



Étude du comportement et de la fatigue d'un acier inoxydable ferritique en environnement thermomécanique et vibratoire

Agathe Forre

► To cite this version:

Agathe Forre. Étude du comportement et de la fatigue d'un acier inoxydable ferritique en environnement thermomécanique et vibratoire. Mécanique des structures [physics.class-ph]. ENSTA Paris-Tech, 2015. Français. NNT: . tel-01419635

HAL Id: tel-01419635

<https://pastel.hal.science/tel-01419635>

Submitted on 19 Dec 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



École doctorale de l'école Polytechnique

THÈSE DE DOCTORAT DE L'ENSTA PARISTECH

pour obtenir le grade de docteur délivré par

École Nationale Supérieure de
Techniques Avancées

Spécialité doctorale “Mécanique”

présentée et soutenue publiquement par

Agathe FORRÉ

le 19 juin 2015

**Étude du comportement et de la fatigue d'un
acier inoxydable ferritique en environnement
thermomécanique et vibratoire**

Jury

Pr. Éric Charkaluk	Laboratoire de mécanique de Lille	Rapporteur
Pr. Cédric Doudard	LBMS, ENSTA Bretagne	Rapporteur
Dr. Saïd Taheri	LaMSID - EDF - CNRS	Président
Dr. Pierre-Olivier Santacreu	Aperam Isbergues	Examineur
Pr. Ziad Moumni	ENSTA ParisTech	Directeur de Thèse
Pr. Luc Rémy	Mines ParisTech	Directeur de Thèse
Dr. Fabien Szmytko	PSA Peugeot Citroën	Encadrant industriel

REMERCIEMENTS

Je tiens à adresser mes remerciements à toutes les personnes qui m'ont encadrées, soutenues et encouragées durant ces trois années.

Mes premiers remerciements vont à l'ensemble des membres du jury devant lequel j'ai pu présenter mes travaux de thèse, et plus particulièrement aux rapporteurs Eric Charkaluk et Cédric Doudard, dont les commentaires en amont et durant la soutenance ont permis d'enrichir les discussions et le présent mémoire.

Je suis profondément reconnaissante envers Fabien Szmytka sans qui je ne me serais jamais engagée dans cette aventure et qui m'a fait confiance dès mon stage de recherche en 2ème année d'école d'ingénieur. Je te remercie pour la grande liberté que tu m'as laissée et pour ta passion de la mécanique que tu m'as transmise tout au long de ces trois années. Enfin, merci pour ton optimisme sans faille qui m'a permis de garder la tête hors de l'eau et d'aller jusqu'au bout de ce projet.

Je souhaite aussi remercier mes deux directeurs de thèse, Luc Rémy et Ziad Moumni, pour tout ce qu'il m'ont appris durant ces trois années. Merci à Luc pour toutes ces discussions passionnantes et passionnées sur les mécanismes de dislocations dans les aciers, et pour avoir toujours répondu présent dans les moments importants. Merci à Ziad d'avoir toujours cru en moi et de m'avoir encouragé dès mon arrivée à l'ENSTA ParisTech.

Je tiens à remercier vivement Habibou Maitournam, qui m'a fait découvrir le domaine de la fatigue durant ma scolarité en école d'ingénieur et avec qui j'ai pu continuer à échanger sur ce sujet durant mes travaux de thèse.

J'adresse aussi mes remerciements à :

- Pierre-Olivier Santacreu du groupe APERAM, qui a aimablement accepté de faire parti de mon jury de thèse et qui m'a permis d'obtenir dès le début de la thèse tout l'acier nécessaire pour la fabrication des éprouvettes utilisées durant mes essais ;
- Alain, Steve et Matthieu du Centre de Matériaux des Mines de Paris, pour l'aide précieuse qu'ils m'ont apportée lors de la réalisation de mes essais et pour leur bonne humeur au quotidien ;
- François-Xavier, Meriem et Romain pour la bonne ambiance et la quantité de chocolat et de bonbons partagés durant ces 3 années ;
- Alain, Anne-Lise, Lahcene, Nicolas, Patrice, Olivier, Cyril, Corinne, Oana, Ammar, Xue de l'UME pour tous les échanges et les réflexions qui m'ont permis d'avancer dans mes travaux et de

passer de bons moments à Palaiseau ;

- Laurent Rota et l'ensemble de son équipe pour l'accueil réservé au sein de PSA Peugeot Citroën : Ida, Louis, Benoît, Antoine, Zouhir, Arnaud, Olivier, Laurent, Christian, Elias, Zoran, Nicolas, Malek, Nada et Sophie. Merci à tous pour l'ambiance au quotidien, votre intérêt pour la mécanique et votre motivation de chaque instant. C'est parmi vous que j'ai passé les meilleurs moments de mes années de thèse. Et merci plus particulièrement à Cédric, Geoffrey et Martial pour leur amitié et pour avoir partagé ensemble les galères et les petites victoires (souvent brèves) de la vie de thésard ;
- Aurelie Benoît la Guillaume pour ses travaux qui ont permis d'orienter les miens et pour s'être rendue disponible pour répondre à mes interrogations.

Enfin, parce que finalement c'est le plus important, pour leur patience, leur soutien depuis toujours, et plus particulièrement ces dernières années, un grand merci à toute ma famille et mes amis. Nounoutte, Maman, Théophile, merci d'être toujours présents.

SOMMAIRE

Introduction	16
1 Contexte industriel	19
1.1 Le collecteur d'échappement	20
1.1.1 Intégration dans le groupe motopropulseur et fonctions	20
1.1.2 Environnement et sollicitations en fonctionnement	22
1.1.3 Fonte ou acier inoxydable ?	24
1.2 L'acier inoxydable ferritique AISI 441	26
1.2.1 Composition chimique et structure	26
1.2.2 Microstructure	26
1.2.3 Propriétés	27
1.2.4 Fabrication	28
1.3 Dimensionnement des collecteurs chez PSA Peugeot Citroën	29
1.3.1 Fatigue thermomécanique	29
1.3.2 Environnement vibratoire	31
1.3.3 Fatigue vibratoire	32
1.4 Conclusions et positionnement de l'étude	33
2 Étude expérimentale de l'acier AISI 441	34
2.1 Base de données antérieure à ces travaux	35
2.1.1 Essais fournis par APERAM	35
2.1.2 Essais réalisés sur état produit fini à 300°C	36
2.1.3 Conclusions	38
2.2 Base d'essais "produit fini" APERAM lot 2012	38
2.2.1 Choix de la géométrie de l'éprouvette	39
2.2.2 Dispositif expérimental	39

2.2.3	Acquisition des données d'essai	40
2.2.4	Définition des essais	46
2.3	Comportement de l'acier AISI 441	49
2.3.1	Essais pilotés en déformation	49
2.3.2	Essais pilotés en charge	52
2.3.3	Conclusions	55
3	Comportement de l'acier AISI 441	59
3.1	État de l'art	61
3.1.1	Critères de limite d'élasticité	61
3.1.2	Les lois d'écrouissage	62
3.1.3	Les lois d'écoulement	65
3.1.4	Modèle utilisé chez PSA Peugeot Citroën	67
3.2	Simulation des essais : modèle [Rémy et al., 2011]	72
3.3	Enrichissement du modèle	72
3.4	Validation du modèle avec les données expérimentales	77
3.4.1	Essais pilotés en déformation	77
3.4.2	Essais pilotés en charge	81
3.4.3	Identification des paramètres	82
3.5	Conclusions	88
4	Intégration numérique des modèles	89
4.1	Intégration numérique du modèle [Rémy et al., 2011]	91
4.1.1	Rappel du modèle	91
4.1.2	Intégration numérique	91
4.1.3	Validation de l'intégration numérique	100
4.2	Intégration numérique du modèle proposé	104
4.2.1	Rappel du modèle	104
4.2.2	Intégration numérique	105
4.3	Conclusions	108
5	Analyse modale d'une structure précontrainte	110
5.1	Introduction	112
5.2	Étude analytique	112
5.2.1	Hypothèses de calcul	113
5.2.2	Équation locale du comportement	113
5.2.3	Fréquences propres d'une poutre non précontrainte de caractéristiques uniformes	114
5.2.4	Fréquences propres d'une poutre précontrainte de caractéristiques uniformes	116
5.2.5	Comparaison entre modèle type poutre et modèle type plaque	119

5.3	Étude numérique avec la méthode des éléments finis	120
5.3.1	Principe des éléments finis	120
5.3.2	Influence du maillage	121
5.3.3	Évolution des fréquences propres en fonction d'une précharge thermomécanique .	122
5.3.4	Comparaison avec la méthode analytique pour un matériau élastique	123
5.3.5	Prise en compte d'une masse ponctuelle	124
5.3.6	Conclusions	125
5.4	Présentation de l'expérience	126
5.4.1	Définition de l'essai	126
5.4.2	Dispositif expérimental	127
5.4.3	Description de l'essai	131
5.5	Résultats	133
5.5.1	Premiers résultats	133
5.5.2	Prise en compte d'une masse ajoutée	133
5.5.3	Influence de la température	135
5.5.4	Conclusions	136
5.6	Calcul sur une structure complexe	137
5.6.1	Calcul modal initial - modélisation simplifiée PSA	138
5.6.2	Nouvelle proposition de calcul	140
5.7	Conclusions	143
6	Projection de critères de fatigue sur la base modale d'une structure	144
6.1	État de l'art de la fatigue	145
6.1.1	Caractérisation du comportement asymptotique des matériaux	145
6.1.2	Différents régimes de fatigue	146
6.1.3	La fatigue à grand nombre de cycles : endurance illimitée	147
6.2	Application du critère de Dang Van - Approche temporelle	154
6.2.1	Méthode de calcul	154
6.2.2	État de l'art du calcul du centre du trajet de chargement	155
6.2.3	Conclusions	158
6.3	Application du critère de Dang Van - Approche modale	159
6.3.1	Contexte	159
6.3.2	L'analyse modale	159
6.3.3	Calcul du centre du trajet de chargement	161
6.3.4	Hypothèses de calcul	161
6.4	Comparaison des approches	163
6.4.1	Validation de la méthode - Sollicitation d'un mode d'une poutre encastree-libre . .	163
6.4.2	Sollicitation d'un mode d'une poutre bi-encastree	164

SOMMAIRE

6.4.3	Prise en compte d'une précontrainte	169
6.4.4	Conclusions	169
	Conclusions et perspectives	171
A	Première Proposition de modèle	180
B	Simulations	185
C	Troncature modale et correction statique	189

Table des figures

1.1	Représentation d'un moteur automobile (géométrie CAO)	20
1.2	Représentation d'une ligne d'échappement (géométrie CAO)	21
1.3	Thermographie infrarouge d'un collecteur en fonctionnement	22
1.4	Fissuration du collecteur d'échappement	23
1.5	Mise en évidence de perte d'échappement par déformation de la bride culasse sur un collecteur d'échappement testé sur banc [Szmytka, 2007]	23
1.6	Évolution de la limite d'élasticité et de la limite à rupture avec la température pour de l'acier AISI 441 et de la fonte SiMo	25
1.7	Microstructures du AISI 441 - optique [Bucher, 2004]	27
1.8	Schéma de fabrication des aciers inoxydables [Bucher, 2004] - L'acierie	29
1.9	Schéma de fabrication des aciers inoxydables [Bucher, 2004] - Le laminage	29
1.10	Résultats mécaniques pour un collecteur d'échappement 2L - Énergie dissipée pour le 12 ^{ème} cycle de chargement - modèle Szmytka et al. [Szmytka et al., 2010]	31
2.1	Essais réalisés par APERAM à 300°C	36
2.2	Essai de fatigue à 300°C à 0,05 Hz	37
2.3	Essai de relaxation à 300°C	37
2.4	Essai de traction à 300°C	38
2.5	Géométrie de l'éprouvette (identique à celle d'Aurélien B. [Benoit à la guillaume, 2012])	39
2.6	Montage expérimental au Centre des Matériaux	41
2.7	Photographie de l'extensomètre et du système de fixation [Bucher, 2004]	41
2.8	Photographie de la caméra ultra rapide installée pour un essai à haute fréquence	42
2.9	Traitement des images	42
2.10	Positionnement des marqueurs sous Ariane	43
2.11	Comparaison entre les deux logiciels	44

2.12	Comparaison caméra/extensomètre	44
2.13	Évolution de la température lors d'un essai à 20 Hz	45
2.14	Schémas représentatifs des essais effectués	46
2.15	Essai de traction 300°C	49
2.16	Essai de traction à 300°C	50
2.17	Détermination d'une limite de plasticité en compression	50
2.18	Essai à déformation progressive	51
2.19	Essai à déformation progressive : (a) cycle 0.1% ; (b) cycle 0.2% ; (c) cycle 0.4% ; (d) cycle 0.6%	51
2.20	Essai avec relaxation et cycles en compression	52
2.21	Essais de traction-compression à 0.05 Hz	52
2.22	Essais de traction-compression à 0.05 Hz - Évolution des déformations maximales et minimales à charge nulle	54
2.23	Essais de traction-compression à 1 Hz	54
2.24	Essais de traction-compression à 1 Hz - Évolution des déformations maximales et minimales	55
2.25	Essais de traction-compression à 20 Hz	56
2.26	Essais de traction-compression à 20 Hz - Évolution de la déformation	57
2.27	Evolution des déformations minimales et maximales à contrainte nulle pour les essais à 20 Hz	58
3.1	Comparaison des critères de Tresca (en pointillés) et de von Mises (traits pleins)	62
3.2	Écrouissage cyclique avec maintien [Bucher, 2004], train à bandes, 300°C, 0.1 Hz	69
3.3	Simulation des boucles de comportement stabilisé, écrouissage cyclique [Bucher, 2004] train à bandes, 300°C, 0.125Hz	69
3.4	Simulation du comportement en déformation progressive cyclique [Bucher, 2004] train à bandes, 300°C, $10^{-4}s^{-1}$	69
3.5	Comparaison de trois modèles pour un essai anisotherme hors phase (a) Simulation [Bucher, 2004] ; (b) Simulation [Bucher, 2004] avec $Q = 0$ (c) Simulation [Rémy et al., 2011] - AISI 441 train à bandes, 250-850°C, 3, $33.10^{-5}s^{-1}$	70
3.6	Simulations avec modèle [Rémy et al., 2011]	73
3.7	Figure de pôle du produit fini - RD : direction de laminage ; TD : direction transverse ; ND : direction normale à l'éprouvette [Benoit et al., 2014]	74
3.8	Projection triangle standard pour un matériau cc	75
3.9	Simulations avec paramètres du Tableau 3.4	78
3.10	Simulation sur essai à déformation progressive : a/ cycle 0.1% ; b/ cycle 0.2% ; c/ cycle 0.4% ; d/ cycle 0.6%	79
3.11	Simulation sur essai à écrouissage progressif avec modèle 2 et paramètres du Tableau 3.4	79

3.12 Simulation de l'essai de traction suivi de compressions progressives avec paramètres du Tableau 3.4	80
3.13 Simulations de l'essais de relaxation cyclique avec paramètres du Tableau 3.4	80
3.14 Simulations avec paramètres du Tableau 3.4	81
3.15 Simulations des essai à 20Hz avec paramètres du Tableau 3.4	82
3.16 Simulations avec paramètres du Tableau 3.5	83
3.17 Simulations avec paramètres du Tableau 3.5	84
3.18 Simulations avec paramètres Tableau 3.4	85
3.19 Simulation sur essai à déformation progressive : (a) cycle 0.1% ; (b) cycle 0.2% ; (c) cycle 0.4% ; (d) cycle 0.6%	86
3.20 Simulations avec paramètres du Tableau 3.6	86
3.21 Simulations de l'essais de relaxation cyclique avec paramètres du Tableau 3.6	87
4.1 Chargements imposés lors des simulations	101
4.2 Comparaison Zébulon Implicite / Zébulon Explicite	101
4.3 Comparaison Abaqus Implicite / Zébulon Explicite	102
4.4 Chargements imposés lors des simulations	102
4.5 Comparaison Abaqus Implicite / Zébulon Explicite	103
4.6 Influence du choix de la variable d'écrouissage cinématique sur le schéma implicite Zébulon	103
4.7 Validation du modèle sur une éprouvette	104
5.1 Schéma d'un modèle de poutre	113
5.2 Résolution de l'équation aux valeurs propres	115
5.3 Déformées modales normées pour les 6 premiers modes	116
5.4 Influence de la précontrainte sur la valeur des fréquences propres	118
5.5 Influence de l'allongement sur la valeur des fréquences propres d'une éprouvette précontrainte	118
5.6 Influence de la précontrainte sur la valeur des fréquences propres	119
5.7 Comparaison des modèles poutre et plaque	120
5.8 Visualisation de l'éprouvette et de ses 5 premiers modes sous Abaqus	121
5.9 Traction simple à 20°C	123
5.10 Évolution des fréquences propres en fonction du chargement	124
5.11 Éprouvette et position de l'accéléromètre	125
5.12 Influence de la position de l'accéléromètre sur les trois premières fréquences propres . . .	125
5.13 Éprouvette choisie pour l'essai de calcul des fréquences propres	127
5.14 Le pot vibrant	127
5.15 Marteau d'impact et accéléromètre	128
5.16 Composition spectrale du signal obtenu avec le marteau et l'accéléromètre	129
5.17 Description de l'ensemble bobine/aimant [Thomas et al., 2003]	129
5.18 La machine de traction INSTRON	130

5.19 Montage pour essai à température	131
5.20 Schéma récapitulatif du montage choisi	131
5.21 Composition spectrale du signal obtenu	132
5.22 Comportement du AISI 441 à température ambiante	132
5.23 Courbe contrainte/déplacement	133
5.24 Comparaison des résultats pour le premier mode	134
5.25 Comparaison des résultats pour les trois premiers modes de l'éprouvette	134
5.26 Erreur entre la mesure et le calcul éléments finis	134
5.27 Influence de la position de l'accéléromètre sur les trois premières fréquences propres	135
5.28 Comparaison des résultats pour les trois premiers modes	135
5.29 Erreur pour les trois premiers modes	136
5.30 Essai de relaxation à 300°C [Benoit à la guillaume, 2012]	136
5.31 Observation des fréquences propres pour une température de 228°C et une précontrainte de 260 MPa	137
5.32 Modélisation CAO d'un collecteur en tôle soudée et de la façade d'échappement	138
5.33 Répartition de la température sur une collecteur en fonctionnement	138
5.34 Modélisation de l'encastrement pour le modèle actuel	139
5.35 Comparaison des contraintes dans le collecteur après serrage des vis	140
5.36 Premiers modes de la façade d'échappement	141
5.37 Comparaison des contraintes dans le collecteur après montée en température	142
5.38 Premiers modes de la façade d'échappement après chargement	143
6.1 Différents comportement asymptotiques [Maitournam, 2013]	146
6.2 Différents domaines de fatigue	147
6.3 Critères de Gough et Pollard en flexion-torsion alternée : (a) pour les métaux plutôt ductiles ; (b) pour les métaux plutôt fragiles	148
6.4 Diagramme de Dang Van en cas de rupture (b) et de non rupture (a)	154
6.5 Algorithme de calcul du critère de Dang Van - Approche temporelle	156
6.6 Schéma explicatif de la méthode des polytopes	157
6.7 Algorithme de calcul du critère de Dang Van - Approche modale	162
6.8 Contraintes en un point de la structure	163
6.9 Calcul du critère le long de la poutre	164
6.10 Géométrie et chargement	164
6.11 Chargement imposé dans les directions x et z	165
6.12 Comparaison des critères issus des calculs directs et recomposés à partir de l'analyse modale	166
6.13 Influence du calcul du centre sur le chargement	166
6.14 Influence de la méthode de calcul sur la valeur du critère	167
6.15 Composantes du centre α	167

6.16	Critères pour un nombre de modes égal à trois	168
A.1	Essai de traction-compression à 1 Hz - Simulation avec modèle [Rémy et al., 2011] et paramètres du Tableau A.1	181
A.2	Essai de traction-compression à 1 Hz - Simulation du pré-écrouissage	181
A.3	Essai de traction-compression à 1 Hz - Simulation avec précharge - Paramètres du Tableau A.2	182
A.4	Simulation avec le modèle 1 de l'essai de traction-compression à 1 Hz	183
A.5	Simulation avec modèle 1	183
A.6	Simulation de l'essai à écrouissage progressif avec paramètres du Tableau A.3	184
B.1	Simulations avec paramètres Tableau B.1	186
B.2	Simulation sur essai à déformation progressive : (a) cycle 0.1% ; (b) cycle 0.2% ; (c) cycle 0.4% ; (d) cycle 0.6%	186
B.3	Simulations avec paramètres du Tableau B.1	187
B.4	Simulations de l'essai de relaxation cyclique avec paramètres du Tableau B.1	187
B.5	Simulation des essais de traction-compression à 20 Hz	188

Liste des tableaux

1.1	Normes européennes pour les moteurs Diesel [Eur, 2009]	21
1.2	Composition chimique de l'acier AISI 441 (pourcentage massique)	26
1.3	Taille des grains du matériau AISI 441 [Bucher, 2004]	27
1.4	Propriétés physiques et mécaniques de l'acier AISI 441 [Bucher, 2004]	28
2.1	Liste des essais	46
2.2	Paramètres des essais pilotés en charge	48
3.1	Paramètres du modèle [Rémy et al., 2011] identifiés sur du train à bandes	72
3.2	Paramètres du modèle [Rémy et al., 2011] optimisés pour l'essai de traction	72
3.3	Constantes propres au matériau	77
3.4	Paramètres identifiés pour le modèle à 300°C	77
3.5	Paramètres identifiés sur les essais pilotés en charge	82
3.6	Paramètres identifiés grâce aux essais pilotés en charge	85
5.1	Dimensions et caractéristiques de l'éprouvette	112
5.2	Fréquences propres associées aux modes de flexion de l'éprouvette non précontrainte - modèles poutre et plaque	120
5.3	Étude de l'influence du maillage	122
5.4	Influence du maillage sur les fréquences propres calculées - éléments volumiques	123
5.5	Influence du maillage sur les modes calculées - éléments coques	123
5.6	Fréquences propres de flexion de l'éprouvette	124
5.7	Fréquences propres associées aux modes de flexion de l'éprouvette précontrainte (N0 = 3800N)	137
5.8	Fréquences propres associées aux modes propres de la face d'échappement - Calcul actuel	139

5.9	Fréquences propres associées aux modes propres de la face d'échappement - influence du serrage	140
5.10	Fréquences propres associées aux modes propres de la face d'échappement après chargement TMF - influence du serrage	142
6.1	Premières fréquences propres de l'éprouvette	163
6.2	Dimensions et caractéristiques de la structure étudiée	165
6.3	Fréquences propres de l'éprouvette bi-encastrée	165
A.1	Paramètres du modèle [Rémy et al., 2011] identifiés pour l'essai 1Hz	180
A.2	Paramètres du modèle [Rémy et al., 2011] identifiés sur essai 1Hz après précharge	181
A.3	Paramètres identifiés pour modèle 1	182
B.1	Paramètres identifiés pour le modèle proposé chapitre 3	185

Introduction

Le contexte économique fortement concurrentiel contraint aujourd'hui les entreprises à proposer des produits de plus en plus performants, tout en limitant au maximum le nombre d'essais nécessaires à leur validation. Le recours à la simulation numérique est essentiel, mais nécessite de disposer de modèles de comportements adaptés aux différentes conditions de chargements et aux différents matériaux utilisés. L'industrie automobile - et notamment PSA Peugeot Citroën - affiche une volonté de réduire la durée de développement des véhicules et des moteurs, tout en améliorant leur fiabilité.

Le dimensionnement des pièces du groupe motopropulseur est au centre de nombreuses recherches chez PSA Peugeot Citroën depuis une dizaine d'années. Les problèmes mécaniques rencontrés lors de ce dimensionnement, et particulièrement dans le cas de la façade d'échappement, comportent de nombreuses non-linéarités : vibrations, frottements et contacts aux interfaces, comportement non-linéaire des matériaux. Différentes études ont été menées sur le comportement des matériaux composant les collecteurs d'échappement, notamment dans le but d'étudier leur tenue à la fatigue oligocyclique ([[Szmytka, 2007](#)], [[Bucher, 2004](#)]) et la tenue des soudures ([[Benoit à la guillaume, 2012](#)]).

En revanche, l'étude de la tenue de ces mêmes structures en terme de fatigue vibratoire a jusqu'ici fait uniquement l'objet de stratégies permettant de traiter les non-linéarités de manières simplifiées.

Cependant, l'augmentation de la sévérité des chargements mécaniques sur ces composants ainsi que leur nécessaire optimisation en terme de masse ont conduit tant à l'utilisation de nouveaux matériaux et de nouveaux procédés qu'à l'emploi de solutions existantes dans des domaines de fortes non-linéarités. Cela implique *in fine* la nécessité d'adapter les méthodes de résolutions et de calculs à ce contexte pour dimensionner au plus juste les composants à la fatigue vibratoire et garantir la fiabilité en clientèle. L'étude de structures soumises à des phénomènes vibratoires implique généralement une définition précise du chargement [[Del, 2011](#)]. Ces travaux de thèse seront ainsi restreints à des chargements dynamiques de

faibles amplitudes couplés à un chargement thermique stationnaire. On se place donc dans le cadre de la fatigue polycyclique à chaud avec en sus un comportement non-linéaire du matériau étudié (viscoélasticité voire élasto-viscoplasticité).

L'objectif principal visé par PSA Peugeot Citroën est double. Il s'agit de pouvoir prédire la réponse mécanique d'un collecteur d'échappement à une sollicitation vibratoire (sinusoïdale et déterministe) provenant du moteur. Une fois cette réponse déterminée, il s'agit alors de la relier, via un critère approprié à un nombre de cycle acceptable avant amorçage d'une fissure de fatigue. Deux cas sont traités, celui de la fatigue modale et celui de la fatigue vibratoire en elle-même.

L'organisation du manuscrit est la suivante. Dans la première partie, nous nous attacherons à détailler le contexte industriel de l'étude, en prenant soin de décrire le matériau étudié ainsi que la méthode de dimensionnement utilisée jusqu'alors chez PSA Peugeot Citroën. L'objectif est de poser les questions à l'origine de cette étude en présentant les problématiques liées au collecteur d'échappement et à son dimensionnement pour l'insertion dans un groupe motopropulseur.

Dans la deuxième partie de ce manuscrit, nous présenterons la base expérimentale à notre disposition au début de l'étude, ainsi que les moyens d'essais utilisés et les nouveaux essais effectués au Centre des Matériaux. L'objectif est d'obtenir une base suffisamment complète pour décrire le comportement du matériau AISI 441 à 300°C à différentes fréquences de sollicitation et à différents niveaux de chargement. Un protocole expérimental permettant de réaliser des essais à haute fréquence (20Hz) et à haute température (protocole adaptable jusqu'à 900°C).

Le troisième chapitre du manuscrit proposera tout d'abord une étude bibliographique sur les modèles de comportement utilisés pour la description du comportement des alliages métallique. L'étude des essais effectués dans la partie 2 permettra alors de proposer un modèle capable de décrire les comportement du matériau AISI 441 pour des sollicitations susceptibles d'apparaître au cours de la vie d'un collecteur d'échappement.

Le quatrième chapitre de ce manuscrit présentera l'intégration numérique de deux modèles de comportements étudiés lors de ces travaux via un schéma d'intégration numérique implicite.

La cinquième partie présentera les travaux effectués pour décrire correctement le comportement modal d'une structure précontrainte en acier AISI 441. Cette partie a pour but de décrire l'évolution des modes propres d'une structure ayant subi une précharge thermomécanique.

Le sixième chapitre de ce manuscrit proposera tout d'abord une étude bibliographique sur les critères de fatigue polycyclique. Nous nous intéresserons ensuite plus particulièrement au critère de Dang

Van, très utilisé dans l'industrie malgré les temps de calcul important. Une méthode de détermination du critère de Dang Van basée sur la projection modale du critère sur chaque mode de la structure sera proposée.

CHAPITRE 1

Contexte industriel

Sommaire

1.1	Le collecteur d'échappement	20
1.1.1	Intégration dans le groupe motopropulseur et fonctions	20
1.1.2	Environnement et sollicitations en fonctionnement	22
1.1.3	Fonte ou acier inoxydable ?	24
1.2	L'acier inoxydable ferritique AISI 441	26
1.2.1	Composition chimique et structure	26
1.2.2	Microstructure	26
1.2.3	Propriétés	27
1.2.4	Fabrication	28
1.3	Dimensionnement des collecteurs chez PSA Peugeot Citroën	29
1.3.1	Fatigue thermomécanique	29
1.3.2	Environnement vibratoire	31
1.3.3	Fatigue vibratoire	32
1.4	Conclusions et positionnement de l'étude	33

1.1 Le collecteur d'échappement

Aujourd'hui, le dimensionnement mécanique des moteurs automobiles est, pour les constructeurs, un enjeu majeur car il doit répondre aux normes antipollution et bien se positionner en termes de performances et de fiabilité vis-à-vis de la concurrence. Dans tout véhicule muni d'un moteur à explosion, on trouve par ailleurs une ligne d'échappement qui sert en premier lieu à collecter et à évacuer les gaz issus de la combustion depuis le moteur vers l'extérieur. Le dimensionnement de cette ligne d'échappement, et plus particulièrement celui du collecteur, est ainsi soumis à de nombreux paramètres afin de réduire les émissions polluantes tout en maintenant une puissance élevée. Il s'agit également de garantir un niveau de fiabilité élevé avec une masse et un coût maîtrisé. Ce problème complexe est crucial car la pièce joue un rôle majeur pour le moteur.

1.1.1 Intégration dans le groupe motopropulseur et fonctions

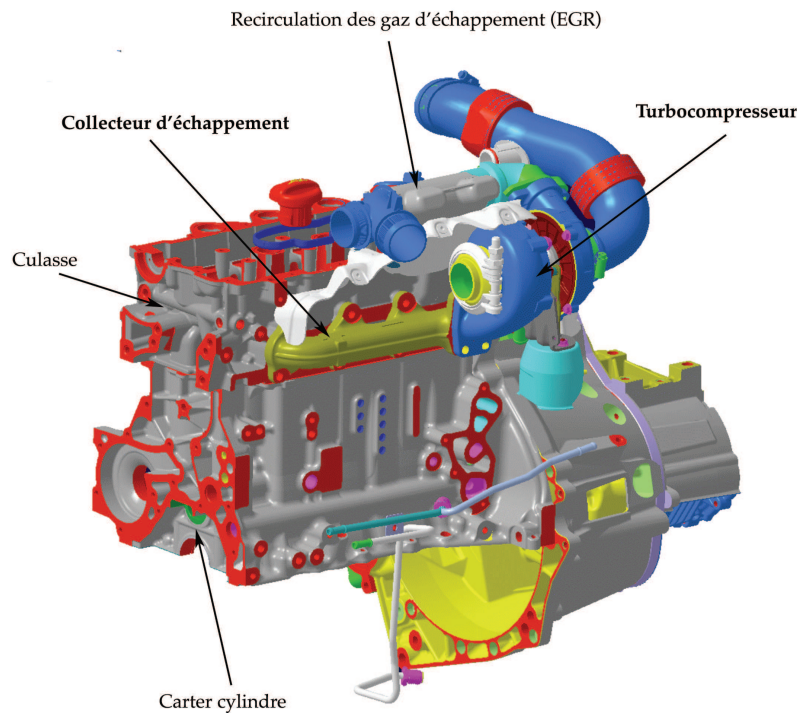


FIGURE 1.1: Représentation d'un moteur automobile (géométrie CAO)

Les moteurs automobiles (Figure 1.1) transforment l'énergie chimique du carburant en énergie mécanique grâce à un cycle en quatre temps : admission du mélange air-carburant, compression du mélange, combustion du mélange, puis échappement. Localisé à la sortie du moteur, le collecteur d'échappement permet de collecter les gaz chauds issus de la chambre de combustion et de les évacuer vers la ligne d'échappement (Figure 1.2). Il s'agit du composant de la ligne d'échappement le plus proche du bloc moteur, il est ainsi soumis, même lors d'un fonctionnement nominal de ce dernier, à de fortes variations de températures et de contraintes. Ceci est particulièrement vrai pour les moteurs Diesel où il doit de plus s'insérer dans

une ligne d'échappement riche en dispositifs antipollution, nécessitant des pertes thermiques limitées et augmentant parfois les températures d'utilisation.

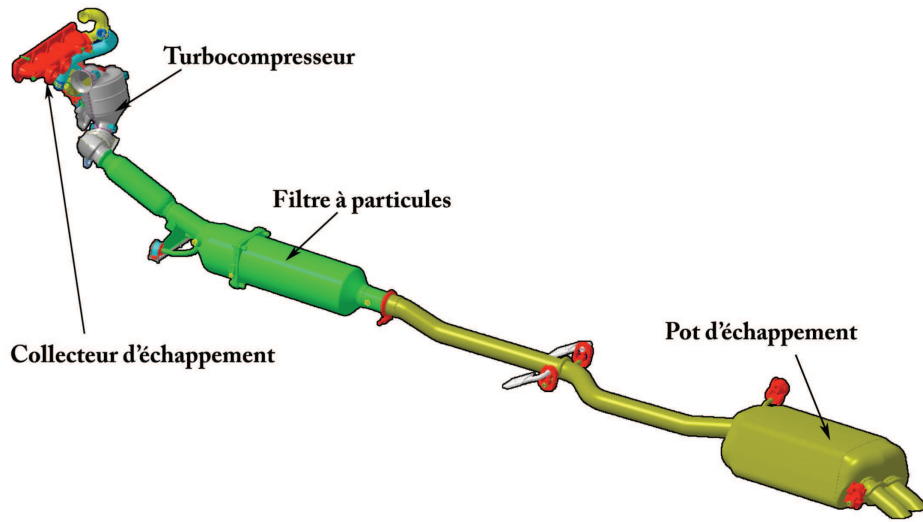


FIGURE 1.2: Représentation d'une ligne d'échappement (géométrie CAO)

Le dimensionnement du collecteur et, plus généralement, de la ligne d'échappement, doit ainsi répondre à un cahier des charges très strict car les fonctions du collecteur ne sont pas limitées à l'évacuation des gaz. En effet, la ligne d'échappement doit d'abord être dimensionnée afin d'assurer un échauffement limité, tout en garantissant un bon rendement du moteur. Ensuite, elle doit atténuer au maximum les bruits de fonctionnement du moteur. Enfin, elle doit réduire l'émission de certains polluants grâce notamment à un pot catalytique ou un filtre à particules.

Norme	Euro 1	Euro 2	Euro 3	Euro 4	Euro 5	Euro 6
Oxydes d'azote (NOx)	-	-	500	250	180	80
Monoxyde de carbone (CO)	2720	1000	640	500	500	500
Hydrocarbures (HC)	-	-	-	-	-	-
Hydrocarbures non méthaniques (HCNM)	-	-	-	-	-	-
HC+NOx	970	900	560	300	230	170
Particules (PM)	140	100	50	25	5	5
Particules (PN) (/km)	-	-	-	-	6.10^{11}	6.10^{11}
Toutes les valeurs sauf PN sont exprimées en mg/km (standard = g/km)						

TABLE 1.1: Normes européennes pour les moteurs Diesel [Eur, 2009]

Depuis 1993, les normes européennes d'émissions de polluants (normes EURO, Figure 1.1) fixent des seuils de plus en plus sévères. L'eau et le dioxyde de carbone, qui sont les produits principaux de la combustion, sont inoffensifs. Cependant, les produits secondaires tels que les oxydes de carbone et de soufre, les oxydes d'azote, les hydrocarbures imbrulés et les particules sont dangereux pour l'environnement et la santé. Les systèmes d'allumage et d'injection disponibles aujourd'hui, ainsi que l'ajout

de dispositifs antipollution sur la ligne d'échappement, permettent d'atteindre des valeurs d'émissions de polluants très faibles. Par exemple, les catalyseurs introduits depuis 1993 permettent d'accélérer l'élimination d'éléments chimiques et les filtres à particules, proposés par PSA Peugeot Citroën depuis 1999, réduisent la quantité de particules émises. On estime qu'environ 80% des polluants sont émis les deux premières minutes [Merlinand and Vaubeois, 1994] qui suivent l'allumage du moteur. La température joue ici un rôle très important car le pot catalytique n'est efficace qu'à des températures avoisinant les 300°C et le filtre à particules doit atteindre au moins 450°C pour se régénérer (brûler proprement les particules l'obstruant). La seconde fonction principale du collecteur est alors de limiter les pertes thermiques des gaz d'échappement avant qu'ils ne poursuivent leur chemin dans la ligne d'échappement. C'est pourquoi l'environnement et les sollicitations en fonctionnement doivent être connues et maîtrisées le plus possible afin de dimensionner au plus juste ces structures.

1.1.2 Environnement et sollicitations en fonctionnement

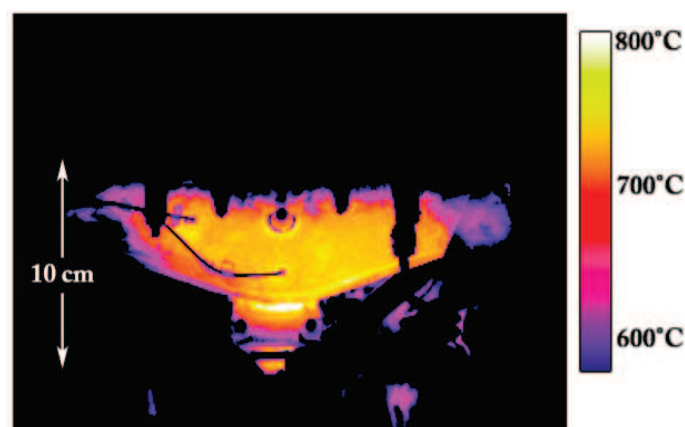


FIGURE 1.3: Thermographie infrarouge d'un collecteur en fonctionnement

Comme nous l'avons évoqué précédemment, le collecteur est soumis à de fortes contraintes thermiques et mécaniques. Sa hauteur est de l'ordre de 10 à 15 cm et les températures en fonctionnement pour un moteur Diesel de l'ordre de 700 à 800°C, pour une température de 200°C sur la bride de la culasse (Figure 1.3). Nous allons maintenant détailler l'origine de ces contraintes, ainsi que leur impact sur le processus de dimensionnement. Vissé à la culasse, il constitue une structure charnière dont le comportement thermomécanique doit être parfaitement maîtrisé.

Pour réduire les émissions polluantes, et surtout diminuer la consommation, les constructeurs automobiles pratiquent le "downsizing" qui consiste à réduire la cylindrée du moteur afin d'en améliorer le rendement à puissance égale. Les gaz d'échappement entrant dans le collecteur peuvent alors atteindre plus de 800°C pour des motorisations Diesel. Le collecteur peut ainsi endurer à chaque démarrage/arrêt du moteur des cycles thermiques entre la température ambiante et des températures allant de 700 à 900°C

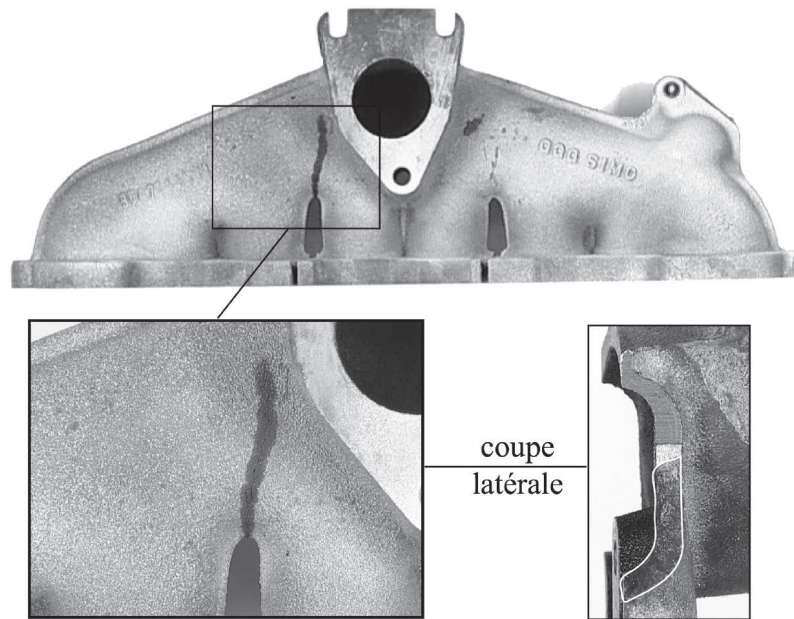


FIGURE 1.4: Fissuration du collecteur d'échappement

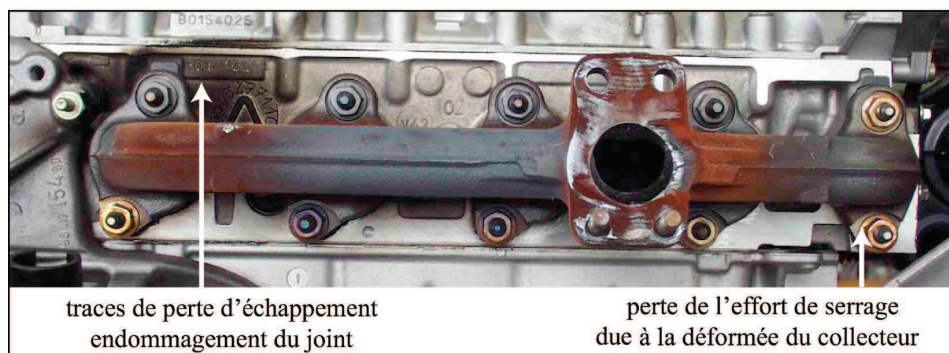


FIGURE 1.5: Mise en évidence de perte d'échappement par déformation de la bride culasse sur un collecteur d'échappement testé sur banc [Szmytka, 2007]

(montées rapides de l'ordre de 1 à 2 minutes), suivis de maintiens plus ou moins longs, puis de refroidissements naturels relativement lents (5 minutes environ). L'ensemble de ces chargements impliquent en outre de forts gradients spatiaux. Bridé mécaniquement par la culasse, le collecteur subit ce type de cycles thermomécaniques quelques dizaines de milliers de fois au cours de sa vie en service. Dimensionner le collecteur d'échappement à la fatigue thermomécanique devient donc nécessaire [Constantinescu et al., 2004] [Szmytka, 2007], afin d'éviter des fissures de fatigue (Figure 1.4) ou des déformations excessives du collecteur, qui pourrait alors se desserrer de la culasse et engendrer des fuites (Figure 1.5).

