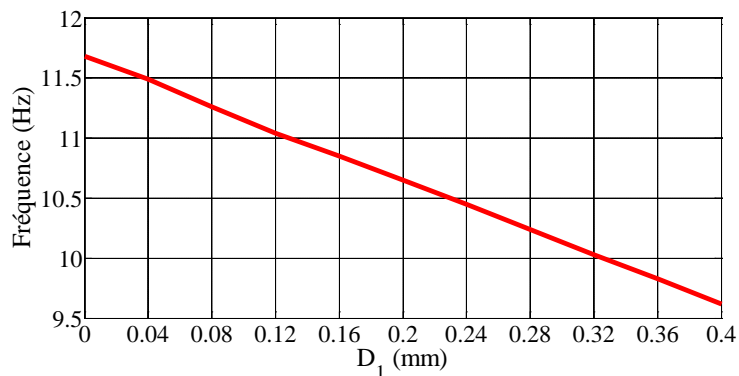


**FIG.VII. 11-a-** Signal d'accélération de l'AMA. **b-** Transformée de Fourier du signal d'accélération. **c-** TOC  
**d-** Logarithme du module de la TOC. **e-** Taux d'amortissement de l'AMA, pour  $D_1=0.4$  mm et  $D_2=3.55$ mm.

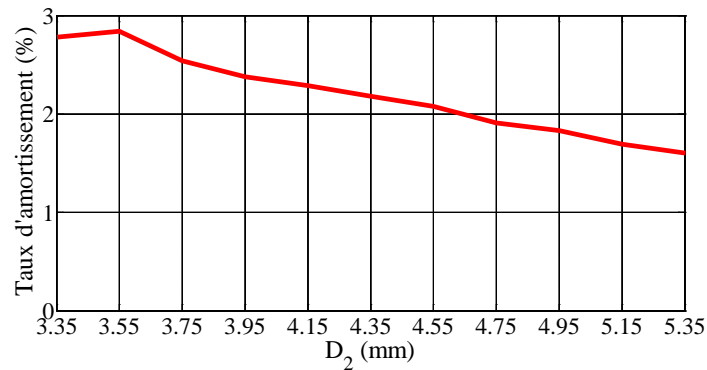
Puisque le signal est de durée finie et échantillonné avec une période d'échantillonnage non nulle, il existe une anomalie aux bords appelée l'effet de bord. Il est donc important d'essayer de déterminer un domaine sur le plan temps-fréquence où l'effet de bord peut être négligé (voir **Annexe D**)

Pour la TOC utilisée, les effets de bord sont délimités par deux hyperboles. Pour la représentation du taux d'amortissement, ces limites sont représentées par deux lignes verticales qui correspondent aux points d'intersection du module de la TOC avec les deux hyperboles. Dans ce cas, le domaine considéré dont l'effet de bord est négligeable sera utilisé dans la procédure d'identification modale.

La fréquence instantanée obtenue avec la TOC est presque constante dans le temps, impliquant un comportement linéaire du système. Cependant, le taux d'amortissement, qui est évalué à partir de la pente du logarithme du module de la TOC, présente dans un premier temps un comportement non-linéaire. Cependant, cet effet non-linéaire apparaît hors du domaine considéré. Et en observant le logarithme de l'amplitude de la TOC, il apparaît clairement que l'amortissement peut être modélisé comme étant un amortissement visqueux linéaire. A cet effet, l'AMA a bien un comportement quasi-linéaire dans le domaine considéré.



**FIG.VII. 12-** Fréquence de l'AMA pour  $D_2=4.55$  mm et  $D_1$  variable.



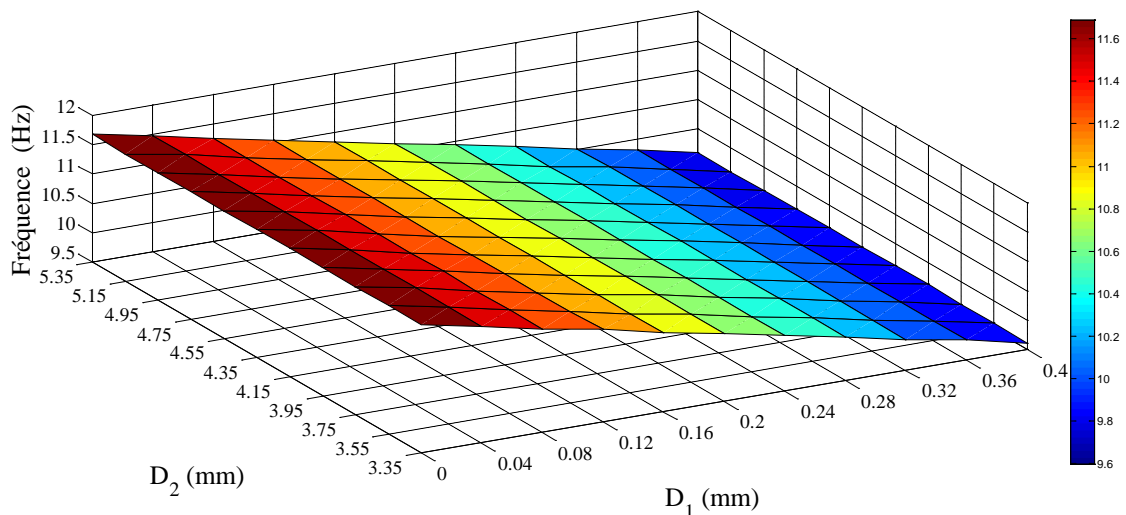
**FIG.VII. 13-** Taux d'amortissement de l'AMA en % pour  $D_1=0.24$  mm et  $D_2$  variable.

Sur la FIG.VII. 12, nous observons que, pour une valeur fixe de la distance de l'AMA à l'aimant, la fréquence diminue en augmentant la tension du câble ( $D_1$ ),

Dans la FIG.VII. 13, nous fixons une valeur de la tension du câble et nous varions la distance de l'AMA à l'aimant ( $D_2$ ). Nous remarquons lorsque la distance entre l'aimant et la plaque de cuivre diminue, la valeur du taux d'amortissement augmente.

Les paramètres de l'AMA identifiés pour chaque combinaison ( $D_1$ ,  $D_2$ ) considérée sont présentés sur les figures FIG.VII. 14 et FIG.VII. 15. La fréquence et le taux d'amortissement rapportés sont les valeurs moyennes obtenues à partir des trois essais réalisés pour chaque combinaison.

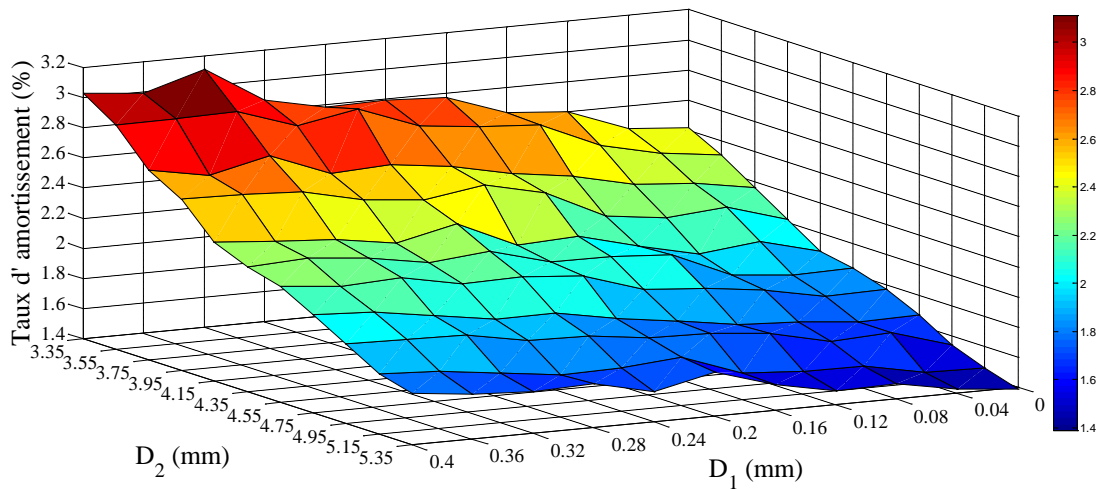
D'après la FIG.VII. 14, nous observons que la surface obtenue de la fréquence de l'AMA peut être approchée par un plan affine. En fixant  $D_1$  et en variant  $D_2$ , il est clair que la fréquence de l'AMA reste quasi constante. Nous remarquons aussi pour le domaine de variation de  $D_1$  et  $D_2$  propre à notre essai que la fréquence de l'AMA varie dans un intervalle de 9.60 Hz à 11.69 Hz



**FIG.VII. 14-** Fréquence de l'AMA en fonction de la tension du câble ( $D_1$ ), et de la position de l'aimant ( $D_2$ ).

En revanche, La FIG.VII. 15 montre que la surface obtenue du taux d'amortissement ne peut pas être approchée par un plan affine. En particulier, lorsque l'aimant est proche de la plaque

de cuivre, le taux d'amortissement a tendance à prendre des valeurs plus élevées. Nous remarquons aussi que le taux d'amortissement de l'AMA varie dans un intervalle de 1.39% à 3.03%.



**FIG.VII. 15-** Taux d'amortissement de l'AMA en % en fonction de la tension du câble ( $D_1$ ) et de la position de l'aimant ( $D_2$ ).

## VII. 4 Étude de la structure complète : structure + AMA

### VII. 4.1 Description des conditions expérimentales

Dans cette partie de l'étude, l'AMA est placé au dernier étage de la structure principale. Nous effectuons ensuite des essais de vibration libre après choc sur la structure complète. Dans le Tableau.VII. 1, nous rappelons certaines caractéristiques du système testé :

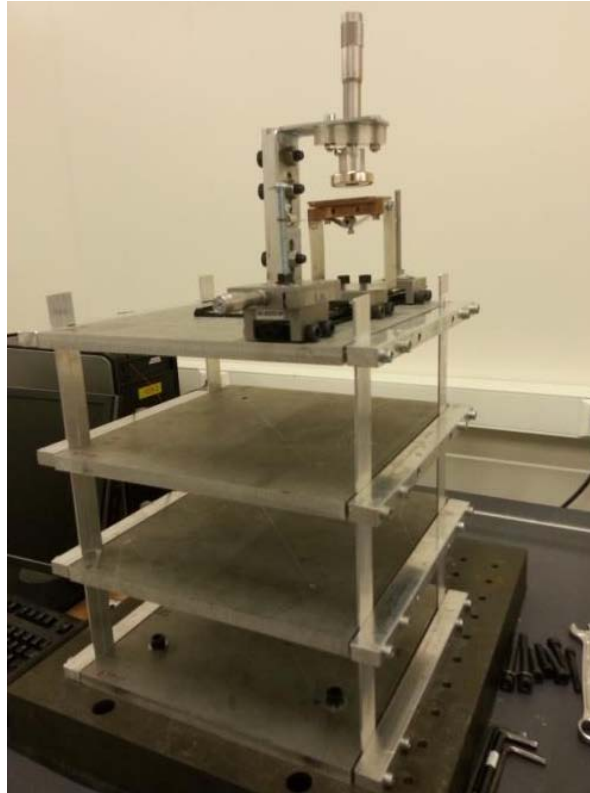
	Etage 1 de la structure principale	Etage 2 de la structure principale	Etage 3 de la structure principale	AMA
Masses (Kg)	2.429	2.427	3.763	0.150

**Tableau.VII. 7-** Masses du système testé.

Dans ce cas, le rapport entre la masse de l'AMA et celle de la structure principale est égal à 2.74%

Comme dans le paragraphe précédent pour l'AMA, trois essais de vibration libre après choc sont réalisés pour chacune des combinaisons ( $D_1$ ,  $D_2$ ), (3x121) au total.





**FIG.VII. 16-** Dispositif de la structure complète.

Les conditions expérimentales, matériels et logiciel, sont les mêmes que pour la structure seule, avec un accéléromètre supplémentaire situé sur l'AMA.

#### **VII. 4.2 Analyse fréquentielle**

Cette section s'intéresse au calcul des fonctions de réponse en fréquence (FRF) qui seront utilisées aussi bien pour l'exploitation des mesures expérimentales que pour l'estimation du critère  $C_2$ . Les FRF seront calculées pour les différents étages, avec et sans AMA, et pour différents réglages de l'AMA lorsque celui-ci est présent sur la structure.

Les principes de mesure d'une FRF expérimentale sont basés sur les densités spectrales. A cet effet, pour évaluer expérimentalement la fonction de transfert, nous utilisons cette expression [144] :

$$H_{\hat{x}_j/\hat{f}}(\omega) = \frac{G_{\hat{f}\hat{x}_j}(\omega)}{G_{\hat{f}\hat{f}}(\omega)} \quad (\text{VII. 15})$$

$$G_{\hat{f}\hat{x}_j}(\omega) = \hat{f}^*(\omega) \cdot \hat{x}_j(\omega)$$

$$G_{\hat{f}\hat{f}}(\omega) = \hat{f}(\omega) \cdot \hat{f}^*(\omega)$$

avec \*conjugué

$\hat{x}_j(\omega)$  est la transformée de Fourier du déplacement de l'étage  $j$ .

$\hat{f}(\omega)$  est la transformée de Fourier de la force.

Les densités spectrales,  $G_{\hat{f}\hat{f}}(\omega)$  (l'autospectre) et  $G_{\hat{f}\hat{x}_j}(\omega)$  (l'interspectre) sont évaluées en fonction des transformés de Fourier des enregistrements de la force et du déplacement de l'étage  $j$ . Ces densités sont moyennées sur le nombre d'essais [144].

Nous suivons la même démarche pour chaque réglage de l'AMA comme décrit ci-dessus (121 combinaisons).

Afin de comparer les FRF obtenues avec et sans AMA, cette démarche est également effectuée pour la structure principale seule. Notons que les déplacements sont obtenus par une double intégration des signaux d'accélération, et ceci, après le filtrage des signaux.

Dans cette partie, nous avons décidé d'utiliser seulement la formule de l'application du critère  $C_2$ , que nous avons proposé au chapitre 6. Toutefois, l'excitation n'est plus appliquée à la base mais directement sur la structure. Ce critère s'est avéré être le proche de la réalité et adapté dans le cadre d'une réalisation expérimentale, car les valeurs des taux d'amortissement demandés sont plus faibles que celles obtenues avec les autres critères.

Afin de calculer la valeur du critère sans être perturbé par des pics parasites, nous avons réduit l'étude sur des intervalles de fréquences autour des trois modes de la structure principale. Les limites de chaque intervalle de fréquences sont représentées par des lignes verticales rouges dans les tracés des FRF.

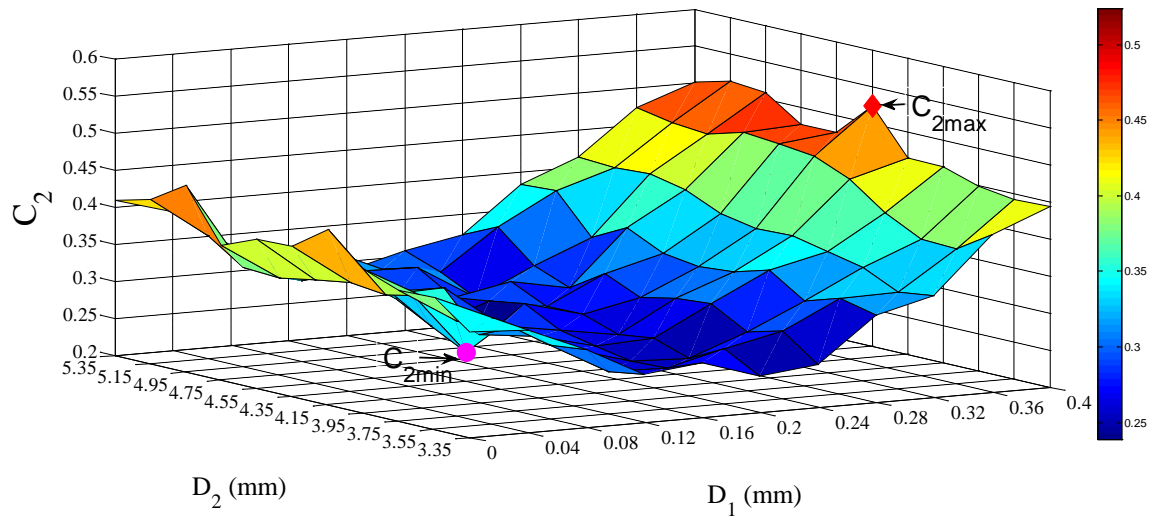
Le critère expérimental en formulation adimensionnelle utilise la norme  $L_2$  qui est fondée sur la racine carrée de l'intégrale du module FRF (de type receptance) au carré effectuée sur chaque intervalle considéré.

$$C_2(D_1, D_2) = \frac{\left\| \frac{\hat{x}_3}{\hat{f}}(\omega) \right\|_2}{\left\| \frac{\hat{x}_{03}}{\hat{f}}(\omega) \right\|_2} = \frac{\sqrt{\int_{\omega_1}^{\omega_2} \left| \frac{\hat{x}_3}{\hat{f}}(\omega) \right|^2 d\omega} + \sqrt{\int_{\omega_3}^{\omega_4} \left| \frac{\hat{x}_3}{\hat{f}}(\omega) \right|^2 d\omega} + \sqrt{\int_{\omega_5}^{\omega_6} \left| \frac{\hat{x}_3}{\hat{f}}(\omega) \right|^2 d\omega}}{\sqrt{\int_{\omega_1}^{\omega_2} \left| \frac{\hat{x}_{03}}{\hat{f}}(\omega) \right|^2 d\omega} + \sqrt{\int_{\omega_3}^{\omega_4} \left| \frac{\hat{x}_{03}}{\hat{f}}(\omega) \right|^2 d\omega} + \sqrt{\int_{\omega_5}^{\omega_6} \left| \frac{\hat{x}_{03}}{\hat{f}}(\omega) \right|^2 d\omega}} \quad (\text{VII. 16})$$

$\left| \frac{\hat{x}_3}{\hat{f}}(\omega) \right|$  est le module de la fonction de transfert définie par le rapport entre la transformée de Fourier du déplacement relatif de l'étage 3 de la structure principale avec AMA et celle de l'excitation au dernier étage.

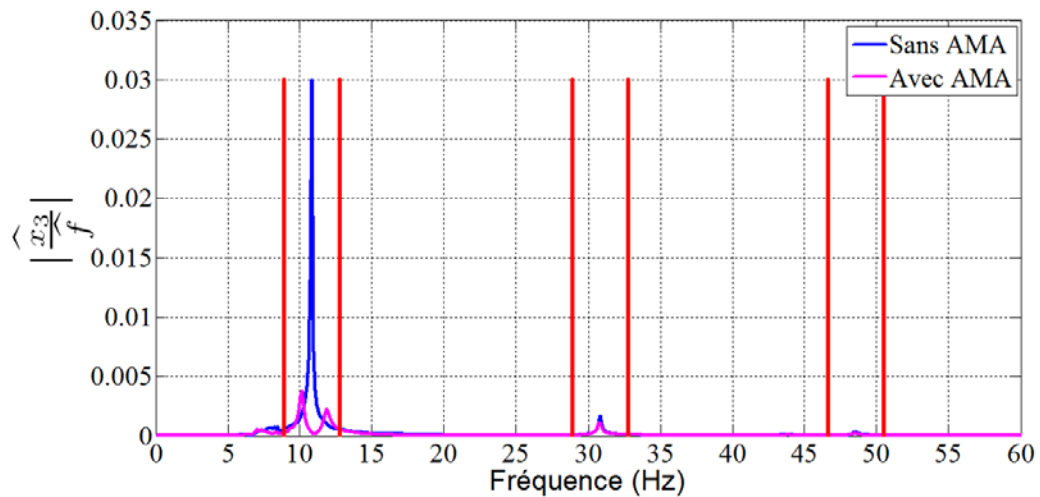
$\left| \frac{\hat{x}_{03}}{\hat{f}}(\omega) \right|$  est le module de la fonction de transfert définie par le rapport entre la transformée de Fourier du déplacement relatif de l'étage 3 de la structure principale sans AMA et celle de l'excitation au dernier étage.

Nous obtenons pour l'ensemble des combinaisons 121 FRF pour le 3<sup>ème</sup> étage, ainsi que pour les deux autres étages. Les courbes des FRF pour le 3<sup>ème</sup> étage (avec et sans AMA) nous permet de calculer les valeurs du critère  $C_2$ . Ensuite en fonction de la position du câble de l'AMA ( $D_1$ ) ainsi que de celle de l'aimant ( $D_2$ ), nous pouvons tracer l'allure du critère  $C_2$ .



**FIG.VII. 17-** Surface 3D illustrant l'évolution du critère  $C_2$  en fonction de  $D_1$  et  $D_2$ .

Pour un domaine de variation de  $D_1$  et  $D_2$  propre à notre essai, nous remarquons que le critère  $C_2$  est minimum pour une position de  $D_1$  égale à 0.12 mm et  $D_2$  égale à 4.35 mm. Notons bien que cette configuration correspond à une fréquence de l'AMA égale à 11.04 Hz et à un taux d'amortissement égal à 2.04%. Nous observons aussi que le critère  $C_2$  est maximum pour une position de  $D_1$  égale à 0.4 mm et  $D_2$  égale à 4.35 mm ce qui correspond à une fréquence de l'AMA égale à 9.62 Hz et un taux d'amortissement égal 2.23%. Nous traçons dans la suite que les allures des FRF pour ces deux positions.



**FIG.VII. 18-** Amplitude de la fonction de transfert du 3<sup>ème</sup> étage sans et avec AMA pour une position de  $D_1$  égale à 0.12 mm et  $D_2$  égale à 4.35 mm.

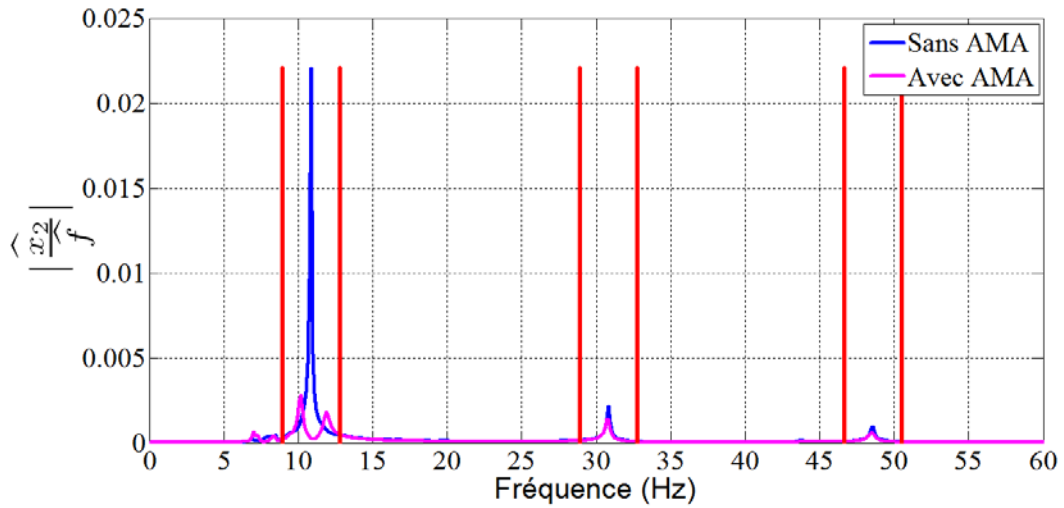


FIG.VII. 19- Amplitude de la fonction de transfert du 2<sup>ème</sup> étage sans et avec AMA pour une position de  $D_1$  égale à 0.12 mm et  $D_2$  égale à 4.35 mm.

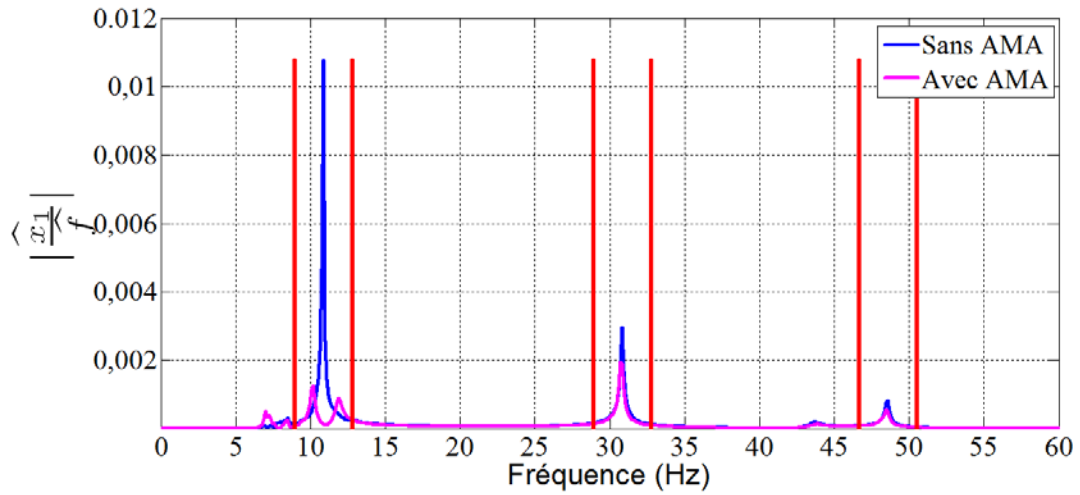


FIG.VII. 20- Amplitude de la fonction de transfert du 1<sup>er</sup> étage sans et avec AMA pour une position de  $D_1$  égale à 0.12 mm et  $D_2$  égale à 4.35 mm.

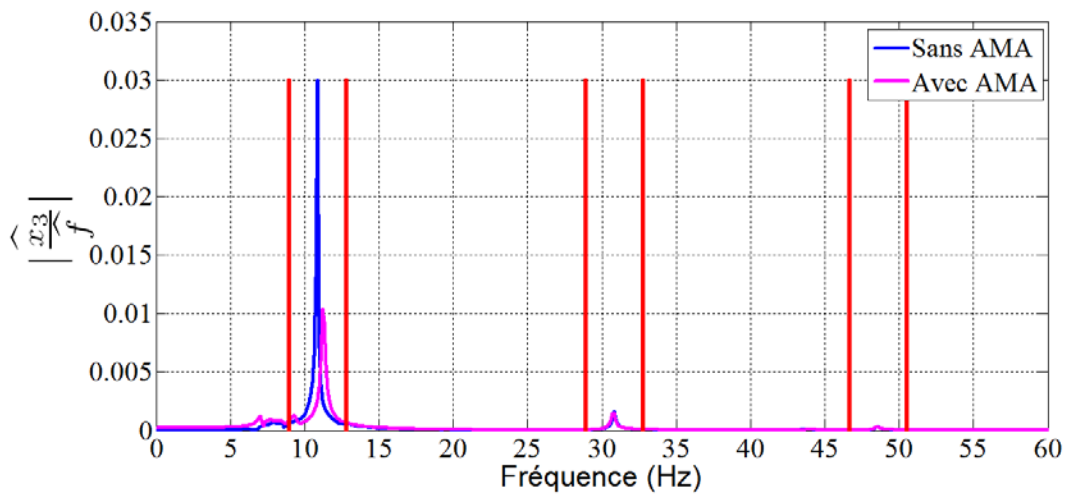
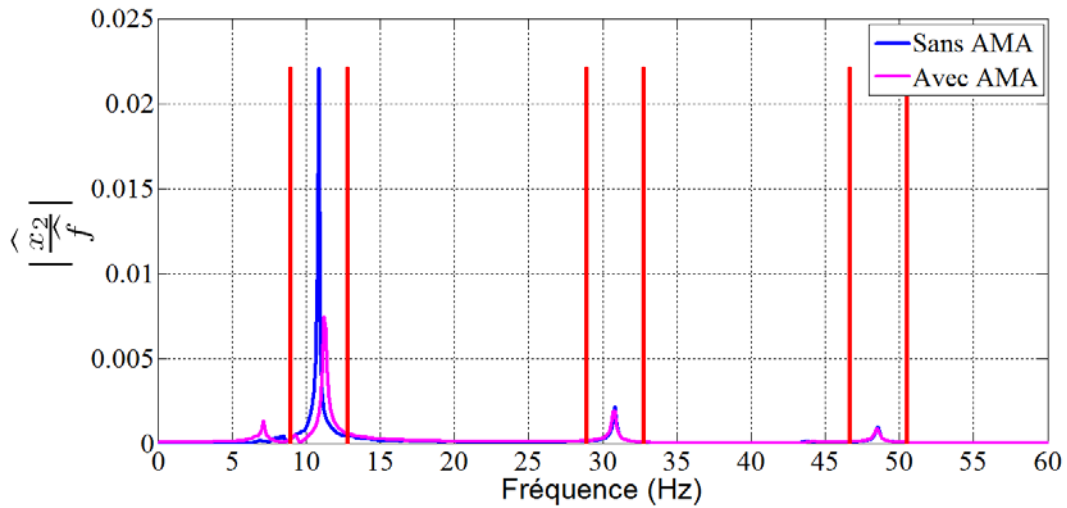
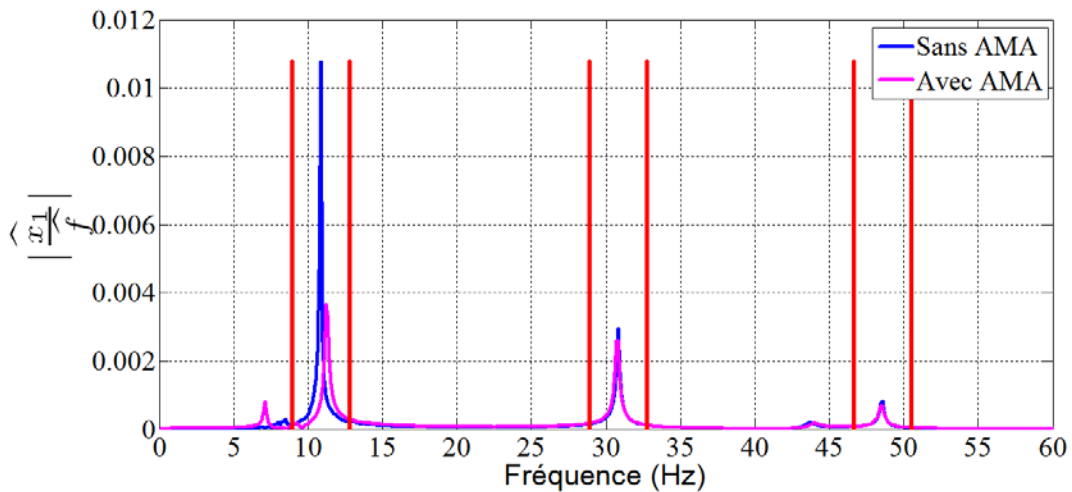


FIG.VII. 21- Amplitude de la fonction de transfert du 3<sup>ème</sup> étage sans et avec AMA pour une position de  $D_1$  égale à 0.4 mm et  $D_2$  égale à 4.35 mm.



