HAL
open science

Modélisation thermo-hydraulique de la congélation artificielle des terrains

Manon Vitel

To cite this version:

Manon Vitel. Modélisation thermo-hydraulique de la congélation artificielle des terrains. Sciences de la Terre. Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2015. Français. NNT : 2015ENMP0060 . tel-01306961

HAL Id: tel-01306961

https://pastel.hal.science/tel-01306961

Submitted on 25 Apr 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ParisTech
INSTITUT DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES
PARIS INSTITUTE OF TECHNOLOGY

MINES ParisTech

Ecole doctorale n°398 :
Géosciences, Ressources Naturelles et Environnement

Doctorat ParisTech

THÈSE

pour obtenir le grade de docteur délivré par

l'École nationale supérieure des mines de Paris

Spécialité « Techniques et Economie de l'Exploitation du Sous-sol »

présentée et soutenue publiquement par

Manon VITEL

le 14 décembre 2015

Modélisation thermo-hydraulique de la congélation artificielle des terrains

* * *

Thermo-hydraulic modeling of artificial ground freezing

Directeur de thèse : **Michel TIJANI**
Co-encadrement de la thèse : **Ahmed ROUABHI**

Jury

M. Pierre BEREST, Directeur de recherches, LMS, Ecole Polytechnique	Président
M. Alain MILLARD, Ingénieur-chercheur HDR, CEA Saclay	Rapporteur
M. Jean-François THIMUS, Professeur émérite, Université catholique de Louvain	Rapporteur
M. Frédéric GUERIN, Chef de projet, Areva Mines	Examinateur
M. Ahmed ROUABHI, Docteur, Centre de Géosciences, MINES ParisTech	Examinateur
M. Michel TIJANI, Directeur de recherches, Centre de Géosciences, MINES ParisTech	Examinateur

THÈSE

MINES ParisTech
Centre de Géosciences
35 rue Saint-Honoré – 77305 Fontainebleau Cedex

Remerciements

En premier lieu je voudrais remercier mes encadrants de thèse, Michel Tijani et Ahmed Rouabhi, pour m'avoir fait confiance pour me prendre en thèse et pour m'avoir guidée tout au long de ce travail. Leur expérience a été déterminante pour orienter le sujet de recherche et mener à bien mes différents travaux de modélisation. J'espère garder pour l'avenir ne serait-ce qu'un peu de la rigueur scientifique que vous m'avez transmis. Merci aussi pour votre support continu et votre disponibilité à tout instant. Je remercie également Jean-François Thimus et Alain Millard d'avoir accepté d'être les rapporteurs de ma thèse ainsi que Pierre Berest qui m'a fait l'honneur de présider le jury.

Ces travaux de recherche ont été réalisés à l'initiative et avec la collaboration d'Areva, dans le cadre de l'exploitation de leurs gisements d'uranium canadiens. Je remercie Patrick Ferland, Amel Rejeb et Frédéric Guérin d'avoir suivi et mis en perspective ce travail et Jean-Michel Marino pour son avis éclairé sur la mise en place en pratique de la congélation à Cigar Lake. Je remercie également les employés de Cameco et spécialement Ghislain Jouband d'avoir mis à disposition les données de congélation du site de Cigar Lake et de nous avoir reçus sur place.

Mes remerciements vont ensuite à tous les membres de l'équipe Géologie de l'Ingénieur et Géomécanique et du site de Fontainebleau en général que j'ai pu croiser durant ces quatre années. Je remercie Joël Billiote, Dominique Bruel et Faouzi Hadj Hassen pour leurs précieux avis sur mes recherches. Un merci tout particulier aux différents camarades de thèses qui ont partagé mon bureau et les bureaux voisins. Dans l'ordre chronologique : Florent, Khouzama, Ha, Dhaker, Malek, Laura, Rima, Abed, Anis, Xinyu, Lionel, Gaëtan, Mohamed, Mohamed, Paule, Dong et Zezhong. Votre présence, vos humeurs et vos rires ont éclairé mes journées au labo. Merci aux Bellifontains Amira, Gilles et Sarah pour m'avoir fait découvrir et aimer la ville et la forêt. Je n'oublie pas nos secrétaires de choc, Dominique Vassiliadis, Catherine Le Caër, Catherine Quantin et Marie-Philomène Petitimbert, pour leur bienveillance et leur patience.

Enfin, je voudrais faire un petit clin d'œil aux baby-sitters occasionnels (et tous volontaires) qui m'ont permis de dégager quelques heures salvatrices pour terminer ces quatre années de recherche : ma mère, venue exprès à Paris, mes sœurs Julia et Hélène, le trio infernal Bich-Guti-Bercaud et Olivia pour le jour J. Et puis bien sûr, un énorme merci à Thibaud, qui a supporté sans broncher mon humeur sans doute assez massacrante vers la fin (et peut-être même dès le début).

A Timothée

Résumé

La congélation artificielle des terrains est une technique d'imperméabilisation et de renforcement de terrains régulièrement employée dans le génie civil et l'industrie minière. Lors de la congélation d'un milieu poreux, des processus thermiques et hydrauliques complexes interagissent les uns avec les autres. Par conséquent, pour une prédiction fiable de la progression de la congélation dans un terrain, le couplage de ces mécanismes thermo-hydrauliques doit être pris en compte.

La technique de congélation artificielle des terrains est en particulier utilisée dans la mine d'uranium de Cigar Lake, au niveau du gisement et des terrains l'entourant. Sur ce site, le dimensionnement et la réussite même de la congélation des terrains sont rendus délicats par les conditions géologiques particulières de la mine et notamment par la présence de nombreuses fractures, zones potentielles d'écoulement important, et la grande variété des terrains à congeler.

En réponse à ces difficultés, ce travail de thèse a cherché à proposer de nouveaux outils de modélisation numérique fiables et rapides prenant en compte les mécanismes thermiques et hydrauliques, utilisables pour prédire l'étendue des zones de congélation et évaluer les impacts potentiels des conditions hydrogéologiques difficiles sur la progression de ces zones gelées ainsi que pour optimiser les systèmes de congélation permettant de congeler tous les terrains impliqués à moindre coût. Il a été fait le choix de décomposer la modélisation du problème global de la congélation artificielle des terrains en deux parties. Ainsi, un premier modèle vise à représenter le couplage thermo-hydraulique associée à la congélation d'un milieu poreux, tandis qu'un deuxième modèle se concentre sur les échanges de chaleur entre un puits de congélation et le terrain environnant.

Bien que des modèles de couplage thermo-hydraulique de la congélation d'un milieu poreux existent déjà dans la littérature, il est ressorti de leur étude la pertinence de proposer un nouveau modèle répondant à trois contraintes : son adéquation aux conditions spécifiques de Cigar Lake, sa fiabilité et son utilisabilité en pratique. A propos de la première contrainte, il s'est agi de définir pour le modèle des hypothèses adaptées, les principales étant la saturation complète du milieu poreux, la présence d'écoulements importants et l'absence de lentilles de glace. De plus, le milieu poreux est considéré rigide ; les conséquences mécaniques de la congélation ne sont donc en particulier pas étudiées. La validité de ces hypothèses et leurs implications sont discutées dans le mémoire. On notera en particulier que si les postulats de la complète saturation en eau et de la non prise en compte des déformations du matériau peuvent être acceptés à Cigar Lake, ils ne sont pas généralisables à tous les sites et des hypothèses moins restrictives mériteraient d'être étudiées en perspective de cette recherche. Pour répondre à la deuxième contrainte, la cohérence thermodynamique du formalisme théorique a été vérifiée lors de son établissement. Le problème final revient à la résolution simultanée des deux équations aux dérivées partielles régissant les variations de température et de pression dans le milieu poreux, établies d'après les équations de bilan de masse et d'énergie, connaissant certaines lois d'état et lois de comportement complémentaires. De plus, toujours dans un souci de fiabilité, le modèle a été vérifié par rapport à des solutions analytiques ainsi que par rapport à des résultats expérimentaux obtenus dans le cadre d'un essai à grande échelle de congélation d'un sol en conditions d'écoulement important. Enfin, pour la troisième contrainte, des efforts ont été fournis pour proposer des calculs numériques à la fois stables, rapides, et requérant un nombre limité de paramètres d'entrée, notamment en proposant certaines simplifications dans le formalisme théorique.

L'analyse de l'état de l'art a également montré qu'une limite dans l'utilisation de modèles de la congélation des terrains par circulation de fluide frigorifique était la méconnaissance des conditions aux limites à imposer au niveau de la paroi des tuyaux de congélation. Le deuxième modèle de cette thèse, ainsi que le code numérique associé, ont été développés en réponse à cette limite. Le modèle simule les transferts de chaleur ayant lieu à l'intérieur d'un tuyau de congélation, dans le terrain et entre le tuyau et le terrain, au fur et à mesure de l'écoulement du fluide réfrigérant. Il permet donc de déterminer précisément les conditions aux limites à la paroi des tuyaux dans les modèles de congélation des terrains tels que le premier modèle de cette thèse. De plus, il peut également être employé pour réaliser des études paramétriques sur les différentes conditions opératoires du système et donc pour optimiser ces conditions. L'approche du modèle consiste à exprimer de manière indépendante dans le puits et dans le terrain la conservation de l'énergie. Le couplage entre le puits et le terrain se fait à travers la température à leur interface. Des hypothèses simplificatrices permettent de réduire le problème tridimensionnel du système puits-terrain à un problème unidimensionnel vertical, correspondant au puits, couplé à n problèmes unidimensionnels radiaux, correspondant au terrain. Cette simplification permet de réduire nettement les temps de calcul.

Les deux modèles ont été appliqués à la fois à des cas simples théoriques et au cas réel de la mine de Cigar Lake. Ces applications ont pu montrer comment les modèles peuvent être utilisés conjointement ou non pour prédire l'évolution de la congélation en tenant compte des interactions entre la thermique et l'hydraulique, pour optimiser le système de congélation (choix du réfrigérant, conditions opératoires en termes de débit et de température du réfrigérant, géométrie du système de congélation) et enfin pour évaluer l'impact des conditions géologiques, hydrogéologiques et opératoires sur la progression des zones congelées (présence de fractures et hétérogénéité des terrains à congeler notamment). Ainsi, les deux modèles développés dans le cadre de cette thèse apportent des réponses intéressantes aux deux enjeux qui se posent en particulier à Cigar Lake, à savoir assurer la réussite de la congélation dans un contexte où les écoulements peuvent être importants et dimensionner un système de congélation pour des terrains aux propriétés très variées.

Table des matières

Résumé **vii**

Introduction **1**
I.1 Contexte industriel : congélation des terrains de la mine de Cigar Lake 1
I.1.1 Contexte géologique et hydrogéologique 1
I.1.2 Congélation en masse des terrains 3
I.2 La congélation des milieux poreux 5
I.3 Objectifs de la thèse 5
I.4 Organisation du mémoire 6

1 Présentation substantielle des travaux de thèse **9**
1.1 Introduction 9
1.2 Phénomène de la congélation dans les milieux poreux 10
1.2.1 Solidification de l'eau dans un milieu poreux 10
1.2.2 Principaux phénomènes thermo-hydro-mécaniques associés à la congélation des terrains 13
1.3 Modèles de congélation des milieux poreux : état de l'art 16
1.3.1 Solutions analytiques 16
1.3.2 Principaux types de modèles numériques 17
1.3.3 Lois de comportement dans les modèles numériques 20
1.4 Congélation artificielle de terrains soumis à de potentiels écoulements importants 26
1.4.1 Pourquoi un modèle ? 26
1.4.2 Coexistence de phases d'un même corps pur 28
1.4.3 Description du modèle 33
1.4.4 Utilisation en pratique du modèle 37
1.5 Optimisation du système de congélation à l'échelle d'un puits 45
1.5.1 Pourquoi un modèle ? 45
1.5.2 Description du modèle 46
1.5.3 Utilisation en pratique du modèle 50
1.6 Conclusion 67

2 Modélisation des processus thermo-hydrauliques couplés associés à la congélation des terrains **69**
2.1 Introduction 71
2.2 Formulation of the thermo-hydraulic model 72
2.2.1 Balance equations 72
2.2.2 Constitutive equations 76

2.2.3 Simplification of the function S_λ . . . 80
2.3 Model validation . . . 82
2.3.1 Comparison with analytical solutions . . . 83
2.3.2 Comparison with experimental data . . . 85
2.4 Influence of porosity variation on freezing evolution . . . 90
2.4.1 Definition of a function $n(T,p_\lambda)$ . . . 90
2.4.2 Influence of the function $n(T)$ . . . 91
2.5 Representation of processes associated with freezing of a porous medium . . . 91
2.5.1 Influence of phase change on temperature evolution . . . 92
2.5.2 Influence of phase change and temperature variation on flowing water 94
2.5.3 Influence of flowing water on temperature evolution . . . 96
2.6 Conclusion . . . 97

3 Modélisation des échanges de chaleur entre un tuyau de congélation et le terrain environnant 99
3.1 Introduction . . . 101
3.2 Heat transfer in and around the freeze pipe . . . 102
3.2.1 Physical model . . . 102
3.2.2 Heat transfer in the freeze pipe . . . 103
3.2.3 Heat transfer in the ground surrounding the pipe . . . 106
3.2.4 Numerical implementation . . . 108
3.3 1D approach for the heat transfer problem in the ground . . . 109
3.3.1 Reduction of the 2D axisymmetric problem to a 1D problem . . . 109
3.3.2 Numerical validation . . . 111
3.4 Comparison of the model with a conventional approach . . . 114
3.4.1 Comparison for a continuous injection . . . 114
3.4.2 Comparison for a non-continuous injection . . . 115
3.5 Parametric study . . . 116
3.5.1 Influence of operating conditions . . . 117
3.5.2 Influence of coolant properties . . . 118
3.5.3 Influence of the system geometry . . . 119
3.6 Importance of latent heat . . . 120
3.7 Conclusion . . . 120

4 Utilisation couplée des deux modèles : Applications au cas de la mine de Cigar Lake 123
4.1 Introduction . . . 125
4.2 Thermo-hydraulic model of artificial ground freezing . . . 126
4.2.1 Coupled thermo-hydraulic model of ground freezing . . . 126
4.2.2 Model of heat transfer between a freeze pipe and the surrounding ground 128
4.2.3 Problem solving . . . 129
4.3 Comparison of the model with *in situ* measurements . . . 130
4.3.1 Presentation of the Surface Freezing Test . . . 130
4.3.2 Surface Freezing Test modeling . . . 131
4.4 Interactions of the thermo-hydraulic processes in the typical configuration of the Cigar Lake mine . . . 134
4.4.1 Heterogeneity effects . . . 134

4.4.2 Fracture effects 137
4.5 Freezing pipes layout 143
4.6 Conclusion 145

Conclusion et perspectives **147**
C.1 Conclusion 147
C.2 Perspectives 149

Références **151**

Table des figures **163**

Liste des tableaux **169**

Nomenclature **171**

Introduction

I.1 Contexte industriel : congélation des terrains de la mine de Cigar Lake

I.1.1 Contexte géologique et hydrogéologique

Les gisements associés aux mines de McArthur River et de Cigar Lake sont stratégiques en raison de leur richesse exceptionnelle : la teneur moyenne en U_3O_8 y est 100 fois supérieure à la teneur moyenne mondiale des gisements d'uranium. Ce sont les deux plus grands gisements d'uranium à haute teneur du monde, avec des teneurs moyennes respectives de 15 % et 18 % (à Cigar Lake, il a même été observé sur un forage une teneur de 82 % en U_3O_8 sur un intervalle de 0,5 m).

Ils sont tous deux situés dans le bassin de l'Athabasca, au nord de la province du Saskatchewan, au Canada. Le contexte géologique, favorable à la minéralisation, est identique dans les deux mines et dans les autres gisements d'uranium de la région (comme ceux de Key Lake, McClean Lake, ou Collins Bay). Les zones minéralisées sont majoritairement associées à la discordance entre le bassin sédimentaire (constitué principalement de grès et de conglomérats, fortement altérés près de la discordance) et le socle (composé de roches métamorphisées de type gneiss, légèrement altérées près de la discordance), au niveau de systèmes de failles (figure I.1) [Jefferson *et al.*, 2007]. Ces gisements sont ainsi dits « de type discordance ». Il est généralement admis qu'ils se sont formés par le biais d'une réaction d'oxydo-réduction lors de l'entrée en contact de fluides oxydants et réducteurs circulant en direction opposées. Ils présentent de grandes similitudes structurales, minéralogiques, géochimiques et géomécaniques.

Le gîte de Cigar Lake a la forme d'une lentille horizontale orientée est-ouest, suivant la topographie de la discordance (figure I.2). Il mesure approximativement 1950 m de long, entre 20 et 100 m de large et son épaisseur moyenne est de 5,4 m (jusqu'à 13,5 m à certains endroits). Sa profondeur varie entre 410 et 450 m. Quelques petites zones minéralisées, dites « perchées », suivent les fractures dans les grès supérieurs et dans les roches inférieures du socle. La minéralisation correspond majoritairement à de la pechblende.

Le dépôt est entouré d'un halo de forte altération, affectant tant les terrains supérieurs que les terrains inférieurs, caractérisé par un développement important de matériaux argileux, chloritiques et graphitiques, faiblement résistant. Ainsi, une couche d'argile de quelques mètres d'épaisseur est présente immédiatement au-dessus du gisement. Encore au-dessus et jusqu'à la couverture (d'épaisseur très limitée, de l'ordre du décamètre), se trouvent des grès, de moins en moins altérés en remontant vers la surface, les taux d'altération et de fracturation des roches immédiatement au contact de la couche d'argile étant extrêmement élevés. Dans ces grès, le halo d'altération atteint jusqu'à 300 m de large et de hauteur. Sous la discordance, le socle est composé de roches métamorphiques, la partie située directement sous le gisement

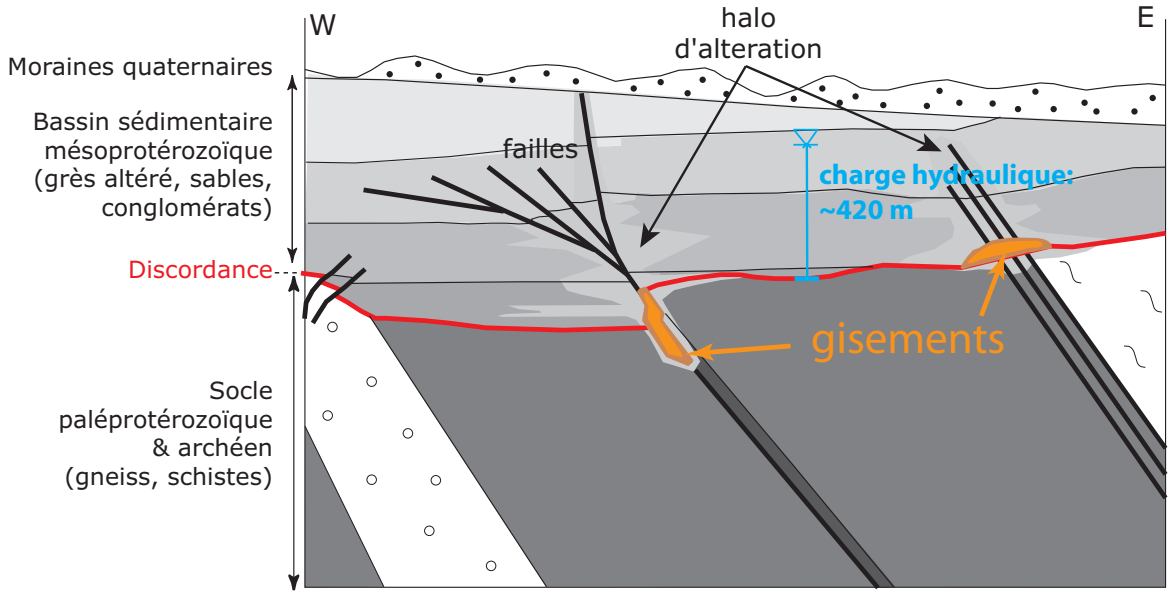

FIGURE I.1 – Schéma de principe du contexte régional des gisements d'uranium de type discordance du bassin de l'Athabasca (coupe EW, pas à l'échelle) (redessiné d'après Jefferson *et al.* [2007]

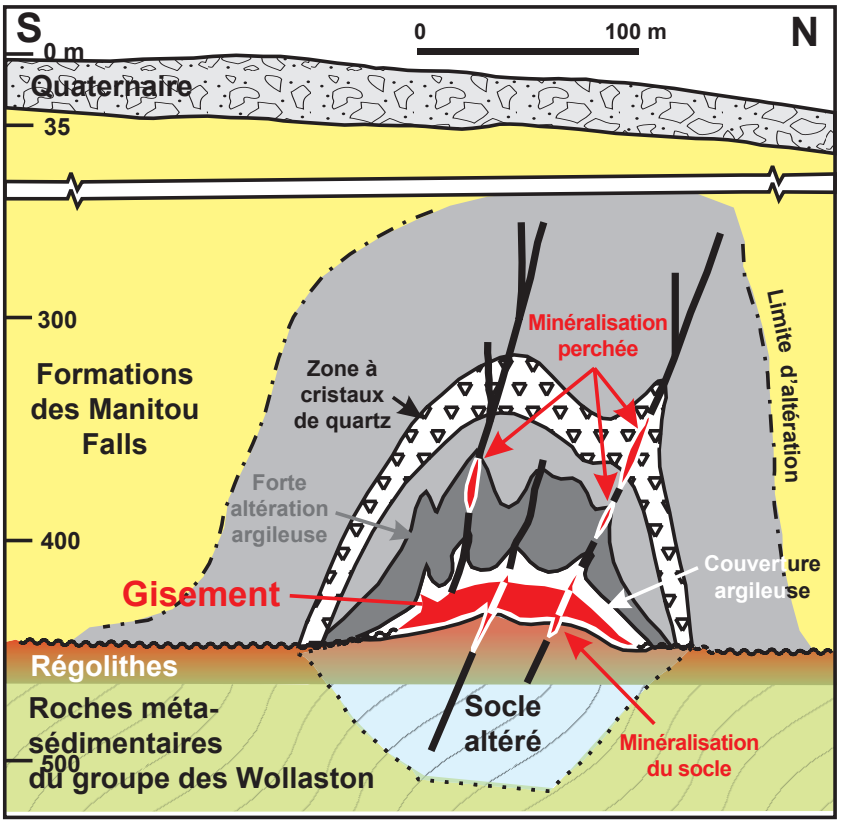

FIGURE I.2 – Coupe géologique NS du gisement de Cigar Lake (traduit et adapté de Jefferson *et al.* [2007]

étant elle aussi altérée et fracturée, avec des zones argileuses. Dans le socle, le halo ne descend pas à plus de 100 m en dessous du gisement.

D'un point de vue hydrogéologique, la surface de la nappe est située à quelques mètres sous la surface, de sorte que l'on peut considérer que toutes les formations géologiques présentées au-dessus sont saturées. La pression hydrostatique au niveau de la discordance est donc d'environ 4 MPa. Comme on l'a vu plus haut et comme l'indique la figure I.2, le gisement et les grès sont intensément fracturés. Les fractures sont majoritairement subverticales, remplies d'argiles et/ou de sable (mais certaines sont ouvertes) et associées à des grès de dissolution. La conductivité hydraulique des terrains est largement contrôlée par les fractures qui agissent comme des conduites. De manière générale, on observe peu d'écoulements dans le socle, bien que des débits assez élevés puissent être rencontrés au niveau de certaines zones de terrain de mauvaise qualité.

I.1.2 Congélation en masse des terrains

En résumé, les gisements d'uranium du bassin de l'Athabasca et notamment ceux de Cigar Lake et de McArthur River, ont en commun :

— la présence de grands volumes d'eau sous pression, le bassin sédimentaire formant un aquifère et la discordance étant située à environ 500 m de profondeur
— la faible résistance mécanique de la zone minéralisée et des terrains encaissants, très altérés et fracturés.

Ces caractéristiques communes représentent pour les opérations minières des risques importants devant être gérés, d'autant plus à Cigar Lake de par l'intensité de l'altération hydrothermale et de la fracturation des terrains. La technique de la congélation artificielle des terrains, au préalable de leur exploitation, a été jugée la plus appropriée, notamment par rapport au pompage et/ou la cimentation (qui peuvent être malgré cela utilisés en tant que techniques d'appoint ponctuelles). La congélation permet en effet à la fois de rendre les terrains imperméables pour prévenir les venues d'eau dans les ouvrages souterrains et de stabiliser et consolider ces mêmes terrains.

La technique de la congélation artificielle des terrains a été utilisée pour la première fois dans les années 1860 pour le fonçage de puits dans des mines de charbon du Pays de Galles [Schmall et Maishman, 2007]. Elle est aujourd'hui employée régulièrement dans les domaines du génie civil (excavation de tunnels, stabilisation de sols pour des fondations), du génie minier (fonçage de puits essentiellement) et de l'environnement (confinement de pollution) [Andersland et Ladanyi, 2004]. Ces applications tirent profit d'une ou plusieurs caractéristiques des sols gelés : forte résistance en compression, excellente capacité portante et faible perméabilité. La glace contenue dans les pores lie en effet les particules minérales les unes aux autres, comme le ciment dans le béton.

Pour établir et maintenir un volume de terrain gelé, une énergie continue est requise. Le refroidissement est assuré par la circulation d'un fluide froid dans un réseau de tuyaux mis en place dans le sol. Des réfrigérants souvent utilisés sont les saumures de chlorure de calcium ou de sodium. Dans quelques cas, de l'azote liquide est préféré, son pouvoir de refroidissement étant très élevé. Dans le cas le plus fréquent des réfrigérants de type secondaire circulant en continu comme les saumures [1], les étapes d'extraction de la chaleur sont les suivantes : 1) la chaleur est transportée dans le terrain vers les tuyaux de congélation (par transferts conductifs

1. Plus de détails sur les différents types de réfrigérants pouvant être utilisés dans la technique de congélation artificielle des terrains seront fournis au paragraphe 3.2.1 du chapitre 3.

et convectifs), 2) la chaleur est transportée par le liquide frigorifique dans le tuyau jusqu'à l'usine de congélation, 3) le liquide frigorifique est refroidi à l'usine dans le circuit primaire, 4) le liquide frigorifique est réinjecté dans les tuyaux de congélation.

La stratégie adoptée à Cigar Lake est de congeler en masse la zone du gisement et les terrains qui l'entourent (les grès aquifères faiblement résistants au-dessus ainsi qu'une épaisseur suffisamment large en-dessous et sur les côtés), avant et pendant l'exploitation des zones minéralisées. La technique a également été adoptée ponctuellement pour le fonçage d'un puits, situé trop proche d'une zone fracturée.

Pour cela, une approche hybride est envisagée : si, dans un premier temps, les terrains sont et seront congelés à partir de la surface (essentiellement afin de limiter les difficultés liées aux plannings parallèles de la congélation et de la production minière), il est prévu à terme la possibilité de passer à une congélation souterraine, réalisée à partir des galeries d'exploitation de la mine [Bishop *et al.*, 2012]. Dans les deux cas, le système de congélation inclut une usine de congélation à l'ammoniac installée en surface, refroidissant une saumure de chlorure de calcium à environ -30°C. Celle-ci est ensuite envoyée dans le réseau de tuyaux de congélation de surface ou souterrain, au niveau des terrains à congeler. Afin de limiter les pertes thermiques au maximum, les tuyaux de congélation surfaciques sont isolés là où la congélation n'est pas nécessaire, c'est-à-dire entre 0 et 400 m de profondeur, les terrains à congeler étant situés entre les profondeurs 400 et 460 m environ [Bishop *et al.*, 2012]. Enfin, des forages de mesure de la température des terrains régulièrement répartis ont été placés pour suivre la progression de la congélation. Le système de congélation de Cigar Lake est schématisé sur la figure I.3.

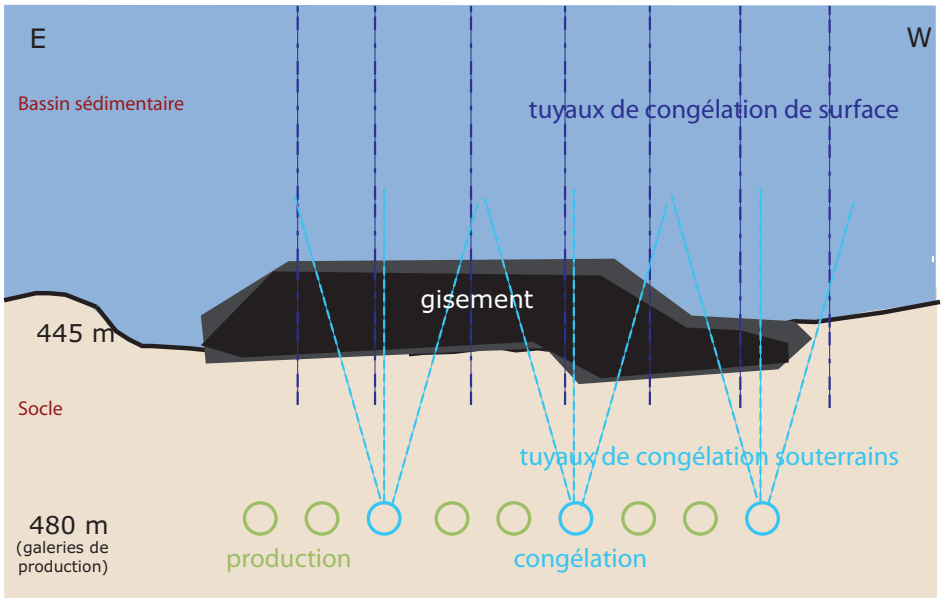

FIGURE I.3 – Système de congélation schématique utilisé à Cigar Lake (coupe EW, pas à l'échelle)

Finalement, le dimensionnement et la réussite même de la congélation des terrains à Cigar Lake sont rendus délicats par les conditions géologiques particulières de la mine : i) les nombreuses fractures qui représentent des zones potentielles d'écoulement important et ii) la grande variété et la forte hétérogénéité des terrains à congeler (argiles, sables, grès altérés

et non altérés, gneiss, régolithes, pechblende, conglomérats, etc., de composition variable) et donc des propriétés thermiques et hydrauliques.

I.2 La congélation des milieux poreux

Le comportement des milieux poreux soumis à des températures négatives peut être surprenant. Il a par exemple été observé que des pâtes de ciment peuvent se dilater lorsque l'eau interstitielle est remplacée par du benzène qui, contrairement à l'eau, se contracte en se solidifiant [Beaudoin et MacInnis, 1974]. A l'inverse, des matériaux poreux saturés d'eau peuvent se contracter si des vides d'air sont présents dans les pores [Piltner et Monteiro, 2000]. Ces expériences montrent que le comportement mécanique d'un milieu poreux saturé d'eau soumis à la congélation ne peut pas s'expliquer uniquement par la dilatation volumique de l'eau lors de son changement de phase en glace.

De manière générale, lors de la congélation d'un milieu poreux, des processus thermo-hydro-mécaniques complexes interagissent les uns avec les autres. L'eau confinée dans les pores peut rester sous forme liquide à des températures largement inférieures à 0°C — de l'eau liquide a par exemple été observée à −80°C dans certaines argiles [Thimus et Henriet, 1991]. D'après les conditions d'équilibre thermodynamique, sa pression est alors abaissée par rapport à celle de la glace adjacente, et l'eau liquide des zones non gelées est par conséquent attirée vers les zones gelées (phénomène de cryosuccion). A l'inverse, on peut aussi observer l'expulsion de l'eau liquide vers les zones non gelées, qui s'explique par la pression créée dans les pores par la dilatation volumique de l'eau lorsqu'elle se transforme en glace.

I.3 Objectifs de la thèse

La congélation des milieux poreux est, comme cela vient d'être introduit, un problème physique complexe impliquant plusieurs processus physiques interagissant les uns avec les autres. La compréhension de ces mécanismes et de ces interactions est essentielle pour assurer la réussite économique d'un projet de congélation tel que celui de Cigar Lake, c'est-à-dire afin de congeler les terrains le plus rapidement possible, à moindre coût et avec le moins de risques possible. En effet, les conséquences d'une mauvaise gestion des écoulements d'eau par la congélation peuvent être particulièrement redoutables : une venue d'eau pourrait causer un retard dans les opérations, une augmentation de leur coût ou des dommages et des pertes humains et matériels.

Alors, une étude analysant à Cigar Lake le couplage des mécanismes thermiques et hydrauliques associé à la congélation des terrains apparaît judicieuse. Une telle étude permettrait une estimation des effets de certains phénomènes physiques liés à la congélation des terrains : effets des écoulements d'eau interstitielle sur la congélation, notamment au niveau des fractures, effets des variations thermiques sur les écoulements et sur les propriétés hydrogéologiques du terrain, effets du drainage provoqué par la congélation, ou encore effets des variations thermiques sur les propriétés thermiques de la roche. Par ailleurs, une difficulté supplémentaire pour la mise en place de la congélation des terrains à Cigar Lake est la prise en compte appropriée de l'hétérogénéité des terrains.

Pour résumer, deux problèmes se posent à Cigar Lake concernant la congélation des terrains : 1) comment assurer immanquablement la réussite de la congélation dans un environnement où les écoulements peuvent être importants et 2) comment dimensionner un système de

congélation pour des terrains aux propriétés très variées. On pourrait synthétiser ces questions en un objectif global : « réussir à congeler avec le moins d'énergie possible dans un environnement très hétérogène soumis à de forts écoulements ». Pour répondre à ces impératifs, les travaux présentés dans cette thèse s'articulent autour d'un enjeu général : la mise en place de modèle(s) numérique(s) fiable(s) et rapide(s) prenant en compte les mécanismes thermiques et hydrauliques, utilisable(s) pour 1) prédire l'étendue des zones de congélation et évaluer l'impact des conditions hydrogéologiques difficiles et 2) optimiser les systèmes de congélation permettant de congeler tous les terrains impliqués à moindre coût [2].

En ce qui concerne le premier point, le ou les modèles numériques qui seront proposés doivent répondre à certaines contraintes. La première est qu'ils doivent être adaptés au moins aux conditions physiques particulières de Cigar Lake, c'est-à-dire le fait que les terrains à congeler soient situés à forte profondeur, soient initialement à saturation complète, soient soumis à des écoulements importants et présentent des propriétés très variées. La deuxième contrainte est qu'ils doivent être fiables, c'est-à-dire qu'ils soient les plus cohérents possibles sur le plan physique, mais surtout qu'ils aient été validés avec soin, notamment en condition de forts écoulements. Enfin, la troisième contrainte concerne l'utilisabilité en pratique des modèles. Plus précisément, ils sont destinés à être utilisés par des ingénieurs en tant qu'outils d'aide au dimensionnement et à la production et pas dans un cadre de recherche fondamentale par exemple. Ils doivent ainsi être relativement rapides puisqu'ils ont vocation à être utilisés notamment pour des calculs tridimensionnels de (très) grande dimension, incluant de nombreux forages de congélation, et surtout pour des études paramétriques réalisées afin d'optimiser les systèmes de congélation (cf. point 2). De plus, le nombre de paramètres d'entrée des modèles doit être, dans la mesure du possible, limité, l'accès à des mesures précises et/ou en quantité suffisante n'étant pas garanti.

A propos du deuxième point, les caractéristiques des systèmes de congélation à optimiser sont en particulier les technologies employées (isolation des puits de congélation, choix du liquide frigorifique), les conditions opératoires (débit et température du réfrigérant) et la géométrie du réseau de forages de congélation (disposition, espacement et diamètres).

I.4 Organisation du mémoire

Le mémoire s'appuie sur trois articles ayant été publiés dans des revues à comité de lecture : Vitel *et al.* [2015, 2016a,b]. Ces trois articles forment un ensemble harmonieux et correspondent aux chapitres 2, 3 et 4. Ils ont été repris tels quels, sans modification autre que celle de la mise en page.

Le premier chapitre vise à donner un aperçu global des travaux réalisés dans le cadre de la thèse. Il cherche en particulier à montrer comment ces travaux s'inscrivent de manière cohérente dans l'état de l'art de la recherche sur la congélation des milieux poreux. Par conséquent, il présente dans un premier temps la physique des milieux poreux congelés d'un point de vue phénoménologique, ainsi qu'une revue des méthodes utilisées dans la littérature pour modéliser ces mécanismes physiques. Ensuite, les deux modèles développés lors de la thèse sont abordés, l'objectif étant ici de prendre de la distance par rapport aux présentations détaillées de ces modèles faites aux chapitres 2 et 3. En particulier, les raisons de leur développement,

2. On précise ici que les aspects géomécaniques en particulier sortent du cadre de la thèse. Notamment, on ne cherche pas dans ce travail à répondre à la question « quelle est l'influence de la congélation sur l'état de contrainte du massif et sur la stabilité des ouvrages souterrains ? ». Cette question est tout à fait légitime mais pourrait faire l'objet d'une étude à part entière.

les possibilités de leur application au cas de Cigar Lake et les limites de leur utilisation en pratique y sont discutées.

Le deuxième chapitre a pour sujet le modèle thermo-hydraulique couplé de la congélation des terrains développé dans le cadre de nos travaux. Il détaille la démarche permettant d'aboutir à une formulation thermodynamiquement cohérente de la congélation d'un milieu poreux saturé indéformable, soumis à des écoulements. Le modèle global est vérifié par rapport à deux solutions analytiques et des résultats expérimentaux d'un essai tri-dimensionnel à grande échelle de congélation d'un sol en conditions d'écoulement important. La validité de l'hypothèse de la constance de la porosité est étudiée spécifiquement. Enfin, le modèle est appliqué à des cas simples permettant de mettre en évidence les mécanismes thermo-hydrauliques clés et leurs interactions associés à la solidification de l'eau dans un milieu poreux.

Le troisième chapitre traite du deuxième modèle élaboré lors de la thèse, le modèle d'échanges de chaleur entre un puits de congélation et le terrain environnant. Il précise dans un premier temps le système physique dont il est question et détaille les équations gouvernant les transferts de chaleur entre les deux entités ainsi que la façon dont a été implémenté numériquement le modèle. L'intérêt de ce dernier est discuté ensuite en comparant ses résultats avec ceux obtenus avec l'approche classiquement adoptée. Le paragraphe suivant, en présentant les résultats d'études paramétriques sur les conditions opératoires de la congélation, illustre comment le modèle peut être utilisé pour optimiser le système de congélation. Enfin, on cherche à mettre en évidence l'importance de l'effet de la chaleur latente sur l'évolution de la température du terrain.

Le quatrième chapitre met en avant une utilisation couplée des modèles des chapitres 2 et 3 à travers une application au cas de la mine de Cigar Lake. Après avoir déterminé les propriétés des terrains permettant d'ajuster au mieux les résultats obtenus numériquement avec ces modèles par rapport à des mesures de terrain, des études de cas sont réalisées dans le but de mettre en évidence les impacts des conditions géologiques difficiles de la mine (hétérogénéité des terrains et présence de fractures). Enfin, en vue de l'optimisation de la configuration des tuyaux de congélation, une analyse de l'influence de l'espacement de ces tuyaux est proposée.

Chapitre 1

Présentation substantielle des travaux de thèse

Sommaire

1.1 Introduction **9**
1.2 Phénomène de la congélation dans les milieux poreux **10**
1.2.1 Solidification de l'eau dans un milieu poreux 10
1.2.2 Principaux phénomènes thermo-hydro-mécaniques associés à la congélation des terrains 13
1.3 Modèles de congélation des milieux poreux : état de l'art **16**
1.3.1 Solutions analytiques 16
1.3.2 Principaux types de modèles numériques 17
1.3.3 Lois de comportement dans les modèles numériques 20
1.4 Congélation artificielle de terrains soumis à de potentiels écoulements importants **26**
1.4.1 Pourquoi un modèle ? 26
1.4.2 Coexistence de phases d'un même corps pur 28
1.4.3 Description du modèle 33
1.4.4 Utilisation en pratique du modèle 37
1.5 Optimisation du système de congélation à l'échelle d'un puits . **45**
1.5.1 Pourquoi un modèle ? 45
1.5.2 Description du modèle 46
1.5.3 Utilisation en pratique du modèle 50
1.6 Conclusion **67**

1.1 Introduction

La congélation des terrains n'est certainement pas un domaine de recherche vierge. Elle constitue le sujet d'un grand nombre de travaux de recherche, portant sur de nombreuses applications différentes. Une grande partie de ces travaux sont relatifs aux zones de pergélisol et étudient par exemple les conséquences des cycles de gel-dégel sur le comportement et la stabilité des infrastructures (routes, pipelines, fondations, etc.) ou encore l'influence du changement climatique dans ces régions. D'autres recherches ont pour sujet la congélation

artificielle des terrains, qu'elle soit utilisée comme une technique d'imperméabilisation et de consolidation des sols pour la construction d'ouvrages de génie civil ou pour le confinement d'une pollution dans un sol, ou qu'elle soit induite par exemple par le stockage souterrain de gaz naturel liquéfié.

Les phénomènes physiques typiques des sols gelés étaient déjà observés et analysés il y a au moins quatre-vingts ans. Ainsi, Beskow en 1935 décrivait déjà les conséquences sur les structures et certains mécanismes du soulèvement dû au gel (voir p. 14) comme l'accumulation d'eau liquide au niveau du front de gel et l'abaissement du point de fusion de l'eau dans les pores. Des propositions variées ont été faites pour formuler mathématiquement et simuler numériquement ces phénomènes. Il existe en effet de nombreux modèles dans la littérature, différant selon l'application visée.

Dans ce chapitre, nous proposerons dans une première partie (section 1.2) une analyse phénoménologique de la congélation dans les milieux poreux, en insistant sur la manière dont les mécanismes thermiques et hydrauliques, en particulier, dépendent les uns des autres. Dans un deuxième temps (section 1.3), les différentes méthodes développées pour modéliser analytiquement et numériquement les transferts de chaleur dans les milieux poreux soumis à des températures négatives, et éventuellement les transferts de masse et les déformations associés, seront brièvement décrites. Les principales lois de comportement spécifiques à la congélation des milieux poreux, décrivant les relations entre les variables du problème et adoptées par ces modèles seront exposées et discutées. La troisième et la quatrième parties du chapitre seront consacrées aux deux modèles élaborés dans le cadre de nos travaux pour répondre aux besoins spécifiques d'une application telle que celle de Cigar Lake : un modèle de couplage thermo-hydraulique de la congélation des terrains (section 1.4) et un modèle de transfert de chaleur entre un puits de congélation et le terrain environnant (section 1.5). Les raisons de leur développement et les principes de leur établissement y seront précisés. Un modèle concernant la coexistence de phases d'un même corps pur sera en particulier proposé. De plus, des applications au cas particulier de la mine de Cigar Lake seront présentées et les limites des modèles en pratique seront discutées.

1.2 Phénomène de la congélation dans les milieux poreux

1.2.1 Solidification de l'eau dans un milieu poreux

L'allure de la courbe de refroidissement d'un corps pur comme l'eau est bien connue des physiciens et chimistes (voir figure 1.1). Dans un premier temps, la température décroît régulièrement dans le temps jusqu'à atteindre le point de solidification T_f au moment duquel le corps commence à se solidifier. A pression constante, le processus de solidification est isotherme. Ce plateau où la température reste constante correspond à la chaleur latente libérée lors du changement de phase du corps. Une fois tout le corps solidifié, la température recommence à diminuer au fur et à mesure que de la chaleur est extraite du système.

Parfois, une allure légèrement différente peut être observée. Avant le changement de phase, la température peut en effet descendre sous le point de solidification quelques instants. Le liquide est alors dans un état métastable, en surfusion. Dès que le processus de cristallisation commence, la température augmente brusquement jusqu'à atteindre le point de congélation (libération de chaleur latente). Cet état s'explique par le fait qu'en l'absence de perturbation, la chaleur latente libérée par la solidification du corps ne compense pas l'énergie requise pour la création de l'interface solide-liquide. La cristallisation s'effectue par nucléation autour d'un

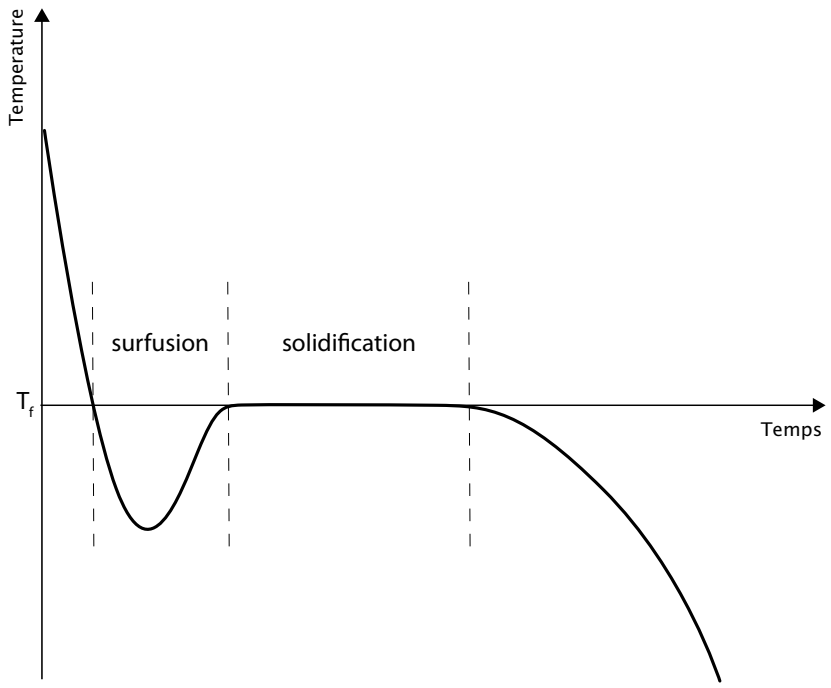

FIGURE 1.1 – Courbe typique de refroidissement d'un corps pur à taux constant d'extraction de la chaleur

germe cristallin. Dans de l'eau pure en milieu non confiné, ce phénomène de nucléation est homogène. En présence d'impuretés ou avec des effets de paroi, le phénomène de nucléation sera hétérogène [Fabbri, 2006]. On notera que le processus symétrique de la surfusion, c'est-à-dire le phénomène de surchauffe observé lors du dégel, n'est lui pas possible [Fabbri, 2006].

Dans le cas des milieux poreux, la situation est différente, l'eau contenue dans les pores n'étant ni libre, ni pure. La température de solidification est abaissée par rapport à la température de référence T_f. Ce phénomène s'explique par l'action conjointe de trois processus ayant pour effet de diminuer l'énergie libre de l'eau par rapport à celle de l'eau pure en conditions normales [Williams et Smith, 1989, Yershov et Williams, 1998] :

— les forces de capillarité associées aux tensions de surface à l'interface confinée liquide-solide (responsables de l'abaissement du point de congélation de l'eau entre 0 et $-1.5°$C)
— les forces d'adsorption de l'eau liée à la surface des grains des minéraux (responsables de l'abaissement du point de congélation de l'eau en-dessous de $-1.5°$C)
— dans une moindre mesure, les effets osmotiques liés à la présence éventuelle de sels dissous (responsables de l'abaissement du point de congélation de l'eau à environ $-0.1°$C).

L'effet de l'application d'une pression extérieure sur le milieu est en général négligeable [Williams et Smith, 1989].

L'importance relative de ces différents processus explique les différences d'un sol à un autre. Ainsi, les caractéristiques du géomatériau (comme ses propriétés sorptives, sa surface spécifique interne ou sa composition minéralogique), mais aussi celles du liquide interstitiel (comme sa salinité, sa constante diélectrique ou sa tension superficielle) modifient la température de congélation [Côté, 2003]. D'après Côté [2003], on peut par exemple observer de l'eau non gelée jusqu'à $-3°$C dans un granite et jusqu'à $-20°$C pour un grès. Thimus et Henriet [1991] mentionnent quant à eux les températures de -60 ou $-80°$C pour certaines argiles.

Autre exemple, Yershov et Williams [1998] présentent les courbes de refroidissement obtenues pour un sable et une argile (figure 1.2). Dans un sable, l'eau étant faiblement liée aux grains, la température de solidification reste proche de la température de référence. A l'inverse, l'eau contenue dans une argile est en général plus fortement liée et sa température de solidification sera plus faible. De plus, la taille des pores influence aussi la température de solidification : plus un pore est petit (comme dans une argile *a priori*), plus les forces de capillarité y sont élevées et plus le point de congélation est abaissé.

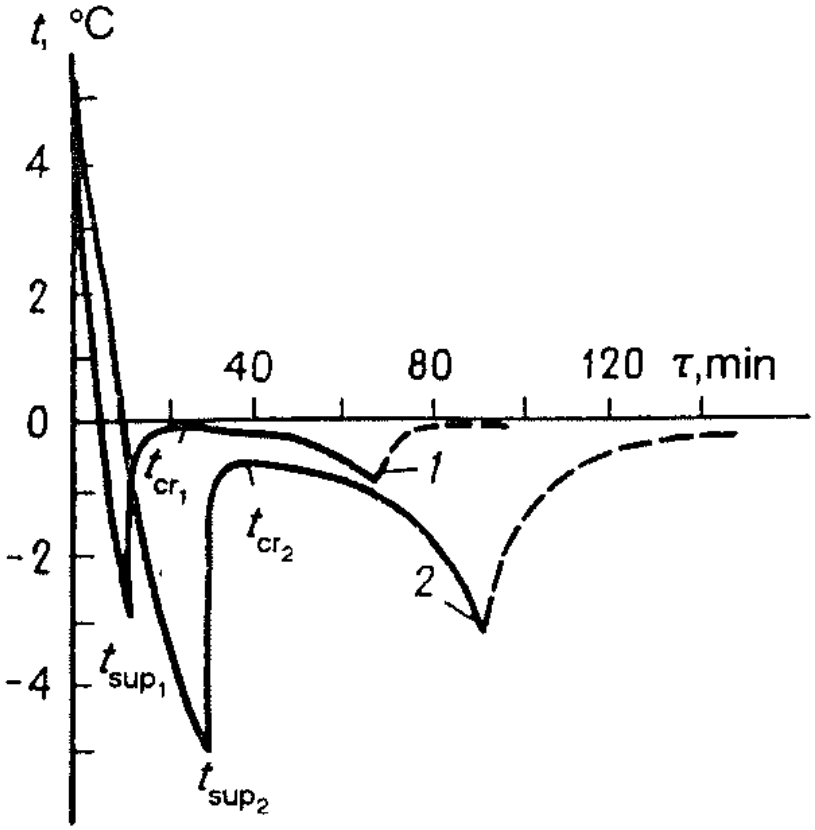

FIGURE 1.2 – Courbes de refroidissement d'un sable et d'une argile. Source : Yershov et Williams [1998]

On peut observer sur la figure 1.2 l'étape de surfusion mentionnée ci-dessus. On remarque également que la diminution de la température lors du changement de phase de l'eau est graduelle. Ainsi, la congélation de l'eau dans un sol ne se produit pas à une température constante comme pour un corps pur (figure 1.1) mais sur toute une plage de températures, au fur et à mesure de la congélation de l'eau de plus en plus liée et dans les pores de plus en plus petits.

Sur la base de ces constats, il est donc possible de définir une fonction reliant la teneur en eau non gelée d'un milieu poreux à sa température. Williams et Smith [1989] présentent une telle courbe obtenue à partir de mesures expérimentales effectuées sur une argile (figure 1.3). Il apparaît que cette courbe varie en fonction de l'historique thermique de l'échantillon. Ainsi, sur la figure 1.3, les courbes des températures ayant été atteintes lors du refroidissement ou du réchauffement de l'échantillon sont distinctes. De plus, chacune des courbes de refroidissement

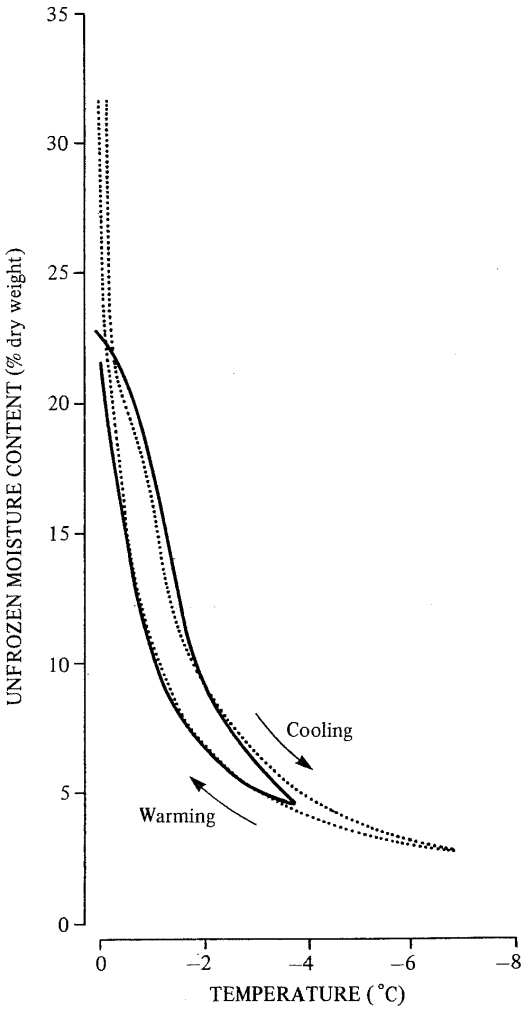

FIGURE 1.3 – Teneur en eau non gelée d'une argile (chlorite-illite) congelée en fonction de la température. Les valeurs ont été obtenues pour deux échantillons, l'un avec une teneur massique en eau totale de 32% (courbe pointillée) et l'autre de 23% (courbe continue). Source : Williams et Smith [1989]

et de réchauffement serait modifiée par la température extrême atteinte lors du précédent cycle de gel-dégel [Williams et Smith, 1989]. La congélation d'un sol cause en effet des modifications irréversibles de sa structure fondamentale. Ce phénomène d'hystérésis est similaire à celui observé sur les courbes de séchage-mouillage des milieux poreux. Toutefois, d'après Williams et Smith [1989], même si le phénomène peut être significatif, la variation d'une courbe de congélation d'un terrain à celle d'un autre est plus importante que celle liée à l'hystérésis dans la plupart des cas.

1.2.2 Principaux phénomènes thermo-hydro-mécaniques associés à la congélation des terrains

La coexistence d'eau liquide et de glace dans les pores est une caractéristique fondamentale des milieux poreux gelés. Comme cela a été dit, même à des températures négatives, il peut

rester des quantités significatives d'eau sous forme liquide dans les sols. Il fait consensus aujourd'hui que cette eau est présente sous forme de films adsorbés à la surface des particules minérales [Dash *et al.*, 2006]. Cette eau est mobile et joue un rôle très important dans les processus hydrodynamiques des sols gelés.

Comme dans n'importe quel milieu poreux, l'eau liquide contenue dans un sol gelé sera mise en mouvement par l'apparition d'un gradient de potentiel. Ce dernier peut habituellement se décomposer en un potentiel gravitationnel, de pression, matriciel, osmotique, électrique, etc. Par rapport à un sol non gelé, deux sources singulières de variation de pression et donc d'écoulement apparaissent dans un sol gelé : i) la dilatation de l'eau liquide lors de sa solidification (augmentation volumique de 9%) et ii) la cryosuccion ou succion cryogénique.

Le premier phénomène provoque l'expulsion d'eau liquide vers les zones non gelées. L'augmentation de pression de l'eau liquide résultante dépend de la vitesse de refroidissement par rapport à la capacité du matériau à drainer le liquide, c'est-à-dire de sa perméabilité. Dans le cas d'un milieu poreux non saturé, la présence de vides d'air vers lesquels l'eau liquide peut s'échapper permet de limiter l'augmentation de la pression de l'eau liquide, contrairement au cas des milieux poreux saturés qui connaissent souvent un endommagement lors de la congélation [Coussy, 2010].

Le deuxième phénomène est un phénomène microscopique qui résulte du fait que l'eau confinée peut rester à l'état liquide à des températures inférieures au point de solidification à condition qu'elle abaisse sa pression par rapport à la glace adjacente (voir les conditions d'équilibre entre les deux phases présentées au paragraphe 1.4.2). L'eau liquide contenue dans les zones où de la glace est présente joue alors le rôle d'une cryo-pompe de celle située à distance qui se voit drainée vers les zones gelées [Coussy, 2005]. Ainsi, un gradient de potentiel se développe en réponse à un gradient de température.

De plus, la façon dont l'eau s'écoule variera aussi en fonction de la température en raison des variations associées des propriétés du terrain et du liquide interstitiel, notamment : les dilatations ou contractions volumiques des différents constituants, la modification de la perméabilité due à la présence de glace limitant la circulation de l'eau liquide dans les pores et la modification de la viscosité de l'eau liquide.

A l'inverse, les écoulements d'eau, naturels ou forcés, sont à l'origine, par advection, de transferts thermiques par convection qui s'ajoutent à la conduction et modifient l'état thermique du milieu. La vitesse de ces écoulements détermine l'importance relative des transferts de chaleur par convection par rapport à la conduction.

Sur le plan mécanique, les variations de température et de pression effective du milieu sont à l'origine de contraintes et donc de déformations. De plus, la congélation et plus généralement la baisse de la température modifient largement les lois de comportements mécaniques du terrain, qui sont indubitablement complexes. A l'inverse, la déformation du milieu a un effet sur son état thermique et hydraulique via la variation de sa porosité et donc de ses propriétés (conductivité thermique, capacité thermique, degré de saturation en eau liquide, perméabilité).

Le mécanisme de cryosuccion est à l'origine d'un phénomène thermo-hydro-mécanique particulier : le soulèvement dû au gel. En raison de ses conséquences sur les infrastructures routières, ferroviaires ou pipelinières, une grande partie des recherches liées à la congélation des terrains y est consacrée. Dans le cas de sols dont la surface est soumise à des températures négatives, il correspond à un déplacement vertical de la surface du terrain, lié principalement à la formation en son sein de lentilles de glace parallèles aux isothermes et plus secondairement à l'expansion volumique de l'eau liquide lors de sa solidification [Anderson et Morgenstern, 1973]. Les lentilles de glace sont alimentées par l'eau liquide drainée depuis la profondeur vers

les zones plus froides et cristallisant lorsqu'elle entre en contact avec la glace déjà formée. Leur formation n'est possible que lorsque la pression d'expansion exercée par la glace dépasse la pression lithostatique [Andersland et Ladanyi, 2004]. Il est alors possible de définir une pression lithostatique maximale, à partir de laquelle l'apparition de lentilles de glace n'est plus possible. Cette pression n'est quasiment jamais dépassée pour des sols peu profonds. De manière plus générale, l'apparition de ce phénomène complexe qu'est le soulèvement dû au gel est régie par plusieurs conditions dont des facteurs environnementaux — en particulier la vitesse et la durée de congélation ainsi que la valeur de la pression lithostatique et la présence d'eau interstitielle — et des caractéristiques intrinsèques au sol. En effet, la susceptibilité d'un sol au soulèvement dû au gel est fortement déterminée par sa granulométrie et sa perméabilité. Les sols fins et relativement perméables comme les silts sont favorables à la formation de ce phénomène, contrairement aux sables et aux argiles [Dash *et al.*, 2006, Rempel, 2007].

D'autres phénomènes physiques ont lieu dans les milieux poreux congelés et interagissent avec la thermique, l'hydraulique et la mécanique. Ainsi, la chimie des sols gelés a justifié de nombreuses recherches dont les objets étaient en particulier l'effet des solutés sur l'abaissement du point de congélation, sur la conductivité hydraulique d'un sol ou plus généralement sur les écoulements et les transferts de chaleur dirigés par le gradient de concentration [Marion, 1995].

De toutes les descriptions phénoménologiques non exhaustives précédentes, il apparaît finalement qu'en particulier les processus thermiques, hydrauliques et mécaniques sont fortement couplés dans le cas d'un terrain gelé. Ce couplage est synthétisé à la figure 1.4 et les principaux mécanismes de couplage thermo-hydraulique sont mis en évidence sur des cas simples au chapitre 2.

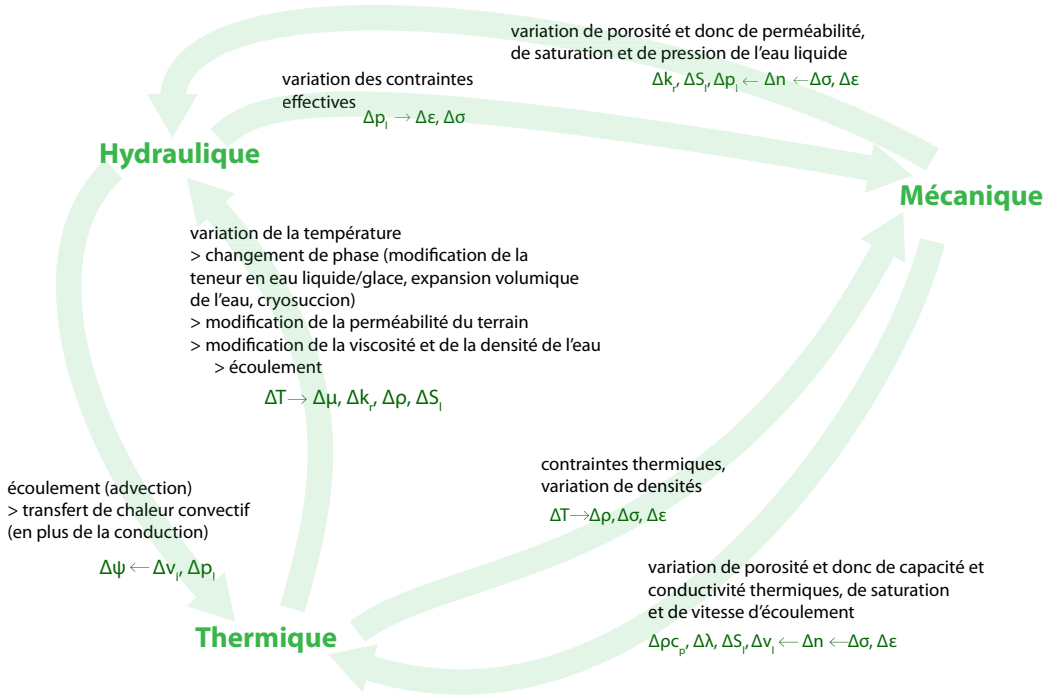

FIGURE 1.4 – Couplage des phénomènes thermiques, hydrauliques et mécaniques lors de la congélation d'un milieu poreux

1.3 Modèles de congélation des milieux poreux : état de l'art

Avant le développement des puissances de calcul par ordinateur, différentes solutions analytiques furent établies pour les problèmes de solidification ou fusion d'un matériau, les principales étant introduites au paragraphe 1.3.1. Outre la non-linéarité des équations gouvernantes, une des difficultés de la résolution analytique de tels problèmes provient du fait que l'interface entre les phases solide et liquide se déplace au fur et à mesure de la libération de chaleur latente. En conséquence, la localisation de l'interface solide-liquide n'est pas connue *a priori* mais doit être déterminée comme une partie intégrante de la solution. L'usage des différentes solutions analytiques proposées est donc limité à un faible nombre de solutions unidimensionnelles idéalisées impliquant des milieux infinis ou semi-infinis présentant des propriétés thermiques constantes et soumis à des conditions aux limites et initiales simples.

Dans la pratique, les problèmes de solidification d'un milieu sont rarement unidimensionnels, les conditions aux limites et initiales sont complexes, les propriétés physiques des matériaux impliqués ne sont pas constantes et les mécanismes de transport de la chaleur sont variés (conduction, convection, diffusion, rayonnement). De plus, comme cela a été présenté au paragraphe précédent, les régimes thermiques, hydrauliques et mécaniques, auxquels on pourrait ajouter par exemple la chimie, interagissent les uns les autres. L'étude du couplage de ces phénomènes dans des milieux poreux soumis à congélation requiert donc l'utilisation de méthodes numériques pour représenter les problèmes réels. Le paragraphe 1.3.2 dresse un état des lieux de différents modèles numériques existant dans la littérature. Les méthodes analytiques ne sont guère plus qu'utilisées pour la validation ou la comparaison de modèles numériques puisqu'elles présentent l'avantage d'offrir des solutions rapides, exactes ou quasi-exactes.

1.3.1 Solutions analytiques

1.3.1.1 Solution de Neumann

La solution analytique fondamentale est celle de Neumann, établie dans les années 1860. Elle prédit la propagation de la solidification ou de la fusion dans un milieu unidimensionnel en considérant que tous les transferts thermiques s'effectuent par conduction et que le changement de phase a lieu à une température fixée T_f [Carslaw et Jaeger, 1959].

Le problème de Neumann à une région correspond à un milieu semi-infini $x \geq 0$ initialement liquide à la température de congélation T_f. Au temps $t = 0$, la température de la surface $x = 0$ est brusquement abaissée et maintenue à $T_0 < T_f$. L'interface solide-liquide se propage donc peu à peu vers les x croissants. La prédiction de la localisation de l'interface s'appuie sur la détermination de la distribution des températures dans la phase solide en faisant l'hypothèse que la température de la phase liquide reste constante à T_f.

Le problème de Neumann a également été étendu à un cas plus réaliste pour lequel la température initiale du milieu est supérieure à sa température de solidification : il est qualifié alors de problème de Neumann à deux régions. Avec cette hypothèse, il s'agit de considérer le problème de conduction de la chaleur à la fois dans la phase solide et dans la phase liquide. Les équations gouvernant ce problème ainsi que la solution analytique sont présentées en détail au chapitre 2. En effet, la solution de Neumann, exacte, est utilisée pour valider le modèle numérique de congélation des terrains proposé dans le cadre de cette thèse dans le cas de transfert de chaleur par conduction impliquant un changement de phase.

1.3.1.2 Solution de Lunardini

En 1998, Lunardini établit une nouvelle solution au problème 1D semi-infini de la fusion dans des conditions similaires au problème de Neumann mais présentant l'intérêt de pouvoir prendre en compte des transferts de chaleur par convection via la circulation de la phase liquide. Comme la solution de Neumann à une région, elle considère que le milieu est initialement solide à sa température de congélation, sa surface étant brusquement réchauffée à $t = 0$ à $T_0 > T_f$. Toutefois, contrairement à la solution de Neumann, la solution de Lunardini n'est pas exacte mais approchée.

D'autres solutions analytiques exactes aux problèmes de fusion-solidification incluant la convection ont été proposées (par exemple par Nixon [1975] ou à nouveau par Lunardini [1998]), mais à partir de l'hypothèse que la vitesse d'écoulement du liquide était proportionnelle à la vitesse de propagation du front de changement de phase [Kurylyk *et al.*, 2014]. Cette condition est particulièrement contraignante et peu représentative de la réalité.

Les équations gouvernant le problème de Lunardini ainsi que la solution analytique sont présentées en détail au chapitre 2. En effet, cette solution est utilisée pour valider le modèle numérique de congélation des terrains proposé dans le cadre de cette thèse dans le cas de transfert de chaleur par conduction et convection impliquant un changement de phase.

1.3.2 Principaux types de modèles numériques

Le premier modèle simulant le transport couplé de la chaleur et de l'eau dans un milieu poreux congelé est traditionnellement attribué à Harlan [1973]. Son principe de base, repris par la suite, consistait en l'expression de la conservation de la masse d'eau et de l'énergie, en y ajoutant une condition de fermeture correspondant à une relation d'équilibre entre la température, la teneur en eau non gelée et la pression de l'eau. A partir des années 1970 et avec la généralisation de l'usage des ordinateurs et le développement de leur puissance de calcul, de nombreux autres modèles numériques furent développés pour des applications diverses. Selon Liu *et al.* [2012a] ou Kurylyk et Watanabe [2013], ces divergences d'objectifs sont à l'origine des différences entre les modèles, qu'elles ne soient qu'apparentes en raison de l'usage de terminologies distinctes propres à chaque discipline (hydrogéologie, génie civil, science des sols, géotechnique, etc.), ou qu'elles soient plus fondamentales sur les théories ou les méthodologies sous-jacentes.

Les modèles existant dans la littérature se distinguent sur plusieurs plans :

- les phénomènes physiques représentés : conduction seule (p. ex. O'Neill et Miller [1985]), convection (p. ex. Cary et Mayland [1972], Harlan [1973], Fuchs *et al.* [1978]), contribution des flux et du changement de phase de la phase vapeur (p. ex. Zhao *et al.* [1997], Hansson *et al.* [2004]), formation de lentilles de glace (p. ex. Miller [1973], Konrad et Morgenstern [1981], O'Neill et Miller [1985]), etc.
- les hypothèses considérées : terrains saturés (p. ex. McKenzie *et al.* [2007], Tan *et al.* [2011]) ou à saturation variable (p.ex. Newman et Wilson [1997], Hansson *et al.* [2004], Watanabe et Flury [2008]), présence de solutés (p. ex. Cary et Mayland [1972], Fuchs *et al.* [1978], Christoffersen et Tulaczyk [2003]), pression de la glace nulle ou constante (comme quasiment tous les modèles hydrodynamiques), etc.
- le degré d'utilisation de paramètres empiriques
- le choix des lois de comportement du matériau, ce point étant étudié plus en détail au paragraphe 1.3.3

— les méthodes numériques employées : éléments finis (p. ex. O'Neill et Miller [1985], Fremond et Mikkola [1991], Hansson *et al.* [2004]), différences finies (p. ex. Harlan [1973], Christoffersen et Tulaczyk [2003], Watanabe et Flury [2008]), volumes finis (p. ex. Dall'Amico [2010])
— la dimension : uni-dimensionnel (p. ex. Harlan [1973], Taylor et Luthin [1978], Newman [1995], Hansson *et al.* [2004], Sheshukov et Nieber [2011]) ou multi-dimensionnel (p. ex. McKenzie *et al.* [2007], Painter [2011], Dall'Amico *et al.* [2011], Tan *et al.* [2011])
— la vérification ou non (p. ex. Harlan [1973], O'Neill et Miller [1985]) et, le cas échéant, la méthode de vérification : par rapport à une solution analytique (p. ex. McKenzie *et al.* [2007], Dall'Amico *et al.* [2011], Painter [2011], Tan *et al.* [2011]), des mesures expérimentales (p. ex. Taylor et Luthin [1978], Newman [1995], Hansson *et al.* [2004], Sheshukov et Nieber [2011]) ou des mesures *in situ* (p. ex. McKenzie *et al.* [2007], Liu et Yu [2011]).

Devant cette liste partielle des modèles proposés par différents auteurs, il apparaît évident que ces modèles incluent tous, à un certain niveau, des approximations. Le degré de justesse physique d'un modèle dépend de son application visée. Par exemple, pour un modèle ayant pour objectif de simuler la congélation artificielle des terrains à grande profondeur (comme celui proposé dans le cadre de cette thèse), il ne paraît pas essentiel voire superflu de représenter avec précision la physique de la formation de lentilles de glace, phénomène pouvant être préoccupant dans les zones superficielles des régions à pergélisol. Il faut en effet garder à l'esprit l'utilisabilité du modèle. Un modèle à fort degré de complexité ne négligeant aucun processus physique nécessitera de nombreux paramètres d'entrée, souvent inconnus précisément en pratique et difficiles à déterminer pour certains. Finalement, un modèle précis ne peut répondre qu'à un problème bien posé.

La suite du paragraphe propose une brève revue non exhaustive de différents modèles de congélation des géomatériaux existant dans la littérature. Il a été fait le choix de classer ces modèles suivant l'approche qu'ils adoptent. Ainsi, quatre grands types de modèles émergent suivant la classification de Kujala [1997] : les modèles empiriques et semi-empiriques, les modèles dits à « glace rigide », les modèles hydrodynamiques et les modèles thermo-mécaniques. Des revues plus complètes ont été proposées en particulier par Li *et al.* [2010], Liu *et al.* [2012a], Kurylyk et Watanabe [2013].

1.3.2.1 Modèles empiriques et semi-empiriques

Pour décrire les phénomènes de soulèvement par le gel, des modèles empiriques ont été développés par exemple par Arakawa [1966] ou Knutson [1973] à partir d'observations de terrains ou d'essais en laboratoire. D'autres modèles se basant plus sur la nature physique du gonflement par le gel peuvent être qualifiés de « semi-empiriques » (p. ex. Takashi *et al.* [1978]).

En particulier en 1980, Konrad introduisit un type de modèle ayant eu beaucoup de succès par la suite (voir p. ex. Konrad [1980], Konrad et Morgenstern [1981, 1982], Nixon [1991], Tan *et al.* [2011]) : les modèles à « potentiel de ségrégation », développés spécifiquement pour décrire la formation de lentilles de glace. Il se basent sur une relation expérimentale entre la vitesse de migration de l'eau et le gradient de température dans la frange de congélation au niveau d'une lentille de glace, dépendant entres autres de la pression de couverture, du type de sol, et de la vitesse de refroidissement. Ces modèles ont permis un bon dimensionnement d'ouvrages prenant en compte une estimation du soulèvement par le gel.

1.3.2.2 Modèle « glace rigide »

Un autre grand type de modèle visant à décrire le soulèvement dû au gel et la formation des lentilles de glace sont les modèles dits à « glace rigide », proposés initialement par Miller [1972] et développés ensuite par exemple par Miller [1978], Gilpin [1980], O'Neill et Miller [1985]. Ces modèles prédisent la position d'une lentille de manière discrète qui grandit à une certaine distance en avant du front de congélation (théorie du « gonflement secondaire ») et pas directement au niveau du front (théorie du « gonflement primaire »), la zone entre la lentille et le front étant partiellement congelée et appelée la « frange gelée ». D'après cette théorie, une nouvelle lentille peut se former dans la frange gelée au niveau où la contrainte effective est nulle. Ces modèles sont dits à « glace rigide » parce qu'il est supposé que toute la glace du milieu se déplace à la même vitesse, celle du gonflement.