De plus, les conditions de fonctionnement assez agressives de ce type de structure (hautes températures, chimie des gaz) peuvent entraîner des variations de la microstructure du matériau. Le contact avec les gaz d'échappement chauds en peau interne, parfois plus agressifs avec l'utilisation de nouveaux carburants (bio Diesel), et l'exposition à des conditions extérieures parfois sévères (eau de pluie, sels de

déneigement) rendent les collecteurs sensibles à la corrosion. La résistance à l'oxydation et la corrosion peuvent se révéler être des paramètres importants dans le choix du matériau et donc dans le protocole de dimensionnement du collecteur, même si ces mécanismes sont aujourd'hui peu intégrés.

En raison des vibrations liées au fonctionnement du moteur et aux conditions de roulage, il est aussi nécessaire de dimensionner aux vibrations, et notamment à la fatigue vibratoire, les collecteurs. En effet, si les premières fréquences propres du moteur se révèlent sollicitantes pour le collecteur, des problèmes de fatigue vibratoire peuvent apparaître et créer des fissures au niveau du collecteur.

Finalement, même si les contraintes mécaniques sont importantes, ce sont surtout les contraintes extérieures qui pilotent le dimensionnement de telles structures. La masse et l'encombrement du collecteur jouent également un rôle décisif dans le choix de la pièce, tout comme les coûts de production.

1.1.3 Fonte ou acier inoxydable ?

La fonte est le matériau traditionnellement utilisé pour la fabrication des collecteurs d'échappement des moteurs Diesel. Le coût de fabrication est moindre et la tenue mécanique correcte jusqu'à 800°C [Szmytka, 2007]. Les collecteurs en fontes sont fabriqués d'un seul tenant par fonderie et ont une épaisseur de toile de 5 à 6 mm. Ainsi, la pièce présente une très bonne résistance à la fatigue vibratoire, mais est plus sensible aux gradients thermiques. Cependant, pour les motorisations Diesel, la température n'a eu de cesse d'augmenter ces dernières années en raison du "downsizing" et la fonte atteint maintenant ses limites en terme de résistance thermomécanique. En effet, à haute température, d'importantes évolutions micro-structurales (oxydation, graphitisation, décarburation et transformation allotropique) peuvent dégrader son comportement mécanique [Jault, 2014a], [Jault, 2014b], [Bastid, 1995], [Szmytka, 2007].

Au vu des cahiers des charges actuels, l'acier inoxydable, bien que plus onéreux à produire, est ainsi devenu une solution compétitive pour l'application collecteur d'échappement. Il présente de meilleures propriétés que la fonte pour cette application : meilleure stabilité microstructurale, meilleure résistance à la corrosion. On observe Figure 1.6 que jusqu'à 400°C, la résistance mécanique de la fonte est élevée, mais décroît rapidement jusqu'à 700°C. En revanche, la résistance mécanique de l'acier est plus faible mais sa limite d'élasticité dépasse celle de la fonte à partir de 650°C, avec une faible limite d'élasticité jusqu'à 850°C. À résistance mécanique équivalente, la masse d'un collecteur en acier inoxydable est plus faible que celle d'un collecteur en fonte. Cela se traduit tout d'abord par une consommation moindre, donc moins de rejets de polluants, mais également par une inertie thermique plus faible qui évite le refroidissement des gaz et donc un délai de fonctionnement (light-off) du catalyseur réduit.

Les collecteurs d'échappement en tôle sont généralement constitués de deux coquilles en tôle

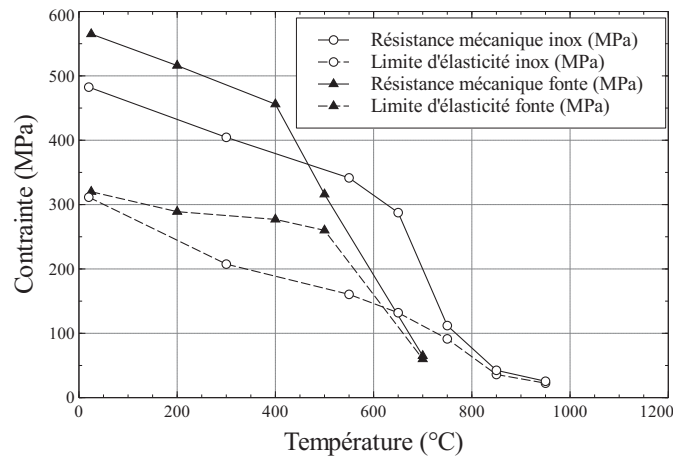


FIGURE 1.6: Évolution de la limite d'élasticité et de la limite à rupture avec la température pour de l'acier AISI 441 et de la fonte SiMo

embouties à froid, puis soudées entre elles. L'architecture de la pièce peut ainsi être plus complexe que pour des collecteurs en fonte. L'impact de la soudure sur la résistance de la pièce aux différents chargements imposés a été étudié dans des travaux récents [Benoit à la guillaume, 2012]. Ainsi, malgré des coûts de matière première et de mise en oeuvre plus élevés que la solution en fonte ainsi qu'un procédé de production plus complexe à maîtriser, les aciers inoxydables sont des matériaux de premier choix pour l'application collecteur d'échappement.

Initialement, les aciers inoxydables ferritiques étaient peu utilisés comparativement aux aciers austénitiques, en raison de leur manque de ductilité, leur soudabilité moyenne et leur relative fragilité [Bucher, 2004]. Cependant, ils ont connu une phase de développement importante ces cinquante dernières années. Depuis les travaux intensifs des années 1970, les aciers inoxydables ferritiques actuels ont une bien meilleure soudabilité et une mise en oeuvre facilitée grâce aux progrès effectués dans leur élaboration et leur transformation. Aujourd'hui, les aciers inoxydables ferritiques peuvent, dans un certain nombre d'applications, rivaliser avec les aciers austénitiques beaucoup plus chargés en éléments d'alliage et donc beaucoup plus coûteux. Ce sont donc les aciers ferritiques qui sont généralement sélectionnés pour l'application collecteur d'échappement chez PSA Peugeot Citroën, même s'ils restent en compétition avec des solutions en fonte moins coûteuses.

Lors de la conception du collecteur 1.6L Diesel (norme EURO 5), le choix entre une solution en fonte ou en acier inoxydable a ainsi longtemps été discuté. Si l'acier inoxydable a dans un premier temps été privilégié durant la conception, en permettant notamment des gains en terme de tenue mécanique mais aussi en masse, il a finalement été écarté à cause de ruptures prématurées globalement inexpliquées sur les bancs d'essais. L'emploi de tôle mince (de 1,5 à 2 mm) laisse toutefois supposer un rôle important de la fatigue vibratoire dans l'endommagement de ces collecteurs prototypes, où l'endommagement non prévu apparaissait dans des zones très peu chargées du point de vue de la fatigue thermomécanique. Une

étude plus approfondie du comportement de ces aciers, et plus particulièrement du AISI 441 (l'acier le plus commun pour les collecteurs d'échappement), est nécessaire à un bon dimensionnement des collecteurs et constitue ainsi un des points centraux de cette étude.

1.2 L'acier inoxydable ferritique AISI 441

1.2.1 Composition chimique et structure

Le matériau étudié est l'acier inoxydable ferritique correspondant aux nuances AISI 441 ou EN 1.4509. Il est envisagé dans la conception des collecteurs d'échappement en raison de sa tenue mécanique à haute température et de son faible coût. Cet acier a préalablement été étudié par L.Bucher [Bucher, 2004], dans un état métallurgique différent que nous présenterons par la suite. Sa composition chimique est détaillée dans le Tableau 1.2.

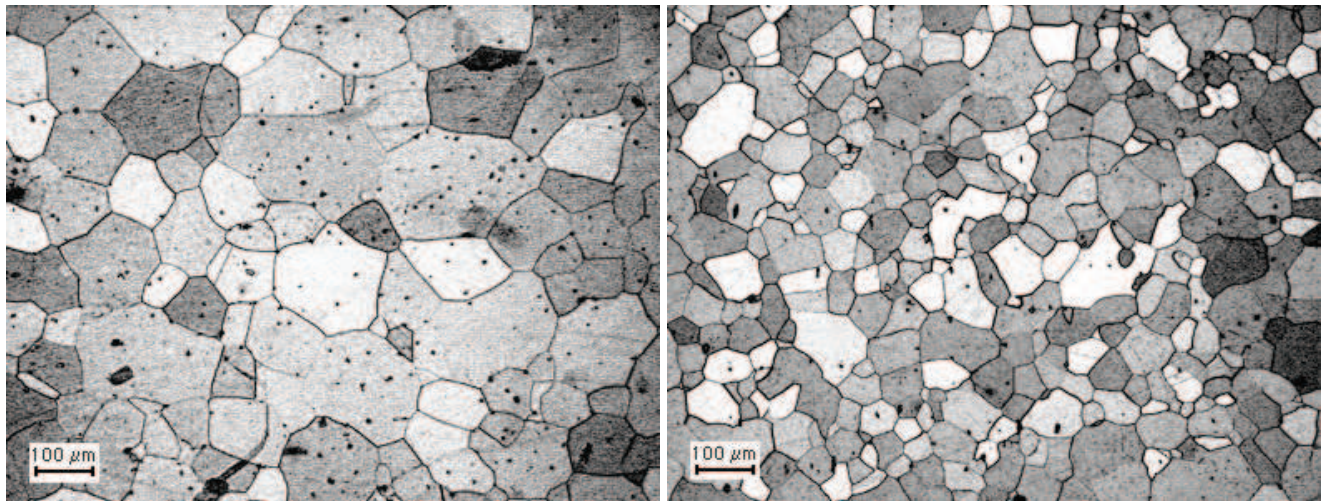
C	N	Cr	Ni	Nb	Ti	Sn	Mn	Mo	Al	P	S	Fe
0.017	0.02	17.67	0.14	0.5	0.15	0.59	0.42	0.03	0.006	0.019	0.001	bal.

TABLE 1.2: Composition chimique de l'acier AISI 441 (pourcentage massique)

Le matériau AISI 441 est une solution solide Fe-C-Cr de structure cubique centrée. Comme pour la majorité des aciers ferritiques, les teneurs en éléments d'addition sont faibles. Avec une teneur en Cr élevée et des teneurs en éléments γ -gènes limités - les éléments C, N, Ni et Mn -, la structure cubique centrée est stable jusqu'à la température de fusion du matériau (1505°C). Il s'agit d'un acier inoxydable formulé pour des applications à haute température. La teneur en chrome particulièrement élevée assure notamment au matériau une bonne résistance à la corrosion [Bucher, 2004].

1.2.2 Microstructure

Dans la littérature, l'acier AISI 441 est caractérisé suivant deux états métallurgiques qui diffèrent l'un de l'autre par le nombre d'opérations de transformation qu'ils ont subi. L'état train à bandes est un premier état métallurgique qui correspond à une brame de 40 mm d'épaisseur en sortie des secondes cages dégrossisseuses lors du laminage à chaud. L'état produit fini est le second état métallurgique et correspond à une tôle de 2 mm d'épaisseur brute de toutes les opérations de laminage et recuite. Les microstructures des deux états sont présentées sur la Figure 1.7. On observe que la taille de grains est 2 à 3 fois plus importantes pour l'état train à bandes.



(a) Microstructure de l'état train à bandes

(b) Microstructure de l'état produit fini

FIGURE 1.7: Microstructures du AISI 441 - optique [Bucher, 2004]

Train à bandes	Produit fini
126.7 (11.3)	66.4 (10.4)
moyenne (écarttype)	

TABLE 1.3: Taille des grains du matériau AISI 441 [Bucher, 2004]

1.2.3 Propriétés

Le AISI 441 possède des propriétés physiques et mécaniques classiques des aciers ferritiques (Tableau 1.4). Les processus de diffusions sont ici plus simples que dans le réseau cristallin austénitique en raison de la structure cubique centrée moins compacte [Folkhard, 1984]. Le coefficient de dilatation thermique est plus faible que pour les aciers austénitiques [Bernstein and Peckner, 1977] et la résistance à la corrosion sous contraintes meilleure [Désestret et al., 1981].

À température ambiante, les aciers ferritiques et austénitiques ont des propriétés mécaniques comparables mais la température élevée entraîne une chute des caractéristiques mécaniques des aciers ferritiques, notamment la ductilité et la résistance au fluage. Une exposition à une température supérieure à 900°C peut entraîner un grossissement des grains significatif qui peut modifier certaines propriétés mécaniques, ce qui est normalement impossible en condition d'utilisation nominale des collecteurs.

L'acier AISI 441 est formulé spécialement pour des utilisations à haute température. Ainsi, la teneur en carbone interstitiel est très faible afin de limiter la précipitation intergranulaire de carbures de chrome, et ainsi de limiter la corrosion au joint de grain.

Propriétés	Température	Acier AISI 441 - produit fini
Résistance mécanique [MPa]	20°C	490
Limite d'élasticité [MPa]	20°C	300
Allongement à rupture [%]	20°C	30
Masse volumique [$g.cm^{-3}$]	20°C	7.7
Dilatation thermique [K^{-1}]	20-800°C	$12.8.10^{-6}$
Conductivité thermique [$W.m^{-1}.K^{-1}$]	500°C	26.3
Capacité thermique [$J.kg^{-1}.K^{-1}$]	20°C	460

TABLE 1.4: Propriétés physiques et mécaniques de l'acier AISI 441 [Bucher, 2004]

1.2.4 Fabrication

Les aciers inoxydables sont fabriqués en cinq étapes (Figures 1.8 et 1.9). Suite aux premières phases d'élaboration et d'affinage, l'acier est coulé en continu avant de suivre un premier cycle de transformation à chaud, puis un second à froid. Pour compléter la chaîne de fabrication, des étapes de finition et/ou de traitement thermique peuvent être réalisées. Ces étapes de fabrication sont détaillées ci-dessous :

- **L'élaboration** : L'objectif de cette étape est d'obtenir un métal liquide titrant de 1 à 3% de carbone et contenant les éléments majeurs (nickel, molybdène) de la composition chimique finale de l'acier. Dans ce but, on introduit, dans un four à arc à revêtement réfractaire basique, différentes ferrailles, des chutes d'acier inoxydable, des ferroalliages et des métaux purs. La fusion est provoquée par un arc électrique d'environ 100 MW entre la charge et des électrodes de graphite.
- **L'affinage** : La décarburation et la réduction sont les deux phases successives de l'affinage. Il est réalisé dans un convertisseur AOD (Argon Oxygen Decarburization) par un procédé développé dans les années 50-60 et qui constitue aujourd'hui la procédure la plus utilisée. Grâce à l'injection d'un mélange gazeux argon(-azote)-oxygène, ce procédé permet de réduire la concentration de carbone dans l'acier en fusion tout en conservant une teneur en chrome élevée. La phase de réduction consiste à éliminer l'excès d'oxygène introduit lors de la décarburation et à réduire la teneur en soufre grâce à l'ajout de ferrosilicium. Enfin, des éléments stabilisants (titane, niobium) sont ajoutés à l'abri de l'air et le bain est homogénéisé sur les plans thermique et analytique grâce à la métallurgie de poche. Le métal fondu est alors prêt à être coulé en continu.
- **La coulée continue** : Utilisé depuis les années 70, ce procédé repose sur la création rapide et en continu d'une peau contenant le métal encore liquide jusqu'à sa solidification complète. Les brames produites en sortie ont une épaisseur comprise entre 150 et 250 mm et une largeur comprise entre 600 et 1600 mm.
- **La transformation à chaud** : La brame est d'abord réchauffée dans un four à longeron, à une température comprise entre 1100°C et 1250°C selon la nuance. Puis, en vue de réduire son

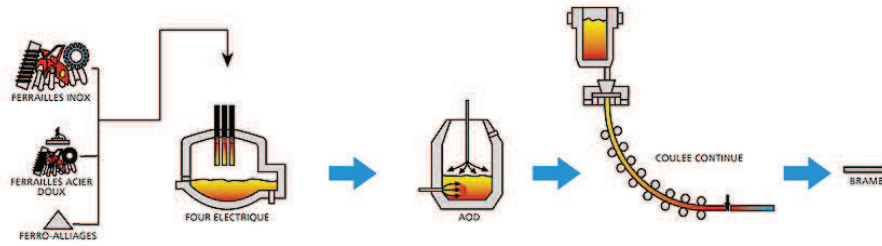


FIGURE 1.8: Schéma de fabrication des aciers inoxydables [Bucher, 2004] - L'acierie

épaisseur et d'obtenir des bobines de 2 à 8 mm d'épaisseur, appelées bandes noires ou coils noirs, il est laminé à chaud. Ce laminage peut être effectué sur des trains continus à bandes ou sur des laminoirs Steckel (allers-retours dans une cage dégrossisseuse réversible). Tout au long de ce processus, la température doit impérativement être contrôlée pour éviter tout phénomène de grossissement des grains. A l'issue de cette étape de laminage, l'état « train à bandes » est obtenu.

- **La transformation à froid** : Le laminage à froid est généralement effectué sur des laminoirs réversibles multicylindres de type Sendzimir. La réduction d'épaisseur de la tôle est de l'ordre de 75%. Afin d'atténuer l'effet de l'écrouissage par recristallisation de l'acier, un recuit final est réalisé. A l'issue de cette étape, l'état « produit fini » est obtenu.

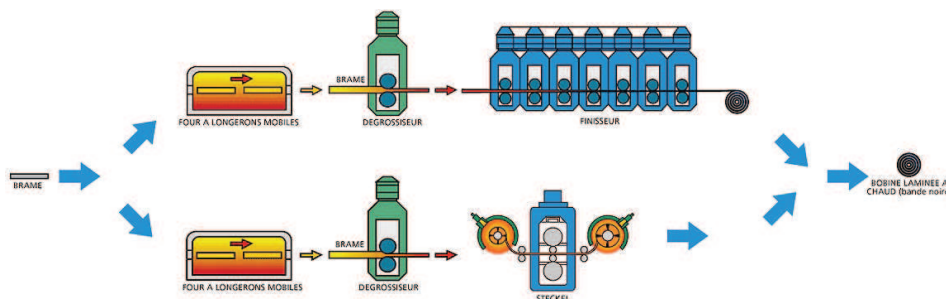


FIGURE 1.9: Schéma de fabrication des aciers inoxydables [Bucher, 2004] - Le laminage

1.3 Dimensionnement des collecteurs chez PSA Peugeot Citroën

1.3.1 Fatigue thermomécanique

En raison de forts enjeux concurrentiels actuels dans le secteur de l'automobile, la maîtrise des coûts de développement et de fabrication des pièces est devenue un enjeu majeur. En apportant des réponses préliminaires aux tests réalisés sur des prototypes physiques, la simulation numérique est devenue une étape essentielle du processus de conception pour limiter ces coûts. En effet, grâce aux tests virtuels de différents types de matériaux et de géométries, elle réduit le nombre de prototypes et d'essais à réaliser. De plus, sous réserve de disposer de bons modèles, le calcul permet d'identifier les zones sensibles et de

dimensionner au plus juste les pièces mécaniques, afin de réduire leur masse et répondre favorablement aux exigences environnementales.

Afin de dimensionner par le calcul le collecteur d'échappement, PSA Peugeot Citroën a mis au point une démarche de dimensionnement compatible avec les délais industriels. Celle-ci permet d'estimer la durée de vie de cette pièce soumise à des sollicitations thermomécaniques cycliques. La cohérence de cette méthode repose essentiellement sur les trois points suivants [[Charkaluk, 1999](#)], [[Verger, 2002](#)] :

- Les sollicitations thermomécaniques appliquées au collecteur d'échappement doivent être représentatives du chargement réel appliqué au collecteur au cours de sa vie en service. En effet, un essai de Choc Thermique Collecteur réalisé sur banc moteur a été mis au point pour générer un endommagement équivalent à celui que subit le collecteur. Il correspond à des cycles de chauffage et de refroidissement du collecteur pilotés par différents niveaux de puissance moteur et aboutissant à des amplitudes thermiques de l'ordre de 800°C, associés à un bridage mécanique imposé par le vissage du collecteur chaud sur la culasse plus rigide. Dans l'essai, seul un nombre restreint de cycles de choc thermique (quelques centaines à quelques milliers) sont nécessaires pour représenter l'endommagement subi par un collecteur d'échappement au cours de sa vie sur véhicule particulier [[Charkaluk et al., 2002](#)]. Les mesures réalisées lors de ces essais (données en température, débit et déplacement) servent alors de valeurs d'entrée ou d'éléments de validation de la simulation numérique. Après un premier calcul de la combustion et des écoulements gazeux permettant d'accéder aux coefficients d'échange dans la pièce, le calcul thermique peut être réalisé en vue d'obtenir la distribution des températures en tout point du collecteur au cours d'un cycle de chargement. Ensuite, le calcul mécanique est réalisé à partir de ces informations et du comportement mécanique du matériau.
- La modélisation du comportement mécanique du matériau est un élément majeur du calcul et elle doit décrire au plus juste les phénomènes physiques mis en jeu dans les gammes de sollicitations du collecteur d'échappement. En effet, le matériau subit de grandes variations de température (de 20°C à 800°C dans le cas de motorisations Diesel) et son comportement essentiellement élasto-plastique à basse température devient fortement visqueux à haute température. De plus, le modèle doit être robuste, disposer de paramètres facilement identifiables et permettre la réalisation de calculs sur une structure complète dont les temps d'exécution sont compatibles avec les exigences industrielles.
- Le critère de ruine appliqué doit enfin être en accord avec les mécanismes d'endommagements en fatigue thermomécanique. Pour mener à bien le dimensionnement, on choisit un critère de ruine postulant un découplage entre comportement et endommagement. Les zones sensibles, soit celles qui dissipent le plus d'énergie, sont localisées à l'aide d'une analyse par éléments



FIGURE 1.10: Résultats mécaniques pour un collecteur d'échappement 2L - Énergie dissipée pour le 12^{ème} cycle de chargement - modèle Szmytka et al. [Szmytka et al., 2010]

finis (Figure 1.10). Cependant, la durée de vie du collecteur peut également être limitée par des dérives dimensionnelles entraînant une perte d'étanchéité au niveau de la culasse. La déformée du collecteur doit donc être reproduite de manière satisfaisante par le calcul [Szmytka, 2007]. Ainsi, la qualité du calcul prédictif dépend à la fois du choix de la loi de comportement et du modèle de fatigue qui rendent compte des différents modes de défaillance du collecteur d'échappement.

1.3.2 Environnement vibratoire

Comme évoqué précédemment, l'acier inoxydable a pour le moment été écarté de la conception des futurs collecteurs à cause de ruptures prématurées inexpliquées sur les bancs d'essais ; probablement en raison de l'impact élevé des vibrations sur ces tôles d'épaisseur fine.

En plus du collecteur, d'autres pièces sont sensibles aux vibrations dans le moteur, légitimant une étude plus poussée du comportement vibratoire des structures chaudes. En effet, l'augmentation des températures d'utilisation du moteur implique la présence de nombreux supports et d'écrans thermiques permettant de maintenir et protéger les pièces. La faible épaisseur de telles pièces les rend également sensibles à la fatigue vibratoire, d'autant que les vibrations générées par le fonctionnement du moteur peuvent être intenses. Il a aussi été observé des cas de rupture de capteur de température (capteur de la température des gaz d'échappement) notamment pour certains moteurs 2.2 L fortement chargés. Ces sondes de température jouent un rôle important dans la stratégie de protection des composants GMP. Il est avéré que la fatigue vibratoire est l'une des sources d'endommagement de ces capteurs. Plus généralement, l'électronique embarquée est souvent sujette à des endommagement par fatigue vibratoire ([Grieu, 2010], [Wang et al., 2004]).

Dans l'ensemble de ces cas, les vibrations du moteur en fonctionnement constituent la principale source de sollicitation, qui plus est à des températures élevées pour les matériaux utilisés. La

plage de fréquences à laquelle est soumise le moteur est de l'ordre de 0 à 400 Hz ([Pruvost, 2009], [Guyader et al., 2006]).

En ce qui concerne le dimensionnement vibratoire, la majeure partie des travaux scientifiques s'appuie sur le calcul des modes propres linéaires de la structure et sur une décomposition de la réponse sur cette base de modes propres. L'objectif est alors de dimensionner le collecteur dans le but de ne pas solliciter le premier mode de la structure et, ainsi, éviter toute entrée en résonance. Afin de prendre en compte le chargement thermique que peuvent subir les composants de la façade d'échappement par exemple, on procède simplement, chez PSA, à un ajustement du module d'élasticité en fonction de la température. Cette méthode permet de déterminer des modes propres plus réalistes. Toutefois, l'éventuel aspect "amortissement visqueux", propre à des matériaux comme la fonte ou l'acier au-delà de 200°C à 300°C, n'a pas été étudié, tout comme le caractère quasi-exclusivement viscoplastique du comportement au-delà de 700°C. Le chargement thermomécanique auquel est soumis la pièce lors de son service n'est pas non plus considéré dans ce calcul.

1.3.3 Fatigue vibratoire

Actuellement, le dimensionnement à la fatigue vibratoire de structures subissant des sollicitations thermiques est réalisé chez PSA via le critère de Dang Van [Dang Van, 1973]. Ce critère a été adapté pour répondre au problème de la fatigue vibratoire de différentes manières :

- Pierre Burry [Burry, 2009] a développé une méthode de détermination du critère de Dang Van pour des structures soumises à des chargements aléatoires définis par leur densité spectrale de puissance (DSP). Cette méthode ne permet pas de prendre en compte les aspects non-linéaires du comportement, ni d'utiliser un chargement déterministe. Les travaux répondent aux besoins industriels pour un certain type de structures, mais pas pour les chargements déterministes superposés aux chargements thermomécaniques du bloc moteur.
- Pour les structures telles que les accessoires fixés au moteur, la principale sollicitation mécanique est la vibration du moteur. En considérant que les modes propres sont séparés, que les vibrations sont sinusoïdales pures et à bande étroite, on calcule le coefficient de danger pour chaque fréquence de rotation du moteur. Le critère choisi correspond alors au maximum du coefficient de danger sur tous ces modes.
- Pour les chargement déterministes, l'utilisation du critère de Dang Van sur des structures complexes telles que le collecteur d'échappement implique des temps de calcul considérables et rend, ainsi, le dimensionnement à la fatigue vibratoire complexe.

1.4 Conclusions et positionnement de l'étude

Le dimensionnement à la fatigue vibratoire pour des structures présentant des non linéarités liées à leur comportement n'a pas un niveau de maturité suffisant chez PSA. L'objectif de l'étude est d'augmenter ce niveau de maturité. La structure choisie pour servir de cas de référence est un collecteur d'échappement réalisé en acier inoxydable. L'objectif principal est double. Il s'agit de pouvoir prédire la réponse mécanique d'un collecteur d'échappement à une sollicitation vibratoire (sinusoïdale et déterministe) provenant du moteur et, une fois cette réponse déterminée, de la relier, via un critère approprié, à un nombre de cycle acceptable avant amorçage d'une fissure de fatigue. La réalisation de ces objectifs nécessite alors de répondre à plusieurs points techniques :

- Le calcul des modes propres proposé doit être plus réaliste pour le collecteur. Ceci permettrait de prendre en compte l'effet d'un chargement thermomécanique statique sur un collecteur puisque les sollicitations vibratoires ont lieu lorsque le moteur est en fonctionnement. Il s'agit également d'être capable de savoir si, lorsque l'on sollicite sous un régime vibratoire une structure travaillant d'un point de vue thermomécanique dans un domaine viscoplastique, la raideur et/ou l'amortissement de cette structure sont influencés par le comportement non linéaire du matériau étudié. Si tel est le cas, il serait alors nécessaire d'envisager une description plus complexe des modes propres qui serait fonction de l'amplitude et/ou de la vitesse de sollicitation.
- L'étude précédente nécessite une compréhension poussée du comportement de l'acier inoxydable à des fréquences de sollicitations plus élevées que dans le cadre d'une caractérisation standard du comportement élasto-viscoplastique et pour des faibles amplitudes de déformation inélastiques, ce qui constitue les bases d'un chargement vibratoire issu du moteur. Une série d'essai va donc être nécessaire afin de comprendre et modéliser le comportement de l'acier AISI 441 . On se limitera à un chargement isotherme à 300°C, pour des raisons de temps et de facilité expérimentale. La base d'essai proposée sera suffisamment représentative car la viscosité est déjà présente à cette température et extrapolable à plus haute température.
- Une méthode de résolution des critères de fatigue plus adaptée à des chargement vibratoires doit être proposée, afin d'optimiser les calculs dans les cas où le chargement peut être projeté sur la base modale de la structure [Moumni et al., 2003]. Le choix est effectué de travailler sur le critère de Dang Van, dans un premier temps, car le calcul de ce critère sur une structure complexe nécessite aujourd'hui un temps relativement important. Le second intérêt est de valider cette méthode sur des chargements superposés à d'autres chargements thermomécaniques. Les applications de cette méthode ne doivent pas se limiter au collecteur, qui reste un cas d'application intéressant, mais être extrapolable à toutes les structures présentant des chargements cycliques.

Étude expérimentale de l'acier AISI 441

Sommaire

2.1	Base de données antérieure à ces travaux	35
2.1.1	Essais fournis par APERAM	35
2.1.2	Essais réalisés sur état produit fini à 300°C	36
2.1.3	Conclusions	38
2.2	Base d'essais "produit fini" APERAM lot 2012	38
2.2.1	Choix de la géométrie de l'éprouvette	39
2.2.2	Dispositif expérimental	39
2.2.3	Acquisition des données d'essai	40
2.2.4	Définition des essais	46
2.3	Comportement de l'acier AISI 441	49
2.3.1	Essais pilotés en déformation	49
2.3.2	Essais pilotés en charge	52
2.3.3	Conclusions	55

Ce chapitre décrit les essais qui ont été réalisés pour permettre de déterminer le comportement de l'acier AISI 441 à 300°C à différentes fréquences et pour différents niveaux de sollicitations. Cette étude est effectuée à une température de 300°C, une température entrant dans la gamme d'utilisation d'un collecteur d'échappement, et permettant d'éviter des problèmes d'altération liés aux modifications métallurgiques de l'acier au delà de 600°C. Tout d'abord, nous présenterons la base de données existante pour ce matériau, antérieure à ce travail et pour différents états métallurgiques, avant de détailler une nouvelle base expérimentale ainsi que les protocoles associés à ces essais et leurs résultats. En effet, la gamme d'essais antérieure à cette thèse est constituée uniquement d'essais à faible fréquence, ce qui n'est pas suffisant pour notre étude, où l'on souhaite modéliser correctement les transitions petites/grandes déformations et l'influence de la vitesse de sollicitation, deux points essentiels quant aux chargements sur collecteurs.

2.1 Base de données antérieure à ces travaux

La plupart des essais réalisés ces dernières années et disponibles dans la littérature ont été effectués sur des éprouvettes d'état "train à bandes" [Bucher, 2004]. En effet, la tôle laminée à 95%, c'est-à-dire le produit fini, a une épaisseur inférieure à 3 mm et il est donc impossible d'y prélever des éprouvettes cylindriques, géométrie plus robuste pour les essais de comportement (réduction des risques de flambage). Le choix effectué classiquement consiste à prélever des éprouvettes cylindriques dans des lots de matière type "train à bandes" d'épaisseur conséquente afin de pouvoir effectuer des essais de comportement et de fatigue thermique. Ainsi, différents essais isothermes à 300, 600 et 850°C, ainsi que des essais anisothermes (en-phase et hors phase) ont été réalisés avec des niveaux de chargements en compression élevés. Par exemple, à 300°C, la base d'essais est constituée d'essais d'écrouissage cyclique (avec ou sans maintien) et d'essais à déformation progressive. En revanche, si on met de côté les essais de traction et de fluage [Bucher, 2004], très peu d'essais mécaniques ont été réalisés sur des éprouvettes plates issues de l'état produit fini. Cependant, les connaissances actuelles sur le comportement du matériau indiquent que la dernière étape de laminage (paragraphe 1.2.4) peut avoir un rôle non négligeable sur le comportement de l'acier AISI 441, du fait des modifications métallurgiques qu'elle engendre. Nous présenterons ici tous les essais de comportement sur des éprouvette type "produit fini" à notre disposition au début des travaux de thèse.

2.1.1 Essais fournis par APERAM

Ces essais permettent d'avoir accès à des boucles de comportement de la tôle à différentes vitesses de déformation ou amplitudes de chargement. Ce sont des essais d'écrouissage cyclique, pilotés en déformation et réalisés avec raidisseurs (pour éviter tout flambement de l'éprouvette). Les données d'essais correspondent à des boucles contrainte-déformation stabilisées, après 20 cycles effectués au même niveau de chargement. Sur la Figure 2.1, on présente les cycles stabilisés à différentes amplitudes de déformation (a) et à différentes fréquences de sollicitation (b). On observe ainsi un durcissement de l'acier en (a) et une faible influence de la fréquence de sollicitation entre 10^{-2} Hz et 10^{-4} Hz (b). Cependant, à 300°C, il n'est

pas possible de quantifier le frottement dû aux raidisseurs, qui est relativement important.

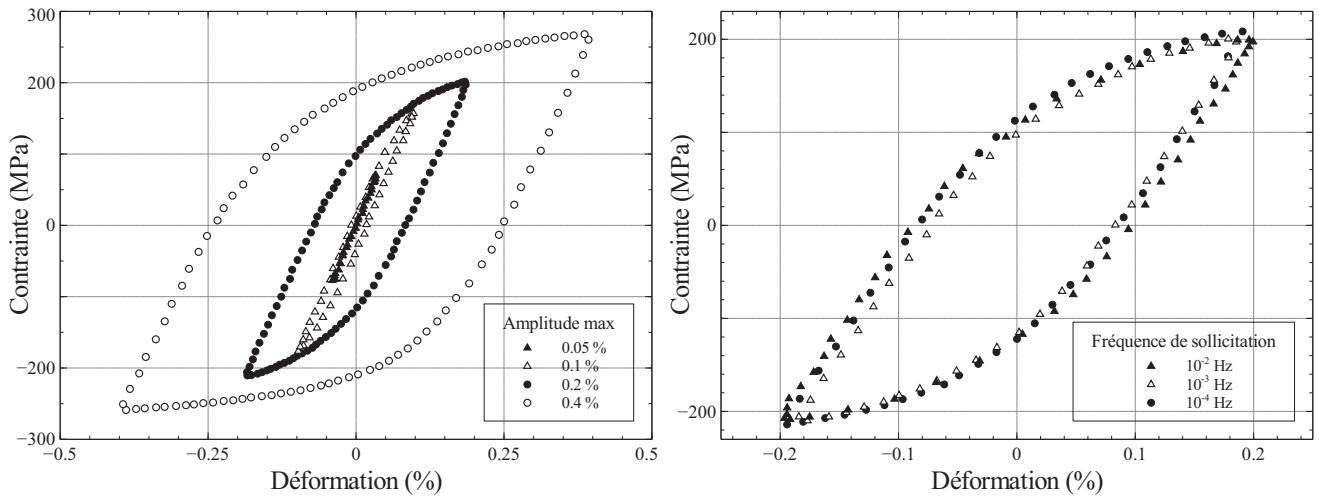


FIGURE 2.1: Essais réalisés par APERAM à 300°C

2.1.2 Essais réalisés sur état produit fini à 300°C

Les essais réalisés par A. Benoit à la Guillaume [Benoit à la guillaume, 2012] sont, quant à eux, effectués sans raidisseurs. L'éprouvette (Figure 2.5) est alors dimensionnée afin de pouvoir résister à des chargements en compression relativement élevés. Un calcul éléments finis, avec pour l'acier un modèle de comportement type [Szmytka, 2007], dont les paramètres ont été identifiés sur les essais APERAM précédemment présentés, fait apparaître le flambement sur une éprouvette de ce type pour une amplitude de déformation $\Delta\epsilon = 0.7\%$ (avec un chargement de type $R_\epsilon = 0$). Expérimentalement, sur un essai de fatigue oligocyclique réalisé à 300°C, le flambement de l'éprouvette est observé au cours du 1030^{ème} cycle pour un niveau de déformation $\Delta\epsilon = 0.6\%$ [Benoit à la guillaume, 2012].

Des essais de fatigue oligocyclique isothermes sont réalisés à 300°C (Figure 2.2). L'objectif d'A. Benoit est de disposer d'une base d'identification du modèle de comportement pour l'AISI 441. L'éprouvette est soumise à un chargement cyclique en déformation, de fréquence 0.05 Hz, entre un niveau minimum égal à 0% et un niveau maximum $\Delta\epsilon$. Le cycle stabilisé utilisé pour l'identification des paramètres du modèle de comportement correspond au 20^e cycle. L'accommodation se fait toutefois rapidement sur une boucle proche du premier cycle.

L'essai précédent ne donnant que peu d'information sur la viscosité du matériau, un essai de relaxation a par ailleurs été effectué (Figure 2.3). Il permet de caler les paramètres de la partie viscoplastique du modèle de comportement du matériau. Deux niveaux de déformation sont étudiés, afin de correspondre à

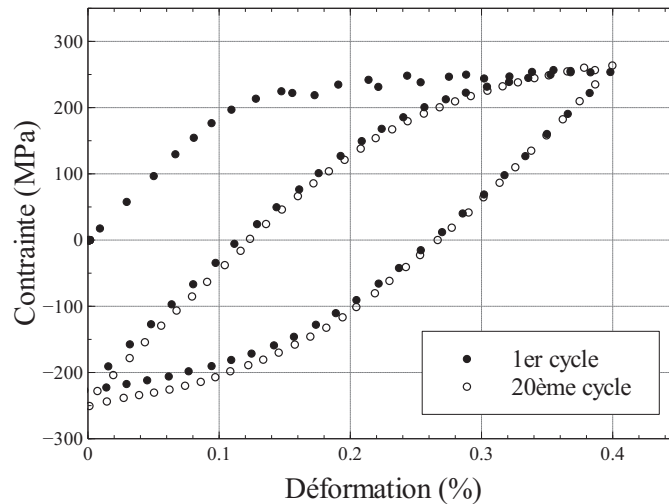


FIGURE 2.2: Essai de fatigue à 300°C à 0,05 Hz

des sollicitations équivalentes à celles observées sur pièce : 0,5% et 1%. La chute de charge est de l'ordre de 15% pour le premier niveau de déformation, et de 20% pour le deuxième.

