



HAL
open science

Etude microscopique de la distribution en impulsion de condensats de Bose-Einstein d'Hélium métastable

Quentin Bouton

► **To cite this version:**

Quentin Bouton. Etude microscopique de la distribution en impulsion de condensats de Bose-Einstein d'Hélium métastable. Optique [physics.optics]. Université Paris Saclay (COMUE), 2016. Français. NNT : 2016SACLO010 . tel-01403320

HAL Id: tel-01403320

<https://pastel.hal.science/tel-01403320>

Submitted on 25 Nov 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

NNT : 2016SACLO010

THESE DE DOCTORAT
DE L'UNIVERSITE PARIS-SACLAY

préparée à
L'INSTITUT D'OPTIQUE GRADUATE SCHOOL

ÉCOLE DOCTORALE N°572
Ondes et Matière (EDOM)

Spécialité de doctorat : Physique

par

Quentin Bouton

Étude microscopique de la distribution en
impulsion des condensats de Bose-Einstein
d'Hélium métastable

Thèse présentée et soutenue à Palaiseau, le 08 novembre 2016

Composition du jury :

M. Jean-Claude Garreau	Rapporteur	Laboratoire PhLAM
M. Fabrice Gerbier	Rapporteur	laboratoire Kastler Brossel
M. Pierre Pillet	Examineur	Laboratoire Aimé Cotton
Mme. Patrizia Vignolo	Présidente du jury	Institut Non Lineaire de Nice
M. Artur Widera	Examineur	TU Kaiserslautern
M. Christoph Westbrook	Directeur de thèse	Institut d'Optique Graduate School
M. David Clément	co-encadrant	Institut d'Optique Graduate School

Table des matières

1	Refroidissement Doppler et Sub-Doppler d'un gaz d'Hélium métastable	1
1.1	Réalisation d'un piège magnéto-optique	2
1.1.1	Production de jet d'atomes ralentis	3
1.1.2	Piège-Magnéto-Optique	4
	Caractéristique du Piège-Magnéto-Optique	8
1.1.3	Piège magnéto-optique comprimé (CMOT)	12
1.2	Limite du refroidissement Doppler	15
1.2.1	Considérations théoriques	15
1.2.2	Observation de la limite Doppler à 3D	18
1.3	Refroidissement Sub-Doppler dans les mélasses grises	21
1.3.1	Modèle à une dimension en Λ	21
1.3.2	Résultats expérimentaux	24
2	Une nouvelle approche pour la production d'un condensat de Bose-Einstein d'Hélium métastable	29
2.1	Utilisation d'un piège magnétique quadrupolaire pour charger un piège optique : méthode et dispositif	31
2.1.1	Description théorique de l'approche :	31
2.1.2	Description du piège hybride mis en place sur l'expérience :	37
2.2	Piège magnétique quadrupolaire : chargement, pertes Majorana et évaporation RF	42
2.2.1	Chargement dans le piège magnétique :	42
2.2.2	Pertes par effet Majorana	47
2.2.3	Évaporation radio-fréquence	51
2.3	Réalisation de condensats de Bose-Einstein dans un piège optique	57
2.3.1	Chargement du piège Hybride	57
2.3.2	Évaporation optique et condensation de Bose-Einstein	60
2.3.3	Caractérisation des condensats de Bose-Einstein produits	68
2.4	conclusion	69
3	Détection d'atomes uniques dans l'espace des impulsions	71
3.1	Détecteur avec galette à micro-canaux	72
3.1.1	Chaîne de détection :	72
3.1.2	Résolution du détecteur	76
3.2	Transfert de population dans l'état $m_F = 0$	79
3.2.1	Transfert optique	79
3.2.2	Transfert radio-fréquence	82
3.3	Une analogie avec l'optique : le champ lointain	84
3.3.1	Le champ lointain en optique	84

3.3.2	Le champ lointain avec une onde de matière cohérente	85
3.3.3	Une expansion particulière : le nuage mixte (condensat de Bose-Einstein et nuage thermique)	88
3.4	Mesures de distributions atomique tridimensionnelle	91
3.4.1	Nuage thermique	91
3.4.2	Mesure de corrélation d'ordre 2 dans le nuage thermique	92
3.4.3	Condensat de Bose-Einstein	93
3.5	Conclusion	95
4	Déplétion quantique dans un condensat de Bose-Einstein gazeux	97
4.1	Théorie de Bogoliubov pour un condensat de Bose-Einstein	98
4.1.1	Hamiltonien de Bogoliubov d'un système Homogène	98
4.1.2	Fonction d'onde de l'état fondamental	102
4.1.3	Population de la partie déplétée	103
4.2	Résultats expérimentaux de la déplétion dans un condensat de Bose-Einstein	106
4.2.1	Mesure de la distribution en impulsion asymptotique $n_\infty(k)$:	108
4.2.2	Analyse des distributions $n_\infty(k)$	109
4.2.3	Effet de la température sur $n_\infty(k)$	112
4.3	conclusion	117
5	Gaz de bosons superfluides sur réseau	119
5.1	Description de l'état quantique à N-corps de l'Hamiltonien de Bose-Hubbard dans le régime superfluide	120
5.1.1	Hamiltonien de Bose-Hubbard	120
5.1.2	Développement de Bogoliubov sur réseaux dans le cas homogène	121
5.1.3	Système piégé : approximation de densité Locale (LDA)	125
5.2	Mise en place du réseau optique sur l'expérience	129
5.2.1	Mise en place expérimentale du réseau	129
5.2.2	Calibration de la profondeur du réseau	131
5.2.3	Chargement adiabatique du réseau optique	133
5.3	Résultats expérimentaux préliminaires sur la distribution $n_\infty(k)$ d'un superfluide corrélé	137
5.3.1	Étude de $n_\infty(k)$ en fonction de l'amplitude du réseau V_0	140
5.3.2	Étude de $n_\infty(k)$ en fonction de la température T	144
5.3.3	conclusion	144
A	Corrélation d'ordre 2 $G(k, k') = \langle n(k)n(k') \rangle - \langle n(k) \rangle \langle n(k') \rangle$ dans un système homogène en faible interaction dans le cadre de la théorie de Bogoliubov	151
B	Calcul du coefficient tunnel J dans le modèle de Bose-Hubbard	153
C	Calcul du coefficient d'interaction U dans le modèle de Bose-Hubbard	157

Remerciements

Ces trois années de thèse se sont déroulées à l'Institut d'Optique. Je remercie les directeurs successifs du laboratoire Charles Fabry, Pierre Chavel et Patrick Georges de m'y avoir accueilli.

C'est trois années de thèse ont été l'occasion de rencontrer de nombreuses personnes. Je voudrais remercier tous ceux qui ont participé de près ou de loin à mon travail. Tout d'abord, je souhaiterais remercier David Clément avec qui j'ai travaillé au quotidien et dont les qualités scientifique et humaines sont remarquables. Je lui suis particulièrement reconnaissant de m'avoir fait confiance sur ce projet ambitieux et pour sa très grande disponibilité. Je voudrais également le remercier pour son continuel soutien et la proximité de nos interactions qui ont été pour moi un élément important ! C'est à son contact que j'ai appris le plus de Physique au cours de ma thèse. Il m'a beaucoup marqué par ses qualités d'expérimentateur. Sa façon de faire de la physique est celle dont j'aimerais être capable. J'aimerais également le remercier pour ses conseils et ses avis qui sont importants pour moi. Je voudrais aussi remercier Chris Westbrook avec qui j'ai eu le plaisir, tout au long de ma thèse, d'avoir des discussions scientifiques (et autres) très intéressantes et productives.

Je remercie Fabrice Gerbier et Jean-claude Garreau d'avoir rapporté mon travail de thèse et pour avoir jugé avec attention mes travaux et pour les commentaires et corrections détaillés améliorant la qualité de ce manuscrit, ainsi que les discussions de celui-ci. Je remercie également Patrizia Vignolo, Pierre Pillet et Artur Widera d'avoir accepté de faire partie de mon jury et des remarques pertinentes qui ont été faites.

Les travaux présentés dans ce qui suit ont été le fruit d'un travail d'équipe et je voudrais commencer par remercier Rockson Chang avec qui j'ai essentiellement travaillé durant ma thèse. Rockson est également un scientifique hors pair, au contact duquel j'ai aussi énormément appris. Je lui souhaite bonne chance dans sa nouvelle vie à New-York. Mes premiers pas sur l'expérience, bien qu'à un stade peu avancé, ont été effectués avec Lynn Hoendervanger et Yami Fang avec qui je garde un excellent souvenir. Nous avons plus tard accueilli dans nos rangs Hugo Cayla, qui s'est très vite adapté et rendu indispensable. Je lui souhaite bon courage pour la suite (que ce soit d'un point de vue scientifique ou cinématographique). Enfin je voudrais souhaiter bonne chance aux derniers arrivés, Marco Mancini et Cécile Carcy (que nous avons eu également le plaisir d'avoir en stage l'an dernier) et remercier tous les stagiaires qui nous ont prêté main fortes durant ces trois années : Kévin Audo et Tobias Klafka.

L'environnement scientifique offert par le groupe atomes-froids du laboratoire est remarquable, et j'ai profité des échanges avec ses différents membres. Je remercie donc

l'ensemble des permanents du groupe optique atomique. L'excellente ambiance dans le groupe leur doit beaucoup. J'ai aussi eu plaisir à discuter avec les membres du groupe optique quantique que je remercie.

Je voudrais remercier tous les doctorants et post-doctorants que j'ai connu : Aisling, Raphael, Josselin, Almaz, Guilhem, Bess, Laurianne, Samuel, Killian, Jérémie, Guillaume, Valentin, Steven, Amaudric, Lorenzo, Cécile, Vincent, Pierre, Anaïs, Maxime, Maximilian. Merci pour tous les moments inoubliables (sorties, conférences, école des Houches, équipe de foot,...)

Mes remerciements vont aussi aux services techniques, qui ont été mis à forte contribution lors de la construction de l'expérience. Merci donc aux services électroniques, mécaniques et administratifs pour leur patience. J'ai eu la chance de pouvoir enseigner durant 3 ans à l'Institut d'Optique et je tenais à remercier l'ensemble du corps enseignant ainsi que toutes les personnes avec qui j'ai pu enseigner (Sylvie Lebrun, Charles Bourassin-Bouchet, Julien Villemejeane, Nouari kebaili, Gaetan Messin, Fabienne Bernard ...).

Pour finir, je voudrais remercier mes amis et ma famille qui m'ont toujours soutenu pendant ces 3 années. J'ai eu aussi la chance d'avoir une famille attentionnée. Une mention spéciale pour mon père, qui a suivi au quotidien mes travaux, même si son intérêt pour la science reste limitée et à Mélanie pour avoir su prendre sa place naturellement dans tout ça, se rendant indispensable. Son rire et son sourire ont été ma raison d'être.

Introduction

La mécanique quantique bouleverse la vision du monde et fait émerger des concepts surprenants comme la dualité onde-corpuscule. Au cours de ce développement, la mécanique quantique se révéla être très féconde en résultats. Depuis quelques dizaines d'années, la mécanique quantique a même amorcé sa "deuxième révolution" avec les progrès technologiques et l'utilisation directe de ses concepts les plus singuliers, comme la non-localité qui débouchent sur des applications concrètes comme en cryptographie par exemple. Malgré ces nombreux succès, les systèmes quantiques à N-corps en interactions restent encore très largement des problèmes ouverts. Une des premières observations macroscopiques de systèmes quantiques très fortement corrélés a lieu en 1911 avec Kamerlingh-Onnes et son équipe. Ils observent que la résistance du mercure devient nulle en dessous d'une température de 4.2 K. C'est la première observation d'un état supraconducteur. Onnes dira plus tard :

L'expérience ne laisse aucun doute que, aussi loin qu'on puisse le mesurer, la résistance a disparu. Cependant au même moment, un imprévu s'est produit. La disparition n'a pas eu lieu progressivement, mais brusquement. De 1/500 à 4.2 K, on a pu constater que la résistance était devenue inférieure à un sur mille millions de sa valeur à température normale. Ainsi, le mercure à 4,2 K est entré dans un nouvel état qui, en raison de ses propriétés électriques particulières, peut être appelé l'état supraconducteur.

Ses investigations des propriétés de la matière à très basses températures (on peut citer la liquéfaction de l'Hélium) seront récompensées du prix Nobel de Physique en 1913. Une autre manifestation macroscopique de systèmes en fortes interactions est découverte quelques années plus tard : le comportement superfluide (état de la matière dans lequel celle-ci se comporte comme un fluide dépourvu de toute viscosité) de l'Hélium 4 au dessous de 2.17 K. Cette découverte est annoncée en 1938 dans deux papiers : l'un par Peter Kapitza [1] et l'autre par deux jeunes physiciens Canadiens Jack Allen et Don Misener [2]. Une autre particularité de ces systèmes est la présence de vortex (présence de tourbillons possédant une vorticité quantifiée). Bien que prévue dans les années 60 par Feynman et Onsager, la présence de ces vortex fut difficile à observer expérimentalement à cause de leur taille de l'ordre de la distance inter-atomique. Il faut attendre 1979 et l'expérience de Packard pour pouvoir les observer directement [3].

Les interactions entre atomes jouent un rôle crucial et compliquent considérablement la description des ces 2 systèmes quantiques. Aujourd'hui encore, de nombreuses questions restent ouvertes sur ces deux états quantiques. La résolution analytique de l'équation de Shrodinger pour la fonction d'ondes à N-corps $\psi(r_1, r_2, \dots, r_N)$ de ces problèmes, avec la contrainte de symétrisation, à savoir que la fonction d'onde d'un ensemble de particules est soit symétrique (bosons) soit anti-symétrique (fermions) par permutation de deux particules, n'est pas possible (sauf dans des cas extrêmement

rare comme l'ansatz de Bethe pour résoudre des problèmes unidimensionnels). Le traitement numérique devient, quant à lui, très vite limité à cause de la croissance exponentielle des dimensions lorsque l'on considère un système constitué de plusieurs particules. Une première approche consiste à proposer des modèles simples qui permettent de reproduire les propriétés globales du système considéré. C'est dans cet esprit que les physiciens Ginzburg et Landau introduisent, dans les années 50, pour décrire les supraconducteurs, le modèle de l'électron se comportant comme un superfluide baignant dans un fluide normal, avec l'aide de l'équation sous sa forme simplifiée :

$$i\hbar \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2} \nabla^2 u + gu(|u|^2 - 1) \quad (1)$$

où u représente la densité du superfluide qui s'écoule sans friction, alors que le reste de la matière est supposée être un fluide normal (g est une constante). u est le paramètre d'ordre du système. Ce modèle simple rend bien compte de certaines propriétés des supraconducteurs comme la superfluidité, mais reste très limité du fait des fortes interactions entre atomes. Un autre exemple de modèle simple est le modèle de Fermi-Hubbard qui a été introduit dans les années 60 indépendamment par Gutzwiller [4], Hubbard [5] et Kanamory [6] pour décrire les électrons dans un solide et a depuis fait l'objet d'un intérêt particulier en tant que modèle pour la supraconductivité à haute température (plus quelques ingrédients supplémentaires). L'Hamiltonien de Fermi-Hubbard s'écrit (en notant $\sigma = \uparrow, \downarrow$ le spin des électrons) en seconde quantification :

$$\hat{H} = -J \sum_{\langle n,m \rangle} (\hat{c}_{n,\sigma}^\dagger \hat{c}_{m,\sigma} + hc) + U \sum_n \hat{n}_{n,\uparrow} \hat{n}_{n,\downarrow} \quad (2)$$

où $\hat{c}_{n,\sigma}^\dagger$ est l'opérateur de création d'un fermion de spin σ sur le n^{ieme} site du réseau. L'opérateur $\hat{n}_{n,\sigma} = \hat{c}_{n,\sigma}^\dagger \hat{c}_{n,\sigma}$ est l'opérateur densité. Le coefficient J représente le couplage tunnel entre deux sites adjacents du réseau et le coefficient U l'interaction de deux électrons sur un même site. Ce modèle prédit la transition métal/isolant de Mott. Ce modèle a aussi été introduit par Anderson (qui porte le nom d'Hamiltonien d'Anderson) pour décrire la transition isolant/métal induite non plus par les interactions mais par le désordre. Cependant malgré sa simplicité, le modèle de Fermi-Hubbard n'est pas bien compris et il n'existe pas de méthodes numériques fiables pour un grand nombre de particules. Bien que le diagramme de phase de l'Hamiltonien de Fermi-Hubbard soit étudié depuis plusieurs années, sa nature exacte fait toujours l'objet de débat.

Ainsi si les ordinateurs classiques sont dans l'incapacité (temporaire ?) de résoudre les problèmes quantiques à N-corps, Feynman [7] envisage une solution analogique : simuler le système quantique étudié avec des constituants se comportant de manière quantique. Ainsi si on prépare un système quantique décrit par un des modèles développés précédemment, effectuer une mesure sur celui-ci reviendrait à résoudre analogiquement le modèle en question. C'est l'idée de simulation quantique. Or les systèmes d'atomes froids, de par leur versatilité, sont de bons candidats.

Les atomes froids : un outil idéal pour la simulation quantique

L'intérêt des atomes froids réside en grande partie dans le contrôle d'un nombre important de paramètres, qui permet de simuler des modèles de la matière condensée. Les premières expériences d'atomes froids étaient centrées sur l'étude de l'action mécanique de la lumière sur les atomes avec les études sur le refroidissement Doppler et Sub-Doppler [8], Raman [9],... Ces techniques permettent de refroidir les nuages atomiques de plusieurs ordres de grandeurs en dessous de la température ambiante, mais ne sont pas suffisantes pour atteindre le seuil de dégénérescence quantique. Ce n'est qu'en 1995, avec le refroidissement évaporatif, que les groupes d'E.A Cornell et C.W Wieman à Boulder [10] et W.Ketterle au MIT [11] parviennent pour la première fois à produire un condensat de Bose-Einstein. Quatre années plus tard, B. DeMarco et D.S Jin réussissaient à produire la première mer de Fermi au dessous de la température de Fermi [12]. Depuis les outils pour la manipulation des gaz dégénérés se sont considérablement développés, étendant toujours plus le champ d'exploration des propriétés de la matière à basse température. Les expériences d'atomes froids ouvrent la possibilité, par exemple de :

- placer les atomes dans différents types de potentiels extérieurs : harmoniques, boîtes [13],...
- réduire la dimension des systèmes [14].
- créer des potentiels désordonnés [15].
- modifier les interactions courtes-portées avec la découverte des résonances de Feshbach [16]. Les interactions longues portées sont également accessibles avec des états de Rydberg [17], ou des atomes fortement magnétiques [18].
- mettre des atomes dans un réseau optique pour créer l'Hamiltonien de Bose-Hubbard [19] ou Fermi-Hubbard [20].
- créer des champs de jauges artificiels [21].
- créer des mélanges entre espèces [22].
- etc...

Les atomes froids représentent ainsi une plateforme idéale. On peut créer d'une part des systèmes quantiques faiblement corrélés qu'on peut comparer directement à des théories ou modèles simples. Ces systèmes servent alors à les valider comme simulateurs quantiques. D'autre part on peut créer des systèmes fortement corrélés pour lesquels les simulations numériques échouent à donner une représentation de la réalité. Ces systèmes servent alors de simulateurs quantiques. Les physiciens de la communauté des atomes froids vont alors développer les outils expérimentaux pour caractériser l'état quantique du système qu'ils étudient.

Un exemple de systèmes quantiques en faibles interactions : le condensat de Bose-Einstein

La création de condensats de Bose-Einstein (BEC) permet de confirmer certaines prédictions théoriques. Contrairement à l'Hélium liquide, un nuage d'atomes ultra-froids est un gaz quantique en faible interaction et la proportion d'atomes dans les états excités est négligeable et pratiquement tous les atomes occupent le même état à une particule ψ . La description du condensat en terme de fonction d'onde macroscopique

ψ donne une fidèle représentation du système. Elle est régit par l'équation suivante :

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi + g|\psi|^2 \psi + V_{ext} \psi \quad (3)$$

Cette équation, qui porte le nom d'équation de Gross-Pitaeskkii, est formellement similaire à l'équation introduite par Ginzburg et Landau pour décrire la supraconductivité (équation (1)). Cette description permet de très bien décrire quantitativement le BEC, comme par exemple la mise en rotation qui s'accompagne de la création de vortex [23], une signature du caractère superfluide du BEC. Mais il est possible d'aller plus loin et de décrire également les atomes non condensés. Pour des fractions non condensées faibles, un traitement approché, introduit dès 1947 par N. Bogoliubov [24, 25], permet une description microscopique des particules excitées hors du condensat à cause des interactions entre atomes ou à cause de la température (fluctuations quantiques et thermiques). Cette approche montre que les excitations à basses énergies sont des excitations de modes collectifs du nuage, appelées phonons. Les mesures sur les nuages d'atomes froids permettent de vérifier précisément la validité de la relation de dispersion de Bogoliubov [27]. Cela a aussi été vérifié expérimentalement pour l'Hélium liquide [26]. Ainsi l'étude de ce système en faible interaction a l'avantage de pouvoir se comparer directement avec des théories et de servir de base pour l'étude des systèmes en fortes interactions. Malgré cela, certaines prédictions microscopiques de ce modèle n'avaient toujours pas été observées, comme la distribution en impulsion associée à la déplétion quantique, et ont fait l'objet d'investigations durant cette thèse.

Les systèmes quantiques fortement corrélés avec les atomes froids

Grâce aux résonances de Feshbach, il est possible de changer la force des interactions de contacts entre atomes et de rentrer dans des régimes en très fortes interactions. Un exemple est le régime unitaire, où la longueur de diffusion diverge. Cela correspond à une situation peu habituelle où le gaz est dilué mais interagit très fortement. Ce régime a été étudié à travers des mesures thermodynamiques comme la pression du gaz [28]. Ces systèmes sont de bons exemples de systèmes très fortement corrélés qu'on peut aller explorer avec les atomes froids.

Un deuxième exemple de systèmes corrélés qui a pris beaucoup d'importance ces dernières années est le système de Bose/Fermi-Hubbard qu'on peut simuler avec les gaz quantiques. La réalisation de l'Hamiltonien de Bose-Hubbard va être proposée pour la première fois par le papier précurseur de Jacksh et al en 1998 [29]. L'observation expérimentale de la transition superfluide-insolant de Mott dans les années 2000 [19] marque le début de l'âge des études expérimentales et théoriques des atomes froids sur réseau. La grande force des gaz quantiques réside dans le contrôle très précis des paramètres de l'expérience. Le développement des techniques d'imagerie a permis de contrôler et de détecter un atome unique dans un isolant de Mott bosonique en forte interaction [30, 31] avec la mise au point de "microscopes pour gaz quantique". Récemment, ce type de technique a été mis en place sur des systèmes de fermions [32, 33, 34] pour se rapprocher des modèles de la supraconductivité. Dans une approche similaire aux "microscopes pour gaz quantiques", mais dans l'espace des impulsions et non plus des positions, nous avons étudié et caractérisé les fonctions de corrélations de bosons

dans la partie superfluide.

Notre expérience :

C'est dans ce contexte que s'inscrivent ces travaux de thèse. Ils ont été effectués au laboratoire Charles Fabry dans l'équipe de David Clément sur une toute nouvelle expérience d'atomes froids utilisant l'Hélium-4 (bosons) et qui permet d'utiliser un détecteur bien adapté pour mesurer les corrélations entre particules et caractériser les états quantiques des systèmes créés expérimentalement. Le détecteur utilisé dans notre expérience n'est pas basé sur les techniques d'imagerie optique. Il tire partie de la forte énergie interne de l'état métastable de l'Hélium (un état excité de longue durée de vie) pour réaliser une détection électronique : l'atome, en touchant le détecteur, va libérer un premier électron, qui va être ensuite amplifié pour créer un signal électronique. Cette détection électronique du nuage permet de reconstruire la position à trois dimensions de chaque atome après un temps de vol, donnant ainsi accès à la distribution en impulsion. Nous pouvons ainsi sonder les prédictions microscopiques des modèles. Cette approche de détection est similaire aux "microscopes pour gaz quantique" évoqués précédemment puisque les deux techniques reposent sur la détection d'atomes individuels pour accéder aux corrélations quantiques qui caractérisent le système étudié.

Une première étude a porté sur le BEC, système quantique faiblement corrélé. Nous avons pu observer pour la première fois les particules excitées hors du condensat à cause des interactions (déplétion quantique) grâce à notre détection d'atomes unique dans l'espace des impulsions. Nous avons alors pu observer que la distribution atomique avait le même comportement que celle prévue par la théorie de Bogoliubov pour les larges impulsions k : le comportement algébrique observé est une signature des interactions à 2 corps alors que l'amplitude des ailes de cette distribution, caractérisée par un coefficient C , est une signature de la déplétion quantique. Il est à noter que la prédiction de Bogoliubov pour la distribution des particules excitées thermiquement avait déjà été observée pour un système d'excitons-polarons [35].

Ensuite, pour tendre vers des systèmes quantiques plus corrélés, nous avons mis en place sur l'expérience un réseau tridimensionnel pour étudier la physique de Bose-Hubbard. Nous nous sommes focalisés sur la partie superfluide, région intermédiaire entre un système en faibles interactions et fortes interactions. En effet la théorie de Bogoliubov commence à ne plus être très bien adaptée pour décrire le système quand on se dirige vers la transition de phase superfluide-isolant de Mott.

Cependant, avant de pouvoir étudier et caractériser ces états quantiques, il a fallu construire le dispositif expérimental (à mon arrivée sur l'expérience, la chambre de science n'était pas connectée au Zeeman), ce qui a constitué une partie importante du travail de thèse. Nous avons développé une approche hybride pour la réalisation du condensat de Bose-Einstein, cette dernière possédant divers avantages par rapport à la solution du piégeage magnétique utilisée jusque-là pour l'Hélium (environnement non-magnétique, large accès optique, cycle expérimental rapide et reproductible). Dans

un souci d'efficacité du cycle expérimental (par efficacité on entend produire rapidement un condensat avec un grand nombre d'atomes), nous avons optimisé les premières phases du cycle expérimental : les phases de refroidissement laser. Cette optimisation permet de commencer les phases de refroidissement évaporatif dans de meilleures conditions, et donc de pouvoir réduire la durée du cycle expérimentale et d'obtenir des nuages froids avec un grand nombre d'atomes. C'est pour cela qu'après avoir étudié le refroidissement Doppler, nous avons mis en place un refroidissement Sub-Doppler appelé mélasses grises. Le processus de mélasses grises, mis en évidence dans les années 1990 dans le cadre des recherches sur le refroidissement atomique [36], est en effet revenu sur le devant de la scène ces dernières années [37, 38, 39, 40] car il permet de refroidir efficacement le nuage et ainsi d'améliorer la production de gaz quantique dégénéré.

Plan de thèse :

La thèse est organisée en cinq chapitres. On y présente un nouveau dispositif expérimental pour sonder les systèmes quantiques :

- Le **premier chapitre** est consacré à la description du dispositif expérimental construit pour capturer et piéger les atomes et à la mise en œuvre des différentes méthodes de refroidissement par laser. La première technique de refroidissement étudiée est le refroidissement Doppler car on peut utiliser l'Hélium pour parvenir à une situation dans laquelle les prédictions du modèle de refroidissement Doppler sont vérifiées. Cela nous a permis de réaliser la limite Doppler sur l'expérience à 3 dimensions, qui n'avait jamais été observée auparavant. Cette phase est suivie d'une phase de mélasses grises pour abaisser la température et améliorer les conditions initiales de la technique utilisée pour produire le BEC.
- Le **deuxième chapitre** décrit l'approche hybride mise en place. Cette méthode combine l'avantage d'une grande capture du nombre d'atomes dans le piège magnéto-optique et d'une évaporation rapide dans le piège optique. Finalement l'expérience est capable de produire des BEC tous les 6 secondes avec $N \simeq 10^5$ atomes.
- Le **troisième chapitre** porte sur la mise en place du détecteur électronique sur l'expérience. Nous y exposerons son principe et ses caractéristiques. Nous verrons en particulier comment reconstruire les distributions, en faisant attention à ce qu'elles ne soient pas perturbées par l'environnement extérieur (champs magnétiques,...).
- Dans le **quatrième chapitre**, nous menons une étude avec notre détecteur de la déplétion quantique sur le condensat, au niveau microscopique, en mesurant la distribution après temps de vol. Nous avons alors pu observer la loi algébrique en $1/k^4$ prédite par Bogoliubov pour de larges impulsions k .
- Le **cinquième chapitre** étudie la physique de Bose-Hubbard. On se focalise en particulier sur la partie superfluide du système, qu'on caractérise avec notre détecteur. La validité du traitement de Bogoliubov peut être remise en question dans ce type de système. C'est pourquoi cette étude est directement comparée à des simulations numériques (Monte Carlo Quantique).

CHAPITRE 1

Refroidissement Doppler et Sub-Doppler d'un gaz d'Hélium métastable

Ce chapitre est consacré à la description du dispositif expérimental construit pour capturer et piéger les atomes dans un piège Magnéto-optique ainsi qu'à la mise en œuvre des différentes méthodes de refroidissement par laser : ce sont les premières étapes vers la production de condensat de Bose-Einstein dans une expérience d'atomes froids. Ces étapes servent à charger dans les meilleures conditions possibles le piège magnétique, qui constitue le point de départ de la méthode mise en place pour l'obtention d'un gaz quantique dégénéré (chapitre 2).

Nous décrivons dans un premier temps l'ensemble du système expérimental servant au piégeage du jet ralenti d'Hélium métastable ($^4\text{He}^*$) dans un piège-magnéto-optique (PMO). La technique du PMO utilise à la fois le refroidissement d'atomes par laser et le piégeage magnétique afin de confiner spatialement les atomes. Six faisceaux lasers, disposés par paire se propageant dans des sens opposés, selon trois directions orthogonales, assurent le refroidissement par effet Doppler des atomes. À ce refroidissement des atomes se combine un dispositif de piégeage magnétique utilisant un champ magnétique quadrupolaire, qui vise à assurer le confinement des atomes refroidis, en utilisant l'effet Zeeman. Le travail sur le PMO, réalisé en début de thèse, est également décrit en détail dans la première et précédente thèse [41].

Ensuite nous étudierons le refroidissement Doppler d'un atome à 2 niveaux. Cette étude est motivée par un paradoxe : alors que ce mécanisme simple et élégant est aujourd'hui enseigné dans presque tous les cours de refroidissements lasers, la limite Doppler n'avait jamais été observée à 3 dimensions. Nous montrerons que malgré la présence de plusieurs sous-niveaux fondamentaux (transition $J' = 1 \rightarrow J = 2$), on peut utiliser $^4\text{He}^*$ pour parvenir à une situation dans laquelle les prédictions du modèle de refroidissement Doppler sont vérifiées et la limite Doppler est réalisée sur l'expérience.

Pour ne plus être limité par l'effet Doppler et abaisser la température, nous avons également mis en place un refroidissement sub-Doppler appelé mélasses grises. Cette méthode très efficace fonctionne dans le bleu d'une transition $J \rightarrow J$. La structure atomique de la transition choisie pour étudier ce mécanisme (transition $J' = 1 \rightarrow J = 1$) est celle d'un système à 3 niveaux en configuration dite Λ dans un champ laser $\sigma^+ - \sigma^-$. Cette étape nous a permis d'atteindre des températures sub-Doppler avec une très grande efficacité de capture (90% des atomes sont capturés et refroidis).

1.1 Réalisation d'un piège magnéto-optique

Le schéma général de l'expérience est représenté sur la figure 1.1. Il peut être découpé en quatre parties : la source à décharge qui produit des atomes dans l'état métastable, la collimation transverse assurée par une melleuse à deux dimensions, le ralentissement longitudinal du jet atomique et le piègeage du jet ralenti dans une enceinte ultra-vide.

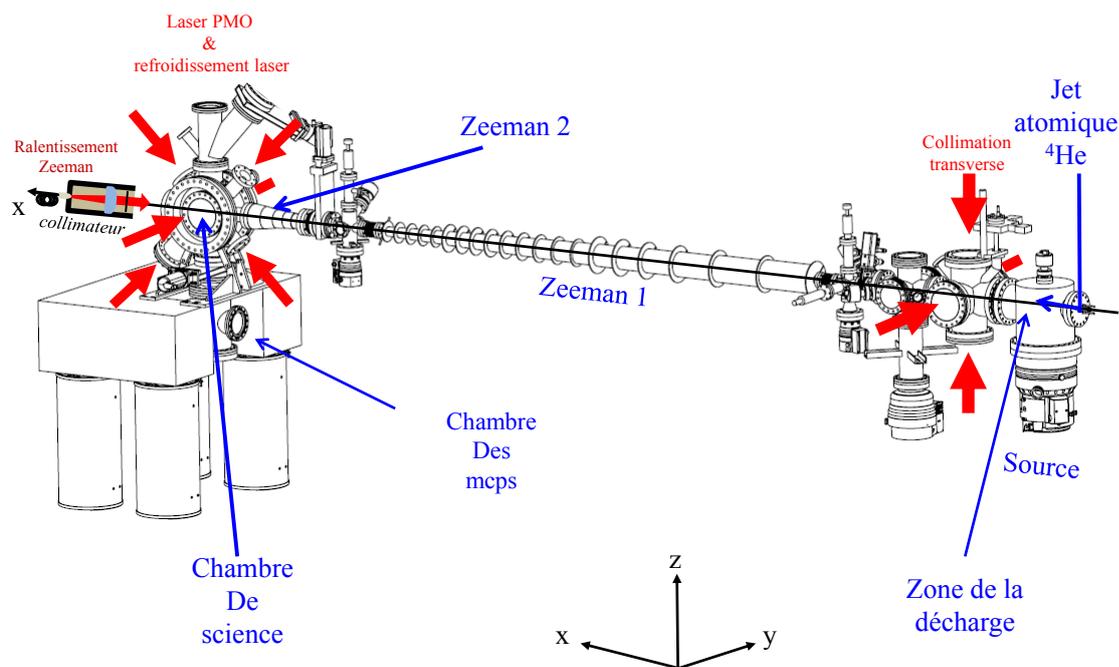


FIGURE 1.1 – Schéma général de l'expérience. Les atomes arrivent sur la droite (partie source) et passent ensuite dans le ralentissement Zeeman pour finir dans la chambre de science.

Cette section décrit d'abord de manière succincte le dispositif expérimental conduisant à la production du jet d'atomes métastable. Pour plus d'information, on pourra se reporter à la précédente thèse réalisée par Lynn Hoendervanger [41] qui décrit cela en détail.

Enfin nous présenterons le PMO ainsi que le système d'imagerie optique mis en place pour le caractériser. Nous verrons qu'en raison de l'état interne de l'atome utilisé (proche du continuum d'ionisation), des collisions à deux corps non élastiques et assistées par la lumière (appelées collisions Penning) interdisent l'obtention de grandes densités dans les gaz d' He^* refroidis par laser. La conséquence de cette situation, inhabituelle au regard des gaz refroidis par laser d'autres espèces non métastables, est que la diffusion multiple de photons est inhibée. Les lois d'échelles du fonctionnement du PMO (taille, température en fonction du biais magnétique ou de l'intensité lumineuse des faisceaux) sont données par la simple théorie Doppler.

1.1.1 Production de jet d'atomes ralentis

La source

La production d'un jet d'atomes métastables est réalisée à l'aide d'une source à décharge [70, 71]. Son schéma est représenté sur la figure 1.2. Le flux d'Hélium dans l'état fondamental 1^1S_0 est contrôlé par une vanne Pfeiffer (EVN 116 gas dosing). La pression de travail dans la partie source est de 2.5×10^{-5} mbar et la décharge est établie entre la pointe (-2.7 kV) et le skimmer (à la masse). Une résistance ($R = 200 \text{ k}\Omega$) en série avec la décharge stabilise la source et le courant de fonctionnement est de 11 mA. La production d'Hélium dans l'état métastable 2^3S_1 lors de la décharge est estimée à $\sim 10^{-4}$. La source est refroidie à l'azote liquide ($T=77 \text{ K}$) pour réduire la vitesse des atomes en sortie (et avoir un ralentisseur Zeeman de taille raisonnable). Les caractéristiques de la source sont décrites en détail dans [41] : les atomes sortent avec une vitesse moyenne longitudinale de 1200 m/s et transverse de 50 m/s. Le flux atomique est de 4×10^{12} atomes/s.

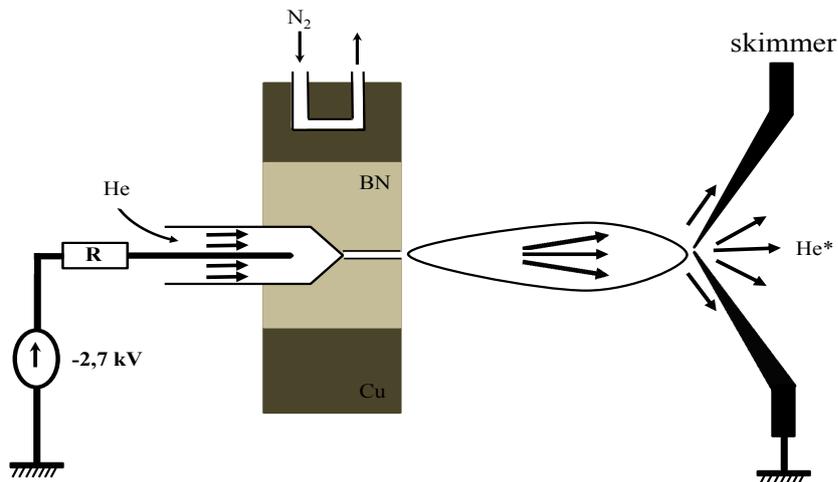


FIGURE 1.2 – Principe de fonctionnement de la source. Le plasma est créé entre la pointe (anode à -2.7 kV) et le skimmer (0 V). Il est refroidi par de l'azote liquide pour limiter la vitesse du jet de sortie. NB est le nitrure de bore (céramique très bonne conductrice thermique et isolante électrique) et Cu le cuivre.

Mélasse transverse et Ralentisseur Zeeman

Une fois les atomes sortis de la source, leur vitesse moyenne transverse est de 50 m/s. Ils ont encore 2 m à parcourir dans le ralentisseur Zeeman pour arriver dans la chambre de science : peu d'atomes pourront donc être capturés dans le PMO (Le PMO est formé par des faisceaux dont le diamètre est de 3.04 cm). On réduit la vitesse moyenne transverse en refroidissant transversalement le jet à l'aide d'une mélasse à deux dimensions placée après le skimmer en utilisant la transition atomique $2^3S_1 \rightarrow 2^3P_2$.

Pour augmenter également la plage de capture, on a envoyé un faisceau de puissance totale de 90 mW ce qui a pour effet d'élargir la transition (power Broadening) :

$$\Gamma' = \Gamma \sqrt{1 + \frac{I}{I_{sat}}} \quad (1.1)$$

Avec la puissance utilisée et la géométrie des faisceaux, la transition est ainsi élargie d'un facteur 3,5.

Une fois les atomes sortis de la source et collimatés, ils sont ralentis longitudinalement par un ralentisseur Zeeman : le champ magnétique décale les niveaux d'énergie par effet Zeeman linéaire ce qui permet aux atomes d'être toujours à résonance avec le faisceau contra-propageant et donc de les ralentir continuellement pendant leur traversée dans le tube du ralentisseur. Le laser ralentisseur a une puissance de 100 mW et est polarisé σ_+ par rapport à l'axe du jet atomique. On estime que la vitesse finale des atomes ralentis est de 410 m/s à la fin du premier ralentisseur Zeeman et de 50 m/s à l'entrée de la chambre de science (figure 1.1). Le désaccord du laser par rapport à la transition atomique est contrôlé par un double passage dans un modulateur acousto-optique et vaut $2\pi \times 350$ MHz. Les atomes arrivent donc dans la chambre de science avec une vitesse suffisamment faible pour être capturé dans PMO.

1.1.2 Piège-Magnéto-Optique

Système laser

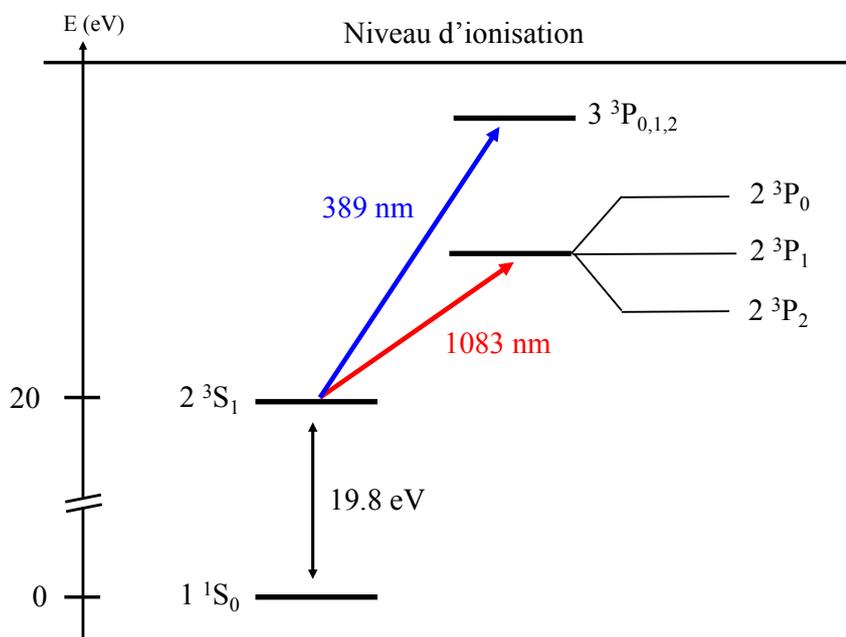


FIGURE 1.3 – Premiers niveaux d'énergie de l'Hélium.

Nous allons discuter dans cette section des lasers et des optiques utilisées pour manipuler les atomes d'Hélium. Le schéma des niveaux d'énergie est représenté en figure 1.3. L'absence de structure hyperfine (moment nucléaire nul) permet d'avoir

accès à des transitions cyclantes sans avoir recours à un repompeur (de nombreuses espèces atomiques ont en effet une structure atomique plus complexe qui nécessite en général la présence d'un laser supplémentaire pour pomper les atomes vers la transition cyclante). Nous utilisons deux transitions atomiques de l'Hélium 4 : la transition $2^3S_1 \rightarrow 2^3P_2$ et $2^3S_1 \rightarrow 2^3P_1$. Ces 2 transitions atomiques se situent dans le proche infra-rouge, autour 1083 nm. Notre table optique est donc naturellement scindée en 2 parties pour chacune des transitions (figure 1.4).

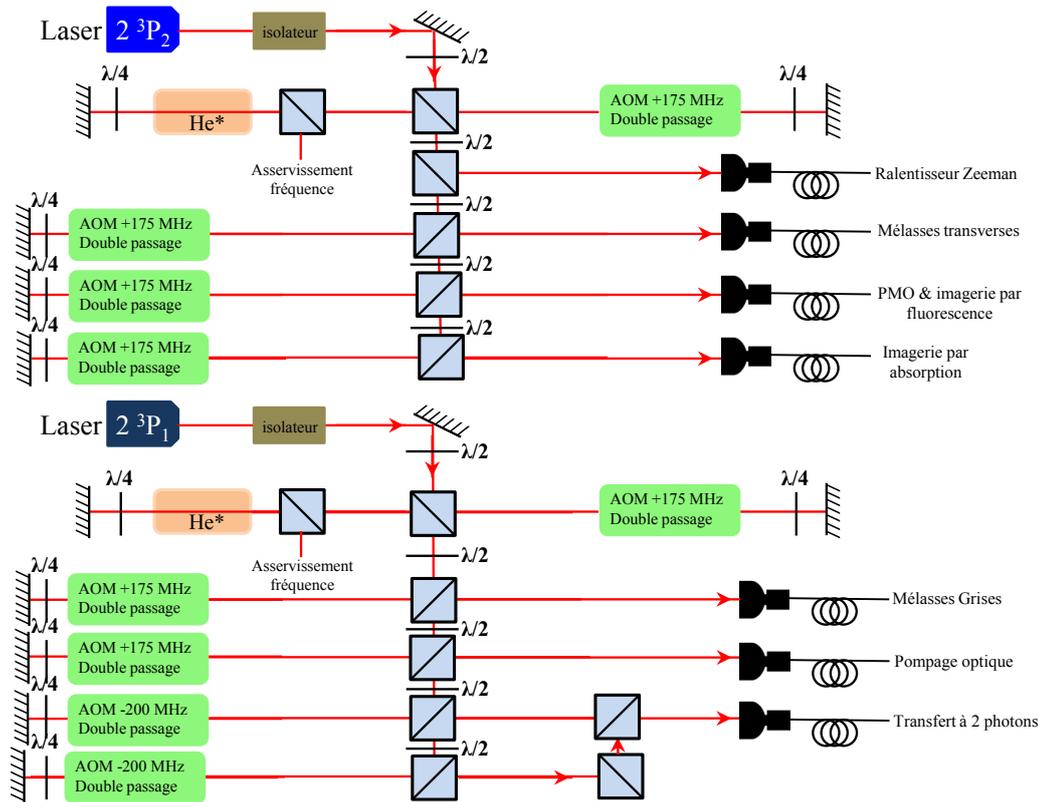


FIGURE 1.4 – Schéma du banc laser servant à produire les lumières laser $2^3S_1 \rightarrow 2^3P_1$ (en haut) et $2^3S_1 \rightarrow 2^3P_2$ (en bas).

Transition $2^3S_1 \rightarrow 2^3P_2$:

Le laser utilisé est un laser fibré mono-mode NKT Photonics Adjustik Y10 de fréquence central 1083.34 nm. La puissance fournie en sortie est de 20 mW avec une largeur de spectre maximale de 10 kHz (largeur FWHM). La sortie du laser est couplée à un amplificateur fibré dopé à Ytterbium de Keopsys CYFA-BO series. La puissance de sortie est de 2W et est divisée en plusieurs parties. La lumière en sortie de l'amplificateur est polarisée linéairement et un isolateur optique a été placé pour le protéger de tout retour arrière de la lumière. La première partie est dédiée à l'asservissement en fréquence du laser. Le laser est asservi en fréquence via une cellule d'absorption saturée ([41], [72]) en rétroagissant sur le piézoélectrique sur lequel est monté le second miroir de la cavité laser. La lumière est asservie à une fréquence décalée de -350 MHz par rapport à la transition atomique $2^3S_1 \rightarrow 2^3P_2$ (à cause du double passage effectué dans le modulateur acousto-optique dans la spectroscopie par absorption saturée). Des modulateurs acousto-optique (AOM) sont ainsi répartis sur les trajets des différentes voies pour remettre les faisceaux à résonance avec la transition atomique et contrôler le

désaccord δ des faisceaux par rapport à la résonance. La lumière est fibrée en sortie et envoyée directement sur les atomes. Les différentes voies sont découpées comme suit :

- une fibre pour le ralentissement Zeeman.
- une fibre pour les mélasses transverses.
- une fibre pour le PMO et l'imagerie par fluorescence. La lumière injectée dans la fibre est divisée en 6 dans un diviseur Schafter-Kirchoff pour produire les 6 faisceaux qui constituent le PMO.
- une fibre pour l'imagerie par absorption.

Transition $2^3S_1 \rightarrow 2^3P_1$:

Nous utilisons cette fois-ci une diode laser en cavité. La puissance est amplifiée par un amplificateur fibré Manlight 2W Ytterbium et fournit en sortie 500 mW. La largeur du spectre est de 3 MHz (largeur FWHM). L'architecture de cette partie du banc laser est construite selon le même modèle que celui de la transition $2^3S_1 \rightarrow 2^3P_2$: d'abord une partie dédiée à l'asservissement en fréquence par absorption saturée en rétroagissant sur le courant de la diode laser et enfin la répartition des différentes voies qui sont :

- une fibre pour le refroidissement Sub-Doppler.
- une fibre pour le pompage optique des atomes (transfert dans le piège magnétique).
- une fibre pour le transfert à 2 photons des atomes du condensat de l'état interne $m_F = 1$ à $m_F = 0$ lors de leur chute vers le détecteur électronique.

Imagerie par fluorescence

Les informations sur le nuage atomique (nombre d'atomes, température et taille) sont recueillies à partir de l'imagerie optique. L'imagerie par fluorescence est utilisée pour caractériser notre nuage dans toutes les étapes précédant celles du piège optique croisé. Au delà, la résolution n'est plus assez bonne. L'imagerie est réalisée en utilisant une caméra InGaAs refroidie par effet thermoélectrique (type XEVA de Xenics company). Elle est composée de 256x320 pixels de taille 30x30 μm . Avec une efficacité de détection $\eta = 80\%$ à 1083 nm, cette technologie est bien adaptée pour imager les atomes d'He*. Dans l'imagerie par fluorescence, on éclaire les atomes (pendant une durée de $t = 100 \mu\text{s}$) avec 6 faisceaux lasers à résonance avec la transition $2^3S_1 \rightarrow 2^3P_2$. Les atomes peuvent alors absorber des photons et les réémettre par émission spontanée dans toutes les directions de l'espace. Nous saturons la transition ($I/I_{sat} \approx 15$ pour chaque faisceau) pour s'abstraire des difficultés de modélisation du taux de photons échangés par un atome à cause de la multiplicité des sous-niveaux mais aussi du caractère 3D qui permet à toutes les polarisations d'exister. Ainsi le taux d'émission de photons R s'écrit simplement :

$$R = \frac{\Gamma}{2} \quad (1.2)$$

La densité du nuage s'écrit donc :

$$n_{2D}(x, y) = \frac{N_{count}(x, y)}{\eta \times \frac{\Omega}{4\pi} \times R \times \tau} \quad (1.3)$$

$N_{count}(x, y)$ est le nombre de coups reçus par la caméra au pixel (x, y) . Ω est l'angle solide de collection des photons émis, proportionnel à l'ouverture numérique O.N du

système optique de collection :

$$\frac{\Omega}{4\pi} \approx \frac{O \cdot N^2}{4} \quad (1.4)$$

Une seule image suffirait pour obtenir la densité du nuage atomique. En pratique on soustrait cette image à une image sans atomes pour pouvoir retirer le bruit de fond.

Mise en œuvre expérimentale

L'imagerie est constituée d'un transport d'image formé de 2 doublets situés selon l'axe de la gravité (voir figure 1).

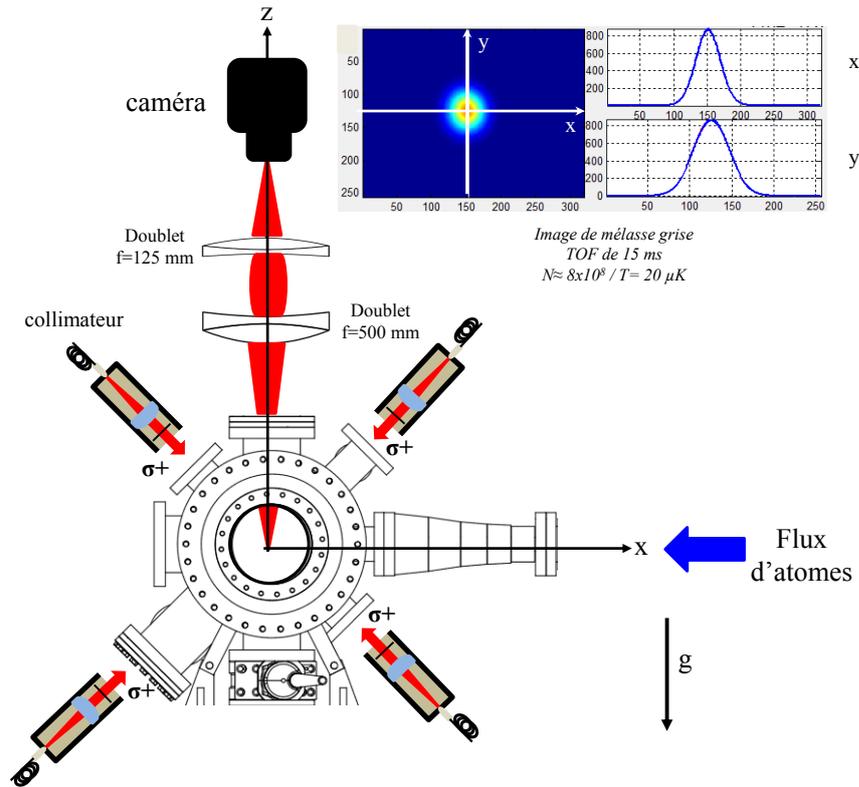


FIGURE 1.5 – Schéma du système optique sur l'expérience. Les atomes sont éclairés avec 3 paires de faisceaux contra propageant : 2 selon de direction $\pm 45^\circ$ avec la gravité et une dans le plan du schéma. La sortie de la fibre est collimatée pour créer des faisceaux gaussiens de waist $\omega_0 = 1.51$ cm. Une lame $\lambda/4$ est placé dans le collimateur pour pouvoir créer une polarisation circulaire en sortie. Toutes les polarisations (au sens de l'optique¹) sont indiqués par rapport à la direction de propagation du faisceaux.

La première lentille est un doublet de focale $f_1=500$ mm (AC508-500-C de Thorlabs) et la deuxième lentille est un doublet de focale $f_2=125$ mm (AC508-150-C de Thorlabs).

1. La polarisation au sens de l'optique est défini par rapport à la direction de propagation du champ électrique (direction donnée par le vecteur \vec{k}). La polarisation en physique atomique est défini par rapport à un axe de quantification, qui est pris comme étant l'axe du champ magnétique \vec{B} . Il est donc possible de se retrouver dans une situation où la polarisation est σ^+ d'un point de vue de l'optique mais σ^- d'un point de vue de la physique atomique.

L'ouverture numérique est donc : $O.N = 6,5 \times 10^{-3}$. Le grandissement de notre système a été mesuré en le comparant à un autre système optique perpendiculaire à celui-ci et dont on a pu calibrer le grandissement en utilisant la gravité. Nous avons trouvé un grandissement $g = 0.24 \pm 0.02$ (qui est cohérent par rapport au grandissement théorique attendu : $f_2/f_1=0.25$). La résolution théorique de notre imagerie, calculée avec le logiciel Oslo, est légèrement plus élevée que la résolution maximale donnée par la tâche d'Airy ($R_{\text{Airy}} = \frac{0.61\lambda}{O.N} = 101 \mu\text{m}$). Cependant la taille d'un pixel dans le plan objet est $g \times 30 = 125 \mu\text{m}$ (supérieur à la tâche d'Airy). Ainsi notre système d'imagerie par fluorescence est limité par la taille du pixel dans le plan de la caméra : $\sigma_{\text{resolution}} = 125 \mu\text{m}$. Le faible grandissement de notre imagerie s'explique par la grande taille des nuages dans le PMO et dans les phases de refroidissement laser : dues aux propriétés particulières de l' $^4\text{He}^*$, la densité atomique du gaz est fortement limitée quand il est non polarisé (limitation donnée par les pertes à 2 corps).

L'asservissement du laser en fréquence absolue sur le signal d'erreur peut présenter une erreur au moment du verrouillage manuel (dû à la cellule d'Hélium). On a donc pris l'habitude de faire tous les jours un balayage en fréquence sur les mélasses rouges (figure 1.6). Le centre de cette distribution (qui est un profil de Voigt : convolution entre le profil Lorentzien de la transition atomique et la gaussienne due à la distribution de Maxwell-Boltzmann du nuage thermique) nous permet de corriger cette erreur.

Caractéristique du Piège-Magnéto-Optique

La vitesse des atomes en sortie du ralentisseur Zeeman est suffisamment faible pour leur permettre d'être capturés dans un piège-magnéto-optique (PMO). Les faisceaux du PMO sont les mêmes que ceux de l'imagerie par fluorescence : il se compose de 6 faisceaux contra-propageants selon les 3 directions de l'espace. Ils sont issus d'une fibre dont la puissance a été séparée en 6 à l'aide d'un "cluster" de Schafter-Kirchhoff. Le laser est désaccordé vers le rouge de la transition ($\Delta = -31\Gamma$) afin de freiner les atomes. Le piège est créé par des gradients de champ magnétique qui induisent un déplacement des résonances atomiques par effet Zeeman. Les faisceaux du PMO sont polarisés circulairement, de sorte que la force de rappel qu'ils génèrent dépende de la position au centre magnétique. Ce champ magnétique est créé par 2 bobines avec un gradient de 22 G/cm dans les conditions d'utilisation optimale.

Le PMO permet de capturer et de pré-refroidir l'échantillon d' $^4\text{He}^*$. Le nuage est alors déterminé par trois grandeurs : sa densité, le nombre d'atomes capturés et sa température. Il sert d'intermédiaire pour le chargement dans le piège magnétique qui s'effectue en 3 étapes. La première consiste à accumuler le plus grand nombre d'atomes dans le PMO. Puis le PMO est comprimé pour augmenter la densité. Enfin des phases de refroidissement laser viennent refroidir le nuage. Ainsi le PMO vise l'accumulation du plus grand nombre d'atomes possibles. Il nous faut donc connaître les contraintes liées à notre atome et le régime de fonctionnement de notre PMO pour optimiser le nombre d'atomes.

La première contrainte vient de l'existence de collisions non élastiques appelées collisions Penning [73]. En présence de lumière proche de résonance, ces collisions Penning sont plus élevées et vont limiter la densité atomique et par conséquent le nombre d'atomes.

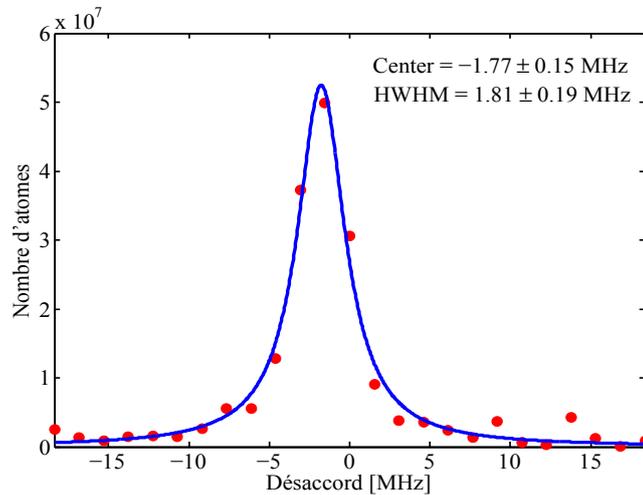
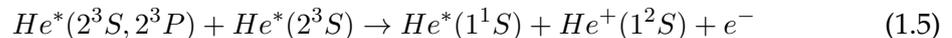


FIGURE 1.6 – Profil de fluorescence obtenu en faisant un balayage en fréquence sur des mélasses rouges à $T=80 \mu\text{K}$. L'élargissement est dû à l'effet Doppler engendré par la distribution de vitesse de notre nuage. On voit bien que le centre de la distribution n'est pas centré sur 0 MHz : on corrige par la suite cette erreur en réajustant la valeur de tous les AOMs.

Les collisions Penning :

La collision Penning est un processus au cours duquel deux atomes d' He^* ont assez d'énergie pour conduire à l'ionisation de l'un d'entre eux :



La création d'un ion et d'un atome dans l'état fondamental constitue une perte nette de deux atomes métastables He^* . Il existe aussi un processus au cours duquel il y a formation d'un ion moléculaire, mais sa probabilité est beaucoup plus rare et ne sera pas considérée ici. Ce mécanisme (Penning) a déjà été étudié sur l'atome d'Hélium [74, 75, 76, 77, 78] mais aussi sur d'autres espèces tel que le krypton [80], le Néon [81], l'Argon [82] et le Xenon [83].

Dans le cas d'un PMO d' $^4\text{He}^*$, 2 atomes dans l'état 2^3S_1 interagissent en onde s. En présence de lumière laser proche de résonance sur la transition $2^3S_1 - 2^3P_2$ utilisée pour le piégeage et désaccordée vers le rouge, un des atomes de la collision peut passer dans l'état excité 3P_2 par absorption d'un photon. Il interagit alors avec le deuxième

atome par une interaction dipôle-dipôle (en C_3/r^3) dans laquelle des ondes partielles contribuent à la collision, ce qui augmentent la section efficace de collision. Ainsi le taux de collisions Penning croît en présence de lumière : c'est une collision dite assistée par la lumière. En présence de pertes à un corps (dues aux collisions avec le gaz résiduel caractérisées par une durée de vie τ) et à deux corps (dues aux collisions assistées par la lumière caractérisées par une constante de perte β qui dépend du désaccord laser δ avec la transition atomique), l'équation d'évolution du nombre d'atomes dans le PMO s'écrit :

$$\frac{dn}{dt} = -\frac{n}{\tau} - \beta(\delta)n^2 + R \quad (1.6)$$

avec R le taux de chargement du PMO. La pression dans la chambre de science nous permet d'avoir de longs temps de vie $\tau \sim 50$ s. L'étude de β a été effectuée au début de ma thèse et une description exhaustive se trouve dans [41]. En figure 1.7, le coefficient β mesuré est tracé en fonction du désaccord δ : on voit en effet que plus la lumière est proche de résonance et plus le coefficient β devient grand. La perte d'atomes est donc significative quand on est proche de résonance. Une façon de réduire l'influence des ces collisions est de désaccorder le laser par rapport à la transition atomique afin de réduire le nombre d'atomes dans l'état excité. Sur l'expérience un désaccord de -50 MHz est choisit pour minimiser ces pertes. Le waist des faisceaux est de 3.04 cm et l'intensité par faisceau est de $15 I_{\text{sat}}$. La figure 1.8 montre le chargement du PMO sur l'expérience, courbe à partir de laquelle nous pouvons extraire le taux de chargement du PMO égal à 1.8×10^9 atomes/s.

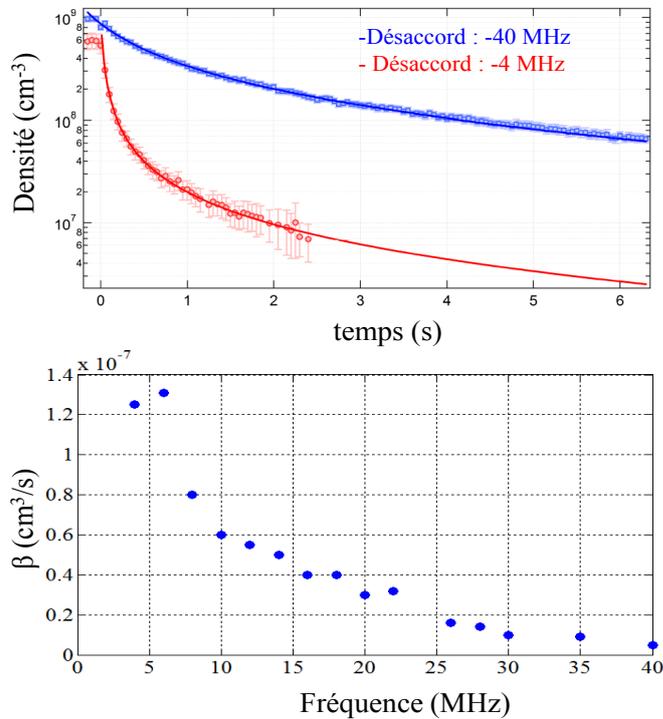


FIGURE 1.7 – Figure tirée de [41]. (a) Décroissance de la densité dans le PMO pour un désaccord de -40 MHz pour la courbe en bleu et -4MHz pour la courbe en rouge. (b) Coefficient β en fonction du désaccord négatif du PMO.

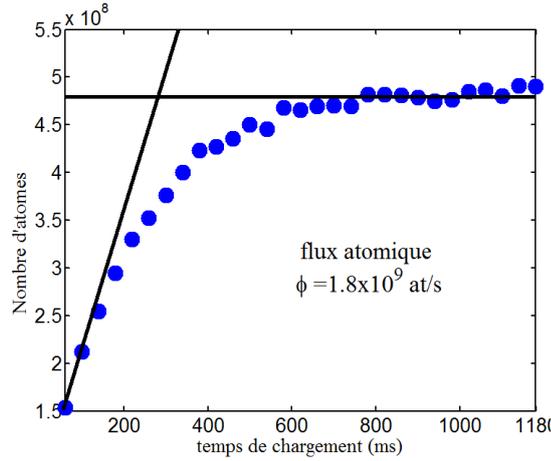


FIGURE 1.8 – Courbe de chargement du piège-magnéto-optique. Les données ont été prises dans les conditions suivantes : $\delta = -50$ MHz, $B'_x = 22$ G/cm dans la direction confinée du piège magnétique, et $I_{tot} = 90 I_{sat}$ (intensifié des 6 faisceaux).

Régime de fonctionnement du PMO :

Le taux de collisions Penning pour un gaz non polarisé d' $^4\text{He}^*$ est relativement élevé, limitant la densité atomique à $\sim 10^9 \text{ cm}^{-3}$. Par conséquent, les processus de diffusions multiples de photons qui peuvent entraîner un chauffage et une augmentation de la taille du nuage présents chez les autres espèces atomiques sont faibles dans le cas de l' He^* . En effet la distance moyenne l parcourue par un photon dans le nuage avant d'être réabsorbé est donnée par :

$$l = \frac{1}{\sigma n} \quad (1.7)$$

avec σ la section efficace d'absorption ($\sigma = \frac{3\lambda^2}{2\pi}$ à résonance) et n la densité atomique. Pour une densité égale à $n = 1 \times 10^9 \text{ cm}^{-3}$, $l \geq 50 \text{ m}$, une distance bien plus grande que la taille des faisceaux du PMO.

En plus de l'absence de diffusion multiple de photons, les effets sub-Doppler sont faibles dans un PMO d' He^* (section suivante). La combinaison de ces 2 effets nous permet d'utiliser la théorie Doppler pour décrire quantitativement le PMO. On peut ainsi réécrire le coefficient de rappel de la force magnétique $F_i = -\kappa_i r$ ressentie par les atomes piégés, la température T et la taille d'équilibre σ_i du nuage dans la direction i ($i = x, y, z$) en appliquant le formalisme Doppler. Il vient alors [45] :

$$\kappa_i = 4\hbar k^2 \frac{2\delta}{\Gamma} \frac{I_{tot}/I_0}{(1 + I_{tot}/I_0 + (2\delta/\Gamma)^2)^2} \frac{(\Delta\mu)B'_i}{\hbar k} \quad (1.8)$$

$$k_B T = \frac{\hbar\Gamma}{2} \frac{1 + I_{tot}/I_0 + (2\delta/\Gamma)^2}{4|\delta|/\Gamma} \quad (1.9)$$

$$\frac{1}{2}\kappa_i\sigma_i = \frac{1}{2}k_B T \quad (1.10)$$

où B'_i est le gradient du champ magnétique dans la direction i , δ le désaccord, I_{tot}

l'intensité totale des 6 faisceaux, Γ la largeur de la transition et $\Delta\mu$ une moyenne de l'écart du moment magnétique (les niveaux 2^3S_1 et 2^3P_2 n'ont pas le même facteur de Landé : $g_J(2^3S_1) = 2$ et $g_J(2^3P_2) = 3/2$). Pour calculer la valeur de $\Delta\mu$, on effectue donc une moyenne sur les différentes transitions possibles (figure 1.11) : $\Delta\mu = \frac{\sum_i (m_{F_i} g_{F_i} - m_{F'_i} g_{F'_i})}{\sum_i} \mu_b = \frac{1+3/2+2}{3} \mu_b = \frac{3}{2} \mu_b$.

A partir de ce modèle, nous calculons les tailles attendues du PMO sur les paramètres expérimentaux. Nous avons mesuré les tailles RMS du PMO en fonction du gradient de champ magnétique axial B'_x et du désaccord δ des faisceaux lumineux. Sur la figure 1.9, nous avons tracé les mesures expérimentales et les prédictions théoriques du refroidissement Doppler. Le comportement du PMO en fonction du gradient de champ magnétique et du désaccord sont en très bon accord avec la théorie. Nous soulignons ici que le comportement de PMO avec le désaccord est différent que celui du régime sub-Doppler où la température est inversement proportionnel à $|\delta|$. Comme attendu, la température du PMO est indépendante de B'_x , comme cela apparaît dans l'onglet de la figure 1.9. Des études de PMO à partir d'autres espèces atomiques ont été effectuées dans les régimes sub-Doppler [95, 96] ou avec des alcalinaux-terreux métalliques dans un régime où les diffusions multiples de photons sont importantes [97], ce qui les empêchent d'effectuer des observations similaires aux nôtres.

Nous arrivons à accumuler, dans les conditions optimales (i.e fort désaccord pour minimiser les pertes à deux corps), $N = 8.7 \times 10^8$ atomes dans le PMO. Cependant à cause des propriétés particulières de l'Hélium métastable He^* , la densité dans le PMO est faible ($n = 2,5 \times 10^9 \text{ cm}^{-3}$). Par conséquent, Avant de refroidir le gaz par refroidissement laser, une phase de piège magnéto-optique comprimé (CMOT) a été mise en place pour augmenter la densité n .

1.1.3 Piège magnéto-optique comprimé (CMOT)

On souhaite ici augmenter la densité du gaz dans le PMO. On peut à priori jouer sur 3 paramètres expérimentaux : le gradient du champ magnétique, l'intensité lumineuse totale I_{tot} envoyée sur les atomes et le désaccord δ entre la transition atomique et la fréquence du champ électrique. Durant cette phase, le gradient reste inchangé (faire varier les 2 autres paramètres est suffisant). Pendant les phases de PMO et de CMOT, on se place dans des conditions expérimentales telles que $\frac{\delta}{\Gamma} \gg \frac{I_{tot}}{I_0}$. Ainsi on a (avec les équations 1.8,1.9,1.10) $k_B T \propto \delta$ et $\kappa_i \propto I_{tot}/\delta^3$, ce qui donne :

$$\sigma_i \propto \frac{\delta^2}{\sqrt{I_{tot}}} \quad (1.11)$$

On souhaiterait donc diminuer le désaccord δ et augmenter la puissance lumineuse totale I_{tot} pour diminuer la taille du nuage. Cependant la présence de collisions inélastiques à 2 corps doit être prise en considération. Le coefficient β varie comme :

$$\beta \propto \frac{I_{tot}}{\delta} \quad (1.12)$$

On souhaite aussi durant cette phase de CMOT garder β petit pour minimiser les pertes d'atomes. La solution choisie est représentée en figure 1.10 : on diminue à la fois le désaccord δ et l'intensité lumineuse totale I_{tot} de tel sorte que la taille diminue ainsi que le coefficient β . Cette phase dure 10 ms pendant laquelle δ diminue de -31Γ à -2

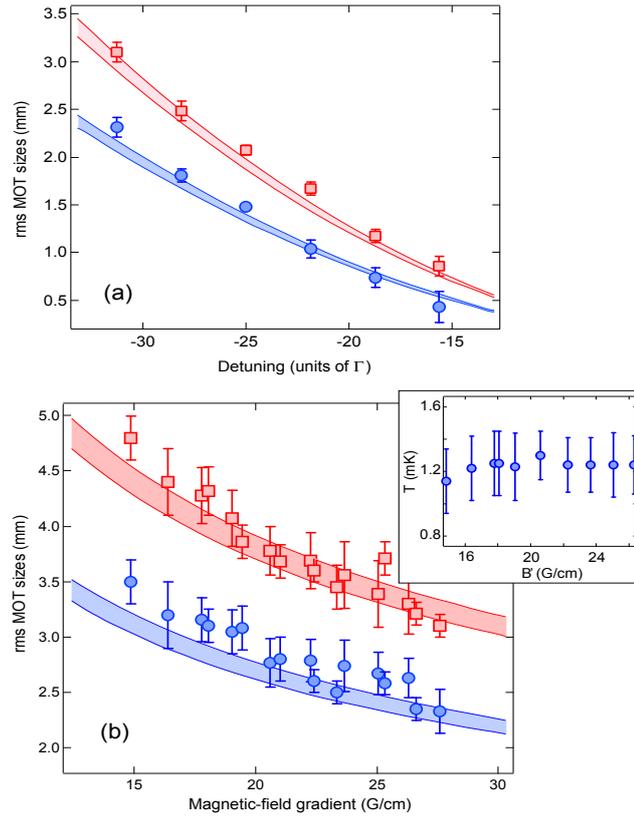


FIGURE 1.9 – (a) Taille RMS du nuage dans le piège magnéto-optique selon la direction confinante (bleue) et non confinante (rouge) en fonction du désaccord du laser (le gradient du champ magnétique des bobines est 2 fois plus grand selon l'axe des bobines, qui est ainsi l'axe confinante, que selon les axes perpendiculaires à l'axe des bobines). (b) Taille RMS du nuage en fonction du gradient du champ magnétique. Les courbes tracées viennent des équations (1.8),(1.9),(1.10) (pas de paramètre ajustable) en tenant en compte d'une erreur de 5% dans la calibration de l'intensité lumineuse. Elles sont accords avec les points expérimentaux. Dans l'onglet, la température du PMO est tracée en fonction du gradient.

Γ et I_{tot} diminue de $90 I_{sat}$ à $0.7 I_{sat}$. Le nombre d'atomes à la fin de cette phase est de $N = 8,2 \times 10^8$ (on avait $N = 8,7 \times 10^8$ dans le PMO). Le nuage durant cette phase est en réalité hors-équilibre, rendant les lois d'échelles données précédemment non valides et rendant impossible l'extraction d'une température. Cependant cela nous a permis d'augmenter la densité n . Après cette phase, des mélasses rouges Doppler (dont l'étude fait l'objet de la section suivante) ont été installées pour refroidir le nuage. Après les mélasses rouges, on a un nuage atomique avec $N = 8,2 \times 10^8$ atomes, de tailles $1/e^2$ $\sigma = 1.27$ mm, de température $T = 80 \mu\text{K}$ et de densité $n = 1,1 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$. Sans cette phase de CMOT, on obtient des mélasses rouges de densité $n = 2.6 \times 10^9 \text{ cm}^{-3}$. Ainsi cette phase de CMOT nous permet de gagner en densité. Nous allons maintenant nous intéresser à la première étape de refroidissement laser mise en place : le refroidissement Doppler.