1.3.2.3 Modèles hydrodynamiques

Les modèles hydrodynamiques ont pour objectif de prédire généralement la distribution de l'eau et de la température dans un sol gelé. Ainsi, ils résolvent de manière couplée les équations d'équilibre de la masse d'eau et de l'énergie. Contrairement aux modèles présentés ci-dessus, ces modèles considèrent souvent la pression de la glace nulle ou constante. Cette dernière hypothèse est évidemment fausse dans le cas du soulèvement dû au gel — celui-ci étant généré par les variations de pression de la glace — mais dans les autres cas, il n'existe pas aujourd'hui de preuve contre [Spaans et Baker, 1996, Hansson *et al.*, 2004]. Ces modèles ne sont pas capables de décrire la formation d'une lentille de glace discrète mais plusieurs proposent un critère sur le soulèvement par le gel comme étant possible à partir du moment où la teneur en glace dépasse un certain pourcentage de la porosité [Kujala, 1997].

Comme mentionné plus haut, Harlan [1973] a été le premier à proposer un tel modèle. Il se base sur l'analogie entre les mécanismes de transport de l'eau dans des sols partiellement gelés et dans les sols non saturés non gelés. Il résout le problème en une dimension en considérant un milieu poreux homogène rigide et en utilisant une capacité thermique apparente dans la formulation de l'équilibre de l'énergie. Les transferts de chaleur par convection sont négligés.

D'autres modèles ont par la suite été développés à partir de la même théorie sous-jacente que le modèle de Harlan [1973] mais en cherchant à l'améliorer en intégrant des phénomènes physiques supplémentaires (convection, milieu non saturé, effet Soret, etc.) ou d'autres lois de comportement : Taylor et Luthin [1978], Jame et Norum [1980], Newman et Wilson [1997], Hansson *et al.* [2004], Hansson et Lundin [2006], McKenzie *et al.* [2007], Watanabe et Flury [2008], Dall'Amico *et al.* [2011], Painter [2011], Tan *et al.* [2011], Sheshukov et Nieber [2011], etc.

1.3.2.4 Modèles thermo-mécaniques

Aucun des modèles présentés dans les trois paragraphes précédents ne propose de formulation explicite du comportement mécanique du sol. Souvent, les modèles empiriques et à glace rigide ne font qu'utiliser de manière implicite les contraintes du squelette pour le critère de ségrégation prédisant la formation de lentilles de glace, et dans les modèles hydrodynamiques, l'équilibre mécanique n'est tout simplement pas considéré. Pourtant, dans certains cas et en particulier lorsque l'objectif de la modélisation est l'étude de la déformation du terrain pendant la congélation et de la stabilité des ouvrages dans ce terrain, la modélisation de la mécanique des terrains associée à celle des transports de chaleur et d'eau est nécessaire.

Ainsi, plusieurs auteurs proposent une résolution couplée des mécanismes thermiques, hydrauliques et mécaniques (THM) associés à la congélation, basée sur les lois d'équilibre de la masse, de l'énergie et de la quantité de mouvement. Par exemple, Selvadurai *et al.* [1999a,b] ont présenté des modèles THM semi-couplés tandis que Blanchard et Fremond [1985], Fremond et Mikkola [1991], Neaupane et Yamabe [2001], Li *et al.* [2002], Boukpeti et Thimus [2006], Nishimura *et al.* [2009] ont mis en place des modèles THM fortement couplés.

En ce qui concerne les lois de comportement mécanique des terrains gelés, Bekele [2013] en propose une revue. Ainsi, des modèles élastoplastiques ont été proposés par exemple par Nishimura *et al.* [2009], Lai *et al.* [2010], Yang *et al.* [2010], des modèles viscoplastiques par Ladanyi [1972], Domaschuk *et al.* [1985, 1991], He *et al.* [2000], Li *et al.* [2011], Qi *et al.* [2013] ou encore des modèles d'endommagement par Lai *et al.* [2008, 2009, 2012], Li *et al.* [2009].

1.3.3 Lois de comportement dans les modèles numériques

Les modèles de couplage thermo-hydraulique font intervenir deux équations aux dérivées partielles principales décrivant l'évolution de l'état thermique et hydraulique du milieu via l'expression de la conservation de l'énergie et de la masse. Pour déterminer en tout point et à chaque instant la valeur des deux inconnues principales associées à ces équations (soit la température T et la pression de l'eau liquide p_λ), il est nécessaire de préciser des relations explicites entre les variables d'état indépendantes des équations principales ainsi que des relations implicites décrivant comment évoluent les propriétés du matériau en fonction des variables d'état. Les prochains paragraphes présentent les propositions majeures existant dans la littérature pour les quatre relations requises principales : l'équilibre pression-température et le degré de saturation en eau liquide pour les relations explicites, la perméabilité du milieu et sa conductivité thermique pour les relations implicites.

1.3.3.1 Equilibre pression-température

La première relation nécessaire à la résolution du problème décrit comment sont liées à l'interface solide-liquide les pressions des deux phases de l'eau et leur température. Cette relation d'équilibre entre les phases est, à notre connaissance, quasiment toujours évaluée par l'équation de Clapeyron « généralisée », sans que son applicabilité ne soit toutefois vérifiée [Dall'Amico, 2010].

L'établissement de la forme originale de l'équation de Clapeyron généralisée, décrite en détail en particulier par Kay et Groenevelt [1974] et Loch [1978], s'effectue en dérivant par rapport à la température T commune aux deux phases la relation $g_\lambda(p_\lambda,T) = g_\gamma(p_\gamma,T)$ où les indices λ et γ indiquent respectivement les deux phases eau liquide et glace, p est la pression et g est la fonction de Gibbs. En désignant par $s = -\partial_T g$ l'entropie et en notant $L = T(s_\lambda - s_\gamma)$ la chaleur latente de passage de la phase λ à la phase γ et sachant que $1/\rho = \partial_p g$, il vient :

$$\frac{1}{\rho_\lambda}\frac{dp_\lambda}{dT} - \frac{1}{\rho_\gamma}\frac{dp_\gamma}{dT} = \frac{L}{T} \tag{1.1}$$

Dans la littérature, cette équation a été exprimée de différentes manières, notamment sans différentielle en intégrant par rapport à la température et aux pressions, mais aussi en raison de la considération de différentes hypothèses. Par exemple, comme cela a été dit plus haut, il est très souvent considéré dans les modèles hydrodynamiques en particulier que la pression de la glace reste constante. Alors, l'équation (1.1) se simplifie pour relier directement la variation de température à celle de pression de l'eau liquide. La plupart font également

fi de la variation des masses volumiques des constituants et les considèrent constantes. On verra au paragraphe 1.4.2 qu'en toute rigueur, il est incohérent sur le plan thermodynamique de considérer à la fois la chaleur latente, les masses volumiques et les capacités thermiques des deux phases constantes. Enfin, d'autres cherchent à intégrer dans cette équation les effets osmotiques. Les principales formes d'équation de Clapeyron utilisées dans la littérature sont listées par Dall'Amico [2010] et Kurylyk et Watanabe [2013].

En toute rigueur, l'application de l'équation de Clapeyron dans les milieux poreux n'est pas strictement valide puisque sa démonstration requiert l'hypothèse d'un milieu fermé [Liu *et al.*, 2012a]. Elle ignore également l'effet de la présence de solutés sur l'abaissement du point de congélation. De plus, l'hypothèse de l'équilibre thermodynamique systématique et immédiat entre les phases peut être remise en question, en particulier loin de leurs interfaces et/ou dans le cas de processus de variation de température ou de pression rapides. Ainsi, d'après Kurylyk et Watanabe [2013], il apparaît que les modèles utilisant l'équation de Clapeyron pour décrire l'équilibre thermodynamique ont tendance à surestimer la cryosuccion au début de la congélation parce qu'ils surestiment la vitesse de formation de la glace basée sur l'hypothèse d'équilibre.

1.3.3.2 Degré de saturation en eau liquide

Le degré de saturation en eau liquide S_λ est le rapport entre le volume des pores occupé par de l'eau liquide et le volume total des pores. C'est une fonction d'état thermodynamique et on cherche à l'exprimer par rapport aux autres variables d'état. Pour cela, deux approches ont été utilisées dans la littérature.

La première approche consiste à proposer des relations empiriques. Plusieurs méthodes peuvent être employées pour mesurer la teneur en eau non gelée d'un milieu poreux comme la résonance magnétique nucléaire, la calorimétrie à basse température, la méthode acoustique, la réflectométrie dans le domaine temporel ou la méthode capacitive [Kozlowski, 2007, Fen-Chong, 2008].

Ainsi, Anderson et Tice [1972] et Anderson et Morgenstern [1973] ont mis en évidence que la relation entre la teneur volumique en eau liquide n_λ et la température dans les sols gelés pouvait être approchée de manière satisfaisante par une loi puissance :

$$n_\lambda = \alpha(-T)^\beta \tag{1.2}$$

où α et β sont des paramètres empiriques de calage, déterminés pour plusieurs types de sol par Andersland et Ladanyi [2004] et où T est exprimée en degrés Celsius. Des formules empiriques reliant ces deux paramètres à la surface spécifique du sol ont été proposées par Anderson et Tice [1972], Anderson et Morgenstern [1973] et Blanchard et Fremond [1985]. Certains auteurs proposent donc en associant ces relations empiriques d'exprimer directement la teneur en eau volumique en fonction de la surface spécifique du matériau [Jame, 1977, Newman, 1995].

Quant à eux, Jame [1977] et McKenzie *et al.* [2007] avancent une fonction linéaire par morceaux exprimée telle que, dans un sol saturé :

$$\begin{cases} S_\lambda = mT + 1 & \text{si } T > T_{\text{res}} \\ S_\lambda = S_{\lambda\text{res}} & \text{sinon} \end{cases} \tag{1.3}$$

où m est la pente de la fonction de congélation et T_{res} est la température à laquelle la fonction atteint la saturation résiduelle $S_{\lambda\text{res}}$. On notera que d'autres comme Kozlowski [2007] ont préféré une fonction non linéaire par morceaux.

McKenzie *et al.* [2007] ont également suggéré une fonction exponentielle pour décrire S_λ :

$$S_\lambda = (1 - S_{\lambda\text{res}}) \exp\left[-\left(\frac{T - T_f}{w}\right)^2\right] + S_{\lambda\text{res}} \tag{1.4}$$

où w est un paramètre de calage.

L'autre approche pour exprimer la fonction degré de saturation en eau liquide se base sur la similitude entre les mécanismes de séchage-mouillage dans un sol non saturé sans glace et de gel-dégel dans un sol congelé sans air, tous deux mécanismes de saturation-désaturation gouvernés par les forces de capillarité et d'adsorption. Cette analogie, étudiée en particulier par Koopmans et Miller [1966], Miller [1966] et Spaans et Baker [1996], permet de relier la courbe de rétention d'eau d'un sol non saturé et non gelé — exprimant le degré de saturation en eau liquide en fonction de la pression capillaire $p_{air} - p_\lambda$ — à la courbe caractéristique de congélation du même sol gelé — exprimant le degré de saturation en eau liquide en fonction de la température — via l'équation d'équilibre pression-température entre les phases liquide et solide, soit l'équation de Clapeyron dans la littérature.

D'après Koopmans et Miller [1966], cette analogie n'est valable que dans les deux cas extrêmes où les forces de capillarité dominent ou bien lorsque ce sont les forces d'adsorption. Le premier cas correspond aux sols dits « solide-solide » (SS), où toutes les particules sont en contact solide-solide, c'est-à-dire en général les sols grossiers granulaires comme les sables et les silts. Le deuxième cas se rapporte aux sols dits « solide-liquide-solide » (SLS), où les particules sont séparées par un film d'eau liquide, c'est-à-dire en général les sols colloïdaux comme les argiles. En conditions saturées, Koopmans et Miller [1966] ont montré que :

$$p_{air} - p_\lambda = \gamma(p_\gamma - p_\lambda) \tag{1.5}$$

où γ correspond au rapport des deux tensions de surface des interfaces eau liquide/glace et eau liquide/air : $\gamma = 2.2$ pour les sols SS et $\gamma = 1$ pour les sols SLS. Toutefois, comme souligné par Spaans et Baker [1996], la plupart des sols ne sont pas de type complètement SS ou SLS et la valeur de γ, comprise entre 1.0 et 2.2, n'est donc pas connue avec certitude. Ce ratio est donc souvent omis dans les modèles.

Différents modèles de courbe de rétention ont été utilisés dans la littérature, aboutissant à différentes formes de courbe caractéristique de la congélation [Dall'Amico, 2010, Kurylyk et Watanabe, 2013]. Les modèles les plus utilisés sont ceux de Gardner [1958], Brooks et Corey [1966], Clapp et Hornberger [1978] et surtout van Genuchten [1980] :

$$S_\lambda = \left[1 + \left(\frac{p_{cap}}{P}\right)^{1/(1-m)}\right]^{-m} \tag{1.6}$$

où p_{cap} est la pression capillaire et où m et P sont des paramètres à déterminer empiriquement.

Finalement, qu'ils se basent sur des mesures directes de la teneur en eau liquide dans le matériau gelé ou qu'ils s'appuient sur les différents modèles de courbe caractéristique de rétention, tous les modèles décrivant l'évolution du degré de saturation en eau liquide font appel à des paramètres empiriques devant être déterminés par des expériences. Il apparaît aujourd'hui que la majorité des modèles s'appuie sur les courbes de rétention. Cela s'explique en partie par le fait que les techniques de mesure de la teneur en eau liquide dans un sol gelé ont longtemps été limitées et difficiles d'accès. De plus, lorsqu'il n'est pas possible d'avoir accès pour un sol donné à sa courbe de rétention ni à sa courbe de congélation, la bibliographie

fournissant des valeurs des paramètres empiriques pour différents types de sols similaires est bien plus conséquente pour le premier type de courbe que pour le deuxième.

Toutefois, d'après Azmatch *et al.* [2012], grâce au développement des techniques de mesure de la teneur en eau liquide dans des sols gelés, des études récentes ont montré que la mesure de la courbe de congélation était plus aisée que celle de rétention, certains [Liu *et al.*, 2012b] proposant même de mesurer la courbe de congélation pour déterminer la courbe de rétention. De plus, comme cela a été dit, l'analogie entre les courbes de rétention et de congélation dépend de la valeur du ratio γ qui n'est pas connue *a priori* et qui ne peut être déterminée pour un sol qu'en mesurant expérimentalement ses deux courbes caractéristiques. Enfin, une limite à l'emploi de cette analogie est également que la courbe de rétention ne tient pas compte de l'effet des solutés qui peut être important lors de la congélation du sol [Azmatch *et al.*, 2012].

Pour le choix du type de courbe caractéristique de congélation, il faut également mentionner son impact sur la stabilité numérique et la rapidité des calculs de modèles de congélation. De manière générale, les modèles qui s'appuient sur les courbes de rétention sont plus complexes que les modèles empiriques. Ceux-ci font la plupart du temps intervenir des fonctions simples, continues, dérivables et dont la dérivée, qui intervient dans la capacité thermique équivalente, est continue, ce qui n'est souvent pas le cas des formulations plus complexes et donc limitantes.

1.3.3.3 Perméabilité du milieu

La perméabilité d'un milieu poreux congelé est un paramètre fondamental à déterminer, quel que soit le champ d'étude. Il régit en effet directement les vitesses d'écoulement du liquide interstitiel qui jouent un rôle déterminant par exemple pour les cas de soulèvement par le gel ou pour le comportement des infrastructures en zones de pergélisol. Pour les applications de congélation artificielle des terrains, il s'agit même sans doute d'un des paramètres les plus importants, un des objectifs de la technique étant de rendre les terrains imperméables. La perméabilité d'un sol diminue au fur et à mesure de la formation de glace qui réduit la surface de la section de passage du fluide dans les pores. Elle est donc directement liée à la teneur volumique en glace qui varie avec l'état de congélation du matériau.

Comme pour la teneur en eau liquide du milieu, deux approches principales pour expliciter la variation de la perméabilité existent dans la littérature : utilisation i) d'une fonction empirique de la température ou ii) d'une expression basée sur les fonctions conductivité hydrauliques développées à partir de la teneur en eau liquide pour les sols partiellement saturés non gelés.

Ainsi, plusieurs auteurs ont adopté la première approche et, afin de limiter la complexité des modèles et d'augmenter la vitesse et la stabilité des calculs, ont proposé une relation simple entre la perméabilité ou la conductivité hydraulique et la température. Les mêmes types de loi que pour décrire S_λ ont été avancées. Une loi puissance a par exemple été suggérée par Nixon [1991] :

$$K_H = K_{H0}/(-T)^\alpha \tag{1.7}$$

où K_H est la conductivité hydraulique du sol gelé, K_{H0} cette valeur à $-1°$C, T est exprimée en degrés Celsius et α est un paramètre de calage. McKenzie *et al.* [2007] ont quant à eux

tenté une fonction linéaire par morceaux :

$$\begin{cases} k_r = \left(\dfrac{k_{r\mathrm{res}} - 1}{T_{\mathrm{res}}}\right) T + 1 & \text{si } T > T_{\mathrm{res}} \\ k_r = k_{r\mathrm{res}} & \text{sinon} \end{cases} \tag{1.8}$$

où k_r est la perméabilité relative du milieu et T_{res} est la température à laquelle la fonction atteint la valeur résiduelle $k_{r\mathrm{res}}$. D'autres types de loi utilisant par exemple une fonction de Heaviside H ont pu être également choisis [Liu *et al.*, 2008, Tan *et al.*, 2011] :

$$k = k_f + (k_u - k_f) H(T - T_f, \Delta T) \tag{1.9}$$

où k est la perméabilité du milieu, k_f et k_u sont les perméabilités dans les régions totalement gelée et non gelée respectivement et ΔT est la plage de température sur laquelle varie la fonction H. Cette approche reste relativement peu utilisée en pratique par rapport à la deuxième. Elle présente en effet l'inconvénient de nécessiter l'accès à des mesures directes de la conductivité hydraulique des sols partiellement gelés, qui restent très difficiles à obtenir [Azmatch *et al.*, 2012, Kurylyk et Watanabe, 2013].

La deuxième approche se base sur le postulat que la conductivité hydraulique d'un sol non gelé et partiellement saturé est la même que celle d'un sol partiellement gelé contenant la même quantité d'eau liquide, que cette quantité soit connue par analogie avec la courbe de rétention dans un sol non gelé (comme Cary et Mayland [1972], Harlan [1973], Newman et Wilson [1997]) ou qu'elle ait été mesurée directement (comme Azmatch *et al.* [2012]). Les modèles de conductivité hydraulique de Mualem [1976], Brooks et Corey [1966], Gardner [1958] ou Fredlund *et al.* [1994], établis pour des sols non gelés, sont par exemple régulièrement utilisés dans le cas de sols gelés [Liu *et al.*, 2012a, Kurylyk et Watanabe, 2013]. Il semble que le modèle de van Genuchten [1980] développé à partir de la fonction de Mualem [1976] soit particulièrement fréquemment adopté, en cohérence avec l'usage de (1.6) pour décrire le degré de saturation en eau liquide (voir par exemple Luckner *et al.* [1989], Coussy [2005], Fen-Chong [2008], Nishimura *et al.* [2009], Dall'Amico [2010], Painter [2011]) :

$$k_r = \sqrt{S_\lambda} \left[1 - \left(1 - S_\lambda^{1/m}\right)^m\right]^2 \tag{1.10}$$

où m est le même paramètre que dans (1.6). L'intérêt de cette deuxième approche est que les relations reliant la perméabilité et les courbes de rétention ou de congélation sont bien plus faciles à déterminer expérimentalement que les relations entre la conductivité hydraulique et la température et la pression [Kurylyk et Watanabe, 2013]. Le paramétrage de la courbe de congélation suffit donc pour préciser à la fois la teneur en eau liquide et la conductivité hydraulique du matériau.

On précisera qu'une question fait encore débat dans la littérature : celle de savoir s'il est nécessaire de diminuer la conductivité hydraulique établie avec la deuxième approche en ajoutant un « terme d'impédance » qui prendrait en compte l'effet de blocage de la glace. L'introduction de ce terme a été proposée en premier par Harlan [1973] qui avait observé empiriquement que l'emploi d'une conductivité hydraulique de ce type surestimait les vitesses d'écoulement dans un sol gelé. Depuis, beaucoup d'auteurs ont introduit un tel terme (voir par exemple Hansson et Lundin [2006], Dall'Amico *et al.* [2011], Sheshukov et Nieber [2011], Zhang et Sun [2011]). Toutefois, il a été montré par d'autres (comme Newman et Wilson [1997], Painter [2011], Azmatch *et al.* [2012]) que l'usage d'une fonction teneur en eau liquide

et d'un modèle de conductivité hydraulique adaptés devaient aboutir à une expression juste de ce paramètre. De plus, l'introduction d'un terme d'impédance peut être délicat à traiter sur le plan numérique et sa détermination empirique n'est pas aisée [Kurylyk et Watanabe, 2013].

1.3.3.4 Conductivité thermique du milieu

La glace a une conductivité thermique environ quatre fois plus élevée que celle de l'eau liquide. Par conséquent, la conductivité thermique d'un sol gelé est supérieure à celle du même sol non gelé et sa valeur varie en fonction de la teneur en glace et donc de la température. De manière générale, il est reconnu que la conductivité thermique d'un sol dépend entre autres de sa teneur en eau, de sa masse volumique, de sa composition minéralogique (la teneur en quartz étant un paramètre déterminant [Johansen, 1975]), de sa distribution granulométrique, de sa structure, etc. [Côté et Konrad, 2005].

En effet, la conductivité thermique d'un sol dépend en particulier de l'orientation de ses constituants. S'ils peuvent être considérés en parallèle, la conductivité thermique apparente du milieu λ sera correctement décrite par l'utilisation de la moyenne arithmétique pondérée volumique. A l'inverse, si les constituants sont plutôt disposés en série, on utilisera de préférence une moyenne harmonique pondérée volumique [Lunardini, 1981]. Sachant qu'en réalité les flux de chaleur dans un milieu poreux ne sont jamais tous parallèles ou perpendiculaires à la structure matricielle, c'est la valeur intermédiaire de la moyenne géométrique pondérée qui est très largement utilisée, en particulier par Côté et Konrad [2005] pour décrire les sols saturés. En considérant un milieu isotrope, cette moyenne s'exprime :

$$\lambda = \prod_{\alpha} \lambda_{\alpha}^{n_\alpha} \tag{1.11}$$

où λ_α est la conductivité thermique du constituant α et n_α sa teneur volumique. On notera que dans le cas de sols non saturés, Côté et Konrad [2005] proposent une relation empirique complexe faisant intervenir cette moyenne géométrique et prenant en compte le degré de saturation du milieu, sa composition minéralogique, sa distribution granulométrique et sa porosité.

En toute rigueur, la relation (1.11) ne s'applique qu'aux corps sans mouvement macroscopique. Or la phase liquide du milieu poreux n'est pas immobile ; il s'agirait donc en théorie de prendre en compte la conductivité thermique due à la dispersion thermique. En pratique toutefois, ce paramètre est difficile à déterminer et dépend de la porosité, de la structure de la matrice, de la vitesse d'écoulement du fluide, des propriétés thermiques des constituants, etc. [Kaviany, 1995, Nield et Bejan, 2006, Özgümüş *et al.*, 2011]. Il est donc toujours omis à notre connaissance, malgré le fait que l'on peut douter du fait qu'il soit véritablement négligeable par rapport aux autres termes composant la conductivité apparente du milieu λ, notamment lorsque les vitesses d'écoulement de la phase liquide sont élevées.

Notons également que si les conductivités thermiques de chaque constituant dépendent de la température, cette dépendance est négligeable par rapport à celle de la teneur en eau volumique [Gens, 2010] ; elles sont donc considérées constantes en pratique.

1.4 Congélation artificielle de terrains soumis à de potentiels écoulements importants

1.4.1 Pourquoi un modèle ?

Pour rappel, l'objectif de la thèse est la mise en place d'un modèle numérique permettant de simuler l'évolution de la congélation dans un milieu poreux en prenant en compte les mécanismes thermiques et hydrauliques. Etant donnée sa vocation à être utilisé en tant qu'outil d'aide au dimensionnement de systèmes de congélation artificielle des terrains sur des sites industriels et en particulier celui de la mine de Cigar Lake, le modèle doit répondre à certaines contraintes comme celles d'être adapté aux conditions physiques de ces sites, suffisamment fiable pour que ses prédictions soient dignes de confiance, et d'utilisation pas trop contraignante en pratique.

On se propose alors d'analyser les modèles existant dans la littérature et décrits au paragraphe 1.3 à la lumière de ces besoins. Trois éléments ressortent de cette analyse.

Tout d'abord, les conditions d'un site comme celui de Cigar Lake correspondent à certaines hypothèses qui ne sont la plupart du temps pas les mêmes que celles considérées par les auteurs des modèles existant. En particulier, on cherche à établir un modèle de congélation d'un matériau poreux sachant que :

1. le milieu est complètement saturé d'eau, c'est-à-dire qu'il n'y a aucun vide d'air
2. les zones à congeler sont situées à très forte profondeur
3. les vitesses d'écoulement de l'eau interstitielle peuvent être élevées
4. les conséquences de la congélation sur l'état mécanique du terrain ne sont pas connues.

La première condition semble relativement forte à première vue. Toutefois, elle est d'autant plus probable lorsque le milieu est gelé. En effet, selon Perfect *et al.* [1991], on s'attend à ce que la plupart des milieux poreux contiennent soit de l'air et de l'eau liquide, soit de la glace et de l'eau liquide, mais rarement les trois phases en même temps au même endroit. L'auteur affirme que l'intervalle de températures sur lequel les trois phases coexistent dans les pores est relativement étroit. Plus précisément, Sheshukov et Nieber [2011] avancent que dans le cas général, l'existence d'une zone où les trois phases coexistent dépend des caractéristiques du milieu poreux et de la vitesse d'avancement du front de gel. Si cette vitesse est suffisamment faible, une telle zone peut ne pas exister. On pourra noter qu'étonnamment, le degré de saturation initiale du milieu considéré n'est pas toujours précisé explicitement dans les modèles de la littérature.

La deuxième condition a pour conséquence que la formation de lentilles de glace au niveau des périmètres de congélation de Cigar Lake n'est pas jugée probable. En effet, des tests en laboratoire sur des échantillons de la mine de Cigar Lake les plus susceptibles au soulèvement par le gel ont été menés en 2001 et ont montré que la pression maximale de confinement était d'environ 1 MPa [Smith, 2006]. Cet ordre de grandeur est cohérent avec le calcul de l'expression de la pression lithostatique maximale proposée par Rempel [2007]. Dans les zones étudiées à Cigar Lake (environ 450 m de profondeur), les contraintes liées à la pression lithostatique étant supérieures à cette valeur, on considère que la formation des lentilles de glace n'est pas possible.

La troisième condition signifie en fait que les transferts de chaleur par convection ne peuvent pas être négligés dans les processus de transferts thermiques.

La quatrième condition peut être surprenante sachant qu'il a été précisé dès l'introduction que les aspects géomécaniques sortaient du cadre de nos travaux. Mais en avançant cette

condition, on cherche simplement à prendre en compte le fait que notre modèle thermo-hydraulique pourra être complété plus tard en y intégrant la mécanique. On souhaite donc laisser le modèle ouvert à cette amélioration.

Alors, d'un point de vue formalisation, ces conditions se traduisent par plusieurs hypothèses :

— Les pores du milieu poreux sont à chaque instant et en tout point remplis d'eau sous forme liquide et/ou solide, c'est-à-dire que la somme des degrés de saturation en eau liquide et en glace vaut toujours 1.
— La porosité du milieu est constante.
— La glace est immobile. Il est à noter qu'en toute rigueur cette hypothèse néglige les mouvements causés par le processus de regel qui correspond à la recongélation d'eau liquide provenant de la fusion de glace sous pression, ce processus pouvant avoir lieu en réponse à un gradient de pression osmotique, de potentiel électrique ou plus directement de pression hydrostatique [Perfect *et al.*, 1991].
— Les transferts de chaleur par convection ne sont pas négligeables dans l'équation de la chaleur.
— La différence entre les masses volumiques de l'eau liquide et de la glace est prise en compte.
— La pression de la glace dans les pores peut varier. Cela va dans le sens de Sheshukov et Nieber [2011] qui affirment que si l'hypothèse de l'égalité de la pression de la glace à celle de la pression atmosphérique paraît vraisemblable dans un sol non saturé (l'eau liquide pouvant s'échapper vers les vides d'air présents dans les pores, l'augmentation de la pression est limitée), elle ne paraît pas réaliste dans un sol saturé.

Le deuxième élément qui se dégage de l'analyse des modèles de la bibliographie est que, de manière générale, les équations finales régissant les variations de température et de pression sont avancées sans revenir aux fondamentaux, c'est-à-dire sans vérifier leur applicabilité. C'est en particulier le cas de l'équation de Clapeyron qui est quasiment toujours utilisée pour décrire la relation entre la température et la ou les pressions des phases [Dall'Amico, 2010]. On souhaite inversement dans ce mémoire développer un modèle thermo-dynamique depuis les bases de la thermodynamique. Cet effort permettra de s'assurer de la cohérence thermo-dynamique globale du modèle où toutes les hypothèses posées le seront en connaissance de cause et en toute conscience de leurs implications. Cette cohérence physique sert au final pour la contrainte de fiabilité du modèle. Et la maîtrise des conséquences des hypothèses posées lors du développement du modèle permet de proposer des simplifications répondant elles à la contrainte de praticité.

Enfin, le troisième élément qui est apparu lors de l'analyse de l'état de l'art est que seul un modèle a été comparé à des résultats expérimentaux obtenus dans le cas de vitesses élevées de circulation de l'eau interstitielle, celui de Sres [2009], ce modèle ne considérant pas les mêmes hypothèses que nous (les masses volumiques de l'eau liquide et de la glace y sont par exemple considérées égales, la pression de la glace est négligée, l'auteur utilise des lois de comportement simples et basées sur des mesures directes différentes des nôtres, etc.). Afin de proposer un modèle le plus fiable possible dans les conditions de Cigar Lake, il est nécessaire qu'il ait été validé précisément par rapport à de tels essais expérimentaux.

1.4.2 Coexistence de phases d'un même corps pur

1.4.2.1 Rappels thermodynamiques

Une phase unique d'un corps pur a un état thermodynamique, caractérisé par une pression p et une température T, et un domaine $\mathcal{E}$ de l'ensemble des états (p,T) d'existence de la phase. A partir de l'enthalpie libre $g(p,T)$, fonction de Gibbs, on peut déduire toutes les autres fonctions d'état qui sont les grandeurs massiques suivantes :

— volume $\nu = 1/\rho$, avec ρ la masse volumique : $\nu = \partial_p g$
— entropie : $s = -\partial_T g$
— enthalpie : $h = g - T\partial_T g$
— capacité thermique à pression constante : $C_p = -T\partial_T^2 g$
— énergie libre (d'Helmhoz) : $f = g - p\partial_p g$
— énergie interne : $u = g - p\partial_p g - T\partial_T g$
— etc.

Lors de la mise en équations d'un problème de milieu continu monophasique on n'a besoin que des deux fonctions $\nu(p,T)$ et $C_p(p,T)$ que l'on peut déterminer expérimentalement et qui sont par définition telles que : $T\partial_T^2\nu + \partial_p C_p = 0$. Dans cette relation de cohérence, la fonction C_p n'intervient que par une dérivée d'ordre 1. On choisit alors une pression de référence p_0 telle que la fonction $C_p(p_0,T)$ soit connue. Alors : $C_p(p,T) = C_p(p_0,T) - \int_{p_0}^{p} T\partial_T^2\nu(x,T)\mathrm{d}x$. La donnée de $\nu(p,T)$ et $C_p(p_0,T)$ suffit donc dans le cas d'un milieu continu monophasique.

Si on choisit une température de référence T_0 telle que l'état $(p_0,T_0) \in \mathcal{E}$, alors l'égalité $\nu = \partial_p g$ s'intègre sous la forme : $g(p,T) = \int_{p_0}^{p} \nu(x,T)\mathrm{d}x + g(p_0,T)$. D'où : $\partial_T^2 g = \int_{p_0}^{p} \partial_T^2\nu(x,T)\mathrm{d}x + \mathrm{d}^2 g(p_0,T)/\mathrm{d}T^2$. Compte tenu de la relation $C_p = -T\partial_T^2 g$ exprimée pour $p = p_0$, on obtient : $\mathrm{d}^2 g(p_0,T)/\mathrm{d}T^2 = -C_p(p_0,T)/T$. Après une double intégration, il vient :

$$g(p_0,T) = g(p_0,T_0) + \frac{\mathrm{d}g(p_0,T_0)}{\mathrm{d}T}(T - T_0) + \int_{T_0}^{T} \Big(1 - \frac{T}{x}\Big) C_p(p_0,x)\mathrm{d}x \tag{1.12}$$

Ainsi, la fonction $g(p_0,T)$ (et donc $g(p,T)$) n'est connue qu'à une fonction affine de T près avec deux constantes indéterminées : $s_0 = -\partial_T g(p_0,T_0) = -\mathrm{d}g(p_0,T_0)/\mathrm{d}T$ et $h_0 = g(p_0,T_0) + Ts_0$ qui sont respectivement l'entropie et l'enthalpie à l'état de référence (p_0,T_0).

On a donc finalement :

$$g(p,T) = h_0 - s_0 T + \int_{p_0}^{p} \nu(x,T)\mathrm{d}x + \int_{T_0}^{T} \Big(1 - \frac{T}{x}\Big) C_p(p_0,x)\mathrm{d}x \tag{1.13}$$

$$s(p,T) = s_0 - \int_{p_0}^{p} \partial_T\nu(x,T)\mathrm{d}x + \int_{T_0}^{T} \frac{1}{x} C_p(p_0,x)\mathrm{d}x \tag{1.14}$$

Pour un milieu continu monophasique les constantes d'intégration (s_0,h_0) et la température de référence T_0 ne jouent aucun rôle. La pression p_0 n'intervient que pour dire qu'on connaît la fonction $C_p(p_0,T)$. On pourrait prendre une autre pression de référence p_0^* pourvu que $C_p(p_0^*,T) = C_p(p_0,T) - \int_{p_0}^{p_0^*} T\partial_T^2\nu(x,T)\mathrm{d}x$ (condition de cohérence). En revanche, comme nous allons le voir, lorsqu'on considère la coexistence de deux phases on a besoin de la différence Δg entre les deux potentiels chimiques.

1.4.2.2 Equilibres entre deux phases

Dans le cas de la coexistence de deux phases $\alpha = \lambda,\gamma$ du même corps pur partageant une surface de séparation $\Sigma_{\lambda\gamma}$, en tout point de $\Sigma_{\lambda\gamma}$ et à tout instant on peut avoir des échanges entre les deux phases de quantités qui sont régies par des lois de conservation :

1. l'énergie thermique : Sa cinétique est liée à la différence $\Delta T = T_\gamma - T_\lambda$ et l'on parle d'« équilibre thermique » lorsque $\Delta T = 0$. Dans toute la suite, on supposera $T_\gamma = T_\lambda = T$.
2. la quantité de mouvement : Même lorsque, dans un référentiel galiléen, les deux phases n'ont pas d'accélération et même lorsqu'elles ont la même vitesse (qui est donc la même que celle de leur interface $\Sigma_{\lambda\gamma}$), on peut avoir un équilibre avec $p_\gamma \neq p_\lambda$. Il s'agit de la notion de tension de surface et de courbures de $\Sigma_{\lambda\gamma}$. Il existe des situations où $p_\gamma = p_\lambda$ (courbures nulles) et on parlera alors d'« équilibre mécanique ». Lorsque $p_\gamma \neq p_\lambda$, la pression capillaire $p_{\text{cap}} = p_\gamma - p_\lambda$ à une température donnée régit le signe et la valeur de la courbure.
3. la quantité de matière : A l'instar des réactions chimiques, la cinétique du passage d'une masse de la phase λ à la phase γ est régie par la différence $g_\gamma(p_\gamma,T_\gamma) - g_\lambda(p_\lambda,T_\lambda)$ et dans le bilan d'énergie on doit prendre en compte la chaleur latente de changement de phase $h_\gamma(p_\gamma,T_\gamma) - h_\lambda(p_\lambda,T_\lambda)$. Lorsqu'on a un « équilibre chimique », alors $\Delta g = g_\gamma - g_\lambda = 0$ et cela signifie seulement que la réaction de changement de phase n'est pas orientée (elle peut avoir lieu dans les deux sens).

1.4.2.3 Relation de Clapeyron

L'expérience montre que pour tout corps l'espace des états de coexistence de deux phases $\alpha = \lambda,\gamma$ n'est pas vide et contient une ligne $p = p_{\lambda\gamma}(T)$ correspondant aux états d'équilibre total des deux phases (égalité des températures $T_\lambda = T_\gamma = T$, des pressions $p_\lambda = p_\gamma = p_{\lambda\gamma}(T)$ et des potentiels chimiques $g_\lambda = g_\gamma$). Dans la suite, pour toute grandeur $\varphi_\alpha(p_\alpha,T)$ on notera $\overline{\varphi}_\alpha(T) = \varphi_\alpha(p_{\lambda\gamma}(T),T)$, $\overline{\Delta\varphi}(T) = \overline{\varphi}_\gamma(T) - \overline{\varphi}_\lambda(T)$, $\Delta\varphi(p_\lambda,p_\gamma,T) = \varphi_\gamma(p_\gamma,T) - \varphi_\lambda(p_\lambda,T)$ et $\Delta\varphi_0 = (p_0,p_0,T_0)$.

On a alors :

$$\overline{\Delta g} = 0 \tag{1.15}$$

soit :

$$\overline{g}_\gamma = \overline{g}_\lambda \tag{1.16}$$

Sachant que $g = h - Ts$ on a :

$$\overline{\Delta h} = T\overline{\Delta s} \tag{1.17}$$

On pose $\overline{g}_\gamma = \overline{g}_\lambda = g_{\lambda\gamma}(T)$ et $\overline{\Delta h} = T\overline{\Delta s} = L_{\lambda\gamma}(T)$. La fonction $g_{\lambda\gamma}(T)$ peut être indéterminée mais $L_{\lambda\gamma}(T)$ est forcément déterminée (chaleur latente du passage de λ à γ). On peut donc pour un corps pur disposer des six fonctions : $\nu_\alpha(p_\alpha,T)$ et $C_{p\alpha}(p_\alpha,T)$ pour $\alpha = \lambda,\gamma$, $p_{\lambda\gamma}(T)$ et $L_{\lambda\gamma}(T)$. Ces fonctions ne sont pas indépendantes et doivent vérifier des conditions de cohérence comme par exemple : $T\partial_T^2\nu_\alpha + \partial_{p_\alpha}C_{p\alpha} = 0$. Les conditions complètes seront présentées au paragraphe suivant.

Sur la courbe de Clapeyron $p = p_{\lambda\gamma}(T)$, en dérivant (1.16) par rapport à T puis en la multipliant par T, on retrouve la relation de Clapeyron classique :

$$L_{\lambda\gamma}(T) = \overline{\Delta\nu}(T)Tp'_{\lambda\gamma}(T) \tag{1.18}$$

avec $p'_{\lambda\gamma}(T) = \mathrm{d}p_{\lambda\gamma}/\mathrm{d}T$.

1.4.2.4 Conditions de compatibilité

On a vu qu'on peut décrire chacune des phases $\alpha = \lambda,\gamma$ existant seule à partir d'un état de référence (p_0,T_0) quelconque. Un moyen pour exprimer, en toute généralité, les conditions de compatibilité entre les six fonctions ν_α,$C_{p\alpha}$,$p_{\lambda\gamma}(T)$,$L_{\lambda\gamma}(T)$, est de choisir le même état de référence pour les deux phases. On a alors, d'après (1.13) et (1.14) :

$$g_\alpha(p_\alpha,T) = h_{0\alpha} - s_{0\alpha}T + \int_{p_0}^{p_\alpha} \nu_\alpha(x,T)\mathrm{d}x + \int_{T_0}^{T} \Big(1 - \frac{T}{x}\Big) C_{p\alpha}(p_0,x)\mathrm{d}x \tag{1.19}$$

$$s_\alpha(p_\alpha,T) = s_{0\alpha} - \int_{p_0}^{p_\alpha} \partial_T \nu_\alpha(x,T)\mathrm{d}x + \int_{T_0}^{T} \frac{1}{x} C_{p\alpha}(p_0,x)\mathrm{d}x \tag{1.20}$$

On en déduit que, sachant (1.15) :

$$\Delta h_0 - \Delta s_0 T + \int_{p_0}^{p_{\lambda\gamma}(T)} \Delta\nu(x,T)\mathrm{d}x + \int_{T_0}^{T} \Big(1 - \frac{T}{x}\Big) \Delta C_p(p_0,x)\mathrm{d}x = 0 \tag{1.21}$$

$$\Delta s_0 - \int_{p_0}^{p_{\lambda\gamma}(T)} \partial_T \Delta\nu(x,T)\mathrm{d}x + \int_{T_0}^{T} \frac{1}{x} \Delta C_p(p_0,x)\mathrm{d}x = \overline{\Delta s} \tag{1.22}$$

Et donc :

$$L_{\lambda\gamma}(T) = \Delta s_0 T - \int_{p_0}^{p_{\lambda\gamma}(T)} T\partial_T \Delta\nu(x,T)\mathrm{d}x + \int_{T_0}^{T} \frac{T}{x} \Delta C_p(p_0,x)\mathrm{d}x \tag{1.23}$$

L'égalité (1.21) et le fait que les fonctions $\nu_\alpha(p_\alpha,T)$,$C_{p\alpha}(p_\alpha,T)$ et $p_{\lambda\gamma}(T)$ soient déterminées imposent que les constantes Δs_0 et Δh_0 soient connues. Comme l'état de référence est arbitraire, on peut le choisir tel que $p_0 = p_{\lambda\gamma}(T_0)$, la fonction $p_{\lambda\gamma}$ étant connue. Dans ce cas on a $\Delta h_0 = T_0 \Delta s_0 = L_{\lambda\gamma}(T_0)$. Si on se donne $\Delta s_0 = L_{\lambda\gamma}(T_0)/T_0$ et les quatre fonctions $\nu_\alpha(p_\alpha,T)$ et $C_{p\alpha}(p_\alpha,T)$, on détermine donc tout le reste à partir des expressions de g_α.

On remarquera que d'après (1.23), lorsque les $\Delta\nu$ et les ΔC_p sont des constantes, on a :

$$L_{\lambda\gamma}(T) = \Delta s_0 T + \Delta C_p T \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) \tag{1.24}$$

$L_{\lambda\gamma}(T)$ n'est alors pas une constante.

On notera aussi qu'en dérivant (1.21) par rapport à T et en utilisant (1.23), on retrouve la relation de Clapeyron. Les relations (1.21) et (1.23) sont donc plus générales que la formule de Clapeyron, d'autant plus qu'elles contiennent des informations supplémentaires : la présence de C_p et le fait que $\nu_\alpha(x,T)$ et $C_{p\alpha}(p_0,x)$ interviennent pour des états qui ne sont pas sur la courbe de Clapeyron.

1.4.2.5 Equilibre thermique et chimique

On peut avoir coexistence des phases λ et γ avec des pressions p_λ et p_γ différentes tout en ayant un équilibre thermique (égalité des températures) et chimique :

$$\Delta g = g_\gamma(p_\gamma,T) - g_\lambda(p_\lambda,T) = 0 \tag{1.25}$$

Cette dernière égalité établit une relation entre p_λ, p_γ et T.

Par ailleurs, la chaleur latente $\Delta h = h_\gamma(p_\gamma,T) - h_\lambda(p_\lambda,T)$ doit être connue. Compte tenu du fait que $\Delta g = 0$, on a $\Delta h = T\Delta s$. Un moyen efficace pour mettre en équation ce problème

consiste à utiliser la fonction $p_{\lambda\gamma}(T)$ et la notation $\overline{\varphi}_\alpha(T) = \varphi_\alpha(p_{\lambda\gamma}(T),T)$. En effet, sachant que $\partial_{p_\alpha} g_\alpha(p_\alpha,T) = \nu_\alpha(p_\alpha,T)$, il vient :

$$g_\alpha(p_\alpha,T) = \int_{p_{\lambda\gamma}(T)}^{p_\alpha} \nu_\alpha(x,T)\mathrm{d}x + \overline{g}_\alpha(p_\alpha,T) \tag{1.26}$$

En dérivant par rapport à T pour p_α fixé on a :

$$s_\alpha(p_\alpha,T) = -\int_{p_{\lambda\gamma}(T)}^{p_\alpha} \partial_T \nu_\alpha(x,T)\mathrm{d}x + p'_{\lambda\gamma}(T)\nu_\alpha(p_{\lambda\gamma}(T),T) + \overline{g}'_\alpha(p_\alpha,T) \tag{1.27}$$

Donc :

$$s_\alpha(p_\alpha,T) = -\int_{p_{\lambda\gamma}(T)}^{p_\alpha} \partial_T \nu_\alpha(x,T)\mathrm{d}x + \overline{s}_\alpha(p_\alpha,T) \tag{1.28}$$

avec

$$\overline{s}_\alpha(p_\alpha,T) = p'_{\lambda\gamma}(T)\nu_\alpha(p_{\lambda\gamma}(T),T) + \overline{g}'_\alpha(p_\alpha,T) \tag{1.29}$$

Finalement, on peut déduire de tout cela :

1. La relation entre p_λ et p_γ (d'après (1.26), (1.15) et (1.25)) :

$$\int_{p_{\lambda\gamma}(T)}^{p_\lambda} \nu_\lambda(x,T)\mathrm{d}x = \int_{p_{\lambda\gamma}(T)}^{p_\gamma} \nu_\gamma(x,T)\mathrm{d}x \tag{1.30}$$

   Si les deux fonctions $\nu_\alpha(p_\alpha,T)$ ne dépendent pas de la pression, cette relation devient :

$$\nu_\lambda[p_\lambda - p_{\lambda\gamma}(T)] = \nu_\gamma[p_\gamma - p_{\lambda\gamma}(T)] \tag{1.31}$$

2. La chaleur latente de changement de phase (d'après (1.22), (1.23), (1.28)) :

$$\Delta h = T\Delta s = \int_{p_{\lambda\gamma}(T)}^{p_\lambda} T\partial_T \nu_\lambda(x,T)\mathrm{d}x - \int_{p_{\lambda\gamma}(T)}^{p_\gamma} T\partial_T \nu_\gamma(x,T)\mathrm{d}x + L_{\lambda\gamma}(T) \tag{1.32}$$

   Lorsque les ν_α ne dépendent pas de T, on a $\Delta h = L_{\lambda\gamma}(T)$ même avec $p_\lambda \neq p_\gamma$.
3. La relation de Clapeyron (d'après (1.29)) : $\overline{\Delta s} = p'_{\lambda\gamma}(T)\overline{\Delta\nu}$.

1.4.2.6 Simplification

Avec ce qui a été exposé ci-dessus, on aurait en théorie tous les éléments en main pour exprimer les lois d'état des phases λ et γ en s'assurant des conditions de cohérence thermodynamique que doivent vérifier ces fonctions. Toutefois, des hypothèses simplificatrices ont été proposées afin d'aboutir à un formalisme facilement utilisable en pratique dans les codes de calcul.

Ainsi, comme cela a été montré au paragraphe 2.2.2 avec l'équation (2.23), on peut approcher la courbe de coexistence des deux phases $p_{\lambda\gamma}(T)$ par une fonction linéaire de la température sans perdre trop de précision. Alors, l'égalité (1.31) peut être réécrite, cette réécriture (2.24) permettant d'exprimer de manière explicite la différence des pressions des deux phases $p_\gamma - p_\lambda$ en fonction de la dérivée $p'_{\lambda\gamma} = \partial_T p_{\lambda\gamma}(T_0)$ et de la fonction $T_{\lambda\gamma}(p_\lambda)$, fonction réciproque de $p_{\lambda\gamma}(T)$.

On notera que la linéarisation de $p_{\lambda\gamma}(T)$ n'est pas nécessaire dans l'absolu. En effet, à partir de l'égalité (1.21) et toujours en considérant des ν_α indépendants de la pression, on aurait pu aboutir à une expression de $p_{\lambda\gamma}$ plus fournie :

$$p_{\lambda\gamma}(T) = p_0 - \frac{1}{\Delta\nu}\left[(T_0 - T)\Delta s_0 + \int_{T_0}^{T} \big(1 - T/x\big)\Delta C_p \mathrm{d}x\right] \tag{1.33}$$

Afin de garantir la cohérence thermodynamique du modèle entre toutes les fonctions, c'est cette expression de $p_{\lambda\gamma}$ qu'il faudrait intégrer en toute rigueur. Toutefois, on juge que l'erreur induite par la considération de (2.23) au lieu de (1.33) est négligeable tandis que son apport sur la formulation mathématique et donc numérique du modèle est indéniable.

Sur le même modèle que $p_{\lambda\gamma}$, une linéarisation de la fonction $L_{\lambda\gamma}(T)$ est aussi proposée au paragraphe 2.2.2 avec l'égalité (2.25). On signale là aussi qu'en toute rigueur cette linéarisation n'est pas nécessaire puisqu'on pourrait retrouver une expression de $L_{\lambda\gamma}(T)$ plus cohérente avec les autres fonctions à partir de (1.23) :

$$L_{\lambda\gamma}(T) = \Delta s_0 T - \big(p_{\lambda\gamma} - p_0\big) T \partial_T \Delta\nu \mathrm{d}x + \int_{T_0}^{T} \frac{T}{x}\Delta C_p \mathrm{d}x \tag{1.34}$$

Mais, ici aussi, l'apport de cette écriture mathématique complexe ne semble pas utile.

Pour terminer, il reste à préciser les fonctions ν_α et $C_{p\alpha}$. D'après les conditions posées au fil de la démonstration ci-dessus, ces fonctions doivent être choisies indépendantes de la pression et de la température. Afin de garantir une certaine cohérence thermodynamique entre toutes les fonctions ν_α, C_{p_α}, $p_{\lambda\gamma}$ et $L_{\lambda\gamma}$, les valeurs des ν_α et C_{p_α} sont prises sur la courbe de coexistence des deux phases, en (p_0,T_0).

En résumé, les grandeurs dont on a besoin sont les suivantes :

- état de référence : (p_0,T_0) commun aux deux phases, $p_0 = 0{,}1\,\mathrm{MPa}$
- fonctions d'état pour la phase λ : $\nu_\lambda = \nu_\lambda(p_0,T_0)$, $C_{p_\lambda} = C_{p_\lambda}(p_0,T_0)$
- fonctions d'état pour la phase γ : $\nu_\gamma = \nu_\gamma(p_0,T_0)$, $C_{p_\gamma} = C_{p_\gamma}(p_0,T_0)$
- fonctions d'état en cas de coexistence des deux phases : L_0, L'_0 et T_0. Connaissant T_0, L_0 et les ν_α, $p'_{\lambda\gamma}$ se déduit de l'égalité (1.18).

L'identification de ces grandeurs peut être réalisée par ajustement par la méthode des moindres carrés par rapport aux fonctions complètes déduites des expressions empiriques des potentiels thermodynamiques proposées par IAWPS [2009b] pour l'eau liquide et par IAWPS [2009a] pour la glace ordinaire Ih. Pour l'eau liquide et sur le domaine de validité $T_{\lambda\gamma}(p) \leq T \leq 1273\,\mathrm{K}$ - $p_{\lambda\gamma}(T) \leq p \leq 1000\,\mathrm{MPa}$, le potentiel thermodynamique $f(\rho,T)$ est sous la forme :

$$f(\rho,T)/T = Q_1 \ln\tau + Q_2 \ln\bar{\rho} + Q_3 + \sum_{i=1}^{n_a} A_i\alpha_i(\tau) + \sum_{i=1}^{n_b} B_i\beta_i(\bar{\rho})\gamma_i(\tau) + \sum_{i=1}^{n_c} C_i\lambda_i(\bar{\rho},\tau) \tag{1.35}$$

avec $\bar{\rho} = \rho/\rho_0$, $\tau = T_0/T$ et (ρ_0,T_0) un état de référence. Les fonctions α_i, β_i, γ_i et λ_i et les coefficients Q_i, A_i, B_i, C_i, n_a, n_b et n_c sont disponibles dans l'article cité. On soulignera que le domaine de validité du potentiel thermodynamique de l'eau liquide n'est pas étendu en deçà de la ligne de fusion. On considère pourtant la possibilité dans nos modèles d'eau en surfusion. On accepte donc que la loi proposée par IAWPS [2009b] peut être extrapolée à cet état, la seule restriction étant d'imposer que la stabilité mécanique (positivité du coefficient de compressibilité isotherme) soit toujours assurée. Pour la glace ordinaire Ih et sur le domaine

de validité $0 \leq T \leq 273.16\,\mathrm{K}$ - $0 \leq p \leq 210\,\mathrm{MPa}$, le potentiel thermodynamique $f(\rho,T)$ est sous la forme :

$$g(p,T) = g_0(p) - s_0 T_t \tau + T_t \mathrm{Re}\left(\sum_{k=1}^{2} r_k \left((t_k - \tau)\ln(t_k - \tau) + (t_k + \tau)\ln(t_k + \tau) - 2t_k \ln t_k - \tau^2/t_k\right)\right) \tag{1.36}$$

avec $g_0(p) = \sum_{k=0}^{4} g_{0k}(\pi - \pi_0)^k$, $r_2(p) = \sum_{k=0}^{2} r_{2k}(\pi - \pi_0)^k$, $\tau = T/T_t$, $\pi = p/p_t$. Les constantes π_0, s_0, T_t, p_t, g_{0k}, r_{2k}, t_k et r_k sont disponibles dans l'article cité. Finalement, on trouve les valeurs suivantes pour les grandeurs recherchées :

— $T_0 = 273{,}1526\,\mathrm{K}$
— $\nu_\lambda = 1{,}000157 \cdot 10^{-3}$ m^3/kg, $C_{p_\lambda} = 4{,}21944$ kJ/kg/K
— $\nu_\gamma = 1{,}090844 \cdot 10^{-3}$ m^3/kg, $C_{p_\gamma} = 2{,}09671$ kJ/kg/K
— $L_0 = -333{,}427$ kJ/kg, $L_0{}' = -2{,}45825$ kJ/kg/K.

1.4.3 Description du modèle

1.4.3.1 Démarche

Le problème de la congélation d'un milieu poreux revient à étudier, sur le plan thermodynamique, un système ouvert correspondant à un matériau multi-phasique avec échange de matière entre certaines phases. Plus particulièrement, on considère ici un milieu poreux isotrope composé de trois phases : les particules minérales, qui constituent le squelette solide et qui seront associées à la notation σ, et l'eau contenue dans les pores, présente sous forme liquide (notée λ) et solide (notée γ). On remarquera en particulier qu'en raison de l'hypothèse considérée de la complète saturation en eau, on ne traite pas le cas où de l'air est présent dans ce milieu poreux.

Plusieurs hypothèses sont admises dans le cadre de cette étude :

— Les trois phases ne sont constituées que d'un seul composant chacune, c'est-à-dire en particulier pour l'eau qu'elle est totalement pure et ne contient pas de sels dissous par exemple.
— La phase glace γ se comporte comme une phase fluide avec un état thermodynamique caractérisé par une pression et une température.
— La phase glace γ reste solidaire du squelette σ, c'est-à-dire que les deux phases ont la même vitesse ($\overrightarrow{v_\gamma} = \overrightarrow{v}$).
— Le mouvement par déformation du squelette σ est négligeable ($\overrightarrow{v} \approx \overrightarrow{0}$).
— L'équilibre thermique entre les phases s'établit rapidement et permet d'utiliser une température T commune à toutes les phases.
— Le milieu poreux est considéré rigide, c'est-à-dire que sa porosité n reste constante.
— L'écoulement de l'eau liquide dans les pores est darcéen.

La démonstration pour aboutir aux équations finales gouvernant les comportements thermiques et hydrauliques du milieu poreux soumis à congélation est présentée en détail au chapitre 2 et ne sera donc pas reprise exhaustivement ici. Dans ce paragraphe, seule la philosophie de la démarche est développée.

Dans un premier temps, les équations de bilan à l'échelle microscopique peuvent être établies sous forme locale pour chacune des trois phases α qui occupe à l'instant t le domaine Ω_α. Pour toutes les grandeurs de densité massique $\varphi_\alpha(\overrightarrow{x},t)$, leur équation de bilan peut se mettre sous une même forme (2.1), que ce soit pour les bilans de la masse ($\varphi_\alpha = 1$), de la

quantité de mouvement ($\varphi_\alpha = \overrightarrow{v}$), de l'énergie totale ($\varphi_\alpha = e = \kappa + u$), de l'énergie cinétique ($\varphi_\alpha = \kappa = \overrightarrow{v}.\overrightarrow{v}/2$) ou de l'énergie interne ($\varphi_\alpha = u$). Ces équations de bilan établies dans le domaine Ω_α doivent être complétées par des relations de saut associées à chaque interface $\alpha\beta$ séparant les phases α et β. Encore une fois, pour toutes les grandeurs φ_α cette relation peut s'écrire sous une même forme (2.3).

Cette approche microscopique est impossible à mettre en œuvre pour les applications pratiques d'ingénierie qui sont basées avant tout sur des grandeurs physiques mesurables. Une approche macroscopique est donc nécessaire. Classiquement, la méthode de prise de moyenne volumique sur un volume élémentaire représentatif est adoptée et est appliquée pour chaque phase aux équations (2.1) et (2.3), valables uniquement dans le domaine Ω_α et sur l'interface $\Sigma_{\alpha\beta}$, pour en déduire leur équivalent macroscopique, valable sur tout le domaine étudié Ω. L'idée de la méthode est de remplacer le milieu poreux, hétérogène et discontinu à l'échelle microscopique, par un milieu fictif de telle sorte que toute grandeur physique définie à l'échelle microscopique en un point $\overrightarrow{y}$ donné devient un champ de la variable $\overrightarrow{x}$ à l'échelle macroscopique. Alors, pour (2.1) et (2.3), l'application de la méthode aboutit respectivement aux expressions (2.4) et (2.5). En sommant (2.5) sur toutes les interfaces $\alpha\beta$ ($\beta \neq \alpha$), on obtient (2.6). Dans la suite de la démonstration, le bilan macroscopique correspondant à la somme des termes d'échange interfaciaux apparaissant dans cette dernière équation est considéré nul. Finalement, en substituant à la variable générique φ la grandeur que l'on cherche, les égalités (2.4) et (2.6) permettent d'obtenir les équations de bilan de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie.

1.4.3.2 Equation de bilan de la masse de l'eau

Ainsi, pour l'eau, $\alpha = \lambda$ ou γ, l'équation de conservation de la masse peut être écrite sous la forme (2.7) et à l'interface $\lambda\gamma$, on retrouve (2.8). Il peut être utile d'adopter pour ces deux égalités une description lagrangienne et de les exprimer en termes de dérivées particulaires en suivant la particule α ou la phase solide dans leur mouvement macroscopique. Pour une fonction $\varphi(\overrightarrow{x},t)$, la dérivée particulaire en suivant la particule α dans son mouvement est notée $\mathrm{D}\varphi/\mathrm{D}_\alpha t$ et celle en suivant la phase solide dans son mouvement $\mathrm{D}\varphi/\mathrm{D}t$ ou $\dot{\varphi}$ (l'indice σ est omis).

En termes des dérivées particulaires, l'égalité (2.7) devient :

$$\mathrm{D}\rho^\alpha/\mathrm{D}_\alpha t + \rho^\alpha \overrightarrow{\nabla}.\overrightarrow{v_\alpha} = \hat{\pi}_\alpha \tag{1.37}$$

ou encore :

$$\dot{\rho}^\alpha + \rho^\alpha \overrightarrow{\nabla}.\overrightarrow{v} + \overrightarrow{\nabla}.\overrightarrow{w_\alpha} = \hat{\pi}_\alpha \tag{1.38}$$

où $\overrightarrow{w_\alpha} = \rho^\alpha(\overrightarrow{v_\alpha} - \overrightarrow{v})$ est le vecteur courant relatif de masse de la phase α. L'équation (1.38) est aussi valable pour la phase solide puisque, par définition, $\overrightarrow{w_\sigma} = \overrightarrow{0}$.

En appliquant (1.38) aux deux phases λ et γ et en notant $\overrightarrow{w_\lambda} = \overrightarrow{w}$, on trouve, puisque par hypothèse $\overrightarrow{w_\gamma} = \overrightarrow{0}$ et $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{0}$:

$$\dot{\rho}^\lambda + \overrightarrow{\nabla}.\overrightarrow{w} = -\hat{\pi}_\gamma \tag{1.39}$$

$$\dot{\rho}^\gamma = \hat{\pi}_\gamma \tag{1.40}$$

Finalement, en sommant (1.39) et (1.40), on obtient le bilan de masse de l'eau :

$$\dot{\rho}^\lambda + \dot{\rho}^\gamma + \overrightarrow{\nabla}.\overrightarrow{w} = 0 \tag{1.41}$$

On peut introduire dès à présent dans cette écriture le degré de saturation S_α de la phase α qui permet d'écrire la masse volumique apparente ρ^α sous la forme $\rho^\alpha = nS_\alpha\rho_\alpha$. Le milieu étant saturé, on a $S_\lambda + S_\gamma = 1$. On montrera juste après (p. 36) qu'on peut considérer S_λ comme fonction uniquement de T. Alors, si, comme cela a été introduit au paragraphe 1.4.2, les masses volumiques des phases λ et γ sont assimilées à des constantes, les équations (1.40) et (1.41) deviennent :

$$\hat{\pi}_\gamma = -n\big(\rho_\gamma \partial_T S_\lambda\big)\dot{T} \tag{1.42}$$

$$n\big[(\rho_\lambda - \rho_\gamma)\partial_T S_\lambda\big]\dot{T} + \overrightarrow{\nabla}.\overrightarrow{w} = 0 \tag{1.43}$$

1.4.3.3 Equation de la chaleur

L'équation de la chaleur peut être obtenue en appliquant (2.4) et (2.6) à l'entropie ou à l'enthalpie. On obtient alors, en négligeant les effets dus aux variations de pression :

$$\rho C_p \dot{T} + C_{p_\lambda}\overrightarrow{w}.\overrightarrow{\nabla}T = -\overrightarrow{\nabla}.\overrightarrow{\psi} - \hat{\pi}_\gamma\big(h_\gamma - h_\lambda\big) \tag{1.44}$$

D'après le paragraphe 1.4.2 et en utilisant l'hypothèse simplificatrice que les volumiques massiques des phases sont constants, le terme $h_\gamma - h_\lambda = \Delta h(p_\lambda,\, p_\gamma,\, T)$, représentant la chaleur latente de changement de phase, peut être remplacé par $L_{\lambda\gamma}(T)$, évalué sur les courbes de coexistence des deux phases. Connaissant l'équation de conservation de la glace (1.42), il vient donc finalement :

$$\big(\rho C_p\big)_{eq}\dot{T} + C_{p_\lambda}\overrightarrow{w}.\overrightarrow{\nabla}T + \overrightarrow{\nabla}.\overrightarrow{\psi} = 0 \tag{1.45}$$

avec

$$\big(\rho C_p\big)_{eq} = \sum_\alpha \rho^\alpha C_{p_\alpha} - n\rho_\gamma L_{\lambda\gamma}\partial_T S_\lambda \tag{1.46}$$

1.4.3.4 Equation de bilan de la quantité de mouvement

Ici, la matrice étant considérée rigide, le bilan de la quantité de mouvement dans le volume n'est pas étudié. Toutefois, l'analyse de l'équation (2.5) à l'interface $\lambda\gamma$ est intéressante puisqu'elle permet de retrouver la loi de Laplace (2.13) qui montre que la pression capillaire $p_\gamma - p_\lambda$ peut s'exprimer en tant que fonction du degré de saturation et de la température. Pour une telle fonction, on propose classiquement d'utiliser la proposition de van Genuchten [1980] (1.6) présentée dans la revue bibliographique avec P éventuellement fonction de la température.

On a vu plus haut (p. 31) que la pression capillaire $p_\gamma - p_\lambda$ peut être approchée par l'égalité (2.24). Alors, en remplaçant p_{cap} dans (1.6) par cette égalité, on obtient :

$$S_\lambda(p_\lambda,\, T) = \Big[1 + \big(\varkappa\,\langle T_{\lambda\gamma}(p_\lambda) - T\rangle\,/T_0\big)^{1/(1-m)}\Big]^{-m}, \quad \varkappa = -\rho_\gamma L_0/P \tag{1.47}$$

Le symbole <> signifie pour x réel que $< x >= (x + |x|)/2$. Ici, il permet de préciser que la totalité de l'eau est sous forme liquide lorsque la température T est supérieure à $T_{\lambda\gamma}$, température de coexistence des deux phases.

L'expression (1.47) permet de relier explicitement le degré de saturation S_λ à la pression p_λ et à la température T. Le degré de saturation S_λ est une fonction centrale de notre modèle de couplage thermo-hydraulique qui intervient directement et via ses dérivées dans les deux équations de bilan de la masse de l'eau (1.41) et de la chaleur (1.45) ainsi que, comme cela sera

exposé plus bas, dans les propriétés du matériau que sont sa perméabilité relative (1.10) et sa conductivité thermique (1.11). Comme le paragraphe 2.2.3 le met en avant, sa simplification peut donc jouer un rôle très important sur les performances numériques du modèle.

En premier temps et assez immédiatement, il apparaît que sa dépendance à p_λ peut être négligée. En effet, la grandeur n'intervient dans S_λ que via la fonction $T_{\lambda\gamma}(p_\lambda)$ qui ne varie que très faiblement ($< 1°$C) dans la gamme des pressions qui nous concerne (voir figure 2.1, entre 0 et 10 MPa environ). Pas conséquent, l'apport que représenterait le raffinement du formalisme en tenant compte de l'effet de p_λ sur S_λ serait limité alors que c'est finalement la relation (1.47) qui compte, une relation empirique dont la précision, et même l'existence, est encore sujet à discussion. La fonction $T_{\lambda\gamma}(p_\lambda)$ peut donc simplement être remplacée par T_0 dans (1.47) et alors S_λ s'exprime seulement en fonction de T dans l'égalité (2.32).

Pour pousser la démarche encore plus loin, nous avons aussi étudié au paragraphe 2.2.3 l'influence de l'expression choisie pour décrire $S_\lambda(T)$. Il ressort que la forme de la fonction n'a quasiment pas d'impact sur l'évolution de la température du terrain et que la seule donnée des deux températures à laquelle l'eau liquide commence à congeler et à laquelle quasiment toute l'eau des pores est sous forme de glace peut suffire pour caractériser la fonction. Alors, un choix plus judicieux que la formule (2.32) peut être fait avec une fonction qui, contrairement à (2.32), est systématiquement continument dérivable en T_0. Une approximation de ce type de la fonction de Heaviside est ainsi proposée en (2.34) et est utilisée pour tous les calculs qui viennent.

1.4.3.5 Lois d'état et lois complémentaires

Les lois d'état dont nous avons besoin pour les phases λ et γ décrivant la masse volumique ρ_α, la capacité thermique $C_{p\alpha}$ et la chaleur latente de changement de phase ont été résumées à la fin du paragraphe 1.4.2. Pour la phase solide σ, on suppose que ρ_σ et $C_{p\sigma}$ sont constantes.

Concernant les lois complémentaires qui vont nous permettre la fermeture du modèle (autant d'équations que d'inconnues), elles doivent nous renseigner sur les quantités $\overrightarrow{w}$ et $\overrightarrow{\psi}$.

Pour décrire l'écoulement de l'eau liquide dans les pores, on utilise l'expression très classiquement employée de Darcy (2.29). Pour exprimer la perméabilité relative k_r en fonction du degré de saturation S_λ, on utilise le modèle de van Genuchten [1980] (1.10) développé à partir de la fonction de Mualem [1976] et présenté dans la revue bibliographique. Il est proposé dans l'équation (2.31) de prendre en considération la variation de la viscosité dynamique μ_λ de l'eau en surfusion via la formulation empirique de Vogel-Tammann-Fulcher présentée par Grant [2000].

La conduction thermique dans le milieu poreux est comme à l'accoutumée donnée par la loi de Fourier (2.28). Pour décrire la conductivité thermique équivalente du sol, parmi les différents modèles utilisés dans la littérature et présentés plus haut, on choisit la moyenne géométrique (1.11), où les conductivités thermiques de chaque phase λ_α sont supposées constantes.

1.4.3.6 Système final d'équations

Pour aider à la visualisation du problème, nous proposons ici une synthèse du système d'équations à résoudre pour les deux inconnues (p_λ,T).

$$
\begin{aligned}
n\big[(\rho_\lambda - \rho_\gamma)\partial_T S_\lambda\big]\dot{T} + \vec{\nabla}.\vec{w} &= 0 \\
\big(\rho C_p\big)_{eq}\dot{T} + C_{p_\lambda}\vec{w}.\vec{\nabla}T + \vec{\nabla}.\vec{\psi} &= 0
\end{aligned}
$$

avec

$$
\vec{w} = -\frac{\underline{\underline{K}}k_r}{\mu_\lambda}\Big(\vec{\nabla}p_\lambda - \rho_\lambda\vec{g}\Big)\ ,\ k_r(S_\lambda) = \sqrt{S_\lambda}\left[1 - \Big(1 - S_\lambda^{1/m}\Big)^m\right]^2\ ,\ \mu_\lambda(T) = \mu_0\frac{T_A}{T - T_B}
$$

$$
\vec{\psi} = -\lambda\vec{\nabla}T\ ,\ \lambda = \lambda_\sigma^{1-n}\lambda_\lambda^{nS_\lambda}\lambda_\gamma^{n(1-S_\lambda)}
$$

$$
\big(\rho C_p\big)_{eq} = \sum_\alpha \rho^\alpha C_{p_\alpha} - n\rho_\gamma L_{\lambda\gamma}\partial_T S_\lambda\ ,\ L_{\lambda\gamma}(T) = L_0 + L_0'\big(T - T_0\big)
$$

$$
S_\lambda(T) = [1 + e^{-\xi(T-\theta)}]^{-1}
$$

1.4.4 Utilisation en pratique du modèle

1.4.4.1 Applications pour la mine de Cigar Lake

Dans le cadre de la congélation artificielle des terrains, l'utilisation du modèle thermo-hydraulique de congélation des terrains peut avoir plusieurs objectifs :

1. dimensionner le système de congélation
2. une fois le système dimensionné, prédire l'évolution de la congélation
3. étudier l'impact des conditions géologiques, hydrogéologiques et/ou opératoires sur la progression des zones congelées.

Le premier objectif correspond sur le plan chronologique à la première étape du projet de congélation des terrains. D'un point de vue industriel, il est évidemment essentiel puisqu'il passe par l'optimisation technico-économique du système incluant tant les dépenses d'investissement que les dépenses d'exploitation associées aux conditions opératoires (coût de l'usine de congélation et de sa maintenance, coût du liquide frigorifique, coût des forages et de leur maintenance, coût des matériaux composant les tuyaux, coût du pompage de la saumure dans le réseau, coût de refroidissement de la saumure, etc.). Le modèle puits-terrain présenté au paragraphe 1.5 et au chapitre 3 permet l'optimisation du système de congélation à l'échelle d'un puits. Le paragraphe 1.5.3 présente les résultats de son utilisation pour des études paramétriques portant sur la température et le débit d'injection du réfrigérant, le type de réfrigérant utilisé et le diamètre des tubes dans le cas de Cigar Lake. Le modèle de congélation des terrains peut quant à lui être utilisé pour traiter la configuration des tuyaux de congélation. Par exemple, le chapitre 4 étudie l'influence de l'espacement des tuyaux de congélation dans une disposition en grille régulière en quinconce [1]. D'autres dispositions peuvent aussi être envisagées et simulées avec le modèle thermo-hydraulique. On pourrait par exemple penser que, par rapport à la configuration en grille régulière en quinconce étudiée au paragraphe 4.5, il pourrait être judicieux de placer les tuyaux de congélation avec une maille très resserrée sur le tour de la zone à congeler et plus grossière à l'intérieur, l'objectif visé étant de créer

1. Il faut préciser ici que la faisabilité pratique des espacements testés dans cette étude n'est pas vérifiée. On peut en particulier douter de la parfaite verticalité de forages de 460 m de long, ou de la faisabilité d'une maille de forages de 2 m par rapport à l'empreinte au sol des équipements de forage.

rapidement un mur de congélation coupant la zone à congeler des écoulements extérieurs. Une telle configuration a été modélisée et comparée au cas de la grille régulière en quinconce avec un espacement de 5 m, comprenant 88 tuyaux de congélation. La figure 1.5 présente une vue en plan de cette disposition qui comprend 86 tuyaux de congélation, soit quasiment le même nombre que la grille régulière (figure 4.13), avec un espacement de 3 m et de 6 m respectivement sur le tour et à l'intérieur de la zone à congeler. D'après la figure 1.6, qui présente l'évolution dans le temps pour les deux configurations du pourcentage de surface de terrain considéré comme congelé (c'est-à-dire le terrain dont la température est inférieure à la température cible de -10°C), il s'avère finalement que cette nouvelle configuration ne permet pas de congeler plus rapidement la totalité de la surface, quelle que soit la conductivité hydraulique du terrain. D'autres configurations mériteraient donc d'être recherchées.

