Étude de la pression pariétale et du bruit de couches limites turbulentes avec gradients de pression.

Elie Cohen

▶ **To cite this version:**

Elie Cohen. Étude de la pression pariétale et du bruit de couches limites turbulentes avec gradients de pression.. Mécanique des matériaux [physics.class-ph]. Ecole nationale supérieure d'arts et métiers - ENSAM, 2015. Français. NNT : 2015ENAM0044 . tel-01346573

HAL Id: tel-01346573

https://pastel.hal.science/tel-01346573

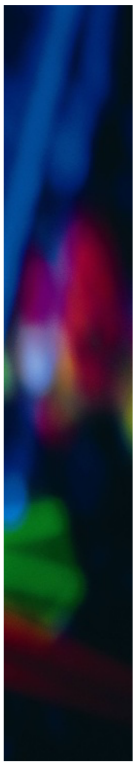
Submitted on 19 Jul 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ParisTech
INSTITUT DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES
PARIS INSTITUTE OF TECHNOLOGY

ARTS ET MÉTIERS ParisTech



2015-ENAM-0044

École doctorale n° 432 : Science des Métiers de l'ingénieur

Doctorat ParisTech

T H È S E

pour obtenir le grade de docteur délivré par

l'École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers

Spécialité " Mécanique et Matériaux "

présentée et soutenue publiquement par

Elie COHEN

Le 26 novembre 2015

Étude de la pression pariétale et du bruit de couches limites turbulentes avec gradient de pression

Directeur de thèse : **Xavier GLOERFELT**

Jury

M. Éric LAMBALLAIS, Professeur, Institut P' UPR 3346, Université de Potiers	Président du jury
M. Daniel JUVÉ, Professeur, LMFA, École Centrale de Lyon	Rapporteur
M. Christophe SCHRAM, Professeur, VKI, Aeronautics & Aerospace Departement	Rapporteur
M. François VAN HERPE, Ingénieur de recherche, PSA PEUGEOT CITROËN, Velizy	Examinateur
M. Alois SENGISSEN, Ingénieur de Recherche, Airbus Operation SAS, Toulouse	Examinateur
M. Xavier GLOERFELT, Professeur, DynFluid, Art et Métiers ParisTech, Paris	Examinateur

T H È S E

Table des matières

Introduction **5**

1 État de l'art sur la couche limite turbulente **9**
1.1 Description d'une couche limite turbulente 9
1.2 Pression pariétale sous une couche limite turbulente 14
1.3 Rayonnement acoustique d'une couche limite turbulente 18
1.4 Couche limite turbulente en présence d'un gradient de pression 20
1.4.1 Quantification d'un gradient de pression 20
1.4.2 Effets connus d'un gradient de pression 22
1.5 Présentation des expériences réalisées au LMFA 25
1.5.1 Description de la veine d'essai 25
1.5.2 Configurations avec gradient de pression 27
1.5.3 Configurations retenues pour le projet 29
1.5.4 Quelques résultats sur la pression pariétale 29
1.6 Conclusion 31

2 Méthodes numériques d'ordres élevées pour l'aéroacoustique **32**
2.1 Équations résolues 32
2.2 Simulation des grandes échelles 34
2.2.1 Principe et approches traditionnelles 34
2.2.2 Limitations des modèles de viscosités turbulentes 35
2.2.3 Approche utilisée dans le cadre de ce travail 36
2.3 Schémas de discrétisation spatiale 37
2.3.1 Différences finies standards sur $2N+1$ points d'ordre $2N$ 37
2.3.2 Schémas optimisés 38
2.3.3 Filtrage sélectif 40
2.4 Schémas d'avancement temporel 41
2.4.1 Critères de stabilité des schémas explicites 41
2.4.2 Schémas de Runge-Kutta 42
2.5 Conditions aux limites 45
2.5.1 Conditions de non réflexion 45
2.5.2 Conditions de paroi 46
2.6 Prise en compte des géométries curvilignes 47
2.6.1 Transformation de coordonnées 47
2.6.2 Équations en coordonnées curvilignes 48
2.6.3 Conditions de paroi en coordonnées curvilignes 49
2.7 Description du code de calcul parallèle 51
2.8 Conclusion 53

3 Mise en place d'un gradient de pression **55**
3.1 Équation de couche limite 2-D soumise à un gradient de pression axial . . . 56
3.2 La méthode de Falkner-Skan . . . 58
3.2.1 Présentation de la méthode . . . 58
3.2.2 Résolution numérique de l'équation de Falkner-Skan . . . 60
3.3 Mise en œuvre d'un calcul avec gradient de pression sur une plaque plane . 61
3.3.1 Description de la simulation . . . 61
3.3.2 Initialisation du calcul . . . 62
3.3.3 Calcul avec un gradient de pression faible . . . 64
3.3.4 Calcul avec un gradient de pression fort . . . 73
3.3.5 Évacuation d'une impulsion acoustique . . . 75
3.4 Mise en œuvre d'un calcul avec gradient de pression sur une plaque inclinée 78
3.4.1 Description de la simulation . . . 78
3.4.2 Initialisation du calcul . . . 78
3.4.3 Présentation des résultats . . . 79
3.5 Conclusion . . . 82

4 Mise en place des calculs LES **83**
4.1 Description des domaines de calcul LES . . . 83
4.1.1 Calcul sans gradient de pression . . . 83
4.1.2 Calculs avec gradients de pression par déformation de la plaque plane 84
4.2 Une condition d'entrée turbulente silencieuse . . . 88
4.2.1 Stratégie . . . 88
4.2.2 Calcul du champ de base après une marche descendante . . . 89
4.2.3 Analyse de stabilité linéaire locale . . . 91
4.3 Conclusion . . . 100

5 LES de couches limites turbulentes avec gradients de pression **101**
5.1 Effets d'un gradient sur la partie aérodynamique . . . 101
5.2 Effets d'un gradient sur le rayonnement acoustique . . . 121
5.3 Effets d'un gradient sur la pression pariétale . . . 125
5.3.1 Calcul d'un spectre fréquence-nombre d'onde de pression pariétale . 125
5.3.2 Spectres dans le plan $k_x - k_z$ . . . 126
5.3.3 Spectres dans les plans $k_x - \omega$ et $k_z - \omega$ . . . 128
5.3.4 Autospectres de pression pariétale . . . 135
5.3.5 Corrélations spatio-temporelles . . . 141
5.3.6 Cohérence de la pression pariétale . . . 147
5.4 Conclusion . . . 151

Conclusion et perspectives **152**

Introduction

Contexte et motivation

En aéronautique, en automobile ou encore en ferroviaire, la minimisation du bruit ressenti à l'intérieur de l'habitacle d'un véhicule devient un critère de concurrence important entre les principaux industriels qui cherchent à optimiser le confort des voyageurs. De plus, le bruit interne dans le cockpit d'un avion contribue de façon significative à la fatigue de l'équipage. L'intensité du bruit d'origine aérodynamique augmentant avec la vitesse, l'inconfort pour l'équipage et les passagers durant un vol long-courrier est donc plus important pendant la phase de croisière, qui est en principe la partie la plus longue du vol.
Ces dix dernières années, des efforts considérables ont ainsi été réalisés par les motoristes afin d'identifier et de réduire les sources de bruit liées à la propulsion des véhicules. Aujourd'hui, les nuisances sonores dans un véhicule ne sont plus considérées comme uniquement dû au moteur et le bruit d'origine aérodynamique causé par l'écoulement d'air autour du véhicule ne peut plus être négligé. Ainsi, un fort développement de la recherche sur le bruit d'origine aérodynamique encore appelé aéroacoustique est donc réalisé ces dernières années.
Une partie importante des nuisances sonores d'origine aérodynamique sont générées lorsque l'écoulement passe sur des objets proéminents tels que les rétroviseurs en automobile et les trains d'atterrissages et les dispositifs hypersustentateurs en aéronautique. Lorsque l'écoulement affleure une cavité ou un creux qui peut être présents sur la surface extérieure du véhicule, il peut également provoquer des phénomènes de résonance.
De plus, lorsque le véhicule n'est pas parfaitement étanche, les fuites engendrées vers l'intérieur du véhicule créent un bruit d'aspiration.
Toutes ces sources de bruit décrites précédemment sont uniquement dues à la géométrie et à l'étanchéité du véhicule et peuvent donc être minimisées.
Parmi ces sources de bruit aérodynamique, il en existe une qui est toujours présente même lorsque la surface extérieure du véhicule est parfaitement étanche et ne présente pas d'objet proéminent. Cette source provient de la pression fluctuante produite par la couche limite turbulente se développant à la surface de la paroi extérieure du véhicule.

Deux contributions au bruit de couche limite turbulente à l'intérieur de l'habitacle d'un véhicule dues à des mécanismes différents peuvent être observées. La première contribution, qui est une contribution de type aéroacoustique, est appelée **contribution directe**. Elle est directement due à la génération d'ondes acoustiques par les fluctuations de pressions générées par la couche limite turbulente. Autrement dit, la contribution directe est le rayonnement de la couche limite turbulente vers l'intérieur de l'habitacle du véhicule. Cette contribution est de très faible amplitude pour des écoulements subsoniques, l'intensité des ondes de pression rayonnées étant d'ordre de grandeur inférieur à celle du champ total de

pression. Elle est donc extrêmement délicate à évaluer que ce soit de façon numérique ou expérimentale.
La deuxième contribution due à des mécanismes de vibroacoustique est appelée **contribution indirecte**. Elle a pour origine l'excitation structurale engendrée par les fluctuations de pression sur la paroi du véhicule. Ce sont les vibrations produites qui rayonnent ensuite dans l'habitacle.

Les fluctuations de pression d'une couche limite turbulente sont de plus responsables de la génération d'un rayonnement acoustique dirigé vers l'extérieur du véhicule. Ce rayonnement acoustique est également de très faible amplitude et donc très difficile à mesurer. En aéronautique, il contribue tout de même à la dégradation de la qualité de l'environnement sonore en particulier pour les populations habitant au voisinage des aéroports.
Sur la figure 1, où les différentes sources de bruit du cockpit de l'A380 d'Airbus sont tracées, on peut observer que la contribution la plus élevée et même prépondérante sur une large plage de fréquences est due à l'écoulement d'air sur le fuselage et donc aux deux contributions (directe et indirecte) du bruit de couche limite turbulente. On peut de plus remarquer que l'ensemble des autres sources a une contribution notable seulement pour les basses fréquences.

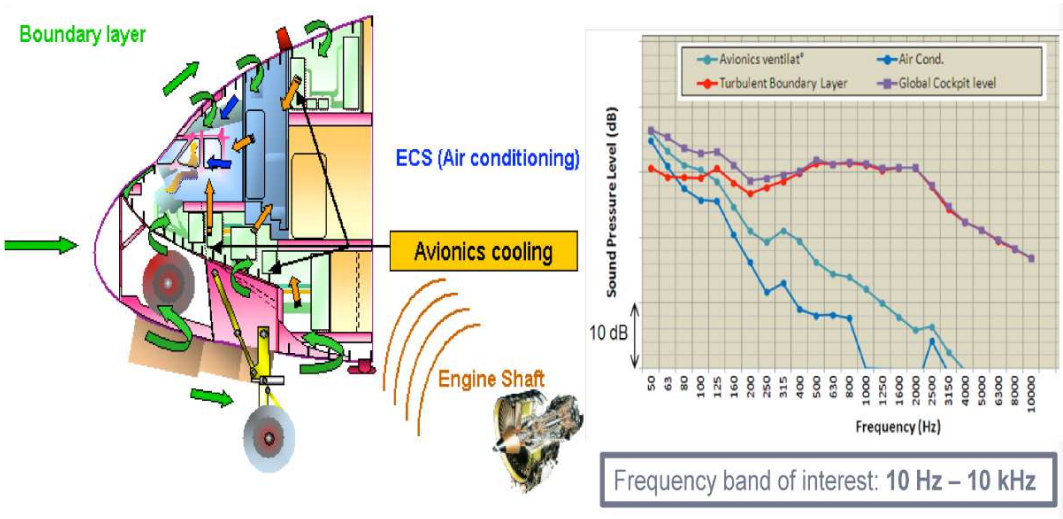


FIGURE 1 – Niveaux de pression acoustique et sources de bruit à l'intérieur du cockpit de l'A380 d'Airbus.

Si le bruit de couche limite turbulente a été bien documenté [69, 71, 72] dans le cas d'une plaque plane, très peu de données sont aujourd'hui accessibles pour des cas moins académiques, notamment dans des configurations avec gradients de pression.
En effet, dans la plupart des problèmes posés aux différents industriels que ce soit en aéronautique, en automobile ou encore en ferroviaire, les géométries étudiées sont souvent déformées ou simplement orientées dans une direction adjacente à l'écoulement. Ces déformations et orientations des différentes pièces d'un véhicule par rapport à l'écoulement extérieur entrainent des gradients de pression qui peuvent avoir des effets importants voire fondamentaux sur les différentes variables de l'écoulement.
Si dans l'ensemble, on peut dire que les effets majeurs d'un gradient de pression sur la partie aérodynamique d'un écoulement sont connus (cf partie 1.4), beaucoup reste à faire au niveau des effets sur la partie aéroacoustique. Une caractérisation plus complète des

différentes contributions au bruit d'origine aérodynamique dans des configurations industrielles nécessite donc la prise en compte des effets d'un gradient de pression.

Afin de pouvoir étudier les différents phénomènes physiques pour des problèmes en aéroacoustique, les approches expérimentale et numérique sont possibles.
Néanmoins, les campagnes expérimentales en particulier en aéronautique peuvent s'avérer très onéreuses et les difficultés de mesure très courantes et importantes. La simulation numérique est de ce fait une alternative souvent employée.
Pour l'aéroacoustique, deux approches numériques peuvent être employées. La première est basée sur l'utilisation d'une analogie. Elle consiste à simuler les équations de Navier-Stokes dans la zone responsable du bruit aérodynamique à l'aide d'un code de simulation numérique. Cette zone peut être restreinte et les ondes acoustiques ne sont pas forcement prises en compte. Le résultat de cette simulation est ensuite utilisé pour construire des termes sources. On applique ensuite l'analogie de Lighthill [122, 123] pour en déduire le rayonnement. L'analogie de Lighthill étant une reformulation des équations de Navier-Stokes, elle permet l'obtention d'un rayonnement lorsque les sources sont connues.
La deuxième approche est le calcul direct du bruit ou *Direct Noise Computation* (DNC) en anglais. L'avantage avec cette méthode est que les champs aérodynamique et acoustique sont calculés simultanément par la résolution des équations de Navier-Stokes compressibles. Aucune simplification n'est donc faite dans les équations résolues afin que la modélisation du problème physique soit complète. Généralement avec cette approche, des schémas de haute précision optimisés capables de propager les ondes acoustiques sur de longues distances sans les dissiper sont utilisés. Ces schémas doivent de plus être capables de résoudre les grandes ainsi que les plus petites longueurs d'ondes qui peuvent être liées aux fines échelles de la turbulence qui sont résolues ou encore à un rayonnement acoustique de haute fréquence. On choisit souvent des schémas optimisés dans l'espace spectral pour minimiser les erreurs de dispersion et de dissipation.

Objectif de cette étude

Cette thèse est reliée au projet SONOBL (*SOurces of NOise from Boundary Layers over vehicles*) financée par l'ANR (*Agence Nationale de Recherche*) et la FNRAE (*Fondation de Recherche pour l'Aéronautique et l'Espace*). Elle est coordonnée par le laboratoire DynFluid de l'École Nationale Supérieure des Arts et Métiers ParisTech, en association avec le Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique (LMFA) de l'École Centrale de Lyon et ses partenaires industriels sont Airbus, Dassault et Renault. Les objectifs principaux du projet sont l'investigation de la contribution de la partie acoustique due à la pression pariétale dans le bruit de cabine ainsi que l'amélioration de modèles semi-empiriques existants en particulier pour une couche limite turbulente soumise à des gradients de pression. Ainsi, des travaux expérimentaux de couches limites avec et sans gradient de pression sont menés au LMFA de l'École Centrale de Lyon dans le cadre du projet.

La contribution de ce travail de thèse au projet concerne la modélisation numérique de la pression pariétale sous une couche limite turbulente en présence de gradients de pression adverses et favorables ainsi que la création de bases de données dans différentes configurations de gradients de pression. Les simulations effectuées permettront l'accès aux inter-corrélations de vitesse sur un volume. Ces inter-corrélations devront permettre de valider et d'améliorer des modèles semi-empiriques existants qui sont actuellement utilisés et développés par les industriels. On cherche donc dans le cadre de cette thèse à évaluer l'in-

fluence d'un gradient de pression sur une couche limite turbulente à l'équilibre. Différents cas de couches limites turbulentes avec gradients de pression constants sont simulés afin de pouvoir observer l'influence d'un gradient adverse ou favorable sur les deux contributions décrites plus haut au bruit de couche limite. On s'intéressera de plus aux effets d'un gradient de pression sur le bruit rayonné vers l'extérieur de la paroi.

Les simulations numériques sont effectuées par calculs directs à l'aide d'un solveur permettant la résolution des équations de Navier-Stokes compressibles. Cette méthode de calcul représente l'unique moyen numérique permettant l'accès à la description complète de l'écoulement turbulent et du champ acoustique. Ces simulations permettent ainsi d'obtenir des informations sur les trois aspects de bruit de couche limite turbulente présentés plus haut. En particulier, on s'intéresse à des configurations en présence de gradients de pression adverse et favorable modérés et forts.

Organisation du mémoire

Ce mémoire de thèse est organisé de la façon suivante. Dans le premier chapitre, une étude bibliographique sur la couche limite turbulente et la pression pariétale est réalisée. Des rappels y seront d'abord faits concernant les notions de base d'écoulements de couche limite. L'étude bibliographique se portera ensuite sur les connaissances actuelles sur la pression pariétale et le rayonnement acoustique. On décrira ensuite ce qu'est un gradient de pression, ses effets connus et la façon de l'appliquer numériquement et expérimentalement sur une couche limite turbulente. On y décrit ensuite le montage expérimental réalisé au LMFA de l'École Centrale de Lyon.
Le deuxième chapitre est consacré à la description du code de calcul et des méthodes utilisées pour la réalisation des différentes simulations numériques. Les schémas de haute précision utilisés y sont notamment explicités ainsi que les conditions aux limites utilisées et le passage du code de calcul initialement cartésien en curviligne réalisé dans le cadre de cette thèse. La modélisation utilisée pour la Simulation des Grandes Échelles (ou LES en anglais pour *Large Eddy Simulation*) y est de plus abordée.
Dans le troisième chapitre, on décrit différents essais 2-D sur la mise en place numérique d'un gradient de pression pour des couches limites. Le quatrième chapitre est consacré à la mise en place des calculs LES réalisés dans le cadre de cette thèse. La mise en place des différents cas de gradients de pression ainsi que les détails concernant la condition d'entrée turbulente utilisée y sont explicités.
Enfin, dans le dernier chapitre, l'ensemble des résultats obtenus pour les différents cas sont présentés et commentés. Des comparaisons avec la littérature et avec les résultats issus de la campagne expérimentale du LMFA sont effectuées. Une conclusion sur les travaux réalisés dans le cadre de cette thèse sera ensuite donnée ainsi que les perspectives envisageables.

Chapitre 1

État de l'art sur la couche limite turbulente

1.1 Description d'une couche limite turbulente

La couche limite est une région de l'écoulement d'un fluide qui est directement perturbée par un corps qui peut être solide (ou bien un autre fluide) en déplacement par rapport au fluide. La couche limite qui est située à l'interface entre le fluide et le corps est induite par le caractère visqueux du fluide qui adhère localement à ce corps. Le fluide adopte localement la vitesse du corps rencontré et une zone d'adaptation est donc créée entre ce corps et une zone où la vitesse redevient celle de l'écoulement. Cette zone d'adaptation est appelé couche limite. Le concept de couche limite a été décrit pour la première fois par Ludwig Prandtl (1904).
Le terme turbulent est relatif au régime de l'écoulement dans lequel la couche limite est observée. Le régime d'un écoulement peut en effet être laminaire ou bien turbulent. L'écoulement est laminaire lorsqu'il s'effectue de manière ordonnée parallèlement à un écoulement moyen et ne subit pas de perturbation sur des échelles temporelles relativement faibles (figure 1.1 a). Dans cet état, si deux particules sont voisines au sein de l'écoulement à un instant donné, elles le seront également à l'instant suivant. Ainsi, aucun mélange entre les différentes couches de l'écoulement n'est observé.

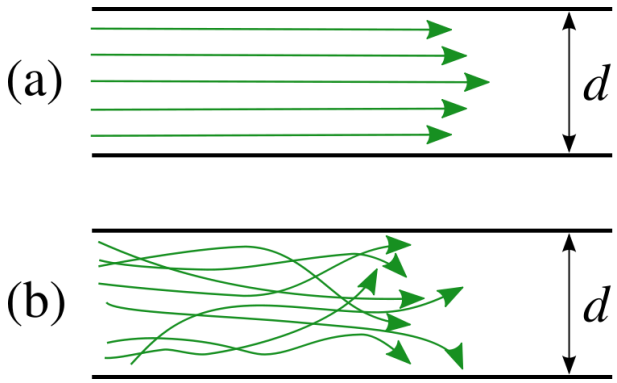


FIGURE 1.1 – Différence entre l'évolution des lignes de courants pour un écoulement laminaire (a) et turbulent (b) dans le cas d'un canal plan de diamètre d.

L'écoulement est au contraire dit turbulent s'il est sans organisation apparente. Le comportement temporel des particules de fluide sur une échelle temporelle très petite est

chaotique. Un Mélange important est alors observé entre les différentes couches du fluide (figure 1.1 b). Tout écoulement visqueux peut être caractérisé par un nombre sans dimension appelé nombre de Reynolds, qui mesure l'importance relative des forces inertielles liées à la vitesse et des forces de frottement liées à la viscosité. Ce nombre est défini de la façon suivante :

$$Re = \frac{U_\infty Y}{\nu}$$

avec U_∞ la vitesse extérieure de l'écoulement ou la vitesse de l'écoulement non perturbée par le corps sur lequel la couche limite se développe, ν la viscosité cinématique qui peut être définie comme le rapport de la viscosité dynamique μ et de la masse volumique du fluide ρ et Y est une échelle de longueur caractéristique de l'écoulement. La viscosité dynamique représente le rapport entre la contrainte de cisaillement τ et le gradient de vitesse perpendiculaire au plan de cisaillement.
Lorsque le nombre de Reynolds est faible, l'écoulement est laminaire. Lorsqu'il augmente, au fur et à mesure que la couche limite s'épaissit, l'écoulement devient transitionnel puis turbulent. La figure 1.2 illustre le développement de la couche limite initialement laminaire au point d'arrêt A. Elle devient ensuite turbulente après s'être développée le long de l'obstacle.
Différentes échelles de longueurs et de vitesse peuvent être utilisées afin de calculer le nombre de Reynolds. Ces échelles sont dites externes lorsqu'elles sont reliées à la zone externe de la couche limite, comme l'épaisseur de couche limite δ et la vitesse extérieure U_∞. Elles sont dites internes lorsqu'elles sont liées à la physique près de la paroi et peuvent être obtenues à partir de la vitesse de frottement u_τ et de la viscosité cinématique ν. Ainsi, l'échelle de longueur interne est ν/u_τ. Les grandeurs adimensionnées par les échelles internes sont appelées variables de paroi.

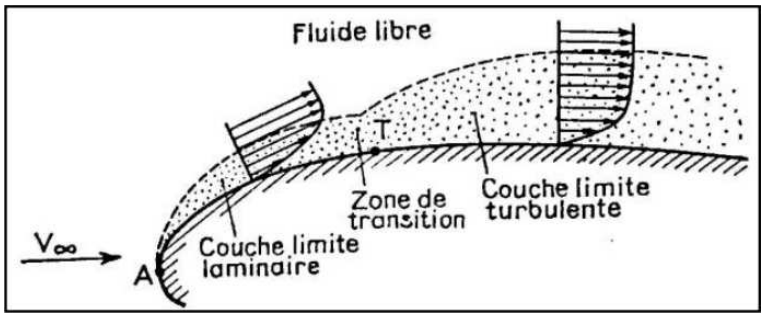


Figure 1.2 – Transition d'une couche limite sur un profil d'aile tiré de [155].

La forme typique d'un profil moyen de vitesse dans la direction de l'écoulement adimensionné en échelles de paroi pour une couche limite turbulente est représenté sur la figure 1.3.

On distingue plusieurs régions en fonction de la distance à la paroi. La zone interne qui est composée de la sous-couche laminaire, de la région logarithmique et d'une région de raccord entre les deux. L'ensemble de cette zone peut être modélisée à l'aide d'une loi analytique comme celle de Musker [139] par exemple, pour une couche limite sur une plaque plane. On peut préciser que la région logarithmique du profil s'etand sur une plus grande distance lorsque le nombre de Reynolds augmente. La zone externe correspond à une zone de sillage qui peut être modélisée de façon analytique à l'aide de la loi de Coles [43] par exemple.

Dans une couche limite turbulente, l'énergie cinétique fournie par l'écoulement externe

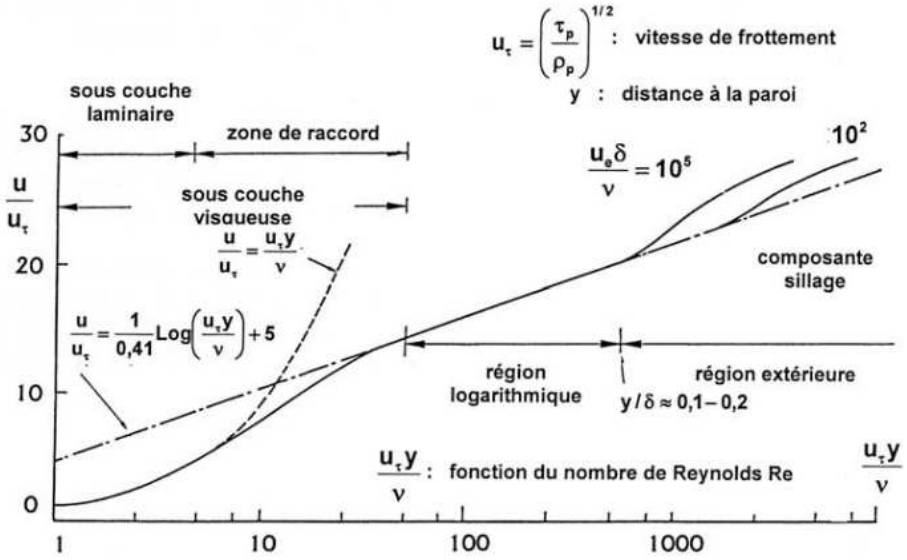


Figure 1.3 – Profil moyen de la vitesse longitudinale pour une couche limite turbulente, tiré de [51].

est partiellement convertie en fluctuations turbulentes qui sont ensuite dissipées par les effets visqueux. Il s'agit d'un processus continu et auto-entretenu. Afin de comprendre ces transferts d'énergie et cet auto-entretien, beaucoup d'études se sont intéressées aux différentes structures tourbillonnaires présentes dans les différentes zones de la couche limite turbulente et leurs interactions. La cohérence de ces structures tourbillonnaires montre l'existence de corrélations privilégiées entre les différentes composantes des fluctuations de vitesse. En effet, lorsqu'on observe les structures présentes dans la couche limite pendant un temps d'intégration relativement long, on peut noter des schémas répétitifs quasi-périodiques de mouvements cohérents à l'intérieur de la couche limite qui contribuent de plus à l'épaississement de celle-ci. En appliquant une moyenne de Reynolds définit par :

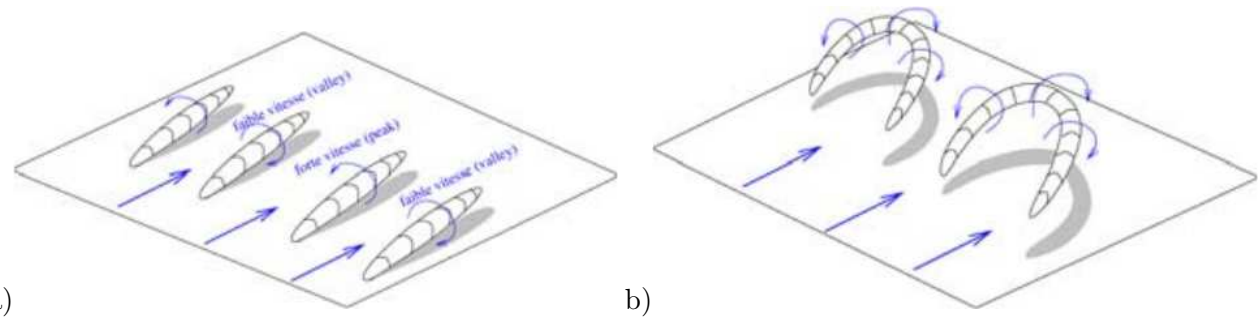
$$\mathbf{v} = \overline{\mathbf{v}} + \mathbf{v}' \tag{1.1.1}$$

$$s = \overline{S} + s' \tag{1.1.2}$$

pour une grandeur vectorielle $\mathbf{v}'$ ou scalaire s aux équation de Navier-Stokes incompressible, un terme de corrélation $\rho\overline{v_i' v_j'}$ appelée tenseur de Reynolds (les indices i et j dénotent ici le passage en formulation indicielle) apparait. Robinson [156] note que pour que ce terme soit non nul, les fluctuations de vitesse ne peuvent pas être purement aléatoires, mais doivent contenir des inter-corrélations privilégiées entre les différentes composantes, suggérant en effet la présence de structures cohérentes dans la couche limite. La majeure partie de la production de turbulence est réalisée dans la région tampon. On peut y observer des éjections intermittentes de fluide basse vitesse (*bursting* en anglais) ainsi que des injections de fluide à haute vitesse vers la paroi [107].

Une littérature abondante s'est intéressée à la caractérisation des structures tourbillonnaires présentes dans la couche limite turbulente [3, 84, 105, 156, 201]. En effet, un tourbillon qui a une orientation autre que normale à la paroi est potentiellement susceptible de transporter de la masse et de la quantité de mouvement du fluide à l'aide des gradients de vitesses. Un tourbillon correspond aux mouvements les plus cohérents que l'on

peut trouver dans une couche limite qui ont tendance à être persistants en l'absence d'instabilités destructrices. Aujourd'hui, l'ensemble des observations faites dans la littérature a entrainé l'acceptation par une grande partie de la communauté scientifique de l'existence de structures qui peuvent être schématisées sur la figure 1.4 ci-dessous.



a) b)

Figure 1.4 – Vue schématique des tourbillons de couche limite (tirée du travail de thèse de Laurent [115]). À gauche des structures longitudinales de proche paroi et à droite des structures en forme d'épingle à cheveux.

Ces deux familles de structures sont réparties différemment dans la couche limite en fonction de la hauteur (figure 1.5). Très proche de la paroi, dans la sous-couche visqueuse, des zones alternées haute (*peaks*) et basse vitesse (*valleys*) aussi appelées *streaks* sont observables. Ces zones de hautes et basses vitesses révèlent la présence de petits tourbillons longitudinaux qui sont légèrement inclinés par rapport à la paroi (figure 1.4a) et apparaissent par paire de tourbillons contrarotatifs. Les structures en forme d'épingle à cheveux (ou *hairpin* en anglais) schématisées sur la figure 1.4b), sont repérables par leurs bosses (*bulges*) localisées à la surface extérieure de la couche limite. Ces structures sont de tailles beaucoup plus grandes que les précédentes et sont de l'ordre de grandeur de l'épaisseur la couche limite δ. Ces structures sont nombreuses dans la zone logarithmique de la couche limite et deviennent de moins en moins fréquente lorsque l'on s'éloigne de la paroi. On peu néanmoins en trouver occasionnellement dans la zone externe de la couche limite. La taille caractéristique de ces structures augmentent avec leurs distances à la paroi. La répartition des différentes structures dans la couche limite a été schématisée par Robinson [156] et est illustrée sur la figure 1.5.

Head et Bandyopadhyay [84] ont observé que ces structures sont inclinées d'un angle de 45° dans le cas d'une plaque plane. Ils ont de plus différencié deux types de structures dans la partie extérieure de la couche limite. Selon eux, ces structures prennent la forme de fers à cheval plus arrondi(*horse-shoes* en anglais), à bas nombre de Reynolds et s'étirent en forme d'épingle à cheveux à plus haut nombre de Reynolds lorsque la couche limite continue de s'épaissir.

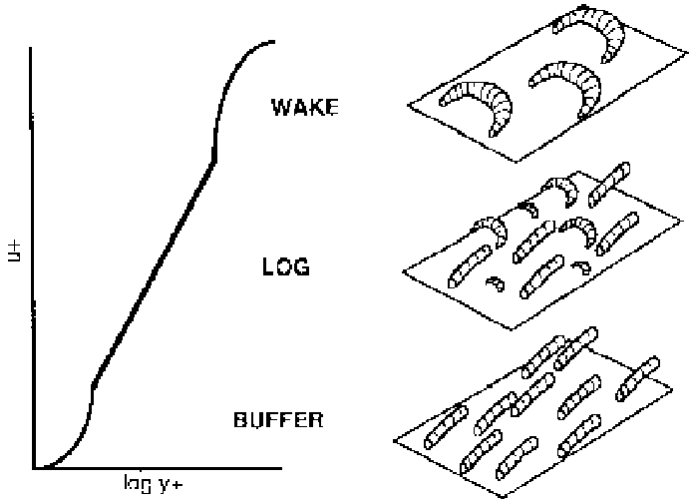


Figure 1.5 – Vue schématique des structures dans une couche limite en fonction de la hauteur par Robinson [156].

Si on sait qu'une interaction existe entre les petites structures proches de la paroi et les grosses structures en forme d'épingle à cheveux de la zone externe, il est encore difficile de quantifier l'influence qu'elles ont les unes sur les autres.
Des travaux récents comme ceux d'Adrian [3] montrent que les tourbillons en tête d'épingle peuvent s'organiser en paquets qui peuplent une région importante de la couche limite dont la croissance entraine des mécanismes de transport de vorticité et d'énergie cinétique à partir de la paroi. Le formation de ces paquets dans la direction longitudinale induit un mouvement rétrograde qui entraine la formation de structures de grande échelle. La forme et l'organisation de paquets de tourbillons en fer à cheveux est illustrée sur la figure 1.6.

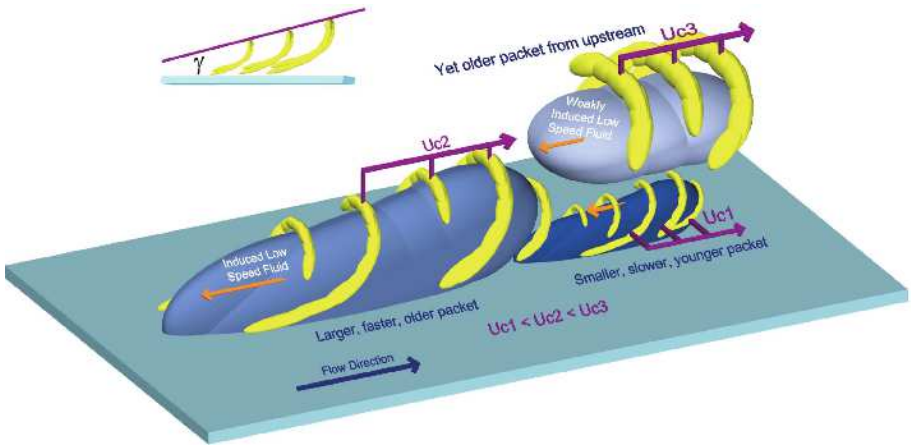


Figure 1.6 – Forme et organisation de paquets de tourbillons en fer à cheveux (d'après Adrian [3]).

1.2 Pression pariétale sous une couche limite turbulente

La pression pariétale sous une couche limite turbulente a fait l'objet de nombreux articles. Cette problématique intéresse en effet les industriels dans les domaines aéronautique, naval, ferroviaire ou encore automobile, pour lesquels la pression pariétale sous la couche limite turbulente est à l'origine de vibrations des parois solides qui génèrent ensuite des nuisances sonores à l'intérieure du véhicule.
La pression pariétale sous une couche limite turbulente est en relation étroite avec le caractère instationnaire de l'écoulement, le bruit généré à proximité de la paroi ainsi que les vibrations de cette dernière. Elle constitue de plus une empreinte des structures tourbillonnaires qui évoluent dans la couche limite, la pression étant une variable non locale.
Elle est également la principale entrée pour prédire l'excitation de la qu'elle peut induire. Les vibrations engendrées sont en effet une source de bruit aérodynamique indirecte de plus en plus gênante en raison des progrès réalisés pour réduire les autres types nuisances sonores.
Une des premières mesures de la pression pariétale sous une couche limite turbulente a été réalisée par Willmarth [199]. Il estime que le rapport entre la moyenne quadratique de la pression pariétale et la pression dynamique est approximativement égal à 0.0035. Plus tard [200], il propose une revue des connaissances sur la pression pariétale avant 1975. Une revue est également proposé par Bull [29] en 1996 sur quarante années de recherche sur la pression pariétale. Harrison [82] ou Willmarth [199] ont montré expérimentalement que les perturbations de pression sous une couche limite turbulente sont convectées à une vitesse de convection U_c de l'ordre de 8/10 de la vitesse moyenne de l'écoulement.

Quand la surface sur laquelle se développe la couche limite turbulente est localement plane, la pression pariétale peut être exprimée en terme de spectre fréquence-nombre d'onde $\Phi_{pp}(\mathbf{k}, \omega)$ avec $\mathbf{k} = (k_x, k_z)$ le vecteur nombre d'onde dans le plan de la paroi. La forme générale de ce spectre pour une couche limite turbulente est représentée sur la figure 1.7 pour une valeur fixée de la pulsation ω telle que $\omega\delta \gg U_\infty$. Sur cette figure, deux régions distinctes peuvent être observées. La première, pour $|\mathbf{k}| < \kappa_0$, avec $\kappa_0 = \omega/c_0$ est la région des nombres d'onde supersoniques. La deuxième est centrée en $(k_x = \omega/U_c, k_z = 0)$ et correspond au pic convectif. La première région du spectre est responsable de la contribution directe de la pression pariétale au bruit de couche limite. La contribution indirect est-elle liée à l'ensemble du spectre. En effet, si la source majeure de la contribution indirecte provient de la gamme des nombres d'ondes du pic convectif, les nombres d'ondes acoustiques sont également susceptible de participer à celle-ci.

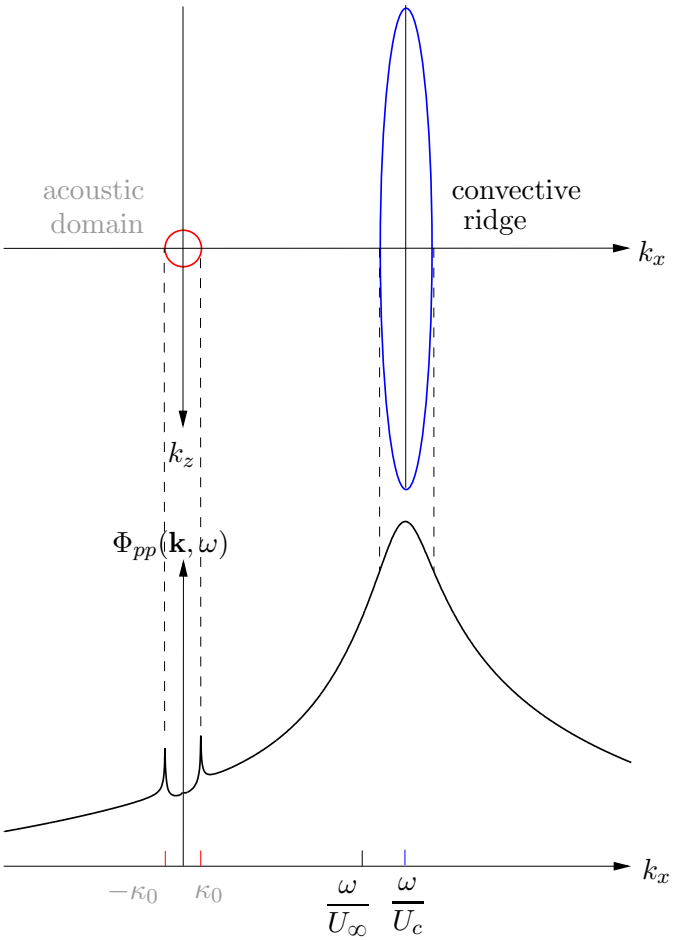


Figure 1.7 – Spectre fréquence nombre d'onde $\Phi_{pp}(\mathbf{k},\omega)$ pour une fréquence $\omega\delta^*/U_\infty$=500, où $M_\infty = 0.1$ et $\delta = 2$ cm (tiré de [69]). Le modèle de Chase [38] est utilisé pour cette illustration avec les coefficients suivants $C_M = 0.1553$, $C_T = 0.0047$, $b = 0.75$, $h = 3$, $c_1 = 2/3$, c_2=0.005, $c_3 = 1/6$ et $\epsilon = 0.2$.

Ces dernières années, de nombreuses études sur les auto-spectres de pression pariétale sous une couche limite ont été effectuées. Un auto-spectre de pression pariétale peu être obtenu en intégrant le spectre de pression pariétales sur les nombre d'ondes et est noté $\phi(\omega)$. Un bon nombre d'auteurs (Blake [19], Farabee et Casarella [59], Goody [73] ou encore Hu *et al.* [96]) ont tenté de trouver des echelles caractéristiques permettant d'adimensionner les spectres fréquentiels afin d'en déduire une courbe universelle. Mais aucun choix d'échelle unique pour la partie externe et interne n'a pu être trouvé. Ils ont néanmoins pu montrer que la région interne de la couche limite produit des composantes hautes fréquences et que la région externe produit des composantes moyennes et basses fréquences. Une attention particulière est portée aux basses fréquences, associées à une plage de nombres d'onde dite subconvectives, car elles induisent potentiellement un couplage important avec les vibration de la structure.

Les mesures de Farabee et Casarella [59] sont parmi les mieux résolues en basses fréquences. Après nettoyage de ces dernières, une croissance en ω^2 est estimée. Ils ont de plus observé l'existence d'une fréquence de coupure correspondant au maximum de la vitesse de convection et des autospectres de pression pariétale. Les sources basse fréquence (c'est à dire en dessous de cette fréquence de coupure) sont associées aux structures de grande taille de la couche limite. Les sources de moyenne et haute fréquences sont loca-

lisées dans la région de transition.
Goody [73] a rassemblé un grand nombre de données expérimentales de la littérature qu'il a utilisé pour construire un modèle de densité spectrale de puissance. Il s'agit d'une extension du modèle de Chase-Howe [38, 91] qui prend en compte la dépendance du spectre avec le nombre de Reynolds. Goody propose la formule semi-empirique suivante :

$$\frac{\phi(\omega)U_\infty}{\tau_w^2\delta} = \frac{C_2(\omega\delta/U_\infty)^2}{\left[(\omega\delta/U_\infty)^{0.75}+C_1\right]^{3.7}+\left[C_3R_T^{-0.57}(\omega\delta/U_\infty)\right]^7}$$

où $C_1 = 0.5$, $C_2 = 3$ et $C_3 = 1.1$ sont des constantes empiriques, $R_T = (\delta/U_\infty/(\nu/u_\tau^2))$ est le rapport entre les échelles de temps interne et externe de la couche limite et représente l'influence du nombre de Reynolds car $R_T \propto u_\tau\delta/\nu$. Ce modèle est conçu pour avoir une croissance en ω^2 pour les basses fréquences et des décroissances en $\omega^{-0.7}$ et ω^{-5} pour les moyennes et hautes fréquences respectivement. Théoriquement, dans la gamme moyenne de fréquences (ou *overlap range*), certains auteurs (Blake [18], Bradshaw [27] ou encore Panton et Linebarger [145]) ont montré théoriquement que la décroissance devrait suivre une loi en ω^{-1} en raison du caractère autosimilaire dans la zone logarithmique où la vitesse de convection des structures turbulentes est proche de la vitesse moyenne locale. Néanmoins, certains auteurs ont estimé des décroissances avec un exposant plus petit. Par exemple, McGrath et Simpson [133] ont mesuré une décroissance en $\omega^{-0.7}$, Blake [17] une décroissance en $\omega^{-0.75}$ et Goody et Simpson [74] une décroissance en $\omega^{-0.8}$. Cependant, tous s'accordent pour dire que la taille de cette gamme de fréquences augmente avec le nombre de Reynolds et ne serait visible que pour des nombres de Reynolds élevés. Elle serait en effet liée à la zone logarithmique de la couche limite dont l'extension verticale augmente également avec le nombre de Reynolds.

Afin de modéliser le spectre en nombre d'ondes, beaucoup de modèles empiriques et semi-empiriques ont été proposés. Parmi les principaux modèles, on peut citer le modèle d'interspectres de Corcos [44] qui est basé sur une hypothèse de séparation des variables en supposant une décorrélation entre les directions longitudinale et transversale. L'interspectre est approximé par une fonction exponentielle dans chaque direction (longitudinale et transversale). Une transformée de Fourier spatiale permet l'obtention du spectre :

$$\Phi_{pp}(k_x,k_z,\omega) = \frac{\phi(\omega)}{\pi^2}\frac{\alpha_1 k_c^2}{k_c+\alpha_1^2(k_x-k_c)^2}\frac{\alpha_3 k_c}{k_c^2+\alpha_3^2k_z^2}$$

où α_1 et α_3 sont les coefficients caractérisant la décroissance exponentielle des cohérences dans les directions longitudinale et transversale (voir paragraphe partie 5.3.6) et $k_c = \omega/U_c$ est le nombre d'onde convectif.
Ce modèle est très simple et une approximation raisonnable du pic convectif du spectre en nombre d'onde, mais il surestime les niveaux dans les régions subconvective et acoustique.

Comme la région des petits nombres d'onde est d'un intérêt important pour sa coïncidence avec les modes structurels de la paroi sous la couche limite, un nombre important d'auteurs [19, 56] ont travaillé sur la forme du spectre dans la région des petits nombres d'onde qui est inaccessible de façon précise avec le modèle de Corcos. Ils ont notamment travaillé sur la partie du spectre correspondant aux nombres d'onde supersoniques tels que $|\mathbf{k}| < \kappa_0$. Une bonne argumentation sur ce problème a été réalisée par Ffowcs Williams

[61, 62]. Le théorème de Kraichnan-Phillips [90], nommé ainsi par rapport aux travaux de Kraichnan [111] et Phillips [149] qui sont basés sur une analyse des équations de Navier-Stokes, établit que pour un écoulement incompressible, le spectre fréquence-nombre d'onde $\Phi_{pp}(\mathbf{k},\omega)$ doit tendre vers 0 avec une dépendance en k^2. La vérification expérimentale s'est avérée difficile et la majorité des mesures expérimentales tendent à montrer qu'au contraire, aucune dépendance en k n'existe dans la zone des petits nombres d'onde. De plus, une évaluation théorique de l'amplitude acoustique par la prise en compte des effets compressibles est également très ardue en raison de la difficulté des équations théoriques et de la singularité au nombre d'onde acoustique κ_0 (figure 1.7).
Chase [38], qui s'est intéressé au domaine subconvectif, propose un modèle basé sur des développements analytiques à partir de l'équation de Poisson. Ce modèle contient un certain nombre de paramètres empiriques et tient compte de l'effet de cisaillement moyen et de turbulence dans la couche limite. Ce modèle prend de plus en compte l'aspect acoustique dans le domaine des petits nombre d'onde. Le modèle de spectre fréquences nombres d'onde de Chase proposé en 1987 s'écrit :

$$\Phi_{pp}(\mathbf{k},\omega) = \frac{\rho_0^2 u_\tau^3 \delta^3}{[(k_+\delta)^2 + 1/b^2]^{\frac{5}{2}}} \left[\frac{C_M (k_1\delta)^2 k^2}{|k^2 - \kappa_0^2| + \epsilon^2 \kappa_0^2} + C_T (k\delta)^2 \times \mathcal{F} \right]$$

avec $k_+^2 = (\omega - U_c k_1)^2/(h u_\tau)^2 + k^2$, et $\mathcal{F} = \frac{(k_+\delta)^2+1/b^2}{(k\delta)^2+1/b^2} \left(c_1 + \frac{c_2|k^2-\kappa_0^2|}{k^2} + \frac{c_3 k^2}{|k^2-\kappa_0^2|+\epsilon^2\kappa_0^2} \right)$.
où C_M, C_T, b, h, c_1, c_2, c_3 et ϵ sont des nombres sans dimension à déterminer expérimentalement qui caractérisent l'importance relative de chacun des termes et des grandeurs de l'écoulement.

Il existe plusieurs autres modèles de spectres de pression pariétale et un grand nombre de ceux proposés avant 1986 sont résumés par Blake [19] dans son livre. Graham [75], Miller [137] ou plus récemment Aucejo [11] ont effectué une comparaison des principaux modèles disponibles.

Dowling [56] donne deux expressions empiriques pour la partie acoustique uniquement du spectre de pression pariétale. La première qui est déduite du modèle de Chase modifié [38] est :

$$\phi(\omega) \simeq 9.1 \times 10^{-4} \frac{\rho_\infty^2 u_\tau^4 \mathrm{M}^2 \delta^{*3}}{U_\infty} \left(\frac{\omega\delta^*}{U_\infty} \right)^{-1} \tag{1.2.1}$$

La deuxième provient de Sevik [171] qui a créé un modèle en superposant à des points de mesures expérimentaux pour un corps pesant immergé dans une gamme de fréquences comprises entre $3 < \omega\delta^*/U_\infty < 30$:

$$\phi(\omega) = 5.6 \frac{\rho_\infty^2 u_\tau^4 \mathrm{M}^2 \delta^{*3}}{U_\infty} \left(\frac{\omega\delta^*}{U_\infty} \right)^{-4.5} \tag{1.2.2}$$

Peu de modèles permettent la pris en compte d'un gradient de pression adverse ou favorable. On peut citer les modèles de Rozenberg *et al.*[157] et de Catlett *et al.*[36] ou encore de Peltier et Hambric [147]. Les deux premiers sont des modifications du modèle de Goody qui peuvent prendre en compte les effets d'un gradient de pression adverse uniquement. Le modèle de Rozenberg *et al.*[157] exige la connaissance du champ moyen de l'écoulement et plus précisément de la distribution de pression et du profil de vitesse normale à la paroi qui peuvent être obtenus à l'aide d'un calcul RANS (*Reynolds-Averaged Navier–Stokes*) par exemple. Celui de Catlett est empirique et permet de prédire la densité

spectrale de surface de la pression fluctuante pour des écoulements de couches limites 2-D en présence d'un gradient de pression adverse dont l'intensité peut être variable. Le modèle proposé par Peltier et Hambric est un modèle statistique qui utilise des données issues d'un calcul RANS comme entrée. L'intégration des données RANS dans le modèle permet de tenir compte de la géométrie et des conditions locales de l'écoulement.

Dans un autre registre, il existe des modèles basés sur l'étude des structures présentes dans la couche limite turbulente dont le premier a été proposé par Theodorsen [189]. Ahn *et al.* [4] par exemple ont récemment proposé un modèle de pression pariétale pour une plaque plane qui est basé sur l'étude des structures de type épingle à cheveux (*hairpins*). Dans ce modèle, les tourbillons en épingles à cheveux sont représentés par des tourbillons de formes rectangulaires inclinés d'un angle de 45° par rapport à la paroi. Les « jambes » et la « tête » des tourbillons sont modélisées par un cylindre avec une distribution de vorticité uniforme. Les tourbillons respectent de plus l'hypothèse de Townsend [191] (*attached-eddy hypothesis*) qui propose que les tourbillons sont de tailles proportionnelles à leur distance à la paroi. Une fois la distribution de tourbillons imposée, la distribution de pression pariétale induite par ces tourbillons peut être obtenue à l'aide de l'équation de Poisson. Néanmoins ce modèle est pour l'instant incomplet car il néglige les plus petites structures existantes proches de la parois notamment et les tourbillons sont de plus supposés être figés dans la direction de l'écoulement.

1.3 Rayonnement acoustique d'une couche limite turbulente

Les connaissances sur le bruit de couche limite turbulente ont longtemps reposé sur l'analogie de Lighthill [122]. Une contribution majeure a été donnée par Powell [152] qui montre que l'intégrale de surface dans la formulation de Curle [48] mène essentiellement à des sources de type quadripolaire lorsque l'on est en présence d'un plan infini. La conséquence principale de ce « théorème de réflexion » est que les sources de bruit de la couche limite turbulente sont inefficaces. L'intensité acoustique suit une loi en U^8 comme pour la turbulence libre (sur un plan infini), alors qu'elle suit une loi en U^6 pour une surface compacte rigide. Cette inefficacité est ainsi particulièrement importante pour les écoulements à basse vitesse. Les contraintes de cisaillement tangentiel au niveau de la paroi sont renforcées par les réflexions et peuvent alors constituer les principales sources car ils ont une nature dipolaire même si les sources visqueuses sont des sources acoustiques très peu efficaces, en particulier pour des nombres de Reynolds élevés (Haj-Hariri et Akylas [80]). Le faible niveau du rayonnement acoustique est responsable du fait que très peu de données expérimentales sont actuellement disponibles et ne peuvent permettre une compréhension plus complète des sources de bruit de couche limite.
La première tentative de mesure a été réalisée dans un canal à eau [176]. Les mesures étaient alors effectuées à l'aide d'hydrophones placés à l'intérieur des parois sur lesquelles la couche limite turbulente se développe. L'interprétation des résultats expérimentaux est cependant difficile car les transducteurs utilisés introduisent toujours des effets de moyenne et ainsi une séparation claire entre le pseudo-son et le rayonnement est impossible sans la connaissance a priori de la turbulence responsable de ce pseudo-son (c'est-à-dire la pression due à la partie incompressible ou hydrodynamique). Même si certains auteurs ont tendance à attribuer une augmentation du bruit lorsque la surface est rugueuse, des mesures quantitatives sont délicates car souvent entachées par le bruit des différentes machines motorisées qui sont utilisées. Des corps flottants propulsés par poussée d'Archimède ont alors été conçus Haddle et Skudrzyk [79] et Sevik [171] pour effectuer des mesures dans

l'eau sans la présence de moteur. Néanmoins avec ceux-ci, l'évaluation du rayonnement de la couche limite turbulente a été entravée par d'autres phénomènes physiques tels que la transition vers la turbulence ou la séparation de la couche limite qui sont des sources de bruit plus efficaces. Afin d'obtenir une séparation convaincante entre le bruit de couche limite et le pseudo-bruit, Greshilov et Mironov [77] ont enlevé les capteurs dans la section de travail du canal hydrodynamique et les ont placé dans un diffuseur élargi. L'idée est de séparer ensuite le bruit de la turbulence de paroi des modes de résonance acoustique du diffuseur. Néanmoins les résultats qu'il a obtenus lors de l'évaluation de l'intensité du bruit rayonné ne peuvent être considérés comme fiables car une dispersion de plus de 40 dB a été observée lors des différentes séries de mesures.
Plusieurs études théoriques ont été effectuées dans le but de prévoir certaines caractéristiques du champ de pression rayonné par une couche limite de plaque plane. La théorie de Lighthill et ses extensions [48, 122] ont largement été utilisées pour l'étude du bruit généré par une couche limite turbulente. Landahl [113] par exemple, a développé un modèle à deux échelles, une pour la vitesse et une pour la pression, afin d'estimer le bruit rayonné par un flux sur une surface solide. Tam [184] a calculé l'intensité, la directivité et le spectre du champ sonore produit par une couche limite turbulente à l'aide d'un modèle empirique de la fonction des corrélations croisées de pression.
De manière similaire, le bruit généré par certaines caractéristiques de la couche limite turbulente a été étudié. Par exemple, Lauchle [114] a considéré uniquement la production d'ondes sonores pendant la transition vers la turbulence de la couche limite. Afin d'obtenir de nouvelles informations sur le bruit de couche limite turbulente, Hardin [81] a analysé le bruit généré par divers phénomènes tourbillonnaires tels que la formation de tourbillons en fer à cheval.
Tous ces travaux décrits précédemment utilisent une expression empirique ou une expression approchée de la transformée de Fourier de la fonction des corrélations croisées de pression. Pour faire face aux incertitudes associées à la sélection d'un modèle de corrélation croisée, l'analogie de Lighthill [122] a également été appliquée à des données aérodynamiques issues de simulations numériques. Hu, Morfey et Sandham [93–95] se sont concentrés sur le bruit généré par un canal plan turbulent. Ils ont appliqué l'analogie acoustique de Lighthill à des données issues d'une DNS (*Direct Numerical Simulation*) incompressible afin d'obtenir une expression du spectre de puissance des fluctuations de pression en champ lointain. Wang *et al.*[197] ont évalué le son en champ lointain d'un paquet d'onde instable sur une surface solide, les caractéristiques de la transition étant données par la résolution des équations de Navier-Stokes incompressibles. Yang et Wang [204] ont récemment appliqué la même stratégie numérique, basée sur l'utilisation d'une DNS incompressible suivie par une analogie acoustique, pour étudier la façon dont le bruit aérodynamique est renforcé par une rugosité de surface [89].
Gloerfelt [67–69, 71, 72] a récemment réalisé une série de simulations numériques directes, afin d'obtenir plus de détails sur le bruit de couche limite turbulente sur plaque plane. Il a notamment réalisé des LES de couches limites turbulentes à différents nombres de Mach (0.5, 0.7 et 0.9). Il a pu montrer que les ondes rayonnées vers l'extérieur par la couche limite se propagent préférentiellement dans la direction opposée à celle de l'écoulement et qu'elles ont des longueurs d'onde relativement grandes. Il a de plus évalué que l'amplitude des ondes rayonnées vers l'extérieur de la couche limite est de l'ordre de 0.7% de la pression aérodynamique (ρU_∞^2) pour un écoulement sur plaque plane à Mach 0.5. Son étude de l'influence du nombre Mach [71] sur le rayonnement de couche limite turbulente a permis de mettre en évidence l'augmentation de l'intensité du rayonnement acoustique avec l'augmentation du nombre de Mach et ainsi de confirmer la loi en U^8 prédite par

Powell pour l'intensité acoustique.

Pour des écoulements à faibles nombres de Mach, plusieurs auteurs (Blake [18], Dowling [56] ou encore Howe [91]) ont donné une relation simple permettant de relier le domaine acoustique du spectre fréquence-nombre d'onde de la pression pariétale $\Phi_{pp}(k_x, k_z, \omega)$ au spectre fréquentiel du bruit rayonné. Par exemple, Howe [91] a relié le spectre de fréquence-nombre d'onde de la pression rayonnée en champ lointain Φ_r au domaine acoustique de la pression pariétale Φ_{pp} pour $|\mathbf{k}| < \kappa_0$ en utilisant le théorème de la phase stationnaire :

$$\Phi_r(\mathbf{x}, \omega) = \frac{2\mathcal{A}\kappa_0^2 \cos^2\theta}{|\mathbf{x}|^2} \Phi_{pp}(\kappa_0 \mathbf{x}/|\mathbf{x}|, \omega) \tag{1.3.1}$$

où $\mathcal{A}$ représente la surface immergée dans le fluide et $\theta = \cos^{-1}(x_2/|\mathbf{x}|)$.

Gloerfelt [69] a comparé ses résultats issus d'une LES à Mach 0.5 à ce modèle, en utilisant les deux expression empiriques de Dowling [56] permettant la modélisation du domaine acoustique du spectre de pression pariétale tiré du modèle Chase [38] (équation (1.2.1)) et celui de Sevik [171] (équation (1.2.2)). Il a néanmoins observé qu'avec le modèle de Sevik, qui est valide pour une gamme de fréquence $\omega\delta^*/U_\infty > 1$, les niveaux acoustiques sont surestimés même si l'exposant de la décroissance en fréquence semble à peu près correct dans la gamme intermédiaire. Avec le modèle de Chase, la dépendance en fréquence est moins favorable mais les niveaux sont mieux estimés.
La fiabilité des différents modèles reste controversée, même après plusieurs décennies. Les résultats de calculs réalisés à l'aide d'un solveur direct pourront donc contribuer à améliorer et faire évoluer ces modèles.

1.4 Couche limite turbulente en présence d'un gradient de pression

Lorsqu'un écoulement d'air ou d'un fluide quelconque rencontre un objet ou une plaque de courbure non nulle, l'écoulement et la couche limite sont alors soumis à un gradient de pression. Selon la configuration et l'orientation de la courbure de la plaque par rapport à l'écoulement le gradient de pression peut être adverse ou favorable. En effet, lorsque la courbure entraîne un ralentissement de l'écoulement extérieur (exemple du divergent), le gradient engendré est défavorable ou adverse et la couche limite a tendance à s'épaissir d'avantage. Si la courbure entraîne une accélération de l'écoulement (exemple du convergent), le gradient de pression est favorable, l'écoulement est accéléré et la couche limite a tendance à moins s'épaissir. Dans cette partie, on s'intéresse aux différentes manières de quantifier un gradient de pression qui ont été observées dans la littérature. On s'intéresse ensuite aux effets connus d'un gradient de pression sur une couche limite turbulente observés dans la littérature.

1.4.1 Quantification d'un gradient de pression

Un paramètre important permettant la différentiation et la quantification entre les différents gradients de pression appliqués est le paramètre β introduit par Clauser [42]. Il peut être défini comme le rapport de la force de pression sur celle de cisaillement et s'exprime de la façon suivante :

$$\beta = \frac{\delta^*}{\tau_w} \frac{dp}{dx}$$

Auteurs	Données	β	Re_θ
Schloemer [169]	Expé	2.07	9180
Bradshaw [27]	Expé	0, 0.9 et 5.4	50000
Samuel et Joubert [165]	Expé	0,09 8	5000 30000
Cutler et Johnston [49]	Expé	2 12	12000 25000
Nagano *et al.* [144]	Expé	0,76 4,66	1290 3350
Skare et Krogstad [177]	Expé	12 21	25000 54000
Marusic et Perry [130]	Expé	0 7	2200 19100
Aubertine et Eaton [10]	Expé	-0.4 2,3	3000 6300
Spalart et Watmuff [181]	DNS et Expé	-0.3 2	500 1100
Bourassa et Thomas [26]	Expé	-1.5	4590
Harun [83]	Expé	-0.47 4.73	5020 12030
Na [140]	DNS	1.14	1332
Na et Moin [142]	DNS	-0.35 1.78	300
Skote *et al.* [175]	DNS	0,24 0,65	360 690
Lee et Sung [118]	DNS	0,73 1,68	850 1400

Table 1.1 – Récapitulatif des simulations de couche limite turbulente avec gradient de pression observées dans la littérature. Classées en fonction des auteurs, du paramètre de Clauser β, ainsi que du nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement Re_θ.

où δ^* est l'épaisseur de déplacement et τ_w la contrainte de cisaillement pariétale. Clauser a montré que l'on peut obtenir une couche limite turbulente auto similaire et à l'équilibre à condition que β soit constant. Bradshaw [27] a montré que pour maintenir l'équilibre d'une couche limite turbulente, il est nécessaire que la contribution du gradient de pression à la croissance du déficit de quantité de mouvement soit un multiple constant de la contribution de la contrainte de cisaillement surfacique. Il a de plus été montré que cette contrainte est équivalente à celle Clauser pour le paramètre β. Townsend [190] a développé une théorie d'auto-préservation qui est plus rigoureuse que celle de Clauser. Malheureusement Townsend [190] a sur-contraint le problème en supposant l'existence d'une échelle de vitesse unique. Mellor et Gibson [135] ont de plus montré sous certaines hypothèses que l'auto similarité est obtenue si les profils de vitesse moyenne sont de la forme $U \sim (x-x_0)^m$.

Le tableau 1.1 contient quelques travaux numériques et expérimentaux observées dans la littérature où le paramètre de Clauser β est utilisé pour quantifier le gradient de pression imposé.

Lee et Sung [118], Skote *et al.* [175], qui sont les seuls auteurs présents dans le tableau 1.1 présentant des résultats issus d'une simulation numérique pour une couche limite à l'équilibre, utilisent l'imposition d'une distribution de vitesse afin d'imposer le gradient de pression quasiment constant le long de la zone d'étude. D'autres tels que Na et Moin [141] ou Spalart et Watmuff [181] présentent également des résultats numériques faisant apparaître le paramètre de Clauser mais dont la valeur est prise à une abscisse donnée, β n'étant pas constant le long du domaine d'étude.
Un autre paramètre pouvant permettre la différentiation et la quantification entre les différents gradients de pression appliqués est le paramètre d'accélération K défini comme :

$$K = \frac{\nu}{U_e^2}\frac{dU_e}{dx}$$

où ν est la viscosité cinématique et U_e la vitesse extérieure de l'écoulement qui varie localement en présence d'un gradient de pression. Ce paramètre est généralement utilisé pour

des couches limites avec gradient de pression favorable [30, 53, 151]. D'autres paramètres ont également été proposés tels que le facteur de Clauser G défini comme ;

$$G = \frac{H-1}{H\sqrt{cf/2}}$$

ou encore le paramètre adimensionné en variable de paroi de gradient de pression Δ_p défini comme :

$$\Delta_p = \frac{\nu}{\rho u_\tau^3}\frac{dP_e}{dx}$$

avec cf le coefficient de frottement, H le facteur de forme, u_τ la vitesse de frottement et P_e la pression extérieure de l'écoulement qui varie localement en présence d'un gradient de pression. Maintenir l'ensemble de ces paramètres constants, est un moyen d'obtenir une couche limite turbulente à l'équilibre.

1.4.2 Effets connus d'un gradient de pression

Sur la partie aérodynamique

La présence d'un gradient de pression pour des écoulements turbulents sur une plaque a une incidence importante au niveau théorique et pratique. En effet, elle peut avoir un impact sur les champs moyens de vitesse, les intensités turbulentes qui rendent compte des fluctuations de vitesse par rapport à la vitesse moyenne prise localement, les coefficients de dissymétrie (*skewness*) et d'aplatissement (*flatness*), ainsi que sur la production de turbulence dans la couche limite. En présence d'un gradient de pression adverse, les coefficients de dissymétrie et d'aplatissement augmentent proche de la paroi selon Skote *et al.* [174]. Les effets connus d'un gradient de pression adverse ont été documentés en partie par Skote *et al.* [174], Marusic et Perry [130], Nagano et Houra [143] ou encore par Skare et Krogstad [177]. Pour un gradient favorable, par Fernholz et Warnack [60], Jones *et al.* [98], ainsi que Bourassa et Thomas [26]. Théoriquement, les gradients de pression ont un effet important sur la génération de vorticité à la paroi. Ainsi, Wu *et al.* [203] proposent une relation liant la vorticité au gradient de pression de la façon suivante :

$$\mathbf{n} \times \left(\frac{\nabla p}{\rho}\right)_S - \nu \mathbf{n} \times (\nabla \times \omega)_S = 0 \tag{1.4.1}$$

où $\mathbf{n}$ est le vecteur unitaire normal à la paroi, le suffixe S se réfère à la surface solide, ω est la vorticité, ρ la masse volumique et ν la viscosité cinématique.
Lorsque la plaque plane est en présence d'un gradient de pression adverse, la contrainte de cisaillement dans la couche limite n'est plus dominante proche de la paroi [181]. Ainsi, en pratique, lorsqu'un gradient de pression adverse est assez fort, on peut observer le décollement de la couche limite. La connaissance de la position du point de décollement étant d'une importance cruciale en aérodynamique, certains auteurs ont donc tenté de décrire les structures turbulentes dans la zone de séparation [1, 142, 172]. La relation entre le gradient de pression et la production de vorticité à la paroi peut de plus être utilisée pour le contrôle et la réduction de la traînée aérodynamique [110, 117].

Un gradient de pression adverse entraîne une augmentation de la production de turbulence. Au contraire, pour un gradient de pression favorable [150, 181], une relaminarisation peut apparaître si le gradient de pression favorable entraîne une accélération trop importante de l'écoulement. Dans un tel cas, la contrainte de cisaillement augmente dans un premier temps puis diminue au fur et à mesure que l'écoulement redevient laminaire. Au

niveau du profil de vitesse moyen d'un écoulement turbulent seule la partie externe du profil, le sillage (ou en anglais *wake*) semble être impacté par un gradient de pression. Il augmente en effet en présence d'un gradient de pression adverse et diminue en présence d'un gradient favorable en comparaison au cas sans gradient de pression. Néanmoins, selon certains auteurs, en présence de gradients de pression assez forts, la loi logarithmique peut être influencée par un gradient de pression. Krogstad et Skare [112], Lee et Sung [119], Nagano *et al.* [144] et Monty *et al.* [138] ont observé un décalage vers le bas du profil moyen dans la zone logarithmique en présence d'un gradient adverse fort. Au contraire, Dixit et Ramesh [54] et Bourassa et Thomas [26] ont observé un décalage vers le haut pour des gradients de pression favorable fort.
Krogstad et Skare [112] ont montré que l'angle des structures tourbillonnaires de la couche limite semble augmenter avec un gradient de pression adverse. Mayam [132] a mesuré que l'angle des structures dans le cas d'un gradient adverse fort augmente de 18% par rapport au cas sans gradient de pression (l'angle étant de 45° pour un cas sans gradient de pression). Au contraire, pour un cas avec gradient de pression favorable, Dixit et Ramesh [54] ont montré que l'angle des structures diminue de 5° à 10° selon l'intensité du gradient étudié. L'observation des résultats de Krogstad et Skare [112] par Dixit et Ramesh [54] leur ont permis d'effectuer une analogie disant que les structures sont aplaties et étirées avec gradient favorable et qu'elles sont plus hautes et courtes avec un gradient adverse. Lee et Sung [119] ont montré à l'aide de visualisations instantanées, l'existence de zones de basse vitesse (*Low momentum regions*), qui s'intensifient en présence d'un gradient adverse.

Castillo *et al.* [35] ont effectué une analyse de similarité sur des écoulements avec gradients de pression et ont défini un paramètre caractéristique Λ comme :

$$\Lambda = \frac{\delta}{\rho U_\infty^2 d\delta/dx} \frac{dp}{dx}$$

Sur l'ensemble des écoulements de couche limite qu'ils ont traités, ils ont observé que le paramètre Λ a pris 3 valeurs distinctes. Une lorsque la couche limite n'est pas soumise à un gradient de pression ($\Lambda = 0$), une lorsqu'elle est en présence d'un gradient de pression adverse ($\Lambda \cong 0,22$) et la dernière en présence d'un gradient de pression favorable ($\Lambda \cong -1,92$). Ainsi, pour le cas d'un écoulement autour d'un profil d'aile ou d'une bosse, où le gradient de pression extérieur change de favorable à nulle pour ensuite devenir adverse, trois zones distinctes peuvent être mises en évidence par l'évaluation de Λ.

Sur la pression pariétale et le bruit de couche limite

Très peu d'études sur la pression pariétale d'une couche limite turbulente en présence d'un gradient de pression sont à ce jour disponibles. Parmi elles, Schloemer [169] a observé que les niveaux de la moyenne quadratique de la pression pariétale pour sur une large gamme de fréquences sont plus élevés avec un gradient adverse et plus faibles avec un gradient de pression favorable en comparaison avec le cas sans gradient de pression. Il trouve que cette différence est d'avantage accentuée lorsque la comparaison est effectuée sur la contrainte de cisaillement.
Il a de plus observé, que le rapport entre la vitesse de convection et la vitesse extérieure U_c/U_e est plus grand dans le cas d'un gradient de pression favorable et plus faible dans le cas d'un gradient de pression adverse en comparaison avec le cas sans gradient de pression.
Il a de plus observé que la densité spectrale de la pression pariétale à hautes fréquences est la même pour les cas avec gradient adverse APG (*Adverse Pressure Gradient*) et sans gradient de pression ZPG (*Zero Pressure Gradient*). Il observe au contraire que la densité spectrale décroît plus rapidement avec un gradient de pression favorable FPG (*Favorable*

Pressure Gradient) lorsque la fréquence augmente et qu'elle est d'un niveau très inférieur à celle obtenue dans les cas APG et ZPG pour les hautes fréquences.

Lim [124] a également effectué des mesures de pression pariétale sous une couche limite turbulente avec gradient de pression adverse. Il trouve des résultats en accord avec ceux de Schloemer à la différence près qu'il a observé que la densité spectrale de la pression pariétale est plus importante avec un gradient de pression adverse que sans gradient de pression. Les mesures de Bradshaw [27] montrent également que la vitesse de convection est plus faible dans le cas avec gradient de pression adverse.

Simpson *et al.* [173] ont étudié les effets d'un gradient adverse fort, sur la pression pariétale d'une couche limite décollée. Ils ont observé que les niveaux acoustiques et de la pression pariétale sont beaucoup plus élevés lorsque la couche limite est décollée.
Na et Moin [141, 142] ont effectué une DNS d'une couche limite turbulente avec gradient de pression adverse modéré ainsi qu'une seconde de couche limite décollée avec un gradient adverse plut fort. Pour le premier cas, on précise qu'un gradient favorable est d'abord appliqué en début de domaine. C'est en fait une reproduction des travaux numériques (DNS) et expérimentaux pour une de couche limite turbulente avec gradient de pression effectués par Spalart et Watmuff [181]. Sur les spectres de pression pariétale adimensionnés en variable externe du premier cas (gradient adverse modéré), ils ont observé que lorsque le gradient de pression augmente, les spectres gardent des niveaux similaires dans les basses fréquences mais que les niveaux augmentent dans les hautes fréquences. De plus, ils montrent que les corrélations spatiales des fluctuations de pression sont plus importantes dans la direction transverse lorsque le gradient augmente. Ils observent également que la vitesse de convection augmente dans la zone où le gradient est favorable et que le champ de pression perd sa cohérence plus lentement dans la région où le gradient est adverse.
Pour les cas de couches limites décollées, ils observent que les corrélations spatiales augmentent largement dans la direction transverse et la vitesse de convection est très faible ($U_c = 0.33U_e$) mais augmente après le recollement de la couche limite.
Kim *et al.* [104] ont montré que la pression pariétale est plus affectée par un soufflage (gradient de pression adverse) que par une aspiration (gradient de pression favorable). Ils observent que pour une aspiration ou un soufflage effectué à un endroit donné, les petites échelles des fluctuations de pression réagissent à une courte distance de celui-ci, alors que les grandes échelles se remettent lentement et plus loin en aval de la zone d'aspiration-soufflage.
Kim et Sung [106] ont effectué une DNS (*Direct Numerical Simulation*) d'une couche limite turbulente sur une bosse (*bump*) et ont observé que les fluctuations de pression augmentent près du bord de fuite. Ils ont de plus observé que les grandes structures dans la distribution de pression pariétale croissent rapidement près du bord de fuite de la bosse et sont ensuite convectées en aval de la bosse.