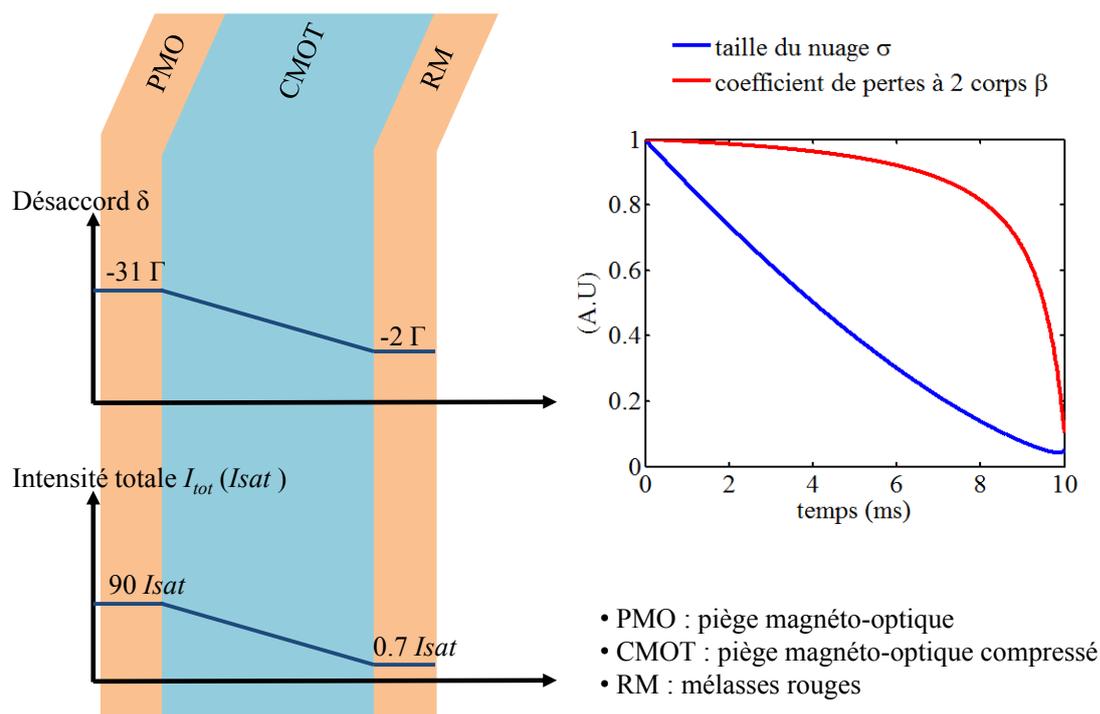


FIGURE 1.10 – Schéma de phase du CMOT. A gauche, la variation au cours du temps du désaccord et de l'intensité lumineuse totale I_{tot} . A droite, la variation théorique de la taille du nuage et du coefficient de pertes à 2 corps β dues aux collisions Penning. On voit bien que ce coefficient diminue, ce qui nous permet d'éviter des pertes d'atomes (le nombre d'atomes avant et après est presque constant). Dans le même temps, la taille diminue. On augmente donc bien la densité.

1.2 Limite du refroidissement Doppler

Les propositions de refroidissement Doppler par faisceau laser de 1975 [42, 43] ont rapidement amené à la réalisation des premières mélasse optiques dans les années 80 [44]. Les concepts de base derrière le refroidissement Doppler sont à la fois simples et élégants et restent à ce jour le point de départ de toutes expériences d'atomes froids [45]. Les températures mesurées dans les premières mélasse optiques étaient néanmoins bien plus basses que celle prédites par le simple modèle Doppler. Pire, la variation avec le désaccord du laser n'était pas du tout en accord avec le modèle [8, 46, 47, 48]. Aujourd'hui ces mécanismes, appelés refroidissement Sisyphes [45, 49, 50], sont bien compris et décrits. Le point de clef est la prise en compte des sous niveaux fondamentaux qui font apparaître d'autres constantes de temps dans le problème et permettent d'atteindre des températures bien inférieures que celles prédites par la théorie Doppler. Ces mécanismes rendent bien compte aussi bien qualitativement que quantitativement des observations expérimentales. En revanche le refroidissement laser à 3 dimension à la limite Doppler n'a pas été observé (cette théorie a seulement été testée expérimentalement à 1 dimension [47, 51]). De récents travaux avec des alcalino-terreux et des Terre-rares ont été menés dans différents groupes. Ces atomes sont des candidats naturels à l'étude du refroidissement Doppler puisque qu'ils ne possèdent qu'un seul état fondamental. Malgré cela, les températures mesurées sont au delà des températures limites attendues [52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66]. Cette nouvelle contradiction a été attribuée à la présence de mécanismes de chauffages [65, 66].

1.2.1 Considérations théoriques

Modèle Doppler

Il ne s'agit pas ici de décrire en détail le modèle Doppler mais de donner les principes qui permettent de calculer la température en fonction des paramètres du problème. Le refroidissement laser repose sur l'échange de moments entre les atomes et les photons. Il en résulte une force de freinage sur les atomes caractérisée par un coefficient d'amortissement α et un coefficient de diffusion dans l'espace des impulsions D_p . L'interaction lumière-matière pour un système à 2 niveaux est caractérisée par la largeur naturelle de la transition Γ (qui vaut $2\pi \times 1.6$ MHz dans notre cas), le désaccord entre la fréquence du champ laser et la résonance atomique $\delta = \omega - \omega_0$ et l'intensité de saturation de la transition I_{sat} (0.16 mW²/cm² ici). On choisit un désaccord négatif ($\delta < 0$) de sorte qu'un atome en mouvement est résonant avec une onde venant à sa rencontre et hors résonance avec une onde co-propageante. Une quantité physique utile est la paramètre de saturation généralisé :

$$s = \frac{s_0}{1 + 4\delta^2/\Gamma^2} \quad (1.13)$$

qui caractérise la population de l'état excité pour un atome à 2 niveaux, $Pe = s/(2(s + 1))$. Ici $s_0 = I/I_{sat} = 2\Omega^2/\Gamma^2$ est le paramètre de saturation, et Ω la fréquence Rabi de la transition. Pour de faibles paramètres de saturation s et de faibles vitesses ($|kv| \ll |\delta|$), la force exercée sur un atome de vitesse v s'écrit $F_{2niveaux} = -\alpha_{2niveaux}v$ avec :

$$\alpha_{2niveaux} = -4\hbar k^2 \frac{(2\delta/\Gamma) (2\Omega^2/\Gamma^2)}{(1 + 2\Omega^2/\Gamma^2 + (2\delta/\Gamma)^2)^2} \quad (1.14)$$

avec k le vecteur d'onde du champ électrique et \hbar la constante de Planck réduite. On a tracé la force $F_{2niveaux}$ sur la figure 1.11 avec des paramètres expérimentaux typiques pour les mélasses optiques.

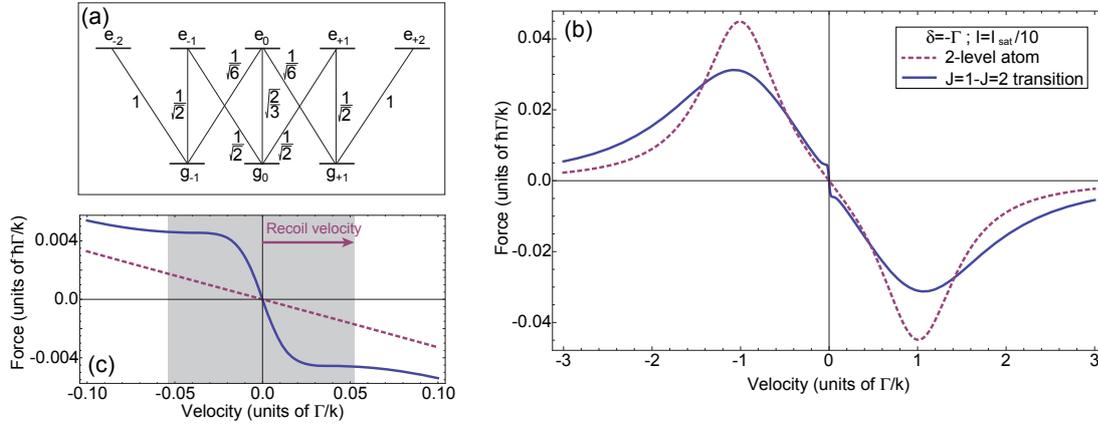


FIGURE 1.11 – (a) Structure atomique d'un atome sur la transition $F = 1 \rightarrow F' = 2$. (b) La force ressentie (avec les chiffres de l'atome d'Hélium) dans une onde stationnaire $\sigma^+ - \sigma^-$ dans le cas d'un atome à deux niveaux (ligne en pointillée, calculée comme dans [46]) et dans le cas d'un atome avec une transition $F = 1 \rightarrow F' = 2$ (ligne solide, calculée comme dans [67]). Les valeurs utilisées de désaccord et d'intensité lumineuse sont les valeurs typiques de l'expérience pour les mélasses rouges. (c) Zoom sur la région à faible vitesse de la force semi-classique, soulignant la zone étroite du mécanisme Sub-Doppler. Pour les deux calculs, on a pris $s = 0.02$.

Le calcul du coefficient en impulsion D_p se fait selon un principe identique à celui du mouvement Brownien : le coefficient de diffusion se relie à la partie fluctuante de la force (de type Langevin). La compétition entre le terme de refroidissement Doppler et le chauffage lié aux fluctuations des forces radiatives conduit à l'énergie cinétique moyenne à l'équilibre :

$$\left\langle \frac{P^2}{2m} \right\rangle = \frac{D_p}{2m\alpha} \quad (1.15)$$

On peut associer une température à cette énergie d'équilibre en définissant par analogie avec la distribution de Maxwell-Boltzmann $\left\langle \frac{P^2}{2m} \right\rangle = \frac{3k_B T}{2}$. Ceci est justifié par l'existence d'un régime stationnaire (Fokker-Planck). On trouve alors :

$$k_B T_{2niveaux} = \frac{\hbar\Gamma}{2} \frac{1 + I_{tot}/I_{sat} + (2\delta/\Gamma)^2}{4|\delta|/\Gamma} \quad (1.16)$$

où $I_{tot} = 6I$ est l'intensité total des 6 faisceaux lasers. La température minimum (appelée température Doppler) est atteinte pour un désaccord $\delta = -\Gamma/2$ et vaut $T_D = \frac{\hbar\Gamma}{2k_B}$.

Et les sous-niveaux fondamentaux ?

La transition $2^3S_1 \rightarrow 2^3P_2$ utilisée dans notre expérience semble au premier abord assez éloigné d'un atome à deux niveaux. En effet la multiplicité des niveaux fondamentaux entraîne l'existence possible de mécanismes de refroidissement sub-Doppler.

Dans ce paragraphe, nous restreignons notre discussion à la structure de l'Hélium-4 utilisée (à savoir la transition $2^3S_1 \rightarrow 2^3P_2$) et à notre configuration expérimentale :

3 paires de faisceaux contra-propageant avec des polarisations opposées (i.e en configuration $\sigma^+ - \sigma^-$). Cette situation est appelée "polarisation gradient cooling". A une dimension, une formule exacte a été établie par les auteurs de [67] et donne en linéarisant la force $F_{\sigma^+ - \sigma^-}$ selon la vitesse v de l'atome : $F_{\sigma^+ - \sigma^-} = -\alpha_{\sigma^+ - \sigma^-} v$ avec

$$\alpha_{\sigma^+ - \sigma^-} = -\frac{60}{17} \frac{\hbar k^2 2|\delta|}{\Gamma} \left(\frac{2}{3} \frac{2\Omega^2/\Gamma^2}{(1 + \delta^2/\Gamma^2)^2} + \frac{\Omega}{5 + \delta^2/\Gamma^2} \right) \quad (1.17)$$

Cette force est tracée sur la figure 1.11. On distingue 2 parties dans l'expression de la force : la première partie de la force est due à un processus d'absorption-émission d'un photon. Cette partie incohérente de la force a la même origine physique que la force produite par la champ laser contra-propageant sur un atome à 2 niveaux. La deuxième partie de la force est due à un processus résonant cohérent à 2 photons. Cette partie de la force, comme on peut le voir sur la figure 1.11 est localisée seulement pour des vitesses extrêmement faibles. Il existe donc une plage de capture en vitesse pour ces effets de refroidissement sub-Doppler. Un atome refroidit par effet Doppler à une vitesse inférieure à cette vitesse devient sensible aux effets de refroidissement sub-Doppler. Il se trouve que presque toutes les espèces atomiques piégées dans une mélasse rouge atteignent des températures sub-Doppler. Dans le cas de l' $^4\text{He}^*$, cette plage de vitesse est plus petite que la vitesse de recul $v_R = \hbar k/m$, avec m la masse de l'atome. Cela indique que ce refroidissement Sub-Doppler est extrêmement inefficace puisque cette plage de capture est inférieure aux vitesses atteignables avec le refroidissement Doppler. De plus on voit avec la figure 1.11 que pour des plages de capture plus grande, le coefficient de friction pour un atome à 2 niveaux et celui tenant en compte notre structure est très similaire.

Notre expérience est à trois dimensions. Dans ce cas là, un autre refroidissement Sisyphus opère, celui de la configuration $\text{lin} \perp \text{lin}$ [45, 49]. En effet les amplitudes de transition interfèrent, entraînant une modulation des niveaux fondamentaux selon l'espace et un pompage de optique d'un niveau fondamental à un autre qui dépend de la modulation spatiale. Le point essentiel est de maintenir le fait que les niveaux atomiques sont déplacés vers le bas par une quantité qui dépend de l'espace, et que le pompage optique tend à accumuler l'atome dans le sous-niveau de plus basse énergie. Pour la plage de paramètres qu'on veut étudier, à savoir $|\delta| \approx \Gamma$, ce mécanisme sub-Doppler a une plage de capture ainsi que des températures d'équilibres similaires à celui du mécanisme de "polarisation gradient cooling". Pour bien montrer que $^4\text{He}^*$ occupe un place spéciale dans le refroidissement laser, nous allons étudier un peu plus la plage de capture de ces deux mécanismes sub-Doppler et montrer qu'ils sont particulièrement inefficaces pour l'atome d' $^4\text{He}^*$.

Plage de capture des mécanisme Sub-Doppler

La plage de capture en vitesse pour le refroidissement Doppler est (comme le montre la figure 1.11) $v_c^D \simeq |\delta|/k$ (le plus grand effet Doppler que l'on peut compenser avec le désaccord δ). Pour que le refroidissement sub-Doppler avec la configuration $\text{lin} \perp \text{lin}$ soit efficace, il faut que le temps Γ'^{-1} mis à un atome pour passer d'un sous niveau fondamental à un autre soit court pour que ce transfert puisse avoir lieu sur une échelle de l'ordre de la longueur d'onde [49]. Cette nouvelle échelle de temps dans le problème conduit à une plage de capture en vitesse $v_c^\perp \simeq \Gamma'/k$. Dans le cas de la configuration $\sigma^+ - \sigma^-$, la vitesse de capture est donnée par le taux de pompage pour des désaccords

$\delta \approx -\Gamma$ et vaut $v_c^\sigma \approx \Gamma'/k$ [67]. Le taux de pompage optique Γ' s'exprime comme [49] :

$$\Gamma' \propto \frac{\Gamma}{2} \frac{2\Omega^2/\Gamma^2}{1 + 2\Omega^2/\Gamma^2 + (2\delta/\Gamma)^2} \quad (1.18)$$

La plage de capture en vitesse pour les 2 mécanismes Sub-Doppler s'écrit donc :

$$v_c^\perp \approx v_c^\sigma = \frac{\Gamma}{2k} \frac{s}{s+1} \quad (1.19)$$

En prenant les paramètres pris pour la figure 1.11 ($s = 0.02$) et en utilisant l'équation (1.19), on trouve $v_c \approx 0.01\Gamma/k$, qui est en accord avec le calcul numérique de la force montrée sur la figure 1.11. En écrivant l'équilibre thermodynamique pour un gaz 3D à la température Doppler $\frac{1}{2}mv_D^2 = \frac{3}{2}k_B T_D$, on a :

$$\frac{v_c}{v_D} = \sqrt{\frac{1}{6} \frac{T_D}{T_R}} \frac{s}{s+1} \quad (1.20)$$

où T_R est la température de recul définie par $k_B T_R = \hbar^2 k^2 / 2m$. La plage de capture en vitesse pour les mécanismes Sisyphe est donc proportionnel à Γ (par l'intermédiaire de v_D) et de la racine carré du rapport T_D/T_R . Or ces 2 quantités sont petites pour ${}^4\text{He}^*$, c'est pourquoi les mécanismes Sub-Doppler sont ici faibles et font donc de cet atome un bon candidat pour étudier le refroidissement Doppler (en plus du fait que la force exercée est très proche de celle pour un atome à 2 niveaux).

Espèce	T_D/T_R	v_c/v_D
${}^4\text{He}^*$	18.8	0.59
${}^7\text{Li}$	39.4	0.85
${}^{23}\text{Na}$	196	1.90
${}^{40}\text{K}$	348	2.54
${}^{87}\text{Rb}$	808	3.87
${}^{133}\text{Cs}$	1413	5.12

TABLE 1.1 – Rapport T_D/T_R et vitesse de capture v_c/v_D ($s = 1/2$) pour plusieurs atomes standards refroidis par laser.

L'équation (1.20) montre que la vitesse de capture v_c/v_D augmente avec le paramètre de saturation s . Néanmoins s ne peut pas prendre des valeurs supérieures à $1/2$. Au delà de cette valeur, le coefficient de friction change de signe et le nuage est donc chauffé. En prenant donc $s=1/2$, on a recensé au tableau 1.1 les différentes espèces usuelles refroidies par laser. Il apparaît que l'Hélium bénéficie d'une place particulière (avec dans une moindre mesure le Lithium) : la plage de capture des phénomènes sub-Doppler est petite. Cela montre que l'observation des phénomènes Sub-Doppler est inhibée pour l'Hélium sur la transition d'étude $2^3S_1 \rightarrow 2^3P_2$ et permet donc de se placer dans des conditions expérimentales idéales pour l'observation des prédictions de la théorie Doppler.

1.2.2 Observation de la limite Doppler à 3D

Cette partie reprend en partie les résultats publiés dans [68]. La température du nuage est extraite d'une mesure en temps de vol. Pour tenir compte de la multiplicité

des niveaux dans la transition $2^3S_1 \rightarrow 2^3P_2$ dans la théorie Doppler 3D, nous avons renormalisé I_{sat} en sommant à poids égal tous les coefficients de Clebsch-Gordan au carré (voir figure 1.11) : $I_0 = \left(2 \times 1^1 + 4 \times (1/\sqrt{2})^2 + 2 \times (1/\sqrt{6})^2 + (\sqrt{2/3})^2 \right) / 9 \times I_{sat} = 9/5 I_{sat}$ (approche heuristique). La température d'équilibre se s'écrit donc :

$$k_B T = \frac{\hbar\Gamma}{2} \frac{1 + I_{tot}/I_0 + (2\delta/\Gamma)^2}{4|\delta|/\Gamma} \quad (1.21)$$

avec I_{tot} l'intensité totales des 6 faisceaux (une approche similaire a été utilisée dans [69]).

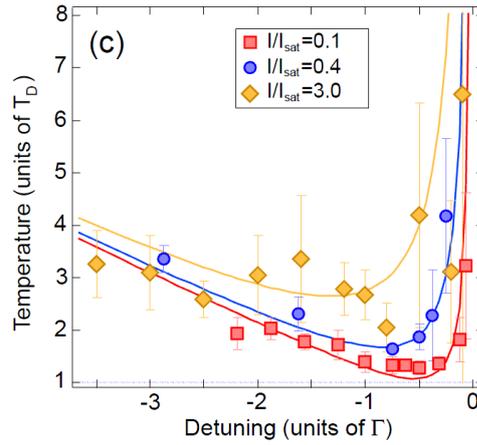


FIGURE 1.12 – Température des mélasses en fonction du désaccord. Les courbes sont tirées de l'équation (1.21) et sont en bon accord avec les points expérimentaux.

Le cycle expérimental pour prendre les données de température dans les mélasses rouges est le suivant : en partant du PMO, on baisse le gradient linéairement jusqu'à 0 Gauss pendant 20 ms. Dans le même temps, on change les valeurs de désaccord δ et d'intensité I jusqu'à la valeur souhaitée. On attend alors 20 ms pour s'assurer d'atteindre un équilibre thermodynamique (on s'est préalablement assuré que les températures mesurées étaient identiques pour des temps de mélasse de 10ms, qui correspond au temps de refroidissement dans la théorie Doppler $\tau = m/(2\alpha)$). Enfin on extrait la température par une mesure en temps de vol. Les températures mesurées en fonction du désaccord sont en accord avec la théorie Doppler et pour $\delta = -\Gamma/2$, on trouve $T = 1.3(1)T_D$, proche de la limite Doppler.

Enfin une caractéristique expérimentale du refroidissement Doppler est la sensibilité des mélasses à un déséquilibre de puissances entre 2 faisceaux contra-propageant, contrairement au refroidissement Sisyphes qui y est très peu ou pas sensible. Afin de tester cet aspect, un déséquilibre des puissances laser de deux faisceaux contra-propageant peut être utilisé. En suivant les notations de [46], on définit le déséquilibre avec le paramètre ϵ tel que $P1 = (1 + \epsilon)P2$, où $P1$ et $P2$ sont les puissances des 2 faisceaux laser. Pour de faibles paramètres d'intensités, on peut montrer que la vitesse de déplacement du nuage s'écrit :

$$v_d = \frac{\epsilon\Gamma}{8k} \frac{1 + 4\delta^2/\Gamma^2}{2|\delta|/\Gamma} - \frac{\delta\epsilon^2}{8k} \frac{1 + 4\delta^2/\Gamma^2}{4\delta^2/\Gamma^2} + \dots \quad (1.22)$$

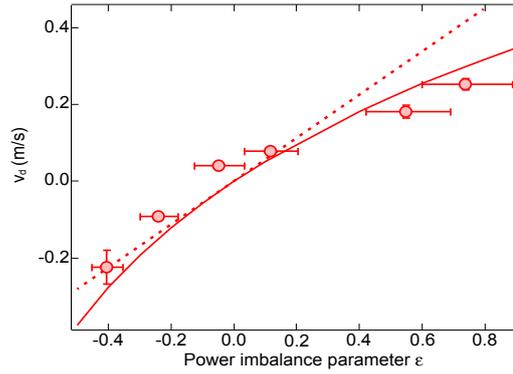


FIGURE 1.13 – Dérive des mélasses rouges en fonction du déséquilibre entre 2 faisceaux contra-propageants. Pour ces mesures, on s'est placé à $\delta = -\Gamma$ et $I/I_{sat} = 1/40$. La ligne en pointillé est le calcul au premier ordre de l'expression de la dérive selon la théorie Doppler, en trait plein le calcul exact.

Sur la figure 1.13, nous reportons nos observations expérimentales et il apparaît clairement une vitesse de déplacement en accord avec le modèle Doppler.

Dans l'expérience l'objectif des mélasses Doppler est la réduction de la température du PMO comprimé avec une efficacité de capture des atomes proches de l'unité (l'efficacité de capture est définie comme le rapport entre le nombre d'atomes N après la phase de refroidissement et le nombre d'atomes N_0 avant : N/N_0). Dans la pratique, on se place à un désaccord de -8 MHz pour atteindre une température de $80 \mu K$. Cela nous permet de refroidir la totalité du nuage avec $N = 8,2 \times 10^8$ atomes.

1.3 Refroidissement Sub-Doppler dans les mélasses grises

Les températures atteintes lors du refroidissement Doppler sur la transition $2^3S_1 \rightarrow 2^3P_2$ restent encore élevées. En effet un chargement dans un piège quadrupolaire impliquerait une température élevée ce qui obligerait à évaporer plus d'atomes pour atteindre la même température finale. Mieux refroidir permettra de conserver plus d'atomes. Nous avons donc mis en place un refroidissement sub-Doppler de l' ^4He en utilisant des faisceaux lasers décalés vers le bleu de la transition $2^3S_1 \rightarrow 2^3P_1$, réalisant ainsi une phase de refroidissement appelée mélasses grises. En partant d'un nuage Doppler à $80 \mu\text{K}$, nous avons observé une température minimum de $10 \mu\text{K}$, et avons obtenu une efficacité de capture proche de l'unité en obtenant une température de $20 \mu\text{K}$. Nous allons discuter ces résultats dans le contexte de refroidissement Sisyphes et du piégeage cohérent VSCPT (velocity-selective coherent population trapping).

Les mélasses grises ont déjà été étudiées pour plusieurs espèces atomiques incluant le Lithium [40], le Césium [85, 86], le Potassium fermionique [87] et le Potassium bosonique [37, 38, 88]. Notre étude porte sur la transition $2^3S_1 \rightarrow 2^3P_1$ avec 3 faisceaux lasers contra-propageant polarisés circulairement $\sigma^+ - \sigma^-$. Cette configuration fournit un système naturel en Λ , puisque la transition $m_J = 0 \rightarrow m_{J'} = 0$ est une transition dipolaire interdite (figure 1.14).

Le principe général des mélasses grises (figure 1.14) repose sur l'existence d'états brillants et noirs. L'état noir n'est pas couplé à l'état excité par le champ électrique, et par conséquent son déplacement lumineux n'est pas modulé par la lumière. En revanche l'état brillant voit la lumière et par conséquent voit son déplacement lumineux modulé par la lumière due aux interférences lumineuses. Un atome qui tomberait dans l'état noir à vitesse nulle y resterait indéfiniment. Cependant en considérant maintenant le mouvement atomique, un couplage motionnel apparaît et un atome piégé dans l'état noir peut aller dans l'état brillant. Pour un désaccord positif $\delta \geq 0$, le décalage dû à la lumière est positif (figure 1.14) et augmente avec l'intensité lumineuse de telle sorte que les 2 états sont plus proches l'un de l'autre en bas de la colline de potentiel ressenti par l'état brillant. Après être transféré dans l'état brillant (transitions non-adiabatiques), l'atome monte la colline de potentiel en transférant son énergie cinétique en énergie potentielle. Finalement une fois atteint le haut de la colline, l'atome est repompé vers l'état noir (c'est en haut de la colline que la probabilité d'être repompée est la plus haut élevée).

1.3.1 Modèle à une dimension en Λ

Nous présentons ici le modèle simple d'un atome à trois niveaux et selon une dimension. Cette section a pour objectif de comprendre les effets physiques qui donnent lieu à ce type de refroidissement. La configuration en Λ permet d'expliquer des phénomènes tel que la résonance noire [93] ou encore la transparence électromagnétique induite [94]. Considérons d'abord un atome au repos qui interagit avec un champ laser qui s'écrit :

$$\vec{E}(z, t) = \vec{e} E \cos(\omega t) \cos(kz + \phi/2) + \vec{e} E \cos(\omega t) \cos(kz - \phi/2) \quad (1.23)$$

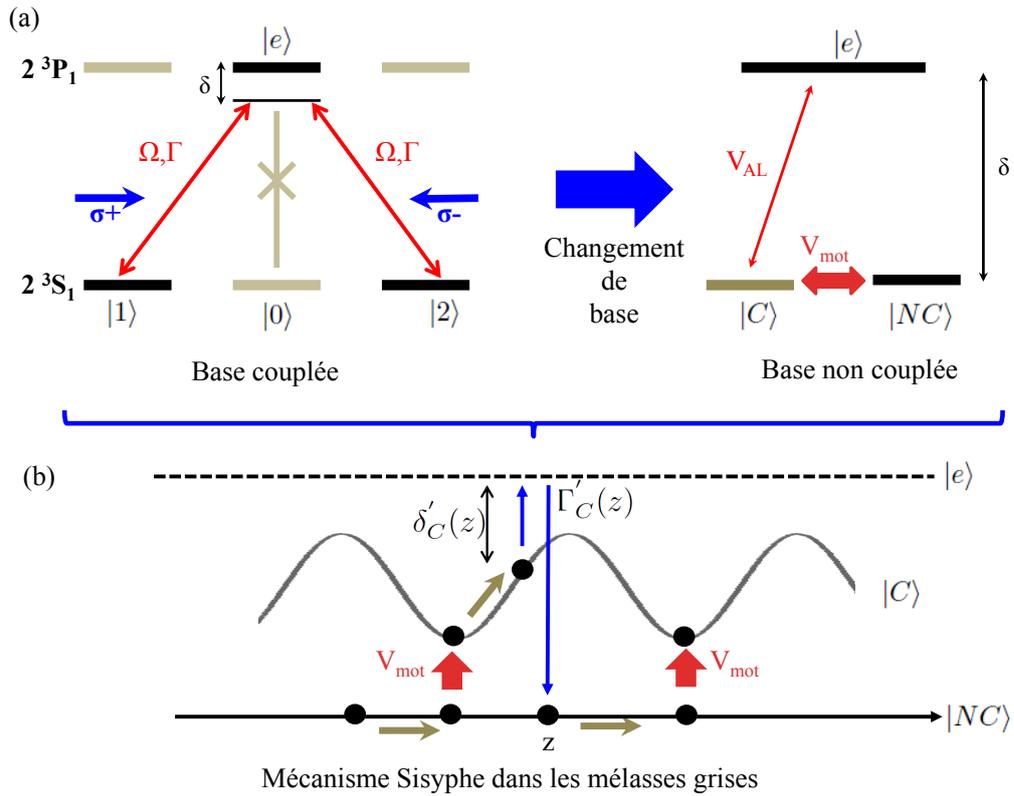


FIGURE 1.14 – Principe des mélasses grises : (a) : la configuration en Λ est donnée par la transition $2^3S_1 \rightarrow 2^3P_1$. Chaque sous niveau fondamentaux ($|1\rangle$ et $|2\rangle$) est couplé à l'état excité $|e\rangle$ par un champ laser caractérisé par le désaccord δ entre la transition atomique et la fréquence laser et sa fréquence de Rabi Ω . L'état excité se déexcite avec un taux Γ . (b) Le refroidissement des mélasses grises due à la modulation spatiale entre les niveau d'énergie dans la base habillée ($|NC\rangle$ et $|C\rangle$)

où ω est la fréquence du laser, $k = \omega/c$ le vecteur d'onde associé, ϕ la phase relative entre les 2 ondes planes et E l'amplitude du champ électrique. Le couplage entre les niveaux fondamentaux et le niveau excité est caractérisé par la fréquence de Rabi :

$$\Omega = -\vec{d} \cdot \vec{E} / \hbar \quad (1.24)$$

Considérons d'abord un atome au repos. L'hamiltonien du système (atome + interaction laser-atome) s'écrit :

$$\hat{H} = \hat{H}_{at} + V_{AL} \quad (1.25)$$

$$- \hbar\omega_0 |1\rangle \langle 1| - \hbar\omega_0 |2\rangle \langle 2| \quad (1.26)$$

$$+ \hbar\Omega \cos(kz + \phi/2) (e^{-i\omega t} |e\rangle \langle 1| + hc) \quad (1.27)$$

$$+ \hbar\Omega \cos(kz - \phi/2) (e^{-i\omega t} |e\rangle \langle 2| + hc) \quad (1.28)$$

On passe dans le référentiel tournant en utilisant la transformation unitaire [89] :

$$T(t) = e^{-i\omega t |1\rangle \langle 1| - i\omega t |2\rangle \langle 2|} \quad (1.29)$$

L'Hamiltonien du système s'écrit enfin (avec les notations de la figure 1.14) :

$$\hat{H} = \hbar\delta(|1\rangle\langle 1| + |2\rangle\langle 2|) \quad (1.30)$$

$$+ \hbar\Omega \cos(kz + \phi/2)(|e\rangle\langle 1| + hc) \quad (1.31)$$

$$+ \hbar\Omega \cos(kz - \phi/2)(|e\rangle\langle 2| + hc) \quad (1.32)$$

On effectue alors un changement de base :

$$|NC(z)\rangle = \frac{1}{\sqrt{D(z)}}[\cos(kz - \phi/2)|1\rangle - \cos(kz + \phi/2)|2\rangle] \quad (1.33)$$

$$|C(z)\rangle = \frac{1}{\sqrt{D(z)}}[\cos(kz + \phi/2)|1\rangle + \cos(kz - \phi/2)|2\rangle] \quad (1.34)$$

avec $D(z) = 1 + \cos(\phi) \cos(2kz)$. L'état $|NC\rangle$ n'est pas couplé à l'état excité $|e\rangle$ ($\langle NC|V_{AL}|e\rangle=0$) et est donc appelé état noir. Par opposition, l'état $|C\rangle$ est couplé à la lumière et est appelé état brillant. Ces états sont bien états propres de notre Hamiltonien (ils ont ici la même valeur propre). Cependant nous avons pour l'instant négligé le terme d'énergie cinétique. Si on prend en compte ce terme, il en résulte un couplage entre l'état noir et l'état brillant :

$$\langle C(z)|\frac{V_{mot}}{i\hbar}|NC(z)\rangle = -\langle C(z)|\frac{d}{dt}|NC(z)\rangle = -v\langle C(z)|\frac{d}{dz}|NC(z)\rangle = \frac{kv \sin(\phi)}{D(z)} \quad (1.35)$$

où $V_{mot} = (m\vec{v}\cdot\hat{p})/2m$ avec \vec{v} la vitesse du centre de masse. L'état noir dépend de la vitesse : si un atome à vitesse nulle tombe dans l'état noir, il n'est plus couplé à la lumière et est donc piégé pour toujours. C'est l'effet VSCPT (velocity-selective coherence population trapping).

A cause de la modulation de la lumière, dans la limite de paramètre de saturation faible ($s \leq 1$), on peut écrire le décalage en énergie et le temps de vie pour l'état brillant $|C(z)\rangle$ (notation figure 1.14) :

$$\delta'_C(z) = \frac{\delta s}{2}D(z) \quad (1.36)$$

$$\Gamma'_C(z) = \frac{\Gamma s}{2}D(z) \quad (1.37)$$

On voit ainsi que le couplage motionnel $\langle C(z)|\frac{V_{mot}}{i\hbar}|NC(z)\rangle$ est maximal quand l'écart entre l'état noir et l'état brillant δ'_C est minimal (figure 1.14). Une fois l'atome passé de l'état noir à l'état brillant, il grimpe alors la colline de potentiel en convertissant son énergie cinétique. L'atome est dé pompé préférentiellement sur les maxima : c'est l'effet Sisyphé qui permet de refroidir notre nuage. On peut alors écrire la force totale ressentie par les atomes (en notant ρ_{CC} la population dans l'état excité et $\rho_{NC,C}$ la cohérence entre l'état noir et l'état brillant) :

$$F(v, z) = -\rho_{CC}\frac{d}{dz}[\hbar\delta'_C(z)] - \left(\hbar \left(\delta'_C(z) + i\frac{\Gamma'_C(z)}{2} \right) \frac{k \sin(\phi)}{D(z)} \rho_{NC,C} + cc \right) \quad (1.38)$$

Le premier terme dépend de la modulation du niveau d'énergie dues aux interférences lumineuses, il se réfère donc à l'effet Sisyphé. Le deuxième terme dépend des

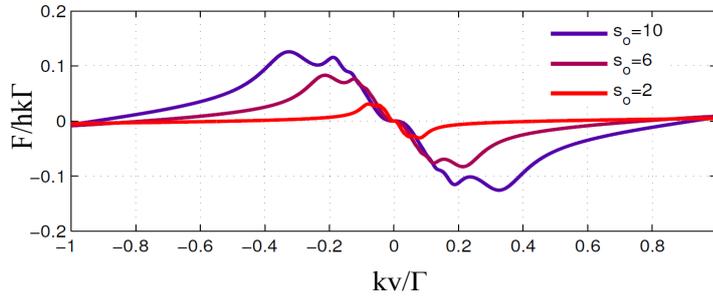


FIGURE 1.15 – Force ressentie par un atome dans la configuration en Λ pour différents paramètres de saturation. Pour de faibles vitesses, $F \propto v^3$ (VSCPT) suivit par $F \propto -1/v$ pour des vitesses intermédiaire (Sisyphé). Ces simulations de la force ont été faites par Rockson Chang en utilisant la méthode de la fraction continue.

cohérences entre les états $|NC\rangle$ et $|C\rangle$ et se réfère au phénomène VSCPT. On trace sur la figure 1.15 cette force : il apparait 2 comportements. Pour de faibles vitesses ($kv \leq \delta'_C, \Gamma'_C$)

$$F(v) \propto -\frac{(kv)^3}{\delta\Gamma} \quad (1.39)$$

Ce comportement en v^3 est dû à la présence de l'état noir. Pour des vitesses intermédiaires ($\Gamma'_C \leq kv \leq \delta'_C$)

$$F(v) = -kv \frac{\Gamma'}{\delta} \quad (1.40)$$

Cette loi d'échelle indépendante de l'intensité est caractéristique du refroidissement Sisyphé.

En conclusion, il y a deux mécanismes de refroidissement. Le refroidissement Sisyphé permet de ralentir les atomes à des vitesses pour lesquelles VSCPT est efficace. Expérimentalement, on souhaite en plus de refroidir notre gaz, avoir une grande plage de capture pour refroidir le plus grand nombre d'atomes possibles (cette phase de refroidissement s'inscrit dans les phases pour l'obtention du condensat de Bose-Einstein).

1.3.2 Résultats expérimentaux

La configuration utilisée (transition $2^3S_1 \rightarrow 2^3P_1$ avec 3 faisceaux lasers contra-propageant polarisés circulairement $\sigma^+ - \sigma^-$) fournit naturellement un système en Λ , qui sont les systèmes étudiés théoriquement à 1 dimension ([89, 90, 91, 92]). La transition étudiée se situe toujours autour de 1083 nm (décalée de 2301 MHz par rapport à la transition qui nous a servit à étudier l'effet Doppler) et sa largeur naturelle est de $2\pi \times 1.6$ MHz. La température Doppler est $T_D = \hbar\Gamma/2k_B = 38.5 \mu\text{K}$ et la température de recul est $T_{rec} = \hbar^2 k^2 / 2mk_B = 2 \mu\text{K}$. La phase de mélasse grise dure 5 ms, et nous

avons observé un équilibre atteint sur une échelle typique de 1 ms. Le champ magnétique à la position des atomes a été compensé par 3 paires de bobines à moins de 10 mG en optimisant la température des mélasses. Le laser utilisé est une diode laser en cavité. La largeur du laser est de ~ 3 MHz (soit 2Γ) et nous utilisons une puissance de 200 mW, soit $30 I_{sat}$ par faisceau (on a gardé la même définition de $I_{sat} = 0.16$ mW/cm²). La lumière arrive sur les atomes de la même manière que la lumière du refroidissement Doppler : elle est divisée en 6 dans le même cluster Schafter-Kirchoff. Pour quantifier l'efficacité de cette phase, nous mesurons la température atteinte et l'efficacité de capture (le rapport entre le nombre d'atomes après la phase de refroidissement et le nombre d'atomes avant : N/N_0). Nos résultats se trouvent sur la figure 1.16 où on a regardé l'influence de l'intensité lumineuse (caractérisée par le paramètre de saturation $s_0 = I/I_{sat}$) et du désaccord δ (différence entre la fréquence laser et la transition atomique). Notons que la largeur du laser nous empêche d'explorer des gammes de désaccord $\delta \leq 2\Gamma$.

Nous observons une augmentation linéaire de la température avec l'intensité et une décroissance avec le désaccord (figure 1.16) : cette tendance est compatible avec un effet Sisyphé. La température la plus froide observée est $10 \mu\text{K}$, soit 5 fois la température de recul. Ce minimum observé est peut-être limité par l'efficacité de capture qui chute à zéro pour ces intensités. De plus, dans le régime de faible température, la température devient certainement très sensible aux faibles champs magnétiques que nous n'avons pas compensé à mieux que 10 mG. Une meilleure compensation aurait requit des mesures approfondies de caractérisation du champ vectoriel \vec{B} , par exemple à partir de l'effet Hanle. Nous avons choisi de ne pas suivre cette voie. La température devient également sensible aux fluctuations d'intensités lasers.

Ensuite nous étudions l'efficacité de capture des mélasses grises qui est, pour des raisons pratiques (avoir une densité dans l'espace des phases la plus grande possible), aussi importantes que la réalisation de faibles températures. Dans le cas du refroidissement par Sisyphé décalé vers le bleu, la plage de capture doit augmenter avec l'intensité du laser alors qu'elle doit rester relativement insensible au désaccord [49], ce que montrent nos résultats. Nos résultats semblent indiquer que le type de refroidissement est de type Sisyphé sans montrer la présence de VSCPT. Dans la réalité, ce phénomène de Sisyphé permet d'aider à enclencher le phénomène VSCPT car sa plage de capture en vitesse est plus petite.

Finalement Nous avons observé que la température de notre nuage est très sensible aux champs de biais magnétique (figure 1.17). On a le même comportement sur les 3 axes indépendants de l'espace. On s'attend en effet à un chauffage avec un champ magnétique car on couple l'état $|NC\rangle$ et $|C\rangle$. Nous observons une dépendance quadratique de la température avec le champ magnétique, similaire à ce qui a été rapporté dans [37, 87].

En conclusion, l'objectif de refroidir notre gaz sous la température Doppler avec une grande plage de capture (presque tous les atomes sont refroidis durant cette phase) est atteint. Cette phase permet d'aborder plus sereinement les phases suivantes pour l'obtention du condensat de Bose-Einstein. Cette conclusion optimiste est néanmoins à nuancer un peu : nous n'avons pas vu d'effet VSCPT que nous avons cherché. Même

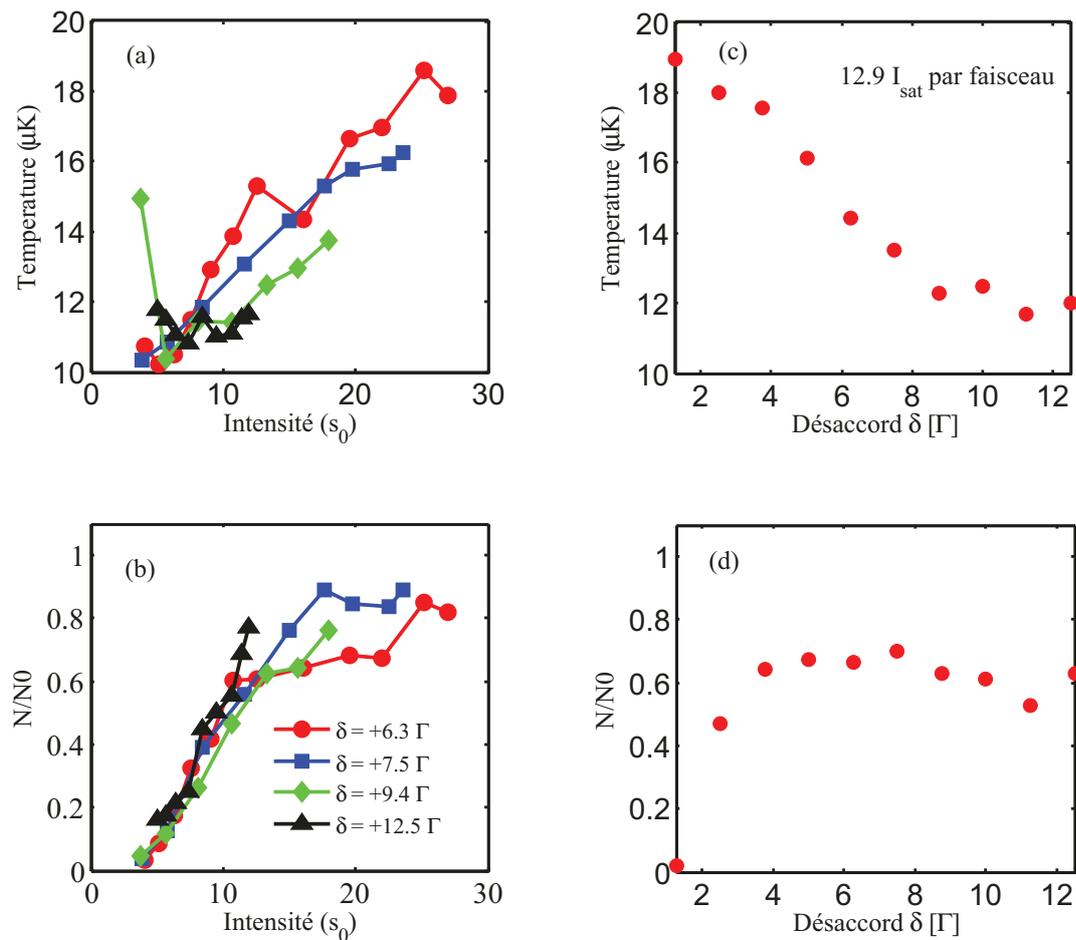


FIGURE 1.16 – Refroidissement Sub-Doppler observé. La température T des mélasses est tracée en fonction des (a) l'intensité s_0 et du (b) désaccord δ . Enfin nous avons étudié aussi l'efficacité de capture N/N_0 des nuages en fonction de (c) l'intensité et du (d) désaccord δ .

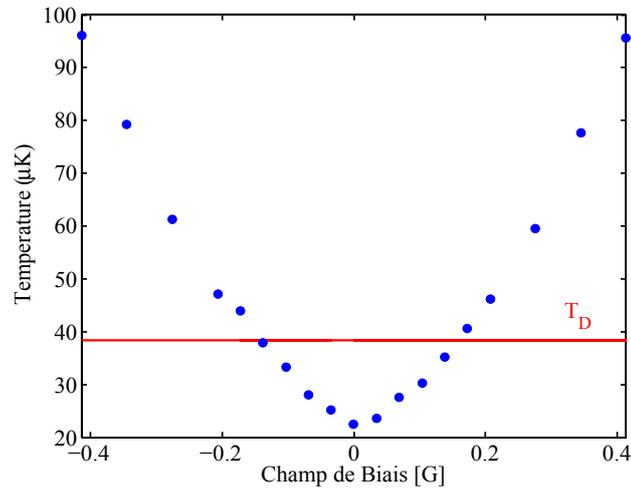


FIGURE 1.17 – Sensibilité de la température des mélasses grises en fonction du biais magnétique dans une direction donnée (même comportement sur les 3 axes indépendants de l'espace). On observe une dépendance quadratique de la température avec le champ magnétique, exactement comme ce qui a été rapporté par [37, 87]

en utilisant notre détecteur à atome unique, nous n'avons pas pu observer d'accumulations d'atomes dans ces états. Tout d'abord la largeur naturelle de notre laser nous empêche d'explorer la gamme $\delta \leq 2\Gamma$. Nous avons essayé d'ajouter une autre cavité optique après le laser pour réduire cette largeur, sans succès malheureusement. Nous pensons que l'absence supposée de VSCPT peut provenir d'un coupage parasite entre les deux sous-niveaux fondamentaux (dû peut-être à un champ magnétique, à des fluctuations d'intensité de laser, à des collisions,..) qui détruit la cohérence et donc l'état noir. Par comparaison, les auteurs de [84] ont compensé leur champ magnétique à mieux que 0.5 mG en utilisant l'effet Hanle pour voir l'effet VSCPT sur l'Hélium. Comme évoqué précédemment nous avons choisi de ne pas effectuer les longs travaux nécessaires à une compensation aussi bonne du champ magnétique. Malgré de nombreux efforts, nous n'avons pas pu malheureusement identifier l'origine précise de nos difficultés. En réalité, après un étuvage de l'expérience suite à la casse de la pompe primaire, nous avons dû enlever et remettre les faisceaux lasers. Depuis ce jour il nous a été impossible d'atteindre des températures au dessous de 17 μK bien qu'un effort important a été mis sur cet aspect. Il faut noter que les observations VSCPT [84] ne

sont pas efficaces pour l'obtention d'un condensat de Bose-Einstein car la densité dans l'espace des phases et la densité spatiale sont extrêmement faibles.

CHAPITRE 2

Une nouvelle approche pour la production d'un condensat de Bose-Einstein d'Hélium métastable

L'objectif de cette nouvelle expérience d'atomes froids est d'aller mesurer dans l'espace des impulsions des fonctions de corrélations dans des gaz quantiques en fortes interactions. Le point de départ de toutes les expériences à venir est le condensat de Bose-Einstein (BEC). Le condensat de Bose-Einstein décrit un système de particules de spin entier, les bosons, où un nombre macroscopique de ces particules vient s'accumuler dans l'état fondamental du système. Cet objet quantique macroscopique exhibe alors des propriétés différentes de celles d'un gaz classique. La condensation de Bose-Einstein se produit quand les fonctions d'ondes associées à chaque atome du système se recouvrent. La longueur d'onde de de Broglie $\lambda_{dB} = \sqrt{\frac{2\pi\hbar^2}{mk_B T}}$, qui donne l'échelle spatiale sur laquelle la nature ondulatoire de l'atome peut se manifester, est alors comparable à la distance interatomique $d \simeq n^{-1/3}$, où n est la densité spatiale du nuage 3D d'atomes :

$$\lambda_{dB} \simeq n^{-1/3} \quad (2.1)$$

Ainsi pour obtenir un condensat de Bose-Einstein, il faut que la densité dans l'espace des phases $D = n\lambda_{dB}^3$ soit de l'ordre de l'unité. Cela requiert des températures très basses (de l'ordre du μK) et des densités typiques de l'ordre de $10^{12} - 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ pour l'Hélium. L'objectif de ce chapitre est de décrire les étapes du cycle expérimental permettant d'atteindre la condensation. Chaque étape a ainsi pour objectif d'augmenter la densité dans l'espace des phases D .

Le premier BEC d'Hélium métastable (He^*) a été obtenu ici à l'institut d'Optique il y a plus de 15 ans ([99]). Aujourd'hui, quatre expériences travaillent avec des condensats d' He^* dans le monde parmi lesquelles l'expérience historique de l'institut d'Optique ([99]). L'une d'elle se trouve en Australie à Canberra dans le groupe de A. Truscott ([101]) et une autre au Pays-Bas à Amsterdam dans le groupe de W. Vassen ([102]). Ces deux groupes réussissaient la même année (2006) à produire un BEC d' He^* . Plus récemment en 2014 le groupe d'A. Zeilinger en Autriche (Vienne) parvenait également à obtenir un BEC ([103]). A noter que d'autres groupes ont aussi condensé cet atome : le groupe de C. Cohen-Tannoudji en France en 2002 ([100]) et le groupe de W. Ketterle et J.M Doyle à Harvard aux Etats-Unis en 2009 ([104]). La première expérience a été arrêtée et la deuxième a changé d'espèce (l'utilisation d'un "Buffer gas cooling" dans cette expérience pour refroidir les atomes leur permet aujourd'hui de refroidir des molécules). Le point commun de ces expériences (excepté celle de Harvard) est la

manière dont le BEC est réalisé : Le nuage d'atomes est chargé dans un piège magnétique type "cloverleaf" crée par des bobines Ioffe (QUIC) ou 2 bobines en configuration anti-Helmoltz : cette configuration leur permet d'éviter le zéro de champ magnétique. Ensuite une évaporation radio-fréquence leur permet d'augmenter la densité dans l'espace des phases jusqu'à traverser la transition.

Ce type de piège magnétique reste encore assez largement utilisé dans les expériences d'atomes froids du fait de leur capacité à fournir de large volume de piégeage. Cependant leur utilisation limite l'accès optique et les fluctuations du champ magnétique peuvent rendre instable l'obtention du BEC. De plus leur emploi n'autorise pas l'utilisation de résonances de Feshbach pour contrôler les interactions entre atomes. C'est pourquoi depuis quelques années de nombreux groupes ont opté pour une autre solution : l'évaporation finale s'effectue dans un piège optique. Cette technique offre un plus grand accès optique que la solution magnétique. Certaines expériences chargent directement leurs atomes du piège magnéto-optique (PMO) [107, 108, 109], d'autres pendant la phase de refroidissement laser [106]. Cependant ces approches optiques restent compliquées pour l' He^* . Les collisions Penning assistées par la lumière obligent à réaliser un PMO très désaccordé (chapitre 1) pour lequel la température est ~ 1 mK, beaucoup trop élevée pour charger directement dans le piège optique. Enfin lors des phases de refroidissement laser, notre gaz est non-polarisé, ce qui limite notre densité à $\sim 10^9$ cm^{-3} à cause des collisions inélastiques. Les phases de mélasses optiques donnent ainsi lieu à la réalisation de gaz dilués pour lesquels la densité atomique est trop faible pour effectuer un chargement efficace. Par conséquent nous devons prendre une autre route : nous allons utiliser un piège magnétique (configuration helmholtz) comme réservoir pour le piège dipolaire. Nous allons donc capturer les atomes refroidis par laser (refroidissement Doppler et mélasses grises) dans le piège quadropolaire. Les atomes sont ainsi polarisés (l'état de spin $m_F = 1$ est l'état piégeant), ce qui diminue le taux de perte causé par les collisions Penning de plusieurs ordres de grandeur [148] et permet d'augmenter la densité atomique par compression du piège magnétique. Après une évaporation radio-fréquence dans le piège magnétique, nous allons transférer les atomes dans le piège optique en ouvrant le piège magnétique (c'est-à-dire en baissant le champ magnétique qui créé le piège quadropolaire). Cette méthode combine l'avantage de la grande capture du nombre d'atomes dans le PMO avec l'évaporation rapide dans le piège dipolaire. Cette technique a été implémentée avec succès pour le Rubidium [110] mais est un véritable déficit dans le cas de l' He^* , notamment car la faible masse rend les pertes Majorana (causées par la présence du zéro de champ magnétique de la configuration magnétique quadropolaire) très élevées. Il est à noter que le groupe à Amsterdam a aussi réalisé cette technique sur leur nouvelle expérience (mélange de Rubidium et d'Hélium pour l'étude de la physique d'Efimov) suite à nos travaux [127].

La première partie de chapitre est dédiée à la description du piège hybride (piège quadropolaire + piège optique). Nous décrivons en particulier le point crucial de la méthode : le transfert entre le piège magnétique et le piège optique en reprenant l'analyse thermodynamique faite par [110].

Ensuite nous présenterons le cycle expérimental mis en place pour obtenir un condensat en appliquant la méthode de [110]. La première étape consiste à piéger les atomes

refroidis par laser dans le piège magnétique. Nous verrons dans cette section comment et avec quels paramètres expérimentaux on réalise le transfert dans le piège magnétique.

Après nous analyserons le transfert du piège magnétique au piège optique. Enfin nous étudierons la condensation de l'He* dans le piège optique et caractériserons les condensats produits.

2.1 Utilisation d'un piège magnétique quadrupolaire pour charger un piège optique : méthode et dispositif

Cette partie reprend largement l'analyse théorique faite par les auteurs de [110]. Elle donne une idée simple du mécanisme qui permet de charger adiabatiquement les atomes du piège magnétique vers le piège dipolaire.

2.1.1 Description théorique de l'approche :

Le potentiel vu par les atomes dans le piège hybride (somme du piège magnétique et piège optique) est le suivant (on néglige ici la gravité) :

$$V(x, y, z) = g\mu_b B' \sqrt{\frac{z^2}{4} + \frac{y^2}{4} + x^2} + V_{opt} \quad (2.2)$$

où B' est le gradient selon l'axe \hat{x} , g le facteur de Landé et μ_b le magnéton de Bohr. À haute température, le piège optique a un rôle négligeable et le potentiel peut être approximé par :

$$V(x, y, z) \approx g\mu_b B' \sqrt{\frac{z^2}{4} + \frac{y^2}{4} + x^2} \quad (2.3)$$

À l'inverse, à faible température, c'est le piège optique (qu'on peut approximer par un potentiel harmonique) qui domine et on peut écrire :

$$V(x, y, z) \approx V_{opt} = \frac{1}{2}m (\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2) \quad (2.4)$$

où m est la masse de l'atome et ω_i ($i = x, y, z$) les fréquences du piège optique. La procédure de chargement consiste à ouvrir adiabatiquement (au sens où l'entropie est conservée) le piège magnétique (c'est-à-dire diminuer le gradient B' du piège quadrupolaire). De cette façon on espère que les atomes (qui ressentent au début essentiellement le piège magnétique) vont être transférés efficacement dans le piège optique. On souhaite donc que les atomes suivent une courbe isentropique au moment du transfert. C'est pourquoi on va calculer l'entropie du gaz dans le piège. Dans toute la suite, on fera l'hypothèse d'adiabaticité, c'est-à-dire que l'entropie de notre système est conservée. Cela recouvre 2 conditions. Si le piège est harmonique de pulsation ω , et si $\dot{\omega}$ est la variation temporelle de cette pulsation lors du transfert, il faut à la fois que $\dot{\omega}/\omega^2 \ll 1$ (adiabaticité au sens du mouvement de l'atome [115]) et que $\dot{\omega}/\omega\gamma \ll 1$ (adiabaticité thermodynamique) afin que le nuage reste constamment à l'équilibre thermodynamique (γ est le taux de collisions élastiques). Lorsque ces 2 hypothèses sont satisfaites, l'entropie du nuage est conservée. On supposera par la suite que c'est le cas et nous

assimilerons ainsi le terme adiabatique au terme isentropique.

Calcul de l'entropie :

Les propriétés thermodynamiques du gaz sont déterminées par la fonction de partition ζ qui s'écrit pour un gaz sans interaction dans un potentiel $V(r)$:

$$\zeta = \frac{1}{(2\pi\hbar)^3} \iiint \exp\left(-\frac{p^2}{2mk_B T}\right) d\vec{p} \iiint \exp\left(-\frac{V(\vec{r}')}{k_B T}\right) d\vec{r}' \quad (2.5)$$

où k_B est la constante de Boltzmann et T la température du gaz. On peut réécrire la fonction de partition comme $\zeta = \frac{V_0}{\lambda_{dB}^3}$, avec $\lambda_{dB} = \left(\frac{2\pi\hbar^2}{mk_B T}\right)^{1/2}$ la longueur d'onde de de Broglie et

$$V_0 = \iiint \exp\left(-\frac{V(\vec{r}')}{k_B T}\right) d\vec{r}' \quad (2.6)$$

le volume de piégeage effectif. Des corrections à V_0 dues à la profondeur $\epsilon_t = \eta k_B T$ finie du piège lors de l'évaporation peuvent être apportées en utilisant une distribution de Maxwell-Boltzmann tronquée [116], avec η la paramètre de troncature. Cependant l'équation (2.6) reste raisonnable pour $\eta \geq 8$, ce nous supposons dans la suite. A partir de la fonction de partition ζ (ou de manière équivalente à V_0), on peut alors calculer l'énergie libre A , l'entropie S , la densité dans l'espace des phases D et la densité atomique n :

$$\left\{ \begin{array}{l} A = -Nk_B T \ln(\zeta) \\ S = -\frac{\partial A}{\partial T} \\ D = \frac{N}{\zeta} \\ n(\vec{r}') = \frac{N}{V_0} \exp\left(-\frac{V(\vec{r}')}{k_B T}\right) \end{array} \right. \quad (2.7)$$

avec N le nombre de particules. À haute température, le potentiel dipolaire peut être ignoré et le potentiel $U(r)$ ressenti par les atomes est donné par la seule contribution du piège magnétique. En utilisant l'équation (2.6), on peut alors écrire analytiquement le volume de piégeage effectif :

$$V_0(T) \simeq 32\pi \left(\frac{k_B T}{g\mu_b B'}\right)^3, \quad \text{pour } T \gg \frac{U_0}{k_B} \quad (2.8)$$

Où U_0 est la profondeur du piège optique. Au contraire, à basse température, c'est le potentiel optique qui domine. Cela donne :

$$V_0(T) \simeq \left(\frac{2\pi k_B T}{m}\right)^{3/2} \frac{1}{\omega_x \omega_y \omega_z}, \quad \text{pour } T \lesssim \frac{U_0}{k_B} \quad (2.9)$$

Pour des températures intermédiaires, il n'existe pas d'expression analytique et l'intégrale de l'équation (2.6) doit être calculée numériquement. La figure 2.1 montre le résultat du calcul numérique de l'entropie par particule en fonction de la température. L'entropie par particule (S/Nk_B) a été calculée pour différentes valeurs de gradients du champ magnétique (simulant ainsi l'ouverture du piège). Le potentiel du piège optique est celui de notre configuration de piège croisé au début du chargement : les

fréquences propres du pièges optiques sont $\omega_x = 2\pi \times 3,88$ kHz, $\omega_y = 2\pi \times 3,93$ kHz, $\omega_z = 2\pi \times 2,1$ kHz. Le gradient de champ magnétique au début du chargement est de 45 G/cm. Il est ensuite diminué lentement (de façon à conserver l'entropie de notre système) de façon à transférer les atomes dans le piège optique.

Le principe du transfert est représenté sur la figure 2.1 : l'entropie (par particule) du système peut être découpée en 3 zones : à haute température ($T \geq 100\mu\text{K}$), l'entropie est celle du piège quadrupolaire ($S \propto \ln T^{9/2}$). A basse température ($T \leq 30\mu\text{K}$), l'entropie est dominée par celle du piège optique ($S \propto \ln T^3$). Sur la figure 2.1, on voit qu'en ouvrant adiabatiquement le piège magnétique (c'est-à-dire en suivant une ligne horizontale), on peut, à partir d'une certaine température, passer d'un nuage qui ressent essentiellement l'entropie du piège magnétique à un nuage qui ressent surtout l'entropie du piège optique. Autrement dit, on transfère nos atomes du piège magnétique au piège optique. On voit que pour que le transfert soit efficace, il ne faut pas ouvrir le piège magnétique en dessous d'une température de $100\mu\text{K}$ pour que le nuage ressente essentiellement l'entropie du piège optique après le transfert. Le transfert adiabatique est plus subtil qu'une simple extension du volume de piégeage car en plus de cette extension la forme du piège change. Cela conduit à un changement de la densité de l'espace des phases, même à entropie constante [117], un effet utilisé pour obtenir par exemple des condensats de Bose-Einstein de Césium [118]. Dans notre cas, l'effet est assez fort car pendant le transfert la température diminue (figure 2.1) et la densité augmente (on confine les atomes dans un plus petit volume), ce qui augmente la densité dans l'espace des phases (on passe d'une densité dans l'espace des phases D avant chargement de $D = 3.7 \times 10^{-4}$ à $D = 2.4 \times 10^{-1}$ après chargement). Le schéma expérimental pour obtenir un gaz quantique dégénéré avec cette méthode se dessine (figure 2.3) :

- 1) D'abord le chargement du nuage refroidi par laser (chapitre 1) dans le piège magnétique suivi d'une compression pour obtenir une densité suffisamment élevée.
- 2) Un refroidissement de notre gaz piégé dans le piège magnétique par évaporation radio-fréquence pour l'amener à une température suffisamment basse pour que le transfert soit efficace.
- 3) Le transfert vers le piège optique en ouvrant adiabatiquement le piège magnétique.
- 4) Finalement, une évaporation dans notre piège optique jusqu'à obtenir un condensat de Bose-Einstein.

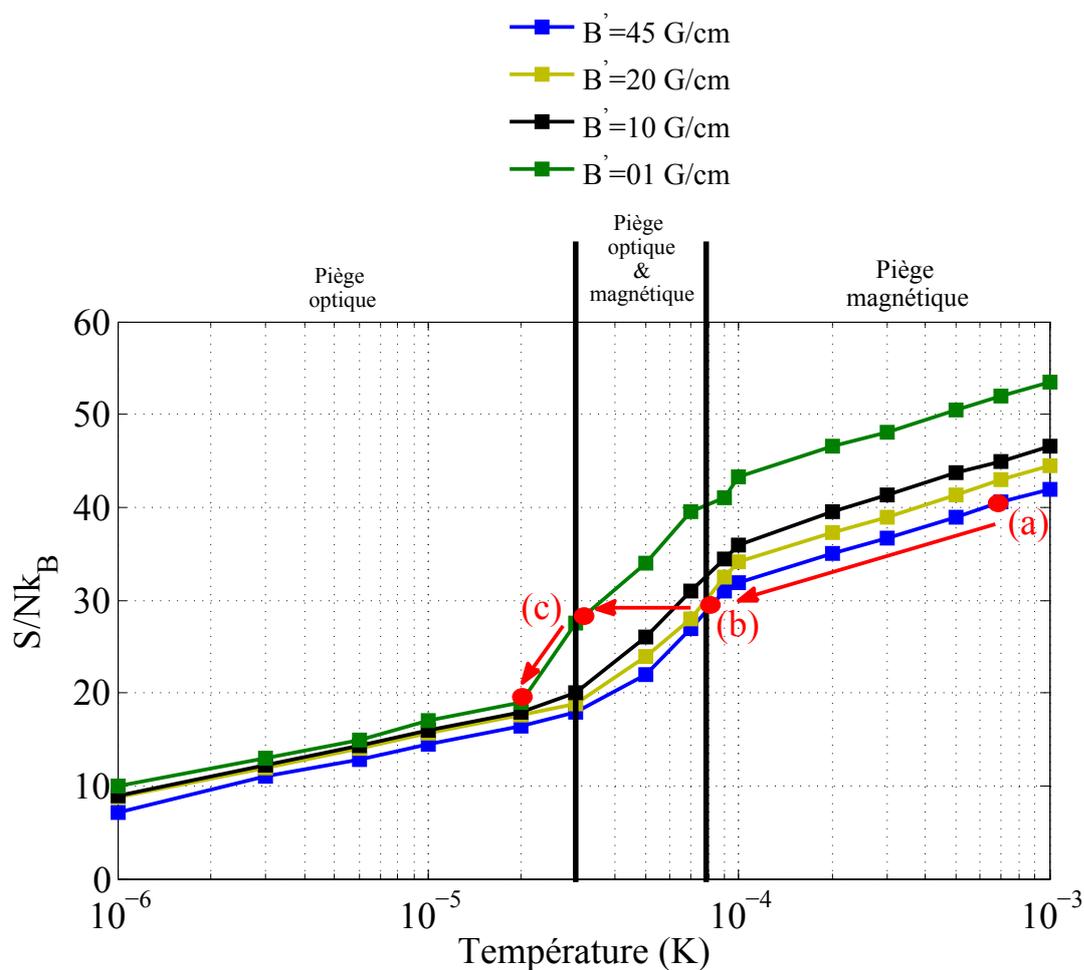


FIGURE 2.1 – Entropie par particule de le piège hybride pour différentes valeurs de gradients du piège magnétique. Les puissances lasers utilisées pendant la phase de chargement permettent d'obtenir un piège optique de $244 \mu\text{K}$ de profondeur (figure 2.2). Le principe du chargement est le suivant : le gaz se situe au début en (a) et est piégé dans le piège magnétique. Ensuite on refroidit le gaz jusqu'en (b) avant d'ouvrir adiabaticquement le piège (ligne horizontale) pour transférer les atomes dans le piège optique. Les atomes arrivent alors en (c), dans le piège optique.

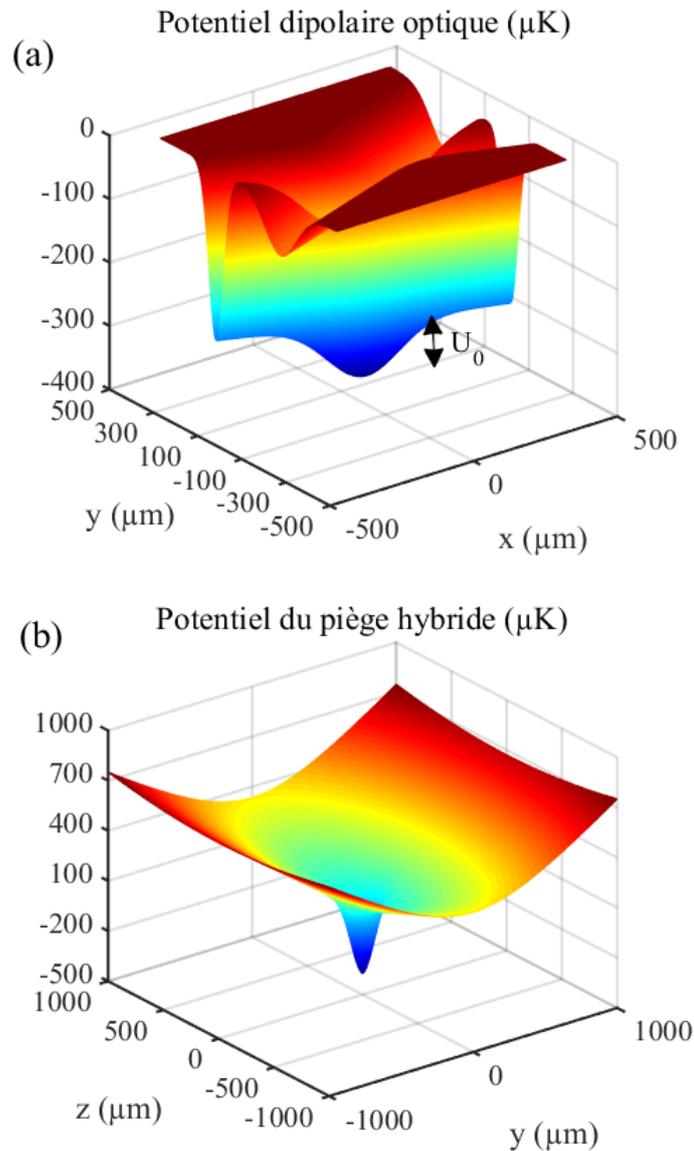


FIGURE 2.2 – Potentiel du piège hybride en μK au début du chargement. (a) coupe du potentiel dipolaire dans le plan $(0xy)$, c'est-à-dire perpendiculaire à la gravité. Au début du chargement, la puissance dans le premier bras optique est de 18 W et de 13 W dans le deuxième bras. Cela fournit une profondeur du piège optique croisé de $240 \mu\text{K}$. le gradient du champ magnétique est de 45 G/cm . (b) Coupe du potentiel du piège hybride dans le plan $(0yz)$.

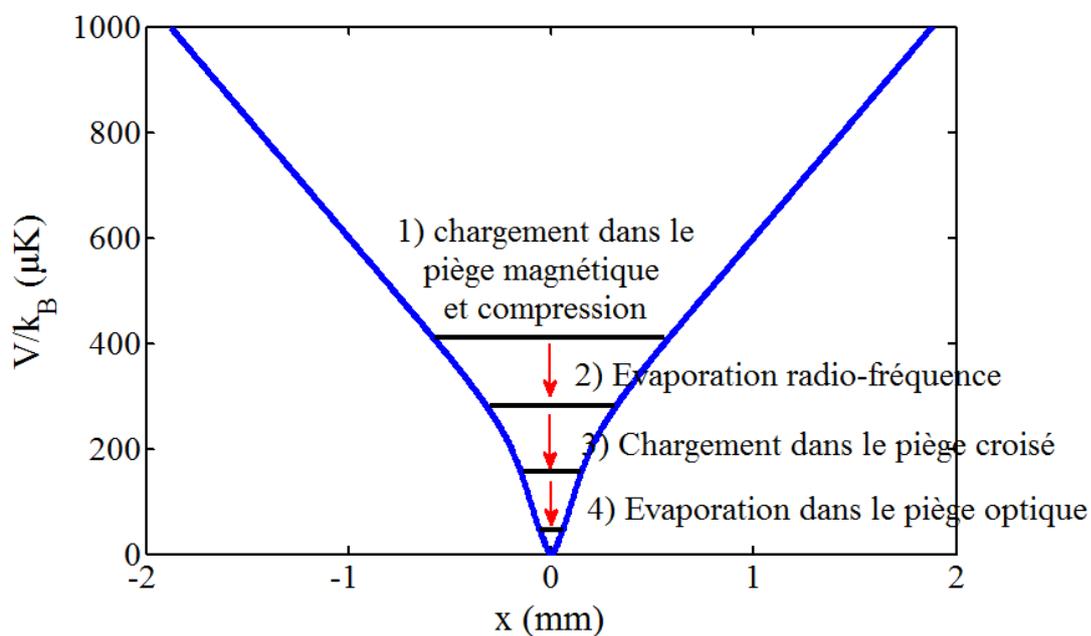


FIGURE 2.3 – Schéma des étapes vers la condensation de Bose-Einstein. On charge d'abord les atomes dans le piège magnétique et on comprime le piège. Ensuite on le refroidit pour transférer les atomes dans le piège optique en ouvrant adiabatiquement le piège magnétique. Enfin, par évaporation dans le piège optique, on croise la transition.

2.1.2 Description du piège hybride mis en place sur l'expérience :

Notre champ quadrupolaire est généré par une paire de bobines dans lesquelles le courant tourne dans des directions opposées (configuration Helmholtz). C'est cette même paire de bobine qui nous sert à générer le champ pour le piège magnéto-optique : elle est composée de 168 tours de fils de cuivre 4x4 mm ($R = 0.15\Omega$ et $L = 4\text{mH}$) pour un diamètre intérieur de 115 mm et un diamètre extérieur de 250 mm. Elle est refroidie par de l'eau qui circule dans le cœur des fils de cuivre. Le champ près du centre des bobines s'écrit :

$$\vec{B} = B' \left(\frac{1}{2}z\hat{z} + \frac{1}{2}y\hat{y} + x\hat{x} \right) \quad (2.10)$$

où B' est le gradient dans l'axe x (axe confinant). Ce champ crée un potentiel pour les atomes :

$$V(x, y, z) = g\mu_b B' \sqrt{\frac{z^2}{4} + \frac{y^2}{4} + x^2} \quad (2.11)$$

le facteur de Landé qui vaut $g(2^3S_1) = 2$. Près du centre, l'allure du potentiel est linéaire dans toutes les directions, formant un cône de potentiel dans lequel les atomes avec un dipôle magnétique alignés sur le champ peuvent être piégés. Classiquement le dipôle magnétique effectue une précession autour de l'orientation locale du champ magnétique à la fréquence de Larmor $\omega_L = \frac{g\mu_b B}{\hbar}$ que suivent adiabatiquement les atomes quand ils se déplacent dans le piège.

Se superpose au piège magnétique un potentiel lumineux pour créer le piège hybride. Le champ électrique oscillant \vec{E} d'un laser induit un moment dipolaire électrique atomique $\vec{p} = \alpha \vec{E}$, où α est la polarisabilité. Ce moment dipolaire induit interagit avec le champ électrique, donnant naissance au potentiel lumineux :

$$V_{opt} = -\frac{1}{2} \langle \vec{p} \cdot \vec{E} \rangle = -\frac{1}{2} \text{Re}(\alpha) |\vec{E}|^2 \quad (2.12)$$

Le potentiel lumineux dépend de l'intensité du faisceaux laser $I = 2\epsilon_0 c |\vec{E}|^2$, et de la partie réel de la polarisabilité qui caractérise la partie dispersive de l'interaction de la lumière avec les atomes. Les crochets indiquent un moyennage temporel sur les termes d'oscillation rapide 2ω . La partie imaginaire de la polarisabilité décrit l'absorption de photons. Le taux d'absorption de photons par les atomes est $\Gamma_{sc} \propto I/\Delta$, avec Δ le désaccord entre la fréquence de la transition atomique et la fréquence du champ laser. Pour minimiser cet effet indésirable, la longueur d'onde du laser qui crée le potentiel dipolaire est choisie loin de résonance, ici égale à 1550 nm (notre transition atomique se situe autour de 1083 nm). Avec nos chiffres typiques, on estime que le temps de vie des atomes dans le piège dipolaire pendant le transfert (c'est-à-dire à pleine puissance optique) est typiquement de 3 secondes. L'expression totale du potentiel dipolaire s'écrit (en tenant compte d'une correction non-séculaire) :

$$V_{opt} = -\frac{3\pi c^2}{2\omega_0^3} \left(\frac{\Gamma}{\omega_0 - \omega} + \frac{\Gamma}{\omega_0 + \omega} \right) I(\vec{r}) \quad (2.13)$$

avec ω_0 et Γ la fréquence et la largeur de la transition atomique, ω la fréquence du champ laser et $I(\vec{r})$ le profil spatial de notre faisceau laser. Notre laser est désaccordé vers le rouge ($\Delta = \omega_0 - \omega \leq 0$) pour former un potentiel attractif.