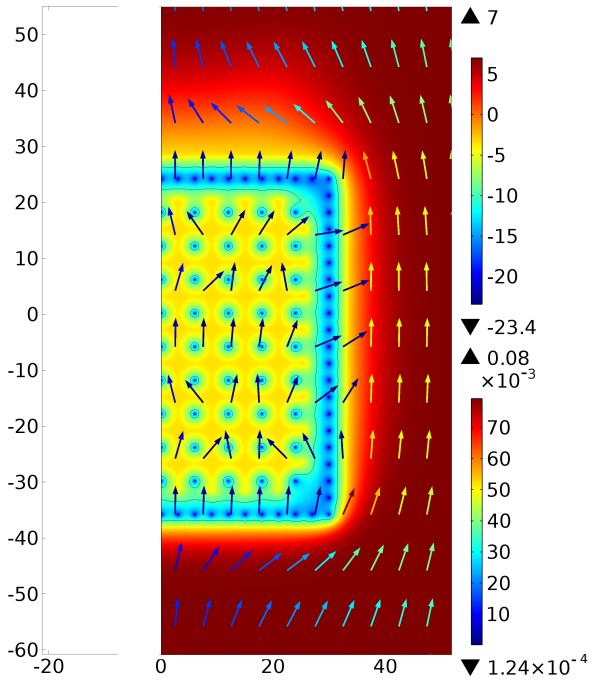

FIGURE 1.5 – Température du terrain (°C), contour de l'isotherme -10°C (ligne noire) et vitesse d'écoulement de l'eau (m/j) après 15 mois de congélation (configuration « optimisée », $K_H = 1$ m/j) (gros plan sur la surface de congélation)

Toujours du point de vue industriel, le deuxième objectif du modèle thermo-hydraulique de congélation est déterminant pour toute la planification des travaux à venir — c'est-à-dire pour la production minière à Cigar Lake — qui se base sur ces prévisions. Afin de traduire quantitativement cette évolution de la congélation, des critères doivent être définis *a priori* par rapport à certaines grandeurs. A Cigar Lake, les terrains sont congelés artificiellement d'abord pour rendre les terrains imperméables mais aussi pour les consolider. Il s'agirait donc de définir des valeurs seuils à atteindre pour la conductivité hydraulique des terrains ainsi que pour leur résistance et leur rigidité. Les deux dernières grandeurs sont à estimer par des lois de comportement mécanique des terrains définies à basse température qui sortent du cadre de la thèse. Quant à elle, la conductivité hydraulique est, comme c'est précisé au chapitre 4, définie comme étant le rapport entre, d'une part, le produit de la perméabilité du milieu poreux, de la masse volumique de l'eau et de l'accélération de la pesanteur, et, d'autre part, la viscosité

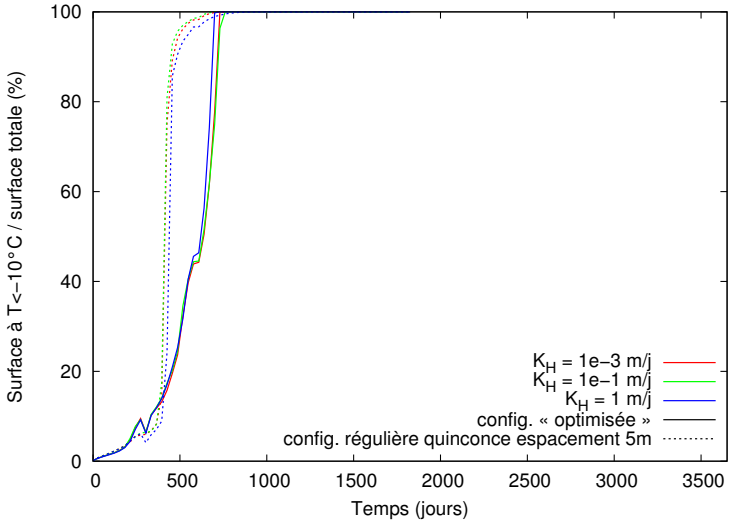

FIGURE 1.6 – Historique du pourcentage de terrain à $T < -10°\mathrm{C}$, avec $K_H = 1 \cdot 10^{-3}$, $1 \cdot 10^{-1}$ et 1 m/j, pour la configuration régulière en quinconce avec un espacement de 5 m étudiée au paragraphe 4.5 et pour une configuration présentant un mur serré de tuyaux de congélation sur le tour de la zone à congeler

dynamique de l'eau. En négligeant les effets de la variation de la viscosité dynamique et de la masse volumique de l'eau avec la température par rapport à celle de la perméabilité (comme ce que suggère l'étude du paragraphe 2.5.2), la définition d'un critère sur la conductivité hydraulique revient à un sur la perméabilité du terrain. Cette quantité correspond au produit de la perméabilité intrinsèque du matériau $\underline{\underline{K}}$, grandeur caractéristique du terrain, et de la perméabilité relative k_r qui, comme on l'a vu à la page 23, peut être exprimée en fonction de la température, soit à l'aide d'une relation empirique directe $k_r(T)$ soit, comme dans le modèle adopté ici, via la fonction degré de saturation $S_\lambda(T)$.

Finalement, la définition d'une valeur maximale pour la conductivité hydraulique des terrains revient donc à celle d'une température maximale pour chaque terrain à congeler. Cette température doit être choisie de telle sorte qu'elle assure une très faible perméabilité relative et donc une très faible conductivité hydraulique. On peut supposer qu'un raisonnement et qu'une conclusion similaires s'appliquent aux caractéristiques mécaniques des terrains. L'avantage d'un tel critère est que, s'il n'est bien entendu pas envisageable de mesurer en continu et *in situ* les propriétés hydrauliques et mécaniques des terrains, l'installation de capteurs mesurant en permanence la température du terrain est aisée et peut se faire à moindre coût. En pratique, étant donnée la forte variabilité spatiale des terrains à Cigar Lake, il est impossible de mettre en place une température cible à atteindre pour chaque terrain. Cette cible doit donc être définie globalement, logiquement comme étant la température cible minimale de tous les terrains. Sa valeur doit être fixée avec prudence et une marge de sécurité raisonnable doit immanquablement être incluse. La définition du qualificatif « raisonnable » est ici bien sûr critique. Par exemple, la figure 1.7 montre que, dans le cas étudié au paragraphe 4.5 de la congélation d'une surface avec un patron donné de tuyaux de congélation avec une conductivité hydraulique du terrain de $1 \cdot 10^{-3}$ m/j, le rehaussement de la température cible de $-10°\mathrm{C}$ à $-7°\mathrm{C}$ permet d'économiser jusqu'à 18% du temps requis pour que toute la surface soit considérée suffisamment congelée (c'est-à-dire à $T < T_{\text{cible}}$).

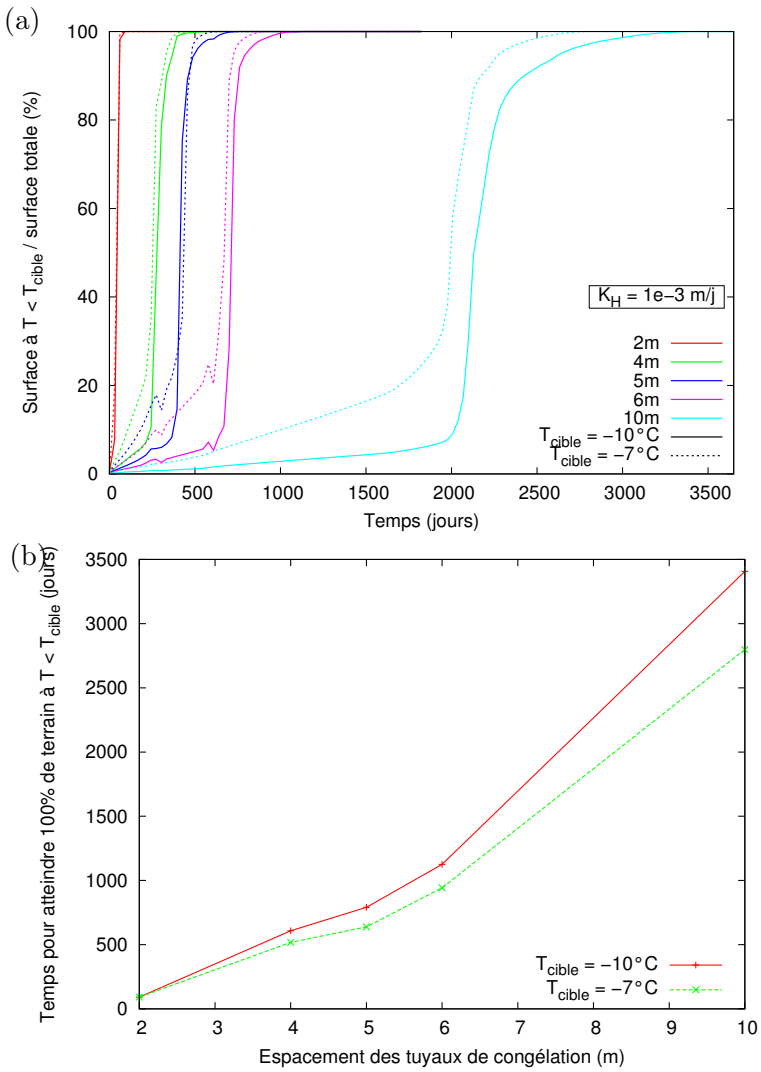

FIGURE 1.7 – Importance du choix de la température cible définissant le critère de congélation : a) historique du pourcentage de terrain à $T < T_{\text{cible}}$ pour différents espacements et b) temps pour atteindre 100% de terrain à $T < T_{\text{cible}}$ en fonction de l'espacement des tuyaux dans la configuration régulière en quinconce étudiée au paragraphe 4.5 avec $K_H = 1 \cdot 10^{-3}$ m/j et avec $T_{\text{cible}} = -10°\text{C}$ et $-7°\text{C}$

Concernant le troisième et dernier objectif, comme cela a été dit en introduction, la congélation des terrains et son dimensionnement à Cigar Lake sont rendus délicats à la fois par la très forte hétérogénéité des terrains et par la présence potentielle d'écoulements importants. Plus précisément, il s'agit de congeler une grande palette de terrains différents, allant de sables à des argiles en passant par des grès ou des gneiss (voir la coupe géologique du gisement figure I.2), ayant des propriétés physiques, thermiques et hydrauliques très variées. Le paragraphe 4.4.1 montre que l'hétérogénéité des propriétés des terrains n'est pas négligeable et que leur variabilité doit être considérée lors de la modélisation de l'évolution de la congélation. Toutefois, cette prise en compte n'est pas aisée. En effet, la connaissance très précise de la géologie du gisement est difficile puisque la longueur caractéristique des formations peut

être très faible : des singularités géologiques de l'ordre du mètre, c'est-à-dire inférieures à la maille utilisée pour le modèle géologique, sont fréquentes. Dans ce contexte, le modèle de congélation des terrains pourrait être utilisé pour estimer les risques que représentent la présence de terrains défavorables et leur méconnaissance. Pour cela, des études paramétriques sur les propriétés des terrains permettraient de déterminer à quel point certains terrains peuvent être défavorables et quel serait l'effet de la présence d'une petite poche de terrain défavorable non prise en compte dans le modèle géologique. Au final, ces études paramétriques pourraient être utilisées pour établir le degré de précision nécessaire du modèle géologique de la mine et pour définir les propriétés des terrains ayant le plus fort impact sur la congélation et donc devant être mesurées en priorité afin d'apporter une information complémentaire lors du calage des modèles numériques aux mesures *in situ*.

Quant aux difficultés liées aux conditions hydrogéologiques, les paragraphes 4.4.1 et 4.4.2 montrent que les écoulements dans les formations géologiques à forte perméabilité et en particulier dans les fractures peuvent être extrêmement préjudiciables pour la congélation en fonction de la géométrie du système et de la conductivité hydraulique de la structure. Un effort de caractérisation réaliste des écoulements (via la détermination de la localisation des fractures, des mesures *in situ* de leur conductivité hydraulique ainsi que celle des principales formations géologiques, la connaissance des niveaux piézométriques régionaux et locaux) profiterait donc à la qualité des prédictions numériques de la congélation.

Enfin, le troisième objectif concerne également l'évaluation des impacts que pourraient avoir certaines conditions opératoires particulières. En particulier, le modèle thermo-hydraulique pourrait être utilisé pour quantifier les effets de la présence de sources de chaleur proches des zones à congeler. Dans les mines, des sources de chaleur fréquentes sont les zones remblayées. A Cigar Lake, il est notamment prévu de cimenter les cavités créées lors de l'excavation du minerai afin d'assurer leur stabilité [Bishop *et al.*, 2012]. Un autre cas répandu est lié au fonçage de puits de mine qui consiste à i) créer un mur de congélation circulaire autour du futur puits, ii) une fois que le mur a atteint une épaisseur suffisante assurant l'étanchéité de la zone délimitée, excaver le puits et iii) au fur et à mesure de l'excavation, chemiser le puits et cimenter l'espace entre le chemisage et la roche encaissante. Les volumes ainsi remblayés peuvent ainsi dégeler en partie le terrain préalablement congelé environnant parce que le remblai injecté est initialement plus chaud que le terrain mais surtout parce que la réaction d'hydratation du ciment inclus dans le remblai est exothermique. La prise en compte de tels remblais dans les modèles de congélation des terrains devrait intégrer leur comportement thermique à basse température qui n'est pas évident à connaître et qui dépend de leur composition exacte, de leur teneur en ciment, de leur teneur en eau, de leur température initiale, etc. On pourra noter que Ghoreishi-Madiseh *et al.* [2011] proposent une étude de l'effet de ces paramètres sur la décongélation des terrains avec un modèle de conduction thermique simple. Une autre source de chaleur inévitable dans une mine telle que Cigar Lake correspond à la circulation de l'air, induite par ventilation et donc en convection forcée, dans les galeries souterraines ou dans les puits. Encore une fois, l'estimation de la chaleur générée par ces flux n'est pas aisée et mériterait une étude à part entière. A Cigar Lake, le cas du fonçage du puits n° 2 est particulièrement intéressant puisqu'il a subit directement ces deux sources de chaleur mais aussi une source supplémentaire représentée par des câbles électriques chauffant, installés pour annuler le refroidissement par les tuyaux de congélation dans les terrains qui auraient pu se fracturer s'ils avaient été congelés. La figure 1.8 présente de manière simplifiée la disposition en plan des tuyaux de congélation et des forages de mesure de la température par rapport au puits. L'historique des températures mesurées à différentes profondeurs par le

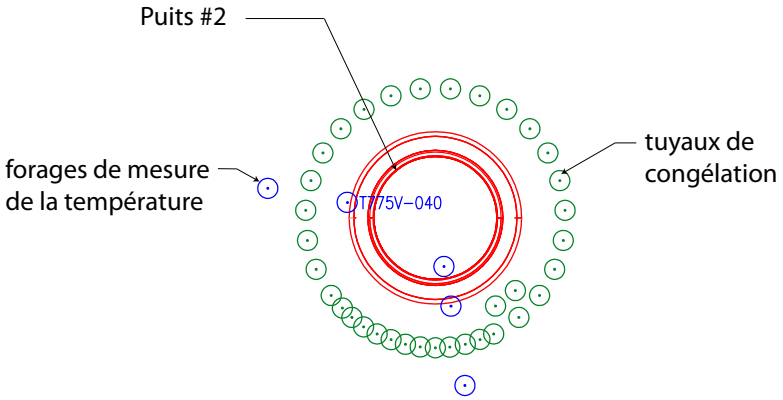

FIGURE 1.8 – Disposition des tuyaux de congélation et des forages de mesure de la température des terrains pour le puits n° 2 (données Cameco ; vue en plan simplifiée à l'altitude 1018 m)

forage T775V-040 est fourni en exemple à la figure 1.9. Différents événements ont provoqué des réactions visibles sur la température du terrain. Ils sont notés sur la figure 1.9 et leurs dates sont les suivantes :

— au jour 0, activation de 25 tuyaux de congélation
— au jour 49, activation des câbles chauffant sur la partie basse de la zone congelée
— au jour 83, activation de 9 tuyaux de congélation supplémentaires (dont un proche du forage T775V-040)
— au jour 155 environ, début du fonçage du puits, puis de son chemisage et de sa cimentation, du haut vers le bas (les dates exactes de début d'excavation et de début de cimentation ainsi que leur vitesse d'avancement ne sont pas connues)
— au jour 264, désactivation de tous les tuyaux de congélation.

On précise qu'ici, l'étude détaillée de la congélation du puits n° 2, très complexe au demeurant, ne fait pas l'objet de notre propos, et qu'il n'est fait mention de ce cas que pour illustrer les possibles sources de chaleur au niveau des zones à congeler.

1.4.4.2 Discussion

La qualité des prédictions d'un modèle numérique tel que celui développé ici dépend de plusieurs caractéristiques :

1. la connaissance de la géologie du site
2. la connaissance des lois de comportement des terrains à congeler
3. les phénomènes pris en compte dans la modélisation.

Le premier élément a été discuté dans le paragraphe précédent. Dans le cas de Cigar Lake, il ressort qu'il s'agit d'un point critique en raison de la grande diversité des terrains concernés et en raison du fait que leur étendue peut être limitée.

A propos du deuxième point, la diversité géologique de Cigar Lake rend impossible la mesure directe (en laboratoire ou *in situ*) des différentes propriétés impliquées dans le modèle pour tous les terrains simulés. Il faut ajouter à cette difficulté celle de la faisabilité même des mesures : de manière générale, un travail précis à basse température en contrôle parfait de toutes les conditions, identiques aux conditions de terrain en termes de pression, température,

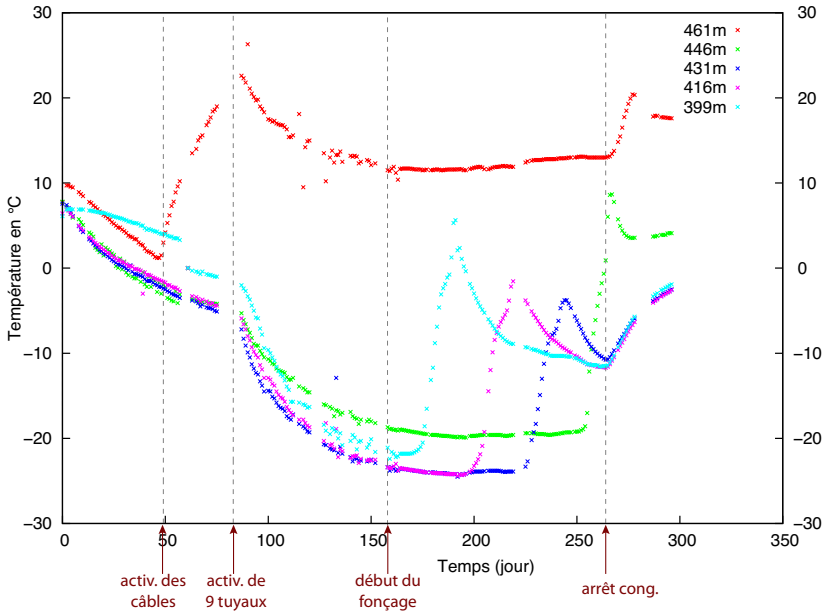

FIGURE 1.9 – Historique des températures mesurées à différentes profondeurs par les capteurs du T775V-040

composition de l'eau interstitielle, disposition des particules minérales, etc., n'est pas aisé. Si par exemple les techniques de mesure de la saturation en eau non gelée en fonction de la température sont de plus en plus faciles d'accès, ce n'est pas le cas encore notamment pour la perméabilité relative. Quoi qu'il en soit, de telles mesures ponctuelles, même réalisées en grand nombre et en conditions maîtrisées, n'auraient pas de sens puisque leur représentativité à l'échelle globale serait nulle. L'approche à utiliser ici est donc de caler, dans le temps et dans l'espace pour chaque type de terrain défini dans le modèle géologique, les paramètres du modèle thermo-hydraulique pour que les résultats de ce dernier approchent au plus près les mesures *in situ*. Et, puisque des poches présentant des singularités géologiques peuvent être ponctuellement rencontrées sur le terrain, ce calage est à envisager à une échelle assez globale et pas nécessairement en chaque point particulier.

En ce qui concerne le dernier point, le modèle de congélation des terrains développé dans cette section permet de simuler différents phénomènes thermo-hydrauliques spécifiquement observés lors de la congélation d'un milieu poreux, présentés au paragraphe 1.2.2 et illustrés sur des cas simples au chapitre 2, en particulier :

— les transferts thermiques dus à des processus conductifs et convectifs
— l'abaissement du point de fusion de l'eau dans les pores
— la diminution de la perméabilité du matériau avec la formation de la glace
— la dilatation volumique de l'eau lors de sa solidification via la différence de masse volumique entre l'eau liquide et la glace, à l'origine de l'écoulement de l'eau liquide expulsée des zones congelées.

En revanche, d'autres phénomènes ne peuvent être représentés avec ce modèle en raison des hypothèses prises en compte. Ainsi, la dilatation ou la contraction volumique des différents constituants (eau liquide, glace et particules minérales) avec la température est négligée, leur volume massique étant considéré constant. Cette hypothèse, avec celle de la constance des

capacités thermiques des constituants, a été posée lors de l'expression de l'équilibre thermodynamique entre les phases (paragraphe 1.4.2). Elles permettent de simplifier très largement la formulation du modèle. Bien qu'elles puissent paraître à première vue exagérées, elles restent cohérentes avec le degré de finesse et les objectifs de nos applications.

L'autre phénomène ne pouvant pas être représenté par notre modèle est la succion cryogénique. En effet, ce mécanisme est dû à la condition de coexistence des phases solide et liquide de l'eau à l'équilibre imposée sur la pression capillaire $p_{\text{cap}}(T) = p_\gamma - p_\lambda$. Mais si une telle fonction est bien incluse dans le modèle présenté ici (cf. paragraphe 1.4.2), les hypothèses de la constance de la porosité et de la saturation complète du milieu poreux considérées par ailleurs empêchent la réalisation physique du mécanisme : l'eau liquide n'a nulle part où aller dans les zones congelées. Le modèle est donc plutôt adapté à des conditions de pression lithostatique importante, ou en tout cas suffisante pour rendre impossible la cryosuccion. On notera plus généralement que la validité de l'hypothèse de la porosité constante a été vérifiée sur un essai particulier impliquant un couplage des mécanismes thermiques et hydrauliques au paragraphe 2.4. Il s'agit malgré cela d'une hypothèse de travail grossière dont seule l'expérience permettra d'en décider la pertinence. Quant à l'hypothèse de la saturation complète, c'est également un postulat fort. Elle est pourtant, jusqu'à preuve du contraire, vraisemblable partout à Cigar Lake (voir paragraphe I.1.1). Ce n'est en revanche pas vrai dans le cas général. Le modèle peut facilement représenter les deux extrêmes « saturation complète » et « saturation nulle », mais les situations intermédiaires sont plus complexes et doivent faire l'objet d'un traitement particulier.

Un autre phénomène est aussi intéressant à mentionner : la décongélation. Comme on l'a vu au paragraphe 1.2.1, les processus de congélation et de décongélation d'un sol, comme ceux de séchage-mouillage, ne sont pas réversibles. Cette irréversibilité se traduit par une courbe caractéristique de congélation hystérétique. Ainsi, pour simuler la décongélation d'un terrain (comme celle induite par la présence voisine d'une source de chaleur ou par l'arrêt de la congélation) avec le modèle développé ici, il suffit *a priori* de décrire correctement la courbe $S_\lambda(T)$ du modèle en réchauffement et non en refroidissement.

Mais au final en pratique pour l'utilisateur qui souhaite obtenir une prédiction juste de l'évolution de la congélation dans les terrains, peu importe la cohérence physique du modèle. Comme souvent en géomécanique, la vocation de ce dernier est d'être utilisé comme une « boîte noire » dont il faudra correctement régler les données d'entrée pour que les résultats obtenus en sortie coïncident le mieux possible avec les mesures obtenues du terrain. Si cette concordance est assurée à la fois dans le temps à plusieurs dates et dans l'espace en plusieurs points, il n'y a pas de raison de douter de la fiabilité des prédictions du modèle.

A l'usage, un facteur pouvant limiter sérieusement la praticité de tels modèles est donc le nombre de paramètres à régler en entrée. Si on suppose parfaitement connues les conditions initiales et aux limites (ce qui n'est pas évident dans la réalité), dans notre modèle, d'après sa synthèse page 36, sept paramètres caractérisent chaque terrain : la porosité n, la masse volumique ρ_σ, la conductivité thermique λ_σ, la capacité thermique C_{p_σ}, les coefficients ξ et θ de la fonction $S_\lambda(T)$ et le coefficient m de la fonction $k_r(S_\lambda)$. C'est un nombre de paramètres assez élevé, d'autant qu'en théorie toutes les combinaisons possibles peuvent être testées. De surcroît, en cas de géologie particulièrement variée comme à Cigar Lake, l'ajustement doit être réalisé pour un grand nombre de terrains différents. Afin de réduire le nombre de possibilités à tester, on peut prendre en compte la gamme de variation réelle des grandeurs et leur impact sur les résultats. Par exemple, lors du calage de notre modèle par rapport aux mesures de terrain issues du Surface Freezing Test présenté au paragraphe 4.3, le choix a été fait de fixer

les valeurs de ρ_σ et de C_{p_σ} en raison de leur faible variabilité en pratique et de leur faible influence sur les résultats.

De l'autre côté de la « boîte », un obstacle souvent rencontré est l'accès à des mesures de terrain de qualité permettant le calage du modèle, surtout sur un site industriel dont l'objectif n'est pas la recherche de la modélisation théorique juste des phénomènes physiques dans les terrains et pour lequel les mesures *in situ* servent simplement à contrôler la bonne évolution de la congélation. Ainsi, dans l'idéal, l'ajustement des résultats du modèle devrait se faire par rapport à des mesures thermiques et hydrauliques réalisées en plusieurs points (pour chaque terrain géologique), sur une période de temps suffisante et dans des conditions (chargement et conditions initiales thermiques et hydrauliques) connues.

1.5 Optimisation du système de congélation à l'échelle d'un puits

1.5.1 Pourquoi un modèle ?

Les tuyaux de congélation habituellement utilisés pour la congélation artificielle des terrains sont composés de deux tubes concentriques : un tube central ouvert et un tube annulaire dont l'extrémité est fermée. En général, le réfrigérant est injecté dans le tube central et ressort par l'espace annulaire [Andersland et Ladanyi, 2004]. Pour les réfrigérants que nous étudions ici, la circulation se fait en circuit fermé : le réfrigérant est refroidi dans le circuit primaire d'une usine de congélation et est envoyé dans le réseau de tuyaux où il extrait la chaleur du terrain environnant avant d'être à nouveau pompé et refroidi dans l'usine.

Les modèles de congélation des terrains tels que ceux décrits au paragraphe 1.3.2 ou tel que le modèle présenté dans le cadre de cette thèse au paragraphe précédent ne modélisent pas les phénomènes physiques ayant lieu dans les tuyaux. Ils se contentent de simuler les transferts de chaleur (et éventuellement les transferts de masse d'eau ou les déformations associés) dans le terrain. Les diverses conditions de congélation possibles sont simplement prises en compte via les conditions aux limites thermiques à la paroi des tuyaux. En réalité, les problèmes thermiques dans le tuyau et dans le terrain sont interdépendants et c'est au fond une simplification que de considérer les conditions aux limites à la paroi des tuyaux dans le modèle de congélation du terrain comme des données extérieures. Pour les connaître, il s'agirait de modéliser simultanément les transferts thermiques dans le tuyau, dans le terrain et entre le tuyau et le terrain, au fur et à mesure de l'écoulement du réfrigérant. C'est ce que nous nous proposons de faire dans cette partie avec la mise en place d'un nouveau modèle dit « puits-terrain », présenté de manière plus approfondie au chapitre 3.

Avant d'entrer dans les détails du modèle, on va chercher ici à mettre en évidence comment l'approche conventionnelle consistant à considérer des conditions aux limites en tant que données extérieures au modèle de congélation peut être dommageable. Ces conditions aux limites sont le plus souvent exprimées à l'aide de la loi de Newton qui exprime que le flux à la paroi est proportionnel à l'écart entre la température à la paroi et la température moyenne du fluide : $\overrightarrow{\psi} = \hbar(T_{\text{réfr}} - T)\overrightarrow{n}$ où $\overrightarrow{\psi}$ est le flux de chaleur à la paroi du tuyau, $\hbar$ est le coefficient de transfert de chaleur par convection, $T_{\text{réfr}}$ est la température du réfrigérant, T est la température à la paroi du tuyau et $\overrightarrow{n}$ est le vecteur unitaire normal à la paroi.

Les deux paramètres $T_{\text{réfr}}$ et $\hbar$ sont rarement connus précisément, faute de mesures *in situ* adaptées et suffisantes. Pourtant, leur valeur a une forte influence sur l'évolution de la distribution des températures dans le terrain. Un calcul simple permet de s'en convaincre.

On considère un tuyau de congélation vertical infini de rayon extérieur 57.15 mm placé dans un milieu infini homogène possédant des propriétés thermiques et hydrauliques moyennes et non soumis à un gradient hydraulique régional ($n = 20\%$, $\lambda_\sigma = 4\,\mathrm{W/m/K}$, $\rho_\sigma = 2700\,\mathrm{kg/m^3}$, $C_{p\sigma} = 800\,\mathrm{J/kg/K}$, $\xi = 2$, $\theta = 269{,}65\,\mathrm{K}$, $K_H = 1 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m/j}$, $T_{initiale} = 2°\mathrm{C}$, $H_{initiale} = 460\,\mathrm{m}$). Cette géométrie peut se simplifier en considérant un modèle 2D horizontal et la symétrie du problème. Le problème couplé thermo-hydraulique est résolu dans le terrain comme indiqué au paragraphe 1.4, en considérant la loi de Newton comme condition aux limites à la paroi du tuyau. Trois valeurs de $T_{\text{réfr}}$ et trois valeurs de $\hbar$ ont été considérées, choisies d'après des valeurs typiques de la congélation artificielle des terrains par saumure : $T_{\text{réfr}} = -40°\mathrm{C}$, $-30°\mathrm{C}$ et $-20°\mathrm{C}$ et $\hbar = 25$, 50 et $75\,\mathrm{W/m^2/K}$. Pour ces six calculs, l'historique de la température à 2 m du tuyau est représenté à la figure 1.10. L'influence des deux paramètres sur l'évolution de la température dans le terrain est manifeste : après deux ans de congélation, la température à 2 m du tuyau présente respectivement 117% et 34% d'écart entre les deux valeurs extrêmes de $T_{\text{réfr}}$ et de $\hbar$.

De plus, les paramètres $T_{\text{réfr}}$ et $\hbar$ sont habituellement considérés uniformes et constants, faute de donnée précise et dans un souci de simplification. En réalité, ils varient à la fois dans l'espace le long du tuyau et dans le temps ($T_{\text{réfr}}$ en fonction des échanges de chaleur ayant lieu sur le chemin de la saumure et $\hbar$ en fonction de la géométrie et du matériau du tuyau, du débit d'injection et des propriétés du réfrigérant). D'après Jessberger et Makowski [1981], ces variations sont significatives et sont d'une grande importance sur la congélation du terrain. En effet, le paragraphe 3.4 illustre en particulier l'importance de la prise en compte de la variation dans le temps et dans l'espace de la température de congélation. Il propose une comparaison entre une approche conventionnelle, c'est-à-dire où la température $T_{\text{réfr}}$ est considérée constante et choisie égale à la température d'injection, et une approche utilisant le modèle puits-terrain développé ici, où la véritable variation spatiale et temporelle de cette grandeur est intégrée. Il ressort que l'approche conventionnelle sur-estime la taille de la zone congelée, en particulier lorsque le débit d'injection du réfrigérant est faible. Son usage est donc préjudiciable.

En plus de déterminer plus précisément les conditions aux limites à la paroi des tuyaux dans les modèles de congélation des terrains, le modèle puits-terrain présente également l'intérêt de pouvoir étudier de manière exhaustive l'influence de toutes les conditions opératoires (température, débit et propriétés du réfrigérant, géométrie du tuyau de congélation, propriétés du matériau composant les tubages, propriétés du terrain environnant) et donc de les optimiser, les faibles temps de calcul du modèle offrant la possibilité de réaliser un grand nombre de simulations.

1.5.2 Description du modèle

1.5.2.1 Mise en équations du problème

Le problème consiste à étudier les transferts thermiques entre le sol et le fluide réfrigérant qui circule dans le puits en contact avec le terrain à congeler. Le système d'échangeur thermique considéré est composé d'un puits de congélation (appelé indifféremment « puits » ou « tuyau » dans ce mémoire) droit, vertical, situé entre les abscisses $z = 0$ et $z = L_p$, tubé, composé de deux tubes concentriques et inséré dans des formations géologiques. On suppose connues la géologie traversée (c'est-à-dire, en considérant que les terrains hétérogènes peuvent être représentés par une superposition de couches horizontales, l'épaisseur et les propriétés thermo-physiques de chaque couche), la géométrie et la composition du puits (c'est-à-dire

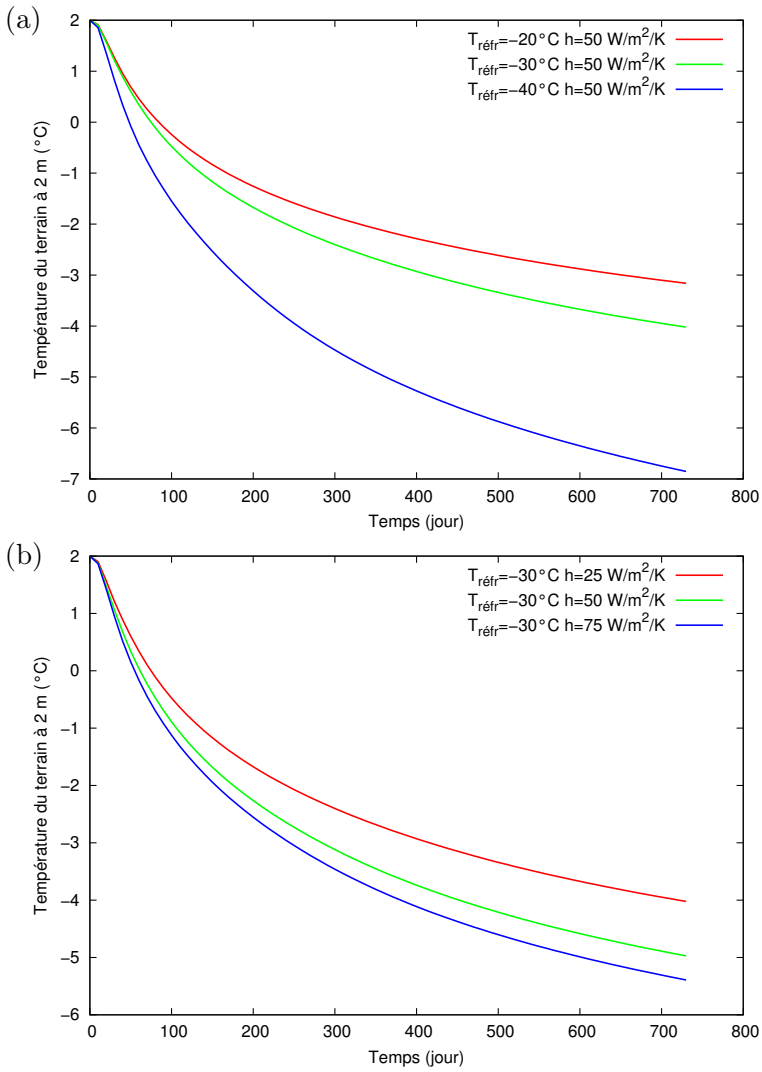

FIGURE 1.10 – Historique de la température du terrain à 2 m du tuyau de congélation considérant (a) $T_{\text{réfr}} = -40°\text{C}$, $-30°\text{C}$ et $-20°\text{C}$ avec $\hbar = 50\,\text{W/m}^2/\text{K}$ et (b) $\hbar = 25$, 50 et $75\,\text{W/m}^2/\text{K}$ avec $T_{\text{réfr}} = -30°\text{C}$

les rayons internes et externes de chaque tube ainsi que la conductivité thermique du matériau les composant) et les propriétés du fluide réfrigérant (c'est-à-dire sa densité, sa capacité thermique, sa conductivité thermique et sa viscosité dynamique).

Le système complet peut se décomposer en deux sous-systèmes : le puits de congélation et le sol entourant le puits. L'évolution thermique de chaque sous-système est régie par des équations et les deux évolutions sont reliées entre elles par des lois d'interface. L'approche consiste à exprimer pour chaque sous-système la conservation de l'énergie, indépendamment de l'autre sous-système. Le couplage entre le puits et le terrain se fait à travers la température à l'interface T_w.

Dans le puits, la modélisation de chaque compartiment, tube central et tube annulaire, concerne l'écoulement et les échanges thermiques entre le fluide du compartiment et les parois avec lesquelles il est en contact. On admet que toutes les grandeurs physiques du fluide sont

uniformes dans la section droite du puits, de sorte qu'elles ne dépendent que de la seule dimension z de l'espace et du temps t. Le problème tridimensionnel du puits est donc réduit à un problème unidimensionnel vertical très avantageux sur le plan numérique en raison de la géométrie disproportionnée du puits dont le rayon est très faible par rapport à sa longueur, ce qui requerrait en trois dimensions un grand nombre d'éléments de maillage.

Finalement, le modèle mathématique auquel on aboutit est le suivant : trouver les deux inconnues que sont les températures dans le tube central (indice c) $T_c(z,t)$ et dans le tube annulaire (indice a) $T_a(z,t)$ qui vérifient les équations (3.8) et (3.12), la température à la paroi externe du puits T_w étant connue à chaque instant. Le problème est synthétisé ci-dessous.

$$A(\mathcal{A}_c,T_c)\partial_t T_c + B(Q_c,T_c)T_c' = \hbar_{ca}(T_a - T_c) + C(D_c^w,\mathcal{A}_c,Q_c,T_c)$$
$$A(\mathcal{A}_a,T_a)\partial_t T_a + B(Q_a,T_a)T_a' = \hbar_{ca}(T_c - T_a) + C(D_a^w,\mathcal{A}_a,Q_a,T_a) + \hbar_{aw}(T_w - T_a)$$

avec

$$Q_c(t) = -Q_a(t) = Q(t)$$
$$A(\mathcal{A},T) = \rho(T)\mathcal{A}C_p(T)$$
$$B(Q,T) = QC_p(T)$$
$$C(D^w,Q,\mathcal{A},T) = 2C_f(\mathrm{Re})\big\{Q/[\rho(T)\mathcal{A}]\big\}^2|Q|/D^w,\ \mathrm{Re} = |Q|D^w/[\mu(T)\mathcal{A}]$$
$$\hbar_{ca} = \Big(X(r_{ic},D_c^w,\mathcal{A}_c,Q_c,T_c) + X(r_{oc},D_a^w,\mathcal{A}_a,Q_a,T_a) + R_{ca}\Big)^{-1}$$
$$\hbar_{aw} = \Big(X(r_{ia},D_a^w,\mathcal{A}_a,Q_a,T_a) + R_{aw}\Big)^{-1}$$
$$X(r,D^w,\mathcal{A},Q,T) = \Big[4\mathcal{A}/\mathcal{P}^{h^2}(r)\Big]/\Big[\lambda(T)\mathrm{Nu}(D^w,\mathcal{A},Q,T)\Big]$$

Les grandeurs R_{ca} et R_{aw} sont les résistances thermiques associées respectivement à l'espace entre le tube central et le tube annulaire et à l'espace entre le tube annulaire et le sol. Ces résistances thermiques sont des grandeurs empiriques pour lesquelles on propose l'approximation suivante :

$$R_{ca} = \ln(r_{oc}/r_{ic})/\big(2\pi\lambda_w\big),\ \ R_{aw} = \ln(r_{oa}/r_{ia})/\big(2\pi\lambda_w\big) \tag{1.48}$$

Les résistances thermiques R_{ca} et R_{aw} ainsi que les grandeurs relatives à la géométrie du puits $(r,D^w,\mathcal{A},\mathcal{P}^h)$ sont considérées constantes par morceaux le long de z. Ceci permet de prendre en compte un puits possédant plusieurs sections présentant des dimensions et même des matériaux distincts.

On notera que la formulation du problème fait intervenir d'autres coefficients devant être décrits par des relations empiriques : le coefficient de frottement pariétal C_f et le nombre adimensionnel de Nusselt Nu. Dans la littérature, il existe plusieurs lois exprimant ces grandeurs en fonction des nombres adimensionnels de Reynolds $\mathrm{Re} = \rho v D^w/\mu$ et de Prandtl $\mathrm{Pr} = \mu C_p/\lambda$. Pour le modèle puits-terrain, les lois de Petukhov [1970] pour C_f (équation (3.11)) et de Gnielisnki [1976] pour Nu (équation (3.10)) ont été implémentées.

Au sujet de la mise en équation du problème d'échange thermique dans le puits, il convient de signaler que nous avons négligé la conduction thermique dans le fluide. En outre, le modèle

proposé ne tient pas compte de la convection libre qui peut s'opérer pendant les périodes d'arrêt du pompage. Ces deux phénomènes sont généralement négligeables et c'est la convection forcée associée à la circulation des fluides qui prédomine. On précise aussi que l'égalité des débits massiques dans les deux compartiments du puits considérée dans le modèle traduit le fait qu'on suppose un régime hydraulique stabilisé et qu'on néglige toute perte de fluide entre le puits et le sol. Le débit massique d'injection Q est une donnée.

Dans le sol, il s'agit de résoudre un problème 3D thermique pouvant être gourmand en temps de calcul. Pour simplifier le problème sur le plan numérique, deux hypothèses principales sont posées. Tout d'abord, contrairement au modèle de congélation des terrains présenté au paragraphe 1.4, on suppose que les transferts de chaleur s'effectuent essentiellement par conduction thermique, les phénomènes convectifs étant négligés. C'est une hypothèse forte, mais qui ne nous semble pas porter préjudice à la pertinence du modèle global puits-terrain dans un objectif d'optimisation du système de congélation. De plus, le sol autour du puits est décomposé en un nombre fini de couches horizontales indépendantes les unes des autres et toutes reliées au puits. Pour chaque abscisse curviligne z le long du puits, on résout donc un problème radial de conduction thermique dont l'inconnue principale est la température $T(r,t)$ fonction de la distance r à l'axe du puits et du temps t. Autrement dit, on suppose avec cette approche que les flux thermiques verticaux sont négligeables. La validité de cette hypothèse est vérifiée au paragraphe 3.3 où cette approche est comparée à un calcul 2D axisymétrique. Finalement, à partir de l'équation de la chaleur (1.45) établie pour le modèle de congélation des terrains au paragraphe précédent en y considérant $\overrightarrow{w} \approx \overrightarrow{0}$, on retrouve l'équation (3.28) que doit vérifier la température $T(r,z,t)$ dans le terrain, ceci étant résumé ci-dessous.

$$(\rho C_p)_{eq}(T)\partial_t T = \frac{1}{r}\partial_r\Big[r\lambda(T)\partial_r T\Big]$$

avec

$$\lambda = \lambda_\sigma^{1-n}\lambda_\lambda^{nS_\lambda}\lambda_\gamma^{n(1-S_\lambda)}$$

$$\big(\rho C_p\big)_{eq} = \sum_\alpha \rho^\alpha C_{p_\alpha} - n\rho_\gamma L_{\lambda\gamma}\partial_T S_\lambda \ , \ L_{\lambda\gamma}(T) = L_0 + L_0'\big(T - T_0\big)$$

$$S_\lambda(T) = [1 + e^{-\xi(T-\theta)}]^{-1}$$

On notera que, contrairement à la partie puits, cette équation ne contient pas directement le terme de couplage T_w. Celui-ci est pris en compte dans les conditions aux limites.

Celles-ci s'expriment pour le puits telles que :

$$\begin{cases} T_c(0,t) = T_c^0(t), & \text{si } Q(t) > 0 \\ T_a(0,t) = T_a^0(t), & \text{si } Q(t) < 0 \\ T_c(L_p,t) = T_a(L_p,t) \end{cases} \tag{1.49}$$

Les conditions aux limites pour le sol sont quant à elles de la forme :

$$\begin{cases} \mathcal{P}^h(r_p)\lambda\partial_r T(r_p,z,t) = \hbar_{aw}\Big[T_w(z,t) - T_a(z,t)\Big] \\ T(\infty,z,t) = T_\infty(z) \end{cases} \tag{1.50}$$

avec $T_w(z,t) = T(r_p,z,t)$.

Enfin, les conditions initiales sont les suivantes :

$$\begin{cases} T(r,z,0) = T(\infty,z,t) = T_\infty(z) \\ T_c(z,0) = T_a(z,0) = T_\infty(z) \end{cases} \tag{1.51}$$

où $T_\infty(z)$ est la température dans le sol à l'infini.

1.5.2.2 Résolution numérique de ce problème couplé

La résolution du problème couplé entre le puits et le sol via la température T_w a donné lieu au développement d'un programme de calcul spécifique nommé *SOLEC*. Le processus numérique de résolution est présenté en détail au paragraphe 3.2.4. La solution des températures dans l'espace est obtenue à chaque instant par un procédé itératif qui consiste à i) résoudre le problème dans le puits connaissant T_w pour déterminer T_a et $\hbar_{aw}$, ii) résoudre le problème dans le terrain connaissant ces valeurs de T_a et $\hbar_{aw}$ pour déterminer T_w et iii) reprendre à i) jusqu'à ce que la différence entre la valeur de T_w obtenue à la fin de l'itération en cours et la précédente soit inférieure à un degré de précision donné.

Pour le problème 1D vertical du puits, le système d'équations est réduit à une équation différentielle vectorielle, résolue par une méthode de minimisation au sens des moindres carrés en utilisant une approximation de type éléments finis. Pour le problème n fois 1D radial du terrain, l'équation est résolue par la méthode des éléments finis avec une formulation variationnelle classique.

1.5.3 Utilisation en pratique du modèle

1.5.3.1 Applications pour la mine de Cigar Lake

Comme cela a été présenté en introduction de cette partie (paragraphe 1.5.1), le modèle puits-terrain a principalement deux utilisations possibles :

1. la détermination des conditions aux limites à la paroi des tuyaux de congélation dans les modèles de congélation des terrains
2. le design et l'optimisation du système de congélation via la réalisation d'études paramétriques sur les conditions opératoires.

La première utilisation est mise à profit au chapitre 4 dans lequel l'application du modèle puits-terrain aux conditions de Cigar Lake permet d'obtenir les conditions aux limites à imposer dans le modèle thermo-hydraulique de congélation. La deuxième utilisation est quant à elle illustrée au chapitre 3 qui analyse pour un cas d'étude simple (un puits de 50 m inclus dans un terrain homogène) les résultats d'une étude de sensibilité par rapport à la température du réfrigérant, son débit, son type ainsi que par rapport aux diamètres des tuyaux de congélation.

On se propose ici de présenter une application plus détaillée du modèle puits-terrain au cas de la mine de Cigar Lake, dans une perspective d'optimisation des conditions de congélation actuelles et futures. Ainsi, dans un premier temps les performances du système d'isolation partielle des puits de congélation au niveau des zones qui ne nécessitent pas d'être congelées sont analysées. Ensuite, des études paramétriques similaires à celles présentées au chapitre 3 (on parlera dans la suite du « cas simple » lorsqu'on se référera à cette étude) sont réalisées pour la configuration de Cigar Lake.

Comme cela a été mentionné dans l'introduction, le gisement d'uranium de Cigar Lake se situe entre 410 et 450 m de profondeur et a une épaisseur moyenne de 5,4 m et maximale de

13,5 m. Pour l'atteindre, des tuyaux de congélation ont été forés depuis la surface. L'objectif visé est de congeler avant exploitation toute la zone située entre 400 et 460 m de profondeur, ces valeurs incluant une marge de sécurité au-dessus et en-dessous du gisement. Il est donc superflu de congeler les terrains situés entre la surface et la profondeur 400 m et, afin de limiter les pertes de chaleur au maximum, les puits de congélation classiques (tube central et espace annulaire) ont été adaptés pour être isolés sur ces 400 premiers mètres [Bishop *et al.*, 2012].

La figure 1.11 présente une coupe schématique d'un tuyau de congélation typique utilisé à Cigar Lake depuis la surface. Ce tuyau est composé de deux sections : une zone isolée dite « passive » entre les cotes 0 et 400 m et une zone non isolée dite « active » entre les cotes 400 et 460 m. Dans la zone active, seul un casing en acier (et éventuellement une petite épaisseur de ciment) sépare le fluide frigorifique du terrain à congeler. Dans la zone passive, un espace d'air d'environ 1,5 cm a été aménagé entre l'espace annulaire dans lequel circule le réfrigérant et le casing. Le diamètre du tube annulaire est donc réduit d'autant par rapport à la zone active (celui du tube central étant inchangé).

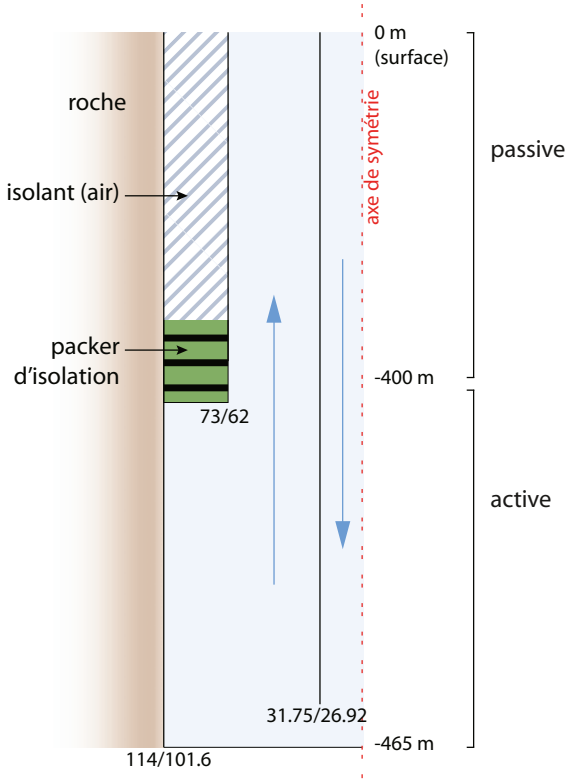

FIGURE 1.11 – Coupe verticale schématique d'un tuyau de congélation utilisé à Cigar Lake présentant la zone « passive » isolée et la zone « active » non isolée avec les diamètres internes et externes des différents tubes (en mm) (pas à l'échelle)

Le calcul modélisant la situation réelle à Cigar Lake, c'est-à-dire avec un terrain hétérogène et un puits de congélation isolé sur les 400 premiers mètres, sert de « cas de base » à tous les autres calculs réalisés dans ce paragraphe. Pour ce cas de base, le fluide frigorifique utilisé est le chlorure de calcium, sa température d'injection dans le tube central est de -30°C, et son débit de 0,97 kg/s. On considère un tuyau de congélation long de 460 m, isolé sur les 400 premiers mètres et non isolé sur les 60 derniers mètres, dont les dimensions des tubes

sont précisées sur la figure 1.11 ou dans le tableau 4.1. Tous les tubes du puits sont en acier de conductivité thermique 52 W/m/K. L'air situé au niveau de la zone passive est considéré comme stagnant et est donc modélisé par une couche, dans laquelle le transfert thermique est supposé purement conductif, intercalée entre deux couches d'acier. Dans le modèle, la résistance R_{aw} correspond donc à une résistance équivalente à ces trois couches juxtaposées, avec une conductivité thermique de $2{,}25 \cdot 10^{-2}$ W/m/K pour l'air (valeur correspondant à la conductivité thermique de l'air sec à -20°C et à pression atmosphérique). Le terrain hétérogène est représenté par six couches horizontales différentes de terrains dont les propriétés sont données dans le tableau 1.1. Les valeurs des propriétés de l'eau liquide et de la glace présentes dans le terrain sont les mêmes que pour les autres applications de la thèse et sont par exemple précisées au tableau 3.1.

Terrain	T_∞ (°C)	n (-)	λ_σ (W/m/K)	$\rho_\sigma C_{p\sigma}$ (J/m^3/K)	ξ (-) ; θ (K)	profondeur (m)
1	8	0,08	5,02	1,54e6	4,9 ; 271,65	0 - 238
2	8	0,15	4,04	1,51e6	3,0 ; 270,65	238 - 416
3	11	0,40	2,55	2,03e6	2,0 ; 269,65	416 - 425
4	11	0,10	5,02	1,15e6	4,9 ; 271,65	425 - 434
5	8	0,20	2,35	1,75e6	3,0 ; 270,65	434 - 441
6	10	0,10	3,02	1,41e6	3,0 ; 270,65	441 - 460

Table 1.1 – Propriétés thermo-physiques des six couches de terrains considérées pour l'application du modèle puits-terrain au cas de Cigar Lake

Dans un premier temps, les performances du système d'isolation partielle mis en place à Cigar Lake sur les tuyaux de congélation de surface sont étudiées. Pour cela, on compare deux cas : le cas de base présenté ci-dessus, avec isolation, et un cas identique au cas de base mais sans isolation (cela correspond à un puits de 460 m de long ayant partout les mêmes paramètres que dans la zone active du cas de base). La figure 1.12(a) présente pour ces deux cas le profil du rayon de l'isotherme -10°C adimensionné au rayon du puits à deux dates et la figure 1.12(b) présente l'historique sur quatre ans de la puissance extraite du terrain.

La figure 1.12(b) confirme que l'objectif de réduction des pertes de chaleur en aménageant la zone passive est atteint : la puissance extraite du terrain pour un tuyau sans isolation est quatre fois plus importante que pour un tuyau partiellement isolé, le terrain étant refroidi sur toute la hauteur du tuyau. Pour le cas avec isolation, les calculs montrent que 55 % de la puissance extraite sur tout le puits l'est au niveau de la zone active et 45 % au niveau de la zone passive. Autrement dit, les 400 m de puits isolé sont équivalents à 48 m de puits non isolé. En termes de puissance, un tuyau de 460 m partiellement isolé est donc équivalent à un tuyau de 108 m totalement non isolé.

Le résultat de la figure 1.12(a) est quant à lui plus inattendu : il apparaît qu'aux deux dates observées, l'isotherme -10°C va plus loin sans isolation que avec (environ 10 % d'écart). La figure 1.13 fournit une explication à ce constat. Elle montre qu'à la même date, à température d'injection égale, la température dans le tube central dans le cas sans isolation est partout inférieure à celle dans le cas avec isolation (figure 1.13(a)). Sur le chemin retour de la saumure, c'est la même chose pour la température dans l'espace annulaire. *In fine*, la température à la paroi est aussi inférieure dans le cas sans isolation.

C'est en réalité un effet de l'étranglement de l'espace annulaire au niveau de la zone passive dans le cas avec isolation qui, en diminuant la section de passage du fluide, augmente sa vitesse d'écoulement et donc modifie en particulier les coefficients d'échanges aux parois $\hbar_{aw}$ et $\hbar_{ca}$.

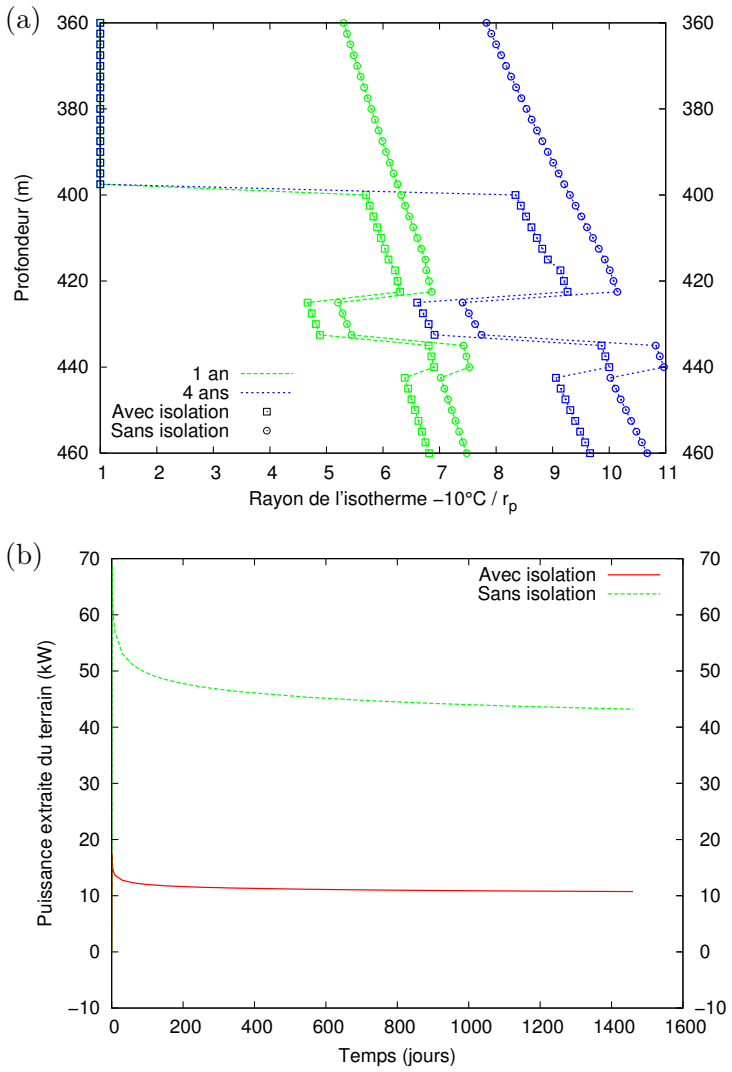

FIGURE 1.12 – Influence de l'isolation dans le cas de Cigar Lake : a) profil du rayon de l'isotherme -10°C adimensionné après 1 an et 4 ans de congélation et b) historique de la puissance extraite du terrain avec et sans isolation

Ainsi, le coefficient $\hbar_{ca}$ sans isolation est égal à celui de la zone active avec isolation qui est inférieur à celui de la zone passive. Alors, sur l'intervalle 0-400 m, les échanges thermiques entre le tube central et l'annulaire sont moins nombreux quand il n'y a pas d'isolation et la saumure dans le tube central se réchauffe donc moins au contact de celle située dans l'annulaire : $T_{c\ \text{sans isolation}} < T_{c\ \text{avec isolation}}$ (la courbe $T_c(z = L_p)$ de la figure 1.13(b) montre que la saumure arrive en bas du tube toujours plus froide sans isolation qu'avec). Quant au coefficient $\hbar_{aw}$, sans isolation il est égal à celui de la zone active avec isolation (qui est par ailleurs supérieur à celui de la zone passive). Il y a donc autant d'échanges sur la zone 400-460 m mais la température du tube central étant inférieure dans le cas sans isolation, celle du tube annulaire l'est aussi : $T_{a\ \text{sans isolation}} < T_{a\ \text{avec isolation}}$. En ce qui concerne la température à l'interface puits-terrain, elle est donc plus faible sans isolation. Au final, à la paroi externe du puits, le flux est plus important sans isolation qu'avec puisque la différence de température

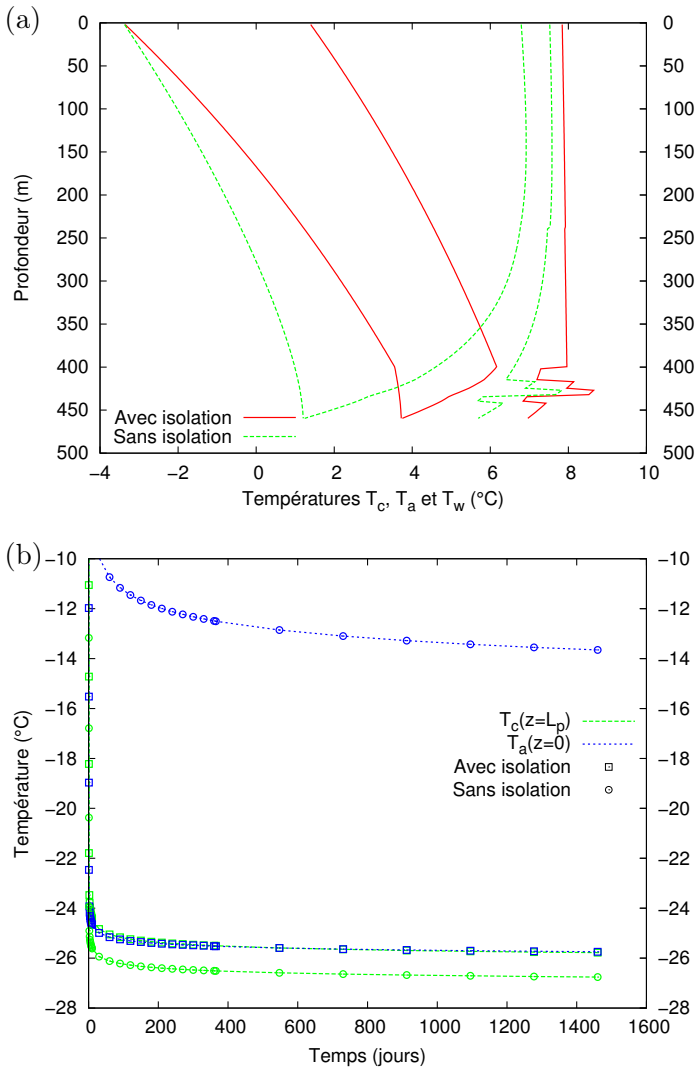

FIGURE 1.13 – Influence de l'isolation dans le cas de Cigar Lake : a) profil de la température dans le tube central, dans l'annulaire et à la paroi du puits après 0.3 jour de congélation et b) historique de la température en bas du puits et en sortie du puits avec et sans isolation

$|\Delta T| = |T_a - T_w|$ est supérieure. Le terrain est donc davantage refroidi.

L'intérêt d'isoler une partie des puits de congélation n'est donc pas d'accélérer la congélation des terrains. Par contre, cette technique est très intéressante en pratique pour diminuer l'énergie requise pour la congélation des terrains. En effet, comme le montre la figure 1.13(a), la saumure sur le chemin du retour dans l'espace annulaire sur la partie 400-0 m se refroidit largement si cette zone est isolée (les échanges sont plus importants avec le tube central, plus froid, qu'avec le terrain environnant), contrairement au cas sans isolation où la saumure continue à se réchauffer au contact du terrain environnant. Par conséquent, la température à la sortie du puits est plus chaude d'environ 12°C quand le puits n'est pas isolé qu'en mettant en place la zone passive (courbe $T_a(z = 0)$ sur la figure 1.13(b)). L'énergie requise au niveau de l'usine de congélation pour refroidir cette saumure à la température d'injection $T_c(z = 0)$ est donc supérieure.

On attire l'attention du lecteur sur le fait que le cas de base décrit ci-dessus est un cas idéal où, en particulier, les tubes sont tous parfaitement centrés les uns par rapport aux autres. En réalité, les tubes dévient plus ou moins par rapport à leur axe initial, d'autant plus que les forages sont longs. Au niveau de la zone passive, cela signifie donc que l'espace de 1,5 cm d'air entre l'annulaire et le terrain n'est pas garanti partout et qu'il peut y avoir par exemple des ponts thermiques où le tube extérieur de l'annulaire est directement au contact du casing.

Cette étude n'a pas que pour objectif d'étudier l'intérêt de la mise en place d'une zone passive en mettant au clair les différents phénomènes thermiques avec et sans isolation. Elle permet aussi de modéliser un cas possible pour lequel le packer d'isolation séparant la zone active de la zone active n'est pas bien installé, entraînant une fuite à ce niveau et où donc l'espace supposément rempli d'air l'est en fait de saumure (la zone passive n'existe donc plus). On peut alors grâce aux calculs présentés plus haut estimer les besoins énergétiques supplémentaires créés par de telles défectuosités.

Puisque c'est l'étranglement de l'espace annulaire qui est responsable de la diminution de la vitesse de congélation du terrain, on pourrait chercher à améliorer le système d'isolation mis en place à Cigar Lake en installant l'espace d'air isolant non pas à l'intérieur du puits de congélation mais à l'extérieur. Comme l'illustre la figure 1.14, les sections de passage du fluide dans les tubes central et annulaire seraient ainsi identiques dans la zone active et passive.

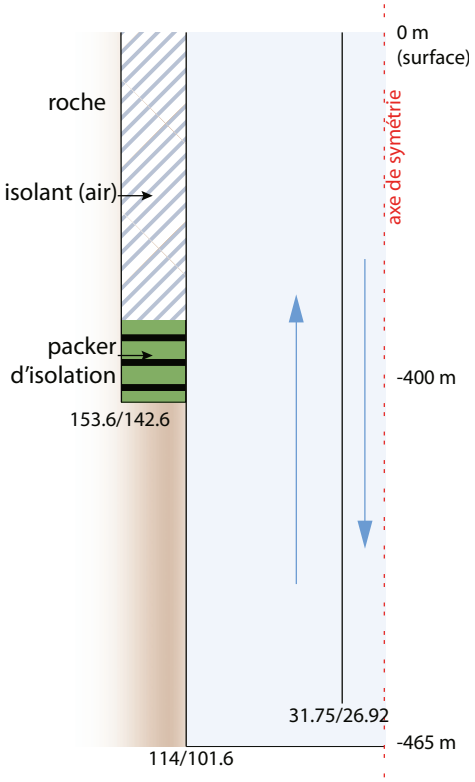

FIGURE 1.14 – Coupe verticale schématique d'un tuyau de congélation similaire à ceux utilisés à Cigar Lake mais avec isolation à l'extérieur (pas à l'échelle)

Ce cas a été modélisé et comparé aux deux cas précédents, sans isolation et avec isolation (intérieure). Les résultats de cette comparaison peuvent être étudiés sur la figure 1.15. Il ressort (figure 1.15(b)) que la nouvelle configuration envisagée réduit quasiment d'autant la

puissance extraite du terrain qu'avec une isolation intérieure par rapport à une configuration sans isolation. En outre, les performances en termes de vitesse de congélation du terrain sont nettement améliorées (figure 1.15(a)) : le rayon de l'isotherme -10°C est, après quatre ans de congélation, respectivement 20 % et 32 % supérieur à ceux du cas sans isolation et avec isolation intérieure.

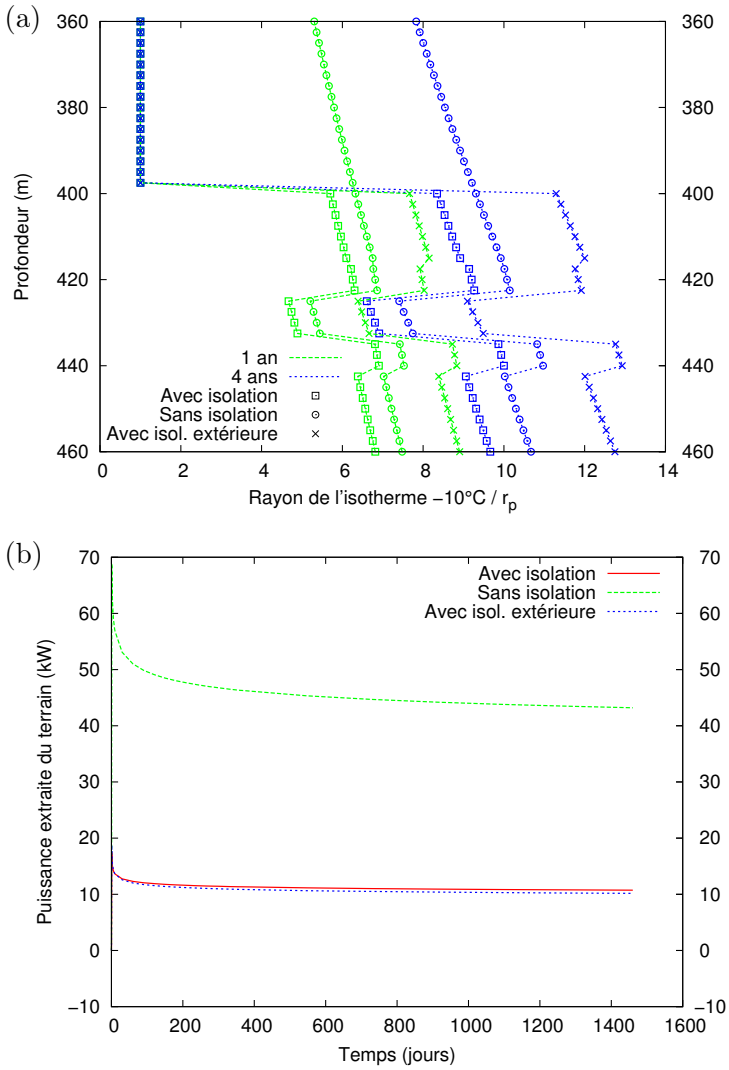

FIGURE 1.15 – Amélioration de l'isolation dans le cas de Cigar Lake : a) profil du rayon de l'isotherme -10°C adimensionné après 1 an et 4 ans de congélation et b) historique de la puissance extraite du terrain avec isolation, sans isolation et avec isolation extérieure

Par ailleurs, cette configuration conserve le grand intérêt de l'isolation intérieure qui était de réduire l'écart entre les températures d'entrée et de sortie de la saumure. En effet, la figure 1.16 montre que la température à la sortie du puits avec une isolation extérieure est à chaque instant quasiment égale à celle avec une isolation intérieure. La mise en place d'un espace d'air isolant à l'extérieur du puits de congélation pourrait donc être bénéfique sur tous les plans à Cigar Lake. Bien sûr, la faisabilité et les coûts de cette technique ne sont pas pris en compte ici.

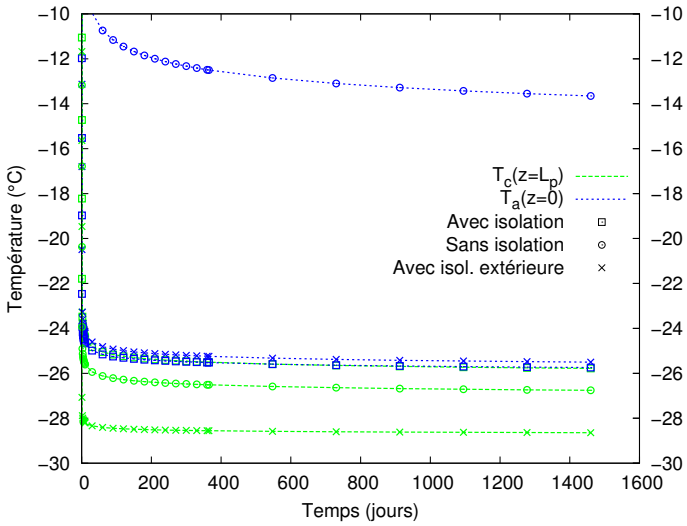

FIGURE 1.16 – Amélioration de l'isolation dans le cas de Cigar Lake : historique de la température en bas du puits et en sortie du puits avec isolation intérieure, sans isolation et avec isolation extérieure

Pour l'isolation des puits, une autre solution pourrait aussi être d'utiliser des casings de matériaux différents dans la zone passive et la zone active. Ainsi, les dimensions de tous les tubes seraient alors partout les mêmes et seule la résistance thermique R_{aw} serait modifiée via la conductivité thermique du matériau. Pour illustrer cette possibilité, les cas étudiés plus haut sont comparés à une configuration théorique où le casing est composé d'acier dans la zone active et d'air (avec les mêmes propriétés que celui des configurations étudiées avant) dans la zone passive. Cette étude n'a pas vocation à être directement représentative de ce qu'il pourrait être mis en place en réalité (le maintien d'une épaisseur d'air de 6 mm entre la saumure et le terrain étant évidemment impossible) mais elle vise à illustrer différentes possibilités d'isolation. Par conséquent, les résultats sont ici à analyser qualitativement et non quantitativement.

Dans ce cas, tous les avantages potentiels de l'isolation des puits de congélation sont vérifiés : la zone congelée à un instant t est plus grande que sans isolation (figure 1.17(a)) et la différence de température entre l'entrée et la sortie de la saumure est bien réduite (figure 1.18).

Passons à présent aux études paramétriques sur les conditions opératoires pour le cas réel de Cigar Lake, c'est-à-dire par rapport au cas de base avec isolation présenté ci-dessus. Comme on a pu le voir sur la figure 1.12(a), en raison de la forte hétérogénéité des terrains, le rayon de l'isotherme varie nettement avec la profondeur à chaque instant. Pour comparer une situation à une autre, le critère ne sera donc pas le rayon de l'isotherme -10°C à une profondeur donnée comme c'est le cas pour l'étude paramétrique du cas simple, mais plutôt le rayon *minimal* de l'isotherme -10°C sur la hauteur de la zone active du puits. En pratique, le rayon minimal correspond en très grande majorité à la profondeur 425 m, c'est-à-dire à l'interface entre le terrain 3 et le terrain 4, et parfois à la profondeur 416 m, c'est-à-dire à l'interface entre le terrain 2 et le terrain 3, hormis les quelques cas où la température -10°C n'est jamais atteinte dans le terrain.