Récemment, Rozenberg *et al.* [157] ont montré que les effets d'un gradient de pression adverse ne peuvent être négligés lorsque l'on s'intéresse au spectre fréquence-nombre d'onde de la pression pariétale. En effet, ils ont observé que la non-prise en compte des effets d'un gradient de pression adverse, entraîne une sous-estimation des spectres de pression pariétale qui affecte également la prédiction de l'intensité du rayonnement de la couche limite. Ils ont de plus proposé que les paramètres les plus pertinents qui permettent la quantification des effets d'un gradient de pression pour une couche limite turbulente sont, le paramètre de sillage, le paramètre de Clauser β ainsi que les ratios entre l'épaisseur de

couche limite et les épaisseurs de déplacement δ^* et de quantité de mouvement δ_θ.
Une extension du modèle de pression pariétale basée sur l'étude des structures de Ahn *et al.* [4] a été proposée par Alaoui et Gloerfelt [6] qui vise à prendre en compte l'influence du gradient de pression. L'idée qu'ils ont proposée est basée sur la variation de l'angle des tourbillons en épingles à cheveux observée dans les travaux de Mayam [132] en présence de gradient de pression. Le modèle souffre toujours des simplifications faites par Ahn *et al.*, mais il peut néanmoins être utilisé pour la réalisation d'une étude paramétrique sur l'influence des gradients de pression sur les fluctuations de pression pariétale.
Au niveau du bruit de couche limite, il n'existe à ce jour aucune donnée numérique ou expérimentale fiable caractérisant le bruit de couche limite en présence de gradient de pression. Très peu d'informations sur l'influence d'un gradient de pression sur le rayonnement d'une couche limite turbulente sont disponibles.

1.5 Présentation des expériences réalisées au LMFA

Dans le cadre du projet ANR SONOBL, une campagne de mesures expérimentales de couches limites turbulentes avec et sans gradient de pression a été réalisée au sein du laboratoire LMFA de l'École Centrale de Lyon (ECL). Les expériences ont été menées dans la grande soufflerie anéchoïque du Centre Acoustique de l'ECL [8, 146], qui est une soufflerie ouverte débouchant dans une chambre anéchoïque.

1.5.1 Description de la veine d'essai

L'écoulement est généré par un ventilateur centrifuge de 350 kW délivrant un débit de masse nominale de 15 kg/s et le ventilateur est alimenté par un moteur électrique LAK Tridge-4280A sur commande électronique. L'écoulement d'air passe à travers une chambre de décantation comprenant un *nid d'abeilles* et plusieurs grillages, conçue pour réduire les turbulences de l'écoulement libre. Le traitement acoustique sur les parois du canal et des silencieux permettent la réduction du bruit indésirable et empêche ainsi la contamination des mesures effectuées dans la chambre anéchoïque. Il en résulte une circulation d'air à température ambiante avec un bruit de fond faible et une faible intensité de turbulence résiduelle, de moins de 1%. La veine d'essai qui a été réalisée pour ce projet est visible sur la figure 1.8 et est décrite sur le schéma de la figure 1.9. La section d'entrée située en $x = 0$ est de $2h$ en envergure et de h en hauteur avec $h = 250$ mm. On note y, z et x les coordonnées dans la direction de l'envergure, normale et longitudinale respectivement. La veine est constituée d'un plancher en bois fixe d'une longueur de 4 m et d'un plafond articulé en deux parties permettant de créer un gradient de pression. Les deux angles sont notés α_1 et α_2 avec la convention de signe classique (positif dans le sens trigonométrique). Les parois latérales sont en bois sur l'image de la figure 1.8, mais une version avec matériaux absorbants est actuellement montée. Parmi les difficultés rencontrées en pratique, on mentionne tout particulièrement la suppression des rugosités et discontinuités à l'intérieur de la veine, ainsi que le maintien de l'étanchéité au niveau des plafonds articulés. Ceci étant, une très bonne répétabilité des mesures a été observée.

Afin d'obtenir un écoulement de très bonne qualité, *i.e.* un faible taux de turbulence et une bonne homogénéité de l'écoulement, un nettoyage des grilles de turbulence en amont de la soufflerie a été effectué avant montage de la veine. Après plusieurs essais effectués pour différentes positions du plafond articulé via les angles (α_1, α_2), trois configurations ont été retenues pour le projet : un cas sans gradient de pression (ZPG), un cas avec gradient de pression favorable (FPG) et un cas avec gradient de pression adverse (APG).

FIGURE 1.8 – Photographie de la veine SONOBL montée à la sortie de la soufflerie dans la chambre sourde du centre acoustique (sens de l'écoulement de la droite vers la gauche ici).

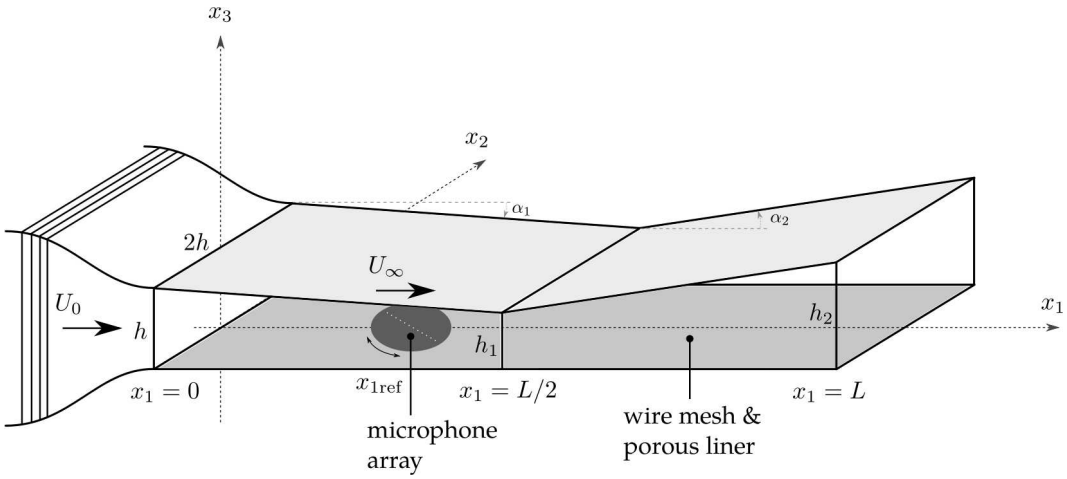


FIGURE 1.9 – Schéma du canal monté sur la sortie de la soufflerie réalisé au laboratoire LMFA.

Les paramètres géométriques sont décrits dans le tableau 1.2, ainsi que la vitesse maximale atteignable.
Les mesures sont effectuées à l'aide d'un réseau linéaire de 63 capteurs de pression placés sur un disque tournant à l'intérieur du canal. Une distribution radiale non uniforme des capteurs a également été choisie. Cette nouvelle antenne conçue pour le projet est inspirée de celle utilisée dans la thèse d'Arguillat [7, 8]. Les signaux de pression instationnaires sont enregistrés sur les 63 sondes déportés du disque tournants (figure 1.10) à une fréquence d'échantillonnage de 51.2 kHz pendant une période de temps de $T_0 = 90$ s.
Les auto-spectres de pression pariétale sont mesurés à l'aide d'un micro de type *pinhole* (figure 1.10) qui permet d'obtenir une meilleur résolution fréquentielle. Les spectres de

configuration	α_1	α_2	h_1 (cm)	h_2 (cm)	$U_\infty\|_{\max}$
ZPG	0.3°	3.9°	26.5	40	100 m.s^{-1}
FPG ($\nabla P_e < 0$)	-3.5°	1.5°	12.75	18	75 m.s^{-1}
APG ($\nabla P_e > 0$)	4°	4°	39	51	100 m.s^{-1}

Table 1.2 – Paramètres des trois configurations retenues.

pression obtenus sont ensuite corrigés en utilisant la méthode proposée par Corcos [44] pour tenir compte du filtrage spatial de la sonde.

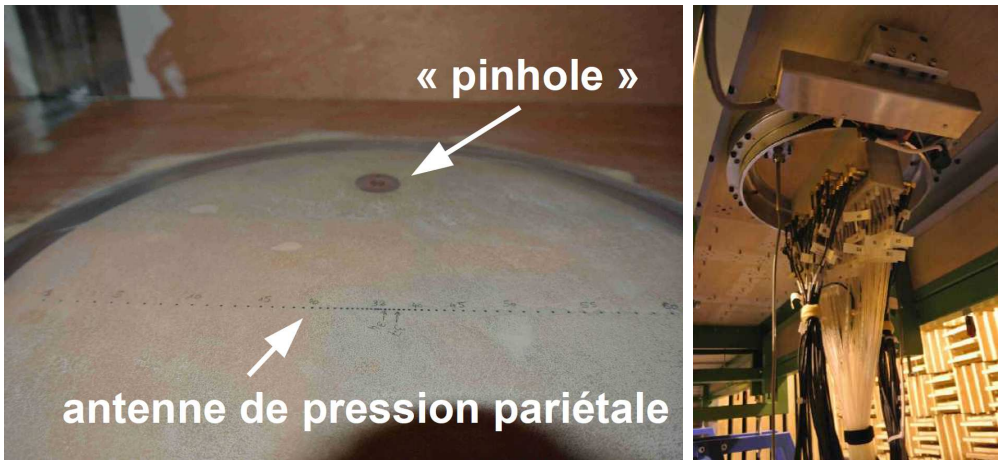


Figure 1.10 – Vues de l'antenne utilisée pour mesurer la pression pariétale au LMFA.

1.5.2 Configurations avec gradient de pression

Deux configurations avec gradient de pression ont été finalement retenues (figure 1.11 et tableau 1.2). Pour ces deux configurations, le gradient de pression a été mesuré. L'évolution de la pression moyenne longitudinale $\Delta p = p - p_{\text{amb}}$ est montrée sur la figure 1.12, de nouveau pour trois positions latérales afin de vérifier la bidimensionnalité de l'écoulement moyen, ce qui s'est révélé être bien le cas.

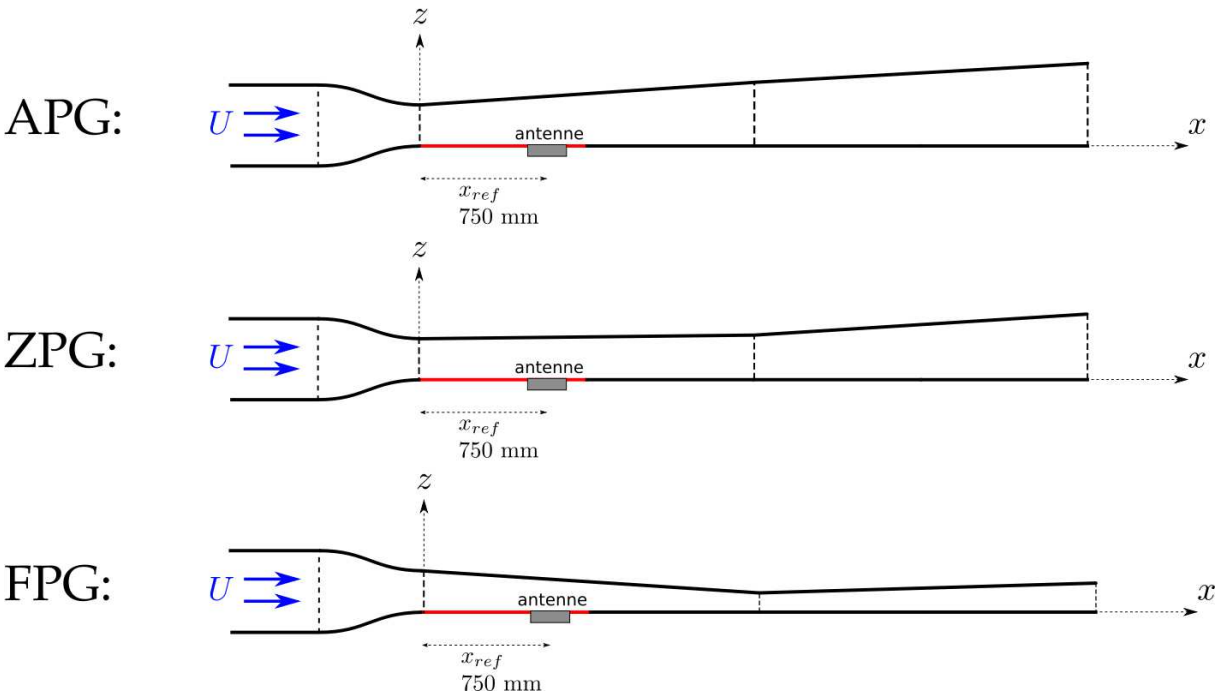


Figure 1.11 – Configuration retenue pour les cas avec gradient adverse (en haut), sans gradient (au milieu) et avec gradient favorable (en bas).

Le coefficient de pression est tracé sur la figure 1.13, pour trois valeurs de la vitesse nominale U_∞ et de nouveau, les résultats sont consistants.

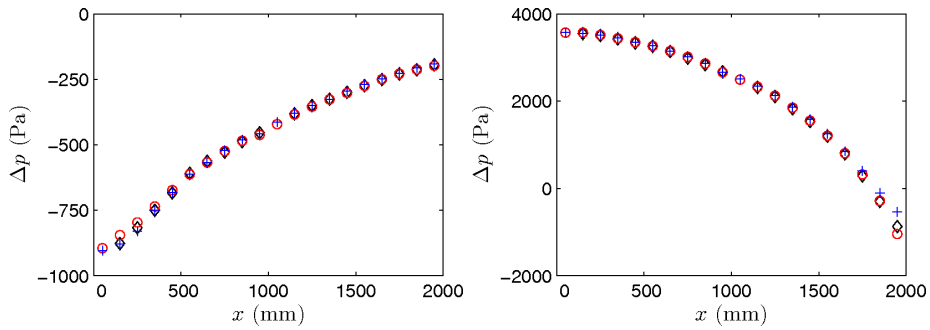


Figure 1.12 – Cas avec gradient de pression. Évolution de la pression moyenne longitudinale $\Delta p = p - p_{\text{amb}}$ pour $U_\infty = 50$ m.s^{-1}, et en trois positions latérales : $\Diamond$ $y = 0$ mm, $\circ$ $y = -150$ mm, $+$ $y = 150$ mm. À gauche, gradient adverse $\nabla P_e > 0$ et à droite, gradient favorable $\nabla P_e < 0$.

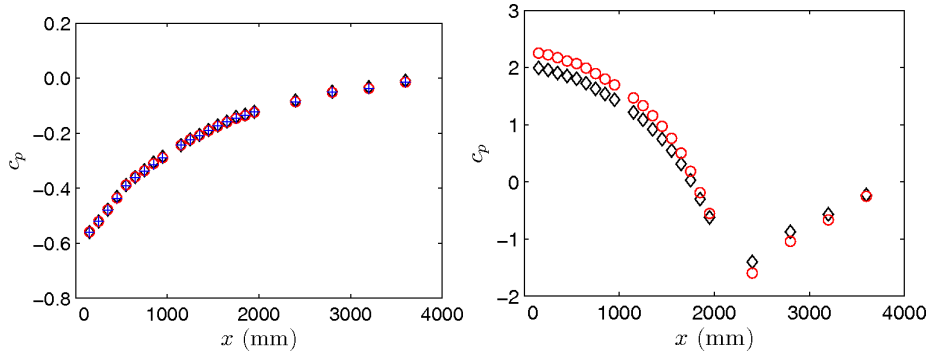


Figure 1.13 – Cas avec gradient de pression. Évolution du coefficient de pression $c_p = \Delta p/(0.5\rho U_e^2)$ pour trois vitesses : ◊ $U_\infty = 25$ m.s^{-1}, ○ $U_\infty = 50$ m.s^{-1} et + $U_\infty = 75$ m.s^{-1}. À gauche, gradient adverse $\nabla P_e > 0$ et à droite, gradient favorable $\nabla P_e < 0$.

Le paramètre β est défini usuellement par

$$\beta = \frac{\delta^*}{\rho u_\tau^2}\frac{dP_e}{dx} = -\frac{\delta_c}{u_\tau}\frac{dU_e}{dx} \qquad \text{où} \qquad \delta_c = \int_0^\infty \frac{U_e - U}{u_\tau} dz = \delta^* \frac{U_e}{u_\tau}$$

Afin de le déterminer, ils choisissent de se placer en x_m et $y = 0$, avec dans un premier temps $U_\infty = 50$ m.s^{-1}, et ensuite, avec $U_\infty|_{\max}$ pour estimer $\beta_{\max}$. La connaissance de c_p, de l'épaisseur de couche limite et de la vitesse de frottement qui sont préalablement mesurés, permettent de déduire la valeur du gradient de pression.

1.5.3 Configurations retenues pour le projet

Compte-tenu des différents tests effectués, et des premiers résultats reportés ci-dessus, ils choisissent de retenir pour le projet les trois configurations sélectionnées du tableau 1.2. Pour le cas sans gradient de pression, la couche limite possède *a priori* toutes les caractéristiques souhaitées (profil, épaisseur, taux de turbulence et homogénéïté). Pour les deux cas avec gradient de pression, ils notent que le gradient n'est pas constant mais varie faiblement le long de la section de mesure (typiquement de l'ordre de 15% sur une distance de 20 cm pour l'antenne microphonique). L'estimation du coefficient β est en accord avec les valeurs visées dans le cadre de ce projet par les différents industriels et peuvent être ajustées en faisant varier la vitesse nominale U_∞ dans la limite des valeurs mentionnées plus bas (tableau 1.3). Il faut noter également que l'utilisation de parois absorbantes dans ce projet. Les trois configurations retenues sont schématisées sur la figure 1.11 et les différents paramètres caractérisants la couche limite pour chacune des configurations sont résumés dans le tableau 1.3.

1.5.4 Quelques résultats sur la pression pariétale

Au niveau des spectres en fréquence, Salze *et al.* [161–164] obtiennent une pente en $\omega^{-0.4}$ et non $\omega^{-0.7}$ dans la gamme intermédiaire de fréquences comme beaucoup d'auteurs cités précédemment (partie 1.2). Ils expliquent cette différence par les faibles nombres de Reynolds utilisés pour les différentes expériences réalisées.
En comparant avec les cas adverse et favorable, ils ont observé que pour cette gamme intermédiaire de fréquences, une dépendance avec un exposant supérieur est obtenue avec un gradient de pression adverse ($\omega^{-0.7}$) et inférieur avec un gradient favorable ($\omega^{-0.3}$). Comme Goody [73] et beaucoup d'autres auteurs, ils obtiennent une décroissance en ω^{-5} pour la gamme de fréquences la plus grande. Au niveau de la gamme de fréquences la

Cas	U_∞ m/s	$\delta^* \times 10^3$ m	H	u_τ m/s	$Re_{\delta*} \times 10^{-3}$	Re^+	β
ZPG	11	3.1	1.34	0.48	2.2	633	0
	25	2.8	1.30	1.02	4.7	1006	0
	36	3.2	1.30	1.35	7.4	1778	0
	45	3.7	1.31	1.65	11	2718	0
	59	3.6	1.31	2.05	14	3374	0
	76	2.9	1.28	2.71	15	3559	0
	100	3.5	1.30	3.54	23	5050	0
APG	8	8.4	1.38	0.31	4.6	1036	0.95
	12	8.2	1.42	0.42	6.7	1122	1.06
	19	6.2	1.41	0.66	7.9	1321	0.83
	27	5.0	1.36	0.96	9.1	1596	0.64
	38	5.5	1.31	1.34	14	3555	0.71
	45	5.8	1.31	1.55	18	5135	0.81
	57	5.2	1.31	1.95	20	5139	0.72
	76	6.0	1.31	2.45	30	8027	0.94
FPG	10	2.1	1.27	0.50	1.5	501	−0.48
	32	2.1	1.24	1.35	4.6	1353	−0.63
	45	1.7	1.23	1.90	5.0	1881	−0.50
	63	1.8	1.22	2.53	7.5	2490	−0.59

Table 1.3 – Récapitulatif des paramètres caractéristiques de couches limites correspondants aux différentes configurations retenues dans le cadre du projet.

plus faible, ils montrent que pour le cas sans gradient, le spectre atteint un maximum de 5 dB pour $\omega\delta^*/U_\infty \sim 0.4$. Ils observent que dans cette région, avec un gradient adverse, les niveaux augmentent jusqu'à 4 dB supplémentaire avec un maximum localisé sensiblement à la même fréquence. Avec un gradient favorable, les niveaux sont légèrement inférieurs et la courbe de fréquence devient plus ou moins plate. Ainsi, la fréquence pour laquelle les niveaux sont maximaux ne peut être clairement définie. Ils trouvent un maximum de 8 dB pour le cas adverse, 4 dB pour le cas sans gradient et 3 dB pour le cas avec gradient favorable.

Ils ont également observé que la moyenne quadratique de la pression pariétale augmente avec un gradient adverse (de l'ordre de 5) et diminue avec un gradient de pression favorable (de l'ordre de 2) en comparaison du cas sans gradient (de l'ordre de 3). Pour les spectres fréquence-nombre d'onde, ils obtiennent des spectres où les contributions acoustique et aérodynamique sont clairement séparées, cette dernière étant fortement allongée dans la direction transverse k_y. Ils observent sur ces spectres qu'avec un gradient de pression favorable, le pic convectif est plus fin dans la direction longitudinale k_x. De plus, ils obtiennent une contribution acoustique qui semple plus intense avec un gradient favorable que sans gradient de pression. Pour la vitesse de convection, le maximum de la vitesse est $U_c = 0.8U_\infty$. Il est obtenu pour le cas sans gradient de pression pour la fréquence $\omega\delta^*/U_\infty = 0.25$. Pour le cas avec un gradient favorable, le maximum est de $U_c = 0.85U_\infty$ à la fréquence $\omega\delta^*/U_\infty = 0.25$ et pour le cas adverse, le maximum est de $U_c = 0.9U_\infty$ à la fréquence $\omega\delta^*/U_\infty = 0.6$. Ils trouvent de plus que ces résultats sont en bon accord avec un modèle de Smol'yakov modifié [179].

1.6 Conclusion

Dans cette partie, une étude bibliographique sur la couche limite turbulente a été réalisée. La description de la couche limite turbulente et des structures tourbillonnaires qu'elle contient ont d'abord été détaillées. Une vue d'ensemble de la littérature et les principaux résultats connus au sujet de la pression pariétale et du bruit rayonné par une couche limite turbulente ont ensuite été présentés. Le gradient de pression a ensuite été défini et ses effets connus résumés. Finalement, le détail des expériences et des mesures de pression pariétale sous une couche limite turbulente avec et sans gradient de pression (adverse et favorable) réalisées au sein de LMFA dans le cadre du projet SONOBL, a été décrit.

Chapitre 2

Méthodes numériques d'ordres élevées pour l'aéroacoustique

L'ensemble des calculs dans le cadre de cette thèse sont effectués en utilisant un code CAA (Computational AeroAcoustics). Ce code de calcul compressible est développé au sein du laboratoire DynFluid et repose sur la méthode des différences finies. Il permet ainsi de réaliser des calculs directs permettant l'obtention simultanée des champs aérodynamique et acoustique. L'obtention d'un champ acoustique propre impose l'utilisation de méthodes numériques spécifiques afin de ne pas dissiper les fluctuations de pression acoustique d'ordre de grandeur faible en comparaison des fluctuations de pression aérodynamique. Ainsi la méthode numérique employée doit être faiblement dissipative et capable de propager le champ acoustique en champ lointain sans distorsion. Ce code CAA utilise donc des schémas spatiaux et temporels d'ordre élevé avec des coefficients optimisés afin de minimiser l'erreur de dissipation et de dispersion pour les nombres d'ondes résolus. Dans ce chapitre, après la présentation des équations qui sont résolues, on présente les méthodes numériques qui sont utilisées pour le calcul de couche limite turbulente soumise à un gradient de pression. Pour un descriptif plus complet des algorithmes utilisés dans le code présenté, on pourra se référer à la thèse de Le Garrec [116]. Ce chapitre est consacré à la description du solveur (LES) utilisé, des équations résolues, des schémas de discrétisation spatiale et d'avancement temporel, du traitement des conditions aux limites : Une attention particulière est donnée à la prise en compte des géométries curvilignes, qui a été mise en place dans le solveur parallélisé dans le cadre de cette thèse.

2.1 Équations résolues

Les équations résolues dans le code CAA sont les équations de Navier-Stokes en régime compressible. En formulation conservative et pour un maillage cartésien (x, y, z), elles s'écrivent :

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial z} = 0 \tag{2.1.1}$$

avec :

$$\begin{aligned}
\mathbf{U} &= (\rho, \rho u, \rho v, \rho w, \rho E)^{\mathrm{T}} \\
\mathbf{E} &= \mathbf{E_e} - \mathbf{E_v} + q_x \\
\mathbf{F} &= \mathbf{F_e} - \mathbf{F_v} + q_y \\
\mathbf{G} &= \mathbf{G_e} - \mathbf{G_v} + q_z
\end{aligned}$$

où l'indice e correspond à la partie Euler et l'indice v à la partie visqueuse des flux, q_x, q_y et q_z correspondant aux trois composantes du flux de chaleur définies par $q_\alpha = -(\nu c_p)/Pr)(\partial T/\partial\alpha)$ où ν est la viscosité cinématique moléculaire, Pr le nombre de Prandtl et c_p la chaleur massique à pression constante. Les flux convectifs $\mathbf{E_e}$, $\mathbf{F_e}$ et $\mathbf{G_e}$ et les flux visqueux $\mathbf{E_v}$, $\mathbf{F_v}$ et $\mathbf{G_v}$ s'expriment de la façon suivante :

$$\begin{aligned}
\mathbf{E_e} &= \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho uw \\ (\rho E + p)u \end{pmatrix} \quad \mathbf{E_v} = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + w\tau_{xz} \end{pmatrix} \\
\mathbf{F_e} &= \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ \rho vw \\ (\rho E + p)v \end{pmatrix} \quad \mathbf{F_v} = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{yz} \\ u\tau_{xy} + v\tau_{yy} + w\tau_{yz} \end{pmatrix} \\
\mathbf{G_e} &= \begin{pmatrix} \rho w \\ \rho uw \\ \rho vw \\ \rho w^2 + p \\ (\rho E + p)w \end{pmatrix} \quad \mathbf{G_v} = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zz} \\ u\tau_{xz} + v\tau_{yz} + w\tau_{zz} \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{2.1.2}$$

ρ, p, u, v et w étant respectivement la masse volumique, la pression et les composantes horizontale, verticale et transversale de la vitesse. E représente l'énergie interne totale définie par :

$$E = p/\left[(\gamma - 1)\rho\right] + (u^2 + v^2 + w^2)/2,$$

avec le rapport des chaleurs massiques $\gamma = 1.4$. Le système est fermé par l'équation des gaz parfaits

$$p = \rho r T,$$

où T représente la température et r la constante des gaz parfaits. Les composantes du tenseur des déformations sont celles d'un fluide newtonien :

$$\begin{aligned}
\tau_{xx} &= \mu\left(2\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right)\right) \\
\tau_{xy} &= \mu\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) \\
\tau_{xz} &= \mu\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right) \\
\tau_{yy} &= \mu\left(2\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right)\right) \\
\tau_{yz} &= \mu\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right) \\
\tau_{zz} &= \mu\left(2\frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right)\right)
\end{aligned}$$

La viscosité dynamique est déterminée à partir de la loi de Sutherland qui peut être écrite

$$\mu(T) = \mu_0 \left(\frac{T}{T_0}\right)^{3/2} \frac{T_0 + S_0}{T + S_0}$$

avec $\mu_0 = \mu(T_0)$ la viscosité dynamique à la température T_0 et S_0 la température de Sutherland.

2.2 Simulation des grandes échelles

Dans le cadre de ce travail, les simulations numériques sont effectuées à l'aide de calculs directs réalisés grâce à un solveur numérique basé sur la Simulation des Grandes Échelles (SGE) (ou *Large Eddy Simulation* (LES) en anglais) résolvant les équations de Navier-Stokes compressibles, permettant l'accès à la description complète de l'écoulement turbulent et du champ acoustique. Dans cette partie, on se propose de détailler la stratégie utilisée pour la SGE.

2.2.1 Principe et approches traditionnelles

La simulation des grandes échelles consiste à simuler un écoulement turbulent en définissant un nombre d'onde de coupure, grâce à un filtre, au-delà duquel l'énergie due aux mouvements tourbillonnaires est prise en compte par un modèle dit modèle sous-maille. En effet, le maillage ne peut pas résoudre toutes les échelles présentes au sein d'un écoulement. Ainsi les échelles plus grandes que la largeur du filtre Δ sont calculées explicitement tandis que les échelles de sous maille (subgrid scales ou SGS en anglais) sont modélisées. La fonction filtre G est appliquée à une variable f de l'écoulement de la façon suivante :

$$\overline{f}(\mathbf{x}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} G(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \Delta) f(\mathbf{x}', t)\, d\mathbf{x}'$$

où l'opérateur barre désigne l'opération de filtrage. Pour les équations de Navier-Stokes, sous la condition que le filtre et l'opérateur de différentiation commutent, le tenseur des contraintes s'écrit $\mathcal{T}_{ij} = \overline{u_i u_j} - \overline{u}_i\,\overline{u}_j$. Deux principaux modèles de fermeture ont été proposés pour $\mathcal{T}_{ij}$. Les modèles à viscosité turbulente, introduits par Smagorinsky [178], sont basés sur l'approximation de Boussinesq dans laquelle les tensions de Reynolds sont reliées au tenseur des contraintes par une viscosité ν_e, $\mathcal{T}_{ij} - \frac{1}{3}\delta_{ij}\mathcal{T}_{kk} \approx -2\nu_e \overline{S}_{ij}$. En clair, les plus gros tourbillons sont calculés (ils sont physiquement visibles dans le domaine de calcul), les plus petits sont pris en compte en introduisant une viscosité supplémentaire. Les autres modèles sont des modèles de similarité d'échelles (scale similarity models ou SSM en anglais). Le modèle SSM a été proposé par Bardina *et al.* [13] et est basé sur le fait que les plus grandes structures non résolues interagissent avec les plus petites structures résolues. Les tensions de Reynolds sont approximées par le tenseur des contraintes calculé à partir des échelles résolues en employant un filtre additionnel dont la largeur caractéristique est supérieure ou égale à celle du filtre originel G, $\mathcal{T}_{ij} \approx \overline{\overline{u}_i\,\overline{u}_j} - \overline{\overline{u}}_i\,\overline{\overline{u}}_j$. Dans le modèle de Smagorinsky (SM), la viscosité turbulente est proportionnelle à une longueur définie comme le pas d'espace effectif $\overline{\Delta}$ et à une échelle de vitesse basée sur le taux de contraintes, $|\overline{S}| = (2\overline{S}_{ij}\overline{S}_{ij})^{1/2}$:

$$\nu_e = (C\overline{\Delta})^2 |\overline{S}|\,,$$

où la constante C est égale à 0.18 pour une turbulence homogène isotrope. Ce modèle a été amélioré en introduisant une procédure dynamique qui évalue localement ($C\overline{\Delta}$). Le

modèle de Smagorinsky dynamique (DSM) [63, 65] repose sur l'utilisation d'un filtre test avec une largeur généralement deux fois supérieure à celle de G et sur l'identité de Germano. Les informations issues des fines structures permettent d'adapter la valeur de $(C\overline{\Delta})$ en temps et en espace afin de prendre en compte la présence de parois solides, l'existence de régions laminaires au sein de l'écoulement et les effets de *backscatter*. Par analogie avec la viscosité turbulente spectrale de Kraichnan, Lesieur et Métais [121] ont proposé une autre méthode pour évaluer la viscosité turbulente à partir d'une fonction de structure du second ordre. Cependant tous les modèles de viscosité turbulente souffrent des mêmes limitations. L'expression du tenseur de Reynolds étant similaire à une viscosité, celle-ci va agir sur toutes les échelles résolues et le nombre de Reynolds effectif sera artificiellement réduit. Cette carence est soulignée par de nombreuses études, qui utilisent une solution de référence obtenue à l'aide d'une DNS ou par des expériences pour évaluer la contribution exacte des termes de sous-maille. Toutes ces études révèlent une faible corrélation entre le modèle de sous maille et $\mathcal{T}_{ij}$ [41, 125, 134, 202]. Cette observation est vraie pour tous les modèles de sous maille basés sur l'approximation de Boussinesq [170]. Les modèles de similarité d'échelles (SSM) fournissent d'assez bonnes corrélations du fait qu'ils approximent la vitesse résolue par la vitesse filtrée $u_i \approx \overline{u}_i$. Liu *et al.* [125] ont noté une bonne corrélation en utilisant un filtre secondaire (noté par un chapeau) avec une largeur de filtre plus grande 2Δ : $\mathcal{T}_{ij} \approx \widehat{\overline{u}_i\overline{u}_j} - \widehat{\overline{u}}_i\widehat{\overline{u}}_j$. Cependant, les méthodes SSM ne sont pas capables de reproduire les phases d'interaction non linéaire se produisant aux petites échelles et ne sont pas assez dissipatifs. L'accumulation d'énergie peut conduire à une divergence de la simulation numérique. Le concept des modèles mixtes (MM) est alors apparu [13], car il permet de combiner les avantages des modèles SSM et le caractère dissipatif des modèles de sous maille tels que SM, pour des raisons évidentes de stabilisation. De nombreuses formulations de modèles mixtes ont été proposées avec des procédures dynamiques d'évaluation des coefficients [88, 120, 160, 196, 205]. Ces modèles possèdent les mêmes points faibles que les modèles SM ou DSM, à savoir un caractère dissipatif dû à la viscosité turbulente, mais les résultats sont sensiblement améliorés par la faible valeur de ν_e (~ 0.01 pour les modèles DMM (pour *Dynamic Mixted Model*) contre 0.1 pour les modèles DSM dans [205]).

2.2.2 Limitations des modèles de viscosités turbulentes

Bogey et Bailly [21] ont mené des simulations de jets subsoniques à haut nombre de Reynolds avec ou sans le modèle dynamique de Smagorinsky (DSM). Le développement du jet est fortement modifié par l'emploi du modèle de viscosité turbulente. Les caractéristiques associées à un écoulement à haut nombre de Reynolds sont mieux reproduites sans viscosité supplémentaire. En ce qui concerne la LES d'écoulements turbulents dans des cavités ouvertes [70], l'utilisation d'un filtrage explicite seul, ou couplé avec le modèle de Smagorinsky (SM) comportant une fonction d'amortissement de van Driest pour le traitement des parois, modifie les structures se développant dans la couche de mélange ainsi que le champ acoustique rayonné. Les figures de vorticité 2.1 montrent clairement que l'écoulement turbulent comporte plus de fines structures dans la couche limite turbulente amont ainsi que dans la couche cisaillée lorsque le modèle de viscosité turbulente est désactivé. On peut en conclure que le nombre de Reynolds effectif est diminué par l'ajout du modèle de viscosité turbulente, cette conclusion ayant déjà été établie par Bogey et Bailly [21].

Deux choses sont à noter concernant les approches LES traditionnelles. En premier, aucune donnée explicite n'est nécessaire concernant la largeur ou la forme du filtre G, même si l'opération de filtrage doit avoir une influence. Par exemple, les quantités filtrées ne sont pas les mêmes si le produit de convolution avec G s'effectue avec un filtre passe-bas de lar-

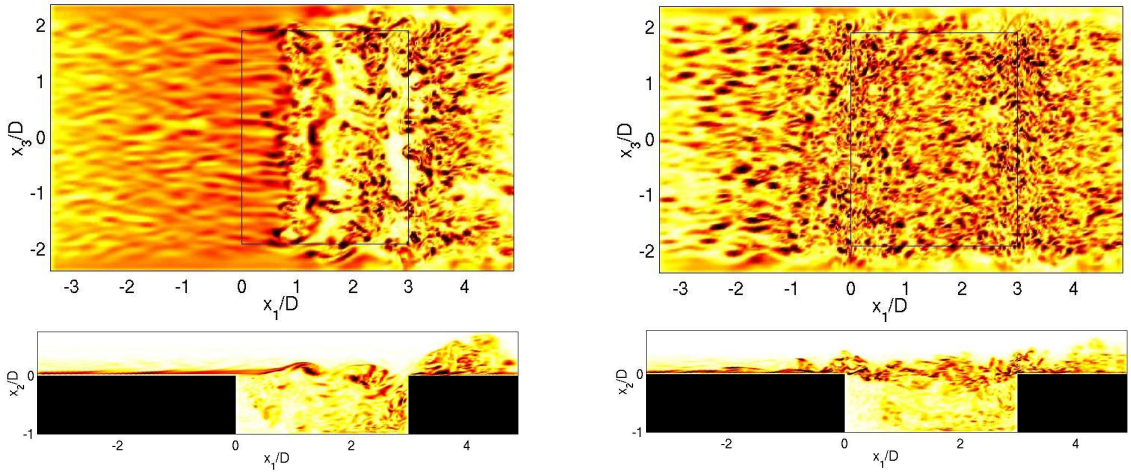


Figure 2.1 – Influence du modèle de sous maille sur l'écoulement affleurant une cavité. LES d'une cavité dans la configuration expérimentale de Karamcheti ($L/D = 3$ et M= 0.8) : écoulement amont turbulent avec modèle SM ($C_S = 0.18$ et fonction d'amortissement de van Driest à la paroi) (à gauche) ; écoulement amont turbulent avec filtrage explicite seul (à droite). Vues instantanées du module de la vorticité $\|\boldsymbol{\omega}\|$ en $x_2 = 0.06D$ (en haut) et $x_3 = 0$ (en bas). Niveaux entre 0 et $2{\times}10^6$ s^{-1} (Gloerfelt *et al.* [70]).

geur Δx ou par la projection d'un nombre fini de modes dans l'espace spectral (filtre passe bas parfait). Quand on applique un filtre réel dans l'espace physique, la décomposition $f = \overline{f} + f'$ ne permet pas une séparation claire entre les échelles résolues et non résolues car $\overline{f}$ et f' se recouvrent dans l'espace des nombres d'onde. De plus, les opérateurs de discrétisation introduisent des erreurs numériques qui peuvent grandement affecter les résultats [64]. En dehors de l'utilisation d'une méthode spectrale, l'opération de differentiation introduit une troncature additionnelle de $\overline{f}$. C'est pourquoi de nombreux auteurs [34, 55, 78] répartissent la solution en échelle résolue et échelle de sous-filtre (subfilter-scale ou SFS en anglais). Les erreurs de discrétisation et le filtre non parfait sont responsables de l'existence de SFS résolues (RSFS) et non résolues. La stratégie LES doit donc tenir compte des effets des échelles de sous-filtre résolues et des échelles de sous-maille.

2.2.3 Approche utilisée dans le cadre de ce travail

Pour ces travaux de thèse, on choisit de combiner l'utilisation de schémas aux différences finies ayant de bonnes propriétés spectrales avec un filtrage explicite sans modèle additionnel de viscosité. Tout d'abord l'erreur de troncature est minimisée pour des ondes à plus de 4 points par longueur d'onde. De plus, le filtrage explicite présente de nombreux avantages. Il permet de s'affranchir des problèmes d'aliasing et supprime les oscillations maille à maille. Il fait aussi office de déconvolution en supprimant les fluctuations dont le nombre d'onde est supérieur à la résolvabilité du schéma aux différences finies. Mathew *et al.* [131] ont démontré que la méthode ADM est quasiment similaire à une déconvolution suivie d'un filtrage explicite $Q_N * G$. Dans notre cas, les ondes telles que $k\Delta x < \pi/2$ sont résolues temporellement et spatialement et n'ont donc pas besoin d'être déconvoluées. Les ondes telles que $k\Delta x > \pi/2$ sont mal résolues mais sont filtrées. De plus, le filtrage explicite induit une régularisation similaire à celle utilisée dans les méthodes ADM, mais avec un coefficient constant. Étant donné que le filtre n'affecte pas les échelles résolues, la valeur exacte du coefficient n'est pas cruciale. Par exemple, Bogey et Bailly [21] appliquent le filtre à toutes les itérations temporelles ou toutes les trois itérations sans que cela n'affecte

les résultats. Stolz *et al.* [183] arrivent eux aussi à la conclusion que les résultats sont peu sensibles à la valeur du coefficient de relaxation χ. L'implémentation numérique d'une procédure dynamique d'estimation des transferts d'énergie améliorerait la consistance de notre approche.

L'utilisation d'un filtrage explicite comme régularisation assure une séparation nette identique à celle des approches multi-échelles. L'effet des échelles de sous maille est pris en compte implicitement dans la région $\pi/2 < k\Delta x \lessapprox 3\pi/4$ par le filtre et les différences finies car leurs coupures dans l'espace spectral ne sont pas nettes. Visbal *et al.* [194] incluent donc ce type d'approche dans la catégorie des LES implicites (ILES). Cette méthode a été appliquée avec succès pour la simulation d'un canal plan, d'écoulements autour de cylindres ou de profils, avec des résultats aussi bons que ceux obtenus avec la méthode DSM. Cette stratégie LES présente aussi l'avantage d'être versatile. Le filtrage explicite étant utilisé en combinaison avec des schémas aux différences finies d'ordre élevé, aucun autre modèle n'a besoin d'être implémenté. Des modèles comme le modèle DSM peuvent augmenter le coût de calcul de 20% jusqu'à un ordre de grandeur. La présente stratégie est donc bien adaptée à la simulation d'écoulements complexes à haut nombre de Reynolds.

2.3 Schémas de discrétisation spatiale

Afin de calculer les différents termes dans les équations faisant appel à des dérivées spatiales, on utilise des schémas haute précision et optimisés afin de minimiser les erreurs de dispersion et de dissipation liées respectivement aux erreurs de phase et d'amplitude. On utilise des schémas aux différences finies centrés d'ordre élevé qui sont par construction non dissipatifs. L'utilisation de tels schémas de dérivation permet l'obtention d'une erreur de discrétisation très faible. Ces schémas sont optimisés dans l'espace de Fourier et définis de façon à minimiser l'erreur sur une large bande de nombres d'onde afin d'utiliser au mieux la discrétisation choisie. L'objectif étant la maîtrise de la limite de résolvabilité du maillage afin de connaître la coupure entre les nombres d'onde résolus et non résolus.

2.3.1 Différences finies standards sur $2N+1$ points d'ordre $2N$

Une dérivée spatiale $\partial f/\partial x$ peut être approximée par :

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x_0) = \frac{1}{\Delta x}\sum_{j=-N}^{N} a_j[f(x_0+j\Delta x))] = \frac{1}{\Delta x}\sum_{j=1}^{N} a_j[f(x_0+j\Delta x) - f(x_0-j\Delta)] \quad (2.3.1)$$

avec $a_j = -a_{-j}$, N la taille de la molécule de calcul et Δx le pas d'espace constant (maillage régulier).

Afin d'obtenir les coefficients a_j, on annule les termes du développement de Taylor de f jusqu'à l'ordre Δx^{2N-1}. En utilisant

$$f(x_0+j\Delta x) = f(x_0) + j\Delta x f'(x_0) + \frac{(j\Delta x)^2}{2!}f''(x_0) + \frac{(j\Delta x)^3}{3!}f'''(x_0) + \frac{(j\Delta x)^4}{4!}f^{(4)}(x_0) + \cdots$$
$$f(x_0+j\Delta x) = f(x_0) - j\Delta x f'(x_0) + \frac{(j\Delta x)^2}{2!}f''(x_0) - \frac{(j\Delta x)^3}{3!}f'''(x_0) + \frac{(j\Delta x)^4}{4!}f^{(4)}(x_0) - \cdots$$

dans (2.3.1). On obtient :

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x_0) = \frac{1}{\Delta x}\sum_{j=1}^{N} a_j \left[2j\Delta x f'(x_0) + \frac{2j^3\Delta x^3}{3!} f'''(x_0) + \frac{2j^5\Delta x^5}{5!} f^{(5)} + \frac{2j^7\Delta x^7}{7!} f^{(7)} + \cdots \right]$$

et

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{N} 2j a_j = 1 \\ \sum_{j=1}^{N} j^3 a_j = 0 \\ \quad\vdots \\ \sum_{j=1}^{N} j^{2N-1} a_j = 0 \end{cases} \quad N \;\; relations \quad \rightarrow \quad ordre \;\; 2N \tag{2.3.2}$$

En effectuant la transformée de Fourier de (2.3.1), on définit un nombre d'onde effectif du schéma aux différences finies k^* :

$$k^*\Delta x = 2\sum_{j=1}^{N} a_j sin(jk\Delta x)$$

L'erreur de dispersion est donnée par :

$$\mid k^*\Delta x - k\Delta x \mid /\pi$$

Le nombre d'onde effectif des schémas standards est tracé sur la figure 2.2 ainsi que l'erreur de dispersion.

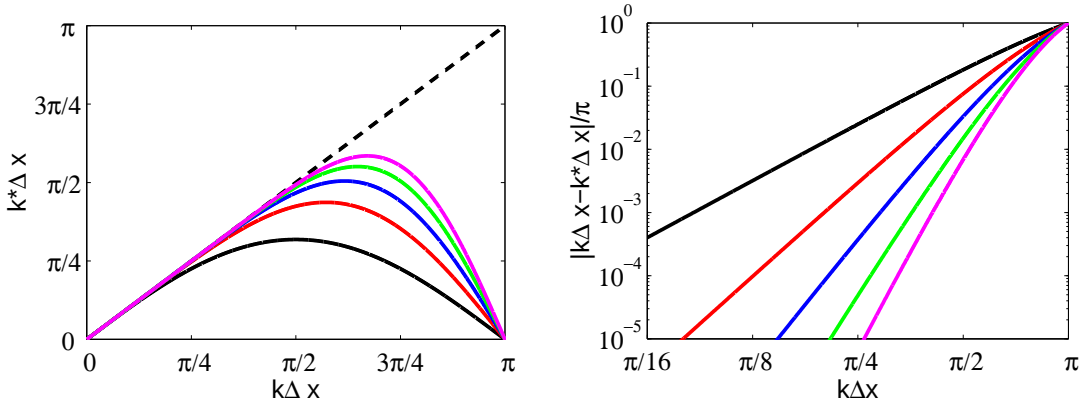


Figure 2.2 – Caractéristiques des schémas dans l'espace des nombres d'onde. A gauche, on trace le nombre d'onde effectif des schémas standards d'ordre 2 (——), 4 (——), 6 (——), 8 (——), 10 (——) en fonction de $k\Delta x$. La relation exacte est fournie par la droite en pointillés. A droite, l'erreur de discrétisation du schéma aux différences finies est représentée avec une échelle logarithmique.

2.3.2 Schémas optimisés

Afin d'obtenir une résolution permettant de minimiser l'erreur de dispersion plutôt que de maximiser l'ordre de résolution du schéma au sens des séries de Taylor, on utilise

des schémas de type DRP (*Dispersion Relation Preserving*). Ce type d'optimisation a été introduit par Tam et Webb [187]. Le principe est basé sur la minimisation de l'erreur :

$$E = \int_{\ln(k\Delta x)_l}^{\ln(k\Delta x)_h} |k^\star \Delta x - k\Delta x| \; d(\ln(k\Delta x)) \qquad \rightarrow \qquad \frac{\partial E}{\partial a_j} = 0$$

où il faut choisir les 2 limites $(k\Delta x)_l$ et $(k\Delta x)_h$. Pour créer un schéma optimisé sur $2N+1$ points d'ordre $2M$ ($M < N$), on vérifie les M relations annulant les termes du développement de Taylor jusqu'à Δx^{2M-1} puis on ajoute $M-N$ relations $\partial E/\partial a_j = 0$ pour $j = 1$ à $M-N$ afin d'obtenir un système de N équations à N inconnues a_j. On donne ci-après les paramètres d'optimisation pour le schéma sur 11 points avec des contraintes d'ordre 4 utilisé pour les points intérieurs dans notre solveur.

Schéma optimisé sur 11 points à l'ordre 4

On résout le système :

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{N} 2j a_j = 1 \\ \sum_{j=1}^{N} j^3 a_j = 0 \\ \frac{\partial E}{\partial a_1} = 0 \\ \frac{\partial E}{\partial a_2} = 0 \\ \frac{\partial E}{\partial a_3} = 0 \end{cases} \tag{2.3.3}$$

avec $(k\Delta x)_l = \pi/16$ et $(k\Delta x)_h = \pi/2$.
Les coefficients obtenus sont donnés par Bogey et Bailly [20, 22].

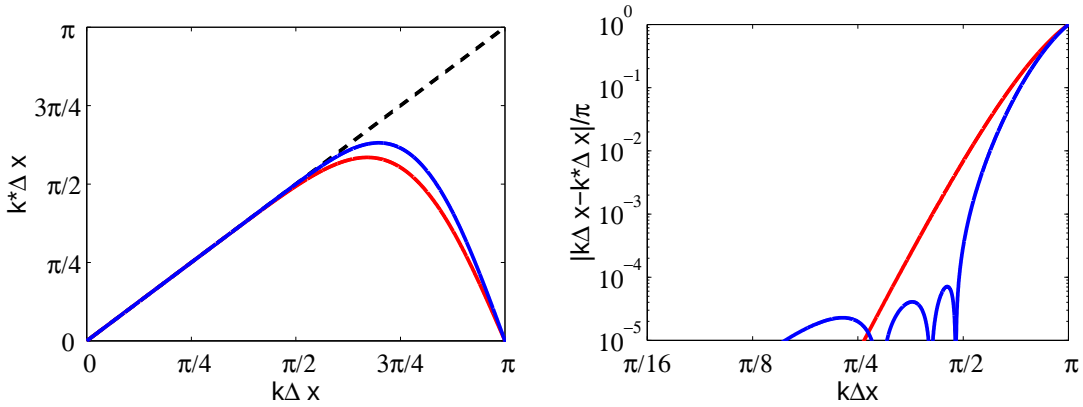


Figure 2.3 – Comparaison des schémas standard et optimisé sur une molécule de 11 points dans l'espace des nombres d'onde. A gauche, on trace le nombre d'onde effectif des schémas standard d'ordre 10 (——) et optimisé d'ordre 4 sur 11 points (——) en fonction de $k\Delta x$. La relation exacte est fournie par la droite en pointillés. A droite, l'erreur de discrétisation du schéma aux différences finies est représentée avec une échelle logarithmique.

L'optimisation du schéma est clairement visible sur la figure 2.3, où l'erreur de dispersion du schéma optimisé sur 11 points est nettement inférieure à celle du schéma standard d'ordre 10 pour des valeurs de $k\Delta x$ comprises entre $\pi/4$ et $\pi/2$.

2.3.3 Filtrage sélectif

Les oscillations maille à maille (1 point sur 2 soit $k\Delta x = \pi$) ne sont pas résolues par les différences finies centrées. Ces oscillations "parasites" peuvent apparaître au niveau des conditions aux limites, lorsqu'il existe des forts gradients ou des discontinuités (phénomène de Gibbs) et risquent de contaminer la solution. On introduit un filtrage sélectif centré (non dispersif) pour dissiper ces hautes fréquences sans affecter la solution physique :

$$f^{\text{filtré}}(x_0) = f(x_0) - \chi D_f(x_0) \quad \text{avec} \quad 0 \leqslant \chi \leqslant 1 \quad \text{et} \quad D_f(x_0) = \sum_{j=-N}^{N} d_j f(x_0 + j\Delta x)$$

La fonction d'amortissement du filtre centré est :

$$D_k(k\Delta x) = d_0 + \sum_{j=1}^{N} 2d_j \cos(jk\Delta x)$$

De même que pour les différences finies, on peut déterminer les coefficients d_j des filtres sélectifs en annulant les termes du développement de Taylor jusqu'à Δx^{2N-1}. On obtient les filtres standards sur $2N+1$ points d'ordre $2N$. Les fonctions d'amortissements des filtres standards sont tracées sur la figure 2.4.

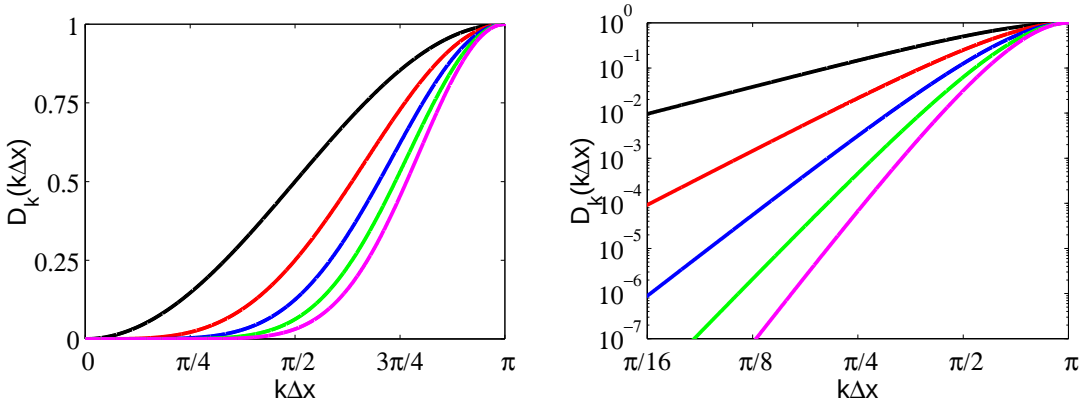


Figure 2.4 – Caractéristiques des filtres sélectifs dans l'espace des nombres d'onde. A gauche, on trace la fonction de transfert des filtres standards d'ordre 2 (——), 4 (——), 6 (——), 8 (——), 10 (——) en fonction de $k\Delta x$. A droite, l'erreur de dissipation du filtre est représentée avec une échelle logarithmique.

On peut aussi choisir de calculer les coefficients d_j en minimisant l'erreur de dissipation :

$$E = \int_{\ln(\pi/16)}^{\ln(\pi/2)} D_k(k\Delta x)\ d(\ln(k\Delta x))$$

On obtient des filtres optimisés. Par exemple le filtre sur 11 points d'ordre 2 [20], est comparé avec le filtre standard d'ordre 10 sur la figure 2.5. On remarque que pour des valeurs de $k\Delta x$ proche de $\pi/2$, l'erreur de dissipation du filtre est bien moindre pour le filtre optimisé. Cependant l'optimisation du filtre augmente légèrement le niveau de dissipation pour les faibles nombres d'onde. On peut limiter la dégradation aux bas nombres d'onde en utilisant une petite amplitude de filtrage ξ (on prendra $\xi = 0.2$ pour nos calculs) et en appelant moins souvent la procédure de filtrage (ici une seule fois par pas de temps Δt et non pas à chaque sous-étape du schéma temporel de type Runge-Kutta sur 6 étapes utilisé qui est présenté dans la partie suivante, soit 1 fois sur 6 évaluations des flux).

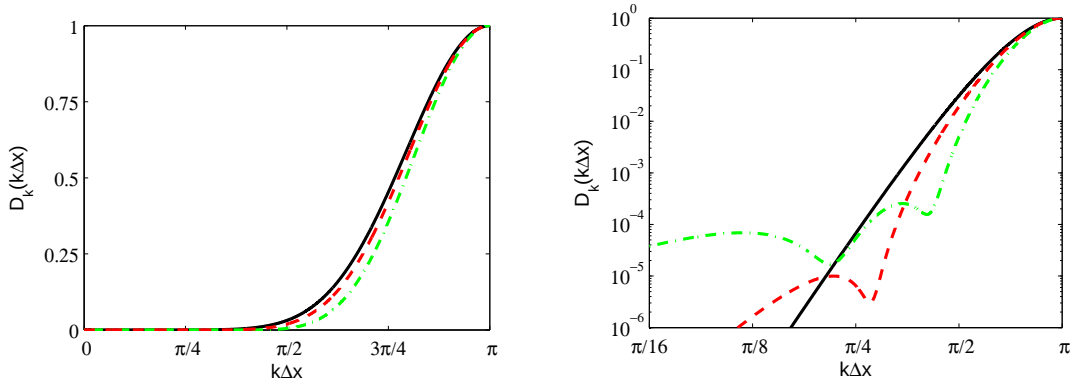


Figure 2.5 – Caractéristiques des filtres sélectifs dans l'espace des nombres d'onde. À gauche, on trace la fonction de transfert du filtre optimisé sur 11 points d'ordre 2 [20] (– · – · –), du filtre optimisé sur 11 points d'ordre 6 [22] (– – –) et du filtre standard d'ordre 10 (——). À droite, l'erreur de dissipation du filtre est représentée avec une échelle logarithmique.

2.4 Schémas d'avancement temporel

Il faut disposer d'un algorithme d'intégration temporelle minimisant les erreurs de dispersion et de dissipation et qui possède une plage de résolution fréquentielle compatible avec celle des schémas spatiaux. On distingue deux grandes classes : les schémas explicites et les schémas implicites. Les schémas actuellement disponibles dans le code CAA sont explicités, décrits dans les paragraphes suivants.

2.4.1 Critères de stabilité des schémas explicites

Pour les méthodes explicites, l'étude de stabilité de l'algorithme impose que le pas de temps Δt vérifie deux types de critères : le premier lié aux termes convectifs est le critère de Courant-Friedrichs-Lewy (CFL) et le second lié aux termes visqueux et aux termes de conduction-diffusion correspond au critère de Fourier.

Critère CFL

Cette condition de stabilité impose que la distance parcourue pendant le temps Δt par une perturbation se propageant à la vitesse $u_i \pm c$ soit en principe inférieure à la distance entre deux points du maillage [86]. En coordonnées cartésiennes, le critère s'écrit donc :

$$\mathrm{CFL} = \Delta t \times \max_i \left[\frac{|u_i| + c}{\Delta x_i} \right]$$

Critère visqueux

De la même façon, il faut respecter un critère de discrétisation spatio-temporelle pour les flux visqueux pour assurer la convergence de l'algorithme. Il s'écrit :

$$C_{\text{visqueux}} = \Delta t \times \max_{i,j} \left[\frac{\nu}{\Delta x_i \Delta x_j} \right] \leqslant 2$$

On peut faire deux remarques. Pour les écoulements haut subsoniques à supersoniques, c'est généralement le critère CFL qui sera le plus restrictif. Par exemple, pour un $(\Delta x_i)_{min}$

de 10^{-6} m et un nombre de Mach de 0.5, et un nombre de CFL de 1, le critère CFL impose $\Delta t \leqslant 1.93 \times 10^{-9}$ s alors que la condition de stabilité visqueuse nécessite $\Delta t \leqslant 1.33 \times 10^{-7}$ s. Ensuite, on constate que le pas de temps, imposé par la plus petite maille, sera toujours très faible, ce qui est un des principaux inconvénients des méthodes explicites que l'on utilise.

2.4.2 Schémas de Runge-Kutta

Souvent, on utilise une méthode de Runge-Kutta à p sous-étapes d'ordre élevé et/ou optimisée. Sa forme générale, pour intégrer l'équation $\partial \mathbf{U}/\partial t = \mathbf{F}(\mathbf{U}, t)$, s'écrit :

$$\mathbf{U}^{n+1} = \mathbf{U}^n + \Delta t \sum_{i=1}^{p} b_i K^i \quad \text{avec} \quad \mathbf{K}^i = \mathbf{F}\left(\mathbf{U}^n + \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij}\mathbf{K}^j, t^n + c_j \Delta t\right)$$

où $c_i = \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij}$ pour $i = 1, ...p$. L'analyse permettant de déterminer les coefficients pour atteindre un ordre donné repose de nouveau sur le développement de Taylor de $\mathbf{U}$:

$$\mathbf{U}^{n+1} = \mathbf{U}(t^n + \Delta t) = \mathbf{U}^n + \Delta t \mathbf{F}(\mathbf{U}^n, t^n) + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\Delta t^n}{n!} F^{(n-1)}(\mathbf{U}^n, t^n)$$

avec

$$F^{(1)}(\mathbf{U}^n, t^n) = \left.\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial t}\right|_n \left.\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{U}}\right|_n \left.\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t}\right|_n$$

Schémas de Runge-Kutta standards

Le plus célèbre est celui d'ordre 4 proposé par Runge (1895) et Kutta (1901) :

c_i	a_{ij}
	b_i

0	0			
1/2	1/2			
1/2	0	1/2		
1	0	0	1	
	1/6	1/3	1/3	1/6

La détermination de l'ordre conditionne en partie sa stabilité. On montre en effet à partir de l'analyse de Fourier du problème $\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \mathbf{x}}$ où $\mathbf{U} = \hat{\mathbf{U}} e^{ikx}$, que le facteur d'amplification g s'écrit :

$$g = \frac{\hat{\mathbf{U}}^{n+1}}{\hat{\mathbf{U}}^n} = 1 + \sum_{i=1}^{p} \gamma_i z^i \quad \text{avec} \quad z = -kc\Delta t$$

Pour $p \leqslant 6$:

$$\gamma_1 = \sum b_i \qquad \gamma_3 = \sum b_i a_{ij} c_j \qquad \gamma_5 = \sum b_i a_{ij} a_{jk} a_{kl} c_l$$
$$\gamma_2 = \sum b_i c_i \qquad \gamma_4 = \sum b_i a_{ij} a_{jk} c_k \qquad \gamma_6 = \sum b_i a_{ij} a_{jk} a_{kl} a_{lm} c_m$$

Le facteur d'amplification exact est :

$$g_e = e^{iz} = 1 + iz + \frac{1}{2}(iz)^2 + \frac{1}{6}(iz)^3 + \frac{1}{24}(iz)^4 + ...$$

Schémas de Runge-Kutta linéaires à stockage réduit

Pour obtenir des schémas nécessitant peu de stockage, on impose $b_p = 1$ et $b_i = 0$ pour $i = 1, ..., p-1$ [92]. Les seuls a_{ij} non nuls sont les $a_{i\,i-1}$. Le schéma s'écrit :

$$\mathbf{U}^{n+1} = \mathbf{U}^n + b_p K^p \quad \text{avec} \quad \mathbf{K}^i = \Delta t \mathbf{F}\left(\mathbf{U}^n + \alpha_{i-1}\mathbf{K}^{i-1}, t^n + c_i \Delta t\right)$$

en posant $\alpha_i = a_{i\,i-1}$ et $\alpha_0 = 0$. Pour un opérateur linéaire,

$$\begin{aligned}
\mathbf{K}^1 &= \Delta t \frac{\partial \mathbf{U}^n}{\partial t} \\
\mathbf{K}^2 &= \Delta t \mathbf{F}\left(\mathbf{U}^n + \alpha_1 \Delta t \frac{\partial \mathbf{U}^n}{\partial t}\right) \Delta t \frac{\partial \mathbf{U}^n}{\partial t} + \Delta t^2 \frac{\partial^2 \mathbf{U}^n}{\partial t^2} \\
&\vdots \\
\mathbf{K}^i &= \sum_{j=1}^{i} \left(\prod_{l=i-j+1}^{i-1} \alpha_l \right) \Delta t^j \frac{\partial^j \mathbf{U}^n}{\partial t^j}
\end{aligned}$$

Le schéma se développe en :

$$\mathbf{U}^{n+1} = \mathbf{U}^n + \sum_{j=1}^{p} \left(\prod_{l=p-j+1}^{p} \alpha_l \right) \Delta t^j \frac{\partial^j \mathbf{U}^n}{\partial t^j} + o(\Delta t^p) \quad \text{soit} \quad \alpha_{p-i+1} = (i-1)!/i! \quad i \in \{1, ..., p\}$$

À l'ordre 4, on obtient le tableau de coefficients suivant :

c_i	a_{ij}
	b_i

0	0			
1/4	1/4			
1/3	0	1/3		
1/2	0	0	1/2	
	0	0	0	1

Ce schéma est d'ordre 4 en linéaire et 2 en non linéaire.

Schémas de Runge-Kutta optimisés

Le facteur d'amplification effectif du schéma s'écrit :

$$g(\omega\Delta t) = \frac{\hat{\mathbf{U}}^{n+1}}{\hat{\mathbf{U}}^n} = 1 + \sum_{j=1}^{p} \left(\prod_{l=p-j+1}^{p} \alpha_l \right) (-i\omega\Delta t)^j \quad \text{et} \quad \gamma_j = \left(\prod_{l=p-j+1}^{p} \alpha_l \right)$$

En choisissant l'optimisation de Hu, Hussaini & Manthey [92], on minimise

$$\int_0^\Gamma |g - g_e|^2 \, d(\omega\Delta t) = \int_0^\Gamma \left| 1 + \sum_{j=1}^{p} \gamma_j (-i\omega\Delta t)^j - e^{-i\omega\Delta t} \right|^2 d(\omega\Delta t) \quad \text{et} \quad \Gamma = (\omega\Delta t)_{\max}$$

Avec l'optimisation de Bogey & Bailly [20], on minimise

$$\int_{\ln(\pi/16)}^{\ln(\pi/2)} (1 - |g(\omega\Delta t)|) \, d(\ln(\omega\Delta t)) + \int_{\ln(\pi/16)}^{\ln(\pi/2)} (|\omega^* \Delta t - \omega\Delta t|/\pi) \, d(\ln(\omega\Delta t))$$

avec les contraintes :

$$1 - |g| > 0 \quad \text{et} \quad \partial[\ln(1-|g|)]/\partial[\ln(\omega\Delta t)] \geqslant -5$$

On s'intéresse au rapport $g/g_e = re^{-i\varphi}$ et l'on trace le taux d'amplification r et l'erreur de phase φ. On définit 2 critères pour les erreurs d'amplitude et de phase : le premier critère $1 - |g| < 5 \times 10^{-4}$ donne $T_a/\Delta t$ et le deuxième critère $|\omega^*\Delta t - \omega\Delta t|/\pi < 5 \times 10^{-4}$ donne $T_p/\Delta t$. Le tableau 2.1 fournit les valeurs de ces deux critères pour le schéma de Runge Kutta d'ordre 4 et les schémas de Bogey et Bailly [20]. Ces derniers sont plus précis et moins dispersifs que le schéma de Runge Kutta d'ordre 4. On remarque aussi sur la figure 2.6 que le schéma de Hu *et al.* [92] à 6 sous-étapes est instable très rapidement lorsque $\omega\Delta t$ augmente. Les schémas de Bogey et Bailly [20] offrent le meilleur compromis précision / stabilité. Le schéma de Bogey et Bailly [20] avec $p = 6$ représente un très bon compromis entre précision et stabilité.

schéma	$pT_a/\Delta t$	$pT_p/\Delta t$
RK ordre 4 ($p = 4$)	38.6	33.6
Bogey & Bailly $p = 5$	21.4	22.2
Bogey & Bailly $p = 6$	19.8	24.6

Table 2.1 – Comparaison des critères de précision et de stabilité.

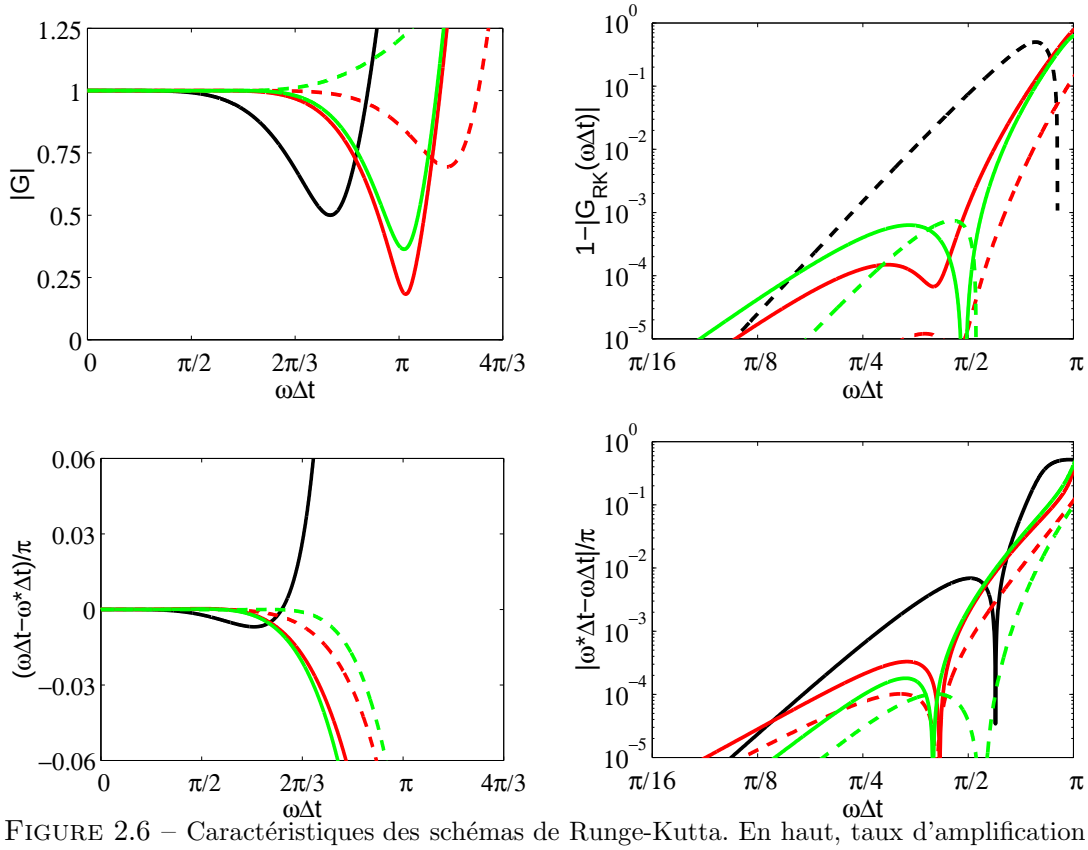


Figure 2.6 – Caractéristiques des schémas de Runge-Kutta. En haut, taux d'amplification r et en bas erreur de phase φ. A gauche, échelle linéaire et à droite échelle logarithmique. Schémas de Runge-Kutta standard d'ordre 4 (——), Runge-Kutta de Hu et *al* [92] pour $p = 5$ (——) et $p = 6$ (– – –), Runge-Kutta de Bogey et Bailly [20] pour $p = 5$ (——) et $p = 6$ (– – –).

2.5 Conditions aux limites

2.5.1 Conditions de non réflexion

La qualité d'une simulation aéroacoustique dépend fortement de la précision des conditions aux limites appliquées sur les frontières du domaine de calcul. Malgré les nombreuses études sur le sujet, il n'existe pas de formulation idéale et il faut écrire des conditions qui soient compatibles avec les conditions physiques à imposer, avec les méthodes numériques choisies et qui soient également compatibles entre elles. Pour des codes CFD dissipatifs, les ondes acoustiques sont souvent atténuées voire dissipées avant d'atteindre les frontières du domaine. Au contraire, en aéroacoustique numérique, les schémas sont très peu dissipatifs et il devient nécessaire de faire sortir les fluctuations acoustiques par des conditions non réfléchissantes ou absorbantes, en minimisant les réflexions qui pourraient se superposer aux ondes physiques. Une autre difficulté réside dans la compatibilité entre les différentes conditions limites ainsi qu'avec le traitement des points intérieurs.

Conditions de Tam et Dong

Conditions de rayonnement de Tam et Dong Cette condition limite non réfléchissante utilise, en 3-D, une expression asymptotique en champ acoustique lointain des équations d'Euler en coordonnées sphériques [186]. Cette formulation s'applique pour des frontières où seules des fluctuations acoustiques doivent sortir. En utilisant les coordonnées sphériques (r, θ, φ), la solution asymptotique s'écrit :

$$\frac{1}{V_g}\frac{\partial}{\partial t}\begin{pmatrix}\rho\\ u_j\\ p\end{pmatrix} + \left(\frac{\partial}{\partial r}+\frac{1}{r}\right)\begin{pmatrix}\rho-\bar{\rho}\\ u_j-\bar{u}_j\\ p-\bar{p}\end{pmatrix} = 0 \tag{2.5.1}$$

où $\bar{\rho}$, $\bar{u_j}$, et $\bar{p}$ sont les champs moyens et V_g désigne la vitesse de groupe des ondes acoustiques définie par :

$$V_g = \bar{\mathbf{u}}.\mathbf{e_r} + \sqrt{\bar{c}^2 - (\bar{\mathbf{u}}.\mathbf{e}_\theta)^2 - (\bar{\mathbf{u}}.\mathbf{e}_\varphi)^2} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \mathbf{e_r} = (\sin\theta\cos\varphi, \sin\theta\sin\varphi, \cos\theta) \\ \mathbf{e}_\theta = (\cos\theta\cos\varphi, \cos\theta\sin\varphi, -\sin\theta) \\ \mathbf{e}_\varphi = (-\sin\varphi, \cos\varphi, 0) \end{cases} \tag{2.5.2}$$

$\bar{c} = \sqrt{\gamma\bar{p}/\bar{\rho}}$ est la célérité moyenne du son. L'origine des coordonnées sphériques correspond théoriquement au point où se situe la source sonore. Tam et Dong ont montré que le résultat n'est pas très sensible au choix de cette origine. Lorsqu'une paroi est présente, pour éviter une discontinuité entre la condition de paroi et la condition de Tam et Dong, on choisit l'origine du rayonnement sur la paroi (afin d'éviter un rayonnement perpendiculaire à la paroi lors du raccordement avec la condition libre).
En 2-D ou en 3-D périodique (2,5-D), on utilise une formulation cylindrique (r, θ) :

$$V_g = \bar{\mathbf{u}}.\mathbf{e_r} + \sqrt{\bar{c}^2 - (\bar{\mathbf{u}}.\mathbf{e}_\theta)^2} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \mathbf{e_r} = (\cos\theta, \sin\theta) \\ \mathbf{e}_\theta = (-\sin\theta, \cos\theta) \end{cases}$$

et on résout alors :

$$\frac{1}{V_g}\frac{\partial}{\partial t}\begin{pmatrix}\rho\\ u_j\\ p\end{pmatrix} + \left(\frac{\partial}{\partial r}+\frac{1}{2r}\right)\begin{pmatrix}\rho-\bar{\rho}\\ u_j-\bar{u}_j\\ p-\bar{p}\end{pmatrix} = 0 \tag{2.5.3}$$

Conditions de Tam et Dong pour une sortie de fluide La perturbation totale est la somme d'une perturbation acoustique, tourbillonnaire et entropique [186].

