

Étude expérimentale et numérique de la cavitation et la cavitation aérée. Vers une application à l'alimentation en carburant d'un moteur d'avion.

Petar Tomov

▶ **To cite this version:**

Petar Tomov. Étude expérimentale et numérique de la cavitation et la cavitation aérée. Vers une application à l'alimentation en carburant d'un moteur d'avion.. Mécanique [physics.med-ph]. École Nationale Supérieure des Arts et Métiers, 2016. Français. ⟨NNT : 2016ENAM0011⟩. ⟨tel-01315546⟩

HAL Id: tel-01315546

https://pastel.hal.science/tel-01315546v1

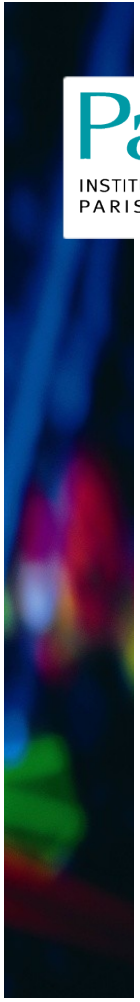
Submitted on 13 May 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization



ParisTech
INSTITUT DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES
PARIS INSTITUTE OF TECHNOLOGY

ARTS ET MÉTIERS ParisTech

2016-ENSAM-0011

École doctorale n° 432 : Texte

Doctorat ParisTech
T H È S E

pour obtenir le grade de docteur délivré par

L'École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers

Spécialité " Mécanique "

Présentée et soutenue par

Petar TOMOV

le 7 Avril 2016

Etude expérimentale et numérique de la cavitation et la cavitation aérée. Vers une application à l'alimentation en carburant d'un moteur d'avion

Directeur de thèse : **Prof. Farid BAKIR**
Co-encadrement de la thèse : **Prof. Sofiane KHELLADI, MCF. Christophe SARRAF**

Jury

Mme. Regiane FORTES-PATELLA, Professeure, LEGI, INP Grenoble	Présidente du jury
M. Mohamed FARHAT, Professeur, LMH, EPFL Lausanne	Examinateur
M. Eric GONCALVES, Professeur, Pprime, Poitiers	Examinateur
M. Farid BAKIR, Professeur, Laboratoire DynFluid, Arts et Métiers Paris	Examinateur
M. Sofiane KHELLADI, Professeur, Laboratoire DynFluid, Arts et Métiers Paris	Examinateur
M. Christophe SARRAF, MCF, Laboratoire DynFluid, Arts et Métiers Paris	Examinateur
M. Christian LEBOEUF, Ingénieur, SNECMA Villaroche, groupe SAFRAN	Invité
M. Antoine ARCHER, Ingénieur, EDF R&D, EDF Chatou	Invité

T H È S E

Arts et Métiers ParisTech - Centre de Paris
Laboratoire DynFluid

I would like to dedicate this thesis to my loving grandfather, who died at the very begining of my PhD work.

Table des matières

Table des matières iii

Table des figures vii

Liste des tableaux xv

Introduction générale 3

I Etat de l'art de la cavitation 7

1 État de l'art de la cavitation 9

1.1 Le phénomène de cavitation 10

1.1.1 Causes de cavitation 11

1.1.2 Les effets de la cavitation 13

1.2 État de l'art de la partie numérique 14

1.2.1 Modèles de cavitation 14

1.2.2 Fermeture du problème dans les phases pures 17

1.3 État de l'art de la partie expérimentale 19

1.3.1 Différents types d'écoulements 19

1.3.2 Principes de mesure du taux de vide 20

1.3.3 Bancs d'essai pour la cavitation 24

1.4 Synthèse bibliographique sur les instabilités de cavitation sur géométries de Venturi 28

II Outils et développements pour l'étude approfondie de la cavitation aérée 33

2 Bancs d'essais pour l'étude de la cavitation et du dégazage couplés 35
2.1 Spécifications des deux bancs d'essais . . . 35
2.2 Tunnel Hydrodynamique du laboratoire DynFluid . . . 36
2.2.1 Architecture générale du banc . . . 36
2.2.2 Venturi DynFluidV8 . . . 37
2.2.3 Instrumentation et protocoles d'essais . . . 38
2.2.4 Mode opératoire et outil d'analyse PODCAV . . . 43

3 Modélisation numérique de la cavitation et la cavitation aérée 51
3.1 Modélisation de la cavitation . . . 52
3.1.1 Modèle physique . . . 52
3.1.2 Modèle Homogène d'Equilibre . . . 53
3.1.3 Transition de phase . . . 56
3.1.4 Outils numériques . . . 57
3.2 Modélisation de la l'aération . . . 62
3.2.1 Forces appliquées sur les bulles . . . 64
3.2.2 Méthode de pénalisation . . . 65
3.2.3 Gestion de contact entre les bulles . . . 66

III Instabilités de Cavitation et de Cavitation Aérée - Analyse des résultats Expérimentaux et Numériques 69

4 Analyse des instabilités de cavitation dans le Venturi DynFluidV8 71
4.1 Résultats expérimentaux . . . 71
4.1.1 Traitement d'images . . . 71
4.1.2 Application de PODCAV . . . 79
4.1.3 Conclusion . . . 83
4.2 Simulations numériques . . . 84
4.2.1 Cavitation 2D . . . 85
4.2.2 Cavitation 3D . . . 86

5 Etude des instabilités de cavitation aérée sur le Venturi DynFluidV8 95
5.1 Résultats Expérimentaux : Cavitation aérée . . . 95

5.1.1 Conclusions cavitation aérée expérimentale 108
5.2 Simulation numérique de la cavitation aérée 108
5.3 Conclusions simulations numériques 112

6 Conclusion générale et Perspectives 113
6.1 Conclusion générale 114
6.2 Perspectives 116
6.2.1 Cavitation et dégazage à bas nombre de Reynolds 116
6.2.2 Dynamique des écoulements dans deux demi-Venturi montés en série 116
6.2.3 Analyse du comportement en régimes cavitant et aéré d'un inducteur 117
6.2.4 Perfectionnement des mesures en régimes cavitant et/ou aéré . . 117
6.3 Améliorations à poursuivre en simulation numérique 118
6.3.1 Prise en compte de la coalescence des bulles 118
6.3.2 Prise en compte de la tension de surface 119
6.3.3 Prise en compte de forces supplémentaires 120
6.3.4 Amélioration de la méthode de pénalisation 120
6.3.5 Amélioration de la precision du schéma numérique 121
6.3.6 Implémentation de l'aération dans la version 3D du solveur FV-MLS 121

Bibliographie 123

Annexe A Travail expérimental chez SNECMA, Villaroche 133
A.1 Brevet français/américain du banc d'essai à SNECMA, Villaroche . . . 133

Annexe B Décomposition Orthogonale aux valeurs Propres 151
B.1 Introduction à la POD 152
B.2 Théorie 154
B.2.1 Éléments mathématiques 154
B.2.2 Décomposition d'une matrice aux valeurs singulières 156
B.2.3 Signification géométrique de la décomposition aux valeurs singulières 157
B.2.4 Propriétés des fonctions de base 158
B.3 Méthode classique vs méthode des snapshots 160

B.3.1 Produit scalaire 160
B.3.2 Méthode classique 161
B.3.3 Méthode des snapshots 162

Annexe C Publications **165**
C.1 SHF SimHydro 2014, Nice, France 167
C.2 ASME International Mechanical Engineering Congres and Exhibition 2014, Montreal, Canada 185
C.3 Conference on Mathematical Modelling of Fluid Systems 2014, Filton, Angleterre 196
C.4 Journées SHF : Machines Hydrauliques et Cavitation 2015, Nantes, France 211
C.5 Congres Français de la Mécanique 2015, Lyon, France . . . 213
C.6 Experimental Thermal and Fluid Science 219
C.7 9th Intenational Symposium on Cavitation 2015, Lausanne, Suisse 231
C.8 Physics of Fluids 236

Table des figures

1.1 Diagramme des phases 10
1.2 Contournement d'un obstacle, cavitation en cascade 12
1.3 Contournement d'un obstacle, (a) cavitation partielle, (b) supercavitation 12
1.4 La formation, la séparation, et l'effondrement de nuages de cavitation sur la surface d'aspiration d'une pale - Brennen [20] 12
1.5 Cavitation par bulles isolées - Brennen [20] 13
1.6 Tourbillon cavitant - Arndt et *al.*[5] 13
1.7 Écoulement diphasique horizontal 20
1.8 Écoulement diphasique vertical 20
1.9 Banc d'essai Université de Michigan [77] 24
1.10 Banc d'essai JAXA [78] 24
1.11 Banc Aerospace Corporation [55] 25
1.12 Banc d'essai de M.P.Davis [44] 25
1.13 Banc d'essai de Honeywell [18] 25
1.14 Banc d'essai Petrovset et *al.* [117] 26
1.15 Banc d'essai du LML à Lille [129] 26
1.16 Banc d'essai Cavitating Pump Rotordynamic Test Facility [26] 26
1.17 Inducteur sur Cavitating Pump Rotordynamic Test Facility [26] 26
1.18 Circuit hydrodynamique (à gauche) et Veine d'essai (à droite) du Laboratoire des Écoulements Géophysiques et Industriels (LEGI), Barre et *al.*[11] 27
1.19 Circuit hydrodynamique du laboratoire DynFluid 28
1.20 Petit circuit hydrodynamique du laboratoire DynFluid 28
1.21 Cavitation sur profil hydrodynamique Le et *al.* [95] 29

1.22 Cavitation dans un Venturi - Barre et *al.*[11] 29
1.23 Jet lateral par Dular et *al.* [51] 30

2.1 Schéma de principe du Tunnel Hydrodynamique du laboratoire DynFluid 37
2.2 Vues CAO du Tunnel Hydrodynamique du laboratoire DynFluid 37
2.3 Venturi transparent 38
2.4 Prises de pression sur le Venturi 39
2.5 Image à la sortie du bulleur. L'écoulement reste non perturbé par la bague poreuse. 41
2.6 Image de référence 43
2.7 Déviation standard cavitation non-aérée 44
2.8 Diagramme spatio-temporel (à gauche), spectre fréquentiel (à droite) . 44
2.9 Schéma de l'algorithme pour le post—traitement des images 45
2.10 Schéma de l'algorithme POD 48
2.11 Évolutions de l'énergie pour mode 4 pour 1000 images — cavitation aérée, $\sigma = 1,74$ 49
2.12 POD Mode 1 à $\sigma = 1,66$ 50
2.13 POD Mode 2 à $\sigma = 1,66$ 50
2.14 POD Mode 3 à $\sigma = 1,66$ 50
2.15 POD Mode 4 à $\sigma = 1,66$ 50
2.16 Energie mode 1 à $\sigma = 1,66$ 50
2.17 Energie mode 2 à $\sigma = 1,66$ 50
2.18 Energie mode 3 à $\sigma = 1,66$ 50
2.19 Energie mode 4 à $\sigma = 1,66$ 50

3.1 Vitesse du son de la phase du mélange suivant l'équation 3.25 à $T = 300\text{K}$ 56
3.2 Algorithme de transition de phase 58
3.3 Vue globale du maillage 3D 60
3.4 Pression aux bords à $0,01\text{s}$ 62
3.5 Pression aux bords à $0,02\text{s}$ 62
3.6 Pression aux bords à $0,03\text{s}$ 62
3.7 Pression aux bords à $0,04\text{s}$ 62
3.8 Domaine du fluide en bleu ($\Omega \backslash \bar{B}$) et des bulles en blanc ($\mathbf{B}$) 62
3.9 Forces appliquées aux bulles 65
3.10 Zones d'activation des fonctions caractéristiques (CF) 66
3.11 Contrainte de distance entre deux bulles 66

4.1 Image instantanée normalisée de cavitation à $\sigma = 1,71$ et $X^* = 3,5$ . . . 72
4.2 Déviation standard cavitation à $\sigma = 1,71$ . . . 72
4.3 Séquence d'images successives instantanées normalisées à $\sigma = 1,71$. Le pas de temps entre deux images est de 10^{-3}s. . . . 73
4.4 Diagramme spatio-temporel (à gauche) et spectre de fréquence (à droite), pour $\sigma = 1,71$ . . . 74
4.5 Image instantanée de cavitation à $\sigma = 1,46$ et $X^* = 3,5$ . . . 74
4.6 Séquence d'images instantanées normalisées à $\sigma = 1,46$. Le pas de temps entre deux images est de 10^{-3}s. . . . 75
4.7 Déviation standard cavitation à $\sigma = 1,46$ . . . 76
4.8 Diagramme spatio-temporel (à gauche) et spectre de fréquence (à droite) pour $\sigma = 1,46$ et $X^* = 3,5$ . . . 76
4.9 Image instantanée de cavitation à $\sigma = 1,26$ . . . 77
4.10 Déviation standard cavitation à $\sigma = 1,26$ . . . 77
4.11 Diagramme spatio-temporel (à gauche) et spectre de fréquence (à droite) pour $\sigma = 1,26$. . . . 78
4.12 Séquence d'images successives instantanées normalisées à $\sigma = 1,26$. Le pas de temps entre deux images est de 10^{-3}s. . . . 78
4.13 POD Mode 1 à $\sigma = 1,71$ . . . 80
4.14 POD Mode 2 à $\sigma = 1,71$ . . . 80
4.15 POD Mode 3 à $\sigma = 1,71$ . . . 80
4.16 POD Mode 4 à $\sigma = 1,71$ . . . 80
4.17 Energie mode 1 à $\sigma = 1,71$ . . . 80
4.18 Energie mode 2 à $\sigma = 1,71$ . . . 80
4.19 Energie mode 3 à $\sigma = 1,71$ . . . 80
4.20 Energie mode 4 à $\sigma = 1,71$ . . . 80
4.21 $a_2\,(a_1)$ cas (a) . . . 81
4.22 $a_3\,(a_1)$ cas (a) . . . 81
4.23 $a_4\,(a_1)$ cas (a) . . . 81
4.24 POD Mode 1 à $\sigma = 1,46$ . . . 81
4.25 POD Mode 2 à $\sigma = 1,46$ . . . 81
4.26 POD Mode 3 à $\sigma = 1,46$ . . . 81
4.27 POD Mode 4 à $\sigma = 1,46$ . . . 81
4.28 Energie mode 1 à $\sigma = 1,46$ . . . 82
4.29 Energie mode 2 à $\sigma = 1,46$ . . . 82

4.30 Energie mode 3 à $\sigma = 1,46$ . . . 82
4.31 Energie mode 4 à $\sigma = 1,46$ . . . 82
4.32 $a_2(a_1)$ cas (b) . . . 82
4.33 $a_3(a_1)$ cas (b) . . . 82
4.34 $a_4(a_1)$ cas (b) . . . 82
4.35 POD Mode 1 à $\sigma = 1,26$ . . . 83
4.36 POD Mode 2 à $\sigma = 1,26$ . . . 83
4.37 POD Mode 3 à $\sigma = 1,26$ . . . 83
4.38 POD Mode 4 à $\sigma = 1,26$ . . . 83
4.39 $a_2(a_1)$ cas (c) . . . 83
4.40 $a_3(a_1)$ cas (c) . . . 83
4.41 $a_4(a_1)$ cas (c) . . . 83
4.42 Energie mode 1 à $\sigma = 1,26$ . . . 84
4.43 Energie mode 2 à $\sigma = 1,26$ . . . 84
4.44 Energie mode 3 à $\sigma = 1,26$ . . . 84
4.45 Energie mode 4 à $\sigma = 1,26$ . . . 84
4.46 Champ de vitesses à $0,01$s . . . 85
4.47 Champ de vitesses à $0,02$s . . . 85
4.48 Champ de vitesses à $0,03$s . . . 85
4.49 Champ de vitesses à $0,04$s . . . 85
4.50 Vorticité à $0,01$s $\sigma = 1,10$ . . . 86
4.51 Vorticité à $0,02$s $\sigma = 1,10$ . . . 86
4.52 Vorticité à $0,03$s $\sigma = 1,10$ . . . 86
4.53 Vorticité à $0,04$s $\sigma = 1,10$ . . . 86
4.54 Fraction vapeur à $0,01$s . . . 86
4.55 Fraction vapeur à $0,02$s . . . 86
4.56 Fraction vapeur à $0,03$s . . . 86
4.57 Fraction vapeur à $0,04$s . . . 86
4.58 Cavitation 3D à $t = 0,015$s : vue en dessus (à gauche) et vue en dessous (à droite) . . . 87
4.59 Vitesse transversale à $t = 0,02$s . . . 87
4.60 Vue de côté avec lignes de courant à $t = 0,02$s . . . 87
4.61 Séquence d'images 3D évolution phase vapeur . . . 88
4.62 Séquence d'images 3D influence onde de choc . . . 89

4.63 Divergence de la vitesse, champ de vitesse et champ de pression au moment du collapse à $T = 0,04125$s. 90
4.64 Vue de dessous de la phase vapeur. La pression, le nombre de Mach, la phase vapeur et la vitesse horizontale sont tracées suivant une ligne droite proche de la paroi basse du Venturi 91
4.65 Illustration moment d'interaction entre l'onde de choque et la phase vapeur pour $\sigma = 1,23$. On peut clairement voir le front pointu en bas du Venturi. 92
4.66 Illustration de la sequence d'interaction entre l'onde de choc et la phase vapeur pour $\sigma = 1,31$. On peut clairement distinguer les deux fronts en haut et en bas du Venturi et le double détachement des poches de vapeur. 92
4.67 Illustration des trois mécanismes observés. 93

5.1 Image instantanée de cavitation aérée à $\sigma = 1,74$ 96
5.2 Séquence d'images successives instantanées normalisées à $\sigma = 1,74$ pas de temps entre deux images successives de 10^{-3}s 97
5.3 Déviation standard cavitation aérée à $\sigma = 1,74$ 97
5.4 Diagramme spatio-temporel (à gauche) et spectre de fréquence (à droite) pour $\sigma = 1,74$ 98
5.5 POD Mode 1 à $\sigma = 1,74$ 99
5.6 POD Mode 2 à $\sigma = 1,74$ 99
5.7 POD Mode 3 à $\sigma = 1,74$ 99
5.8 POD Mode 4 à $\sigma = 1,74$ 99
5.9 Energie mode 1 à $\sigma = 1,74$ 99
5.10 Energie mode 2 à $\sigma = 1,74$ 99
5.11 Energie mode 3 à $\sigma = 1,74$ 99
5.12 Energie mode 4 à $\sigma = 1,74$ 99
5.13 $a_2\,(a_1)$ cas (a') 100
5.14 $a_3\,(a_1)$ cas (a') 100
5.15 $a_4\,(a_1)$ cas (a') 100
5.16 Image instantanée de cavitation aérée à $\sigma = 1,65$ 100
5.17 Séquence d'images successives instantanées normalisées à $\sigma = 1,65$ . . . 101
5.18 Déviation standard cavitation aérée à $\sigma = 1,64$ 101
5.19 Diagramme spatio-temporel (à gauche) et spectre de fréquence (à droite) pour $\sigma = 1,64$ 102

5.20 POD Mode 1 à $\sigma = 1,65$ . . . 102
5.21 POD Mode 2 à $\sigma = 1,65$ . . . 102
5.22 POD Mode 3 à $\sigma = 1,65$ . . . 103
5.23 POD Mode 4 à $\sigma = 1,65$ . . . 103
5.24 Energie mode 1 à $\sigma = 1,65$ . . . 103
5.25 Energie mode 2 à $\sigma = 1,65$ . . . 103
5.26 Energie mode 3 à $\sigma = 1,65$ . . . 103
5.27 Energie mode 4 à $\sigma = 1,65$ . . . 103
5.28 $a_2(a_1)$ cas (b') . . . 104
5.29 $a_3(a_1)$ cas (b') . . . 104
5.30 $a_4(a_1)$ cas (b') . . . 104
5.31 Image instantanée de cavitation aérée à $\sigma = 1,42$ . . . 104
5.32 Séquence d'images successives instantanées normalisées à $\sigma = 1,42$ . . . 105
5.33 Déviation standard cavitation aérée à $\sigma = 1,42$ . . . 105
5.34 Diagramme spatio-temporelle (à gauche) et spectre de fréquence (à droite) pour $\sigma = 1,42$ . . . 106
5.35 POD Mode 1 à $\sigma = 1,42$ . . . 106
5.36 POD Mode 2 à $\sigma = 1,42$ . . . 106
5.37 POD Mode 3 à $\sigma = 1,42$ . . . 106
5.38 POD Mode 4 à $\sigma = 1,42$ . . . 106
5.39 Énergie mode 1 à $\sigma = 1,42$ . . . 107
5.40 Énergie mode 2 à $\sigma = 1,42$ . . . 107
5.41 Énergie mode 3 à $\sigma = 1,42$ . . . 107
5.42 Énergie mode 4 à $\sigma = 1,42$ . . . 107
5.43 $a_2(a_1)$ cas (c') . . . 107
5.44 $a_3(a_1)$ cas (c') . . . 107
5.45 $a_4(a_1)$ cas (c') . . . 107
5.46 Champ de vitesse à $0,01$s . . . 109
5.47 Champ de vitesse à $0,02$s . . . 109
5.48 Champ de vitesse à $0,03$s . . . 109
5.49 Champ de vitesse à $0,04$s . . . 109
5.50 Vitesse suivant l'axe X à $t = 0,03$s à $\sigma = 1,10$ . . . 110
5.51 Vitesse suivant l'axe Y à $t = 0,03$s à $\sigma = 1,10$ . . . 110
5.52 Fraction vapeur à $0,01$s . . . 111
5.53 Fraction vapeur à $0,02$s . . . 111

5.54 Fraction vapeur à $0,03$s . . . 111
5.55 Fraction vapeur à $0,04$s . . . 111
5.56 Vorticité à $0,01$s $\sigma = 1,10$ . . . 111
5.57 Vorticité à $0,02$s $\sigma = 1,10$ . . . 111
5.58 Vorticité à $0,03$s $\sigma = 1,10$ . . . 112
5.59 Vorticité à $0,04$s $\sigma = 1,10$ . . . 112

6.1 Évolution de la veine d'essai vers une configuration de deux Venturi en série (l'image n'est pas à l'échelle) . . . 117
6.2 Configuration cavitation aérée et inducteur (l'image n'est pas à l'échelle) 117
6.3 Coalescence de deux bulles . . . 119

B.1 Schéma des différentes familles de modèles d'ordre reduit . . . 152
B.2 Interprétation géométrique de la SVD . . . 157
B.3 Interprétation rotation de la SVD (Singular Value Decomposition) . . . 158
B.4 Schéma représentent la méthode POD classique, Lumley [103] . . . 161
B.5 Schéma représentent la méthode POD snapshots, Lumley [103] . . . 163

Liste des tableaux

1.1 Tableau récapitulatif des différents types d'écoulements dans une conduite 20
1.2 Tableau récapitulatif des techniques de mesure du taux de vide 21

2.1 Paramètres de visualisation CamRecord 600 39
2.2 Incertitudes relatives 42
2.3 Tableau récapitulatif des conditions expérimentales pour le cas (d) $\sigma = 1,66$. 49
2.4 Contributions des quatre modes pour $\sigma = 1,66$ 49

3.1 Tableau récapitulatif des forces appliquées sur les bulles 64

4.1 Récapitulatif des conditions expérimentales pour le cas (a), $\sigma = 1,71$. . 72
4.2 Récapitulatif des conditions expérimentales pour le cas (b) $\sigma = 1,46$. . . 74
4.3 Récapitulatif des conditions expérimentales pour le cas (c) $\sigma = 1,26$. . . 76
4.4 Contributions des quatre modes pour $\sigma = 1,71$ 79
4.5 Contributions des quatre modes pour $\sigma = 1,46$ 81
4.6 Contributions des quatre modes pour $\sigma = 1,26$ 83

5.1 Récapitulatif conditions expérimentales pour cas (a') 96
5.2 Contributions des quatre modes pour $\sigma = 1,74$ 98
5.3 Tableau récapitulatif conditions expérimentales pour cas (b') 100
5.4 Contributions des quatre modes pour $\sigma = 1,65$ 102
5.5 Tableau récapitulatif conditions expérimentales pour cas (c') 104
5.6 Contributions des quatre modes pour $\sigma = 1,42$ 106

Nomenclature

ABREVIATION	DESCRIPTION	UNITÉS
V/L	Liquid Vapour ration	-
HP	Haute Pression	-
BP	Basse Pression	-
Jet A/A1	Kérosène civil	-
JP-8	Jet Proprellant (kérosène militaire)	-
ECS	Système d'aération du réservoir	-
ISA	International Standard Atmosphere	-
ARP	Aircraft Recomended Practice	-
VOF	Volume of Fluid	-
SLIC	Simple Line Interface Calculation	-
CIAM	Calculs d'Interface Affiné par Morceaux	-
PLIC	Piecewise Linear Interface Construction	-
NS	Navier-Stokes	-
FV	Volume Finis	-
MLS	Moindre Carrés Mobiles	-
AUSM	Advection Splitting Method	-
SLAU	Simple Low Advection Splitting Method	-
LUD	Linear Upwind Difference	-
POD	Décomposition Orthogonale aux Valeurs Propres	
SVD	Décomposition d'une matrice aux valeurs singulières	-
SLLUB	Super Long Life Ultra Bright	-
LED	Light Emitting Diode	-
ROI	Region of Interest	-

ABREVIATION	DESCRIPTION	UNITÉS
R	Rayon de la bulle	[m]
$\dot{R}$	Dérivé du rayon de la bulle	$\frac{m}{s}$
$\ddot{R}$	Deuxième dérivé du rayon de la bulle	$[\frac{m}{s^2}]$
α	Taux du vide	-
ρ_l	Masse volumique du liquide	$[\frac{kg}{m^3}]$
$\rho_{l.sat}$	Masse volumique du liquide à saturation	$[\frac{kg}{m^3}]$
ρ_v	Masse volumique de la vapeur	$[\frac{kg}{m^3}]$
$\rho_{v.sat}$	Masse volumique de la vapeur à saturation	$[\frac{kg}{m^3}]$
ρ_m	Masse volumique du mélange	$[\frac{kg}{m^3}]$
p_l	Pression du liquide	[Pa]
$p_{l.sat}$	Pression du liquide à saturation	[Pa]
p_v	Pression de la vapeur	[Pa]
$p_{v.sat}$	Pression de la vapeur à saturation	[Pa]
μ_l	Viscosité du liquide	$[\frac{m^2}{s^2}]$
μ_v	Viscosité de la vapeur	$[\frac{m^2}{s^2}]$
μ_m	Viscosité du mélange	$[\frac{m^2}{s^2}]$
T	Température	$[^\circ C]$
c	Vitesse du son dans un milieu	$\frac{m}{s}$
ϵ	Fraction massique	$[mol]$
Str	Nombre de Strouhal	-
Re	Nombre de Reynolds	-
σ	Nombre de cavitation	
C	Capacité	$[farad]$
D	Diamètre de la canalisation	$[m]$
$\mathbf{D_{ij}}$	Distance entre deux bulles	$[m]$
$\mathbf{G_{ij}}$	Gradient de la distance entre deux bulles	-
$\mathbf{e_{ij}}$	Vecteur normal	-
F	Fréquence	$[Hz]$
Q	Début volumique	$[\frac{m^3}{h}]$
A	Tension	$[V]$
Φ	Fonction Propre	-
λ	Valeur propre	-
N_{POD}	Nombre des observations	-
δ_{nk}	Symbole de Kronecker	0 ou 1
E	Énergie	[J]
$\mathbf{F_G}$	Force de gravité	$[N]$
$\mathbf{F_L}$	Force de portance	$[N]$
$\mathbf{F_D}$	Force de trainée	$[N]$
$\mathbf{F_{turb}}$	Force turbulente	$[N]$
$\mathbf{F_{buyo}}$	Poussée d'Archimède	$[N]$

Remerciements

Quand on fait le bilan de ces années en thèse, on vient de réaliser la quantité du travail effectuée et les efforts fournis, afin d'accomplir les résultats souhaités. Dans les lignes ci-dessous je remercie les personnes qui ont participé d'une manière ou d'une autre dans la réalisation de mes travaux.

Tout d'abord, je tiens à exprimer toute ma gratitude à mes encadrants Prof. Farid BAKIR, Prof. Sofiane KHELLADI et Dr. Christophe SARRAF pour l'encadrement pendant les années de thèse. J'ai énormément appris avec eux et ils m'ont toujours poussé pour aller plus loin dans mes recherches et travaux.

Un grand merci à Antoine PERRIN et Philippe VERTENOEUIL pour le travail commun dans la réalisation du banc d'essai chez SNECMA, ainsi que pour la confiance qu'ils m'ont accordée tout au long des deux années de la thèse. Je souhaite également remercie Daniel GIROUX pour sa participation à l'encadrement pendant ma dernière année de thèse.

Je remercie également ma copine pour sa compréhension, elle a étée souvent toute seule car j'ai du travailler tard les soirs, et les week-end.

Introduction générale

En fonction de la configuration avion, de l'altitude à laquelle il vole, du type de kérosène, un phénomène de dégazage du carburant couplé parfois à de la cavitation modifie les caractéristiques de l'alimentation du moteur et risque ainsi d'induire des dysfonctionnements plus ou moins graves du système carburant de l'appareil. Ces avaries se traduisent par des fluctuations de poussée suivie d'une perte de contrôle ou tout simplement d'un arrêt moteur. Aujourd'hui les exigences réglementaires, vérifiées par essais, imposent de démontrer la tolérance des moteurs à ce type de condition de fonctionnement des avions.

Cette problématique offre un défi technique certain à l'industrie du transport aérien de par son occurrence et son influence néfaste sur le fonctionnement d'équipements sensibles notamment la pompe à carburant avion. La certification et la sécurité des moteurs sont des enjeux techniques importants pour SNECMA, le partenaire industriel de cette thèse CIFRE, et les autres motoristes qui doivent démontrer la tolérance des turboréacteurs à ce type de menace. L'aviation mondiale civile respecte les réglementations imposées par l'ARP492 (Aircraft Engine Fuel Pump Cavitation Endurance Test)[173].

Une meilleure connaissance des mécanismes d'apparition du gaz ou vapeur et leur incidence sur le fonctionnement des équipements est donc une nécessité. Pour ce faire des études fiables de modélisation, caractérisation expérimentale et simulation numérique de la cavitation et cavitation aérée sont donc indispensables et des avancées dans la compréhension et la caractérisation de ces phénomènes couplés peuvent conduire à l'amélioration de la conception des systèmes carburant. L'objectif de ces travaux de thèse est de contribuer à une meilleure connaissance du fonctionnement de la pompe à carburant avion en présence de cavitation et/ou de dégazage dans l'écoulement du kérosène. De nombreuses recherches ayant pour objet les écoulements cavitants ou di-

phasiques liquide-gaz sont disponibles dans la littérature scientifique. Cependant, peu d'études concernent la cavitation du carburant aéronautique. Quand aux phénomènes de cavitation aérée, ils sont rarement considérés. Ces éléments rendent le sujet de cette thèse original, et novateur sur le plan scientifique.

Ces travaux s'articulent autour de deux axes de recherche. Le premier est l'étude de la cavitation et la cavitation aérée par une approche expérimentale. Le second est le développement et validation de modèles physiques permettant d'étudier ces deux phénomènes par la simulation numérique.

Le présent manuscrit est structuré en trois parties, et comprend huit chapitres synthétiques, qui avancent la méthodologie, les développements et hypothèses retenues et l'analyse des résultats.

La première partie est ainsi intitulée Etat de l'art. Elle est formée par le premier chapitre dont l'objectif est d'exposer une revue bibliographique. On y trouve :

- Un prolongement de la présente introduction générale par une présentation plus détaillée du contexte technologique.
- Une description des phénomènes physiques associés à la cavitation et dégazage.
- Un résumé sur les principaux travaux de recherches disponibles dans la littérature et qui traitent de cette problématique.

La seconde partie, Outils et développements, a pour objet de synthétiser les développements réalisés et outils mis en œuvre dans cette thèse. Le deuxième chapitre présente, d'une part, le moyen expérimental et son instrumentation, spécifiquement conçus et réalisés au laboratoire, pour l'étude de la cavitation et la cavitation aérée sur une géométrie de Venturi, nommé "DynFluidV8". D'autre part la procédure PODCAV utilisant la méthode des "snapshots" (une méthode de Décomposition Orthogonale Propre) est présentée.

Le troisième chapitre présente les caractéristiques du code FV-MLS (volumes finies moindre carrés mobiles) du laboratoire, mis en œuvre pour la simulation numérique des écoulements en régime compressible et cavitant. Les développements supplémentaires introduits, dans cet outil, pour la prise en compte de la phase aérée y sont également montrés.

La troisième partie, Analyse des résultats Expérimentaux et Numériques, est consacrée à la présentation des résultats et leur discussion. Le quatrième chapitre traite des essais expérimentaux et simulations numériques 2D et 3D, en régime d'écoulement cavitant, obtenus sur le Venturi DynFluidV8. Le cinquième chapitre est dédié à l'analyse des résultats obtenus en régime de cavitation aérée sur cette même géométrie.

Un paragraphe consacré à la Conclusion générale & Perspectives récapitule les principaux résultats obtenus dans ce travail de thèse et arbore quelques perspectives. Enfin, ce manuscrit est complété par trois annexes :

- Annexe A : montre les développements effectués en perspective de construction, sur la plateforme Snecma à Villaroche, d'un nouveau banc d'essais industriel, permettant de caractériser et d'observer le fonctionnement des pompes à carburant en environnement moteur avion. Cette action, qui va se poursuivre dans le cadre du partenariat Snecma-Dynfluid, a donné lieu à un brevet dont une copie est montrée à la fin de cette annexe.
- Annexe B : décrit la Décomposition Orthogonale aux valeurs Propres. Elle est structurée en trois sections.
- Annexe C : reprend les publications élaborées dans le cadre de ces travaux de thèse où le lecteur pourra y puiser quelques informations complémentaires sur ces travaux de recherche.

Première partie

Etat de l'art de la cavitation

Chapitre 1

État de l'art de la cavitation

Sommaire

1.1 Le phénomène de cavitation 10

1.1.1 Causes de cavitation 11

1.1.2 Les effets de la cavitation 13

1.2 État de l'art de la partie numérique 14

1.2.1 Modèles de cavitation 14

1.2.2 Fermeture du problème dans les phases pures 17

1.3 État de l'art de la partie expérimentale 19

1.3.1 Différents types d'écoulements 19

1.3.2 Principes de mesure du taux de vide 20

1.3.3 Bancs d'essai pour la cavitation 24

1.4 Synthèse bibliographique sur les instabilités de cavitation sur géométries de Venturi 28

Dans ce chapitre, quelques aspects jugés utiles à la compréhension de la cavitation et le dégazage sont passés en revue. La première section 1.1 introduit le phénomène de cavitation, puis évoque respectivement, ses causes, régimes et effets. La deuxième section 1.2 présente quelques modèles biphasique et de cavitation existants. Les principales méthodes de mesure du taux de vide font l'objet de la troisième section 1.3. Quelques architectures de bancs d'essais, qui ont inspirées la conception des bancs développés lors de cette thèse y sont, également, sommairement décrites. Enfin la dernière section est consacrée à une synthèse bibliographique sur les instabilités de cavitation sur géométries de Venturi 1.4.

1.1 Le phénomène de cavitation

La cavitation se propage par la formation, au sein de l'écoulement, de différentes structures de vapeur, dépendant des conditions de fonctionnement. Ces structures de cavitation apparaissent dans les zones de faible pression et sont transportées vers les zones de haute pression où elles implosent.

Le phénomène de cavitation joue un rôle important dans la conception des machines hydrauliques. Il y apparait au sein d'un écoulement liquide lorsque la pression localement diminue et passe en dessous de la pression de saturation ou pression de vaporisation. On pourra noter une différence entre ces deux pressions. La pression de saturation représente l'état d'équilibre thermodynamique entre les phases vapeur et liquide, pour une température donnée. La pression de vaporisation est la pression à laquelle apparaissent les premières structures de vapeur au sein d'un écoulement liquide. Cette pression peut se différencier de la pression de saturation. On pourrait très bien avoir une apparition de la cavitation si la quantité de germes est importante. Donc, la pression de vaporisation est supérieure à la pression de saturation. De plus, on pourra observer un retard à la vaporisation si cette pression est inférieure à la valeur à saturation.

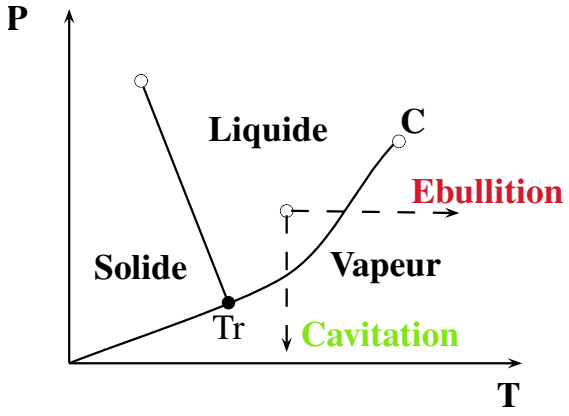


FIGURE 1.1 Diagramme des phases

Dans les pompes, ces structures de vapeur apparaissent dans les zones de basse pression à l'entrée des aubes de la roue et elles sont transportées dans les zones à plus haute pression. Sous l'action du gradient de pression, elles implosent dès que la pression locale dans l'écoulement redevient supérieure à la pression de saturation. Ces implosions produisent des micros jets et des surpressions (ondes de choc) qui peuvent atteindre plusieurs centaines de bars. Le diagramme des phases ci-dessous montre le comportement d'un fluide en fonction de sa température et la différence

entre l'ébullition et la cavitation. Ce qui est à retenir dans ce diagramme est le fait que l'apparition des bulles au sein d'un écoulement peut se produire de deux manières.

Dans un liquide la présence d'inclusions, de gaz dissous ou aussi de substances solides microscopiques est supposée. La concentration en germes est un paramètre non négligeable. En effet, dans un liquide pur, le phénomène de vaporisation nécessite une pression inférieure à celle de saturation, du fait de la tension inter-faciale.

1.1.1 Causes de cavitation

Les principales causes à l'origine de l'apparition de la cavitation sont :

- La dépression due à une survitesse locale de l'écoulement provoquée par exemple par des réductions géométriques.
- Les fluctuations turbulentes de la pression, le cisaillement élevé et les vortex provoquées par des instabilités de l'écoulement.
- La rugosité de parois et la présence de germes de cavitation.

Différents régimes de cavitation

On peut différencier plusieurs types de régimes de cavitation. Elle prend diverses formes, suivant le mouvement des parois et/ou les propriétés physiques du fluide véhiculé.

Le contournement d'un obstacle : L'augmentation de vitesse sur la face de l'obstacle où le fluide est dévié, se traduit automatiquement, sous la conservation de la quantité de mouvement, par une diminution de pression. Il pourrait en résulter à cet endroit une vaporisation du liquide. Cet effet est plus ou moins important selon l'accélération que subit le fluide, c'est-à-dire, selon la forme de l'obstacle et l'incidence du fluide par rapport à son bord d'attaque [9, 78] (voir figure 1.3).

De la même manière, une incidence positive plus élevée (voir figure 1.3) accentue le contournement du bord d'attaque par les particules fluides, et provoque donc une sur-vitesse locale.

Par exemple, un obstacle de cambrure faible avec un écoulement à incidence nulle donnera lieu à une faible dépression (uniquement liée à l'effet d'obstruction dû à l'épaisseur du bord d'attaque). En revanche, s'il est caractérisé par une courbure importante, ou si le fluide arrive avec une incidence importante, il sera fortement accéléré, et la dépression sur la cote convexe sera marquée.

Cavitation par poches : ce type de cavitation se forme, par exemple, sur les

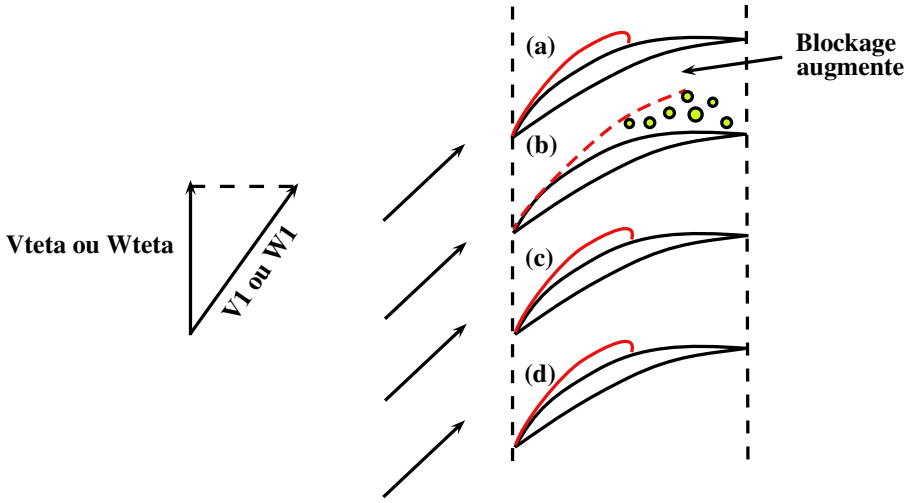


FIGURE 1.2 Contournement d'un obstacle, cavitation en cascade

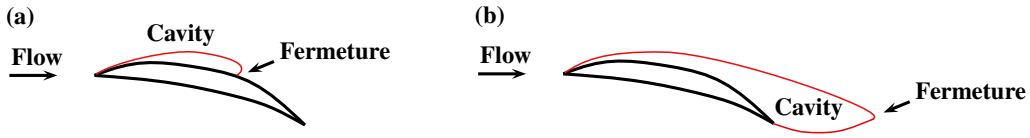


FIGURE 1.3 Contournement d'un obstacle, (a) cavitation partielle, (b) supercavitation

extrados des aubages des pompes ou hélices de propulsion marine. La zone de recirculation à l'aval du décollement favorise la création d'une (ou plusieurs) poche(s). En fonction de la géométrie de l'obstacle, de l'angle d'incidence, ainsi que des paramètres de cavitation, deux formes de poches peuvent être présentes. Dans le cas où la fermeture de la poche est située à l'aval de la géométrie on obtient la "supercavitation" [20]. Si la zone de fermeture se situe sur la géométrie, alors on parle de "cavitation par-

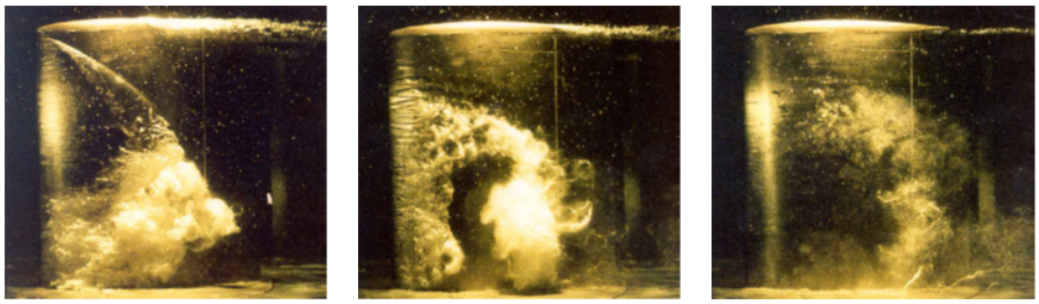


FIGURE 1.4 La formation, la séparation, et l'effondrement de nuages de cavitation sur la surface d'aspiration d'une pale - Brennen [20]

tielle" (voir figure 1.4). La composition de la poche est hétérogène et variable. Sous certaines conditions de fonctionnement et configurations géométriques des instabilités

sont observées [9, 109], comme le jet rentrant par exemple. Ici l'écoulement cavitant se présente sous la forme d'une poche attachée à la paroi, dont la partie aval fluctue en produisant éventuellement des lâchers de vapeur. Un jet rentrant, qui remonte l'écoulement, serait à l'origine de ces détachements de structures vaporisées.

La cavitation par bulles isolées : ce type de cavitation se forme à cause du grossissement des germes de cavitation qui sont présents dans le liquide. Ces derniers se trouvent dans une zone de basse pression. Les bulles implosent plus loin dans l'écoulement lorsque la valeur de pression remonte (voir figure 1.5).



FIGURE 1.5 Cavitation par bulles isolées - Brennen [20]

La cavitation par filaments tourbillonnaires : une forte vorticité est à l'origine d'une dépression qui engendre ce type de cavitation. Elle est observable dans les zones de fort cisaillement, dans les tourbillons d'extrémité de pales.

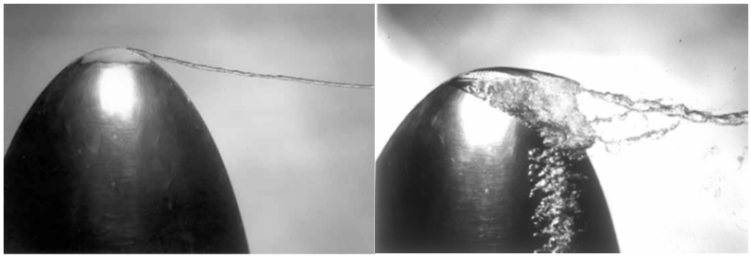


FIGURE 1.6 Tourbillon cavitant - Arndt et *al.*[5]

Cavitation de jet : elle se produit lorsqu'un jet liquide pénètre dans un fluide au repos avec une vitesse élevée (injecteurs dans les chambres de combustion). Le fort cisaillement que subit alors la partie latérale du jet engendre la formation de micro-tourbillons au sein desquels la pression est faible, et peut donner lieu à de la cavitation.

1.1.2 Les effets de la cavitation

Les conséquences de la cavitation sont :

- L'érosion des parois provoquée par l'implosion des structures de vapeur qui induit des pics de pression répétitifs sur une période longue [60, 62].
- Les vibrations qui se développent du fait des instabilités de la cavitation et qui peuvent conduire à l'endommagement de la machine [9, 133].

- Le bruit engendré par l'implosion des bulles pouvant être, dans certaines applications, un facteur limitant.
- La chute des performances des dispositifs où la cavitation s'y développe, comme par exemple dans le cas des pompes et turbines hydrauliques [61].

1.2 État de l'art de la partie numérique

1.2.1 Modèles de cavitation

Une manière de classer les modèles de cavitation est de les distinguer selon plusieurs grandes classes suivantes :

Modèles basés sur des équations de liquide à bulles

Ces modèles de cavitation, en général, prennent en compte la naissance de la cavitation en utilisant une formule empirique qui prend en compte les forces de portance, de traînée et d'inertie. Dans cette méthode, on utilise la probabilité qu'un, évènement se produise, en faisant une moyenne sur le champ de pression et les bulles. Les conclusions des auteurs, ayant utilisé ces méthodes, convergent vers dire que la connaissance du champ de pression dans un écoulement ne suffit pas pour prédire le phénomène de cavitation. Il est aussi nécessaire de connaître la distribution des bulles de gaz au sein de l'écoulement ainsi que leurs tailles et la tension de surfaces. Selon la littérature, on peut trouver deux grandes méthodologies pour décrire la dynamique des bulles cavitantes.

Le modèle le plus couramment utilisé est celui de Rayleigh-Plesset. Il considère que les bulles sont sphériques et le reste tout le temps de leur évolution [5, 63]. La plupart des modèles utilisent une version plus au moins modifiée de l'équation de Rayleigh-Plesset. Cette équation relie la pression qui est loin de la bulle et le rayon de cette même bulle sphérique.

$$\rho\left[R\ddot{R}+\frac{3}{2}\dot{R}^2\right]=[p_v-p_\infty(t)]+p_{go}\left(\frac{R_o}{R}\right)^{3k}-\frac{2S}{R}-4\mu\frac{\dot{R}}{R} \tag{1.1}$$

$\dot{R}$ et $\ddot{R}$ sont la première et seconde dérivée par rapport au temps de rayon de la bulle sphérique et R_0 est le rayon initial.

Le premier terme, à droite de l'équation 1.1 est le terme qui conduit à l'implosion de la bulle. Le deuxième terme de droite est la contribution de gaz non-condensable. Sa dérivation se base sur quelques hypothèses : la première est que la masse de gaz

non-condensable dans la bulle reste constante au fur et à mesure de l'évolution de cette même bulle. La deuxième hypothèse est que cette masse de gaz suit une loi polytropique avec un coefficient polytropique k. Dans le cas $k = 1$ le comportement est isothermique, et si $k = \gamma$, le comportement est adiabatique. Pour savoir quelles constantes utiliser, il faut résoudre l'équation de l'énergie. Les plus grosses bulles ont un comportement adiabatique. Le troisième terme à droite est la contribution de la tension surface. S est le coefficient de tension qui s'exprime en $\left[\frac{N}{m}\right]$ ou $\left[\frac{J}{m^2}\right]$. Vu que R est dans le dénominateur, ce terme ne devient important que pour des rayons très petits. Le dernier terme à droite prend en compte les effets de la viscosité du liquide. La dissipation due aux effets de la viscosité est proportionnelle au taux de déformation $\dot{R}$ et inversement proportionnelle au rayon de la bulle. Donc, ce terme ne devient important que pour des rayons très petits. Dans le cas où on néglige les bulles ayant des rayons de valeurs élevées et les effets des gaz non-condensable, l'équation 1.1 prend une forme simplifiée.

$$\rho\left[R\ddot{R}+\frac{3}{2}\dot{R}^2\right] = (p_v - p_\infty) \tag{1.2}$$

La deuxième méthodologie qui est couramment rencontré est celle de la théorie de la ligne de courant libre. Cette théorie est mieux applicable aux écoulements à poches attachées ou bien pour une cavitation de sillage d'un nuage de vapeur.

Modèles à deux fluides (bi-fluide)

Il s'agit des modèles à deux phases – une phase liquide et une phase vapeur, et qui peuvent chacune contenir plusieurs espèces. On prend en compte les bulles de gaz non-condensable. Dans cette approche les équations de Navier-Stokes sont écrites pour les phases présentes. Pour le cas le plus courant, on obtient 6 équations à résoudre, ce sont les équations de conservation de quantité de mouvement, de la chaleur et de la conservation de la masse. Le système obtenu est de type hyperbolique. On peut rajouter des relations empiriques qui modélisent les termes d'échange de masse et de quantité de mouvement hors équilibre. Pour des cas de "supercavitation" un modèle à 7 équations a été utilisé, ainsi que dans le cas d'une tube à choc [126].

L'hypothèse à la base des modèles à deux fluides est celle qui stipule que le fluide peut être présent à la fois sous une forme liquide et à la fois sous une forme vapeur. Les deux phases se caractérisent par leurs masses volumiques. Chaque phase est traité comme compressible, donc l'écriture d'une loi d'état pour connaître les masses volumiques est essentiel. A chaque nœud du maillage, les valeurs inconnues sont calculées

pour chacune des phases, ensuite elles sont moyennées sur l'ensemble du volume occupé. Si on veut tenir compte de la dynamique des bulles, un modèle de cette dernière doit être implémenté impérativement. On peut se référer à une équation de Rayleigh-Plesset sous une forme plus au moins modifiée. Un modèle de turbulence doit être présent.

Modèles à un fluide mono-fluide

Différents modèles peuvent être trouvés dans la littérature en fonction du nombre de lois de conservation. Ci-dessous un essai de classification parmi d'autres.

- Ces modèles sont composés de trois lois de conservation pour chaque phase et reposent sur l'hypothèse de non glissement entre les phases. En prenant en compte un équilibre thermodynamique, les modèles sont aussi connus sous le nom de **modèle homogène des écoulements diphasiques**. Ce modèle suppose que le fluide contient une seule phase qui est homogène. Cette dernière est un mélange entre le liquide et la vapeur selon une certaine proportion. Le modèle consiste à écrire les équations de Navier-Stokes pour un fluide du mélange. Cette dernière est caractérisée par sa masse volumique qui varie dans le domaine de calcul. Quand la masse volumique est égale à la valeur de celle du liquide, alors toute la cellule est prise par le liquide. Le même raisonnement est applicable pour la phase vapeur. Entre les deux valeurs extrêmes la cellule est occupée par le mélange homogène. Les échanges entre les phases ne sont pas directement modélisés, mais sont présentés dans la fermeture du système. Cette fermeture s'effectue par équations d'état qui relient la pression et la masse volumique. Différentes équations de fermeture sont données dans la section 1.2.2. Dans le des fluides thermosensibles, différentes équations d'état pour le mélange ont été développées, comme par exemple la loi barotrope :
  - Modèle barotrope [32, 120] : Il existe plusieurs versions de cette loi – un raccord sinusoïdal, un raccord polynomial qui utilise un polynôme de cinquième degré et une forme qui intègre la vitesse du son modélisée dans le mélange. La modélisation de la vitesse du son est donnée pour un mélange homogène. Les transferts de masse et de chaleur sont négligés. L'évolution de chaque phase est considérée comme isotopique et les vitesses du son dans chaque phases sont supposées constantes. La loi barotrope isentropique prend les phases vapeur et liquide comme des phases compressibles et isentropiques dans le mélange. La loi barotrope sinusoïdal donne une relation entre la

masse volumique et la pression.

- Des modèles à 5 équations [98] : il s'agit des modèles qui sont obtenus par la réduction d'un modèle à 2 fluides. Les effets déséquilibre thermiques sont prise en compte par l'implication des deux températures.
- Des modèles à 4 équations : ce type de modèles trouve ses applications en ébullition et évaporation. Le modèle est composé de trois lois de conservation pour le mélange plus une équation pour la fraction de vapeur. Cette dernière contient un terme source de relaxation, qui introduit un temps de relaxation, afin que le système revient dans son état d'équilibre. Il est difficile de faire une estimation de ce temps de manière expérimentale [49, 104].
- Le modèle à transport de taux de vide [82, 136] : ce modèle résout les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement pour le mélange, l'équation de l'énergie ainsi qu'une équation de continuité pour une des phases. L'équation de l'énergie est couplée avec la dynamique de l'écoulement grâce à la température qui est donnée par une loi d'état et dans le terme source. Le terme source modélise les phénomènes de vaporisation et de condensation. Le transport de taux de vide ne traite pas explicitement les interfaces. Généralement, la forme d'équation de la conservation de la masse pour la phase vapeur est la suivante $\frac{\partial \alpha \rho_v}{\partial t} + \bigtriangledown.(\alpha \rho_v \vec{u}) = S$.

1.2.2 Fermeture du problème dans les phases pures

La présentation des modèles précédente nous a montré qu'une liaison entre des grandeurs physiques ρ, T, p est nécessaire. Le système des équations nécessite une fermeture afin d'être résolu. Dans le cas d'un écoulement diphasique, les échanges entre les phases et leur déséquilibre conduit à utilisation d'une ou plusieurs équations supplémentaires. La fermeture du système est sensible à la nature de l'écoulement modélisé. Un revue bibliographique des différents modèles de cavitation se trouve dans la thèse de J. Decaix [46]. Les variables qui représentent l'état thermodynamique d'un système sont :

- La pression, la température, l'entropie, l'énergie interne et la masse volumique

Il existe deux types de fermeture des systèmes d'équations. La fermeture du système se fait à l'aide d'une ou plusieurs équations d'état. Une telle loi permet la liaison entre trois de ces variables. Selon les équations utilisées, on distingue les cas les plus courantes :

- Fluide incompressible — l'hypothèse conduit à une loi sous la forme simplifiée

telle que $\rho = \rho_0$ et $C_P = C_V = C$ avec C_P étant la capacité calorifique massique à la pression constante et C_V étant la capacité calorifique massique à volume constant. De ce fait, l'expression de l'énergie interne et la température s'exprime comme suis : $de = CdT$. Par conséquent, les équations de la conservation de la masse et de la quantité de mouvement sont découpées avec l'équation de la conservation de l'énergie.

- Loi de gaz parfait — l'hypothèse de gaz parfait est utilisée pour la modélisation des phases gazeuses. Elle s'écrit sous la forme $PV = nRT$ avec $R = 8,314 \left[\frac{J}{kg.K}\right]$. En fonction de l'énergie interne, il est possible d'avoir : $P(\rho, e) = (\gamma - 1)\rho e$ avec $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$ et C_P, C_V sont considérées comme des constantes. Par la suite, la loi de gaz parfait peut devenir une loi demi-parfait. Ceci est vrai dans le cas où C_P et C_V varient avec la température.
- Loi de Tait — cette hypothèse est valable pour les cas des écoulements faiblement compressibles. La loi prend en compte la compressibilité du fluide par la relation suivante : $\Delta P = c^2 \Delta\rho$. La loi de Tait s'écrit de la manière suivante :

$$\frac{\rho}{\rho_{ref}} = \left(\frac{P + P_0}{P_{ref} + P_0}\right)^{\frac{1}{n}} \tag{1.3}$$

avec ρ_{ref} et P_{ref} étant la masse volumique et la pression de référence. Pour l'eau $n = 7$.

- Loi de Van der Waals — cette loi est basée sur le comportement du fluide au point critique. Elle s'exprime comme suis :

$$\left(P + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = rT \tag{1.4}$$

avec v étant le volume massique. La loi de Van der Waals donne une vitesse du son négative $\left(\frac{dP}{d\rho} < 0\right)$ dans la partie de transition de phase. En effet, l'équilibre thermodynamique est instable.

- Loi des gaz raides (Stiffened gas) — cette loi est valable pour un grand nombre de fluides. Un bon revue est disponible dans la thèse de O. Le Metayer [96]. La loi des gaz raides s'écrit de la manière suivante :

$$P(\rho, e) = (\gamma - 1)\rho(e - q) - \gamma P_\infty \tag{1.5}$$

Le premier terme de la partie droite de l'équation 1.5 représente les effets ré-

pulsifs entre les molécules, tandis que le terme γP_∞ représente les effets de l'attraction. Dans le cas de gaz parfait, ce terme devient nul. Les constantes γ et P_∞ dépendent de chaque fluide. Dans le cas de changement des phases le paramètre $q \neq 0$. Les capacités calorifiques sont considérées comme des constantes. De plus, il est possible de définir une loi demi-raide dans le cas où C_P et C_V dépendent de la température.

- Loi de Tammann — cette loi est similaire à celle des gaz raides.

$$P + P_C = \rho_L K (T + T_C) \tag{1.6}$$

En effet, l'utilisation des paramètres P_C, K, T_C est une formulation de la loi des gaz raides pour des valeurs de q, P_∞, γ bien précises.

- Loi de Mie - Grüneisen — cette loi s'exprime de la manière suivante :

$$P(\rho, e) = P_\infty(\rho) + \Gamma(\rho)\rho\left[e - e_{ref}(\rho)\right] \tag{1.7}$$

avec $P_\infty(\rho)$ qui est donné en fonction du fluide et $\Gamma = \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial e}|_\rho$ qui est le coefficient de Grüneisen. En effet, si les variation de la masse volumique sont faibles cette loi devient la loi des gaz raides, tandis que dans le cas des évolutions isentropiques, cela prend la forme de la loi de Tait. Dans le cas où $P_\infty(\rho) = 0$ on retrouve la loi de gaz parfait.

- Loi de Benedict - Webb - Rubin — cette loi s'approche de la représentation des gaz réels. Elle s'exprime de la manière suivante :

$$P = RTd + d^2\left[RT(B + bd) - \left(A + ad - a\alpha d^4\right)\right] - \frac{1}{T^2}\left[C - cd\left(1 + \gamma d^2 e^{-\gamma d^2}\right)\right] \tag{1.8}$$

où P est la pression, R la constante de gaz parfait, T la température, d la masse volumique molaire et $a, b, c, A, B, C, \gamma, \alpha$ sont des paramètres empiriques. Une application particulière de cette loi est dans la modélisation des fluides réfrigérants.

1.3 État de l'art de la partie expérimentale

1.3.1 Différents types d'écoulements

En fonction de l'orientation de la conduite (horizontale ou verticale) l'écoulement biphasique peut être divisé en plusieurs cas particuliers. Le tableau et les deux figures

ci-dessous montrent ces différents types.

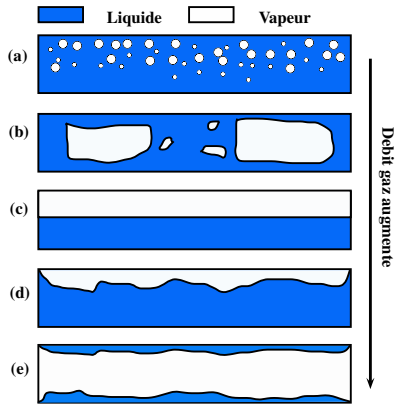


FIGURE 1.7 Écoulement diphasique horizontal

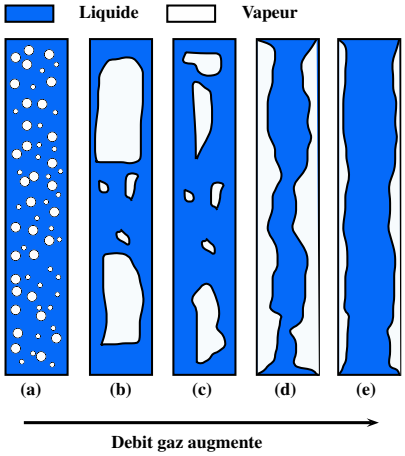


FIGURE 1.8 Écoulement diphasique vertical

Orientation	Type d'écoulement
Horizontale	(a) bubble, (b) stratifié, (c) ondulé, (d) paresseux, (e) annulaire
Verticale	(a) bubble,(b) bouché, (c) moussé , (d) strie annulaire, (e) annulaire

TABLE 1.1 Tableau récapitulatif des différents types d'écoulements dans une conduite

1.3.2 Principes de mesure du taux de vide

Un synthèse de l'état de l'art des différentes techniques de mesure utilisées en générale dans un écoulement multiphasique, peut être trouvée dans [114]. Le taux de vide peut être mesuré de manières intrusives ou non-intrusives. On peut classer

ces techniques de mesure suivant la position de mesure du taux de vide : localement, sur une ligne d'intérêt ou bien sur une section ou volume de contrôle. Le tableau 1.2 résume les différentes techniques de mesures ainsi que leur nature.

Localisation	**Technique**	**Nature**
Taux de vide local	Sondes électriques	Intrusive
	Sondes optiques	Non-intrusive
	Capteur capacitif	Non-intrusive
Taux de vide sur une ligne	Atténuation photonique	Non-intrusive
Taux de vide sur une section	Rayons X ou γ	Non-intrusive
	Dénsitomètrie multi-faisceaux	Non-intrusive
	Diffusion de neutrons	Non-intrusive
	Dénsitomètrie à impédance	Non-intrusive
	Imagerie par résonance magnétique	Non-intrusive
	Capteur capacitif	Non-intrusive
	Caméra	Non-intrusive
Taux de vide moyen volumique	Vanne à fermeture rapide	intrusive
	Variation de pression hydrostatique	Non-intrusive
	Méthodes ultrasonores	Non-intrusive

TABLE 1.2 Tableau récapitulatif des techniques de mesure du taux de vide

Mesure locale

La mesure locale dans un écoulement multiphasique est typiquement réalisée par des sondes miniatures. Leurs design est fait de telle manière qu'elles transpercent les bulles ou les gouttelettes. Par conséquent, la fonction P_k est déterminée à un endroit précis, au moment donné. La fonction indicatrice P_∞ peut être égale à 0 dans liquide ou 1 dans le gaz. Le taux de vide moyen dans le temps peut être exprimé comme suit :

$$\alpha(x) = \lim_{T \to 0} \frac{1}{T} \int_T P_k(x,t)dt \tag{1.9}$$

Pour une période de temps suffisamment longue, l'équation 1.9 peut être approximée par :

$$\alpha(x) = \frac{T_G}{T} = \frac{T_G}{T_L + T_G} \tag{1.10}$$

où T_G et T_L sont les temps de passage de la phase gazeuse et phase liquide par la sonde. Un déplacement de la sonde permet d'obtenir la répartition de la phase gazeuse dans un volume d'intérêt ou dans une section de contrôle [74].

Sonde optique

La sonde optique fait partie des méthodes de mesure intrusive. Elle est constituée d'une fibre optique avec une terminaison en saphir. Cette extrémité est plongée dans le flux. Un rayonnement infra-rouge est injecté à une extrémité de la fibre. La partie de ce signal qui est réfléchi à la pointe de la sonde est converti en signal électrique par un module optoélectronique. Le rayon lumineux est absorbé par le fluide lorsque la pointe de la sonde est entourée par un liquide. Dans ce cas, la tension mesurée est minimale. Lorsque la pointe se trouve dans une zone de vapeur pure, la tension mesurée est maximale. L'analyse du signal permet la détermination de la phase (liquide ou gaz) des structures d'écoulement autour de la sonde. Cette information donne accès à la fraction de la phase vapeur (taux de vide) et la vitesse de convection des structures de vapeur. Plus d'informations concernant les limites de cette technique peuvent être trouvées dans [56]. Le cas d'un écoulement diphasique kérosène-eau a été étudié dans [76].

Rayons X ou γ

Une des techniques de mesure les plus sophistiqué est la mesure par des rayons γ. En effet, la méthode se base sur l'atténuation d'un faisceau de rayons γ, lorsque les coefficients d'atténuation du milieu liquide-gaz restent connus. Quand un matériau absorbe le rayonnement γ, son intensité diminue. Connaissant l'intensité du faisceau incident, il est possible de déterminer le coefficient linéaire d'absorption du mélange et d'en déduire le taux du vide α. Pour éviter l'effet de création de paires, il est nécessaire d'utiliser des rayons γ ayant un faible niveau d'énergie. Un détecteur doit être place derrière l'écoulement, afin qu'il enregistre les mesures du faisceau. Puis, une fois que l'intensité du signal enregistrée, elle sera comparée avec l'intensité initialement émise. Une investigation de la cavitation par utilisation des rayons X est donnée dans [38, 40]. Cette technique donne accès aux valeurs de taux du vide global. Pour cela les différentes intensités du faisceau collectées doivent être traitées en plus, afin d'obtenir plus d'information sur la valeur du taux de vide locale. L'utilisation des rayons X ou γ peuvent être également couplées avec la tomographie.

Tomographie

L'utilisation de la tomographie couplée au rayons γ ou X, peuvent être vu comme l'évolution de la mesure de la masse volumique par section donnée. La technique de

la tomographie est basée sur l'atténuation de la radiation par matière. Les caractéristiques de l'atténuation sont différentes pour le gaz et le liquide, ce qui rend l'utilisation des images comme un moyen d'observer l'évolution du taux de vide. La tomographie nécessite la mise en place de plusieurs sources, ainsi que plusieurs détecteurs. Une autre possibilité est de faire une rotation autour de la zone de mesure [85]. L'utilisation de la tomographie avec des rayons X pour la mesure de la fraction volumique dans un écoulement multiphasique peut être trouvé dans [79, 80]. La détection du taux de vide par tomographie rayons γ est présentée dans [16, 94].

Technique capacitive

La capacité C formée entre deux électrodes métalliques ayant une longueur l, une surface S et la cible en regard mis à la distance d prend de la forme $C = \frac{\epsilon S}{d}$. La cible visée par le capteur peut être conductrice, depuis les métaux jusqu'aux composites carbones, en passant par les milieux aqueux, sans que la valeur de la capacité formée, à dimensions comparables, diffère. Cette cible peut être en matériaux isolants, mais la loi ci dessus n'est que partiellement valide. Sans précautions particulières, le domaine de validité de la loi sous sa forme est limitée à des valeurs faibles de d comparées aux dimensions de la surface S. Cette loi n'étant plus applicable dès que cette condition n'est plus vérifiée, il est impératif d'introduire autour de l'électrode de mesure, ce qui est appelé un anneau de garde de manière à étendre son domaine de validité [12]. Cette technique a été développée récemment dans le cadre de ce travail de thèse en collaboration avec Snecma. Un état de l'art pour les différentes technique capacitives est disponible dans [41]. Des mesures du taux de vide dans une conduite horizontale pour un écoulement dispersé sont disponible dans [115, 135].

Caméra rapide comme outil d'observation

La camera rapide est utilisée comme l'outil principal de détection de la cavitation. Dans sa thèse Foeth [58], utilise deux cameras rapides synchronisées. Dular et *al.* [52] a utilisé trois cameras rapides, afin d'étudier la liaison entre les structures cavitantes et leurs effets érosif. La surface, sur laquelle les effets d'érosion ont été observés, a été couverte par une feuille de cuivre, qui se déforme lors des implosions des bulles. De telle manière, l'impact sur la surface est facilement détectable par la prise d'images consécutives. La même idée, d'observation par trois cameras rapides espacées à 90°, a été appliquée dans le cas d'un Venturi transparent par [117]. La surface a été couverte

par une feuille d'aluminium. De plus, les observations par des cameras rapides peuvent être couplées avec l'utilisation des rayons γ [51]. De telle façon une reconstruction tridimensionnelle, ainsi que la répartition des structures cavitantes devient possible. Récemment, [53], Gavaises et *al.* [69] ont comparé des images de cameras rapides avec des simulations de grandes échelles de cavitation.

1.3.3 Bancs d'essai pour la cavitation

Nombreux bancs d'essai pour la cavitation sont disponibles dans les laboratoires de recherche. D'une manière non-exhaustive sont présentées brièvement ci-dessous quelques installations :

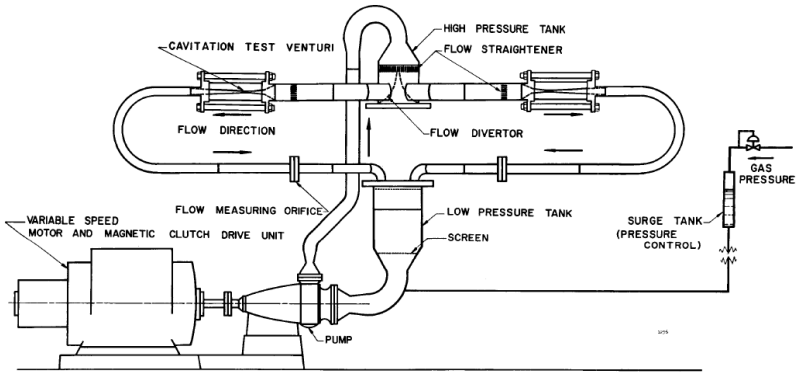


FIGURE 1.9 Banc d'essai Université de Michigan [77]

Sur le banc d'essai montré sur la figure 1.9 plusieurs boucles sont imbriquées. Une boucle est destinée spécifiquement aux besoins des études de la cavitation à différents températures. La pression au niveau de la surface libre de l'unique réservoir est contrôlée via l'injection d'azote. La partie transparente du circuit permet la visualisation de l'écoulement.

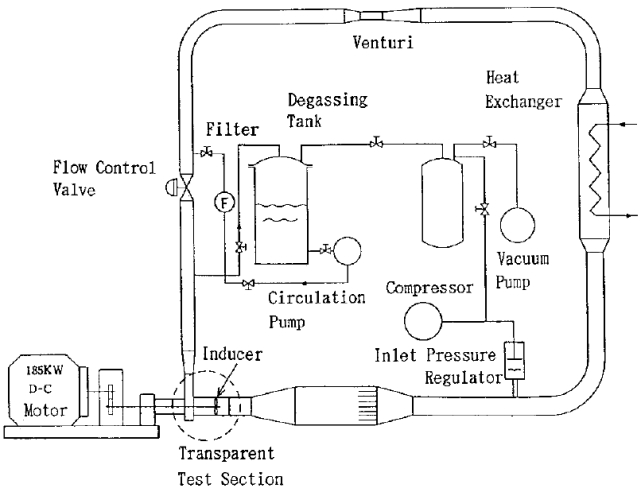


FIGURE 1.10 Banc d'essai JAXA [78]

La figure 1.10 montre le banc développé par la JAXA [78]. Ce banc est dédié aux essais en hydrogène liquide. Parmi les principaux composants, on note un Venturi transparent et un inducteur doté d'une canalisation amont également transparente.

Le contrôle de la pression se fait par la pompe à vide ou par le compresseur, les deux sont liés à un réservoir de dégazage.

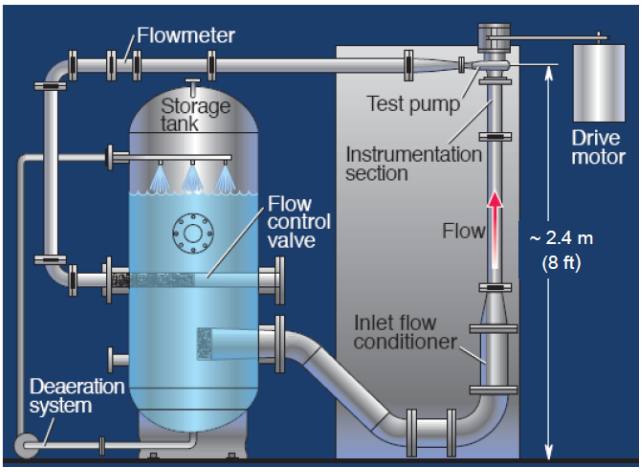


FIGURE 1.11 Banc Aerospace Corporation [55]

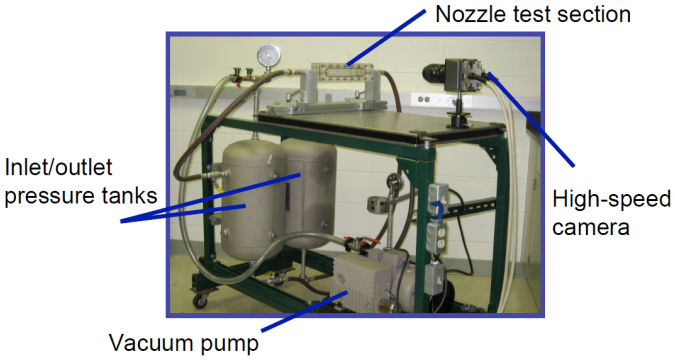


FIGURE 1.12 Banc d'essai de M.P.Davis [44]

L'architecture du banc d'essai de la figure 1.11) est basée sur une circulation verticale du fluide de travail dans un seul réservoir. Ce banc a été conçu pour les mesures des effets thermiques en présence de cavitation, dans le cas des inducteurs de turbopompes. De l'eau a été utilisée comme liquide de circulation. La température peut atteindre 120°C.

Le banc présentée sur la figure 1.12 est l'une des rares installations trouvée dans la littérature qui traite la cavitation et l'aération du kérosène. Davis [44] a construit ce banc d'essai avec deux réservoirs et un Venturi transparent. L'injection des bulles est assurée uniquement d'une coté du Venturi. Différents types de carburants d'aviation civile et militaire ont été utilisés. L'aération a été obtenue par l'intermédiaire d'aiguilles disposées en amont du col d'un Venturi. Des essais utilisant une caméra rapide ont été exploités.

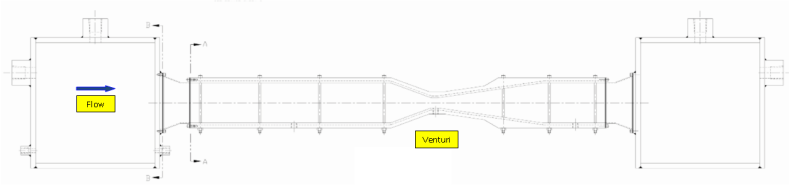


FIGURE 1.13 Banc d'essai de Honeywell [18]

Un autre travail expérimental (figure 1.13) portant sur la cavitation dans un écoulement de kérosène de type JP-8 a été réalisé par Bourassa et *al.* [18]. La veine d'essai est constituée d'un Venturi.

Petrovsek et Dular [117] ont construit un banc de cavitation à deux réservoirs avec

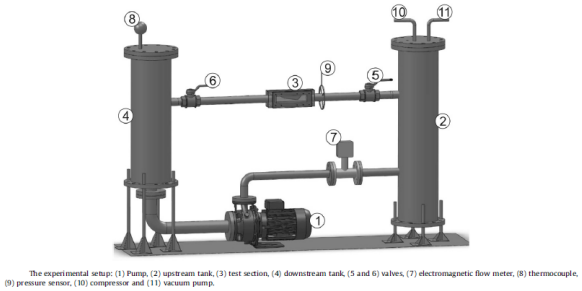


FIGURE 1.14 Banc d'essai Petrovset et *al.* [117]

un Venturi dont la surface interne a été couverte par une feuille mince d'aluminium, pour la détection des effets d'érosion de cavitation. Toutes les observations ont étés faites par des caméras rapides avec des algorithmes de post-traitement d'images.

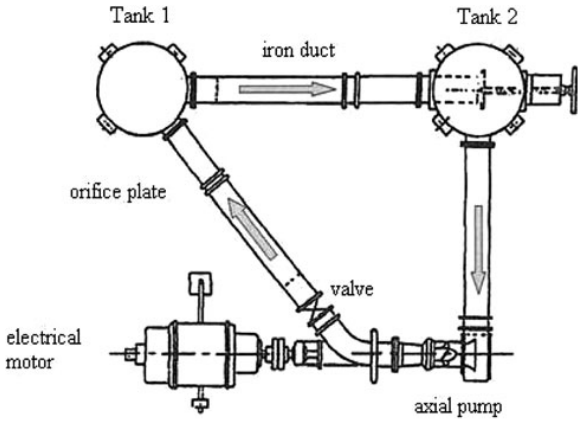


FIGURE 1.15 Banc d'essai du LML à Lille [129]

Shamsborhan et *al.* [129] a utilisé le tunnel du laboratoire LML à Lille pour mesurer la vitesse du son dans un écoulement cavitant. Le taux de vide a été mesuré par l'intermédiaire d'une sonde optique.

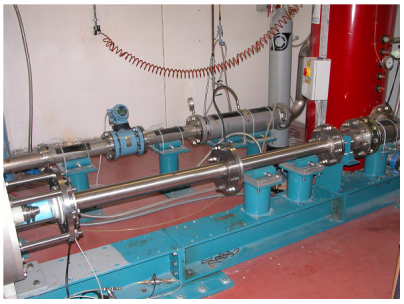


FIGURE 1.16 Banc d'essai Cavitating Pump Rotordynamic Test Facility [26]

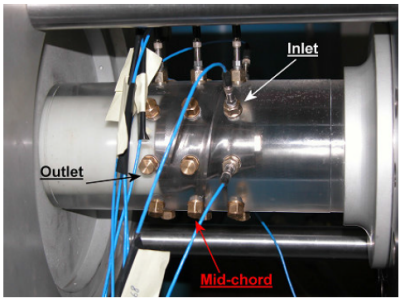


FIGURE 1.17 Inducteur sur Cavitating Pump Rotordynamic Test Facility [26]

Le banc d'essai construit dans les locaux d'ALTA S.p.A [26] (voir figure 1.16) est utilisé pour caractériser les performances des turbopompes spatiales avec ou sans la présence d'inducteurs. Le banc a été également équipé d'un dispositif dynamométrique permettant de mesurer les efforts qui s'exercent sur les éléments mécaniques de ces turbomachines. Le liquide utilisé est de l'eau pouvant être chauffée jusqu'à une température de 90°C. Des capteurs de pression dynamique sont utilisés pour caractériser les instabilités de cavitation (voir figure 1.17).

Le banc d'essai construit dans les locaux du Laboratoire des Écoulements Géophysiques et Industriels (LEGI) à Grenoble est montré sur la figure 1.18 (à gauche) et la veine d'essai est montrée sur la figure 1.18 (à droite). Le circuit dispose d'une double

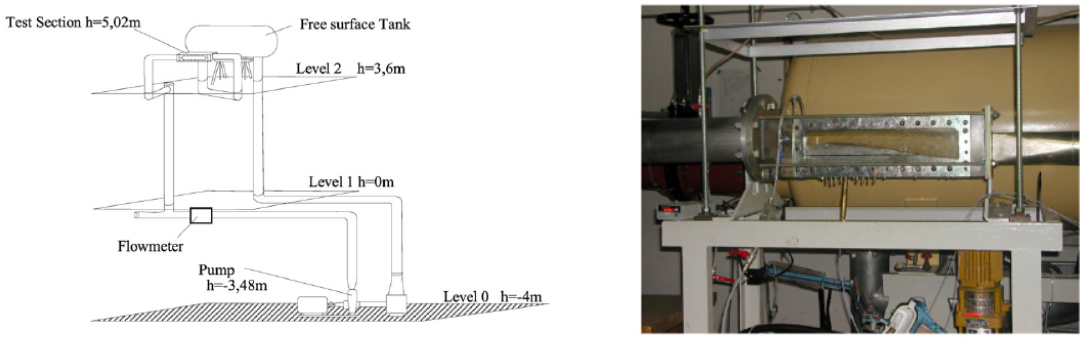


FIGURE 1.18 Circuit hydrodynamique (à gauche) et Veine d'essai (à droite) du Laboratoire des Écoulements Géophysiques et Industriels (LEGI), Barre et *al.*[11]

sonde optique pour la mesure du taux du vide et la vitesse de la phase vapeur. La sonde dans ce cas est une technique intrusive qui est composée de deux mono-sondes independantes, mais mécaniquement liées. Chacune des sondes est composée d'une fibre optique à la fin de laquelle se trouve un point de Saphire. En effet, ces points sont plongés dans l'écoulement multiphasique. Une radiation infrarouge est émise. Un module électronique converti le signal en tension. Une valeur minimale correspond à un milieu liquide, car la luminosité est absorbée et une valeur maximale correspond à un milieu de vapeur. La veine d'essai est également équipée de plusieurs capteurs de pression sur la partie divergente du Venturi. Une description complète du circuit hydrodynamique, ainsi que sur l'instrumentation utilisée peuvent être trouvées dans les travaux de Barre et *al.*[11] et Goncalves et *al.*[73].

Le dernier cas étudié dans cette partie est le banc d'essai dans les locaux de laboratoire DynFluid [9, 109]. Le circuit cavitant consiste en deux grands réservoirs, une pompe de circulation et une veine expérimentale, qui pourra être interchangeable.

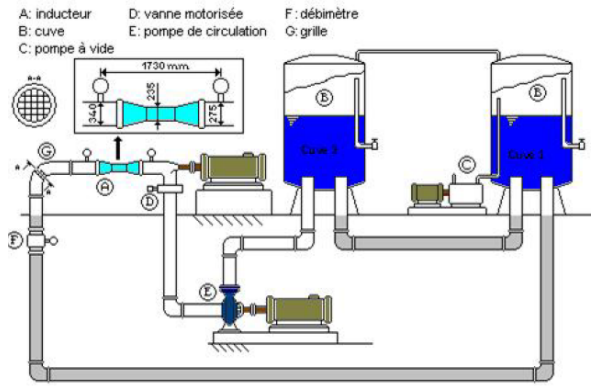


FIGURE 1.19 Circuit hydrodynamique du laboratoire DynFluid

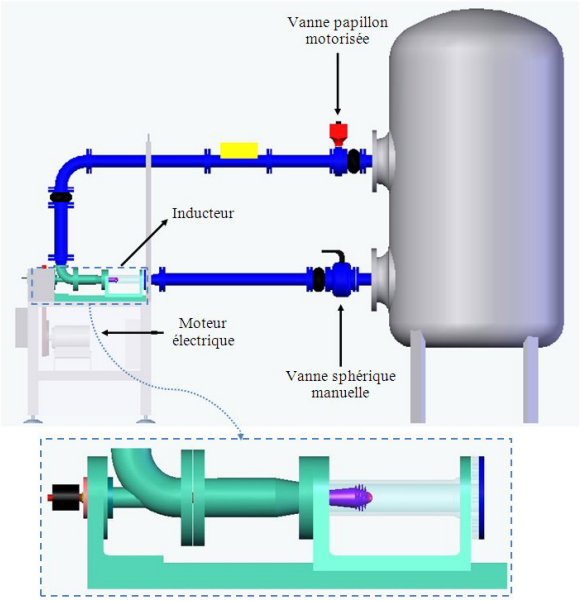


FIGURE 1.20 Petit circuit hydrodynamique du laboratoire DynFluid

Plusieurs études expérimentaux ont été récemment fait sur ce circuit [42, 43]. Une pompe à vide est liée à un des réservoirs, ce qui permet de faire abaisser la pression et changer le nombre de cavitation. Le schéma 1.19 montre l'architecture du banc au laboratoire DynFluid. Une partie de ce circuit hydraulique peut être découper de l'ensemble et utiliser a part. De ce fait l'un des réservoir peut servir pour le circuit plus petit, figure 1.20. Dans ses travaux de thèse R. Campos [119] a étudié de manière numérique les écoulements stationnaires et instationnaires dans le cas d'une turbomachine. Le travail a permit de caractériser nombreux points de fonctionnement à la limite des performances d'un inducteur. Plusieurs autres géométries des inducteurs ont étés produites suite aux analyses des courbes obtenues. De ce fait, une géométrie précise a été montée sur la partie du circuit hydraulique montrée sur la figure 1.20. L'inducteur a été utilisé pour des essais en cavitation et cavitation aérée. Les résultats numériques ont été confrontés aux courbes expérimentales obtenues, afin que la meilleure géométrie est choisie.

1.4 Synthèse bibliographique sur les instabilités de cavitation sur géométries de Venturi

La dynamique des écoulements en régime de cavitation a été largement étudiée expérimentalement au cours des dernières décennies pour différentes géométries telles que les profils d'hydrofoil [95, 118], sphères [19] ou tuyères de Venturi [11, 28, 36, 73]

Ces études tendent à montrer que l'instabilité est due à la présence d'un jet-rentrant

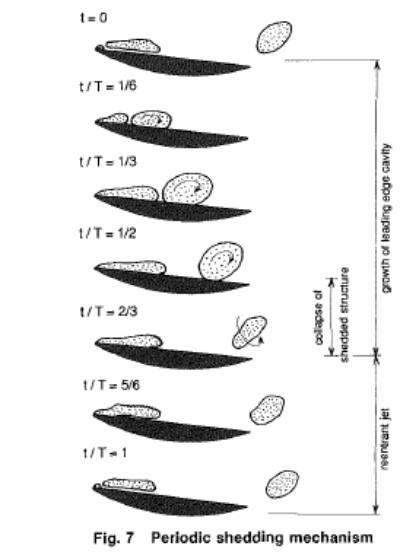


FIGURE 1.21 Cavitation sur profil hydrodynamique Le et *al.* [95]

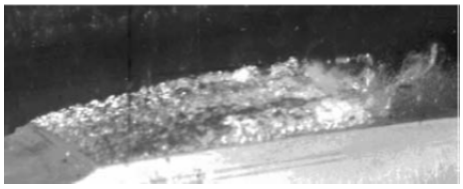


FIGURE 1.22 Cavitation dans un Venturi - Barre et *al.*[11]

liquide dirigé à contre-courant, sous la poche attachée à la paroi. Selon Callenaere et *al.* [25] se sont, simultanément, l'intensité du gradient adverse de pression et l'épaisseur de la poche attachée par rapport à celle du jet-rentrant liquide qui conditionnent la dynamique des poches partielles de cavitation. Pour les fines poches d'épaisseur comparable à celle du jet-rentrant liquide, ce dernier s'oppose au front de la poche en lui arrachant de minuscules structures de vapeur. Ainsi, dans certaines conditions, la destruction et formation cycliques de la poche ne sont pas détectables visuellement et donnent ainsi l'impression d'une stabilité de la poche, mais évidemment l'aspect oscillant instable est bien présent et est détectable avec les moyens de mesure appropriés. En revanche pour les plus larges poches, le jet-rentrant liquide pénètre la poche et progresse vers l'amont en détruisant la phase vapeur jusqu'à en séparer une portion entière bien identifiable et qui sera advectée par l'écoulement vers l'aval. Dans ces travaux Pham et *al.* [118] a trouvé un lien entre le jet-rentrant et l'occurrence des détachements. Il en résulte, que ce processus peut être caractérisé par un cycle et une fréquence [95].

Récemment Ganesh et al. [68] a montré expérimentalement par des mesures de rayons-X que le mécanisme de détachement n'est pas gouverné que par le jet-rentrant seul, mais aussi par la propagation d'ondes de choc de re-compression des bulles du mélange de vapeur. Ce phénomène se produit à une autre fréquence que celle du jet-

rentrant.

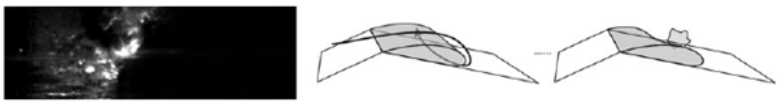


FIGURE 1.23 Jet lateral par Dular et *al.* [51]

Ces deux mécanismes de formation de vapeur peuvent être influencés par divers paramètres tels que les effets d'échelle et le rapport d'aspect investigué par Dular et *al.* [51] et qui peuvent avoir de multiples influences sur la dynamique de la poche comme la création d'un jet latéral dans le cas des larges Venturi. La dynamique du jet rentrant vers l'amont qui se développe à la fermeture de la zone de cavitation, ainsi que celle du jet latéral ont étés montrées dans les travaux de thèse de E. J. Foeth [58] et dans les travaux de recherche de Bensow et *al.*[13] pour le cas d'une hélice.

Les données acquises dans ces nombreuses études ont permis, certes d'accéder, pour un large éventail de conditions de pression et de vitesse, à des informations (2D) utiles pour expliquer la dynamique de la poche (longueur de la poche, valeurs des fréquences). Cependant, des simulations numériques (en particulier en 3D) sont nécessaires pour valider les différents mécanismes décrits plus haut et pour capturer une dynamique de la poche à peine perceptible, encore aujourd'hui par les observations expérimentales.

Coutier et *al.* [37] a fait des simulations numériques de type RANS avec un modèle de turbulence k-ϵ et en prenant en compte une correction de Reboud, qui diminue la viscosité turbulente. Les phénomènes de vaporisation et de la condensation ont été prises en compte par une loi d'état barotropique. Les résultats ont montrés l'importance de la viscosité turbulente pour la représentation des phénomènes instationnaires.

Chen et *al.* [29] a utilisé le modèle homogène d'équilibre avec une loi barotropique, qui relie la pression et la masse volumique. Le code a utilisé un schéma numérique de volume finis. La turbulence est prise en compte par un modèle k-ϵ RNG.

Le Martelot et *al.* [98] a appliqué un système à 5 équations dans une configuration d'un Venturi 8° dans sa partie divergente. L'idée d'étude a été de pouvoir caractériser les phénomènes cycliques en mesurant des oscillations de pression à la sortie de la géométrie.

Autres simulations numériques de type LES compressibles sur des différents profils de Venturis ont étés proposées par Gavaises et *al.* [69], qui a trouvé que l'augmentation du nombre de Reynolds diminue les fréquences de collapse de structures cavitantes. Gnanaskandan et *al.* [70] a utilisé le Modèle Homogène d'Equilibre pour la modéli-

sation de la cavitation couplé avec une équation de transport de la fraction massique pour la phase de vapeur. Decaix et *al.* [45] a étudié le dynamique de la poche de cavitation dans un venturi de 8° avec un solveur de type RANS/LES. Huang et *al.* [84] a quantifié l'influence de la cavitation par poches sur les coefficients hydrodynamiques pour un profil d'aile, ainsi que la relation entre les effets instationnaires et la performance hydrodynamiques.

Les travaux numériques présentés jusqu'à ici ont montré des écoulements multiphasiques 2D. En effet, les raisons de la restriction proviennent du coût de calcul et du fait que la géométrie d'étude présent un profil bidimensionnel. De ce fait, les écoulements sont supposés homogènes dans la direction transversale. De plus, les études expérimentales montrent bien qu'il est plus que nécessaire de présenter des résultats de cavitation pure en 3D. La dynamique de la poche dans l'écoulement multiphasique dans le cas de cavitation pure, présente des instationnarités dans les trois directions spatiales.

Deuxième partie

Outils et développements pour l'étude approfondie de la cavitation aérée

Chapitre 2

Bancs d'essais pour l'étude de la cavitation et du dégazage couplés

Sommaire

2.1 Spécifications des deux bancs d'essais 35
2.2 Tunnel Hydrodynamique du laboratoire DynFluid 36
2.2.1 Architecture générale du banc 36
2.2.2 Venturi DynFluidV8 37
2.2.3 Instrumentation et protocoles d'essais 38
2.2.4 Mode opératoire et outil d'analyse PODCAV 43

Le chapitre précédent introduit les phénomènes de cavitation et de dégazage dans les systèmes carburant, et synthétise l'état actuel des connaissances scientifiques sur ce sujet. La nouveauté de la problématique et notamment lorsque les deux phénomènes sont couplés se traduit par une littérature rare et peu d'expérience des acteurs industriels. L'étude expérimentale est donc incontournable pour comprendre les phénomènes, ce qui nécessite de disposer de moyens de caractérisation fiables. C'est l'objet de ce deuxième chapitre. La première section 2.1 introduit sommairement les spécifications du besoin de bancs d'essais. La seconde section 2.2 présente le banc d'essais et l'instrumentation développés ainsi que les protocoles expérimentaux et une procédure d'analyse des résultats.

2.1 Spécifications des deux bancs d'essais

Deux bancs d'essais ont fait l'objet de développements dans le cadre des présents travaux de thèse :

- Un Tunnel Hydrodynamique, à échelle réduite, localisé dans les locaux du laboratoire DynFluid.
- Un banc situé sur la plateforme d'essais Snecma sur le site de Villaroche. La description des éléments spécifiques de ce deuxième banc est donnée dans l'annexe A.

Les deux bancs d'essais doivent permettre d'étudier la cavitation et le dégazage, dans des dispositifs ou configurations géométriques variées, comme par exemple dans un inducteur ou un Venturi, et en utilisant des fluides de travail (eau ou carburant) dont les conditions d'opération sont connues et contrôlables. Ainsi pour simuler et contrôler le dégazage, un dégazage artificiel à l'aide d'une injection maitrisée a été mis en place.

2.2 Tunnel Hydrodynamique du laboratoire DynFluid

2.2.1 Architecture générale du banc

Le schéma de principe du banc d'essai est montré sur la figure 2.1. On y trouve :

- Deux cuves, distantes d'environ 2,5 m, de capacité 150 litres chacune. La cuve en bleu №1 est constamment pleine car elle est en charge. Le fluide de travail circule de la gauche vers la droite. La cuve №2 n'est pas pleine, et une surface libre est créée et c'est sur cette cuve que la pompe à vide ou le compresseur sont branchés afin de permettre de diminuer ou d'augmenter la pression dans le circuit fermé.
- La circulation de l'écoulement est assurée par la pompe centrifuge, en rouge.
- La température du fluide est mesurée par un thermocouple monté sur le réservoir №1. Dans la partie haute, entre les deux cuves, est placée la veine d'essai.
- La vitesse de l'écoulement est mesurée, en continue, par un débitmètre à turbine.
- L'injection d'air se fait par le système d'air comprimé via une bague poreuse. La veine d'essai un Venturi 18°/8° (en orange sur la figure 2.1).
- Plusieurs vannes sont disponibles à différentes endroits du circuit.
- La caméra rapide est montée sur un trépied, afin d'éviter les éventuelles perturbations provoquées par la pompe ou le dégazage au sein des cuves.
- Une partie de la canalisation plonge dans la cuve №2, afin d'assurer une bonne aspiration de la pompe à vide. Aussi, un réservoir de tranquillisation et un séparateur liquide-gaz sont disponibles en amont de l'entrée de la pompe à

vide.

Les caractéristiques des instruments de mesure cités ci-dessus seront données dans la section qui suit. Le diamètre interne de la canalisation est constant et est égale à $D = 40$ mm. Les canalisations sont entièrement transparentes, ce qui permet de contrôler visuellement la nature de l'écoulement.

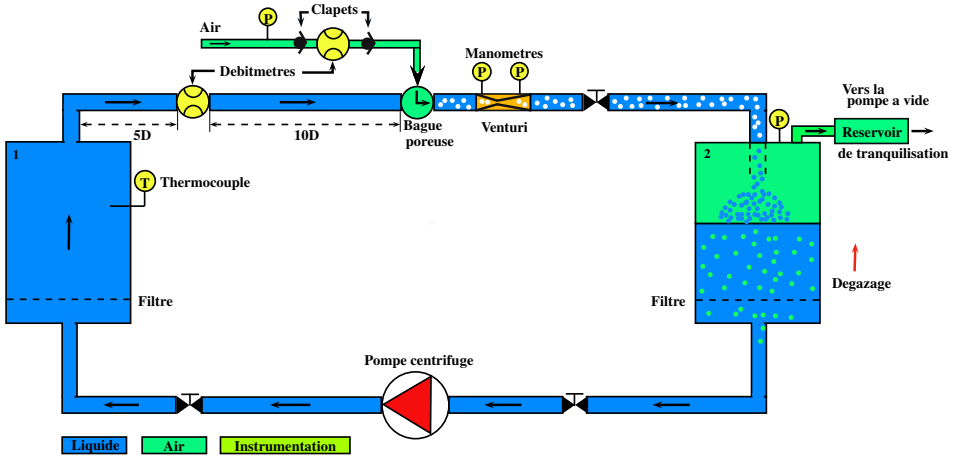


FIGURE 2.1 Schéma de principe du Tunnel Hydrodynamique du laboratoire DynFluid

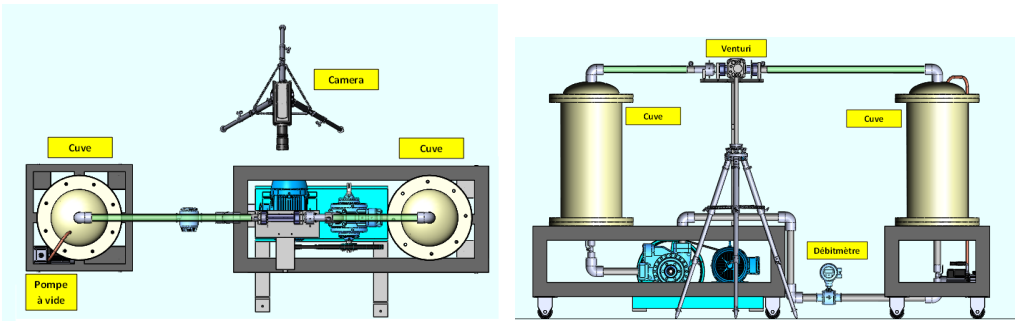


FIGURE 2.2 Vues CAO du Tunnel Hydrodynamique du laboratoire DynFluid

2.2.2 Venturi DynFluidV8

Le Venturi, nommé DynFluidV8, est constitué d'un convergent et d'un divergent. Cette configuration symétrique de Venturi a été choisie parce qu'elle est d'une part, très peu étudiée dans la littérature ouverte et d'autres part, la dynamique de l'écoulement cavitant qui s'y développe est riche, présence de diverses instabilités. Il s'agit d'une géométrie "2D plane" avec des pièces de raccordements à l'amont et à l'aval, entre une section circulaire de la canalisation et une section rectangulaire à l'entrée du Venturi.

L'axe **x** est l'axe de sens de l'écoulement. Les raccords ne perturbent pas l'écoulement et ils se trouvent suffisamment en amont du col de Venturi.

L'angle du convergent est de 18°, et celui du divergent est de 8°. Le Venturi est entièrement transparent et est doté d'une symétrie par rapport à son axe **x**. Les bonnes liaisons entre les canalisations amont et aval avec, respectivement, l'entrée et sortie du Venturi sont assurées par des congés de raccordement réalisés de sorte qu'aucune cavitation ne soit générée à ces endroits précis de liaison. La hauteur de la section d'entrée est $H_{inlet} = 30$ mm, et la largeur est constante tout au long du Venturi et est égale $H_{throat} = 10$ mm. Ce qui donne un rapport de sections de 3 entre l'entrée du Venturi et le col. Les sections d'entrée et de sortie du Venturi sont identiques.