Comme au chapitre 3, quatre paramètres seront étudiés ici :

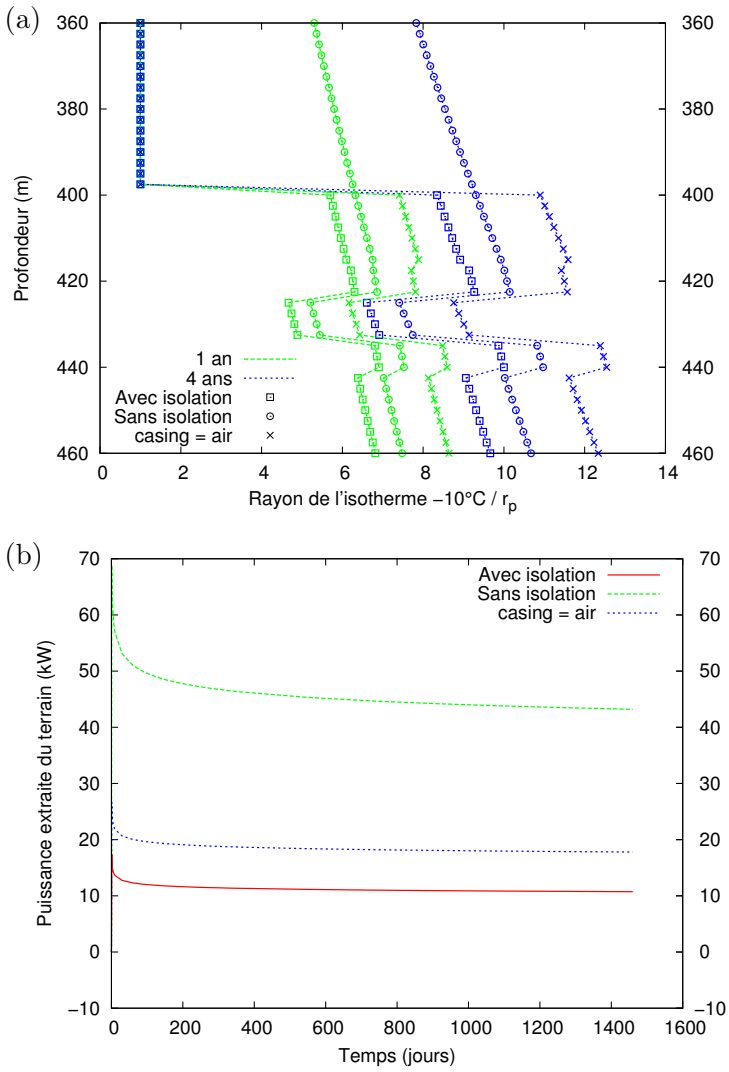

FIGURE 1.17 – Amélioration de l'isolation dans le cas de Cigar Lake : a) profil du rayon de l'isotherme -10°C adimensionné après 1 an et 4 ans de congélation et b) historique de la puissance extraite du terrain avec isolation, sans isolation et avec un « casing » constitué d'air dans la zone passive

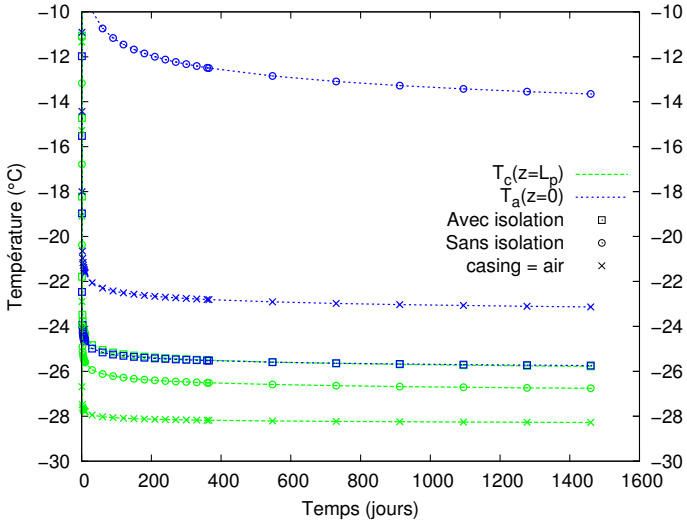

FIGURE 1.18 – Amélioration de l'isolation dans le cas de Cigar Lake : historique de la température en bas du puits et en sortie du puits avec isolation, sans isolation et avec un « casing » constitué d'air dans la zone passive

— la température d'injection du réfrigérant
— le débit du réfrigérant
— le type de réfrigérant utilisé
— les diamètres des tubes.

Pour chaque calcul, un seul paramètre est modifié par rapport au cas de base.

La figure 1.19 présente l'influence de la température d'injection du réfrigérant. Les mêmes tendances que pour le cas simple du chapitre 3 (figure 3.8) sont observées, tant pour le rayon de l'isotherme (figure 1.19(a)) que pour la puissance extraite du terrain (figure 1.19(b)). Conformément à l'intuition, plus la température du réfrigérant est faible, plus la zone congelée est grande, plus la vitesse de progression de l'isotherme est élevée et plus la puissance extraite du terrain est importante.

On remarquera que par rapport au chapitre 3, les valeurs du rayon de l'isotherme sont plus faibles dans ce cas. Ceci s'explique par le fait que les propriétés des terrains sont différentes (on rappelle en outre qu'ici c'est le rayon *minimal* sur la hauteur de la zone active qui est examiné) et que, puisque le puits de congélation est plus long ici (460 m dans le cas réel versus 50 m dans le cas simple), le réfrigérant se réchauffe plus sur son parcours et la température dans l'annulaire est donc plus élevée. On précise que les dimensions et la composition des tubes du cas simple du chapitre 3 sont les mêmes que pour la zone active ici et que les débits d'écoulement sont quant à eux quasiment identiques (respectivement 1 et 0,97 kg/s). Les coefficients d'échange aux parois des tubes sont donc presque égaux. En ce qui concerne la puissance extraite du terrain, elle est beaucoup plus importante dans le cas réel que dans le cas simple (plus de deux fois supérieure), bien que le rayon minimal de l'isotherme soit lui plus faible, essentiellement parce que les échanges entre le puits et le terrain sont augmentés corrélativement à la longueur du puits.

Pour sa part, l'influence du débit du réfrigérant est visible à la figure 1.20. Ici aussi, les tendances observées pour le rayon de l'isotherme (figure 1.20(a)) et pour la puissance extraite du terrain (figure 1.20(b)) sont les mêmes dans le cas réel et dans le cas simple (figure 3.9).

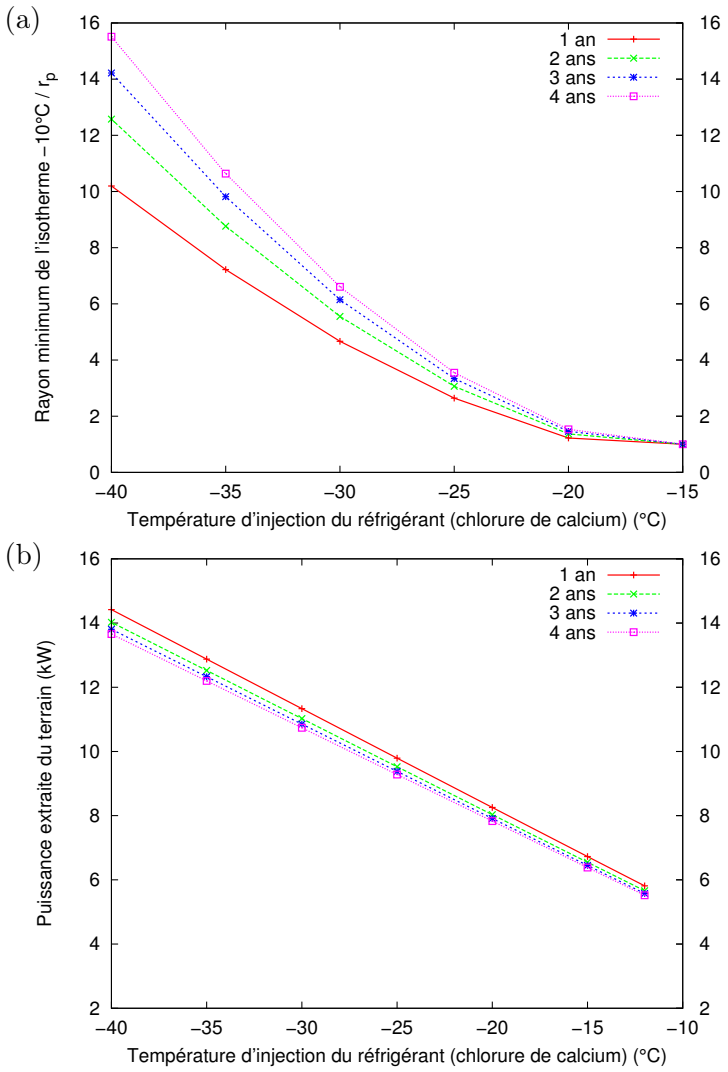

FIGURE 1.19 – Influence de la température du réfrigérant dans le cas de Cigar Lake : a) rayon minimal de l'isotherme -10°C adimensionné dans la zone active et b) puissance extraite du terrain en fonction de la température du réfrigérant à plusieurs dates

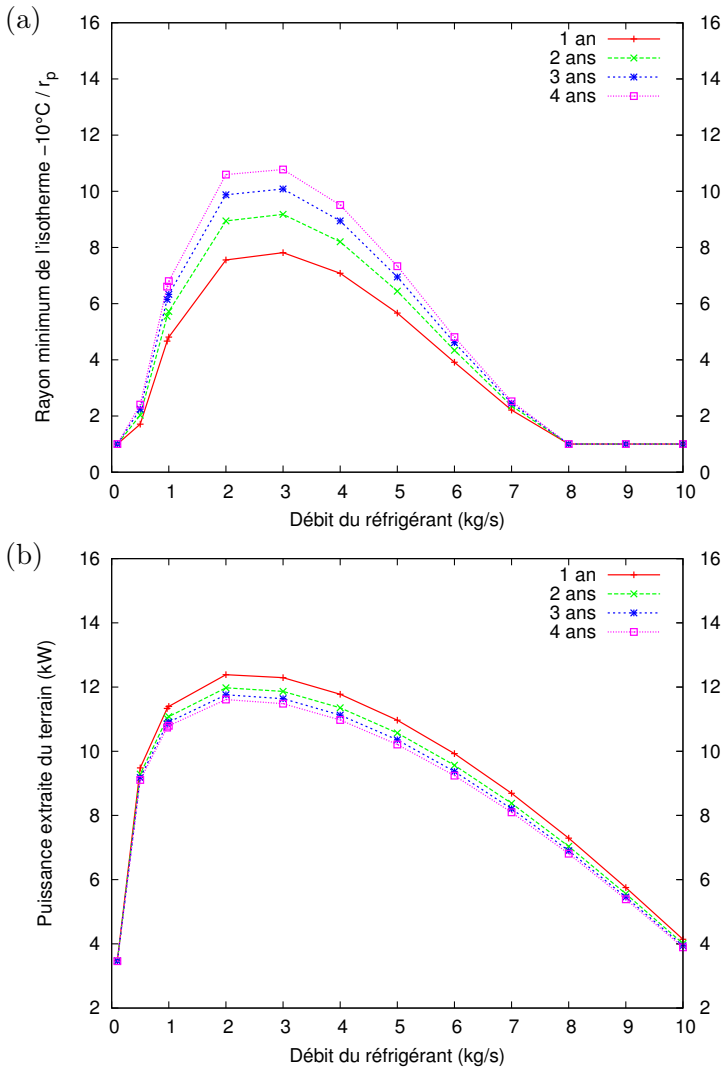

FIGURE 1.20 – Influence du débit du réfrigérant dans le cas de Cigar Lake : a) rayon minimal de l'isotherme -10°C adimensionné dans la zone active et b) puissance extraite du terrain en fonction du débit du réfrigérant à plusieurs dates

Et de la même manière et pour les mêmes raisons que pour la température du réfrigérant, le rayon de l'isotherme est plus faible dans le cas réel, contrairement à la puissance extraite du terrain.

On notera toutefois que si les tendances sont les mêmes dans les deux cas, elles sont franchement exacerbées ici : le rayon de l'isotherme et la puissance extraite du terrain exprimés en fonction du débit sont toujours des fonctions croissantes puis décroissantes, mais le débit optimal (c'est-à-dire le débit pour lequel la zone congelée est la plus grande au même instant) est beaucoup plus franc dans ce cas réel. Il est ici d'environ 3 kg/s. En effet, comme expliqué au chapitre 3, le rayon de l'isotherme -10°C et la puissance extraite du terrain sont liés au flux thermique à la paroi du puits, lui-même étant dépendant à la fois du coefficient de transfert de chaleur $\hbar_{aw}$ et de la différence de température $|\Delta T| = |T_a - T_w|$. Ces deux fonctions sont présentées à la figure 1.21 pour le cas réel. Or si dans les deux cas la fonction $\hbar_{aw}(Q)$

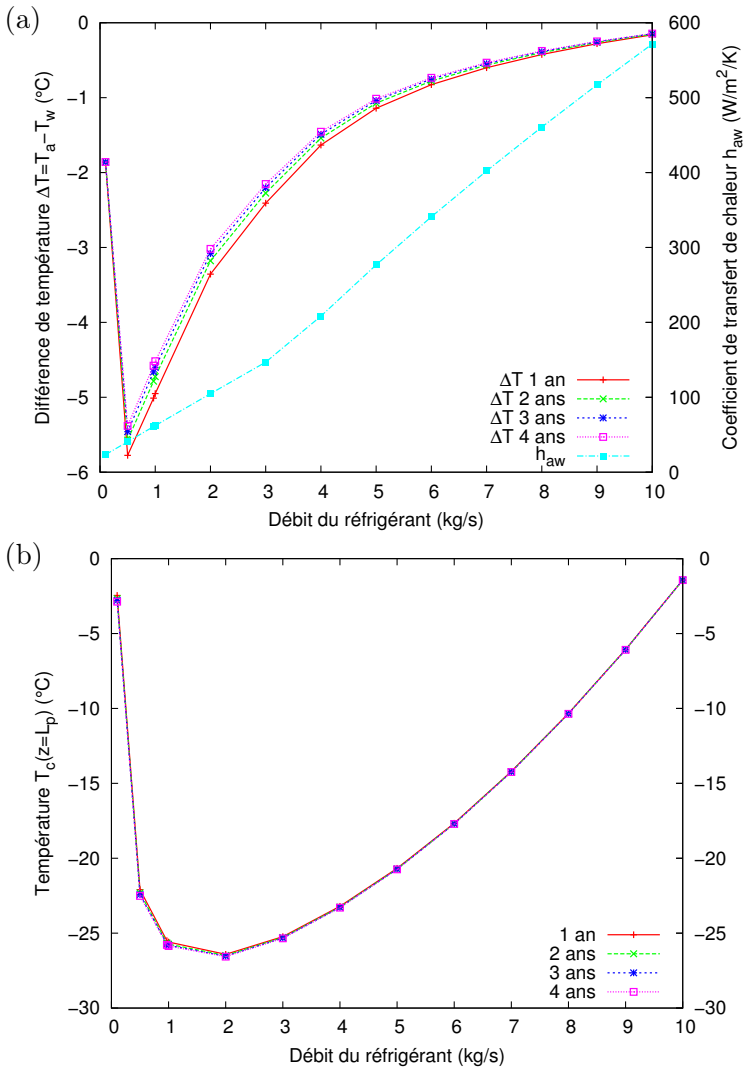

FIGURE 1.21 – a) Coefficient de transfert de chaleur par convection $\hbar_{aw}$ de la zone active et différence de température entre l'annulaire et la paroi $\Delta T = T_a - T_w$ en haut de la zone active ($z = 400\,\mathrm{m}$) et b) température en bas du puits en fonction du débit du réfrigérant dans le cas de Cigar Lake

est croissante et même quasiment identique (on notera le changement de pente entre 3 et 4 kg/s qui correspond au passage du régime laminaire au régime turbulent dans le tube annulaire), le comportement de la fonction $|\Delta T|(Q)$ diffère : dans le cas simple elle est monotone, continument décroissante, alors que dans le cas réel elle est croissante jusqu'à 0,5 kg/s puis décroissante. Autrement dit, hormis pour les débits inférieurs à 0,5 kg/s pour le cas réel, plus le débit est important, plus les échanges entre le terrain et l'annulaire sont importants et plus la température de l'annulaire est proche de celle à la paroi du tuyau. Et finalement, pour le cas simple dès 0 kg/s et pour le cas réel à partir de 0,5 kg/s jusqu'au débit optimal, l'influence de $\hbar_{aw}$ est plus forte que celle de $|\Delta T|(Q)$ et c'est le contraire pour les débits supérieurs.

Pour expliquer l'existence d'un débit optimal, on peut aussi adopter le même point de vue que l'explication donnée pour l'étude de l'effet de l'isolation à Cigar Lake. Ainsi, il faut réaliser

que si l'accroissement du débit d'injection augmente bien les échanges de chaleur entre le tube annulaire et la roche via le coefficient $\hbar_{aw}$, il augmente aussi les échanges entre le tube central et le tube annulaire via $\hbar_{ca}$. Par conséquent, comme le montre la figure 1.21(b), à partir du débit optimal, la saumure dans le tube central se réchauffe de plus en plus au contact de celle située dans l'espace annulaire et arrive de plus en plus chaude en bas du tuyau de congélation. Cette étude montre que contrairement à ce qu'on aurait pu penser, il ne faut pas chercher à tout prix à accroître sans limite le débit en visant l'augmentation associée du coefficient d'échange $\hbar_{aw}$ entre le puits et le terrain, mais il faut prendre en compte aussi les échanges entre le tube central et le tube annulaire.

Il est intéressant de noter que le débit d'écoulement actuellement pratiqué à Cigar Lake est d'environ 1 kg/s par puits. Il semblerait donc que ce débit puisse être légèrement augmenté d'après ces calculs afin de congeler plus rapidement les terrains. Toutefois, le débit qualifié ici d'« optimal » ne prend pas en compte l'énergie supplémentaire requise pour le pompage et les difficultés associées en augmentant le débit. On relèvera enfin qu'une autre stratégie pour réduire la durée de congélation en agissant sur le débit du liquide frigorifique pourrait être d'appliquer un refroidissement intermittent [Aulbach *et al.*, 2009].

Sept réfrigérants ont aussi été testés pour le cas réel de Cigar Lake, les mêmes qu'au chapitre 3 pour le cas simple : de l'éthylène glycol, du méthanol, du chlorure de magnésium, du chlorure de calcium, du formate de potassium, du d-limonène et du HFE 7100. Ils ont été choisis pour représenter une grande partie des différentes familles de réfrigérants existant : les saumures pour le chlorure de magnésium, le chlorure de calcium et le formate de potassium, les alcools pour l'éthylène glycol et le méthanol, et les fluides organiques pour le d-limonène et le HFE 7100. Tous ne sont pas utilisés en pratique pour les applications de congélation artificielle des terrains. Une discussion plus précise sur les intérêts et les limites des différents réfrigérants est présentée au paragraphe suivant. Les propriétés des sept réfrigérants sont regroupées au tableau 3.4. On notera qu'en toute logique, tous les calculs ont été réalisés avec la même température d'injection de -30°C (les propriétés du tableau 3.4 étant également fournies à cette température), alors qu'un intérêt potentiel de l'usage de différents réfrigérants est de pouvoir les manipuler à des températures variées pour tirer profit au mieux de leurs propriétés.

La figure 1.22 présente l'influence du choix du réfrigérant sur le rayon de l'isotherme et sur la puissance extraite du terrain. Les grandes tendances sont les mêmes pour ce cas réel et le cas simple (figure 3.10), hormis pour le d-limonène et le HFE 7100 dont les performances sont largement diminuées par rapport aux autres réfrigérants. Toutefois, même en mettant de côté ces deux fluides, l'ordre est légèrement modifié par rapport au cas simple : le réfrigérant qui congèle le plus rapidement le terrain est le méthanol, suivi du chlorure de magnésium, du chlorure de calcium, du formate de potassium, de l'éthylène glycol, du d-limonène et enfin du HFE 7100, ce dernier ne permettant même jamais d'atteindre une température inférieure à la cible de -10°C dans le terrain. Le chlorure de calcium, qui est le réfrigérant actuellement utilisé à Cigar Lake, n'est donc plus le réfrigérant le plus efficace contrairement au cas simple, mais reste tout de même très intéressant. Quoiqu'il en soit, cette étude montre que d'autres réfrigérants pourraient avantageusement être envisagés à Cigar Lake, en prenant toutefois en compte d'autres caractéristiques non intégrées ici comme le prix de ces fluides frigorifiques, leur disponibilité ou leur facilité d'utilisation.

L'éthylène glycol présente un assez gros écart de performance par rapport au groupe composé par le méthanol, le chlorure de magnésium, le chlorure de calcium et le formate de potassium. Comme cela a été détaillé au chapitre 3 pour le cas simple, sa très forte viscosité

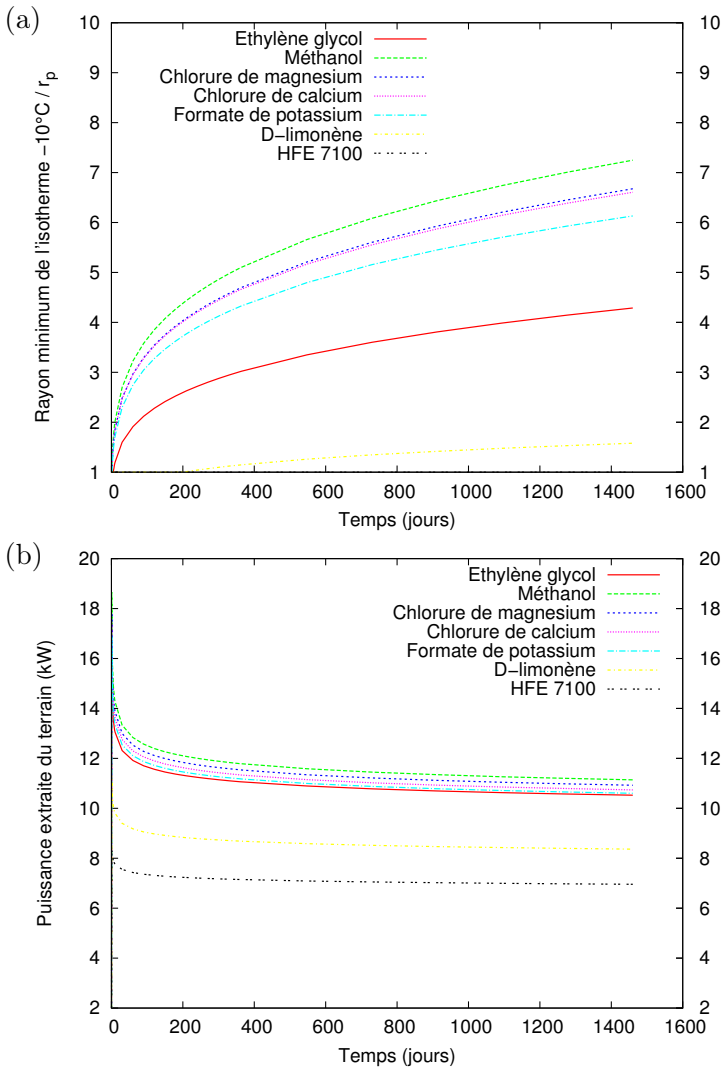

FIGURE 1.22 – Influence du réfrigérant dans le cas de Cigar Lake : a) historique du rayon minimal de l'isotherme -10°C adimensionné dans la zone active et b) historique de la puissance extraite du terrain pour sept réfrigérants différents

entraîne en effet un nombre de Reynolds faible et un nombre de Prandtl fort et, par conséquent, des coefficients de transfert de chaleur beaucoup plus faibles.

Le fait que le HFE 7100 et le d-limonène soient beaucoup moins efficaces que les autres fluides ne peut pas être expliqué de la même manière. En effet, alors que pour l'éthylène glycol seule la valeur de la viscosité s'écartait significativement de celle des autres réfrigérants, presque toutes les propriétés du HFE 7100 et du d-limonène se distinguent franchement : leur viscosité dynamique, leur conductivité thermique et leur capacité thermique sont nettement inférieures. Or ces propriétés interviennent dans tous les termes des équations (3.8) et (3.12) gouvernant l'évolution des températures dans le puits. Il est donc difficile de conclure quant à la raison pour laquelle ces deux fluides ont un comportement différent ici.

Enfin, le dernier paramètre étudié dans les conditions réelles de Cigar Lake est la géométrie du puits. Les mêmes dimensions qu'au chapitre 3 ont été considérées, correspondant aux tailles

standard de casing BW, NW, HW, PW et ZW, la proportion avec les dimensions des autres tubes étant gardée constante entre tous les cas. La figure 1.23(a) montre que la tendance de ce cas réel pour le rayon de l'isotherme -10°C est la même que pour le cas simple (figure 3.11(a)) : plus le tuyau est grand, plus la surface d'échange entre le puits et le terrain est importante et donc plus la zone congelée est grande à chaque instant. En revanche, le comportement de la puissance extraite du terrain dans le cas réel (figure 1.23(b)) diffère de celui du cas simple (figure 3.11(b)) : dans le premier cas la puissance extraite en fonction du diamètre du puits est une fonction décroissante alors qu'elle est croissante dans le second cas. En effet, la puissance extraite du terrain à chaque instant est calculée en intégrant sur la hauteur du puits le produit de son périmètre (fonction croissante du diamètre du puits) et du flux thermique (fonction décroissante). Dans le cas réel, l'effet de la diminution du flux thermique avec l'augmentation du diamètre l'emporte sur celui de l'augmentation du périmètre.

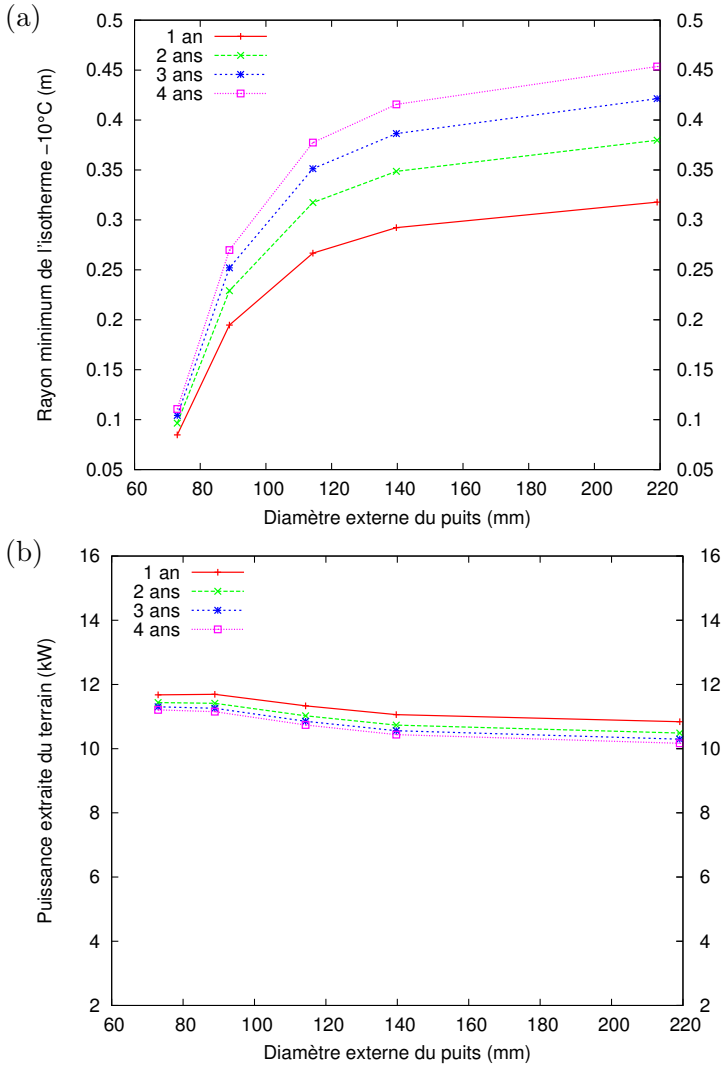

FIGURE 1.23 – Influence du diamètre du tuyau dans le cas de Cigar Lake : a) rayon minimal de l'isotherme -10°C dans la zone active et b) puissance extraite du terrain en fonction du diamètre externe du puits de congélation à plusieurs dates

Finalement, la comparaison de cette étude paramétrique réalisée pour les conditions réelles de Cigar Lake avec celle du cas simple du chapitre 3 montre que les conclusions sur l'influence d'un paramètre donné ne sont pas forcément exportables d'un cas à un autre en raison de la complexité du problème. Il semble donc préférable de faire preuve de prudence et d'utiliser le modèle puits-terrain à chaque nouvelle configuration.

1.5.3.2 Discussion

Le modèle puits-terrain fait appel à plusieurs reprises à des lois empiriques pour décrire certains des paramètres de la partie puits (cf. p. 48) : les résistances thermiques R_{ca} et R_{aw}, les coefficients de frottement C_f et le nombre de Nusselt Nu intervenant dans l'expression des coefficients de transfert de chaleur par convection $\hbar_{ca}$ et $\hbar_{aw}$. Ces grandeurs dépendent en toute rigueur de beaucoup de paramètres comme la rugosité du tube pour C_f et Nu. Les relations (3.11) et (3.10) qui les expriment en fonction des nombres adimensionnels de Reynolds et de Prandtl sont très simplifiées, en particulier celle du nombre de Nusselt en régime laminaire (Re < 2300) qui correspond en réalité à une linéarisation entre les valeurs de Nu en régimes laminaire et turbulent, adoptée par commodité numérique. En théorie, il s'agirait donc d'ajuster ces relations empiriques pour que les résultats des simulations calent au mieux les mesures *in situ*. Toutefois, on ne dispose généralement pas des mesures appropriées et/ou suffisantes pour effectuer cette validation et c'est la raison pour laquelle on se contente des lois empiriques présentées dans ce mémoire.

L'exercice est malgré tout tenté ici par rapport au Surface Freezing Test, un test pilote réalisé à Cigar Lake et présenté en détail au chapitre 4, avec les mesures imparfaites dont on dispose. Pour ce test, l'historique des températures de la saumure est connue en sortie et en entrée de l'usine de congélation. La température n'est pas mesurée directement en tête du puits de congélation. Le réchauffement de la saumure sur le trajet entre l'usine et la tête du puits n'est donc pas connu précisément (et sa variation saisonnière encore moins). On a estimé qu'il était raisonnable de considérer que la saumure se réchauffait de 1°C en moyenne sur ce trajet, à l'aller et au retour. Avec cette hypothèse et les relations empiriques énoncées dans ce mémoire, le modèle puits-terrain fournit une température de sortie de la saumure présentée sur la figure 1.24. La comparaison de ces résultats avec les mesures *in situ* est très bonne [2] : l'écart est quasiment toujours inférieur à 1°C et tend à s'amoindrir. On précise que pourtant, le modèle puits-terrain ne simule pas tout à fait la réalité puisque, hormis le fait qu'il considère une géologie simplifiée et des conditions opératoires d'entrée (débit et température d'injection) un peu lissées, il ne modélise qu'un seul tuyau de congélation alors que le Surface Freezing Test en inclut six. Cet exercice permet donc finalement en outre de confirmer *a priori* l'utilisation du modèle puits-terrain pour déterminer les conditions aux limites d'un modèle de congélation des terrains intégrant plusieurs puits de congélation.

Enfin, et cela a été évoqué plus haut au fil du texte, il est évident que les résultats possibles d'études réalisées avec le modèle puits-terrain ne suffisent pas seuls à décider de la configuration du système de congélation. Ce sont des résultats théoriques qui ne prennent en compte ni la faisabilité du cas testé ni son coût de mise en place. Ainsi, en pratique l'usine de congélation est limitée en termes de température ou de débit fournis. En outre, l'augmentation des débits de circulation induit des coûts de pompage supplémentaires et l'adoption

2. Pour simplifier, les données de l'historique de la température d'entrée de la saumure ont été légèrement lissés en entrée du modèle. C'est la raison pour laquelle les écarts ponctuels de température ne sont pas représentés à la simulation.

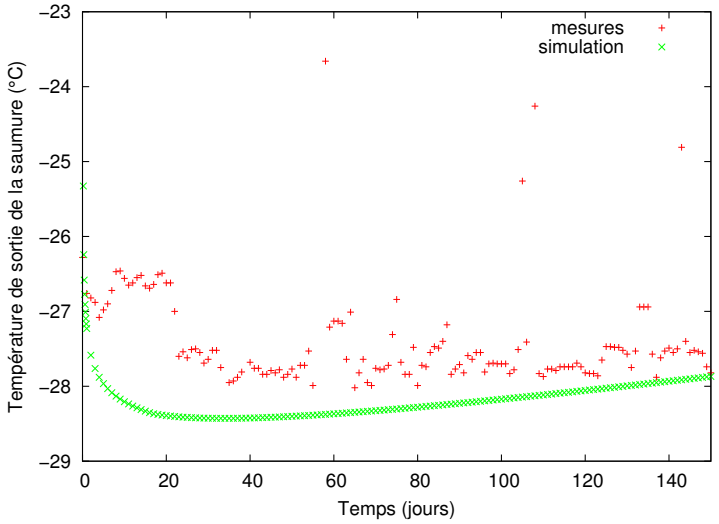

FIGURE 1.24 – Historique de la température de la saumure à la sortie du puits pour le Surface Freezing Test simulé au chapitre 4 : comparaison entre le résultat numérique et la mesure à l'usine moins 1°C

de températures nettement plus faibles nécessiterait l'utilisation de matériaux supportant de telles températures dans tout le réseau de congélation. De même, tous les diamètres de forage ne peuvent pas être envisagés en réalité et il existe un espacement minimal entre deux forages, simplement lié à l'espace nécessaire pour la foreuse.

Ces limitations pratiques sont flagrantes lorsqu'on répertorie les fluides frigorifiques pouvant être utilisés en réalité. En plus de leur coût, de leur disponibilité et de leurs propriétés thermiques et hydrauliques, il faut prendre garde à leur toxicité, leur corrosivité et à leur impact sur l'environnement. Les saumures classiquement employées pour la congélation des terrains présentent, selon Rogers et Stefl [1993], l'avantage d'avoir de bonnes propriétés thermiques mais l'inconvénient d'être corrosives et d'avoir un point de solidification assez haut. Des substituts à ces saumures ont par exemple été recherchés par de Porcellinis et Rojo [1981] qui étudient la possibilité d'utiliser des hydrocarbures halogénés. Toutefois, une partie de ces composés (les chlorofluorocarbures ou les hydrochlorofluorocarbures) sont des gaz à effet de serre et sont donc aujourd'hui interdits dans de nombreux pays ou le seront à court terme. D'autres pistes peuvent être l'éthylène glycol qui, d'après Rogers et Stefl [1993], présente l'avantage d'avoir des bonnes propriétés thermiques, d'être disponible, biodégradable, pas très toxique mais qui est inflammable. Selon le même auteur, le méthanol, dont le point de fusion est bas et qui est inclus dans les réfrigérants testés dans ce rapport, a le risque d'être extrêmement inflammable.

1.6 Conclusion

L'étude bibliographique de ce chapitre a permis de mettre en évidence, dans une première partie, la complexité des phénomènes physiques associés à la congélation des milieux poreux et en particulier comment les mécanismes thermiques et hydrauliques étaient interdépendants. Ces interactions expliquent la nécessité de mettre en place des modèles numériques prenant en compte un couplage fort entre la thermique et l'hydraulique, c'est-à-dire où les équations

régissant les variations de température et de pression sont résolues en parallèle.

Comme on l'a vu, des modèles variés ont déjà pu être proposés dans la littérature. Ces modèles se distinguent notamment les uns des autres au niveau des hypothèses prises en compte et du choix des lois de comportement adoptées pour représenter l'évolution des grandeurs physiques. Il apparaît finalement que les variations entre les modèles s'expliquent par les différences d'objectif initial, qui peut être par exemple de représenter les conditions de formation de lentilles de glace ou de représenter les cycles de gel-dégel en zone de pergélisol.

Il est ressorti de cette étude bibliographique la pertinence de développer un modèle spécialement adapté aux conditions de Cigar Lake, qui soit en particulier validé dans des conditions d'écoulements forts, et dont la cohérence thermodynamique est vérifiée lors de son développement. De plus, il s'est également avéré qu'une limite d'utilisation de ces modèles était la méconnaissance en pratique des conditions aux limites à considérer au niveau des tuyaux de congélation, qui traduisent les conditions de congélation.

Ainsi, deux modèles numériques ont été mis en place dans le cadre de nos travaux : i) un modèle couplant les phénomènes thermiques et hydrauliques simulant l'évolution de la congélation dans un terrain et ii) un modèle simulant les échanges de chaleur entre un puits de congélation et le terrain environnant. La combinaison des deux modèles permet de modéliser complètement la progression de la congélation artificielle des terrains dans des conditions d'écoulements importants. Il est apparu que les modèles peuvent être considérés fiables (vérification par rapport à des essais expérimentaux en conditions maîtrisées de fort écoulement et comparaison par rapport à des mesures *in situ* de Cigar Lake).

Grâce à cette fiabilité, les modèles peuvent être utilisés conjointement ou non pour :

— prédire les performances d'un système donné de congélation
— aider à l'optimiser les systèmes de congélation
— évaluer l'impact que pourraient avoir certaines conditions géologiques, hydrogéologiques ou opératoires particulières sur la progression du front de gel.

Quoiqu'il en soit, une limite importante dans l'utilisation des modèles sera toujours l'accès à des mesures de qualité, que ce soit pour aider à la détermination des paramètres d'entrée des modèles ou pour vérifier leurs prédictions en les comparant à des mesures *in situ*. De plus, la grande variété des terrains à Cigar Lake représente bien sûr une complication supplémentaire dans l'utilisation des modèles en augmentant le nombre des paramètres d'entrée.

Chapitre 2

Modélisation des processus thermo-hydrauliques couplés associés à la congélation des terrains

Sommaire

2.1 Introduction **71**
2.2 Formulation of the thermo-hydraulic model **72**
2.2.1 Balance equations 72
2.2.2 Constitutive equations 76
2.2.3 Simplification of the function S_λ 80
2.3 Model validation **82**
2.3.1 Comparison with analytical solutions 83
2.3.2 Comparison with experimental data 85
2.4 Influence of porosity variation on freezing evolution **90**
2.4.1 Definition of a function $n(T,p_\lambda)$ 90
2.4.2 Influence of the function $n(T)$ 91
2.5 Representation of processes associated with freezing of a porous medium **91**
2.5.1 Influence of phase change on temperature evolution 92
2.5.2 Influence of phase change and temperature variation on flowing water 94
2.5.3 Influence of flowing water on temperature evolution 96
2.6 Conclusion **97**

Ce chapitre est consacré au premier modèle développé dans le cadre de nos travaux : le modèle thermo-hydraulique, dont l'ambition est de simuler les processus thermiques et hydrauliques couplés lors de la congélation d'un terrain.

Le sujet qui fait l'objet du modèle est un milieu poreux considéré complètement saturé d'eau (c'est-à-dire sans vide d'air dans les pores), rigide (c'est-à-dire dont la porosité reste constante) et soumis à la congélation. Pour la mise en équations du problème, les équations macroscopiques de la masse de l'eau et de l'enthalpie sont dérivées des équations microscopiques correspondantes à l'aide de la méthode de la prise de moyenne volumique (paragraphe

2.2.1). Des lois de comportement nécessaires à la fermeture du système sont ensuite avancées pour décrire les mécanismes de la conduction thermique et des écoulements de l'eau dans les pores (paragraphe 2.2.2). Cette partie détaille également les conditions de coexistence des deux phases solide et liquide de l'eau, essentielles pour préciser la relation entre la température et les pressions de l'eau liquide et de la glace, ainsi que le terme lié à la chaleur latente dans l'équation de la chaleur. La question de la cohérence thermodynamique globale du modèle y est abordée.

Afin d'aboutir à un formalisme facilement utilisable en pratique dans les codes de calcul, des hypothèses simplificatrices ont été proposées lors du développement du modèle. Les fonctions chaleur latente et pression de coexistence des deux phases en fonction de la température ont notamment été linéarisées. Il est apparu que la perte d'information due à cette approximation était négligeable tandis que cette opération assurait une formulation largement simplifiée. Une autre simplification essentielle proposée pour la performance numérique du modèle a porté sur la fonction degré de saturation en eau liquide pour laquelle on a proposé une expression de la température continument dérivable partout, adaptée de la fonction de Heaviside (paragraphe 2.2.3).

A la section 2.3, le modèle théorique finalement établi est ensuite comparé à des solutions analytiques exactes ou quasi-exactes simples. De plus, les résultats du modèle sont aussi confrontés à des mesures provenant d'essais expérimentaux à grande échelle réalisés en conditions maîtrisées de fort écoulement. Cette étape est particulièrement importante pour vérifier la fiabilité de notre modèle en conditions de vitesses élevées de circulation de l'eau.

L'hypothèse de la constance de la porosité revient à négliger les déformations du milieu poreux, en particulier celles induites par la congélation. Cette hypothèse est forte et seule l'expérience permettra d'en décider la pertinence. On s'est permis de faire ce postulat en particulier parce que l'objectif du modèle numérique proposé ici n'est pas d'évaluer l'impact du processus de congélation sur les déformations du terrain mais bien de prédire l'évolution de la congélation dans un terrain soumis à des températures basses et sujet à des écoulements potentiellement importants. Toutefois, à l'inverse, les déformations du terrain peuvent en théorie avoir un impact sur son état thermique et hydraulique via la variation de la porosité. On propose donc au paragraphe 2.4 d'évaluer cet impact en remplaçant la constante n de la porosité par une fonction $n(T,p_\lambda)$, considérée comme étant une donnée extérieure connue d'après la littérature. Par rapport aux mêmes essais expérimentaux que ceux ayant servi à la validation du modèle à porosité constante, il ressort que les résultats obtenus par la résolution des nouvelles équations, adaptées pour inclure correctement la fonction $n(T,p_\lambda)$, ne sont pas modifiés. Ceci confirme a priori *la validité de l'hypothèse de la constance de la porosité.*

Dans une dernière partie (paragraphe 2.5), le modèle est utilisé pour mettre en évidence les mécanismes basiques du changement de phase dans un milieu poreux et notamment les interactions entre les processus thermiques et hydrauliques. Ainsi, on observe comment la dissipation de chaleur latente lors du changement de phase ralentit le refroidissement du matériau ; comment, sachant que le milieu est saturé à 100 % et qu'il est rigide, la dilatation volumique de l'eau lors de sa transformation en glace provoque l'expulsion de l'eau liquide en dehors des zones gelées ; ou encore comment les écoulements régionaux peuvent retarder voire empêcher la congélation des terrains. Du point de vue de l'application finale du modèle au dimensionnement des systèmes de congélation artificielle des terrains, ces études de cas simples présagent en particulier de l'importance de la prise en compte des différentes propriétés du matériau ainsi que de l'importance de la connaissance précise des conditions hydrogéologiques du site. Ces éléments seront discutés plus en profondeur au chapitre 4.

Modeling heat and mass transfer during ground freezing subjected to high seepage velocities

Abstract

Natural or induced groundwater flow may negatively influence the performance of artificial ground freezing : high water flow velocities can prevent frozen conditions from developing. Reliable models that take into consideration hydraulic mechanisms are then needed to predict the ground freezing development. For forty years, numerous thermo-hydraulic coupled numerical models have been developed. Some of these models have been validated against experimental data but only one has been tested under high water flow velocity conditions. This paper describes a coupled thermo-hydraulic numerical model completely thermodynamically consistent and designed to simulate artificial ground freezing of a saturated and non-deformable porous medium under seepage flow conditions. On some points, less restrictive assumptions than the ones usually used in the literature are considered. As for the constant-porosity assumption, its validity is verified. The model appears to be well validated against analytical solutions and a three-dimensional ground freezing experiment under high seepage flow velocity conditions. It is used to highlight key thermo-hydraulic mechanisms associated with phase change in a porous medium.

2.1 Introduction

Physical processes associated with frozen ground, either natural or artificial, have been extensively studied (see for example Williams et Smith [1989], Andersland et Ladanyi [2004]). Perennially or seasonally frozen ground in cold regions are of interest particularly for civil engineers (frost heave, changes in mechanical behavior) and hydrogeologists (redistribution of water). As for artificial ground freezing, it has a broad range of applications, from tunnels to landslides stabilization through shaft sinking and containment of hazardous waste. Especially in the case of artificial frozen ground, natural or induced groundwater flow may have a strong impact on the development of the frozen conditions. Conversely, phase change can affect the water velocity field due to both the difference in density between liquid water and ice and the cryo-suction process [Coussy, 2005].

These processes explain the motivation to develop models coupling thermal and hydrogeological mechanisms in frozen ground, since the first model elaborated by Harlan [1973]. Most of them have been reviewed by Li *et al.* [2010], Liu *et al.* [2012a], Kurylyk et Watanabe [2013]. It appears that the differences in theoretical formulation of these models results from the varied backgrounds of their authors. Typically, the models use different forms of soil freezing characteristic curve, Clapeyron equation, and thermal and hydraulic conductivity relationships. A number of these models have been validated against experimental data. But, to our knowledge, only the model presented by Sres [2009] has been verified for high water flow velocity conditions, even if some authors such as Zhou et Meschke [2013] use their model for applications submitted to such conditions. However, high water flow velocities can delay or even prevent the freezing progress in a ground, since flowing groundwater adds heat. The effect of such conditions has then to be taken into account in an appropriate and reliable manner. As a general rule of thumb, it has been suggested that the whole space between two freeze pipes may not freeze if the water velocity is greater than 1 to 2 m/d [Andersland et Ladanyi, 2004]. Therefore, highly permeable materials combined with high hydraulic gradients

are of particular concern for ground freezing. Two examples can be cited. The first one deals with a tunnel beneath the Limmat river in Zurich which experienced significant delays due to the effect of the seepage flow on the closure of the frozen body. As for the second, it concerns the Fürth subway in Germany where the effect of the groundwater flow, perpendicular to the tunnel, could not be neglected for the design of the freezing system [Pimentel *et al.*, 2012a].

The main objective of this paper is to present a thermo-hydraulic (TH) coupled model of a saturated porous medium subject to freezing and to validate it under conditions of high seepage flow velocity. For certain aspects, this model considers more general assumptions than the ones commonly presented in the literature. In particular, the ice pressure is not necessarily assumed equal to the zero gauge pressure (unlike, for example, Hansson *et al.* [2004], Dall'Amico *et al.* [2011], Tan *et al.* [2011]). Indeed, after Sheshukov et Nieber [2011], in saturated zones the ice pressure is forced to be nonzero, unlike in unsaturated zones where ice can grow without resistance for expansion. Moreover, the difference in density between ice and water is not ignored (unlike, for example, Sres [2009], Dall'Amico *et al.* [2011]) and thus the excess of liquid pressure caused by volume expansion during freezing can be simulated. Furthermore, the model is thermodynamically consistent and, contrary to what is generally done in the literature, all the governing equations are redemonstrated so that all the assumptions required to produce the final model and what they involve are known. The Clapeyron equation is not needed to express the equilibrium relationship between temperature and pressure in frozen ground. Instead, the direct expression of the water and ice Gibbs energies is used.

In the first part of this paper, the theoretical formulation of the fully coupled model is presented from the basis of thermodynamics, along with the underlying assumptions. Then, the model is verified against two analytical solutions and the 3D experiment conducted by Pimentel *et al.* [2012b], which involves high water flow velocities. In a third part, the validity of the constant-porosity assumption is verified by investigating the influence of porosity variation on freezing evolution. Finally, the model is applied to highlight the principal TH coupled processes associated with ground freezing.

2.2 Formulation of the thermo-hydraulic model

2.2.1 Balance equations

2.2.1.1 Theoretical development of a general form for the macroscopic balance laws

The subject under study in this paper is a porous medium considered fully saturated by water and subjected to freezing : it is constituted by a solid skeleton including empty spaces through which one or several water phases (liquid water and ice) can circulate. In other words, it is constituted of three phases : soil particles, liquid water and solid water or ice. It is assumed that the water is totally pure, i.e. that liquid water and ice phases are mono component. In particular, the effects of solutes are not taken into consideration. The following section intends to establish the balance equations governing the thermal and hydraulic behavior of the porous medium.

Concerning the water phases, each phase is regarded as a single-component open system exchanging matter with the outside. In what follows, the greek letters $(\alpha, \ldots)$ designate the phases : $\alpha = \sigma$ for soil particles, $\alpha = \lambda$ for liquid water and $\alpha = \gamma$ for ice.

Each phase occupies a domain Ω_α and its movement can be described in an independent way. In particular, one can define for each particle of a phase its velocity vector $\overrightarrow{v_\alpha}$ at each time

t. Within each phase α, the balance law for a mass density $\varphi_\alpha(\overrightarrow{x},t)$, assumed continuous and differentiable, of a global additive quantity may be written under the general local conservative form :

$$\partial_t(\rho_\alpha\varphi_\alpha) + \overrightarrow{\nabla}.(\rho_\alpha\varphi_\alpha\overrightarrow{v}_\alpha + \overrightarrow{\Psi}_\alpha) = \rho_\alpha\varphi^\star_\alpha, \quad \forall(\overrightarrow{x},t) \in \Omega_\alpha \times \mathbb{R}^+ \tag{2.1}$$

where ρ_α is the phase density, $\overrightarrow{v}_\alpha$ is the velocity of the medium's particles, $\varphi^\star_\alpha$ is a source mass density and $\overrightarrow{\Psi}_\alpha$ is a surface flux density. In what follows, a thermal equilibrium, instantaneously established, is assumed between the phases : all phases have the same temperature T.

The balance laws are gathered in table 2.1. The first three are, from top to bottom : conservation of mass, balance of momentum and balance of total energy $e = \kappa + u$, where $\underline{\underline{\sigma}}$ is the symmetric Cauchy stress tensor, $\overrightarrow{\psi}$ is the flux density of the rate of heat received by the domain by conduction through its boundary, and r is a volumetric density defining a rate of heat supplied to the domain by the outside. The balance laws of kinetic energy $\kappa = \overrightarrow{v}.\overrightarrow{v}/2$ and internal energy u were added to table 2.1. These last two laws do not constitute additional laws since they result directly from the principal balance laws. In addition, for a fluid phase, i.e. for liquid water and ice here (since it is assumed that ice is surrounded by liquid water), $\underline{\underline{\sigma}}$ can be broken down between the pressure and the viscous stresses : $\underline{\underline{\sigma}} = -p\underline{\underline{1}} + \underline{\underline{\zeta}}$. The balance law of enthalpy $h = u + p/\rho$ may then be written as :

$$\begin{aligned}\partial_t(\rho_\alpha h_\alpha) + \overrightarrow{\nabla}.(\rho_\alpha h_\alpha\overrightarrow{v}_\alpha + \overrightarrow{\psi}_\alpha) \\ = r_\alpha + \underline{\underline{\zeta}}_\alpha : \underline{\underline{\nabla}}\overrightarrow{v}_\alpha + \partial_t p_\alpha + \overrightarrow{v}_\alpha.\overrightarrow{\nabla}p_\alpha\end{aligned} \tag{2.2}$$

$\partial_t(\rho_\alpha\varphi_\alpha) + \overrightarrow{\nabla}.(\rho_\alpha\varphi_\alpha\overrightarrow{v}_\alpha + \overrightarrow{\Psi}_\alpha) = \rho_\alpha\varphi^\star_\alpha$		
Mass density φ_α	Source term $\varphi^\star_\alpha$	Surface flux density $\overrightarrow{\Psi}_\alpha$
1	0	$\overrightarrow{0}$
$\overrightarrow{v}$	$\overrightarrow{g}$	$-\underline{\underline{\sigma}}$
e	$\overrightarrow{g}.\overrightarrow{v} + r/\rho$	$-\underline{\underline{\sigma}}\overrightarrow{v} + \overrightarrow{\psi}$
κ	$\overrightarrow{g}.\overrightarrow{v} - (\underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\nabla}}\overrightarrow{v})/\rho$	$-\underline{\underline{\sigma}}\overrightarrow{v}$
u	$(r + \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\nabla}}\overrightarrow{v})/\rho$	$\overrightarrow{\psi}$

TABLE 2.1 – Balance equations

Equation (2.1) must be supplemented by the jump relations associated with the balance laws at each interface $\alpha\beta$ between phase α and β :

$$\begin{aligned}\Big[\rho_\alpha\varphi_\alpha(\overrightarrow{v}_\alpha - \overrightarrow{v}_{\alpha\beta}) + \overrightarrow{\Psi}_\alpha\Big].\overrightarrow{n}_\alpha + \Big[\rho_\beta\varphi_\beta(\overrightarrow{v}_\beta - \overrightarrow{v}_{\alpha\beta}) \\ + \overrightarrow{\Psi}_\beta\Big].\overrightarrow{n}_\beta = -\zeta_{\alpha\beta}, \ \forall(\overrightarrow{x},t) \in \Sigma_{\alpha\beta} \times \mathbb{R}^+\end{aligned} \tag{2.3}$$

where $\Sigma_{\alpha\beta}$ is the surface describing the interface $\alpha\beta$, $\overrightarrow{v}_{\alpha\beta}$ is the interface's velocity, $\overrightarrow{n}_\alpha$ is the exterior normal unit vector to phase α with $\overrightarrow{n}_\alpha = -\overrightarrow{n}_\beta$, and $\zeta_{\alpha\beta}$ is the thermodynamic property associated with the interface. If the surface has no thermodynamic properties, $\zeta_{\alpha\beta} = 0$.

The approach adopted by equations 2.1 and 2.3 can be labelled as 'microscopic', which is almost impossible to apply to practical engineering applications that need 'macroscopic' equations. To obtain them, the volume averaging method [Whitaker, 1999] is generally adopted over a Representative Elementary Volume (REV) of the porous medium. This method, applied to each phase, assumes that each macroscopic point $\overrightarrow{x}$ of the porous medium can be seen as the superposition of several phases α considered as continuous media. It can be noted that the REV should be defined as very small compared to the characteristic dimension of the problem, which is the freeze pipe diameter in our case, in the order of 10 cm. For our problem, it is assumed that the laws that are determined in the laboratory for a big REV (a few centimeters) still apply. But to complement the experimental measurements of the medium properties made at the laboratory, the numerical results also need to be fit to *in situ* measurements.

For the volume averaging method, several definitions are introduced. The volume fraction n_α of phase α is defined as the ratio of the volume of the REV part occupied by phase α to the total REV volume : $n_\alpha(\overrightarrow{x},t) = \delta\mathcal{V}_\alpha/\delta\mathcal{V}$. For a quantity $\varphi(\overrightarrow{x},t)$ defined over the domain $\Omega(\overrightarrow{x})$, the volumetric average is defined as : $\langle\varphi\rangle_\Omega(\overrightarrow{x},t) = \frac{1}{\delta\mathcal{V}}\int_{\Omega(\overrightarrow{x})}\varphi(\overrightarrow{y},t)\mathrm{d}\mathcal{V}$. More over, a mass average is introduced as : $\langle\varphi\rangle_\Omega^\rho = \langle\rho\varphi\rangle_\Omega/\langle\rho\rangle_\Omega$. With these definitions in mind, the application of the volume averaging technique to (2.1) leads to a general form of the macroscopic balance laws under local form :

$$\partial_t\left(\rho^\alpha\varphi_\alpha\right) + \overrightarrow{\nabla}.\left(\rho^\alpha\varphi_\alpha\overrightarrow{v}_\alpha + \overrightarrow{\Psi}^\alpha\right) = \rho^\alpha\varphi_\alpha^\star + \hat{\Psi}_\alpha + \hat{\pi}_\alpha\hat{\varphi}_\alpha \tag{2.4}$$

where $\rho^\alpha = n_\alpha\rho_\alpha = \delta\mathcal{M}_\alpha/\delta\mathcal{V}$ is the apparent density of phase α at the macroscopic scale, $\delta\mathcal{M}_\alpha$ is the elementary mass of phase α ($\delta\mathcal{M}_\alpha = \rho_\alpha\delta\mathcal{V}_\alpha$) ; $\overrightarrow{\Psi}^\alpha = n_\alpha\langle\overrightarrow{\Psi}_\alpha\rangle_{\Omega_\alpha}$; $\varphi_\alpha^\star = \langle\varphi^\star\rangle_{\Omega_\alpha}^\rho$; $\hat{\Psi}_\alpha = \sum_{\beta\neq\alpha}\hat{\Psi}_{\alpha\beta}^\alpha$; $\hat{\Psi}_{\alpha\beta}^\alpha = -\frac{1}{\delta\mathcal{V}}\int_{\Sigma_{\alpha\beta}}\overrightarrow{\Psi}_\alpha.\overrightarrow{n}_\alpha\mathrm{d}\mathcal{A}$; $\hat{\pi}_\alpha = \sum_{\beta\neq\alpha}\hat{\pi}_{\alpha\beta}^\alpha$; $\hat{\pi}_{\alpha\beta}^\alpha = -\frac{1}{\delta\mathcal{V}}\int_{\Sigma_{\alpha\beta}}\rho_\alpha(\overrightarrow{v}_\alpha - \overrightarrow{v}_{\alpha\beta}).\overrightarrow{n}_\alpha\mathrm{d}\mathcal{A}$; $\hat{\pi}_\alpha$ is the amount of mass provided to phase α due to the interfacial exchanges ; $\hat{\pi}_\alpha\hat{\varphi}_\alpha = \sum_{\beta\neq\alpha}\hat{\pi}_{\alpha\beta}^\alpha\hat{\varphi}_{\alpha\beta}^\alpha$; $\hat{\pi}_{\alpha\beta}^\alpha\hat{\varphi}_{\alpha\beta}^\alpha = -\frac{1}{\delta\mathcal{V}}\int_{\Sigma_{\alpha\beta}}\rho_\alpha\varphi_\alpha(\overrightarrow{v}_\alpha - \overrightarrow{v}_{\alpha\beta}).\overrightarrow{n}_\alpha\mathrm{d}\mathcal{A}$; $\hat{\varphi}_\alpha$ is the average of φ_α over the interface $\alpha\beta$ weighted by the mass exchanges at the level of these interface.

The volume averaging technique is also applied to the jump equation at each interface $\alpha\beta$ (equation 2.3). With the previous notations, the volume averaging over Ω leads to :

$$\hat{\pi}_{\alpha\beta}^\alpha\hat{\varphi}_{\alpha\beta}^\alpha + \hat{\Psi}_{\alpha\beta}^\alpha + \hat{\pi}_{\alpha\beta}^\beta\hat{\varphi}_{\alpha\beta}^\beta + \hat{\Psi}_{\alpha\beta}^\beta = \hat{\zeta}_{\alpha\beta} \tag{2.5}$$

with $\hat{\zeta}_{\alpha\beta} = \frac{1}{\delta\mathcal{V}}\int_{\sum_{\alpha\beta}}\zeta_{\alpha\beta}\mathrm{d}\mathcal{A}$. By adding with respect to the interfaces $\alpha\beta$ ($\beta\neq\alpha$), one gets :

$$\sum_\alpha\left(\hat{\Psi}_\alpha + \hat{\pi}_\alpha\hat{\varphi}_\alpha\right) = \sum_{\alpha\beta}\hat{\zeta}_{\alpha\beta} \tag{2.6}$$

In the following sections, the macroscopic balance $\sum_{\alpha\beta}\hat{\zeta}_{\alpha\beta}$ will be assumed equal to zero. It is important to note that this assumption is independent from the fact that the interfaces have thermo-mechanical properties. In particular, it does not prevent the existence of superficial tensions.

2.2.1.2 Application to a saturated freezing porous medium : balance laws of mass and enthalpy

In what follows, the balance equations of mass and enthalpy are deduced from volumetric balance (2.4) and interfacial balance (2.5). The porous medium is followed in the macroscopic

movement of the soil matrix. It also means that the elementary volume of the studied porous medium is a thermodynamic system materially open for the water phases that are animated by their own kinematics. To describe the movement of the water phases, the notation $\overrightarrow{v}_\alpha(\overrightarrow{x},t)$, corresponding to the velocity of the particle of phase α situated at time t at point $\overrightarrow{x}$, is introduced.

For the water phases $\alpha = \lambda$ or $\alpha = \gamma$, the conservation equation of mass is :

$$\partial_t \rho^\alpha + \overrightarrow{\nabla}.\left(\rho^\alpha \overrightarrow{v}_\alpha\right) = \hat{\pi}_\alpha \tag{2.7}$$

and $\sum_\alpha \hat{\pi}_\alpha = 0$. For $\alpha = \gamma$, it is assumed in what follows that the ice follows the movement of the soil matrix : $\overrightarrow{v}_\gamma = \overrightarrow{v}$.

At the interface $\lambda\gamma$, after (2.5) : $\hat{\pi}^\lambda_{\lambda\gamma} + \hat{\pi}^\gamma_{\lambda\gamma} = \hat{\zeta}_{\lambda\gamma}$. The term $\hat{\zeta}_{\lambda\gamma}$ can generally be neglected :

$$\hat{\pi}^\lambda_{\lambda\gamma} + \hat{\pi}^\gamma_{\lambda\gamma} = 0 \tag{2.8}$$

As for the balance equation of enthalpy, it is, for each phase :

$$\begin{aligned} &\partial_t\left(\rho^\alpha h_\alpha\right) + \overrightarrow{\nabla}.\left(\rho^\alpha h_\alpha \overrightarrow{v}_\alpha + \overrightarrow{\psi}^\alpha\right) \\ &\quad = \hat{\Psi}_\alpha + \hat{\pi}_\alpha \hat{e}_\alpha - \overrightarrow{v}_\alpha(\hat{\pi}_\alpha \overrightarrow{v}_\alpha + \overrightarrow{\sigma}_\alpha) \end{aligned} \tag{2.9}$$

with

$$\sum_\alpha \left(\overrightarrow{\sigma}_\alpha + \hat{\pi}_\alpha \overrightarrow{v}_\alpha\right) = \overrightarrow{0}, \quad \sum_\alpha \left(\hat{\Psi}_\alpha + \hat{\pi}_\alpha \hat{e}_\alpha\right) = 0 \tag{2.10}$$

where the volumetric density r has been assumed to be zero and the pressure changes have been neglected, just like the viscous stresses. Equalities (2.10) directly come from balance equations of momentum and total energy.

The final global macroscopic equations for the whole porous medium are deduced from (2.7) and (2.9) by adding over α. The state variables n_α can be advantageously replaced by the porosity $n = \sum_{\alpha\neq\sigma} n_\alpha$ and the saturation degrees $S_\alpha = n_\alpha/n$ (with $\sum_{\alpha=\lambda,\gamma} S_\alpha = 1$). Indeed, S_α can be experimentally related to the capillary pressure $p_{cap} = p_\gamma - p_\lambda$.

The conservation equation of the water mass may then be found to be, using (2.8) and the facts that $\overrightarrow{v}_\gamma = \overrightarrow{v}$ and $S_\gamma = 1 - S_\lambda$:

$$n\partial_t[\rho_\lambda S_\lambda + \rho_\gamma(1 - S_\lambda)] + \overrightarrow{\nabla}.(\rho_\lambda n S_\lambda \overrightarrow{v}_\lambda) = 0 \tag{2.11}$$

where the porosity n has been considered constant and where it has been assumed that the soil matrix is a fixed rigid body.

As for the heat equation for the porous medium, it is found to be, introducing the heat capacity at constant pressure of phase α as $C_{p\alpha} = \partial_T h_\alpha(p_\alpha,T)$, using (2.7) and (2.8) with $\alpha = \gamma$, using the sums (2.10) of interfacial exchange terms, and with the same assumptions as before :

$$\begin{aligned} &\rho C_p \partial_t T + \rho_\lambda C_{p\lambda} n S_\lambda \overrightarrow{v}_\lambda.\overrightarrow{\nabla} T \\ &\quad = -\overrightarrow{\nabla}.\overrightarrow{\psi} - n(h_\gamma - h_\lambda)\partial_t[\rho_\gamma(1 - S_\lambda)] \end{aligned} \tag{2.12}$$

with $\rho C_p = \sum_\alpha \rho^\alpha C_{p\alpha}$.

In this work, balance of momentum will not be considered since it has been assumed that the soil matrix is rigid. However, the jump equation at the interface $\lambda\gamma$ is considered. Indeed,

even if the sum of the interfacial exchange terms equals zero after (2.10), the term $\hat{\zeta}_{\lambda\gamma}$ is not negligible in the case of momentum. If the contributions of viscosity stresses and mass exchanges are neglected, the development of (2.5) can lead to the macroscopic Young-Laplace equation :

$$p_{cap} = p_\gamma - p_\lambda = 2H_{\gamma\lambda}(S_\lambda)\sigma_{\gamma\lambda}(T) \tag{2.13}$$

with $H_{\gamma\lambda}(S_\lambda)$ the mean curvature of the $\gamma\lambda$ interface, assumed to be positive, and $\sigma_{\gamma\lambda}(T)$ the surface tension. This theoretical relation between S_λ and p_{cap} has been experimentally verified. Indeed, since the work of Koopmans et Miller [1966] that showed the analogy between drying and freezing processes, different models of soil water characteristic curve have been employed to describe the soil freezing characteristic curve S_λ. As in many studies (e.g. Hansson *et al.* [2004], Nishimura *et al.* [2009], Dall'Amico *et al.* [2011], Liu *et al.* [2012a], Kurylyk et Watanabe [2013]), the van Genuchten's model van Genuchten [1980] is used here, with m and P two parameters to be adjusted :

$$S_\lambda(p_{cap}) = \left[1 + \left(\frac{p_{cap}}{P}\right)^{1/(1-m)}\right]^{-m} \tag{2.14}$$

Finally, it is specified that the assumptions considered in the model have been selected based on its objective, which is the reliable prediction of the artificial ground freezing evolution under seepage flow conditions and not the estimation of the mechanical consequences of the technique. In particular, the model considers a constant porosity (the validity of this hypothesis being tested in paragraph 2.4) and full water saturation. As a result, it does not consider cryo-suction effects. It is therefore specifically adapted to high overburden pressure conditions since it has been shown that inflow water rate decreases with overburden pressure, and even that a certain overburden pressure exists beyond which any cryo-suction is impossible [Konrad et Morgenstern, 1982].

2.2.2 Constitutive equations

Some constitutive equations need to be introduced in order to allow the closure of the system (as many equations as unknowns).

2.2.2.1 Interfacial thermodynamic equilibrium

The kinetic of mass exchange is simplified here by considering the thermodynamical equilibrium between liquid water and ice phases :

$$g_\lambda(p_\lambda,T) = g_\gamma(p_\gamma,T) \tag{2.15}$$

where g is the Gibbs free energy, which can be expressed for a single fluid phase as :

$$g(p,T) = h_0 - s_0 T + \int_{p_0}^{p} \nu(x,T)\mathrm{d}x + \int_{T_0}^{T} \left(1 - \frac{T}{x}\right) C_p(p_0,x)\,\mathrm{d}x \tag{2.16}$$

where s_0 and h_0 are arbitrary constants and where $\nu = 1/\rho$ is the specific volume. In what follows, the notation $\Delta\varphi(p_\gamma,p_\lambda,T) = \varphi_\gamma(p_\gamma,T) - \varphi_\lambda(p_\lambda,T)$ is adopted for every quantity φ.

The reference state being arbitrary, it can be chosen for the two phases such as : $p_{0\gamma} = p_{0\lambda} = p_0 = p_{\lambda\gamma}(T_0)$, where $p_{\lambda\gamma}(T)$ is the coexistence curve of pure water. For $p_\lambda = p_\gamma =$

$p_{\lambda\gamma}(T)$, (2.15) becomes, using the explicit form of $g(p,T)$ (2.16) for phases λ and γ and knowing that $\Delta h_0 = T_0 \Delta s_0$:

$$(T_0 - T)\Delta s_0 + \int_{p_0}^{p_{\lambda\gamma}(T)} \Delta\nu(x,x,T)\mathrm{d}x + \int_{T_0}^{T} (1 - T/x)\Delta C_p(p_0,p_0,x)\mathrm{d}x = 0 \tag{2.17}$$

This relation ensures consistency between thermodynamical data of each phase, namely ν as a function of p and T, C_p as a function of T for a given pressure p_0, and the phase change curve $p_{\lambda\gamma}(T)$.

For $p_\lambda \neq p_\gamma$, after (2.16) and introducing $p_{\lambda\gamma}(T)$, one has :

$$\Delta g = (T_0 - T)\Delta s_0 + \int_{p_0}^{p_{\lambda\gamma}(T)} \Delta\nu(x,x,T)\mathrm{d}x + \int_{T_0}^{T} (1 - T/x)\,\Delta C_p(p_0,p_0,x)\,\mathrm{d}x + \int_{p_{\lambda\gamma}(T)}^{p_\gamma} \nu_\gamma(x,T)\mathrm{d}x - \int_{p_{\lambda\gamma}(T)}^{p_\lambda} \nu_\lambda(x,T)\mathrm{d}x \tag{2.18}$$

Finally, the combination of (2.15), (2.17) and (2.18) enables the determination of a relationship between p_γ, p_λ and T :

$$\int_{p_{\lambda\gamma}(T)}^{p_\gamma} \nu_\gamma(x,T)\mathrm{d}x = \int_{p_{\lambda\gamma}(T)}^{p_\lambda} \nu_\lambda(x,T)\mathrm{d}x \tag{2.19}$$

Besides, it still remains to precise the phase change term in the energy equation (2.12). Knowing that $h = g - T\partial g/\partial T$ and using the explicit form of g in (2.16), it comes :

$$\Delta h = \Delta s_0 T - \int_{p_0}^{p_\gamma} T\partial_T \nu_\gamma \mathrm{d}x + \int_{p_0}^{p_\lambda} T\partial_T \nu_\lambda \mathrm{d}x + \int_{T_0}^{T} \frac{T}{x}\Delta C_p \mathrm{d}x \tag{2.20}$$

Setting $L_{\lambda\gamma}(T) = \Delta h(p_{\lambda\gamma}(T),p_{\lambda\gamma}(T),T)$, one has :

$$\Delta h(p_\lambda,p_\gamma,T) = L_{\lambda\gamma}(T) + \int_{p_{\lambda\gamma}}^{p_\lambda} T\partial_T \nu_\lambda \mathrm{d}x - \int_{p_{\lambda\gamma}}^{p_\gamma} T\partial_T \nu_\gamma \mathrm{d}x \tag{2.21}$$

In order to achieve formulations that can be easily handled by numerical codes, it is essential to adopt some simplifying assumptions. First, in order to express in an explicit way the difference $p_\gamma - p_\lambda$ with respect to T, it is considered that the specific volumes do not depend on pressure. With this assumption, (2.19) becomes :

$$p_\gamma - p_\lambda = \rho_\gamma(T)\Delta\nu(T)\Big[p_{\lambda\gamma}(T) - p_\lambda\Big] \tag{2.22}$$

Figure 2.1 shows the two-phase coexistence curve after IAWPS [2011]. This curve, over a large pressure and temperature range, shows a good linearity. A first-order approximation near p_0 is therefore proposed, introducing $p'_{\lambda\gamma} = \partial_T p_{\lambda\gamma}(T_0)$:

$$p_{\lambda\gamma}(T) = p_0 + p'_{\lambda\gamma}(T - T_0) \tag{2.23}$$

with $p'_{\lambda\gamma} = -13.4606\,\mathrm{MPa/K}$. Using this formulation and noticing that $p_{\lambda\gamma}(T) - p_\lambda$ can be rewritten as $p_{\lambda\gamma}(T) - p_{\lambda\gamma}\Big(T_{\lambda\gamma}(p_\lambda)\Big)$ with $T_{\lambda\gamma}(p)$ the inverse function of $p_{\lambda\gamma}(T)$, (2.22) becomes :

$$p_\gamma - p_\lambda = \rho_\gamma(T)\Delta\nu(T)p'_{\lambda\gamma}\Big[T - T_{\lambda\gamma}(p_\lambda)\Big] \tag{2.24}$$

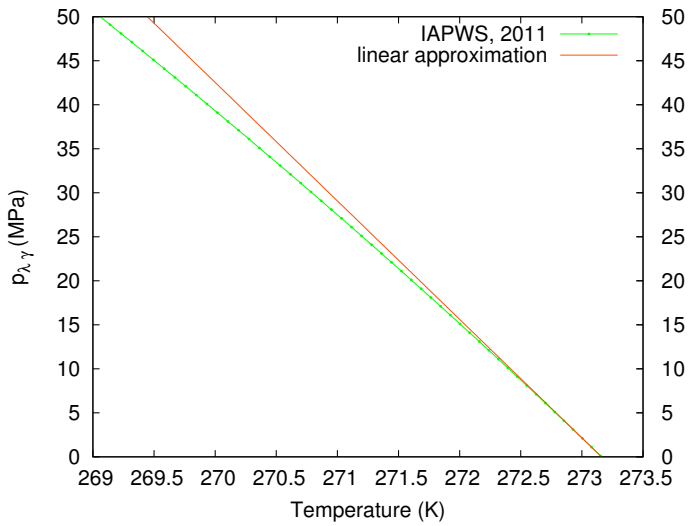

FIGURE 2.1 – $p_{\lambda\gamma}(T)$ after IAWPS [2011] and its linear approximation

Now, figure 2.2 shows the function $L_{\lambda\gamma}(T)$. As previously, a first-order approximation is proposed, with $L'_0 = \partial_T L_{\lambda\gamma}(T_0)$:

$$L_{\lambda\gamma}(T) = L_0 + L'_0(T - T_0) \tag{2.25}$$

with $L_0 = -333.427\,\mathrm{kJ/kg}$ and $L'_0 = -2.45825\,\mathrm{kJ/kg/K}$.