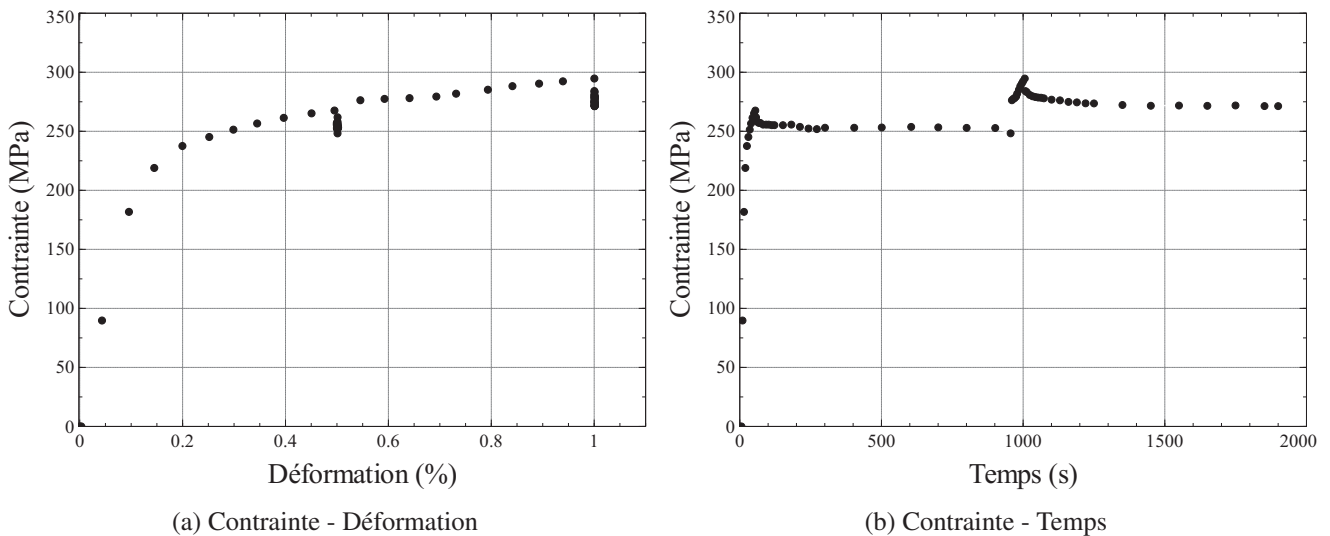


FIGURE 2.3: Essai de relaxation à 300°C

La base expérimentale constituée lors de la thèse d'Aurélien Benoit à la Guillaume comporte un dernier essai effectué à 300°C. Il s'agit d'un essai de traction à écrouissage progressif présenté Figure 2.4. On observe ici un rétrécissement de l'amplitude de déformation plastique au cours de l'essai, signe de la nécessité d'inclure un écrouissage isotrope dans le modèle de comportement afin de rendre compte de ce durcissement cyclique.

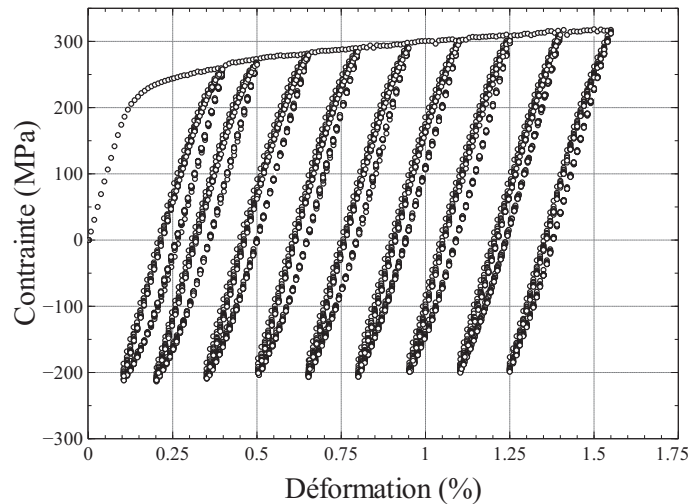


FIGURE 2.4: Essai de traction à 300°C

2.1.3 Conclusions

Le nombre d'essais à notre disposition dans l'état métallurgique "produit fini" est donc très faible. La gamme de fréquence d'essai ainsi que l'amplitude des sollicitations sont trop limitées pour servir de base d'identification à un modèle de comportement capable de décrire une large variété de niveaux de déformation sur une plage de fréquence élargie.

La variabilité des propriétés du matériau est également un point non négligeable. Selon le lot matière étudié, on observe des variations de certains paramètres (jusqu'à 20% pour le module d'Young), qui peuvent être importantes et alors rendre complexe l'identification des paramètres d'un modèle. Afin de limiter au maximum ces problèmes de dispersion, le choix est fait de construire une base expérimentale large sur un seul lot matière, et ne pas y intégrer cette base d'essai initiale, finalement peu adaptée à nos objectifs.

2.2 Base d'essais "produit fini" APERAM lot 2012

L'objectif de cette base d'essai est de caractériser le comportement de l'acier AISI 441 à différentes gammes de fréquences et pour des niveaux de déformation faibles (autour de 0.1% pour caractériser les vibrations), et élevés (supérieurs à 1% pour caractériser le comportement thermomécanique).

On s'attachera aussi à établir un protocole d'essai pour des essais de comportement et de fatigue à des fréquences supérieures à 1 Hz et à hautes températures (jusqu'à 800-900°C, température maximale observée sur collecteur Diesel). Les fréquences élevées correspondent pour notre étude aux fréquences situées entre 1 Hz et 20 Hz. La valeur maximale de 20 Hz correspond à la limite d'utilisation des machines d'essais, mais ajoute deux ordres de grandeur par rapport aux essais actuels et semble suffisamment élevée pour décrire, ou au moins estimer, le comportement vibratoire auquel est soumis le collecteur (~ 200 Hz). De

plus, si la fréquence de vibration semble plus faible que celle observée sur les collecteurs, les amplitudes de chargement appliquées sont bien plus élevées. Ainsi les vitesses de chargement sont comparables, et notre gamme d'essais sera donc capable de représenter l'ensemble des sollicitations auquel peut être soumis l'acier.

2.2.1 Choix de la géométrie de l'éprouvette

L'analyse des travaux d'A. Benoit à la Guillaume [Benoit à la guillaume, 2012], nous a conduit à conserver les mêmes éprouvettes que lors de ses essais de traction/compression isotherme. En effet, ces dernières, présentées Figure 2.5, sont prélevées dans des tôles d'acier d'état produit fini et peuvent subir des déformations en compression élevées (0.6-0.7%) sans flamber.

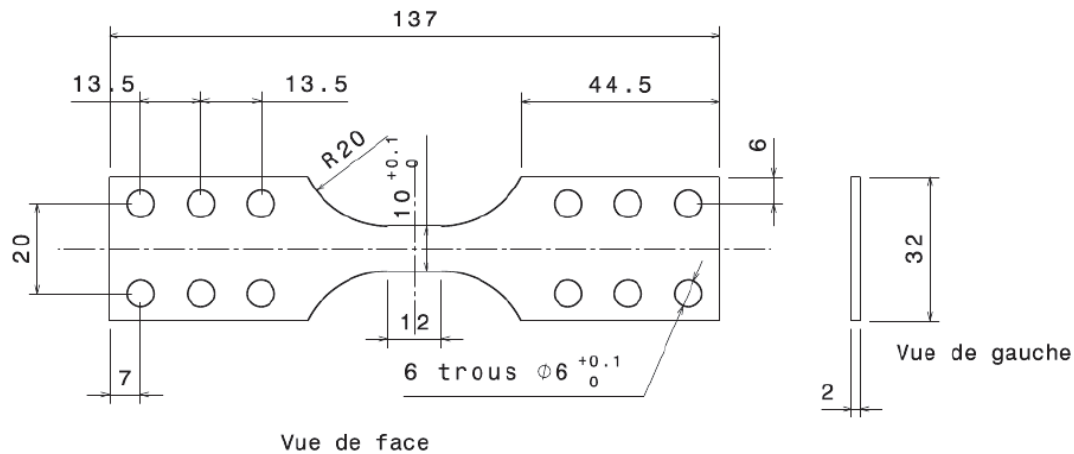


FIGURE 2.5: Géométrie de l'éprouvette (identique à celle d'Aurélié B. [Benoit à la guillaume, 2012])

Les faces et les tranches des éprouvettes sont, dans le cadre de notre étude, polies mécaniquement à l'aide de papiers abrasifs puis de pâtes diamantées ($9\mu m$, $6\mu m$ et $3\mu m$) pour obtenir un état de surface lisse et reproductible. Le polissage des tranches permet de limiter les risques d'amorçage de fissure sur une arête fine de l'éprouvette située en dehors de la zone utile et de vérifier que l'éprouvette ne comporte aucun défaut visible. Cette géométrie d'éprouvette est utilisable pour toute la gamme de fréquence de l'étude.

2.2.2 Dispositif expérimental

Les essais mécaniques sont effectués à $300^{\circ}C$, une température intermédiaire mesurée sur les collecteurs d'échappement. Ces derniers subissent généralement des cycles thermiques entre $150^{\circ}C$ et une température maximale variant entre $400^{\circ}C$ et $800^{\circ}C$ selon les situations de vie enregistrées. On a pu voir [Bucher, 2004] [Rémy et al., 2011] que l'étude du comportement à cette température permet de poser de bonnes hypothèses quant à la description du comportement isotherme de l'AISI 441, sur une gamme thermique plus large. L'éprouvette est amarrée sur une machine Instron 8500 à vérin hydraulique (Figure

2.6 (a)) équipée d'un four en aluminium à quatre ampoules de 1500 W placées dans des gorges elliptiques. Le four est équipé d'un système de refroidissement de l'éprouvette par air comprimé. Une circulation d'eau refroidit le four et deux ouvertures sont usinées dans celui-ci afin de permettre, entre autres, le passage d'un extensomètre.

Les essais sont pilotés suivant les besoins, soit en contrôle d'effort soit en contrôle de déformation à l'aide d'un extensomètre (Figure 2.7) développé au Centre des Matériaux pour permettre un pilotage précis à des températures élevées proches de 1200°C (tiges d'alumines). La sensibilité de l'extensomètre est de l'ordre du dixième de micromètre. L'écartement initial des couteaux est de 10 mm et la consigne de déplacement est pilotée par un ordinateur. Le déplacement des couteaux au bout des tiges d'alumine de l'extensomètre est mesuré par la technique classique du pont de jauges de déformation.

Les extrémités des éprouvettes sont vissées, à l'aide de 6 vis par têtes, aux mors des lignes de charge de la machine d'essai (Figure 2.6 (b)). Les mors sont recouverts d'un revêtement en Inconel afin d'éviter le glissement de l'éprouvette lors de l'essai. La force appliquée par le vérin est mesurée par une cellule d'effort disposée au sommet de la machine d'essai. Dans le cadre de nos essais, la capacité de cette cellule est de 10 kN. D'autre part, un thermocouple, soudé au centre de la zone utile de l'éprouvette, permet d'y mesurer la température. Cette mesure, utilisée dans une boucle d'asservissement du four, permet un pilotage précis du chargement thermique. La précision théorique de ce thermocouple chromel-alumel est de $2.5.10^{-2}^{\circ}\text{C}$. En sortie, le déplacement, la déformation, la force et la température sont mesurés et enregistrés sur le disque dur d'un ordinateur.

2.2.3 Acquisition des données d'essai

2.2.3.1 Fréquences inférieures à 1 Hz

Pour les essais effectués à basse fréquence (moins de 1 Hz), un extensomètre (Figure 2.7) est utilisé pour mesurer les déformations dans la zone utile. Il est capable de mesurer des déplacements inférieurs à 1 μm pour une longueur de référence de l'ordre de 10 mm. Il permet aussi, couplé à un ordinateur, de piloter la machine d'essai quand cela est nécessaire.

2.2.3.2 Fréquences supérieures à 1 Hz

Pour les essais réalisés à une fréquence supérieure à 1 Hz, la mesure de déformation ne peut pas être effectuée comme on le fait classiquement pour les essais de comportement. En effet, à ces fréquences, l'extensomètre utilisé aura tendance à glisser et à fournir des résultats erronés. Les autres méthodes courantes de mesure de la déformation (jauges,...) ne permettent pas, en revanche, de travailler à haute température, l'objectif étant ici de développer une procédure utilisable jusqu'à 900°C.

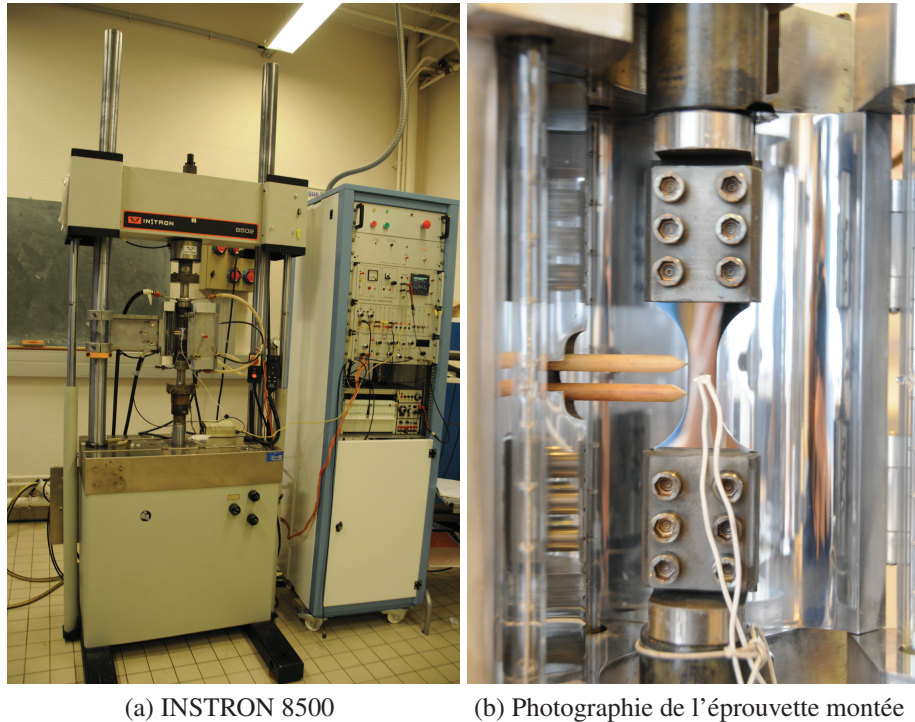


FIGURE 2.6: Montage expérimental au Centre des Matériaux

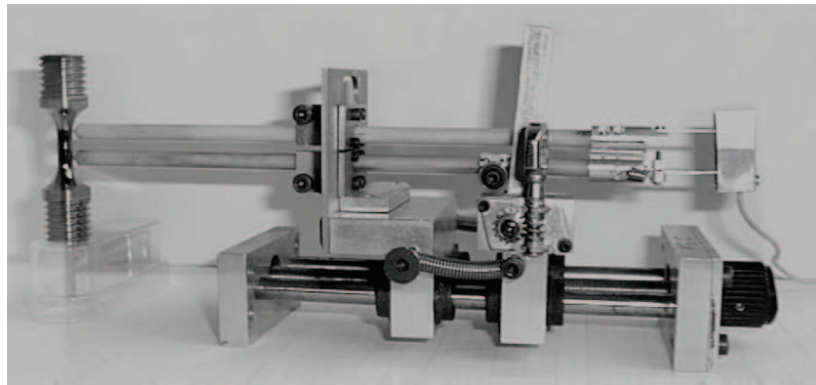


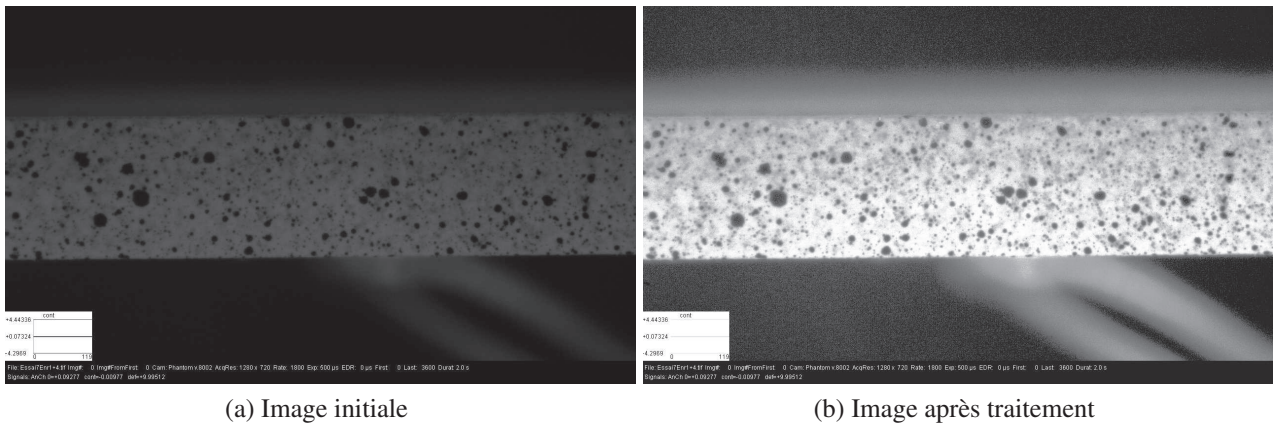
FIGURE 2.7: Photographie de l'extensomètre et du système de fixation [Bucher, 2004]

La technique choisie pour le traitement des données d'essai est alors la corrélation d'image à l'aide d'une caméra ultra-rapide (Figure 2.8).

Le principe de la corrélation d'image est de reconnaître un même motif d'une image à l'autre. On identifie ainsi le déplacement du motif à un déplacement local d'une image à une autre. Ainsi, il est possible d'obtenir le champ de déplacements (par exemple avec le logiciel Correli [Réthoré et al., 2008]), ou encore de créer un extensomètre virtuel en s'intéressant uniquement au déplacement de deux marqueurs (logiciel *Ariane*). Avant chaque essai, un mouchetis est déposé sur l'éprouvette afin de mesurer les déformations dans la zone utile. Après une étude comparative (Figure 2.11), le choix est fait d'utiliser *Ariane*, un logiciel développé au Centre des Matériaux, qui mesure les allongements entre différents marqueurs, plutôt



FIGURE 2.8: Photographie de la caméra ultra rapide installée pour un essai à haute fréquence



(a) Image initiale

(b) Image après traitement

FIGURE 2.9: Traitement des images

qu'un logiciel de corrélation d'image qui mesure des champs de déformation, comme Correli par exemple.

Le principe de fonctionnement du logiciel Ariane est le suivant. On importe les images dans le logiciel, en indiquant une image de référence. L'utilisateur dispose ensuite plusieurs marqueurs (zones carrées telles que présentées Figure 2.10) sur la première image, et l'analyse peut alors démarrer. Le logiciel traite les images l'une après l'autre afin de repositionner les marqueurs initiaux sur chaque image. L'utilisateur récupère en sortie des nouvelles positions des marqueurs sur chaque image, et peut ainsi recréer des extensomètres virtuels en mesurant des déformations moyennes entre deux marqueurs. La précision de la mesure est ici inférieure au pixel. On estime que sur une image de 32x32 pixels, on peut obtenir une incertitude de quelques millièmes de pixels [Lemaitre and Chaboche, 1996].

La caméra ultra-rapide associée à son logiciel d'exploitation permettent de récupérer des images au format TIF (16 bits). En résolution 1280x720, le nombre maximal d'images par seconde est de 1690 et la

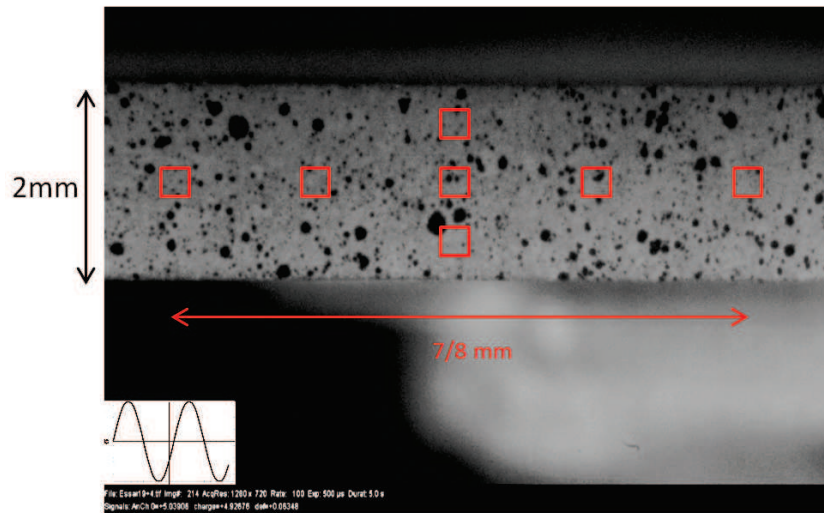


FIGURE 2.10: Positionnement des marqueurs sous Ariane

mémoire de la caméra permet d'acquérir 4116 images à cette résolution, soit 2,426 secondes d'essai. Pour chaque photographie, en plus de l'image permettant de post-traiter les informations sur la déformation de l'éprouvette, il est possible d'enregistrer la force et la température à laquelle est soumise l'éprouvette instantanément. À 300°C, la lumière des lampes du four permet d'éclairer suffisamment la zone à observer pour obtenir de bonnes images et se passer d'un éclairage secondaire. Les images sont traitées numériquement afin d'accentuer le contraste (Figure 2.9) et ainsi faciliter l'analyse de la déformation. S'il est utilisé, l'extensomètre doit préférentiellement être posé sur une des tranches de l'éprouvette afin de limiter au maximum le risque de flambement. Ainsi, les ouvertures du four étant opposées, le choix est fait de déposer le mouchetis, permettant l'analyse en déformation, sur la tranche opposée de l'éprouvette. Les marqueurs doivent être les plus fins et les plus caractéristiques possible, d'où le choix d'un dépôt de peinture noire sur une peinture blanche grâce à un aérosol, permettant aussi un contraste maximal.

2.2.3.3 Premiers réglages

Un essai à 1 Hz a tout d'abord été réalisé à 300°C. L'extensomètre et la caméra sont utilisés conjointement pour valider la méthode d'acquisition des déformations sans contact. La Figure 2.12 montre une bonne corrélation entre la mesure de l'extensomètre et celle de la caméra, avec des erreurs très faibles, inférieures à 0.01% de déformation.

Une fois l'évolution de la déformation évaluée grâce au logiciel de corrélation d'image, il est nécessaire d'associer une contrainte à chaque image. En effet, bien que le déclenchement de l'acquisition des données via la caméra soit imposé par l'ordinateur qui contrôle l'essai, il existe un retard entre le déclenchement de l'acquisition de la caméra et le déclenchement de l'essai. Ainsi, on récupère le numéro de l'image où débute l'essai grâce à la valeur de la contrainte qui est indiquée sur chaque image. Le logiciel proposant

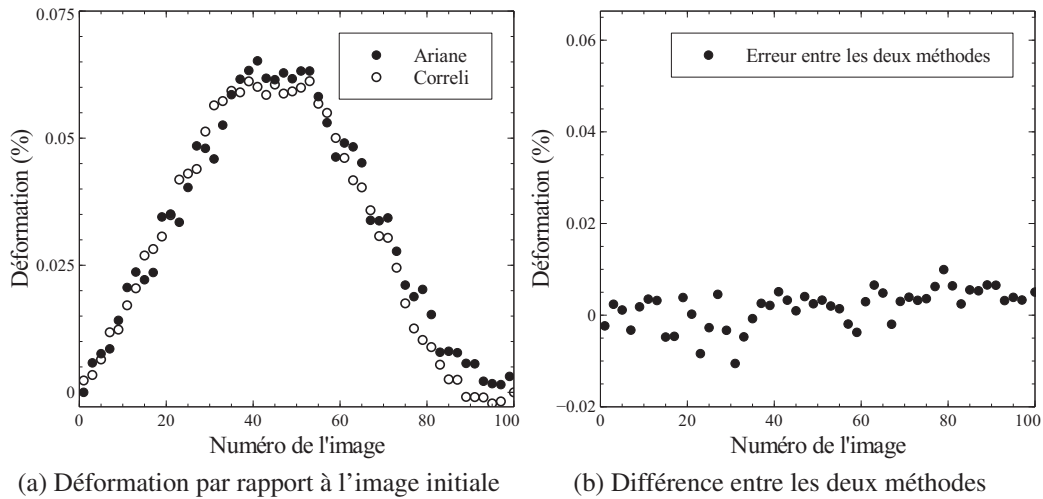


FIGURE 2.11: Comparaison entre les deux logiciels

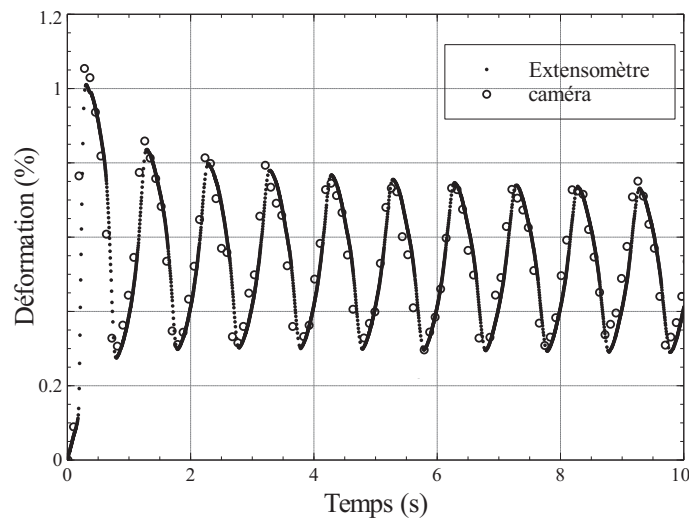


FIGURE 2.12: Comparaison caméra/extensomètre

cette fonctionnalité, on décide d'ajouter un graphique représentant l'évolution de la contrainte pour plus de visibilité (Figure 2.10 en bas à gauche).

2.2.3.4 Régulation de l'auto-échauffement

Des essais avec caméra thermique et des essais réalisés à l'aide de plusieurs thermocouples ont montré que la différence de température présente sur l'éprouvette est inférieure à 3°C dans la largeur de l'éprouvette et inférieure à 10°C dans la longueur de la zone utile.

Un premier essai réalisé à 20 Hz avec le dispositif orienté essai à haute fréquence montre une augmentation de température non négligeable (de l'ordre de 20°C) au début de l'essai et, surtout, une très mauvaise stabilisation du four. Dans cet essai, la régulation thermique est opérée via la température de l'éprouvette (thermocouple). La puissance de ses lampes est contrôlée électroniquement afin de réguler la

température perçue par le thermocouple. On observe des oscillations autour d'une température moyenne non acceptables pour l'analyse correcte de l'essai (plus de 10°C).

Un deuxième essai à 20 Hz est réalisé avec pilotage du four effectué à puissance constante. Il montre que l'auto-échauffement de l'éprouvette induit une augmentation de température de l'ordre de 100°C au niveau du thermocouple, ce qui est également inacceptable.

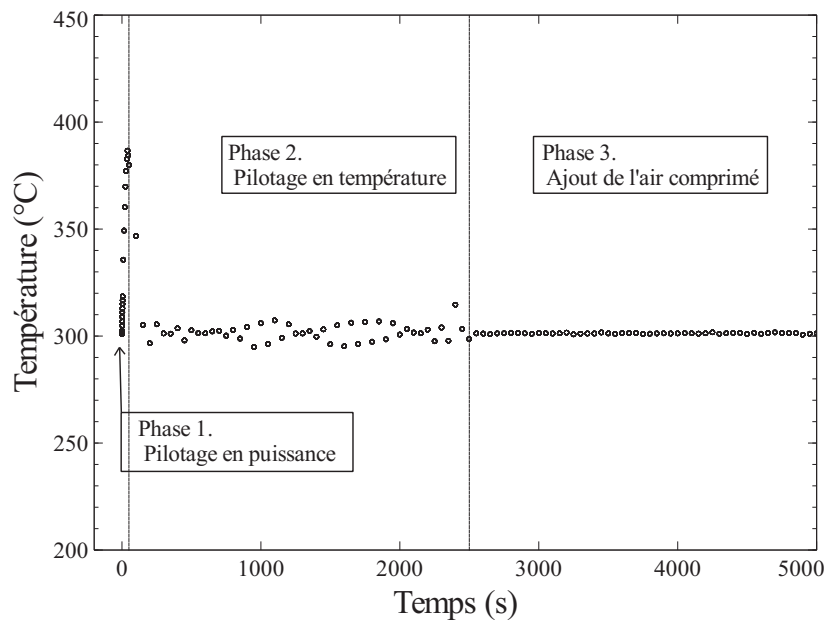


FIGURE 2.13: Évolution de la température lors d'un essai à 20 Hz

L'ajout de l'air comprimé dans le système de pilotage du four, une technique habituellement utilisée pour les essais anisothermes [Rémy, 2003], permet alors de considérablement stabiliser la température. La Figure 2.13 montre l'impact crucial de cet ajout.

On effectue ici un dernier essai où l'on commence par piloter à puissance imposée, la puissance des lampes du four étant réglée pour maintenir une température de 300°C avant le début de l'essai. On observe au début de l'essai une augmentation importante de la température (phase 1). Quand on repasse en pilotage en température, le four adapte la puissance des lampes et la température se stabilise légèrement (phase 2). Cependant, elle oscille toujours avec une amplitude importante ($\sim 20^{\circ}\text{C}$) autour de 300°C . L'ajout de l'air comprimé vers 2500 secondes d'essai (phase 3) permet de stabiliser parfaitement la température au centre de l'éprouvette à 300°C , et de manière quasi instantanée. L'air comprimé, en modifiant l'équilibre thermique local, permet ainsi de garantir une température quasi constante. Le pilotage électronique du four limite alors les variations haute fréquence pour réguler la température du thermocouple. Les essais à fréquence élevée seront donc contrôlés en température de la même manière que des essais anisothermes.

2.2.4 Définition des essais

On rappelle qu'on se fixe comme objectif d'étudier le comportement élasto-viscoplastique du produit fini et l'impact de la fréquence sur celui-ci. Il s'agit alors de constituer une base d'essais permettant de décrire correctement les transitions petites/grandes déformations (à la limite de la viscoplasticité), en explorant les mécanismes d'écrouissages à différentes fréquences et niveaux de déformations. La base d'essai étudiée est présentée dans le Tableau 2.1, dans la Figure 2.14 et détaillée ci dessous.

N° éprouvette	type d'essai	pilotage	vitesse ou fréquence
Tr	traction	$\underline{\underline{\varepsilon}}$	$10^{-4} s^{-1}$
Defcompr	traction puis compression prog.	$\underline{\underline{\varepsilon}}$	$4.10^{-5} s^{-1}$
Rel	relaxation cyclique (900s)	$\underline{\underline{\varepsilon}}$	$3.10^{-4} s^{-1}$
Defpr	déformation progressive	$\underline{\underline{\varepsilon}}$	$10^{-4} s^{-1}$
EPV005.0	fatigue	$\underline{\underline{\sigma}}$	0.05 Hz
EPV1.0	fatigue	$\underline{\underline{\sigma}}$	1 Hz
EPV20.0	fatigue	$\underline{\underline{\sigma}}$	20 Hz
EPV20.5	fatigue	$\underline{\underline{\sigma}}$	20 Hz
EPV20.20	fatigue	$\underline{\underline{\sigma}}$	20 Hz
EPV20.40	fatigue	$\underline{\underline{\sigma}}$	20 Hz

TABLE 2.1: Liste des essais

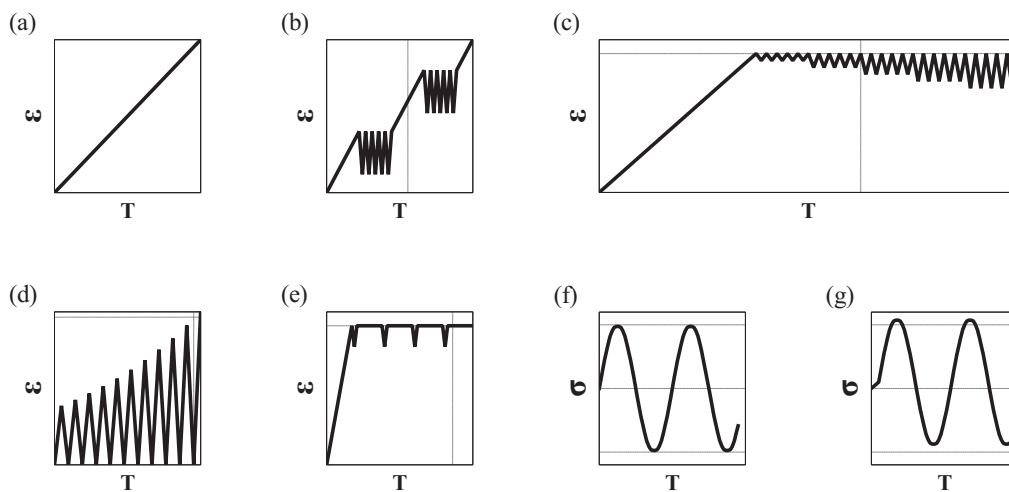


FIGURE 2.14: Schémas représentatifs des essais effectués

Des essais de traction jusqu'à rupture

Ces essais sont pilotés en déformation et effectués à une vitesse de $10^{-4} s^{-1}$ (Figure 2.14(a)). L'objectif de ces essais de traction est d'analyser l'évolution de l'écrouissage isotrope avec la déformation. Il est important de noter que sur des éprouvettes plates, la striction apparaît relativement tôt. Ainsi la totalité de l'essai ne pourra pas être prise en compte dans le processus d'identification des paramètres d'un

modèle de comportement. On se limitera principalement à l'analyse de la courbe jusqu'à 5%.

Des essais de traction à écrouissage progressif

Ces essais, proches de celui réalisé par [Benoit à la guillaume, 2012] et présenté Figure 2.4, permettent d'observer et d'analyser l'évolution de l'écrouissage au cours d'une traction. L'essai est piloté en déformation (Figure 2.14(b)). La traction est effectuée à une vitesse de $5.10^{-4} s^{-1}$ et chaque cycle a ainsi une fréquence de 0.05 Hz.

Des essais de traction suivi de cycles de compression progressifs

Ici, l'objectif est d'imposer un niveau de déformation en traction important, choisi à 2% pour générer une forte évolution des écrouissages et une viscoplasticité notable, puis de réaliser des cycles entre 2% et $2\% - \Delta\epsilon$ en augmentant progressivement $\Delta\epsilon$ afin de détecter la limite d'élasticité en compression (Figure 2.14 (c)) et d'avoir alors une idée plus précise des contributions isotropes et cinématiques de l'écrouissage. Chaque cycle, pour un niveau de déformation donné, est effectué 10 fois afin d'obtenir une stabilisation du cycle. La traction est effectuée à la vitesse de déformation de $4.10^{-5} s^{-1}$ et chaque cycle est effectué en 20 secondes. Cet essai apporte des éléments d'analyse en terme d'évolution de l'écrouissage isotrope, et de comportement à des niveaux de déformation inélastiques très faibles.

Des essais à déformation maximale progressive

Le but de ce type d'essai est d'observer l'évolution des écrouissages cinématiques et isotropes lors d'évolution en très petites déformations (Figure 2.14(d)). Lors de l'essai, des cycles successifs entre 0% et $\Delta\epsilon$ sont effectués, à une fréquence de 0.05 Hz. Le rapport entre le niveau de déformation des cycles n et $n + 1$ est de 1.1. Ces essais, pilotés en déformation, sont effectués jusqu'à une amplitude de 0.6%, afin d'éviter le flambement de l'éprouvette.

Des essais cycliques avec phases de relaxation

Dans cet essai, on impose dans un premier temps un chargement en traction jusqu'à 2%. On réalise ensuite un cyclage à 0.05 Hz entre 1.7% et 2% afin de générer une plasticité cyclique apparente mais limitée (0.08% de déformation plastique). A déformation maximale, on impose un temps de maintien de 900 secondes. (Figure 2.14(e)). L'objectif est de disposer d'un essai sollicitant les paramètres de viscosité d'un modèle de comportement, ainsi que l'évolution de la viscoplasticité en petites déformations.

Des essais à différentes fréquences

Enfin, on choisit d'étudier l'impact de la fréquence sur le comportement non linéaire du AISI 441 dans l'état "produit fini". Les limites de la machine de traction servo-hydraulique étant de 30 Hz, on se cantonne à un domaine de fréquence compris entre 0.05 Hz et 20 Hz, ce qui correspond à plus de deux ordres de grandeur de fréquences entre les essais les plus rapides et les essais les plus lents. L'utilisation d'une caméra ultra-rapide ne permettant pas un pilotage de l'essai en déformation (pas de mesure en direct de la déformation de la zone utile), le choix est fait de piloter en force tous les essais nécessaires à l'obtention de cette base de données. On effectue alors des essais de traction alternée à 0.05 Hz, 1 Hz et 20 Hz d'amplitude crête à crête 460 MPa (Figure 2.14(f) et Tableau 2.2).

Le choix de cette amplitude est lié aux informations fournies par APERAM sur le matériau. C'est l'amplitude correspondant à une durée de vie de 10^6 cycles en traction alternée.

L'objectif est de solliciter légèrement la viscoplasticité du matériau, qui apparaît à des niveaux de contrainte plus faible à haute température (limite d'élasticité autour de 5MPa à 800°C). Ainsi, on sollicitera des niveaux de déformation plastique relativement élevés (autour de 0.5%), qui peuvent correspondre aux niveaux observés lors des vibrations à haute température. De plus, ce haut niveau de contrainte permet d'appliquer à 20 Hz une vitesse de chargement de 18 GPa/s, ce qui est équivalent à un chargement d'amplitude 46 MPa à 200 Hz, d'un point de vue statique. Cette étude permettra donc de détecter les grandes tendances de l'effet de la fréquence sur le comportement.

Pour compléter la base d'essais et commencer à détecter des tendances pour la fatigue, les essais à 20 Hz sont également réalisés avec différents niveaux de contrainte moyenne (Figure 2.14(g)). Les mesures de déformation des essais à 0.05 Hz sont obtenus à l'aide d'un extensomètre, alors que celles de l'essai à 20 Hz sont effectuées à l'aide de la caméra ultra rapide. L'essai à 1 Hz bénéficie quant à lui d'un double moyen de mesure, l'essai permettant ainsi une nouvelle validation de la méthode d'acquisition des données.

Numéro de l'essai	Température	Fréquence	Type de sollicitation	Contrainte moyenne	Contrainte maximale	Contrainte minimale
EPV005.0	300°C	0.05 Hz	sinusoïdale	0 MPa	230 MPa	-230 MPa
EPV1.0	300°C	1 Hz	sinusoïdale	0 MPa	230 MPa	-230 MPa
EPV20.0	300°C	20 Hz	sinusoïdale	0 MPa	230 MPa	-230 MPa
EPV20.5	300°C	20 Hz	sinusoïdale	5 MPa	235 MPa	-245 MPa
EPV20.20	300°C	20 Hz	sinusoïdale	20 MPa	250 MPa	-210 MPa
EPV20.40	300°C	20 Hz	sinusoïdale	40 MPa	270 MPa	-190 MPa

TABLE 2.2: Paramètres des essais pilotés en charge

Tous ces essais ont été doublés afin de s'assurer de leur répétabilité et de mesurer les éventuelles variabilités dans le comportement. La partie suivante est consacrée aux résultats et à l'analyse de ces essais.

2.3 Comportement de l'acier AISI 441

Cette partie présente les résultats des essais réalisés ainsi que leur analyse dans une démarche de modélisation. On s'attachera ainsi à détailler les points spécifiques qui orienteront le choix du modèle de comportement.

2.3.1 Essais pilotés en déformation

Traction

Les résultats d'une traction sont présentés Figure 2.15. Dans ces courbes on définit la déformation par la forme non linéarisée $\varepsilon = \ln\left(\frac{l}{l_0}\right)$. Sur la courbe Figure 2.15(b), l'écrouissage n'est pas stabilisé à 5%, bien que son évolution ralentisse.