— les fluctuations de pression sont associées à l'acoustique et on utilise l'équation précédente pour $p' = p - \bar{p}$:

$$\frac{1}{V_g}\frac{\partial}{\partial t}p' + \left(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r}\right)p' = 0 \tag{2.5.4}$$

— les perturbations de masse volumique et de vitesse vérifient une équation d'advection :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \rho'}{\partial t} + \bar{\mathbf{u}}.\nabla\rho' = \dfrac{\partial \rho_a}{\partial t} + \bar{\mathbf{u}}.\nabla\rho_a = \dfrac{1}{\bar{c}^2}\dfrac{\partial p_a}{\partial t} + \bar{\mathbf{u}}.\nabla p_a \quad \text{avec} \quad \rho_a = p_a/\bar{c}^2 \\ \dfrac{\partial \mathbf{u}'}{\partial t} + \bar{\mathbf{u}}.\nabla\mathbf{u}' = \dfrac{\partial \mathbf{u}_a}{\partial t} + \bar{\mathbf{u}}.\nabla\mathbf{u}_a = -\dfrac{1}{\bar{\rho}}\nabla p_a \end{cases}$$

d'où le système à résoudre :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \rho'}{\partial t} + \bar{\mathbf{u}}.\nabla(\rho') = \dfrac{1}{\bar{c}^2}\left(\dfrac{\partial p'}{\partial t} + \bar{\mathbf{u}}.\nabla p'\right) \\ \dfrac{\partial \mathbf{u}'}{\partial t} + \bar{\mathbf{u}}.\nabla\mathbf{u}' = -\dfrac{1}{\bar{\rho}}\nabla p' \\ \dfrac{1}{V_g}\dfrac{\partial p'}{\partial t} + \dfrac{\partial p'}{\partial r} + \dfrac{p'}{r} = 0 \end{cases}$$

avec la vitesse de groupe définie précédemment.

2.5.2 Conditions de paroi

Le traitement des points de paroi pose des problèmes car le schéma numérique, appliqué aux points intérieurs, ne peut plus être utilisé. La présence de parois nécessite donc le développement de conditions limites de paroi.

Condition «aérodynamique»

La condition la plus simple à implémenter est une condition limite similaire à celle utilisée classiquement pour des applications aérodynamiques. La continuité du débit est obtenue en imposant $\partial p/\partial \mathbf{n} = 0$ à la paroi. La masse volumique est donnée par l'équation des gaz parfaits après avoir déterminé la température à la paroi par l'application de la condition d'adiabaticité. Pour une paroi non glissante, on applique la condition d'adhérence $u = v = 0$.

Condition de Tam et Dong

Afin d'éviter une sur-spécification des conditions à la paroi, l'idée est d'introduire autant d'inconnues supplémentaires que de conditions à vérifier grâce à l'utilisation de points fantômes. Le nombre de conditions à vérifier dépend du type de paroi que l'on veut imposer : une seule condition pour une paroi glissante et deux pour une condition d'adhérence.

Pour le traitement d'une paroi glissante avec $v = 0$, on introduit un point fantôme pour la pression. On impose $v = 0$ dans l'équation de conservation de la quantité de mouvement

pour v et on écrit le schéma de discrétisation décentré pour p de la façon suivante (sur 11 points par exemple) :

$$p_{l,w-1}^{(n)} = -\frac{1}{a_{-1}^{91}} \sum_{i=0}^{9} a_i^{91} p_{l,w+i}^{(n)}$$

où a_i^{91} sont les coefficients optimisés du schéma aux différences finies décentré, l'exposant 91 indiquant que la molécule de calcul comporte neuf points d'un côté et un de l'autre (voir figure 2.5.2). Les variables u, v et ρ sont elles avancées à la paroi au moyen d'un schéma totalement décentré, ici un schéma 0-10.

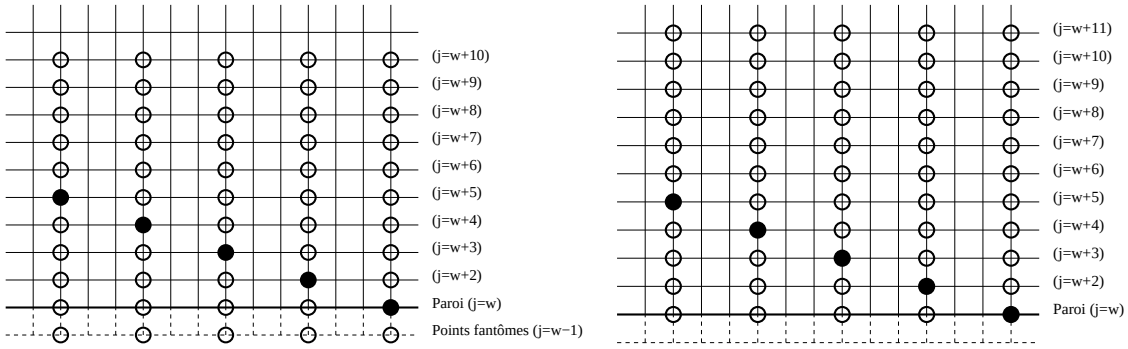


Figure 2.7 – Condition de paroi de Tam et Dong [185]. A gauche schéma pour p, à droite schéma pour u, v et ρ.

Dans le cas d'une paroi non glissante avec $u = v = 0$, on introduit deux points fantômes : un sur p pour assurer $v = 0$ et un sur τ_{xy} pour assurer $u = 0$. On introduit la condition $u_{l,0}^{(n+1)} = 0$ dans l'équation de quantité de mouvement en x sous sa forme discrétisée aux points de frontière $(l, 0)$ pour obtenir la valeur du point fantôme $(\tau_{xy})_{l,-1}^{(n)}$. On note que l'utilisation d'un deuxième point fantôme sur τ_{xy} n'est pas suffisante pour imposer l'adhérence [66]. Il faut donc surimposer $u = 0$ de façon forte. On choisit d'imposer seulement cette condition sans créer le deuxième point fantôme. Dans ce cas, les flux visqueux sont simplement décentrés vers l'intérieur.

2.6 Prise en compte des géométries curvilignes

Une autre difficulté concerne le passage des maillages cartésiens à des maillages curvilignes, voire non structurés (le cas des maillages non structurés ne sera pas abordé ici). Le problème consiste à conserver un ordre élevé avec un maillage curviligne. Pour y parvenir, deux possibilités sont souvent mises en avant. La première est une approche par différences finies, pour conserver un ordre élevé, combinée à une transformation de coordonnées pour passer en curviligne [126, 127, 195]. L'autre approche repose sur l'utilisation d'une formulation en volumes finis [109, 148]. On choisit d'utiliser une transformation de coordonnées 2-D uniquement extrudée dans la troisième direction (2,5D).

2.6.1 Transformation de coordonnées

L'utilisation de la méthode de transformation de coordonnées permet le passage entre un maillage physique curviligne et un maillage de calcul cartésien unitaire. L'évaluation de la métrique (donc du jacobien - voir paragraphe ci-après) demande une grande précision si l'on ne veut pas dégrader la solution (d'où le choix de schémas DRP sur 11 points).

De plus, le taux de déformation du maillage semble être une limite aux transformations de coordonnées [136]. Pour des maillages très déformés, la métrique n'est plus calculée correctement et, dans ces conditions, l'utilisation de molécules de discrétisation de grande taille peut être néfaste pour le calcul.

2.6.2 Équations en coordonnées curvilignes

La résolution du système (2.1.1) à l'aide de schémas aux différences finies permet de traiter toutes les géométries dont le maillage est cartésien. Dès que l'on s'intéresse à des géométries curvilignes, une transformation géométrique est nécessaire pour continuer à appliquer les mêmes schémas aux différences finies. Soient (ξ, η) les coordonnées curvilignes ; le système d'équations (2.1.1 en 2-D) peut alors s'écrire :

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \xi}\frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial x} \right) + \left(\frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \xi}\frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial y} \right) = 0 \tag{2.6.1}$$

De plus, on peut écrire les relations :

$$\left\{ \begin{array}{l} dx = \left(\frac{\partial x}{\partial \xi}\right) d\xi + \left(\frac{\partial x}{\partial \eta}\right) d\eta \\ dy = \left(\frac{\partial y}{\partial \xi}\right) d\xi + \left(\frac{\partial y}{\partial \eta}\right) d\eta \end{array} \right. \Longleftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} d\xi = \left(\frac{\partial \xi}{\partial x}\right) dx + \left(\frac{\partial \xi}{\partial y}\right) dy \\ d\eta = \left(\frac{\partial \eta}{\partial x}\right) dx + \left(\frac{\partial \eta}{\partial y}\right) dy \end{array} \right. \tag{2.6.2}$$

que l'on met sous la forme :

$$\begin{pmatrix} dx \\ dy \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial x}{\partial \eta} \\ \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d\xi \\ d\eta \end{pmatrix} \Longleftrightarrow \begin{pmatrix} d\xi \\ d\eta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial x} & \frac{\partial \xi}{\partial y} \\ \frac{\partial \eta}{\partial x} & \frac{\partial \eta}{\partial y} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dx \\ dy \end{pmatrix} \tag{2.6.3}$$

où l'on a utilisé l'égalité suivante :

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial x}{\partial \eta} \\ \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial x} & \frac{\partial \xi}{\partial y} \\ \frac{\partial \eta}{\partial x} & \frac{\partial \eta}{\partial y} \end{pmatrix} \tag{2.6.4}$$

La relation précédente permet donc de connaître directement la valeur des métriques qui interviennent dans le système d'équations (2.6.1). Le système (2.6.4) permet d'obtenir les relations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{1}{J}\frac{\partial y}{\partial \eta} \\ \frac{\partial \eta}{\partial x} = -\frac{1}{J}\frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial \xi}{\partial y} = -\frac{1}{J}\frac{\partial x}{\partial \eta} \\ \frac{\partial \eta}{\partial y} = \frac{1}{J}\frac{\partial x}{\partial \xi} \end{array} \right. , \tag{2.6.5}$$

J étant le jacobien défini par :

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{vmatrix} \tag{2.6.6}$$

Après quelques calculs, il vient les égalités suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial \xi}\left(\mathbf{F}\frac{\partial \xi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial \eta}\left(\mathbf{F}\frac{\partial \eta}{\partial x}\right) = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \xi}\frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial \xi}\left(\mathbf{G}\frac{\partial \xi}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial \eta}\left(\mathbf{G}\frac{\partial \eta}{\partial y}\right) = \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \xi}\frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial y} \end{array} \right. \tag{2.6.7}$$

Les relations (2.6.7) ne sont vraies que si les relations suivantes sont vérifiées :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial \xi}\left(\frac{\partial \xi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial \eta}\left(\frac{\partial \eta}{\partial x}\right) = 0 \\ \frac{\partial}{\partial \xi}\left(\frac{\partial \xi}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial \eta}\left(\frac{\partial \eta}{\partial y}\right) = 0 \end{array} \right. \tag{2.6.8}$$

Si on remplace de $\partial\xi/\partial x$, $\partial\xi/\partial y$, $\partial\eta/\partial x$ et $\partial\eta/\partial y$ par leurs valeurs, on obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial \xi}\left(\frac{\partial y}{\partial \eta}\right) - \frac{\partial}{\partial \eta}\left(\frac{\partial y}{\partial \xi}\right) = 0 \\ \frac{\partial}{\partial \xi}\left(\frac{\partial x}{\partial \eta}\right) - \frac{\partial}{\partial \eta}\left(\frac{\partial x}{\partial \xi}\right) = 0 \end{array} \right. \tag{2.6.9}$$

ce qui équivaut à la commutation des dérivées secondes de x et y par rapport à ξ et η.

Finalement, le système (2.6.1) à résoudre devient donc :

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi}\left(\mathbf{F}\frac{\partial \xi}{\partial x} + \mathbf{G}\frac{\partial \xi}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial \eta}\left(\mathbf{F}\frac{\partial \eta}{\partial x} + \mathbf{G}\frac{\partial \eta}{\partial y}\right) = 0 \tag{2.6.10}$$

Ce système peut se réécrire plus simplement si on introduit la notion de flux curvilignes. Les flux curvilignes sont définis par les relations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{F_c} = \mathbf{F}\frac{\partial \xi}{\partial x} + \mathbf{G}\frac{\partial \xi}{\partial y} \\ \mathbf{G_c} = \mathbf{F}\frac{\partial \eta}{\partial x} + \mathbf{G}\frac{\partial \eta}{\partial y} \end{array} \right. \tag{2.6.11}$$

En adoptant ces notations, le système (2.6.10) à résoudre devient :

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F_c}}{\partial \xi} + \frac{\partial \mathbf{G_c}}{\partial \eta} = 0 \tag{2.6.12}$$

Le système (2.6.12) est formellement similaire au système (2.1.1), à la différence qu'il n'est plus en variables cartésiennes (x, y) mais en variables curvilignes (ξ, η). Le maillage de calcul est cartésien régulier, on peut donc appliquer aisément les schémas aux différences finies. En 2.5-D, la troisième direction reste cartésienne et les dérivées en z restent identiques à celles du système (2.1.1).

2.6.3 Conditions de paroi en coordonnées curvilignes

Paroi adiabatique

On choisit d'imposer une condition d'adiabadicité à la paroi cela revient donc à annuler la composante normale à la paroi du gradient de température soit :

$$\nabla \mathbf{T}.\mathbf{n} = 0$$

avec :

$$\mathbf{n} = \frac{\nabla \eta}{\|\nabla \eta\|}$$

soit en bidimensionnel, en posant $L_\xi = \sqrt{\frac{\partial y}{\partial \xi}^2 + \frac{\partial x}{\partial \xi}^2}$:

$$\mathbf{n} = \frac{1}{L_\xi}\begin{pmatrix} -\frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \xi} \end{pmatrix}$$

On peut en déduire l'expression du vecteur tangentiel $\mathbf{t}$:

$$\mathbf{t} = \frac{1}{L_\xi} \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} \\ \frac{\partial y}{\partial \xi} \end{pmatrix}$$

Le gradient de température peut être explicité de la façon suivante :

$$\nabla \mathbf{T} = \begin{pmatrix} \frac{\partial T}{\partial x} \\ \frac{\partial T}{\partial y} \end{pmatrix}$$

soit en curviligne :

$$\nabla \mathbf{T} = \frac{1}{J} \begin{pmatrix} \frac{\partial T}{\partial \xi}\frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial T}{\partial \eta}\frac{\partial y}{\partial \xi} \\ -\frac{\partial T}{\partial \xi}\frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial T}{\partial \eta}\frac{\partial x}{\partial \xi} \end{pmatrix}$$

On pose tout d'abord $\nabla \mathbf{T} = \nabla T_t \mathbf{t} + \nabla T_n \mathbf{n}$. La composante normale du gradient de température étant nulle et connaissant $\mathbf{t}$, il suffit donc de trouver $\nabla T_t = \nabla T.\mathbf{t}$.
Soit :

$$\nabla T_t = \frac{1}{J L_\xi} \left[\frac{\partial x}{\partial \xi} \left(\frac{\partial T}{\partial \xi}\frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial T}{\partial \eta}\frac{\partial y}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial y}{\partial \xi} \left(-\frac{\partial T}{\partial \xi}\frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial T}{\partial \eta}\frac{\partial x}{\partial \xi} \right) \right] \tag{2.6.13}$$

En simplifiant on obtient :

$$\nabla T_t = \frac{\partial T}{\partial \xi} \tag{2.6.14}$$

Finalement, le gradient de température à la paroi tel que $\nabla \mathbf{T}.\mathbf{n} = 0$ s'écrit donc :

$$\nabla \mathbf{T} = \frac{\frac{\partial T}{\partial \xi}}{L_\xi} \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} \\ \frac{\partial y}{\partial \xi} \end{pmatrix}$$

Conditions de paroi et température de paroi

Comme pour les maillages cartésiens, la condition de paroi la plus simple à implémenter est une condition limite similaire à celle utilisée classiquement en aérodynamique à savoir $\frac{\partial p}{\partial \mathbf{n}} = 0$. En curviligne, afin d'obtenir l'expression de $\frac{\partial p}{\partial \mathbf{n}}$ le long de la paroi, on projette l'équation de conservation de la quantité de mouvement selon le vecteur $\nabla \eta$ sur la paroi en négligeant les termes visqueux (cf [50]). On obtient l'expression suivante :

$$\frac{\partial p}{\partial \mathbf{n}} = -\frac{1}{\|\nabla \eta\|^2} \frac{\partial p}{\partial \xi} (\nabla \xi . \nabla \eta)$$

La valeur de la pression à la paroi peut ensuite être approximée de la façon suivante :

$$p_{i,0,k} = p_{i,1,k} + \frac{\partial p}{\partial \mathbf{n}}$$

La masse volumique étant donnée par l'équation des gaz parfaits après avoir déterminé la température à la paroi en appliquant la condition d'adiabadicité. Pour le calcul des composantes du vecteur vitesse pour une paroi non glissante, on impose simplement comme on le ferait sur un maillage cartésien, $u = v = w = 0$.

2.7 Description du code de calcul parallèle

La bibliothèque MPI est utilisée pour paralléliser le solveur SGE. Pour les Simulations des Grandes Echelles de couches limites turbulentes, le code est parallélisé en utilisant les fonctionnalités `MPI_CART` de MPI. Un exemple est donné par la figure 2.8. Le communicateur cartésien répartit automatiquement les processeurs dans les 3 directions. Ce code est mature pour tourner avec 1024 procs et plus pour des maillages de 100 à 200 millions de points. Les routines MPI-IO ont été implémentées dans le solveur afin de permettre des entrées-sorties efficaces en parallèle, notamment pour les gros fichiers comme les fichiers de redémarrage.

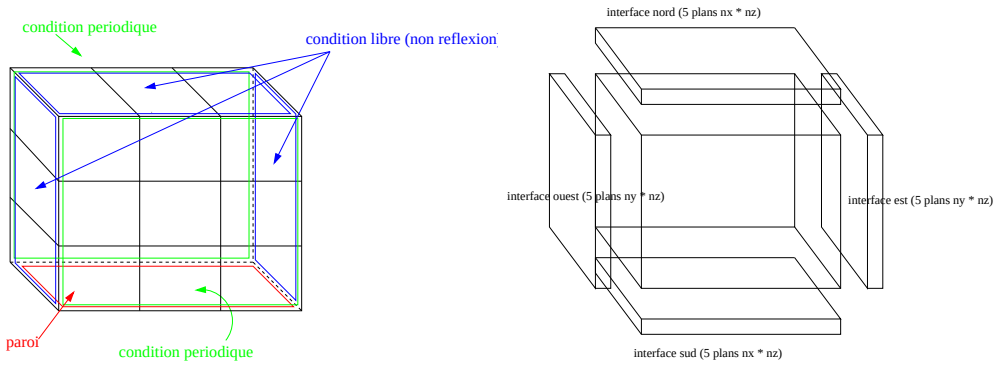


Figure 2.8 – Domaine de calcul cartésien et spécification des conditions aux limites (en haut) et interfaces nord, sud, est, ouest pour un bloc (en bas). Les algorithmes spatiaux et temporels étant explicites, il suffit d'échanger les faces nord, sud, est, ouest. Ces interfaces contiennent 5 points (correspondant au support des schémas).

La première partie des calculs de couches limites turbulentes est réalisée sur IDRIS Ada, qui dispose de capacités de stockage plus limitées puis la suite des calculs est effectuée sur TGCC Curie qui permet l'enregistrement de plans voire de volumes. Ce stockage représente rapidement plusieurs téraoctets et il a été choisi de ne pas rapatrier les données en local pour les post-traitements mais de travailler directement sur Curie. L'enregistrement de données volumineuses s'effectue par proc et les routines de post-traitement sont parallélisées afin de pouvoir réutiliser directement le découpage issu du calcul. Dans le cadre de cette thèse, une routine de post-traitement permettant des transformées de Fourier tridimensionnelles a été développée (par un principe de transposition des tableaux, de manière similaire à la parallélisation de la librairie FFTW du MIT), notamment pour le calcul des spectres de pression pariétale, des corrélations spatio-temporels et des cohérences.

Au cours de cette thèse, des efforts d'optimisation de la parallélisation ont été réalisés afin de limiter les contensions des communications lorsque plus de 1000 processeurs sont utilisés. En effet, même si les simulations pour 512 ou 1024 procs ont montré de bonnes scalabilité et régularité avec des communications bloquantes SENDRECV, une saturation des performances a été observée lorsque plus de 1024 processeurs sont utilisés en fonction de la répartition des nœuds de calcul alloués par TGCC Curie (Ada, IBM Intel ES 4650, est moins sensible à cette contension des communications). C'est pourquoi une nouvelle version du solveur a été écrite avec des communications non bloquantes ISEND/IRECV. Comme montré sur la figure 2.9 et le tableau 2.2, la scalabilité faible est bonne, avec une perte d'efficacité très limitée entre 8 et 8192 procs. Quelques irrégularités peuvent être notées sur la figure, avec un temps absolu parfois réduit (par exemple pour 2048

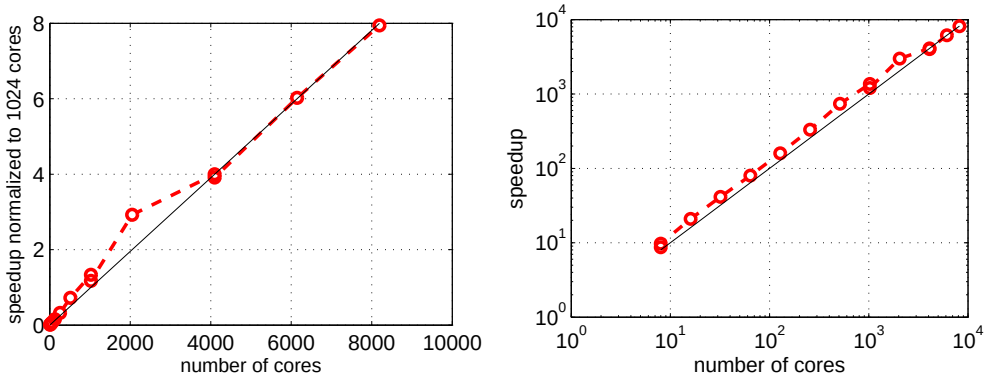


Figure 2.9 – Tests de scalabilité faible (1 coeur calcule 90x50x50 points). Une échelle logarithmique est utilisée sur la figure de droite pour mettre en évidence le comportement pour un petit nombre de coeurs.

# cores	absolute timing* (s)	speedup	# blocks 90x50x50
8	112	0.0073	4x2x1
16	104	0.0174	4x2x2
32	105	0.0345	4x4x2
64	109	0.0665	4x4x4
128	109	0.1330	8x4x4
256	105	0.2762	8x8x4
512	94	0.6170	8x8x8
1024	116	1.0000	16x8x8
2048	93	2.4946	16x8x16
4096	136	3.4118	32x8x16
6144	135	5.1365	48x8x16
8192	137	6.7737	64x8x16

Table 2.2 – Scalabilité faible pour la configuration de couche limite turbulente (un temps absolu de 100 itérations est utilisé pour les tests).

coeurs), qui peut être interprété comme un poids différents des conditions aux limites non homogènes dans les directions longitudinales et verticales (une rangée de 5 points résout des équations différentes). La direction transverse est périodique donc homogène. Sur la figure 2.10 et le tableau 2.3, on montre les performances en terme de scalabilité forte, c'est-à-dire en gardant une taille de domaine constante (avec ici environ 1 milliard de points). On peut observer une très bonne scalabilité du solveur pour cette configuration inhomogène de couche limite turbulente. Les tests précédents pour des boîtes de calcul triplement périodiques avaient montré une bonne scalabilité avec un découpage jusqu'à des blocs d'environ 50^3 points par coeur. On montre que cette scalabilité est préservée en présence de conditions d'entrée, de parois et de conditions de non-réflexion.

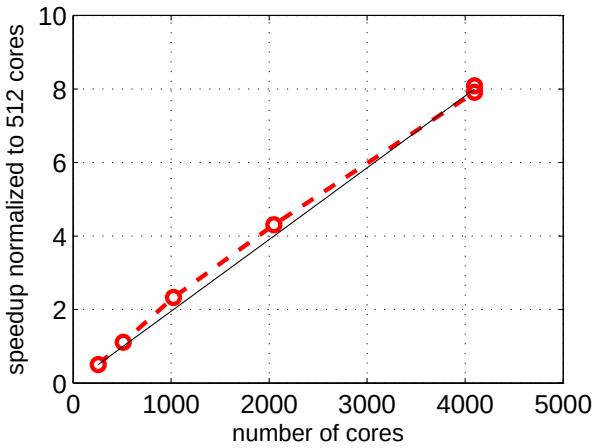


Figure 2.10 – Tests de scalabilité forte (n coeurs pour une grille fixe de 921.6 M points).

# cores	absolute timing (s)*	speedup	grid / core
256	2200	1	360x50x200
512	1220	2.22	360x50x100
1024	640	4.65	180x50x100
2048	296	8.61	180x50x50
4096	136	16.17	90x50x50

Table 2.3 – Scalabilité forte pour la configuration de couche limite turbulente (un temps absolu de 100 itérations est utilisé pour les tests).

Les calculs avec gradient de pression présentés dans le cadre de cette thèse sont effectués sur 2048 procs avec des blocs 50^3 points par cœur. On précise que le code de calcul et les routines de post-traitement sont réalisés en Fortran 90.

2.8 Conclusion

Dans ce chapitre, les ingrédients de base du solveur numérique utilisé pour réaliser des calculs directs (champs aérodynamique et aéroacoustique) de couches limites turbulentes à partir de simulation des grandes échelles ont été montrés. Parmi les méthodes numériques présentées la contribution et les développement apportés au code CAA utilisé dans le cadre de cette thèse ont été réalisés sur les point suivants :

1. Extension du solveur parallélisé avec la fonctionnalité MPI-cart pour un bloc parallélépipédique cartésien aux maillages curvilignes :
   — mise en place et calcul des flux visqueux et eulériens curvilignes.
   — calcul des métriques aux ordres adéquates en fonction de la position de chaque point par rapport à la paroi afin de conserver la consistance du solveur.
   — codage de la condition paroi "aérodynamique" pour une paroi adiabatique courbe.
   — gestion des entrées-sorties MPI (reconstruction des variables à l'aide de la fonctionnalité MPI-IO)
2. Modification des conditions aux limites de Tam et Dong initialement présentes par l'ajout d'un terme de pénalisation permettant le maintient d'un gradient de pression (cf partie 3.4.2).
3. Écriture de routines de post-traitement parallèles permettant notamment des transformées de Fourier tridimensionnelles.

Chapitre 3

Mise en place d'un gradient de pression

Après avoir décrit les équations de couche limite en présence d'un gradient de pression axial, l'objectif de ce chapitre est de tester différentes techniques afin de simuler une couche limite soumise à des gradients de pression adverse et favorable. Deux types de méthodes d'impositions de gradient sont ici testés pour une couche limite laminaire 2-D. La première méthode consiste à simuler une couche limite sur une plaque plane le gradient de pression étant imposé via la condition supérieure du domaine de calcul. Autrement dit, le gradient de pression est imposé sans que la plaque plane ne subisse une quelconque déformation et permet ainsi l'utilisation d'un solveur cartésien. Cette méthode peut être mise en place de deux façons différentes. Soit en utilisant une paroi supérieure solide et déformée (exemples du convergent et du divergent), soit en imposant une distribution de vitesse au niveau de la paroi supérieure.
L'utilisation d'une paroi supérieure solide déformée, glissante ou non (figure 3.1b), est également largement utilisée [24, 115, 198] dans la littérature pour des simulations d'écoulements incompressibles, compressibles ou encore lors d'études expérimentales mais n'est pas considérée ici. En effet, numériquement et pour des considérations acoustiques, cette méthode ne peut être employée du fait des réflexions engendrées par la présence de la paroi solide surplombant le domaine de calcul.
La méthode basée sur l'imposition d'une distribution de vitesse sur la limite supérieure du domaine (figure 3.1a) est largement employée pour des simulations d'écoulement incompressible. Ainsi Spalart et Strelets [180], Alam et Sandham [5], Ripley et Pauley [153] ou encore Na et Moin [141, 142] l'utilisent pour obtenir un décollement par aspiration sur la paroi supérieure et Lee et Sung [119] et Piomelli [150] afin d'étudier l'influence d'un gradient de pression sur les structures présentes dans une couche limite turbulente.
On décide donc dans un premier temps de simuler une couche limite de plaque plane en présence d'un gradient de pression en utilisant une distribution de vitesse sur la paroi haute du domaine de calcul. L'imposition d'un gradient de pression est un point très délicat dans une configuration subsonique compressible et très peu d'études ont été réalisées sur des couches limites turbulentes en particulier en présence de gradient de pression adverse ou favorable.

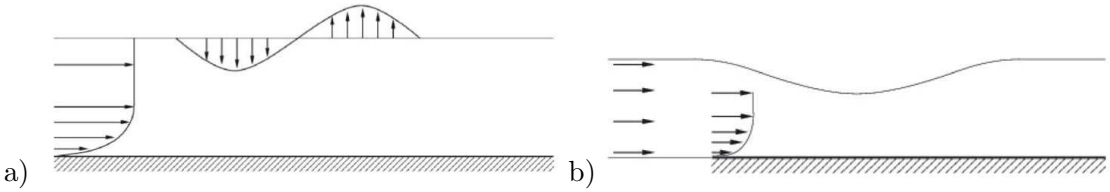


FIGURE 3.1 – Imposition d'un gradient de pression à l'aide de la modification de la paroi haute du domaine. Par l'utilisation d'une paroi solide déformée à droite et par utilisation d'une distribution de vitesse à gauche.

Afin d'éviter une mauvaise réaction du solveur compressible utilisé due aux discontinuités engendrées par l'imposition de la distribution de vitesse choisie en une seule ligne du domaine, on choisit d'initialiser le domaine de calcul dans son intégralité. Il est donc nécessaire d'être en possession de la solution sur l'ensemble du domaine de calcul. Afin d'obtenir cela, on choisit d'utiliser la solution de Falkner-Skan [31, 128, 159] qui permet d'obtenir la solution d'une couche limite sur un dièdre semi-infini d'angle d'ouverture $\hat{\beta}\pi$.

Dans un second temps, on se propose de réaliser des calculs de couches limites avec gradient de pression sur une plaque déformée. Cette méthode est la plus naturelle (figure 3.2), mais elle requière un solveur curviligne capable de gérer des maillages non-cartésiens. Avec cette méthode, le gradient est donc directement imposé via la déformation de la paroi inférieure et aucun modification des conditions aux limites supérieure n'est nécessaire.

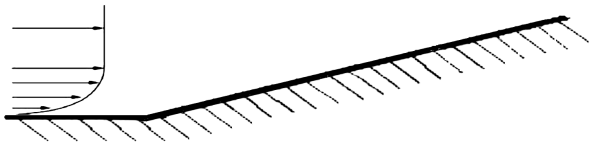


FIGURE 3.2 – Imposition d'un gradient de pression par déformation de la paroi inférieure du domaine.

3.1 Équation de couche limite 2-D soumise à un gradient de pression axial

Les équations de couche limite laminaire en écoulement incompressible, stationnaire et bidimensionnel peuvent être écrites :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{3.1.1a}$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dx} + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y} \tag{3.1.1b}$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \tag{3.1.1c}$$

Ces équations sont obtenues à partir des équations de Navier-Stokes en considérant que l'épaisseur de couche limite δ est petite devant la longueur caractéristique L dans la direction de l'écoulement et que la variation de pression dans la direction verticale est négligeable.
De plus, dans l'écoulement externe, le théorème de Bernoulli peut s'écrire :

$$p + \frac{1}{2}\rho u_e^2 = \text{constante} \tag{3.1.2}$$

soit :

$$-\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dx} = u_e \frac{du_e}{dx} \tag{3.1.3}$$

Si on remplace ensuite (3.1.3) dans l'équation (3.1.1b), on obtient finalement les équations de couche limite en présence d'un gradient de pression axial suivantes :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{3.1.4a}$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = u_e \frac{du_e}{dx} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y} \tag{3.1.4b}$$

$$\frac{dp}{dy} = 0 \tag{3.1.4c}$$

À ces équations, on associe les conditions aux limites suivantes :

$$\begin{aligned} u(x,\infty) &= u_e(x) \\ u(x,0) &= 0 \\ v(x,0) &= 0 \end{aligned}$$

La première condition traduit le fait que la vitesse de l'écoulement loin de la paroi est égale à la vitesse à l'extérieur de la couche limite. Les deux suivantes sont le résultat du phénomène d'adhérence qui impose que toutes les composantes de vitesse s'annulent à la paroi.

On peut également réécrire le problème en utilisant la fonction de courant $\psi(x, y)$ définie telle que :

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$$

L'équation de conservation de la masse est directement satisfaite et l'équation de conservation de la quantité de mouvement longitudinale peut donc être réécrite de la manière suivante :

$$\frac{\partial \psi}{\partial y}\frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial y}\frac{\partial^2 \psi}{\partial^2 y} = u_e \frac{du_e}{dx} + v\frac{\partial^3 \psi}{\partial y^3} \tag{3.1.5}$$

La troisième condition aux limites peut être réécrite :

$$v(x,0) = \int_0^x \frac{\partial \psi}{\partial x}(x,0)dx = \psi(x,0) - \psi(0,0) = 0$$

Si l'on choisit $\psi(0,0) = 0$, les conditions aux limites peuvent être réécrites :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi}{\partial y}(x,\infty) &= u_e(x) \\ \frac{\partial \psi}{\partial y}(x,0) &= 0 \\ \psi(x,0) &= 0 \end{aligned}$$

Les équations de couche limite en présence d'un gradient de pression axial étant explicitées, on peut à présent décrire la méthode de Falkner-Skan que l'on utilise afin d'imposer un gradient de pression axial.

3.2 La méthode de Falkner-Skan

3.2.1 Présentation de la méthode

La méthode de Falkner-Skan permet de développer des solutions auto-semblables pour une classe de problème où la vitesse extérieure u_e d'une couche limite soumise à un gradient de pression axial varie selon :

$$u_e = Cx^m \tag{3.2.1}$$

avec C et m des constantes.

La solution de Falkner-Skan correspond à des solutions d'écoulements autour d'un dièdre pour un gradient de pression favorable et à un écoulement dans un divergent pour un gradient défavorable. Les deux cas sont schématisés sur la figure 3.3 ci-dessous.

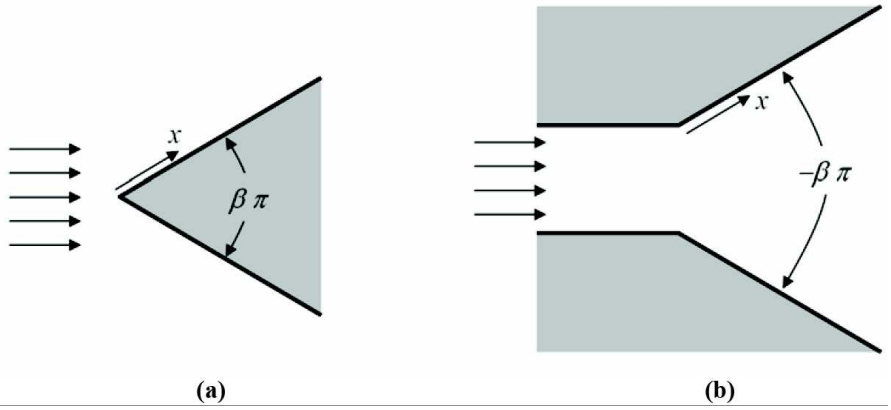


FIGURE 3.3 – Écoulements pouvant être résolus à l'aide de la méthode de Falkner-Skan (a) un écoulement autour d'un dièdre d'angle $\hat{\beta}\pi$ et (b) un écoulement dans un divergent d'angle d'expansion $-\hat{\beta}\pi$.

Les relations entre m et $\hat{\beta}$ qui définit l'angle du dièdre ou du divergent sont :

$$m = \frac{\hat{\beta}}{2 - \hat{\beta}} \quad \text{ou} \quad \hat{\beta} = \frac{2m}{m+1}$$

On peut de plus définir α comme l'angle de demi-dièdre ou d'élargissement du divergent comme :

$$\alpha = \frac{\hat{\beta}\pi}{2}$$

Sur la figure 3.3, on observe que le cas $m = 0$ et donc $\hat{\beta} = 0$, correspond à la solution de Blasius [31] soit le cas d'un écoulement sur une plaque plane sans gradient de pression. Si $m = 1$ et $\hat{\beta} = 1$, l'angle du dièdre est de 180° ; la solution de Falkner-Skan devient donc une solution d'un écoulement stagnant. On peut également noter que lorsque $\hat{\beta}$ et m sont positifs (cas 3.3a), l'écoulement subit un gradient de pression favorable et est accéléré alors que si $\hat{\beta}$ et m sont négatifs (cas 3.3b), l'écoulement subit un gradient de pression adverse, et est ralenti.

La transformation de Falkner-Skan peut être effectuée en utilisant la variable de similitude η définie [31] comme :

$$\eta = \left(\frac{u_e}{\nu x}\right)^{\frac{1}{2}} y \tag{3.2.2}$$

La fonction de courant est réécrite de la façon suivante :

$$\psi = (\nu u_e x)^{\frac{1}{2}} f(\eta) \tag{3.2.3}$$

Les conditions aux limites deviennent donc :

$$\begin{aligned} f'(\eta_\infty) &= 1 \\ f'(0) &= 0 \\ f(0) &= 0 \end{aligned}$$

Et les composantes du champ vitesse peuvent donc être réécrites de la façon suivante :

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} = u_e f'(\eta) \tag{3.2.4a}$$

$$v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{m+1}{2}\left(\frac{\nu u_e}{x}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{1-m}{1+m}\eta f' - f\right) \tag{3.2.4b}$$

On peut également expliciter l'épaisseur de couche limite de déplacement et de quantité de mouvement en remplaçant u par son expression en fonction de f et utilisant l'expression de la variable de similitude. On obtient :

$$\delta = \Delta_1 \left(\frac{\nu x}{u_e}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{3.2.5a}$$

$$\delta_1 = \Delta_2 \left(\frac{\nu x}{u_e}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{3.2.5b}$$

$$\theta = \Delta_3 \left(\frac{\nu x}{u_e}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{3.2.5c}$$

avec :

$$\Delta_1 = \eta_\infty \tag{3.2.6a}$$

$$\Delta_2 = \int_0^{\eta_\infty} (1 - f'(\eta))d\eta \tag{3.2.6b}$$

$$\Delta_3 = \int_0^{\eta_\infty} f'(1 - f'(\eta))d\eta \tag{3.2.6c}$$

La valeur de η_∞ est obtenue en cherchant η telle que $f'(\eta) = 0.99$.

On remplace à présent les expressions de u_e (3.2.1) et des dérivées de la fonction de courant (3.2.4a) et (3.2.4b) dans l'équation (3.1.5). Le problème peut être finalement réécrit de la façon suivante :

$$f''' + \frac{m+1}{2} f f'' + m(1 - f'^2) = 0 \tag{3.2.7}$$

Cette équation différentielle pour f est appelée *équation de Falkner-Skan.*

On peut remarquer que lorsque $m = 0$, on retrouve l'équation du problème de Blasius [31]. Afin de résoudre cette équation différentielle, il est nécessaire d'utiliser une méthode d'intégration numérique. On décide ici d'utiliser une méthode de « tir ».

3.2.2 Résolution numérique de l'équation de Falkner-Skan

Afin de résoudre l'équation de Falkner-Skan, on utilise une méthode d'intégration numérique indirecte dite de « tir ». On remplace tout d'abord l'équation différentielle pour f au troisième ordre que l'on souhaite intégrer (3.2.7) par un système de Cauchy contenant trois équations différentielles au premier ordre de la façon suivante :

$$\begin{cases} f' = g \\ g' = h \\ h' = -\frac{m+1}{2} f h - m(1 - g^2) \end{cases}$$

Les conditions aux limites deviennent donc :

$$\begin{cases} g(\eta_\infty) = 1 \\ f(0) = 0 \\ g(0) = 0 \end{cases}$$

On définit de plus α_0 tel que $h(0) = \alpha_0$. Le problème aux limites précédemment défini est ensuite ramené à un problème aux valeurs initiales suivant :

$$\begin{cases} f' = g \\ g' = h \\ h' = -\frac{m+1}{2} f h - m(1 - g^2) \end{cases}$$

associé aux conditions initiales :

$$\begin{cases} f(0) = 0 \\ g(0) = 0 \\ h(0) = \alpha_0 \end{cases}$$

Lors de l'intégration numérique, on cherche à déterminer α_0 pour satisfaire la condition aux limites en η_∞ soit à trouver la valeur de α_0 telle que :

$$N(\alpha_0) = g(\eta_\infty, \alpha_0) - 1 = 0$$

Afin de réaliser cela, on utilise l'algorithme de Newton suivant :

$$\alpha_0^{n+1} = \alpha_0^n - \frac{N(\alpha_0^n)}{\frac{\partial N}{\partial \alpha_0}|_{\alpha_0^n}}$$

Afin d'évaluer le terme $\frac{\partial N}{\partial \alpha_0}$, on choisit de résoudre en parallèle du système principal, le système additionnel suivant :

$$\begin{cases} F' = G \\ G' = H \\ H' = -\frac{m+1}{2}(fH + hF) + 2mGg \end{cases}$$

associé aux conditions initiales :

$$\begin{cases} F(0) = 0 \\ G(0) = 0 \\ H(0) = 1 \end{cases}$$

L'intégration simultanée de ces deux systèmes en utilisant les deux jeux de conditions initiales qui leur sont associées permet donc la résolution numérique de l'équation associée au problème de Falkner-Skan.

3.3 Mise en œuvre d'un calcul avec gradient de pression sur une plaque plane

3.3.1 Description de la simulation

Le domaine de calcul est défini par un maillage cartésien constitué de 250×80 points et qui est raffiné près de la paroi grâce à une progression géométrique dont le taux d'étirement est de 2%. La plus petite taille de maille qui est au niveau de la paroi est de $\Delta y_{min} = 2.8 \times 10^{-6}$m. Le maillage est uniforme dans la direction longitudinale avec $\Delta x = 1.2 \times 10^{-5}$m.

On choisit de mettre 15 points dans la couche limite à l'entrée du domaine de calcul ce qui correspond à une épaisseur de couche limite de $\delta_0 = 4.47 \times 10^{-5} m$. On effectue un jeu de simulations à Mach 0.3 et au nombre de Reynolds d'entrée basé sur l'épaisseur de couche limite δ_0 égal à $Re_{\delta_0} = 516$.

L'expression de la vitesse extérieure est :

$$u_e = \frac{u_0}{x_0^m} x^m \tag{3.3.1}$$

où u_0 est la vitesse extérieure lorsque $m = 0$, soit lorsque que la couche limite n'est pas soumise à un gradient de pression. La pression de référence est $p_0 = 101\,300$ Pa. La distance x_0 correspond à la longueur nécessaire à la couche limite pour atteindre une hauteur δ_0 que l'on impose à l'entrée du domaine de calcul.

3.3.2 Initialisation du calcul

On choisit d'initialiser le calcul à l'aide de la solution de Falkner-Skan. Il est donc nécessaire de connaître cette solution en chaque point du domaine de calcul. On résout pour cela l'équation de Falkner-Skan en chaque point du domaine de calcul discrétisant l'axe des abscisses.

Afin de réaliser cela, on définit tout d'abord x_0 comme la distance depuis l'origine fictive à partir de laquelle la couche limite que l'on simule commence à se développer de la façon suivante :

$$x_0 = \frac{Re_1^2 \nu}{\Delta_2^2 u_e} \tag{3.3.2}$$

où Re_1 est le nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur de déplacement δ_1.

Pour l'épaisseur de couche limite que l'on a choisie en entrée, on a $x_0 = 9.45 \times 10^{-4} m$ lorsque la couche limite n'est pas en présence d'un gradient de pression.
En chaque point i discrétisant l'axe des abscisses du domaine, on définit l'épaisseur de déplacement δ_1 associée de la façon suivante :

$$\delta_{1i} = \Delta_2 \frac{(\nu(x_i + x_0))^{\frac{1}{2}}}{u_e} \tag{3.3.3}$$

On en déduit l'expression de la fonction de similitude sur laquelle on résout l'équation de Falkner-Skan :

$$\eta = \frac{y \Delta_2}{\delta_1} \tag{3.3.4}$$

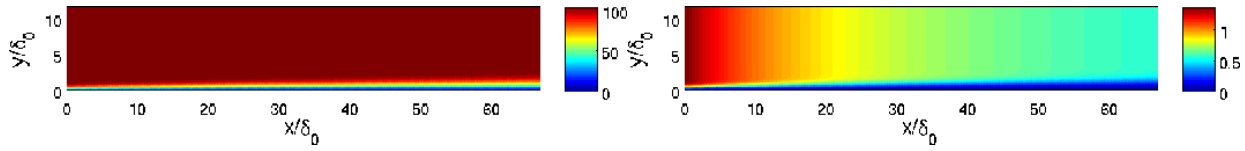
Il suffit ensuite de reconstruire les composantes de vitesse grâce aux expressions (3.2.4a) et (3.2.4b).

Afin d'éviter une dérive de la solution imposée et de maintenir le gradient de pression choisi, il est nécessaire d'introduire un rappel des différentes variables du problème au niveau de la limite supérieure du domaine.
Ainsi à chaque étape de l'avancement temporel du calcul, on ajoute un terme correctif introduit par Rudy et Strikwerda [158] à une variable "Var" de la façon suivante :

$$\text{Var} = \text{Var} - \chi_x(\text{Var} - \text{Var}_{grad}) \tag{3.3.5}$$

où χ_y le coefficient de rappel suffisamment faible ($\chi_y = 0.001$) pour que la correction ne soit pas trop intrusive dans le calcul, Var la variable que l'on souhaite corriger à l'instant t auquel le calcul se situe et Var_{grad} la valeur à donner à cette variable en haut du domaine de calcul permettant de maintenir le gradient de pression souhaité. Cette correction peut être appliquée à une ou plusieurs variables du problème.
Elle peut être également utilisée à l'entrée du domaine de calcul pour corriger d'éventuelles dérives de la variable u afin de maintenir l'épaisseur de couche limite souhaitée.

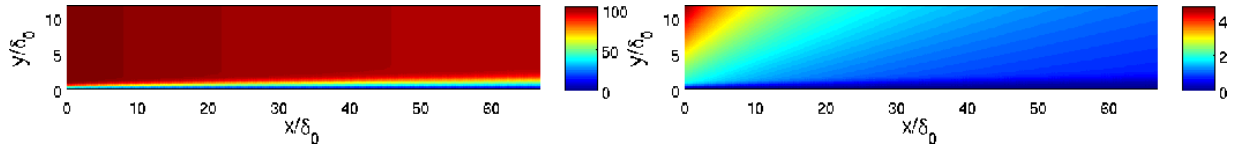
Sur la figure 3.4, les champs de vitesses u et v sont obtenus pour un écoulement sur plaque plane avec la solution de Falkner-Skan pour $m = 0$ et $\hat{\beta} = 0$.



(a) Champ de vitesse u (b) Champ de vitesse v

FIGURE 3.4 – Champs de vitesses obtenus grâce à la résolution du problème de Blasius.

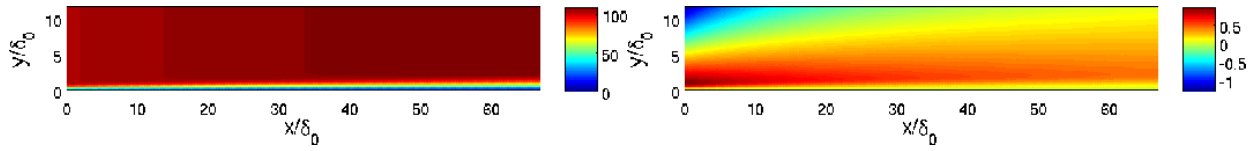
Sur la figure 3.5, les champs de vitesses u et v en présence d'un gradient de pression adverse sont obtenus avec la solution de Falkner-Skan pour $m = -0.03$ et $\hat{\beta} = -0.0619$ correspondant à un écoulement dans un divergent d'angle d'élargissement $\alpha = 5.5670°$.



(a) Champ de vitesse u (b) Champ de vitesse v

FIGURE 3.5 – Champs de vitesses obtenus grâce à la résolution du problème de Falkner-Skan pour $m = -0.03$.

Enfin, sur la figure 3.6, les champs de vitesses u et v en présence d'un gradient de pression favorable sont obtenus avec la solution de Falkner-Skan pour $m = 0.03$ et $\hat{\beta} = 0.0583$ correspondant à un écoulement sur un dièdre de demi angle $\alpha = 5.2427°$.



(a) Champ de vitesse u (b) Champ de vitesse v

FIGURE 3.6 – Champs de vitesses obtenus grâce à la résolution du problème de Falkner-Skan pour $m = 0.03$.

Sur la figure 3.7 où sont superposés les profils de vitesse u obtenus grâce à la solution de l'équation de Falkner-Skan pour différentes valeurs de m, on peut observer l'impact du gradient sur le profil de vitesse. En présence d'un gradient de pression favorable l'écoulement est donc accéléré et la couche limite a tendance à moins s'épaissir. Au contraire, avec un gradient de pression défavorable, l'écoulement est ralenti et la couche limite a tendance à s'épaissir d'avantage.

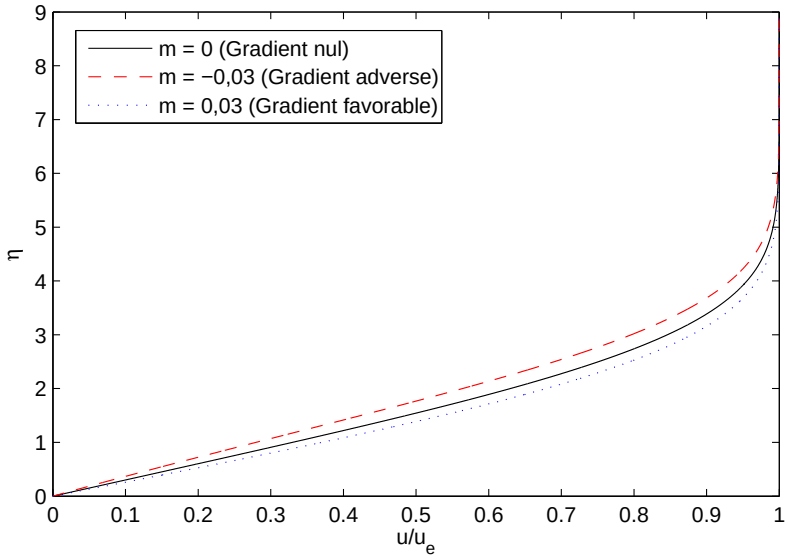


Figure 3.7 – Profils de vitesse dans une couche limite en présence de différents gradients de pression.

3.3.3 Calcul avec un gradient de pression faible

On effectue tout d'abord trois simulations correspondant aux cas de couche limite sur plaque plane soumise à un gradient de pression nul, défavorable et favorable en initialisant tout d'abord les différents calculs avec les solutions exactes issues de la résolution du problème de Falkner-Skan pour les différentes valeurs de m.
On éprouve ensuite la robustesse du solveur en initialisant le calcul avec des champs de vitesses approchés voire inexacts.
Les résultats que l'on présente ont été obtenus après 30000 itérations avec un nombre CFL de 1.6 basé sur Δy_{min} et sont comparés à ceux obtenus directement avec à la méthode de Falkner-Skan.

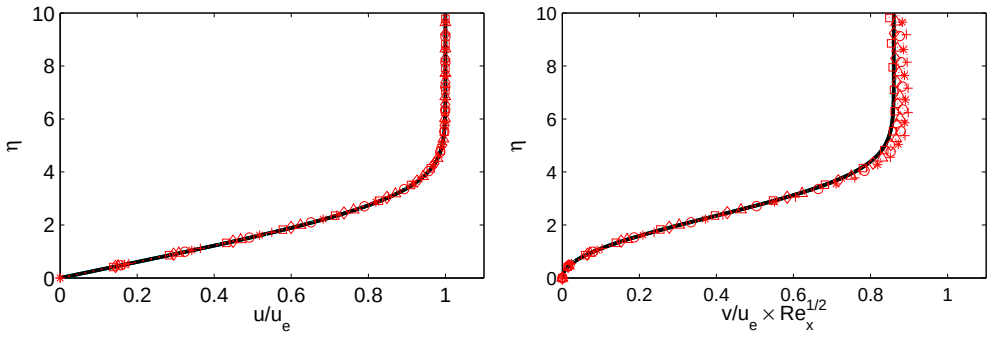
Initialisation du calcul avec la solution exacte

Dans cette partie, on choisit d'initialiser le calcul avec la solution exacte pour les composantes de vitesses u et v, la pression étant initialisée à la pression de référence.

Afin de maintenir le gradient de pression initialement imposé à la couche limite de plaque plane, on applique de plus la correction (4.2.1) aux deux composantes de vitesses u et v sur la frontière superieure du domaine de calcul à chaque étape de l'avancement temporel. Le calcul étant initialisé à l'aide de la solution exacte, la valeur du coefficient de rappel χ_y permettant le maintien du gradient de pression ne nécessite pas une valeur trop importante. Ainsi, on choisit $\chi_y = 0.001$.

On initialise tout d'abord le calcul avec la solution de Blasius donc en utilisant la solution issue de la résolution du problème de Falkner-Skan lorsque $m = 0$. Afin de comparer les résultats obtenus, on superpose les profils de vitesse obtenus sur la figure 3.8 en différentes abscisses du domaine de calcul avec les profils de vitesse de Blasius pour les deux composantes.

L'évolution de l'épaisseur de déplacement sur la figure 3.9 obtenue est également comparée à celle obtenue grâce à la solution analytique.



(a) Profil de vitesse u en fonction de η (b) Profil de vitesse v en fonction de η

Figure 3.8 – Évolution d'une couche limite sur une plaque plane en initialisant u et v avec la solution de Blasius. Les profils de vitesses u à gauche (a) et v à droite (b) sont superposés avec ceux obtenus grâce à la solution analytique de Falkner-Skan pour $m = 0$ (——) aux positions : $+$, $\frac{x}{\delta_0} = 68.3$; $*$, $\frac{x}{\delta_0} = 72.7$; $\circ$, $\frac{x}{\delta_0} = 77.1$; $\triangle$, $\frac{x}{\delta_0} = 81.5$; $\diamond$, $\frac{x}{\delta_0} = 85.7$; $\square$, $\frac{x}{\delta_0} = 90.1$.

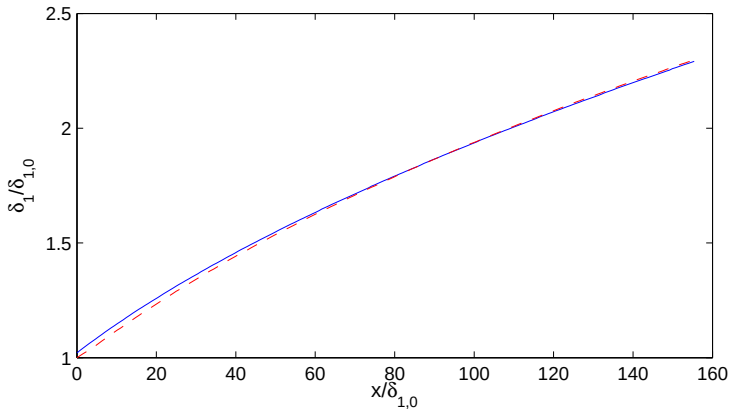
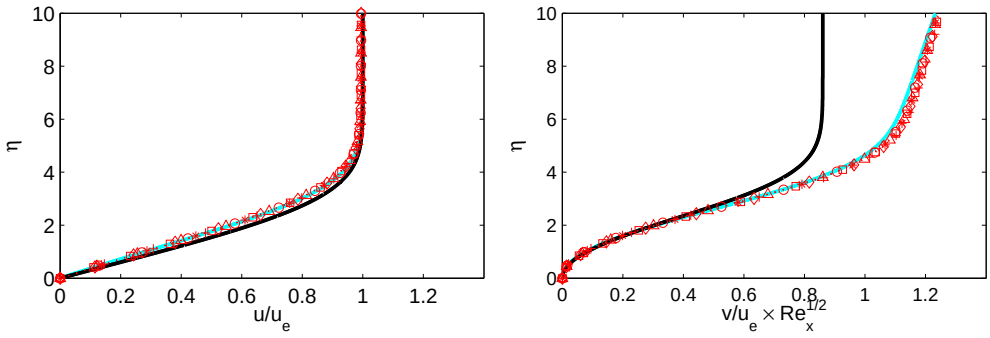


Figure 3.9 – Évolution de l'épaisseur de déplacement en initialisant u et v avec la solution de Falkner-Skan. Comparaison de la solution issue du solveur (– – –) avec la solution analytique (——) pour $m = 0$.

Sur les figures 3.8 et 3.9, on observe que les différentes courbes tracées se superposent bien avec celles obtenues grâce à la solution analytique.
On observe néanmoins de légers écarts au niveau des profils de vitesse v qui est en effet un paramètre très sensible car d'ordre de grandeur très faible pour un cas de couche limite sur plaque plane. Les résultats obtenus étant convaincants pour une simulation sans gradient de pression, on s'intéresse à présent aux calculs avec gradient de pression adverse et favorable.

On initialise à présent le calcul avec la solution de Falkner-Skan pour $m = -0.03$, soit pour un gradient de pression défavorable. Sur la figure 3.10, on superpose les profils de vitesse obtenus en différentes abscisses du domaine de calcul avec le profil de Falkner-Skan calculé pour $m = -0.03$ et $m = 0$ afin d'observer l'influence du gradient de pression. L'évolution de l'épaisseur de déplacement obtenue en utilisant la solution de Falkner-Skan

pour $m = -0.03$ et $m = 0$ ainsi que celle obtenue grâce au solveur sont tracées sur la figure 3.11.



(a) Profil de vitesse u en fonction de η (b) Profil de vitesse v en fonction de η

Figure 3.10 – Évolution d'une couche limite sur une plaque plane soumise à un gradient de pression adverse en initialisant u et v avec la solution de Falkner-Skan. Comparaison des profils de vitesses u à gauche (a) et v à droite (b) qui sont superposés avec ceux obtenus grâce à la solution analytique de Falkner-Skan pour $m = -0.03$ (——) et pour $m = 0$ (——) aux positions $+$, $\frac{x}{\delta_0} = 50.6$; $*$, $\frac{x}{\delta_0} = 57.9$; $\circ$, $\frac{x}{\delta_0} = 64.2$; $\triangle$, $\frac{x}{\delta_0} = 70.2$; $\diamond$, $\frac{x}{\delta_0} = 75.7$; $\square$, $\frac{x}{\delta_0} = 81.0$.

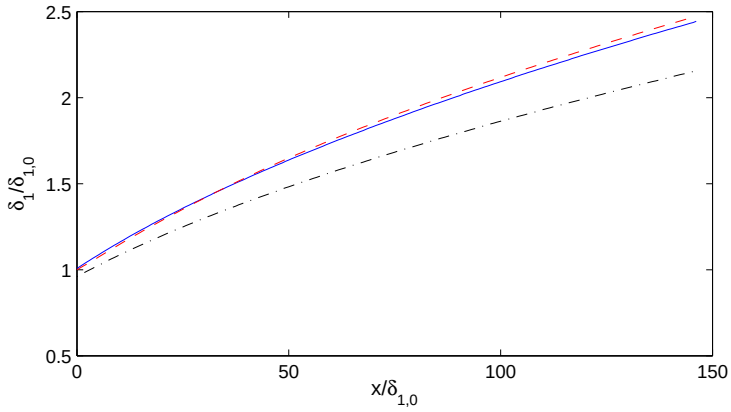
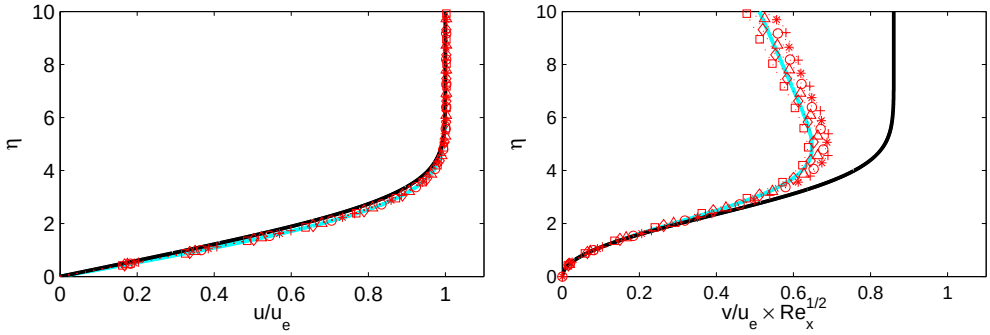


Figure 3.11 – Évolution de l'épaisseur de déplacement en présence d'un gradient de pression adverse en initialisant u et v avec la solution de Falkner-Skan. Comparaison de la solution issue du solveur (– – –) pour $m = -0.03$ avec la solution analytique (——) et la solution de Blasius (– · – ·).

Sur les figures 3.10 et 3.11 on observe, malgré de légères différences notamment au niveau de l'évolution de l'épaisseur de déplacement où un léger écart est présent entre les deux courbes, que la correction (4.2.1) appliquée au niveau de la paroi supérieure du domaine de calcul aux variables u et v est suffisante pour maintenir le gradient de pression pendant la durée du calcul lorsque que la couche limite est en présence d'un gradient de pression adverse.

Enfin, on initialise ensuite le calcul avec la solution de Falkner-Skan pour $m = 0.03$, soit pour un gradient de pression favorable. Les figures 3.12 et 3.13 présentent les résultats obtenus qui sont également comparés à la solution analytique.



(a) Profil de vitesse u en fonction de η (b) Profil de vitesse v en fonction de η

FIGURE 3.12 – Évolution d'une couche limite sur une plaque plane soumise à un gradient de pression favorable en initialisant u et v avec la solution de Falkner-Skan. Comparaison des profils de vitesses u à gauche (a) et v à droite (b) qui sont superposés avec ceux obtenus grâce à la solution analytique de Falkner-Skan pour $m = 0.03$ (——) et pour $m = 0$ (——) aux positions $+$, $\frac{x}{\delta_0} = 50.6$; $*$, $\frac{x}{\delta_0} = 57.9$; $\circ$, $\frac{x}{\delta_0} = 64.2$; $\triangle$, $\frac{x}{\delta_0} = 70.2$; $\diamond$, $\frac{x}{\delta_0} = 75.7$; $\square$, $\frac{x}{\delta_0} = 81.0$.

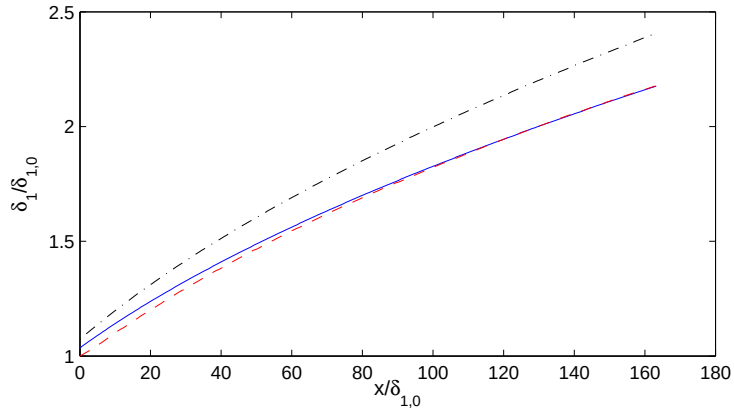
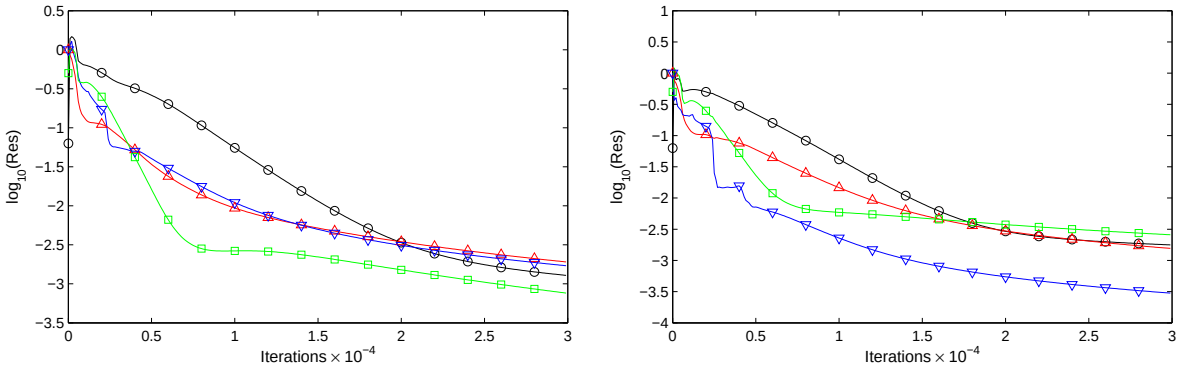


FIGURE 3.13 – Évolution de l'épaisseur de déplacement en présence d'un gradient de pression favorable en initialisant u et v avec la solution de Falkner-Skan. Comparaison de la solution issue du solveur (– – –) pour $m = 0.03$ avec la solution analytique (——) et la solution de Blasius (– · – ·).

Lorsque la couche limite est en présence d'un gradient de pression favorable, le constat est le même que celui fait pour un gradient de pression adverse. En effet, sur les figures 3.12 et 3.13 on observe malgré de légères différences notamment au niveau des profils de vitesse v, que le gradient de pression est bien maintenu grâce à la correction utilisée.



(a) Résidus pour un gradient de pression favorable (b) Résidus pour un gradient de pression adverse

FIGURE 3.14 – Évolutions des résidus Res(ρ) (—— o), Res(ρu) (—— △), Res(ρv) (—— ▽) et Res(ρe) (—— □), calculés en utilisant la norme L^2 dans le cas d'un gradient de pression favorable (à gauche) et adverse (à droite) lorsque l'on initialise le calcul à l'aide des solutions exactes en u et v.

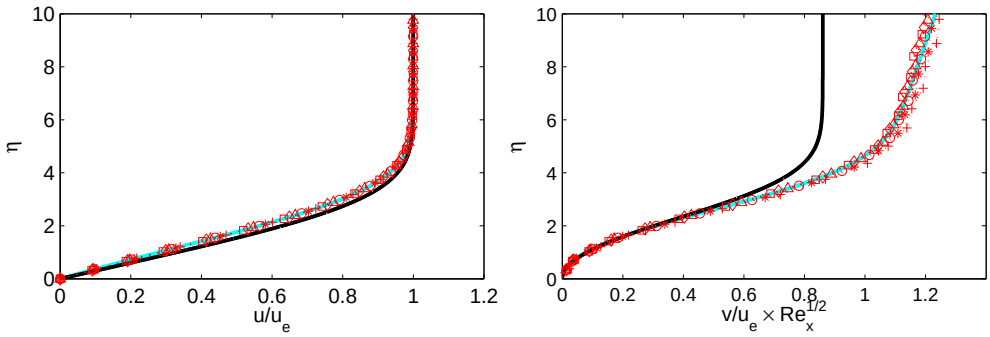
Lorsque l'on initialise le calcul avec la solution exacte pour u et v, on est donc capable de maintenir un gradient de pression en utilisant la correction (4.2.1) sur la paroi supérieure du domaine de calcul. De plus, comme on peut l'observer sur la courbe 3.14 présentant l'évolution des résidus en fonction du nombre d'itérations, le code de calcul s'est bien adapté au fur et à mesure à la solution qu'on lui a imposé et converge vers un état stationnaire.
On essaye à présent d'éprouver la robustesse du solveur en utilisant une initialisation plus éloignée de la solution exacte. On pourra ainsi mettre en évidence d'éventuelles limites de cette méthode.

Initialisation du calcul avec une solution approchée

Afin de tester les limites du solveur, on initialise donc le calcul avec une solution approchée. On choisit dans un premier temps d'initialiser le champ de vitesse v à 0 sur l'ensemble du domaine. Le champ de vitesse longitudinale u est initialisé avec la solution exacte et le champ de pression à la pression de référence. La correction (4.2.1) est appliquée aux deux composantes de vitesses. La simulation est à nouveau effectuée pour les deux cas avec les gradients de pression précédemment mis en œuvre. Avec une telle initialisation, la valeur du coefficient de rappel χ_y nécessite d'être plus importante. Néanmoins, au fur et à mesure de l'établissement de la solution recherchée, on diminue progressivement sa valeur. Ainsi, on choisit $\chi_y = 0.1$ en début de calcul. En fin de calcul, on diminue progressivement sa valeur jusqu'à atteindre $\chi_y = 0.001$.

Les premiers résultats obtenus ont mis en évidence une violente réaction des conditions aux limites en partie due à l'initialisation incorrecte du solveur compressible et notamment de la condition de sortie qui a dégradé les résultats. Afin d'éviter cela, on applique un étirement du maillage de part et d'autre du domaine de calcul. Ainsi, l'influence néfaste des conditions aux limites est éloignée du domaine d'intérêt de la simulation. Les résultats qui sont présentés par la suite ont donc été obtenus sur un maillage étiré de part et d'autre du domaine à l'aide d'un taux d'étirement sur 40 points de 5% en entrée et de 7% en sortie. On rajoute de plus 50 points dans la direction longitudinale.
Le nouveau domaine de calcul étant à présent plus grand, on effectue 80000 itérations avec un CFL de 1.6.

Les résultats obtenus sont tracés sur les figures 3.15 et 3.16 pour le gradient de pression adverse et 3.17 et 3.18 pour le gradient de pression favorable. Les profils de vitesses v initialement à 0 se sont donc bien, au fur et à mesure du calcul et sous l'influence de la correction des variables de vitesse, rapprochés des profils de vitesse v correspondant aux gradients de pression choisis.



(a) Profil de vitesse u en fonction de η (b) Profil de vitesse v en fonction de η

Figure 3.15 – Évolution d'une couche limite sur une plaque plane soumise à un gradient de pression adverse en initialisant u avec la solution de Falkner-Skan et v à 0. Comparaison des profils de vitesses u à gauche (a) et v à droite (b) qui sont superposés avec ceux obtenus grâce à la solution analytique de Falkner-Skan pour $m = -0.03$ (——) et pour $m = 0$ (——) aux positions : +, $\frac{x}{\delta_0} = 68.3$; ∗, $\frac{x}{\delta_0} = 72.7$; ○, $\frac{x}{\delta_0} = 77.1$; △, $\frac{x}{\delta_0} = 81.5$; ◇, $\frac{x}{\delta_0} = 85.7$; □, $\frac{x}{\delta_0} = 90.1$.

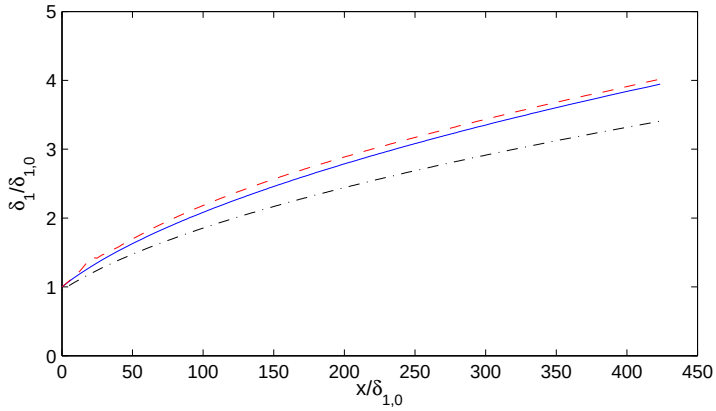
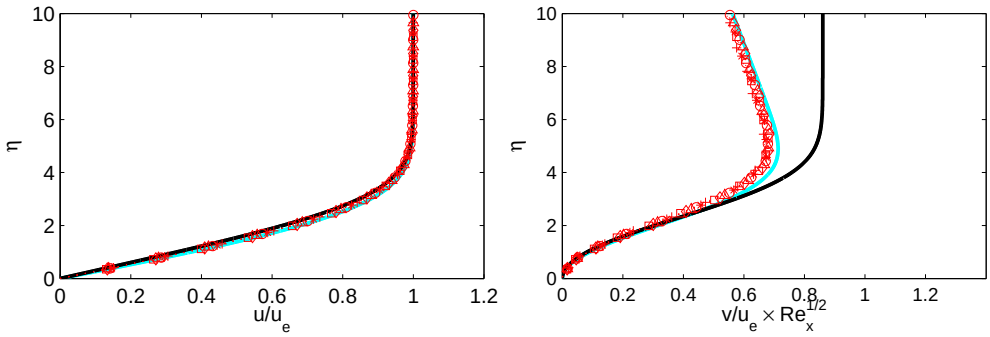


Figure 3.16 – Évolution de l'épaisseur de déplacement en présence d'un gradient de pression adverse en initialisant u avec la solution de Falkner-Skan et v à 0. Comparaison de la solution issue du solveur (– – –) pour $m = -0.03$ avec la solution analytique (——) et la solution de Blasius (– · – ·).