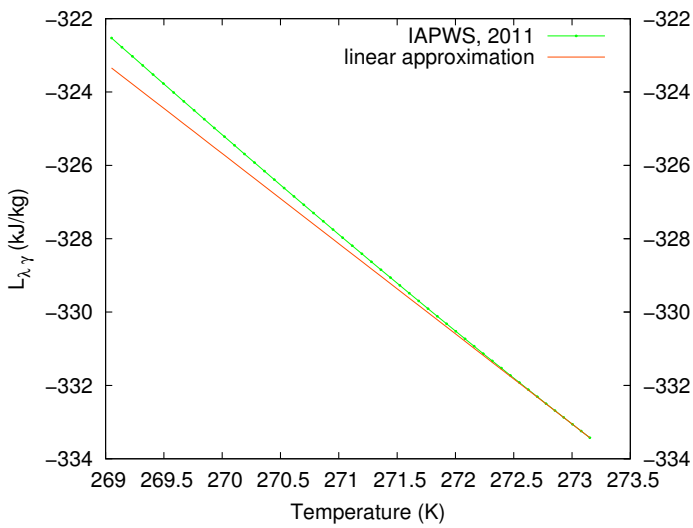

FIGURE 2.2 – $L_{\lambda\gamma}(T)$ and its linear approximation

If the specific volumes are also considered not depend on temperature, the problem is then greatly simplified since one has :

$$\Delta h(p_\lambda,p_\gamma,T) = L_{\lambda\gamma}(T) \tag{2.26}$$

After (2.17), $L_{\lambda\gamma}(T) = T\Delta\nu(p_{\lambda\gamma},p_{\lambda\gamma},T)\partial_T p_{\lambda\gamma}(T)$. Thus, $L_0 = T_0\Delta\nu p'_{\lambda\gamma}$. Finally, (2.24) becomes :

$$p_\gamma(p_\lambda,T) - p_\lambda = \rho_\gamma L_0\Big[T - T_{\lambda\gamma}(p_\lambda)\Big]/T_0 \tag{2.27}$$

Finally, the combination of (2.14) and (2.27) provides the expression of S_λ as a function of p_λ and T. It should be noted that the curve $p_{\lambda\gamma}(T)$ only exists from $T = 273.16\,K$ to $T = 251.165\,K$ [IAWPS, 2011]. Hence, this range of validity also applies to the function $S_\lambda(p_\lambda,T)$. It is respected here since S_λ functions such as $S_\lambda(p_\lambda,T \leq 251.165\,K) = 0$ are considered.

It can be noted that the essential interest of the assumption of the linearity of the functions $p_{\lambda\gamma}$ and $L_{\lambda\gamma}$ is to radically simplify the calculations. More rigourous formulations derived from (2.20) could have been used and would have provide a relationship thermodynamically consistent with the other functions but to the detriment of a complex mathematical expression whose contribution is secondary, for our applications at least.

2.2.2.2 Thermal conduction

It is admitted that the term $\overrightarrow{\psi}$ of heat flux density follows the Fourier's law of heat conduction :

$$\overrightarrow{\psi} = -\lambda\overrightarrow{\nabla}T \tag{2.28}$$

with λ the apparent heat conductivity of the ground, calculated using the geometric mean [Côté et Konrad, 2005] : $\lambda = \lambda_\sigma^{n_\sigma}\lambda_\lambda^{n_\lambda}\lambda_\gamma^{n_\gamma}$.

2.2.2.3 Liquid water flow law

The water flow is assumed to obey the Darcy's law :

$$nS_\lambda\overrightarrow{v_\lambda} = -\frac{\underline{\underline{K}}k_r}{\mu_\lambda}\Big(\overrightarrow{\nabla}p_\lambda - \rho_\lambda\overrightarrow{g}\Big) \tag{2.29}$$

where $nS_\lambda\overrightarrow{v_\lambda}$ is the Darcy's velocity ($\overrightarrow{v_\lambda}$ being the average fluid velocity within the pores), $\underline{\underline{K}}$ the porous medium intrinsic permeability, k_r the liquid water relative permeability, and μ_λ the liquid water dynamic viscosity.

The scalar k_r allows the consideration of the effect of ice presence which reduces the flow path cross-sectional area and thus mitigates the liquid water flow. It is function of saturation degree S_λ and it ranges from 0 to 1. Here, an expression classically used (e.g. Coussy [2005], Nishimura *et al.* [2009], Painter [2011]) in combination with the van Genuchten model is chosen after the Mualem [1976] model in a form advanced by Luckner *et al.* [1989], with the same coefficient m as in (2.14) :

$$k_r = \sqrt{S_\lambda}\left[1 - \left(1 - S_\lambda^{1/m}\right)^m\right]^2 \tag{2.30}$$

The influence of temperature on the supercooled water viscosity μ_λ, can be described using the empirical Vogel-Tammann-Fulcher equation [Grant, 2000] :

$$\mu_\lambda(T) = \mu_0\frac{T_A}{T - T_B} \tag{2.31}$$

with $\mu_0 = 0.028556\,\text{mPa.s}$, $T_A = 509.53\,\text{K}$, $T_B = 150\,\text{K}$ and T expressed in Kelvin.

2.2.3 Simplification of the function S_λ

The coupled partial differential equations system constituted by (2.11) and (2.12) is highly nonlinear and highly interdependent : all the thermal and hydraulic properties depend on the temperature and/or the pressure fields. An analytical solution is therefore inappropriate and the equations have to be solved numerically.

The nonlinearities in the model are principally due to the S_λ function characteristics. This function generally shows a very steep gradient and is responsible as well for steep gradients for the equivalent heat capacity, the equivalent heat conductivity and for the relative permeability. Typical examples of such functions are presented for example in Hansson *et al.* [2004]. In particular, the equivalent heat capacity function shows a narrow peak in the neighborhood of the melting point of water.

Even with a pertinently chosen numerical algorithm these interdependences and nonlinearities usually result in numerical difficulties. The aim here is therefore to study the sensitivity of S_λ to T and p_λ in order to simplify this function, the whole model, and consequently to increase the numerical stability and precision and, concomitantly, to reduce computation time.

About the dependence on p_λ, it is usually considered (e.g. Andersland et Ladanyi [2004], Coussy [2005], Dall'Amico *et al.* [2011]) that S_λ only depends on T and Nishimura *et al.* [2009] specifies that the p_λ influence is minor. Moreover, with the formulations proposed here, p_λ takes part in the expression of S_λ only through the function $T_{\lambda\gamma}(p_\lambda)$ used in (2.27). Considering two extreme values for p_λ in the pressure range of the possible model applications equal to 0.1 and 10.1 MPa, the difference over $T_{\lambda\gamma}$ is less than 1°C and therefore low compared to the temperature variation. Thus, ignoring the effect of the variations of p_λ, the term $T_{\lambda\gamma}(p_\lambda)$ in (2.27) can simply be replaced by T_0. Then, S_λ can be written as :

$$S_\lambda(T) = \left[1 + \left(\frac{\rho_\gamma L_0}{P}\langle T/T_0 - 1\rangle\right)^{1/(1-m)}\right]^{-m} \tag{2.32}$$

with the notation $\langle\cdot\rangle$ that means that for any quantity x, $\langle x\rangle = (|x| + x)/2$.

With such a function $S_\lambda(p_\lambda,T) = S_\lambda(T)$, an equivalent heat capacity $(\rho C_p)_{eq} = \sum_\alpha \rho^\alpha C_{p\alpha} + n(h_\gamma - h_\lambda)\partial_T[\rho_\gamma(1 - S_\lambda)]$ can be introduced in the heat equation of the ground (2.12) which can be finally written as follows :

$$(\rho C_p)_{eq}\partial_t T + \rho_\lambda C_{p\lambda} n S_\lambda \overrightarrow{v_\lambda}.\overrightarrow{\nabla} T = -\overrightarrow{\nabla}.\overrightarrow{\psi} \tag{2.33}$$

About the dependence on T, the influence of the shape of the function $S_\lambda(T)$ is studied here. To that end, a simple case is considered and numerically modeled using COMSOL Multiphysics. A 3D TH coupled problem is solved in a block represented in figure 2.3(a) and which includes a freeze pipe (radius = 20.5 mm) in the center. The thermo-hydraulic initial and boundary conditions, as well as the physical properties are specified in figure 2.3(a) and in table 2.2. A hydraulic head gradient is applied on two sides of the block, in such a way that a water flow, perpendicular to the freeze pipe, is imposed. The boundary conditions not represented in figure 2.3(a) correspond to thermal insulation and/or no-flow conditions. By symmetry, only a half of the model is simulated. For the numerical model, the size of elements and of time step were optimally adjusted in such a way that the model is made up of 85 285

elements with a maximal time step size of 0.01 day. The governing equations are the same as the ones presented above except for $S_\lambda = S_\lambda(T)$ that is detailed below.

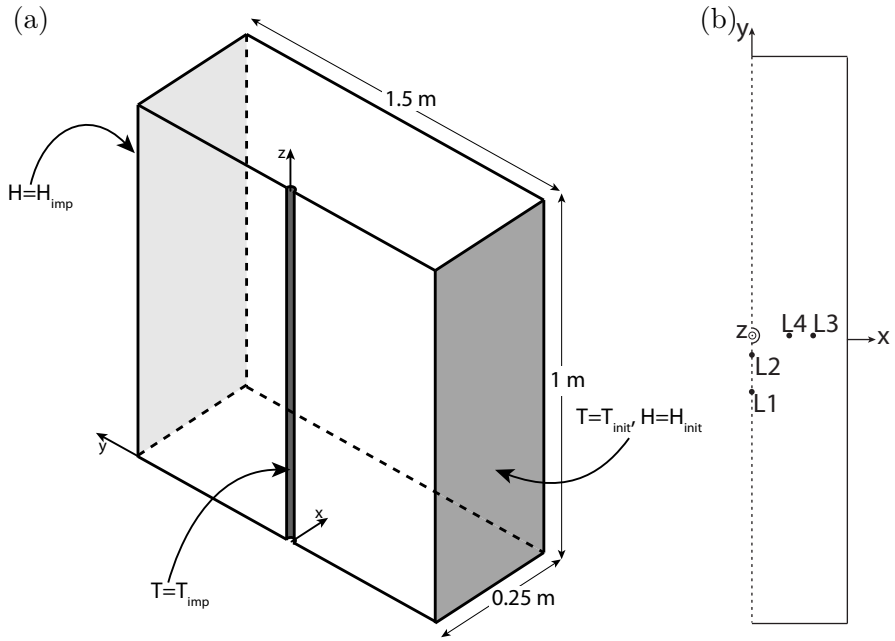

FIGURE 2.3 – (a) Geometry and boundary conditions of a 3D model for the study of the influence of the shape S_λ function (not to scale) and (b) plan view at z=0.6 m with the locations L1, L2, L3 and L4

Four calculations have been conducted, with different S_λ functions, all defined as an interpolation function using a piecewise-cubic Hermite polynomial with continuous first derivatives. For the first calculation, referred as the base case, $S_\lambda(T)$ passes through the following points : $S_\lambda(T_g - 1) = S_\lambda(T_g) = 10^{-3}$ and $S_\lambda(T_l) = S_\lambda(T_l + 1) = 1$, where $T_g = 268.15\,K$ is the temperature at which almost all the liquid water is turned into ice and $T_l = 273.15\,K$ is the one where the liquid water starts freezing. Three other simulations consider other S_λ functions, all of them being shown in figure 2.4(a), with 1, 2 or 3 points added to the interpolated function between the points previously mentioned : $S_\lambda(270\,K) = 5.10^{-2}$, $S_\lambda(271\,K) = 0.2$ and $S_\lambda(272\,K) = 0.3$.

In figure 2.4(b), the history of the ground temperature at several locations is compared for the four calculations. For the sake of readability, only the history at four locations L1, L2, L3, and L4 is displayed. The four locations can be seen in figure 2.3(b) and their coordinates (x ;y ;z) in meters are : L1(0 ;-0.15 ;0.6), L2(0 ;-0.05 ;0.6), L3(0.161 ;0 ;0.6), L4(0.1 ;0 ;0.6). In all cases, the maximum absolute error compared to the base case is 0.3 K.

These calculations show that the influence of the S_λ function shape is very limited and can be neglected for the studied case. As a result, $S_\lambda(T)$ can be represented in particular by any simple function of class $\mathcal{C}^1$ passing through T_γ and T_λ without significant loss of accuracy. For example, the following analytical function, a smooth approximation of the Heaviside function, is proposed :

$$S_\lambda(T) = [1 + e^{-\xi(T-\theta)}]^{-1} \tag{2.34}$$

Here, the parameters θ and ξ can be adjusted to the values θ=270.65 K and ξ=2.4 to represent the base case. Such a function, continuous, differentiable and whose derivative (which directly

Property	Value
Initial temperature T_{init} [K]	283.15
Initial hydraulic head H_{init} [m]	1
Imposed freeze pipe wall temperature T_{imp} [K]	253.15
Imposed hydraulic head H_{imp} [m]	0.82
Density of soil particles ρ_σ [kg/m^3]	2 700
Density of liquid water ρ_λ [kg/m^3]	1 000
Density of ice ρ_γ [kg/m^3]	918
Thermal conductivity of soil particles λ_σ [W/m/K]	4
Thermal conductivity of liquid water λ_λ [W/m/K]	0.6
Thermal conductivity of ice λ_γ [W/m/K]	2.31
Specific heat capacity of soil particles $C_{p\sigma}$ [J/kg/K]	800
Specific heat capacity of liquid water $C_{p\lambda}$ [J/kg/K]	4 186
Specific heat capacity of ice $C_{p\gamma}$ [J/kg/K]	2 052
Porosity n	0.4
Parameter m	0.42
Intrinsic permeability K [m^2]	1.34e-11
Reference temperature T_0 [K]	273.15

TABLE 2.2 – Common quantities to all cases

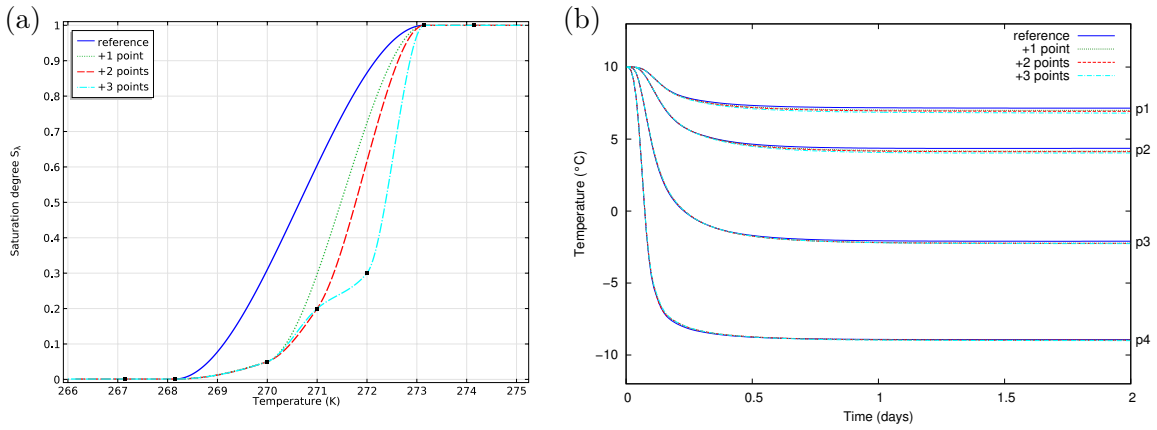

FIGURE 2.4 – Study of the influence of the S_λ function shape : (a) S_λ functions considered in the model and (b) history of the ground temperature at four locations (L1, L2, L3 and L4)

takes part into $(\rho C_p)_{eq}(T)$ in (2.33)) is continuous, enables more stable and faster calculations and is therefore favored over (2.32) in what follows.

2.3 Model validation

This section is meant to validate the model, firstly with respect to simple models with restrictive assumptions using analytical solutions chosen after the recommendations of Kurylyk *et al.* [2014] for assessing the performance of subsurface water flow and heat transport models that include freezing, and secondly with respect to more complex conditions, close to real ones, using experimental results from literature. In what follows, all the models have been solved using the software COMSOL and its nonlinear solver.

2.3.1 Comparison with analytical solutions

2.3.1.1 Neumann solution

Neumann proposed [Carslaw et Jaeger, 1959] an exact analytical solution for the 1D semi-infinite region $x > 0$ initially at constant temperature $T_{\text{init}} > T_f$ (with T_f the freezing point) and whose surface is at $t = 0$ instantaneously imposed at $T_s < T_f$. The Neumann solution calculates the evolution of the thawing front in the region under the following assumptions :

— Only conductive heat transfer is considered.
— Freezing occurs at a specific temperature, i.e. over an infinitesimal temperature range.
— The densities of liquid and solid phases are equal : $\rho_\lambda = \rho_\gamma = \rho$.

If $X(t)$ is the position of the solid-liquid interface, the problem can be represented by the following governing equations for the temperatures in the solid and liquid phases (T_γ and T_λ respectively) :

$$\begin{cases} \lambda_\gamma \dfrac{\partial^2 T_\gamma}{\partial x^2} = (\rho C_p)_\gamma \dfrac{\partial T_\gamma}{\partial t} & (0 \leq x \leq X(t), t > 0) \\ \lambda_\lambda \dfrac{\partial^2 T_\lambda}{\partial x^2} = (\rho C_p)_\lambda \dfrac{\partial T_\lambda}{\partial t} & (X(t) \leq x \leq \infty, t > 0) \end{cases} \tag{2.35}$$

with the following initial and boundary conditions :

$$\begin{cases} T_\lambda(x, t = 0) = T_{\text{init}} \\ T_\gamma(x = 0, t) = T_s \\ T_\gamma(x = X, t) = T_\lambda(x = X, t) = T_f \\ T_\lambda(x = \infty, t) = T_{\text{init}} \\ \lambda_\gamma \frac{\partial T_\gamma(X,t)}{\partial x} - \lambda_\lambda \frac{\partial T_\lambda(X,t)}{\partial x} = \rho L \frac{\mathrm{d}X}{\mathrm{d}t} \end{cases} \tag{2.36}$$

The last equation in (2.36) represents the energy balance at the interface, with L the latent heat of solidification, corresponding to $(h_\lambda - h_\gamma)(T = T_f)$ after (2.21). The solutions for T_γ and T_λ are :

$$\begin{cases} \dfrac{T_\gamma - T_s}{T_f - T_s} = \dfrac{\text{erf}(x/2\sqrt{\alpha_\gamma t})}{\text{erf}(\zeta)} \\ \dfrac{T_{\text{init}} - T_\lambda}{T_{\text{init}} - T_f} = \dfrac{\text{erfc}(x/2\sqrt{\alpha_\lambda t})}{\text{erfc}(\zeta\sqrt{\alpha_\gamma/\alpha_\lambda})} \end{cases} \tag{2.37}$$

with $\alpha = \lambda/(\rho C_p)$ the thermal diffusivity and $\zeta = X/2\sqrt{\alpha_\gamma t}$ solution of :

$$\frac{e^{-\zeta^2}}{\zeta \text{erf}(\zeta)} - \frac{T_{\text{init}} - T_f}{T_f - T_s} \frac{\lambda_\lambda}{\lambda_s} \sqrt{\frac{\alpha_\lambda}{\alpha_\gamma}} \frac{e^{-\zeta^2(\alpha_\gamma/\alpha_\lambda)}}{\zeta \text{erfc}(\zeta\sqrt{\alpha_\gamma/\alpha_\lambda})} = \frac{\sqrt{\pi} L}{C_{p\gamma}(T_f - T_s)} \tag{2.38}$$

To represent the Neumann solution, a numerical model of a 1D thermal problem was solved with the governing equation (2.33) with $\overrightarrow{v_\lambda} = \overrightarrow{0}$. The properties for ice and liquid water and the value of T_0 are given in table 2.2. The other properties are detailed in table 2.3. To represent pure water freezing, a porosity of $n = 1$ and a very steep S_λ function (such as $T_g = T_f - 1$ and $T_l = T_f$) were used. The model consists of a 10 m long segment divided into 1000 geometrically distributed elements with a time step size adjusted to 10^3 s.

The comparison with respect to the temperature profile at three times between numerical and analytical solutions may be seen in figure 2.5. It shows a good agreement between the

Property	Value
Initial temperature T_{init} [K]	278.15
Imposed surface temperature T_s [K]	253.15
Water freezing temperature T_f [K]	273.15
Porosity n	1

TABLE 2.3 – Parameters for the Neumann problem

two solutions : the maximal absolute error is 0.2 K at 100 days. Finally, the comparison with the Neumann problem allows to validate of the use of an equivalent volumetric heat capacity $(\rho C_p)_{eq}$ to model conductive heat transfer including phase change.

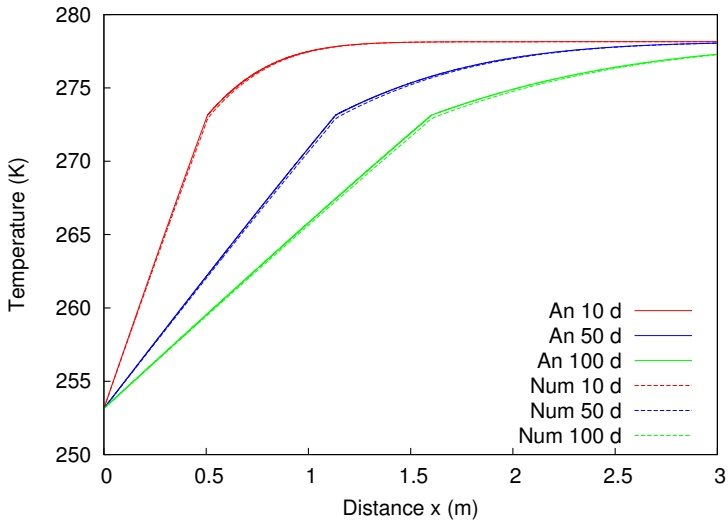

FIGURE 2.5 – Comparison between numerical and analytical solutions for the Neumann problem : temperature profile after 10, 50 and 100 days

2.3.1.2 Lunardini solution

Lunardini [1998] proposed a solution to the 1D semi-infinite thawing problem, considering heat advection and that the region is initially frozen at $T = T_f$. At $t > 0$, the surface temperature is instantaneously increased to $T_s > T_f$. The governing conduction advection equation in the thawed region is :

$$\alpha_\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - v\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial t} \qquad (0 \leq x \leq X(t), t > 0) \tag{2.39}$$

where v is the Darcy velocity in the case of pure water thawing. The Lunardini solution considers that this value is the same in the thawed and frozen zones. Even if this does not reflect reality, the solution can still be used for comparison with the numerical model.

The initial and boundary conditions are :

$$\begin{cases} T(x,t=0) = T_f \\ T(x=0,t) = T_s \\ T(x=X,t) = T_f \\ -\lambda_\lambda \dfrac{\partial T(X,t)}{\partial x} + \rho C_{p\lambda} v T(X,t) = \rho L \dfrac{\mathrm{d}X}{\mathrm{d}t} \end{cases} \tag{2.40}$$

Unlike the Neumann solution, the Lunardini solution is an approximate solution. An approach employed by Lunardini [1998] and presented by Kurylyk *et al.* [2014] to solve the problem assumes that the velocity of the thawing front progression is so small that steady-state temperature conditions can be achieved above the thawing front. With these considerations, the Lunardini solution may be shown to be :

$$X + \frac{\alpha_\lambda}{v}\left\{\exp\left(-\frac{vX}{\alpha_\lambda}\right) - 1\right\} = vS_T t \tag{2.41}$$

where $S_T = C_p(T_s - T_f)/L$ is the Stefan number. It has been shown that the solution accuracy is better for low Stefan number and thus low T_s [Kurylyk *et al.*, 2014].

To represent the Lunardini solution, a numerical model of a 1D thermal problem was solved with the governing equation (2.33). In order to have a significative influence of advection, a high value of v_λ is chosen : $v_\lambda = v = 100\,\mathrm{m/yr}$. The properties for ice and liquid water and the value of T_0 are given in table 2.2. The other properties are detailed in table 2.4. As for the Neumann problem, a porosity of $n = 1$ and a very steep S_λ function (such as $T_g = T_f - 0.1$ and $T_l = T_f$) were used. The model consists of a 10 m long segment divided into 10 000 elements with a time step size adjusted to 10 s.

Property	Value
Initial temperature T_{init} [K]	273
Imposed surface temperature T_s [K]	275.15
Water freezing temperature T_f [K]	273.15
Porosity n	1
Darcy velocity v [m/yr]	100

Table 2.4 – Parameters for the Lunardini problem

The comparison with respect to the history of the thawing front position between numerical and analytical solutions may be seen in figure 2.6. Here again, the agreement is good : the maximal absolute error is 4 mm while the average error is 2 mm. Finally, the comparison with the approximate Lunardini solution allows to validate the modeling of conductive and convective heat transfer. It completes the comparison with the Neumann solution that, unlike the Lunardini solution, considers the heat transfers both within the frozen and the unfrozen zones.

2.3.2 Comparison with experimental data

Here, the model developed in this paper is compared to results obtained under conditions closer to industrial realities. To that end, the results from an experiment conducted by Pimentel *et al.* [2012b] are used. This experiment is, to our knowledge, the only well documented large-scale 3D test for artificial ground freezing under conditions of high seepage-flow velocities.

The experiment consists in freezing a sand block under seepage-flow conditions via three freeze pipes situated in the block center. A hydraulic gradient is imposed on two sides of the block, in such a way that the induced water flow is perpendicular to the freeze pipes. Because the freeze pipes wall temperature depends on height, the model is truly three dimensional. Several tests have been performed, with different values of water velocities. All the operating conditions are detailed in Pimentel *et al.* [2012b].

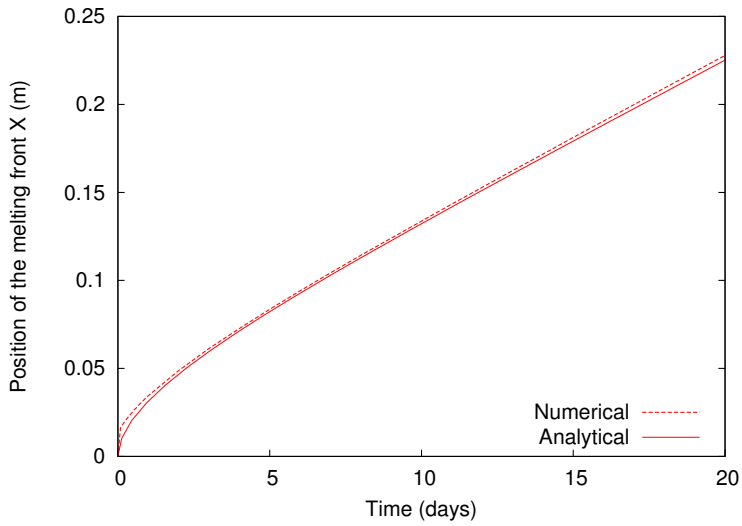

FIGURE 2.6 – Comparison between numerical and analytical solutions for the Lunardini problem : history of the melting front position

The geometrical and physical parameters of the numerical model and its initial and boundary conditions are the same as for the experiment. In particular, S_λ function parameters are adjusted to represent the liquid water content curve supplied by the authors, so that a value of $m = 0.42$ is considered for k_r (2.30) and for S_λ, $\xi = 10$ and $\theta = 272.65\,\mathrm{K}$, as shown in figure 2.8. As for the thermo-hydraulic boundary conditions, they can be seen in figure 2.7(a). The boundary conditions not represented correspond to thermal insulation and/or no-flow conditions. All the conditions T_{air}, T_{imp1}, T_{imp2} and T_{flow} depend on time and come from direct measurements during tests. The surface freeze pipes temperatures, T_{imp1} and T_{imp2}, are also function of height and are deduced assuming a linear regression between temperature measurements at the top and at the bottom of the freeze pipes. By symmetry, only a half of the model is simulated.

The numerical model was solved with 37 696 elements and a maximal time step size adjusted to 10^{-3} day. The comparison between its results and the experimental measurements is visible in figures 2.9 and 2.10 for three tests with three different far-field water velocities : 0, 1.5 and 2 m/d (respectively experiments V1, V4 and V5 in Pimentel *et al.* [2012b]). The position of the three measuring lines is specified precisely in Pimentel *et al.* [2012b] : they are located on a horizontal plane at half the sample height, ML1 at half the sample width, ML2 at half the sample length (it connects the three pipes) and ML3 parallel to ML1. The location of the sensors can be seen in figure 2.7(b).

The experimental results show the influence of seepage flow : for tests V4 and V5 (under seepage-flow conditions), the sensors located downstream from the pipes measure a lower temperature than the upstream sensors, at the same distance from the pipe (see the pairs T11 and T36, T12 and T37, T3 and T39, and T2 and T38). This difference varies with the distance from the freeze pipe and with the imposed gradient head. Without seepage flow (V1), temperatures are expected to be perfectly symmetrical to freeze pipes. This is almost the case for the pairs T11 and T36, T12 and T37, T2 and T38, T3 and T39, T29 and T32, and T30 and T31 : this shows that the material is nearly homogeneous. The effect of phase change can also be seen at some sensors : the temperature decrease shows a clear slowdown for example

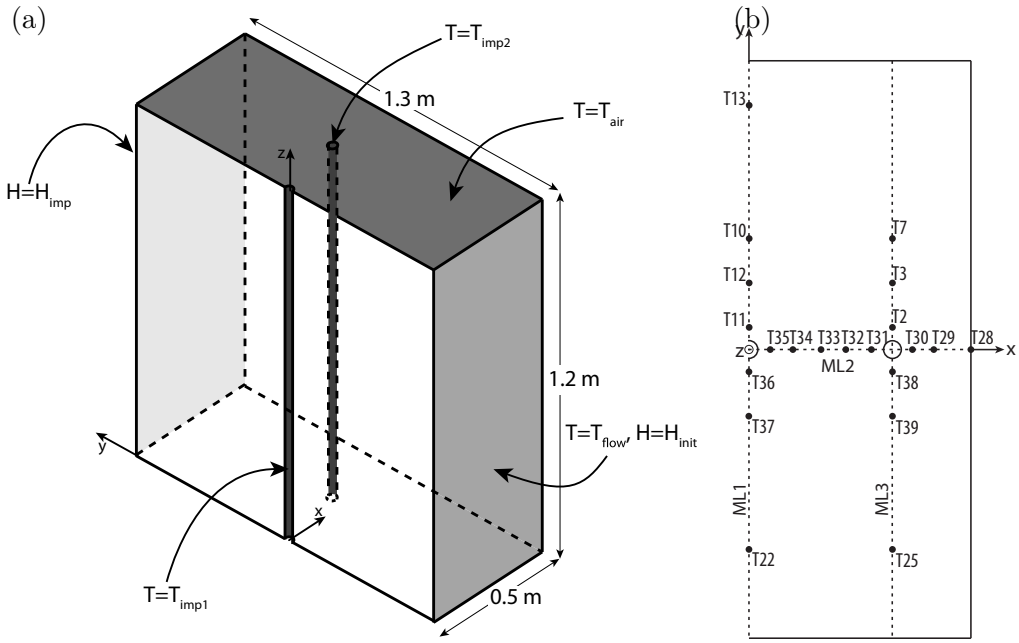

FIGURE 2.7 – (a) Dimensions and boundary conditions of the model representing Pimentel *et al.* [2012b] experiments and (b) plan view at half the height of the model (z=0.6 m) with location of sensors (after Pimentel *et al.* [2012b])

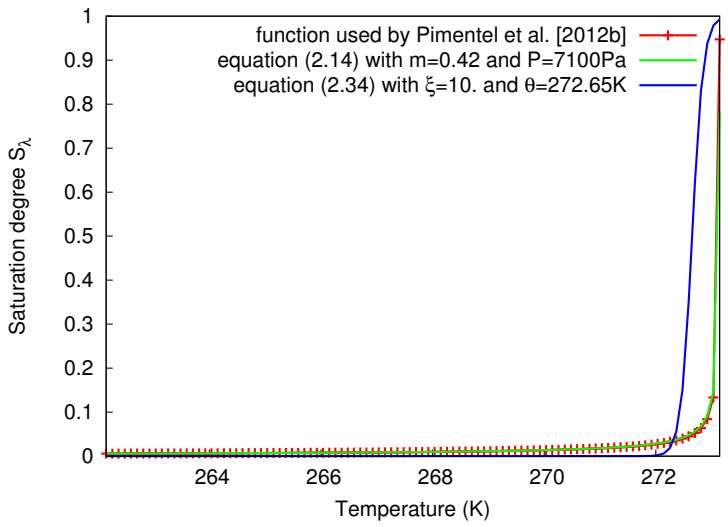

FIGURE 2.8 – Adjustment of the S_λ function parameters with the function used by Pimentel *et al.* [2012b]

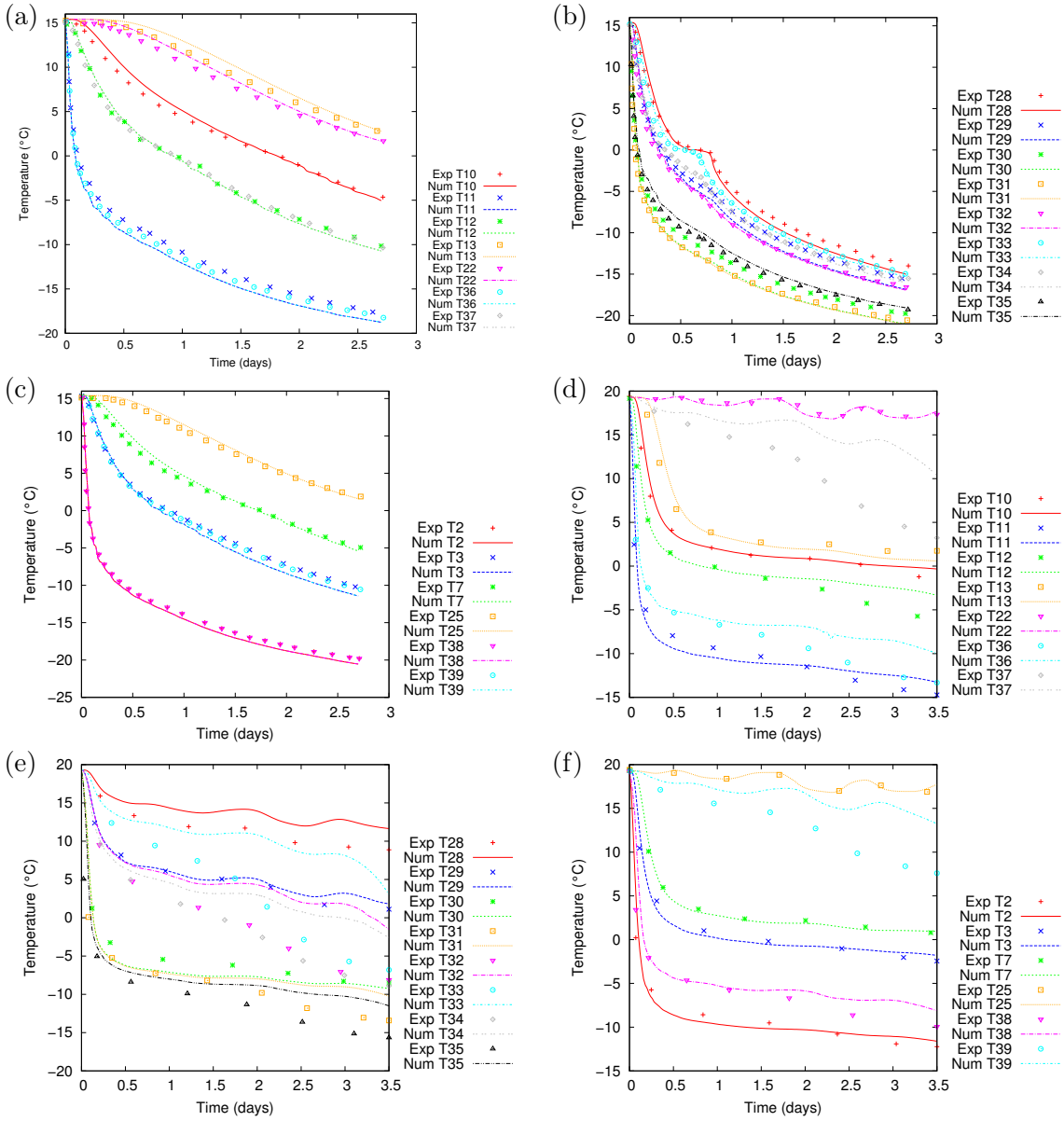

FIGURE 2.9 – Comparison between numerical solution and experiment measurements from Pimentel *et al.* [2012b] : history of temperature at several points for a far-field water velocity of (a) 0 m/d at measuring line 1, (b) 0 m/d at measuring line 2, (c) 0 m/d at measuring line 3, (d) 1.5 m/d at measuring line 1, (e) 1.5 m/d at measuring line 2, and (f) 1.5 m/d at measuring line 3

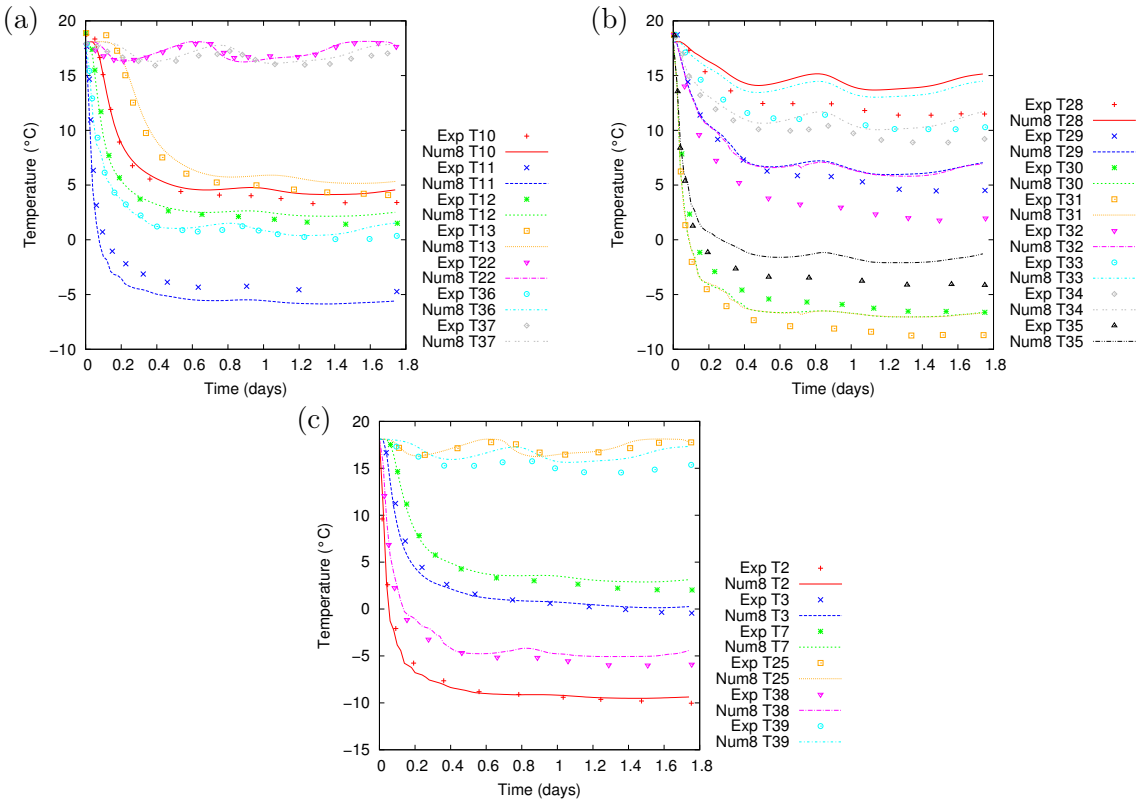

FIGURE 2.10 – Comparison between numerical solution and experiment measurements from Pimentel *et al.* [2012b] : history of temperature at several points for a water velocity of 2 m/d (a) at measuring line 1, (b) at measuring line 2, and (c) at measuring line 3

for T28 and T33 (V1) around 0°C. Finally, it can be noted that the oscillations that can be observed for example at T22 in figures 2.9(d) and 2.10(a) are due to the oscillating boundary condition $T_{\text{flow}}(t)$.

The calculated results in figures 2.9 and 2.10 are close to the measured values, both in time and space. Specifically, the influence of the seepage flow and the effect of phase chance are predicted well. The model also reproduces correctly the fluctuations recorded by the sensors T22, T35, T37, T39 (figures 2.9(d), 2.9(f), 2.10(a) and 2.10(c)) (and T28, T29, T33, T34 to a lesser degree) that are directly correlated to fluctuations in water inlet temperature T_{flow}. For experiments V1, V4 and V5, an average absolute difference of about 0.4, 0.9 and 0.9°C between simulated and measured temperature is respectively obtained. The most significant differences between the two temperatures appear for experiments V4 and V5, at specific locations. The correlation is good for measuring lines ML1 and ML3 except for sensors T37 and T39 of experiment V4 where the temperature is globally overestimated. For measuring line ML2, the numerical models also overestimates the overall temperature, specifically for sensors T32, T33 and T34. Because this difference is not observed at the whole scale of the sample, a possible reason for the local overestimation of the temperature is the fact that, for experiments V4 and V5, the sample is not perfectly homogeneous as it is assumed in the model. Some heterogeneities may have appeared and may have created locally for example a higher porosity value or a lower thermal conductivity value than the values measured by the

authors of the tests.

2.4 Influence of porosity variation on freezing evolution

2.4.1 Definition of a function $n(T,p_\lambda)$

As previously mentioned, the development of the TH model assumes a non-deformable medium. This is a strong assumption. In reality, the freezing process induces a deformation in grounds and a variation of porosity. In addition, it modifies the ground mechanical behavior and its state of stresses. In other words, we are facing a fully coupled thermo-hydro-mechanical problem. In this spirit, some authors have proposed fully coupled models (see e.g. Neaupane et Yamabe [2001], Nishimura *et al.* [2009], Liu et Yu [2011]).

As previously mentioned, the aim of the TH model presented here is not to evaluate the impact of the freezing process on the ground deformation but to predict the evolution of freezing in a ground submitted to low temperatures and subjected to potential significant seepage flows. With this objective, the only effect of mechanical processes with a possible impact on the thermal and hydrological ones is the porosity variation. In this paragraph, it is proposed to evaluate this impact considering an external function $n(T,p_\lambda)$, known after literature.

To our knowledge, only two authors used such a function for freezing modeling. First, Blanchard *et al.* [1988] proposed a function of the form :

$$\dot{n} = \begin{cases} \dfrac{b}{e^{-d(T-T_f)}} & \text{if } T < T_f \\ 0 & \text{if } T \geq T_f \end{cases} \tag{2.42}$$

where b and d are specific to each ground.

Later, Michalowski et Zhang [2013] suggested a 'porosity rate function' describing the 'average growth of ice in a soil volume' and intended for frost heave models :

$$\dot{n} = \dot{n}_m \left(\frac{T-T_f}{T_m}\right)^2 \exp\left[1 - \left(\frac{T-T_f}{T_m}\right)^2\right] \tag{2.43}$$

where $\dot{n}_m$ is the maximum porosity rate for a given soil and T_m is the temperature at which this maximum occurs. In this expression, for the sake of simplicity, the influence of the temperature gradient and of the stress state is neglected, so that only the 'core' function of $\dot{n}$ is considered [Michalowski et Zhu, 2006].

With such functions, equations (2.11) and (2.33), developed for a constant porosity, have to be modified. For each equation, a new source term appears and they become respectively :

$$\begin{aligned} & n\partial_t[\rho_\lambda S_\lambda + \rho_\gamma(1-S_\lambda)] + [\rho_\lambda S_\lambda + \rho_\gamma(1-S_\lambda)]\partial_t n \\ & \quad + \vec{\nabla}.(\rho_\lambda n S_\lambda \vec{v}_\lambda) = 0 \end{aligned} \tag{2.44}$$

$$\begin{aligned} & (\rho C_p)_{eq}\partial_t T + \rho_\lambda C_{p\lambda} n S_\lambda \vec{v}_\lambda.\vec{\nabla}T \\ & \quad = -\vec{\nabla}.\vec{\psi} - (h_\gamma - h_\lambda)\rho_\gamma(1-S_\lambda)\partial_t n \end{aligned} \tag{2.45}$$

2.4.2 Influence of the function $n(T)$

To study the influence of $\dot{n}(T)$ on freezing evolution, the same models as in paragraph 2.3.2, based on the experiment conducted by Pimentel *et al.* [2012b], are used with equations (2.44) and (2.45). Unlike Michalowski et Zhang [2013], Blanchard *et al.* [1988] do not give numerical values for the parameters of their function $\dot{n}$. Therefore, the expression of Michalowski et Zhang [2013] is used to describe the porosity evolution.

The values of $\dot{n}_m$ and T_m were chosen after the ones of the material presented by Michalowski et Zhang [2013] that was the most similar to the sand used by Pimentel *et al.* [2012b] : the Alaska silts of Kim [2011]. Two possible values of $\dot{n}_m$ were considered to simulate the soil that is less frost susceptible than the silts, making sure that the maximum porosity n in the sample never exceeds 1 : $\dot{n}_m = 1.8{\cdot}10^{-6}\,\mathrm{s}^{-1}$ and $9.0{\cdot}10^{-6}\,\mathrm{s}^{-1}$ (i.e. respectively 10% and 50% of the silt's value). T_m was taken equal to the one of the silt : T_m = -0.2°C.

The effect of the consideration of the porosity variation on the temperature evolution during freezing at some points in the sample can be seen in figure 2.11 for the tests V1 and V5 (far-field water velocity of 0 and 2 m/d respectively). These results confirm the validity of the constant-porosity assumption : the influence of the porosity variation is too small to modify the ground thermal response to freezing. For information, the history of the total porosity is shown in figure 2.12 at the same points and for the same tests. It can be seen that, at the considered points, the maximum relative variation of porosity is 1.2%, 6.0%, 11.% and 57.% with respect to initial porosity (0.41), respectively for the cases $\dot{n}_m = 1.8 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{s}^{-1}$ and $v = 0\,\mathrm{m/d}$, $\dot{n}_m = 9.0 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{s}^{-1}$ and $v = 0\,\mathrm{m/d}$, $\dot{n}_m = 1.8 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{s}^{-1}$ and $v = 2\,\mathrm{m/d}$, and $\dot{n}_m = 9.0 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{s}^{-1}$ and $v = 2\,\mathrm{m/d}$.

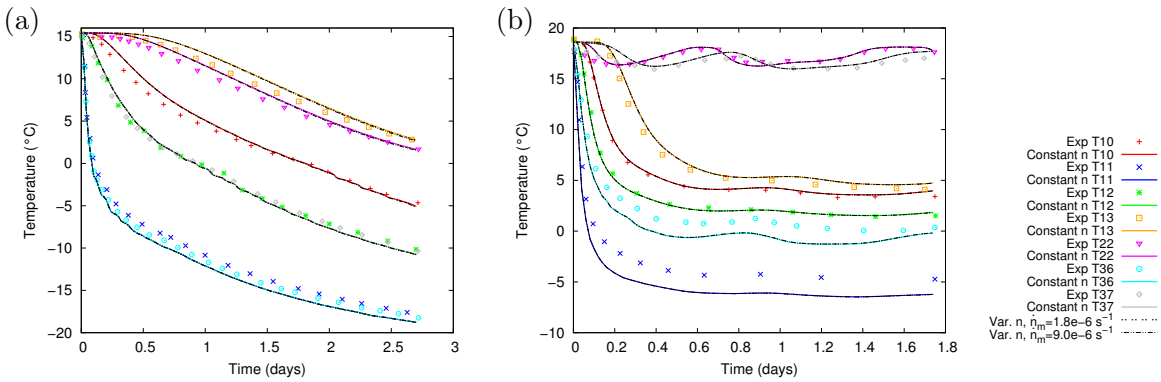

FIGURE 2.11 – Influence of porosity variation : history of temperature at several points of measuring line 1 considering a constant porosity or a variable porosity with $\dot{n}_m = 1.8{\cdot}10^{-6}\,\mathrm{s}^{-1}$ and $9.0{\cdot}10^{-6}\,\mathrm{s}^{-1}$ and for a far-field water velocity of (a) 0 m/d and (b) 2 m/d

2.5 Representation of processes associated with freezing of a porous medium

Now that the numerical model has been theoretically developed and validated, it is used to show the basic phase change mechanisms in a porous medium and, in this context, the

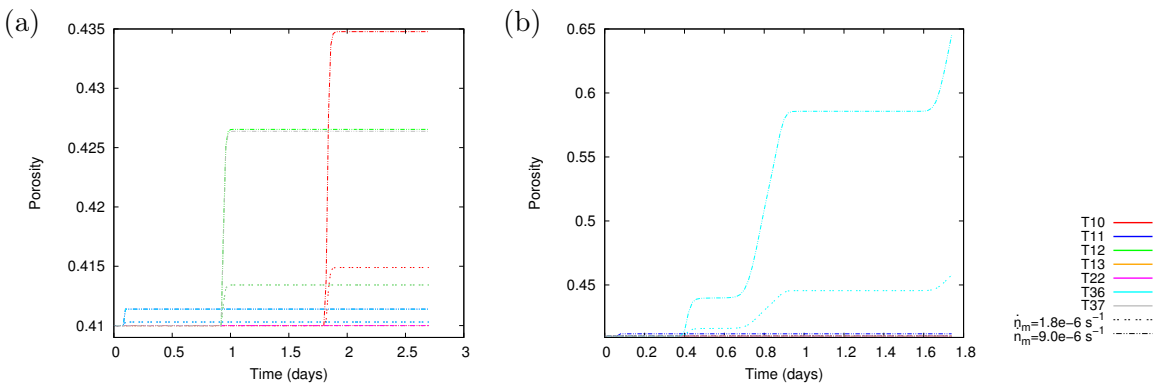

FIGURE 2.12 – History of porosity at several points of measuring line 1 for $\dot{n}_m = 1.8{\cdot}10^{-6}\,\mathrm{s}^{-1}$ and $9.0{\cdot}10^{-6}\,\mathrm{s}^{-1}$ and for a far-field water velocity of (a) 0 m/d and (b) 2 m/d

interactions between the thermal and hydraulic mechanisms. From a perspective of artificial ground freezing applications, these simple study cases also enable to gain insight into the most influential ground properties on freezing evolution.

2.5.1 Influence of phase change on temperature evolution

In this section, the basic thermal mechanisms of phase change are studied, regardless of hydraulic mechanisms. For this purpose, a simple TH coupled 2D horizontal square model containing four centered freeze pipes arranged in a square pattern is considered. Two different grounds are modeled : one that could represent a sand (ground 1) and another one a clay (ground 2). The grounds properties can be found in table 2.5 (the $S_\lambda(T)$ function is, as earlier, defined as an interpolation function such as : $S_\lambda(T_g) = 0$ and $S_\lambda(T_l) = 1$), along with the geometry parameters and the thermo-hydraulic initial conditions. The thermal boundary condition is such that the heat flux $\overrightarrow{\psi}$ at the freeze pipe wall is : $\overrightarrow{\psi} \cdot \overrightarrow{n} = \hbar(T_{\text{coolant}} - T)$ where T_{coolant} is the coolant temperature and $\hbar$ is the heat transfer coefficient (see figure 2.13). It can be noted that this is a simplified boundary conditions that does not consider the reciprocal heat exchanges between the material and the freeze pipe [Vitel *et al.*, 2015]. Additionally, the same hydraulic head, equals to the initial one, is imposed at the model limits. The boundary conditions not represented in figure 2.13 correspond to thermal insulation or no-flow conditions. The numerical model was solved with 82 780 elements and a maximal time step size adjusted to 1 day.

The history of ground temperature during phase change in both grounds can be seen in figure 2.14. Several points have been observed, at variable distances from the freeze pipes, the point ($x = 0; y = 30r_{\text{pipe}}$) being the closest to a freeze pipe. The curves $T(t)$ show a plateau from T=273.15 K. According to the theoretical explanation proposed by Williams et Smith [1989], Andersland et Ladanyi [2004], this plateau is caused by the release of latent heat during formation of ice, which slows down the rate of cooling.

Considering the heat balance in the ground, the closer is the observed point to the pipe, the higher is the heat flux due to pipe cooling compared to the one of latent heat, so the less visible is the latent heat effect. That is why the plateau in figure 2.14 is very pronounced far

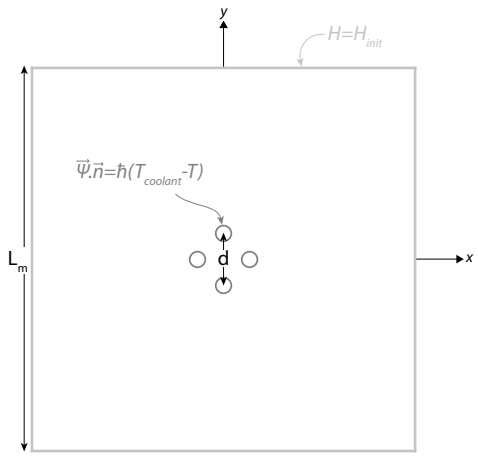

FIGURE 2.13 – Dimensions and boundary conditions of the first model used to represent freezing processes

Property	Value
Model's side length L_m [m]	40
Pipe radius [m]	0.061
Distance between pipes d [m]	5
Initial temperature T_{init} [K]	281.15
Initial hydraulic head H_{init} [m]	450
Coolant temperature T_{coolant} [K]	243.15
Heat transfer coefficient $\hbar$ [W/m^2/K]	50
Density of ground 1 particles ρ_σ [kg/m^3]	2 664
Thermal conductivity of ground 1 particles λ_σ [W/m/K]	6.5
Specific heat capacity of ground 1 particles $C_{p\sigma}$ [J/kg/K]	750
Ground 1 porosity n	0.35
Parameter m for ground 1	0.42
T_l in S_λ for ground 1 [K]	273.15
T_g in S_λ for ground 1 [K]	272.15
Ground 1 intrinsic permeability K [m^2]	1.34e-12
Density of ground 2 particles ρ_σ [kg/m^3]	2 200
Thermal conductivity of ground 2 particles λ_σ [W/m/K]	2.5
Specific heat capacity of ground 2 particles $C_{p\sigma}$ [J/kg/K]	800
Ground 2 porosity n	0.37
Parameter m for ground 2	0.42
T_l in S_λ for ground 2 [K]	273.15
T_g in S_λ for ground 2 [K]	269.15
Ground 2 intrinsic permeability K [m^2]	1.34e-16

TABLE 2.5 – Parameters for the study of the processes associated with freezing of a porous medium

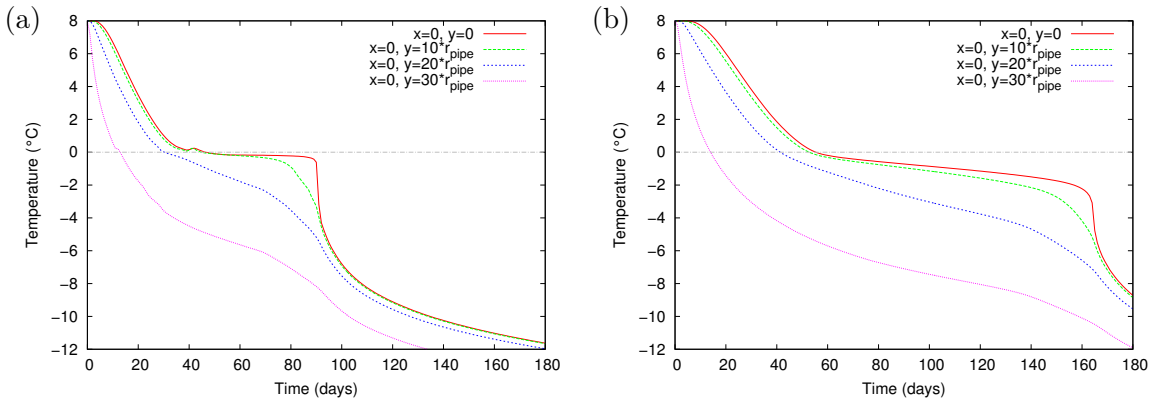

FIGURE 2.14 – History of ground temperature at several points during phase change in (a) ground 1, and (b) ground 2

from the freeze pipes and barely visible close to them.

The behavior difference between ground 1 and ground 2 is such that, the influence of the ground volumetric heat capacity being negligible :

— The plateau length is smaller for ground 1 than for ground 2 because ground 1 has a lower porosity (and so is the released latent heat by freezing water) and a higher thermal conductivity (so that the latent heat is released faster).

— The slope of $T(t)$ before and after the plateau is higher for ground 1 because so is the ground thermal conductivity.

— The plateau shape is more pronounced for ground 1 because the S_λ function is steeper (see below).

Thus, from a perspective of artificial ground freezing, ground 1, because it shows a higher thermal conductivity and a lower porosity, would be more favorable than ground 2.

The sensitivity of the ground behavior during phase change to S_λ function is now examined. For this study, three additional calculations have been conducted based on ground 2, with different S_λ functions, more or less steep ($T_g = 270.15\,\mathrm{K}$, $271.15\,\mathrm{K}$ or $272.15\,\mathrm{K}$, T_l being equal to $273.15\,\mathrm{K}$). As it can be seen in figure 2.15, S_λ function impacts the plateau shape (more pronounced for steep S_λ functions) but its influence decreases with time : in the long term, after the phase change, the maximum difference is $0.5\,\mathrm{K}$ at 180 days.

2.5.2 Influence of phase change and temperature variation on flowing water

The aim in this section is to highlight how phase change can impact flowing water. For this purpose, the same model as above is considered.

Figure 2.16 represents for one ground (ground 2, but similar results are obtained considering ground 1) the ground response after 70 days of freezing : figures 2.16(a), (b) and (c) respectively depict the ground temperature T, the liquid water pressure p_λ and Darcy velocity $nS_\lambda \overrightarrow{v}_\lambda$.

The simultaneous analysis of these three figures reveals the relation between temperature, pressure and velocity distributions : in the areas where the temperature is the lowest, that is to say where the ice content is the largest, the liquid pressure is the highest (1.5 times higher than in the undisturbed zone). As for the velocity, liquid water is expelled from the frozen

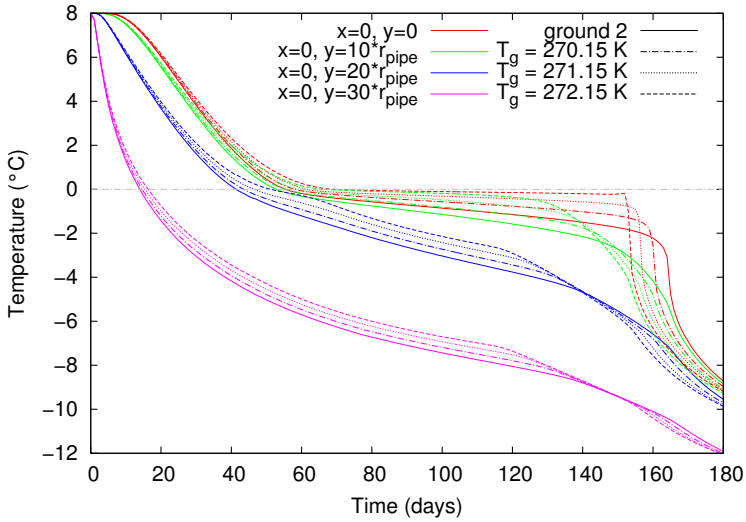

FIGURE 2.15 – Influence of S_λ function during phase change : history of ground temperature at several points with T_γ=269.15 K (ground 2), 270.15 K, 271.15 K or 272.15 K (T_λ being equal to 273.15 K)

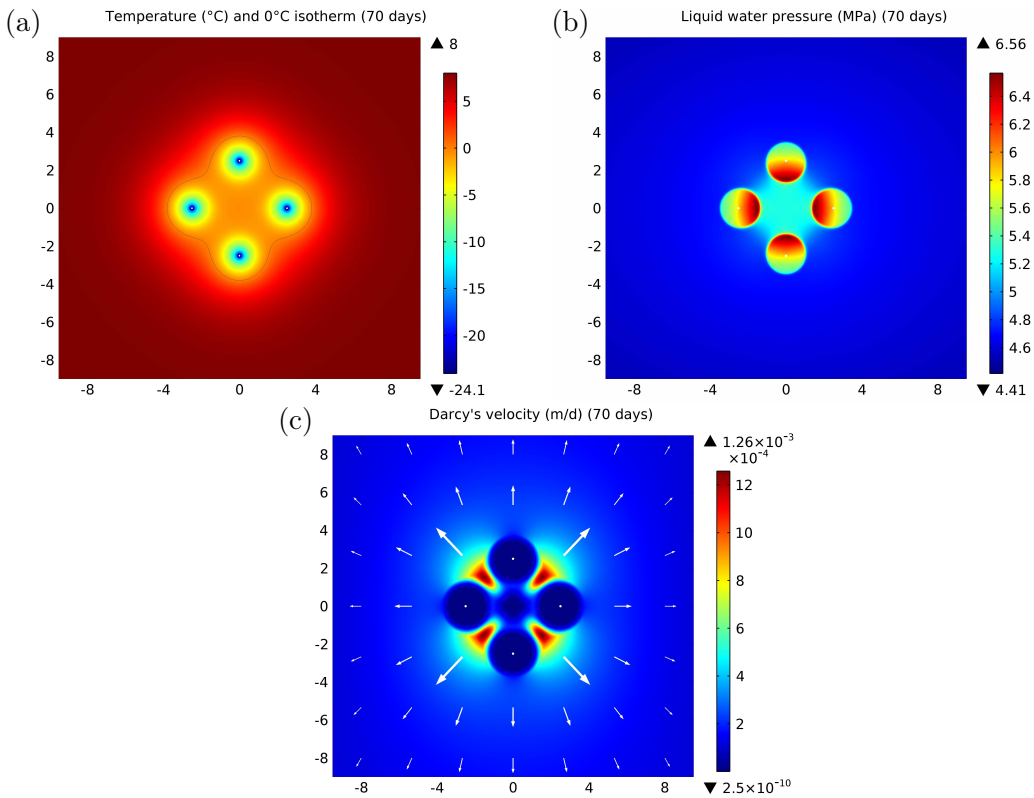

FIGURE 2.16 – Influence of phase change and temperature variation on water flow : map, after 70 days of freezing, of (a) ground temperature, (b) liquid water pressure, and (c) Darcy's velocity (the figures do not represent the whole model but a zoom of the center)

zone : this is directly related to the pressure gradient direction. About its magnitude, it is close to zero ($2.5{\cdot}10^{-10}$ m/d) near the freeze pipe but $1{\cdot}10^{7}$ times more important between these zones.

The driving force of pressure changes and thus water flow is the S_λ function associated with the density difference $\rho_\lambda - \rho_\gamma$ in (2.11) : if S_λ was constant, i.e. at steady state, the pressure would remain constant and homogeneous. But the induced water flow is also modified by the ratio $k_r/\mu_\lambda(T)$. More precisely, the influence of $k_r(T)$ is significant : in frozen areas, k_r is very low and prevents any flow. As it can be seen in figure 2.17(a), if a constant value is considered in (2.29) for $k_r(T)$ at $k_r = k_r(T_l)$, the velocity magnitude at 0.1 m of a freeze pipe is multiplied by 50 ($1.0{\cdot}10^{-4}$ m/d vs $1.7{\cdot}10^{-6}$ m/d). This explains the low velocity in the frozen areas and, conversely, the high one between the pipes given that the flow area is reduced. The relative permeability $k_r(T)$ is thus an essential function for artificial ground freezing applications which aim to make the ground impermeable and, in this respect, would deserve a careful experimental fitting for a precise determination. On the other side, the influence of the $\mu_\lambda(T)$ function is very weak, as figure 2.17(b) shows it, suggesting that its variations could be neglected.

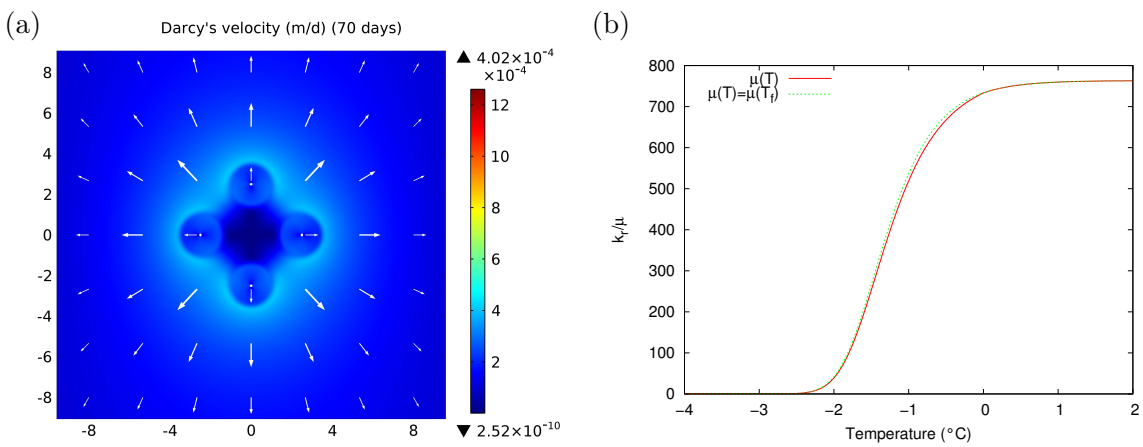

FIGURE 2.17 – Influence of $k_r(T)$ and $\mu_\lambda(T)$ on water flow : (a) map, after 70 days of freezing, of liquid water pressure considering $k_r(T)$ constant in (2.29) and (b) function $k_r/\mu_\lambda(T)$ considering μ_λ constant or not

2.5.3 Influence of flowing water on temperature evolution

Reciprocally, the aim here is to illustrate the influence of flowing water on temperature evolution, which simply translates through the convective heat transfer term $\rho_\lambda C_{p\lambda} n S_\lambda \overrightarrow{v}_\lambda . \overrightarrow{\nabla} T$ in (2.33). To that end, the same model as above is considered, with only one freeze pipe at the model's center. This time, a hydraulic head gradient imposed between the top and the bottom of the model generates a groundwater flow. Three different hydraulic head gradients have been considered for both grounds : the hydraulic boundary conditions is such that the difference ΔH between top and bottom hydraulic heads equals 0, 1 or 3 m. These three values are responsible for different values of flow velocity according to ground permeability : ΔH = 1 m generates a Darcy velocity of $2{\cdot}10^{-6}$ m/s in ground 1 and $2{\cdot}10^{-11}$ m/s in ground 2 (initially, i.e. when the ground is fully unfrozen) while ΔH = 3 m respectively engenders velocities of $7{\cdot}10^{-6}$ m/s and $7{\cdot}10^{-11}$ m/s.

The comparison of the flow velocity influence on temperature evolution for the two grounds can be seen in figure 2.18. It represents the temperature history at two points situated at 3 m of the freeze pipe, upstream and downstream. It appears that in ground 2, which shows a very low permeability, the hydraulic head gradient has no influence : the induced water velocity is too low. Conversely, ground 1 has a higher permeability and is thus submitted to more elevated velocities. Such groundwater flows have a strong impact on the freezing evolution. In these cases, the freezing front progression is asymmetrical and more extended in the flow direction : the ground is hotter upstream of the freeze pipe than downstream. Upstream, the ground is hotter than when there is no groundwater flow at each time, whereas downstream the temperature decrease is faster in a first period and then slows down so that the ground becomes hotter too. For high Darcy velocities such as $7{\cdot}10^{-6}$ m/s here, the flow can even prevent ground freezing in some areas (see for example the curve 'upstream (-3m) $\Delta H = 3$ m' in figure 2.18(a)). In permeable media, one aim of artificially freezing the ground being to limit or even stop groundwater flow, another way to represent the impact of the regional flow in ground 1 is the history of the groundwater flow velocity. This quantity can be seen in figure 2.19. The figure shows for example that for a regional head gradient of 1 m, the time required for the flow velocity to reach zero is about two times more upstream of the freeze pipe than downstream. For $\Delta H = 3$ m, it even seems that the flow can be reduced but can not be stopped upstream of the freeze pipe. Thus, to ensure the success of the ground freezing technique in conditions of significant seepage flows, efforts should be made to gain a detailed knowledge of the flow velocities values.

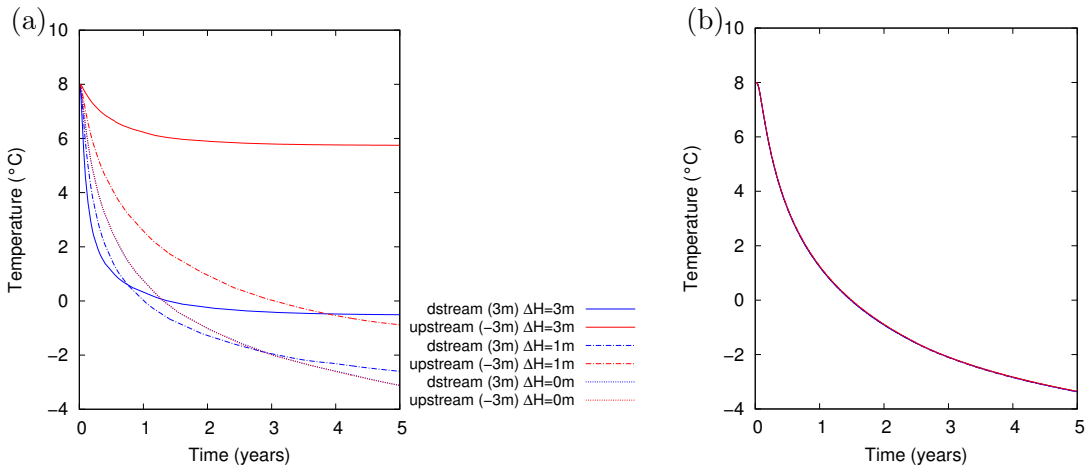

FIGURE 2.18 – Influence of water flow velocity : history of upstream and downstream temperatures for three hydraulic head gradients in (a) ground 1, and (b) ground 2 (the legend applies to both graphs)

2.6 Conclusion

A thermo-hydraulic coupled model of a saturated porous medium subject to freezing has been developed ensuring thermodynamical consistency and validated against two analytical solutions and the results of a 3D ground freezing experiment under high seepage flow velocity conditions.

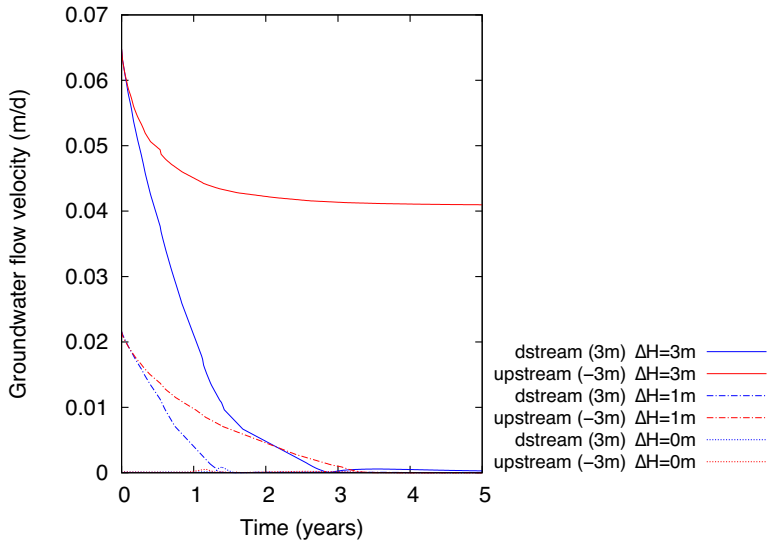

FIGURE 2.19 – Influence of water flow velocity : history of upstream and downstream flow velocity for three hydraulic head gradients in ground 2

The model has been used to illustrate the basic physical phenomena associated with phase change in a porous medium : the influence of latent heat release on temperature, the influence of phase change and temperature variation on flowing water and vice versa.

Several simplifying assumptions have been used to develop this model. In particular, porosity change due to ground deformation has been neglected, the validity of this hypothesis having been tested, and thermal and effective stresses have not been considered. More generally, the model does not consider the influence of mechanics on freezing. It is therefore not able to simulate the formation of ice lenses and frost heaving processes. These limitations will be addressed in future studies. From this perspective, non-restrictive assumptions have been used in developing the model ($p_\gamma \neq 0$, $\rho_\lambda \neq \rho_\gamma$) in order not to impede the integration of mechanics in the thermo-hydraulic formulation.

Despite these restrictions, the model appears pertinent if the aim is to be able to count on a reliable model to predict the performance of artificial ground freezing under seepage flow conditions, if the mechanical consequences of ground freezing are not investigated. In this context, it can be noted that this model presented in this paper can be used jointly with the model presented in Vitel *et al.* [2015] in order to simulate the global problem of artificial ground freezing. Indeed, the model in Vitel *et al.* [2015] simulates the heat transfer between a freeze pipe and the surrounding ground and thus enables the determination of the thermal boundary conditions that has to be applied at the freeze pipes wall in the thermo-hydraulic model.