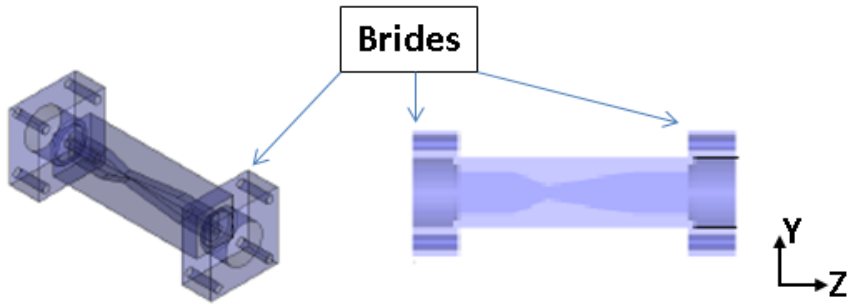


FIGURE 2.3 Venturi transparent

Suivant l'axe horizontal de l'écoulement, tous les repères ou positions des instruments de mesure sur le Venturi sont adimensionnés par la hauteur au col $x^* = \frac{x}{H_{throat}}$, $y^* = \frac{y}{H_{throat}}$. La longueur totale du Venturi DynFluidV8 est de 200 mm. Son profil est rectangulaire, permettant ainsi d'éviter les problèmes de réfraction de la lumière. Le collage des pièces constituant le Venturi DynFluidV8 ainsi que les liaisons avec les canalisations ont été réalisés à l'aide d'une colle spécifique qui ne détériore pas la qualité des pièces en question. La veine est démontable au niveau des brides et l'étanchéité de l'ensemble ainsi réalisée est vérifiée.

2.2.3 Instrumentation et protocoles d'essais

Caméra rapide et éclairage

La caméra rapide utilisée lors des essais est une CamRecord 600 avec un objectif de 100 mm Zeiss Makroplanar. Cette caméra est capable de prendre des images à différentes fréquences en fonction de la résolution souhaitée. Pour les besoins des essais

au laboratoire, une fréquence de 1 kHz a été choisie. Le tableau récapitulatif 2.1 donne les réglages retenus. Toutes les images sont illuminées de manière continue et

Réglages caméra	**Valeur**
Focale	100 mm
Résolution	1280 × 512 pixels
Taux d'acquisition	1000 fps
Temps d'exposition	1/25000 s
Taille de pixel	12 μm × 12 μm
Surface	10.24 mm × 8.19 mm
Nombre d'images prises	4096

TABLE 2.1 Paramètres de visualisation CamRecord 600

homogène à l'aide d'une lumière blanche émise par une plaque de LED de type Super Long Life Ultra Bright (SLLUB) White LED Backlight. La plaque est derrière le Venturi. Sa surface est rectangulaire avec une longueur de 200 mm. L'intensité de la lumière blanche minimale de la plaque SLLUB est de 3000 cd.m^{-2}. Dans tout les essais présentés, la puissance de la plaque a été constamment gardée à 99% de la puissance maximale. La technique de post-traitement des images est basée sur la détection du niveau de gris sur les images prises par la caméra rapide.

Capteurs du pression

Deux capteurs de pression absolue JUMO sont montés sur le Venturi DynFluidV8 affleurant la paroi (lors des essais il a été observé que le liquide rempli bien la cavité du capteur, il n'y a donc pas de bulle d'air piégée qui influencerait la mesure) et de telle manière à ne pas gêner la prise de vue par la caméra rapide. La première prise se trouve à une distance de $X^* = -6$ à partir du col du Venturi et la seconde à $X^* = 10$, comme indiqué sur le schéma ci-dessous. Le diamètre au niveau des prises de pression

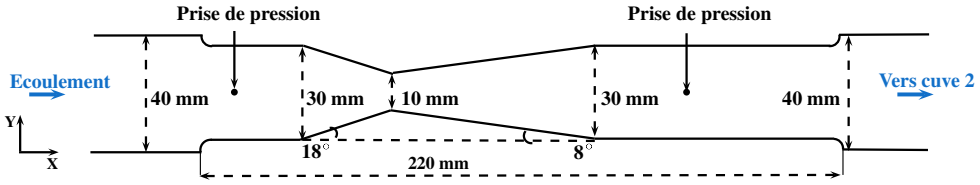


FIGURE 2.4 Prises de pression sur le Venturi

est de 1,25 mm, limitant ainsi les perturbations en amont du Venturi. Le temps de

réponse des deux capteurs est de l'ordre de 3 ms avec une influence négligeable de la température ambiante, $0,02\%/\mathrm{K}$ dans la plage de $-20°\mathrm{C}$ à $-85°\mathrm{C}$. Ils sont reliés à deux multimètres numériques équipés de convertisseurs de courant. La plage de courant A varie de 4 à 20 mA. Sur la figure 2.1 un troisième capteur de pression est disposé sur la cuve №2. Il s'agit également d'un capteur de pression absolue de 0 à 2 bars. Il a été calibré de telle sorte que l'afficheur indique la valeur 0 à la pression atmosphérique. Les equations de conversion de courant sont données ci-dessous :

$$\frac{A}{4} - 1 = P_1, \quad \frac{A}{8} - \frac{1}{2} = P_2 \tag{2.1}$$

La valeur de pression P_1 ($X^* = -6$) est prise comme la valeur de référence pour le calcul du nombre de cavitation σ et V_{ref} est la vitesse au col du Venturi, calculée à partir de la mesure du débit.

$$\sigma = \frac{P_{ref} - P_{vap}}{\frac{1}{2}\rho V_{ref}^2} \tag{2.2}$$

Débitmètre à turbine

La vitesse de l'écoulement est mesurée à l'aide d'un débitmètre à turbine de marque Heliflux TZN figure 2.1. Il est positionné dans la partie haute du circuit hydraulique et en amont de la veine d'essai, à 5D en amont de la cuve №1 et 10D en amont de la position d'injection. On s'assure ainsi de la non perturbation de l'écoulement par l'adjonction de cet instrument de mesure. Ce dispositif est connecté à un afficheur numérique, qui donne la mesure en $\mathrm{m^3h^{-1}}$. Il est calibré par le fournisseur pour des liquides ayant des viscosités qui varient de 0.6×10^{-3} à 1.0×10^{-3} Pa.s. L'incertitude relative provenant des fluctuations de la pompe centrifuge est donnée par : $\frac{\Delta Q}{Q} = 0,08$.

Mesure de la température

La température du fluide de travail est constamment mesurée par une sonde Pt100 montée sur la cuve №1 et connectée à un convertisseur de signal de type $5334A$ de "PR Electronics". Suivant la norme CEI60751 cette sonde est de classe A, ce qui donne une tolérance en considérant la température du liquide comme suit : classe A $\rightarrow 0,15 + 0,002|T|$. Le temps de réponse du convertisseur est de 1s. Il est nécessaire de faire tourner le banc d'essai pendant quelques minutes afin que le convertisseur atteigne sa température de service. Pour l'ensemble des essais présentés dans ce manuscrit la

température mesurée valait 19°C avec une fluctuation de ±1°C. Pour ces dernières valeurs, la pression de vapeur à considérer pour l'eau est égale à $P_{vap} \approx 2200$ Pa et l'incertitude relative associée est égale à $\frac{\Delta P}{P} = \pm 0,06$.

Système d'injection d'air

L'injection d'air est faite à l'aide d'un branchement au réseau d'air comprimé disponible au laboratoire. Deux filtres à air, de type AW30, sont montés en série, en amont et aval du débitmètre massique, afin de permettre une injection "propre" . La taille de la filtration, donnée par le fabricant, est égale à 5 μm et la pression maximale supportable par ces filtres s'élève à 1 MPa. L'injection en question se fait de manière non-intrusive, via une bague poreuse qui a le même diamètre intérieur que la canalisation et un diamètre extérieur inférieur à celui de la canalisation, de sorte qu'une chambre d'injection soit présente lors de l'insertion de la bague dans la canalisation. La bague est fabriquée en bronze fritté avec une porosité minimale de 13 μm et une porosité maximale de 90 μm (données fournies par le fabricant Sintertech). La longueur de la bague est de 45 mm, avec une épaisseur de 3 mm. L'injection se fait par 4 endroits espacés de 90°, permettant ainsi une distribution homogène des bulles.

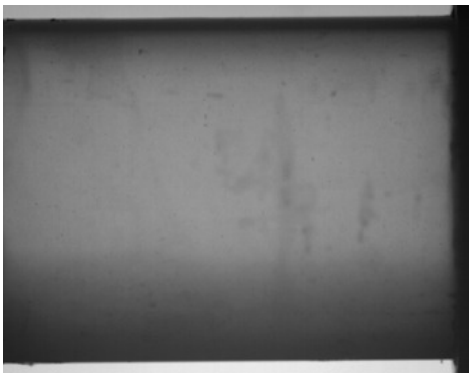


FIGURE 2.5 Image à la sortie du bulleur. L'écoulement reste non perturbé par la bague poreuse.

Le débitmètre massique a été calibré pour de l'air par le fabriquant Vogtlin. Le débit maximal est de 25 l.min^{-1} à une pression d'entrée absolue de 2 bars. Le temps de réponse est de 50 ms avec une répétition de $\pm 0,2\%$. L'incertitude relative observée sur l'écran d'affichage est de $\frac{\Delta M}{M} = \pm 0,05$. Le tableau 2.2 montre les incertitudes relatives des mesures. Lors des essais il a été vérifié que l'ensemble des instruments en amont du Venturi, ainsi que la bague poreuse ne génèrent pas d'instabilités dans la plage de mesure. De plus, l'écoulement en sortie du débitmètre à turbine ne contient pas de bulles de dégazage et il ne cavite pas (voir figure 2.5). On s'est également assuré que le circuit hydraulique sans le Venturi fonctionnait, pour l'ensemble des points d'intérêt, sans cavitation. Ainsi, on peut affirmer que la cavitation du fluide de travail est entièrement provoquée par le passage de l'écoulement par la veine d'essai, le Venturi. Par ailleurs, il a été observé que pour les basses pressions dans la cuve №2, le liquide dégazait lors des remises en fonctionnement à la suite d'une opération

de maintenance (vidange-remplissage). Afin de s'affranchir de cet inconvénient, avant la collecte des mesures analysées, le circuit est soumis, quelques dizaines de minutes avant, à un dégazage sous dépression. Cette opération permet également de limiter ainsi les vibrations provenant de la présence d'une quantité non contrôlée d'air. Aussi, afin de s'assurer qu'il n'y avait pas de perturbations provenant de la présence du milieu poreux, le circuit a été vérifié sans ce système d'injection en le remplaçant par une conduite droite. Les écoulements ainsi constatés sont similaires avec et sans la bague d'injection.

	$\mathbf{P_{vap}}$	$\mathbf{P_{ref}}$	$\mathbf{V_{ref}}$	$\mathbf{M_{gaz}}$	$\beta = \frac{\mathbf{Q_{gas}}}{\mathbf{Q_{gas}}+\mathbf{Q_{liq}}}$	σ
$\pm\frac{\Delta U}{U}$	0.06	0.05	0.08	0.05	0.16	0.22

TABLE 2.2 Incertitudes relatives

Pompe de circulation

La pompe de circulation est une pompe centrifuge Multi-H fabriquée par Salmson avec un moteur triphasé commandée par un variateur de fréquence. La vitesse maximale de rotation est égale à 3500 trs.min^{-1}. Le débit maximal est de 8 m^3.h^{-1}. Son aspiration se trouve au point le plus bas du circuit hydraulique. Afin d'éviter une éventuelle aspiration de bulles d'air issues du dégazage, la canalisation de la cuve №2 reliée à cette pompe est positionnée avec un dénivelé empêchant naturellement l'arrivée de poches d'air. Cette pompe de circulation est fixée au sol de manière à minimiser la transmission au circuit de ses vibrations propres. Enfin, une dérivation placée en amont de la pompe permet de l'utiliser pour la vidange du circuit.

Pompe à vide

La pompe à vide utilisée est une pompe à membranes fabriquée par Edwards, modèle nXDS15i. Le débit maximal donné par le fabriquant est de 15 m^3.h^{-1}. La pression totale minimale atteignable par ce dispositif est de 0,07 Pa. La pompe est capable d'opérer dans une plage de 10°C à 40°C. Sa vitesse de rotation nominale est de 1800 trs.min^{-1}. Elle est reliée à la cuve №2 via un petit réservoir permettant la récupération des éventuelles gouttes d'eau aspirées. Cette pompe à vide a été également utilisée en tant que régulateur de pression dans le système, car elle dispose d'un clapet qui peut introduire de l'air ambiant.

2.2.4 Mode opératoire et outil d'analyse PODCAV

Le repère retenu est centré sur le col du Venturi, la position du capteur de pression donnant la valeur de la pression de référence, se trouve ainsi à une distance $X^* = -6$. Celle du capteur en aval à $X^* = 10$. La position de la zone d'intérêt (Region Of Interest ROI) se trouve à $X^* = 3,5$. Les objectifs poursuivis par la méthode de post-traitement sont multiples :

- La caractérisation des parties stationnaires et instationarité des poches de cavitation et cavitation aérée.
- La caractérisation de la dynamique des poches - présence de synchronisation ou pas, symétrie axiale de l'écoulement dans le cas non-aéré et aéré.
- La caractérisation des phénomènes cycliques, tel que le jet re-entrant (fréquences caractéristiques) et propagation d'ondes de chocs.
- L'extraction des tailles caractéristiques des poches.

La technique de post-traitement développée est basée sur la détection du niveau de gris obtenu sur les images prise par la camera rapide. La première étape consiste à normaliser toutes les images instantanées I_N par une image de référence I_{ref}, prise en conditions sans cavitation et sans aération. La figure 2.6 montre une image de référence prise ainsi. Cette normalisation des images est définie comme suit :

$$I_N = \frac{I - I_{ref}}{I_{ref}} \tag{2.3}$$

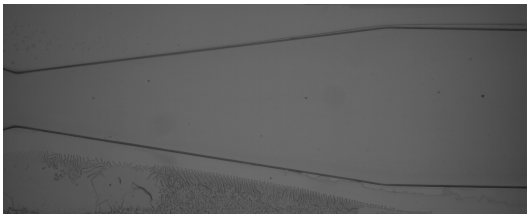


FIGURE 2.6 Image de référence

La valeur 0 est retenue pour le niveau de gris correspond à la phase liquide pure (un milieu qui est absolument transparent) et une valeur de -1 correspond à une phase de vapeur, qui absorbe entièrement la lumière de la plaque LED. On choisit, après la normalisation des images, une "zone d'intérêt" (ROI), permettant à l'algorithme développé de traiter les images. Dans le cas des résultats présentés dans cette thèse, la ROI choisie est une ligne droite verticale positionnée sur la longueur du Venturi. La déviation standard de la valeur moyenne du taux de gris peut être ainsi calculée de manière itérative comme suit :

$$I_{STD_{N+1}} = I_{STD_N} + (I_N - I_{moy})^2 \tag{2.4}$$

où $I_{STD_{N+1}}$ et I_{STD_N} sont les valeurs de la déviation standard pour deux images consécutives, et I_{moy} est l'image moyenne. Enfin la valeur moyenne de la déviation standard est obtenue comme suit :

$$I_{STD} = \frac{1}{N}\sqrt{I_{STD}} \tag{2.5}$$

Un résultat dans un cas de cavitation non-aérée est montré, comme exemple, sur la figure 2.7. L'évolution de la valeur du taux de gris, en fonction du temps, peut être

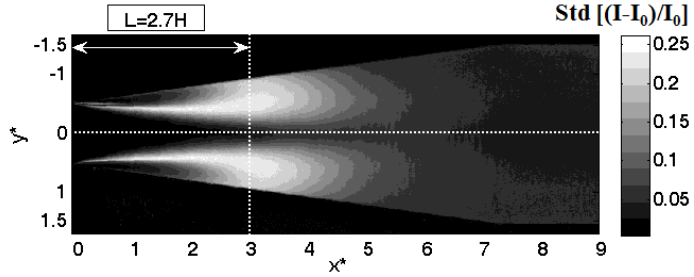


FIGURE 2.7 Déviation standard cavitation non-aérée

interprétée comme le pourcentage de nombre d'images où la cavitation est présente dans l'endroit bien spécifié (ROI). La déviation standard de cette valeur peut être un indicateur des endroits où la cavitation instationnaire est présente [69]. La longueur caractéristique longitudinale de la poche de cavitation est définie comme l'endroit avec le plus de fluctuation de la valeur de la déviation standard [43].

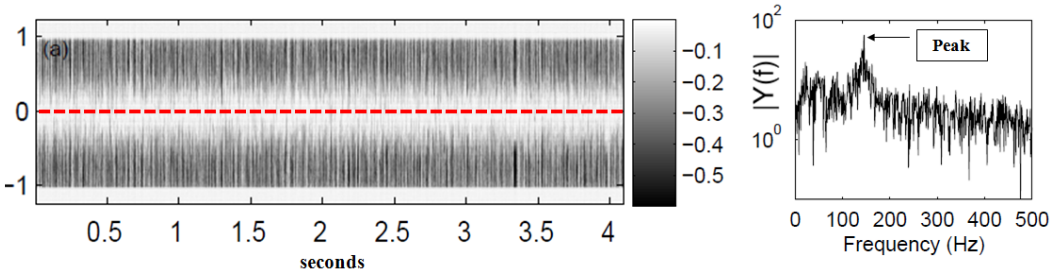


FIGURE 2.8 Diagramme spatio-temporel (à gauche), spectre fréquentiel (à droite)

Les diagrammes 2.7 et 2.8 montrent la présence et la répartition de la phase vapeur sur l'axe vertical du Venturi en fonction du temps physique. Ils peuvent également montrer la synchronisation ou pas d'éventuelles instabilités par rapport à l'axe horizontal. Les pics de fréquence sont généralement liés à des structures de vapeur ayant une dimension caractéristique. La définition du nombre de Strouhal est la suivante :$Str_L = \frac{f_s.L}{V_{ref}}$. Avec f_s la valeur de la fréquence correspondant à un éventuel pic

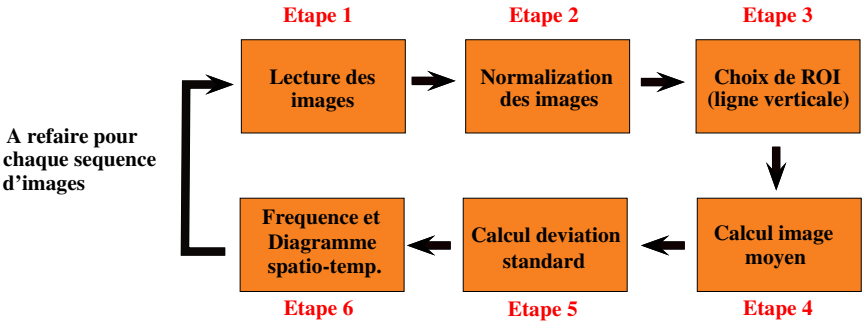


FIGURE 2.9 Schéma de l'algorithme pour le post—traitement des images

de fréquence, L la longueur longitudinale caractéristique relevée sur les figures de la déviation standard et V_{ref} la vitesse de référence est celle au col du Venturi (Danlos et *al.* [43]). La figure 2.9 récapitule l'organigramme pour le post-traitement des images.

Procédure PODCAV

La Décomposition Orthogonale aux valeurs Propres (POD) est un outil mathématique robuste et puissant qui a pour but d'obtenir une approximation d'ordre réduit d'un système complexe. Elle permet de caractériser les structures cohérentes d'un écoulement du point de vue énergétique. L'outil mathématique a été repris formellement. L'interprétation physique en énergie n'est pas directe, car il s'agit d'interpreter le taux de gris dans chaque pixel sur toutes les images prises par la caméra rapide. Dans le cas particulier de l'écoulement cavitant, aéré ou non, la turbulence joue un rôle primordial. La périodicité des lâchés de poches fait en sorte que l'application de la méthode POD est un choix naturel pour le post-traitement de données et la caractérisation de l'écoulement multiphasique. Voici quelques avantages liés à l'application de la POD :

- La méthode est mathématiquement robuste et rigoureuse.
- La méthode est linéaire. Par contre, si le système d'origine n'est pas linéaire, alors la POD reconstruira les non-linéarités.
- Les fonctions propres Φ sont optimales au sens mathématique.
- L'efficacité de la méthode POD augmente avec l'inhomogénéité de l'écoulement. C'est pour cette raison qu'elle est bien adaptée aux écoulements turbulents avec présence de structures cohérentes.

Dans le même contexte, un écoulement cavitant aéré est turbulent avec de nombreuses structures multiphasiques de différentes tailles. De l'autre coté, la POD comme chaque

méthode présente des inconvenients. On peut citer :

- La méthode POD nécessite la connaissance du tenseur de corrélation sur un grand nombre de points. Ceci limite l'utilisation de la POD, car les données à traiter peuvent devenir facilement importantes.
- La méthode POD n'est pas adaptée pour des régions où peu d'énergie cinétique de l'écoulement est disponible.

Dans le cas de cette thèse les données à traiter sont des séries d'images prises par la caméra rapide. Ceci implique une application de la méthode des snapshots POD, car elle utilise un nombre réduit d'images pour reconstruire les structures cohérentes de l'écoulement. La famille des fonctions propres orthonormales Φ_k doit approximer $u(\mathbf{x},t)$ à l'ordre N_{min} au maximum possible au sens des moindres carrés. Les réalisations $u(\mathbf{x},t)$ en M différents points $\mathbf{x_1},\ldots,\mathbf{x_M}$ et en N_t instants $t_1,\ldots,t_N$ sont connues. Afin de faciliter la résolution du problème de minimisation, l'ensemble des réalisations peut etre ecrit de la manière suivante : $U = [u(\mathbf{x},t_1),\ldots,u(\mathbf{x},t_{N_t})]$. Ceci est généralement réécrit sous la forme d'une matrice $A \in \mathbb{R}^{M\times N_t}$:

$$A = \begin{bmatrix} u(x_1,t_1) & u(x_1,t_2) & \ldots & u(x_1,t_{N_{t-1}}) & u(x_1,t_{N_t}) \\ u(x_2,t_1) & u(x_2,t_2) & \ldots & u(x_2,t_{N_{t-1}}) & u(x_2,t_{N_t}) \\ . & . & \ldots & . & . \\ . & . & \ldots & . & . \\ . & . & \ldots & . & . \\ u(x_M,t_1) & u(x_M,t_2) & \ldots & u(x_M,t_{N_{t-1}}) & u(x_M,t_{N_t}) \end{bmatrix}$$

Cette matrice A est connue sous le nom de matrice des Snapshots. On peut constater que chaque colonne de la matrice A représente une réalisation u à un instant donné. Les images de la caméra rapide peuvent être représentées comme des matrices de taille $m \times n$ où m et n sont respectivement la longueur et la largeur des images. Par conséquent, l'utilisation de la méthode des snapshots semble adaptée aux besoins de caractérisation des écoulements cavitants aérés par l'acquisition d'images.

Développement

L'optimalité de la base POD du point du vue mathématique permet de dire qu'un faible nombre de modes N_{min} est nécessaire et suffisant pour bien représenter n'importe quelle réalisation u dans le cas général. Pour connaitre ce nombre N_{min}, il faudra définir un critère mathématique qui nous permettra de quantifier la représentation souhaitée.

Une première possibilité est d'utiliser l'erreur de troncature obtenue par les premiers N_{min} modes propres. Soit N_{POD} le nombre total des modes propres suivant l'équation de Fredholm B.11. Par définition on a $N_{min} \leq N_{POD}$. L'erreur de troncature alors commise en prenant en compte seulement les N_{min} modes est :

$$\epsilon_{N_{min}} = \|\mathbf{u}(\mathbf{x}) - \sum_{n=1}^{N_{min}} (\mathbf{u}(\mathbf{x}), \Phi_n(\mathbf{x}))\Phi_n(\mathbf{x}))\|^2 = \| \sum_{N_{min}+1}^{N_{POD}} (\mathbf{u}(\mathbf{x}), \Phi_n(\mathbf{x}))\Phi_n(\mathbf{x}))\|^2 \quad (2.6)$$

Une possibilité pour trouver la valeur de N_{min} est de minimiser l'équation 2.6. Néanmoins, dans la pratique, ce n'est pas la solution retenue. Par définition, l'équation B.23 nous indique que l'expression $\sum_{n=1}^{N_{min}} \lambda_n$ exprime l'énergie moyenne contenue dans les N_{min} premiers modes propres de la POD. Par conséquent, il suffit de choisir N_{min} tel que :

$$\sum_{n=1}^{N_{min}} \lambda_n \approx \sum_{n=1}^{N_{POD}} \lambda_n \quad (2.7)$$

De plus, le rapport entre les deux termes de l'équation 2.7 nous donne le pourcentage de l'énergie cinétique totale représentée par les N_{min} modes propres.

$$\frac{\sum_{n=1}^{N_{min}} \lambda_n}{\sum_{n=1}^{N_{POD}} \lambda_n} = \frac{E_{N_{min}}}{E_{N_{POD}}} \geq P_\epsilon \quad (2.8)$$

L'équation 2.8 nous permet d'imposer une critère P_ϵ sur la condition nécessaire, afin de trouver N_{min}. Au final, le sous-espace POD contient un pourcentage d'énergie cinétique supérieur à $P_\epsilon\%$ [34, 106, 122].

Algorithme de la procédure PODCAV

Dans cette section, les différentes étapes de l'algorithme de la POD sont décrites. Cet algorithme est basé dans sa grande majorité sur l'algorithme montré sur la figure 2.10. En effet, les trois premières étapes sont communes. Le pas de temps varie en fonction du taux d'acquisition des images (il a été fixé à 1000 cadres par seconde). Une fois que les images sont normalisées, le nombre de snapshots est défini, puis la décomposition aux valeurs propres prend la suite. L'algorithme termine avec le calcul de l'énergie pour chaque mode propre (voir l'équation B.23), ainsi que les coefficients de décomposition (voir l'équation B.21). Suivant les propriétés des fonctions de bases, les modes sont triés en commençant par le plus énergétique.

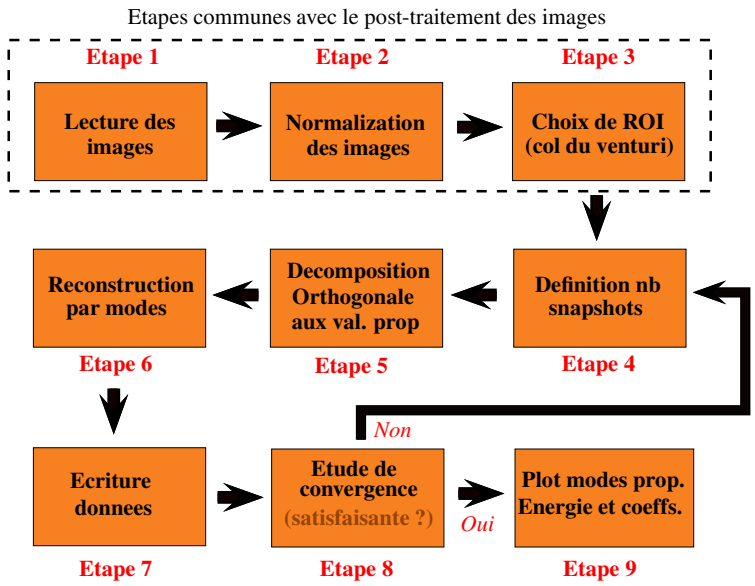


FIGURE 2.10 Schéma de l'algorithme POD

Le schéma 2.10 illustre les différentes étapes de la POD. La partie finale consiste en l'étude de la convergence du nombre d'images pour que l'écoulement soit bien reconstruit. Si le nombre des snapshots n'est pas suffisant, la boucle recommence à partir de l'étape 4 (choix du nombre de snapshots). Pour des mesures d'optimisation de la mémoire, certaines étapes sont découplées. Notamment, les étapes 1 à 4 se réalisent indépendamment, tandis que les étapes, 5 à 8 se font simultanément. L'essentiel de la décomposition aux valeurs propres se trouve dans les étapes 4 à 6. Le critère de convergence imposé est le niveau énergétique du mode propre j qui ne doit pas dépasser la seuil de 3%, où $j \leq N_{POD}$. Cette contrainte peut être exprimée de la manière suivante : $\lambda_j / \sum_{j=1}^{N_{POD}} \lambda_j$.

Application de la procédure PODCAV

La procédure PODCAV est appliquée sur une demi-image, afin de donner un exemple. A la suite d'une étude de convergence pour un cas de cavitation aérée présenté, un nombre de snapshots égal à 700 a été défini comme suffisant pour la représentation de la bonne dynamique de l'écoulement. En effet, jusqu'à 1000 images ont été utilisées pour définir ce nombre optimal. Comme on peut le constater sur la figure 2.11, à partir de 700 images le niveau d'énergie fluctue très peu et ne dépasse pas une valeur de 2,5%. Le cas aéré a été choisi, car les bulles influencent la dynamique de l'écoulement et a priori ceci peut être pénalisant pour l'application de la POD. De ce fait, le même nombre de snapshots est suffisant pour la cavitation non-aérée. L'utilisation de 700 images semble être un bon compromis entre le temps de calcul, la mémoire de stockage et la précision des résultats. Par la suite, on applique la procédure PODCAV sur une image de la caméra rapide. Le tableau 2.3 montre les conditions expérimentales d'essai.

Les modes propres sont montrés sur les images 2.12 à 2.15. Dans le tableau 2.4 les

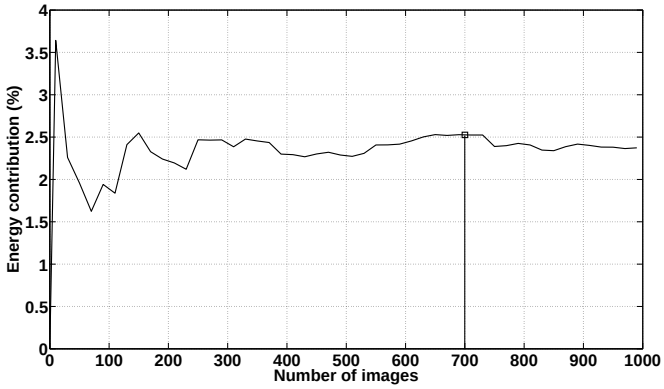


FIGURE 2.11 Évolutions de l'énergie pour mode 4 pour 1000 images — cavitation aérée, $\sigma = 1,74$

Cas	$\mathbf{V_{ref}}$ ($m.s^{-1}$)	$\mathbf{Re_{throat}}$	$\mathbf{P_{ref}}$ (bar)	$\sigma_{\mathbf{X^*=-6}}$	σ	$\mathbf{Str_L}$	**F** (Hz)
(d)	11,07	1.1×10^5	1,04	14,95	1,66	0,60	100

TABLE 2.3 Tableau récapitulatif des conditions expérimentales pour le cas (d) $\sigma = 1,66$.

	Mode 1	**Mode 2**	**Mode 3**	**Mode 4**
Énergie %	89,87	5,84	2,74	1,52

TABLE 2.4 Contributions des quatre modes pour $\sigma = 1,66$

niveaux d'énergie correspondant sont donnés. On voit que le premier mode compte pour presque 90% d'énergie totale. De ce fait, le premier mode propre pourrait être celui qui prend en compte la taille caractéristique de la poche cavitante développée. On voit qu'au delà de 50 modes, l'énergie ne fluctue plus. On constate qu'il y a un rapport 2 entre les contributions énergétiques de chaque mode propre présenté. Les structures en couleur bleue, sur l'image 2.13, correspondent à la vapeur advectée. Ceci est d'autant plus visible sur l'image 2.14 illustrant le troisième mode propre.

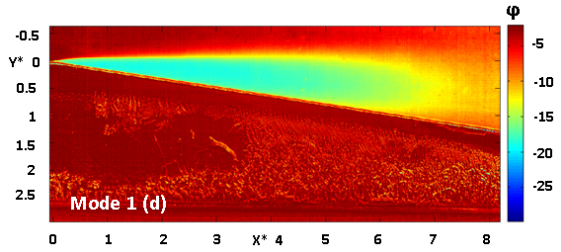


FIGURE 2.12 POD Mode 1 à $\sigma = 1,66$

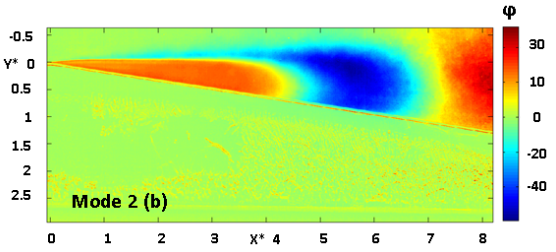


FIGURE 2.13 POD Mode 2 à $\sigma = 1,66$

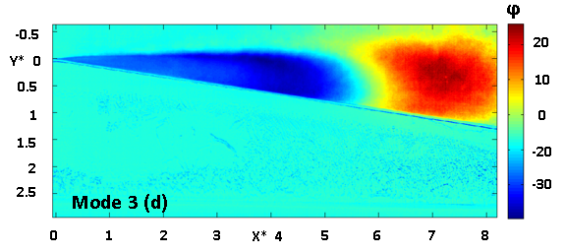


FIGURE 2.14 POD Mode 3 à $\sigma = 1,66$

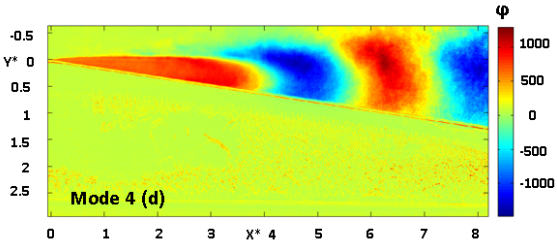


FIGURE 2.15 POD Mode 4 à $\sigma = 1,66$

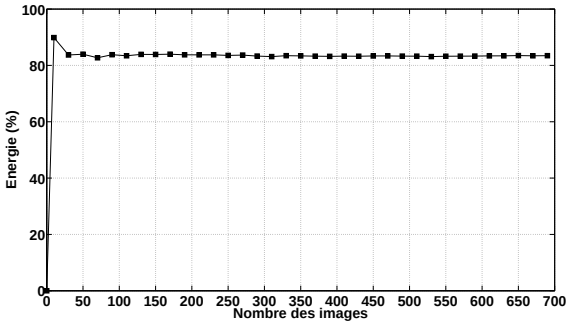


FIGURE 2.16 Energie mode 1 à $\sigma = 1,66$

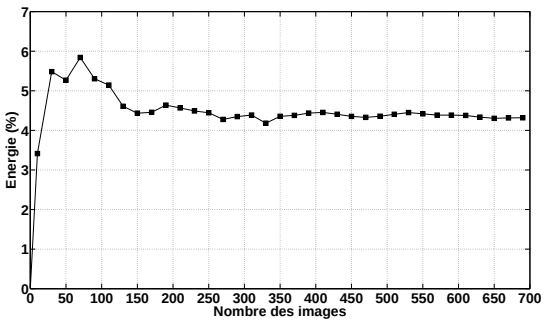


FIGURE 2.17 Energie mode 2 à $\sigma = 1,66$

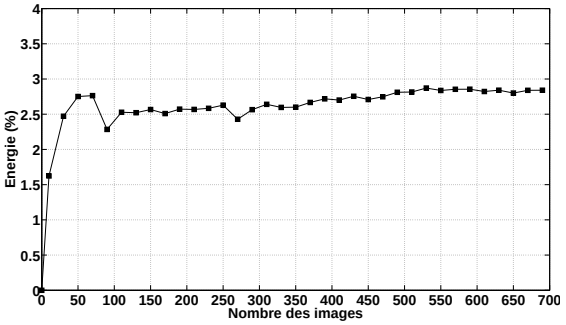


FIGURE 2.18 Energie mode 3 à $\sigma = 1,66$

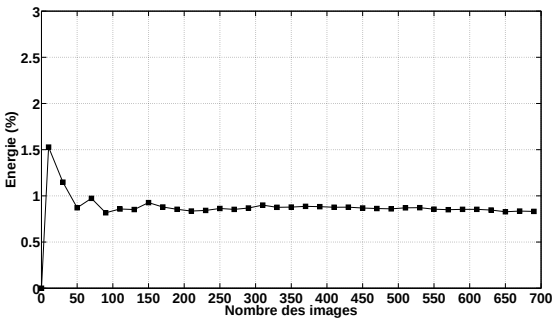


FIGURE 2.19 Energie mode 4 à $\sigma = 1,66$

Chapitre 3

Modélisation numérique de la cavitation et la cavitation aérée

Sommaire

3.1 Modélisation de la cavitation 52

3.1.1 Modèle physique 52

3.1.2 Modèle Homogène d'Equilibre 53

3.1.3 Transition de phase 56

3.1.4 Outils numériques 57

3.2 Modélisation de la l'aération 62

3.2.1 Forces appliquées sur les bulles 64

3.2.2 Méthode de pénalisation 65

3.2.3 Gestion de contact entre les bulles 66

Le chapitre est consacré à la description du modèle numérique adopté pour la résolution des équations de conservation qui décrivent un écoulement visqueux en présence de cavitation notamment aérée. La modélisation de la cavitation est décrite dans la section 3.1 suivi, par la modélisation de la rétro-action entre les bulles et l'écoulement.

3.1 Modélisation de la cavitation

3.1.1 Modèle physique

Les équations de Navier-Stokes sous forme conservative peuvent être écrites comme suit :

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t}+\frac{\partial \mathbf{F}_x(\mathbf{U})}{\partial x}+\frac{\partial \mathbf{F}_y(\mathbf{U})}{\partial y}+\frac{\partial \mathbf{F}_z(\mathbf{U})}{\partial z}=\mathbf{0} \tag{3.1}$$

Où

$$\mathbf{U}=(\rho \quad \rho u \quad \rho v \quad \rho w \quad \rho E)^T \tag{3.2}$$

En exprimant le flux total comme étant composé des flux convectif et diffusif :

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\mathbf{F^C}_x(\mathbf{U})-\mathbf{F}_x^V(\mathbf{U})\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\mathbf{F^C}_y(\mathbf{U})-\mathbf{F}_y^V(\mathbf{U})\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\mathbf{F^C}_z(\mathbf{U})-\mathbf{F}_z^V(\mathbf{U})\right)=\mathbf{0} \tag{3.3}$$

Où les flux convectif $\mathbf{F}^C$ et visqueux $\mathbf{F}^V$ sont données par :

$$\mathbf{F_x^C}(\mathbf{U})=\begin{pmatrix}\rho u\\ \rho u^2+p\\ \rho uv\\ \rho uw\\ (\rho E+p)u\end{pmatrix},\quad \mathbf{F_y^C}(\mathbf{U})=\begin{pmatrix}\rho u\\ \rho uv\\ \rho v^2+p\\ \rho vw\\ (\rho E+p)v\end{pmatrix},\quad \mathbf{F_z^C}(\mathbf{U})=\begin{pmatrix}\rho u\\ \rho uv\\ \rho vw\\ \rho w^2+p\\ (\rho E+p)w\end{pmatrix} \tag{3.4}$$

$$\begin{cases}\mathbf{F}_x^V(\mathbf{U})=(\tau_{xx} \quad \tau_{xy} \quad \tau_{xz} \quad (u\tau_{xx}+v\tau_{xy}+w\tau_{xz}-q_x))^T\\ \mathbf{F}_y^V(\mathbf{U})=(\tau_{yx} \quad \tau_{yy} \quad \tau_{yz} \quad (u\tau_{yx}+v\tau_{yy}+w\tau_{yz}-q_y))^T\\ \mathbf{F}_z^V(\mathbf{U})=(\tau_{zx} \quad \tau_{zy} \quad \tau_{zz} \quad (u\tau_{zx}+v\tau_{zy}+w\tau_{zz}-q_z))^T\end{cases} \tag{3.5}$$

Les contraintes de cisaillement sont données par :

$$\tau_{xx}=2\mu\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{2}{3}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right),\quad \tau_{yy}=2\mu\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{2}{3}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right),\quad \tau_{zz}=2\mu\frac{\partial w}{\partial z}-\frac{2}{3}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right) \tag{3.6}$$

$$\tau_{xy}=\mu\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right),\quad \tau_{xz}=\mu\left(\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial x}\right),\quad \tau_{yz}=\mu\left(\frac{\partial v}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial y}\right) \tag{3.7}$$

et les flux thermiques par :

$$q_x = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}, \quad q_y = -\lambda \frac{\partial T}{\partial y}, \quad q_z = -\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \tag{3.8}$$

ρ étant la masse volumique, u, v, w les trois composantes de la vitesse suivant x, y, z, respectivement, E l'énergie totale, T la température, p la pression, μ la viscosité et λ la conductivité thermique.

3.1.2 Modèle Homogène d'Equilibre

Le modèle retenu pour décrire la cavitation, est le modèle homogène. Les équations de conservation de masse, de quantité de mouvement et d'énergie sont celles décrites plus haut. Dans le modèle choisi, on considère que les deux phases sont dans un état d'équilibre thermodynamique local. Dans le mélange, la pression est égale à la pression de saturation. Les vitesses de glissement entre les phases sont négligées et la température des deux phases est égale à la température du mélange. Dans les zones cavitantes, la fraction volumique de vapeur est donnée par :

$$\alpha = \frac{V_v}{V} = \frac{\rho - \rho_{l.sat(T)}}{\rho_{v.sat(T)} - \rho_{l.sat(T)}} \tag{3.9}$$

où $\rho_{l.sat(T)}$ est la masse volumique de saturation du liquide et $\rho_{v.sat(T)}$ la masse volumique de saturation de vapeur.

Phase vapeur

On considère la phase vapeur comme un gaz parfait, ainsi la pression est donnée par :

$$p_v = (\gamma - 1)\, \rho_v e_v \tag{3.10}$$

L'équation de la température est écrite en fonction de la chaleur latente de vaporisation $L_v(T_0) = 2.753 \times 10^6$ J.kg^{-1} à la température $T_0 = 273.15$ K comme suit : $T = \frac{e - e_{l0} - L_v(T_0)}{C_{vv}} + T_0$, $C_{vv} = 1410.8$ J.kg^{-1}.K^{-1} est la chaleur spécifique de vapeur à un volume constant. La loi de Sutherland donne la relation pour la viscosité dynamique :

$$\mu_v = \mu_{ref} \left(\frac{T}{T_{ref}} \right)^{3/2} \frac{T_{ref} + S}{T + S} \tag{3.11}$$

Les constantes de la loi de Sutherland pour le cas de l'eau sont données par : $\mu_{ref} = 18.27 \times 10^{-3}$ Pa.s, $T_{ref} = 291.15$ K, $S = 861.11$ K. La conductivité thermique de la phase vapeur est donnée comme dans Dincer et *al.*[48] comme suit :

$$\lambda_v = \sum_{i=0}^{4} a_i T^i \tag{3.12}$$

où $a_0 = -7.967996 \times 10^{-3}$, $a_1 = 6.881332 \times 10^{-5}$, $a_2 = 4.49046 \times 10^{-8}$, $a_3 = -9.099937 \times 10^{-12}$, $a_4 = 6.173314 \times 10^{-16}$. La célérité du son dans la vapeur est donc donnée par :

$$c_v^2 = \frac{\gamma p}{\rho} \tag{3.13}$$

avec $\gamma = 1.327$ pour la vapeur d'eau, ρ et p étant les solutions de l'équation 3.1.

Phase liquide

Concernant la phase liquide, l'équation de Tait [127] modifiée, relie la masse volumique et la pression en fonction de la température comme suit :

$$p_l = K_0 \left[\left(\frac{\rho}{\rho_{l,sat}(T)} \right)^N - 1 \right] + P_{sat}(T_l) \tag{3.14}$$

avec K_o et N étant des constantes dépendantes de la nature du fluide, $K_0 = 3,3.10^8 Pa$, et $N = 7,15$ pour l'eau. Cette équation permet de considérer l'état du liquide pur comme un composé en saturation dans un fluide multiphasique. La relation pour la température est donnée par l'énergie spécifique telle que : $T = \frac{e - e_{l0}}{C_{vl}} + T_0$, avec $e_{l0} = 617$ J.kg^{-1} étant l'énergie interne pour une température de référence $T_0 = 273.15$ K et $C_{vl} = 4180$ J.kg^{-1}.K^{-1} la chaleur spécifique du liquide à volume constant. La viscosité est donnée par la loi de Vogel-Fulcher-Tammann [64, 65, 141].

$$\mu_l = A \times 10^{B/(T-C)} \tag{3.15}$$

où $A = 2.414 \times 10^{-5}$ Pa.s, $B = 247.8$ K et $C = 140.0$ K. La conductivité thermique de l'eau est considérée constante est égale à $\lambda_l = 0.6$ W.m^{-1}.K^{-1}.

On fait l'hypothèse que les variations de la pression acoustique sont négligeables par rapport à la pression de l'écoulement. De plus, on considère les effets visqueux et les effets de la conduction thermique négligeables, la célérité du son peut être écrite

comme suit :

$$c^2 = \frac{\partial P}{\partial \rho} \tag{3.16}$$

En reformulant à l'aide des relations de Maxwell, en fonction de p et T, la relation 3.16 nous donne :

$$c^2 = \frac{\rho\left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p}{\left(\frac{\partial \rho}{\partial p}\right)_T\left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p + \left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_p\left[1-\rho\left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_T\right]} \tag{3.17}$$

Les relations de Maxwell nous permettent également d'écrire :

$$\frac{\partial c_v(T,v)}{\partial v} = T\frac{\partial^2 p}{\partial T^2} \tag{3.18}$$

L'énergie interne est donnée par les relations :

$$\left(\frac{\partial e}{\partial T}\right)_v = c_v(v,T) \tag{3.19}$$

et

$$\left(\frac{\partial e}{\partial v}\right)_T = -T + T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v \tag{3.20}$$

On considère la masse volumique de référence approximativement égale à la masse volumique de l'écoulement et que la chaleur spécifique $C_{vl}(\rho_0, T)$ est constante, l'expression de la vitesse du son dans le liquide est donc donnée par :

$$c_l^2 = \frac{N(p-p_{sat}(T)+K_0)}{\rho} + \frac{p}{\rho^2 C_{ll}}\left(\frac{\partial p_{sat}(T)}{\partial T} - \frac{N(p-p_{sat}(T)+K_0)}{\rho_{l,sat}(T)}\frac{\partial \rho_{sat}(T)}{\partial T}\right) \tag{3.21}$$

Phase de mélange

Dans le mélange nous considérons :

$$p_l = p_v = p = p_{sat}(T) \tag{3.22}$$

et

$$T_l = T_v = T \tag{3.23}$$

La viscosité dynamique du mélange est donnée par :

$$\frac{1}{\mu_m} = \frac{1}{\frac{\epsilon_v}{\mu_v} + \frac{1-\epsilon_v}{\mu_l}} \tag{3.24}$$

ϵ_v étant la fraction massique de la vapeur. La conductivité thermique λ_m peut être calculée de la même manière.

La relation de Wood [125] est utilisée pour le calcul de la vitesse du son dans la phase de mélange.

$$\frac{1}{\rho c_m^2} = \frac{\alpha}{\rho_{v,sat}(T)\rho c_v^2} + \frac{1-\alpha}{\rho_{l,sat}(T)\rho c_l^2} \tag{3.25}$$

La relation de Wood prend en compte les changements de phase via la fraction volumique. Sur la figure (3.1) est montrée l'évolution de la vitesse du son en fonction de la fraction volumique, calculée avec l'équation 3.25. On peut constater que la vitesse du son dans un écoulement cavitant varie avec des différences d'échelles importantes. En effet, la vitesse du son dans l'eau liquide pure est au alentours de 1500 m.s^{-1}, tandis que la vitesse du son dans la vapeur d'eau est au alentours de 450 m.s^{-1}. Avec l'équation 3.25 on obtient une vitesse du son dans la phase de mélange de l'ordre de 4 m.s^{-1}. De ce fait, les effets de la compressibilité peuvent varier en fonction de la zone de calcul.

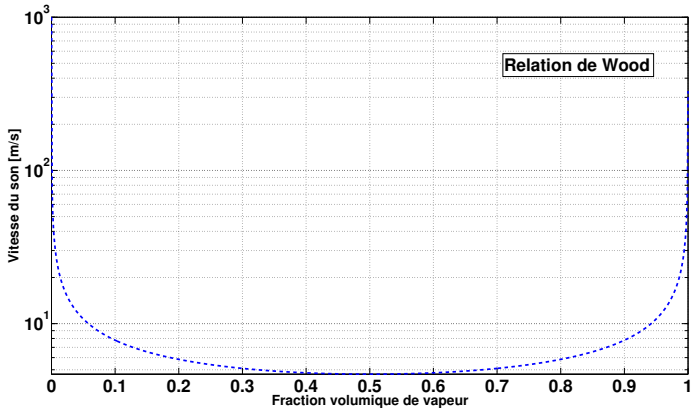


FIGURE 3.1 Vitesse du son de la phase du mélange suivant l'équation 3.25 à $T = 300$K

La formulation 3.25 a été utilisée et validée dans le cas d'un profil NACA12 dans les thèses de L. Bergerat [14] et A. Koop [93] et dans les travaux de Goncalves et *al.*[73].

3.1.3 Transition de phase

Comme il a été décrit ci-dessus, l'hypothèse de base est le fait que le fluide se trouve dans un état d'équilibre thermodynamique locale. Un algorithme de gestion des phases basé sur le calcul de la masse volumique gère le transfert de masse entre les différentes phases et le choix des équations d'état pour le calcul de la température, la pression et les autres propriétés thermodynamiques. Une fois que la masse volumique ρ calculée par l'équation 3.3.

- Si sa valeur est inférieure à celle de la masse volumique de saturation de vapeur, alors la phase est considérée comme de la vapeur,$\alpha = 1$ et les équations d'état pour la phase vapeur sont appliquées.
- Si sa valeur est supérieure à celle de la masse volumique de saturation liquide, alors la phase est considérée comme du liquide pur, $\alpha = 0$, et les équations d'état pour la phase liquide sont appliquées.
- Si la valeur de la masse volumique est entre les deux, alors la phase est considérée comme du mélange, α est donnée par l'équation 3.9 et la température est calculée par $e = \epsilon e_v + (1-\epsilon)e_l$, avec ϵ la fraction massique de vapeur, e_v et e_l étant données par les équations d'état pour la phase vapeur et la phase liquide, respectivement.

La présentation de l'algorithme de transition de phase est donné sur la figure 3.2. Un des avantages de cette approche est le fait qu'elle prend en compte la variation physique de la pression.

3.1.4 Outils numériques

Solveur Volumes Finis

Le code volume fini (FV) utilisé dans cette thèse est basé sur la méthode des moindres carrés mobiles (FV-MLS) développé au laboratoire [90, 91, 110, 112]. La méthode FV-MLS est bien adaptée pour la discrétisation des équations de nature elliptique/parabolique. Pour la partie hyperbolique des équations de conservation, la méthode utilise une reconstruction polynomiale locale continue par morceaux. Ceci permet également l'utilisation des solveurs de Riemann approché pour le flux numérique à travers les interfaces entre cellules. Dans le cadre de cette thèse nous avons utilisé une reconstruction linéaire conférant au schéma spatial une précision d'ordre deux. Dans les zones de discontinuité le limiteur de Venkatakrishnan [140] est utilisé.

Traitement des bas nombres de Mach

Comme on a vu ci-dessus, les différences dans le nombre de Mach local peuvent être importantes. Ainsi, les effets de la compressibilité basés sur le nombre de Mach varient en fonction de la zone de calcul. Ceci devrait être pris en compte dans le calcul des flux numériques. Il est également connu qu'il est difficile de résoudre les équations de Euler/Navier-Stokes compressible pour les faibles nombres de Mach, ceci induit de la dissipation numérique pour la prédiction de la pression ($p \sim M$ au lieu

Algorithm 1: Phase transition algorithm

Data: ρ^n, $(\rho u)^n$, $(\rho v)^n$, $(\rho w)^n$, $(\rho E)^n$, T^n : computed at previous time step
Result: ρ^{n+1}, $(\rho u)^{n+1}$, $(\rho v)^{n+1}$, $(\rho w)^{n+1}$, $(\rho E)^{n+1}$: given by solving Navier-Stokes equations
Compute: $e^{n+1} = E^{n+1} - \frac{1}{2}((u^{n+1})^2 + (v^{n+1})^2 + (w^{n+1})^2)$;
Initialize: $T^{n+1} = T^n$;
repeat
  (Re)-initialize: $T^* = T^{n+1}$;
  Compute: $\rho_{l,sat}(T^*)$ and $\rho_{v,sat}(T^*)$;
  if $\rho^{n+1} > \rho_{l,sat}(T^*)$ **then**
    $\alpha = 0$; /* liquid */
    $T^{n+1} = e^{n+1} - e_{l0}C_{vl} + T_0$
  end
  if $\rho^{n+1} < \rho_{v,sat}(T^*)$ **then**
    $\alpha = 1$; /* vapor */
    $T^{n+1} = e^{n+1} - e_{l0} - L_v(T_0)C_{vv} + T_0$
  end
  if $\rho_{v,sat}(T^*) \leq \rho^{n+1} \leq \rho_{l,sat}(T^*)$ **then**
    $\alpha = \rho^{n+1} - \rho_{l,sat}(T^*)\rho_{v,sat}(T^*) - \rho_{l,sat}(T^*)$; /* mixture */
    Solve: $T^{n+1} =$
    $\rho^{n+1}e^{n+1} - \alpha\rho_{v,sat}(T^{n+1})L_v(T_0) - \rho^{n+1}e_{l0}\alpha\rho_{v,sat}(T^{n+1})C_{vv} + (1-\alpha)\rho_{l,sat}(T^{n+1})C_{vl} + T_0$
  end
until $|T^{n+1} - T^*| \leq \epsilon$;
/* Computation of other parameters */;
if $\alpha = 0$ **then**
  $p^{n+1} = K_0\left[\left(\rho^{n+1}\rho_{l,sat}(T^{n+1})\right)^N - 1\right] + P_{sat}(T^{n+1})$;
  $\mu^{n+1} = \mu_{ref}\,10^{T_{ref}T^{n+1}-S0}$;
  $\lambda^{n+1} = 0.6$;
  $(c^{n+1})^2 = N\bar{P}\rho^{n+1} + p^{n+1}(\rho^{n+1})^2C_{vl}\left(P_{sat}(T^{n+1})T - N\bar{P}\rho_{l,sat}(T^{n+1})\rho_{l,sat}(T^{n+1})T\right)$;
  where $\bar{P} = p^{n+1} - P_{sat}(T^{n+1}) + K_0$;
end
if $\alpha = 1$ **then**
  $p^{n+1} = (\gamma - 1)\rho^{n+1}e^{n+1}$;
  $\mu^{n+1} = \mu_{ref}T^{n+1} + S_0T_{ref} + S_0\left(T^{n+1}T_{ref}\right)^{1.5}$;
  $\lambda^{n+1} = \sum_i^4 a_i(T^{n+1})^i$;
  $\frac{1}{\lambda^{n+1}} = \frac{1-\xi}{\lambda_l^{n+1}} + \frac{\xi}{\lambda_v^{n+1}}$;
  $(c^{n+1})^2 = \gamma p^{n+1}\rho^{n+1}$;
end
if $0 < \alpha < 1$ **then**
  $p^{n+1} = P_{sat}(T^{n+1})$;
  $\frac{1}{\mu^{n+1}} = \frac{1-\xi}{\mu_l^{n+1}} + \frac{\xi}{\mu_v^{n+1}}$;
  where,
  $\mu_l^{n+1} = \mu_{l,ref}\,10^{T_{l,ref}T^{n+1}-S_{l,0}}$;
  $\mu_v^{n+1} = \mu_{v,ref}T^{n+1} + S_{v,0}T_{v,ref} + S_{v,0}\left(T^{n+1}T_{v,ref}\right)^{1.5}$;
  $(c^{n+1})^2 = \rho^{n+1}\left(\alpha\rho_{v,sat}(c_v^{n+1})^2 + 1 - \alpha\rho_{l,sat}(c_l^{n+1})^2\right)^{-1}$;
  where,
  $(c_l^{n+1})^2 = N\bar{P}\rho^{n+1} + p^{n+1}(\rho^{n+1})^2C_{vl}\left(P_{sat}(T^{n+1})T - N\bar{P}\rho_{l,sat}(T^{n+1})\rho_{l,sat}(T^{n+1})T\right)$;
  $(c_v^{n+1})^2 = \gamma p^{n+1}\rho^{n+1}$;
end
Compute: $H^{n+1} = E^{n+1} + \frac{p^{n+1}}{\rho^{n+1}}$

FIGURE 3.2 Algorithme de transition de phase

de $p \sim M^2$). De plus, pour un schéma explicite, cela implique un pas de temps très petit à cause d'une condition CFL très restrictive. Un moyen de contourner cette difficulté est l'utilisation d'une technique de préconditionnement. Une synthèse des

différents techniques de préconditionnement est disponible dans le travail de Turkel [134]. L'utilisation d'un préconditionneur induit, malheureusement, une modification de la dynamique de la propagation des ondes de pression dans la phase liquide, ce qui n'est pas souhaitable au vu de la physique que nous voulons mettre en évidence. Par conséquent, aucun préconditionnement n'est utilisé dans le cadre de cette thèse. Ainsi, nous estimons éviter tout artifice numérique pouvant modifier le comportement physique et ce dans chaque phase. En contre partie, le pas de temps utilisé dans nos calculs est très faible, il est de l'ordre de 10^{-7}s, cela associé à un solveur temporel Euler explicite d'ordre un. Le schéma temporel a été récemment utilisé par Saurel et *al.* [125] dans les cas des écoulements cavitants.

Solveur de Riemann

Comme mentionné plus haut, le solveur volume fini doit traiter un large spectre de régimes de propagation d'ondes de pression dues aux mécanismes de transition de phase. Le solveur de Riemann approché utilisé doit être en mesure de prendre en compte tous ces régimes. Un travail récent de Nogueira et *al.*[111] a montré que l'augmentation de l'ordre spatial (4 à 5) avec une utilisation d'une correction pour le terme dissipatif (fonction du nombre de Mach) dans les cas de solveurs comme Roe ou Rosanov, peut étendre leurs utilisation à tous les régimes d'écoulement. Pour des raisons pragmatiques liées à la nature de l'investigation, l'ordre deux en espace s'avére suffisant. Pour cette raison, un solveur AUSM modifié (Simple Low dissipative AUSM solver) SLAU a été utilisé. Le principe de base de ce solveur est la séparation du flux numérique en deux parties distinctes : une composante convective et une composante de pression. La partie convective est décomposée en suivant la procédure proposée par Shima et *al.*[130]. Plus de détails concernant les développements numériques peuvent être trouvés dans les travaux suivants :[27, 99–101].

Traitement de la turbulence

Les erreurs de troncature du schéma numérique et du modèle de sous-maille dans une simulation numérique de type LES sont liées. L'approche numérique où le modèle de sous-maille et le schéma numérique sont confondus est connue sous le nom implicit LES (iLES) [81]. Dans le cadre de la thèse, c'est cette approche qui a été utilisée. Grâce aux propriétés du schéma FV-MLS, la turbulence a été prise en compte implicitement par la définition d'un nombre adéquat de points dans chaque direction spatiale du

"stencil" et dans le choix des paramètres de la fonction kernel. Les développements de cet aspect sort du cadre de cette thèse, nous invitons par conséquent, le lecteur à consulter les travaux existants et plus particulièrement ceux de Nogueira et *al.*[91, 110, 112].

Domaine de calcul

Le domaine de calcul est le Venturi axisymmetrique DynFluidV8, montré sur la figure 2.4. Sa longueur totale est $L = 470$ mm. Le rapport de section entre l'entrée et la sortie est de 3. En accord avec le travail expérimental, la température T_∞ de l'eau est égale à 300K. La pression de saturation dans ces conditions est égale à $P_{vap} \approx 2200$ Pa. A cause des effets de la compressibilité, le domaine du calcul est étendu dans les directions latérales, d'une fois sa longueur en amont et d'une fois sa longueur en aval. Les conditions aux limites sont décrites ci-dessous. La vitesse de l'écoulement en entrée du Venturi et la pression à la sortie sont imposées. Le maillage 3D montré sur la figure 3.3 contient 310000 cellules. La distribution des mailles n'est pas uniforme. La zone convergent-divergent représente 20% du volume total et contient 80% des mailles. Ceci peut être considéré comme suffisant, sachant que la perte de charge par rapport un maillage deux fois moins dense est de 10% et pour à un maillage 1,75 fois plus dense, la perte de charges s'élève à 2%. En ce qui concerne les y^+ leurs valeur varie de 20 à 300 suivant la position et le régime de l'écoulement. Les grandes valeurs sont généralement situées très en amont ou très en aval du col du Venturi. La conservation de la masse a été vérifiée. Une différence inférieure à 0,1% a été observée entre l'entrée et la sortie du Venturi. La vitesse à l'entrée est imposée à 4 m.s^{-1} suivant l'axe horizontale **x**. La pression à la sortie est égale à 50 kPa. Les paramètres de la fonction kernel utilisés sont $K_x = K_y = K_z = 5$ et le nombre de points additionnels dans le stencil est égale à 15. Ces paramètres présentent le meilleur compromis quant aux propriétés de dissipation et de dispersion ainsi que pour le traitement de la turbulence [91]. Dans les cas des écoulements cavitants compressibles, la vitesse du son varie "brusquement" et rapidement entre les phases, donc la pression locale fluctue fortement et des ondes persistantes peuvent se former. Ces ondes restent piégées dans le domaine de calcul

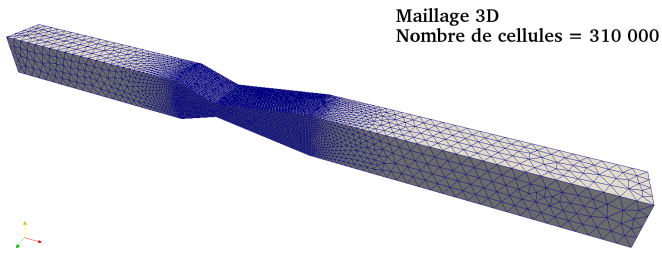


FIGURE 3.3 Vue globale du maillage 3D

et conduisent à des instabilités numériques. Par conséquent, il est primordial de pouvoir évacuer ces ondes par les frontières du domaine. Pour contourner ce problème, des conditions aux limites non-réfléchissantes sont implémentées. La formulation des conditions aux limites est inspirée du travail de Schneer et *al.* [128].

- Condition d'entrée : vitesse et température imposées, les valeurs interpolés sont données par :

$$p_g^+ = \frac{p_g^- + \frac{1}{2}\phi\left[p_i + p_g^- + \rho_g^- c_g^-\left(u_{1,inlet} - u_{1,i}\right)\right]}{1+\phi} \tag{3.26}$$

$$u_{1,g}^+ = \frac{u_{1,g}^- + \frac{1}{2}\phi\left[\frac{\left(p_g^- - p_i\right)}{\rho_g^- c_g^-} + u_{1,inlet} + u_i\right]}{1+\phi} \tag{3.27}$$

$$\rho_g^+ = Tait\left(p_g^+, T_{inlet}\right) \tag{3.28}$$

- Condition sortie : pression imposée, les valeurs interpolées sont données par :

$$p_g^+ = \frac{p_g^- + \frac{1}{2}\phi\left[p_i + p_{outlet} + \rho_g^- c_g^-\left(u_{1,i} - u_{1,g}^-\right)\right]}{1+\phi} \tag{3.29}$$

$$u_{1,g}^+ = \frac{u_{1,g}^- + \frac{1}{2}\phi\left[\frac{\left(p_i - p_{outlet}\right)}{\rho_g^- c_g^-} + u_{1,g}^- + u_i\right]}{1+\phi} \tag{3.30}$$

$$\rho_g^+ = Tait\left(p_g^+, T_i\right) \tag{3.31}$$

Les indices $+$ et $-$ décrivent,respectivement, les variables aux instants n et $n-1$, et g et i décrivent,respectivement, les valeurs des variables interpolées et internes. Finalement $\phi = \frac{c\Delta t}{l}$, l est une longueur caractéristique de la cellule. Sur les figure 3.4 à 3.7 nous présentons l'évolution de la pression statique sur une ligne axiale montrant l'effet des conditions non réfléchissantes.

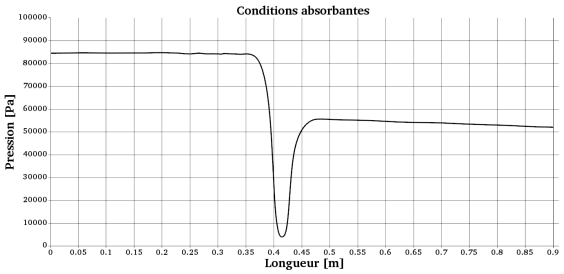


FIGURE 3.4 Pression aux bords à $0,01$s

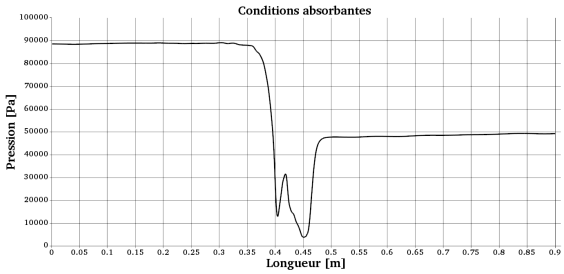


FIGURE 3.5 Pression aux bords à $0,02$s

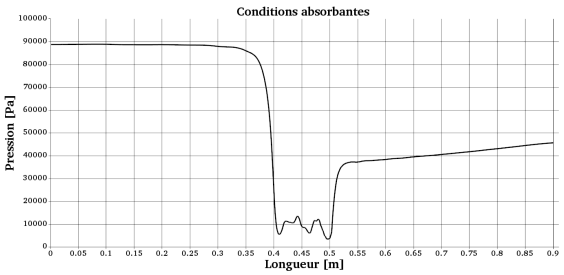


FIGURE 3.6 Pression aux bords à $0,03$s

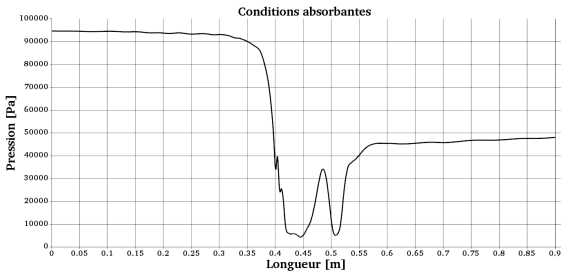


FIGURE 3.7 Pression aux bords à $0,04$s

3.2 Modélisation de la l'aération

Dans cette partie une première modélisation du transport des bulles dans un fluide Newtonnien est proposée. Le domaine fluide est gouverné par les équations de Navier-Stokes décrites plus haut. Le mouvement des bulles est gouverné quant à lui par le principe fondamental de la dynamique. Le couplage fluide-structure est géré par une méthode de pénalisation. A cet effet, les bulles sont considérées comme des particules non-déformables, avec les propriétés thermodynamiques de l'air.

Nous considérons un domaine borné et régulier schématisé sur la figure 3.8 et on note par $(B_i)_{i=1,\dots,N}$ les bulles dans le domaine. Le domaine $\Omega\backslash\bar{B}$ est occupé par le

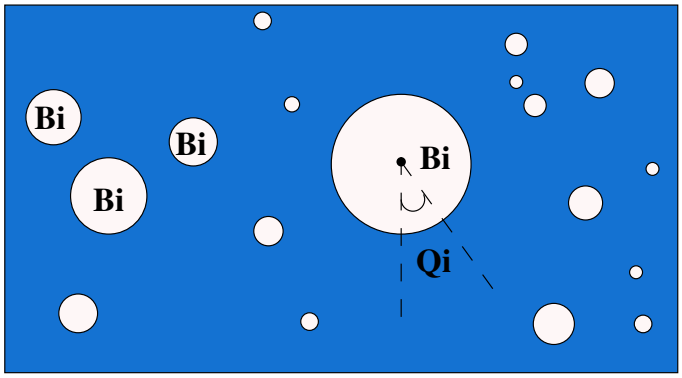


FIGURE 3.8 Domaine du fluide en bleu ($\Omega\backslash\bar{B}$) et des bulles en blanc (**B**)

liquide présenté en bleu sur la figure 3.8. Initialement, les bulles de densité de ρ_i sont distribuées de manière aléatoire dans le fluide. L'éventuel chevauchement entre les particules sera discuté plus en détails, ultérieurement. La position du centre de la $i^{éme}$ bulles est noté x_i, et v_i et w_i sont les vitesses de translation et la vitesse angulaire, respectivement. La masse d'une bulle est m_i et son moment cinématique J_i sont donnés par :

$$m_i = \int_{B_i} \rho_i \tag{3.32}$$

et

$$J_i = \int_{B_i} \rho_i \|x - x_i\|^2 \tag{3.33}$$

La vitesse absolue d'une bulle peut donc s'écrire de la manière suivante :

$$\mathbf{u} = \mathbf{v}_i + w_i (x - x_i)^{\perp} \quad sur \quad \partial B \tag{3.34}$$

Pour assurer la conservation de la quantité de mouvement, une force de volume $\mathbf{F_f}$ est rajoutée aux équations de conservation de quantité de mouvement. Les différentes forces sont décrites en détails dans le tableau 3.1. Le fluide exerce des forces hydrodynamiques sur les bulles, donc sur une partie infinitésimale ds de ∂B (frontière de la bulles), le principe fondamental de la dynamique permet d'écrire :

$$\begin{cases} m_i \dfrac{dV_i}{dt} = \displaystyle\int_{B_i} \mathbf{F}_i - \int_{\partial B_i} \underline{\sigma} n, \\ J_i \dfrac{dw_i}{dt} = \displaystyle\int_{B_i} (x - x_i)^{\perp} . \mathbf{F}_i - \int_{\partial B_i} (x - x_i)^{\perp} . \underline{\sigma} n \end{cases} \tag{3.35}$$

Les forces extérieures (non hydrodynamiques) exercées sur la bulle sont données par $\mathbf{F}_i$. Afin d'éviter la formulation ALE et donc le remaillage à chaque pas de temps, nous proposons une formulation avec couplage faible basé sur une méthode de pénalisation, qui sera décrite plus bas. La masse volumique dans le domaine de calcul sera donc donnée par :

$$\tilde{\rho} = \rho_f I_{\Omega \setminus \bar{B}} + \sum_{i=1}^{N} \rho_f I_{B_i} \tag{3.36}$$

et les forces de volume par :

$$\tilde{\mathbf{F}} = \mathbf{F}_i I_{\Omega \setminus \bar{B}} + \sum_{i=1}^{N} \mathbf{F}_i I_{B_i} \tag{3.37}$$

I_{B_i} étant une fonction caractéristique égale à 1 à l'intérieur de la bulle et 0 à l'extérieur et $I_{\Omega\setminus B_i} = 1 - I_{B_i}$. Ci-dessous un algorithme explicitant la démarche.

- Calculer $\tilde{\rho}^n$
- Calculer $\tilde{\mu}$
- Calculer $\tilde{\mathbf{F}}^n$
- Résoudre l'équation 3.3 avec application de la pénalisation.
- Calcul des vitesses $\mathbf{v}$ et $\mathbf{w}$ des bulles à l'instant n.

$$v_i^n = \frac{\int_{B_i} \rho_i \mathbf{u}^n}{\int_{B_i} \rho_i} \tag{3.38}$$

$$w_i^n = \frac{\int_{B_i} \rho_i \mathbf{u}^n . (x - x_i)^\perp}{\int_{B_i} \rho_i \|x - x_i\|^2} \tag{3.39}$$

- Mettre à jour la position des bulles (plus de détails concernant la mise à jour de la position des bulles seront données dans la section 3.2.3.)

$$\mathbf{X}^{n+1} = \mathbf{X}^n + \hat{\mathbf{V}}^n \Delta t + \frac{1}{2}\mathbf{a}^n \Delta t^2 \tag{3.40}$$

$$\Theta_i^{n+1} = \Theta_i^n + \Delta t w_i^n \tag{3.41}$$

3.2.1 Forces appliquées sur les bulles

Le tableau 3.1 présente une liste des principales forces appliquées sur les bulles d'air par le fluide, prisent en compte dans notre modélisation.

Forces	Designation	Définition	Observation
Gravité	$\mathbf{F_G}$	$m_B \mathbf{g}$	
Portance	$\mathbf{F_L}$	$\frac{1}{2} C_{lift} \rho_L \pi R^2 \mathbf{U_{rel}^2}$	
Trainée	$\mathbf{F_D}$	$\frac{1}{2} C_{drag} \rho_L \pi R^2 \mathbf{U_{rel}^2}$	
Turbulence	$\mathbf{F_{turb}}$	$\frac{1}{2} C_{turb} \rho_L \pi R^2 \lvert\mathbf{U_{flow}}\rvert \mathbf{U_{yturb}}$	force aléatoire
Gradient pression	$\mathbf{F_S}$	$\frac{1}{2}\rho_L \frac{d\mathbf{U_B}}{dt}\mathbf{U_{rel}} = \frac{m_B}{\rho_B}\rho_L \frac{3\dot{R}}{2R}\mathbf{U_{rel}}$	$\mathbf{F_S} = 0$
Archimède	$\mathbf{F_{buoy}}$	$\rho_B \pi R^2 \mathbf{g}$	

TABLE 3.1 Tableau récapitulatif des forces appliquées sur les bulles

La force de volume appliquée aux bulles est donnée par :

$$\mathbf{F}_f = \mathbf{F_G} + \mathbf{F_{turb}} + \mathbf{F_D} + \mathbf{F_L} + \mathbf{F_S} + \mathbf{F_{buoy}} \tag{3.42}$$

La masse de la bulle est désignée m_B, C_{lift} et C_{drag} étant les coefficients de portance et de traînée, C_{turb} est un coefficient de turbulence, $\mathbf{U_{flow}}$ est la vitesse de l'écoulement et $\mathbf{U_{rel}}$ la vitesse relative. Notre modèle prend en compte la rotation des bulles mais il ne considère pas la force de Basset [7]. La correction de la force de traînée (la force de Faxen) n'est pas considérée, ce qui implique qu'il n'y aura pas d'effets de perturbations sur les bulles au moment de leurs injection au sein de l'écoulement. Nous faisons l'hypothèse que les différentes forces sont linéairement indépendantes [83, 102]. Les bulles étant considérées non-déformables alors $\dot{R} = 0$ et par conséquent $\mathbf{F_S} = 0$

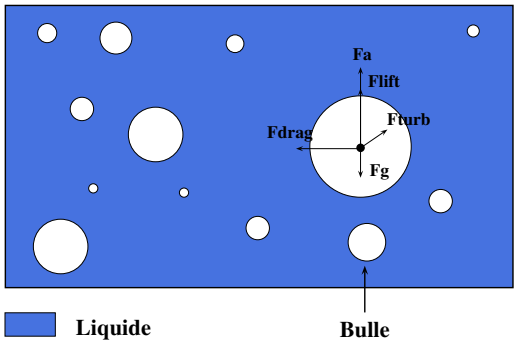


FIGURE 3.9 Forces appliquées aux bulles

Il existe plusieurs régimes d'écoulement en fonction du nombre de Reynolds de la bulle Re_B. Pour un régime intermédiaire ($1 < Re_B < 1000$) une bonne approximation de coefficient du traînée est donnée par $C_{drag} = \frac{24}{Re_B}$. Dans le cas $Re_B \geq 1000$, C_{drag} devient indépendant du Re_B, $C_{drag} = 0.44$. Plus de détails sur la façon de calculer le C_{drag} peuvent être trouvés dans [24, 31, 57, 116]. Concernant le coefficient de portance, $C_{lift} = 0.5$ [8] et finalement $C_{turb} = 2$ [89].

3.2.2 Méthode de pénalisation

La rétroaction entre les bulles d'air et l'écoulement est assurée par une méthode de pénalisation. L'approche proposée est hybride. D'une part, le tenseur de déformation est pénalisé via l'expression de la viscosité dans les zones à faibles vitesses. D'autre part,"Brinkman pénalisation méthode" (BPM) [3, 22, 23, 87, 88, 139] est utilisée dans les zones ou l'écoulement présente de fortes vitesses (effet convectif prédominant). Lorsque le tenseur de déformation est pénalisé, la viscosité peut s'exprimée comme suit :

$$\tilde{\mu} = \mu I_{\Omega \setminus \bar{B}} + \frac{1}{\epsilon} I_B \tag{3.43}$$

$I_{\Omega\setminus\bar{B}}$ et I_B sont des fonctions caractéristiques définies plus haut, ϵ est un coefficient très petit de telle sorte à ce que dans la zone pénalisée $\tilde{\mu}$ prend une valeur très grande conférant aux bulles une cinématique de corps rigide.

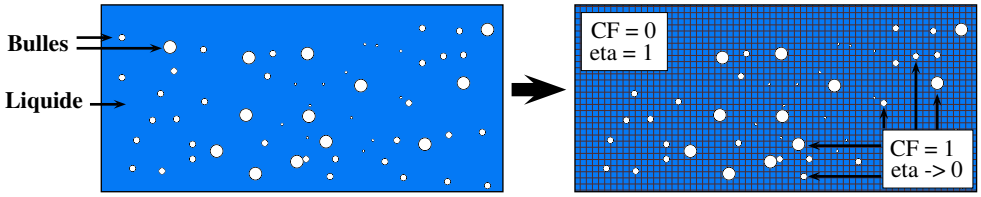


FIGURE 3.10 Zones d'activation des fonctions caractéristiques (CF)

La méthode BPM consiste à considérer les bulles d'air comme des zones poreuses dont la perméabilité tendrait vers zero. Le terme source $\mathbf{S}_{BPM}$ est rajouté aux second terme des équations de conservation de quantité de mouvement. Il est donné par :

$$\mathbf{S}_{BPM} = \frac{I_B}{\eta}(\mathbf{V_f} - \mathbf{V_B}) \tag{3.44}$$

où $\mathbf{V_f}$ est la vitesse du fluide, $\mathbf{V_B}$ la vitesse des bulles, I_B est une fonction caractéristique et η un coefficient de perméabilité. Lorsque $\eta \to 0$ la quantité de mouvement n'est satisfaite que si $\mathbf{V_f} = \mathbf{V_B}$ ($\|\mathbf{S}_{BPM}\| \to 0$). Ceci confère aux bulles un mouvement de corps rigide également.

3.2.3 Gestion de contact entre les bulles

Les bulles sont introduites en amont du Venturi, elles sont injectées de manière aléatoire dans une zone délimitée du domaine de calcul. La taille des bulles est définie par une fonction aléatoire donnant une valeur bornée entre un diamètre maximal et minimal. La quantité d'air injectée est constante dans le domaine de calcul. Une condition de périodicité est appliquée aux frontières amont et avale de la zone d'action des bulles. L'une des hypothèses "fortes" de ce modèle est que la coalescence entre les bulles d'air ne soit pas prise en compte. Ainsi, il devient nécessaire de gérer le contact entre les bulles. En effet, deux bulles ne peuvent pas occuper le même espace simultanément. Il est donc important de définir un critère de correction de la

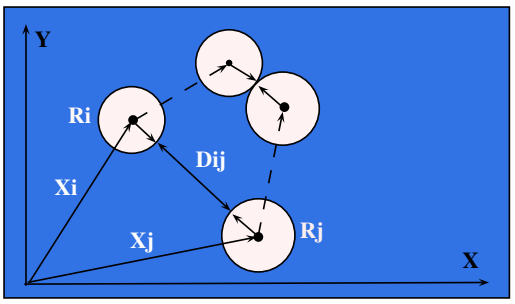


FIGURE 3.11 Contrainte de distance entre deux bulles

position de chaque bulle (au pas de temps suivant) garantissant le non-chevauchement. Le même critère doit être respecté entre les bulles et les parois. La démarche retenue est basée sur les travaux de Lefebvre et Maury [97, 108]. L'idée est de définir un espace de vitesse admissible respectant le critère de non-pénétration lors de la mise à jour de la position de la bulle . La position des bulles peut être exprimée de la manière suivante :

$$\mathbf{X}^{n+1} = \mathbf{X}^n + \hat{\mathbf{V}}^n \Delta t + \frac{1}{2}\mathbf{a}^n \Delta t^2 \tag{3.45}$$

où $\mathbf{a}$ est l'accélération de la bulle i à l'instant n et $\hat{\mathbf{V}}$ sa vitesse "à priori" sans correction. L'accélération est obtenue par le principe fondamental de la dynamique. A ce stade, l'équation 3.45 ne respecte pas encore le critère.

Soit, $P(\mathbf{X}^n)$ l'ensemble des vitesses admissibles et D_{ij}la distance entre deux bulles i et j tel que :

$$P(\mathbf{X^n}) = \{\mathbf{V} \in R^{2N}, D_{ij}\left(\mathbf{X}^n\right) + \Delta t.\mathbf{V}.G_{ij} + \frac{1}{2}\mathbf{a}^n \Delta t^2 \geq 0, \quad \forall i < j\} \tag{3.46}$$

La distance est définie comme suit :

$$D_{ij} = \|\mathbf{X_i}^n - \mathbf{X_j}^n\| - (R_i + R_j) \tag{3.47}$$

où le terme G_{ij} est le gradient de la distance définie comme suit :

$$\mathbf{G}_{ij}(\mathbf{X^n}) = \bigtriangledown D_{ij}(\mathbf{X^n}) = (..., 0, -e_{ij}^n, 0, e_{ij}^n, 0, ...) \tag{3.48}$$

Les vecteurs normaux sont classiquement donnés par :

$$e_{ij}^n = \frac{x_i^n - x_j^n}{\|x_i^n - x_j^n\|} \tag{3.49}$$

Sous forme linéaire l'ensemble 3.46 s'écrit :

$$Q(\mathbf{X^n}) = \{\mathbf{V} \in R^{2N}, D_{ij}\left[\mathbf{X}^n + \mathbf{V}^n \Delta t + \frac{1}{2}\mathbf{a}^n \Delta t^2\right] \geq 0 \quad \forall i < j\} \tag{3.50}$$

Ceci implique que l'ensemble des vitesses définies dans 3.46 est un sous-ensemble de l'équation 3.50. Plus précisément, ceci implique que les bulles ayant des vitesses admissibles à l'instant t_n ne se chevauchent pas à l'instant t_{n+1}. Le problème contraint est résolu par l'introduction de multiplicateurs de Lagrange, selon le principe suivant :

trouver le couple $(\mathbf{V}^n, \Lambda^n) \in R^{2N} \times R_+^{N(N-1)/2}$ telle que :

$$J(\mathbf{V}^n, \lambda) \leq J(\mathbf{V}^n, \Lambda^n) \leq J(\mathbf{V}, \lambda) \quad \forall (\mathbf{V}^n, \lambda) \quad \in \quad R^{2N} \times R_+^{N(N-1)/2} \tag{3.51}$$

Λ^n est le vecteur des multiplicateurs de Lagrange, la fonctionnelle J est définie comme suit :

$$J(V, \lambda) = \frac{1}{2}|\mathbf{V} - \hat{\mathbf{V}}^n|^2 - \sum_{1 \leq i \leq j \leq N} \lambda_{ij}(D_{ij}(\mathbf{X^n}) + \delta t \mathbf{G}_{ij}(\mathbf{X^n}).\mathbf{V}) \tag{3.52}$$

Il est à noter que le nombre de multiplicateurs de Lagrange λ_{ij} du vecteur Λ correspond au nombre des contacts possibles. S'il n'y a pas de contacts entre les bulles ($\lambda_{ij} = 0$), le multiplicateur de Lagrange ne s'active pas. S'il y a un contact entre les deux bulles, alors $\lambda_{ij} \geq 0$ la contrainte de non-chevauchement est satisfaite. Ainsi, les vitesses de translation admissibles sont données par :

$$\mathbf{V}^n = argmin(\|\mathbf{V} - \hat{\mathbf{V}}^n\|) \tag{3.53}$$

L'algorithme d'optimisation d'Uzawa [10] a été utilisé pour minimiser la fonctionnelle J de l'équation 3.52.

Troisième partie

Instabilités de Cavitation et de Cavitation Aérée - Analyse des résultats Expérimentaux et Numériques

Chapitre 4

Analyse des instabilités de cavitation dans le Venturi DynFluidV8

Sommaire

4.1 Résultats expérimentaux 71
4.1.1 Traitement d'images 71
4.1.2 Application de PODCAV 79
4.1.3 Conclusion 83
4.2 Simulations numériques 84
4.2.1 Cavitation 2D 85
4.2.2 Cavitation 3D 86

Ce chapitre présente, respectivement, les résultats expérimentaux 4.1 et les simulations numériques 4.2 élaborés en régime de cavitation sans aération.

4.1 Résultats expérimentaux

Dans cette partie nous exposons les résultats expérimentaux de la cavitation sans aération pour trois nombres de cavitation différents (V_{ref} const.). Nous présenterons le traitement des images 4.1.1, ainsi que l'application de la procedure PODCAV 4.1.2.

4.1.1 Traitement d'images

a : Cavitation à $\sigma = 1,71$

Le tableau 4.1, ci-dessus, montre les conditions expérimentales ainsi que les caractéristiques globales pour ce cas (a). Le nombre de Reynolds (Re_{throat}) indiqué est défini

Cas	$\mathbf{V_{ref}}$ ($m.s^{-1}$)	$\mathbf{Re_{throat}}$	$\mathbf{P_{ref}}$ (bar)	$\sigma_{\mathbf{X^*=-6}}$	σ	$\mathbf{Str_L}$	F (Hz)
(a)	12.03	1.2×10^5	1.26	15.39	1.71	0.328	145

TABLE 4.1 Récapitulatif des conditions expérimentales pour le cas (a), $\sigma = 1,71$.

au col du Venturi. Ce tableau contient également le nombre de cavitation référencé à $X^* = -6$, $\sigma_{\mathbf{X^*=-6}}$.

Tout d'abord une image instantanée et normalisée est montrée. Celle-ci est obtenue suivant la procédure décrite précédemment. Sur cette image la couleur blanche

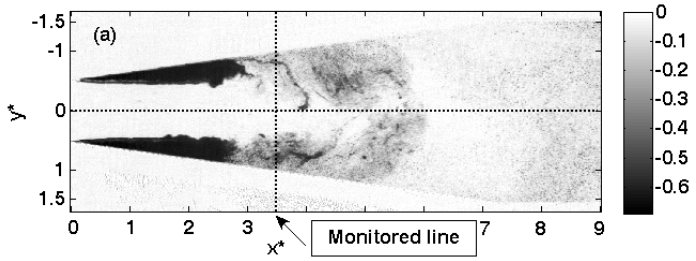


FIGURE 4.1 Image instantanée normalisée de cavitation à $\sigma = 1,71$ et $X^* = 3,5$

correspond à la présence du liquide pure (valeur 0 sur la légende). Cette image permet d'avoir une première idée de la répartition spatiale de la phase vapeur. La symétrie semble présente et les deux poches, haute et basse, sont ainsi similaires et disposent de la même longueur caractéristique.

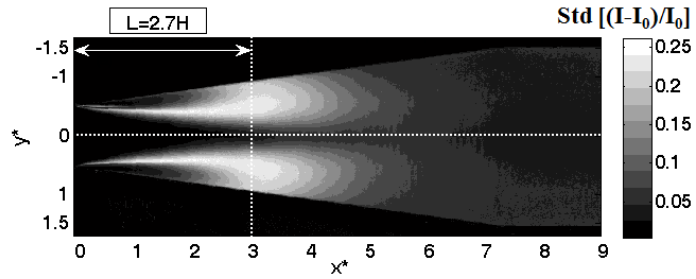


FIGURE 4.2 Déviation standard cavitation à $\sigma = 1,71$

Par ailleurs, cette symétrie globale, ainsi que la longueur moyenne de la poche sont confirmées par la déviation standard, montrée sur la figure 4.2. Ces deux remarques pourraient être justifiées par le fait que les poches capturées, possèdent spatialement et temporellement aussi ces mêmes caractéristiques.

La séquence des images montrée sur la figure 4.3 illustre un cycle complet des deux poches du début jusqu'à l'advection vers l'aval. On constate que les deux poches se

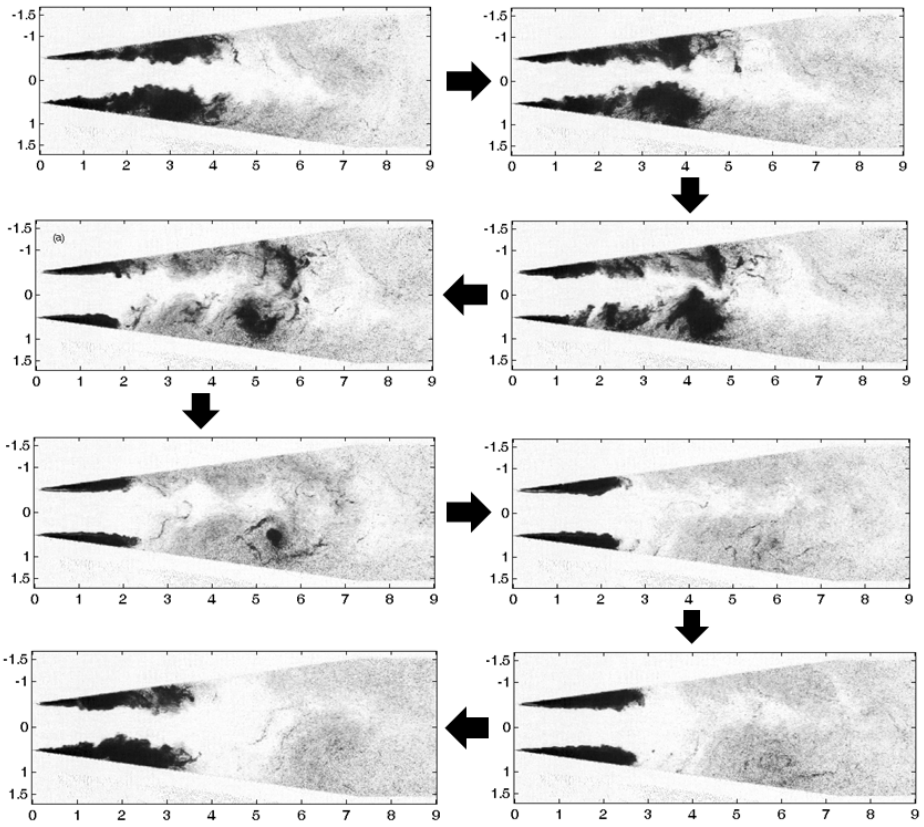


FIGURE 4.3 Séquence d'images successives instantanées normalisées à $\sigma = 1,71$. Le pas de temps entre deux images est de 10^{-3}s.

développent symétriquement de chaque côté du Venturi. Le détachement de ces deux poches est visible et est suivi par leur advection vers l'aval où elles se mélangent, puis se transforment en un amas de petites bulles dans la partie divergente du Venturi, à une distance de $6H$. Un tourbillon est visible entre $5H$ et $6H$, il est le produit de l'interaction entre le jet rentrant et la vitesse importante au centre de la veine (une zone de cisaillement est créée). La dynamique ainsi décrite est périodique (le cycle se répète).

Le diagramme spatio-temporel, donné sur la partie gauche de la figure 4.4, montre que les événements marqués par la présence des traits noirs verticaux sont symétriques et synchronisés. Le spectre présenté à droite de cette même figure met en évidence la présence d'une fréquence égale à 145 Hz correspondant à un nombre de Strouhal de $Str_L = 0,328$ pour la longueur de poche déterminée plus haut. Cette valeur est comprise dans la plage 0,2-0,4, proposée dans [39].

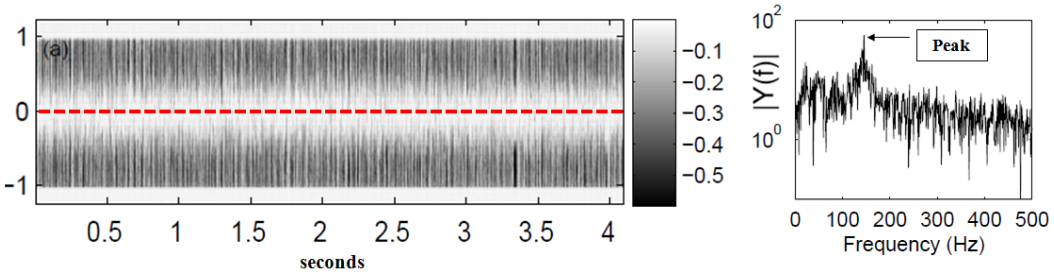


FIGURE 4.4 Diagramme spatio-temporel (à gauche) et spectre de fréquence (à droite), pour $\sigma = 1,71$

b : Cavitation à $\sigma = 1,46$

Ci-dessous est présenté le cas pour un nombre de cavitation $\sigma = 1,46$. Les données expérimentales correspondantes sont montrées dans la table 4.2. La dynamique de

Cas	$\mathbf{V_{ref}}$ ($m.s^{-1}$)	$\mathbf{Re_{throat}}$	$\mathbf{P_{ref}}$ (bar)	$\sigma_{\mathbf{X^*=-6}}$	σ	$\mathbf{Str_L}$	**F** (Hz)
(b)	12.03	1.2×10^5	1.08	13.14	1.46	0,140	25

TABLE 4.2 Récapitulatif des conditions expérimentales pour le cas (b) $\sigma = 1,46$.

la cavitation est globalement similaire à celle décrite pour le nombre de cavitation précédent. L'image instantanée et normalisée montre le comportement générique des structures de vapeur. Les deux poches, formées sur le haut et le bas du Venturi, sont connectées par une structure de vapeur qui a la forme d'un vortex en "épingle à cheveux " qui se développe dans la zone de fermeture de la cavitation.

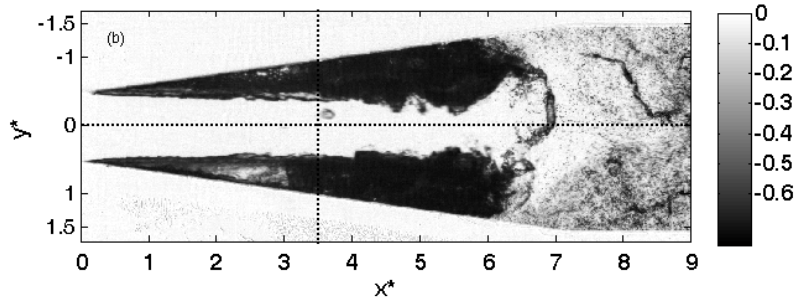


FIGURE 4.5 Image instantanée de cavitation à $\sigma = 1,46$ et $X^* = 3,5$

La dynamique de l'écoulement est illustrée sur la sequence d'images de la figure 4.6. On y remarque facilement ici l'interaction entre les structures de vapeur des deux parois, haute et basse, du Venturi. En effet, la poche détachée de la paroi basse vient

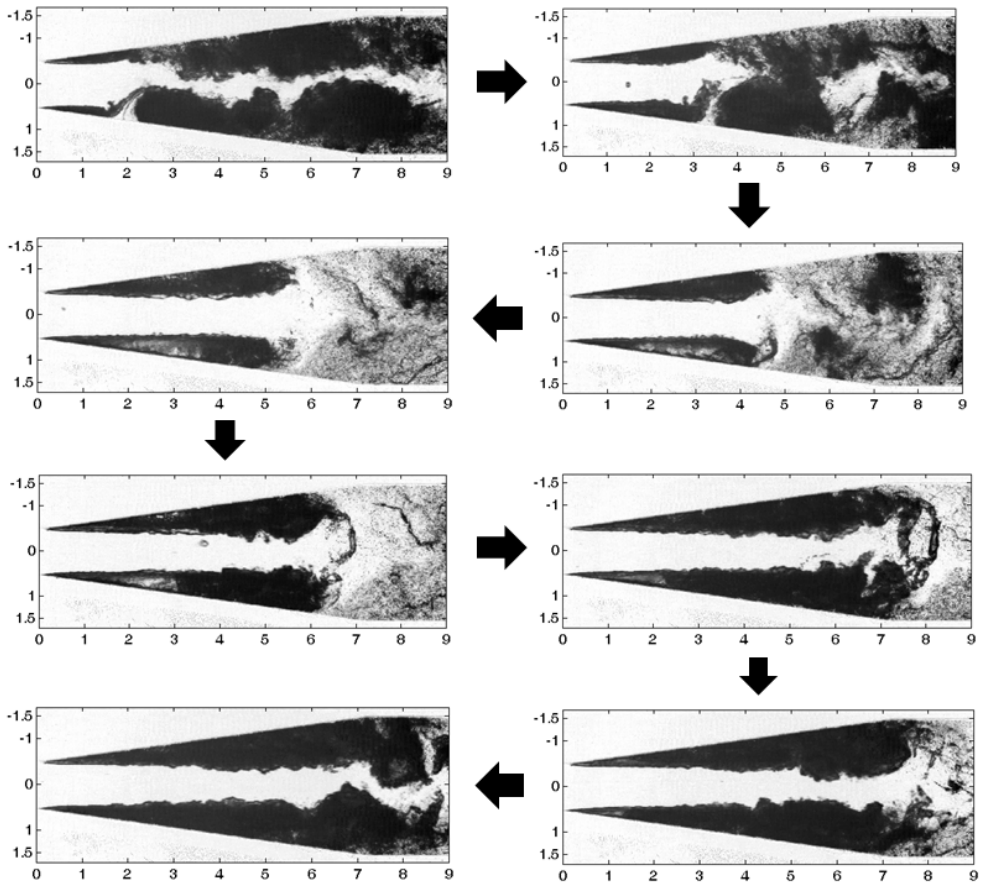


FIGURE 4.6 Séquence d'images instantanées normalisées à $\sigma = 1,46$. Le pas de temps entre deux images est de 10^{-3}s.

influencer la poche présente sur la paroi haute, puis cette même poche ainsi formée, grossie se détache et est advectée simultanément par l'écoulement vers l'aval. Les nouvelles poches atteignent au même temps l'abscisse $X^* = 6$. On constate l'apparition de la liaison, sous la forme de vortex en "épingle à cheveux" . Plus loin, ces deux structures advectées par le liquide se transforment en petites bulles. Cette dynamique a été observée de manière itérative.