**FIG.VII. 22-** Amplitude de la fonction de transfert du 2<sup>ème</sup> étage sans et avec AMA pour une position de  $D_1$  égale à 0.4 mm et  $D_2$  égale à 4.35 mm.



**FIG.VII. 23-** Amplitude de la fonction de transfert du 1<sup>er</sup> étage sans et avec AMA pour une position de  $D_1$  égale à 0.4 mm et  $D_2$  égale à 4.35 mm.

Nous observons dans les tracés des FRF, l'apparition de deux pics l'un en basses fréquences et l'autre entre le 2<sup>ème</sup> et le 3<sup>ème</sup> mode. Le premier correspond à un mode de vibration de l'établi et le second au premier mode de la potence supportant l'aimant.

Nous remarquons, d'après les tracés des FRF le rôle que joue l'AMA dans l'atténuation des vibrations. L'effet est surtout visible autour des deux premiers modes et principalement sur le premier mode. Nous remarquons également l'apparition de deux pics autour du 1<sup>er</sup> mode en utilisant un seul AMA.

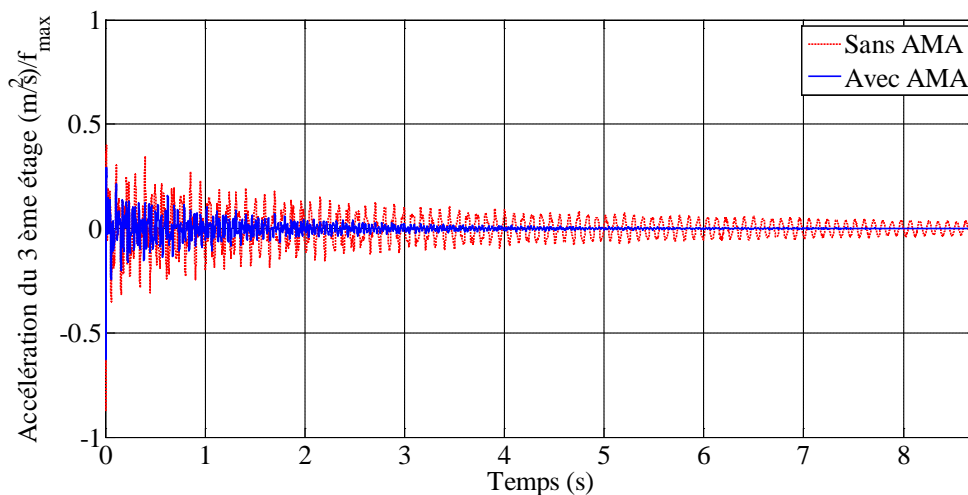
D'après la FIG.VII. 18, il est important de noter que pour une position qui rend le critère minimal, l'amplitude a été diminuée d'un facteur cinq à six pour le 1<sup>er</sup> mode. Nous constatons aussi que pour cette position, l'amplitude de la fonction de transfert est plus atténuée en le comparant à la position où le critère est maximal.

### VII. 4.3 Analyse temporelle

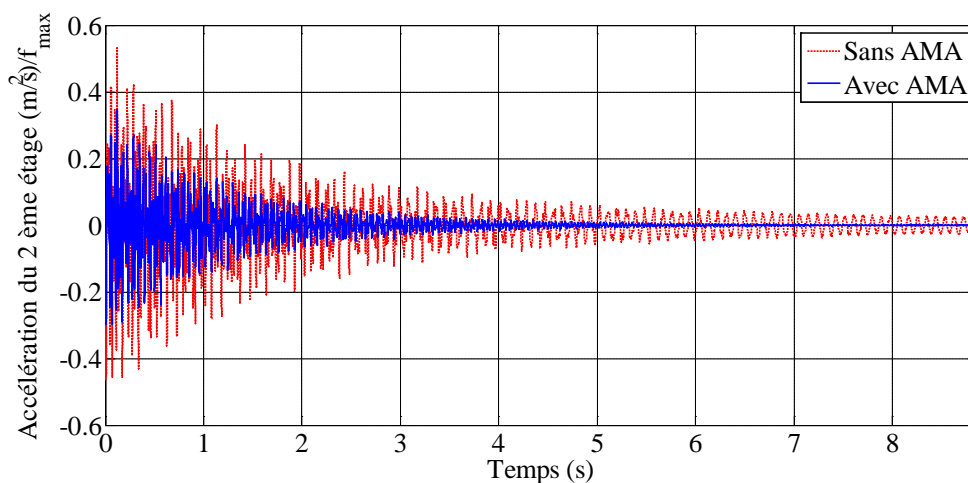
Cette section s'intéresse à présenter les signaux temporels expérimentaux en accélération et en déplacement (obtenu à partir des accélérations) pour les trois étages. Les différentes figures présentées ci-dessous concernent deux positions de l'AMA. Une position où le critère est minimal et une position où le critère est maximal.

Nous constatons sur les figures présentées ci-dessous l'effet de la configuration considérée (avec ou sans AMA) sur l'atténuation des vibrations. Certains effets constatés sont très prononcés en termes d'atténuation. Ces effets sont considérés aussi bien pour les accélérations que pour les déplacements. En comparant les réponses temporelles des deux positions de l'AMA, il apparaît que l'atténuation des oscillations des trois étages est plus forte avec des paramètres de l'AMA pour lequel le critère est minimum dans le domaine de variation de  $D_1$  et  $D_2$ .

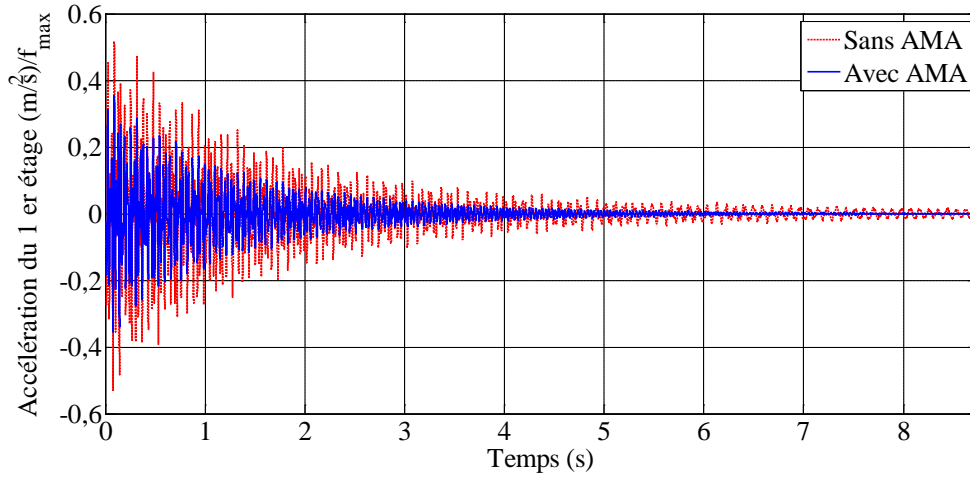
Notons bien que  $f_{max}$  indiqué dans les figures suivantes est la force temporelle maximale appliquée sur la structure principale seule ou sur la structure complète (Structure principale + AMA).



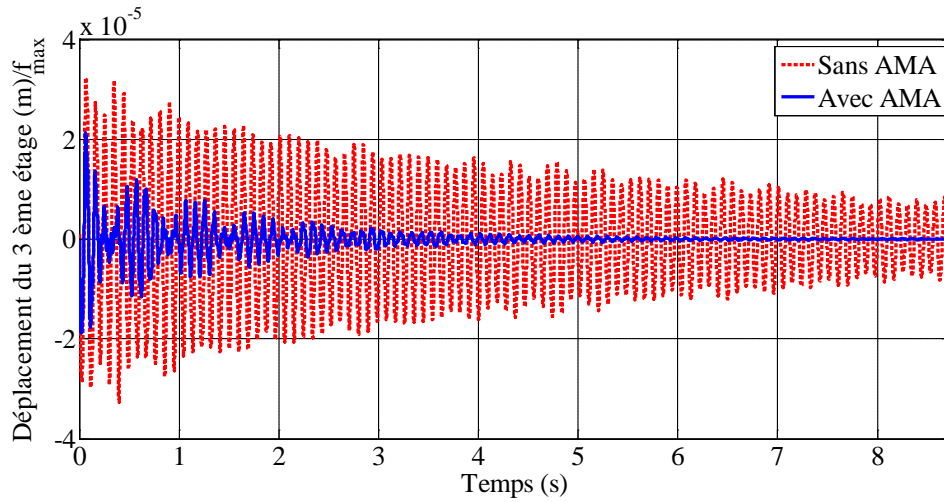
**FIG.VII. 24-** Accélération du 3<sup>ème</sup> étage sans AMA et avec AMA pour une position de  $D_1$  égale à 0.12 mm et  $D_2$  égale à 4.35 mm.



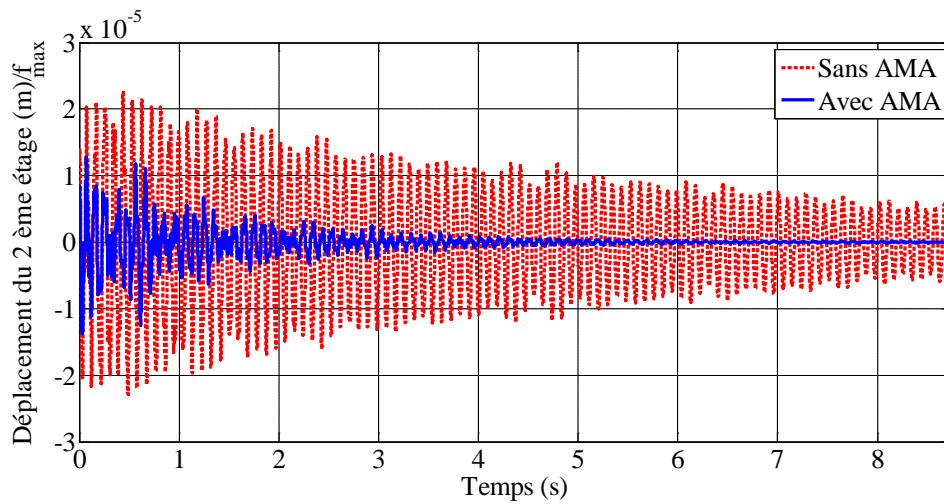
**FIG.VII. 25-** Accélération du 2<sup>ème</sup> étage sans AMA et avec AMA pour une position de  $D_1$  égale à 0.12 mm et  $D_2$  égale à 4.35 mm.



**FIG.VII. 26-** Accélération du 1<sup>er</sup> étage sans AMA et avec AMA pour une position de  $D_1$  égale à 0.12 mm et  $D_2$  égale à 4.35 mm.



**FIG.VII. 27-** Déplacement du 3<sup>ème</sup> étage sans AMA et avec AMA pour une position de  $D_1$  égale à 0.12 mm et  $D_2$  égale à 4.35 mm.



**FIG.VII. 28-** Déplacement du 2<sup>ème</sup> étage sans AMA et avec AMA pour une position de  $D_1$  égale à 0.12 mm et  $D_2$  égale à 4.35 mm.

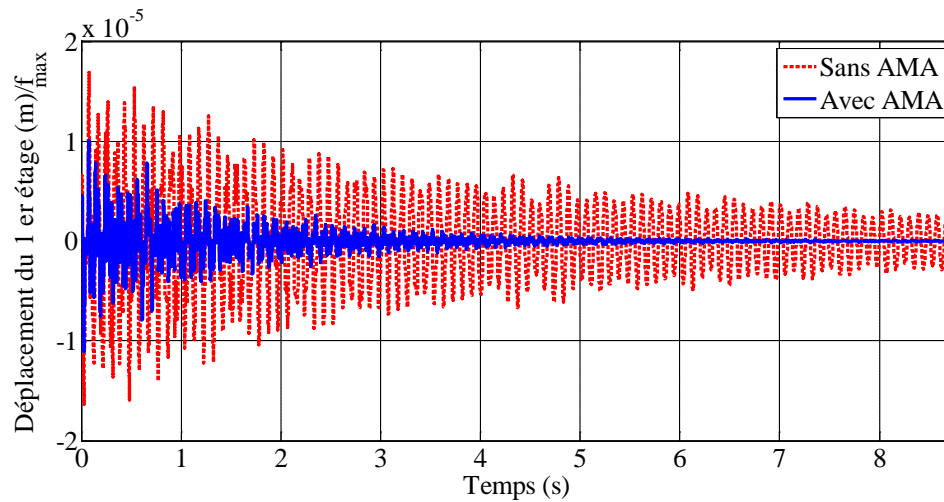


FIG.VII. 29- Déplacement du 1<sup>er</sup> étage sans AMA et avec AMA pour une position de  $D_1$  égale à 0.12 mm et  $D_2$  égale à 4.35 mm.

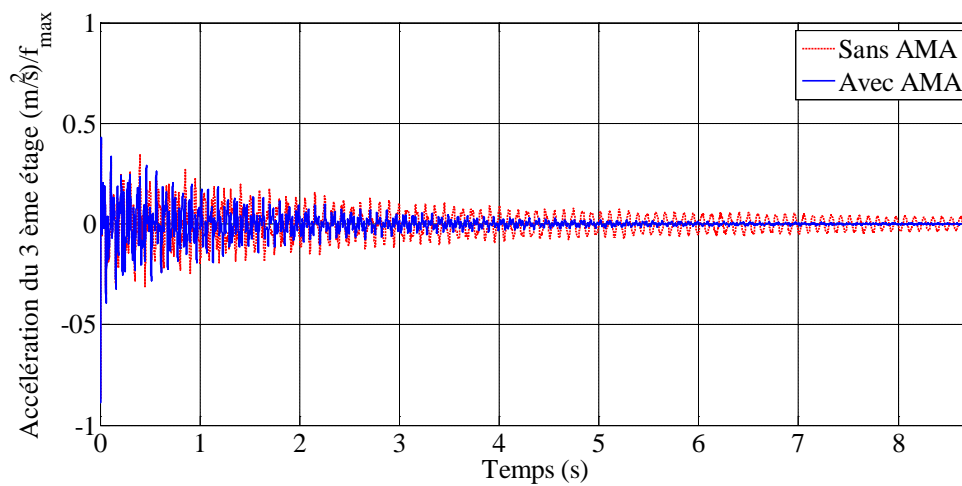


FIG.VII. 30- Accélération du 3<sup>ème</sup> étage sans AMA et avec AMA pour une position de  $D_1$  égale à 0.4 mm et  $D_2$  égale à 4.35 mm.

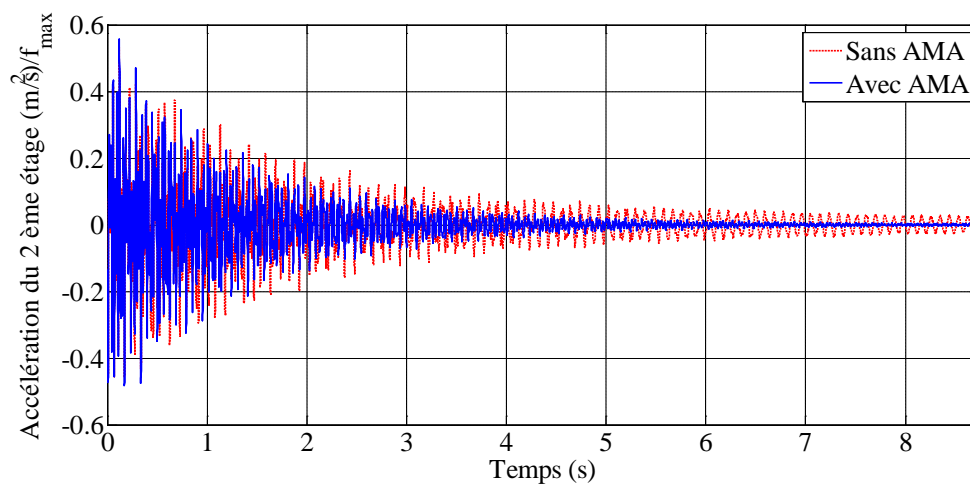
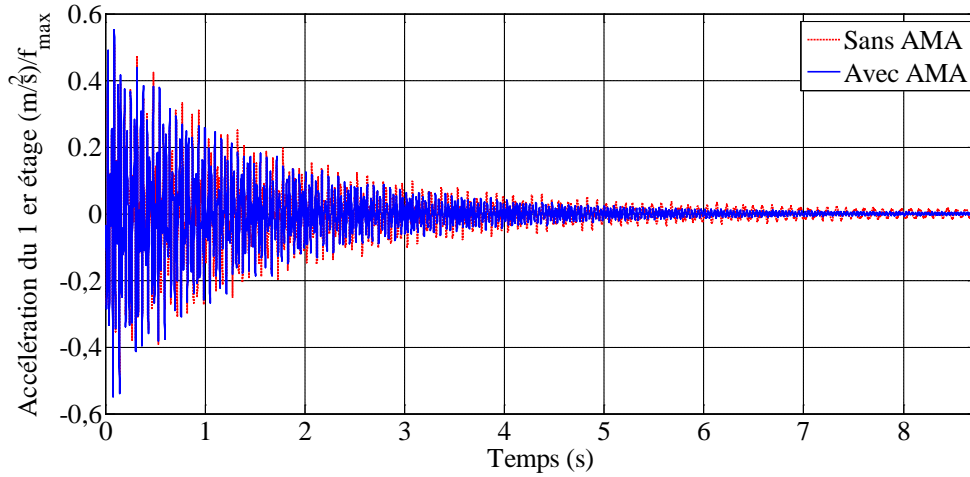
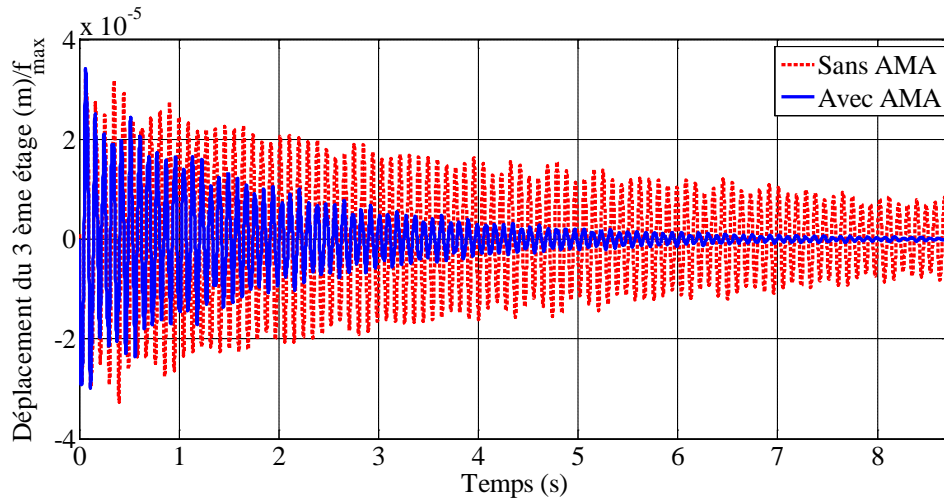


FIG.VII. 31- Accélération du 2<sup>ème</sup> étage sans AMA et avec AMA pour une position de  $D_1$  égale à 0.4 mm et  $D_2$  égale à 4.35 mm.

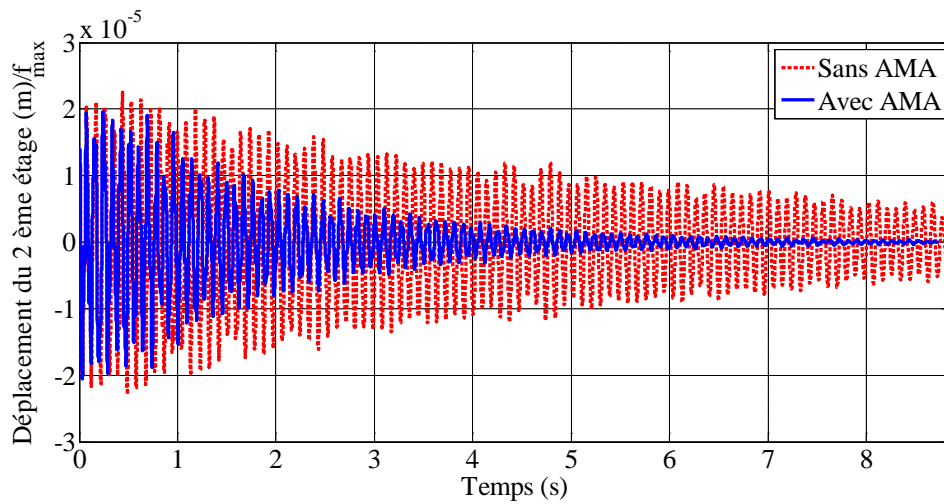




**FIG.VII. 32-** Accélération du 1<sup>er</sup> étage sans AMA et avec AMA pour une position de  $D_1$  égale à 0.4 mm et  $D_2$  égale à 4.35 mm.



**FIG.VII. 33-** Déplacement du 3<sup>ème</sup> étage sans AMA et avec AMA pour une position de  $D_1$  égale à 0.4 mm et  $D_2$  égale à 4.35 mm.



**FIG.VII. 34-** Déplacement du 2<sup>ème</sup> étage sans AMA et avec AMA pour une position de  $D_1$  égale à 0.4 mm et  $D_2$  égale à 4.35 mm.

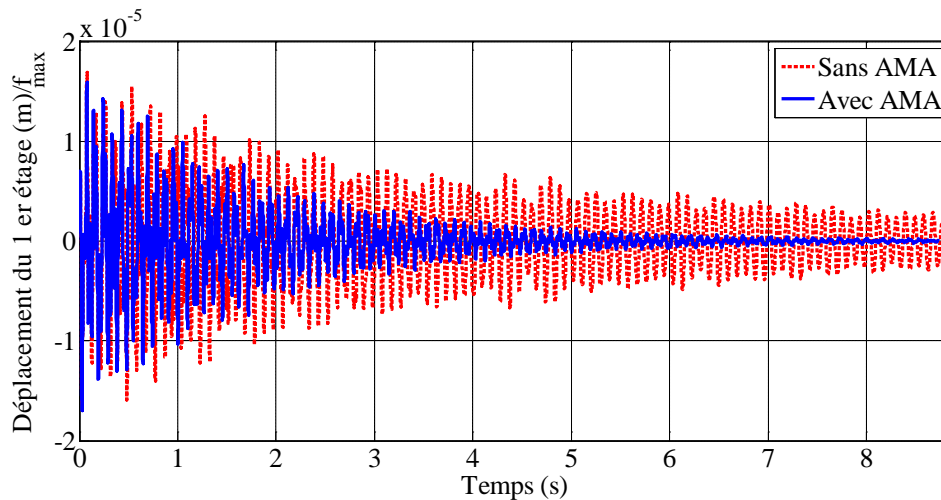


FIG.VII. 35- Déplacement du 1<sup>er</sup> étage sans AMA et avec AMA pour une position de  $D_1$  égale à 0.4 mm et  $D_2$  égale à 4.35 mm.

## VII. 5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés à la réalisation et à l'étude expérimentale d'un amortisseur afin de valider notre approche de modélisation et d'optimisation des AMAs. L'AMA que nous avons proposé utilise un amortissement par courants de Foucault et il est conçu de façon à permettre un ajustement manuel de sa rigidité et de son amortissement. Afin de mener nos expériences, une maquette d'une structure à trois étages a également été construite.

Dans un premier temps, un modèle numérique associé à la structure principale a été développé et recalé à partir des essais en minimisant une fonction coût dépendant à la fois des trois premiers fréquences propres et des déformés modaux. Ainsi la matrice de rigidité dynamique de la structure principale a été identifiée.

Dans un deuxième temps, en fixant la position du câble de l'AMA ( $D_1$ ) et celle de l'aimant ( $D_2$ ), nous avons estimé les paramètres de l'AMA en appliquant la transformée en ondelettes aux signaux obtenus à partir des réponses après chocs. Nous avons justifié également que le modèle du comportement linéaire de l'AMA est en première approximation valable.

Plusieurs essais de vibration libre ont été réalisés sur l'AMA seul en faisant varier  $D_1$  et  $D_2$ . Pour évaluer l'influence de la force de tension du câble et celle de la distance entre l'aimant et l'AMA (masse conductrice) sur les paramètres modaux de ce dernier, nous avons tracé la fréquence propre de l'AMA et le taux d'amortissement en fonction de  $D_1$  et  $D_2$ . Nous avons constaté que la surface de la fréquence de l'AMA est présentée par un plan affine. En particulier, en fixant  $D_2$  et en augmentant  $D_1$ , nous avons constaté que la fréquence diminue. Inversement en fixant  $D_1$  et en faisant varier  $D_2$  la fréquence de l'AMA reste quasi constante. De plus, le taux d'amortissement augmente en fixant  $D_1$  et en diminuant  $D_2$ .

Dans un troisième temps, nous nous sommes limités à l'application de la formule du critère  $C_2$  car c'est celui qui semble le plus intéressant dans le cadre de notre réalisation expérimentale, avec l'obtention des valeurs des taux d'amortissement plus faibles et donc plus faciles à réaliser technologiquement. Des essais par chocs sur la structure complète (structure principale + AMA) ont permis de tracer le critère  $C_2$  à partir des mesures expérimentales et, ceci, dans un domaine de variation de  $D_1$  et  $D_2$  propre à notre essai. Ensuite, nous avons pris

deux positions: une position où le critère est maximal et une autre où le critère est minimal. Pour chacune des deux positions, nous avons tracé les FRF et les réponses temporelles et nous les avons comparées à celles obtenues avec la structure sans AMA. Nous avons montré l'efficacité de l'AMA dans l'atténuation des FRF. Cet effet est surtout visible autour des deux premiers modes et principalement sur le premier mode. Nous avons également constaté que l'atténuation de l'amplitude des oscillations est probante avec des paramètres de l'AMA pour lequel le critère est minimum dans le domaine de variation de  $D_1$  et  $D_2$ . Pour cette position deux pics apparaissent autour du 1<sup>er</sup> mode et sont amortis par rapport au pic sans AMA (réduction de 87% pour le 1<sup>er</sup> pic et 93% pour le 2<sup>ème</sup> pic)

## CONCLUSIONS GÉNÉRALES ET PERSPECTIVES

Notre travail de thèse a porté essentiellement sur la calibration des paramètres des amortisseurs à masse accordée considérés parmi l'ensemble des systèmes passifs existants.

Notre travail s'intéresse non seulement à la modélisation et l'optimisation des AMAs appliqués à une structure à Nddl selon plusieurs démarches et critères, mais également à la réalisation et à l'étude expérimentale d'un amortisseur à masse accordée avec rigidité et amortissement par courants de Foucault ajustables.

Par ailleurs, nous nous référerons à nos travaux publiés sous forme d'articles et publications scientifiques dans lesquels nous avons contribué tout au long de la thèse. Parmi ces articles, nous pouvons citer celui ayant porté sur la classification des critères et à l'étude expérimentale d'un AMA basé sur l'effet de l'amortissement par courants de Foucault et sur l'ajustement de la rigidité [85, 86, 91, 150, 151].

Le premier chapitre est introductif et il est consacré à la description bibliographique de l'état de l'art des systèmes de contrôle de vibration.

Un accent particulier a été mis sur l'évolution chronologique des diverses hypothèses de travail considérées par les principaux auteurs. Bien que notre travail de thèse porte sur le contrôle passif des AMAs, nous avons tenté de décrire les divers travaux d'auteurs portant sur les principales stratégies de contrôle de systèmes actifs et semi actifs.

Au niveau de la modélisation des AMAs, les cas d'un ou plusieurs AMA(s) placés en parallèle ou en série et appliqué(s) à un système principal à 1 degré de liberté (1ddl) ou à un système principal à N degrés de liberté (Nddl) sont étudiés. Le système amorti ainsi obtenu est excité soit par sa base (en vue d'une application à la sismique) soit en structure (en vue d'une application aux effets du vent).

Au niveau de la conception, notre travail introductif a permis de proposer une nouvelle classification des divers travaux existants.

Nous avons classifié les différents critères d'optimisation en deux familles selon la fonction à minimiser. Cette fonction à minimiser dépend du :

- ✓ Facteur d'amplification dynamique de la structure principale (cas 1ddl) ou la fonction de transfert définie par le rapport de la transformée de Fourier du déplacement relatif de la structure principale et celle de l'excitation.
  
- ✓ Localisation des pôles pour un système couplé (Structure principale +*p*AMAs) dans le plan complexe.

Les 4 critères suivants ont été retenus puis analysés :

- ✓ Le premier critère  $C_1$  utilise la norme  $L_\infty$  fondée sur le maximum de « l'amplification dynamique (1ddl) ou la fonction de transfert (Nddl) » observé sur l'intervalle fréquentiel de l'étude. La minimisation de cette norme, signifie que nous nous intéressons à la fréquence la plus défavorable.
- ✓ Le second critère  $C_2$  utilise la norme  $L_2$  fondée sur la racine carrée de l'intégrale de « l'amplification dynamique (1ddl) ou la fonction de transfert (Nddl) » au carré effectuée sur l'intervalle fréquentiel de l'étude. Cette norme traduit une énergie répartie sur toutes les fréquences. Le fait de la minimiser, signifie de porter l'effort de minimisation sur l'ensemble des fréquences.
- ✓ Le troisième critère  $C_3$  désigné en anglais par «minimax pole shifting», cherche à maximiser le taux de l'amortissement modal minimal du système complet.
- ✓ Le quatrième critère  $C_4$  est fondé sur la maximisation du taux de la décroissance exponentielle (en anglais « Exponential time-decay rate »). Il a tendance à faire éloigner de l'axe des imaginaires, le pôle le plus proche de cet axe considéré dans le plan complexe.

Dans la plupart de nos simulations numériques, les masses des  $p$ AMAs sont fixées et les autres paramètres sont adimensionnels. Les paramètres « sans dimension » à optimiser sont alors : les rapports entre la pulsation propre de chaque AMA et celle de la structure principale, et les taux d'amortissement de chaque AMA.

Dans le chapitre 4, une des originalités de notre travail a consisté à considérer un autre paramètre à optimiser. Ce paramètre est le rapport entre la masse de l'AMA et celle de la structure principale. A cet effet, nous avons optimisé les  $3p$  paramètres adimensionnels de chaque AMA, et ceci, en considérant les deux configurations des AMAs (en parallèle et en série). Lors de l'interprétation des résultats, et en comparant les valeurs de chaque critère à l'optimum, et ce, en fonction des deux configurations et de la répartition des masses des AMAs, nous avons remarqué que les valeurs des différents critères ( $C_{1opt}$ ,  $C_{3opt}$  et  $C_{4opt}$ ) sont plus faibles en utilisant la configuration des AMAs de masses identiques et placés en parallèle. En revanche, la valeur du critère  $C_{2opt}$  est plus basse en appliquant la configuration des AMAs placés en série et de masse différente.