L'équation (2.13) montre que le potentiel optique créé suit les variations d'intensité lumineuse. Différentes configurations peuvent être envisagées pour piéger un nuage froid d'atomes. Commençons par considérer tout d'abord le cas d'un simple faisceau gaussien focalisé sur les atomes, avec un waist w_{laser} , une puissance P , se propageant suivant la direction z . L'intensité lumineuse correspondante $I(x, y, z)$ s'écrit :

$$I(x, y, z) = \frac{2P}{\pi w(z)} \exp\left(-2\frac{x^2 + y^2}{w(z)^2}\right) \quad (2.14)$$

avec

$$w(z) = w_{laser} \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2} \quad (2.15)$$

où $z_R = \frac{\pi w_{laser}^2}{\lambda}$ est la longueur de Rayleigh et λ la longueur d'onde du laser. On peut ainsi réécrire le potentiel ressenti par les atomes :

$$V_{opt} = U_0 \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2}} \exp\left(-2\frac{x^2 + y^2}{w(z)^2}\right) \quad (2.16)$$

avec

$$U_0 = \frac{2Re(\alpha)}{\epsilon_0 c \pi w_{laser}^2} P \quad (2.17)$$

U_0 est la profondeur du piège. Les atomes sont confinés au centre du piège (aux maxima du piège) de fréquences (développement limité à l'ordre 2 du potentiel) $\omega_{x,y}/2\pi = \sqrt{\frac{4U_0}{m\omega_{laser}^2}}$ et $\omega_z/2\pi = \sqrt{\frac{2U_0}{mz_R^2}}$. Cependant la fréquence dans la direction de Rayleigh (direction z ici) est assez faible. Or on souhaite durant l'évaporation optique garder un taux de collisions important pour thermaliser rapidement, ce qui veut dire garder des fréquences de piégeages suffisamment élevées. Une configuration de 2 faisceaux gaussiens croisés en leur waist permet d'avoir une configuration où les 3 fréquences du piège sont suffisamment importantes pour atteindre le régime d'emballlement durant l'évaporation optique. Nous avons donc utilisé cette dernière sur l'expérience.

Description du piège optique sur l'expérience

Nous avons choisi une configuration de piège croisé, en recyclant la puissance du premier faisceau pour créer un second faisceau (figure 2.4). Pour obtenir une profondeur de potentiel suffisamment grande pour la suite de l'expérience, notre laser doit fournir une puissance d'une dizaine de watts et être focalisé sur une centaine de microns (figure 2.2). Notre source laser est un laser fibré IPG-30-1550-LP. Il émet 30 W autour de 1550 nm (il est multi-mode). Les deux faisceaux se croisent avec un angle de 40° en raison de la géométrie de l'expérience (figure 2.4). Ils sont également décalés en fréquence de 40 MHz (passage du faisceau optique dans un acousto-optique MTS40-A3-1550) pour éviter que les atomes ne voient des interférences lumineuses. Deux aspects sont importants lors de la conception du piège optique : les fréquences du piège et le volume piégeant. En effet, de grandes fréquences de piégeages impliquent un taux de collisions élastiques élevé, favorable à un refroidissement évaporatif rapide. Les fréquences et la profondeur du piège sont d'autant plus élevées que la taille du piège est petite (i.e que les waists choisis sont petits). Cependant, nous souhaitons charger

initialement le plus grand nombre d'atomes : le recouvrement spatial du nuage à charger et du piège doit être optimal [114]. C'est pourquoi nous avons opté pour un piège croisé avec un premier bras optique de waist $133 \mu\text{m}$ et un deuxième de waist $63 \mu\text{m}$. Le schéma du piège dipolaire croisé est représenté sur la figure 2.4. Les lentilles utilisées pour sa conception sont des lentilles plano-convexes de diamètre 25.4 mm en UV fused silica (de Lens Optics) pour limiter les effets thermiques. Il se compose respectivement de :

- un premier télescope de lentilles $f_1=100 \text{ mm}$ et $f_2=175 \text{ mm}$ (de grandissement théorique de f_2/f_1). Cela permet au faisceau laser collimaté de passer d'un diamètre de 1 mm à 1.75 mm. Ce diamètre est un bon compromis pour une bonne efficacité de diffraction dans l'ordre 1 de l'acousto-optique (90% d'efficacité de diffraction) et une bonne dissipation thermique dans l'acousto-optique (AOM).
- un deuxième télescope de lentilles $f_1=150 \text{ mm}$ et $f_2=175 \text{ mm}$ suivit d'une lentille de focale 300 mm pour créer le premier waist $\omega_0 = 133 \mu\text{m}$ au niveau des atomes.
- Une autre lentille $f=300 \text{ mm}$ pour re-collimater le faisceau laser suivit d'un télescope de lentilles $f_2=175 \text{ mm}$ et $f_1=150 \text{ mm}$ pour faire passer le faisceau dans un autre AOM.
- Un dernier télescope de lentilles $f_1=50 \text{ mm}$ et $f_2=250 \text{ mm}$ suivit d'une lentille $f=300 \text{ mm}$ pour créer le deuxième piège optique de waist $\omega_0 = 63 \mu\text{m}$.

Les waists ont été mesurés sur une caméra pour pouvoir observer la forme du faisceau (figure 2.5). On observe une dissymétrie sur les deux axes orthogonaux du faisceau. La qualité du faisceau est surtout affectée par le passage dans l'AOM. Par la suite, une mesure d'oscillation du condensat dans le piège optique a été effectuée en fonction de différentes puissances du piège optique pour pouvoir extraire le waist au niveau des atomes (figure 2.5)). Ces deux mesures indépendantes sont en bon accord.

Nous venons de décrire la méthode souhaitée pour l'obtention d'un condensat de Bose-Einstein ainsi que le piège hybride de l'expérience. Nous allons maintenant nous concentrer sur la première étape : le chargement du piège magnétique.

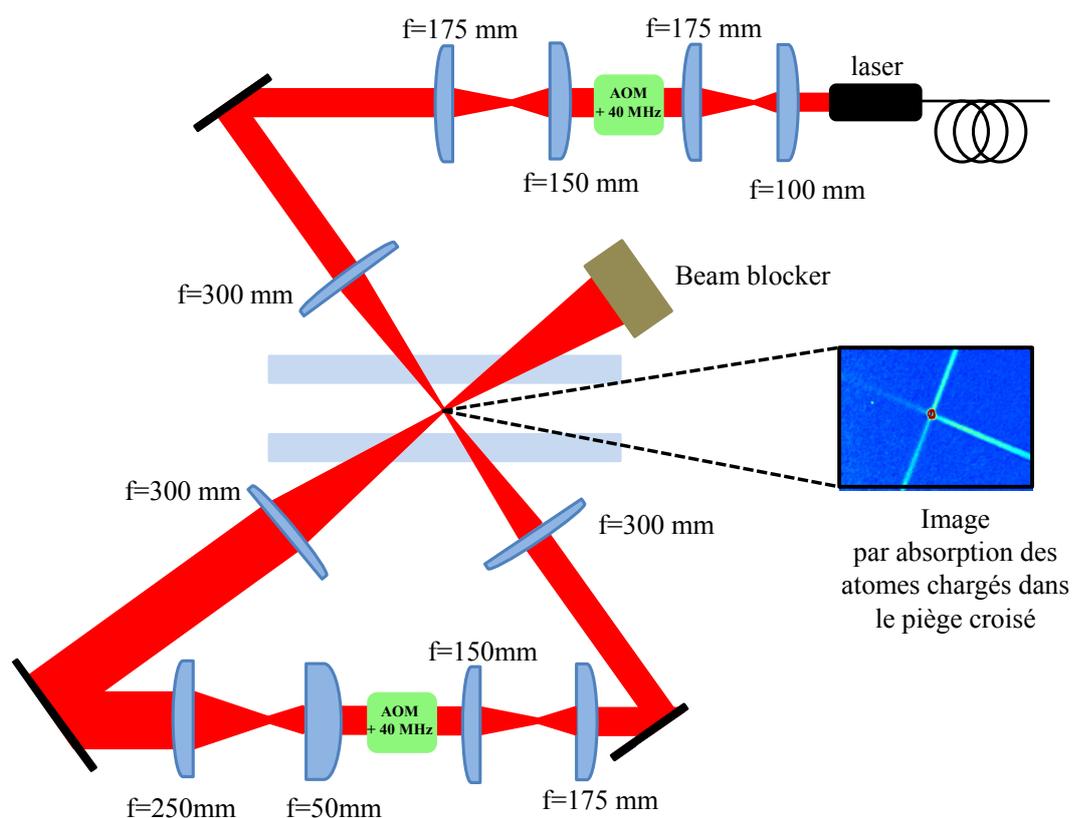


FIGURE 2.4 – Schéma du piège optique croisé. La configuration croisée est obtenue en faisant recirculer le premier faisceau à l'aide d'un montage télescope.

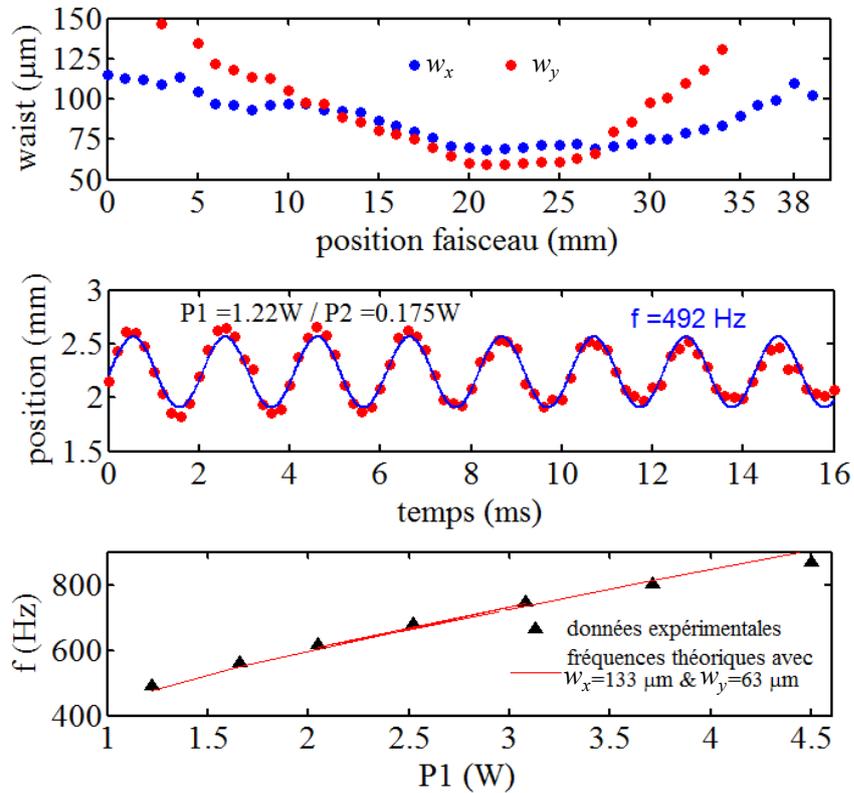


FIGURE 2.5 – Mesure des waists des 2 faisceaux optiques. (a) Mesure directe du waist du deuxième faisceau (ODT2) à l'aide d'une caméra. Les directions x et y représentent les axes perpendiculaires à l'axe de propagation du faisceau : on voit une asymétrie dans le faisceaux. La qualité du faisceau est surtout affectée par le passage dans les AOMs. (b) : Mesure des oscillations du condensat de Bose-Einstein dans le piège optique. On déplace lentement le centre de masse du piège (en défléctant le deuxième faisceau optique avec l'AOM) avant de brutalement le remettre dans sa position initiale. On mesure alors au cours du temps les oscillations effectuées par le nuage après un temps de vol de 15 ms pour pouvoir résoudre convenablement les oscillations. $P1$ représente la puissance du premier bras du piège optique (de waist $133 \mu\text{m}$) et $P2$ la puissance du deuxième bras optique (de waist $63 \mu\text{m}$). (c) Fréquences d'oscillations mesurées en fonction de la puissance du piège optique (triangle noir). La ligne rouge représente les fréquences attendues dans notre piège. Les fréquences ont été calculées numériquement en calculant les valeurs propres de la matrice Hessienne du piège.

2.2 Piège magnétique quadrupolaire : chargement, pertes Majorana et évaporation RF

2.2.1 Chargement dans le piège magnétique :

Le gaz refroidit par laser doit être chargé dans le piège magnétique. Le chargement brutal (non adiabatique) dans le piège magnétique va ajouter de l'énergie potentiel dans notre système et donc chauffer le gaz. De plus on souhaite charger un maximum d'atomes : or le gaz refroidit par laser est non polarisé : on peut donc trouver les atomes dans l'état de spin $m_F = -1$, $m_F = 0$, $m_F = +1$ (les atomes sont dans l'état 2^3S_1 , avec un moment nucléaire $I = 0$, un moment angulaire atomique $L = 0$ et de spin des électrons $S = 1$, ce qui donne un moment angulaire total $F = 1$). L'état de spin $m_F = +1$ est piégeant, $m_F = -1$ anti-piégeant et $m_F = 0$ non piégeant. Ainsi avant de transférer les atomes dans le piège magnétique, une phase de pompage optique est nécessaire pour mettre un maximum d'atomes dans l'état piégeant.

Le pompage optique vers l'état $2^3S_1, m_F = +1$:

Les atomes refroidis par laser sont non-polarisés et les populations des atomes sont répartis sur les 3 sous-niveaux Zeeman : $m_F = -1$, $m_F = 0$, et $m_F = +1$. En chargeant directement le piège magnétique, seulement une partie du nuage serait transférée. C'est pourquoi une phase de pompage optique a été mise en place sur l'expérience. Pour cela nous utilisons un faisceau laser accordé sur la transition $2^3S_1 \rightarrow 2^3P_1$ (figure 2.6). Ainsi une fois les atomes transférés par pompage optique dans l'état piégeant $m_F = +1$, les atomes y restent car c'est un état noir. Cela limite aussi le chauffage induit par le pompage. Expérimentalement, cette phase dure 2 ms pendant laquelle on allume une paire de bobines de biais selon l'axe de propagation du faisceau optique pour créer un axe de quantification. Cette paire de bobines est en configuration Helmholtz (les 2 bobines sont identiques et ont un diamètre 40 cm, sont à 20 cm des atomes et possèdent une résistance $R = 2,4 \Omega$ avec une inductance $L = 0.97$ mH) et crée un champ magnétique homogène au niveau des atomes. Un switch électrique a été mis en place pour permettre de couper le biais magnétique rapidement (temps de coupure mesuré de $150 \mu s$). L'intensité du faisceau laser est de $I = 0.06 I_{sat}$. Ensuite on allume brutalement le piège magnétique (un autre switch électrique a été fabriqué pour permettre aux bobines du piège magnétique de s'allumer et de se couper sur un temps de $200 \mu s$). Les atomes sont alors chargés dans le piège quadrupolaire et s'alignent sur l'orientation locale du champ magnétique. Cette phase nous permet de charger 80% des atomes dans le piège magnétique (on charge $N = 6.4 \times 10^8$ atomes, avec initialement $N = 7.5 \times 10^8$), mais au prix d'un petit chauffage.

Chargement du nuage dans le piège magnétique :

Nous allons présenter dans cette sous-section une étude des modifications en température, densité et taille du nuage quand le nuage est piégé dans le piège quadrupolaire. Il s'agit ici d'un compromis entre énergie potentielle et énergie cinétique. Nous partons d'un nuage refroidit par des mélasses grises (chapitre 1) à une température $T_i = 20 \mu K$ avec $N = 7.5 \times 10^8$ atomes. La densité atomique du nuage a une forme gaussienne de taille $(1/e^2) \sigma = 1,7$ mm. On peut ainsi écrire la densité $n_{mel}(x, y, z)$ des

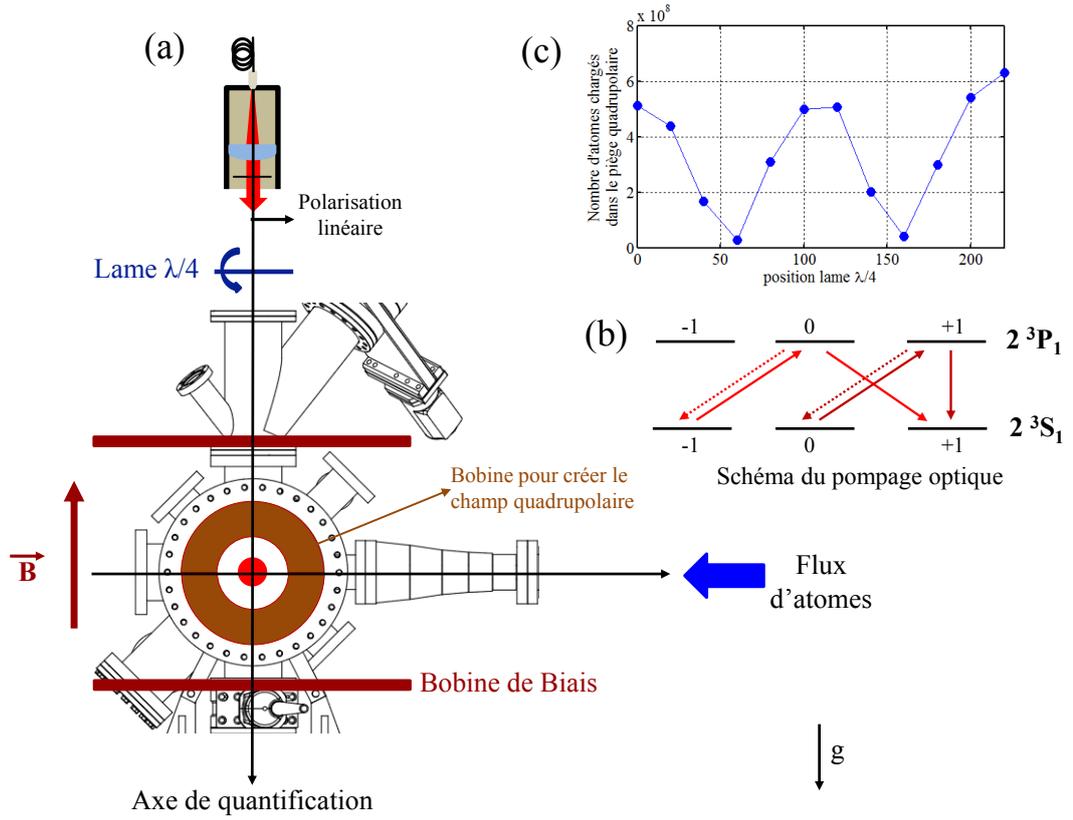


FIGURE 2.6 – Principe du pompage optique sur l'expérience. (a) : Schéma du montage mis en place pour le pompage optique : le faisceau optique est vertical par rapport à la gravité. La lumière qui sort est polarisée rectilignement (polarisation au sens de l'optique). Une lame $\lambda/4$ permet de créer une polarisation circulaire. Des bobines de biais permettent de fixer un axe de quantification et d'obtenir une polarisation circulaire σ^+ . (b) Cette lumière va pomper optiquement les atomes dans l'état de spin souhaité, $m_F = 1$. (c) Influence de la position de la lame $\lambda/4$ sur le nombre d'atomes chargés. Quand la polarisation choisie est bien σ^+ par rapport à l'axe de quantification, les atomes sont pompés vers l'état piégeant $m_F = 1$. A l'inverse quand la polarisation devient σ^- par rapport à l'axe de quantification, les atomes sont alors pompés vers l'état anti-piégeant $m_F = -1$ et on ne capture pas les atomes dans le piège quadrupolaire.

mélasses :

$$n_{mel}(x, y, z) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{3/2}} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2 + z^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2.18)$$

où on a opté pour la normalisation suivante $\iiint n_{mel}(x, y, z) = 1$. L'énergie potentielle $V(x, y, z)$ d'un atome en présence du quadrupole est :

$$V(x, y, z) = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = g_F m_F \mu_b B' \sqrt{x^2 + \frac{y^2 + z^2}{4}} \quad (2.19)$$

Quand le piège magnétique est allumé instantanément, le nuage gagne une énergie potentielle du piège quadrupolaire PE qui est donnée par [119, 120] :

$$PE = \langle -\vec{\mu} \cdot \vec{B} \rangle = g_F m_F \mu_b B' \iiint \left(\sqrt{x^2 + \frac{y^2 + z^2}{4}} \right) n_{mel}(x, y, z) dx dy dz \quad (2.20)$$

En calculant numériquement cette intégrale, on trouve :

$$PE = 1,17 g_F m_F \mu_b B' \sigma \quad (2.21)$$

Au moment du chargement du nuage dans le piège magnétique qui a été allumé abruptement, l'énergie E du système est la somme de l'énergie cinétique $E_C = \frac{3}{2} k_B T_i$ des mélasses grises plus l'énergie potentielle gagnée avec le quadrupole $PE = 1,17 g_F m_F \mu_b B' \sigma$. On a donc $E = E_C + PE = \frac{3}{2} k_B T_i + 1,17 g_F m_F \mu_b B' \sigma$. Ensuite le nuage thermalise (après quelques collisions entre les atomes) et un équilibre thermodynamique est atteint à une température T_f . Le système est alors régi par une distribution de Maxwell-Boltzmann et l'énergie E du système s'écrit comme la somme de l'énergie cinétique E_C^{eq} et l'énergie potentielle EP^{eq} [121] : $E = E_C^{eq} + EP^{eq} = \frac{3}{2} k_B T_f + 3 k_B T_f$. On a donc : $E = \frac{3}{2} k_B T_i + 1,17 g_F m_F \mu_b B' \sigma = \frac{3}{2} k_B T_f + 3 k_B T_f$, ce qui donne :

$$T_f = \frac{T_i}{3} + 0,48 \mu_b \frac{B'}{k_B} \sigma \quad (2.22)$$

La densité au centre du nuage $n_f(0)$ dans le piège magnétique est reliée au nombre d'atomes N dans le piège magnétique par :

$$N = \iiint n_f(0) \exp \left(-\frac{g_F m_F \mu_b B' \sqrt{x^2 + \frac{y^2 + z^2}{4}}}{k_B T_f} \right) dx dy dz \quad (2.23)$$

L'équation précédente peut être intégrée analytiquement et donne une expression de la densité au centre du gaz pour l'état de $|F = 1, m_F = 1\rangle$ de l'He* :

$$n_f(0) = \frac{N}{4\pi} \left(\frac{\mu_b B'}{\frac{k_B T_i}{3} + 0,48 \mu_b B' \sigma} \right)^3 \quad (2.24)$$

Les résultats expérimentaux sont représentés sur la figure 2.7. Pour extraire des données la température, nous n'avons pas fait de mesures traditionnelles de temps de vol (TOF). En effet le centre de masse du nuage bouge durant le TOF. Cette accélération indique l'existence d'un champ magnétique résiduel après la coupure du champ magnétique (ce champ peut provenir des courants de Foucault, générant par exemple une courbure qui accélère le nuage pendant le TOF). De plus l'expansion du nuage n'est pas isotrope (expansion beaucoup plus rapide dans l'axe des bobines x) alors qu'on attend à ce qu'elle le soit (nous ne sommes pas dans le régime hydrodynamique). C'est pourquoi il n'est pas possible de se fier aux mesures de temps de vol pour analyser la température du gaz. Nous avons donc effectué une analyse in-situ de notre gaz. En attendant suffisamment longtemps dans le piège magnétique allumé pour que le nuage atteigne un équilibre thermodynamique (quelques centaines de ms), on extrait des images par fluorescence la taille du nuage. La taille mesurée L dans l'axe confinent

\hat{x} est reliée à la température par la distribution de Maxwell-Boltzmann :

$$L = \frac{k_B T_f}{g_F m_F \mu_b B'} \quad (2.25)$$

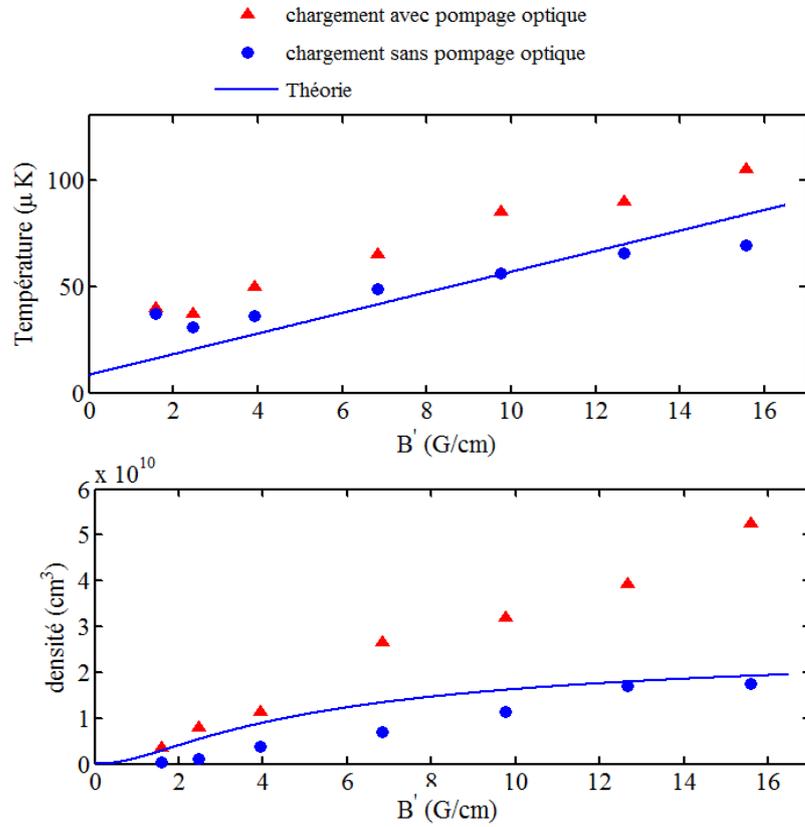


FIGURE 2.7 – (a) Température du nuage dans le piège magnétique après chargement en fonction du gradient du champ magnétique. Les données en bleues sont celles sans pompage optique et celles en rouge avec. On observe une bonne correspondance entre la théorie et les données sans pompage. (b) Densité atomique du nuage dans le piège magnétique après chargement en fonction du gradient du champ magnétique.

On observe que les points expérimentaux sans pompage optique sont en bon accord avec ce qui est attendu théoriquement. Néanmoins on observe un léger chauffage entre la courbe théorique et les valeurs expérimentales quand on effectue un pompage optique préalablement avant de charger le nuage dans le piège magnétique. Ce chauffage résiduel est dû à l'échange de photons pendant le pompage optique : les atomes absorbent en moyenne 25 photons avec nos chiffres expérimentaux, rajoutant dans l'équation (2.22) le terme $\frac{25(\hbar k_L)^2}{9mk_B}$ à droite de l'égalité, et élevant la température finale T_f de $13\mu K$, ce qui est compatible avec nos observations expérimentales.

Après le pompage optique, on charge le piège quadrupolaire avec un gradient $B' = 4.5$ G/cm. Cette valeur de gradient permet de minimiser le chauffage induit par le gain en énergie potentiel du nuage. Nous attendons 50 ms dans le piège quadrupolaire pour thermaliser le gaz : le taux de collisions est donné par $\gamma = \bar{n} \times 8\pi a_s^2 \times v = 20$ s⁻¹ (où $\bar{n} = \frac{\int n^2(x)d^3x}{\int n(x)d^3x}$ est la densité moyenne et vaut $n(0)/8$ dans le cas du piège quadrupolaire,

$a_s = 7.5 \times 10^{-9}$ m est la longueur d'onde de diffusion en onde s de l'atome d'Hélium, et $v = \sqrt{\frac{2 \times 8k_B T}{\pi m}}$ est la vitesse moyenne relative entre 2 atomes). Finalement on charge $N = 6,4 \times 10^8$ atomes à $T = 45 \mu\text{K}$, ce qui donne une densité atomique de $n = 2.2 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ et une densité dans l'espace des phases $D = 5,8 \times 10^{-5}$.

Compression du nuage dans le piège magnétique

On souhaite comprimer le nuage avant de pouvoir procéder à l'ouverture du champ magnétique. Une compression adiabatique (au sens mécanique et thermodynamique) peut être réalisée pour minimiser la température atteinte après la compression. L'entropie S du nuage est alors conservée. Celle-ci se relie à la densité de l'espace des phases D par [98] :

$$S = Nk_B(C - \ln(D)) \quad (2.26)$$

où C est une constante qui dépend de la forme du potentiel. Ainsi, si le potentiel ne change pas de forme au cours de la compression, la densité dans l'espace des phases D est conservée. En supposant ainsi une compression adiabatique et en notant T_1 et B'_1 (respectivement T_2 et B'_2) la température et le gradient au début de la compression (respectivement en fin de compression), l'augmentation de la température s'écrit (en écrivant $D(T_1) = D(T_2)$) :

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{B'_2}{B'_1} \right)^{1/3} \quad (2.27)$$

En augmentant le gradient de 4.5 G/cm à 45 G/cm et en partant d'une température de 45 μK , la température finale serait $\approx 100 \mu\text{K}$. Expérimentalement, on augmente linéairement le gradient de 4.5 G/cm à 45 G/cm en 100 ms. A la fin de la compression, la température du nuage est de $T = 230 \mu\text{K}$, avec $N = 6.1 \times 10^8$ atomes, soit $D = 2,0 \times 10^{-5}$ ($D = 5,5 \times 10^{-5}$ au début de la compression). Notre compression n'est donc pas tout à fait adiabatique. Ceci peut s'expliquer par le faible taux de collisions au début de la compression (de l'ordre de 20 s^{-1}) qui n'est pas tout à fait suffisant pour maintenir l'équilibre thermodynamique et entraîne une non-conservation de l'entropie. De plus l'existence d'un zéro de champ magnétique au centre du piège peut entraîner des pertes Majorana [122]. Ces pertes s'accompagnent également d'un chauffage. C'est pourquoi nous allons maintenant caractériser ces pertes.

2.2.2 Pertes par effet Majorana

Le succès de l'approche avec le piège hybride dépend de manière critique de 2 processus : les pertes Majorana dans le quadropole et le transfert du piège magnétique au piège optique. Les pertes par effet Majorana sont d'autant plus préjudiciables qu'elles causent également un chauffage.

Description des pertes par effet Majorana

L'amplitude du champ magnétique et sa direction dépendent de la position dans le piège quadropolaire. L'Hamiltonien à considérer pour un atome dans le piège magnétique est donc :

$$\hat{H} = \frac{\hat{P}^2}{2m} + \frac{2\mu_b}{\hbar} \vec{S} \cdot \vec{B}(\hat{R}) \quad (2.28)$$

Les valeurs propres de spin dépendent de la position $r = \langle \hat{R} \rangle$. La direction du champ magnétique étant dépendante de l'espace, l'axe de quantification $u(\vec{r})$ change quand l'atome se déplace dans le piège. On pourrait simplement identifier les état $|m\rangle_{u(\vec{r})}$ avec $2\mu_b B(r)$: le dipôle magnétique des atomes effectue alors une précession autour de l'orientation locale du champ magnétique $u(\vec{r})$ à la fréquence de Larmor. Cependant l'opérateur moment cinétique \hat{P} et l'opérateur position \hat{R} ne commutent pas : les états de spin à une position donnée sont couplés aux autres états de spin. C'est ce qu'on appelle l'effet Majorana. Le calcul théorique du taux de pertes Γ_{Maj} est fastidieux : il faut effectuer une rotation de l'hamiltonien (2.28) via la transformation unitaire $U = \exp(iJ/\hbar)$ pour se placer dans la base locale et utiliser la règle d'or de Fermi. On peut retrouver ce calcul dans [123] et [124]. Pour estimer le taux de pertes Γ_{Maj} , on peut aussi suivre le raisonnement suivant [113] : un atome avec une vitesse v passant à une distance r du zéro de champ magnétique peut changer de projection de spin si la condition d'abadiaticité n'est plus respectée, c'est-à-dire quand la fréquence de Larmor $\omega_L = \frac{2\mu_b B(r)}{\hbar}$ est plus petite que la vitesse du changement de la direction du champ magnétique $\frac{v}{r}$. Cela donne (en posant $B(r) = B'r$) : $r \leq \sqrt{\frac{\hbar v}{2\mu_b B'}} = r_0$. De fait les pertes ont lieu à l'intérieur de la sphère de rayon r_0 . Le taux de pertes est ainsi donné par le flux d'atomes à travers cette sphère. En reliant la taille d du nuage à la vitesse v des atomes par le théorème du viriel, on montre que $\Gamma_{Maj} = \frac{1}{\alpha d^2}$. Plus précisément la perte d'atomes engendrée par les retournements de spin de l'état piégeant $m_J = 1$ aux états non piégeants s'écrit [113, 125] :

$$\Gamma_{Maj} = \chi \frac{\hbar}{m} \left(\frac{g_F m_F B'}{k_B T} \right)^2 = \chi \frac{\hbar}{m} \left(\frac{1}{d} \right)^2 \quad (2.29)$$

où χ est un facteur géométrique adimensionné qui dépend du piège. Pour une taille d donnée, ce taux de perte est inversement proportionnel à la masse atomique et est donc particulièrement élevé pour l'atome d'Hélium (voir figure 2.8). De plus cette perte s'accompagne d'un chauffage du nuage puisque ce sont les atomes les plus froids qui passent le plus de temps près du zéro de champ magnétique et donc qui sont sujets aux pertes Majorana. Ce changement de température conduit à une décroissance non exponentielle du nombre d'atomes N dans le piège (figure 2.9). L'évolution de la température est régit par l'équation différentielle [126] :

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\gamma_{Maj}}{2T} \quad (2.30)$$

avec

$$\gamma_{Maj} = \frac{8}{9} \chi \frac{\hbar}{m} \left(\frac{2\mu_b B'}{k_B} \right)^2 \quad (2.31)$$

La résolution de l'équation différentielle (2.30) donne une évolution de la température en fonction du temps :

$$T(t) = \sqrt{T_0^2 + \gamma_{Maj} t} \quad (2.32)$$

où T_0 est la température initial ($t = 0$). Il est à noter qu'il existe des techniques expérimentales qui permettent de réduire ces effets indésirables (non mis en place sur l'expérience dans un souci de faire un cycle expérimental simple). La première méthode consiste à rajouter un champ de biais oscillant dépendant du temps ("time orbiting potential" en anglais) qui va décaler le zéro de champ magnétique loin des atomes [10, 113]. La deuxième méthode vise à utiliser un potentiel optique répulsive (décalé vers le bleu par rapport à la transition atomique) pour empêcher les atomes de s'approcher du zéro de champ (plug optique) [112, 111]

Mesure des pertes par effet Majorana

Les effets des pertes Majorana sont importants pour l'Hélium du fait de sa faible masse (figure 2.8). Deux groupes ont déjà étudiés les pertes Majorana avec l'Hélium. Ils ont ainsi pu extraire le coefficient χ qui ne dépend que de la géométrie du piège. La valeur extraite du groupe de W.Ketterle et J.M Doyle à Havard est de $\chi = 2.26$ [149] alors que le groupe de W. Vassen à Amsterdam obtient une valeur de $\chi = 0.09$ [127]. Cette dernière valeur est en accord avec d'autres études qui ont été menées sur d'autres espèces atomiques dans des pièges quadrupolaires. Les auteurs [128] obtiennent une valeur de $\chi = 0.14$ avec du ^{23}Na et les auteurs [111] trouvent une valeur de $\chi = 0.16$ pour ^{87}Rb .

Nos données sont analysées sur le nuage in-situ. Nous étudions la température du nuage en fonction du temps dans le piège magnétique quadrupolaire (gradient fixé à $B' = 45 \text{ G/cm}$) pour différentes températures initiales T_0 . Les températures initiales sont choisies grâce à l'évaporation radio-fréquence (section suivante). Nos mesures, sur la figure 2.9, sont en excellent accord avec la dépendance attendue $T \propto \sqrt{t}$ et un ajustement des données expérimentales conduit à $\chi = 0.17(2)$. Cette valeur est en accord avec ce qui est reportée dans la littérature pour d'autres atomes [128, 111] (L'évolution du nombre d'atomes N est non-triviale). Les mesures de chauffage et de pertes d'atomes nous permettent d'adapter notre compression et notre étape de refroidissement dans le piège magnétique pour minimiser ces effets négatifs. Nous comprimons le piège magnétique jusqu'à 45 G/cm . Même à cette faible valeur de gradient, la densité est augmentée d'un facteur 5 (on passe de $n = 2,0 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ à $n = 1,0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-3}$) et le taux de collisions élastiques est égal à 170 s^{-1} , ce qui est assez pour commencer l'évaporation radio-fréquence pour amener le nuage dans les bonnes conditions pour l'ouverture du piège magnétique et le chargement des atomes dans le piège optique.

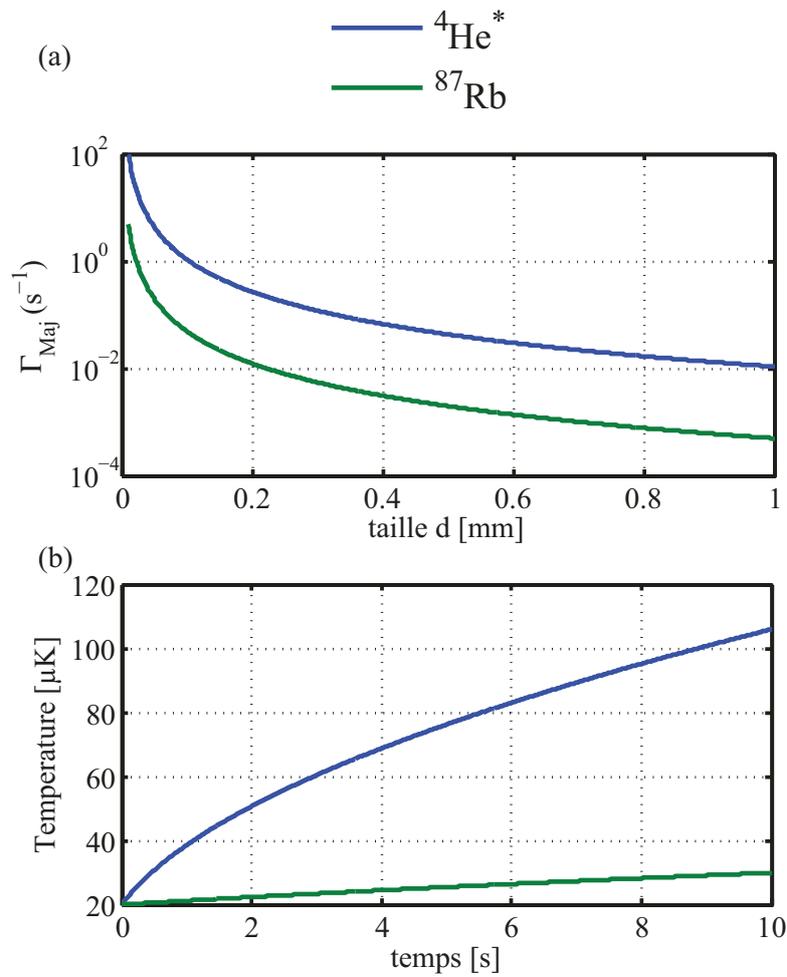


FIGURE 2.8 – Comparaison des pertes Majorana entre l'Hélium et le Rubidium. (a) Comparaison du taux de pertes Majorana Γ_{Maj} en fonction de la taille (équation (2.29)). (b) Comparaison de l'évolution de la température en fonction du temps en présence des pertes Majorana (équation (2.32)). Dans les deux cas, l'effet est bien plus drastique pour l'Hélium.

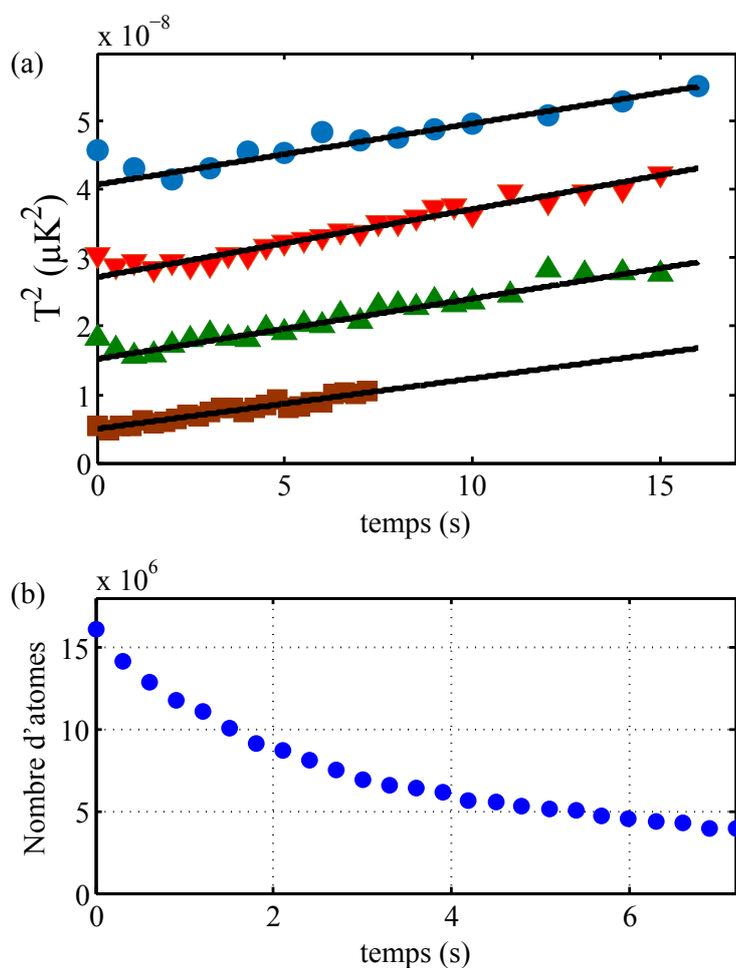


FIGURE 2.9 – (a) Évolution temporelle du carré de la température T dans le piège magnétique quadrupolaire avec un gradient fixe $B' = 45 \text{ G/m}$ pour différentes températures initiales : $T_0 = 202 \mu\text{K}$ (ronds bleus), $165 \mu\text{K}$ (triangles rouges), $123 \mu\text{K}$ (triangles verts), $70 \mu\text{K}$ (carrés marrons). Les lignes sont des extrapolations selon équation (2.32) à partir desquelles on extrait le facteur géométrique $\chi = 0.17(2)$. (b) Évolution du nombre d'atomes dans le piège magnétique quadrupolaire pour un jeu de données avec $T_0 = 70 \mu\text{K}$.

2.2.3 Évaporation radio-fréquence

Après la compression dans le piège magnétique, le nuage a une température de $T = 230 \mu\text{K}$, avec $N = 6,1 \times 10^8$ atomes. Pour pouvoir le charger correctement dans le piège optique, on le refroidit par évaporation radio-fréquence (RF).

C'est en 1988, après la première réalisation expérimentale d'un piège magnétique pour atomes neutres, que Hess propose de refroidir les atomes par évaporation radio-fréquence [129]. Cette suggestion est faite dans le cadre du refroidissement de l'hydrogène mais sera plus tard étendue aux alcalins comme une étape de refroidissement prenant le relais du refroidissement laser [11, 113]. Cette technique se révèle efficace puisqu'elle a permis de gagner plusieurs ordres de grandeur sur le paramètre de dégénérescence D et c'est grâce à celle-ci que les premiers condensats ont pu être observés [10, 130, 188].

Le principe de l'évaporation consiste à extraire préférentiellement du piège les atomes qui ont une énergie supérieure à l'énergie moyenne et à permettre une thermalisation entre atomes restants dans le piège de façon à ramener le système vers un nouvel état d'équilibre de température plus faible. Cela nécessite de remplir les conditions suivantes :

- Tronquer le piège à une énergie $\epsilon_T = \eta k_B T$ supérieure à l'énergie moyenne (on a introduit ici le paramètre adimensionné de troncature η).
- Avoir un temps de rethermalisation ($1/\gamma$) inférieur au temps de pertes des atomes dans le piège (dues aux collisions avec le gaz résiduel, aux zéros de champ magnétique, aux pertes à 2 et 3 corps).

Le couteau radio-fréquence :

Les atomes sont piégés dans le potentiel quadrupolaire :

$$V = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} \quad (2.33)$$

Ainsi la valeur de l'énergie potentielle des atomes est (image semi-classique) :

$$E = \langle L, S, J, m_J | (-\vec{\mu} \cdot \vec{B}) | L, S, J, m_J \rangle = g_F \mu_b m_F B \quad (2.34)$$

L'écart en énergie entre l'état piégeant $m_F = 1$ et l'état non piégeant $m_F = 0$ s'écrit donc :

$$\Delta E = 2\mu_b B \quad (2.35)$$

Les atomes sont éliminés du piège magnétique en induisant une transition entre les sous-niveaux magnétiques à l'intérieur d'une même multiplicité hyperfine. On les fait passer ainsi du niveau piégeant $|m_F = 1\rangle$ au niveau anti-piégeant $|m_F = -1\rangle$ en appliquant un champ oscillant radio-fréquence sur les atomes $B_{RF} \cos(2\pi\nu_{RF}t)$ qui vient de superposer au champ magnétique de piégeage. Les transitions entre niveaux fins des atomes entrent en résonance avec le champ quand $2\mu_b B = h\nu_{RF}$. Ce phénomène peut être expliqué par le formalisme de l'atome habillé [132]. L'explication qualitative que nous présentons ici suit les explications de [133]. Dans le modèle de l'atome habillé, le champ électromagnétique est quantifié. Cela donne un Hamiltonien atome-champ

quantifié $H = H_0 + V_{RF}$ avec l'Hamiltonien atome-champ non-perturbé H_0 et l'Hamiltonien d'interaction avec le champ radio-fréquence :

$$V_{RF} = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}_{RF}(\vec{x}, t) \quad (2.36)$$

L'interaction RF peut être interprétée classiquement de telle manière que le champ RF applique un couple sur le moment magnétique qui est aligné sur le champ magnétique statique, pour faire passer l'atome dans l'état non piégeant. Par conséquent, pour avoir une efficacité maximale, l'orientation de la polarisation du champ RF doit être perpendiculaire au champ statique. Il est à noter que cela pose un problème dans le cas du piège quadrupolaire car il n'y a pas d'axe de quantification privilégié.

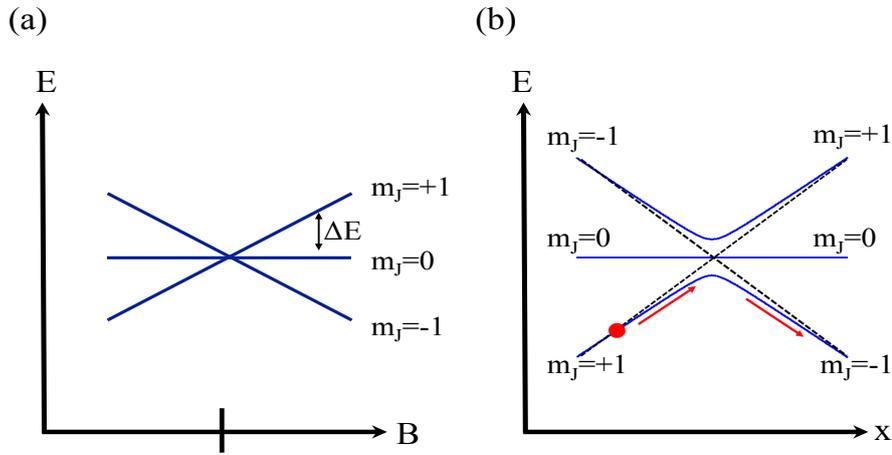


FIGURE 2.10 – (a) Séparation des niveaux Zeeman dans un champ statique. (b) Zoom sur un croisement adiabatique. Une transition dans l'état non piégeant a lieu si l'atome est assez lent pour suivre la courbe adiabatement. S'il est trop rapide, l'atome peut passer sur l'autre courbe et rester dans l'état piégeant (courbe en pointillé). Les probabilités de transition sont données par le formalisme de Landau-Zener.

Les valeurs propres de l'Hamiltonien perturbé forment une échelle infinie de valeurs propres. On dit que les niveaux atomiques sont habillés par le champ. Les endroits où les valeurs propres de l'Hamiltonien se repoussent sont appelés des anticroisements (figure 2.10). A ces endroits, une transition entre un état piégeant et un état non piégeant est possible. Pour que cela se produise, un atome a besoin d'être suffisamment lent pour qu'il puisse suivre la courbe adiabatement (figure 2.10). Un atome rapide pourra passer sur l'autre courbe et ainsi rester dans l'état piégeant. Cet effet est calculé dans le formalisme de Landau-Zener [134]. Pour l'Hélium avec ses 3 sous-niveaux Zeeman, la probabilité de transition est donnée par :

$$P = 1 - \exp\left(-\frac{\pi \hbar \Omega_{RF}^2}{4\gamma'}\right) \quad (2.37)$$

avec $\Omega_{RF} = \frac{2\mu_b B_{RF}}{\hbar}$ et $\gamma' = g_L \mu_b m_J B' v_{at}$. Ω_{RF} peut être interprété comme la séparation

en énergie au point de croisement adiabatique et Ω_{RF}/γ' comme le temps que met un atome pour passer la région de croisement adiabatique. L'équation (2.37) montre que la probabilité de transition est d'autant plus faible que le gradient B' et la vitesse de l'atome v_{at} sont élevés. Cependant la probabilité de transition peut être grande si le champ RF B_{RF} est suffisamment élevé. C'est pourquoi expérimentalement on souhaite créer le champ RF le plus fort possible.

Données expérimentales de l'évaporation radio-fréquence :

Le signal radio-fréquence est généré par un générateur de fonction arbitraire PXI-5406A de National Instrument et amplifié à 50 W par un amplificateur RF Prana DP70. Le champ est généré par une bobine RF hors de l'enceinte à vide et positionné à 6 cm des atomes dans l'axe des bobines qui créent le champ quadrupolaire. La fréquence du champ RF impose une profondeur du piège qui est caractérisé par le paramètre $\eta = h\nu_{RF}/k_B T$. Les données sont prises avec une rampe qui commence avec une fréquence constante de 34 MHz pendant 2 secondes suivie d'une rampe de 34 MHz à 8 MHz pendant 4 secondes. L'évolution des quantités physiques telles que la température T , la taille σ , la densité atomique n , la densité dans l'espace des phases D durant l'évaporation sont représentées sur la figure 2.11 et 2.12. Durant cette phase, le taux de collisions passe de 180 s^{-1} à 480 s^{-1} pendant que le taux de pertes par Majorana Γ_{Maj} augmente de $8 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ à $1 \times 10^{-1} \text{ s}^{-1}$. Le nuage final possède $N = 6 \times 10^7$ atomes avec une température de $T = 70 \text{ } \mu\text{K}$ et une densité au centre du nuage $n(0) = 4,7 \times 10^{11} \text{ cm}^{-3}$, en dessous des densités pour lesquelles les pertes inélastiques à 2 ou 3 corps deviennent significatives [135, 102, 101, 136].

Pour caractériser l'efficacité de l'évaporation RF, on peut introduire les paramètres $\alpha = \frac{d\log(T)}{d\log(N)}$ et $\gamma = -\frac{d\log(D)}{d\log(N)}$. α caractérise le nombre d'atomes perdus pour baisser la température et γ le gain obtenu sur la densité dans l'espace des phases par rapport aux nombre d'atomes perdus. On peut extraire ces 2 quantités expérimentalement (figure 2.13) et on trouve $\alpha = 0.581$ et $\gamma = 1.626$. Des modèles théoriques ont été introduits par les auteurs [137, 138] pour calculer ces coefficients. Ces quantités s'écrivent :

$$\alpha = \frac{\eta + \kappa - 3}{3(1 - \nu)} \quad (2.38)$$

$$\gamma = 1 - \alpha(3 - 3\nu) \quad (2.39)$$

où ν caractérise un changement d'aspect du piège durant l'évaporation. Ici la forme du piège ne change pas et donc $\nu = 0$. κ est un nombre sans dimension qui caractérise l'énergie cinétique moyenne d'un atome qui s'échappe du piège, c'est-à-dire la dimensionnalité de l'évaporation [138]. Pour une évaporation 3D, $\kappa = 3/2$. Pour une évaporation de basse dimensionnalité, κ peut être plus élevé, tenant compte de l'énergie liée aux degrés de liberté "piégés". En prenant $\eta = 7$, qui est la moyenne sur cycle expérimental durant l'évaporation, on trouve $\alpha_{\text{theo}} = 1.8$ et $\gamma_{\text{theo}} = 4,5$. Ces résultats sont supérieurs à ceux trouvés expérimentalement. La faible efficacité de l'évaporation RF peut être liée aux pertes à un corps (avec le gaz résiduel et vers la fin de l'évaporation les pertes Majorana), qui ne sont pas prises en compte dans le modèle.

Ayant gagné un ordre de grandeur dans la densité n_0 et atteint une température suffisamment basse, on peut commencer à transférer les atomes dans le piège optique.

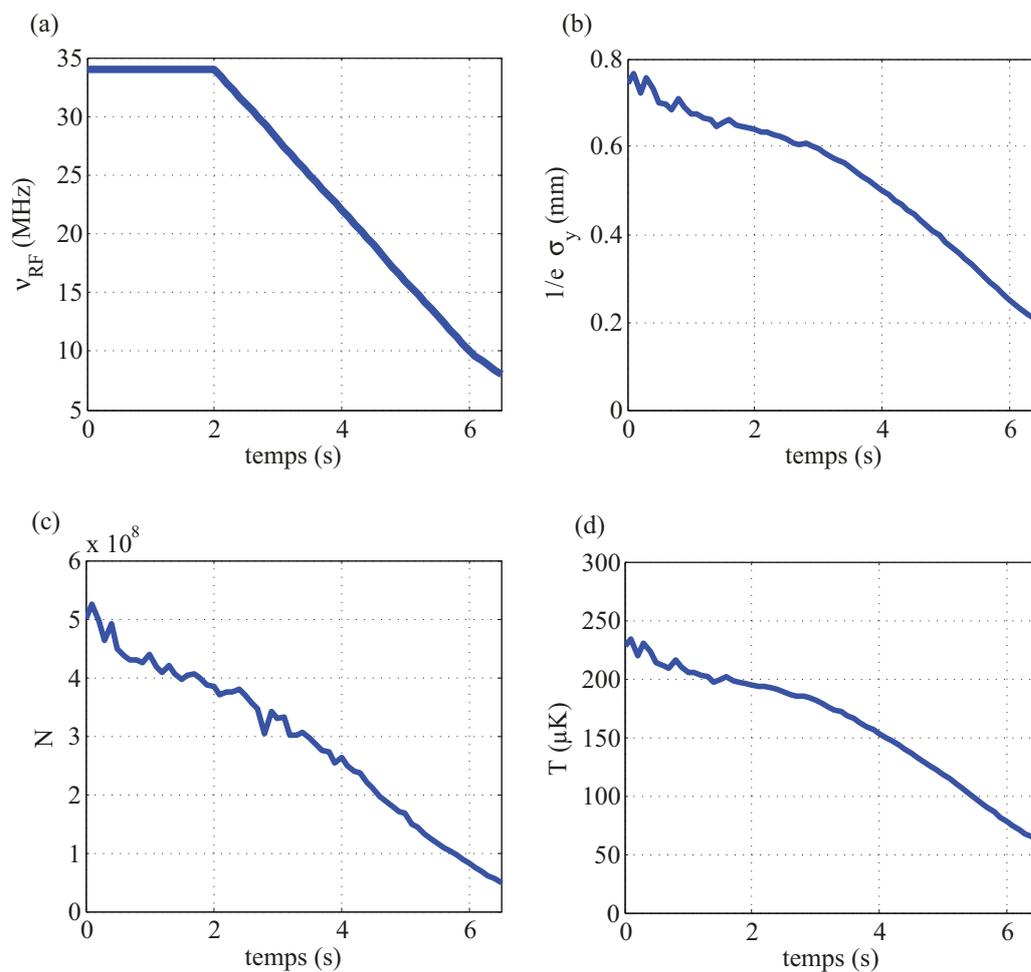


FIGURE 2.11 – Évolution des différentes grandeurs physiques au cours de l'évaporation radio-fréquence. (a) Rampe effectuée au cours de l'évaporation. On commence d'abord avec une fréquence constante à 34 MHz. Ensuite on baisse linéairement la fréquence jusqu'à 8 MHz. (b) Évolution de la taille dans la direction y (direction perpendiculaire à l'axe des bobines) au cours du temps. (c) Évolution du nombre d'atomes au cours du temps. (d) Évolution de la température au cours du temps.

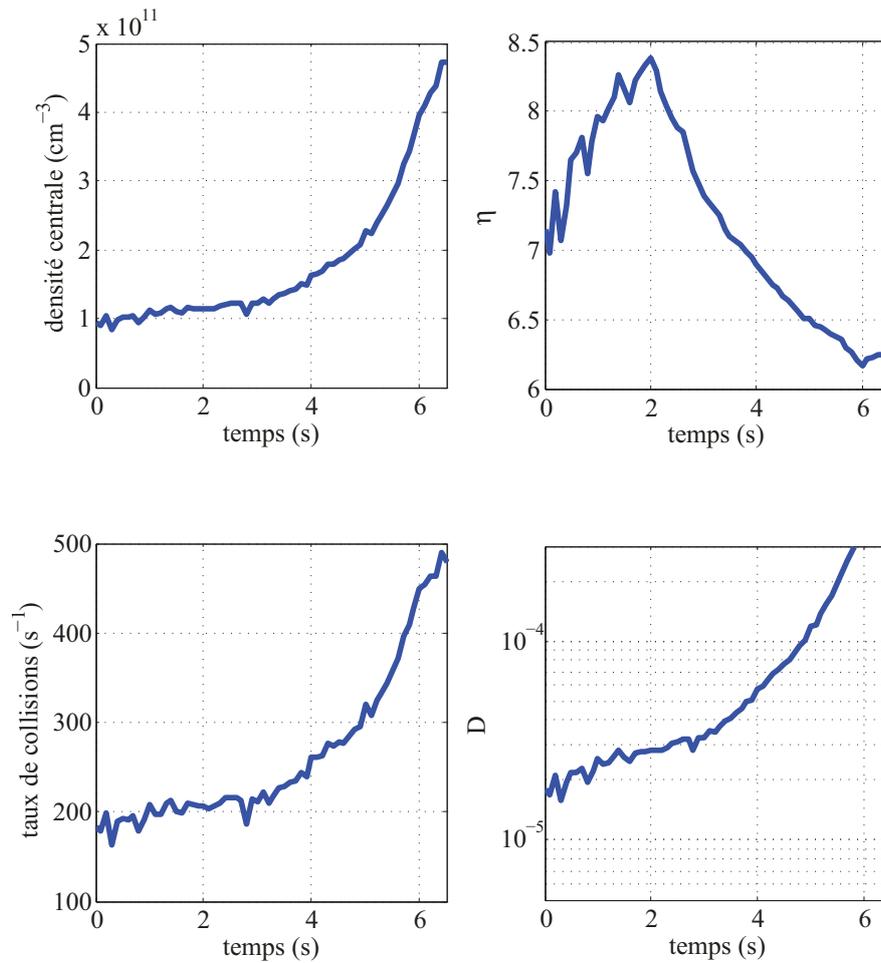


FIGURE 2.12 – Évolution des autres grandeurs physiques au cours de l'évaporation radio-fréquence. (a) Évolution de la densité au centre du nuage au cours du temps. (b) Évolution du paramètre $\eta = h\nu_{\text{RF}}/k_{\text{B}}T$ au cours du temps (c) Évolution du taux de collisions au cours du temps. (d) Évolution de la densité dans l'espace des phases au cours du temps.

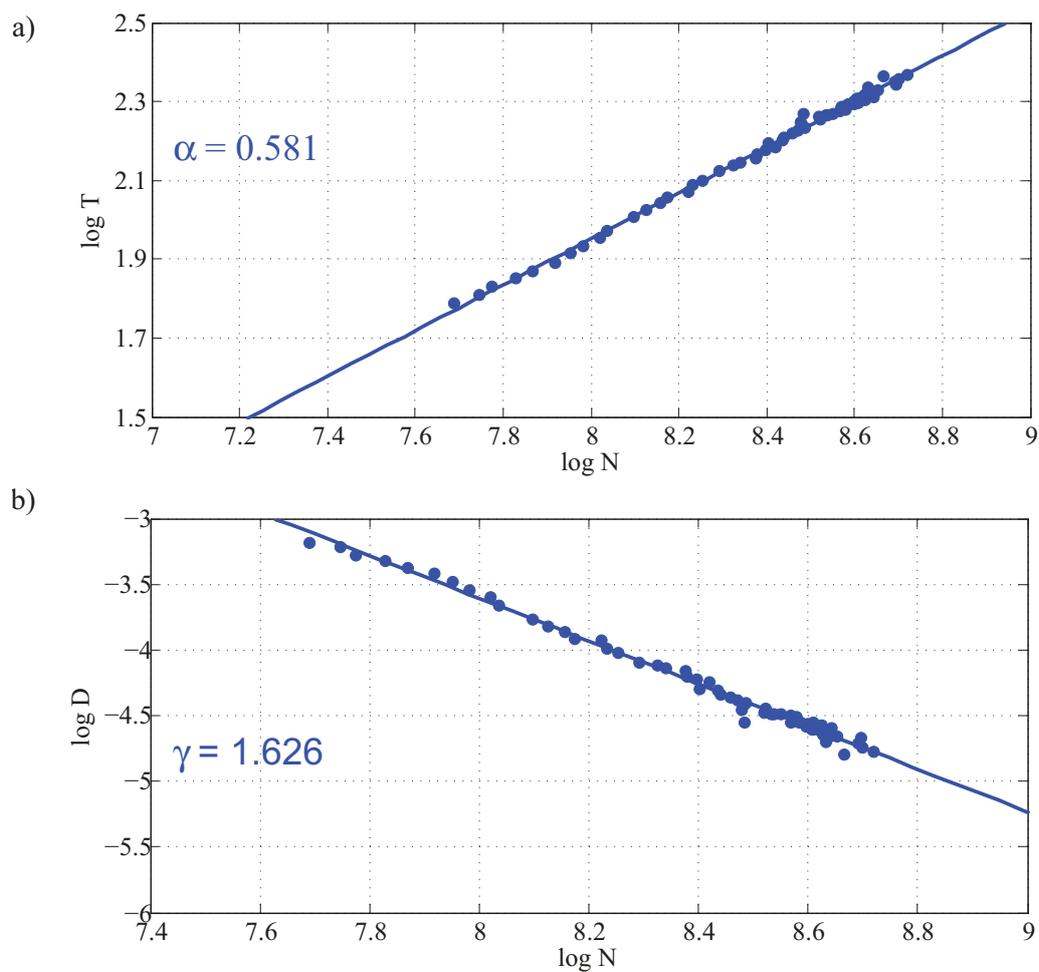


FIGURE 2.13 – (a) Température en fonction du nombre d’atomes durant l’évaporation radio-fréquence. On extrait $\alpha = \frac{d\log(T)}{d\log(N)} = 0.58$ (b) Densité dans l’espace des phases en fonction du nombre d’atomes pendant l’évaporation. On trouve $\gamma = -\frac{d\log(D)}{d\log(N)} = 1.62$

2.3 Réalisation de condensats de Bose-Einstein dans un piège optique

2.3.1 Chargement du piège Hybride

chargement du piège magnétique vers le piège optique

Le piège optique est formé par 2 faisceaux de longueur d'onde 1550 nm. Le premier faisceau a une puissance de 18 W, focalisé sur un waist de 133 μm . Le second possède un waist de 63 μm et croise le premier faisceau dans le plan horizontal en formant un angle 40° (figure 2.4 et 2.2). Le piège a une forme approximativement cylindrique avec des fréquences de piégeages radiales de 3,9 kHz et une fréquence de piégeage axiale de 2.1 kHz. La profondeur du piège est de $U_0 = 244 \mu\text{K}$. Le centre du piège optique est déplacé d'une distance d'à peu près un waist au dessous du centre du piège magnétique pour éviter que les atomes s'accumulent au zéro de champ magnétique, et donc soient perdus par effet Majorana. On a tracé en figure 2.14 l'influence de la position du piège optique sur le chargement : quand le piège optique et le piège magnétiques sont parfaitement centrés, les pertes par renversement de spin empêchent de charger un grand nombre d'atomes. De même, quand le centre du piège optique et magnétiques sont trop éloignés, le chargement n'est plus optimal car peu d'atomes peuvent rentrer dans le piège optique.

Le chargement du piège magnétique vers le piège optique (ODT) est réalisé en baissant linéairement le gradient magnétique jusqu'à 3 G/cm sur 600 ms en présence de l'ODT, avant de couper brutalement le piège magnétique. Dû au chevauchement des pièges magnétique et optique pendant cette phase de chargement, les images du nuage atomique sont difficiles à interpréter. Nous estimons à $n(0) \simeq 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ la densité dans piège optique croisé. Ensuite le nombre d'atomes décroît rapidement à cause de l'évaporation dans le piège et des pertes à 3 corps [135, 102, 101]. Après 20 ms, le nuage s'équilibre avec $N = 5 \times 10^6$ atomes à une température $T = 25 \mu\text{K}$ et une densité dans l'espace des phases $D = 0.2$. Malgré le fait de n'avoir transféré que 10 % des atomes dans le piège optique, on observe un gain dans l'espace des phases de 3 ordres de grandeur, ce qui est similaire à ce qui a été reporté dans les autres expériences avec des pièges hybrides [110]. Ce gain vient d'un effet dimple (donnant lieu à une augmentation significative de la densité atomique) et ensuite d'une évaporation dans le piège croisé. Une fois les atomes chargés dans le piège optique, la dernière étape pour atteindre un gaz quantique dégénéré consiste à baisser la profondeur du piège en diminuant la puissance des faisceaux optique. C'est dernière étape est l'évaporation optique. Avant cela, il nous faut mettre en place un autre système d'imagerie pour pouvoir extraire les différentes grandeurs physiques de notre nuage. En effet, l'imagerie par fluorescence utilisée jusque ici n'a qu'une résolution de 125 μm . Une imagerie par absorption a ainsi été mise en place.

imagerie par absorption

Pour obtenir des informations sur le nuage atomique ultra-froid proche de condensation, on utilise maintenant l'imagerie par absorption. Une sonde lumineuse est envoyée sur les atomes (on la prendra sur l'axe \hat{z}). La traversée du nuage sur les atomes produit une certaine absorption dépendant de la densité n du gaz. Pour déterminer

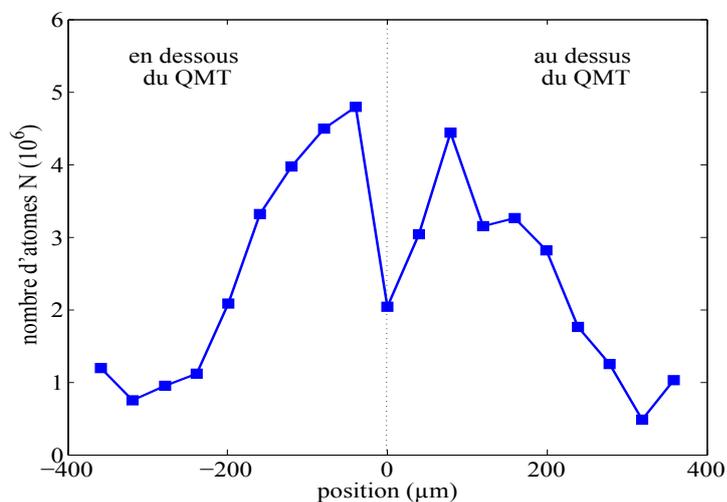


FIGURE 2.14 – Nombre d'atomes chargés à partir du piège hybride en fonction de la position du centre du piège magnétique (QMT) dans la position verticale.

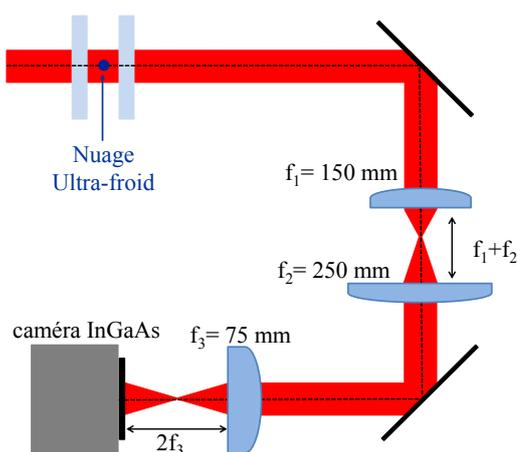


FIGURE 2.15 – Système d'imagerie mis en place pour l'absorption. Le système comporte d'abord d'un doublet de lentille f_1 et f_2 pour effectuer un grandissement du nuage atomique, suivi d'une lentille f_3 en configuration $2f-2f$ qui n'ajoute pas de grandissement mais permet de corriger quelques aberrations du doublet de lentilles précédents.

les quantités qui nous intéressent (nombre d'atomes, températures), on utilise un montage (figure 2.15) où l'on vient faire l'image de la sonde placé à résonance vis-à-vis des atomes. L'intensité lumineuse transmise I_T suit la loi de Beer-Lambert et s'écrit :

$$I_T(x, y) = I_0(x, y) \exp \left(- \int dz n(x, y, z) \sigma_{abs}(I_0, \delta) \right) \quad (2.40)$$

où I_0 est l'intensité incidente, $n(x, y, z)$ la densité du nuage atomique, σ_{abs} la section efficace d'absorption qui dépend de l'intensité incidente I_0 et du désaccord δ entre la transition atomique et la fréquence du champ laser. Pour un atome à deux niveaux, la section efficace d'absorption est donnée par :

$$\sigma_{abs}(I_0, \delta) = \frac{\sigma_0}{1 + \left(\frac{2\delta}{\Gamma}\right)^2 + \left(\frac{2I_0}{I_{sat}}\right)} \quad (2.41)$$

où $\sigma_0 = 3\lambda^2/2\pi$, la section efficace à résonance. Nous sondons la transition $2^3S_1 \rightarrow 2^3P_2$ avec une polarisation du laser σ^+ pour obtenir une transition fermée. Tous les atomes sont initialement dans le sous-niveau Zeeman $m_F = 1$. Ainsi il n'y a pas de redistribution de populations parmi les différents sous-niveaux Zeeman et donc l'expression de la section efficace d'absorption donnée dans l'équation (2.41) reste valide. Cela n'aurait pas été le cas si nous avons utilisé une polarisation linéaire : il aurait alors fallu corriger sa valeur d'un coefficient C qui aurait valu 0.5 initialement pour décroître jusqu'à la valeur 10/17 [139, 140, 141]. Le faisceau sonde est un faisceau gaussien de rayon $1/e^2$ de 0.54 cm (collimateur Schafer-Kirchoff). Pour obtenir une image la plus fiable possible de la densité atomique, il faut utiliser une intensité faible devant l'intensité de saturation $I_{sat} = 0.16$ mW/cm². La puissance envoyée sur les atomes est de 15 μ W, ce qui correspond à $I_0(0, 0) = 0.2 I_{sat}$. Pour extraire des signaux d'absorption l'épaisseur optique $EO(x, y) = \int dz n(x, y, z) \sigma_{abs}(I_0, \delta)$, on prend 3 images : une image de la sonde avec absorption en présence des atomes pour laquelle l'intensité vaut $I_1(x, y)$, une image de la sonde sans atomes et donc sans absorption pour laquelle l'intensité vaut $I_0(x, y)$ et une image du fond lumineux (pas de sonde, pas d'atomes) pour laquelle l'intensité vaut $I_2(x, y)$. L'épaisseur optique s'écrit donc :

$$EO(x, y) = - \ln \left(\frac{I_1(x, y) - I_2(x, y)}{I_0(x, y) - I_2(x, y)} \right) \quad (2.42)$$

On se place à résonance car l'indice de réfraction vaut alors 1, ce qui évite les effets de lentille créés par le nuage ultra-froid.

Montage optique :

Le montage optique est représenté en figure 2.15. Il se compose d'un premier système optique afocal composé d'une lentille de focale $f_1=150$ mm (doublet achromat de chez Edmund Optics de 25 mm de diamètre) et d'une lentille de focale $f_2=250$ mm (doublet achromat AC508-250-C de chez Thorlabs de 50 mm de diamètre). Ensuite une lentille de focale $f_3=75$ mm (doublet achromat AC508-075-C de chez Thorlabs de 50 mm de diamètre) est placée en configuration 2f-2f, qui permet de conserver le grandissement tout en corrigeant quelques aberrations induites par le premier télescope (avec le logiciel de simulation Oslo, on voit que les aberrations sphériques sont diminuées). Le grandissement total g du système a été mesuré en regardant la chute des atomes

sous l'effet de la gravité. On trouve $g=1.84$ (4), non loin du grandissement théorique $f_2/f_1=2$. La caméra utilisée pour imager les atomes est une caméra InGaAs refroidie par effet thermoélectrique (XEVA type de Xenics company), le même modèle que la caméra utilisée pour l'imagerie par fluorescence. Elle est composée de 256×320 pixels de taille $30 \times 30 \mu\text{m}$. La résolution du système optique est de $28 \mu\text{m}$ (mesure de la taille $1/e^2$ de l'image d'un point par le système optique). Cette valeur est plus élevée que la tâche d'Airy : $R_{\text{Airy}} = \frac{0.61\lambda}{\text{O.N.}} = 15 \mu\text{m}$, montrant que le système optique n'est pas limitée par la diffraction mais par des aberrations optiques.

Contrainte pour l'absorption :

La lumière est envoyée sur les atomes pendant une durée τ avec une intensité I_0 . Nous avons vu que l'intensité I_0 doit être petite devant I_{sat} . De plus l'interaction de la sonde avec les atomes ne doit pas perturber le nuage : les photons absorbés vont transmettre leur quantité de mouvement aux atomes, ce qui peut les placer hors résonance par effet Doppler. Cet effet est particulièrement sensible pour l'Hélium puisque la vitesse de recul à 1083 nm est de $v_{\text{rec}} = \hbar k/m = 9,2 \text{ cm/s}$. Enfin les photons ré-émis par émission spontanée induisent une diffusion en impulsion qui se traduit en diffusion spatiale qui doit être négligeable devant la taille du pixel dans le plan image. La durée du pulse est de $100 \mu\text{s}$. Avec nos conditions expérimentales ($\tau = 25 \mu\text{s}$), le nombre de photons absorbés est $N_{\text{ph}} = \frac{I_0 \tau S}{\hbar \nu} (1 - e^{-EO}) \simeq 5$. La vitesse aléatoire et isotrope $v_{\text{rms}} = \sqrt{N_{\text{ph}}} v_{\text{rec}}$ acquit par les atomes durant le temps d'interaction τ avec la sonde conduit à une excursion spatiale aléatoire $r_{\text{rms}} = \sqrt{N_{\text{ph}}/3} v_{\text{rec}} \tau \simeq 3 \mu\text{m}$ [142], qui est bien plus petit que la résolution de notre système optique.