(a) Profil de vitesse u en fonction de η (b) Profil de vitesse v en fonction de η

Figure 3.17 – Évolution d'une couche limite sur une plaque plane soumise à un gradient de pression favorable en initialisant u avec la solution de Falkner-Skan et v à 0. Comparaison des profils de vitesses u à gauche (a) et v à droite (b) qui sont superposés avec ceux obtenus grâce à la solution analytique de Falkner-Skan pour $m = 0.03$ (——) et pour $m = 0$ (——) aux positions : +, $\frac{x}{\delta_0} = 68.3$; ∗, $\frac{x}{\delta_0} = 72.7$; ○, $\frac{x}{\delta_0} = 77.1$; △, $\frac{x}{\delta_0} = 81.5$; ◇, $\frac{x}{\delta_0} = 85.7$; □, $\frac{x}{\delta_0} = 90.1$.

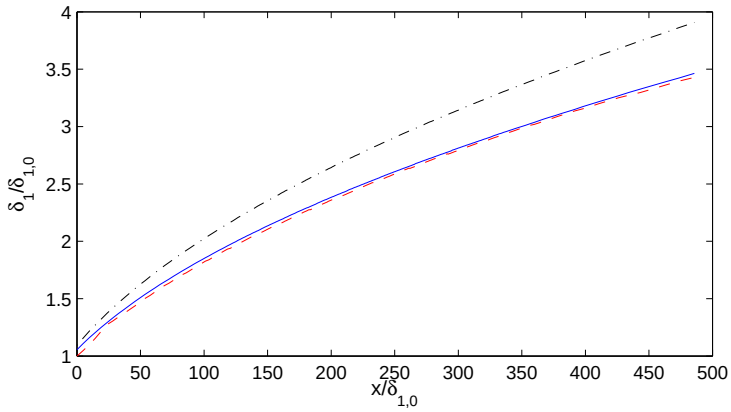
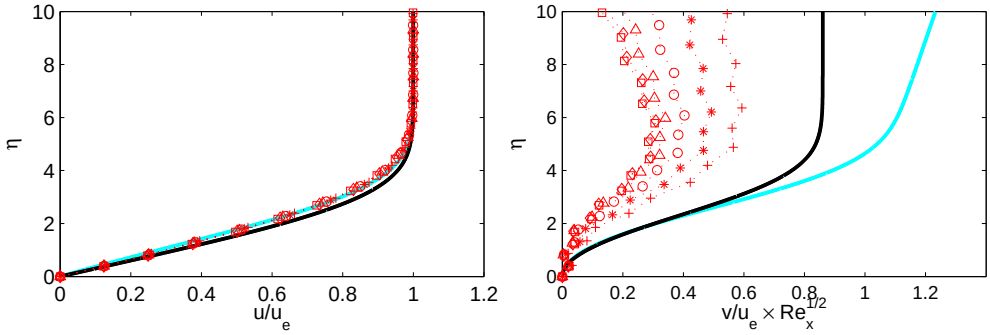


Figure 3.18 – Évolution de l'épaisseur de déplacement en présence d'un gradient de pression favorable en initialisant u avec la solution de Falkner-Skan et v à 0. Comparaison de la solution issue du solveur (– – –) pour $m = 0.03$ avec la solution analytique (——) et la solution de Blasius (– · – ·).

Les résultats obtenus en initialisant le champ de vitesse v à 0 et u avec la solution de Falkner-Skan ont montré que l'on est capable d'obtenir le gradient souhaité grâce à la condition de rappel utilisée sur la face supérieure du domaine de calcul. On essaye à présent d'éprouver d'avantage la robustesse du solveur en initialisant de plus le champ vitesse u par une solution approchée.

On initialise à présent le champ de vitesse u avec un profil de Falkner-Skan δ_0 extrudé sur l'ensemble du domaine. Le champ de vitesse v est initialisé à 0 et les autres paramètres du calcul, à savoir le champ de pression ainsi que la correction sont identiques à ceux utilisés dans les calculs précédents.



(a) Profil de vitesse u en fonction de η (b) Profil de vitesse v en fonction de η

Figure 3.19 – Évolution d'une couche limite sur une plaque plane soumise à un gradient de pression défavorable en initialisant u avec un profil extrudé de Falkner-Skan et v à 0. Comparaison des profils de vitesses u à gauche (a) et v à droite (b) qui sont superposés avec ceux obtenus grâce à la solution analytique de Falkner-Skan pour $m = -0.03$ (——) et pour $m = 0$ (——) aux positions : +, $\frac{x}{\delta_0} = 68.3$; ∗, $\frac{x}{\delta_0} = 72.7$; ○, $\frac{x}{\delta_0} = 77.1$; △, $\frac{x}{\delta_0} = 81.5$; ◇, $\frac{x}{\delta_0} = 85.7$; □, $\frac{x}{\delta_0} = 90.1$.

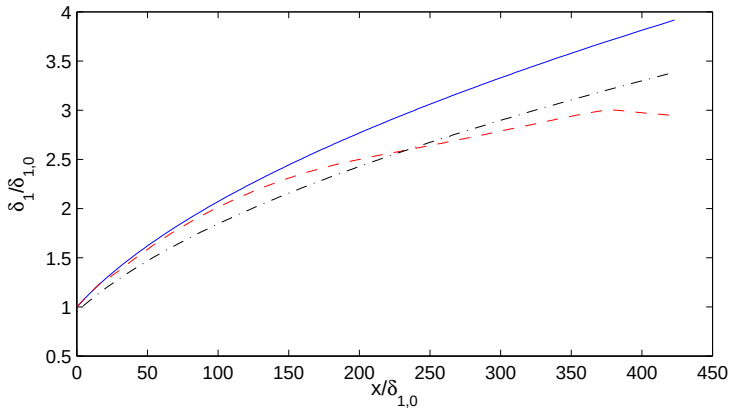
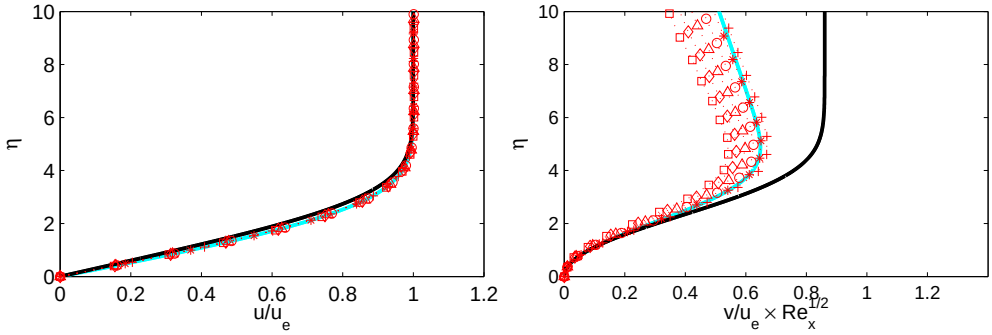


Figure 3.20 – Évolution de l'épaisseur de déplacement en présence d'un gradient de pression favorable en initialisant u avec un profil extrudé de Falkner-Skan et v à 0. Comparaison de la solution issue du solveur (– – –) pour $m = -0.03$ avec la solution analytique (——) et la solution de Blasius (– · – ·).



(a) Profil de vitesse u en fonction de η (b) Profil de vitesse v en fonction de η

Figure 3.21 – Évolution d'une couche limite sur une plaque plane soumise à un gradient de pression favorable en initialisant u avec un profil extrudé de Falkner-Skan et v à 0. Comparaison des profils de vitesses u à gauche (a) et v à droite (b) qui sont superposés avec ceux obtenus grâce à la solution analytique de Falkner-Skan pour $m = 0.03$ (——) et pour $m = 0$ (——) aux positions : +, $\frac{x}{\delta_0} = 68.3$; ∗, $\frac{x}{\delta_0} = 72.7$; ○, $\frac{x}{\delta_0} = 77.1$; △, $\frac{x}{\delta_0} = 81.5$; ◇, $\frac{x}{\delta_0} = 85.7$; □, $\frac{x}{\delta_0} = 90.1$.

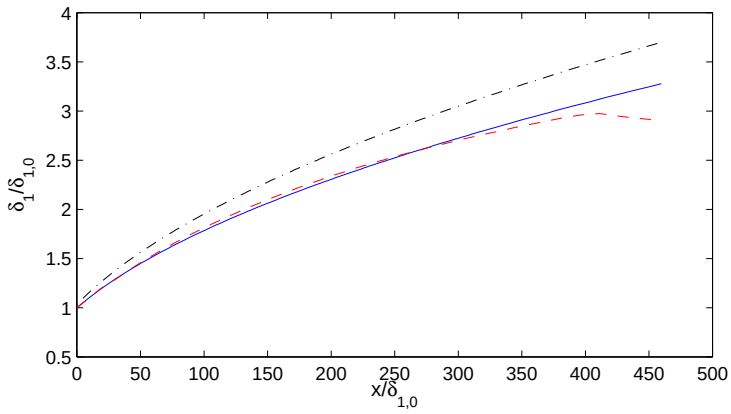


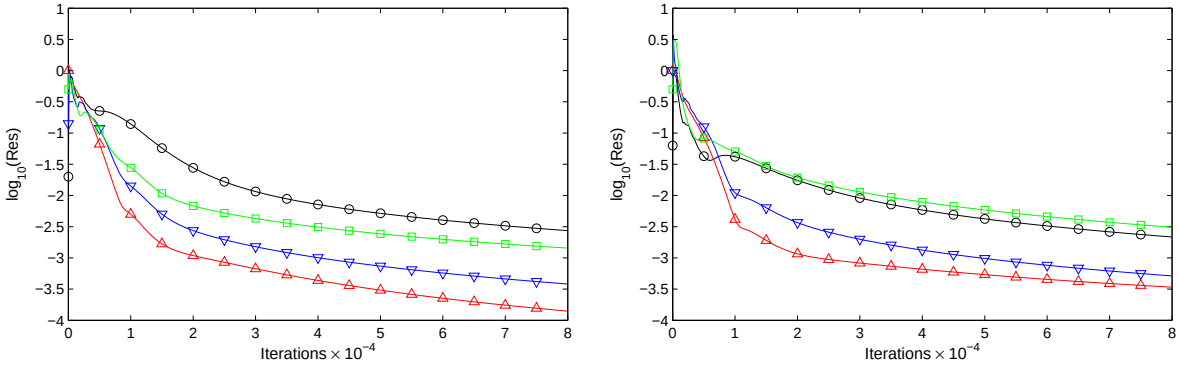
Figure 3.22 – Évolution de l'épaisseur de déplacement en présence d'un gradient de pression favorable en initialisant u avec un profil extrudé de Falkner-Skan et v à 0. Comparaison de la solution issue du solveur (– – –) pour $m = 0.03$ avec la solution analytique (——) et la solution de Blasius (– · – ·).

Sur les figures 3.19 et 3.20 pour le gradient de pression adverse, on observe que les résultats obtenus sont très différents de la solution analytique notamment au niveau des profils de vitesse v et l'évolution de l'épaisseur de déplacement δ_1. Ces différences sont moins importantes dans le cas du gradient de pression favorable sur les figures 3.21 et 3.22 où seuls les profils de vitesse v ne sont pas parfaitement superposés au profil de Falkner-Skan.

La même expérience a été réalisée en initialisant le champ de vitesse v avec la solution analytique et u par un profil extrudé de Falkner-Skan et les résultats obtenus sont identiques à ceux obtenus précédemment lorsque le champs de vitesse v était initialisé à 0.

L'évolution des résidus (figure 3.23) indique dans les deux cas que le code s'est adapté à la solution initiale et converge vers la solution stationnaire présentée précédemment. On peut en conclure qu'itérer d'avantage ne permettrait pas l'obtention d'une solution se

rapprochant d'avantage de la solution analytique.



(a) Résidus pour un gradient de pression favorable

(b) Résidus pour un gradient de pression adverse

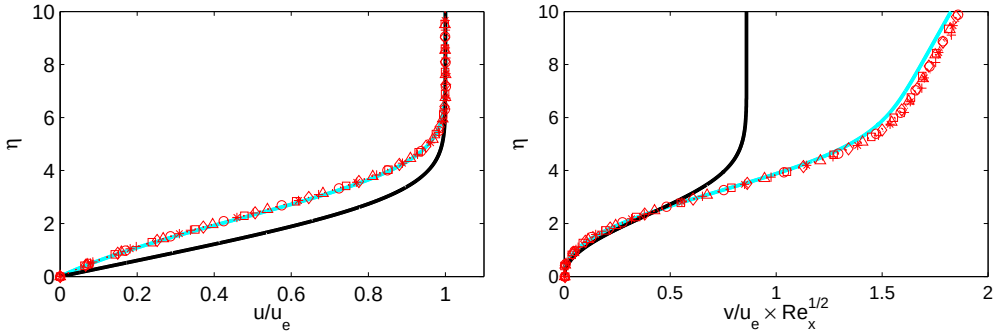
Figure 3.23 – Évolutions des résidus Res(ρ) (—— o), Res(ρu) (—— △), Res(ρv) (—— ▽) et Res(ρe) (—— □), calculés en utilisant la norme L^2 dans le cas d'un gradient de pression favorable (à gauche) et adverse (à droite) lorsque l'on initialise u avec un profil extrudé de Falkner-Skan et v à 0.

Ces observations, permettent de déduire que l'initialisation correcte du champ de vitesse u est un paramètre crucial du problème lorsque l'on souhaite imposer un gradient de pression à une couche limite grâce à une distribution de vitesse sur la paroi supérieure du domaine de calcul en régime compressible subsonique. Il faudra donc l'initialiser de façon la plus judicieuse possible en particulier lorsque l'on souhaite imposer un gradient de pression adverse.

3.3.4 Calcul avec un gradient de pression fort

On décide à présent de réaliser des simulations de couche limite sur plaque plane soumise à des gradients de pression adverse et favorable plus forts. On choisit de mettre en œuvre deux calculs sur des maillages identiques à ceux utiliser précédemment tout en conservant la même approche d'application du gradient (initialisation grâce à la méthode de Falkner-Skan associée à une correction de la vitesse sur la paroi supérieure du domaine de calcul) mais en utilisant à présent $m = -0.07$ pour un gradient plus fort adverse et $m = 0.07$ pour un gradient plus fort favorable. Ces valeurs de m correspondent $\hat{\beta} = -0.15$ et $\alpha = -13.55°$ pour le cas de gradient adverse et $\hat{\beta} = 0.13$ et $\alpha = 11.78°$ pour le cas de gradient favorable.

Les figures 3.24 et 3.25 contiennent les résultats obtenus pour un gradient de pression adverse et les figures 3.26 et 3.27, ceux pour un gradient de pression favorable.



(a) Profil de vitesse u en fonction de η (b) Profil de vitesse v en fonction de η

FIGURE 3.24 – Évolution d'une couche limite soumise à un gradient de pression adverse fort sur une plaque plane en initialisant u et v avec la solution de Falkner-Skan. Comparaison des profils de vitesses u à gauche (a) et v à droite (b) qui sont superposés avec ceux obtenus grâce à la solution analytique de Falkner-Skan pour $m = -0.07$ (——) et pour $m = 0$ (Blasius) (——) aux positions $+$, $\frac{x}{\delta_0} = 44.6$; $*$, $\frac{x}{\delta_0} = 50.3$; $\circ$, $\frac{x}{\delta_0} = 55.5$; $\triangle$, $\frac{x}{\delta_0} = 60.4$; $\diamond$, $\frac{x}{\delta_0} = 64.9$; $\square$, $\frac{x}{\delta_0} = 69.2$.

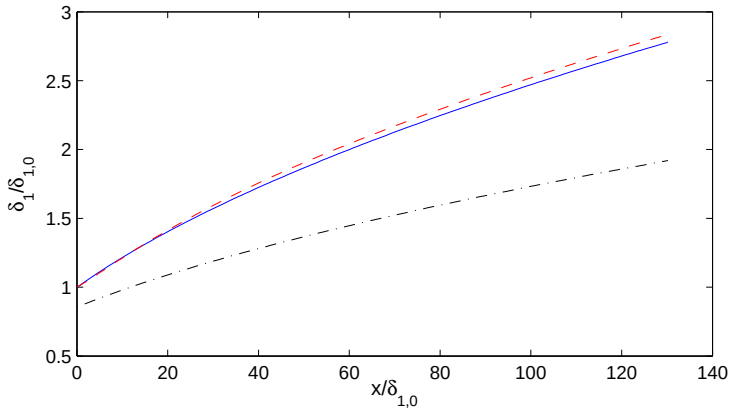
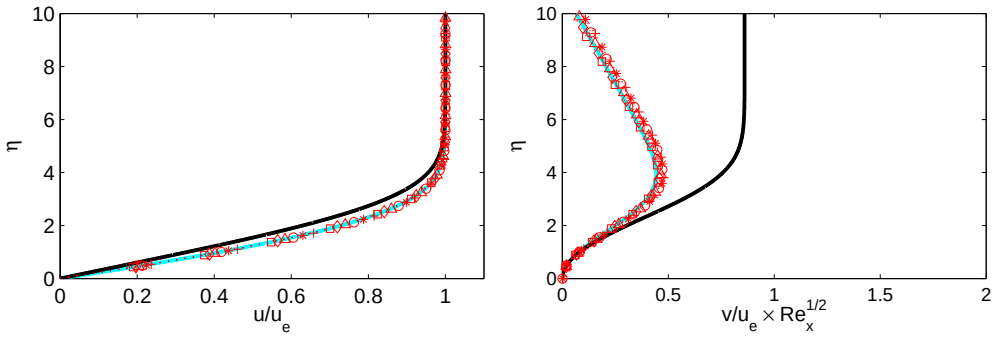


FIGURE 3.25 – Évolution de l'épaisseur de déplacement d'une couche limite soumise à un gradient de pression adverse fort sur une plaque plane en initialisant u et v avec la solution de Falkner-Skan. Comparaison de la solution issue du solveur (– – –) pour $m = -0.07$ avec la solution analytique (——) et la solution de Blasius (– · – · –).



(a) Profil de vitesse u en fonction de η (b) Profil de vitesse v en fonction de η

FIGURE 3.26 – Évolution d'une couche limite soumise à un gradient de pression favorable fort sur une plaque plane en initialisant u et v avec la solution de Falkner-Skan. Comparaison des profils de vitesses u à gauche (a) et v à droite (b) qui sont superposés avec ceux obtenus grâce à la solution analytique de Falkner-Skan pour $m = 0.07$ (——) et pour $m = 0$ (Blasius) (——) aux positions $+$, $\frac{x}{\delta_0} = 44.6$; $*$, $\frac{x}{\delta_0} = 50.3$; $\circ$, $\frac{x}{\delta_0} = 55.5$; $\triangle$, $\frac{x}{\delta_0} = 60.4$; $\diamond$, $\frac{x}{\delta_0} = 64.9$; $\square$, $\frac{x}{\delta_0} = 69.2$.

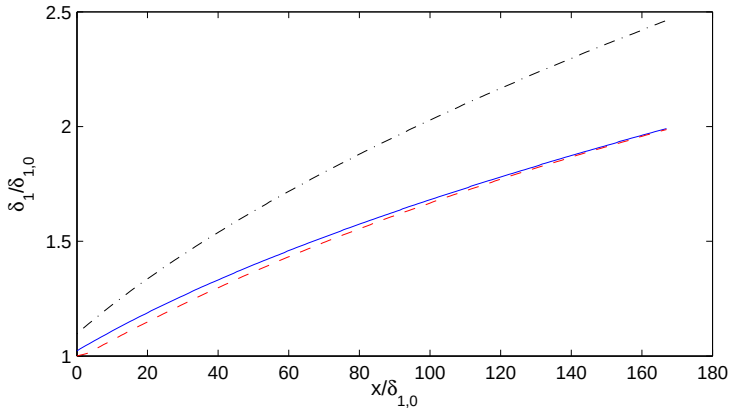


FIGURE 3.27 – Évolution de l'épaisseur de déplacement d'une couche limite soumise à un gradient de pression favorable fort sur une plaque plane en initialisant u et v avec la solution de Falkner-Skan. Comparaison de la solution issue du solveur (– – –) pour $m = 0.07$ avec la solution analytique (——) et la solution de Blasius (– · – · –).

Sur les figures 3.24 et 3.25 pour le cas adverse et 3.26 et 3.27 pour le cas favorable, on peut remarquer que le gradient de pression est parfaitement maintenu en adverse et en favorable même lorsque il est plus important.

3.3.5 Évacuation d'une impulsion acoustique

Afin de pouvoir mettre en place une couche limite turbulente 3-D sur plaque plane avec gradient de pression et de calculer son rayonnement acoustique, il est nécessaire que la fonction de rappel utilisée pour maintenir le gradient de pression permette toujours l'évacuation des ondes acoustiques. Afin de vérifier cela, on décide à partir d'un calcul convergé (après 30000 itérations) avec gradient de pression, d'injecter une impulsion gaussienne P_{gauss} au champ de pression définie de la façon suivante :

$$P_{gauss} = 10e^{-\sigma_x((x-x_m)^2+(y-y_m)^2)}$$

avec $\sigma_x = \frac{\ln(2.)}{9\Delta x^2}$, x_m et y_m les coordonnées du centre de la gaussienne ici en $(nx/2, ny/2)$.

Sur les figures 3.29 et 3.28 on peut observer que l'impulsion est correctement évacuée par la condition au limite supérieure du domaine. Le rappel de pression imposé ne génère aucune réflexion de l'onde acoustique qui est correctement évacuée.

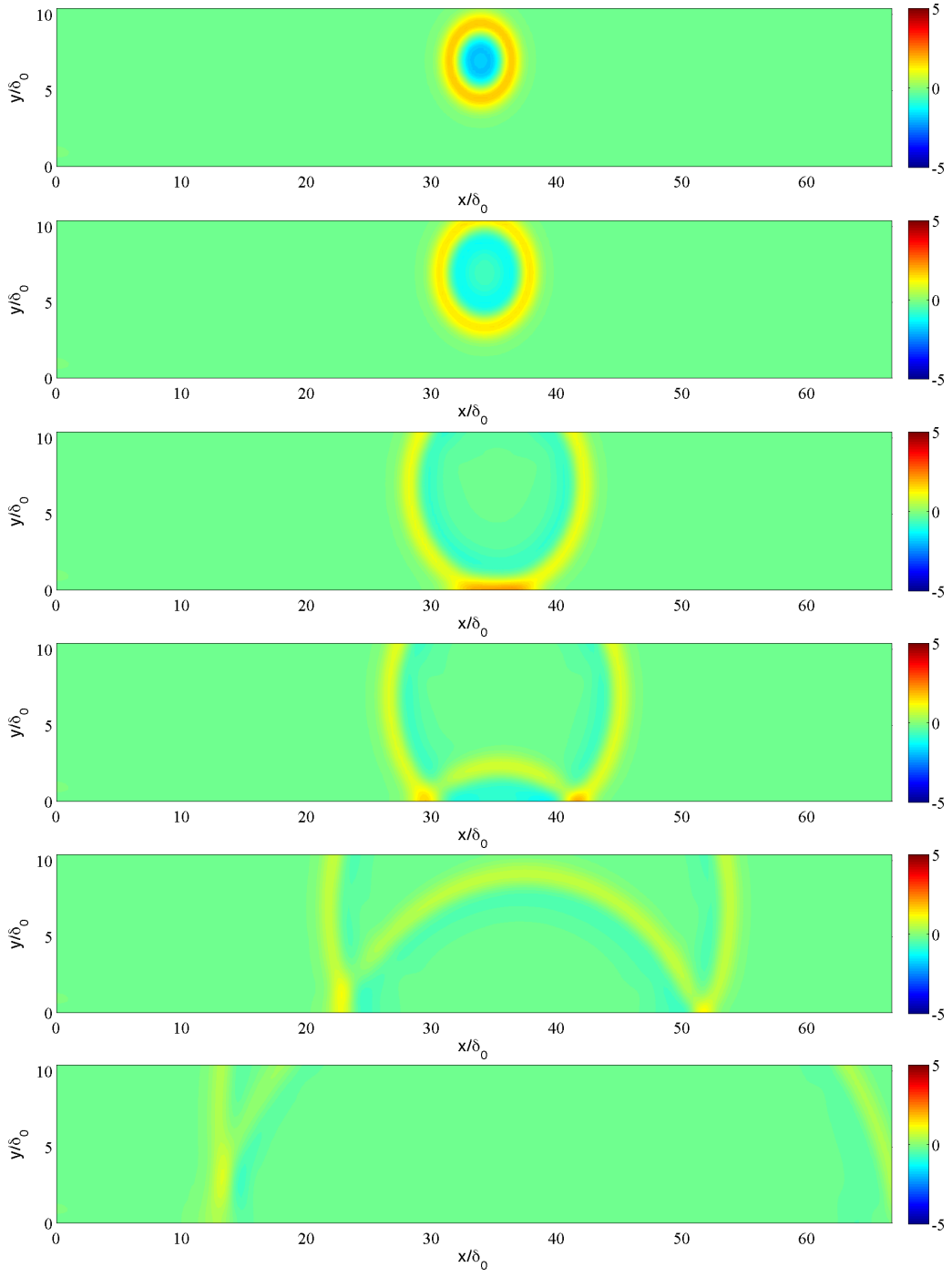


Figure 3.28 – Évolution d'une impulsion gaussienne dans un champ de pression perturbé p' en présence d'un gradient de pression adverse pour $m = -0.03$ à différents instants (20,30, 60, 80, 140 et 250 itérations après l'insertion de l'impulsion).

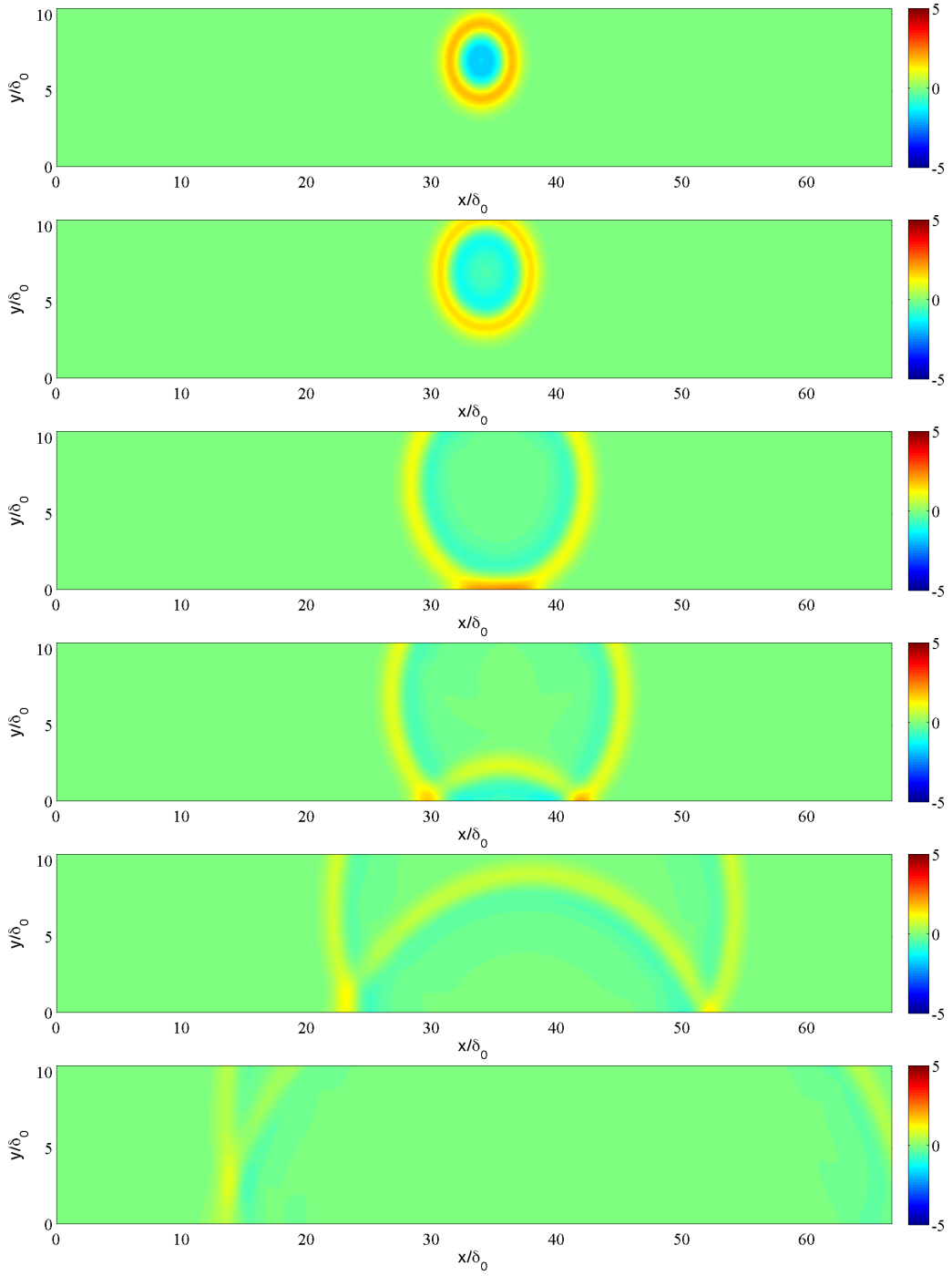


Figure 3.29 – Évolution d'une impulsion gaussienne dans un champ de pression perturbé p' en présence d'un gradient de pression favorable pour $m = 0.03$ à différents instants (20,30, 60, 80, 140 et 250 itérations après l'insertion de l'impulsion).

3.4 Mise en œuvre d'un calcul avec gradient de pression sur une plaque inclinée

La méthode la plus naturelle permettant d'imposer un gradient de pression à une couche limite sur une plaque plane est la déformation de cette dernière. Dans cette partie, on cherche donc à imposer un gradient de pression à une couche limite en déformant la paroi solide inférieure du domaine de calcul. Afin d'effectuer cela, il a tout d'abord été nécessaire d'ajouter au solveur le traitement des géométries curvilignes qui n'était pas initialement présent dans le code CAA utilisé. Cette partie permet donc également la validation du code curviligne.

3.4.1 Description de la simulation

Le domaine de calcul est défini par un maillage curviligne constitué de 250×80 points et qui est raffiné verticalement près de la paroi grâce à une progression géométrique dont le taux d'étirement est de 2%. La plus petite taille de maille verticale qui est située au niveau de la paroi est de $\Delta y_{min} = 2.8 \times 10^{-6}$ m. Le maillage est uniforme dans la direction longitudinale avec $\Delta x = 1.2 \times 10^{-5}$ m.
Le maillage a été réalisé en effectuant une rotation d'un maillage cartésien d'un angle α correspondant à l'inclinaison de la plaque souhaitée. On choisit de mettre 15 points dans la couche limite à l'entrée du domaine de calcul ce qui correspond à une épaisseur de couche limite de $\delta_0 = 4.47.10^{-5}m$. On effectue une simulation à Mach 0.3 et au nombre de Reynolds d'entrée basé sur l'épaisseur de couche limite δ_0 égal à $Re_{\delta_0} = 516$.
La pression de référence est $p_0 = 101\,300$ Pa.

3.4.2 Initialisation du calcul

Comme pour les cas de plaque plane traités précédemment, on choisit d'initialiser le calcul à l'aide de la solution de Falkner-Skan pour les composantes de vitesse u et v afin d'éviter une réaction néfaste du solveur compressible. Le champ de pression étant initialisé à la pression de référence.
Le calcul des champs d'initialisation de u et de v s'effectue en deux étapes. La première est similaire à celle effectuée pour le cas de plaque plane et consiste à résoudre le problème de Falkner-Skan en chaque point i discrétisant l'axe des abscisses d'un maillage cartésien après avoir calculé l'abscisse fictive x_0 à partir de laquelle on débute le calcul en fonction de l'épaisseur de couche limite que l'on souhaite imposer à l'entrée du domaine de calcul. La seconde étape consiste à transformer la solution obtenue sur le maillage de plaque plane en une solution correspondante sur un maillage de plaque inclinée. Celle-ci peut être effectuée à l'aide d'une rotation de la solution obtenue à l'étape précédente. Pour effectuer cela, on définit l'opérateur de rotation permettant la rotation du vecteur $\mathbf{X} = (x, y)^T$ d'un angle α de la façon suivante :

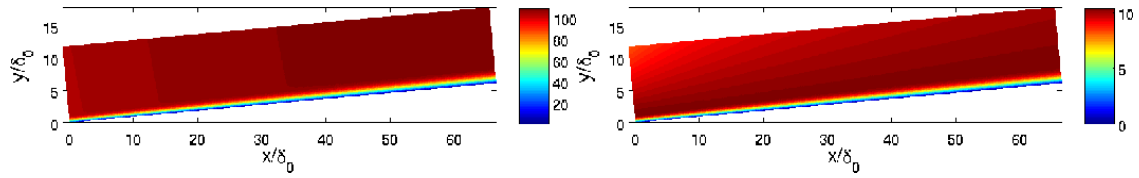
$$Q\mathbf{X} = \mathbf{X}'$$

où Q est la matrice de rotation définie comme :

$$Q = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$$

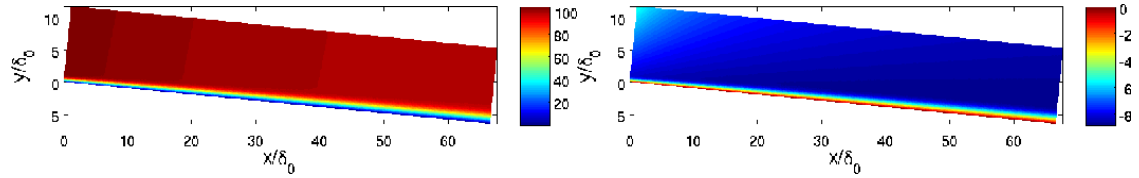
On choisit de simuler une couche limite soumise à un gradient de pression favorable sur une plaque inclinée tel que $m = 0.03$ soit avec $\hat{\beta} = 0.058$ et $\alpha = 5.24°$, ainsi que pour un gradient de pression adverse pour $m = -0.03$ soit avec $\hat{\beta} = -0.062$ et $\alpha = -5.57°$.

Les figures 3.30 et 3.31 représentent respectivement pour $m = 0.03$ et $m = -0.003$, les champs de vitesses u et v obtenus à l'aide de la méthode de Falkner-Skan pour un écoulement sur une plaque inclinée.



(a) Champ de vitesse u (b) Champ de vitesse v

Figure 3.30 – Champs de vitesses pour une couche limite soumise à un gradient de pression favorable, obtenus grâce à la résolution du problème de Falkner-Skan pour $m = 0.03$ sur une plaque inclinée d'un angle $\alpha = 5.24°$.

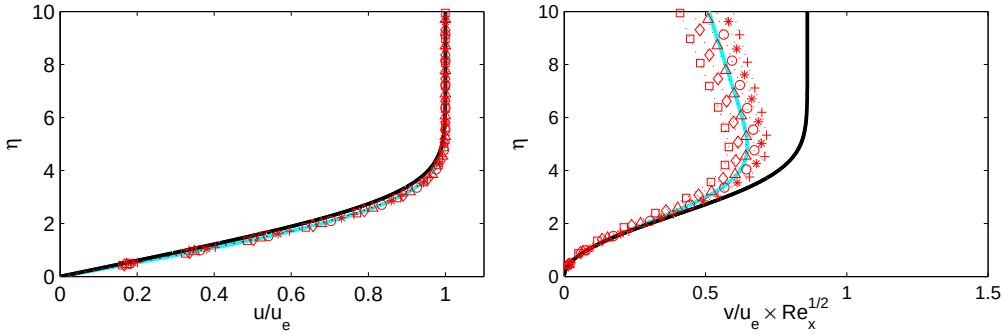


(a) Champ de vitesse u (b) Champ de vitesse v

Figure 3.31 – Champs de vitesses pour une couche limite soumise à un gradient de pression adverse, obtenus grâce à la résolution du problème de Falkner-Skan pour $m = -0.03$ sur une plaque inclinée d'un angle $\alpha = -5.57°$.

3.4.3 Présentation des résultats

Les résultats que l'on présente dans cette partie ont été obtenus après 30000 itérations avec un nombre CFL de 1.6 basé sur Δy_{min} et sont comparés à ceux obtenus avec la méthode de Falkner-Skan.
On effectue une simulation de couche limite sur plaque inclinée d'un angle $\alpha = 5.24°$ en initialisant grâce à la solution analytique de Falkner-Skan. Sur la figure 3.32, on superpose les profils de vitesse obtenus en différentes abscisses du domaine de calcul avec le profil de Falkner-Skan calculé pour $m = 0.03$ et pour $m = 0$ (Blasius). L'évolution de l'épaisseur de déplacement obtenue en utilisant la solution de Falkner-Skan pour $m = 0.03$ et celle obtenue grâce au solveur sont comparées sur la figure 3.33.



(a) Profil de vitesse u en fonction de η (b) Profil de vitesse v en fonction de η

FIGURE 3.32 – Évolution d'une couche limite soumise à un gradient de pression favorable sur une plaque inclinée d'un angle $\alpha = 5.24°$ en initialisant u et v avec la solution de Falkner-Skan. Comparaison des profils de vitesses u à gauche (a) et v à droite (b) qui sont superposés avec ceux obtenus grâce à la solution analytique de Falkner-Skan pour $m = 0.03$ (——) et pour $m = 0$ (Blasius) (——) aux positions +, $\frac{x}{\delta_0} = 44.6$; ∗, $\frac{x}{\delta_0} = 50.3$; ○, $\frac{x}{\delta_0} = 55.5$; △, $\frac{x}{\delta_0} = 60.4$; ◇, $\frac{x}{\delta_0} = 64.9$; □, $\frac{x}{\delta_0} = 69.2$.

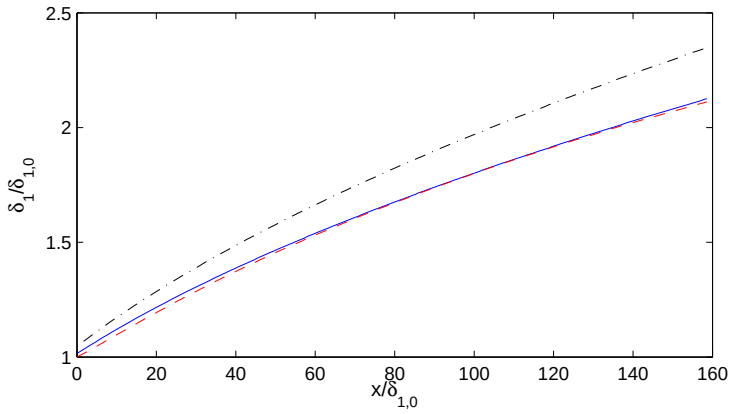
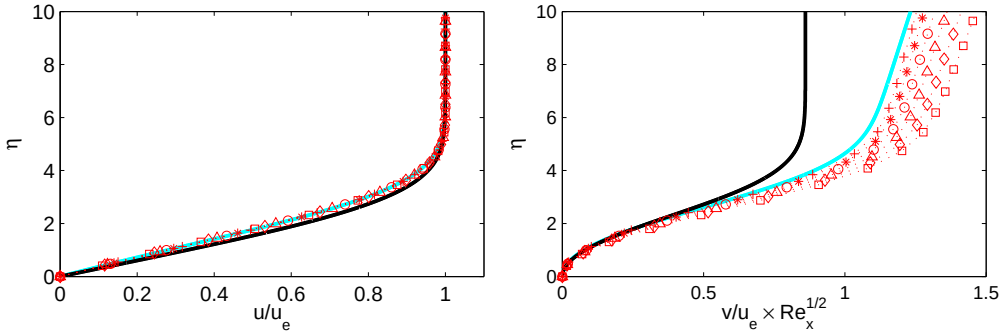


FIGURE 3.33 – Évolution de l'épaisseur de déplacement d'une couche limite soumise à un gradient de pression favorable sur une plaque inclinée d'un angle $\alpha = 5.24°$ en initialisant u et v avec la solution de Falkner-Skan. Comparaison de la solution issue du solveur (– – –) pour $m = 0.03$ avec la solution analytique (——) et la solution de Blasius (– · – ·).

On initialise à présent le calcul avec la solution de Falkner-Skan pour $m = -0.03$, soit pour un gradient de pression défavorable correspondant au cas $\hat{\beta} = -0.062$ et $\alpha = -5.57°$. Les figures 3.34 et 3.35 illustrent les résultats obtenus.



(a) Profil de vitesse u en fonction de η (b) Profil de vitesse v en fonction de η

Figure 3.34 – Évolution d'une couche limite soumise à un gradient de pression adverse sur une plaque inclinée d'un angle $\alpha = -5.57°$ en initialisant u et v avec la solution de Falkner-Skan. Comparaison des profils de vitesses u à gauche (a) et v à droite (b) qui sont superposés avec ceux obtenus grâce à la solution analytique de Falkner-Skan pour $m = -0.03$ (——) et pour $m = 0$ (Blasius) (——) aux positions +, $\frac{x}{\delta_0} = 44.6$; ∗, $\frac{x}{\delta_0} = 50.3$; ○, $\frac{x}{\delta_0} = 55.5$; △, $\frac{x}{\delta_0} = 60.4$; ◇, $\frac{x}{\delta_0} = 64.9$; □, $\frac{x}{\delta_0} = 69.2$.

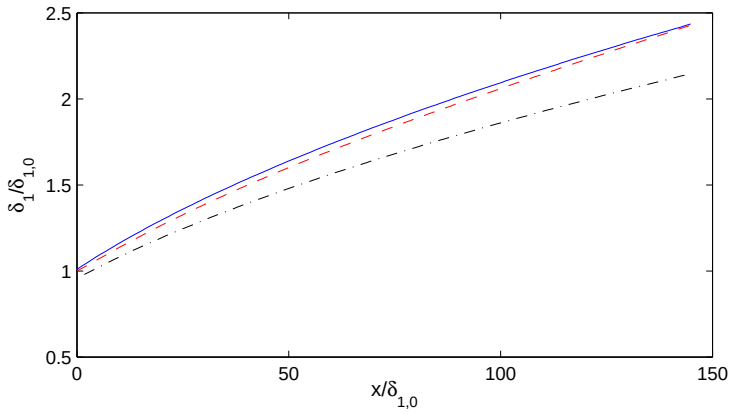


Figure 3.35 – Évolution de l'épaisseur de déplacement d'une couche limite soumise à un gradient de pression adverse sur une plaque inclinée d'un angle $\alpha = -5.57°$ en initialisant u et v avec la solution de Falkner-Skan. Comparaison de la solution issue du solveur (– – –) pour $m = -0.03$ avec la solution analytique (——) et la solution de Blasius (– · – ·).

Les résultats obtenus sur les figures 3.32, 3.33, 3.34 et 3.35 montrent que le solveur curviligne utilisé est capable de maintenir la solution analytique avec laquelle on a initialisé le calcul de couche limite sur plaque inclinée pour un gradient de pression adverse ou favorable. On peut de plus noter qu'avec cette méthode, il n'est plus nécessaire d'effectuer un rappel dans la condition limite supérieure, le gradient étant directement imposé par l'inclinaison de la plaque.

3.5 Conclusion

Dans cette partie, on a montré que l'on est capable d'imposer un gradient de pression axial à une couche limite à l'aide deux méthodes différentes. La première méthode étant basée sur l'imposition d'une distribution de vitesse en haut du domaine de calcul via la modification des conditions aux limites de Tam et Dong et l'ajout d'un terme de pénalisation. L'emploi de cette méthode a été convainquant pour des gradients faibles ou forts pour des configurations adverses et favorables. Il est donc possible d'envisager l'utilisation de cette méthode pour la mise en place de futurs calculs turbulents 3-D. La seconde méthode faisant appel à un solveur curviligne et à une déformation de la plaque a également été mise en œuvre avec succès et reste également une solution possible.
Quelle que soit la méthode, une initialisation judicieuse du calcul devra être effectuée afin d'éviter une mauvaise réaction du solveur compressible et notamment des conditions aux limites.

Chapitre 4

Mise en place des calculs LES

Dans cette partie on se propose de détailler la mise en place des calculs turbulents LES dont les résultats seront présentés dans le dernier chapitre (chapitre 5). On précisera ensuite la méthode utilisée pour la mise en place du gradient de pression dans ces calculs LES 3D ainsi que les maillages utilisés. Un des objectifs de ces simulations étant le calcul du rayonnement acoustique de couches limites turbulentes soumises à différents gradients de pression, il est impératif que les différentes conditions aux limites du domaine ne réfléchissent pas les ondes entrantes et que la condition d'entrée turbulente du calcul soit silencieuse. Le test de l'impulsion gaussienne effectué au chapitre précédent(partie 3.3.5), ayant déjà permis d'observer qu'une onde incidente n'est pas réfléchie par les conditions aux limites de Tam et Dong utilisées, il est maintenant nécessaire de leurs associées une condition d'entrée turbulente qui soit silencieuse. On a choisi dans le cadre de ce travail d'utiliser la condition d'entrée turbulente silencieuse proposée par Gloerfelt et Robinet [69] qui est basée sur le contrôle de transition d'un profil de vitesse moyenne après une marche descendante. La mise en place de cette condition d'entrée est donc détaillée dans un second temps.

4.1 Description des domaines de calcul LES

On se propose de donner des détails sur la mise en place de l'ensemble des calculs LES présentés dans ce manuscrit. Afin de pouvoir évaluer l'influence d'un gradient de pression sur une couche limite turbulente, des calculs pour différents type de gradient sont effectués. Un calcul avec gradient favorable modéré (FPGw), avec gradient favorable fort (FPGs) sans gradient (ZPG), avec gradient adverse modéré (APGw) et avec gradient de pression adverse fort (APGs). Afin de pouvoir comparer les différents cas de gradients, il a été nécessaire que les différentes simulations soient réalisées dans les mêmes conditions. La description des domaines de calcul, des paramètres des différents maillages ainsi que la méthode d'application du gradient de pression dans les différents cas sont donnés ici. Pour l'ensemble des calculs présentés ici, la condition d'entrée turbulente a nécessité un calcul préalable 2D avec une marche descendante à l'entrée des domaines de calcul. Les calculs 3-D sont ensuite réalisés sur un sous-domaine qui débute 7 points après la marche. Cette procédure est détaillée dans la partie 4.1.2.

4.1.1 Calcul sans gradient de pression

Le calcul sans gradient de pression présenté ici est celui effectué par Gloerfelt [71, 72] pour Mach 0.5. L'épaisseur de couche limite à l'entrée du domaine au dessus de la marche

descendante est de taille 4.84×10^{-5} m (cf partie 4.2.2). Le maillage sans la marche est de taille $1440 \times 400 \times 400$ ($nx \times ny \times nz$) soit ~ 230 millions de points. Lors des calculs 2-D avec marche, 64 points sont ajoutés à nx pour discrétiser la marche. En effet, 58 points sont utilisés pour la discrétisation de la marche auxquels s'ajoutent les 7 points à partir on débute le calcul et duquel le profil inflexionnel est extrait (cf 4.2.2).

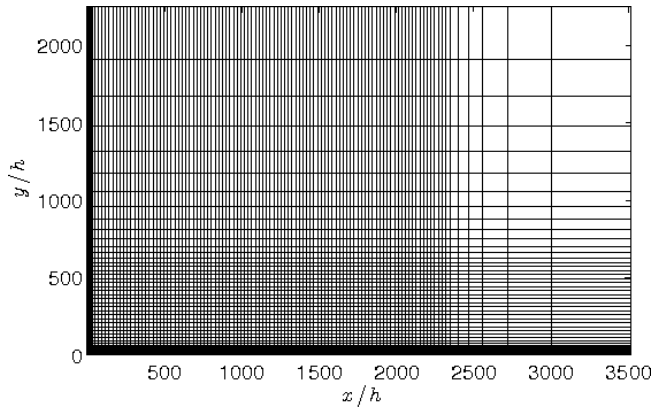


Figure 4.1 – Maillage final utilisé pour le calcul LES sur plaque plane (tous les 12 points dans la direction x et 8 points dans la direction y sont montrés pour plus de clarté).

Dans la direction longitudinale x, un raffinement est appliqué prés de la condition d'entrée afin de bien résoudre les ondes d'instabilité qui sont introduites (cf 4.2.3), un étirement du maillage est également appliqué en fin de domaine (3% sur 50 points puis 5% sur les 50 derniers points). Pour x/h compris entre 100 et 2300, la taille de maille est régulière et est égale à $\Delta x = 7.5 \times 10^{-5}$.

Dans la direction normale à la paroi y, la taille de première maille est $\Delta y_{min} = 2 \times 10^{-6}$. Un étirement de 2% est appliqué sur les 25 premiers points. Il passe à 2.5% sur les 155 suivants. Aucun étirement n'est ensuite appliqué sur les 120 points suivants. Finalement, un étirement de 2.5% sur 90 points puis de 6% sur les 10 derniers points est appliqué pour éloigner la frontière supérieure. Dans la direction transverse z, le maillage est régulier avec $\Delta z \sim 2.5 \times 10^{-5}$. Cette valeur est choisie en fonction de la condition d'entrée turbulente détaillée dans la partie suivante (cf partie 4.2.3). En effet, connaissant la périodicité dans la direction transversale des ondes d'instabilité 3-D que l'on utilise pour déclencher la turbulence, comme on le verra dans la suite de ce chapitre, on a choisi l'envergure du domaine de calcul comme un multiple de la taille longueur d'onde $\lambda_z = 2\pi/\beta$, où β est le nombre d'onde obliques qui peut être lié à l'angle des ondes transverses. On choisit ici $L_z = 8\lambda_z$. Le pas de temps utilisé Δt, est basé sur la taille de la plus petite maille soit sur Δy_{min} de la façon suivante :

$$\Delta t = CFL \times \Delta y_{min}/(U_\infty + c_\infty)$$

On obtient $\Delta t = 5.8 \times 10^{-9}$ s On peut de plus préciser que la longueur dimensionnée de la zone d'intérêt du calcul dans la direction longitudinale est de $L \sim 6$ cm et que le temps d'intégration correspond à $T \sim 5.8$ ms (pour un million d'itérations).

4.1.2 Calculs avec gradients de pression par déformation de la plaque plane

On a choisi d'utiliser la méthode de déformation de la plaque afin d'imposer le gradient de pression. En effet, lorsque l'on s'intéresse au rayonnement acoustique d'une couche

limite turbulente, la paroi supérieure du domaine de calcul doit être relativement éloignée de la paroi solide inférieure afin de pouvoir observer la propagation des ondes acoustique. De plus, comme un étirement du maillage est utilisé pour empêcher la réflexion des ondes sortantes à l'extrémité supérieur du domaine, il entraine un éloignement supplémentaire de celle-ci. Dans ces conditions, l'utilisation de la méthode basée sur l'imposition faible d'une distribution de vitesse via les conditions aux limites pourrait nécessiter une distribution de vitesse et un coefficient de rappel d'ordre de grandeur relativement trop importants (équation 4.2.1) afin de maintenir le gradient de pression sur l'ensemble du domaine de calcul. Ceci pouvant être à l'origine de réflexions d'ondes qui pourraient détériorer la qualité du calcul, on choisit donc dans le cadre de ce travail d'écarter cette méthode. La première contrainte à prendre en compte lors de la réalisation des domaines de calcul pour les différents cas de gradient est donc la déformation de la paroi solide.

De plus, afin de pouvoir utiliser l'ensemble des conditions aux limites et la condition d'entrée dans les mêmes conditions que le calcul sans gradient de pression, il est nécessaire que la paroi soit plate en entrée et en sortie du domaine de calcul. Les maillages sont générés manuellement et directement dans le code de calcul LES utilisé.

On cherche à imposer un gradient à peu près constant dans la zone d'intérêt du domaine de calcul, la plaque doit donc être inclinée d'un angle constant dans toute cette zone. De plus, afin d'éloigner la zone de transition de la zone d'intérêt du domaine, on applique un étirement du maillage au niveau la zone plane à l'entrée du domaine de calcul. De cette façon, l'écoulement arrivant dans la zone d'intérêt est pleinement turbulent.

Afin de réaliser le domaine de calcul, on commence tout d'abord par définir l'angle d'inclinaison de la plaque correspondant à l'intensité du gradient que l'on souhaite imposer. L'angle est imposé comme en 2-D, en faisant varier la constante m de Falkner-Skan (partie 3.2). Pour les trois cas de gradients présentés ici, on choisit ; $m = -0.0325$ (APGw), $m = -0.06$ (APGs), $m = 0.0325$ (FPGw) et $m = 0.06$ (FPGs). Pour le cas sans gradient, $m = 0$. Avec de telles valeurs de la constante m, on obtient des angles d'inclinaison de ; $\alpha = -6,05^\circ$ (APGw), $\alpha = -11.49^\circ$ (APGs), $\alpha = 5.66^\circ$ (FPGw) et $\alpha = 10.19^\circ$ (FPGs). Afin d'éviter une rupture de pente trop abrupte entre la partie plane nécessaire à la condition d'entrée turbulente et à la partie de la plaque inclinée d'un angle constant, il est nécessaire de créer une zone de raccord où l'évolution de l'angle est progressive. Il en est de même pour la rupture de pente en sortie du domaine de calcul. On définit donc un angle pour chaque point du maillage dans la direction longitudinale de la façon suivante :

$$\begin{cases} \alpha_i = 0 & \text{pour} \quad x \leqslant x_1 \\ \alpha_i = a_1(x - x_{d1}) & \text{pour} \quad x_1 < x \leqslant x_2 \\ \alpha_i = \alpha & \text{pour} \quad x_2 < x \leqslant x_3 \\ \alpha_i = a_2(x - x_{d2}) & \text{pour} \quad x_3 < x \leqslant x_4 \\ \alpha_i = 0 & \text{pour} \quad x_4 < x \leqslant x_5 \end{cases} \tag{4.1.1}$$

avec α_i la valeur de l'angle en chaque point d'abscisse x_i du domaine de calcul, les positions de x_1 à x_5 correspondent aux différents abscisses auxquelles des changement d'évolution de l'angle apparaissent. En x_1, l'angle commence à augmenter progressivement, en x_2 il est constant jusqu'en x_3 où l'angle commence à diminuer progressivement et finalement entre x_4 et x_5, l'angle est nul. On a de plus, $a_1 = \alpha/L_1$ et $a_2 = \alpha/L_2$ avec $L_1 = x_2 - x_1$ et $L_2 = x_5 - x_4$.

L'évolution de l'angle α_i pour les quatre cas avec gradient de pression est tracée sur la figure 4.2.

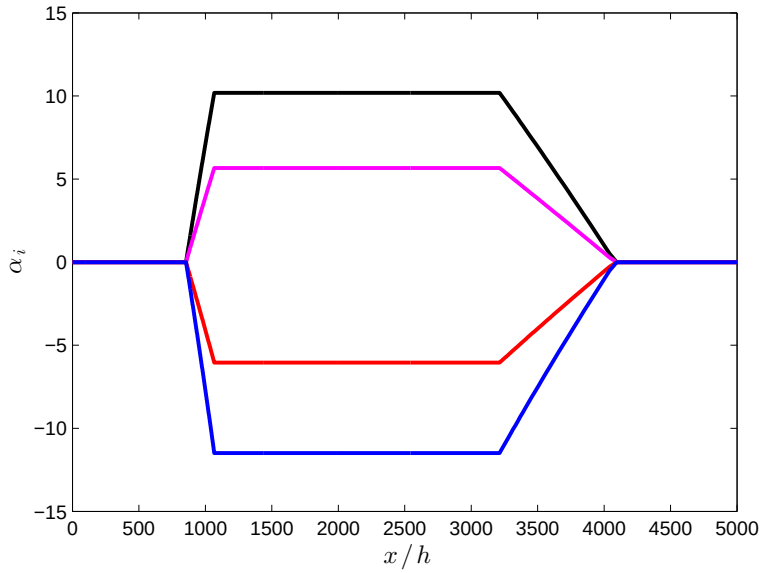


Figure 4.2 – Évolution de l'angle d'inclinaison de la paroi inférieure du domaine de calcul pour le cas FPGw (en mauve), FPGs (en noir), APGw (en rouge) et APGs (en bleu).

Une fois l'angle calculé en chaque abscisse du maillage, une rotation est appliquée en tous points du maillage utilisé pour le cas sans gradient de pression qui est initialement plat (figure4.1). Les maillages obtenus sont représentés sur la figure 4.3.

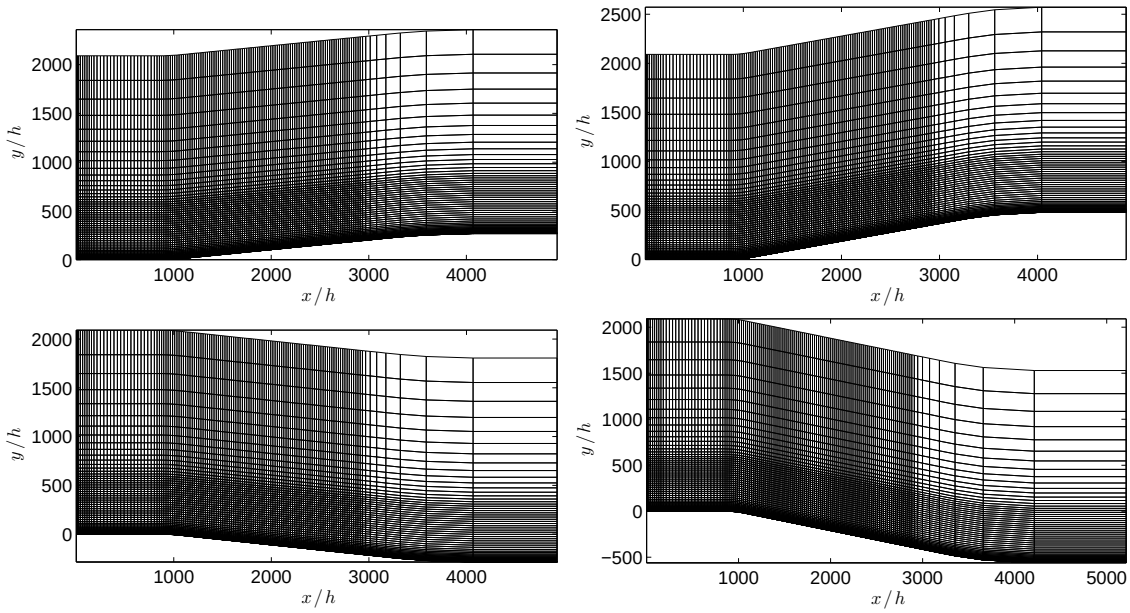


Figure 4.3 – Maillages obtenus après rotation d'angle α_i. En haut FPGw (à gauche) et FPGs (à droite) et en bas APGw (à gauche) et FPGs (à droite). Seulement 1 point sur 12 dans la direction x et sur 7 dans la direction y sont montrés pour plus de clarté.

On choisit de plus de générer des maillages dont la condition limite supérieure soit

plane afin d'éviter une éventuelle mauvaise réaction des conditions aux limites de Tam et Dong. On applique pour cela la correction en chaque point du maillage qui vise à aplatir progressivement les points de maillage en haut du domaine. Finalement les maillages que l'on utilise pour les calculs LES de couche limite avec gradients de pression sont représentés sur la figure 4.4

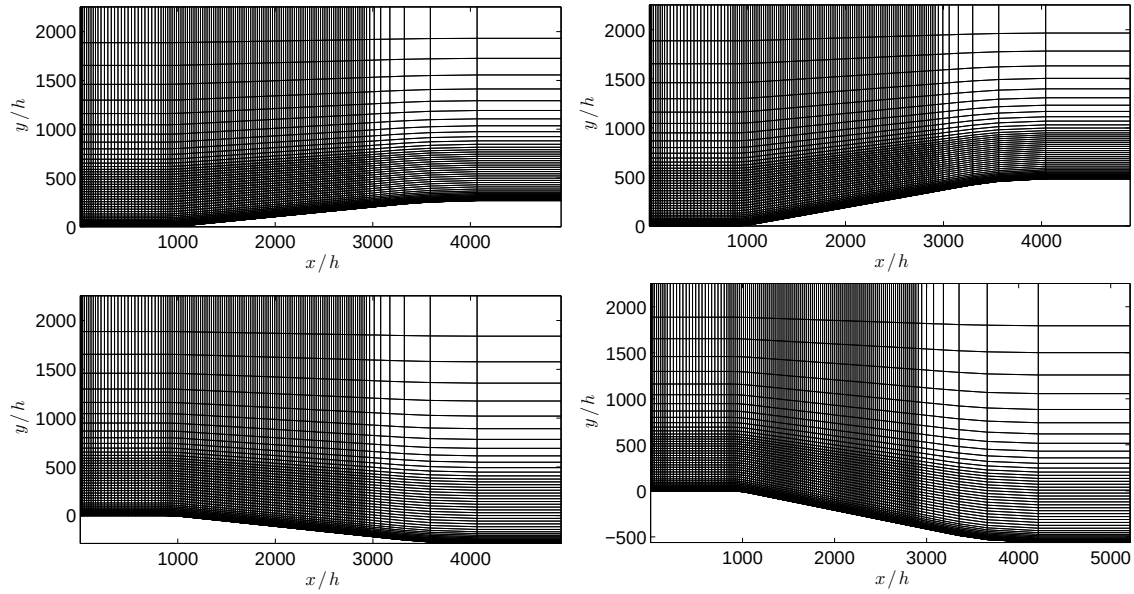


Figure 4.4 – Maillages finaux utilisés pour les calcul LES. En haut FPGw (à gauche) et FPGs (à droite) et en bas APGw (à gauche) et FPGs (à droite). Seulement 1 point sur 12 dans la direction x et sur 7 dans la direction y sont montrés pour plus de clarté.

On précise également, que les maillages pour les cas avec gradients ont une résolution numérique identique à celle sur dans la zone d'intérêt de la plaque plane, à savoir avec un étirement de 2% dans la direction normale à la paroi pour les premiers points et tel que $\Delta x = 7.5 \times 10^{-5}$ m et $\Delta y_{min} = 2 \times 10^{-6}$ m. Un étirement du maillage est également appliqué en fin de domaine de façon identique au cas sans gradient de pression ainsi qu'un raffinement proche de la condition d'entrée. Le pas de temps est donc identique, $\Delta t = 5.8 \times 10^{-9}$ s. Les maillages sans marche sont de taille $1600 \times 400 \times 400$ ($nx \times ny \times nz$) soit ~ 260 millions de points (sans la marche). Les points supplémentaires rajoutés dans la direction x permettent de compenser la perte de points utilisés pour les deux ruptures de pentes progressives et afin que les zones d'intérêt soient de taille équivalente dans les différents cas (avec ou sans gradient).

Dans la direction z, le maillage est régulier avec $\Delta z \sim 2.3 \times 10^{-5}$ m. Comme pour le cas sans gradient de pression, cette valeur est choisie en fonction de la condition d'entrée turbulente (cf partie 4.2.3). On a choisi l'envergure du domaine de calcul comme un multiple de la taille longueur d'onde $\lambda_z = 2\pi/\beta$, où β est le nombre d'onde transversal qui peut être lié à l'angle des ondes transverses. Pour les cas avec gradient on choisit $L_z = 12\lambda_z$.

Pour finir, l'épaisseur de couche limite à l'entrée du domaine au dessus de la marche descendante est également (comme pour le cas sur plaque plane) de taille 4.84×10^{-5} m pour tous les cas étudiés.

4.2 Une condition d'entrée turbulente silencieuse

La condition d'entrée turbulente que l'on a choisi d'utiliser ici [72], est basée sur le contrôle de la transition d'un champ de base avec un point d'inflexion. Avec cette méthode, un profil de vitesse inflexionnel est imposé à l'entrée du domaine de calcul et des perturbations de faibles amplitudes y sont superposées. Le profil de vitesse inflexionnel est obtenu après un calcul derrière une marche descendante. En effet, dans le cas d'une petite marche, une décélération de la vitesse locale donne un profil de vitesse inflexionnel sujet à des instabilités de Kelvin-Helmholtz (KH). Une petite perturbation est alors suffisante pour déclencher la turbulence. La croissance exponentielle des instabilités permet l'utilisation de perturbations très faibles, de telle sorte que le bruit parasite soit réduit. Les perturbations que l'on utilise, sont celles correspondant aux modes les plus instables et sont choisies à l'aide d'une analyse de stabilité linéaire locale du profil moyen inflexionnel imposé à l'entrée du domaine de calcul. L'observation des stades tardifs de l'instabilité secondaire indique que les effets 3-D favorisent une transition rapide vers la turbulence. Des ondes obliques peuvent être introduites pour favoriser un scénario type-O (pour transition oblique) ou de type-H (pour transition sous-harmonique).

4.2.1 Stratégie

Cette méthode de contrôle de la transition d'un profil inflexionnel a été utilisée par Gloerfelt [71, 72] avec succès pour le calcul du bruit de couche limite turbulente à différents nombres de Mach (0.5, 0.7 et 0.9). Sa mise en place est identique pour les différents cas de gradient de pression qui seront présentés dans le chapitre suivant (chapitre 5). Afin d'obtenir un profil inflexionnel à l'entrée du domaine de calcul, une simulation d'un écoulement après une marche descendante 2-D est tout d'abord réalisée. Un deuxième calcul 2-D est ensuite effectué après avoir extrait la solution du premier calcul 2-D, 7 points après la marche. La nouvelle condition d'entrée est donc un profil de vitesse inflexionnel. Une fois ce deuxième calcul 2-D convergé, on effectue une analyse de stabilité des équations de Navier-Stokes compressibles linéarisées sur le champ de base obtenu dans le plan d'entrée. Le champ de base 2-D est ensuite dupliqué dans la direction transverse afin d'initialiser le calcul LES 3-D et une triade instable de type Kelvin-Helmholtz de Craik [47] est superposée au profil d'entrée afin de déclencher la turbulence. Cette stratégie peut être résumée en quatre étapes :

1. calcul 2-D après une marche descendante (convergence après 500 000 itérations) ;
2. calcul 2-D initialisé avec le précédent calcul 7 points après la marche (convergence après 500 000 itérations) ;
3. analyse de stabilité linéaire dans le plan d'entrée du champ de base obtenu après l'étape 2 ;
4. début du calcul 3-D initialisé à l'aide du champ de base issu de l'étape 2 extrudé dans la direction transverse z, avec une triade résonante de Craik de faible amplitude en entrée imposée via les conditions de Tam et Dong.

La condition d'entrée n'étant pas imposée de façon forte afin d'éviter que l'entrée du domaine de calcul se comporte comme un "mur" qui serait réfléchissant, on choisit d'introduire un rappel de la vitesse longitudinale. Ce rappel permet d'éviter une dérive du profil inflexionnel d'entrée. En effet le calcul d'instabilité est effectué sur un profil inflexionnel initial et une dérive de ce profil pourrait être néfaste au déroulement de la simulation. Ainsi à chaque étape de l'avancement temporel du calcul, on ajoute un terme

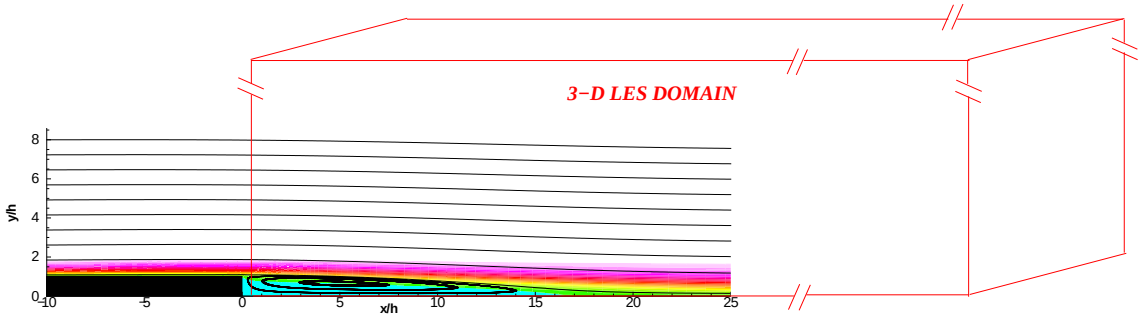


Figure 4.5 – Vitesse moyenne longitudinale $\overline{u}$ et lignes de courant à $M = 0.5$ et pour $Re_h = 462$. Vue restreinte à la zone d'entrée.

correctif introduit par Rudy et Strikwerda [158] à la vitesse longitudinale u de la façon suivante :

$$u = u - \chi_x(u - u_{ini}) \tag{4.2.1}$$

où χ_x le coefficient de rappel suffisamment faible (on choisit $\chi_x = 0.001$) pour que la correction ne soit pas trop intrusive dans le calcul, u_{ini} étant le profil inflexionnel que l'on souhaite conserver à l'entrée du domaine.

4.2.2 Calcul du champ de base après une marche descendante

Afin d'obtenir un champ de base après une marche descendante on utilise le même code que celui utilisé lors des futurs calculs LES 3D. Le champ de base est obtenu à partir de la solution des équations 2-D de Navier-Stokes sans perturbation en entrée du domaine. Le domaine de calcul 2-D étant une tranche du domaine de calcul 3-D avec une extension en amont afin d'inclure la marche descendante utilisée pour obtenir le profil inflexionnel. Le nombre de points dans la direction longitudinale est maintenant 1664 alors que celui dans la direction normale reste inchangée (400). La taille de la marche est de 58 points dans la direction longitudinale x et de 18 points dans la direction normale y. La hauteur de la marche est $h \simeq 4 \times 10^{-5}$ m et le nombre de Mach étant fixé à 0.5, on obtient un nombre de Reynolds $Re_h = 462$. Ces valeurs seront utilisées par la suite pour présenter certaines quantités sans dimension comme dans l'analyse de stabilité. La couche limite de Blasius initiale au-dessus de la marche à une épaisseur de 4.84×10^{-5} m.

En l'absence de perturbations en entrée, une solution d'équilibre peut être atteinte en raison de la nature convective des instabilités. Après une période transitoire, l'écoulement est considéré dans un état stationnaire tel que représenté sur la figure 4.5. 500 000 itérations sont nécessaires pour converger le premier calcul 2-D. Les champs moyens obtenus après cette première étape sont représentés sur la figure 4.6.

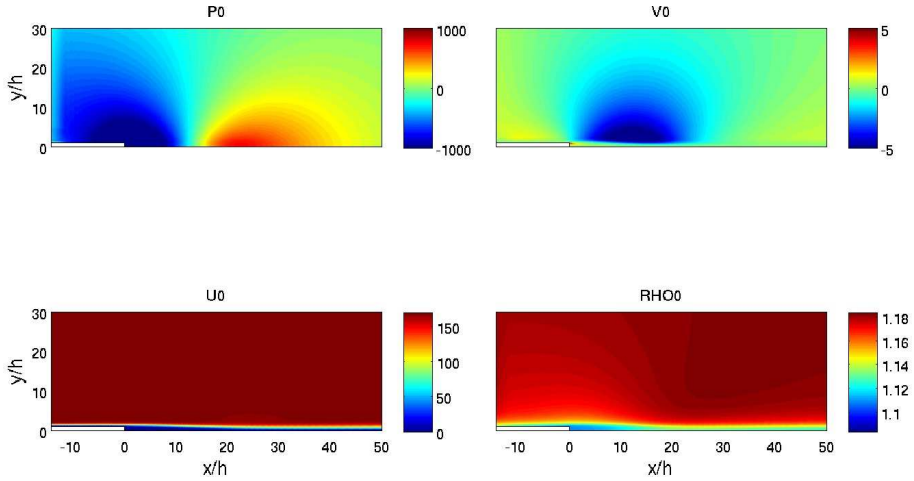


Figure 4.6 – Champ de base obtenu pour un écoulement de marche descendante pour $M = 0.5$, $Re_h = 462$.

L'écoulement de marche descendante est validé par rapport à des résultats expérimentaux et numériques de la littératures sur la figure 4.7. Comme le nombre de Reynolds utilisé ici (correspondant au cas représenté sur la figure 4.7 par le symbole ■ pour le nombre de Reynolds le plus élevé) est au-dessus de la limite pour laquelle l'écoulement devient théoriquement instable, un autre calcul à $Re_h = 154$ a été effectué. La longueur de rattachement x_a est en bon accord avec les résultats de Armaly *et al.* [9] et Biswas *et al.* [16]. Pour le nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur de marche le plus élevée qui est celui utilisé ici (avec une hauteur représentative des bandes de déclenchement utilisée expérimentalement), la longueur de rattachement est également compatible si on extrapole les données sur la figure 4.7.

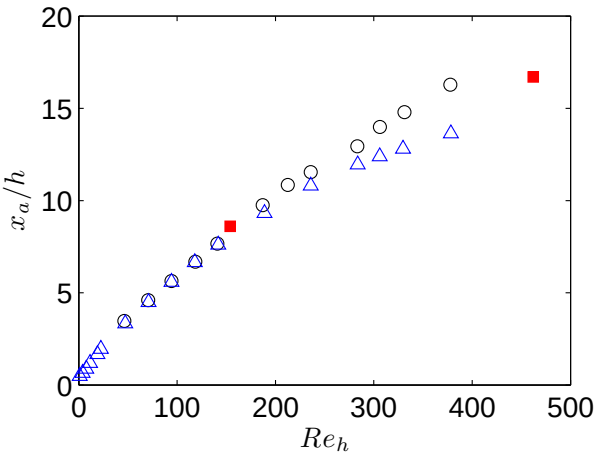


Figure 4.7 – Longueur de rattachement x_a pour le champ de base 2-D base (■) comparé à des expériences dans un canal avec une marche descendante de taille h=0.9423 par Armaly *et al.* [9] (○○) et une simulation incompressible dans un canal dans les mêmes conditions par Biswas *et al.* [16] (△△).