Nous nous sommes intéressés également à l'étude de l'évolution des valeurs de chaque critère à l'optimum en faisant varier une fois le rapport la masse totale des AMAs et une fois le taux d'amortissement de la structure principale.

Dans le chapitre 4, l'étude des valeurs singulières de la matrice de flexibilité dynamique du système complet (structure principale +  $p$  AMAs) constitue une des originalités de notre travail. Grâce à cette méthode nous avons tracé l'allure des valeurs singulières en fonction de la fréquence d'excitation normalisée  $r$ . Nous avons conclu que les valeurs singulières maximales sont plus élevées en utilisant les paramètres optimisés avec le critère  $C_{2opt}$  et qu'elles ont tendance à diminuer avec les critères des pôles. Dans le cas où nous utilisons les paramètres optimisés avec les deux critères fréquentiels de  $p$  AMAs, ils apparaissent  $p+1$  pics locaux maximaux dans les allures des valeurs singulières maximales. Pour les allures des valeurs singulières minimales avec tous les modèles optimisés, il apparaît un seul pic et ceci est vérifié pour chaque nombre des AMAs. En revanche dans les allures des valeurs du nombre du conditionnement apparaissent  $p$  pics locaux maximaux en utilisant les paramètres optimisés de  $p$  AMAs avec les critères fréquentiels. Pour les modèles optimisés suivant les

critères des pôles, nous avons constaté que les valeurs du conditionnement sont moins sensibles à la fréquence d'excitation.

La prise en compte des incertitudes liées à la construction des systèmes mécaniques, constitue un des problèmes majeurs qui se pose lors de la conception et la fabrication des structures industrielles. Ainsi, nous avons analysé les risques inhérents aux incertitudes des paramètres optimisés des AMAs qui peuvent générer une mauvaise conception. Nous nous sommes intéressés à une étude de sensibilité dans le but de déterminer les paramètres les plus influents sur la variation des critères. Nous avons également conclu que les critères fréquentiels sont beaucoup plus sensibles à la variation de la rigidité qu'à la variation de l'amortissement. Toutefois, les critères des pôles sont sensibles simultanément à la variation de la rigidité et à celle de l'amortissement. Il apparaît clairement que l'adoption de l'optimisation des critères des pôles entraîne l'apparition de minimums locaux. Ces derniers indiquent l'existence de risques d'une mauvaise conception du système de contrôle.

La robustesse de chaque critère face aux incertitudes liées au changement des paramètres physiques de la structure principale a été également examinée. Il apparaît que l'augmentation du nombre d'AMAs permet d'améliorer la robustesse de ces critères, et ce, en comparaison avec le cas d'un seul AMA.

Des simulations numériques sont réalisées dans le but d'étudier la performance des modèles optimisés en se fondant sur l'approche fréquentielle et l'approche temporelle.

Pour ce qui concerne l'approche fréquentielle, nous avons examiné celles : du plan de Nyquist, de la localisation des pôles et de l'amplification dynamique, et ce, pour quel que soit la configuration considérée des AMAs (série-parallèle) ou de la répartition des masses (identique ou différente).

Dans le cas où nous appliquons  $p$ AMAs de masse identique et placés en parallèle, l'allure de l'amplification en fonction de  $r$  est différente suivant le critère d'optimisation choisi. Lorsque les critères  $C_{1opt}$  et  $C_{2opt}$  sont choisis, il y a  $p + 1$  pics locaux. Cependant, lorsque le choix porte sur  $C_{3opt}$  et  $C_{4opt}$ , les pics secondaires disparaissent du fait des valeurs élevées des taux d'amortissement des AMAs. Nous avons aussi constaté que l'amplification dynamique décroît en augmentant le nombre des AMAs et ceci en utilisant les paramètres optimisés avec les critères fréquentiels. Pour ce qui concerne les réponses temporelles, une étude a été réalisée sur **les réponses temporelles libres** avec les modèles optimisés (Critères fréquentiels « cas de l'excitation sur la masse » et Critères des pôles). Les résultats montrent que les déplacements temporels de la structure principale, ainsi que ceux des AMAs, décroissent plus rapidement lorsque nous adoptons les paramètres optimisés avec les critères des pôles. Une autre étude a été réalisée sur **les réponses temporelles sismiques** avec les modèles optimisés (Critères fréquentiels « cas de l'excitation sur la base » et Critères des pôles). L'analyse des réponses temporelles a été traitée à travers l'application de quatre différents séismes sur les modèles optimisés. En effet, l'étude comparative nous a permis de conclure que : l'incorporation des AMAs optimisés dans un système principale permet de réduire ses déplacements maximaux, ses accélérations absolues, ses déplacements moyens et ses accélérations absolues moyennes. Dans ce contexte, nous avons constaté également que l'augmentation du nombre d'AMAs n'a pas une grande influence sur la performance en terme de capacité de réduction des réponses sismiques. Par contre, l'augmentation du nombre d'AMAs implique une solution qui requiert un moindre encombrement d'espace. Ceci offre un grand avantage en termes de facilité et souplesse d'installation. Par ailleurs, l'augmentation du nombre d'AMAs produit davantage de robustesse des critères lors du changement de la fréquence de la structure principale.

Un désavantage des critères des pôles réside dans le fait que ces critères ont tendance à augmenter les valeurs des taux d'amortissement des AMAs. Or il est fortement recommandé de les limiter pour faciliter la réalisation des AMAs. En ce qui concerne les réponses fréquentielles, l'efficacité des AMAs dans l'atténuation de l'amplification dynamique apparaît clairement. Cet effet est surtout visible en utilisant les paramètres optimisés avec les critères fréquentielles. Nous avons également constaté que l'atténuation de l'amplification dynamique avec ces modèles optimisés est performante en augmentant le nombre d'AMAs.

Dans le cas où nous contrôlons un système principal à Nddl, l'optimisation de  $p$  AMAs placés en parallèle et de masses identiques a constitué une nouvelle contribution dans le cadre de notre thèse. Ce modèle optimisé est fondé sur l'évaluation de la contribution de chaque mode. Cette contribution est estimée à partir de la détermination des paramètres dynamiques du système principal lorsqu'il est soumis à une direction spécifique de l'accélération du sol. Ainsi, le choix du critère d'optimisation numérique dépend des étages les plus sensibles aux modes de vibration qui ont une masse effective importante. Dans la plupart des travaux existants, le système à Nddl est converti à un système à 1ddl, et ce, en considérant la fréquence modale que nous devons contrôler. Cela nous permet d'utiliser les paramètres adimensionnels optimisés, ceux obtenus dans la littérature après la transformation modale. Cette procédure présente des limitations puisque la plupart des formes analytiques obtenues dans la littérature constituent des approximations. Ceci est d'autant plus vrai dans le cas où l'amortissement est introduit dans la structure principale. De plus, le mode que nous devons contrôler doit être décidé à l'avance. En revanche, l'avantage d'utiliser le critère d'optimisation numérique, réside dans le fait de pouvoir tenir compte des modes élevés de la structure principale. De plus, ce critère est plus général puisque nous pouvons l'appliquer pour n'importe quel nombre d'AMAs. Ce critère permet d'optimiser directement les paramètres physiques des AMAs tel que les rigidités et les coefficients d'amortissement au lieu des paramètres adimensionnels. Pour ce critère la fonction à minimiser dépend de la fonction de réponse en fréquence « FRF » (de type receptance). Cette fonction est définie par le rapport entre la transformée de Fourier du déplacement de l'étage de la structure principale et celle de l'excitation sur la base. Nous nous sommes intéressés à représenter les allures des FRF des différents étages pour un nombre des AMAs qui varie entre 1 et 6.

Pour un nombre fixé égale à 5 ou 6 AMAs, nous observons un autre pic supplémentaire autour du 2<sup>ème</sup> mode. Il apparaît que le critère d'optimisation est très efficace pour amortir les deux premiers modes. En passant d'un système principal sans AMA à un système avec un seul AMA, la valeur de l'amplitude maximale de la fonction de transfert du dernier étage autour du 1<sup>er</sup> mode diminue de 2.73 à 0.064 (réduction de 97%) et autour du 2<sup>ème</sup> mode elle varie de 0.129 à 0.05 (réduction de 61%). Nous avons constaté également que le 2<sup>ème</sup> mode est bien amorti en augmentant le nombre d'AMAs. En effet, lorsque  $p$  égale à 6, la valeur de l'amplitude maximale de la fonction de transfert autour du 2<sup>ème</sup> mode égale à 0.015 (réduction de 88%).

Nous avons constaté qu'il existe des intervalles fréquentiels où l'allure du module de la fonction de transfert avec AMAs est située en dessous de l'allure du module de la fonction de transfert sans AMA. Ces intervalles fréquentiels caractérisent la bande passante contrôlée par les AMAs (plage de fonctionnement). Lorsque le nombre d'AMAs est important, le module de la fonction de transfert diminue sur un intervalle fréquentiel un peu plus large et ceci est vérifié surtout autour du mode 2.

Nous avons également évalué l'efficacité des AMAs pour chaque modèle optimisé et en fonction de chaque séisme. La plage de fonctionnement présente dans ce contexte un impact fort sur l'efficacité sismique de l'AMA. Cette efficacité est très dépendante du contenu

fréquentiel des séismes. Nous remarquons que la réponse de la structure est d'autant plus considérablement réduite que si les fréquences prédominantes de l'excitation (déduite d'après la transformée de Fourier de l'accélération du séisme) sont réparties dans la plage de fonctionnement. Ceci est vérifié surtout en présence d'un séisme de contenu fréquentiel étroit comme celui de l'Aquila. En appliquant ce séisme, nous pouvons remarquer une meilleure performance des AMAs puisque la fréquence prédominante de l'excitation est située autour du 1<sup>er</sup> mode de la structure principale. Pour les séismes présentant un contenu fréquentiel large, comme les deux séismes Tabas et Kobe, les fréquences prédominantes sont situées autour du 2<sup>ème</sup> mode et au 3<sup>ème</sup> mode de la structure principale. En effet, l'augmentation du nombre des AMAs favorise la réduction autour du 2<sup>ème</sup> mode, et ceci, est vérifié en utilisant 5 ou 6 AMAs.

Dans le but de valider notre approche de modélisation et d'optimisation des AMAs. Nous nous sommes intéressés à la réalisation et à l'étude expérimentale d'un amortisseur qui utilise un amortissement par courants de Foucault. L'AMA a été conçu de manière à permettre un réglage manuel de la fréquence naturelle et du taux d'amortissement. Concernant l'amortissement, la distance entre l'aimant et l'AMA (masse conductrice) est réglée à l'aide d'une vis micrométrique. Pour faire varier la raideur, un câble est tendu perpendiculairement au déplacement de l'AMA. L'une des extrémités du câble est placée sur un chariot possédant une vis micrométrique. En déplaçant le chariot à l'aide de la vis, la tension dans le câble augmente. Plusieurs essais de vibration libre ont été réalisés sur l'AMA seul en faisant varier la distance entre l'aimant et l'AMA ( $D_2$ ) et le déplacement du câble ( $D_1$ ). Pour évaluer l'influence de la force de tension du câble et celle de la distance entre l'aimant et l'AMA sur les paramètres modaux de ce dernier, nous avons tracé la fréquence propre de l'AMA et le taux d'amortissement en fonction de  $D_1$  et  $D_2$ . Nous avons constaté que la surface de la fréquence de l'AMA est présentée par un plan affine. En particulier, en fixant  $D_2$  et en augmentant  $D_1$ , nous avons constaté que la fréquence diminue. Inversement, en fixant  $D_1$  et en faisant varier  $D_2$ , la fréquence de l'AMA reste quasi constante. De plus, le taux d'amortissement augmente en fixant  $D_1$  et en diminuant  $D_2$ . D'un autre côté, nous avons mis en évidence le comportement dynamique quasi-linéaire des paramètres de l'AMA (la fréquence et le taux d'amortissement) en appliquant la transformée en ondelettes (TOC) sur les signaux relatifs aux essais de la vibration libre.

Ensuite, nous avons exploité un dispositif expérimental constitué d'une structure de bâtiment à 3 étages et de l'AMA expérimental. L'AMA est placé sur le dernier étage de la structure principale. Nous nous sommes limités à l'application de la formule du critère  $C_2$  dans le cas où l'excitation est appliquée directement sur la structure. Le choix du critère est lié à la facilité de la réalisation technologique. Ainsi, ce critère s'est avéré le plus proche de la réalité et adapté dans le cadre d'une réalisation expérimentale à cause que les valeurs des taux d'amortissement demandés sont plus faibles que celles obtenues avec les autres critères. Des essais par chocs effectués sur la structure complète (structure principale + AMA) ont permis de tracer la surface du critère  $C_2$  dans un domaine de variation de  $D_1$  et  $D_2$  propre à notre essai. Chaque valeur du critère  $C_2$  est obtenue à partir des FRF (sans AMA et avec AMA) qui dépendent des mesures d'accélération expérimentales. Ensuite, nous avons pris deux positions: une position où le critère est maximal et une autre où le critère est minimal. Pour chacune des deux positions, nous avons comparé les FRF et les réponses temporelles avec celles obtenues avec la structure sans AMA. Nous avons montré l'efficacité de l'AMA dans l'atténuation des FRF. Cet effet est surtout visible autour des deux premiers modes et principalement sur le premier mode. Nous avons également constaté que l'atténuation de l'amplitude des oscillations est probante avec des paramètres de l'AMA pour lequel le critère est minimal dans le domaine de variation de  $D_1$  et  $D_2$ . Pour cette position deux pics



apparaissent autour du 1<sup>er</sup> mode et sont amortis par rapport au pic sans AMA (réduction de 87% pour le 1<sup>er</sup> pic et 93% pour le 2<sup>ème</sup> pic).

### **Perspectives**

Les valeurs des taux d'amortissement propres à notre essai sont faibles et varient dans un intervalle de 1.39% à 3.03%. En revanche les valeurs des taux d'amortissement demandés avec les critères d'optimisation numériques sont plus élevées. Ainsi nous avons proposé une piste d'amélioration technologique de l'AMA dans le cadre de futurs développements d'une expérimentation en utilisant plusieurs AMAs. Cela est justifié par les simulations numériques lors de l'utilisation des critères d'optimisation fréquentiels qui montrent que l'augmentation du nombre d'AMAs conduit à la diminution de l'ensemble des taux d'amortissement.

Dans la procédure d'optimisation nous pouvons proposer une technique d'optimisation multiobjectif (par exemple fondée sur les algorithmes génétiques). Ainsi selon nos besoins, nous pouvons minimiser plusieurs fonctions au même temps au lieu d'une seule.

La densité spectrale de l'excitation sur la base est traitée dans notre cas comme un bruit blanc qui se caractérise par une valeur constante sur tout le domaine fréquentiel. Dans les constructions de génies civils exposés aux violents tremblements de terre, nous pouvons envisager un autre critère d'optimisation qui tient compte du contenu fréquentiel du site d'un séisme. Nous pouvons suggérer de prendre comme excitation la densité spectrale de puissance de Kanai-Tajimi. Cette densité spectrale représente le filtrage d'un bruit blanc par le sol. L'avantage de cette méthode est que les paramètres de la formule de cette densité dépendent de la nature du sol.

Enfin, nous souhaitons dans les prochains travaux considérer un amortisseur non linéaire et développer une approche de modélisation et d'optimisation compatible avec ce type d'amortisseur.

## CONCLUSIONI GENERALI E PROSPETTIVE

Il presente lavoro di tesi ha esaminato alcuni aspetti legati all'utilizzo di sistemi di controllo passivo delle vibrazioni quali gli smorzatori a massa accordata. La ricerca si è soffermata non solo sulla modellizzazione e sull'ottimizzazione dei MTMD applicati su strutture a NGdL e secondo diversi approcci e criteri, ma anche sulla realizzazione sperimentale di un TMD basato su uno smorzamento ottenuto grazie alle correnti di Foucault e su una rigidità regolabile. Verrà fatto inoltre riferimento a lavori pubblicati, sotto forma di articoli e pubblicazioni scientifiche, ai quali si è contribuito parallelamente alla realizzazione e alla redazione della presente tesi. Tra questi, è possibile citare quelli riguardanti la classificazione dei criteri, che sono stati catalogati e presentati sotto una nuova veste, e lo studio sperimentale del TMD effettuato [85, 86, 91, 150, 151].

Il Capitolo 1 è composto da una parte introduttiva dedicata alla descrizione dello stato dell'arte dei sistemi di controllo delle vibrazioni, riservando un'attenzione particolare all'evoluzione cronologica delle diverse ipotesi alla base dei lavori dei differenti autori. Inoltre, nonostante la tesi riguardi i TMDs, dunque il controllo passivo, sono stati anche descritti una serie di studi relativi alle principali strategie di controllo dei sistemi attivi e semi-attivi.

Riguardo la progettazione dei TMDs, tale lavoro introduttivo ha permesso di proporre una classificazione originale dei diversi studi esistenti nel caso di una struttura ad un grado di libertà.

È stata inoltre proposta una nuova classificazione generale dei criteri di ottimizzazione, suddivisi in due gruppi a seconda della funzione di costo da minimizzare, la quale può dipendere da:

- ✓ la risposta in frequenza, che è uguale alla funzione di trasferimento nel caso di una struttura a più GdL ed al fattore d'amplificazione dinamica nel caso di una struttura a 1 GdL.
- ✓ la posizione dei poli per un sistema accoppiato nel piano complesso.

È conveniente inoltre definire i 4 criteri studiati:

- ✓ il primo criterio  $C_1$  utilizza la norma  $L_\infty$ , la quale è basata sul massimo del modulo della funzione di trasferimento nel caso di una struttura a NGdL o del fattore d'amplificazione dinamica nel caso di una struttura a 1 GdL. Il calcolo è eseguito nell'intervallo frequenziale considerato.
- ✓ il secondo criterio  $C_2$  utilizza la norma  $L_2$ , la quale è basata sulla radice quadrata dell'integrale del modulo al quadrato della funzione di trasferimento nel caso di una struttura a NGdL o del fattore d'amplificazione dinamico nel caso di una struttura a 1 GdL. Il calcolo è eseguito nell'intervallo frequenziale considerato. Questa norma riflette un'energia distribuita su tutte le frequenze.
- ✓ il terzo criterio  $C_3$ , designato in inglese "minimax pole shifting", si pone l'obiettivo di massimizzare il tasso di smorzamento modale minimo del sistema completo.

- ✓ il quarto criterio  $C_4$  si basa sulla massimizzazione del tasso di decadimento esponenziale (in inglese “Exponential time-decay rate”). Tale criterio ha la tendenza a far allontanare dall’asse immaginario il polo più vicino a tale asse nel piano complesso.

Nella maggior parte delle nostre simulazioni numeriche, le masse dei TMDs sono fissate e gli altri parametri sono adimensionali. I parametri "adimensionali" da ottimizzare sono quindi: i rapporti tra la frequenza naturale di ogni TMD e quello della struttura principale, ed i tassi di smorzamento di ogni TMD.

Nel Capitolo 4 si trova uno degli aspetti innovativi della presente tesi, che consiste nel considerare un altro parametro adimensionale da ottimizzare. Ossia il rapporto tra la massa di ogni TMD e quello della struttura principale. Sono stati quindi ottimizzati  $3p$  parametri adimensionali di ogni TMD, considerando le due configurazioni dei TMDs, in serie ed in parallelo. Riguardo l’interpretazione dei risultati, è possibile notare che i valori dei diversi criteri di ottimizzazione ( $C_{1opt}$ ,  $C_{3opt}$  et  $C_{4opt}$ ) all’ottimale, sono più bassi utilizzando TMDs con masse identiche e posizionati in parallelo. Invece, il valore del criterio  $C_{2opt}$  all’ottimale è minore utilizzando TMDs posizionati in serie e con masse diverse.

Un’ulteriore analisi ha riguardato l’influenza del tasso di smorzamento della struttura principale e del rapporto tra la massa totale dei TMDs e quella della struttura principale sui valori assunti dal criterio in corrispondenza del valore ottimale.

Lo studio dei valori singolari della matrice di flessibilità dinamica del sistema completo (struttura principale +  $p$ TMDs), concentrandosi sulla variazione dei valori singolari in funzione della frequenza di sollecitazione normalizzata  $r$ , costituisce un altro aspetto innovativo della tesi. In particolare i valori singolari massimi sono più elevati utilizzando i parametri ottimizzati con il criterio  $C_{2opt}$ , mentre hanno la tendenza a diminuire con i criteri dei poli. Inoltre, quando si utilizzano i parametri ottimizzati con i criteri frequenziali dei  $p$  TMDs, vi sono  $p+1$  picchi di massimo locale dei valori singolari massimi e, quando si utilizzano i parametri ottimizzati con tutti i modelli ottimizzati dei  $p$  TMDs vi è un singolo picco dei valori singolari minimi. Considerando l’evoluzione del numero di condizionamento, che è il rapporto tra i valori singolari massimi e minimi in funzione di  $r$ , si nota che quando si utilizzano i parametri ottimizzati dei  $p$  TMDs con i criteri frequenziali, vi sono  $p$  picchi di massimo locale, e che nei criteri dei poli i valori di condizionamento sono meno sensibili alla frequenza della sollecitazione.

L’attenzione è stata quindi posta sui rischi derivanti dall’incertezza dei parametri ottimizzati dei TMDs, la quale può dar luogo ad una progettazione non appropriata, attraverso la valutazione della sensibilità dei criteri a tali parametri. Tale studio ha dunque permesso di individuare i parametri più determinanti a livello della variazione dei criteri (errori relativi), e di mettere in evidenza il criterio più debole e il meno sensibile a tali errori.

I criteri frequenziali risultano molto più sensibili alla variazione della rigidità piuttosto che alla variazione dello smorzamento, mentre i criteri dei poli sono sensibili alla variazione di entrambi. In particolare appare chiaramente che l’ottimizzazione ottenuta attraverso i criteri dei poli conduce a dei minimi locali, i quali evidenziano il rischio di incorrere in una cattiva progettazione del sistema di controllo.

La robustezza di ogni criterio al variare dei parametri fisici della struttura principale, sembra invece migliorare aumentando il numero dei TMDs.

Le prestazioni dei modelli ottimizzati basati sull'approccio frequenziale e temporale sono state quindi studiate attraverso delle simulazioni numeriche. In particolare, nell'ambito dei metodi basati sull'analisi frequenziale, sono stati esaminati i metodi del piano di Nyquist, della localizzazione dei poli e dell'amplificazione dinamica, per ogni configurazione dei TMDs (in serie o in parallelo) e per differenti ripartizioni delle masse (identica o diversa).

In primo luogo, si è analizzata l'efficacia di ogni modello ottimizzato applicando dei TMDs di massa identica e posizionati in parallelo sulla struttura principale, concludendo che l'andamento dell'amplificazione dinamica in funzione di  $r$  è diverso a seconda del criterio di ottimizzazione scelto, infatti quando si adottano i criteri  $C_{1opt}$  e  $C_{2opt}$ , si hanno  $p + 1$  picchi locali mentre, quando vengono considerati i criteri  $C_{3opt}$  et  $C_{4opt}$ , i picchi secondari svaniscono per valori elevati del tasso di smorzamento dei TMDs. È stato inoltre possibile verificare che l'aumento del numero dei TMDs ottimizzati con i criteri frequenziali comporta una riduzione dell'amplificazione dinamica della struttura principale.

Per quanto riguarda i metodi basati sull'analisi temporale, attraverso uno studio delle vibrazioni libere è stata analizzata la risposta ottenuta nel dominio temporale dei modelli ottimizzati (criteri frequenziali "caso dell'eccitazione sulla massa" e criteri dei poli). I risultati mostrano che gli spostamenti temporali della struttura principale, così come quelli dei TMDs, decrescono più rapidamente quando si adottano i parametri ottimizzati con i criteri dei poli; mentre, per quanto riguarda la risposta sismica nel dominio temporale, quattro differenti sismi sono stati applicati sui modelli ottimizzati (criteri frequenziali "caso dell'eccitazione alla base" e criteri dei poli). Lo studio comparativo ha mostrato che:

- ✓ incorporare dei TMDs ottimizzati in una struttura (da 1 a 6 TMDs) riduce gli spostamenti massimi, le accelerazioni assolute, gli spostamenti medi e le accelerazioni assolute medie della struttura principale;
- ✓ l'aumento del numero dei TMDs non ha grande influenza sulla performance in termini di capacità di riduzione della risposta. Inoltre la riduzione dello spazio di ingombro, offrendo un grande vantaggio in termini di facilità di installazione, produce un peggioramento in termine di robustezza dei criteri al variare della frequenza della struttura principale.

Uno svantaggio dei criteri dei poli è il fatto che questi ultimi comportano un aumento dei valori del tasso di smorzamento dei TMDs, i quali sono limitati per esigenze costruttive. Per quanto riguarda le risposte frequenziali, l'efficienza dei TMDs nella mitigazione dell'amplificazione dinamica è chiara. Questo effetto è più visibile utilizzando i parametri ottimizzati con i criteri frequenziali. Abbiamo inoltre constatato che la mitigazione dell'amplificazione dinamica con questi i modelli ottimizzati è efficace con l'aumento del numero dei TMDs.

In particolare, la concezione e l'ottimizzazione di MTMDs disposti in parallelo, nel caso in cui si vogliano controllare le vibrazioni di un sistema a  $N$  GdL, costituisce un contributo originale della presente tesi. In questo contesto, in un primo momento l'interesse è focalizzato sullo studio della sola struttura principale, al fine di determinarne i parametri dinamici dei modi di vibrazione a seconda della direzione dell'accelerazione alla base mentre, in un secondo momento, l'attenzione è posta su criteri numerici atti a controllare i piani più sensibili ai modi di vibrazione caratterizzati da elevata massa partecipante. Nella maggior parte dei lavori, il sistema a  $N$  GdL è convertito in un sistema a 1 GdL considerando la frequenza modale da controllare. Questo permette di utilizzare i parametri adimensionali ottimizzati ottenuti in letteratura dopo la trasformazione modale; ad ogni modo tale procedura ha delle limitazioni in quanto la maggior parte delle forme analitiche note in letteratura sono approssimate, soprattutto nel caso in cui lo smorzamento è introdotto anche nella struttura

principale, ed il modo da controllare dovrebbe essere deciso in anticipo. Inoltre, questo criterio è più generale in quanto si può applicare a qualsiasi numero di MTMDs, e permette di ottimizzare direttamente i parametri fisici di MTMDs come rigidità e coefficienti di smorzamento al posto dei parametri adimensionali.

Per questo criterio, la funzione da minimizzare dipende dalla funzione di trasferimento "FRF" (tipo recettanza). Questa funzione di trasferimento si esprime come il rapporto tra la trasformata di Fourier dello spostamento della struttura principale e la trasformata della sollecitazione sulla base. Con riferimento alle curve di FRF dei diversi piani per un numero di TMDs che varia tra 1 e 6, si può osservare nel caso di 5 o 6 TMDs la presenza di un altro picco intorno al secondo modo, ed il criterio di ottimizzazione appare molto efficace per smorzare i primi due modi. Passando da un sistema principale senza TMD ad un sistema con un singolo TMD, il valore massimo del modulo della funzione di trasferimento dell'ultimo piano intorno al primo modo passa da 2.73 a 0.064 (riduzione del 97%) e intorno al secondo modo varia da 0.129 a 0.05 (riduzione del 61%). Si ottiene inoltre una ulteriore riduzione del secondo modo aumentando il numero dei TMDs. Infatti, quando  $p$  è uguale a 6, il valore massimo del modulo della funzione di trasferimento intorno al secondo modo è uguale 0.015 (riduzione del 88%).

In alcuni intervalli frequenziali, la curva del modulo della funzione di trasferimento in presenza di TMD, si trova al di sotto della curva del modulo della funzione di trasferimento in assenza di TMD. Questi intervalli frequenziali, che caratterizzano appunto la banda di frequenza di azione dei TMDs (un intervallo operativo definito), quando il numero dei TMDs è elevato sono più larghi, soprattutto intorno al secondo modo.

È stata inoltre valutata l'efficacia per ciascun modello ottimizzato in caso di terremoto. In questo contesto, l'intervallo operativo definito ha un forte impatto sull'efficacia sismica dei TMDs, la quale dipende fortemente dal contenuto in frequenza del segnale sismico. In particolare, la risposta della struttura è ridotta in maniera più elevata se i valori massimi del contenuto in frequenza dell'eccitazione (dedotto dalla trasformata di Fourier dell'accelerogramma del sisma) è contenuto all'interno del intervallo operativo. Questo si verifica in particolare in presenza di un terremoto con un contenuto in frequenza ridotto, come nel caso dell'Aquila. Applicando questa eccitazione sismica infatti, si può notare un miglioramento della prestazione dei TMDs in quanto i valori massimi del contenuto in frequenza dell'eccitazione sono situati intorno al primo modo della struttura principale. Per un terremoto con un contenuto in frequenza ampio, come invece i due terremoti di Tabas e di Kobe, i valori massimi del contenuto in frequenza di eccitazione sono situati intorno al secondo ed il terzo modo della struttura principale. Per questo motivo, l'aumento del numero dei TMDs ha grande influenza sulla riduzione intorno al secondo modo, e questo è stato verificato utilizzando 5 o 6 TMDs.

Al fine di validare l'approccio di modellizzazione e di ottimizzazione dei TMDs adottato, si è proceduto alla realizzazione di uno studio sperimentale. In particolare, il TMD proposto e testato costituisce un prototipo estremamente innovativo, in quanto le sue proprietà meccaniche possono essere regolate manualmente, e lo smorzamento è ottenuto tramite le correnti di Foucault. Riguardo lo smorzamento, la distanza tra un magnete e il TMD (la cui massa è in materiale conduttore) è regolata attraverso una vite micrometrica, mentre la rigidità è legata alla presenza di un cavo teso in direzione perpendicolare a quello dello spostamento del TMD. In particolare, una delle estremità del cavo è fissata su un carrello dotato di vite micrometrica che permette, attraverso la traslazione del carrello, di ottenere un aumento di tensione del cavo e quindi della rigidità del TMD.