Les structures de cavitation observées ici sont statistiquement symétriques par rapport l'axe horizontal, ce qui peut être vu sur la figure 4.7 montrant la déviation standard. La longueur caractéristique de la taille des poches est également montrée sur cette figure. Cette longueur peut correspondre à l'endroit où la liaison entre les deux poches s'effectue, $X^* = 6,7$. Sur le diagramme spatio-temporel de la figure 4.8 on voit le spectre fréquentiel correspondant. On remarque que la partie noir est plus pressente ici, que sur la figure 4.4. Les événements de la séparation sont clairement présents. La zone

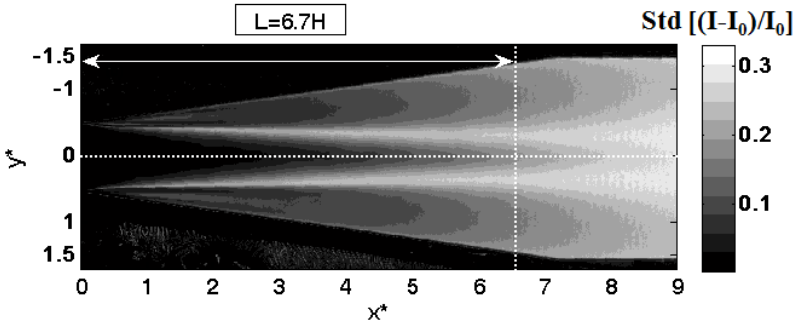


FIGURE 4.7 Déviation standard cavitation à $\sigma = 1,46$

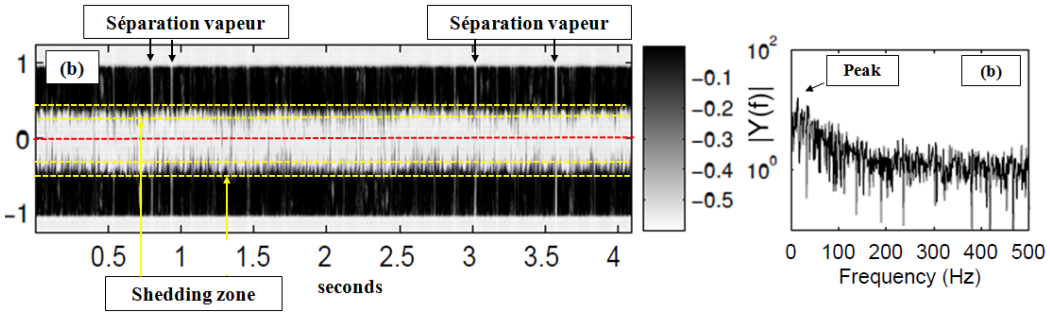


FIGURE 4.8 Diagramme spatio-temporel (à gauche) et spectre de fréquence (à droite) pour $\sigma = 1,46$ et $X^* = 3,5$

limitée par les deux lignes horizontales en couleur jaune correspondent à l'interface entre la phase liquide et la phase vapeur. Des pics en traits noirs sont visibles dans cette zone. Ils pourraient être interprétés comme le détachement de petites bulles de vapeur qui par la suite sont advectées par l'écoulement. Le spectre fréquentiel représenté sur la figure 4.8 indique une fréquence caractéristique de 25 Hz, qui correspond à un nombre de $Str_L = 0,140$ pour une longueur $L = 6.7H$.

c : Cavitation à $\sigma = 1,26$

Cas	$\mathbf{V_{ref}}$ ($\mathrm{m.s^{-1}}$)	$\mathbf{Re_{throat}}$	$\mathbf{P_{ref}}$ (bar)	$\sigma_{\mathbf{X^*=-6}}$	σ	$\mathbf{Str_L}$	**F** (Hz)
(c)	12.03	1.2×10^5	0.94	11.34	1.26	-	-

TABLE 4.3 Récapitulatif des conditions expérimentales pour le cas (c) $\sigma = 1,26$.

Les résultats à $\sigma = 1,26$ sont présentés dans cette section. Ce cas est qualifié de "supercavitation". En effet, pour ce σ les deux poches cavitantes, comme le montre

l'image 4.9, sont longues et non-symétriques, et vont quasiment jusqu'à la sortie du Venturi. Il est ainsi difficile de relever une longueur caractéristique sur la figure 4.10

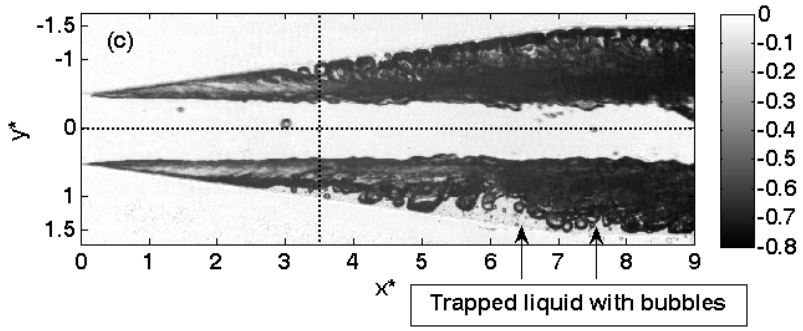


FIGURE 4.9 Image instantanée de cavitation à $\sigma = 1,26$

de la déviation standard. On constate sur cette même figure la présence de zones bien

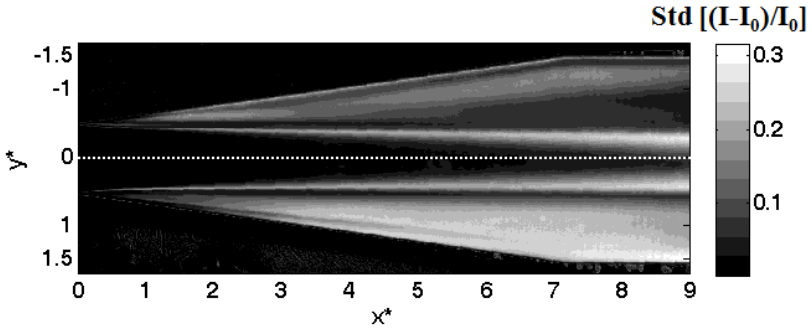


FIGURE 4.10 Déviation standard cavitation à $\sigma = 1,26$

séparées, une zone centrale liquide, et deux poches de vapeur de chaque coté. La poche présente sur la partie basse du Venturi est plus contrastée, ce qui peut être traduit par la présence de davantage de liquide. Aussi, les poches de vapeur contenues dans cette dernière zone sont, toutefois, bloquées par l'interface liquide-vapeur.

Cette dynamique est mieux illustrée sur le diagramme spatio-temporel de la figure 4.11. Les zones de cisaillement sont entourées par des lignes jaunes. On constate une différence nette dans le comportement des zones vaporisées et liquide pure, hautes et basses. En effet, la partie haute contient plus de vapeur (plus de zones noires) et les zones blanches constatées ici correspondent à du liquide piégé. On voit que ce liquide n'arrive pas à couper la poche vapeur (pas de liaison avec la zone centrale liquide). Inversement, la partie basse du Venturi contient plus de liquide mélangé avec de la vapeur. La vapeur piégée, dans cette partie basse, tente de remonter pour rejoindre la zone vapeur supérieure. Ce phénomène est illustré par les traits noires qui font le lien entre la paroi et la zone de cisaillement. Enfin, le spectre fréquentiel ne montre pas

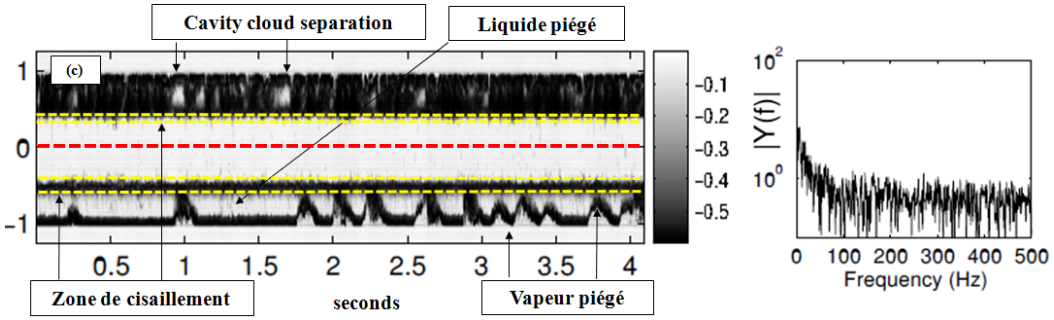


FIGURE 4.11 Diagramme spatio-temporel (à gauche) et spectre de fréquence (à droite) pour $\sigma = 1,26$.

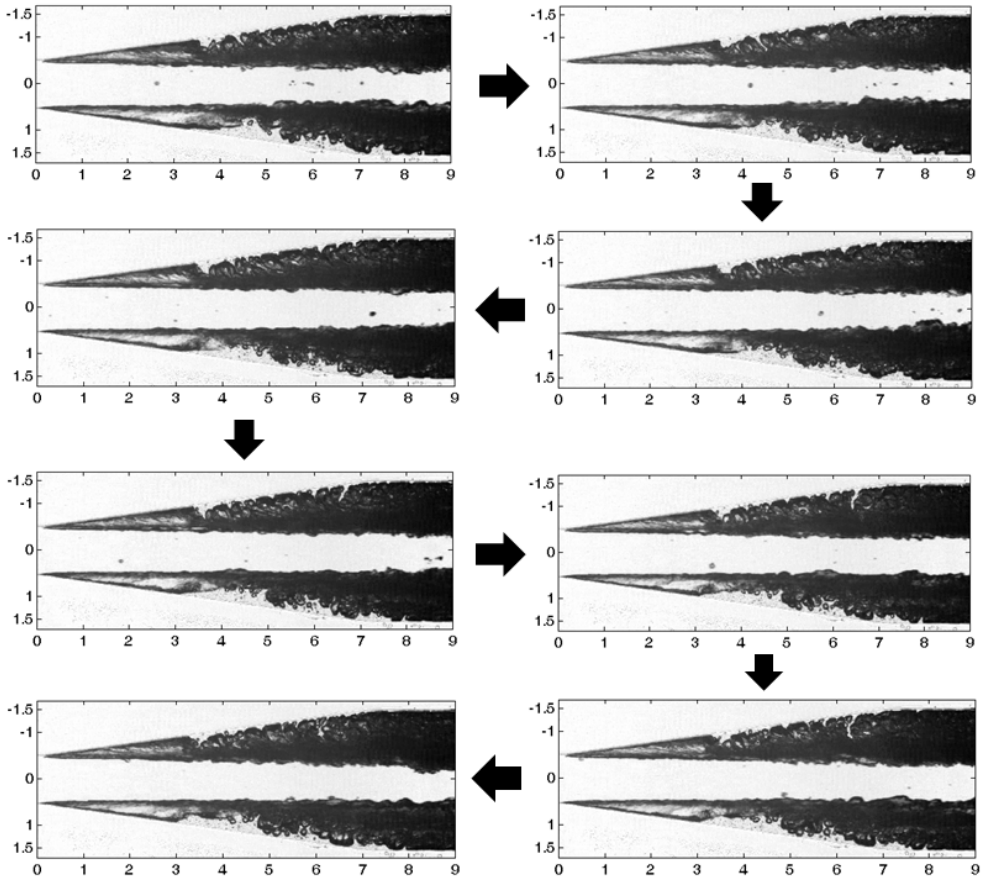


FIGURE 4.12 Séquence d'images successives instantanées normalisées à $\sigma = 1,26$. Le pas de temps entre deux images est de 10^{-3}s.

la présence d'une fréquence caractéristique, diminue d'amplitude et se décale vers les basses fréquences.

Sur la figure 4.12, présentant les images successives instantanées normalisées on constate, à quelques nuances près, le même comportement et on confirme ainsi l'en-

semble des remarques précédentes.

4.1.2 Application de PODCAV

a : POD à $\sigma = 1,71$

La procédure PODCAV est appliquée ici à $\sigma = 1,71$.

Sur les images 4.13 à 4.16 sont présentés les quatre premiers modes propres. Les contributions de chaque mode sont données sur les figures 4.17 à 4.20, ainsi que dans le tableau 4.4. La contribution énergétique du mode 1 est la plus importante et s'élève

	Mode 1	**Mode 2**	**Mode 3**	**Mode 4**
Énergie %	82,6	4,7	3,5	2,2

TABLE 4.4 Contributions des quatre modes pour $\sigma = 1,71$

à environ 83%. De ce fait, le premier mode propre pourrait être celui qui prend en compte la taille caractéristique de la poche cavitante développée. En effet, la ligne blanche verticale indique la position axiale où, ce qui est considéré comme poche de cavitation se termine. Sur la figure 4.17 on constate que le niveau d'énergie reste constant au delà des 50 images. Le deuxième mode propre qui est présenté sur l'image 4.14 contribue à hauteur de 4,7%. Son évolution, montrée sur la figure 4.18, indique que son niveau reste constant au delà de 450 images. Les structures en couleur bleue, sur l'image 4.14, correspondent à la vapeur advectée. Ceci est d'autant plus visible sur l'image 4.15 illustrant le troisième mode propre. On constate que l'écoulement reste symétrique par rapport l'axe horizontal et que la zone détachée en rouge, entre $X^* = 4$ et $X^* = 5$, est beaucoup plus importante que celle en mode 2. La contribution énergétique de ce troisième mode est de 3,5%. En ce qui concerne le quatrième mode, sa contribution s'élève à 2,2% et il est atteint après environ une trentaine d'images. En conclusion, on peut affirmer, pour cette dynamique de l'écoulement, que d'une part, le premier mode propre est suffisant pour montrer la nature pulsative de la poche et d'autre part, c'est les modes 2 à 4 qui précisent l'aspect détachement des poches.

Sur les figures $a_2(a_1)$, $a_3(a_1)$ et $a_4(a_1)$, respectivement, on montre les portraits de phases pour $a_i(a_1)$ ou $i = 2$ à 4. Parmi les trois, seule la première figure pourrait être assimilée à une figure de Lissajous représentant un phénomène oscillant [113]. La forme obtenue peut être ainsi représentée par deux fonctions sinusoïdales ayant la même fréquence et déphasées de $\frac{\pi}{2}$, [43].

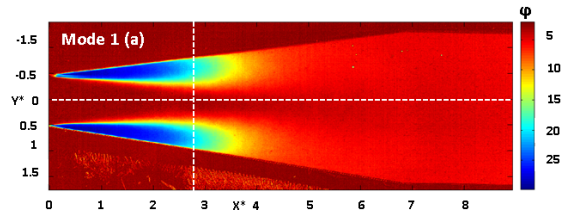


FIGURE 4.13 POD Mode 1 à $\sigma = 1,71$

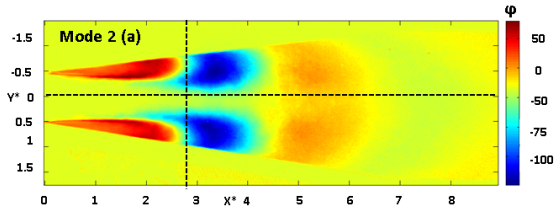


FIGURE 4.14 POD Mode 2 à $\sigma = 1,71$

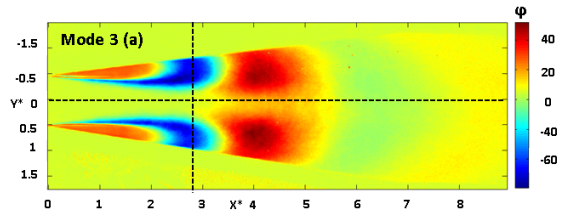


FIGURE 4.15 POD Mode 3 à $\sigma = 1,71$

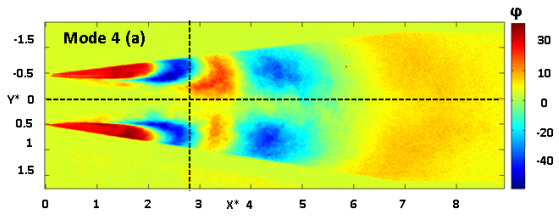


FIGURE 4.16 POD Mode 4 à $\sigma = 1,71$

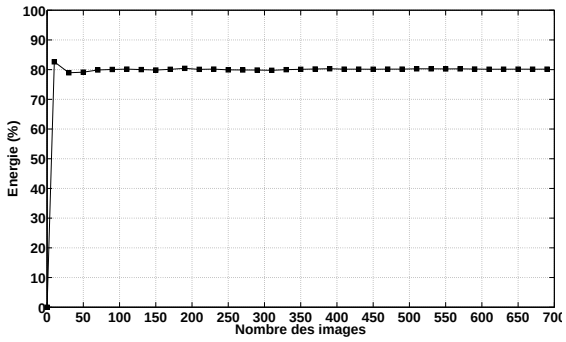


FIGURE 4.17 Energie mode 1 à $\sigma = 1,71$

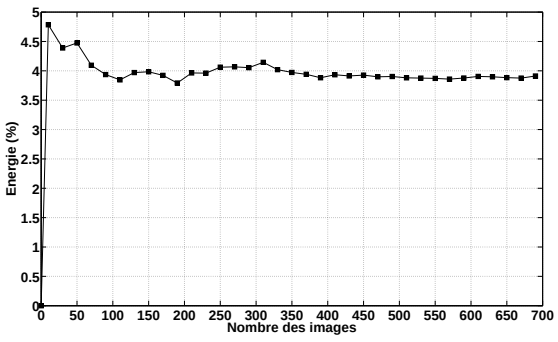


FIGURE 4.18 Energie mode 2 à $\sigma = 1,71$

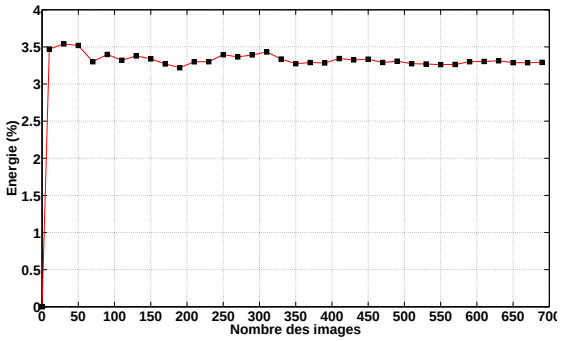


FIGURE 4.19 Energie mode 3 à $\sigma = 1,71$

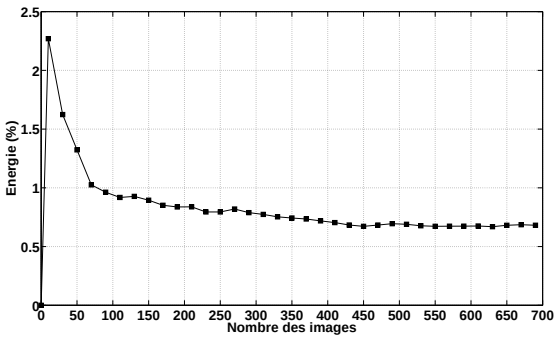


FIGURE 4.20 Energie mode 4 à $\sigma = 1,71$

b : POD à $\sigma = 1,46$

Sur les images 4.24 à 4.27 sont présentés les quatre premiers modes propres. Leurs contributions sont données sur les figures de 4.28 à 4.31, ainsi que dans le tableau 4.5. La dynamique de la cavitation est différente de celle à $\sigma = 1,71$. La POD confirme la

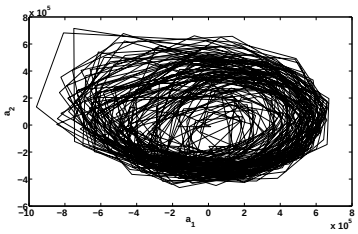


FIGURE 4.21 $a_2(a_1)$ cas (a)

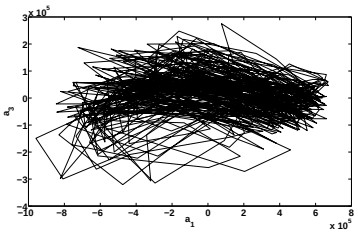


FIGURE 4.22 $a_3(a_1)$ cas (a)

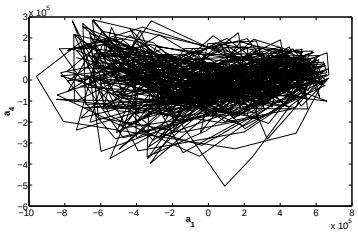


FIGURE 4.23 $a_4(a_1)$ cas (a)

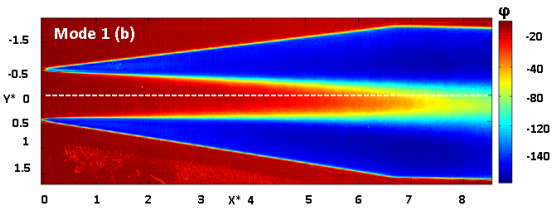


FIGURE 4.24 POD Mode 1 à $\sigma = 1,46$

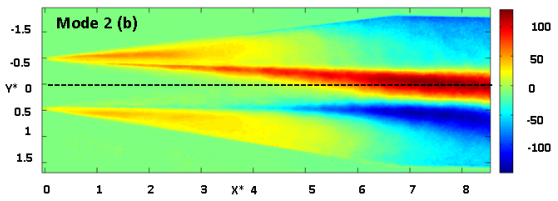


FIGURE 4.25 POD Mode 2 à $\sigma = 1,46$

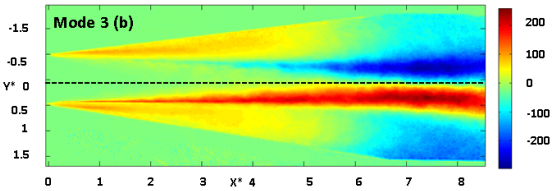


FIGURE 4.26 POD Mode 3 à $\sigma = 1,46$

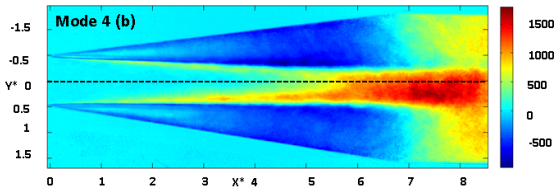


FIGURE 4.27 POD Mode 4 à $\sigma = 1,46$

symétrie de l'écoulement. Le premier mode propre présenté vaut 97,7% de l'énergie totale et sa contribution, montrée sur la figure 4.28, ne fluctue pas. Cette observation n'est pas valable pour les autres modes. Leurs contributions sont faibles.

	Mode 1	**Mode 2**	**Mode 3**	**Mode 4**
Énergie %	97,7	1,4	0,9	0,7

TABLE 4.5 Contributions des quatre modes pour $\sigma = 1,46$

Sur les figures 4.32 à 4.34 sont présentés les coefficients de reconstruction pour les modes 2,3 et 4 en fonction de a_1. Il n'est pas évident de constater des dépendances de ces coefficients, car on n'observe pas d'événements cycliques. Il n'est pas possible de trouver des traces de figures de Lissajous.

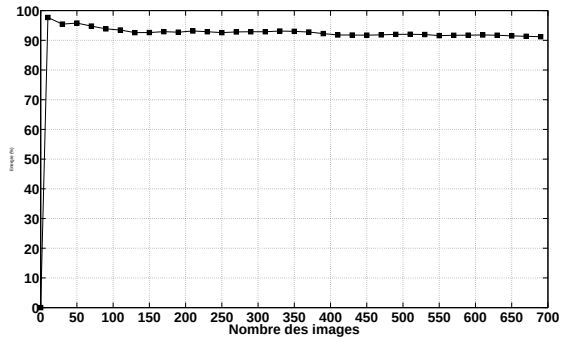


FIGURE 4.28 Energie mode 1 à $\sigma = 1,46$

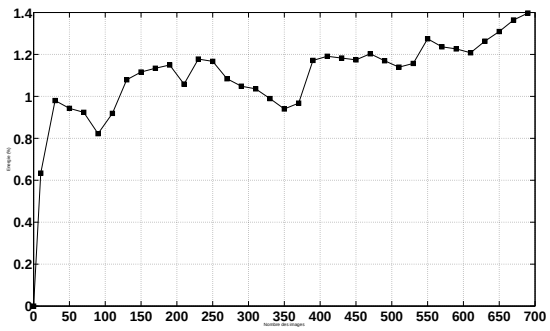


FIGURE 4.29 Energie mode 2 à $\sigma = 1,46$

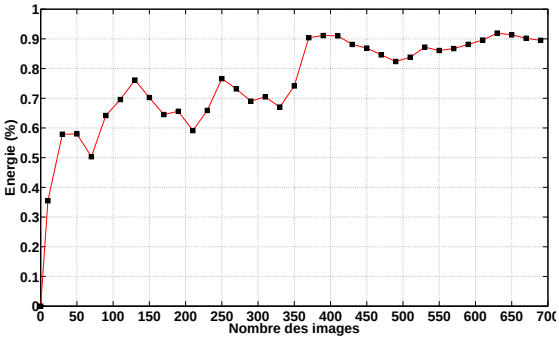


FIGURE 4.30 Energie mode 3 à $\sigma = 1,46$

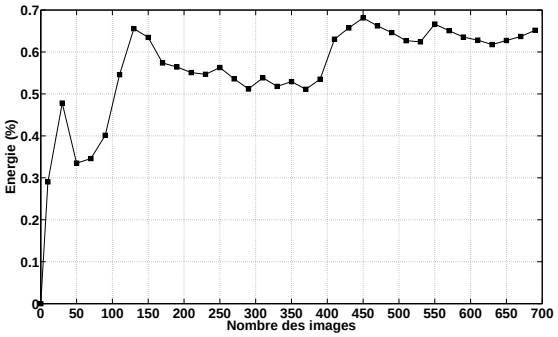


FIGURE 4.31 Energie mode 4 à $\sigma = 1,46$

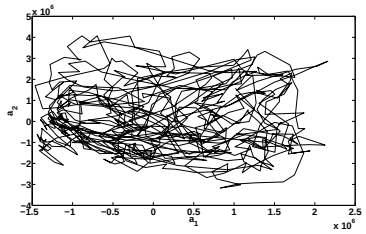


FIGURE 4.32 $a_2\,(a_1)$ cas (b)

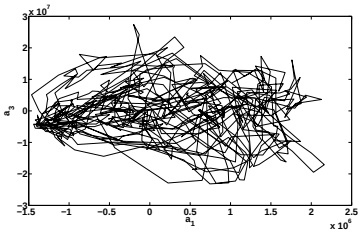


FIGURE 4.33 $a_3\,(a_1)$ cas (b)

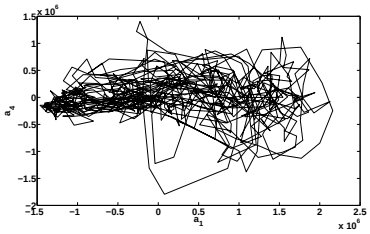


FIGURE 4.34 $a_4\,(a_1)$ cas (b)

c : POD à $\sigma = 1,26$

Pour ce cas, les figures 4.35 à 4.38 ainsi que le tableau 4.6 présentent respectivement les quatre premiers modes propres et leurs contributions. Les évolutions de ces énergies en fonction du nombre d'images sont données sur les images 4.42 à 4.45. Les figures 4.39 à 4.41 présentent les portraits de phases. Les mêmes remarques formulées pour le cas précédent sont également énoncées ici.

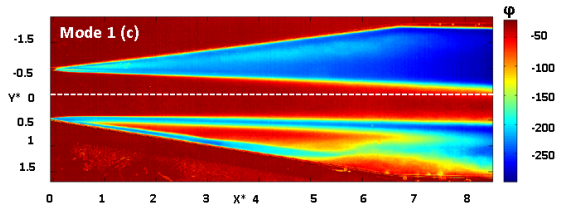


FIGURE 4.35 POD Mode 1 à $\sigma = 1,26$

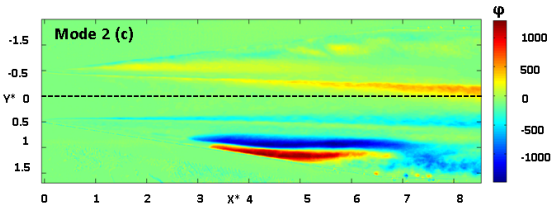


FIGURE 4.36 POD Mode 2 à $\sigma = 1,26$

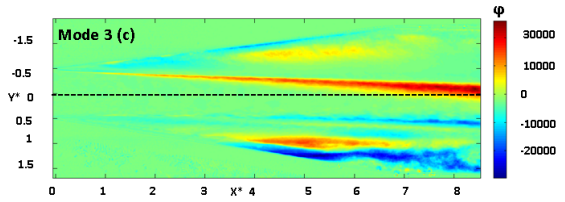


FIGURE 4.37 POD Mode 3 à $\sigma = 1,26$

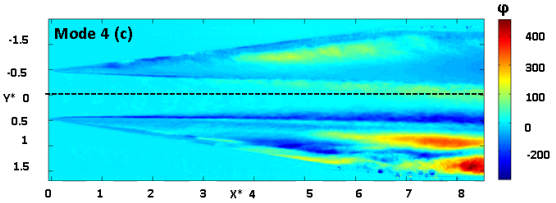


FIGURE 4.38 POD Mode 4 à $\sigma = 1,26$

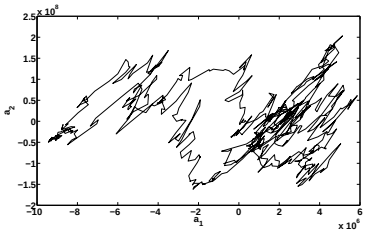


FIGURE 4.39 $a_2\,(a_1)$ cas (c)

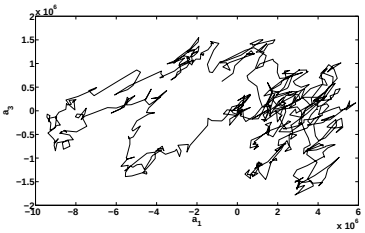


FIGURE 4.40 $a_3\,(a_1)$ cas (c)

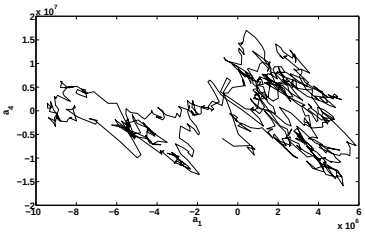


FIGURE 4.41 $a_4\,(a_1)$ cas (c)

	Mode 1	**Mode 2**	**Mode 3**	**Mode 4**
Énergie %	96,1	1,6	0,7	0,4

TABLE 4.6 Contributions des quatre modes pour $\sigma = 1,26$

4.1.3 Conclusion

Le cas (a) a mis en évidence le comportement de l'écoulement cavitant symétrique. Les lâchés de vapeur sont également synchronisés, de chaque côté du venturi. Il a été également possible d'extraire une longueur caractéristique de la taille de la poche cavitante, ainsi qu'une fréquence. L'application de la POD a mis en évidence les 4 premiers modes propres, ainsi que la liaison entre les modes 1 et 2 via des portraits de phase qui ressemble à une figure de Lissajous.

Le cas (b) a montré une interaction entre les deux poches, haute et basse par des liaisons multiples de vortex en "epingle à cheveux". La décomposition orthogonale propre a montré que le premier mode est suffisant pour la représentation de l'écou-

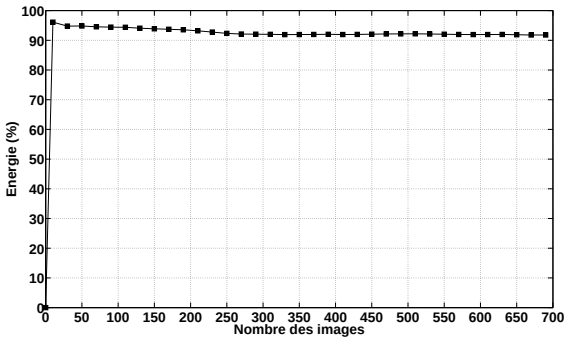


FIGURE 4.42 Energie mode 1 à $\sigma = 1,26$

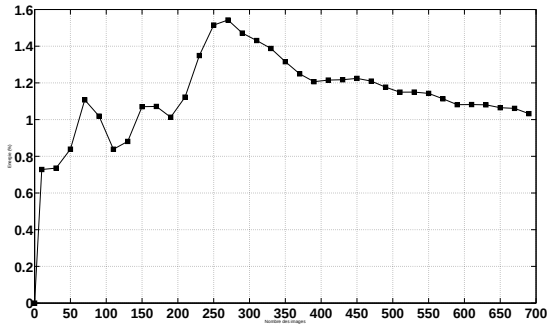


FIGURE 4.43 Energie mode 2 à $\sigma = 1,26$

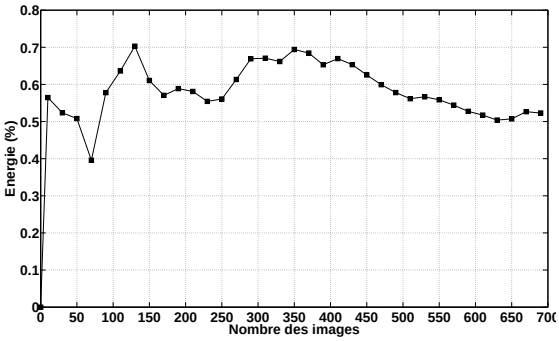


FIGURE 4.44 Energie mode 3 à $\sigma = 1,26$

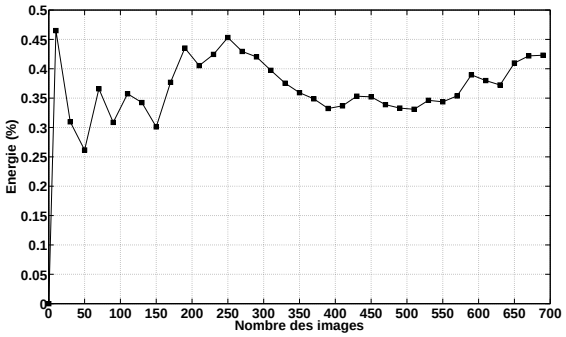


FIGURE 4.45 Energie mode 4 à $\sigma = 1,26$

lement. Il n'a pas été possible de retrouver des portraits de phases qui peuvent être interprétées comme des figures de Lissajous.

Avec le cas (c) nous avons mis en évidence le phénomène de "supercavitation". L'écoulement est resté quasiment symétrique par rapport à l'axe horizontal. Une zone de fort cisaillement a été observée, qui a, selon le cas, piégé des bulles de liquide ou des poches de vapeur. Il a été montré sur le diagramme spatio-temporel que le comportement du mélange diphasique n'est pas le même des deux cotés du Venturi. Globalement, l'écoulement semble être figé. Aucune fréquence des lâchés n'a pu être relevée.

4.2 Simulations numériques

Dans cette section sont exposés, respectivement, les résultats numériques en 2D et 3D. Les maillages élaborés ainsi que les conditions aux limites appliquées ont été décrits dans le chapitre précèdent.

4.2.1 Cavitation 2D

La vitesse d'entrée imposée est égale à 4 m.s^{-1} (nombre de Mach à $X^* = \infty$ est $M_\infty = 2,6 \times 10^{-3}$). La pression à la sortie du venturi est égale à 50 kPa, pour une température de $T_\infty = 300$K.

Le nombre de Mach évolue localement avec la dynamique des structures de vapeur. Sa valeur varie de $M = 5,05 \times 10^{-5}$ à $M = 3,11$ (changement d'un facteur de l'ordre de 10^5).

La vitesse maximale est égale à $14,4$ ms^{-1} (figures ci-dessous). Ceci est due à la restriction de l'espace de passage du liquide par les structures de vapeur déployées sur les deux cotés du Venturi. Les vecteurs de vitesses sont également montrés sur chacune

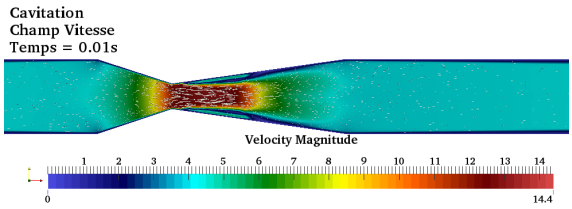


FIGURE 4.46 Champ de vitesses à $0,01$s

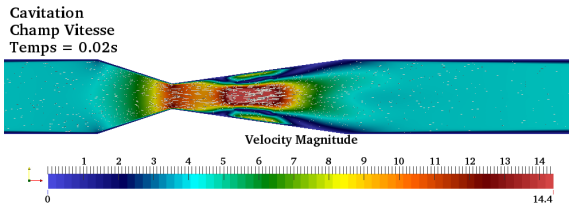


FIGURE 4.47 Champ de vitesses à $0,02$s

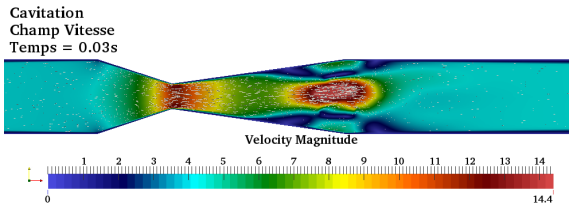


FIGURE 4.48 Champ de vitesses à $0,03$s

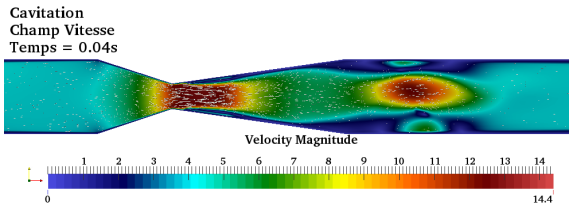


FIGURE 4.49 Champ de vitesses à $0,04$s

des figures 4.46 à 4.49. On constate la symétrie de l'écoulement cavitant quelque soit la capture montrée, ainsi que la vitesse nulle aux parois. On remarque par ailleurs, la naissance de zones de recirculation en amont des poches détachées. Le champ turbulent est également montré via la vorticité sur les images 4.50 à 4.53. L'échelle est forcée, afin de mieux présenter les structures tourbillonnaires. On peut également remarquer la symétrie de ces structures.

L'évolution de la fraction de vapeur est présentée sur les images 4.54 à 4.57. On constate, là aussi, la symétrie de l'écoulement. Sur la figure 4.54 on voit le détachement de deux poches de vapeur.

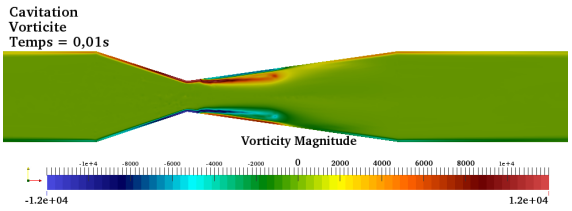


FIGURE 4.50 Vorticité à $0,01$s $\sigma = 1,10$

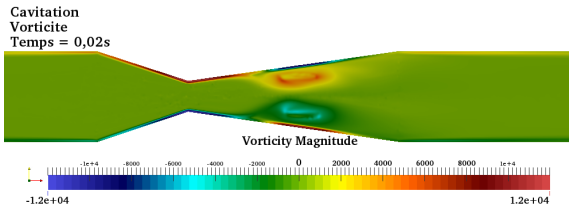


FIGURE 4.51 Vorticité à $0,02$s $\sigma = 1,10$

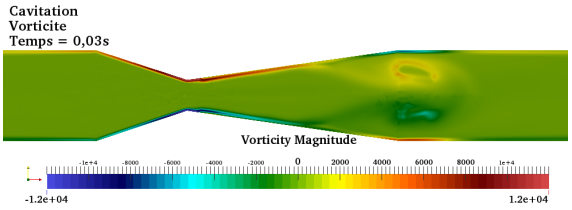


FIGURE 4.52 Vorticité à $0,03$s $\sigma = 1,10$

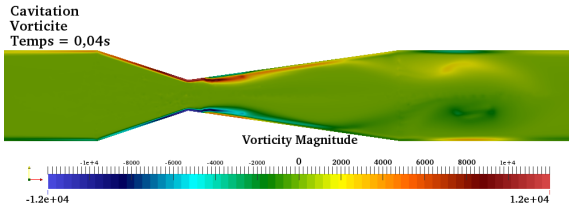


FIGURE 4.53 Vorticité à $0,04$s $\sigma = 1,10$

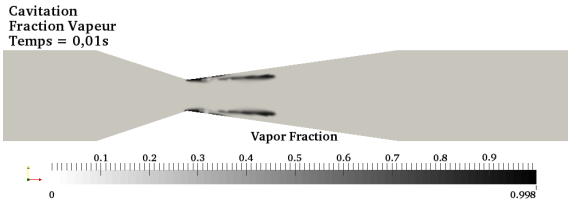


FIGURE 4.54 Fraction vapeur à $0,01$s

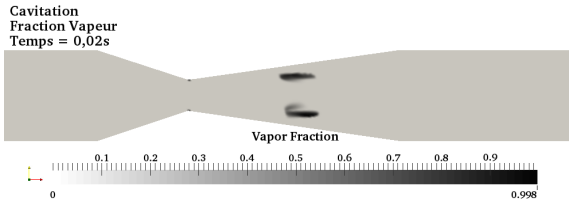


FIGURE 4.55 Fraction vapeur à $0,02$s

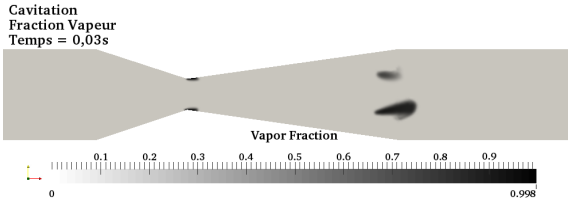


FIGURE 4.56 Fraction vapeur à $0,03$s

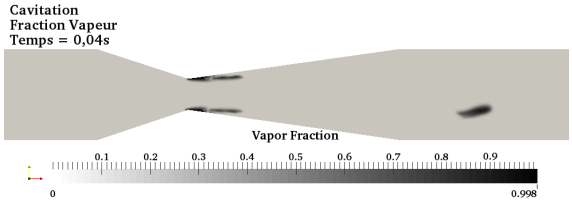


FIGURE 4.57 Fraction vapeur à $0,04$s

4.2.2 Cavitation 3D

Les résultats présentés ici concerne la mise en œuvre et l'exploitation de récents développements dans le code recherche FV-MLS du laboratoire. Il s'agit de la première simulation en 3D de la cavitation. Les résultats issus de ces simulations sont comparés aux résultats expérimentaux. Un article, donné en annexe C.8 soumis récemment au journal Physics of Fluids reprend ces résultats.

Analyse de la dynamique de la phase vapeur

Sur la figure 4.58 on montre une vue instantanée des poches de cavitation. On remarque la présence des cassures partielles (qui se développent à partir de la paroi

suivant l'axe **z**) sur chacune des faces latérales du venturi, au voisinage de $X^* = 2$.

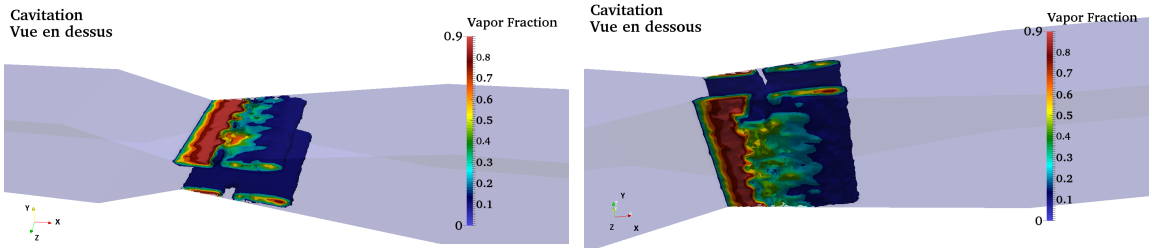


FIGURE 4.58 Cavitation 3D à $t = 0,015$s : vue en dessus (à gauche) et vue en dessous (à droite)

Une explication possible est l'existence d'un jet latéral [59]. En effet, ce type de jet coupe la phase de vapeur suivant la profondeur de la géométrie.

La vitesse maximale absolue obtenue, est d'environ 13 m.s^{-1}. La vitesse du jet rentrant suivant l'axe **x** est de l'ordre de 5 m.s^{-1}. Le nombre de Mach local varie de $1,20 \times 10^{-4}$ jusqu'à 3.

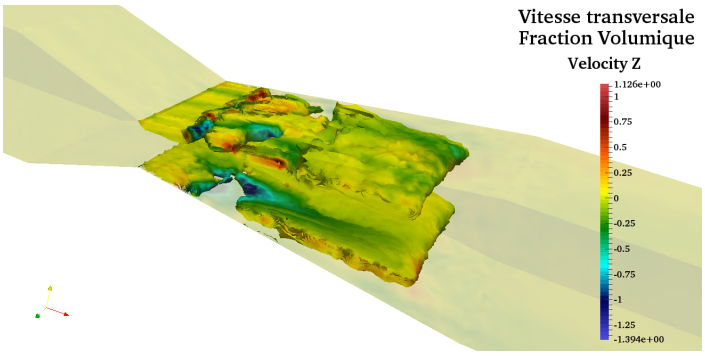


FIGURE 4.59 Vitesse transversale à $t = 0,02$s

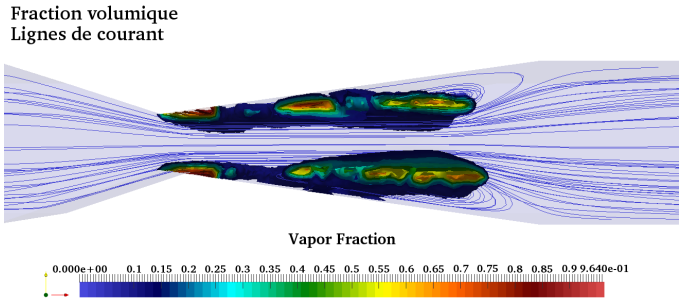


FIGURE 4.60 Vue de côté avec lignes de courant à $t = 0,02$s

Cette simulation 3D permet d'accéder à la vitesse transversale de l'écoulement (la vitesse du jet latéral). La figure 4.59 présente l'évolution de la phase vapeur colorée par la vitesse transversale. On remarque que les zones de cassure augmentent avec la vitesse suivant l'axe **z**. Il est également à remarquer la non-symétrie de ces cassures. Elle est plus importante dans la partie basse du Venturi. De ce fait, une partie de la phase vapeur qui commence à se détachée complètement de la paroi basse, tente de remonter vers la paroi haute (voir la figure 4.60). On peut noter que la fraction volumique, en haut du venturi, un peu moins importante. De ce fait, la phase vapeur a tendance à avoir un comportement dynamique et symétrique par rapport à la diago-

nale. Cette tendance se poursuit également jusqu'à la première séparation des poches de vapeur. Les deux nuages de vapeur se séparent au même instant, donc la synchronisation est bien présente. La longueur des poches juste avant la séparation est égale à $L = 6,3H$. Cette valeur est proche de celle obtenue dans le cas 2D. La sequence montrée sur la figure 4.61 illustre l'évolution temporelle de la phase vapeur.

La sequence de 6 images de la figure 4.61 montre une dynamique de l'écoulement cavitant intéressante à observer. L'expansion symétrique de la phase vapeur est observée aux images $t = 0.0075$s et $t = 0.015$s. Cette expansion est couplée au jet latéral qui coupe la phase vapeur de manière transversale (ceci est bien visible à l'instant $t = 0.0225$s). Puis, à l'instant $t = 0.03$s on voit que la séparation est déjà faite et les

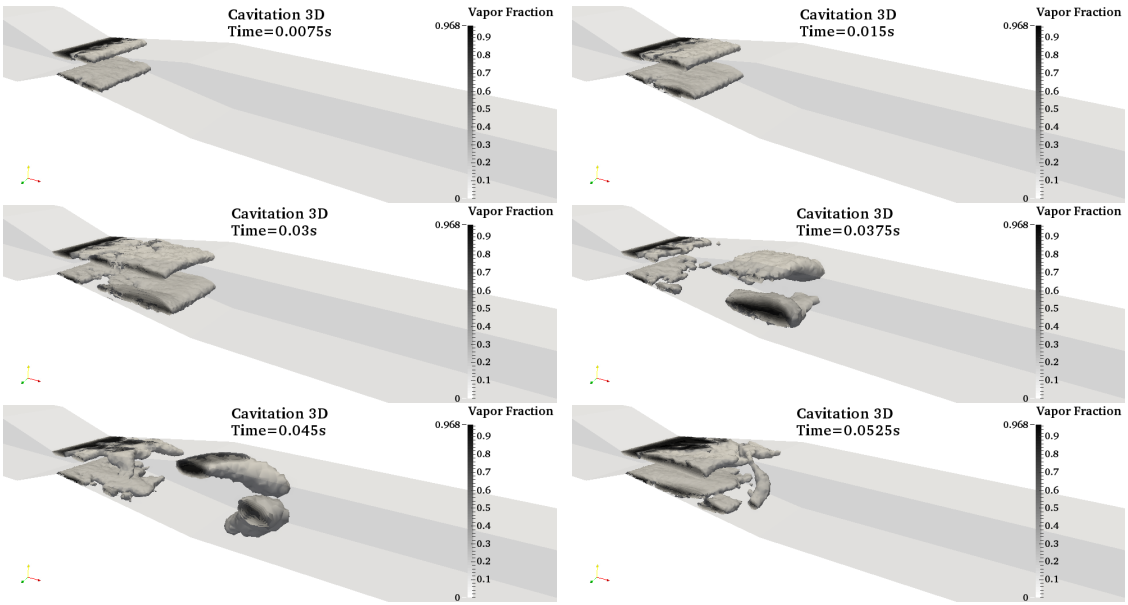


FIGURE 4.61 Séquence d'images 3D évolution phase vapeur

deux nuages de vapeur sont advectés par l'écoulement. On constate la tendance que les deux nuages entrent dans un mouvement de rotation. Cette tendance est clairement confirmée par l'image à l'instant $t = 0.0375$s. En effet, il s'agit du mixage entre les deux poches cavitantes, qu'on a déjà observé dans la partie expérimentale — cas (b). Enfin, à l'instant $t = 0.045$s on voit que les deux structures de vapeur sont advectées par l'écoulement et le cycle recommence par l'expansion de la cavitation au col du venturi.

Ondes de chocs à la fermeture des poches

Sous certaines conditions la phase vapeur n'est pas suffisamment dense et la vitesse du son locale devient faible. De ce fait, des valeurs grandes du nombre de Mach peuvent être atteintes. Les faibles valeurs de la vitesse du son résultent d'une propagation moins rapide de toutes les instabilités dans la phase vapeur que dans la phase liquide. Ceci

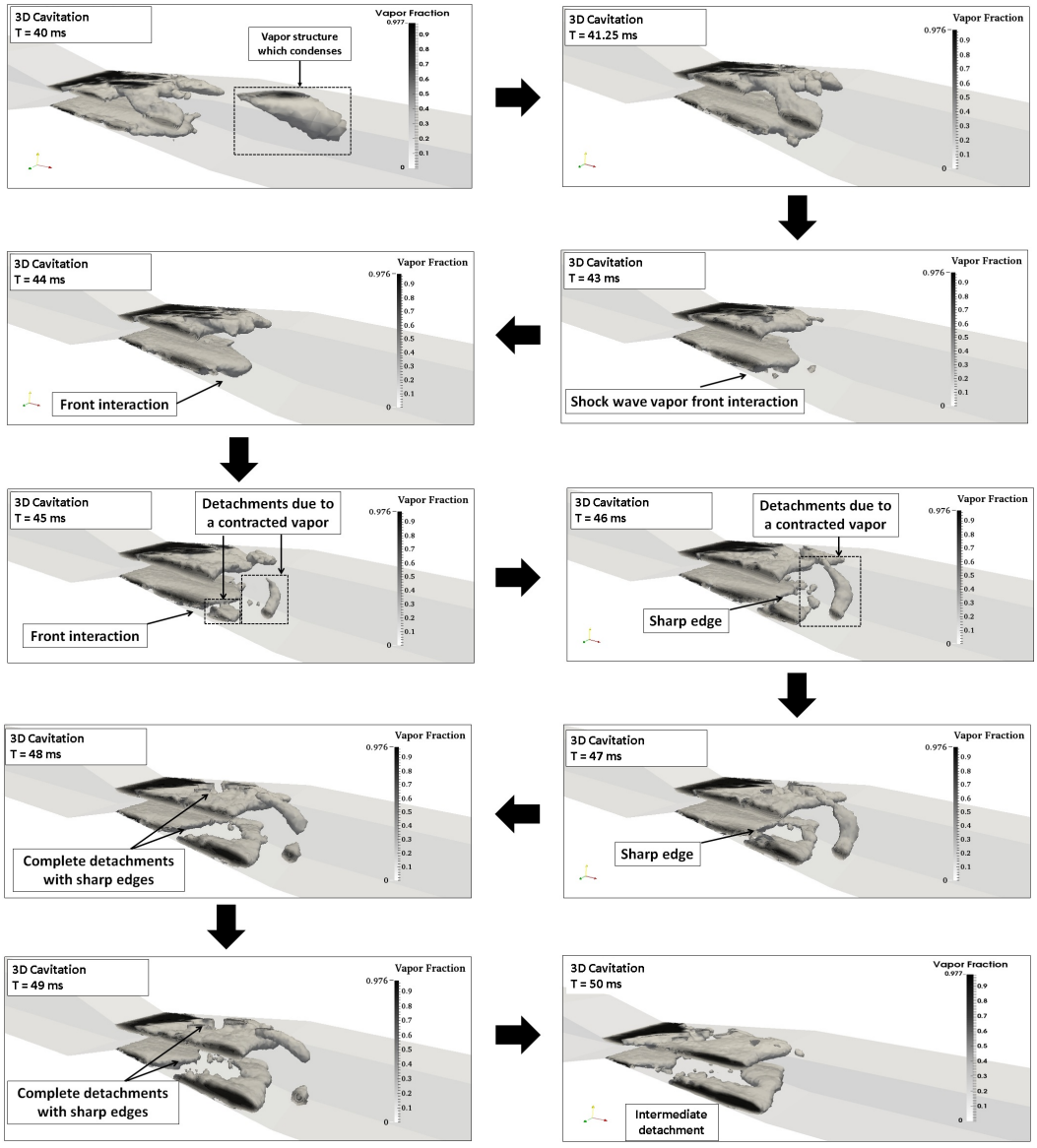


FIGURE 4.62 Séquence d'images 3D influence onde de choc

donne naissance à des ondes de chocs dans la zone de fermeture de la poche cavitante. Une telle dynamique a été démontrée expérimentalement par Ganesh dans ses travaux de thèse [66]. Il a montré que la propagation d'une telle instabilité modifie considéra-

blement la dynamique des structures de cavitation. Un comportement similaire a été observé dans la simulation 3D à $\sigma = 1,07$. En effet, dans l'intervalle entre $T = 0,04$s et $T = 0,05$s la phase vapeur se contracte. Pour cela, un approfondissement de la dynamique des poches est fait. On peut constater le mouvement de contraction vers le col du Venturi sur la figure 4.62. Tout d'abord à $T = 0,04$s une faible quantité de vapeur est advectée par l'écoulement. Puis, un brusque changement dans le comportement des poches de vapeur est observé. Ceci est du au collapse de cette portion de vapeur. La figure 4.63 montre les iso-contours de la pression au moment du collapse, ainsi que

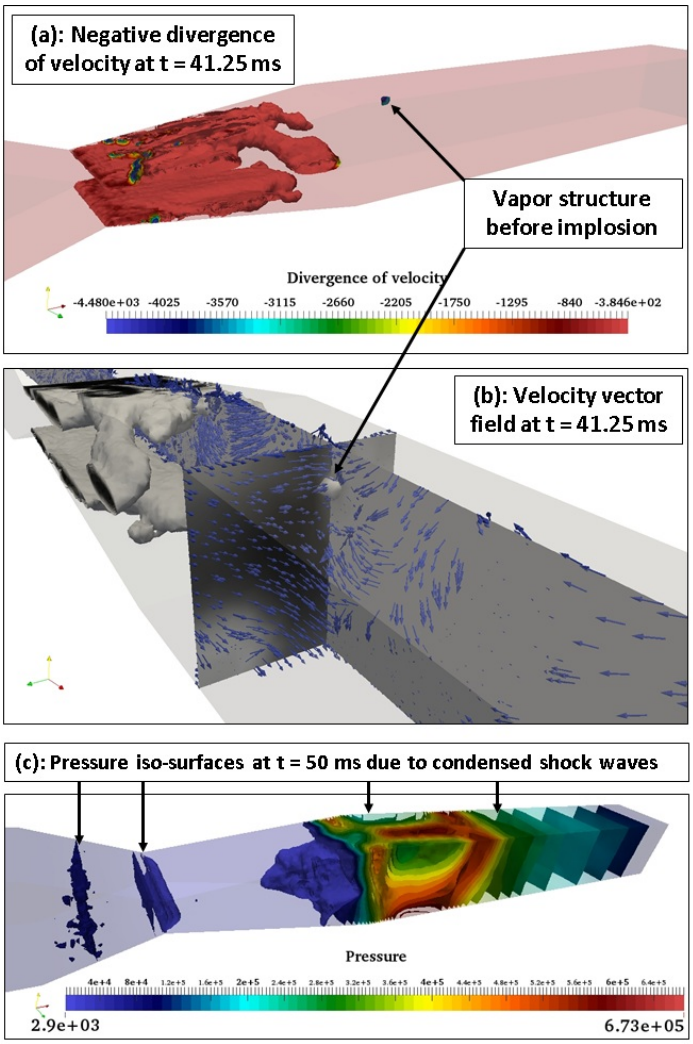


FIGURE 4.63 Divergence de la vitesse, champ de vitesse et champ de pression au moment du collapse à $T = 0,04125$s.

la divergence de la vitesse et le champ de vitesses. La divergence de la vitesse indique clairement par ses valeurs négatives que la poche de vapeur se comprime et le champ

de vitesses confirme cet effet. On voit clairement que les vecteurs de la vitesse montrés sur deux surfaces qui passent par la bulle, sont orientés vers le centre de celle-ci. De ce fait, sa pression interne augmente jusqu'à son collapse à $T = 0.05$s. Par la suite des ondes de condensation se propagent, ce qui fait contracter la poche de vapeur en amont. Par la suite, la contraction continue symétriquement en haut et en bas du Venturi ce qui résulte dans une séparation des poches qu'on peut observer sur la sequence des images sur la figure 4.62. Par conséquent, la propagation d'une telle instabilité devient dominante par rapport aux jets rentrant et latéral. Pour consolider davantage cette constatation de la dynamique de la phase vapeur sous l'influence d'une onde de choc, les évolutions de la pression, le nombre de Mach, la phase vapeur et la vitesse horizontale sont tracées sur la figure 4.64 suivant une ligne longeant la paroi basse du Venturi. On peut ainsi constater clairement l'existence du front d'onde qui se propage

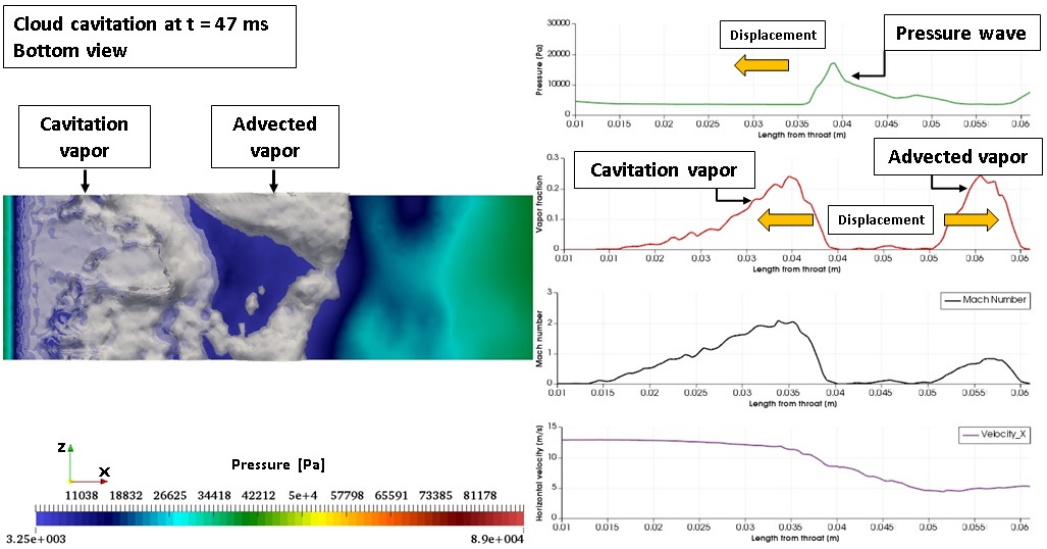


FIGURE 4.64 Vue de dessous de la phase vapeur. La pression, le nombre de Mach, la phase vapeur et la vitesse horizontale sont tracées suivant une ligne droite proche de la paroi basse du Venturi

en contre-courant. Ceci influence la phase vapeur et on voit que sa séparation est bien visible. Par conséquent, une partie de la vapeur est advectée et une autre partie suit le front d'onde. Le nombre de Mach est supérieur à l'unité, comme on peut le constater. Par ailleurs, on note que la vitesse horizontale de l'écoulement est strictement positive, ce qui nous permet d'affirmer qu'il n'y a pas ici d'influence du jet rentrant et que c'est l'onde de condensation qui pilote.

Illustration expérimentale

Malgré la relative faible fréquence d'acquisition de la caméra rapide (1 kHz), nous avons essayé, afin de prouver la véracité de ce dernier mécanisme, de l'observer expérimentalement.

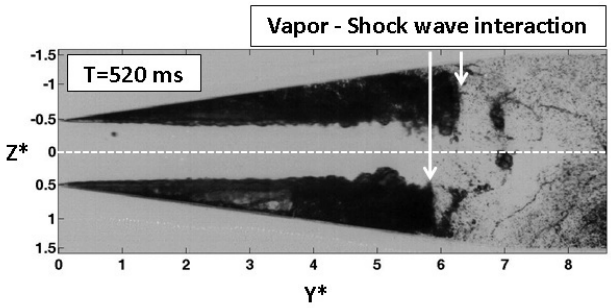


FIGURE 4.65 Illustration moment d'interaction entre l'onde de choque et la phase vapeur pour $\sigma = 1,23$. On peut clairement voir le front pointu en bas du Venturi.

La figure 4.65 illustre clairement le moment d'interaction entre l'onde de choc et la phase vapeur pour $\sigma = 1,23$. Au même instant, les petites structures autour de $L = 7H$ sont détachées et continuent à être advectées par l'écoulement, phénomène observé précédemment en simulation numérique (figure 4.62). N'ayant pas réussit à capturer le cycle entier d'une onde de condensation dans le cas de $\sigma = 1,23$, nous avons tenté, avec succès, de l'avoir pour $\sigma = 1,31$ (figure 4.66). On remarque encore une fois le front d'onde sur les deux flancs du Venturi, un peu plus prononcé en bas du Venturi à environ $L = 3,8H$. Cette onde remonte vers le col et provoque un double détachement sur les deux faces latérales du Venturi.

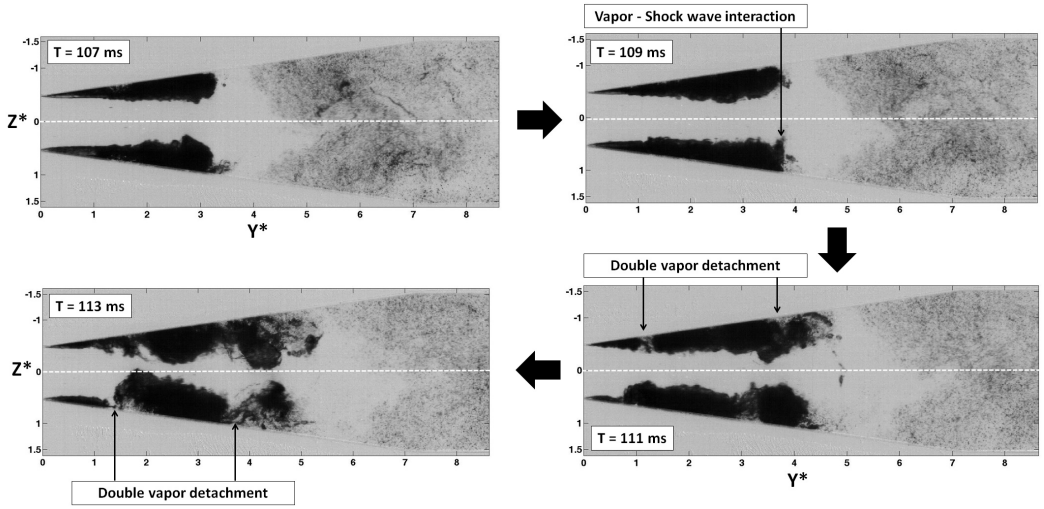


FIGURE 4.66 Illustration de la sequence d'interaction entre l'onde de choc et la phase vapeur pour $\sigma = 1,31$. On peut clairement distinguer les deux fronts en haut et en bas du Venturi et le double détachement des poches de vapeur.

Conclusion

En résumé, on peut affirmer que trois différents mécanismes gouvernent la dynamique de la poche cavitante (voir figure 4.67). Le premier est le jet rentrant, le deuxième est le jet latéral et le troisième est la propagation des ondes de condensation issues du collapse des structures de vapeur advectées. La vitesse de propagation de

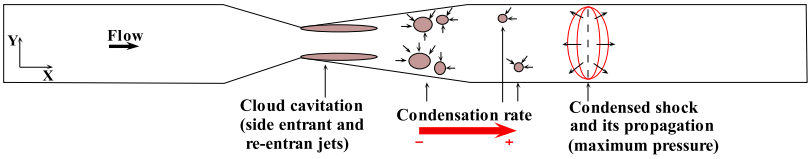


FIGURE 4.67 Illustration des trois mécanismes observés.

l'onde de condensation est estimée ici à 5 m.s^{-1}, ce qui correspond bien à la plage des valeurs donnée par Ganesh et *al.*[67].

Chapitre 5

Etude des instabilités de cavitation aérée sur le Venturi DynFluidV8

Sommaire

5.1 Résultats Expérimentaux : Cavitation aérée 95

5.1.1 Conclusions cavitation aérée expérimentale 108

5.2 Simulation numérique de la cavitation aérée 108

5.3 Conclusions simulations numériques 112

Ce chapitre discute les résultats expérimentaux en régime de cavitation aérée, pour trois différents σ. Il présente aussi un résultat préliminaire d'une simulation numérique également au même régime et pour un nombre de cavitation $\sigma = 1.10$. Ce chapitre est divisé ainsi en deux sections. La première section 5.1 montre les résultats expérimentaux et la deuxième section expose la simulation numérique préliminaire 5.2.

5.1 Résultats Expérimentaux : Cavitation aérée

Les résultats d'essais de trois cas différents sont montrés dans cette section. La vitesse de l'écoulement et le ratio d'air injectée retenus ici, sont gardés constants pour l'ensemble des cas présentés. La pression de référence est mesurée en amont du Venturi, telle que indiqué précédemment. Pour ces essais avec injection d'air, la notion de concentration volumique notée β est introduite, elle s'exprime en (‰). Cette nouvelle variable est définie comme le rapport entre la quantité de gaz injectée à la pression de référence et le volume du liquide.

a' : Cavitation aérée à $\sigma = 1,74$

Le tableau 5.1 donne les conditions d'essais fixées pour le premier cas, noté (a'). La quantité de gaz injectée est choisie de sorte qu'elle influence suffisamment la dynamique des structures vaporisées sans toutefois saturer complètement l'écoulement. La valeur du nombre de cavitation y est également indiquée, elle est proche de la valeur choisie pour le cas similaire sans aération.

Cas	$\mathbf{M_{gas}}$ ($kg.h^{-1}$)	$\beta = \frac{\mathbf{Q_{gas}}}{\mathbf{Q_{tot}}}$ (‰)	$\mathbf{V_{ref}}$ ($m.s^{-1}$)	$\mathbf{Re_{throat}}$	$\mathbf{P_{ref}}$ (bar)	$\sigma_{\mathbf{X^*=-6}}$	σ
(a')	0.072	9.6	12.03	1.2×10^5	1.33	15.66	1.74

TABLE 5.1 Récapitulatif conditions expérimentales pour cas (a')

Comme dans les cas précédents, toutes les images sont normalisées, y compris celles qui montrent la dynamique à un instant donné.

L'image 5.1 montre le comportement global des zones vaporisées et/ou aérées. On distingue le développement de deux poches, en haut et en bas du venturi. La morphologie de ces poches est différente de celle observée sur la figure 4.1, pour le cas sans aération. L'arrivée des bulles d'air modifie la taille, la forme, ainsi que la dynamique des deux poches formées, notamment sur le coté haut du venturi où les bulles d'air injectées viennent s'agglomérer, sous l'effet de la gravité. On assiste aussi

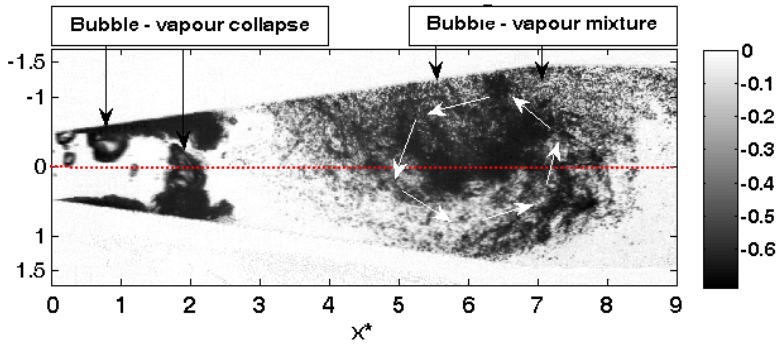


FIGURE 5.1 Image instantanée de cavitation aérée à $\sigma = 1,74$

à un arrachement de structures qui une fois transportées par l'écoulement vers l'aval rencontrent dans la partie divergente une zone de recirculation de l'écoulement qui disperse ces structures en un amas de minuscules bulles.

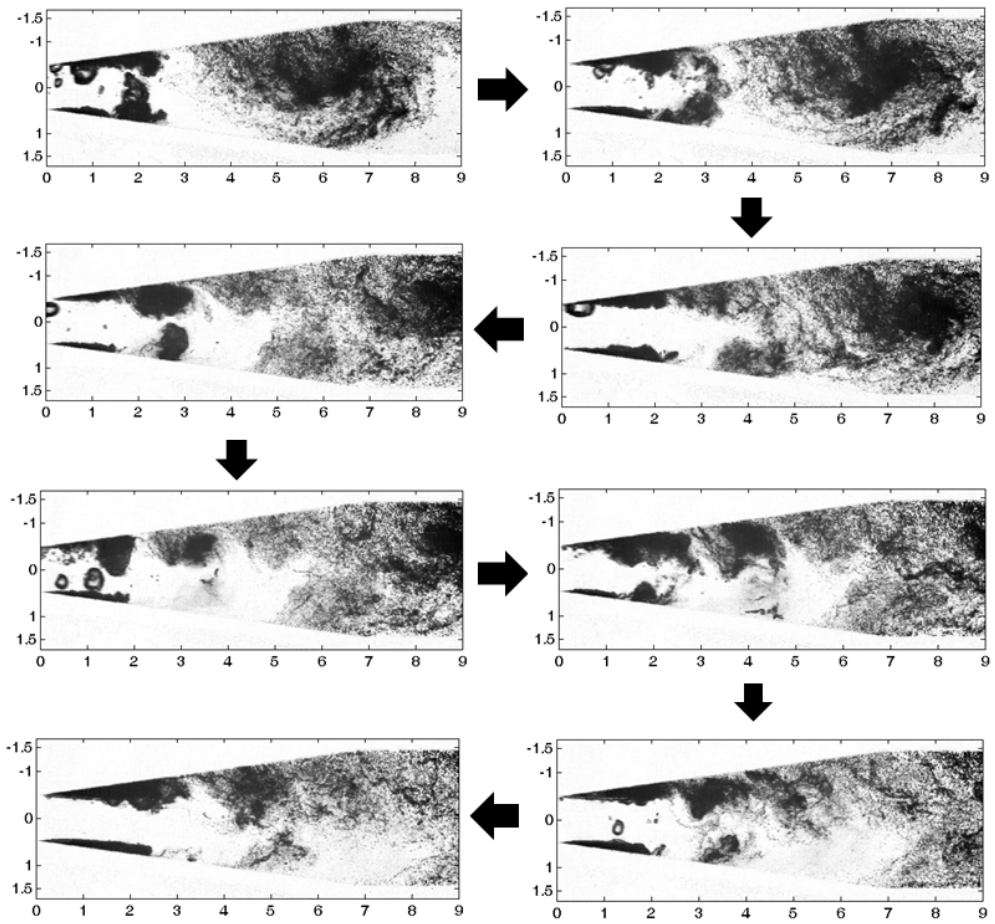


FIGURE 5.2 Séquence d'images successives instantanées normalisées à $\sigma = 1,74$ pas de temps entre deux images successives de 10^{-3}s

La dynamique décrite ci-dessus peut être vue sur la sequence des images de la figure 5.2. Le pas de temps entre les différentes images est égale à 10^{-3}s. Sur la figure 5.3 est

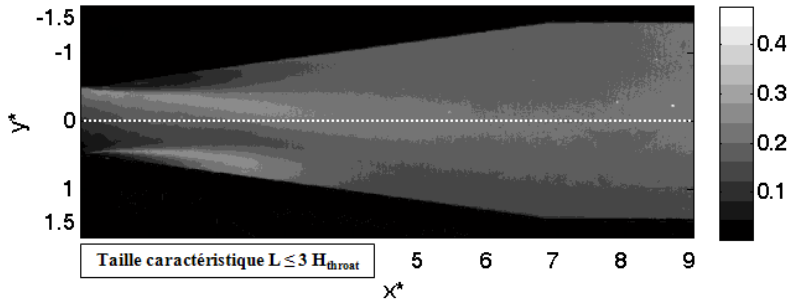


FIGURE 5.3 Déviation standard cavitation aérée à $\sigma = 1,74$

présentée la déviation standard. On observe clairement ici la perte de la symétrique statistique. De plus, les lâchés, de vapeur ne sont pas synchronisés comme dans le

cas similaire sans aération. Une longueur caractéristique de la poche développée est identifiée mais seulement en bas du Venturi. Sa valeur est de $3H$ et fluctue entre $L = 2H$ et $L = 3H$.

Sur le diagramme spatio-temporel on peut noter une présence plus marquée de traits noirs sur le côté haut du venturi. La figure 5.4 permet de constater la présence

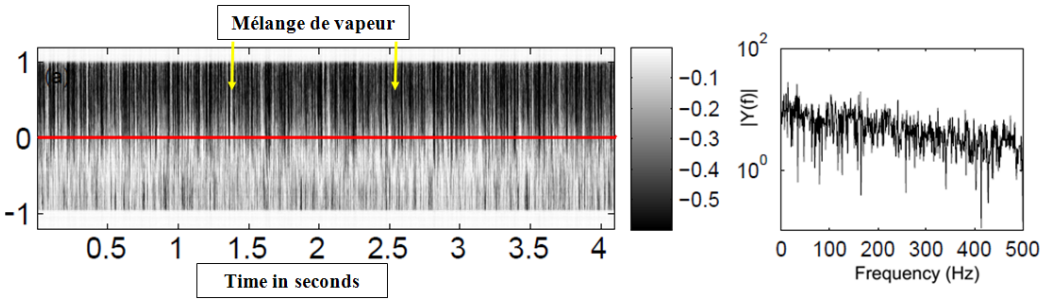


FIGURE 5.4 Diagramme spatio-temporel (à gauche) et spectre de fréquence (à droite) pour $\sigma = 1,74$

d'une fréquence caractéristique de 164 Hz. Elle correspond probablement aux lâchés de vapeur constatés sur la partie basse du Venturi.

Sur les figures 5.5 à 5.8 sont montrés les quatre modes propres, et sur 5.9 à 5.12 les évolutions de leur niveau d'énergie. Le premier mode propre, est le plus important

	Mode 1	**Mode 2**	**Mode 3**	**Mode 4**
Énergie %	80	5,8	3,6	3,1

TABLE 5.2 Contributions des quatre modes pour $\sigma = 1,74$

en terme de contribution, il compte pour 80%. Les autres modes contribuent respectivement à 5,8%, 3,6% et 3,1%. Ensemble les quatre modes propres comptent pour environ 93% de l'énergie totale. L'énergie de ces quatre modes est stable au delà de 350 images.

Le mode 1 nous montre clairement l'effet de l'aération, on voit que les bulles interagissent avec plutôt la poche haute. On arrive aussi à identifier une longueur caractéristique de la poche en bas du venturi d'une valeur d'environ $L = 2H$. Le deuxième mode propre sur la figure 5.6 montrerait la zone de recirculation où la phase vapeur se brise en plusieurs minuscules bulles.

Sur les figures 5.13 à 5.15 sont présentés les portraits de phases d'amplitudes $a_2(a_1)$, $a_3(a_1)$, $a_4(a_1)$. On remarque sur le graphique 5.13 une tendance à obtenir une forme de

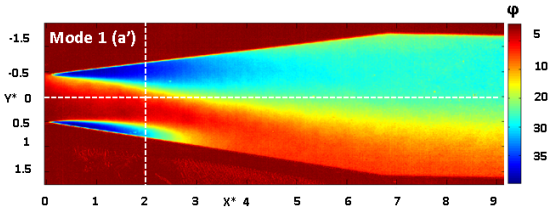


FIGURE 5.5 POD Mode 1 à $\sigma = 1,74$

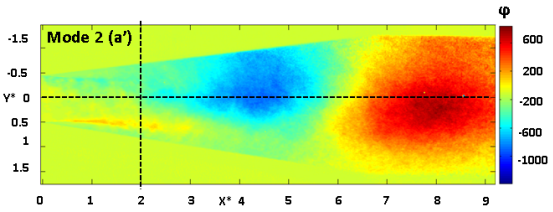


FIGURE 5.6 POD Mode 2 à $\sigma = 1,74$

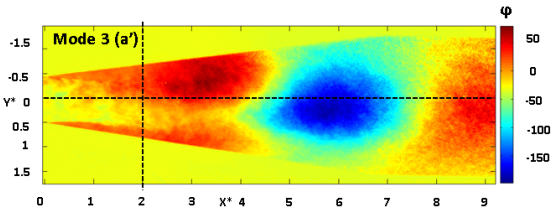


FIGURE 5.7 POD Mode 3 à $\sigma = 1,74$

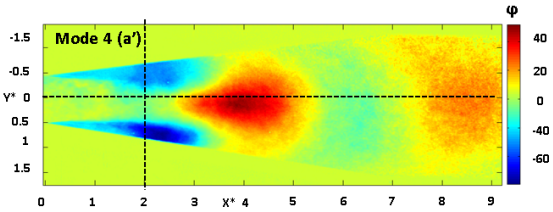


FIGURE 5.8 POD Mode 4 à $\sigma = 1,74$

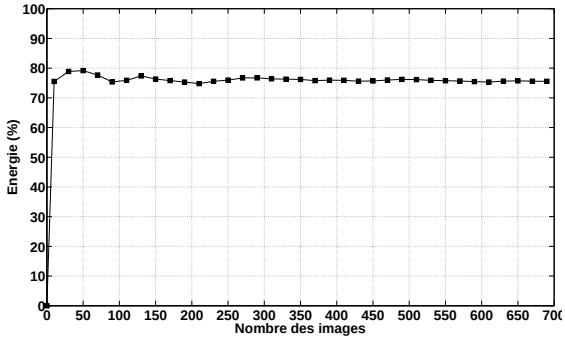


FIGURE 5.9 Energie mode 1 à $\sigma = 1,74$

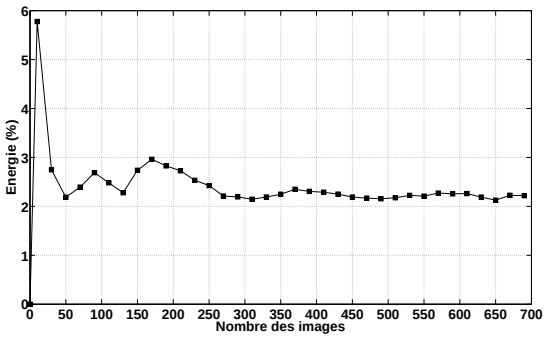


FIGURE 5.10 Energie mode 2 à $\sigma = 1,74$

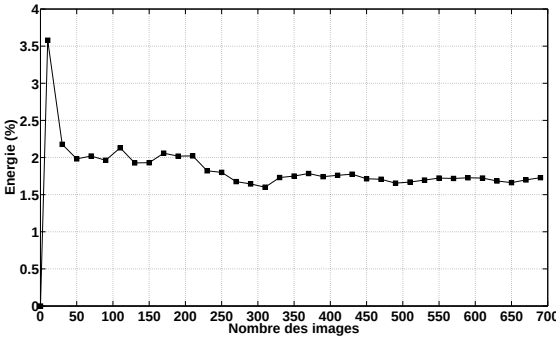


FIGURE 5.11 Energie mode 3 à $\sigma = 1,74$

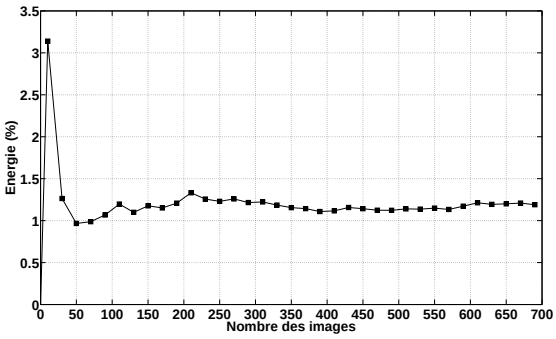
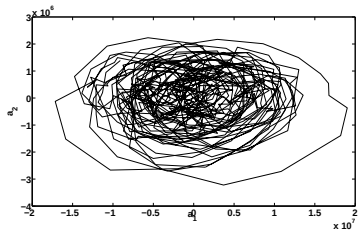
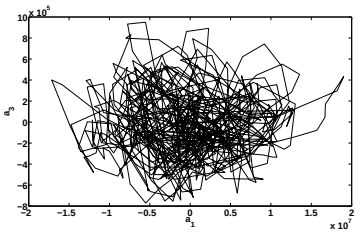
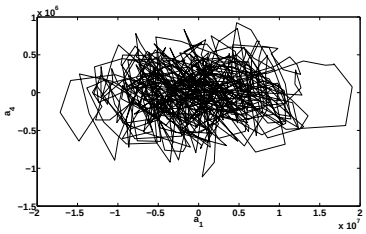


FIGURE 5.12 Energie mode 4 à $\sigma = 1,74$

cercle. Ce qui a été également déjà observé sur la figure 4.21. Par contre, on constate la perte de cette information sur les deux autres portraits en comparaison avec les portraits observés en régime d'écoulement similaire sans aération.


FIGURE 5.13 $a_2(a_1)$ cas (a')


FIGURE 5.14 $a_3(a_1)$ cas (a')


FIGURE 5.15 $a_4(a_1)$ cas (a')

b' : Cavitation aérée à $\sigma = 1,65$

Case	$\mathbf{M_{gas}}$ ($kg.h^{-1}$)	$\beta = \frac{\mathbf{Q_{gas}}}{\mathbf{Q_{tot}}}$ (‰)	$\mathbf{V_{ref}}$ ($m.s^{-1}$)	$\mathbf{Re_{throat}}$	$\mathbf{P_{ref}}$ (bar)	$\sigma_{\mathbf{X^*=-6}}$	σ
(b')	0.072	10	12.03	1.2×10^5	1.27	14.85	1.65

TABLE 5.3 Tableau récapitulatif conditions expérimentales pour cas (b')

Le tableau 5.3 récapitule les conditions d'essai du cas (b'). L'image normalisée 5.16 montre une capture instantanée et la figure 5.17 illustre une séquence d'images successives. On observe l'accumulation des bulles d'air après le col du Venturi. La taille

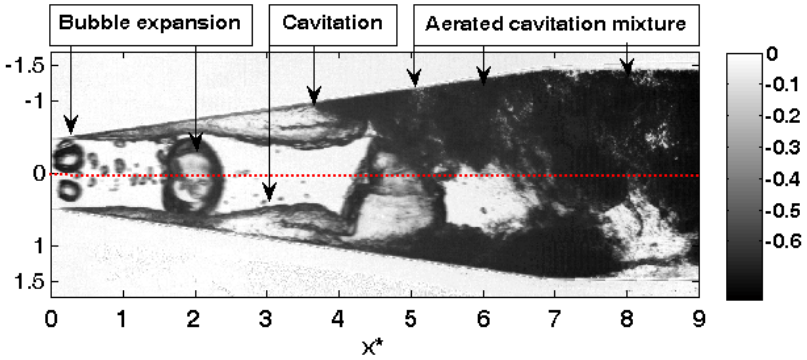


FIGURE 5.16 Image instantanée de cavitation aérée à $\sigma = 1,65$

des poches augmente, néanmoins, on n'arrive pas à distinguer les lâchés. Une perte de la symétrie est observée.

La figure 5.18 montre la déviation standard. On constate la présence d'une importante quantité vapeur, (la partie noire sur la figure 5.18) qui s'accumule en haut de la veine, dans la partie divergente du venturi. On voit également une tâche blanche

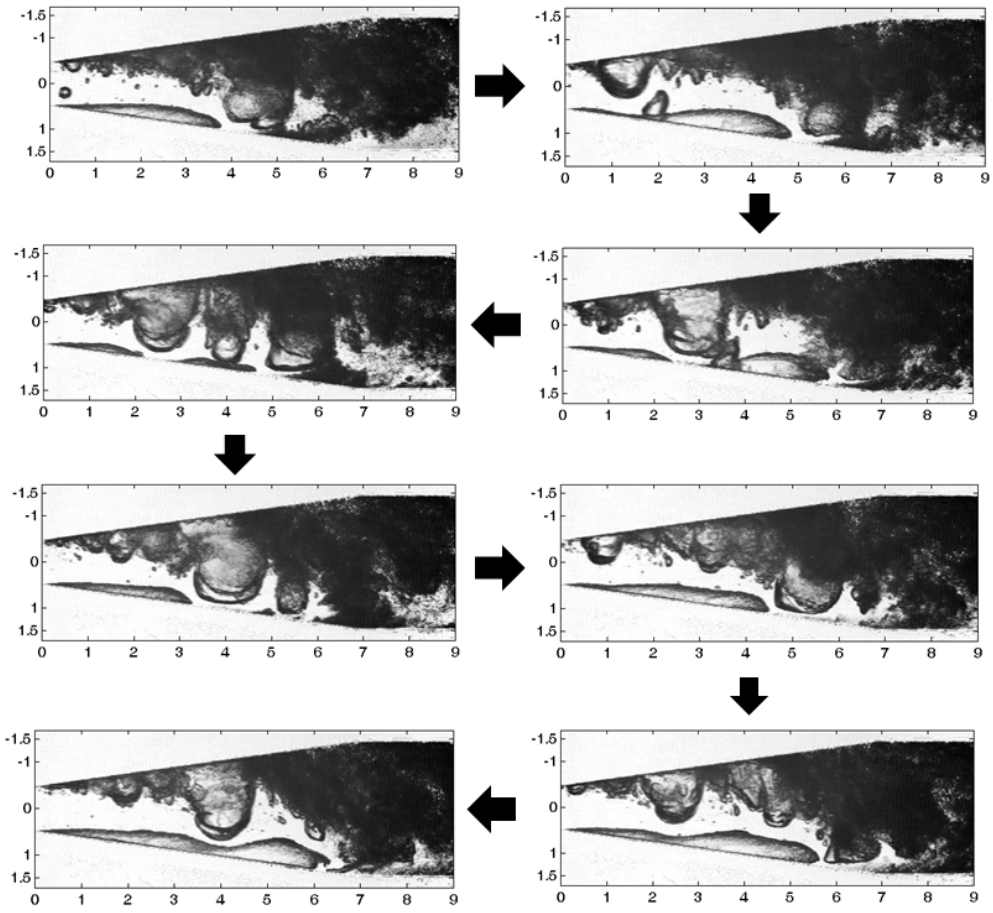


FIGURE 5.17 Séquence d'images successives instantanées normalisées à $\sigma = 1,65$

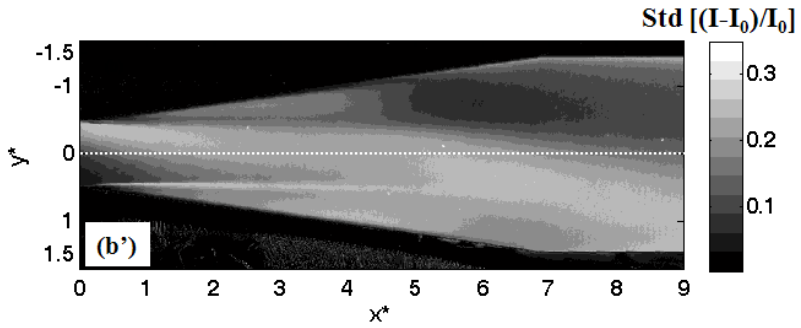


FIGURE 5.18 Déviation standard cavitation aérée à $\sigma = 1,64$

sur la partie basse, qui commence au col et qui s'étale jusqu'à $L = 5H$ formant ainsi une interface entre la vapeur et le liquide. Ces structures vaporisées sont fréquemment perturbées par l'écoulement. La figure 5.19 montre le diagramme spatio-temporel. On y constate l'accumulation des bulles d'air en haut du venturi, forte concentration de traits noirs. On peut également remarquer que certains de ces traits font la liaison

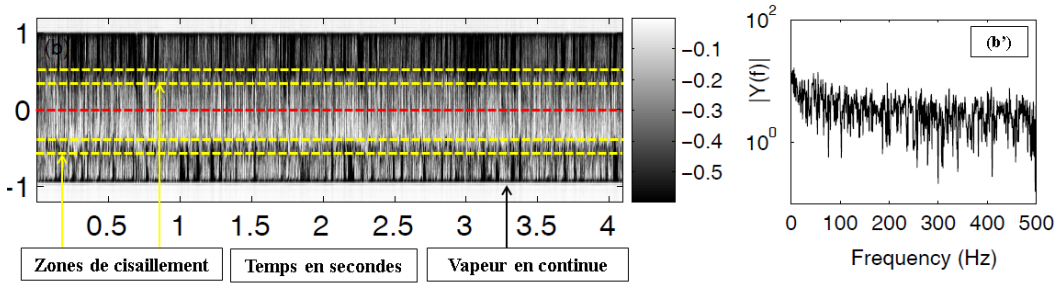


FIGURE 5.19 Diagramme spatio-temporel (à gauche) et spectre de fréquence (à droite) pour $\sigma = 1,64$

entre les deux flancs du Venturi. Ceci est due au fait que les bulles augmentent leurs volumes, comme constaté précédemment. Une autre observation est la présence récurrente de discontinuités verticales en bas du venturi, changement de la couleur des traits du noir foncé au gris. Enfin les deux interfaces montrant un cisaillement fort des deux côtés du venturi sont nettement marqués (contour en couleur jaune). On remarque aussi que le spectre fréquentiel devient de plus en plus plat par rapport celui montré dans le cas similaire sans aération.

	Mode 1	**Mode 2**	**Mode 3**	**Mode 4**
Énergie %	92,12	1,46	1,19	0,95

TABLE 5.4 Contributions des quatre modes pour $\sigma = 1,65$

Le tableau 5.4 donne le ratio des quatre premiers modes propres. On voit que le poids du premier mode est le plus important. Sa valeur atteint 92% et est comparable à celle enregistrée hors aération. On constate par ailleurs que le niveau des deux derniers modes sont relativement plus élevés que ceux du cas équivalent sans aération. Sur les

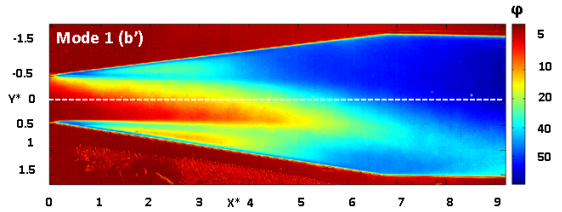


FIGURE 5.20 POD Mode 1 à $\sigma = 1,65$

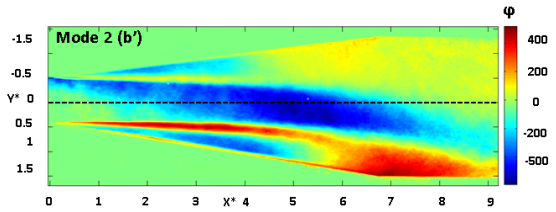


FIGURE 5.21 POD Mode 2 à $\sigma = 1,65$

figures 5.24 à 5.27 sont présentées les évolutions de l'énergie en fonction du nombre de"snapshots" . Le mode 1 est constamment stable et les trois autres modes le sont

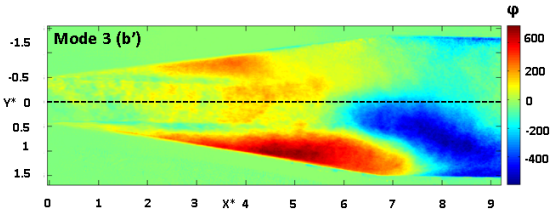


FIGURE 5.22 POD Mode 3 à $\sigma = 1,65$

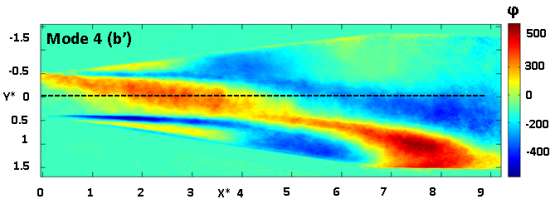


FIGURE 5.23 POD Mode 4 à $\sigma = 1,65$

également à partir de 250 images. Les figures 5.28 à 5.30 montrent les portraits de phases.

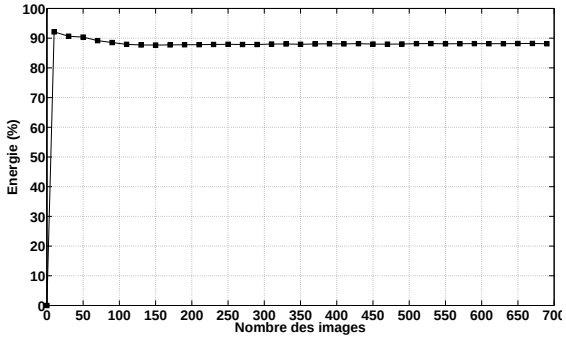


FIGURE 5.24 Energie mode 1 à $\sigma = 1,65$

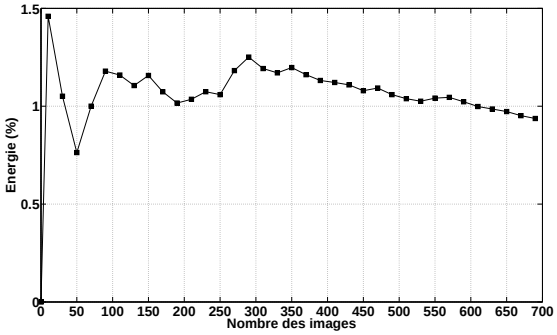


FIGURE 5.25 Energie mode 2 à $\sigma = 1,65$

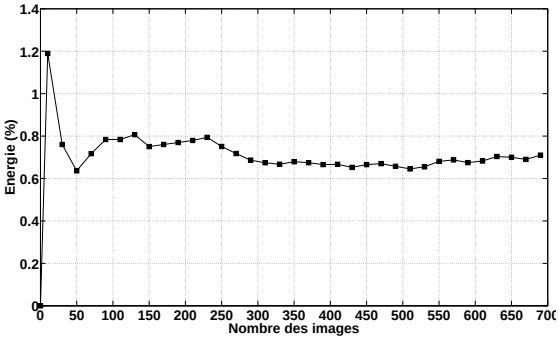


FIGURE 5.26 Energie mode 3 à $\sigma = 1,65$

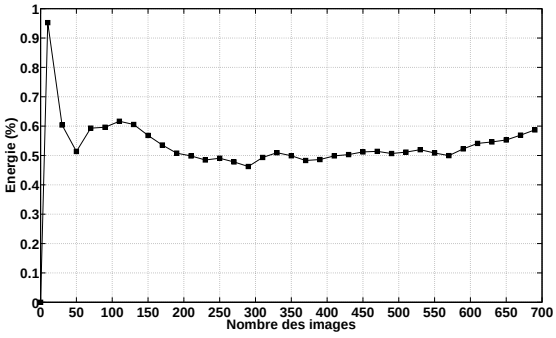


FIGURE 5.27 Energie mode 4 à $\sigma = 1,65$

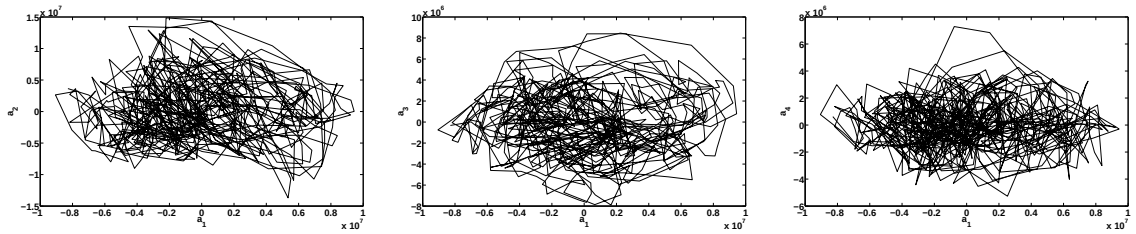


FIGURE 5.28 $a_2(a_1)$ cas (b') FIGURE 5.29 $a_3(a_1)$ cas (b') FIGURE 5.30 $a_4(a_1)$ cas (b')

c' : Cavitation aérée à $\sigma = 1,42$

Le troisième cas de cavitation aérée correspond à un nombre de cavitation égale à 1,42. Il s'agit d'un cas de "supercavitation" , comme celui décrit précédemment en régime cavitant sans aération, cas (c). Le tableau 5.5 récapitule les conditions

Case	$\mathbf{M_{gas}}$ ($kg.h^{-1}$)	$\beta = \frac{\mathbf{Q_{gas}}}{\mathbf{Q_{tot}}}$ (‰)	$\mathbf{V_{ref}}$ ($m.s^{-1}$)	$\mathbf{Re_{throat}}$	$\mathbf{P_{ref}}$ (bar)	$\sigma_{\mathbf{X^*=-6}}$	σ
(c')	0.072	11.5	12.03	1.2×10^5	1.12	13.05	1.45

TABLE 5.5 Tableau récapitulatif conditions expérimentales pour cas (c')

d'opération. La dynamique de cet écoulement est illustrée par l'image instantanée et normalisée 5.31 et par la séquence d'images instantanées donnée sur la figure 5.31. La

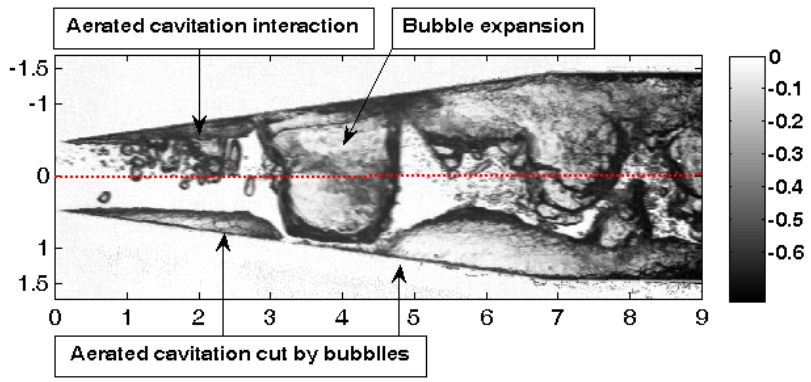


FIGURE 5.31 Image instantanée de cavitation aérée à $\sigma = 1,42$

dynamique de cet écoulement est différente de celle observée jusqu'ici. Elle ressemble vaguement à celle du cas (b'). L'air injecté coupe les deux poches qui se développent au col du venturi. Les grosses poches ainsi détachées sont advectées vers l'aval.