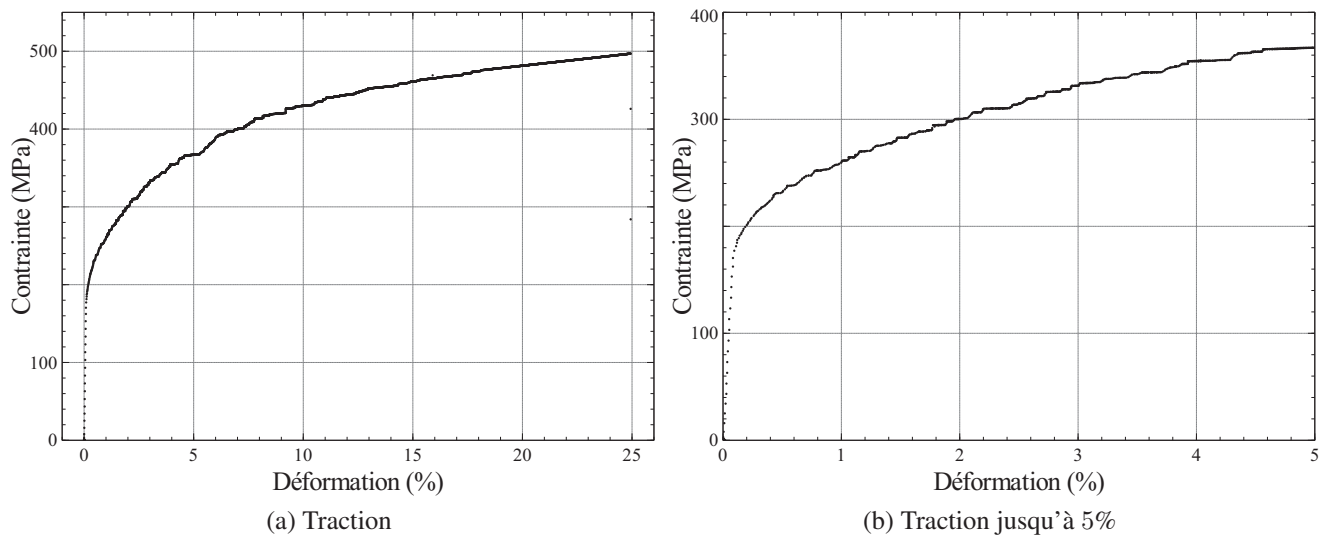


FIGURE 2.15: Essai de traction 300°C

Essai à écrouissage progressif

Le résultat de l'essai présenté Figure 2.16 donne des indices quant à l'évolution des écrouissages cinématique et isotrope au cours de la traction. On observe que la stabilisation des cycles n'est pas immédiate à un niveau de déformation donné et que quelques cycles sont nécessaires pour atteindre l'accommodation.

Essai de traction suivi de cycles de compression progressifs

La Figure 2.17 présente les résultats de cet essai (courbes contrainte-déformation) pour différents

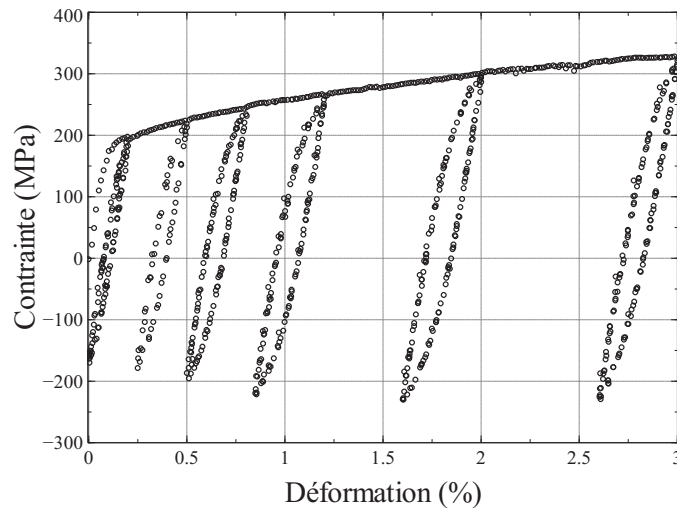


FIGURE 2.16: Essai de traction à 300°C

niveaux d'amplitude de déformation $\Delta\varepsilon$. En étudiant les boucles cycle par cycle, on observe que la plasticité apparaît à partir du 16^{ème} cycle, c'est-à-dire à partir de 0.22% de déformation en compression, soit -100 MPa. La taille du domaine élastique dans cet état est donc de 400 MPa après une traction de 2%. La taille du domaine élastique a fortement augmenté depuis le début de l'essai où l'on observe une limite d'élasticité proche de 150 MPa.

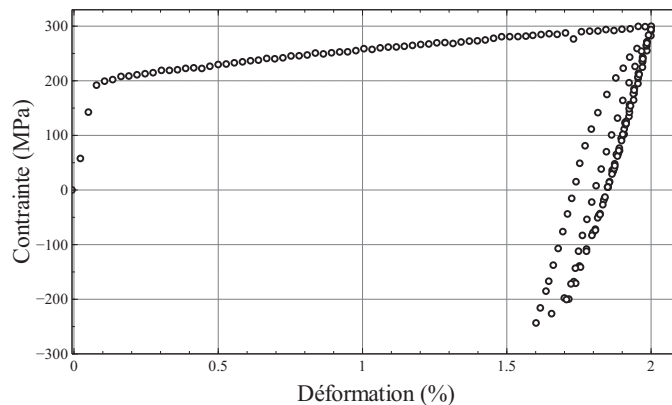


FIGURE 2.17: Détermination d'une limite de plasticité en compression

Essai pour détermination des écrouissages initiaux

Les résultats d'un essai à déformation maximale progressive sont présentés dans la Figures 2.18 et 2.19. On observe une augmentation de l'amplitude de déformation plastique avec une dissymétrie assez marquée entre la traction et la compression. Quelques boucles sont extraites et présentées Figure 2.19.

Essai avec maintiens en déformation pour déterminer les paramètres de viscosité

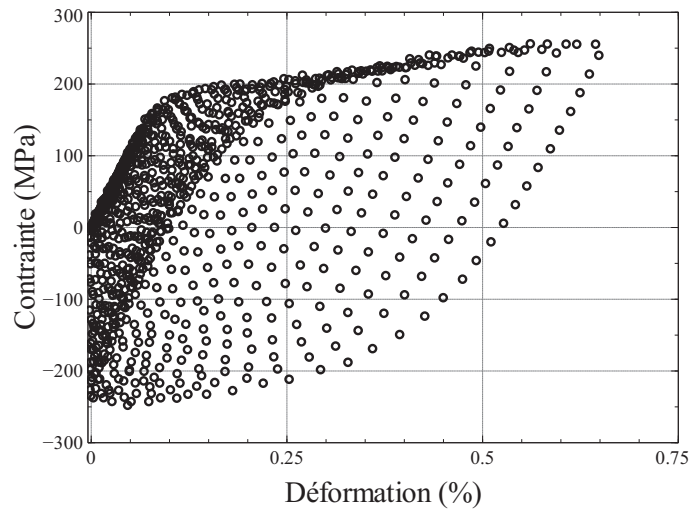


FIGURE 2.18: Essai à déformation progressive

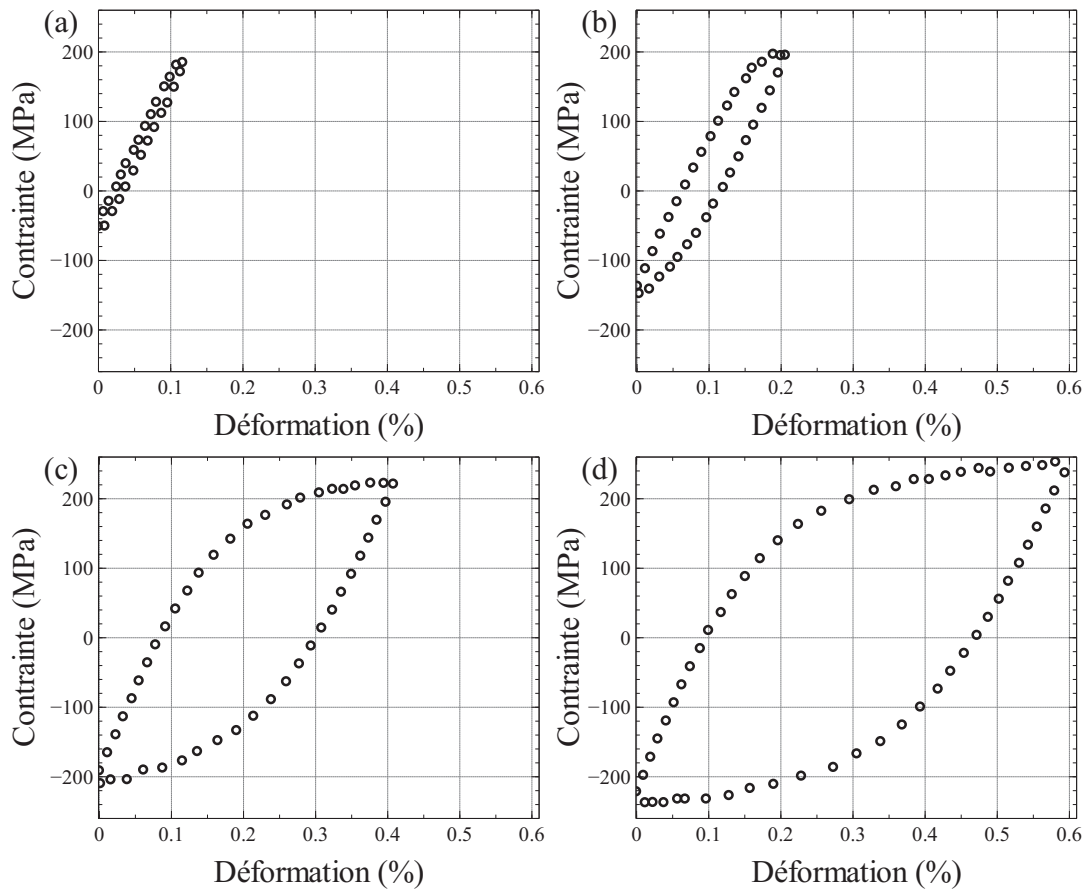


FIGURE 2.19: Essai à déformation progressive : (a) cycle 0.1% ; (b) cycle 0.2% ; (c) cycle 0.4% ; (d) cycle 0.6%

Les résultats de l'essai avec maintien en déformation sont présentés dans la Figure 2.20. On observe une chute de charge de l'ordre de 10% lors du premier maintien. Lors des maintiens suivants, la relaxation

est par contre masquée par le bruit de la mesure. On peut supposer que les cycles de chargement de faible amplitude ont un impact sur le niveau de contrainte relaxé.

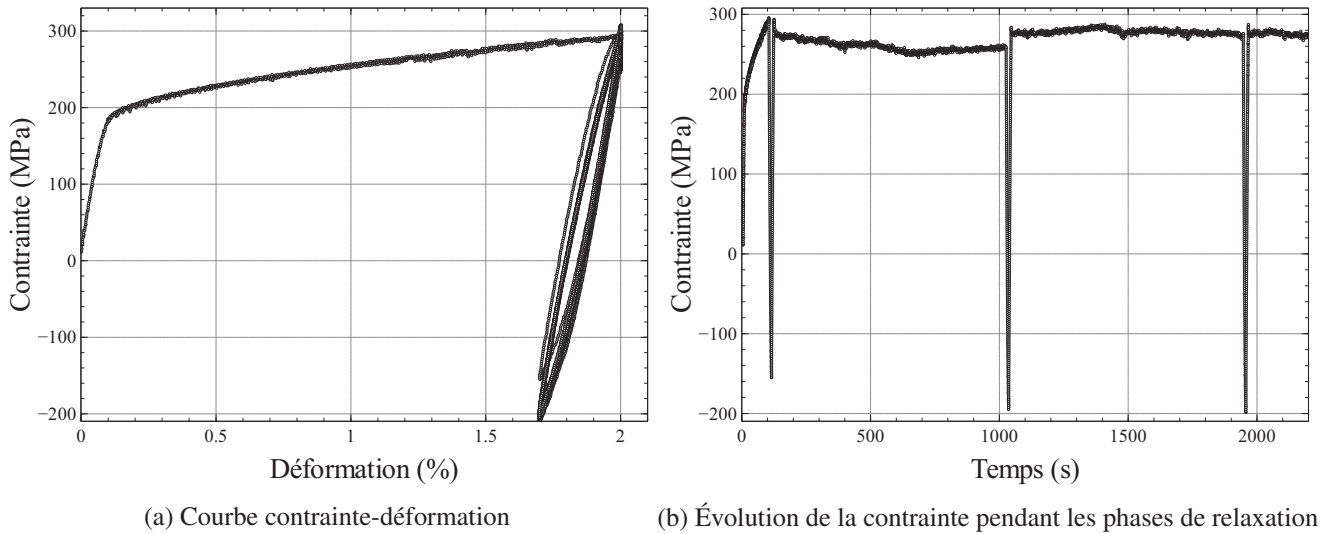


FIGURE 2.20: Essai avec relaxation et cycles en compression

2.3.2 Essais pilotés en charge

Essais à 0.05 Hz

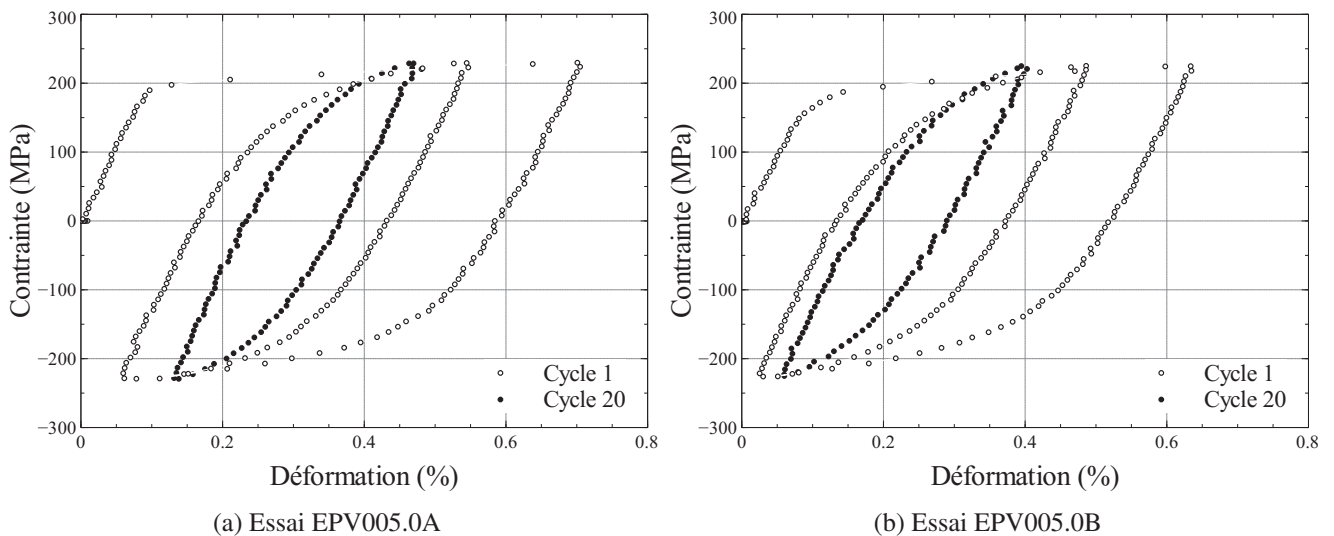


FIGURE 2.21: Essais de traction-compression à 0.05 Hz

L'essai piloté en charge à 0.05 Hz montre la grande sensibilité du pilotage en charge et son impact sur les boucles obtenues lorsque l'on observe le comportement élasto-viscoplastique du matériau. En effet,

l'éprouvette A (Figure 2.21 (a)) a une amplitude de déplacement maximale de 0.7%, alors que l'essai sur l'éprouvette B (Figure 2.21 (b)) n'a qu'une amplitude maximale de 0.65%, pour le même chargement a priori. Le cycle stabilisé est alors centré sur des valeurs de déformation différentes, mais l'aire du cycle semble sensiblement la même. Comme dans les travaux de [Benoit à la guillaume, 2012], on trace ici le 20^{ème} cycle en considérant qu'il est accommodé. En effet, pendant une cinquantaine de cycles on n'observe quasiment plus d'évolution du comportement.

Cette stabilisation ne reflète cependant pas le comportement à long terme du matériau. En effet, c'est en réalité une stabilisation très lente (Figure 2.22) qui s'opère de manière différente dans les deux essais. À chaque fois, une première stabilisation du cycle apparaît dès le dixième cycle, mais après une centaine de cycles, le comportement évolue pour se stabiliser autour de 2000 cycles vers un nouvel état adapté, comme le témoigne la différence entre les déformations minimales et maximales à charge nulle à partir du 2000^{ème}. L'essai est arrêté après quelques milliers de cycles dans cet état adapté.

Les résultats présentés dans [Benoit à la guillaume, 2012] ont montré un léger durcissement suivi d'un adoucissement puis d'un fort durcissement pour des essais de durée de vie pilotés en déformation sur des éprouvettes d'acier AISI 441 type produit fini (essai Figure 2.4). Le durcissement secondaire prononcé est lié au vieillissement dynamique observé sur le AISI 441 pour des gammes de température et de vitesses de chargement limitées. Ce phénomène n'est pas pris en compte pour l'application industrielle visée. Cependant, on peut constater que l'adoucissement secondaire est observé aussi dans nos essais pilotés en charge.

On peut d'ores et déjà préciser que la prise en compte d'un tel phénomène dans un modèle de comportement est complexe.

Essai à 1 Hz

Les résultats de l'essai EPV1.0 sont présentés sur la Figure 2.23. La Figure 2.24 montre une nouvelle fois la sensibilité du chargement en effort. Par rapport à l'essai à 0.05 Hz, la stabilisation est ici légèrement plus lente et n'apparaît pas avant que l'éprouvette ne se soit totalement adaptée, soit après 1000 cycles de chargement.

Essais à 20 Hz

Les résultats de l'essai EPV.20.0 sont présentés dans la Figure 2.25(a). Les contraintes liées à la méthode d'acquisition des données (mémoire de la caméra, temps de transfert des données sur l'ordinateur) limitent la quantité de données en sortie. Ainsi nous disposons de peu de boucles contrainte-déformation. Le comportement est bien différent de celui des essais à plus basse fréquence, la stabilisation s'effectue ainsi après une augmentation de la déformation moyenne, vers un état qui semble proche de l'adaptation.

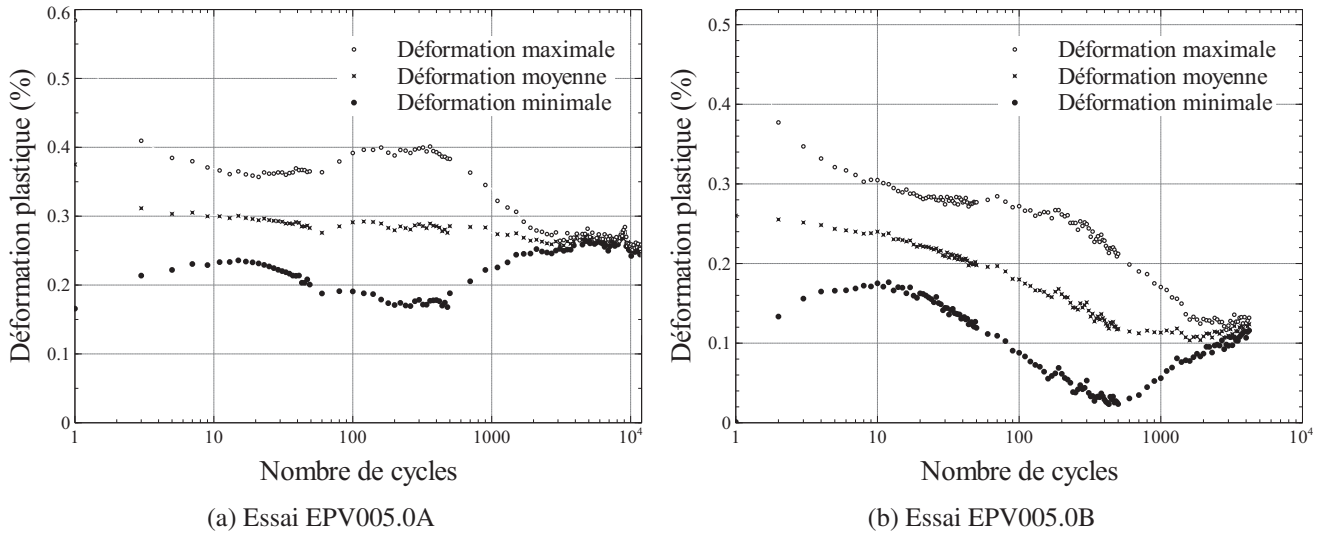


FIGURE 2.22: Essais de traction-compression à 0.05 Hz - Évolution des déformations maximales et minimales à charge nulle

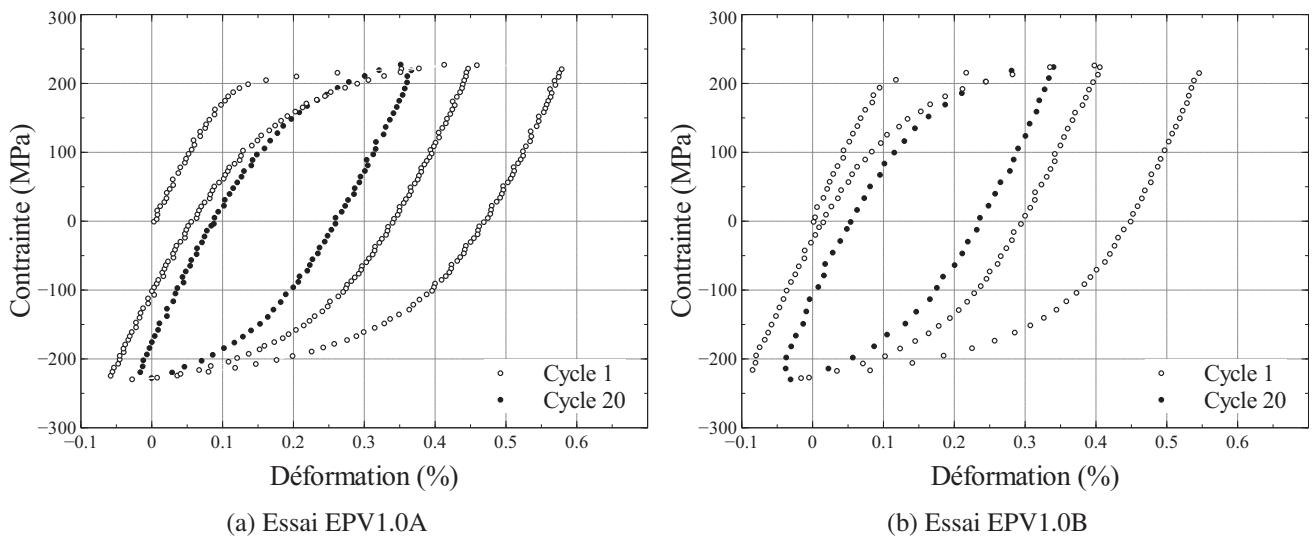


FIGURE 2.23: Essais de traction-compression à 1 Hz

On peut observer sur les Figures 2.25 et 2.26 l'influence de la précontrainte sur la réponse du matériau au chargement cyclique. Le comportement du matériau se stabilise à chaque fois, mais à un niveau de déformation qui augmente sensiblement avec la contrainte moyenne (Figure 2.27).

Ces essais sont poursuivis jusqu'à rupture de l'éprouvette. On observe, conformément à l'intuition, une évolution du nombre de cycle à rupture inversement proportionnelle à la contrainte moyenne. Par exemple, pour l'essai sans contrainte moyenne, l'éprouvette rompt en 200800 cycles, pour l'essai avec 40 MPa de contrainte moyenne, elle rompt en 58000 cycles.

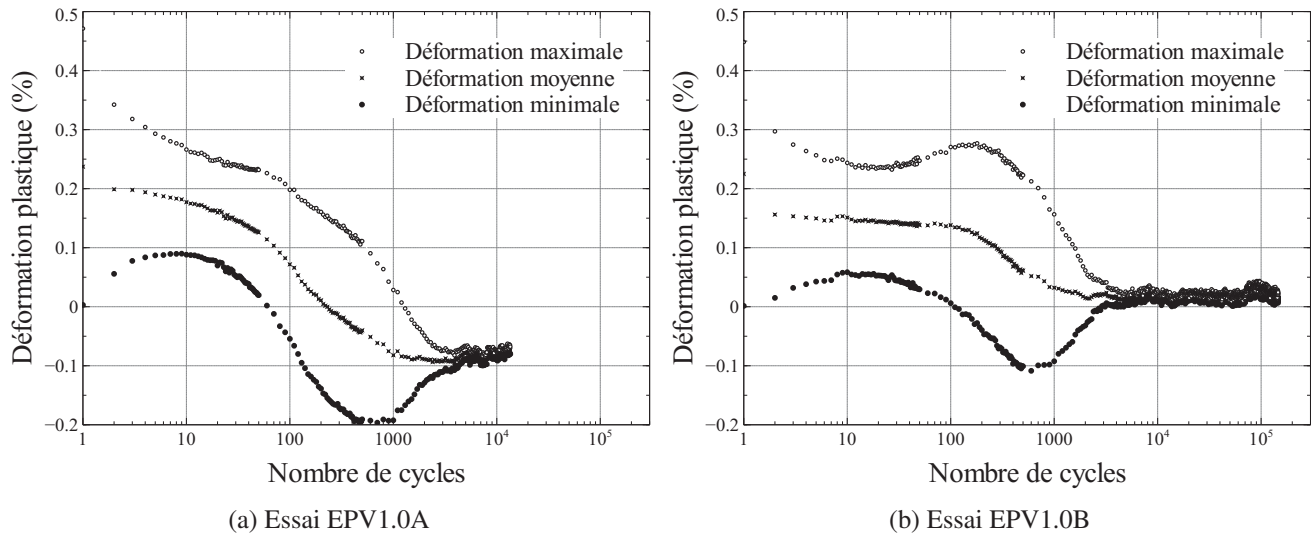


FIGURE 2.24: Essais de traction-compression à 1 Hz - Évolution des déformations maximales et minimales

2.3.3 Conclusions

Un protocole d'essais pour caractériser le comportement élastoviscoplastique et la résistance à la fatigue de l'acier AISI 441 à haute température et à fréquence supérieure à 1Hz a été mis en place avec succès.

Une base d'essai permettant d'observer le comportement a été constituée. Elle permet de caractériser à la fois les petites déformations ($\sim 0.1\%$) propres aux chargements vibratoires et les grandes déformations ($> 1\%$) propres aux chargements thermomécaniques. Elle va nous permettre de choisir un modèle de comportement adapté à l'application que l'on souhaite en faire.

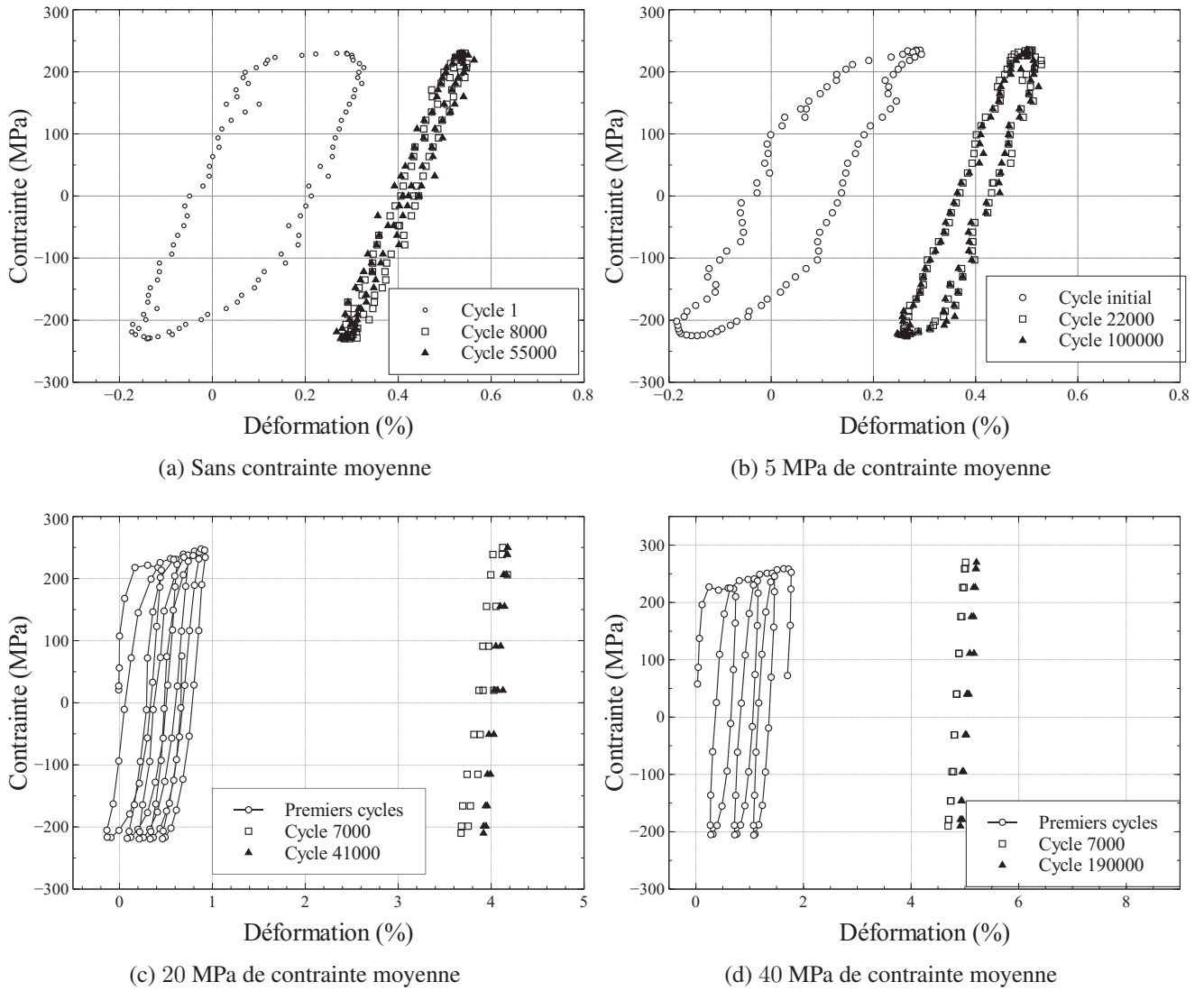
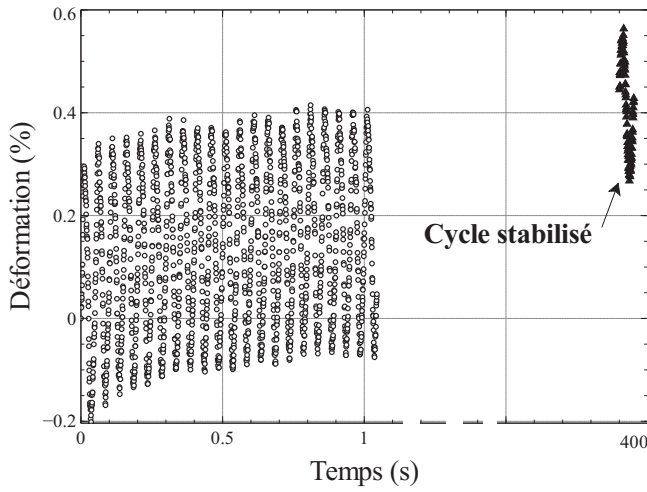
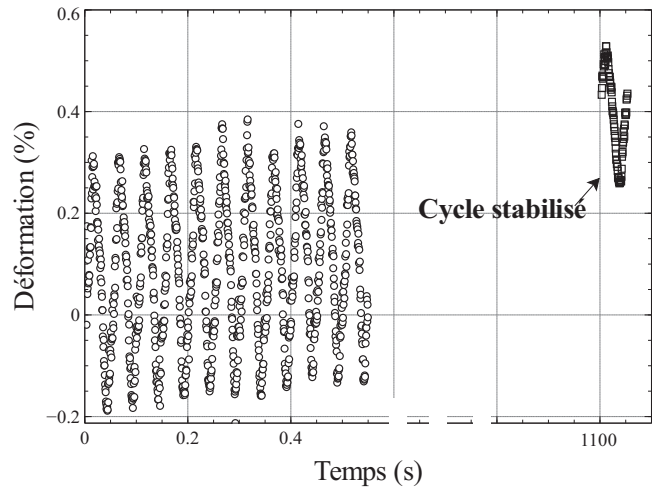


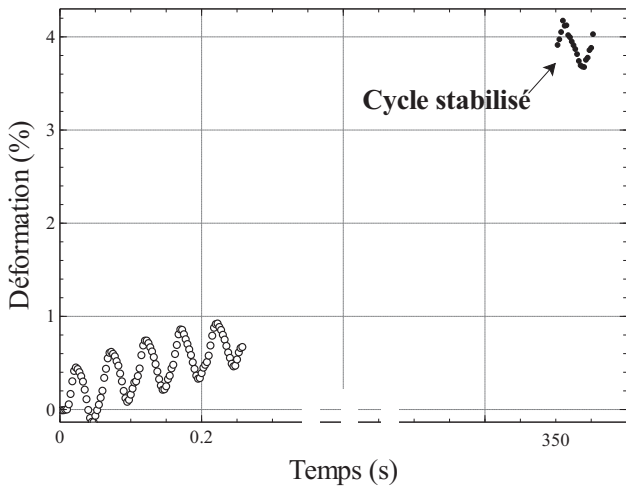
FIGURE 2.25: Essais de traction-compression à 20 Hz



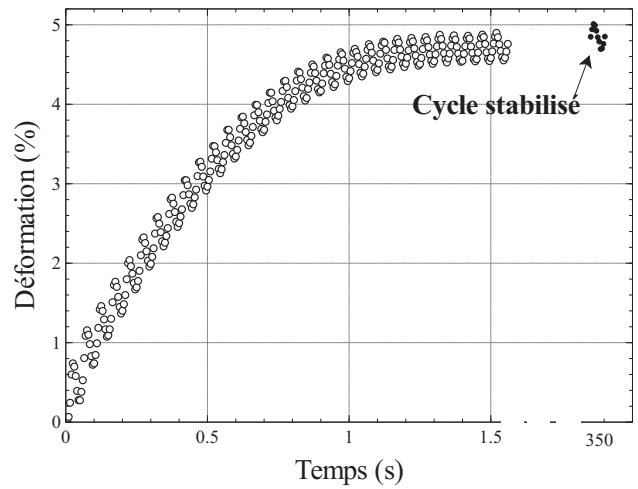
(a) Sans contrainte moyenne



(b) 5 Mpa de contrainte moyenne



(c) 20 MPa de contrainte moyenne



(d) 40 MPa de contrainte moyenne

FIGURE 2.26: Essais de traction-compression à 20 Hz - Évolution de la déformation

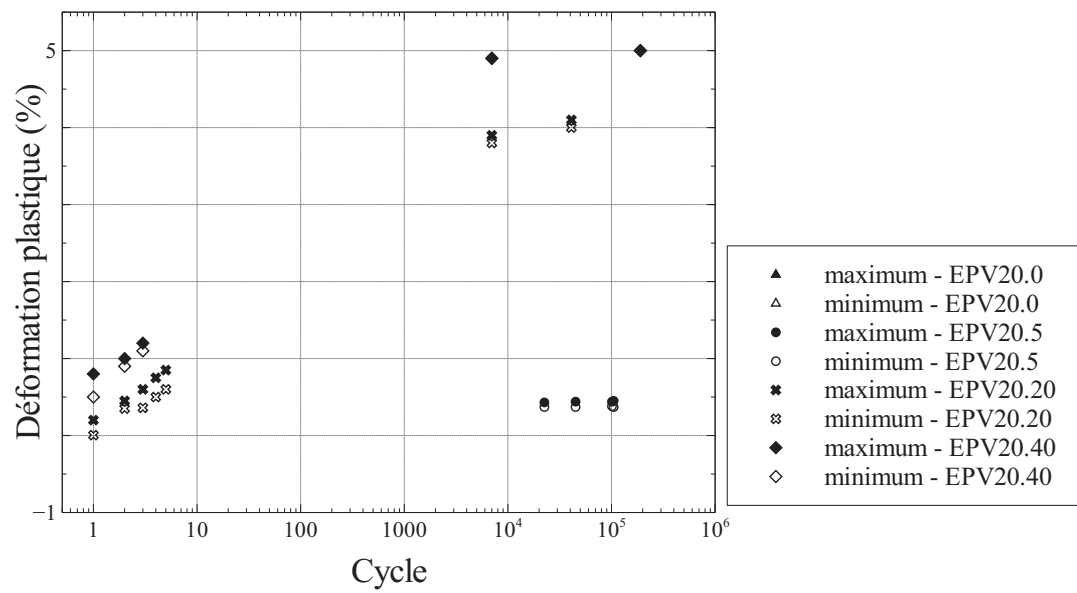


FIGURE 2.27: Evolution des déformations minimales et maximales à contrainte nulle pour les essais à 20 Hz

Comportement de l'acier AISI 441

Sommaire

3.1	État de l'art	61
3.1.1	Critères de limite d'élasticité	61
3.1.2	Les lois d'écrouissage	62
3.1.3	Les lois d'écoulement	65
3.1.4	Modèle utilisé chez PSA Peugeot Citroën	67
3.2	Simulation des essais : modèle [Rémy et al., 2011]	72
3.3	Enrichissement du modèle	72
3.4	Validation du modèle avec les données expérimentales	77
3.4.1	Essais pilotés en déformation	77
3.4.2	Essais pilotés en charge	81
3.4.3	Identification des paramètres	82
3.5	Conclusions	88

Les essais mécaniques réalisés et présentés dans le chapitre 2 vont permettre de déterminer et développer le type de modèle de comportement le plus adapté à la description des phénomènes observés. Ce modèle devra répondre, entre autres, aux exigences industrielles en terme de temps de calcul. L'objectif principal de cette modélisation sera de décrire à la fois les petites déformations propres aux vibrations ainsi que les grandes déformations propres aux cycles thermomécaniques.

Le développement des méthodes numériques et l'amélioration de la puissance des calculateurs permettent de proposer aujourd'hui des modèles de comportement de plus en plus complexes et précis. Pour que les structures soient toujours dimensionnées au plus juste, différentes approches de modélisation du comportement peuvent être adoptées :

- **L'approche microscopique** : À partir de variables ou constantes microscopiques telles que le vecteur de Burgers, les densités de dislocations ou encore la concentration en précipités pour certains alliages, on cherche à modéliser les phénomènes physiques à l'échelle de l'atome. Ceci requiert d'une part, une bonne connaissance de la microstructure du matériau, d'autre part de nombreuses observations (microscopie à balayage électronique ou à transmission). Bien qu'il soit au plus proche de la physique des matériaux, ce type de modélisation est bien trop complexe pour être utilisé en bureau d'étude au moins à court et moyen terme car il demande notamment une description précise de la métallurgie du matériau inapplicable sur une structure industrielle.
- **L'approche phénoménologique ou macroscopique** : Au travers de variables dites globales telles que la température et les variations de contrainte ou de déformation, on observe les phénomènes physiques microscopiques pour modéliser le comportement du matériau. Cette approche permet de réduire le nombre de paramètres du modèle et de faciliter l'intégration numérique pour réaliser des calculs par éléments finis rapides. Cependant, bien qu'aujourd'hui très répandu dans l'industrie, ce type de modélisation utilise fréquemment des paramètres artificiels et assez peu corrélés à la physique des matériaux. Leur identification s'en trouve donc relativement arbitraire. Enfin, ce type de modèle éprouve souvent des difficultés à reproduire le comportement dans une grande variété de situations [[Szmytka, 2007](#)].
- **L'approche "micro-macro"** : On tente de concilier les deux approches précédentes en introduisant des variables microscopiques dans les modèles phénoménologiques. Bien que cette méthode paraisse a priori attrayante, elle engendre souvent un environnement mathématique complexe et des temps de calculs plus longs. Néanmoins, elle est actuellement privilégiée pour les matériaux (fonte, acier,..) utilisés dans les parties chaudes du bloc moteur car elle permet une description plus précise du comportement sur une gamme de sollicitations variées. C'est pourquoi nous allons nous intéresser dans la suite de cette étude à ce type de modélisation.

3.1 État de l'art

Un rapide état de l'art des travaux effectués dans le domaine de la modélisation du comportement élasto-viscoplastique des métaux à haute température est nécessaire avant d'envisager tout type de modélisation. On peut distinguer deux écoles pour le choix de la description de ce comportement, dont le choix dépend de la manière d'interpréter les mécanismes de déformation à l'échelle microscopique.

Certains auteurs ([Cailletaud and Sai, 1995],[Charkaluk, 1999], [Velay et al., 2006]) optent pour une séparation des effets visqueux et plastiques en posant $\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{\varepsilon}}^e + \underline{\underline{\varepsilon}}^v + \underline{\underline{\varepsilon}}^p$, mais ce type d'approche reste peu utilisé.

En effet, les travaux de Mandel [Mandel, 1971] et Francois et al [François et al., 1994] montrent qu'une modélisation unifiée, telle que $\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{\varepsilon}} + \underline{\underline{\varepsilon}}^{vp}$, serait plus conforme aux observations expérimentales. Elle est ainsi proposée par de nombreux auteurs ([Lemaitre and Chaboche, 1996], [Szmytka, 2007]...). Ainsi, nous choisissons ce type d'approche pour la modélisation du comportement de l'acier AISI 441 .

Nous allons alors détailler l'ensemble des composants d'un tel modèle et les choix qui sont couramment fait pour les modéliser.