Svariati test di vibrazione libera sono stati realizzati sul solo TMD al variare della distanza tra il magnete e la massa del TMD ( $D_2$ ) e spostando il supporto mobile del cavo ( $D_1$ ) per valutare l'influenza della forza di tensione del cavo e della distanza tra il magnete e il TMD sui suoi parametri modali. In particolare, la frequenza del TMD è rappresentata da una superficie piana. Infatti, fissando  $D_2$  e aumentando  $D_1$ , si ottiene una diminuzione della frequenza, mentre fissando  $D_1$  e variando  $D_2$ , la frequenza del TMD resta quasi costante. Inoltre, il tasso di smorzamento aumenta fissando  $D_1$  e diminuendo  $D_2$ . Applicando inoltre la trasformata wavelet sui segnali relativi ai test di vibrazione libera si può dedurre che il comportamento dei parametri dinamici del TMD (frequenza e tasso di smorzamento) è di tipo lineare.

Infine, l'applicazione sperimentale per il controllo delle vibrazioni è costituita da una struttura a telaio di tre piani e da un TMD posizionato sull'ultimo piano. L'analisi si è limitata all'utilizzo della formula del criterio  $C_2$ , il quale dà luogo a parametri più facili da ottenere da un punto di vista pratico, in quanto il tasso di smorzamento richiesto è più basso rispetto a quello richiesto dagli altri criteri esaminati. Quindi, dei test di tipo impatto sono stati effettuati sulla struttura completa (struttura + TMD), consentendo di tracciare sperimentalmente la formula del criterio  $C_2$  in funzione di variazione di ( $D_1$ ) e ( $D_2$ ). Ogni valore di criterio  $C_2$  è ottenuto dalle FRF (senza e con TMD) che dipendono delle accelerazioni misurate. Successivamente sono state prese in considerazione due posizioni: una in cui il criterio assume un massimo, e un'altra dove il criterio assume il minimo. Per ognuna delle due posizioni, sono state quindi tracciate le risposte frequenziali e temporali, comparandole con quelle ottenute quando la struttura principale non è dotata di TMD. L'efficacia del TMD nell'attenuazione delle risposte frequenziali è dimostrata con risultati soddisfacenti, in maniera visibile soprattutto nei primi due modi, e principalmente sul primo. Si è inoltre ottenuto che l'attenuazione dell'ampiezza delle oscillazioni è importante quando il valore di criterio è minimo nel dominio del variazione di ( $D_1$ ) e ( $D_2$ ). In questa posizione intorno al primo modo appaiono due picchi, ottenendo una e una riduzione rispetto al picco originario dell'87% e del 93%.

## Prospettive

Al fine di migliorare le performance ottenute tramite il prototipo di TMD studiato, uno dei propositi futuri è quello di utilizzare più TMDs applicati sulla stessa struttura. In accordo con le analisi numeriche infatti, ciò comporterebbe una riduzione dello smorzamento richiesto. Nei test sperimentali effettuati invece, lo smorzamento ottenuto è di bassa entità, ossia compreso tra l'1.39% ed il 3.03%, mentre i valori di smorzamento richiesti dall'ottimizzazione numerica sono più elevati.

Per quanto riguarda la procedura di ottimizzazione invece, si suggerisce l'utilizzo di una tecnica di ottimizzazione multiobiettivo (per esempio fondata sugli algoritmi genetici), che consenta di minimizzare contemporaneamente più fattori a seconda dei propri bisogni.

La densità spettrale dell'eccitazione alla base è stata trattata nel presente caso come un rumore bianco caratterizzato da un valore costante su tutto il dominio frequenziale. Nelle opere di ingegneria civile esposte a violenti terremoti, è quindi possibile introdurre un criterio di ottimizzazione che tenga in conto del contenuto frequenziale del sito. Si suggerisce ad esempio di utilizzare come eccitazione la densità spettrale di potenza di Kanai-Tajimi, la quale rappresenta il filtraggio di un rumore bianco da parte del suolo, in maniera tale da creare un legame tra i parametri caratterizzanti tale densità e la natura del suolo.

Infine, tra gli sviluppi futuri, vi è quello di analizzare uno smorzatore di tipo non lineare, implementando le opportune tecniche di modellazione e di ottimizzazione.

# Annexes

## ANNEXE A

### A.1 Lois de contrôle actif

Le contrôle actif est apparu dans les années 1930 et a été développé avec les progrès réalisés dans le domaine des microprocesseurs. Il est connu surtout par sa capacité d'amortir une large bande de fréquence, et ce, en le comparant au contrôle passif.

Un système de contrôle actif nécessite, d'une part, un réseau de capteurs permettant de connaître l'état vibratoire, et d'autre part, un ensemble d'actionneurs pour agir sur les vibrations, et ce, en appliquant des forces sur la structure selon une loi de contrôle. Pour assurer un bon fonctionnement, ces actionneurs utilisent une source importante d'énergie externe.

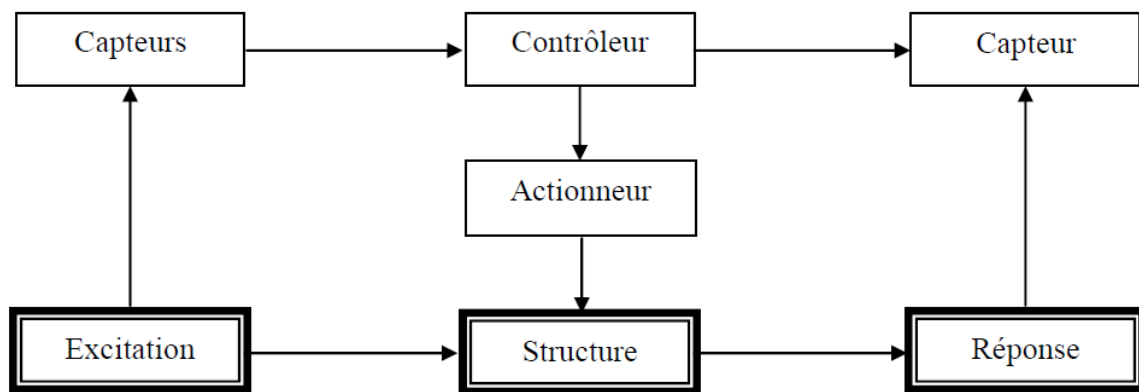


FIGURE.A. 1 : Structure avec contrôle actif.

Nous pouvons distinguer deux approches de contrôle actif :

- ✓ méthode de contrôle par anticipation (Feedforward)
- ✓ méthode de contrôle par rétroaction (Feedback).

La première consiste à identifier la perturbation qui crée les vibrations afin de l'annuler en lui superposant une excitation inverse. Cette méthode concerne surtout les applications liées aux machines tournantes.

La deuxième consiste à identifier la réponse de la structure plutôt que l'excitation qui l'a fait vibrer. Elle nécessite donc la modélisation du comportement dynamique de la structure.

En effet, lors de la conception d'un système de contrôle actif des vibrations par rétroaction, l'ingénieur commence à étudier le comportement dynamique de la structure qu'il souhaite contrôler. Par la suite, il choisit une loi de rétroaction en fonction de la technologie qui répond au mieux à sa problématique.

Une attention croissante a été consacrée aux méthodes de rétroaction active dans le but de choisir une loi de contrôle robuste, et ce, afin que les réponses ou les sorties du système soient celles désirées.

Le Système d'amortisseur de masse active (AMD), est parmi les dispositifs les plus utilisés du contrôle actif. Il se compose d'une petite masse auxiliaire installée sur l'un des étages supérieurs du bâtiment considéré. Un actionneur relié entre la masse auxiliaire et la structure,



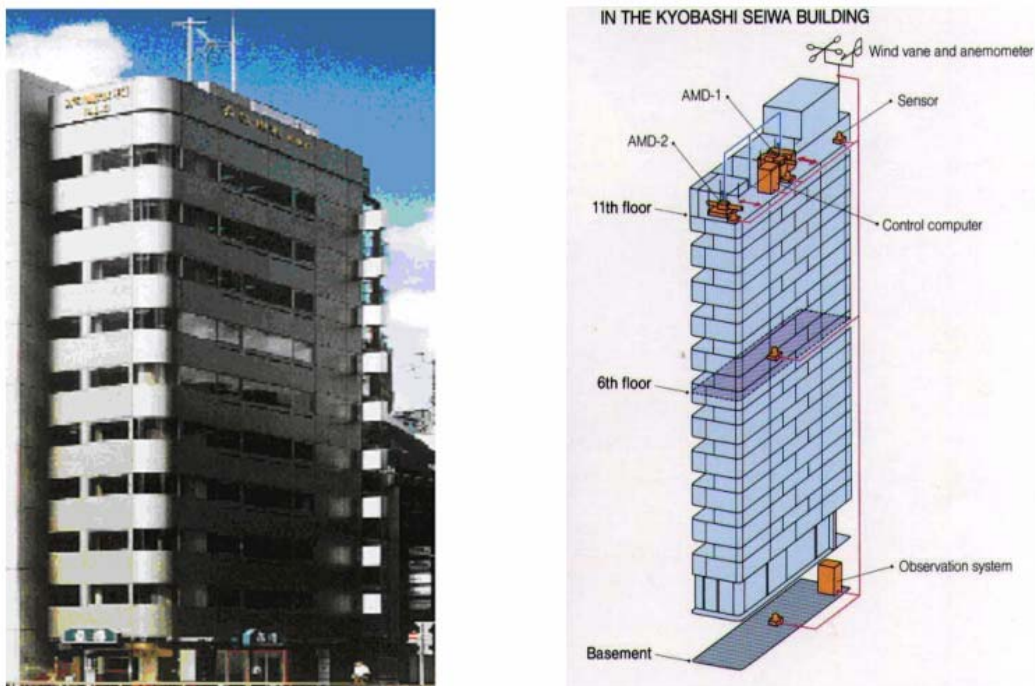
permet de contrôler activement la réponse d'un bâtiment aux excitations externes irrégulières telles que les séismes, les vents et les typhons.

Les réponses sont mesurées aux principaux endroits situés sur le bâtiment et envoyées à un ordinateur pilote. L'ordinateur traite l'information selon un algorithme de réglage et envoie le signal approprié à l'actionneur AMD. L'actionneur réagit en appliquant à la structure des forces de contrôle d'inertie, et ce, afin de réduire les réponses structurelles d'une manière souhaitable [5].

La première installation de ce dispositif a été conçue en 1989 par l'institut de recherche Kajima, et ce, au sein du bâtiment Kyobashi Seiwa avec 11 étages à Tokyo au Japon.

Le système de contrôle se compose de deux AMDs installés dans le 11<sup>ème</sup> étage de la structure. Le poids du premier AMD est de 4 tonnes et il est employé pour réduire le mouvement transversal. Celui du deuxième AMD est de 1 tonne et il est utilisé pour réduire le mouvement de torsion [5].

Des efforts de recherche ont été dirigés également vers le développement des amortisseurs actifs tel que ceux à masse accordées actives (ATMD) (Soong 1990, Spencer et Nagarajaiah 2003, Yang et al 2003) [18, 19, 20] et les amortisseurs à masse active (AMD) (Soong 1990, Ikeda et al 2001, Spencer et Nagarajaiah 2003) [18, 21,19]. Ceci est pour contrôler les réponses des bâtiments et des ponts.



**FIGURE.A. 2:** Bâtiment de Kyoboshi Seiwa avec le système AMD.

Malgré le nombre important de travaux de recherche réalisés dans ce domaine, nous n'avons pas constaté en pratique une émergence des systèmes de contrôle actif puisqu'ils sont généralement plus coûteux, plus complexes et moins fiables que les systèmes passifs.

## A.1.1 Algorithmes de contrôle actif

### A.1.1.1 Contrôle optimal linéaire quadratique

Les modèles de représentation des systèmes linéaires sont décrits par des équations différentielles linéaires. D'après la théorie classique, ces équations peuvent être représentées sous forme d'une fonction de transfert en faisant appel aux transformées de Laplace ou de Fourier. En revanche, la théorie moderne offre un modèle construit à partir d'un système d'équations différentielles matricielles que nous appelons équation d'état.

La représentation de l'état d'un système donne des informations sur la structure interne du modèle, tandis que la fonction de transfert décrit le modèle en termes de « entrée / sortie ». En outre, les modèles des équations d'état sont plus commodes et créent moins de difficultés numériques que les fonctions de transfert, et ce, lorsque nous traitons des modèles d'ordre élevé.

L'équation de vibration d'un système à  $N$  degrés de libertés contrôlé est donnée par l'expression suivante :

$$\mathbf{M}_s \ddot{\mathbf{x}}_s(t) + \mathbf{C}_s \dot{\mathbf{x}}_s(t) + \mathbf{K}_s \mathbf{x}_s(t) = \mathbf{D}\mathbf{u}(t) \quad (\text{A. 1})$$

Où  $\mathbf{x}_s(t)$  est le vecteur de déplacement de dimension  $N$ .

$\mathbf{M}_s, \mathbf{C}_s, \mathbf{K}_s$  sont respectivement la matrice de masse, d'amortissement et de rigidité.

$\mathbf{D}$  est une matrice d'entrée de dimension  $N \times m$  qui représente la localisation des forces de contrôle engendrées par les  $m$  amortisseurs

$\mathbf{u}(t)$  est le vecteur de dimension  $m$  qui représente les forces de contrôle engendrées par les  $m$  amortisseurs actifs.

En posant  $\mathbf{z}(t)$ , le vecteur d'état défini par  $\mathbf{z} = [\dot{\mathbf{x}}_s, \mathbf{x}_s]^T$ , l'équation (A. 1) peut s'écrire sous la forme d'équation d'état du système comme suit,

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{z}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \quad (\text{A. 2})$$

Le vecteur de contrôle  $\mathbf{u}$  s'écrit sous la forme matricielle suivante:

$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{G}\mathbf{z}(t) \quad (\text{A. 3})$$

Où  $\mathbf{G}$  est la matrice de gain

Pour déterminer la matrice de gain  $\mathbf{G}$ , le contrôle optimal consiste à minimiser une fonction de coût qui s'écrit sous la forme quadratique suivante :

$$J(\mathbf{u}) = \frac{1}{2} \int_0^{t_f} (\mathbf{z}^T \mathbf{Q} \mathbf{z} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}) dt \quad (\text{A. 4})$$

$t_f$  étant la durée de l'excitation.

Le terme  $\frac{1}{2} \hat{\mathbf{z}}^T \mathbf{Q} \hat{\mathbf{z}}$  peut être interprété comme une mesure de l'énergie du système et le terme

$\frac{1}{2} \hat{\mathbf{v}}^T \mathbf{R} \hat{\mathbf{v}}$  comme une énergie de contrôle,

où  $\mathbf{Q}$  et  $\mathbf{R}$  sont des matrices pondérant respectivement l'état et le contrôle du système. Ils présentent des accélérations de convergence de la solution ( $\hat{\mathbf{z}} \rightarrow 0$  et  $\hat{\mathbf{v}} \rightarrow 0$ ).

La matrice  $\mathbf{R}$  est symétrique strictement définie positive et de taille  $m \times m$ , alors que  $\mathbf{Q}$  est semi-définie positive et de taille  $2N \times 2N$ .

Le problème consiste à trouver un contrôle  $\mathbf{u}$  qui minimise la fonction de cout soumise à l'équation de contrainte :  $\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{z}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t)$ .

En utilisant les multiplicateurs de Lagrange  $\mathbf{r}$ , on peut définir une fonction de cout augmentée  $J^*$  sous la forme suivante

$$J^*(\mathbf{u}) = \int_{t_0}^{t_f} \{H(\mathbf{z}, \mathbf{u}, \mathbf{r}, t) - \mathbf{r}^T \dot{\mathbf{z}}\} dt \quad (\text{A. 5})$$

Où l'Hamiltonien du système s'écrit [22] :

$$H(\mathbf{z}, \mathbf{u}, \mathbf{r}, t) = \frac{1}{2}(\mathbf{z}^T \mathbf{Q}\mathbf{z} + \mathbf{u}^T \mathbf{R}\mathbf{u}) + \mathbf{r}^T (\mathbf{A}\mathbf{z} + \mathbf{B}\mathbf{u}) \quad (\text{A. 6})$$

D'après la théorie de Lagrange, le minimum de la fonction (A. 4) soumise à l'équation de contrainte est atteint à partir de la fonction  $J^*$ .

La fonction  $J^*$  est considérée comme une fonction convexe et par la suite  $dJ^* = 0$  et  $d^2 J^*$  est positive.

En dérivant  $J^*$  en utilisant le principe de Leibniz [23], nous trouvons les équations d'Euler tel que :

$$\frac{\partial H}{\partial \mathbf{z}} + \dot{\mathbf{r}} = 0 \quad \text{« L'équation d'état complémentaire »} \quad (\text{A. 7})$$

$$\frac{\partial H}{\partial \mathbf{u}} = 0 \quad \text{« Condition de stationnarité »} \quad (\text{A. 8})$$

$$\frac{\partial H}{\partial \mathbf{r}} = \dot{\mathbf{z}} \quad \text{« L'équation de contrainte » (équation d'état)} \quad (\text{A. 9})$$

En effet, les équations d'Euler s'écrivent :

$$\begin{cases} \mathbf{Q}\mathbf{z} + \mathbf{A}^T \mathbf{r} + \dot{\mathbf{r}} = 0 \\ \mathbf{R}\mathbf{u} + \mathbf{B}^T \mathbf{r} = 0 \Rightarrow \mathbf{u} = -\mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{r} \\ \dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}\mathbf{z} + \mathbf{B}\mathbf{u} \end{cases} \quad (\text{A. 10})$$

Si nous considérons un contrôle proportionnel à l'état  $\mathbf{u} = -\mathbf{G}\mathbf{z}$ , le multiplicateur de Lagrange  $\mathbf{r}$  doit être proportionnel à l'état  $\mathbf{r} = \mathbf{P}\mathbf{z}$ . En remplaçant l'expression de  $\mathbf{u}$  dans l'équation d'état, en multipliant cette dernière par  $\mathbf{P}$  et en considérant l'expression de  $\mathbf{r}$ , les équations d'Euler deviennent :

$$\begin{cases} \mathbf{P}\dot{\mathbf{z}} = -\dot{\mathbf{P}}\mathbf{z} - \mathbf{Q}\mathbf{z} - \mathbf{A}^T \mathbf{P}\mathbf{z} \\ \mathbf{P}\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{P}\mathbf{A}\mathbf{z} - \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}\mathbf{z} \end{cases} \quad (\text{A. 11})$$

Pour que ces deux équations soient vérifiées pour tout  $\mathbf{z}$ , il faut que l'équation algébrique de Riccati soit vérifiée

$$\dot{\mathbf{P}} = -\mathbf{A}^T \mathbf{P} - \mathbf{P}\mathbf{A} - \mathbf{Q} + \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} \quad (\text{A. 12})$$

Pour un système en boucle ouverte, avec un contrôle  $\mathbf{u}$  nul, l'équation (A. 12) devient l'équation de Lyapunov.

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} + \mathbf{Q} = -\dot{\mathbf{P}} \quad (\text{A. 13})$$

Nous définissons la matrice gain du contrôle optimal qui minimise l'indice de performance  $J$

$$\mathbf{G}(t) = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}(t) \quad (\text{A. 14})$$

Pour éviter de calculer toute la séquence des gains de contrôle  $\mathbf{G}$ , nous pouvons utiliser sa valeur stationnaire donnée par l'expression suivante :

$$\mathbf{G}(\infty) = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}^\infty \quad (\text{A. 15})$$

Où  $\mathbf{P}^\infty$  est la matrice en équilibre.

L'équation de Riccati s'écrit dès lors:

$$-\mathbf{A}^T \mathbf{P}^\infty - \mathbf{P}^\infty \mathbf{A} - \mathbf{Q} + \mathbf{P}^\infty \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}^\infty = 0 \quad (\text{A. 16})$$

La méthodologie de conception d'un contrôle optimal quadratique est la suivante :

- ✓ Définir les matrices de pondérations  $\mathbf{Q}$  et  $\mathbf{R}$  pour atteindre la performance désirée.
- ✓ Calculer la matrice  $\mathbf{P}^\infty$  solution de l'équation algébrique de Riccati, et ce, à partir des matrices du système  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{B}$  et de pondération  $\mathbf{Q}$  et  $\mathbf{R}$
- ✓ Calculer la matrice de gain  $\mathbf{G}$  à partir de  $\mathbf{P}^\infty$

### A.1.1.2 Placement des pôles

Pour implémenter un contrôle par rétroaction, il existe une possibilité qui consiste à essayer de modifier les pôles d'un système pour les transformer en un nouvel ensemble de pôles, en augmentant, par exemple, l'atténuation ou la stabilité du système.

Si nous considérons le système d'état sans contrôle, alors sa solution est donnée comme suit :

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{z}_0 \exp(\mathbf{A}t) \quad (\text{A. 17})$$

Le comportement asymptotique de l'état du système lorsque  $t$  est grand, est déterminé par les valeurs propres de la matrice  $\mathbf{A}$ . Ces derniers sont appelés : pôles du système en boucle ouverte tel que

$$pole(i) = -\xi_i \omega_i \pm j \omega_i \sqrt{1 - \xi_i^2} \quad (\text{A. 18})$$

Avec  $\omega_i$ , la pulsation propre du mode  $i$ , et  $\xi_i$ , l'amortissement naturel propre du mode  $i$ .

Dans le cas où le système d'état est conçu avec un contrôle par retour d'état

$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{G} \mathbf{z}(t) \quad (\text{A. 19})$$

La solution du système d'état est

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{z}_0 \exp((\mathbf{A} - \mathbf{B} \mathbf{G})t) \quad (\text{A. 20})$$

Le comportement asymptotique de l'état lorsque  $t$  est grand, est déterminé par les valeurs propres de la matrice  $\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{G}$ , c-à-d les pôles du système en boucle fermée.

Les méthodes de placement des pôles consistent à construire une application qui définit la matrice de gain  $\mathbf{G}$  telle que  $\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{G}$  ait des pôles choisis initialement [1].

### **A.1.1.3 Contrôle modal**

Le problème majeur du contrôle optimal, dans le cas des structures réelles, réside dans le grand nombre de degrés de liberté. En effet, le calcul de la solution de l'équation de Riccati devient numériquement très coûteux lorsque le nombre de modes est important [1].

En effet, la méthode IMSC (Independent Modal Space Control) proposée par Meirovitch [24] a suscité un grand intérêt dans le contrôle des structures à plusieurs degrés de libertés, et ce, puisqu'il combine la décomposition modal avec une loi de contrôle linéaire quadratique LQR.

En effet, le gain de contrôle de chaque mode peut être trouvé en résolvant des équations algébriques non couplées plutôt que l'équation matricielle de Riccati, et chaque mode est amorti indépendamment des autres.

Une étude menée par Fang [25] montre que lors de la conception d'un contrôle basé sur l'algorithme IMSC, les forces de contrôle augmentent la contribution aux modes plus élevées (modes non contrôlés) aux réponses du système. Ces contributions peuvent être importantes et ne peuvent pas être négligées dans certains cas, et ce, si l'algorithme IMSC est utilisé pour contrôler une structure réelle. Par conséquent, les réponses de la structure contrôlée peuvent être sous-estimées si les effets des forces de contrôle sur les modes les plus élevés ne sont pas considérés dans l'analyse de la réponse.

En effet, une variété d'algorithmes a été développée spécifiquement pour les structures de génie civil qui sont confrontées à de tels problèmes. Baz et al en 1987 [26] ont développé une méthode de MIMSC (Modified Independent Modal Space Control) pour éliminer les effets des forces de contrôle modale. Les simulations numériques effectuées dans les travaux de recherches [27] indiquent que l'algorithme (MIMSC) est plus efficace pour contrôler la vibration de la structure que dans le cas de l'algorithme IMSC. En effet, ce dernier peut amplifier la contribution des modes non contrôlés.

A noter que cette méthode est très pratique surtout qu'elle offre la possibilité d'amortir plusieurs modes en utilisant seulement quelques actionneurs, et ce, en la comparant à la méthode IMSC, où chaque mode à amortir oblige la présence d'un actionneur [2].

## **A.2 Lois de contrôle semi actif**

Malgré les défis qui se présentent dans l'application du contrôle de vibration associée au domaine de génie civil, des stratégies de contrôles semi actif ont été particulièrement prometteuses de manière à satisfaire les besoins de l'ingénieur. Elles offrent la fiabilité des dispositifs passifs et la capacité d'adaptation des systèmes actifs, et ce, sans exiger une source de grande énergie.

Le contrôle semi actif est capable de développer des forces de contrôle réglées par des algorithmes modernes tout en utilisant la mesure de l'excitation ou/ et la réponse. Les systèmes semis actifs se répartissent en trois catégories :

- ✓ Rigidité variable,
- ✓ Amortissement variable
- ✓ Masse variable.

Puisque la masse ne peut pas varier au cours du temps, dans la plupart des cas, seuls les deux premiers systèmes semis actifs cités sont considérés [28].

Dans la première catégorie, la rigidité du système est ajustée pour établir une condition non résonnante entre la structure et l'excitation.

Ces dispositifs à raideurs variables peuvent être réglés en ajoutant ou en éliminant la rigidité à une section particulière de la structure.

Dans la seconde catégorie, le coefficient d'amortissement des dispositifs de dissipation d'énergie est réglé entre deux valeurs limites : une valeur minimale  $c_{\min}$  et une valeur maximale  $c_{\max}$  tel que  $c_{\min} \leq c(t) \leq c_{\max}$

Pour les deux catégories, ces systèmes sont similaires à ceux passifs, tel que le cas où les forces de contrôle sont générées en utilisant le mouvement de la structure, ou celui des systèmes actifs qui exigent des capteurs et des actionneurs pour sélectionner la rigidité ou le coefficient d'amortissement.

Depuis leur création en 1970, les amortisseurs semis actifs ont été utilisés dans de nombreux domaines d'ingénierie, et ils ont attiré une attention de plus en plus importante à raison de leur capacité à atteindre une performance supérieure à celle des amortisseurs passifs.

En effet, l'algorithme de contrôle grâce auquel l'amortisseur est ajusté est l'un des facteurs importants qui détermine le succès d'une stratégie de contrôle.

Plusieurs chercheurs ont développé des algorithmes pour sélectionner l'amortissement ou la rigidité les plus adéquats.

Feng et Shinozuka (1990,1993) [29, 30] ont appliqué deux algorithmes semi actifs pour contrôler un pont soumis à l'excitation sismique. Les deux algorithmes ont un but qui consiste à régler le coefficient d'amortissement du système d'isolation. Le premier est l'algorithme de « Bang Bang » et le deuxième est l'algorithme « optimal instantané » introduit par Yang et al (1987) [31]. Les simulations numériques indiquent que la réduction du déplacement maximal est de 41% alors que la réduction de l'accélération maximale est de 22%, et ce, lorsque le pont est soumis à l'excitation sismique de (El Centro 1940).

Dowdell et Cherry (1994) [32,33] ont utilisé un algorithme de régulateur linéaire quadratique semi actif de Bang Bang pour contrôler les forces de glissement dans les amortisseurs à friction. Ils ont calculé la réponse de la structure modélisée par (1ddl) et (6ddl) pour une bande limitée d'un bruit blanc avec et sans amortisseurs à friction semi actifs.

Dans une autre étude, Yang et Lu (1994) [34] ont utilisé l'algorithme Bang Bang semi actif basé sur la théorie de Lyapunov appliquée à une structure à 3 étages.

Patten et al (1993) et Sack et al (1994) [35, 36] ont introduit un actionneur hydraulique avec un orifice réglable en utilisant un algorithme de contrôle en boucle fermée permettant de sélectionner le coefficient d'amortissement du dispositif, à chaque incrément du temps. Ils ont utilisé l'algorithme de contrôle optimal basé sur le régulateur linéaire quadratique (LQR). Les résultats relatifs à cette recherche indiquent que l'amortissement variable peut réduire la réponse de la structure, et ce, pour une excitation sismique.

Des études ont été développées pour montrer l'efficacité de ces dispositifs en réduisant la réponse de vibration des ponts qui est induite par les véhicules (Patten et al 1994 et 1996) [37, 38].

D'autres chercheurs ont développé des algorithmes permettant de sélectionner la rigidité adéquate pendant la réponse de la structure.

La méthode de rigidité variable (AVS) (Active variable stiffness) [28] a été implémentée dans une construction au 3<sup>ème</sup> étage (Katri n° 21 en Japon). Elle permet de réduire les réponses sismiques en établissant une condition non résonnante entre la structure et l'excitation.

Une autre étude a été réalisée par Ji et al (2005) [39]. Elle consiste à comparer les performances des différents algorithmes numériques sous l'excitation sismique en utilisant des TMDs.

Ils ont constaté que l'algorithme « groundhook » basé sur le déplacement et l'algorithme du contrôle optimal ont pratiquement la même performance. Toutefois, le contrôle groundhook basé sur la vitesse s'est avéré moins efficace, tout en restant toujours meilleur qu'un TMD passif.

Dans la partie suivante nous nous intéressons à comprendre quelques stratégies d'algorithmes de contrôle semi-actif et de présenter les dispositifs proposés dans la littérature.

## A.2.1 Algorithmes de contrôle semi actif

### A.2.1.1 Algorithme LQR semi actif

Comme nous l'avons relevé précédemment, à savoir que le régulateur quadratique linéaire classique est utilisé fortement dans le contrôle actif (Soong 1990 [18], la même méthode a été développée pour s'adapter au contrôle semi actif (Patten et al 1993,1994, Symans et Costantinou 1995) [35,37, 40].

Le coefficient d'amortissement de l' $i^{\text{ème}}$  amortisseur est calculé à partir de l'équation suivante :

$$c_i^*(t) = \frac{u_i(t)}{\dot{y}_i(t)} = \frac{\sum_{j=1}^{2N} G_{ij} z_j(t)}{\dot{y}_i(t)} \quad i = 1,..m \quad (\text{A. 21})$$

Où  $\dot{y}_i(t)$  est la vitesse relative de l' $i^{\text{ème}}$  amortisseur.

Le coefficient d'amortissement est ajusté entre deux valeurs limites tel que  $c_{\min} \leq c(t) \leq c_{\max}$

Par ailleurs, le coefficient d'amortissement est choisi tel que

$$c_i(t) = \begin{cases} c_{\min,i} & c_i^*(t) \leq c_{\min,i} \\ c_i^*(t) & c_{\min,i} < c_i^*(t) < c_{\max,i} \\ c_{\max,i} & c_i^*(t) \geq c_{\max,i} \end{cases} \quad (\text{A. 22})$$

### A.2.1.2 Algorithme LQR généralisé semi actif

L'algorithme LQR a été introduit par Yang et al (1992) [41] pour le contrôle actif des vibrations. Cet algorithme est adapté au contrôle semi actif des vibrations par Sadek et al [42].