2.3.2 Évaporation optique et condensation de Bose-Einstein

Après le chargement dans le piège optique, le nuage s'équilibre avec $N = 5 \times 10^6$ atomes à une température $T = 25 \mu\text{K}$ et une densité dans l'espace des phases $D = 0.2$. Dans l'espace libre, lorsque cette quantité devient égale à 1, le nombre d'atomes dans l'état d'impulsion nulle devient macroscopique [143], et le gaz obtenu est un condensat de Bose-Einstein (BEC). Il reste donc peu de chemin à parcourir pour obtenir un BEC. Nous rappellerons au début de cette section les principales caractéristiques d'un gaz de Bose idéal et d'un BEC, ce qui nous permettra de déterminer les profils de densité attendus pour analyser les images. Ensuite nous présenterons l'évaporation optique pour finir la caractérisation du condensat obtenu.

caractéristiques du nuage pendant l'évaporation

Le mécanisme qui induit la condensation est la saturation de la population totale dans les états excités, et il provient en dernier ressort du fait que les atomes obéissent à la statistique de Bose. Un nombre d'occupation macroscopique peut ainsi être atteint. Ainsi, à N fixé, on trouve, pour un nuage sans interaction dans un potentiel harmonique de fréquence moyenne $\bar{\omega}$, une température critique en dessous de laquelle le nombre d'atomes dans les états excités sature :

$$k_B T_c^0 = \left(\frac{N}{\zeta(3)} \right)^{1/3} \hbar \bar{\omega} \quad (2.43)$$

où ζ est la fonction de Riemann ($\zeta(3) = 1.202$). Cependant les interactions entre atomes (caractérisées par la longueur de diffusion en onde s_{a_s}), qui ont un effet faible pour un gaz non dégénéré, jouent très rapidement un rôle important et décalent la valeur de la température critique [98] :

$$\frac{T_c - T_c^0}{T_c^0} \approx -1.326 a_s \sqrt{\frac{m\bar{\omega}}{\hbar}} N^{1/6} \quad (2.44)$$

Cette correction est non négligeable (de l'ordre de 20%) et il est important de la prendre en compte. Les corrections de taille finie du système sont faibles (moins de 1%) et seront négligées dans la suite. On peut aussi calculer la fraction d'atomes condensés dans l'état fondamental qui suit la loi (pour un gaz sans interaction) :

$$\frac{N_0}{N} = 1 - \left(\frac{T}{T_c^0}\right)^3 = 1 - t^3 \quad (2.45)$$

où N_0 est le nombre d'atomes dans le condensat. Si on ajoute les corrections induites par les interactions entre atomes [98], on trouve (approximation valable pour $T \lesssim T_c$) :

$$\frac{N_0}{N} \simeq 1 - t^3 - \frac{\zeta(2)}{\zeta(3)} \eta t^2 (1 - t^3)^{2/5} \quad (2.46)$$

avec $\eta = 1,57 \left(N^{1/6} \frac{a}{a_{ho}}\right)^{2/5}$ où a_{ho} est la taille de l'oscillateur harmonique du piège. Ces corrections sont primordiales pour la suite puisque le nombre d'atomes est calibré à partir de l'équation (2.46).

Gaz thermique :

Au début de l'évaporation dans le piège optique, la température du nuage est loin de la température critique et est bien décrit par une distribution de Maxwell-Boltzmann qui s'écrit pour une piège harmonique :

$$n(x, y, z) = \frac{N_{th}}{(2\pi)^{3/2} \sigma_x \sigma_y \sigma_z} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2} - \frac{y^2}{2\sigma_y^2} - \frac{z^2}{2\sigma_z^2}\right) \quad (2.47)$$

avec $\sigma_i = \sqrt{\frac{k_B T}{m\omega_i^2}}$ pour $i = (x, y, z)$. Les images obtenus sont proportionnelles à la densité en colonne $n(x, y) = \int dz n(x, y, z)$. Le profil de densité intégré selon la direction d'imagerie s'écrit :

$$n(x, y) = \frac{N_{th}}{(2\pi)\sigma_x \sigma_y} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2} - \frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right) \quad (2.48)$$

Gaz de Bose :

Quand la température du gaz décroît et se rapproche de la température critique T_c , la statistique quantique doit être prise en compte et le profil de densité n'est plus gaussien. La distribution thermique pour un gaz de Bose s'écrit :

$$n(x, y, z) = \frac{1}{\lambda_{dB}^3} g_{3/2}\left(e^{\frac{\mu-U}{k_B T}}\right) \quad (2.49)$$

où μ le potentiel chimique et $g_\alpha(x) = \sum_{k=1}^{\infty} x^k/k^\alpha$ est la fonction polylogarithme. Le gaz est confiné dans un potentiel harmonique :

$$\frac{U}{k_B T} = \frac{x^2}{2\sigma_x^2} + \frac{y^2}{2\sigma_y^2} + \frac{z^2}{2\sigma_z^2} \quad (2.50)$$

On obtient en intégrant le profil de densité dans la direction z de l'imagerie :

$$n(x, y) = \frac{N_{th}}{2\pi\sigma_x\sigma_y} g_2 \left(z \exp \left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2} - \frac{y^2}{2\sigma_y^2} \right) \right) \quad (2.51)$$

où $z = e^{\mu/k_B T}$ est la fugacité.

Condensat de Bose Einstein :

En dessous la température critique, la fonction d'onde macroscopique de la fraction condensée est décrite par l'équation de Gross-Pitaevski :

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \phi(\vec{r}) + V_{ext}(\vec{r}) \phi(\vec{r}) + (N-1)U_0 |\phi(\vec{r})|^2 \phi(\vec{r}) = \mu \phi(\vec{r}) \quad (2.52)$$

Les termes de gauche sont respectivement les termes d'énergie cinétique, d'énergie potentielle et d'énergie d'interaction entre les atomes ($U_0 = \frac{4\pi\hbar^2 a_s}{m}$). Le facteur $N-1$ est remplacé par la suite par N car on considère un grand nombre d'atomes. On se place ensuite dans l'approximation de Thomas-Fermi : cette approximation consiste à considérer que les propriétés globales du condensat sont déterminées principalement par les interactions entre particules et l'énergie potentielle, et que l'énergie cinétique est négligeable. Cela simplifie considérablement l'analyse, et permet de donner une expression analytique de la densité $n(\vec{r}) = |\phi(\vec{r})|^2$. La longueur de cicatrisation $\xi = \sqrt{\frac{\hbar^2}{2m\mu}}$ donne une échelle de longueur caractéristique sur laquelle les perturbations dans la distribution de densité sont "cicatrisées". Dans le cas d'un piège harmonique, le condensat a un profil de densité harmonique :

$$n(x, y, z) = \frac{15}{8\pi} \frac{N_c}{R_x R_y R_z} \left(1 - \left(\frac{x}{R_x} \right)^2 - \left(\frac{y}{R_y} \right)^2 - \left(\frac{z}{R_z} \right)^2 \right) \quad (2.53)$$

où R_i sont les rayons du nuage et valent :

$$R_i = \sqrt{\frac{2\mu}{m\omega_i^2}} \quad (2.54)$$

avec le potentiel chimique qui est donné dans l'approximation de Thomas-Fermi par :

$$\mu = \frac{1}{2} \hbar \bar{\omega} \left(15N \frac{a}{a_{oh}} \right)^{2/5} \quad (2.55)$$

Le profil du condensat intégré selon l'axe z s'écrit :

$$n(x, y) = \frac{5}{2\pi} \frac{N_c}{R_x R_y} \left(1 - \left(\frac{x}{R_x} \right)^2 - \left(\frac{y}{R_y} \right)^2 \right)^{3/2} \quad (2.56)$$

Nous avons maintenant tous les profils pour analyser le nuage atomique lors de l'évaporation.

Évaporation dans le piège optique

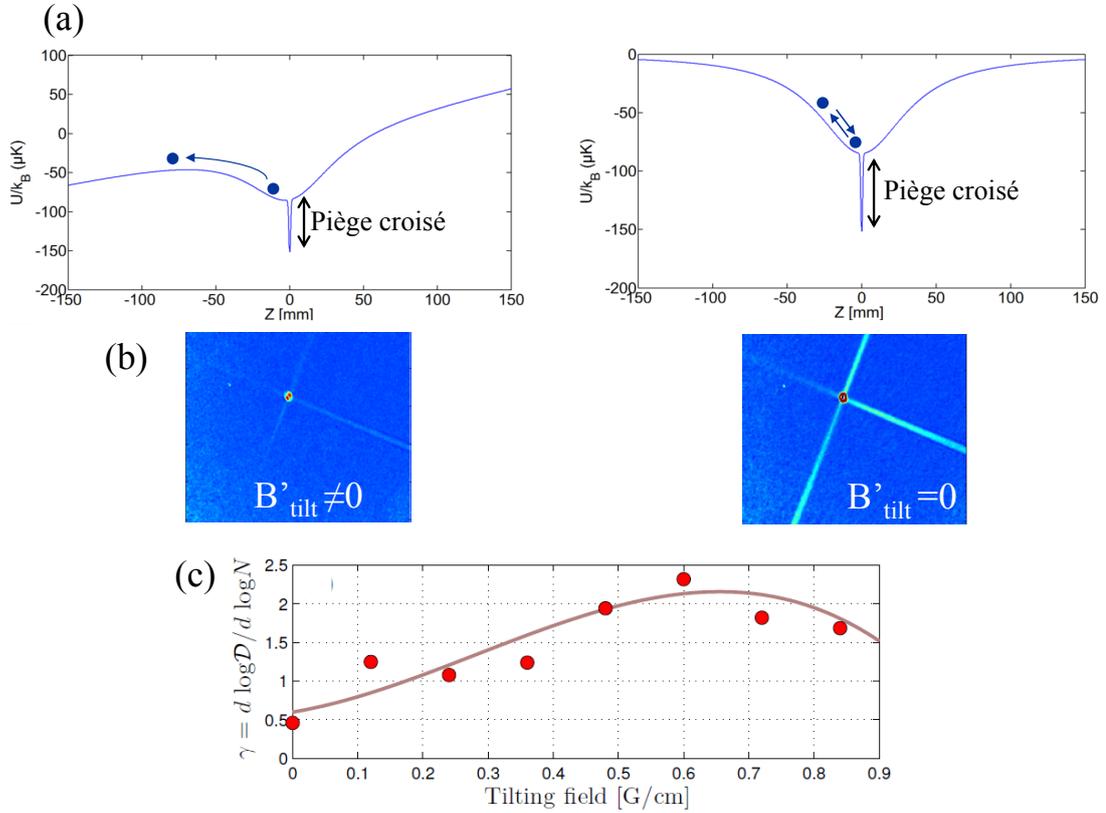


FIGURE 2.16 – Influence du gradient magnétique B'_{tilt} sur l'efficacité de l'évaporation dans le piège optique. (a) Coupe 1D du potentiel optique : on voit que l'inclinaison du potentiel optique grâce au gradient permet d'évacuer les atomes énergétiques restant dans l'un des bras du piège lors de l'évaporation. (b) Image du piège optique in situ obtenu par absorption. On observe qu'en l'absence de biais magnétique B'_{tilt} , les atomes viennent peupler les bras de piège optique. Ces atomes énergétiques peuvent alors chauffer les atomes restés dans le piège optique croisé et ainsi réduire l'efficacité d'évaporation. (c) Efficacité de l'évaporation dans le piège optique en fonction du biais magnétique B'_{tilt} . On observe un maximum pour $B'_{\text{tilt}} = 0.6 \text{ G/cm}$. Au delà de cette valeur, le gradient magnétique déforme le piège optique en fin d'évaporation ce qui diminue son efficacité.

L'évaporation dans le piège optique est réalisée en baissant les puissances du piège optique croisé (ODT) sur 500 ms de 18 à 1 W dans le premier bras du piège optique et de 1 à 0.3 W dans le deuxième bras. Cette évaporation est effectuée en présence d'un faible gradient magnétique ($B'_{\text{tilt}} = 0,6 \text{ G/cm}$) selon l'axe des bobines \hat{x} du champ magnétique quadrupolaire. Le potentiel résultant $U_{\text{tilt}} = B'_{\text{tilt}}x$ est faible devant le potentiel du piège optique croisé ($U_0/k_B = 244 \text{ } \mu\text{K}$) et par conséquent ne sert pas à changer la profondeur du piège comme cela est le cas dans [144]. La fonction de ce gradient est d'enlever les atomes énergétiques qui ont été évaporés du piège optique

Étapes expérimentales	N	$T(\mu\text{K})$	$n \text{ (cm}^{-3}\text{)}$	D
PMO	$8.7(2) \times 10^8$	1200(100)	$2.5(1) \times 10^9$	$4.0(4) \times 10^{-8}$
Mélasses rouges	$8.2(1) \times 10^8$	80(9)	$1.1(1) \times 10^9$	$5.5(6) \times 10^{-6}$
Mélasses grises	$7.5(2) \times 10^8$	20(3)	$1.1(1) \times 10^{10}$	$7.8(7) \times 10^{-5}$
Chargement piège magnétique	6.4×10^8	45(5)	$2.0(2) \times 10^{10}$	$5.5(2) \times 10^{-5}$
Compression magnétique	$6.1(1) \times 10^8$	230 (15)	$1.0(1) \times 10^{11}$	$2.0(3) \times 10^{-5}$
Évaporation RF	$6.0(1) \times 10^7$	70(6)	$3.3(6) \times 10^{11}$	$3.7(7) \times 10^{-4}$
ODT avant évaporation	$5.0(2) \times 10^6$	27(6)	$5.1(2) \times 10^{13}$	$2.4(3) \times 10^{-1}$

TABLE 2.1 – Mesure des différents paramètres du nuage au cours des phases du cycle expérimental. Nous présentons le nombre d'atomes N , la température T , la densité n , et la densité dans l'espace des phases D .

croisé mais qui restent piégés dans l'un des bras du piège (figure 2.16). Ces atomes, s'ils ne sont pas expulsés, peuvent alors revenir dans le piège croisé et chauffer le gaz, ce qui entraîne une dégradation de l'efficacité de l'évaporation. Nous observons que l'efficacité de l'évaporation $\gamma = \frac{d \ln D}{d \ln N}$ augmente de $\gamma = 0,5$ en l'absence de tilt, pour arriver à un maximum de $\gamma = 2,3$ avec un gradient de $B'_{\text{tilt}} = 0,6 \text{ G/cm}$ (figure 2.16). Au dessus de $B'_{\text{tilt}} = 0,6 \text{ G/cm}$, le gradient commence à modifier le potentiel du piège optique vers la fin de l'évaporation et on observe une décroissance de l'efficacité γ . La nécessité d'un gradient qui va incliner le piège optique pendant l'évaporation est due à la faible masse de l'Hélium où l'influence de la gravité est très faible. Pour des atomes plus lourd comme le ^{87}Rb , un faible angle des faisceaux optiques avec l'axe de la gravité suffit en général à retirer ces atomes énergétiques. En analysant les distributions des images obtenus, on peut remonter aux nombres d'atomes et aux tailles du nuage. La température est déduite de mesure de temps de vol (TOF). Les figures 2.17 et ?? résument l'évolution des différentes grandeurs physiques au cours de l'évaporation radio-fréquence et optique. L'espace laissé dans les données correspond à la zone de chargement entre le piège magnétique et optique, dans laquelle il est difficile de distinguer la contribution des deux pièges séparément. Avec nos conditions initiales après le transfert dans le piège optique ($N = 5 \times 10^6$, $D = 0,2$ et un taux élastique de collisions de $3 \times 10^5 \text{ s}^{-1}$), nous traversons la transition de Bose-Einstein avec $N = 2 \times 10^6$ atomes à une température $T = 4 \mu\text{K}$. Finalement nous observons un condensat avec $N = 5 \times 10^5$ atomes sans partie thermique discernable. Les caractéristiques du condensat calculées à partir des caractéristiques du piège en fin de rampe dans l'approximation de Thomas-Fermi sont les suivantes :

- Fréquence moyenne de piégeages : $\bar{\omega} = 2\pi \times 337\text{Hz}$.
- Profondeur du potentiel : $U_0 = 244 \mu\text{K} \times k_B$.
- potentiel chimique : $\mu = 8.9 \text{ kHz} \times h$.
- densité au centre : $n_0 = 3,7 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$.
- taille du rayon de Thomas Fermi : $R_{TF} = 20 \mu\text{m}$.
- longueur de relaxation : $\xi = 376 \text{ nm}$.

On a résumé les différentes étapes du cycle expérimental sur la figure 2.19 et récapitulé dans le tableau 3.1 les chiffres (nombre d'atomes, température,...) des différentes phases. Il est à noter que, par la suite, nous avons réduit le temps du cycle expérimental en divisant notamment par 2 le temps de la phase d'évaporation RF. Aujourd'hui l'expérience est capable de produire des BEC en 6 secondes.

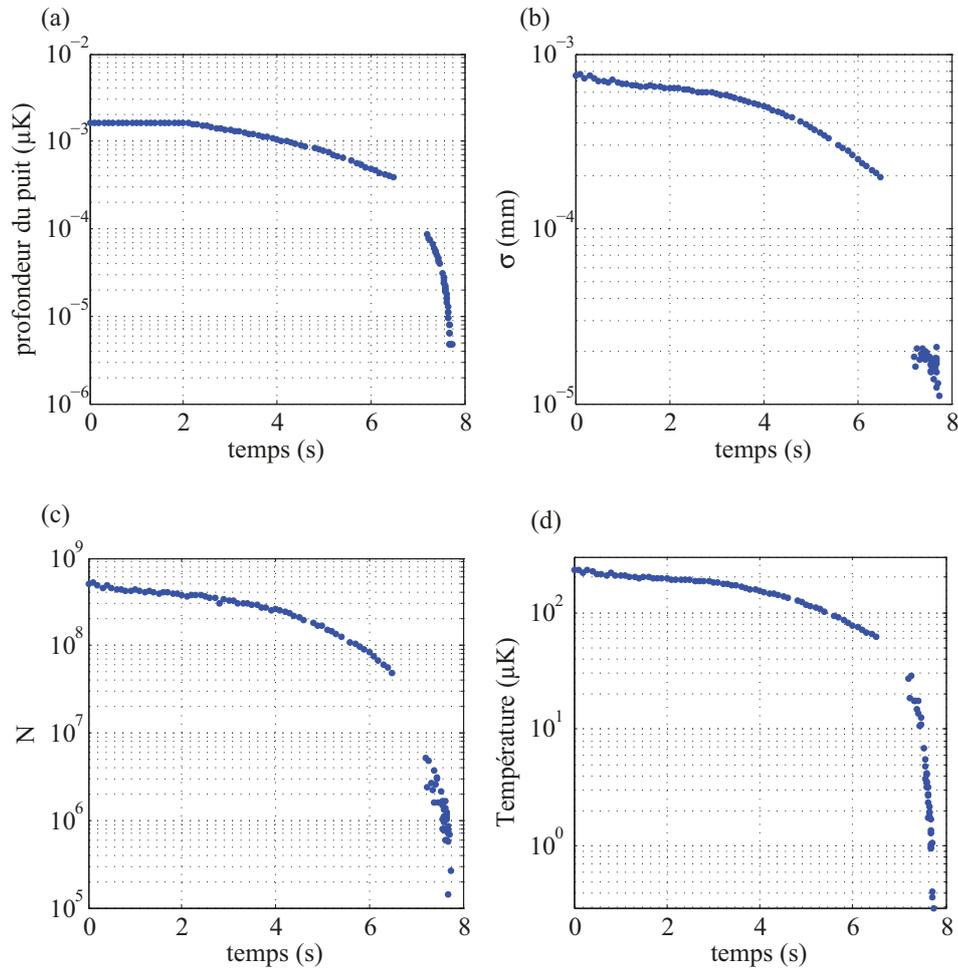


FIGURE 2.17 – Évolution des différentes grandeurs physiques au cours de l'évaporation radio-fréquence et optique. L'espace dans les données correspond à la phase du chargement du piège magnétique au piège optique : dû au chevauchement des deux pièges pendant cette phase, les images du nuage atomique sont difficiles à interpréter. (a) Profondeur du piège au cours de l'évaporation. (b) Évolution de la taille au cours du temps. La taille dans le piège magnétique correspond à la taille $1/e$ dans la direction y perpendiculaire au gradient B' et la taille dans le piège optique correspond à la taille $1/e^2$ dans la même direction. (c) Évolution du nombre d'atomes au cours du temps. (d) Évolution de la température au cours du temps.

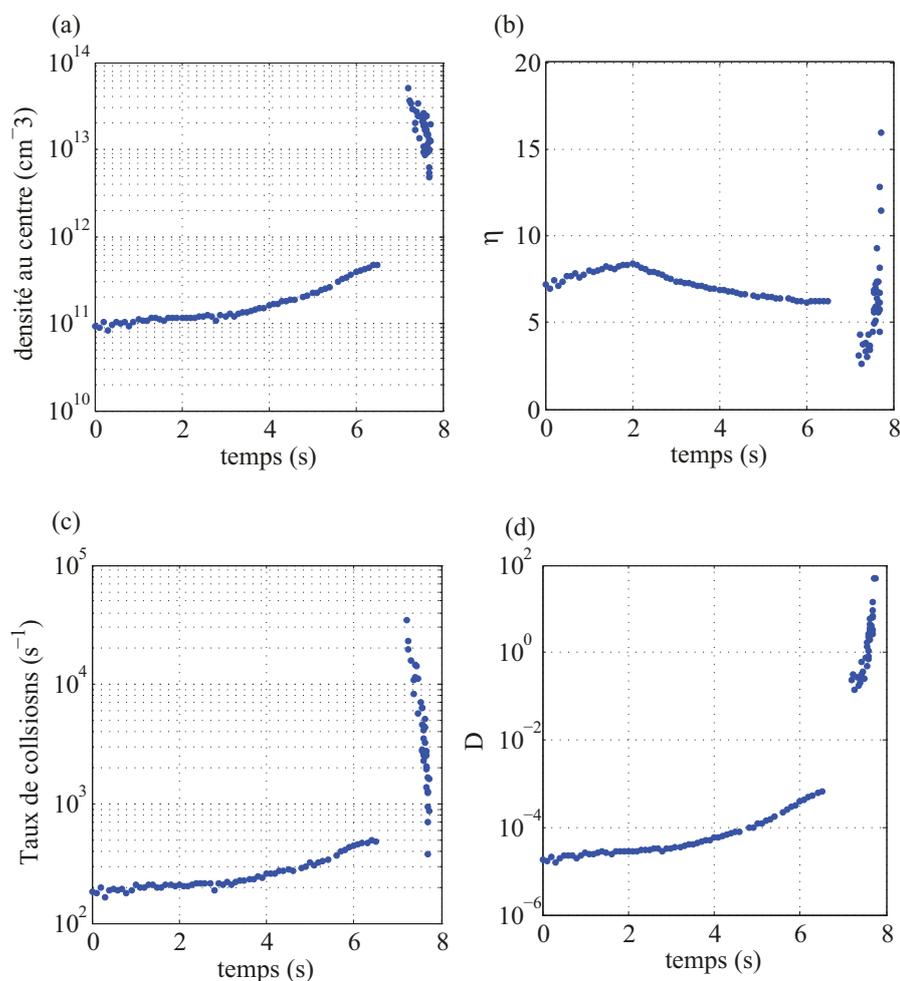


FIGURE 2.18 – Évolution des autres quantités physiques au cours de l'évaporation radio-fréquence et optique. (a) Densité au centre du nuage au cours de l'évaporation. (b) Évolution du paramètre $\eta = U_0/k_B T$ au cours du temps. (c) Évolution du taux de collisions au cours du temps. Le taux de collisions diminue au cours du temps dans le piège optique car les fréquences de piégeages diminuent aussi. (d) Évolution de la densité dans l'espace des phases D au cours du temps.

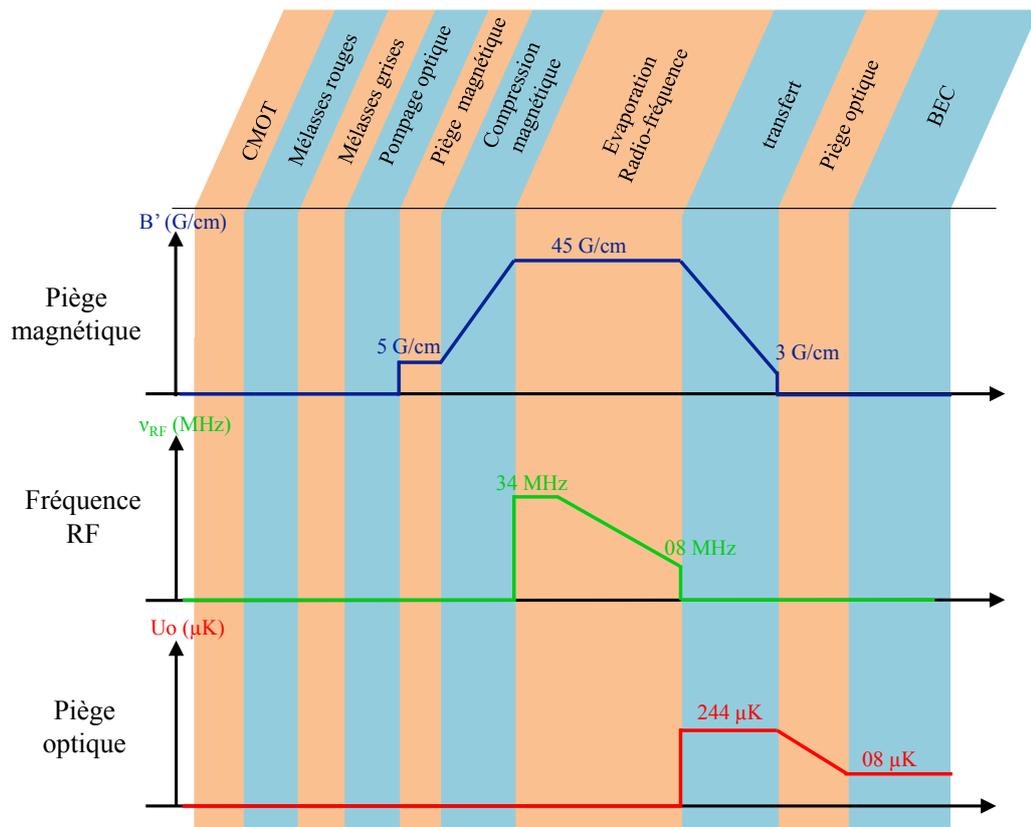


FIGURE 2.19 – Schéma du cycle expérimental (Evolution du piège magnétique, de la fréquence RF envoyé sur les atomes et du piège optique au cours du temps).

2.3.3 Caractérisation des condensats de Bose-Einstein produits

Étude de la fraction condensée

La première étude menée est l'étude de la transition du BEC. Cette étude nous permet de calibrer le nombre d'atomes. Lorsque le nuage se trouve au voisinage de la transition, on a coexistence d'une fraction condensée et d'une fraction thermique, à l'équilibre thermodynamique l'une avec l'autre [143]. Lors de l'expansion libre du nuage, la fraction non condensée va s'étendre de manière isotrope, en vertu du théorème d'équipartition de l'énergie (nous ne sommes pas dans le régime hydrodynamique, c'est-à-dire quand le taux de collisions est très grand devant les fréquences d'oscillations, où il est possible d'avoir un changement d'ellipticité pour un gaz thermique [145]). On peut démontrer que pour un condensat à température nulle, l'expansion libre du nuage obéit à une invariance d'échelle [146, 147]. Plus précisément, la densité atomique du condensat après un temps de vol (TOF) est toujours décrite par un profil de Thomas-Fermi. Les images d'absorption sont ainsi analysées sous l'hypothèse que la densité du nuage thermique est bien décrite par une distribution de Bose et que le condensat reste décrit par l'approximation de Thomas-Fermi (il faut souligner que c'est une modélisation ad hoc) :

$$n(x, y) = n_0(0) \left(1 - \left(\frac{x}{R_x} \right)^2 - \left(\frac{y}{R_y} \right)^2 \right)^{3/2} + n_{th}(0) g_2 \left(z \exp \left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2} - \frac{y^2}{2\sigma_y^2} \right) \right) \quad (2.57)$$

Nous supposons que les centres des distributions coïncident. Le résultat est présenté sur la figure 3.9. On rappelle que la fraction condensée suit la loi approchée :

$$\frac{N_0}{N} \simeq 1 - t^3 - \frac{\zeta(2)}{\zeta(3)} \eta t^2 (1 - t^3)^{2/5} \quad (2.58)$$

avec $\eta = 1,57 \left(N^{1/6} \frac{a}{a_{ho}} \right)^{2/5}$. Les données sont tracées seulement pour $T/T_c \leq 0.6$ car les ajustements bi-modaux ne sont plus fiables à basse température (la partie thermique ne noie dans le bruit des images). Cette équation dépend du nombre d'atomes total $N = N_0 + N_{th}$, des fréquences de piégeages et de la température T . Les fréquences de piégeages sont mesurées indépendamment en mesurant les oscillant du BEC dans le piège optique après temps de vol et l'ajustement de la fraction thermique nous permet de déterminer la température du nuage. On se sert ainsi de cette analyse pour calibrer le nombre d'atomes N ($\pm 20\%$).

Temps de vie du nuage dégénéré

Une propriété importante de notre nuage dégénéré est son temps de vie dans le piège final. Nous avons effectué une mesure du nombre d'atomes total dans le piège en fonction du temps, dont les résultats sont présentés en figure 2.21. Expérimentalement, les pertes sont bien reproduites par un ajustement exponentiel décroissant. On trouve un temps de vie $\tau = 5,9$ s. Ce temps de vie est inférieur au temps de vie dû à l'absorption de photons dans le piège dipolaire ($\tau_{\text{absorption}} = 47.1$ s) mais est tout à fait raisonnable.

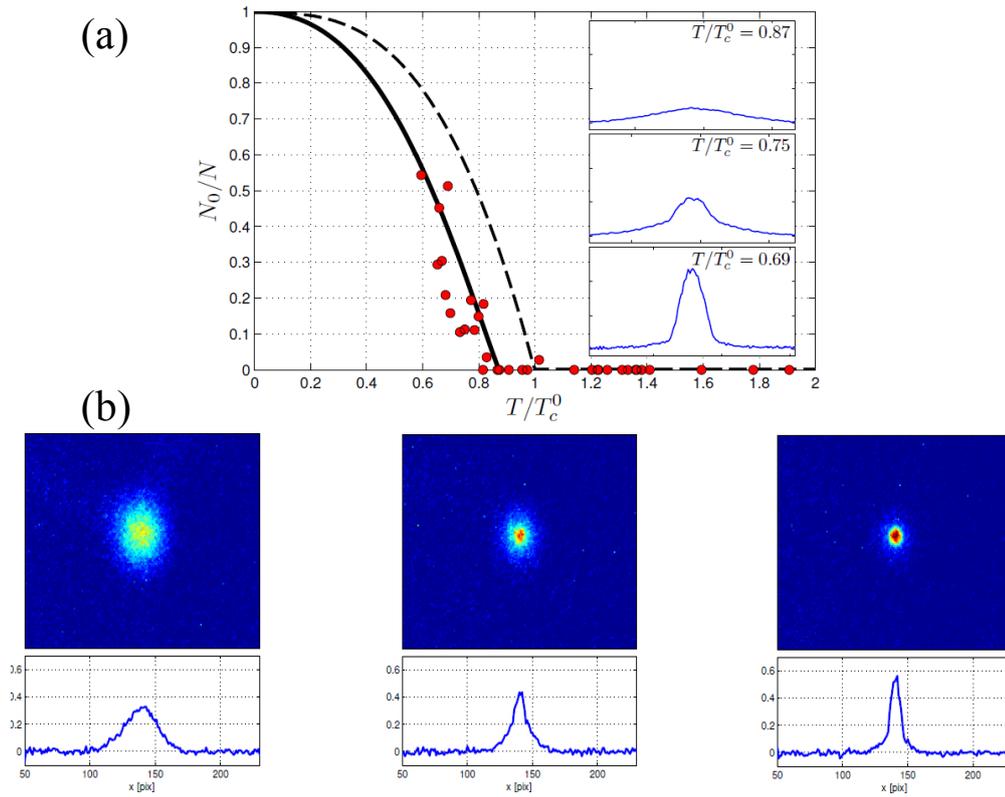


FIGURE 2.20 – (a) Fraction condensée en fonction de la température. Les données expérimentales (points rouges) sont comparées à la théorie pour un gaz idéal (ligne en pointillé) et à la théorie incluant les corrections champ moyen dues aux interactions dans le BEC (ligne solide). En onset, les profils 1D de densité du gaz pris en temps de vol pour différentes températures à travers la transition. (b) Images obtenues du nuage à travers la transition.

2.4 conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté la méthode pour obtenir le condensat de Bose-Einstein, brique élémentaire des expériences à venir. La méthode mise en place combine l'avantage de la grande capture du nombre d'atomes dans le piège-magnéto-optique et l'évaporation rapide dans le piège optique. Finalement l'expérience est capable de produire des BEC tous les 6 secondes avec $N \simeq 10^5$ atomes [105]. Cette technique a depuis été également mise en place par nos collègues d'Amsterdam [127]. L'intérêt d'utiliser l' He^* est l'utilisation d'un détecteur d'atomes unique : le MCP (microchannel plate). Nous allons dans le chapitre suivant décrire ce détecteur et sa mise en place sur l'expérience.

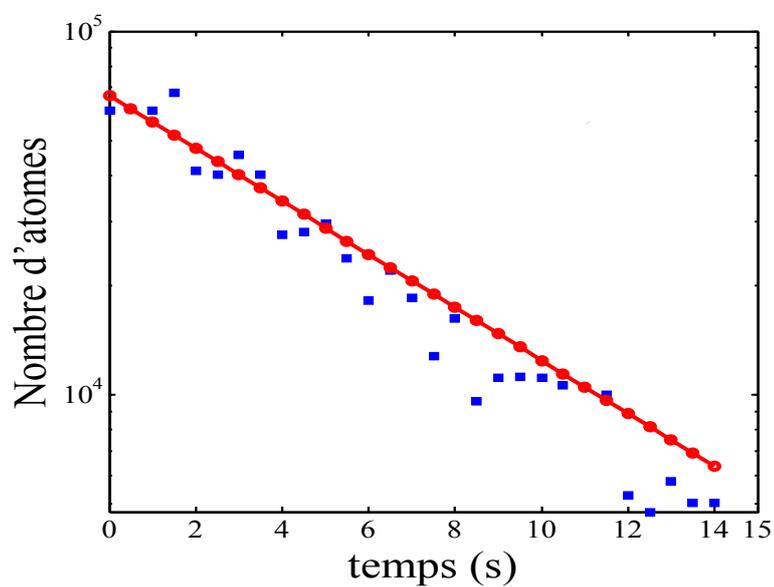


FIGURE 2.21 – Nombre d'atomes dans le piège en fonction du temps, pour une puissance des lasers constante égale à la puissance en fin de rampe. La courbe continue est un ajustement des données par une exponentielle décroissante, donnant un temps de vie pour le condensat de 5.9 secondes.

CHAPITRE 3

Détection d'atomes uniques dans l'espace des impulsions

L'objectif de ce chapitre est d'expliquer comment avec notre dispositif expérimental sensible à l'atome unique on peut reconstruire en 3 dimensions les distributions atomiques du nuage dans l'espace des impulsions \vec{k} .

Toutes les expériences reposent sur leur capacité à mesurer efficacement la signature du phénomène qu'on souhaite étudier. Par conséquent le développement de nouvelles techniques de détection a souvent été le moteur de nouvelles découvertes. Par exemple la naissance des détecteurs à photons uniques il y a 50 ans permettait à Hanbury Brown et Twiss (HBT) de découvrir le groupement photonique dans la lumière émise par une source chaotique [150], soulignant l'importance des corrélations à deux photons et stimulant le développement de l'optique quantique moderne. Dans le domaine des atomes froids, l'imagerie par absorption ou par fluorescence sont les techniques de détection usuelles. Nous avons nous-mêmes mis en place ces deux techniques pour pouvoir faire une étude du nuage au cours des phases du cycle expérimental. Ces techniques donnent accès à la densité colonne du nuage $\bar{n}(x, y) = \int dz n(x, y, z)$ en une seule mesure. Cependant certaines informations ne peuvent pas être capturées avec ce type de mesures et restent donc inaccessibles.

Au cours des dernières années, des efforts considérables ont été mis en œuvre dans le développement de détecteurs à atome unique pour surmonter ces limitations. Dans les années 2000, des équipes réussissaient avec une imagerie par fluorescence à détecter des atomes uniques in-situ [152, 153, 154]. Plus récemment, le développement des "microscopes pour gaz quantique" a permis de contrôler et de détecter un atome unique dans un isolant de Mott [30, 31]. Les techniques d'imagerie en temps de vol sensibles à l'atome unique sont moins développées et il existe, à notre connaissance, une seule technique expérimentale optique sensible à l'atome unique et qui permet d'aller reconstruire en 3D un nuage d'atomes froids [157] : cette expérience sur puce atomique possède une nappe de lumière placée sous les atomes. Cette nappe est allumée brièvement lors de la chute des atomes, et la fluorescence des ces derniers est collectée. En répétant cette opération à différents délais après la coupure du piège, et grâce à un algorithme de reconstruction de la trajectoire des atomes dans la nappe, la distribution 3D est accessible. Le détecteur utilisé dans notre expérience n'est pas basé sur les techniques d'imagerie optique. Il tire partie de la forte énergie interne de l'état métastable de l'Hélium (un état excité de longue durée de vie) pour réaliser une détection électronique du nuage après temps de vol qui permet de reconstruire la position à 3D de chaque atome. Ce détecteur permet de mesurer des fonctions de corrélations grâce à la détection d'atomes uniques du nuage. Cela a permis par exemple de mesurer l'effet Hanbury Brown et Twiss avec des atomes [155] ou encore des corrélations spatiales du

troisième ordre [156].

La première partie de ce chapitre est consacrée à la description et aux performances du détecteur utilisé sur l'expérience.

Ensuite nous verrons qu'à cause du long temps de vol (330 ms), la distribution peut être perturbée par des champs magnétiques de biais. Nous étudierons comment on transfère les atomes dans un état interne insensible au champ magnétique pour éviter toute distorsion de la distribution pendant le temps de vol.

Nous étudierons le champ lointain d'après une analogie entre l'optique ondulatoire et la diffraction d'une onde de matière.

Pour finir nous montrerons quelques distributions de nuage reconstruit par notre détecteur. Ces exemples permettent de s'assurer que les distributions reconstruites sont en accord avec ce qui est attendu et ainsi de valider le fonctionnement du détecteur et des algorithmes de reconstruction.

3.1 Détecteur avec galette à micro-canaux

L'objet de ce chapitre est de décrire le détecteur (fonctionnement et performance) qui nous permet de détecter les atomes métastables : la galette de micro-canaux (MCP).

3.1.1 Chaîne de détection :

Galette à micro-canaux et lignes à retard

La partie principale du détecteur d'atomes uniques est un MCP (Micro Channel Plate, ou galette à micro-canaux). Les MCPs sont utilisés pour la détection de particules en physique nucléaire et atomique [158, 159, 160]. Ils peuvent détecter des particules chargées (≥ 0.2 keV) ou neutres (≥ 5 eV), mais aussi des photons UV ($\lambda \leq 150$ nm). C'est un disque métallique d'un diamètre de 8 cm, percé de micro-canaux de $12 \mu\text{m}$ de diamètre, recouvrant environ 60% de la surface de la galette. Ces micro-canaux sont des amplificateurs de charges électriques : si un atome d'Hélium métastable ($^*\text{He}$) avec sa grande énergie interne pénètre à l'intérieur du tube, il va libérer un premier électron qui va exciter un électron secondaire et ainsi de suite, provoquant une cascade électronique. Avec une galette simple étage, il n'est pas possible d'avoir assez d'électrons pour permettre une détection d'évènements uniques. On utilise donc une galette à double étage montée en cascade. Le gain (i.e nombre d'électrons en sortie par rapport au nombre d'électrons en entrée) est alors augmenté du fait que les électrons de l'avalanche issue de la première galette peuvent rentrer dans plusieurs canaux de la seconde. Avec un tel montage, on peut atteindre un gain d'environ $\sim 10^7$ [178].

Ce gain est suffisant pour venir exciter une ligne à retard sous le MCP (figure 3.2). A partir du point d'impact x de la douche électronique, deux impulsions vont se propager de part et d'autre de la ligne. Intéressons nous un instant aux temps t_{x1} et t_{x2} d'arrivée de ces impulsions aux extrémités 1 et 2 de la ligne la retard (figure 3.2). En notant t_0 le moment de l'impact, L la longueur de la ligne, v_x la vitesse de propagation des

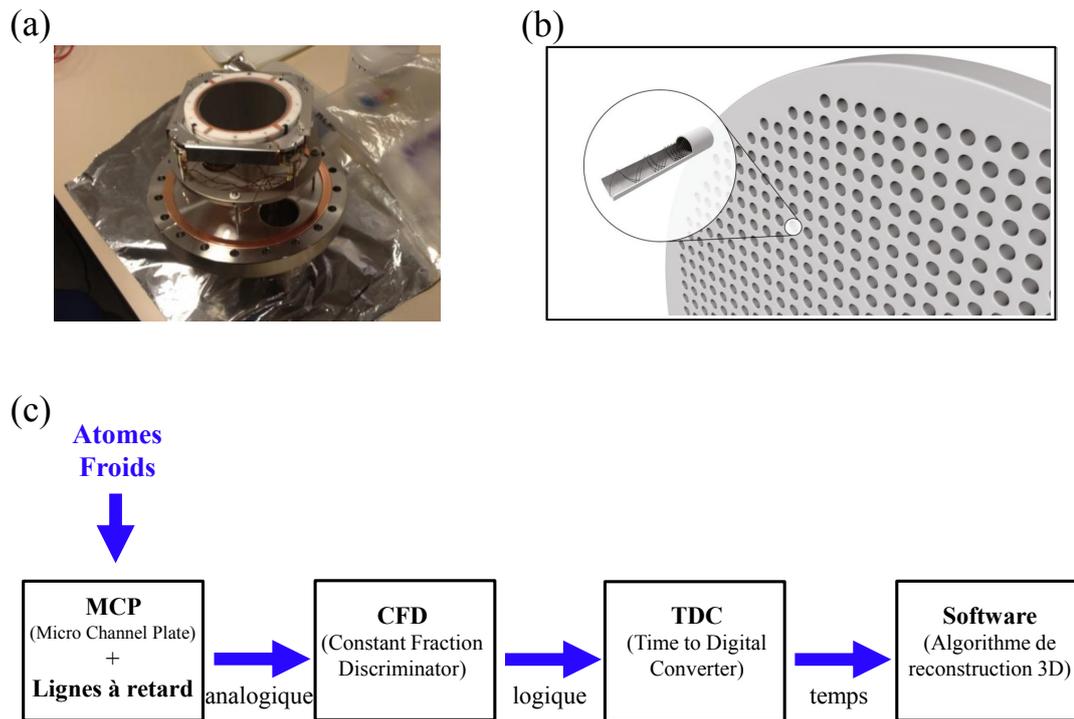


FIGURE 3.1 – Détecteur à MCP et chaîne de détection. (a) Dispositif de détection : on distingue sur la photo la face supérieure de notre MCP (disque noir entouré d'un anneau de céramique blanche) et les lignes à retards enroulées sous les MCP. (b) Image tirée de www.Photonics.com : zoom sur le MCP : on peut voir les micro-canaux qui agissent comme des amplificateurs de charges électriques. (c) Schéma général de la chaîne de détection. Le nuage d'atomes froids chute par gravité sur la tête de détection MCP+lignes à retard. Cette tête de détection génère des impulsions dont l'instant d'émission code les coordonnées spatiales des atomes. Ces impulsions sont traitées électriquement et informatiquement pour former une liste de temps à partir de laquelle un algorithme de reconstruction déterminera les coordonnées des atomes.

impulsions le long de l'axe x , on a :

$$t_{x1} = t_0 + \frac{L}{2v_x} - \frac{x}{v_x} \quad (3.1)$$

$$t_{x2} = t_0 + \frac{L}{2v_x} + \frac{x}{v_x} \quad (3.2)$$

on en déduit immédiatement :

$$x = \frac{1}{2}(t_{x1} - t_{x2})v_x \quad (3.3)$$

Autrement dit, si l'on est capable de mesurer précisément les temps d'arrivées des impulsions de part et d'autre de la ligne la retard, alors on peut déterminer la position x du point d'impact de la douche électronique. En faisant de même sur l'axe y ,

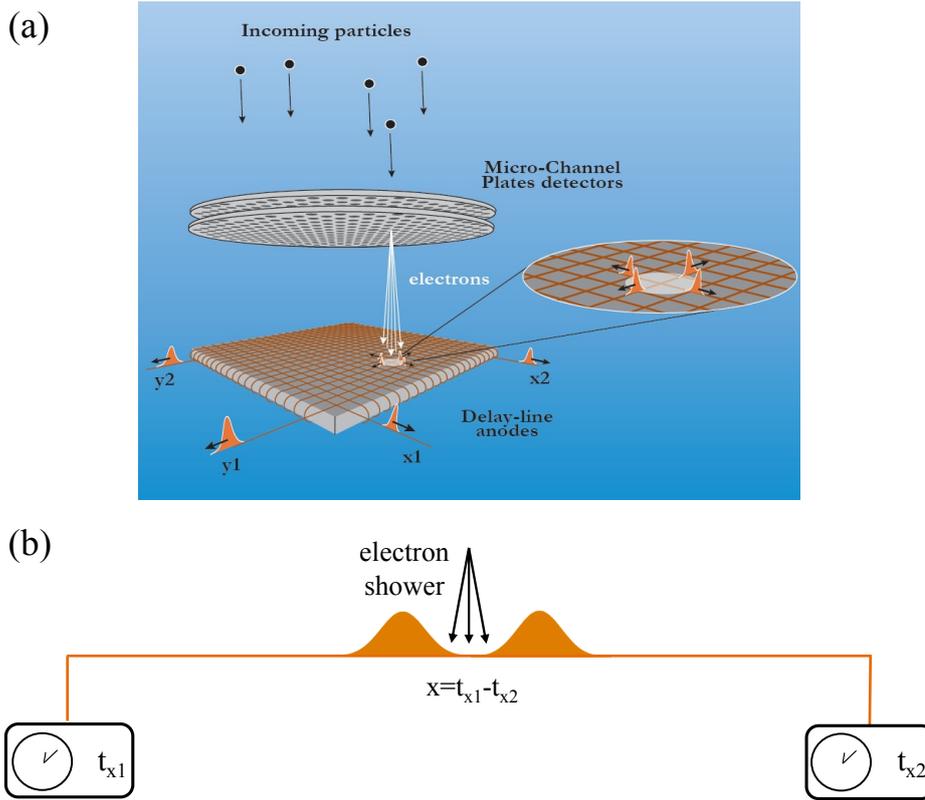


FIGURE 3.2 – (a) Deux lignes à retard sont utilisées pour repérer les coordonnées (x, y) du point d'impact de l'atome dans le plan des MCP. Chaque ligne a deux extrémités pour un total de 4 voies à analyser. (b) Plan de coupe du dispositif. Un atome tombe par gravité sur le MCP et provoque une décharge électronique en dessous de son point x d'impact, générant deux impulsions contra-propageantes. On peut connaître le point x en mesurant les temps d'arrivées de ces impulsions aux extrémités de la ligne.

on peut ainsi remonter à la position de l'atome dans le plan du MCP. Ainsi, chaque atome atteignant la surface des MCP génère 4 impulsions, et il y a donc 4 temps à mesurer : t_{x1} , t_{x2} , t_{y1} et t_{y2} . Pour améliorer la résolution dans le plan du détecteur, les lignes à retard sont enroulées perpendiculairement à l'axe de la direction mesurée pour réduire la vitesse effective de propagation. Dans notre cas, on suppose que l'on a $v = v_x = v_y = 1,05 \times 10^6 \text{ m.s}^{-1}$ (données constructeur [181]) et que les deux lignes à retard ont la même longueur L . On a alors :

$$x = \frac{1}{2}(t_{x1} - t_{x2})v_x \quad (3.4)$$

$$y = \frac{1}{2}(t_{y1} - t_{y2})v_y \quad (3.5)$$

Ces 4 temps permettent donc de remonter aux coordonnées x, y , mais aussi au temps d'arrivée t_0 de l'atome sur le MCP avec la relation :

$$t_0 = t_{x1} + t_{x2} - \frac{L}{v} = t_{y1} + t_{y2} - \frac{L}{v} \quad (3.6)$$

Ainsi on est capable, si on connaît les 4 temps d'arrivée $(t_{x1}, t_{x2}, t_{y1}, t_{y2})$ d'un atome, de remonter à sa position d'impact sur le détecteur (x, y) et à quel instant t_0 il a touché celui-ci.

Électronique et codage du temps

Une fois les signaux amplifiés, les signaux analogiques doivent être convertis en signaux logiques bien résolus en temps. Cependant les impulsions issues d'un atome n'ont pas forcément la même amplitude en sortie à cause du couplage douche électronique à ligne à retard qui diffère d'un atome à l'autre. Par conséquent un discriminateur de type "seuil", qui génère un pulse logique dès que les tensions d'entrée atteignent une certaine valeur, ne peut pas être utilisé dans notre cas. On utilise alors un CFD (Constant Fraction Discriminator) qui est sensible à une certaine fraction fixe de la montée des impulsions : deux signaux d'amplitudes différentes et arrivant au même moment se verront associer le même signal logique, puisque le discriminateur se déclenche dès que l'impulsion atteint une certaine fraction de sa valeur maximale. Ces signaux logiques sont convertis en temps numérique par un TDC (Time to Digital Converter). Le TDC, basé sur un composant FPGA, a été réalisé par la DTPI à Orsay (collaboration avec R. Sellem et D. Heurteau).

Reconstruction dans le référentiel du centre de masse du nuage

En bout de chaîne, on dispose d'une liste de temps sur les 4 voies. A un atome détecté correspond un temps sur chaque voie. Un algorithme de reconstruction détermine quel quadruplet correspond à quel atome. Ce code a été développé par Hugo Cayla durant la première partie de sa thèse et nous permet de connaître le triplet (x_j, y_j, t_j) de chaque atome j détecté sur le MCP (x_j et y_j sont les positions d'impacts sur le MCP et t_j le temps d'arrivée de l'atome j). Le détecteur est placé à 55 cm du piège optique. En notant $(x_0, y_0, t_0 = t)$ les coordonnées du centre de masse (CDM) du nuage, la position $\vec{r} = (X_j, Y_j, Z_j)$ de l'atome j dans le référentiel de CDM est :

$$X_j = x_j - x_0 \quad (3.7)$$

$$Y_j = y_j - y_0 \quad (3.8)$$

$$Z_j = \frac{gt}{2t_j}(t^2 - t_j^2) \quad (3.9)$$

où on a pris en compte les effets de la gravité. les corrections de gravité sont mineures et ont été testées en regardant la distance des pics de diffractions issus du réseau 3D. A partir de cette information, on extrait la densité atomique 3D $n_{TOF}(\vec{r}, t)$ où \vec{r} est le vecteur dans le centre de masse du nuage et $t=330$ ms le temps de vol du CDM du nuage. Nous avons donc accès à la distribution 3D du nuage après un temps de vol t dans son référentiel propre.

A l'instant $t=0$, la distribution du nuage est définie par sa distribution en impulsion qu'on note $n(k)$. Les interactions peuvent modifier cette distribution. Cependant au bout de quelques ms de temps de vol, les interactions ne jouent plus aucun rôle et cette distribution est figée (on rentre dans le régime balistique). On note cette distribution

$n_\infty(k)$. Le temps de vol effectué sur l'expérience est très long (330 ms) et permet de négliger les effets de taille finie de la source, ce qui nous permet d'utiliser la relation balistique pour relier la distribution en impulsion asymptotique $n_\infty(k)$ à la distribution mesurée avec le détecteur $n_{TOF}(\vec{r}, t)$:

$$n_\infty(\vec{k}) = \left(\frac{\hbar t}{m}\right)^3 n_{TOF}\left(\vec{r} = \frac{\hbar \vec{k} t}{m}, t\right) \quad (3.10)$$

Toute la difficulté consiste à donner un sens physique à $n_\infty(k)$: si les interactions en temps de vol sont absentes, cette distribution peut être reliée à la distribution en impulsion du piège $n(k)$. En présence d'interaction durant la dynamique en temps de vol, l'identification de la distribution asymptotique avec la distribution en impulsion dans le piège ne peut plus être faite. Dans ce second cas, il faut analyser la situation expérimentale afin de relier la mesure après temps de vol aux propriétés du nuage dans le piège initial.

3.1.2 Résolution du détecteur

Résolution maximale selon les 3 axes

La résolution maximale dans le plan du MCP est donnée par la résolution des temps $t_{x1}, t_{x2}, t_{y1}, t_{y2}$. Cette résolution est donnée par le pas de codage t_{clk} du TDC et les résolutions maximales selon l'axe x et y valent $\sigma_{max,x} = \sigma_{max,y} = \frac{1}{2}vt_{tdc} = 65 \mu\text{m}$. Sur l'axe de la gravité z , la résolution associée au seul codage du temps est donnée par $\sigma_{max,z} = v_{at}t_{tdc} = 0.36 \mu\text{m}$ (v_{at} est la vitesse des atomes quand ils atteignent le MCP et vaut à peu près $3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$). Cependant la résolution verticale est dégradée par la géométrie des MCP, à savoir l'inclinaison des micro-canaux. L'angle $\theta = 20^\circ$ formé avec le plan des MCP induit une différence d'altitude pour deux particules arrivant au même moment et limite donc la résolution à $\sigma_{max,z} = D/\tan(\theta) = 33 \mu\text{m}$, où D représente le diamètre des canaux ($12 \mu\text{m}$).

Mesure de la résolution locale

Tout ce qui perturbe le bon codage du temps peut, en théorie, dégrader la résolution. Pour mesurer la résolution sur le MCP, on définit, pour chaque atome détecté, la quantité D :

$$D = t_{x1} + t_{x2} - (t_{y1} - t_{y2}) \quad (3.11)$$

Cette quantité ne dépend que de la longueur des lignes à retard et de la vitesse de propagation des pulses selon ces lignes, et devrait donc être nulle pour un système de détection idéal (équation (3.6)). Dans la pratique, on constate que ce n'est pas le cas. On peut calculer la distribution en D de tous les atomes et ainsi connaître la largeur RMS σ_D de cette distribution. D'après l'équation (3.11), on a :

$$\sigma_D = 2\sigma_{t,noise} \quad (3.12)$$

$\sigma_{t,noise}$ représente la dispersion sur le codage d'un temps due au bruit dans les lignes (TDC, amplificateurs,...). Nous avons supposé que les sources de bruits sur un canal donné sont indépendantes des autres canaux. D'après les équations (3.4), (3.5) et $z =$

$v_{at}t_0$, on a $\sigma_x = \sigma_y = \frac{\sigma_{t,noise}}{\sqrt{2}}v_x$ et $\sigma_z = \frac{\sigma_{t,noise}}{\sqrt{2}}v_{at}$. On trouve donc :

$$\sigma_{x,y} = \frac{\sigma_D}{2\sqrt{2}}v_x \quad (3.13)$$

$$\sigma_z = \frac{\sigma_D}{2\sqrt{2}}v_{at} \quad (3.14)$$

On peut donc mesurer expérimentalement la résolution en tous points (x, y) du détecteur en calculant σ_D localement. Les mesures montrent que [182] :

- La résolution dépend du flux de particules incident. Plus le flux d'atomes arrivant sur le MCP est élevé, moins la résolution est bonne. Elle est notamment divisée par 2 entre 300×10^3 at/s et 2×10^6 at/s (figure 3.3). Le test est réalisé ici avec des photons UV. Il est à noter que quand le flux est très élevé, on a une saturation du MCP : Suite à la détection d'un atome dans un canal donné, énormément d'électrons ont été arrachés aux parois de ce canal et des canaux proches, ce qui empêche la détection immédiate d'un autre atome au même endroit. Il s'ensuit, une baisse de l'efficacité de détection, qui se traduit par exemple par une forme asymétrique du profile temporel des nuages. Notons que cette source de saturation est locale : seules les zones de fortes densité sont impactées.
- La résolution n'est pas homogène sur la surface des MCP. Si l'on trace la valeur de σ_D sur tout le MCP, on réalise que la résolution peut varier jusqu'à 50% d'un point à l'autre du MCP. On remarque également la présence d'un trou de diamètre 1 cm au centre du détecteur qui s'est formé au cours du temps sur une échelle de plusieurs mois. Cela est dû à un défaut de fabrication du MCP. A cet endroit, la détectivité est quasi-nulle (les atomes seront poussés pour éviter de tomber dans le trou).

La résolution selon l'axe z est limitée par l'inclinaison des canaux par rapport au plan de MCP. Enfin, pour vérifier que σ_D donne bien une mesure effective de la résolution, des tests ont été menés début 2015 pour mesurer la résolution dans le plan (x, y) par une autre méthode : une structure en nid d'abeille a été déposée sur la surface du MCP avant d'être imagée par un flux de particules. Le contraste de la figure obtenue fournit ainsi une mesure de la résolution moyenne du détecteur dans le plan. Les résultats sont en bon accord avec la résolution donnée par σ_D . Pour un flux de 1 MHz, on a une résolution dans le plan du MCP de $\sigma_{x,y} = 100 \mu\text{m}$, ce qui correspond à une résolution en vitesse $\sigma_{v_{x,y}} = \frac{\sigma_x}{v_{TOF}} = 0.04 \text{ mm.s}^{-1}$, soit un centième de la vitesse de recul (pour une longueur d'onde de 1083 nm).

Les premiers tests de chutes d'atomes sur le MCP ont fait apparaître une distribution distordue par les champs magnétiques résiduels durant le TOF comme le montre la figure 3.4. Les atomes dans le piège sont dans l'état interne $m_F = 1$ et la distance parcourue par les atomes pour atteindre le détecteur est de 55 cm. Sur cette trajectoire se trouvent des champs magnétiques résiduels qui affectent la distribution atomique. Pour contourner le problème des champs magnétiques résiduels, on effectue un transfert de population des atomes dans l'état interne $m_F = 0$ durant la chute des atomes. L'étude de ce transfert est l'objet de la section suivante.

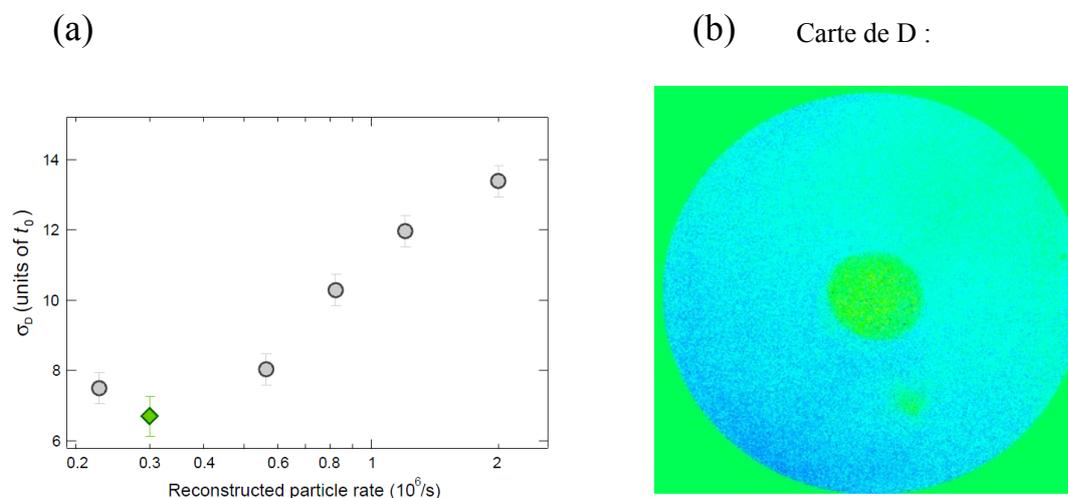


FIGURE 3.3 – (a) Différentes valeurs de σ_D en fonction du flux de particules incident. Figure tirée de [182]. (b) Cartographie de σ_D dans le plan des MCP, réalisée avec un nuage homogène pour des flux de l'ordre de quelques MHz. On voit apparaître un trou au centre du détecteur, où la détectivité du MCP est quasi-nulle. La présence de ce trou est dû à un défaut du détecteur.

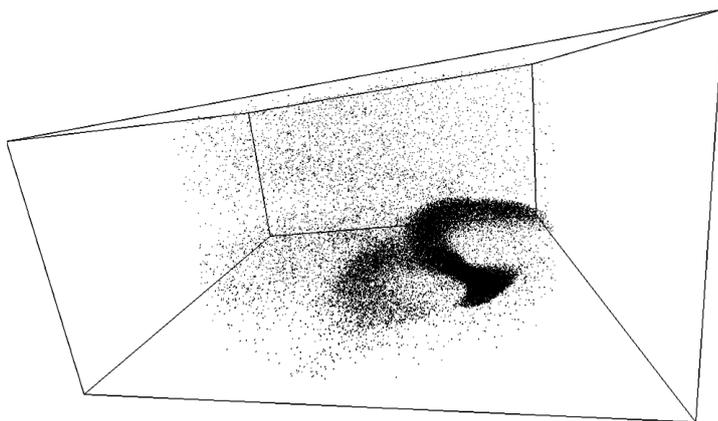


FIGURE 3.4 – Distribution d'un nuage thermique piégé. Les atomes sont dans l'état $m_F = 1$ lors de leur chute. On voit alors apparaître après la reconstruction une structure de la distribution fortement perturbée par les champs magnétiques lors de la chute des atomes.

3.2 Transfert de population dans l'état $m_F = 0$

Notre objectif est de transférer les atomes de l'état $m_F = 1$ (qu'on notera $|1\rangle$) à l'état $m_F = 0$ (qu'on notera $|0\rangle$). La méthode la plus simple pour inverser les populations consiste à effectuer une impulsion laser d'une demi oscillation de Rabi (impulsion π). Mais il faut s'arrêter exactement à cette demi-oscillation ce qui pose un problème de stabilité et de répétabilité. Une solution élégante est d'utiliser une transition Raman à deux photons : le couplage entre l'état $|1\rangle$ et l'état $|0\rangle$ se fait via l'intermédiaire d'un état $|2\rangle$ (figure 3.5). En substance, cette méthode utilise une impulsion lumineuse qui couple les niveaux $|1\rangle$ et $|2\rangle$ appelée faisceau pompe et une impulsion lumineuse qui couple les niveaux $|0\rangle$ et $|2\rangle$ appelée faisceau Stokes. Pour que l'inversion de population se produise, il est important que le faisceau Stokes interagisse le premier avec l'atome (l'ordre des pulses lumineux est contre-intuitif). Lorsque l'inversion de population est totale, cette méthode est appelée STIRAP ("Stimulated Raman Adiabatic Passage") [172, 173, 174, 175, 176]. Cette méthode a l'avantage de ne pas être très sensible aux fluctuations d'intensité lumineuse et au délai entre les deux pulses. Cependant la condition Raman ou condition de résonance à deux photons $\Delta = \omega_{\text{Stoke}} - \omega_{\text{Pump}}$ est cruciale.

Or cette condition ne pourra pas être remplie pour tout le nuage atomique à cause de l'effet Doppler. En effet, dans le référentiel du nuage, lors du temps de vol, les atomes n'ont pas la même classe de vitesse (à cause de l'expansion du nuage moyen pour le condensat et des pics de diffraction pour le réseau optique par exemple). C'est pourquoi nous avons opté pour une autre solution qui consiste à faire varier le décalage laser $\delta(t)$ linéairement au cours du temps. Cette technique peut aussi bien se réaliser avec un transfert Raman à deux photons (Transfert optique) qui couple les niveaux $|0\rangle$ et $|1\rangle$ par l'intermédiaire d'un état $|2\rangle$ ou bien avec un transfert radio-fréquence (Transfert RF) qui couple directement l'état $|0\rangle$ et $|1\rangle$.

3.2.1 Transfert optique

La première technique mise en place sur l'expérience utilise deux faisceaux lumineux (un pour le Stokes et l'autre pour le pompe) sur la transition atomique $2^3S_1 \rightarrow 2^3P_1$ (figure 3.5). Cette configuration fournit naturellement un système en Λ (la transition $m_F = 0 \rightarrow m_{F'} = 0$ est interdite) et nous permet de négliger le couplage entre $|0\rangle$ et $|-1\rangle$ (voir figure 3.5). Les états $|1\rangle$ et $|0\rangle$ sont couplés de manière cohérente par les faisceaux Raman. Expérimentalement, un champ magnétique homogène sépare les sous-niveaux de 10 MHz et crée un axe de quantification. Les faisceaux Stokes et pompe sont superposés l'un par rapport à l'autre et ont des polarisations linéaires (au sens de l'optique) mais orthogonales entre elles. La propagation des faisceaux lumineux est perpendiculaire à l'axe de quantification : la polarisation du faisceau pompe est parallèle à l'axe de quantification \hat{x} et produit donc une polarisation π , alors que le faisceau Stokes a une polarisation perpendiculaire par rapport à l'axe \hat{x} , qui se décompose en la somme d'une polarisation σ^+ et d'une polarisation σ^- . Pour éviter des absorptions à un photon et donc des rémissions spontanées du niveau excité, le désaccord Δ' des faisceaux Raman d'une transition à un photon est bien plus large que la largeur de la transition de l'état excité Γ : $\Delta' = 400 \Gamma$. On transfère les atomes après 2 ms de temps de vol : la densité a drastiquement chuté (typiquement un facteur 1000) et les interactions entre

atomes sont négligeables.

L'interaction entre l'atome d'Hélium et le faisceau Stoke est caractérisée par une fréquence de Rabi Ω_S :

$$\Omega_S = \Gamma \sqrt{\frac{I_S}{2I_{sat}}} \quad (3.15)$$

où $\Gamma = 2\pi \times 1.6$ MHz est la largeur de la transition de l'état excité, I_S l'intensité du faisceau Stoke et I_{sat} l'intensité de saturation. Les coefficients de Glebsch-Gordan étant tous égaux sur la transition utilisée (de valeur $1/\sqrt{2}$), nous avons $I_{sat} = 2 \times 0.16$ mW/cm². Nous définissons de même la fréquence de Rabi pour le faisceau Pump : $\Omega_P = \Gamma \sqrt{\frac{I_P}{2I_{sat}}}$, avec I_P l'intensité du faisceau Pump. Le couplage Ω_{01} à deux photons entre l'état $|1\rangle$ et l'état $|0\rangle$ s'écrit donc :

$$\Omega_{01} = \frac{\Omega_S \Omega_P}{2\Delta'} \quad (3.16)$$

Dans l'approximation des ondes tournantes, les équations des populations dans les différents états internes de l'atome sont alors données par [180] :

$$i\hbar \begin{pmatrix} \dot{a}_1 \\ \dot{a}_0 \end{pmatrix} = -\hbar \begin{pmatrix} 0 & \frac{\Omega_{01}}{2} \\ \frac{\Omega_{01}}{2} & -\delta(t) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_0 \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

avec $|a_1|^2$ (respectivement $|a_0|^2$) la population dans l'état $|1\rangle$ (respectivement $|0\rangle$). $\delta(t)$ est le sweep en fréquence : $\delta(t) = \alpha t$. Le mécanisme dynamique de couplage est en fait une extension d'un important résultat auquel on a donné le nom de formule de Landau-Zener. Ce sweep en fréquence est centré sur la condition Raman pour les atomes au repos, c'est à dire sur 10 MHz. L'extension du sweep va de -350 kHz à +350 kHz, ce qui est bien plus large que la vitesse des pics de diffractions par exemple (dont l'effet Doppler induit un décalage en fréquence de 80 kHz). Cette large extension de la vobulation nous permet aussi de ne pas être sensible aux variations du champ magnétique qui crée le biais, ou des fluctuations du champ électrique des faisceaux. On joue sur le couplage Rabi à deux photons en changeant la puissance des faisceaux optiques pour contrôler le nombre d'atomes transférés dans l'état insensible au champ magnétique $|0\rangle$ (figure 3.5). Cela nous permet de contrôler le nombre d'atomes sur le détecteur : une fois les atomes transférés dans l'état $|0\rangle$, un kick magnétique pousse les atomes qui sont restés dans l'état $|1\rangle$ et les empêchent de tomber sur le détecteur. Cette possibilité de pouvoir contrôler le nombre d'atomes détectés nous permet de contrôler le flux d'atomes et donc d'empêcher les effets de saturation liés au détecteur MCP : quand trop d'atomes arrivent en même temps, le détecteur n'a pas le temps de se remettre à l'équilibre électrique et de nombreux atomes ne sont pas détectés. Cependant cela diminue le nombre d'atomes détectés, et donc le signal sur bruit, ce qui nous oblige à acquérir plus de données. Comme indiqué en figure 3.5, les fréquences de Rabi typiques utilisées sur l'expérience sont de l'ordre de quelques kHz. Bien que loin de la résonance à un photon, une petite fraction des atomes (de l'ordre de 5-10 %) peut absorber un photon et le réémettre par émission spontanée. Cette faible perturbation est visible sur la distribution (figure 3.6). Pour prendre en compte l'effet de l'absorption et

l'émission à un photon, on ajoute dans le système d'équation (3.17) les termes imaginaires :

$$i\hbar \begin{pmatrix} \dot{a}_1 \\ \dot{a}_0 \end{pmatrix} = -\hbar \begin{pmatrix} -i\frac{\Gamma_{+1}}{2} & \frac{\Omega_{01}}{2} \\ \frac{\Omega_{01}}{2} & -\delta(t) - i\frac{\Gamma_0}{2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_0 \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

où Γ_{+1} et Γ_0 est le taux d'émission total (somme incohérente de toutes les possibilité d'absorption à un photon : $\Gamma_m = \sum_i \Gamma_i$, où $\Gamma_i = \frac{\Gamma}{2} \frac{I_i/I_{\text{sat},m}}{1+I/I_{\text{sat},m}+(\frac{2\Delta_m}{\Gamma})^2}$). Cela affecte certes très peu la distribution, mais est suffisant pour perturber les ailes du condensat par exemple. Or on ne veut pas perturber ces ailes qui feront l'objet d'une étude au chapitre suivant. Le halo d'émission spontanée est aussi visible et brouille les données dans cette région. C'est ce qui a motivé la mise en place d'un transfert radio-fréquence (RF) pour éviter ce phénomène.

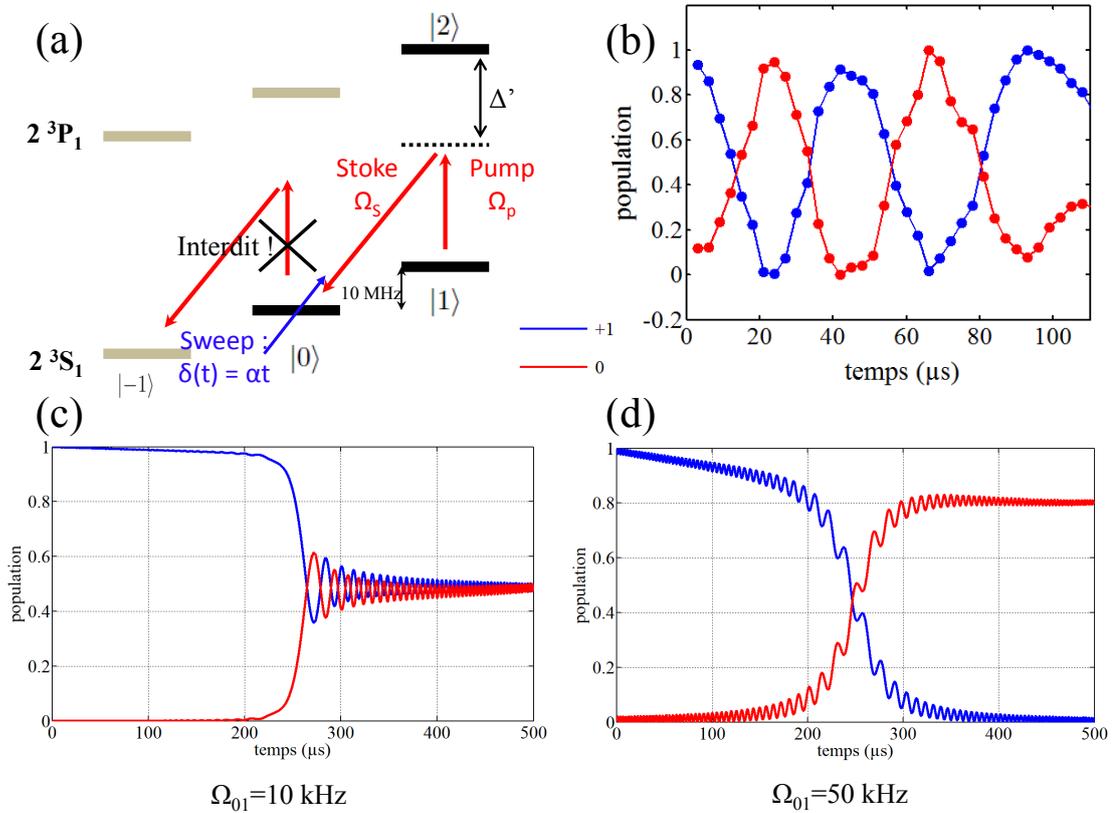


FIGURE 3.5 – (a) Schéma du transfert optique. Les faisceaux Pump et Stoke sont loin de la résonance pour limiter les phénomènes à un photon. Le chirp en fréquence est réalisé sur le Stoke, autour de la condition Raman et d'extension bien plus large que la distribution de vitesses des atomes. (b) : Oscillation de Rabi à deux photons de fréquences 24 kHz. Ce type de mesure nous permet de calibrer la fréquence de Rabi et la condition Raman. (c) Exemple théorique de transfert de population en utilisant une fréquence de couplage $\Omega_{01} = 10$ kHz. Dans ce cas, on transfère la moitié des atomes dans l'état $|0\rangle$. (d) : Second exemple théorique de transfert avec cette fois-ci une fréquence de couplage $\Omega_{01} = 50$ kHz. Dans ce cas, l'inversion de population est complète mais on voit l'effet de l'émission spontanée (perte de 20% des atomes!).

3.2.2 Transfert radio-fréquence

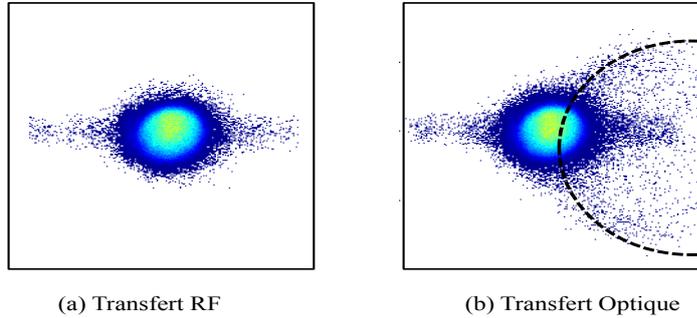


FIGURE 3.6 – Coupe 2D dans le plan du MCP d'un condensat de Bose-Einstein. La densité est en échelle log. En (a) le transfert des atomes dans l'état $|0\rangle$ s'est fait par RF alors qu'en (b) on a opéré un transfert optique. On voit apparaître en (b) un halo sur la droite du condensat, signature de l'émission spontanée : en effet les atomes absorbent un photon, leur donnant une quantité de mouvement qui va les déplacer vers la droite du nuage. Ensuite ils réémettent un photon par émission spontanée de manière isotrope dans tout l'espace, ce qui forme un cercle centré sur la droite du condensat. Cette image a été prise avec une fréquence de Rabi $\Omega = 75\text{kHz}$ élevée pour mettre en évidence le halo. Le trait horizontal qui apparaît sur les deux images est seulement un artefact de reconstruction dû à une saturation locale du MCP.

Le transfert radio-fréquence (RF) se fait grâce à la bobine qui permet d'effectuer l'évaporation radio-fréquence. On effectue la même modulation au même moment du temps de vol qu'avec le transfert optique mais avec un champ radio-fréquence. La seule différence est que le couplage Ω_{RF} induit également par symétrie le même couplage entre les états $m_F = 0$ et $m_F = -1$ (couplage interdit dans le cas précédent). Les équations dans l'approximation des ondes tournantes donnent [180] :

$$i\hbar \begin{pmatrix} \dot{a}_1 \\ \dot{a}_0 \\ \dot{a}_{-1} \end{pmatrix} = -\hbar \begin{pmatrix} 0 & \frac{\Omega_{\text{RF}}}{2} & 0 \\ \frac{\Omega_{\text{RF}}}{2} & -\delta(t) & \frac{\Omega_{\text{RF}}}{2} \\ 0 & \frac{\Omega_{\text{RF}}}{2} & -\delta(t) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_0 \\ a_{-1} \end{pmatrix} \quad (3.19)$$

On contrôle de la même manière que dans le cas du transfert optique le flux d'atomes qui tombent sur le détecteur en jouant sur la puissance RF envoyée sur les atomes. Par symétrie, on peut au maximum peupler 50% des atomes dans l'état $|0\rangle$, au contraire des transitions Raman. Sur la figure 3.7, on montre des exemples de transferts RF en résolvant numériquement l'équation (3.19). L'avantage de cette technique est l'absence d'émission spontanée (figure 3.6). La distribution ainsi obtenue n'est plus perturbée par des atomes issus de l'émission spontanée.