3.1.1 Critères de limite d'élasticité

Le domaine d'élasticité d'un matériau s'exprime dans l'espace des contraintes et des variables d'écrouissage selon une condition définissant sa frontière :

$$f(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{X}}, R, T) = 0 \quad (3.1)$$

où $\underline{\underline{\sigma}}$ correspond à la contrainte, $\underline{\underline{X}}$ à l'écrouissage cinématique, R à l'écrouissage isotrope et T à la température.

L'expérience montre que la pression hydrostatique n'intervient pas ou peu dans la déformation plastique d'un grand nombre de matériau, en tout cas jusqu'à un certain seuil. On introduit alors dans la plupart des critères la variable $\underline{\underline{s}}$, correspondant à la partie déviatorique de $\underline{\underline{\sigma}}$, ainsi que ses invariants J_1 , J_2 et J_3 .

Le critère le plus utilisé dans l'industrie est celui de Von Mises [Von Mises, 1913], prenant en compte l'énergie élastique de cisaillement. La fonction critère s'écrit ainsi :

$$f = \sqrt{\frac{3}{2} \underline{s} : \underline{s}} - R \quad (3.2)$$

où R correspond à la limite d'élasticité en traction simple.

D'autres critères prenant en compte la partie déviatorique de la contrainte sont aussi utilisés. On peut citer le critère de Tresca [Tresca, 1864] qui s'exprime ainsi :

$$f = \sigma_1 - \sigma_3 - R \quad (3.3)$$

avec σ_1 et σ_3 respectivement la plus grande et la plus petite des contraintes principales.

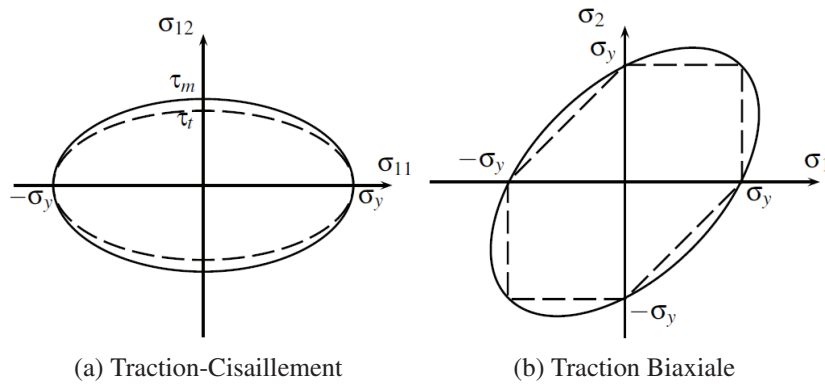


FIGURE 3.1: Comparaison des critères de Tresca (en pointillés) et de von Mises (traits pleins)

L'intégration numérique de ce critère est cependant plus complexe que celle du critère de Von Mises, en raison de son expression non continûment dérivable (Figure 3.1). D'autres critères tels que celui de Drucker-Prager, Rankine ou Mohr-Coulomb introduisent une dissymétrie traction-compression du fait de leur formulation faisant intervenir la pression hydrostatique [Lemaitre and Chaboche, 1996]. Le comportement observé lors des essais permettra de choisir entre ces différents critères.

3.1.2 Les lois d'écrouissage

Les mécanismes responsables du comportement plastique d'un matériau sont caractérisés par les variables d'écrouissage. Elles permettent notamment de représenter au mieux les phénomènes d'adaptation et d'accommodation.

L'écrouissage isotrope suppose que la surface de charge évolue uniformément dans toutes les

directions de l'espace au cours de l'évolution du matériau. En revanche, le centre de cette surface de charge demeure statique. Ainsi, il est possible de décrire des phénomènes de durcissement ou d'adoucissement.

Il est possible de décrire l'écrouissage isotrope de façon linéaire par rapport au multiplicateur viscoplastique p :

$$R = R_0 + Qp \quad (3.4)$$

avec R la variable d'écrouissage isotrope, R_0 la limite d'élasticité initiale et Q un paramètre lié au matériau.

C'est l'une des modélisations les plus simples mais elle reste inadaptée au chargement cyclique car elle conduit obligatoirement à un état adapté.

Lemaitre et Chaboche [Lemaitre and Chaboche, 1996] proposent un écrouissage non linéaire de la forme suivante :

$$R = R_0 + Q (1 - e^{-bp}) \quad (3.5)$$

avec b un nouveau paramètre permettant une saturation de R . Cette proposition reste toutefois empirique et correspond à un simple constat de l'état macroscopique.

Selon la théorie de Lin-Taylor il est également possible d'écrire l'écrouissage isotrope comme une fonction des densités de dislocations moyennes ρ [Friedel, 1964], [Kocks and Ashby, 1975]. Ceci correspond à la simplification d'un modèle de type "cristal parfait" avec l'introduction d'une densité de dislocation moyenne comme variable interne d'un modèle macroscopique. Kocks montre [Kocks and Ashby, 1975] par ailleurs que cette hypothèse est acceptable en première approximation. Ainsi, l'équation à l'échelle du monocristal est étendue au polycristal grâce à un formalisme simple. La variable d'écrouissage isotrope s'écrit alors :

$$R = R_0 + \alpha M G b \sqrt{\rho} \quad (3.6)$$

Avec R_0 la limite d'élasticité initiale, α un paramètre dépendant de la température, M le facteur de Taylor, G le module de cisaillement, b le vecteur de Burgers et ρ la densité de dislocation dont l'évolution sera donnée par une autre équation et dépendante de la plasticité cumulée.

Le vecteur de Burgers correspond au vecteur nécessaire pour boucler un circuit initialement fermé dans le cristal parfait et qui se trouve ouvert lorsqu'il enlace la ligne de dislocation. C'est un paramètre

propre au matériau. Le facteur de Taylor permet de faire le lien entre la déformation du monocristal et celle du polycristal. Il correspond au rapport entre la limite d'élasticité du polycristal et la cission nécessaire au glissement dans les grains, selon leur orientation [Taylor, 1938].

Cependant, dans les cas de chargements cycliques multiaxiaux où l'on veut modéliser l'accommodation ou le rochet, ce type d'écrouissage n'est jamais employé seul [Ohno, 1990]. En effet, c'est l'écrouissage cinématique qui constitue le phénomène à prendre en compte au premier ordre. Il permet notamment de décrire l'effet Bauschinger qui correspond à une diminution de la limite d'élasticité en compression après une sollicitation en traction. Ce type d'écrouissage correspond ainsi à un déplacement du centre du domaine d'élasticité qui devient alors, dans le cas d'un critère de Von Mises :

$$f = \sqrt{\frac{3}{2}(\underline{s} - \underline{X}) : (\underline{s} - \underline{X})} - R \quad (3.7)$$

avec $\underline{X}$ la variable d'écrouissage cinématique.

La plus ancienne et la plus simple des descriptions a été proposée par Prager [Prager, 1956]. L'évolution de la variable d'écrouissage cinématique est alors donnée par :

$$d\underline{X} = \frac{2}{3}C d\underline{\alpha} \quad (3.8)$$

avec

$$d\underline{\alpha} = d\underline{\varepsilon}^{vp} \quad (3.9)$$

Aujourd'hui, le modèle le plus utilisé et popularisé par Chaboche [Chaboche, 1989], au moins dans l'industrie, est celui proposé par Armstrong et Frederick [Armstrong and Frederick, 1966]. L'inconvénient de la loi de Prager (la proportionnalité entre $\dot{\underline{\varepsilon}}^{vp}$ et $\dot{\underline{X}}$ conduisant à une non saturation de l'écrouissage) est levé par un terme de rappel :

$$d\underline{X} = \frac{2}{3}C d\underline{\alpha} \quad (3.10)$$

avec

$$d\underline{\alpha} = d\underline{\varepsilon}^{vp} - D\underline{\alpha} dp \quad (3.11)$$

où C et D sont des paramètres matériaux et dp l'incrément du multiplicateur viscoplastique. L'évolution de $\underline{\alpha}$ est de forme exponentielle et sature à la valeur $\frac{C}{D}$.

Cette modélisation est utilisée très couramment mais manque encore de justification physique bien qu'elle parvienne mathématiquement à rendre plutôt bien compte de nombreuses conditions expérimentales.

De plus, ce type d'écrouissage peine à décrire correctement les phases de relaxation pour certains matériaux comme certains aciers inoxydables [Bucher, 2004]. Ainsi, on est parfois contraint d'ajouter un terme de restauration temporelle ([Chaboche, 1989]) afin de prendre en compte l'effet des phénomènes visqueux sur l'écrouissage :

$$d\underline{\underline{X}} = \frac{2}{3}C d\underline{\underline{\varepsilon}}^{vp} - D\underline{\underline{X}}dp - \frac{\underline{\underline{X}}}{J_2(\underline{\underline{X}})} \left(\frac{J_2(\underline{\underline{X}})}{M} \right)^m \quad (3.12)$$

Ce terme complexifie l'identification des paramètres de manière non négligeable [Bucher, 2004].

Le modèle de type Armstrong-Frederick fut par ailleurs le point de départ de nombreuses modélisations qui ne présentent pas de fortes différences dans leur capacité à décrire les phénomènes d'accommodation et ne seront pas décrites ici en détail. Seule la description du rochet diffère, ainsi que la facilité d'intégration numérique [Bari and Hassan, 1999].

3.1.3 Les lois d'écoulement

Dans le cadre de la viscoplasticité unifiée, telle que décrite par [Lemaitre and Chaboche, 1996], la variation du tenseur de déformation viscoplastique s'écrit :

$$d\underline{\underline{\varepsilon}}^{vp} = \frac{3}{2}dp \frac{\underline{\underline{s}} - \underline{\underline{X}}}{J_2(\underline{\underline{s}} - \underline{\underline{X}})} \quad (3.13)$$

L'évolution du multiplicateur viscoplastique p est décrit par la loi d'écoulement. Même si de nombreuses variantes existent, cet écoulement est très souvent écrit sous la forme d'une loi puissance [Norton, 1929] :

$$\dot{p} = \left(\frac{\langle f \rangle}{K} \right)^n \quad (3.14)$$

où f est la fonction critère, et K et n les paramètres du modèle dépendant de la température.

$\langle w \rangle = w.H(w)$ ou $H(w)$ correspond à la fonction de Heaviside, $H(w) = 0$ si $w < 0$ et $H(w) = 1$ si $w \geq 0$.

Ce modèle assez commode d'un point de vue mathématique décrit assez convenablement le com-

portement des matériaux métalliques visqueux, mais présente souvent des lacunes pour des niveaux de contraintes assez élevés.

Le modèle proposé par Sellars et Tegart [Sellars and Tegart, 1966] permet d'obtenir de meilleurs corrélations pour des gammes de contrainte et de températures plus larges :

$$\dot{p} = A \sinh \left(\frac{\langle f \rangle}{K} \right)^n \quad (3.15)$$

où f est toujours la fonction critère, et A , K et n les paramètres du modèle dépendant de la température. Il a notamment été utilisé avec succès dans [Bonhomme, 2005] pour décrire le comportement de l'alliage $Ag - SnO_2$.

En s'appuyant sur les travaux de Poirier [Poirier, 1976] proposant un lien entre la vitesse d'écoulement et les densités de dislocations, Fabien Szmytka propose en 2007 [Szmytka, 2007] une loi d'écoulement de la forme :

$$\dot{p} = \dot{\epsilon}_0(T) \left(1 + \left(\frac{\langle f \rangle}{H(T)} \right)^2 \right) \sinh \left(\frac{\langle f \rangle}{K(T)} \right) \quad (3.16)$$

$$(3.17)$$

où le terme en sinus hyperbolique permet de décrire l'influence de la viscoplasticité à haute température et le critère f la viscoplasticité sur toute la gamme de température. Les paramètres H , K et $\dot{\epsilon}_0$ correspondent à des paramètres matériaux dépendant de la température. Cette loi a été appliquée sur la fonte avec de bons résultats et une corrélation calcul/essais meilleure qu'avec le modèle de Norton.

Dans sa thèse, Pierre Osmond [Osmond, 2010] s'appuie quant à lui sur la relation d'Orowan qui quantifie le passage d'une quantité de dislocations mobiles à une quantité de glissement plastique :

$$\dot{p} = \rho_{mobile} b \bar{\nu} \quad (3.18)$$

avec $\bar{\nu}$ une vitesse moyenne des dislocations mobiles qui, dans le cas de processus thermiquement activés, suit la loi :

$$\nu = 2b\nu_D \exp \left(-\frac{\Delta H_0}{kT} \right) \sinh \left(\frac{\tau_s^* V}{kT} \right) \quad (3.19)$$

où τ_s^* correspond à une vitesse d'activation de l'écoulement, b au vecteur de Burgers, ν_D à la fréquence de Debye, k à la constante de Boltzmann, V à un volume d'activation du glissement et ΔH_0 l'énergie d'activation liée au glissement.

Le modèle de Pierre Osmond cherche à décrire l'évolution des densités de dislocations mobiles en tenant compte des phénomènes de glissement et de montée. Le modèle a été appliqué avec succès à deux alliages d'aluminium mais son application en calcul de structure demeure délicate.

Ces deux dernières formulations s'avèrent très intéressantes dans des modèles de comportement de type "ingénieur", qui intègrent progressivement plus d'informations liées à la microstructure, car très peu d'autres travaux récents portent sur la mise au point de nouvelles lois d'écoulement.

3.1.4 Modèle utilisé chez PSA Peugeot Citroën

Le modèle utilisé depuis 2008 chez PSA Peugeot Citroën pour décrire le comportement de l'acier AISI 441 s'est appuyé sur les travaux de Laurent Bucher [Bucher, 2004]. C'est un modèle de type Chaboche avec un écoulement de type Norton, un écrouissage cinématique non linéaire et un écrouissage isotrope non linéaire. Les paramètres de ce modèle ont été identifiés sur des éprouvettes cylindriques issues de l'ébauche train à bandes à 300, 650 et 850°C, à basse fréquence.

L'hypothèse de la partition de la déformation totale s'exprime par :

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{\varepsilon}}^{el} + \underline{\underline{\varepsilon}}^{th} + \underline{\underline{\varepsilon}}^{vp} \quad (3.20)$$

avec $\underline{\underline{\varepsilon}}$, $\underline{\underline{\varepsilon}}^{el}$, $\underline{\underline{\varepsilon}}^{th}$ et $\underline{\underline{\varepsilon}}^{vp}$ les tenseurs de déformation totale, élastique, thermique et viscoplastique.

La déformation élastique, classiquement exprimée par la loi de Hooke, est fonction du tenseur des contraintes $\underline{\underline{\sigma}}$ et de deux paramètres caractéristiques au matériau, le module d'élasticité E et le coefficient de Poisson ν :

$$\underline{\underline{\varepsilon}}^{el} = \frac{1 - \nu}{E} \underline{\underline{\sigma}} - \frac{\nu}{E} trace(\underline{\underline{\sigma}}) \underline{\underline{I}} \quad (3.21)$$

La dilatation thermique est fonction du coefficient de dilatation thermique α du matériau et de la variation de température ΔT :

$$\underline{\underline{\varepsilon}}^{th} = \alpha \Delta T \underline{\underline{I}} \quad (3.22)$$

Les valeurs des coefficients E , ν et α sont dépendantes de la température.

C'est la vitesse de déformation viscoplastique cumulée $\dot{p}$ qui est la variable décrivant le comportement viscoplastique cyclique, son évolution est décrite par la loi d'écoulement. La vitesse de déformation viscoplastique s'exprime par :

$$\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^{vp} = \frac{3}{2} \dot{p} \frac{\underline{\underline{s}} - \underline{\underline{X}}}{J_2(\underline{\underline{s}} - \underline{\underline{X}})} \quad \text{avec} \quad \dot{p} = \left(\frac{J_2(\underline{\underline{s}} - \underline{\underline{X}}) - R}{K} \right)^n \quad (3.23)$$

où n et K sont des paramètres du modèle, $\underline{\underline{s}}$ est le déviateur du tenseur de contrainte $\underline{\underline{\sigma}}$, $\underline{\underline{X}}$ l'écrouissage cinématique et $J_2(\underline{\underline{s}} - \underline{\underline{X}})$ le second invariant du tenseur défini par :

$$J_2(\underline{\underline{s}} - \underline{\underline{X}}) = \sqrt{\frac{3}{2} (\underline{\underline{s}} - \underline{\underline{X}}) : (\underline{\underline{s}} - \underline{\underline{X}})} \quad (3.24)$$

L'évolution du domaine d'élasticité est gouvernée par l'évolution d'une variable d'écrouissage isotrope R et d'une variable d'écrouissage cinématique $\underline{\underline{X}}$. Les évolutions de ces deux écrouissages sont non linéaires et s'expriment par :

$$R = R_0 + Q (1 - e^{-bp}) \quad (3.25)$$

$$\underline{\underline{X}} = \frac{2}{3} C \underline{\underline{\alpha}} \quad \text{avec} \quad \dot{\underline{\underline{\alpha}}} = \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^{vp} - D \underline{\underline{\alpha}} \dot{p} \quad (3.26)$$

Dans le cas d'un coefficient Q positif, il y a durcissement cyclique. Ce durcissement est d'autant plus rapide que la valeur de b est grande. Dans le cas où Q est négatif, il y a adoucissement cyclique. Aux grandes valeurs de p , la valeur asymptotique de R est la somme $R_0 + Q$, la limite d'écrouissage isotrope. Son expression peut être linéaire ($D=0$) ou non linéaire.

À haute température, un processus de restauration peut avoir lieu. Il se caractérise par une restauration partielle de l'écrouissage par annihilation des dislocations. La diminution des contraintes internes peut être exprimée en ajoutant un potentiel de restauration au potentiel viscoplastique. L'application de ce type de terme s'effectue usuellement sur le terme d'écrouissage cinématique :

$$\dot{\underline{\underline{\alpha}}} = \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^{vp} - D \underline{\underline{\alpha}} \dot{p} - \frac{3}{2} \frac{\underline{\underline{X}}}{J_2(\underline{\underline{X}})} \left(\frac{J_2(\underline{\underline{X}})}{M} \right)^m \quad (3.27)$$

Ce terme, proposé par L. Bucher dans sa thèse, a été omis dans les premiers calculs réalisés chez PSA Peugeot Citroën car absent des outils numériques disponibles pour la simulation.

Les comparaisons simulation-expérience à 300°C sont présentées à la Figure 3.2 pour l'essai d'écrouissage cyclique avec maintien en tension, à la Figure 3.3 pour l'essai d'écrouissage cyclique et à la Figure 3.4 pour l'essai de déformation progressive cyclique. Une très bonne adéquation est obtenue entre les essais mécaniques et les simulations à cette température.

Cependant, le modèle de comportement pour toute la gamme de température, obtenu par régressions

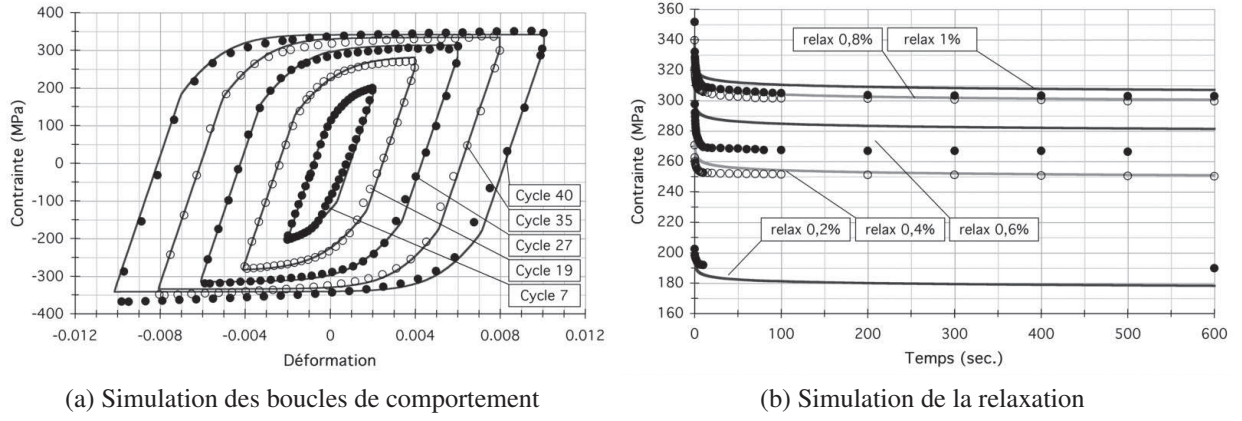


FIGURE 3.2: Écrouissage cyclique avec maintien [Bucher, 2004], train à bandes, 300°C, 0.1 Hz

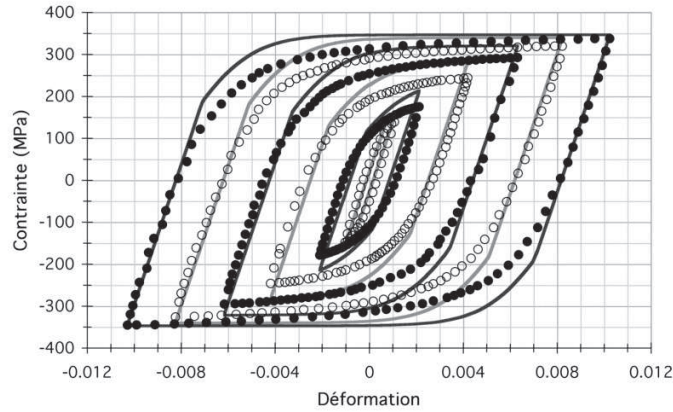


FIGURE 3.3: Simulation des boucles de comportement stabilisé, écrouissage cyclique [Bucher, 2004] train à bandes, 300°C, 0.125Hz

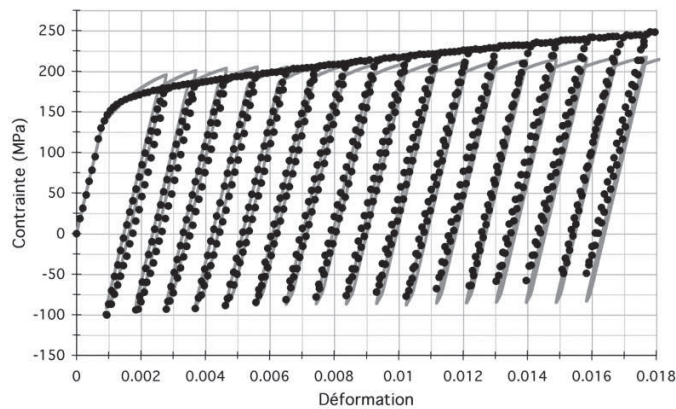


FIGURE 3.4: Simulation du comportement en déformation progressive cyclique [Bucher, 2004] train à bandes, 300°C, $10^{-4} s^{-1}$

linéaires des lois identifiées à 300, 650 et 850°C du matériau AISI 441, ne permet pas une bonne description des comportements non isothermes entre 250 et 850°C (Figure 3.5(a)). En supposant qu'aucun

durcissement ne puisse avoir lieu en régime non isotherme ou que celui-ci soit comme "annulé" par les passages successifs à haute température, c'est-à-dire en imposant un écrouissage isotrope constant à chaque température, le comportement non isotherme de l'acier est alors correctement décrit (Figure 3.5(b)). Ainsi, lors de ces essais non isothermes, une restauration se produisant à haute température permet de contrer les effets de durcissement à basse température. Cette solution pour simuler des chargements thermomécaniques sévères ne caractérise en revanche pas correctement le comportement à température constante et on obtient un modèle dépendant du chargement, ce qui est inacceptable en bureau d'étude.

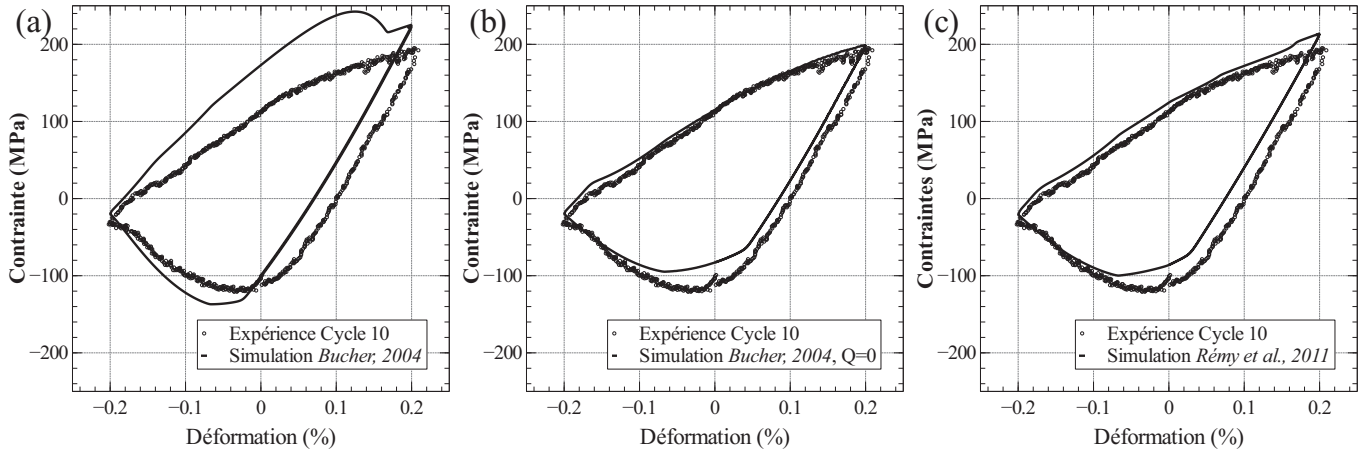


FIGURE 3.5: Comparaison de trois modèles pour un essai anisotherme hors phase
 (a) Simulation [Bucher, 2004] ; (b) Simulation [Bucher, 2004] avec $Q = 0$
 (c) Simulation [Rémy et al., 2011] - AISI 441 train à bandes, 250-850°C, 3, $33.10^{-5} s^{-1}$

Les travaux de Luc Rémy, Fabien Szmytka et Laurent Bucher [Rémy et al., 2011] ont abouti à un nouveau modèle qui permet à la fois de décrire le comportement isotherme et anisotherme du matériau pour des éprouvettes prélevées dans l'ébauche train à bandes. La Figure 3.5(c) présente la représentation d'un essai anisotherme simulé avec ce modèle. Ce dernier, alors proposé pour le matériau AISI 441, est basé sur les mêmes hypothèses que celles faites par Chaboche [Chaboche, 1989], mais avec une loi d'écoulement différente, ainsi qu'un écrouissage cinématique et un écrouissage isotrope pour lesquels une nouvelle variable interne est introduite : une densité de dislocation moyenne. Les hypothèses de base sont les petites déformations, un comportement élasto-viscoplastique isotrope et un modèle thermodynamique élasto-viscoplastique unifié.

La partition de la déformation suit également l'Équation 3.20. Les évolutions de $\underline{\underline{\varepsilon}}^{el}$ et $\underline{\underline{\varepsilon}}^{th}$ sont toujours détaillées dans les Équations 3.21 et 3.22.

La loi d'écoulement s'écrit toujours :

$$\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^{vp} = \frac{3}{2} \dot{p} \frac{\underline{\underline{s}} - \underline{\underline{X}}}{J_2(\underline{\underline{s}} - \underline{\underline{X}})} \quad (3.28)$$

avec $J_2(\underline{s} - \underline{X})$ défini selon l'Équation 3.24. L'évolution du multiplicateur viscoplastique $\dot{p}$ est donnée par la formule suivante, inspirée des travaux de [Szmytka, 2007] :

$$\dot{p} = \dot{\varepsilon}_0 \left(1 + \left(\frac{J_2(\underline{s} - \underline{X}) - r}{H(T)} \right)^2 \right) \sinh \left(\frac{< J_2(\underline{s} - \underline{X}) - r >}{K(T)} \right) \quad (3.29)$$

avec $\dot{\varepsilon}_0$, H et K les paramètres matériaux du modèle dépendants de la température et r la variable d'écrouissage isotrope.

L'écrouissage cinématique $\underline{\alpha}$ est décrit ici sous la forme proposée par Armstrong et Frederick, avec l'ajout d'un terme de restauration statique, utile à haute température pour contrer l'effet de durcissement à basse température :

$$\dot{\underline{\alpha}} = \dot{\underline{\varepsilon}}^{vp} - \frac{3D(T)}{2C(T)} \dot{p} \underline{X} - \frac{3\lambda_2}{2} \rho^m k_1 \sinh \left(\frac{J_2(\underline{X})}{\lambda_3} \right) \frac{\underline{X}}{J_2(\underline{X})} \quad (3.30)$$

avec $\underline{X} = \frac{2C(T)}{3} \underline{\alpha}$, b le vecteur de Burgers, λ_2 , λ_3 , k_1 , m , C et D les paramètres matériaux du modèle dépendants de la température. La forme du terme de restauration rappelle le potentiel visqueux.

La seconde originalité de ce modèle provient de la description de l'écrouissage isotrope r [Kocks and Ashby, 1975] une nouvelle fois grâce à une variable macroscopique liée aux densités de dislocation [Friedel, 1964]. Ces évolutions sont données par les lois suivantes :

$$r = r_0(T) + \sqrt{3} a_1(T) G(T) b k_1(T) \sqrt{\rho} \quad (3.31)$$

$$\dot{\rho} = \frac{M \dot{p}}{b} (k_1(T) \sqrt{\rho} - k_2(T) b \rho) - k_3 [b^2 \rho]^m \rho \quad (3.32)$$

avec G le module de cisaillement, M le facteur de Taylor, r_0 , a_1 , k_2 et k_3 les paramètres matériaux du modèle dépendants de la température.

Ce modèle décrit donc correctement le comportement cyclique de l'ébauche train à bandes pour de larges gammes de températures [Rémy et al., 2011]. Cependant, le produit fini a un comportement sensiblement différent. De plus, ce modèle n'a pas été optimisé pour décrire le comportement en petites déformations. On souhaite, dans le cadre de notre étude, parvenir à un modèle susceptible de modéliser à la fois les petites déformations propres aux vibrations à haute température et les grandes déformations propres aux cycles de chargement LCF. Il convient donc de vérifier si ce modèle est suffisamment riche pour décrire le comportement de l'AISI 441 à différentes fréquences et amplitudes de déformation.

3.2 Simulation des essais : modèle [Rémy et al., 2011]

E	ν	R_0	C	D	$\dot{\underline{\epsilon}}_0$	H	K	k_1	k_2	a_1
205000	0.3	90	67450	800	$1.8 \cdot 10^{-7}$	230	3	0.1	22.2	2.3

TABLE 3.1: Paramètres du modèle [Rémy et al., 2011] identifiés sur du train à bandes

Les paramètres du modèle identifiés sur un matériau type "ébauche train à bandes" sont présentés dans le Tableau 3.1. Ils ne permettent pas de décrire le comportement de nos éprouvettes mais vont servir de point de départ aux futures optimisations.

Les paramètres du modèle sont alors optimisés pour bien représenter la traction simple Figure 3.6(a). La Figure 3.6 présente les résultats de la simulation de trois essais avec ce modèle ainsi paramétré. Ce dernier n'est pas capable de modéliser à la fois la traction et les boucles contrainte-déformation à haut niveau de déformation (0.6%). L'écrouissage n'est pas correctement décrit et est globalement surestimé. On note également un durcissement très important sur la figure 3.6(c)

Le module d'Young E utilisé dans toutes les simulations correspond à la moyenne des modules d'Young de tous les essais effectués. L'ensemble des paramètres identifiés est détaillé dans le Tableau 3.2. On note que le passage de l'ébauche train à bandes à la traction sur "produit fini" engendre une forte modification des paramètres liés à l'écrouissage isotrope et à la viscosité. Le seul essai de traction ne peut alors être capable de refléter toute la richesse du comportement de l'acier. Par ailleurs, identifier les paramètres sur toute la base d'essai ne donne pas de meilleurs résultats. Il convient donc d'enrichir le modèle.

E	ν	R_0	C	D	$\dot{\underline{\epsilon}}_0$	H	K	k_1	k_2	a_1
205000	0.3	80	60000	1000	10^{-6}	50	20	0.1	10	6

TABLE 3.2: Paramètres du modèle [Rémy et al., 2011] optimisés pour l'essai de traction

3.3 Enrichissement du modèle

Cette étude est effectuée à 300°C. Ainsi on décide de s'affranchir dans les notations des déformations thermiques $\underline{\underline{\epsilon}}^{th}$, et on négligera dans les équations les termes de restauration statiques propres au comportement de l'acier à haute température (> 600°C).

Une première tentative de modèle a été proposée et est présentée en Annexe A. Elle n'a pas été retenue pour la suite de ces travaux en raison des difficultés rencontrées lors de l'identification des paramètres et de

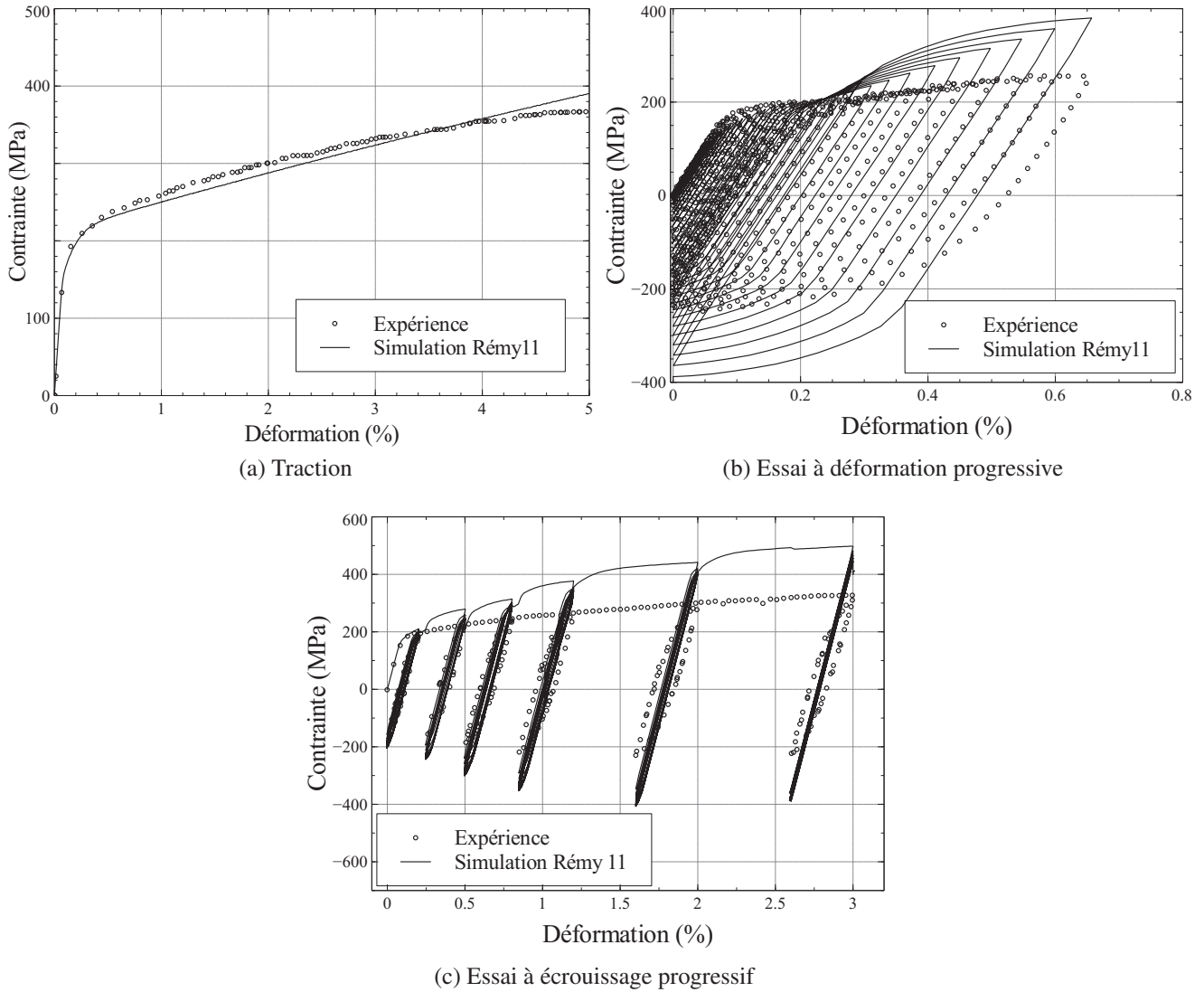


FIGURE 3.6: Simulations avec modèle [Rémy et al., 2011]

la mauvaise description des essais à faibles niveaux de déformation.

L'étude des essais pilotés en déformation, et notamment des essais de déformation cyclique où l'on peut observer l'évolution du matériau pour des sollicitations impliquant de très petites déformations, nous conduit à envisager une description du matériau basée sur l'existence et la prise en compte de deux phases. On fait ainsi l'hypothèse que l'établissement du régime viscoplastique est progressif. Les grains les plus favorablement orientés vont se plastifier avant ceux dont l'orientation implique des efforts de cisaillement plus faibles.

On considère ici dans un soucis de simplification de modèle une population de grains répartis en deux groupes :

- l'un ayant l'orientation la plus favorable possible pour une structure cristalline cubique centrée et

- donc un facteur de Taylor de 2,
- l'autre l'orientation cristalline la plus défavorable avec un facteur de Taylor de 3.06.

On décide alors de proposer un modèle basé sur ces deux phases pour caractériser le comportement petites/grandes déformations. C'est ici une hypothèse forte en terme de statistique d'orientation mais qui permet l'écriture d'un modèle plus simple en s'appuyant sur une homogénéisation du comportement assez triviale.

Les deux phases du matériau vont aussi entraîner une plastification en deux temps des grains de la microstructure. La proportion et l'orientation des phases correspond à un choix statistique lié aux observations microscopiques dans l'acier AISI 441 .

On se base toujours sur la partition de la déformation présentée Équation 3.20. La déformation visco-plastique totale est donnée par la loi simple d'homogénéisation suivante :

$$\underline{\dot{\epsilon}}^{vp} = F \underline{\dot{\epsilon}}_1^{vp} + (1 - F) \underline{\dot{\epsilon}}_2^{vp} \quad (3.33)$$

Le paramètre F , correspondant à la proportion des deux phases 1 et 2, est un paramètre du modèle choisi suite à l'observation des figures de pôle de l'acier présenté dans [Benoit et al., 2014] et présenté Figure 3.7.

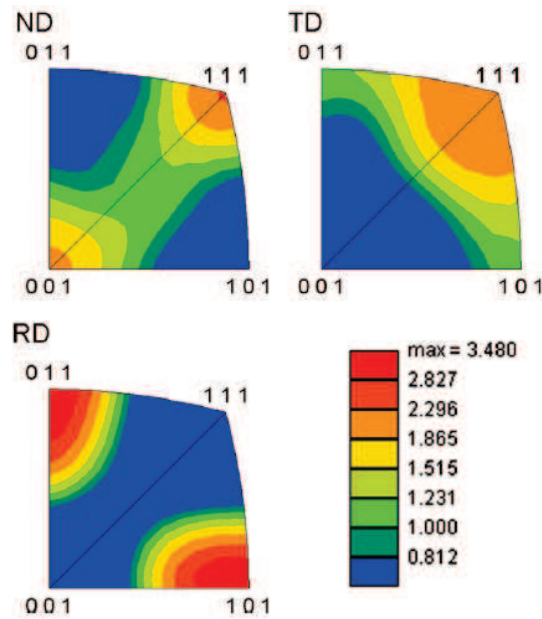


FIGURE 3.7: Figure de pôle du produit fini - RD : direction de laminage ; TD : direction transverse ; ND : direction normale à l'éprouvette [Benoit et al., 2014]

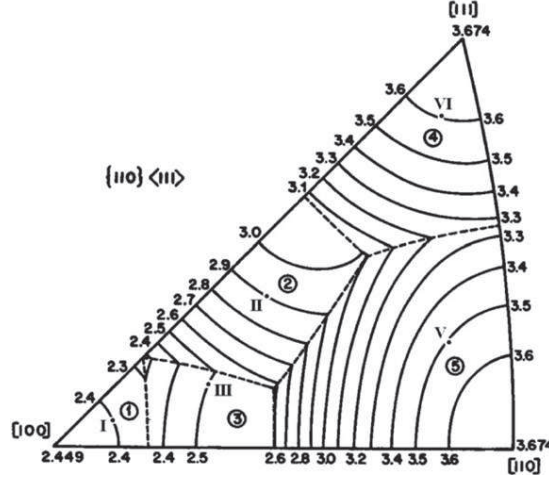


FIGURE 3.8: Projection triangle standard pour un matériau cc

On observe ici une répartition des grains telle qu'on peut considérer dans une première approximation, en comparant avec la projection triangle standard présentée Figure 3.8, une proportion de phase de 30% pour la phase "molle" et 70% pour la phase "dure". Soit $F=0.3$ en considérant la phase 1 comme "molle", c'est-à-dire plastifiant pour des niveaux de contraintes plus faibles.