Considérons l'équation différentielle suivante relative au mouvement d'une structure à  $N$  degrés de libertés, soumise à une excitation sismique et contrôlée par  $m$  amortisseurs semi-actifs :

$$\mathbf{M}_s \ddot{\mathbf{x}}_s(t) + \mathbf{C}_s \dot{\mathbf{x}}_s(t) + \mathbf{K}_s \mathbf{x}_s(t) = \mathbf{D}\mathbf{u}(t) - \mathbf{M}_s \mathbf{e} \ddot{x}_g(t) \quad (\text{A. 23})$$

$\mathbf{e}$  est un vecteur unitaire de dimension  $N$

$\ddot{x}_g$  est l'accélération du sol.

L'équation (A. 23) peut s'écrire sous la forme d'équation d'état du système,

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{z}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{H}\ddot{\mathbf{x}}_g(t) \quad (\text{A. 24})$$

Dans cet algorithme, la fonction quadratique du coût est modifiée pour réduire l'accélération absolue de la structure principale.

La fonction du coût généralisé a la forme suivante :

$$J = \int_0^{t_f} \left\{ \mathbf{z}^T(t) \mathbf{Q} \mathbf{z}(t) + \ddot{\mathbf{x}}_a^T(t) \mathbf{Q}_a \ddot{\mathbf{x}}_a(t) + \mathbf{u}^T(t) \mathbf{R} \mathbf{u}(t) \right\} dt \quad (\text{A. 25})$$

$\ddot{\mathbf{x}}_a(t)$  est l'accélération absolue de la structure principale.

$\mathbf{Q}_a$  est la matrice de pondération, elle est symétrique, définie positive et de taille  $N \times N$

Comme  $\ddot{\mathbf{x}}_a(t) = \mathbf{A}_0 \mathbf{z}(t) + \mathbf{B}_0 \mathbf{u}(t)$

avec  $\mathbf{A}_0 = \begin{bmatrix} -\mathbf{M}_s^{-1} \mathbf{C}_s & -\mathbf{M}_s^{-1} \mathbf{K}_s \end{bmatrix}$  et  $\mathbf{B}_0 = \mathbf{M}_s^{-1} \mathbf{D}$

la fonction du coût prend la forme suivante :

$$J = \int_0^{t_f} \begin{bmatrix} \mathbf{z}^T(t) & \mathbf{u}^T(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Q} + \mathbf{A}_0^T \mathbf{Q}_a \mathbf{A}_0 & \mathbf{A}_0^T \mathbf{Q}_a \mathbf{B}_0 \\ \mathbf{B}_0^T \mathbf{Q}_a \mathbf{A}_0 & \mathbf{R} + \mathbf{B}_0^T \mathbf{Q}_a \mathbf{B}_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{z}(t) \\ \mathbf{u}(t) \end{bmatrix} dt \quad (\text{A. 26})$$

En minimisant la fonction du coût, la force de contrôle  $\mathbf{u}(t)$  admet la forme suivante :

$$\mathbf{u}(t) = -\frac{1}{2} \tilde{\mathbf{R}}^{-1} (\mathbf{B}^T \tilde{\mathbf{P}}(t) + 2\mathbf{B}_0^T \mathbf{Q}_a \mathbf{A}_0) \mathbf{z}(t) = \tilde{\mathbf{G}} \mathbf{z}(t) \quad (\text{A. 27})$$

Où  $\tilde{\mathbf{G}}$  est la matrice de Gain de taille  $m \times 2N$

$\tilde{\mathbf{P}}$  est la solution matricielle de l'équation classique de Riccati qui prend la forme suivante :

$$\tilde{\mathbf{P}} \tilde{\mathbf{A}} + \tilde{\mathbf{A}}^T \tilde{\mathbf{P}} - \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{P}} \tilde{\mathbf{B}} \tilde{\mathbf{R}}^{-1} \tilde{\mathbf{B}}^T \tilde{\mathbf{P}} + 2\tilde{\mathbf{Q}} = 0 \quad (\text{A. 28})$$

tel que :

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{R}} = \mathbf{R} + \mathbf{B}_0^T \mathbf{Q}_a \mathbf{B}_0 \\ \tilde{\mathbf{A}} = \mathbf{A} - \mathbf{B} \tilde{\mathbf{R}}^{-1} \tilde{\mathbf{B}}^T \mathbf{Q}_a \mathbf{A}_0 \\ \tilde{\mathbf{Q}} = \mathbf{Q} + \mathbf{A}_0^T \mathbf{Q}_a \mathbf{A}_0 - \mathbf{A}_0^T \mathbf{Q}_a \mathbf{B}_0 \tilde{\mathbf{R}}^{-1} \tilde{\mathbf{B}}^T \mathbf{Q}_a \mathbf{A}_0 \end{cases} \quad (\text{A. 29})$$

Le coefficient d'amortissement de l' $i$ ème amortisseur est donné par l'expression suivante :

$$c_i^*(t) = \frac{u_i(t)}{\dot{y}_i(t)} = \frac{\sum_{j=1}^{2N} \tilde{G}_{ij} z_j(t)}{\dot{y}_i(t)} \quad i = 1, \dots, m \quad (\text{A. 30})$$

### A.2.1.3 Algorithme de Lyapunov

Cet algorithme nécessite l'utilisation de la fonction de Lyapunov qui est une fonction d'état positive. Selon la théorie de stabilité de Lyapunov, nous devons tester la décroissance de cette fonction autour du point d'équilibre.

Wu et Soong (1996) [43] ont défini une fonction quadratique de Lyapunov au lieu de minimiser la fonction du coût comme dans le cas du control optimal.



Cette fonction s'écrit de la manière suivante :

$$V(\mathbf{z}) = \mathbf{z}^T \mathbf{P} \mathbf{z} \quad (\text{A. 31})$$

Où  $\mathbf{P}$  est une matrice réelle symétrique définie positive.

Dans le cas des systèmes linéaires et pour assurer que la dérivée de  $V(\mathbf{z})$  soit négative, la matrice  $\mathbf{P}$  doit être la solution de l'équation matricielle de Lyapunov définie comme suit :

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} = -\mathbf{Q} \quad (\text{A. 32})$$

Où  $\mathbf{Q}$  est une matrice définie positive.

La dérivée temporelle de la fonction de Lyapunov est donnée par l'expression suivante [44]

$$\dot{V}(\mathbf{z}) = -\frac{1}{2} \mathbf{z}^T \mathbf{Q} \mathbf{z} + \mathbf{z}^T \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{u} \quad (\text{A. 33})$$

Le seul terme qui peut varier directement par un changement de la tension du contrôle est le terme qui contient le vecteur traduisant la force de contrôle.

L'algorithme de Lyapunov dépend du signe de la force de contrôle mesurée et de l'état du système. En effet, la loi de contrôle qui minimise  $\dot{V}(\mathbf{z})$  admet la formule suivante :

$$v_i = V_{\max} H \left[ -\mathbf{z}^T \mathbf{P} \mathbf{B}_i u_i \right] \quad (\text{A. 34})$$

Où :

$H$  est la fonction de Heaviside.

$u_i$  est la force mesurée produit par l' $i^{\text{ème}}$  amortisseur.

$\mathbf{B}_i$  est l' $i^{\text{ème}}$  colonne de la matrice  $\mathbf{B}$ .

$v_i$  est la tension maximale appliquée sur l' $i^{\text{ème}}$  amortisseur.

#### A.2.1.4 Algorithme de Bang Bang

Mcclamroch et Gavin (1995) [45] ont utilisé la stratégie Bang Bang pour contrôler un système par le biais des amortisseurs électro- rhéologiques.

Pour introduire cet algorithme, nous considérons une structure à Nddl soumise à une excitation sismique et contrôlée par  $m$  amortisseurs semi-actifs électro-rhéologiques.

L'équation d'équilibre de ce système est définie par l'expression (A. 23). La fonction de Lyapunov a été choisie pour représenter la vibration totale dans la structure (cinétique et potentielle), et ce, selon l'expression suivante :

$$V(\mathbf{x}_s) = \frac{1}{2} \mathbf{x}_s^T \mathbf{K}_s \mathbf{x}_s + \frac{1}{2} (\dot{\mathbf{x}}_s + \mathbf{e} \dot{x}_g)^T \mathbf{M}_s (\dot{\mathbf{x}}_s + \mathbf{e} \dot{x}_g) \quad (\text{A. 35})$$

Où  $\dot{x}_g$  est la vitesse du sol.

En introduisant l'équation d'équilibre, la dérivée par rapport au temps de cette fonction est :

$$\dot{V}(\mathbf{x}_s) = \frac{1}{2} \mathbf{x}_s^T \mathbf{K}_s \dot{\mathbf{x}}_s + (\dot{\mathbf{x}}_s + \mathbf{e} \dot{x}_g)^T (-\mathbf{C}_s \dot{\mathbf{x}}_s - \mathbf{K}_s \mathbf{x}_s + \mathbf{D} \mathbf{u}) \quad (\text{A. 36})$$

Dans cette expression, l'effet du contrôle est exprimé à travers le dernier terme contenant le vecteur de la force.

Pour maximiser la dissipation d'énergie, la loi de contrôle est choisie sous la forme suivante :

$$v_i = V_{\max} H(-(\dot{\mathbf{x}}_s + \mathbf{e}\dot{\mathbf{x}}_g)^T \mathbf{D}_i u_i) \quad (\text{A. 37})$$

Où  $\mathbf{D}_i$  est l'<sup>i</sup>ème colonne de la matrice  $\mathbf{D}$ .

$\mathbf{D}$  est la matrice de la localisation des forces de control engendrées par les amortisseurs.

Lorsqu'un dispositif semi actif est situé entre le sol et le premier étage, nous avons besoin de déterminer la vitesse absolue du premier étage. Ce cas a été étudié par (Spencer et al 1998) en intégrant l'accélération absolue pour pouvoir déterminer la vitesse absolue [46].

### A.2.1.5 Algorithme de dissipation de l'énergie maximale

Cet algorithme [44] est présenté comme une variante de l'algorithme de Bang Bang. Comme nous l'avons mentionné dans le paragraphe précédent, l'algorithme de Bang Bang est basé sur la fonction de Lyapunov qui est choisie pour représenter l'énergie vibratoire totale du système.

La fonction de Lyapunov exprimée dans cet algorithme représente l'énergie vibratoire relative de la structure (sans compter les vitesses du sol dans le terme de l'énergie cinétique) tel que :

$$V(\mathbf{x}_s) = \frac{1}{2} \mathbf{x}_s^T \mathbf{K}_s \mathbf{x}_s + \frac{1}{2} \dot{\mathbf{x}}_s^T \mathbf{M}_s \dot{\mathbf{x}}_s \quad (\text{A. 38})$$

En répétant la même procédure dans le but de développer l'approche de Bang Bang et pour maximiser la dissipation de l'énergie, la loi de contrôle s'écrit sous cette manière :

$$v_i = V_{\max} H(-\dot{\mathbf{x}}_s^T \mathbf{D}_i u_i) \quad (\text{A. 39})$$

En effet, la tension varie entre deux valeurs extrêmes, soient, une minimale lorsqu'il n'y a pas de dissipation et une maximale lorsqu'il y a dissipation.

Pour appliquer cette loi, nous avons besoin de déterminer les mesures locales disponibles (la vitesse et la force de contrôle).

### A.2.1.6 Algorithme de ground-hook

La méthode de ground-hook est une méthode simple et efficace. Elle est généralement utilisée pour amortir la vibration des systèmes pneumatiques, mais elle est également appliquée dans les systèmes d'amortisseurs à masse accordée, appelés amortisseurs à masse accordée ancrés (ground-hook tuned mass damper) pour réduire les vibrations des planchers causés par l'activité humaine (Ji et al 2005, Koo 2003, Setareh 2001) [47,48, 49].

L'amortisseur est purement virtuel et d'un point de vue pratique, il est impossible de trouver une référence fixe pour l'amortisseur dans le cas des grands ouvrages.

La FIGURE.A. 4 montre que nous pouvons remplacer l'amortisseur passif de ground-hook par un amortisseur réglé qui soit connecté entre un système primaire et la masse accordée.

Le coefficient d'amortissement de l'amortisseur semi actif varie entre deux valeurs limites, en dehors de ces limites, et se comporte comme un amortisseur passif.

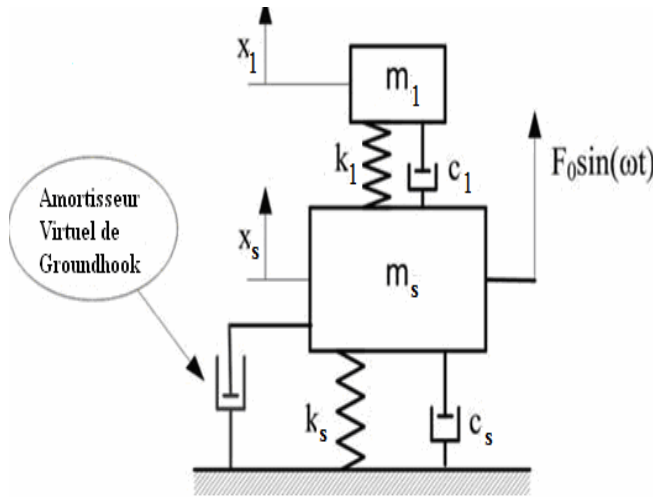


FIGURE.A. 3 : Amortisseur de groundhook.

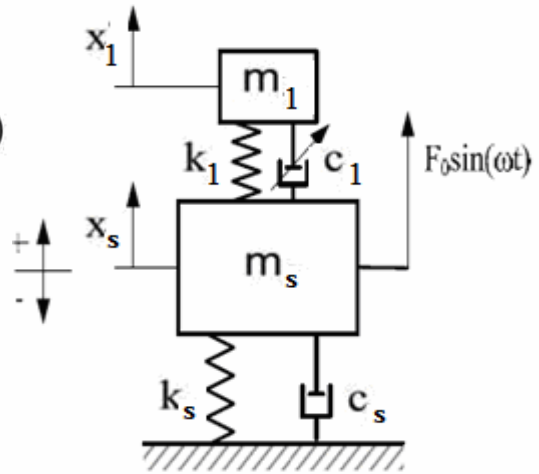


FIGURE.A. 4 : Amortisseur semi actif.

La vitesse de l'amortisseur réglable  $v_{da}$  est définie d'après Koo (2003) [48].

$$v_a = \dot{x}_s - \dot{x}_1 \quad (\text{A. 40})$$

La force générée par l'amortisseur semi actif est égale à la force de l'amortisseur virtuel, et ce, dans les deux cas suivants :

- ✓ Le mouvement de la masse primaire est dirigé vers le sens positif et l'amortisseur est en compression.
- ✓ Le mouvement de la masse primaire est dirigé vers le sens négatif et l'amortisseur est en extension.

Les deux forces sont opposées lorsque le mouvement de la masse primaire est dirigé vers le sens positif et l'amortisseur est en extension. Comme on peut distinguer un autre cas, celui lorsque le mouvement de la masse primaire est dirigé vers le sens négatif et l'amortisseur est en compression.

Pour résumer, les conditions de la vitesse à base de ground-hook (VBG) s'écrivent de la manière suivante [50]:

$$\begin{cases} v_a \dot{x}_s \geq 0 ; c_1 = c_{\max} \\ v_a \dot{x}_s < 0 ; c_1 = 0 \end{cases} \quad (\text{A. 41})$$

Il est également possible de remplacer le terme de la vitesse du système primaire par celui du déplacement du même système.

En effet, les conditions de déplacement à base de groundhook (DBG) s'écrivent de cette manière :

$$\begin{cases} v_a x_s \geq 0 ; c_1 = c_{1\max} \\ v_a x_s < 0 ; c_1 = 0 \end{cases} \quad (\text{A. 42})$$

### A.2.1.7 Algorithme de Skyhook

L'algorithme de Skyhook est largement étudié dans le domaine des suspensions automobiles (Yi et Song) [51]. A l'instar de celui de gound-hook, cet algorithme consiste à introduire un amortisseur virtuel connecté entre la structure primaire et le ciel fixe « Skyhook ».

Malgré le fait qu'il soit difficile de trouver une référence fixe pour l'amortisseur relatif au cas des grands ouvrages, il existe des amortisseurs semi actifs capables de produire la même force d'amortisseur « Skyhook ».

La stratégie de contrôle est basée sur le signe de la vitesse relative et la vitesse absolue du système [52].

Chaque fois que la vitesse absolue et la vitesse relative ont le même signe, l'amortisseur semi actif fournit une force égale à la valeur souhaitée de l'amortisseur de Skyhook, sinon, cette force est considérée minimale.

La force de contrôle semi-actif est définie de la manière suivante :

$$\begin{cases} Si & \dot{x}_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_s) \geq 0 ; & F_{sa} = -c_{sky}\dot{x}_1 \\ Si & \dot{x}_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_s) < 0 ; & F_{sa} = 0 \end{cases} \quad (A. 43)$$

Pour le modèle équivalent semi actif, la force de l'amortisseur est donnée par:

$$F_{sa} = -c_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_s) \quad (A. 44)$$

Sous l'exigence d'égaliser les deux forces d'amortissement (A. 43) et (A. 44), le coefficient d'amortissement  $c_1$  vérifie, la condition suivante :

$$\begin{cases} Si & \dot{x}_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_s) \geq 0 ; & c_1 = \frac{c_{sky}\dot{x}_1}{\dot{x}_1 - \dot{x}_s} \\ Si & \dot{x}_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_s) < 0 ; & c_1 = 0 \end{cases} \quad (A. 45)$$

D'après l'équation (A. 45), nous pouvons constater que lorsque la vitesse relative est très faible, le coefficient d'amortissement augmente brusquement et tend vers l'infini. En pratique, le coefficient de l'amortisseur semi actif est ajusté de façon continue entre deux valeurs limites, suivant une loi de contrôle, soit une valeur minimale et une autre maximale  $c_{min}$  et  $c_{max}$ .

Dans ce cas, la stratégie de contrôle est appelée algorithme de contrôle semi-actif continu Skyhook « Continuous Skyhook Control », et le coefficient d'amortissement suit la loi de contrôle suivante :

$$\begin{cases} Si & \dot{x}_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_s) \geq 0 ; & c_1 = \max \left[ c_{min}, \min \left[ \frac{c_{sky}\dot{x}_1}{\dot{x}_1 - \dot{x}_s}, c_{max} \right] \right] \\ Si & \dot{x}_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_s) < 0 ; & c_1 = c_{min} \end{cases} \quad (A. 46)$$

Krasnicki [53] a proposé un modèle de contrôle de Skyhook de type « On-off ». Dans ce cas, l'amortisseur commute entre deux positions, soit une valeur minimale et une valeur maximale.

L'amortisseur est ajusté selon la loi de contrôle suivante :

$$\begin{cases} Si & \dot{x}_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_s) \geq 0 ; & c_1 = c_{\max} \\ Si & \dot{x}_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_s) < 0 ; & c_1 = c_{\min} \end{cases} \quad (\text{A. 47})$$

Le contrôle Skyhook On-off a été examiné expérimentalement. Il a montré quelques améliorations près de la zone de résonance, et ce, par rapport à un amortisseur passif. En revanche, il reste moins performant qu'un amortisseur continu [2].

### A.2.1.8 Algorithme à rigidité variable

Nagarajaiah et Sommez (2007) [54], ont proposé une application d'un seul et de plusieurs amortisseurs semi actifs à masse accordée de rigidité variable (STMD/SMTMD), et ce, pour contrôler une structure à plusieurs étages soumise aux différents types d'excitation.

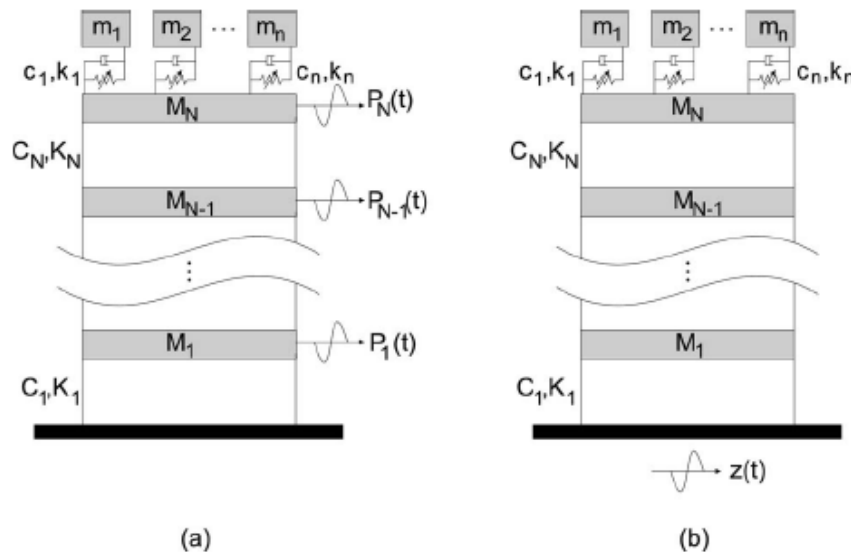


FIGURE.A. 5 : Modèle d'une structure à Nddl contrôlée par (SMTMD) au dernier étage.

(a) Masses excitées / (b) Base excitée

L'équation du mouvement (A. 43) d'une structure à Nddl contrôlée par  $n$  amortisseurs semi-actifs admet la forme d'équation d'état suivante :

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}\mathbf{z} + \mathbf{A}_s(t)\mathbf{z} + \mathbf{B}\mathbf{u} \quad (\text{A. 48})$$

$\mathbf{z} = [\dot{\mathbf{x}}_s, \mathbf{x}_s]^T$  étant le vecteur d'état.

$\mathbf{A}$  est la matrice d'état indépendante du temps (propriétés passives),  $\mathbf{A}_s$  est la matrice d'état dépendante du temps (propriétés semi actives),  $\mathbf{B}$  est la matrice d'entrée et  $\mathbf{u}$  est le vecteur de la force d'entrée.

L'objectif de l'algorithme de contrôle de la fréquence instantanée est de sélectionner la rigidité en temps réel afin de réduire les réponses vibratoires.

Cet algorithme consiste à tracer le signal de la fréquence de l'excitation au temps réel par la transformée de Fourier à court terme (TFCT) ou encore en anglais short time Fourier transform (STFT).

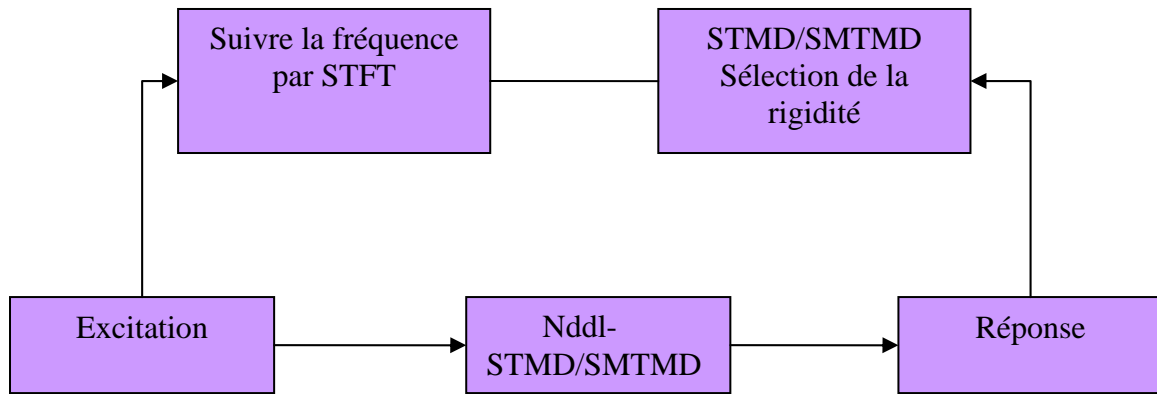


FIGURE.A. 6 : Algorithme de contrôle.

Dans le cas continu, le signal d'excitation à transformer est multiplié par une autre fonction non nulle, et ce, seulement pour une petite période de temps. Elle s'écrit mathématiquement de la manière suivante :

$$STFT(t, \omega) = S(t, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(\tau)w(\tau - t)e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (\text{A. 49})$$

$s(t)$  est le signal d'excitation,

$w$  est la fonction de fenêtrage.

Cette méthode est parmi celles les plus populaires qui sont adoptées pour l'étude des signaux non stationnaires. Elle consiste à discrétiser le signal par des intervalles temporels et à chaque intervalle, nous identifions les fréquences qui existent en utilisant l'analyse de Fourier.

Cet algorithme est très efficace pour identifier la fréquence dominante. Par ailleurs, il a montré également une efficacité analytique et expérimentale.

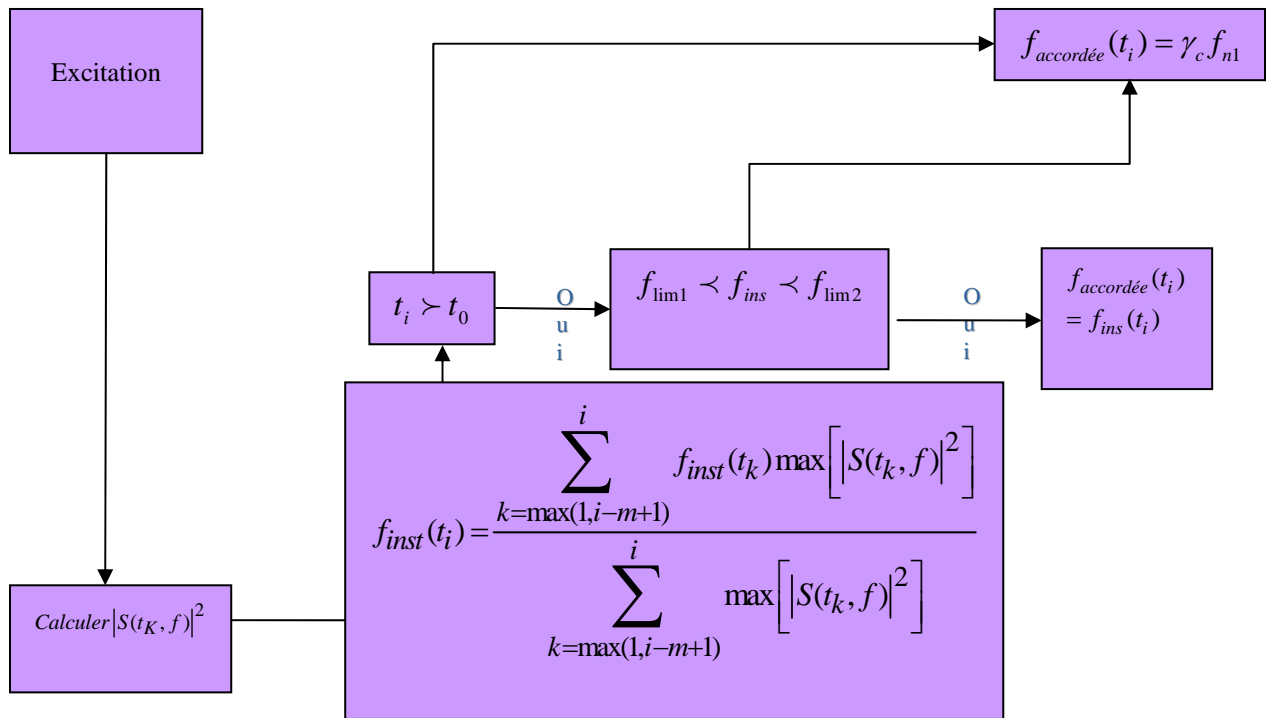
La fréquence instantanée, ou dominante, du signal d'excitation pour le temps discrétisé  $t_i$  est déterminée par cette formule :

$$f_{ins}(t_i) = \frac{\sum_{K=\max(1, i-m+1)}^i f_{int}(t_K) \max[S(t_K, f)]^2}{\sum_{K=\max(1, i-m+1)}^i \max[S(t_K, f)]^2} \quad (\text{A. 50})$$

Où  $m$  est le nombre des points utilisés ;  $f$  est la fréquence cyclique(Hz)

$S(t_K, f)$  est la transformée de Fourier à court terme.

Le diagramme qui illustre l'algorithme du contrôle est donné par la FIGURE.A. 7.



**FIGURE.A. 7 :** Tracé de la suivie de la fréquence en utilisant la méthode STFT en considérant STMD/SMTMD accordés.

$$\gamma_c = \frac{f_c}{f_{n1}}$$

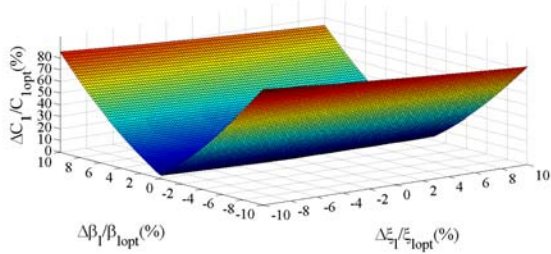
Où

$f_c$  la fréquence du TMD central.

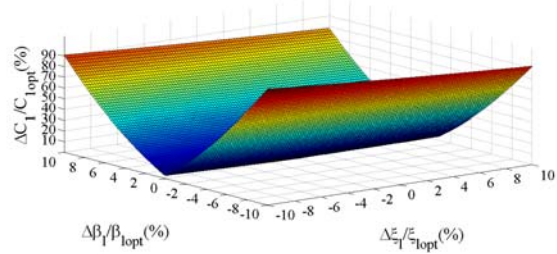
$f_{n1}$  la fréquence du 1<sup>er</sup> mode de la structure principale.

## ANNEXE B

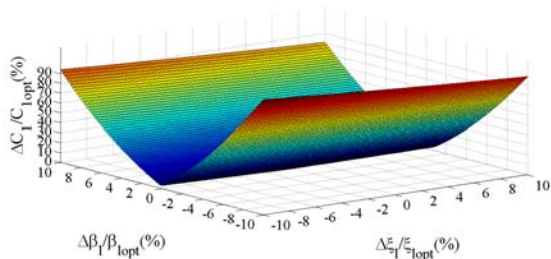
### Surface 3D illustrant l'évolution de l'erreur relative des 4 critères en fonction des erreurs relatives des paramètres optimisés des AMAs



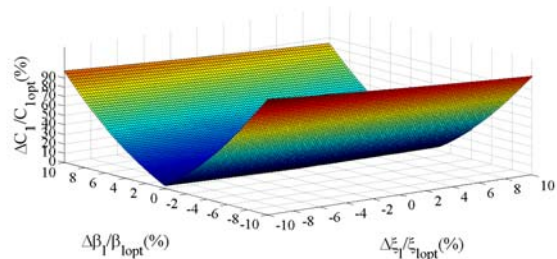
**Figure B. 1 :** Surface 3D illustrant l'évolution de l'erreur relative du critère  $C_1$  en fonction des erreurs relatives des paramètres optimisés des 3AMAs.