Sur la figure 4.5 est représenté le sous-domaine utilisé pour la deuxième étape de la stratégie détaillée plus haut. Il est en effet extrait par exclusion de marche. La nouvelle entrée débute à présent 7 points après la marche descendante. Afin d'obtenir le champ de base avec la nouvelle condition d'entrée, 500 000 itérations de plus sur le domaine tronqué

2-D sont nécessaires pour assurer une bonne adaptation du code à la condition d'entrée. Les profils moyens à l'entrée du domaine dimensionné par la vitesse U_∞ correspondant à Mach=0.5, qui sont utilisés pour les calculs de stabilité, sont représentés sur la figure 4.8.

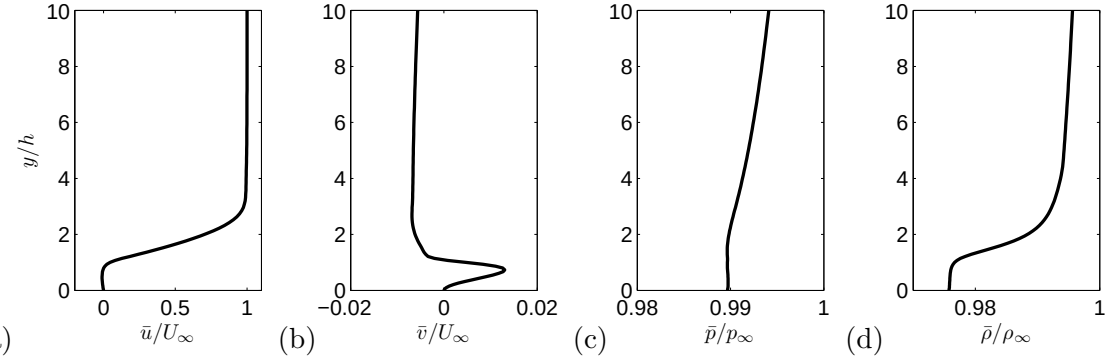


Figure 4.8 – Champ de base obtenu 7 points après la marche descendante pour $M = 0.5$, $Re_h = 462$. De gauche à droite, vitesse longitudinale $\overline{u}$, vitesse normale $\overline{v}$, pression $\overline{p}$, masse volumique $\overline{\rho}$.

4.2.3 Analyse de stabilité linéaire locale

Dans ce paragraphe, on présente tout d'abord le code de stabilité locale linéaire en régime compressible développé au sein du laboratoire DynFluid par Jean-Christophe Robinet. On décrit ensuite l'analyse de stabilité afin de déterminer une triade résonnante d'ondes d'instabilité.

Équations

Les équations de stabilité résolues sont calculées à partir des équations de Navier-Stokes linéarisées tridimensionnelles en coordonnées cartésiennes (x, y, z). Dans notre cas, le champ de base provient d'une simulation réalisée à l'aide d'un solveur 2-D que l'on a présenté dans la section précédente et est interpolé sur la grille utilisée pour l'analyse de stabilité. L'hypothèse de stabilité locale impose que les différentes variables du champ de base sont fonctions de y uniquement et la solution peut être écrite sous forme de modes normaux :

$$\boldsymbol{q}'(x,y,z,t) = \frac{1}{(2\pi)^3}\int_{F_\omega}\left[\int_{L_\beta}\left(\int_{L_\alpha}\tilde{\boldsymbol{q}}(y;\alpha,\beta,\omega)e^{i(\alpha x+\beta z-\omega t)}d\alpha\right)d\beta\right]d\omega + c.c. \qquad (4.2.2)$$

où $\boldsymbol{k} = \alpha\boldsymbol{e}_x + \beta\boldsymbol{e}_z$ est le vecteur nombre d'onde complexe et ω la pulsation. F_ω, L_β et L_α sont les valeurs complexes des contours d'intégration. Ces contours sont choisis afin de satisfaire la causalité et permettre la définition de la transformée de Fourier inverse.

La formulation en modes normaux est ensuite introduite dans les équations linéarisées de Navier-Stokes afin d'obtenir les équations de stabilité. Les conditions aux limites loin de la paroi ($y \to \infty$) et au niveau de la paroi ($y = 0$) peuvent être écrites de la façon suivante :

$$\tilde{u} = \tilde{v} = \tilde{w} = 0,\ \frac{\partial\tilde{p}}{\partial y} = 0 \text{ et } \frac{\partial\tilde{T}}{\partial y} = 0 \text{ pour } y \to 0\,,\infty. \qquad (4.2.3)$$

Puisque les équations et les conditions aux limites sont homogènes, le système constitue un problème aux valeurs propres. Les paramètres de ce problème sont ω, β, M et Re

(éventuellement Pr), alors que $\alpha = \alpha_r + i\alpha_i$ est la valeur propre complexe. Les composantes de la fonction propre $\tilde{\boldsymbol{q}}$ sont les variables primitives $\tilde{u}$, $\tilde{v}$, $\tilde{w}$, $\tilde{p}$ et $\tilde{T}$. Le système d'équations de stabilité peut ainsi être formellement réécrit :

$$\boldsymbol{A}_2 \frac{d^2\tilde{\boldsymbol{q}}}{dy^2} + \boldsymbol{A}_1 \frac{d\tilde{\boldsymbol{q}}}{dy} + \boldsymbol{A}_0 \tilde{\boldsymbol{q}} = 0. \tag{4.2.4}$$

où $\tilde{\boldsymbol{q}} = \left(\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w}, \tilde{p}, \tilde{T}\right)^T$ et $\boldsymbol{A}_\bullet \in \mathcal{M}_5(\mathbb{C})$. Le système (4.2.4) est un problème différentiel aux valeurs propres.

Résolution numérique

Le problème aux valeurs propres (4.2.4) est résolu en utilisant la méthode de collocation spectrale de Chebyshev. Le domaine physique $0 \leqslant y/h \leqslant +y_{max}$ est à présent transformé dans le domaine de calcul. On utilise des polynômes de Chebyshev T_N d'ordre N définis dans l'intervalle $-1 \leqslant \zeta_j \leqslant +1$ où les points de collocation ζ_j correspondent au maximum de T_N et sont donnés par $\zeta_j = \cos(\pi j/N)$ où $j = 0, \cdots, N$. Afin d'appliquer la méthode de collocation spectrale, un polynôme d'interpolation est construit pour les variables dépendantes en fonction de leurs valeurs aux points de collocation. Ainsi, un polynôme d'ordre N peut être écrit comme

$$\tilde{\boldsymbol{q}}(\zeta) = \sum_{j=0}^{N} K_j(\zeta)\tilde{\boldsymbol{q}}_j(\zeta_j) \tag{4.2.5}$$

où l'interpolant $K_j(\zeta)$ pour le schéma de Chebyshev est donné par

$$K_j(\zeta) = \left(\frac{1-\zeta_j^2}{\zeta - \zeta_j}\right) \frac{T_N'(\zeta)}{N^2 c_j}(-1)^{k+1}, \text{ où ; } c_0 = c_N = 2,\ c_k = 1, \text{ pour } k \in \{1, \cdots, N-1\} \tag{4.2.6}$$

la première dérivée de $\tilde{\boldsymbol{q}}(\zeta)$ peut être écrite comme

$$\frac{d\tilde{\boldsymbol{q}}}{d\zeta}(\zeta_j) = \sum_{k=0}^{N} E_{jk}\tilde{\boldsymbol{q}}(\zeta_k) \tag{4.2.7}$$

où E_{jk} sont les éléments de la matrice de dérivation donnés par

$$E_{jk} = \frac{c_j}{c_k}\frac{(-1)^{j+k}}{\zeta_j - \zeta_k},\ j \neq k,\ E_{jj} = -\frac{\zeta_j}{2\left(1-\zeta_j^2\right)},\ E_{00} = \frac{2N^2+1}{6} = -E_{NN} \tag{4.2.8}$$

Le facteur d'échelle pour la transformation entre les domaines physiques et de calcul (polynômial) est donné par $S_j = (d\zeta/dy)_j$, $j = 0, \cdots, N$; la matrice des dérivées premières $\boldsymbol{F}$ dans le domaine physique peut donc être écrite :

$$F_{jk} = S_j E_{jk} \tag{4.2.9}$$

La matrice des dérivées secondes $\boldsymbol{G}_{jk}$ est simplement $\boldsymbol{G}_{jk} = F_{jm}F_{mk}$. L'équation de stabilité (4.2.4) peut à présent être écrite aux points de collocation ζ_j de la façon suivante :

$$(A_2)_j \sum_{k=0}^{N} G_{jk}\tilde{\boldsymbol{q}}_k + (A_1)_j \sum_{k=0}^{N} F_{jk}\tilde{\boldsymbol{q}}_k + (A_0)_j \tilde{\boldsymbol{q}}_j = 0 \tag{4.2.10}$$

L'intervalle de Chebyshev $-1 \leqslant \zeta_j \leqslant +1$ est transformé vers le domaine de calcul $0 \leqslant y/h \leqslant +y_{max}$ en utilisant les équivalences

$$y_j = y(\zeta_j) = \frac{a_0(1-\zeta_j)}{a_1+\zeta_j} \quad \text{avec} \quad a_0 = \frac{y_a y_{max}}{(y_{max}-2y_a)}\ ,\ a_1 = 1 + \frac{2a_0}{y_{max}}$$

où y_a correspond à la hauteur à partir de la paroi où 50% des points sont situés. Ici, $y_{max} = 60$, $N = 100$ et $y_a = 6$.

Problème aux valeurs propres

Le problème aux valeurs propres discrétisé (4.2.10) peut être écrit dans la forme suivante :

$$\left[\boldsymbol{C}_0 + \boldsymbol{C}_1\alpha + \boldsymbol{C}_2\alpha^2\right]\tilde{\boldsymbol{\phi}}(y) = 0,\ \ \tilde{\boldsymbol{\phi}} = (\tilde{\boldsymbol{q}}_0, \cdots, \tilde{\boldsymbol{q}}_N)^t \tag{4.2.11}$$

où (4.2.11) est un problème non linéaire pour la valeur propre α. Afin de transformer ce problème en un problème linéaire, on utilise la variable de transformation suivante : $\boldsymbol{\mathcal{Q}} = \left(\tilde{\boldsymbol{\phi}}, \tilde{\boldsymbol{\phi}}_1 = \alpha\tilde{\boldsymbol{\phi}}\right)^t$. Le système (4.2.11) devient ainsi :

$$(\boldsymbol{A} - \alpha\boldsymbol{B})\,\boldsymbol{\mathcal{Q}} = 0, \tag{4.2.12}$$

avec

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \boldsymbol{C}_0 & \boldsymbol{C}_1 \end{pmatrix},\ \ \boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -\boldsymbol{C}_2 \end{pmatrix} \tag{4.2.13}$$

Comme la matrice $\boldsymbol{B}$ n'est pas inversible, une technique souvent utilisée est d'appliquer d'abord le décalage au problème initial et ensuite d'effectuer un décalage inverse. Plus précisément, on définit σ tel que la matrice $\boldsymbol{A} - \sigma\boldsymbol{B}$ soit inversible ; le problème d'origine (4.2.12) peut donc être transformé en

$$(\boldsymbol{\mathcal{A}} - \xi\boldsymbol{I})\,\boldsymbol{\mathcal{Q}} = \boldsymbol{0}, \tag{4.2.14}$$

où $\xi = 1/(\alpha - \sigma)$ et $\boldsymbol{\mathcal{A}} = (\boldsymbol{A} - \sigma\boldsymbol{B})^{-1}\boldsymbol{B}$. Un algorithme de type QZ est ensuite utilisé pour résoudre le problème aux valeurs propres (4.2.14). Un algorithme de Newton est de plus implémenté pour suivre les branches.

Construction d'une triade résonnante

La possibilité de pouvoir utiliser des modes résonnants a été proposée par Kelly [102] dans le contexte d'écoulements cisaillés. Il a montré qu'en plus de l'échange d'énergie entre les composantes des ondes introduites du fait de leur interaction, un transfert d'énergie entre le champ de base et la perturbation peut également se produire. Cette idée fut alors reprise par Craik [47] pour étudier la transition pour les écoulements de couche limite. Il choisit d'utiliser une triade d'ondes de Tollmien-Schlichting (TS) telle que :

$$\omega_1 + \omega_2 = \omega_3 \quad \text{et} \quad \beta_1 + \beta_2 = \beta_3 \quad \text{et} \quad \alpha_{r1} + \alpha_{r2} = \alpha_{r3} \tag{4.2.15}$$

Si le triplet choisi est symétrique, les relations suivantes sont vérifiées :

$$\omega_1 = \omega_2 = \omega_3/2 \quad \text{et} \quad \beta_1 = -\beta_2\ ;\ \beta_3 = 0 \quad \text{et} \quad \alpha_{r1/2} + \alpha_{r1/2} = \alpha_{r1} \tag{4.2.16}$$

Les valeurs avec l'indice 3 représentent une onde bidimensionnelle, alors que les deux autres ondes sont obliques avec un angle égal par rapport à la direction de l'écoulement. Ce sont des sous-harmonique de la précédente. On note donc respectivement avec l'indice $\bullet_1$ et

$\bullet_{1/2}$ la fondamentale 2-D et les sous-harmoniques 3-D. À partir des équations (4.2.16), on obtient les vitesses de phase, $c_\varphi = \omega/\alpha_r$ des ondes :

$$c_{\varphi 1/2} = c_{\varphi 1} \quad \text{et} \quad 2\phi_{1/2} - \phi_1 = \text{constante} \tag{4.2.17}$$

Une transition avec une triade d'ondes résonante de type TS a été interprétée comme une sous-classe du scénario sous-harmonique de type-H. Dans les premières expériences sur la transition de type-H, Kachanov et Levchenko [99] excitent le profil d'entrée à l'aide d'une fondamentale 2-D et de sous-harmoniques obliques, mais la triade n'était pas nécessairement résonnante. Herbert [85] explique théoriquement ce scénario avec des instabilités secondaires en utilisant la théorie de Floquet pour un état de base constitué d'un écoulement de type Blasius et des ondes 2-D de type TS. Le lien entre la transition sous-harmonique de type-H et le scénario de triade résonnante (de type-C d'après Craik) a clairement été réalisé par Zelman et Maslennikova [207], en utilisant la théorie de stabilité faiblement non linéaire. Des expériences avec des triades résonnantes ont également été effectuées par Corke et Mangano [46] ou encore Borodulin *et al.* [23, 25]. Ils ont également étudié des triades désaccordées où la condition de phase (4.2.17) n'est pas vérifiée, voire même en opposition de phase [23, 45]. On peut de plus citer les expériences de Borodulin *et al.* [23, 25] qui ont examiné la transition d'un écoulement Falkner-Skan avec un gradient de pression adverse relativement faible. L'introduction de leur premier papier [23] donne par ailleurs un aperçu complet de la transition sous-harmonique. Craik travailla à l'époque sur la triade résonnante afin d'obtenir des précisions sur les expériences menées par Klebanoff *et al.* [108], qui s'apparente en fait au scénario de type-K. Depuis, Bake *et al.* [12] ont montré qu'il existe en fait des similitudes entre les deux scénarios, notamment lors des dernières étapes de la transition. Par exemple, la présence de structures de forme Λ est commune pour les deux cas, mais elles apparaissent alignées dans la transition de type-K alors qu'elles sont décalées entre elles dans la direction de l'envergure pour des transitions de type-H. De plus, la génération de tourbillons toroïdaux ainsi que la formation de pointes à la fin de l'évolution des tourbillons de forme Λ peuvent également être vues comme une caractéristique commune. Une autre similitude est l'importance de la tridimensionnalité avec des pics et des vallées, et la présence d'un point d'inflexion dans le profil de vitesse instantanée avant que l'écoulement n'atteigne l'état turbulent.

Les premières DNS avec des transitions de type-H et de type-K ont été réalisées par Rist et Fasel [154] dans les mêmes conditions que les expériences de Kachanov et Levchenko [99] et Klebanoff *et al.* [108]. Plus récemment, Sayadi, Hamman et Moin [166] ont effectué une DNS très fine des deux scénarios. Ils ont sélectionné une triade résonnante pour le cas de type-H mais avec l'amplitude de l'onde fondamentale plane (2-D) plus grande que celle des ondes sous-harmoniques obliques (3-D), comme dans les études précédentes. Sur la figure 4.9, la transition de type-H obtenue par Sayadi *et al.* [166] est représentée.

Dans le cadre de cette thèse, comme dans les expériences de Corke et Mangano [46], une triade de Craik est utilisée avec une amplitude identique pour l'onde fondamentale (2-D) et les sous-harmoniques (3-D). Cependant, comme indiqué précédemment dans la section 4.2.2, le champ de base n'est pas une solution de type Blasius mais correspond à une solution après une marche descendante avec un point d'inflexion. On choisit donc d'utiliser une triade avec des modes de type Kelvin-Helmholtz, de la même façon que Kelly [102]. Le code de stabilité détaillé dans la section 4.2.3 est utilisé pour fournir une cartographie des courbes de dispersion (figure 4.10). On notera que les quantités sont symétriques par rapport à l'axe Ψ qui est l'angle des ondes obliques par rapport à la direction de l'écoulement.
On trace donc uniquement la première partie des courbes. La courbe de stabilité neutre

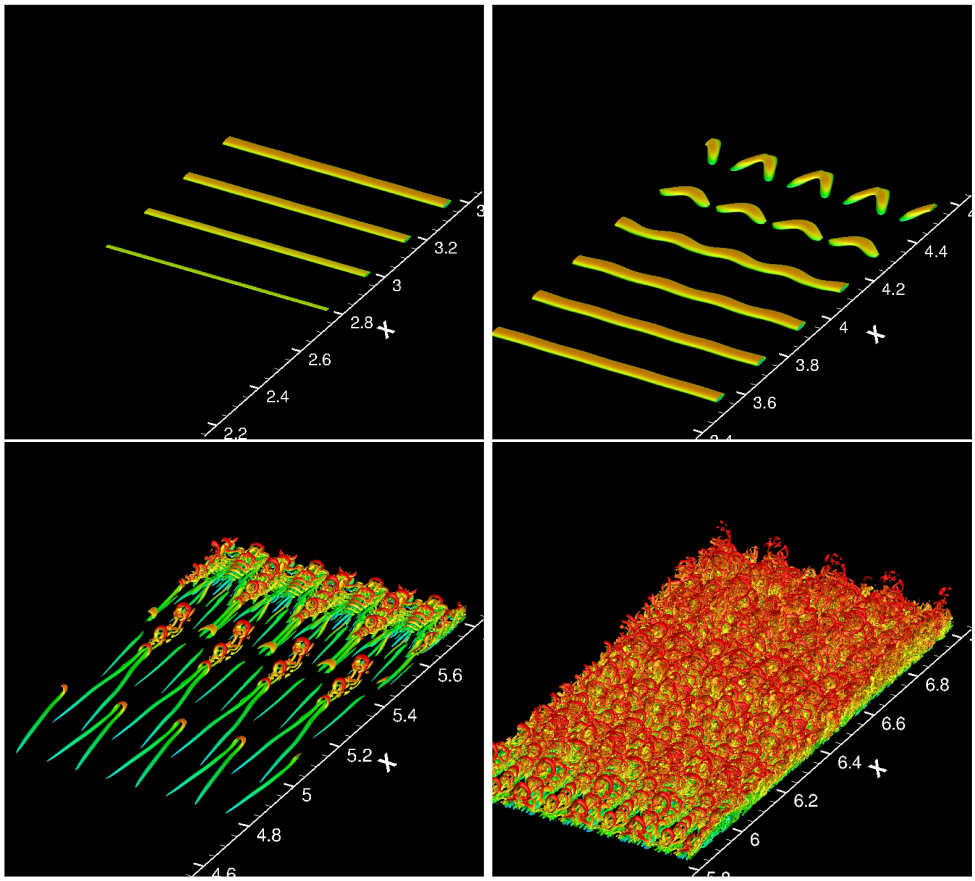


Figure 4.9 – Iso-surfaces du deuxième invariant du tenseur gradient de vitesse λ_2 coloré par les contours de vitesse longitudinale pour un scénario de transition type H obtenu par Sayadi *et al.* [166].

est marquée par le trait épais dans la partie de droite de la figure 4.10. Une large gamme de fréquences instables avec un taux de croissance maximal, -α_i, pour $\omega h/U_\infty \approx 0.33$ est observable. On peut de plus noter que la hauteur de la marche h et la vitesse U_∞ à correspondant Mach 0.5 sont utilisées pour calculer les différents nombres sans dimension. Cette valeur de la fréquence qui correspond à un taux d'amplification maximal étant trop élevée pour la réceptivité de la couche limite, on utilise une fréquence inférieure $\omega h/U_\infty = 0.2$. Celui-ci est plus proche de la fréquence préférentielle des ondes de type TS pour l'écoulement de type Blasius. On a constaté, que $\omega\delta^*/U_\infty = 0.1$ pour l'onde TS la plus instable (annexe de la référence [15]). On peut ajouter que l'épaisseur initiale de déplacement se situe entre h et $2h$ pour les calculs LES qui ont été réalisés.
Ces valeurs choisies permettent d'obtenir des paramètres adimensionnés de mêmes ordres que ceux utilisés par Craik [47].

Une fois que la fréquence de l'onde fondamentale 2-D est fixée, (ω_1 et α_{r1} connus), l'angle d'onde de la sous-harmonique 3-D $\omega_{1/2} = \omega_1/2$ est déterminé par l'intersection de l'isoligne rouge $\alpha_{r1/2} = \alpha_{r1}/2$ et de l'isoligne magenta $c_{\varphi 1/2} = c_{\varphi 1}$ dans la partie gauche de la figure 4.10. Un angle d'onde oblique Ψ de 38.6° est ainsi obtenu.

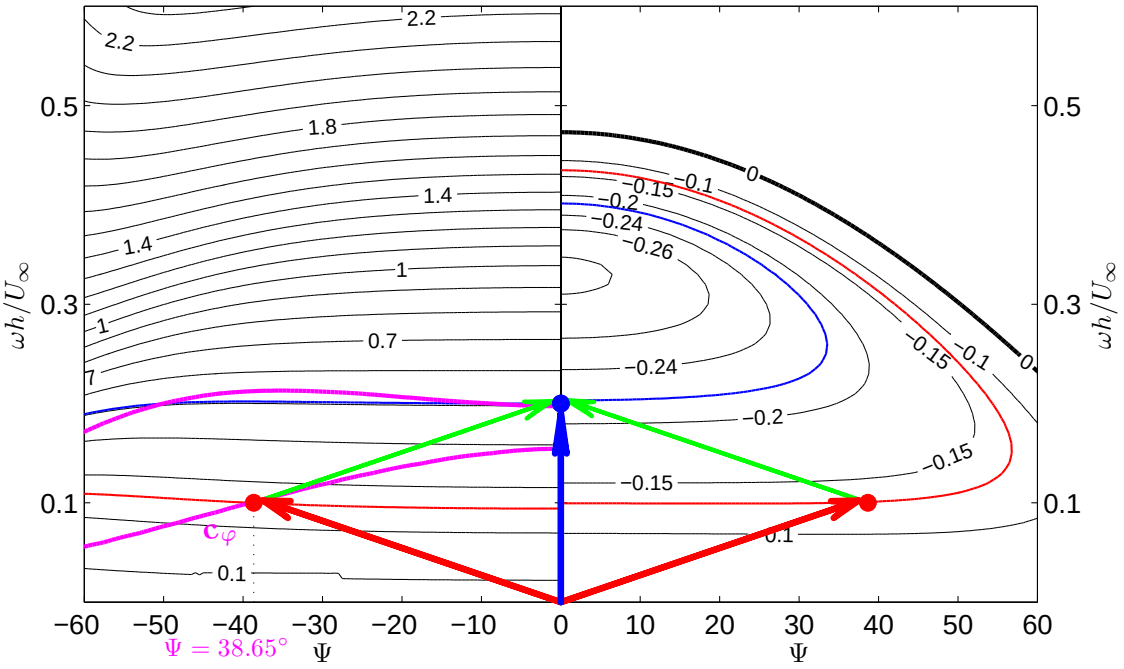


Figure 4.10 – Choix de la triade de Craik : à gauche la courbe de dispersion pour le nombre d'onde α_r en fonction de l'angle négative de l'onde Ψ et à droite, le facteur d'amplification α_i en fonction de l'angle positive de l'onde Ψ. Les isolignes rouge et bleu sont associées respectivement à l'onde fondamentale 2-D (●) et l'onde sous-harmonique 3-D (●). L'isoligne en magenta dans la partie de gauche représente la vitesse de phase qui est identique pour les trois ondes.

De l'analyse de stabilité linéaire locale, on obtient :

— mode 2-D fondamental de type Kelvin-Helmholtz :

$$\omega_1 = 0.2U_\infty/h \quad \text{et} \quad \alpha_{r1} = 0.50589527/h \quad \alpha_{i1} = -0.21794811/h$$

— modes 3-D obliques :

$$\omega_{1/2} = 0.1U_\infty/h \quad \text{et} \quad \alpha_{r1/2} = 0.25294851/h \quad \alpha_{i1/2} = -0.13086888/h$$

$$\beta_{1/2} = \pm\alpha_{r1/2}\tan(38.6547\pi/180)$$

Les fonctions propres $\tilde{\boldsymbol{q}}$ obtenues pour les modes formant la triade sont représentées sur la figure 4.11 pour les différentes variables primitives. Ainsi, les perturbations de pression (figure 4.11 (c) et (h)) associées aux perturbations de vitesse sont connues et peuvent être imposées dans la condition limite d'entrée pour éviter les bruits parasites. Dans l'équation (4.2.16), il est de plus nécessaire de préciser $\partial\boldsymbol{q}'/\partial t$, $\partial\boldsymbol{q}'/\partial x$, $\partial\boldsymbol{q}'/\partial y$. Par exemple, $\partial\boldsymbol{q}'/\partial t$ est donnée par :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \boldsymbol{q}'_{in}(x,y,z,t)}{\partial t} &= \varepsilon\omega_1 \times \left[\Re(\tilde{\boldsymbol{q}}_1(y))\sin(\alpha_{r1}x - \omega_1 t) + \Im(\tilde{\boldsymbol{q}}_1(y))\cos(\alpha_{r1}x - \omega_1 t)\right] \times \mathrm{e}^{-\alpha_{i1}x} \\
&+ \varepsilon\omega_{1/2} \times \left[\Re(\tilde{\boldsymbol{q}}_{1/2}(y))\sin(\alpha_{r1/2}x - \omega_{1/2}t + \beta_{1/2}z) + \Im(\tilde{\boldsymbol{q}}_{1/2}(y))\cos(\alpha_{r1/2}x - \omega_{1/2}t + \beta_{1/2}z)\right] \times \mathrm{e}^{-\alpha_{i1/2}x} \\
&+ \varepsilon\omega_{1/2} \times \left[\Re(\tilde{\boldsymbol{q}}_{1/2}(y))\sin(\alpha_{r1/2}x - \omega_{1/2}t - \beta_{1/2}z) + \Im(\tilde{\boldsymbol{q}}_{1/2}(y))\cos(\alpha_{r1/2}x - \omega_{1/2}t - \beta_{1/2}z)\right] \times \mathrm{e}^{-\alpha_{i1/2}x}
\end{aligned}$$

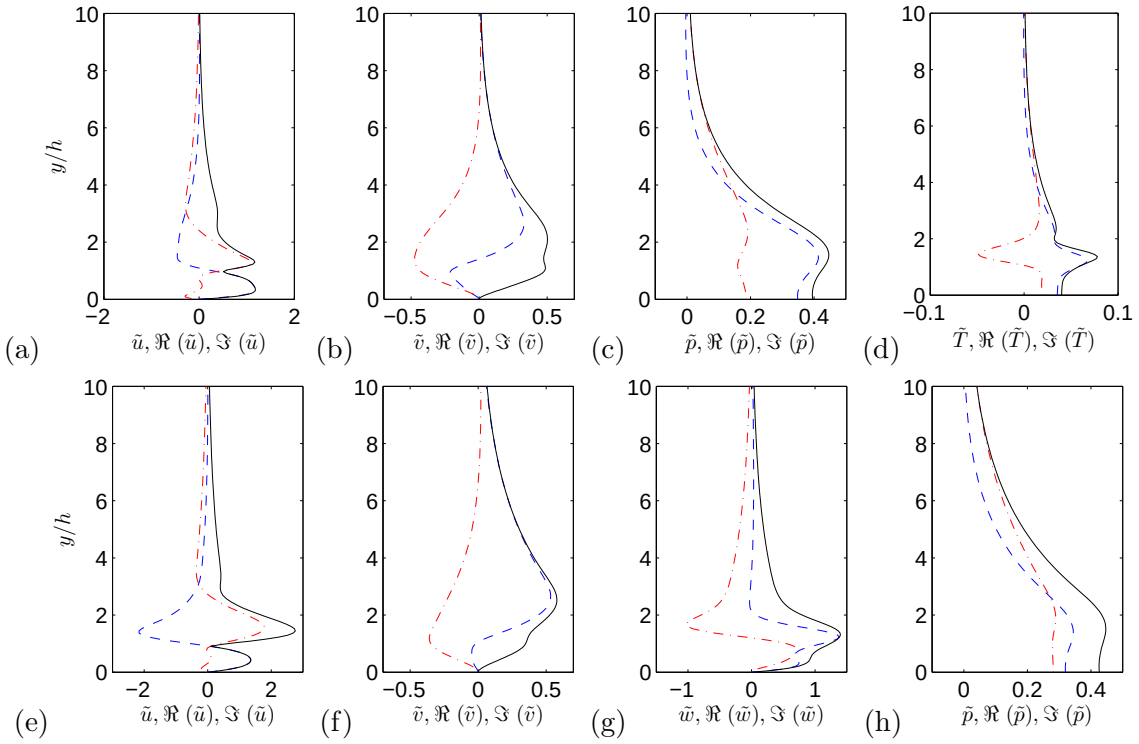


FIGURE 4.11 – Fonctions propre issues de l'analyse de stabilié locale pour la fondamentale 2-D (a-d) et les sous-harmoniques 3-D (e-h) : —— module ; – – – partie réelle ; – · – · – partie imaginaire.

L'analyse de stabilité étant linéaire, on a de plus besoin de spécifier une amplitude pour les perturbations d'entrée, comme $\boldsymbol{q'}_{in} = \varepsilon \boldsymbol{q'}$. Différentes valeurs de ε dans un intervalle compris entre 10^{-4} et 10^{-3} ont été testées sur un sous-domaine du calcul LES. Les résultats obtenus pour la composante transversale de la vitesse sont donnés sur la figure 4.12.

Pour les valeurs testées inférieures à $\varepsilon = 4 \times 10^{-4}$, la transition vers la turbulence n'a pas été obtenue dans le sous-domaine de calcul utilisé. En augmentant ε, la transition vers l'état turbulent est observable dans le sous domaine. L'augmentation de ε entraine une transition plus rapide de l'écoulement vers un état turbulent ainsi que son déclenchement plus proche de la condition d'entrée.

Pour les différents calculs qui ont été réalisés dans le cadre de ce travail, la valeur $\varepsilon = 6 \times 10^{-4}$ est choisie pour l'amplitude de la perturbation. Cette valeur est la plus faible possible pour que la transition vers la turbulence soit localiser dans le sous-domaine de calcul utilisé. On choisit la valeur la plus faible pour deux raisons :

— L'amplitude du bruit parasite généré par la condition d'entrée est proportionnelle à la valeur de ε. Lorsque cette valeur est faible, le bruit parasite est donc minimisé.
— La transition vers la turbulence s'effectue dans une zone relativement éloignée de la condition d'entrée lorsque ε est faible. Il est donc plus facile d'identifier un éventuel bruit parasite pouvant provenir de la condition d'entrée et de la zone de transition.

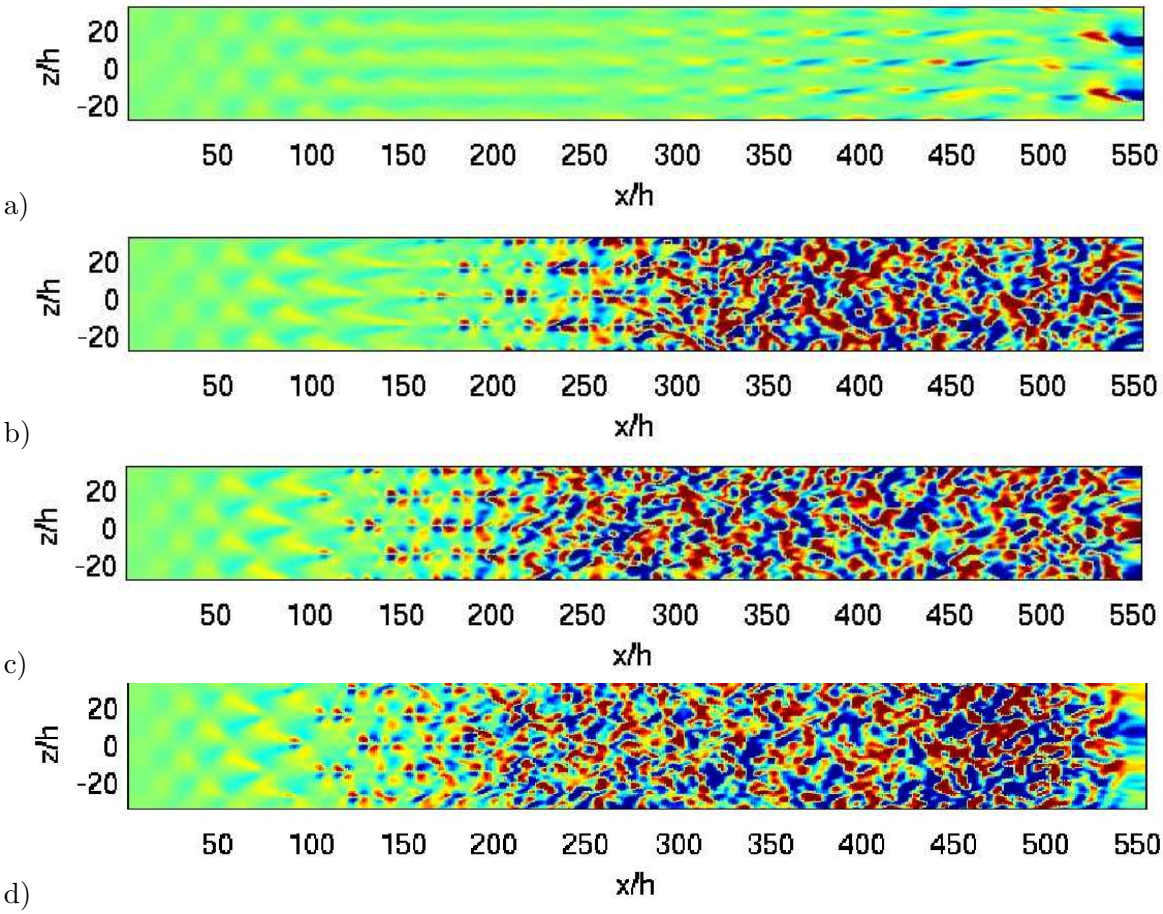


Figure 4.12 – Vue de dessus instantanée pour un sous-domaine du maillage global dans le plan x-z de la composante de vitesse transversale pour différentes valeurs de l'amplitude des instabilités : a) $\varepsilon = 4 \times 10^{-4}$; b) $\varepsilon = 6 \times 10^{-4}$; c) $\varepsilon = 8 \times 10^{-4}$; d) $\varepsilon = 1 \times 10^{-3}$.

Pour les calculs avec gradient de pression, la méthodologie est identique à celle que l'on a détaillée précédemment pour le cas sans gradient de pression, néanmoins les paramètres de fréquences et d'angles des perturbations imposées à l'entrée des domaines de calculs sont différents. On choisit en effet :

— mode 2-D fondamental de type Kelvin-Helmholtz :

$$\omega_1 = 0.2U_\infty/h \quad \text{et} \quad \alpha_{r1} = 0.4266153276/h \quad \alpha_{i1} = -0.2216246277/h$$

— modes 3-D obliques :

$$\omega_{1/2} = 0.1U_\infty/h \quad \text{et} \quad \alpha_{r1/2} = 0.2133/h \quad \alpha_{i1/2} = -0.1316/h$$

$$\beta_{1/2} = \pm\alpha_{r1/2}\tan(57\pi/180)$$

avec un angle d'onde oblique Ψ de 57°.
Ces paramètres étant identiques pour l'ensemble des cas avec gradient. L'amplitude de la perturbation choisie est également $\varepsilon = 6 \times 10^{-4}$.

La différence des paramètres utilisés pour les cas avec gradient avec le cas sans gradient est due à la variation de la discrétisation longitudinale des maillages au niveau de la petite marche à l'entrée des domaines de calculs entre les différents cas. En effet, le maillage est plus fin pour le cas sans gradient que pour les cas avec gradient très proche de la condition d'entrée. L'analyse de stabilité étant très sensible à la forme du profil sur lequel elle est réalisée, cette différence de résolution explique les différences obtenues aux niveaux des différents paramètres des ondes de stabilités utilisées pour la condition d'entrée.
Le rappel (cf 4.2.1) utilisé afin d'éviter une dérive du profil de vitesse à l'entrée du domaine de calcul pour les cas avec gradient, est également un facteur qui peut être à l'origine de l'amplification des différences obtenues.
Ces différences sont donc uniquement dues à la forme du profil en entrée qui varie légèrement entre les cas avec gradient et le cas sans gradient. L'envergure des domaines de calcul étant choisies comme un multiple de la taille de la longueur d'onde $\lambda_z = 2\pi/\beta$ dans chacun des cas, où β est le nombre d'onde obliques qui peut être lié à l'angle des ondes transverses.
On utilise 12 longueurs d'onde pour les cas avec gradient et 8 pour le cas sans gradient afin d'obtenir une résolution transversale et une envergure similaire.
Néanmoins, loin de la condition d'entrée lorsque la turbulence est supposée établie, ces différences ne sont alors pas significatives.

Sur la figure 4.13, où le critère λ_2 (cf [87, 100]) coloré par la hauteur est représenté pour le cas ZPG, on peut observer la transition à l'entrée du domaine de calcul et les structures en Λ similaires à celles observées par Sayadi *et al.* [166] (figure 4.9).

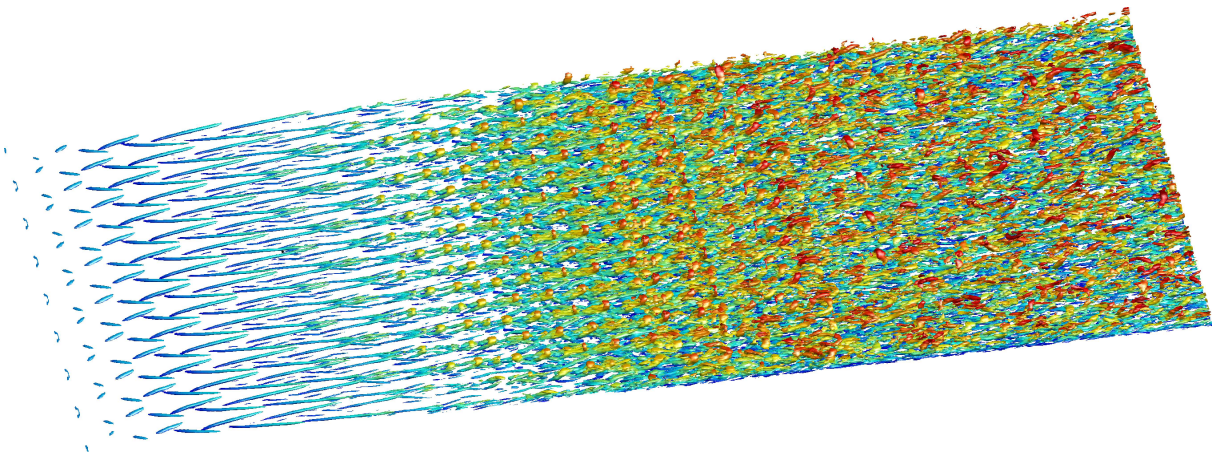


Figure 4.13 – Critère λ_2 coloré par la hauteur au début du domaine de calcul pour le cas ZPG.

Sur la figure 4.14, on peut observer le développement des ondes d'instabilité au début du domaine calcul et la transition vers un état turbulent pour le cas FPGs.

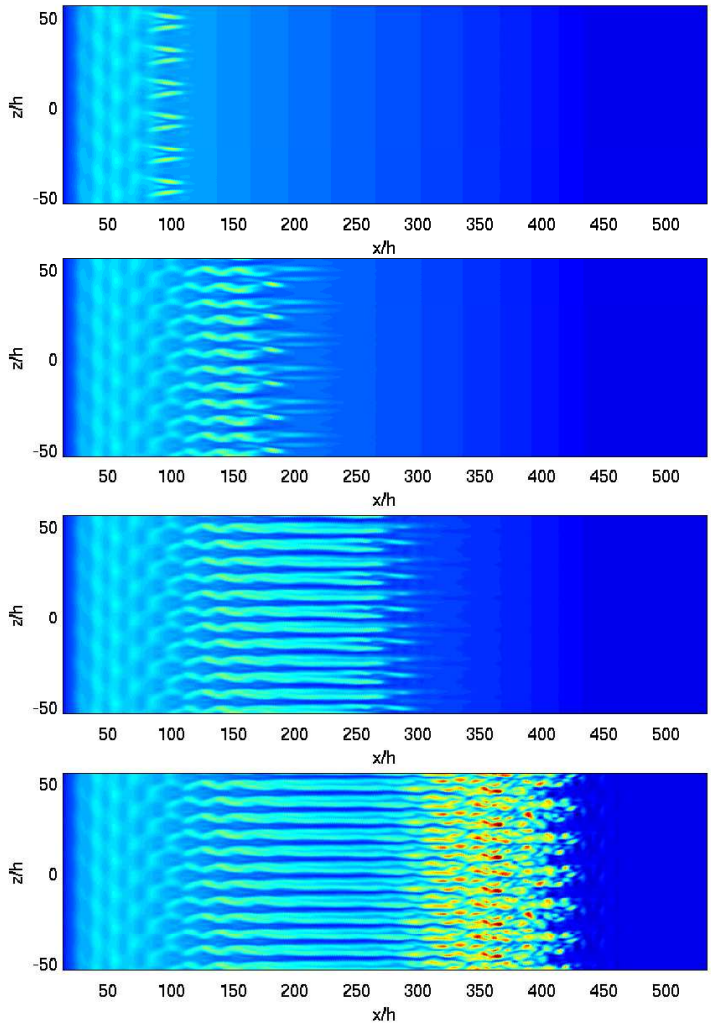


Figure 4.14 – Vue de dessus proche paroi de la vitesse instantanée longitudinale u au début du calcul LES dans le cas FPG. Chaque cliché du champ de vitesse instantanée de haut en bas est réalisé avec un intervalle de 7500 itérations.

4.3 Conclusion

Dans cette partie, on a détaillé les maillages, les domaines de calcul ainsi que la méthode d'application des gradients de pression utilisée pour les simulations LES compressibles de couches limites turbulentes soumises à différents gradients de pression. Cinq différents cas de gradients correspondants à un cas avec gradient favorable fort (FPGs), un cas avec gradient favorable modéré (FPGw), un cas sans gradient de pression (ZPG), un cas avec un gradient adverse modéré (APGw) et un cas avec un gradient adverse fort (APGs) ont été mis en place. Les résultats de ces calculs LES seront explicités dans le chapitre 5 suivant. L'ensemble des choix pour la génération manuelle des différents maillages a été explicité. De plus la condition d'entrée turbulente silencieuse que l'on a choisit d'utiliser dans le cadre de cette thèse a été détaillée et les valeurs utilisées pour calibrer les ondes instables à l'entrée du domaine ont été données. Cette condition d'entrée silencieuse est un élément essentiel au calcul du rayonnement acoustique de faible amplitude d'une couche limite turbulente.

Chapitre 5

LES compressibles de couches limites turbulentes avec gradients de pression

Dans cette partie on cherche à identifier l'influence d'un gradient de pression adverse ou favorable sur la partie aérodynamique et aéroacoustique d'une couche limite turbulente. Les différents résultats obtenus pour les simulations LES compressibles réalisées à l'aide du solveur détaillé dans le chapitre 2 pour différents gradients de pression sont présentés ici. Les maillages et domaines de calculs utilisés sont ceux qui ont été présentés dans le chapitre 4 précédent. Cinq cas de gradients de pression sont ici étudiés. Un cas avec gradient de pression adverse modéré APGw, gradient adverse fort APGs, sans gradient de pression ZPG, avec gradient de pression favorable modéré FPGw et gradient favorable fort FPGs. L'étude des cas avec gradients plus forts est ici réalisée afin d'évaluer l'évolution des effets d'un gradient avec l'intensité de ce dernier. L'angle d'inclinaison de la plaque passe de $\alpha = -6,05°$ pour le cas APGw à $\alpha = -11.49°$ pour le cas adverse plus fort APGs et de $\alpha = 5,66°$ pour le cas FPGw à $\alpha = -10.19°$ pour le cas FPGs. L'angle pour les gradients forts en particulier pour le cas adverse est choisi proche mais inférieur à celui observé pour un décollement d'une couche limite se développant sur un profil d'aile d'avion qui se situe autour de $-14°$ selon le type profil d'aile étudié. Le but est donc d'identifier si d'autres effets de gradients apparaissent en présence d'un gradient plus fort ou si les effets du gradients sont simplement amplifiés et dans quelle mesure. On commence tout d'abord par comparer les cas APGw, APGs, ZPG et FPGw, FPGs sur la partie aérodynamique de l'écoulement. Les résultats observés sur le rayonnement de couche limite sont ensuite montrés. Et finalement l'ensemble des résultats observés pour la pression pariétale des différents calculs sont détaillés.

5.1 Effets d'un gradient sur la partie aérodynamique

Les domaines d'intérêt pour chacun des calculs étudiés sont définis comme les domaines où l'angle d'inclinaison α est constant et où l'écoulement a atteint un état pleinement turbulent. La vitesse longitudinale instantanée u est représentée pour une partie de cette zone pour les cinq cas avec gradient de pression sur la figure 5.1.

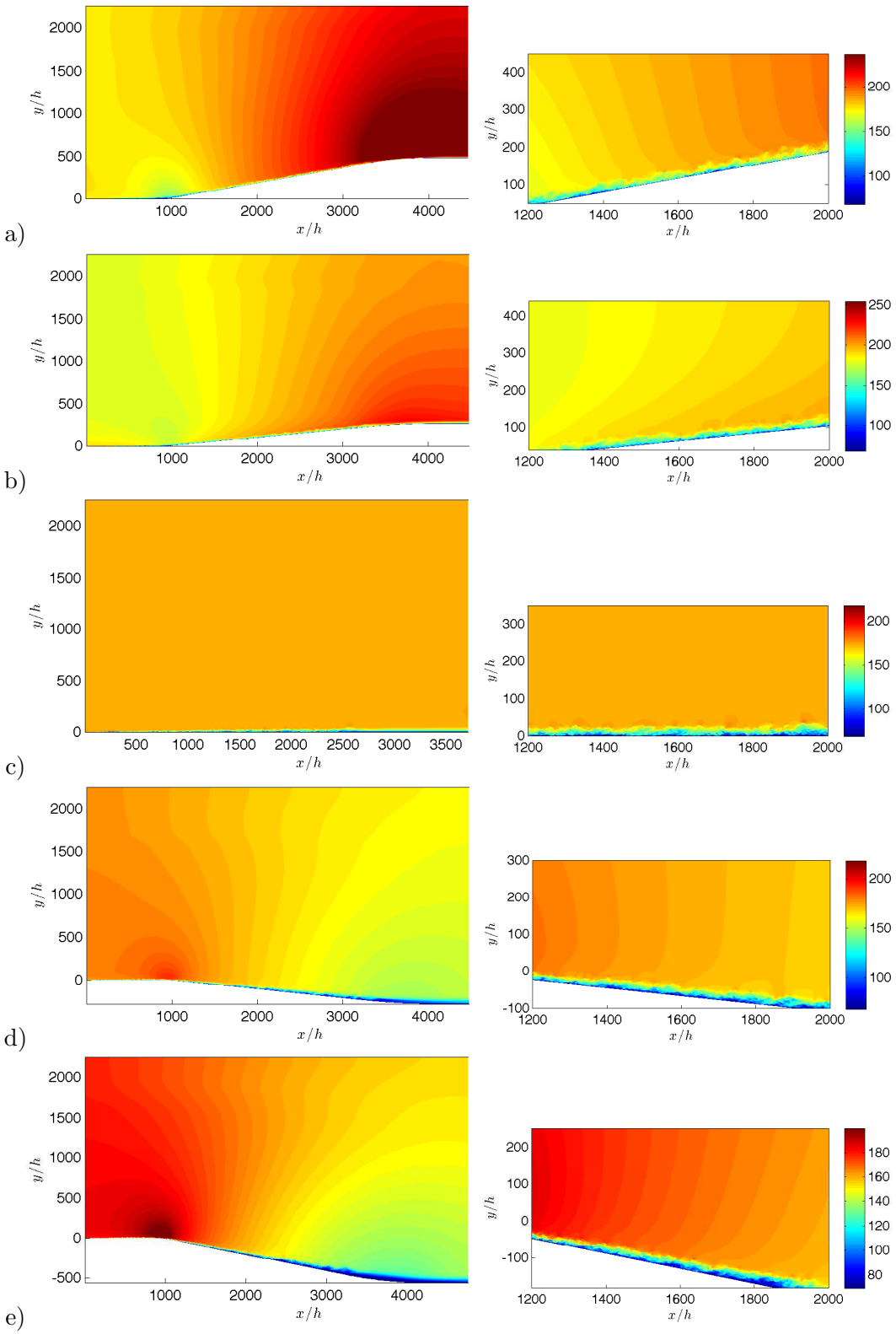


Figure 5.1 – Vitesse longitudinale instantanée u pour les cas avec gradient favorable fort FPGs a), gradient favorable modéré FPGw b), sans gradient ZPG c), avec gradient adverse modéré APGw d) et avec gradient adverse fort APGs e). Sur l'ensemble des domaines de calculs (à gauche) et un zoom sur une partie des domaines d'intérêt (à droite).

Sur cette figure, on peut observer le premier effet du gradient qui est une décélération pour le cas du gradient adverse et une accélération pour le gradient favorable. On remarque de plus que cet effet est amplifié lorsque le gradient de pression augmente. Le même constat peut être fait lorsque l'on s'intéresse à l'évolution des profils de vitesse longitudinale moyenne adimensionnés par la vitesse de l'écoulement à l'infinie (loin de la plaque) U_∞ représentée sur la figure 5.2 pour les quatre cas avec gradient de pression non nul.

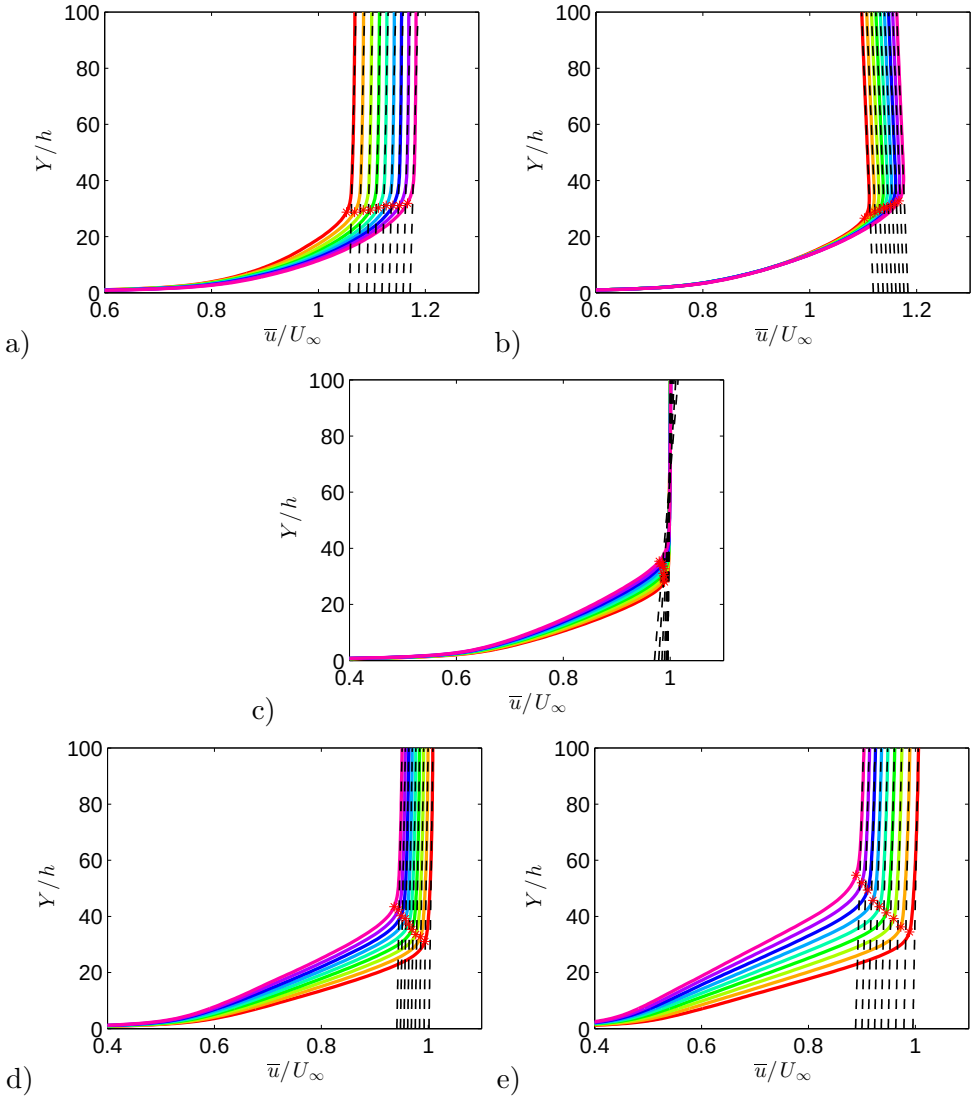


Figure 5.2 – Évolution des profils de vitesse longitudinale $\overline{u}$ moyen (trait rouge vers violet) pour les cas avec gradient favorable fort FPGs a), gradient favorable modéré FPGw b), sans gradient ZPG c), avec gradient adverse modéré APGw d) et avec gradient adverse fort APGs e). Pour x/h compris entre 1500 et 2300.

L'évolution de cette accélération (FPGw et FPGs) et décélération (APGw et APGs) est représentée sur la figure 5.3. On peut noter que la vitesse extérieure à la fin du domaine d'intérêt a augmenté de 30% pour le cas FPGs, 23% pour le cas FPGw et a diminué respectivement de 10% et 30% pour les cas APGw et APGs par rapport à la vitesse initiale de l'écoulement à Mach=0.5 à l'entrée du domaine.

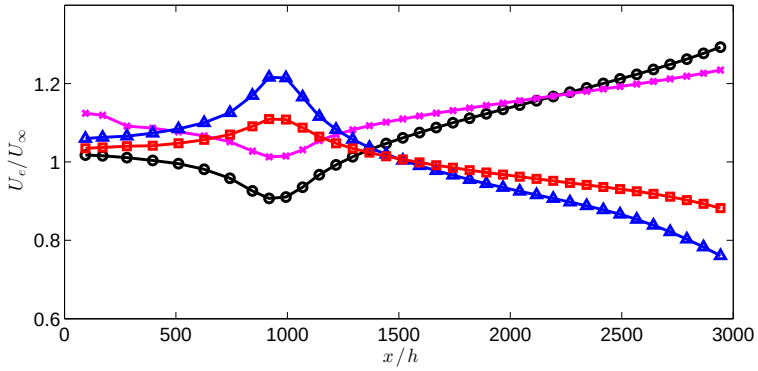


Figure 5.3 – Évolution de la vitesse extérieure adimensionnée par la vitesse à l'infinie U_e/U_∞ pour le cas avec gradient favorable modéré FPGw (—— ×), avec gradient favorable fort FPGs (—— ○), gradient adverse modéré APGw (—— □) et gradient adverse fort APGs (—— △).

Dans cette zone d'intérêt décrite plus tôt, on vérifie tout d'abord que le paramètre de gradient de pression de Clauser β est constant. C'est en effet une condition nécessaire pour que la couche limite turbulente soit à l'équilibre. Sur la figure 5.4 (à gauche) où le paramètre β est tracé pour chacun des cas avec gradient de pression (on rappelle en effet que $\beta = 0$ pour le cas ZPG), on observe que $\beta \simeq -0.35$ pour le cas FPGs, $\beta \simeq -0.22$ pour le cas FPGw, $\beta \simeq 0.51$ pour le cas APGw et $\beta \simeq 1.4$ pour le cas avec gradient adverse fort APGs. On peut remarquer que le paramètre de gradient de pression de Clauser est positif pour un gradient adverse et négatif pour un gradient favorable. Sur la figure de droite où le facteur d'accélération K est tracé, on observe qu'il est également constant dans la zone d'intérêt et qu'il prend pour valeur dans cette zone, $K \simeq 2.2 \times 10^{-7}$ pour le cas FPGs, $K \simeq 1.2 \times 10^{-7}$ pour le cas FPGw, $K \simeq -1.6 \times 10^{-7}$ pour APGw et $K \simeq -3.1 \times 10^{-7}$ pour le cas APGs. On peut noter qu'il est positif pour un gradient favorable et négatif pour un gradient adverse contrairement au paramètre de Clauser β. Pour les quatre cas de gradient de pression non nul, on peut observer sur la figure 5.4, une première zone où le gradient est nul qui correspond à l'entrée du domaine qui est plane, une deuxième où un saut de gradient est visible et qui correspond à la rupture de pente et enfin une zone où le gradient est quasiment constant. Pour le cas avec gradient adverse fort APGs, on peut noter que le facteur d'accélération commence subitement à décroitre en fin de domaine tandis que le paramètre de Clauser β semble augmenter. Ces variations peuvent être dues au fait que le gradient adverse choisi est fort et proche du décollement. Plus le gradient est maintenu longtemps plus la couche limite se rapproche du décollement. On peut de plus supposer que la courbure à la fin du domaine de calcul qui entraine une décélération importante joue un rôle dans ces variations.
Néanmoins, dans la zone d'intérêt où x/h est compris entre 1000 et 2300 on peut supposer K et β constants et la couche limite à l'équilibre.

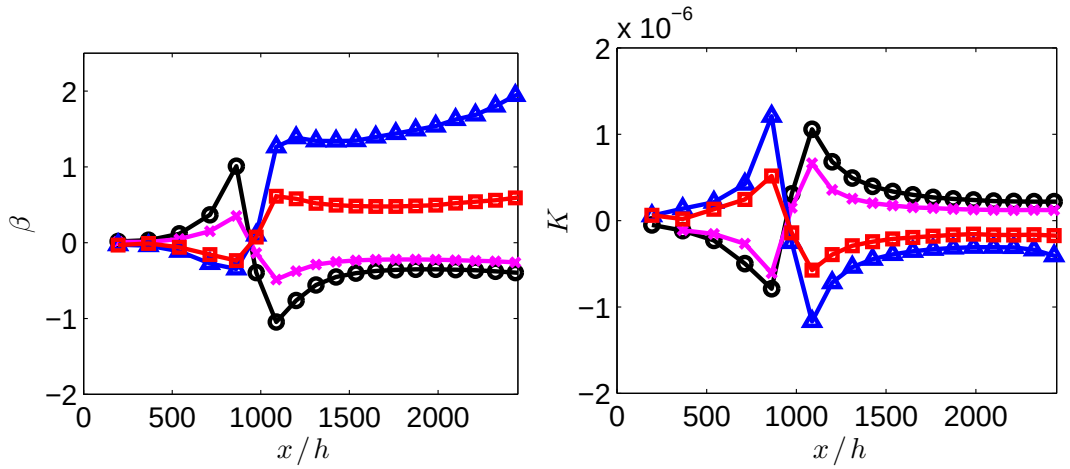


Figure 5.4 – Comparaison de l'évolution du paramètre de pression de Clauser β à gauche et du facteur d'accélération K à droite. Pour le cas du gradient favorable modéré FPGw (—— ×), avec gradient favorable fort FPGs (—— ○), gradient adverse modéré APGw (—— □) et gradient adverse fort APGs (—— △).

Afin de confirmer cela, on trace également l'évolution des épaisseurs caractéristiques de couche limite (épaisseurs de déplacement δ^* et de quantité de mouvement θ) sur la figure 5.5.

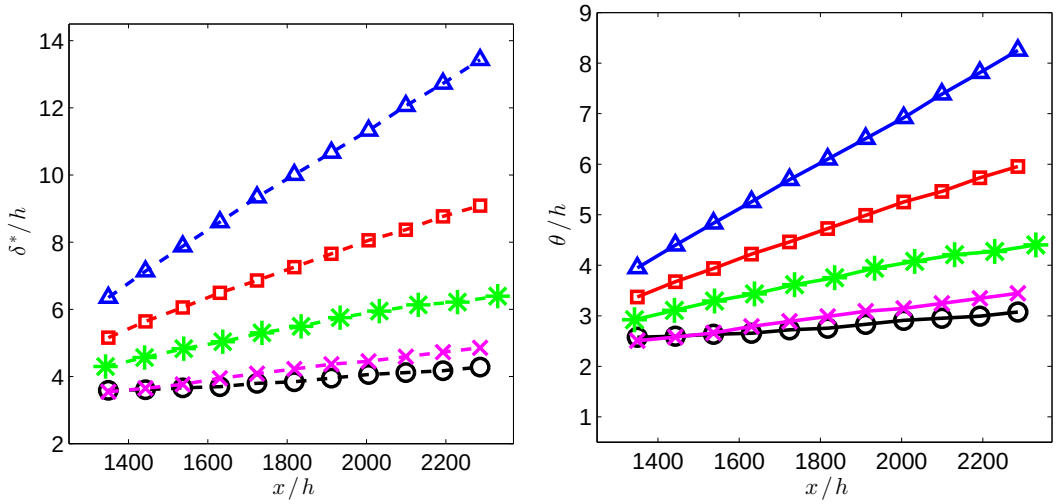


Figure 5.5 – Évolution des épaisseurs de déplacement δ^* (à gauche) et de quantité de mouvement θ (à droite) pour les cas avec gradient favorable modéré FPGw (—— ×), avec gradient favorable fort FPGs (—— ○), sans gradient de pression ZPG (—— ∗), avec gradient adverse modéré APGw (—— □) et gradient adverse fort APGs (—— △), pour x/h compris entre 1300 et 2300.

On observe que dans la zone d'intérêt choisie, l'évolution des épaisseurs de couche limite est linéaire. Cette linéarité de l'évolution des épaisseurs de couche limite plaide en faveur d'une couche limite à l'équilibre. Dans la zone d'intérêt, le nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement Re_θ varie entre 1600 et 3200 pour le cas APGw, entre 1750 et 3800 pour le cas APGs, entre 1300 et 2300 pour le cas FPGw, entre 1400 et 2100 pour le cas FPGs et entre 950 et 2300 pour le cas ZPG. On peut noter que la valeur de Re_θ est plus élevée au début de domaine pour les cas favorables que pour

le cas sans gradient de pression, ceci est dû à la rupture de pente en amont de la zone d'intérêt qui crée une zone de faible vitesse pour le gradient favorable et qui entraine un épaississement de la couche limite. Au contraire, pour les cas de gradients adverses, une accélération est observée, ainsi qu'un épaississement beaucoup moins rapide de la couche limite à l'entrée de la zone d'intérêt. Sur la figure 5.5, on peut tout d'abord observer que la couche limite turbulente a bien tendance à s'épaissir plus rapidement en présence d'un gradient de pression adverse et moins rapidement en présence d'un gradient de pression favorable en comparaison du cas sans gradient de pression. Un gradient plus fort entraine de plus une amplification de cet effet. On peut également observer que le rapport entre les deux épaisseurs de couche limite augmente avec un gradient de pression adverse et diminue avec un gradient de pression favorable. En effet, sur la figure 5.6, est représenté le facteur de forme H en fonction du nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement Re_θ, où le facteur de forme H est défini comme :

$$H = \frac{\delta^*}{\theta}$$

On peut observer que la valeur de H est plus élevée en présence d'un gradient de pression adverse fort et plus faible en présence d'un gradient de pression favorable. En effet, $H \sim 1.39$ pour le cas FPGs, $H \sim 1.42$ pour le cas FPGw, $H \sim 1.47$ pour le cas ZPG, $H \sim 1.53$ pour le cas APGw et $H \sim 1.63$ pour le cas APGs.

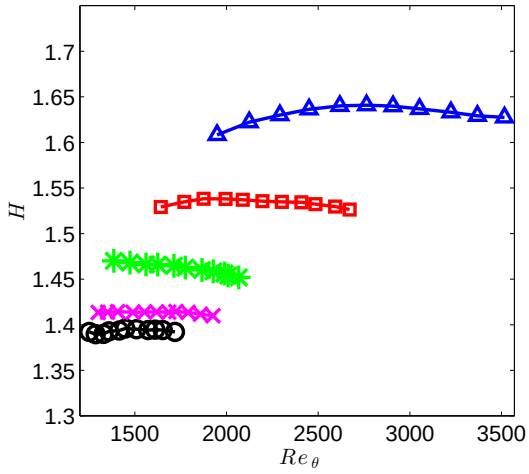


Figure 5.6 – Évolution du facteur de forme H pour les cas avec gradient favorable modéré FPGw (—— ×), avec gradient favorable fort FPGs (—— ○), sans gradient de pression ZPG (—— ∗), avec gradient adverse modéré APGw (—— □) et gradient adverse fort APGs (—— △), pour x/h compris entre 1300 et 2300.

La vitesse de frottement u_τ est tracée sur la figure 5.7 pour les cinq cas de gradients de pression. Il existe deux méthodes qui sont généralement employées pour calculer la vitesse de frottement que l'on définit de la façon suivante ;

$$u_\tau = \sqrt{\nu_w \frac{\partial u}{\partial y}}$$

La première méthode, que l'on peut appeler méthode d'évaluation directe est simplement basée sur le calcul de $\partial u/\partial y$ à la paroi. On choisit ici d'utiliser un schéma aux différences finies décentrées d'ordre 4. Les résultats obtenus sont tracés en rouge sur la

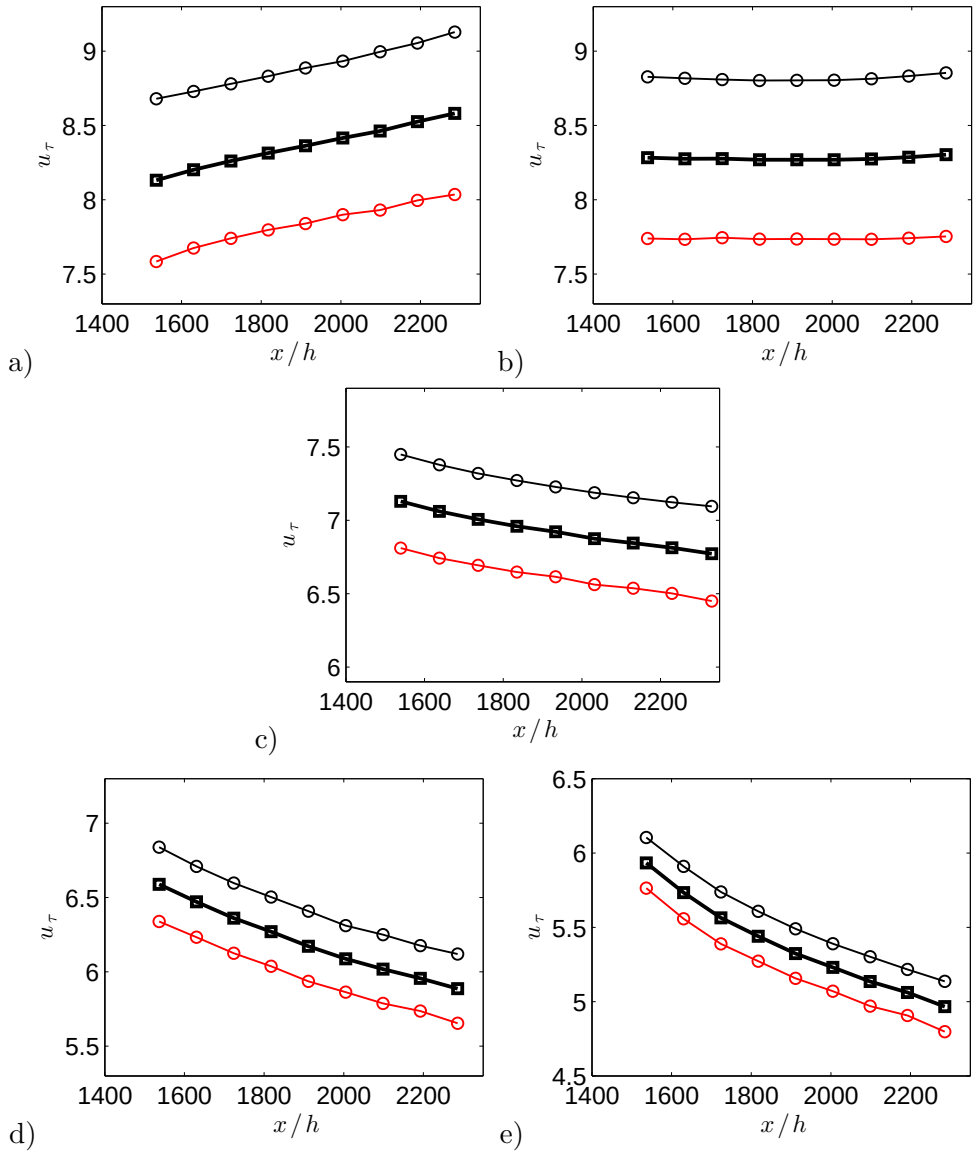


Figure 5.7 – Évaluation de la vitesse de frottement pour les cas FPGs a), FPGw b), ZPG c), APGw d) et APGs e) : (—— ○) évaluation à partir de la lois logarithmique ; (—— ○) évaluation à partir de $\partial u/\partial y$; (▬ □) moyenne des deux évaluations pour x/h compris entre 1500 et 2300.

figure 5.7.
Une résolution de type LES permettant disposer d'un plus grand domaine d'intérêt que si l'on avait opté pour une résolution DNS ayant été retenue ici, une évaluation directe de la vitesse de frottement u_τ entraîne une sous-évaluation. Cette sous-évaluation est en effet couramment observé dans la littérature pour ce type de résolution. Il existe une seconde méthode qui est souvent employée pour le calcul de la vitesse de frottement à partir de données expérimentales. Celle-ci est basée sur l'utilisation des courbes de Clauser et la résolution de l'équation de la loi logarithmique pour u_τ de la façon suivante :

$$\frac{\overline{u}}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln\left(\frac{y u_\tau}{\nu}\right) + C;$$

avec $\kappa = 0.4$ et $C = 5$.

Les résultats obtenus à l'aide de cette méthode sont représentés par le trait fin noir sur la figure 5.7. On observe que la deuxième méthode basée sur l'utilisation de la loi logarithmique permet d'obtenir des valeurs typiquement plus grandes de 0.4 m/s pour le cas APGs, 0.5 m/s pour le cas APGw, 0.7 m/s pour le cas ZPG, 1.1 m/s pour le cas APGw et 1.2 m/s pour le cas APGs. De plus on peut observer que les valeurs de la vitesse de frottement obtenues avec les deux méthodes d'évaluation sont plus proches lorsque la valeur de β est faible. On peut également noter quelle que soit la méthode d'évaluation choisie, que la vitesse de frottement est plus élevée avec un gradient de pression favorable et plus faible avec un gradient de pression adverse par rapport au cas sans gradient de pression. De plus, elle a tendance à diminuer pour les cas adverses et sans gradient de pression alors qu'elle augmente avec un gradient favorable fort. On peut de plus constater que la vitesse de frottement est quasiment constante pour le cas FPGw.

Pour l'ensemble des résultats qui vont suivre dans ce travail, on a fait le choix de réaliser une moyenne entre les deux méthodes d'évaluation de la vitesse de frottement u_τ afin de compenser la sous-évaluation due à la résolution LES.
Le résultat de cette moyenne est représenté par le trait noir épais sur la figure 5.7 pour les cinq différents cas de gradients de pression.

La vitesse de frottement étant obtenue, on peut à présent calculer le coefficient de frottement cf, qui est défini comme ;

$$cf = 2\left(\frac{u_\tau}{U_e}\right)^2$$

ainsi que le facteur de forme de Clauser G défini comme :

$$G = \frac{H-1}{H\sqrt{cf/2}}$$

où H est le facteur de forme. La coefficient de frottement cf et le facteur G sont tracés sur la figure 5.8.