La partition en deux phases présentant des déformations distinctes induit une évolution des contraintes différentes d'une phase à l'autre. La loi de localisation, basée sur les travaux de [Hill, 1965], [Hutchinson, 1966] et [Berveiller and Zaoui, 1979], qui permet de donner cette contrainte $\underline{\underline{\sigma}}_i$ dans chaque phase i est :

$$\underline{\underline{\sigma}}_i = \underline{\underline{\sigma}} + aG \left(\underline{\underline{\varepsilon}}^{vp} - \underline{\underline{\varepsilon}}_i^{vp} \right) \quad (3.34)$$

avec a un paramètre matériau et G le module de cisaillement défini par $G = \frac{E}{(1 + \nu)}$.

Dans chacune des phases, la loi d'écoulement s'écrit :

$$\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_i^{vp} = \frac{3}{2} \dot{p}_i \frac{\underline{\underline{s}}_i - \underline{\underline{X}}_i}{J_2(\underline{\underline{s}}_i - \underline{\underline{X}}_i)} \quad (3.35)$$

où $\underline{\underline{s}}_i$ est le déviateur du tenseur de contrainte $\underline{\underline{\sigma}}_i$ dans chaque phase, $\underline{\underline{X}}_i$ l'écrouissage cinématique et $J_2(\underline{\underline{s}}_i - \underline{\underline{X}}_i)$ le second invariant du tenseur défini par :

$$J_2(\underline{\underline{s}}_i - \underline{\underline{X}}_i) = \sqrt{\frac{3}{2} (\underline{\underline{s}}_i - \underline{\underline{X}}_i) : (\underline{\underline{s}}_i - \underline{\underline{X}}_i)} \quad (3.36)$$

L'évolution du multiplicateur viscoplastique $\dot{p}_i$ proposée s'appuie sur les travaux de [Szmytka, 2007]

et [Osmond, 2010]. Elle est présentée ci dessous :

$$\dot{p}_i = \frac{\dot{p}_0}{M_i} \left(\frac{< J_2(\underline{s}_i - \underline{X}_i) >}{GM_i} \right)^2 \sinh \left(\frac{J_2(\underline{s}_i - \underline{X}_i) - r_i}{K} \right) \quad (3.37)$$

avec $\dot{p}_0$ et K des paramètres du modèle, G le module de cisaillement du matériau, et M_i le facteur de Taylor de chaque phase.

L'écrouissage cinématique $\underline{\alpha}_i$ est décrit par une loi de type Armstrong-Frederick :

$$\dot{\underline{\alpha}}_i = \dot{\underline{\varepsilon}}_i^{vp} - \frac{3D}{2C} \dot{p}_i \underline{X}_i \quad (3.38)$$

avec

$$\underline{X}_i = \frac{2C}{3} \underline{\alpha}_i \quad (3.39)$$

À 300°C, on ne tient pas compte de la restauration qui pourrait être ajoutée à chacune des phases à plus haute température.

Une nouvelle évolution de la limite d'élasticité r_i et des densités de dislocation ρ_i est proposée. Elle est donnée par les lois suivantes dans chaque phase :

$$r_i = a_0 G b \sqrt{\rho_{i,0}} + a_{(i)}(T) G b (\sqrt{\rho_i} - \sqrt{\rho_{i,0}}) \quad (3.40)$$

$$\dot{\rho}_i = \frac{\dot{p}_i M_i}{b} \left(\frac{1}{L} - k_2 b \rho_i \right) \quad (3.41)$$

avec b le vecteur de Burgers, et a_0 , $a_{(i)}$, k_1 et k_2 les paramètres matériaux du modèle, dépendants de la température. Cette nouvelle formulation inclut ainsi un équilibrage en terme de limite élastique entre la densité initiale et les dislocations non élémentaires.

Dans chaque phase on a un glissement multiple équilibré, où la distance de glissement $\frac{1}{L_i} = k_1 \sqrt{\rho_i}$ diminue avec l'augmentation de la densité de dislocation. L'hypothèse de non évolution de la vitesse de glissement $\frac{1}{L_i} = k_1 \sqrt{\rho_{i,0}}$ a été testée sans succès.

On obtient alors un modèle avec 14 paramètres à identifier :

- E et ν sont les paramètres liés à l'élasticité du matériau,
- C et D sont liés à l'écrouissage cinématique,
- $\rho_0, k_1, k_2, a_0, a_{(1)}$ et $a_{(2)}$ sont liés à l'écrouissage isotrope,
- $\dot{p}_0$ et K sont les paramètres de viscosité,

– et a et F sont liés aux différentes phases du matériau.

Les paramètres E , C , D , k_1 , k_2 , a_0 , $a_{(1)}$, $a_{(2)}$, $\dot{p}_0$ et K dépendent a priori de la température. Les constantes matériaux issues de la bibliographie sont présentées dans le Tableau 3.3.

b	$2,48.10^{-10}$ m
M_1	~ 2
M_2	~ 3

TABLE 3.3: Constantes propres au matériau

3.4 Validation du modèle avec les données expérimentales

3.4.1 Essais pilotés en déformation

L'identification des paramètres du modèle est réalisée à l'aide du logiciel Zébulon, en utilisant l'algorithme de Nelder Mead [Nelder and Mead, 1965]. Cette méthode d'identification permet de minimiser une fonction coût pour un jeu de paramètres donné. On s'attachera à imposer des gammes de valeurs physiques pour les paramètres.

Les paramètres du modèle issu de la seconde proposition sont identifiés grâce à l'essai de traction et l'essai à déformation progressive. Les valeurs des 14 paramètres sont présentés dans le Tableau 3.4.

Paramètres liés à l'élasticité		Paramètres liés à l'écrouissage isotrope	
E	205000 MPa	a_0	0.3
ν	0.3	$a_{(1)}$	0.1
Paramètres liés à la viscosité		$a_{(2)}$	0.4
$\dot{p}_0$	2.10^{-5}	k_1	0.12
K	2.8	k_2	35.
Paramètres liés à l'écrouissage cinématique		ρ_0	$1.5.10^{13}$
C	40000	Paramètres liés aux phases	
D	600	a	0.1
		F	0.3

TABLE 3.4: Paramètres identifiés pour le modèle à 300°C

Les simulations des deux essais sont présentées dans les Figures 3.9 et 3.10. Les paramètres utilisés sont présentés dans le Tableau 3.4. On observe une très bonne corrélation entre la simulation et les deux essais. Ainsi, on dispose d'un modèle capable de décrire les forts niveaux de déformations et des transitions à petite déformation plastique.

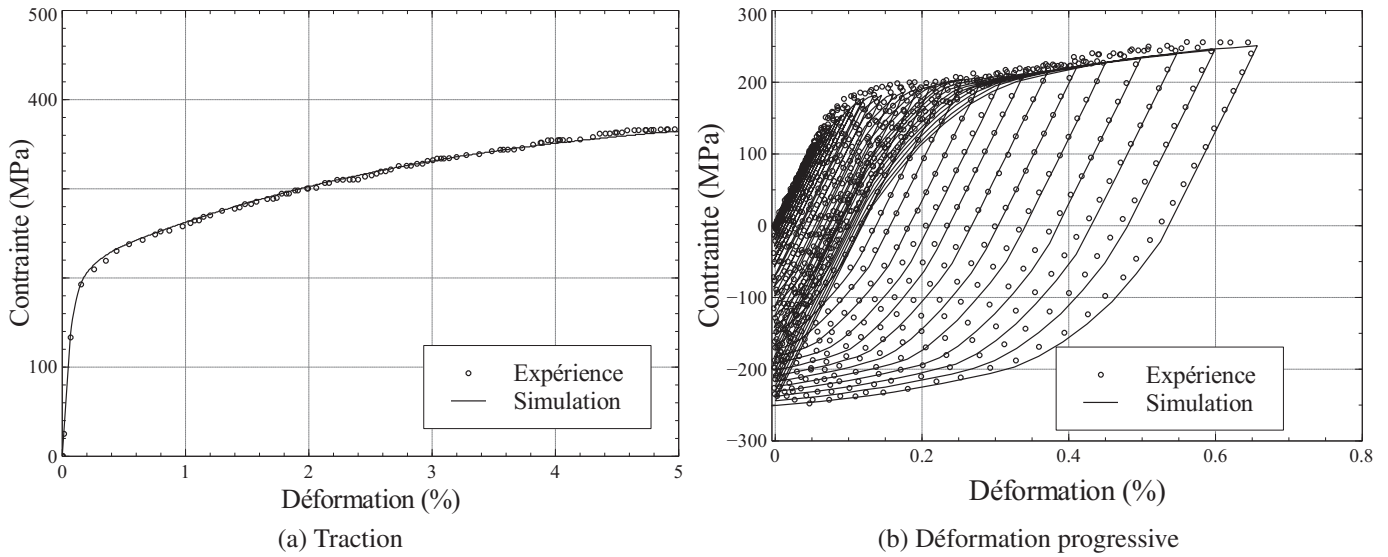


FIGURE 3.9: Simulations avec paramètres du Tableau 3.4

Dans l'essai à écrouissage progressif présenté Figure 3.11, le modèle reproduit fidèlement les boucles. L'écrouissage cinématique est correctement décrit.

La première traction n'est pas parfaitement décrite dans l'essai de traction suivi de cycles de compression (Figure 3.12). Ainsi les cycles ne sont pas non plus correctement corrélés. En revanche, en observant chaque cycle de la même manière qu'avec l'essai, on constate un début de plastification de la phase 1 dès le premier retour de 0.14% en compression (par rapport à 2%). Cette plastification n'est pas significative (de l'ordre de 0.05%), et une différence de déformation plastique supérieure à 0.01% apparaît dès un retour à 0.17%. Expérimentalement cette transition apparaît entre les cycles à -0.15% et ceux à -0.16% . Les résultats sont donc satisfaisants.

Dans l'essai de relaxation cyclique présenté Figure 3.13, le niveau de relaxation pendant la phase de maintien est cohérent avec la base expérimentale tandis que la première traction est plutôt bien décrite. On constate quelques différences sur la contrainte minimale atteinte en compression (20 à 30 MPa d'écart) mais globalement le modèle répond bien.

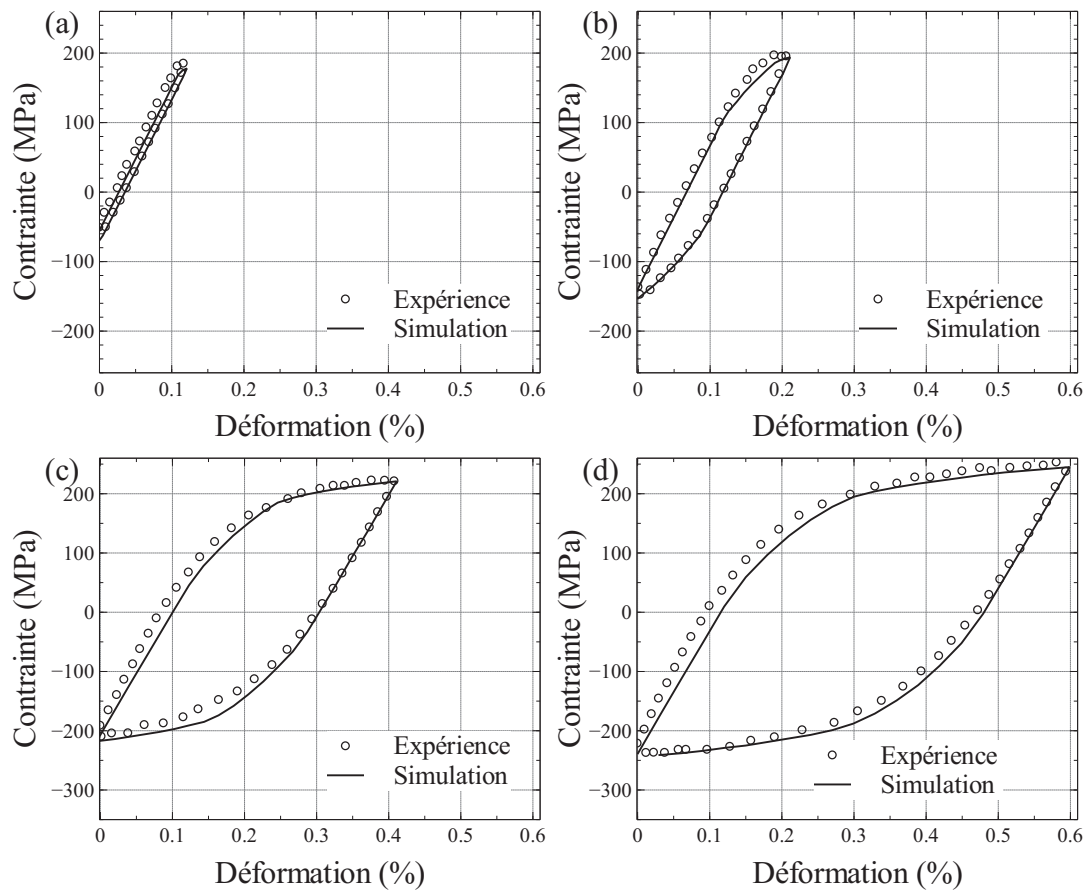


FIGURE 3.10: Simulation sur essai à déformation progressive :
a/ cycle 0.1% ; b/ cycle 0.2% ; c/ cycle 0.4% ; d/ cycle 0.6%

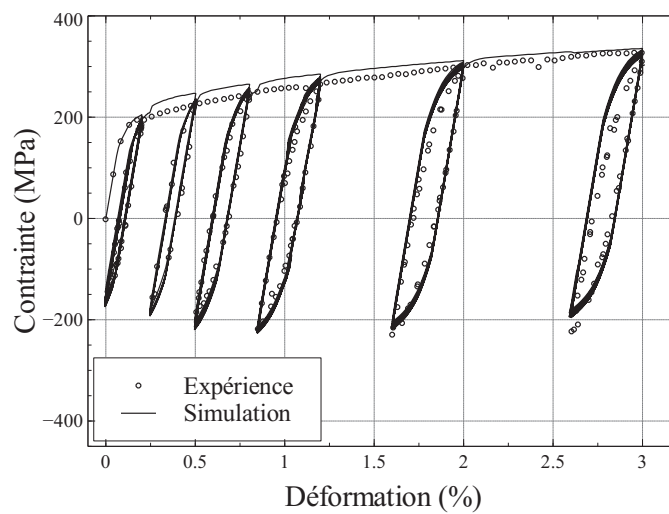


FIGURE 3.11: Simulation sur essai à écouissage progressif avec modèle 2 et paramètres du Tableau 3.4

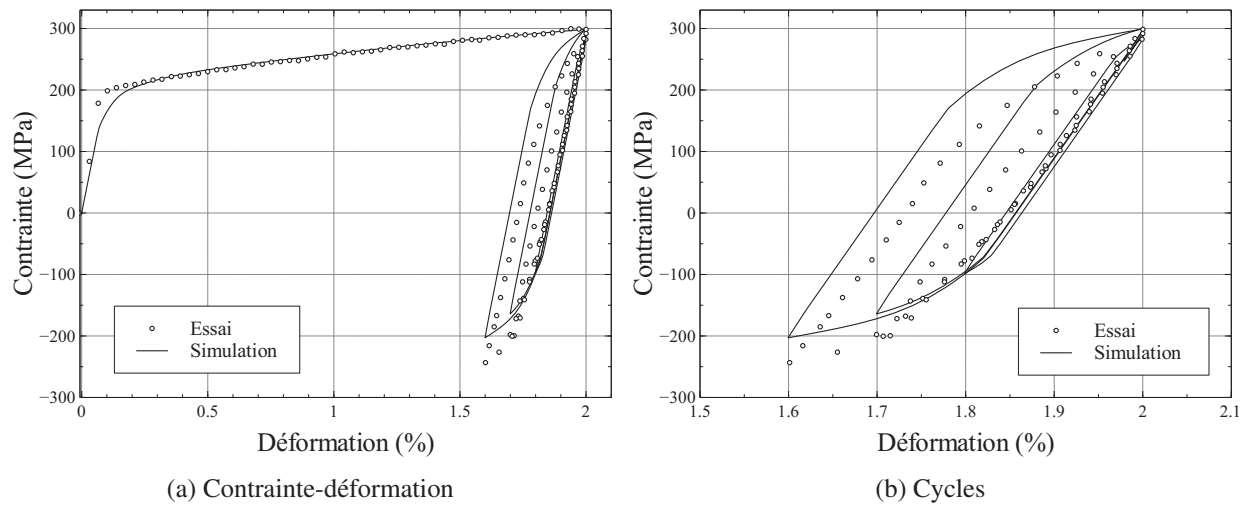


FIGURE 3.12: Simulation de l'essai de traction suivi de compressions progressives avec paramètres du Tableau 3.4

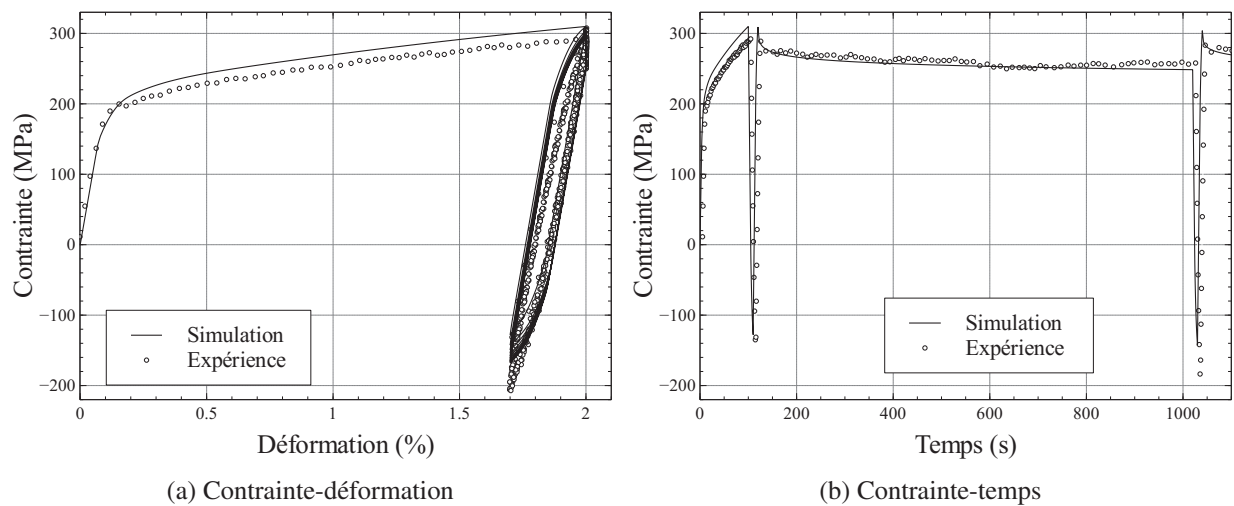


FIGURE 3.13: Simulations de l'essai de relaxation cyclique avec paramètres du Tableau 3.4

Finalement, on constate que le modèle associé aux paramètres du Tableau 3.4 simule correctement tous les essais pilotés en déformation. La prochaine étape consiste à valider ce modèle sur les essais pilotés en charge.

3.4.2 Essais pilotés en charge

Les simulations avec les paramètres du Tableau 3.4 sont présentées dans les Figures 3.14 et 3.15. La réponse du modèle actuel est trop visqueuse pour représenter le comportement de l'acier à 300°C.

Par conséquent, l'influence de la contrainte moyenne sur le cycle stabilisé est mal décrite (Figure 3.15).

Cependant, il est possible d'optimiser les paramètres du modèle, et notamment les paramètres de viscosité $\dot{p}_0$ et K , afin de simuler correctement les essais à différentes fréquences. On peut observer les résultats des simulations dans la Figure 3.16. Les paramètres utilisés sont présentés dans le Tableau 3.5. Le paramètre de viscosité K est très difficile à caler et influence beaucoup la réponse du modèle.

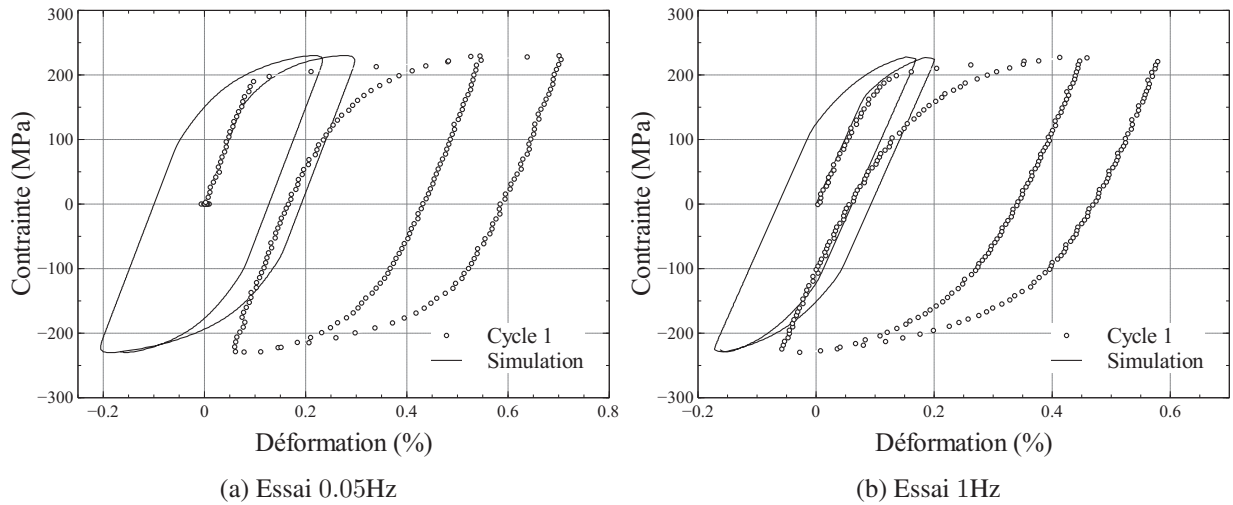


FIGURE 3.14: Simulations avec paramètres du Tableau 3.4

Les paramètres identifiés pour simuler correctement le chargement à différentes vitesses ne permettent pas de caractériser suffisamment bien le comportement en petites déformations (Figure 3.17). Ici, la pente de la traction n'est pas très bien simulée (a), les très faibles déformations simulées présentent un écart trop important avec l'essai (b) et l'écroutissement n'est pas parfaitement décrit (c). Le résultat est relativement satisfaisant, mais, pour notre application, il est nécessaire de prioriser une meilleure description du comportement du matériau pour des petites déformations. Un protocole d'identification précis est donc nécessaire.

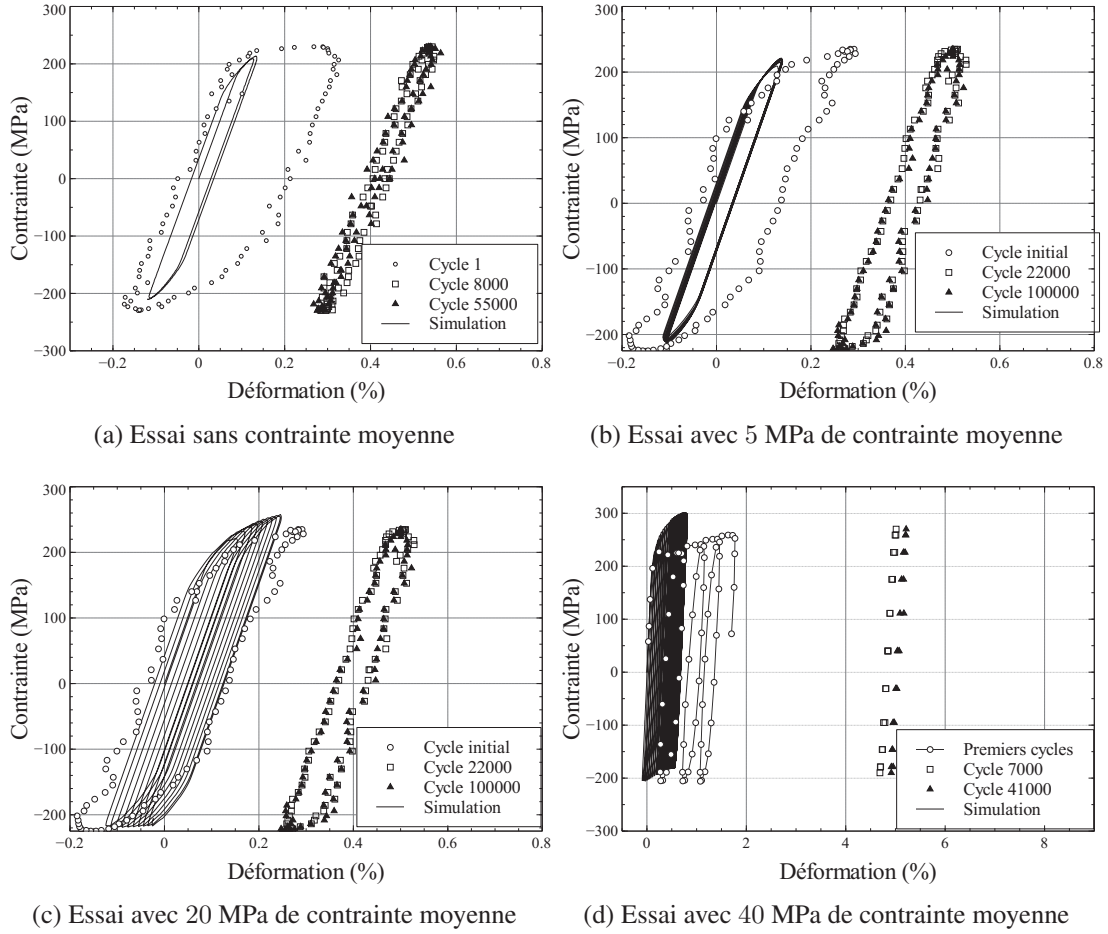


FIGURE 3.15: Simulations des essai à 20Hz avec paramètres du Tableau 3.4

Paramètres liés à l'élasticité		Paramètres liés à l'érouissage isotrope	
E	205000 MPa	a_0	0.4
ν	0.3	$a_{(1)}$	0.15
Paramètres liés à la viscosité		$a_{(2)}$	0.4
$\dot{p}_0$	$1, 15 \cdot 10^{-5}$	k_1	0.15
K	1, 22	k_2	35.
Paramètres liés à l'érouissage cinématique		ρ_0	$1.5 \cdot 10^{13}$
C	50000	Paramètres liés aux phases	
D	600	a	0.1
		F	0.3

TABLE 3.5: Paramètres identifiés sur les essais pilotés en charge

3.4.3 Identification des paramètres

La proposition d'identification des paramètres est la suivante.

À 300°C, la viscosité du matériau est relativement faible, ainsi il est difficile d'utiliser les essais de relaxation pour identifier les paramètres de viscosité. C'est pourquoi on se propose d'utiliser les essais

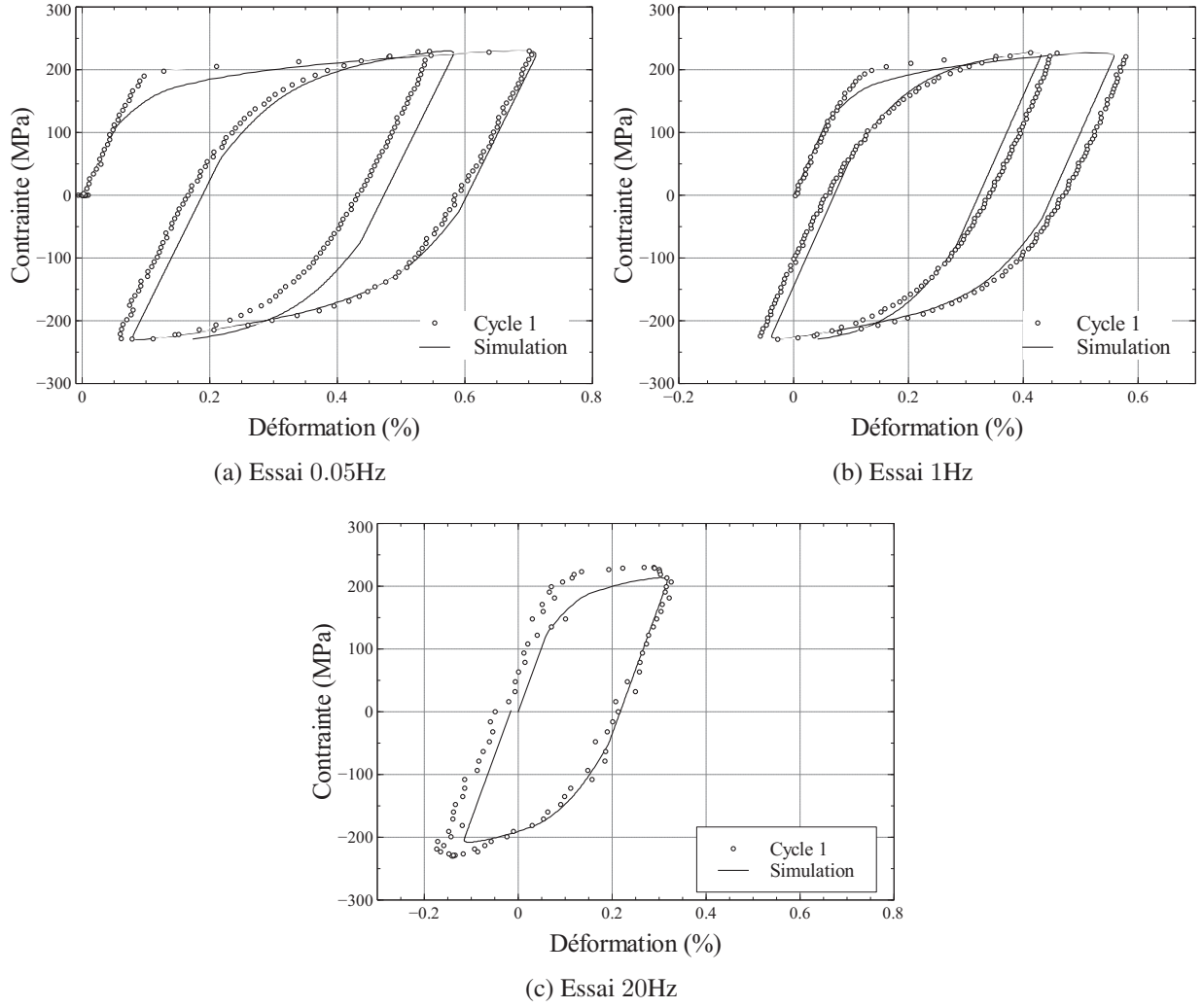


FIGURE 3.16: Simulations avec paramètres du Tableau 3.5

pilotés en contrainte à différentes fréquences pour caler les paramètres de viscosité du modèle. En effet, le même essai est effectué à 3 vitesses différentes, ainsi il permet aisément de caractériser les essais visqueux. Les comparaisons essais-simulation avec les paramètres de viscosité utilisés sont présentés Figure 3.16 avec les paramètres du Tableau 3.5. Ainsi, une fois les paramètres K et $\dot{p}_0$ déterminés, les autres paramètres sont réidentifiés sur les autres essais.

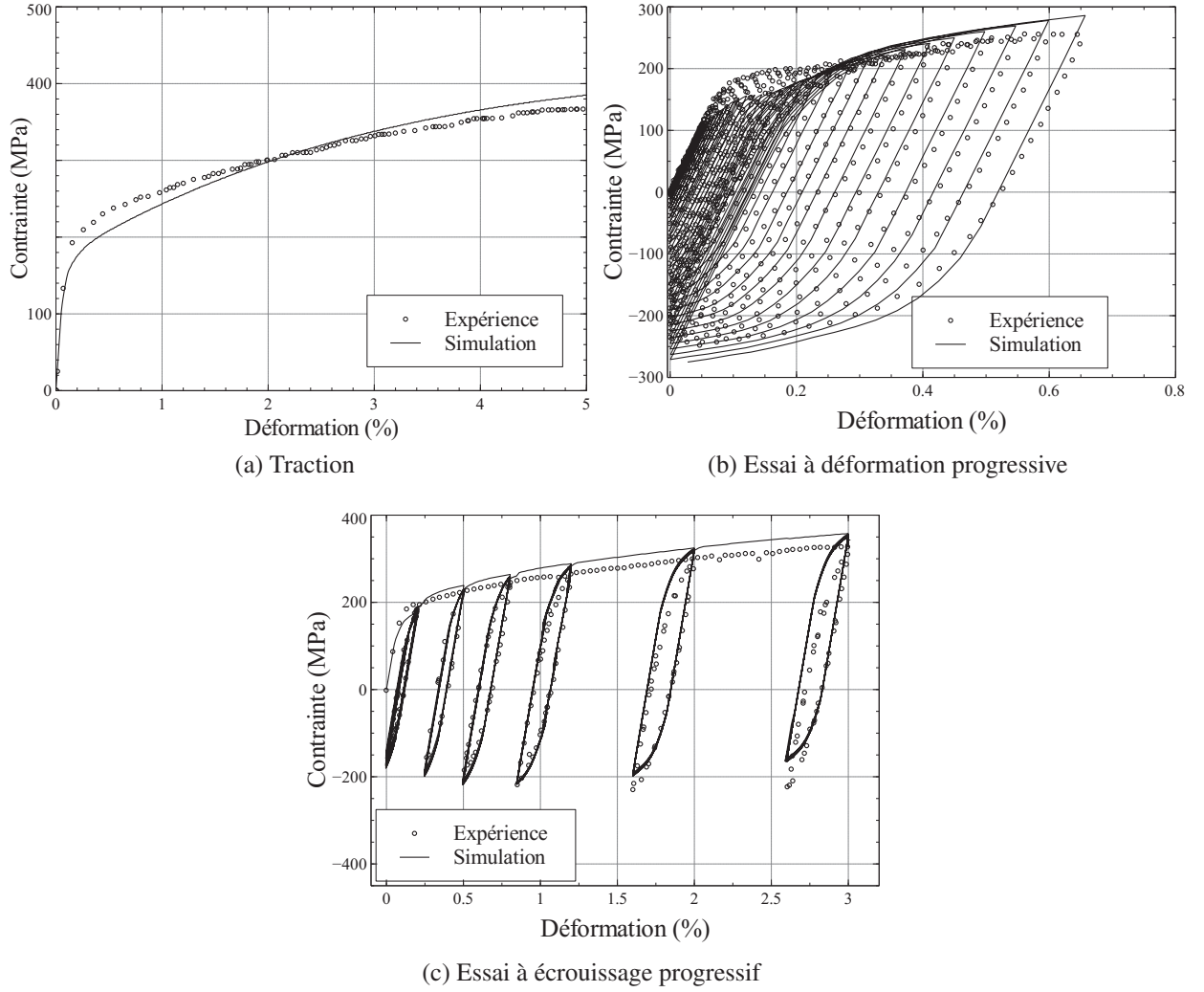


FIGURE 3.17: Simulations avec paramètres du Tableau 3.5

La méthode d'identification des paramètres proposée est la suivante :

- E : calcul des modules avant chaque essai,
- $\dot{p}_0$ et K : identification grâce aux essais pilotés en contrainte à différentes fréquences,
- C et D : identification grâce aux essais d'écrouissage cyclique ou de déformation cyclique,
- $\rho_0, k_1, k_2, a_0, a_{(1)}$ et $a_{(2)}$: identification grâce à l'essai de traction,
- et a et F : identification grâce aux essais de traction et de déformation cyclique.

L'identification des paramètres de viscosité sur les essais pilotés en charge conduisent à choisir

comme valeur pour K et $\dot{p}_0$ respectivement 1, 22 et $1, 15 \cdot 10^{-5}$ (Figure 3.16). L'identification des autres paramètres conduit au jeu de paramètre présenté dans le Tableau 3.6. Les simulations des essais pilotés en déformation avec ce jeu de paramètres sont présentées dans les Figures 3.20, 3.19, 3.20 et 3.21. Les essais pilotés en charges sont présentées en Annexe B. Grâce à ce jeu de paramètres, notre modèle peut décrire à la fois la traction et les petites déformations.