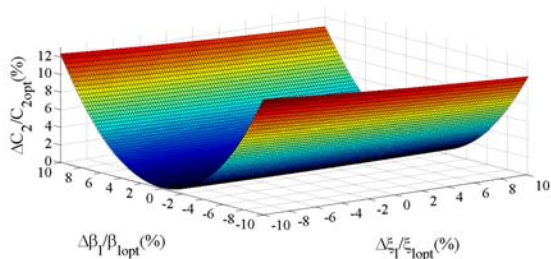
**Figure B. 2 :** Surface 3D illustrant l'évolution de l'erreur relative du critère  $C_1$  en fonction des erreurs relatives des paramètres optimisés des 4AMAs.



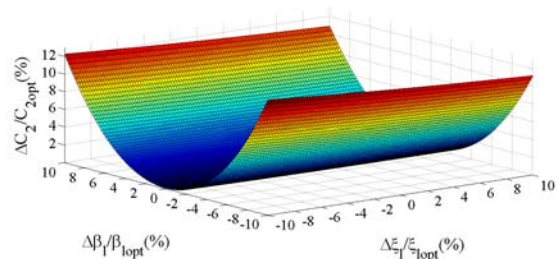
**Figure B. 3 :** Surface 3D illustrant l'évolution de l'erreur relative du critère  $C_1$  en fonction des erreurs relatives des paramètres optimisés des 5AMAs.



**Figure B. 4 :** Surface 3D illustrant l'évolution de l'erreur relative du critère  $C_1$  en fonction des erreurs relatives des paramètres optimisés des 6AMAs.

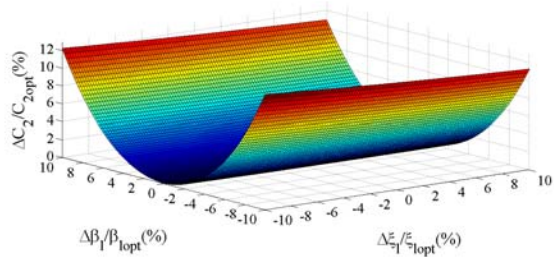


**Figure B. 5 :** Surface 3D illustrant l'évolution de l'erreur relative du critère  $C_2$  en fonction des erreurs relatives des paramètres optimisés des 3AMAs.

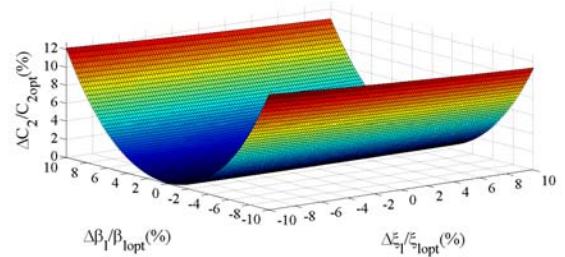


**Figure B. 6 :** Surface 3D illustrant l'évolution de l'erreur relative du critère  $C_2$  en fonction des erreurs relatives des paramètres optimisés des 4AMAs.

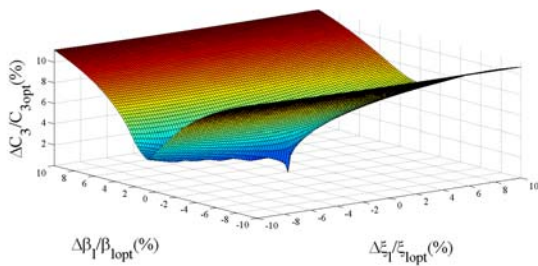




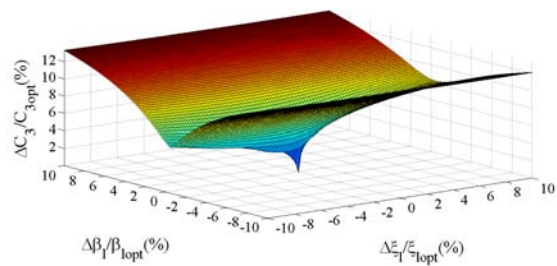
**Figure B. 7 :** Surface 3D illustrant de l'erreur relative du critère  $C_2$  en fonction des erreurs relatives des paramètres optimisés des 5AMAs.



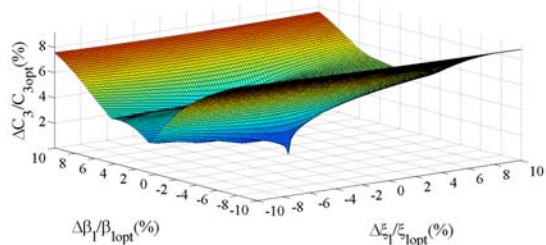
**Figure B. 8 :** Surface 3D illustrant l'évolution de l'erreur relative du critère  $C_2$  en fonction des erreurs relatives des paramètres optimisés des 6AMAs.



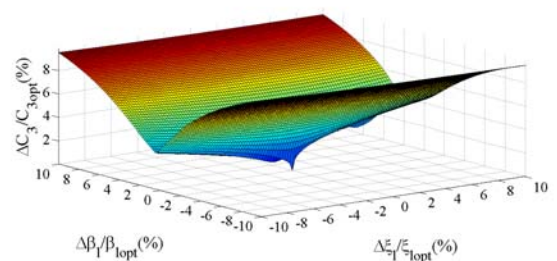
**Figure B. 9 :** Surface 3D illustrant l'évolution de l'erreur relative du critère  $C_3$  en fonction des erreurs relatives des paramètres optimisés des 3AMAs.



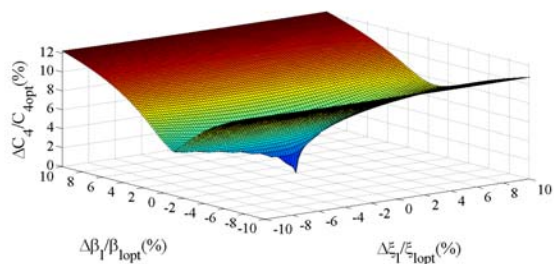
**Figure B. 10 :** Surface 3D illustrant l'évolution de l'erreur relative du critère  $C_3$  en fonction des erreurs relatives des paramètres optimisés des 4AMAs.



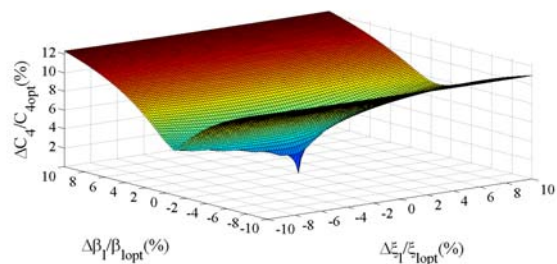
**Figure B. 11 :** Surface 3D illustrant l'évolution de l'erreur relative du critère  $C_3$  en fonction des erreurs relatives des paramètres optimisés des 5AMAs.



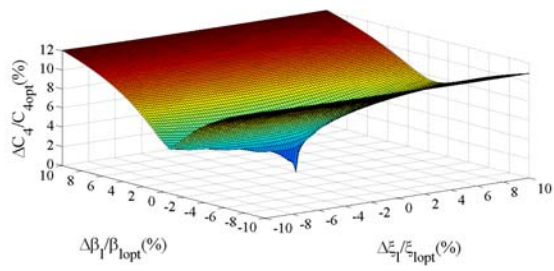
**Figure B. 12 :** Surface 3D illustrant l'évolution de l'erreur relative du critère  $C_3$  en fonction des erreurs relatives des paramètres optimisés des 6AMAs.



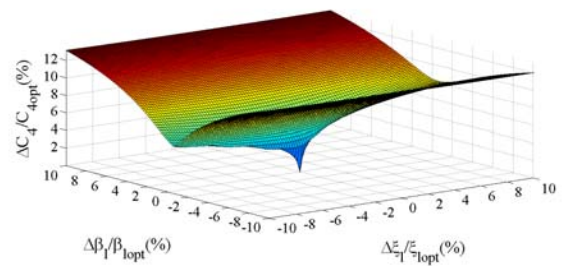
**Figure B. 13 :** Surface 3D illustrant l'évolution l'erreur relative du critère  $C_4$  en fonction des erreurs relatives des paramètres optimisés des 3AMAs.



**Figure B. 14 :** Surface 3D illustrant l'évolution l'erreur relative du critère  $C_4$  en fonction des erreurs relatives des paramètres optimisés des 4AMAs.



**Figure B. 15 :** Surface 3D illustrant l'évolution de l'erreur relative du critère  $C_4$  en fonction des erreurs relatives des paramètres optimisés des 5AMAs.



**Figure B. 16 :** Surface 3D illustrant l'évolution de l'erreur relative du critère  $C_4$  en fonction des erreurs relatives des paramètres optimisés des 6AMAs.

## ANNEXE C

Étages	$C_{1opt}$				$C_{2opt}$				$C_{3opt}$				$C_{4opt}$				<i>Den Hartog</i>				<i>Warburton</i>				<i>Sadek</i>			
	Aquila	El Centro	Tabas	Kobe	Aquila	El Centro	Tabas	Kobe	Aquila	El Centro	Tabas	Kobe	Aquila	El Centro	Tabas	Kobe	Aquila	El Centro	Tabas	Kobe	Aquila	El Centro	Tabas	Kobe	Aquila	El Centro	Tabas	Kobe
1	73.80	41.04	15.36	8.67	77.63	40.86	15.54	8.71	60.93	25.87	12.58	10.74	73.33	41.01	14.38	9.31	78	40.89	15.75	8.48	79.48	41.52	15.67	7.89	73.80	38.42	17.07	8.84
2	73.78	41.43	18.18	14.15	77.72	41.24	18.35	14.21	60.99	26.04	13	16.12	73.33	41.37	17.17	14.80	78.12	41.27	18.59	13.72	79.66	41.90	18.55	12.66	73.78	38.77	19.81	14.29
3	73.73	41.78	18.89	14.44	77.81	41.60	18.99	14.28	60.73	26.47	13.16	22.91	73.34	41.50	18.31	15.95	78.28	41.64	19.30	13.59	79.85	42.29	19.48	12.59	73.73	39.13	19.63	15.46
4	73.66	42.89	18.77	14.55	77.86	42.72	18.90	14.40	60.46	27.60	14.74	23.25	73.33	42.18	18.06	16.05	78.39	42.77	19.30	13.71	80.05	43.42	19.60	12.78	73.66	40.26	19.33	15.33
5	73.56	44.21	23	15.39	77.82	44.24	23.18	15.26	60	27.62	20.08	24.36	73.30	43.31	22.01	16.95	78.50	44.34	23.73	14.56	80.31	45	24.28	13.78	73.56	41.49	23.15	15.74
6	73.49	45.21	34.06	17.28	77.68	45.26	34.29	17.19	59.57	27.51	30	26.88	73.22	44.26	32.83	18.96	78.49	45.54	34.98	16.48	80.46	46.21	35.73	15.82	73.49	42.55	33.78	17.09
7	73.43	46.17	47.24	32.51	77.33	46.24	47.12	32.71	58.93	27.12	37.74	27.25	73.06	45.13	45.68	33.14	78.34	46.64	46.12	31.90	80.48	47.50	45.61	30.70	73.43	43.59	45.33	33.87
8	73.34	46.33	43.72	13.12	76.95	46.43	43.88	13.49	58.29	26.55	31.38	8.84	72.45	45.18	42.25	13.25	78.10	46.88	43.40	12.74	80.38	47.89	42.94	11.52	73.34	43.81	41.18	14.91
9	72.69	45.94	35.81	0.29	76.18	46.13	35.90	0.71	57.06	25.82	18.71	-3.10	71.05	44.25	34.61	-0.43	77.57	46.67	36.37	1.04	80.02	47.76	37.48	1.09	72.69	43.54	33.09	1.05
10	71.95	42.99	26.37	4.62	75.27	43.51	26.18	4.72	54.82	20.53	17.04	7.03	69.41	40.42	24.94	4.87	76.90	44.47	26.71	4.88	79.50	45.89	27.68	4.86	71.95	41.09	23.52	5.05

**Tableau C. 1:** Réduction en pourcentage du déplacement maximal de chaque étage pour les modèles optimisés suivant les différents critères numériques et les formules de la littérature en appliquant un seul AMA.

## ANNEXE C

Étages	$C_{1opt}$				$C_{2opt}$				$C_{3opt}$				$C_{4opt}$				<i>Den Hartog</i>				<i>Warburton</i>				<i>Sadek</i>			
	Aquila	El Centro	Tabas	Kobe	Aquila	El Centro	Tabas	Kobe	Aquila	El Centro	Tabas	Kobe	Aquila	El Centro	Tabas	Kobe	Aquila	El Centro	Tabas	Kobe	Aquila	El Centro	Tabas	Kobe	Aquila	El Centro	Tabas	Kobe
1	36.32	4.26	1.44	-0.01	35.82	3.42	1.54	-0.07	31.84	6.27	2.48	0.06	36.17	4.59	1.59	0.10	34.72	3.3	1.54	0.15	33.82	1.96	1.21	0.14	36.32	4.46	2.44	-0.13
2	55.38	18.07	2.21	-0.17	55.02	18.10	2.41	-0.51	47.43	20.81	3.84	-0.61	56.11	19.61	2.47	-0.14	54.46	17.37	2.39	0.05	53.79	17.31	1.92	-0.1	55.38	19.18	3.73	-0.65
3	64.72	31.47	6.35	2.77	63.92	31.49	6.51	2.58	53.08	23.18	8.51	3.54	64.78	31.13	6.40	2.71	62.70	31.67	6.04	2.47	62.09	30.56	5.04	1.82	64.72	30.53	9.89	3.94
4	68.28	40.08	11.89	8.60	68.36	39.54	11.77	8.53	55.75	26.90	15.79	11.19	68.67	38.56	12.44	9.23	67.52	38.87	11.42	8	66.92	38.08	10.35	6.65	68.28	38.42	13.96	9.44
5	71.31	29.61	11.07	8.13	72.27	29.86	10.85	7.89	59.15	22.48	17.65	14.71	71.99	28.03	12.09	9.25	71.59	30.61	10.24	7.20	71.68	31.83	9.50	6.36	71.31	27.18	13.14	9.54
6	72.53	22.75	13.96	7.99	75.36	23.36	13.63	7.61	61.54	12.08	22.95	17.21	73.39	19.70	15.40	9.29	74.96	24.78	13.23	7.04	75.31	26.82	12.99	6.15	72.53	19.41	13.76	9.25
7	72.26	50.14	39.29	1.39	75.48	49.63	39.43	1.23	64.45	34.48	36.87	1.43	73.44	51.18	39.27	1.45	75.89	49.12	37.84	1.33	77.43	48.96	35.49	1.10	72.26	48.18	40.40	1.63
8	72.41	51.96	27.45	1.28	76	51.58	27.64	1.06	62.94	30.92	26.60	1.57	74.05	52.64	27.19	1.24	76.40	51.32	27.42	1.31	78.02	51.23	26.86	1.07	72.41	49.85	30.17	1.20
9	72.92	54.26	13.78	1.71	75.84	54.14	13.88	1.68	60.62	30.37	11.55	0.62	71.95	46.03	12.85	1.34	76.98	52.97	14.18	1.71	79.12	52.82	14.03	1.23	72.92	49.75	14.27	3.1
10	73.72	40.38	15.27	0.35	76.26	39.62	14.94	0.15	57.42	31.60	16.35	-2.04	71.74	42.18	15.64	-0.49	77.55	38.85	14.47	0.46	79.63	38.85	13.33	0.03	73.72	37.18	17.86	2.15

**Tableau C. 2 :** Réduction en pourcentage de l'accélération absolue maximale de chaque étage pour les modèles optimisés suivant les différents critères numériques et les formules de la littérature en appliquant un seul AMA.

## ANNEXE C

Etages	$C_{1opt}$				$C_{2opt}$				$C_{3opt}$				$C_{4opt}$				<i>Den Hartog</i>				<i>Warburton</i>				<i>Sadek</i>			
	Aquila	El Centro	Tabas	Kobe	Aquila	El Centro	Tabas	Kobe	Aquila	El Centro	Tabas	Kobe	Aquila	El Centro	Tabas	Kobe	Aquila	El Centro	Tabas	Kobe	Aquila	El Centro	Tabas	Kobe	Aquila	El Centro	Tabas	Kobe
1	90.86	80.42	44.16	37.80	92.49	80.51	44.02	37.69	78.04	50.58	32.26	29.55	91.45	77.36	42.57	37.49	92.34	80.41	43.09	36.61	92.37	80.13	41.10	34.08	90.86	78.57	46	41.39
2	90.87	80.58	45.59	38.94	92.52	80.68	45.45	38.83	78.02	50.56	32.69	29.68	91.45	77.48	43.82	38.49	92.38	80.60	44.53	37.75	92.42	80.33	42.57	35.19	90.87	78.71	47.20	42.51
3	90.88	80.79	48.01	40.77	92.55	80.90	47.89	40.69	77.99	50.51	33.26	29.57	91.45	77.61	45.88	40.05	92.42	80.83	47.01	39.61	92.47	80.58	45.12	37.04	90.88	78.88	49.21	44.24
4	90.89	80.99	50.97	42.85	92.58	81.11	50.88	42.83	77.94	50.43	33.70	28.79	91.44	77.73	48.31	41.70	92.46	81.07	50.07	41.79	92.53	80.83	48.28	39.25	90.89	79.03	51.58	46.10
5	90.90	81.26	55.40	45.91	92.61	81.40	55.39	46.04	77.85	50.24	33.79	25.84	91.41	77.86	51.74	43.70	92.51	81.39	54.74	45.18	92.60	81.19	53.21	42.81	90.89	79.23	54.95	48.60
6	90.89	81.44	58.22	48.26	92.63	81.61	58.32	48.65	77.74	50	33.03	20.87	91.38	77.92	53.63	44.57	92.54	81.63	57.87	48.07	92.65	81.47	56.65	46.07	90.89	79.35	56.85	50.22
7	90.87	81.59	59.47	49.67	92.64	81.79	59.73	50.56	77.56	49.59	31.18	11.02	91.30	77.89	53.97	43.33	92.58	81.86	59.57	50.64	92.72	81.76	58.80	49.46	90.87	79.44	57.30	50.41
8	90.83	81.62	59.52	49.09	92.63	81.86	59.90	50.49	77.34	49.12	29.53	1.52	91.21	77.76	53.44	40.43	92.59	81.97	59.96	51.25	92.76	81.93	59.52	50.99	90.83	79.45	56.98	48.85
9	90.73	81.42	59.92	47.31	92.56	81.73	60.50	49	76.79	47.91	27.79	-4.60	90.95	77.22	53.01	37.32	92.59	81.94	60.85	50.18	92.82	81.99	60.77	50.37	90.73	79.25	57.17	46.94
10	90.50	80.68	57.19	44.70	92.37	81.11	57.85	45.65	75.78	45.76	26.82	8.06	90.45	76	50.48	38.34	92.50	81.48	58.22	45.82	92.82	81.63	57.96	44.59	90.50	78.66	55.61	46.42

**Tableau C. 3 :** Réduction en pourcentage du déplacement moyen de chaque étage pour les modèles optimisés suivant les différents critères numériques et les formules de la littérature en appliquant un seul AMA.

## ANNEXE C

Etages	$C_{1opt}$				$C_{2opt}$				$C_{3opt}$				$C_{4opt}$				<i>Den Hartog</i>				<i>Warburton</i>				<i>Sadek</i>			
	Aquila	El Centro	Tabas	Kobe	Aquila	El Centro	Tabas	Kobe	Aquila	El Centro	Tabas	Kobe	Aquila	El Centro	Tabas	Kobe	Aquila	El Centro	Tabas	Kobe	Aquila	El Centro	Tabas	Kobe	Aquila	El Centro	Tabas	Kobe
1	76.77	38.33	10.85	6.20	76.54	38.16	10.75	6.22	77.22	34.01	13.21	7.16	77.41	38.63	11.38	6.42	76.08	37.73	10.06	5.92	75.57	36.98	8.48	5.12	76.77	39.09	14.56	7.56
2	85.34	52.36	14.11	10.59	85.41	52.15	13.96	10.57	77.97	44.97	17.56	12.14	86.02	52.60	14.88	10.98	84.92	51.52	13.05	10.04	84.41	50.38	11.09	8.75	85.34	53.58	18.57	13.04
3	88.12	59.75	16.66	16.14	88.47	59.52	16.45	16.02	79.37	49.85	20.91	18.71	88.84	59.87	17.63	16.8	87.99	58.80	15.40	15.23	87.51	57.50	13.18	13.40	88.12	61.03	21.56	19.70
4	89.31	64.85	19.15	20.71	89.90	64.60	18.89	20.51	79.85	52.51	24.06	24.49	90.09	64.80	20.29	21.67	89.44	63.86	17.72	19.53	89.01	62.52	15.31	17.32	89.31	65.92	24.23	24.75
5	90.27	70.84	24.76	23.69	91.17	70.59	24.38	23.42	80.14	54.71	30.68	28.66	91.16	70.44	26.23	25	90.76	69.87	23.03	22.39	90.40	68.60	20.35	20.19	90.27	71.34	29.69	27.10
6	90.73	74.84	33.70	26.36	91.87	74.61	33.13	26.01	80.20	55.42	39.91	31.89	91.69	74.04	35.49	27.89	91.49	73.96	31.52	24.92	91.21	72.84	28.45	22.71	90.73	74.70	38.20	29.25
7	91	77.85	29.46	26.67	92.38	77.67	29.10	26.33	80.11	55.07	31.44	29.86	92.02	76.49	30.41	27.78	92.04	77.16	27.86	25.28	91.86	76.32	25.37	23.03	91	76.92	33.39	29.79
8	91.08	79.01	21.33	12.05	92.60	78.90	21.15	12.12	79.93	54.27	21.88	10.85	92.10	77.23	21.78	12.12	92.31	78.53	20.23	11.65	92.21	77.94	18.31	10.45	91.08	77.60	25.17	14.40
9	91.09	80.07	23.46	8.99	92.75	80.03	23.29	9	79.43	53.22	21.97	5.76	91.98	77.75	23.55	8.51	92.55	79.79	22.48	8.67	92.54	79.37	20.79	7.63	91.09	78.35	26.60	11.38
10	90.70	76.76	30.88	32.39	92.29	76.75	30.56	32	78.43	51.83	32.81	36.99	91.22	74.68	31.68	33.82	92.17	76.41	29.19	30.58	92.21	75.68	26.33	27.50	90.70	76.09	36.11	37.52

**Tableau C. 4 :** Réduction en pourcentage de l'accélération absolue moyenne de chaque étage pour les modèles optimisés suivant les différents critères numériques et les formules de la littérature en appliquant un seul AMA.

# Annexe D

[144]

## Transformées en Ondelettes Continues

Dans cette annexe, nous présentons la méthode d'analyse modale en output-only utilisant la transformation en Ondelettes Continues (TOC) présentée dans [139]. Elle permet d'effectuer l'analyse dans le plan temps-fréquence de réponses linéaires ou non-linéaires de signaux de mesure, qui peuvent être des déplacements, des vitesses ou des accélérations.

### D.1 Application aux signaux modulés en fréquence

#### D.1.1 Base théorique

Soit une fonction  $\psi(t)$  bien localisée en temps et en fréquence.  $\psi(\cdot)$  est la fonction analysante de carré intégrable et continue par morceaux, appelée ondelette « mère ». On lui associe une famille d'ondelettes  $\psi_{(b,a)}(t)$  engendrée par des dilatations et translations de  $\psi(t)$  :

$$\psi_{(b,a)}(t) = \frac{1}{a} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (\text{D.1})$$

Où  $a$  et  $b$  sont des paramètres relatifs respectivement à l'échelle (inverse de fréquence) et au temps.

Les ondelettes sont donc de forme constante mais de taille variable proportionnelle au paramètre de dilatation  $a$ . Soit le signal  $u(t)$  d'énergie finie et continu par morceaux, la transformation en ondelettes de ce signal est donnée par le produit de convolution

$$T_\psi[u](b, a) = \langle u, \psi_{(b,a)}(t) \rangle = \frac{1}{a} \int_{-\infty}^{+\infty} u(t) \bar{\psi}\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (\text{D.2})$$

Si le théorème de Parseval est appliqué à cette équation, l'expression de la transformation en ondelettes du signal  $u(t)$  dans le domaine fréquentiel est alors

$$T_\psi[u](b, a) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{u}(\omega) \bar{\hat{\psi}}(a\omega) e^{i\omega b} d\omega \quad (\text{D.3})$$

La fonction  $\psi(t)$  est une ondelette « mère » admissible si le coefficient  $C_\psi$  défini par

$$C_\psi = \int_0^{+\infty} |\hat{\psi}(a\omega)|^2 \frac{da}{a} \quad (\text{D.4})$$

Est fini, non nul et indépendant de  $\omega$  réel. Cette condition implique que  $\hat{\psi}(\omega)$  définie par

$\hat{\psi}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t) e^{-i\omega t} dt$  est égale à zéro à l'origine. Cela signifie que  $\psi(t)$  doit nécessairement posséder certaines oscillations.

Une fois cette condition d'admissibilité vérifiée, le signal  $u(t)$  peut être reconstruit par

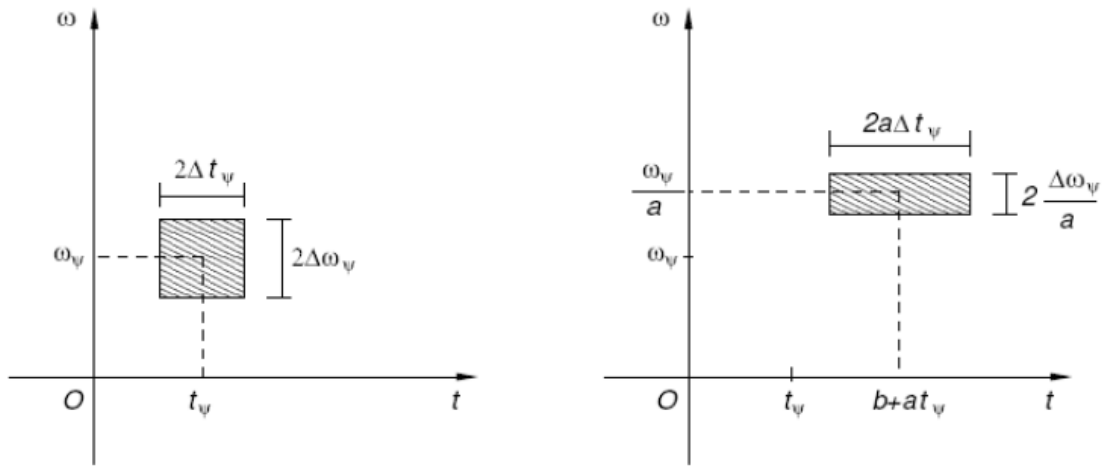
$$u(t) = \frac{1}{C_\psi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} T_\psi[u](b, a) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \frac{da}{a} db \quad (D.5)$$

La résolution locale de la TOC en temps et en fréquence autour du point du plan temps-fréquence défini par

$$\begin{cases} t = b + at_\psi \\ \omega = \frac{\omega_\psi}{a} \end{cases} \quad (D.6)$$

Dépend du paramètre de dilatation  $a$  et est déterminée, respectivement par la durée  $\Delta t_\psi$  et la largeur de bande  $\Delta\omega_\psi$  de l'ondelette mère :

$$\begin{cases} \Delta t = a\Delta t_\psi \\ \Delta\omega = \frac{\Delta\omega_\psi}{a} \end{cases} \quad (D.7)$$



**Figure D.1:** Localisation dans le plan temps-fréquence de: l'ondelette mère (à gauche) et la transformée en Ondelettes (à droite), d'après [145]

L'incertitude est donc

$$\mu_\psi(b, a) = \Delta t \Delta\omega = \Delta t_\psi \Delta\omega_\psi = \mu_\psi \quad (D.8)$$

( $\mu_\psi \geq \frac{1}{2}$  d'après le principe d'incertitude d'Heisenberg)

Ainsi, le domaine de localisation de la transformée en ondelettes sur le plan temps-fréquence au point  $(b + at_\psi, \omega = \frac{\omega_\psi}{a})$  (FigureD.1) sera

$$[b + at_\psi - a\Delta t_\psi, b + at_\psi + a\Delta t_\psi] \times \left[ \frac{\omega_\psi}{a} - \frac{\Delta\omega_\psi}{a}, \frac{\omega_\psi}{a} + \frac{\Delta\omega_\psi}{a} \right] \quad (D.9)$$

En se référant à l'analyse fréquentielle, l'analyse en ondelettes peut être comparée à un filtre avec un facteur de qualité  $Q$ , défini comme le rapport entre le centre de fréquence et la bande de fréquence



$$Q = \frac{\omega_\psi/a}{2(\Delta\omega_\psi/a)} = \frac{\omega_\psi}{2\Delta\omega_\psi} \quad (\text{D.10})$$

Les réponses libres enregistrées sont soit déplacements, soit des vitesses, soit des accélérations. Ces signaux de mesure sont amortis et bornés. Il est alors utile de déterminer la relation entre leurs transformées en ondelettes. Si  $\psi(t)$  et  $u(t)$  sont continues et différentiables par morceaux, l'intégrale par partie de la définition de la transformation en ondelettes (D.2) nous donne

$$T_\psi[\dot{u}](b, a) = \frac{1}{a} \left[ u(t)\bar{\psi}\left(\frac{t-b}{a}\right) \Big|_{-\infty}^{+\infty} - \frac{1}{a} \int_{-\infty}^{+\infty} u(t)\dot{\bar{\psi}}\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \right] \quad (\text{D.11})$$

De plus, si  $\psi \in L^1(\mathbb{R}) \cap L^2(\mathbb{R})$  et  $\dot{u} \in L^2(\mathbb{R})$ , la transformation en ondelettes de  $\dot{u}(t)$  avec l'ondelette mère  $\psi$  est reliée à la transformation en ondelettes de  $u(t)$  avec  $\dot{\psi}$  par

$$T_\psi[\dot{u}](b, a) = -\frac{1}{a} T_{\dot{\psi}}[u](b, a) \quad (\text{D.12})$$

Cette relation peut facilement être étendue aux signaux d'énergie finie  $\ddot{u}$  quand  $\ddot{\psi} \in L^1(\mathbb{R}) \cap L^2(\mathbb{R})$

$$T_\psi[\ddot{u}](b, a) = -\frac{1}{a} T_{\dot{\psi}}[\dot{u}](b, a) = \frac{1}{a^2} T_{\ddot{\psi}}[u](b, a) \quad (\text{D.13})$$

Cela signifie que les transformées en ondelettes de déplacement, de vitesse, d'accélération sont reliées au moyen des ondelettes mères et de leurs dérivées au premier et au second ordre.