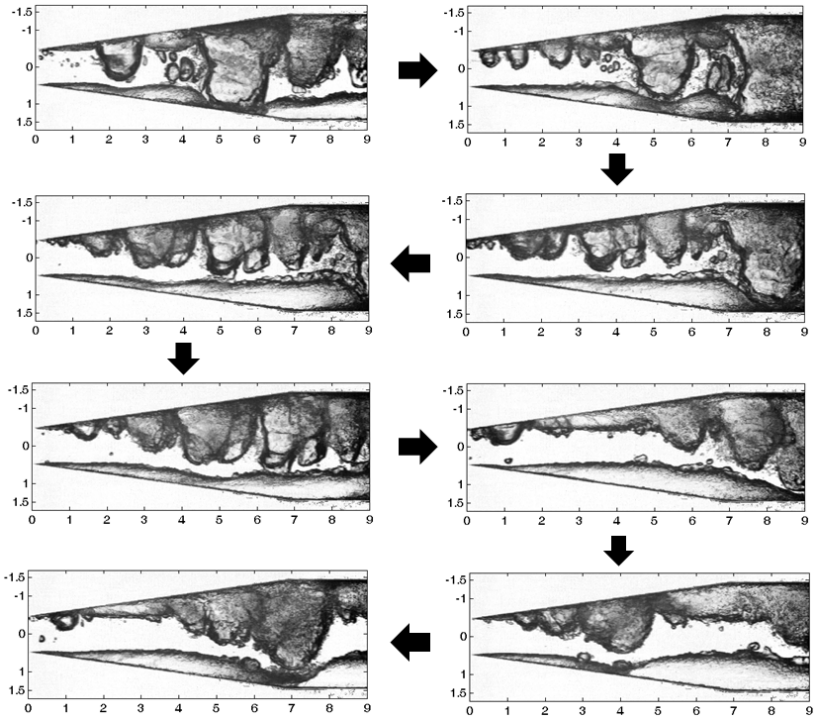


FIGURE 5.32 Séquence d'images successives instantanées normalisées à $\sigma = 1,42$

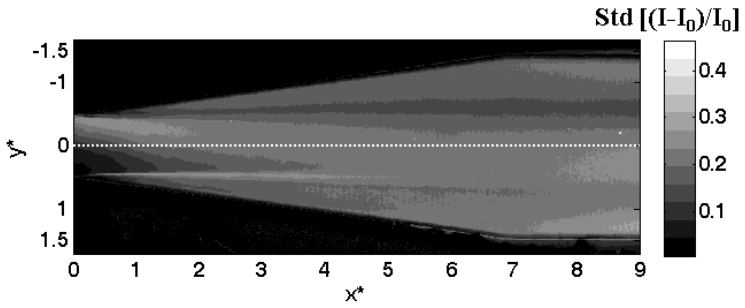


FIGURE 5.33 Déviation standard cavitation aérée à $\sigma = 1,42$

L'image de la déviation standard présentée sur la figure 5.33 complète ces deux figures. On y distingue la présence de la "supercavitation" . Néanmoins, l'interface entre la phase vapeur et le liquide ne reste visible que sur la partie basse du venturi et jusqu'à une longueur $L = 4H$. Ces observations sont également montrées sur le diagramme spatio-temporel 5.34 et le spectre de fréquence correspondant. Comme dans le cas (b'), on voit bien les deux zones de fort cisaillement, ainsi que la présence d'une faible quantité de vapeur sur le paroi basse du venturi. Ce diagramme spatio-temporel est assez différent du troisième cas présenté en régime sans aération, cas (c). On ne voit plus le jet qui fait piéger la vapeur. Le spectre fréquentiel ne montre pas de pics nets.

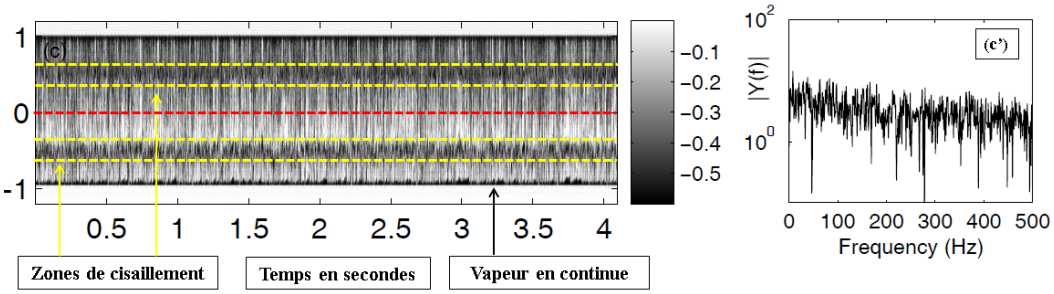


FIGURE 5.34 Diagramme spatio-temporelle (à gauche) et spectre de fréquence (à droite) pour $\sigma = 1,42$

	Mode 1	**Mode 2**	**Mode 3**	**Mode 4**
Énergie %	84,03	2,53	2,41	2,16

TABLE 5.6 Contributions des quatre modes pour $\sigma = 1,42$

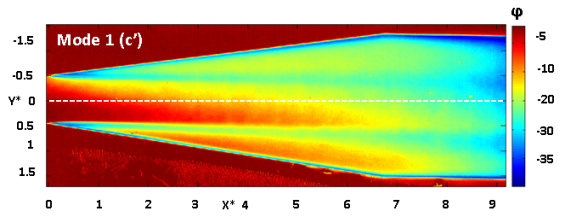


FIGURE 5.35 POD Mode 1 à $\sigma = 1,42$

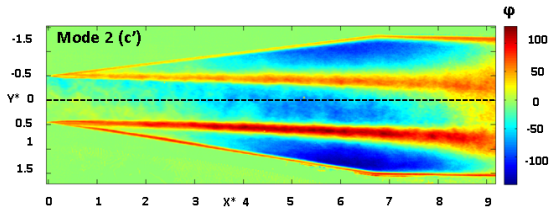


FIGURE 5.36 POD Mode 2 à $\sigma = 1,42$

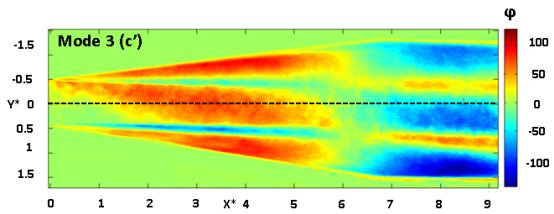


FIGURE 5.37 POD Mode 3 à $\sigma = 1,42$

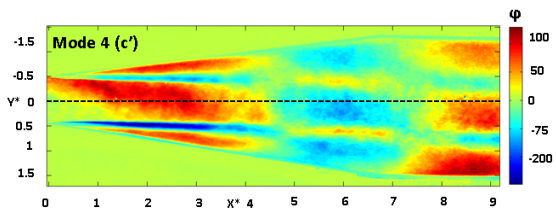


FIGURE 5.38 POD Mode 4 à $\sigma = 1,42$

Le tableau 5.6 montre comme précédemment la participation de chaque mode propre. Ce qu'on voit est le fait que le premier mode est moins important en terme d'énergie que ses équivalents dans les cas (c) et (b'). On voit que pour les premiers modes des cas (c) et (b'), la contribution moyenne dépasse 90%, tandis que ce n'est pas le cas pour (c').

Les figures 5.35 à 5.38 montrent les quatre modes propres et le tableau 5.6 leur contributions. On constate les points suivants :

- Le premier mode est moins important en terme d'énergie que dans les cas précédents et notamment les cas (c) et (b').

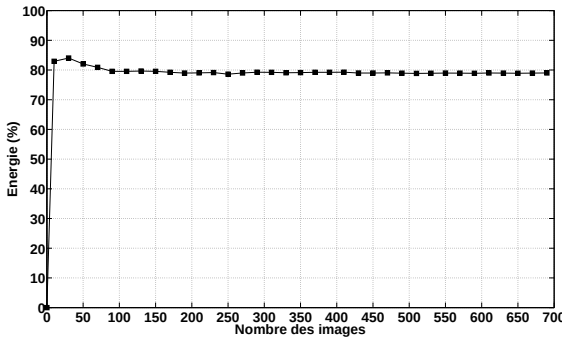


FIGURE 5.39 Énergie mode 1 à $\sigma = 1,42$

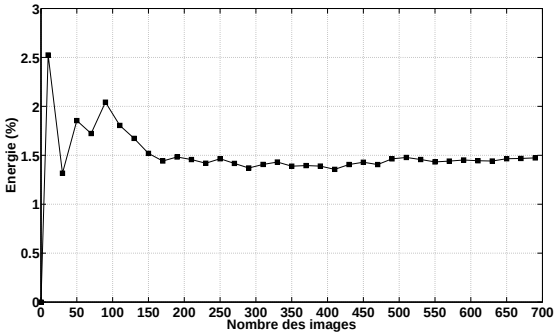


FIGURE 5.40 Énergie mode 2 à $\sigma = 1,42$

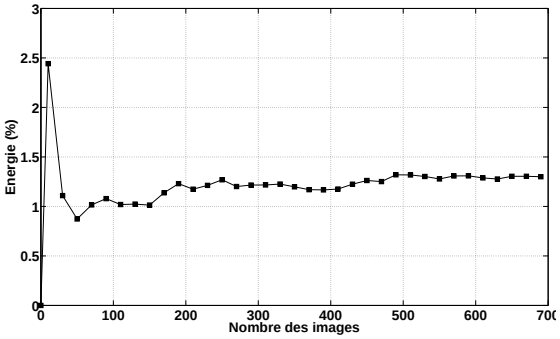


FIGURE 5.41 Énergie mode 3 à $\sigma = 1,42$

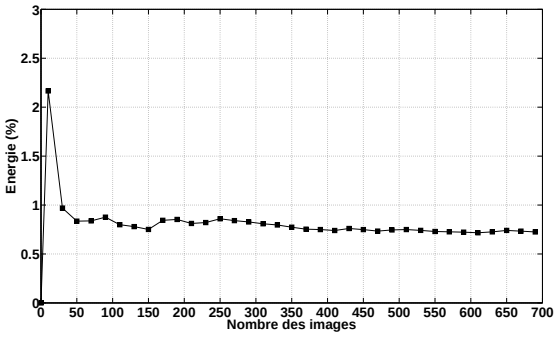


FIGURE 5.42 Énergie mode 4 à $\sigma = 1,42$

- La symétrie de l'écoulement n'est pas présente.
- Le premier mode ne montre pas de zones de fort cisaillement.
- Les modes 2, 3 et 4 sont relativement ressemblants.

La convergence des niveaux d'énergie, pour les quatre modes, est donné sur les figures 5.39 à 5.41. Elles sont stables dès 250 images. Les portraits de phases se trouvent

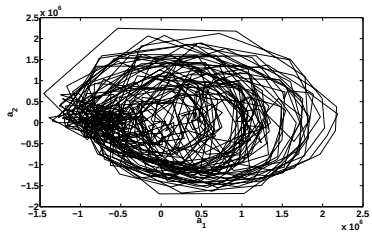


FIGURE 5.43 $a_2(a_1)$ cas (c')

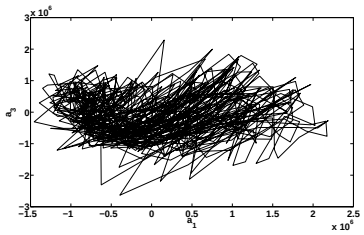


FIGURE 5.44 $a_3(a_1)$ cas (c')

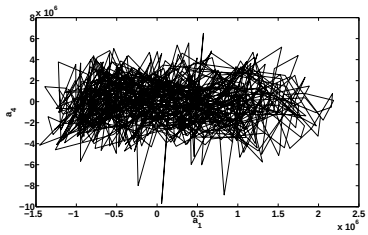


FIGURE 5.45 $a_4(a_1)$ cas (c')

sur les figures 4.39 à 4.41. On distingue une forme de cercle sur la figure 4.39, ce qui correspond bien à une figure de Lissajous de deux fonctions sinusoïdales ayant la même fréquence, mais déphasées de $\frac{\pi}{2}$. Par ailleurs le portrait de phase donné sur

la figure 4.40 ressemble à une autre figure de Lissajous, qui peut être représentée également par deux fonctions sinusoïdales non déphasées, mais avec une fréquence de la deuxième fonction deux fois plus haute que celle de la première fonction. Enfin, la figure 4.41 montre le portrait de phase $a_4(a_1)$ qui ressemble à une figure de Lissajous où la fréquence de la première fonction sinusoïdale est deux fois plus haute que celle de la deuxième et est déphasée.

5.1.1 Conclusions cavitation aérée expérimentale

La cavitation aérée a été explorée pour trois cas différents. D'une manière générale, les bulles d'air injectées influencent, statistiquement parlant et naturellement, davantage la partie haute du Venturi. On a également constaté une baisse nette du bruit généré par ces écoulements.

Dans le cas (a') les bulles changent nettement la dynamique de l'écoulement. Une importante zone de recirculation se forme à l'aval du col. Les bulles font changer la fréquence des lâchés issus de la poche distinguable dans la partie basse du Venturi.

Dans le cas (b') le mélange biphasique formé dans la partie haute du Venturi obstrue le passage du liquide et le refoule vers la partie basse.

Dans le cas (c') c'est toujours un régime de "supercavitation" qui est observé. Il a été mis en évidence que les bulles augmentent leurs volumes et par la suite coupent entièrement les poches. L'analyse POD a montré que les portraits de phases ressemblent à des figures de Lissajous.

5.2 Simulation numérique de la cavitation aérée

Au stade du développement actuel du code FV-MLS plusieurs étapes ont été franchies et d'autres devront suivre afin d'espérer réaliser une simulation numérique réaliste en régime de cavitation aérée. D'une manière non exhaustive et dans un ordre chronologique, les grandes étapes envisagées seraient les suivantes :

- Prise en compte de la compressibilité (déformation) des bulles d'air.
- Prise en compte de la coalescence des bulles d'air.
- Prise en compte de la tension de surface.
- Parallélisation de la gestion des contacts et de la dynamique des structures aérées et de vapeur.
- Adaptation des algorithmes aux besoins des traitements 3D.

Quelques informations complémentaires sur ces développements figurent dans le chapitre suivant dédié à la Conclusion générale et Perspectives. Bien que le développement

n'est, à ce jour, que partiel, nous avons néanmoins souhaité présenter ci-dessous, à titre préliminaire, une simulation numérique en régime de cavitation aérée, sur un cas 2D du Venturi. Bien entendu, d'autres développements substantiels, comme précisé plus haut, sont à entreprendre pour atteindre l'objectif.

Simulation numérique de la cavitation aérée à $\sigma = 1.10$

Remarque générale : Dans ce qui suit, que le lecteur veuille bien noter que les résultats de simulation numérique présentés ici correspondent à une phase transitoire. En effet, les illustrations montrées correspondent aux premiers instants de la traversée des bulles d'air injectées. D'autres cycles seront exploités, dès que les simulations correspondantes seront disponibles.

Les champs de vitesses et les vecteurs associés sont montrés sur les images 5.46 à 5.49. Les zones en couleur bleue représentent les endroits à faibles vitesses. Ces zones

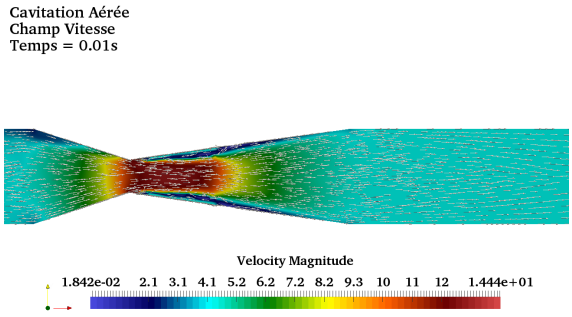


FIGURE 5.46 Champ de vitesse à 0,01s

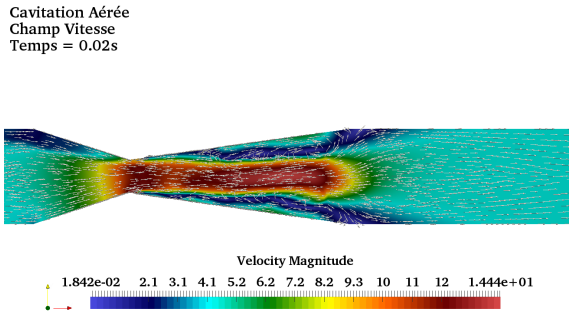


FIGURE 5.47 Champ de vitesse à 0,02s

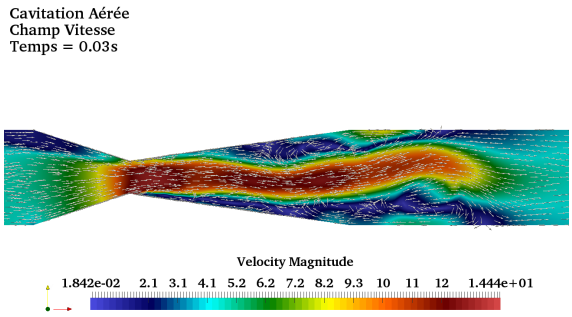


FIGURE 5.48 Champ de vitesse à 0,03s

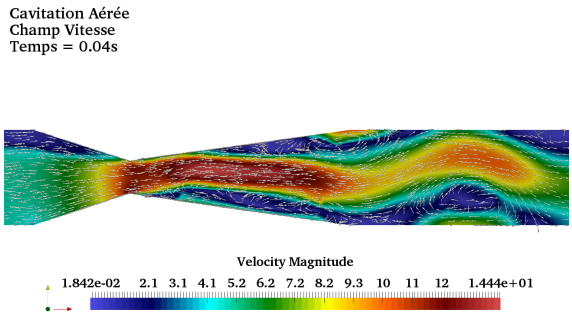


FIGURE 5.49 Champ de vitesse à 0,04s

se situent notamment derrière les poches de vapeur ou d'air, en formation au col du Venturi ou déjà détachées et en cours de déplacement vers l'aval. Les zones en couleur rouge indiquent les parties où la vitesse est relativement élevée. C'est sur la partie

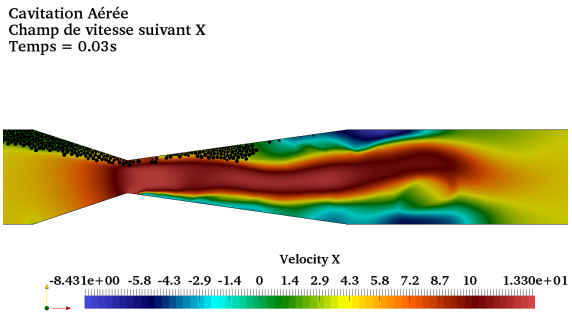


FIGURE 5.50 Vitesse suivant l'axe X à $t = 0,03$s à $\sigma = 1,10$

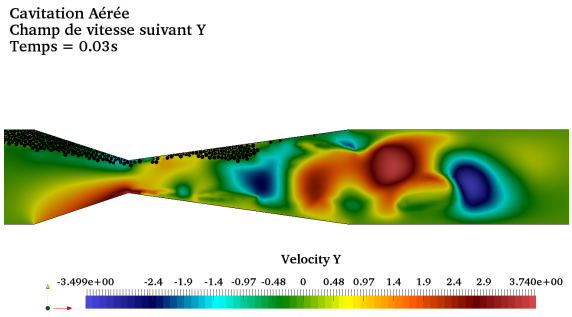


FIGURE 5.51 Vitesse suivant l'axe Y à $t = 0,03$s à $\sigma = 1,10$

centrale du venturi que se trouvent ces zones. Sa profondeur augmente au fur et à mesure de l'agglomération, au voisinage des parois du Venturi, des poches d'air ou de vapeur. On note également la perte de la rectitude de cette zone centrale observée sur la première la figure 5.46. On remarque également l'existence d'une zone de stagnation apparente des bulles d'air, en haut et juste en amont du col du venturi. Afin de compléter les figures précédentes on donne sur les images 5.50 et 5.51, correspondant à l'instant $t = 0,03$s, les deux composantes de la vitesse de l'écoulement, respectivement suivant les axes **X** et **Y**. On constate l'existence de zones de vitesses négatives ce qui témoigne de la présence des recirculations.

On présente également sur les figures 5.52 à 5.55, pour les mêmes instants que les figures précédentes, les images correspondantes de l'évolution de la fraction de vapeur et d'air simultanément. Sur la figure 5.52, on voit l'accumulation des premières bulles d'air injectées dans la partie convergente haute du Venturi ainsi qu'une présence de deux poches de cavitation quasi-symétriques attachées au col. Sur l'image de la figure 5.53, une partie des bulles d'air a franchi le col et vient grossir la poche de cavitation présente sur cette paroi haute. Au même instant, on enregistre le détachement et déplacement de la poche de cavitation présente initialement sur la paroi basse et le début de la naissance d'une autre poche de cavitation. La longueur de la poche de vapeur avant son arrachement est $L = 6,2H$. Sur les images des figures 5.54 et 5.55, les deux mécanismes globaux, régime cavitant sur la paroi basse et régime mixte cavitation et cavitation aérée sur la paroi haute, semblent continuer.

Les images 5.56 à 5.59 montrent le champ de vorticité. La symétrie de l'écoulement est visible sur la première image, car à cet instant du régime transitoire, les bulles d'air n'ont pas encore dépassé le col. Et pourtant, à cet instant, elles se sont déjà

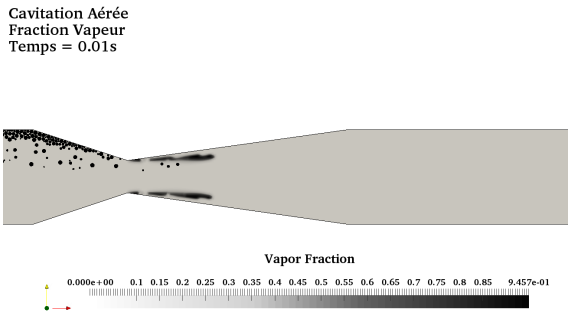


FIGURE 5.52 Fraction vapeur à $0,01$s

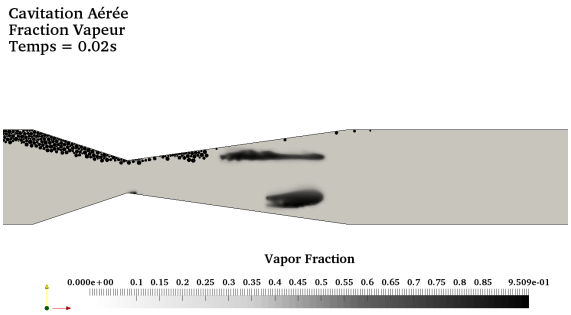


FIGURE 5.53 Fraction vapeur à $0,02$s

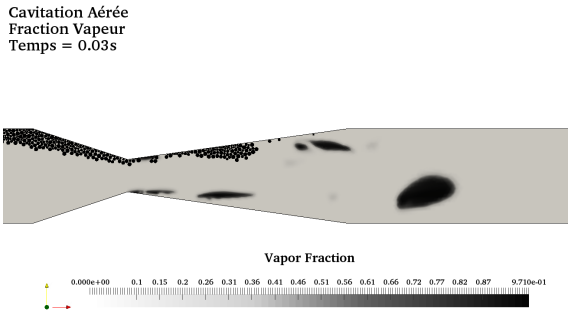


FIGURE 5.54 Fraction vapeur à $0,03$s

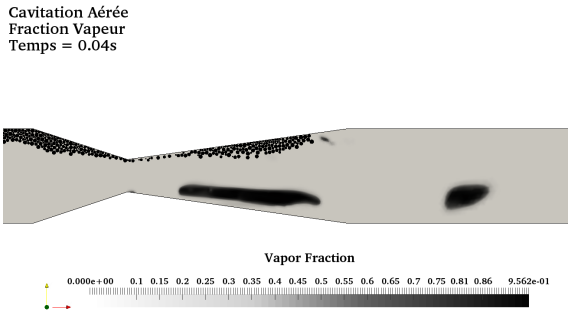


FIGURE 5.55 Fraction vapeur à $0,04$s

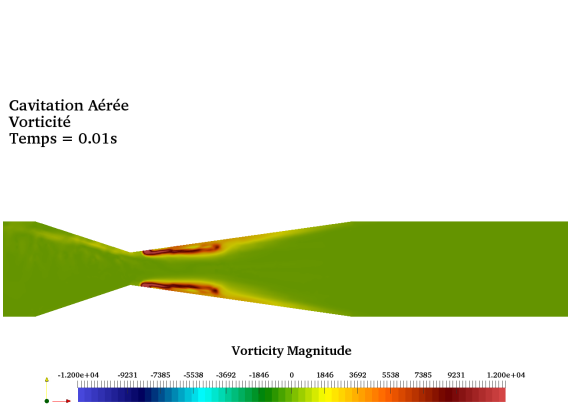


FIGURE 5.56 Vorticité à $0,01$s $\sigma = 1,10$

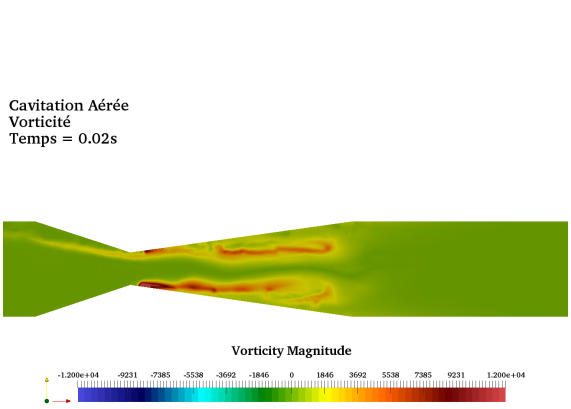


FIGURE 5.57 Vorticité à $0,02$s $\sigma = 1,10$

bien agglomérées en amont du col sur la partie haute, mais leur regroupement à cet endroit et à cet instant précis semble ne pas avoir d'influence sur les deux poches de cavitation, visibles sur les deux flancs du Venturi. Sur les images suivantes, lorsque les bulles d'air franchissent le col, on assiste à la perte de la symétrie et à l'augmentation de la valeur de la vorticité sur la partie divergente du Venturi.

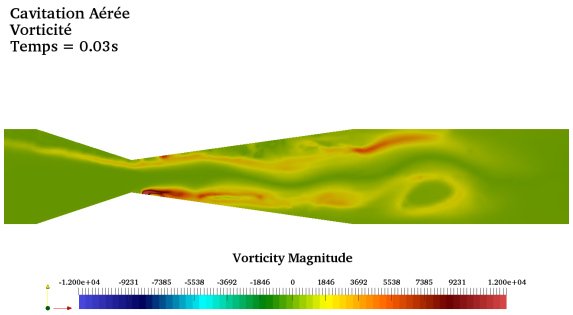


FIGURE 5.58 Vorticité à $0,03$s $\sigma = 1,10$

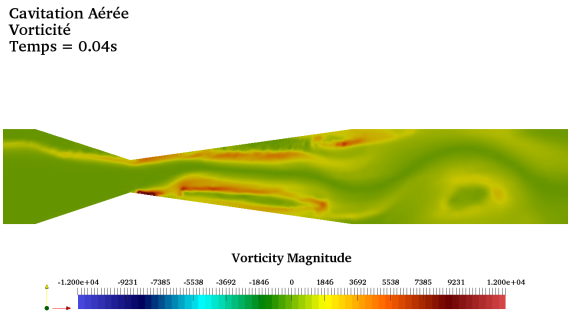


FIGURE 5.59 Vorticité à $0,04$s $\sigma = 1,10$

5.3 Conclusions simulations numériques

Les résultats présentés ici sont encourageants. En effet, les développements numériques (transport de particules, rétroaction...) introduits semblent réagir correctement. La phase dispersée (l'air injecté) influence l'écoulement cavitant, la dynamique des structures vaporisées et aérées sont naturellement très différentes de celles constatées en régime de cavitation sans aération. Des similarités de comportement avec les observations expérimentales, en régime de cavitation aérée décrites précédemment, s'avèrent présentes.

Chapitre 6

Conclusion générale et Perspectives

Sommaire

6.1 Conclusion générale 114

6.2 Perspectives 116

6.2.1 Cavitation et dégazage à bas nombre de Reynolds 116

6.2.2 Dynamique des écoulements dans deux demi-Venturi montés en série 116

6.2.3 Analyse du comportement en régimes cavitant et aéré d'un inducteur 117

6.2.4 Perfectionnement des mesures en régimes cavitant et/ou aéré 117

6.3 Améliorations à poursuivre en simulation numérique . . . 118

6.3.1 Prise en compte de la coalescence des bulles 118

6.3.2 Prise en compte de la tension de surface 119

6.3.3 Prise en compte de forces supplémentaires 120

6.3.4 Amélioration de la méthode de pénalisation 120

6.3.5 Amélioration de la precision du schéma numérique 121

6.3.6 Implémentation de l'aération dans la version 3D du solveur FV-MLS 121

Ce chapitre présente les conclusions et perspectives. Il est divisé en trois sections : la conclusion générale 6.1, les perspectives expérimentales 6.2 et les améliorations à poursuivre en simulation numérique 6.3.

6.1 Conclusion générale

Ces recherches s'inscrivent dans le cadre général du fonctionnement en régime de cavitation et/ou en présence de dégazage des pompes des systèmes carburant de turboréacteurs. Deux phénomènes différents, parfois présents simultanément, doivent être distingués :

- La cavitation, vaporisation du liquide (le kérosène dans l'application actuelle) soumis localement à une pression inférieure à la pression de vaporisation.
- Le dégazage, apparition du gaz dissous dans le liquide.

Afin de reproduire et d'étudier ces deux phénomènes, deux approches complémentaires : l'expérimentation et la simulation numérique, sont mises en œuvre. Sur le plan expérimental, un banc d'essais a été conçu. Deux déclinaisons de ce banc ont été développées pour, respectivement, des utilisations dans des conditions de laboratoire et industrielle :

- La version laboratoire a été réalisée et exploitée. Plus de 30 essais ont été effectués dans des conditions différentes de pression, de débit d'eau et de volume d'injection d'air, pour une position horizontale d'une géométrie de Venturi. Au cours de chaque essai, les pressions et débits ont été mesurés, et les structures de vapeur filmées au moyen d'une camera haute fréquence. Cette campagne d'essais a permis de révéler des comportements inconnus, comme la présence d'ondes de choc de condensation ou de jet latéral.
- La version industrielle, dont la conception a fait l'objet d'un brevet français, étendu aux USA en 2015, est en cours de réalisation sur le site de Snecma à Villaroche, dans le cadre d'un programme de recherche collaboratif entre Snecma et le laboratoire DynFluid. Ainsi, les points suivants ont été particulièrement étudiés :
  - Une veine d'essai, un Venturi 8°/18°, a été conçue et réalisée. Sa nature transparente autorise la visualisation de la dynamique des structures de vapeur, tant en régimes de cavitation ou aération seules, mais aussi en régimes couplés.
  - Un dispositif d'injection d'air, non intrusif, capable d'aérer l'écoulement du liquide (eau ou carburant de substitution) a été mis en œuvre. L'injection est réalisée au moyen d'une bague poreuse spécifique, et la nature des bulles injectées est ainsi reproduite. Certes, la nature des bulles issues du dégazage dans le cas de kérosène reste encore mal connue, néanmoins, le dispositif développé permet de répondre aux caractéristiques macroscopiques (débit

de gaz et taille des bulles) spécifiées par les avionneurs.
— Deux techniques complémentaires de traitement d'images : une méthode spécifique, basée sur un traitement statistique des images captées par une caméra rapide et, une technique rapide de traitement des données, utilisant une extension, dite de « Snapshots », d'une méthode POD classique.

Sur le plan numérique, le solveur FV-MLS, développé au laboratoire DynFluid a été utilisé. Cet outil est basé sur la résolution des équations de Navier-Stokes compressible, dont la discrétisation est réalisée par une formulation Volumes Finis co-localisée pour des maillages non structurés. L'ordre élevé est atteint grâce à la méthode des moindres carrés mobiles (MLS). La cavitation est traitée explicitement via un modèle Homogène d'équilibre implémenté et validé lors de la thèse de L. Bergerat dans sa version 2D. Dans le cadre des présents travaux de thèse, une contribution à l'extension de ce code vers sa version 3D à été apportée. Par ailleurs, l'autre apport dans ce volet développement numérique, c'est l'implémentation du modèle diphasique dans la version 2D, permettant d'initier la prise en compte de l'aération. Dans un premier temps, de nombreuses hypothèses simplificatrices ont été retenues ici, en attendant les développements permettant d'en lever les hypothèses les plus fortes.

- Les bulles ont été considérées sphériques et non-déformables.
- Un algorithme de gestion de contact entre particules a été mis en place. Le couplage fluide-bulles a été assuré, par la méthode de projection des vitesses, ce qui permet aux bulles de suivre les lignes de courant.
- Une deuxième méthode (la pénalisation de Brinkmann) tenant compte de la rétro-action des bulles sur l'écoulement a été implémentée dans un second temps.

Ces deux méthodes sont complémentaires, car dans le cas de la cavitation aérée des zones de fortes vitesses ou zones de stagnation peuvent être présentes. De nombreuses mises au point ont été nécessaires pour trouver les meilleurs compromis, "physique réaliste-temps de calcul ". Ainsi les premières simulations de la cavitation aérée ont été réalisées et l'influence des bulles injectées sur la phase vapeur et le changement de la dynamique de l'écoulement ont été montrés.

Enfin, les premières simulations numériques, en régime cavitant sans aération, dans la configuration 3D horizontale du Venturi ont été réalisées. Elles ont permis de capter une physique riche, et notamment le couplage phase vapeur-onde de choc.

6.2 Perspectives

La connaissance du fonctionnement des systèmes hydrauliques, nécessaire notamment à leur fiabilisation, en présence de phénomènes de cavitation et/ou dégazage est aujourd'hui encore incomplète. Des études détaillées doivent être menées dans des conditions aussi près que possible des conditions réelles. De nombreux verrous scientifiques et technologiques devraient ainsi être levés. Ci-dessous sont énumérées quelques perspectives sur les volets expérimental et numérique, intéressantes de notre point de vue, et sont à poursuivre :

Sur le volet expérimental, l'architecture choisie pour la conception du banc d'essai, autorise des améliorations et extensions. Quelques exemples, parmi les plus remarquables, sont décrits ci-dessous.

6.2.1 Cavitation et dégazage à bas nombre de Reynolds

L'investigation des écoulements en régime de cavitation à bas nombre de Reynolds est originale. En effet, l'étude des écoulements transitionnels associés est inédite. Cette action de recherche est actuellement en cours au laboratoire DynFluid, dans le cadre de la thèse de K. Croci.

Ce type d'écoulements pourrait être obtenu en jouant sur le choix du fluide de travail. Des essais à une viscosité plus élevée induiraient : une dynamique de l'aération différente de celle observée avec de l'eau, ainsi que la coalescence des bulles d'air. Dans une telle configuration la tension de surface risque de jouer un rôle important et bien visible. Un seuil en nombre de Reynolds en dessous duquel la cavitation ne se développe pas existerait, peut-être. Cette exploration des comportements à très bas nombre de Reynolds (de la centaine à quelques milliers) ouvre ainsi à plus long terme des perspectives vers l'étude du comportement cavitant dans les pétroles lourds ou les fluides organiques par exemple. Un tel fluide organique peut être le substituant du kérosène. En effet, la cavitation dans la famille des hydrocarbures reste encore mal connue, ce qui rend cet axe de recherche prometteur.

6.2.2 Dynamique des écoulements dans deux demi-Venturi montés en série

On pourrait envisager d'étudier une configuration où la symétrie actuelle du Venturi DynFluidV8 ne serait plus conservée. Une piste, par exemple, serait d'investiguer

la dynamique des écoulements dans une configuration constituée de deux Venturi montés en série comme indiqué sur la figure (6.1) et dont l'écartement longitudinal sera variable. On devine aisément ainsi, le nombre de possibilités d'études originales qu'offre une telle disposition notamment lorsqu'on la couple, par exemple, à un perfectionnement des mesures (plusieurs cameras).

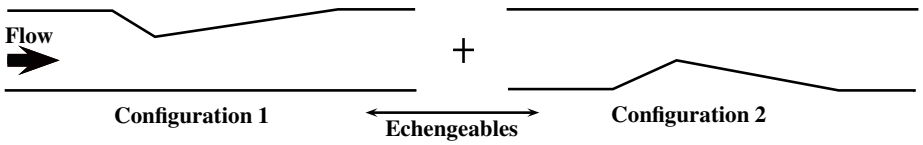


FIGURE 6.1 Évolution de la veine d'essai vers une configuration de deux Venturi en série (l'image n'est pas à l'échelle)

6.2.3 Analyse du comportement en régimes cavitant et aéré d'un inducteur

L'adjonction d'une machine tournante, un inducteur, dans le circuit présente de l'intérêt et constitue une piste pertinente de recherche. La dynamique des écoulements cavitant et aéré ainsi que le comportement général de cette machine pourront être observés, pour divers point de fonctionnement, en inducteur seul ou couplé avec un Venturi.

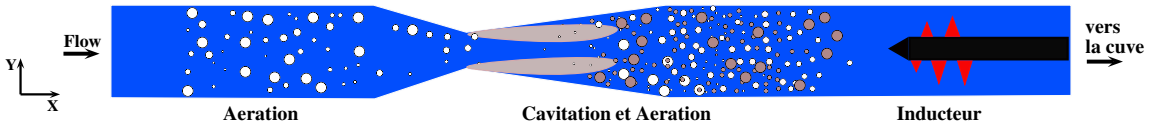


FIGURE 6.2 Configuration cavitation aérée et inducteur (l'image n'est pas à l'échelle)

6.2.4 Perfectionnement des mesures en régimes cavitant et/ou aéré

Il serait judicieux de disposer quelques capteurs de pression dans la partie divergente afin de mieux caractériser les zones de cavitation et les endroits de fermeture des poches cavitantes.

Des mesures de champ de vitesses par PIV ou LDV synchronisées avec des visualisations par imagerie très haute fréquence seraient également intéressantes à mettre en place.

Enfin, l'utilisation du capteur capacitif de taux du vide, comme celui évoqué dans l'annexe A, apporterait probablement d'autres informations utiles.

6.3 Améliorations à poursuivre en simulation numérique

Sur le volet numérique, l'architecture du code de recherche développé au laboratoire permet de multiples développements. Quelques pistes qui nous semblent pertinentes sont décrites ci-dessous.

6.3.1 Prise en compte de la coalescence des bulles

Actuellement dans l'outil numérique développé, les bulles injectées sont considérées non déformables. Ainsi le premier axe d'amélioration devrait être l'implémentation d'un modèle qui prend en compte la coalescence entre les bulles. Ce modèle doit être basé sur un critère suffisamment robuste, car les vecteurs de vitesses des bulles peuvent changer leurs directions. De plus, dans le cas d'un écoulement horizontal, l'accumulation des bulles ne se fait pas nécessairement dans la partie la plus haute de la canalisation. En effet, le résultat d'une collision entre deux bulles est soit une coalescence, soit un rebondi. Ceci dépend de deux paramètres de la taille des bulles et de la vitesse de collision. Dans son travail Duineveld et *al.* [50] montre que la coalescence est renforcée quand les deux derniers paramètres sont relativement petits. Ceci correspond à une valeur faible du nombre de Weber, défini comme suit :

$$We_{eq} = \frac{\rho_L D_{eq} |\mathbf{U^n_{b_2}} - \mathbf{U^n_{b_1}}|}{2\sigma} \tag{6.1}$$

où $\mathbf{U^n_{b_i}}$ est la composante normale de la vitesse de la bulle i. Le dessin montre la configuration décrite au moment de la collision des bulles. Dans sa thèse, Vallier [138] défini D_{eq} comme suit : $D_{eq} = \frac{4R_1R_2}{R_1+R_2}$. La définition du nombre de Weber tient compte de la tension de surface. Donc, une fois que la coalescence faite, on peut déterminer la taille de la nouvelle poche. Une approche simple consiste à dire qu'on va tenir compte de la conservation de la masse et la quantité de mouvement. Ce qui donne après la collision, pour le rayon R et la vitesse résultante U_{res} ce qui suit :

$$R = \sqrt{R_1^2 + R_2^2} \tag{6.2}$$

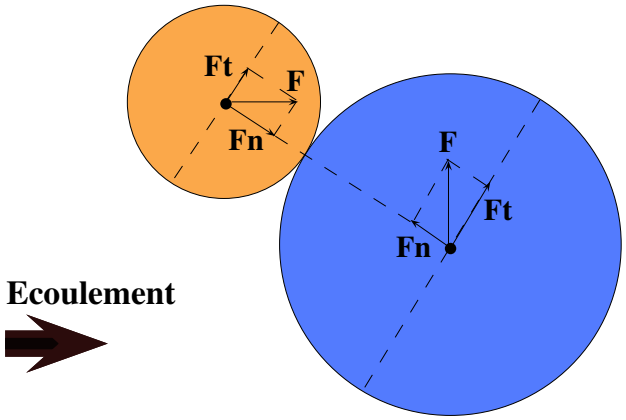


FIGURE 6.3 Coalescence de deux bulles

$$\mathbf{U_{res}} = \frac{m_1\mathbf{U_1} + m_2\mathbf{U_2}}{m_1 + m_2} \tag{6.3}$$

Pour le cas 3D, le rayon équivalent deviendra $R = \sqrt[3]{R_1^3 + R_2^3}$. Il est primordiale de tenir compte du temps de la collision, car il peut se trouver qu'au moment t^n les bulles entrent en contact, mais au moment t^{n+1} elles n'y sont plus. Dans ce cas, le pas de temps du modèle numérique doit être suffisamment petit, afin de tenir compte de cet effet. Une première proposition consiste à utiliser le même pas de temps que celui de la cavitation aérée ($\approx 10^{-7}$s). Un axe d'approfondissement indispensable est l'étude de la sensibilité des simulations d'un écoulement cavitant saturé de bulles. En effet, il sera intéressant de multiplier le nombre de bulles actuellement utilisé dans les simulations numériques. Un autre paramètre à prendre en compte est l'influence de la taille des bulles sur les poches de cavitation. Ce qui permettra d'observer l'interaction entre ces bulles et la vapeur de cavitation.

6.3.2 Prise en compte de la tension de surface

Le modèle de coalescence ne représentera pas correctement la physique de l'écoulement multiphasique sans la prise en compte de la tension de surface. En effet, l'implémentation de la force de tension de surface est un challenge en soi. Le choix du modèle numérique est celui d'un couplage entre les équations de Navier-Stokes et le tenseur de contraintes de Korteweg. Ce développement s'inscrit dans la suite des travaux de recherche de la thèse de T. Ait Ali [2], soutenue récemment au laboratoire DynFluid. Le tenseur de contrainte de Korteweg permet de relier la force de tension de surface

aux gradients de densité. Il prend implicitement en compte les effets de la tension de surface.

6.3.3 Prise en compte de forces supplémentaires

Dans la continuité des améliorations de la dynamique des bulles, on peut envisager l'introduction de nouvelles forces.

Dans un premier temps la force de gradient de la pression. En effet, on a vu dans la partie expérimentale que quand les bulles dépassent le col du Venturi, elles changent brusquement de forme. Ceci est essentiellement du à la force de gradient de pression.

6.3.4 Amélioration de la méthode de pénalisation

Les observations faites par la caméra rapide ont montré que les grandes structures gazeuses (mélange vapeur-air) se dispersent en un amas de miniscules bulles, notamment pour des faibles quantités d'air injectées. Cette dynamique des bulles relève plusieurs difficultés de modélisation numérique : l'interaction entre les bulles et les zones de cavitation à l'interface liquide-vapeur, l'absorption des bulles par la vapeur et le suivi des bulles une fois dispersées. En effet, quand la taille des mailles est inférieure à la taille de la poche de mélange le modèle VOF est plus adapté qu'un modèle Eulérien. Par contre, une fois que les grosses structures gazeuses dispersées, le modèle VOF n'est pas le plus adéquat. Par ailleurs, la problématique de gestion de la quantité de mouvement est également importante, il est alors essentiel d'élaborer un modèle numérique qui gère l'implosion des bulles.

Actuellement, le modèle développé tient compte de l'influence des bulles sur l'écoulement, c'est la méthode de pénalisation qui le permet. On a bien vu que la forme de la poche cavitante est rétractée, dans certains cas elle est coupée, lors du passage d'une ou plusieurs bulles par le col du Venturi. Il sera intéressant de voir l'absorption d'une certaine quantité de bulles par la poche cavitante avant qu'elles ne se détachent du col. Par ailleurs, la méthode Brinkman nécessite une pénalisation de l'équation d'énergie pour le cas des écoulements compressibles. Dans cette configuration les bulles non-déformables peuvent échanger de l'énergie avec les zones cavitantes, si l'on considère qu'elles ont toutes la même température à la surface. Une autre partie, qui mérite d'être développée, est l'utilisation du coefficient de perméabilité.

6.3.5 Amélioration de la precision du schéma numérique

La version actuelle du code utilise des limiteurs de pente dans les zones de très forts gradients. Cependant, l'efficacité de cette limitation n'est pas démontrée. Un développement utilisant une procédure sélective basée sur les propriétés du schéma MLS (Nogueira et *al.* [111]) permettant le développement d'une fonction ondelette de la masse volumique qui sera utilisée comme une variable de référence semble une piste prometteuse.

6.3.6 Implémentation de l'aération dans la version 3D du solveur FV-MLS

Le développement de la version 3D tenant compte de la physique complète de la cavitation aérée est forcément intéressant. Néanmoins, la mise en œuvre de ces extensions et leur validation nécessitera des efforts de développements substantiels. L'architecture du code doit être adaptée aux nouvelles technologies du calcul scientifique pour espérer l'appliquer sur des configurations réalistes.

Bibliographie

[1] B. Adrian, F. Hussain, J. Lumley, O. Metais, C. Vassilicos, J. -P. Delville, Eddy Structure Identification in Free Turbulent Shear Flows, *Springer Netherlands*, 1993.

[2] T. Ait-Ali, Modélisation de la cavitation par une approche à interface diffuse avec prise en compte de la tension de surface, *PhD Thesis, Arts et Métiers ParisTech*, 2015.

[3] P. Angot, C. -H. Bruneau, P. Fabrie, A penalization method to take into account obstacles in incompressible viscous flows, *Numerische Mathematik*, vol.81, pp.497–520, 1999.

[4] A. C. Antoulas, D. C. Sorensen, Approximation of large-scale dynamical systems : An overview, *Int. J. Appl. Math. Comput. Sci.*, vol.11, No.5, pp.1093-1121, 2001.

[5] R. Arndt, From wageningen to minnesota and back : Perspectives on cavitation research, *Symposium on Cavitation CAV2006, Wageningen*, pp.1–19,2006.

[6] N. Aubry, R. Guyonnet, R. Lima, Spatio-temporal analysis of complex signals : Theory and applications, *Journal of Statistical Physics*, vol.64, pp.683–739, 1991.

[7] V. Aurélia, Simulations of cavitation-from the large vapour structures to the small bubble dynamics, *PhD Thesis, Lund University, Sweden*, 2013.

[8] T. R. Auton, The force exerted on a body in inviscid unsteady non-uniform rotational flow, *Journal of Fluid Mechanics*, vol.197, pp.241–257, 1988.

[9] F. Bakir, S. Kouidri, R. Noguera, R. Rey, Experimental Analysis of an Axial Inducer Influence of the Shape of the Blade Leading Edge on the Performances in Cavitating Regime, *Journal of Fluids Engineering*, vol.125, pp.293–301, 2003

[10] R. E. Bank, B. D. Welfert, H. Yserentant, A class of iterative methods for solving saddle point problems, *Numerische Mathematik*, vol.666, pp.645–666, 1989.

[11] S. Barre, J. Rolland, G. Boitel, E. Goncalves, R. Fortes Patella, Experiments and modeling of cavitating flows in venturi : attached sheet cavitation, *European Journal of Mechanics - B/Fluids*, vol.28, pp.444–464, 2009.

[12] M. Beker, Capacitive measurement technique for void fraction measurements in two phase pipe flow, *Bachelor project, Delft University*, 2005.

[13] R. E. Bensow, G. Bark, Implicit LES Predictions of the Cavitating Flow on a Propeller. *Journal of Fluids Engineering*, vol.132, pp.041302, 2010.

[14] L. Bergerat, Développement d'une méthode numérique compressible pour la simulation de la cavitation en géométrie complexe, *PhD Thesis ENSAM ParisTech*, 2012.

[15] G. Berkooz, P. Holmes, J. L. Lumley, The proper orthogonal decomposition in the analysis of turbulent flows, *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol.25, pp.539–575, 1993.

[16] M. Bieberle, F. Fischer, E. Schleicher, U. Hampel, D. Koch, K. S. d. C. Aktay, H.-J. Menz, H.-G. Mayer, Ultrafast limited-angle-type x-ray tomography, *Applied Physics Letters*, vol.91, pp.123516, 2007.

[17] O. Boiron, G. Chiavassa, R. Donat, A high-resolution penalization method for large Mach number flows in the presence of obstacles, *Computers and Fluids*, vol.38(3), pp.703–714, 2009.

[18] C. Bourassa, A. Parsons, Numerical Modeling of Cavitation in Jet Fuel, *45th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2007.

[19] P. Brandner, G. J. Walker, P. N. Niekamp, B. Anderson, An experimental investigation of cloud cavitation about a sphere, vol.656, pp.147–176, 2010

[20] C. E. Brennen, *Cavitation and bubble dynamics*, 1995.

[21] T. Brenner, Practical Aspects of the Implementation of Reduced-Order Models Based on Proper Orthogonal Decomposition, PhD Thesis, Texas A&M University , 2011.

[22] H. C Brinkman, A calculation of the viscous force exerted by a flowing fluid on a dense swarm of particles, *Applied Scientific Research*, vol.1, pp.27–34, 1949.

[23] H. C Brinkman, On the permeability of media consisting of closely packed porous particles. *Applied Scientific Research*, vol.1, pp 81–86, 1949.

[24] P Brown, D Lawler. Sphere Drag and Settling Velocity Revisited, *Journal of Environmental Engineering*, vol.129, pp.222–231, 2003.

[25] Mathieu Callenaere, Jean-Pierre Franc, Jean-Marie Michel, and Michel Riondet. The cavitation instability induced by the development of a re-entrant jet. *Journal of Fluid Mechanics*, vol.444, pp.223–256, 2001.

[26] A. Cervone, L. Torre, C. Bramanti, Experimental Characterization of Cavitation Instabilities in the Avio FAST2 Inducer, *Proc. 41st AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibition*, pp.1–9, 2005.

[27] C. H. Chang, M.-S. Liou, A robust and accurate approach to computing compressible multiphase flow : Stratified flow model and AUSM+-up scheme, *Journal of Computational Physics*, vol.225, pp.840–873, 2007.

[28] B. Charrière, J. Decaix, E. Goncalvès, A comparative study of cavitation models in a Venturi flow. *European Journal of Mechanics - B/Fluids*, vol.49, pp.287–297, 2015.

[29] G. Chen, G. Wang, C. Hu, B. Huang, Y. Gao, M. Zhang, Combined experimental and computational investigation of cavitation evolution and excited pressure fluctuation in a convergent-divergent channel, *International Journal of Multiphase Flow*, vol.72, pp.133–140, 2015.

[30] E. A. Christensen, B. Morten, J. N. Sørensen, Evaluation of pod-based decomposition techniques applied to parameter-dependent non-turbulent flows, *SIAM J. Scientific Computing*, vol.21, pp.1419–1434, 2000.

[31] R. Clift, Bubbles, drops, and particles, *Courier Corporation*, 2005.

[32] P. Cooper, Analysis of single- and two-phase flows in turbopump inducers, *J. Eng. Power*, vol.89, pp.577–586, 1967.

[33] L. Cordier, M. Bergmann, Proper Orthogonal Decomposition : an overview, In *Lecture series 2002-04, 2003-03 and 2008-01 on post-processing of experimental and numerical data, Von Karman Institute for Fluid Dynamics*, 2008.

[34] L. Cordier, M. Bergmann, Two typical applications of POD : coherent structures eduction and reduced order modelling, In *Lecture series 2002-04, on post-processing of experimental and numerical data, Von Karman Institute for Fluid Dynamics*, 2008.

[35] D. Hilbert, R. Courant, Methods of mathematical physics, *John Wiley and Sons, N.Y.*, 1953.

[36] O. Coutier-Delgosha, R. Fortes-Patella, J.-L. Reboud, B. Stutz, Test case number 30 : Unsteady cavitation in a Venturi type section (PN). *Multiphase Science and Technology* vol.30, pp.1–11, 2005.

[37] O. Coutier-Delgosha, Delannoy Y. Reboud, J. L, Numerical simulation of the unsteady behaviour of cavitating ows, *International Journal for numerical methods in fluids*, vol.42, pp.527–548, 2003.

[38] O. Coutier-Delgosha, B. Stutz, A. Vabre, S. Legoupil, Analysis of cavitating flow structure by experimental and numerical investigations, *Journal of Fluid Mechanics*, vol.578, pp.171–222, 2007.

[39] O. Coutier-Delgosha, J.-F. Devillers, T. Pichon, A. Vabre, R. Woo, S. Legoupil, Internal structure and dynamics of sheet cavitation, *Physics of Fluids*, vol.18, 017103, 2006.

[40] Hocevar M. Delion R. Dazin A. Lazaro D. Gmar M. Fezzaa K. Lee W.K. Coutier-Delgosha O., Vabre A. *In : Proceedings of FEDSM2009 ASME fluids engineering division summer meeting, , Vail, Colorado, USA*, 2.

[41] M. J. da Silva, Impedance Sensors for Fast Multiphase Flow Measurement and Imaging, *PhD Thesis, Technische Universität Dresden*, 2008.

[42] A. Danlos, J.-E. Méhal, F. Ravelet, O. Coutier-Delgosha, F. Bakir, Study of the cavitating instability on a grooved venturi profile, *J. Fluids Eng.*, vol.136, pp.101302, 2014.

[43] A. Danlos, F Ravelet, O. Coutier-Delgosha, F. Bakir, Cavitation regime detection through Proper Orthogonal Decomposition : Dynamics analysis of the sheet cavity on a grooved convergent-divergent nozzle, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol.47, pp.9–20, 2014.

[44] M. P. Davis, Experimental Investigation of the Aviation Fuel Cavitation, *PhD Thesis, University of Notre Dame, USA*, 2008.

[45] J. Decaix, E. Goncalvès, Compressible effects modeling in turbulent cavitating flows, *European Journal of Mechanics - B/Fluids*, vol.39, pp.11–31, 2013.

[46] J. Decaix, Modelisation et simulation de la turbulence compressible en milieu diphasique : application aux ecoulements cavitants instationnaires, *PhD thesis, Université de Grenoble*, 2013.

[47] J. Delville, L. Ukeiley, L. Cordier, J. P. Bonnet, M. Glauser, Examination of large-scale structures in a turbulent plane mixing layer. part 1. proper orthogonal decomposition, *Journal of Fluid Mechanics*, vol.391, pp.91–122, 1999.

[48] I. Dincer, C.O. Colpan, O. Kizilkan, M.A. Ezan, *Progress in clean energy, volume 2. Novel systems and applications*, 2015.

[49] P. Downar-Zapolski, Z. Bilicki, L. Bolle, and J. Franco. The non-equilibrium relaxation model for one-dimensional flashing liquid flow. *Int. Journal of Multiphase Flow*, vol.22, pp.473–483, 1996.

[50] P. C. Duineveld, Bouncing and coalescence of two bubbles in water, *IUTAM Symposium on Waves in Liquid/Gas and Liquid/Vapour Two-Phase Systems* , vol.31, pp.447–456, 1994.

[51] M. Dular, I. Khlifa, S. Fuzier, M. Adama Maiga, O. Coutier-Delgosha, Scale effect on unsteady cloud cavitation, *Experiments in Fluids*, vol.53, pp.1233–1250, 2012.

[52] M. Dular, B. Bachert, B. Stoffel, B. Širok, Relationship between cavitation structures and cavitation damage, *Wear*, vol.257, pp.1176–1184, 2004.

[53] M. Dular, M. Petkovšek, On the Mechanisms of Cavitation Erosion – Coupling High Speed Videos to Damage Patterns, *Experimental Thermal and Fluid Science*, vol.68, pp.359–370, 2015.

[54] D A Ehrlich, J W Murdock, and B S Hardy. A water test faclity for liquid rocket engine turbopump cavitation testing. vol.11, pp.1–10, 2009.

[55] D. A. Ehrlich, J. W. Murdock, B. S. Hardy, A water test facility for liquid rocket engine turbopump cavitation testing, *7th International Symposium on Cavitation*, 16–20 August, Ann Arbor, MI, 2009.

[56] J. Enrique, W. K. Harteveld, R. F. Mudde, H. E. A. Van den Akker, On the accuracy of the void fraction measurements using optical probes in bubbly flows. *Review of Scientific Instruments*, vol.76, pp.035103, 2005.

[57] R. L. C. Flemmer, C. L. Banks, On the drag coefficient of a sphere, *Powder Technology*, vol.48, pp.217–221, 1986.

[58] E. J. Foeth, The structure of three-dimensional sheet cavitation, *PhD Thesis - TU-Delft*, 2008.

[59] E. J. Foeth, T. van Terwisga, C. van Doorne, On the Collapse Structure of an Attached Cavity on a Three-Dimensional Hydrofoil, *Journal of Fluids Engineering*, vol.130(7), pp.071303, 2008.

[60] R. Fortes-Patella, T. Choffat, J.-L. Reboud, A. Archer, Mass loss simulation in cavitation erosion : Fatigue criterion approach, *Wear*, vol.300, pp.205–215, 2013.

[61] R. Fortes-Patella, O. Coutier-Delgosha, J. Perrin, J. L. Reboud, Numerical Model to Predict Unsteady Cavitating Flow Behavior in Inducer Blade Cascades, *Journal of Fluids Engineering*, vol.129,pp.128–135, 2007.

[62] R. Fortes-Patella, J.-L. Reboud, A New Approach to Evaluate the Cavitation Erosion Power, *Journal of Fluids Engineering*, vol.120, pp.335–344 , 1998.

[63] J.P. Franc, J.M. Michel, *Fundamentals of cavitation*, *Springer*, 2004.

[64] G.S. Fulcher. *J. Am. Ceram. Soc.*, vol.8, 1925.

[65] G.S. Fulcher and W. Hesse. *Z. Anorg. Allg. Chem.*, 156 :245, 1926.

[66] H. Ganesh, Bubbly shock propagation as a cause of sheet to cloud transition of partial cavitation and stationary cavitation bubbles forming on a delta wing vortex. *PhD Thesis, University of Michigan*, 2015.

[67] H. Ganesh, S. A. Mäkiharju, and S. L. Ceccio, Interaction of a Compressible Bubbly Flow With an Obstacle Placed Within a Shedding Partial Cavity, *Journal of Physics : Conference Series*, vol.656, pp.012151, 2015.

[68] H. Ganesh, S. Makiharjiu, S. L. Ceccio, Partial cavity shedding due to the propagation of shock waves in bubbly flows. *Proceedings of the 30th symposium on naval hydrodynamics*, 2014.

[69] M. Gavaises, F. Villa, P. Koukouvinis, M. Marengo, J. P. Franc, Visualisation and les simulation of cavitation cloud formation and collapse in an axisymmetric geometry, *International Journal of Multiphase Flow*, vol.68, pp.14–26, 2015.

[70] Mahesh K. Gnanaskandan, A., A numerical method to simulate turbulent cavitating flows, *International Journal of Multiphase Flow*, vol.70, pp.22–34, 2015.

[71] H. Golub, C. F. van Van Loan, Matrix Computations, Third Edition, *John Hopkins Studies in Mathematical Sciences*, 1996.

[72] Eric Goncalvès, Numerical study of expansion tube problems : Toward the simulation of cavitation, *Computers and Fluids*, vol.72, pp.1–19, 2013.

[73] Eric Goncalves, Jean Decaix, and Regiane Fortes Patella. Unsteady simulation of cavitating flows in Venturi. *Journal of Hydrodynamics, Ser. B*, vol.22, pp.753–758, 2010.

[74] M. Guilizzoni, Flow pattern identification in gas–liquid flows by means of phase density imaging, *International Journal of Multiphase Flow*, vol.51, pp.1–10, 2013.

[75] H. Hotelling, Analysis of a complex of statistical variables into principal component, *Journal of Educational Psychology*, vol.24, pp.417–441, 1933.

[76] F. A. Hamad, M. K. Khan, H. H. Bruun, Experimental study of kerosene-water two-phase flow in a vertical pipe using hot-film and dual optical probes, *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, vol.91, pp.1296—1311, 2012.

[77] F. G. Hammitt, Cavitation damage and performance research facilities, *University of Michigan*, 1963.

[78] T. Hashimoto, M. Yoshida, M. Watanabe, Experimental Study on Rotating Cavitation of Rocket Propellant Pump Inducers, *Journal of Propulsion and Power*, vol.13, pp.488–494, 1997.

[79] J. Theodore, J.-N. Heindel, J. N. Gray, T. C. Jensen, An x-ray system for visualizing fluid flows, *Flow Measurement and Instrumentation*, vol.19, pp.67–78, 2008.

[80] L. Desbat, E. Hervieu, E. Jouet, Development and validation of an x-ray tomograph for two-phase flow, *Annals of the New York Academy of Sciences*, vol.972, pp.87–94, 2002.

[81] S. Hickel. Implicit Turbulence Modeling for Large-Eddy Simulation, *PhD Thesis, Technischen Universitat Munchen*, 2008.
bibitemLumley2013 P. Holmes. Turbulence, Coherent Structures, Dynamical Systems and Symmetry, Part of Cambridge Monographs on Mechanics, 2013.

[82] A. Hosangadi, V. Ahuja. Tnumerical study of cavitation in cryogenic fluids, *Journal of Fluids Engineering*, vol.127, pp.267–281, 2005.

[83] G. Hu, I. Celik, Eulerian–Lagrangian based large-eddy simulation of a partially aerated flat bubble column, *Chemical Engineering Science*, vol.63, pp.253–271, 2008.

[84] Zhao Y. Wang G. Huang, B., Large eddy simulation of turbulent vortex-cavitation interactions in transient sheet/cloud cavitating flows, *Computers and Fluids*, vol.92, pp.113–124, 2014.

[85] G. A. Johansen, Nuclear tomography methods in industry, *Proceedings of the 22nd International Nuclear Physics Conference (Part 2)*, vol.752(0), pp.696–705, 2005.

[86] K. Karhunen, Zur spektraltheorie stochastischer prozesse, *Ann. Acad. Sci. Fennicae*, vol.34, 1946.

[87] N. K. R. Kevlahan, J. M. Ghidaglia, Computation of turbulent flow past an array of cylinders using a spectral method with Brinkman penalization, *European Journal of Mechanics, B/Fluids*, vol.20(3), pp.333–350, 2001.

[88] K. Khadra, P. Angot, Fictitious domain approach for numerical modelling of Navier–Stokes equations, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, vol.34, pp.651–684, 2000.

[89] S. Khelladi. Rapport interne travail projet technip. *Laboratoire DynFluid*, pp.1–35, 2012.

[90] Sofiane Khelladi. Toward a high-order finite volume solver using moving least squares approximation on unstructured grids. Technical report, 2010.

[91] S. Khelladi, X. Nogueira, F. Bakir, I. Colominas, Toward a higher order unsteady finite volume solver based on reproducing kernel methods, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol.200, pp.2348–2362, 2011.

[92] M. Kirby, L. Sirovich, Application of the karhunen-loeve procedure for the characterization of human faces, *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions*, vol.12, pp.103–108, 1990.

[93] A.H. Koop, Numerical simulation of unsteady three-dimensional sheet cavitation, *PhD Thesis Twente University*, 2008.

[94] S. B. Kumar, D. Moslemian, M. P. Dudukovic, A gamma-ray tomographic scanner for imaging voidage distribution in two-phase flow systems, *Flow Measurement and Instrumentation*, vol.6, pp.61–73, 1995.

[95] Q. Le, J. P. Franc, J. M. Michel, Partial cavities : global behavior and mean pressure distribution, *Journal of Fluids Engineering*, vol.115, pp.243–248, 1993.

[96] O. Le Metayer, Modélisation et résolution de la propagation de fronts perméables. Application aux fronts d'évaporation et de détonation, *PhD thesis Université de Provence*, 2003.

[97] A. Lefebvre-Lepot, Modélisation numérique d'écoulements fluide/particules, *Thèse de Mathématiques à l'Université Paris-Sud*, 2007.

[98] S. LeMartelot, B. Nkonga, R. Saurel, Liquid and liquid-gas flows at all speeds. *Journal of Computational Physics*, vol.255, pp.53–82, 2013.

[99] Meng-Sing Liou. A Sequel to AUSM : AUSM+. *Journal of Computational Physics*, 129, pp.364–382, 1996.

[100] M. -S. Liou, On a new class of flux splittings, *Lecture Notes in Physics*, vol.414, pp.115-119, 1993.

[101] M.-S. Liou, C.J. Steffen Jr, A new flux splitting scheme, *Journal of computational physics*, vol.107, pp.23—-39, 1993.

[102] E. Loth, Numerical approaches for motion of dispersed particles, droplets and bubbles. *Progress in Energy and Combustion Science*, vol.26, pp.161–223, 2000.

[103] J. L. Lumley, The structure of inhomogeneous turbulence in atmospheric turbulence and radio wave propagation, *Nauka, Moscow*, 1967.

[104] Barret M., Faucher E, Schemes to compute unsteady flashing flows, *AIAA Journal*, pp.905–913, 2002.

[105] M. Bergmann, Optimisation aérodynamique par réduction de modèle POD et contrôle optimal. Application au sillage laminaire d'un cylindre circulaire, *PhD Thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine*, 2004.

[106] M. Fahl, Trust-region methods for flow control based on reduced order modeling, *PhD Thesis, Fachbereich IV der Universitat Trier*, 2000.

[107] M. Loève, Probability theory, *Van Nostrand*, 1955.

[108] B. Maury, A time-stepping scheme for inelastic collisions, *Numerische Mathematik*, vol.102, pp.649–679, 2006.

[109] I. Mejri, F. Bakir, R. Rey, T. Belamri, Comparison of Computational Results Obtained From a Homogeneous Cavitation Model With Experimental Investigations of Three Inducers, *J. Fluids Eng*, vol.128, pp.1308–1323, 2006.

[110] X. Nogueira, I. Colominas, L. Cueto-Felgueroso, S. Khelladi, On the simulation of wave propagation with a higher-order finite volume scheme based on Reproducing Kernel Methods, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol.199, pp.1471–1490, 2010.

[111] X. Nogueira, L. Ramírez, S. Khelladi, J.-C. Chassaing, and I. Colominas. A high-order density-based finite volume method for the computation of all-speed flows. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol.298, pp.229–251, 2016.

[112] X. Nogueira, S. Khelladi, L. Cueto-Felgueroso, F. Bakir, I. Colominas, H. Gómez, Implicit large-Eddy simulation with a moving least squares-based finite volume method, *IOP Conference Series : Materials Science and Engineering*, vol.10, pp.012235, 2010.

[113] K. Oberleithner, M. Sieber, C. N. Nayeri, C. O. Paschereit, C. Petz, H.-C. Hege, B. R. Noack, I. Wygnanski, Three-dimensional coherent structures in a swirling jet undergoing vortex breakdown : stability analysis and empirical mode construction, *Journal of Fluid Mechanics*, vol.679, pp.383–414, 2011.

[114] G. Oddie, J. R. Anthony Pearson, Flow rate measurement in two-phase flow, *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol.36, pp.149–172, 2004.

[115] J. L. Pawloski, C. Y. Ching, M. Shoukri, Measurement of Void Fraction and Pressure Drop of Air-Oil Two-Phase Flow in Horizontal Pipes, *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, vol.126, pp.107–118, 2004.

[116] S.M. Peker, S.S. Helvaci, Solid-liquid two phase flow, *Elsevier Science*, 2011.

[117] M. Petkovšek, M. Dular, Simultaneous observation of cavitation structures and cavitation erosion, *Wear*, vol.300, pp.55–64, 2013.

[118] T.M. Pham, F. Larrarte, D.H. Fruman. Investigation of unsteady sheet cavitation and cloud cavitation mechanisms, *Journql of Fluids Engineering*, vol.121, pp.289–296, 1999.

[119] R. Campos Amezcua, Analyse des ecoulements cavitants stationnaires et instationnaires dans les turbomachines, PhD Thesis, Arts et Metiers ParisTech, 2009.

[120] E. Rapposelli, L. d'Agostino. A barotropic cavitation model with thermodynamic effects, *5th International Symposium on Cavitation CAV2003*, pp.1–4, 2003.

[121] S. S. Ravindran, Adaptive Reduced-Order Controllers for a Thermal Flow System Using Proper Orthogonal Decomposition, *SIAM Journal on Scientific Computing*, vol.23, pp.1924–1942, 2002.

[122] S. S. Ravindran. A reduced-order approach for optimal control of fluids using proper orthogonal decomposition, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, vol.34, pp.425–448, 2000.

[123] S. S. Ravindran, Adaptive Reduced-Order Controllers for a Thermal Flow System Using Proper Orthogonal Decomposition, *SIAM Journal on Scientific Computing*, vol.23, pp.1924–1942, 2002.

[124] F. Riesz, B. S. Nagy, Functional analysis, *Ungar, N.Y.*, 1955.

[125] R. Saurel, P. Boivin, O. Le Metayer. A general formulation for cavitating , boiling and evaporating flows, *Computers & Fluids*, vol.128, pp.53–64, 2016.

[126] R. Saurel, O. Lemtayer. A multiphase model for compressible flows with interfaces, shocks, detonation waves and cavitation, *Journal of Fluid Mechanics*, vol.431, pp.239–271, 2001.

[127] R. Saurel, J. P. Cocchi, P. B. Butler, Numerical study of cavitation in the wake of a hypervelocity underwater projectile, *Journal of Propulsion and power*, vol.15, pp.513–522, 1999.

[128] G. H. Schnerr, I. H. Sezal, S. J. Schmidt, Numerical investigation of three-dimensional cloud cavitation with special emphasis on collapse induced shock dynamics, *Physics of Fluids*, vol.20, pp.040703, 2008.

[129] H. Shamsborhan, O. Coutier-Delgosha, G. Caignaert, F. Abdel Nour, Experimental determination of the speed of sound in cavitating flows, *Experiments in Fluids*, vol.49, pp.1359–1373, 2010.

[130] E. Shima, K. Kitamura, On new simple low-dissipation scheme of ausm-family for all speeds, *47th AIAA Aerospace Science Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition, Orlando, Florida*, 2009.

[131] L. Sirovich, Turbulence and the dynamics of coherent structures part one : coherent structures, *Quarterly of Applied Mathematics*, vol.XLV, pp.561–571, 1987.

[132] C. Tropea, A. Yarin, Handbook of experimental fluid mechanics, *Springer*, 2007.

[133] Y. Tsujimoto, Flow Instabilities in Cavitating and Non-Cavitating Pumps, *In Design and Analysis of High Speed Pumps : Educational Notes RTO-EN-AVT-143, Paper 7*, pp.1–24, 2006.

[134] E. Turkel, Review of preconditioning methods for fluid dynamics, *NASA Contractor Report 189712*, vol.92, 1992.

[135] S. -I. Uesawa, A. Kaneko, Y. Abe, Measurement of void fraction in dispersed bubbly flow containing micro-bubbles with the constant electric current method, *Flow Measurement and Instrumentation*, vol.24, pp.50–62, 2012.

[136] Y. Utturkar, J. Wu, G. Wang, W. Shyy, Recent progress in modeling of cryogenic cavitation for liquid rocket propulsion, *Progress in Aerospace Sciences*, vol.41, pp.558–608, 2005.

[137] Y. Utturkar, B. Zhang, and W. Shyy. Reduced-order description of fluid flow with moving boundaries by proper orthogonal decomposition, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol.26, pp.276–288, 2005.

[138] A. Vallier, Simulations of cavitation-from the large vapour structures to the small bubble dynamics, *PhD Thesis, Lund University*, 2013.

[139] O. V. Vasilyev, N. K. Kevlahan, Hybrid wavelet collocation – Brinkman penalization method for complex geometry flows, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, vol.538, pp.531–538, 2002.

[140] V. Venkatakrishnan, On the accuracy of limiters and convergence to steady state solutions, *31st Aerospace Sciences Meeting & Exhibit, AIAA*, Reno, Nevada,1993.

[141] H. Vogel, *Phys. Z.*, vol.22 :645, 1921.

Annexe A

Travail expérimental chez SNECMA, Villaroche

Sommaire

A.1 Brevet français/américain du banc d'essai à SNECMA, Villaroche **133**

A.1 Brevet français/américain du banc d'essai à SNECMA, Villaroche

Afin de protéger l'architecture du banc, un brevet français a été déposé le 01.04.2014, puis une extension a été faite le 01.04.2015 aux État-Unis d'Amérique. Sa version française est présentée ci-dessous.

(19) RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

INSTITUT NATIONAL DE LA PROPRIÉTÉ INDUSTRIELLE

COURBEVOIE

(11) **N° de publication :** **3 019 300**

(à n'utiliser que pour les commandes de reproduction)

(21) **N° d'enregistrement national :** **14 52890**

(51) Int Cl[8] : ***G 01 N 33/22*** *(2013.01), G 01 M 99/00, 15/00*

(12) DEMANDE DE BREVET D'INVENTION A1

(22) **Date de dépôt :** 01.04.14.

(30) **Priorité :**

(43) **Date de mise à la disposition du public de la demande :** 02.10.15 Bulletin 15/40.

(56) **Liste des documents cités dans le rapport de recherche préliminaire :** *Se reporter à la fin du présent fascicule*

(60) **Références à d'autres documents nationaux apparentés :**

( ) **Demande(s) d'extension :**

(71) **Demandeur(s) :** *SNECMA Société anonyme* — FR.

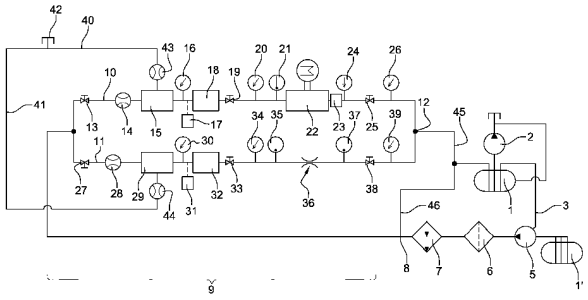
(72) **Inventeur(s) :** VERTENOEUIL PHILIPPE et TOMOV PETAR.

(73) **Titulaire(s) :** SNECMA Société anonyme.

(74) **Mandataire(s) :** ERNEST GUTMANN YVES PLASSERAUD SAS Société par actions simplifiée.

(54) BANC D'ESSAI, DESTINE A LA CARACTERISATION D'UN ECOULEMENT D'UN FLUIDE DIPHASIQUE.

(57) L'invention concerne un banc d'essai, destiné à la caractérisation d'un écoulement d'un fluide diphasique, comportant un réservoir de fluide (1), une première pompe (5) apte à puiser le fluide dans le réservoir (1) et à alimenter une première et une deuxième lignes (10, 11) reliées en parallèle, chaque ligne (10, 11) étant équipée successivement, de l'amont vers l'aval dans le sens d'écoulement du fluide, de moyens d'injection d'air (15, 29) dans le fluide, de moyens de mesure (18, 32) aptes à fournir une information sur la proportion de la phase vapeur par rapport à la phase liquide du fluide, et d'une seconde pompe (22) ou d'un venturi (36).



FR 3 019 300 - A1

Banc d'essai, destiné à la caractérisation d'un écoulement d'un fluide diphasique

La présente invention concerne un banc d'essai, destiné à la caractérisation d'un écoulement d'un fluide diphasique, en particulier un écoulement de carburant destiné à alimenter une turbomachine, tel qu'un turboréacteur ou un turbopropulseur d'avion.

Une telle turbomachine est classiquement équipée d'une pompe à carburant formée d'un étage basse pression, appelé pompe basse pression, et d'un étage haute pression, appelé pompe haute pression. La pompe basse pression est destinée à générer une élévation de pression et est généralement formée par une pompe centrifuge comportant un rouet à aubages. Les caractéristiques d'élévation de pression dépendent fortement du régime de rotation de la pompe. La pompe haute pression est, quant à elle, destinée à générer un débit. Ces deux pompes sont le plus souvent intégrées dans un même carter et sont entraînées à la même vitesse par un arbre.

Des phénomènes physiques modifient significativement les caractéristiques de l'alimentation de la turbomachine en fonctionnement, ces phénomènes étant notamment dépendants de la géométrie de la canalisation d'amenée du carburant, de l'altitude, du type de carburant utilisé. En particulier, en fonctionnement, l'air dissous dans le carburant (kérosène) a tendance à dégazer et le kérosène peut se vaporiser. Le fluide s'écoulant dans les canalisations et au travers de la pompe à carburant est alors diphasique et contient des bulles ou des poches de gaz qui peuvent induire des disfonctionnements de la turbomachine (fluctuations de poussée, pertes de contrôles, arrêt de la turbomachine, etc.)

Pour des raisons de sécurité, il est nécessaire de pouvoir garantir la tolérance des turbomachines à ce type de phénomène, quelles que soient les conditions de fonctionnement. Cependant, ces phénomènes

sont actuellement mal connus et il est relativement difficile de les modéliser ou de les reproduire lors d'essais. Il apparaît donc nécessaire de pouvoir étudier et caractériser de tels phénomènes. Cette caractérisation passe notamment par la connaissance du ratio entre la proportion de la phase vapeur par rapport à la phase liquide du carburant.

Actuellement, la seule norme traitant de la quantité et de la teneur en gaz dans un système d'alimentation de carburant d'un avion est la norme ARP 492. Cette norme est relativement ancienne et ne permet pas d'étudier de façon fiable les phénomènes précités.

Pour des raisons de sécurité, les pompes actuelles sont surdimensionnées de façon à garantir un bon fonctionnement de la turbomachine sous toutes les conditions de fonctionnement. Un tel surdimensionnement est toutefois défavorable en termes de poids et d'encombrement, notamment.

L'invention a pour but d'apporter une solution simple, efficace et économique aux problèmes précités.

A cet effet, elle propose un banc d'essai, destiné à la caractérisation d'un écoulement d'un fluide diphasique, comportant un réservoir de fluide, une première pompe apte à puiser le fluide dans le réservoir et à alimenter une première et une deuxième ligne reliées en parallèle,

la première ligne étant équipée successivement, de l'amont vers l'aval dans le sens d'écoulement du fluide, de premiers moyens d'injection d'air dans le fluide, de premiers moyens de mesure aptes à fournir une information sur la proportion de la phase vapeur par rapport à la phase liquide du fluide et d'une seconde pompe apte à simuler une pompe à carburant d'une turbomachine, en particulier une pompe basse-pression d'une turbomachine,

la deuxième ligne étant équipée successivement, de l'amont vers l'aval dans le sens d'écoulement du fluide, de deuxièmes moyens d'injection d'air dans le fluide, de deuxièmes moyens de mesure aptes à

fournir une information sur la proportion de la phase vapeur par rapport à la phase liquide du fluide et d'un organe déprimogène, tel par exemple qu'un venturi.

On rappelle qu'un organe déprimogène permet de limiter l'écoulement d'un fluide de façon à créer une pression différentielle de part et d'autre de l'organe.

On rappelle également qu'un venturi est un organe comportant une zone convergente progressive, suivi d'une zone divergente progressive.

Le banc selon l'invention propose ainsi deux lignes parallèles, de façon à étudier l'effet de la seconde pompe (pompe basse pression ou BP), par comparaison du rapport ou ratio V/L (V étant la proportion de la phase vapeur dans le fluide et L étant la proportion de la phase liquide) entre la première ligne comportant la seconde pompe et la deuxième ligne comportant l'organe déprimogène, dont les caractéristiques sont bien connues et facilement modélisables. Il est ainsi possible de dissocier l'influence de la pompe BP ou basse-pression (simulée par la seconde pompe) de l'influence du reste du système d'alimentation en carburant.

Il est notamment possible de faire varier la vitesse de rotation de chacune des première et seconde pompes, ainsi que le débit d'air injecté par les moyens correspondants.

L'étude des ratios V/L peut notamment permettre de valider ou d'affiner des modèles mathématiques afin qu'ils représentent le plus fidèlement possible les phénomènes se produisant lors du fonctionnement d'une turbomachine. Une meilleure compréhension et modélisation de ces phénomènes permet de pouvoir dimensionner au mieux l'ensemble des organes du système d'alimentation en carburant, en particulier la pompe à carburant.

Selon une caractéristique proposée, le banc d'essai comporte des moyens aptes à réchauffer ou refroidir le fluide, tels par exemple qu'un échangeur de chaleur.

Il est ainsi possible d'étudier les rapports V/L précités, pour différentes températures du fluide. De tels moyens permettent également de maintenir la température du fluide constante pendant toute la durée d'un essai, par exemple.

Les moyens aptes à réchauffer ou refroidir le fluide sont par exemple situés en amont des première et deuxième lignes. Ces moyens peuvent être formés par un échangeur de chaleur apte à échanger de la chaleur entre ledit fluide et un fluide caloporteur, par exemple de l'eau.

La première ligne peut comporter une première vanne de régulation située en aval de la seconde pompe, la deuxième ligne comportant une deuxième vanne de régulation située en aval du venturi.

Les première et deuxième vannes de régulation sont réglables et permettent chacune de générer une contre-pression réglable dans la ligne correspondante, de manière à contrôler le débit dans chaque ligne. Ces vannes permettent en particulier d'obtenir des débits de fluide identiques dans les deux lignes.

De préférence, la première ligne comporte une troisième vanne de régulation située en amont de la seconde pompe et en aval des premiers moyens de mesure, la deuxième ligne comportant une deuxième vanne de régulation située en amont du venturi et en aval des deuxièmes moyens de mesure.

La troisième et la quatrième vannes de régulation sont également réglables et permettent chacune d'affiner le réglage du débit de fluide dans chacune des première et deuxième lignes. Au travers des première, deuxième, troisième et quatrième vannes de régulation, on dispose ainsi de deux degrés de liberté pour ajuster la contre-pression dans chacune des lignes.

En outre, la première ligne peut comporter une cinquième vanne de régulation située en amont des premiers moyens d'injection d'air, la deuxième ligne comportant une sixième vanne de régulation située en amont des deuxièmes moyens d'injection d'air.

Les cinquième et sixième vannes sont réglables et forment des pertes de charge singulières.

De plus, la première ligne peut comporter des troisièmes moyens de mesure aptes à fournir une information sur la proportion de la phase vapeur par rapport à la phase liquide du fluide, situés en aval de la seconde pompe, la seconde pompe étant une pompe centrifuge.

Au passage de la seconde pompe, toutes les espèces chimiques n'ont pas le même comportement. La présence des troisièmes moyens de mesure permet, par comparaison avec l'information fournie par les premiers moyens de mesure, de déterminer la part de chaque espèce chimique dans la phase vapeur du fluide. Il est ainsi par exemple possible de déterminer les quantités d'air et de kérosène vaporisé présentent dans la phase vapeur du fluide.

Avantageusement, le réservoir est équipé d'une pompe à vide. De cette manière, il est possible de récupérer la phase vapeur générée dans chacune des première et deuxième lignes. La pompe à vide permet également d'abaisser la pression dans le réservoir, ce qui peut avoir une influence sur la quantité d'air dissous dans le kérosène par exemple.

Le banc proposé peut également comporter une troisième ligne reliant le réservoir aux première et deuxième lignes, la troisième ligne comportant des zones coudées et des zones à diverses altitudes, de manière à être représentative d'une canalisation d'alimentation en carburant d'une turbomachine.

Enfin, le banc d'essai peut comporter des moyens de mesure du débit de fluide et/ou des moyens de mesure de la pression du fluide, et/ou des moyens de mesure de la température du fluide, dans chacune des première et deuxième lignes.

L'invention sera mieux comprise et d'autres détails, caractéristiques et avantages de l'invention apparaîtront à la lecture de la description suivante faite à titre d'exemple non limitatif en référence aux dessins annexés dans lesquels :

- la figure 1 est une représentation schématique d'un banc d'essai selon une forme de réalisation de l'invention,

- la figure 2 est une vue schématique, en perspective, du banc de la figure 1,

- la figure 3 est une vue en perspective, d'une partie des moyens d'injection d'air.

Les figures 1 et 2 illustrent un banc d'essai selon une forme de réalisation de l'invention, ledit banc étant destiné à la caractérisation d'un écoulement de fluide diphasique.

Le banc comporte un réservoir de fluide 1, d'une capacité importante, par exemple de l'ordre de 10 000 litres, et contenant du kérosène, par exemple du kérosène de type Jet A1/JP8.

Le réservoir 1 est équipé d'une pompe à vide 2 de manière à permettre d'ajuster ou de réguler la pression dans le réservoir 1. Ce dernier est également pressurisé avec de l'azote.

Une ligne 3 relie une sortie du réservoir 1 à un embranchement 4, ladite ligne 3 étant équipée successivement, de l'amont vers l'aval dans le sens de circulation du fluide, d'une pompe volumétrique 5 apte à générer un débit déterminé, d'un filtre 6 et d'un échangeur de chaleur 7 apte à refroidir ou à réchauffer le fluide. La pompe volumétrique 5 est couplée classiquement à un réservoir de drainage 6. L'échangeur de chaleur 7 est apte à échanger de la chaleur entre le fluide circulant dans la ligne 3, à savoir le kérosène, et un fluide caloporteur tel par exemple que de l'eau.

Un embranchement 8 est situé entre l'embranchement 4 et la sortie de l'échangeur 7.

Bien que cela ne soit pas représenté, dans la zone 9 située entre l'embranchement 4 et l'échangeur de chaleur 7, la ligne 3 comporte une succession de coudes, par exemple sept coudes à 90°, des restrictions aptes à former des pertes de charge singulières, et des zones situées à différentes altitudes, de manière à reproduire le plus fidèlement possible la géométrie d'une canalisation d'alimentation en carburant équipant un avion.

En aval de l'embranchement 4 s'étendent deux lignes parallèles, référencées respectivement 10 et 11, les extrémités aval des lignes étant réunies au niveau d'un embranchement 12.

La ligne 10 est équipée successivement, de l'amont vers l'aval, d'une vanne de détente 13, d'un débitmètre 14, de moyens 15 d'injection d'un débit d'air dans le kérosène, d'un capteur de pression 16, d'un capteur optique 17, d'un capteur 18 apte à déterminer la proportion de la phase vapeur dans le fluide circulant dans ladite ligne 10, d'une vanne de détente 19, d'un capteur de pression 20, d'un capteur de température 21, d'une pompe centrifuge 22 comportant un rouet à aubages, d'un capteur 23 apte à déterminer la proportion de la phase vapeur dans le fluide circulant dans ladite ligne 10, d'un capteur de température 24, d'une vanne de détente 25 et d'un capteur de pression 26.

La ligne 11 est équipée successivement, de l'amont vers l'aval, d'une vanne de détente 27, d'un débitmètre 28, de moyens 29 d'injection d'un débit d'air dans le kérosène, d'un capteur de pression 30, d'un capteur optique 31, d'un capteur 32 apte à déterminer la proportion de la phase vapeur dans le fluide circulant dans ladite ligne, d'une vanne de détente 33, d'un capteur de pression 34, d'un capteur de température 35, d'un venturi 36, d'un capteur de température 37, d'une vanne de détente 38, et d'un capteur de pression 39.

Les lignes 10, 11 présentent ainsi les mêmes caractéristiques (mêmes vannes de détente ou vannes de régulation, mêmes longueurs des lignes, etc...), à l'exception de la présence de la pompe 22 et du capteur 23, pour l'une, et de la présence du venturi 36, pour l'autre. Ceci permet de faciliter la comparaison entre les mesures réalisées sur chacune des lignes 10, 11.

Des lignes d'amenée d'air comprimé 40, 41 relient un réservoir 42 d'air comprimé aux moyens d'injection 15, 29 des première et deuxième lignes 10, 11, par l'intermédiaire de débitmètres 43, 44.

Une ligne 45 relie l'embranchement 12 à une entrée du réservoir 1. Une ligne de dérivation 46 relie l'embranchement 12 ou la ligne 45 à la ligne 3, au niveau de l'embranchement 8 situé entre l'échangeur de chaleur 7 et l'embranchement 4.

Comme cela est mieux visible à la figure 3, les moyens d'injection d'air 15, 29 comportent chacun une bague 47 en matériau poreux dont le diamètre interne correspond sensiblement au diamètre interne de la canalisation correspondante 48 de la ligne 10, 11. L'air sous pression issu des lignes 40, 41 est envoyé par quatre tubes 49 dans la bague 47, cet air étant ensuite diffusé dans le fluide sur toute la périphérie de la bague 47, au travers des porosités de celle-ci. Les tubes 49 sont régulièrement répartis sur la circonférence et sont décalés angulairement les uns des autres de 90°. La taille et la quantité de bulles ainsi générées sont fonction de la pression de l'air en amont de la bague 47 et de la taille caractéristique des porosités de la bague 47. La bague 47 est amovible et peut être changée, en fonction des besoins.

Chaque capteur optique 17, 31 comporte une caméra 50 (figure 3) capable d'acquérir jusqu'à 10 000 images par seconde, en fonction de la résolution souhaitée. Les images sont stockées dans une mémoire temporaire et peuvent être acheminées vers un ordinateur en vue de leur traitement. La caméra est positionnée en regard d'une partie transparente 51 de la ligne 10, 11. Cette partie 51 est formée par une section de canalisation transparente, réalisée dans un matériau présentant sensiblement le même état de surface que le reste de la ligne 10, 11. De telles canalisations sont par exemple connues sous la marque MANULED et commercialisées par TECALEMIT FLEXIBLES.

Une plaque d'éclairage (non représentée) comportant des diodes électroluminescentes peut être placée en arrière de la canalisation, de manière à éclairer la zone correspondante 51 de manière uniforme et faciliter ainsi le traitement des images.

Un tel traitement permet de détecter l'apparition et la quantité de bulles ou de poches de gaz dans le fluide.

Les moyens de mesure 18, 23, 32 comportent chacun des électrodes de mesure écartées les unes des autres, de manière à délimiter entre elles des espaces concentriques subdivisant la section d'écoulement de la ligne correspondante 10, 11. Un signal électrique d'excitation est appliqué entre les électrodes de mesure et mesurent une valeur représentative de la teneur en gaz du fluide traversant la ligne.

En fonctionnement, il est possible de faire varier ou de réguler les paramètres suivants :

- la pression à l'intérieur du réservoir 1, par l'intermédiaire de la pompe à vide 2,
- la température du fluide s'écoulant dans le banc d'essai, par l'intermédiaire de l'échangeur de chaleur 7,
- le débit d'air injecté au niveau de chaque ligne 10, 11, par l'intermédiaire des moyens d'injection 15, 29,
- la vitesse de rotation de la pompe 22,
- le débit de fluide fourni par la pompe 5,
- les pertes de charges ou les contre-pressions générées par chacune des vannes de détente 13, 19, 25, 27, 33, 38,
- le débit de fluide dérivé par la ligne de dérivation 46, par l'intermédiaire éventuellement d'une vanne réglable non représentée.

Tous ces paramètres ont une influence sur la proportion de gaz dans le fluide, à différents endroits du banc d'essai. Les mesures réalisées à l'aide des différents capteurs permettent de comprendre les phénomènes en jeu et, ainsi, d'adapter les modèles mathématiques afin qu'ils représentent le plus fidèlement possible la réalité. L'enjeu est notamment de pouvoir améliorer le dimensionnement de la pompe à carburant d'une turbomachine, afin d'optimiser son encombrement ainsi que sa masse.

Un tel banc permet d'étudier de façon approfondie l'interface entre l'alimentation en kérosène (réservoir 1, pompe 5, géométrie particulière de la zone 9 de la ligne 3) et le turboréacteur (comportant notamment la pompe à carburant simulée en partie dans le banc par la pompe 22). Les rapports des proportions de phase vapeur et de phase liquide (rapport V/L), mesurés à l'aide des capteurs 15, 23, 29, permet de caractériser le fonctionnement de cette interface en présence de gaz. Le banc selon l'invention est capable de générer tout type de rapport V/L, dans une canalisation présentant une géométrie similaire ou identique à celle équipant un avion. Ce banc permet également de dissocier l'influence mutuelle de la turbomachine proprement dite de l'influence du reste de l'avion sur les phénomènes précités.

REVENDICATIONS

1. Banc d'essai, destiné à la caractérisation d'un écoulement d'un fluide diphasique, le banc comportant un réservoir de fluide (1), une première pompe (5) apte à puiser le fluide dans le réservoir (1) et à alimenter une première et une deuxième lignes (10, 11) reliées en parallèle,

la première ligne (10) étant équipée successivement, de l'amont vers l'aval dans le sens d'écoulement du fluide, de premiers moyens d'injection d'air (15) dans le fluide, de premiers moyens de mesure (18) aptes à fournir une information sur la proportion de la phase vapeur par rapport à la phase liquide du fluide et d'une seconde pompe (22) apte à simuler une pompe à carburant d'une turbomachine, en particulier une pompe basse-pression d'une turbomachine,

la deuxième ligne (11) étant équipée successivement, de l'amont vers l'aval dans le sens d'écoulement du fluide, de deuxièmes moyens d'injection d'air (29) dans le fluide, de deuxièmes moyens de mesure (32) aptes à fournir une information sur la proportion de la phase vapeur par rapport à la phase liquide du fluide et d'un organe déprimogène, tel par exemple qu'un venturi (36).

2. Banc d'essai selon la revendication 1, caractérisé en ce qu'il comporte des moyens aptes à réchauffer ou refroidir le fluide, tels par exemple qu'un échangeur de chaleur (7).

3. Banc d'essai selon la revendication 2, caractérisé en ce que les moyens (7) aptes à réchauffer ou refroidir le fluide sont situés en amont des première et deuxième lignes (10, 11).

4. Banc d'essai selon l'une des revendications 1 à 3, caractérisé en ce que la première ligne (10) comporte une première vanne de régulation (25) située en aval de la seconde pompe (22), la deuxième ligne (11) comportant une deuxième vanne de régulation (38) située en aval du venturi (36).

5. Banc d'essai selon l'une des revendications 1 à 4, caractérisé en ce que la première ligne (10) comporte une troisième vanne de régulation (19) située en amont de la seconde pompe (22) et en aval des premiers moyens de mesure (18), la deuxième ligne (11) comportant une deuxième vanne de régulation (33) située en amont du venturi (36) et en aval des deuxièmes moyens de mesure (32).

6. Banc d'essai selon l'une des revendications 1 à 5, caractérisé en ce que la première ligne (10) comporte une cinquième vanne de régulation (13) située en amont des premiers moyens d'injection d'air (15), la deuxième ligne (11) comportant une sixième vanne de régulation (27) située en amont des deuxièmes moyens d'injection d'air (29).

7.Banc d'essai selon l'une des revendications 1 à 6, caractérisé en ce que la première ligne (10) comporte des troisièmes moyens de mesure (23) aptes à fournir une information sur la proportion de la phase vapeur par rapport à la phase liquide du fluide, situés en aval de la seconde pompe (22), la seconde pompe (22) étant une pompe centrifuge.

8. Banc d'essai selon l'une des revendications 1 à 8, caractérisé en ce que le réservoir (1) est équipé d'une pompe à vide (2).

9. Banc d'essai selon l'une des revendications 1 à 8, caractérisé en ce qu'il comporte une troisième ligne (3) reliant le réservoir (1) aux première et deuxième lignes (10, 11), la troisième ligne (3) comportant des zones coudées et des zones à diverses altitudes, de manière à être représentative d'une canalisation d'alimentation en carburant d'une turbomachine.

10. Banc d'essai selon l'une des revendications à 9, caractérisé en ce qu'il comporte des moyens (14, 28) de mesure du débit de fluide et/ou des moyens (16, 20, 26, 30, 34, 39) de mesure de la pression du fluide, et/ou des moyens (21, 24, 35, 37) de mesure de la température du fluide, dans chacune des première et deuxième lignes (10, 11).