Paramètres liés à l'élasticité		Paramètres liés à l'écrouissage isotrope	
E	205000 MPa	a_0	0.5
ν	0.3	$a_{(1)}$	0.15
Paramètres liés à la viscosité		$a_{(2)}$	0.4
$\dot{p}_0$	$1, 15 \cdot 10^{-5}$	k_1	0.1
K	1, 22	k_2	28.
Paramètres liés à l'écrouissage cinématique		ρ_0	$1.5 \cdot 10^{13}$
C	48000	Paramètres liés aux phases	
D	500	a	0.1
		F	0.3

TABLE 3.6: Paramètres identifiés grâce aux essais pilotés en charge

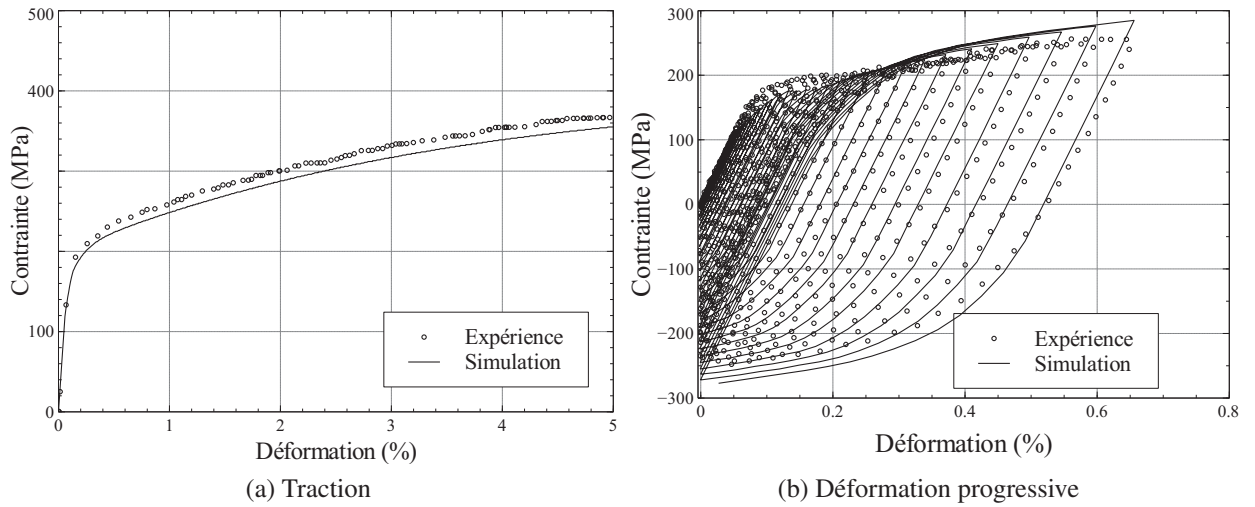


FIGURE 3.18: Simulations avec paramètres Tableau 3.4

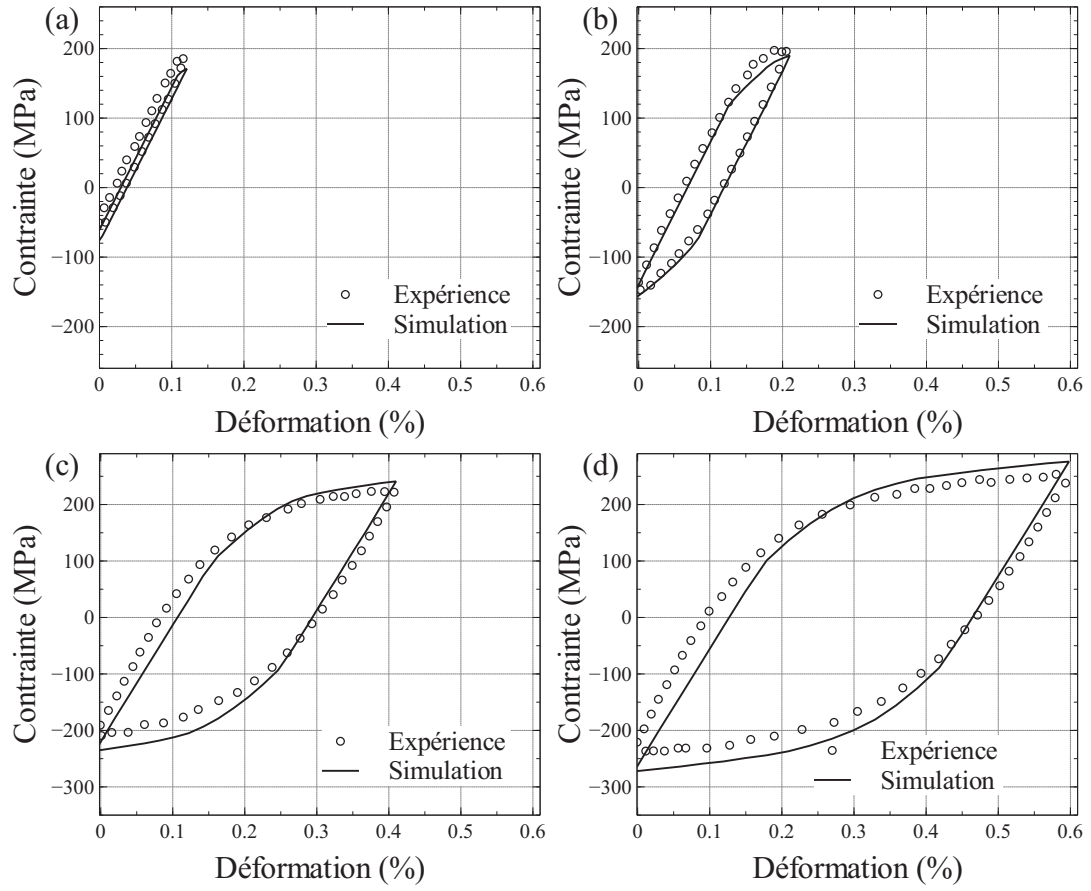
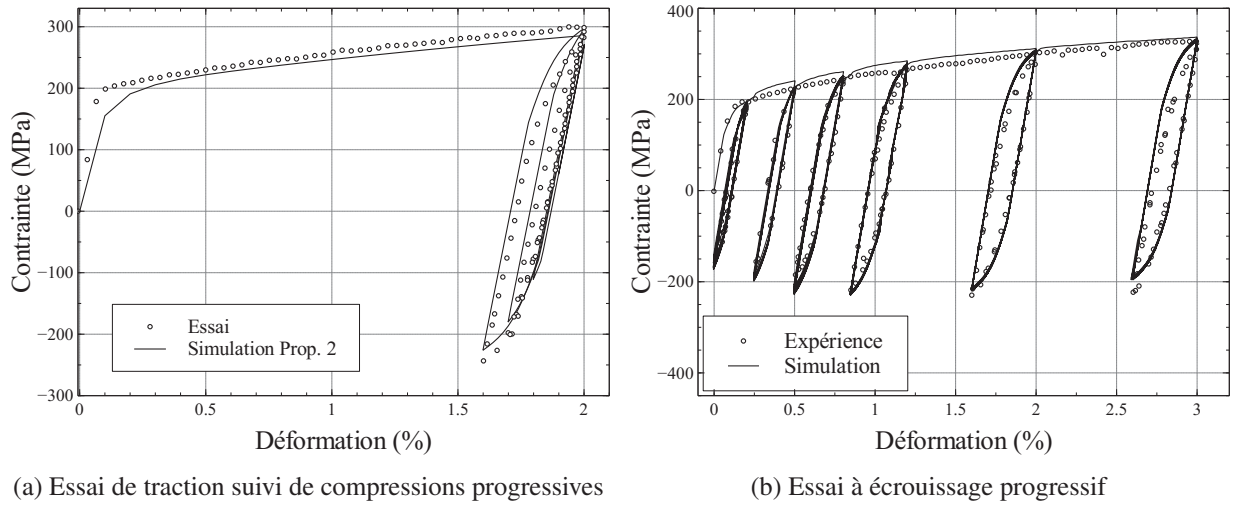


FIGURE 3.19: Simulation sur essai à déformation progressive :
(a) cycle 0.1% ; (b) cycle 0.2% ; (c) cycle 0.4% ; (d) cycle 0.6%



(a) Essai de traction suivi de compressions progressives

(b) Essai à écouissage progressif

FIGURE 3.20: Simulations avec paramètres du Tableau 3.6

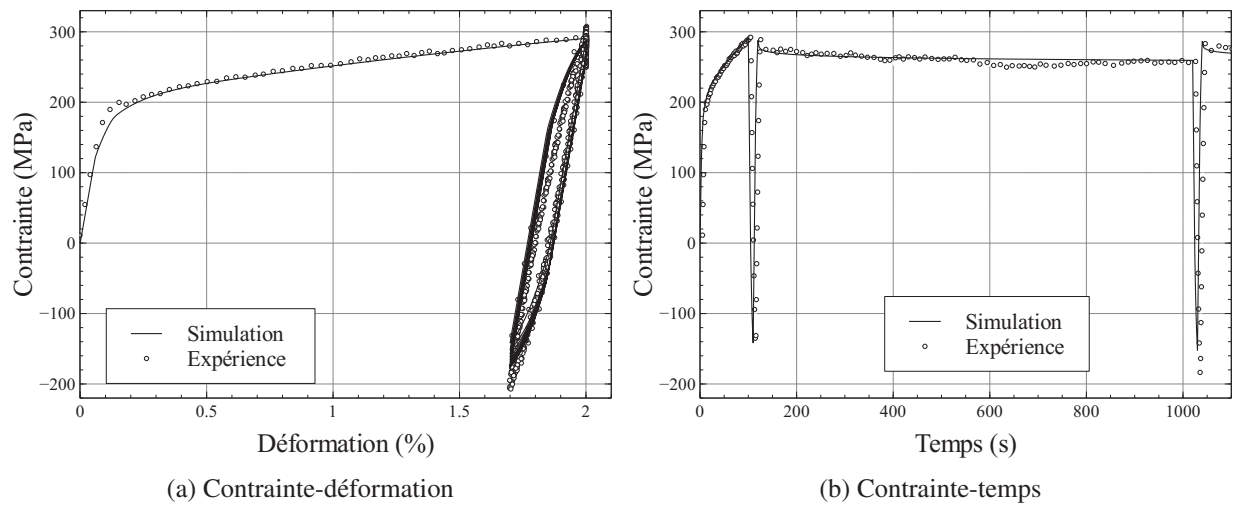


FIGURE 3.21: Simulations de l'essais de relaxation cyclique avec paramètres du Tableau 3.6

3.5 Conclusions

L'étude expérimentale menée sur des éprouvettes d'acier AISI 441 prélevées dans du produit fini a permis de caractériser le comportement de cet acier à différentes gammes de fréquences de sollicitation et d'amplitudes de déformation.

L'objectif était de caractériser le comportement :

- pour des faibles niveaux de déformations plastiques ($\sim 0.1\%$), caractéristiques des chargements vibratoires imposés au collecteur en fonctionnement,
- pour des grands cycles de chargement ($> 1\%$) propres aux chargements thermomécaniques à faible fréquence.

Différents modèles ont été testés afin de décrire au plus juste la large gamme d'essai considérée. Nous avons ainsi proposé un modèle de comportement s'appuyant sur deux phases permettant de décrire à la fois les "grandes" déformations et les plus faibles. Ainsi, le modèle proposé permet de caractériser le comportement observé, et l'identification originale des paramètres proposée permet de caractériser la viscosité relativement faible à cette température.

La validation du modèle a été effectuée sur toute la gamme d'essais pilotés en déformation. Les essais pilotés en charge ont permis d'identifier les paramètres de viscosité. Seuls les essais pilotés en charge et possédant une contrainte moyenne sont relativement mal décrits (voir Annexe B).

Enfin, nous pouvons conclure en ajoutant que ce travail effectué à 300°C peut être étendu à une large gamme de température grâce au protocole expérimental développé dans le chapitre 2, au modèle proposé et à la méthode d'identification établie.

Intégration numérique des modèles

Sommaire

4.1	Intégration numérique du modèle [Rémy et al., 2011]	91
4.1.1	Rappel du modèle	91
4.1.2	Intégration numérique	91
4.1.3	Validation de l'intégration numérique	100
4.2	Intégration numérique du modèle proposé	104
4.2.1	Rappel du modèle	104
4.2.2	Intégration numérique	105
4.3	Conclusions	108

Afin de passer de la description du comportement d'un élément de volume à celle d'une structure, il est nécessaire d'utiliser un schéma d'intégration stable et qui converge rapidement. Le choix du type de modèle de comportement est déterminant afin d'obtenir un modèle prédictif. Le modèle de comportement élasto-viscoplastiques que l'on a proposé dans le chapitre précédent permet d'obtenir une bonne corrélation entre les simulations et la base expérimentale sur éprouvettes. L'intégration numérique de la loi proposée est effectuée dans le code de calcul Abaqus via l'écriture d'une sous routine matériau programmée en Fortran. Des calculs de structures peuvent alors être mis au point pour des structures tels que les collecteurs d'échappement.

Lors de la résolution des problèmes aux éléments finis présentant des non linéarités, différents types de schémas d'intégration sont envisagés. Chaque schéma repose sur la méthode des différences finies, qui consiste à remplacer les dérivées dans le temps par des quotients de différences finies :

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\varepsilon_{n+1} - \varepsilon_n}{t_{n+1} - t_n} \quad (4.1)$$

Différentes méthodes existent :

- les schémas dits **explicites** définissent l'état à l'instant $n + 1$ à partir des variables d'intégration à l'instant n et d'une évaluation de la fonction à l'instant n .
- les schémas dits **implicites** définissent l'état à l'instant $n + 1$ à partir de l'état des variables à l'instant $n + 1$ et d'une évaluation de la fonction à l'instant $n + 1$. Cela nécessite une méthode itérative type Newton-Raphson.

Pour le développement des modèles de comportement, les schémas d'intégration explicites sont préférés car plus simples à implémenter. La résolution du problème aux éléments finis est rapide et la modification des équations du modèle lors du développement peut se faire très simplement.

Cependant, afin d'effectuer certains calculs sur des structures complexes, les modèles de comportement doivent être intégrés via un schéma implicite. C'est pourquoi le modèle [Rémy et al., 2011] est intégré dans une UMAT (User MATerial) pour le logiciel Abaqus et dans une ZMAT pour le logiciel Zébulon. En effet, dans le cadre de la résolution des problèmes mécaniques en petites déformations, les schémas d'intégration implicites sont préférés, en raison de leur stabilité et de leur robustesse. Le schéma d'intégration présenté ici est basé sur celui proposé par [Osmond, 2011]. La validation du modèle implicite a été effectuée grâce à la comparaison avec le résultat d'un modèle explicite codé en langage C++ sous Zébulon.

Le modèle de comportement proposé dans le chapitre précédent peut, de la même manière, être

intégré dans la base de modèle de comportement utilisable à PSA Peugeot Citroën. Cependant, pendant ces travaux de thèse l'intégration numérique n'a pas été effectuée et nous présenterons ici uniquement la démarche à suivre.

4.1 Intégration numérique du modèle [Rémy et al., 2011]

4.1.1 Rappel du modèle

La loi de comportement proposée dans [Rémy et al., 2011] est présentée dans le chapitre 3.

On rappelle les équations :

$$\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^{vp} = \frac{3}{2} \dot{p} \frac{\underline{\underline{s}} - \underline{\underline{X}}}{J_2(\underline{\underline{s}} - \underline{\underline{X}})} \quad (4.2)$$

$$\dot{p} = \frac{\dot{\varepsilon}_0}{M} \left(1 + \left(\frac{J_2(\underline{\underline{s}} - \underline{\underline{X}}) - r}{H(T)} \right)^2 \right) \sinh \left(\frac{< J_2(\underline{\underline{s}} - \underline{\underline{X}}) - r >}{K(T)} \right) \quad (4.3)$$

$$\dot{\underline{\underline{\alpha}}} = \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^{vp} - \frac{3D(T)}{2C(T)} \dot{p} \underline{\underline{X}} - \frac{3\lambda_2}{2} \rho^m k_1 \sinh \left(\frac{J_2(\underline{\underline{X}})}{\lambda_3} \right) \frac{\underline{\underline{X}}}{J_2(\underline{\underline{X}})} \quad (4.4)$$

$$r = r_0(T) + \sqrt{3} a_1(T) G(T) b k_1(T) \sqrt{\rho} \quad (4.5)$$

$$\dot{\rho} = \frac{M \dot{p}}{b} (k_1(T) \sqrt{\rho} - k_2(T) b \rho) - k_3 b^6 \rho^4 \rho \quad (4.6)$$

avec G le module de cisaillement, r_0 , a_1 , k_2 , k_3 et m les paramètres matériaux du modèle dépendants de la température.

On préférera utiliser pour l'intégration numérique la variable $\sqrt{\rho}$:

$$\dot{\sqrt{\rho}} = \frac{\dot{p} M}{2b} (k_1(T) - k_2(T) b \sqrt{\rho}) - \frac{k_3 b^6 \lambda_1}{2} \sqrt{\rho}^7 \quad (4.7)$$

4.1.2 Intégration numérique

L'intégration locale du comportement du matériau permet d'exprimer toutes les variables internes du problème à l'instant $n + 1$ en fonction des déformations à l'instant $n + 1$ et des variables internes à l'instant n . La déformation à l'instant $n + 1$ est donnée par la formule suivante :

$$\underline{\underline{\varepsilon}}_{n+1} = \underline{\underline{\varepsilon}}_n + \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}} \Delta t \quad (4.8)$$

Pour les autres variables du problème, on a :

$$T_{n+1} = T_n + \Delta T \quad (4.9)$$

$$\underline{\underline{\sigma}}_{n+1} = \underline{\underline{\sigma}}_n + \Delta \underline{\underline{\sigma}} \quad (4.10)$$

$$\underline{\underline{\varepsilon}}_{n+1} = \underline{\underline{\varepsilon}}_n + \Delta \underline{\underline{\varepsilon}} \quad (4.11)$$

$$\sqrt{\rho}_{n+1} = \sqrt{\rho}_n + \Delta \sqrt{\rho} \quad (4.12)$$

$$p_{n+1} = p_n + \Delta p \quad (4.13)$$

$$\underline{\underline{\alpha}}_{n+1} = \underline{\underline{\alpha}}_n + \Delta \underline{\underline{\alpha}} \quad (4.14)$$

Dans le cas des densités de dislocations, les incréments sont exprimés en m^{-2} avec des valeurs assez élevées. On choisi de rendre adimensionnelle cette grandeur. On note alors $\sqrt{\rho}_{n+1}^N$ la valeur normée à l'instant t_{n+1} et $\Delta \sqrt{\rho}_{n+1}^N$ l'incrément associé.

On pose donc :

$$\sqrt{\rho}_{n+1}^N = \frac{\sqrt{\rho_{n+1}}}{N_\rho} \quad (4.15)$$

$$\Delta \sqrt{\rho}_{n+1}^N = \frac{\Delta \sqrt{\rho_{n+1}}}{N_\rho} \quad (4.16)$$

On choisi de définir la valeur de la norme par la densité de dislocations au pas de temps n , à laquelle on ajoute la densité de dislocation initiale. Ainsi

$$N_\rho = \frac{\sqrt{3}a_1(T)G(T)bk_1(T)}{r_0(T)} + \sqrt{\rho}_n \quad (4.17)$$

À partir de maintenant, l'ensemble des expressions est présenté pour le cas normé.

La surface de charge est définie par :

$$f(\underline{\underline{s}} - \underline{\underline{X}}) = J_2(\underline{\underline{s}} - \underline{\underline{X}}) - r \quad (4.18)$$

avec :

$$\begin{aligned}\underline{\underline{s}} &= dev(\underline{\underline{\sigma}}) \\ &= \underline{\underline{K}} : \underline{\underline{\sigma}}\end{aligned}\quad (4.19)$$

$$\begin{aligned}\underline{\underline{\sigma}} &= \underline{\underline{C}} : (\underline{\underline{\varepsilon}}^T - \underline{\underline{\varepsilon}}^{vp} - \underline{\underline{\varepsilon}}^{th}) \\ &= \underline{\underline{C}} : (\underline{\underline{\varepsilon}}^T - \alpha_T(T - T_0)\underline{\underline{1}}) - 2G(T)\underline{\underline{\varepsilon}}^{vp}\end{aligned}\quad (4.20)$$

$$\begin{aligned}J_2(\underline{\underline{s}} - \underline{\underline{X}}) &= J_2(\underline{\underline{s}} - \underline{\underline{X}}) \\ &= \sqrt{\frac{3}{2}(\underline{\underline{s}} - \underline{\underline{X}}) : \underline{\underline{K}} : (\underline{\underline{s}} - \underline{\underline{X}})}\end{aligned}\quad (4.21)$$

en notant $\underline{\underline{K}}$ l'opérateur déviatorique.

On pose :

$$\tilde{p} = \sqrt{\frac{3}{2}}p \quad (4.22)$$

$$\underline{\underline{A}} = \underline{\underline{s}} - \underline{\underline{X}} \quad (4.23)$$

$$\|\underline{\underline{A}}\| = \sqrt{\underline{\underline{A}} : \underline{\underline{A}}} \quad (4.24)$$

$$\underline{\underline{N}} = \frac{\underline{\underline{A}}}{\|\underline{\underline{A}}\|} \quad (4.25)$$

et ainsi, on a :

$$\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^{vp} = \dot{\tilde{p}}\underline{\underline{N}} \quad (4.26)$$

4.1.2.1 Passage de seuil d'élasticité

La limite d'élasticité à l'instant $n + 1$ est donnée par la relation :

$$r_{n+1} = r_{0_{n+1}} + \sqrt{3}a_{1_{n+1}}G_{n+1}bk_{1_{n+1}}N_\rho\sqrt{\rho_{n+1}}^N \quad (4.27)$$

On calcule tout d'abord le tenseur de contraintes prédit $\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^* = \underline{\underline{\sigma}}_n + \Delta\underline{\underline{\sigma}}^{elastique}$, avec :

$$\begin{aligned}\Delta\underline{\underline{\sigma}}^{elastique} &= \dot{\underline{\underline{\sigma}}}^{elastique} \Delta t \\ &= \underline{\underline{C}}_{n+1} : \Delta\underline{\underline{\varepsilon}}^{tot} + \Delta\underline{\underline{C}} : \underline{\underline{\varepsilon}}_{n+1}^{tot} - 2\Delta\mu_{\underline{\underline{\varepsilon}}_n}^{vp}\end{aligned}\quad (4.28)$$

Puis on calcule son déviateur $\underline{s}_{n+1}^* = dev(\underline{\sigma}_{n+1}^*)$ et $J_2(\underline{s}^* - \underline{X})$:

- Si $J_2(\underline{s}^* - \underline{X}) < r$, l'hypothèse d'évolution élastique est validée et on actualise les valeurs dans ce sens,
- Si $J_2(\underline{s}^* - \underline{X}) > r$, on se place dans un cas viscoplastique. On applique alors une correction à $\underline{\sigma}_{n+1}^*$ grâce à un algorithme de retour radial.

4.1.2.2 Écriture des incréments des variables du problème

Incrément de Contrainte

On a :

$$\underline{\sigma}_{n+1} = \underline{\sigma}_n + \Delta \underline{\sigma}, \text{ avec } \underline{\sigma}_{n+1} = \underline{C}_{n+1} : (\underline{\varepsilon}_{n+1}^{tot} - \alpha_T(T_{n+1} - T_0)\underline{1}) - 2\mu_{n+1}\underline{\varepsilon}_{n+1}^{vp}$$

et ainsi :

$$\begin{aligned} \Delta \underline{\sigma} &= \dot{\underline{\sigma}}_{n+1} \cdot \Delta t \\ &= \Delta \underline{C}_{n+1} : (\underline{\varepsilon}_{n+1}^{tot} - \alpha_{T_{n+1}}(T_{n+1} - T_0)\underline{1}) + \underline{C}_{n+1} : (\Delta \underline{\varepsilon}_{n+1}^{tot} - \Delta \alpha_T(T_{n+1} - T_0)\underline{1} + \dots \\ &\quad \dots - \alpha_{T_{n+1}} \Delta T \underline{1}) - 2\Delta \mu_{n+1} \underline{\varepsilon}_{n+1}^{vp} - 2\mu_{n+1} \Delta \underline{\varepsilon}_{n+1}^{vp} \end{aligned} \quad (4.29)$$

Incrément de Déformation élastique

On a :

$$\underline{\varepsilon}_{n+1}^{ela} = \underline{\varepsilon}_n^{ela} + \Delta \underline{\varepsilon}_{n+1}^{ela}, \text{ et } \Delta \underline{\varepsilon}_{n+1}^{ela} = \Delta \underline{\varepsilon}_{n+1}^{tot} - \Delta \underline{\varepsilon}_{n+1}^{vp}$$

et ainsi :

$$\begin{aligned} \Delta \underline{\varepsilon}_{n+1}^{ela} &= \dot{\underline{\varepsilon}}_{n+1}^{ela} \Delta t \\ &= \dot{\underline{\varepsilon}}_{n+1}^{tot} \Delta t - \dot{\underline{\varepsilon}}_{n+1}^{vp} \cdot \Delta t \\ &= \Delta \underline{\varepsilon}_{n+1}^{tot} - \Delta \tilde{p} N_{n+1} \end{aligned} \quad (4.30)$$

Incrément du multiplicateur viscoplastique

$$\begin{aligned}
 \Delta \tilde{p} &= \dot{\tilde{p}}_{n+1} \Delta t \\
 &= \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\dot{\varepsilon}_{0n+1}}{\dot{\varepsilon}_{0n+1}} \Delta t \left(1 + \left(\frac{J_2(\underline{A}_{n+1}) - r_{n+1}}{H_{n+1}} \right)^2 \right) \sinh \left(\frac{J_2(\underline{A}_{n+1}) - r_{n+1}}{K_{n+1}} \right)
 \end{aligned} \quad (4.31)$$

Incrément de la variable densité de dislocations

$$\begin{aligned}
 \Delta \sqrt{\rho}^N &= \dot{\sqrt{\rho}}_{n+1}^N \Delta t \\
 &= \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\Delta \tilde{p} M}{2bN_\rho} \left(k_{1n+1} - k_{2n+1} b N_\rho \sqrt{\rho}_{n+1}^N \right) - \frac{k_3 b^6}{2} N_\rho^6 \left(\sqrt{\rho}_{n+1}^N \right)^7 \Delta t
 \end{aligned} \quad (4.32)$$

Incrément de la variable d'écouissage cinématique

$$\begin{aligned}
 \Delta \underline{\alpha}_{n+1} &= \dot{\underline{\alpha}}_{n+1} \Delta t \\
 &= \frac{\Delta \tilde{p}}{D_{n+1}} \underline{N}_{n+1} - \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{D_{n+1}}{C_{n+1}} \Delta \tilde{p} \underline{X}_{n+1} + \dots \\
 &\quad - \lambda_2 \frac{3k_{1n+1}}{2} N_\rho^3 \left(\sqrt{\rho}_{n+1}^N \right)^3 \sinh \left(\frac{N\Omega}{RT_{n+1}} J_2(\underline{X}_{n+1}) \right) \frac{\underline{X}_{n+1}}{J_2(\underline{X}_{n+1})} \Delta t
 \end{aligned} \quad (4.33)$$

4.1.2.3 Construction de la jacobienne : Calcul des résidus et des dérivées partielles associées

Les incréments des variables du problème forment un système de 14 équations implicites couplées. On résoud ce système à l'aide d'un algorithme de résolution itératif de Newton Raphson. On pose $u_{t+1}^{n^i}$, $n^{\text{ième}}$ variable du problème calculée à l'itération i , $r_{t+1}^{n^i}$ le résidu associé et $[J]_{n+1}^i$ la matrice jacobienne de taille $n \times n$ regroupant les dérivés partielles des n résidus par rapport aux n variables du problème :

$$\left\{ \mathcal{U} \right\}_{n+1}^i = \begin{pmatrix} u_{t+1}^{1^i} \\ \vdots \\ u_{t+1}^{n^i} \end{pmatrix} \left\{ \mathcal{R} \right\}_{n+1}^i = \begin{pmatrix} r_{t+1}^{1^i} \\ \vdots \\ r_{t+1}^{n^i} \end{pmatrix} [J]_{n+1}^i = \begin{bmatrix} \frac{\partial r_{t+1}^{1^i}}{\partial u_{t+1}^{1^i}} & \cdots & \frac{\partial r_{t+1}^{1^i}}{\partial u_{t+1}^{n^i}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial r_{t+1}^{n^i}}{\partial u_{t+1}^{1^i}} & \cdots & \frac{\partial r_{t+1}^{n^i}}{\partial u_{t+1}^{n^i}} \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

Au pas de temps t_{n+1} , on écrit alors :

$$\begin{aligned}
 \left\{ \mathcal{R} \right\}_{n+1}^i + [J]_{n+1}^i \left\{ \Delta \mathcal{U} \right\}_{n+1}^{i+1} &= 0 \\
 \left\{ \mathcal{R} \right\}_{n+1}^i + [J]_{n+1}^i \left(\left\{ \mathcal{U} \right\}_{n+1}^{i+1} - \left\{ \mathcal{U} \right\}_{n+1}^i \right) &= 0 \\
 \left\{ \mathcal{U} \right\}_{n+1}^{i+1} &= \left\{ \mathcal{U} \right\}_{n+1}^i - \left\{ \mathcal{R} \right\}_{n+1}^i \left[[J]_{n+1}^i \right]^{-1}
 \end{aligned} \quad (4.35)$$

Pour résoudre ce système, il est nécessaire de calculer l'ensemble des dérivées partielles des résidus des variables du problème.

Dérivées partielles du résidu de déformation élastique

L'expression du résidu de la déformation élastique est :

$$r_{\Delta_{\underline{\underline{\varepsilon}}}}^{ela} = \Delta_{\underline{\underline{\varepsilon}}}^{ela} - \Delta_{\underline{\underline{\varepsilon}}}^{tot} + \Delta \tilde{p} \underline{\underline{N}}_{n+1} \quad (4.36)$$

avec :

$$\underline{\underline{N}}_{n+1} = \frac{\underline{\underline{s}}_{n+1} - \underline{\underline{X}}}{\sqrt{\underline{\underline{s}}_{n+1} - \underline{\underline{X}}_{n+1}}} \quad (4.37)$$

$$\underline{\underline{s}}_{n+1} = \underline{\underline{K}} : \underline{\underline{\sigma}}_{n+1} \quad (4.38)$$

On néglige les termes induits par la déformation thermique. On peut alors écrire :

$$\begin{aligned} \underline{\underline{\sigma}}_{n+1} &= \underline{\underline{C}}_{n+1} : \underline{\underline{\varepsilon}}_{n+1}^{ela} \\ &= \underline{\underline{C}}_{n+1} : (\underline{\underline{\varepsilon}}_n^{ela} + \Delta_{\underline{\underline{\varepsilon}}}^{ela}) \end{aligned} \quad (4.39)$$

donc :

$$\underline{\underline{s}}_{n+1} = \underline{\underline{K}} : \underline{\underline{C}}_{n+1} : (\underline{\underline{\varepsilon}}_n^{ela} + \Delta_{\underline{\underline{\varepsilon}}}^{ela}) \quad (4.40)$$

Il faut alors calculer la dérivée de $\underline{\underline{N}}_{n+1}$ par rapport à $\Delta_{\underline{\underline{\varepsilon}}}^{ela}$.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \underline{\underline{N}}_{n+1}}{\partial \Delta_{\underline{\underline{\varepsilon}}}^{ela}} &= \frac{\partial \underline{\underline{N}}_{n+1}}{\underline{\underline{s}}_{n+1}} : \frac{\partial \underline{\underline{s}}_{n+1}}{\partial \Delta_{\underline{\underline{\varepsilon}}}^{ela}} \\ &= \frac{1}{\|\underline{\underline{A}}_{n+1}\|} \left(\underline{\underline{K}} : \underline{\underline{C}}_{n+1} - \underline{\underline{C}}_{n+1} : \underline{\underline{N}}_{n+1} \otimes \underline{\underline{N}}_{n+1} \right) \end{aligned} \quad (4.41)$$

Ainsi :

$$\frac{\partial r_{\Delta_{\underline{\underline{\varepsilon}}}}^{ela}}{\partial \Delta_{\underline{\underline{\varepsilon}}}^{ela}} = \underline{\underline{1}} + \frac{\Delta \tilde{p}}{\|\underline{\underline{A}}_{n+1}\|} \left(\underline{\underline{K}} : \underline{\underline{C}}_{n+1} - \underline{\underline{C}}_{n+1} : \underline{\underline{N}}_{n+1} \otimes \underline{\underline{N}}_{n+1} \right) \quad (4.42)$$

D'autre part :

$$\frac{\partial r_{\Delta \underline{\underline{\varepsilon}}^{ela}}}{\partial \Delta \tilde{p}} = \underline{N}_{n+1} \quad (4.43)$$

$$\frac{\partial r_{\Delta \underline{\underline{\varepsilon}}^{ela}}}{\partial \Delta \sqrt{\rho}^N} = \underline{0} \quad (4.44)$$

Pour la dérivée partielle par rapport à l'écoulement cinématique, on a :

$$\begin{aligned} \frac{\partial r_{\Delta \underline{\underline{\varepsilon}}^{ela}}}{\partial \Delta \underline{\underline{\alpha}}} &= \Delta \tilde{p} \frac{\partial \underline{N}_{n+1}}{\partial \Delta \underline{\underline{\alpha}}} \\ &= \Delta \tilde{p} \frac{2C_{n+1}}{3 \parallel \underline{A}_{n+1} \parallel} \left(\underline{N}_{n+1} \otimes \underline{N}_{n+1} - \underline{1} \right) \end{aligned} \quad (4.45)$$

Dérivées partielles du résidu du multiplicateur viscoplastique

Rappelons l'expression du résidu :

$$r_{\Delta \tilde{p}} = \Delta \tilde{p} - \Delta t \sqrt{\frac{3}{2}} \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_{0n+1} \left(1 + \left(\frac{J_2(\underline{A}_{n+1}) - r_{n+1}}{H_{n+1}} \right)^2 \right) \sinh \left(\frac{J_2(\underline{A}_{n+1}) - r_{n+1}}{K_{n+1}} \right) \quad (4.46)$$

On pose

$$\begin{aligned} \Phi_{n+1} &= \frac{2}{H_{n+1}^2} \left(J_2(\underline{A}_{n+1}) - r_{n+1} \right) \sinh \left(\frac{J_2(\underline{A}_{n+1}) - r_{n+1}}{K_{n+1}} \right) + .. \\ ... &+ \frac{1}{K_{n+1}} \left(1 + \left(\frac{J_2(\underline{A}_{n+1}) - r_{n+1}}{K_{n+1}} \right)^2 \right) \cosh \left(\frac{J_2(\underline{A}_{n+1}) - r_{n+1}}{K_{n+1}} \right) \end{aligned} \quad (4.47)$$

Les dérivées partielles sont alors :

$$\frac{\partial r_{\Delta \tilde{p}}}{\partial \Delta \underline{\underline{\varepsilon}}^{ela}} = -\frac{3\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_{0n+1} \Delta t}{2} \Phi_{n+1} \underline{C}_{\underline{\underline{\varepsilon}}_{n+1}} : \underline{N}_{n+1} \quad (4.48)$$

$$\frac{\partial r_{\Delta \tilde{p}}}{\partial \Delta \tilde{p}} = 1 \quad (4.49)$$

$$\frac{\partial r_{\Delta \tilde{p}}}{\partial \Delta \sqrt{\rho}^N} = \frac{3\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_{0n+1} \Delta t a_{1n+1} G_{n+1} k_{1n+1} b N_\rho}{\sqrt{2}} \Phi_{n+1} \quad (4.50)$$

$$\frac{\partial r_{\Delta \tilde{p}}}{\partial \Delta \underline{\underline{\alpha}}} = C_{n+1} \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_{0n+1} \Delta t N_X \Phi_{n+1} \underline{N}_{n+1} \quad (4.51)$$

Dérivées partielles du résidu de la densité de dislocations

Le résidu est donné par :

$$\begin{aligned}
 r_{\Delta\sqrt{\rho}^N} &= \Delta\sqrt{\rho}^N - \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\Delta\tilde{p}M}{2bN_\rho} \left(k_{1_{n+1}} - k_{2_{n+1}} bN_\rho \sqrt{\rho_{n+1}}^N \right) \\
 &\quad + \frac{k_3 b^6}{2} N_\rho^6 \left(\sqrt{\rho_{n+1}}^N \right)^7 \Delta t
 \end{aligned} \tag{4.52}$$

Les dérivées partielles du résidu s'expriment :

$$\frac{\partial r_{\Delta\sqrt{\rho}^N}}{\partial \Delta_{\underline{\underline{\varepsilon}}^{ela}}} = \underline{\underline{0}} \tag{4.53}$$

$$\frac{\partial r_{\Delta\sqrt{\rho}^N}}{\partial \Delta\tilde{p}} = -\sqrt{\frac{2}{3}} \frac{M}{2bN_\rho} \left(k_{1_{n+1}} - k_{2_{n+1}} bN_\rho \sqrt{\rho_{n+1}}^N \right) \tag{4.54}$$

$$\frac{\partial r_{\Delta\sqrt{\rho}^N}}{\partial \Delta\sqrt{\rho}^N} = 1 + \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\Delta\tilde{p}M}{2} k_{2_{n+1}} + \frac{7k_3 b^6}{2} N_\rho^6 \left(\sqrt{\rho_{n+1}}^N \right)^6 \Delta t \tag{4.55}$$

$$\frac{\partial r_{\Delta\sqrt{\rho}^N}}{\partial \Delta_{\underline{\underline{\alpha}}}} = \underline{\underline{0}} \tag{4.56}$$

Dérivées partielles du résidu de l'écoulement cinématique

Le résidu s'exprime :

$$\begin{aligned}
 r_{\Delta_{\underline{\underline{\alpha}}}} &= \Delta_{\underline{\underline{\alpha}}} - \Delta\tilde{p} \frac{N_{n+1}}{C_{n+1}} + \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{D_{n+1}}{C_{n+1}} \Delta\tilde{p} \frac{X_{n+1}}{J_2(X_{n+1})} \\
 &\quad + \lambda_2 \frac{3k_{1_{n+1}}}{2} N_\rho^3 \left(\sqrt{\rho_{n+1}}^N \right)^3 \sinh \left(\frac{N\Omega}{RT_{n+1}} J_2(X_{n+1}) \right) \frac{X_{n+1}}{J_2(X_{n+1})} \Delta t
 \end{aligned} \tag{4.57}$$

Les dérivées partielles du résidu s'expriment :

$$\frac{\partial r_{\Delta_{\underline{\underline{\alpha}}}}}{\partial \Delta_{\underline{\underline{\varepsilon}}^{ela}}} = -\frac{\Delta\tilde{p}}{\| \underline{\underline{A}}_{n+1} \|} \left(\underline{\underline{K}} : \underline{\underline{C}}_{n+1} - \underline{\underline{C}}_{n+1} : \underline{\underline{N}}_{n+1} \otimes \underline{\underline{N}}_{n+1} \right) \tag{4.58}$$

$$\frac{\partial r_{\Delta_{\underline{\underline{\alpha}}}}}{\partial \Delta\tilde{p}} = -\frac{N_{n+1}}{C_{n+1}} + \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{D_{n+1}}{C_{n+1}} \frac{X_{n+1}}{J_2(X_{n+1})} \tag{4.59}$$

$$\frac{\partial r_{\Delta_{\underline{\underline{\alpha}}}}}{\partial \Delta\sqrt{\rho}^N} = \frac{9\lambda_2 k_{1_{n+1}}}{2} N_\rho^3 \left(\sqrt{\rho_{n+1}}^N \right)^2 \sinh \left(\frac{N\Omega}{RT_{n+1}} J_2(X_{n+1}) \right) \frac{X_{n+1}}{J_2(X_{n+1})} \Delta t \tag{4.60}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial r_{\Delta_{\underline{\underline{\alpha}}}}}{\partial \Delta_{\underline{\underline{\alpha}}}} &= \underline{\underline{1}} - \frac{2C_{n+1}}{3D_{n+1}} \frac{\Delta\tilde{p}}{\| \underline{\underline{A}}_{n+1} \|} \left(\underline{\underline{N}}_{n+1} \otimes \underline{\underline{N}}_{n+1} - \underline{\underline{1}} \right) + \sqrt{\frac{3}{2}} D_{n+1} \Delta\tilde{p} \frac{X_{n+1}}{J_2(X_{n+1})} + \dots \\
 &\quad \dots + \lambda_2 C_{n+1} k_{1_{n+1}} N_\rho^3 \left(\sqrt{\rho_{n+1}}^N \right)^3 \Delta t [A_1 + A_2]
 \end{aligned} \tag{4.61}$$

Avec

$$A_1 = \frac{3N\Omega}{2RT_{n+1}} \cosh\left(\frac{N\Omega}{RT_{n+1}} J_2(\underline{X}_{n+1})\right) \frac{\underline{X}_{n+1} \otimes \underline{X}_{n+1}}{J_2(\underline{X}_{n+1})^2} \quad (4.62)$$

$$A_2 = \sinh\left(\frac{N\Omega}{RT_{n+1}} J_2(\underline{X}_{n+1})\right) \left(\frac{\mathbb{1}}{J_2(\underline{X}_{n+1})^2} - \frac{3}{2} \frac{\underline{X}_{n+1} \otimes \underline{X}_{n+1}}{N_X J_2(\underline{X}_{n+1})^3} \right) \quad (4.63)$$

4.1.2.4 Choix des incréments initiaux

Les incréments initiaux sont choisis en supposant que l'incrément sera de type plastique parfait. Ainsi, $\Delta \underline{\sigma}_0 = \underline{0}$, $\Delta \underline{\varepsilon}_0^e = \underline{0}$ et $\Delta \underline{\varepsilon}_0^{vp} = \Delta \underline{\varepsilon}^{tot}$. L'incrément du multiplicateur viscoplastique initial est calculé par $\Delta \tilde{p}_0 = \|\Delta \underline{\varepsilon}_0^{vp}\|$.

Ensuite on calcule les deux incréments initiaux restant à partir des incréments précédents et de ces équations :

$$\begin{aligned} \Delta \sqrt{\rho}_0^N &= \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\Delta \tilde{p}_0 M}{2bN_\rho} \left(k_{1n+1} - k_{2n+1} b N_\rho (\sqrt{\rho}_n^N + \Delta \sqrt{\rho}_0^N) \right) \\ &\quad + \frac{k_3 b^6}{2} N_\rho^6 \left(\sqrt{\rho}_n^N + \Delta \sqrt{\rho}_0^N \right)^7 \Delta t \end{aligned} \quad (4.64)$$

$$\begin{aligned} \Delta \underline{\alpha}_0 &= \Delta \tilde{p}_0 \underline{N}_{n+1} - \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{D_{n+1}}{C_{n+1}} \Delta \tilde{p}_0 \underline{X}_{n+1} \\ &\quad - \lambda_2 \frac{3k_{1n+1}}{2} N_\rho^3 \left(\sqrt{\rho}_n^N + \Delta \sqrt{\rho}_0^N \right)^3 \sinh\left(\frac{N\Omega}{RT_{n+1}} J_2(\underline{X}_{n+1})\right) \frac{\underline{X}_{n+1}}{J_2(\underline{X}_{n+1})} \Delta t \end{aligned} \quad (4.65)$$

où $\underline{X}_{n+1}$ est calculé à partir de $\Delta \underline{\alpha}_{n+1} = \Delta \underline{\alpha}_n + \Delta \underline{\alpha}_0$.

Deux algorithmes de Newton-Raphson simples permettent de résoudre rapidement ces deux équations. On pourrait envisager de choisir comme incrément initial un incrément purement élastique, mais l'hypothèse choisie ici permet une convergence plus rapide pour des cas où les incréments sont très viscoplastiques.

4.1.2.5 Construction de l'opérateur tangent cohérent

L'opérateur tangent cohérent $\mathbb{L}$ peut être estimé à partir de l'inverse de la matrice jacobienne, calculée lors de la résolution du système d'équation implicite. Soit :

$$\mathbb{L} = \frac{\partial \Delta \underline{\sigma}}{\partial \Delta \underline{\varepsilon}} \quad (4.66)$$

D'autre part, en notant :

$$\left[\left[J \right]_{n+1}^i \right]^{-1} = \left[J^* \right]_{n+1}^i = \begin{bmatrix} J_{ee}^* & \cdots & J_{e\tilde{p}}^* \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ J_{\tilde{p}e}^* & \cdots & J_{\tilde{p}\tilde{p}}^* \end{bmatrix}_{n+1}^i \quad (4.67)$$

On a :

$$\partial \Delta_{\underline{\underline{\varepsilon}}_e} = J_{ee}^* : \partial \Delta_{\underline{\underline{\varepsilon}}} \quad (4.68)$$

Or :

$$\Delta_{\underline{\underline{\sigma}}} = \underline{\underline{C}}_{n+1} : \partial \Delta_{\underline{\underline{\varepsilon}}_e} \quad \text{donc} \quad \Delta_{\underline{\underline{\sigma}}} = \underline{\underline{C}}_{n+1} : J_{ee}^* : \partial \Delta_{\underline{\underline{\varepsilon}}} \quad (4.69)$$

Et ainsi :

$$\mathbb{L} = \underline{\underline{C}}_{n+1} : [J_{ee}^*] \quad (4.70)$$

4.1.3 Validation de l'intégration numérique

Le schéma d'intégration numérique a été implémenté en Fortran pour le logiciel Abaqus (UMAT), et en C++ pour le logiciel Zébulon .