Chapitre 3

Modélisation des échanges de chaleur entre un tuyau de congélation et le terrain environnant

Sommaire

3.1 Introduction 101
3.2 Heat transfer in and around the freeze pipe 102
3.2.1 Physical model 102
3.2.2 Heat transfer in the freeze pipe 103
3.2.3 Heat transfer in the ground surrounding the pipe 106
3.2.4 Numerical implementation 108
3.3 1D approach for the heat transfer problem in the ground 109
3.3.1 Reduction of the 2D axisymmetric problem to a 1D problem 109
3.3.2 Numerical validation 111
3.4 Comparison of the model with a conventional approach 114
3.4.1 Comparison for a continuous injection 114
3.4.2 Comparison for a non-continuous injection 115
3.5 Parametric study 116
3.5.1 Influence of operating conditions 117
3.5.2 Influence of coolant properties 118
3.5.3 Influence of the system geometry 119
3.6 Importance of latent heat 120
3.7 Conclusion 120

Ce chapitre est consacré au second modèle développé dans le cadre de nos travaux : le modèle « puits-terrain », dont l'objet est de simuler les transferts de chaleur entre un puits de congélation et le terrain environnant. La configuration étudiée est montrée sur la figure 3.1.

Pour la mise en équations de ce problème, l'approche adoptée est de décomposer le système en deux parties : le tuyau de congélation, lui même constitué de deux tubes co-axiaux, et le terrain situé autour du tuyau. Pour chaque sous-système, le problème transitoire de transfert de chaleur est étudié sans tenir compte des interactions thermiques avec l'autre sous-système.

Dans les deux sous-systèmes, la réponse à ce problème est apportée par la résolution de l'équation gouvernant les variations de température, établie via l'expression de la conservation de l'énergie. Dans le puits (paragraphe 3.2.2), on aboutit ainsi à un système d'équations différentielles dont les inconnues principales sont la température dans le tube central $T_c(z,t)$ et la température dans le tube annulaire $T_a(z,t)$. Dans le terrain (paragraphe 3.2.3), l'équation régissant l'évolution de la température $T(r,z,t)$ correspond à celle établie au chapitre précédent avec quelques hypothèses simplificatrices. Le couplage entre les équations gouvernant dans le puits et dans le terrain est assuré par la température à l'interface entre les deux sous-systèmes, c'est-à-dire la température à la paroi externe du puits $T_w(z,t)$. La méthodologie numérique pour résoudre le problème global est détaillée au paragraphe 3.2.4, chaque sous-système étant abordé de manière indépendante. La résolution de ce problème couplé est assurée par un algorithme itératif entre les deux sous-systèmes.

Au paragraphe 3.3, une proposition est faite pour simplifier ce problème théoriquement tridimensionnel en un problème 1D vertical dans le puits associé, en différentes abscisses curvilignes le long du puits, à n problèmes 1D radial dans le terrain. Cette simplification suppose dans le puits que l'on considère des grandeurs moyennes sur la section droite, ce qui ne semble pas déraisonnable, et dans le terrain que les transferts thermiques verticaux sont négligeables par rapport aux transferts horizontaux. Cette hypothèse est vérifiée en comparant cette approche $n \times 1D$ radial à une approche 2D axisymétrique. L'intérêt de cette proposition est de réduire considérablement les temps de calcul, tout en conservant une précision des résultats satisfaisante.

Le modèle puits-terrain que nous proposons ici a pour premier intérêt la détermination des conditions aux limites à appliquer à la paroi des tuyaux de congélation dans les modèles de congélation des terrains tel que celui détaillé au chapitre précédent. Habituellement, ces conditions aux limites sont exprimées à l'aide de la loi de Newton qui relie le flux et la température à la paroi via deux grandeurs $\hbar$ et $T_{coolant}$, respectivement le coefficient de transfert de chaleur à la paroi et la température du réfrigérant. Faute de les connaître précisément et par simplification, ces deux grandeurs sont très généralement considérées constantes dans le temps et dans l'espace, souvent égale à la température moyenne d'injection pour $T_{coolant}$. Pour mettre en évidence l'intérêt de notre modèle, le paragraphe 3.4 propose une comparaison des résultats de cette approche dite « conventionnelle » et de ceux obtenus avec le modèle puits-terrain, pour une injection continue ou discontinue de réfrigérant. Dans les deux cas, l'approche conventionnelle sur-estime la taille de la zone congelée à chaque instant, et ce d'autant plus que le débit d'injection est faible.

Grâce à la rapidité de ses calculs, la seconde utilisation possible du modèle puits-terrain est la réalisation d'études paramétriques sur les propriétés du terrain, les propriétés du liquide frigorigique et les conditions opératoires. Le paragraphe 3.5 présente les résultats de telles études réalisées sur un cas simple (puits de congélation de 50 m de long dans un terrain homogène) pour comprendre l'influence de la température d'injection du réfrigérant, du débit du réfrigérant, du type de réfrigérant utilisé et des diamètres des tubes du puits de congélation. Ces analyses permettent, in fine, *d'optimiser le système de congélation pour un cas donné.*

Enfin, le modèle puits-terrain n'est en réalité pas limité au cas de la congélation artificielle des terrains : il peut représenter de manière générale un système d'échangeur de chaleur dans un milieu poreux. Par conséquent, l'objectif du paragraphe 3.6 est de mettre en évidence les spécificités de la congélation d'un milieu poreux et plus particulièrement l'influence, sur l'évolution de la température dans le terrain, du terme lié à la chaleur latente libérée lors du changement de phase contenu dans l'équation de la chaleur du terrain.

Modeling heat transfer between a freeze pipe and the surrounding ground during artificial ground freezing activities

Abstract

The artificial ground freezing method (AGF) is widely used in civil and mining engineering. In AGF numerical models, the thermal boundary conditions at the freeze pipe wall, whether they be expressed in temperature or in flux, are generally determined based on in situ measurements, which are not readily available. The purpose of this paper is to study the complete heat transfer problem in order to develop a thermal model that can be easily used in field applications. In this numerical model, the freeze pipe and the surrounding ground are considered in a coupled way. External data of temperature or flux at the pipe wall is therefore not needed to predict the temperature evolution in the ground. Moreover, the developed model can be used to conduct parametric studies on operating conditions, refrigerant type, system geometry or ground properties. Indeed, the reduction of the heat transfer problems in the ground and in the pipe into highly time-saving 1D problems allows the rapid resolution of many calculations. Then, the developed model can also find its use in the optimization and the design of AGF systems.

3.1 Introduction

Patented by Poetsch in Germany in 1883, the artificial ground freezing technique (AGF) appeared 150 years ago in coal mines in South Wales. Nowadays, it is particularly widespread in civil engineering (tunneling, landslide stabilization, underpinning), mining engineering (shaft sinking) and environmental engineering (containment of hazardous waste) [Andersland et Ladanyi, 2004]. It is generally used for its two conjugated effects. Firstly, it reduces the ground permeability, which mitigates water seepage and inflow into underground workings. Secondly, it allows to improve the mechanical properties (strength and stiffness) of the ground and thus to increase the stability of future excavations.

The principle of AGF is to circulate a fluid coolant through a pipe network in the ground to be frozen. As it flows in the pipes, the refrigerant extracts heat from the surrounding ground and pore liquid water gradually turns into ice. The quantity of extracted heat depends on the cooling conditions. Therefore, an estimation of the temperature distribution in the ground would require an understanding of the thermal processes which occur inside the freeze pipes. In common AGF numerical models, these processes are not simulated and thermal boundary conditions at the freeze pipe wall, based on external data defined from in situ measurements, are merely included (e.g. Newman [2003], Yokoo *et al.* [2005], Nishimura *et al.* [2009], Pimentel *et al.* [2012a]). However, these measurements, whether they be expressed in temperature or in flux, are not readily available.

Since the first thermo-hydraulic coupled model of ground freezing elaborated by Harlan [Harlan, 1973], a lot of effort has been put into the development of models that take into account coupling between thermal, hydrogeological and mechanical mechanisms (e.g. Nishimura *et al.* [2009], Neaupane *et al.* [1999], Hansson *et al.* [2004], Liu et Yu [2011]). In contrast, the influence of the freezing conditions has not been studied extensively despite its importance for the optimization of ground freezing systems. A few works briefly present parametric studies of the system geometry (e.g. Khakimov [1966], Gioda *et al.* [1994], Malekzadeh *et al.* [2005], Aulbach *et al.* [2009]) or of ground properties (e.g. Frivik [1981]). Information about the in-

fluence of the coolant parameters seems to be very limited. Only the effect of the coolant temperature was studied [Frivik, 1981, Gioda *et al.*, 1994] and, apart from Khakimov [1966], the effect of the flow rate of the coolant, or of its thermophysical properties, does not seem to have been studied.

The purpose of this study is to develop a new approach where the freeze pipe and the surrounding ground are considered in a coupled way. The numerical model simulates in an iterative manner the heat transfer between the pipe components, between the pipe and the ground and in the ground, while the coolant flows. Temperature or flux data at the pipe wall is therefore not needed to model the temperature evolution in the ground and only initial and boundary conditions are required.

In the following, the physical system we are dealing with is described in a first part. In a second part, the governing equations in both the pipe and the ground are presented, along with the numerical implementation of the model. The third part deals with the simplification of the 2D axisymmetric heat transfer problem in the ground around the well into a 1D problem. The fourth part discusses the interest of our model compared to the case where simple boundary conditions are considered in the ground model. In part 5, the results of a parametric study highlight the influence of operating conditions. The final part of the paper aims at showing the importance of the effect of latent heat during the ground freezing on the evolution of the ground temperature.

3.2 Heat transfer in and around the freeze pipe

3.2.1 Physical model

The freeze pipes used in AGF consist of two concentric tubes. The coolant is usually injected in an open-ended central tubing and flows back through the closed-ended annular space. The principle of circulation is illustrated in figure 3.1(a). Two mains types of refrigerant are used : secondary coolants and expendable refrigerants [Andersland et Ladanyi, 2004].

A secondary coolant circulates in a closed circuit : it is cooled at the surface in a refrigeration plant — ammonia is often used as the cooling agent — and sent underground in freeze pipes before returning to the freeze plant where it is re-cooled. The refrigerant is generally calcium chloride brine ($CaCl_2$) and its temperature in the freeze pipes ranges from -20°C to -40°C. Other circulating coolants such as glycols, hydrocarbons, alcohols or other salt brines are sometimes employed in a similar way. Despite their interesting properties, some of them are flammable and/or toxic and may thus be avoided.

In the case of expendable refrigerants, where liquid nitrogen (LN_2) is often used, there is no refrigeration plant since LN_2 is directly supplied into the freeze pipes. It starts to vaporize in the pipe at -196°C and the exhaust gas is released in the atmosphere. Another expendable coolant is sublimating carbon dioxide but it is thermally less efficient than LN_2 and harder to control [Andersland et Ladanyi, 2004]. Due to the extremely low coolant temperature, LN_2 freezing is very fast compared to brine freezing. However, its use is limited because of its high cost.

The system which is the subject of the model presented in the following paragraphs is shown in figure 3.1(a). It consists of one straight, vertical and cased freeze pipe surrounded by geological formations and constituted of two concentric tubes. The method applied for solving the problem is inspired from Rouabhi *et al.* [2008]. In the following, the problem will be separated into two parts. Firstly the transient heat problem is studied in the well and

the principal unknowns are the temperature in the central tube $T_c(z,t)$ (subscript c) and the temperature in the annular space $T_a(z,t)$ (subscript a). Secondly, we concentrate on the heat transfer in the surrounding ground where $T(r,z,t)$ is the principal unknown and where $T_w(z,t)$ is the temperature at the pipe wall surface (subscript w). For each part, the heat transfer problem is considered irrespective of the other part. The solution of the problem is obtained through an iterative process that couples the problem in the well and in the ground.

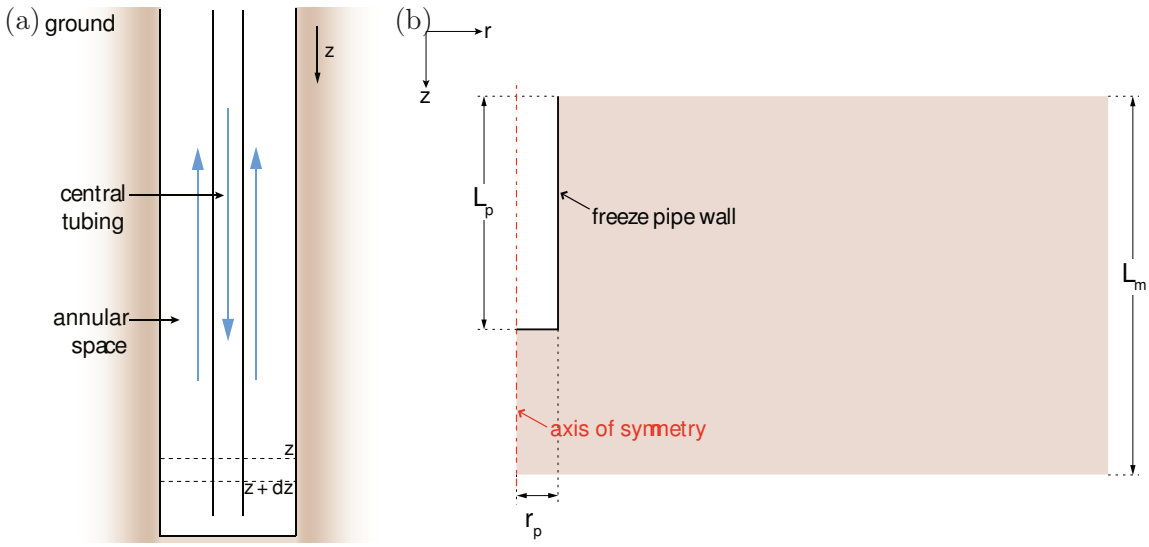

FIGURE 3.1 – (a) Circulation of refrigerant in a freeze pipe and (b) geometry of the ground model for 2D calculations (the dimension of the well radius has been exaggerated in order to distinguish the well).

3.2.2 Heat transfer in the freeze pipe

The freeze pipe is considered filled with fluid at each time t. For the central tubing and the annulus, the expression of enthalpy conservation in a differential volume Ω of refrigerant leads to the differential equation that the fluid temperature must satisfy.

The formulation of the problem is based on the following assumptions :

- Average quantities are considered over the cross-section.
- The flow is incompressible.
- The physical properties of the fluid are known.
- A single-phase flow is considered, i.e. gas-liquid mixture flow such as LN_2 is out of the scope of the model.
- Vertical heat conduction within the fluid is negligible compared to vertical convection, which is a reasonable assumption for flow rates encountered in practice.
- Initially, the coolant temperature is assumed to be in thermal equilibrium with the ground.

The conservation law of a physic quantity Φ expressed in a domain Ω may be written in general as a sum of a surface integral and a volume integral :

$$\int_{\Omega} \kappa \, \mathrm{d}\mathcal{V} + \int_{\partial\Omega} \overrightarrow{K} \cdot \overrightarrow{n} \, \mathrm{d}\mathcal{A} = 0 \tag{3.1}$$

with $\kappa = \partial(\rho\varphi)/\partial t - \rho\varphi^*$ and $\overrightarrow{K} = \rho\varphi\overrightarrow{v} + \overrightarrow{\Psi}$ and where ρ is the fluid density, $\overrightarrow{v}$ is its velocity, φ is the mass density of Φ, φ^* is a source mass density, $\overrightarrow{\Psi}$ is a surface flux density, $\partial\Omega$ is the boundary of domain Ω and $\overrightarrow{n}$ is the unit exterior normal vector to $\partial\Omega$.

We consider here a portion Ω of the well, situated between the depths z and $z + dz$ (cf. figure 3.1(a)) and Σ is the cross section, constant over time and space. Knowing that $\mathrm{d}\mathcal{V} = \mathrm{d}\mathcal{A}\mathrm{d}z$, the volume integral of equation 3.1 becomes : $\int_\Omega \kappa\,\mathrm{d}\mathcal{V} = dz \int_\Sigma \kappa\,\mathrm{d}\mathcal{A}$. Moreover, setting Σ_ℓ the lateral surface of the domain Ω, the surface integral over $\partial\Omega$ may be split up into a sum of three integrals over the surfaces $\Sigma(z)$, $\Sigma(z + dz)$ and Σ_ℓ : $\int_{\partial\Omega} \overrightarrow{K} \cdot \overrightarrow{n}\,\mathrm{d}\mathcal{A} = -\left(\int_{\Sigma(z)} \overrightarrow{K}\,\mathrm{d}\mathcal{A}\right) \cdot \overrightarrow{e_z} + \left(\int_{\Sigma(z+dz)} \overrightarrow{K}\,\mathrm{d}\mathcal{A}\right) \cdot \overrightarrow{e_z} + dz \int_{\partial\Sigma} \overrightarrow{K} \cdot \overrightarrow{n}\,\mathrm{d}\ell$ where we have used the fact that over Σ_ℓ, $\mathrm{d}\mathcal{A} = \mathrm{d}\ell\mathrm{d}z$ and where the unit vector in the direction of the z-axis $\overrightarrow{e_z}$ is pointing downward. When $\mathrm{d}z$ approaches zero and admitting the no-slip condition over $\partial\Sigma$ ($\overrightarrow{v} \cdot \overrightarrow{n} = 0$), we have :

$$\int_\Sigma \kappa\,\mathrm{d}\mathcal{A} + \left[\left(\int_\Sigma \overrightarrow{K}\,\mathrm{d}\mathcal{A}\right) \cdot \overrightarrow{e_z}\right]' + \int_{\partial\Sigma} \overrightarrow{\Psi} \cdot \overrightarrow{n}\mathrm{d}\ell = 0 \tag{3.2}$$

Only integrals over the cross-section Σ and along $\partial\Sigma$ and one derivative with respect to z take part in relation (3.2). In order to simplify the problem, we can eliminate the integrals considering that the problem unknowns are average quantities over the section and the perimeter, function of time t and depth z. To justify this transition from a 3D problem (quantities function of $x \in \Omega$) to a 1D problem (quantities function of $z \in [0,L_p]$), we classically accept that, in any cross-section $\Sigma(z)$, there is a preponderant central part $\Sigma^*(z)$ in which not only the fluid state variables (density ρ, pressure p, temperature T, specific entropy s, specific enthalpy h...) are homogeneous but also $\overrightarrow{v}$ is parallel to $\overrightarrow{e_z}$. Then, applying equation (3.2) in differential form to mass, momentum and total energy, it can be shown in particular that :

$$\partial(\mathcal{A}\rho)/\partial t + (\mathcal{A}\rho v)' = 0 \tag{3.3}$$

$$\rho\dot{h}\mathcal{A} = \psi\mathcal{P}^h - v\tau\mathcal{P}^w \tag{3.4}$$

where $\dot{\xi} = \partial\xi/\partial t + v\xi'$ is the material derivative of the quantity ξ. In equations (3.3) and (3.4), we have neglected the action of pressure, axial thermal conduction and axial viscous stress. In equation (3.4), $\mathcal{P}^w$ is the wetted perimeter, i.e. the total perimeter of the tube in contact with the refrigerant and $\mathcal{P}^h$ is the heated perimeter, i.e. the perimeter where the studied heat exchange takes place. The two perimeters are not necessarily equal.

Considering that the fluid density ρ is constant over time, equation (3.3) leads to $Q = Q(t)$, $Q = \rho v\mathcal{A}$ being the mass flow rate of the fluid, imposed at the pipe head, and such that $Q = Q_c = -Q_a$.

In the following, equation (3.4) is used as the governing equation of temperature in the freeze pipe. In this equation, the term $\psi\mathcal{P}^h\mathrm{d}z$ represents the thermal power exchanged between the wall and the fluid and the term $\tau\mathcal{P}^w\mathrm{d}z$ is the net force applied by the wall (by viscosity) on the fluid included in the domain Ω.

3.2.2.1 Central tube

After equation (3.4), the equation to be solved in the central tube is, in terms of temperature :

$$\rho C_p\dot{T}_c\mathcal{A}_c = \psi_c\mathcal{P}_c^h - v_c\tau_c\mathcal{P}_c^w \tag{3.5}$$

where the specific heat capacity is $C_p = \partial h/\partial T$.

The quantities ψ and τ remain to be made explicit with the help of empirical laws. The stress τ is generally expressed as : $\tau = -C_f \rho v|v|/2$, where C_f is a friction coefficient. Moreover, according to Newton's law, the rate of heat loss of a body ψP^h is proportional to the difference between the temperature of the body T and the temperature of the surrounding environment T_{env} :

$$\psi \mathcal{P}^h = \hbar(T - T_{\text{env}}) \tag{3.6}$$

In the case of the central tube, the reciprocal of the overall heat transfer coefficient $\hbar_{ca}$, i.e. the overall thermal resistance, is calculated as the sum of three resistances in series : the convective resistance of the fluid in the central tube with the wall between the annulus and the central tube, the same term for the fluid in the annulus and the conductive resistance of the wall R_{ca} :

$$\hbar_{ca} = \left[\frac{1}{h_{ic}\mathcal{P}^h_{ic}} + \frac{1}{h_{oc}\mathcal{P}^h_{oc}} + R_{ca}\right]^{-1} \tag{3.7}$$

with $h_{ic} = \lambda \,\text{Nu}_c / D^h_{ic}$, $h_{oc} = \lambda \,\text{Nu}_c / D^h_{oc}$, $D^h_{ic} = 4\mathcal{A}_c/\mathcal{P}^h_{ic}$, $D^h_{oc} = 4\mathcal{A}_c/\mathcal{P}^h_{oc}$, $R_{ca} = 1/(2\pi\lambda_w)\ln(r_{oc}/r_{ic})$ and where λ and λ_w are the thermal conductivities of the refrigerant and of the wall material respectively.

In the case where Q is non zero, the final differential equation for temperature T_c is :

$$T_c' + \alpha\left(T_c + \frac{\mathcal{A}_c \rho C_p}{\hbar_{ca}}\frac{\partial T_c}{\partial t}\right) = \alpha\left(T_a - \frac{\varpi_c}{\hbar_{ca}}\right) \tag{3.8}$$

with $\alpha = \hbar_{ca}/(QC_p)$, $\varpi_c = v_c \tau_c \mathcal{P}^w_c$.

If $Q = 0$, equation (3.8) is replaced by, with $\overline{\alpha} = \hbar_{ca}/C_p$:

$$\overline{\alpha}\left(T_c + \frac{\mathcal{A}_c \rho C_p}{\hbar_{ca}}\frac{\partial T_c}{\partial t}\right) = \overline{\alpha} T_a \tag{3.9}$$

Concerning the determination of the numbers C_f and Nu, the following empirical laws were chosen :

$$\text{Nu} = \begin{cases} \text{Nu}_T(\text{Re}\,,\text{Pr}) = \dfrac{C_f/2(\text{Re}-1000)\,\text{Pr}}{1+12.7\sqrt{C_f/2}(\text{Pr}^{2/3}-1)} & \text{if Re} > 2300 \\ \text{Nu}_L = 4 & \text{if Re} = 0 \\ \text{Nu}_L + \dfrac{\text{Re}}{2300}(\text{Nu}_T(\text{Re}=2300,\text{Pr}) - \text{Nu}_L) & \text{if Re} \leq 2300 \end{cases} \tag{3.10}$$

$$C_f = \begin{cases} C_L(\text{Re}) = \dfrac{16}{\text{Re}} & \text{if Re} \leq 2300 \\ C_T(\text{Re}) = \dfrac{1}{(1.58\ln\text{Re}-3.28)^2} & \text{if Re} \geq 4000 \\ C_L + \dfrac{\text{Re}-2300}{1700}(C_T(4000) - C_L(2300)) & \text{if } 2300 < \text{Re} < 4000 \end{cases} \tag{3.11}$$

with the Reynolds number $\text{Re} = \rho v D^w/\mu$ and the Prandtl number $\text{Pr} = \mu C_p/\lambda$. The expression of the Nusselt number for a turbulent flow comes from Gnielisnki [1976] and corresponds to the case of internal forced convection in circular tubes. For Reynolds numbers lower than 2300, we consider a linear interpolation between laminar and turbulent states in order to ensure the function continuity. To describe the friction coefficient C_f for Reynolds numbers greater than 4000, the correlation of Petukhov [1970], developed for smooth tubes, was adopted. The classical value of C_L comes from the Poiseuille's law. In the absence of empirical data for Reynolds number between 2300 and 4000, we propose a linear interpolation between laminar and turbulent states.

3.2.2.2 Annulus

We can proceed similarly for the annular space to obtain the differential equation verified by temperature T_a when Q is different from zero :

$$T_a' + \gamma\left(T_a + \frac{1}{1+\alpha/\beta}\frac{\mathcal{A}_a\rho C_p}{\hbar_{aw}}\frac{\partial T_a}{\partial t}\right) = \gamma\left[\frac{1}{1+\beta/\alpha}\left(T_c - \frac{\varpi_a}{\hbar_{ca}}\right) + \frac{1}{1+\alpha/\beta}T_w\right] \tag{3.12}$$

with $\alpha = \hbar_{ca}/(QC_p)$, $\beta = \hbar_{aw}/(QC_p)$, $\gamma = -(\alpha+\beta)$ and $\varpi_a = v_a\tau_a\mathcal{P}_a^w$. The term $\hbar_{aw}$ is specified in equation 3.13, with $h_{ia} = \lambda\,\mathrm{Nu}_{ia}/D_{ia}^h$, $D_{ia}^h = 4\mathcal{A}_a/\mathcal{P}_{ia}^h$ and $R_{aw} = 1/\lambda_w\ln(r_{oa}/r_{ia})$. The equation (3.12) indicates that the annulus exchanges heat with both central tubing and ground.

$$\hbar_{aw} = \left[\frac{1}{h_{ia}P_{ia}^h} + R_{aw}\right]^{-1} \tag{3.13}$$

When Q is equal to zero, equation (3.12) becomes :

$$\overline{\gamma}\left(T_a + \frac{1}{1+\overline{\alpha}/\overline{\beta}}\frac{\mathcal{A}_a\rho C_p}{\hbar_{aw}}\frac{\partial T_a}{\partial t}\right) = \overline{\gamma}\left[\frac{1}{1+\overline{\beta}/\overline{\alpha}}T_c + \frac{1}{1+\overline{\alpha}/\overline{\beta}}T_w\right] \tag{3.14}$$

with $\overline{\alpha} = \hbar_{ca}/C_p$, $\overline{\beta} = \hbar_{aw}/C_p$ and $\overline{\gamma} = \overline{\alpha} + \overline{\beta}$.

The initial and boundary conditions for both central and annular tubes are :

$$T_c(z,0) = T_a(z,0) = T_w(z,0) \tag{3.15}$$

$$\begin{cases} T_c(0,t) = T_{c,0}(t) & \text{if } Q > 0 \\ T_a(0,t) = T_{a,0}(t) & \text{if } Q < 0 \\ T_c(L_p,t) = T_a(L_p,t) \end{cases} \tag{3.16}$$

The boundary conditions take into account the possibility of injecting the coolant either in the central tube ($Q > 0$) or in the annular space ($Q < 0$).

3.2.3 Heat transfer in the ground surrounding the pipe

The aim of this part is to solve the transient heat conduction problem in the ground, using the finite element method. The problem is based on the following assumptions :

- We consider here a 2D-axisymmetric problem whose geometry is shown in figure 3.1(b).
- A non-homogeneous ground can be approximated as multiple horizontal geological layers, each with different physical properties.
- The ground is fully saturated by water and its total porosity remains constant.
- Initially, the ground is considered to be at geothermal temperature, the distribution of which is assumed to be a piecewise linear and continuous function of depth.
- Heat convection is neglected compared to heat conduction.
- The ground remains in local thermal equilibrium ($T_\lambda = T_\gamma = T_\sigma$).

Within a phase α, α equals to λ (liquid water), γ (ice) or σ (soil particles), the enthalpy conservation equation may be written under the following form :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_\alpha h_\alpha) + \overrightarrow{\nabla}\cdot\left(\rho_\alpha h_\alpha \overrightarrow{v}_\alpha + \overrightarrow{\Psi_\alpha}\right) = 0 \tag{3.17}$$

where $\overrightarrow{\Psi_\alpha}$ is the heat flux vector associated with heat conduction. The transition to a macroscopic law valid at the porous medium scale can be done by means of a volume averaging

approach over a Representative Elementary Volume. In our case, it can lead to the equation below, adopting a lagrangian description following the porous medium in the macroscopic motion of the solid phase, and neglecting the relative velocity of phase α ($\overrightarrow{v}_\alpha \approx \overrightarrow{v}_\sigma$) :

$$\rho^\alpha \dot{h}_\alpha + \hat{\pi}_\alpha h_\alpha = -\overrightarrow{\nabla} \cdot \overrightarrow{\Psi}^\alpha + \hat{\Psi}_\alpha \tag{3.18}$$

where $\rho^\alpha = n_\alpha \rho_\alpha$ is the apparent density of phase α at the macroscopic scale and where $\dot{h}_\alpha$ is the particle derivative of enthalpy of the phase α which is supposed the same as the one defined at the phase scale. The terms $\hat{\Psi}_\alpha$ and $\hat{\pi}_\alpha$ come from interfacial exchanges between phases. Their sum represents a macroscopic balance that is supposed equal to zero ($\sum_\alpha \hat{\Psi}_\alpha = 0$; $\sum_\alpha \hat{\pi}_\alpha = 0$). Moreover, if h_α is function of temperature T, supposed identical for all the phases, the first term of equation (3.18) becomes $\rho^\alpha \dot{h}_\alpha = \rho^\alpha C_{p\alpha} \dot{T}$.

Adding up over the three phases, and neglecting the mass exchange at the interfaces $\alpha\sigma$ ($\hat{\pi}_\sigma = 0$), equation (3.18) becomes :

$$\rho C_p \dot{T} + \hat{\pi}_\gamma (h_\gamma - h_\lambda) = -\overrightarrow{\nabla} \cdot \overrightarrow{\Psi} \tag{3.19}$$

where $\rho C_p = \sum_\alpha \rho^\alpha C_{p\alpha}$ and $\hat{\pi}_\gamma$ comes from the mass conservation of ice where the porosity n and the density ρ_γ are considered constant :

$$\hat{\pi}_\gamma = -\rho_\gamma n \dot{S}_\lambda \tag{3.20}$$

The volumetric content n_α of phase α is :

$$\begin{cases} n_\sigma = 1 - n \\ n_\lambda = n S_\lambda \\ n_\gamma = n\Big(1 - S_\lambda\Big) \end{cases}$$

Since the work of Koopmans et Miller [1966] that showed the analogy between drying and freezing processes, different models of soil water characteristic curve have been employed to describe the soil freezing characteristic curve, corresponding to the function S_λ in this paper. As in many studies (e.g. Hansson *et al.* [2004], Nishimura *et al.* [2009], Dall'Amico [2010], Liu *et al.* [2012a], Kurylyk et Watanabe [2013]), the van Genuchten model [van Genuchten, 1980] is used here :

$$S_\lambda(p_\lambda, p_\gamma) = \left[1 + \left(\frac{p_\gamma - p_\lambda}{P}\right)^{1/(1-m)}\right]^{-m} \tag{3.21}$$

Moreover, after the Fourier's law, $\overrightarrow{\Psi} = -\lambda \overrightarrow{\nabla} T$ and the apparent heat conductivity of the ground λ can be calculated by using the geometric mean [Côté et Konrad, 2005] :

$$\lambda = \lambda_\sigma^{n_\sigma} \lambda_\lambda^{n_\lambda} \lambda_\gamma^{n_\gamma} \tag{3.22}$$

Equation (3.18) still depends on three unknowns T, p_λ and p_γ and the last two remain to explain. The liquid water pressure p_λ is taken equal to the hydrostatic pressure. For the ice pressure, the equilibrium between liquid water and ice phases is considered. At the interface, the thermodynamic equilibrium is expressed as the equality of the Gibbs free energy g :

$$g_\lambda(p_\lambda, T) = g_\gamma(p_\gamma, T) \tag{3.23}$$

It can be shown that [Rouabhi et Tijani, 2012] :

$$g(p,T) = h^0 - s^0 T + \int_{p^0}^{p} \frac{\mathrm{d}x}{\rho(x,T)} + \int_{T^0}^{T} \left(1 - \frac{T}{x}\right) C_p(p^0,x)\,\mathrm{d}x \tag{3.24}$$

Considering ρ and C_p constant, this equation may be simplified :

$$g(p,T) = h^0 - s^0 T + \frac{1}{\rho}(p - p^0) + C_p(T - T^0) - TC_p \ln \frac{T}{T^0} \tag{3.25}$$

Combination of equations (3.23) and (3.25) finally enables the expression of p_γ as a function of p_λ and T :

$$p_\gamma(p_\lambda,T) = \rho_\gamma \left[\Delta h^0 - \Delta s^0 T + (C_{p\lambda} - C_{p\gamma}) \left(T - T^0 - T \ln \frac{T}{T^0}\right) - p^0 \left(\frac{1}{\rho_\lambda} - \frac{1}{\rho_\gamma}\right) + \frac{p_\lambda}{\rho_\lambda}\right] \tag{3.26}$$

where $\Delta h^0 = h_\lambda(p^0,T^0) - h_\gamma(p^0,T^0)$ and $\Delta s^0 = s_\lambda(p^0,T^0) - s_\gamma(p^0,T^0)$.

Besides, since $h = g + Ts = g - T\partial g/\partial T$ and after equation (3.25) :

$$h_\lambda - h_\gamma = \Delta s^0 T + (C_{p\lambda} - C_{p\gamma}) T \ln \frac{T}{T^0} \tag{3.27}$$

Finally, combining equations (3.19) and (3.20), knowing that S_λ only depends on temperature and integrating the term related to latent heat in an equivalent heat capacity $(\rho C_p)_{eq}$, the differential equation controlling temperature in the ground $T(r,z,t)$ is :

$$(\rho C_p)_{eq} \dot{T} + \vec{\nabla} \cdot (-\lambda \vec{\nabla} T) = 0 \tag{3.28}$$

with

$$(\rho C_p)_{eq}(T) = \rho C_p + (h_\lambda - h_\gamma)\rho_\gamma n \frac{\partial S_\lambda}{\partial T} \tag{3.29}$$

Noting that the term $h_\lambda - h_\gamma$ corresponds to the latent heat of freezing, it should be pointed out that equation (3.28) is classically used, with or without heat convection, in particular to model ground freezing (e.g. Harlan [1973], Jame et Norum [1980], Newman et Wilson [1997], Tan *et al.* [2011]).

The initial and boundary conditions are, with $\vec{\Psi}_g(t)$ the geothermal flux and $\vec{n}$ the normal to the boundary surface :

$$T(r,z,0) = T_g(r,z) \tag{3.30}$$

$$\begin{cases} \vec{\Psi}(r_p,z < L_p,t) \cdot \vec{n} = \hbar_{aw}\Big(T_a(z,t) - T_w(z,t)\Big) \\ \vec{\Psi}(r_p,z > L_p,t) \cdot \vec{n} = 0 \\ \vec{\Psi}(r \leq r_p,L_p,t) \cdot \vec{n} = \hbar_{aw}\Big(T_a(L_p,t) - T(r,z,t)\Big) \\ \vec{\Psi}(\infty,z,t) \cdot \vec{n} = 0 \\ \vec{\Psi}(r,0,t) \cdot \vec{n} = -\vec{\Psi}(r,L_m,t) \cdot \vec{n} = \vec{\Psi}_g(t) \cdot \vec{n} \end{cases} \tag{3.31}$$

3.2.4 Numerical implementation

The problems of heat transfer in the ground and the one in the well are both solved using numerical calculations.

The problem of heat conduction in the ground is solved using the finite element code CHEF developed at Mines ParisTech, with the classical variational formulation. Indeed, due to the high nonlinearity of freezing equation (3.28), an analytical solution can not be developed. Since the motion of the solid phase is neglected, the derivative $\dot{T}$ is replaced by a time derivative, and with the Euler approximation it is expressed as $\dot{T}(r,z,t) \approx \partial T(r,z,t)/\partial t = [T(r,z,t) - T(r,z,t^*)]/\Delta t$ where $t^* = t - \Delta t$ and Δt is the time step size.

As for the problem in the well described by equations (3.8) and (3.12), the classical finite element method would lead to a nonsymmetric problem. Then, after Jiang et Povinelli [1990], the least-squares method is preferred, using a finite-elements-type approximation, that gives rise to a symmetric system . More precisely, the problem is reduced to the resolution of $\overrightarrow{u}' + [a]\overrightarrow{u} = \overrightarrow{b}$ where $\overrightarrow{u} = \begin{bmatrix} T_c & T_a \end{bmatrix}$, $\overrightarrow{b} = \begin{bmatrix} b_1 & b_2 \end{bmatrix}$ and $[a] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$. Time derivatives are replaced by the implicit Euler approximation : $\partial T(z,t)/\partial t = [T(z,t) - T(z,t^*)]/\Delta t$. The method consists in minimizing the quantity $R = \int_0^{L_p} \overrightarrow{r} \cdot \overrightarrow{r} \mathrm{d}x$ where the residual $\overrightarrow{r}$ equals to $\overrightarrow{u}' + [a]\overrightarrow{u} - \overrightarrow{b}$. It should be noted that the reduction of the 3D problem to a 1D problem minimizes the number of elements that would be otherwise important given the disproportionate geometry of the pipe (small aspect ratio).

The equations (3.8), (3.12) and the boundary conditions (3.31) show respectively that T_c depends on T_a, that T_a depends on both T_c and T_w and finally that temperature T_w depends on its side on temperature T_a. As previously mentioned, we solve this coupled problem using an iterative approach, following the algorithm depicted on figure 3.2 and according to the following steps :

1. Initially, a thermal equilibrium between the ground and the freeze pipe is assumed.
2. At the beginning of each step at time t, we consider the temperature $T_w(z,t)$ equal to the one of previous step $T_w(z,t^*)$.
3. The transient heat transfer problem is solved in the well and the value of $T_a(z,t)$ and $\hbar_{aw}(z,t)$ are determined.
4. The problem of heat conduction in the ground is solved, providing a new value of T_w. The absolute value of the difference between this new value and the previous one is compared with a previously chosen level of accuracy ε. As long as it is greater than ε, the iterative process restarts from step 3.

3.3 1D approach for the heat transfer problem in the ground

3.3.1 Reduction of the 2D axisymmetric problem to a 1D problem

Regarding the 2D axisymmetric heat transfer problem in the ground, it can be reduced to a highly time-saving 1D problem considering that vertical heat transfers can be neglected. Therefore, a new model has been developed that couples a 1D vertical calculation for the well with n 1D radial calculations for the ground at different depths, one for each node of the pipe mesh. In this case, the assumptions are identical to the ones described for the 2D problem in paragraph 3.2.3, besides considering that vertical heat transfers are negligible. This last assumption will be justified in paragraph 3.3.2.

The geometry is also the same as for the 2D problem expect that the part below the freeze pipe is not modeled. Therefore, the boundary conditions were slightly modified compared to 2D calculation and for each 1D radial calculation, they are (with T_g the geothermal

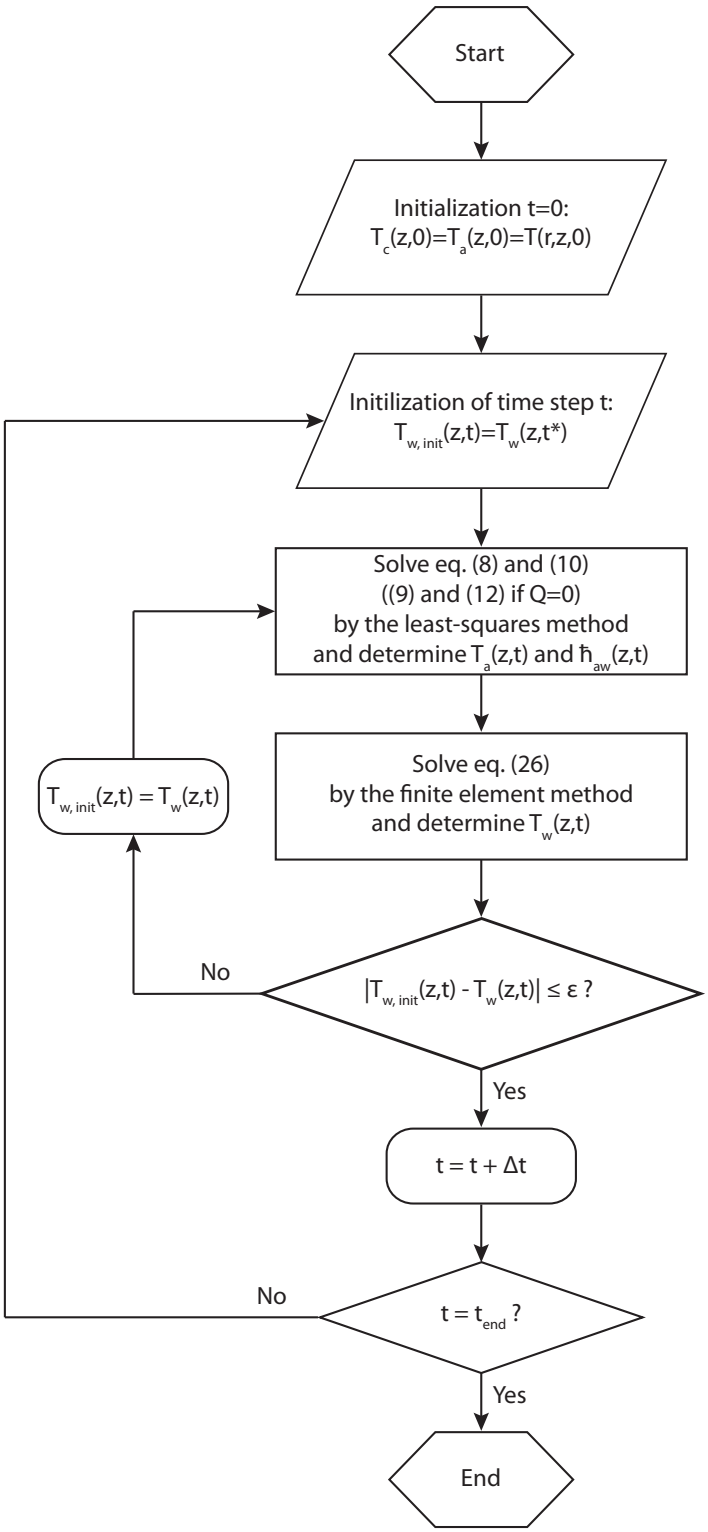

FIGURE 3.2 – Flowchart of the numerical method

temperature) :

$$\begin{cases} \overrightarrow{\Psi}(r_p,z,t) \cdot \overrightarrow{n} = \hbar_{aw}\Big(T_a(z,t) - T_w(z,t)\Big) \\ T(\infty,z,t) = T_g(z,t) \end{cases} \tag{3.32}$$

3.3.2 Numerical validation

In order to validate the 1D approach in the ground, 1D calculations were compared with 2D calculations for a first study case where we consider a homogeneous formation. The 1D calculation constitutes the base case of the parametric studies presented in part 3.5. For the current part, the physical properties of the ground, the quantities involved in equation (3.28) and the global geometry parameters are indicated in table 3.1 while the well diameters, the operating conditions and the coolant type are specified in table 3.2.

Property	Value
Density of soil particles ρ_σ [kg/m^3]	2 700
Density of liquid water ρ_λ [kg/m^3]	1 000
Density of ice ρ_γ [kg/m^3]	918
Thermal conductivity of soil particles λ_σ [W/m/K]	2.8
Thermal conductivity of liquid water λ_λ [W/m/K]	0.6
Thermal conductivity of ice λ_γ [W/m/K]	2.31
Specific heat capacity of soil particles $C_{p\sigma}$ [J/kg/K]	860
Specific heat capacity of liquid water $C_{p\lambda}$ [J/kg/K]	4 186
Specific heat capacity of ice $C_{p\gamma}$ [J/kg/K]	2 052
Porosity n	45
Parameter m	0.35
Parameter P [MPa]	0.3
Reference temperature T^0 [K]	273.16
Reference pressure p^0 [Pa]	611.657
Δh^0 [J/kg/K]	251 580.36
Δs^0 [J/kg]	921
Total model length L_m [m]	100
Pipe length L_p [m]	50

Table 3.1 – Common quantities to all cases

Property	Value
Central tube inner radius r_{ic} [mm]	13.46
Central tube outer radius r_{oc} [mm]	15.88
Annulus inner radius r_{ia} [mm]	50.80
Annulus outer radius r_{oa} [mm]	57.15
Coolant mass flow rate Q [kg/s]	1
Injection temperature $T_{c,0}$ [°C]	-30
Coolant	$CaCl_2$
Mass concentration [%]	25.7

Table 3.2 – Quantities specific to the base case

Results for 1D and 2D calculations are illustrated in figure 3.3. Figure 3.3(a) shows the

power removed from the ground as a function of time, figure 3.3(b) shows the wall temperature profile along the pipe after four years of cooling, figure 3.3(c) displays the history of the -10°C isotherm radius at 25 m deep, nondimensionalized with respect to the pipe radius, and figure 3.3(d) presents the -10°C isotherm profile for seven dates. The relative errors compared to 2D calculations is presented for figures 3.3(a), 3.3(b) and 3.3(c). It can be noted that the -10°C isotherm has been preferred over the 0°C isotherm as a reference because in a porous medium such as the one we simulate, all the water is still in liquid phase at 0°C.

As can be observed, the agreement is really good, apart from the bottom of the pipe (figure 3.3(b) and figure 3.3(d)) : for the power removed from the ground (figure 3.3(a)), the relative error of 1D calculations decreases over time from 0 to -1.4% after 4 years ; for the -10°C isotherm radius (figure 3.3(c)), it increases over time from -0.4 to 0.1% after 4 years ; and for the wall temperature profile after 4 years of cooling (figure 3.3(b)) it is about 0% all along the pipe up to a depth of 46 m where it starts to increase to reach a maximum of 11% at a depth of 49 m. In this zone at the bottom of the pipe, which represents about 8% of the total pipe length, the distinct boundary conditions at this level explain the difference between 1D and 2D calculations. More specifically, in 2D simulations the same boundary condition is applied both laterally and to the bottom of the well while in 1D only the lateral boundary condition is applied.

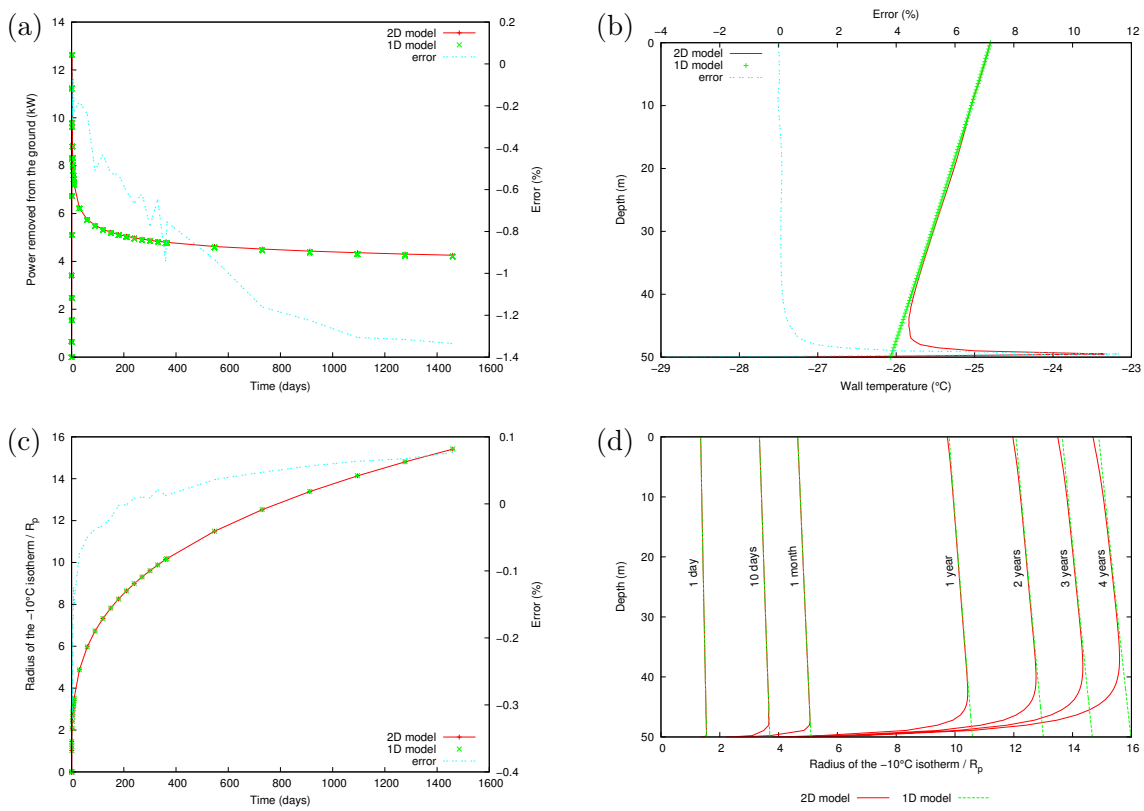

FIGURE 3.3 – Comparison between 1D and 2D calculations for the case of a homogeneous ground with relative errors compared to 2D calculations : (a) History of the power removed from the ground, (b) wall temperature after four years of cooling, (c) history of the nondimensionalized -10°C isotherm radius at 25 m deep and (d) -10°C isotherm profile.

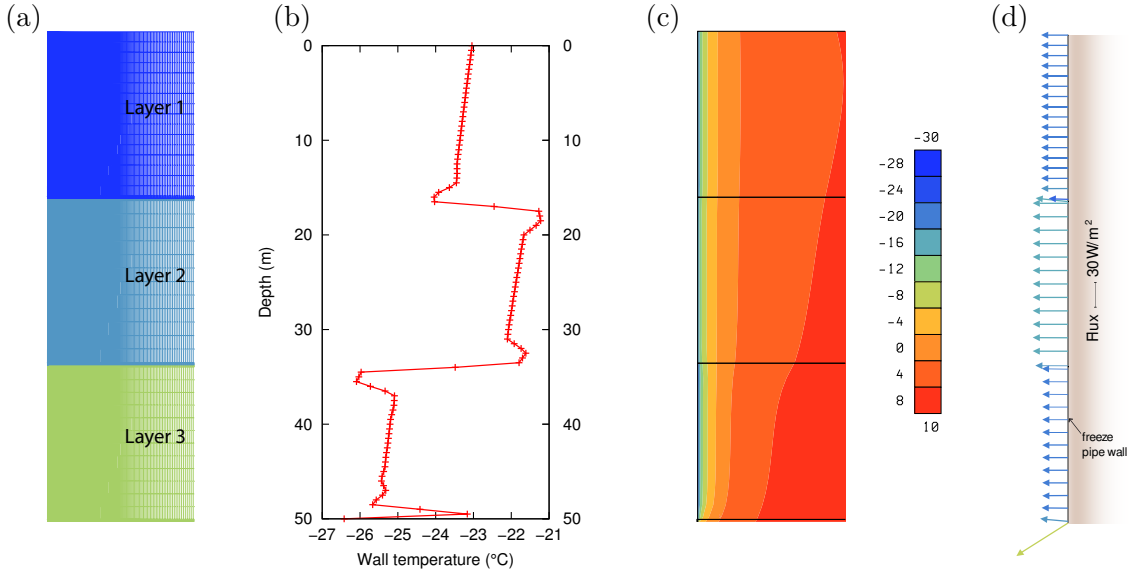

FIGURE 3.4 – Case of three geological with different properties after one year of freezing for 2D calculations : (a) A part of the computational mesh, (b) wall temperature profile, (c) map of ground temperature and (d) heat flux vectors at the wall.

Another case was studied, more challenging for 1D calculations. We consider here a heterogeneous ground represented by three distinct layers of material with different properties, presented in table 3.3. Figure 3.4(a) shows a part of the mesh used to carry out the 2D numerical computations where each color corresponds to one material, and figure 3.4(c) shows the geographical distribution of ground temperature after one year of freezing. The profile of the wall temperature at the same time is given for information in figure 3.4(b).

Property	Layer 1	Layer 2	Layer 3
ρ_σ [kg/m^3]	2 700	2 650	2 700
λ_σ [W/m/K]	3.0	6.9	2.8
$C_{p\sigma}$ [J/kg/K]	780	730	860
n	15	40	45
m	0.6	0.6	0.35
P [MPa]	0.12	0.1	0.3

TABLE 3.3 – Thermal properties of the geological layers shown in figure 3.4

The comparison between 1D and 2D calculations can be seen in figure 3.5, where the relative errors compared to 2D calculations are also presented : figure 3.5(a) shows the power removed from the ground as a function of time and figure 3.5(b) presents the wall temperature profile along the pipe after one year of cooling. Here again, 1D and 2D calculations give very close results except for a limited zone at the interface between layers : for the power removed from the ground (figure 3.5(a)), the relative error of 1D calculations decreases over time from 0 to -1.4% after 1 year ; and for the wall temperature profile after 1 year of cooling (figure 3.5(b)) it is about 0% all along the pipe except for a zone of approximately 5 m around the interface between layers where it can reach a maximum of 6%. Indeed, for the 2D simulations the

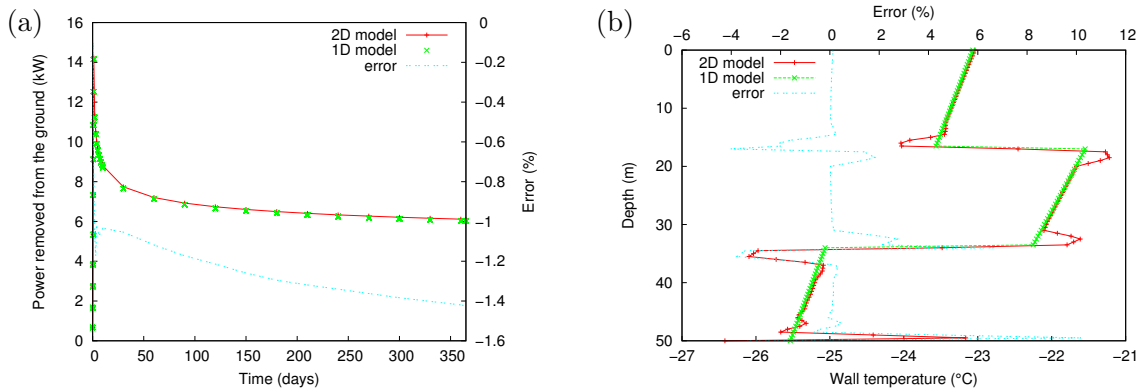

FIGURE 3.5 – Comparison between 1D and 2D calculations for the case of three distinct ground layers with relative errors compared to 2D calculations : (a) History of the power removed from the ground and (b) wall temperature after one year of cooling.

continuity of temperature and flux is required at the boundary between two geological layers which may have different thermal properties. This explains the existence of a transitional zone. In 1D, it is not a matter of continuity since each 1D radial problem is solved independently of the others.

Moreover, figure 3.4(d) shows the heat flux vectors at the pipe wall after one year of freezing, for the 2D study. It can be observed that the flux vector are normal to the well surface. This result confirms the fact that heat conduction in the vertical direction in the formation around the well is negligible. Finally, it can be concluded that vertical heat transfers can be neglected in the ground and that the proposed 1D approach is sufficiently accurate to reproduce the 2D problem.

3.4 Comparison of the model with a conventional approach

3.4.1 Comparison for a continuous injection

The model developed in this paper was compared with a conventional approach where heat transfer into the freeze pipe is not considered. In this approach, heat transfer in the ground is modeled and a thermal boundary condition is applied at the pipe wall. Classically, this condition uses the Newton's law $\overrightarrow{\Psi} \cdot \overrightarrow{n} = h(T_{\text{coolant}} - T)$ where T_{coolant} is the injection temperature, constant over time and pipe length. Then, three cases were studied. The first one is identical to the base case described above. The second one is similar to the base case but the coolant is injected in the annular space and not in the central tube. The third case corresponds to the conventional approach where the temperature T_{coolant} is the same as the injection temperatures $T_{c,0}$ and $T_{a,0}$ of the first and second cases (-30°C). The comparison between the three cases has been carried out for three values of coolant flow rate.

Results of the comparison are illustrated in figure 3.6. This figure depicts the wall temperature and the nondimensionalized -10°C isotherm profile after four years of cooling (figure 3.6(b)) as well as the nondimensionalized -10°C isotherm radius at 25 m deep as a function of time (figure 3.6(c)). As can be seen, the conventional approach always overestimates the size of the frozen zone. The discrepancy between this approach and the other two cases is particularly important for low flow rates. For important flow rates such as 10 kg/s, the conventional

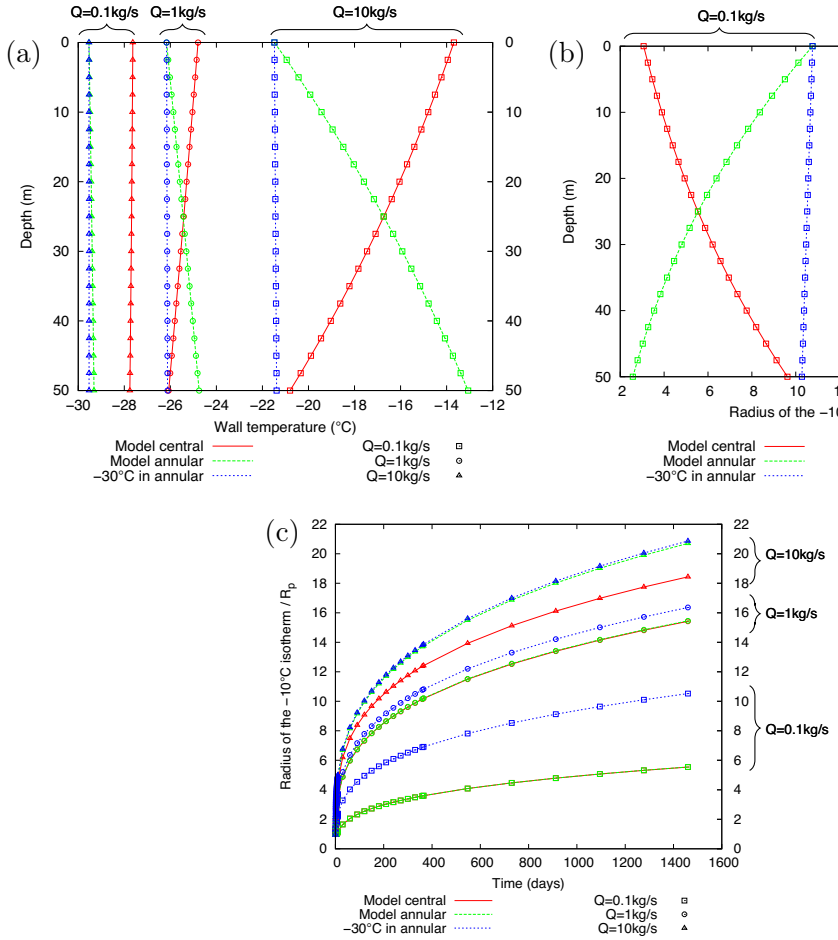

FIGURE 3.6 – Comparison between the model (coolant injected in the central tube or in the annular space) and a conventional approach for three distinct coolant flow rates : (a) Wall temperature after four years of cooling, (b) nondimensionalized -10°C isotherm profile after four years of cooling and (c) history of the nondimensionalized -10°C isotherm radius at 25 m deep.

approach gives similar results as our model with injection in the annular space because the coolant has less time to heat up in contact with ground, in such a way that $T_a(z,t)$ can be considered constant over time and pipe length and almost equal to $T_{a,0}$. The fact that the difference between the base case and the conventional approach is greater for a flow rate of 10 kg/s than for a flow rate of 1 kg/s is explained in paragraph 3.5.1.2.

Finally, when the aim is to predict the location of the freezing front, it can be detrimental to use the conventional approach which is too optimistic, especially when the coolant flow rate is low.

3.4.2 Comparison for a non-continuous injection

The cases studied in the previous paragraph consider a function Q constant over time. Another interest of our model is that it includes the case where the injection of refrigerant is stopped ($Q = 0$), for example in case of a breakdown of the cooling system. The conventional

approach can not directly consider this possibility. A study was then carried out to compare the two approaches when the injection is stopped over a period. Here, the injection conditions were such that Q was equal to 0.1 kg/s between the days 1 and 120, to 0 kg/s between the days 121 and 241, and to 0.1 kg/s again between the days 242 and 365. Besides, $T_{c,0}$ and T_{coolant} were still taken equal to -30°C. When $Q = 0$, the boundary condition of the conventional approach was replaced by $\overrightarrow{\Psi} \cdot \overrightarrow{n} = 0$.

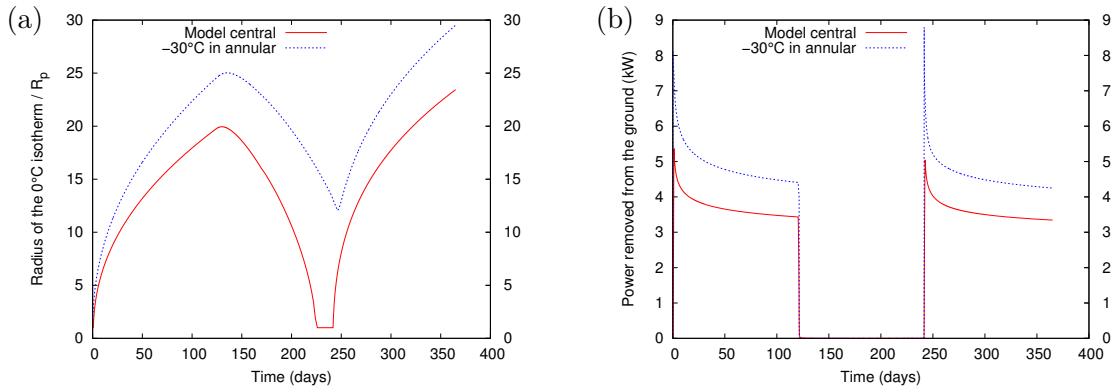

FIGURE 3.7 – Comparison between the model and a conventional approach for a not constant injection flow rate : (a) History of the nondimensionalized 0°C isotherm radius at 25 m deep and (b) history of the power removed from the ground.

Figure 3.7 shows the results of the comparison between the conventional approach and our model with the refrigerant injected in the central tube. The reader's attention is drawn to the fact that figure 3.7(a) shows the history of the nondimensionalized 0°C isotherm radius at 25 m deep and not the history of the -10°C isotherm radius as before, for readability reasons during the plant shutdown period. Figure 3.7(b) displays the history of the power removed from the ground. These figures show how the reaction of the temperature ground is very quick : as soon as the injection is turned off, the ground warms up so much that -10°C is reached nowhere. The ground reacts similarly in both cases because also in the case of our model, the flux at the pipe wall is close to zero (the temperature difference between the annular space and the wall is negligible). Here again, it would be detrimental to use the conventional approach to predict the size of the frozen zone.

3.5 Parametric study

Besides determining more appropriate boundary conditions for the problem of heat transfer in the ground, the new model enables optimization of the cooling conditions for freeze pipes. To that end, the model can be used to undertake parametric studies on ground properties, coolant properties and operating conditions. This paper shows results on the influence of operating conditions and coolant type. In this section, the calculations were based on the base case described above (see parameters are described in tables 3.1 and 3.2). In particular, for all cases the refrigerant is considered injected in the central tube. For each parametric run, only one parameter was modified with respect to the base case.

3.5.1 Influence of operating conditions

3.5.1.1 Influence of the coolant temperature

Figure 3.8 shows the influence of the coolant injection temperature $T_{c,0}$, for $T_{c,0}$ ranging from -15°C to -40°C. It has to be noted that, for the sake of simplicity, the physical properties of the coolant were taken constant with respect to temperature. Figure 3.8(a) and figure 3.8(b) display the nondimensionalized -10°C isotherm radius with respect to the pipe radius and the power removed from the ground as a function of the coolant temperature after 1, 2, 3 and 4 years of cooling, respectively.

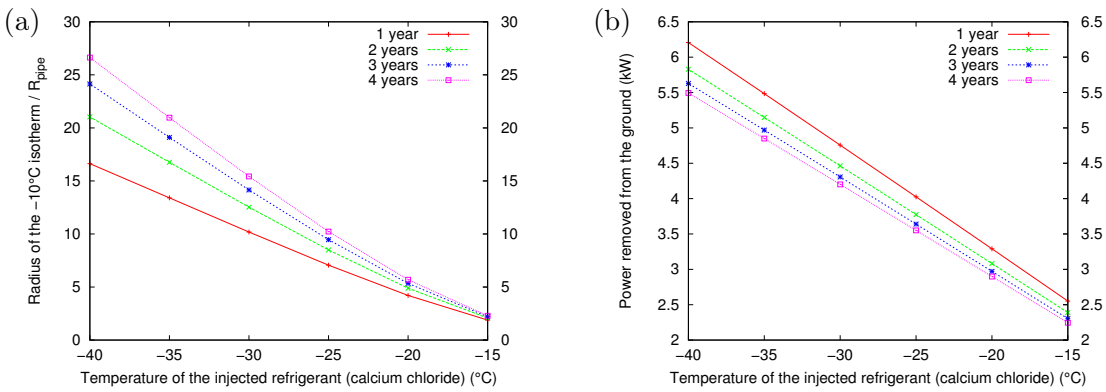

FIGURE 3.8 – Influence of the coolant temperature : (a) Nondimensionalized -10°C isotherm radius at 25 m deep and (b) power removed from the ground as a function of the coolant temperature at various times.

The global trend observable in figure 3.8 is intuitive : the colder the refrigerant is, the larger the frozen zone is at the same moment and the greater the rate of the -10°C isotherm progression is. Similarly, the colder the refrigerant is, the higher the power removed from the ground is, because the ground cools more.

3.5.1.2 Influence of the coolant flow rate

The influence of the coolant flow rate Q is depicted in figure 3.9, with Q ranging from 0.1 to 10 kg/s. Figure 3.9(a) and figure 3.9(b) show the nondimensionalized -10°C isotherm radius with respect to the pipe radius and the power removed from the ground as a function of the coolant mass flow rate after 1, 2, 3 and 4 years of cooling, respectively.

The -10°C isotherm radius depends on the thermal flux at the pipe wall, itself depending on the heat transfer coefficient $\hbar_{aw}$ and on the temperature difference $\Delta T = T_a(z,t) - T_w(z,t)$. The function $\hbar_{aw}(Q)$ is increasing while the function $|\Delta T|(Q)$ is decreasing. In other words, the higher the coolant flow rate is, the more the temperature of the wall is similar to that in the annular space, and the higher $\hbar_{aw}$ is (the Reynolds number increases). This joint contribution explains why the -10°C isotherm radius and the power removed from the ground as a function of the flow rate are increasing functions up to 5 kg/s (the influence of $\hbar_{aw}$ is larger than that of ΔT) and decreasing after (the influence of ΔT is larger than that of $\hbar_{aw}$). Under the conditions of this study, a mass flow rate of 5 kg/s seems to be the optimum.

About the interpretation of results presented in paragraph 3.4, the difference between ΔT for Q=1 kg/s and for Q=10 kg/s is greater for the base case than for the conventional

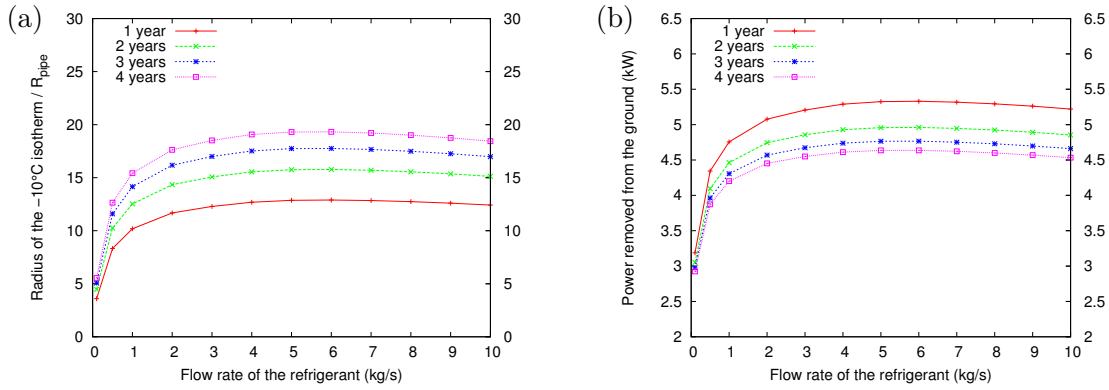

FIGURE 3.9 – Influence of the coolant mass flow rate : (a) Nondimensionalized -10°C isotherm radius at 25 m deep and (b) power removed from the ground as a function of the coolant mass flow rate at various times.

approach, $\hbar_{aw}$ being equal in both approaches. This explains why the difference between the base case and the conventional approach is greater for a flow rate of 10 kg/s than for a flow rate of 1 kg/s.

3.5.2 Influence of coolant properties

The influence of the coolant has also been studied. Parametric studies on its physical properties (ρ, C_p, λ, μ) have not been carried out because it might not have been representative of existing refrigerants. Instead, seven different coolants have been chosen : two distinct alcohols (ethylene glycol and methanol), three brines (magnesium chloride, calcium chloride and potassium formate) and two organic fluids (d-limonene and HFE 7100). These refrigerants have been chosen in particular for their contrasting properties. Again, attention is drawn to the fact that only one-phase coolants are considered in this study. Properties in table 3.4 are given at -30°C for compositions with which the freezing point is -40°C [Marvillet, 2003].

Property	Calcium chloride	Potassium formate	Ethylene glycol	Methanol	D-limonene	Magnesium chloride	HFE 7100
Mass concentration [%]	25.7	41.0	54.0	42.0	–	20.0	–
Density ρ [kg/m^3]	1 163	1 360	1 090	957	880	1 190	1 600
Specific heat capacity C_p [J/kg/K]	2 763	2 600	2 950	3 500	1 500	2 964	1 070
Thermal conductivity λ [W/m/K]	0.494	0.440	0.350	0.360	0.130	0.460	0.080
Dynamic viscosity μ [mPa.s]	13.96	12.24	42.50	14.36	2.64	19.99	1.36

TABLE 3.4 – Physical properties of the seven coolant tested, after [Marvillet, 2003].

Observation of figure 3.10, where figure 3.10(a) represents the history of the nondimensionalized -10°C isotherm radius at 25 m deep and where figure 3.10(b) displays the history of the power removed from the ground, shows that under the conditions of the study, calcium chloride is the most efficient coolant. As for ethylene glycol, it is much less efficient than all the other coolants. This disparity can be explained by its high dynamic viscosity, leading to very low Reynolds numbers and a high Prandtl number, and thus to very low heat transfer coefficients ($\hbar_{ca}$ and $\hbar_{aw}$ are almost twice lower than for the other coolants).

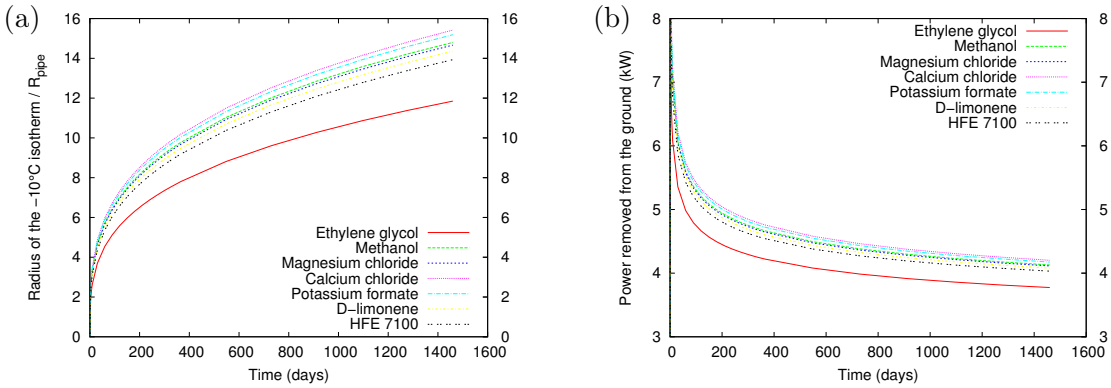

FIGURE 3.10 – Influence of the coolant : (a) History of the nondimensionalized -10°C isotherm radius at 25 m deep and (b) history of the power removed from the ground for 7 different coolants.

3.5.3 Influence of the system geometry

Finally, the last parameter studied was the well geometry. The influences of the coolant flow rate and of the well radius are not strictly similar because even if the two quantities are proportionally linked by the relation $Q = \rho v \mathcal{A}$, the different well radii (r_{ic}, r_{oc}, r_{ia} and r_{oa}) are themselves directly involved in the governing equations by way of coefficients $\hbar$ and ϖ. Five calculations were carried out where the five pairs of annular radii r_{ia} and r_{oa} were chosen to correspond to standard casing sizes BW, NW, HW, PW and ZW, while the ratios r_{oa}/r_{oc} and r_{ia}/r_{ic} were kept constant between the five cases. The influence of the pipe geometry can be seen in figure 3.11. Figure 3.11(a) and figure 3.11(b) show the -10°C isotherm radius and the power removed from the ground as a function of the external pipe diameter D_{oa} after 1, 2, 3 and 4 years of cooling, respectively.