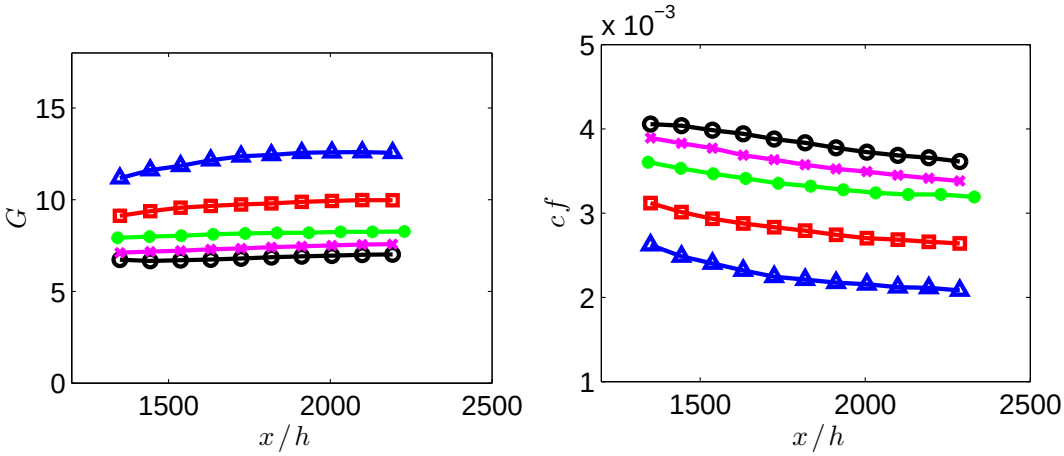


Figure 5.8 – Comparaison de l'évolution du facteur de Clauser G (à gauche) et du coefficient de frottement cf (à droite). Pour le cas du gradient favorable fort FPGs (—— ○), modéré FPGw (—— ×), sans gradient ZPG (—— ∗), avec gradient adverse modéré APGw (—— □) et gradient adverse fort APGs (—— △) pour x/h compris entre 1350 et 2200.

Sur la figure 5.9, on trace de plus le paramètre adimensionné de gradient de pression Δ_p défini comme :

$$\Delta_p = \frac{\nu}{\rho u_\tau^3} \frac{dP_e}{dx}$$

On observe que les paramètres G et Δ_p sont constants dans la zone d'intérêt de chacun des calculs, ce qui plaide en faveur de couches limites turbulentes à l'équilibre.

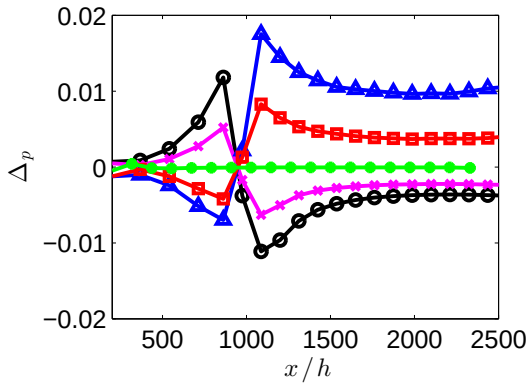


Figure 5.9 – Comparaison de l'évolution du paramètre adimensionné de gradient de pression Δ_p. Pour le cas du gradient favorable fort FPGs (—— ○), modéré FPGw (—— ×), sans gradient ZPG (—— ∗), avec gradient adverse modéré APGw (—— □) et gradient adverse fort APGs (—— △).

On choisit les différentes variables de références du problème (δ_{ref}, θ_{ref} etc...) comme ces mêmes variables au centre du domaine d'intérêt défini précédemment. L'ensemble des variables de référence du problème est résumé dans le tableau 5.1 suivant :

Cas	$\delta_{ref} \times 10^3$ m	$\delta^*_{ref} \times 10^4$ m	$\theta_{ref} \times 10^4$ m	$U_{e_{ref}}$ m/s	$u_{\tau_{ref}} m/s$
APGs	1.83	4.53	2.77	159	5.23
APGw	1.57	3.22	2.10	166	6.09
ZPG	1.13	1.98	1.35	173	7.17
FPGw	1.21	1.78	1.26	198	8.27
FPGs	1.24	1.62	1.17	195	8.42

Table 5.1 – Paramètres de référence du problème pour les cinq cas présentés.

Les paramètres relatifs à la description du gradient de pression et ses effets sont résumés dans le tableau 5.2 suivant :

Cas	α	β	G	$K \times 10^7$	$\Delta_p \times 10^3$	H	Π
APGs	$-11.49°$	1.4	12.5	-3.1	9.8	1.63	1.8
APGw	$-6.05°$	0.51	10	-1.6	3.8	1.53	1.1
ZPG	$0°$	0	8	0	0	1.47	0.6
FPGw	$5.66°$	-0.22	7.5	1.2	-2.4	1.42	0.3
FPGs	$10.19°$	-0.35	7	2.2	-3.8	1.39	0.17

Table 5.2 – Paramètres liés à la description et la quantification du gradient de pression pour les cinq cas présentés.

Les résolutions obtenues adimensionnées en variable de paroi ainsi que les nombres de Reynolds de références pour les LES sont récapitulés dans le tableau 5.3 suivant :

Cas	Δx^+	Δy^+	Δz^+	$Re_{\delta*}$	Re_θ	Re^+
APGs	28	0.72	8	5000	3050	771
APGw	32	0.84	10	3700	2400	660
ZPG	37	0.99	12	2350	1600	555
FPGw	43	1.14	13	2400	1700	693
FPGs	44	1.16	13	2200	1600	724

Table 5.3 – Paramètres du problème adimensionnés en variable de paroi pour les cinq cas présentés.

Les échelles de paroi étant obtenues, on peut à présent s'intéresser à l'allure des profils moyens adimensionnés en variable de paroi. Ainsi, sur la figure 5.10 sont représentés les profils de vitesse moyenne à différentes positions successives dans la direction longitudinale en échelles de paroi. On peut observer que si la zone interne de la couche limite semble inchangée pour les cinq différents cas présentés ici, la zone externe varie pour chacun d'eux. En effet, le sillage augmente considérablement avec un gradient de pression adverse alors qu'il diminue avec un gradient de pression favorable en comparaison du cas sans gradient de pression.
Néanmoins un léger décalage vers le haut de la loi logarithmique semble être présent dans les cas avec gradient de pression favorable ce qui en accord avec les observations faites par Dixit et Ramesh [54] et Bourassa et Thomas [26]. Un décalage vers le bas très faible semble également observable pour les cas avec gradient adverse. Ce qui confirme les observations faites par Krogstad et Skare [112], Lee et Sung [119], Nagano *et al.* [144] ou Monty *et al.* [138].

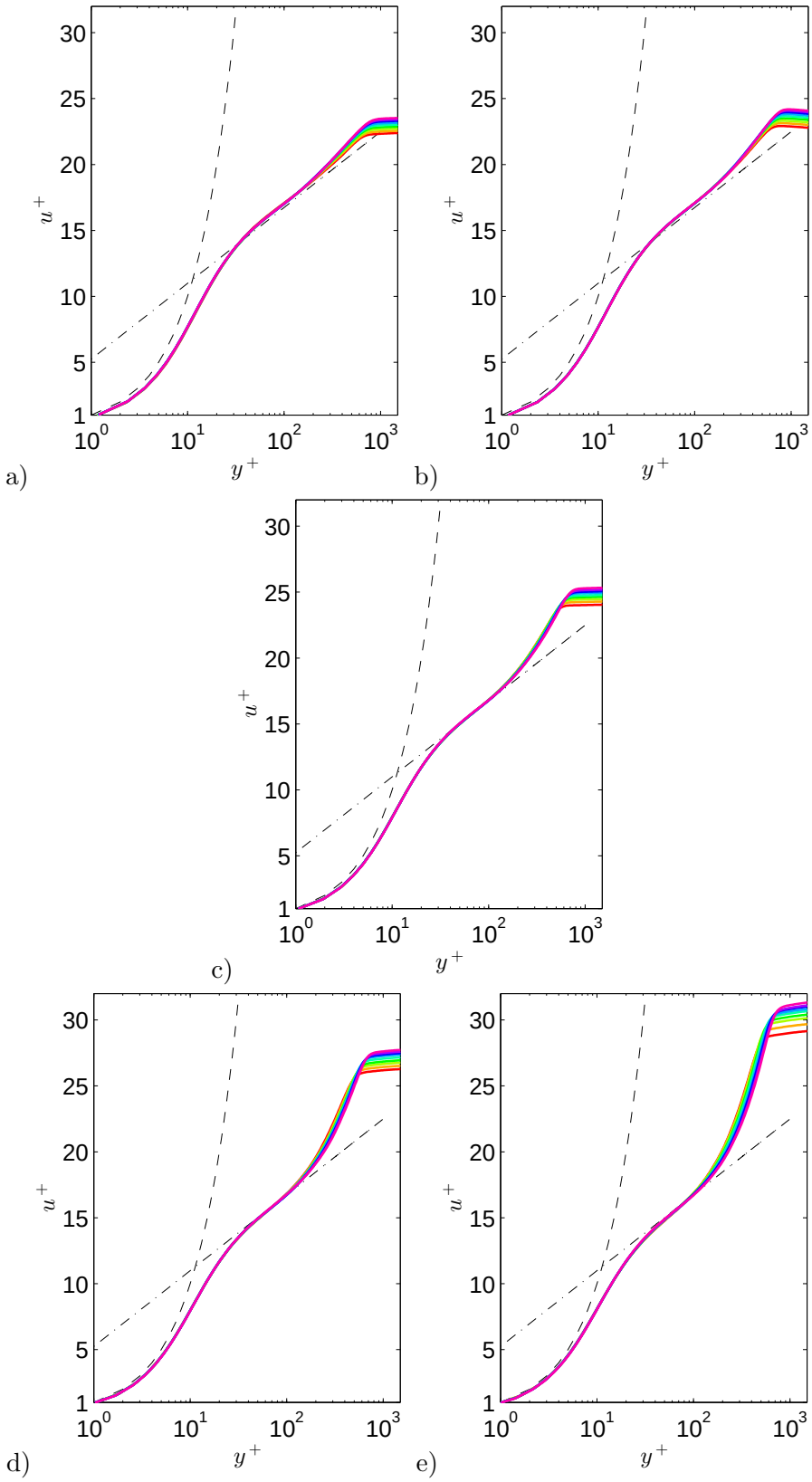


Figure 5.10 – Profils de vitesse moyenne en échelles de paroi pour le cas avec gradient de pression favorable fort FPGs a), favorable modéré FPGw b), sans gradient de pression ZPG b), avec gradient de pression adverse modéré APGw c) et adverse fort APGs d) pour 9 positions successives dans la zone d'intérêt pour x/h compris 1200 et 2000.

Sur la figure 5.11, les profils de vitesse adimensionnés en variable de paroi sont superposés pour chacun des cas au milieu de leurs domaines d'intérêts. On peut en effet observer ces décalages à l'aide d'un zoom au niveau de la loi logarithmique. Ces décalages sont néanmoins faibles probablement à cause du faible nombre de Reynolds des calculs présentés ici. On remarque également que ce décalage semble plus marqué pour un gradient favorable que pour un gradient adverse.

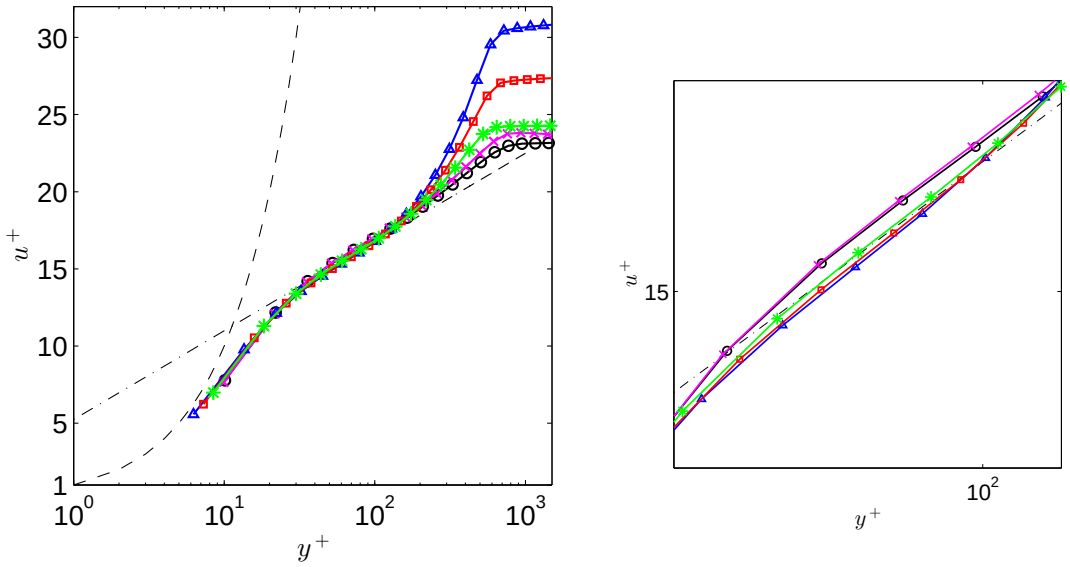


Figure 5.11 – Profils de vitesse moyenne en échelle de parois pour les cas avec gradient favorable modéré FPGw (—— ×), avec gradient favorable fort FPGs (—— ○), sans gradient de pression ZPG (—— ∗), avec gradient adverse modéré APGw (—— □) et gradient adverse fort APGs (—— △) au milieu des domaines de calculs. La figure de droite est un zoom sur la zone logarithmique.

Afin de quantifier la variation du sillage observée, on trace sur la figure 5.12, la loi de déficit (ou *defect law* en anglais) qui est définie comme :

$$f(y/\delta) = (U_e - U)/u_\tau$$

avec U la vitesse moyenne à l'abscisse pour laquelle on trace la loi de déficit. On la superpose ensuite pour chacun des cas de gradients avec une loi de sillage de Coles [43] qui s'écrit ;

$$\frac{U_e - \overline{u}}{u_\tau} = -\frac{1}{\kappa}\left(\ln(y^+) - 2\Pi\cos^2\left(\frac{\Pi y/\delta}{2}\right)\right) \tag{5.1.1}$$

après avoir calibré et trouvé le paramètre de sillage Π correspondant à chacun des cas de gradient.

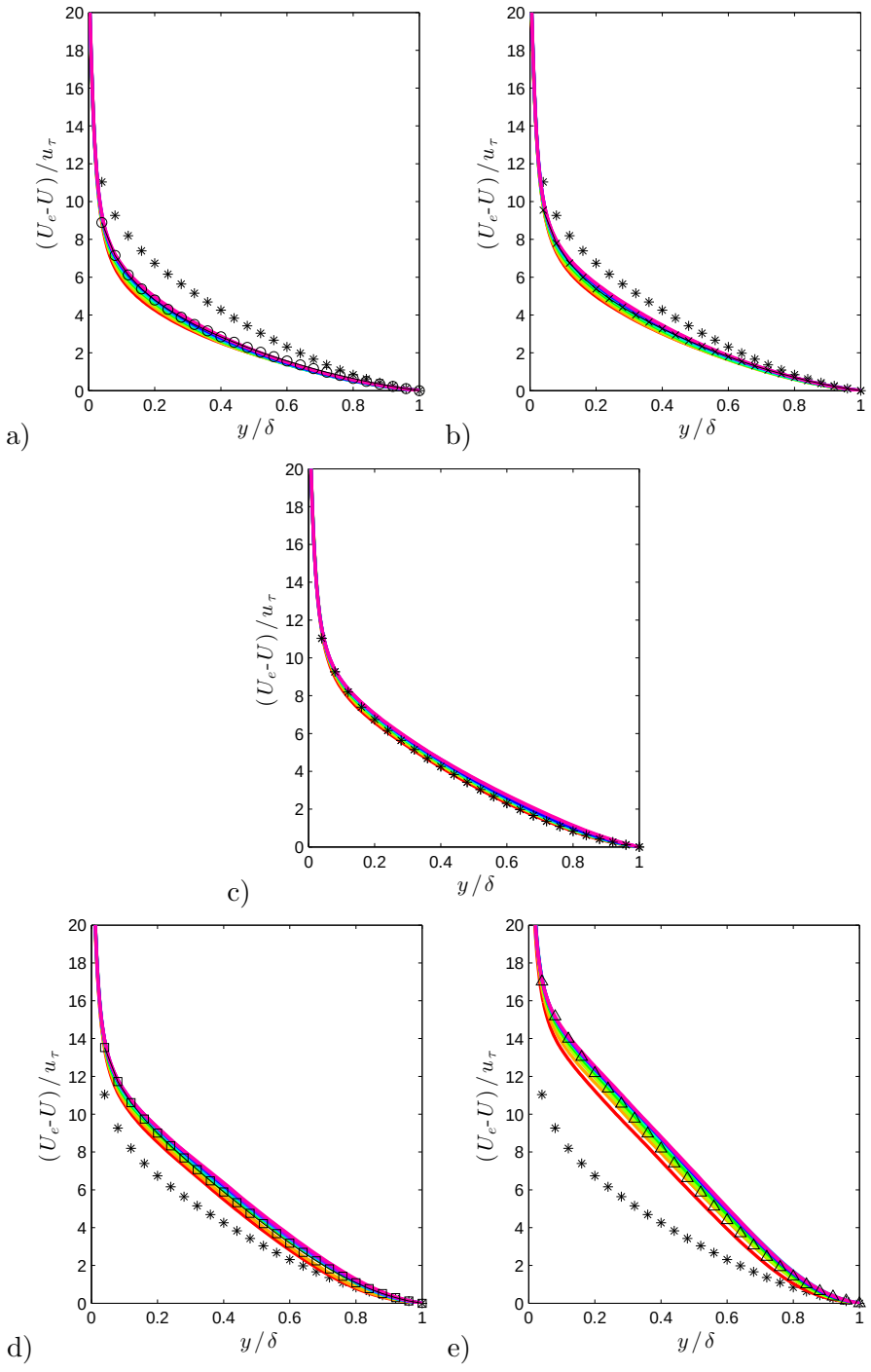


Figure 5.12 – Defect law en 9 positions successives pour x/h comprises entre 1200 et 2000. Pour le cas FPGs a), FPGw b), ZPG c), APGw d) et APGs e). Superposée à une loi de sillage de Coles pour $\Pi = 0.17$ pour le cas FPGs ($\circ$), $\Pi = 0.3$ pour le cas FPGw ($\times$), $\Pi = 0.6$ pour le cas ZPG ($*$) et $\Pi = 1.1$ pour le cas APGw ($\square$) et $\Pi = 1.8$ pour le cas APGs ($\triangle$).

Ainsi, on obtient bien un paramètre de sillage plus important pour le cas avec gradient adverse fort ($\Pi = 1.8$) et moins important pour le cas avec gradient favorable faible ($\Pi = 0.17$) en comparaison du cas avec gradient adverse modéré ($\Pi = 1.1$), favorable modéré ($\Pi = 0.3$) et sans gradient de pression ($\Pi = 0.6$). De plus, les profils de la loi de déficit étant auto-similaires, on peut en déduire que $\frac{d\Pi}{dx} = 0$ et que les couches limites que l'on

présente ici sont bien à l'équilibre. On peut également noter que l'auto-similarité des profils n'est pas parfaite avec cet adimensionnement, les déficits augmentant avec le nombre de Reynolds. Cet effet à déjà été observé par Ern et Joubert [58] pour les écoulements à faibles nombres de Reynolds, pour lesquels l'évolution du sillage est fortement liée à l'historique du développement de l'écoulement et en particulier à la condition d'entrée turbulente. Le paramètre de sillage tend à augmenter légèrement lorsque le nombre de Reynolds croît. Cet effet pourrait être neutralisé par l'utilisation de la vitesse d'adimensionnement proposée par Zaragola et Smits [206].
La loi de sillage correspondant à chaque cas est obtenue à l'aide de la loi de Coles. On cherche ensuite à calculer la loi interne afin de créer un profil analytique composite défini comme :

$$U^+_{\text{comp}} = U^+_{\text{inner}} + \frac{2\Pi}{\kappa} w\left(\frac{y}{\delta}\right) \tag{5.1.2}$$

On choisit d'utiliser une loi de Musker [139] afin de calculer cette loi. Elle donne en effet une description simple et uniforme du profil de vitesse dans la zone interne à partir de la sous-couche visqueuse pour $y^+ < 5$ où $U^+ = y^+$ jusqu'à la loi logarithmique. Elle peut s'écrire :

$$U^+_{\text{inner}} = \frac{1}{\kappa}\ln\left(\frac{y^+ - a}{-a}\right) + \frac{R^2}{a(4A-a)}\left[(4A+a)\ln\left(-\frac{a}{R}\frac{\sqrt{(y^+-A)^2+B^2}}{y^+-a}\right)\right.$$
$$\left. + \frac{A}{B}(4A+5a)\left(\arctan\left(\frac{y^+-A}{B}\right) + \arctan\left(\frac{A}{B}\right)\right)\right] \tag{5.1.3}$$

avec $A = (-1/\kappa - a)/2$, $B = \sqrt{-2aA - A^2}$ et $R = \sqrt{A^2 + B^2}$. Ces valeurs sont choisies d'après Chauhan *et al.* [39] (κ=0.384 ; a=-10.3061 ; B=4.17).

Ces profils composites (calculés à l'aide de la loi de Coles avec le paramètre de sillage correspondant à chaque cas de gradient de pression tracée sur la figure 5.12), sont superposés aux profils de vitesse longitudinale moyenne adimensionnée en variables externes (par la vitesse extérieure U_e et l'épaisseur de couche limite δ) pour chacun des cas sur la figure 5.13.

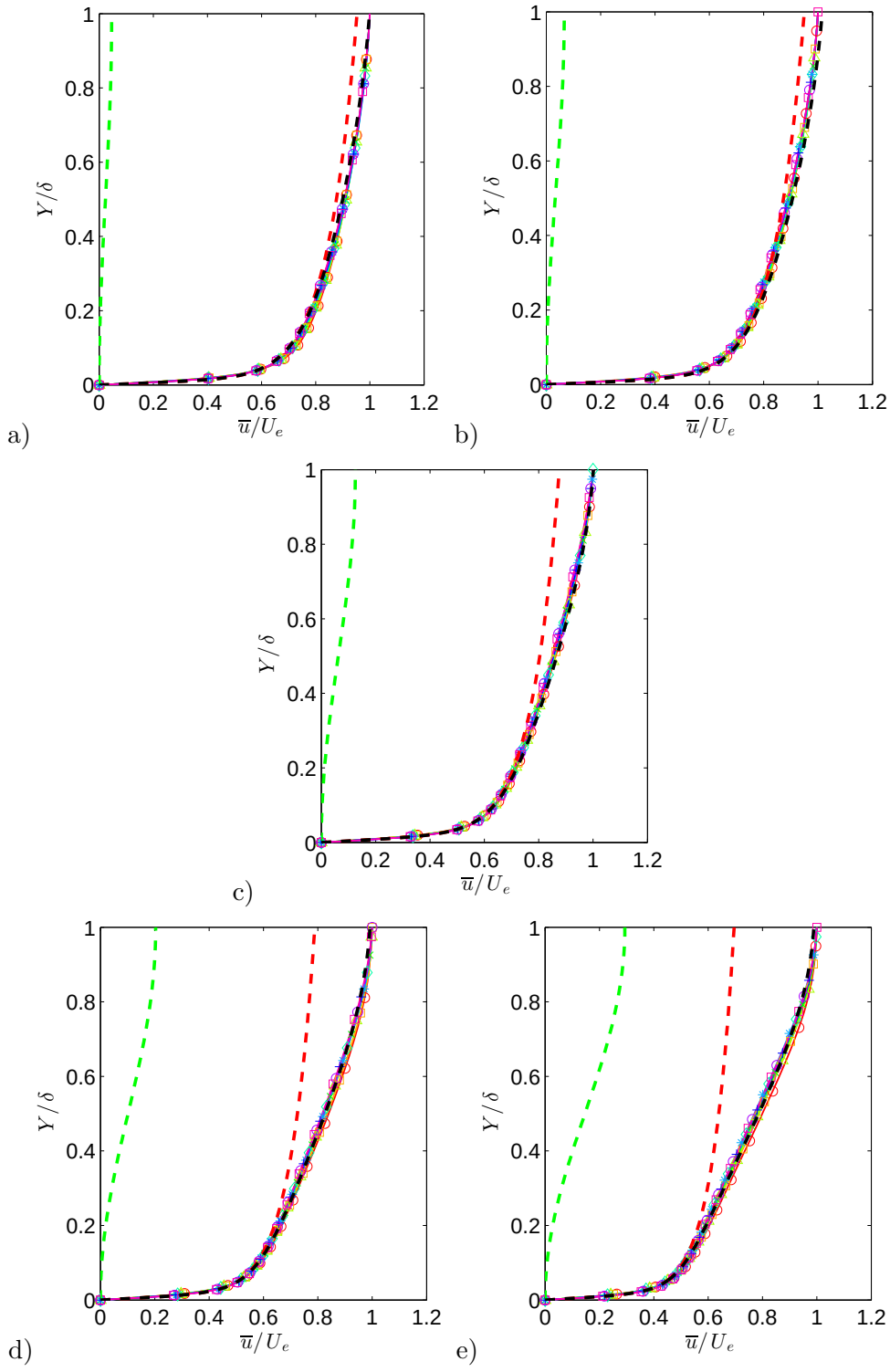


FIGURE 5.13 – Profils de vitesse moyenne en variables externes (lignes de couleurs avec les symboles) pour 9 profils à des abscisses successives pour x/h comprises entre 1200 et 2000 pour le cas FPGs a), FPGw b), ZPG c), APGw d) et APGs e) avec un profil composite analytique (– – –), issu de l'addition des lois de sillage de Coles (– – –) avec $\Pi = 0.3$ pour le cas FPGw, $\Pi = 0.17$ pour le cas FPGs, $\Pi = 0.6$ pour le cas ZPG et $\Pi = 1.1$ pour le cas APGw et $\Pi = 1.8$ pour le cas APGs et la loi interne de Musker's (– – –).

On peut tout d'abord remarquer que les profils tracés pour les différents cas de gradients sont en excellent accord avec le profil analytique composite et que seule la loi de sillage semble subir l'influence du gradient de pression. Le profil de Musker utilisé étant en effet identique pour les cinq cas présentés. On peut de plus noter que la seconde condition nécessaire pour que la couche limite turbulente soit à l'équilibre est bien respectée ([27, 35, 42]. Les profils de vitesse étant en effet auto-similaires.
La figure 5.14 présente une comparaison des profils moyen et lois de déficits entre les résultats issus des différentes LES réalisées ici avec les résultats issus des expériences réalisées au LMFA pour certaines valeurs de la vitesse nominale (cf partie 1.5). On observe un accord satisfaisant entre les tendances des profils pour les différents cas. Les différences visibles sont dues à l'influence conjointe du nombre de Mach, du nombre de Reynolds et de l'intensité du gradient qui est différente pour chacun des cas présentés. On remarque tout de même une différence plus marquée pour le cas adverse du LMFA dont la vitesse nominale est $U = 50$. Il semble en effet que les mesures réalisées à ce point de fonctionnement soient erronées, l'allure de la loi de déficit ressemblant plus à celle habituellement obtenue pour un cas favorable que pour un cas adverse.

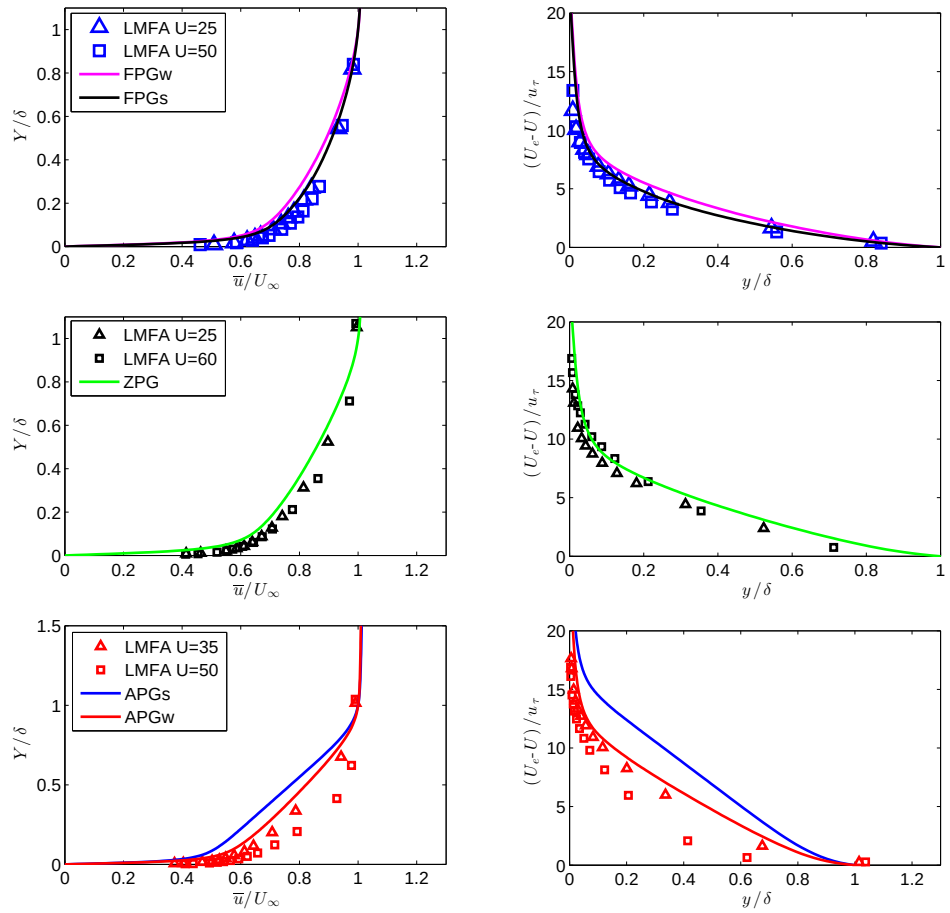


Figure 5.14 – Comparaison entre les résultats expérimentaux du LMFA pour différentes valeurs de la vitesse nominale (symboles) et issus des LES (traits) pour les profils de vitesse longitudinale (gauche) et le déficit de vitesse (droite) pour des configurations avec gradient de pression favorable (haut), nul (milieu) et adverse (bas).

On s'intéresse à présent à l'influence du gradient de pression sur les intensités turbu-

lentes. Sur la figure 5.15, les intensités turbulentes adimensionnées en variables externes (U_e et δ) sont représentées au milieu des domaines d'intérêts pour chaque cas de gradient de pression.

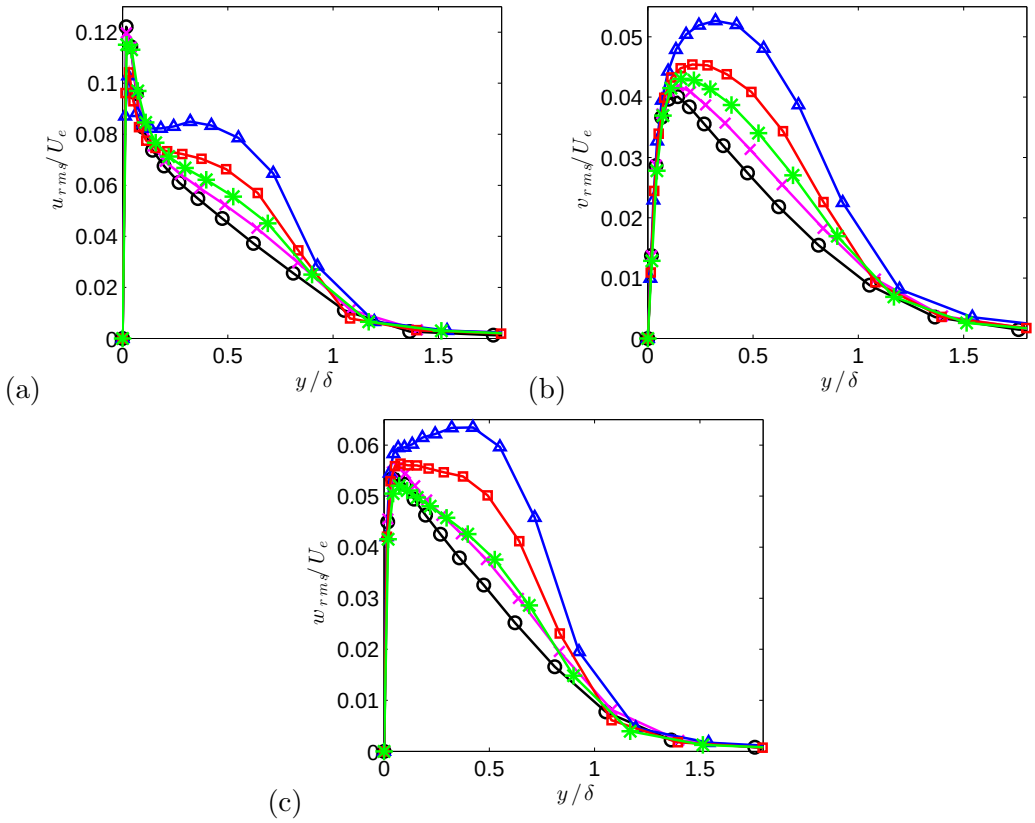


Figure 5.15 – Intensités turbulentes adimensionnées en variables externes ; u_{rms} (a), v_{rms} (b) et w_{rms} (c) en $x/h = 1800$ pour les cas avec gradient favorable modéré FPGw (—— ×), avec gradient favorable fort FPGs (—— ○), sans gradient de pression ZPG (—— ∗), avec gradient adverse modéré APGw (—— □) et gradient adverse fort APGs (—— △).

La première chose que l'on peut remarquer est que les intensités turbulentes sont plus élevées avec gradients de pression adverses et plus faible avec un gradient de pression favorable en comparaison du cas sans gradient de pression pour les trois composantes. On peut de plus observer que l'apparition d'un second pic sur la distribution d'intensité turbulente au niveau de la partie extérieure de la couche limite. Ce pic diminue pour le cas sans gradient et tend à disparaitre avec un gradient de pression favorable. Au contraire, il augmente considérablement pour un gradient adverse fort. On remarque de plus que pour la composante longitudinale des intensités turbulentes (u_{rms}), que le premier pic qui est lié à la zone interne de la couche limite, diminue avec un gradient adverse et augmente avec un gradient de pression favorable.
Le deuxième pic est généralement observable pour des cas de couche limite sur plaque plane avec des nombres de Reynolds beaucoup plus élevés (voir Marusic *et al.* [129]). Il semble donc apparaitre plus rapidement en terme d'évolution du nombre de Reynolds, en présence d'un gradient de pression adverse et donc plus lentement avec un gradient de pression favorable. Sur la figure 5.16, les intensités turbulentes adimensionnées en variables internes (u_τ) au milieu des domaines d'intérêt sont tracées.

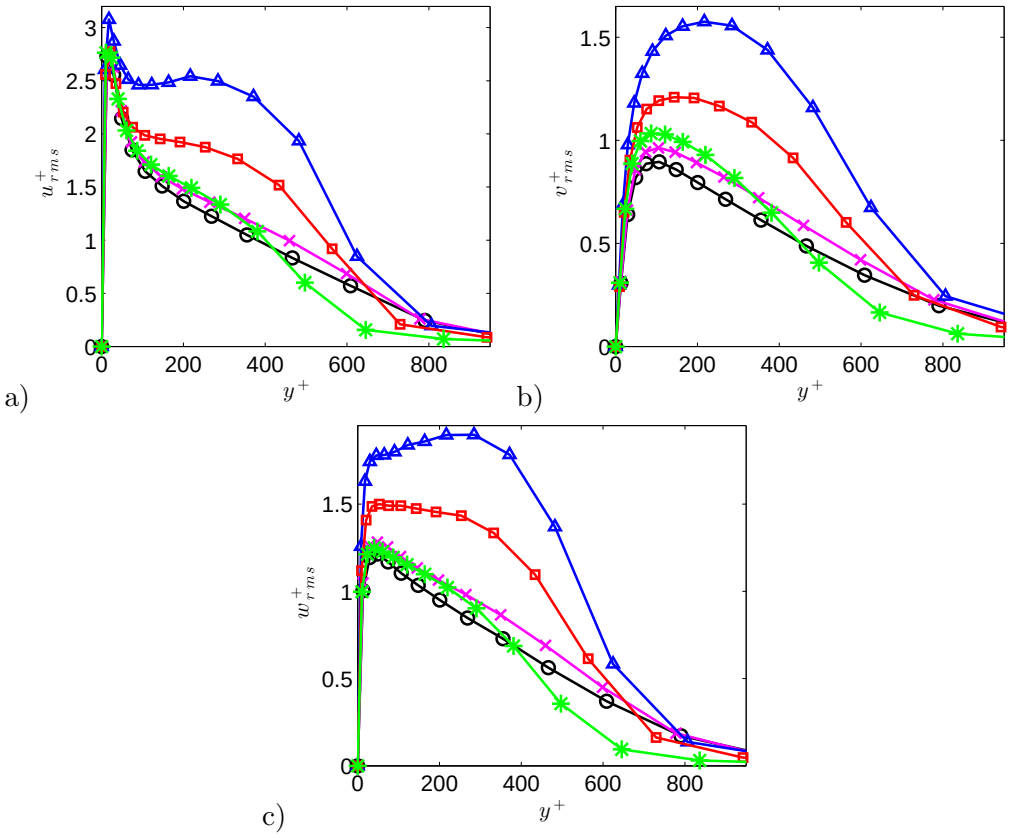


FIGURE 5.16 – Intensités turbulentes adimensionnées en variables internes ; u^+_{rms} (a), v^+_{rms} (b) et w^+_{rms} (c) en $x/h = 1800$ pour les cas avec gradient favorable modéré FPGw (—— ×), avec gradient favorable fort FPGs (—— ○), sans gradient de pression ZPG (—— ∗), avec gradient adverse modéré APGw (—— □) et gradient adverse fort APGs (—— △).

Le même constat peut être fait au sujet de l'apparition du second pic. Néanmoins, cette adimensionnement en échelles internes a permis un inversement de la hiérarchie des niveaux du premier pic proche paroi pour la vitesse longitudinale u_{rms}. Néanmoins, la même hiérarchie de niveaux globaux des intensités turbulentes est observable (plus fort avec un gradient adverse fort et plus faible avec un gradient de pression favorable).

Les intensités turbulentes pour les cas APGs et FPGs sont comparées sur la figure 5.17 à celles obtenues par Spalart et Watmuff [181]. Pour cette étude, ils ont choisi d'imposer un gradient de pression à l'aide d'une paroi haute déformée. La première partie de leur domaine d'étude un gradient de pression favorable avec $\beta \sim -0.3$ est obtenu et dans la seconde un gradient adverse avec $\beta \sim 2$. Pour l'étude de Spalart et Watmuff [181] le nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement est de 600 pour le cas favorable et 900 pour le cas adverse. Pour cette étude, il est de 1500 pour le cas FPGs et de 3000 pour le cas APGs. On fait ici le choix d'un adimensionnement mixte pour cette comparaison à savoir, les tensions de Reynolds sont adimensionnées en variable de paroi et la distance à la paroi en variable externe. Sur la figure 5.17, on observe que les intensités turbulentes sont en bon accord avec ceux obtenus par Spalart et Watmuff [181].

Afin d'observer l'influence du gradient sur les structures de la couche limite, on calcule le critère λ_2 pour chacun des cas de gradients. Sur la figure 5.18, on trace ce critère coloré par la distance à la paroi solide.

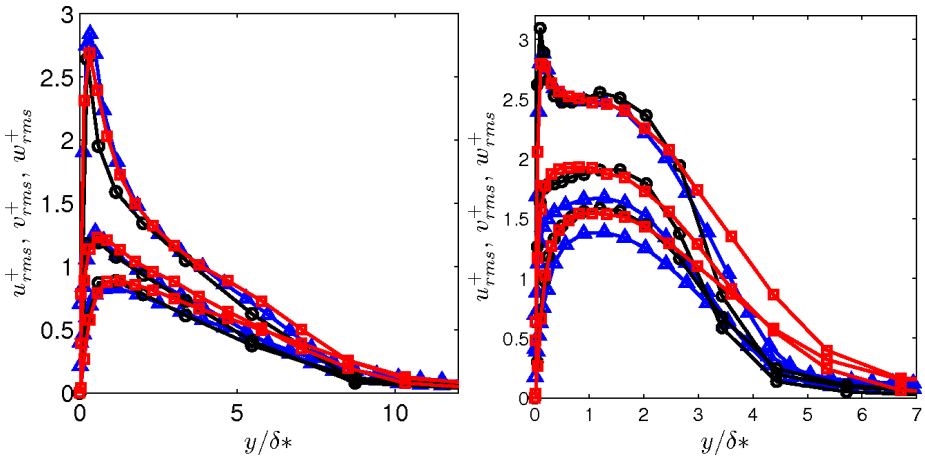


FIGURE 5.17 – Intensités turbulentes adimensionnées en variables externes u^+_{rms}, v^+_{rms} et w^+_{rms} pour les calculs de cette étude (—— ∘∘) superposées aux résultats issus de la DNS de Spalart (—— □□) et des mesures expérimentales de Watmuff (—— △△) avec gradient de pression favorable (à gauche) et adverse (à droite).

On peut observer, que les structures semblent plus hautes en présence d'un gradient de pression adverse et plus basses pour un gradient de pression favorable. Il semble donc que les structures ont tendance à se relever en présence d'un gradient de pression adverse et au contraire s'aplatir le long de la paroi avec un gradient de pression favorable. Cet effet est amplifié avec l'intensité du gradient de pression. Ces résultats sont en accord avec les observations de Krogstad et Skare [112], Mayam [132] ou encore Dixit et Ramesh [54]. Plus le gradient adverse est fort plus les structures sont hautes et l'angle d'inclinaison de ces structures augmente. Au contraire, plus le gradient favorable est fort, plus l'angle des structures diminue.

En résumé, les effets d'un gradient de pression sur une couche limite turbulente que l'on a ici observé en comparaison du cas sans gradient de pression sont :

- augmentation du facteur de forme pour un gradient adverse et diminution avec un gradient favorable
- augmentation de la vitesse de frottement u_τ avec un gradient favorable et diminution avec un gradient adverse. u_τ augmente le long de couche limite avec un gradient favorable et diminue dans les deux autres cas.
- le sillage augmente avec un gradient adverse et diminue avec un gradient de pression favorable
- décalage vers le haut de la loi logarithmique avec un gradient de pression favorable et vers le bas avec un gradient adverse
- structures tourbillonnaires de la couche limite turbulente plus hautes et relevées avec un gradient de pression adverse et plus basses et allongées avec un gradient favorable.
- augmentation des intensités turbulentes avec un gradient de pression adverse et diminution avec un gradient de pression favorable
- apparition d'un second pic dans les intensités turbulentes dans la zone externe de la couche limite avec un gradient de pression adverse.

Tous les effets cités ici pour un gradient adverse semblent être simplement amplifiés lorsque le gradient de pression adverse augmente.

On s'intéresse à présent aux effets du gradient de pression sur le rayonnement acoustique d'une couche limite turbulente.

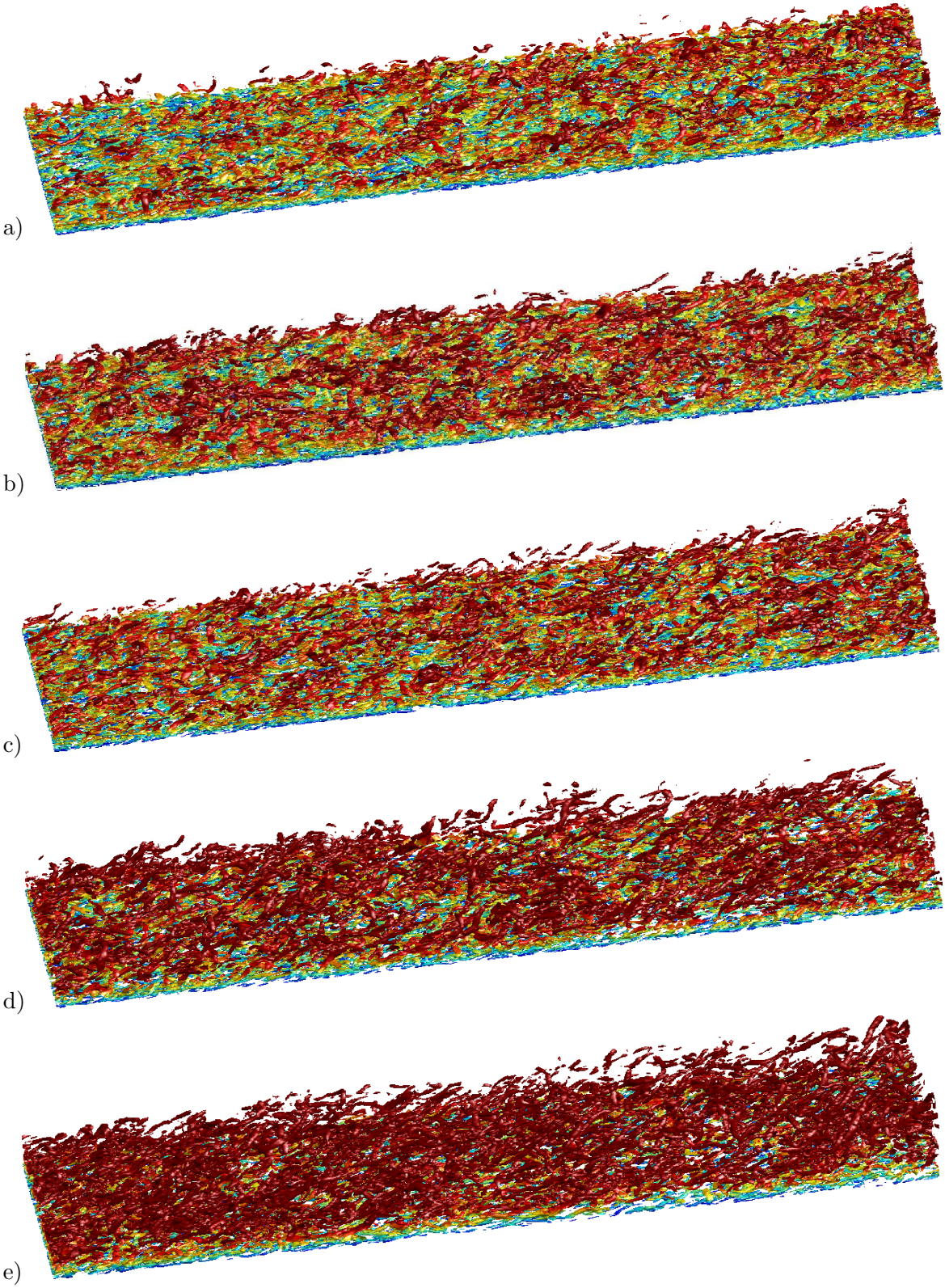


Figure 5.18 – LES d'une couche limite turbulente en présence d'un gradient de pression favorable fort FPGs a), favorable modéré FPGw b), zero ZPG c), adverse modéré APGw d) et adverse fort APGs e). Iso-surface du critère λ_2 coloré par la distance à la paroi pour x/h compris entre 1700 et 2300.

5.2 Effets d'un gradient sur le rayonnement acoustique

Pour chacun des cas présentés ici, à savoir le cas avec gradient de pression favorable fort (FPGs), favorable modéré (FPGw), sans gradient de pression (ZPG), avec gradient de pression adverse modéré (APGw) et avec gradient de pression adverse fort (APGs), la pression acoustique est directement issue des calculs directs effectués. Gloerfelt [69] qui a utilisé le même code de calcul, a vérifié que le champ acoustique obtenu avec cette approche, n'est pas perturbé par un bruit résiduel du à la condition d'entrée. Les sources de bruit d'une couche étant de nature quadripolaire (cf Powell [152] et Gloerfelt [71]), l'intensité acoustique suit une loi en U^8 pour la turbulence libre (sur un plan infini) et une loi en U^6 pour une surface compacte rigide. Par conséquent, en présence d'un gradient de pression où une forte variation de la vitesse extérieure est présente (cf figure 5.3, jusqu'à 10% pour les cas modéré APGw et FPGw et 30% pour les cas plus fort APGs et FPGs), il est impératif de prendre en compte la variation de la vitesse extérieure afin de pouvoir comparer l'intensité du rayonnement acoustique entre chacun des cas. Pour un plan infini, l'intensité suit la loi suivante :

$$I \propto U_e^8$$

avec I l'intensité acoustique et U_e la vitesse extérieure. Avec l'approximation d'ondes planes, l'intensité acoustique est proportionnelle au carré de la pression. On peut donc finalement lier la pression acoustique à la vitesse extérieure en combinant les deux lois précédentes, on obtient la relation suivante :

$$p \propto U_e^4$$

De plus, on peut lier la vitesse extérieure de la couche limite à la vitesse à l'infini par la relation :

$$U_e = \varepsilon \times U_\infty$$

Finalement on a donc :

$$\frac{p}{\varepsilon^4} \propto U_\infty^2$$

Afin de comparer les intensités acoustiques pour les cinq différents calculs de couche limite avec gradient de pression, il suffit de comparer les fluctuations de la pression normalisées $\frac{p'}{\varepsilon^4}$ pour chacun des cas. Pour effectuer cette normalisation, on choisit d'utiliser la vitesse au milieu de la zone d'intérêt qui est également une valeur moyenne de la vitesse extérieure en cette zone car le gradient de pression est constant. Sur la figure 5.19 suivante, les fluctuations de pression normalisées $\frac{p'}{\varepsilon^4}$ dans le plan médian sont représentées. Pour chacun des cas deux instants différents sont représentés ici afin de se rendre compte de la variation temporelle du champ acoustique.

La première observation que l'on peut faire, est que les ondes sonores rayonnées par la couche limite se propagent dans la direction opposée à celle de l'écoulement pour chacun des cas présentés, ce qui confirme les observations faites par Gloerfelt *et al.*[69, 71, 72]. Cette direction de propagation semble similaire pour chacun des cas et peut être expliquée par des effets classiques de propagation. Gloerfelt [69, 72] a montré que l'effet principale responsable de la direction de propagation est ici dominé par les basses fréquences. C'est un effet de convection dû à un écoulement à haute vitesse, l'effet Doppler. Celui-ci est dû au mouvement constant de la source compacte dans le sens de l'écoulement ce qui entraine la diminution de la longueur d'onde de la source en amont et inversement, son augmentation en aval.

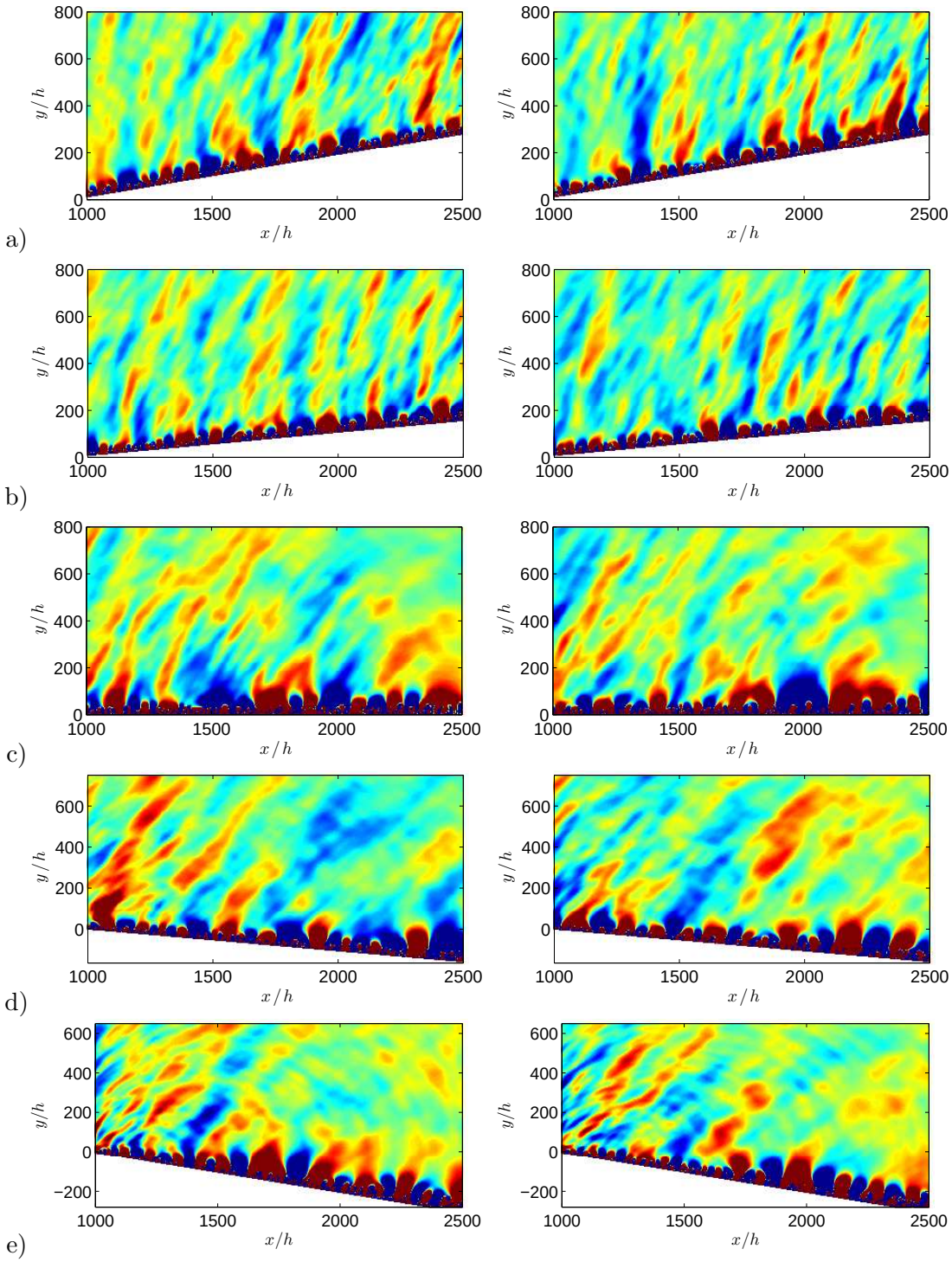


Figure 5.19 – Vues instantanées des champs de pression fluctuante normalisée $\frac{p'}{\varepsilon^4}$ dans le plan médian pour deux instants différents (gauche et droite) : a) FPGs (entre ±2.5 Pa), b) FPGw (entre ±2.8 Pa) c) ZPG (entre ±3 Pa), d) APGw (entre ±4 Pa) ;e) APGs (entre ±4.5 Pa).

Cet effet s'accompagne de plus d'une augmentation des niveaux de pression en amont. Le front d'onde possède donc une très grande longueur d'onde apparente et de faibles niveaux en aval de la source, ce qui explique principalement la direction de propagation observée. La concentration de la puissance acoustique dans un lobe orienté dans la direc-

tion amont est en accord avec la théorie de sources compactes et peut donc aider à conclure que les sources de bruit d'une couche limite turbulente sont compactes, et correspondent donc à des événements turbulents localisés. L'effet de convection est ici renforcé car les sources sont multipolaires.

Sur la figure 5.19, on peut remarquer que les fronts d'ondes acoustiques semblent plus épais avec un gradient adverse et plus fins avec un gradient favorable. Cette différence peut être expliquée par le fait que les sources acoustiques présentes dans la couche limite sont advectées moins rapidement avec un gradient adverse ce qui aurait pour effet d'amoindrir l'effet Doppler déjà observé. Au contraire, avec un gradient de pression favorable, les structures de la couche limite turbulente sont advectées plus rapidement, l'effet de Doppler est donc amplifié.
Les niveaux acoustiques utilisés pour la figure 5.19 ont été choisis pour chacun des cas de gradient de pression afin d'obtenir visuellement des fronts d'ondes d'intensités similaires. On obtient des niveaux compris entre ± 4.5 Pa pour le cas APGs, ± 4 Pa pour le cas APGw, ± 3 Pa pour le cas ZPG, ± 2.8 Pa pour le cas FPGw et ± 2.5 Pa pour le cas FPGs.
L'effet d'un gradient de pression adverse a donc entrainé une augmentation des niveaux acoustiques d'autant plus importante pour le cas APGs. Au contraire, les niveaux diminuent avec l'augmentation du gradient de pression favorable. On peut de plus noter que les niveaux pour les cinq cas sont inférieurs à 1% de la pression aérodynamique.
Afin de se rendre compte de cette effet du gradient de pression d'une façon plus quantitative, on choisit de calculer et comparer la densité spectrale de puissance (PSD) entre chaque cas. La densité spectrale de puissance en champ lointain calculée en deux points différents des domaines d'intérêt pour les cinq différents cas de gradient de pression est tracée sur la figure 5.20. On retrouve bien la même hiérarchie des niveaux acoustiques qui sont plus élevés pour un gradient adverse fort et plus faible pour un gradient favorable en comparaison au cas avec gradient de pression adverse modéré et sans gradient de pression en particulier pour les fréquences élevées.

On peut observer que les résultats obtenus pour les très basses fréquences (la partie des lignes en pointillé) sont incorrectes. En effet une bosse non-physique apparait dans cette gamme du spectre. Celle-ci est dû à un mode de boite causé par le rappel utilisé dans la condition d'entrée afin d'éviter la dérive du profil moyen de vitesse. Pour les basses et moyennes fréquences de légères différence sont observables. Les différences les plus marquées sont elles obtenues pour les hautes fréquences. On retrouve en effet pour celles-ci des niveaux qui augmentent fortement avec un gradient adverse et qui diminuent avec un gradient favorable. L'effet d'un gradient de pression serait donc principalement ressenti par les structures hautes fréquences les moins énergétiques.
Si on compare ce résultat à celui de l'étude en nombre de Mach réalisée par Gloerfelt [71], on peut noter qu'il obtient une différence des niveaux acoustiques qui est plus importante pour les basses fréquences entre les trois nombres de Mach étudiés.
On peut de plus préciser que l'effet du gradient semble bien plus marqué lorsque la couche limite est en présence d'un gradient adverse qu'en présence d'un gradient favorable.

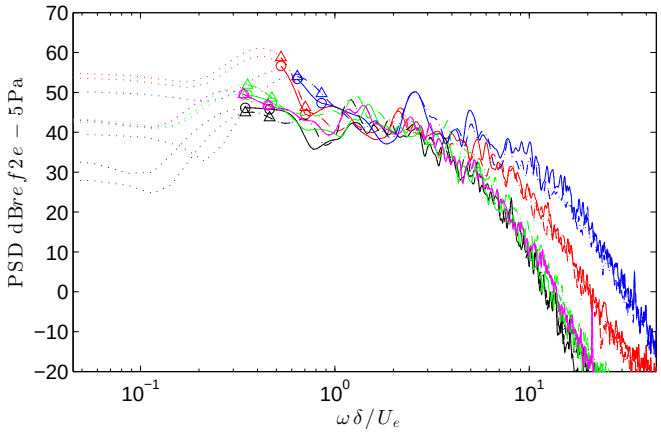


Figure 5.20 – PSD de $\frac{p'}{\bar{e}^4}$ en champ lointain à deux différentes positions pour chacun des cas de gradient. Pour le cas APGs : en $(x,y)/h$= (2000,255) et (2382.7,420) , pour le cas APGw : en $(x,y)/h$= (1999,257) et (2371.7,428) , pour le cas ZPG en $(x,y)/h$= (1637.3,249.4) et (2031.4,408.2) , pour le cas FPGw en $(x,y)/h$= (1982.7,220.4) et (2234.5,358.9) et pour le cas FPGs en $(x,y)/h$= (1988.7,228.4) et (2357.5,360.9)

On peut observer que les résultats obtenus pour les très basses fréquences (la partie des lignes en pointillé) sont incorrectes. En effet une bosse non-physique apparait dans cette gamme du spectre. Celle-ci est dû à un mode de boite causé par le rappel utilisé dans la condition d'entrée afin d'éviter la dérive du profil moyen de vitesse. Pour les basses et moyennes fréquences de légères différence sont observables. Les différences les plus marquées sont elles obtenues pour les hautes fréquences. On retrouve en effet pour celles-ci des niveaux qui augmentent fortement avec un gradient adverse et qui diminuent avec un gradient favorable. L'effet d'un gradient de pression serait donc principalement ressenti par les structures hautes fréquences les moins énergétiques. Si on compare ce résultat à celui de l'étude en nombre de Mach réalisée par Gloerfelt [71], on peut noter qu'il obtient une différence des niveaux acoustiques qui est plus importante pour les basses fréquences entre les trois nombres de Mach étudiés.
On peut de plus préciser que l'effet du gradient semble bien plus marqué lorsque la couche limite est en présence d'un gradient adverse qu'en présence d'un gradient favorable.

Enfin, on remarque sur la figure 5.20 pour le cas APGs deux piques légers situés aux fréquences adimensionnées $\omega\delta/U_e = 20$ et 40. Ces piques peuvent être liés à l'effet diffractant de la rupture de pente. Cette rupture de pente entraine en effet une forte accélération à son amont. Cette observation est également visible sur la figure 5.19. Un calcul sur plaque plane avec une imposition faible d'une distribution de vitesse via les conditions aux limites supérieure du domaine pourrait être une alternative intéressante à ce calcul avec gradient adverse fort.

On s'intéresse à présent à l'effet d'un gradient de pression sur la pression pariétale d'une couche limite turbulente.

5.3 Effets d'un gradient sur la pression pariétale

Dans cette partie on s'intéresse à l'influence d'un gradient de pression sur la pression pariétale sous une couche limite turbulente. Dans un premier temps, on détaille la méthode utilisée afin d'obtenir les spectres fréquence-nombre d'onde de la pression pariétale. On compare ensuite les résultats obtenus pour chaque cas de gradients de pression.

5.3.1 Calcul d'un spectre fréquence-nombre d'onde de pression pariétale

L'analyse de la pression pariétale permet la caractérisation de la contribution directe et indirecte du bruit engendré par une couche limite turbulente à l'intérieur de l'habitacle d'un véhicule. Une analyse des spectres fréquence-nombre d'onde de la pression pariétale permet de plus un lien entre le rayonnement acoustique et les sources de fluctuations de pression. Il est donc essentiel de prendre soin de la résolution spectrale, en particulier dans la région de faibles nombres d'ondes. Lorsque la paroi est plane et que la couche limite se développe lentement, les fluctuations de pression peuvent être considérées comme statistiquement stationnaires dans le temps et homogènes dans les directions x et z. C'est principalement pour cette raison que l'on a cherché à simuler des couches limites à l'équilibre. On peut ainsi continuer de supposer une quasi-homogénéité dans la direction longitudinale en présence de gradients de pression. Pour des mesures expérimentales, les spectres fréquentiels sont obtenus à l'aide d'une transformée Fourier du signal en un point, mais les spectres fréquence-nombre d'onde sont généralement déduits de corrélations spatio-temporelles en deux points en utilisant des réseaux de microphones comme dans les travaux de Panton et Robert [146], Arguillat *et al.*[8] ou encore Ehrenfried et Koop [57]. Lorsque les post-traitements sont appliqués à une base de données numériques, on choisit généralement l'utilisation d'une transformée de Fourier triple (une pour chaque dimension (t, x, z) comme dans les travaux de Kim [103], Choi et Moin [40], Chang *et al.*[37], Viazzo *et al.*[193] ou encore Hu *et al.*[95]. On peut l'exprimer de la façon suivante :

$$\hat{p}(k_{x_m}, k_{z_q}, f_s) = \frac{1}{N_t}\sum_{r=0}^{N_t-1}\left\{\frac{1}{N_z}\sum_{p=0}^{N_z-1}\left[\frac{1}{N_x}\sum_{l=0}^{N_x-1} p(x_l, z_p, t_r)\mathrm{e}^{-ik_{x_m}x_l}\right]\mathrm{e}^{-ik_{z_q}z_p}\right\}\mathrm{e}^{i2\pi\frac{rs}{N_t}} \tag{5.3.1}$$

avec $k_{x_m} = m\Delta k_x$, $k_{z_q} = q\Delta k_z$ pour le point correspondant aux trois entiers (m, q, s). Le spectre fréquence-nombre d'onde est alors défini par :

$$\Phi_{pp}(k_{x_m}, k_{z_q}, f_s) = \mathcal{E}\left\{\lim_{L_x,L_z,L_t\to\infty}\frac{1}{L_xL_zL_t}\frac{\hat{p}\,\hat{p}^*}{2\pi\Delta k_x\Delta k_z\Delta f}\right\} \tag{5.3.2}$$

avec $L_x = N_x\Delta x$, $L_z = N_z\Delta z$, $L_t = N_t\Delta t$, $\Delta k_x = 2\pi/L_x$, $\Delta k_z = 2\pi/L_z$, et $\Delta f = 1/L_t$. L'astérisque désigne le complexe conjugué.
Afin d'augmenter les propriétés statistiques de l'opérateur $\mathcal{E}$, le spectre est moyenné sur N_{seg} segments temporels avec un recouvrement de 50%.
Afin d'appliquer la transformée de Fourier pour chaque segment, la valeur moyenne de la pression est soustraite et un fenêtrage de Hann est utilisé. Par conséquent, un facteur de 8/3 doit être appliqué pour compenser la fenêtre Hann. Le même fenêtrage est de plus appliqué dans la direction de l'écoulement (suivant l'axe x) qui n'est pas parfaitement homogène.

Afin d'améliorer la résolution des spectres dans la direction k_x, ce qui est essentiel en raison de son étendue limitée, on décide de substituer une transformée de Capon [33] à celle de Fourier dans la direction de l'écoulement. Cette technique est inspirée de la théorie du minimum de variance et est non paramétrique.
Des méthodes paramétriques telles que la méthode ARMA ou Burg sont efficaces pour améliorer la résolution mais peuvent engendrer l'apparition de pics parasites pour un signal à large bande.
L'estimateur spectral de Capon est donné par :

$$\hat{P}_{Capon}(\omega, k_x, k_z) = \frac{n_x + 1}{\mathbf{e}^H(k_x) R_{pp}^{-1}(\omega, k_z)\mathbf{e}(k_x)}$$

avec $\mathbf{e}(k_x) = (1\ \mathrm{e}^{ik_x}\ ...\ \mathrm{e}^{ik_x(n_x-1)})^T$. R_{pp}^{-1} est l'inverse de la matrice d'auto-corrélation qui s'écrit :

$$R_{pp} = \langle p(\mathbf{x}, t) p(\mathbf{x} + \boldsymbol{\xi}, t + \tau) \rangle$$

et qui est de forme Toeplitz. Elle est ici inversée à l'aide de la méthode de Cholesky.
Pour éviter un mauvais conditionnement de la matrice, une méthode de covariance modifiée [101] est utilisée pour estimer les auto-corrélations.
Afin de réaliser ces spectres fréquence-nombre d'onde, 8000 échantillons temporels sont enregistrés durant le calcul. En effet, une fois l'état d'équilibre statistique atteint (état pour lequel les champs moyens ont convergé), la pression pariétale ainsi que les autres variables sont stockées toutes les 30 itérations sur 240000 itérations.
Les 8000 échantillons sont ensuite divisés en deux segments contenant chacun 4000 échantillons. Les spectres sont de plus réalisés dans le domaine d'intérêt pour chacun des cas. Ainsi, $720\Delta_x$ et $400\Delta_z$ sont utilisés pour le cas sans gradient de pression (ZPG) et $800\Delta_x$ et $400\Delta_z$ sont utilisés pour les cas avec gradients de pression (APGw, FPG et APGs).

5.3.2 Spectres dans le plan $k_x - k_z$

Les spectres de la pression pariétale $\Phi_{pp}(k_x, k_z, \omega)$ dans le plan k_x-k_z sont représentés sur la figure 5.21 pour des valeurs croissantes de la fréquence adimensionnée $\omega\delta/U_\infty$. Pour chacun des cas représentés sur cette figure, la gamme contenant les nombres d'ondes supersoniques définissant le domaine acoustique est délimitée par le cercle $k = \kappa_0$ est donnée par :

$$k = \sqrt{k_x^2 + k_z^2} < \omega/c_\infty$$

De plus, pour un écoulement moyen à un nombre de Mach M, les nombres d'ondes supersoniques correspondent à :

$$(\kappa_0 - k_x \mathrm{M})^2 - (k_x^2 + k_z^2) > 0$$

En notant le paramètre de Prandtl-Glauert $\beta_p = \sqrt{1 - M^2}$, le domaine acoustique est représenté dans l'espace de nombre d'ondes par l'intérieur de l'ellipse d'équation :

$$\frac{\left(k_x + \kappa_0 \mathrm{M}/\beta_p^2\right)^2}{\left(\kappa_0/\beta_p^2\right)^2} + \frac{k_z^2}{\left(\kappa_0/\beta_p\right)^2} = 1 \tag{5.3.3}$$

Sur la figure 5.21, deux régions distinctes peuvent être observées. Ces deux régions du spectre correspondent aux contributions acoustique et aérodynamique de la pression pariétale au bruit de couche limite.

On peut de plus noter que la tache acoustique qui est confondue avec la partie convective du spectre pour les plus basses fréquences tend à s'en séparer progressivement lorsque la fréquence augmente. De plus, sur cette figure, on observe que la partie convective du spectre a une étendue plus grande avec un gradient de pression favorable dans la direction k_z et plus courte en k_x. Ceci semble confirmer l'observation faite précédemment à propos de l'inclinaison des structures tourbillonnaires de la couche limite turbulente et est en accord avec les résultats expérimentaux du LMFA (partie 1.5.4). Avec un gradient de pression favorable ces structures ont tendance à s'aplatir le long de la paroi. La longueur de ces structures projetée sur la paroi est donc plus grande. Au contraire, avec un gradient de pression adverse, les structures se relèvent et sont donc plus hautes, leur projection sur la paroi est donc plus petite. Un nombre d'onde étant l'inverse d'une longueur, on obtient un effet inverse au niveau de l'étendue du domaine convectif dans la direction k_x des spectres de pression pariétale dans le plan k_x-k_z.
Avec cette représentation, il est néanmoins difficile de comparer l'influence du gradient de pression sur les niveaux des contributions directe et indirecte du bruit de couche limite. On s'intéresse à présent à des coupes du spectre de pression pariétale en fréquence-nombre d'onde.

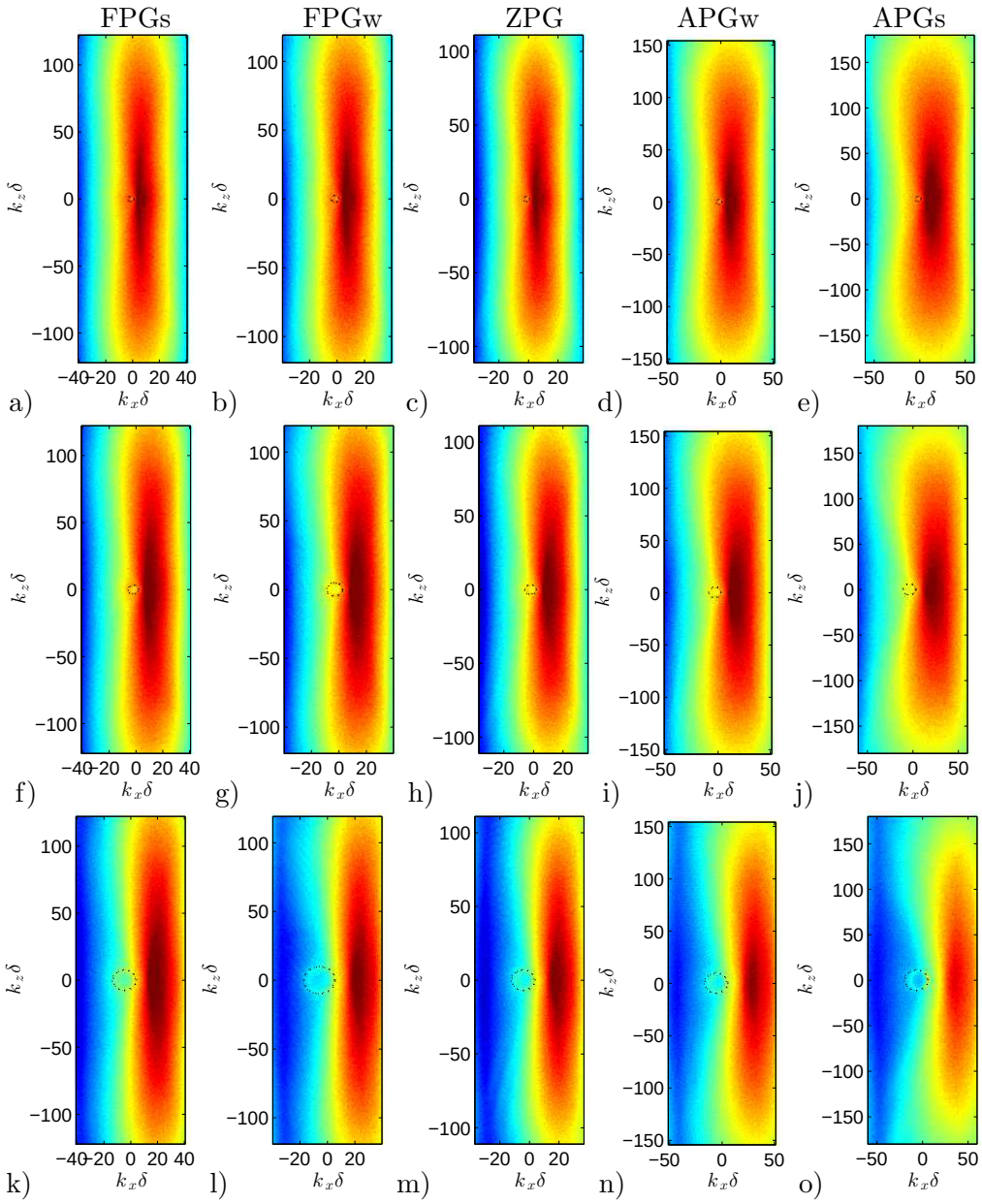


Figure 5.21 – Spectres en fréquence-nombre d'onde $\Phi_{pp}(k_x, k_z, \omega)$ de la pression pariétale avec une échelle de couleur logarithmique pours les cas FPGs, FPGw, ZPG , APGw et APGs pour trois valeurs de la fréquence adimensionnée $\omega\delta_{ref}/U_e$ (donnée entre crochets). a) FPGs [2.9] ; b) FPGw [1.28] ; c) ZPG [3] ; d) APGw [4.3] ; e) APGs [5.2] ; f) FPGs [5.8] ; g) FPGw [2.56] ; h) ZPG [5.9] ; i) APGw [8.6] ; j) APGs [10.4] ; k) FPGs [11.6] ; l) FPGw [2.56] ; m) ZPG [11.8] ; n) APGw [17.2] ; o) APGs [20.8].