### D.1.2 TOC de signaux modulés en fréquence et caractérisation d'arêtes

Un signal réel  $u(t)$  d'énergie finie peut toujours être associé à un signal analytique  $Z_u(t)$  en utilisant la transformée de Hilbert

$$Z_u(t) = [I + iH]u(t) \quad (\text{D.14})$$

Où I et H sont respectivement l'identité et l'opérateur de transformation de Hilbert.

Dans le domaine fréquentiel, cela donne

$$\begin{aligned} \hat{Z}_u(\omega) &= 2 \Theta(\omega) \hat{u}(\omega) \\ u(t) &= \text{Re}[Z_u(t)] \end{aligned} \quad (\text{D.15})$$

Où  $\Theta$  est la fonction de Heaviside.

On définit le couple canonique  $(A_u(t), \Phi_u(t))$  du signal  $u(t)$  avec  $A_u(t) = |Z_u(t)|$  ( $A_u(t) \geq 0$ ) le module et  $\Phi_u(t) = \arg(Z_u(t))$  ( $\Phi_u(t) \in ]0, 2\pi[$ ) la phase et on a, par conséquent,  $u(t) = A_u(t) \cos(\Phi_u(t))$ . La pulsation instantanée  $\omega_u(t)$  est alors donnée par

$$\omega_u(t) = \frac{d\Phi_u(t)}{dt} = \dot{\Phi}_u(t) \quad (\text{D.16})$$

Cette représentation canonique s'est avérée utile dans beaucoup d'applications. Cependant, lorsque des signaux étudiés ont plusieurs composantes, un filtre passe-bande est nécessaire

pour séparer chaque composante. Quand le signal  $u(t)$  est donné sous la forme d'une unique composante

$$u(t) = A(t) \cos(\phi(t)) \quad (D.17)$$

Son signal analytique  $Z_u(t)$  n'est en général pas très différent du signal complexe associé  $A(t)e^{i\phi(t)}$  (asymptoticité).  $Z_u(t)$  Peut donc être approximé par  $A(t)e^{i\phi(t)}$  :

$$Z_u(t) \approx A(t)e^{i\phi(t)} \quad (D.18)$$

Et  $u(t)$  est maintenant appelé signal asymptotique s'il oscille suffisamment.

Quand l'ondelette mère admissible  $\psi(t)$  est progressive (i.e sa transformée de fourier  $\hat{\psi}(\omega)$  est nulle pour  $\omega \leq 0$ ), la TOC d'un signal  $u$  à valeurs réelles est liée à la transformée en ondelettes de son signal analytique  $Z_u(t)$

$$T_\psi[u](b, a) = \frac{1}{2} T_\psi[Z_u](b, a) \quad (D.19)$$

La caractéristique principale de la TOC appliqué aux signaux asymptotiques est qu'elle est concentrée le long de courbes du plan temps-fréquence appelées arêtes. La restriction de la transformée en ondelettes à chaque arête, appelée squelette de la transformée, contient un maximum d'information : elle est très proche de la composante même du signal. Une définition de l'arête et une approximation du squelette sont donnés par [146]

$$a_r(b) = \frac{K}{\phi_u(b)} \quad (D.20)$$

$$T_\psi[u](b, a) \approx Corr(b)Z_u(b) \quad (D.21)$$

Où  $K$  est une constante dépendant de l'ondelette mère et  $Corr(b)$  une fonction de correction entièrement caractérisée par l'ondelette mère et par l'arête  $a_r(b)$ .

Une fois que l'arête est déterminée, le signal analytique  $Z_u(t)$  peut être déduit. Ses parties réelle et imaginaire donnent respectivement le signal et sa transformée de Hilbert. L'extraction d'arête est obtenue à l'aide de méthodes non-paramétriques, pour lesquelles plusieurs algorithmes sont disponibles dans [147, 148, 149].

## D.2 Identification modale des systèmes mécaniques linéaires

### D.2.1 Réponses libres des systèmes amortis à plusieurs degrés de liberté

Considérons un système mécanique à plusieurs degrés de liberté (N.d.d.l) avec un amortissement visqueux proportionnel. Les réponses libres au point  $k$  d'un tel système à  $N$  degrés de liberté, en termes de déplacements  $u_k(t)$ , de vitesse  $\dot{u}_k(t)$  et d'accélération  $\ddot{u}_k(t)$ , sont exprimées selon la base modale

$$u_k(t) = \sum_{j=1}^N u_{kj}(t) = \sum_{j=1}^N \Phi_{kj} \rho_j e^{-\xi_j \omega_j t} \cos(\bar{\omega}_j t - \varphi_j) \quad (D.22)$$

$$\dot{u}_k(t) = \sum_{j=1}^N \dot{u}_{kj}(t) = - \sum_{j=1}^N \Phi_{kj} \rho_j \omega_j e^{-\xi_j \omega_j t} \cos(\bar{\omega}_j t - \varphi_j - \delta_j) \quad (\text{D.23})$$

$$\ddot{u}_k(t) = \sum_{j=1}^N \ddot{u}_{kj}(t) = - \sum_{j=1}^N \Phi_{kj} \rho_j \omega_j^2 e^{-\xi_j \omega_j t} \cos(\bar{\omega}_j t - \varphi_j + \theta_j) \quad (\text{D.24})$$

Où  $j$  est l'indice du mode.  $\Phi_{kj}$  est le terme (k,j) de la matrice modale composée de vecteurs propres  $\Phi_j = |\Phi_{N1}, \Phi_{N2}, \dots, \Phi_{Nj}|^T$

Chacun de ces vecteurs peut être normalisé au maximum de déplacement pour lequel  $\Phi_{mj} = 1$ . Pour le mode  $j$ ,  $\bar{\omega}_j$ ,  $\omega_j$  sont respectivement les pulsations propres amorties et non amorties,  $\xi_j$  le taux d'amortissement et  $\rho_j$  est défini par

$$\rho_j = \left\{ \left[ \frac{\dot{Y}_j(0) + \xi_j \omega_j Y_j(0)}{\bar{\omega}_j} \right]^2 + [Y_j(0)]^2 \right\}^{1/2} \quad (\text{D.25})$$

Avec  $Y_j(0)$  le déplacement modal initial et  $\dot{Y}_j(0)$  la vitesse modale initiale du mode  $j$ .

Par ailleurs, nous avons

$$\begin{aligned} \varphi_j &= \arctan \left\{ (C_{j0} + \xi_j) / \sqrt{1 - \xi_j^2} \right\} \\ \delta_j &= \arctan \left\{ \sqrt{1 - \xi_j^2} / \xi_j \right\} \\ \theta_j &= \arctan \left\{ 2\xi_j \sqrt{1 - \xi_j^2} / (1 - 2\xi_j^2) \right\} \end{aligned} \quad (\text{D.26})$$

Avec :  $C_{j0} = Y_j(0) / (\omega_j Y_j(0))$

Alors, les relations (D.22), (D.23) et (D.24) peuvent être réécrites sous la forme générale :

$$\sum_{j=1}^N A_{kj}(t) \cos(\alpha_{kj}(t))$$

Où

$$\begin{cases} \alpha_{u_{kj}}(t) = \bar{\omega}_j t - \varphi_j + \frac{\pi}{2} (1 - \text{sgn}(\Phi_{kj})) \\ A_{u_{kj}}(t) = |\Phi_{kj}| \rho_j e^{-\xi_j \omega_j t} \text{ pour } u_k(t) \end{cases} \quad (\text{D.27})$$

$$\begin{cases} \alpha_{\dot{u}_{kj}}(t) = \bar{\omega}_j t - \varphi_j - \delta_j + \frac{\pi}{2} \left(1 + \text{sgn}(\Phi_{kj})\right) \\ A_{\dot{u}_{kj}}(t) = |\Phi_{kj}| \rho_j \omega_j e^{-\xi_j \omega_j t} \text{ pour } \dot{u}_k(t) \end{cases} \quad (\text{D.28})$$

$$\begin{cases} \alpha_{\ddot{u}_{kj}}(t) = \bar{\omega}_j t - \varphi_j + \theta_j + \frac{\pi}{2} \left(1 + \text{sgn}(\Phi_{kj})\right) \\ A_{\ddot{u}_{kj}}(t) = |\Phi_{kj}| \rho_j \omega_j^2 e^{-\xi_j \omega_j t} \text{ pour } \ddot{u}_k(t) \end{cases} \quad (\text{D.29})$$

Si l'on fait l'hypothèse d'un faible amortissement, le signal analytique est alors approché par le signal complexe associé :  $Z_{kj}(t) \approx A_{kj}(t)e^{\alpha_{kj}(t)}$

## D.2.2 Relation entre les données mesurées et les paramètres modaux

Les données pour l'identification modale viennent sous forme de fonctions instantanées : l'amplitude  $A_{u_{kj}}(t)$  (ou  $A_{\dot{u}_{kj}}(t)$  ou  $A_{\ddot{u}_{kj}}(t)$ ) et la phase  $\alpha_{u_{kj}}(t)$  (ou  $\alpha_{\dot{u}_{kj}}(t)$  ou  $\alpha_{\ddot{u}_{kj}}(t)$ ) de chaque composante, extraites des transformées en ondelettes des mesures des réponses libres  $u_k(t)$  (ou  $\dot{u}_k(t)$  ou  $\ddot{u}_k(t)$ ) au point k. Des relations instantanées simples  $R(t)$  entre les données et les paramètres modaux se déduisent des équations (D.27), (D.28) et (D.29). L'estimation des paramètres modaux est alors effectuée à l'aide d'une technique d'identification paramétrique basée sur la minimisation, par la méthode des moindres carrés, d'un critère d'erreur défini comme la différence entre les fonctions instantanées provenant de la mesure  $R^{mesure}(t)$  et celles obtenues avec le modèle  $R^{modèle}(t)$

- 1) Utilisation de la phase : L'évolution temporelle de la phase  $\alpha_{u_{kj}}(t)$  (ou  $\alpha_{\dot{u}_{kj}}(t)$  ou  $\alpha_{\ddot{u}_{kj}}(t)$ ) données par l'équation (D.27) (ou (D.28) ou (D.29)) est une droite de pente  $\tilde{\omega}_j$  ; l'estimation de  $\tilde{\omega}_j$  mène alors à un problème de régression linéaire. L'évolution temporelle de l'arête  $a_{r_{u_{kj}}}(t)$  obtenue par l'équation (D.20), donne :

$$\tilde{\omega}_j = \dot{\alpha}_{u_{kj}} = \frac{K}{a_{r_{u_{kj}}}(t)} \quad (\text{D.30})$$

Ou

$$\tilde{\omega}_j = \dot{\alpha}_{\dot{u}_{kj}} = \frac{K}{a_{r_{\dot{u}_{kj}}}(t)} \quad (\text{D.31})$$

Ou

$$\tilde{\omega}_j = \dot{\alpha}_{\ddot{u}_{kj}} = \frac{K}{a_{r_{\ddot{u}_{kj}}}(t)} \quad (\text{D.32})$$

Deux autres relations basées sur la phase donnent directement le taux d'amortissement

$$\xi_j = \left| \cos \left( \delta_j - \pi \text{sgn}(\Phi_{kj}) \right) \right| = \left| \cos \left( \alpha_{u_{kj}}(t) - \alpha_{\dot{u}_{kj}}(t) \right) \right| \quad (\text{D.33})$$

Ou

$$\xi_j = \left| \cos \left( \frac{\theta_j + \pi \operatorname{sgn}(\Phi_{kj})}{2} \right) \right| = \left| \cos \left( \frac{\alpha_{\dot{u}_{kj}}(t) - \alpha_{u_{kj}}(t)}{2} \right) \right| \quad (\text{D.34})$$

La différence de phase  $d_j^{kl}(t)$  du mode j entre les points k et l

$$d_j^{kl}(t) = \alpha_{u_{kj}}(t) - \alpha_{u_{lj}}(t) = - \left( \alpha_{\dot{u}_{kj}}(t) - \alpha_{\dot{u}_{lj}}(t) \right) = - \left( \alpha_{\ddot{u}_{kj}}(t) - \alpha_{\ddot{u}_{lj}}(t) \right) \quad (\text{D.35})$$

Est soit nulle, soit égale à  $\pm\pi$

$$d_j^{kl}(t) = \frac{\pi}{2} \left( \operatorname{sgn}(\Phi_{lj}) - \operatorname{sgn}(\Phi_{kj}) \right) \quad (\text{D.36})$$

Par conséquent,  $\Phi_{kj}$  et  $\Phi_{lj}$  sont de même signes si  $d_j^{kl}(t) = 0$  et de signes opposés si  $d_j^{kl}(t) = \pm\pi$

2) Utilisation des amplitudes :  $\omega_j$  peut être exprimé par

$$\omega_j = \frac{A_{\dot{u}_{kj}}(t)}{A_{u_{kj}}(t)} \text{ ou } \omega_j = \frac{A_{\ddot{u}_{kj}}(t)}{A_{\dot{u}_{kj}}(t)} \quad (\text{D.37})$$

L'évolution temporelle du logarithme de l'amplitude  $\log(A_{u_{kj}}(t))$  (ou  $\log(A_{\dot{u}_{kj}}(t))$  ou  $\log(A_{\ddot{u}_{kj}}(t))$ ) est une droite de pente  $-\xi_j \omega_j$  comme on peut le voir ci-dessous

$$\log(A_{u_{kj}}(t)) = \log(|\Phi_{kj}| \rho_j) - \xi_j \omega_j t$$

$$\log(A_{\dot{u}_{kj}}(t)) = \log(|\Phi_{kj}| \rho_j \omega_j) - \xi_j \omega_j t \quad (\text{D.38})$$

$$\log(A_{\ddot{u}_{kj}}(t)) = \log(|\Phi_{kj}| \rho_j \omega_j^2) - \xi_j \omega_j t$$

Là encore, le problème d'identification est un problème de régression linéaire. Le rapport  $A_{u_{kj}}(t)/A_{u_{mj}}(t)$  de l'amplitude de la  $j^{\text{ème}}$  composante de la réponse au point k sur celle au point m est une constante temporelle, qui est égale à la valeur absolue de la  $k^{\text{ème}}$  composante du mode j, d'où

$$\frac{|\Phi_{kj}|}{|\Phi_{mj}|} = |\Phi_{kj}| = \frac{A_{u_{kj}}(t)}{A_{u_{mj}}(t)} \quad (\text{D.39})$$

## D.3 Aspects pratique de la TOC

### D.3.1 Ondelette mère

L'ondelette mère de Cauchy est l'ondelette mère que nous avons utilisée dans le code de calcul. Les principales caractéristiques de ce type d'ondelette mère sont répertoriées dans le tableau 1

	Ondelette de Cauchy
$\psi(t)$	$\left(\frac{i}{t+i}\right)^{n+1}$
$\hat{\psi}(\omega)$	$\frac{2\pi\omega^n e^{-\omega}}{n!} \Theta(\omega)$
$C_\psi$	$4\pi^2 \frac{1}{2^{2n}} \frac{(2n-1)!}{(n!)^2}$
$t_\psi$	0
$\omega_\psi$	$n + \frac{1}{2}$
$\Delta\omega_\psi$	$\frac{\sqrt{2n+1}}{2}$
$\Delta t_\psi$	$\frac{1}{\sqrt{2n-1}}$
$\mu_\psi$	$\frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{2}{2n-1}}$
$Q = \frac{\omega_\psi}{2\Delta\omega_\psi}$	$\frac{n + \frac{1}{2}}{\sqrt{2n+1}}$

**Tableau D.1:** Caractéristiques de l'ondelette mère de Cauchy

Par ailleurs, avec ce type d'ondelette mère, les dérivées au premier et au second ordre de  $\psi_n$  sont aussi des ondelettes de Cauchy puisque

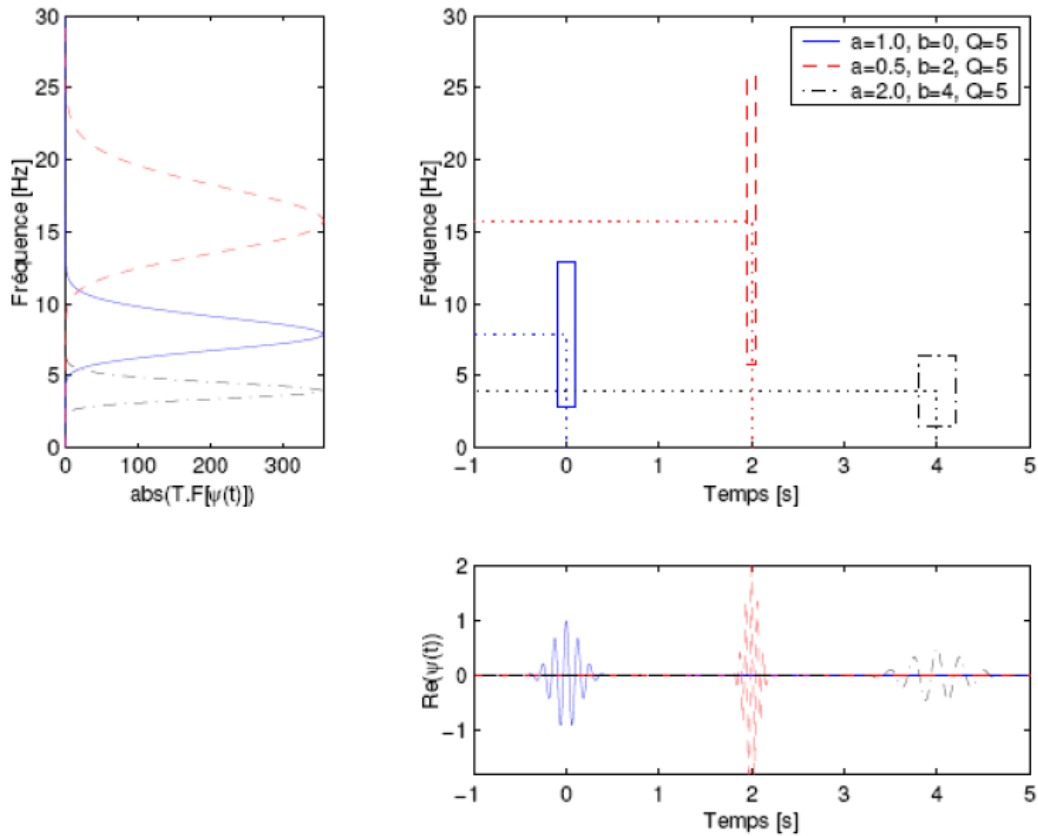
$$\dot{\psi}_n(t) = i(n+1)\psi_{n+1}(t) \quad (\text{D.40})$$

Et

$$\ddot{\psi}_n(t) = -(n+1)(n+2)\psi_{n+2}(t) \quad (\text{D.41})$$

Alors la procédure d'identification avec  $\hat{u}$  et  $\hat{u}$  peut-être simplifiée à l'aide de l'équation (D.13).

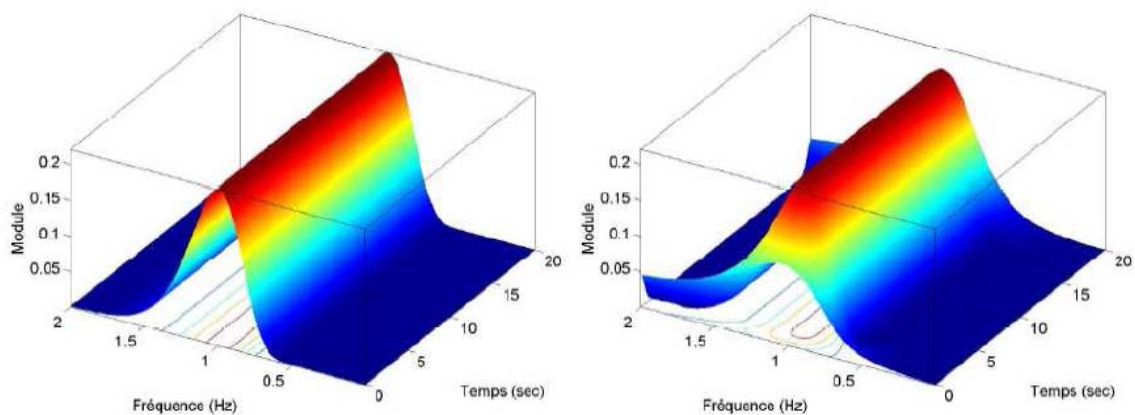
La localisation de l'ondelette mère de Cauchy et de sa version dilatée-translatée avec  $a>1$  (effet de dilatation en temps et de compression en fréquence) et  $a<1$  (effet de compression en temps et de dilatation en fréquence) sont sur la Figure D.2.



**Figure D.2:** Localisation dans le plan temps-fréquence de l'ondelette mère de Cauchy (trait continu (-)) et de sa version dilatée-translatée avec  $a>1$  (traits pointillés (-)) et  $a<1$  (traits discontinus ()), d'après [145]

### D.3.2 Effet de bords

Le signal mesuré  $u(t)$  est, en général, échantillonné sur une durée finie  $L$ . chaque point de mesure est espacé d'une valeur  $T$ , la période d'échantillonnage. Le contenu fréquentiel de cette version discrète est limité par la fréquence de Nyquist  $f_{Nyquist} = \frac{1}{2\pi}$ . Puisque le signal est de durée finie et échantillonné avec une période d'échantillonnage non nulle, il existe une anomalie aux bords appelée : l'effet de bords (Figure D.3)



**Figure D.3:** Modules de la TO (avec l'ondelette de Cauchy) d'un signal avec une longueur infinie (à gauche) et finie (à droite), d'après [145]

Il est donc important d'essayer de déterminer un domaine  $D$  sur le plan temps-fréquence  $(t, \omega)$  où l'effet de bords peut être négligeable. On introduit alors deux coefficients réels  $c_t$  et  $c_f$  supérieurs ou égaux à 1 tel que :  $t \notin I_{c_t} = [t_\psi - c_t \Delta t_\psi, t_\psi + c_t \Delta t_\psi]$  et  $\omega \notin I_{c_f} = [\omega_\psi - c_f \Delta \omega_\psi, \omega_\psi + c_f \Delta \omega_\psi]$ ,  $\psi(t)$  et  $\hat{\psi}(\omega)$  ont de bonnes propriétés de décroissance. Cela signifie que  $\psi(t)$  et  $\hat{\psi}(\omega)$  sont nulles ou très « petites ». Le choix de  $c_t$  et  $c_f$  est expliqué en détail dans [139].

On définit ensuite le domaine  $D$  comme un domaine de localisation « étendu » sur le plan temps-fréquence pour la transformation en ondelettes autour du point  $(b_j, \omega_j)$ . C'est la version « étendue » de la formule (D.9). En combinant les coefficients  $c_t$  et  $c_f$  avec la propriété progressive de l'ondelette mère de Cauchy,  $D$  devient :

$$\left[ b_j + \frac{\omega_\psi}{\omega_j} t_\psi - \frac{\omega_\psi}{\omega_j} c_t \Delta t_\psi, b_j + \frac{\omega_\psi}{\omega_j} t_\psi + \frac{\omega_\psi}{\omega_j} c_t \Delta t_\psi \right] \times \left[ \max \left( 0, \omega_j \left( 1 - c_f \frac{\Delta \omega_\psi}{\omega_\psi} \right) \right); \omega_j \left( 1 + c_f \frac{\Delta \omega_\psi}{\omega_\psi} \right) \right] \quad (D.42)$$

Le domaine  $D$  doit être inclus dans  $[0, L] \times [0, 2 f_{Nyquist}]$ , on arrive alors au système d'inégalités suivant :

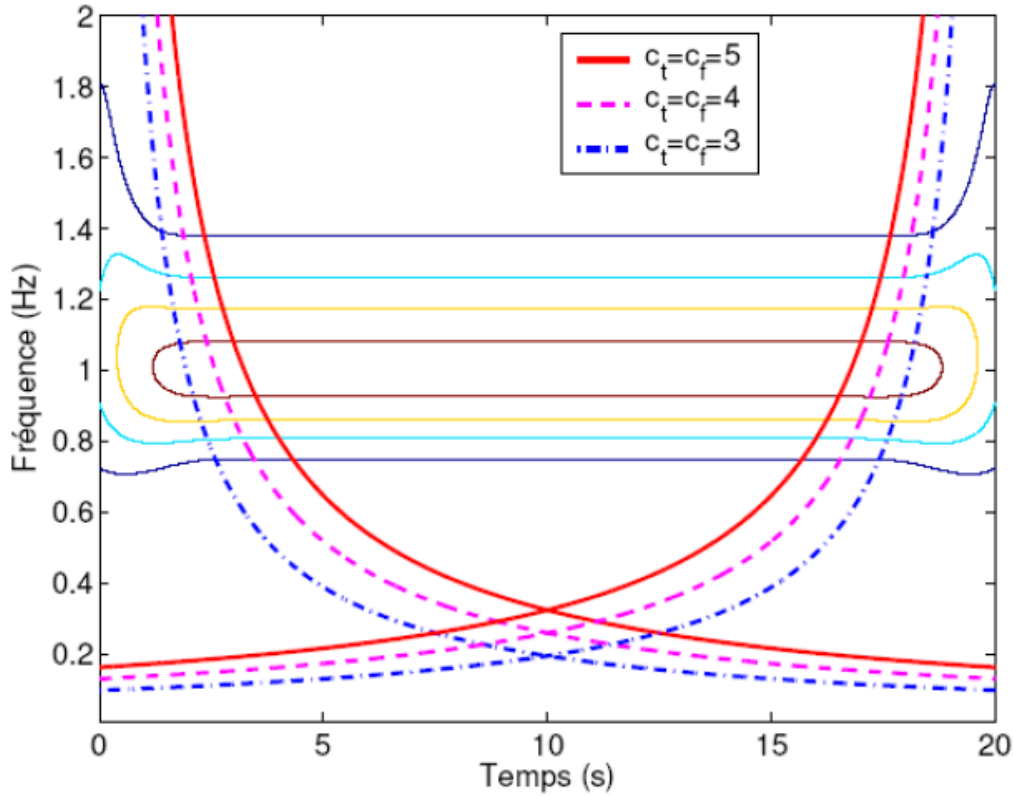
$$\begin{cases} \frac{\omega_\psi}{\omega_j} c_t \Delta t_\psi - \frac{\omega_\psi}{\omega_j} t_\psi \leq b_j \leq L - \frac{\omega_\psi}{\omega_j} c_t \Delta t_\psi - \frac{\omega_\psi}{\omega_j} t_\psi \\ 0 < \omega_j \leq \frac{2\pi f_{Nyquist}}{1 + c_f (\Delta \omega_\psi / \omega_\psi)} \end{cases} \quad (D.43)$$

Finalement, en introduisant  $Q$  et  $\mu_\psi$ , en tenant compte que  $t_\psi = 0$ , ce qui est vrai pour les ondelettes de Cauchy, le système (D.43) devient :

$$\begin{cases} \frac{1}{\omega_j} c_t 2Q \mu_\psi \leq b_j \leq L - \frac{1}{\omega_j} c_t 2Q \mu_\psi - \frac{\omega_\psi}{\omega_j} t_\psi \\ 0 < \omega_j \leq \frac{2\pi f_{Nyquist}}{1 + c_f (1/2Q)} \end{cases} \quad (D.44)$$

Comme le montrent les inégalités du système (D.44),  $D$  est limité par deux hyperboles définies par :  $\omega = \frac{2}{b} c_t Q \mu_\psi$  et  $\omega = \frac{2}{L-b} c_t Q \mu_\psi$  et deux lignes horizontales dont les équations sont :  $\omega = 0$  et  $\omega = \frac{2\pi f_{Nyquist}}{1 + c_f (1/2Q)}$ . Puisque les deux coefficients  $c_t$  et  $c_f$  sont supérieurs à 1, en général de l'ordre de 4-5, l'intervalle de temps utile est plus petit que la durée du signal  $L$  et l'intervalle de fréquence utile est plus petit que  $f_{Nyquist}$ . Ce domaine  $D$ , illustré sur la Figure D.4, dont l'effet de bord est négligeable sera utilisé dans la procédure d'identification modale.





**Figure D.4:** Modules de la TO d'un signal sur le plan temps-fréquence. Les différents domaines D, où l'effet de bord est négligé, sont représentés pour plusieurs valeurs de  $c_t$  et  $c_f$ , d'après [145]

### D.3.3 Découplage des modes : choix du paramètre de l'ondelette mère

Il est très important de choisir de bonnes valeurs pour les paramètres des ondelettes mère afin d'isoler les composantes d'un signal multi-composantes. Supposons que l'on s'intéresse à une composante  $j$  quelconque avec une fréquence  $\omega_j$  dans un signal de  $N$  composantes. La fréquence la plus proche à isoler est éloignée d'une quantité  $d\omega_j$ . Pour résoudre ce problème, on doit faire appel à la résolution fréquentielle de la transformée en ondelettes sur le plan temps-fréquentielle long d'une arête de fréquence  $\omega_j$ . D'après la formule (D.42), la localisation fréquentielle qui est  $\left[ \max\left(0, \omega_j \left(1 - c_f \frac{\Delta\omega_\psi}{\omega_\psi}\right)\right); \omega_j \left(1 + c_f \frac{\Delta\omega_\psi}{\omega_\psi}\right) \right]$  doit être incluse dans l'intervalle  $[\omega_j - d\omega_j, \omega_j + d\omega_j]$ .