On a accès aux distributions asymptotiques du nuage. On a vu que pour éviter toute distorsion du nuage lors de sa chute due à la présence de champ magnétique, on transfère les atomes dans l'état $|0\rangle$. Ce transfert est dû au long temps de vol permis par

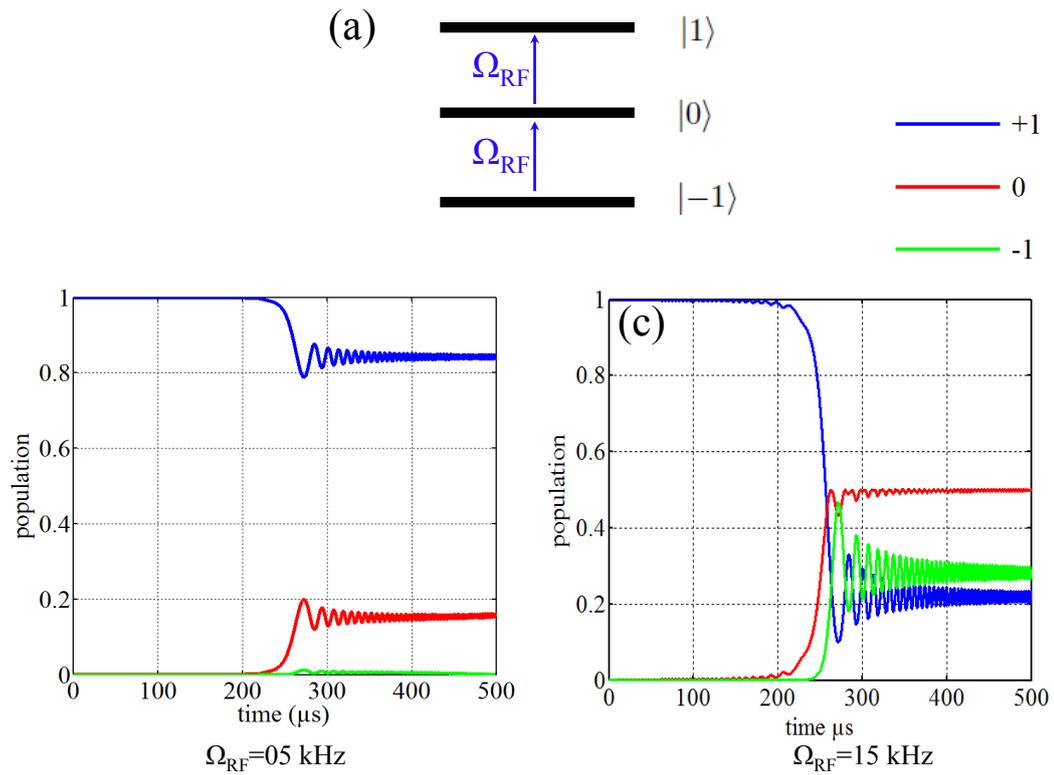


FIGURE 3.7 – (a) Schéma du transfert RF. Par symétrie, le champ RF envoyé sur les atomes couple à la fois les niveaux $|0\rangle$ et $|1\rangle$ et les niveaux $|-1\rangle$ et $|0\rangle$. (b) Exemple théorique de transfert avec une fréquence de couplage $\Omega_{RF} = 5$ kHz. Dans ce cas là, on transfère 15% des atomes dans l'état $|0\rangle$. (c) Deuxième exemple théorique de transfert avec une fréquence de Rabi $\Omega_{RF} = 15$ kHz où on transfère 50% des atomes dans l'état $|0\rangle$.

le détecteur. Ce long temps de vol permet, pour une onde de matière sans interaction pendant le temps de vol, de définir, par analogie avec l'optique ondulatoire, le régime de champ lointain. Nous allons maintenant regarder cette analogie.

3.3 Une analogie avec l'optique : le champ lointain

La théorie de la diffraction décrit le comportement des ondes quand elles rencontrent un obstacle : c'est le résultat de l'interférence des ondes diffusées en chaque point de l'objet. La diffraction s'observe avec la lumière, mais aussi avec des ondes de matière comme les atomes ultra-froids. Elle est la signature de la nature ondulatoire d'un phénomène. Une analogie peut ainsi être faite entre l'optique ondulatoire et les gaz d'atomes froids pour définir les conditions d'accès au champ lointain. Cette analogie a été développée par exemple dans le cas d'un gaz de bosons dans un réseau optique [161, 171].

3.3.1 Le champ lointain en optique

Considérons une onde électromagnétique de longueur d'onde λ qui diffracte à travers une ouverture de dimension a . On peut appliquer le principe d'Huyghens-Fresnel : lorsqu'une onde rencontre une ouverture, on peut remplacer la source primaire par des sources secondaires placées à la surface de l'ouverture. Ces sources secondaires ont la même amplitude et sont toutes en phase avec l'onde incidente. On distingue deux régimes de diffractions selon la distance D à laquelle on regarde la figure d'interférence. La première, appelée diffraction de Fresnel, prend en compte la courbure du front d'onde, afin de rendre compte correctement du terme de phase des ondes. A l'inverse, lorsque la distance D est suffisamment grand, le rayon de courbe des ondes sortantes devient très grand, si bien que les ondes peuvent être approximées par des ondes planes. Cela revient à négliger le terme de phase quadratique présent dans l'expression du champ électrique diffracté. Ce régime porte le nom de diffraction de Fraunhofer ou de champ lointain et est valide pour des distances D tel que :

$$D \gg \frac{2a^2}{\lambda} \quad (3.20)$$

Dans l'approximation du champ lointain, on montre que l'intensité lumineuse $I(x', y')$, dans le plan $(0, x', y')$ perpendiculaire à l'axe de propagation et situé à une distance D de l'objet, est reliée à la transmittance t de l'objet (t valant 0 si l'objet est totalement opaque et 1 s'il est transparent) par la relation :

$$I(x', y') \propto \left| \text{TF} \left(t \left(\frac{x'}{\lambda D}, \frac{y'}{\lambda D} \right) \right) \right|^2 \quad (3.21)$$

où TF représente la transformée de Fourier. On parle alors d'optique de Fourier. L'exemple de diffraction le plus souvent rencontré est la diffraction sur pupille circulaire de rayon R_0 . Dans ce cas l'intensité lumineuse dans le champ lointain est donnée par la fonction d'Airy dont le rayon R_{airy} du premier anneau est donné par :

$$R_{airy} = \frac{1.22\lambda D}{2R_0} \quad (3.22)$$

Un effet important de cette tâche est la dégradation de la résolution des images dans les appareils optique. Un autre exemple, sur lequel on reviendra lors de la comparaison avec la diffraction d'une onde de matière, est la diffraction sur un réseau. Si on considère un réseau de pas a , avec N fentes rectangulaires de largeur a , l'intensité lumineuse

dans le champ lointain s'écrit :

$$I_{\text{reseau}}(x', y') \propto \left(\text{sinc}\left(\frac{\pi a x'}{\lambda D}\right) \right)^2 \left(\frac{\sin\left(\frac{N \pi a x'}{\lambda D}\right)}{N \sin\left(\frac{\pi a x'}{\lambda D}\right)} \right)^2 \quad (3.23)$$

Le résultat est le produit de deux fonctions : la première fonction en sinc est l'enveloppe de la figure d'interférence et est liée à la taille de la fente a du réseau. La deuxième fonction du réseau représente les pics de diffractions, dont la largeur ($\sim 1/N$) est liée à la taille de la source. On va retrouver ce même type de comportement pour une onde de matière sans interaction qui diffracte sur un réseau optique. De manière équivalente à l'optique, on peut définir la condition du champ lointain pour les nuages d'atomes froids.

3.3.2 Le champ lointain avec une onde de matière cohérente

Prenons une onde de matière initialement piégée (décrit par une fonction d'onde ψ) puis relâchée subitement. Cette onde de matière diffracte et évolue librement pendant un temps de vol t (nous supposons aucune interaction pendant l'expansion). Il faut souligner ici que la propagation dans l'espace libre d'une onde de matière et d'une onde optique est différente. En effet, la relation de dispersion d'une onde optique est linéaire : $w(k) = ck$, et elle se propage donc sans se déformer ($\psi(r, t) = \int \psi(k, t) e^{ik \cdot r} = \int \psi(k, 0) e^{-ickt} e^{ik \cdot r} = \psi(r - ct, 0)$). En revanche, la relation de dispersion d'une onde de matière sans interaction est quadratique : $w(k) = \hbar k^2 / 2m$. Ainsi le paquet d'onde s'étend au cours du temps.

Par analogie avec l'optique, la diffraction résultant de l'interférence des ondes lumineuses comprend 2 régimes : un régime de Fresnel dans lequel on ne peut pas négliger le terme de phase quadratique et un régime de champ lointain (au de Fraunhofer) dans lequel on néglige ce terme. L'approximation de champ lointain permet de relier la distribution en temps de vol à l'instant t à la distribution en impulsion de l'état quantique initial :

$$n_{TOF}(x) \approx \frac{m}{\hbar t} |\text{TF}(\psi(Q(x)))|^2 \quad (3.24)$$

où

$$Q(x) = \frac{mx}{\hbar t} \quad (3.25)$$

relie l'impulsion in-situ $\hbar Q$ à la position finale du gaz x (x est la coordonnée dans le centre de masse du nuage en temps de vol). Pour reprendre les notations précédemment introduites (équation (3.10)), la distribution en impulsion asymptotique $n_{\infty}(k)$ est donc égale à la distribution en impulsion du piège $n(k) = |\psi(k)|^2$ avec $k = mx/\hbar t$. La question qu'on se pose est la suivante : combien de temps t doit-on attendre en temps de vol pour atteindre le régime de champ lointain avec une onde de matière cohérente ?

Condition pour atteindre le champ lointain

La condition pour trouver le champ lointain a été développée par [161] dans le cadre d'une onde de matière diffractant sur un réseau optique. La première condition est d'avoir un temps de vol t assez long pour avoir la résolution nécessaire pour voir la position x des atomes qui correspondent à une vitesse initial v_0 . Cette condition s'écrit :

$$v_0 t \gg R_0 \quad (3.26)$$

où R_0 est la taille initiale du nuage. Si on prend en compte le fait qu'on ait une onde de matière cohérente définie avec une phase ϕ , la condition devient (en écrivant $v_0 = \frac{\hbar}{m} |\nabla(\phi)|$) :

$$\frac{\hbar}{m} |\nabla(\phi)| t \gg R_0 \quad (3.27)$$

On souhaite que la phase de l'onde se développe suffisamment pendant le temps de vol pour permettre de sonder des variations de l'ordre de la longueur de cohérence du système l_c . En prenant $|\nabla(\phi)| \simeq 1/l_c$, on trouve la condition suivante sur t pour atteindre le champ lointain :

$$t \gg \frac{m R_0 l_c}{\hbar} \quad (3.28)$$

C'est cette même condition qui est reportée dans [161], et qui laisse la phase se développer suffisamment pour négliger le terme quadratique. Ainsi, si on veut atteindre le régime de champ lointain pour de systèmes avec de grandes longueurs de cohérences (comme par exemple la partie superfluide dans un réseau optique) où $l_c \sim R_0$, la condition se réécrit :

$$t \gg \frac{m R_0^2}{\hbar} \quad (3.29)$$

Cette condition est analogue à la condition pour atteindre le champ lointain en optique (équation (3.20)). On voit que cette condition dépend de la masse de l'atome (ce qui est un avantage pour nous car nous travaillons avec L'Hélium). De plus les temps de vol réalisés sur l'expérience sont extrêmement long : $t=330$ ms. Mettons quelques chiffres pour voir si nous avons accès au champ lointain avec nos paramètres expérimentaux.

Exemple : diffraction sur un réseau optique

Nous allons comparer nos chiffres avec ceux de la littérature sur le Rubidium dans le cas du réseau [161]. Les différences sont répertoriés dans le tableau 3.1 : on voit que la combinaison du long temps de vol ($t = 300$ ms) et de la faible masse nous permet de satisfaire largement la condition de champ lointain. A l'inverse, les expériences avec du Rubidium sont limités par des temps de vol typiquement de $t \sim 30$ ms ce qui, couplé à la large masse du Rubidium, ne leur permettent pas d'atteindre le champ lointain. Une autre illustration est représentée en figure 3.8 dans laquelle on a tracé la distribution en temps de vol d'une onde de matière sans interaction ainsi que la distribution en impulsion pour l'Hélium et le Rubidium. On voit que dans le cas du Rubidium, ces deux distributions ne sont pas égales alors que dans le cas de L'Hélium, on ne voit aucune différence.

Nous venons de voir qu'avec nos chiffres typiques, la mesure d'une onde de matière avec une grande longueur de cohérence qui diffracte se fait dans le régime du champ lointain. Cependant cette analyse s'est faite avec l'hypothèse que les interactions pendant le temps de vol sont absentes, ce qui n'est pas toujours le cas expérimentalement. Le cas d'un superfluide sur réseau, où les interactions jouent aussi un rôle pendant le temps de vol, sera traité dans le chapitre 5 (les données $n_\infty(k)$ seront directement comparées à $n(k)$ pour faire apparaître les similitudes et les différences). Nous allons

	^{87}Rb	$^4\text{He}^*$
TOF (ms)	30	320
t_{FF} (ms)	150	32
TOF/ t_{FF} (ms)	0.2	10

TABLE 3.1 – Tableau comparatif entre le ^{87}Rb et l' $^4\text{He}^*$. On voit que avec les chiffres typiques sur les expériences, on est loin dans le régime du "champ lointain"..

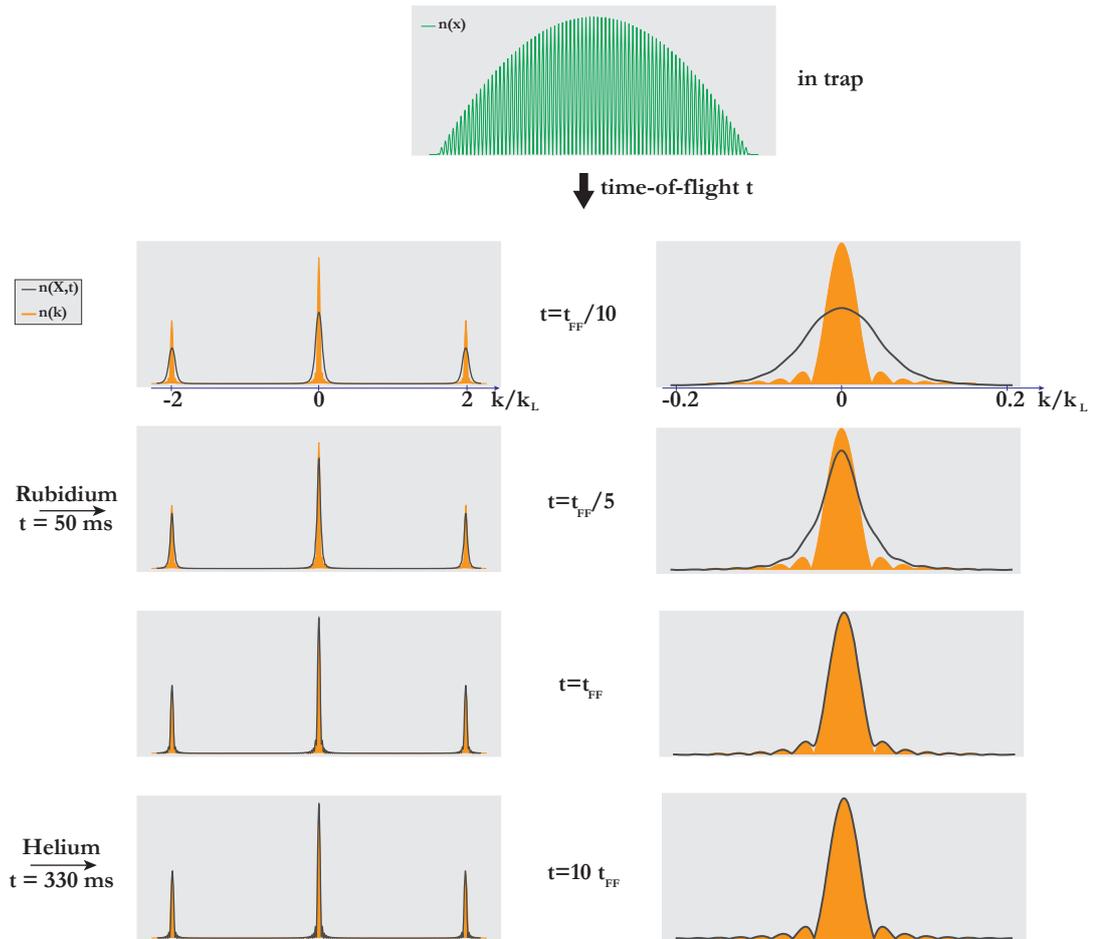


FIGURE 3.8 – Evolution au cours du temps de la distribution atomique. En orange la distribution en impulsion et en trait noir la distribution atomique à l'instant t du temps de vol. Dans le cas d'une expérience de Rubidium avec des chiffres typiques, on voit clairement des différences alors que dans le cas de l'Hélium, on ne voit aucune différence.

maintenant voir l'expansion d'un nuage mixte (c'est-à-dire d'un condensat et d'un gaz thermique), souvent rencontré dans nos expériences.

3.3.3 Une expansion particulière : le nuage mixte (condensat de Bose-Einstein et nuage thermique)

Le nuage thermique seul

Considérons un nuage de bosons seul et sans interaction à l'équilibre thermodynamique. La longueur de cohérence du gaz thermique L_c est de l'ordre de la longueur d'onde de Broglie $\lambda_{dB} = \sqrt{\frac{2\pi\hbar}{mk_B T}}$, et la condition pour atteindre le champ lointain (équation (3.28)) remplie facilement. L'expansion est balistique (sans interaction) et la distribution asymptotique $n_\infty(k)$ est directement reliée à la distribution en impulsion du piège initiale $n(k)$ par la relation $k = mx/\hbar t$. Sa distribution est bien décrite par une distribution de Bose-Einstein. Dans un piège harmonique et pour $k_B T \gg \hbar\omega$, on peut utiliser l'approximation semi-classique pour la distribution en énergie : $E(\vec{k}, \vec{r}) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega r^2$. La distribution dans l'espace $f(\vec{r}, \vec{k})$ s'écrit ainsi :

$$f(\vec{r}, \vec{p}) = \frac{1}{\exp \beta \left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m} + \frac{m\omega^2 r^2}{2} - \mu \right) - 1} \quad (3.30)$$

Avec μ le potentiel chimique et $\beta = 1/k_B T$. On obtient la distribution asymptotique en impulsion par l'intégration sur les positions (avec la mesure appropriée $d^3r/(2\pi\hbar)^3$) :

$$n_\infty(k) = \frac{1}{(2\pi\hbar)^3} \int d\vec{r} f(\vec{r}, \vec{p}) \quad (3.31)$$

$$= \frac{1}{(2\pi\hbar)^3} 4\pi \int_0^\infty dr r^2 f(\vec{r}, \vec{p}) \quad (3.32)$$

En utilisant le fait que $\int_0^\infty dx \frac{x^{\gamma-1}}{Z^{-1}e^x - 1} = \Gamma(\gamma)g_\gamma(Z)$ (avec Γ la fonction d'Euler et g_γ les fonctions polylogarithmes) et que l'intégrale est normalisée par le nombre d'atomes thermiques ($N_{th} = \int d\vec{k} n(\vec{k})$), on trouve :

$$n_\infty(k) = \frac{N_{th} g_{3/2} \left(z e^{-k^2 \lambda_{dB}^2 / 4\pi} \right)}{\zeta(3) (2\pi / \lambda_{dB})^3} \quad (3.33)$$

avec $\zeta(3) \approx 1.206$ et $z = e^{\beta\mu}$ la fugacité. L'expansion du nuage est donc ici isotrope. Dans la limite classique, la température est grande devant le potentiel chimique. Dans ce régime, la distribution $n_\infty(k)$ devient gaussienne (distribution de Maxwell-Boltzmann).

Le condensat de Bose-Einstein seul

Notre expérience ne possède pas la possibilité de couper les interactions pendant le temps de vol (résonances de Feshbach magnétiques et optiques inaccessibles expérimentalement pour l' He_4). L'expansion du condensat de Bose-Einstein (qui a un profil Thomas-Fermi à $t=0$) en temps de vol est gouvernée par les interactions entre atomes : durant les premiers instants de vol, les atomes convertissent leur énergie d'interaction en énergie cinétique donnant lieu à une évolution particulière de la taille du nuage. Plus précisément on peut démontrer que l'expansion libre du condensat obéit à un invariant d'échelle et que la densité atomique du condensat après un temps de vol d'une

durée t obéit à l'équation [146, 147] :

$$n_{TOF}(r_i, t) = \frac{1}{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} n \left(\frac{r_i}{\lambda_i(t)}, 0 \right) \quad (3.34)$$

où $\lambda_i = R_i(t)/R_i(0)$, avec $R_i(t)$ (respectivement $R_i(0)$) le rayon de Thomas-Fermi à l'instant t (respectivement à $t = 0$) dans la direction $i(x, y, z)$. On montre que λ_i obéit à l'équation différentielle suivante [146, 147] :

$$\frac{d^2 \lambda_i}{dt^2} = \frac{\bar{\omega}^2}{\lambda_i \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} \quad (3.35)$$

où $\bar{\omega}$ est la fréquence moyenne du piège optique au moment de la coupure ($t = 0$). Si le piège a une forme de cigar très allongé à cause de l'anisotropie du piège à $t = 0$ (ce qui est notre cas avec un rapport d'aspect qui vaut 3), on observe une inversion d'ellipticité et une expansion anisotrope du nuage qui furent l'une des observations qui permit l'identification du premier condensat de Bose-Einstein obtenu dans les groupes de Boulder [10, 130]. Cependant notre système d'imagerie intègre dans la direction où on pourrait observer cette inversion d'ellipticité. On a tracé en figure 3.9 l'évolution de la taille du condensat au cours du temps. Les données sont en bon accord avec la théorie. La distribution asymptotiquement mesurée $n_\infty(k)$ n'est donc pas reliée à la distribution en impulsion $n(k) = |\psi(k)|^2$ du piège pour les particules dans le condensat. $n_\infty(k)$ s'écrit :

$$n_\infty(k) = n_0(0) \left(1 - \left(\frac{k_x}{K_x} \right)^2 - \left(\frac{k_y}{K_y} \right)^2 - \left(\frac{k_z}{K_z} \right)^2 \right) \quad (3.36)$$

avec $K_i = \frac{mR_i(t)}{\hbar t}$.

Le nuage mixte

Pendant le temps de vol, on peut, au premier ordre, supposé que l'expansion du condensat de Bose-Einstein et du nuage thermique est indépendante et donc que la distribution asymptotique $n_\infty(k)$ s'écrit simplement comme la somme des deux distributions (modélisation empirique, ou ad hoc plus précisément) :

$$n_\infty(k) = n_0(0) \left(1 - \left(\frac{k_x}{K_x} \right)^2 - \left(\frac{k_y}{K_y} \right)^2 - \left(\frac{k_z}{K_z} \right)^2 \right) + n_{th} g_{3/2} \left(e^{-k^2 \lambda_{dB}^2 / 4\pi} \right) \quad (3.37)$$

C'est du reste cette forme qu'on utilise pour analyser nos données expérimentales (avec des termes supplémentaire liés à la déplétion quantique comme on le verra au chapitre suivant). Néanmoins, à notre niveau de sensibilité du détecteur à atome unique, on pourrait remettre également en question cette analyse "trop" simpliste. L'expansion du nuage mixte en dessous de la température critique T_c est en effet considérablement plus complexe, à cause de la structure bi-modale. D'une part, le condensat va exploser sous l'effet de sa pression interne, mais il va également repousser le nuage thermique qui n'est plus retenu par le potentiel de piégeage. Ce dernier agit en retour sur le condensat au début de l'expansion. La modélisation du nuage en temps de vol en tenant compte de ces effets est difficile à mettre en œuvre et sort du cadre de cette thèse. Néanmoins de futures investigations avec notre détecteur pourraient mettre au jour

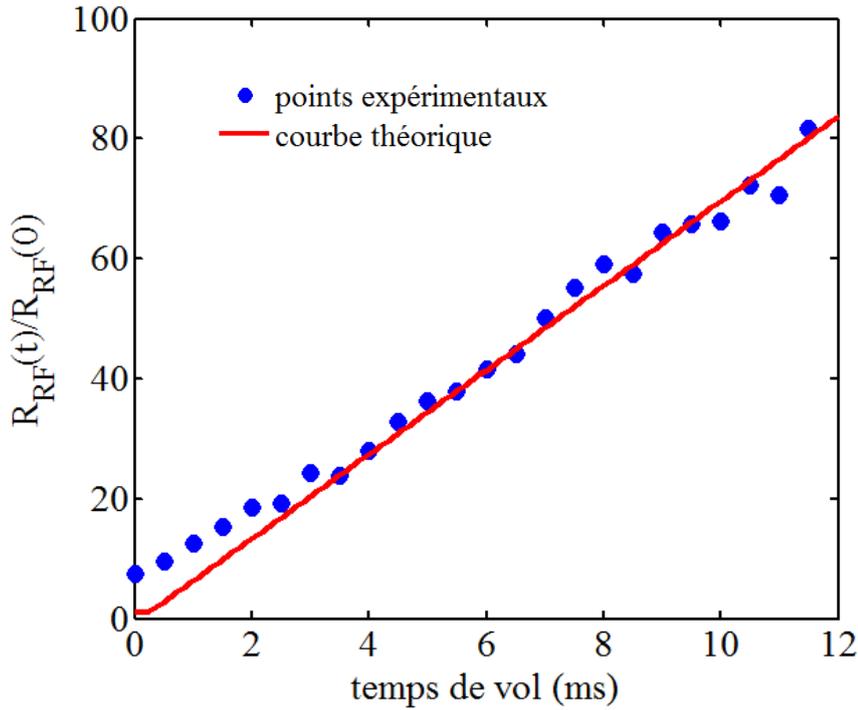


FIGURE 3.9 – Taille du rayon de Thomas-Fermi du condensat pendant le temps de vol. Les points en bleu sont les points expérimentaux ajustés par une distribution de Thomas-Fermi et la courbe en rouge est la courbe théorique obtenue avec la résolution numérique de l'équation (3.35). Les points expérimentaux et la théorie sont en bonne accord, sauf pour le début du temps de vol à cause de la résolution du système optique (compatible avec la mesure de résolution de $28\mu m$).

ces effets subtiles de l'influence des 2 nuages au cours du temps de vol. Une théorie de type champ moyen (Hartree-Fock) du nuage mixte, incluant les interactions entre les 2 composantes peut être trouvée dans les références suivantes : [162, 163, 164, 165, 166]. On peut aussi envisager d'aller au-delà de cette approche champ moyen et regarder directement l'approximation de Popov [167, 168, 169] ou faire directement des calculs ab-initio de type Monte-carlo comme dans la référence [170].

En conclusion, nos paramètres expérimentaux (à savoir un très grand temps de vol de 330 ms couplé à la faible masse de l'Hélium) nous permettent d'atteindre le régime de champ lointain, même pour des systèmes quantiques avec une grande longueur de cohérence (typiquement de la taille du système de celui-ci). Cet accès au champ lointain nous donne accès à la distribution initiale du piège si les interactions pendant le temps de vol entre les atomes sont inexistantes. Cependant cette condition n'est pas toujours remplie et les distributions mesurées $n_{\infty}(k)$ ne sont donc pas toujours reliées à la distribution en impulsion du piège. Nous allons maintenant, de manière très succincte, regarder quelques distributions connues et nous assurer que les mesures faites avec le MCP sont cohérentes.

3.4 Mesures de distributions atomique tridimensionnelle

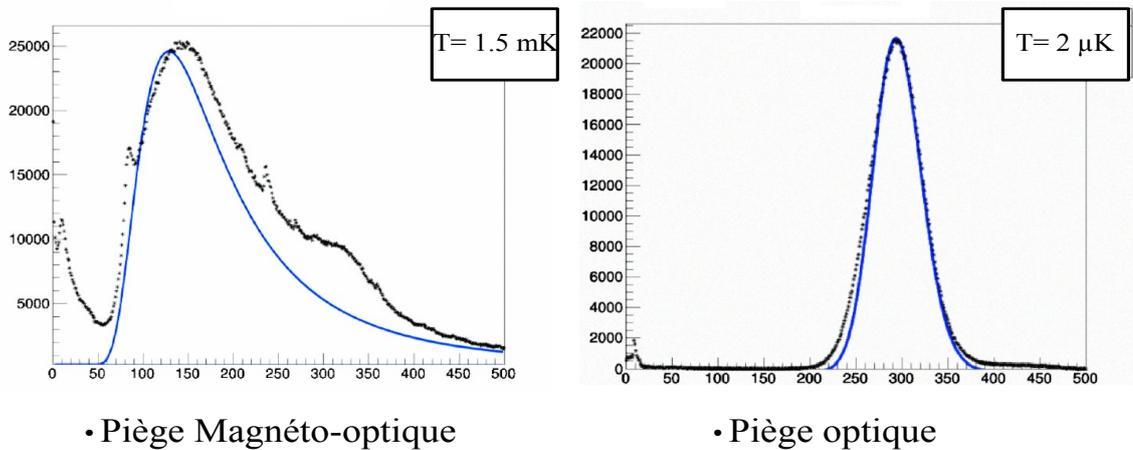
L'objet de cette section est de tester le détecteur en mesurant des distributions connues.

3.4.1 Nuage thermique

Pour commencer, nous allons tester le détecteur en réalisant des images de nuages thermiques pour différentes températures. Commençons par étudier le nombre d'atomes $n(t)$ atteignant le détecteur au cours du temps t . Son expression théorique en fonction du nombre total d'atomes N , de leur température T , et de leur masse m est donnée par [177, 178] :

$$n(t) = N \sqrt{\frac{m}{2\pi k_B T}} \frac{d + \frac{1}{2}gt^2}{t^2} \exp\left(-\frac{m}{2k_B T} \frac{(d - \frac{1}{2}gt^2)^2}{t^2}\right) \times \left(1 - \exp\left(-\frac{m}{2k_B T} \frac{R^2}{t^2}\right)\right) \quad (3.38)$$

où d est la différence d'altitudes entre le centre de la chambre de science et le centre des MCP (50cm), et R est le rayon de la galette (4 cm). La figure 3.10 montre les mesures effectuées pour 2 nuages (1.5 mK et 2 μ K) et la comparaison avec les prédictions théoriques (équation (3.38)).



- Points expérimentaux
- Courbes théoriques

FIGURE 3.10 – Mesures de $n(t)$ pour des nuages de $T = 1.5$ mK et $T = 2$ μ K. En bleu, les courbes théoriques. Les abscisses sont en ms. Les courbes sont tirées de [183]. Les températures extraites des données avec le MCP sont en accord avec les températures extraites par imagerie optique (mesure de temps de vol), à savoir 1.2 mK pour le piège magnétique (chapitre 1) et 2 μ K pour le piège optique (imagerie par absorption).

On remarque que la courbe à $2 \mu\text{K}$ est une gaussienne (figure 3.10), ce qui peut se comprendre avec l'équation (3.38) en remarquant que l'on a $\frac{1}{2}k_B T \ll mgd$ ce qui signifie que le nuage est si froid que la vitesse d'expansion du gaz est négligeable devant la vitesse du centre de masse, accélérée par la gravité. L'équation (3.38) s'écrit alors :

$$n(t) = Ng \sqrt{\frac{m}{2\pi k_B T}} \exp\left(-\frac{mg^2}{2k_B T} \left(t - \sqrt{\frac{2d}{g}}\right)^2\right) \quad (3.39)$$

ce qui est l'expression d'une gaussienne de largeur RMS $\sqrt{\frac{k_B T}{mg^2}}$. Dans cette approximation, l'expansion du nuage est faible, donc la plupart des atomes atteignent les MCP, et comme la distribution de vitesses selon l'axe z est symétrique, on retrouve cette symétrie sur $n(t)$. Dans le cas de la courbe à 1.5 mK (figure 3.10), on a $\frac{1}{2}k_B T \simeq mgd$. La vitesse d'expansion du nuage est comparable à la vitesse de chute. Seulement une fraction du gaz atteint les MCP et la distribution n'est plus symétrique, car la plupart des atomes ayant une vitesse transverse non nulle tombent à côté de la galette.

3.4.2 Mesure de corrélation d'ordre 2 dans le nuage thermique

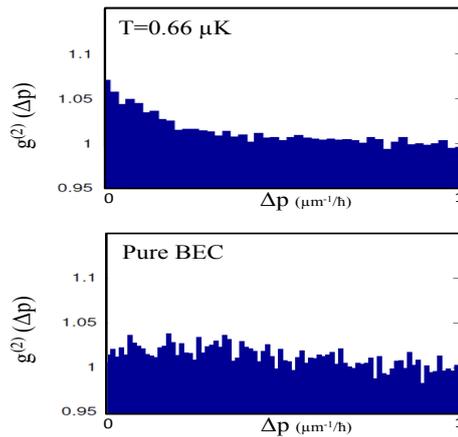


FIGURE 3.11 – Exemple de corrélation d'ordre 2 pour un gaz thermique (en haut) et un condensat de Bose-Einstein (en bas). On observe un effet de groupement dans le cas du gaz thermique et pas dans le cas du BEC, comme attendu [179].

Notre détection sensible à l'atome nous permet d'aller mesurer des fonctions de corrélations d'ordre 2. Pour pouvoir tester les codes informatiques, nous avons reproduit l'expérience d'Hanbury Brown et Twiss avec l'Hélium (Cette expérience a déjà été réalisée avec des MCP en 2005 dans l'autre équipe Hélium du groupe [179]). Considérons une source thermique émettant des bosons indiscernables. Dans le plan image, sur une longueur de cohérence dépendant des propriétés de la source, les particules ont tendance à arriver groupées, "bunchées". Ce phénomène est dû aux interférences quantiques entre les bosons indiscernables. Par exemple, pour deux particules issues de la source, la probabilité de détection conjointe en deux points suffisamment proches est augmentée par rapport au produit des probabilités de détection individuelles. Cela signifie que les particules dans un intervalle d'impulsion $[p; p + p_{coherence}]$ sont émises par paquets. La fonction de corrélation en impulsion d'ordre 2 d'un gaz de boson est

définie par :

$$g^2(\vec{p}_1, \vec{p}_2) = \frac{\langle N(\vec{p}_1)N(\vec{p}_2) \rangle}{\langle N(\vec{p}_1) \rangle \langle N(\vec{p}_2) \rangle} \quad (3.40)$$

où $N(\vec{p})$ est le nombre de particules d'impulsion \vec{p} dans le nuage, et où $\langle \dots \rangle$ est la moyenne statistique. Si la source présente du bunching, alors $g^2(\vec{p}_1, \vec{p}_2) \geq 1$ pour $|\vec{p}_1 - \vec{p}_2| \leq p_{coherence}$. A la différence des sources thermiques, les photons issus d'une source laser, tout comme les atomes issus d'un condensat de Bose-Einstein, ne présentent pas de bunching, car il ne s'agit plus d'une source de particules indiscernables, mais de particules identiques possédant exactement la même fonction d'onde. Il n'y a donc pas d'interférences quantiques. La figure 3.11 montre des mesures de $g^2(\Delta p)$ pour un condensat et pour un nuage thermique. On observe bien sur la figure du groupement bosonique pour le nuage thermique alors que pour le condensat la fonction est quasi-uniforme car les sources cohérentes ne présentent pas de groupement de bosons.

3.4.3 Condensat de Bose-Einstein

Pour finir les tests de notre détecteur, on réalise une image du BEC représenté sur la figure 3.12. Le cercle au centre en pointillé représente le trou du MCP (zone où la détectivité est quasi-nulle : voir figure 3.3). Un kick magnétique est appliqué au début du temps de vol, juste avant le transfert RF des atomes dans l'état $|0\rangle$, pour les pousser hors de cette zone. Les profils sont en accord avec l'expansion champ moyen du temps de vol et confirment la calibration du nombre d'atomes faite par imagerie optique en étudiant la transition de la condensation de Bose-Einstein.

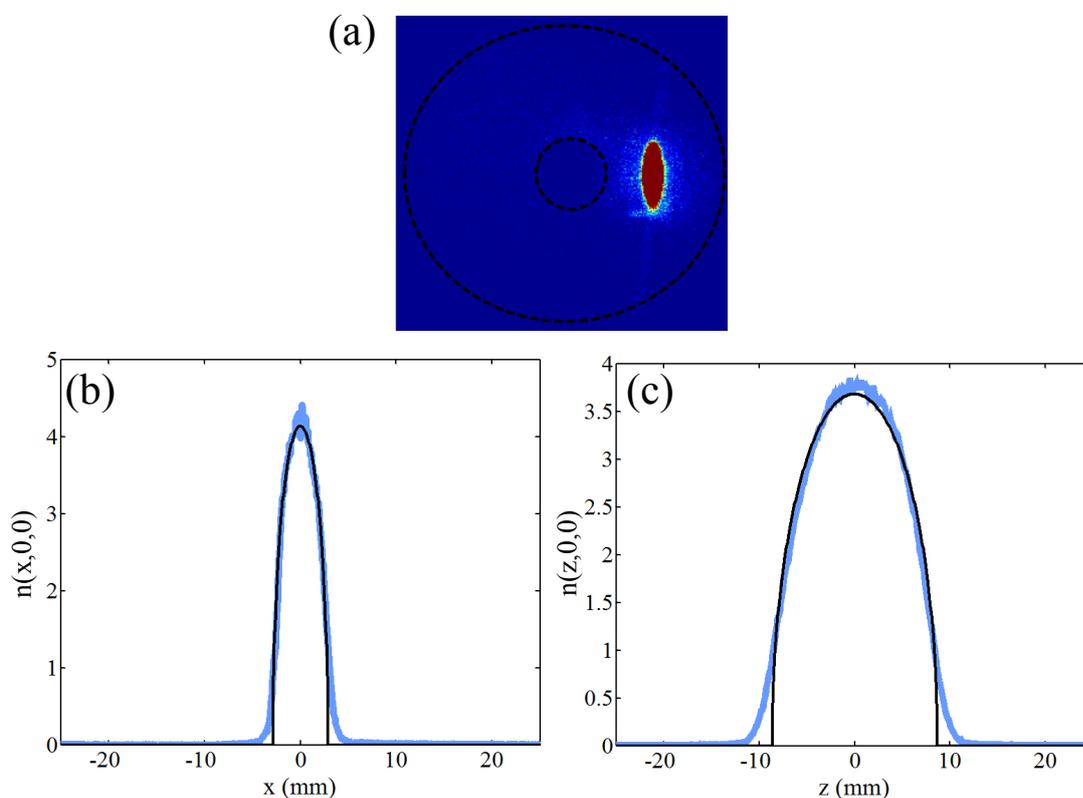


FIGURE 3.12 – Exemple d'un condensat de Bose-Einstein détecté par le MCP. (a) Coupe 2D dans le plan du MCP du BEC. On voit apparaître au centre le fameux trou. Un kick magnétique est appliqué avant le transfert des atomes dans l'état $|0\rangle$ pour éloigner les atomes du centre du MCP. Cette coupe montre bien l'anisotropie du BEC (les fréquences de piègeages sont $\omega_x = 2\pi \times 150$ Hz, $\omega_y = 2\pi \times 490$ Hz, $\omega_z = 2\pi \times 510$ Hz). En (b) on a une coupe de la distribution selon l'axe x qui est le moins confinant et en (c) une coupe selon l'axe z le plus confinant. En bleu on a les données expérimentales et en noir le profil Thomas-Fermi. Ces profils sont en accord avec les profils Thomas-Fermi attendu compte tenu des fréquences du piège et du nombre d'atomes $N = 2 \times 10^5$, sauf sur les bords des distributions où l'approximation de Thomas-Fermi n'est pas valable.

3.5 Conclusion

Nous avons vu au cours de ce chapitre que nous étions capable de mesurer la distribution atomique en 3D grâce à notre détection électronique. Enfin nous avons testé la reconstruction en réalisant des distributions connues pour les valider. Nous allons maintenant étudier deux types de distributions en détail : celle du condensat et celle d'un superfluide sur réseau optique.

CHAPITRE 4

Déplétion quantique dans un condensat de Bose-Einstein gazeux

La condensation de Bose-Einstein fut observée pour la première fois en 1995 dans des gaz dilués d'alcalins (Rubidium puis Sodium). Cette découverte fut récompensée par le prix Nobel de physique en 2001, attribué à C. Wieman, E. Cornell [185] et W. Ketterle [186]. La dégénérescence quantique est désormais accessible pour une grande variété d'espèces atomiques : les alcalins hormis le Francium [185, 187, 188, 118, 189, 190], l'Hydrogène polarisé [191], l'Hélium métastable [99], l'Ytterbium [192, 193], l'Erbium [196], le Chrome [194, 195], et le Dysprosium [197]. Les physiciens des atomes froids peuvent alors s'attaquer à des problèmes fondamentaux de la physique des basses températures, rejoignant progressivement la physique de la matière condensée. Les outils pour la manipulation des gaz dégénérés se développent, étendant toujours plus le champ d'exploration des propriétés de la matière à basse température comme par exemple les études à dimensions réduites [198], l'utilisation des résonances de Feshbach [199], la réalisation de réseaux optique [19], la création de mer de Fermi [12], et les champs de gauges [21]. Cette flexibilité a fait que le nombre de groupe de recherche dans le domaine des gaz dilués ultrafroids a considérablement augmenté depuis 1995. L'arsenal des physiciens des atomes froids leur permet de s'attaquer à des problèmes au delà des effets dits de champ moyen. Nous nous proposons d'en étudier un en particulier : la déplétion quantique.

Le rôle des interactions est prépondérant dans la description d'un condensat de Bose-Einstein. Le potentiel d'interaction interatomique est à priori très compliqué, puisqu'il comprend une partie Van-der-Waals à longue distance et une répulsion à cœur dur à courte distance. On peut néanmoins montrer qu'à faible énergie l'amplitude de diffusion tend vers une valeur constante $-a_s$ appelée longueur de diffusion. Ce paramètre unique est suffisant pour décrire complètement les propriétés collisionnelles dans ce régime et permet de simplifier le problème. Le potentiel effectif pour décrire les interactions à deux corps dans le condensat s'écrit alors :

$$V_{eff}(r) = g\delta(r) \quad (4.1)$$

avec $g = 4\pi\hbar^2 a_s/m$. En utilisant ce potentiel pour modéliser l'effet des interactions, l'Hamiltonien du système s'écrit :

$$\hat{H} = \sum_i^N \left(\frac{P_i^2}{2m} + V_{ext}(r_i) \right) + g \sum_{i<j} \delta(r_i - r_j) \quad (4.2)$$

A température nulle, on peut supposer en première approximation que tous les atomes (des bosons) sont condensés, c'est-à-dire qu'ils occupent tous le même état à une particule du mode condensé, décrit par une fonction d'onde ψ . La proportion des atomes dans les états excités, orthogonaux au mode du condensat, est négligeable. Cette approximation, qui porte le nom d'approximation de champ moyen, consiste ainsi à prendre comme état quantique du système à N-corps le produit des fonctions d'onde individuelles : $\psi(r_1, \dots, r_N) = \prod_{i=1}^N \psi(r_i)$. En utilisant la méthode variationnelle décrite dans [200], on aboutit à l'équation suivante :

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(r, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi + V_{ext}(r)\psi + Ng|\psi(r)|^2\psi(r) \quad (4.3)$$

dite aussi équation de Gross-Pitaievskii (GP) et introduite dès les années 60 pour décrire les propriétés de l'Hélium superfluide [201, 202]. Pour aller plus loin et décrire aussi les atomes non condensés, on utilise la théorie de Bogoliubov (valable pour des fractions non condensées faibles, qui est notre cas ici). Cette approche montre que les excitations de basses énergies sont des modes collectifs appelées phonons. Cela a été vérifié expérimentalement dans l'Hélium liquide [26], les gaz quantiques [203] et les système d'exciton-polaritons [35]. La description de Bogoliubov permet de décrire la population des atomes non-condensés par la température (qui correspond aux quasi-particules excitées par l'agitation thermique) mais aussi par les interactions binaires entre atomes (à température nulle). C'est cette dernière qui fait référence à la déplétion quantique et peut être vue comme la manifestation de fluctuations quantiques (son existence résulte de la non-commutation d'opérateurs). Des preuves de la déplétion ont été observées au travers des mesures globales comme le nombre de particules totales déplétés [204, 205]. Cependant certaines prédictions microscopiques de ce modèle n'ont toujours pas été observées, comme la distribution en impulsion $n(k)$ associée à la déplétion quantique. Nous observé une loi algébrique en $1/k^4$ dans la distribution en impulsion asymptotique, comme celle prédite par la théorie de Bogoliubov pour de larges impulsions (dont l'origine est le potentiel de contact à 2 corps qui modélise le potentiel d'interaction entre atomes, l'amplitude de ces ailes étant la déplétion quantique). Un certain nombre d'observations expérimentales nous suggère d'associer ces ailes à la déplétion quantique.

Le chapitre est divisé en deux parties. D'abord nous décrivons théoriquement le phénomène de la déplétion quantique en utilisant la transformation Bogoliubov dans le cas d'un système homogène et ensuite dans le cas inhomogène (en faisant une approximation de densité locale). Enfin nous détaillerons les résultats expérimentaux que nous confronterons à la théorie.

4.1 Théorie de Bogoliubov pour un condensat de Bose-Einstein

Le but de cette section est de décrire et d'étudier la population $n(k)$ des atomes déplétés.

4.1.1 Hamiltonien de Bogoliubov d'un système Homogène

De façon générale, la théorie usuelle de la mécanique dite de "première quantification" devient relativement inadaptée pour l'étude des systèmes formés d'un grand

nombre de particules indiscernables. En effet, cette théorie est basée sur la connaissance et la caractérisation de l'état quantique du système, c'est-à-dire de sa fonction d'onde. Or, pour un ensemble de particules indiscernables, cette fonction d'onde devient très complexe notamment à cause de ses propriétés de symétrie. L'un des principes fondamentaux de la mécanique quantique est que la fonction d'onde d'un ensemble de particules est soit symétrique (bosons) soit anti-symétrique (fermions) par permutation de deux particules. Par conséquent, même pour un ensemble de particules indépendantes, la fonction d'onde du système ne se réduit pas au simple produit des fonctions d'onde mais elle fait intervenir une somme de tels produits sur l'ensemble des permutations possibles. Nous décrirons ainsi notre système dans le cadre de la "seconde quantification". On ne va donc plus explicitement s'intéresser aux états quantiques du système mais au nombre de particules qui occupent ces états. Les processus physiques vont alors se traduire par la destruction ou la création de particules dans des états particuliers. Le système homogène de bosons en faible interactions est décrit par l'hamiltonien en seconde quantification :

$$\hat{H} = \int \left(\frac{\hbar^2}{2m} \nabla \hat{\psi}^\dagger(r) \nabla \hat{\psi}(r) \right) dr + \frac{g}{2} \int \hat{\psi}^\dagger(r) \hat{\psi}^\dagger(r') \delta(r - r') \hat{\psi}(r) \hat{\psi}(r') dr' dr \quad (4.4)$$

Pour en gaz uniforme occupant un volume L^3 avec conditions limites périodiques, l'opérateur champ $\hat{\psi}$ peut s'écrire sur la base des ondes planes :

$$\hat{\psi}(r) = \frac{1}{\sqrt{L^3}} \sum_k \hat{a}_k e^{ik.r} \quad (4.5)$$

$$\hat{\psi}^\dagger(r) = \frac{1}{\sqrt{L^3}} \sum_k \hat{a}_k^\dagger e^{-ik.r} \quad (4.6)$$

où \hat{a}_k est l'opérateur annihilation pour une particule avec une impulsion $\hbar k$ et \hat{a}_k^\dagger est l'opérateur création pour une particule avec une impulsion $\hbar k$ (par la suite et par abus de langage, nous assimilerons le vecteur d'onde k à l'impulsion $\hbar k$). L'hamiltonien du système se réécrit donc :

$$\hat{H} = \sum_k \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k + \frac{g}{2V} \sum_{k_1, k_2, k} \hat{a}_{k_1+k}^\dagger \hat{a}_{k_2-k}^\dagger \hat{a}_{k_1} \hat{a}_{k_2} \quad (4.7)$$

Séparons maintenant l'opérateur \hat{a}_0 pour l'état fondamental et \hat{a}_k pour les état excités dans le terme d'interaction de l'Hamiltonien :

$$\hat{H} = \frac{g}{2L^3} \hat{a}_0^\dagger \hat{a}_0^\dagger \hat{a}_0 \hat{a}_0 + \sum_k \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k \quad (4.8)$$

$$+ \frac{g}{2L^3} \sum_{k \neq 0} (\hat{a}_0^\dagger \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_0 \hat{a}_k + \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_0^\dagger \hat{a}_k \hat{a}_0 + \hat{a}_0^\dagger \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k \hat{a}_0 + \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_0^\dagger \hat{a}_0 \hat{a}_k) \quad (4.9)$$

$$+ \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_{-k}^\dagger \hat{a}_0 \hat{a}_0 + \hat{a}_0^\dagger \hat{a}_0^\dagger \hat{a}_k \hat{a}_{-k}) \quad (4.10)$$

$$+ \text{termes d'ordre } 3/4 \text{ qui sont négligés} \quad (4.11)$$

A une température bien inférieure à la température de condensation, le nombre moyen de particules dans le condensat N_0 est un nombre très grand, ce qui signifie que $N_0 =$

$\langle a_0^\dagger a_0 \rangle \simeq \langle a_0 a_0^\dagger \rangle$ et que nous sommes autorisé à prendre $N_0 = \langle a_0^\dagger \rangle \langle a_0 \rangle$. Les nombres $\langle a_0^\dagger \rangle$ et $\langle a_0 \rangle$ sont complexes conjugués et on choisit ces valeurs réels de telle sorte que $\langle a_0^\dagger \rangle = \langle a_0 \rangle = \sqrt{N_0}$. Avant de remplacer $\langle a_0 \rangle$ par $\sqrt{N_0}$ dans l'Hamiltonien, il nous faut continuer le développement en $1/N_0^2$ en utilisant la conservation du nombre de particules : $N = \hat{a}_0^\dagger \hat{a}_0 + \sum_{k \neq 0} \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k$, ce qui donne :

$$\hat{a}_0^\dagger \hat{a}_0^\dagger \hat{a}_0 \hat{a}_0 \simeq N_0^2 - 2N_0 \sum_{k \neq 0} \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k \quad (4.12)$$

Cela permet de réécrire l'Hamiltonien de la façon suivante :

$$\hat{H} = \frac{1}{2} g n_0 N_0 + \sum_k \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k + \frac{1}{2} g n_0 \sum_{k \neq 0} (2\hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k + \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_{-k}^\dagger + \hat{a}_k \hat{a}_{-k}) \quad (4.13)$$

où $n_0 = \frac{N_0}{L^3}$ est la densité du condensat. Cet Hamiltonien est diagonalisé par la transformation de Bogoliubov qui implique de définir de nouveaux opérateurs de création et d'annihilation \hat{b}_k^\dagger et \hat{b}_k :

$$\begin{pmatrix} \hat{b}_k \\ \hat{b}_{-k}^\dagger \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_k & v_k \\ v_k^* & u_k^* \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \hat{a}_k \\ \hat{a}_{-k}^\dagger \end{pmatrix} \quad (4.14)$$

Les coefficients u_k et v_k ne dépendent pas du signe de k . Les deux coefficients u_k et v_k doivent satisfaire la relation :

$$|u_k|^2 - |v_k|^2 = 1 \quad (4.15)$$

pour que les opérateurs \hat{b}_k et \hat{b}_k^\dagger obéissent à la loi de commutation bosonique :

$$[\hat{b}_k, \hat{b}_{k'}^\dagger] = \delta_{k,k'} \quad (4.16)$$

Les valeurs de u_k et v_k doivent être prises pour que les termes hors diagonaux $\hat{b}_k^\dagger \hat{b}_{-k}^\dagger$ et $\hat{b}_k \hat{b}_{-k}$ dans (4.13) s'annulent lors qu'on remplace les opérateurs. Cette condition se réécrit :

$$\frac{g n_0}{2} (u_k^2 + v_k^2) + \left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m} + g n_0 \right) u_k v_k = 0 \quad (4.17)$$

Cela donne :

$$u_k^2 = \frac{\hbar^2 k^2 / 2m + g n_0}{2\varepsilon(k)} + \frac{1}{2} \quad (4.18)$$

$$v_k^2 = \frac{\hbar^2 k^2 / 2m + g n_0}{2\varepsilon(k)} - \frac{1}{2} \quad (4.19)$$

avec

$$\varepsilon(k) = \left(\left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m} \right)^2 + 2g n_0 \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \right)^{1/2} \quad (4.20)$$

qui est la fameuse relation de dispersion de Bogoliubov. Finalement l'Hamiltonien (4.13) se réécrit :

$$\hat{H} = E_0 + \sum_{k \neq 0} \varepsilon(k) \hat{b}_k^\dagger \hat{b}_k \quad (4.21)$$

où

$$E_0 = \frac{1}{2}gn_0N_0 + \frac{1}{2} \sum_{k \neq 0} \left(\varepsilon(k) - gn_0 - \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + \frac{m(gn_0)^2}{\hbar^2 k^2} \right) \quad (4.22)$$

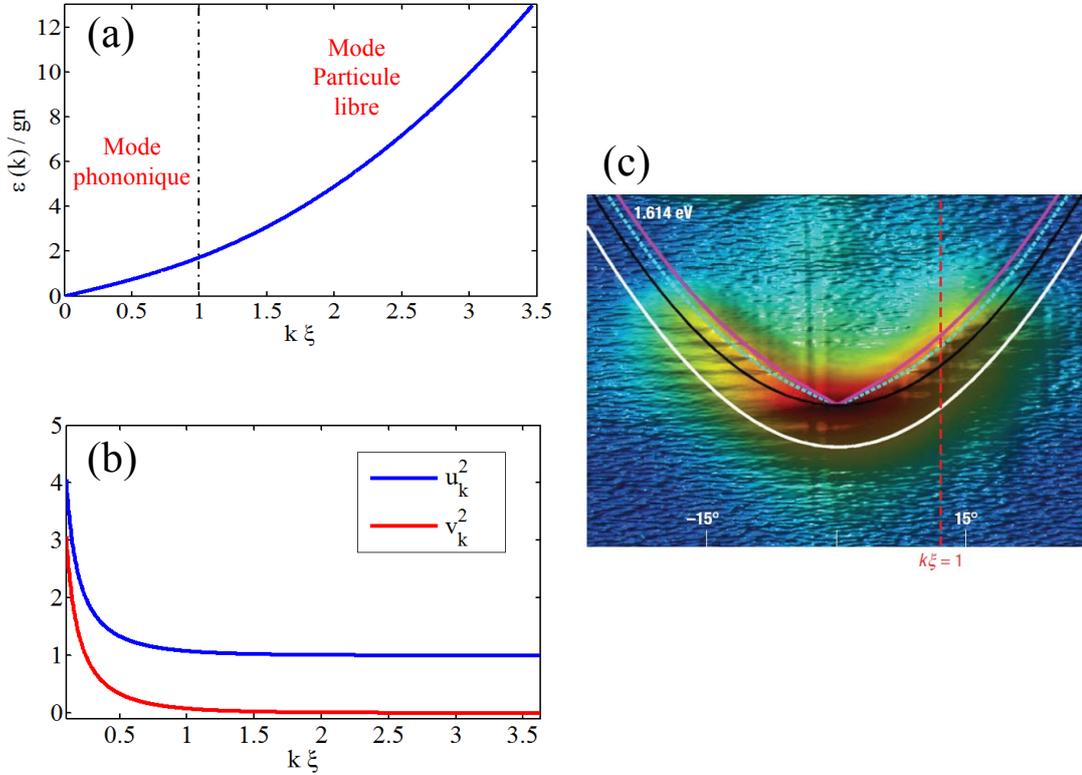


FIGURE 4.1 – (a) Spectre de Bogoliubov. La transition entre le mode phononique et le mode particules libres a lieu quand $k\xi \approx 1$. (b) Comportement des coefficients de Bogoliubov u_k^2 et v_k^2 en fonction de k . Dans le régime phononique, on a $u_k^2 \simeq v_k^2$, alors que dans le régime particule libre on trouve $u_k^2 \simeq 1$ alors que $v_k^2 \simeq 0$, ce qui a pour conséquence qu’une quasi-particule devient une particule réelle. (c) Figure du spectre de Bogoliubov d’un gaz de Bose d’exciton-polariton [35] : la ligne rose représente le spectre de Bogoliubov, la ligne en pointillé le spectre de Bogoliubov basé sur l’approximation de densité locale, la ligne noire la relation de dispersion quadratique et enfin la ligne blanche la relation de dispersion pour des polaritons sans interactions. Le spectre observé expérimentalement correspond bien à des polaritons en interactions.

Le dernier terme $\frac{m(gn_0^2)}{\hbar^2 k^2}$ qui apparaît dans l’énergie de l’état fondamental E_0 vient d’une renormalisation de g [143]. Les résultats (4.20) et (4.21) ont une signification physique importante : le système original avec des particules en interaction peut être décrit par un Hamiltonien de quasi-particules (des excitations collectives) sans interactions et ayant une loi de dispersion $\varepsilon(k)$. Il est à noter que quand l’impulsion est petite, c’est-à-dire quand $\hbar k \ll \sqrt{mgn_0}$, on a $|u_k| \simeq |v_k|$ et donc $\hat{a}_k \sim u_k (\hat{b}_k - \hat{b}_{-k}^\dagger)$. Une quasi-particule décrit un mouvement collectif du nuage. Cependant quand l’impulsion devient grande, i.e $\hbar k \gg \sqrt{mgn_0}$, alors $|u_k| \simeq 1$ et $|v_k| \simeq 0$ et ainsi la quasi-particule devient identique de la particule réelle ($\hat{a}_k \sim \hat{b}_k$). Ceci est bien sûr intimement

lié à la forme de la relation de dispersion. Pour de faibles impulsions k , la relation de dispersion est linéaire et on rentre dans le régime dit phononique. A l'inverse quand l'impulsion k devient grande, alors la relation de dispersion devient quadratique (figure 4.1), soit un régime de particule libre. La transition entre le régime phononique et le régime de particules libres se situe proche du point où $\frac{p^2}{2m} = gn_0$. En écrivant $p = \frac{\hbar}{\xi}$, la longueur caractéristique ξ peut être écrite comme :

$$\xi = \sqrt{\frac{\hbar^2}{2mgn_0}} \quad (4.23)$$

Cette longueur caractéristique du problème s'appelle la longueur de cicatrisation ou la "healing length" en anglais. L'énergie de l'état fondamental E_0 donne, au plus bas ordre du calcul, $E_0 \simeq \frac{1}{2}gn_0N_0$. Au premier ordre, le calcul fait apparaître le terme de Lee-Huang-Yang [25, 213] et l'énergie s'écrit :

$$E_0 = \frac{1}{2}gn_0N_0 \left(1 + \frac{128}{15\sqrt{\pi}} (n_0a_s)^{1/2} \right) \quad (4.24)$$

Cette correction, au-delà du champ moyen, a été mesurée [206].

4.1.2 Fonction d'onde de l'état fondamental

On dispose d'un Hamiltonien qu'on a réussi à diagonaliser dans la base des quasi-particules. On veut maintenant pouvoir écrire la fonction d'onde de l'état fondamental $|\Psi_0\rangle$ à température nulle dans la base des particules réelles, celles dans laquelle on effectue nos mesures. Les calculs sont tirés de [143].

L'état fondamental du gaz de Bose en interaction à $T=0$ est défini comme l'état du vide pour les quasi-particules de Bogoliubov :

$$\hat{b}_k |\Psi_0\rangle = 0 \quad (4.25)$$

Autrement dit, il n'y a pas d'excitations, de phonons dans l'état fondamental. Notons $|n_1m_1; n_2m_2; \dots\rangle$ l'état quantique dans la base des particules réelles où il y a n_k particules avec une impulsion k et m_k particules avec une impulsion $-k$. Ces états forment une base et on peut décomposer $|\Psi_0\rangle$ sur cette base :

$$|\Psi_0\rangle = \sum_{n_1, m_1=0}^{\infty} \sum_{n_2, m_2=0}^{\infty} \dots (C_{n_1, m_1} C_{n_2, m_2} \dots) |n_1m_1; n_2m_2; \dots\rangle \quad (4.26)$$

En utilisant le fait que l'état fondamental du système se caractérise par l'absence de phonons, c'est-à-dire que $\hat{b}_k |\Psi_0\rangle = (u_k \hat{a}_k + v_k \hat{a}_{-k}^\dagger) |\Psi_0\rangle = 0$, on trouve la condition suivante (en notant bien que $\hat{a}_k |n_1m_1; n_2m_2; \dots; n_k m_k; \dots\rangle = \sqrt{n_k} |n_1m_1; n_2m_2; \dots; n_k - 1 m_k - 1; \dots\rangle$):

$$u_n C_{n+1, m} \sqrt{n+1} + v_n C_{n, m-1} \sqrt{m} = 0 \quad (4.27)$$

On en déduit que :

$$C_{n, m} = 0 \text{ pour } m \neq n \quad (4.28)$$

Cela est évident pour $m = 0$ et le cas général se démontre par récurrence. Par conséquent l'équation (4.27) se réécrit comme :

$$C_{m,m} + \frac{v_m}{u_m} C_{m-1,m-1} = 0 \quad (4.29)$$

dont la solution est :

$$C_{m,m} = \left(-\frac{v_m}{u_m} \right)^m C_{0,0} \quad (4.30)$$

Autrement dit on peut écrire l'état fondamental du système sur la base des particules réelles comme :

$$|\Psi_0\rangle = C_{0,0} \sum_{n_1}^{\infty} \sum_{n_2}^{\infty} \dots \left(\left(-\frac{v_{k_1}}{u_{k_1}} \right)^{n_1} \left(-\frac{v_{k_2}}{u_{k_2}} \right)^{n_2} \dots \right) |n_1 - n_1; n_2 - n_2; \dots\rangle \quad (4.31)$$

On voit alors que l'état fondamental de l'état quantique est une superposition de particules d'impulsions \vec{k} et $-\vec{k}$. Cela est dû à la conservation totale de l'impulsion qui oblige à avoir une superposition de particules dans l'impulsion \vec{k} et dans l'impulsion $-\vec{k}$. Cela illustre les fortes corrélations entre particules. Cet état quantique n'est pas trivial mais on insiste sur le fait que c'est l'état quantique dans l'espace des particules réelles qui correspond à l'absence de phonons dans l'espace des quasi-particules.

4.1.3 Population de la partie déplétée

On a réussi à diagonaliser l'Hamiltonien de notre système grâce à la transformation de Bogoliubov :

$$\hat{H} = E_0 + \sum_k \varepsilon(k) \hat{b}_k^\dagger \hat{b}_k \quad (4.32)$$

La distribution $n(k)$ pour $k \neq 0$ s'écrit :

$$n(k) = \langle \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k \rangle = (|u_k|^2 + |v_k|^2) \langle \hat{b}_k^\dagger \hat{b}_k \rangle + |v_k|^2 \quad (4.33)$$

Avec l'Hamiltonien écrit en (4.32), la moyenne du nombre de quasi-particule $\langle \hat{b}_k^\dagger \hat{b}_k \rangle$ portant une impulsion k obéit à la loi de Bose-Einstein pour un potentiel chimique $\mu = 0$:

$$\langle \hat{b}_k^\dagger \hat{b}_k \rangle = \frac{1}{e^{\beta \varepsilon(k)} - 1} \quad (4.34)$$

où $\beta = \frac{1}{k_B T}$, avec k_B la constante de Maxwell-Boltzmann et T la température. On voit apparaître deux contributions dans la distribution $n(k)$. Le premier terme, proportionnel à $\langle \hat{b}_k^\dagger \hat{b}_k \rangle$, représente les populations thermiques. A température nulle, ce terme vaut zéro et il reste seulement la seconde contribution : $|v_k|^2$. Ce second terme $|v_k|^2$ est la déplétion quantique du condensat de Bose-Einstein. Il n'a pas d'équivalent classique.

Population à T=0

A température nulle, la distribution pour les impulsions $k \neq 0$ est :

$$n(k) = |v_k|^2 = \frac{\hbar^2 k^2 / 2m + gn}{2\varepsilon(k)} - \frac{1}{2} = \begin{cases} \sqrt{\frac{mng}{4\hbar}} \frac{1}{k} & \text{quand } k \rightarrow 0 \\ \frac{(mgn)^2}{\hbar^4 k^4} & \text{quand } k \rightarrow \infty \end{cases} \quad (4.35)$$

La figure 4.2 représente $n(k)$ pour des chiffres typiques de l'expérience. On observe que la population des particules $n(k)$ associée à la déplétion quantique suit une décroissance en $1/k$ pour des impulsions tel que $k\xi \ll 1$ et une décroissance en $1/k^4$ pour des impulsions tel que $k\xi \gg 1$. Le comportement en $1/k^4$ pour de larges impulsions k est dû à l'interaction de contact à deux corps et permet de définir la constante de contact :

$$\frac{C}{(2\pi)^3} = \lim_{k \rightarrow \infty} k^4 \times n(k) \quad (4.36)$$

Cette définition de $n(k)$ est choisit de sorte que $\int d\vec{k} n(\vec{k}) = 1$. Pour un système homogène et dans le cadre de la théorie de Bogoliubov, cette constante s'écrit :

$$C = 128\pi^5 a_s^2 n_0^2 \quad (4.37)$$

Cette constante de contact a été introduite par Tan en 2008 [214, 215, 216], alors que la théorie de Bogoliubov a été développée en 1947! L'origine physique des ailes algébriques et $1/k^4$ dans le théorie de Bogoliubov vient de la modélisation des interactions binaires par un potentiel de contact. On peut démontrer que ce comportement est plus général : quelque que soit le système physique considéré (système bosonique ou fermionique, en faible ou forte interaction, à température nulle ou finie, à une, deux, ou plus dimensions), si les interactions entre particules peuvent se décrire par un potentiel de contact à 2 corps, alors la distribution en impulsion $n(k)$ du système considéré tendra vers une distribution algébrique en $1/k^4$: $\lim_{k \rightarrow \infty} n(k) = \frac{C}{k^4}$. Le coefficient C dépend lui du système considéré. Cette constante (grandeur microscopique du système) est connectée à un certain nombre de grandeurs globales thermodynamiques du système via des relations universelles, qui sont répertoriés dans [221]. La constante de Tan a fait l'objet ces dernières années de nombreuses investigations théoriques [207, 220, 224] mais également expérimentales. Elle n'a néanmoins été mesurée que sur des systèmes en fortes interactions : sur des bosons en fortes interactions par spectroscopie radio-fréquence [209], ou sur des fermions en fortes interactions par spectroscopie radio-fréquences également [217] ou par spectroscopie de Bragg [218]. On peut noter le travail récent qui a mesuré des relations universelles similaires à celles évoquées précédemment sur des fermions en fortes interactions mais pour un système avec un potentiel d'interaction en onde p [222]. Pour résumer, cette constante C représente, dans le cadre de la théorie de Bogoliubov, la déplétion quantique et le comportement en $1/k^4$ est une signature des interactions à deux corps.

Le nombre d'atomes déplétés N_{depl} par rapport au nombre d'atomes total N s'écrit :

$$\frac{N_{del}}{N} = \frac{8}{3\sqrt{\pi}} \sqrt{n_0 a_s^3} \quad (4.38)$$

Avec les chiffres typiques de l'expérience ($n_0 \simeq 10^{13} \text{ cm}^{-3}$), seul 0.2 % des atomes sont déplétés (justifiant l'approche de Bogoliubov). Cette faible valeur de déplétion rend ainsi son observation difficile. Cependant la technique de détection électronique, sensible à l'atome unique, rend possible ce type d'observation.

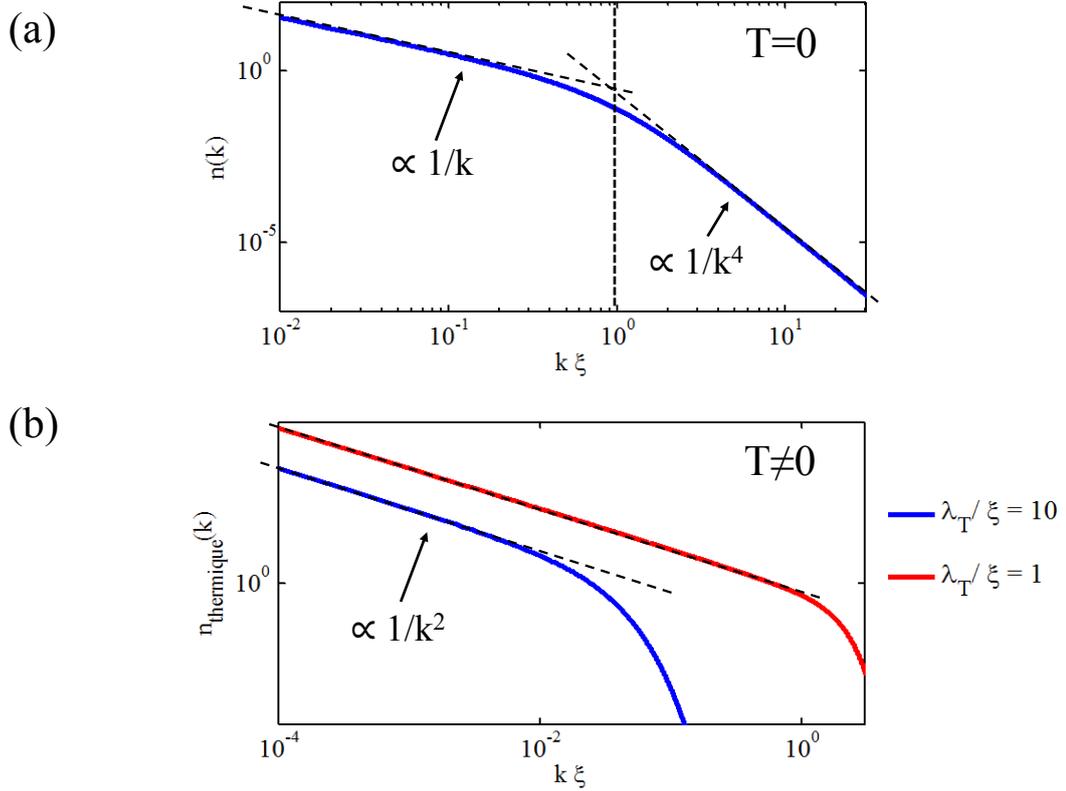


FIGURE 4.2 – Population $n(k)$ pour $k \neq 0$ dans le cadre de la théorie de Bogoliubov et pour un système Bosonique homogène. Les figures sont tracées en échelle log-log pour faire ressortir les lois d'échelles. En (a) la population pour le cas $T = 0$. On observe que pour $k\xi \ll 1$, la densité évolue en $1/k$ alors que pour $k\xi \gg 1$, elle évolue en $1/k^4$. En (b) la population thermique : pour $k\xi \ll 1$, la densité évolue en $1/k^2$. C'est ce type de variation qui a été observée dans un gaz d'excitons-polaritons [35]. Cependant pour $k\xi \gg 1$, la variation de la population n'est plus algébrique. Ces différences de lois d'échelles permettent de discriminer la déplétion quantique ($T = 0$) de la déplétion thermique ($T \neq 0$) dans l'espace des impulsions.

Population à $T \neq 0$

Pour décrire ce qui se passe à température non nulle, on introduit la longueur de de Broglie : $\lambda_{dB} = \sqrt{\frac{\hbar^2}{2mk_B T}}$. La théorie de Bogoliubov est limitée pour des nuages presque entièrement dégénérés, c'est-à-dire à basse température : c'est le cas si $k_B T \ll \mu$. La distribution pour les impulsions $k \neq 0$ est :

$$n(k) = (|u_k|^2 + |v_k|^2) \langle \hat{b}_k^+ \hat{b}_k \rangle = \begin{cases} \frac{2mk_B T}{\hbar^2 k^2} & \text{quand } k\lambda_{dB} \ll 1 \\ \exp\left(-\frac{\hbar^2 k^2}{2mk_B T}\right) & \text{quand } k\lambda_{dB} \gg 1 \end{cases} \quad (4.39)$$

On voit apparaître des comportements différents de la population des atomes excités par la température. Pour de faibles impulsions k , on trouve que $n(k) \propto 1/k^2$. Ce comportement a déjà été observé dans un système d'excitons-Polaritons [35]. Cette expérience est dominée par les fluctuations thermiques, ce qui a empêché les auteurs de

voir les fluctuations quantiques. Pour de plus grandes impulsions, la population thermique des modes décroît exponentiellement.

Les fluctuations quantiques et thermiques exhibent donc des différences de comportement dans l'espace des impulsions. On peut donc, en analysant leur distribution, discriminer la contribution thermique de la contribution quantique.

Population déplétée (T=0) dans le cas inhomogène

Le présence du piège ne modifie pas les prédictions sur la population déplétée à grandes impulsions. Pour tenir compte de cette inhomogénéité introduite par la présence du piège, on effectue l'approximation de densité locale (LDA). Cette approximation est valide pour de larges impulsions (plus grande que l'inverse de la taille du système $1/R_0$). En effet, les larges impulsions correspondent à des variations spatiales δr petites, non sensibles à la forme du piège. A l'inverse, les faibles impulsions devant l'inverse de la taille du système correspondent à de grandes variations spatiales dans le pièges, qui ressentent donc la forme du piège, ce qui rend l'approximation de LDA non valide. Expérimentalement, nous ne regarderons (pour la partie déplétion) que des moments bien plus grand que $1/R_0$, rendant ici valide la LDA.