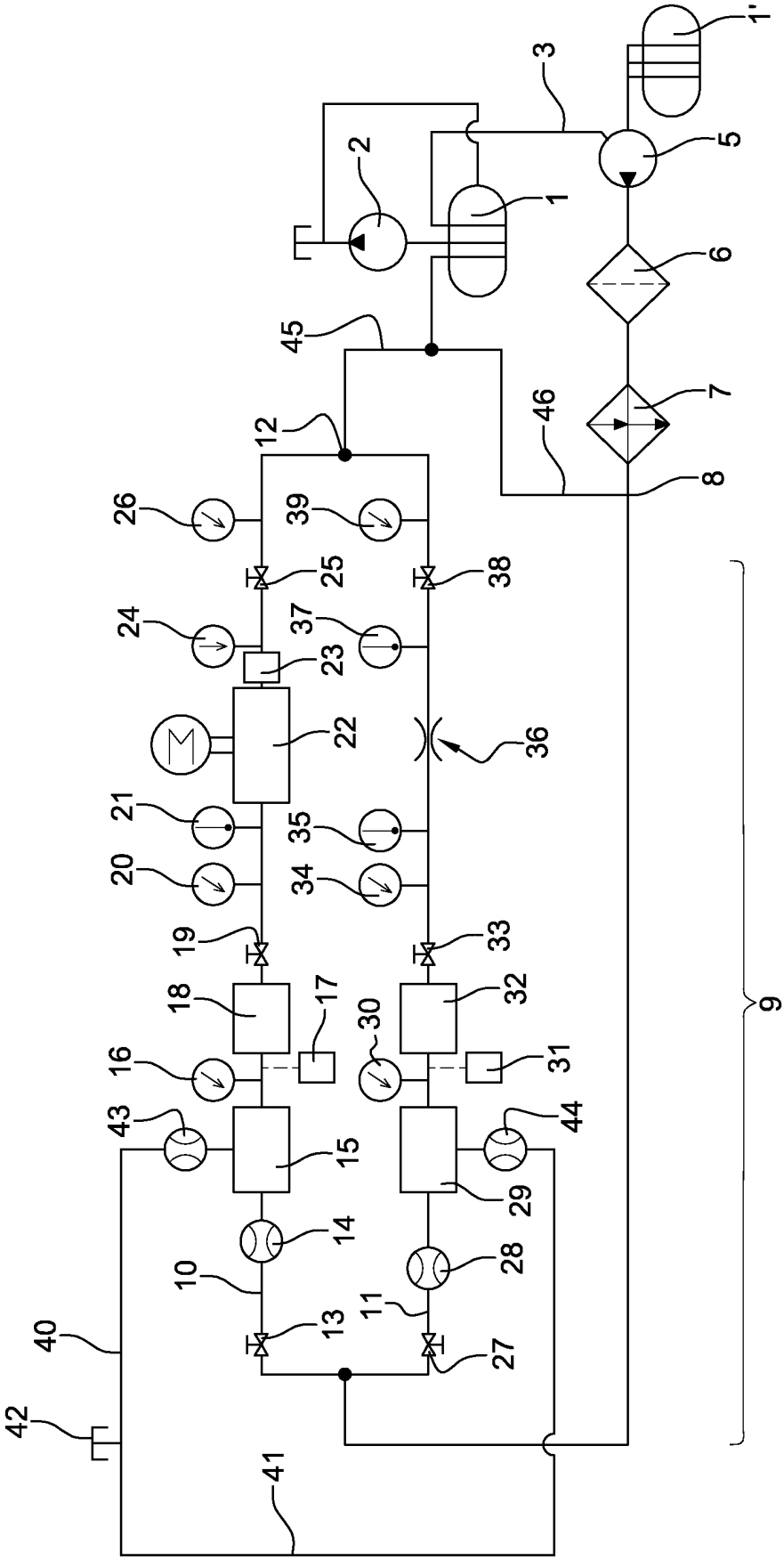

1'
3
5
2
1
6
45
7
46
12
8
26
39
25
38
24
37
23
22
36
21
35
20
34
19
33
18
17
32
30
16
31
43
44
15
29
14
28
10
11
13
27
40
42
41
9

Fig. 1

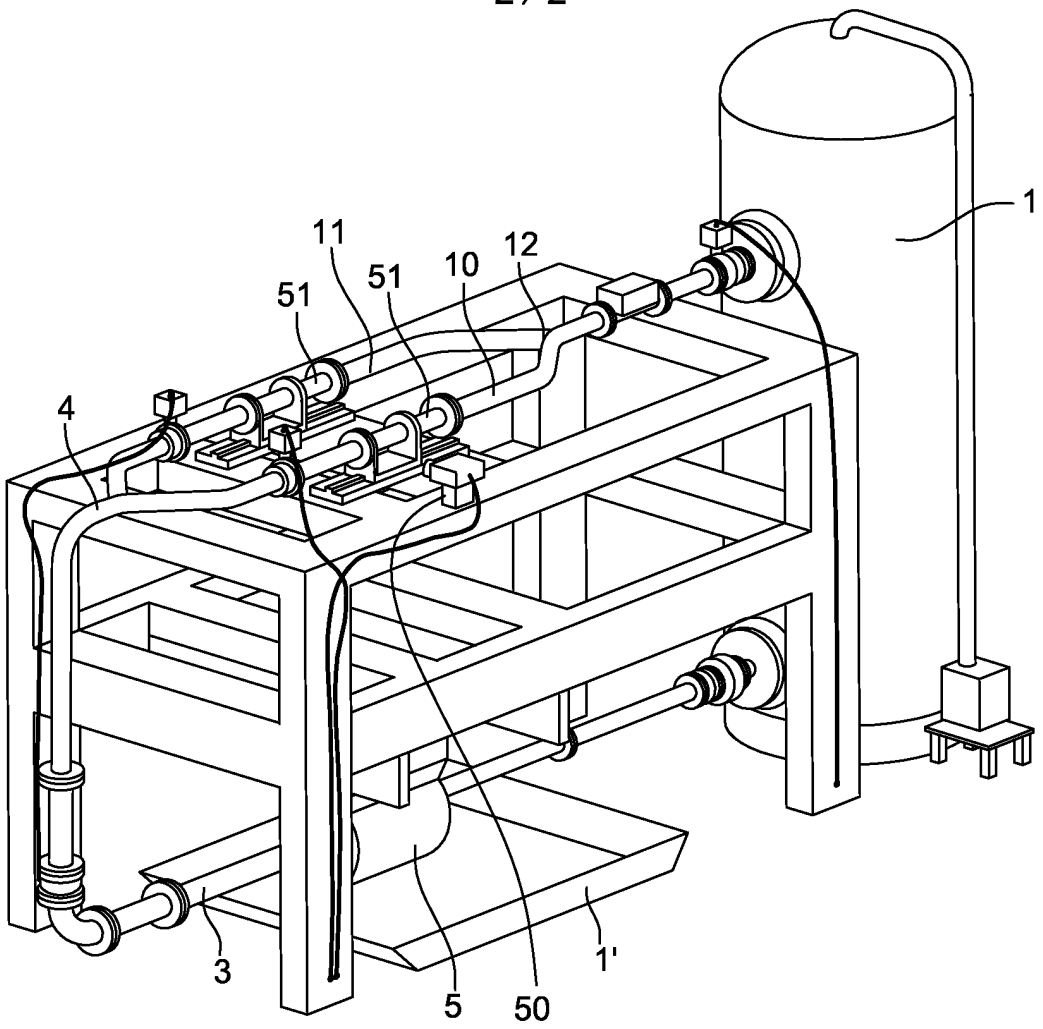


Fig. 2

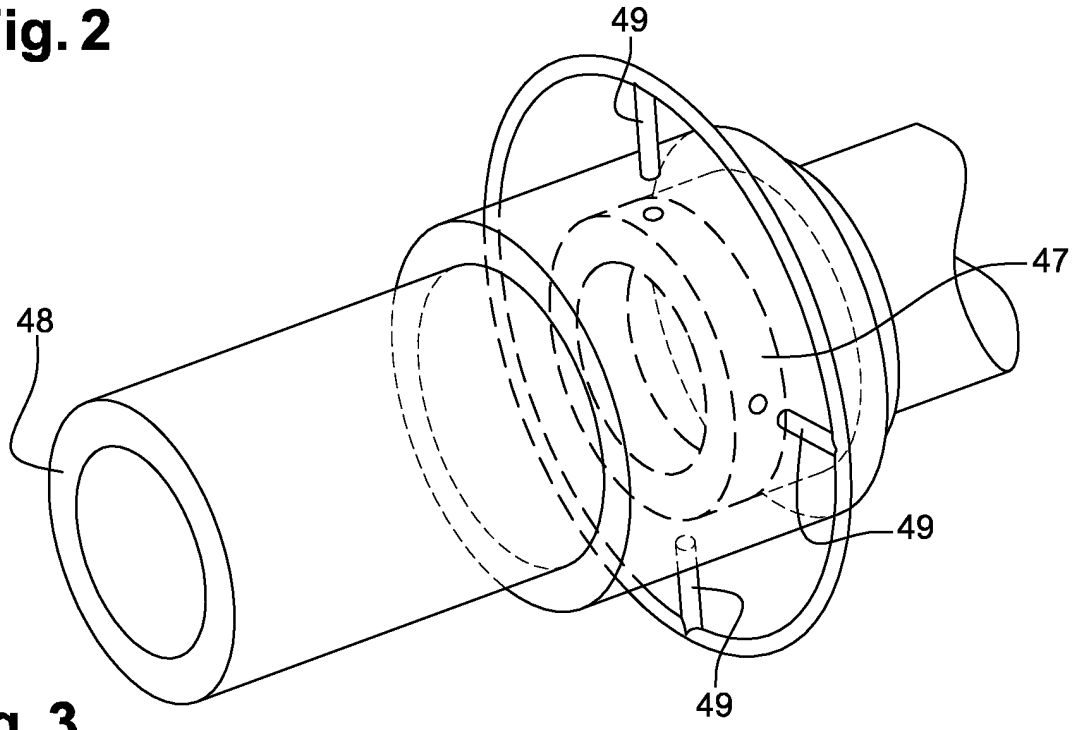


Fig. 3

RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

INSTITUT NATIONAL DE LA PROPRIÉTÉ INDUSTRIELLE

RAPPORT DE RECHERCHE PRÉLIMINAIRE

établi sur la base des dernières revendications déposées avant le commencement de la recherche

N° d'enregistrement national

FA 802583
FR 1452890

DOCUMENTS CONSIDÉRÉS COMME PERTINENTS		Revendication(s) concernée(s)	Classement attribué à l'invention par l'INPI
Catégorie	Citation du document avec indication, en cas de besoin, des parties pertinentes		
A	US 2 976 720 A (CALLAHAN THOMAS P) 28 mars 1961 (1961-03-28) * colonne 1, ligne 57 - colonne 2, ligne 5; figure 1 *	1-10	G01N33/22 G01M99/00 G01M15/00 G01N33/28
A,D	ANONYMOUS: "SAE STANDARD ARP 492 C - Aircraft Engine Fuel Pump Cavitation Endurance Test", SAE TECHNICAL PAPER SERIES, 1 décembre 1994 (1994-12-01), pages 1-14, XP008175304, SOCIETY OF AUTOMOTIVE ENGINEERS, WARRENDALE, PA, US ISSN: 0148-7191 * le document en entier *	1-10	
A	I Dorofeeva ET AL: "Cavitation of JP-8 fuel in a converging-diverging nozzle: experiments and modeling", Proceedings of the 7 th International Symposium on Cavitation CAV2009 - Paper No. ## August 17-22, 1 août 2009 (2009-08-01), XP055174617, Extrait de l'Internet: URL:http://hdl.handle.net/2027.42/84300 * abrégé *	1-10	DOMAINES TECHNIQUES RECHERCHÉS (IPC) G01N G01M F02M F02C
A	US 6 260 426 B1 (WHARTON CHARLES J [US] ET AL) 17 juillet 2001 (2001-07-17) * abrégé; figure 1 *	1-10	

Date d'achèvement de la recherche	Examinateur
9 mars 2015	Gilow, Christoph

CATÉGORIE DES DOCUMENTS CITÉS

X : particulièrement pertinent à lui seul
Y : particulièrement pertinent en combinaison avec un autre document de la même catégorie
A : arrière-plan technologique
O : divulgation non-écrite
P : document intercalaire

T : théorie ou principe à la base de l'invention
E : document de brevet bénéficiant d'une date antérieure à la date de dépôt et qui n'a été publié qu'à cette date de dépôt ou qu'à une date postérieure.
D : cité dans la demande
L : cité pour d'autres raisons

& : membre de la même famille, document correspondant

EPO FORM 1503 12.99 (P04C14)

ANNEXE AU RAPPORT DE RECHERCHE PRÉLIMINAIRE RELATIF A LA DEMANDE DE BREVET FRANÇAIS NO. FR 1452890 FA 802583

La présente annexe indique les membres de la famille de brevets relatifs aux documents brevets cités dans le rapport de recherche préliminaire visé ci-dessus.
Les dits membres sont contenus au fichier informatique de l'Office européen des brevets à la date du 09-03-2015
Les renseignements fournis sont donnés à titre indicatif et n'engagent pas la responsabilité de l'Office européen des brevets, ni de l'Administration française

Document brevet cité au rapport de recherche	Date de publication	Membre(s) de la famille de brevet(s)	Date de publication
US 2976720 A	28-03-1961	GB 878712 A	04-10-1961
		US 2976720 A	28-03-1961
US 6260426 B1	17-07-2001	AUCUN	

EPO FORM P0465

Annexe B

Décomposition Orthogonale aux valeurs Propres

Sommaire

B.1 Introduction à la POD 152

B.2 Théorie 154

B.2.1 Éléments mathématiques 154

B.2.2 Décomposition d'une matrice aux valeurs singulières 156

B.2.3 Signification géométrique de la décomposition aux valeurs singulières 157

B.2.4 Propriétés des fonctions de base 158

B.3 Méthode classique vs méthode des snapshots 160

B.3.1 Produit scalaire 160

B.3.2 Méthode classique 161

B.3.3 Méthode des snapshots 162

Cette annexe décrit la Décomposition Orthogonale aux valeurs Propres. Elle est divisée en trois grandes parties : B.1 contient l'introduction, B.2 contient la base théorique, B.3 compare la méthode classique et la méthode des snapshots. La structure de cette annexe, ainsi que son contenu sont fortement inspirés par les travaux de thèse de Bergmann [105], ainsi que du livre "Handbook of experimental fluid mechanics" [132].

B.1 Introduction à la POD

La Décomposition Orthogonale aux valeurs Propres, (Proper Orthogonal Decomposition, POD) est une technique très efficace pour l'analyse des données. Elle permet de faire une approximation d'un système ayant une dimension élevée par un autre, d'une dimension réduite [4]. La POD est une méthode linéaire qui détermine une base de modes propres orthogonaux. Ces modes sont obtenus par la résolution de l'équation de Fredholm [15]. L'ensemble des données à analyser peut provenir soit de simulations numériques, soit de résultats expérimentaux. A la fin de la décomposition, on peut montrer que les fonctions propres sont optimales au sens mathématique. Cette propriété permet de les utiliser pour la construction d'un modèle réduit décrivant la dynamique de l'écoulement.

La POD est aussi connue dans différents domaines scientifiques sous plusieurs noms : Décomposition de Karhunen-Loève [86, 107], analyse de Hotelling [75] et la Décomposition aux Valeurs Singulières (SVD) [71]. La théorie de la décomposition d'une matrice aux valeurs singulières sera développée dans la section B.2.2. La décomposition orthogonale aux valeurs propres est utilisée dans un large spectre d'applications, notamment dans le traitement d'images pour la caractérisation de visages humains [92], ou pour le contrôle optimal [123]. Le point commun de toutes ces applications est le fait que la POD permet d'extraire des caractères dominants d'un ensemble de données, et ensuite de construire un modèle réduit. Une synthèse sur l'utilité de la POD, ainsi que la base théorique peuvent être trouvés dans [1].

Il faut clarifier la notion d'utilisation d'un modèle réduit qui concerne l'analyse des systèmes complexes. En réalité, les modèles d'ordre élevé produisent des solutions détaillées et complètes, ce qui rend parfois difficile l'extraction d'informations pertinentes. Ceci est d'autant plus vrai dans différents domaines comme l'analyse statistique, les finances, le post-traitement de données de simulations numériques de type LES et DNS. De ce fait il semble indispensable de clarifier la notion de modèle réduit car il y a plusieurs

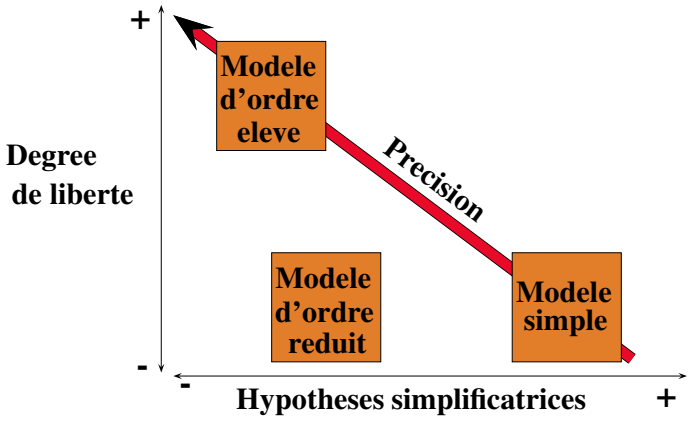


FIGURE B.1 Schéma des différentes familles de modèles d'ordre reduit

manières de procéder. Le premier point est le choix des hypothèses émises pour la construction d'un modèle réduit :

- L'ordre élevé peut être remplacé par un modèle mathématique simplifié par certain nombre d'hypothèses.

Dans le premier cas, la simplification est basée sur des hypothèses. Un inconvenient est le fait que certain hypothèses peuvent être restrictives. Par conséquent, la réponse obtenue par le modèle mathématique, peut devenir non-satisfaisante. Dans le second cas, l'idée générale est d'élaborer un nouveau modèle basé sur les mêmes hypothèses, afin de reproduire les mêmes phénomènes physiques. Le modèle réduit se base sur des données obtenues, soit par un modèle d'ordre élevé, soit expérimentalement. Dans tous les cas, les données présentent un niveau d'information élevé.

Par conséquent, une utilisation réussie permettra l'élaboration d'un modèle d'ordre inférieur, qui contient un faible nombre de degrés de liberté. De plus, le modèle réduit sera capable de reproduire en détails le système initial. Ce type de procédé présente deux inconvenients majeurs :

- Il est nécessaire de produire une ou plusieurs bases de données représentatives.
- Le modèle réduit est dépendant de la nature des données.

Le classement des différentes méthodes de réduction de données est illustré sur la figure B.1. Il est fait en fonction des hypothèses appliquées sur les modèles et du nombre de dégrées de liberté. Les modèles d'ordre réduit présentent des hypothèses un peu plus fortes que les modèles d'ordre élevé.

La POD utilisée pour la première fois pour l'analyse de la turbulence par Lumley [103] comme une méthode permettant d'identifier et d'extraire les structures cohérentes d'un écoulement. Selon le cas, et d'un point de vue énergétique, les structures cohérentes contribuent à l'énergie totale de l'écoulement à hauteur de :

- 10% pour une couche limite.
- 25% pour une couche de mélange, un sillage et un jet en champ proche.

L'importance de ces structures cohérentes pour la modélisation et compréhension des écoulements turbulents est bien connue [15]. Du point de vue dynamique, les structures cohérentes jouent un rôle primordial pour la miscibilité des fluides, le bruit de la turbulence, la dégradation des performances dans le cas des machines tournantes. L'application de la POD à des écoulements multiphasiques permet alors de mieux connaitre la dynamique des structures cohérentes. Ceci implique qu'aucun autre moyen de post-traitement n'est capable de prendre une aussi grande quantité d'énergie avec le même nombre de modes. La POD a été utilisée dans le cas des écoulements cavitants sur

des géométries simples comme des tuyaux convergents-divergents, afin de caractériser les différents modes de cavitation [136, 137]. Danlos *et al.* [43] a étudié la zone de la fermeture de la poche de cavitation dans un Venturi transparent en appliquant la POD et en comparant les modes obtenus avec des images enregistrées par une caméra rapide.

B.2 Théorie

La POD a été introduite dans l'esprit de Holmes *et al.* [15] en tant que méthode permettant d'accéder à une meilleure compréhension physique des écoulements turbulents. Elle permet également de fournir des fonctions de base qui peuvent définir un sous-espace d'une dimension réduite sur lequel des lois d'état peuvent être projetées. Cette méthode a par exemple été appliquée à des zones de proches paroi de couches limites [6, 47].

B.2.1 Éléments mathématiques

Soit la variable spatio-temporelle $\mathbf{X} = (\mathbf{x}, t_n)$. On considère que $u(\mathbf{X})$ est l'ensemble des observations faites à N_t instants différents dans un domaine spatial Ω. On considère également que $\mathbf{X} \in D$ où $D = \Omega \times \mathbb{R}^+$. En fonction de l'ensemble de données, les observations peuvent être expérimentales ou numériques, correspondant à des champs de vitesse, de température ou bien de vorticité. De plus, les données peuvent être décorrélées ou acquises pour des conditions physiques différentes, comme différents nombre de Reynolds [30].

Le problème à résoudre devient l'extraction à partir de ces champs considérés aléatoirement d'un ou plusieurs modes dominants ou des structures cohérentes. Lumley [103] définit une structure cohérente comme correspondant à la fonction déterministe la mieux corrélée en moyenne aux variables spatio-temporelles. Autrement dit, ceci revient à retrouver une fonction Φ qui possède la plus grande projection sur les observations, au sens des moindres carrés. Mathématiquement, ceci se traduit par une maximisation de la quantité $|(\mathbf{u}, \varphi)|^2$, si φ appartient à l'espace des fonctions de carré $\mathbf{L_2}(D)$, il faut alors maximiser l'expression :

$$\max_{\varphi \in L^2([0,1])} \frac{\left\langle |(\mathbf{u}, \varphi)|^2 \right\rangle}{\|\varphi\|^2} \tag{B.1}$$

Pour cela il faut définir une moyenne de nature temporelle, spatiale ou moyenne de

phases qui est notée ici $\langle . \rangle$:

$$\max_{\varphi \in L^2([0,1])} \frac{\left\langle |(\mathbf{u},\varphi)|^2 \right\rangle}{\|\varphi\|^2} = \frac{\left\langle |(\mathbf{u},\Phi)|^2 \right\rangle}{\|\Phi\|^2} \tag{B.2}$$

en plus de ceci :

$$(\Phi,\Phi) = \|\Phi\|^2 = 1 \tag{B.3}$$

où $\|.\|$ est la norme $\mathbf{L_2}$ et $(.)$ est le produit scalaire. La norme est définie comme suit :

$$\|f\| = \left[\int_0^1 |f(\mathbf{x})|^2 d\mathbf{x} \right]^{\frac{1}{2}} \tag{B.4}$$

Le choix d'utilisation de cette norme est justifié par le fait qu'elle représente un espace naturel pour la mécanique des fluides, correspondant à un écoulement d'énergie cinétique propre finie. D'autres choix sont également disponibles [132]. Pour maximiser l'équation B.1, il faut maximiser son nominateur. On défini donc la fonctionnelle (fonction d'un espace vectoriel) :

$$J[\varphi] = \left\langle \|(\mathbf{u},\varphi)\|^2 \right\rangle - \lambda\left(\|\varphi\|^2 - 1\right) \tag{B.5}$$

L'équation B.5 est vraie pour toutes les variations $\varphi + \delta\psi \in L^2, \delta\psi \in \mathbb{R}$:

$$\frac{d}{d\delta} J[\varphi + \delta\psi]\,|_{\delta=0} = 0. \tag{B.6}$$

L'équation B.6 peut être réécrite de la manière suivante :

$$\frac{d}{d\delta} J[\varphi + \delta\psi]\,|_{\delta=0} = \frac{d}{d\delta}[\langle (\mathbf{u},\varphi+\delta\psi)(\varphi,\mathbf{u})\rangle] - \lambda(\varphi+\delta\psi,\varphi+\delta\psi)|_{\delta=0} = 0. \tag{B.7}$$

Prenant en compte que la partie réelle de l'équation B.7 est égale à 0, alors on retrouve :

$$\langle (\mathbf{u},\psi)(\varphi,\mathbf{u})\rangle - \lambda(\varphi,\psi) = 0 \tag{B.8}$$

ce qui permet de réécrire l'équation B.8 comme suit :

$$\left\langle \int u(\mathbf{x})\psi^*((\mathbf{x}))d(\mathbf{x}) \int \phi((\mathbf{x})')u^*((\mathbf{x})')d(\mathbf{x})' \right\rangle - \lambda\phi((\mathbf{x}))\psi^*((\mathbf{x}))d(\mathbf{x}) = 0 \tag{B.9}$$

L'opérateur $\langle . \rangle$ étant commutatif :

$$\int \left[\int u((\mathbf{x}))u^*((\mathbf{x})')\phi((\mathbf{x})')d(\mathbf{x})' - \lambda\phi((\mathbf{x})) \right] \psi^*((\mathbf{x}))d(\mathbf{x}) = 0 \tag{B.10}$$

De plus, ψ^* est une fonction arbitraire, ce qui induit pour l'équation de Fredholm :

$$\int \left\langle u((\mathbf{x}))u^*(((\mathbf{x}))') \right\rangle \varphi((\mathbf{x})')d(\mathbf{x})' = \lambda\varphi((\mathbf{x})). \tag{B.11}$$

(voir la thèse de Brenner [21] pour plus d'information et toutes les démonstrations mathématiques). Les fonctions propres $\{\varphi_j\}$ donnent la base optimisée obtenue à partir de l'équation B.11 en utilisant une fonction moyenne d'autocorrélation définie comme suit :

$$R((\mathbf{x}),(\mathbf{x})') = \left\langle u\left((\mathbf{x})\right) u^*((\mathbf{x})') \right\rangle. \tag{B.12}$$

La théorie spectrale est applicable [124] ce qui garantit que l'équation initiale de maximisation B.1 admet une solution égale à la plus grande valeur propre.

$$R\Phi = \lambda\Phi \tag{B.13}$$

Une reformulation intégrale est possible, où n_c est le nombre de composants de $\mathbf{u}$:

$$\sum_{j=1}^{n_c} \int R_{ij}((\mathbf{x}),(\mathbf{x})')\Phi_j(\mathbf{x})'d\mathbf{x}' = \lambda\Phi_i\mathbf{x}) \tag{B.14}$$

B.2.2 Décomposition d'une matrice aux valeurs singulières

Dans le contexte de la mécanique des fluides, on va se contenter de présenter la décomposition d'une matrice A aux valeurs singulières, pour le cas où la matrice A est à valeurs réelles.

Soit A une matrice réelle de dimension $M \times N_t$, alors sa factorisation se fait de la manière suivante :

$$A = U\Omega V^T \tag{B.15}$$

où U et V sont des matrices orthogonales, ayant respectivement des dimensions $M \times M$ et $N_t \times N_t$. Ω est une matrice diagonale qui contient les éléments $\sigma_1 \ldots \sigma_i$ qu'on appel des valeurs singulières de la matrice A. En multipliant l'équation B.15 par la transposée

A^T, on retrouve une matrice carrée de dimension $N_t \times N_t$.

$$A^T A = V\Omega U^T U\Omega V^T = V\Omega^2 V^T \tag{B.16}$$

Sous l'hypothèse que la matrice A a des valeurs réelles, la multiplication $A^T A$ devient une matrice hermitienne, donc elle est diagonalisable dans une base orthonormale de vecteurs propres. De plus, pour une matrice orthogonale quelconque, on peut écrire : $A^{-1} = A^T$. Par conséquent, la décomposition de la matrice A sur une base propre s'exprime comme suit :

$$A^T A = W\Lambda W^{-1} = W\Lambda W^T \tag{B.17}$$

où, W est une matrice orthogonale de dimension $N_t \times N_t$ et que : $\Omega^2 = \Lambda$ et $W = V$. Ceci implique que $\sigma_i = \sqrt{\lambda_i}$, ainsi que (V, Λ) représentent la décomposition aux valeurs propres de la matrice $A^T A$. On retrouve la même chose pour la matrice AA^T :

$$AA^T = U\Omega V^T V\Omega U^T = U\Omega^2 U^T = W\Lambda W^T \tag{B.18}$$

Ceci nous permet de dire que le couple (U, Λ) reprend la décomposition aux valeurs propres. De plus, on remarque que lorsque $N_t \ll M$, la décomposition de la matrice $A^T A$ est beaucoup moins coûteuse mathématiquement et numériquement que la résolution du problème équivalent pour la matrice AA^T. De ce fait, il existe deux approches différentes pour la POD. La première est celle qui sera utilisée pour le post-traitement des images dite **methode des snapshots** liée à $A^T A$. La deuxième méthode liée à AA^T est la **méthode classique**. La méthode classique est utilisée dans le cas $N_t \gg M$. L'intérêt principal de la **méthode des snapshots** est de réduire le temps de calcul. Une étude de convergence est nécessaire pour déterminer le nombre de données optimal pour appliquer la POD.

B.2.3 Signification géométrique de la décomposition aux valeurs singulières

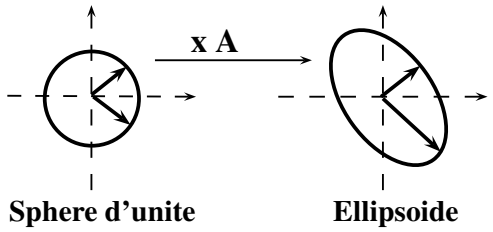


FIGURE B.2 Interprétation géométrique de la SVD

Dans ce paragraphe on décrit les interprétations géométriques de la décomposition d'une matrice quelconque en valeurs singulières. Soit une matrice A ayant des dimensions $M \times N_t$. Il se trouve possible d'associer une application linéaire qui envoi tout vecteur

de Γ_{N_t} de l'espace vectoriel de dimension N_t vers un autre espace Γ_M de dimension M. On admet pour l'application que la sphere d'unité est centrée dans Γ_{N_t}. Ceci implique que l'ensemble des vecteurs unitaires multipliés par la matrice A donne des nouveaux vecteurs qui définissent une ellipsoïde dans l'espace Γ_M.

Cette ellipsoïde est de dimension r, ce qui revient à dire que r est le nombre de valeurs non singulières de la matrice A. Dans ce cas les valeurs singulières σ_i correspondent aux longueurs respectives aux axes principaux de l'ellipsoïde. Ceci implique que les valeurs singulières caractérisent la forme de l'ellipsoïde, et donc sa déformation dans l'espace Γ_M. De plus, l'utilisation de l'algèbre linéaire pour le traitement de la matrice A, fait que la norme $\mathbf{L_2}$ nous permet de dire : $\|A\|_2 = \|Ax\|_2 = \sigma_1$.
$\|x\|=1$

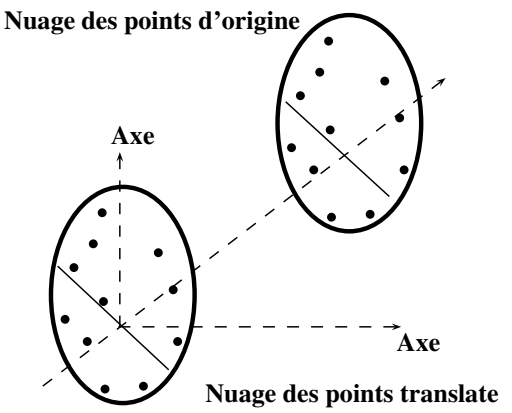


FIGURE B.3 Interprétation rotation de la SVD (Singular Value Decomposition)

La deuxième interprétation géométrique possible se base sur le fait qu'on considère la matrice A comme une liste de points $P_1 \dots P_M$ dans le même espace vectoriel N_t. L'idée est de trouver un sous espace vectoriel de dimension k tel que la distance quadratique moyenne de l'ensemble des points à ce sous-espace soit minimisée. Ceci revient à chercher un vecteur Φ_i qui minimise $\sum_{i=1}^{M} = |\mathbf{H_i P_i}|^2$, où les points $\mathbf{H_i}$ correspondent aux projections orthogonales des points P_i sur la droite de vecteur Φ_i. L'interprétation géométrique revient à une rotation de l'espace des phases (voir Lumley [**?**]).

B.2.4 Propriétés des fonctions de base

Les diverses propriétés des fonctions propres sont mises en évidence dans cette partie du chapitre.

- D'après la théorie d'Hilbert [124], l'équation de Fredholm B.11 dispose d'une infinité de solutions dans le domaine $\mathbf{D}$. L'ensemble discret de solutions satisfait :

$$\sum_{j=1}^{n_c} \int_{\mathbf{D}} R_{ij}((\mathbf{x}),(\mathbf{x})')(\Phi_n^j)(\mathbf{x})' d\mathbf{x}' = \lambda_n(\Phi_n^i)(\mathbf{x}) \tag{B.19}$$

où λ_n et $(\Phi_n)^i$ sont les valeurs propres et les fonctions propres, respectivement, d'une POD d'ordre n. De manière itérative, chaque nouvelle fonction propre se détermine comme une solution du problème de maximisation (équation B.1).

De plus, à chaque fois la contrainte supplémentaire d'orthogonalité est imposée.

- L'opérateur R est auto-adjoint et positif ce qui permet de dire que toutes les valeurs propres sont réelles et positives et vérifient :

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3 \geq \cdots \geq \lambda_n \geq 0 \tag{B.20}$$

- Les fonctions propres Φ_n forment une base complète :

$$u_i(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{n_c} a_n \Phi_n^i(\mathbf{x}) \tag{B.21}$$

- Toutes les fonctions propres sont par définitions orthogonales deux à deux. Il est également possible d'imposer d'une contrainte d'orthonormalité.
- Soit a_n les coefficients de projection de u sur Φ. Ils peuvent être obtenus en utilisant l'orthonormalité des fonctions Φ.

$$a_n = (u, \Phi) = \sum_{i=1}^{n_c} \int_{\mathbf{D}} u_i(\mathbf{x}) \Phi_n^i(\mathbf{x}) d\Phi_n^i(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \tag{B.22}$$

- La matrice de corrélations spatio-temporelle se décompose en une série convergente [35] autrement connu comme la théorème de Mercer. En prenant en compte l'orthonormalité des fonctions propres et en combinaison avec la projection de u sur Φ, la POD est capable de montrer que les a_n sont non corrélés entre eux. La démonstration mathématique est disponible dans les travaux de Cordier et Bergmann [33].
- La théorème de Mercer et l'orthonormalité des fonctions propres conduisent à :

$$\sum_{i=1}^{n_c} \int_{\mathbf{D}} R_{ii}(\mathbf{x}, \mathbf{x}) d\mathbf{x} = \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n = E \tag{B.23}$$

Si on prend en considération le fait que les observations u peuvent être des champs de vitesse, alors E devient automatiquement l'énergie turbulente de l'écoulement, d'autant plus que l'intégrale dans l'équation B.23 couvre le domaine D. De ce fait, on peut conclure que chaque λ_n contribue de manière indépendante à la reconstruction de l'énergie. Ce raisonnement peut être développé encore, car on peut réaliser une étude de convergence, afin de trouver le nombre minimum λ_n nécessaire pour la bonne représentation d'un écoulement.

Optimalité de la base POD

L'optimalité de la base de la POD est rapidement démontrée dans cette section. Soit u une fonction telle que $u \in \mathbf{L_2}(D)$. Soit u^* l'approximation de la fonction u. Dans une base orthonormale quelconque $\Psi(\mathbf{x})$:

$$u_i^*(\mathbf{x}) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \Psi_n^i(\mathbf{x}) \tag{B.24}$$

Soit $\Phi_1(\mathbf{x}), \ldots, \Phi_\infty(\mathbf{x})$ un ensemble de fonctions propres orthonormales et $\lambda_1, \ldots, \lambda_\infty$ l'ensemble des valeurs propres associées. On peut également écrire l'approximation de la fonction u dans cette base.

$$u_i^{**}(\mathbf{x}) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \Phi_n^i(\mathbf{x}) \tag{B.25}$$

En se basant sur le lemme qui peut être retrouvé dans le travail de Cordier et Bergmann [34], on peut écrire :
Lemme : *Pour n'importe quelle valeur de N, nous avons le résultat suivant* :

$$\sum_{n=1}^{N} \langle b_n b_n^* \rangle = \sum_{n=1}^{N} \lambda_n \geq \sum_{n=1}^{N} \langle c_n c_n^* \rangle \tag{B.26}$$

De ce fait, la POD est un méthode optimale au sens mathématique, parmi toutes les décompositions linéaires, pour la projection sur le sous-espace des N premières fonctions propres. Autrement dit, pour les N premiers modes propres, on obtient la meilleure approximation.

B.3 Méthode classique vs méthode des snapshots

Cette section décrit les deux méthodes les plus utilisées en pratique : **la méthode classique** et **la méthode des snapshots**.

B.3.1 Produit scalaire

Le produit scalaire est défini dans l'espace d'Hilbert. Soit $\mathbf{L^2}(\Omega)$ l'espace d'Hilbert des fonctions carrées intégrables à valeurs complexes dans Ω. On prend deux fonctions vectorielles $\mathbf{u}, \mathbf{u'}$, qui peuvent par exemple être des composantes de champ de vitesse.

On peut écrire le produit scalaire sur $\mathbf{L^2}(\Omega)$ de la manière suivante :

$$(\mathbf{u}, \mathbf{u}') = \int_\Omega (u_1 u_1' + u_2 u_2' + u_3 u_3') dx \tag{B.27}$$

En plus de ceci, la norme associée est : $(\mathbf{u}, \mathbf{u}') = \|\mathbf{u}\|^2$. L'énergie cinétique de l'écoulement quelconque est bien proportionnelle à $\|\mathbf{u}\|^2$. Par conséquent, l'application de la norme $\mathbf{L^2}$ est un choix naturel dans le monde de la mécanique des fluides et pour la POD.

B.3.2 Méthode classique

La méthode classique est celle qui a été introduite par Lumley [103]. L'opérateur moyen $\langle . \rangle$ est défini comme une moyenne temporelle sur l'ensemble des observations :

$$\langle . \rangle = \frac{1}{T} \int_T dt \tag{B.28}$$

La variable $\mathbf{x} = (x, y, z)$ est définie sur tout le domaine Ω. Le problème aux valeurs propres peut être déduit de l'équation B.19. Il faut remplacer le domaine d'intégration par le domaine Ω, ainsi l'équation devient :

$$\sum_{j=1}^{n_c} \int_{\mathbf{\Omega}} R_{ij}((\mathbf{x}), (\mathbf{x})')(\Phi_n^j)(\mathbf{x})' d\mathbf{x}' = \lambda_n (\Phi_n^i)(\mathbf{x}) \tag{B.29}$$

où $R_{ij}((\mathbf{x}), (\mathbf{x})')$ est le tenseur de corrélation spatiale en deux points :

$$R_{ij}((\mathbf{x}), (\mathbf{x})' = \frac{1}{T} \int_T u_i(\mathbf{x}, t) u_j(\mathbf{x}', t) dt = \sum_{n=1}^{N_{POD}} \lambda_n \Phi_n^i(\mathbf{x}) \Phi_n^j(\mathbf{x}') \tag{B.30}$$

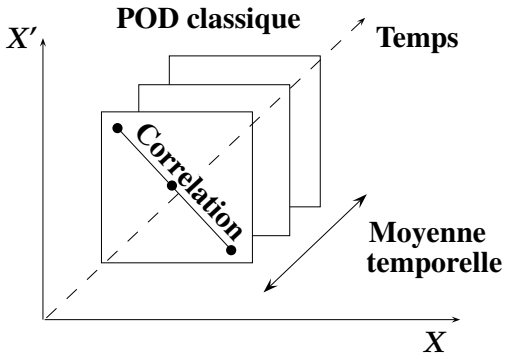


FIGURE B.4 Schéma représentent la méthode POD classique, Lumley [103]

T est une période temporelle suffisamment longue pour que les réalisations $\mathbf{u}(\mathbf{x})$ soient connues. Dans la POD classique, les fonctions propres sont essentiellement spatiales. Dans les cas où l'on considère que les réalisations $\mathbf{u}(\mathbf{x})$ proviennent de données de simulations numériques ou d'un écoulement mesuré avec la PIV (Vélocimetrie par Images de Particules), alors le nombre de points M peut fa-

cilement devenir très important. Dans ce cas, l'application de la méthode classique peut être contraignante, car elle nécessite des algorithmes performants pour traiter le problème numérique de la POD. C'est précisément pour cela qu'il faut traiter un nombre de réalisations suffisant N_t avec $N_t \ll M$. La figure B.4 illustre le principe de la POD classique.

B.3.3 Méthode des snapshots

La méthode des snapshots a été introduite par Sirovich [131]. Cette approche est complètement opposée à la méthode classique de POD. Dans ce cas, l'opérateur moyen $\langle . \rangle$ est défini comme une moyenne spatiale dans le domaine Ω. Les fonctions propres spatiales $\Phi(\mathbf{x})$ peuvent être réécrites comme une combinaison linéaire des réalisations $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t_k)$ (voir équation B.32). Les coefficients $a(t_k)$ pour $k = 1 \dots N_t$ doivent être tels que les fonctions propres spatiales $\Phi(\mathbf{x})$ soient des solutions de l'équation B.29. On peut écrire :

$$\langle . \rangle = \int_{\Omega} dx \tag{B.31}$$

$$\Phi(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^{N_t} a(t_k)\mathbf{u}(\mathbf{x}, t_k) \tag{B.32}$$

Cordier et Bergmann [33] formulent le développement mathématique du problème aux valeurs propres de la manière suivante :

$$\int_T C(t,t')a_n(t')dt' = \lambda_n a_n(t) \tag{B.33}$$

$C(t,t')$ est le tenseur des corrélations temporelles qui a la forme suivante :

$$\int_T C(t,t') = \frac{1}{T}\int_{\Omega} u_i(\mathbf{x},t)u_i'(\mathbf{x},t')dx = \frac{1}{T}\sum_{n=1}^{N_{POD}} a_n(t)a_n^*(t') \tag{B.34}$$

Les caractéristiques principales de la méthode des snapshots POD peuvent être résumées de la manière suivante :

- Les fonctions propres Φ ne dépendent que du temps.
- Il n'est pas nécessaire de retenir l'hypothèse d'homogénéité pour diminuer la taille du problème aux valeurs propres. Les réalisations $\mathbf{u}$ sont linéairement indépendantes.

La taille du problème aux valeurs propres est égale à N_t. Ceci permet de réduire

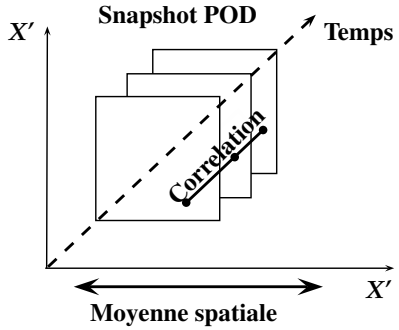


FIGURE B.5 Schéma représentent la méthode POD snapshots, Lumley [103]

considérablement le temps de calcul de POD, sachant que $M \gg N_t$.

Caractéristiques communes

Toutes les fonctions propres Φ (spatiales ou temporelles) disposent de caractéristiques communes. Elles peuvent être résumées comme suit :

- Chaque réalisation $\mathbf{u}(\mathbf{x},t)$ peut être décomposée sur la base des fonctions orthogonales $\Phi_n^i(\mathbf{x})$ qui vérifient la formule suivante avec des coefficients $a_n(t)$ non corrélés :

$$\mathbf{u_i}(\mathbf{x},t) = \sum_{n=1}^{N_{POD}} a_n(t)\Phi_n^i(x) \tag{B.35}$$

- Toutes les fonction propres spatiales $\Phi_n(\mathbf{x})$ forment une base orthonormale :

$$\int_\Omega \Phi_n(\mathbf{x})\Phi_k(\mathbf{x})dx = \delta_{nk} \tag{B.36}$$

- Tous les modes propres temporels forment une famille orthogonale :

$$\frac{1}{T}\int_T a_n(t)a_k^*(t)dt = \lambda_n^i\delta_{nk} \tag{B.37}$$

Annexe C

Publications

Sommaire

C.1 SHF SimHydro 2014, Nice, France 167

C.2 ASME International Mechanical Engineering Congres and Exhibition 2014, Montreal, Canada 185

C.3 Conference on Mathematical Modelling of Fluid Systems 2014, Filton, Angleterre 196

C.4 Journées SHF : Machines Hydrauliques et Cavitation 2015, Nantes, France 211

C.5 Congres Français de la Mécanique 2015, Lyon, France . . 213

C.6 Experimental Thermal and Fluid Science 219

C.7 9th Intenational Symposium on Cavitation 2015, Lausanne, Suisse 231

C.8 Physics of Fluids 236

Les publications sont listées selon leur ordre chronologique d'apparition, ce qui permet de se rendre compte des étapes de réalisation de ces travaux de thèse.

L'acte de congrès préparée pour la conférence **SimHydro** 2014 a été également selectionné de l'ouvrage **Advances in Hydroinformatics - Modeling and Simulation of Fast Hydraulic Transients**, Springer-Verlag 2015.

La conférence organisée par la **Société Hydrotechnique de France - Machines Hydrauliques et Cavitation**, nécessitait l'envoi d'un abstract.

Un abstract étendu a été envoyé au **Congres Français de Mécanique** 2015.

Une partie des travaux expérimentaux a été publiée dans le journal **Experimental Thermal and Fluid Science**.

L'acte envoyé au 9th **International Symposium on Cavitation** à Lausanne, Suisse a été publié dans le journal "open source" **Journal of Physics : Conference Series**.

Enfin, un article de synthèse a été soumis au journal **Physics of Fluids**.

C.1 SHF SimHydro 2014, Nice, France

L'article présenté est celui figurant dans l'ouvrage **Advances in Hydroinformatics - Modeling and Simulation of Fast Hydraulic Transients**, Springer-Verlag 2015. Il a mis en évidence la nécessité de la prise en compte des forces hydrodynamiques et la rétro-action dans l'écoulement cavitant aéré.

Numerical Modeling of Aerated Cavitation Using Compressible Homogeneous Equilibrium Model

Petar Tomov, Sofiane Khelladi, Christophe Sarraf and Farid Bakir

1 Introduction

The numerical modeling of cavitation phenomena is a challenging task taking into account the various aspects of physics modeling and the development of robust numerical approach. In the case of the cavitating flows, a high amount of different flow regimes coexist simultaneously. Moreover, coupling aeration in a cavitating flow is a recent technique to control the overall effect of the cavitation over the zone of interest [12, 28]. The aeration process is done by injecting spherical air bubbles into the fluid flow. Such type of flows is defined by large variations of the local Mach number, compressibility, and thermodynamical changes as a result of the phase change phenomena [4]. In addition to this, the turbulence modeling plays an important role in the unsteady flow behavior. [2, 14] studied such kind of a flow behavior in a venturi flow using a barotropic cavitation model. In the present paper, the differential equation system is composed of the Navier-Stokes equations, implemented with the Homogeneous Mixture Model [24]. The model takes into consideration the re-entrant jet at the cavity closure region. The same re-entrant liquid travels upstream on the surface of the venturi and "cuts" the vapor cloud. That latter process is repeated several times which results in a periodic vapor

P. Tomov (✉) · S. Khelladi · C. Sarraf · F. Bakir
DynFluid Laboratory, École Nationale Supérieure des Arts et Métiers,
151, Boulevard de l'Hôpital, 75013 Paris, France
e-mail: Petar.TOMOV@ensam.eu

S. Khelladi
e-mail: Sofiane.KHELLADI@ensam.eu

C. Sarraf
e-mail: Christophe.SARRAF@ensam.eu

F. Bakir
e-mail: Farid.BAKIR@ensam.eu

© Springer Science+Business Media Singapore 2016

P. Gourbesville et al. (eds.), *Advances in Hydroinformatics*,
Springer Water, DOI 10.1007/978-981-287-615-7_36

shading. In the present work, an iLES was used to investigate the cavitation process and the interaction with injected air bubbles. The aim of the paper is to not only to present the aerated cavitating behavior of a flow in a venturi duct but also the contact handling algorithm behind the simulations. For the sake of the paper, a 2D venturi type duct has been used with the symmetrical $18^\circ - 8^\circ$ convergent/divergent angles, respectively, on the top and bottom walls.

2 Numerical Code

2.1 Homogeneous Mixture Model

The Navier–Stokes equations are coupled with the Homogeneous Mixture Model which was developed initially by [26]. The latter model accounts for the momentum, mass, and energy equations in the case of the homogeneous mixture flow. The liquid and vapor phases are separately described by equations of state in order to preserve the hyperbolicity of the system. In such a way, the each of the two phases keeps their proper thermodynamic behavior [16]. In the cavitation zone, the conservation equations lose their hyperbolic character and become elliptic. The use of this model suppose the presence of thermodynamic equilibrium at each point of the numerical domain, therefore the vapor phase pressure is considered as constant and is equal to the saturation vapor pressure. The model does not take into account the relative motion between the phases i.e., the slip velocity is equal to zero. The vapor volume fraction is defined by

$$\alpha = \frac{\rho - \rho_{l,sat}(T)}{\rho_{v,sat}(T) - \rho_{l,sat}(T)}, \tag{1}$$

where $\rho_{v,sat}(T), \rho_{l,sat}(T)$ are the saturation densities for the vapor, liquid state, respectively. For the Homogeneous Mixture Model the conservation equations are written as it follows:

Mass conservation:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_i}{\partial x_i} = 0, \tag{2}$$

where U is the velocity since the slip velocity is zero, and ρ is the density for the mixture defined as it follows:

$$\rho = \sum \rho_K \alpha_K. \tag{3}$$

The Momentum Conservation:

$$\frac{\partial \rho U_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho u_i u_j\right) = -\frac{\partial P}{\partial x_i}, \tag{4}$$

where P is the pressure defined in a similar manner as the density for the mixture phase:

$$p = \sum p_K \alpha_K. \tag{5}$$

The Conservation of Energy:

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho E u_i) = -\frac{\partial P U_i}{\partial x_i}. \tag{6}$$

The specific energy of the mixture phase is defined as follows:

$$\rho e = \sum \rho_K \alpha_K e_K. \tag{7}$$

In all the formulas (3)–(7), k is the phase (liquid, gas or mixture).

2.2 Vapor Phase

As we have mentioned previously in the beginning of the paper, the vapor phase is described by its own equations of state, in order to prevent the loss of hyperbolicity. The code uses the equation of state of a perfect gas.

$$p_v = (\gamma - 1)(\rho_v e_v). \tag{8}$$

The temperature equation is written in terms of the latent heat of vaporization L_v for a $T = T_0 = 273.15\,\mathrm{K}$ as it follows:

$$T_v = \frac{e - e_{l0} - L_v(T_0)}{C_v} + T_0. \tag{9}$$

The Sutherland law [31] is used for the dynamic viscosity formulation.

$$\mu_v = \mu_{ref}\left(\frac{T}{T_{ref}}\right)^{3/2}\frac{T_{ref} + s}{T + s}, \tag{10}$$

where T_{ref}, μ_{ref} are the reference temperature and the viscosity at the given temperature, respectively. s is Sutherland's temperature for air $= 110.56\,\mathrm{K}$. The speed of sound is given perfect gas law formulation.

$$c_v^2 = \frac{\gamma p}{\rho} = \gamma r T. \tag{11}$$

2.3 Liquid Phase

The liquid phase equation of state is the modified Tait equation [26] written as follows:

$$p = K_o \left[\left(\frac{\rho}{\rho_{sat}(T)} \right)^N - 1 \right] + p_{sat}, \tag{12}$$

where K_0 and N are constants depending on the fluid and $\rho_{v,sat}(T), \rho_{l,sat}(T)$ are the saturation densities for the liquid. The Tait equation considers the pure state liquid as a saturated component in the multiphase flow. Further, [26] proposed a simplified formulation for the case of a water:

$$e(T) = c_v \left(T - T_{ref} \right) + e_0. \tag{13}$$

The previous equation gives the temperature dependence as

$$T = \frac{e - e_{lo}}{c_l} + T_0. \tag{14}$$

The liquid viscosity is given by the Vogel's equation:

$$\mu_l = e^{\left(A + \frac{B}{C+T} \right)}, \tag{15}$$

where A, B, and C are the empirical parameters. In the case of water they are as follows:

$$A = -3.7188, \quad B = 578.919, \quad C = -137.546. \tag{16}$$

The speed of sound for the liquid water is calculated as follows [5]:

$$c_l^2 = \frac{N(p - p_{sat}(T) + K_0)}{\rho} + \frac{p}{\rho^2 C_l(T)} \left(\frac{\partial p_{sat}(T)}{\partial T} - \frac{N(p - p_{sat}(T) + K_0)}{\rho_{sat}(T)} \frac{\partial \rho_{sat}(T)}{\partial T} \right). \tag{17}$$

2.4 Mixture Phase

The mixture phase considers the presence of both phases at thermodynamical equilibrium. The mixture phase pressure is equal to the saturation pressure.

$$p_l = p_v = p_{sat}(T) = p, \tag{18}$$

$$T_l = T_v. \tag{19}$$

The mixture dynamic viscosity is a function of the liquid and vapor viscosities of the two phases:

$$\mu_m = \alpha\mu_v + (1-\alpha)\mu_l. \tag{20}$$

The thermodynamic equilibrium of the homogeneous model allows the use of the Wallis relation [15] for the calculation of the speed of sound in the Liquid-Vapor mixture.

$$\frac{1}{\rho c_m} = \frac{\alpha}{\rho_{v,sat}(T)c_v^2} + \frac{1-\alpha}{\rho_{l,sat}(T)c_l^2}. \tag{21}$$

3 Finite Volume Approach

The numerical procedure of a Moving Least Squares (MLS) method is applied in order to compute the order of derivation in a Finite Volume (FV) framework [24]. A Taylor expansion series of variables have been used in the interior of each cell for the computations of the higher order of accuracy. The approximation of the higher order derivatives has been made possible by a MLS approach further described in the next subsection.

3.1 Moving Least Squares Reproducing Method

A variable $U(\cdot, X)$ can be written in Taylor expansion series:

$$U(\cdot, X) = \sum_{\alpha=0}^{+\infty}\sum_{\beta=0}^{\alpha}\frac{1}{\beta!(\alpha-\beta)!}(X-X_I)^{\alpha-\beta}(Y-Y_I)^{\beta}\left(\frac{\partial^{\alpha}U}{\partial X^{(\alpha-\beta)}\partial Y^{\beta}}\right)(\cdot, X_I). \tag{22}$$

The FV-MLS method is a point-wise method which calculates the values of the conserved variables in the cell centers. Let $\Phi(x)$ be a function which is approximated using MLS, then $\Phi(x)$ can be written as

$$\Phi(X) \approx \hat{\Phi}(X) = \sum_{i=1}^{m} P_i(X)\alpha_i(z)]_{z=x} = P^T(X)\alpha_i(z)]_{z=x} = N^T(X)\Phi_{\Omega_x}, \tag{23}$$

where $P^T(X)$ is a m dimensional functional basis, $N^T(X)$ is MLS shape vector and Ω_x is the support with the grid nodes. $\alpha_i(z)$ is the set of parameters as a result of the weighted least-square fitting of $\Phi(X)$ done in such a way that the following expression of the error has a minimum value.

$$J\big(\alpha(z)]_{z=x}\big) = \int W(z-y,h)]_{z=x}\big[\Phi(y) - P^T(y)\alpha(z)_{z=x}\big]^2 \mathrm{d}\Omega_x. \tag{24}$$

In order to implement the MLS approach, we have to define a number of neighboring points of each node. In this paper, a kernel function is used for the definition of the shape function. The following exponential formula has been used:

$$W(x,x^*,k_x) = \frac{e^{-\left(\frac{s}{c}\right)^2} - e^{-\left(\frac{d_m}{c}\right)^2}}{1 - e^{-\left(\frac{d_m}{c}\right)^2}}, \tag{25}$$

where $s = |x - x^*|$ and $d_m = 2\max(|x - x^*|)$, $c = \frac{d_m}{k_x}$ and x^* is the position of the cell center point of calculation, x is the position of any cell center point and k_x is the shape parameter. The 2D kernel is a multiplication of the two 1D kernel functions. The construction of a stencil is of crucial importance for the behavior of the numerical simulation over unstructured grids. For further and more profound description of the FV-MLS method, the reader is referred to read [7, 10]. Since cavitation is a very rapidly taking place phenomenon, our numerical approach needs to deal with shocks and strong gradients. For this reason, a slope limiters [3, 32] are coupled with the FV-MLS detector gradient [23].

3.2 Riemann Problem

In cavitating flows, one can find a large specter of different flow regimes. If in the liquid and vapor pure phases the flow is subsonic, it is not the case in the mixture phase. Very often, the speed of sound can be found varying by a factor of 100 which makes the numerical procedure quite delicate and it should be handled with care. In order to deal with that kind of a strong gradient at the grid interfaces, the code makes use of a Riemann solver. The latter is based on the modified low dissipative solver—SLAU [29]. One can find more details about its properties [18, 19, 20].

3.3 Time Stepping Mechanism

The time stepping numerical scheme used here is the second-order "leap-frog" algorithm [30].

3.4 Geometry and Boundary Conditions

The computational domain is a 2D venturi type duct with the symmetrical $18° - 8°$ convergent/divergent angles, respectively, on the top and bottom walls. The ratio of the inlet and nozzle sections is equal to 3. The total length of the duct is 45 cm. The boundary conditions on the top and bottom walls are set as a "wall." The velocity at the inlet is equal to 3 m/s and the pressure at the outlet is equal to 60 kPa. This implies the cavitation number σ to be equal to 5.5 defined as in [9].

Since one can observe shock waves as a result from the bubbles implosions/explosions, the code needs absorbing (non-reflecting)-type boundary conditions at the inlet and outlet of the computational domain. Constructing such kind of boundary conditions is a pretty delicate task due to the high sensitivity of the accuracy to the small spurious wave reflex ions at far field boundaries. The latter implementation means that the entire energy is dissipated at the boundaries. One is referred to [27] for further reading of the non-reflecting set of boundary conditions and their set-up.

4 Bubble Injection Approach and Contact Handling Procedure

In the present section, we expose the bubble injection approach and the contact handling technique between the bubbles. Each bubble is treated individually and the Navier–Stokes equations are solved for the moving fluid domain.

4.1 Contact Handling Procedure

The contact handling algorithm is based on the projection of the velocity field of the injected bubbles over the velocity field of the fluid flow. This is done in such a manner that at each time step the gradient of the distance between every two bubbles is kept non-negative as a guarantee of the non-overlapping. The latter numerical procedure is based on the work of Maury and Lefebvre [17, 22]. The collisions between the bubbles are considered as inelastic. The method consists of imposing a constraint on the velocity field of the bubbles. This imposition

guarantees that at each time step the calculated bubble velocity field belongs to an eligible velocity field of the fluid. The latter will be described further in the paper. Then, the position of a bubble's centers at each time step can be written as follows:

$$\boldsymbol{X}^{n+1} = \boldsymbol{X}^n + \Delta t \boldsymbol{V}^n. \tag{26}$$

The computation of the translation and angular velocities of the bubbles:

$$\boldsymbol{V}_i^n = \frac{\int \rho_i \boldsymbol{u}^n}{\int \rho_i} \quad \text{And} \quad \boldsymbol{W}_i^n = \frac{\int \rho_i \boldsymbol{u}^n (\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_i)^T}{\int \rho_i |\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_i^2|}. \tag{27}$$

The last step of the algorithm procedure consists of updating the position of the bubbles:

$$\theta_i^{n+1} = \theta_i^n + \theta t W_i^n, \tag{28}$$

where θ_i^{n+1} is the angle of rotation. Equation (26) may lead to a non-acceptable numerical overlapping. From a numerical point of view, it means that the particles may overlap when their positions are updated after the velocity field computation. In order to deal with it and to be sure of the non-overlapping of the bubbles, a velocity projection in the acceptable velocity filed has been done. The velocity projection procedure is presented hereafter. Let $K(\boldsymbol{X}^n)$ be the velocity field defined as

$$K(\boldsymbol{X}^n) = \left\{ V \in R^{2N}, D_{ij}(\boldsymbol{X}^n) + \Delta t G_{ij}(\boldsymbol{X}^n). \quad V \geq 0, \forall i < j \right\}, \tag{29}$$

where $D_{ij}(\boldsymbol{X}^n)$ is the distance between every two bubbles. It is defined in the following manner:

$$D_{ij}(\boldsymbol{X}^n) = x_i^n - x_j^n - (R_i - R_j), \tag{30}$$

where R_i, R_j are the radii of the particles i and j, respectively. In Eq. (29), $G_{ij}(\boldsymbol{X}^n)$ is the gradient of the distance $D_{ij}(\boldsymbol{X}^n)$ and is written as follows:

$$G_{ij}(\boldsymbol{X}^n) = \nabla D_{ij}(\boldsymbol{X}^n) = (\ldots, 0, -e_{ij}^n, 0, \ldots, 0, e_{ij}^n, 0, \ldots), \tag{31}$$

where e_{ij}^n is the normal vector:

$$e_{ij}^n = \frac{x_i^n - x_j^n}{x_i^n - x_j^n}. \tag{32}$$

For further clarity, the exposed calculation procedure is visualized on Fig. 1:

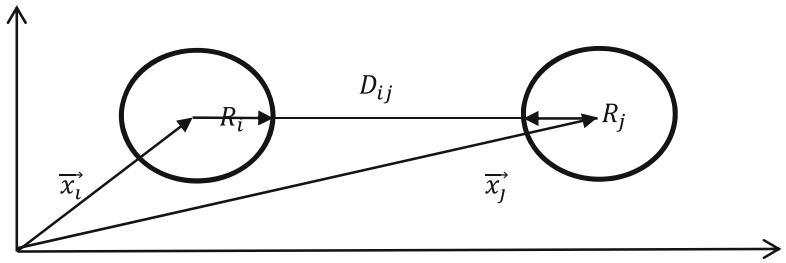


Fig. 1 Sketch diagram of the distance between two bubbles in the reference frame

In order to avoid overlapping, the following splitting procedure is proposed:

- First, we solve the variation problem without taking into account the possible overlapping of the particles
- Second, we compute the projection of this a priori velocity onto the set of admissible velocities defined by Eq. (29). The constrained problem is formulated as a saddle-point problem, by using the introduction of Lagrange multipliers.

The number of Lagrange multipliers corresponds to the probable number of shocks between the bubbles. For instance, if there is no contact between two bubbles, then $\Lambda_{ij} = 0$ and the multiplier is not activated. On the contrary, if there is a contact between the bubbles, then $\Lambda_{ij} > 0$ and the corresponding auxiliary field allows the velocity field to satisfy the non-overlapping constraint. The approximate reaction fields $\Lambda^n = \Lambda_{ij}^n$ are the dual component of a solution to the associated saddle-point problem. The interest of this procedure relies in the fact that one can use any suitable iterative solver. In our case, an Uzawa algorithm has been used.

As a result of the latter decomposition procedure, the algorithm procedure of paragraph 4.1 is updated as it follows.

- Computation of the *admissible translation velocities* by projection of the a priori translation velocities onto the set of *admissible translational velocities.*

$$V^n = argmin(\left|\boldsymbol{V} - \widehat{\boldsymbol{V}^n}\right|, \boldsymbol{V} \in K(\boldsymbol{X}^n)). \tag{33}$$

4.2 Bubble Inlet Injection

All the bubbles are initially injected using a Gaussian function. Their quantity can vary and can be adapted in respect with the necessities of the simulation. Since the duct is placed horizontally we impose only one directional velocity component. The bubbles' diameters range from 0.1 to 1 mm. For the sake of the simulation, we have

introduced 1500 bubbles, 3 bubbles per time step. As soon as all the bubbles are injected, the particles velocities are projected over the flow field velocity space. One should have enough particles in order to properly represent the dynamics of the fluid flow.

4.3 Drag, Lift, and Buoyancy Forces

The drag and lift forces are implicitly taken into account in the projected velocity space. The bubble *Reynolds number* (Re_b) is based on the admissible translation bubble velocity V_i^n and the diameter d_b.

The flow regimes described in terms of the Re_b is as follows: Stoke's flow for $Re_b \ll 1$, intermediate regime $1 < Re_b < 1000$, and fully developed turbulent flow for higher Re_b. In a fully turbulent regime, the drag coefficient (C_d) is independent of the bubble velocity and Reynolds number [25] and a good approximation equals $C_d \cong 0.44$. In our case, the Re_b is equal to 1000. For further bubble drag coefficient correlations readings, one is kindly referred to [6, 8, 11,13].

Some expressions have been obtained for the lift force in the limits of high and low Re_b. In the upper limit, [1] found that the lift coefficient is independent of the Reynolds number and is equal to $\frac{1}{2}$. In the case of a $Re_b \in [0.1;500]$, the lift coefficient can be expressed as a function of the shear rate and the Reynolds number [21]. The latter authors have considered some transient effects of the lift force. They have showed analytically that just after the introduction of the bubble in the flow, the lift coefficient equals to $\frac{3}{4}$ for any Re_b. It is interesting to note that in a 3D high Re_b case, the lift force reaches its steady value after the vorticity is advected past the bubble. In our 2D case, the lift force will immediately reach its constant value due to the lack of a vortex stretching.

The buoyancy force is not taken into account in this initial development of our numerical approach. Nevertheless, it takes part of its future expansion. Buoyancy force will play a major role in the physics behind the interactions of the injected bubbles. One can think of a preferred side of cavitation development since air bubbles will tend to go towards the upper wall due to buoyancy effects.

5 Results and Discussions

There are two purposes of the present paper. The first one is to show the cavitation phenomena in a symmetrical venturi duct. The second and main purpose of the paper is to display numerically the existence of trapped bubbles on either side of the divergent part of the venturi, as a result oft of the influence of the re-entrant jet which normally can be seen at the closure of the cavitation zone. In parallel with the main idea of the work, the authors tried to reveal the interaction between the

cavitation zones and the bubbles passing through them. In each one of the figures shown below, the corresponding iso-lines are presented, in order to facilitate the reading and distinguish easily the corresponding color zones.

5.1 Mesh

The mesh used for the simulation is a structured symmetrical mesh having 33,000 elements and 33,611 grid nodes, which gives a time step of 10^{-8} s.

5.2 Evolution of the Vapor Fraction and Velocity Vector Space During Cavitation

Hereafter, we show the development of the cavitation zones on the top and bottom sides of the venturi as well as the velocity vector field. The latter reveals the existence of recirculation zones at the closure of the vapor pockets and their diffusion by the fluid flow.

As can be seen from the images on Fig. 2, in the beginning, the growth of the vapor phase profile is symmetrical in respect to the x-axis, which is not the case at

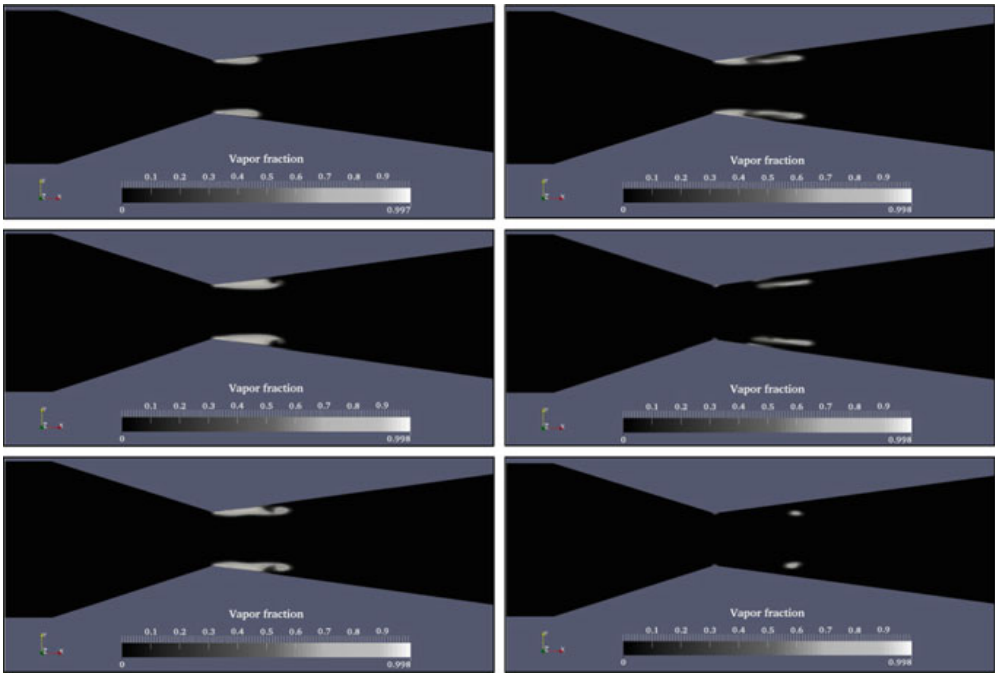


Fig. 2 Evolution of the vapor fraction

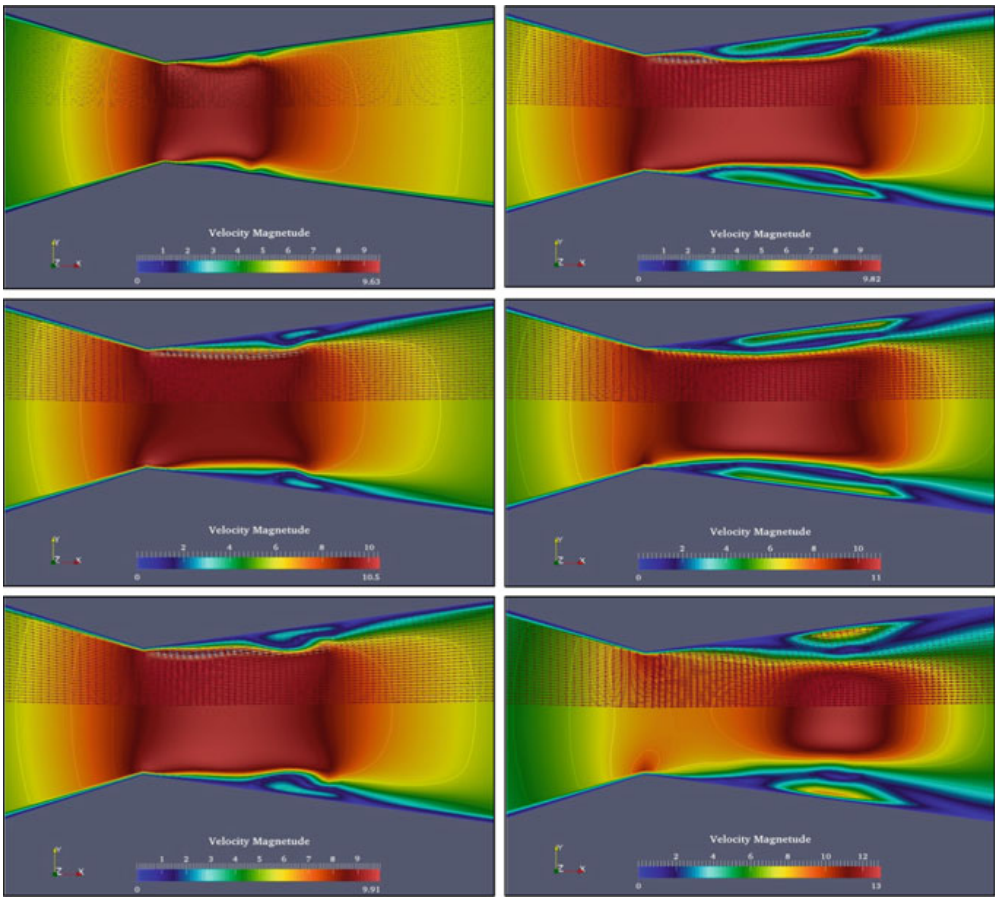


Fig. 3 Evolution of the velocity vectors

the end of the simulation. This is due to the instabilities formed at the divergent part of the tube. One can see the expansion of the vapor zone as well as the beginning of the forming of the re-entrant jet which continuously moves upwards the venturi profile until a pocket detachment is observed. Then, the reader can see that at the throat of the venturi, a very small amount of vapor is present, while the rest is being diffused by the fluid flow, forming two non-symmetrical vapor zones. What is left on the throat will give the beginning of a new cavitating region (Fig. 3).

5.3 Pressure Field

Hereafter, we present the pressure field at the two instances corresponding at each first and last of the above pictures at the vapor fraction and the velocity fields. We can clearly see the cavitation inception in the throat and the corresponding low pressure region and the position of the two detached vapor bubbles.

5.4 Aerated Cavitation Results

In the current paragraph, we present the results obtained once the bubble injection is done and the cavitation results are available. The injection position is of capital importance, in order to properly represent the dynamics of the fluid flow. What the authors have tried in the beginning is to introduce the bubbles at a section belonging to the divergent part of the duct. This is extremely important in two ways. The first one is that the bubbles are able to properly follow the fluid velocity and the second is that some computational time has been saved. The bubble boundary conditions are set that all the exiting particles are reinjected at the inlet which is in the convergent zone of the venturi duct. Once we have reached the maximum number of bubbles inside the fluid flow, the injection algorithm stops and the projecting velocity takes place. Since the time step of for the cavitation simulation is set to 10^{-8} s. We dispose with saved files every thousand iterations, the bubble time step is equal to 10^{-5} s.

First, we present the moment when the all the bubbles are randomly spread, just before the initialization of the interaction with the cavitation data. One can clearly see that the velocities at the walls are close to zero, which is in agreement with the velocity field shown on Fig. 4. Furthermore, one can see that the spread of the bubbles is very randomly and the identity can be clearly disguised. In blue can be seen those particles which are injected first and on blue the first ones. After 500 computational iterations, one can see the isotropic bubble dispersion. The authors were not interested in the evolution of the particles over the entire flow domain, due to the necessity of computational time and the lack of obvious cavitation after the divergent part of the duct (Fig. 5).

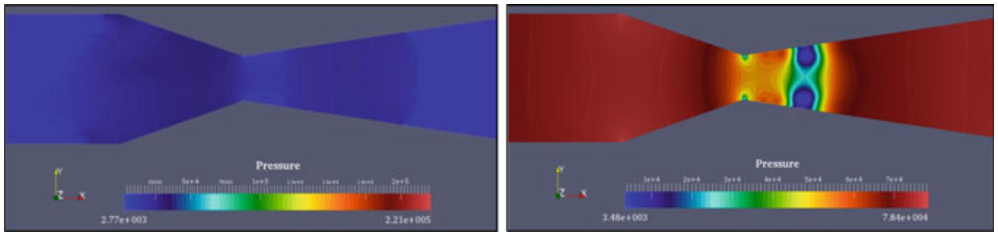


Fig. 4 Pressure field at initial and final stages

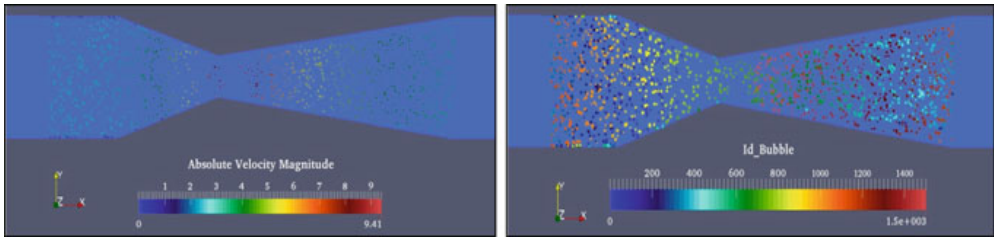


Fig. 5 Particle dispersion according to order of injection and velocity field

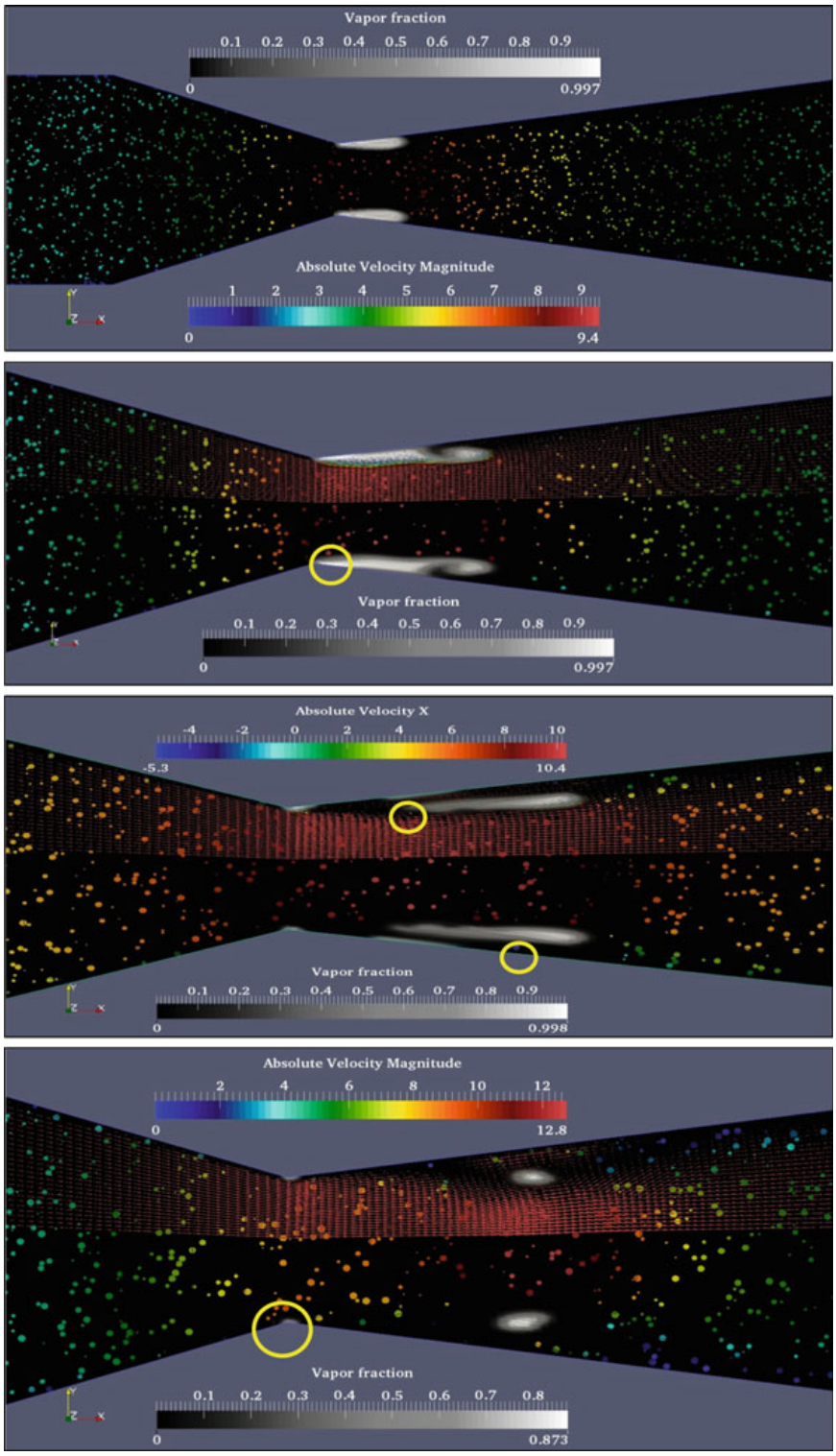


Fig. 6 Bubble–cavitation interactions

Second, we show the one-way aeration-cavitation coupling. Only four moments of the simulation have been chosen in order not to exceed the paper imposed length.

From the images of Fig. 6, the existence of certain particles (yellow circles) which follow the dynamics of the re-entrant jet can be clearly distinguished; hence their behavior in the recirculation zone cannot be neglected anymore. They will certainly influence the dynamics of the fluid flow and vice versa.

Another key finding is that certain bubbles actually touch the upper layer limit of both cavitating zones. It would be interesting to see whether those bubble particles can influence the vapor pocket shape as well as its thermodynamic behavior.

Furthermore, the injected gas is air which differs from the water vapor. The mixture of both may influence the sound velocity, which changes rapidly in the wake of cavitation zone. As a result, one should investigate the vapor boundary where the transformation from gas to liquid and vice versa takes place, since some passing bubble having different physics, might be able to change the cavitation separation frequency.

Lastly, we should further investigate the impact of particles on the cavitation inception on the venturi throat. Since we clearly see that some of the bubbles are flowing through the cavitation zone, the presented numerical model should take into account the interactions between the vapor-air phases and vapor-air-liquid.

Logically, the work done leads to the conclusion that this is a promising modeling method which should be further expanded. This implies the use of a penalization method with the homogeneous mixture model, which is a challenge on its own.

6 Future Development of the Code

The future works regarding the finite volume moving least squares (FV-MLS) in-house code is its extension into three-dimensional spaces. Indeed, the first 3D version is already under development. The two-way coupling between cavitation and aeration is considered as a major task at the later time add-on of the code. Other possible major development can be the shift into fluids which is different than water and air as a liquid and gas phase, respectively.

References

1. Auton, T. R. (1987). The lift force on a spherical body in a rotational flow. *Journal of Fluid Mechanics, 183*, 199–218.
2. Barre, S., Rolland, J., Boitel, G., Goncalves, E., & Patella, R. F. (2009). Experiments and modeling of cavitating flows in venturi: attached sheet cavitation. *European Journal of Mechanics—B/Fluids, 28*(3), 444–464. doi:10.1016/j.euromechflu.2008.09.001.

3. Barth, T., & Jespersen, D. (1989). The design and application of upwind schemes on unstructured meshes. *27th Aerospace Sciences Meeting*. American Institute of Aeronautics and Astronautics. doi:10.2514/6.1989-366.
4. Bergerat, L., Khelladi, S., & Bakir, F. (2012). Cavitation modeling of thermosensitive fluids using compressible phases approach. *Proceedings of the 8th International Symposium on Cavitation, Cav2012, no. 185*, pp. 1–6.
5. Brennen, C. (2005). Fundamentals of multiphase flow.
6. Brown, P., & Lawler, D. (2003). Sphere drag and settling velocity revisited. *Journal of Environmental Engineering, 129*(3), 222–231. doi:10.1061/(ASCE)0733-9372s.
7. Chenoweth, S. K. M., Soria, J., & Ooi, A. (2009). A singularity-avoiding moving least squares scheme for two-dimensional unstructured meshes. *Journal of Computational Physics, 228*(15), 5592–5619. doi:10.1016/j.jcp.2009.04.036.
8. Clift, R. (2005). *Bubbles, drops, and particles*. Mineola: Dover Publications.
9. Coutier-Delgosha, O. (2005). Test case number 30: Unsteady cavitation in a Venturi type section (PN), (30), pp. 1–11.
10. Cueto-Felgueroso, L., Colominas, I., Nogueira, X., Navarrina, F., & Casteleiro, M. (2007). Finite volume solvers and Moving Least-Squares approximations for the compressible Navier-Stokes equations on unstructured grids. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 196*(45–48), 4712–4736. doi:10.1016/j.cma.2007.06.003.
11. Dijkhuizen, W., van Sint Annaland, M., & Kuipers, J. (2010). Numerical and experimental investigation of the lift force on single bubbles. *Chemical Engineering Science, 65*(3), 1274–1287. doi:10.1016/j.ces.2009.09.084.
12. Dong, Z., & Su, P. (2006). Cavitation control by aeration and its compressible characteristics. *Journal of Hydrodynamics, Series B, 18*(4), 499–504. doi:10.1016/S1001-6058(06)60126-1.
13. Flemmer, R. L. C., & Banks, C. L. (1986). On the drag coefficient of a sphere. *Powder Technology, 48*(3), 217–221. doi:10.1016/0032-5910(86)80044-4.
14. Goncalves, E., Decaix, J., & Patella, R. F. (2010). Unsteady simulation of cavitating flows in Venturi. *Journal of Hydrodynamics, Series B, 22*(5), 753–758. doi:10.1016/S1001-6058(10)60026-1.
15. Graham B. W. (1969). *One dimensional two phase flow*. New York: McGraw-Hill.
16. Le Métayer, O., Massoni, J., & Saurel, R. (2004). Elaboration des Lois d'Etat d'un liquide et de sa vapeur pour les modèles d'ecoulements diphasiques. *International Journal of Thermal Sciences, 43*(3), 265–276. doi:10.1016/j.ijthermalsci.2003.09.002.
17. Lefebvre, A., & Lefebvre-Lepot, A. (2007). Modélisation numérique d'écoulements fluide/particules.
18. Liou, M. (1993). On a new class of flux splittings. *Thirteenth International Conference on Numerical, 1*, 115–119.
19. Liou, M.-S. (1996). A sequel to AUSM: AUSM+. *Journal of Computational Physics, 129*(2), 364–382. doi:10.1006/jcph.1996.0256.
20. Liou, M.-S. (2006). A sequel to AUSM, Part II: AUSM + -up for all speeds. *Journal of Computational Physics, 214*(1), 137–170. doi:10.1016/j.jcp.2005.09.020.
21. Magnaudet, J., & Legendre, D. (1998). Some aspects of the lift force on a spherical bubble. *Fascination of Fluid Dynamics* (pp. 441–461).
22. Maury, B. (2006). A time-stepping scheme for inelastic collisions. *Numerische Mathematik, 102*(4), 649–679. doi:10.1007/s00211-005-0666-6.
23. Nogueira, X., Cueto-Felgueroso, L., Colominas, I., Navarrina, F., & Casteleiro, M. (2010). A new shock-capturing technique based on Moving Least Squares for higher-order numerical schemes on unstructured grids. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 199*(37), 2544–2558.
24. Nogueira, X., Khelladit, S., Cueto-Felgueroso, L., Bakirt, F., Colominas, I., & Gómez, H. (2010). Implicit large-Eddy simulation with a moving least squares-based finite volume method. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 10*, 012235. doi:10.1088/1757-899X/10/1/012235.
25. Peker, S., & Helvaci, S. (2011). *Solid-liquid two phase flow*. London: Elsevier Science.

26. Saurel, R., Cocchi, J., & Butler, P. (1999). Numerical study of cavitation in the wake of a hypervelocity underwater projectile. *Journal of Propulsion and Power*, *15*(4), 513–522.
27. Schnerr, G. H., Sezal, I. H., & Schmidt, S. J. (2008). Numerical investigation of three-dimensional cloud cavitation with special emphasis on collapse induced shock dynamics. *Physics of Fluids, 20*(4), 040703. doi:10.1063/1.2911039.
28. Shamsborhan, H., Coutier-Delgosha, O., Caignaert, G., & Abdel Nour, F. (2010). Experimental determination of the speed of sound in cavitating flows. *Experiments in Fluids, 49*(6), 1359–1373. doi:10.1007/s00348-010-0880-6.
29. Shima, E., & Kitamura, K. (2009). On new simple low-dissipation scheme of AUSM-family for all speeds. *AIAA Paper*, (January), pp. 1–15.
30. Skeel, R. (1993). Variable step size destabilizes the Störmer/leapfrog/Verlet method. *BIT Numerical Mathematics*, *33*(September 1992).
31. Sutherland, W. (1893). LII. The viscosity of gases and molecular force. *Philosophical Magazine Series 5*, *36*(223), 507–531. doi:10.1080/14786449308620508.
32. Venkatakrishnan, V. (1993). On the accuracy of limiters and convergence to steady state solutions. *31st Aerospace Sciences Meeting*. American Institute of Aeronautics and Astronautics. doi:10.2514/6.1993-880.

C.2 ASME International Mechanical Engineering Congres and Exhibition 2014, Montreal, Canada

Ce papier présente l'intégration et les premiers résultats de la cavitation aérée tenant compte des forces hydrodynamiques.

Proceedings of the ASME 2014 International Mechanical Engineering Congress & Exposition
IMECE2014

November 8-13, 2014, Montreal, Quebec, Canada

IMECE2014-39844

NUMERICAL MODELING OF AERATED CAVITATION USING A PENALIZATION APPROACH FOR AIR BUBBLE MODELING COUPLED TO HOMOGENEOUS EQUILIBRIUM MODEL

Petar TOMOV*
*Dyn*Fluid Laboratory
Arts et Métiers ParisTech
75013 Paris, France
Email: Petar.TOMOV@ensam.eu

Sofiane KHELLADI
*Dyn*Fluid Laboratory
Arts et Métiers ParisTech
75013 Paris, France
Email: Sofiane.KHELLADI@ensam.eu

Christophe SARRAF
*Dyn*Fluid Laboratory
Arts et Métiers ParisTech
75013 Paris, France
Email: Christophe.SARRAF@ensam.eu

Farid BAKIR
*Dyn*Fluid Laboratory
Arts et Métiers ParisTech
75013 Paris, France
Email: Farid.BAKIR@ensam.eu

ABSTRACT

Cavitation is a well-known physical phenomena occurring in various technical applications. It appears when the pressure of the liquid drops below the saturation pressure. Coupling aeration in a cavitating flow is a recent technique to control the overall effect of the cavitation. It is achieved by introducing air bubbles into the flow. In order to reveal and explore the behaviour of air gas in the vicinity of the cavitation region, the paper is oriented towards the physics of the colliding vapor phase bubbles and cavitating regions. The re-entrant jet may influence the dynamics of the bubbles as well as the frequency of cavitation separation. Therefore, a two-way coupling between the fluid flow and the introduced vapor is of capital importance. By penalizing the strain rate tensor in the Homogeneous Mixture Model, the two-way coupling has been achieved. The contact-handling algorithm is based on the projections of the velocity fields of the injected particles over the velocity field of the fluid flow. At each time step the gradient of the distance between the bubbles, is kept non-negative as a guarantee of the physical non overlapping. The bubbles' collisions are considered as inelastic. The differential equations system is composed of the Navier-Stokes equations, implemented with the Homogeneous Mixture Model. A high-order Finite Volume (FV) solver based on Moving Least Squares (MLS) approximations is used. The code uses a SLAU-type Riemann solver for the accurate calculation of the low Mach numbers. The computational domain is a symmetrical 2D venturi duct with an 18° - 8° convergent/divergent angles respectively.

NOMENCLATURE

α	Void Fraction
ρ_l	Density of the Liquid
ρ_v	Density of the Vapor
p_l	Liquid Pressure
p_v	Vapor Pressure
c_m	Mixture Speed of Sound
μ_l	Dynamic Liquid Viscosity
μ_v	Dynamic Vapor Viscosity
μ_m	Dynamic Mixture Viscosity
T_l	Liquid Temperature
T_v	Vapor Temperature

*Address all correspondence to this author.

Copyright © 2014 by ASME

L_v Latent Heat of Vaporisation
k_x Shape Parameter kappa
e_{ij} Normal Vector
$\mathbf{X_i}$ Position of a Particle
$\mathbf{V_i}$ Absolute Velocity of a Particle
Θ_i Angle of Rotation
$\mathbf{W_i}$ Rotational Velocity of a Particle
ρ_{sat} Saturation Liquid Vapor Density
p_{sat} Saturation Liquid or Vapor Pressure
e Specific Energy
$\mathbf{g}$ Gravitational Acceleration
γ Perfect Gas Constant
S Sutherland's Temperature for Air
Λ_{ij} Lagrange Multiplier
Re Reynolds Number
R_{ij} Bubble Radius
F^V Viscous Flux
F^C Convective Flux

INTRODUCTION

Computational methods for cavitating flows evolved in parallel with the computational resources. In the 70s and 80s of the 20th century, the level of the physical models increased very rapidly. However, it has been proven to be a difficult task to correctly predict the complicated cavitating phenomena, involving phase changes, surface tension effects, turbulence and non-equilibrium thermodynamic effects.

The main difficulty in cavitating flows lies in the treatment of two very different from each other regions: the first one, which is nearly incompressible flow of pure liquid, and the second low-viscosity vapor region. On the top of that, a special care should be taken for the transition region, which is not always clearly distinguished. Meshes with appropriate high-resolution mesh densities and time steps of a order of 10^{-7}, are necessary in order to obtain proper convergence and representation of the physical phenomena. Unfortunately, the computer power, required to capture all the processes occurring over a wide range of time and length scales is beyond the present capability. Therefore, simplifications are necessary, in order to obtain a realistic model to simulate cavitating flows.

In the beginning of the 90s, new methods coupling the Navier-Stokes equations with a transport equation for the vapor void fraction or other closure model, have been developed. These approaches can be put into four major categories: an Interface-tracking methods, Volume-of-Fluid methods, Discrete-bubble methods and Two-phase flow methods.

Interface-tracking methods such as the level set method, marker particles and surface-fitting methods track the interface between the liquid and vapor based on a pressure streamline criterion [1–3].

The Volume-of-Fluid methods (VoF) can be classified in the category of the interface capturing methods. They include a transport equation for the void fraction ratio. The latter is defined as the ratio of the vapor volume to the total volume of the computational cell. In order to take into account the cavitation phenomena, the VoF methods include in addition to the convective part, the change due to phase transition [4].

Discrete bubble models consider single or multiphase cavity bubbles which change their diameters through the pressure field [5, 6].

The two-phase flow methods are divided into several subgroups: homogeneous-mixture methods and multiple-species or multi-component flows. Homogeneous-mixture methods treat the fluid as a pseudo-fluid with average properties. Therefore, the fluid is treated in the whole computational domain as a compressible fluid with a rapidly changing density. The inside and outside of cavitating flow regions are treated as a single medium or a mixture of liquid and vapor at thermodynamic equilibrium [7, 8]. This group of methods can be further separated into several more subgroups such as: transport equation-based methods, barotropic flow methods and homogeneous-equilibrium methods. The transport equation-based methods and the barotropic flow methods are beyond the scope of the present paper.

Coupling cavitation and aeration phenomena is a recent technique to control the overall effect of the cavitation [9]. Davis et *al.* and later Dunn et *al.* have injected air bubbles into venturi flow and found a significant effect on the cavitation inception and pressure drop [10,11]. The tested liquids were different types of jet fuel and water. In the same context, the aeration-cavitation coupling is of particular interest in the jet engines fuel flows. Due to the fact, that a major part of the aircraft fuel tanks are not pressurized during the period of flight, the out-gassing phenomena is strongly present. Moreover, the complex chemical composition of the hydrocarbons, makes possible the release of dissolved gas or trapped bubbles, at different atmospheric pressures. Therefore, the cavitation, which is undoubtedly present in the jet fuel canalisations and which impacts the performance of the main jet fuel pumps, will have to couple with the newly released bubbles. In order to reveal and explore the behaviour of air bubbles in the vicinity of the cavitation region, the paper is oriented towards the physics of the colliding vapor phase bubbles and cavitating regions.

The paper is organized in seven major sections. The second one presents the Homogeneous Equilibrium Model with the governing equations for the liquid, vapor and mixture phases. The third part describes the Finite Volume Moving Least Squares approach, followed by the contact handling algorithm. The presentation of the penalization method comes at fifth place. The paper ends with a discussion on the acquired results and the related conclusions.

HOMOGENEOUS MIXTURE MODEL

The Navier - Stokes equations are coupled with the Homogeneous Mixture Model which was developed initially by Saurel

Copyright © 2014 by ASME

et *al.* [7,8]. The model accounts for the momentum, mass and energy equations in the case of the homogeneous mixture flow. In the cavitation zone the conservation equations lose their hyperbolic character and become elliptic. The liquid and vapor phases are separately described by equations of state in order to preserve the hyperbolicity of the system. In such a way each of the two phases keep their proper thermodynamic behaviour [12]. The use of this model suppose the presence of thermodynamic equilibrium at each point of the numerical domain, therefore, the vapor phase pressure is considered as constant and is equal to the saturation vapor pressure. The model does not take into account the relative motion between the phases. The void fraction is defined as follows:

$$\alpha = \frac{\rho - \rho_{l.sat(T)}}{\rho_{v.sat(T)} - \rho_{l.sat(T)}} \tag{1}$$

The mass conservation can be written as:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho \mathbf{U}}{\partial x_i} = 0 \tag{2}$$

The mixture density is defined in terms of the void fraction α:

$$\rho = \sum \rho_k \alpha_k \tag{3}$$

The momentum conservation can be given as follows:

$$\frac{\partial \rho \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\rho \mathbf{U_i} \mathbf{U_j}\right) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} \tag{4}$$

The pressure is expressed in a similar manner as the mixture density :

$$p = \sum p_k \alpha_k \tag{5}$$

The energy conservation is:

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\rho E \mathbf{U_i}\right) = -\frac{\partial p \mathbf{U_i}}{\partial x_j} \tag{6}$$

The specific energy is then :

$$\rho e = \sum \rho_k \alpha_k e_k \tag{7}$$

Liquid Phase

The pressure of the liquid phase is described by the modified Tait equation of state [8, 13], where K_0 and N are liquid dependent constants. The latter formulation considers the liquid phase as a saturated component of the multiphase flow. Hayward [14] points out that the Eqn.(8) was not originally been proposed by Tait, but originated by an unfortunate misspelling.

$$p_l = K_0 \left[\left(\frac{\rho}{\rho_{l,sat}(T_l)} \right)^N - 1 \right] + P_{sat}(T_l) \tag{8}$$

The temperature relation can be expressed in terms of the specific energy.

$$T = \frac{e - e_{l0}}{c_l} + T_0 \tag{9}$$

Vogel's formula [15] gives us the dynamic viscosity formulation, where A, B and C are empirical parameters.

$$\mu_l = \exp^{\left(A + \frac{B}{C+T}\right)} \tag{10}$$

In the case of water $A = -3.7188$, $B = 578.919$ and $C = -137.546$. The formulation of the speed of sound is given by Bergerat et *al.* [16].

$$c_l^2 = \frac{N(p - p_{sat}(T) + K_0)}{\rho} + \frac{p}{\rho^2 C_v l}\left(\frac{\partial p_{sat}(T)}{\partial T} - \frac{N(p - p_{sat}(T) + K_0)}{\rho_{l,sat}(T)} \frac{\partial \rho_{sat}(T)}{\partial T} \right) \tag{11}$$

Vapor Phase

The vapor phase is considered as a perfect gas, hence the following relation is applied:

$$p_v = (\gamma - 1)\rho_v e_v \tag{12}$$

The temperature equation is written in terms of the latent heat of vaporization for a temperature of 273.15 K:

$$T = \frac{e - e_{l0} - L_V(T_0)}{c_l} + T_0 \tag{13}$$

The dynamic viscosity formulation is given by Sutherland's law [17].

$$\mu_v = \mu_0 \left(\frac{T_v}{T_0} \right)^{3/2} \frac{T_0 + S}{T_v + S} \tag{14}$$

Sutherland's temperature of air T_0 is equal to 110.56 K. Since we treat the vapor as a perfect gas, the speed of sound is given by the known relation:

$$c_v^2 = \frac{\gamma P}{\rho} = \gamma r T \tag{15}$$

Copyright © 2014 by ASME

Mixture Phase

The Homogeneous Mixture Model considers both vapor and liquid phases in thermodynamic equilibrium $T_v = T_l = T_m$. Therefore, the mixture phase pressure is equal to the saturation pressure.

$$p = p_v = p_l = p_{sat}(T) \tag{16}$$

The mixture dynamic viscosity is a function of the liquid and vapor viscosities of the two phases and weighted by the void fraction α.

$$\mu_m = \alpha\mu_v + (1-\alpha)\mu_l \tag{17}$$

Then the speed of sound of the mixture can be expressed following Wallis [18]:

$$\frac{1}{\rho c_m^2} = \frac{\alpha}{\rho_{v,sat}(T)\rho c_v^2} + \frac{1-\alpha}{\rho_{l,sat}(T)\rho c_l^2} \tag{18}$$

FINITE VOLUME - MOVING LEAST SQUARES APPROACH

The following subsections describe the differential equation system, composed of the compressible Navier-Stokes equations and their coupling with the Moving Least Squares method [19]. The latter has been used for the sake of the computation of the high-order derivatives in a Finite Volume framework [20–22]. The first subsection presents the Navier-Stokes equations, followed by the Moving Least Squares method. The section ends by a brief description of the Riemann problem and the time scheme.

Compressible Navier - Stokes Equations

The compressible Navier-Stokes equations are written in the following form.

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}_x(\mathbf{U})}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}_y(\mathbf{U})}{\partial y} = \mathbf{0} \tag{19}$$

where

$$\mathbf{U} = (\rho \quad \rho u \quad \rho v \quad \rho E)^T \tag{20}$$

Knowing that the total flux is a sum of the convected and viscous fluxes, one can rewrite Eqn.(19) as follows:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\mathbf{F}_x(\mathbf{U}) - \mathbf{F}_x^V(\mathbf{U})\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mathbf{F}_y(\mathbf{U}) - \mathbf{F}_y^V(\mathbf{U})\right) = \mathbf{0} \tag{21}$$

For more details regarding the flux discretisation procedures, different boundary conditions and time schemes, one is kindly referred to [16].

Moving Least Squares approach calculates the values of the conserved variables in the cell centres. Using a Taylor expansion series, any variable can be expressed as:

$$\mathbf{U}(\cdot,\mathbf{X}) = \sum_{\alpha=0}^{+\infty}\sum_{\beta=0}^{\alpha} \frac{1}{\beta!(\alpha-\beta)!}(x-x_I)^{\alpha-\beta}(y-y_I)^{\beta}\frac{\partial^{\alpha}\mathbf{U}}{\partial x^{(\alpha-\beta)}\partial y^{\beta}}(\cdot,\mathbf{X_I}) \tag{22}$$

The main difficulty is the calculation of the consecutive derivatives, which is precisely the last term on RHS of Eqn.(22). This problem has been overcome by using the MLS approach in a FV framework. Such kind of a scheme does not introduce new degrees of freedom in order to achieve its goal. Another advantage is the good performance on an unstructured grids [21]. Equation 23 shows the integration of the latter approach for the reconstruction of the variable $\mathbf{U}(\mathbf{x})$ in the viscinity of the variable $\mathbf{x}_I$ by a weighted least-squares fitting.

$$\mathbf{U}(\mathbf{x}) \approx \tilde{\mathbf{U}}_{[\mathbf{x}_I]}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{m} p_i(x)\delta_i = \mathbf{p}^T(x)\delta(\mathbf{x}_i) \tag{23}$$

where $\mathbf{p}^T(x)$ is a m-dimensional functional basis. Furthermore, the two functions $\delta(\mathbf{X}_I)$ and $\mathbf{p}^T(x)$ should minimize the following expression of the error $J(\delta(\mathbf{x}_i))$.

$$J(\delta(\mathbf{x}_i)) = \int_{\Gamma_{\mathbf{x}_I}} W_{[\mathbf{x}_I]}(\mathbf{y})\left[\mathbf{U}(\mathbf{y}) - \mathbf{p}^T(\mathbf{y})\delta(\mathbf{X}_I)\right]^2 d\mathbf{y} \tag{24}$$

In order to implement the MLS approach, a number of neighbouring points of each node needs to be defined. In this paper, a kernel function is used for the definition of the shape function.

$$\mathbf{W}(x,x^*\kappa) = \frac{e^{\left(\frac{s}{c}\right)^2} - e^{\left(\frac{d_m}{c}\right)^2}}{1 - e^{\left(\frac{d_m}{c}\right)^2}} \tag{25}$$

where $s = \mid \mathbf{x} - \mathbf{x_I} \mid$ and $d_m = 2max(\mid \mathbf{x} - \mathbf{x_I} \mid)$ and $c = \frac{d_m}{k_x}$. The last term represents the interpolation in the viscinity of centroid $\mathbf{x_I}$. The $2D$ kernel is obtained by multiplying two $1D$ kernel functions. The construction of a stencil is of crucial importance for the behaviour of the numerical simulation over unstructured grids. Since cavitation is an extremely rapidly taking place phenomenon, our numerical approach needs to deal with shocks and strong gradients. For this reason a slope limiters [23] are coupled with the FV - MLS detector gradient [24].