5.3.3 Spectres dans les plans $k_x - \omega$ et $k_z - \omega$

Sur la figure 5.22 sont représentées des coupes des spectres en fréquences nombres d'ondes de la pression pariétale $\Phi_{pp}(k_x, k_z, \omega)$ dans le plan k_z-ω pour deux valeurs de k_x dans chacun des cas et sur la figure 5.23 les coupes des spectres dans le plan k_x-ω pour trois valeurs k_z.

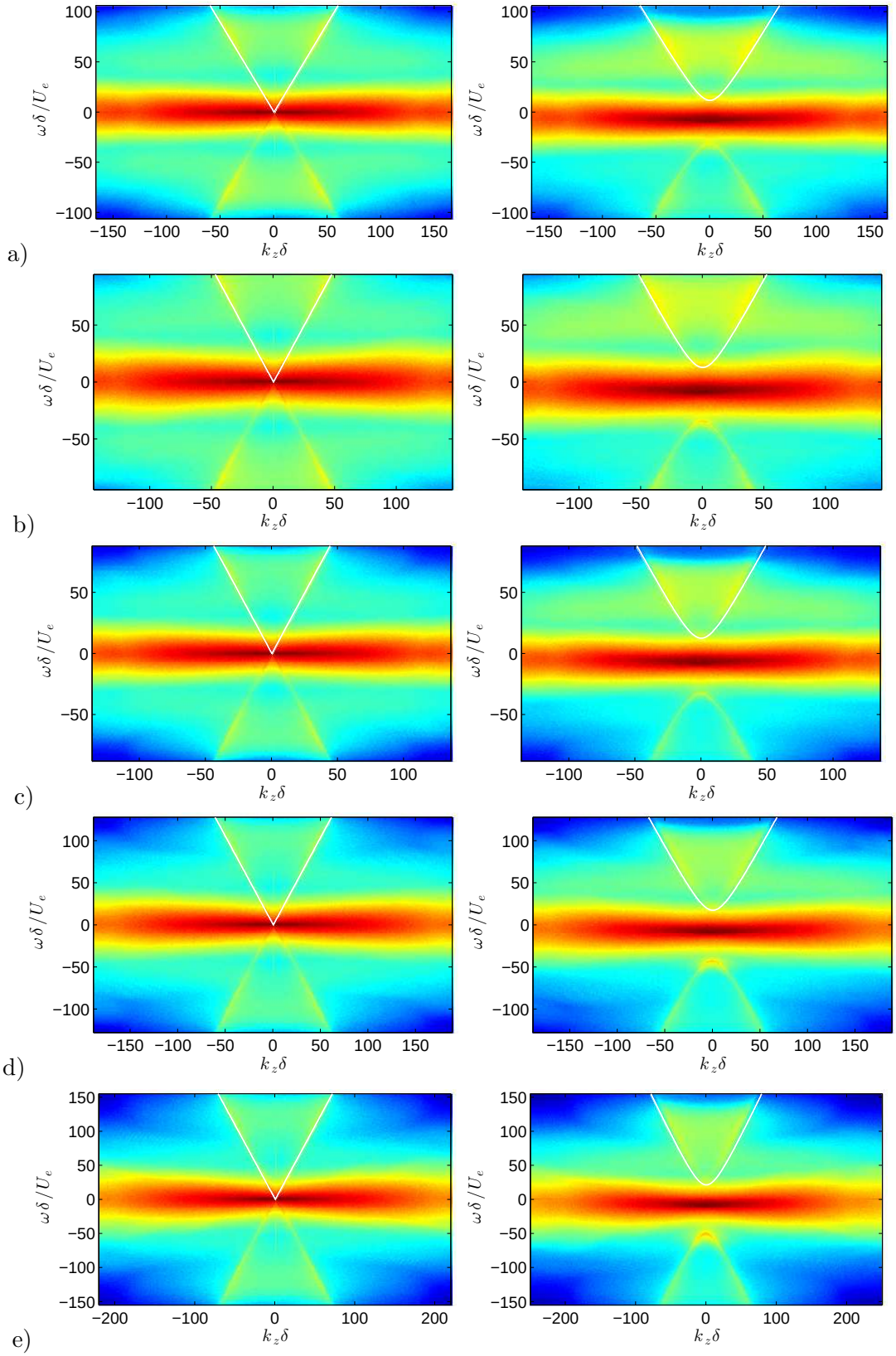


Figure 5.22 – Spectres en fréquence-nombre d'onde $\Phi_{pp}(k_x, k_z, \omega)$ dans le plan k_z-ω pour deux valeurs du nombre d'onde adimensionné $k_x\delta_{ref}/U_e$ (donnée entre crochets). a) FPGs [0, 2.5] ; b) FPGw [0, 2.5] ; c) ZPG [0, 2.1] ; d) APGw [0, 2.1] ; e) APGs [0, 2.5] ; .

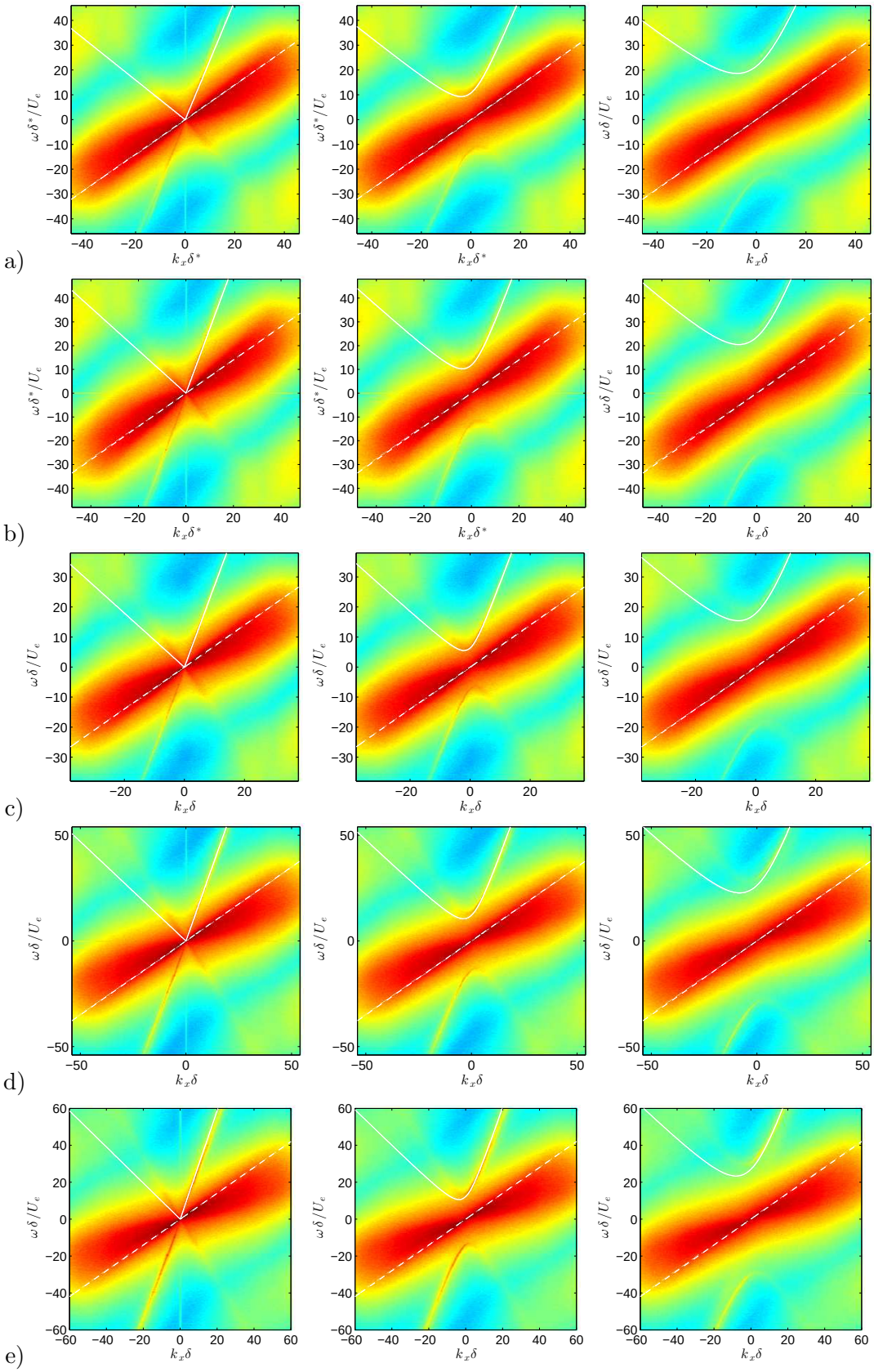


FIGURE 5.23 – Spectres en fréquence-nombre d'onde $\Phi_{pp}(k_x, k_z, \omega)$ dans le plan k_x-ω pour trois valeurs du nombre d'onde adimensionné $k_z\delta_{ref}/U_e$ (donnée entre crochets). a) FPGs [0, 6.7, 13.5] ; b) FPGw [0, 6.6, 13.1] ; c) ZPG [0, 6.4, 13.5] ; d) APGw [0, 6.4, 14] ; e) APGs [0, 6.27, 13.8] ; .

Sur la figure 5.22 représentant les coupes du spectre Φ_{pp} pour deux valeurs du nombre d'onde longitudinale k_x fixé, on remarque que le domaine acoustique du spectre est bien visible et qu'il se détache du domaine convectif lorsque l'on augmente la valeur de k_x. De plus, on peut noter que les niveaux dans le demi-espace inférieur et supérieur sont différents en raison d'effets de l'écoulement moyen. La ligne blanche représente la frontière du domaine acoustique définie par l'équation de l'ellipse donnée précédemment 5.3.3. Il est néanmoins difficile de juger et comparer l'intensité des deux contributions au bruit de couche limite turbulente pour les différents cas de gradient présentés.
Sur la figure 5.23, la partie acoustique est également clairement visible pour chacun des cas. On peut de plus noter que très peut de différence sont visibles au niveau du domaine convectif. La ligne blanche représente également ici la frontière théorique du domaine acoustique. Lorsque k_x est positif, elle représente les ondes acoustiques se propageant dans la direction de l'écoulement à la vitesse de phase $U + c_\infty$. Pour les nombres d'ondes longitudinaux négatifs, elle représente les ondes acoustiques se propageant dans la direction opposée à l'écoulement à la vitesse de phase $U - c_\infty$.
Un bon accord est obtenue pour chacun des cas par rapport au domaine théorique définit par l'ellipse pour les nombres d'ondes longitudinaux positifs. Cela signifie que dans la direction de l'écoulement. Au contraire, pour les nombres d'ondes longitudinaux négatifs, l'empreinte acoustique semble moins intense et localisée dans un domaine restreint à l'intérieure de l'ellipse. Dans la direction opposée à l'écoulement, les ondes se propagent donc à la vitesse de phase proche de $-c_\infty$ soit dans une zone où la vitesse est nulle. Ces ondes se propagent exclusivement au niveau la paroi et sont dites rasantes.
Sur cette figure et pour chacun des cas, la ligne pointillée blanche représente une vitesse moyenne de convection $0.7U_e$, qui est en bon accord avec la pente observée pour le cas sans gradient de pression, au moins pour les faibles nombres d'onde, correspondant aux structures à grande échelle. L'asymétrie par rapport à cette ligne en pointillés est liée au fait que la vitesse d'advection dépend de la taille d'une structure donnée et de son altitude dans la couche limite. En comparant l'ensemble des cas avec gradients, on peut remarquer un décalage vers le bas du pic convectif pour les nombres d'ondes positifs, du cas favorable fort vers le cas adverse fort (de haut en bas sur la figure 5.23). Ce décalage est inversé pour les nombres d'ondes négatifs. Ce qui signifie que la vitesse de convection diminue avec un gradient adverse et augmente avec un gradient favorable.
Sur la figure 5.23, on peut de plus remarquer que les niveaux acoustiques augmentent avec un gradient adverse et diminuent avec un gradient favorable en comparaison du cas sans gradient de pression. Les niveaux sont donc les plus élevés avec le cas APGs et les plus faibles avec le cas FPGs. Les niveaux de l'acoustique dans la couche limite varient donc de façon similaire avec un gradient de pression que ceux du rayonnement acoustique vers l'extérieur de la couche limite turbulente.

Afin de confirmer cela, on choisit d'effectuer sur la figure 5.24 des coupes pour plusieurs valeurs de la fréquences des spectres Φ_{pp} pour $k_z = 0$. On remarque en effet que la région acoustique qui est localisée entre les deux pics autour de la région $k_x = 0$, augmente avec un gradient adverse et diminue avec un gradient favorable en comparaison du cas sans gradient de pression. En effet, ces pics délimitant la domaine acoustique sont plus intenses avec un gradient adverse et plus faible avec un gradient favorable. L'effet étant de plus amplifié lorsque le gradient est plus fort (APGs, FPGs). Ces résultats sont en désaccord avec les résultats expérimentaux du LMFA (partie 1.5.4) où des niveaux les plus intenses ont été mesurées dans le cas favorable en comparaison du cas sans gradient de pression.
On peut de plus remarquer que le pic de droite, à savoir celui le plus proche du domaine convectif (dans la plage des nombres d'ondes positifs), semble beaucoup plus intense que

le pic de gauche (pour les nombres d'ondes négatifs). En effet, sur la figure 5.25, où un zoom sur la tache acoustique du spectre $\Phi_{pp}(k_x, k_z, \omega)$ dans le plan k_x-k_z est représenté pour le cas APGs, cette dissymétrie de la tache acoustique est observable. Le rayonnement acoustique dans la couche limite se propagerait donc préférentiellement dans le même sens que celui l'écoulement contrairement à l'acoustique rayonné vers l'extérieur de la couche limite qui se propage dans le sens opposé à celui de l'écoulement.
Cet effet paradoxal a été étudié par Gloerfelt [71], pour une couche limite sans gradient de pression. Il montre à l'aide de la théorie des rayons [32] (ou *ray tracing*) qui est utilisée afin de caractériser les effets de propagation dus au profil moyen de couche limite, que ce rayonnement dans le sens de l'écoulement serait dû à des effets de réfraction. Ce phénomène est appelé effet de canalisation (*channeling*) ou de guide d'onde (*wave guide*).

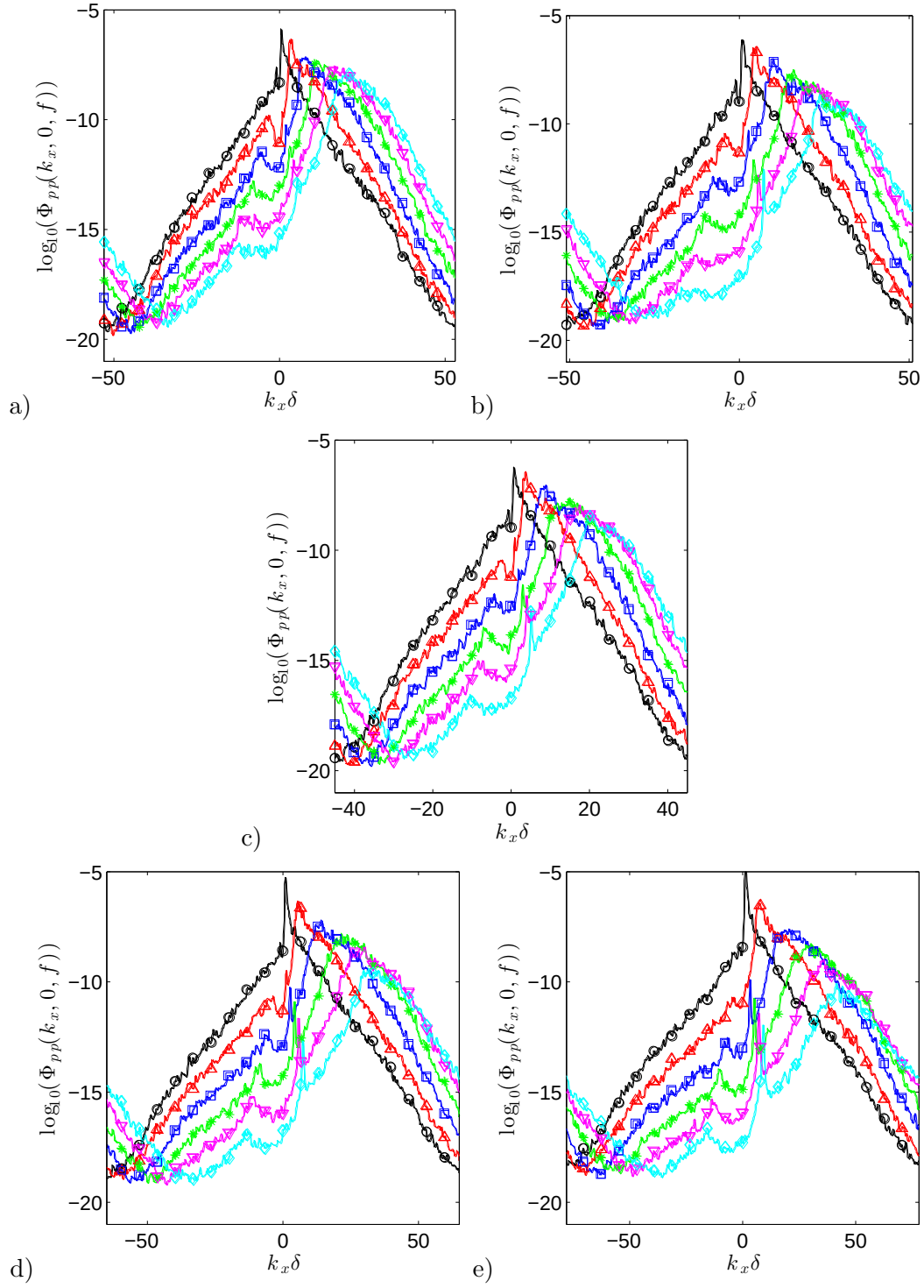


Figure 5.24 – Coupes des spectres fréquence-nombre d'onde pour $k_z = 0$ $\Phi_{pp}(k_x, 0, \omega)$, pour différentes valeurs de la fréquence adimensionnée $\omega\delta^*_{ref}/U_e$ indiquée entre crochets pour les cas ; a) FPGs ; b) FPGw ; c) ZPG ; d) APGw ; e) APGs ; [0.98 ; 1.1 ; 1.1 ; 1. ; 1.] [4.9 ; 5.3 ; 5.2 ; 5 ; 5.2] [9. ; 9.5 ; 10.4 ; 10 ; 10.4] [10 ; 11 ; 12 ; 12.9 ; 15.6] [19.5 ; 21.4 ; 20.9 ; 20.1 ; 20.8] [29.2 ; 32 ; 31.1 ; 30 ; 31.2] respectivement.

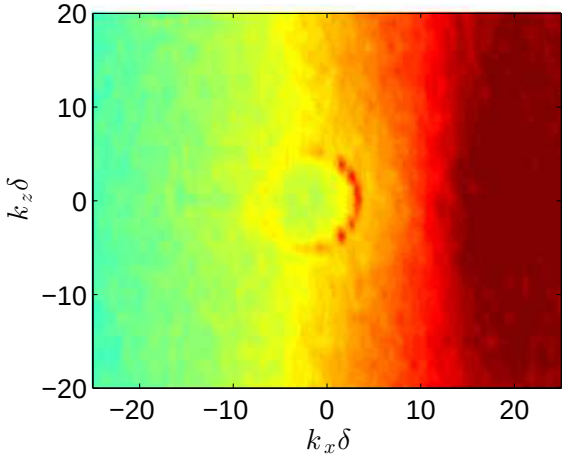


Figure 5.25 – Spectres en fréquence-nombre d'onde $\Phi_{pp}(k_x, k_z, \omega)$ de la pression pariétale avec une échelle de couleur logarithmique pour le cas APGs pour $\omega\delta^*_{ref}/U_e = 20.8$.

Pour des fréquences suffisamment élevées, la théorie des rayons peut s'appliquer et ainsi, une valeur critique de l'angle de rayon peut être définie. Au dessus de cette valeur, un rayon ne peut pénétrer l'écoulement en raison d'une forte réfraction causée par les gradients de vitesse de la couche limite. Une onde est donc piégée entre ce rayon maximum et la paroi, il rebondit donc entre les deux. Selon Abrahams *et al.*[2], lorsque de nombreuses ondes sont ainsi bloquées, elles peuvent former des caustiques ainsi que des régions localisées où la pression est plus intense. Ils soutiennent de plus que ces caustiques peuvent ainsi participer aux phénomènes d'auto-entretien de la couche limite turbulente à condition que la gamme de fréquences acoustiques soit compatible avec les fréquences caractéristiques des schémas quasi-périodiques des mouvements cohérents dans la couche limite. Sur la paroi solide, l'acoustique est difficilement observable pour des basses fréquences car elle est mélangée au domaine convectif. Néanmoins, pour des fréquences plus élevées, l'approximation des rayons peut être utilisée pour observer les effets de réfraction et de canalisation. Le tracé de rayons pour le cas ZPG est représenté sur la figure 5.26. On peut observer dans la limite haute fréquence, que l'acoustique près de la paroi est essentiellement propagée dans la direction aval à cause des ondes canalisées, et que la partie acoustique dans la direction opposée à l'écoulement est difficile à observer en raison des effets de réfraction (seul l'effet de diffusion turbulente induit des niveaux non nuls vers l'amont).

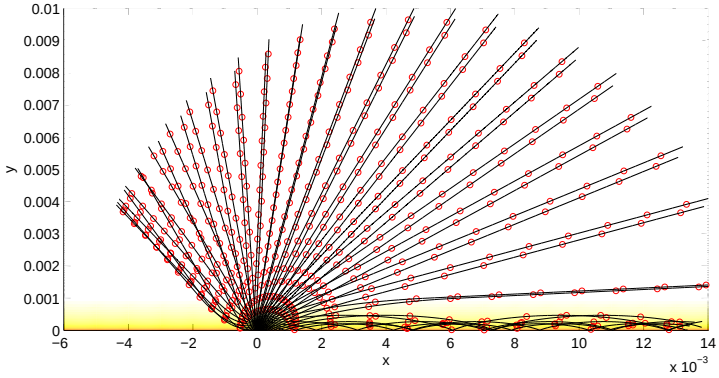


Figure 5.26 – Tracé de Rayon pour le cas ZPG tiré de [71].

5.3.4 Autospectres de pression pariétale

Dans la partie précédente, on a observé qu'un gradient de pression entraine des effets sur la contribution directe au bruit de couche limite ainsi que sur la vitesse de convection caractéristique des structures dans la couche limite turbulente. En effet, la partie acoustique d'un spectre de pression pariétale est plus intense avec un gradient adverse et plus faible avec un gradient de pression favorable en comparaison du cas sans gradient de pression. De plus, la vitesse de convection augmente avec un gradient de pression favorable et diminue avec un gradient de pression adverse. On a de plus observé sur les spectres de pression pariétale dans le plan k_x-k_z, que la partie convective du spectre est plus étendue en k_z et plus fine en k_x avec un gradient de pression favorable et inversement avec un gradient adverse en comparaison du cas sans gradient de pression. Néanmoins, aucune conclusion n'a pu être effectuée au sujet de l'intensité de la partie convective dans chacun des cas. Afin d'observer les effets du gradient sur l'intensité de la partie convective du spectre de pression pariétale, on choisit d'intégrer le spectre dans un premier temps dans les deux directions spatiales k_x et k_z. Ainsi, on obtient :

$$\langle \Phi_{pp}(\omega) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{pp}(k_x, k_z, \omega)\, dk_x dk_z$$

Le spectre de pression pariétale intégré dans les deux directions spatiales $\langle \Phi_{pp}(\omega) \rangle$ est tracé sur la figure 5.27 avec différents choix d'adimensionnement.

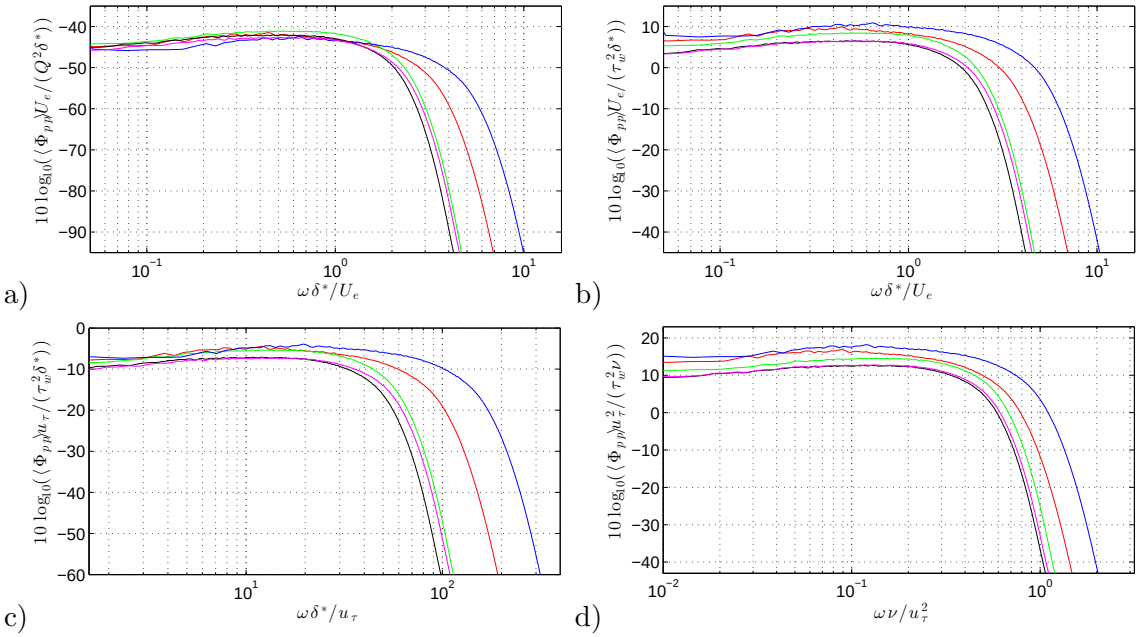


Figure 5.27 – Comparaison du spectre de pression pariétale intégré dans les deux directions spatiales k_x et k_z $\langle \Phi_{pp}(\omega) \rangle$ pour les cas FPGs (——), FPGw (——), ZPG (——), APGw (——) et gradient adverse fort APGs (——). En variables externe a), mixtes b) et c) et en variables internes d).

On observe une hiérarchie des niveaux obtenus allant du cas APGs vers le cas FPGs. Les niveaux sont plus intenses avec un gradient adverse et plus faible avec un gradient favorable en comparaison du cas sans gradient de pression en particulier pour les fréquences élevées. On remarque de plus sur les niveaux obtenus que l'effet d'un gradient de pression adverse est beaucoup plus marqué que celui d'un gradient favorable.

On choisit ensuite de calculer les auto-spectres $\phi(\omega)$ à la fin du domaine d'intérêt dans chacun des cas moyennés sur quelques points dans la directions longitudinale et sur toute l'envergure L_z. Ces auto-spectres sont ensuite intégrés en espace de la façon suivante :

$$\langle \phi(\omega) \rangle = \int_{\ell_x} \int_{L_z} \phi(x, z, \omega)\, dx dz$$

avec $\ell_x \times L_z$ une petite portion du domaine d'intérêt sur laquelle les auto-spectres sont intégrés (pour $1900 < x/h < 2000$). Les auto-spectres obtenus sont représentés sur la figure 5.28 pour les différents choix d'adimensionnement.

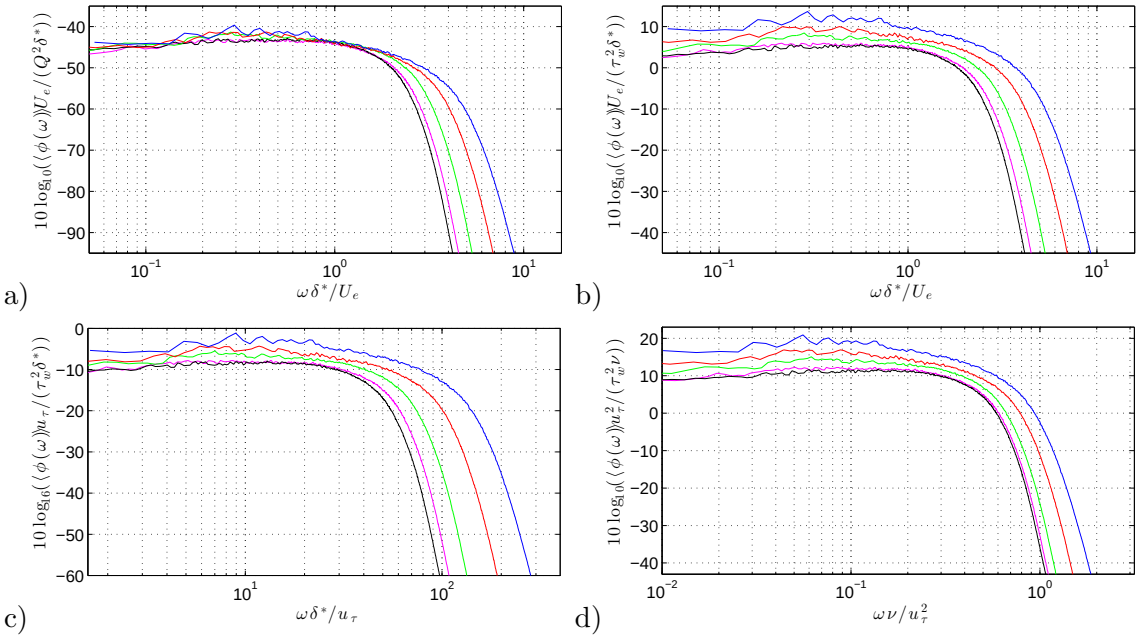


Figure 5.28 – Comparaison du spectre de pression pariétale intégré dans les deux directions spatiales k_x et k_z $\langle \phi(\omega) \rangle$ pour les cas FPGs (——), FPGw (——), ZPG (——), APGw (——) et gradient adverse fort APGs (——). En variables externe a), mixtes b) et c) et en variables internes d).

Selon les différents adimensionnements choisis, la même tendance et hiérarchie de niveau est observable. Quelle que soit la méthode employée (intégration des spectre $\Phi_{pp}(k_x, k_z, \omega)$ ou des auto-spectres $\phi(x, z, \omega)$), on observe que les niveaux sont similaires en basses fréquences quel que soit le gradient étudié avec un adimensionnement en variables externes (figures 5.27a et 5.28a). Avec cet adimensionnement, les écarts pour les hautes fréquences sont considérables, le gradient adverse le plus fort donnant les niveaux les plus élevés. En revanche, avec un adimensionnement en variables internes (figures 5.27d et 5.28d), la hiérarchie de niveaux est observable sur l'ensemble du spectre. Ce résultat est en accord avec les travaux de DNS de couche limite turbulente avec gradient de pression adverse de Na et Moin [141]. Pour chacune des simulations présentée ici, le nombre de Reynolds étant relativement bas, il est impossible de distinguer la pente en ω^{-1} trouvée par de nombreux auteurs [18, 27, 145]. De plus, ces résultats semblent contredire le fait qu'une croissance en ω^2 soit présente pour les basse fréquences comme mis en avant dans le modèle de Goody [73]. Au contraire, les calculs présentent plutôt un plateau aux basses fréquences en accord avec les résultats numériques de Na et Moin [141] ou expérimentaux de Beresh *et al.* [14].

La figure 5.29 présente une comparaison des autospectres de pression pariétale pour

les différents calculs réalisée ici avec certaines mesures réalisées au LMFA avec et sans gradient de pression et pour différents types d'adimensionnements.

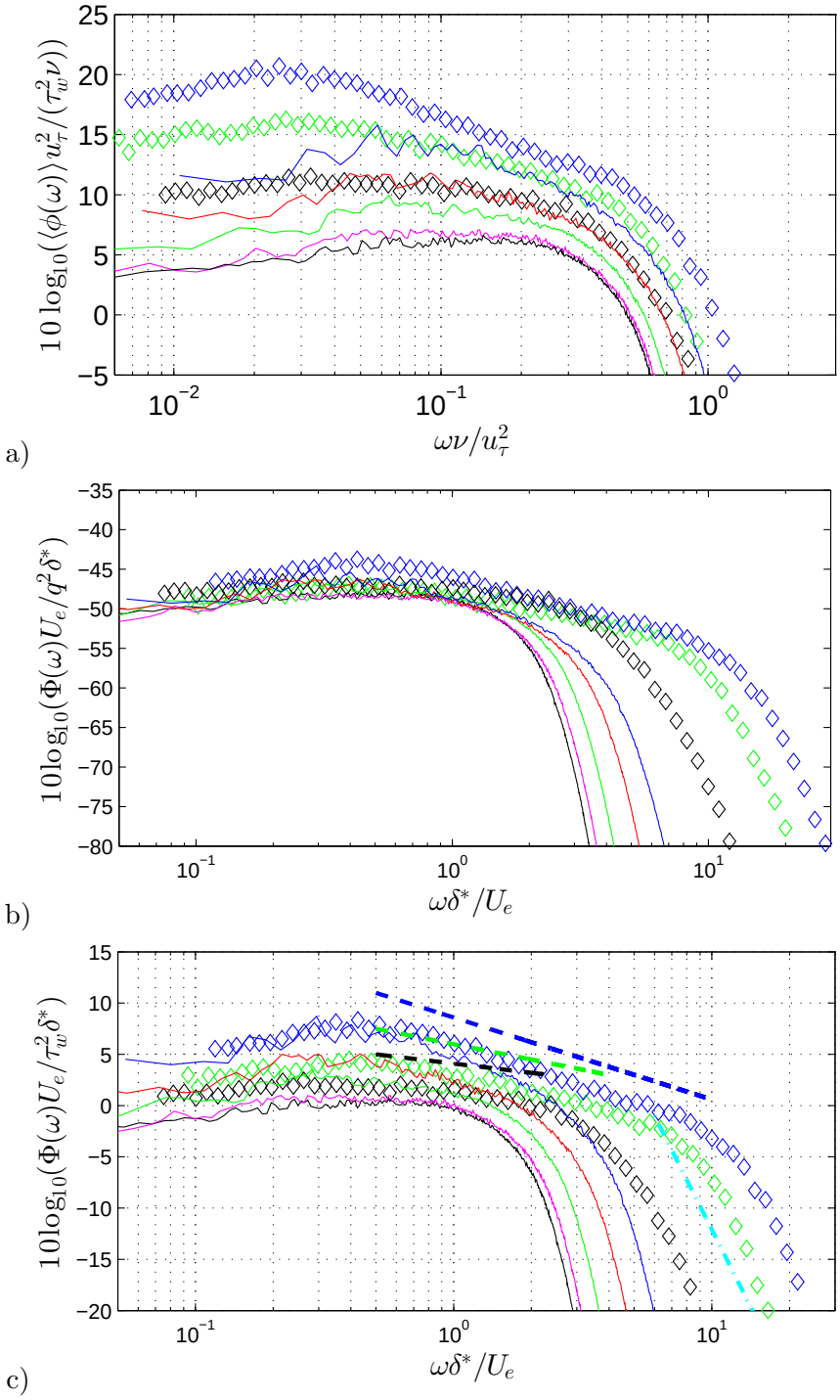


Figure 5.29 – Comparaison entre les résultats expérimentaux (symboles ◊) ; APG, ZPG et FPG ainsi que numériques (traits) ; FPGs (——), FPGw (——), ZPG (——), APGw (——) et APGs (——) pour les autospectres de pression pariétale en adimensionnant avec les variables internes a), externes b) et mixte c). Les lignes en tirets sur la figure c) indiquent les pentes pour la gamme de fréquences moyennes, en $\omega^{-0.8}$ pour les cas APG, $\omega^{-0.5}$ pour les cas ZPG et $\omega^{-0.3}$ pour les cas FPG ainsi que pour les hautes fréquences en ω^{-5}

On observe globalement un bon accord des résultats, les tendances pour l'influence d'un gradient de pression étant bien reproduites. Les écarts de niveaux obtenus doivent être reliés à un effet Reynolds et également à la fréquence de coupure de la LES pour les hautes fréquences.

On calcul ensuite la moyenne quadratique de la pression pariétale qui est définie comme :

$$\overline{p^2} = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(\omega)\, d\omega \tag{5.3.4}$$

On définit ensuite la moyenne quadratique adimensionnée en variables externes $p_{rmse} = \sqrt{\overline{p^2}}/Q$ et en variable interne, $p^+_{rms} = \sqrt{\overline{p^2}}/\tau_w$.
On obtient, $p^+_{rms} = 1.9420, 2.0527, 2.5228, 3.0561$ et 4.1511 ou encore, $p_{rmse} = 0.0072, 0.0073, 0.0082, 0.0083$ et 0.009 respectivement pour les cas FPGs, FPGw, ZPG, APGw et APGs. Les valeurs de p^+_{rms} sont reportées sur la figure 5.30 en fonction du nombre de Reynolds en variables internes R_e^+ et y sont comparées à d'autre valeurs issues de la littératures pour des calculs et mesures expérimentales diverses avec et sans gradient de pression.

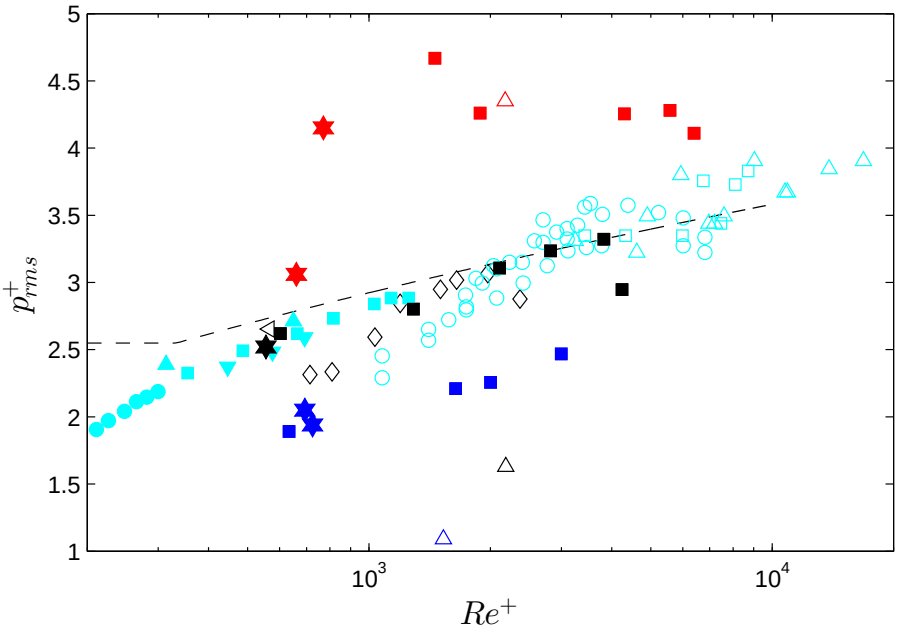


Figure 5.30 – Moyenne quadratique de la pression pariétale adimensionnée en variable interne p^+_{rms} en fonction du nombre de Reynolds en variables internes R_e^+. Avec gradient de pression adverse (en rouge) ; calculs LES APG issus de ce travail ★, mesures du LMFA APG [162] ■, mesures de Schloemer [169] △. Avec gradient de pression favorable (en bleu) ; calculs LES FPG issus de ce travail ★, mesures du LMFA FPG [162] ■ et les mesures de Schloemer [169] △. Sans gradient de pression ; calcul LES ZPG issus de ce travail ★, mesures du LMFA ZPG [162] ■, mesures de Schewe [167] ◅, mesures de Gravante *et al.* [76] ◇, mesures de Schloemer [169] △, DNS de Skote *et al.* [175] ●, DNS de Spalart [182] ▲, DNS de Schlatter et Örlü [168] ■, DNS de Jimenez *et al.* [97] ▾, mesures du KTH [192] ○, mesures de Melbourne [192] △, mesures de Nagoya [192] □ et la courbe empirique de Farabee et Casarella [59] (– – –) .

Sur la figure 5.30, on observe que les résultats obtenus sont en bon accord avec ceux de la littérature. Comme beaucoup d'auteurs [73, 161, 162, 169], on observe que la moyenne quadratique de la pression pariétale augmente avec un gradient adverse et diminue avec

un gradient de pression favorable. Les écarts obtenus sont beaucoup plus importants avec un adimensionnement interne qu'avec un adimensionnement externe.

On intègre à présent le spectre de pression pariétale $\Phi_{pp}(k_x, k_z, \omega)$ par la fréquence ω de la façon suivante :

$$\overline{\Phi_{pp}}(k_x, k_z) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{pp}(k_x, k_z, \omega)\, d\omega$$

Les spectres intégrés $\overline{\Phi_{pp}}(k_x, k_z)$ sont représentés sur la figure 5.31 pour chacun des cas. On observe, que la tache acoustique n'est plus présente (effet de moyenne) et que l'on obtient la même hiérarchie de niveaux entre les différents cas.

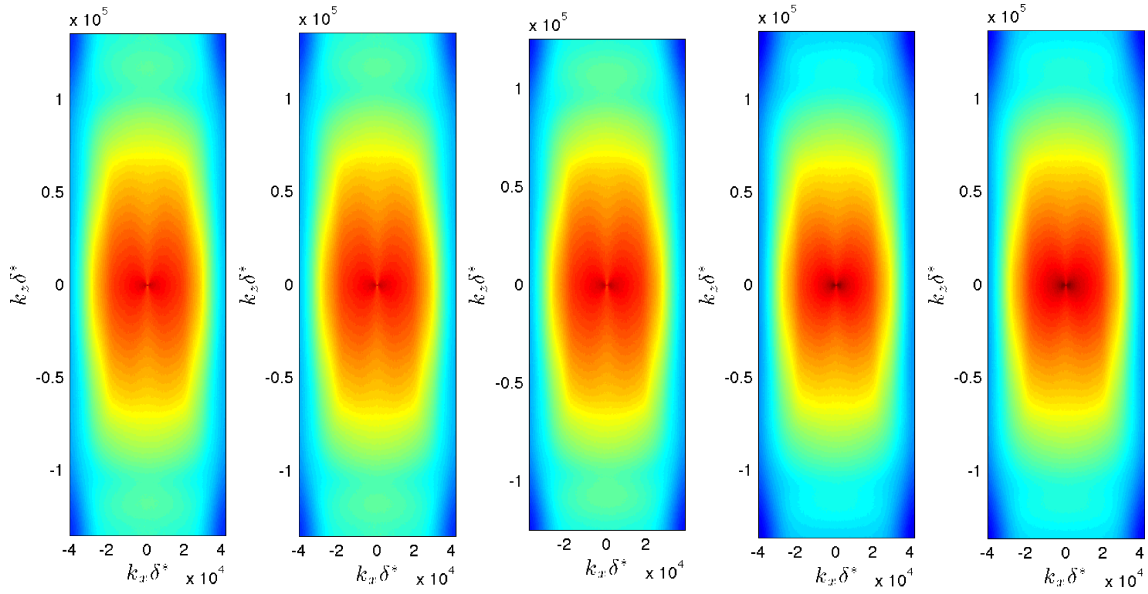


Figure 5.31 – Comparaison du spectre de pression pariétale intégré par la fréquence ω, $\overline{\Phi_{pp}}(k_x, k_z)$ pour les cas FPGs, FPGw, ZPG, APGw et APGs (respectivement de gauche à droite).

En effet, on remarque que les niveaux les plus intenses sont obtenus avec un gradient de gradient adverse fort et les plus faible avec le gradient favorable fort. Ce constat est confirmé sur la figure 5.32, où une coupe des spectres intégrés par la fréquence $\overline{\Phi_{pp}}(k_x, k_z)$ pour $k_z = 0$ est effectué.

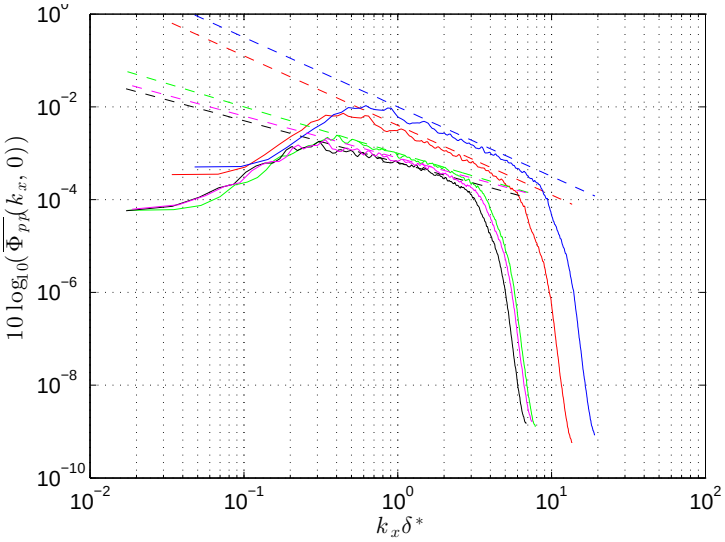


FIGURE 5.32 – Comparaison du spectre de pression pariétale intégré par la fréquence ω $\overline{\Phi_{pp}}(k_x, k_z)$ en $k_z = 0$, pour les cas FPGs (——), FPGw (——), ZPG (——), APGw (——) et gradient adverse fort APGs (——), ainsi que des pentes en $(k_x\delta^*)^{-0.9}$ (- - -) et (- - -), en $(k_x\delta^*)^{-1}$ (- - -), et en $(k_x\delta^*)^{-1.5}$ (- - -) et (- - -).

On remarque de plus que les écarts sont beaucoup plus marqués avec les gradients adverse, les niveaux obtenus pour les cas avec gradients favorables étant très proches de ceux obtenus pour le cas sans gradient de pression.
On peut de plus remarqué la présence dans chaque cas d'une décroissance en $(k_x)^{-n}$ pour chacun des cas dans la gamme moyenne des nombres d'ondes, n étant différent pour chaque cas. On obtient $n = 1.5$ pour les deux cas avec gradient adverse (APGs et APGw), $n = 1$ pour le cas ZPG et, $n = 0.9$ pour les cas avec gradient favorable (FPGw et FPGs).
Dans la littérature, beaucoup d'auteurs obtiennent des pentes similaires dans la gamme intermédiaire de fréquence pour des couches limites turbulentes sans gradient de pression. Néanmoins, souvent ils obtiennent des pentes entre $\omega^{-0.7}$ et $\omega^{-0.85}$ (Blake [17], Farabee et Casarella [59], Goody [73], McGrath et Simpson [133]). Certains auteurs (Blake [18], Bradshaw [27] ou encore Panton et Linebarger [145]) ont montré que la décroissance devrait plutôt suivre une lois en ω^{-1}. On peut expliquer l'apparition de ces pentes dans les spectres $\overline{\Phi_{pp}}(k_x, 0)$ exprimé en nombre d'onde et non en fréquence à l'aide l'hypothèse de Taylor [52, 188] de turbulence gelée qui permet de convertir des mesures spatiales en mesures temporelles. Si l'hypothèse de Taylor est vérifiée, on peut alors étudier ce spectre en nombres d'onde comme un spectre fréquentiel.
Cependant, cette pente est généralement très difficilement observable pour des simulations à faibles nombres de Reynolds. En effet, dans la littérature, cette pente est souvent reliée à la loi logarithmique de la couche limite turbulente (expliquant pourquoi elle est plus facilement observable pour des nombres de Reynolds élevés lorsque la loi logarithmique est assez étendue). Dans notre cas, à nombres de Reynolds relativement faibles, le fait que ces pentes soient observable peut être lié à l'intégration sur toute la gamme de fréquence du spectre de pression pariétale $\Phi_{pp}(k_x, k_z, \omega)$. Si on suppose en effet cette pente présente pour chacune des fréquences dans une toute petite gamme de nombres d'onde k_x, elle apparait à présent par effet d'addition dû à l'intégration. En comparant les pentes pour les différents cas, on observe qu'elle est plus importante pour les cas avec gradients adverses que pour les cas avec gradients favorables en comparaison du cas sans gradient de pression.

On peut de plus noter que les pentes sont identiques pour les deux cas adverses et pour les deux cas favorables. Elles ne seraient donc pas liées à l'intensité du gradient.
On observe également que l'influence du gradient est beaucoup plus importante avec un gradient de pression adverse qu'avec un gradient de pression sur ces pentes dans la gamme moyenne de nombres d'onde k_x.
En prenant en compte le fait que cette pente soit liée à la lois logarithmique, on peut déduire que ces différences observées pour chaque cas avec gradient, peuvent être liées aux décalages de la lois logarithmique pour les cas avec gradient de pression observés sur la figure 5.11.

5.3.5 Corrélations spatio-temporelles

Dans cette partie, on se concentre uniquement sur les cas FPGs, ZPG, APGw et APGs. Étant donné que la paroi solide est plane et que la couche limite turbulente s'épaissit relativement lentement sur la plage de nombre de Reynolds considérée, les fluctuations de pression peuvent être considérées comme statistiquement stationnaire en temps et homogène dans les directions longitudinale (x) et transversale (z).
La fonction de corrélation spatio-temporelle s'écrit alors :

$$R_{pp} = \langle p(x,z,t)p(x+\xi_1, z+\xi_3, t+\tau)\rangle$$

où les $\langle\ \rangle$ indiquent une moyenne d'ensemble dépendant seulement des écarts spatiales $\boldsymbol{\xi} = (\xi_1, 0, \xi_3)$ et des pas temporels τ. La fonction corrélation peut donc être noté $R_{pp}(\xi_1, \xi_3, \tau)$.

On choisit ici de calculer la fonction de corrélation spatio-temporelle $R_{pp}(\xi_1, \xi_3, \tau)$ à l'aide d'une transformée de Fourier inverse de la densité spectrale de puissance des spectres de pression pariétale fréquence-nombre d'onde (théorème de Wiener-Khintchine).
Cette méthode permet de tirer profit des avantages de l'algorithme FFT et est un moyen efficace de calculer les corrélations sur nombre important de points.
Les domaines d'intérêt des calculs présentés ici sur lesquels les corrélations sont calculées sont en effet composés de $n_x = 800 \times n_z = 400$ points pour les cas avec gradient de pression et de $n_x = 720 \times n_z = 400$ pour le cas ZPG.
On peut préciser que dans ces zones d'intérêts, les grilles réduites (x, z) sont régulières dans ces deux directions.
La figure 5.33 montre la comparaison pour chacun des cas des corrélations du champ de pression pariétale $R_{pp}(\xi_1, \xi_3, 0)$ pour $\tau = 0$.

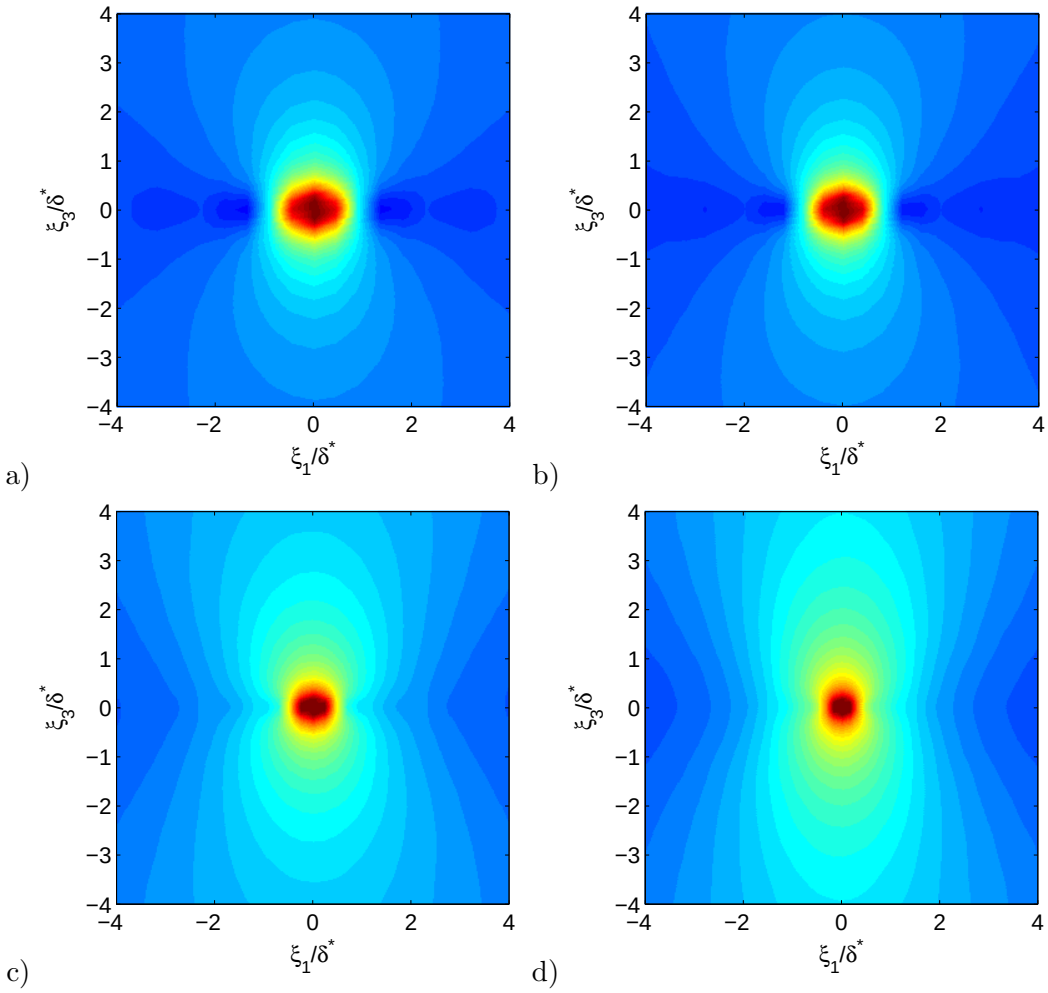


Figure 5.33 – Corrélations spatiales $R_{pp}(\xi_1, \xi_3, 0)$ du champ de pression pariétale. Pour les cas FPGs a), ZPG b), APGw c) et APGs d).

Quel que soit le cas, on remarque sur la figure 5.33 pour des petits écarts spatiaux que le champ de pression pariétale semble presque isotrope. Pour le cas ZPG, les iso-corrélations sont allongées dans la direction transverse z et sont en bon accord avec les résultats obtenus par Bull [28]. Avec un gradient favorable, ces iso-corrélations semblent peu affectées. Avec un gradient adverse, au contraire, l'allongement des iso-corrélations est amplifiée dans la direction transverse. Ces observations sont en bon accord avec ceux obtenus par Na et Moin [141]. Un allongement plus léger est également visible dans la direction longitudinale x.

La décroissance des autocorrélations pour chacun des cas présentés dans la direction longitudinale est montrée sur la figure 5.34 et celle dans la direction transversale sur la figure 5.35. On observe bien que la décroissance dans les deux directions est légèrement plus rapide avec un gradient favorable et beaucoup plus lente avec un gradient adverse. Dans la direction longitudinale, on remarque de plus que les courbes deviennent négatives dans chacun des cas pour une valeur critique différentes de $\xi_{1c}/\delta^*_{\text{ref}}$. Pour les cas FPGs et ZPG, les courbes restent négatives après cette valeur alors qu'elles redeviennent positives dans les cas APGw et APGs. La décroissance dans la direction transversale est tout le temps positive dans chacun des cas.

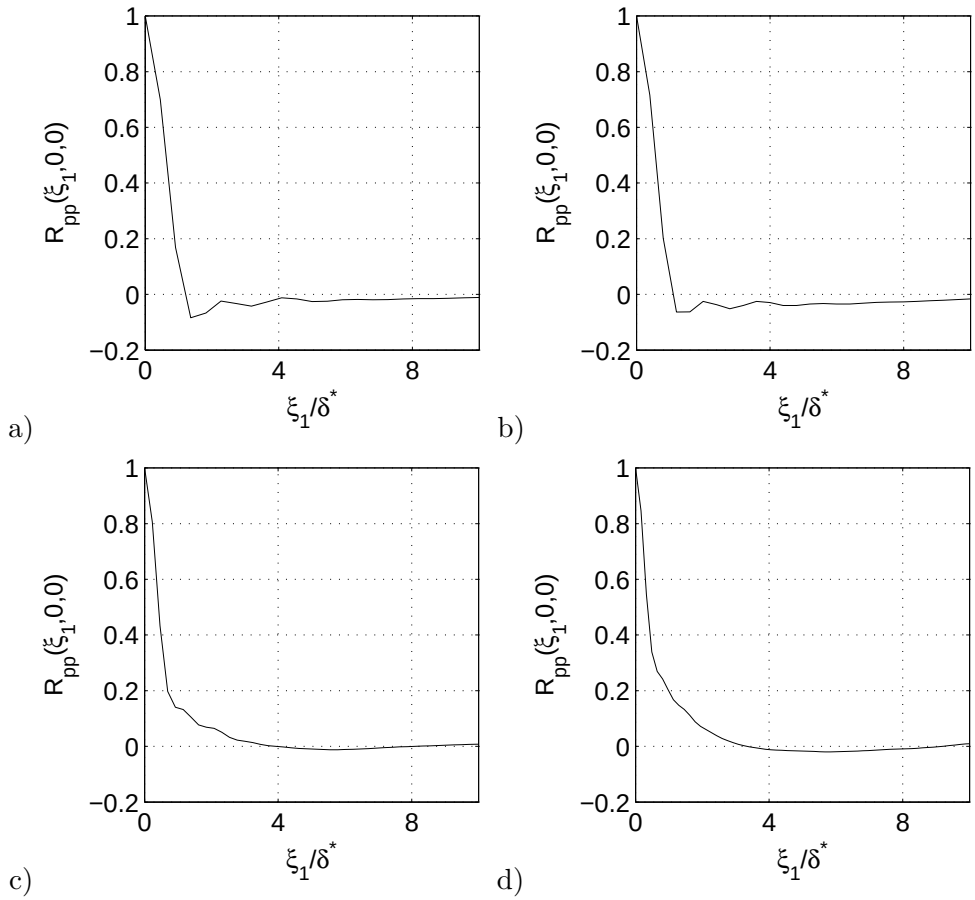


Figure 5.34 – Corrélations spatiales $R_{pp}(\xi_1, 0, 0)$ du champ de pression pariétale. Pour les cas FPGs a), ZPG b), APGw c) et APGs d).

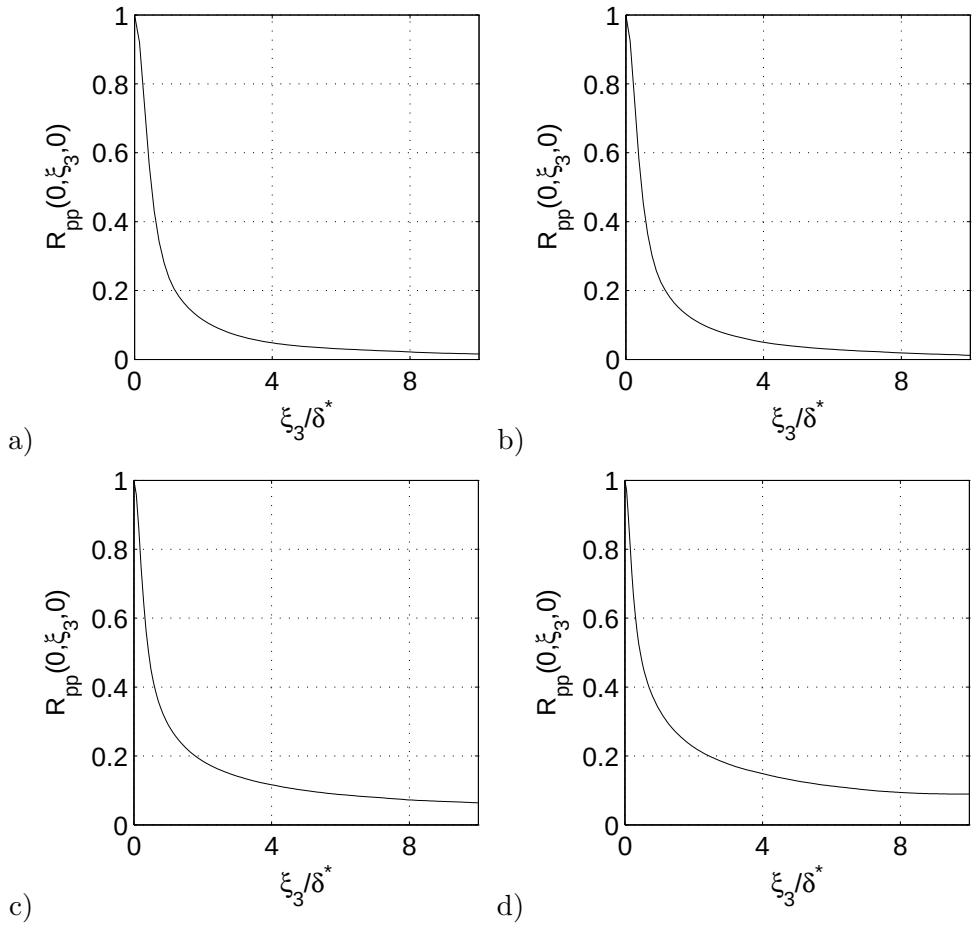


Figure 5.35 – Corrélations spatiales $R_{pp}(0, \xi_3, 0)$ du champ de pression pariétale. Pour les cas FPGs a), ZPG b), APGw c) et APGs d).

Il existe plusieurs méthodes pouvant permettre le calcul de la vitesse de convection. L'une d'elle, est de suivre le maximum de la corrélation spatio-temporelle longitudinale pour différentes valeurs fixées de l'écart ξ_1 en fonction de τ.
Une courbe d'enveloppe est tracée, tangente aux sommets de R_{pp}, définissant la fonction $\xi_1 = f(\tau)$.

La vitesse de convection large-bande moyenne peut alors être définie comme :

$$\bar{U}_c(\xi_1) = \frac{\xi_1}{\tau}$$

La figure 5.36, montre la comparaison pour chacun des cas des corrélations spatio-temporelles longitudinales du champ de pression pariétale $R_{pp}(\xi_1, 0, \tau)$ pour $\xi_3 = 0$.

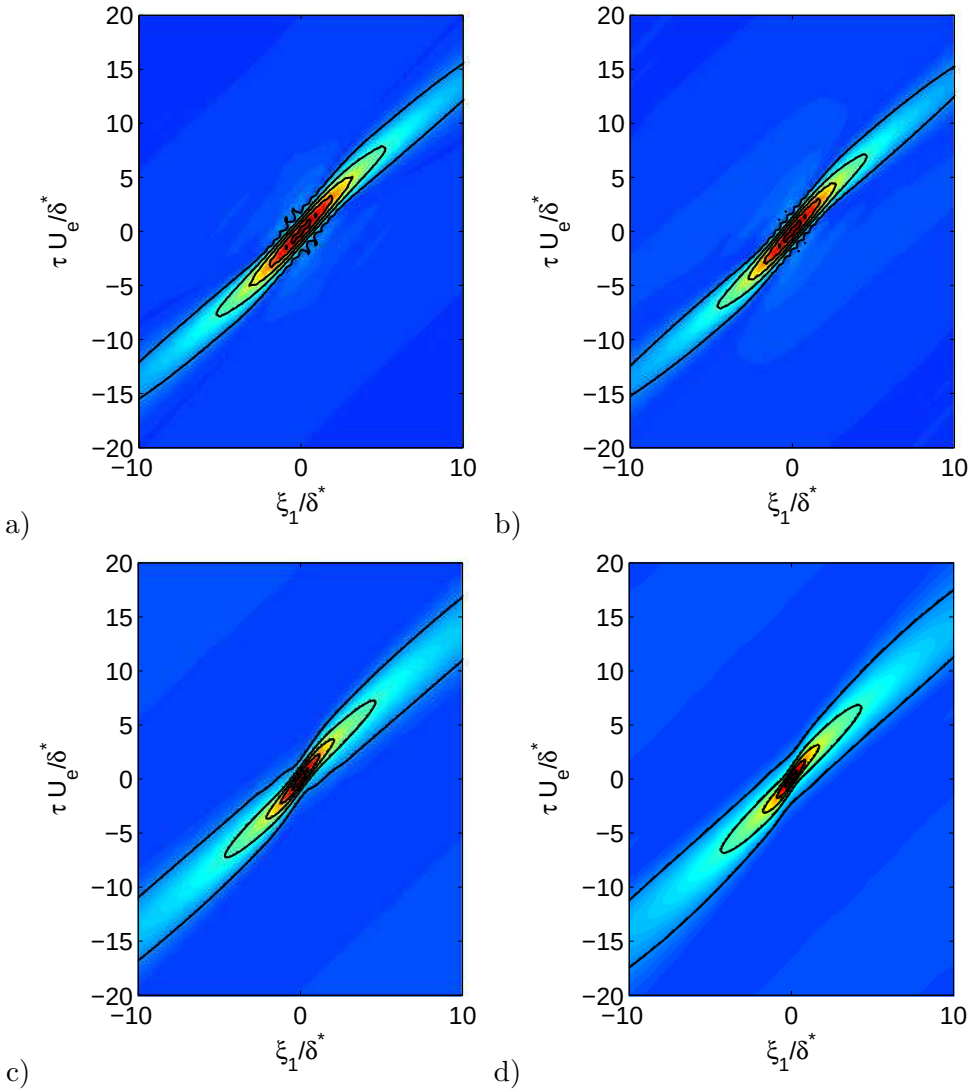


Figure 5.36 – Corrélations spatio-temporelles $R_{pp}(\xi_1, 0, \tau)$ du champ de pression pariétale. Pour les cas FPGs a), ZPG b), APGw c) et APGs d).

La courbe des maxima de la corrélation spatio-temporelle longitudinale pour différentes valeurs fixées de l'écart ξ_1 en fonction de τ est représentée pour chacun des cas sur la figure 5.37.
La vitesse de convection large-bande est ensuite tracée figure 5.38 pour chacun des cas. On obtient une vitesse de convection large-bande moyenne approche $U_c/U_e = 0.85$, 0.84, 0.79 et 0.76 respectivement pour les cas FPGs, ZPG, APGw et APGs.
Elle augmente donc en présence d'un gradient favorable et diminue avec un gradient de pression adverse. Ce qui corrobore l'observation faite sur la figure 5.23 représentant les spectres fréquence-nombre d'onde dans le plan $k_x - \omega$.

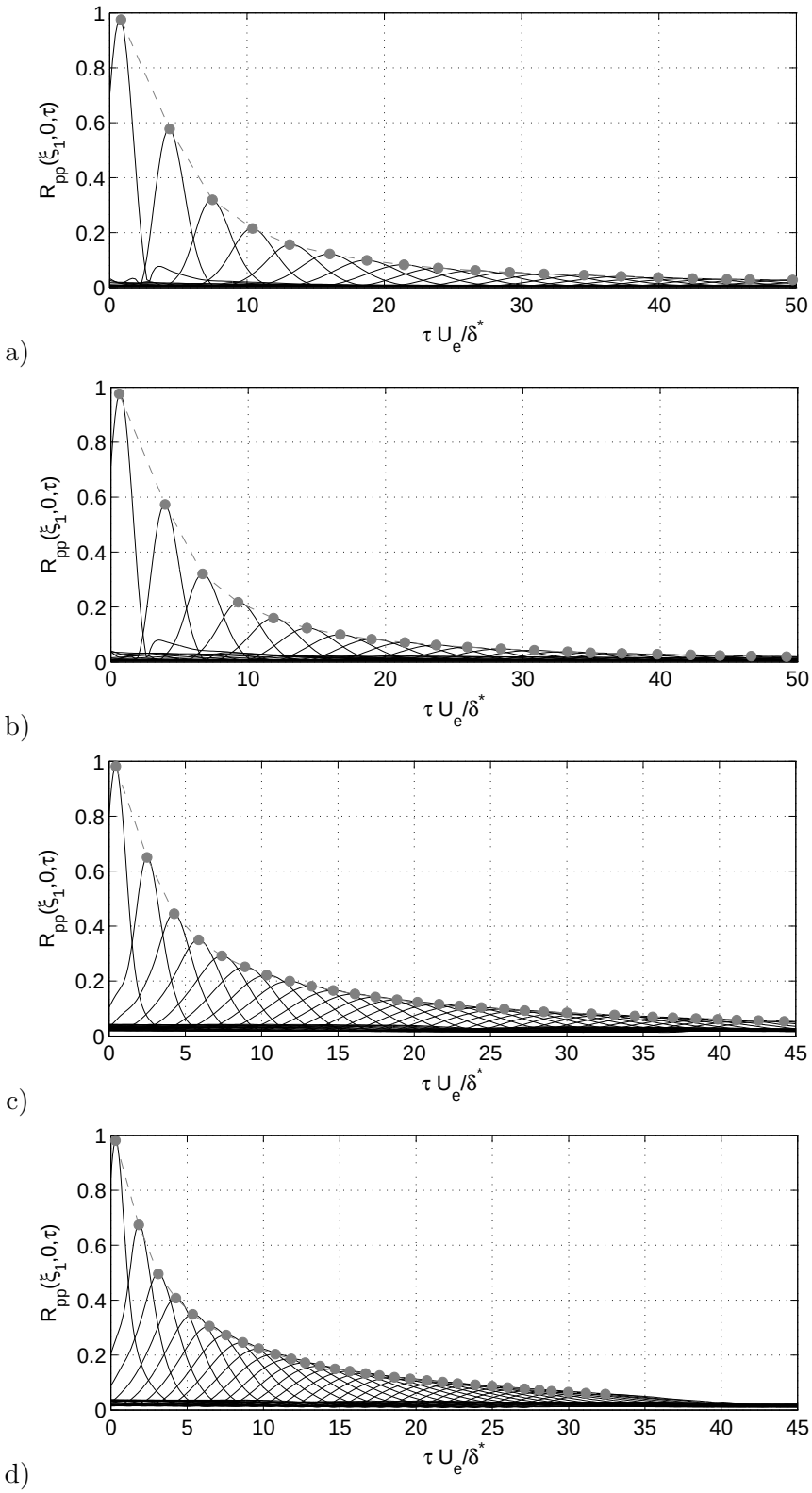


Figure 5.37 – Pics de la corrélation spatio-temporelle longitudinale pour des valeurs croissante de $\xi_1/\delta^*_{\text{ref}}$ en fonction de l'incrément temporel adimensionné $\tau U_e/\delta^*$. Les points gris représentent l'emplacement des maxima. Pour les cas FPGs a), ZPG b), APGw c) et APGs d).

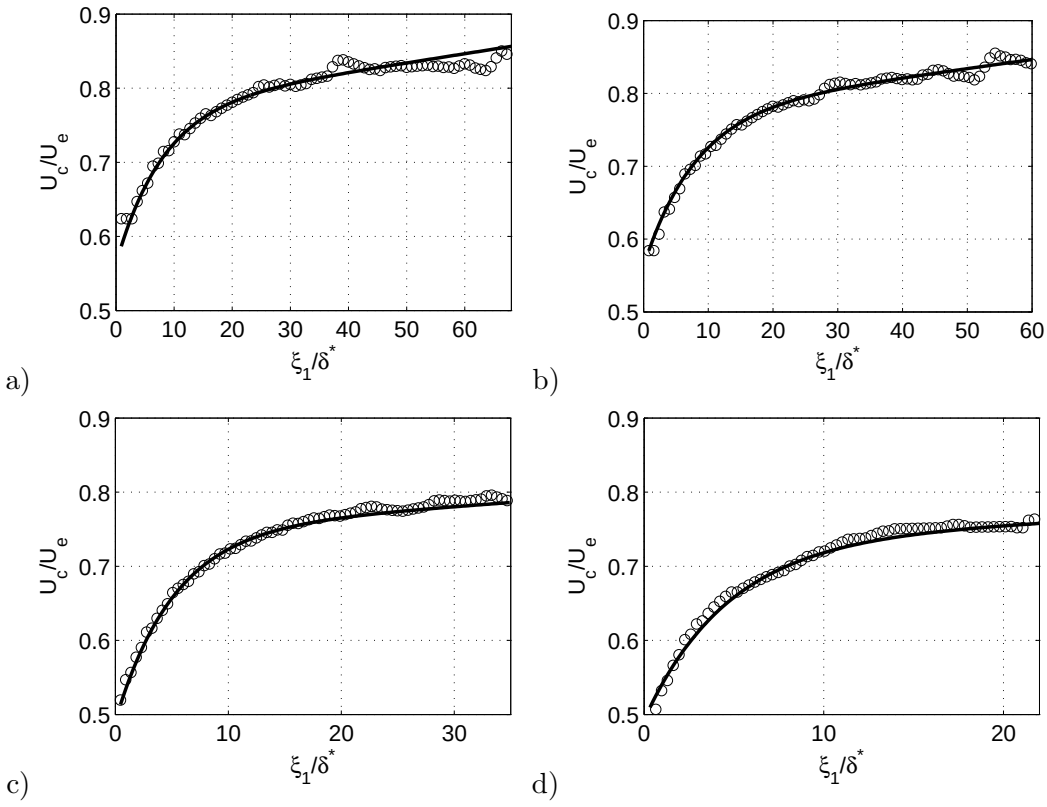


Figure 5.38 – Vitesse de convection large-bande moyenne $\bar{U}_c$ (ooo) en fonction des écarts adimensionnés ξ_1. Le trait noir correspond à une fonction ajustée sur la vitesse moyenne. Pour les cas FPGs a), ZPG b), APGw c) et APGs d).