La distribution du BEC est bien décrite par l'approximation de Thomas-Fermi et s'écrit : $n(\vec{r}) = n_0 (1 - x^2/R_x^2 - y^2/R_y^2 - z^2/R_z^2)$. Dans ce cas là, on a, en terme de k :

$$n(k) = \frac{\hbar^3}{(2\pi\hbar)^3} \int |v_k(\vec{r})|^2 d\vec{r} \quad (4.40)$$

$$= \frac{\hbar^3}{(2\pi\hbar)^3} \int \left(\frac{\frac{\hbar^2 k^2}{2m} + gn(\vec{r})}{2\sqrt{\left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m}\right) + 2gn(\vec{r})\frac{\hbar^2 k^2}{2m}}} - \frac{1}{2} \right) d\vec{r} \quad (4.41)$$

$$= \frac{R_x R_y R_z}{(2\pi)^2} \left(-\frac{13}{48} - \frac{5k^2\xi^2}{32} \left(\frac{4 + 12k^2\xi^2 + 5k^4\xi^4}{32\sqrt{2}k\xi} \right) \arctan \left(\frac{\sqrt{2}}{k\xi} \right) \right) \quad (4.42)$$

$$\simeq \frac{R_x R_y R_z}{105\pi^2} \frac{1}{k^4\xi^4} \text{ quand } k \rightarrow \infty \quad (4.43)$$

où la longueur de cicatrisation est calculée au centre du piège : $\xi = \sqrt{\frac{\hbar^2}{2mn_0g}}$. On voit qu'on conserve la même loi d'échelle dans le cas inhomogène mais avec des préfacteurs différents. La constante de Tan vaut :

$$C = (2\pi)^3 \lim_{k \rightarrow \infty} k^4 \times n(k) = (2\pi)^3 \frac{R_x R_y R_z}{105\pi^2 \xi^4} = \frac{(2\pi)^3 64}{105} R_x R_y R_z a_s^2 n_0 = \frac{64\pi^2}{7} a_s^2 n_0 N_0 \quad (4.44)$$

avec $N_0 = \frac{8\pi}{15} n_0 R_x R_y R_z$ le nombre d'atomes dans le condensat.

4.2 Résultats expérimentaux de la déplétion dans un condensat de Bose-Einstein

L'expérience commence avec un BEC, avec typiquement $N = 2 \times 10^5$ atomes dans l'état 2^3S_1 ($m_F = 1$). Il est piégé dans un piège optique à la géométrie cylindrique de

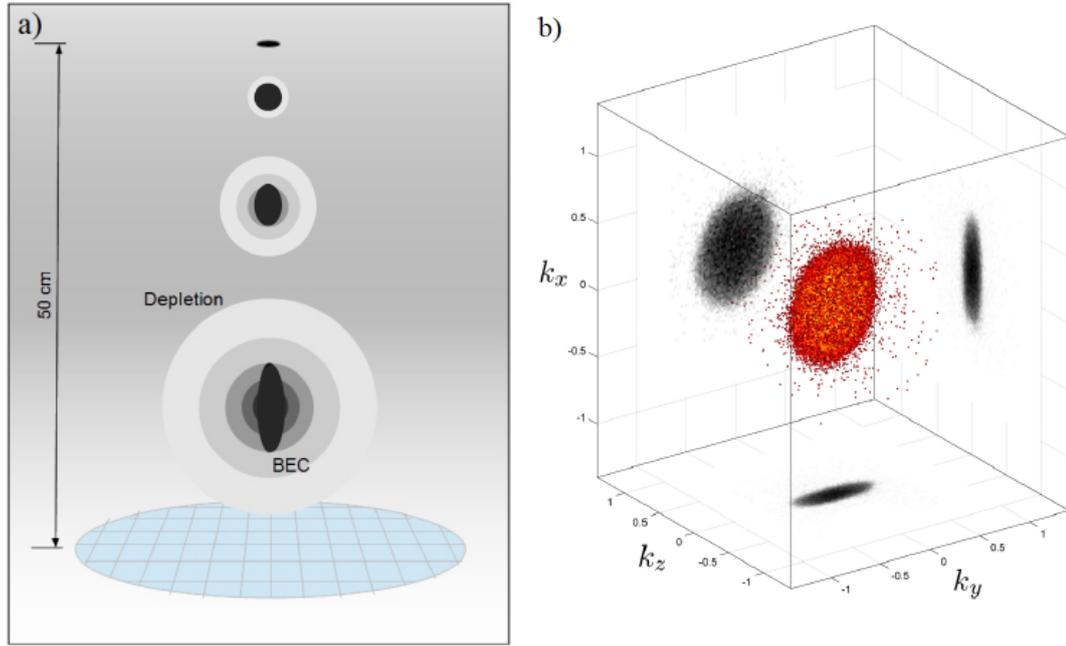


FIGURE 4.3 – (a) Schéma de l'expansion du nuage pendant le temps de vol avec le détecteur électronique. Le condensat (en noir) a initialement une forme de cigare qui entraîne une expansion anisotrope, en inversant son rapport d'aspect. Les atomes issus de la déplétion quantique et/ou thermique (en gris) s'étendent de manière isotrope. (b) Distribution 3D des atomes $n_\infty(k)$ après 330 ms de temps de vol. La partie centrale correspond au condensat alors que les points isolés sont des atomes excités hors du condensat. De plus une projection 2D du condensat sur les 3 directions est tracée pour souligner l'anisotropie du BEC.

fréquences $\omega = 2\pi \times (89, 419, 438)$ Hz. Il est à noter que les fréquences sont légèrement différentes de celles données dans le chapitre 2. Cela est dû à un réaligement du piège optique. On coupe ensuite brutalement le piège optique. Après un TOF de $t=330$ ms, les atomes arrivent sur le MCP (figure 4.3). L'observation est ainsi faite dans le régime où la taille finie de la source peut être négligée. Nous identifions la position \vec{r} de l'atome détecté (par rapport au centre du nuage) au moment $\vec{k} = \frac{m\vec{r}}{\hbar t}$ (t est le temps de vol du centre du nuage). On définit la distribution en impulsion asymptotique $n_\infty(\vec{k})$ comme la distribution en densité du nuage en expansion $n_{TOF}(\vec{r}, t)$, selon la relation balistique (voir chapitre 3) :

$$n_\infty(\vec{k}) = \left(\frac{\hbar t}{m}\right)^3 n_{TOF}(\vec{r} = \hbar \vec{k} t/m, t) \quad (4.45)$$

valables pour des temps t longs, quand l'expansion n'est plus affectée par les interactions. Un exemple de mesure de distribution 3D en impulsion $n_\infty(\vec{k})$ est représentée

sur la figure 4.3. La distribution $n_\infty(\vec{k})$ ne doit pas être confondue avec la distribution en impulsion dans le piège $n(\vec{k})$: la distribution $n_\infty(\vec{k})$ pour les atomes dans le condensat est différente de $n(\vec{k})$. Néanmoins, comme on verra par la suite, les ailes de $n_\infty(\vec{k})$ fournissent des informations sur la distribution en impulsion $n(\vec{k})$ à l'instant où les atomes sont relâchés du piège.

4.2.1 Mesure de la distribution en impulsion asymptotique $n_\infty(k)$:

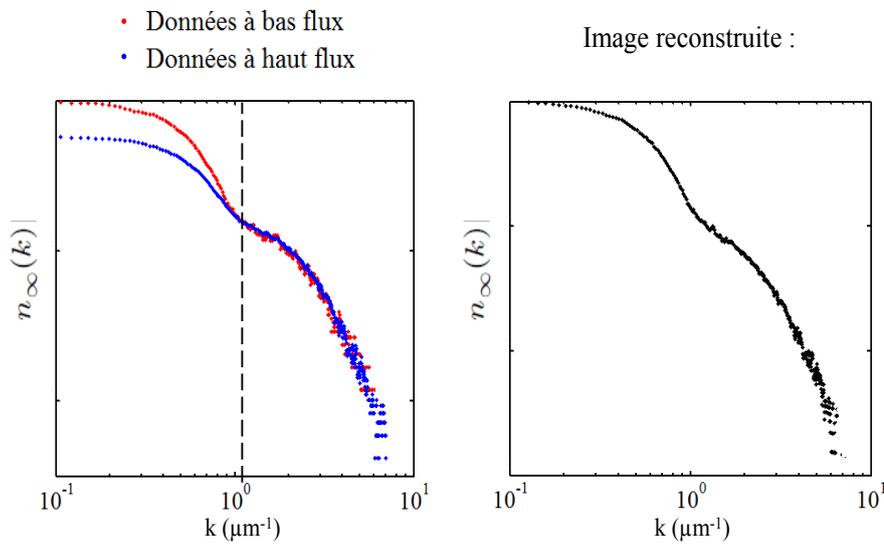


FIGURE 4.4 – A gauche, en bleu les données prises à haut flux et en rouge les données prises à bas flux. On a mis les courbes de telles sortes que les ailes de la distribution se superposent. On observe que la courbe en bleu (haut flux) a une bonne statistique dans les ailes comparée à la courbe rouge (bas flux). Cependant on voit que dans la partie condensat (faible k), la courbe bleue sature par rapport à la rouge. En effet la courbe bleue se retrouve en dessous de la courbe rouge : cela est dû à une saturation locale du MCP. On travaille donc avec la courbe rouge dans cette région pour bien prendre en compte la forme du condensat. A droite, l'image reconstruite : pour faible k , on prend la courbe rouge alors que pour les k élevées, on prend la courbe bleue.

De la distribution tridimensionnelle asymptotique $n_\infty(k)$, on trace les profils 1D dans les directions radiale (i.e les directions confinantes du piège optique, ce qui correspond au plan du détecteur) et longitudinale (i.e la direction non confinante du piège, soit la direction orthogonale au plan du détecteur) comme illustré sur la figure 4.5. Il n'est pas évident d'accumuler suffisamment de statistiques dans les ailes de la distribution puisque le signal de déplétion quantique recherchée est 6 ordres de grandeur en dessous de la densité du condensat. C'est pourquoi les données sont prises en deux

fois. Un premier jeu donné à haut flux d'atomes (pour rappel, on contrôle le flux en contrôlant la population RF transférée dans l'état $m_F = 0$). Dans le cas des données dites prises à haut flux, on estime le transfert à 45 %). Ces données permettent d'accumuler suffisamment de statistiques dans les ailes. Cependant la partie centrale, où le flux est important, est saturée : suite à la détection d'un atome dans un canal donné, énormément d'électrons ont été arrachés aux parois de ce canal et des canaux proches, ce qui empêche la détection immédiate d'un autre atome au même endroit (figure 4.4). Il s'ensuit une baisse de l'efficacité de détection. Un deuxième jeu de données dit à bas flux (efficacité de transfert RF estimé à 15 %) qui permet de bien reconstruire le condensat mais pour lequel la statistique dans les ailes est pauvre (figure 4.4). Ensuite on colle les données ensemble. Nous avons vérifié que les deux jeux de données donnent le même résultat pour des moments k intermédiaires où la saturation n'est pas un problème pour les données à haut flux et où il y a assez de signaux pour les données à bas flux. De plus les profils radiaux et longitudinaux ont également une petite intégration transverse pour augmenter le signal. A bas flux, l'intégration transverse est de $\pm 0.1 \mu\text{m}^{-1}$ alors qu'à haut flux l'intégration est de $\pm 0.8 \mu\text{m}^{-1}$. Nous nous sommes assurés que cette intégration n'affectait pas les données. Chaque distribution étudiée est le résultat de 1500 cycles expérimentaux à peu près.

4.2.2 Analyse des distributions $n_\infty(k)$

Les profils 1D obtenus après reconstruction (figure 4.5) exhibent 3 comportements différents :

- une partie qu'on associe au condensat de Bose-Einstein (région I : $k \leq 1.7 \mu\text{m}^{-1}$).
- une partie qu'on associe à la déplétion thermique (région II : $1.7 \leq k \leq 4.3 \mu\text{m}^{-1}$).
- une partie qu'on associe à la déplétion quantique (région III : $k \geq 4.3 \mu\text{m}^{-1}$).

Partie associée au condensat : région I

D'abord les distributions sont dominées par la grande densité du condensat. L'expansion du condensat en temps de vol est gouvernée par les interactions entre atomes : durant les premiers instants de vol, les atomes convertissent leur énergie d'interaction en énergie cinétique donnant lieu à une évolution particulière de la taille du nuage. Plus précisément, on peut démontrer que l'expansion libre du condensat obéit à une invariance d'échelle et que la densité atomique du condensat est toujours décrite par un profil de Thomas-Fermi [147, 146]. Les données sont ainsi analysées dans cette région par la fonction Thomas-Fermi qui s'écrit en prenant la relation balistique $\vec{k} = \frac{m\vec{r}}{\hbar t}$:

$$n_\infty(k) = n_0 \left(1 - \frac{k^2}{K^2} \right) \quad (4.46)$$

où n_0 est la densité au centre du condensat et K le rayon de Thomas-Fermi. Cette solution ajuste très bien les données dans la région I (figure 4.5). La solution complète de champ moyen Gross-Pitaevskii au delà de l'approximation de Thomas-Fermi a également été calculée avec nos paramètres expérimentaux (figure 4.6) : la partie condensat est en excellent accord avec les simulations. Dans cette simulation, on voit que la partie

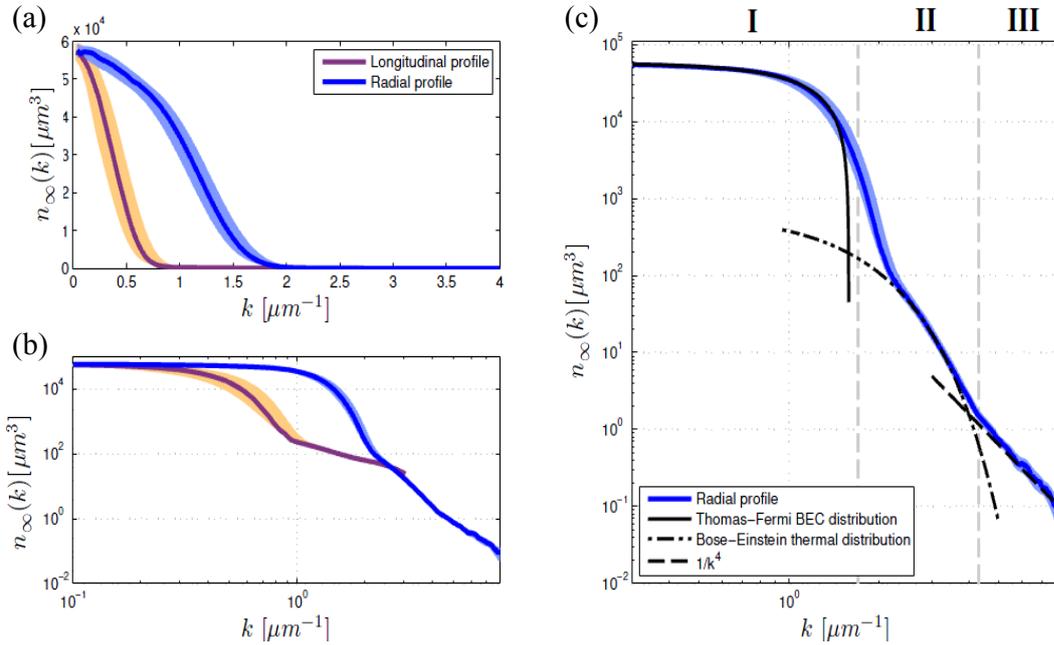


FIGURE 4.5 – profil 1D tiré de coupes des données 3D $n_\infty(k)$. Les profils sont le long de la direction radiale (bleu) et longitudinal (violet). Les ailes des distributions ne sont pas visibles en échelle linéaire. (b) L'échelle log-log permet de révéler la présence des ailes de la distribution qui sont 3 à 5 ordres de grandeurs plus basses en densité. (c) On se concentre sur le profil radial. La région I ($k \leq 1.7 \mu\text{m}^{-1}$) est le condensat et la ligne solide est le profil de Thomas-Fermi. La région II ($1.7 \mu\text{m}^{-1} \leq k \leq 4.3 \mu\text{m}^{-1}$) correspond aux ailes thermiques ajustées par la ligne noire en pointillée qui est une fonction de Bose (Polylog). Enfin il y a la région III ($k \geq 4.3 \mu\text{m}^{-1}$) où la ligne en pointillée représente une loi en $1/k^4$. Les bandes légèrement ombragées représentent l'écart type.

condensat reproduit très bien l'expansion champ moyen mais que les ailes sont absentes des courbes théoriques.

Les ailes de la distribution $n_\infty(k)$

Au delà du condensat, on observe les ailes de la distribution ($k \gg 1.7 \mu\text{m}^{-1}$) avec une symétrie sphérique. Cette isotropie dans les ailes de la distribution indique que l'anisotropie du potentiel champ moyen induit par le condensat ne joue pas de rôle significatif sur la dynamique en temps de vol dans la région II et dans la région III durant la dynamique du temps de vol. Cela nous montre que les composantes d'impulsions élevées dans les ailes, qui s'échappent rapidement du condensat pendant le TOF, ne sont pas affectées par le champ moyen pendant les premiers instants de l'expansion.

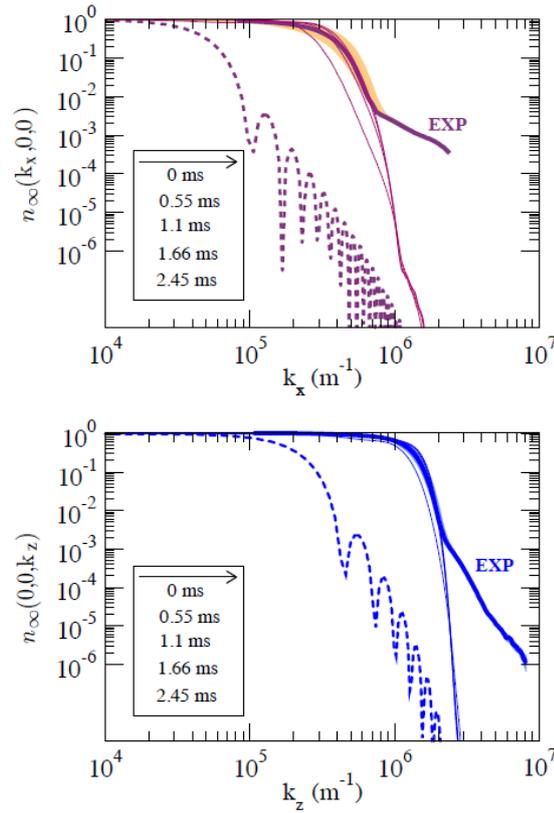


FIGURE 4.6 – Simulation numérique de l’expansion du nuage en champ moyen, c’est-à-dire en résolvant l’équation de Gross-Pitaevskii. Ces simulations ont été réalisées par les théoriciens du groupe de Trento (Chunlei Qu, Sandro Stingari et Lev P. Pitaevskii). On observe que la distribution converge, indiquant que l’énergie moyenne d’interaction est convertie en énergie cinétique. La simulation est comparée aux données expérimentales et sont en excellent accord dans la région I, associée à la partie du condensat. Les ailes sont ne sont pas reproduites par la simulation.

Partie thermique : région II

Cette partie est associée à la partie thermique. En effet si on suppose que cette partie est un nuage de bosons sans interaction à l’équilibre thermodynamique, sa distribution est alors décrite par une distribution de Bose-Einstein. Dans un piège harmonique et pour $k_B T \gg \hbar \omega$, on peut utiliser l’approximation semi-classique pour la distribution en énergie : $E(\vec{k}, \vec{r}) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + \frac{1}{2} m \omega^2 r^2$. la distribution en k s’écrit alors :

$$n_\infty(\vec{k}) = \frac{\hbar^3}{(2\pi\hbar)^3} \int \frac{d\vec{r}}{\exp\left(\frac{E_{\vec{k}}(\vec{r}) - \mu}{k_B T}\right) - 1} \quad (4.47)$$

$$= n_{th0} g_{3/2} \left(z \exp\left(-\frac{\hbar^2 k^2}{2m k_B T}\right) \right) \quad (4.48)$$

où n_{th0} est la densité au centre du nuage thermique et $z = e^{\beta\mu}$ la fugacité.

La déplétion : partie III

La dernière partie exhibe une loi algébrique en $1/k^4$ comme celle prédite dans la théorie de Bogoliubov. Elle est isotrope indiquant que l'anisotropie du potentiel champ moyen induit par le condensat ne joue pas. De plus elle est absente de la simulation d'expansion Gross-Pitaeskkii (4.6). L'analyse de cette partie est donc faite avec la fonction :

$$n_{\infty}(k) = \frac{C_{\infty}}{(2\pi)^3 k^4} \quad (4.49)$$

Partie II et III

Pour analyser la distribution dans les ailes, on suppose que les deux parties sont indépendantes et que la distribution asymptotique $n_{\infty}(k)$ s'écrit simplement comme la somme des deux distributions (modélisation ad hoc) :

$$n_{\infty}(k) = n_{th0} g_{3/2} \left(z \exp \left(-\frac{\hbar^2 k^2}{2mk_B T} \right) \right) + \frac{C_{\infty}}{(2\pi)^3 k^4} \quad (4.50)$$

Pour confirmer notre identification de la partie II et III, nous avons étudié la distribution $n_{\infty}(k)$ en fonction de la température. Nous souhaitons observer comment ces deux parties évoluent quand on chauffe le gaz. Nous avons mis en place sur l'expérience un chauffage contrôlé.

4.2.3 Effet de la température sur $n_{\infty}(k)$

Mise en place du chauffage

La méthode pour chauffer le condensat est inspiré de [208]. Pour chauffer le condensat, on utilise un réseau optique 3D comme indiqué en figure 4.7. Le réseau optique a une longueur d'onde de 1550 nm, loin de la transition atomique (qui se situe autour de 1083 nm). Le réseau optique 3D a la même profondeur dans chaque direction. Son étude détaillée sera l'objet du chapitre suivant. Le cycle expérimental pour chauffer le gaz est le suivant (figure 4.7) : on augmente linéairement l'intensité du réseau 3D en 30 ms, ensuite on le coupe et le rallume brutalement avec des pulses de 0.5 ms plusieurs fois. Cette variation non-adiabatique dépose de l'énergie dans le gaz. Enfin on attend dans le réseau pour que le gaz atteigne un équilibre thermodynamique et on diminue l'amplitude du réseau pour remettre le nuage dans le piège optique. On change l'amplitude du réseau dans ce cycle expérimental pour changer la température. Pour caractériser le chauffage, on a évalué la température du gaz thermique créée pendant le chauffage. C'est ce qui est représenté en figure 4.7. Les données sont analysées après temps de vol par imagerie par absorption en extrapolant la distribution comme la somme d'une partie condensée et d'une partie thermique, dont on extrait la température. Cette technique a l'avantage de garder le nombre d'atomes total constant et de ne pas exciter des modes propres du condensat. L'amplitude du réseau est exprimée en énergie de recul $E_r = \hbar^2 k_l^2 / 2m$, où k_l est le vecteur d'onde du laser.

Résultats des données en fonction du chauffage

Sur la figure 4.8, on montre les profils radiaux et longitudinaux en fonction de l'amplitude V_0 du réseau utilisé pour chauffer. On observe d'un point de vue qualitatif,

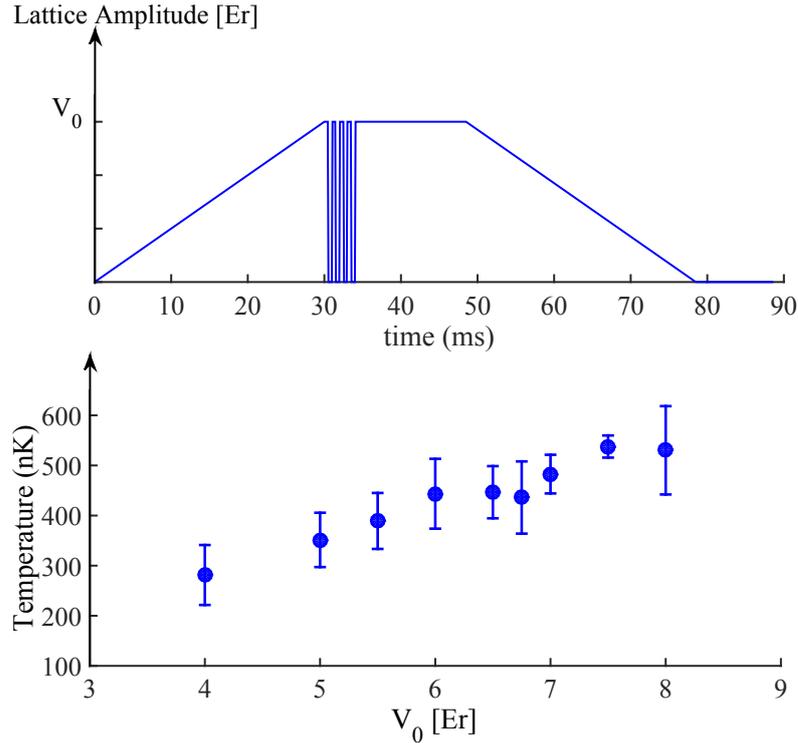


FIGURE 4.7 – En haut, représentation du cycle expérimental pour chauffer le gaz. L’amplitude du réseau 3D est exprimée en énergie de recul du réseau E_r . On joue sur l’amplitude du réseau pour changer la température de la partie thermique. En bas, la température extraite de la partie thermique des images par absorption. En dessous de $4 E_r$, la partie thermique devient presque indiscernable et les ajustements non fiables.

que plus on chauffe, et plus la région associée à la partie thermique s’étend. De plus il semble que la partie associée à la déplétion quantique est toujours présente quand on chauffe le gaz. Pour mieux se rendre compte des comportements de ces deux parties en fonction du chauffage, on a tracé en figure 4.9 la quantité $k^4 \times n_\infty(k)$ des profils radiaux pour les quatre plus faibles amplitudes de chauffage (à savoir $V_0 = 0, 0.5, 1, 2 E_r$). On observe qu’en l’absence de chauffage, la partie en $1/k^4$ (partie plate de la courbe) est importante. Quand on commence à chauffer, cette partie reste mais la partie associée à la partie thermique commence à s’étendre.

D’un point de vue quantitatif (les données de la partie II et III sont analysées avec la fonction de fit de l’équation (4.50)), on observe que la fonction polylog associée à la partie thermique extrapole bien les données expérimentales. De plus la fraction thermique f_{th} et la température T_a extraites des fits sont compatibles avec les données : plus on chauffe le gaz, et plus ces 2 quantités augmentent. Enfin, f_{th} et T_a (qui ne sont pas indépendantes) sont en bon accord avec la prédiction semi-classique représentée en figure 4.10. Tout cela nous permet d’associer les atomes de la partie II à la déplétion thermique. Il est à noter que, pour le jeu de données expérimental où la température du nuage est plus basse, on observe une petite anisotropie du nuage thermique. En effet le potentiel de Hartree-Fock induit par le condensat sur la partie thermique joue un rôle : le condensat va exploser sous l’effet de sa pression interne, mais il va aussi repousser le nuage thermique. Cet effet peut poser la question de la limite au delà de

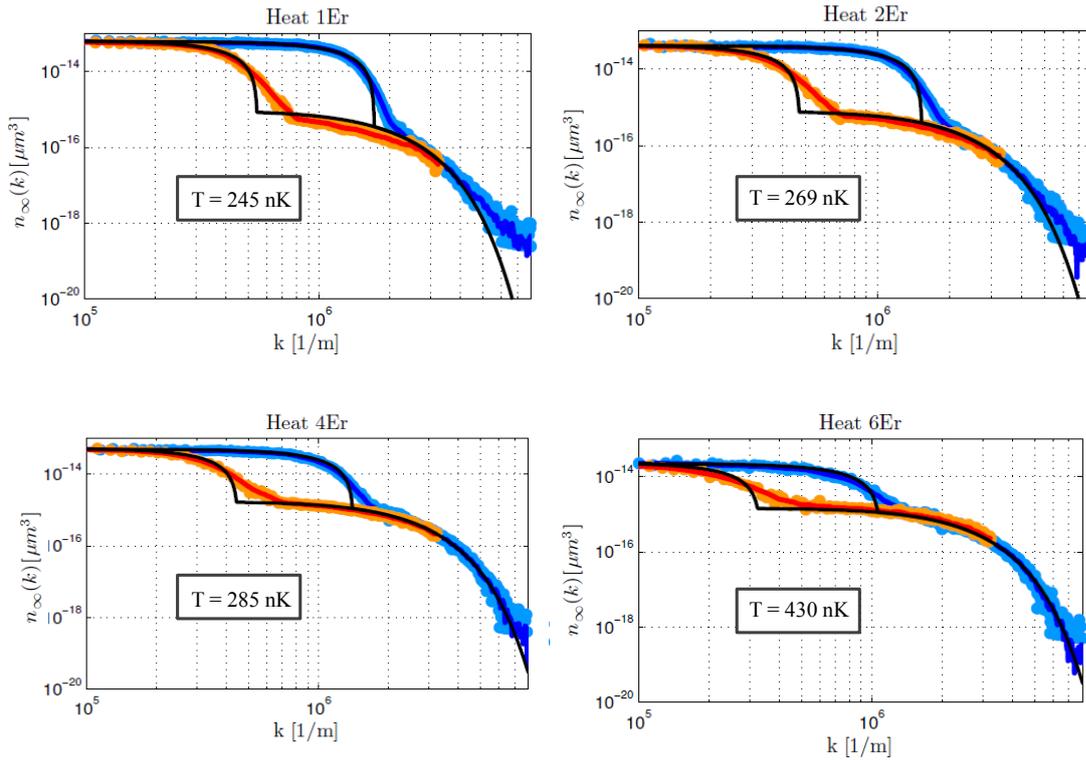


FIGURE 4.8 – Profil 1D radial et longitudinal du nuage pour différentes amplitudes de chauffages. Le chauffage est exprimé en amplitude du réseau E_r . En orange, on a les profils longitudinaux et en bleu les profils radiaux. En noir, un ajustement des données : un ajustement Thomas-Fermi pour la partie condensat et un ajustement polylog pour la partie thermique (d'où sont extraits la température). On observe que plus on chauffe le réseau, et plus la partie thermique s'étend, jusqu'à cacher la partie algébrique en $1/k^4$. L'analyse des données avec le MCP sont en bon accord avec l'analyse faite par absorption pour les amplitudes $V_0 = 4 E_r$ et $V_0 = 6 E_r$.

laquelle on peut considérer le rôle des interactions comme négligeable et l'expansion comme balistique pour la partie thermique. Cela a pour effet de sous-estimer la partie thermique. Une analyse plus complète sort du cadre de cette thèse.

Amplitude des ailes en $1/k^4$

On peut aussi extraire la valeur expérimentale du coefficient de contact C_∞ ($C_\infty/(2\pi)^3 = \lim_{k \rightarrow \infty} k^4 n_\infty(k)$). La fraction déplétée doit augmenter avec la longueur de diffusion a_s et la densité du condensat n_0 . Pour de grandes impulsions $k\xi \gg 1$, la quantité de déplétion quantique est capturée par la constante de Tan C . On trouve, avec la théorie de Bogoliubov dans l'approximation de densité locale, $C = \frac{64\pi^2}{7} a_s^2 n_0 N_0$ (équation (4.44)), où n_0 est la densité du condensat et N_0 le nombre d'atomes dans le condensat. Pour vérifier l'origine des ailes en $1/k^4$ sur l'expérience, on extrait un coefficient de contact $C_\infty/(2\pi)^3 = \lim_{k \rightarrow \infty} k^4 \times n_\infty(k)$. En figure 4.11, on trouve que l'amplitude des ailes en $1/k^4$ par nombre d'atomes dans le condensat C_∞/N_0 est proportionnelle à la densité du condensat n_0 , comme attendu dans le cas de la déplétion, confirmant

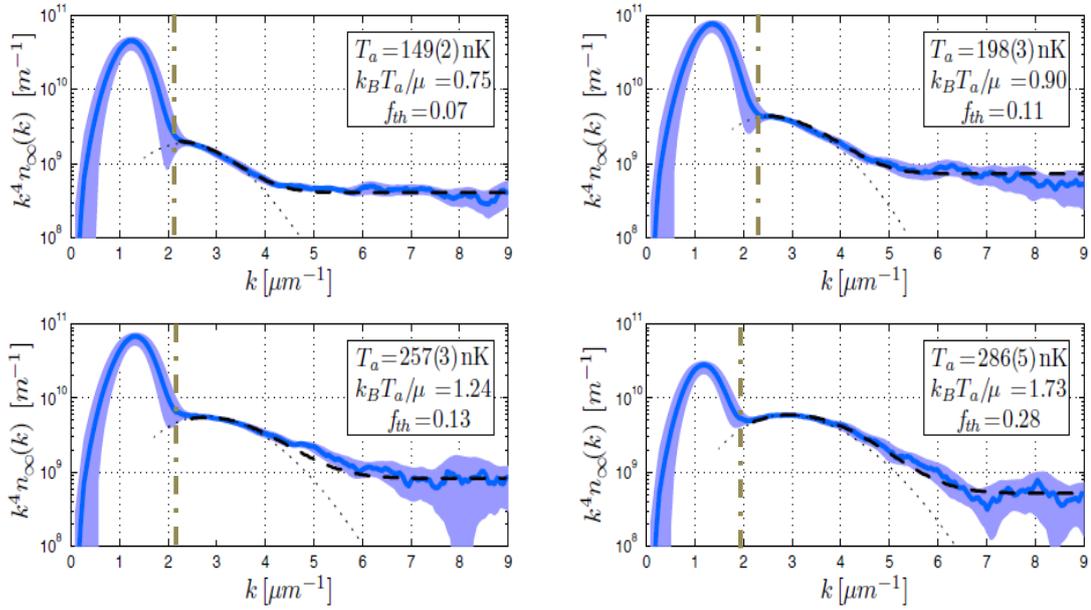


FIGURE 4.9 – Profils 1D radiaux pour des températures différentes en échelle semi-log. On a tracé la quantité $k^4 \times n_\infty(k)$ pour souligner la présence de la décroissance algébrique en $1/k^4$ dans les ailes de la distribution présentes à basses température. Verticalement des pointillées démarquent la région associée au condensat (partie I), à la région associée à la déplétion thermique et quantique (partie II et III). Sur les courbes on observe que plus la température augmente et plus la population thermique augmente en amplitude et s’étend sur les grandes impulsions, alors que la partie associée à la déplétion reste plate.

l’origine des ailes en $1/k^4$ observées. Cependant les valeurs mesurées C_∞ sont 6 fois plus élevées que dans le cadre de la théorie de Bogoliubov dans l’approximation de LDA. Nous ne connaissons pas aujourd’hui l’origine de ce désaccord : collisions entre le condensat et les atomes déplétés durant le temps de vol ? Cela reste à ce jour une question ouverte. Il apparaît également un autre problème avec nos données expérimentales : l’existence même des ailes en $1/k^4$ dans nos données ! Prenons par exemple le travail (système de fermions en forte interaction) [209] effectué au JILA. Dans cette étude, ils extraient la constante de Tan en effectuant comme nous une mesure en temps de vol. Cependant ils possèdent la possibilité de couper les interactions en temps de vol. Leur résultat (ou plutôt l’un de leurs résultats) est représenté en figure 4.12 : on observe que si on ne coupe pas les interactions en temps de vol, l’amplitude des ailes en $1/k^4$ diminue. On peut comprendre ce phénomène en invoquant un argument d’adiabaticité : les ailes en $1/k^4$ sont générées transitoirement par les collisions individuelles à deux corps. Elles apparaissent durant chaque collision, et disparaissent à la fin de chaque collision. Moyenné sur tout le système, le contact est donc proportionnel au

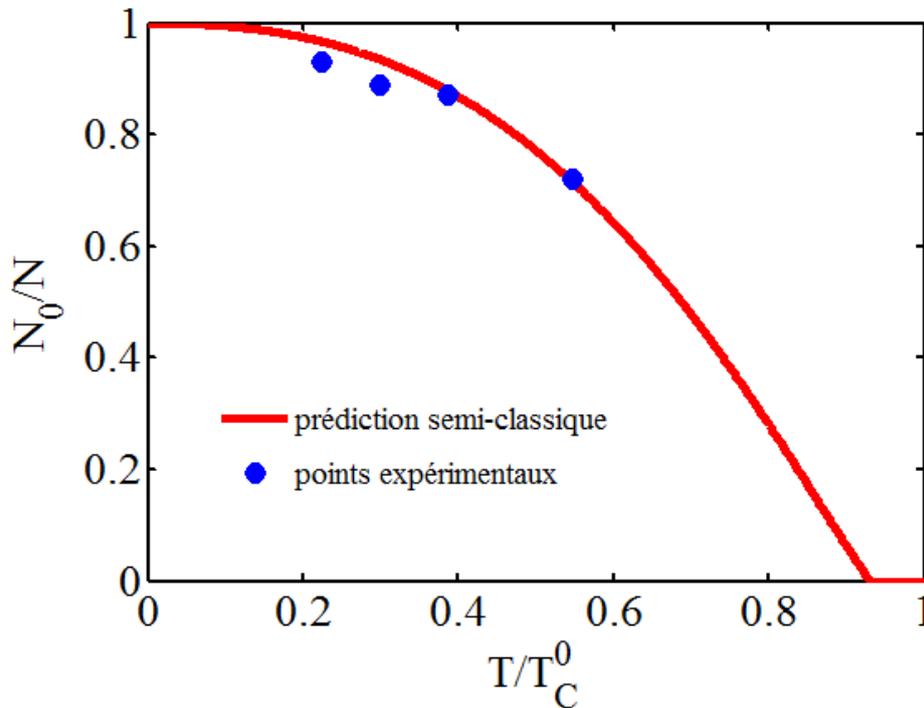


FIGURE 4.10 – Fraction d’atomes condensée N_0/N en fonction de la température (normalisée par rapport à la température critique T_C^0). La ligne rouge représente la prédiction semi-classique attendue et les points bleus les points expérimentaux. Les données sont en bon accord avec la prédiction semi-classique.

taux de collision. Quand on coupe le piège, la densité du condensat chute adiabatiquement : on coupe le potentiel soudainement mais la densité locale diminue doucement au cours du temps. Le taux caractéristique du changement de densité est donné par $\bar{\omega} = 253s^{-1}$, alors que la vitesse d’équilibre de la distribution est donnée par $\hbar k^2/(2m)$, qui vaut $4 \times 10^5 s^{-1}$ pour $k = 7\mu m^{-1}$. Par conséquent le nuage reste localement adiabatique durant l’expansion et le contact devrait diminuer aussi jusqu’à disparaître. Un travail théorique récent va aussi dans ce sens [223] : les ailes en $1/k^4$ (ce papier traite du cas de l’expansion d’un système de bosons en faible interaction et de fermions en forte interaction) disparaissent adiabatiquement quand on ne coupe pas les interactions en temps de vol. En figure 4.12 (toujours tiré de [223]), on peut voir au cours du temps de vol les ailes en $1/k^4$ diminuer au cours du temps sur le système le "plus trivial" : un système de 2 particules en faible interaction (avec le pseudo-potentiel). Ainsi, pour pouvoir mesurer le contact, les expériences (que ce soient par temps de vol, par spectroscopie radio-fréquence ou par diffraction de Bragg) doivent invoquer un processus non-adiabatique pour interrompre les collisions au milieu de la collision ! Il faut donc que nous aussi, pour pouvoir observer ces ailes algébriques, on puisse invoquer un processus non-adiabatique pour découpler l’expansion du condensat des ailes en $1/k^4$. Nous ne connaissons pas aujourd’hui la raison de l’observation de ces ailes et cela reste donc une question ouverte d’un point vue expérimentale (quel processus nous permet

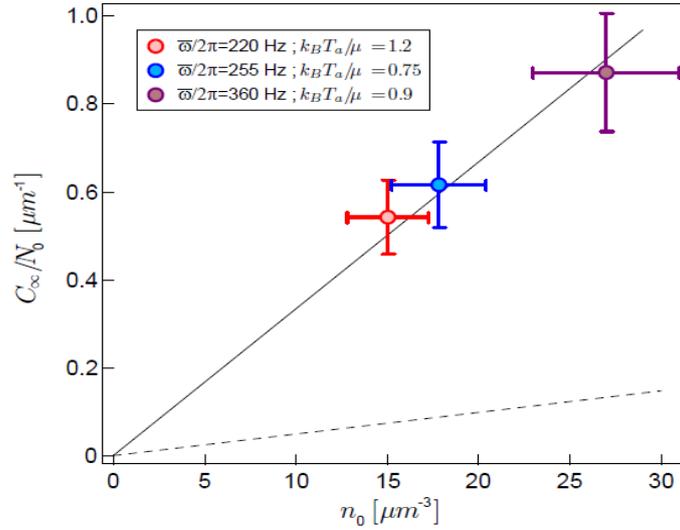


FIGURE 4.11 – Mesure de la constante de contact C_∞/N_0 par particules dans le condensat en fonction de la densité dans le condensat n_0 . La constante de contact est définie par $C_\infty/(2\pi)^3 = \lim_{k \rightarrow \infty} k^4 n_\infty(k)$. Dans l'expérience, on varie la densité en changeant les fréquences de piégeage $\omega/2\pi$. La ligne en pointillé correspond à ce qui est attendu avec la théorie de Bogoliubov dans l'approximation de LDA. La ligne solide correspond à la théorie de Bogoliubov mais multipliée d'un facteur 6.5.

de garder les ailes en $1/k^4$ durant l'expansion) mais aussi une question ouverte d'un point de vue théorique puisqu'il n'existe pas, à notre connaissance, de simulations numériques d'un système de bosons en faible interaction en tenant compte des fluctuations quantiques. Néanmoins un certain nombre de preuves indirectes expérimentales (isotropie des ailes, le comportement du contact extrait en fonction de la densité du condensat n_0) nous permette d'associer ces ailes à la déplétion quantique.

4.3 conclusion

Nous venons de voir une signature de la déplétion quantique grâce à notre montage expérimentale. Cependant la fraction déplétée reste faible (moins de 1%). Or il n'existe pas de résonance de Feshbach pour He_4 , ou du moins celle prédite en onde d n'a pas été observée [212]. Pour pouvoir augmenter la partie déplétée, on peut charger le condensat dans un réseau optique 3D [205]. Le réseau change la relation de dispersion et augmente les interactions ce qui augmente le nombre d'atomes déplétés. La contre-partie est qu'il n'y a plus de lois d'échelles, la relation de dispersion du spectre de Bogoliubov étant plus compliquée. Le chapitre suivant décrit la physique des atomes sur réseau en se focalisant sur la partie superfluide.

(a) Turning off the interactions

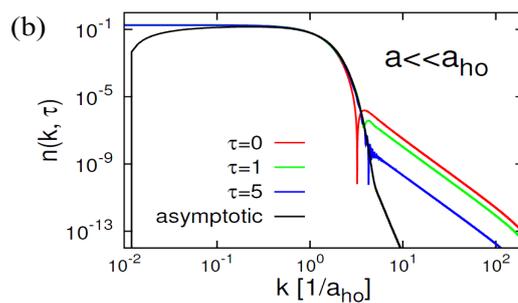
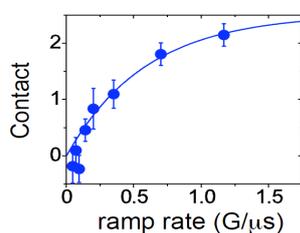


FIGURE 4.12 – Illustration de la diminution de l’amplitude des ailes en $1/k^4$ d’un système en expansion quand les interactions ne sont pas coupées. En (a), figure tirée de [209], on observe que moins vite on coupe les interactions, et moins élevée est la valeur de contact. En (b), figure tirée de [223] : distribution en impulsion d’un système de 2 particules en faibles interaction pendant le temps vol. On observe que au cours du temps de vol (τ augmente), l’amplitude des ailes de la distribution en impulsion $n(k, \tau)$ diminue, jusqu’à disparaître.

CHAPITRE 5

Gaz de bosons superfluides sur réseau

Les systèmes fortement corrélés sont très présents dans le domaine de la matière condensée. Ces dernières années de nombreux travaux expérimentaux et théoriques ont observé des transitions de phases chez certains matériaux exhibant des états quantiques non triviaux. On peut citer par exemple la découverte de la magnétorésistance colossale dans certains matériaux [225, 226, 227], qui changent leur résistance de plusieurs ordres de grandeurs avec l'application d'un faible champ magnétique, les fermions lourds [228] avec une grande masse électronique effective, et les supraconducteurs à haute température qui conduisent l'électricité sans résistance au dessus de la température de l'azote liquide [229, 230, 231, 232, 233, 234]. La présence de ces phases vient de la compétition entre le réseau cristallin, la charge, et les interactions entre atomes. Cependant le contrôle de ces paramètres est extrêmement difficile en matière condensée et la compréhension théorique de ces phénomènes ardue. Puisque les expériences d'atomes froids fournissent un contrôle sur ces paramètres, les études de ces systèmes atomiques pourraient être pertinents pour les physiciens des matériaux.

La physique des atomes froids va vraiment rentrer dans le domaine des systèmes fortement corrélés avec le papier précurseur de Jaksch et al en 1998 [29] sur la transition superfluide isolant de Mott (SF-MI) dans un réseau optique. L'observation expérimentale de la transition SF-MI dans les années 2000 [19] marque le début de l'âge des études expérimentales et théoriques des atomes froids sur réseau. Le régime superfluide est le régime où l'effet tunnel est important par rapport aux interactions entre atomes. Les particules passent alors d'un site à un autre et se retrouvent délocalisées. Le nombre d'atome sur chaque site fluctue et le système est superfluide. A l'inverse l'isolant de Mott est un régime où chaque atome est localisé sur un site. L'ensemble du système se comporte comme un isolant. Plusieurs autres groupes ont observé les transitions bosoniques SF-MI dans de purs systèmes bosoniques [235], dans des systèmes de Bose désordonnés [236] ou dans des mélanges de bosons-fermions [237, 238].

L'état fondamental des gaz quantiques ultra-froids sur réseau peut être décrite par le modèle de Bose-Hubbard où les paramètres du système sont contrôlés par l'amplitude du réseau. Pour un réseau en 3D (qui sera le cas traité dans ce chapitre et dans l'expérience), la transition pour un système à $T = 0$ et homogène se situe (pour l'He) à une amplitude de réseau $V_0 \simeq 13 E_r$, où E_r est l'énergie de recul associée à la longueur d'onde du réseau.

Sur notre expérience, nous nous focaliserons seulement sur la partie superfluide avec notre réseau à 3D ($V_0 \leq 13 E_r$). La première partie de chapitre met en place les outils théoriques pour caractériser la fonction d'ondes du système (Hamiltonien de

Bose-Hubbard, transformation de Bogoliubov). On en extraira la partie déplétée théorique attendue. Ensuite nous décrirons la mise en place et la caractérisation du réseau 3D sur l'expérience. Enfin nous présenterons les résultats expérimentaux : étude de la distribution 3D reconstruite avec le détecteur électronique (MCP) en fonction de l'amplitude du réseau et de la température. Ce travail est toujours en cours d'investigation et les résultats présentés préliminaires.

5.1 Description de l'état quantique à N-corps de l'Hamiltonien de Bose-Hubbard dans le régime superfluide

Dans cette section, nous dérivons quelques caractéristiques du modèle de Bose-Hubbard. Nous considérons un système à trois dimensions dans un réseau 3D.

5.1.1 Hamiltonien de Bose-Hubbard

Un système homogène de bosons en interactions dans un réseau est décrit par l'Hamiltonien en seconde quantification en terme des opérateurs bosoniques $\hat{\psi}^\dagger$:

$$\hat{H} = \int d^3x \hat{\Psi}^\dagger(x) \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V_{lattice} - \mu \right) \hat{\Psi}(x) \quad (5.1)$$

$$+ \frac{1}{2} \iint d^3x_1 d^3x_2 \hat{\Psi}^\dagger(x_1) \hat{\Psi}^\dagger(x_2) V_{int}(x_1, x_2) \hat{\Psi}(x_1) \hat{\Psi}(x_2) \quad (5.2)$$

Les hypothèses qui permettent de décrire l'Hamiltonien de Bose-Hubbard sont les suivantes :

- L'interaction entre deux particules est de la forme :

$$V_{int}(x_1, x_2) = \frac{4\pi\hbar^2 a_s}{m} \delta(x_1 - x_2) \quad (5.3)$$

où a_s est la longueur de diffusion en onde s et vaut, pour l'Hélium, $142 a_0$ (a_0 est le rayon de Bohr). Notons qu'il existe une étude théorique qui prend en considération un potentiel d'interaction plus réaliste [239].

- Les opérateurs champs sont décomposés dans la base des fonctions localisées dans le réseau, les fonctions de Wannier $w(x)$:

$$\hat{\Psi}(x) = \sum_i w(x - x_i) \hat{c}_i \quad (5.4)$$

$$\hat{\Psi}^\dagger(x) = \sum_i w^*(x - x_i) \hat{c}_i^\dagger \quad (5.5)$$

où \hat{c}_i^\dagger est l'opérateur qui crée une particule dans l'état de Wannier localisé sur le i^{eme} site du réseau et \hat{c}_i est l'opérateur qui détruit une particule dans l'état de Wannier localisé sur le i^{eme} site du réseau.

- Travaillant à très basses températures, il est raisonnable de supposer que les bosons ne peuplent que la bande fondamentale. Par conséquence nous n'utiliserons

les fonctions de Wannier que pour la bande d'énergie la plus basse. Les changements incluant les autres bandes excitées sont discutés en [240].

- Le potentiel périodique est créée par 3 paires de lasers contra propageant de longueur d'onde λ . Le potentiel s'écrit :

$$V_{lattice} = V_0 (\sin^2(k_l x) + \sin^2(k_l y) + \sin^2(k_l z)) \quad (5.6)$$

où $k_l = 2\pi/\lambda$ est le vecteur d'onde du laser. L'espacement entre deux sites du réseau est $a = \lambda/2$. La grandeur caractéristique du réseau est l'énergie de recul : $E_r = \hbar^2 k_l^2 / 2m$. La profondeur du réseau est la même sur les 3 axes.

On peut alors écrire l'Hamiltonien de Bose-Hubbard :

$$\hat{H} = -J \sum_{\langle i,j \rangle} \hat{c}_i^\dagger \hat{c}_j + \frac{U}{2} \sum_i \hat{c}_i^\dagger \hat{c}_i^\dagger \hat{c}_i \hat{c}_i - \mu \sum_i \hat{c}_i^\dagger \hat{c}_i \quad (5.7)$$

où la somme porte sur tous les sites du réseau et $\langle i, j \rangle$ indique qu'on ne somme que sur les sites de plus proches voisins. J et U sont définis par :

$$J = - \int dx w(x) \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V_{lattice} \right) w(x-a) \quad (5.8)$$

$$U = \frac{4\pi\hbar^2 a_s}{m} \int d^3x |w(x)|^4 = \frac{4\pi\hbar^2 a_s}{m} \left(\int dx |w(x)|^4 \right)^3 \quad (5.9)$$

Des solutions analytiques peuvent être trouvées pour calculer les coefficients J et U [241]. J peut être obtenu en résolvant l'équation 1D de Mathieu (dans la limite où $V_0 \gg E_r$) et on trouve :

$$J \simeq \frac{4}{\sqrt{\pi}} E_r \left(\frac{V_0}{E_r} \right)^{3/4} \exp \left(-2\sqrt{\frac{V_0}{E_r}} \right) \quad (5.10)$$

Pour calculer U , on peut approximer la fonction de Wannier $w(x)$ par l'oscillateur harmonique local du site : $V_{lattice} = V_0 \sin^2(k_l x) \simeq V_0 k_l^2 x^2$. On a alors :

$$U \simeq \sqrt{\frac{8}{\pi}} k_l a_s E_r \left(\frac{V_0}{E_r} \right)^{3/4} \quad (5.11)$$

Les expressions précédentes des coefficients U et J ne sont que des expressions approchées. On peut dériver une expression plus exacte des coefficients J et U . Ces calculs sont développés dans les annexes et nous utiliserons les valeurs des annexes pour les calculs à venir.

5.1.2 Développement de Bogoliubov sur réseaux dans le cas homogène

Nous allons diagonaliser l'Hamiltonien de Bose Hubbard en utilisant la même approche que celle du chapitre précédent : le développement de Bogoliubov dans le cas homogène pour commencer. Les étapes du calcul se trouvent dans [244]. On transforme d'abord l'Hamiltonien dans la base des quasi-moments q en introduisant les

opérateurs créations \hat{a}_q^\dagger et annihilations \hat{a}_q d'une particule de quasi-moment q :

$$\hat{c}_i = \frac{1}{\sqrt{N_s}} \sum_q \hat{a}_q e^{-q \cdot r_i} \quad (5.12)$$

$$\hat{c}_i^\dagger = \frac{1}{\sqrt{N_s}} \sum_q \hat{a}_q^\dagger e^{q \cdot r_i} \quad (5.13)$$

où N_s est le nombre de sites du réseau et r_i la coordonnée du site i . Le vecteur d'onde q couvre toute la première zone de Brillouin. L'Hamiltonien se réécrit ainsi :

$$\hat{H} = \sum_q (-\bar{\epsilon}_q - \mu) + \frac{U}{2N_s} \sum_{k,k',q,q'} \hat{a}_{k+q}^\dagger \hat{a}_{k'-q}^\dagger \hat{a}_k \hat{a}_{k'} \quad (5.14)$$

où $\bar{\epsilon}_q = 2J \sum_{j=1}^d \cos(q_j a) = 2J (\cos(q_x a) + \cos(q_y a) + \cos(q_z a))$ est la relation de dispersion liée à la partie cinétique. En supposant que le nombre d'atomes dans le condensat $N_0 = \langle \hat{a}_0^\dagger \hat{a}_0 \rangle$ est bien plus grand que l'unité et en choisissant les valeurs moyennes des opérateurs \hat{a}_0^\dagger et \hat{a}_0 réelles, l'approche de Bogoliubov consiste à remplacer ces opérateurs par leur moyenne plus une fluctuation. On trouve, en ne conservant que les termes d'ordre 2 en fluctuations :

$$\hat{H} = \frac{1}{2} U n_0 N_0 - \frac{1}{2} \sum_q (\epsilon_q + U n_0) + \frac{1}{2} \sum_k (a_q^\dagger, a_{-k}) \begin{pmatrix} \epsilon_q + U n_0 & U n_0 \\ U n_0 & \epsilon_q + U n_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_q \\ a_{-q}^\dagger \end{pmatrix} \quad (5.15)$$

où on a $\epsilon_q = 4J \sum_i^d \sin^2(\frac{q_i a}{2})$ (d est la dimension du système, i.e $d=3$) et n_0 le nombre d'atomes par site. On utilise ensuite la transformation de Bogoliubov pour diagonaliser cet Hamiltonien :

$$\begin{pmatrix} \hat{b}_q \\ \hat{b}_{-q}^\dagger \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_q & v_q \\ v_q^* & u_q^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{a}_q \\ \hat{a}_{-q}^\dagger \end{pmatrix} \quad (5.16)$$

On choisit les coefficients u_q et v_q pour diagonaliser l'Hamiltonien et on trouve :

$$\hat{H} = E_0 + \sum_{q \neq 0} \hbar \omega_q \hat{b}_q^\dagger \hat{b}_q \quad (5.17)$$

avec la relation de dispersion :

$$\hbar \omega_q = \sqrt{\epsilon_q^2 + 2U n_0 \epsilon_q} \quad (5.18)$$

et

$$|v_q|^2 = |u_q|^2 - 1 = \frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon_q + U n_0}{\hbar \omega_q} - 1 \right) \quad (5.19)$$

La distribution $n(q)$ pour $q \neq 0$ s'écrit alors :

$$n(q) = \langle \hat{a}_q^\dagger \hat{a}_q \rangle = (|u_q|^2 + |v_q|^2) \langle \hat{b}_q^\dagger \hat{b}_q \rangle + |v_q|^2 \quad (5.20)$$

La moyenne du nombre de quasi-particule $\langle \hat{b}_q^\dagger \hat{b}_q \rangle$ portant la quasi-impulsion q obéit à la loi de Bose-Einstein :

$$\langle \hat{b}_q^\dagger \hat{b}_q \rangle = \frac{1}{e^{\beta \hbar \omega_q} - 1} \quad (5.21)$$

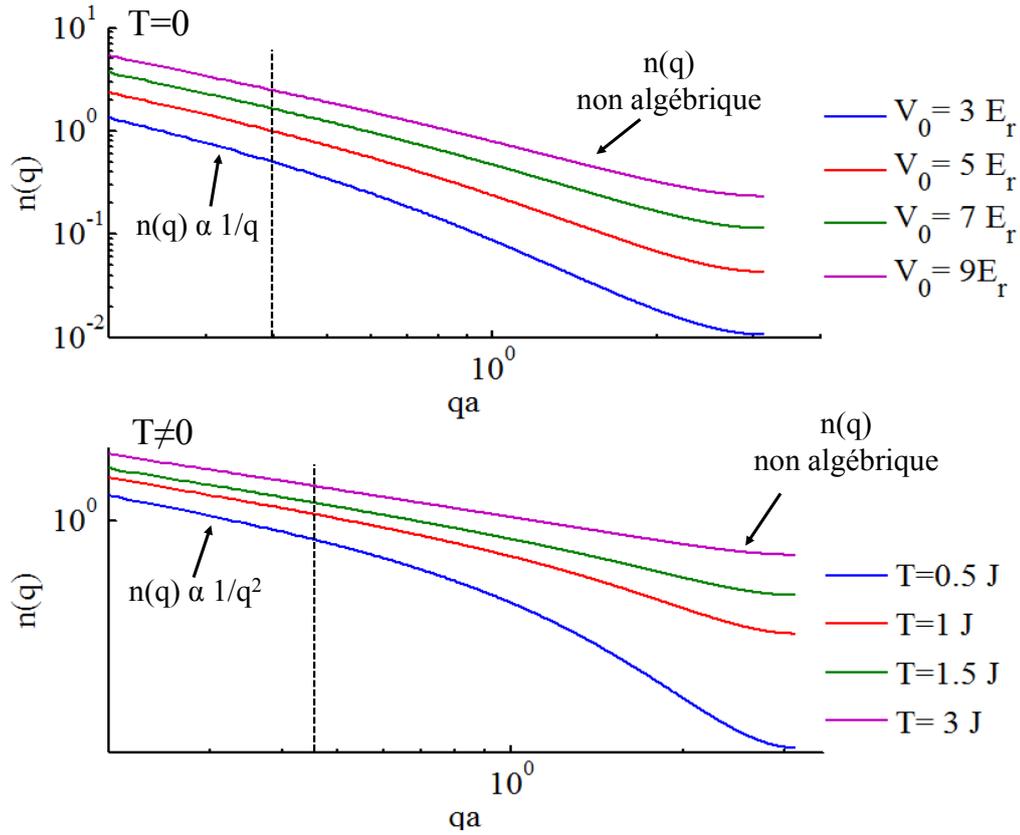


FIGURE 5.1 – Population $n(q)$ pour $q \neq 0$ dans le cadre de la théorie de Bogoliubov. Les figures sont tracées en échelle log-log. le nombre d’atomes par site est pris égal à 1 ($n_0 = 1$). En haut la population $n(q)$ pour $T = 0$. On observe que pour $qa \ll 1$, $n(q) \propto 1/q$, comme dans le cas d’un gaz de particules libres. En revanche, très rapidement, il n’y a plus de lois algébriques. On remarque aussi que plus on augmente l’amplitude du réseau, et plus on augmente la fraction déplétée. La figure du bas montre la population $n(q)$ pour $T \neq 0$. De même, On observe que pour $qa \ll 1$, $n(q) \propto 1/q^2$. Cependant on perd également rapidement cette loi d’échelle.

où $\beta = \frac{1}{k_B T}$, avec k_B la constante de Maxwell-Boltzmann et T la température. Comme on l’a vu au chapitre précédent, il apparaît deux contributions dans la distribution $n(q)$: une contribution thermique (atomes excités par la température) et une contribution en $|v_q|^2$ qui représente la déplétion quantique. En figure 5.1, on a tracé la population de ces modes sur la première zone de Brillouin. Pour des quasi-moments q tel que $q \ll \pi/a$, on peut écrire $\sin^2(\frac{qa}{2}) \simeq \frac{q^2 a^2}{2}$ dans la relation de dispersion. Cette relation devient similaire à celle d’un gaz de particules libres et on retrouve alors les lois algébriques $n(q) \propto 1/q$ pour $T = 0$ et $n(q) \propto 1/q^2$ pour $T \neq 0$. Cependant très rapidement le comportement n’est plus algébrique (pour $T = 0$ et $T \neq 0$) à cause de la relation de dispersion et plus précisément de la partie cinétique qui est une fonction sinusoïdale. Cela rend ainsi difficile la discrimination entre la partie déplétée et la partie thermique, contrairement au cas d’un gaz libre où on pouvait utiliser les différences de comportement de $n(q)$ pour différencier les différentes parties.

Cependant, si on perd les lois d'échelles, on gagne sur le nombre de particules déplétées ($T = 0$). Le nombre total d'atomes déplétés N_{depl} est (en prenant la limite continue) :

$$N_{depl} = \left(\frac{a}{2\pi}\right)^3 \int d^3q |v_q|^2 \quad (5.22)$$

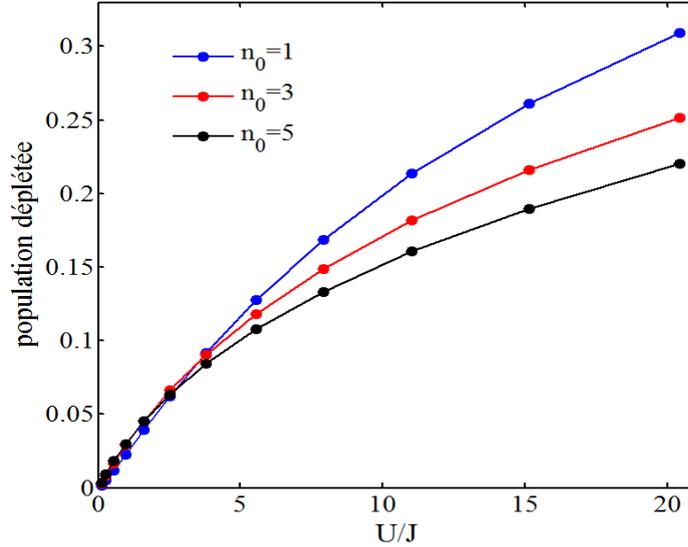


FIGURE 5.2 – Nombre d'atomes déplétés ($T = 0$) par rapport au nombre d'atome total en fonction de U/J (jusqu'à une valeur qui correspond à une profondeur de $V_0 = 12 E_r$). Le calcul est traité dans l'approximation de Bogoliubov avec un réseau 3D dans un système homogène avec n_0 atomes par site. On observe qu'on peut alors peupler jusqu'à 10 – 20% des atomes dans la partie déplétée, contre moins de 1% pour un BEC seul. De plus on peut contrôler cette population en jouant sur l'amplitude du réseau.

Sur la figure 5.2, on a tracé la fraction déplétée en fonction de U/J (jusqu'à une valeur qui correspond à une profondeur de $V_0 = 12 E_r$). On se rend compte que ce nombre peut atteindre 10 – 20% contre moins de 0.2% dans le cas du condensat de Bose-Einstein (BEC), soit plus d'un ordre de grandeur. Ceci est dû à la combinaison de 2 effets :

- Le réseau modifie la relation de dispersion. En particulier elle est plate sur la fin de la zone de brillouin.
- Le réseau augmente la densité locale atomique dans chaque puits du réseau, et donc augmente localement les effets des interactions.

Cependant l'approche de Bogoliubov n'est plus pertinente quand on s'approche de la transition superfluide-isolant de Mott SF-MI (non-prédite par cette théorie) car la fraction déplétée devient non négligeable ($\sim 25 - 30\%$). De plus le modèle de Bose-Hubbard est mal adapté pour les réseaux de faible amplitude puisque le coefficient tunnel $J(2)$ entre 2 sites du réseau n'est pas négligeable par rapport au coefficient tunnel $J = J(1)$ entre sites voisins (pour des amplitudes de réseau tel que $V_0 \leq 2 - 3 E_r$, $J(2)/J \geq 0.2$). Ainsi il faut être prudent avec les résultats proches de la transition SF-MI et avec ceux

à faible U/J .

En résumé, la présence d'un réseau 3D permet d'augmenter et de contrôler la fraction déplétée. La contre-partie est que le comportement des populations $n(q)$ n'est pas algébrique, rendant la distinction entre la partie thermique et déplétée plus difficile que dans le cas d'un gaz de particules libre en interactions (chapitre 4). Jusqu'à présent, seul le cas homogène a été traité. Hors le gaz d'atomes froids dans le réseau n'est pas homogène à cause des faisceaux gaussiens qui forment le réseau et la présence du piège harmonique. Pour avoir une idée plus quantitative du nombre d'atomes déplétés avec nos chiffres typiques sur l'expérience, on effectue l'approximation de densité locale (LDA). Cette approximation nécessite de connaître la distribution in-situ $n(r)$ des atomes du piège. On se propose dans la section suivante de calculer cette distribution.

5.1.3 Système piégé : approximation de densité Locale (LDA)

Dans cette section nous décrivons une approche de champ moyen basée sur le découplage du terme associé à l'effet tunnel de l'Hamiltonien introduite par K. Sheshadri et al en 1993 [245]. On utilise le découplage suivant :

$$\hat{c}_i^\dagger \hat{c}_j = \langle \hat{c}_i^\dagger \rangle \hat{c}_j + \hat{c}_i^\dagger \langle \hat{c}_j \rangle - \langle \hat{c}_i^\dagger \rangle \langle \hat{c}_j \rangle = \psi_i \hat{c}_j + \psi_j \hat{c}_i^\dagger - \psi_i \psi_j \quad (5.23)$$

où on a introduit le paramètre d'ordre $\psi_i \equiv \langle \hat{c}_i \rangle$. Notons que le choix de prendre $\psi \in \mathfrak{R}$ est arbitraire, mais est justifié par le fait que la phase n'entre pas explicitement dans la procédure pour trouver l'état fondamental. On peut donc réécrire l'Hamiltonien de Bose-Hubbard en une somme de termes locales :

$$\hat{H} = \sum_i \hat{H}_i(\psi_i, (\psi_j)_{nni}) \quad (5.24)$$

où l'Hamiltonien de champ moyen \hat{H}_i sur le site i dépend des autres sites j qui sont ces plus proches voisins (i.e $j \in nni$) à travers le paramètre d'ordre ψ_j . L'expression de \hat{H}_i est la suivante :

$$\hat{H}_i = J \left(\sum_{j \in nni} \psi_j \right) \left(\psi_i - \hat{b}_i^\dagger - \hat{b}_i \right) + \sum_i \left(\frac{U}{2} \hat{n}_i (\hat{n}_i - 1) + (V_{ext}(r_i) - \mu) \hat{n}_i \right) \quad (5.25)$$

Si le système est homogène ($V_{ext} = 0$) l'Hamiltonien est complètement découplé et s'écrit dans la base de Fock $\{|n\rangle\}$ ($n_{max}=4$) en écrivant $\psi_i = \psi$:

$$\hat{H}_i = \begin{pmatrix} 6J|\psi|^2 & -6J\psi & 0 & 0 & 0 \\ -6J\psi & 6J|\psi|^2 - \mu & -6J\sqrt{2}\psi & 0 & 0 \\ 0 & -6J\sqrt{2}\psi & 6J|\psi|^2 - 2\mu + U & -6J\sqrt{3}\psi & 0 \\ 0 & 0 & -6J\sqrt{3}\psi & 6J|\psi|^2 - 3\mu + 3U & -12J\psi \\ 0 & 0 & 0 & -12J\psi & 6J|\psi|^2 - 4\mu + 6U \end{pmatrix} \quad (5.26)$$

L'objectif est de rechercher quelle valeur de ψ minimise la valeur propre la plus basse de \hat{H}_i et qu'on note $E(\psi)$ ($\psi^* = \psi$). Pour ce faire, nous allons utiliser l'ansatz de Gutzwiller. Cet ansatz a d'abord été introduit pour étudier le modèle de Fermi-Hubbard pour être ensuite appliqué aux systèmes bosoniques [246]. L'ansatz de Gutzwiller est un produit

indépendant d'état sur chaque site du réseau :

$$|\Psi_g\rangle = \prod_{i=1}^{N_s} \left(\sum_{n_i=0}^{n_{max}} f_{n_i}^{(i)} |n_i\rangle \right) \quad (5.27)$$

où $f_{n_i}^{(i)}$ est l'amplitude de probabilité d'avoir n_i bosons sur le i^{eme} site du réseau (ces coefficients sont à optimiser dans la procédure variationnelle). L'inconvénient est que cette fonction d'onde n'inclut pas les corrélations entre les différents sites. Avec cet ansatz, la valeur de ψ peut être calculée et vaut :

$$\psi = \langle c_i \rangle = \sum_{n_i=0}^{n_{max}} f_{n_i}^{(i)*} f_{n_{i+1}}^{(i)} \sqrt{n_i + 1} \quad (5.28)$$

En utilisant l'ansatz de Gutzwiller, on trouve le paramètre d'ordre ψ qui minimise l'énergie ainsi que les coefficients de l'ansatz $f_{n_i}^{(i)}$. La procédure numérique est détaillée dans [247] et est identique à celle mise en place ici. On remonte ainsi au nombre d'atomes moyen par site n_i avec :

$$n_i = \sum_i |f_{n_i}^{(i)}|^2 i \quad (5.29)$$

et à la fraction superfluide f_c du site i qui est le module au carré du paramètre d'ordre :

$$f_c = |\psi|^2 \quad (5.30)$$

Pour prendre en compte le potentiel extérieur, on remplace μ par $\mu - V_{ext}(r_i)$. On minimise ainsi la fonctionnelle de l'énergie pour chaque site du réseau (r_i) auquel on associe le potentiel chimique $\mu - V_{ext}(r_i)$. Nous avons alors accès à la distribution atomique in-situ dans le piège $n(r_i)$. Le potentiel extérieur est la combinaison du piège optique et des fréquences de confinement générées par les faisceaux gaussiens du piège optique. En figure 5.3, on a représenté les distributions 2D in-situ du piège attendu pour nos paramètres expérimentaux. On observe que dans la phase superfluide ($V_0 \ll 13 E_r$), le nombre moyen d'atomes par site varie continûment et peut prendre n'importe quelles valeurs. Par contre, dans la région d'isolant de Mott ($V_0 \gg 13 E_r$), le nombre d'atomes par site ne peut pas fluctuer et doit donc prendre des valeurs entières. On observe ainsi un plateau avec un nombre moyen par site $n_0 = 1$. Proche de la transition ($V_0 = 15 E_r$ par exemple), on observe une forme dite de "weeding cake" dans laquelle les deux phases peuvent coexister à cause de l'inhomogénéité du piège.

En remontant ainsi à la distribution $n(r)$ du nuage avec cette approche de sites découplés, on peut appliquer la théorie de Bogoliubov avec la LDA pour calculer le nombre d'atomes déplétés N_{depl} par rapport au nombre d'atomes total N . La théorie de champ moyen développée permet également de donner une estimation de la fraction déplétée : pour chaque site i du réseau, on extrait le nombre moyen n_i d'atomes par site et la fraction superfluide $f_{c_i} = |\psi_i|^2$ (qui est le nombre d'atomes condensés, qu'on nomme par abus de langage partie superfluide). La fraction déplétée sur chaque site i s'écrit donc $\frac{(n_i - |\psi_i|^2)}{n_i}$. Les deux approches donnent des résultats similaires (dans la partie superfluide) comme indiqué en figure 5.4. Cependant, comme pour le cas homogène, il faut garder à l'esprit que cette description est erronée pour des profondeurs

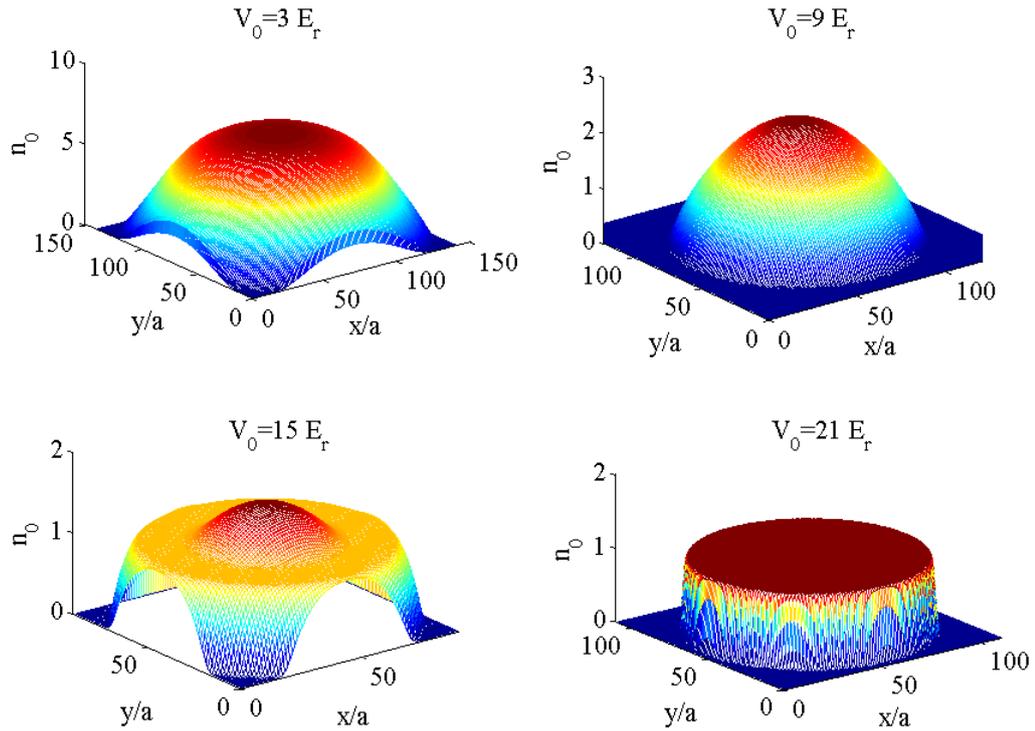


FIGURE 5.3 – Profil in-situ 2D de distribution atomique de l’Hélium dans un réseau optique dans l’approximation de Gutzwiller. n_0 est le nombre moyen d’atomes par site. Les fréquences du piège sont les fréquences de l’expérience et sont différentes pour chaque profondeur à cause des faisceaux gaussiens qui produisent le réseau optique. On observe qu’en dessous la transition d’isolant de Mott ($V_0 \leq 13E_r$), le nombre d’atomes moyens par atome peut prendre des valeurs quelconques. Par contre dans la phase isolant de Mott, ($V_0 \geq 13E_r$), le nombre d’atomes par site doit être entier. On voit que pour $V_0 = 15E_r$, on a coexistence d’une phase superfluide et d’isolant de Mott du fait de l’inhomogénéité du piège.

du réseau proche de la transition SF-MI et pour de faibles amplitudes (typiquement $V_0 \leq 2 - 3 E_r$).

En figure 5.4, on a tracé la partie déplétée avec les paramètres expérimentaux. En conclusion on voit qu’en augmentant l’amplitude du réseau, on augmente la population d’atomes déplétés. On possède donc un paramètre expérimental (l’amplitude du réseau) qui nous permet de changer le rapport U/J et ainsi de contrôler la population déplétée.

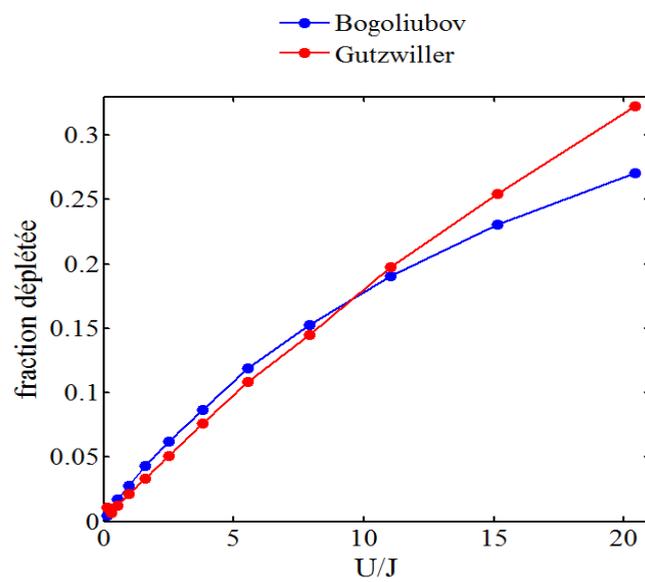


FIGURE 5.4 – Nombre d’atomes déplétés à $T=0$ dans le cadre de la théorie de Bogoliubov en effectuant une LDA (en bleue) et dans le cadre du modèle de Gutzwiller (en rouge). Les deux approches donnent des résultats similaires. La courbe va jusqu’à une valeur de U/J qui correspond à une profondeur $V_0 = 12 E_r$.