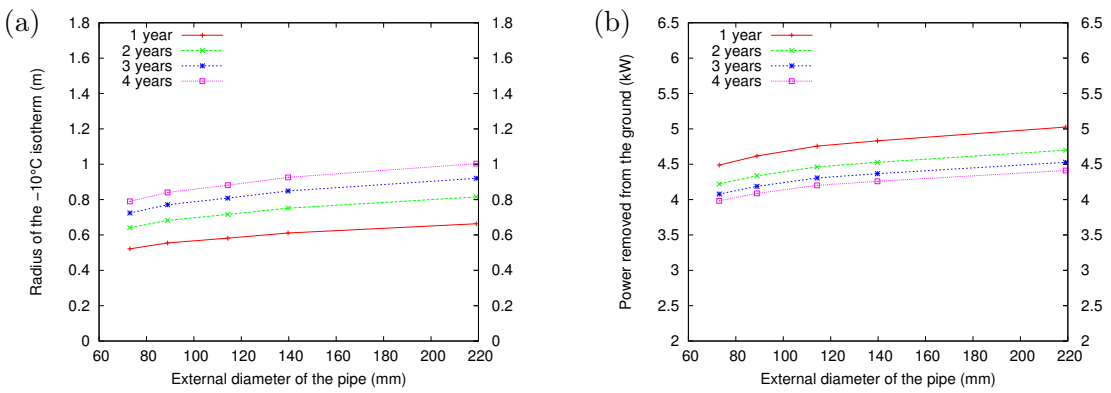

FIGURE 3.11 – Influence of the pipe diameter : (a) -10°C isotherm radius at 25 m deep and (b) power removed from the ground as a function of the external pipe diameter at various times.

Figure 3.11(a) illustrates how the larger the well is, the bigger the frozen zone is. The behavior of ΔT and $\hbar_{aw}$ with respect to D_{oa} is the opposite of that where these quantities are expressed with respect to Q. Here, the influence of $\hbar_{aw}$ is larger than that of ΔT and

then the flux at the pipe wall is a decreasing function with respect to the external diameter of the pipe. However, since the contact area between the ground and the pipe increases with the pipe diameter, both the power removed from the ground and the -10°C isotherm radius are increasing functions of the pipe diameter.

3.6 Importance of latent heat

The principles of resolution of the thermal problem presented in this paper can apply to heat exchangers in general. Nevertheless, the model is applied here to ground freezing via equation 3.28. Therefore, we try in this part to highlight the specificity of ground freezing and more particularly the influence of the term linked to latent heat, defined as the second term of $(\rho C_p)_{eq}(T)$ (cf. equation (3.29)) : $(h_\lambda - h_\gamma)\rho_\gamma n \partial S_\lambda / \partial T$.

Two calculations were then conducted : one identical to the base case under the injection conditions described in paragraph 3.4.2 (Q not constant) and the same case where the term associated with latent heat was removed from the expression of $(\rho C_p)_{eq}(T)$. Taking into account a period of freezing system suspension as in paragraph 3.4.2 allows an observation of both freezing and thawing of the ground . Still, it has to be noted that in this study, function S_λ was assumed identical during freezing and thawing (parameters m and P were set constant). In reality, a hysteresis loop is observed in the $S_\lambda(T)$ curve during a freezing-thawing cycle [Fabbri *et al.*, 2009] and parameters m and P may vary slightly.

The comparison between the two calculations may be observed in figure 3.12. Figure 3.12(a) shows the history of the ground temperature at a point situated at a distance R_p of the pipe wall and at the median depth. It can be observed on the curve of our model that the ground temperature suddenly increases when it reaches 0°C during the thawing phase. This behavior is not observed in the case where latent heat is not taken into account. It can therefore be interpreted as due to the effect of latent heat that causes a strong discontinuity in function $(\rho C_p)_{eq}(T)$ in the region of 0°C, as it is shown in figure 3.12(b). Finally, figure 3.12(c) and 3.12(d) show how it can be prejudicial not taking into account latent heat effect when predicting the evolution of ground freezing. The first figure depicts the history of the nondimensionalized 0°C isotherm radius at 25 m deep and the second one the history of the power removed from the ground. For example, the model without latent heat overestimates by 35 % the 0°C isotherm radius after 120 days of freezing.

3.7 Conclusion

In this paper, a new model has been implemented into a numerical code in order to simulate heat transfer in a freeze pipe and in the formation around the pipe during artificial ground freezing. The model is based on the following main principles :

— The heat conduction problem in the formation around the well is solved by considering the fact that vertical heat transfer processes can be ignored relative to horizontal heat transfer. The obtained results with this 1D approach are in good agreement with 2D calculations.

— The heat transfer problem into the pipe is also reduced to a 1D calculation, in such a way that the resolution of this global 1D–1D problem is really time saving compared with a 3D approach.

— The coupling between the two heat transfer problems is solved using an iterative scheme.

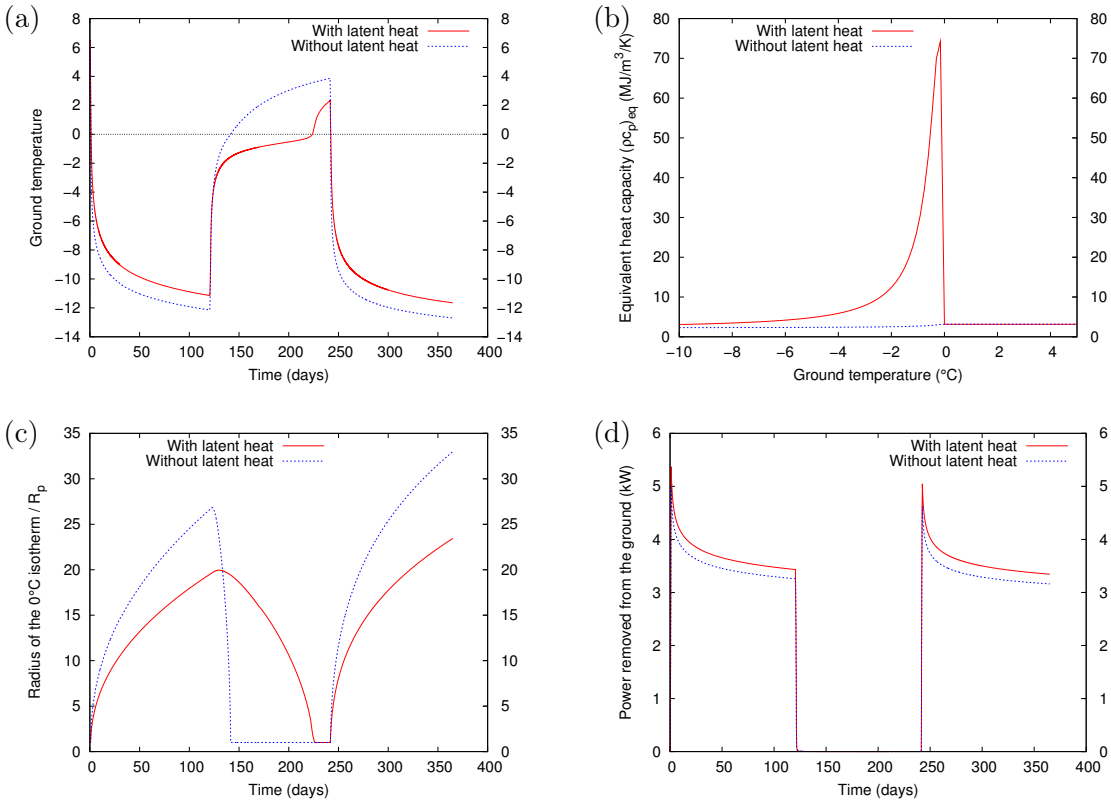

FIGURE 3.12 – Comparison between calculations with and without latent heat : (a) History of temperature in the ground near the wall, (b) Equivalent heat capacity as a function of temperature, (c) history of the nondimensionalized 0°C isotherm radius at 25 m deep and (d) history of the power removed from the ground.

— Heterogeneous grounds can be modeled as several geological layers with different properties.

The model is capable of describing the heat exchanges during the artificial ground freezing process under various operating conditions. It can be used to determine the boundary conditions at the pipe in AGF models and also to conduct parametric studies in order to optimize the cooling conditions for freeze pipes. More generally, it should be noted that the model is not limited to the case of ground freezing but is also suitable to simulate heat exchangers.

Finally, we remind that in this study heat convection has been neglected in the ground compared to heat conduction and, thus, the groundwater flow effects are not taken into account. The model is not able, either, to explain the formation of ice lenses and frost heaving processes. More largely, it resolves only thermal problem in the ground and TH or THM coupled model can not be worked out. These limitations could be addressed in future studies. However, despite these restrictions, the model appears to us pertinent to the objectives mentioned above.

Chapitre 4

Utilisation couplée des deux modèles : Applications au cas de la mine de Cigar Lake

Sommaire

4.1 Introduction 125
4.2 Thermo-hydraulic model of artificial ground freezing 126
4.2.1 Coupled thermo-hydraulic model of ground freezing 126
4.2.2 Model of heat transfer between a freeze pipe and the surrounding ground 128
4.2.3 Problem solving 129
4.3 Comparison of the model with *in situ* measurements 130
4.3.1 Presentation of the Surface Freezing Test 130
4.3.2 Surface Freezing Test modeling 131
4.4 Interactions of the thermo-hydraulic processes in the typical configuration of the Cigar Lake mine 134
4.4.1 Heterogeneity effects 134
4.4.2 Fracture effects 137
4.5 Freezing pipes layout 143
4.6 Conclusion 145

Dans ce chapitre, une utilisation conjointe des deux modèles ayant été développés dans les deux chapitres précédents est proposée à travers une application au cas réel de la mine de Cigar Lake.

La section 4.2 rappelle les fondamentaux permettant d'aboutir aux modèles finaux thermo-hydraulique et puits-terrain. Y sont reprécisés les hypothèses nécessaires à leur établissement, les étapes de leur développement ainsi que le programme de résolution numérique mis en place pour le modèle puits-terrain.

Les paragraphes suivants étudient différents cas d'application des modèles à Cigar Lake. Le modèle puits-terrain est utilisé ici pour déterminer les conditions aux limites à inclure au niveau des tuyaux de congélation dans le modèle thermo-hydraulique. Par rapport au système

classique tube central-espace annulaire, les tuyaux de congélation de Cigar Lake ont été légèrement adaptés pour inclure un espace isolant entre les tuyaux et le terrain environnant sur un intervalle superficiel de terrain où la congélation n'est pas souhaitée. Cet agencement permet de limiter les pertes de chaleur non nécessaires. La configuration simulée par le modèle puits-terrain tient compte de cette isolation partielle.

Un test pilote de la congélation depuis la surface a été mené à Cigar Lake pour évaluer la faisabilité de la technique. Sachant que lors de sa réalisation les conditions d'injection de la saumure (température et débit) et l'évolution des températures du terrain ont été assez bien suivies et enregistrées, il est possible d'utiliser ces mesures pour les comparer aux résultats obtenus avec nos modèles numériques (paragraphe 4.3). A différentes profondeurs, correspondant chacune à un terrain particulier, il a ainsi été possible de caler les propriétés des terrains pour que les températures mesurées et calculées coïncident, tout en s'assurant de la vraisemblance des propriétés. Le jeu de paramètres d'entrée obtenu n'est cependant pas nécessairement unique puisqu'un seul point de mesure a pu être utilisé pour les comparaisons.

Les paramètres déterminés lors de cet exercice ont été ensuite adoptés pour des études de cas tridimensionnelles à grande échelle cherchant à représenter la configuration typique de Cigar Lake (section 4.4). On attire l'attention du lecteur sur le fait que toutefois, les paramètres obtenus au paragraphe 4.3 ne sont pas nécessairement représentatifs de toute la mine étant données la grande variété géologique du site et la faible étendue du test pilote. L'objectif des études de cas réalisées dans ce paragraphe est l'évaluation des effets potentiels de l'hétérogénéité des terrains et des écoulements d'eau interstitielle, qui constituent les deux points délicats pour les performances de la congélation artificielle des terrains à Cigar Lake. Il ressort de cette étude que l'hétérogénéité des terrains ne peut être négligée dans les modèles, certains terrains pouvant être particulièrement critiques et défavorables. De la même manière, on a aussi montré que les écoulements hydrauliques, qu'ils soient concentrés dans des fractures ou associés à des couches géologiques de forte perméabilité, peuvent avoir un impact extrêmement fort sur l'évolution de la congélation en fonction de la géométrie du système et de la conductivité hydraulique de la structure. Des efforts de caractérisation géologique et hydrogéologique seraient donc tout à fait précieux pour la prédiction correcte de la congélation des terrains.

Enfin, le paragraphe 4.5 propose un exemple d'utilisation des modèles pour optimiser la disposition des tuyaux de congélation. Cette optimisation peut se traduire par la détermination du nombre minimal de tuyaux permettant d'atteindre un objectif de congélation donné. Dans la configuration actuelle des tuyaux, une analyse de l'influence de leur espacement est faite, pour différentes vitesses d'écoulement régional.

Thermo-hydraulic modeling of artificial ground freezing : application to the case of the Cigar Lake mine

Abstract

The difficult geological conditions of underground mines in permeable and fractured rocks require the use of ground support and inflow management methods. Artificial ground freezing offers the opportunity to reduce the permeability of the ground and to consolidate it. However, the establishment of this technique can be made complicated by two phenomena : the strong ground heterogeneity, which renders delicate an overall freezing prediction, and the potential presence of high seepage-flow velocities, which may have a negative impact on freezing progress. The present article presents a coupled use of the thermo-hydraulic model

and the freeze-pipe ground model presented in Vitel *et al.* [2016a] and Vitel *et al.* [2015] with an application to the Cigar Lake underground mine in Northern Saskatchewan, Canada. The first model allows the estimation of the temperature and pressure distribution in the ground during freezing while the second model simulates the heat transfer between a freeze pipe and the surrounding ground, which is useful to determine the boundary conditions of the thermo-hydraulic model. First, the article restates the governing equations of both models. Then, after the validation of the numerical results with respect to field measurements, a joint use of the models is proposed, in particular to (i) predict the ground temperature evolution, (ii) study the impacts of the geological conditions on the freezing progress and (iii) optimize the freezing system design.

4.1 Introduction

The deposit associated with the Cigar Lake mine, like other uranium deposits in the Athabasca Basin (Saskatchewan, Canada), is strategic due to its exceptional grade (18% of U_3O_8 on average). However, its access is technically challenging because of the presence of water under high pressure and because of the poor mechanical properties of the orebody and of the surrounding ground. The deposit is located at the unconformity level (about 450 m deep) between the water-bearing sedimentary basin and the basement, in a highly fractured and altered area [Lopez-Pacheco, 2014].

To mitigate these difficult conditions, the artificial ground freezing (AGF) technique is used, before and during the operation. The aim is (i) to reduce the permeability of the rock mass in order to mitigate water inflow into underground workings and (ii) to consolidate the ground and thus prevent instability Newman *et al.* [2011]. The freezing system includes a freezing plant on surface where calcium chloride brine is cooled to ∼-30°C and sent underground through a pipe network in the ground to be frozen. The design of the freezing system is complex and the heterogeneous ground conditions, as well as the potential for inflows, have to be taken into consideration to operate the mine.

Since the first work of Harlan [1973], many authors have elaborated ground freezing models that consider a coupling between thermal and hydrogeological mechanisms. Most of these models have been reviewed by Li *et al.* [2010], Liu *et al.* [2012a], Kurylyk et Watanabe [2013]. These reviews especially expound the differences in theoretical formulations. Some of the models have been validated against experimental data but, to our knowledge, only the models of Sres [2009] and Vitel *et al.* [2016a] have been verified under conditions of high water flow velocity (against the results of the test conducted by Pimentel *et al.* [2012b]). The model presented in Vitel *et al.* [2016a] is fully consistent from a thermodynamic perspective and considers relatively general assumptions that are appropriate to the case of an underground mine. The model has been developed for a saturated ground, considering a variable ice pressure, a water volume expansion during freezing and a non-deformable medium (constant porosity). The validity of this assumption has been tested for our applications.

In most AGF sites, the freeze pipes are not instrumented and *in situ* measurements at the freeze pipes' wall, either temperature or flux, are not available. As a result, the thermal boundary conditions of the AGF numerical model are unknown and must be assumed. The model developed by Vitel *et al.* [2015] adopts an innovative approach where the full heat transfer problem constituted by a freeze pipe and the surrounding ground is simulated. As a result, the boundary conditions at the pipe, as required in AGF models, are explicitly calculated.

In this paper, the models developed by Vitel *et al.* [2016a] and Vitel *et al.* [2015] are applied jointly to the case of the Cigar Lake mine. In a first part, the thermo-hydraulic (TH) coupled model and the freeze pipe-ground model are briefly presented to restate the problem to be solved. Then, the models are tested against *in situ* measurements provided by the mine site. The third part of the paper investigates the potential effect of seepage flows on freezing. The last part of the paper focuses on the influence of the freeze pipes layout on the freezing efficiency.

4.2 Thermo-hydraulic model of artificial ground freezing

The overall study of the thermo-hydraulic problem of artificial ground freezing involves a double coupling. The first coupling is phenomenological : the thermal state of the freezing porous medium is influenced by its hydraulic condition and, conversely, its temperature condition directly impacts its hydraulic state. That it is why the model presented in Vitel *et al.* [2016a] solves simultaneously two main equations for the thermal and the hydraulic problems in the ground, the two main unknowns being the common temperature to all phases T and the liquid water pressure p_λ. The second coupling is purely structural : the heat transfer problems in a freeze pipe and in the surrounding ground are interdependent. Thus, the model presented in Vitel *et al.* [2015] solves this interrelated problem by simulating simultaneously heat transfers in the pipe, in the ground and between the pipe and the ground, while the coolant flows within the pipe. The two following sections set out the final equations solved by both models. The reader may refer to Vitel *et al.* [2016a] and Vitel *et al.* [2015] for the details of the demonstration.

4.2.1 Coupled thermo-hydraulic model of ground freezing

A porous medium subjected to subzero temperatures and fully saturated by water assumed totally pure is considered. The porous medium is then constituted of three phases α : soil particles ($\alpha = \sigma$), pure liquid water ($\alpha = \lambda$) and pure ice ($\alpha = \gamma$). Its thermal and hydraulic behavior is governed by the balance equations of mass and energy. These equations may be obtained via the volume averaging method, adopted over a Representative Elementary Volume (REV) of the porous medium.

Firstly, the conservation equation of the water mass ($\alpha = \lambda,\gamma$) is found to be :

$$n\partial_t[\rho_\lambda S_\lambda + \rho_\gamma(1 - S_\lambda)] + \overrightarrow{\nabla}.(\rho_\lambda n S_\lambda \overrightarrow{v_\lambda}) = 0 \tag{4.1}$$

where $n = \sum_{\alpha\neq\sigma} n_\alpha$ is the porosity, n_α is the volume fraction of phase α defined as the ratio of the volume of the REV part occupied by phase α to the total REV volume, ρ_α is the phase density, $S_\alpha = n_\alpha/n$ is the saturation degree of phase α (with $S_\lambda + S_\gamma = 1$), and $\overrightarrow{v_\alpha}$ is the velocity of the phase's particles. In (4.1), the porosity n is considered constant and it is assumed that the soil matrix is a fixed rigid body and that ice follows the movement of the soil matrix ($\overrightarrow{v_\gamma} = \overrightarrow{v} = \overrightarrow{0}$).

Secondly, the heat equation of the porous medium is found to be, assuming a thermal equilibrium instantaneously established between the phases ($T_\sigma = T_\lambda = T_\gamma = T$) :

$$(\rho C_p)_{eq}\partial_t T + \rho_\lambda C_{p\lambda} n S_\lambda \overrightarrow{v_\lambda}.\overrightarrow{\nabla} T = -\overrightarrow{\nabla}.\overrightarrow{\psi} \tag{4.2}$$

where $(\rho C_p)_{eq} = \sum_\alpha \rho^\alpha C_{p\alpha} + n(h_\gamma - h_\lambda)\partial_T[\rho_\gamma(1-S_\lambda)]$ is an equivalent heat capacity, $\rho^\alpha = n_\alpha\rho_\alpha$ is the apparent density of phase α at the macroscopic scale, $C_{p\alpha} = \partial_T h_\alpha(p_\alpha,T)$ is the heat

capacity at constant pressure of phase α, $\overrightarrow{\psi}$ is the flux density of the rate of heat received by the domain by conduction through its frontier, and h_α is the enthalpy of phase α. In (4.2), the heat received by radiation and the pressure changes are neglected, just like the viscous stresses. Moreover, as shown in Vitel *et al.* [2016a], the dependency of S_λ to p_λ can be neglected and a function $S_\lambda(T)$ can be considered (see below in (4.4)).

Balance equations (4.1) and (4.2) have to be supplemented by constitutive equations to reduce the number of unknowns. Some of these relations are commonly used to describe porous media in general (Fourier's and Darcy's laws and equivalent thermal conductivity), while others have to be developed specially for frozen porous media (soil freezing characteristic curve, condition of two-phase coexistence, supercooled water viscosity, and permeability of partially frozen grounds). In what follows, the transport properties (thermal conductivity and viscosity) used in the constitutive laws are considered constant, except for the liquid water viscosity.

The expression of the thermodynamical equilibrium between liquid water and ice phases enables the determination of the phase change term $h_\gamma - h_\lambda$ in (4.2). If a linear approximation is accepted, we have :

$$h_\gamma - h_\lambda = L_{\lambda\gamma}(T) = L_0 + L_0'(T - T_0) \tag{4.3}$$

with $L_0 = -333.427\,\mathrm{kJ/kg}$ and $L_0' = \partial_T L_{\lambda\gamma}(T_0) = -2.45825\,\mathrm{kJ/kg/K}$. For this demonstration, the densities ρ and the heat capacities C_p have been considered constant, which allows great simplifications in the model formulation.

To describe the saturation degree, a simplified function $S_\lambda(T)$ of class $\mathcal{C}^1$, enabling stable and fast calculations, is proposed :

$$S_\lambda(T) = [1 + e^{-\xi(T-\theta)}]^{-1} \tag{4.4}$$

The Fourier's law of heat conduction is used to express the term $\overrightarrow{\psi}$:

$$\overrightarrow{\psi} = -\lambda \overrightarrow{\nabla} T \tag{4.5}$$

with λ the apparent heat conductivity of the ground, calculated using the geometric mean : $\lambda = \lambda_\sigma^{n_\sigma} \lambda_\lambda^{n_\lambda} \lambda_\gamma^{n_\gamma}$ after Côté et Konrad [2005], with $\lambda_\lambda = 0.57\,\mathrm{W/m/K}$ and $\lambda_\gamma = 2.2\,\mathrm{W/m/K}$.

The water flow is described after the Darcy's law :

$$nS_\lambda \overrightarrow{v}_\lambda = -\frac{\underline{\underline{K}} k_r}{\mu_\lambda}\left(\overrightarrow{\nabla} p_\lambda - \rho_\lambda \overrightarrow{g}\right) \tag{4.6}$$

where $\underline{\underline{K}}$ is the porous medium intrinsic permeability, k_r the liquid water relative permeability, and μ_λ the liquid water dynamic viscosity.

The term k_r is specific to frozen grounds : it describes the effect of the ice presence which is an obstacle to the free flow of liquid water. The Mualem's model Mualem [1976] is used, with m a parameter specific to the ground :

$$k_r = \sqrt{S_\lambda}\left[1 - \left(1 - S_\lambda^{1/m}\right)^m\right]^2 \tag{4.7}$$

The effect of temperature on the viscosity μ_λ has to be taken into account for supercooled water [Grant, 2000] :

$$\mu_\lambda(T) = \mu_0 \frac{T_A}{T - T_B} \tag{4.8}$$

with $\mu_0 = 0.028556\,\mathrm{mPa.s}$, $T_A = 509.53\,\mathrm{K}$, $T_B = 150\,\mathrm{K}$ and T expressed in Kelvin.

4.2.2 Model of heat transfer between a freeze pipe and the surrounding ground

In this section, we consider one straight, vertical (along the z-axis) and cased freeze pipe surrounded by a geological formation. The freeze pipes used in AGF consist of two concentric tubes : an open-ended tube (the 'central tubing'), in which the coolant is generally injected, and a closed-ended tube (the 'annular space'), from which the coolant is extracted.

The corresponding heat transfer system is solved as the coupled problem between two individual heat transfer systems : in the pipe and in the ground. For both systems, the approach consists in expressing the balance of energy independently from the other part. The principal unknowns in the pipe are the temperature in the central tube $T_c(z,t)$ (subscript c) and the temperature in the annular space $T_a(z,t)$ (subscript a). In the surrounding ground, $T(r,z,t)$ is the principal unknown and $T_w(z,t)$ is the temperature at the pipe wall surface (subscript w).

As detailed in Vitel *et al.* [2015], the governing equations of T_c and T_a are, with $Q = Q_c = -Q_a = \rho v \mathcal{A}$ the mass flow rate imposed at the pipe head :

$$\begin{cases} \mathcal{A}_c \rho C_p \dfrac{\partial T_c}{\partial t} + Q C_p T_c' = \hbar_{ca}(T_a - T_c) - \varpi_c \\ \mathcal{A}_a \rho C_p \dfrac{\partial T_a}{\partial t} + Q C_p T_a' = \hbar_{ca}(T_c - T_a) - \varpi_a + \hbar_{aw}(T_w - T_a) \end{cases} \tag{4.9}$$

where $\mathcal{A}$ is the cross-sectional area, and $\hbar_{ca}$ and $\hbar_{aw}$ are the overall heat transfer coefficients of the central tube and the annulus respectively. The parameters ϖ_c and ϖ_a are defined such as : $\varpi_c = v_c \tau_c \mathcal{P}_c^w$ and $\varpi_a = v_a \tau_a \mathcal{P}_a^w$ where v is the fluid's velocity, $\mathcal{P}^w$ is the wetted perimeter and the stress τ is experimentally determined by the expression $\tau = -C_f \rho v |v|/2$, where C_f is a friction coefficient. The parameters $\hbar$ and C_f depend on empirical laws detailed in Vitel *et al.* [2015]. To establish equations (4.9), an incompressible flow is considered and within the fluid, vertical heat conduction is considered to be negligible compared to vertical convection.

The initial and boundary conditions for the whole freeze pipe are :

$$T_c(z,0) = T_a(z,0) = T_w(z,0) \tag{4.10}$$

$$\begin{cases} T_c(0,t) = T_{c,0}(t) & \text{if } Q > 0 \\ T_a(0,t) = T_{a,0}(t) & \text{if } Q < 0 \\ T_c(L_p,t) = T_a(L_p,t) \end{cases} \tag{4.11}$$

It can be noted that, in practice, the coolant circulates in a closed loop : it is cooled at the surface before being reinjected in the pipe, which is why an imposed injection temperature can be considered.

The transient heat transfer problem in the ground is the same as the global problem presented in paragraph 4.2.1. It thereby considers the same assumptions, in particular : the ground is fully saturated by water, its total porosity remains constant and it remains in local thermal equilibrium ($T_\lambda = T_\gamma = T_\sigma$). Additional assumptions are needed to represent the application discussed here :

- A 2D-axisymmetric problem with respect to the pipe axis is considered.
- A non-homogeneous ground is approximated as multiple horizontal geological layers, each with different physical properties.
- Heat convection is neglected compared to conduction.

The last hypothesis has been assumed since it enables the reduction of a 3D problem to a highly time-saving 2D-axisymmetric problem. Despite this limitation, the model appears relevant to determine the thermal boundary conditions at the freeze pipe wall. This assumption implies that the governing equation in the ground is the same as (4.2) with $\overrightarrow{v_\lambda} = \overrightarrow{0}$:

$$(\rho C_p)_{eq}\partial_t T + \overrightarrow{\nabla}.\overrightarrow{\psi} = 0 \tag{4.12}$$

with the same definition of $(\rho C_p)_{eq}$, $\overrightarrow{\psi}$, $S_\lambda(T)$ as before.

The boundary conditions for the ground are, with $\overrightarrow{\Psi_g}(t)$ the geothermal flux and $\overrightarrow{n}$ the normal to the boundary surface :

$$\begin{cases} \overrightarrow{\Psi}(r_p,z < L_p,t) \cdot \overrightarrow{n} = \hbar_{aw}\Big(T_a(z,t) - T_w(z,t)\Big) \\ \overrightarrow{\Psi}(r_p,z > L_p,t) \cdot \overrightarrow{n} = 0 \\ \overrightarrow{\Psi}(r \leq r_p,L_p,t) \cdot \overrightarrow{n} = \hbar_{aw}\Big(T_a(L_p,t) - T(r,z,t)\Big) \\ \overrightarrow{\Psi}(\infty,z,t) \cdot \overrightarrow{n} = 0 \\ \overrightarrow{\Psi}(r,0,t) \cdot \overrightarrow{n} = -\overrightarrow{\Psi}(r,L_m,t) \cdot \overrightarrow{n} = \overrightarrow{\Psi_g}(t) \cdot \overrightarrow{n} \end{cases} \tag{4.13}$$

4.2.3 Problem solving

The overall thermo-hydraulic problem of artificial ground freezing is translated by four three-dimensional interdependent equations : equations (4.1) and (4.2), that govern the temperature and the pressure in the ground, and equations (4.9), that govern the temperatures in the pipe, knowing the boundary conditions (4.13). In practice, the resolution of such a three-dimensional problem would lead to large computation times caused by the significant number of mesh elements given the disproportionate geometry of the pipe (the ratio of its radius to his length or to the total model extent is small). Therefore, it is proposed to decompose this global problem into two subproblems for the applications that follow.

First, the purely thermal freeze pipe-ground problem, as described in section 4.2.2, is solved using the approach presented in Vitel *et al.* [2015]. According to equations (4.9) and (4.13), temperatures in the freeze pipe and in the ground are interdependent. The solution of this coupled problem is obtained through an iterative process that couples at each time step the problem in the pipe and in the ground, until the difference between the values of T_w obtained at the current iteration and the previous one is less than a previously chosen level of accuracy. At each iteration the problems in the pipe and in the ground are solved independently from each other. The problem in the pipe is solved using the least-squares method with a finite-elements-type approximation. For the ground, as shown in Vitel *et al.* [2015], the 2D axisymmetric problem can be reduced to n 1D radial calculations at different depths, the vertical heat transfer being negligible compared to the horizontal one, even in heterogeneous grounds.

Then, to address the thermo-hydraulic problem in the freezing ground, equations (4.1) and (4.2), which govern the evolution of the two main unknowns T and p_λ, are solved in a coupled way, knowing (4.3-4.8). The initial resolution of the pipe-ground problem provides the thermal boundary conditions at the freeze pipe walls and in particular the heat transfer coefficient $\hbar_{aw}$ and the annular temperature $T_a(z,t)$ as a function of depth and time, which take part in the heat flux at the freeze pipe wall $\overrightarrow{\psi_{aw}}(z,t)$:

$$\overrightarrow{\psi_{aw}}(z,t) \cdot \overrightarrow{n} = \hbar_{aw}\Big[T_a(z,t) - T_w(z,t)\Big] \tag{4.14}$$

Numerically, the thermo-hydraulic problem in the ground is solved using the software COMSOL and its nonlinear solver, while a software application developed at Mines ParisTech is used to determine the boundary conditions via the resolution of the pipe-ground problem.

4.3 Comparison of the model with *in situ* measurements

4.3.1 Presentation of the Surface Freezing Test

At Cigar Lake, the zone to be frozen is situated between the depths 400 and 460 m. In order to limit the heat loss from the first 400 m from the surface, the freeze pipes are isolated. In this 'passive zone', isolation is achieved by the presence of a stagnant air gap situated between the casing and the annulus, whose inner diameter is consequently reduced compared to the 'active zone'. Table 4.1 summarizes all the parameters of the pipe-ground model concerning pipe geometry. The coolant used is $CaCl_2$.

Property	Value
Central tube inner radius in the passive and active zones r_{ic} [mm]	13.46
Central tube outer radius in the passive and active zones r_{oc} [mm]	15.88
Annulus inner radius in the passive zone r_{ia} [mm]	31.00
Annulus inner radius in the active zone r_{ia} [mm]	50.80
Annulus outer radius in the passive and active zones r_{oa} [mm]	57.15
Passive zone length [m]	400
Active zone length [m]	60

TABLE 4.1 – Cigar Lake pipe geometry

A freezing pilot test was launched in March 2010. Its aim was (i) to evaluate the feasibility of ground freezing from surface and (ii) to start calibrating the numerical model. Six freeze boreholes and two boreholes for ground temperature measurement were installed as indicated in figure 4.1.

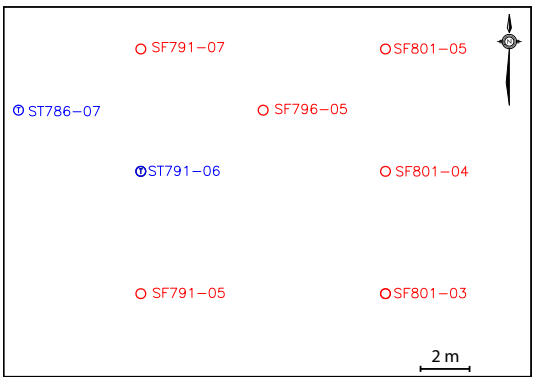

FIGURE 4.1 – Layout of the eight boreholes in the Surface Freezing Test - plan view at the surface (in red : freeze holes ; in blue : measurement holes)

The temperature measurement boreholes included several sensors at different depths. Data corresponding to 621 days of ground temperature measurement as well as supply brine flow

rate and temperature measurement were collected. It should be noted that the geology in the test area varies strongly with depth and is representative of the formations present at the Cigar Lake mine.

4.3.2 Surface Freezing Test modeling

The Surface Freezing Test data were used to calibrate the ground properties with respect to *in situ* measurements. Given the variability of the site geology, each geological unit was equipped with one sensor of one temperature hole. In total, five 2D horizontal TH models were considered, every 10 m between 410 and 450 m deep. At each depth, the holes deviation was taken into account.

In order to limit the number of parameter combinations to be tested, the values of T_{init} were determined from the ST786-07 and ST791-06 data while the values of ρ_σ and $C_{p\sigma}$ were determined from Yershov et Williams [1998] and Andersland et Ladanyi [2004] as typical values of minerals, constant with depth ($\rho_\sigma = 2700\,\mathrm{kg/m^3}$ and $C_{p\sigma} = 800\,\mathrm{J/kg/K}$). It can be noted that the influence of these two parameters on the temperature evolution is low compared to the influence of n, λ_σ, and S_λ. As for the hydraulic parameters (initial and boundary conditions and hydraulic conductivity), they were derived from the hydraulic model of the mine. Finally, the parameters to be calibrated are : n, λ_σ, θ and ξ.

The calibration was based on data from hole ST791-06, which captured phase change at reasonable distance from the freeze holes. The consistency of the ground properties calibrated based on the ST791-06 data was verified with measurements from ST786-07, located at further distance from the freeze holes. It should be noted that the ground properties are calibrated in time but not in space as only one measurement point is available for each depth. Therefore, the calibrated parameter combination may not be unique.

Each 2D model is a square of side length 75 m centered on the barycenter of the eight boreholes shown in figure 4.1. A zero flux thermal boundary condition is applied at the external boundaries, on the square sides (far-field boundary). The boundary condition at the freeze pipe wall is given by the pipe-ground model considering the supply brine flow rate and temperature data (see figure 4.2). Hydraulically, all the boundaries are zero flux except the northern and southern boundaries where hydraulic heads are imposed (respectively 458 m and 464 m, according to the regional hydraulic gradient). These hydraulic heads, as well as the initial hydraulic head, correspond to the regional hydraulic regime. The numerical model was solved with 21,848 second-order triangular elements and using a backward differentiation formula.

The model calibration results are presented in figure 4.3. The results are close to the measured values for all depths. Specifically, the effect of phase change is predicted well through the slowdown in temperature decrease starting at around 200 days. For depths 410, 420, 430, 440 and 450, the average absolute difference between simulated and measured temperature is 0.53, 0.40, 0.45, 0.15 and 0.25°C, respectively. The maximal absolute error is 2.3°C for depth 410 at 82 days.

The calibrated parameters are gathered in table 4.2. The variation with depth of the initial temperature is in line with the average geothermal gradient of 35°C/km in the Athabasca Basin [Pagel, 1975]. The large change in the rock properties over the depth is in line with the site geology, the ground being highly variable near the deposit [Jefferson *et al.*, 2007] The total porosity values vary between 24% and 45%. These high values are consistent with the rock types present at Cigar Lake. This is also the case for the thermal conductivity values which

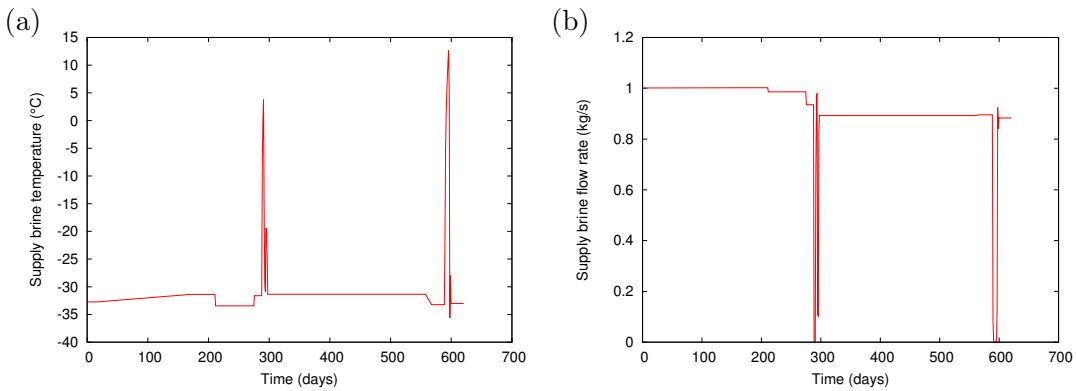

FIGURE 4.2 – (a) Supply brine temperature and (b) supply brine flow rate considered in the pipe-ground model for the Surface Freezing Test

Depth [m]	T_{init} [°C]	n	λ_σ [W/m/K]	θ [°C]	ξ
410	6.5	0.43	4.00	-3.7	4.9
420	6.5	0.26	3.00	-3.5	2.0
430	7.0	0.41	3.00	-4.0	7.0
440	7.5	0.45	2.35	-4.5	3.0
450	7.5	0.24	2.00	-4.5	2.0

TABLE 4.2 – Calibrated parameters at the studied depths

vary between 2 and 4 W/m/K. After Johansen [1975], thermal conductivity of soils usually lies between 2 and 7 W/m/K, according to their quartz content. Typically a high thermal conductivity corresponds to quartz-rich grounds, which is likely the case at the depth 410 m where the presence of a sandstone layer translates to a rather high thermal conductivity value. Finally, the obtained S_λ functions are not unreasonable with respect to the grounds in place which vary widely in particle sizes, from fine to coarse.

These results show the *in situ* temperature measurements collected during the freezing pilot test can be reasonably simulated when the TH coupled model and the pipe-ground model are used jointly. The calibrated parameter values appear to be consistent with expected thermal properties of the types of ground involved during the test. However, it should be noted that the parameters values presented in table 4.2 are not necessarily representative of the whole mine given the strong heterogeneity of the grounds and the small area of the pilot test.

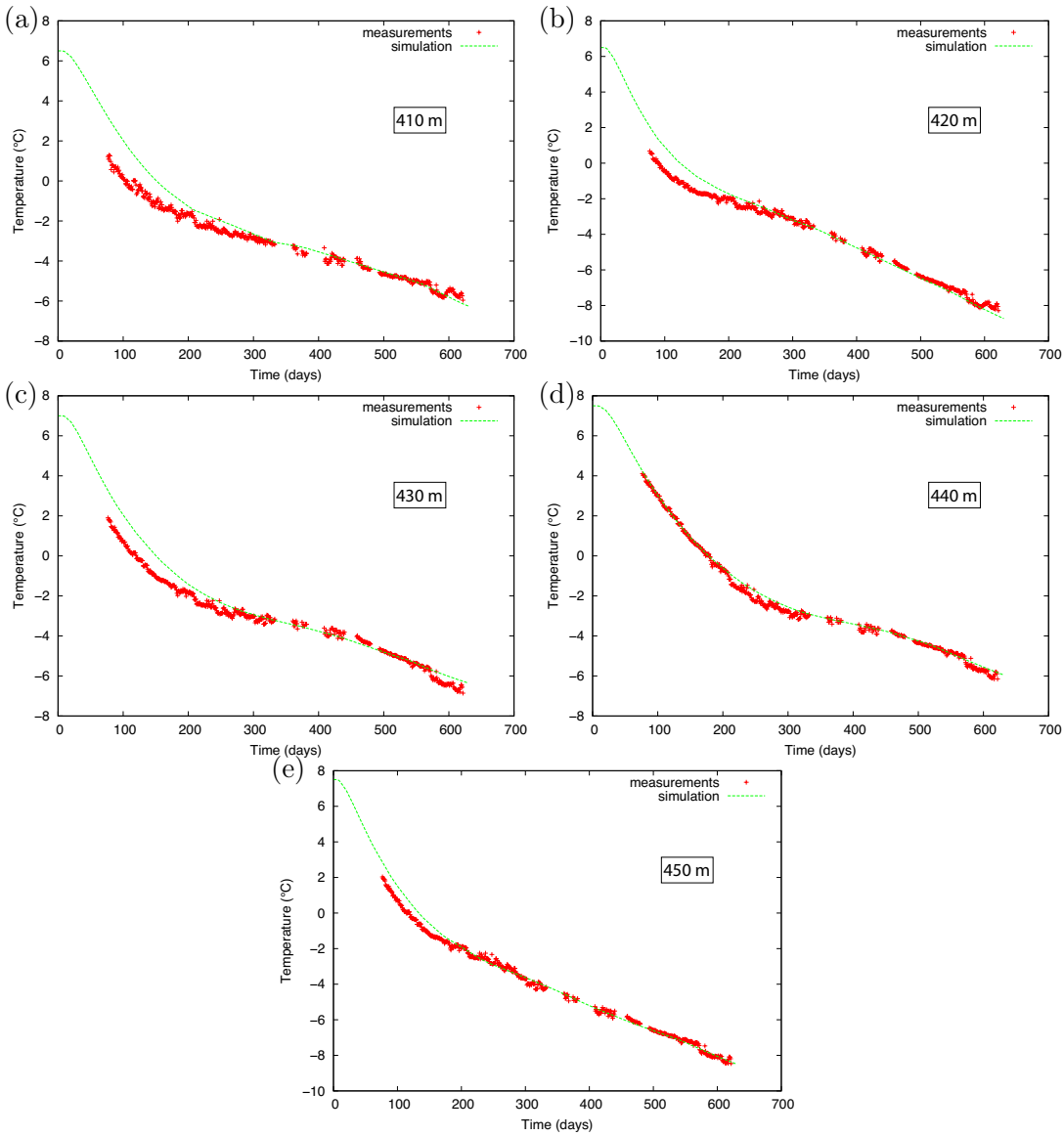

FIGURE 4.3 – Comparison between measured and calculated temperatures at ST791-06 at (a) depth 410 m, (b) depth 420 m, (c) depth 430 m, (d) depth 440 m, and (e) depth 450 m

4.4 Interactions of the thermo-hydraulic processes in the typical configuration of the Cigar Lake mine

In this section, typical freezing configurations as well as the potential effects of ground heterogeneity and seepage flows on freezing efficiency are evaluated.

4.4.1 Heterogeneity effects

This section considers a simplified representation of the Cigar Lake mine and its freezing system. The mine is simulated using a 3D model that is constituted of six horizontal and homogeneous layers of ground, with distinct thermal properties, four vertical 460-meter-long freeze pipes, and one horizontal production tunnel situated below the freeze pipes. The ground is subjected to the regional hydraulic gradient. The whole model can be seen in figure 4.4 (by symmetry, only a half of the model is simulated). The characteristics of the freeze pipes are the same as in table 1 (in particular, they are isolated along the first 400 m) and their coordinates (x,y) in meters in a horizontal plane are : (5, 0), (-5, 0), (0, 2.5), (0, -2.5). As for the tunnel, its diameter is 4.25 m and its axis is located at $y = 0$ m at depth 470 m. In this section, no fractured zone is included.

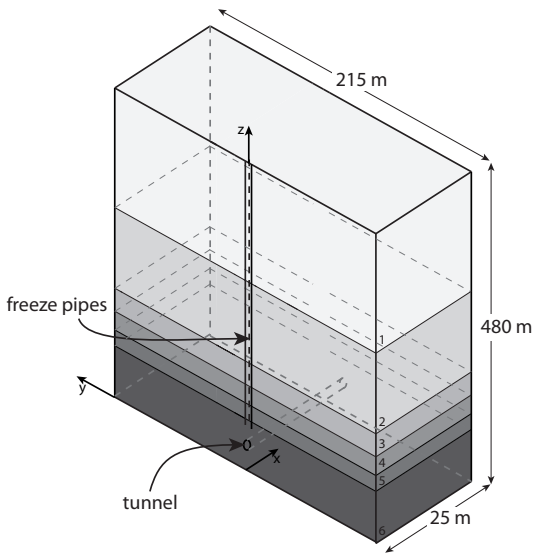

FIGURE 4.4 – Geometry of the 3D model of a typical freezing configuration including 4 freeze pipes, 1 tunnel and 6 different ground layers (not to scale)

The results of the previous section are used directly to define the ground properties gathered in table 4.3. The hydraulic conductivity values and the layer thickness values come from the geological and hydrogeological models of the site. The thermal boundary conditions at the freeze pipe walls are given by the pipe-ground model considering average operation conditions (Q = 0.97 kg/s, $T_{c,0}$ = -30°C), both for active and passive zones. For the sake of simplicity and because of a lack of more specific data, a uniform initial temperature has been chosen corresponding to the median value of the ground temperatures determined for the Surface Freezing Test, i.e. 7°C. This value of initial temperature is applied as thermal boundary condition at the tunnel wall. The regional regime determines the initial hydraulic conditions and the external (far field) boundary conditions. Everywhere else, a zero-flux condition is

imposed except at the tunnel wall where the atmospheric pressure is applied. The numerical model was solved with 328,190 second-order elements and using a backward differentiation formula.

Ground	n	λ_σ [W/m/K]	ρ_σ [kg/m^3]	$c_{p\sigma}$ [J/kg/K]	θ [°C]	ξ	K_H [m/d]	Depths [m]
1	0.43	4.00	2700	800	-3.7	4.9	K_{Hh}=1.86·10^{-3} / K_{Hv}=3.73·10^{-3}	0-316
2	0.43	4.00	2700	800	-3.7	4.9	2.5	316-422
3	0.26	3.00	2700	800	-3.5	2.0	5·10^{-5}	422-429
4	0.41	3.00	2700	800	-4.0	7.0	1·10^{-3}	429-439
5	0.45	2.35	2700	800	-4.5	3.0	2·10^{-3}	439-443
6	0.24	2.00	2700	800	-4.5	2.0	6·10^{-4}	443-480

Table 4.3 – Ground properties considered in the 3D model (ground layers are numbered from top to bottom)

The model results corresponding to the above configuration are presented in figures 4.5 and 4.6. Figure 4.5 shows the simulated ground temperature after 1460 days. Figure 4.6 presents the history of the -10°C isotherm in the middle of each layer to freeze (ground layers 2 to 6). It should be noted that the steps in radius observed in some of the results (e.g. depth 441 m around 500 days) are not due to physical reasons but to the data processing method that requires interpolations to determine the isotherm radius.

Figure 4.5 highlights the interactions between thermal and hydrogeological mechanisms. As expected, the water flow velocity is very low ($\approx 1 \cdot 10{-}6$ m/d) in the frozen zones. However, the freezing progression is not symmetrical around the pipes because of the horizontal seepage flows induced by the regional hydraulic head gradient : it is more extended in the flow direction. This effect is striking for the 0°C isotherm in ground layer 2, with a permeability significantly higher than the other layers (between 2.5·10^3 and 5·10^4 times more). This asymmetry is also visible in figure 4.6. For the -10°C isotherm, it can be observed a difference of up to 20% between upstream and downstream. Except for ground layer 3, the extent of this asymmetry depends on the permeability of the layer : the lower it is, the bigger the difference between the upstream and downstream isotherm radii is (the progression is even symmetrical at depth 451 m). The exception of layer 3 is explained by the adjacent high permeability layer 2, which influences the shape of the isotherm in ground layer 3.

Figure 4.6 also shows that the presence of the tunnel has limited effects on the seepage flow compared to that of the hydraulic regional gradient. The tunnel plays the role of a hydraulic drain, however its impact is only felt in ground layers 3 to 6, which show very low permeability values compared to layer 2. Consequently, the velocities induced by the presence of the tunnel are small in comparison to those induced by the regional flow.

Figure 4.5 also illustrates the effect of ground heterogeneity on freezing : the radius of the isotherms contours varies depending on the ground layer. Figure 4.6 also shows this difference as a function of depth in terms of isotherm radius, reaching a maximum of 63% between depths 411 and 434 m. It should be mentioned that the difference between the layers is not only due to their distinct properties but also to their position with respect to the active zone of the freeze pipes. The top and bottom layers are affected by end effects.

Overall, the model results show that for this simplified configuration, the freezing progression varies significantly from one depth to another depending on the ground heterogeneity and the position in the freezing height. They also show that, depending on the ground permeability, seepage flows can strongly impact this progression.

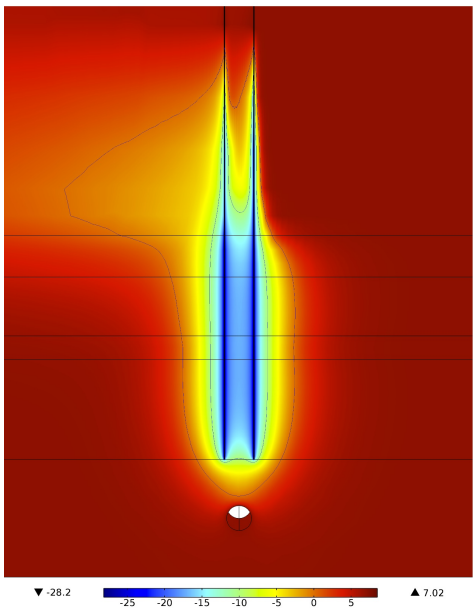

FIGURE 4.5 – Ground temperature (°C) in the case without fractured zone after 1460 days of freezing (the blues lines are the -10°C and the 0°C isotherms ; the cross-section corresponds to the outside face of the 3D domain shown in figure 4.4)

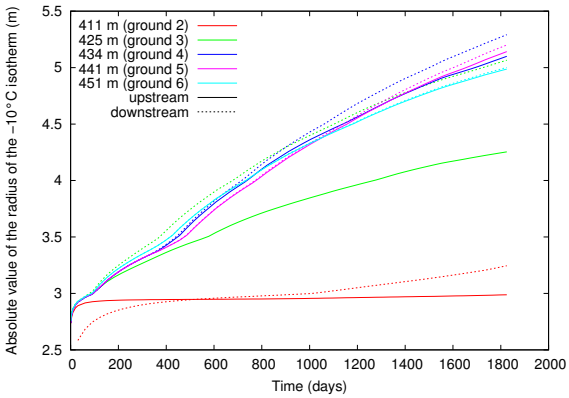

FIGURE 4.6 – History of the absolute value of the radius of the -10°C isotherm in the middle of each layer to freeze (in the active zone, between the depths 400 and 460 m) for the case without fractured zone

4.4.2 Fracture effects

This section considers the previous model with the addition of a 15 meter-wide vertical high permeability fractured zone. Three different values of the hydraulic conductivity of the fractured zone are used : $K_H = 0.1$, 1 and 2 m/d. For each hydraulic conductivity value, three locations of the fractured zone are considered (see figure 4.7) : (1) 10 m away from the freeze pipes zone on the upstream side of the regional flow, (2) tangential to the freeze pipes zone on the same side, and (3) centered with the freeze pipes zone. Aside from K_H, the thermo-physical properties of the fractured zone have been chosen identical to ground layer 2 given that the facies are similar in terms of geology.

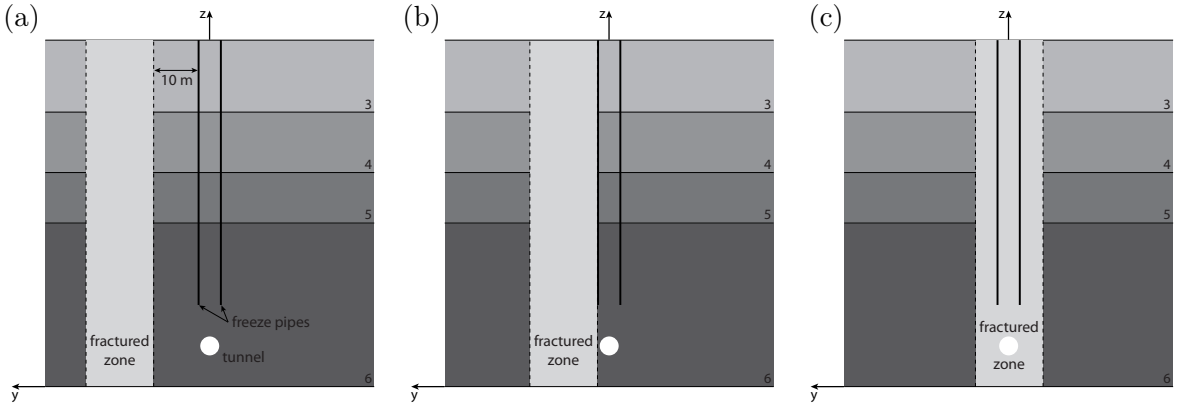

FIGURE 4.7 – Different considered fractured zone locations : a) 10 m away from the freeze pipes zone on the upstream side of the regional flow, b) tangential to the freeze pipes zone on the same side, and c) centered with the freeze pipes zone (the cross-section corresponds to a zoom around the tunnel of the outside face of the 3D domain shown in figure 4.4 ; true to scale)

The effect of the fractured zone can be seen in figures 4.8 to 4.12. Figures 4.8 and 4.9 show the simulated ground temperature after 1460 days for two extreme cases : a fractured zone situated 10 m away from the freeze pipes zone with $K_H = 0.1$ m/d and a fractured zone centered with the freeze pipes zone with $K_H = 2$ m/d. Figures 4.10, 4.11 and 4.12 present the history of the -10°C isotherm in the middle of each layer to freeze for all the different cases.

In all cases, the fractured zone acts as a vertical pipe in which liquid water flows down. Indeed, the fractured zone connects the ground layer 2, which forms an important source of water, with the tunnel, that acts as a hydraulic drain. It appears that the effect type of the fractured zone changes with its position :

1. If the fractured zone is close to the freeze pipes zone (here, for the case 'tangential to the freeze pipes zone') : the presence of the fractured zone blocks the radial progress of the isotherm on this side. This explains that, comparing this case (figures 4.11(a)-(c)) to the case without fractured zone (figure 4.6), the isotherm radii are unchanged on the opposite side of the fractured zone (upstream) but are reduced on the fractured zone side (downstream). Then, the higher the fractured zone hydraulic conductivity is (and thus the higher the flow velocity in the fractured zone is), the more limited the progress is. However, it can be noted that in either case the freezing progress limitation is quite weak compared to the case without fractured zone. The fractured zone does not prevent from freezing because the water flow velocity in the fractured zone is low.

2. If the fractured zone is far from the freeze pipes zone (here, for the case '10 m away from the freeze pipes zone') : the fractured zone is too far to block directly the frozen zone progress. It is also too far from the tunnel and thus the water flow velocity in the fractured zone is very low (approximately 0.05 m/d at 451 m deep and at the middle of the fracture). That is why there is hardly any difference between the case without fractured zone and this case with $K_H = 1$ m/d and $K_H = 2$ m/d (figures 4.10(b) and (c)). However, figure 4.10(a) reveals that it is quite different with $K_H = 0.1$ m/d : if the levels 434 to 451 m are not modified, the isotherm radius in the levels 411 and 425 m is incontestably changed compared to the case without fracture. This is due to the fact that the fractured zone alters the flow velocity in ground layer 2 : at the level 411 m, far from the frozen area, it is 0.09 m/d without any fracture, 0.08 m/d for this case with $K_H = 1$ m/d and $K_H = 2$ m/d and only 0.03 m/d with $K_H = 0.1$ m/d.
3. If the freeze pipes zone is included within the fractured zone (here, for the case 'centered with the freeze pipes zone') : then, the impact of the fractured zone is colossal and prevents almost any freezing, regardless of the hydraulic conductivity value (figure 4.12). The -10°C isotherm quickly reaches a steady state and its maximal value is only at 45 cm from the closest freeze pipe. This is because in this situation, the fractured zone is also centered on the tunnel.

Lastly, for each of the three cases, it can be noted by comparing figures 4.10(b) vs. 4.10(c), 4.11(b) vs. 4.11(c) and 4.12(b) vs. 4.12(c), that the difference between a fractured zone hydraulic conductivity of 1 or 2 m/d can be neglected.

To conclude, for all the studied cases the presence of the fractured zone impacts the freezing progress and restrains it. However, this impact is rather limited if the underneath tunnel is outside the fracture. Thus, it appears essential to know precisely the positions of the fractures with respect to the underground workings. And this parameter is even more critical than the fractured zone hydraulic conductivity. It should be specified that in reality, the ground is frozen by several hundreds of freeze pipes and that the latter overhang a whole network of tunnels and not only one. Therefore, the freezing power is higher than for this simplified configuration, but the risk for a fractured zone to cross a tunnel is also increased.

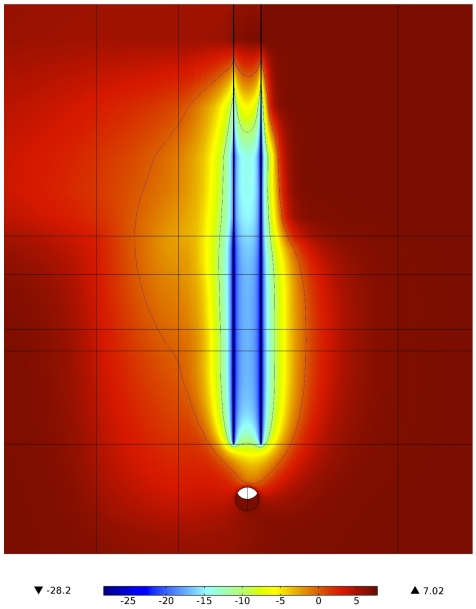

FIGURE 4.8 – Ground temperature (°C) for the typical configuration with a fractured zone situated 10 m away from the freeze pipes zone (case shown in figure 4.7(a)) and with a hydraulic conductivity of 0.1 m/d after 1460 days of freezing (the blues lines are the -10°C and the 0°C isotherms)

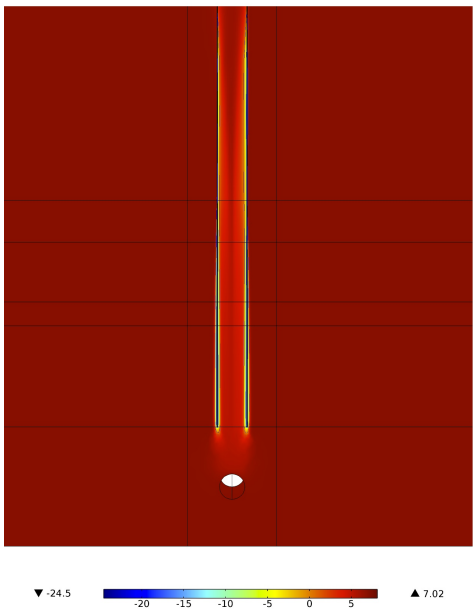

FIGURE 4.9 – Ground temperature (°C) for the typical configuration with a fractured zone centered with the freeze pipes zone (case shown in figure 4.7(c)) and with a hydraulic conductivity of 2 m/d after 1460 days of freezing (the blues lines are the -10°C and the 0°C isotherms)

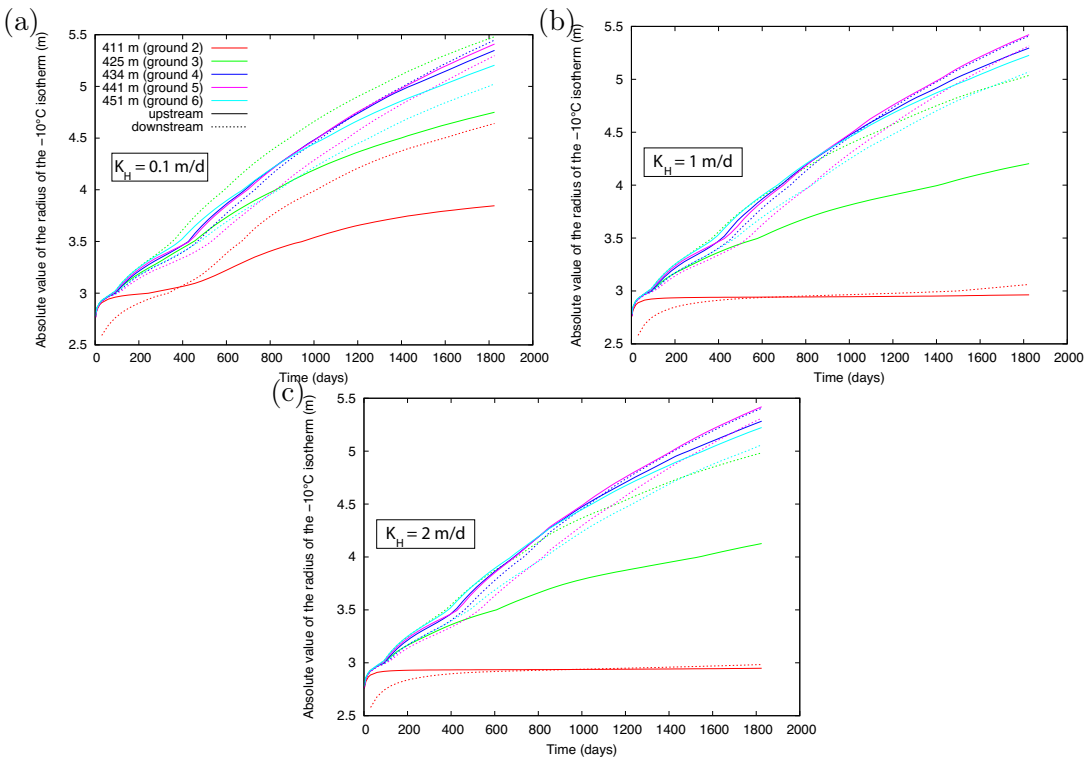

FIGURE 4.10 – History of the absolute value of the radius of the -10°C isotherm in the middle of each layer to freeze (in the active zone, between the depths 400 and 460 m) for a typical configuration with a fractured zone 10 m away from the freeze pipes zone with a) $K_H = 0.1$ m/d, b) $K_H = 1$ m/d, and c) $K_H = 2$ m/d (same legend for all figures)

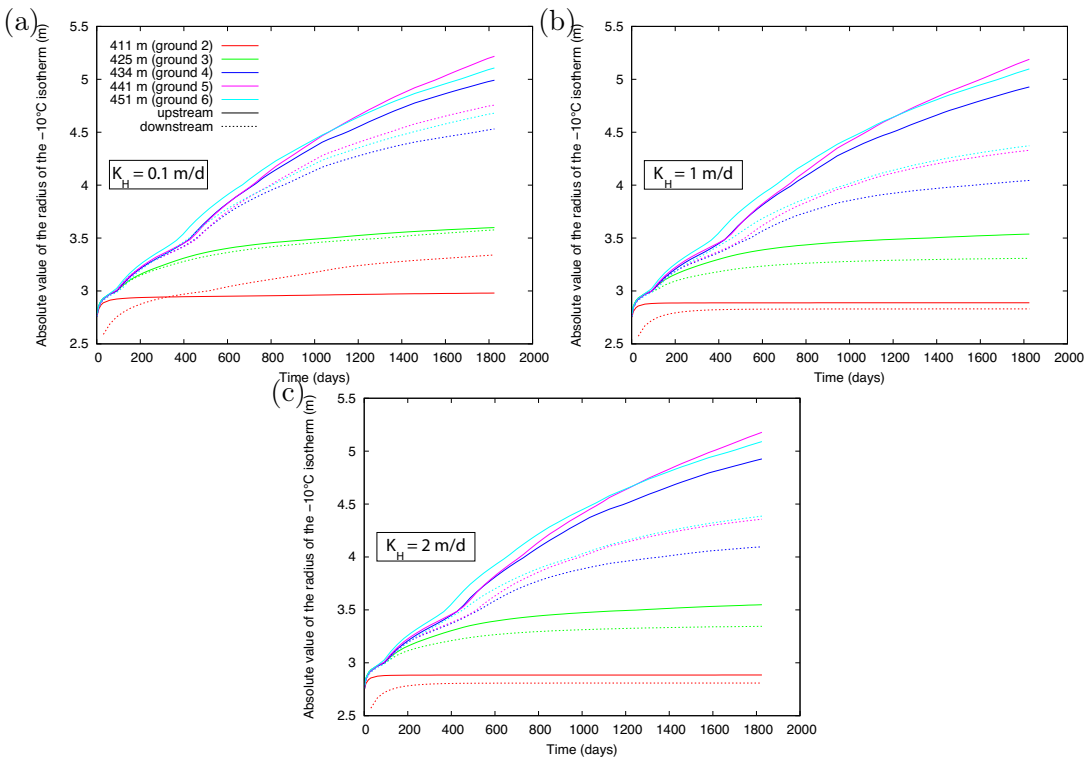

FIGURE 4.11 – History of the absolute value of the radius of the -10°C isotherm in the middle of each layer to freeze (in the active zone, between the depths 400 and 460 m) for a typical configuration with a fractured zone tangential to the freeze pipes zone with a) $K_H = 0.1\,\mathrm{m/d}$, b) $K_H = 1\,\mathrm{m/d}$, and c) $K_H = 2\,\mathrm{m/d}$ (same legend for all figures)

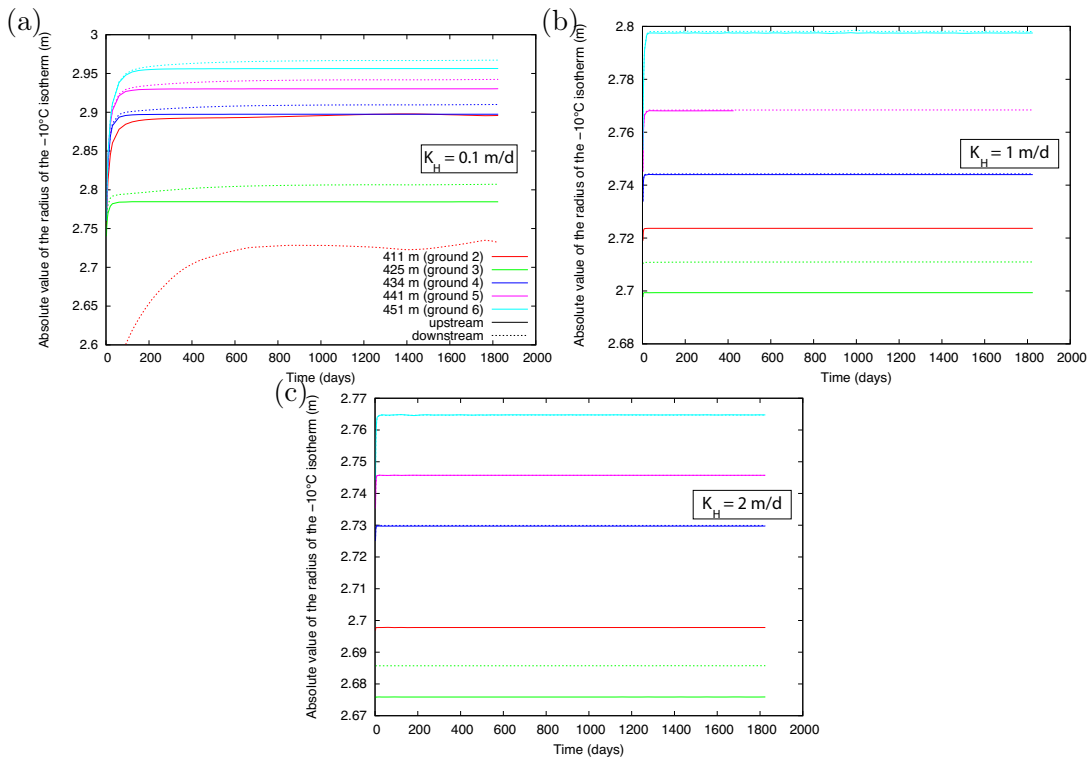

FIGURE 4.12 – History of the absolute value of the radius of the -10°C isotherm in the middle of each layer to freeze (in the active zone, between the depths 400 and 460 m) for a typical configuration with a fractured zone centered with the freeze pipes zone with a) $K_H = 0.1\,\mathrm{m/d}$, b) $K_H = 1\,\mathrm{m/d}$, and c) $K_H = 2\,\mathrm{m/d}$ (same legend for all figures)

4.5 Freezing pipes layout

At Cigar Lake, the freeze pipes are arranged in staggered rows according to a regular grid. The influence of the grid spacing was studied with the objective of minimizing the number of freeze pipes while ensuring a good performance of the freezing system. A 2D horizontal model has been considered to represent a ground subjected to freezing by a grid of freeze pipes and a regional hydrogeological gradient was applied to the model.

The simulated layout, corresponding to the Cigar Lake arrangement, can be seen in figure 4.13 (by symmetry, only a half of the model is simulated). Here, the term 'spacing' refers to the distance between two pipes of a same row, which is the same as the distance between two rows. Five spacing value were considered : 2, 4, 5, 6, and 10 m. In all cases, the aim was to freeze a 60 m × 60 m surface area, translating to 274, 124, 88, 63, and 26 freeze pipes, respectively, according to the spacing (for the half-surface). For each spacing value, three values of the hydraulic conductivity, K_H, were examined, in order to study the effect of seepage flow : 10^{-3}, 10^{-1}, and 1 m/d. The study was conducted with the model characteristics (domain extent, ground properties, initial temperature, thermal boundary conditions at each freeze pipe wall, and hydrogeological initial and boundary conditions) described in section 4.3.2. The numerical model was solved using a backward differentiation formula and with second-order triangular elements of minimum size 0.0113 m, maximum size 3 m and a growth rate of 1.2.

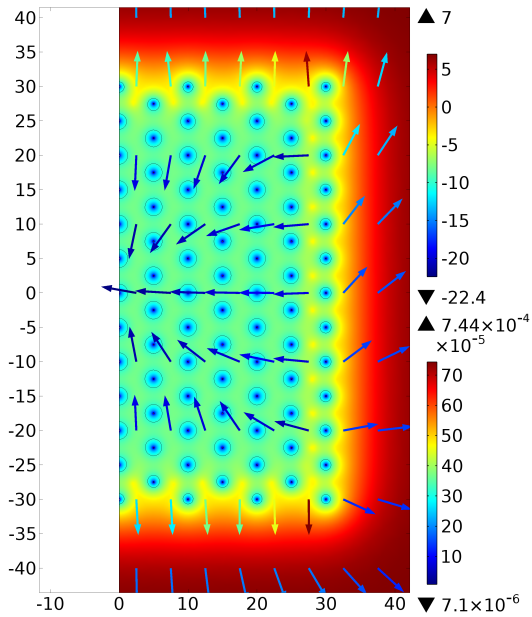

FIGURE 4.13 – Ground temperature (upper scale legend in °C), -10°C isotherm (black line) and water flow velocity (lower scale legend in m/d) after 15 months of freezing (spacing = 5 m, $K_H = 10^{-3}$ m/d) (close-up of the freezing surface)

For the five spacing and the three hydraulic conductivity values, a 'freeze ratio' between the ground area achieving a temperature lower than -10°C and the total freezing area (1800 m^2) was calculated. The -10°C value was selected because it is a typical freezing target used for the Cigar Lake deposit. This freeze ratio is displayed as a function of time in figures 4.14(a)-(c). These figures show that the frozen surface does not vary linearly with time. For instance the

case with a 10^{-3} m/d hydraulic conductivity and a spacing of 6 or 10 m shows that it takes almost 60% of the time required to freeze the whole surface to achieve the $T < -10°C$ target over 10% only of the surface area. In other words, the initial frozen areas are the most difficult to achieve. This situation is the same in all cases, however the calculated freeze ratio seems to decrease for higher hydraulic conductivity values and lower spacing values. For instance, it is 50% for $K_H = 10^{-1}$ m/d and spacing = 6 m, 39% for $K_H = 1$ m/d and spacing = 6 m, and 34% for $K_H = 10^{-3}$ m/d and spacing = 2 m.