The Riemann Problem in the presented cavitating case is of capital importance, due to the large spectre of different coexisting flow regimes. The flow is supersonic in the liquid and vapor pure phases. On the contrary, the speed of sound is a few factors less in magnitude than in the mixture part of the flow.

Copyright © 2014 by ASME

Quite often, the speed of sound can be found to vary by a factor of 100 which makes the numerical procedure delicate. In order to deal with such a strong gradient at the grid interfaces, the code is using the modified low dissipative solver - SLAU, introduced by Liou [25,26].

The Time Stepping Numerical Scheme used in the code is the second order "leapfrog" algorithm by Skeel [27].

CONTACT HANDLING PROCEDURE AND BUBBLE INJECTION APPROACH

In the following subsections we expose the bubble injection approach and the contact handling technique, as well as the forces acting on the bubbles. Each bubble is treated individually and the Navier - Stokes equations are solved for the moving fluid.

Contact Handling Procedure

The contact - handling algorithm is based on the projection of the velocity field of the injected bubbles over the velocity field of the fluid flow. The injection is done in such a manner that, at each time step the gradient of the distance between every two bubbles, is kept non-negative as a guarantee of the possible non-overlapping. The numerical procedure is based on the work of Lefebvre and Maury [28,29]. The method consists of imposing a constraint on the velocity field of the bubbles, as a guarantee that at each time step the calculated bubble velocity field belongs to an eligible velocity field of the fluid. The position of a bubble's centres at each time step can be expressed as:

$$\mathbf{X}^{n+1} = \mathbf{X}^n + \hat{\mathbf{V}}^n \Delta t + \frac{1}{2}\mathbf{a}^n \Delta t^2 \tag{26}$$

where $\hat{\mathbf{V}}$ is the *a priori* translational velocity and $\mathbf{a}$ is the acceleration, calculated from the Newton's second law. Equation (26) may lead to a non-acceptable numerical overlapping. In order to deal with it, a bubble velocity projection in the acceptable fluid velocity filed has been accomplished. Let us note $K(\mathbf{X}^n)$ as the eligible velocity field.

$$K(\mathbf{X^n}) = \{\mathbf{V} \in R^{2N}, D_{ij}(\mathbf{X}^n) + \Delta t.\mathbf{V}.G_{ij} + \frac{1}{2}\mathbf{a}^n \Delta t^2 \geq 0, \quad \forall i < j\} \tag{27}$$

where D_{ij} is the distance between every two bubbles given as:

$$D_{ij} = \|\mathbf{X_i}^n - \mathbf{X_j}^n\| - (R_i - R_j) \tag{28}$$

where G_{ij} is the gradient of the distance:

$$G_{ij}(\mathbf{X^n}) = \bigtriangledown D_{ij}(\mathbf{X^n}) = (..., 0, -e_{ij}^n, 0, e_{ij}^n, 0, ...) \tag{29}$$

The normal vector is defined as:

$$e_{ij}^n = \frac{x_i^n - x_j^n}{\|x_i^n - x_j^n\|} \tag{30}$$

In order to clarify the variables and the idea presented in Eqn.(27), Fig.(1) shows a sketch of two randomly chosen bubbles. After a mathematical development, Eqn.(27) is the linearised form of equation Eqn.(31). It means that the set of velocities defined as in Eqn.(27), is also a subset of Eqn.(31). Precisely, particles with admissible velocities at time t_n do not overlap at time t_{n+1}. The splitting procedure consists of two steps.

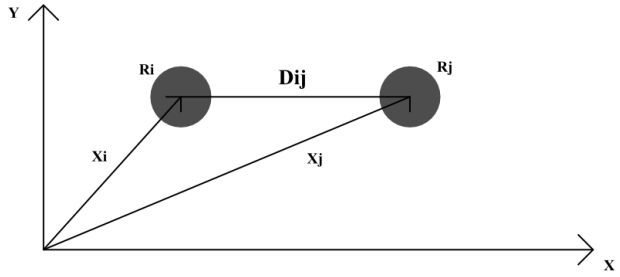


FIGURE 1. **Distance and position of bubbles**

$$E(\mathbf{X^n}) = \{\mathbf{V} \in R^{2N}, D_{ij}\left[\mathbf{X}^n + \mathbf{V}^n \Delta t + \frac{1}{2}\mathbf{a}^n \Delta t^2\right] \geq 0\}, \quad \forall i < j \tag{31}$$

Firstly, the variation problem is solved without taking into account the possible overlapping of the particles - the so called *a priori* velocities are defined.
Secondly, the projection of those *a priori* velocities onto the set of admissible velocities defined by Eqn.(27) is computed. Thus, the constrained problem is formulated as a saddle - point problem, by using the introduction of Lagrange multipliers Λ_{ij} and the following characteristic function.

$$J(V, \lambda) = \frac{1}{2}|V - \hat{V}^n|^2 - \sum_{1 \leq i \leq j \leq N} \lambda_{ij}(D_{ij}(\mathbf{X^n}) + \delta t G_{ij}(\mathbf{X^n}).\mathbf{V}) + \frac{1}{2}\mathbf{a}^n \Delta t^2 \tag{32}$$

The number of Lagrange multipliers corresponds to the expected number of bubble shocks. For instance, if there is no contact between two bubbles $\Lambda_{ij} = 0$ and the multiplier is not activated. On the other hand, if bubbles' contacts exist, $\Lambda_{ij} > 0$ and the corresponding auxiliary field allows the velocity field to satisfy the non-overlapping constraint. The approximate reaction fields $\Lambda^n = \Lambda_{ij}^n$ is the dual component of a solution to the associated saddle-point problem. The interest of this procedure lies in the fact that one can use any suitable iterative solver. Contacts are treated at a second stage, without considering the proper dynamics. At some point, it allows the use of any solver for the resolu-

Copyright © 2014 by ASME

tion of the dynamics problem: then the so-called predicted velocity field is projected onto the set of admissible velocity fields. In the proposed case study, an Uzawa algorithm [30] has been applied. The computation of *the admissible translation velocities* by projection of the *a priori* velocities onto the set of admissible translational velocities is done as follows:

$$\mathbf{V}^n = argmin(\|\mathbf{V} - \hat{\mathbf{V}}^n\|) \tag{33}$$

Bubble Injection Approach

All the bubbles are initially injected using a Gaussian function. Their quantity can vary and can be adapted in respect with the necessities of the simulation. The bubbles diameter ranges from 5×10^{-5} m to 1.5×10^{-4} m. For the sake of the simulation, 2000 bubbles have been introduced into the flow. One should have enough particles in order to properly represent the dynamics of the fluid flow.
Other possibility is to work with the area density defined as the ratio of the total mass of injected particles over the surface of interest. In that case, the code will introduce the needed number of bubbles into the flow till the the area density is reached. The latter is measured in kg/m^2.

Forces Acting on Bubbles

The forces acting on the bubbles, see Table 1, are the gravity force $\mathbf{F_G}$, turbulent force $\mathbf{F_{turb}}$, the lift and drag forces $\mathbf{F_D}, \mathbf{F_L}$, respectively. The code takes into account the force as a result of surface variation $\mathbf{F_S}$ and the buoyancy force $\mathbf{F_{buoy}}$. Such a configuration has been applied and validated in cavitating 3D environment in the PhD thesis of Aurelia and the work of Rzehak et *al.* [31, 32]. In her work, Aurelia [31] takes into account the added mass force and the force due to pressure gradient. In the current paper, those forces are neglected, due to the fact that all the bubbles are considered as solids. The motion of each bubble is governed by Newton's second law.

$$m_B \frac{d\mathbf{U_B}}{dt} = \mathbf{F_G} + \mathbf{F_{turb}} + \mathbf{F_D} + \mathbf{F_L} + \mathbf{F_S} + \mathbf{F_{buoy}} \tag{34}$$

The latter equation, was firstly introduced in the context of solids by Stokes [33]. The code does not take into account the rotation of the bubbles, and also neglects the Basset history force. It does not account for any non uniform flow effects on the newly injected bubbles, which is know as the Faxen correction on the drag force.
Since, our numerical approach does not take into consideration the shape change of bubbles, the term $\frac{3\dot{R}}{2R}$ is equal to zero, hence $\mathbf{F_S} = 0$.
Much literature has been devoted to the calculation of the drag coefficient of a bubble. The flow regimes described in terms of the Re_B are : Stoke's flow for $Re_B << 1$, intermediate regime

TABLE 1. **Acting forces and their formulation**

FORCES	FORMULATION
$\mathbf{F_G}$	$m_B\mathbf{g}$
$\mathbf{F_L}$	$\frac{1}{2}C_{lift}\rho_L\pi R^2\mathbf{U_{rel}^2}$
$\mathbf{F_D}$	$\frac{1}{2}C_{drag}\rho_L\pi R^2\mathbf{U_{rel}^2}$
$\mathbf{F_{turb}}$	$\frac{1}{2}C_{turb}\rho_L\pi R^2\lvert\mathbf{U_{flow}}\rvert\mathbf{U_{yturb}}$
$\mathbf{F_S}$	$\frac{1}{2}\rho_L\frac{d\mathbf{U_B}}{dt}\mathbf{U_{rel}} = \frac{m_B}{\rho_B}\rho_L\frac{3\dot{R}}{2R}\mathbf{U_{rel}}$
$\mathbf{F_{buoy}}$	$\rho_B\pi R^2\mathbf{g}$

$1 < Re_B < 1000$, and fully developed turbulent flow for higher Re_B. In a intermediate regime a good approximation is $C_{drag} = \frac{24}{Re_B}$ and in a fully turbulent regime C_{drag} is independent of the bubble velocity and equals 0.44. In our case a loop calculates the Re_B for each bubble. In such a way, the drag force is accurately updated at each time step. For further bubble drag coefficient readings, one is kindly referred to the works [34–37].
According to Auton [38] the bubble lift coefficient is equal to 0.5. For further bubble lift coefficient readings, one is kindly referred to the work of Magnaudet et *al.* [39]. The turbulence is implemented via a turbulent force in a perpendicular direction to the flow orientation. It is proportional to the product of the flow velocity and an imposed turbulent fluctuating velocity, $\mathbf{U}_{yturb}$.

PENALIZATION METHOD

In this section the numerical penalization procedure is presented for the Homogeneous Mixture Model. One should keep in mind is that the authors have started by a one way coupling between cavitation and aeration. This has been done in order to verify the need for a further two-way coupling. In the case of horizontal symmetrical venturi, the interest lies in the interaction with the two cavitating zones. If the venturi is in a vertical position, one can imagine that the bubbles will tend to move to the center line of the flow, hence there might not be an interaction with the cavitating vapor. As it can be seen from the Figs. (6) to (10), the bubbles interact with the upper cavitating zone. This is mainly due to the buoyancy force, which becomes dominant when the bubbles are big enough in size.
As the fluid is treated as Newtonian, the stress tensor is proportional to the strain rate. The Newton's second law can be written:

$$m_i \frac{d\mathbf{U_B}}{dt} = \int_{B_i} \mathbf{F_i} - \int_{\partial B_i} \underline{\sigma}\mathbf{n} \tag{35}$$

where, $\mathbf{F_i}$ stands for the external bubble forces and σ is the stress tensor. Since, the authors do not use a re-meshing technique at each time step, one searches for a weak formulation of the problem over the hole computational domain Ω, which leads us to a

Copyright © 2014 by ASME

variational formulation:

$$\int_\Omega \tilde{\rho}\frac{D\mathbf{u}}{Dt}\mathbf{v} + 2\mu\int_\Omega D(\mathbf{u}) : D(\mathbf{v}) - \int_\Omega p div(\mathbf{v}) = \int_\Omega \tilde{f}.\mathbf{v} \quad (36)$$

where, $\tilde{\rho}$ and $\tilde{\mathbf{f}}$ are given as follows:

$$\tilde{\rho} = \rho_f I_{\Omega\setminus\bar{B}} + \sum_{i=1}^{N} \rho_f I_{B_i} \quad \tilde{\mathbf{f}} = \mathbf{f_I} I_{\Omega\setminus\bar{B}} + \sum_{i=1}^{N} \mathbf{f_I} I_{B_i} \quad (37)$$

and where I_{B_i} is a characteristic function which takes the form a equation of a circle. In respect to it, the calculations take place either inside or outside the bubble. By penalizing Eqn.(36) an additional term is introduced to the LHS:

$$\int_\Omega \tilde{\rho}\frac{D\mathbf{u}}{Dt}\mathbf{v} + 2\mu\int_\Omega D(\mathbf{u}) : D(\mathbf{v}) + \frac{2}{\varepsilon}\int_\Omega D(\mathbf{u}) : D(\mathbf{v}) - \int_\Omega p div(\mathbf{v}) = \int_\Omega \tilde{f}.\mathbf{v} \quad (38)$$

After an integration by parts, one can find:

$$\tilde{\rho}\left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u}.\bigtriangledown \mathbf{u}\right) - 2div(\tilde{\mu}D(\mathbf{u})) + \bigtriangledown p = \tilde{f} \quad in \quad \Omega \quad (39)$$

with the viscosity term expressed as :

$$\tilde{\mu} = \mu I_{\Omega\setminus\bar{B}} + \frac{1}{\varepsilon} I_B \quad (40)$$

In the end, a penalization method is obtained and it is applied to the viscosity term. Precisely, when the last term on the RHS of equation 40 tends to infinity, the limit of the stress tensor equals zero, which means that the bubbles stay rigid. When the solid circle is near or inside a cavitating zone, the viscosity will be penalized and take the value of the mixture viscosity calculated in Eqn.(17). For full mathematical development, one is kindly referred to [29].

NUMERICAL SIMULATION ASPECTS

The computational domain is a symmetrical 2D venturi duct with an 18° - 8° convergent/divergent angles, respectively, on the top and bottom walls. The inlet rectangular section height is three times the throat one. The total length of the venturi is 40 times the throat height, which is equal to 10 mm. The mesh used for the simulation is a structured symmetrical mesh having 33000 elements and 33611 grid nodes, which gives a time step of 10^{-8}s.

Boundary conditions on the top and bottom walls are set as a "wall". The velocity at the inlet is equal to 3 m/s and the pressure at the outlet is equal to 60 kPa. This implies the cavitation number is equal to 5.5 defined as in Delgosha et *al.* [40]. Since shock waves are present as a result of bubbles implosions/explosions, the code needs absorbing (non-reflecting) type boundary conditions at the inlet and outlet of the computational domain. Constructing such kind of boundary conditions is a delicate task due to the high sensitivity of the accuracy to the small spurious wave reflections at far field boundaries. The reader is kindly referred to the work of Schneer et *al.* [8] for further information of the non-reflecting set of boundary conditions and their application in a cavitating flow.

RESULTS AND DISCUSSIONS

The section begins by discussing the obtained cavitating results. Furthermore, the paper presents the aeration phenomena and its interaction with cavitation. All the velocities are measured in m/s, and the void fraction ratio is a non-dimensional parameter defined in Eqn.(1). A value of $\alpha = 0$ means that there is no vapor and a value of 1 there is only vapor.

Cavitation

The vapor growth, its separation and the its advection further downstream the venturi can be seen on Figs.(6) to (10). The shape evolution of the cavitation zone is symmetrical, until Fig. (10), where the separation phenomena takes place. While vapor cloud is advected, the throat cavitating zone grows. It is the beginning of the new cavitation development, Fig.(10). Due to the limited number of pages, the paper does not contain the complete evolution of the Mach number. Nevertheless, the Mach number ranges between 0 and 2.1, as it can be seen from Fig.(2).

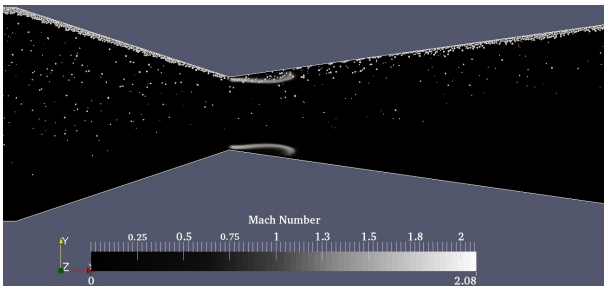


FIGURE 2. **The Mach number at the initial moment**

On Figs.(3) to (5) the velocity vector field is displayed. It can be seen that the velocity at the wall is zero, and when the cavitation attains its maximum surface expansion as on Fig.(9), the throat section is restraint. Such a restriction is in favour of the increase of the absolute velocity. One can see the existence of re-entrant jet as a closure of the cavitating regime.

Aeration and Cavitation

The small bubbles are injected over a rectangular surface by a random function. The order of magnitude of their mass is in the

Copyright © 2014 by ASME

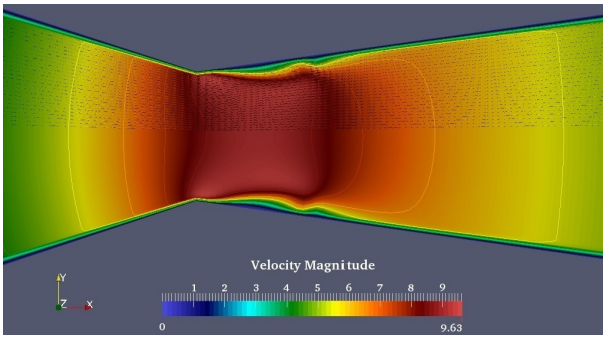


FIGURE 3. **Velocity vector field corresponding to Fig.(6)**

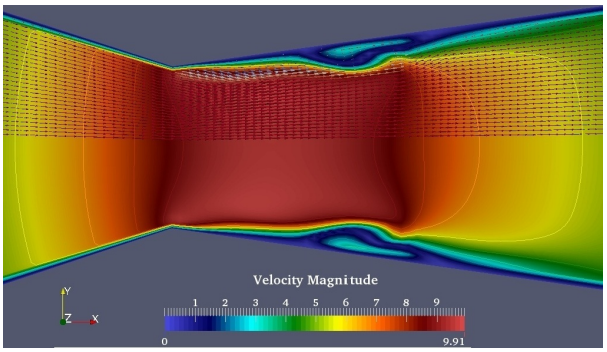


FIGURE 4. **Velocity vector field corresponding to Fig.(8)**

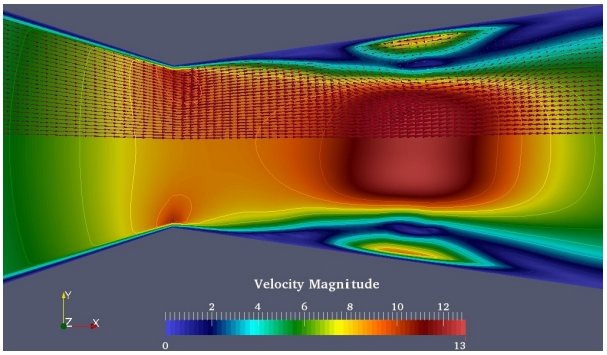


FIGURE 5. **Velocity vector field corresponding to Fig.(10)**

viscinity of 10^{-7} kg. Hereafter, the dynamics of the air bubbles is displayed, as well as, the need of a two-way coupling between newly introduced bubbles and the cavitating vapor.

As it can be seen from Fig.(6), most of the bubbles are close to the upper wall. Such a behaviour is natural, since the code considers the buoyancy force. Nevertheless, the force is not always dominant, which allows some of the bubbles to follow the fluid flow and not to collide with the wall instantly. This is due to the different size of the particles and the implemented turbulence effect.

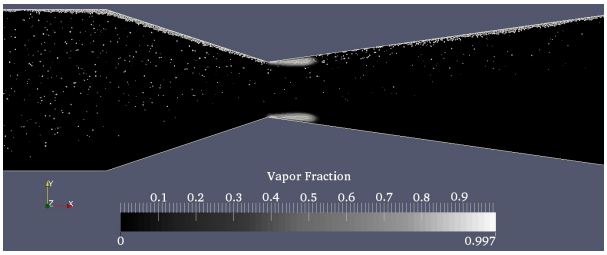


FIGURE 6. **Initial moment after bubbles' injection**

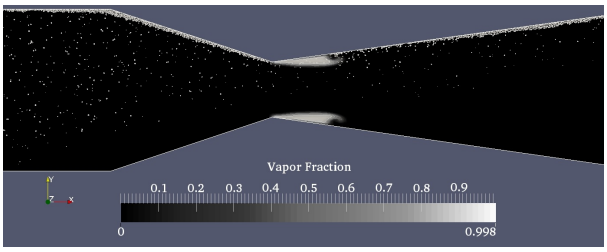


FIGURE 7. **Initial development of the re-entrant jet**

Another observation is that all the particles at the top wall pass through the upper cavitating zone, which means that its shape and size will not be as it is on all the figures, after implementing the penalization method. This also means that the exposed numerical penalization method is a necessary step for the accuracy of the future simulations.

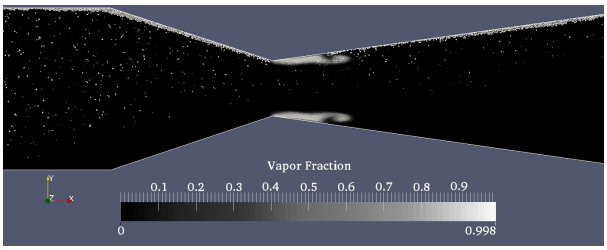


FIGURE 8. **Bubbles following the velocity field**

One can observe that none of the air bubbles interacts with the cavitating zone on the bottom side of the venturi. It can be seen on Fig.(8) that the bubbles on the upper are sucked back by the re-entrant jet, which is the closure of the cavitating zone. As a results of which, the frequency of the vapor separation will be affected.

At the separation zone of Fig.(9), one can see the accumulation of air as a result of the re-entrant jet and the zero velocity at the venturi wall. Further down the divergent wall, a similar accumulation of particles can be seen, which is only due to the velocity decrease. At the last Fig.(10), we can observe that the particles flowing opposite the flow direction following the re-entrant jet,

Copyright © 2014 by ASME

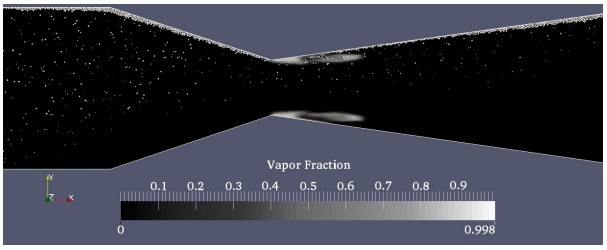


FIGURE 9. **Cloud vapor separation**

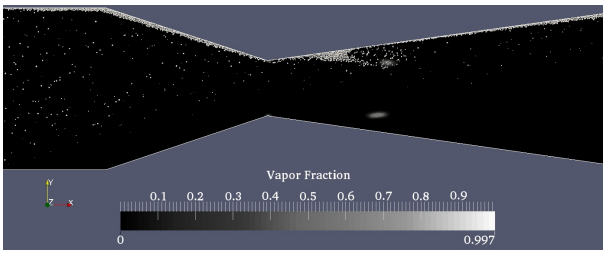


FIGURE 10. **Downstream advection of separated vapor and its influence over bubbles' clusters**

are colliding with the others trying to pass through the venturi throat. As a result, a large cluster of particles has been obtained, that is slowly advected with the separated vapor.
The disappearance of the latter down the flow is the beginning of the development of a newly gas phase that can be seen at the venturi throat. The newly formed phase will be clearly affected by the upcoming flowing bubbles. On the other hand the bottom cavitating zone stays intact through the entire simulation.

CONCLUSION

The paper presents an application of the FV-MLS in-house code solving the compressible 2D Navier-Stokes equations. Two numerical simulations have been made in order to achieve the main goal of the paper. The results from the cavitaing venturi have been used as a base for the implementation the aeration phenomena. The most important forces have been chosen in order to properly represent the physics of the particles. A one-way coupling is achieved, and it has been shown that it is not sufficient for the accurate simulation of an aerated cavitaing flow. As a result, a penalizing strain rate tensor procedure is proposed for the Homogeneous Mixture Model.
The achieved results, also show the importance of the bubble's size, since the buoyancy force can be vastly dominant in certain cases. Another force, which has not been taken into consideration in the present work, is the force due to pressure gradient. The latter can be of capital importance, since the pressure gradient in a cavitation environment is high. For that reason, in order to properly capture the evolution of the bubbles' diameters, a Rayleigh-Plesset equation could be considered for implementation.
A complete investigation of the bubbles' behaviour in terms of the initial distribution diameters and applied turbulent force, is clearly necessary, and it will be included in the future works on the code.
We can see that certain bubbles ascend more quickly than others, since we randomly introduce their velocity component in the vertical plane. Such a configuration will certainly have an impact over the buoyancy force. One can see from all the Figs.(6) to (10), that the shape and size of the bottom cavitation zone may remain non affected after implementing the penalization procedure. Our hypothesis is that the bubbles will influence the velocity vector field of the flow, but none of them will be in interaction with the lower cavitating zone.

FUTURE DEVELOPMENT OF THE CODE

In the foreseeable future, the authors are planning to implement the penalizing procedure as described. Shortly after, an algorithm employment for the bubble coalescence is of absolute necessety. Other major improvements regarding the finite volume moving least squares FV - MLS in-house code, are its extension into three dimensional spaces. Indeed, a 3D beta version is already under development. Other possible major development can be the shift into fluids different than water and air as a liquid and gas phase, respectively.

ACKNOWLEDGEMENT

The authors would like to express their gratitude to Mr. Antoine PERRIN et Mr. Philippe VERTENOEUIL for the exchanges during the writing of the paper. The autors would also like to acknowledge the financial support for the PhD thesis granted by SNECMA, part of SAFRAN group.

REFERENCES

[1] Chen, Y., and Heister, S., 1994. "A numerical treatment for attached cavitation". *Journal of Fluids Engineering,* ***116***(September 1994), pp. 613–618.
[2] Deshpande, M., 1997. "Numerical modeling of the thermodynamic effects of cavitation". *Journal of Fluids Engineering,* ***119***(June 1997), pp. 420–427.
[3] Dijkhuizen, W., 2008. *Deriving closures for bubbly flows using direct numerical simulations*.
[4] J.Sauer, 2000. "Instationar kavitierende Stro omungen - Ein neues Modell, basierend auf Front Capturing (VoF) und Blasendynamik". *Zhurnal Eksperimental'noi i Teoreticheskoi Fiziki*.
[5] Wang, Y., and Brennen, C., 1999. "Numerical computation of shock waves in a spherical cloud of cavitation bubbles". *Journal of Fluids Engineering,* ***121***(December 1999), pp. 872–880.

Copyright © 2014 by ASME

[6] Delale, C. F., Schnerr, G. H., and Sauer, J., 2001. "Quasi-one-dimensional steady-state cavitating nozzle flows". *Journal of Fluid Mechanics,* ***427***, Jan., pp. 167–204.

[7] Saurel, R., Cocchi, J., and Butler, P., 1999. "Numerical study of cavitation in the wake of a hypervelocity underwater projectile". *Journal of Propulsion and power,* ***15***(4).

[8] Schnerr, G. H., Sezal, I. H., and Schmidt, S. J., 2008. "Numerical investigation of three-dimensional cloud cavitation with special emphasis on collapse induced shock dynamics". *Physics of Fluids,* ***20***(4), p. 040703.

[9] Dong, Z.-y., and Su, P.-l., 2006. "Cavitation Control By Aeration and Its Compressible Characteristics". *Journal of Hydrodynamics, Ser. B,* ***18***(4), Aug., pp. 499–504.

[10] Davis, M. P., and Dunn, P. F., 2008. "Experimental Investigation of the Aviation Fuel Cavitation".

[11] Dunn, P. F., Thomas, F. O., Davis, M. P., and Dorofeeva, I. E., 2010. "Experimental characterization of aviation-fuel cavitation". *Physics of Fluids,* ***22***(11), p. 117102.

[12] Le Métayer, O., Massoni, J., and Saurel, R., 2004. "Elaboration des Lois d'Etat d'un liquide et de sa vapeur pour les modèles d'ecoulements diphasiques". *International Journal of Thermal Sciences,* ***43***(3), Mar., pp. 265–276.

[13] Koop, A., 2008. "Numerical simulation of unsteady three-dimensional sheet cavitation".

[14] Hayward, A., 1967. "Compressibility equations for liquids: a comparative study". *British Journal of Applied Physics,* ***965***.

[15] Stachowiak, G., and Batchelor, A., 2001. *Engineering Tribology*. Referex Engineering. Butterworth-Heinemann.

[16] Bergerat, L., Khelladi, S., and Bakir, F., 2012. "Cavitation modeling of thermosensitive fluids using compressible phases approach.". *Proceedings of the 8th International Symposium on Cavitation, Cav2012, no.185*, pp. 1–6.

[17] Sutherland, W., 1893. "Lii. the viscosity of gases and molecular force". *Philosophical Magazine Series 5,* ***36***(223), pp. 507–531.

[18] Graham B. Wallis, 1969. "One Dimensional Two Phase Flow".

[19] Lancaster, P., and Salkauskas, K., 1981. "Surfaces Generated by Moving Least Squares Methods". *Mathematics of Computation,* ***37***(155), July, p. 141.

[20] Nogueira, X., Khelladi, S., Cueto-Felgueroso, L., Bakirt, F., Colominas, I., and Gómez, H., 2010. "Implicit large-Eddy simulation with a moving least squares-based finite volume method". *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering,* ***10***, June, p. 012235.

[21] Khelladi, S., Nogueira, X., Bakir, F., and Colominas, I., 2011. "Toward a higher order unsteady finite volume solver based on reproducing kernel methods". *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering,* ***200***(29-32), July, pp. 2348–2362.

[22] Nogueira, X., Khelladi, S., Colominas, I., Cueto-Felgueroso, L., París, J., and Gómez, H., 2011. "High-Resolution Finite Volume Methods on Unstructured Grids for Turbulence and Aeroacoustics". *Archives of Computational Methods in Engineering,* ***18***(3), July, pp. 315–340.

[23] Venkatakrishnan, 1993. "On the accuracy of limiters and convergence to steady state solutions". In 31st Aerospace Sciences Meeting & Exhibit, AIAA.

[24] Nogueira, X., Cueto-Felgueroso, L., Colominas, I., Navarrina, F., and Casteleiro, M., 2010. "A new shock-capturing technique based on moving least squares for higher-order numerical schemes on unstructured grids". *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering,* ***199***(37), pp. 2544–2558.

[25] Liou, M., and Jr, C. S., 1993. "A new flux splitting scheme". *Journal of computational physics*.

[26] Liou, M.-S., 1996. "A Sequel to AUSM: AUSM+". *Journal of Computational Physics,* ***129***(2), Dec., pp. 364–382.

[27] Skeel, R., 1993. "Variable step size destabilizes the Störmer/leapfrog/Verlet method". *BIT Numerical Mathematics,* ***33***(September 1992).

[28] Maury, B., 2006. "A time-stepping scheme for inelastic collisions". *Numerische Mathematik,* ***102***(4), Jan., pp. 649–679.

[29] Lefebvre-Lepot, A., 2007. "Modélisation numérique d'écoulements fluide/particules".

[30] Bank, R., Welfert, B., and Yserentant, H., 1989. "A class of iterative methods for solving saddle point problems". *Numerische Mathematik,* ***666***, pp. 645–666.

[31] Aurélia, V., and Mohamed, F., 2013. "Simulations of cavitation-from the large vapour structures to the small bubble dynamics".

[32] Rzehak, R., and Krepper, E., 2013. "Bubble-induced turbulence: Comparison of CFD models". *Nuclear Engineering and Design,* ***258***, May, pp. 57–65.

[33] Stokes, G., 1851. *On the effect of the internal friction of fluids on the motion of pendulums*.

[34] Flemmer, R., and Banks, C., 1986. "On the drag coefficient of a sphere". *Powder Technology,* ***48***(3), Nov., pp. 217–221.

[35] Brown, P., and Lawler, D., 2003. "Sphere Drag and Settling Velocity Revisited". *Journal of Environmental Engineering,* ***129***(3), Feb., pp. 222–231.

[36] Clift, R., 2005. "Bubbles, drops, and particles".

[37] Peker, S., and Helvaci, S., 2011. *Solid-liquid two phase flow*.

[38] Auton, T., 1988. "The force exerted on a body in inviscid unsteady non-uniform rotational flow". *Journal of Fluid Mechanics,* ***197***, pp. 241–257.

[39] Magnaudet, J., and Legendre, D., 1998. "Some aspects of the lift force on a spherical bubble". *In Fascination of Fluid Dynamics*, pp. 441–461.

[40] Coutier-Delgosha, O., 2005. "Test case number 30: Unsteady cavitation in a Venturi type section (PN)". pp. 1–11.

Copyright © 2014 by ASME

C.3 Conference on Mathematical Modelling of Fluid Systems 2014, Filton, Angleterre

Ce papier présente la prise en compte des forces hydrodynamiques dans une version incompressible développée au sein de laboratoire.

A hybrid Finite Volume - Discrete Elements Method for two-phase flows : Application to Snow Showers in jet-engine fuel systems

By Ewen Marechal, Petar Tomov, Sofiane Khelladi, Farid Bakir

DynFluid Laboratory, Arts et Métiers, Paris, FRANCE

Abstract

Aircraft fuel systems are subject to icing at low temperatures. If the flow rate is increased, sudden releases of large quantities of ice may occur, called snow showers. When it happens, ice particles settle in seconds in fuel system components, forming a porous layer. Modelling such events involves transient hydraulics and solid dynamics. We propose a hybrid approach to investigate numerically the dynamics of fast particle clogging. Equations of motion for the incompressible fluid phase are discretized in a high-order Finite Volume (FV) context and solved using the SIMPLE algorithm. The solid phase is modelled with Discrete Element Methods (DEM). Inelastic collisions between particles are handled by a dedicated algorithm based on Lagrangian multipliers. An implicit Drag formulation is derived for stability purposes. Fluid-particle coupling is achieved by source terms for momentum exchange, viscous and inertial loss. 2D simulation of the clogging of an ideal filter is performed.

1. Introduction

Aviation jet fuels contain significant quantities of water. Investigation of the Boeing 777-236ER, G-YMMM accident at Heathrow in 2008 revealed that this water can create ice structures in aircraft fuel ducts at low temperatures and moderate flow rates. If the latter is increased, shear stress may tear off the ice resulting in high concentrations of particles in the fuel. Such sudden releases of large amount of ice are often referred as a snow showers (Sleight *et al.*). When a snow shower occurs, ice particles settle in seconds and form a porous layer which is likely to occasion some fuel flow restrictions. Nowadays, aviation safety authorities require that fuel systems must be designed so that any accumulation of water which may separate from the fuel will not cause engine malfunctioning (CS-E (2010)). As a result, jet engine manufacturers are required to prove the good functioning of their engines to any snow shower at any moment of the flight duration.

Computational methods for Two-phase flows can be broadly classified into tree categories: EulerianEulerian (EE), Lagrangian-Eulerian (LE), and Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH). In the EE representation, the two phases are assumed to be interpenetrating fluids described by a set of conservation equations. Additional constitutive equations may be required to describe interactions between particles. This approach is well suited for very small particles moving with the fluid, but is not adapted to packed beds involved in clogging. LE description can be either statistical, with a dispersed phase treated as being composed of discrete particles represented by a distribution function, or

deterministic (Zhangxin *et al.*). In the latter case equation of motion is solved for each particle while the continuous phase is solved with traditional conservation equations. In SPH, even the continuous phase is solved in a Lagragian frame. In this paper, we use a deterministic LE approach to model fuel-ice flow. Continuous phase is considered incompressible and solved using a high order Finite Volume, pressure-based solver while particles are simulated with Discrete Element Method.

2. Modelling the particle phase

Fluid-particle coupling may have several degrees of complexity. In one-way coupling, the motion of particles is affected by hydrodynamics forces. If feedback of particles on the fluid is taken into account, for instance through mass and momentum exchanges, we talk about two-way coupling. Four-way coupling also consider interaction between particles. Inter-particle collisions are often taken into account by the use of stochastic models, unfortunately such approach do not allow the formation of thick aggregates. As a result, we compute particle interactions with the method introduced thereafter.

2.1. *Discrete Elements Method*

Discrete element method (DEM), first introduced by Cundall (1979) is a numerical method close to molecular dynamics for describing macroscopic effects in discontinuous materials. This technique is widely used to simulate powder mechanics or granular flows. Each particle is described by a set of variables $\left(r, m, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{x}, \boldsymbol{\theta}\right)$ - respectively the radius, mass, inertia tensor, center of mass and orientation. The behaviour of particles results from forces applied thereon, according to Newton's Law of Motion:

$$\begin{cases} m_i \dfrac{d^2 \boldsymbol{x_i}}{dt^2} = \boldsymbol{F_i} \\ \boldsymbol{I_i} \dfrac{d\boldsymbol{\omega_i}}{dt} = \boldsymbol{T_i} \end{cases} \tag{2.1}$$

where $\boldsymbol{F_i}$ and $\boldsymbol{T_i}$ denotes respectively total forces and torques. Hydrodynamic forces taken into account in the present model are listed in the table below. The Basset history force has been neglected. The index P will refer to particles and F to the fluid phase. Let denote $\boldsymbol{v_r} = \boldsymbol{v_P} - \boldsymbol{v_F}$ the relative velocity, ρ_F and μ_F the fluid density and viscosity.

Gravity	$\mathbf{F_G}$	$m_P \mathbf{g}$
Lift	$\mathbf{F_L}$	$-\frac{1}{2} C_L \rho_F \pi r_P^2 \lvert\boldsymbol{v_r}\rvert \boldsymbol{v_r}$
Drag	$\mathbf{F_D}$	$-\frac{1}{2} C_D \rho_F \pi r_P^2 \lvert\boldsymbol{v_r}\rvert \boldsymbol{v_r}$
Turbulence	$\mathbf{F_{turb}}$	$\frac{1}{2} C_T \rho_F \pi \pi r_P^2 \lvert\boldsymbol{v_F}\rvert \boldsymbol{v_{turb}}$
Buoyancy	$\mathbf{F_{buoy}}$	$\rho_P \pi r_P^2 \mathbf{g}$

In this work, particles can build up and form a porous medium. Therefore, it is necessary to take into account the contact forces in addition to the hydrodynamic ones. Let us consider a pair of particles (i, j). In DEM, they interact only if their overlap is positive, that is $\delta_{ij} = (r_i + r_j) - (\boldsymbol{x_j} - \boldsymbol{x_i})\boldsymbol{n_{ij}} \geq 0$ with unit vector $\boldsymbol{n_{ij}} = (\boldsymbol{x_j} - \boldsymbol{x_i})/\|\boldsymbol{x_j} - \boldsymbol{x_i}\|$. The contact force $\mathbf{f_{ij}}$ can be decomposed into a normal and a tangential part as:

$$\mathbf{f_{ij}} = f^n \boldsymbol{n_{ij}} + f^t \boldsymbol{t_{ij}} \tag{2.2}$$

2.2. *Integration scheme*

The simplest contact force model is the linear spring dashpot model, involving a linear repulsive force with spring stiffness k, and a linear dissipative force with viscous damping coefficient ν. The normal force is then written:

$$f^n = -k\delta_{ij} - \nu \boldsymbol{v_{ij}} \cdot \boldsymbol{n_{ij}} \tag{2.3}$$

where $\boldsymbol{v_{ij}} = \boldsymbol{v_j} - \boldsymbol{v_i}$ is the relative velocity. First, let us consider the 1D elastic collision of two particles with no damping. For the sake of simplicity, we assume that particles are only subject to constant gravity acceleration $\mathbf{g}$. Writing the equation of motion (2.1) for each particle and diving by respective masses, we obtain the following equations:

$$\ddot{x_i} = g - \frac{k}{m_i}\delta_{ij} \tag{2.4}$$

$$\ddot{x_j} = g + \frac{k}{m_j}\delta_{ij} \tag{2.5}$$

Subtracting the latter two equations and noting that $\ddot{x_i} - \ddot{x_j} = \ddot{\delta}_{ij}$ we get:

$$\ddot{\delta}_{ij} + \frac{k}{m_{ij}}\delta_{ij} = 0 \tag{2.6}$$

Where $m_{ij} = m_i m_j/(m_i + m_j)$ is called reduced mass. We can observe that the particle contact behaves as a harmonic oscillator. The solution of this well-known differential equation is:

$$\delta_{ij}(t) = A cos(\omega t + \alpha) \tag{2.7}$$

With the eigenfrequency $\omega = \sqrt{k/m_{ij}}$. The collision duration is $\tau = \pi/\omega$. Considering that collision occurs at time t_c, we can evaluate A and α from initial conditions and equation (2.7) then becomes:

$$\delta_{ij}(t) = \left.\frac{\dot{x_i} - \dot{x_i}}{\omega}\right|_{t_c} sin(\omega(t - t_c)) \tag{2.8}$$

Introducing (2.8) in (2.5) we get the equation of motion *during the collision*:

$$\ddot{x_i} = g - \omega \left.(\dot{x_i} - \dot{x_i})\right|_{t_c} sin(\omega(t - t_c)) \tag{2.9}$$

Integrating, we get the trajectory of particle i over time:

$$\begin{cases} x_i(t) = x_i|_0 + \dot{x_i}|_0\, t + \frac{1}{2}gt^2 & t \in [0; t_c] \\ x_i(t) = x_i|_{t_c} + \dot{x_i}|_{t_c}(t - t_c) + \frac{1}{2}g(t - t_c)^2 + \kappa(t - t_c) & t \in [t_c; t_c + \tau] \\ x_i(t) = x_i|_{t_c+\tau} + \dot{x_i}|_{t_c+\tau}(t - t_c - \tau) + \frac{1}{2}g(t - t_c - \tau)^2 & t \geq t_c + \tau \end{cases} \tag{2.10}$$

Where $\kappa(t - t_c)$ is the contribution of contact force to the trajectory of particle i:

$$\kappa(t - t_c) = \omega \left.(\dot{x_i} - \dot{x_j})\right|_{t_c} \left(\frac{1}{\omega} sin(\omega(t - t_c)) - (t - t_c)\right) \tag{2.11}$$

In both CFD and DEM, particles equations of motion are integrated numerically. The table bellow shows four formulations for such integration schemes. [o1] and [o1+] are first

order scheme commonly used in Eulerian-Lagrangian codes, see for instance Dioguardi (2014) and Guo (2014). [o2] is derived from a second order Taylor expansion on particle position, and [o2+] includes an acceleration time derivative in the velocity integration scheme.

First Order, explicit [o1]	First Order, semi-implicit [o1+]
$\boldsymbol{v^{n+1}} = \boldsymbol{v^n} + \boldsymbol{a^n}\Delta t$	$\boldsymbol{v^{n+1}} = \boldsymbol{v^n} + \boldsymbol{a^n}\Delta t$
$\boldsymbol{x^{n+1}} = \boldsymbol{x^n} + \boldsymbol{v^n}\Delta t$	$\boldsymbol{x^{n+1}} = \boldsymbol{x^n} + \boldsymbol{v^{n+1}}\Delta t$
Second Order (position) [o2]	Fully Second Order [o2+]
$\boldsymbol{v^{n+1}} = \boldsymbol{v^n} + \boldsymbol{a^n}\Delta t$	$\boldsymbol{v^{n+1}} = \boldsymbol{v^n} + \frac{3}{2}\boldsymbol{a^n}\Delta t - \frac{1}{2}\boldsymbol{a^{n-1}}\Delta t$
$\boldsymbol{x^{n+1}} = \boldsymbol{x^n} + \boldsymbol{v^n}\Delta t + \frac{1}{2}\boldsymbol{a^n}\Delta t^2$	$\boldsymbol{x^{n+1}} = \boldsymbol{x^n} + \boldsymbol{v^n}\Delta t + \frac{1}{2}\boldsymbol{a^n}\Delta t^2$

Let us consider the initial configuration $(x_i = 0, \dot{x_i} = 0.1)$ and $(x_j = 0.1, \dot{x_j} = -0.1)$. Trajectory of particles i and j are computed analytically with equation (2.10) and numerically with schemes [o1],[o1+],[o2] and [o2+]. Figure 1 shows the absolute error on particle i position. Note that all second order scheme are acceptable, though o2 has proven more stable than o2+.

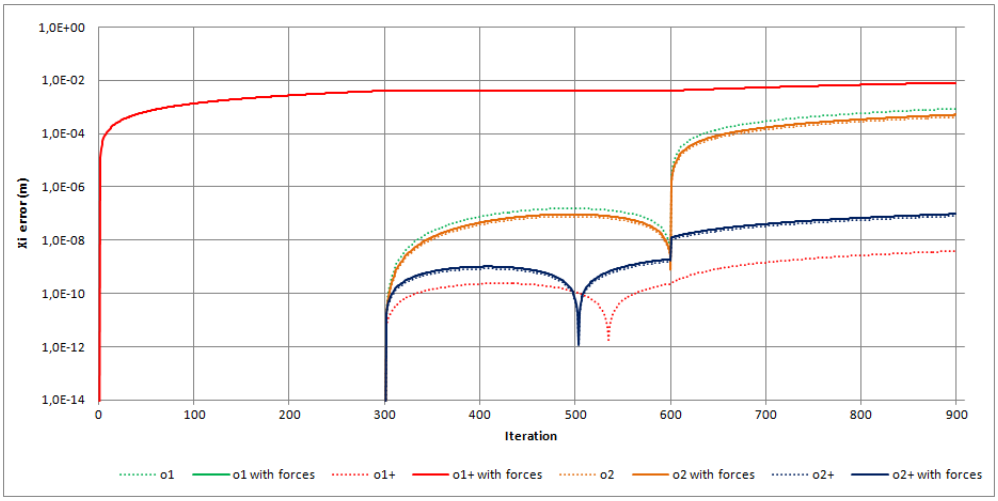


FIGURE 1. Absolute error on x_i with $g = 0$ (dotted line) and $h = 10$ (plain lines).

When damping is involved, eigenfrequency becomes $\omega = \sqrt{k/m_{ij} - \nu^2}$ and the solution takes the form:

$$\delta_{ij}(t) = Aexp(-\nu t)\, cos(\omega t + \alpha) \tag{2.12}$$

An important parameter is the coefficient of restitution which describes the change in relative momentum after a collision. In the linear spring-dashpot model, this coefficient is $\varepsilon = exp(-\pi\nu/\omega)$. DEM is well suited to deal with elastic collisions, however inelastic collapse (the divergence of the number of collision per unit time, see Cipra (1999)) may occur for low values of ε. This is especially complicated in liquid-particles flow where collisions which are mainly inelastic.

2.3. *Contact Forces Formulation*

Let us denote $\hat{\boldsymbol{v}}_{\boldsymbol{i}}^{\boldsymbol{n}}$ and $\hat{\boldsymbol{v}}_{\boldsymbol{j}}^{\boldsymbol{n}}$ the *a priori* velocity for two particles i and j, that is, the distance travelled during an iteration divided by the time step Δt. This velocity may be such that at the end of an iteration, particles overlaps as illustrated in Figure 2.

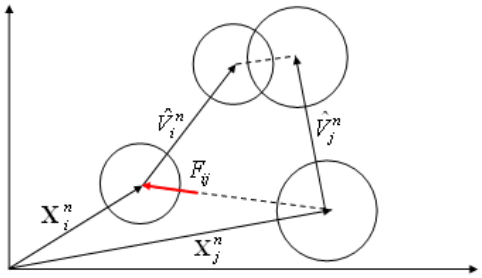


FIGURE 2. Particles position before and after a time step.

As previously discussed, overlaps-based spring-dashpot models - and variations- are not suited to deal with inelastic collisions. To address this issue, we propose to derive a new model of contact forces directly from kinematics. Let us express integrated equation of motion of particles (using [o2] or [o2+]):

$$\begin{cases} \boldsymbol{x_i^{n+1}} = \boldsymbol{x_i^n} + \boldsymbol{v_i^n}\Delta t + \frac{\boldsymbol{F_i}}{m_i}\frac{\Delta t^2}{2} = \boldsymbol{x_i^n} + \hat{\boldsymbol{v}}_{\boldsymbol{i}}^{\boldsymbol{n}}\Delta t \\ \boldsymbol{x_j^{n+1}} = \boldsymbol{x_j^n} + \boldsymbol{v_j^n}\Delta t + \frac{\boldsymbol{F_j}}{m_j}\frac{\Delta t^2}{2} = \boldsymbol{x_j^n} + \hat{\boldsymbol{v}}_{\boldsymbol{j}}^{\boldsymbol{n}}\Delta t \end{cases} \tag{2.13}$$

We add a constant contact force $\boldsymbol{f_{ij}^c} = f_{ij}^c \boldsymbol{n_{ij}}$ exerted on particle i by particle j over a time step in the system (2.13):

$$\begin{cases} \boldsymbol{x_i^{n+1}} = \boldsymbol{x_i^n} + \hat{\boldsymbol{v}}_{\boldsymbol{i}}^{\boldsymbol{n}}\Delta t - \frac{\boldsymbol{f_{ij}^c}}{m_i}\frac{\Delta t^2}{2} \\ \boldsymbol{x_j^{n+1}} = \boldsymbol{x_j^n} + \hat{\boldsymbol{v}}_{\boldsymbol{j}}^{\boldsymbol{n}}\Delta t + \frac{\boldsymbol{f_{ij}^c}}{m_j}\frac{\Delta t^2}{2} \end{cases} \tag{2.14}$$

Subtracting equations for particles i and j in (2.14) give the following relation:

$$\boldsymbol{x_j^{n+1}} - \boldsymbol{x_i^{n+1}} = (\boldsymbol{x_j^n} - \boldsymbol{x_i^n}) + (\hat{\boldsymbol{v}}_{\boldsymbol{j}}^{\boldsymbol{n}} - \hat{\boldsymbol{v}}_{\boldsymbol{i}}^{\boldsymbol{n}})\Delta t - \frac{\boldsymbol{f_{ij}^c}}{m_{ij}}\Delta t^2 \tag{2.15}$$

Let us perform the dot product of (2.15) with $\boldsymbol{n_{ij}}$. Denoting $x_{ij} = (\boldsymbol{x_j} - \boldsymbol{x_i})\boldsymbol{n_{ij}}$ the relative distance and $\hat{v}_{ij}^n = (\hat{\boldsymbol{v}}_{\boldsymbol{j}} - \hat{\boldsymbol{v}}_{\boldsymbol{i}})\boldsymbol{n_{ij}}$ the relative *a priori* velocity:

$$x_{ij}^{n+1} = x_{ij}^n + \hat{v}_{ij}^n \Delta t - \frac{f_{ij}^c}{m_{ij}}\Delta t^2 \tag{2.16}$$

No overlaps at the end of a time step is equivalent to satisfy $x^{n+1} \geq r_i + r_j$ for each pair of particles (i, j). Inserting this inequality in equation (2.16) we get:

$$x_{ij}^n + \hat{v}_{ij}^n \Delta t - \frac{f_{ij}^c}{m_{ij}}\Delta t^2 \geq r_i + r_j \tag{2.17}$$

Reminding the expression of δ_{ij}, we obtain the set of constraints $g(f_{ij}^c) \leq 0$ with:

$$g(f_{ij}^c) = \frac{f_{ij}^c}{m_{ij}}\Delta t^2 + \delta_{ij} - \hat{v}_{ij}^n \Delta t \tag{2.18}$$

The set of forces f_{ij}^c must conserve the momentum as much as possible. This is equivalent to minimizing the following functional :

$$J(\boldsymbol{v}, \lambda) = \left|\boldsymbol{v} - \hat{\boldsymbol{v}}^{\boldsymbol{n}}\right|^2 - \sum_{i<j} \lambda_{ij} \left(\hat{v}_{ij}^n \Delta t - \delta_{ij}\right) \tag{2.19}$$

Solution of this saddle-point problem is obtained iteratively by the Uzawa's algorithm:

$$\begin{cases} \boldsymbol{v_i^{k+1}} = \hat{\boldsymbol{v}}_{\boldsymbol{i}}^{\boldsymbol{n}} + \sum \lambda_{ij}^k \boldsymbol{n_{ij}} \\ \lambda_{ij}^{k+1} = max\left[0; \lambda_{ij}^k - \dfrac{\varrho}{\Delta t}\left(\hat{v}_{ij}^n \Delta t - \delta_{ij}\right)\right] \end{cases} \tag{2.20}$$

The real ϱ is the non-dimensional artificial time parameter. Comparison of equations (2.18) and (2.20) gives the relation between contact force and Lagrange multipliers:

$$\lambda_{ij} = -\frac{f_{ij}^c}{m_{ij}}\Delta t \tag{2.21}$$

2.4. *Implicit Drag Formulation*

Flow regimes around a particle can be divided into three types: Stoke's flow for $Re_p << 1$, intermediate regime $1 < Re_p < 1000$, and a well developed turbulent flow for higher particle Reynolds number Re_p, which is defined as:

$$Re_p = \frac{\rho_F d_p |\boldsymbol{v_r}|}{\mu_F} \tag{2.22}$$

A wide amount of literature has been devoted to the calculation of the drag coefficient of circular particles (Flemmer *et al.*(1986), Brown *et al.* (2003), Clift *et al.*(2005), Peker *et al.* (2011)). A commonly used correlation is:

$$\begin{cases} C_D = \dfrac{24}{Re_p}\left(1 + \dfrac{Re_p^{3/4}}{10}\right) & Re_p < 1000 \\ C_D = 0.44 & Re_p > 1000 \end{cases} \tag{2.23}$$

When $|\boldsymbol{v_r}$ becomes very small, which may happen when the fluid and the particles have close densities, Re_p will takes low values and give rise to very high drag coefficient. If time-steps are larger than the particle relaxation time, particles exhibit a non-physical behaviour. To address this issue, we propose an implicit drag model. In the $Re_p < 1000$ case, the drag coefficient can be written :

$$C_D = \frac{K_1}{|\boldsymbol{v_r}|} + \frac{K_2}{|\boldsymbol{v_r}|} \tag{2.24}$$

With $\quad K_1 = \dfrac{24\mu_F}{\rho_F d_p} \quad$ and $\quad K_2 = \dfrac{24}{10}\left(\dfrac{\mu_F}{\rho_F d_p}\right)^{1/4} |\boldsymbol{v_r}|^{3/4}$

Consider equation (2.1) in translation, and assume that the drag force is *excluded* from the total force $\boldsymbol{F_p}$. Let us add the drag force to the right hand side:

$$m_p \frac{d\boldsymbol{v_p}}{dt} = \boldsymbol{F_p} + \boldsymbol{F_D} \tag{2.25}$$

Assuming K_2 constant, that is making the approximation $\boldsymbol{v_r} = \boldsymbol{v_r}(t=0)$ and using (2.24) to express C_D, we get after some algebra the following differential equation:

$$\frac{d\boldsymbol{v_p}}{dt} = A + \boldsymbol{v_p} + \mathbf{B} \tag{2.26}$$

Solving (2.26) and identifying parameters from initial conditions, we obtain the following equation for the particle velocity:

$$\boldsymbol{v_p}(t) = \Big(\boldsymbol{v_p}(t=0) - \boldsymbol{v_T}\Big)\, exp(-t/\tau) + \boldsymbol{v_T} \tag{2.27}$$

Where $\tau = \dfrac{2m_p}{\rho_F \pi r_p^2} \dfrac{1}{K_1 + K_2}$ is the relaxation time

and $\boldsymbol{v_T} = \boldsymbol{v_F} + \dfrac{\tau}{m_p}\boldsymbol{F_p}$ is the particle terminal velocity

Discretization of this equation is straightforward:

$$\boldsymbol{v^{n+1}} = \left(\boldsymbol{v^n} - \boldsymbol{v_T^n}\right) exp(-\Delta t/\tau) + \boldsymbol{v_T^n} \tag{2.28}$$

We also remind that:

$$\begin{cases} \boldsymbol{v^{n+1}} = \boldsymbol{v^n} + \dfrac{\boldsymbol{F_p} + F_D}{m_p}\Delta t & [o2] \\ \boldsymbol{v^{n+1}} = \boldsymbol{v^n} + \frac{3}{2}\dfrac{\boldsymbol{F_p} + F_D}{m_p}\Delta t - \frac{1}{2}\boldsymbol{a^{n-1}}\Delta t & [o2+] \end{cases} \tag{2.29}$$

After some algebra, we obtain expression for the drag force to be applied:

$$\begin{cases} \boldsymbol{F_D} = -0.22\rho_F \pi r_p^2 |\boldsymbol{v_r}|\boldsymbol{v_r} & Re > 1000 \\ \boldsymbol{F_D} = \dfrac{m_p}{\Delta t}\left(\boldsymbol{v^n} - \boldsymbol{v_T^n}\right)\left(e^{-\Delta t/\tau} - 1\right) - \boldsymbol{F_p} & [o2], Re < 1000 \\ \boldsymbol{F_D} = \dfrac{2m_p}{3\Delta t}\left(\boldsymbol{v^n} - \boldsymbol{v_T^n}\right)\left(e^{-\Delta t/\tau} - 1\right) + \frac{1}{3}m_p\boldsymbol{a^{n-1}} - \boldsymbol{F_p} & [o2+], Re < 1000 \end{cases} \tag{2.30}$$

3. Modelling the continuous phase

The continuous phase is governed by conservation laws of mass (3.1), momentum (3.2) and energy (3.3). This set of differential equations is known as Navier-Stokes equations.

$$\partial_t \rho + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \tag{3.1}$$

$$\partial_t (\rho \mathbf{v}) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \times \mathbf{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot \bar{\bar{\sigma}} + \rho \mathbf{f} \tag{3.2}$$

$$\partial_t (\rho e) + \nabla \cdot ((\rho e + p)\mathbf{v}) = \nabla \cdot (\bar{\bar{\sigma}} \cdot \mathbf{v}) + \rho \mathbf{f} \cdot \mathbf{v} + \lambda \nabla^2 T \tag{3.3}$$

3.1. *Moving Least Squares Approach*

In this work, we use the Moving Least Squares (MLS) for the development of higher (2) order schemes on unstructured, collocated grids. The MLS approach calculates the conserved variables in the centres of each cell, using Taylor expansion series. As a result, any variable can be expressed as:

$$\mathbf{U}(\cdot,\mathbf{X}) = \sum_{\alpha=0}^{+\infty}\sum_{\beta=0}^{\alpha} \frac{1}{\beta!(\alpha-\beta)!}(x-x_I)^{\alpha-\beta}(y-y_I)^{\beta}\frac{\partial^{\alpha}\mathbf{U}}{\partial x^{(\alpha-\beta)}\partial y^{\beta}}(\cdot,\mathbf{X}_I) \tag{3.4}$$

The last term on the RHS of equation 3.4 represents the successive derivatives and is the crucial term of the Taylor series. By applying the latter formulation, one approximates $\mathbf{U}(\cdot,\mathbf{X})$ through a weighted least-squares fitting in a neighbourhood of $\mathbf{X}$. For applications of the exposed approach coupled with the FV methodology, the reader is kindly referred to the works of Khelladi *et al.* (2010) and Cueto-Felgueroso *et al.* (2006).

3.2. *Incompressible Flow*

In real flows, disturbances travel at the speed of sound in the media. This phenomenon is due to the compressibility of the fluid and reflected by the hyperbolic nature of Navier-Stokes equations. However, when the flow speed is small compared with the speed of sound (the Mach number is less than 0.3), the flow can be considered as incompressible. Numerical methods in fluid dynamics can be classified in two categories: (i) density-based solvers and (ii) pressure-based solvers. In both methods, the velocity field is obtained from (3.2). In the density-based approach, the continuity equation (3.1) is solved to obtain the density field while the pressure field is determined from the equation of state. In the pressure-based approach, the pressure field is extracted by solving a pressure or pressure correction equation which is obtained by manipulating continuity and momentum equations.

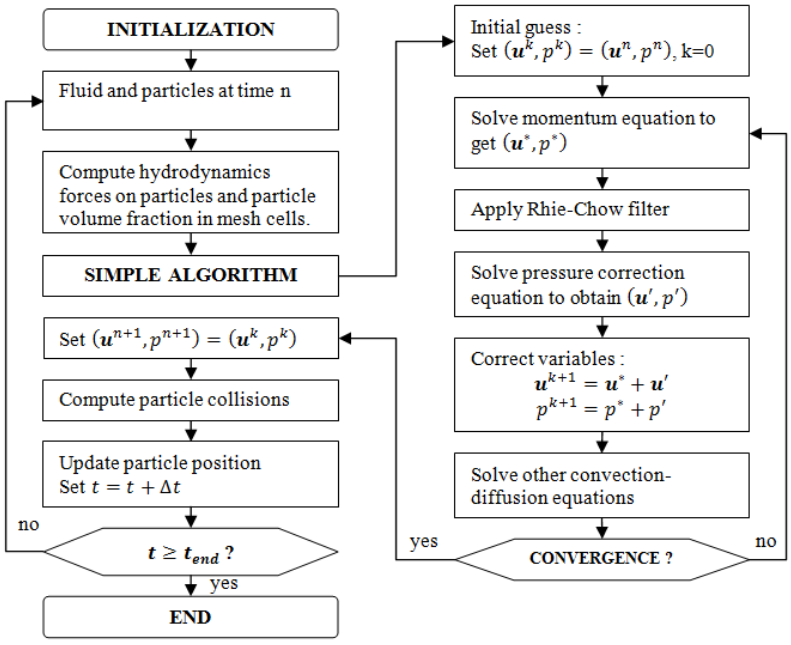


FIGURE 3. Unsteady two-phase flow solution procedure.

The main advantage of the pressure-based solver is that the pressure balances across the field instantly, without requiring the propagation of density waves. Navier-Stokes equations become elliptic and allow the use of considerably higher time-steps, which is suitable for practical engineering applications. However, the numerical solution of such equations requires specialized algorithms. The Semi Implicit Method for Pressure Linked Equations (SIMPLE), first proposed by Patankar and Spalding (1972) is widely used to solve the incompressible NavierStokes equations. Figure 3 shows the general solution flowchart. The first step is the calculation of several important variables : the volume fraction of fluid and solid phase in each computational cell, hydrodynamic forces acting on particles, the *a-priori* velocities, and momentum source terms (for instance, viscous loss in porous domain). Then, Navier-Stokes equations are solved thanks to the SIMPLE algorithm to obtain fluid properties at time $t + \Delta t$. In the third step, the interaction forces between particles are computed by the previously described procedure. Finally, particle positions are updated.

3.3. *Retro-action*

Some solid phase feedback on the fluid phase must be consider in order to achieve a two-way coupling. This can be done in several ways, according to the particle size with respect to the resolution of the mesh. Let us denote by Ω_s the domain occupied by the solid s at time t and by Γ_s its boundary. Three cases are distinguished as illustrated in Figure 4:
(i) the particles are very small compared to the grid, (ii) the particles have approximately the same size or are slightly bigger than cells and (iii) particles are much bigger than cells.

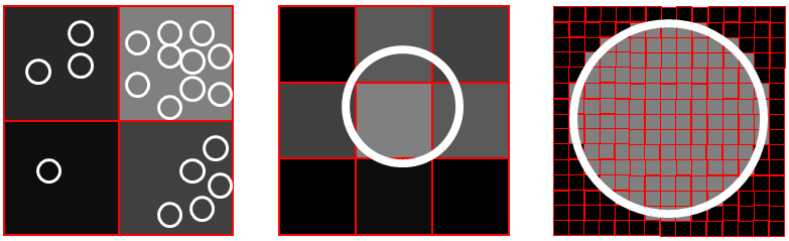


FIGURE 4. Mesh resolution versus particles diameters.

We consider two sorts of fluid-solid interactions: the hydrodynamic forces acting on the surface of the solid - for instance drag and lift forces - and forces arising from the flow through porous solids. The latter have particular importance in the case of highly permeable ice crystals. Porous media are modelled by the addition of a source term $\mathbf{S}$ to the momentum equation (3.2). This term is composed of a viscous loss term and an inertial loss term:

$$\mathbf{S} = -C_1 \mu \boldsymbol{v} + C_2 \frac{1}{2} \rho |\boldsymbol{v}| \boldsymbol{v} \tag{3.5}$$

In this equation μ is the fluid viscosity, ρ is the fluid density and $\boldsymbol{v}$ is the continuity-satisfying velocity. Coefficients C_1 and C_2 are evaluated differently depending on the situation. A key parameter is the solid volume fraction χ_s.

(i) Packed-bed approximation: χ_s is calculated by summing the volume of particles with a computational cell and then dividing by the cell volume. If the void fraction $\epsilon = 1 - \chi_s$ is above a certain threshold, we consider that the particles move freely and

the porous term is dropped. Otherwise, we consider the computational cell as a packed bed. Ergun proposed an equation to predict the pressure drop along the length of a packed bed:

$$\left|\frac{\delta P}{L}\right| = \frac{150\mu}{\langle d_p\rangle^2}\frac{(1-\epsilon)^2}{\epsilon^3}v_\infty + \frac{1.75\rho}{\langle d_p\rangle}\frac{(1-\epsilon)}{\epsilon^3}v_\infty^2 \tag{3.6}$$

$\langle d_p\rangle$ is the mean particle diameter, averaged over a computational cell. Comparing equations (3.5) and (3.6), we can identify C_1 and C_2 coefficients:

$$C_1 = \frac{150}{\langle d_p\rangle^2}\frac{(1-\epsilon)^2}{\epsilon^3} \qquad \text{and} \qquad C_2 = \frac{3.5}{\langle d_p\rangle}\frac{(1-\epsilon)}{\epsilon^3}$$

Remark: this approach is well suited for very small particles. If particles are too large, χ_s may become greater than unity or statistical average may become irrelevant.

(ii) Porous layer approximation: χ_s is evaluated for each cell depending on the diameter and position of nearby particles. Darcy's law describes the flow of a fluid through a porous medium. The law was originally derived based on the results of experiments, but can also be derived from the Navier-Stokes equations. Let denote k_s the permeability (in m^2) of the solid medium:

$$\left|\frac{\delta P}{L}\right| = \frac{\mu v_\infty}{k(\chi_s)} \tag{3.7}$$

Again, we can identify C_1 and C_2 coefficients:

$$C_1 = \frac{1}{k(\chi_s)} \qquad \text{and} \qquad C_2 = 0$$

Remark: $k(\chi_s)$ is the permeability weighted by solid fraction. This function must be monotonic on $[0,1]$ and satisfy the following criteria:

$$\begin{cases} k(1) = k_s \\ \lim\limits_{\chi_s \to 0} k(\chi_s) = +\infty \end{cases} \tag{3.8}$$

(iii) Flow resolution: We set $\chi_s = 1$ in computational cells whose center are inside Ω_s, and $\chi_s = 0$ elsewhere. We also compute the outward normal field $\mathbf{n_s} = \nabla\chi_s/|\nabla\chi_s|$. All the domain is processed as in case (ii), but in addition the strain tensor within solids is set to zero by using the penalty method. For more details, one is kindly referred to the work of Maury (2006). The rest of the field is solved as usual. The main advantage of this approach is that fluid-solid interactions are inherently taken into account when the flow field is calculated. Therefore, any modelling of hydrodynamic forces, or exchange of momentum between the phases is required. The resulting force $\boldsymbol{F_p}$ acting on the particle is integrated as below:

$$\boldsymbol{F_p} = -\sum_{\Gamma_p} (\bar{\bar{\sigma}} - p\bar{\bar{\mathbf{1}}})\,\mathbf{n_s} \tag{3.9}$$

Remark: the mesh must be sufficiently fine so that we can count 20 cells per particle diameter. Therefore, this method requires high computational costs when small particles are involved.

4. Application : Clogging of a Filter

Snow shower are tree-stage events. The first step is a slow (several hours) growth of ice crystal within the aircraft fuel pipes. Then, accumulated snow is suddenly released and carried by the fuel into the jet-engine fuel system. In this work, we focus on the third step where ice particles will choke fuel systems components in seconds.

4.1. *A multi-physic, multi-scale phenomenon*

Ice accretion: Icing is influenced by several parameters, e.g. surface properties, temperature variations of fuel and fluid velocity. Laboratory observations have shown that accretion process involves the combination of growth of ice crystal from the water dissolved in the fuel and deposit of supercooled droplets (Baena *et al.*(2012), Murray *et al.*(2011)).

Ice shedding: The mechanical strength of an ice sample at a given temperature depends of the shape and size of the specimen, the way ice is formed, and how the load is applied. Investigations following the 2008 accident demonstrated that the release of accretion occurs when the fuel velocity is increased to the range of 0.7 to 0.8 m/s. Hence, ice shedding is likely caused by shear stress resulting from a drag increase (Reid (2013)).

Clogging: Components with small holes are obviously threatened by ice particles. This includes filters, strainers, injectors and heat exchanger inlets. It is usual to provide by-pass means to such components so that if they were to be obstructed, fuel will continue to flow at an acceptable rate through the rest of the system. Accumulation of a significant quantity of ice will form a thin layer. Resulting pressure drop may cause by-pass valves to open. Therefore it is critical to know in which extent ice particles will follow the flow through the by-pass and propagate in the fuel system.

4.2. *Case & Results*

As an application we consider the simple 2D case of a filter clogged by a snow shower. An ideal filter (permeable to the flow but blocking any kind of particle) is located in the middle of rectangular domain representing a segment of pipe. Domain dimensions are 2.5 cm (diameter) by 10 cm (simulated length). As inlet condition, we set the fluid velocity to 0.1 m/s and up to 1000 particles are seed in order to have a concentration of water close to 10000 ppm. The carrier fluid has a density of 850 kg/m3 and a viscosity of 1.10^{-3} Pa.s. Ice particles have a density of 917 kg/m3 and porosity is set to 0.5. We set the time step to 1 ms and perform up to 3000 iterations.

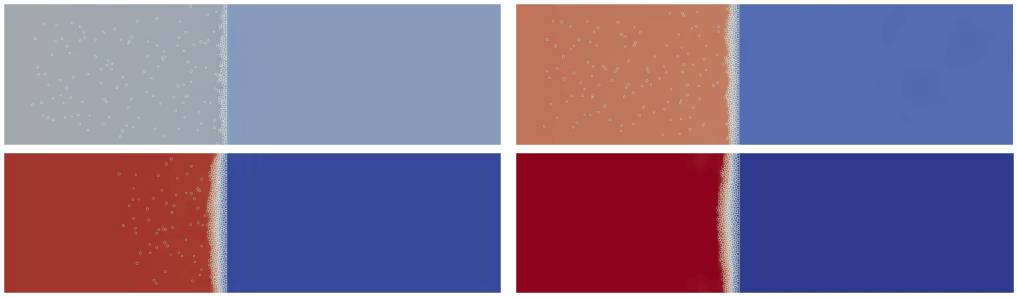


FIGURE 5. Snapshots of pressure field at times 1.0, 1.5, 2.0 and 2.5 seconds.

Since the filter does not affect the flow, there is not initial pressure drop either side of the filter, as it can be seen from the Figure 5. As particles are injected in the pipe and stack to form a porous layer, the pressure upstream rises.

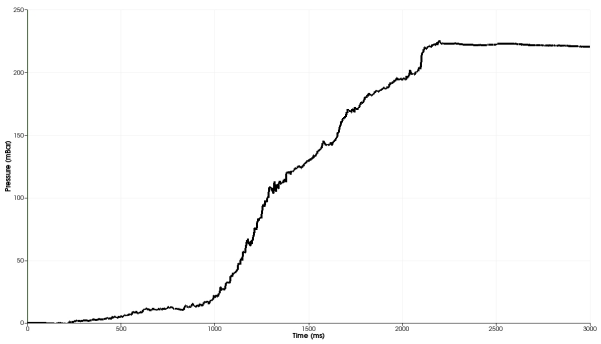


FIGURE 6. Upstream pressure over time.

Looking at Figure 6, we can distinguish tree stages: ($0 \rightarrow 1$s) the pressure increases slowly. This is because the flow is reconfiguring to follow the path of least resistance. ($1 \rightarrow 2$s) the pressure increases linearly with the thickness of the layer and (2^{+}s) the pressure stabilizes. One can clearly see the influence of the thickness of the ice layer on the velocity profiles on Figure 7 below:

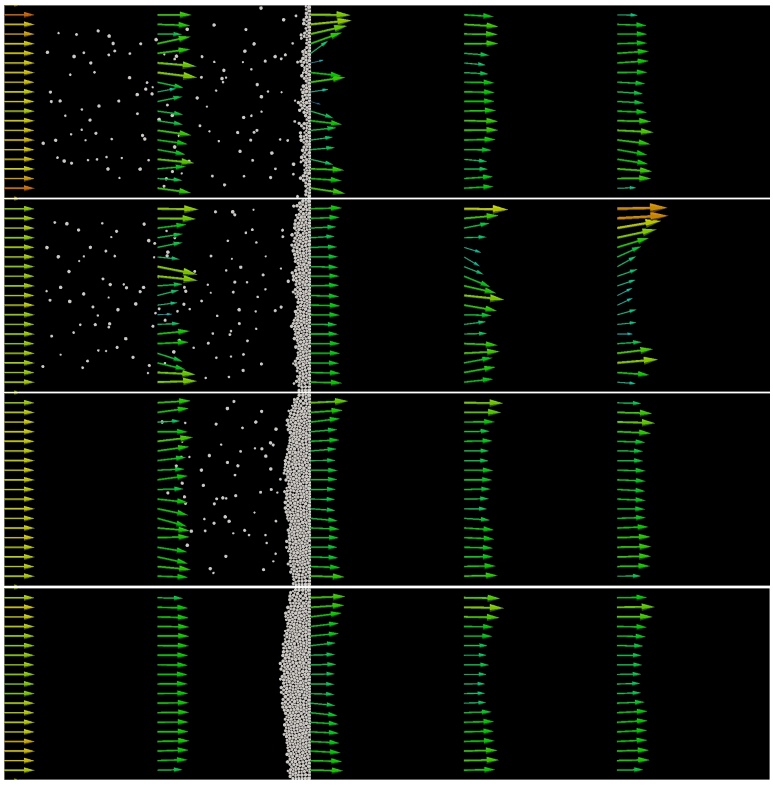


FIGURE 7. Snapshots of velocity profiles at times 1.0, 1.5, 2.0 and 2.5 seconds.

On the first snapshot, one can observe that a thin icy layer have important effects on the velocity profile, which is clearly not the case on the fourth and fifth snapshots. This is the flow reconfiguration we mentioned previously. On the second snapshot, the layer of ice is sufficiently thick to stabilize the velocity downstream of the filter, while instabilities are still being advected. On the third snapshop, upstream flow is still disturbed by ice particles. Finally, snapshot four shows a completely stabilized velocity field. One can observe that velocity are lower in the middle of the pipe, downstream of the filter. This is because the ice is thicker in the center of the pipe, resulting in higher resistance to fluid motion. Another interesting result is the detail of contact interactions between the particles, as presented on Figure 7:

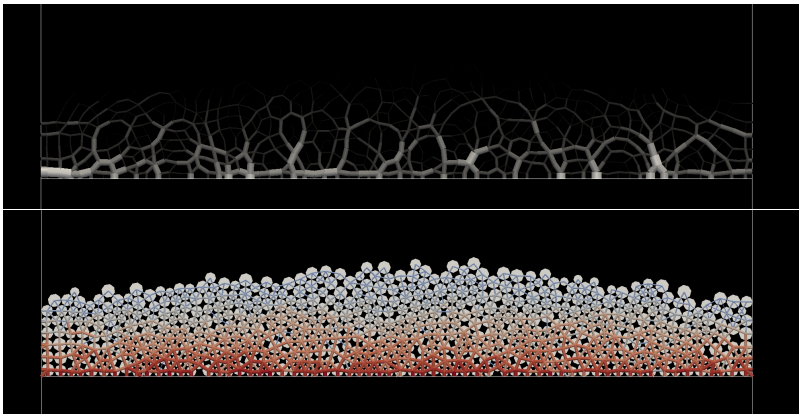


FIGURE 8. Force chains (top) and contact duration (bottom) at time t=3.0s.

5. Conclusion and Future Development

We proposed a hybrid Finite Volume - Discrete Elements Method numerical model for a two-phase flow. Time integrators have been investigated, and a model for inelastic collisions has been derived from kinematics. Contact forces are computed by an optimization algorithm based on Lagrangian multipliers. Together with an implicit formulation of drag forces, it allows the use of high time-steps compared to classic DEM models. We described several approaches for fluid-solid interactions. With regard to size of ice particles and our computing capacities, we selected the packed-bed model based on Ergun equation. The method is applied to investigate clogging on an ideal filter. The ice particles form a porous layer in a matter of seconds, which results in a pressure drop and rapid changes of flow dynamics.

With a better understanding of snow showers' dynamics, one could improve the robustness and reliability of jet-engine fuel system. Thus, applications are of clear importance for the aviation industry. In the foreseeable future, the authors are planning to run the code on much more complex geometries than the one presented in the paper. A 3D-MPI version of the code is also under development, which will greatly enhance the code capabilities.

Acknowledgement

The autors would like to acknowledge the financial support for the two PhD thesis granted by SNECMA, part of SAFRAN group.

REFERENCES

Baena, S., Lawson C.P., Lam J.K.-W Cold fuel test rig to investigate ice accretion on different pump inlet filter-mesh screens *28th International Congress of the Aeronautical Sciences, ICAS paper* **2012**

Brown P., Lawler D., Sphere Drag and Settling Velocity Revisited *Dover Publications* **05**.

Butkovich, T.R. The ultimate strenght of ice *USA Snow Ice and Permafrost Research Establishment Res* **1945**.

Cipra B., Dini P., Kennedy S., Kolan A. Stability of one-dimensional inelastic collision sequences of four balls *Physica D* **125**, 183–200.

Clift R., Grace J. R., Weber M. E. Bubbles, drops, and particles *Journal of Environmental Engineering* **05**, 222–231.

Cueto-Felgueroso, L., Colominas, I., Fe, J., Navarrina, F.,Casteleiro, M. High-order finite volume schemes on unstructured grids using moving least-squares reconstruction. Application to shallow water dynamics *International Journal for Numerical Methods in Engineering* **06**, 295–331.

Cundall, P.A., Strack, O.D.L. A discrete numerical model for granular assemblies *Geotechnique* **29**, 47–65.

Dioguardi F., Dellino P., Mele D. Integration of a new shape-dependent particle-fluid drag coefficient law in the multiphase Eulerian-Lagrangian code MFIX-DEM *Powder Technology* **260**, 68–77.

European Aviation Safety Agency Certification Specification for Engines CS-E, Amendment 3 **10**.

Flemmer R., Banks C. On the drag coefficient of a sphere *Powder Technology* **86**, 217–221.

Guo L., Morita K., Tobita Y. Numerical simulation of gas-solid fluidized beds by coupling a fluid-dynamics model with the discrete element method *Anal of Nuclear Energy* **72**, 31–38.

Herrmann H.J. Intermittency and self-similarity in granular media *Powders & Grains, Balkema, Rotterdam, 1997.*

Hobbs, P.V. Ice Physics *Oxford Classic Texts in the Physical Sciences* **2010**.

Khelladi, S., Nogueira, X., Bakir F, Comominas, I.Toward a high-order finite volume solver using moving least squares approximation on unstructured grids *Computer methods in applied mechanics and engineering* **11**, 2348–2362.

Kishino Y. (ed.) Powders & Grains 2001, Balkema, Rotterdam **2001**.

Lam, J.K-W. WAFCOLT - Water behavior in aviation fuel under low temperature conditions *EASA Reasearch Project 2010/01.* **2013**.

Maury B. Numerical analysis of a finite element/volume penalty method *SIAM Journal on Numerical Analysis* **09**, 1126–1148.

Murray, B.J., Broadley, S.L., Morris, G.J. Supercooling of water droplets in jet aviation fuel *Fuel* **90**, 433-435.

Patankar, S. V. and Spalding, D.B. A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows *Int. J. of Heat and Mass Transfer* **15,10**, 1787–1806.

Peker SM., Helvaci SS. Solid-liquid two phase flow *Elsevier Publications* **07**.

Reid M. Engine fuel system tolerance to fuel born ice. Managing water and ice in aviation fuel under low temperature conditions *Seminar proceedings.* **2013**.

Sleight P.A., Carter, R.D.G.Report on the accident to Boeing 777-236ER, G-YMMM, at London Heathrow Airport on 17 January 2008 *Air Accidents Investigation Branch, Department of Transport (UK)* **2008**.

Zhangxin, C., Guanren, H., Yuanle, Ma. Computational Methods for Multiphase Flows in Porous Media *Society for Industrial and Applied Mathematics* **2006**.

C.4 Journées SHF : Machines Hydrauliques et Cavitation 2015, Nantes, France

Les premiers résultats expérimentaux de la cavitation aérée ont ont été montrés lors de ces journées organisées par la Société Hydrotechnique de France.

Experimental study of a horizontally aerated cavitating flow in a symmetrical venturi nozzle

Journées SHF : Machines hydrauliques, Cavitation
3-4 Juin, 2015, Nantes, FRANCE

P. TOMOV, C. SARRAF, S. KHELLADI, F. RAVELET, F. BAKIR
DynFluid Laboratory,
Arts et Métiers ParisTech,
151, Boulevard de l'Hôpital,
75013 Paris, FRANCE

Proposed session: Cavitation.
Key words: Aerated cavitation, Cloud cavitation, Sheet cavitation, Supercavitation, High-speed camera, Venturi nozzle.
Corresponding Author: Petar.TOMOV@ensam.eu

The cavitation phenomenon is vastly present in different technical devices such as hydrofoils, pumps and convergent-divergent nozzles. It is also observed in various fields of engineering such as aerospace and underwater vehicles. The injection of bubbles into an already cavitating flow is a way to influence and act on the typical cavitation behaviour. As a result, ventilated cavitation leads to a complex air-vapour interaction, which can lead to various types of cavitating regimes. The richness and the complexity of the emerged multiphase flow needs a thorough research and exploration.

The article proposes an experimental work on aerated cavitation in a transparent symmetric horizontal venturi nozzle. In order to reveal and analyse the aeration-cavitation interaction, a controlled quantity of gas is injected by a non-intrusive manner at the inlet section of the venturi nozzle. The experiments were conducted in the small closed loop test rig of the DynFluid Laboratory facilities. The latter consists of two 150 liter tanks and a test section. The transparent horizontally symmetrical venturi profile is placed between the two tanks. The converging and divergent angles of the venturi nozzle are 18° and 8°, respectively, on top and bottom walls. The aspect ratio between the inlet and throat sections of the venturi is equal to 3 and its total length is equal to 200 mm. The diameter of the channel section of the tubing is constant and equal to 40 mm. The fluid motion is achieved by a centrifugal pump placed at the lowest point of the test rig with a maximum flow rate capacity of 8 m^3/h. A vacuum pump is connected to one of the storage tanks, in order to decrease the pressure in the system, while experiments continue to run. The aeration of the fluid flow is achieved by injecting a controlled quantity of air through a porous ring placed before the venturi inlet section. The ring has the same inlet diameter as the channel, in order to avoid any flow disturbances. As a result, different cavitation regimes are observed and identified (sheet cavity, cloud cavity or supercavitation) related to the fluid velocity, pressure at the free surface and the quantity of injected air. The latter has a significant influence on the nature of the gaseous structures and their distribution at the divergent part of the venturi nozzle, as well as on the noise reduction as a result of the cavitation phenomenon.

The observations of the aerated cavition are achieved by means of a high-speed camera at a sampling frequency of 1 kHz, placed on a tripod in order not to avoid any disturbances due to possible vibrations. In such a way the extremely rapid cavitation-aeration coupling is captured and further analysed by images post-processing technique, based on a standard detection of the grey level and a definition of a region of interest (ROI). The parameters which are post-treated and extracted from the series of 4096 consecutive images, which represents 4.1 seconds physical time, are the mean value and the standard deviation of the grey level. The ROI, proposed in the paper, consists of vertical straight lines placed at particular positions along the divergent path of the venturi nozzle. Moreover, a frequency spectrum and a grey level plots along the treated lines are extracted by means of a Fast Fourier Transformations (FFT).

C.5 Congres Français de la Mécanique 2015, Lyon, France

Cet acte de conférence s'inscrit dans le cadre des développements numériques à l'instant des deux articles SymHydro2014 et IMECE 2014. Le résumé etendu traite le couplage entre les bulles non-déformables et l'écoulement cavitant.

Numerical modeling of a two-dimensional aerated cavitation in a symmetrical venturi nozzle

P. TOMOV[a,b], S. KHELLADI[a], F. RAVELET[a], C. SARRAF[a], F. BAKIR[a], D. GIROUX[b]

a. DynFluid Laboratory, Arts et Métiers ParisTech
151, Boulevard de l'Hôpital, 75013 Paris, FRANCE
b. SNECMA, SAFRAN group,
Rond-point Réné Ravaud, 77550 Réau, France
Petar.TOMOV@ensam.eu

Keywords: Aerated cavitation, Homogeneous Equilibrium Model, LES, Finite-Volume Moving Least Squares, Penalization method, Venturi nozzle

Abstract :

Cavitation is a well-known physical phenomenon occurring in various technical applications. Its coupling with the aeration, is a recent technique, which allows the control of the overall effect of the cavitation. The aeration is achieved by introducing air bubbles into the flow. In order to reveal and explore the behaviour of air in the vicinity of the cavitation regions, the paper is oriented towards the physics of the colliding vapour phase in the presence of cavitation. By penalizing the strain rate tensor in the Homogeneous Equilibrium Model, a two-way cavitation-aeration coupling is achieved. The contact-handling algorithm is based on the projections of the velocity fields of the injected bubbles over the velocity field of the fluid flow. At each time step the gradient of the distance between the bubbles, is kept non-negative, as a guarantee of the physical non overlapping. The bubbles are considered as non-deformable. The differential equations system is composed of the 2D Navier-Stokes equations, implemented with the Homogeneous Equilibrium Model. A high-order Finite Volume solver based on Moving Least Squares approximations is used. The code uses a SLAU-type Riemann solver for the accurate calculation of the low Mach numbers. The computational domain is a symmetrical 2D venturi nozzle, with 18° - 8° convergent/divergent angles respectively.

Introduction:

Cavitation is an extremely wide spread physical phenomenon in various technical applications. When the pressure becomes inferior to the saturating vapour pressure of

the liquid, cavitation takes place. It is responsible for issues like erosion [1], noise and vibrations [2, 3], which can lead to a malfunctioning of various turbo-machines. In general, the presence of cavitation has a negative effect on the normal functioning of a hydraulic system. Nevertheless, in some particular cases, it can have an extremely positive effect leading, for instance into a drag reduction, as it is the case of submarine vehicles [4], where the supercavitation covers the immersed body and makes it slip through the liquid [5]. It is very important for one to understand the physics behind the complex two-phase flow phenomenon, in order to reduce the negative effect or increase its positive influence. Studying cavitation dynamics in simple geometries like convergent-divergent venturi nozzles is a way of achieving that goal. On the top of that, those type of obstacles lead to a rich sheet cavitation dynamics [6]. In the case of the venturi nozzle, a periodic cycle with the appearance of a re-entrant jet can take place. In general, the re-entrant jet is created by the flow which expands in the closure region, in such a way, that in combination with the venturi wall, it creates a stagnation point. The conservation of momentum makes the fluid to pass beneath the cavity. As a result, the jet progresses and results in a vapour separation [7], which forms a cloud which is being further advected down the stream. The cloud vapour collapses in the divergent venturi nozzle zone where the pressure is substantially higher than the one at the throat. By its nature, the cloud cavitation has an extremely aggressive behaviour and it is capable of doing severe damage on the near structure. Hence, a control of the cavitation behaviour can lead to a stable regime instead of having an unsteady damaging one.

A recent technique capable of influencing the cavitation inception is the aeration of the liquid. Davis et al. [8] and later Dunn et al. [9] injected a controlled quantity of bubbles into a transparent venturi nozzle, in order to study its effects on the cavitation in the case of water and aviation fuel. It has been found that the cavitation inception place can be shifted forward or backward, if an injection of gas is to take place or not. Coutier et al. [10] measured the speed of sound in a two-phase flow which was characterized by a high void fraction. In order to achieve such a high quantity of gas, an intrusive injection of air into a liquid flow has been done. Dong et al. [11] presented an investigation of cavitation control by aeration. The pressure waveforms were analyzed with and without aeration. The results showed that aeration phenomenon increases in a remarkable manner the pressure in the cavitation region and the corresponding pressure waves exhibit a shock wave.

Numerical Method:

From a numerical point of view, the main difficulty in cavitating flows lies in the treatment of two very different from each other regions: the first one, which is pure liquid, is nearly incompressible flow, and the second one is the low-viscosity vapour region. Moreover, a special care must be taken for the transition region, which is not always clearly distinguished. Appropriate high-resolution mesh densities and time steps of the order of 10^{-7}s [12], are necessary in order to obtain proper convergence and rep-

resentation of the physical phenomenon. Unfortunately, the computer power, required to capture all the processes occurring over a wide range of time and length scales is beyond the present capabilities, therefore, simplifications and precise approaches are necessary to obtain a realistic model to simulate cavitating flows. Moreover, the injection of multiple single bubbles into the multiphase cavitating flow makes the simulation procedure even more delicate and complex. Their presence may impact the cavitating zones' inception, shape and shedding frequency. As a result the aeration-cavitation coupling is of crucial importance for the proper representation of the flow dynamics.

The present study deals with the aeration-cavitation coupling in a horizontal symmetric venturi nozzle. The numerical modelling of the cavitation phenomenon is achieved by the Homogeneous Equilibrium Model (HEM) [19]. The differential equation system is composed of the 2D Navier - Stokes (NS) equations coupled with the HEM. It accounts for the momentum, mass and energy equations. In the cavitation zone, the conservation equations tend to lose locally their hyperbolic character and become elliptic, therefore the liquid and vapour phases are separately described by equations of state. As a result, the two phases keep proper thermodynamic behaviour [20]. The thermodynamic equilibrium is present at each point of the computational domain, therefore, the vapour phase pressure is considered as constant and it is equal to the saturation vapour pressure. The model does not take into account the relative motion between the phases.

The conserved variables are calculated in the cell centres. By using Taylor expansion series, any variable can be expressed in terms of its successive derivatives through a weighted least-squares fitting. A major difficulty is the calculation of successive derivatives. This issue is overcome by using the Moving Least Squares (MLS) approach in a Finite-Volume (FV) framework [21]. Such a configuration does not introduce new degrees of freedom. Another advantage is the good performance on unstructured grids [22]. In order to implement the MLS approach, a number of neighboring points (stencil) of each node ought to be defined. Its construction is of crucial importance for the behaviour of the numerical simulation [23]. Moreover, the numerical approach needs to deal with shocks and strong gradients. As a result, slope limiters [24] are coupled with detector gradient [25]. The simulation belong to the family of the implicit Large Eddy Simulation (iLES). The used turbulence model is based on the one developed in [23].

The Riemann (problem) solver is of capital importance, due to the large spectrum of different coexisting flow regimes. The flow is subsonic in the liquid (very low Mach) and vapour (intermediate Mach) pure phases, and supersonic in the mixture phase [26]. In order to cope with this issue, the FV-MLS code uses a modified Simple Low dissipative Advection Upstream splitting method (SLAU) [27].

Bubble Injection Approach:

The aerated phenomenon is simulated by a controlled injection of bubbles into the multiphase flow. Each bubble is treated individually and the NS equations are solved for the moving fluid. The contact - handling algorithm is based on the projection of the velocity field of the injected bubbles over the velocity field of the fluid flow. The injection is done in such a manner that, at each time step the gradient of the distance between every two bubbles, is kept non-negative as a guarantee of the possible non-overlapping [28, 29]. The method consists of imposing a constraint on the velocity field of the bubbles, as a guarantee that at each time step the calculated bubble velocity field belongs to an eligible velocity field of the fluid. The numerical approach takes into account the gravity effects. The motion of each bubble is governed by Newton's second law. The forces acting on each bubble are the buoyancy force, the lift and drag forces and a turbulence force [30, 31]. The code takes into account the force as a result of surface variation, since the bubbles are treated as non-deformable.

A penalization procedure is applied, in order to achieve the two-way coupling between the multiphase flow and the bubbles. The fluid is considered as a Newtonian, hence the stress tensor is proportional to the strain rate. A weak formulation of the problem over the hole computational domain is needed, since a re-meshing technique has not been applied. A characteristic function is defined, which takes the form a equation of a circle. The calculations take place either inside or outside the bubble. As a result, a penalization method is obtained and it is applied to the viscosity term. When the limit of the stress tensor equals zero, the bubbles stay rigid through their motion. Otherwise, when a bubble is near or inside a cavitating zone, the viscosity will be penalized and take the value of the mixture viscosity [32].

The domain of calculation is an axisymmetrical venturi duct (fig.1) with an 18° - 8° convergent/divergent angles, respectively. The total length is 220 mm, and the inlet/throat section ratio is equal to 3. The liquid used in the simulation is water at

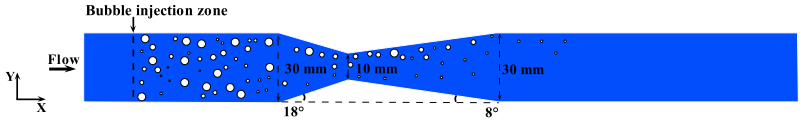


Figure 1: venturi

$T = 300$ K. The saturation vapor pressure in operating conditions is taken $P_{vap} \approx 2200$ Pa. Due to the pressure shock waves present in the multiphase flow [33], the numerical domain is extended (once upstream and once downstream) in longitudinal direction. Absorbing boundary conditions are imposed [12], in order to evacuate the upfront coming pressure waves. The flow velocity at the inlet section is set to be 4 m/s and the pressure outlet is equal to 50 kPa. The initial distribution of the bubbles is achieved by a random function. The size and the quantity of the bubbles are initially defined. The work is the logical continuation of the numerical study presented in [34].

References

[1] M. Petkovšek, M. Dular, Simultaneous observation of cavitation structures and cavitation erosion, Wear 2013, vol.300, pp.55–64.

[2] Y. Tsujimoto, K. Kamijo, C.E. Brennen, Unified treatment of flow instabilities of turbomachines, Journal of Propulsion and Power 2001, vol.17(3), pp.636-643.

[3] Y. Tsujimoto, Flow Instabilities in Cavitating and Non-Cavitating Pumps, Educational Notes RTO-EN-AVT-143, 2006.

[4] M. Wosnik, R.E.A Arndt, Measurements in High Void-Fraction Bubbly Wakes Created by Ventilated Supercavitation, Journal of Fluids Engineering 2013, vol.135.

[5] S.L. Ceccio, Friction Drag Reduction of External Flows with Bubble and Gas Injection, Annual Review of Fluid Mechanics 2010, vol.42, pp.183–203.

[6] R. Campos, Analyse des ecoulements cavitants stationnaires et instationnaires dans les turbomachines, PhD Thesis, 2009.

[7] R.B. Wade, A.J. Acosta, Experimental Observations on the Flow Past a Plano-Convex Hydrofoil, Journal of Basic Engineering 1966,vol.88, pp.273-282.

[8] M.P. Davis, Experimental Investigation of the Aviation Fuel Cavitation, Phd Thesis, 2008.

[9] P.F. Dunn, F.O. Thomas, M.P. Davis, I.E. Dorofeeva, Experimental characterization of aviation-fuel cavitation, Physics of Fluids 2010, vol.22(11), 117102.

[10] O. Coutier-Delgosha, J.F. Devillers, T. Pichon, A. Vabre, Internal structure and dynamics of sheet cavitation, Physics of Fluids 2006, vol.18.

[11] Z.Y. Dong, P.I. Su, Cavitation Control By Aeration and Its Compressible Characteristics, Journal of Hydrodynamics, Ser B, 2006, vol.18(4), pp.499–504.

[12] H. Gunter, G.H. Schnerr, H.I Sezal, S.J. Schmidt, Numerical investigation of three-dimensional cloud cavitation with special emphasis on collapse induced shock dynamics, Physics of Fluids 2008, vol.20(4), 040703.

[13] Y. Chen, S.D.Heister, A numerical treatment for attached cavitation, Journal of fluid and engineering 1994, vol.116, pp.613–618.

[14] M. Deshpande, Numerical modeling of the thermodynamic effects of cavitation, Journal of fluids and engineering 1997, vol.119, pp.420–427.

[15] W. Dijkhuizen, Deriving closures for bubbly flows using direct numerical simulations, PhD Thesis, 2008.

[16] G.H. Schnerr, J. Sauer, Physical and Numerical Modeling of Unsteady Cavitation Dynamics, Proceedings of 4th International Conference on Multiphase Flow, New Orleans 2001, USA.

[17] Y.C.Wang and C.E.Brennen, Numerical computation of shock waves in a spherical cloud of cavitation bubbles, Journal of Fluids Engineering 1999, vol.121, pp.872–880.

[18] C.F. Delale, G.H. Schnerr, J. Sauer, Quasi-one-dimensional steady-state cavitating nozzle flows, Journal of Fluid Mechanics 2001, vol.427, pp.167–204.

C.6 Experimental Thermal and Fluid Science

Cet article regroupe les travaux expérimentaux sur la cavitation et la cavitation aérée.

Experimental Thermal and Fluid Science 70 (2016) 85–95

Contents lists available at ScienceDirect

Experimental Thermal and Fluid Science

journal homepage: www.elsevier.com/locate/etfs

Experimental study of aerated cavitation in a horizontal venturi nozzle

P. Tomov [a,b,*], S. Khelladi [a], F. Ravelet [a], C. Sarraf [a], F. Bakir [a], P. Vertenoeuil [b]

[a] DynFluid Laboratory, EA92, Arts et Métiers ParisTech, 151 Boulevard de l'Hôpital, 75013 Paris, France
[b] SNECMA, SAFRAN group, Rond-point Réné Ravaud, 77550 Réau, France

ARTICLE INFO

Article history:
Received 5 May 2015
Received in revised form 22 August 2015
Accepted 25 August 2015
Available online 31 August 2015

Keywords:
Sheet cavitation
Cloud cavitation
Supercavitation
Aerated cavitation
Venturi nozzle

ABSTRACT

The injection of bubbles into an already cavitating flow is a way of influencing the typical cavitating behaviour. The present article deals with experiments on aerated and non-aerated cavitation in a transparent horizontal venturi nozzle. The observations are done by means of a high-speed camera. In such a way the extremely rapid cavitation and cavitation–aeration flows are captured and further analysed. The post-processing techniques is based on the detection of the grey level on the series of images. As a result, three different regimes are identified: sheet cavitation, cloud cavitation and "supercavitation". Those regimes are further aerated by injecting air bubbles. Standard deviations, time–space diagrams and frequency spectrum based on the vertical distribution of the grey level along a monitored line are plotted for all of the observed regimes. In the pure cavitation cases we obtain statistically symmetrical structures with characteristic lengths and frequencies. On the other hand, with aeration present, the symmetry is broken and characteristic lengths and frequencies are deeply modified, until a complete disappearance when "supercavitation" is reached.