5.2 Mise en place du réseau optique sur l'expérience

Nous allons discuter dans cette section de la mise en place du réseau optique sur l'expérience. Cette section est divisée en 2 parties : une première partie consacrée au montage expérimental et à la calibration du réseau. La deuxième partie décrit le chargement des atomes dans le réseau optique.

5.2.1 Mise en place expérimentale du réseau

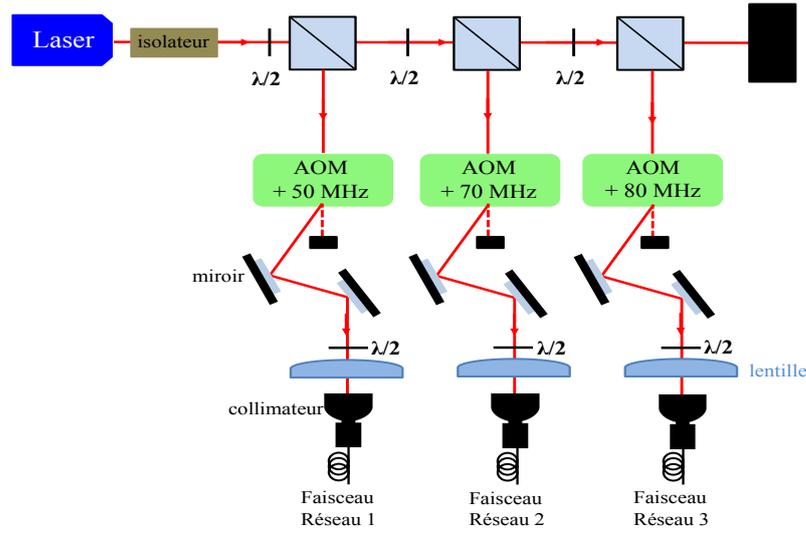


FIGURE 5.5 – Schéma de la table optique du réseau.

Un réseau optique 1D résulte de l'interférence lumineuse de deux faisceaux contra-propageant. L'onde stationnaire qui en résulte produit un potentiel périodique. En créant 3 ondes stationnaires avec 3 faisceaux gaussiens dans 3 directions indépendantes de l'espace, on crée alors un réseau tridimensionnel :

$$V_{lattice} = V_0 (\cos^2(k_l x) + \cos^2(k_l y) + \cos^2(k_l z)) + \frac{1}{2} m \omega_{ext}^2 r^2 \quad (5.31)$$

Le dernier terme vient du caractère gaussien des faisceaux utilisés. $k_l = 2\pi/\lambda$ est le vecteur d'onde du laser et

$$V_0 = \frac{3\pi\Gamma c^2}{2\omega_0^3} \frac{1}{\Delta} \times \frac{2P}{\pi w_{laser}^2} \quad (5.32)$$

où Γ est la largeur de la transition atomique ($\Gamma = 2\pi \times 1.6$ MHz), ω_0 la fréquence de la transition atomique (situé à une longueur d'onde de 1083.034 nm), Δ le désaccord généralisé entre la fréquence du champ électrique et la transition atomique (pour limiter le chauffage dû à l'émission spontanée, la longueur d'onde du laser est choisie loin de résonance, à 1550 nm), P la puissance laser et w_{laser} le waist du faisceau gaussien (on suppose que les 3 faisceaux sont identiques). Le caractère gaussien des faisceaux qui produisent le réseau optique génère un potentiel harmonique de fréquence :

$$\omega_{ext} = \sqrt{\frac{8}{m} \frac{V_0}{w_{laser}^2}} \quad (5.33)$$

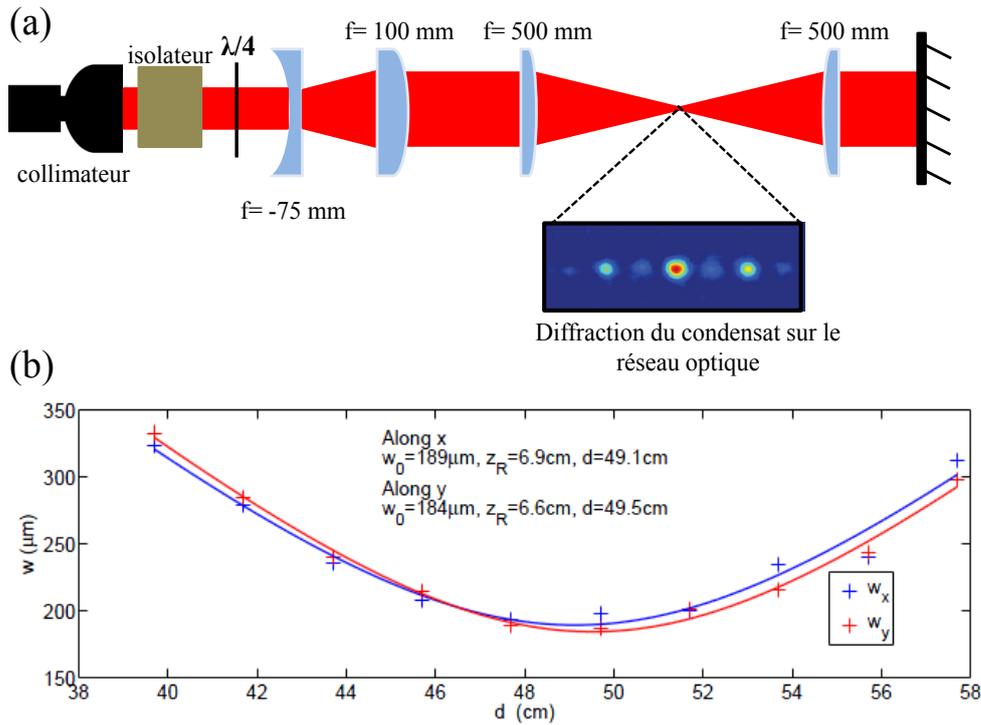


FIGURE 5.6 – (a) Schéma du montage optique pour créer le réseau dans une direction (les trois réseaux sont identiques). En (b) une mesure du waist d'un des faisceaux du réseau. Le waist dans les 3 directions du réseau est typiquement de $180 \mu\text{m}$ (figure tirée de [254]).

Le laser utilisé est un laser fibré fin spectralement de marque Keopsys qui émet une puissance de 15 W à 1550 nm. Le faisceau laser est divisé en 3 (figure 5.5) pour créer les 3 réseaux indépendants. Le croisement de ces 3 ondes au niveau des atomes occasionne des effets d'interférences. Ces interférences peuvent être négligées si on prend des fréquences lasers différentes : si la différence est bien plus importante devant les fréquences caractéristiques du mouvement de masse atomique, les franges d'interférences bougent rapidement et ne sont donc pas "vues" par l'atome. Chaque bras du réseau optique est modulé à l'aide d'un modulateur acousto-optique décalé les uns par rapport aux autres d'une dizaine de MHz, ce qui suffit à enlever les interférences. On souhaite créer 3 réseaux optiques de profondeurs égales pour étudier la région superfluide (la transition superfluide isolant de Mott se situe autour de $V_0 \approx 13E_r$). Avec une puissance en sortie de fibre $P \sim 2$ W pour chaque bras du réseau, les faisceaux lasers ont un waist $w_{laser} \simeq 180 \mu\text{m}$ (figure 5.6) pour assurer une profondeur maximale théorique de $20 E_r$. Les faisceaux du réseau sont sur le même axe que les faisceaux optiques utilisés pour le refroidissement et sont représentés en figure 5.7. Un miroir dichroïque permet de séparer les 2 faisceaux. Le montage optique du réseau est le suivant (figure 5.6) : le faisceau collimaté en sortie de fibre (avec une polarisation linéaire) passe à travers un isolateur optique pour éviter tout retour de la lumière et d'une lame $\lambda/4$ pour régler la polarisation. Le waist de sortie de fibre est de 1 mm. Les lentilles qui suivent sont des lentilles plano-convexes ou concaves de diamètre 25.4 mm en silice fondue UV de chez Thorlabs. Un télescope de lentilles $f_1 = -75$ mm et $f_2 = 100$ mm permet de créer un faisceau collimaté de waist 1.33 mm. Ce télescope est suivi d'une

Réseau optique 3D :

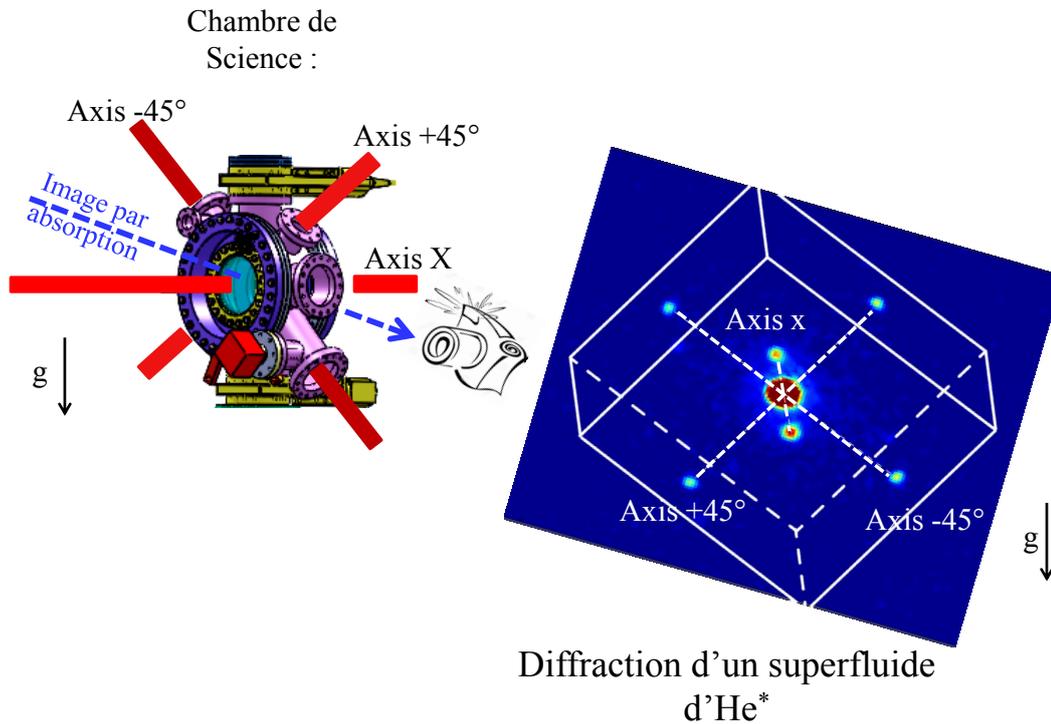


FIGURE 5.7 – A gauche, disposition du réseau optique sur l'expérience. A droite une image d'un superfluide avec une amplitude du réseau $V_0 = 7 E_r$. L'image est prise par absorption après 8 ms de temps de vol.

lentille de focale $f_3=500$ mm pour créer un faisceau gaussien de waist $180 \mu\text{m}$ au niveau des atomes. Ensuite une autre lentille de focale $f_3=500$ mm recollimate celui-ci. Enfin un miroir rétro-réfléchi le faisceau. Ce montage est identique pour les 3 réseaux. Une fois le réseau mis en place, on effectue une caractérisation de sa profondeur par diffraction de Kapitza-Dirac que nous décrivons dans le paragraphe suivant.

5.2.2 Calibration de la profondeur du réseau

De nombreux effets sont susceptibles de contribuer à une diminution de la profondeur théorique du réseau : polarisation des deux faisceaux un peu différentes, mauvais alignement des faisceaux sur les atomes, mauvaise focalisation du faisceau retour. Pour calibrer la profondeur du réseau optique, nous avons opté pour la diffraction de Kapitza-Dirac (KD) (on allume le réseau pendant un temps τ et on regarde la diffraction des atomes).

Quand les atomes diffractent sur une onde lumineuse stationnaire, les deux événements de diffusions (absorption et émission spontanée) changent la quantité de mouvement des atomes le long de l'onde lumineuse soit par zéro ou deux fois la quantité de mouvement d'un photon. Dans le régime de KD, la partie cinétique des atomes peut être négligée pendant l'interaction avec le champ laser. Les populations diffractées ne dépendent que du produit entre la force de l'interaction caractérisé par la profondeur

du réseau V_0 et sa durée τ . Pour être dans le régime de KD, il faut ainsi que le mouvement de centre des atomes le long de la direction de l'onde lumineuse soit négligeable devant la période d'oscillation d'un site du réseau $\omega_{lattice}$ [248] :

$$\tau \ll \frac{1}{\omega_{lattice}} = \frac{\hbar}{2\sqrt{V_0 E_r}} \quad (5.34)$$

Pour une amplitude de réseau $V_0 = 1E_r$, il faut $\tau \ll 3.8\mu s$.

Nous décrivons brièvement les aspects généraux de la théorie de la diffraction d'un condensat de Bose-Einstein sur un réseau optique de vecteur d'onde $k = 2\pi/\lambda$ qui est allumé pendant une durée τ . L'évolution du condensat dans le réseau peut être modélisée (en négligeant les interactions entre atomes) par la fonction d'onde $\psi(t)$ soumis à l'Hamiltonien suivant :

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial}{\partial z} + V_0 \cos^2(kz) \quad (5.35)$$

On écrit la fonction d'onde du condensat dans la base des fonctions d'ondes planes peuplées par la diffraction : $\psi(t) = \sum_n c_n(t) e^{i2\pi k z}$ avec $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ qui représente le n^{ieme} pic de diffraction et $c_n(t=0) = \delta_{n,0}$. L'équation de Shrodinger devient :

$$i \frac{dc_n}{dt} = \frac{\alpha n^2}{\tau} c_n + \frac{\beta}{4\tau} (c_{n-1} + c_n + c_{n+1}) \quad (5.36)$$

où $|c_n(t)|^2$ représente la population du n^{eme} pic de diffraction. On a introduit les paramètres adimensionnés suivant :

$$\alpha = \frac{2\hbar k^2 \tau}{m} \quad (5.37)$$

$$\beta = \frac{V_0 \tau}{\hbar} \quad (5.38)$$

L'approximation de KD consiste à négliger le terme αn^2 dans l'équation (5.36). Dans ce cas là, la solution à l'équation (5.36) est $c_n(t) = (-i)^n e^{-i\beta t/2\tau} J_n(\beta t/2\tau)$ où $J_n(x)$ sont les fonctions de Bessel. Ainsi la population dans le n^{eme} pic de diffraction après l'application du pulse est donnée par :

$$P_n = |c_n(\tau)|^2 = J_n^2\left(\frac{\beta}{2}\right) \quad (5.39)$$

Une formule analytique, moins contraignante que l'approximation de KD, existe et permet d'écrire la population des pics de diffractions [249] :

$$P_n = J_n^2\left(\frac{\beta}{2} \text{sinc}(2\alpha)\right) \quad (5.40)$$

Pour des amplitudes maximales $\sim 15 - 17 E_r$, un pulse de durée $\tau = 2$ ms permet de faire apparaître seulement les pics de diffractions 0 et ± 1 (ce qui facilite l'alignement du réseau). Un exemple de calibration du réseau est représenté en figure 5.8.

Nous avons maintenant un réseau 3D calibré qui permet d'étudier le régime superfluide. La section suivante s'attache à décrire la façon dont le condensat de Bose-Einstein est chargé dans le réseau pour éviter toutes excitations indésirables dans le gaz.

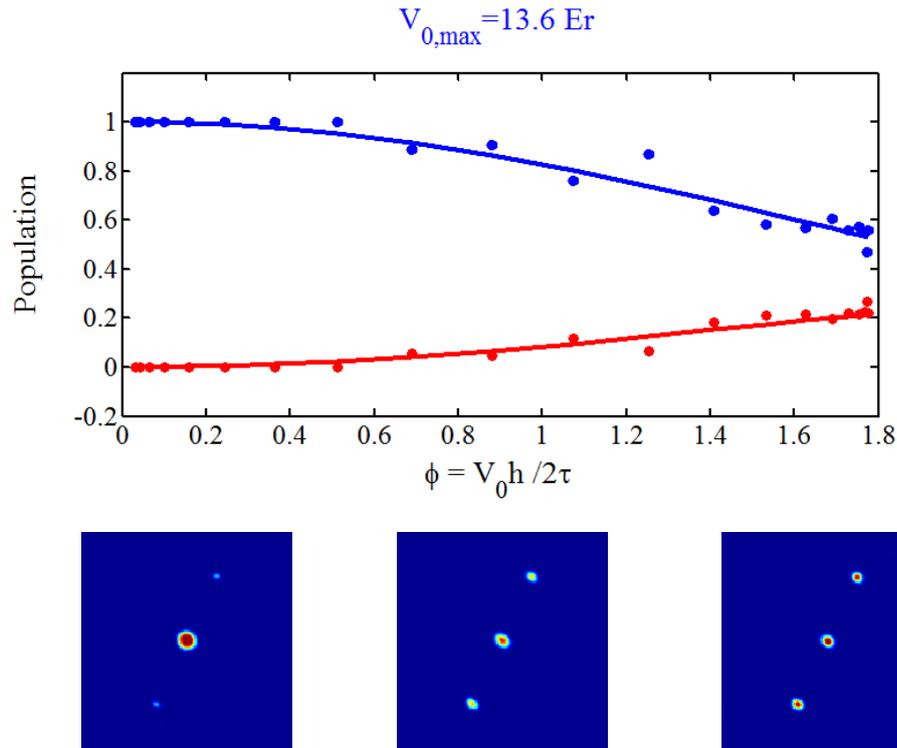


FIGURE 5.8 – Exemple de calibration de la profondeur du réseau par diffraction de KD sur un des 3 réseaux optiques. En pointillé bleu la population du pic central et en pointillé rouge la population des 2 pics diffractés. Les données sont analysées en ajustant les distributions des pics centraux et diffractés par des gaussiennes. En trait plein la population théorique tirée de la formule (5.40). En bas des exemples de diffraction des pics quand on augmente la profondeur du réseau.

5.2.3 Chargement adiabatique du réseau optique

Nous souhaitons étudier l'état quantique de notre nuage dans le réseau. Pour cela nous produisons d'abord un condensat de Bose-Einstein dans un piège harmonique. Ensuite nous le chargeons dans le réseau optique en augmentant l'intensité du laser suffisamment lentement pour être adiabatique. Si le chargement est trop rapide, des excitations peuvent être créées. C'est pourquoi on se propose d'expliquer le choix de la rampe effectuée ainsi que des paramètres expérimentaux choisis pour le transfert. La solution et les commentaires de cette section reprennent largement le papier [250]. Il existe deux conditions d'adiabaticité à satisfaire dans ce problème : la première liée à la structure de bande (on souhaite rester dans la bande fondamentale) et l'autre liée à la physique à N-corps du problème.

Adiabaticité au sens de la structure de bande

Cette condition est facilement vérifiée expérimentalement. Nous utilisons le critère d'adiabaticité usuel :

$$|\langle n, q | \frac{d}{dt} | 0, q \rangle| \ll |E_n(q) - E_0(q)| / \hbar \quad (5.41)$$

où le nombre entier n représente la $n^{\text{ème}}$ bande de Bloch. Dans le cas $V_0 \ll E_r$, la différence d'énergie pour $n = 1$ dans l'équation (5.41) reste finie ($|E_1(0) - E_0| \sim 4E_r$ pour $q = 0$) et la condition (5.41) s'écrit [251] : $|\frac{d}{dt}(V_0/E_r)| \ll 32\sqrt{2}E_r/\hbar$. Pour des profondeurs du réseau plus grandes, l'écart entre les deux bandes augmente (figure B.1) et la condition d'adiabaticité est plus facile à atteindre. Nous montons l'amplitude du réseau sur une échelle de temps de 50 ms, ce qui est largement suffisant pour respecter la condition d'adiabaticité.

Adiabaticité au sens de la physique à N-corps

Le réseau optique est allumé sur un temps typique $\tau_{\text{rampe}} = 50$ ms avec une rampe qui a la même forme que [250] :

$$V_0(t) = \frac{V_{\text{max}}}{1 + \exp\left(-\alpha \frac{t - \tau_{\text{rampe}}}{\tau_{\text{rampe}}}\right)} \quad (5.42)$$

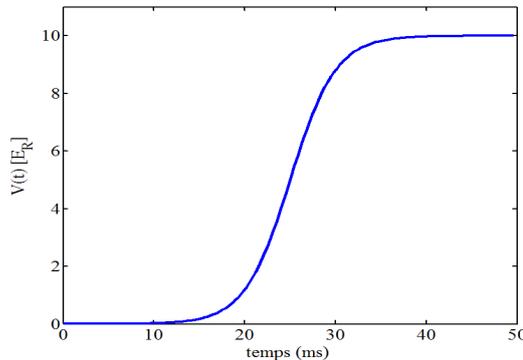


FIGURE 5.9 – Profil de la rampe utilisé pour charger le réseau optique tridimensionnel. Cette rampe permet de minimiser les changements brutaux au début et à la fin du chargement.

avec $\alpha = 20$. Cette fonction permet de minimiser les changements brutaux au début et à la fin de la rampe. Elle a été proposée par [252] et est représentée en figure 5.9. Ensuite on maintient le réseau pendant 40 ms pour que le nuage thermalise. L'évolution adiabatique d'un système quantique avec un Hamiltonien H qui dépend du temps requiert la condition suivante :

$$|\dot{H}| \ll \hbar |\omega_{fi}|^2 \quad (5.43)$$

où \dot{H} est la dérivée de l'Hamiltonien et ω_{fi} la fréquence de Bohr de la transition entre les états propres $|i\rangle$ et $|f\rangle$. Cette condition doit être vérifiée à tout instant. 3 échelles d'énergie apparaissent pour un gaz d'atomes froids dans un réseau : le coefficient tunnel J , le coefficient d'interaction U , et l'énergie associée au confinement extérieure $\frac{1}{2}m\omega_{\text{ext}}r^2$.

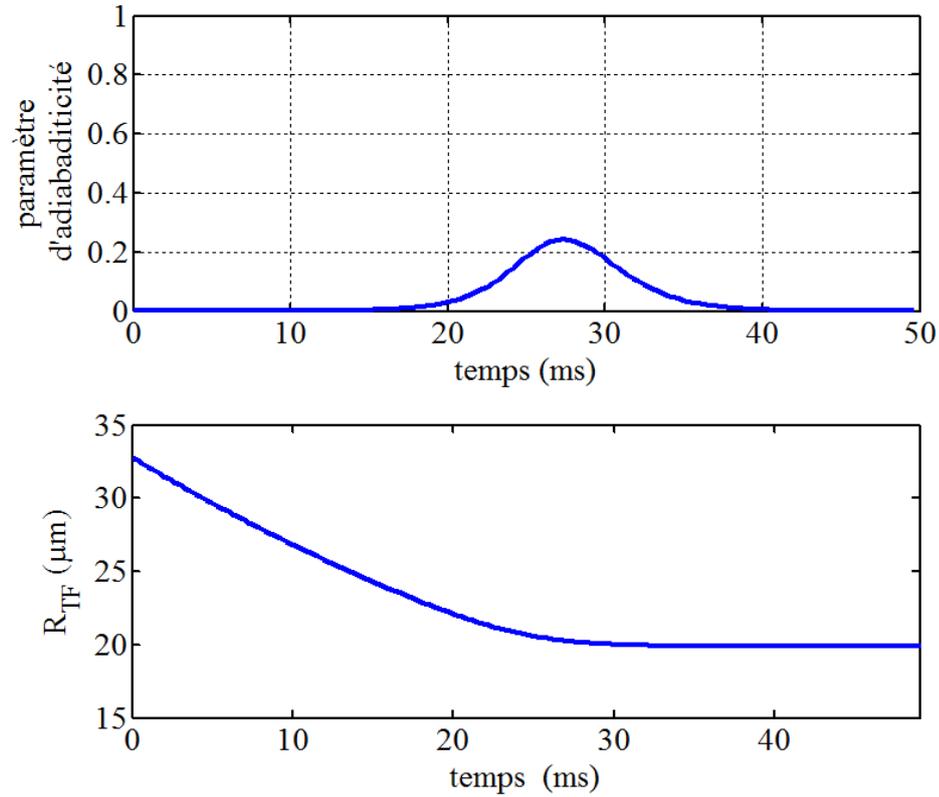


FIGURE 5.10 – En haut : évolution du paramètre $\hbar\dot{J}/J^2$ qui caractérise l'adiabaticité de la rampe : on observe bien que pendant la montée du réseau, on a toujours $\hbar\dot{J}/J^2 \leq 1$. La condition d'adiabaticité est donc bien remplie pour avec une rampe de 50 ms. En bas : évolution au cours du temps du rayon de Thomas-Fermi lors du chargement des atomes dans le réseau. On voit qu'il varie peu : l'effet de compression du nuage par l'augmentation des fréquences de piégeages est compensé par l'augmentation des interactions.

Quand on augmente la profondeur du réseau, le coefficient J chute exponentiellement alors les coefficients U et ω_{ext} augmentent algébriquement. De plus la taille R du condensat à l'équilibre calculée dans l'approximation de Thomas-Fermi varie peu. En effet on peut démontrer que [253] :

$$R = \sqrt{\frac{2\mu}{m\omega_{ext}^2}} \quad (5.44)$$

avec

$$\mu = \left(\frac{15}{16} \frac{a^3 m^{3/2} N_{at} U \omega_{ext}^3}{\sqrt{2}\pi} \right)^{2/5} \quad (5.45)$$

La variation du rayon Thomas-Fermi est représentée en figure 5.10. On observe une variation de 33% de sa taille au cours du transfert. La compression du nuage due à l'augmentation des fréquences de piégeages est compensée par l'augmentation des interactions U . Par conséquent la question d'adiabaticité se réduit à savoir si les atomes peuvent se redistribuer par effet tunnel pour s'adapter au changement de taille. Cela

suggère de prendre $|\dot{H}| \sim |\dot{J}|$ et $\omega_{fi} \sim J/\hbar$, ce qui amène à la définition du paramètre A [250] :

$$A = \text{Max}_{|0 \leq t \leq \tau_{\text{rampe}}} \left(\frac{\hbar |\dot{J}|}{J^2} \right) \quad (5.46)$$

Il faut que $A \ll 1$ pour que la condition d'adiabaticité soit assurée. En figure 5.10, on montre comment varie la quantité $\hbar \dot{J}/J^2$ au cours du temps avec une rampe de 50 ms (d'amplitude maximale $V_0 = 10 E_r$) : on voit que $A \leq 1$ et donc que la condition d'adiabaticité est respectée. Nous n'avons pas vu de chauffage expérimentalement avec cette rampe en regardant, par absorption, le condensat être chargé dans le réseau puis ensuite chargé dans le piège optique (en effectuant la rampe inverse). Le point critique pour lequel $A=1$ correspond à une rampe de durée 12 ms.

Après avoir chargé le condensat dans le réseau, on coupe le piège et on mesure la distribution obtenue. Le paragraphe suivant décrit les premiers résultats obtenus.

5.3 Résultats expérimentaux préliminaires sur la distribution $n_\infty(\vec{k})$ d'un superfluide corrélé

Les résultats discutés dans cette section sont toujours en cours d'investigation. On produit un condensat de Bose-Einstein dans un piège optique avec $N = 2 \times 10^5$ atomes. Après un temps de vol (TOF) de $t = 330$ ms, les atomes sont détectés et nous identifions la position \vec{r} de l'atome (par rapport au centre de masse du nuage) au moment $\vec{k} = \frac{m\vec{r}}{\hbar t}$. Le moment \vec{k} est exprimé en unité de k_r ($k_r = 2\pi/\lambda$, avec λ la longueur d'onde du réseau). On définit, de la même manière qu'au chapitre précédent, la distribution tridimensionnelle en impulsion asymptotique :

$$n_\infty(\vec{k}) = \left(\frac{\hbar t}{m}\right)^3 n(\vec{r} = \hbar \vec{k} t/m, t) \quad (5.47)$$

Un exemple de distribution 3D $n_\infty(\vec{k})$ est représenté en figure 5.11. L'étude va porter sur les coupes de cette distribution $n_\infty(k_x, 0, 0)$ selon les axes du réseau. Une petite intégration transverse est réalisée pour augmenter la statistique : pour les faibles impulsions k , où la densité est importante, l'intégration transverse est de $0.0125 k_r$. Dans les ailes des distributions, où la densité est plus faible, l'intégration transverse est de $0.0875 k_r$. Chaque distribution est le résultat de ~ 600 -800 cycles de données.

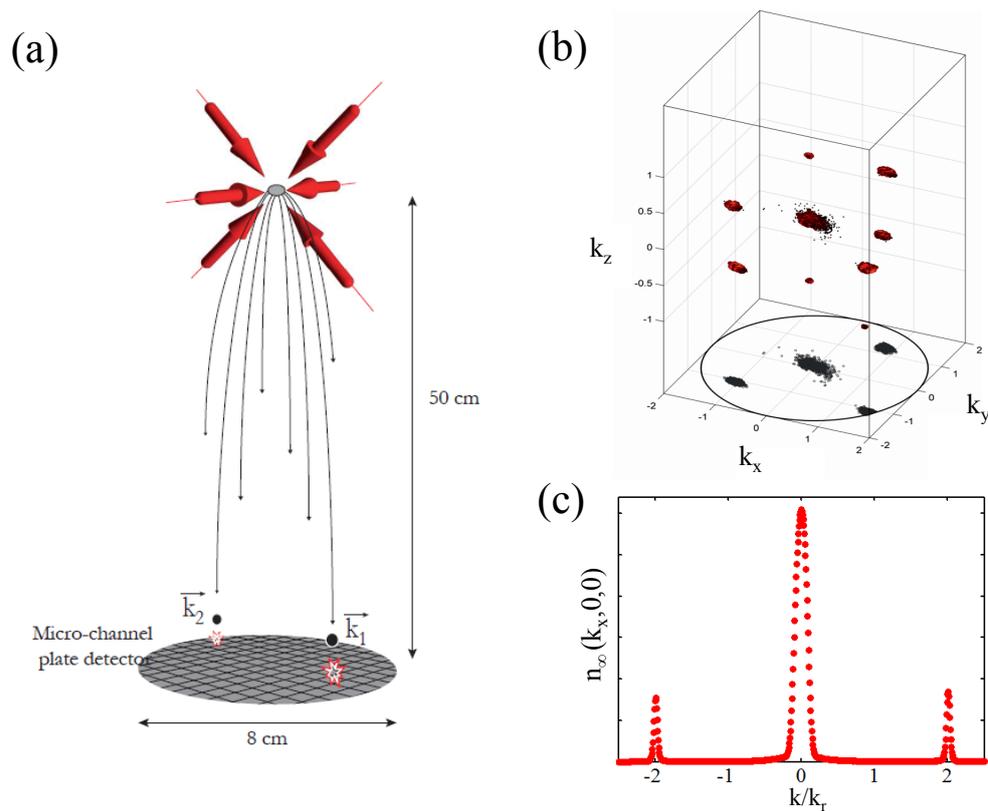


FIGURE 5.11 – (a) Sketch de l'expérience : les atomes sont relâchés du réseau et effectuent un long temps de vol (330 ms) avant d'être détectés par le détecteur (MCP). Ensuite un algorithme de reconstruction permet de remonter à la position des atomes détectés comme illustré en (b). En (c) coupe $n_\infty(k_x, 0, 0)$ selon un axe du réseau de la distribution en échelle linéaire.

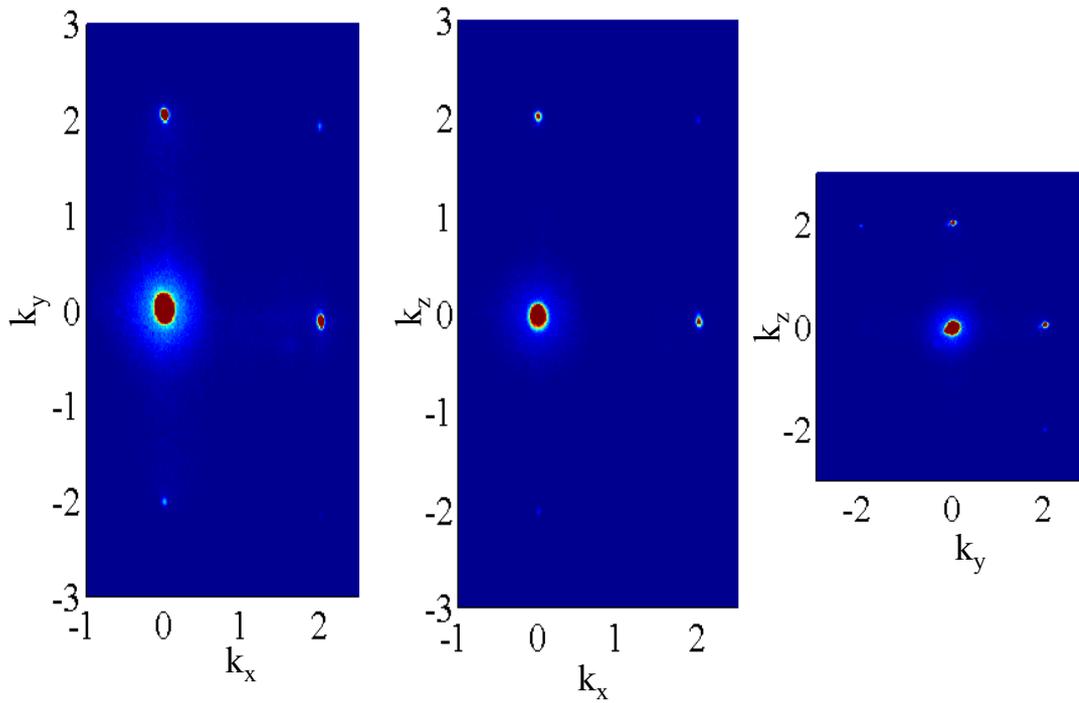


FIGURE 5.12 – Figure 2D de la distribution d'un superfluide d'He* avec un réseau 3D de profondeur $V_0 = 7 E_r$ sur le détecteur (x et y forment le plan du MCP et z l'axe selon la gravité) On peut y voir le pic central et les pics de diffractions. A noter que tous les pics de diffractions ne tombent pas sur le MCP.

5.3.1 Étude de $n_\infty(k)$ en fonction de l'amplitude du réseau V_0

L'amplitude du réseau V_0 permet de contrôler le paramètre U/J . Nous avons ainsi pris des données d'un superfluide pour différentes profondeurs V_0 , représentées en figure 5.13. Les profils 1D après reconstruction exhibent 3 comportement :

- une partie dans la région I, où l'expansion du nuage semble être dominée par les interactions.
- une partie dans la région II : où on voit les ailes de la distribution.
- une partie dans la région III où on voit le pic de diffraction d'ordre 1.

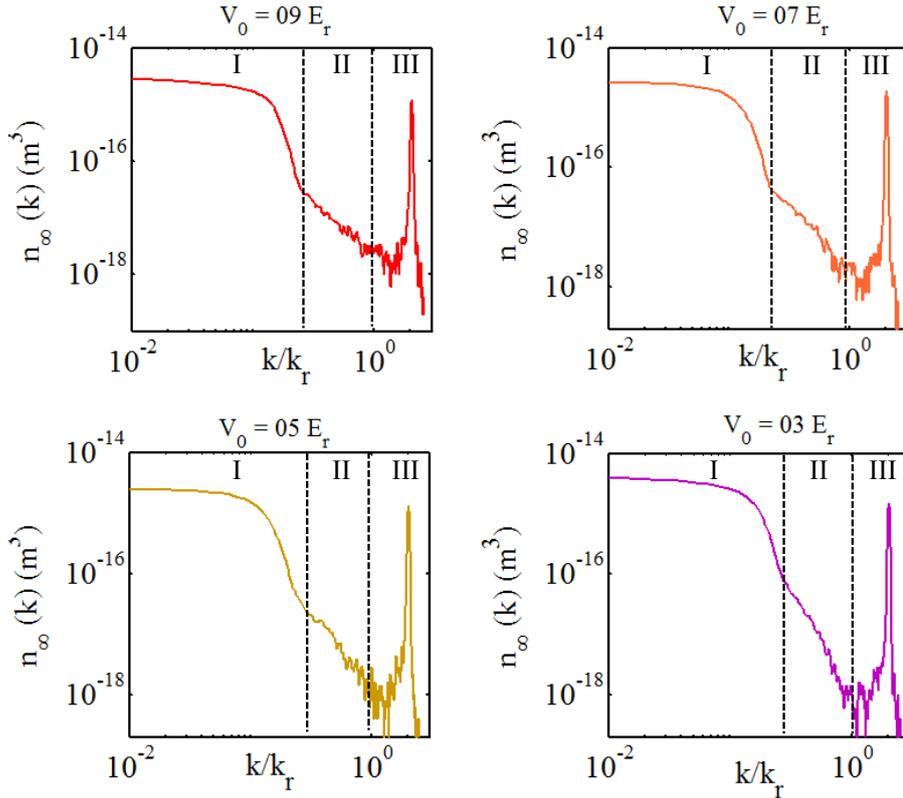


FIGURE 5.13 – profil 1D de $n_\infty(k)$ en fonction de différentes amplitudes du réseau V_0 . On observe que les 4 profils sont qualitativement identiques.

Région I

En figure 5.14, on a représenté les données en échelle log-log sur un même graphe. Les distributions dans la partie I exhibent des profils élargis, montrant que leur dynamique en TOF est régit par les interactions. De plus on observe que plus l'amplitude du réseau V_0 est grande, et plus la largeur des distributions de la partie I diminue. On peut imputer cet effet à l'augmentation de la population des pics de diffractions avec l'amplitude V_0 , ce qui diminue la densité dans le pic central, et ainsi les interactions pendant le TOF. Cette observation confirme que la dynamique en temps de vol pour la partie I est dominée par le champ moyen.

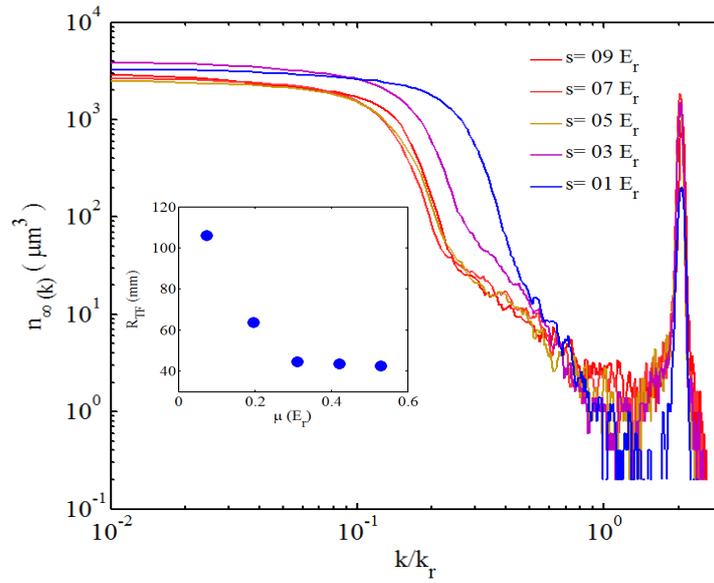


FIGURE 5.14 – Profil 1 D $n_\infty(k)$ en fonction de différentes amplitudes du réseau V_0 . On remarque une diminution de la partie I (associée aux interactions pendant le TOF) quand on augmente la profondeur. En on-set, le rayon du pic central (extrapolé par un rayon de Thomas-Fermi) en fonction du potentiel chimique μ : on observe une saturation de la partie centrale.

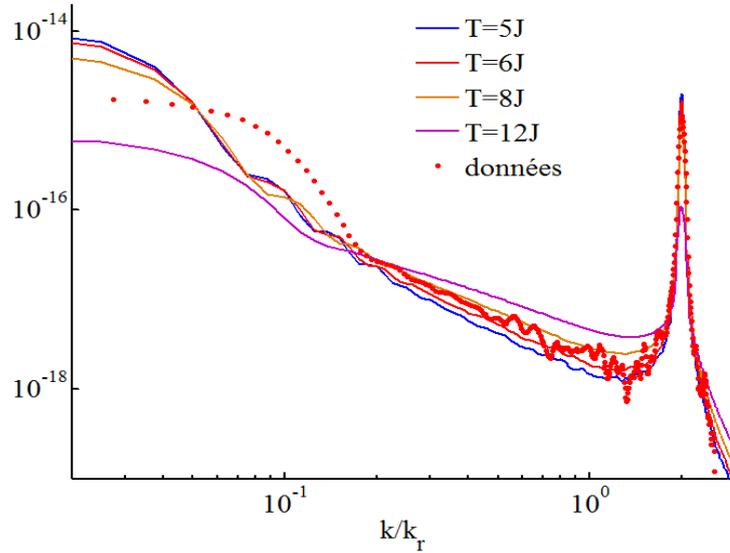


FIGURE 5.15 – Comparaison de la distribution en impulsion initiale du piège $n(k)$ en fonction de $n_\infty(k)$ (en pointillées rouges) pour un superfluide dans un réseau d'amplitude $V_0 = 9E_r$.

Région II

Au chapitre 3, on a vu que si l'expansion du nuage s'effectuait sans interaction, alors la distribution $n_\infty(k)$ devient proportionnelle à la distribution en impulsion de

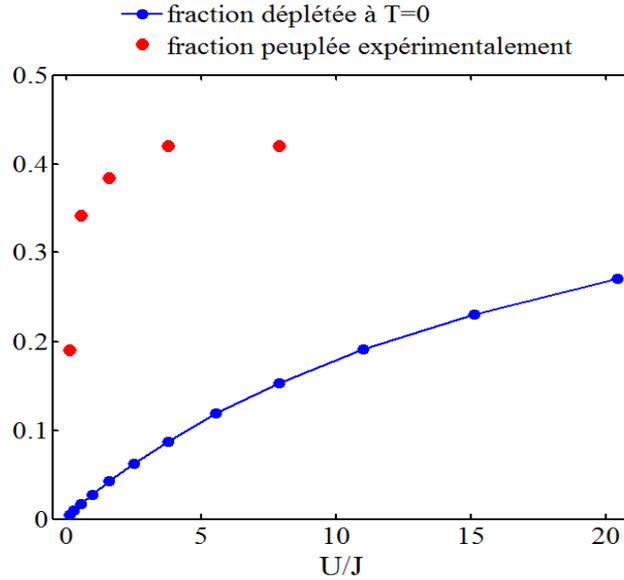


FIGURE 5.16 – En rouge, mesure de la fraction peuplée hors du condensat pour différentes amplitudes du réseau. En bleu, la fraction théorique attendue de la déplétion quantique ($T = 0$). Les effets de température sont donc extrêmement visibles !

l'état quantique initiale $n(k)$ (observation dans le champ lointain). Quand les atomes sont relâchés du réseau optique, l'effet des interactions en TOF est réduit (par rapport au cas d'un condensat piégé dans un piège harmonique) car le temps que les fonctions d'onde de 2 sites adjacents se recouvrent, la densité atomique a chuté [255, 161]. Cependant ils ne sont pas nul et conduisent à des effets hydrodynamiques [255, 256]. Pour donner un sens à la distribution mesurée $n_\infty(k)$, on la compare avec la distribution en impulsion initiale du piège $n(k)$, calculée avec un calcul quantique Monte-Carlo (QMC). Ce calcul numérique a été effectué par Giuseppe Carleo (ETH, Zurich). Le QMC calcule la distribution initiale $n(k)$ avec nos paramètres expérimentaux pour différentes températures à partir du modèle de Bose-Hubbard (en utilisant la même intégration transverse), valable pour ces paramètres. On montre, en figure 5.15, les premiers résultats des calculs QMC pour une amplitude $V_0 = 09 E_r$. Ces calculs QMC sont préliminaires et des investigations toujours en cours. Cependant, au regard des premiers résultats, il est raisonnable d'envisager que dans la partie II, $n_\infty(k) \propto n(k)$. De plus ces simulations confirment également que la distribution dans la partie I n'est pas reliée à la distribution en impulsion initiale du piège. A partir des premières simulations QMC, il semblerait que la température du système se situe vers $T \simeq 7 - 8J$ (le filling factor vaut $n \simeq 2.5$ au centre du nuage avec nos chiffres expérimentaux), et que $\mu \sim k_B T$. Les effets de température seraient ainsi extrêmement important sur les distributions mesurées. On extrait la fraction déplétée des données en figure 5.16. On a supposé une symétrie sphérique (ce qui va surestimer un peu la fraction non condensée) : on ajuste la distribution $k^2 n_\infty(k)$ sur la première zone de Brillouin avec la fonction empirique $A \times k^2 \exp(-(k - B)^2/C)$ pour la partie centrale (partie I) et pour les ailes de la distribution (partie II). On observe que la partie déplétée augmente bien avec U/J mais que l'amplitude est bien plus grande que celle attendue pour $T = 0$: la contribution thermique est extrêmement importante !

Région III

La région III correspond à la deuxième zone de Brillouin. Les premières simulations QMC semblent indiquer que la largeur des pics de diffractions qu'on observe est bien reliée à $n(k)$. La densité des pics de diffraction étant faible, il est raisonnable de négliger les interactions en temps de vol. De plus les pics de diffractions sortent très rapidement du pic central et interagissent donc peu avec celui-ci. Enfin cette hypothèse peut être envisagée relativement raisonnablement car l'épaisseur optique (i.e le nombre de collisions moyen du pic diffracté en sortant du pic central) vaut $n\sigma l \simeq 0.3$. Sous cette hypothèse la largeur du pic est directement reliée à l'inverse de la taille in-situ du système et nous permet donc de sonder des variations d'impulsions k petites, c'est-à-dire les grandes fluctuations du nuage in-situ. Cela est permis par la grande résolution du système de détection qui vaut $\sim k_r/100$.

Regardons si la largeur du pic correspond à la taille initiale du nuage. La taille in-situ du nuage à l'équilibre thermodynamique peut être calculée dans l'approximation de Thomas-Fermi (équation (5.44) et (5.45)). Pour un réseau de profondeur $V_0 = 09 E_r$, on trouve un rayon typique $R_{theo} = 20 \mu m \simeq 51 N_{site}$ (où N_{site} est le nombre de sites du réseau occupé : $2 \times R_{theo}/(\lambda_r/2)$). La densité in-situ est ainsi une parabole de rayon R :

$$n(x, 0, 0) = |\psi(x, 0, 0)|^2 \propto 1 - \left(\frac{x}{R}\right)^2 \quad (5.48)$$

La distribution en impulsion $n(k, 0, 0)$ dans le piège s'écrit donc [255] :

$$n(k, 0, 0) = |TF(\psi(x, y, z))|_{|k_y=0, k_z=0}^2 \propto \left(\frac{J_2(Rk)}{(Rk)^2}\right)^2 \quad (5.49)$$

où $J_2(k)$ est la fonction de Bessel du second ordre. La largeur L à mi-hauteur (FWHM) de la fonction $(J_2(Rk)/(Rk)^2)^2$ est $L = 1.2/R$. On ajuste les données avec une fonction gaussienne de largeur RMS σ . On relie σ à la taille R en remarquant que la taille RMS σ d'une gaussienne a une FWHM égale à 2.3σ , et donc que $R \simeq 1.2/(2.3 \times \sigma)$. En procédant ainsi, on trouve $R = 15 \mu m \simeq 39 N_{site}$. On trouve donc bien un rayon R proche de la taille théorique in-situ du piège. Il est donc acceptable de dire qu'on est capable de résoudre la taille in-situ du piège grâce aux pics de diffraction.

On peut aussi se focaliser sur les ailes de la distribution dans les pics de diffractions et les comparer au pic central, comme illustré à la figure 5.17. Pour analyser ces données, on a pris soin d'enlever l'enveloppe de la figure d'interférence (module au carré de la transformée de Fourier de la fonction de Wannier). La distribution du pic de diffraction est la somme des coupes 1D sur tous les pics de diffractions d'ordre 1 qui tombent sur le détecteur (pour augmenter la statistique). On vérifie alors que le comportement dans les ailes de la distribution du pic de diffraction et du pic central sont les mêmes ! Cela renforce l'idée que les ailes de la distribution du pic central sont directement reliées à la distribution en impulsion du initiale du piège.

En conclusion, les distributions mesurées prises en fonction de la profondeur du réseau V_0 exhibent 3 comportements : la partie I qui est dominée par les interactions pendant le temps de vol. La partie II qui semble être reliée à $n(k)$. Enfin la partie III qui permet de sonder la taille initiale du système. Les effets de la température sont

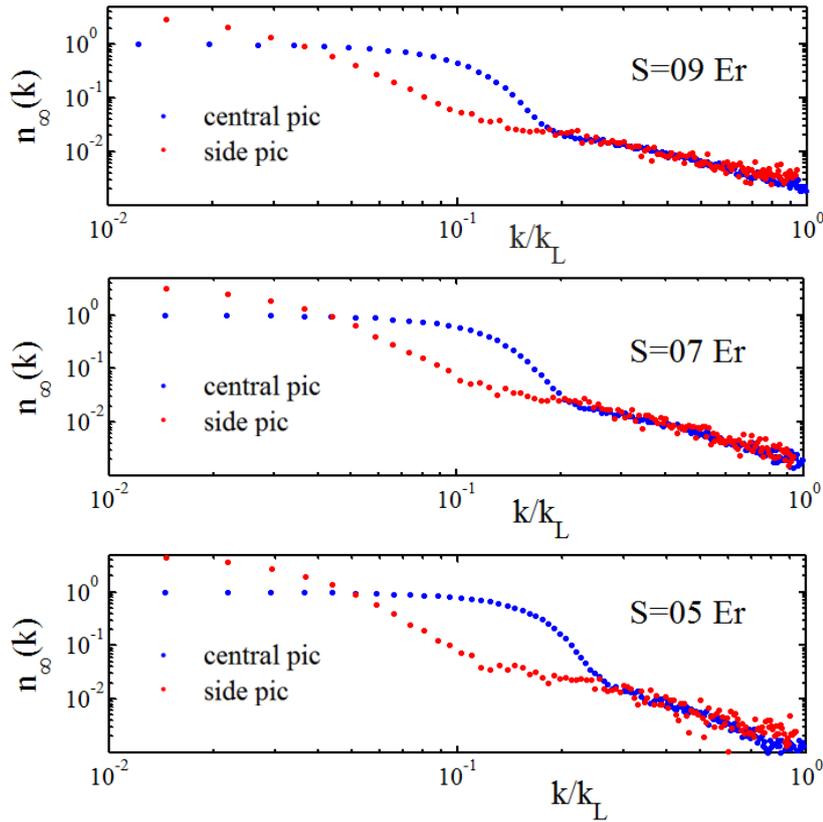


FIGURE 5.17 – Figure en échelle log-log des pics de diffractions et du pic central pour différentes amplitudes du réseau V_0 .

extrêmement visibles, ce qui ouvre la voie à une thermométrie. On a donc aussi étudié la distribution $n_\infty(k)$ en fonction de la température T

5.3.2 Étude de $n_\infty(k)$ en fonction de la température T

On souhaite regarder comment évolue la distribution $n_\infty(k)$ quand on se dirige vers l'état normal. Pour ce faire, on chauffe le condensat de Bose-Einstein avec la même méthode décrite au chapitre précédent. Ensuite on charge de la même manière le nuage dans le réseau optique. En figure 5.18, on montre les données de chauffage prises pour un superfluide d'amplitude du réseau $V_0 = 09 E_r$. On observe un changement clair des distributions quand on augmente la température du système. Ces données sont comparées aux calculs QMC. On observe que qualitativement, pour les parties II et III, le comportement des distributions $n_\infty(k)$ mesurées est en accord avec les simulations des distributions en impulsion initiale dans le piège. En particulier, on observe que l'amplitude du pic de diffraction diminue. Ce résultat montre que nous avons aussi la possibilité de contrôler notre gaz et atteindre l'état normal.

5.3.3 conclusion

Nous avons vu les premières mesures de la distribution $n_\infty(k)$ d'un superfluide, en fonction de U/J et de la température T . L'étude de ces distributions est toujours en cours, notamment pour l'interprétation des ailes de ces distributions. Les effets de la température sont extrêmement visibles, ce qui ouvre la voie à une thermométrie précise

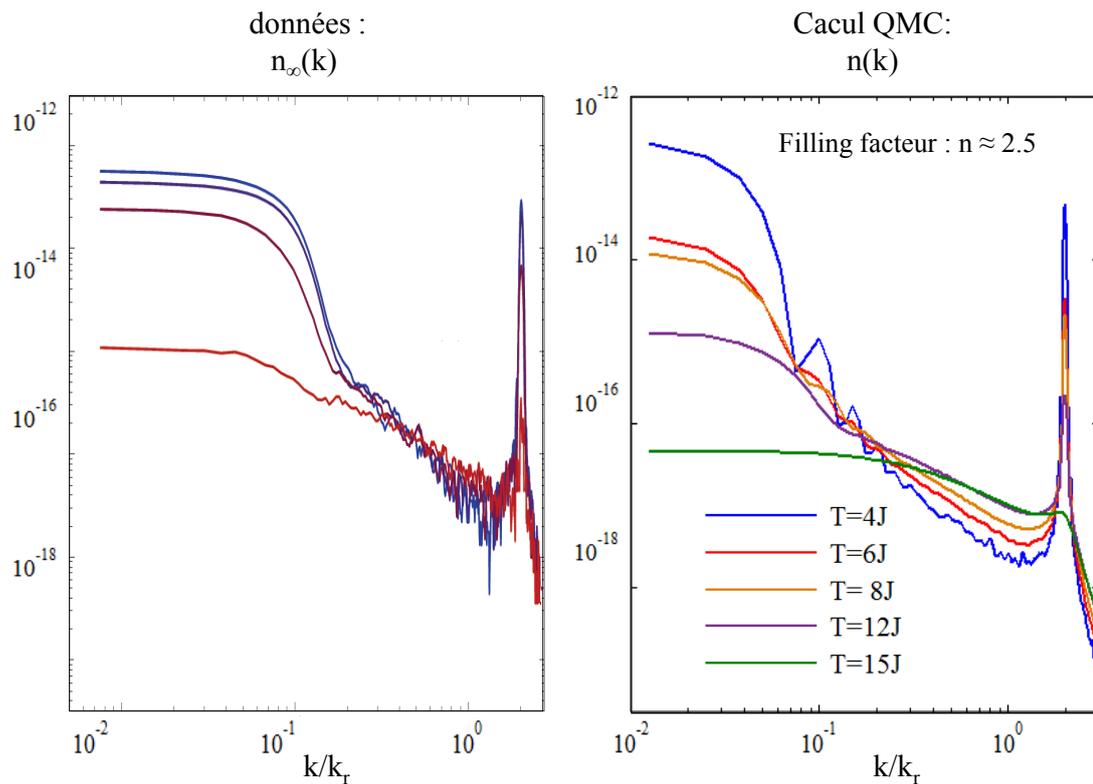


FIGURE 5.18 – A gauche, distribution $n_\infty(k)$ mesurée ($V_0 = 09 E_r$) pour différentes températures. A droite, calcul de la distribution en impulsion initiale du système pour différentes températures.

de ces superfluides sur réseau On espère aussi pouvoir trouver un signal de corrélation croisé $k/ - k$. En effet dans le cas de l'étude d'un BEC dans un piège harmonique, la statistique est trop basse pour pouvoir faire ressortir ce type de signal. Cependant le réseau optique pourrait permettre d'augmenter de manière significative la partie déplétée, et ainsi le signal de corrélation $k/ - k$.

Conclusion

Dans cette thèse, on présente une nouvelle expérience d'atomes froids utilisant l'espèce l'Hélium-4 (bosons). Le dispositif expérimental possède un détecteur, sensible à l'atome unique, qui nous donne accès à la distribution tridimensionnelle dans l'espace des vitesses (la détection s'effectuant après un temps de vol de 330 ms). Cet outil est bien adapté à l'étude de la physique des systèmes quantiques à N-corps corrélés puisqu'on a accès aux fonctions de corrélations qui caractérisent ces systèmes grâce à la détection sensible à l'atome unique.

Nous avons d'abord présenté le dispositif expérimental dont la construction a été finie au cours de ma thèse. La description du dispositif est scindée en deux parties : une première partie centrée sur le refroidissement par laser et une deuxième partie sur l'approche utilisée pour l'obtention du condensat de Bose-Einstein (BEC). La première étude du refroidissement laser a consisté à utiliser l'Hélium métastable pour parvenir à une situation dans laquelle les prédictions du modèle de refroidissement Doppler sont vérifiées et la limite Doppler est réalisée pour la première fois à 3 dimensions. Ensuite nous avons réalisé un refroidissement Sub-Doppler : les mélasses grises. Ce processus, mis en évidence dans les années 90 dans le cadre des recherches sur le refroidissement atomique, fait de nouveau l'objet de recherches dans la communauté car il permet de refroidir efficacement le nuage et ainsi d'améliorer la production de gaz quantiques dégénérés en chargeant directement un piège optique après cette phase de mélasse optique. Néanmoins, compte tenu des propriétés particulières de l'He*, en particulier la présence de collisions inélastiques qui limitent fortement la densité atomique du nuage, nous n'avons pas pu charger les atomes directement dans un piège optique. C'est pourquoi nous avons mis en place une approche, dite hybride, qui utilise un piège magnétique comme réservoir du piège dipolaire. Cette technique a été mise en place avec succès pour la première fois avec du Rubidium mais restait un véritable défi dans le cas de l'Hélium : la faible masse rend notamment les pertes Majorana (causées par la présence du zéro de champ magnétique de la configuration magnétique quadrupolaire) très élevées. Nous avons réussi à produire un gaz quantique dégénéré avec $N \simeq 10^5$ atomes et un temps de cycle expérimental de 6 secondes.

Après avoir exposé le principe et les caractéristiques du MCP, nous avons sondé deux systèmes quantiques corrélés. La première étude a porté sur le BEC, système quantique faiblement corrélé. Nous avons pu observer pour la première fois les particules excitées hors du condensat à cause des interactions à température nulle (déplétion quantique) et comparer la distribution obtenue avec les prédictions microscopiques du modèle de Bogoliubov. En particulier, nous avons observé la loi de puissance en $1/k^4$ pour de larges impulsions k , connectée à la constante de Tan. Ensuite nous avons réalisé

expérimentalement un système quantique plus corrélé que le précédent : l'Hamiltonien de Bose-Hubbard. Nous nous sommes focalisés sur la partie superfluide du système. La théorie de Bogoliubov n'est plus très bien adaptée pour décrire le système, en particulier quand on se dirige vers la transition de phase superfluide-isolant de Mott. C'est pourquoi les données expérimentales sont comparées à des calculs numériques Monte-Carlo (QMC). Il s'agit d'une première mesure de la distribution en impulsion dans un réseau comme le démontre les simulations QMC. Les effets de températures sur les distributions mesurées sont extrêmement visibles, ce qui ouvre la voie à une thermométrie des superfluides sur réseau.

Perspectives

On donne ici quelques idées de travaux qu'on pourrait réaliser avec ce nouveau dispositif expérimental.

Une première étude qu'on pourrait mener sur l'expérience, et qui est dans la continuité des dernières données présentées dans ce manuscrit, serait l'étude du point critique de la transition entre l'état superfluide (SF) et l'état normal (NF) dans le réseau tridimensionnel. Les dernières investigations expérimentales portaient sur l'étude du chauffage des atomes dans le réseau, l'objectif étant de faire une thermométrie du gaz. Cette thermométrie est basée sur une comparaison des données expérimentales avec des calculs numériques type Monte-Carlo quantiques. Il s'agirait ici de définir une grandeur mesurable sur l'expérience qui donnerait accès à la transition SF-NF. Cette étude s'inscrit également dans le cadre d'utilisation des atomes froids comme une plateforme pour étudier les problèmes quantiques complexes. Pour servir de simulateurs quantiques fiables, les expériences d'atomes froids ont besoin de protocoles, de grandeurs mesurables pour étudier le comportement critique, et ce, sans avoir recours à des simulations numériques. C'est pourquoi il pourrait être intéressant d'étudier en détail la transition SF-NF. Un schéma simple du diagramme de phase à température finie est représentée en figure 5.19. La phase SF existe jusqu'à une température critique T_c , qui diminue jusqu'à 0 au point de transition de phase quantique (QPC), indiquant un changement important dans l'état fondamental du système.

Cette transition a déjà été étudiée par [208]. Cependant les données expérimentales ont été comparées à des calculs numériques dans lesquels il faut tenir compte des effets du temps de vol fini, des effets liés à la résolution de l'imagerie, et des effets de l'intégration transverse. Les auteurs ont pu observer, en analysant la largeur des pics, le décalage de la température critique T_c quand on s'approche de la phase d'isolant de Mott. Une difficulté des expériences d'atomes froids sur réseau est d'analyser les images après un temps de vol (TOF) : comment relier la mesure à la distribution en impulsion du piège $n(k)$ et comment tenir compte du temps de vol fini (expression plus compliquée que si $t \rightarrow \infty$). Cela rend difficile la construction d'une grandeur physique pour caractériser le point critique entre l'état normal et superfluide. Face aux développements des "microscopes pour gaz quantique" qui peuvent montrer le nuage in-situ, et ainsi ne pas avoir les problèmes liés au TOF, des auteurs [257] ont proposés de sonder la quantité $\kappa(r) = -\frac{\partial n(r)}{\partial V(r)}$ dans l'espace des positions pour obtenir les diagrammes à température finie de systèmes quantiques fortement corrélés. Cependant cette proposition ne fonctionne pas dans des conditions expérimentales réalistes [258].

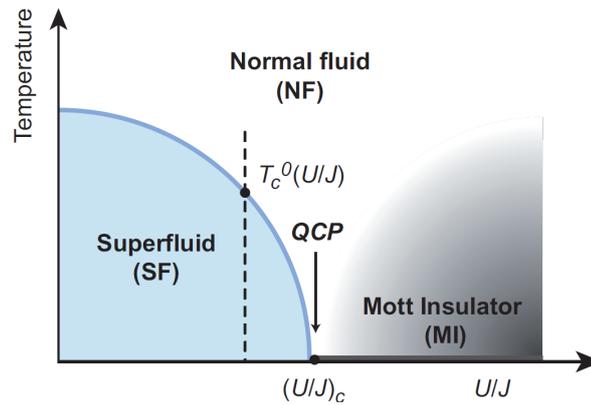


FIGURE 5.19 – Figure tirée de l'article [208]. Schéma simplifié du diagramme de phase à température finie pour des bosons (une seule espèce) dans un réseau.

C'est pourquoi d'autres collègues [258] ont proposé une quantité $Q(T)$ pour mesurer les points critiques sur la distribution $n(k)$. Cette mesure n'a encore jamais été réalisée à cause des problèmes d'analyses dans les images en TOF évoqués précédemment. Or il semblerait que nous possédons un outil expérimental qui donne la possibilité de relier les distributions mesurées à $n(k)$, et ce avec une excellente résolution. Il serait ainsi possible de mesurer, sur l'expérience, le points critique T_c avec une très grande précision, à travers de la quantité $Q(T)$.

Une autre étude qu'on pourrait envisager serait d'étudier les gaz unidimensionnels et leur distribution d'impulsion [259]. Pour un réseau optique suffisamment profond à 2 dimensions, chaque tube peut se comporter comme un système effectif unidimensionnel qui peut être décrit par le modèle de Lieb-Liniger [260]. Ce modèle focalise beaucoup l'attention depuis son introduction il y a plus de 50 ans car c'est un système intégrable dont la solution exacte peut être obtenue grâce l'ansatz de Bethe. On s'attend à retrouver, en outre, une loi d'échelle en $1/k^4$ pour de larges impulsions.

Enfin, à plus long terme, l'expérience est conçue pour mettre également des fermions avec l'Hélium-3. La mise en place des fermions demande un peu de travail expérimental (recyclage derrière les pompes des fermions, mise en place d'un système laser pour les refroidir). Les fermions donnerait la possibilité d'étudier des problèmes plus proches de la matière condensées, comme le modèle de Fermi-Hubbard.

ANNEXE A

Corrélation d'ordre 2 $G(k, k') = \langle n(k)n(k') \rangle - \langle n(k) \rangle \langle n(k') \rangle$ dans un système homogène en faible interaction dans le cadre de la théorie de Bogoliubov

Dans le chapitre 4, on a vu en détail les comportements de la fonction de corrélation d'ordre 1 dans l'espace des impulsions, ou dit plus simplement de la densité $n(k)$ dans le cadre de la théorie de Bogoliubov. Or l'expérience est dotée d'un détecteur sensible à la détection d'atomes uniques. Cette particularité permet par exemple de pourvoir créer des sources d'atome unique à basse température [210]. On peut aussi utiliser cette particularité pour mesurer des fonctions de corrélations d'ordre 2. En effet l'origine de la déplétion est une interaction à deux corps entre deux atomes. Ainsi, par conservation de l'impulsion, si on trouve un atome avec l'impulsion k , alors on s'attend à trouver un atome avec l'impulsion $-k$ à cause de la collision qui a lieu au moment de l'interaction. Ainsi la quantité $\langle n(k)n(-k) \rangle$ est non nulle et présente également des lois d'échelle dans le cadre de la théorie de Bogoliubov. De plus les bosons ont tendance à être regroupés, à "bunchés". Ainsi donc on s'attend aussi à trouver une corrélation locale $\langle n(k)n(k) \rangle$ non nulle.

On cherche à calculer la quantité $\langle n(k)n(k') \rangle - \langle n(k) \rangle \langle n(k') \rangle = \langle \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k \hat{a}_{k'}^\dagger \hat{a}_{k'} \rangle - \langle \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k \rangle \langle \hat{a}_{k'}^\dagger \hat{a}_{k'} \rangle$ pour $k \neq 0$ et $k' \neq 0$. Le calcul est fastidieux et s'effectue en passant par les opérateurs de Bogoliubov \hat{b}_k^\dagger et \hat{b}_k avec les propriétés suivantes (conséquence des approximations) :

- les modes \hat{b}_k^\dagger sont indépendants, donc $\langle \hat{b}_k^\dagger \hat{b}_k \hat{b}_{k'}^\dagger \hat{b}_{k'} \rangle = \langle \hat{b}_k^\dagger \hat{b}_k \rangle \langle \hat{b}_{k'}^\dagger \hat{b}_{k'} \rangle$ si $k \neq k'$.
- Les quasi-particules suivent une distribution de Bose :

$$\langle \hat{b}_k^\dagger \hat{b}_k \rangle = \frac{1}{\exp\left(\frac{\epsilon(k)}{k_B T}\right) - 1} \quad (\text{A.1})$$

- Les quasi-particules étant indépendantes, par conséquence, on peut donc utiliser le théorème de Wick, ce qui donne :

$$\langle \hat{b}_k^\dagger \hat{b}_k \hat{b}_k^\dagger \hat{b}_k \rangle = \langle \hat{b}_k^\dagger \hat{b}_k \rangle + 2 \langle \hat{b}_k^\dagger \hat{b}_k \rangle^2 \quad (\text{A.2})$$

où $\epsilon(k)$ est la relation de dispersion de Bogoliubov. Les résultats sont [211] :

$$G(k, -k) = \langle \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k \hat{a}_{-k}^\dagger \hat{a}_{-k} \rangle - \langle \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k \rangle \langle \hat{a}_{-k}^\dagger \hat{a}_{-k} \rangle = u_k^2 v_k^2 \left(1 + 2 \langle \hat{b}_k^\dagger \hat{b}_k \rangle\right)^2 \quad (\text{A.3})$$

$$G(k, k) = \langle \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k \rangle - \langle \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k \rangle \langle \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k \rangle = u_k^2 v_k^2 \left(1 + 2 \langle \hat{b}_k^\dagger \hat{b}_k \rangle \right)^2 + \langle \hat{b}_k^\dagger \hat{b}_k \rangle \left(1 + \langle \hat{b}_k^\dagger \hat{b}_k \rangle \right) \quad (\text{A.4})$$

Il existe aussi des corrélations entre les particules dans les condensat dans $k = 0$ et les particules déplétées $k \neq 0$:

$$G(k, 0) = \langle \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k \hat{a}_0^\dagger \hat{a}_0 \rangle - \langle \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k \rangle \langle \hat{a}_0^\dagger \hat{a}_0 \rangle \quad (\text{A.5})$$

$$= -2u_k^2 v_k^2 \left(1 + 2 \langle \hat{b}_k^\dagger \hat{b}_k \rangle \right)^2 - \langle \hat{b}_k^\dagger \hat{b}_k \rangle \left(1 + \langle \hat{b}_k^\dagger \hat{b}_k \rangle \right) \quad (\text{A.6})$$

Cette anti-corrélation $G(k, 0)$ reflète le fait qu'à un atome trouvé à l'impulsion k dans la partie déplétée correspond un atome à impulsion $-k$, qui de fait est absent du condensat. De même il apparait la corrélation $G(0, 0)$ (si on trouve un atome dans le condensat, alors on est sur d'en trouver un autre dedans). La calcul donne :

$$G(0, 0) = \langle \hat{a}_0^\dagger \hat{a}_0 \hat{a}_0^\dagger \hat{a}_0 \rangle - \langle \hat{a}_0^\dagger \hat{a}_0 \rangle \langle \hat{a}_0^\dagger \hat{a}_0 \rangle \quad (\text{A.7})$$

$$= -4u_k^2 v_k^2 \left(1 + 2 \langle \hat{b}_k^\dagger \hat{b}_k \rangle \right)^2 - 2 \langle \hat{b}_k^\dagger \hat{b}_k \rangle \left(1 + \langle \hat{b}_k^\dagger \hat{b}_k \rangle \right) \quad (\text{A.8})$$

$$+ \sum_{k' \neq 0} \left(2u_k^2 v_{k'}^2 \left(1 + 2 \langle \hat{b}_{k'}^\dagger \hat{b}_{k'} \rangle \right)^2 + \langle \hat{b}_{k'}^\dagger \hat{b}_{k'} \rangle \left(1 + \langle \hat{b}_{k'}^\dagger \hat{b}_{k'} \rangle \right) \right) \quad (\text{A.9})$$

Pour le reste on trouve $G(k, k') = 0$.

Focalisons nous sur la corrélation croisée $G(k, -k)$ et locale $G(k, k)$ à température nulle. A $T = 0$, les corrélations $G(k, -k)$ et $G(k, k)$ sont égales. Elles s'écrivent dans le cadre de la théorie de Bogoliubov (dans un système homogène) :

$$G(k, -k) = G(k, k) = u_k^2 v_k^2 \quad (\text{A.10})$$

$$= \begin{cases} \frac{1}{8(k\xi)^2} & \text{quand } k\xi \ll 1 \\ \frac{(mgn)^2}{\hbar^4 k^4} & \text{quand } k\xi \gg 1 \end{cases} \quad (\text{A.11})$$

On observe donc aussi des lois d'échelles associées à la déplétion dans les fonctions de corrélations d'ordre 2. Il pourrait être possible de mesurer une corrélation croisée $G(k, -k)$ et une corrélation locale $G(k, k)$ après un temps de vol dans la partie associée à la déplétion quantique. Malheureusement nous n'avons pas assez de statistiques pour faire ressortir les corrélations dans le cas de l'étude de condensat. Cependant on garde espoir de pouvoir faire sortir un signal de corrélation croisé $k/ -k$ dans le cadre de l'étude du superfluide sur réseau, puisque la statistique est plus élevée.

ANNEXE B

Calcul du coefficient tunnel J dans le modèle de Bose-Hubbard

Le coefficient J est défini par :

$$J = - \int dx w(x) \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V_{lattice} \right) w(x-a) \quad (\text{B.1})$$

J peut être obtenu en résolvant l'équation 1D de Mathieu (dans la limite où $V_0 \gg E_r$) et on trouve (réseau cubique) :

$$J_{\text{Mathieu}} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} E_r \left(\frac{V_0}{E_r} \right)^{3/4} \exp \left(-2\sqrt{\frac{V_0}{E_r}} \right) \quad (\text{B.2})$$

Cependant cette expression est approchée et peu valide pour les faibles amplitudes du réseau. Dans cette section, nous décrivons le moyen de calculer le coefficient d'effet tunnel J basé sur la calcul de la structure de bandes du réseau. Le spectre d'énergie est relié au paramètre J par la relation [242] :

$$E(q) = - \sum_{j \in \mathbb{Z}} J(j) e^{-ijaq} \quad (\text{B.3})$$

où $J(j)$ est le coefficient tunnel entre le site 0 et le j^{eme} site. Parce que nous travaillons avec les hypothèse du modèle de Bose-Hubbard, on ne considère que l'effet tunnel avec le plus proche voisin, ce qui veut dire que $j = -1, 0, +1$ (avec $j(1) = j(-1)$ par symétrie). On a donc $E(q) = J(0) + 2J(1) \cos(aq)$, ce qui donne (en prenant $q = 0$ et $q = \frac{\pi}{a}$) :

$$J = J(1) = \frac{|E(\frac{\pi}{a}) - E(0)|}{4} \quad (\text{B.4})$$

Le coefficient J est donc relié à la largeur de la première bande (dans l'approximation des liaisons fortes). Il nous faut donc calculer le spectre de bande. Pour cela, commençons par écrire l'Hamiltonien à une particule dans un réseau :

$$\hat{H}_1 = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V_0 \sin^2 \left(\frac{\pi x}{a} \right) \quad (\text{B.5})$$

$$= \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + \frac{V_0}{2} \right) - \frac{V_0}{4} \left(e^{+i\frac{2\pi x}{a}} + e^{-i\frac{2\pi x}{a}} \right) \quad (\text{B.6})$$

Les valeurs propres sont les fonctions délocalisées de Bloch et peuvent s'écrire sous la forme (théorème de Bloch) :

$$\phi_q(x) = e^{iqx} u(x) \quad (\text{B.7})$$

où q est le quasi-moment (on ne considère que la bande fondamentale ici). La fonction $u(x)$ a la même périodicité que le potentiel, c'est-à-dire $u(x+a) = u(x)$ et se décompose ainsi en série de Fourier :

$$u(x) = \sum_p d_p e^{i \frac{2\pi p x}{a}} \quad (\text{B.8})$$

où p est un entier relatif. L'équation de Shrodinger $\hat{H}_1 \psi_q(x) = E(q) \psi_q(x)$ peut être réécrite comme :

$$\left(\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{2\pi}{a} p + a \right)^2 + \frac{V_0}{2} \right) \delta_{p,p'} - \frac{V_0}{4} (\delta_{p-1,p'} + \delta_{p+1,p'}) \right) d_{p'} = E(q) d_p \quad (\text{B.9})$$

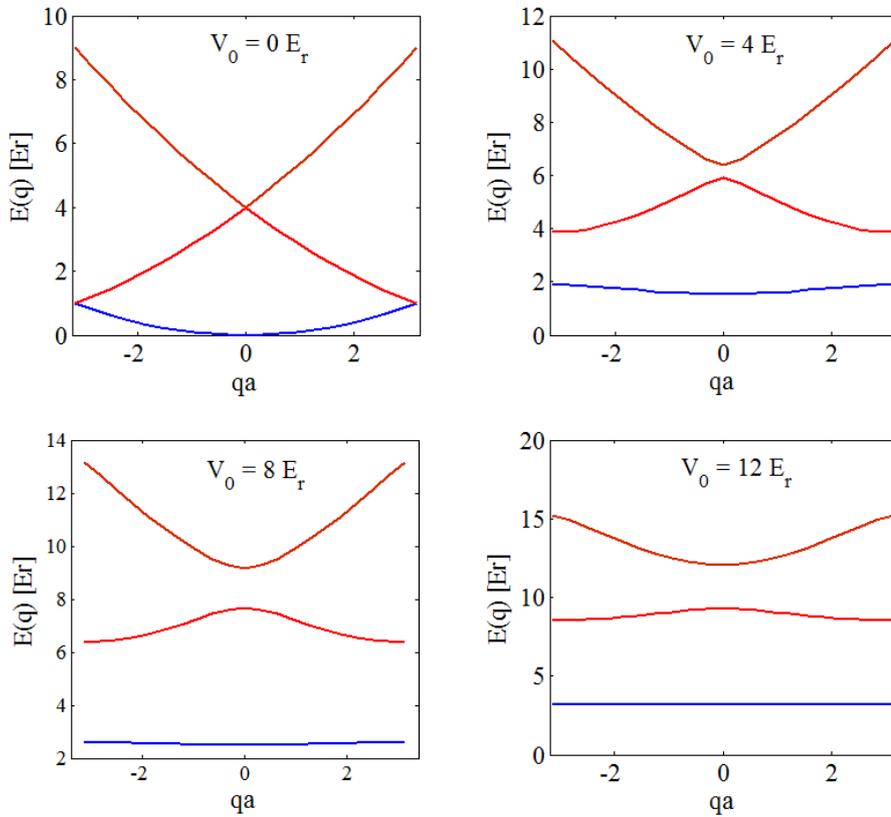


FIGURE B.1 – Structure de bande pour différentes amplitudes du réseau V_0/E_r , tracée en résolvant l'équation (B.9).