5.3.6 Cohérence de la pression pariétale

La cohérence de la pression pariétale est obtenue pour chacun des cas présentés ici en calculant tout d'abord les inter-spectres à l'aide d'une double transformée inverse spatiale des spectres en fréquence-nombre d'onde de la pression pariétale. Un inter-spectre est ainsi obtenu pour chaque fréquence. C'est une fonction complexe composée d'un co-spectre et d'un quad-spectre :

$$S_{pp}(\xi_1, \xi_3, \omega) = C(\xi_1, \xi_3, \omega) - iQ(\xi_1, \xi_3, \omega)$$

Un angle de phase peut alors être introduit :

$$\alpha(\xi_1, \xi_3, \omega) = \tan^{-1})(Q(\xi_1, \xi_3, \omega)/C(\xi_1, \xi_3, \omega)$$

Cet angle est tracé sur la figure 5.39 pour chacun des cas.

L'analyse large-bande de la section précédente a permis d'obtenir une valeur de la vitesse de convection caractérisant l'intégralité de la couche limite. Néanmoins, étant donné que la vitesse de convection dépend de la taille des structures turbulentes et de leur position verticale dans la couche limite, cette vitesse de convection est donc supposée dépendre de la fréquence.

Bull [28] et Blake [17] ont ainsi suggéré l'étude des corrélations sur des bandes étroites de fréquences.

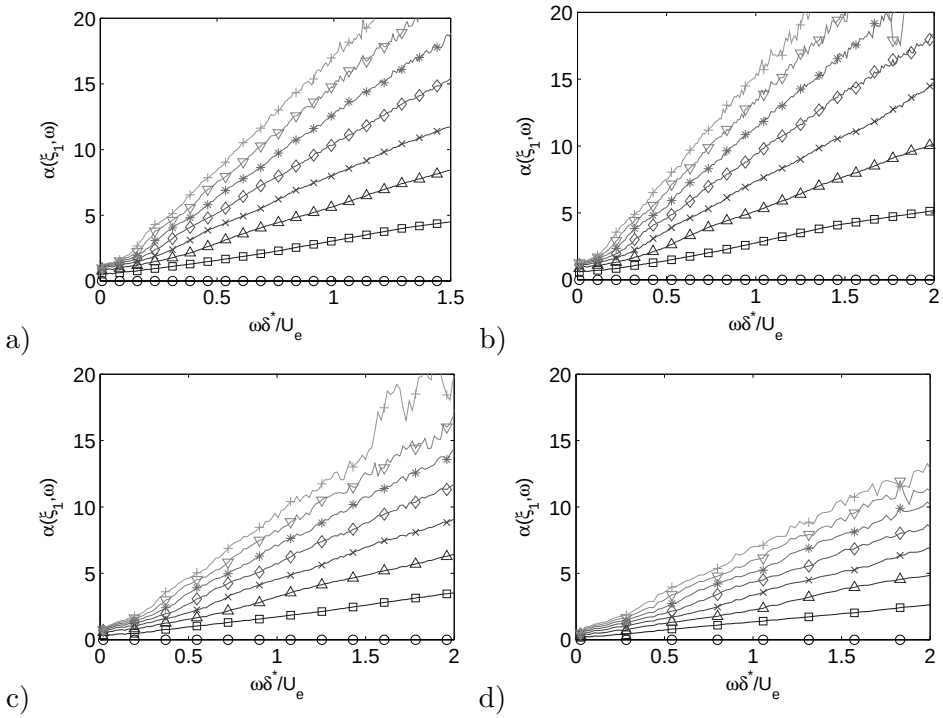


Figure 5.39 – Angle de phase $\alpha(\xi_1, 0, \omega)$ en fonction de la fréquence adimensionnée à différentes fréquences pour des valeurs successives de l'écart spatial $\xi_1/\delta^*_{\text{ref}}$ = [0 0 0 0] (o), [1.8 1.6 0.93 0.65] (□), [3.6 3.2 1.9 1.3] (△), [5.5 4.8 2.8 1.9] (×), [7.3 6.4 3.7 2.6] (◇), [9.1 8.0 4.6 3.2] (*), [10. 9.6 5.6 3.9] (▽) et [12.7 11.2 6.5 4.5] (+). Respectivement pour les cas FPGs a), ZPG b), APGw c) et APGs d).

Cette méthode permet d'obtenir une vitesse de convection effective pour les structures turbulentes à différentes échelles et ainsi d'estimer leur temps de vie moyen. De façon similaire, l'inter-spectre permet d'obtenir la vitesse de phase $U_{cp} = \omega\xi_1/\alpha$ qui dépend de la fréquence. Cette vitesse est tracée pour les différents cas sur la figure 5.40 pour différentes valeurs de la fréquences.
Pour les plus grands écarts, l'augmentation en fonction de la fréquence est rapide et une asymptote est obtenue autour de $U_{cp}/U_e = 0.79$, 0.77, 0.75 et 0.69 respectivement pour les cas FPGs, ZPG, APGw et APGs.

Les vitesses de phase et de convection moyenne augmentent donc avec un gradient de pression favorable et diminuent avec un gradient de pression adverse. Ces résultats sont en accords avec ceux de Na et Moin [141, 142], Bradshaw [27] ou encore Schloemer [169]. Néanmoins, ces résultats sont en désaccord avec les résultats expérimentaux du LMFA (partie 1.5.4). En effet, si ils observent bien que la vitesse de convection augmente avec un gradient favorable ($U_c = 0.85U_e$ pour le cas favorable contre $U_c = 0.8U_e$ pour le cas sans gradient), elle augmente d'autant plus avec un gradient adverse ($U_c = 0.9U_e$).
On définit, la cohérence Γ comme :

$$\Gamma = |S_{pp}(\xi_1, \xi_3, \omega)|/|S_{pp}(0, 0, \omega)|$$

Les cohérences longitudinales et transversales sont représentées sur la figure 5.41 pour chacun des cas et en fonction de l'angle de phase. Depuis les travaux de Corcos [44], la cohérence a souvent été supposée être une fonction décroissante d'un nombre de Strouhal

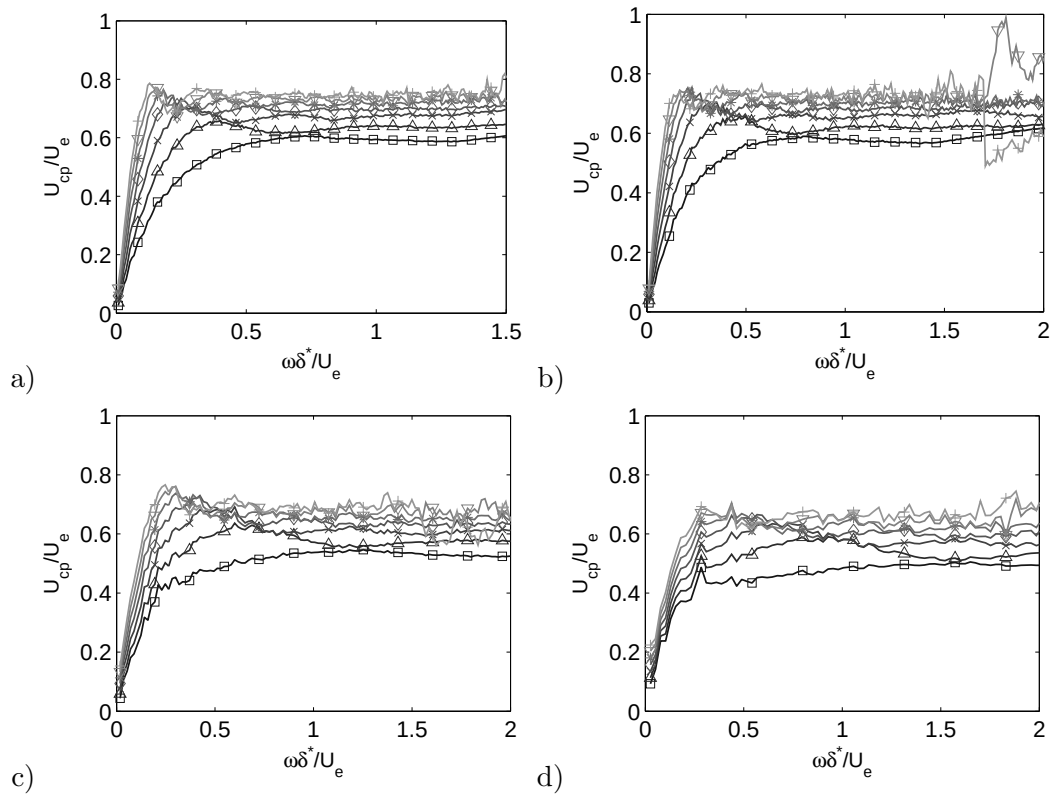


Figure 5.40 – Vitesse de phase U_{cp} pour des valeurs successives de l'écart spatial $\xi_1/\delta^*_{\text{ref}}$ = [0 0 0 0] (o), [1.8 1.6 0.93 0.65] (□), [3.6 3.2 1.9 1.3] (△), [5.5 4.8 2.8 1.9] (×), [7.3 6.4 3.7 2.6] (◇), [9.1 8.0 4.6 3.2] (*), [10. 9.6 5.6 3.9] (▽) et [12.7 11.2 6.5 4.5] (+). Respectivement pour les cas FPGs a), ZPG b), APGw c) et APGs d).

basé sur un écart ξ_i, la pulsation ω et une vitesse caractéristique. Corcos a utilisé des exponentielles dans les directions ξ_1 et ξ_3 pour modéliser la perte de cohérence par le produit :

$$S_{pp}(\boldsymbol{\xi},\omega) = \phi(\omega)\, \mathrm{e}^{-\frac{\omega|\xi_1|}{\alpha_1 U_c}}\, \mathrm{e}^{-\frac{\omega|\xi_3|}{\alpha_3 U_c}}\, \mathrm{e}^{i\omega\xi_1/U_c} \tag{5.3.5}$$

Les courbes exponentielles $\exp(-\omega|\xi_i|/(\alpha_i U_{cp}))$ caractérisent bien la perte de cohérence pour les plus grandes fréquences. Les structures tourbillonnaires de petites tailles dans la couche limite qui sont responsables du contenu à haute fréquence sont en effet détruites plus rapidement qu'elles ne sont convectées. Les valeurs $1/\alpha_1 = 0.12$ et $1/\alpha_3 = 0.72$ déduite de la figure 5.41b) pour le cas ZPG, sont en très bon accord avec les valeurs 0.11 et 0.714 obtenu par Corcos [44] pour diverses bases de données expérimentales ou 0.116 et 0.7 rapporté par Blake [17].
Pour le cas FPGs on obtient les valeurs 0.10 et 0.65, 0.28 et 0.9 pour le cas APGw et 0.34 et 1.1 pour le cas APGs. La perte de cohérence dans les deux directions est donc plus lente avec un gradient adverse et plus rapide avec un gradient favorable. Le tableau 5.4 résume l'ensemble des paramètres observés dans l'étude la pression pariétale permettant de réaliser l'influence d'un gradient de pression.

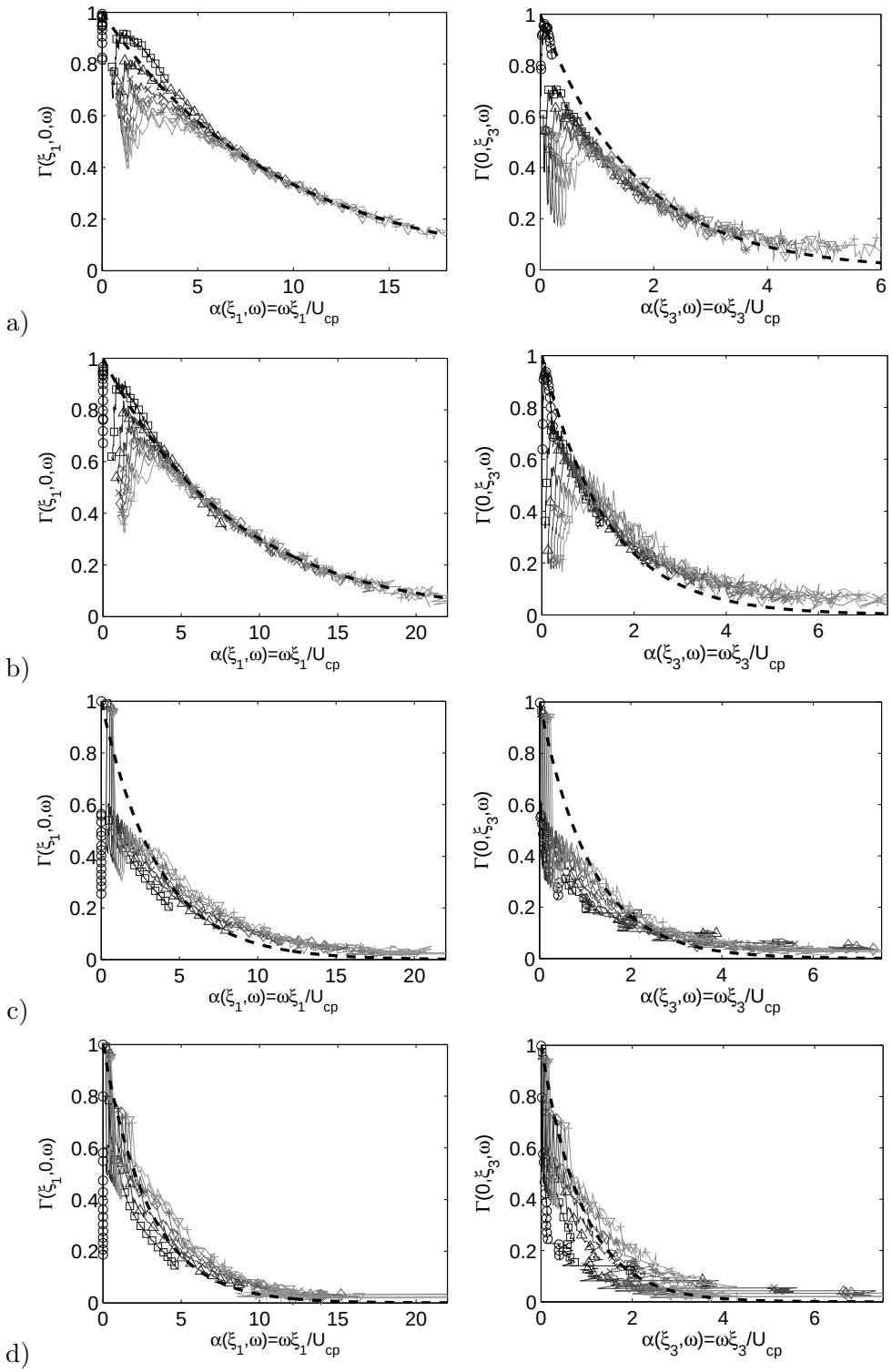


Figure 5.41 – Cohérence Γ en fonction de l'angle de phase : a) pour différentes fréquences pour des valeurs successives de l'écart spatiale longitudinale $\xi_1/\delta^*_{\text{ref}}$ = [0 0 0 0] (o), [1.8 1.6 0.93 0.65] (□), [3.6 3.2 1.9 1.3] (△), [5.5 4.8 2.8 1.9] (×), [7.3 6.4 3.7 2.6] (◇), [9.1 8.0 4.6 3.2] (*), [10. 9.6 5.6 3.9] (▽) et [12.7 11.2 6.5 4.5] (+) ; et de l'écart transversal b) $\xi_3/\delta^*_{\text{ref}}$ = [0.14 0.13 0.071 0.051] (o), [0.71 0.64 0.36 0.25] (□), [1.3 1.1 0.64 0.46] (△), [1.9 1.7 0.93 0.66] (×), [2.4 2.2 1.2 0.86] (◇), [3.0 2.7 1.5 1.1] (*), [3.6 3.2 1.8 1.3] (▽) et [4.2 3.7 2.1 1.5] (+) ;. Une fonction exponentiel $\exp(-\omega|\xi_i|/(\alpha_i U_{cp}))$ est superposée (- - -) (valeurs de α_i tableau 5.4). Respectivement pour les cas FPGs a), ZPG b), APGw c) et APGs d).

Cas	p^+_{rms}	p_{rmse}	U_c	U_{cp}	$1/\alpha_1$	$1/\alpha_3$
APGs	4.1511	0.0090	0.76	0.692	0.34	1.1
APGw	3.0561	0.0083	0.79	0.750	0.28	0.9
ZPG	2.5228	0.0082	0.84	0.765	0.12	0.72
FPGs	1.9420	0.0072	0.85	0.790	0.10	0.65

Table 5.4 – Paramètres liés à la pression pariétale d'une couche limite turbulente en fonction du gradient de pression.

5.4 Conclusion

Dans cette partie, les résultats des calculs directs de couches limites compressibles avec et sans gradient de pression ont été montrés. Dans une première partie, une comparaison sur la partie aérodynamique entre les différents cas a été réalisée. On a pu observer les effets bien connus d'un gradient de pression sur une couche limite turbulente. Une décélération, un épaississement plus rapide, une augmentation du facteur de forme et du sillage, ainsi qu'un redressement des structures tourbillonnaires et l'augmentation des intensités turbulente avec un gradient de pression adverse en comparaison du cas sans gradient de pression. Avec un gradient de pression favorable au contraire, une accélération, un épaississement plus lent, la diminution du facteur de forme et du sillage ainsi que l'aplatissement des structures tourbillonnaires le long de la paroi sont observables. De plus, on a pu noter un décalage vers le haut de la loi logarithmique avec un gradient de pression favorable et vers le bas avec un gradient adverse.
Dans une seconde partie, on a montré l'influence d'un gradient de pression sur le bruit rayonné par une couche limite turbulente. Les niveaux de la pression acoustique sont directement issus des calculs directs effectués. On a observé, que les niveaux acoustiques sont plus élevés pour un gradient adverse et plus faible pour un gradient favorable en comparaison aux cas avec gradient de pression adverse et favorable modéré et sans gradient de pression en particulier pour les fréquences élevées.
Dans la troisième et quatrième partie, une étude sur les spectres de pression pariétale en fréquence-nombre d'onde et des auto-spectres en fréquence a été réalisée. Pour chacun des cas présentés, les contributions acoustique et aérodynamique sont clairement visibles. On a montré que les niveaux de ces deux contributions augmentent avec un gradient de pression adverse et diminuent avec un gradient de pression favorable. Ce résultat résultats est conforme à ceux observés dans la littérature. L'intégration des spectres fréquence-nombre d'onde dans la direction fréquentielle, a permis de mettre en évidence l'apparition d'une décroissance en k_x^n dans la gamme intermédiaire des nombres d'ondes avec $n = 1.5$ pour les cas avec gradient adverse (APGw et APGs), $n = 1$ pour le cas sans gradient de pression (ZPG) et $n = 0.9$ pour les cas avec gradient de pression favorable (FPGw, FPGs).
Finalement, dans les deux dernières parties, une étude des corrélations spatio-temporelles et de la cohérence de la pression pariétale a été réalisée. On a pu observer que la décroissance des auto-corrélations dans les directions longitudinale et transversale sont plus rapides avec un gradient favorable et plus lentes avec un gradient de pression adverse en comparaison du cas sans gradient de pression. Le contraire est observé pour la décroissance de la cohérence de la pression pariétale. De plus, on a observé que les vitesses de phase et de convection augmentent avec un gradient favorable et diminuent avec un gradient adverse en comparaison du cas sans gradient de pression.

Conclusion et perspectives

Ce travail de thèse a été mené dans le cadre du projet SONOBL (*SOurces of NOise from Boundary Layers over vehicles*) financé par l'ANR (*Agence Nationale de Recherche*) et la FNRAE (*Fondation de Recherche pour l'Aéronautique et l'Espace*).
L'objectif principal a été l'étude de l'influence d'un gradient de pression sur une couche limite turbulente et plus particulièrement sur la pression pariétale. Celle-ci est en effet la principale entrée des codes de vibro-acoustique qui sont utilisés afin d'estimer les nuisances sonores à l'intérieur de l'habitacle d'un véhicule liées au développement de la turbulence pariétale. Dans ce but, des calculs directs de couches limites turbulentes avec gradient de pression adverse et favorable ont été réalisés à l'aide d'un code CFD compressible. Ce type de calcul basé sur la méthode de Simulation des Grandes Échelles permet d'obtenir directement les champs aérodynamique et acoustique.
Il a tout d'abord été nécessaire de faire évoluer le solveur cartésien massivement parallèle disponible au sein du laboratoire DynFluid en un solveur curviligne, d'apporter des modifications aux conditions aux limites de Tam et Dong utilisées ainsi que de mettre en place les différents outils de post-traitement adaptés. Dans le cadre de ce travail, on a en effet choisi d'utiliser la déformation de la plaque afin d'introduire un gradient de pression dans l'écoulement de couche limite turbulente.
Les calculs avec gradient de pression ont été effectués sur 2048 processeurs avec des blocs de 50^3 points par cœur sur les machines de calcul IDRIS Ada et TGCC Curie. La mise en place et la gestion de ces simulations constituent une des contributions importantes de ce travail de thèse. L'utilisation des machines de calcul massivement parallèles pour des simulations lourdes comme les LES réalisées entraine diverses difficultés, notamment au niveau de la gestion du stockage et du post-traitement des données. En effet, sept LES d'environ 250 millions de points ont été réalisées (seulement cinq ont été présentées) ainsi qu'une dizaine de LES de tailles et de résolutions inférieures (environ 20 millions de points) ayant notamment permis la calibration des valeurs du paramètre de gradient de pression de Clauser β choisies. Des outils de post-traitement parallèles ont été développés et mis en place directement sur la machine de calcul TGCC Curie.
Par ailleurs, l'utilisation d'un solveur compressible dans des configurations subsoniques est également très délicate, en particulier lorsque l'on souhaite calculer directement le niveau du rayonnement acoustique d'une couche limite turbulente qui est de deux ordres de grandeur inférieur à celui de la pression aérodynamique ρU_∞^2. Un soin important a donc été pris pour la mise en place des conditions aux limites qui doivent absolument être non-réfléchissantes. La sensibilité d'un tel solveur en régime subsonique a entrainé l'apparition de dérives des champs de pression et de vitesses d'ordre de grandeur très faible, mais néanmoins suffisamment néfastes pour empêcher l'obtention du rayonnement acoustique. Celles-ci ont ensuite été corrigées notamment grâce à l'utilisation d'une technique de rappel peu intrusive (cf 4.2.1) sur les conditions aux limites d'entrée et supérieure des domaines de calculs.

L'étude des différents cas présentés dans ce travail avec et sans gradients de pression a permis de mettre en évidence l'influence d'un gradient de pression sur une couche limite turbulente. Concernant la partie aérodynamique, on a bien retrouvé les résultats connus de la littérature. Cette partie de l'analyse nous a permis d'être confiants sur la qualité des simulations qui ont été présentées. Cette étude a de plus permis de vérifier que les couches limites présentées dans ce travail sont bien à l'équilibre. Ce point a été important pour l'étude de la pression pariétale, notamment pour le calcul des inter-spectres à l'aide d'une transformée de Fourier dans les trois directions (x, z et t). Celle-ci est en effet réalisée en considérant que les fluctuations de pression sont statistiquement stationnaires dans le temps et homogènes en espace, cette hypothèse étant vérifiée uniquement pour des couches limites à l'équilibre. Très peu de simulations ou d'expériences décrivant des couches limites turbulentes à l'équilibre en présence de gradients de pression adverse et favorable sont actuellement disponibles dans la littérature.
Une analyse quantitative originale sur le rayonnement acoustique d'une couche limite turbulente avec et sans gradient de pression a ensuite été effectuée et a permis de mettre en évidence l'augmentation des niveaux obtenus en présence d'un gradient de pression adverse et leur diminution en présence d'un gradient de pression favorable en comparaison des niveaux observés pour le cas sans gradient de pression. Il s'agit de la première quantification par une méthode directe des niveaux acoustiques du rayonnement de couches limites turbulentes avec gradients de pression.
Enfin, une analyse de la pression pariétale sous une couche limite turbulente a été réalisée et a mis en évidence une augmentation des contributions aérodynamique et acoustique, ainsi que de la moyenne quadratique de la pression pariétale avec un gradient adverse et leur diminution avec un gradient favorable en comparaison de celles évaluées pour le cas sans gradient de pression. On a également montré que la vitesse de convection diminue avec un gradient de pression adverse et qu'elle augmente avec un gradient de pression favorable.
Sur les différentes analyses effectuées, on a de plus montré qu'une couche limite est beaucoup plus sensible à la présence d'un gradient de pression adverse qu'à celle d'un gradient de pression favorable.
C'est à notre connaissance la première étude sur la pression pariétale de couches limites turbulentes à l'équilibre en présence de différents gradients de pression adverse et favorable permettant de plus l'accès à la composante acoustique de l'écoulement.
Cette étude est néanmoins restreinte à des nombres de Reynolds relativement bas pour des raisons de ressources informatiques limitées. Elle est complémentaire avec la campagne expérimentale effectuée au LMFA où des configurations à plus basses vitesses mais à plus hauts nombres de Reynolds ont été étudiées.

Perspectives

La poursuite de calculs à plus hauts nombres de Reynolds serait intéressante. Un calcul pour une taille de domaine quatre fois plus grande en longueur et deux fois en envergure a par ailleurs été réalisé au sein du laboratoire DynFluid pour un nombre de Mach de 0.7 sans gradient de pression. L'analyse du calcul n'a cependant pas encore été effectuée mais permettra de mettre en évidence l'influence du nombre de Reynolds notamment sur la gamme moyenne de fréquences des auto-spectres de pression pariétales. Cette gamme de fréquence est liée à la loi logarithmique des profils de couches limites, elle-même étant dépendante du nombre de Reynolds de l'écoulement. Des calculs à plus haut Reynolds

avec gradient de pression ne sont néanmoins pas envisagés pour le moment car la gestion de ce type de calcul est ardue, notamment en terme de stockage.
Si l'on souhaite intégrer la tache acoustique afin d'en extraire la moyenne quadratique de pression associée uniquement à la contribution acoustique du spectre de pression pariétale, un calcul avec une résolution plus fine (résolution de type DNS) pourrait être mis en place. En effet, pour les calculs présentés ici, la tache acoustique est discrétisée dans le domaine spectral sur un nombre de points relativement restreint. On peut également envisager de diminuer le nombre de Mach pour avoir une séparation plus marquée entre le domaine acoustique et le pic convectif. Des calculs à faibles nombres de Mach sont cependant peu favorables avec un solveur direct en régime compressible subsonique. De plus, en suivant la loi en U^8, les niveaux acoustiques deviennent extrêmement faibles à bas nombre de Mach et sont donc très difficiles à extraire du bruit de fond numérique. Réaliser un calcul sur un intervalle de temps plus long permettrait de plus d'augmenter la résolution fréquentielle des spectres de pression pariétale en basse fréquence. Néanmoins, des choix devront être faits dans la mesure où le pas de temps du calcul Δt est basé sur la taille de la première maille dans la direction normale Δy_{min}. Un calcul plus long avec une résolution plus fine est à ce jour difficilement envisageable pour des raisons de limitation des moyens de calcul et de stockage disponibles. Réaliser deux calculs différents, un avec une résolution plus fine et plus court et l'autre sur un temps plus long peut être une solution viable. On précise par ailleurs que le calcul à nombre de Mach 0.7 cité précédemment a été réalisé sur un temps 8 à 10 fois plus long que les calculs présentés ici. Son analyse permettra d'obtenir des informations complémentaires sur les basses fréquences des spectres de la pression pariétale. Une autre piste pour atteindre des nombres de Reynolds et/ou des temps d'intégration plus grands serait d'utiliser un avancement temporel implicite, au moins localement dans la direction normale à la paroi.

Au niveau de la mise en place des calculs, un point qui pourrait être amélioré concerne la rupture de pente qui est utilisée pour la mise en place des gradients de pression. Celle-ci est localisée avant la partie du domaine qui est inclinée d'un angle constant. Elle entraine une forte décélération pour un cas avec gradient favorable et une forte accélération avec un gradient adverse. Pour un gradient de pression favorable plus fort, avec une pente inclinée d'un angle plus important, elle pourrait être à l'origine de la formation de tourbillons de Taylor-Görtler. Pour un gradient de pression adverse, la petite zone de gradient favorable qui précède peut avoir un effet bénéfique en supprimant l'effet d'histoire de la transition et permettant ainsi d'atteindre plus rapidement un état d'équilibre. Cette méthode est par ailleurs souvent utilisée dans la littérature [141, 162, 181]. On sait en effet qu'une couche limite turbulente avec gradient de pression adverse est très sensible à l'historique de son développement. Cependant, une rupture de pente trop abrupte peut avoir un effet néfaste sur le rayonnement acoustique en se comportant comme un élément diffractant. La mise en place de calculs avec gradient de pression sur une plaque plane à l'aide d'une distribution de vitesse sur la partie haute du domaine pourrait être un recours envisagé.
Une attention particulière pourrait être accordée à l'analyse des spectres intégrés en fréquence où des pentes en k_x^{-n} ont été observées. Ces pentes sont en effet généralement observables pour des nombres de Reynolds élevés lorsque la loi logarithmique est assez étendue ce qui n'est pas le cas des calculs présentés ici. On a alors fait l'hypothèse que cette pente serait présente pour chacune des fréquences dans une toute petite gamme de nombres d'onde k_x et qu'elle apparaît par un effet d'addition dû à l'intégration du spectre. L'intégration d'un spectre de pression pariétale issue d'un modèle mixte de Corcos-Goody par exemple pour un nombre de Reynolds similaire à celui obtenu ici est en cours d'étude

afin d'éprouver cette hypothèse. Si cette intégration permet d'obtenir un spectre en nombre d'onde avec une pente en $k_x^{-0.7}$ (pente imposée par le modèle de Goody), cela pourrait confirmer l'hypothèse formulée dans ce travail.

Afin d'affiner l'analyse sur l'influence d'un gradient de pression, des calculs de couches limites hors équilibre sur des géométries moins académiques telles que des profils d'aile et de cockpit de cabine, ou encore sur des objets diffractants tels qu'une marche descendante ou une rugosité peuvent également être envisagés. Une approche basée sur une stratégie de couplage de type RANS/LES pourra être mise en place afin de minimiser le coût de calcul de ce type de simulation en sacrifiant la résolution de sous-couche visqueuse. Néanmoins, cette stratégie est pour le moment limitée aux écoulements de couche limite attachée, les méthodes de type RANS étant peu efficace pour modéliser les zones de décollement d'un écoulement. De plus, avec de telles géométries, les fluctuations de pression ne peuvent plus être considérées comme statistiquement stationnaires dans le temps et homogènes en espace. On ne pourra donc plus calculer les inter-spectres de pression pariétale à l'aide d'une simple transformée de Fourier triple. Une autre méthode de post-traitement devra donc être mise en place afin de calculer ces spectres de pression pariétale.

Finalement, un travail important devra être réalisé sur les inter-corrélations de vitesse sur un volume, qui peuvent être fournies par les calculs. Ces inter-corrélations permettront ensuite de valider et d'améliorer des modèles semi-empiriques existants qui sont actuellement utilisés et développés par les industriels. Néanmoins le stockage des volumes devra être fait judicieusement et nécessitera une attention particulière en raison de moyens de stockage limités. La prise en compte des gradients de pression dans un modèle d'inter-corrélations de vitesse constituera une avancée pour alimenter des modèles statistiques de pression pariétale plus réalistes que ceux utilisés à l'heure actuelle par les industriels. Ces modèles constitueront alors l'entrée des codes de structure qui permettront la prédiction de la réponse vibroacoustique induite par les fluctuations de pression sous une couche limite turbulente.

Bibliographie

[1] Abe, H., Mizobuchi, Y., Matsuo, Y. & Spalart, P.R., 2012, DNS and modeling of turbulent boundary layer with separation and reattachment over a range of Reynolds numbers, *Center for Turbulence Research, Annual Research Briefs 2012*, p. 311–322.

[2] Abrahams, I.D., Kriegsmann, G.A. & Reiss, E.L., 1994, Sound radiation and caustic formation from a point source in wall shear layer, *AIAA Journal*, **32**(6), p. 1135–1144.

[3] Adrian, R.J., 2007, Hairpin vortex organization in wall turbulence, *Phys. Fluids*, **19**, p. 041301.

[4] Ahn, B.K., Graham, W.R. & Rizzi, S.A., 2010, A structure-based model for turbulent boundary layer wall-pressures., *J. Fluid Mech.*, **650**, p. 443–478.

[5] Alam, M. & Sandham, N.D., 2000, Direct numerical simulation of a 'short' laminar separation bubbles with turbulent reattachment, *J. Fluid Mech.*, **410**, p. 1–28.

[6] Alaoui, M., Gloerfelt, X., Collery, O. & Etchessahar, M., 2015, Effect of pressure gradients on turbulent boundary layer vortical structures and wall-pressure fluctuations, *AIAA Paper 2015-3116*.

[7] Arguillat, B., 2006, *Étude expérimentale et numérique de champs de pression pariétale dans l'espace des nombres d'onde, avec application aux vitrages automobiles*, thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon.

[8] Arguillat, B., Ricot, D., Robert, G. & Bailly, C., 2010, Measured wavenumber-frequency spectrum associated with acoustic and aerodynamic wall pressure fluctuations, *J. Acoust. Soc. Am.*, **128**(4), p. 1647–1655.

[9] Armaly, B.F., Durst, F., Pereira, J.C.F. & Schönung, B., 1983, Experimental and theoretical investigation of backward-facing step flow, *J. Fluid Mech.*, **127**, p. 473–496.

[10] Aubertine, C.D. & Eaton, J.K., 2005, Turbulence development in a non-equilibrium turbulent boundary layer with mild adverse pressure gradient., *J. Fluid Mech.*, **532**, p. 345–364.

[11] Aucejo, M., 2010, *Vibro-acoustique des structures immergées sous écoulement turbulent*, thèse de doctorat, l'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon.

[12] Bake, S., Fernholz, H.H. & Kachanov, Y.S., 2000, Resemblance of K- and N-regimes of boundary-layer transition at late stages, *Eur. J. Mech. B/Fluids*, **19**, p. 1–22.

[13] Bardina, J., Ferziger, J.H. & Reynold, W.C., 1980, Improved subgrid scale models for large eddy simulation, *AIAA paper 80-1357*.

[14] Beresh, S.J., Henfling, J.F., Spillers, R.W. & Pruett, B.O.M., 2011, Fluctuating wall pressures measured beneath a supersonic turbulent boundary layer, *Phys. Fluids*, **23**, p. 075110.

[15] Berland, J. & Gloerfelt, X., 2008, Investigation of noise radiation from a turbulent boundary layer, *AIAA paper 2008-2802*.

[16] Biswas, G., Breuer, M. & Durst, F., 2004, Backward-facing step flows for various expansion ratios at low and moderate Reynolds numbers, *ASME Journal of Fluids Engineering*, **126**, p. 362–374.

[17] Blake, W.K., 1970, Turbulent bundary-layer wall-pressure fluctuations on smooth and rough walls, *J. Fluid Mech.*, **44**, p. 637–660.

[18] Blake, W.K., 1986, *Mechanics of flow-induced sound and vibration, volume 2 : Complex flow-structure interaction, chapter 7, Essentials of turbulent wall-pressure fluctuations*, Academic Press.

[19] Blake, W.K., 1986, *Mechanics of flow-induced sound and vibration, volume 2 : Complex flow-structure interaction, chapter 8, Essentials of turbulent wall-pressure fluctuations*, Academic Press.

[20] Bogey, C. & Bailly, C., 2004, A family of low dispersive and low dissipative explicit schemes for noise computation, *J. Comput. Phys.*, **194**, p. 194–214.

[21] Bogey, C. & Bailly, C., 2005, Decrease of the effective Reynolds number with eddy-viscosity subgrid-scale modelling, *AIAA Journal*, **43**(2), p. 437–439.

[22] Bogey, C., de Cacqueray, N. & Bailly, C., 2009, A shock-capturing methodology based on adaptative spatial filtering for high-order non-linear computations, *J. Comput. Phys.*, **228**(5), p. 1447–146.

[23] Borodulin, V.I., Kachanov, Y.S. & Koptsev, D.B., 2002, Experimental study of resonant interactions of instability waves in a self-similar boudary-layer with adverse pressure gradient : I. Tuned resonances, *J. Turbulence*, **3**(62), p. 1–38.

[24] Borodulin, V.I., Kachanov, Y.S. & Koptsev, D.B., 2002, Experimental study of resonant interactions of instability waves in a self-similar boudary layer with adverse pressure gradient : II. Tuned resonances, *J. Turbulence*, **3**(62), p. 1–20.

[25] Borodulin, V.I., Kachanov, Y.S. & Koptsev, D.B., 2002, Experimental study of resonant interactions of instability waves in a self-similar boudary layer with adverse pressure gradient : III. Broadband disturbances, *J. Turbulence*, **3**(62), p. 1–19.

[26] Bourassa, C. & Thomas, F.O., 2009, An experimental investigation of a highly accelerated turbulent boundary layer, *J. Fluid Mech.*, **634**, p. 359–404.

[27] Bradshaw, P., 1967, The turbulent structure of equilibrium boundary layers, *J. Fluid Mech.*, **29**, p. 625–645.

[28] Bull, M.K., 1967, Wall-pressure fluctuations associated with subsonic boundary layer flow, *J. Fluid Mech.*, **28**, p. 719–754.

[29] Bull, M.K., 1996, Wall-pressure fluctuations beneath turbulent boundary layers : Some reflections on forty years of research, *J. Sound Vib.*, **190**(3), p. 299–315.

[30] Cal, R.B., Johansson, G. & Castillo, L., 2006, Upstream condition effects on turbulent boundary layers subject to favorable pressure gradients, *AIAA Journal*, **44**(11), p. 2488–2499.

[31] Candel, S., 1995, *Mécanique des fluides*, Dunod.

[32] Candel, S.M., 1977, Numerical solution of conservation equations arising in linear wave theory : application to aeroacoustics, *J. Fluid Mech.*, **83**(3), p. 465–493.

[33] Capon, J., 1969, High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis, *Proc. IEEE*, **57**(8), p. 1408–1418.

[34] Carati, D., Winckelmans, G.S. & Jeanmart, H., 2001, On the modelling of the subgrid-scale and filtered-scale stress tensors in large-eddy simulations, *J. Fluid Mech.*, **441**, p. 119–138.

[35] Castillo, L., Wang, X. & George, W.K., 2004, Separation criterion for turbulent boundary layers via similarity analysis, *ASME Journal of Fluids Engineering*, **126**, p. 297–304.

[36] Catlett, R.M., Forest, J.B., Anderson, J.M. & Stewart, D.O., 2014, Empirical spectral model of surface pressure fluctuations beneat adverse pressure gradients, *AIAA Paper 2014-2910*.

[37] Chang, S.-C., Wang, X.-Y. & Chow, C.-Y., 1999, The space-time conservation element and solution element : A new high-resolution and genuinely multidimensional paradigm for solving conservation laws, *J. Comput. Phys.*, **156**, p. 89–136.

[38] Chase, D.M., 1987, The character of the turbulent wall pressure spectrum at subconvective wavenumbers and a suggested comprehensive model, *J. Sound Vib.*, **112**(1), p. 125–147.

[39] Chauhan, K.A., Monkewitz, P.A. & Nagib, H.M., 2009, Criteria for assessing experiments in zero pressure gradient boundary layers, *Fluid Dyn. Res.*, **41**(021404), p. 1–23.

[40] Choi, H. & Moin, P., 1990, On the space-time characteristics of wall-pressure fluctuations, *Phys. Fluids A*, **2**(8), p. 1450–1460.

[41] Clark, R.A., Ferziger, J.H. & Reynold, W.C., 1979, Evaluation of subgrid-scale models using an accurately simulated turbulent flow, *J. Fluid Mech.*, **91**(1), p. 1–16.

[42] Clauser, F.H., 1954, Turbulent boundary layers in adverse pressure gradients, *Journal of the Aeronautical Sciences*, **21**, p. 91–108.

[43] Coles, D., 1956, The law of the wake in the turbulent boundary layer, *J. Fluid Mech.*, **1**, p. 191– 226.

[44] Corcos, G.M., 1963, Resolution of pressure in turbulence, *J. Acoust. Soc. Am.*, **35**, p. 192–199.

[45] Corke, T.C., 1995, Three-dimensional mode growth in boundary layers with tuned and detuned subharmonic resonance, *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A*, **352**, p. 453–471.

[46] Corke, T.C. & Mangano, R.A., 1989, Resonant growth of three-dimensional modes in transitioning Blasius boundary layers, *J. Fluid Mech.*, **209**, p. 93–150.

[47] Craik, A.D.D., 1971, Non-linear resonant instability in boundary layers, *J. Fluid Mech.*, **50**(2), p. 393–413.

[48] Curle, N., 1955, The influence of solid boundaries upon aerodynamic sound, *Proc. of the Royal Society of London*, **A 231**, p. 505–514.

[49] Cutler, A.D. & Johnston, J.P., 1989, The relaxation of a turbulent boundary layer in an adverse pressure gradient, *J. Fluid Mech.*, **200**, p. 367–387.

[50] Daude, F., Berland, J., Emmert, T., Lafon, P., Crouzet, F. & Bailly, C., 2012, A high-order finite-difference algorithm for direct computation of aerodynamic sound, *Computers and Fluids*, **61**, p. 46–63.

[51] Delery, J. Effets de la viscosité et couche limite. Support de cours : ENSTA-INSTN, 2007.

[52] Dennis, D.j.C. & Nickels, T.B., 2008, On the limitations of Taylor's hypothesis in constructing long structures in a turbulent boundary layer, *J. Fluid Mech.*, **200**, p. 367–387.

[53] Dixit, S.A. & Ramesh, O.N., 2008, Pressure-gradient-dependent logarithmic laws in sink flow turbulent boundary layers, *J. Fluid Mech.*, **615**, p. 445–475.

[54] Dixit, S.A. & Ramesh, O.N., 2010, Large-scale structures in turbulent and reverse-transitional sink flow boundary layers, *J. Fluid Mech.*, **649**, p. 233–273.

[55] Domaradzki, J.A. & Adams, N.A., 2002, Direct modelling of subgrid scales of turbulence in large eddy simulations, *J. Turbulence*, **3** 024 (http ://jot.iop.org/).

[56] Dowling, A.P. Flow noise on surfaces, in modern methods in analytical acoustics. Support de cours : editer par Crighton, D.G. et Dowling, A.P. et Ffowcs Williams, J.E. et Heckl, M. et Leppington, F.G., Springer Verlag, p. 452–509, London., 1992.

[57] Ehrenfried, K. & Koop, L., 2008, Experimental study of pressure fluctuations beneath a compressible turbulent boundary layer, *AIAA Paper 2008-2800*.

[58] Erm, L.P. & Joubert, P.N., 1991, Low-Reynolds-number turbulent boundary layers, *J. Fluid Mech.*, **230**, p. 1–44.

[59] Farabee, T.M. & Casarella, M.J., 1991, Spectral features of wall pressure fluctuations beneath turbulent boundary layers, *Phys. Fluids*, **3**, p. 2410–2420.

[60] Fernholz, H.H. S. & Warnack, D., 1998, The effects of a favourable pressure gradient and of the Reynolds number on an incompressible axisymmetric turbulent boundary layer. part 1 : The turbulent boundary layer., *J. Fluid Mech.*, **359**, p. 329–356.

[61] Ffowcs Williams, J.E., 1965, Surface-pressure fluctuations induced by boundary-layer flow at finite Mach number, *J. Fluid Mech.*, **22**, p. 507–519.

[62] Ffowcs Williams, J.E., 1982, Boundary-layer pressures and the Corcos model : a development to incorporate low-wavenumber constraints, *J. Fluid Mech.*, **125**, p. 9–25.

[63] Germano, M., Piomelli, U., Moin, P. & Cabot, W.H., 1991, A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model, *Phys. Fluids A*, **3**(7), p. 1760–1765.

[64] Ghosal, S., 1996, An analysis of numerical errors in Large-Eddy Simulations of turbulence, *J. Comput. Phys.*, **125**, p. 187–206.

[65] Ghosal, S., Lund, T.S., Moin, P. & Akselvoll, K., 1995, A dynamic localization model for large-eddy simulation of turbulent flows, *J. Fluid Mech.*, **286**, p. 229–255.

[66] Gloerfelt, X., 2001, *Bruit rayonné par un écoulement affleurant une cavité : Simulation aérocacoustique direct et application de méthodes intégrales*, thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon.

[67] Gloerfelt, X., 2010, The link between wall pressure spectra and radiated sound from turbulent boundary layers, *AIAA Paper 2010-3904*.

[68] Gloerfelt, X., 2010, Spectre de pression pariétale sous une couche limite turbulente et rayonnement acoustique associé, *10ème Congrès Français d'Acoustique,* 12-16 avril, Lyon.

[69] Gloerfelt, X. & Berland, J., 2013, Turbulent boundary-layer noise : direct radiation at Mach number 0.5, *J. Fluid Mech.*, **723**, p. 318–351.

[70] Gloerfelt, X., Bogey, C. & Bailly, C., 2002, LES of the noise radiated by a flow over a rectangular cavity, *ERCOFTAC Workshop on LES for Acoustics,* 7-8 october, DLR Göttingen, Germany.

[71] Gloerfelt, X. & Margnat, F., 2014, Effect of mach number on boundary layer noise, *AIAA Paper*, **2014-3291**.

[72] Gloerfelt, X. & Robinet, J.-C., 2013, A silent inflow condition for the study of boundary layer noise, *AIAA Paper 2013-2247*.

[73] Goody, M., 2004, Empirical spectral model of surface pressure fluctuations, *AIAA Journal*, **24**(9).

[74] Goody, M. & Simpson, R.L., 2000, Surface pressure fluctuations beneath two- and three-dimensional turbulent boundary layers, *AIAA Journal*, **38**(10).

[75] Graham, W.R., 1997, A comparison of models for the wavenumber-frequency spectrum of turbulent boundary layer pressures, *J. Sound Vib.*, **206**(4), p. 541–565.

[76] Gravante, S.P., Naguib, A.M., Wark, C.E. & Nagib, H.M., 1998, Characterization of the pressure fluctuations under a fully developed turbulent boundary layer, *AIAA Journal*, **36**(10), p. 1808–1816.

[77] Greshilov, E.M. & Mironov, M.A., 1983, Experimental evaluation of sound generated by turbulent flow in a hydrodynamic duct, *Sov. Phys. Acoust.*, **29**, p. 275–280.

[78] Gullbrand, J. & Chow, F.K., 2003, The effect of numerical errors and turbulence models in large-eddy simulations of channel flow, with and without explicit filtering, *J. Fluid Mech.*, **495**, p. 323–341.

[79] Haddle, G.P. & Skudrzyk, E.J., 1969, The physics of flow noise, *J. Acoust. Soc. Am.*, **46**(1), p. 130–157.

[80] Haj-Hariri, H. & Akylas, T.R., 1985, The wall-shear-stress contribution to boundary-layer noise, *Phys. Fluids*, **28**(9), p. 2727–2729.

[81] Hardin, J.C., 1991, Acoustic sources in the low Mach number turbulent boundary layer, *J. Acoust. Soc. Am.*, **90**(2), p. 1020–1031.

[82] Harrison, M., 1958, Pressure fluctuations on the wall adjacent to a turbulent boundary layer, *US Navy David Taylor Model Basin Rep*, no. 1260.

[83] Harun, Z., 2012, *The structure of adverse and favourable pressure gradient turbulent boundary layers*, thèse de doctorat, University of Melbourne.

[84] Head, M.R. & Bandyopadhyay, P., 1981, New aspects of turbulent boundary layer structures, *J. Fluid Mech.*, **107**, p. 297–338.

[85] Herbert, T., 1988, Secondary instabilities of boundary layers, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, **20**, p. 487–526.

[86] Hirsch, C., 1990, *Numerical computation of internal and external flows, Volume 1 : Funda- mentals of numerical discretization (chap 8)*, John Wiley & Sons.

[87] Holmén, V., 2012, *Methods for Vortex Identification*, thèse de doctorat, Lund University.

[88] Horiuti, K., 1997, A new dynamic two-parameter mixed model for large-eddy simulation, *Phys. Fluids*, **9**(11), p. 3443–3464.

[89] Howe, M.S., 1991, Surface pressures and sound produced by turbulent flow over smooth and rough walls, *J. Acoust. Soc. Am.*, **90**(2), p. 1041–1047.

[90] Howe, M.S., 1992, A note on the Kraichnan-Phillips theorem, *J. Fluid Mech.*, **234**, p. 443–448.

[91] Howe, M.S., 1998, *Acoustics of fluid-structures interactions*, Cambridge University Press.

[92] Hu, F.Q., Hussaini, M.Y. & Manthey, J.L., 1996, Low-dissipation and low-dispersion Runge-Kutta schemes for computational acoustics, *J. Comput. Phys.*, **124**, p. 177–191.

[93] Hu, Z.W., Morfey, C.L. & Sandham, N.D., 2002, Aeroacoustics of wall-bounded turbulent flows, *AIAA Journal*, **40**, p. 465–473.

[94] Hu, Z.W., Morfey, C.L. & Sandham, N.D., 2003, Sound radiation in turbulent channel flows, *J. Fluid Mech.*, **475**, p. 269–302.

[95] Hu, Z.W., Morfey, C.L. & Sandham, N.D., 2006, Sound radiation from a turbulent boundary layer, *Phys. Fluids*, **18**.

[96] Hu, Z.W., Morfey, C.L. & Sandham, N.D., 2006, Wall pressure and shear stress spectra from direct simulations of channel flow, *AIAA Journal*, **44**, p. 1541–1549.

[97] Jimenez, J., Hoyas, S., Simens, M.P. & Mizuno, Y., 2010, Turbulent boundary layers and channels at moderate Reynolds numbers, *J. Fluid Mech.*, **657**, p. 335–360.

[98] Jones, M.B., Marusic, I. & Perry, A.E., 2001, Evolution and structure of sink flow turbulent boundary layers, *J. Fluid Mech.*, **428**, p. 1–27.

[99] Kachanov, Y.S. & Levchenko, V.Y., 1984, The resonant interaction of disturbances at laminar-turbulent transition in a boundary layer, *J. Fluid Mech.*, **138**, p. 209–247.

[100] Kaouther, I., Ben Chiekh, M. & Ben Nasrallah, S., 2006, Techniques d'identification des structures cohérentes dans un écoulement 2D, *Congrès National d'Analyse Numérique*.

[101] Kay, S., 1988, *Modern Spectral Estimation : Theory and Application*, chap. 11 : Minimum variance spectral estimation. Prentice Hall.

[102] Kelly, R.E., 1968, On the resonant interaction of neutral disturbances in two inviscid shear flows, *J. Fluid Mech.*, **31**(4), p. 789–799.

[103] Kim, J., 1989, On the structure of pressure fluctuations in simulated turbulent channel flow, *J. Fluid Mech.*, **205**, p. 421–451.

[104] Kim, J., Kim, K. & Sung, H.J., 2003, Wall pressure fluctuations in a turbulent boundary layer after blowing or suction, *AIAA Journal*, **41**, p. 1697–1704.

[105] Kim, J., Moin, P. & Moser, R., 1987, Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number, *J. Fluid Mech.*, **177**, p. 133–166.

[106] Kim, J. & Sung, H.J., 2006, Wall pressure fluctuations and flow-induced noise in a turbulent boundary layer over a bump, *J. Fluid Mech.*, **558,**, p. 79–102.

[107] Klebanoff, P.S., 1954, Characteristics of turbulence in boundary layer with zero pressure gradient, *NACA TN-3178*, Report 1247, p. 1135–1153.

[108] Klebanoff, P.S., Tidstrom, K.D. & Sargent, L.M., 1962, The three-dimensional nature of boundary layer instability, *J. Fluid Mech.*, **12**, p. 1–34.

[109] Kobayashi, M.H., 1999, On a class of Padé finite volume methods, *J. Comput. Phys.*, **156**, p. 137–180.

[110] Koumoutsakos, P., 1999, Vorticity flux control for a turbulent channel flow, *Phys. Fluids*, **11**, p. 248–250.

[111] Kraichnan, R.H., 1956, Pressure fluctuations in a turbulent flow over a flat plate, *J. Acoust. Soc. Am.*, **28**(3), p. 378–390.

[112] Krogstad, P.A. & Skare, P.E., 1995, Influence of a strong adverse pressure gradient on the turbulent structure in a boundary layer, *Phys. Fluids*, **7**, p. 2014–2024.

[113] Landahl, M.T., 1975, Wave mechanics of boundary layer turbulence and noise, *J. Acoust. Soc. Am.*, **57**(4), p. 824–831.

[114] Lauchle, G.C., 1980, On the radiated noise due to boundary layer transition, *J. Acoust. Soc. Am.*, **67**(1), p. 158–168.

[115] Laurent, C., 2012, *Étude des écoulements transitionnels et hors équilibre par des approches DNS et RANS*, thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers.

[116] Le Garrec, T., 2008, *Simulation directe du bruit de bord de fuite d'un profil par une méthode multi domaines*, thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers.

[117] Lee, C. & Kim, J., 2002, Control of the viscous sublayer for drag reduction, *Phys. Fluids*, **14**, p. 2523–2529.

[118] Lee, J.H. & Sung, H.J., 2008, Effects of an adverse pressure gradient on a turbulent boundary layer, *Int. J. Heat and Fluid Flow*, **29**, p. 568–578.

[119] Lee, J.H. & Sung, H.J., 2009, Structures in turbulent boundary layers subjected to adverse pressure gradients, *J. Fluid Mech.*, **639**, p. 101–131.

[120] Lele, S.K., 1992, Compact finite difference schemes with spectral-like resolution, *J. Comput. Phys.*, **103**, p. 16–42.

[121] Lesieur, M. & Métais, O., 1996, New trends in large eddy simulations of turbulence, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, **28**, p. 45–82.

[122] Lighthill, M.J., 1952, On sound generated aerodynamically I. General theory, *Proc. of the Royal Society of London*, **A 211**, p. 564–587.

[123] Lighthill, M.J., 1954, On sound generated aerodynamically II. Turbulence as a source of sound, *Proc. of the Royal Society of London*, **A 222**, p. 1–32.

[124] Lim, K.B., 1971, *A study of pressure fluctuations in turbulent shear flow under the effects of mean pressure gradients*, thèse de doctorat, Dept. Mech. Eng., Univ. Adelaide.

[125] Liu, S., Meneveau, C. & Katz, J., 1994, On the properties of similarity subgrid-scale models as deduced from measurements in a turbulent jet, *J. Fluid Mech.*, **275**, p. 83–119.

[126] Marsden, O., Bogey, C. & Bailly, C., 2004, High-order curvilinear simulations of flows around non-cartesian bodies, *J. Comput. Acous.*, **13**(4), p. 731–748.

[127] Marsden, O., Bogey, C. & Bailly, C., 2004, High-order curvilinear simulations of flows around non-Cartesian bodies, *AIAA Paper 2004-2813*.

[128] Martin, M.J. & Boyd, I.D., 2010, Falkner-Skan flow over a wedge with slip boundary conditions, *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, **24**(2).

[129] Marusic, I., McKeon, B.J., Monkewitz, P.A., Nagib, H.M., Smith, A.J. & Sreenivasan, K.R., 2010, Wall-bounded turbulent flows at high Reynolds numbers : Recent advences and key issues, *Phys. Fluids*, **22**.

[130] Marusic, I. & Perry, A.E., 1995, A wall-wake model for the turbulence structure of boundary layers, part 2. further experimental support, *J. Fluid Mech.*, **298**, p. 389–407.

[131] Mathew, J., Lechner, R., Foysi, H., Sesterhenn, J. & Friedrich, R., 2003, An explicit filtering method for large eddy simulation of compressible flows, *Phys. Fluids*, **15**(8), p. 2279–2289.

[132] Mayam, M., 2009, *Experimental study of the turbulence structures in a boundary layer subjected to a strong adverse pressure gradient*, thèse de doctorat, Faculté des Sciences et de Génie de l'Université de Laval, Québec Canada.

[133] McGrath, B. & Simpson, R., 1987, Some features of surface pressure fluctuations in turbulent boundary layers with zero and favorable gradients, *NASA Contract Rep. 4051, Blacksburg, Va : Aerospace and Ocean Engineering Department, Viginia Tech.*

[134] McMillan, O.J. & Ferziger, J.H., 1979, Direct testing of subgrid-scale models, *AIAA Journal*, **17**(12), p. 1340–1346.

[135] Mellor, G.L. & Gibson, D.M., 1966, Equilibrium turbulent boundary layers, *J. Fluid Mech.*, **24**, p. 225–253.

[136] Merle, X. Développement de schémas de haute précision en maillage curviligne : comparaison des approches par transformation de coordonnées et par volume finis. mémoire de maîtrise, ENSAM / Paris VI, 2005. encadré par Gloerfelt, X.

[137] Miller, S.T., 2002, *Turbulent boundary layer models for acoustic analysis*, thèse de doctorat, Wichita State Univesity.

[138] Monty, J.P., Harun, Z. & Marusic, I., 2011, A parametric study of adverse pressure gradient turbulent boundary layers, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, **32**, p. 575–585.

[139] Musker, D., 1979, Explicit expression for the smooth wall velocity distribution in a turbulent boundary layer, *AIAA Journal*, **17**, p. 655–657.

[140] Na, Y., 1996, *Direct Numerical Simulation of Turbulent Boundary Layers with Adverse Pressure Gradient and Separation*, thèse de doctorat, Stanford Univ., Stanford, CA.

[141] Na, Y. & Moin, P., 1998, Direct numerical simulation of a separated turbulent boundary layer, *J. Fluid Mech.*, **374**, p. 379–405.

[142] Na, Y. & Moin, P., 1998, The structures of wall-pressure fluctuations in turbulent boundary layers with adverse pressure gradient and separation, *J. Fluid Mech.*, **337**, p. 347–373.

[143] Nagano, Y. & Houra, T., 2002, Higher-order moments and spectra of velocity fluctuations in adverse pressure gradient turbulent boundary layer, *Experiments in Fluids*, **33**, p. 22–30.

[144] Nagano, Y., Tsuji, T. & Houra, T., 1998, Structure of turbulent boundary layer subjected to adverse pressure gradient, *Int. J. Heat and Fluid Flow*, **19**, p. 563–572.

[145] Panton, R.L. & Linebarger, J.H., 1974, Wall pressure spectra calculations for equilibrium boundary layers, *J. Fluid Mech.*, **65**, p. 261–287.

[146] Panton, R.L. & Robert, G., 1994, The wavenumber-phase velocity representation for the turbulent wall-pressure spectrum, *ASME Journal of Fluids Engineering*, **116**, p. 477–483.

[147] Peltier, L.J. & Hambric, S.A., 2007, Estimating turbulent boundary layer wall pressure spectra from CFD RANS solutions, *J. Fluids Struct.*, **23**, p. 920–937.

[148] Pereira, J.M.C., Kobayashi, M.H. & Pereira, J.C.F., 2001, A fourth-order-accurate finite compact method for the incompressible Navier-Stokes solutions, *J. Comput. Phys.*, **167**, p. 217–243.

[149] Phillips, O.M., 1956, On the aerodynamic surface sound from a plane turbulent boundary layer, *Proc. of the Royal Society of London*, **234**, p. 327–335.

[150] Piomelli, U., Balaras, E. & Pascarelli, A., 2000, Turbulent structures in accelarating boundary layers, *J. Turbulence*, **1**.

[151] Piomelli, U. & Yuan, J., 2013, Numerical simulations of spatially developing, accelerating boundary layers, *Phys. Fluids*, **25**, p. 101304.

[152] Powell, A., 1960, Aerodynamic noise and the plane boundary, *J. Acoust. Soc. Am.*, **32**(8), p. 982–990.

[153] Ripley, M.D. & Pauley, L.L., 1993, The unsteady structure of two-dimensional steady laminar separation, *Phys. Fluids*, **5**, p. 3099–3106.

[154] Rist, U. & Fasel, H.F., 1995, Direct numerical simulation of controlled transition in a flat-plate boundary layer, *J. Fluid Mech.*, **298**, p. 211–248.

[155] Robichon, A. Approche descriptive des écoulements. Support de cours : Lycée BERTHOLLET, 2013.

[156] Robinson, J.L., 1991, Coherent motions in the turbulent boundary layer, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, **23**, p. 601–639.

[157] Rozenberg, Y., Robert, G. & Moreau, S., 2012, Wall-pressure spectral model including the adverse pressure gradient effects, *AIAA Journal*, **50**(10), p. 2168–2179.

[158] Rudy, D.H. & Strikwerda, J.C., 1980, A nonreflecting outflow boundary condition for subsonic Navier-Stokes calculations, *J. Comput. Phys.*, **36**, p. 55–70.

[159] Saintlos, S. & Bretteville, J., 2002, Approximation uniformement valable pour l'écoulement de Falkner-Skan, *C. R. Mecanique*, **330**, p. 673–682.

[160] Salvetti, M.V. & Banerjee, S., 1995, *A priori* tests of a new dynamic subgrid-scale model for finite-difference large-eddy simulations, *Phys. Fluids*, **7**(11), p. 2831–2847.

[161] Salze, E., Bailly, C., Marsden, O., Jondeau, E. & Juve, D., 2014, Caratérisation experimentale des spectres de pression pariétale pour des couches limites turbulentes avec gradient de pression, *Congrès Français d'acousitque, Poitiers.*

[162] Salze, E., Bailly, C., Marsden, O., Jondeau, E. & Juve, D., 2014, An experimental characterisation of wall pressure wavevector-frequency in the presence of pressure gradients, *AIAA Paper 2014-2909.*

[163] Salze, E., Bailly, C., Marsden, O., Jondeau, E. & Juve, D., 2015, An experimental investigation of wall pressure fluctuations beneath pressure gradients, *AIAA Paper 2015-3148*.

[164] Salze, E., Bailly, C., Marsden, O., Jondeau, E. & Juve, D., 2015, Investigation of the wall pressure wavenumber-frequency spectrum beneath a turbulent boundary layer with pressure gradient, *Turbulence and Shear Flow Phenomena*.

[165] Samuel, A.E. & Joubert, P.N., 1974, A boundary layer developing in an increasingly adverse pressure gradient, *J. Fluid Mech.*, **66**, p. 481–505.

[166] Sayadi, T., Hamman, C.W. & Moin, P., 2013, Direct numerical simulation of complete H-type and K-type transitions with implications for the dynamics of turbulent boundary layers, *J. Fluid Mech.*, **724**, p. 480–509.

[167] Schewe, G., 1983, On the structure and resolution of wall-pressure fluctuations associated with turbulent boundary-layer flow, *J. Fluid Mech.*, **134**, p. 311–328.

[168] Schlatter, P. & Örlü, R., 2010, Assessment of direct numerical simulation data of turbulent boundary layers, *J. Fluid Mech.*, **659**, p. 116–126.

[169] Schloemer, H.H., 1966, Effects of pressure gradients on turbulent boundary layer wall-pressure fluctuations, *J. Acoust. Soc. Am.*, **42**, p. 93–113.

[170] Schmitt, F.G., 2003, L'hypothèse de boussinesq est-elle une "approximation" ?, *16ème Congrès Français de Mécanique,* Nice, 1-5 sept.

[171] Sevik, M.M., 1986, Topic in hydroacoustics, dans *IUTAM Symp. on Aero- and Hydro-acoustics*, Springer-Verlag, p. 285–308, Lyon, France.

[172] Simpson, R.L., 1989, Turbulent boundary layer separation, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, **21**, p. 205–232.

[173] Simpson, R.L., Ghodbane, M. & McGrath, B.E., 1987, Surface pressure fluctuations in a separating turbulent boundary layer, *J. Fluid Mech.*, **177**, p. 167–186.

[174] Skote, M & Henningson, D.S., 2002, Direct numerical simulation of a separated turbulent boundary layer, *J. Fluid Mech.*, **471**, p. 107–136.

[175] Skote, M., Henningson, D.S. & Henkes, R.A.W.M., 1998, Direct numerical simulation of self-similar turbulent boundary layers in adverse pressure gradients, *Flow, Turbulence and Combustion*, **60**, p. 47–85.

[176] Skudrzyk, F.J. & Haddle, G.P., 1960, Noise production in a turbulent boundary layer by smooth and rough surfaces, *J. Acoust. Soc. Am.*, **32**(1), p. 19–34.

[177] Skâre, P.E. & Krogstad, P.A., 1994, A turbulent equilibrium boundary layer near separation, *J. Fluid Mech.*, **272**, p. 319–348.

[178] Smagorinsky, J.S., 1963, General circulation experiments with the primitive equations : I. the basic experiment, *Mon. Weath. Rev.*, **91**, p. 99–163.

[179] Smol'yakov, A.V., 2006, A new model for the cross spectrum and wawenumber-frequency spectrum of turbulent pressure fluctuations in a boundary layer, *Acoustical Physics*, **52**(3), p. 331–337.

[180] Spalart, P. & Strelets, M.K., 2000, Mechanisms of transition and heat transfer in a separation bubble, *J. Fluid Mech.*, **403**, p. 229–249.

[181] Spalart, P. & Watmuff, J., 1993, Experimental and numerical study of a turbulent boundary layer with pressure gradient, *J. Fluid Mech.*, **249**, p. 337–371.

[182] Spalart, P.R., 1988, Direct simulation of a turbulent boundary layer up to Re_θ = 1410, *J. Fluid Mech.*, **187**, p. 61–98.

[183] Stolz, S., Adams, N.A. & Kleiser, L., 2001, An approximate deconvolution model for large-eddy simulation with application to incompressible wall-bounded flows, *Phys. Fluids*, **13**(4), p. 997–1015.

[184] Tam, C.K.W., 1975, Intensity, spectrum, and directivity of turbulent boundary layer noise, *J. Acoust. Soc. Am.*, **57**(1), p. 25–34.

[185] Tam, C.K.W. & Dong, Z., 1994, Wall boundary conditions for high-order finite difference schemes in computational aeroacoustics, *Theoret. Comput. Fluid Dynamics*, **6**, p. 303–322.

[186] Tam, C.K.W. & Dong, Z., 1996, Radiation and out flow boundary conditions for direct computational of acoustic and flow disturbances in nonuniform mean flow, *J. Comput. Acous.*, **4**, p. 175–201.

[187] Tam, C.K.W. & Webb, J.C., 1993, Dispersion-relation-preserving finite difference schemes for computational acoustics, *J. Comput. Phys.*, **107**, p. 262–281.

[188] Taylor, G., 1938, The spectrum of turbulence, *Proceedings of the Royal Society of London*, **164**(919), p. 476–490.

[189] Theodorsen, T., 1952, Mechanisms of turbulence, *Proceedings of the Second Midwestern Conference of Fluid Mechanics, Ohio State University, OH*, p. 1–19.

[190] Townsend, A.A., 1956, *The structure of turbulent shear flow*, Cambridge University Press.

[191] Townsend, A.A., 1976, *The structure of turbulent shear flow*, Cambridge University Press.

[192] Tsuji, Y., Imayama, S., Schlatter, P., Alfredsson, P.H., Johansson, A.V., Marusic, I., Hutchins, N. & Monty, J., 2012, Pressure fluctuation in high-Reynolds-number turbulent boudary layer : results from experiments and DNS, *J. Turbulence*, **13**(50), p. 1–19.

[193] Viazzo, S., Dejoan, A. & Schiestel, R., 2001, Spectral features of the wall-pressure fluctuations in turbulent wall flows with and without perturbations using LES, *Int. J. Heat and Fluid Flow*, **22**, p. 39–52.

[194] Visbal, M.R., Morgan, P.E. & Rizzetta, D.P., 2003, An implicit LES approach based on high-order compact differencing and filtering schemes, *AIAA Paper 2003-4098*.

[195] Visbal, M.R. & Rizzetta, D.P., 2002, Large-eddy simulation on curvilinear grids using compact differencing and filtering schemes, *ASME Journal of Fluids Engineering*, **124**(4).

[196] Vreman, B., Geurts, B. & Kuerten, H., 1994, On the formulation of the dynamic mixed subgrid-scale model, *Phys. Fluids*, **6**(12), p. 4057–4059.

[197] Wang, M., Lele, S.K. & Moin, P., 1996, Sound radiation during local laminar berakdown in a low-Mach-number boundary layer, *J. Fluid Mech.*, **319**, p. 197–218.

[198] Wei, L., 2009, *Direct numerical simulation of compressible and incompressible wall bounded turbulent flows with pressure gradients*, thèse de doctorat, Queen's University.

[199] Willmarth, W.W., 1958, Wall pressure fluctuations in a turbulent boundary layer, *J. Acoust. Soc. Am.*, **28**, p. 1048–1053.

[200] Willmarth, W.W., 1975, Pressure fluctuations beneath turbulent boundary layers, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, **7**, p. 13–36.

[201] Willmarth, W.W. & Roos, F.W., 1965, Resolution and structure of the wall pressure field beneath a turbulent boundary layer, *J. Fluid Mech.*, **22**, p. 81–94.

[202] Winckelmans, G.S., Lund, T.S., Carati, D. & Wray, A.A., 1996, A priori testing of subgrid-scale models for the velocity-pressure and vorticity-velocity formulations, dans *Proceedings of the Summer Program*, p. 309–328. Center for Turbulence Research, NASA Ames/Stanford Univ., CA.

[203] Wu, J.Z., Wu, J.M. & Wu, C.J., 1993, Streaming vorticity flux from oscillating walls with finite amplitude, *Phys. Fluids*, **5**, p. 1933–1938.

[204] Yang, Q. & Wang, M., 2009, Computational study of roughness-induced boundary-layer noise, *AIAA Journal*, **47**(10), p. 2417–2429.

[205] Zang, Y., Street, R.L. & Koseff, J.R., 1993, A dynamic mixed subgrid-scale model and its application to turbulent recirculating flows, *Phys. Fluids A*, **5**(12), p. 3186–3196.

[206] Zaragola, M. & A.J., Smits, 1997, Scaling of the mean velocity profile for turbulent pipe flow, *Physical Review Letters*, **78**(12), p. 239–242.

[207] Zelman, M.B. & Maslennikova, I.I., 1993, Tollmien-Schlichting-wave resonant mechanism for subharmonic-type transition, *J. Fluid Mech.*, **252**, p. 449–478.

ÉTUDE DE LA PRESSION PARIÉTALE ET DU BRUIT DE COUCHES LIMITES TURBULENTES AVEC GRADIENTS DE PRESSION.

RESUME : Cette thèse a pour objectif d'améliorer la compréhension des effets d'un gradient sur une couche limite turbulente à l'équilibre. On s'intéresse en particulier aux effets d'un gradient de pression sur la partie aérodynamique de l'écoulement, ainsi que sur le bruit émis par la couche limite turbulente. En effet, une couche limite turbulente est une source de bruit omniprésente en aéronautique, automobile ou encore en ferroviaire. Cette source provient de la pression fluctuante produite par la couche limite turbulente se développant à la surface de la paroi extérieure du véhicule. Deux contributions au bruit de couche limite turbulente à l'intérieur de l'habitacle d'un véhicule peuvent être observées. La première contribution est une contribution de type aéroacoustique et est appelée contribution directe. Elle est due à la génération d'ondes acoustiques par les fluctuations de pressions générées par la couche limite turbulente. La deuxième contribution est due à des mécanismes de vibro-acoustique et est appelée contribution indirecte. Elle est due à l'excitation structurale engendrée par les fluctuations de pression sur la paroi du véhicule. Les fluctuations de pression d'une couche limite turbulente sont de plus responsables de la génération d'un rayonnement acoustique qui est de même nature que celui de la contribution directe mais qui est dirigé vers l'extérieur du véhicule. Dans le cadre de cette thèse, des calculs directs à l'aide d'un solveur numérique permettant la résolution des équations de Navier-Stokes en régime compressible sont réalisées pour des cas de couches limites avec gradients de pression adverses et favorables. L'étude de ces résultats nous permet de mettre en évidence l'augmentation des niveaux du rayonnement acoustique avec un gradient adverse et leur diminution avec un gradient favorable en comparaison du cas sans gradient de pression. De plus, l'étude des spectres de la pression fluctuante sous les différentes couches limites étudiées, a également permis d'observer l'augmentation des deux contributions au bruit de couche limite, à savoir les contributions directe et indirecte avec un gradient de pression adverse et leur diminution avec un gradient de pression favorable. On observe de plus que ces effets sont amplifiés avec l'augmentation de l'intensité du gradient.

Mots clés : couche limite, turbulence, compressible, gradient de pression adverse et favorable, pression pariétale, spectre fréquence-nombre d'onde, aéroacoustique.

STUDY OF WALL PRESSURE FLUCTUATIONS AND NOISE FROM TURBULENT BOUNDARY LAYERS WITH PRESSURE GRADIENTS.

ABSTRACT: The aim of this study is to provide a better understanding of the effects of a pressure gradient on an equilibrium turbulent boundary layer. In particular, the effects on the aerodynamic part and on the turbulent boundary layer noise are studied here. In fact, in the framework of transport industry, boundary layers constitute a fundamental source of aerodynamic noise. A turbulent boundary layer over a wall can provide a direct and an indirect contribution to the noise felt inside a vehicle. The indirect contribution corresponds to the structural excitation of the structure below and the direct contribution consists in the propagation of pressure waves. Wall pressure fluctuations are also responsible for the propagation of pressure waves outside the turbulent boundary layer. In this regard, simulations of turbulent boundary layers in presence of adverse and favorable pressure gradients are carried out using direct noise computation by solving the compressible Navier-Stokes equations. This method provides the direct contribution and the wall pressure fluctuations, which are responsible for the indirect contribution to the aerodynamic noise. Results show that an adverse pressure gradient leads to higher levels of the direct acoustic emission whereas lower levels are obtained in presence of a favorable pressure gradient in comparison to the zero gradient case. The study of the spectra of the wall pressure fluctuations for the different gradients cases we present, yield to the same hierarchy of levels. We further observed that these effects are amplified with the increase in the intensity of the gradient.

Keywords: boundary layer, turbulence, compressible, adverse and favorable pressure gradient, wall pressure fluctuations, frequency-wavenumber spectrum, aeroacoustic.

ARTS ET MÉTIERS ParisTech

ParisTech
INSTITUT DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES
PARIS INSTITUTE OF TECHNOLOGY