© 2015 Elsevier Inc. All rights reserved.

1. Introduction

Cavitation is a well known physical phenomenon occurring in various technical applications. When the pressure becomes inferior to the saturating vapour pressure of the liquid, cavitation takes place. The cavitation is responsible for issues like erosion [17,16,26], noise and vibrations [36,35], which can lead to a malfunctioning of various turbo-machines [27], for instance impellers [25,2]. In general understanding, the cavitation occurrence has a negative effect on the proper functioning of a hydraulic system. However, in some particular cases, it can have an extremely positive effect leading to a drag reduction, as in the case of submarine vehicles [38]. In that case the supercavitating structure covers the immersed body and makes it slip through the liquid [3], which results in a extremely rapidly moving object. It is very important for one to be able to understand the physics behind the two-phase flow phenomenon, in order to reduce the negative effect or increase its positive influence. In that sense, studying cavitation dynamics in simple geometries like convergent–divergent venturi nozzles is a way of achieving that goal.

1.1. Sheet cavity dynamics

The sheet cavity dynamics has been widely studied in the case of a venturi nozzle [32,9,4], in the case of a hydrofoil [23,12,13] or on a divergent step [1]. The dynamical characteristics of a hydrofoil change considerably with different angle of attack and cavitation number [23]. In the case of the venturi nozzle, a periodic cycle can take place, which consists of the following steps. Firstly, the cavity grows from the venturi throat, secondly a re-entrant jet appears at the sheet cavity closure, flows upstream on the wall, and eventually cuts the newly formed vapour phase. In general, the re-entrant jet is created by the flow which expands in the closure region, in such a way, that in combination with the venturi wall, it creates a stagnation point. The conservation of momentum makes the fluid to pass beneath the cavity. As a result, the jet progresses and results in a vapour separation [37], forming a cloud which is being further advected. The cloud vapour collapses in the divergent venturi nozzle zone where the pressure is substantially higher than the one at the throat. The cavity length is reduced and the whole process repeats itself. The repeatability of the process is characterised by the shedding frequency f_s. Some experiments have been done with coloured water in order to reveal the dynamics of the re-entrant jet [24]. Other studies have shown that the adverse pressure gradient has a primary role in the development of the jet [1,3]. Recently Ganesh et al. [19] showed that the shedding mechanism could also be governed by the shock wave

* Corresponding author at: DynFluid Laboratory, Arts et Métiers ParisTech, 151 Boulevard de l'Hôpital, 75013 Paris, France.
E-mail address: Petar.TOMOV@ensam.eu (P. Tomov).

http://dx.doi.org/10.1016/j.expthermflusci.2015.08.018
0894-1777/© 2015 Elsevier Inc. All rights reserved.

in bubbly mixture and not by the re-entrant jet. The study of the dynamics of the re-entrant jet is beyond the scope of the present paper. Nevertheless, one could mention the possibility for different regimes to take place. For instance, when the pressure at the venturi throat is not sufficiently low, the sheet cavity length is not long enough for the cloud cavitation shedding to occur [22,21]. In such kind of a regime the cavity oscillates and the cavity closure position does not shift in time. As a result, there are no large vapour clouds advected. The different cavitation regimes are characterised by different Strouhal numbers, which values are not universal [5,11,29], and have been recently studied with Proper Orthogonal Decomposition by Danlos et al. [7].

By its nature, the cloud cavitation has an extremely aggressive behaviour and it is capable of doing severe damage on the solid surface [18,14]. This is due to the extremely high pressure waves at the moment of bubbles' collapse. As a result, a control of the cavitation behaviour can lead to a stable regime instead of having an unsteady damaging one. Some passive control methods based on surface roughness have been studied by Danlos et al. [6].

1.2. Aeration

Another recent technique capable of influencing the cavitation inception is the aeration of the cavitating liquid. Davis [8] and Dunn et al. [15] injected a controlled quantity of bubbles into a transparent venturi nozzle, in order to study its effects on the cavitation in the case of water and aviation jet fuel. They have found that the position of cavitation inception can be spatially shifted, if an injection of gas is to take place or not. Shamsborhan et al. [31] measured the speed of sound in a two-phase flow, which was characterised by a high void fraction. In order to achieve such a high quantity of gas, an intrusive injection of air into a liquid flow has been done. Dong and Su [10] presented an experimental investigation of cavitation control by aeration. The pressure waveforms were analysed with and without aeration. The results showed that the aeration phenomenon increases in a remarkable manner the pressure in the cavitation region and the corresponding pressure waves exhibit a shock wave. Aeration of a moving cavitating body can also result in "supercavitation" [30], for instance in Savchenko [28] and Wosnik and Arndt [38].

1.3. Current study

The work presented in the paper is part of an industrial project, which purpose is the study of the cavitation coupling with the out-gassing phenomenon at the inlet of a jet engine fuel pump. In order to deal with the complexity of the multiphase nature of the flow, an investigation on a simplified geometry is proposed, where the out-gassing effect is simulated by a controlled injection of air bubbles. From a scientific point of view, the purpose of the present study is twofold. Firstly, the double venturi nozzle geometry allows the observation and exploration of the symmetry of the sheet cavities at the top and bottom walls, their coupling under the influence of gravity and of the interaction between the advected structures. Secondly, a controlled quantity of gas is injected into the already cavitating flow, resulting in a bubbly/plug flow. The cavitation behaviour and its coupling with the air bubbles is observed by means of a high-speed camera. The images are post-processed to extract frequency spectrum and time–space diagrams, as well as standard deviation plots of the images grey level.

The article is organised as follows: the experimental set-up is firstly described in Section 2, followed by the images post-processing technique in Section 3. The results are presented and analysed in Section 4. Finally, concluding remarks are given in Section 5.

2. Experimental set-up

The experiments were conducted in a closed loop test rig of the DynFluid Laboratory facilities (see Fig. 1). Two storage tanks of 150 l capacity each provide water in the rig. The centrifugal pump moves the flow from tank 1, which is always full, towards tank 2. The cylindrical pipe has an inner diameter of 40 mm. The discharge flow is monitored by a turbine flow metre $10D$ upstream of the air injection ring. The experimental venturi nozzle section is placed $7D$ after the gas injection. A valve is placed before the second tank, in order to increase the pressure in the system if needed. It was left in open position during the experiments.

The transparent horizontally symmetrical venturi profile is placed in the test section, between the tanks. The converging/diverging angles are 18° and 8°, respectively. The inlet venturi height is $H_{inlet} = 30$ mm and its throat height is $H_{throat} = 10$ mm, which gives an aspect ratio of 3. The width is constant and equal to 10 mm. The total length of the venturi test nozzle is 220 mm. All positions in the test section are expressed with non-dimensional values $X^* = \frac{x}{H_{throat}}$, $Y^* = \frac{y}{H_{throat}}$ originating at the centre of the throat section. Fig. 2 is a sketch of the geometry of the venturi nozzle. It also shows the monitored line which will be discussed in details in the third and fourth part of the paper.

The fluid motion is achieved by a Salmson centrifugal pump with a maximum flow rate capacity of 8 m^3/h. The centrifugal pump is placed on a lower level compared to the tanks in order not to suck in any vapour due to a possible out-gassing in tank number 2. It is off-centred and fixed, in order not to produce any vibrations during the tests. Moreover, the upper horizontal part of the ducts are fixed to a support, independently built between the two rig tanks. In such a way any vibrations coming from the liquid out-gassing in the tanks are overcome. In order to be able to decrease the pressure at the free surface while experiments are running, a vacuum pump is connected to the second tank.

2.1. Measuring instruments

The pressure measurements have been done by two Jumo absolute pressure sensors mounted on the inlet and outlet sections at $X^* = -6$ (0 to 4 bar) and $X^* = 10$ (0 to 2 bar), respectively. The response time of both of them is less than 3 ms. The pressure taps have a diameter of 1.25 mm in order to avoid any flow disturbances inside the venturi nozzle. The absolute pressure measured at $X^* = -6$ is the reference pressure P_{ref} for the calculation of the cavitation number. An absolute pressure sensor is mounted on tank 2, where the vacuum pump is connected. The range of working values is from 0 to 2 bar.

In the following, the relative uncertainties that are given are all based on the reading of the values. In order to monitor the temperature of the working fluid, a Guilcor K type thermocouple is mounted on tank 1. During all the experiments the temperature of the fluid has been monitored and is equal to 19 °C ± 1 °C.

The discharge flow rate was constantly monitored via a Heliflu TZN turbine flow metre, with $10D$ straight pipe upstream and $5D$ downstream. The latter is calibrated for a working range of viscosities in the interval 0.6×10^{-3} to 1.0×10^{-2} Pa s. The relative volume flow rate uncertainty is $\frac{\Delta Q_{liq}}{Q_{liq}} = \pm 0.08$.

The air injection is achieved by a compressed air system. In order to ensure proper and controlled injection of the bubbles, two air filters AW30 have been mounted before and after the air mass flow rate metre. The filtration is equal to 5 μm and the maximum pressure is 1 MPa. The air injection is achieved in a non-intrusive manner by means of a porous ring made of sintered bronze tube (BLR) with an inner diameter equal to the inner diam-

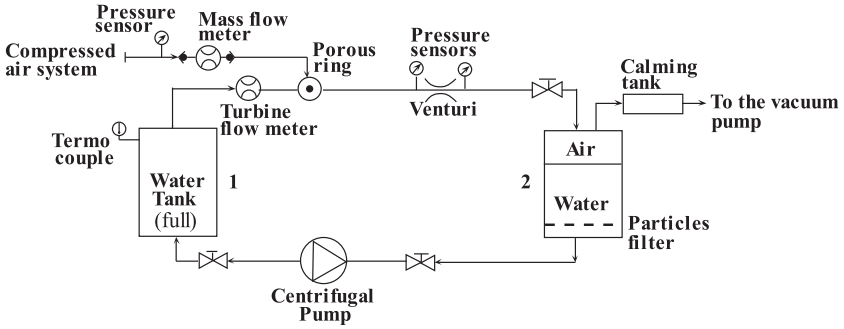


Fig. 1. Sketch of the experimental set-up (not at scale).

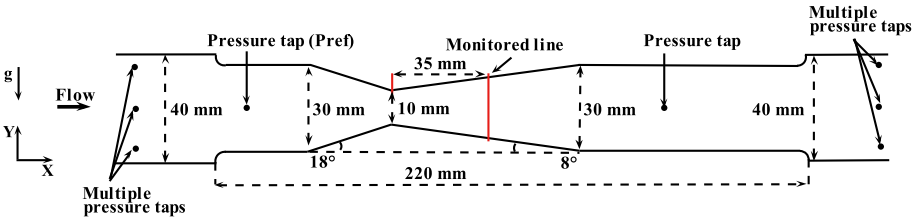


Fig. 2. Venturi nozzle geometry (to scale).

eter of the pipe. The size of the pores ranges from 13 to 90 μm, given by the manufacturer (Sintertech). The length of the sintered bronze ring is equal to 45 mm and its thickness is equal to 3 mm. The air gas injection holes are equally spaced at 90 °. The relative mass flow rate uncertainty is $\frac{\Delta M_{gaz}}{M_{gaz}} = \pm 0.05$, based on the screen readings. It has been checked, that the turbine flow metre, as well as the non-intrusive injection approach, do not generate any detectable flow perturbations within the accuracy of the instrumentation used in front of the venturi nozzle. The upstream fluid flow does not contain any bubbles, as a result of an early cavitation or out-gassing phenomenon.

The cavitation number is defined as $\sigma = \frac{(P_{ref} - P_{vap})}{\left(\frac{1}{2}\rho V_{ref}^2\right)}$. The reference pressure P_{ref} is measured at the inlet of the venturi section at $X^* = -6$. The reference velocity V_{ref} is the superficial velocity of water at the venturi throat. The values of σ would be at most 3% lower, if the pressure at the throat would have been taken as a reference pressure value. The inlet discharge velocity is calculated as a function of the flow rate. The vapour pressure in operating conditions is considered to be $P_{vap} \simeq 2200$ Pa at 19 ± 1 °C. In the article the temperature will be taken as 19°, which gives a relative uncertainty of $\frac{\Delta P_{vap}}{P_{vap}} = \pm 0.06$.

The Table 1 summarises the relative uncertainties of the measured values $\frac{\Delta U}{U}$, as well as the impact on the calculated cavitation number.

2.2. Cavitation image capturing

The transparent square nature of the venturi nozzle allows the use of a high-speed camera to make three-dimensional visualisations of the flow. In all of the experiments only side views are analysed. The camera is mounted on a tripod in order not to have any field capturing perturbations as a result of vibrations, coming from the pump or the out-gassing phenomenon. In order to visualise the sheet cavity, 4096 images at 1000 frames per second are acquired for each case study. A CamRecord 600 camera with a 100 mm Zeiss Makroplanar objective lens is used. The parameters used for the visualisations are presented in Table 2. The spatial resolution is 13 pix/mm.

The flow is continuously illuminated from the backside by means of a Super Long Life Ultra Bright (SLLUB) White Led Backlight from Phlox. The light output area is a rectangular section of 200 mm. The SLLUB minimal luminance is 3000 cd m^{-2}. In all the case studies the output power has been kept constant equal to 99% of the maximal power of the backlight.

Table 1
Relative uncertainties of the measured and calculated values.

	P_{vap}	P_{ref}	V_{ref}	M_{gaz}	$\beta = \frac{Q_{gas}}{Q_{gas}+Q_{liq}}$	σ
$\pm\frac{\Delta U}{U}$	0.06	0.05	0.08	0.05	0.16	0.22

3. Images post processing technique

The post processing technique used in this study is based on the detection of the grey level on the images.

The first step of the post-processing technique consists of normalising all instantaneous images I by a reference image I_{ref}. The latter is taken at a non-cavitating and not aerated flow. The process of normalisation consists of a calculation of $I_N = \frac{I - I_{ref}}{I_{ref}}$.

The time averaged value of the grey level could be interpreted as the percentage of the number of frames where cavitation phenomenon is to take place at a particular spatial location, and the corresponding standard deviation values can be an indicator of

Table 2
Visualisation parameters of CamRecord 600 mounted with 100 mm Zeiss Makroplanar objective.

Camera characteristics	Value
Focal length	100 mm
Resolution	1280 × 512 pixels
Acquisition rate	1000 fps
Exposure time	1/25000 s
Pixel size	12 μm × 12 μm
Active area	10.24 mm × 8.19 mm

the locations where any unsteady cavitation is present [20]. The longitudinal characteristic length of the sheet cavity shedding is defined at the maximum value of the standard deviation as in Danlos et al. [7].

A value of 0 for the grey level corresponds to pure liquid phase, and a value of −1 would correspond to a region that completely absorbs the light. After the normalisation step, a region of interest (ROI) is chosen. The ROI can be a straight line in any direction or a rectangular section. In the present study a straight vertical line is chosen (see Fig. 2) and time–space diagram of the grey level along the line is then analysed.

Obvious peaks in a frequency spectrum may be generally related to spatial structures, with some characteristic dimension. The issue of universal definition of a Strouhal number in cavitation is not straightforward. This point has been summarised, discussed and a proposal for its unification has been given by Dular and Bachert [11]. In the present paper the Strouhal number is defined as $Str_L = \frac{f_s \cdot L}{V_{ref}}$ with f_s being the highest frequency peak and L is the longitudinal characteristic length, measured on the standard deviation images, as in Danlos et al. [7].

4. Experimental results

Two sets of experiments have been carried out and outlined in this paper. In the first case only cavitation phenomenon has been studied in the venturi nozzle. In the second case, the coupling between the cavitation and aeration has been shown. In the two cases the flow rate has been kept constant and the pressure at the free surface inside the second tank has been changed via the vacuum pump. The Reynolds number $Re = \frac{V_{ref} \cdot H_{throat}}{\nu}$ at the venturi throat is based on the reference velocity and the throat height. It is kept constant for all the experimental case studies. The gas mass flow rate is kept constant during the tests of aeration. The results will be presented in two separate subsections. In order to easier distinguish the case studies, all of the pure cavitating cases are referenced as (a), (b), (c), and all of the aerated cavitation cases are referenced as (a'), (b') and (c').

4.1. Cavitation results

In the following paragraph the experimental cavitation results are presented. Table 3 summarises the conditions at which the experiments have been carried out.

Normalised grey instantaneous images taken from each case (cavitation at $\sigma = 1.71$ (a), cavitation that tends to a "supercavitation" mode at $\sigma = 1.46$ (b) and supercavitation $\sigma = 1.26$ (c)) are shown in Fig. 3. The white colour corresponds to a pure liquid phase and the grey values to the intensity of light absorption by the vapour phase. A time sequence of eight images is shown in Fig. 4. The standard deviations computed on the 4096 images are shown in Fig. 5. The time–space signal along the monitored line and FFT of it are shown in Fig. 6. The axis in all the figures are normalised by H_{throat}, except the time space diagrams in Fig. 6, where the horizontal axis is the time, given in seconds. The monitored vertical line at $X^* = 3.5$ is shown in Fig. 3. The horizontal symmetry lines are also drawn in Figs. 3 and 5 for eye-guiding purpose.

Table 3
Cavitation experiment conditions.

Case	V_{ref} (m s^{-1})	Re_{throat}	P_{ref} (bar)	$\sigma_{X^*=-6}$	σ
(a)	12.03	1.2×10^5	1.26	15.39	1.71
(b)	12.03	1.2×10^5	1.08	13.14	1.46
(c)	12.03	1.2×10^5	0.94	11.34	1.26

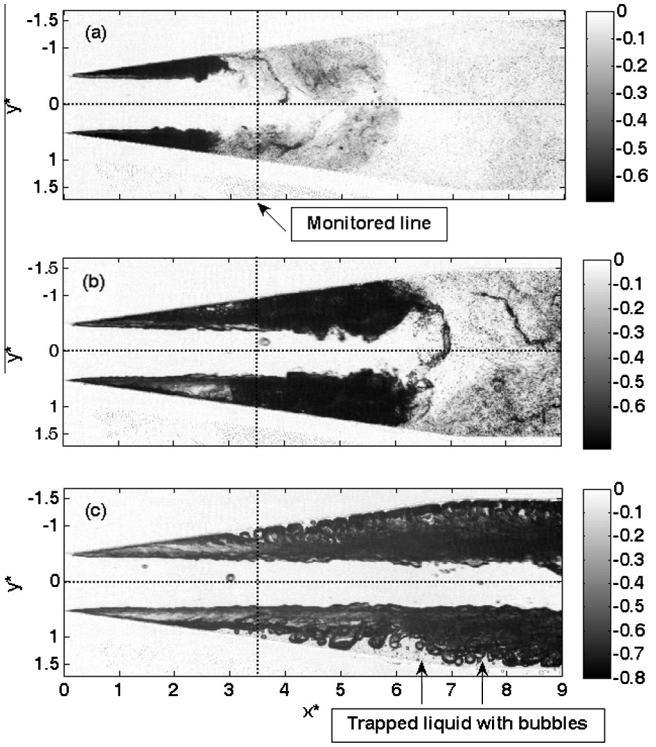


Fig. 3. Normalised instantaneous grey image cavitation: (a) $\sigma = 1.71$; (b) $\sigma = 1.46$; (c) $\sigma = 1.26$. The monitored line is at $X^* = 3.5$ along which the time–space diagrams are plotted.

4.1.1. Case study (a): cavitation at $\sigma = 1.71$

The instantaneous snapshot in Fig. 3(a) reveals the presence of two cavitation sheets on both sides, that seem to be very similar. The latter is confirmed by the symmetry of the standard deviation plot of the vapour phase distribution with respect to the $\vec{\mathbf{x}}$ axis in Fig. 5(a). A characteristic length of the cavitating vapour cloud is extracted from the standard deviation displayed in Fig. 5(a). This length is equal to $2.7H_{throat}$. The cavitating sheet is indeed periodically cut in the vicinity of $2.7H_{throat}$ by the re-entrant jet on both sides of the venturi, as can be seen in the time sequence of images (Fig. 4a), showing the dynamics of one cycle. The time–space diagram in Fig. 6(a) shows that the cavitation zones are in phase. At the moment of cloud cavity separation along the divergent part, the pressure gradient is responsible for the break up of the cloud into very small bubbles, that can be seen for instance in Fig. 3(a) between $X^* = 3H_{throat}$ and $6H_{throat}$ lengths.

4.1.2. Case study (b): cavitation at $\sigma = 1.46$

The instantaneous snapshot in Fig. 3(b), is very similar to the previous case, with two cavitation sheets on the top and bottom walls, which are almost twice larger. They are connected with a structure that resembles a hairpin vortex. The time sequence in Fig. 4(b) reveals a much more complex dynamics. On the first snapshot, one can see a cloud separation starting on the bottom sheet, around $X^* = 2$, which triggers the cloud separation on the top wall. The two sheets then grow and bound together to give the situation of Fig. 3(b) at the middle of the time sequence, and grow further downstream up to the end of the diverging part: on the last image, they extend past $X^* = 9$. The resulting regime is still statistically symmetric with respect to the $\vec{\mathbf{x}}$ axis as can be seen in Fig. 5(b). A characteristic length of $6.7H_{throat}$ can also be extracted from Fig. 5(b), close to the symmetry axis and may statistically correspond to the presence of the hairpin vortex.

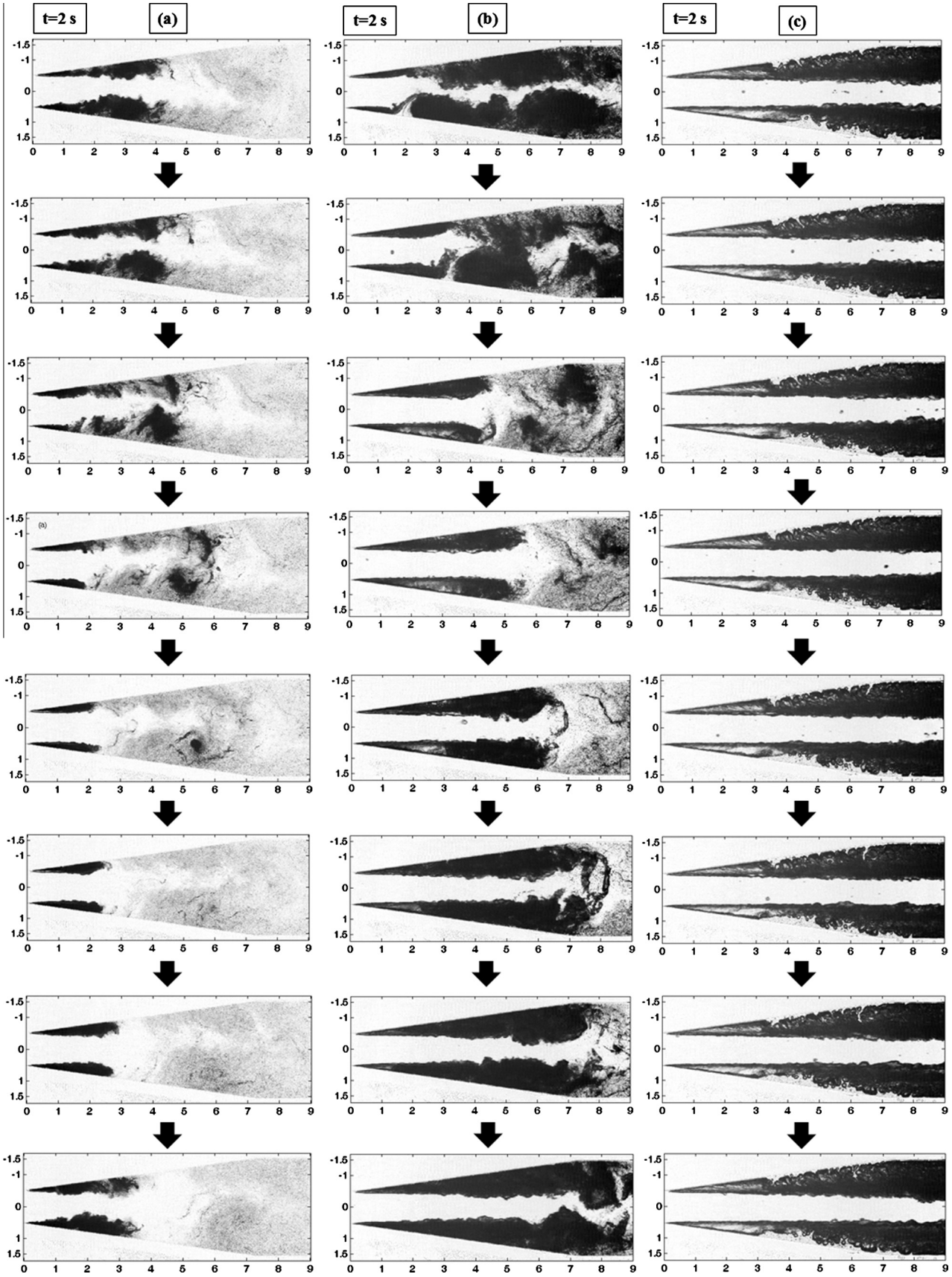


Fig. 4. Sequence of images for cavitation starting at $t_0 = 2$ s, with a time step $\Delta t = 10^{-3}$ s: (a) $\sigma = 1.71$; (b) $\sigma = 1.46$; (c) $\sigma = 1.26$.

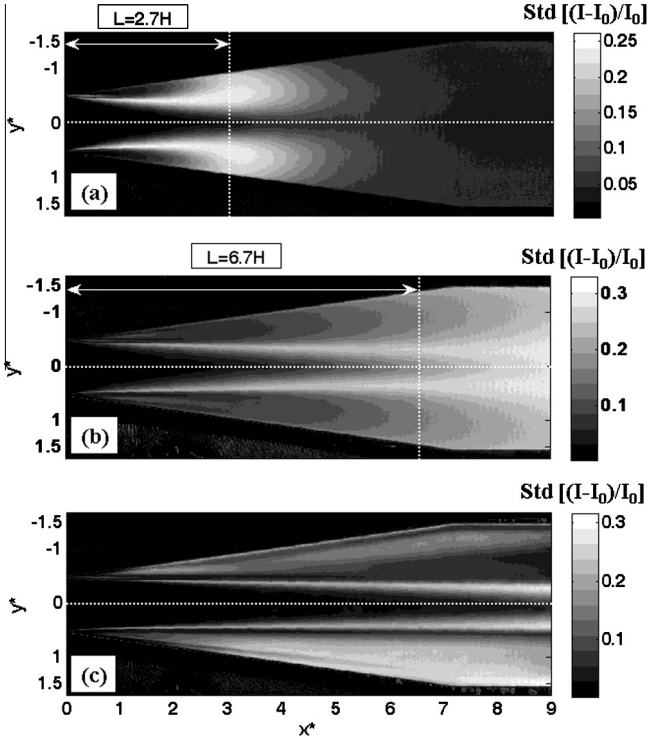


Fig. 5. Standard deviation cavitation: (a) $\sigma = 1.71$; (b) $\sigma = 1.46$; (c) $\sigma = 1.26$.

4.1.3. Case study (c): "supercavitation" at $\sigma = 1.26$

When σ is further reduced, the cavitating behaviour tends to a "supercavitation", which can be seen in the instantaneous image in Fig. 3(c) and in the snapshots in Fig. 4(c). The two cavities fill the whole venturi nozzle, the cloud separations have disappeared resulting in the absence of any characteristic axial distance in the standard deviation plot in Fig. 5(c). As a result, a continuous liquid–vapour interface is created on both sides of the nozzle. Due to the convergence of the inlet section, the velocity at the venturi throat is of the order of 12 m s^{-1}, hence any further restrictions downstream, due to the large vapour presence, would only accelerate the liquid. Interestingly enough, a counter-flowing liquid pocket manages to penetrate upstream on both nozzle walls, as can be seen in Fig. 4(c), with more intensity on the bottom wall. This result in different levels of standard deviation between the two cavitating zones (Fig. 5(c)). Those flow disturbances are not entirely in phase and are not symmetrical, as it will be seen and discussed in the next section of the paper. The observed "supercavitation" is clearly not statistically symmetrical with respect to the horizontal axis.

4.1.4. Cavitation time–space diagrams and frequency spectrums

For case (a), one can see a dominant peak at 145 Hz in Fig. 6(a). The corresponding Strouhal number is $Str_L = 0.328$ for the characteristic length of $2.7H_{throat}$. The obtained value corresponds to the interval between 0.2 and 0.4 proposed by Coutier-Delgosha et al. [5]. One can observe on the time–space diagram in Fig. 6(a) that the events are symmetrical and in phase on both sides of the venturi nozzle, which confirms the feeling when looking at the instantaneous images on the high-speed camera.

The behaviour changes drastically for case (b), as can be seen in the time–space diagram in Fig. 6(b). It can be seen a symmetrical grey level spatial distribution on both sides of the venturi nozzle. The events that are pointed out by the textbox "cavity cloud separation" are statistically symmetrical with respect to the **x** axis and are in phase. The huge quantity of vapour present inside the nozzle results in a different frequency response, as it become clear in Fig. 6(b). The zone between the yellow lines in Fig. 6(b) points out the interface between the liquid and the cavitation sheets.

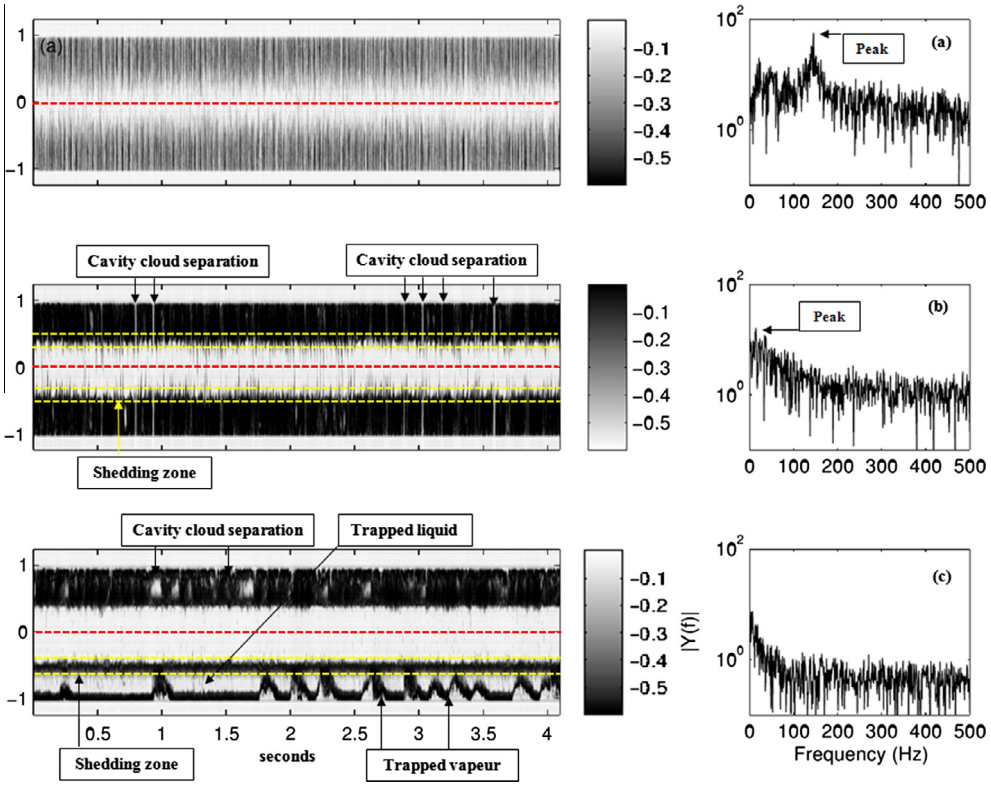


Fig. 6. Cavitation time–space diagrams and frequency spectrum along vertical line at $x^* = 3.5$: (a) $\sigma = 1.71$; (b) $\sigma = 1.46$; (c) $\sigma = 1.26$.

One can notice the presence of peak values of the grey level along this interface. They correspond to a shedding on the top and bottom sides. This is the result of propagating instabilities at the liquid–vapour interface. The zone is turbulent and any small detached vapour structure causes an unstable behaviour. The frequency analysis supports the observations that as a result of the pressure decrease, the vapour phase is stretched downstream the divergent nozzle. Nevertheless, some cloud separations take place at a frequency of 25 Hz with a corresponding $Str_L = 0.140$ for a length of $6.7H_{throat}$.

The time–space diagram for the "supercavitating" mode (c) is presented in Fig. 6(c). Semenenko [30] has observed such a phenomenon on a range of similar velocities. There are no peaks, but a rather intense low frequency part in the spectrum. The overall behaviour is similar to the one in Fig. 6(b), except the lack of a clearly distinguishable peak. Nevertheless, a frequency value of 7 Hz would correspond to the value of 25 Hz in case (b). On the other hand, the time–space diagram is quite different. On the top wall, one can observe an almost continuous vapour phase, except few entrapped liquid zones, which is not the case on the bottom venturi wall. On the bottom part, there is a thin continuous dark zone that is bounded by the yellow lines and labelled "shedding zone". On the bottom of this dark zone, one can clearly see a region with trapped liquid. Along the bottom wall, one can see a dark zone, with few lighter zones, that correspond to liquid flowing upstream. The transverse dark wavy forms are the result of trapped bubbles inside the trapped liquid. Due to the buoyancy force they manage to reach the shedding zone and are being advected by the high-speed flow. One can clearly identify the instances at $t = 0.25$ s, in the vicinity of $t = 1$ s, $t = 2$ s and $t = 2.5$ s. Eight successively taken images at $t = 2$ s illustrate the instabilities in "supercavitation" regime in Fig. 4(c). Another observation is the very few instabilities at the liquid–vapour interface zone on either side, compared to Fig. 6(b). As a result, the amplitude decreases and there are no peaks. Table 4 summarises the results for pure cavitation.

4.2. Aerated cavitation results

In this section we present the aerated cavitation experimental results. The flow velocity and the free surface pressures are kept equal to the ones in the previous section, in order to reveal the influence of the injected air over the cavitation phenomenon. A constant mass flow-rate of air is injected at the reference pressure. The corresponding values of the delivered volume concentration β and of the cavitation number are given in Table 5.

The gas flow rate is a compromise between a quantity that can seriously influence the cavitating vapour structures and at the same time to be properly visualised on the high-speed camera images. A rough estimation of the injected bubble's sizes is presented in Fig. 7 for the aerated cavitation (a'). Moreover, one can estimate the bubble throat size by observing Fig. 8, where the middle plane divides the venturi throat. The topology of the multiphase flow depends on the fluid properties and their superficial velocities. In the present case, according to Taitel and Dukler [33] the observed regime lies between a bubbly and a plug flow. Despite the decrease of the free surface pressure inside the second water

Table 4
Cavitation results data table.

Case	σ	Str_L	F (Hz)
(a)	1.71	0.328	145
(b)	1.46	0.140	25
(c)	1.26	–	–

Table 5
Aerated cavitation experimental conditions.

Case	M_{gas} (kg h^{-1})	$\beta = \frac{Q_{gas}}{Q_{tot}}$ (‰)	V_{ref} (m s^{-1})	Re_{throat}	P_{ref} (bar)	$\sigma_{X^*=-6}$	σ
(a')	0.072	9.6	12.03	1.2×10^5	1.33	15.66	1.74
(b')	0.072	10	12.03	1.2×10^5	1.27	14.85	1.65
(c')	0.072	11.5	12.03	1.2×10^5	1.12	13.05	1.45

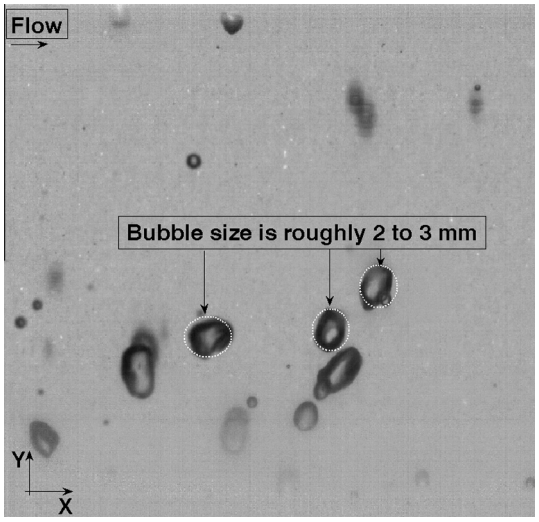


Fig. 7. Rough estimation of the bubbles' sizes for aerated cavitation case (a') $\sigma = 1.74$ on an instantaneous normalised image.

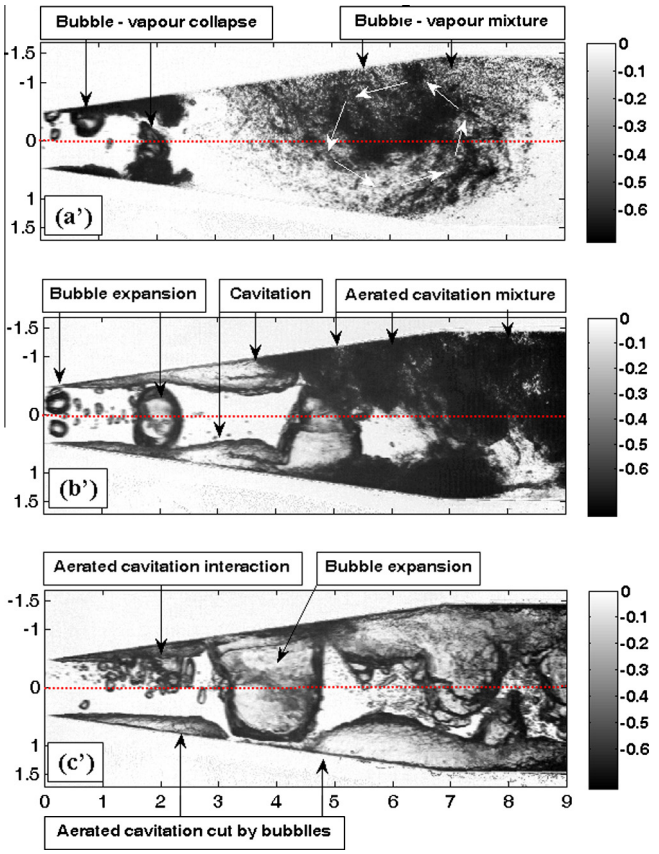


Fig. 8. Normalised instantaneous grey image aerated cavitation: (a') $\sigma = 1.74$; (b') $\sigma = 1.65$; (c') $\sigma = 1.45$.

tank and the injection at the same time of air into the circuit, the inlet static pressure is measured higher than the one in pure cavitating mode: $\Delta P_{a'\to a} = 0.07$ bar, $\Delta P_{b'\to b} = 0.19$ bar and $\Delta P_{c'\to c} = 0.19$ bar. At the same time, the visually observed physical behaviour is quite different, as it will be explained in the following sections.

4.2.1. Aerated cavitation images

As in the pure cavitation cases, normalised instantaneous snapshots of the aerated flows are shown in Fig. 8. A time sequence of eight images for each aerated regime is displayed at $t = 2$ s in Fig. 9. The plots of the standard deviations are shown in Fig. 10.

The parameters for case (a') are very close to those for case (a). One can still observe two small cavitation sheets starting at the throat, on both sides of the diverging part. These sheets are subject to cloud cavitation detachments that are clearly not in phase, due to the bubbles' coalescence and the bubbles-cavitation interaction, as it can be seen in Fig. 8(a') and in the sequence of images in Fig. 9(a'). This may be due to the buoyancy force which is dominant and almost all of the injected bubbles interact with the cavitating zone on the upper wall. Furthermore, the cavitation is no more statistically symmetric (Fig. 10(a')). The injected air interacts with the upper cavitating zone and produces a large quantity of mixed vapour which spreads into multiple very small bubbles in the divergent zone of the venturi nozzle, as it can be seen in Fig. 8 (a'). The dispersed bubbles are moreover trapped in a huge recirculation zone. Those bubble interact with the bottom cavitating cloud and influence its form. Nevertheless, a characteristic cavity length is still visible on the standard deviation plot in Fig. 10(a'). It is located on the bottom side between $2H_{throat}$ and $3H_{throat}$ (see the white arrow in Fig. 10(a') and the last instantaneous image in Fig. 9(a')). Moreover, the frequency of the cloud separation is changed, since the injected air makes the liquid passing through the throat "to push" the cloud towards the top wall of the venturi nozzle. This effect can be clearly seen in the sequence in Fig. 9(a').

A similar interaction is well present in Figs. 9(b') and 10(b'), where the cavitation number has been decreased to the value of $\sigma = 1.65$ and the cavitating zone has become larger. From the instantaneous images in Fig. 9(b'), one can see that the bubbles expand their volume and influence the shape of the bottom cavitation zone. Those big bubbles further break up and mix with the cavitation vapour to form the dispersed black zone at the end of the divergent wall. This zone can be clearly identified in the standard deviation plot in Fig. 10(b'). A characteristic length is difficult to be obtained.

On the other hand, at $\sigma = 1.45$, the "supercavitation" can still be seen on Fig. 10(c'). One can see the tendency of the two liquid–vapour separation lines to bend towards the bottom. The injected bubbles grow rapidly due to the low pressure and expand their volume by reaching the walls on each side, as it can be seen in Figs. 8(c') and 9(c'). There is no cloud frequency separation that can be visually observed or detected. One can see the interaction between the expanded bubbles which cut the cavitating vapour on both sides of the venturi nozzle on the instantaneous snapshot in Fig. 8(c') and in more details in Fig. 9(c').

4.2.2. Aerated cavitation time–space diagrams and frequency spectrums

In Fig. 11 the time–space diagrams and frequency spectrum are plotted for the three aerated cases. For case (a'), the frequency spectrum is quite different compared to the one for pure cavitation (Fig. 6(a)). One can observe much more peaks due to the injection of air which interacts with the cavitating vapour. In the range of 0 to 50 Hz, four peak frequency values of 6 Hz, 10 Hz, 15 Hz and 32 Hz are observed. The first three peaks have almost the same amplitude. For higher frequencies, compared to the plot in Fig. 6(a), a peak level of 164 Hz is present instead of 145 Hz. Furthermore, the time–space diagram is very different from the one without flow aeration. Indeed, the black stripes, as already mentioned, show the presence of bubbles inside the venturi nozzle along the monitored line. Almost all of the gaseous phase is located on the top wall in Fig. 11(a'). One can see there is no more symmetry on each of the walls in terms of the presence of the vapour, as was observed in Fig. 6(a). Moreover, the size of the vapour clouds is important, since the dark stripes go beyond the mean horizontal line of the axis. As a result, the cavitation zone on the bottom part is influenced by changing the nature of its expansion and its form.

On the other hand, in Fig. 11(b'), for $\sigma = 1.65$, the frequency spectrum is more flat and equally spread than in Figs. 6(b) and 11(a'). Again, as in the cavitating cases, the frequency peak values disappear in the range of 0 to 50 Hz with the decrease of the cavitation number. It is interesting to observe the time–space diagram. One can see that there is almost only dark colour on the top wall, which implies the huge presence of the air–vapour mixture. Another interesting inspection reveals that some of the dark strips connect without any discontinuities the top and bottom walls of the venturi nozzle in Fig. 11(b'). Such an observation implies that some of the flowing bubbles expand so much that they touch both walls without spreading apart. Another observation is the constant presence of discontinuities of the dark bottom lines in their vertical direction. Indeed, some of them change their colour from dark to light. This is the result of the very rapid expansion of the injected bubbles which cut the developed cavitating cloud on the bottom and then mix with it in the form of small bubbles inside the divergent nozzle zone. Moreover, the cavitation does not have the time to develop in the same way as on Fig. 6(b).

The frequency spectrum at $\sigma = 1.45$ is displayed in Fig. 11(c'). There is no clear frequency peak value, rather a continuous low-frequency part. What is also interesting is the fact that on the bottom wall there is an almost continuous black zone, which means that vapour is constantly present at the wall. There is not any trapped liquid between the vapour – liquid interface and the bottom wall. There is no symmetry with respect to the $\vec{\mathbf{x}}$. Many of the dark stripes connect the two ends of the nozzle. There is no physical meaning to calculate any Strouhal number for the cavitating vapour on the bottom venturi wall, since its shape is extremely dependent on the upstream flowing bubbles and their coalescence. Table 6 summarises the gathered experimental data for each of the presented aerated cases.

5. Conclusion

In the present paper, three different cavitation regimes have been studied: (a) cloud cavitation, (b) "quasi-supercavitation" and (c) "supercavitation". Those regimes have been further aerated by injecting air bubbles. The flow discharge velocity has been kept constant for all the flows, while the cavitation number has been decreased. The interaction between the top and bottom cavitating and aerated cavitating zones has been studied in the series of images showing the flow dynamics. Characteristic longitudinal lengths and characteristic frequencies have been extracted from statistics of the time series.

For the pure cavitation case at $\sigma = 1.71$, the closure regions are cloud structures which are not connected by a vapour structure, while at $\sigma = 1.46$ the two closure regions interact by a hairpin vortex. These regimes display periodical behaviours, with Strouhal numbers that correspond to values taken from the literature. When "supercavitation" regime at $\sigma = 1.26$ is reached, the existence of shedding zones results in a trapped liquid-bubble mixture on the bottom wall. The bubbles flowing inside the trapped liquid are advected once they reach the shedding zone. The frequency

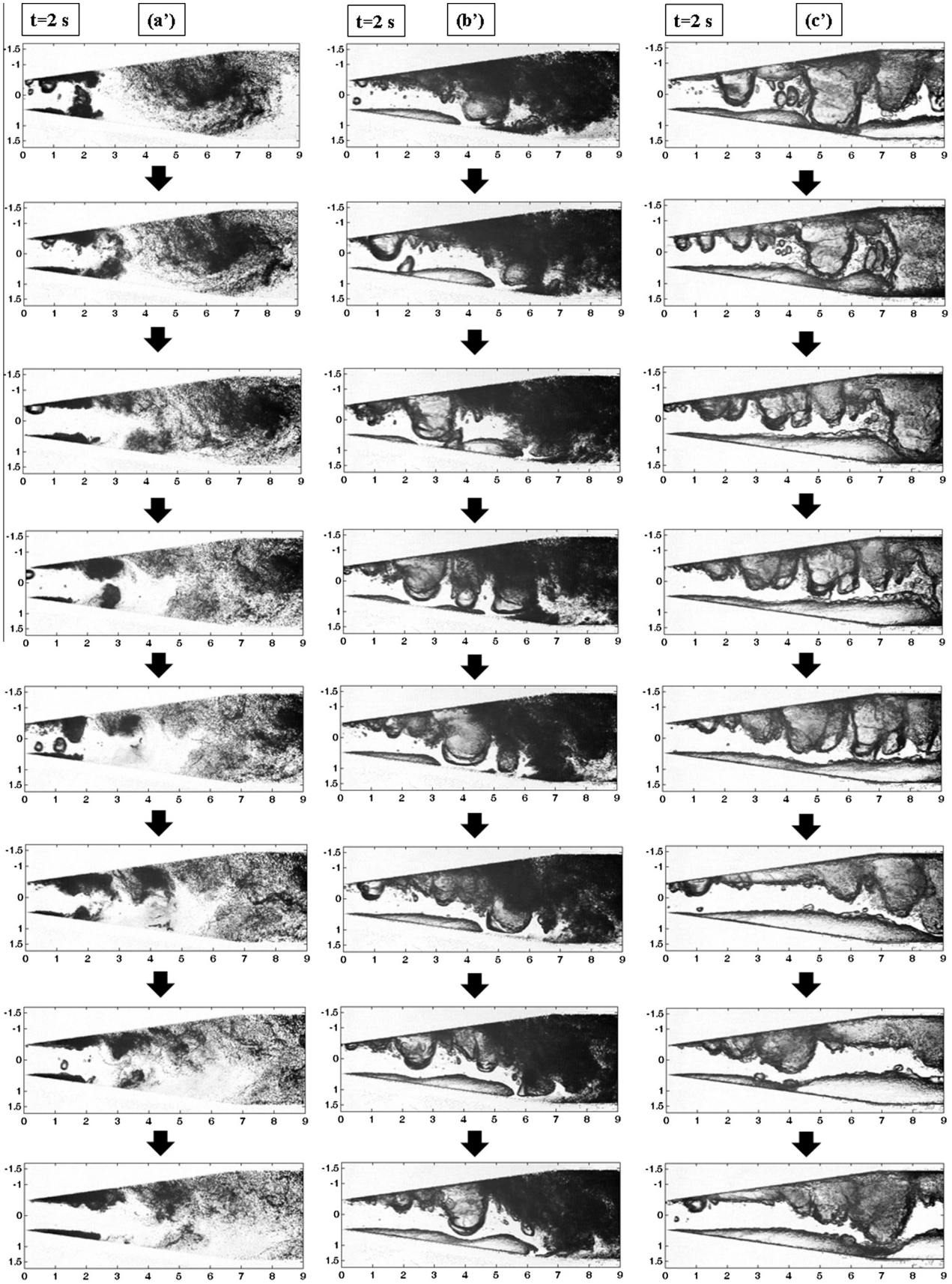


Fig. 9. Sequence of images for aerated cavitation starting at $t_0 = 2$ s, with a time step $\Delta t = 10^{-3}$ s: (a') $\sigma = 1.74$; (b') $\sigma = 1.65$; (c') $\sigma = 1.45$.

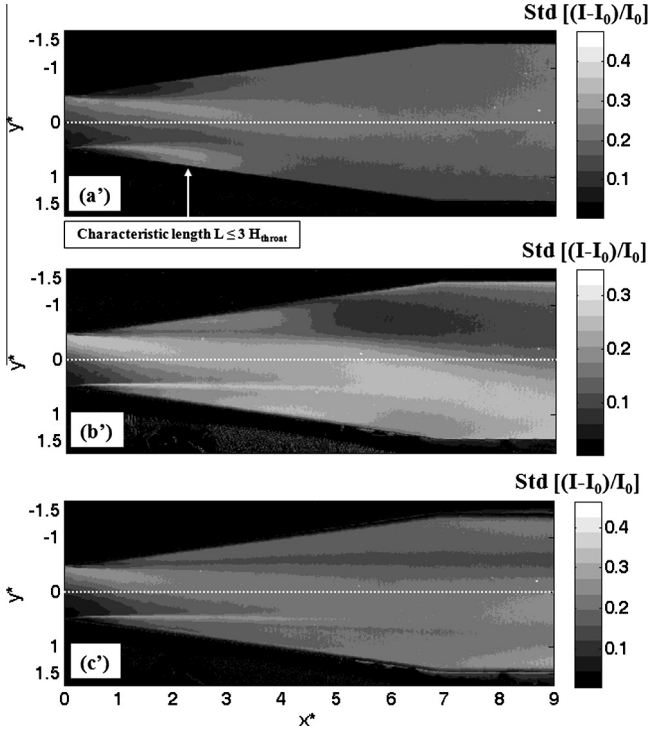


Fig. 10. Standard deviation aerated cavitation: (a') $\sigma = 1.74$; (b') $\sigma = 1.65$; (c') $\sigma = 1.45$.

spectrum suggests that no clear cloud separation could be observed in this regime. For the cases (a) and (b) the flow is statistically symmetrical, while for case (c) there is a slight tendency for the symmetry to be broken.

Table 6
Aerated cavitation results data table.

Case	σ	Str_L	F (Hz)
(a')	1.74	–	164
(b')	1.65	–	55
(c')	1.45	–	–

On the other hand, when the flows are aerated, the symmetry is immediately broken and characteristic lengths and frequencies are modified until a complete disappearance when "supercavitation" regime is reached. The pressure loss between the inlet and outlet of the venturi nozzle is greater than the one in pure cavitating case. At the same time, the visually observed flow behaviour is quite different. The injected air bubbles, which are flowing in the middle section of the liquid zone, expand their volume. In such a way, at a certain moment, they break up into very small bubbles. Part of them are advected downstream the flow, while others follow the re-entrant jet at the cavity closure region that is present on the bottom side. The same bubbles create a vast and very well established recirculation zone at the end of the divergent part of the venturi nozzle for case (a'). As a result, the upper cavitating sheet is extremely disturbed by the bubble break up, and no periodical detachment can be observed for this upper sheet, while a periodic cycle is still present on the bottom side. In the case of aerated "supercavitation" (c'), the bubbles are unable to break apart, since their expansion reaches the top and bottom walls of the venturi nozzle, and are bounded by its geometry.

The smallest amount of injected air that could be reached in the present experiments is quite low, of the order of 1% by volume. It causes nevertheless drastic effects on the cavitation dynamics. It would be very interesting to reduce further the quantity of injected air in order to better characterise the transition from pure cavitation to aerated cavitation. These results will also be a benchmark for numerical modellings of aerated cavitation that are under development [34].

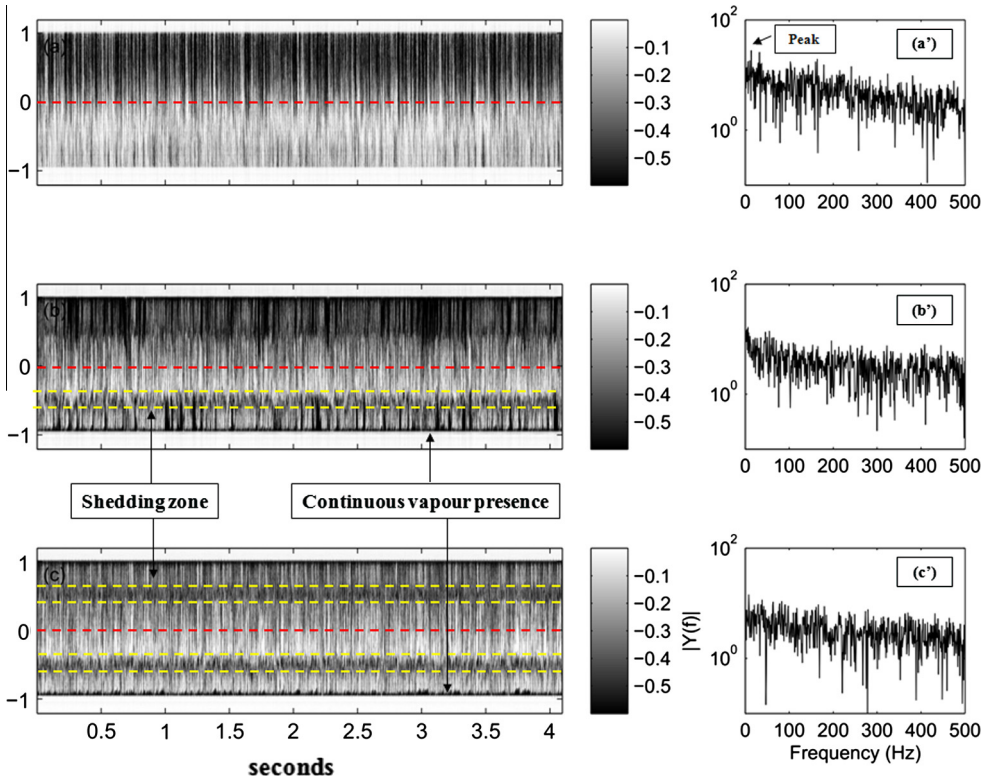


Fig. 11. Aerated cavitation time–space diagrams and frequency spectrum along vertical line at $x^* = 3.5$: (a') $\sigma = 1.74$; (b') $\sigma = 1.65$; (c') $\sigma = 1.45$.

Acknowledgments

The authors would like to express their gratitude to Daniel Giroux for the exchanges during the writing of the article. The authors would also like to acknowledge the financial support granted by SNECMA, part of SAFRAN group.

References

[1] M. Callenaere, J.P. Franc, J.M. Michel, M. Riondet, The cavitation instability induced by the development of a re-entrant jet, J. Fluid Mech. 444 (2001) 223–256.
[2] Campos Amezcua, R., 2009. Analyse des écoulements cavitants stationnaires et instationnaires dans les turbomachines (Ph.D. thesis), Arts et Métiers ParisTech.
[3] S.L. Ceccio, Friction drag reduction of external flows with bubble and gas injection, Ann. Rev. Fluid Mech. 42 (2010) 183–203.
[4] G. Chen, G. Wang, C. Hu, B. Huang, Y. Gao, M. Zhang, Combined experimental and computational investigation of cavitation evolution and excited pressure fluctuation in a convergent-divergent channel, Int. J. Multiphase Flow 72 (2015) 133–140.
[5] O. Coutier-Delgosha, J.F. Devillers, T. Pichon, A. Vabre, R. Woo, S. Legoupil, Internal structure and dynamics of sheet cavitation, Phys. Fluids 18 (2006) 017103.
[6] A. Danlos, J.E. Méhal, F. Ravelet, O. Coutier-Delgosha, F. Bakir, Study of the cavitating instability on a grooved venturi profile, J. Fluids Eng. 136 (2014) 101302.
[7] A. Danlos, F. Ravelet, O. Coutier-Delgosha, F. Bakir, Cavitation regime detection through proper orthogonal decomposition: dynamics analysis of the sheet cavity on a grooved convergentdivergent nozzle, Int. J. Heat Fluid Flow 47 (2014) 9–20.
[8] M.P. Davis, Experimental investigation of the aviation fuel cavitation (Ph.D. thesis), University of Notre-Dame, Indiana, 2008.
[9] J. Decaix, E. Goncalvès, Compressible effects modeling in turbulent cavitating flows, Eur. J. Mech. B 39 (2013) 11–31.
[10] Z.Y. Dong, P.L. Su, Cavitation control by aeration and its compressible characteristics, J. Hydrodyn. Ser. B 18 (2006) 499–504.
[11] M. Dular, R. Bachert, The issue of Strouhal number definition in cavitating flow, J. Mech. Eng. 55 (2009) 666–674.
[12] M. Dular, R. Bachert, B. Stoffel, B. Širok, Experimental evaluation of numerical simulation of cavitating flow around hydrofoil, Eur. J. Mech. B 24 (2005) 522–538.
[13] M. Dular, I. Khlifa, S. Fuzier, M. Adama Maiga, O. Coutier-Delgosha, Scale effect on unsteady cloud cavitation, Exp. Fluids 53 (2012) 1233–1250.
[14] M. Dular, M. Petkovšek, On the mechanisms of cavitation erosion coupling high speed videos to damage patterns, Exp. Thermal Fluid Sci. 68 (2015) 359–370.
[15] P.F. Dunn, F.O. Thomas, M.P. Davis, I.E. Dorofeeva, Experimental characterization of aviation-fuel cavitation, Phys. Fluids 22 (2010) 117102.
[16] R. Fortes-Patella, T. Choffat, J.L. Reboud, A. Archer, Mass loss simulation in cavitation erosion: fatigue criterion approach, Wear 300 (2013) 205–215.
[17] R. Fortes-Patella, J.L. Reboud, A new approach to evaluate the cavitation erosion power, J. Fluids Eng. 120 (1998) 335.
[18] R. Fortes-Patella, J.L. Reboud, A. Archer, Cavitation damage measurement by 3D laser profilometry, Wear 246 (2000) 59–67.
[19] H. Ganesh, S.A. Makiharju, S.L. Ceccio, Partial cavity shedding due to the propagation of shock waves in bubbly flows, in: Proceedings of the 30th Symposium on Naval Hydrodynamics, 2014.
[20] M. Gavaises, F. Villa, P. Koukouvinis, M. Marengo, J.P. Franc, Visualisation and les simulation of cavitation cloud formation and collapse in an axisymmetric geometry, Int. J. Multiphase Flow 68 (2015) 14–26.
[21] T. Keil, P.F. Pelz, J. Buttenbender, On the transition from sheet to cloud cavitation, in: 8th International Symposium on Cavitation, 2012, pp. 978–981.
[22] T. Keil, P.F. Pelz, U. Cordes, G. Ludwig, Cloud cavitation and cavitation erosion in convergent divergent nozzle, in: WIMRC 3rd International Cavitation Forum, 2011.
[23] M. Kjeldsen, R.E.A. Arndt, M. Effertz, Spectral characteristics of sheet/cloud cavitation, J. Fluids Eng. 122 (2000) 481–487.
[24] Q. Le, J.P. Franc, J.M. Michel, Partial cavities: global behavior and mean pressure distribution, J. Fluids Eng. 115 (1993) 243–248.
[25] I. Mejri, F. Bakir, R. Rey, T. Belamri, Comparison of computational results obtained from a homogeneous cavitation model with experimental investigations of three inducers, J. Fluids Eng. 128 (2006) 1308–1323.
[26] M. Petkovšek, M. Dular, Simultaneous observation of cavitation structures and cavitation erosion, Wear 300 (2013) 55–64.
[27] B. Pouffary, R. Fortes-Patella, J.L. Reboud, P.A. Lambert, Numerical simulation of 3D cavitating flows: analysis of cavitation head drop in turbomachinery, J. Fluids Eng. 130 (2008) 061301.
[28] Y.N. Savchenko, Experimental investigation of supercavitating motion of bodies, in: RTO Educational Notes EN-010, 2001.
[29] H. Sayyaadi, Instability of the cavitating flow in a venturi reactor, Fluid Dyn. Res. 42 (2010) 055503.
[30] V.N. Semenenko, Dynamic processes of supercavitation and computer simulation, in: RTO Educational Notes EN-010, 2001.
[31] H. Shamsborhan, O. Coutier-Delgosha, G. Caignaert, F. Abdel Nour, Experimental determination of the speed of sound in cavitating flows, Exp. Fluids 49 (2010) 1359–1373.
[32] B. Stutz, J.L. Reboud, Measurements within unsteady cavitation, Exp. Fluids 29 (2000) 545–552.
[33] Y. Taitel, A.E. Dukler, A model for predicting flow regime transitions in horizontal and near horizontal gas-liquid flow, AiChE J. 22 (1976) 47–55.
[34] P. Tomov, S. Khelladi, C. Sarraf, F. Bakir, Numerical modeling of aerated cavitation using a penalization approach for air bubble modeling coupled to homogeneous equilibrium model, in: ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition, Montreal, Quebec, Canada, IMECE2014–39844, 2014.
[35] Y. Tsujimoto, Flow instabilities in cavitating and non-cavitating pumps, in: RTO Educational Notes EN-AVT-143, 2006, p. 24.
[36] Y. Tsujimoto, K. Kamijo, C.E. Brennen, Unified treatment of flow instabilities of turbomachines, J. Propul. Power 17 (2001) 636–643.
[37] R.B. Wade, A.J. Acosta, Experimental observations on the flow past a plano-convex hydrofoil, J. Basic Eng. 88 (1966) 273.
[38] M. Wosnik, R.E.A. Arndt, Measurements in high void-fraction bubbly wakes created by ventilated supercavitation, J. Fluids Eng. 135 (2013) 011304.

C.7 9th Intenational Symposium on Cavitation 2015, Lausanne, Suisse

Cette publication est orientée vers l'application de la POD sur la cavitation aérée et non-aérée. L'article montre l'influence de l'injection d'une faible quantité d'air sur les poches de vapeur.

POD study of aerated cavitation in a venturi nozzle

P. Tomov[1], A. Danlos[2], S. Khelladi[1], F. Ravelet[1], C. Sarraf[1], F. Bakir[1]

[1]DynFluid Laboratory, Arts et Métiers ParisTech
151, Boulevard de l'Hôpital, 75013 Paris, FRANCE
[2]National Conservatory of Arts and Crafts,
292, Saint-Martin Str., 75003 Paris, FRANCE

E-mail: Petar.TOMOV@ensam.eu

Abstract. The fact of injecting bubbles into a cavitating flow influences typical cavitating behavior. Cavitation and aerated cavitation experiments has been carried out on a symmetrical venturi nozzle with convergent/divergent angles of 18° and 8°, respectively. A snapshot Proper Orthogonal Decomposition (POD) technique is used to identify different modes in terms of discharge flow velocity, pressure and injected quantity of air. The energy spectrum per given mode is also presented. The first four modes are outlined in the present paper for an aerated and non-aerated cavitating flows.

1. Introduction

Aerated cavitating flow contains numerous coexisting flow regimes. By nature, the cavitation has an aggressive behaviour and it is capable of doing severe damage to adjacent structures. Controlling cavitation behaviour can help produce a stable regime as opposed to an unstable one. For this purpose, passive control methods based on surface roughness have been studied [1]. Another recently used technique influencing the cavitation inception is the aeration of the flow [2]. In order to reveal and explore those aerated cavitating regimes, a snapshot Proper Orthogonal Decomposition (POD) analyses have been conducted [3,4]. Different modes have been discovered, as a result. Consequently, it is possible to reproduce the factors required to rebuild the dynamic structures as a time-dependent mixture of modes. The paper is organized in four paragraphs. The experimental set-up is described in §2, followed by the results in §3 and conclusion in §4.

2. Experimental Set-up

2.1. DynFluid Laboratory small water test loop

The experiments are conducted in a closed loop test rig (see figure 1). Two 150 - liter storage tanks supply water to the rig. The centrifugal pump impels the flow from constantly full tank 1 to tank 2. Its maximum flow rate capacity is 8 m^3/h. The cylindrical pipe has an inner diameter equal to $D = 40$ mm. Throughput is monitored by a turbine flow meter, followed by the air injection ring. The transparent symmetrical venturi nozzle is placed in the test section (see figure 1), between the two tanks. The converging/diverging angles are 18° and 8°, respectively. The inlet venturi height is $H_{inlet} = 30$ mm and its throat height is $H_{throat} = 10$ mm,

Content from this work may be used under the terms of the Creative Commons Attribution 3.0 licence. Any further distribution of this work must maintain attribution to the author(s) and the title of the work, journal citation and DOI.
Published under licence by IOP Publishing Ltd

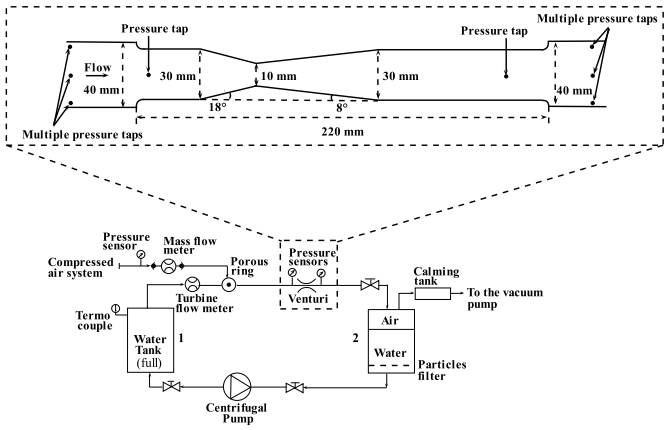


Figure 1. Test rig (not to scale)

which gives an aspect ratio of 3. The total length of the venturi test nozzle is 220 mm. A vacuum pump is connected to tank 2, for the purpose of mitigating the pressure at the free surface. In this way, it is possible to impact the cavitation number, defined as $\sigma = (P_{ref} - P_{vap}) / \left(1/2\rho V_{ref}^2\right)$. All positions X^*, Y^* in the test section are adimensionalized by H_{throat}. The reference pressure P_{ref} is measured at the inlet of the venturi section at $X^* = 6$ from the throat. The discharge velocity V_{ref} is calculated as a function of the flow rate. The vapor pressure in operating conditions is considered 2200 Pa at 19°C.

2.2. Measuring instruments and image capturing technique

Pressure measurements are taken using two absolute pressure sensors, mounted on the inlet and outlet sections at $X^* = 6$ upstream the throat, and $X^* = 10$ downstream the throat. An absolute pressure sensor is mounted on tank 2. The range of working values is from 0 to 2 bar. The uncertainty of the measurements on σ is $\frac{\Delta\sigma}{\sigma} = 0.22$.

Temperature is monitored by a thermocouple mounted on water tank 1. The working range is set to 0°C to 100°C. During all the experimental work, fluid temperature is monitored and maintained to 19°C ± 1°C. In the article, a temperature of 19° will be assumed, giving an uncertainty value of $\frac{\Delta P_{vap}}{P_{vap}} = \pm 0.06$.

Discharge flow rate is monitored by a turbine flow meter, with 10D straight pipe upstream and 5D downstream. The latter is calibrated for a working range of viscosities in the interval 0.6 to 10 cSt. The volume flow rate fluctuation is $\frac{\Delta Q_{liq}}{Q_{liq}} = \pm 0.08$.

Air injection is produced using a compressed air system. Two air filters have been mounted before and after the air mass flow rate meter. The filtration is equal to 5 μm. Volume flow rate fluctuations is $\frac{\Delta Q_{gaz}}{Q_{gaz}} = \pm 0.05$. It has been verified that neither the turbine flow meter nor the non-intrusive injection approach generate any flow perturbations in front of the venturi nozzle. The upstream fluid flow does not content any bubbles as a result of an early cavitation or out-gassing phenomenon.

A CamRecord 600 camera with a 100 mm Zeiss Makroplanar objective lens is mounted on a tripod to insulate it from vibrations that might cause field capturing perturbations. The frequency sample rate is 1 kHz with an exposure time set to 1/40000 s. A total number of 6554 images were taken. The flow was illuminated by a LED backlight.

3. Results and Discussions

Table 1 summarizes the experimental data conditions. Two cases are presented: pure cavitation and aerated cavitation. The variable β, defined as $\beta = Q_{gas}/(Q_{gas} + Q_{liq})$, describes the ratio of injected gas to total volume. The Reynolds number at the venturi throat $Re = V_{ref}.H_{throat}/\nu$ is based on the local flow velocity and the throat height. The Strouhal number Str_L is based on the cavity length on the bottom part of the nozzle in aerated case. All of the images are normalized using a reference image taken at non-cavitating non-aerated flow conditions. The POD analyses in this work follows the one described in [4]. In order to minimize post-processing time, a convergence study is conducted on the minimum number of required images [4,5]. As a

Table 1. Aerated cavitation experimental data table

V_{ref} (m/s)	P_{ref} (bar)	P_{Tank2} (bar)	β	Re	σ	Str_L
11.07	1.10	0.9	0	1.1×10^5	1.78	0.431
11.07	1.04	0.8	0.004	1.1×10^5	1.69	0.352

result, $N = 700$ is taken for the reconstruction of the flow dynamics, as it can be seen in figure 2 (the same result has been found for modes 1 to 3). The information gathered is decomposed into empirical eigenfunctions φ_i. As a result, only a small number of modes are needed to represent correct dynamical evolution of fluid flow. The energy contribution per mode is defined as $E_{mode} = \lambda_i / \sum_{i=1}^{N} \lambda_i$, where λ_i is the eigenvalue after a singular value decomposition for mode i and N is the number of images. The total number of studied modes is equal to 10.

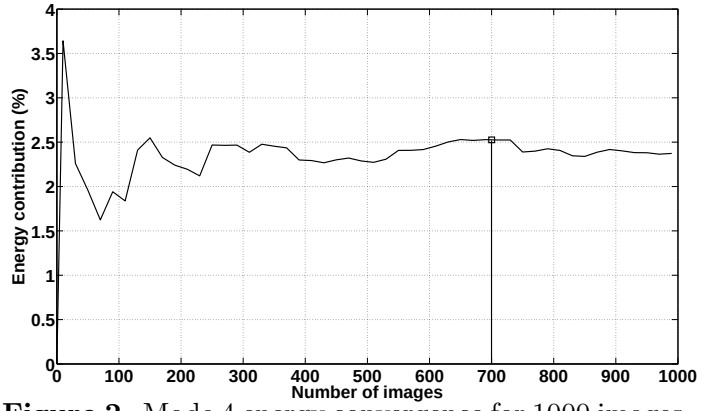


Figure 2. Mode 4 energy convergence for 1000 images, $\beta = 0.004$

The POD modes and their contributions for the reconstruction of the flow dynamics in terms of E_{mode} are shown in figure 3. It can be seen that the first mode is the most important one for both of the case studies. It can also be seen that the vapour zones are symmetrical for the pure cavitating flow, which is not the case for the aerated flow. The vertical lines show the closure region of the cavitation zone. For $\beta = 0$, the closure region is at $X^* = 3.1$, where for $\beta = 0.004$, the line is in the vicinity of $X^* = 3.7$. The zone beyond the cavity closure in figures 3(a') corresponds to the bubble - vapour mixture. The bubbles at the throat do not cut the cavitating zones. Rather, they break up due to the pressure gradient at the divergent zone and spread into extremely small bubbles, which interact mostly with the upper advected cavitating vapour. This is clearly visible in figure 3 (c') — the darkened zones beyond $X^* = 3.7$. On the contrary, the bottom cavitating zone stays intact, and thus the top and bottom vapour zones are not dynamically symmetrical. Based on the plots of the phase portraits of the temporal amplitudes, the observed phenomenon in figures (b) and (c) takes the form of an ellipse. The latter can be represented as two sine waves having the same frequency, 90° out of phase. In contrast, figures (b) and (d) display a phenomena having two frequencies with similar phases. In terms of energy contribution, one can see that modes (b) and (c) are quite similar, which is also the case for (b') and (c'). It can be seen in figure 3 (b'), the cavitation zones are able to resume to their forms, once the detached air - vapour mixture is advected.

4. Conclusions and Perspectives

Side view images of aerated and non-aerated cloud cavity dynamics in a horizontal convergent divergent nozzle have been studied with a snapshot POD method. The modes account for more than 86% of the total energy for the aerated flow, and nearly 90% for the pure cavitation. Based on a robust mathematical instrument, the phase portraits are efficient for the cavitation regime exploration. The aeration inevitably influences the dynamics of the flow. The bottom vapour zone manages to maintain its correct dynamics, which is not the case for the other. The upper zone undergoes much more frequent cloud detachment than the one at the bottom. Lastly, the

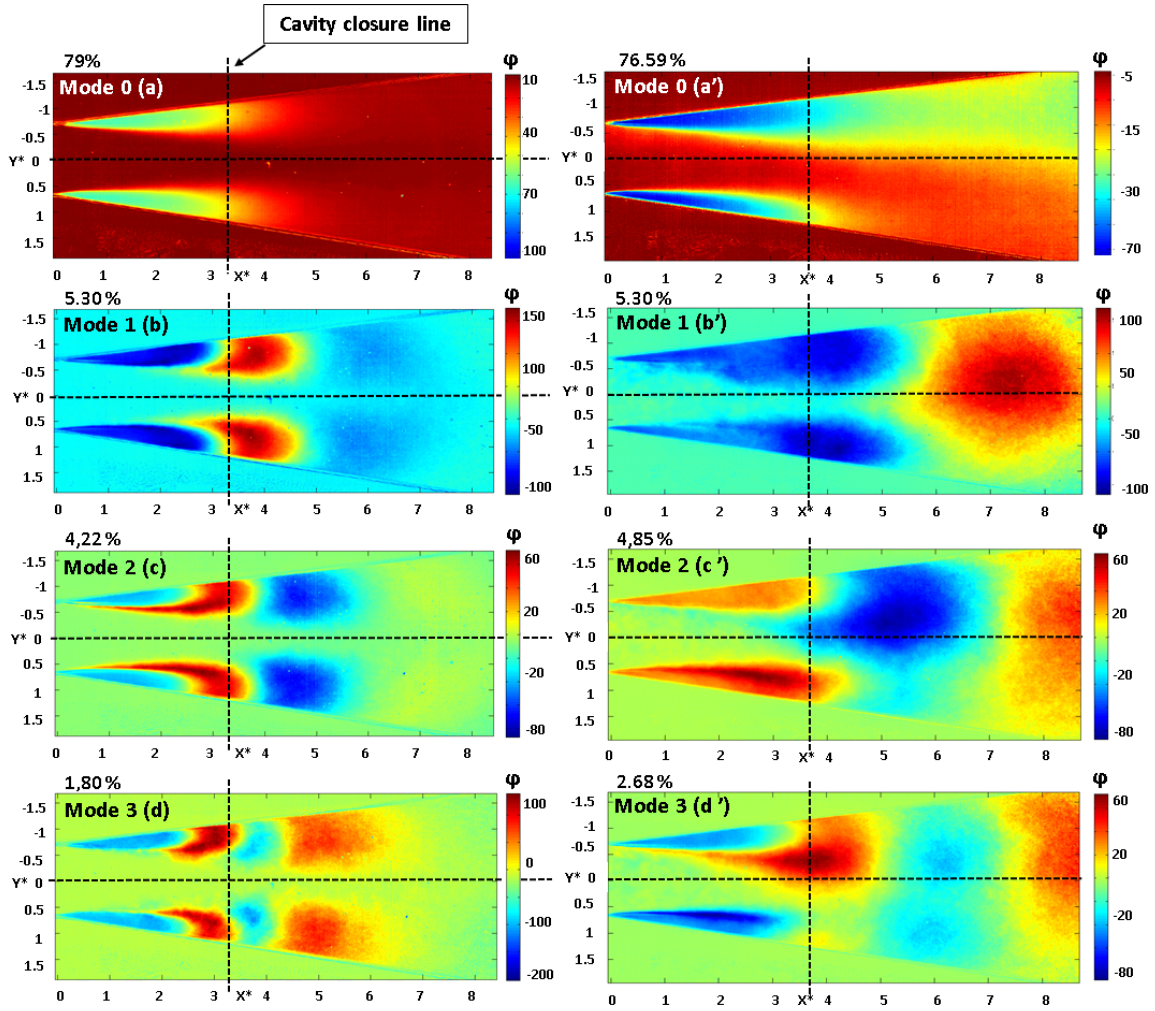


Figure 3. POD modes: $\beta = 0$ (left); $\beta = 0.004$ (right)

aggressiveness of the cloud cavitation, can be reduced by injecting controlled quantity of gas. In the foreseeable future, the authors plan to correlate pressure signals from the venturi throat section with the POD analysis from images.

Acknowledgments

The authors would like to acknowledge the financial support granted by SNECMA, part of SAFRAN group.

References

[1] Danlos, A., Méhal, J.E., Ravelet, F., Coutier-Delgosha, O., Bakir, F., Study of the cavitating instability on a grooved Venturi profile, *Journal of Fluids Engineering*, 2014, **136**(10), pp.1—10.

[2] Dunn, P.F., Thomas, F.O., Davis, M. P., Dorofeeva, I.E., Experimental characterization of aviation-fuel cavitation, *Physics of Fluids*, **22**(2010), 117102.

[3] Berkooz, G., Holmes, P., Lumley, J., The proper orthogonal decomposition in the analysis of turbulent flows, *Annual Review of Fluid Mechanics*, **25**(1993), pp.539—575.

[4] Danlos, A., Ravelet, F., Coutier-Delgosha, O., Bakir, F., Cavitation regime detection through Proper Orthogonal Decomposition: Dynamics analysis of the sheet cavity on a grooved convergent-divergent nozzle, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, **47**(2014), pp.9—20.

[5] Dular, M., Bachert, B., Stoffel, B., Sirok, B., Relationship between cavitation structures and cavitation damage, *Wear*, **257**(2004), pp.1176—1184.

C.8 Physics of Fluids

Cet article de synthèse a été soumis récemment (le 4 Mars 2016) au journal de Physics of Fluids.

Experimental and numerical investigation of two physical mechanisms influencing the cloud cavitation shedding dynamics

Petar Tomov,[1, a)] Kilian Croci,[1] Sofiane Khelladi,[1] Florent Ravelet,[1] Amélie Danlos,[2] Farid Bakir,[1] and Christophe Sarraf[1]

[1)] *DynFluid Laboratory, Arts et Métiers ParisTech, 151 Boulevard de l'Hôpital, Paris 75013, France*

[2)] *CMGPCE Laboratory, Conservatoire National des Arts et Métiers, 292 rue Saint Martin, 75003 Paris, France*

The paper presents numerical and experimental investigations of the existence of two different physical mechanisms as principal origin of cloud cavitation shedding. The two mechanisms are the re-entrant jet formed at the cavity closure region and the shock wave propagation due to the condensation of vapor structures. The experimental observations of these phenomena are done at a fixed Reynolds number of about 1.2×10^5 by means of a high-speed camera on a transparent horizontal Venturi nozzle with 18°/8° convergent/divergent angles, respectively. A wavelet analysis is applied with several cavitation numbers in order to associate some image series to the occurrence frequencies of the two shedding mechanisms. In complement, a numerical model is performed in order to access to a 3D representation of the different phenomena. The compressible Navier-Stokes equations coupled with the Homogeneous Equilibrium Mixture Model are solved with a Finite Volume solver based on Moving Least Squares approximations. A snapshot Proper Orthogonal Decomposition technique is applied on both numerical and experimental results. The energy levels of different modes from numerical and experimental data are found to be in a good agreement. Instantaneous pressure peaks of the order of 10 bar, associated with erosive condensation shock wave, are numerically identified. The 3D numerical simulations reveal also that side-entrant jet flow contributes with the re-entrant jet to the cloud cavitation shedding.

Keywords: Cavitation Shedding, Re-entrant Jet, Condensation Shock Wave, Numerical Simulations, HEM, POD, Wavelet, Venturi

[a)] Corresponding author: Petar.TOMOV@ensam.eu

I. INTRODUCTION

Cavitation is the vapor formation inside a liquid due to a pressure drop. This phenomenon is observed in various technical applications in different engineering fields. The cavitation is responsible for issues like erosion[18], noise and vibrations[51] which can lead to a malfunctioning of various turbo-machines[39], for instance impellers[31]. The cavitation occurrence that has a negative effect on the proper functioning of a hydraulic system and different cavitation controlled systems[2,10] can be implemented to reduce these negative aspects. However, there are some cases where it can have an extremely positive effect such as drag reduction of submarine vehicles[56]. Indeed, the supercavitating structure covers the immersed body and makes it slip through the liquid[6], which results in a extremely rapidly moving object but with some instabilities. Therefore, it is of crucial importance to understand the physics behind the multiphase flow, in order to reduce the negative effect or increase its positive one.

Unsteady cloud cavitation shedding has been widely studied experimentally during past decades for different geometries such as hydrofoil profiles[5,29,38], spheres[2] or Venturi nozzles[10,16,46]. These studies tend to show that unsteadiness is due to a frothy re-entrant jet moving backflow under the cavity. For small cavities, this re-entrant jet thickness is in the order of the cavity thickness and an adverse pressure peak tends to stabilize the cavity closure. It results in a closed cavity where the re-entrant jet generates a apparently stable vapor/liquid mixed cavity. For bigger cavities, the adverse pressure gradient at cavity closure is decreased enough in order that the re-entrant jet reaches the top of the cavity and, as a result, cuts the vapor phase in two, the downstream partial cavity being next advected by the flow. Pham et *al.*[38] find a correspondence between the re-entrant jet and the cloud shedding occurrence. As a result, the repeatability of the process can be characterized by the shedding cycle[5,29] and a frequency f_s. Recently Ganesh et *al.*[22] proved experimentally with X-ray measurements that the shedding mechanism may not be governed only by the re-entrant jet, but also by the propagation of vapor-shock waves in the bubbly mixture which occurs at a frequency f_w. These two shedding mechanisms can be influenced by some features such as scale effects and aspect-ratio investigated by Dular et *al.*[16] which can have multiple influences on the cavity dynamic (as the creation of a side-entrant jet for small but wide Venturi nozzles).

The data acquired in these studies permits to access to valuable 2D outcomes of the cavity dynamic (cavity length, shedding frequencies) for a large array of pressure and velocity conditions. However numerical simulations (particularly in 3D) are necessary to validate the different mechanisms described before and to capture some cavity dynamics hardly perceptible with experimental observations. In this context, Decaix et *al.*[12] studied numerically the behavior of cloud cavitation developing along a Venturi type nozzle by a compressible one-fluid model. In the same manner Chen et *al.*[8] did a numerical and experimental study of unsteady sheet and cloud cavitation flows in a convergent-divergent nozzle. Dittakavi et *al.*[14] and Charriere et *al.*[7] separately studied the turbulence interaction and different turbulence models in a series of large eddy simulations in a Venturi nozzles. It has been proven that the major source of vorticity is the collapse of the vapor structures which also results in the formation of hair-pin vortex structures. All of the studies show different aspects of a periodic cycling which can take place in the case of a Venturi nozzle.

The purpose of the present study is multifold. Firstly, the double Venturi nozzle geometry allows the observation and exploration about the symmetry of the sheet cavities at the top and bottom walls, as well as their coupling under the influence aspect ratio and of the interaction between the advected structures. Secondly, the paper puts forward experimental and numerical evidences of the presence of the re-entrant jet, side-entrant jet and condensed shock waves in the cloud cavitation shedding regime.

The article is organized into four major sections. Section II presents both the experimental setup and the numerical modeling. Section III deals with the results and discussions. The article ends by concluding remarks given in Sec. IV.

II. EXPERIMENTAL SETUP AND NUMERICAL MODELING

A. Experimental setup

The experiments were conducted in a hydrodynamic loop of the DynFluid Laboratory fully described in a previous work of Tomov et *al.*[49]. As a reminder, the loop consists of two tanks of 150 L capacity each connected by cylindrical pipe with inner diameter of 40 mm. Between the two tanks is placed the test section, represented in Fig. 1, consisting in two transparent horizontally symmetrical Venturi profiles with converging/diverging angles

of 18° and 8°, respectively. The throat height is $H_{throat} = 10$ mm and the width is constant

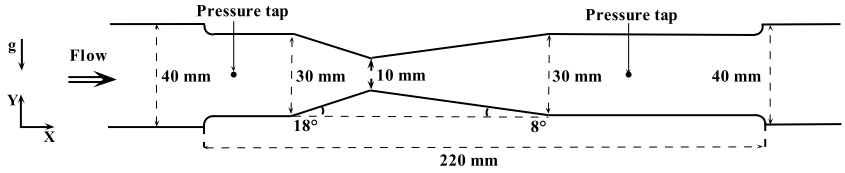


FIG. 1. Venturi nozzle geometry at scale (from Tomov et *al.*[49])

all along the test section and is equal to 10 mm. In the present study, lengths are expressed with non-dimensional values $X^\star = \frac{x}{H_{throat}}$ whereas the Reynolds is defined at the Venturi throat with H_{throat} and the reference velocity $V_{ref} = 12$ m.s^{-1} corresponding to the mean velocity at the throat section, since it is the place where the flow regime changes its nature. The experimental cavitation number is defined as $\sigma = \frac{(P_{ref} - P_{vap})}{\frac{1}{2}\rho V_{ref}^2}$ where P_{ref} is measured at $X^\star = -6$ from the inlet of the Venturi section. The value of σ is corrected removing 3% in order to take into account the real pressure at the throat. One can refers to the precedent study of Tomov et *al.*[49] for further information about the experimental set-up characteristics and the uncertainties of measurements. It is difficult to perfectly match the experimental and numerical values of the cavitation number. In consequence it is the pressure at the outlet section of the Venturi nozzle P_{out} that has been set in numerical simulations such as the work of Schnerr et *al.*[43].

Clearly visible peaks in a frequency spectrum are generally related to spatial structures, which dispose with some characteristic dimension. The issue of universal definition of a Strouhal number in cavitation is not straightforward. It has been addressed, discussed and a proposal for its unification has been given by Dular et *al.*[15]. In the present paper, the choice is made to define the Strouhal number as $S_t = \frac{f H_{throat}}{V_{ref}}$ with f corresponding to a frequency of occurrence of a shedding feature.

B. Numerical modeling

1. Physical Model

The cavitating flows involve a very large variety of physical phenomena with different spatial and temporal scales. Typical examples are bubble or cloud vapor dynamics and non-

equilibrium thermodynamics. As a result, it is difficult to fully resolve all scales, nevertheless the current state of the art of the computers. Therefore, the modeling of each phase (liquid, vapor or mixture) present in the multiphase cavitating flow is of crucial importance for the good representation of the physics of the flow.

The compressible Navier - Stokes equations written in cartesian coordinates without a source terms are given in their conservative form in Eq.1.

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\mathbf{F}_x(\mathbf{U}) - \mathbf{F}_x^V(\mathbf{U})\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mathbf{F}_y(\mathbf{U}) - \mathbf{F}_y^V(\mathbf{U})\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\mathbf{F}_z(\mathbf{U}) - \mathbf{F}_z^V(\mathbf{U})\right) = \mathbf{0} \quad (1)$$

The conservative variables are expressed in Eq.2 and the inviscid fluxes $\mathbf{F_x}(\mathbf{U})$, $\mathbf{F_y}(\mathbf{U})$, $\mathbf{F_z}(\mathbf{U})$ are given in Eq.3. The viscous fluxes $\mathbf{F}_x^V$, $\mathbf{F}_y^V$, $\mathbf{F}_z^V$ are expressed in Eq.4.

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \rho & \rho u & \rho v & \rho w & \rho E \end{pmatrix}^T \quad (2)$$

$$\begin{cases} \mathbf{F_x}(\mathbf{U}) = \begin{pmatrix} \rho u & (\rho u^2 + p) & \rho uv & \rho uw & (\rho E + p)u \end{pmatrix}^T \\ \mathbf{F_y}(\mathbf{U}) = \begin{pmatrix} \rho u & \rho uv & (\rho v^2 + p) & \rho vw & (\rho E + p)v \end{pmatrix}^T \\ \mathbf{F_z}(\mathbf{U}) = \begin{pmatrix} \rho u & \rho uv & \rho vw & (\rho w^2 + p) & (\rho E + p)w \end{pmatrix}^T \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} \mathbf{F}_x^V(\mathbf{U}) = \begin{pmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} & (u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + w\tau_{xz} - q_x) \end{pmatrix}^T \\ \mathbf{F}_y^V(\mathbf{U}) = \begin{pmatrix} \tau_{yx} & \tau_{yy} & \tau_{yz} & (u\tau_{yx} + v\tau_{yy} + w\tau_{yz} - q_y) \end{pmatrix}^T \\ \mathbf{F}_z^V(\mathbf{U}) = \begin{pmatrix} \tau_{zx} & \tau_{zy} & \tau_{zz} & (u\tau_{zx} + v\tau_{zy} + w\tau_{zz} - q_z) \end{pmatrix}^T \end{cases} \quad (4)$$

In the above written equations, ρ stands for density, p for pressure and u, v, w are the velocity components. The viscous stresses are expressed as follows, where μ is the viscosity.

$$\begin{cases} \tau_{xx} = 2\mu\dfrac{\partial u}{\partial x} - \dfrac{2}{3}\left(\dfrac{\partial u}{\partial x} + \dfrac{\partial v}{\partial y}\right), \quad \tau_{yy} = 2\mu\dfrac{\partial v}{\partial x} - \dfrac{2}{3}\left(\dfrac{\partial u}{\partial x} + \dfrac{\partial v}{\partial y}\right), \\ \tau_{zz} = 2\mu\dfrac{\partial w}{\partial z} - \dfrac{2}{3}\left(\dfrac{\partial u}{\partial x} + \dfrac{\partial v}{\partial y}\right), \quad \tau_{xy} = \mu\left(\dfrac{\partial u}{\partial x} + \dfrac{\partial v}{\partial y}\right), \\ \tau_{xz} = \mu\left(\dfrac{\partial u}{\partial z} + \dfrac{\partial w}{\partial x}\right), \quad \tau_{yz} = \mu\left(\dfrac{\partial v}{\partial z} + \dfrac{\partial w}{\partial y}\right), \end{cases} \quad (5)$$

The heat fluxes are represented by Fourier's law:

$$q_x = -\lambda\frac{\partial T}{\partial x}, \quad q_y = -\lambda\frac{\partial T}{\partial y}, \quad q_z = -\lambda\frac{\partial T}{\partial z} \quad (6)$$

where T is denoted temperature and λ is the thermal conductivity.

The compressible Navier - Stokes equations are coupled with the Homogeneous Equilibrium Model (HEM) which was initially presented by Saurel et *al.*[41] The HEM model accounts

for the mass, momentum, as well as the energy equations in the case of the homogeneous mixture flow. In the zones of cavitation, the conservation equations lose locally their hyperbolic nature and become elliptic. In order to deal with this issue, equations of state describe each phase separately. As a result, two phases keep their own thermodynamic properties[30]. The use of this model supposes the existence of a local thermodynamic equilibrium, therefore the liquid and vapor phase pressures are considered equal to the saturation vapor pressure, $p_v = p_l = p_{sat}(T)$, as well as the temperature of the two phases in the mixture, $T_v = T_l = T$. The model does not take into account any relative motion between phases. The void fraction ratio (α) calculation is based on the values of the saturation densities for the liquid and vapor phases. The void fraction ratio is first defined, followed by the equations of mixture density and mass conservation.

$$\alpha = \frac{\rho - \rho_{l.sat(T)}}{\rho_{v.sat(T)} - \rho_{l.sat(T)}} \tag{7}$$

The mixture density $\rho = \sum \rho_k \alpha_k$ is solution of Eq.1, k being the phase indicator. From a numerical point of view, the major difficulty in cavitating flows lies in the proper treatment of two very different regions. The first one is the low-density pure vapor phase and the second one is high density the nearly incompressible liquid. Moreover, a special care must be taken for the transition mixture region, which is not always clearly distinguished. As a result, each of the liquid and vapor pure phases are described by a proper set of Equations of States (EoS). The fluid saturation properties are taken from Schmidt et *al.*[42]

2. Conservation system closure - Phases EoS

EoS liquid phase

The liquid phase is firstly described with EoS. The pressure of the liquid phase is governed by the modified Tait equation of state, where K_0 and N are constants[41]. The formulation considers the liquid phase as a saturated component of the multiphase flow.

$$p = K_0 \left[\left(\frac{\rho}{\rho_{l,sat}(T)} \right)^N - 1 \right] + P_{sat}(T) \tag{8}$$

Where $K_0 = 3.3 \times 10^8$ Pa and $N = 7.15$ for water. The temperature relation can be expressed in terms of the specific energy $T = \frac{e - e_{l0}}{C_{vl}} + T_0$, e being internal energy, $e_{l0} = 617$

J.kg^{-1} is internal energy at reference temperature $T_0 = 273.15$ K and $C_{vl} = 4180$ J.kg^{-1}.K^{-1} is the liquid specific heat at constant volume. Vogel-Fulcher-Tammann's law[19,20,53] gives the dynamic viscosity formulation:

$$\mu_l = A \times 10^{B/(T-C)} \tag{9}$$

In the case of water $A = 2.414 \times 10^{-5}$ Pa.s, $B = 247.8$ K and $C = 140.0$ K. Thermal conductivity of water is considered constant and it is taken $\lambda_l = 0.6$ W.m^{-1}.K^{-1}.

The formulation of the speed of sound is derived from the hypothesis that the acoustic pressure fluctuations can be neglected in comparison with the cavitation pressure. Equation 10 gives the speed of sound in pure liquid. More information about its derivation is given in Appendix A.

$$c_l^2 = \frac{N(p - p_{sat}(T) + K_0)}{\rho} + \frac{p}{\rho^2 C_{vl}} \left(\frac{\partial p_{sat}(T)}{\partial T} - \frac{N(p - p_{sat}(T) + K_0)}{\rho_{l,sat}(T)} \frac{\partial \rho_{sat}(T)}{\partial T} \right) \tag{10}$$

EoS vapor phase

The EoS for the vapor phase are described below. The main hypothesis behind the vapor phase is its consideration as a perfect gas, hence the following relation is applied:

$$p = (\gamma - 1)\, \rho e \tag{11}$$

The temperature equation is written in terms of the latent heat of vaporization $L_v(T_0) = 2.753 \times 10^6$ J.kg^{-1} at temperature $T_0 = 273.15$ K as $T = \frac{e - e_{l0} - L_v(T_0)}{C_{vv}} + T_0$, $C_{vv} = 1410.8$ J.kg^{-1}.K^{-1} being vapor specific heat at constant volume. The dynamic viscosity formulation is given by Sutherland's[47] law.

$$\mu_v = \mu_{ref} \left(\frac{T}{T_{ref}} \right)^{3/2} \frac{T_{ref} + S}{T + S} \tag{12}$$

Sutherland's constants for water are: $\mu_{ref} = 18.27 \times 10^{-3}$ Pa.s, $T_{ref} = 291.15$ K, $S = 861.11$ K. The thermal conductivity of vapor is a function of temperature and is given by Dincer et *al.*[13] as follows:

$$\lambda_v = \sum_{i=0}^{4} a_i T^i \tag{13}$$

where $a_0 = -7.967996 \times 10^{-3}$, $a_1 = 6.881332 \times 10^{-5}$, $a_2 = 4.49046 \times 10^{-8}$, $a_3 = -9.099937 \times 10^{-12}$, $a_4 = 6.173314 \times 10^{-16}$. Since the vapor is treated as a perfect gas, the speed of sound

is given by the known relation:

$$c_v^2 = \frac{\gamma p}{\rho} \tag{14}$$

where $\gamma = 1.327$ for water vapor, ρ and p are solution of Eq.1.

Mixture closure equations and phase transition

As mentioned above, the basic hypothesis is that the fluid is in a local thermodynamic equilibrium, hence, at the mixture zone the pressure and temperatures are the same for each phases. To manage mass transfers between phases and therefore the choose of EoS of each phase to compute temperature, pressure and the other thermodynamics properties, an explicit phase transition algorithm based on densities is used. It starts by considering all the variables at the previous time step given by solving Eq.1, if density is lower than the vapor saturation density then the phase is pure vapor, $\alpha = 1$, EoS of vapor is used. If density is higher than liquid saturation density then the phase is pure liquid, $\alpha = 0$, modified Tait EoS is used. And finally, if density is between the two phases saturation densities then α is given by Eq.7 and temperature is computed by solving $e = \epsilon e_v + (1 - \epsilon)e_l$, ϵ being vapor mass fraction, the internal energies e_v and e_l are given by EoS of vapor and liquid, respectively, given above. The phase transition algorithm is presented in details in Appendix B. Since the next time step temperature is computed for each phase using the procedure described above, other parameters can be derived such as the mixture viscosity,

$$\mu_m = \frac{1}{\frac{\epsilon}{\mu_v} + \frac{1-\epsilon}{\mu_l}} \tag{15}$$

and mixture thermal conductivity λ_m which is computed the same way.

One of the advantages of the used approach is that it takes into consideration the physical variations of the pressure since the compressibility of each phase is taken into account. The EoS properly describe the physics of each phase and no modifications of the speed of sound are to be considered (no preconditioning issues are retained). This last point is crucial for the restitution of the real behavior of likely condensation shock waves described further in this paper. On the other hand, the speed of sound drastically varies from phase to other and need to be correctly modeled in the mixture phase. Indeed, the flow presents very low Mach numbers in the pure liquid phase, intermediate in the pure vapor phase and is supersonic in the mixture phase, the sound velocity being very low. In our case, it is expressed following

the Wood's relation[55]:

$$\frac{1}{\rho c_m^2} = \frac{\alpha}{\rho_{v,sat}(T)\rho c_v^2} + \frac{1-\alpha}{\rho_{l,sat}(T)c_l^2} \tag{16}$$

Equation 16 takes into consideration the phase transition through the vapor fraction ratio α. The same formulation has been recently used by Saurel et *al.*[40] in the case of a cavitating boiling and evaporating flows.