On résout ensuite ce problème de vecteurs propres et valeurs propres pour trouver l'énergie $E(q)$. En figure B.1, on montre les bandes d'énergie $E_n(q)$ pour différentes profondeurs du réseau. On ne les trace que sur la première zone de Brillouin. On peut maintenant calculer le coefficient tunnel grâce à la relation (B.4).

On a tracé la valeur du coefficient J dans le cas de l'Hélium en figure B.2. En onset de cette figure, on a aussi tracé le coefficient tunnel pour $J(2)$ et $J(3)$. On observe que pour des amplitudes de réseaux $V_0 \leq 3E_r$, l'influence de l'effet tunnel entre deux sites éloigné de 2 sites de réseau n'est pas négligeable (20% de la valeur de $J(1)$). Ainsi le modèle de Bose-Hubbard n'est pas très pertinent en dessous des réseaux d'amplitude

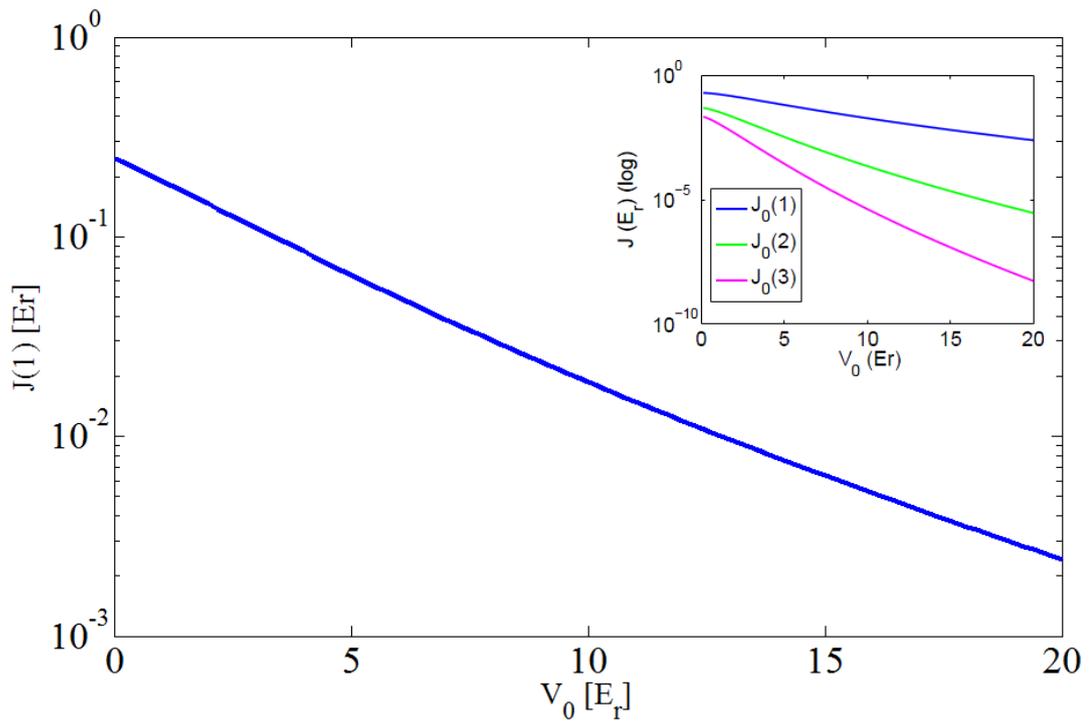


FIGURE B.2 – Coefficient $J(1)$ (plus proche voisin) en fonction de la profondeur du réseau (échelle semi-log) en utilisant la formule (B.4). En inset on trace aussi les autres coefficients J : $J(1)$, $J(2)$ et $J(3)$. On observe qu’en dessous de $V_0 \leq 3E_r$, le coefficient d’effet tunnel $J(2)$ n’est pas si négligeable.

$V_0 \leq 3E_r$. En figure B.3, on compare les expressions de $J_{Mathieu}$ et J : on observe que les deux expressions sont en accord seulement pour des profondeurs de réseau $V_0 \geq 10E_r$.

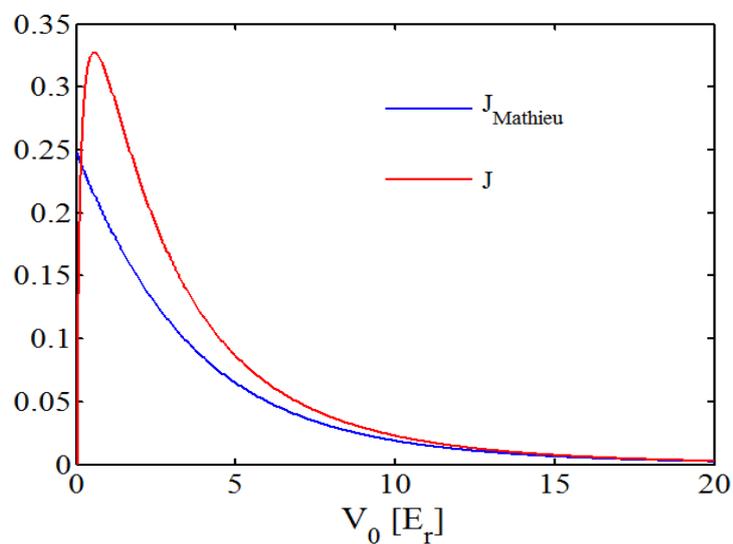


FIGURE B.3 – comparaison du coefficient J (en E_r) calculé avec l'équation de Mathieu ou calculé avec la structure de bande. On observe que les deux expressions sont en accord seulement pour de grandes profondeurs de réseaux ($V_0 \geq 10E_r$)

ANNEXE C

Calcul du coefficient d'interaction U dans le modèle de Bose-Hubbard

Le coefficient U est défini par :

$$U = \frac{4\pi\hbar^2 a_s}{m} \int d^3x |w(x)|^4 = \frac{4\pi\hbar^2 a_s}{m} \left(\int dx |w(x)|^4 \right)^3 \quad (\text{C.1})$$

Pour calculer U , on peut approximer la fonction de Wannier $w(x)$ par l'oscillateur harmonique local du site : $V_{lattice} = V_0 \sin^2(k_l x) \simeq V_0 k_l^2 x^2$. On a alors :

$$U_{gauss} = \sqrt{\frac{8}{\pi}} k_l a_s E_r \left(\frac{V_0}{E_r} \right)^{3/4} \quad (\text{C.2})$$

Pour avoir une expression plus exacte du coefficient U , il nous faut construire les fonctions de Wannier $w(x)$. Les fonctions de Bloch ϕ_q , qui se construisent grâce à la relation (B.9), sont des fonctions propres de l'équation de Shrodinger avec un réseau et sont délocalisées dans l'espace. A l'inverse les fonctions de Wannier, qui sont aussi des fonctions propres de l'équation de Shrodinger avec un réseau, sont des fonctions localisées sur les sites. Elles sont données par [243] :

$$w(x - x_i) = N^{-1/2} \sum_q e^{-iqx_i/\hbar} \phi_q(x) \quad (\text{C.3})$$

où x_i est la position du i^{ieme} site et N une constante de normalisation. En figure C.1, on tracé les fonctions de Wannier pour différentes amplitudes. On observe que plus la profondeur du réseau est grande et plus l'approximation gaussienne de la fonction de Wannier est bonne. En figure C.2 on a tracé le coefficient d'interaction sur site U en fonction de l'amplitude du réseau.

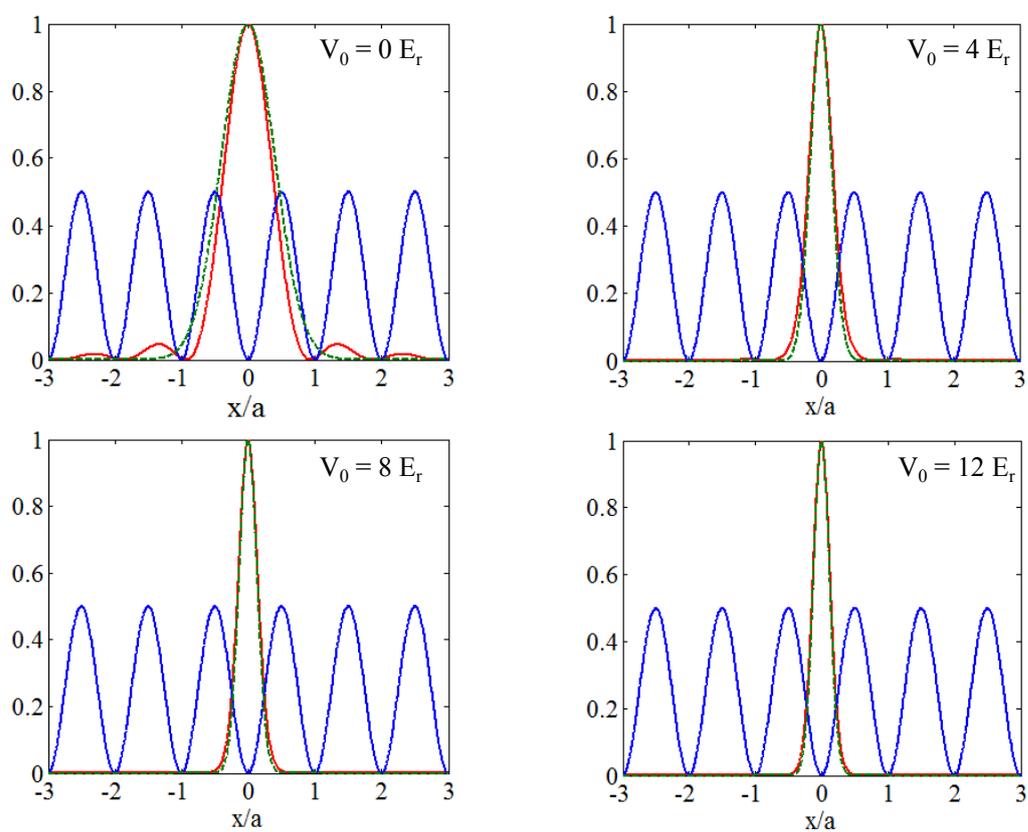


FIGURE C.1 – Fonction de Wannier pour différentes amplitudes du réseau. En trait rouge est représenté la fonction de Wannier et en pointillé vert la fonction gaussienne de l'oscillateur harmonique du site du réseau.

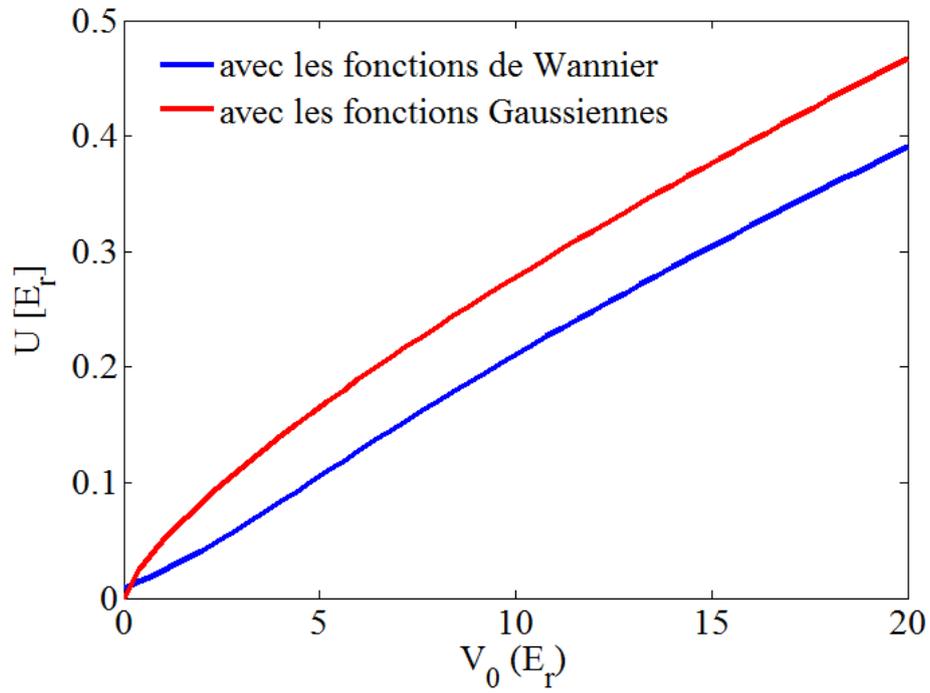


FIGURE C.2 – Coefficient d'interaction sur site U en fonction de la profondeur du réseau. En bleu le coefficient U calculé en utilisant les fonctions de Wannier et en rouge avec la gaussienne. On voit que la différence n'est pas négligeable.

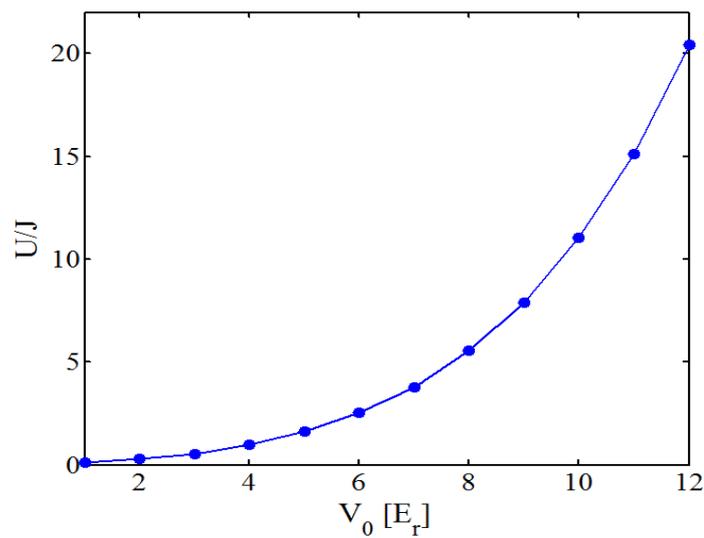


FIGURE C.3 – U/J en fonction de V_0 .

Bibliographie

- [1] P. Kapitza, *Viscosity of Liquid Helium below the λ -Point*, Nature, **141**, p. 74 (1938).
- [2] J. F. Allen, and A. D. Misener, *Flow of Liquid Helium II*, Nature, **141**, p. 75 (1938).
- [3] E.J Yarmchuck, M.J.V Gordon and R.E Packard, *Observation of Stationary Vortex Arrays in Rotating Superfluid Helium*, Phys. Rev. Lett **43**, 214, (1979).
- [4] M. C. Gutzwiller, *Effect of Correlation on the Ferromagnetism of Transition Metals*, Phys. Rev. Lett. **10**, 159 (1962).
- [5] Proc R. Soc. A, *Electron Correlations in Narrow Energy Bands*, **276** No. 1365 (1963).
- [6] J. Kanamory, *Electron Correlation and Ferromagnetism of Transition Metals*, Prog. Theor. Phys. **30**, (1963).
- [7] R. P. Feynman, *Simulating physics with computers*, Int J Theor Phys, vol. **21**, no. 67, pp. 467488, (1982).
- [8] Paul D. Lett, Richard N. Watts, Christoph I. Westbrook, William D. Phillips, Phillip L. Gould, and Harold J. Metcalf. *Observation of atoms laser cooled below the Doppler limit*, Phys. Rev. Lett., **61** 169–172, (1988).
- [9] Nir Davidson, Heun Jin Lee, Mark Kasevich, and Steven Chu. *Raman cooling of atoms in two and three dimensions*, Phys. Rev. Lett., **72**, 3158–3161, (1994).
- [10] M. Anderson, J. Ensher, M. Matthews, C. Wieman, and E. Cornell, *Observation of Bose- Einstein condensation in a dilute atomic vapor*, Science **269**, 198 (1995).
- [11] K. Davis, M. Mewes, M. Andrews, N. Van Druten, D. Durfee, D. Kurn, and W. Ketterle, *Bose-Einstein condensation in a gas of sodium atoms*, Phys. Rev. Lett. **75** (22), 3969-3973 (1995).
- [12] B. DeMarco and D. Jin, *Onset of Fermi degeneracy in a trapped atomic gas*, Science, **285** (5434), 1703 (1999).
- [13] Alexander L. Gaunt, Tobias F. Schmidutz, Igor Gotlibovych, Robert P. Smith, and Zoran Hadzibabic, *Bose-Einstein Condensation of Atoms in a Uniform Potential*, Phys. Rev. Lett. **110**, 200406, (2013).
- [14] M. A. Cazalilla, R. Citro, T. Giamarchi, E. Orignac, and M. Rigol, *One dimensional bosons : From condensed matter systems to ultracold gases*, Rev. Mod. Phys. **83**, 1405 (2011).
- [15] J. Billy, V. Josse, Z. Zuo, A. Bernard, B. Hambrecht, P. Lugan, D. Clement, L. Sanchez-Palencia, P. Bouyer and A. Aspect. *Direct observation of Anderson localization of matter waves in a controlled disorder*. Nature, vol. **453**, no. 7197, pp. 891–894 (2008).
- [16] Cheng Chin, Rudolf Grimm, Paul Julienne, and Eite Tiesinga, *Feshbach resonances in ultracold gases*, Rev. Mod. Phys. **82**, 1225 (2010).

- [17] H. Weimer, R. Low, T. Pfau and H. P. Buchler. *Quantum Critical Behavior in Strongly Interacting Rydberg Gases*. Phys. Rev. Lett., vol. **101**, p. 250601 (2008).
- [18] A. Griesmaier. *Generation of a dipolar bose–einstein condensate*. Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical Physics, vol. **40**, no. 14, p. R91 (2007).
- [19] M. Greiner, O. Mandel, T. Esslinger, T. Hansch and I. Bloch. *Quantum phase transition from a superfluid to a Mott insulator in a gas of ultracold atoms*. Nature, vol. **415**, no. 6867, pp. 39–44 (2002).
- [20] M. Kohl, H. Moritz, T. Stoferle, K. Gontter and T. Esslinger. *Fermionic atoms in a three dimensional optical lattice : Observing Fermi surfaces, dynamics, and interactions*, Physical Review Letters, vol. **94**, no. 8, pp. 1–4 (2005).
- [21] Jean Dalibard, Fabrice Gerbier, Gediminas Juzeliunas, and Patrik Ohberg, *Artificial gauge potentials for neutral atoms*, Rev. Mod. Phys. **83**, 1523 (2011).
- [22] F. Schreck, L. Khaykovich, K. L. Corwin, G. Ferrari, T. Bourdel, J. Cubizolles, and C. Salomon, *Quasipure Bose-Einstein Condensate Immersed in a Fermi Sea*, Phys. Rev. Lett., **87**(8) :080403 (2001).
- [23] K.W. Madison, F. Chevy, W. Wohlleben, and J. Dalibard, *Vortex Formation in a Stirred Bose-Einstein Condensate*, **84**, 5 (2000).
- [24] N. Bogoliubov, *On the Theory of Superfluidity*, J. Phys. **11**, 23 (1947).
- [25] T. D. Lee, K. Huang and C. N. Yang, *Eigenvalues and Eigenfunctions of a Bose System of Hard Spheres and Its Low-Temperature Properties*, Phys. Rev. **106**, 1135-1145 (1957).
- [26] R. J. Donelli, J. A. Donelli and R. N. Hills, *Specific Heat and Dispersion Curve for Helium II*, J. Low Temp. **44**, 471 (1981).
- [27] Steinhauer, J., R. Ozeri, N. Katz and N. Davidson ,*Excitation spectrum of a Bose–Einstein condensate*, Phys. Phys. Lett. **88**, 12, p. 120407 (2002).
- [28] S. Nascimbene, N. Navon, K. J. Jiang, F. Chevy C. Salomon, *exploring the thermodynamics of a universal Fermi gas*, Nature **463**, 1057-1060 (2010).
- [29] D. Jaksch, C. Bruder, J. I. Cirac, C.W. Gardiner, and P. Zoller, *Cold Bosonic Atoms in Optical Lattices*, Phys. Rev. Lett. **81**, 3108 (1998).
- [30] Waseem S Bakr, Jonathon I Gillen, Amy Peng, Simon Folling, and Markus Greiner, *A quantum gas microscope for detecting single atoms in a Hubbard regime optical lattice*, Nature, **462**(7269), (2009).
- [31] Christof Weitenberg, Manuel Endres, Jacob F Sherson, Marc Cheneau, Peter Schauss, Takeshi Fukuhara, Immanuel Bloch, and Stefan Kuhr. *Single-spin addressing in an atomic Mott insulator*. Nature, **471**(7338) :319–24, (2011).
- [32] Ahmed Omran, Martin Boll, Timon A. Hilker, Katharina Kleinlein, Guillaume Salomon, Immanuel Bloch, and Christian Gross, *Microscopic Observation of Pauli Blocking in Degenerate Fermionic Lattice Gases*, Phys. Rev. Lett. **115**, 263001 (2015).
- [33] Lawrence W. Cheuk, Matthew A. Nichols, Katherine R. Lawrence, Melih Okan, Hao Zhang, and Martin W. Zwierlein, *Observation of 2D Fermionic Mott Insulators of 40K with Single-Site Resolution*, Phys. Rev. Lett. **116**, 235301, (2016).
- [34] Daniel Greif, Maxwell F. Parsons, Anton Mazurenko, Christie S. Chiu, Sebastian Blatt, Florian Huber, Geoffrey Ji, Markus Greiner, *Site-resolved imaging of a fermionic Mott insulator*, Science **351**, 953 (2016).

- [35] S. Utsunomiya, L. Tian, G. Roumpos, C. W. Lai, N. Kumada, T. Fujisawa, M. Kuwata-Gonokami, A. Loffler, S. Hofling, A. Forchel and Y. Yamamoto, *Observation of Bogoliubov excitations in exciton-polariton condensates*, Nature Physics **4**, 700-705 (2008).
- [36] M. Weidemuller, T. Esslinger, M. A. Ol'shanii, A. Hemmerich, and T. W. Hansch. *A novel scheme for efficient cooling below the photon recoil limit*. Europhys. Lett., **27**(2), 109, (1994).
- [37] G. Salomon, L. Fouche, P. Wang, A. Aspect, P. Bouyer and T. Bourdel, *Gray-molasses cooling of 39K to a high phase-space density*, Europhys. Lett. **104** 63002 (2013).
- [38] D. Nath, R. Kollengode Easwaran, G. Rajalakshmi, and C. S. Unnikrishnan, *Quantum-interference-enhanced deep sub-Doppler cooling of 39K atoms in gray molasses*, Phys. Rev. A **88**, 053407 (2013).
- [39] Giacomo Colzi, Gianmaria Durastante, Eleonora Fava, Simone Serafini, Giacomo Lamporesi, and Gabriele Ferrari, *Sub-Doppler cooling of sodium atoms in gray molasses*, Phys. Rev. A **93**, 023421, (2016).
- [40] Andrew T. Grier, Igor Ferrier-Barbut, Benno S. Rem, Marion Delehaye, Lev Khaykovich, Frédéric Chevy, and Christophe Salomon, *λ -enhanced sub-Doppler cooling of lithium atoms in D1 gray molasses*, Phys. Rev. A **87**, 063411 (2013).
- [41] Lynn Hoendervanger, *A New Metastable Helium Machine : An Investigation into the Attributes of Trapping, Cooling and Detecting Metastable Helium*, Paris 11, (2014).
- [42] T.W. Hansch and A.L. Schawlow, *Cooling of Gases by Laser Radiation*, Opt. Commun. **13**, 68 (1975).
- [43] D. Wineland and H. Dehmelt, *Proposed $10^{14} \Delta\nu/\nu$ Laser Fluorescence Spectroscopy on TI^+ Mono-Ion Oscillator*, Bull. Am. Phys. Soc. **20**, 637 (1975).
- [44] S. Chu, L. Hollberg, J.E. Bjorkholm, A. Cable and A. Ashkin, *Three-Dimensional Viscous Confinement and Cooling of Atoms by Resonance Radiation Pressure*, Phys. Rev. Lett. **55**, 48 (1985).
- [45] C. Cohen-Tannoudji, in *Fundamental Systems in Quantum Optics*, Les Houches, Session LIII, 1990, ed. by J. Dalibard, J.M. Raimond and J. Zinn Justin, pp. 1-164 (Elsevier Science Publisher B.V., 1992).
- [46] P. D. Lett, W. D. Phillips, S.L. Rolston, C. E. Tanner, R. N. Watts and C. I. Westbrook, *Optical Molasses*, J Opt. Soc. Am. B **6**, 2084 (1989).
- [47] D.S. Weiss, E. Riis, Y. Shevy, P.J. Ungar and S. Chu, *Optical Molasses and Multilevel Atoms : Experiment*, J. Opt. Soc. Am. B **6**, 2072 (1989).
- [48] C. Salomon, J. Dalibard, W. D. Phillips, A. Clairon and S. Guellati, *Laser Cooling of Cesium Atoms Below $3 \mu K$* , Europhys. Lett. **12**, 683 (1990).
- [49] J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji, *Laser Cooling below the Doppler Limit by Polarization Gradients : Simple Theoretical Models*, J. Opt. Soc. Am. B **6**, 2023 (1989).
- [50] P. J. Ungar, D. S. Weiss, E. Riis, and S. Chu, *Optical Molasses and Multilevel Atoms : Theory*, J. Opt. Soc. Am. B **6**, 2058 (1989)
- [51] M. Chalony, A. Kastberg, B. Klappauf and D. Wilkowski, *Doppler Cooling to the Quantum Limit*, Phys. Rev. Lett. **107**, 243002 (2011).
- [52] G. Zinner, T. Binnewies and F. Riehle, *Photoassociation of Cold Ca Atoms*, Phys. Rev. Lett. **85**, 2292 (2000).

- [53] E. A. Curtis, C. W. Oates and L. Hollberg, *Quenched Narrow-Line Laser Cooling of ^{40}Ca to Near the Photon Recoil Limit*, Phys. Rev. A **64**, 031403(R) (2001).
- [54] J. Grunert and A. Hemmerich, *Optimizing the Production of Metastable Calcium Atoms in a Magneto-Optical Trap*, Appl. Phys. B **73**, 815 (2001).
- [55] U. Dammalapati, I. Norris, L. Maguire, M. Borkowski and E. Riis, *A Compact Magneto-Optical Trap Apparatus for Calcium*, Meas. Sci. Technol. **20**, 095303 (2009).
- [56] T. Binnewies, G. Wilpers, U. Sterr, F. Riehle, J. Helmcke, T. E. Mehlstaubler, E. M. Rasel and W. Ertmer, *Doppler Cooling and Trapping on Forbidden Transitions*, Phys. Rev. Lett. **87**, 123002 (2001).
- [57] Th. Kisters, K. Zeiske, F. Riehle and J. Helmcke, *High-Resolution Spectroscopy With Laser-Cooled and Trapped Calcium Atoms*, Appl. Phys. B **59**, 89 (1994).
- [58] K. Sengstock, U. Sterr, J. H. Muller, V. Rieger, D. Bettermann and W. Ertmer, *Optical Ramsey Spectroscopy on Laser-Trapped and Thermal Mg Atoms*, Appl. Phys. B **59**, 99 (1994).
- [59] M. Riedmann, H. Kelkar, T. Wubbena, A. Pape, A. Kulosa, K. Zipfel, D. Fim, S. Ruhmann, J. Friebe, W. Ertmer, and E. Rasel, *Beating the Density Limit by Continuously Loading a Dipole Trap from Millikelvin-Hot Magnesium Atoms*, Phys. Rev. A **86**, 043416 (2012).
- [60] H. Katori, T. Ido, Y. Isoya and M. Kuwata-Gonokami, *Magneto-Optical Trapping and Cooling of Strontium Atoms down to the Photon Recoil Temperature*, Phys. Rev. Lett. **82**, 1116 (1999).
- [61] X. Xu, T. H. Loftus, M. J. Smith, J. L. Hall, A. Gallagher and J. Ye, *Dynamics in a Two-Level Atom Magneto-Optical Trap*, Phys. Rev. A **66**, 011401R (2002).
- [62] T. Kuwamoto, K. Honda, Y. Takahashi and T. Yabuzaki, *Magneto-Optical Trapping of Yb Atoms Using an Intercombination Transition*, Phys. Rev. A **60**, R745(R) (1999).
- [63] T. Loftus, J. R. Bochinski and T. W. Mossberg, *Probing Magneto-Optic Trap Dynamics Through Weak Excitation of a Coupled Narrow-Linewidth Transition*, Phys. Rev. A **61**, 061401 (2000).
- [64] S. Dorscher, A. Thobe, B. Hundt, A. Kochanke, R. Le Targat, P. Windpassinger, C. Becker and K. Sengstock, *Creation of Quantum-Degenerate Gases of Ytterbium in a Compact 2D-/3D-Magneto-Optical Trap Setup*, Rev. Sci. Instrum. **84**, 043109 (2013).
- [65] S. K. Choi, S. E. Park, J. Chen, and V. G. Minogin, *Three-Dimensional Analysis of the Magneto-Optical Trap for (1+3)-Level Atoms*, Phys. Rev. A **77**, 015405 (2008).
- [66] T. Chaneliere, J. Meunier, R. Kaiser, C. Miniatura, and D. Wilkowski, *Extra-Heating Mechanism in Doppler Cooling Experiments*, J. Opt. Soc. Am. B **22**, 1819 (2005).
- [67] S. Chang, T. Y. Kwon, H. S. Lee, and V. G. Minogin, *Two-Photon Laser-Cooling Mechanism in Multilevel Interaction Schemes*, Phys. Rev. A **60**, 3148 (1999).
- [68] R. Chang, A. L. Hoendervanger, Q. Bouton, Y. Fang, T. Klafka, K. Audo, A. Aspect, C. I. Westbrook, and D. Clément, *Three-Dimensional Laser Cooling at the Doppler limit*, Phys. Rev. A **90** (2014).
- [69] C. G. Townsend, N. H. Edwards, C. J. Cooper, K. P. Zetie, C. J. Foot, A. M. Steane, P. Szriftgiser, H. Perrin and J. Dalibard, *Phase-Space Density in the Magneto-Optical Trap*, Phys. Rev. A **52**, 1423 (1995).
- [70] D. W. Fahey, W. F. Park, and L. D. Schearer, *High flux beam source of thermal rare-gas metastable atoms*, J. Phys. E : Sci Instrument **13**, 381 (1980).

- [71] M. Kumakura and N. Morita, *Generation of an intense Low-velocity Metastable-Neon Beam*, Appl. Phys. B **56**, 21 (1993).
- [72] F. Moron, A. L. Hoendervanger, M. Bonneau, Q. Bouton, A. Aspect, D. Boiron, D. Clément, and C. I. Westbrook, *An oscillator circuit to produce a radiofrequency discharge and application to metastable helium saturated absorption spectroscopy*, Review of Scientific Instruments, vol. **83**, no. 4, p. 044705, (2012).
- [73] B. J. Garrison, W. H. Miller and H. F. Schaefer, *Penning and Associative Ionization of Triplet Metastable Helium Atoms*, Journal of Chemical Physics, vol. **59**, no. 6, (1973).
- [74] P. J. J. Tol, N. Herschbach, E. A. Hessels, W. Hogervorst, and W. Vassen, *Large numbers of cold metastable helium atoms in a magneto-optical trap*, Phys. Rev. A, vol. **60**, no. 2, p. R761R764, (1999).
- [75] H. C. Mastwijk, J. W. Thomsen, P. van der Straten, and A. Niehaus, *Optical Collisions of Cold, Metastable Helium Atoms*, Phys. Rev. Lett., vol. **80**, no. 25, p. 55165519, (1998).
- [76] M. Kumakura and N. Morita, *Laser Trapping of Metastable ^3He Atoms : Isotopic Difference in Cold Penning Collisions*, Phys. Rev. Lett., vol. **82**, no. 14, p. 28482851, (1999).
- [77] A. Browaeys, J. Poupard, A. Robert, S. Nowak, W. Rooijackers, E. Arimondo, L. Marcassa, D. Boiron, C. I. Westbrook, and A. Aspect, *Two body loss rate in a magneto-optical trap of metastable He*, Eur. Phys. J. D, vol. **8**, no. 2, p. 199203, (2000).
- [78] F. P. D. Santos, F. Perales, J. Leonard, A. Sinatra, J. Wang, F. S. Pavone, E. Rasel, C. S. Unnikrishnan, and M. Leduc, *Penning collisions of laser-cooled metastable helium atoms*, Eur. Phys. J. D, vol. **14**, no. 1, p. 1522, (2001).
- [79] Franck Pereira Dos Santos, *Condensation de Bose-Einstein de l'Hélium métastable*, thèse, Paris VI (2002).
- [80] H. Katori and F. Shimizu, *Laser-Induced Ionizing Collisions of Ultracold Krypton Gas in the $1s5$ Metastable State*, Phys. Rev. Lett., vol. **73**, no. 19, p. 25552558, (1994).
- [81] K. J. Matherson, R. D. Glover, D. E. Laban, and R. T. Sang, *Absolute metastable atom-atom collision cross section measurements using a magneto-optical trap*, Review of Scientific Instruments, vol. **78**, no. 7, p. 073102, (2007).
- [82] H. C. Busch, M. K. Shaffer, E. M. Ahmed, and C. I. Sukenik, *Trap loss in a dual-species Rb-Ar magneto-optical trap*, Phys. Rev. A, vol. **73**, no. 2, p. 023406, (2006).
- [83] M. Walhout, U. Sterr, C. Orzel, M. Hoogerland, and S. L. Rolston, *Optical Control of Ultracold Collisions in Metastable Xenon*, Phys. Rev. Lett., vol. **74**, no. 4, p. 506509, (1995).
- [84] J. Lawall, F. Bardou, B. Saubamea, K. Shimizu, M. Leduc, A. Aspect, and C. Cohen-Tannoudji, *Two-Dimensional Subrecoil Laser Cooling*, Phys. Rev. Lett **75**, 1915 (1994).
- [85] D. Boiron, C. Triche, D. R. Meacher, P. Verkerk, and G. Grynberg, *Three-dimensional cooling of cesium atoms in four-beam gray optical molasses*, Phys. Rev. A **52**, R3425 (1995).
- [86] D. Boiron, A. Michaud, P. Lemonde, Y. Castin, C. Salomon, S. Weyers, K. Szymaniac, L. Cagnet, and A. Clairon, *Laser cooling of cesium atoms in gray optical molasses down to $1.1 \mu\text{K}$* , Phys. Rev. A **53**, R3734 (1996).
- [87] D. Rio Fernandes, F. Sievers, N. Kretschmar, S. Wu, C. Salomon and F. Chevy, *Sub-Doppler laser cooling of fermionic 40K atoms in three-dimensional gray optical molasses*, Europhys. Lett. **100**, 63001 (2012).

- [88] M. Landini, S. Roy, Carcagni, D. Trypogeorgos, M. Fattori, M. Inguscio, and G. Modugno, *Sub-Doppler laser cooling of potassium atoms*, Phys. Rev. A **84**, 043432 (2011).
- [89] Claude Cohen-Tannoudji (1995–1996). Note de son cours au collège de France.
- [90] M. Weidmeuller, T. Esslinger, M. A. Ol’Shanii, A. Hemmerich and T. W. Hansch, *A Novel Scheme for Efficient Cooling below the Photon Recoil Limit*, Europhys. Lett., **27**, 109-114 (1994).
- [91] D. V. Kosachev and Yu. V. Rozhdestvenskii, *Theory of sub-Doppler cooling of three-level Λ atoms in standing light waves*, JETP, **106**, 1588-1605 (1994).
- [92] D. V. Kosachev, Yu. V. Rozhdestvenskii and G. Nienhuis, *Laser cooling of three-level atoms in two standing waves*, JOSA B **14**, 535 (1997).
- [93] G. Alzetta, A. Gozzini, L. Moi, and G. Orriols, *An experimental method for the observation of r.f. transitions and laser beat resonances in oriented Na vapour*, Il Nuovo Cimento B Series 11, **36(1)** 5–20, 1976.
- [94] Michael Fleischhauer, Atac Imamoglu, and Jonathan P. Marangos, *Electromagnetically induced transparency : Optics in coherent media*, Rev. Mod. Phys., **77** 633–673, Jul 2005.
- [95] C. D. Wallace, T. P. Dinneen, K. Y. N. Tan, A. Kumarakrishnan, P. L. Gould and J. Javanainen, *Measurements of Temperature and Spring Constant in a Magneto-Optical Trap*, J. Opt. Soc. Am. B **11**, 703 (1994).
- [96] P. Kohns, P. Buch, W. Suptitz, C. Csambal and W. Ertmer, *On-Line Measurement of Sub-Doppler Temperatures in a Rb Magneto-optical Trap-by-Trap Centre Oscillations*, Europhys. Lett. **22**, 517 (1993).
- [97] F. Y. Loo, A. Bruschi, S. Sauge, M. Allegrini, E. Arimondo, N. Andersen and J. W. Thomsen, *Investigations of a Two-Level Atom in a Magneto-Optical Trap Using Magnesium*, J. Opt. B : Quantum Semiclass. Opt. **6**, 81 (2004).
- [98] F. Dalfovo, S. Giorgini, L. P. Pitaevskii and S. Stringari, *Theory of Bose-Einstein condensation in trapped gases*, Rev. Mod. Phys. **3** 463-512 (1999).
- [99] A. Robert, O. Sirjean, A. Browaeys, J. Poupard, S. Nowak, D. Boiron, C.I. Westbrook, A. Aspect, *A Bose-Einstein condensate of metastable atoms*, Science **292**, 461 (2001).
- [100] F. Pereira Dos Santos, J. Leonard, Junmin Wang, C.J. Barrelet, F. Perales, E. Rasel, C.S. Unnikrishnan, M. Leduc, and C. Cohen-Tannoudji, *Production of a Bose Einstein condensate of metastable helium atoms*, Eur. Phys. J.D **19**, 103-109 (2002).
- [101] R.G. Dall, A.G. Truscott, *Bose-Einstein condensation of metastable helium in a bi-planar quadrupole Ioffe configuration trap*, Optics Communications **270**, 255–261 (2007).
- [102] A. S. Tychkov, T. Jelten, J. M. McNamara, P. J. J. Tol, N. Herschbach, W. Hogervorst, and W. Vassen, *Metastable helium Bose-Einstein condensate with a large number of atoms*, PRA **73**, 031603(R) (2006).
- [103] Michael Keller, Mateusz Kotyrba, Florian Leupold, Mandip Singh, Maximilian Ebner, and Anton Zeilinger, *Bose-Einstein condensate of metastable helium for quantum correlation experiments*, Phys. Rev. A **90**, 063607 (2014).
- [104] S. Charles Doret, Colin B. Connolly, Wolfgang Ketterle, and John M. Doyle, *Buffer-Gas Cooled Bose-Einstein Condensate*, Phys. Rev. Lett. **103**, 103005 (2009).

- [105] Q. Bouton, R. Chang, A. L. Hoendervanger, F. Nogrette, A. Aspect, C. I. Westbrook, D. Clément, *Fast production of Bose-Einstein condensates of metastable Helium*, Physical Review A **91**, 061402(R) (2015).
- [106] G. Salomon, L. Fouché, S. Lepoutre, A. Aspect, and T. Bourdel, *All-optical cooling of K39 to Bose-Einstein condensation*, Phys. Rev. A **90**, 033405 (2014).
- [107] S. J. M. Kuppens, K. L. Corwin, K. W. Miller, T. E. Chupp, and C. E. Wieman, *Loading an optical dipole trap*, Phys. Rev. A **62**, 013406 (2000).
- [108] D Jacob, E Mimoun, L De Sarlo, M Weitz, J Dalibard and F Gerbier, *Production of Sodium Bose Einstein condensates in an optical dimple trap*, New Journal of Physics 13 065022 (2011).
- [109] Andrzej Szczepkowicz, Leszek Krzemie, Adam Wojciechowski, Krzysztof Brzozowski, Michael Krüger, Michal Zawada, Marcin Witkowski, Jerzy Zachorowski, and Wojciech Gawlik, *Optimal geometry for efficient loading of an optical dipole trap*, Phys. Rev. A, **79**, 013408 2009
- [110] Y.-J. Lin, A. R. Perry, R. L. Compton, I. B. Spielman, and J. V. Porto, *Rapid production of R87b Bose-Einstein condensates in a combined magnetic and optical potential*, Phys. Rev. A **79**, 063631 (2009)
- [111] L. Longchambon, P.-E. Pottie, T. Liennard, A. Perrin, V. Lorent, R. Dubessy, K. Merloti and H. Perrin, *Rubidium-87 Bose-Einstein condensate in an optically plugged quadrupole trap*, Phys. Rev. A, **85**, 013643, (2013).
- [112] D. S. Naik and C. Raman, *Optically plugged quadrupole trap for Bose-Einstein condensates*, Phys. Rev. A **71**, 033617 (2005).
- [113] W. Petrich, M. H. Anderson, J. R. Ensher, and E. A. Cornell, *Stable, Tightly Confining Magnetic Trap for Evaporative Cooling of Neutral Atoms*, Phys. Rev. Lett. **74** 3352 (1995).
- [114] D. Comparat, A. Fioretti, G. Stern, E. Dimova, B. Laburthe Tolra, and P. Pillet, *Optimized production of large Bose-Einstein condensates*, Phys. Rev. A **73**, 043410 (2006).
- [115] L. Landeau et E. Lifchitz, *Mécanique* (Mir. 1982)
- [116] O. J. Luiten, M. W. Reynolds, and J. T. M. Walraven, *Kinetic theory of the evaporative cooling of a trapped gas*, Phys. Rev. A **53**, 381 (1996).
- [117] D. M. Stamper-Kurn, H. J. Miesner, A. P. Chikkatur, S. Inouye, J. Stenger, and W. Ketterle, *Reversible Formation of a Bose-Einstein Condensate*, Phys. Rev. Lett. **81**, 2194 (1998).
- [118] T. Weber, J. Herbig, M. Mark, H. C. Nagerl, and R. Grimm, *Bose-Einstein Condensation of Cesium*, Science **299**, 232 (2003).
- [119] M.O. Mewes, Ph.D. thesis, Massachusetts Institute of Technology (1997).
- [120] M. Landini, Ph.D. thesis, University of Trento (2012).
- [121] J. Stuhler, P. O. Schmidt, S. Hensler, J. Werner, J. Mlynek, and T. Pfau, *Continuous loading of a magnetic trap*, Phys. Rev. A **64**, 031405 (2001).
- [122] E. Majorana, *Il Nuovo Cimento* **9** 43 (1932).
- [123] D. M. Brink and C. V. Sukumar, *Spin-flip transitions in a magnetic trap*, Physical review A **56**, 2451, (1997).
- [124] Cours des Houches 2013 d'Hélène Perrin.

- [125] M.S. Heo, J.-Y. Choi, and Y.-I. Shin, *Fast production of large Na²³ Bose-Einstein condensates in an optically plugged magnetic quadrupole trap*, Phys. Rev. A **83** 013622 (2011).
- [126] R. Dubessy, K. Merloti, L. Longchambon, P.-E. Pottie, T. Liennard, A. Perrin, V. Lorent, and H. Perrin, *Rubidium-87 Bose-Einstein condensate in an optically plugged quadrupole trap*, Phys. Rev. A **85** 013643 (2012)
- [127] Adonis Silva Flores, Hari Prasad Mishra, Wim Vassen, Steven Knoop, *Simple method for producing Bose-Einstein condensates of metastable helium using a single beam optical dipole trap*, Applied Physics B, **121**, 3, 2015.
- [128] Romain Dubessy, Karina Merloti, Laurent Longchambon, Paul-Eric Pottie, Thomas Liennard, Aurélien Perrin, Vincent Lorent, Hélène Perrin, *Rubidium-87 Bose-Einstein condensate in an optically plugged quadrupole trap*, Phys. Rev. A, **85**, 013643, (2011).
- [129] H. F. Hess, *Evaporative cooling of magnetically trapped and compressed spin-polarized hydrogen*, Phys. Rev. B **34**, 3476 (1986).
- [130] K. B. Davis, M. O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn, , and W. Ketterle, *Bose-Einstein Condensation in a Gas of Sodium Atoms*, Phys. Rev. Lett. **75**, 3969 (1995).
- [131] C. C. Bradley, C. A. Sackett, J. J. Tollet, et R. G. Hulet, *Evidence of Bose-Einstein Condensation in an Atomic Gas with Attractive Interactions*, Phys. Rev. Lett. **75**, 1687 (1995).
- [132] Pierre Meystre and Murray Sargent. Elements of Quantum Optics. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, (2007).
- [133] D. G. Greif. PhD thesis, Stony Brook University, (2007).
- [134] C. E. Carroll and F. T. Hioe . Journal of Physics A : Mathematical and General, 19(11), 2061-2073, (1986).
- [135] F. Pereira Dos Santos, J. Lonard, J.Wang, C. J. Barrelet, F. Perales, E. Rasel, C. S. Unnikrishnan, M. Leduc, and C. Cohen-Tannoudji, *Bose-Einstein Condensation of Metastable Helium*, Phys. Rev. Lett. **86** 3459 (2001).
- [136] G. B. Partridge, J.-C. Jaskula, M. Bonneau, D. Boiron, and C. I. Westbrook, *Bose-Einstein condensation and spin mixtures of optically trapped metastable helium*, Phys. Rev. A **81** 053631 (2010).
- [137] J. T. M. Walraven. Lectures Given at Les Houches predoc School, (2006).
- [138] W. Ketterle, N.J. Van Druten, *Evaporative cooling of trapped gas*, Adv. At. Mol. Opt. Phys., vol. **37**, (1996).
- [139] Pol Tol. PhD thesis, Vrije Amsterdam University, (2005).
- [140] Andrey Sergeevich Tychkov, PhD thesis, Vrije University Amsterdam, (2008).
- [141] N. Herschbach, PhD thesis, Vrije University Amsterdam (2003).
- [142] W. Ketterle, D. S. Durfee, and D. M. Stamper-Kurn, *in Bose-Einstein Condensation in Atomic Gases*, edited by M. Inguscio, S. Stringari, and C. E. Wieman, Proceedings of the International School of Physics 'Enrico Fermi', Course CXL, pp. 67–176, Italian Physical Society (IOS Press, Amsterdam, 1999).
- [143] K. Huang. *Statistical Mechanics*, Wiley, 1987.

- [144] C.-L. Hung, X. Zhang, N. Gemelke, and C. Chin, *Accelerating evaporative cooling of atoms into Bose-Einstein condensation in optical traps*, *Phys. Rev. A* **78** 011604(R) (2008).
- [145] I. Shvarchuck, Ch. Buggle, D. S. Petrov, M. Kemmann, W. von Klitzing, G. V. Shlyapnikov and J. T.M. Walraven, *Hydrodynamic behavior in expanding thermal clouds of 87Rb* , *Phys. Rev. A* **68**, no. 6, 063603 (2003).
- [146] Yu. Kagan, E. L. Surkov and G. V. Shlyapnikov. *Evolution of a Bose-condense as under variations of the confining potential*. *Phys. Rev. A*, vol. 54, **03**, (1996)
- [147] Y. Castin and R. Dum. *Bose-Einstein Condensates in Time Dependent Traps* . *Phys. Rev. Lett.*, vol. 77, **27** (1996)
- [148] G. V. Shlyapnikov, J. T. M. Walraven, U. M. Rahmanov, and M. W. Reynolds. *Decay Kinetics and Bose Condensation in a Gas of Spin-Polarized Triplet Helium*. *Phys. Rev. Lett.* **73** 3247 (1994).
- [149] Scott V. Nguyen, S. Charles Doret, Colin B. Connolly, Robert A. Michniak, Wolfgang Ketterle, and John M. Doyle. *Evaporative cooling of metastable helium in the multi-partial-wave regime*, *Phys. Rev. A* **72**, 060703(R) (2005)
- [150] Hanbury Brown R and Twiss, *Correlation between Photons in two Coherent Beams of Light*, *Nature* **177** 27 (1956).
- [151] A. Ottl, S. Ritter, S.Kohl and T.Esslinger, *Correlations and Counting Statistics of an Atom Laser*, *Phys. Rev. Lett*, **95** 090404 (2005).
- [152] N.Schlosser , G.Reymond, I.Protsenko and P.Grangier, *Sub-poissonian loading of single atoms in a microscopic dipole trap*, *Nature* **411** 1024 (2001).
- [153] S.Kuhr, W.Alt, D.Schrader, M.Muller, V. Gomer and D.Meschede, *Deterministic Delivery of a Single Atom*, *Science* **293** 278 (2001).
- [154] K.D Nelson, X.Li and D.Weiss, *Imaging single atoms in a three-dimensional array*, *Nat. Phys.* **3** 556-560 (2007).
- [155] T. Jelte, J. M. McNamara, W. Hogervorst, W. Vassen, V. Krachmalnicoff, M. Schellekens, A. Perrin, H. Chang, D. Boiron, A. Aspect and C. I. Westbrook, *Comparison of the Hanbury Brown–Twiss effect for bosons and fermions*, *Nature* **455**, 402-40 (2006).
- [156] A.Manning, R.Wu, S.Hodgman, et al, *Third-order spatial correlations for ultracold atoms*, *New Journal of Physics*, vol. **15**, (2013).
- [157] R Bucker, A.Perrin, S.Manz, T.Betz, Ch.Koller, T.Plisson, J.Rottmann, T.Schumm and J.Schmiedmayer, *Single-particle-sensitive imaging of freely propagating ultracold atoms*, *New Journal of Physics* **11** 103039 (2009).
- [158] J. Ladislav Wiza, *Microchannel plate detectors*, *Nuclear Instruments and Methods*, vol. **162**, no. 13, pp. 587601, (1979).
- [159] G. W. Fraser, *X- and -ray imaging using microchannel plates*, *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research*, vol. **221**, no. 1, pp. 115130, (1984).
- [160] M. Barat, J. C. Brenot, J. A. Fayeton, and Y. J. Picard, *Absolute detection efficiency of a microchannel plate detector for neutral atoms*, *Review of Scientific Instruments* , vol. **71**, no. 5, pp. 20502052, May 2000.
- [161] F. Gerbier, S. Trotzky, S. Fölling, U. Schnorrberger, J. D. Thompson, A. Widera, I. Bloch, L. Pollet, M. Troyer, B. Capogrosso-Sansone, N.V. Prokofev, and B.V. Svistunov, *Expansion of a Quantum Gas Released from an Optical Lattice*, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 155303 (2008).

- [162] Fabrice Gerbier *Condensats de Bose-Einstein dans un piège anisotrope*, Thèse, Paris 11 (2003).
- [163] V. V. Goldman, I. F. Silvera, et A. J. Leggett, *Density profiles of a weakly interacting Bose gas*, Phys. Rev. B **24**, 2870 (1981).
- [164] D. A. Huse and E. Siggia, *The density distribution of a weakly interacting Bose gas in an external potential*, J. Low Temp. Phys. **46**, 137 (1982).
- [165] V. Bagnato, D. E. Pritchard, et D. Kleppner, *Bose-Einstein condensation in an external potential*, Phys. Rev. A **35**, 4354 (1988).
- [166] H. Shi et W.-M. Zheng, *Energy of a trapped interacting Bose gas*, Phys. Rev. A **56**, 2984 (1997).
- [167] V. N. Popov, *Functional integrals in quantum field theory and statistical physics*, Reidel, Dordrecht, (1983).
- [168] S. Giorgini, L. P. Pitaevskii, et S. Stringari, *Scaling and thermodynamics of a trapped Bose-Condensed gas*, Phys. Rev. Lett. **78**, 3987 (1997).
- [169] S. Giorgini, L. P. Pitaevskii, et S. Stringari, *Thermodynamics of a trapped Bose-condensed gas*, J. Low Temp. Phys. **109**, 309 (1997).
- [170] M. Holzmann et Y. Castin, *Pair correlation function of an inhomogeneous interacting Bose-Einstein condensate*, Eur. Phys. Jour. D **7**, 425 (1999).
- [171] E. Toth, A. M. Rey and P. B. Blakie, *Theory of correlations between ultra-cold bosons released from an optical lattice*, Phys. Rev. A **78**, 013627 (2008).
- [172] C. E. Carrol and F. T. Hioe, *Three-state system driven by resonant optical pulses of different shapes*, J. Opt. Soc. Am. B **5**, 1335–1340 (1988).
- [173] J. R. Kuklinski, U. Gaubatz, F. T. Hioe, and K. Bergmann, *Adiabatic population transfer in a three-level system driven by delayed laser pulses*, Phys. Rev. A **40**, 6741–6744 (1989).
- [174] B. W. Shore, K. Bergmann, A. Kuhn, S. Schiemann, J. Oreg, and J. H. Eberly, *Laser-induced population transfer in multistate systems : a comparative study*, Phys. Rev. A **45**, 5297–5300 (1992).
- [175] U. Gaubatz, P. Rudecki, S. Schiemann, and K. Bergmann, *Population transfer between molecular vibrational levels by stimulated Raman scattering with partially overlapping laser fields. A new concept and experimental results*, J. Chem. Phys. **92**, 5363–5376 (1990).
- [176] K. Bergmann, H. Theuer, and B. W. Shore, *Coherent population transfer among quantum states of atoms and molecules*, Rev. Mod. Phys. **70**, 1003–1025 (1998).
- [177] A. Browaeys, *Piégeage magnétique d'un gaz d'Hélium métastable : vers la condensation de Bose-Einstein*. Thèse, Université Paris Sud - Paris XI (2000).
- [178] Olivier Sirjean, *Collisions ionisantes : un nouveau diagnostic pour les condensats de Bose-Einstein d'Helium métastable*, Thèse, Université Paris Sud - Paris XI (2003).
- [179] M. Schellekens, R. Hoppeler, A. Perrin, J. C. Viana Gomes, D. Boiron, A. Aspect, and C. I. Westbrook, *Hanbury Brown Twiss effect for ultracold quantum gases*, Science, vol. **310**, (2005).
- [180] B.W. Shore, *The Theory of Coherent Atomic Excitation*, (1990).
- [181] Roentdek, *MCP Delay-Line Detector Manual*, (2015).

- [182] F. Nogrette, D. Heurteau, R. Chang, Q. Bouton, C. I. Westbrook, R. Sellem and D. Clement, *Characterization of a detector chain using a FPGA-based Time-to-Digital Converter to reconstruct the three-dimensional coordinates of single particles at high flux*, Rev. Scienti. Instrum. **86** 113105 (2015).
- [183] Hugo Cayla, *Détection 3D d'atomes uniques et corrélation en impulsion d'un gaz de Bose* (2015).
- [184] U. Ray and D. M. Ceperley, *Revealing the condensate and noncondensate distributions in the inhomogeneous Bose-Hubbard model*, Phys. Rev. A **87** 051603 (2013).
- [185] E. A. Cornell and C. E. Wieman. *Nobel Lecture : Bose- Einstein condensation in a dilute gas, the first 70 years and some recent experiments*. Rev. Mod. Phys., vol. **74**, no. 3, (2002).
- [186] Wolfgang Ketterle. *Nobel lecture : When atoms behave as waves : Bose-Einstein condensation and the atom laser*. Rev. Mod. Phys., vol. **74**, no. 4. (2002).
- [187] K. B. Davis, M. O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn and W. Ketterle, *Bose-Einstein Condensation in a Gas of Sodium Atoms*, Phys. Rev. Lett, vol. **75**, no. 22, (1995).
- [188] C. C. Bradley, C. A. Sackett, J. J. Tollett and R. G. Hulet. *Evidence of Bose-Einstein Condensation in an Atomic Gas with Attractive Interactions*. Phys. Rev. Lett., vol. **75**, no. 9, (1995).
- [189] G. Modugno, G. Ferrari, G. Roati, R. J. Brecha, A. Simoni and M. Inguscio, *Bose-Einstein Condensation of Potassium Atoms by Sympathetic Cooling*, Science, vol. **294**, no. 5545, (2001).
- [190] G. Roati, M. Zaccanti, C. D'Errico, J. Catani, M. Modugno, A. Simoni, M. Inguscio and G. Modugno. *39K Bose-Einstein Condensate with Tunable Interactions* . Physical Review Letters, vol. **99**, no. 1, (2007).
- [191] Dale G. Fried, Thomas C. Killian, Lorenz Willmann, David Landhuis, Stephen C. Moss, Daniel Kleppner and Thomas J. Greytak. *Bose-Einstein Condensation of Atomic Hydrogen*. Phys. Rev. Lett., vol. **81**, no. 18, (1998).
- [192] Yosuke Takasu, Kenichi Maki, Kaduki Komori, Tetsushi Takano, Kazuhito Honda, Mitsutaka Kumakura, Tsutomu Yabuzaki and Yoshiro Takahashi. *Spin-Singlet Bose-Einstein Condensation of Two-Electron Atoms*. Phys. Rev. Lett., vol. **91**, no. 4, (2003).
- [193] Takeshi Fukuhara, Seiji Sugawa and Yoshiro Takahashi. *Bose-Einstein condensation of an ytterbium isotope*. Physical Review A, vol. **76**, no. 5, (2007).
- [194] Axel Griesmaier, Jörg Werner, Sven Hensler, Jürgen Stuhler and Tilman Pfau. *Bose-Einstein Condensation of Chromium* . Physical Review Letters, vol. **94**, no. 16, (2005).
- [195] Q. Beaufils, R. Chicireanu, T. Zanon, B. Laburthe-Tolra, E. Maréchal, L. Vernac, J.-C. Keller and O. Gorceix. *All optical production of chromium Bose-Einstein condensates*. Physical Review A, vol. **77**, no. 6, (2008).
- [196] K. Aikawa, A. Frisch, M. Mark, S. Baier, A. Rietzler, R. Grimm, F. Ferlaino, *Bose-Einstein Condensation of Erbium*, Phys. Rev. Lett. **108**, 210401 (2012).
- [197] Mingwu Lu, Nathaniel Q. Burdick, Seo Ho Youn, Benjamin L. Lev, *A Strongly Dipolar Bose-Einstein Condensate of Dysprosium*, Phys. Rev. Lett. **107**, 190401 (2011).

- [198] A. Gorlitz, J. M. Vogels, A. E. Leanhardt, C. Raman, T. L. Gustavson, J. R. Abo-Shaeer, A. P. Chikkatur, S. Gupta, S. Inouye, T. Rosenband and W. Ketterle, *Realization of Bose-Einstein Condensates in Lower Dimensions*. Phys. Rev. Lett., vol. **87**, no. 13, (2001).
- [199] S. Inouye, M. R. Andrews, J. Stenger, H.-J. Miesner, D. M. Stamper-Kurn and W. Ketterle, *Observation of Feshbach resonances in a Bose-Einstein condensate*, Nature, vol. **392**, (1998).
- [200] C. Cohen-Tannoudji, J. Dalibard, P. Desbiolles and D. Guéry-Odelin. *Atomes Ultra-froids, cours de D. E. A. de Physique Quantique*, 2006.
- [201] E.P Gross, *Structure of a quantized vortex in boson systems*, Nuovo Cimento, **20**, 454-477 (1961).
- [202] L.P Pitaevski, Zh. Eksp. Teor. Fiz **40**, 646 (1961) [Sov. Phys. JETP **13**, 451 (1961)].
- [203] R. Ozeri, N. Katz, J. Steinhauer and N. Davidson, *Bulk Bogoliubov excitations in a Bose-Einstein condensate*, Rev. Mod. Phys. **77**, (2005).
- [204] M. Kohl, T. Stoferle, H. Moritz, C. Schori and T. Esslinger, *1D Bose gases in an optical lattice*, Applied Physics B **79**, 1009 (2004).
- [205] K. Xu, Y. Liu, D. Miller, J. Chin, W. Setiawan and W. Ketterle, *Observation of Strong Quantum Depletion in a Gaseous Bose-Einstein Condensate*, Physical Review Letters **96**, 180405 (2006).
- [206] N. Navon, S. Piątekki, K. Gunter, B. Rem, T. C. Nguyen, F. Chevy, W. Krauth and C. Salomon, *Dynamics and thermodynamics of the low-temperature strongly interacting Bose gas*, Phys. Rev. Lett. **107** 135301 (2011).
- [207] R. Combescot, F. Alzetto, and X. Leyronas, *Particle distribution tail and related energy formula*, Phys. Rev. A **79**, 053640 (2009).
- [208] S. Trotzky, L. Pollet, F. Gerbier, U. Schnorrberger, I. Bloch, N. V. Prokoflev, B. Svistunov and M. Troyer, *Suppression of the critical temperature for superfluidity near the Mott transition*, Nature Physics **6**, 998-1004 (2010).
- [209] R. J. Wild, P. Makotyn, J. M. Pino, E. A. Cornell and D. S. Jin, *Measurements of Tan's Contact in an Atomic Bose-Einstein Condensate*, Phys. Rev. Lett. **108** 145305 (2012).
- [210] A.G. Manning, R. Khakimov, R.G . Dall, and A.G . Truscott, *Single-Atom Source in the Picokelvin Regime* , Phys. Rev. Lett. **113**, 130403 , (2014).
- [211] L. Mathey, A. Vishwanath, E. Altman, *Noise Correlations in low-dimensional systems of ultracold atoms*, Physical Review A **79**, 013609 (2009).
- [212] J.S. Borbely, R. van Rooij, S. Knoop, and W. Vassen, *Magnetic-field-dependent trap loss of ultracold metastable helium*, Phys. Rev. A **85**, 022706 (2012).
- [213] T. D. Lee and C. N. Yang, *Many-body problem in quantum mechanics and quantum statistical mechanics* , Phys. Rev., **105**, (1957).
- [214] S.Tan, Ann. Phys. (N.Y), *Energetics of a strongly correlated Fermi gas* **323**, 2952-2971 (2008).
- [215] S.Tan, Ann. Phys. (N.Y), *Large momentum part of a strongly correlated Fermi gas*, **323**, 2971-2986 (2008).
- [216] S.Tan, Ann. Phys. (N.Y), *Generalized virial theorem and pressure relation for a strongly correlated Fermi gas*, **323**, 2987-2990 (2008).

- [217] J. T. Stewart, J. P. Gaebler, T. E. Drake, and D. S. Jin, *Verification of Universal Relations in a Strongly Interacting Fermi Gas*, Phys. Rev. Lett. **104**, 235301 (2010).
- [218] E.D Kuhnle, H. Hu, X.-J Liu, P. Dyke, M. Mark, P.D. Drummond, P. Hannaford, and C.J. Vale, *Universal Behavior of Pair Correlations in a Strongly Interacting Fermi Gas*, Phys. Rev. Lett. **105**, 070402 (2010).
- [219] S. Seidelin, J. V. Gomes, R. Hoppeler, O. Sirjean, D. Boiron, A. Aspect, and C. I. Westbrook, *Getting the Elastic Scattering Length by Observing Inelastic Collisions in Ultracold Metastable Helium Atoms*, Phys. Rev. Lett. **93**, 090409 (2004).
- [220] Eric Braaten, Daekyoung Kang, Lucas Platter, *Exact Relations for a Strongly-interacting Fermi Gas near a Feshbach Resonance*, Phys Rev A **78** 053606 (2008).
- [221] Eric Braaten, *Universal Relations for Fermions with Large Scattering Length*, chapter in BCS-BEC Crossover and the Unitary Fermi Gas (Lecture Notes in Physics), edited by W. Zwerger (2011)
- [222] C. Luciuk, S. Trotzky, S. Smale, Zhenhua Yu, Shizhong Zhang, J. H. Thywissen, Nature Physics **12**, 599-605 (2016).
- [223] Chunlei Qu, Lev P. Pitaevskii, Sandro Stringari, *Expansion of harmonically trapped interacting particles and time dependence of the contact*, arXiv :1608.08566 (2016).
- [224] Yangqian Yan, D. Blume, *Harmonically trapped Fermi gas : Temperature dependence of the Tan contact*, Phys. Rev. A **88**, 023616 (2013).
- [225] A. Moreo, S. Yunoki and E. Dagotto, *Phase separation scenario for manganese oxides and related materials*, Science, 2034, **283** (1999).
- [226] M. Uehara, S. Mori, C. H. Chen, S.-W. Cheong, *Percolative phase separation underlies colossal*, Nature, **399**, 560 (1999).
- [227] E. Dagotto, T. Hotta and A. Moreo, *Colossal Magnetoresistant Materials : The Key Role of Phase Separation*, Phys. Rep., **344**, (2001).
- [228] Q. Si and F. Steglich, *Heavy Fermions and Quantum Phase Transitions*, Science, **329**, 1161 (2010).
- [229] S. Nakatsuji, V. Dobrosavljevic, D. Tanaskovic, M. Minakata, H. Fukazawa, and Y. Maeno, *Mechanism of Hopping Transport in Disordered Mott Insulators*, Phys. Rev. Lett., **93**, 146401 (2004).
- [230] J. F. Mitchell, D. N, Argyriou, A. Berger, K.E. Gray, R. Osborn, and U. Welp , *Spin, Charge, and Lattice States in Layered Magnetoresistive Oxides*, J. Phys. Chem. B., **105**, 10731-10745 (2001).
- [231] M. Vershinin, S. Misra, S. Ono, Y. Abe, Y. Ando and A. Yazdani, *Local Ordering in the Pseudogap State of a High-Tc Superconductor*, Science, **303**, 1995 (2004).
- [232] M. L. Foo, Y. Wang, S. Watauchi, H. W. Zandbergen, T. He, J. Cava, N. P. Ong, *Charge Ordering, Commensurability, and Metallicity in the Phase Diagram of the Layered NaCoO₂*, Phys. Rev., Lett. **92**, 247001 (2004).
- [233] P. Limelette, P. Wzietek, S. Florens, A. Georges, T. A. Costi, C. Pasquier, D. Jérôme, C. Mézière, and P. Batail, *Mott Transition and Transport Crossovers in the Organic Compound κ -(BEDT-TTF)₂Cu[N(CN)₂]Cl*, Phys. Rev. Lett., **91**, 016401 (2003).
- [234] V. A. Sidorov, M. Nicklas, P. G. Pagliuso, J. L. Sarrao, Y. Bang, A. V. Balatsky, and J. D. Thompson, *Superconductivity and Quantum Criticality in CeCoIn₅*, Phys. Rev. Lett., **89**, 157004 (2002).

- [235] I. Bloch, *Quantum gases in optical lattices*, Physics World 17, **25** (2004).
- [236] L. Fallani, J. E. Lye, V. Guarrera, C. Fort, and M. Inguscio, *Ultracold Atoms in a Disordered Crystal of Light : Towards a Bose Glass*, Phys. Rev. Lett. **98**, 130404 (2007).
- [237] S. Ospelkaus, C. Ospelkaus, O. Wille, M. Succo, P. Ernst, K. Sengstock, and K. Bongs, *Localization of Bosonic Atoms by Fermionic Impurities in a Three-Dimensional Optical Lattice*, Phys. Rev. Lett. **96**, 180403 (2006).
- [238] K. Gunter, T. Stoferle, H. Moritz, M. Kohl, and T. Esslinger, *Bose-Fermi Mixtures in a Three-Dimensional Optical Lattice*, Phys. Rev. Lett. **96**, 180402 (2006).
- [239] S. Grishkevich, S. Sala, and A. Saenz, *Theoretical description of two ultracold atoms in finite three-dimensional optical lattices using realistic interatomic interaction potentials*. Phys. Rev. A, **84**, 062710, (2011).
- [240] J. Larson, A. Collin, and J. P. Martikainen. *Multiband bosons in optical lattices*. Phys. Rev. A, **79**, 2009.
- [241] Wilhelm Zwerger. *Mott–hubbard transition of cold atoms in optical lattices*. Journal of Optics B : quantum and semiclassical optics, **5** :S9-S16, (2003).
- [242] Immanuel Bloch, Jean Dalibard, and Wilhelm Zwerger. *Many-body physics with ultracold gases*. reviews of modern physics, **80**, 885, (2008).
- [243] C. Kittel. *Quantum theory of solids*. John Wiley and Sons, New York, (1963).
- [244] D. van Oosten, P. van der Straten, and H. T. C. Stoof, *Quantum phases in an optical lattice*, Phys. Rev. A, **63**, 053601, (2001).
- [245] K. Sheshadri, H. R. Krishnamurthy, R. Pandit, and T. V. Ramakrishnan. *Superfluid and Insulating Phases in an Interacting-Boson Model : Mean-Field Theory and the RPA*. Europhysics Letters, **22**(4), 257, (1993).
- [246] Daniel S. Rokhsar and B. G. Kotliar. *Gutzwiller projection for bosons*. Phys. Rev. B, **44**, (1991)
- [247] Thesis from Tommaso Comparin, *Numerical study of the trapped and extended Bose-Hubbard models*, university of Utrecht, (2003).
- [248] Yu. B. Ovchinnikov, J. H. Muller, M. R. Doery, E. J. D. Vredenbregt, K. Helmerson, S. L. Rolston, and W. D. Phillips, *Diffraction of a Released Bose-Einstein Condensate by a Pulsed Standing Light Wave*, Phys. Rev. Lett. **83**, 284-287 (1999).
- [249] Bryce Gadway, Daniel Pertot, René Reimann, Martin G. Cohen, and Dominik Schneble, *Analysis of Kapitza-Dirac diffraction patterns beyond the Raman-Nath regime*, Vol. 17, No. 21 Optics express (2009).
- [250] T. Gericke, F. Gerbier, A. Widera, S. Fölling, O. Mandel, and I. Bloch, *Adiabatic loading of a Bose-Einstein condensate in a 3D optical lattice*, Journal of Modern Optics Volume **54**, Issue 5, (2007) .
- [251] Maxime Ben Dahan, Ekkehard Peik, Jakob Reichel, Yvan Castin, and Christophe Salomon, *Bloch Oscillations of Atoms in an Optical Potential*, Phys. Rev. Lett. **76**, 24 (1996).
- [252] S. R. Clark and D. Jaksch, *Dynamics of the superfluid to Mott-insulator transition in one dimension*, Phys. Rev. A **70**, 043612 (2004).
- [253] M. Greiner, Phd thesis, *Ultracold quantum gases in three-dimensional optical lattice potentials*, Ludwig Maximilians Universität München (2003).

- [254] Cécile Carcy, rapport de stage, *realising the superfluid to Mott insulator quantum phase transition in an ultracold He* experiment*, (2015).
- [255] Ushnish Ray and David M. Ceperley, *Revealing the condensate and noncondensate distributions in the inhomogeneous Bose-Hubbard model*, Phys. Rev. A **87**, 051603(R) (2013)
- [256] D. McKay, Ph.D. thesis, University of Illinois at Urbana- Champaign, 2012.
- [257] Qi Zhou, Yasuyuki Kato, Naoki Kawashima, and Nandini Trivedi, *Direct Mapping of the Finite Temperature Phase Diagram of Strongly Correlated Quantum Models*, Phys. Rev. Lett. **103**, 085701 (2009).
- [258] L. Pollet, N. V. Prokof'ev, and B. V. Svistunov, *Criticality in Trapped Atomic Systems*, Phys. Rev. Lett. **104**, 245705 (2010).
- [259] Wei Xu and Marcos Rigol, *Universal scaling of density and momentum distributions in Lieb-Liniger gases*, Phys. Rev. A **92**, 063623 (2015).
- [260] E. H. Lieb and W. Liniger, Phys. Rev. **130**, 1605 (1963).

Titre : Étude microscopique de la distribution en impulsion des condensats de Bose-Einstein d'Hélium métastable

Mots clés : condensat de Bose-Einstein, Hélium métastable, déplétion quantique, superfluide sur réseau, refroidissement Doppler 3D, mélasses grises

Résumé : Ce travail de thèse décrit la production et l'étude microscopique de la distribution en impulsion de condensats de Bose-Einstein d'Hélium métastable. Nos mesures sont basées sur une détection électronique sensible à l'atome unique donnant accès à l'espace des impulsions k . Dans un premier temps, nous avons d'abord développé une approche hybride pour la réalisation de condensats de Bose-Einstein, qui utilise un piège magnétique comme réservoir du piège dipolaire. Cette méthode permet la production rapide de condensats de Bose-Einstein toutes les 6 secondes sur notre expérience. La mesure de cette distribution a permis d'observer des composantes au delà du champ moyen : bien que des questions restent ouvertes, plusieurs observations suggèrent d'associer l'une d'entre elles à la déplétion quantique. Enfin nous avons étudié les distributions de superfluide sur réseau. Il s'agit d'une première mesure de la distribution en impulsion dans un réseau comme le démontre les simulations QMC. Ces mesures ouvrent la voie à une thermométrie des superfluides sur réseau.

Title : Microscopic investigation of metastable Helium condensates in momentum space

Keywords : Bose-Einstein condensat, metastable Helium, quantum depletion, lattice superfluid, 3D Doppler cooling, gray molasses

Abstract : In this thesis, we report the production and microscopic investigation of metastable Helium condensates in momentum space. Our measurements are based on single-atom detection in momentum space k . Firstly, we have demonstrated a new approach to Bose-Einstein condensation of metastable Helium using a hybrid trap, consisting of a magnetic quadrupole and a crossed optical dipole trap. It results in production of a condensate every 6 seconds. The measurement of the momentum distribution allowed us to observe some components in the high momentum tails beyond the mean-field distribution : although some questions remain open, there are several observations which suggest associating one of them with the quantum depletion. Then we studied Three-dimensional distribution of superfluid lattice bosons. Momentum distributions of the trapped atoms calculated with an ab-initio Monte-Carlo Worm algorithm for the experimental parameters are in excellent agreement, suggesting that we measure indeed the momentum distribution. This result paves the way towards a thermometry in superfluid lattice.