Il en résulte que

$$Q \geq c_f \frac{\omega_j}{2d\omega_j} \quad (\text{D.45})$$

Pour généraliser, on note  $d\omega_j = \min[(\omega_j - \omega_{j-1}), (\omega_{j+1} + \omega_j)]$  pour  $1 \leq j \leq N$  avec  $\omega_0 = 0$  et  $\omega_{N+1} = 2\pi f_{Nyquist}$ . Plus la valeur de  $Q$  augmente, plus l'effet de découplage entre les composantes est bon mais plus l'effet de bord perturbe le plan temps-fréquence. Il faut que le domaine D défini à la relation (D.44) soit non vide. La deuxième inégalité de la relation est immédiatement vérifiée car  $d\omega_j < \pi f_{Nyquist}$ . Donc, il faut seulement que la deuxième

inégalité est un sens. En combinant avec l'inégalité de Heisenberg ( $\mu_\psi \geq \frac{1}{2}$ ), nous avons la condition

$$Q \leq \frac{L\omega_j}{2c_t} \quad (\text{D.46})$$

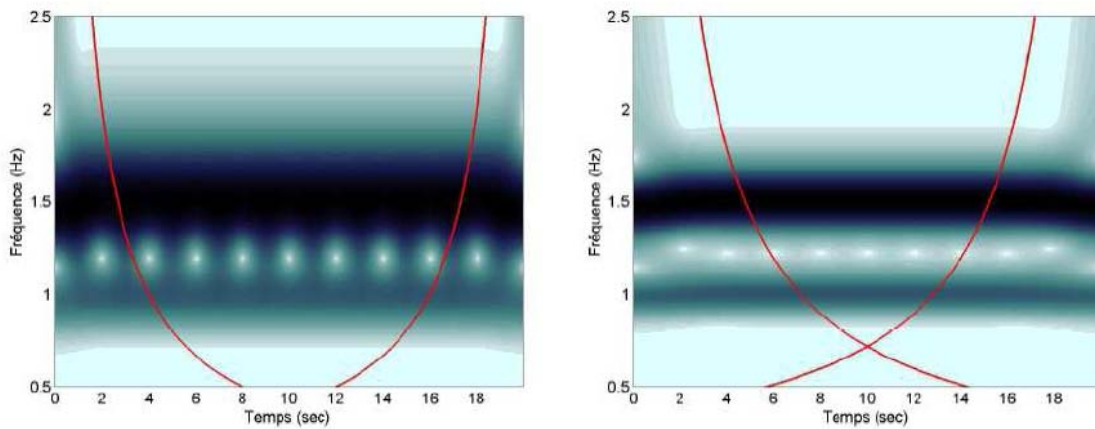
Et finalement, le paramètre Q doit appartenir à l'intervalle

$$c_f \frac{\omega_j}{2d\omega_j} \leq Q \leq \frac{L\omega_j}{2c_t} \quad (\text{D.47})$$

Une fois que Q est choisit, les paramètres des ondelettes de Cauchy sont déterminés en fonction de Q suivant les relations du tableau D.1. Avec la formule (D.47), L et  $f_{Nyquist}$  sont obtenus à partir des mesures, les fréquences  $\omega_j$  peuvent être évaluées grossièrement à partir de la TF du signal. Les coefficients  $c_t$  et  $c_f$  doivent satisfaire l'inéquation déduite de (D.47)

$$c_t c_f \leq Ld\omega_j \quad (\text{D.48})$$

Le choix de Q est libre dans l'intervalle donné par la relation (D.47) et dépend aussi du problème traité : plus la valeur de Q est élevée, plus l'effet de bord est significatif et moins l'effet de couplage est important (Figure D.5). Dans le cas de modes très proches, c'est-à-dire  $d\omega_j$  faible, il est nécessaire que L soit suffisamment grand pour que la valeur de Q satisfasse la condition (D.47).



**Figure D.5:** Modules de la TO (Cauchy) d'un signal avec Q=5 (à gauche) et Q=9 (à droite), d'après [145]

## Références bibliographiques

- [1] Ratier L. Stabilisation rapide des structures par contrôle actif, mise en œuvre expérimentale. Thèse de Doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan, 2000.
- [2] Ben Mekki O. Amortissement semi actif des structures flexibles. Thèse de Doctorat entre l'Université Tor Vergata et l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 2006.
- [3] <http://www.ac-grenoble.fr/webcurie/bio/seismes/isolation.pdf>
- [4] Dion C. Etude numérique et expérimentation du comportement dynamique des ponts avec isolateurs et amortisseurs sismiques. Mémoire de maîtrise des sciences appliquées, Université de Montréal, 2010.
- [5] Djellouli L. Modélisation de système d'isolation parasismique pour le contrôle de la réponse dynamique des structures. Mémoire de Mastère en Génie Civil, Université Mohamed Khider – Biskra, Faculté des Sciences et de la Technologie, 2012.
- [6] Soong T.T. and Dargush G.F. Passive energy dissipation systems in structural engineering. John Wiley & Sons Ltd, Chichester, England, 1997.
- [7] Kareem A., Kijewski T and Tamura Y. Mitigation of Motions of Tall Buildings with Specific Examples of Recent Applications. *Wind and Structures*, 2 (3): 201-251, 1999.
- [8] Chang K., Soong T.T., Oh S. and Lai M. Effect of Ambient Temperature on a Viscoelastically Damped Structure. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 118(7): 1955-1973, 1992.
- [9] Housner G.W., Bergman L.A., Chassiaskos A.G., Claus R.O., Marsi S.F., Skelton R.E., Soong T.T., Spencer B.F. and Yao J.T.P. Special issue: Structural control: past, present and future. *Journal of Engineering Mechanics ASCE*, 123(9): 897-971, 1997.
- [10] Markris N. and Constantinou M.C. Fractional derivative Maxwell model for viscous dampers. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 117(9): 2708-2724, 1991.
- [11] Kareem A. The next generation of tuned mass dampers. *Proc First World Conference on Structural Control*, FP5, 19-28, 1994.
- [12] Tamura Y., Fujii K., Ohtsuki T., Wakahara T. and Koshaka R. Effectiveness of tuned liquid dampers under wind excitations. *Engineering Structures* 17: 609-621, 1995.
- [13] Sadek F., Mohraz B. and Lew H.S. Single and Multiple tuned liquid dampers for seismic applications. *Earthquake Engineering and Structural Dynamic* 27: 439-463, 1998.
- [14] Carneal JP., Charette F. and Fuller CR. Minimization of sound radiation from plates using adaptive tuned vibration absorbers. *Journal of Sound and Vibration* 270(4): 781-792, 2004.
- [15] Mansfield NJ. Human response to vibration. 1st London: CRC Press, 2004.
- [16] McNamara, R. J. Tuned mass dampers for buildings. *J. Struct. Div.*, ASCE 103(9): 1785-1798, 1977.
- [17] Mariantonieta G. S. Investigation of passive control of irregular building structures using bidirectional tuned mass damper. Master of Science (M S), Structural Engineering, The Ohio State University, 2012.
- [18] Soong, T. T. Active Structural Control: Theory and Practice. Longman Sci. Tech., N.Y, 1990.
- [19] Spencer B.F. and Nagarajaiah S. State of the art of structural control. *Journal Structural Engineering ASCE*, 129 (7):845-856, 2003.
- [20] Yang J. N., Agrawal A., Samali B. and Wu J. C. A benchmark problem for response control of wind excited tall buildings. *J. of Eng. Mech.*, ASCE, 130(4):437-446, 2004.

- [21] Ikeda Y., Sasaki K., Sakamoto M. and Kobori T. Active mass driver system as the first application of active structural control. *Earthquake Eng. & Struc. Dyn.*, 30(11) : 1575–1595, 2001.
- [22] Marcelo A.T. Contrôle hybride actif passif des vibrations de structures par des matériaux piézoélectriques viscoélastiques : Poutres Sandwich/Multicouches intelligentes. Thèse de Doctorat, Conservatoire National des Arts et Métiers, 2000.
- [23] Lewis F.L. *Optimal Control*. John Wiley & Sons, 1986.
- [24] Meirovitch L. and Oz H. Modal space control of distributed gyroscopic system. *Journal of Guidance, Control and System* 3 :140–150,1980.
- [25] Fang J.Q. The Design Theory and Method in Structural Control and Controlled Structures. Ph.D. Thesis, Wuhan University of Technology, PRC, 1993.
- [26] BAZ A. and POH S. Comparison between MIMSC, IMSC and PI in controlling flexible systems. NASA Technical Report Number, N87- 25605, 1987.
- [27] Fang J, Li Q.S and Jeary A. Modified independent modal space control of m.d.o.f. systems. *Journal of Sound and Vibration*, 261:421–441, 2003.
- [28] Zhang.Y. Semi active control dynamically excited structures using active interaction control. Ph.D. Thesis, California Institute of technology, 2001.
- [29] Feng Q. and Shinozuka M. Use of a variable damper for a hybrid control of bridge response under earthquake. Proc, U.S.Nat. Workshop on Structural Control, Univ. of Southern California, Los Angeles, California, 107-112, 1990.
- [30] Feng Q. and Shinozuka M. Control of seismic response of bridge structures using variable dampers. *Journal of Intelligent Materials Systems and Structures*, 4: 117-122, 1993.
- [31] Yang J.N., Akbarpour A., and Ghaemmaghami P. New optimal control algorithms for structural control. *Journal of Engineering Mechanics ASCE*, 113(9):1369-1386, 1987.
- [32] Dowdell D.J. and Cherry S. Structural control using semi active friction dampers. Proc., 1<sup>st</sup> world conf. on structural control; Int. Assoc. for structural control, Los Angeles, California. FA1/59- FA1/68, 1994.
- [33] Dowdell D.J. and Cherry S. Semi active friction dampers for seismic response control of structures. Proc, U.S 5<sup>th</sup> Nat. Conf Earthquake Engineering, Earthquake Engineering Research Institute, El Cerrito, California, 819-828, 1994.
- [34] Yang C. and Lu L.W. Seismic response control of cable stayed bridges by semi active friction damping. Proc, U.S 5<sup>th</sup> Nat. Conf Earthquake Engineering, Earthquake Engineering Research Institute, El Cerrito, California, 911-920, 1994.
- [35] Patten W.N., Sack R.L, Yen W., Mo C. and Wu H.C. Seismic motion control using semi active hydraulic force actuators. Proc, ATC-17-1 Seminar on seismic isolation, Passive Energy dissipation and active control, Vol.2, Appl.Technol.Council, Redwood city, California,727-736, 1993.
- [36] Sack R.L., Kuo C.C, Wu H.C, Liu L. and Patten W.N. Seismic motion control via semi active hydraulic actuators. Pro.,U.S. 5<sup>th</sup> Nat. Conf Earthquake Engineering, Earthquake Engineering Research Institute, El Cerrito, California, 311-320, 1994.
- [37] Patten W.N., He Q., Kuo C.C, Liu L. and Sack R.L. Suppression of vehicle induced bridge vibration via hydraulic semi active vibration dampers (SAVD). Proc. 1<sup>st</sup> world conf. on structural control; Int. Assoc. for structural control, Los Angeles, California, FA1/30- FA1/38, 1994.
- [38] Patten W.N., Sack R.L. and He Q. Controlled semi active hydraulic vibration absorber for bridges. *Journal of Structural Engineering, ASCE*, 122(2): 187-192, 1996.

- [39] Ji H., Moon Y, Kim C. and Lee I. Structural vibration control using semi-active tuned mass damper. Proc Eighteenth KKCNN Symposium on Civil Engineering-KAIST6 December 18–20, Taiwan, 2005.
- [40] Symans M.D. and Constantinou M.C. Development and experimental study of semi-active fluid damping devices for seismic protection of structures. Technical Report NCEER-95-0011. National Center for Earthquake Engineering Research. State University of New York at Buffalo, 1995.
- [41] Yang J.N., Li Z. and Vongchavalitkul S. A Generalization of Optimal Control Theory: Linear and Nonlinear Structures. Report No. NCEER-92-0026, State Univ. of New York at Buffalo, 1992.
- [42] Sadek F., Mohraz B. Semi active control algorithms for structures with variable dampers. *Journal of Engineering Mechanics ASCE*, 124(9):981–990, 1998.
- [43] Wu Z. and Soong TT. Modified Bang-Bang control law for structural control implementation. *Journal of Engineering Mechanics*, 122(8): 771–777, 1996.
- [44] Laura M. Jansen and Shirley J. Dyke. Semi active control strategies for MR Dampers Comparative Study. *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 126, No. 8: 795-803, 2000.
- [45] McClamroch, N.H. and Gavin, H.P. Closed loop structural control using electrorheological dampers. Proc. of the Amer. Ctrl. Conf., Seattle, Washington, Vol. 6: 4173–4177, 1995.
- [46] Spencer Jr., B.F., Dyke, S.J., and Deoskar, H.S. Benchmark Problems in Structural Control-Part I: Active Mass Driver System. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 27(11):1127-1139, 1998.
- [47] Ji H., Moon Y., Kim C. and Lee I. Structural vibration control using semi-active tuned mass damper. Proc Eighteenth KKCNN Symposium on Civil Engineering-KAIST6, 2005.
- [48] Koo JH. Using magneto-rheological dampers in semi-active tuned vibration absorbers to control structural vibrations. Doctoral thesis, Virginia tech, 2003.
- [49] Setareh M. Application of semi-active tuned mass dampers to base-excited systems. *Earthquake Eng. & Struct. Dyn.* 30(3): 449–462, 2001.
- [50] Toni L. Improving the performance of the semi active tuned mass damper. Ph.D. Faculty of Technology, Department of Mechanical Engineering , Oulu University, 2009.
- [51] Yi, K. and Song B.S. A new adaptive skyhook control of vehicle semi-active Suspensions Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part D- *Journal of Automobile Engineering*, 213: 293-303, 1999.
- [52] Yuyou L. Semi active damping control for vibration isolation of base disturbances. Ph.D. Faculty of Engineering, Science and Mathematics, Institute of Sound and Vibration Research, University of Southampton, 2004.
- [53] Krasnicki E.J. The experimental performance of an on-off active damper. *The Shock and Vibration Bulletin*, 51(3):125–131, 1981.
- [54] Nagarajaiah S. and Sonmez E. Structures with semi active variable stiffness single/multiple tuned mass dampers. *Journal of Structural Engineering, ASCE*, 133(1): 67-77. *Journal of Structural Engineering, ASCE*, 133(1): 67-77, 2007,
- [55] Sack R. L., and Patten W. Semi active hydraulic structural control. Proc., Int. Workshop on Structural Control, USC Publication Number CE-9311: 417–431, 1993.
- [56] Patten W., Sun J., Li G., Kuehn J., and Song G. Field test of an intelligent stiffener for bridges at the I-35 Walnut Creek bridge. *Earthquake Eng. Struct. Dyn.*, 28(2): 109–126, 1999.
- [57] Karnopp D.C. Design principles for vibration control systems using semi-active dampers. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 112: 448-455, 1990.

- [58] Feng M.Q. Application of hybrid sliding isolation system to buildings. *Journal of Engineering Mechanics*, 119: 2090-2108, 1993.
- [59] Yang J. N. and Agrawal A. K. 2002, Semi-active hybrid control systems for nonlinear buildings against near-field earthquakes. *Eng.Struct.*, 24(3), 271–280, 2002.
- [60] Masri S. F., Kumar R. and Ehtgott R. C. Modeling and Control of an Electrorheological Device for Structural Control Applications. *Journal of Smart Materials and Structures*, 4(1A): 121-131, 1995.
- [61] Spencer B.F., Dyke S.J. and Sain M. K. Magnetorheological dampers: a new approach to seismic protection of structures. *Proc., Conference on Decision and Control*, 1: 676-681, 1996.
- [62] Jeon D., Park C. and Park K. Vibration Suppression by controlling an MR damper. *International Journal of Modern Physics B*, 13 (14n16), 1999.
- [63] Kobori T., and Takahashi M. Seismic response controlled structure with active variable stiffness system. *Earthquake Engineering and Structural Dynamic*, 22(12), 925–941, 1993.
- [64] Nagarajaiah S. Structural Vibration Damper with Continuously Variable Stiffness, US Patent No. 6098969, 2000.
- [65] Varadarajan N. and Nagarajaiah S. Response Control of building with variable stiffness tuned mass damper using empirical mode decomposition and Hilbert transform algorithm. 16<sup>th</sup> ASCE Engineering Mechanics Conference, University of Washington, Seattle, 2003.
- [66] Nagarajaiah, S. and Varadarajan, N. Novel semi-active variable stiffness tuned mass damper with real time tuning capability. *Proc. 13 Eng. Mech. Conf., ASCE, UT-Austin. CD ROM*, 2000.
- [67] Frahm H. Devices for damped vibrations of bodies, U.S, Patent No.989958, 1911.
- [68] Den Hartog J. P. *Mechanical vibrations*, McGraw-Hill, New York, 1947.
- [69] Bishop R. and Welbourn D. The problem of dynamic vibration absorber. *Engineering*, London. PP 174-769, 1952.
- [70] Crandall S.H. and Mark W.D. *Random vibration in mechanical systems*. Academic Press New York and London, 1963.
- [71] Ioi T. and Ikeda K. On the dynamic vibration damped absorber of the vibration system. *The Japon Society of Mechanical Engineers. Bulletin of the JSME*, 21(151), 1978.
- [72] Randall S.E., Halsted D.M. and Taylor D. L. Optimum vibration absorbers for linear damped systems, *Journal of Mechanical Design*, 103: 908–913, 1981.
- [73] Warburton G.B. Optimum absorber parameters for various combinations of response and excitation parameters. *Earthquake Engineering Mechanics*, 10:381-401, 1982.
- [74] Sadek F., Mohraz B., Taylor A. and Chung R. A method of estimating the parameters of tuned mass dampers for seismic applications. *Journal of Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 26:617-635, 1997.
- [75] Ghosh A. and Basu B. A closed-form optimal tuning criterion for TMD in damped structures. *Structural Control and Health Monitoring*, 14: 681-692, 2006.
- [76] Hoang N. and Warnitchai P. Design of multiple tuned mass dampers by using a numerical optimizer. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 34(2): 125-144, 2005.
- [77] Kareem A. and Kline S. Performance of Multiple Mass Dampers under Random Loading. *Journal of Structural Engineering*, 121(2): 348-361, 1995.

- [78] Li C. Performance of multiple tuned mass dampers for attenuating undesirable oscillations of structures under the ground acceleration. *Earthquake Eng. Struct. Dyn.*, 29: 1405–1421, 2000.
- [79] Li C. Optimum multiple tuned mass dampers for structures under the ground acceleration based on DDMF and ADMF. *Earthquake Eng. Struct. Dyn.*, 31: 897–919, 2002.
- [80] Li C. and Liu Y. Optimum multiple tuned mass dampers for structures under the ground acceleration based on the uniform distribution of system parameters. *Earthquake Eng. Struct. Dyn.*, Vol. 32, 671–690, 2003.
- [81] Li H., and Ni X. (2007). Optimization of non-uniformly distributed multiple tuned mass damper. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 308: 80–97.
- [82] Han B. and Li C. Characteristics of linearly distributed parameter-based multiple-tuned mass dampers. *Struct. Control Health Monit.*, Vol. 15: 839–856, 2008.
- [83] Joshi A. S. and Jangid R. S. Optimum parameters of multiple tuned mass dampers for base-excited damped systems. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 202(5): 657–667, 1997.
- [84] Li C. Ground motion dominant frequency effect on the design of multiple tuned mass dampers. *Journal of Earthquake Engineering*, Vol. 8(1):89-105, 2004.
- [85] Allani A., Maceri F. and Argoul P. Optimization of one or multiple tuned mass dampers, XVIII<sup>th</sup> symposium Vibrations, Chocs et Bruit & ASTELAB, Vibrations, Shocks and Noise– VISHNO, p: 1-19, 2012.
- [86] Allani A., Maceri F. et Argoul P. Optimisation des amortisseurs à masse accordée placés en parallèle. Séminaire externe dans le cadre des 1ères Journées Chercheurs en Vibration. École des Ponts Paris Tech, p : 1-4, 2013.
- [87] Warburton G. B. Optimum absorber parameters for minimizing vibration response. *Earthquake Eng. Struct. Dyn.*, 9(3): 251–262, 1981.
- [88] Abe M. and Igusa T. Tuned mass dampers for structures with closely spaced natural frequencies. *Earthquake Eng. Struct. Dyn.*, 24(2): 247–261, 1995.
- [89] Almazan J. L., Espinoza G. and Aguirre J. J. Torsional balance of asymmetric structures by means of tuned mass dampers. *Engineering Structures*, Vol. 42: 308-328, 2012.
- [90] De Angelis M., Perno S. and Reggio A. Dynamic response and optimal design of structures with large mass ratio TMD. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 41: 41-60, 2012.
- [91] Lo Feudo S., Allani A., Cumunel G. Argoul P. and Bruno D. Experimental Tuned Mass Damper Based on Eddy Currents Damping Effect and Adjustable Stiffness. Communication dans un congrès : CSMA, 12 Colloque National en Calcul des Structures, Giens, France, 2015.
- [92] Marano GC., Greco R., Trentadue F. and Chiaia B. Constrained reliability-based optimization of linear tuned mass dampers for seismic control. *J. Solids Struct*, 44 (22–23): 7370–7388, 2007.
- [93] Hadi MNS and Arfiadi Y. Optimum design of absorber for MDOF structures. *J. Struct. Eng.* 124 (11): 1272–1280, 1998.
- [94] Lee C., Chen Y. Chung L. and Wang Y. Optimal design theories and applications of tuned mass dampers. *J. Eng Struct* 28(1): 43–53, 2006.
- [95] Kitis L., Wang B.P. and Pilkey W.D. Vibration reduction over a frequency range. *Journal of Sound and Vibration* 89 (4): 559–569, 1983.
- [96] Vakakis A.F. and Paipetis S.A. The Effect of a viscously damped dynamic absorber on a linear MDOF system. *J Sound Vibrat* 105(1): 49–60, 1986.

- [97] Benzina F. Contribution à l'étude des structures intelligentes. Mémoire de Mastère en Génie Civil. Université Abou Bekr Belkaid-Tlemcen. Faculté de Technologie, 2013.
- [98] Moon K.S. Vertically distributed multiple tuned mass dampers in tall buildings: Performance analysis and preliminary design, *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, vol 19:347-366, 2010.
- [99] Nishihara O. and Matsuhisa H. Design of a dynamic vibration absorber for minimization of maximum amplitude magnification factor (derivation of algebraic exact solution). *Japanese Society of Mechanical Engineering*, vol. 63:3438–3445, 1997.
- [100] Pennestri E. An application of chebyshev's min-max criterion to the optimal design of a damped dynamic vibration absorber. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 217: 757–765, 1998.
- [101] Iwata Y. On the construction of the dynamic vibration absorbers. *Japanese Society of Mechanical Engineering*, vol. 820: 150–152, 1981.
- [102] Asami T. Optimum design of dynamic absorbers for a system subjected to random excitation. *Japanese Society of Mechanical Engineering*, vol. 34(2): 218–226, 1991.
- [103] Asami T., Momose K. and Hosokawa Y. Approximate expression for design of optimal dynamic absorbers attached to damped linear systems (optimization process based on the minimum variance criterion). *Japanese Society of Mechanical Engineering*, vol. 59-566: 2962–2967, 1993.
- [104] Asami T., Nishihara O. and Baz A. M. Analytical solutions to  $H_\infty$  and  $H_2$  optimization of dynamic vibration absorbers attached to damped linear systems. *Journal of Vibration and Acoustics, Transactions of the ASME*, vol. 124: 284–295, 2002.
- [105] Fujino Y. and Abe M. Design formulas for tuned mass dampers based on a perturbation technique. *Journal of earthquake engineering and structural dynamics*, vol. 22: 833-854, 1993.
- [106] Caruso G. A critical analysis of electric shunt circuits employed in piezoelectric passive vibration damping. *Smart Materials and Structures*, vol. 10:1059–1068, 2001.
- [107] Bisegna P., Caruso G. and Maceri F. Optimized electric networks for vibration damping of piezoactuated beams. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 289: 908-937, 2006.
- [108] Yamaguchi H. and Harnpornchai N. Fundamental characteristics of multiple tuned mass dampers for suppressing harmonically forced oscillations. *Journal of Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 22: 51-62, 1993.
- [109] Zuo L. and Nayfeh S.A. Optimization of the individual stiffness and damping Parameters in multiple tuned mass dampers systems. *Journal of Vibration and Acoustics*, vol. 127: 77-83, 2005.
- [110] Zuo L. Effective and robust vibration control using series multiple tuned-mass dampers. *Journal of Vibration and Acoustics*, vol.131:1-11, 2009.
- [111] Rana R. and Soong T.T. Parametric study and simplified design of tuned mass dampers. *Engineering structures*, 20:193-204, 1998.
- [112] Krenk S. Frequency analysis of the tuned mass damper. *Journal of Applied Mechanics*, vol. 72:936-942, 2005.
- [113] Villaverde R. Reduction seismic response with heavily-damped vibration absorbers. *Journal of Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 13:33-42, 1985.
- [114] Villaverde R. and Koyama L.A. Damped resonant appendages to increase inherent damping in buildings. *Journal of Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 22:491-507, 1993.



- [115] Zuo L. and Nayfeh S.A. Minimax optimization of multi-degree-of-freedom tuned-mass dampers. *Journal of Sound and Vibration*, 272 (2004): 893–908, 2003.
- [116] Bergmann M. Optimisation aérodynamique par réduction de modèle POD et contrôle optimal. Application au sillage laminaire d'un cylindre circulaire. Thèse de Doctorat. Institut National polytechnique de Lorraine, 2004.
- [117] [https://fr.wikipedia.org/wiki/D%C3%A9composition\\_en\\_valeurs\\_singuli%C3%A8res](https://fr.wikipedia.org/wiki/D%C3%A9composition_en_valeurs_singuli%C3%A8res)
- [118] Naim D. Commande robuste par  $H_\infty$  des systèmes multi variables. Mémoire de magister en commande avancée. Université Badji Mokhtar – Anneba, 2008.
- [119] Alazard D. Représentation et analyse des systèmes multi-variables. Note de cours.
- [120] Dossier d'information–risques naturels majeurs, Les séismes. Ministère de l'écologie et du développement durable.
- [121] Drouna K. Evaluation des performances parasismiques des portiques en BA renforcés par chemisage en béton armé et par bandage en CFRP. Mémoire de Magistère, Université de Constantine, 2010.
- [122] [https://fr.wikipedia.org/wiki/Magnitude\\_d'un\\_s%C3%A9isme](https://fr.wikipedia.org/wiki/Magnitude_d'un_s%C3%A9isme)
- [123] Cours calcul dynamique des structures zone sismique.
- [124] NAZÉ P.A. Contribution à la prédiction du dommage des structures en béton armé sous sollicitations sismiques : Proposition d'amélioration pour l'évaluation de la nocivité d'un signal et du dommage pour les structures à ossatures. Introduction, à l'analyse fiabiliste de l'endommagement en fonction de la nocivité d'un signal sismique. Thèse de Doctorat de l'INSA de Lyon-Ecole Doctorale : MEGA, 2004
- [125] La nouvelle réglementation parasismique applicable aux bâtiments. Ministère de l'écologie et du développement durable des transports et du logement, 2011.
- [126] Guillaume POUSSE. Analyse des données accélérométriques de K-net et Kik-net : implications pour la prédiction du mouvement sismique-accélérogrammes et spectres de réponse et la prise en compte des effets de site non linéaire. Thèse de Doctorat, Université de Grenoble, 2005.
- [127] Derras B. Contribution des données accélérométriques de KiKNet à la prédiction du mouvement sismique par l'approche neuronale avec la prise en compte des effets de site. Thèse de Doctorat, Université Abou Bekr Belkaid, 2011.
- [128] Rodrigues H., Varum H., Arêde A. and Costa A. A comparative analysis of energy dissipation and equivalent viscous damping of RC columns subjected to uniaxial and biaxial loading. *Engineering Structures* (35):149–164, 2012.
- [129] Brie N. Paramètres modaux et norme des vecteurs propres. Code Aster, 2013.
- [130] Wang Z., Chen Z. and Wang J. Feasibility study of a large-scale tuned mass damper with eddy current damping mechanism. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 11(3): 391-401, 2012.
- [131] Ewins D.J. Modal testing: theory, practice and application, Research Studies Press, 2000.
- [132] Barbosa F.S. Identification Modale du Pont Z24. Rapport Final. LCPC, 2001.
- [133] Cremona C. Recursive time domain modal identification techniques. PhD thesis, University of Wales College of Cardiff, United Kingdom, 1990.
- [134] Asmussen J.C. Modal Analysis Based on the Random Decrement Technique - Application to Civil Engineering Structures. PhD thesis, Aalborg University, Denmark, 1998.

- [135] Van Overschee P. and De Moor B. Subspace identification for linear systems. Kuwer Academic Press, 1995.
- [136] Barbosa F. Identification Modale de Structures sous Sollicitation Ambiante: Volume 1 - Théorie et Applications. Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, Division Fonctionnement et Durabilité des Ouvrages d'Art, 2002.
- [137] Le T.P. Auscultation dynamique des structures à l'aide de l'analyse continue en ondelettes. Thèse de Doctorat. ENPC, Paris/Marne la Vallée, 2003.
- [138] Lardies J., Ta M.N. and Berthillier M. Modal parameter estimation based on the wavelet transform of output data. *Archive of Applied Mechanics*, 73: 718-733, 2004.
- [139] Le T.P. and Argoul P. Continuous wavelet transform for modal identification using free decay response. *Journal of Sound and Vibration*, 277: 73-100, 2004.
- [140] Erlicher S. and Argoul P. Modal identification of linear non-proportionally damped systems by wavelet transform. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 21(3): 1386-1421, 2007.
- [141] Gentile C. Operational modal analysis of curved cable-stayed bridges. 2nd Int. Operational Modal Analysis Conf. (IOMAC'07, Copenhagen- Denmark: 75-86, 2007.
- [142] Bae J., Hwang J., Roh J., Kim J., Yi M. and Lim J.H. Vibration suppression of a cantilever beam using magnetically tuned-mass-damper. *Journal of Sound and Vibration*, 331(26): 5669-5684, 2012.
- [143] Sodano H. A., Bae J., Inman D. J. and Keith Belvin W. Concept and model of eddy current damper for vibration suppression of a beam. *Journal of Sound and Vibration*, 288 (4-5):1177-1196, 2005.
- [144] Cumunel G. Extensomètres à fibre optique Longue Base (ELB) pour l'évaluation dynamique des structures. Thèse de Doctorat, ENPC, 2008.
- [145] Nguyen T.M., Dynamique non linéaire des systèmes mécaniques couplés : Réduction de modèle et identification. Thèse de Doctorat, ENPC, 2007.
- [146] Torrèsani B., Analyse Continue par Ondelettes, InterÉditions/ CNRS Editions, 1995.
- [147] Delprat N., Escudie B. and Guillemain P. Asymptotic wavelet and Gabor analysis: extraction of instantaneous frequencies, *information theory, IEEE*, 38(2): 644-664, 1992.
- [148] Carmona R.A., Hwang W.L. and Torresani B. Multiridge detection and time-frequency reconstruction, *Signal Processing, IEEE*, 47 (2): 480-492, 1999.
- [149] Torresani B. Time-frequency and time-scale analysis. *Signal Processing for Multimedia. Signal Processing for Multimedia, NATO sciences series, series F, Computer and Systems Sciences, Vol 174:55-70, 1999.*
- [150] Lo Feudo S., Allani A., Cumunel G. Argoul P. Maceri F. and Bruno D. Experimental investigation of a magnetic Tuned Mass Damper with adaptive properties. *Colloquium Lagrangianum- ENSTA ParisTech, Palaiseau, 2015.*
- [151] Lo Feudo S., Allani A., Cumunel G. Argoul P. et Bruno D. Experimental study of a tuned mass damper endowed with changeable stiffness and eddy currents damping. 9<sup>ème</sup> Colloque National AFPS- IFSTTAR, Marne la vallée, p: 1-11, 2015.