3. Numerical framework

Finite volume solver: The used finite volume solver is based on Moving Least Squares[26,33] (FV-MLS) approximations. This approach is somewhat different that the usual approach of high-order (≥ 2) finite volume schemes. The usual approach is pragmatic and "bottom-up" . Starting from an underlying piecewise constant representation, a discontinuous reconstruction of the field variables is performed at the cell level. The FV-MLS method starts from a high-order and highly regular representation of the solution, obtained by means of Moving Least-Squares approximation, and it is well suited for general, unstructured grids. This approach is directly suitable for the discretization of elliptic/parabolic equations and high order spatial terms. For equations with a predominantly hyperbolic character, the global representation is broken locally, at the cell level, into a piecewise polynomial reconstruction, which allows to use the powerful finite volume technology of Godunov-type schemes (e.g. Riemann solvers, limiters). A linear reconstruction is used implying a second order space accuracy in our case associated to a Vankatakrishnan slope limiter to manage shocks discontinuities induced by supersonic regimes (see the following section). The reader is kindly referred to works of Nogueira at *al.*[33,35] and Khelladi et *al.*[26] for more details concerning this numerical method.

Low Mach number handling: The disparities between the values of speed of sound into the flow phases are very high. Indeed, the speed of sound is approximatively equal to 1500 m.s^{-1} for the liquid ($\alpha = 0$), 400 m.s^{-1} for the vapor ($\alpha = 1$) and around 4 m.s^{-1} in the mixture ($\alpha = 0.5$). As a result, the compressibility effects based on the Mach number vary in respect to the zone of calculation. Therefore, this issue should be taken into consideration when dealing with numerical flux at very low and very high Mach number calculations. It is widely known that it is difficult to solve the compressible equations for very low Mach numbers using "standard" numerical flux (Roe, Rusanov,...) due to the induced numerical

dissipation on the prediction of the pressure, $p \sim M$ rather than $p \sim M^2$. In addition, for an explicit time schemes this induces very small time steps (very restrictive CFL condition). Using preconditioning techniques[52] may overcome these limitations, unfortunately, this implies to modify implicitly the pressure wave propagation dynamics (speed of sound) in the liquid phase which is not suitable in view of the demonstrations projected in the following developments. Consequently, in the present paper, the code does not use any preconditioning. In such a way the authors estimate that the code simulates a better physical behavior of each of the flow phases. A drawback is the need of a very small time step which in our case is around 10^{-7}s using a first order explicit Euler time scheme[40].

Approximate Riemann solver: As mentioned above, the finite volume solver should deal with a large range of wave propagation regimes due to the phase transition mechanisms. The used approximate Riemann solver should then be able to support all-speed regimes. A recent work done by Nogueira et *al.*[36] demonstrates that increasing space order of accuracy to 4th or 5th space orders in addition to the use of a fix of the dissipation term (function of Mach number) of Roe or Rusanov approximate Riemann solvers, for instance, may extend their use to all-speed regimes. For some pragmatic reasons related to the nature of the present investigation, the second order space of accuracy is estimated sufficient. For this reason a modified Simple Low dissipative AUSM solver (SLAU) is used in the present case. The AUSM family solvers are based on the splitting of numerical flux term into convective and pure pressure one. The convective part is decomposed following the procedure proposed by Shima et *al*[44]. The mathematical development is beyond the scope of the present paper. For more details the reader is kindly referred to the work of Kitamura et *al.*[27].

Turbulence handling: In general, a sub-grid scales (SGS) model in a Large-Eddy Simulation (LES) operates on a range of scales that is resolved by discretization schemes. As a result of that, the truncation error of the scheme and the SGS model are mutually linked. The numerical approaches where SGS model and discretization scheme are merged, are called implicit LES (iLES) methods[24]. ILES approach is used in this work. Indeed, to highlight the targeted physical mechanisms related to cloud cavitation shedding and because of the properties of FV-MLS scheme, no turbulence model is used explicitly. Turbulence is taken implicitly into consideration through the definition of an adequate number of points in the stencil and the use of appropriate MLS-kernel function parameters in each spatial direction according to Nogueira et *al.*[34,35]. A description of the choice of the best values

of stencil morphology and the best kernel parameters are beyond the scope of this paper. For more details and explications, as well as benchmark results, one is kindly referred to references[26,33–35].

Computational domain: The computational domain is the axisymmetrical Venturi duct presented in Fig.1 with 18°/8° convergent/divergent angles, respectively. Its total length is $L = 470$mm. The inlet to throat section ratio is equal to 3. In accordance with experiments, the inlet water temperature is $T_\infty = 300$ K. The saturation vapor pressure in operating conditions is taken $P_{vap} \approx 2200$ Pa. Due to the compressibility of phases, the computational domain is extended (once upstream and once downstream) in longitudinal direction. Velocity inlet and pressure outlet absorbing boundary conditions presented by Schnerr et *al.*[43] are imposed in order to evacuate the non-physical upfront coming pressure waves. The flow velocity at the inlet section ($\mathbf{V_{in}}$) is set to 4 m.s^{-1} and the pressure outlet (P_{out}) is taken equal to 50 kPa. Table I summarizes the boundary conditions.

TABLE I. Boundary conditions in computation

$\mathbf{V_{in}}$	P_{out}	P_{ref}	T_∞	Re	σ
(m.s^{-1})	(kPa)	(kPa)	(K)		
4	50	85	300	1.2×10^5	1.15

The 3D computational domains consists of almost 3.1×10^5 tetrahedral cells. The mesh density is not constant along the computational domain. The convergent/divergent region ($\approx 20\%$ of the overall volume) of the nozzle concentrates almost 80% of the total grid size. This can be considered as sufficient since it presents a pressure loss ratio of approximatively 10% compared to a half grid size and approximatively 2% difference with a 1.75 times larger one (the retained grid is taken as a reference). Depending on the position and the flow regime (time) the local dimensionless wall distance y^+ at the throat region (convergent/divergent) varies from 20 for the lowest value to 300 for the highest value located generally upstream and downstream to the throat zone, which according to the authors is sufficient regarding to the cavitation vapor dimensions and the induced flow structures. Moreover, mass flow rate can be considered as conserved. Indeed, the mean time mass flow rate loss between the inlet and outlet computational domain boundaries is lower than 0.1%.

C. Post-processing and analysis tools

In order to reveal and explore the cavitation phenomenon, a large quantity of experimental and numerical data ought to be generated. As a result, there is a great need to dispose with specific post-processing techniques, such as Proper Orthogonal Decomposition (POD) and wavelet method, which will enable one to extract the synthetic information. This data will be essential to understand, to explore the physical behavior of the flow.

1. Proper Orthogonal Decomposition

Therefore, a POD analysis, based on the intensity of the absorbed light passing through the Venturi nozzle in a series of consecutively taken by a high speed camera images (an experimental data already available in DynFluid Laboratory) and on instantaneous snapshots from numerical simulations, seems to be a reasonable choice.

From a mathematical point of view, the POD is a transformation diagonalizing a given matrix by bringing it into a canonical form, by using a singular value decomposition. More precisely, the POD provides an optimal basis for the model decomposition of an ensemble of data obtained either by experiments or numerical simulations[25]. The gathered information is decomposed into an ensemble of functions, often called empirical eigenfunctions or empirical basis functions, or empirical orthogonal functions. As a result of the optimality of the convergence in terms of a kinetic energy of the POD eigenfunctions, only a small number of modes are necessary to represent the dynamical evolution of the fluid flow. For instance, such a decomposition provides an efficient way of capturing the dominant components in the case of a cavitation flow[11]. Large scale structures, which contain the big part of the kinetic energy of the flow, may be detected and further selected for a reconstruction of the flow dynamics[37].

The coherent structures are described by the deterministic function which best correlates on average with the gathered data set of observations u (data should not necessary be taken at the same physical parameters, for instance at the same Reynolds number[9]). This can be interpreted as the search of function φ that has the largest mean square projection on the observations. The eigenfunctions φ are chosen in order to maximize the average projection of a data field $\mathbf{u}$ on φ. In order to include the statistics the following expression ought to

be maximized:

$$\max_{\varphi \in L^2([0,1])} \frac{\langle | (\mathbf{u}, \varphi) |^2 \rangle}{\|\varphi\|^2} \tag{17}$$

where $|.|$ is the modulus, and $\langle . \rangle$ may be a spatial or a temporal averaging operation and $\|.\|$ is the L^2 norm defined as $\|f\|^2 = \int_0^1 |f(\mathbf{x})|^2 d\mathbf{x}$. Maximizing the nominator of Eq.17 in some average sense (spatial, temporal) while keeping the constraint $\|\varphi\|^2 = 1$ leads to the functional:

$$J[\varphi] = \left\langle \| (\mathbf{u}, \varphi) \|^2 \right\rangle - \lambda \left(\|\varphi\|^2 - 1 \right) \tag{18}$$

The choice of the average operator is crucial for the application of the POD analysis. The upper functional is true for all variations $\varphi + \delta\psi \in L^2, \delta\psi \in \mathbb{R}$:

$$\frac{d}{d\delta} J[\varphi + \delta\psi] \,|_{\delta=0} = 0. \tag{19}$$

We can then obtain the integral equation of Fredholm:

$$\int_0^1 \langle u(x)\, u^*(x') \rangle \, \varphi(x')\, dx' = \lambda \varphi(x). \tag{20}$$

For more details about the full mathematical development, one is kindly referred to the PhD thesis of T.A. Brenner[4]. The eigenfunctions $\{\varphi_j\}$ produce the optimal basis derived from Eq.20 using the averaged autocorrelation function $R(x, x') = \langle u(x)\, u^*(x') \rangle$. According to the Hilbert theory, one can assume there is an infinity of orthogonal eigenfunctions associated to the eigenvalues, as a result of the diagonal decomposition of the autocorrelation function. Since the averaged autocorrelation function is $R(x, x') \geq 0$, and Eq.17 admits a solution equal to the largest eigenvalue of the problem, the eigenvalues λ_j take the following order $\lambda_j \geq \lambda_{j+1} \geq 0$. Each data field u may be reconstructed by using the modal decomposition of eigenfunctions φ_j, as $u(x) = \sum_{j=1}^{\infty} a_j \varphi_j(x)$, where a_j is a reconstruction coefficient defined as $\langle a_j a_k^* \rangle = \delta_{jk} \lambda_j$. In the case where one has information regarding the velocity field, the eigenvalues represent twice the average kinetic energy of each mode φ_j. In such a way, the first eigenvalues correspond to the most energetic modes, hence the most energetic structures. In order to improve the post-processing algorithm and computational time, a snapshot POD method has been used by Sirovich[45]. In the classical POD method , the operator $\langle . \rangle$ stands for a temporal average and $R(x, x')$ stands for a spatial correlation tensor. The use of a snapshot POD makes the size of the eigenvalue problem to be equal to the number of treated images N using $\langle . \rangle$ as a spatial average and a two-point temporal correlation one

$C(t,t')$ instead of the spatial correlation in the classic method. In a general manner, when the number of spatial points of data is much greater than the number of treated images, the snapshot POD reduces considerably the necessary computational time for post-processing. As a result, in the present study, the snapshot POD approach will be preferred.

2. Wavelet Method Analysis

Wavelet analysis is usually used to decompose time signals into time-frequency space allowing to determine dominant modes of variability through time and, as a result, to associate a dynamic phenomenon to his frequency of occurrence. This method, mainly used in geophysics studies, is particularly adapted to detect near-periodic phenomena as cloud cavitation shedding.

This method, more powerful than classical signal analysis method such as Windowed Fourrier Transform (WTF), has the advantage to be relatively accurate in time frequency localization and also scale independent. Kjeldsen et *al.*[28] are the first to propose the wavelet analysis as a relevant method to measure shedding mechanisms. Brandner et *al.*[1] performed a wavelet analysis in order to extract frequencies of cloud cavitation shedding from a cavity induced by a jet in a cross-flow. In the present paper, the wavelet method developed by Torrence et *al.*[50] is applied to extract the frequencies of appearance of two cloud shedding phenomena which can occur simultaneity. A quick presentation of the method applied to image analysis is developed thereafter.

The method is based on a continuous non-orthogonal wavelet function Ψ_0 which is used in order to perform a complex wavelet transform W_n on a signal scalar serie x_n. After normalization, W_n can be expressed as:

$$W_n(s) = \sum_{n'=0}^{N-1} x_{n'} \sqrt{\frac{\delta t}{s}} \Psi_0^* \left[\frac{(n'-n)\delta t}{s} \right] \tag{21}$$

where s is the wavelet scale, which determine the method precision, δt is the time between two images, N is the number of images and $(*)$ indicates the complex conjugate.

The choice of the function Ψ_0 is here of primordial importance and might be adapted to the study. In the case of image analysis, where the main goal is to extract frequencies of occurrence of some phenomena, a Morlet 6 function is usually used[1,2,50]. The Morlet base, which represents a plane wave modulated by a Gaussian (Fig. 2), is expressed in the time

domain analytically as a function Ψ_0 of η, the non-dimensional time,

$$\Psi_0(\eta) = \pi^{-1/4} e^{i\omega_0 \eta} e^{-\eta^2/2} \tag{22}$$

whereas the associated function in the frequency domain, obtained by the Fourrier transform of Ψ_0, can be written as a function of the frequency ω:

$$\hat{\Psi}_0(s\omega) = \pi^{-1/4} H(\omega) e^{-(s\omega-\omega_0)^2/2} \tag{23}$$

where ω_0 is a non-dimensional frequency constant (taken to be 6 for Morlet base[50]) and $H(\omega)$ is a heaviside step function. Both functions are represented below in figure 2. As a

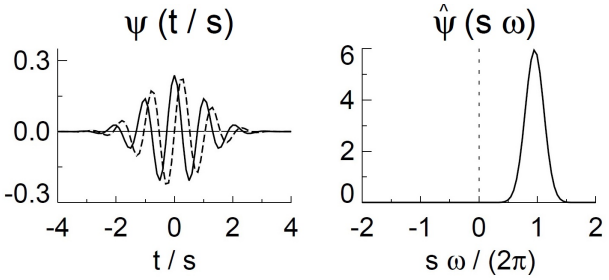


FIG. 2. Morlet wavelet base representation in time domain (left) and in corresponding frequency domain (right). The left plot give the real part (solid) and the imaginary part (dashed) for a wavelet scale $s = 10\delta t$. (From Torrence and Compo[50])

result, using the discrete Fourier transform $\hat{x}_k$ of the discrete sequence of images x_n (where $k = 0...N-1$ is the frequency index) and based on equation 21 and 23, the wavelet transform can be written in Fourrier space:

$$W_n(s) = \sum_{k=0}^{N-1} \hat{x}_k \sqrt{\frac{2\pi s}{\delta t}} \hat{\Psi}_0^*(s\omega_k) e^{i\omega_k \delta t} \tag{24}$$

The wavelet transform on the image sequences is estimated with the equation 24 in Fourrier space in order to improve the time calculation. Therefore a Wavelet power spectrum $|W_n(s)|^2$ can be computed and normalized with the variance σ^2. As a result the wavelet method is able to estimate the peaks of Power Spectral Densities (PSD) associated to occurrence frequencies of events and even identify the images corresponding in the sequence.

III. RESULTS AND DISCUSSION

A. Experimental identification of the presence of two shedding mechanisms

In the present study a cavitation regime where two unsteady shedding mechanisms co-exist, called "transitory" according to Ganesh[21], is investigated. This regime, studied for a fixed Reynolds number of 1.2×10^5, is observable in the present paper for a small range of cavitation numbers between 1.23 and 1.45. Image sequences, acquired at 1000 frames per second during 3 seconds, are post-processed with normalization and detection of grey levels[10,49]. Classically, the cavity closure length is detected with the maximum of standard deviation on the images[10]. An example of closure detection with image standard deviation is given in Fig.3. As a result, the non-dimensional transposed length $L^\star$ along the divergent Venturi slope is given in Fig.4 for top and bottom Venturi nozzles.

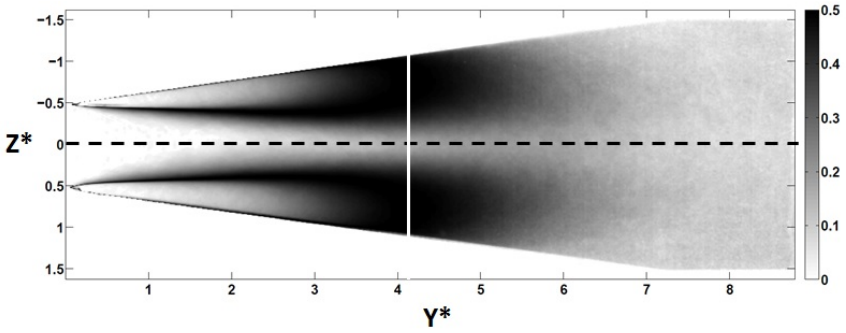


FIG. 3. Standard deviation of the normalized images for a sequence taken at $\sigma = 1.31$. The dotted line divides the study domain in two (top and bottom Venturi nozzle) and the full line, placed at the cavity closure which is almost the same for top and bottom nozzles ($L^\star \simeq 4.05$), is the line for which the grey level is studied for shedding frequency calculations.

One can notice that the evolution of cavity length as a function of the pressure follows the expectations brought by the literature[10,15,21,46]. A wavelet method, developed later in this paper, is applied on cavity closure lines to extract shedding frequencies supposedly associated to the re-entrant jet f_s and to the condensation shock wave f_w. The evolution of these two frequencies as a function of σ is plotted in Fig.4. A typical spectrum showing the presence of two peaks is plotted in Fig.5. As previously observed with the position of cavity closure, the two frequencies of shedding appears to follow a certain symmetry on both sides of Venturi nozzles. A low frequency (about 10Hz), which might correspond

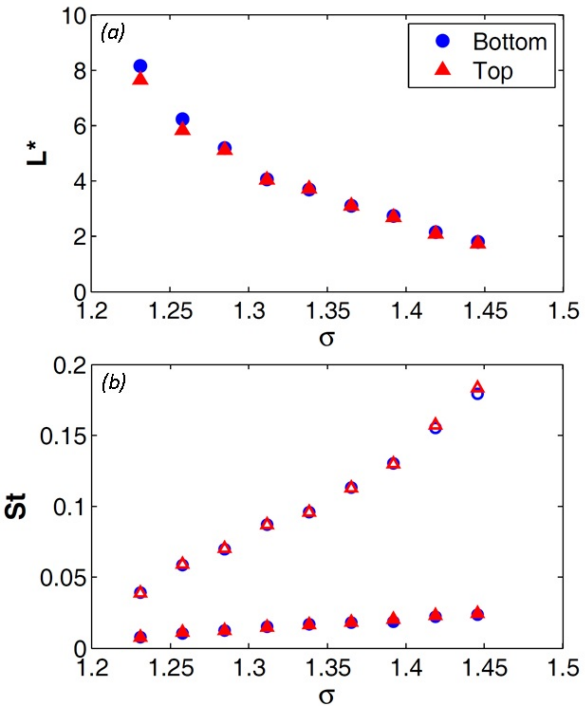


FIG. 4. (Colour online) (Top): Unidimensional sheet cavity length closure $L^\star = L/H_{throat}$ according to the cavitation number σ. Comparison between top (red triangles) and bottom (blue circles) Venturi nozzles. (Bottom): Condensation shock wave (closed symbols) and re-entrant jet (open symbols) shedding frequencies derived from high-speed imaging. Comparison between top (red triangles) and bottom (blue circles) Venturi nozzles.

to the condensation shock wave phenomenon, appears to increase slowly with the pressure whereas the re-entrant jet shedding frequency increases also with the pressure but a lot faster, quadrupling the frequency between $\sigma = 1.23$ and $\sigma = 1.45$. An explanation would be that the re-entrant jet cutting mechanism is highly influenced by the cavity size, the phenomenon occurring with more difficulty for longer cavities. For low cavitation numbers ($\sigma = 1.20$ and 1.23), a difference between top and bottom Venturi sides can be noticed.

In order to highlight the two shedding mechanisms, the choice is made to focus the present study on the extreme case, that is $\sigma = 1.23$ where a lot of dynamics and features might be encountered. Indeed this case has the advantage to deal with cavities of big size where shedding mechanisms might be easier to observe. Moreover, in this case, the condensation shock wave seems to be a phenomenon particularly pronounced and both numerical and experimental investigations might give more relevant results.

Wavelet method, is used in the experimental case $\sigma = 1.23$ where the two shedding phenomena are clearly observed. The method is applied following the steps given thereafter. First, the images are divided in two in order to study separately the top and the bottom Venturi nozzles. Secondly, according to Danlos et *al.*[10], the evolution of grey level is studied at the cavity closure, where standard deviation on the image sequence is maximum, selecting the vertical line going through this point as presented in Fig.3. Finally wavelet Power Spectral Densities (PSD) $|W_n|^2$ is calculated from the grey level signals as well as the wavelet transform. Wavelet analysis results about the shedding mechanisms, illustrated in Figs.10 and 17, are exposed in Fig.5. As a result, frequencies of shedding

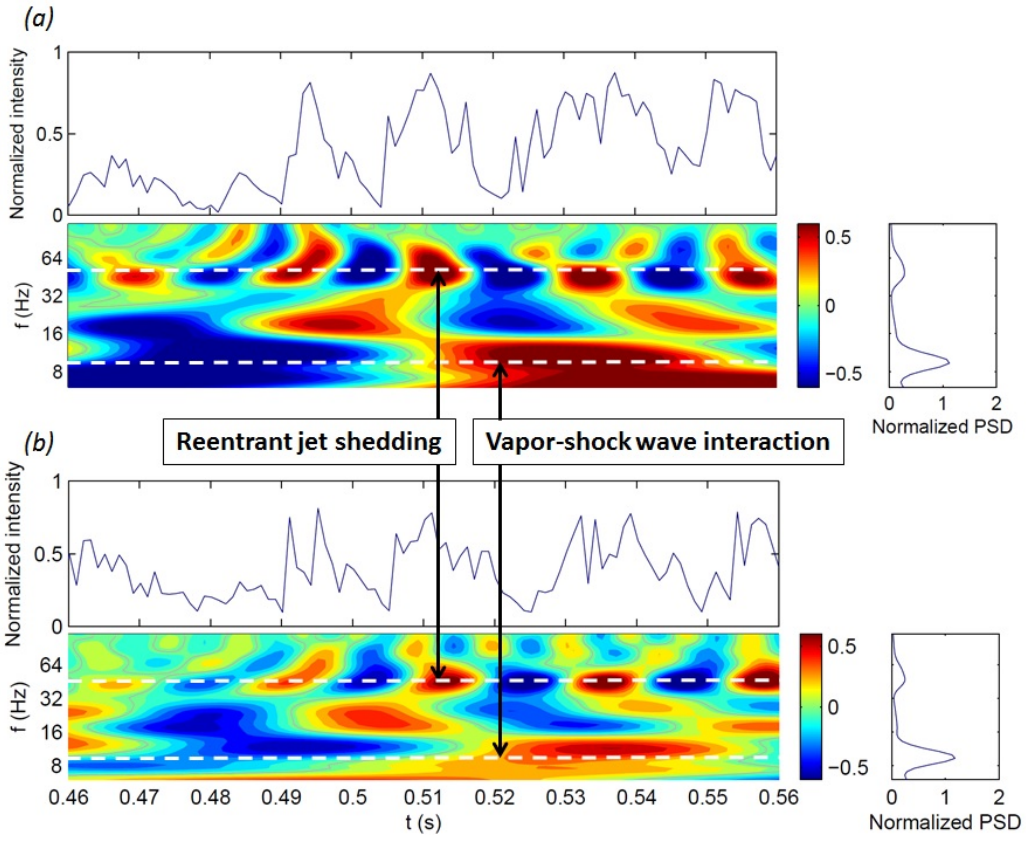


FIG. 5. (Color online) Time series of grey level taken at cavity closure between 460 and 560 ms of the image sequence for $\sigma = 1.23$ and corresponding wavelet transformation for (a) top and (b) bottom Venturi nozzles. Power spectral density is obtained from the wavelet transformation (normalized by the variance). The re-entrant jet shedding identification corresponds to the last image of Fig. 10 taken at 512 ms whereas the vapor-shock wave, taken at 520 ms corresponding to the beginning of the associated shedding cycle, is presented in Fig.17.

phenomena can be identified with corresponding wavelet PSD peaks. The cloud cavitation due to re-entrant jet, for which a cycle is highlighted in Fig.10, presents the lower PSD peak at a frequency $f_s = 47.2$ Hz for the bottom Venturi and $f_s = 46.7$ Hz for the top Venturi nozzle. Meanwhile, the shedding induced by the vapor-shock wave, which is illustrated in Fig. 17, occurs at a frequency $f_w = 9.5$ Hz on both sides. The different outcomes obtained with image analysis and their uncertainty (by evaluating the effect of image processing and the wavelet method) such as frequencies of shedding, wavelet PSD peaks ratio associated $R_{PSD} = |W_n(f_w)|^2/|W_n(f_s)|^2$ and cavity closure length along the Venturi profile are reported in Table II. One can notice looking either grey level signals, wavelet transforms (Fig.5) or

TABLE II. Experimental results for $\sigma = 1.23$

	Bottom Venturi	Top Venturi	Uncertainty
f_s (Hz)	47.2	48.7	$\pm 4\%$
f_w (Hz)	9.5	9.5	$\pm 4\%$
$L^\star$	8.16	7.65	$\pm 2\%$
R_{PSD}	4.76	3.90	–

shedding frequencies that there clearly exists a symmetry of the upper and down cavities as concluded previously by Tomov et *al.*[48]. The bubbly shock wave appears to be in that case the dominant mode of cloud shedding in comparison with the re-entrant jet. However in this particular case, where cavities are long enough, the symmetry seems to begin to break. Indeed, as previously noticed, a difference between top and bottom Venturi cavity lengths and re-entrant jet frequencies can be seen. The $2D$ observations do not permit to interpret this symmetry break-up. On the other hand, $3D$ simulations could reveal such a dynamical feature.

B. Comparison of global features with POD techniques

This section presents the application of the POD on series of vapor fraction consecutive images taken from the numerical simulations. The POD is used as a complementary technique to study the different cavitation regimes. The side view images are taken at three different equally spaced locations on the Venturi nozzle: the front, the middle and the back.

For each location a total number of 1200 images are extracted. By definition, the optimal basis is given by the eigenfunctions φ_j of Eq.20. In the present study $u(x)$ is the vapor fraction, hence the eigenfunctions φ_j play the role of a "weight" for the reconstruction of the flow. Moreover, if $u(x)$ represents a velocity field, φ_j would have been a kinetic energy.

A convergence study allows to determine the number of snapshots necessary to validate the decomposition. Figure 6 presents the contribution of the first four modes j in the reconstruction of instantaneous images obtained by the decomposition of $N = 1200$ snapshots. The analysis shows that $N = 900$ snapshots are sufficient for the decomposition to obtain

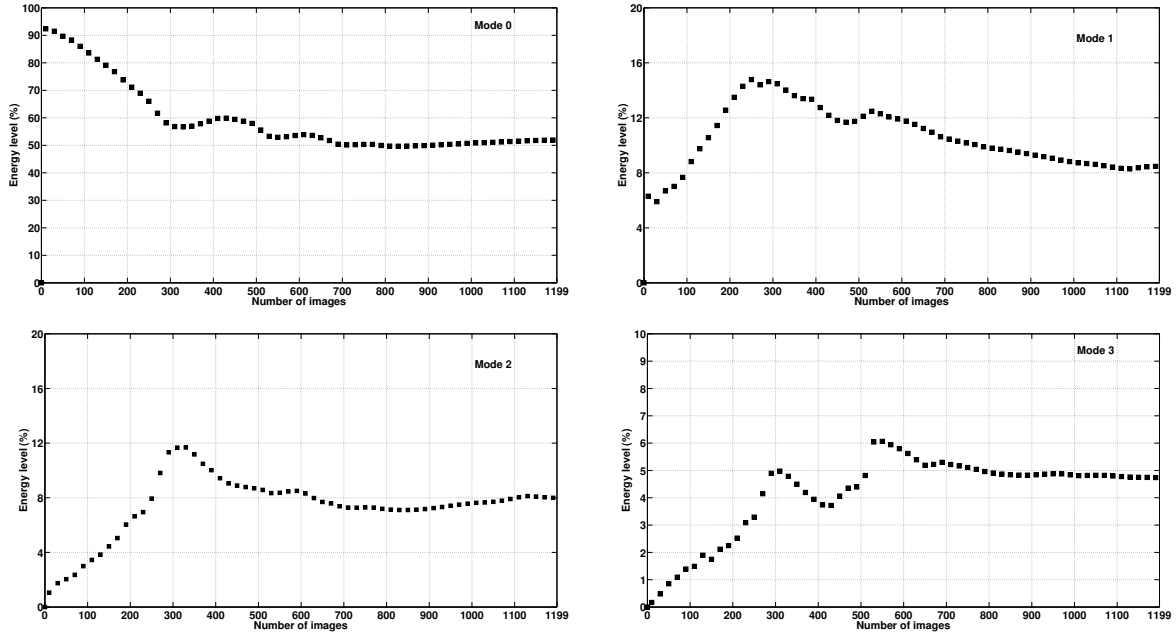


FIG. 6. Convergence study for case (a) applied for the back surface of the Venturi nozzle for the first four modes j in the reconstruction of instantaneous images obtained by the decomposition of $N = 1200$ snapshots. It can be seen that the energy contribution of the 4th mode is almost negligible.

converged results. As a result, the same curves for $N = 900$ for the back face at $\sigma = 1.15$ will not be presented. All the modes are calculated for $N = 900$. For more details regarding the post processing technique the reader is kindly referred to the works of Danlos et *al.*[11] and Tomov et *al.*[48].

One can notice the peaks at the energy contributions in Fig.6 at the vicinity of $N = 300, 500$ and 700 snapshots, which might correspond to the instants of condensed shocks that are taking place. It can be seen in the energy decay for mode 0, that the number of

images between the second and third peaks are almost constant, which is not the case for the first one. One possible explanation is the fact that the first condensed shock takes place after the cavity reaches its full length. This is clearly not the case once the shock waves start to propagate and influence the production of vapor at the Venturi nozzle.

In order to compare the experimental and numerical POD modes, one would need to deal with superimposed side view numerical snapshots, nevertheless the relatively small number of cavitation cycles data gathered from the simulations. According to the authors, the vapor structures may not necessarily lay in the same spatial plane, as it is the case in experimental side views. As a result, Fig.7 illustrates POD modes of numerically superimposed snapshots

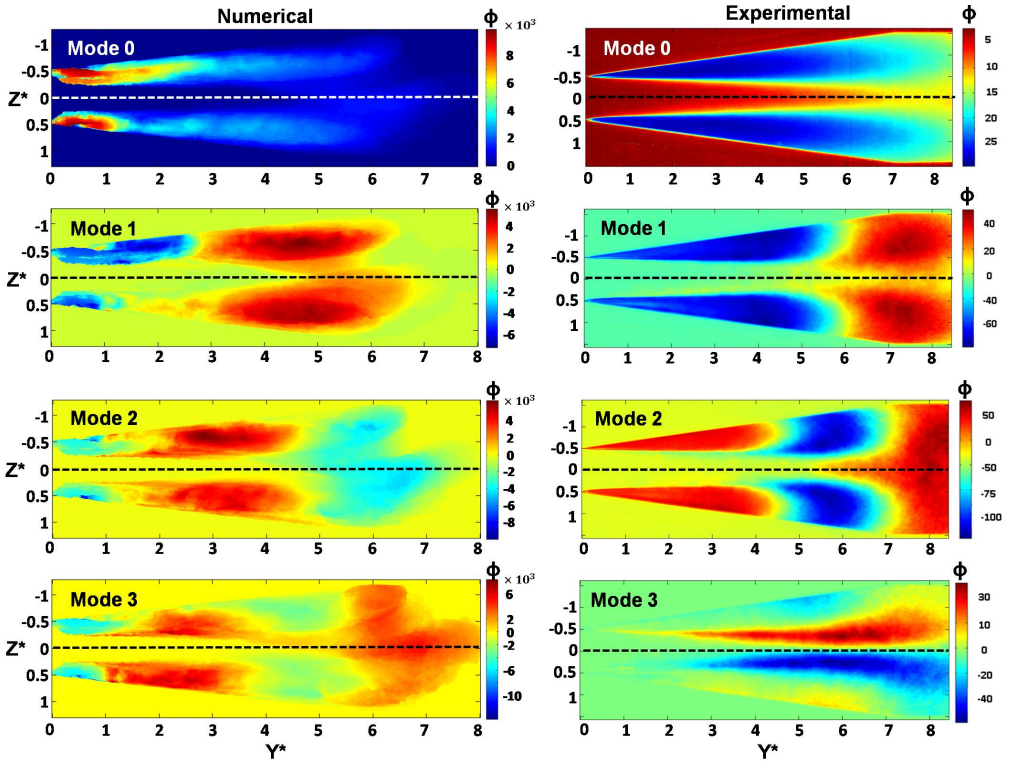


FIG. 7. (Color online) (Left): POD on side view images at superimposed numerical data, (Right): POD on side view images from experimental data.

and experimental ones. It can be observed that the lengths of the cavitation vapor are comparable for modes 0. Moreover, the advected vapor structures are symmetrically spread for both couples of modes 1 and 2. One can notice the likelihood for the vapor characteristic length to be in the range of $6H_{throat}$ to $7H_{throat}$ for the numerical case and $7H_{throat}$ to $8H_{throat}$ for the experimental one.

In order to take into consideration the possible $3D$ effects, the first four modes extracted from numerical data are presented in Fig.8 for $\sigma = 1.15$. The values of the energy contributions per mode and per plane are given in Table III. It can be seen that the values per mode are comparable for all of the cases. A brief discussion about the POD application on numerical data is firstly provided, followed by a discussion on the experimental POD modes.

TABLE III. Energy contributions per mode [%]

Plane	Mode 0	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Total
Front	90.71	7.65	1.21	0.24	99.84
Middle	92.50	6.19	0.94	0.19	99.82
Rear	92.38	6.29	1.05	0.17	99.89
Experiment	89.45	5.75	1.45	0.30	96.95

The energy contributions of the first four numerical modes contribute to almost 100%, as it can be seen from Table III. For each plane, modes 0 account for slightly more than 90% and modes 1 contribute with values of the order of 6 to 7%. Those values are higher than the level of 1%, which was reported by Danlos et *al.*[11] as a sign of the presence of a cloud cavitation. A similar observation can be made for each of modes 2, where the values range in the vicinity of 1%. The energy contributions of all of the fourth modes are insignificant. It can be seen from Fig.8 that the spatial distribution of mode 0 is almost symmetrical with respect to the horizontal axis. The vapor phase stays continuous for the middle plane, which is not the case for the front one. The explanation lies in the fact that the side-entrant jet plays an important role in the flow dynamics near the wall. Its influence is much less visible in the case of the rear plane. It can be seen that modes 1 are symmetrically spread in respect to the horizontal dashed line. The advected vapor is presented by the dark zones, which have very similar lengths for the middle and front planes. One can recognize the twist form of the advected vapor at the rear plane at $Y^* = 6$ to $Y^* = 8$ for mode 1 (see Fig.9). Similar dynamical behavior can be found for modes 2, where a symmetrical spread is visible for the rear and middle cuts. The most stable and symmetric flow is the one on the middle plane.

The energy contribution values of the experimental POD modes are similar to the nu-

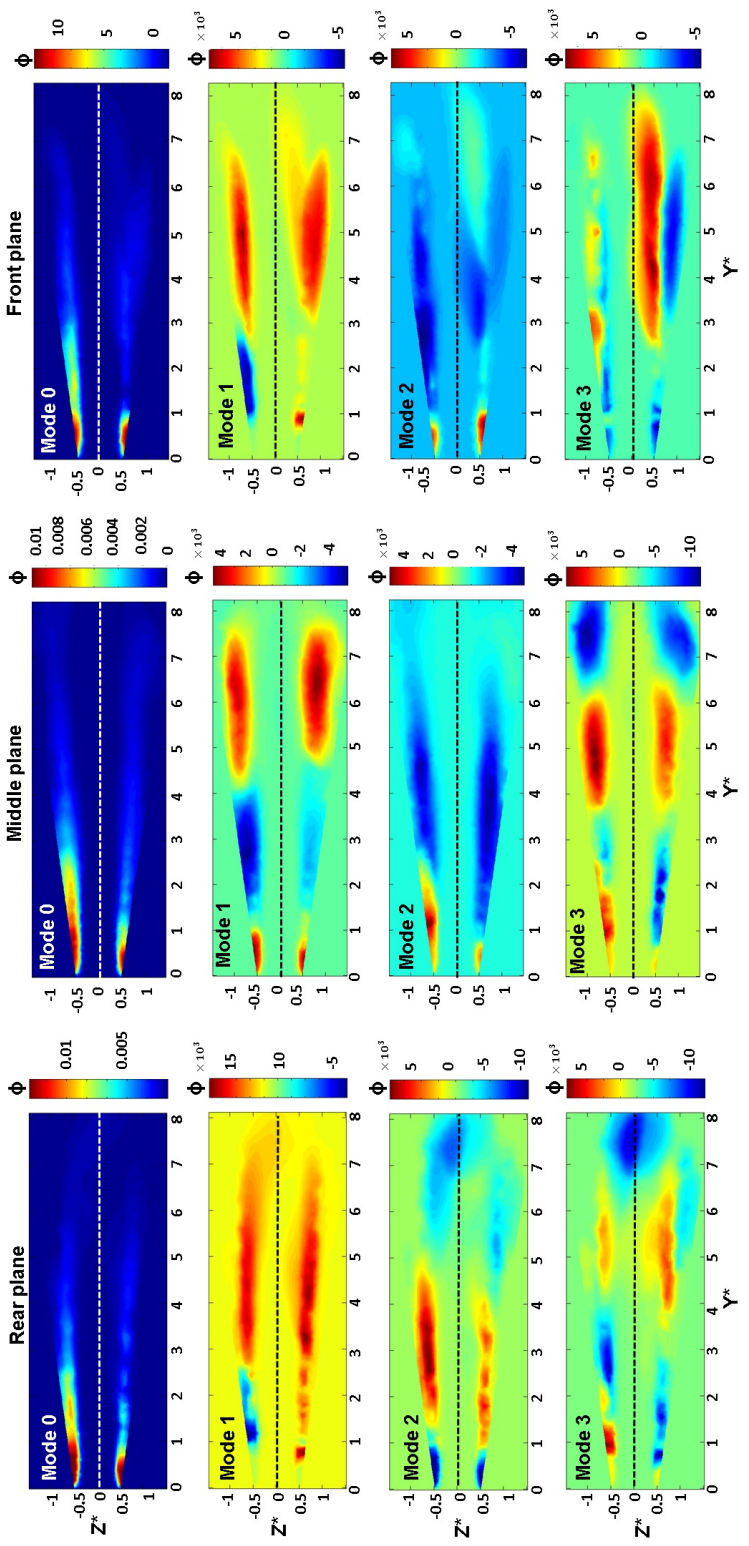


FIG. 8. (Color online) The first four numerical modes for each plane location at $\sigma = 1.15$. The dashed line represents the horizontal line of symmetry.

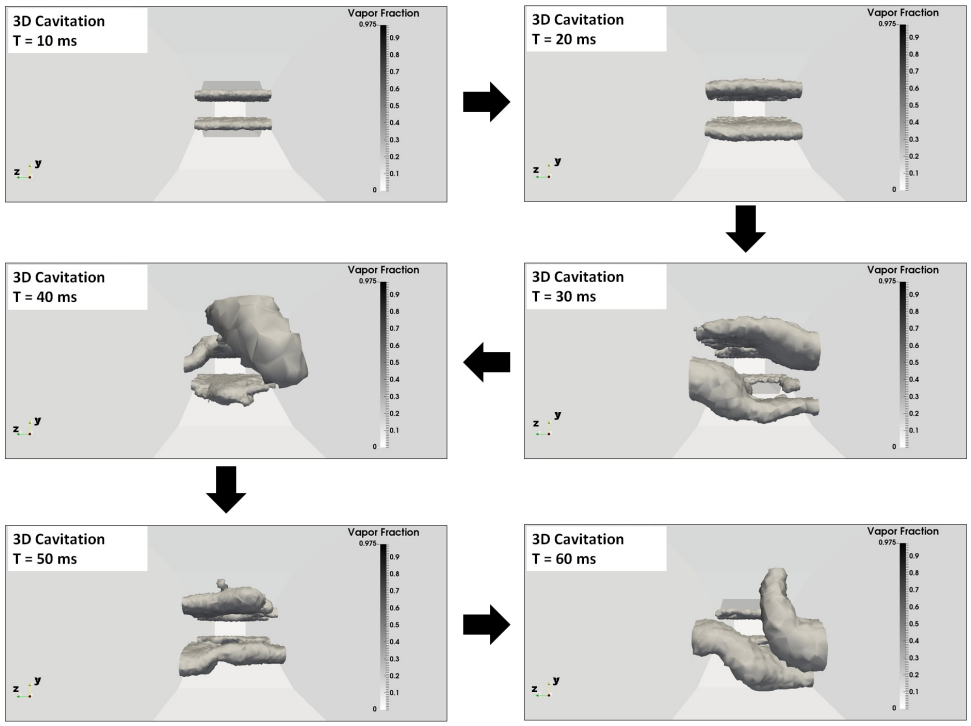


FIG. 9. A back view of the dynamics of the numerical cloud cavitation for $\sigma = 1.15$ with a time step of 1×10^{-7}s. The snapshots are taken with a time interval of 10 ms.

merical ones, as it can be seen from Table III. The energy value for mode 1 is higher than 1% and could be considered as a sigh of a cloud cavitation existence. The symmetry of the flow can be clearly observed for all of the modes, which implies synchronous behavior on each side of the Venturi nozzle. The latter confirms the visual observations from the instantaneous snapshots. A possible physical interpretation for each of the four modes can be as follows. Mode 0, as a major contributor to the decomposition, can be an indicator of an oscillating cavity, if one is not interested in the other modes. The dark zones from $Y^* = 6$ to $Y^* = 8$ for mode 1 and from $Y^* = 5$ to $Y^* = 7$ can be interpreted as advected vapor structures. The last mode 3 might be seen as the weak interaction between the top and bottom cavitation vapor before a separation to take place. A typical representation of such an interaction can be seen at the instantaneous snapshots for T= 508 and T= 510 ms in Fig.10.

To conclude the POD analysis confirms the global symmetry of the two sided cavities in both experimental and numerical data. The number of cycles in experimental case is higher than in simulations, which leads to more significant results. However, some $3D$

effects appears to have an important role in the two shedding mechanisms and, as a result, numerical simulations appear to be necessary to illustrate these different features.

C. Re-entrant jet shedding

As previously explained in Sec. II, the re-entrant jet is a well known shedding mechanism observed[12,29,38] and characterized[10,21,46] in several studies. The cycle illustrated in Fig.10 consists of the following steps: first, the cavity grows from the Venturi throat and a re-entrant jet appears at the sheet cavity closure. Secondly, it flows upstream on the wall and eventually cuts the formed vapor. In general, the re-entrant jet is created by the flow by an expansion of its closure region. In such a way and in a combination with the Venturi wall, a stagnation point is created. The conservation of momentum makes the fluid to pass beneath the cavity, hence the jet progresses and results in a vapor separation[54]. As a result, a cloud is formed and is further advected. The cloud vapor collapses in the divergent Venturi nozzle zone where the pressure is higher than the one at the throat section. In such a way, the cavity length is reduced and the whole process repeats itself. The repeatability of the process is characterized by the shedding frequency f_s. In the present section, the re-entrant jet shedding dynamics are pointed out with wavelet grey level analysis (see Fig. 5). Afterwards, the numerical simulations are introduced and a comparison is made with experimental data.

Figure 10 shows the multiphase flow dynamics in experimental conditions for $\sigma = 1.23$. A sequence of normalized instantaneous snapshots in Fig.10 are presented in order to illustrate the re-entrant jet dynamics. Its development can be seen at the closure region on both sides of the nozzle. The re-entrant jet travels upstream the flow and it creates two recirculating vapor zones. Furthermore, one can see the clouds cavitation expansion and the creation of a hairpin vortex. It plays the role of an interaction between the top and bottom divergent sides of the nozzle. The re-entrant jet continues to travel upstream, while the hairpin vortex is advected by the flow until vapor separation. The wavelet transform associated to the sequence (Fig. 5) show that the vapor separation occurring at 512 ms correspond to a peak of wavelet power spectrum for both Venturi nozzles at a frequency $f_s \simeq 48$ Hz (see Table II). As a result, the re-entrant jet dynamic is well-characterized experimentally in two dimension with a frequency of occurrence f_s, however numerical simulations are required in order to

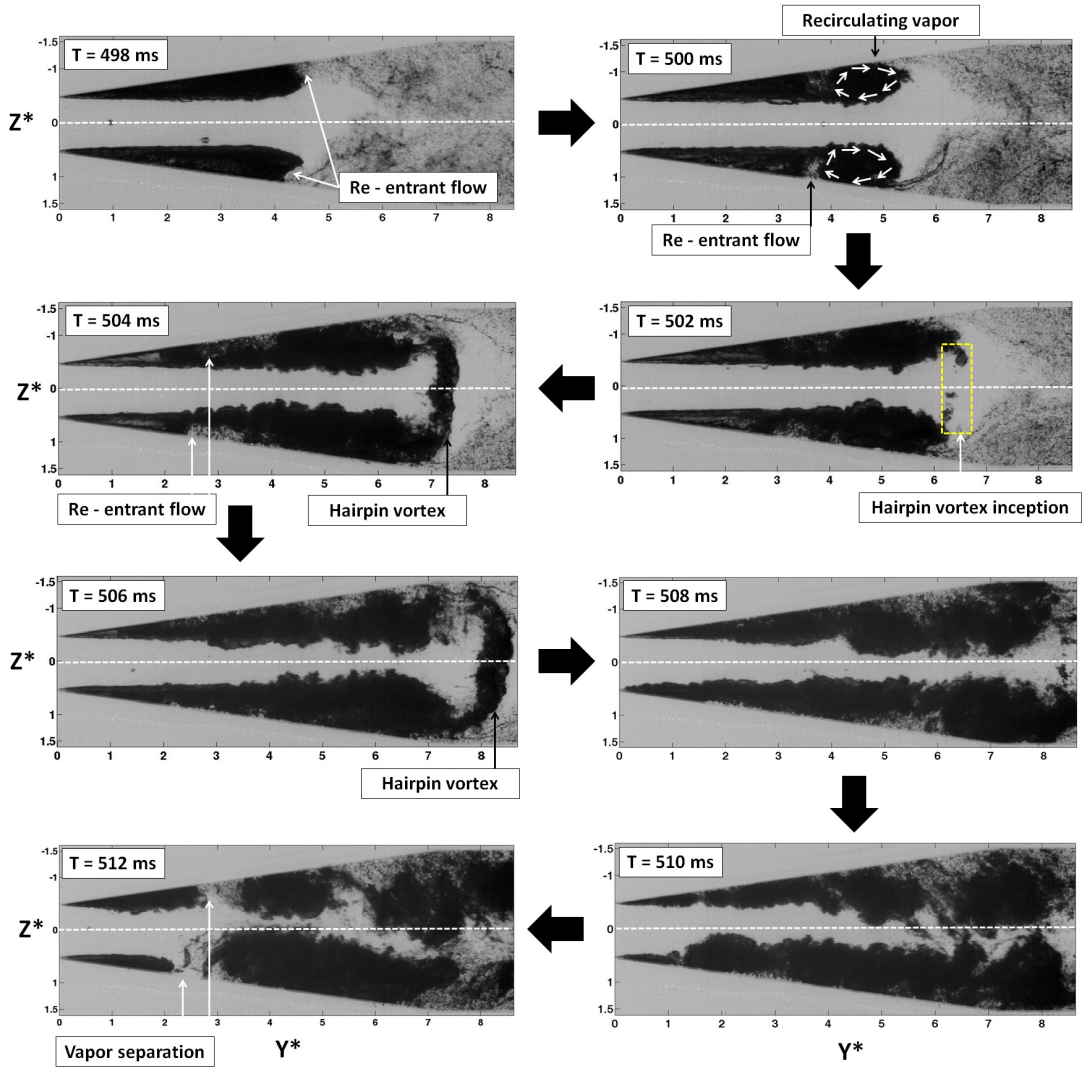


FIG. 10. Normalized instantaneous snapshots from high-speed image series showing the re-entrant jet dynamics for $\sigma = 1.23$. The images are taken in the total sequence between 498 and 512 ms with $\Delta t = 2$ ms. The horizontal symmetry is shown in white dashed line. The re-entrant jet appears at the same instant on the top and bottom side of the nozzle. It flows upstream the flow, while creating recirculating vapor zones and a hairpin vortex. It is then advected by the flow and a vapor separation takes place.

see possible 3D effects.

The 3D cavitation simulation is presented hereafter. The Mach number varies from 2.44×10^{-4} to 2.89. The maximum value of the flow velocity at the Venturi throat is equal to 13.60 m.s^{-1}. Figure 11 represents the velocities in each spatial direction at $T = 20$ ms. The pres-

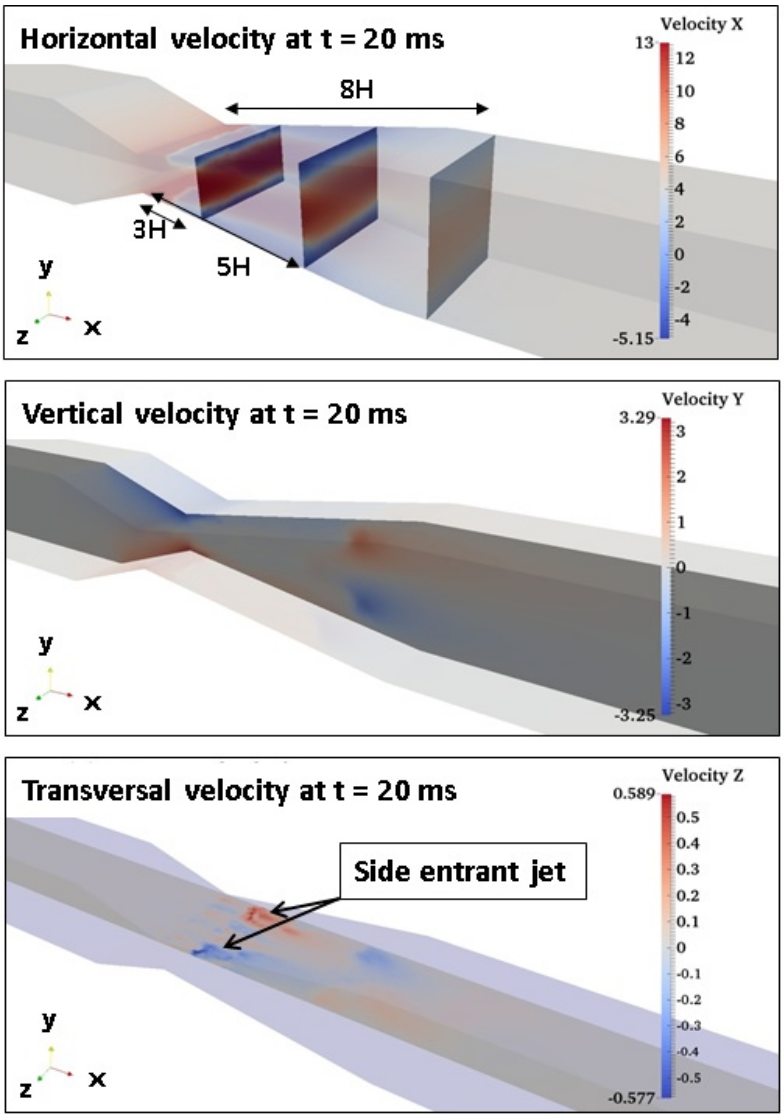


FIG. 11. (Color online) Numerical results for $\sigma = 1.15$: horizontal, vertical and transversal velocities distribution at $T = 20$ ms. The existence of re-entrant and side-entrant jets is visible.

ence of the re-entrant jet is well visualized on the left image in Fig.11. The horizontal velocity field is presented at three different planes at a distance $L = [3H_{throat}, 5H_{throat}, 8H_{throat}]$. One can see that the value of the vertical component of the velocity is symmetrically distributed in respect to the horizontal axis. It is interesting to note the presence of a side-entrant jet in the transverse velocity distribution on the right image in Fig.11. The transverse plane passing through the top vapor zone shows that the side-entrant jet has the same velocity on the near and far sides of the Venturi nozzle. This is not the case on the bottom, where the

velocity component on the near side is twice the one on the far side of the nozzle. Such a difference creates an interesting dynamics presented in Fig.12.

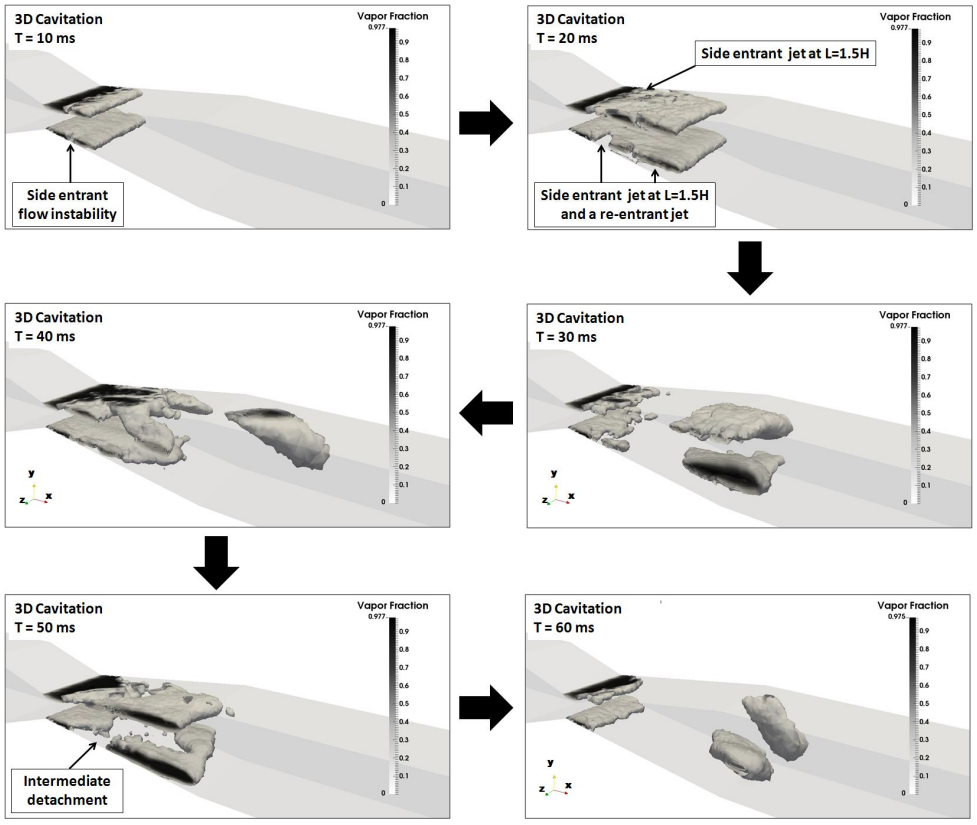


FIG. 12. Cavitation sequence from numerical simulation for $\sigma = 1.15$: $\mathbf{V_{in}} = \mathbf{4}$ m.s^{-1}, $P_{out} = 50$ kPa, time step of 1×10^{-7}s. The snapshots are taken with a time interval of 10 ms.

The evolution of the vapor phase is presented by the sequence of snapshots in Fig.12. As it can be seen at $T = 10$ ms, the two vapor zones are clearly symmetrical. One can notice the development of the vapor rupture which starts from the Venturi walls and evolves to the middle section. Such a dynamical behavior has been observed by Schneer et *al.*[43] and Foeth et *al.*[17] in the case of a hydrofoil and by Dular et *al.*[16] in the case of Venturi nozzles for small but wide throat sections. This phenomenon can be defined as a "side-entrant jet". At $T = 20$ ms the rupture increases, but a cloud separation is still not present. The rupture zones are symmetrical in respect to the horizontal axis. At $T = 30$ ms the separation has already taken place and the two clouds are advected by the flow. One can note that the vapor starts to follow a spiral trajectory. The cloud vapor at the upper left corner and the bottom right one evolve symmetrically and bond with each other as it is presented at

$T = 40$ ms. In the mean time the vapor at the throat increases and a new cloud separation takes place at $T = 50$ ms. The spiral movement is again presented at $T = 60$ ms where the two advected clouds are about to get into contact. Figure 9 shows a front view of each of the snapshots in the sequence. It clearly illustrates the vapor spiral movement. The length of the clouds before their complete separation is equal to $6.4H_{throat}$. The two clouds are synchronized and the separation takes place at the same time on the top and bottom sides of the Venturi nozzle.

D. Condensation shock wave shedding

Under certain flow conditions the cavity is not very dense and the local speed of sound becomes very small. As a result, high local Mach numbers can be reached. In that sense the time scale changes, which inevitably leads to a change in the flow physics. Low values of the speed of sound result in a slower propagation of any potential disturbances in vapor than in liquid. This leads to a presence of shock waves at the end of the cavity that can induce a massive cloud cavitation shedding. In the present section, the condensation shock wave dynamic is observed and explained with numerical simulations. Some experimental images are provided as illustrations.

The bubbly shock wave has been studied experimentally with X-ray in the PhD work of Ganesh[21]. It has been found that a second type of shedding mechanism, which corresponds to a propagating discontinuity is present and can affect the vapor cloud shedding of the Venturi nozzle. Very similar dynamical behavior is observed numerically in the present case study, in the time frame between 40ms and 50ms illustrated by eight snapshots in Fig.13. Shortly after $T = 40$ms, a backward cavity motion is observed due to the implosion of the first advected vapor clouds. Indeed, some small quantity of vapor is detached and suddenly the cavity length starts to contract and decreases without any advection or another separation to take place. The transition is extremely rapid, as it can be seen in Fig.13, where the time step between snapshots is taken as 1ms. The contraction process is equally presented on the top and on the bottom side of the divergent part of the nozzle. As a result, the decrease of the cavity length is synchronized and symmetrical in respect to the horizontal axis. It can be seen that one part of the vapor cavity starts to detach somewhere at its middle length. As a result, a separation is present followed by an advection. Such a dynamical behavior

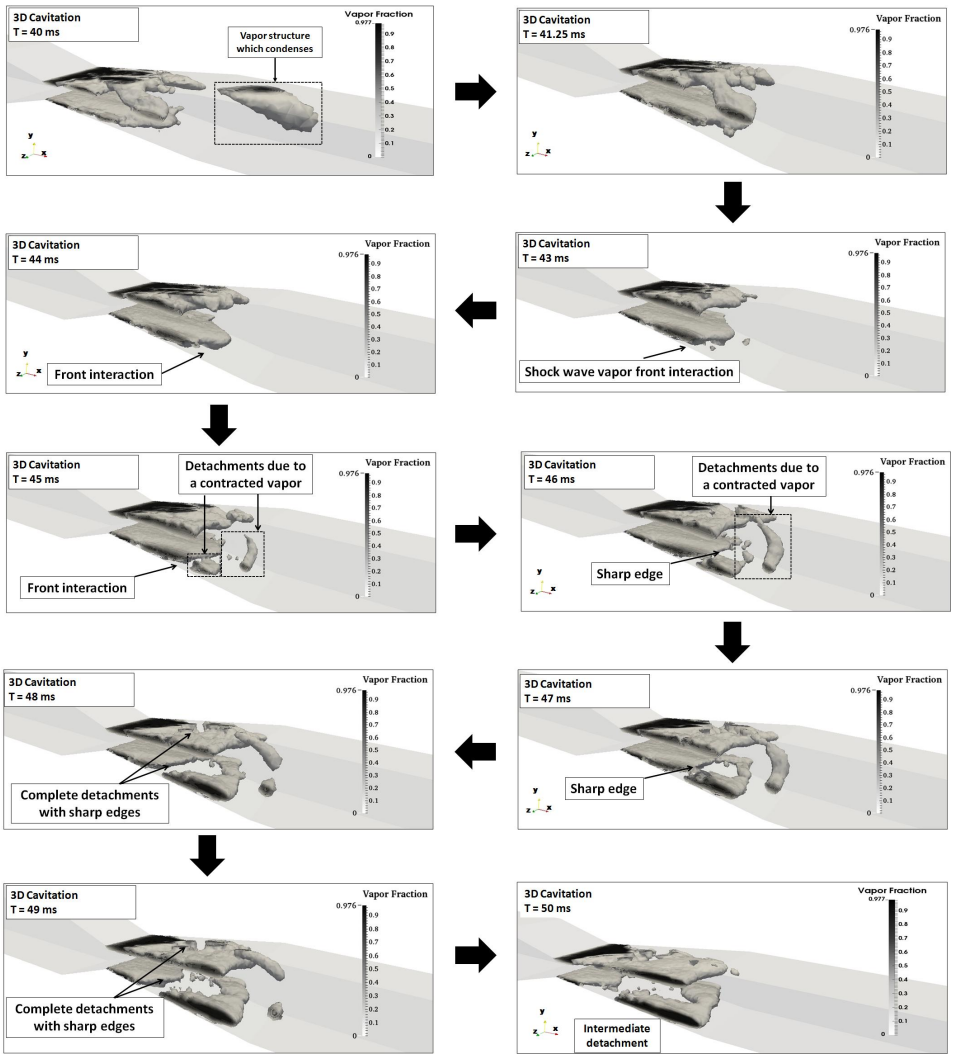


FIG. 13. Vapor fraction dynamical behavior in the presence of condensed shocks at the cavity closure regions. The ten snapshots present the time interval starting at T= 40 ms and ending at T= 50 ms.

is quite interesting and corresponds to the one described by Ganesh et *al.*[23] condensed shock dominant shedding mechanism. This scenario is somehow different compared to the existence of a stagnation point and the formation of a re-entrant jet at the rear of the vapor cavity. The liquid is in a cinematic equilibrium when a re-entrant flow is responsible for the shedding, while in the present observation the contraction starts at the moment when the first advected clouds disappear. Figure 14 illustrates the pressure field at the moment of implosion of the first advected vapor. It can be clearly seen that a value of 673 kPa is reached at the location of the implosion. As a result of the collapse, the pressure waves

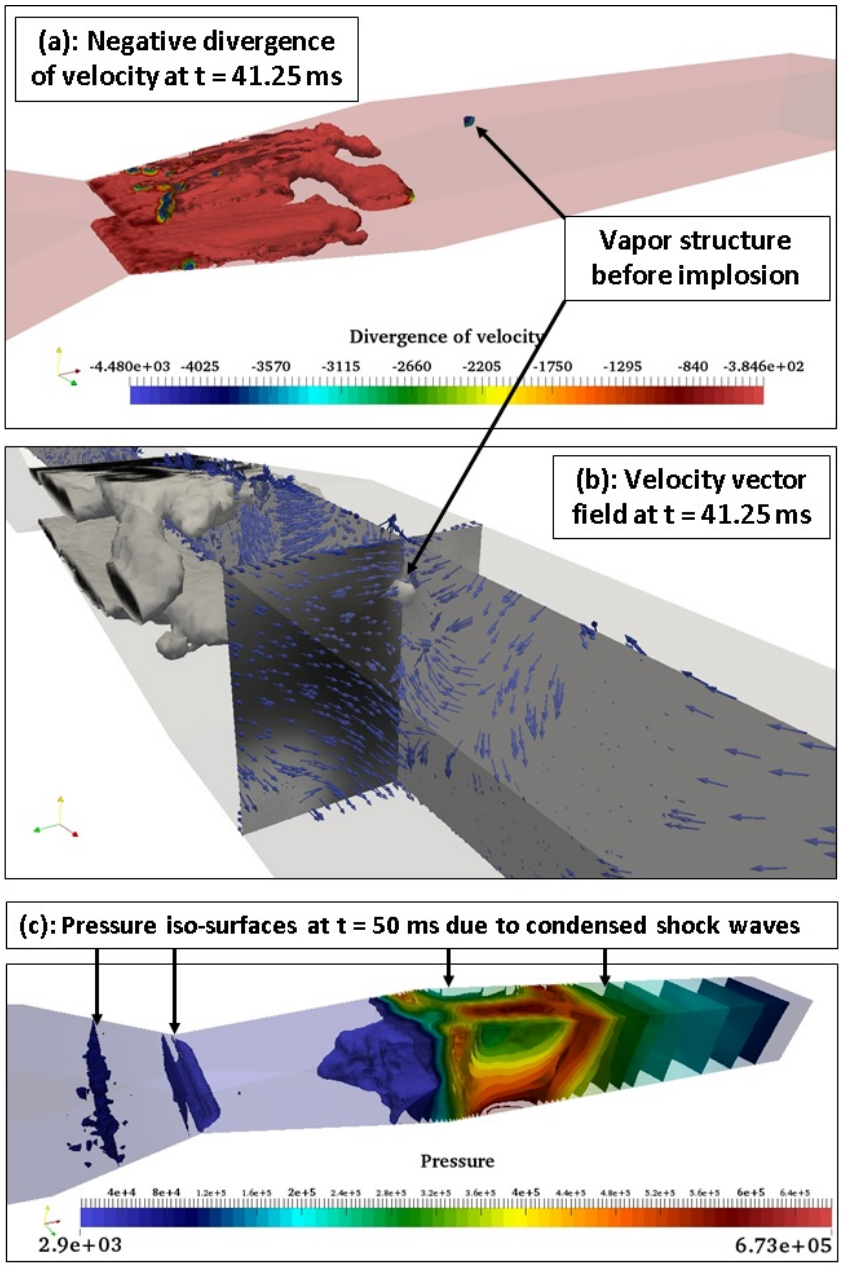


FIG. 14. (Color online) Numerical representation for cavitation at $\sigma = 1.15$, (a): the divergence of the velocity at $T = 41.25$ ms, (b): velocity vector field on two plane cuts passing through the implosing vapor structure and (c): the pressure field at $T = 50$ ms by thirty iso-surfaces. The corresponding snapshots of the vapor volume fraction can be seen in Fig.13.

are propagated in each direction, which brakes the spatial development of the vapor phase and it changes rapidly its dynamical behavior. The contraction of the vapor phase does not lead to an apex pinch-off in the presented case study. The same phenomenon is constantly

repeated when the advected vapor structures collapse down the flow and increase sufficiently the pressure. Four cycles of cavitation shedding are observed. The length of vapor clouds at the end of the fourth cycle is drastically reduced compared with their lengths before the first shedding to take place. At $T = 41.25$s it is roughly equal to $6H_{throat}$, while at the end of the fourth cycle L is equal to $2H_{throat}$. The local Mach number at the spatial location of the collapse for $\alpha \approx 0.1$ is of the order of 1.1 and the local value of the speed of sound decreases to 10 m.s^{-1}. These values are consistent with the data described by Brennen[3] and recently experimentally reported by Ganesh et *al.*[21,23]. Moreover, the divergence of the velocity is a clear indicator of the condensation process, which takes place. As it was recently pointed out by Mihatsch et *al.*[32], a negative value of div($\mathbf{u}$) is proportional to the vapor production rate, as long as the thermodynamic state corresponds to a two-phase mixture. Figure 14 presents the instant at $T = 41.25$ ms, where a negative div($\mathbf{u}$) is clearly visible. Neglecting any dissolved gas content, the surrounding liquid near the advected vapor structure, accelerates towards its center, until a condensation is reached as a last stage of the collapse process. As a result, the pressure increases until a collapse takes place, as it is shown in Fig.14. The upper described dynamics follows closely the one described by Mihatsch et *al.*[32]. It is interesting to show the spatial evolution of the pressure wave and the consequence on the vapor fraction, the local Mach number and the horizontal velocity component, in order to exclude any influence of the re-entrant jet. Figure 15 illustrates the shedding cavitation seen from the bottom, as well as the corresponding evolution of the pressure wave. It can be seen that the wave moves in an opposite the flow direction. At a certain moment, the vapor fraction is cut by the wave into two smaller structures. Each one of them moves into opposite directions. The Mach number reaches local values of of the order of 3. The horizontal component of the flow velocity stays constantly positive which implies that no re-entrant jet effects are present. For more details the reader is kindly advised to see the supplementary material at Fig.15. A value of 5.02 m.s^{-1} for the shock wave velocity propagation is estimated (for a time period of 3.5×10^{-3}s the shock wave moves forward at 1.76×10^{-2}m). The obtained velocity has the same order of magnitude and fits in the range of values given by Ganesh[21].

As a result, the cavity dynamics is governed by three different phenomena shown in Fig. 16. The first one is the re-entrant jet, the second one is the side-entrant jet and the third one is the shock wave due to the collapse of the advected vapor structures.

An experimental illustration of a back-flow propagating condensed shock wave is shown

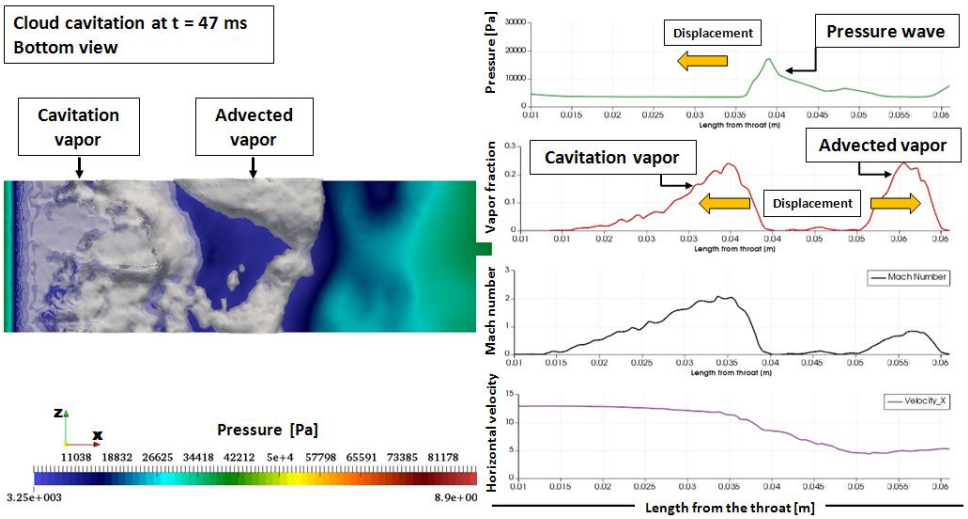


FIG. 15. (Color online) A bottom view of cloud cavitation from a numerical simulation at $\sigma = 1.15$ (left). The pressure, the vapor fraction, the Mach number and the horizontal flow velocity are plot in terms of a distance from the nozzle throat (right). The plots are extracted along a line following the bottom divergent zone. The two vapor fractions are moving in opposite directions. The time interval starts at T= 40 ms and ends at T= 50 ms. The multimedia view corresponds to the sequence shown in Fig.13. (Multimedia view).

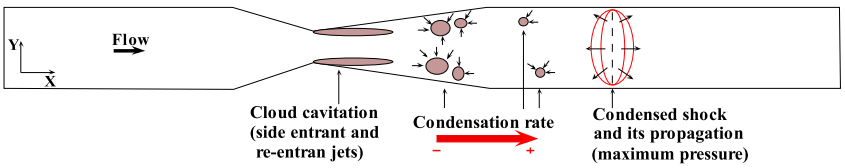


FIG. 16. (Color online) An illustration (not to scale) of the mechanisms governing the vapor dynamics in the present case study. The maximum condensation is achieved just before the vapor structure collapse and the maximum pressure is reached at the vapor collapse.

in Fig.17. The normalized instantaneous snapshot taken at $\sigma = 1.23$ clearly presents the vapor-shock wave interaction. One can notice the sharp edges at the cavity closure region on both sides of the Venturi nozzle, as a result of the propagating wave. At the same instant some small vapor structures are detached and continue to be advected by the flow. Very similar sharp edges have been observed also by Ganesh[21] in his PhD work. The propagation of pressure waves is a rapid phenomenon, which makes it not straightforward for a visualization. According to Ganesh et *al.*[23], its visibility is highly dependable on the

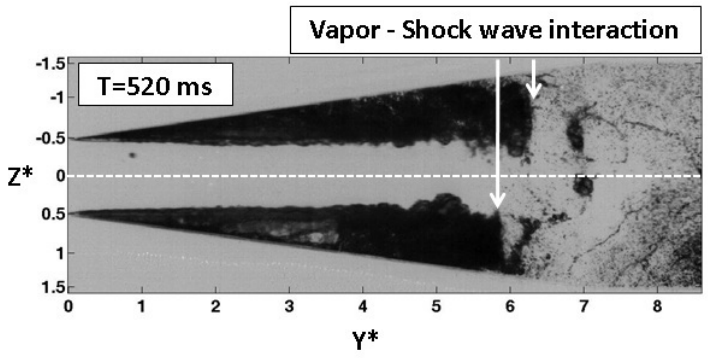


FIG. 17. Normalized instantaneous snapshot (taken at $t = 520$ ms, following the sequence show in Fig. 10) showing the vapor-shock wave interaction for $\sigma = 1.23$. The existence of sharp edges might be due to the propagation of condensed shock waves. The vapor fraction experience the "water-hammer" effect.

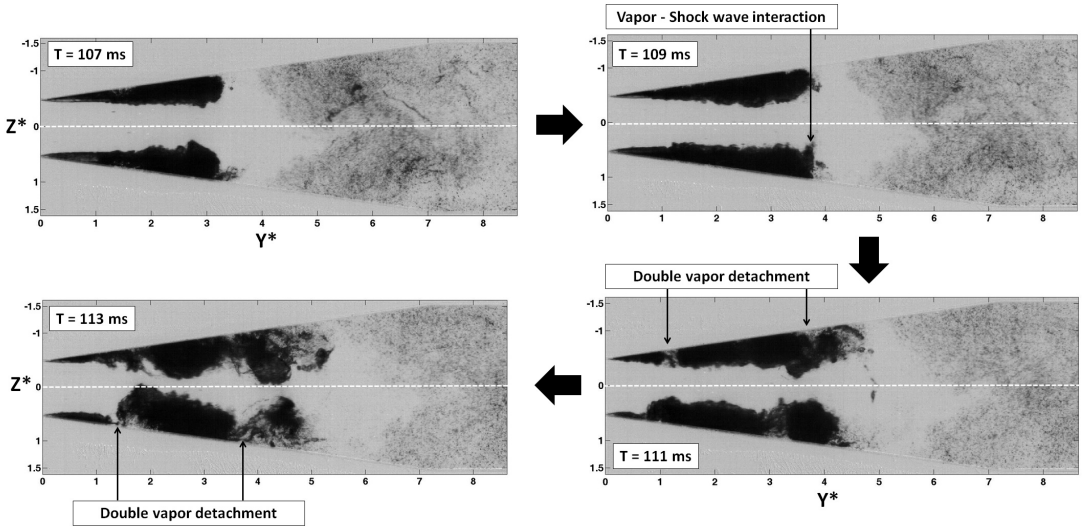


FIG. 18. A sequence of normalized instantaneous snapshots from $T = 107$ ms to $T = 113$ms showing the vapor-shock wave interaction for $\sigma = 1.31$ at Δt between the images of 2 ms. The horizontal symmetry is shown in white dashed line. A sharp edge is visible as a result of the vapor-shock interaction.

cavitation number. Moreover, a sampling frequency of 1 kHz for the high-speed camera does not necessary guarantee the possibility to properly capture a complete sequence of images showing an interaction between cavitation vapor and pressure waves. As a result, Fig.18 shows a shock wave influence on shedding cavitation for a slightly higher $\sigma = 1.31$. One

can clearly see that at $L = 3.8H_{throat}$ sharp edges are formed at the cavity closure region. As a result, a synchronized double vapor detachment is obtained on each side of the nozzle. It is visible that an upstream propagation of a shock wave changes the cavitation shedding mechanism.

IV. CONCLUSIONS

In the present paper, "transitory" cavitation regime has been investigated numerically in 3D and experimentally in 2D. For a constant inlet flow, a small range of cavitation numbers, where two cloud cavitation shedding mechanisms coexist, has been studied experimentally. A classical evolution of cavity closure position as a function of cavitation number has been observed and two frequencies of cloud shedding, increasing with the cavitation number, have been highlighted. The choice has been made to focus only on one case with a corresponding cavitation number $\sigma = 1.23$ in order to study the dynamics of the two-phase system.

The use of a "full" $3D$ compressible code is justified by the fact that the re-entrant jet flow is not the only observed closure mechanism. Indeed, for $\sigma = 1.15$ a side-entrant jet, hardly observable experimentally, is found to be responsible for the partial cut of the void fraction. Its development was found to be symmetrical. A key finding, which was firstly detected in a 3D simulation, is the influence of the shock waves due to collapses of the vapor structures. They play the role of sudden "break" for the spatial development of the vapor clouds. As a result, the cavity dynamics is governed by three different phenomena, which are the re-entrant jet, the side-entrant jet and the condensation shock waves. Consequently the symmetry between the two side cavities can be broken due to a scale effect resulting in a side-entrant jet. All of these phenomena have been experimentally observed on image sequences, and have been identified with a wavelet technique. Their frequencies of occurrence as well as their temporal positions are revealed.

The snapshot Proper Orthogonal Decomposition technique has been used on numerical and experimental data as a complementary tool for the study of the cavitation "transitory" regime at $\sigma = 1.15$. The three different section cuts show very similar results in terms of energy contributions, but differ in their spatial modal distribution.The number of cycles in experimental case is higher than in simulations, which leads to more significant results. The decomposition into 10 modes and the presentation of the first four is found to be sufficient

for the good representation of the flow behavior. The values of the energy contribution for all of the modes 1 are superior to 1%, which implies the presence of cloud cavitation regime. The POD analysis reveals a clear horizontal symmetry of the multiphase flow for the experimental case and the superposed numerical one.

ACKNOWLEDGEMENT

The authors would like to acknowledge the financial support for the PhD thesis granted by SNECMA, part of SAFRAN group.

APPENDIX A: DEVELOPMENT SPEED OF SOUND IN LIQUID

The constant entropy is given in Eq.25 which after rewriting in terms of pressure and

$$c^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s \tag{25}$$

temperature using Maxwell's relations, gives:

$$c^2 = \frac{\rho \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p}{\left(\frac{\partial \rho}{\partial p}\right)_T \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p + \left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_p \left[1 - \rho \left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_T\right]} \tag{26}$$

Moreover, the use of Maxwell's relation Eq.26 enables us to write down:

$$\frac{\partial c_v(T,v)}{\partial v} = T\frac{\partial^2 p}{\partial T^2} \tag{27}$$

One can also write the internal energy in terms of the pressure and volume at constants volume and temperature, respectively as follows:

$$\left(\frac{\partial e}{\partial T}\right)_v = c_v(v,T) \tag{28}$$

$$\left(\frac{\partial e}{\partial v}\right)_T = -t + T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v \tag{29}$$

If we use the hypothesis that the density of the liquid is constant, i.e. the liquid is incompressible, as well as $c_v\left(\rho_0, T\right)$ to be constant, one can write the formulation for the speed of sound in the liquid phase:

$$c_l^2 = \frac{N(p - p_{sat}(T) + K_0)}{\rho} + \frac{p}{\rho^2 C_{vl}}\left(\frac{\partial p_{sat}(T)}{\partial T} - \frac{N(p - p_{sat}(T) + K_0)}{\rho_{l,sat}(T)}\frac{\partial \rho_{sat}(T)}{\partial T}\right) \tag{30}$$

B: PHASE TRANSITION ALGORITHM

Algorithm 1: Phase transition algorithm

Data: ρ^n, $(\rho u)^n$, $(\rho v)^n$, $(\rho w)^n$, $(\rho E)^n$, T^n : computed at previous time step
Result: ρ^{n+1}, $(\rho u)^{n+1}$, $(\rho v)^{n+1}$, $(\rho w)^{n+1}$, $(\rho E)^{n+1}$: given by solving Navier-Stokes equations
Compute: $e^{n+1} = E^{n+1} - \frac{1}{2}((u^{n+1})^2 + (v^{n+1})^2 + (w^{n+1})^2)$;
Initialize: $T^{n+1} = T^n$;
repeat
  (Re)-initialize: $T^* = T^{n+1}$;
  Compute: $\rho_{l,sat}(T^*)$ and $\rho_{v,sat}(T^*)$;
  if $\rho^{n+1} > \rho_{l,sat}(T^*)$ **then**
    $\alpha = 0$; /* liquid */
    $T^{n+1} = e^{n+1} - e_{l0}C_{vl} + T_0$
  end
  if $\rho^{n+1} < \rho_{v,sat}(T^*)$ **then**
    $\alpha = 1$; /* vapor */
    $T^{n+1} = e^{n+1} - e_{l0} - L_v(T_0)C_{vv} + T_0$
  end
  if $\rho_{v,sat}(T^*) \leq \rho^{n+1} \leq \rho_{l,sat}(T^*)$ **then**
    $\alpha = \rho^{n+1} - \rho_{l,sat}(T^*)\rho_{v,sat}(T^*) - \rho_{l,sat}(T^*)$; /* mixture */
    Solve: $T^{n+1} =$
    $\rho^{n+1}e^{n+1} - \alpha\rho_{v,sat}(T^{n+1})L_v(T_0) - \rho^{n+1}e_{l0}\alpha\rho_{v,sat}(T^{n+1})C_{vv} + (1-\alpha)\rho_{l,sat}(T^{n+1})C_{vl} + T_0$
  end
until $|T^{n+1} - T^*| \leq \epsilon$;
/* Computation of other parameters */;
if $\alpha = 0$ **then**
  $p^{n+1} = K_0\left[\left(\rho^{n+1}\rho_{l,sat}(T^{n+1})\right)^N - 1\right] + P_{sat}(T^{n+1})$;
  $\mu^{n+1} = \mu_{ref}10^{T_{ref}T^{n+1}-S0}$;
  $\lambda^{n+1} = 0.6$;
  $(c^{n+1})^2 = N\bar{P}\rho^{n+1} + p^{n+1}(\rho^{n+1})^2C_{vl}\left(P_{sat}(T^{n+1})T - N\bar{P}\rho_{l,sat}(T^{n+1})\rho_{l,sat}(T^{n+1})T\right)$;
  where $\bar{P} = p^{n+1} - P_{sat}(T^{n+1}) + K_0$;
end
if $\alpha = 1$ **then**
  $p^{n+1} = (\gamma - 1)\rho^{n+1}e^{n+1}$;
  $\mu^{n+1} = \mu_{ref}T^{n+1} + S_0T_{ref} + S_0\left(T^{n+1}T_{ref}\right)^{1.5}$;
  $\lambda^{n+1} = \sum_i^4 a_i(T^{n+1})^i$;
  $\frac{1}{\lambda^{n+1}} = \frac{1-\xi}{\lambda_l^{n+1}} + \frac{\xi}{\lambda_v^{n+1}}$;
  $(c^{n+1})^2 = \gamma p^{n+1}\rho^{n+1}$;
end
if $0 < \alpha < 1$ **then**
  $p^{n+1} = P_{sat}(T^{n+1})$;
  $\frac{1}{\mu^{n+1}} = \frac{1-\xi}{\mu_l^{n+1}} + \frac{\xi}{\mu_v^{n+1}}$;
  where,
  $\mu_l^{n+1} = \mu_{l,ref}10^{T_{l,ref}T^{n+1}-S_{l,0}}$;
  $\mu_v^{n+1} = \mu_{v,ref}T^{n+1} + S_{v,0}T_{v,ref} + S_{v,0}\left(T^{n+1}T_{v,ref}\right)^{1.5}$;
  $(c^{n+1})^2 = \rho^{n+1}\left(\alpha\rho_{v,sat}(c_v^{n+1})^2 + 1 - \alpha\rho_{l,sat}(c_l^{n+1})^2\right)^{-1}$;
  where,
  $(c_l^{n+1})^2 = N\bar{P}\rho^{n+1} + p^{n+1}(\rho^{n+1})^2C_{vl}\left(P_{sat}(T^{n+1})T - N\bar{P}\rho_{l,sat}(T^{n+1})\rho_{l,sat}(T^{n+1})T\right)$;
  $(c_v^{n+1})^2 = \gamma p^{n+1}\rho^{n+1}$;
end
Compute: $H^{n+1} = E^{n+1} + \frac{p^{n+1}}{\rho^{n+1}}$

REFERENCES

[1]P. Brandner, B. W. Pierce, and K. L. de Graaf. Cavitation about a jet in crossflow. *J. Fluid Mech.*, 768:141–174, 2015.

[2]P. Brandner, G. J. Walker, P. N. Niekamp, and B. Anderson. An experimental investigation of cloud cavitation about a sphere. *J. Fluid Mech.*, 656:147–176, 2010.

[3]C. E. Brennen. Fundamentals of multiphase flow. *Cambridge University Press*, 2005.

[4]T. Brenner. Practical aspects of the implementation of reduced-order models based on proper orthogonal decomposition. *PhD Thesis, University of Texas Austin*, 2011.

[5]M. Callenaere, J. P. Franc, J.M. Michel, and M. Riondet. The cavitation instability induced by the development of a re-entrant jet. *J. Fluid Mech.*, 444:223–256, 2001.

[6]S. L. Ceccio. Friction drag reduction of external flows with bubble and gas injection. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 42:183–203, 2010.

[7]B. Charrière, J. Decaix, and E. Goncalvès. A comparative study of cavitation models in a venturi flow. *Eur. J. Mech. B/Fluids*, 49:287–297, 2015.

[8]G. Chen, G. Wang, C. Hu, B. Huang, Y. Gao, and M. Zhang. Combined experimental and computational investigation of cavitation evolution and excited pressure fluctuation in a convergent-divergent channel. *Int. J. Multiphase Flow*, 72:133–140, 2015.

[9]E. A. Christensen, M. Brons, and J. N. Sorensen. Evaluation of pod-based decomposition techniques applied to parameter-dependent non-turbulent flows. *SIAM Journal of Scientific Computing*, 21:1419–1434, 2000.

[10]A. Danlos, J. E. Méhal, F. Ravelet, O. Coutier-Delgosha, and F. Bakir. Study of the cavitating instability on a grooved venturi profile. *Int. J. Heat and Fluid Flow*, 136:101302, 2014.

[11]A. Danlos, F. Ravelet, O. Coutier-Delgosha, and F. Bakir. Cavitation regime detection through proper orthogonal decomposition: Dynamics analysis of the sheet cavity on a grooved convergentdivergent nozzle. *Int. J. Heat and Fluid Flow*, 47:9–20, 2014.

[12]J. Decaix and E. Goncalvès. Investigation of three-dimensional effects on a cavitating venturi flow. *Int. J. Heat and Fluid Flow*, 44:576–595, 2013.

[13]I. Dincer, C.O. Colpan, O. Kizilkan, and M.A. Ezan. *Progress in Clean Energy, Volume 2. Novel Systems and Applications*. Springer-Verlag, 2015.

[14]N. Dittakavi, A. Chunekar, and S. Frankel. Large eddy simulation of turbulent-cavitation interactions in a venturi nozzle. *J. Fluids Eng.*, 132:121301, 2010.

[15]M. Dular and R. Bachert. The issue of strouhal number definition in cavitating flow. *J. of Mech. Eng.*, 55:666–674, 2009.

[16]M. Dular, I. Khlifa, S. Fuzier, M. Adama Maiga, and O. Coutier-Delgosha. Scale effect on unsteady cloud cavitation. *Exp. In Fluids*, 53:1233–1250, 2012.

[17]E.-J. Foeth, T. van Terwisga, and C. van Doorne. On the collapse structure of an attached cavity on a three-dimensional hydrofoil. *J. Fluids Eng.*, 130:071303, 2008.

[18]R. Fortes-Patella and J.-L. Reboud. A new approach to evaluate the cavitation erosion power. *J. Fluids Eng.*, 120:335–344, 1998.

[19]G.S. Fulcher. *J. Am. Ceram. Soc.*, 8:339, 1925.

[20]G.S. Fulcher and W. Hesse. *Z. Anorg. Allg. Chem.*, 156:245, 1926.

[21]H. Ganesh. *Bubbly shock propagation as a cause of sheet to cloud transition of partial cavitation and stationary cavitation bubbles forming on a delta wing vortex.* PhD thesis, University of Michigan, 2015.

[22]H. Ganesh, S. A. Makiharju, and S. L. Ceccio. Partial cavity shedding due to the propagation of shock waves in bubbly flows. *Proceedings of the 30th symposium on naval hydrodynamics*, 2014.

[23]H. Ganesh, S. A. Mäkiharju, and S. L. Ceccio. Interaction of a compressible bubbly flow with an obstacle placed within a shedding partial cavity. *Journal of Physics: Conference Series*, 656:012151, 2015.

[24]S. Hickel. *Implicit Turbulence Modeling for Large-Eddy Simulation.* PhD thesis, Technische Universitat Munchen, 2008.

[25]P. Holmes, G. Berkooz, and J. Lumley. *Turbulence, Coherent Structures, Dynamical Systems and Symmetry.* Cambridge University Press, 2013.

[26]S. Khelladi, X. Nogueira, F. Bakir, and I. Colominas. Toward a higher order unsteady finite volume solver based on reproducing kernel methods. *Comp. Meth. in App. Mech. and Eng.*, 200:2348–2362, 2011.

[27]K. Kitamura, M.-S. Liou, and C.-h. Chang. Extension and comparative study of ausm-family schemes for compressible multiphase flow simulations. *Commun. Comput. Phys.*, 1:632–674, 2006.

[28]M. Kjeldsen and R. E. A. Arndt. Joint time frequency analysis techniques : a study of transitional dynamics in sheet/cloud cavitation. In *Symposium on Cavitation*, 2001.

[29]Q. Le, J.P. Franc, and J.M. Michel. Partial cavities: Global behavior and mean pressure distribution. *J. Fluids Eng.*, 115:243–248, 1993.

[30]O. Le Métayer, J. Massoni, and R. Saurel. Elaboration des lois d'etat d'un liquide et de sa vapeur pour les modèles d'ecoulements diphasiques. *Int. J. Thermal Science.*, 43:265–276, 2004.

[31]I. Mejri, F. Bakir, R. Rey, and T. Belamri. Comparison of computational results obtained from a homogeneous cavitation model with experimental investigations of three inducers. *J. Fluids Eng.*, 128:1308–1323, 2006.

[32]M. S. Mihatsch, S. J. Schmidt, and N. A. Adams. Cavitation erosion prediction based on analysis of flow dynamics and impact load spectra. *Phys. Fluids*, 27:103302, 2015.

[33]X. Nogueira, I. Colominas, L. Cueto-Felgueroso, and S. Khelladi. On the simulation of wave propagation with a higher-order finite volume scheme based on reproducing kernel methods. *Comp. Meth. in App. Mech. and Eng.*, 199:1471–1490, 2010.

[34]X. Nogueira, L. Cueto-Felgueroso, I. Colominas, and H. Gómez. Implicit large eddy simulation of non-wall-bounded turbulent flows based on the multiscale properties of a high-order finite volume method. *Comp. Meth. in App. Mech. and Eng.*, 199:615–624, 2010.

[35]X. Nogueira, S. Khelladi, L. Cueto-Felgueroso, F. Bakir, I. Colominas, and H. Gómez. Implicit large-eddy simulation with a moving least squares-based finite volume method. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 10:012235, 2010.

[36]X. Nogueira, L. Ramirez, S. Khelladi, J.-C. Chassaing, and I. Colominas. A high-order density-based finite volume method for the computation of all-speed flows. *Comp. Meth. in App. Mech. and Eng.*, 298:229–251, 2016.

[37]B. Patte-Rouland, A. Danlos, G. Lalizel, E. Rouland, and P. Paranthoen. Proper orthogonal decomposition used for determination of the convection velocity of the initial zone of the annular jet. aerodynamic study and control of instabilities. *J. of Fluid Dynamics*, 1:1–10, 2012.

[38]T.M. Pham, F. Larrarte, and D.H. Fruman. Investigation of unsteady sheet cavitation and cloud cavitation mechanisms. *J. Fluids Eng.*, 121:289–296, 1999.

[39]B. Pouffary, R. Fortes-Patella, J.-L. Reboud, and P.-A. Lambert. Numerical simulation of 3d cavitating flows: Analysis of cavitation head drop in turbomachinery. *J. Fluids Eng.*,

130:061301, 2008.

[40]R. Saurel, P. Boivin, and O. Le Metayer. A general formulation for cavitating , boiling and evaporating flows. *Computers & Fluids*, 128:53–64, 2016.

[41]R. Saurel, J. P. Cocchi, and P. B. Butler. Numerical study of cavitation in the wake of a hypervelocity underwater projectile. *Int. J. Prop. and Power*, 15:513–522, 1999.

[42]E. Schmidt. *Properties of Water and Steam in SI-Units; 0-800°C, 0-1000 bar*. Springer-Verlag, 1989.

[43]G. H. Schnerr, I. H. Sezal, and S. J. Schmidt. Numerical investigation of three-dimensional cloud cavitation with special emphasis on collapse induced shock dynamics. *Phys. Fluids*, 20, 2008.

[44]E. Shima and K. Kitamura. On new simple low-dissipation scheme of ausm-family for all speeds. *AIAA paper*, 49:1–15, 2009.

[45]L. Sirovich. Turbulence and the dynamics of coherent structures part one: coherent structures. *Quarterly of Applied Mathematics*, XLV:561–571, 1987.

[46]B. Stutz and J.-L. Reboud. Measurements within unsteady cavitation. *Exp. In Fluids*, 29:545–552, 2000.

[47]W. Sutherland. The viscosity of gases and molecular force. *Philosophical Magazine Series 5*, 36:507–531, 1893.

[48]P. Tomov, A. Danlos, S. Khelladi, F. Ravelet, Sarraf C., and F. Bakir. Pod study of aerated cavitation in a venturi nozzle. *Journal of Physics: Conference Series*, 656:012171, 2015.

[49]P. Tomov, S. Khelladi, F. Ravelet, C. Sarraf, F. Bakir, and P. Vertenoeuil. Experimental study of aerated cavitation in a horizontal venturi nozzle. *Exp. Thermal and Fluid Science*, 70:85–95, 2016.

[50]C. Torrence and G. P. Compo. A practical guide to wavelet analysis. *Bull. Amer. Meteor. Soc*, 79, 1999.

[51]Y. Tsujimoto, K. Kamijo, and C. E. Brennen. Unified treatment of flow instabilities of turbomachines. *Int. J. Prop. and Power*, 17:636–643, 2001.

[52]E. Turkel. Review of preconditioning methods for fluid dynamics. *Applied Numerical Mathematics*, 12:257–284, 1993.

[53]H. Vogel. *Phys. Z.*, 22:645, 1921.

[54]R. B. Wade and A. J. Acosta. Experimental Observations on the Flow Past a Plano-Convex Hydrofoil. *J. Basic Eng.*, 88:273–282, 1966.

[55]A. Wood. *A text book of sound*. G. Bell and Sons Ltd. London, 1960.

[56]M. Wosnik and R. E. A. Arndt. Measurements in high void-fraction bubbly wakes created by ventilated supercavitation. *J. Fluids Eng.*, 135:011304, 2013.

Etude expérimentale et numérique de la cavitation et la cavitation aérée. Vers une application à l'alimentation en carburant d'un moteur d'avion.

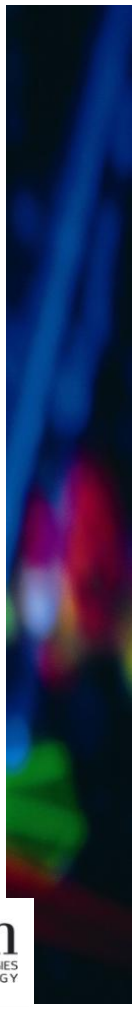
RESUME: Ces travaux de thèse s'inscrivent dans le cadre général de la conception et de la maîtrise du fonctionnement des pompes des systèmes carburant de turboréacteurs. Deux phénomènes différents, parfois présents simultanément, sont étudiés : la cavitation et le dégazage. Deux approches complémentaires, l'expérimentation et la simulation numérique, sont poursuivies. Sur le volet expérimental, un banc d'essais a été conçu et réalisé et plus de 30 essais ont été effectués dans des conditions différentes de pression, de débit d'eau et de volume d'injection d'air, sur une géométrie de Venturi. Au cours de chaque essai, les pressions et débits ont été mesurés, et les structures de vapeur filmées au moyen d'une caméra haute fréquence. Cette campagne d'essais a permis de révéler la présence d'ondes de choc de condensation et de jet latéral, mécanismes physiques jusqu'alors rarement observés. Sur le plan numérique, le solveur FV-MLS, développé au laboratoire DynFluid a été utilisé. Cet outil est basé sur la résolution des équations de Navier-Stokes compressible, dont la discrétisation est réalisée par une formulation volume finis co-localisée pour des maillages non structurés. L'ordre élevé est atteint grâce à la méthode des moindres carrés mobiles (MLS). La cavitation est traitée explicitement via un modèle Homogène d'équilibre et l'aération est prise en compte via un nouveau modèle implémenté pour l'occasion. Ce modèle tient compte de la rétroaction des bulles injectées, sur l'écoulement et vice versa. De nombreuses mises au point ont été nécessaires pour trouver les meilleurs compromis « physique réaliste-temps de calcul ». Ainsi les premières simulations de la cavitation aérée ont été réalisées et l'influence des bulles injectées sur la phase vapeur a été montrée. Enfin, les premières simulations numériques en régime cavitant sans aération, dans la configuration 3D du Venturi ont été réalisées. Elles ont permis de capter une physique riche, et notamment le couplage phase vapeur-onde de choc.

Mots clés: Cavitation, Dégazage, Expérimentation, Simulation numérique, POD, Venturi

Experimental and numerical study of aerated and non-aerated cavitation. Towards an application on the jet engine fuel pump.

ABSTRACT: This thesis work is part of the overall framework of design and control of jet engine fuel pumps. Two different phenomena, which are sometimes simultaneously present, are studied: the cavitation and the degassing. Two complementary approaches area applied: experimental work and numerical simulations. An experimental work bench has been set up and more than 30 experiments have been done in different conditions by varying pressure, water flow rate, air flow rate in a horizontal Venturi nozzle. For each of the test cases, the pressure and flow rates are measured and vapor structures have been recorded by a high-speed camera. This test campaign has revealed the presence of condensation shock waves and lateral jet, which are rarely observed physical mechanisms. The FV-MLS "in-house" numerical solver has been used for the sake of numerical simulations. It is based on the resolution of the compressible Navier-Stokes equations discretized by means of finite volume numerical scheme for unstructured meshes. The high-order of accuracy is obtained using a Moving Least Squares (MLS) approach. The cavitation is explicitly treated by the Homogeneous Equilibrium Model (HEM) and the degassing phenomenon is taken into consideration by a newly implemented model. The latter takes into account the retro-action of the injected bubbles on the flow and vice versa. Numerous simulations have been necessary to find the best compromise between physical reality and calculation time. In such a way the first simulations of aerated cavitation are achieved and an influence of the injected bubbles is presented. Last, the first 3D non aerated cavitation simulations have been done, showing an extremely rich physics, especially in the coupling between the vapor phase and the shock waves.

Keywords: Cavitation, Degassing, Experimental work, Numerical simulation, POD, Venturi nozzle



ARTS ET MÉTIERS ParisTech

ParisTech INSTITUT DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES PARIS INSTITUTE OF TECHNOLOGY