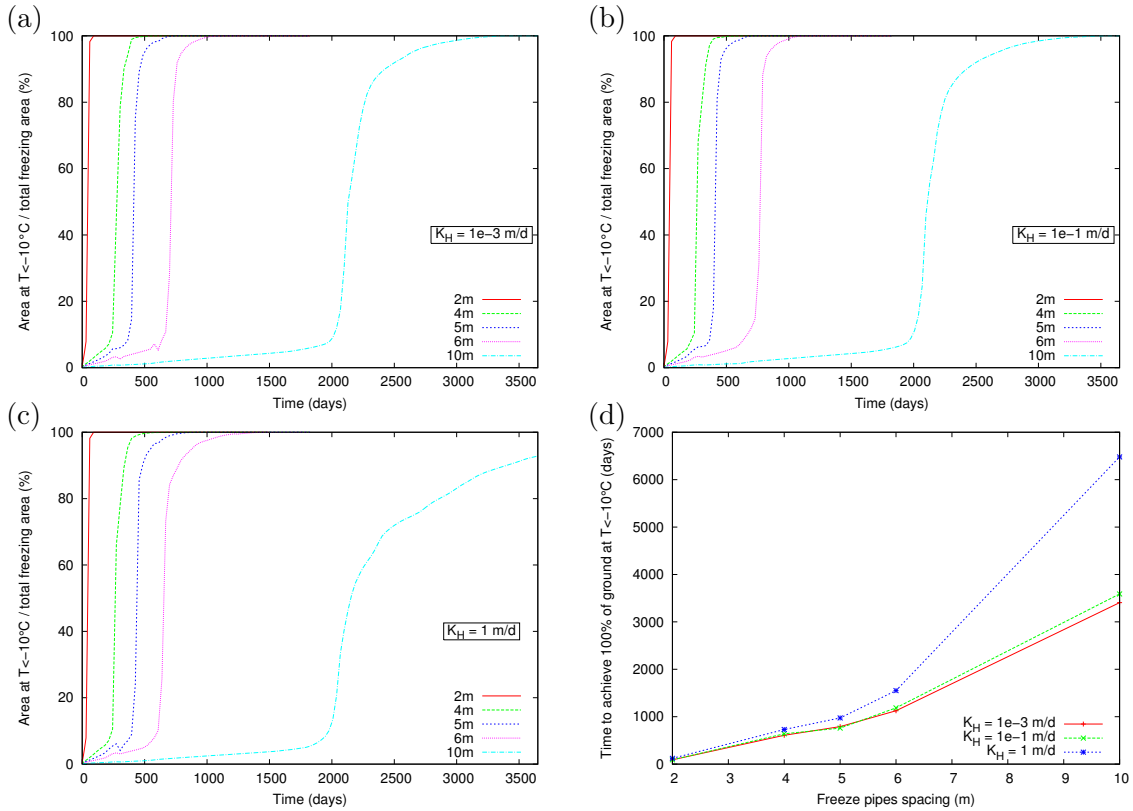

FIGURE 4.14 – Influence of the freezing pipes spacing : (a) history of the percentage of ground area at $T < -10°C$ for different spacing values and for K_H=10^{-3} m/d, (b) K_H=10^{-1} m/d, and (c) K_H=1 m/d, and (d) time to achieve 100% of ground at $T < -10°C$ with respect to the freeze pipe spacing for different hydraulic conductivity values

Figure 4.14(d) shows the time to achieve 100% of ground at $T < -10°C$ for the different spacing values. It appears that the time to freeze the whole area is not linear with respect to the freeze pipe spacing and that its derivative is an increasing function. It is indeed related to the total amount of energy extracted from the ground and is then correlated here with the number of freeze pipes, given that all the freeze pipes have the same thermal boundary conditions.

Finally, the effect of a regional seepage flow is clearly visible for a hydraulic conductivity of 1 m/d (this value would translate to a Darcy's velocity of 0.08 m/d before ground freezing). As shown in figure 4.15, the freezing front progression is asymmetrical for this velocity value and extends preferentially along the flow direction ; the ground is hotter upstream of the freezing surface than downstream. In contrast, the hydraulic conductivity variation for values lower than 1 m/d has almost no influence on the freezing front. The results obtained for K_H

$= 10^{-3}$ m/d and 10^{-1} m/d are similar. In particular, the time required to achieve 100% of ground at $T < -10°C$ is the same in both cases (figure 4.14(d)).

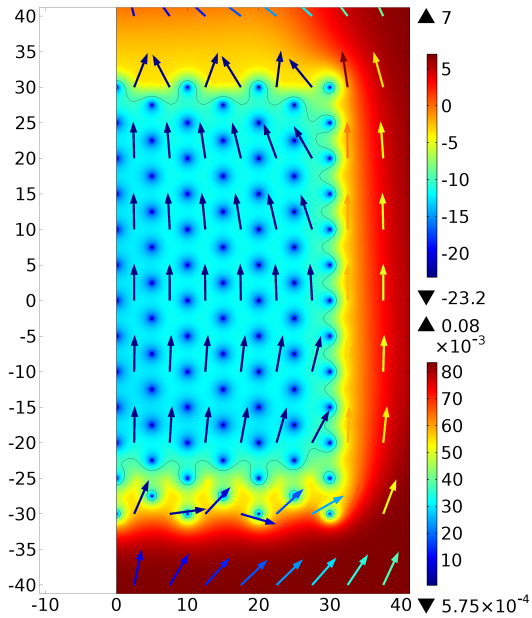

FIGURE 4.15 – Ground temperature (upper scale legend in °C), -10°C isotherm (black line), and water flow velocity (lower scale legend in m/d) after 15 months of freezing (spacing = 5 m, $K_H = 1$ m/d) (close-up of the freezing surface)

4.6 Conclusion

This paper presents the application to the case of the Cigar Lake mine of a coupled thermo-hydraulic model of a saturated porous medium subject to freezing together with a 'pipe-ground' model where the full heat transfer problem constituted by the freeze pipe and the surrounding ground is simulated. A constant-porosity approach is used for both models.

The joint use of the two models offers several possibilities : (i) to predict the evolution of artificial ground freezing with a calculation of the boundary conditions at the freeze pipe, (ii) to optimize the freeze pipe system, (iii) to evaluate the potential impacts of specific (hydro)geological conditions on the freezing progress. Field observation and modeling results show that the ground heterogeneity should be considered to predict the freezing progress and that seepage flow conditions may also impact the ground freezing process, whether the flow is due to the regional hydraulic gradient or to permeable fractures located in areas to be frozen in the vicinity of underground workings.

The two main limitations of the models presented in this paper are the full water saturation of the porous medium and the fact that the mechanical aspects are not included. It is considered that the first assumption is reasonable for the specific case of the Cigar Lake deposit. But this condition certainly does not apply to all cases and non-fully saturated conditions would deserve appropriate models. Regarding the influence of mechanics on freezing, the thermal and effective stresses have not been considered at this stage. However, the models presented in this paper include non-restrictive assumptions ($p_\lambda \neq 0$, $\rho_\lambda \neq \rho_\gamma$) in order not

to impede the integration of mechanics in complementary models designed to evaluate the potential effect of freezing on ground mechanical behavior and the stability of underground structures. Finally, it can be noted that the effects of salinity on the porous medium freezing behavior have not been considered. This is a reasonable assumption for the Cigar Lake mine, the interstitial water may be considered as totally pure. But some aquifers present high salinity levels that may largely alter the water freezing point and more generally the ground reaction to a decreasing temperature. These limitations will be addressed in future studies.

Conclusion et perspectives

C.1 Conclusion

Le comportement des milieux poreux congelés est observé et étudié depuis longtemps. Les applications de ces recherches sont en effet nombreuses, qu'elles concernent les terrains ayant été congelés de manière naturelle ou artificielle : dimensionnement d'infrastructures en zone de pergélisol, étude des impacts du changement climatique dans les régions de pergélisol, dimensionnement de systèmes de congélation artificielle des terrains pour la construction d'ouvrages de génie civil, etc. Les évolutions thermiques, hydrauliques, mécaniques ou même chimiques d'un sol gelé sont indissociables les unes des autres. Ces interactions se jouent tant à l'échelle microscopique que macroscopique et sont complexes. De nouvelles théories sont encore régulièrement proposées pour expliquer certains mécanismes observés comme celui de la cryosuccion. Mais même à supposer que tous les mécanismes soient parfaitement compris, la modélisation du comportement d'un sol soumis à congélation est pleinement délicate en raison de la forte non linéarité du problème, du couplage fort des différentes physiques et bien sûr du changement de phase en tant que tel, à l'origine de discontinuités importantes.

Cette thèse aborde le sujet des terrains gelés par l'angle de la technologie de la congélation artificielle des terrains. L'idée de la technique est de tirer profit des propriétés intéressantes des terrains gelés en termes de résistance mécanique et de perméabilité hydraulique. Plus précisément, on peut chercher à congeler artificiellement un sol ou une roche afin de l'imperméabiliser et/ou de le consolider pour, *in fine*, assurer des conditions favorables au développement d'ouvrages souterrains. C'est ce qui est exactement recherché dans le cas de la mine de Cigar Lake pour permettre l'exploitation du gisement en toute sécurité. La technique fait la plupart du temps intervenir des tuyaux régulièrement disposés dans le terrain à congeler et dans lesquels circule en continu un fluide froid extrayant la chaleur du terrain environnant. Des modèles de congélation des milieux poreux peuvent être utilisés pour prédire la progression de la congélation autour des tuyaux. Toutefois, ces modèles nécessitent l'expression de conditions aux limites à l'interface entre le terrain et les tuyaux et ces conditions ne sont en général pas connues précisément.

Les difficultés présentées dans les deux paragraphes précédents expliquent peut-être pourquoi Shuster affirmait en 1981 que la congélation artificielle des terrains « reste plus un art qu'une science ». L'objectif de cette thèse est finalement d'apporter de nouvelles propositions pour que cette déclaration ne soit plus tout à fait vraie. Pour cette recherche, nous nous sommes concentrés notamment sur le cas de la congélation artificielle des terrains dans la mine de Cigar Lake. Sur le plan physique, le site présente des spécificités ne favorisant pas la réussite sans obstacle de la technique, qui sont la très forte hétérogénéité des terrains et la présence d'écoulements potentiellement importants. Sur le plan pratique, le fait que la congélation soit réalisée sur des grandes échelles de temps et d'espace renforce l'intérêt pour des

modèles prédictifs fiables et utilisables facilement.

L'approche adoptée dans la thèse a été de diviser le problème de la congélation artificielle des terrains en deux parties. Un premier travail a cherché à représenter fidèlement le couplage des mécanismes thermiques et hydrauliques dans un milieu poreux en cours de congélation pour simuler le comportement d'un sol gelé. Le deuxième travail portait spécifiquement sur les échanges de chaleur ayant lieu entre un tuyau de congélation et le terrain qui l'entoure. Cette décomposition a permis d'assurer la simulation du problème *complet* de la congélation artificielle des terrains.

En ce qui concerne le premier travail, il est ressorti de l'étude bibliographique que les modèles thermo-hydrauliques de la congélation des milieux poreux n'étaient pas rares. Pourtant, les conditions du site de Cigar Lake correspondent à certaines hypothèses ne coïncidant généralement pas avec celles adoptées par les auteurs des modèles. De plus, il nous est apparu pertinent de développer un modèle en revenant aux fondamentaux physiques afin que toutes les hypothèses posées lors de son développement soient maîtrisées et cohérentes. Cet effort est essentiel, à la fois pour élaborer un modèle fiable, mais aussi pour se permettre de proposer des simplifications visant à renforcer la praticité d'utilisation du modèle numérique tout en n'étant pas préjudiciables à la justesse des prédictions. Enfin, toujours dans un objectif de fiabilité des résultats, le modèle se devait d'être validé par rapport à des conditions de fort écoulement.

Un modèle couplé thermo-hydraulique a donc été développé en tenant compte de ces conclusions. Les principales hypothèses restrictives considérées sont l'absence d'air dans les pores du matériau et la constance de sa porosité. Ces deux postulats sont assez grossiers et ne sont *a priori* pas forcément généralisables à tous les cas. Toutefois dans les faits, ils ne nous semblent pas porter préjudice à la pertinence des résultats du modèle lorsque celui-ci est utilisé dans un objectif de prédiction de l'évolution de la congélation dans un terrain saturé et sujet à des écoulements potentiellement importants comme à Cigar Lake, et pas par exemple pour évaluer l'impact du changement de phase sur les déformations du massif. Finalement, le modèle développé permet de représenter les principaux phénomènes physiques observés spécifiquement lors de la congélation d'un milieu poreux, à savoir l'abaissement du point de fusion de l'eau dans les pores, la diminution de la perméabilité du matériau avec la formation de la glace, la dépendance de la viscosité dynamique de l'eau surfondue par rapport à la température et l'expulsion d'eau liquide en dehors des zones gelées due à la pression induite par la dilatation volumique de l'eau lors de sa transformation en glace. Toutefois, le lecteur notera que le phénomène très particulier de la cryosuccion n'est lui pas représentable avec ce modèle puisque les deux hypothèses restrictives énoncées ci-dessus l'empêchent physiquement.

A propos du deuxième travail de la thèse, l'analyse de l'état de l'art a montré que, comme cela a été évoqué, une limite d'utilisation des modèles thermo-hydrauliques de la congélation des milieux poreux dans le cas de la congélation artificielle des terrains était la méconnaissance des conditions aux limites à la paroi des tuyaux de congélation. On a pourtant pu s'apercevoir qu'une connaissance précise de ces conditions aux limites est cruciale pour une prédiction de la congélation au plus juste. De plus, il est apparu qu'il n'existait aucune méthode pour étudier globalement l'influence des différentes conditions de congélation sur la réaction des terrains.

Un second modèle numérique a donc été mis en place afin de s'opposer à ces limites. Celui-ci simule les transferts de chaleur ayant lieu à l'intérieur d'un tuyau de congélation, dans le terrain et entre le tuyau et le terrain, au fur et à mesure de l'écoulement du fluide réfrigérant. Toutes les spécifications du système de congélation employé sont intégrées au modèle : sa géométrie, la composition de ses matériaux, les paramètres thermiques et hydrauliques du

fluide, les conditions d'injection du fluide, les propriétés du terrain. Pour ce qui est du puits, les principales hypothèses restrictives du modèle sont que seules des grandeurs moyennes sont considérées sur sa section droite, ce qui fait que par exemple des phénomènes de couche limite ne peuvent pas être représentés directement, et qu'on suppose que la chaleur est transportée uniquement par convection et pas par conduction dans le fluide, ce qui apparaît raisonnable par rapport aux débits vus en pratique. Quant à la partie terrain, une hypothèse limitante forte supplémentaire à celles exposées pour le modèle thermo-hydraulique ci-dessus est que seuls les processus de transfert thermique par conduction sont pris en compte. Cette hypothèse a été acceptée par contrainte technique dans l'implémentation numérique du modèle. Mais on se permet de croire que son impact n'est que limité par rapport à la détermination des conditions aux limites thermiques à la paroi des tuyaux de congélation. Cela reste cependant en toute rigueur à vérifier.

En définitive, il semble qu'on peut considérer que les deux modèles développés dans le cadre de la thèse apportent des réponses intéressantes aux deux enjeux qui se posaient à Cigar Lake et qui étaient, on le rappelle : 1) comment assurer immanquablement la réussite de la congélation dans un environnement où les écoulements peuvent être importants et 2) comment dimensionner un système de congélation pour des terrains aux propriétés très variées. Il a en effet été montré comment les modèles peuvent être utilisés pour prédire l'évolution de la congélation en tenant compte des interactions entre la thermique et l'hydraulique, pour optimiser le système de congélation et enfin pour évaluer les potentiels impacts de conditions géologiques, hydrogéologiques et opératoires particulières.

Nous nous sommes appliqués tout au long de leur développement à maximiser leur efficacité et plus précisément leur fiabilité (cela a été mentionné plus haut) mais aussi leur praticité. En particulier, nous nous sommes attachés à proposer des calculs numériques stables et rapides. De plus, la question du nombre de paramètres à préciser en entrée du modèle ainsi que la facilité d'accès à ces paramètres est un élément que nous avons gardé à l'esprit constamment afin qu'ils ne représentent pas une contrainte trop importante à l'utilisation des modèles. Evidemment, ces efforts sont d'autant plus importants que le nombre de terrains à intégrer dans les modèles est grand, comme c'est le cas avec le site extrêmement hétérogène de Cigar Lake.

C.2 Perspectives

La méthode de modélisation des milieux poreux congelés proposée dans ces travaux de thèse est principalement limitée par les deux hypothèses restrictives indiquées plus haut : la complète saturation en eau du milieu poreux et la non prise en compte des déformations du matériau.

Si la saturation totale des terrains est *a priori* réaliste à Cigar Lake, cette condition n'est absolument pas généralisable à tous les sites, d'autant plus proche de la surface. Les modèles proposés peuvent facilement représenter les deux extrêmes correspondant à une saturation initiale en eau égale à 0 ou 1. Mais pour ce qui est des situations intermédiaires, les mécanismes physiques seront modifiés par la présence d'air dans les pores. Des modèles prenant explicitement en compte cette configuration doivent donc être adoptés. Il est à noter que quelques modèles pouvant simuler cette possibilité existent déjà dans la littérature et pourraient être étudiés plus en détail pour en tirer parti.

Dès le début du mémoire, il a été spécifié que les aspects géomécaniques étaient mis de côté pour nos travaux. En réalité, les processus thermiques, hydrauliques et mécaniques associés à

la congélation d'un milieu poreux sont interdépendants. Il s'agit d'un couplage fort qui peut, pour la conceptualisation, se décomposer en deux relations parallèles : les conséquences de la mécanique sur la thermo-hydraulique et, inversement, celles de la thermo-hydraulique sur la mécanique. La première relation se traduit uniquement par l'influence de la variation de la porosité, due aux déformations du matériau, sur ses états thermiques et hydrauliques. Une ébauche d'estimation de cet effet a été réalisée au chapitre 2 en introduisant une fonction de la porosité par rapport à la température et la pression de l'eau liquide, considérée connue et provenant de la littérature. Il est apparu que dans les conditions de vérification de l'étude, la prise en compte de la variation de la porosité n'avait pas d'influence sur les prédictions de température dans le milieu. Cela reste toutefois à vérifier en général via la mise en place d'un modèle couplant complètement la mécanique avec la thermique et l'hydraulique. Un tel modèle permettrait en outre d'étudier la deuxième relation du couplage, soit les conséquences de la congélation sur l'état de contrainte du massif rocheux et sur la stabilité des ouvrages souterrains. A première vue, la principale difficulté du développement d'un modèle thermo-hydro-mécanique de la congélation des terrains est la détermination des lois de comportement mécanique du matériau à basse température.

Enfin, toujours par contrainte opérationnelle, il a été fait le choix d'utiliser un code de calcul du commerce pour l'exercice de notre modèle théorique de congélation des terrains. Ce logiciel, COMSOL Multiphysics, était suffisamment ouvert pour permettre l'implémentation des équations gouvernantes désirées. Toutefois, le développement de codes de calcul dédiés au problème de la congélation des milieux poreux pourrait être bénéfique en termes de performances numériques. Dans tous les cas, un travail spécifique d'optimisation numérique, permettant de gérer efficacement les difficultés liées à la non linéarité des équations, aux discontinuités spatiales et temporelles dues au changement de phase, à la convection thermique en vitesse d'écoulement élevée, aux grandes échelles de temps et d'espace, serait très certainement gratifiant.

Références

Andersland, O. et **Ladanyi, B.**, 2004. *Frozen Ground Engineering*. Wiley. 3, 15, 21, 45, 71, 80, 92, 101, 102, 131

Anderson, D. et **Morgenstern, N.**, 1973. Physics, chemistry and mechanics of frozen ground. A review. Dans *Permafrost : The North American Contribution to the 2nd International Conference on Permafrost, Yakutsk, 13-28 July*, p. 257–288. 14, 21

Anderson, D.M. et **Tice, A.R.**, 1972. Predicting unfrozen water contents in frozen soils from surface area measurements. *Highway Research Record*, 393 :12–18. 21

Arakawa, K., 1966. Theoretical studies of ice segregation in soils. *Journal of Glaciology*, 6(44) :255–260. 18

Aulbach, B., **Baier, C.** et **Ziegler, M.**, 2009. Optimization of artificial ground freezing applications for tunnelling subject to water seepage. Dans *Safe tunnelling for the city and for the environment : proceedings ITA-AITES World Tunnel Congress 2009, Budapest, Hungary May 23-28, 2009*. 63, 101

Azmatch, T., **Sego, D.**, **Arenson, L.** et **Biggar, K.**, 2012. Using soil freezing characteristic curve to estimate the hydraulic conductivity function of partially frozen soils. *Cold Regions Science and Technology*, 83-84 :103–109. 23, 24

Beaudoin, J.J. et **MacInnis, C.**, 1974. The mechanism of frost damage in hardened cement paste. *Cement and Concrete Research*, 4(2) :139 – 147. 5

Bekele, Y., 2013. Finite element modeling of thermo-hydro-mechanically (thm) coupled problems in frozen ground engineering : State-of-the-art. Dans *Computational Methods for Coupled Problems in Science and Engineering V - A Conference Celebrating the 60th Birthday of Eugenio Onate, Coupled Problems 2013*, p. 773–785. 20

Beskow, G., 1935. Soil freezing and frost heaving with special application to roads and railroads. Dans *The Swedish Geological Society*, numéro 375 (Year Book no. 3) dans C. Northwestern University Technological Institute. Traduit par J.O. Osterberg, 1991 dans Historical perspectives in frost heave research. Rapport technique, US Army Corps of Engineers, CRREL Special Report 91-23, 37-157. 10

Bishop, C.S., **Goddard, G.J.H.**, **Mainville, A.G.** et **Paulsen, E.**, 2012. Cigar Lake Project - Northern Saskatchewan, Canada. Rapport technique, Cameco Corporation. 4, 41, 51

Blanchard, D. et **Fremond, M.**, 1985. Soils frost heaving and thaw settlement. Dans S. Kinosita et M. Fukuda, réds., *Ground Freezing 85*, p. 209–216. Balkema, Rotterdam. 20, 21

Blanchard, D., **Fremond, M.** et **Levy, M.**, 1988. Comportement des sols et massifs rocheux á basse température. Dans P. Berest et P. Weber, réds., *La Thermomécanique des roches*. Ed. du BRGM. 90, 91

Boukpeti, N. et **Thimus, J.F.**, 2006. Freezing of fractured porous materials. Dans *Cold Region Engineering - Current Practices in Cold Regions Engineering*. 20

Brooks, R.H. et **Corey, A.T.**, 1966. Properties of porous media affecting fluid flow. *Journal of the Irrigation and Drainage division*, 92(2) :61–88. 22, 24

Carslaw, H. et **Jaeger, J.**, 1959. *Conduction of heat in solids*. Oxford science publications. Clarendon Press. 16, 83

Cary, J. et **Mayland, H.**, 1972. Salt and water movement in unsaturated frozen soil. *Soil Sci Soc Am Proc*, 36(4) :549–555. 17, 24

Christoffersen, P. et **Tulaczyk, S.**, 2003. Response of subglacial sediments to basal freeze-on 1. theory and comparison to observations from beneath the west antarctic ice sheet. *Journal of Geophysical Research B: Solid Earth*, 108(B4). 17, 18

Clapp, R.B. et **Hornberger, G.M.**, 1978. Empirical equations for some soil hydraulic properties. *Water Resources Research*, 14(4) :601–604. 22

Côté, H., 2003. *Comportement thermo-hydro-mécanique de géomatériaux poreux*. Thèse de doctorat, Université Catholique de Louvain. 11

Côté, J. et **Konrad, J.M.**, 2005. A generalized thermal conductivity model for soils and construction materials. *Canadian Geotechnical Journal*, 42(2) :443–458. 25, 79, 107, 127

Coussy, O., 2005. Poromechanics of freezing materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 53(8) :1689–1718. 14, 24, 71, 79, 80

Coussy, O., 2010. *Mechanics and Physics of Porous Solids*. John Wiley & Sons. 14

Dall'Amico, M., 2010. *Coupled water and heat transfer in permafrost modeling*. Thèse de doctorat, University of Trento. 18, 20, 21, 22, 24, 27, 107

Dall'Amico, M., **Endrizzi, S.**, **Gruber, S.** et **Rigon, R.**, 2011. A robust and energy-conserving model of freezing variably-saturated soil. *The Cryosphere*, 5 :469–484. 18, 19, 24, 72, 76, 80

Dash, J., **Rempel, A.** et **Wettlaufer, J.**, 2006. The physics of premelted ice and its geophysical consequences. *Reviews of Modern Physics*, 78(3) :695–741. 14, 15

Domaschuk, L., **Knutsson, S.S.**, **Shields, D.** et **Rahman, M.**, 1985. Creep of frozen sand under isotropic and deviatoric components of stress. *Journal of Energy Resources Technology of ASME*, 107(2) :199–203. 20

Domaschuk, L., **Shields, D.** et **Rahman, M.**, 1991. A model for attenuating creep of frozen sand. *Cold Regions Science and Technology*, 19(2) :145–161. 20

Fabbri, A., 2006. *Physico-mécanique des matériaux cimentaires soumis au gel-dégel.* Thèse de doctorat, Université de Marne-La-Vallée. 11

Fabbri, A., **Fen-Chong, T.**, **Azouni, A.** et **Thimus, J.F.**, 2009. Investigation of water to ice phase change in porous media by ultrasonic and dielectric measurements. *Journal of Cold Regions Engineering*, 23(2) :69–90. 120

Fen-Chong, T., 2008. Durabilité sous percolation et/ou cristallisation confinée en milieu poreux. Mémoire d'Habilitation à Diriger des Recherches. 21, 24

Fredlund, D., **Xing, A.** et **Huang, S.**, 1994. Predicting the permeability function for unsaturated soils using the soil-water characteristic curves. *Canadian Geotechnical Journal*, 31(4) :533–546. 24

Fremond, M. et **Mikkola, M.**, 1991. Thermomechanical modeling of freezing soil. Dans X. Yu et C. Wang, réds., *Ground freezing 91 : Proceedings of the International Symposium on Ground Freezing, 6th, Beijing. 10-12 Sept. 1991*, p. 17–24. A.A. Balkema Publishers, Rotterdam. 18, 20

Frivik, P., 1981. State-of-the-art report. ground freezing: thermal properties, modelling of processes and thermal design. *Engineering Geology*, 18(1-4) :115–133. 101, 102

Fuchs, M., **Campbell, G.** et **Papendick, R.**, 1978. Analysis of sensible and latent heat flow in a partially frozen unsaturated soils. *Soil Science Society of America Journal*, 42(3) :379–385. 17

Gardner, W.R., 1958. Some steady-state solutions of the unsaturated flow equation with application to evaporation from a water table. *Soil Science*, 85(4) :228–232. 22, 24

Gens, A., 2010. Soil-environment interactions in geotechnical engineering. *Géotechnique*, 60(1) :3–74. 25

van Genuchten, M.T., 1980. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. *Soil Science Society of America Journal*, 44 :892–898. 22, 24, 35, 36, 76, 107

Ghoreishi-Madiseh, S., **Hassani, F.**, **Mohammadian, A.** et **Abbasy, F.**, 2011. Numerical modeling of thawing in frozen rocks of underground mines caused by backfilling. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 48(7) :1068–1076. 41

Gilpin, R.R., 1980. A model for the prediction of ice lensing and frost heave in soils. *Water Resources Research*, 16(5) :918–930. 19

Gioda, G., **Locatelli, L.** et **Gallavresi, F.**, 1994. A numerical and experimental study of the artificial freezing of sand. *Canadian Geotechnical Journal*, 31 :1–11. 101, 102

Gnielisnki, V., 1976. New equations for heat and mass transfer in turbulent pipe and channel flow. *International Chemical Engineering*, 16 :359–368. 48, 105

Grant, S.A., 2000. Physical and chemical factors affecting contaminant hydrology in cold environments. Rapport technique, US Army Corps of Engineers, ERDC/CRREL, TR-00-21. 36, 79, 127

Hansson, K. et **Lundin, L.C.**, 2006. Equifinality and sensitivity in freezing and thawing simulations of laboratory and in situ data. *Cold Regions Science and Technology*, 44(1) :20–37. 19, 24

Hansson, K., **Šimůnek, J.**, **Mizoguchi, M.**, **Lundin, L.C.** et **van Genuchten, M.T.**, 2004. Water flow and heat transport in frozen soil. *Vadose Zone Journal*, 3(2) :693–704. 17, 18, 19, 72, 76, 80, 101, 107

Harlan, R.L., 1973. Analysis of coupled heat-fluid transport in partially frozen soil. *Water Resources Research*, 9 :1314–1323. 17, 18, 19, 24, 71, 101, 108, 125

He, P., **Zhu, Y.** et **Cheng, G.**, 2000. Constitutive models of frozen soil. *Canadian Geotechnical Journal*, 37(4) :811–816. 20

IAWPS, 2009a. Revised release on the equation of state 2006 for h2o ice ih. Rapport technique, The International Association for the Properties of Water and Steam. 32

IAWPS, 2009b. Revised release on the iapws formulation 1995 for the thermodynamic properties of ordinary water substance for general and scientific uses. Rapport technique, The International Association for the Properties of Water and Steam. 32

IAWPS, 2011. Revised release on the pressure along the melting and sublimation curves of ordinary water substance. Rapport technique, The International Association for the Properties of Water and Steam. 77, 78, 79, 165

Jame, Y.W., 1977. *Heat and mass transfer in freezing unsaturated soil.* Thèse de doctorat, University of Saskatchewan. 21

Jame, Y.W. et **Norum, D.I.**, 1980. Heat and mass transfer in a freezing unsaturated porous medium. *Water Resources Research*, 16(4) :811–819. 19, 108

Jefferson, C., **Thomas, D.**, **Gandhi, S.**, **Ramaekers, P.**, **Delaney, G.**, **Brisbin, D.**, **Cutts, C.**, **Quirt, D.**, **Portella, P.** et **Olson, R.**, 2007. *Mineral Deposits of Canada : A Synthesis of Major Deposit-Types, District Metallogeny, the Evolution of Geological Provinces, and Exploration Methods*, chapitre Unconformity-associated uranium deposits of the Athabasca Basin, Saskatchewan and Alberta, p. 273–305. Geological Association of Canada, Mineral Deposits Division, Special Publication No. 5. 1, 2, 131, 163

Jessberger, H. et **Makowski, E.**, 1981. Optimization of the freeze pipe arrangement and the necessary refrigeration plant capacity by a femcomputer program. *Engineering Geology*, 18(1-4) :175–188. 46

Jiang, B.N. et **Povinelli, L.A.**, 1990. Least-squares finite element method for fluid dynamics. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 81(1) :13–37. 109

Johansen, O., 1975. *Thermal conductivity of soils.* Thèse de doctorat, University of Trondheim, Trondheim, Norway. US Army Corps of Engineers, Cold Regions Research and Engineering Labora- tory, Hanover, N.H. CRREL Draft English Translation 637. 25, 132

Kaviany, M., 1995. *Principles of Heat Transfer in Porous Media.* 25

Kay, B.D. et **Groenevelt, P.H.**, 1974. On the Interaction of Water and Heat Transport in Frozen and Unfrozen Soils: I. Basic Theory; The Vapor Phase. *Soil Science Society of America Journal*, 38(3) :395–400. 20

Khakimov, K.R., 1966. *Artificial Freezing of Soils, Theory and Practice.* Israel Program for Scientific Translations. 101, 102

Kim, K., 2011. *Multi-dimensional frost heave modeling with SP porosity growth functions.* Thèse de doctorat, University of Alaska Fairbanks. 91

Knutson, A., 1973. Theory and experience regarding frost penetration and frost heaving. Dans *OECD Symposium, Frost Action on roads, Paris*, p. 223–233. 18

Konrad, J. et **Morgenstern, N.**, 1981. The segregation potential of a freezing soil. *Canadian geotechnical journal*, 18 :482–491. 17, 18

Konrad, J.M., 1980. *Frost heave mechanics.* Thèse de doctorat, University of Alberta. 18

Konrad, J.M. et **Morgenstern, N.**, 1982. Effects of applied pressure on freezing soils. *Canadian Geotechnical Journal*, 19(4) :494–505. 18, 76

Koopmans, R.W.R. et **Miller, R.D.**, 1966. Soil freezing and soil water characteristic curves. *Soil Science Society of America Proceedings*, 30 :680–685. 22, 76, 107

Kozlowski, T., 2007. A semi-empirical model for phase composition of water in clay-water systems. *Cold Regions Science and Technology*, 49(3) :226–236. 21

Kujala, K., 1997. Estimation of frost heave and thaw weakening by statistical analyses and physical models. Dans *Proceedings of the International Symposium on Ground Freezing and Frost Action in Soils. Luleå, Sweden 15-17 April 1997*, p. 31–41. 18, 19

Kurylyk, B.L., **McKenzie, J.M.**, **MacQuarrie, K.T.** et **Voss, C.I.**, 2014. Analytical solutions for benchmarking cold regions subsurface water flow and energy transport models: One-dimensional soil thaw with conduction and advection. *Advances in Water Resources*, 70(0) :172–184. 17, 82, 85

Kurylyk, B.L. et **Watanabe, K.**, 2013. The mathematical representation of freezing and thawing processes in variably-saturated, non-deformable soils. *Advances in Water Resources*, 60(0) :160–177. 17, 18, 21, 22, 24, 25, 71, 76, 107, 125

Ladanyi, B., 1972. An engineering theory of creep of frozen soils. *Canadian Geotechnical Journal*, 9(1) :63–80. 20

Lai, Y., **Jin, L.** et **Chang, X.**, 2009. Yield criterion and elasto-plastic damage constitutive model for frozen sandy soil. *International Journal of Plasticity*, 25(6) :1177–1205. 20

Lai, Y., **Li, J.** et **Li, Q.**, 2012. Study on damage statistical constitutive model and stochastic simulation for warm ice-rich frozen silt. *Cold Regions Science and Technology*, 71(0) :102–110. 20

Lai, Y., **Li, S.**, **Qi, J.**, **Gao, Z.** et **Chang, X.**, 2008. Strength distributions of warm frozen clay and its stochastic damage constitutive model. *Cold Regions Science and Technology*, 53(2) :200–215. 20

Lai, Y., **Yugui, Y.**, **Xiaoxiao, C.** et **Shuangyang, L.**, 2010. Strength criterion and elastoplastic constitutive model of frozen silt in generalized plastic mechanics. *International Journal of Plasticity*, 26(10) :1461–1484. 20

Li, D.W., **Fan, J.H.** et **Wang, R.H.**, 2011. Research on visco-elastic-plastic creep model of artificially frozen soil under high confining pressures. *Cold Regions Science and Technology*, 65(2) :219–225. 20

Li, N., **Chen, F.**, **Su, B.** et **Cheng, G.**, 2002. Theoretical frame of the saturated freezing soil. *Cold Regions Science and Technology*, 35(2) :73–80. 20

Li, Q., **Sun, S.** et **Xue, Y.**, 2010. Analyses and development of a hierarchy of frozen soil models for cold region study. *Journal of Geophysical Research D: Atmospheres*, 115(3) :1–18. 18, 71, 125

Li, S., **Lai, Y.**, **Zhang, S.** et **Liu, D.**, 2009. An improved statistical damage constitutive model for warm frozen clay based on mohr-coulomb criterion. *Cold Regions Science and Technology*, 57(2-3) :154–159. 20

Liu, Q., **Xu, G.** et **Wu, Y.**, 2008. The thermo-hydro coupled model of low-temperature rock in consideration of phase change. *Advanced Materials Research*, 33-37 :645–650. 24

Liu, Z., **Sun, Y.** et **Yu, X.**, 2012a. Theoretical basis for modeling porous geomaterials under frost actions: A review. *Soil Science Society of America Journal*, 76(2) :313–330. 17, 18, 21, 24, 71, 76, 107, 125

Liu, Z. et **Yu, X.**, 2011. Coupled thermo-hydro-mechanical model for porous materials under frost action: theory and implementation. *Acta Geotechnica*, 6 :51–65. 18, 90, 101

Liu, Z., **Zhang, B.**, **Yu, X.**, **Zhang, B.** et **Tao, J.**, 2012b. A new method for soil water characteristic curve measurement based on similarities between soil freezing and drying. *Geotechnical Testing Journal*, 35(1). 23

Loch, J.P.G., 1978. Thermodynamic equilibrium between ice and water in porous media. *Soil Science*, 126 :77–80. 20

Lopez-Pacheco, A., 2014. Jet boring takes off at cigar lake : A difficult uranium deposit inspires the creation of a new mining method in the athabasca basin. *CIM Magazine*, 9(1) :36–37. 125

Luckner, L., **Van Genuchten, M.** et **Nielsen, D.**, 1989. A consistent set of parametric models for the two-phase flow of immiscible fluids in the subsurface. *Water Resources Research*, 25(10) :2187–2193. 24, 79

Lunardini, V., 1998. Effect of convective heat transfer on thawing of frozen soil. Dans A.G. Lewkowicz et M. Allard, réds., *Proceedings of the seventh international conference on permafrost. Yellowknife, Canada, 23-27 June 1998*, p. 689–695. 17, 84, 85

Lunardini, V.J., 1981. *Heat transfer in cold climates.* New York : Van Nostrand Reinhold Co. 25

Malekzadeh, H., **Edwards, D.** et **Harris, F.**, 2005. Simulating the ground freezing process: a decision support models. *Journal of Construction Research*, 06 :107–121. 101

Marion, G.M., 1995. Freeze-thaw processes and soil chemistry. Rapport technique, US Army Corps of Engineers Cold Regions Research and Engineering Laboratory. 15

Marvillet, C., 2003. Fluides frigoporteurs propriétés. *Techniques de l'ingénieur, Génie énergétique [BE9572]*, p. 1–17. 118, 169

McKenzie, J.M., **Voss, C.I.** et **Siegel, D.I.**, 2007. Groundwater flow with energy transport and water-ice phase change: Numerical simulations, benchmarks, and application to freezing in peat bogs. *Advances in Water Resources*, 30(4) :966–983. 17, 18, 19, 21, 23

Michalowski, R.L. et **Zhang, Y.**, 2013. Multi-scale process of soil freezing, thawing, and thaw-settlement. Rapport technique, U.S. Army Research Office. 90, 91

Michalowski, R.L. et **Zhu, M.**, 2006. Frost heave modelling using porosity rate function. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 30(8) :703–722. 90

Miller, R., 1966. Phase-equilibria and soil freezing. Dans *Permafrost International Conference : Proceedings*, Publication (National Research Council (U.S.))), p. 193–197. National Academy of Sciences-National Research Council. 22

Miller, R., 1972. Freezing and heaving of saturated and unsaturated soils. *Highway Research Record*, (39) :1–11. 19

Miller, R.D., 1973. Soil freezing in relation to pore water pressure and temperature. Dans *Permafrost : North American contribution to the Second International Conference on Permafrost, Yakutsk, USSR, 13-28 July*, p. 344–352. 17

Miller, R.D., 1978. Frost heaving in non-colloidal soils. Dans *Proceedings of the 3rd International Conference on Permafrost, National Research Council of Canada, Edmonton, Alberta*, p. 708–713. 19

Mualem, Y., 1976. New model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media. *Water Resources Research*, 12(3) :513–522. 24, 36, 79, 127

Neaupane, K. et **Yamabe, T.**, 2001. A fully coupled thermo-hydro-mechanical nonlinear model for a frozen medium. *Computers and Geotechnics*, 28(8) :613–637. 20, 90

Neaupane, K., **Yamabe, T.** et **Yoshinaka, R.**, 1999. Simulation of a fully coupled thermo-hydro-mechanical system in freezing and thawing rock. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 36(5) :563–580. 101

Newman, G., 2003. Case study : Thermal analysis of artificial ground freezing at the mcarthur river uranium mine. *Geotechnical News*, 35 :60–63. 101

Newman, G., **Newman, L.**, **Chapman, D.** et **Harbicht, T.**, 2011. Artificial ground freezing : An environmental best practice at cameco uranium mining operations in northern saskatchewan, canada. Dans *Rüde, R. T., Freund, A. & Wolkersdorfer, Ch. : Mine Water - Managing the Challenges.* 125

Newman, G.P., 1995. *Heat and mass transfer in unsaturated soils during freezing.* Thèse de maître, University of Saskatchewan Saskatoon, Canada. 18, 21

Newman, G.P. et **Wilson, G.W.**, 1997. Heat and mass transfer in unsaturated soils during freezing. *Canadian geotechnical journal*, 34 :63–70. 17, 19, 24, 108

Nield, D.A. et **Bejan, A.**, 2006. *Convection in Porous Media.* 25

Nishimura, S., **Gens, A.**, **Olivella, S.** et **Jardine, R.**, 2009. THM-coupled finite element analysis of frozen soil: Formulation and applications. *Géotechnique*, 59(3) :159–171. 20, 24, 76, 79, 80, 90, 101, 107

Nixon, J.F., 1975. The role of convective heat transport in the thawing of frozen soils. *Canadian Geotechnical Journal*, 12(3) :425–429. 17

Nixon, J.F.D., 1991. Discrete ice lens theory for frost heave in soils. *Canadian Geotechnical Journal*, 28(6) :843–859. 18, 23

O'Neill, K. et **Miller, R.**, 1985. Exploration of a rigid ice model of frost heave. *Water Resources Research*, 21(3) :281–296. 17, 18, 19

Özgümüş, T., **Mobedi, M.**, **Özkol, U.** et **Nakayama, A.**, 2011. Thermal dispersion in porous media - a review on approaches in experimental studies. Dans *6th International Advanced Technologies Symposium (IATS'11), 16-18 May 2011, Elazig, Turkey.* 25

Pagel, M., 1975. Détermination des conditions physico-chimiques de la silicification diagénétique des grès Athabasca (Canada) au moyen des inclusions fluides. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences (Paris)*, 280 :2301–2304. 131

Painter, S., 2011. Three-phase numerical model of water migration in partially frozen geological media: model formulation, validation, and applications. *Computational Geosciences*, 15 :69–85. 18, 19, 24, 79

Perfect, E., **Groenevelt, P.** et **B.D., K.**, 1991. *Transport Processes in Porous Media*, chapitre Transport Phenomena in frozen porous media, p. 243–270. Springer Netherlands. 26, 27

Petukhov, B., 1970. Heat transfer and friction in turbulent pipe flow with variable physical properties. *Advances in Heat Transfer*, 6 :503–564. 48, 105

Piltner, R. et **Monteiro, P.J.**, 2000. Stress analysis of expansive reactions in concrete. *Cement and Concrete Research*, 30(6) :843 – 848. 5

Pimentel, E., **Papakonstantinou, S.** et **Anagnostou, G.**, 2012a. Numerical interpretation of temperature distributions from three ground freezing applications in urban tunnelling. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 28(0) :57–69. 72, 101

Pimentel, E., **Sres, A.** et **Anagnostou, G.**, 2012b. Large-scale laboratory tests on artificial ground freezing under seepage-flow conditions. *Géotechnique*, 62(3) :227–241. 72, 85, 86, 87, 88, 89, 91, 125, 165

de Porcellinis, P. et **Rojo, J.**, 1981. Brine substitute liquids for soil freezing at very low temperatures. *Engineering Geology*, 18(1-4) :203–210. 67

Qi, J., **Wang, S.** et **Yu, F.**, 2013. A review on creep of frozen soils. Dans Q. Yang, J.M. Zhang, H. Zheng et Y. Yao, réds., *Constitutive Modeling of Geomaterials*, Springer Series in Geomechanics and Geoengineering, p. 129–133. Springer Berlin Heidelberg. 20

Rempel, A., 2007. Formation of ice lenses and frost heave. *Journal of Geophysical Research F: Earth Surface*, 112(2) :1–17. 15, 26

Rogers, E. et **Stefl, B.**, 1993. Ethylene glycol : Its use in thermal storage and its impact on the environment. tome 99, p. 941–949. 67

Rouabhi, A. et **Tijani, M.**, 2012. Problèmes Thermodynamiques liés aux stockage de fluides dans des cavités souterraines. Notice de conception de CASTER. Rapport technique, Centre de Géosciences - Mines ParisTech. 108

Rouabhi, A., **Tijani, M.**, **Stab, O.**, **Charnavel, Y.** et **You, T.**, 2008. A semi-analytical approach for modelling heat transfer during salt-cavern leaching process. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 32(13) :1617–1634. 102

Schmall, P.C. et **Maishman, D.**, 2007. Ground freezing a proven technology in mine shaft sinking. *Mining Engineering*, 59 :25–30. 3

Selvadurai, A., **Hu, J.** et **Konuk, I.**, 1999a. Computational modelling of frost heave induced soil-pipeline interaction: I. Modelling of frost heave. *Cold Regions Science and Technology*, 29(3) :215–228. 20

Selvadurai, A., **Hu, J.** et **Konuk, I.**, 1999b. Computational modelling of frost heave induced soil-pipeline interaction: II. Modelling of experiments at the caen test facility. *Cold Regions Science and Technology*, 29(3) :229–257. 20

Sheshukov, A.Y. et **Nieber, J.L.**, 2011. One-dimensional freezing of nonheaving unsaturated soils: Model formulation and similarity solution. *Water Resources Research*, 47 :1–17. 18, 19, 24, 26, 27, 72

Shuster, J.A., 1981. Engineering quality assurance for construction ground freezing. *Engineering Geology*, 18(1-4) :333–350. 147

Smith, T.L., 2006. *Influence of artificial ground freezing on the deformation of a deep excavation in hard rock*. Thèse de maître, University of Saskatchewan. 26

Spaans, E. et **Baker, J.**, 1996. The soil freezing characteristic: Its measurement and similarity to the soil moisture characteristic. *Soil Science Society of America Journal*, 60(1) :13–19. 19, 22

Sres, A., 2009. *Theoretische und experimentelle Untersuchungen zur künstlichen Bodenvereisung im strömenden Grundwasser*. Thèse de doctorat, ETH Zurich. 27, 71, 72, 125

Takashi, T., **Yamamoto, H.and Ohrai, T.** et **Masuda, M.**, 1978. Effect of penetration rate of freezing and confining stress on the frost heave ratio of soil. Dans *Proceedings, Third International Conference on Permafrost, Edmonton, Alberta, Canada*, p. 737–742. 18

Tan, X., **Chen, W.**, **Tian, H.** et **Cao, J.**, 2011. Water flow and heat transport including ice/water phase change in porous media: Numerical simulation and application. *Cold Regions Science and Technology*, 68(1-2) :74–84. 17, 18, 19, 24, 72, 108

Taylor, G.S. et **Luthin, J.N.**, 1978. A model for coupled heat and moisture transfer during soil freezing. *Canadian Geotechnical Journal*, 15(4) :548–555. 18, 19

Thimus, J. F., **J.F.** et **Henriet, G.**, 1991. Influence of first phase change on the rheological behavior of clay between 0 and -5°C. Dans *Offshore Mechanics and Arctic Engineering*. 5, 11

Vitel, M., **Rouabhi, A.**, **Tijani, M.** et **Guérin, F.**, 2015. Modeling heat transfer between a freeze pipe and the surrounding ground during artificial ground freezing activities. *Computers and Geotechnics*, 63(0) :99–111. 6, 92, 98, 125, 126, 128, 129

Vitel, M., **Rouabhi, A.**, **Tijani, M.** et **Guérin, F.**, 2016a. Modeling heat and mass transfer during ground freezing subjected to high seepage velocities. *Computers and Geotechnics*, 73 :1 – 15. 6, 125, 126, 127

Vitel, M., **Rouabhi, A.**, **Tijani, M.** et **Guérin, F.**, 2016b. Thermo-hydraulic modeling of artificial ground freezing: Application to an underground mine in fractured sandstone. *Computers and Geotechnics*, 75 :80 – 92. 6

Watanabe, K. et **Flury, M.**, 2008. Capillary bundle model of hydraulic conductivity for frozen soil. *Water Resources Research*, 44(12) :1–9. 17, 18, 19

Whitaker, S., 1999. *The Method of Volume Averaging*. Theory and Applications of Transport in Porous Media. Springer Netherlands. 74

Williams, P.J. et **Smith, M.W.**, 1989. *The frozen earth fundamentals of geocryology*. Studies in polar research. Cambridge University Press, Cambridge. 11, 12, 13, 71, 92, 163

Yang, Y., **Lai, Y.**, **Dong, Y.** et **Li, S.**, 2010. The strength criterion and elastoplastic constitutive model of frozen soil under high confining pressures. *Cold Regions Science and Technology*, 60(2) :154–160. 20

Yershov, E.D. et **Williams, P.J.**, 1998. *General geocryology*. Studies in polar research. Cambridge University Press, Cambridge New York. 11, 12, 131, 163

Yokoo, M., **Shibazaki, M.**, **Yoshida, H.**, **Souma, H.**, **Ousaka, A.**, **Kusano, K.** et **Horii, K.**, 2005. Prediction and improvement of artificial ground freezing. Dans *Proceedings of the American Society of Mechanical Engineers Fluids Engineering Division Summer Conference*, tome 2, p. 369–372. 101

Zhang, X. et **Sun, S.**, 2011. The impact of soil freezing/thawing processes on water and energy balances. *Advances in Atmospheric Sciences*, 28(1) :169–177. 24

Zhao, L., **Gray, D.M.** et **Male, D.H.**, 1997. Numerical analysis of simultaneous heat and mass transfer during infiltration into frozen ground. *Journal of Hydrology*, 200(1-4) :345–363. 17

Zhou, M. et **Meschke, G.**, 2013. A three-phase thermo-hydro-mechanical finite element model for freezing soils. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 37(18) :3173–3193. 71

Table des figures

I.1 Schéma de principe du contexte régional des gisements d'uranium de type discordance du bassin de l'Athabasca (coupe EW, pas à l'échelle) (redessiné d'après Jefferson *et al.* [2007] 2

I.2 Coupe géologique NS du gisement de Cigar Lake (traduit et adapté de Jefferson *et al.* [2007] 2

I.3 Système de congélation schématique utilisé à Cigar Lake (coupe EW, pas à l'échelle) 4

1.1 Courbe typique de refroidissement d'un corps pur à taux constant d'extraction de la chaleur 11

1.2 Courbes de refroidissement d'un sable et d'une argile. Source : Yershov et Williams [1998] 12

1.3 Teneur en eau non gelée d'une argile (chlorite-illite) congelée en fonction de la température. Les valeurs ont été obtenues pour deux échantillons, l'un avec une teneur massique en eau totale de 32% (courbe pointillée) et l'autre de 23% (courbe continue). Source : Williams et Smith [1989] 13

1.4 Couplage des phénomènes thermiques, hydrauliques et mécaniques lors de la congélation d'un milieu poreux 15

1.5 Température du terrain (°C), contour de l'isotherme -10°C (ligne noire) et vitesse d'écoulement de l'eau (m/j) après 15 mois de congélation (configuration « optimisée », $K_H = 1\,\mathrm{m/j}$) (gros plan sur la surface de congélation) 38

1.6 Historique du pourcentage de terrain à $T < -10°\mathrm{C}$, avec $K_H = 1 \cdot 10^{-3}$, $1 \cdot 10^{-1}$ et $1\,\mathrm{m/j}$, pour la configuration régulière en quinconce avec un espacement de $5\,\mathrm{m}$ étudiée au paragraphe 4.5 et pour une configuration présentant un mur serré de tuyaux de congélation sur le tour de la zone à congeler 39

1.7 Importance du choix de la température cible définissant le critère de congélation : a) historique du pourcentage de terrain à $T < T_{\mathrm{cible}}$ pour différents espacements et b) temps pour atteindre 100% de terrain à $T < T_{\mathrm{cible}}$ en fonction de l'espacement des tuyaux dans la configuration régulière en quinconce étudiée au paragraphe 4.5 avec $K_H = 1 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m/j}$ et avec $T_{\mathrm{cible}} = -10°\mathrm{C}$ et $-7°\mathrm{C}$ 40

1.8 Disposition des tuyaux de congélation et des forages de mesure de la température des terrains pour le puits n° 2 (données Cameco ; vue en plan simplifiée à l'altitude 1018 m) 42

1.9 Historique des températures mesurées à différentes profondeurs par les capteurs du T775V-040 43

1.10 Historique de la température du terrain à 2 m du tuyau de congélation considérant (a) $T_{\text{réfr}} = -40°\text{C}$, $-30°\text{C}$ et $-20°\text{C}$ avec $\hbar = 50\,\text{W/m}^2/\text{K}$ et (b) $\hbar = 25$, 50 et $75\,\text{W/m}^2/\text{K}$ avec $T_{\text{réfr}} = -30°\text{C}$ 47
1.11 Coupe verticale schématique d'un tuyau de congélation utilisé à Cigar Lake présentant la zone « passive » isolée et la zone « active » non isolée avec les diamètres internes et externes des différents tubes (en mm) (pas à l'échelle) . 51
1.12 Influence de l'isolation dans le cas de Cigar Lake : a) profil du rayon de l'isotherme -10°C adimensionné après 1 an et 4 ans de congélation et b) historique de la puissance extraite du terrain avec et sans isolation 53
1.13 Influence de l'isolation dans le cas de Cigar Lake : a) profil de la température dans le tube central, dans l'annulaire et à la paroi du puits après 0.3 jour de congélation et b) historique de la température en bas du puits et en sortie du puits avec et sans isolation 54
1.14 Coupe verticale schématique d'un tuyau de congélation similaire à ceux utilisés à Cigar Lake mais avec isolation à l'extérieur (pas à l'échelle) 55
1.15 Amélioration de l'isolation dans le cas de Cigar Lake : a) profil du rayon de l'isotherme -10°C adimensionné après 1 an et 4 ans de congélation et b) historique de la puissance extraite du terrain avec isolation, sans isolation et avec isolation extérieure 56
1.16 Amélioration de l'isolation dans le cas de Cigar Lake : historique de la température en bas du puits et en sortie du puits avec isolation intérieure, sans isolation et avec isolation extérieure 57
1.17 Amélioration de l'isolation dans le cas de Cigar Lake : a) profil du rayon de l'isotherme -10°C adimensionné après 1 an et 4 ans de congélation et b) historique de la puissance extraite du terrain avec isolation, sans isolation et avec un « casing » constitué d'air dans la zone passive 58
1.18 Amélioration de l'isolation dans le cas de Cigar Lake : historique de la température en bas du puits et en sortie du puits avec isolation, sans isolation et avec un « casing » constitué d'air dans la zone passive 59
1.19 Influence de la température du réfrigérant dans le cas de Cigar Lake : a) rayon minimal de l'isotherme -10°C adimensionné dans la zone active et b) puissance extraite du terrain en fonction de la température du réfrigérant à plusieurs dates 60
1.20 Influence du débit du réfrigérant dans le cas de Cigar Lake : a) rayon minimal de l'isotherme -10°C adimensionné dans la zone active et b) puissance extraite du terrain en fonction du débit du réfrigérant à plusieurs dates 61
1.21 a) Coefficient de transfert de chaleur par convection $\hbar_{aw}$ de la zone active et différence de température entre l'annulaire et la paroi $\Delta T = T_a - T_w$ en haut de la zone active ($z = 400\,\text{m}$) et b) température en bas du puits en fonction du débit du réfrigérant dans le cas de Cigar Lake 62
1.22 Influence du réfrigérant dans le cas de Cigar Lake : a) historique du rayon minimal de l'isotherme -10°C adimensionné dans la zone active et b) historique de la puissance extraite du terrain pour sept réfrigérants différents 64
1.23 Influence du diamètre du tuyau dans le cas de Cigar Lake : a) rayon minimal de l'isotherme -10°C dans la zone active et b) puissance extraite du terrain en fonction du diamètre externe du puits de congélation à plusieurs dates 65

1.24 Historique de la température de la saumure à la sortie du puits pour le Surface Freezing Test simulé au chapitre 4 : comparaison entre le résultat numérique et la mesure à l'usine moins 1°C 67

2.1 $p_{\lambda\gamma}(T)$ after IAWPS [2011] and its linear approximation 78
2.2 $L_{\lambda\gamma}(T)$ and its linear approximation 78
2.3 (a) Geometry and boundary conditions of a 3D model for the study of the influence of the shape S_λ function (not to scale) and (b) plan view at z=0.6 m with the locations L1, L2, L3 and L4 81
2.4 Study of the influence of the S_λ function shape : (a) S_λ functions considered in the model and (b) history of the ground temperature at four locations (L1, L2, L3 and L4) 82
2.5 Comparison between numerical and analytical solutions for the Neumann problem : temperature profile after 10, 50 and 100 days 84
2.6 Comparison between numerical and analytical solutions for the Lunardini problem : history of the melting front position 86
2.7 (a) Dimensions and boundary conditions of the model representing Pimentel *et al.* [2012b] experiments and (b) plan view at half the height of the model (z=0.6 m) with location of sensors (after Pimentel *et al.* [2012b]) 87
2.8 Adjustment of the S_λ function parameters with the function used by Pimentel *et al.* [2012b] 87
2.9 Comparison between numerical solution and experiment measurements from Pimentel *et al.* [2012b] : history of temperature at several points for a far-field water velocity of (a) 0 m/d at measuring line 1, (b) 0 m/d at measuring line 2, (c) 0 m/d at measuring line 3, (d) 1.5 m/d at measuring line 1, (e) 1.5 m/d at measuring line 2, and (f) 1.5 m/d at measuring line 3 88
2.10 Comparison between numerical solution and experiment measurements from Pimentel *et al.* [2012b] : history of temperature at several points for a water velocity of 2 m/d (a) at measuring line 1, (b) at measuring line 2, and (c) at measuring line 3 89
2.11 Influence of porosity variation : history of temperature at several points of measuring line 1 considering a constant porosity or a variable porosity with $\dot{n}_m = 1.8 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{s}^{-1}$ and $9.0{\cdot}10^{-6}\,\mathrm{s}^{-1}$ and for a far-field water velocity of (a) 0 m/d and (b) 2 m/d 91
2.12 History of porosity at several points of measuring line 1 for $\dot{n}_m = 1.8{\cdot}10^{-6}\,\mathrm{s}^{-1}$ and $9.0{\cdot}10^{-6}\,\mathrm{s}^{-1}$ and for a far-field water velocity of (a) 0 m/d and (b) 2 m/d 92
2.13 Dimensions and boundary conditions of the first model used to represent freezing processes 93
2.14 History of ground temperature at several points during phase change in (a) ground 1, and (b) ground 2 94
2.15 Influence of S_λ function during phase change : history of ground temperature at several points with T_γ=269.15 K (ground 2), 270.15 K, 271.15 K or 272.15 K (T_λ being equal to 273.15 K) 95
2.16 Influence of phase change and temperature variation on water flow : map, after 70 days of freezing, of (a) ground temperature, (b) liquid water pressure, and (c) Darcy's velocity (the figures do not represent the whole model but a zoom of the center) 95

2.17 Influence of $k_r(T)$ and $\mu_\lambda(T)$ on water flow : (a) map, after 70 days of freezing, of liquid water pressure considering $k_r(T)$ constant in (2.29) and (b) function $k_r/\mu_\lambda(T)$ considering μ_λ constant or not 96
2.18 Influence of water flow velocity : history of upstream and downstream temperatures for three hydraulic head gradients in (a) ground 1, and (b) ground 2 (the legend applies to both graphs) 97
2.19 Influence of water flow velocity : history of upstream and downstream flow velocity for three hydraulic head gradients in ground 2 98

3.1 (a) Circulation of refrigerant in a freeze pipe and (b) geometry of the ground model for 2D calculations (the dimension of the well radius has been exaggerated in order to distinguish the well). 103
3.2 Flowchart of the numerical method 110
3.3 Comparison between 1D and 2D calculations for the case of a homogeneous ground with relative errors compared to 2D calculations : (a) History of the power removed from the ground, (b) wall temperature after four years of cooling, (c) history of the nondimensionalized -10°C isotherm radius at 25 m deep and (d) -10°C isotherm profile. 112
3.4 Case of three geological with different properties after one year of freezing for 2D calculations : (a) A part of the computational mesh, (b) wall temperature profile, (c) map of ground temperature and (d) heat flux vectors at the wall. . 113
3.5 Comparison between 1D and 2D calculations for the case of three distinct ground layers with relative errors compared to 2D calculations : (a) History of the power removed from the ground and (b) wall temperature after one year of cooling. 114
3.6 Comparison between the model (coolant injected in the central tube or in the annular space) and a conventional approach for three distinct coolant flow rates : (a) Wall temperature after four years of cooling, (b) nondimensionalized -10°C isotherm profile after four years of cooling and (c) history of the nondimensionalized -10°C isotherm radius at 25 m deep. 115
3.7 Comparison between the model and a conventional approach for a not constant injection flow rate : (a) History of the nondimensionalized 0°C isotherm radius at 25 m deep and (b) history of the power removed from the ground. 116
3.8 Influence of the coolant temperature : (a) Nondimensionalized -10°C isotherm radius at 25 m deep and (b) power removed from the ground as a function of the coolant temperature at various times. 117
3.9 Influence of the coolant mass flow rate : (a) Nondimensionalized -10°C isotherm radius at 25 m deep and (b) power removed from the ground as a function of the coolant mass flow rate at various times. 118
3.10 Influence of the coolant : (a) History of the nondimensionalized -10°C isotherm radius at 25 m deep and (b) history of the power removed from the ground for 7 different coolants. 119
3.11 Influence of the pipe diameter : (a) -10°C isotherm radius at 25 m deep and (b) power removed from the ground as a function of the external pipe diameter at various times. 119

3.12 Comparison between calculations with and without latent heat : (a) History of temperature in the ground near the wall, (b) Equivalent heat capacity as a function of temperature, (c) history of the nondimensionalized 0°C isotherm radius at 25 m deep and (d) history of the power removed from the ground. . 121

4.1 Layout of the eight boreholes in the Surface Freezing Test - plan view at the surface (in red : freeze holes ; in blue : measurement holes) 130

4.2 (a) Supply brine temperature and (b) supply brine flow rate considered in the pipe-ground model for the Surface Freezing Test 132

4.3 Comparison between measured and calculated temperatures at ST791-06 at (a) depth 410 m, (b) depth 420 m, (c) depth 430 m, (d) depth 440 m, and (e) depth 450 m 133

4.4 Geometry of the 3D model of a typical freezing configuration including 4 freeze pipes, 1 tunnel and 6 different ground layers (not to scale) 134

4.5 Ground temperature (°C) in the case without fractured zone after 1460 days of freezing (the blues lines are the -10°C and the 0°C isotherms ; the cross-section corresponds to the outside face of the 3D domain shown in figure 4.4) 136

4.6 History of the absolute value of the radius of the -10°C isotherm in the middle of each layer to freeze (in the active zone, between the depths 400 and 460 m) for the case without fractured zone 136

4.7 Different considered fractured zone locations : a) 10 m away from the freeze pipes zone on the upstream side of the regional flow, b) tangential to the freeze pipes zone on the same side, and c) centered with the freeze pipes zone (the cross-section corresponds to a zoom around the tunnel of the outside face of the 3D domain shown in figure 4.4 ; true to scale) 137

4.8 Ground temperature (°C) for the typical configuration with a fractured zone situated 10 m away from the freeze pipes zone (case shown in figure 4.7(a)) and with a hydraulic conductivity of 0.1 m/d after 1460 days of freezing (the blues lines are the -10°C and the 0°C isotherms) 139

4.9 Ground temperature (°C) for the typical configuration with a fractured zone centered with the freeze pipes zone (case shown in figure 4.7(c)) and with a hydraulic conductivity of 2 m/d after 1460 days of freezing (the blues lines are the -10°C and the 0°C isotherms) 139

4.10 History of the absolute value of the radius of the -10°C isotherm in the middle of each layer to freeze (in the active zone, between the depths 400 and 460 m) for a typical configuration with a fractured zone 10 m away from the freeze pipes zone with a) $K_H = 0.1$ m/d, b) $K_H = 1$ m/d, and c) $K_H = 2$ m/d (same legend for all figures) 140

4.11 History of the absolute value of the radius of the -10°C isotherm in the middle of each layer to freeze (in the active zone, between the depths 400 and 460 m) for a typical configuration with a fractured zone tangential to the freeze pipes zone with a) $K_H = 0.1$ m/d, b) $K_H = 1$ m/d, and c) $K_H = 2$ m/d (same legend for all figures) 141

4.12 History of the absolute value of the radius of the -10°C isotherm in the middle of each layer to freeze (in the active zone, between the depths 400 and 460 m) for a typical configuration with a fractured zone centered with the freeze pipes zone with a) $K_H = 0.1$ m/d, b) $K_H = 1$ m/d, and c) $K_H = 2$ m/d (same legend for all figures) 142
4.13 Ground temperature (upper scale legend in °C), -10°C isotherm (black line) and water flow velocity (lower scale legend in m/d) after 15 months of freezing (spacing = 5 m, $K_H = 10^{-3}$ m/d) (close-up of the freezing surface) 143
4.14 Influence of the freezing pipes spacing : (a) history of the percentage of ground area at $T < -10$°C for different spacing values and for K_H=10^{-3} m/d, (b) K_H=10^{-1} m/d, and (c) K_H=1 m/d, and (d) time to achieve 100% of ground at $T < -10$°C with respect to the freeze pipe spacing for different hydraulic conductivity values 144
4.15 Ground temperature (upper scale legend in °C), -10°C isotherm (black line), and water flow velocity (lower scale legend in m/d) after 15 months of freezing (spacing = 5 m, $K_H = 1$ m/d) (close-up of the freezing surface) 145

Liste des tableaux

1.1 Propriétés thermo-physiques des six couches de terrains considérées pour l'application du modèle puits-terrain au cas de Cigar Lake 52

2.1 Balance equations 73
2.2 Common quantities to all cases 82
2.3 Parameters for the Neumann problem 84
2.4 Parameters for the Lunardini problem 85
2.5 Parameters for the study of the processes associated with freezing of a porous medium 93

3.1 Common quantities to all cases 111
3.2 Quantities specific to the base case 111
3.3 Thermal properties of the geological layers shown in figure 3.4 113
3.4 Physical properties of the seven coolant tested, after [Marvillet, 2003]. 118

4.1 Cigar Lake pipe geometry 130
4.2 Calibrated parameters at the studied depths 132
4.3 Ground properties considered in the 3D model (ground layers are numbered from top to bottom) 135

Nomenclature

Lettres grecques

α	diffusivité thermique
α,β,γ,ϖ	coefficients des équations différentielles gouvernant les températures dans le puits de congélation T_c et T_a (équations (3.8) et (3.12))
Δt	taille du pas de temps
ε	degré de précision utilisé dans l'algorithme de résolution du modèle puits-terrain
$\underline{\underline{\zeta}}$	tenseur des contraintes visqueuses
$\zeta_{\alpha\beta}$	propriété thermodynamique associée à l'interface $\alpha\beta$
κ	énergie cinétique massique
κ,$\overrightarrow{K}$	intégrandes de la forme générale d'une loi de conservation (équation (3.1) (cette notation est uniquement utilisée au chapitre 3)
λ	conductivité thermique
μ	viscosité dynamique
μ_0,T_A,T_B	paramètres de l'équation (2.31) décrivant la fonction $\mu_\lambda(T)$ pour l'eau surfondue
ν	volume massique
ξ,θ	paramètres de calage de la fonction $S_\lambda(T)$ (équation (2.34))
$\hat{\pi}_\alpha$	taux de production de la phase α
ρ	masse volumique
ρ^α	masse volumique apparente de la phase α
$\underline{\underline{\sigma}}$	tenseur des contraintes de Cauchy
Σ	section droite
$\sigma_{\alpha\beta}$	tension superficielle de l'interface $\alpha\beta$
$\Sigma_{\alpha\beta}$	interface entre les phases α et β
τ	contrainte tangentielle de frottement
φ	densité massique de Φ
φ^*	densité massique de source

Φ	grandeur physique extensive
$\overrightarrow{\psi}, \overrightarrow{\Psi}$	densité de flux
$\hat{\Psi}_\alpha$	échange interfacial de flux pour la phase α
Ω	domaine

Lettres latines

$\mathcal{A}$	surface de la section droite
C_f	coefficient de frottement
C_p	capacité thermique massique à pression constante
D	diamètre
e	énergie totale
$\overrightarrow{e_z}$	vecteur unitaire dans la direction de l'axe z
f	énergie libre (énergie de Gibbs) massique
g	enthalpie libre d'Helmhoz massique
$\overrightarrow{g}$	accélération de la pesanteur
h	enthalpie massique
$\hbar$	coefficient de transfert de chaleur
H	charge hydraulique
$H_{\alpha\beta}$	courbure moyenne de l'interface $\alpha\beta$
$\underline{\underline{K}}$	perméabilité intrinsèque
K_H	conductivité hydraulique
k_r	perméabilité relative
L	chaleur latente de changement de phase
L_p,L_m	longueurs du tuyau et du modèle
m,P	paramètres de calage de la fonction de van Genuchten pour $S_\lambda(T)$ (équation (1.6)) et $k_r(S_\lambda)$ (équation (1.10))
n	porosité
$\overrightarrow{n}$	vecteur unitaire normal extérieur
n_α	teneur volumique de la phase α
Nu	nombre de Nusselt
p	pression
$\mathcal{P}$	périmètre
$p_{\lambda\gamma}(T)$	pression de coexistence des phases λ et γ
Pr	nombre de Prandtl

Q	débit massique
r	rayon (ou densité volumique d'un taux de chaleur fourni au domaine par l'extérieur, uniquement au chapitre 2)
r, z	coordonnées
R	résistance thermique
Re	nombre de Reynolds
s	entropie massique
S_α	degré de saturation de la phase α
S_T	nombre de Stefan
t	temps
t^*	pas de temps précédent
T	température
$T_{\lambda\gamma}(p_\lambda)$	fonction réciproque de $p_{\lambda\gamma}(T)$
T_f	température de solidification en conditions normales
u	énergie interne massique
$\overrightarrow{v}$	vitesse
$\mathcal{V}$	volume
$\overrightarrow{w}$	vecteur courant relatif de masse
x,y,z	coordonnées
X	position du front de gel, utilisé pour les solutions analytiques de Neumann et de Lunardini (chapitre 2)

Indices

0	état de référence
α	phase α
γ	glace
λ	eau liquide
σ	particules de sol
a	annulaire
c	tube central
cap	capillaire
eq	propriétés apparentes du terrain
g	géothermique
i	interne

init	initial
ℓ	latéral
L	écoulement laminaire
m	modèle (ou porosité maximale dans l'équation (2.43) de Michalowski)
o	externe
p	tuyau
réfr	réfrigérant
T	écoulement turbulent
w	paroi du tuyau de congélation

Exposants

0	référence
α	phase α
h	chauffé
w	mouillé

Modélisation thermo-hydraulique de la congélation artificielle des terrains

Résumé : La congélation artificielle des terrains est une technique d'imperméabilisation et de renforcement des terrains régulièrement employée dans le génie civil et l'industrie minière. Dans un objectif de prédiction fiable de l'évolution de la congélation dans le milieu poreux, cette recherche propose deux nouveaux modèles numériques permettant la simulation du problème global de la congélation artificielle des terrains. Un premier modèle a pour objectif la représentation des mécanismes couplés thermo-hydrauliques associés à la congélation du matériau tandis qu'un deuxième modèle se concentre sur l'estimation des échanges de chaleur entre un puits de congélation et le terrain environnant. Le modèle thermo-hydraulique, en plus d'être cohérent sur le plan thermodynamique, a été vérifié à la fois par rapport à des solutions analytiques et par rapport à des résultats expérimentaux obtenus à grande échelle en conditions d'écoulements importants. Le modèle puits-terrain adopte une approche innovante par rapport à la bibliographie. Il permet de déterminer les conditions aux limites des modèles de congélation des terrains, difficiles à connaître en pratique, et d'optimiser les conditions opératoires du système grâce à des temps de simulation limités. De par les hypothèses considérées, leur fiabilité et leur praticité d'utilisation, ces deux modèles sont particulièrement adaptés à des sites industriels comme celui de la mine d'uranium de Cigar Lake (Canada) qui présente deux contraintes majeures : la présence potentielle d'écoulements importants et la forte hétérogénéité des terrains à congeler. Dans de tels contextes, des applications d'utilisation conjointe des deux modèles ou non sont présentées par rapport à des cas simples et au cas industriel de Cigar Lake. Ils peuvent ainsi être employés pour prédire l'évolution de la congélation dans le terrain en tenant compte des interactions thermo-hydrauliques, pour optimiser le système de congélation, ou encore pour évaluer l'impact sur la progression des zones congelées de conditions géologiques, hydrogéologiques et opératoires particulières.

Mots clés : congélation artificielle des terrains – couplage thermo-hydraulique – modélisation numérique – échanges de chaleur

Thermo-hydraulic modeling of artificial ground freezing

Abstract: Artificial ground freezing is a ground sealing and reinforcement technique regularly used in civil and mining engineering. In order to reliably predict the freezing evolution in the porous medium, this research offers two new numerical models allowing the simulation of the global problem of artificial ground freezing. A first model aims at representing the thermo-hydraulic coupled mechanisms associated with the material freezing while a second model focuses on the estimation of heat transfers between a freeze pipe and the surrounding ground. The thermo-hydraulic model, in addition to being thermodynamically consistent, has been verified both with respect to analytical solutions and large-scale experimental results obtained under conditions of high water flow velocity. The pipe-ground model adopts an innovative approach compared with literature. It allows to determine the boundary conditions of the ground freezing models, not readily available in practice, and to optimize the operating conditions of the system thanks to limited simulation times. By the considered assumptions, their reliability and their practicality, these two models are particularly well adapted to industrial sites like the uranium mine Cigar Lake (Canada) which presents two major constraints: the potential presence of high seepage-flow velocities and the strong ground heterogeneity. In these contexts, applications of the two models, jointly used or not, are presented with respect to simple cases and to the industrial case of Cigar Lake. They can be employed to predict the freezing evolution in the ground considering the thermo-hydraulic interactions, to optimize the freezing system, or to evaluate the impact of specific geological, hydrogeological and operating conditions on the freezing progress.

Keywords: artificial ground freezing – thermo-hydraulic coupling – numerical modeling – heat exchanges

MINES ParisTech

ParisTech
INSTITUT DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES
PARIS INSTITUTE OF TECHNOLOGY