Différents cas tests sont étudiés pour vérifier le bon fonctionnement de la UMAT et du schéma implicite pour Zébulon. La première étape de validation se fait sur un élément, en isotherme puis en anisotherme. On peut alors comparer ces résultats aux résultats du test avec une intégration numérique de type explicite (Runge Kutta, via un @Derivative en Zébulon). Ce modèle explicite est considéré comme le modèle de référence, car il a servi à l'identification du comportement du matériau.

Dans un deuxième temps on effectue des tests sur une éprouvette de forme haltère, identique à celle utilisée pour les essais de comportement dans la partie 2. L'objectif de cet essai est d'effectuer un calcul sur structure plus complexe.

4.1.3.1 Tests sur un élément à température constante

Des tests sont effectués à différentes températures, on présente dans ce paragraphe les comparaisons pour des essais de traction-compression uniaxiaux cycliques à 300 et 850°C. Les boucles contrainte-déformation sont comparées pour différents schémas d'intégration pour des essais de traction compression à différents niveaux de chargement. Les essais sont pilotés en déformation. Les chargements sont présentés Figure 4.1. On observe Figures 4.2 et 4.3 que la UMAT et le code Zébulon implicite convergent en effet vers la solution donnée par le code Zébulon explicite.

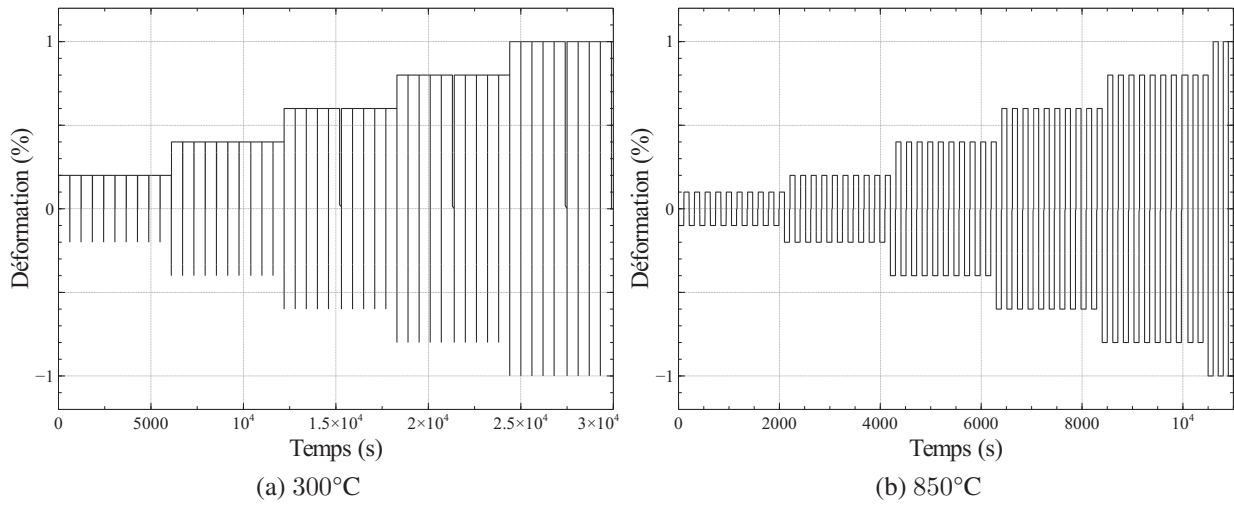


FIGURE 4.1: Chargements imposés lors des simulations

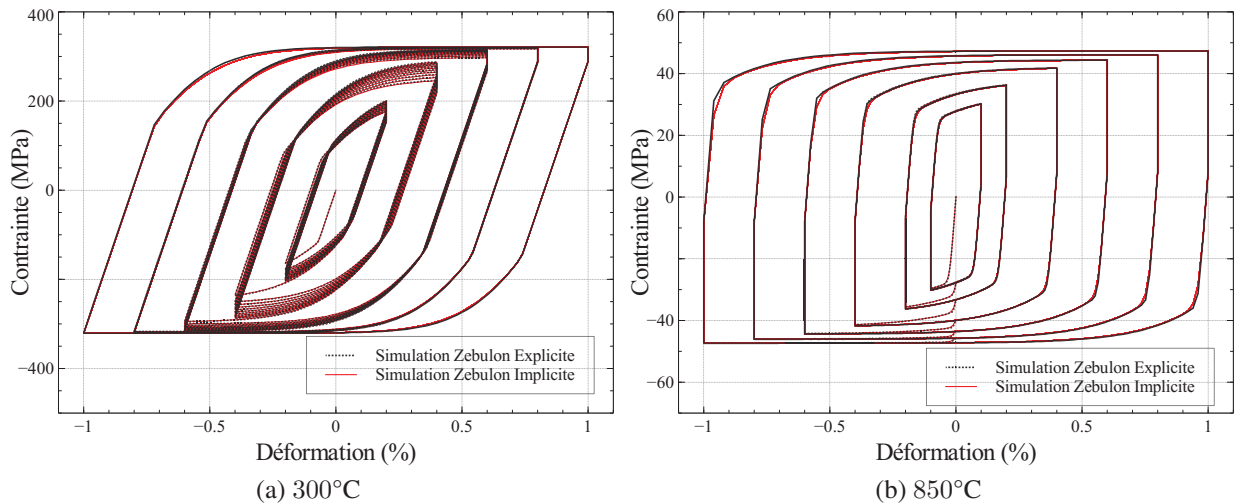


FIGURE 4.2: Comparaison Zébulon Implicite / Zébulon Explicite

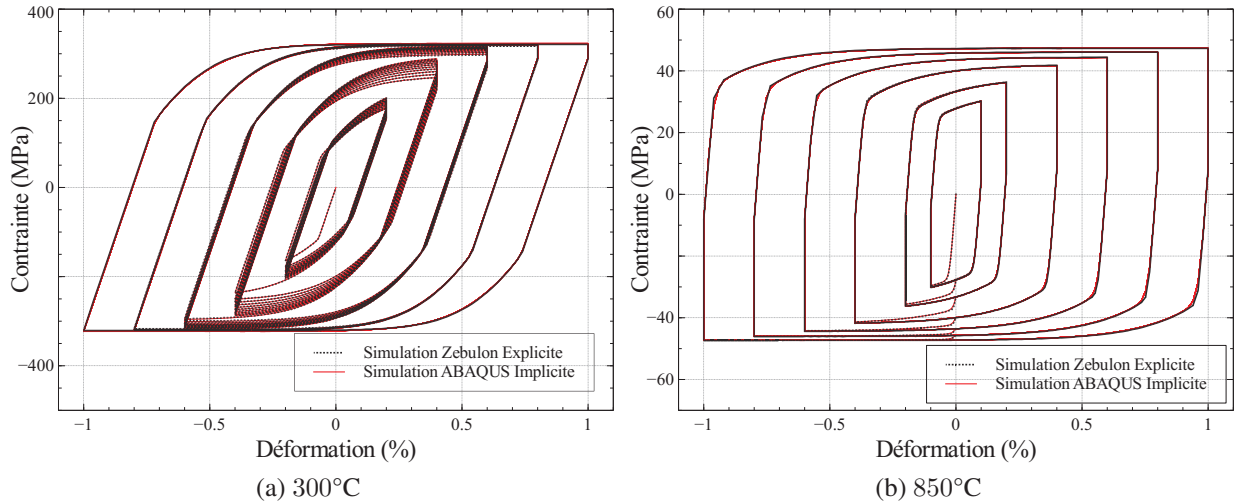


FIGURE 4.3: Comparaison Abaqus Implicite / Zébulon Explicite

4.1.3.2 Tests sur un élément en conditions anisothermes

Le même test est effectué avec les conditions thermiques présentées dans la Figure 4.4. En effet, certaines erreurs de modélisation peuvent être masquées pour des simulations isothermes, ainsi il est nécessaire de valider aussi le modèle pour des chargements non isothermes. La bonne corrélation des simulations présentée Figure 4.5 valide le modèle.

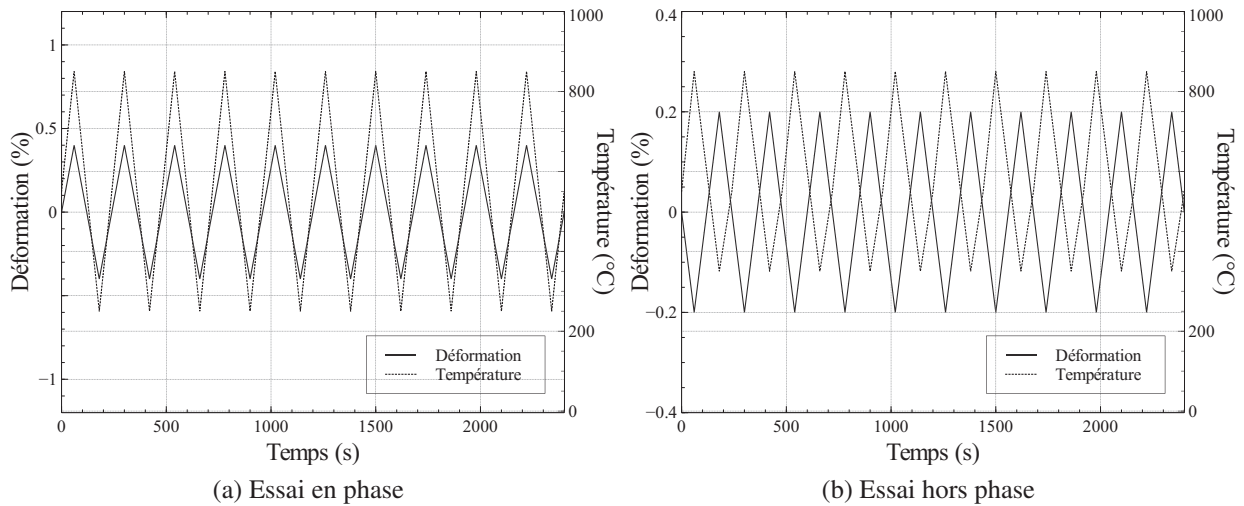


FIGURE 4.4: Chargements imposés lors des simulations

Notons que parfois le calcul implicite effectué par Zébulon ne converge pas vers la bonne solution avec $\underline{X}$ comme variable interne, comme le montre la Figure 4.6. Ceci est dû à une trop grande différence dans les ordres de grandeur des variables d'intégration. Il est donc nécessaire de la remplacer par $\underline{\alpha}$ tel que :

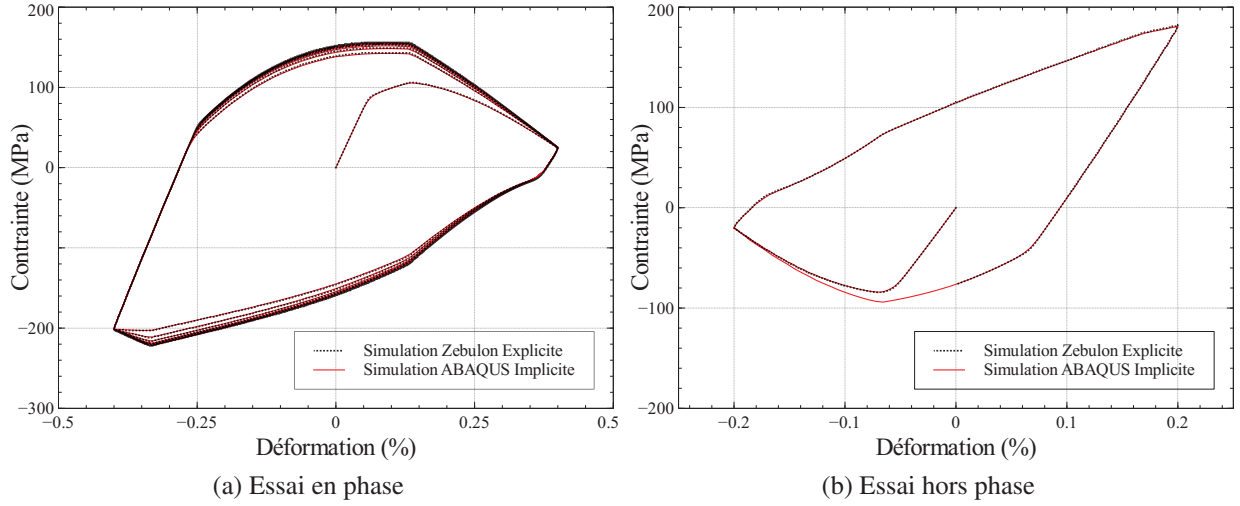


FIGURE 4.5: Comparaison Abaqus Implicite / Zébulon Explicite

$$\underline{\underline{\alpha}} = \frac{3}{2C} \underline{\underline{X}} \quad (4.71)$$

Ainsi, on obtient une réponse qui converge vers la solution donnée par la résolution explicite de Zébulon. Dans la UMAT, ce problème n'apparaît pas en raison d'une gestion de la mémoire différente et la variable $\underline{\underline{X}}$ peut être conservée.

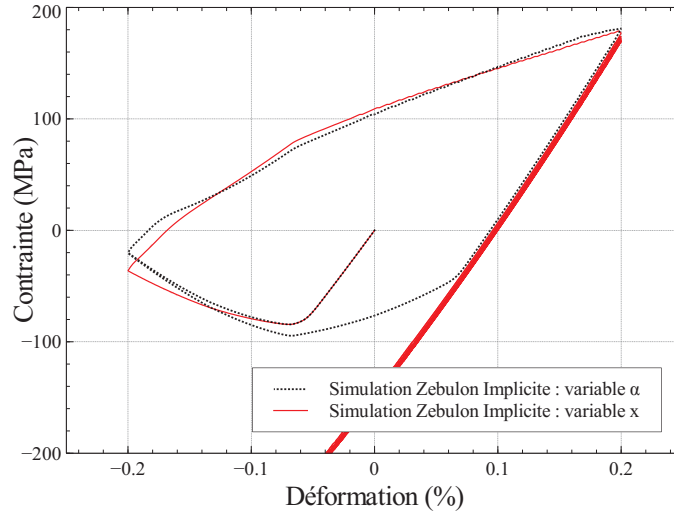


FIGURE 4.6: Influence du choix de la variable d'érouissage cinématique sur le schéma implicite Zébulon

4.1.3.3 Tests sur une éprouvette

Le test du modèle sur une éprouvette plus complexe montre que la UMAT permet une convergence vers une solution réaliste présentée Figure 4.7. On constate ici la capacité de notre code Fortran à répondre

à des sollicitations complexes avec des temps CPU raisonnables.

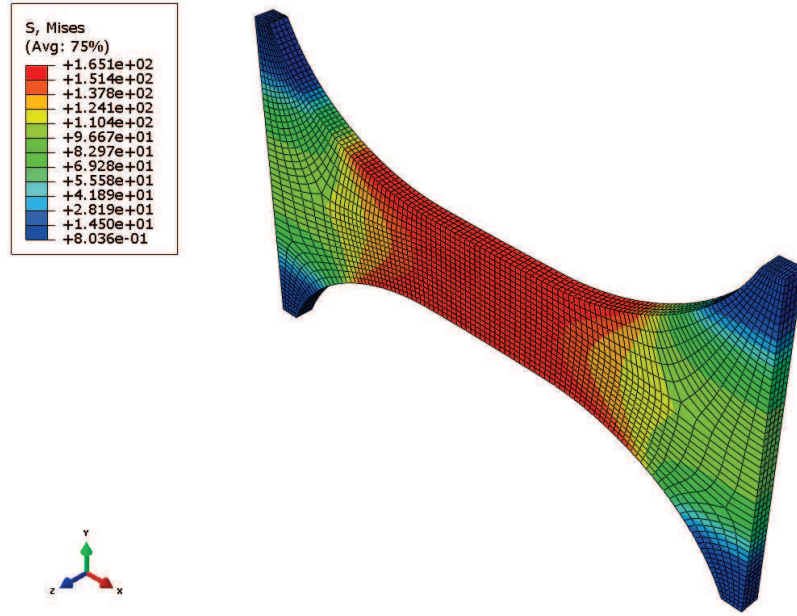


FIGURE 4.7: Validation du modèle sur une éprouvette

4.2 Intégration numérique du modèle proposé

4.2.1 Rappel du modèle

La loi de comportement proposée suite à ces travaux de thèse est présentée dans le chapitre 3. On modifie alors les équations de la partie 4.1 en conséquence mais sur le même principe. L'intégration de deux phases est l'étape la plus différente pour le schéma d'intégration.

On rappelle les équations, i correspondant à l'indice de la phase :

$$\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^{vp} = F\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_1^{vp} + (1 - F)\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_2^{vp} \quad (4.72)$$

$$\underline{\underline{\sigma}}_i = \underline{\underline{\sigma}} + aG \left(\underline{\underline{\varepsilon}}^{vp} - \underline{\underline{\varepsilon}}_i^{vp} \right) \quad (4.73)$$

$$\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_i^{vp} = \frac{3}{2} \dot{p}_i \frac{\underline{\underline{s}}_i - \underline{\underline{X}}_i}{J_2(\underline{\underline{s}}_i - \underline{\underline{X}}_i)} \quad (4.74)$$

$$\dot{p}_i = \frac{\dot{p}_0}{M_i} \left(\frac{J_2(\underline{\underline{s}}_i - \underline{\underline{X}}_i)}{GM_i} \right)^2 \sinh \left(\frac{J_2(\underline{\underline{s}}_i - \underline{\underline{X}}_i) - r_i}{K} \right) \quad (4.75)$$

$$\dot{\underline{\underline{\alpha}}}_i = \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_i^{vp} - \frac{3D}{2C} \dot{p}_i \underline{\underline{X}}_i \quad (4.76)$$

$$r_i = a_0 G b \sqrt{\rho_{i,0}} + a_{(i)}(T) G b (\sqrt{\rho_i} - \sqrt{\rho_{i,0}}) \quad (4.77)$$

$$\dot{\rho}_i = \frac{\dot{p}_i M_i}{b} (k_1 \sqrt{\rho_i} - k_2 b \rho_i) \quad (4.78)$$

avec

$$\underline{\underline{X}} = \frac{2C}{3} \underline{\underline{\alpha}} \quad (4.79)$$

$$J_2(\underline{\underline{s}}_i - \underline{\underline{X}}_i) = \sqrt{\frac{3}{2}(\underline{\underline{s}}_i - \underline{\underline{X}}_i) : (\underline{\underline{s}}_i - \underline{\underline{X}}_i)} \quad (4.80)$$

$$(4.81)$$

4.2.2 Intégration numérique

L'intégration locale du comportement du matériau permet d'exprimer toutes les variables internes du problème à l'instant $n + 1$ en fonction des déformations à l'instant $n + 1$ et des variables internes à l'instant n . La déformation à l'instant $n + 1$ est donnée par la formule suivante :

$$\underline{\underline{\varepsilon}}_{n+1} = \underline{\underline{\varepsilon}}_n + \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}} \Delta t \quad (4.82)$$

Pour toutes les autres variables $\underline{\underline{v}}$ du problème, on a :

$$\underline{\underline{v}}_{n+1} = \underline{\underline{v}}_n + \Delta \underline{\underline{v}} \quad (4.83)$$

Dans chaque phase $i = \{1, 2\}$, la surface de charge est définie par :

$$f(\underline{\underline{s}}_i - \underline{\underline{X}}_i) = J_2(\underline{\underline{s}}_i - \underline{\underline{X}}_i) - R_i \quad (4.84)$$

avec :

$$\underline{\underline{s}}_i = dev(\underline{\underline{\sigma}}_i) \quad (4.85)$$

$$\underline{\underline{\sigma}}_i = \underline{\underline{\sigma}} + aG(\underline{\underline{\varepsilon}}^{vp} - \underline{\underline{\varepsilon}}_i^{vp}) \quad (4.86)$$

$$\begin{aligned} \underline{\underline{\sigma}} &= \underline{\underline{C}} : (\underline{\underline{\varepsilon}}^T - \underline{\underline{\varepsilon}}^{vp} - \underline{\underline{\varepsilon}}^{th}) \\ &= \underline{\underline{C}} : (\underline{\underline{\varepsilon}}^T - \alpha_T(T - T_0)\underline{\underline{1}}) - 2G(T)\underline{\underline{\varepsilon}}^{vp} \end{aligned} \quad (4.87)$$

$$J_2(\underline{\underline{s}}_i - \underline{\underline{X}}_i) = \sqrt{\frac{3}{2}(\underline{\underline{s}}_i - \underline{\underline{X}}_i) : (\underline{\underline{s}}_i - \underline{\underline{X}}_i)} \quad (4.88)$$

On pose, pour chaque phase i :

$$\tilde{p}_i = \sqrt{\frac{3}{2}} p_i \quad (4.89)$$

$$\underline{\underline{A}}_i = \underline{\underline{s}}_i - \underline{\underline{X}}_i \quad (4.90)$$

$$\| \underline{\underline{A}} \|_i = \sqrt{\underline{\underline{A}}_i : \underline{\underline{A}}_i} \quad (4.91)$$

$$\underline{\underline{N}}_i = \frac{\underline{\underline{A}}_i}{\| \underline{\underline{A}} \|_i} \quad (4.92)$$

et ainsi, on a :

$$\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_i^{vp} = \dot{\tilde{p}}_i \underline{\underline{N}}_i \quad (4.93)$$

4.2.2.1 Passage de seuil d'élasticité

Dans chaque phase, la limite d'élasticité à l'instant $n + 1$ est donnée par la relation :

$$r_{i,n+1} = a_{0,n+1} G_{n+1} b \sqrt{\rho_{i,0,n+1}} - a_{(i),n+1} G_{n+1} b (\sqrt{\rho_{i,n+1}} - \sqrt{\rho_{i,0,n+1}}) \quad (4.94)$$

On calcule le tenseur de contraintes prédit $\underline{\underline{\sigma}}_{i,n+1}^* = \underline{\underline{\sigma}}_{i,n} + \Delta \underline{\underline{\sigma}}_i^{elastique}$ dans chaque phase i, avec :

$$\Delta \underline{\underline{\sigma}}_i^{elastique} = \underline{\underline{C}}_{n+1} : \Delta \underline{\underline{\varepsilon}}^{tot} + \Delta \underline{\underline{C}} : \underline{\underline{\varepsilon}}_{n+1}^{tot} - 2 \Delta \mu \underline{\underline{\varepsilon}}_n^{vp} \quad (4.95)$$

Puis on calcule chaque déviateur $\underline{\underline{s}}_{i,n+1}^* = dev(\underline{\underline{\sigma}}_{i,n+1}^*)$ et $J_2(\underline{\underline{s}}_i^* - \underline{\underline{X}}_i)$ dans chaque phase :

- Si $J_2(\underline{\underline{s}}_i^* - \underline{\underline{X}}_i) < r_i$ dans les deux phases, l'hypothèse d'évolution élastique est validée et on actualise les valeurs dans ce sens,
- Si $J_2(\underline{\underline{s}}_i^* - \underline{\underline{X}}_i) < r_i$ dans au moins l'une des deux phases, on se place dans un cas viscoplastique. On applique alors une correction à $\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^*$ grâce à un algorithme de retour radial.

4.2.2.2 Ecriture des incréments des variables du problème

Incréments de Contrainte

On a :

$$\begin{aligned}\Delta_{\underline{\underline{\sigma}}} &= \dot{\underline{\underline{\sigma}}}_{n+1} \cdot \Delta t \\ &= \Delta_{\underline{\underline{C}}} : (\underline{\underline{\varepsilon}}_{n+1}^{tot} - \alpha_{T_{n+1}}(T_{n+1} - T_0)\underline{\underline{1}}) + \frac{C}{\underline{\underline{C}}_{n+1}} : (\Delta_{\underline{\underline{\varepsilon}}}^{tot} - \Delta\alpha_T(T_{n+1} - T_0)\underline{\underline{1}} + \dots \\ &\quad \dots - \alpha_{T_{n+1}}\Delta T\underline{\underline{1}}) - 2\Delta\mu_{\underline{\underline{\varepsilon}}_{n+1}}^{vp} - 2\mu_{n+1}(F\Delta_{\underline{\underline{\varepsilon}}_1}^{vp} + (1-F)\Delta_{\underline{\underline{\varepsilon}}_2}^{vp})\end{aligned}\quad (4.96)$$

$$\begin{aligned}\Delta_{\underline{\underline{\sigma}}_1} &= \Delta_{\underline{\underline{\sigma}}} + aG(\Delta_{\underline{\underline{\varepsilon}}}^{vp} - \Delta_{\underline{\underline{\varepsilon}}_1}^{vp}) \\ &= \Delta_{\underline{\underline{\sigma}}} + aG(1-F)(\Delta_{\underline{\underline{\varepsilon}}_2}^{vp} - \Delta_{\underline{\underline{\varepsilon}}_1}^{vp})\end{aligned}\quad (4.97)$$

$$\begin{aligned}\Delta_{\underline{\underline{\sigma}}_2} &= \Delta_{\underline{\underline{\sigma}}} + aG(\Delta_{\underline{\underline{\varepsilon}}}^{vp} - \Delta_{\underline{\underline{\varepsilon}}_2}^{vp}) \\ &= \Delta_{\underline{\underline{\sigma}}} + aGF(\Delta_{\underline{\underline{\varepsilon}}_1}^{vp} - \Delta_{\underline{\underline{\varepsilon}}_2}^{vp})\end{aligned}\quad (4.98)$$

Incrément de Déformation élastique

On a :

$$\underline{\underline{\varepsilon}}_{n+1}^{ela} = \underline{\underline{\varepsilon}}_n^{ela} + \Delta_{\underline{\underline{\varepsilon}}}^{ela}, \text{ et } \Delta_{\underline{\underline{\varepsilon}}}^{ela} = \Delta_{\underline{\underline{\varepsilon}}}^{tot} - \Delta_{\underline{\underline{\varepsilon}}}^{vp} = \Delta_{\underline{\underline{\varepsilon}}}^{tot} - F\Delta_{\underline{\underline{\varepsilon}}_1}^{vp} - (1-F)\Delta_{\underline{\underline{\varepsilon}}_2}^{vp}$$

et ainsi :

$$\begin{aligned}\Delta_{\underline{\underline{\varepsilon}}}^{ela} &= \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_{n+1}^{ela} \Delta t \\ &= \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_{n+1}^{tot} \Delta t - F\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_{1,n+1}^{vp} \Delta t - (1-F)\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_{2,n+1}^{vp} \Delta t \\ &= \Delta_{\underline{\underline{\varepsilon}}}^{tot} - F\Delta\tilde{p}_1\underline{\underline{N}}_{1,n+1} - (1-F)\Delta\tilde{p}_2\underline{\underline{N}}_{2,n+1}\end{aligned}\quad (4.99)$$

Incrément du multiplicateur viscoplastique

Dans chaque phase :

$$\begin{aligned}\Delta\tilde{p}_i &= \dot{\tilde{p}}_{i,n+1} \Delta t \\ &= \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\dot{p}_{0,n+1} \Delta t}{M_i} \left(\frac{J_2(\underline{\underline{A}}_{i,n+1})}{G_{n+1} M_i} \right)^2 \sinh \left(\frac{J_2(\underline{\underline{A}}_{i,n+1}) - r_{i,n+1}}{K_{n+1}} \right)\end{aligned}\quad (4.100)$$

$$(4.101)$$

On note que p_i est nul si la phase i ne plastifie pas. Ainsi, les autres variables de la phase seront nulles.

Incrément de la variable densité de dislocations

Dans chaque phase :

$$\begin{aligned}\Delta\rho_i^N &= \dot{\rho}_{i,n+1}^N \Delta t \\ &= \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\Delta\tilde{p}_i M_i}{b} \left(k_{1n+1} \sqrt{\rho_{i,n+1}^N} - k_{2n+1} b \rho_{i,n+1}^N \right)\end{aligned}\quad (4.102)$$

Incrément de la variable d'érouissage cinématique

Dans chaque phase :

$$\begin{aligned}\Delta\underline{\underline{\alpha}}_{i,n+1} &= \dot{\underline{\underline{\alpha}}}_{i,n+1} \Delta t \\ &= \frac{\Delta\tilde{p}_i}{D_{n+1}} \underline{\underline{N}}_{i,n+1} - \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{D_{n+1}}{C_{n+1}} \Delta\tilde{p}_i \underline{\underline{X}}_{i,n+1}\end{aligned}\quad (4.103)$$

4.2.2.3 Construction de la jacobienne : Calcul des résidus et des dérivées partielles associées

Les incréments des variables du problème forment un système de 22 équations implicites couplées associées aux variables $\underline{\underline{\varepsilon}}_{ela}$, p_1 , p_2 , ρ_1 , ρ_2 , $\underline{\underline{X}}_1$ et $\underline{\underline{X}}_2$. La résolution est la même que celle présentée dans la section précédente. Au pas de temps t_{n+1} , on écrit :

$$\left\{ \mathcal{U} \right\}_{n+1}^{i+1} = \left\{ \mathcal{U} \right\}_{n+1}^i - \left\{ \mathcal{R} \right\}_{n+1}^i \left[\left[J \right]_{n+1}^i \right]^{-1} \quad (4.104)$$

Pour résoudre ce système, il est nécessaire de calculer l'ensemble des dérivées partielles des résidus des variables du problème, qui ne seront pas détaillées ici, car aucune difficulté n'apparaît par rapport au calcul des résidus pour le modèle [Rémy et al., 2011].

4.2.2.4 Construction de l'opérateur tangent cohérent

L'opérateur tangent cohérent $\mathbb{L}$ peut être estimé à partir de l'inverse de la matrice jacobienne, calculée lors de la résolution du système d'équation implicite. Comme dans la section précédente, il s'écrit :

$$\mathbb{L} = \underline{\underline{C}}_{n+1} : [J_{ee}^*] \quad (4.105)$$

4.3 Conclusions

Le modèle de comportement proposé dans [Rémy et al., 2011] a été intégré de manière implicite dans un code de calcul pour une application dans le logiciel Abaqus et dans un autre code de calcul pour Zébulon. Le schéma d'intégration pour le modèle proposé dans le chapitre 3 a été détaillé afin de faciliter

une prochaine intégration dans un code de calcul.

Analyse modale d'une structure précontrainte

Sommaire

5.1	Introduction	112
5.2	Étude analytique	112
5.2.1	Hypothèses de calcul	113
5.2.2	Équation locale du comportement	113
5.2.3	Fréquences propres d'une poutre non précontrainte de caractéristiques uniformes	114
5.2.4	Fréquences propres d'une poutre précontrainte de caractéristiques uniformes	116
5.2.5	Comparaison entre modèle type poutre et modèle type plaque	119
5.3	Étude numérique avec la méthode des éléments finis	120
5.3.1	Principe des éléments finis	120
5.3.2	Influence du maillage	121
5.3.3	Évolution des fréquences propres en fonction d'une précharge thermomécanique	122
5.3.4	Comparaison avec la méthode analytique pour un matériau élastique	123
5.3.5	Prise en compte d'une masse ponctuelle	124
5.3.6	Conclusions	125
5.4	Présentation de l'expérience	126
5.4.1	Définition de l'essai	126
5.4.2	Dispositif expérimental	127
5.4.3	Description de l'essai	131
5.5	Résultats	133
5.5.1	Premiers résultats	133
5.5.2	Prise en compte d'une masse ajoutée	133

CHAPITRE 5. ANALYSE MODALE D'UNE STRUCTURE PRÉCONTRAINTÉ

5.5.3	Influence de la température	135
5.5.4	Conclusions	136
5.6	Calcul sur une structure complexe	137
5.6.1	Calcul modal initial - modélisation simplifiée PSA	138
5.6.2	Nouvelle proposition de calcul	140
5.7	Conclusions	143

5.1 Introduction

L'étude des modes de flexion d'une structure simple avec une précharge non linéaire s'inscrit dans la préparation du travail de recherche effectué concernant la projection d'un critère de fatigue sur la base modale d'une structure. Plus précisément, nous nous intéressons au cas d'une sollicitation vibratoire superposée à un chargement thermomécanique. L'objectif de cette étude préliminaire est d'obtenir une méthode de détermination précise des modes propres ; et notamment des fréquences propres associées.

On souhaite ainsi étudier la réponse modale d'une structure soumise à un chargement thermomécanique et dont le comportement est élasto-viscoplastique. La valeur des fréquences de vibration et la réponse dynamique de la structure dépendent des précontraintes et des paramètres du matériau. Toutefois, pour déterminer le comportement dynamique de la structure, il est primordial de déterminer préalablement si l'état élasto-viscoplastique du matériau permet, tout de même, d'utiliser une projection linéaire sur base modale et si la plasticité et la viscosité liées au chargement thermomécanique remettent ou non en cause ce modèle.

Cette étude sera composée d'une partie analytique, d'une partie numérique ainsi que d'une partie expérimentale, l'objectif étant de faire une comparaison modèle/expérience. Elle est effectuée sur une éprouvette droite de AISI 441 dont les dimensions et caractéristiques sont présentées dans le Tableau 6.2. Cette éprouvette à géométrie très simple a été choisie afin de pouvoir effectuer un calcul analytique sur une poutre droite. On s'intéressera ici aux modes de flexion de l'éprouvette, soumise à différents types de chargements pour différentes températures.

Dimensions	
Longueur	140 mm
Largeur	10 mm
Épaisseur	1.5 mm
Caractéristiques	
Module d'Young à 20°C	181.2 GPa
Masse volumique à 20°C	7.7 g/cm ³

TABLE 5.1: Dimensions et caractéristiques de l'éprouvette

5.2 Étude analytique

L'étude analytique est basée sur les hypothèses de poutres de Bernoulli. Le logiciel Matlab permet ici de calculer les valeurs des fréquences propres à partir des données initiales et des équations présentées ci-dessous. On souhaite estimer l'influence des différents paramètres et d'une précontrainte sur les valeurs d'une fréquence propre d'une structure.

5.2.1 Hypothèses de calcul

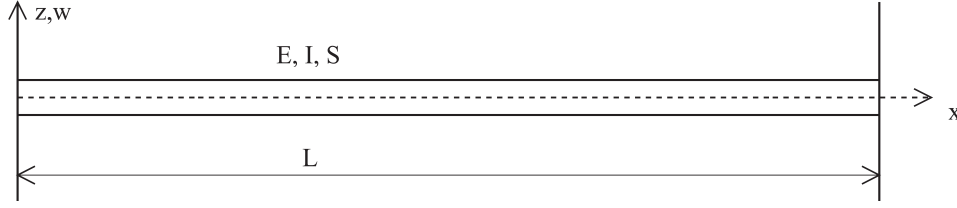


FIGURE 5.1: Schéma d'un modèle de poutre

On considère une poutre de longueur L , de masse volumique ρ et de section droite S , encadrée aux deux extrémités comme présentée dans la Figure 5.1. Pour l'étude des vibrations transverses de la poutre en flexion, les hypothèses de Bernoulli indiquent que :

- la section droite de la poutre est indéformable,
- le déplacement transverse est uniforme sur la section droite et se limite au déplacement dans le plan Oxz ,

$$w = w(x) \quad v = 0 \quad (5.1)$$

- la composante axiale de déplacement provient de la rotation de la section droite. Les sections droites restent perpendiculaires à la fibre neutre.

$$u(x, t) = -z \frac{\partial w}{\partial x} \quad (5.2)$$

5.2.2 Équation locale du comportement

Pour une poutre avec section constante, l'équation locale s'écrit [Géradin and Rixen, 1996] :

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = -\frac{EI}{\rho S} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \quad (5.3)$$

avec E le module d'Young et I le moment d'inertie.

En faisant l'hypothèse d'un mouvement harmonique $w(x, t) = w(x) \sin(\omega t)$, on obtient l'équation :

$$\frac{EI}{\rho S} \frac{d^4 w}{dx^4} - \omega^2 w = 0 \quad (5.4)$$

avec comme conditions aux limites pour le cas étudié :

$$\left(\frac{dw}{dx} \right)_{x=0} = \left(\frac{dw}{dx} \right)_{x=L} = w(0) = w(L) = 0 \quad (5.5)$$

En utilisant les notations $\eta = w/L$ et $\xi = x/L$ et en introduisant la valeur propre non dimensionnelle

$\mu^4 = \frac{\omega^2 \rho S L^4}{EI}$, on obtient l'équation adimensionnée :

$$\eta'''' - \mu^4 \eta = 0 \quad (5.6)$$

5.2.3 Fréquences propres d'une poutre non précontrainte de caractéristiques uniformes

La solution générale de l'équation 5.6 est de la forme suivante :

$$\eta = A s_1(\mu\xi) + B c_1(\mu\xi) + C s_2(\mu\xi) + D c_2(\mu\xi) \quad (5.7)$$

Avec A , B , C et D des constantes à déterminer et s_1 , c_1 , s_2 et c_2 les fonctions de *Duncan* définies comme telles :

$$s_1(\mu\xi) = \sin(\mu\xi) + \sinh(\mu\xi) \quad (5.8)$$

$$c_1(\mu\xi) = \cos(\mu\xi) + \cosh(\mu\xi) \quad (5.9)$$

$$s_2(\mu\xi) = -\sin(\mu\xi) + \sinh(\mu\xi) \quad (5.10)$$

$$c_2(\mu\xi) = -\cos(\mu\xi) + \cosh(\mu\xi) \quad (5.11)$$

Ces fonctions s'avèrent très utiles car elle se déduisent l'une de l'autre par dérivation :

$$c_2 = \frac{1}{\mu} s_2' = \frac{1}{\mu^2} c_1'' = \frac{1}{\mu^3} s_1''' \quad (5.12)$$

Les conditions aux limites s'écrivent $\eta(0) = \eta(1) = \eta'(0) = \eta'(1) = 0$. Ainsi, on en déduit le système d'équations ci-après :

$$A = 0 \quad (5.13)$$

$$B = 0 \quad (5.14)$$

$$C s_2(\mu) + D c_2(\mu) = 0 \quad (5.15)$$

$$C c_2(\mu) + D s_1(\mu) = 0 \quad (5.16)$$

En résolvant le système, on obtient la condition suivante :

$$\cos(\mu) = 1 / \cosh(\mu) \quad (5.17)$$

On peut observer les solutions sur la Figure 5.2. En effet, les racines du système correspondent aux points d'intersection des deux courbes $f(\mu) = \cos(\mu)$ et $g(\mu) = \frac{1}{\cosh(\mu)}$

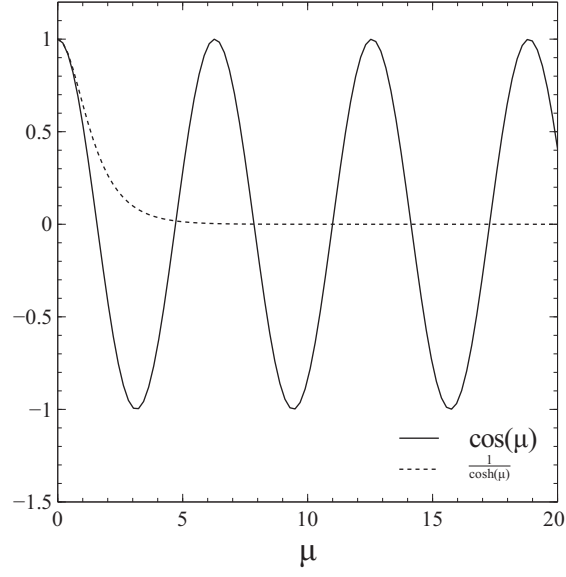


FIGURE 5.2: Résolution de l'équation aux valeurs propres

Les premières solutions sont alors :

$$\mu_1 \simeq 4.730 \quad (5.18)$$

$$\mu_2 \simeq 7.853 \quad (5.19)$$

$$\mu_3 \simeq 10.996 \quad (5.20)$$

Pour $n > 3$, $\frac{1}{\cosh(\mu)}$ s'annule alors on peut faire l'approximation suivante :

$$\mu_n \simeq \frac{(2n+1)\pi}{2} \quad (5.21)$$

Le $n^{\text{ième}}$ mode peut alors s'écrire :

$$w_n(x) = Cste * \left(\sinh\left(\frac{\mu_n x}{L}\right) - \sin\left(\frac{\mu_n x}{L}\right) - \frac{\sinh(\mu_n) - \sin(\mu_n)}{\cosh(\mu_n) - \cos(\mu_n)} \left(\cosh\left(\frac{\mu_n x}{L}\right) - \cos\left(\frac{\mu_n x}{L}\right) \right) \right) \quad (5.22)$$

Avec $Cste$ choisie telle que $\int_0^L w^2 = 1$.

On peut observer les déformées modales dans la Figure 5.3.

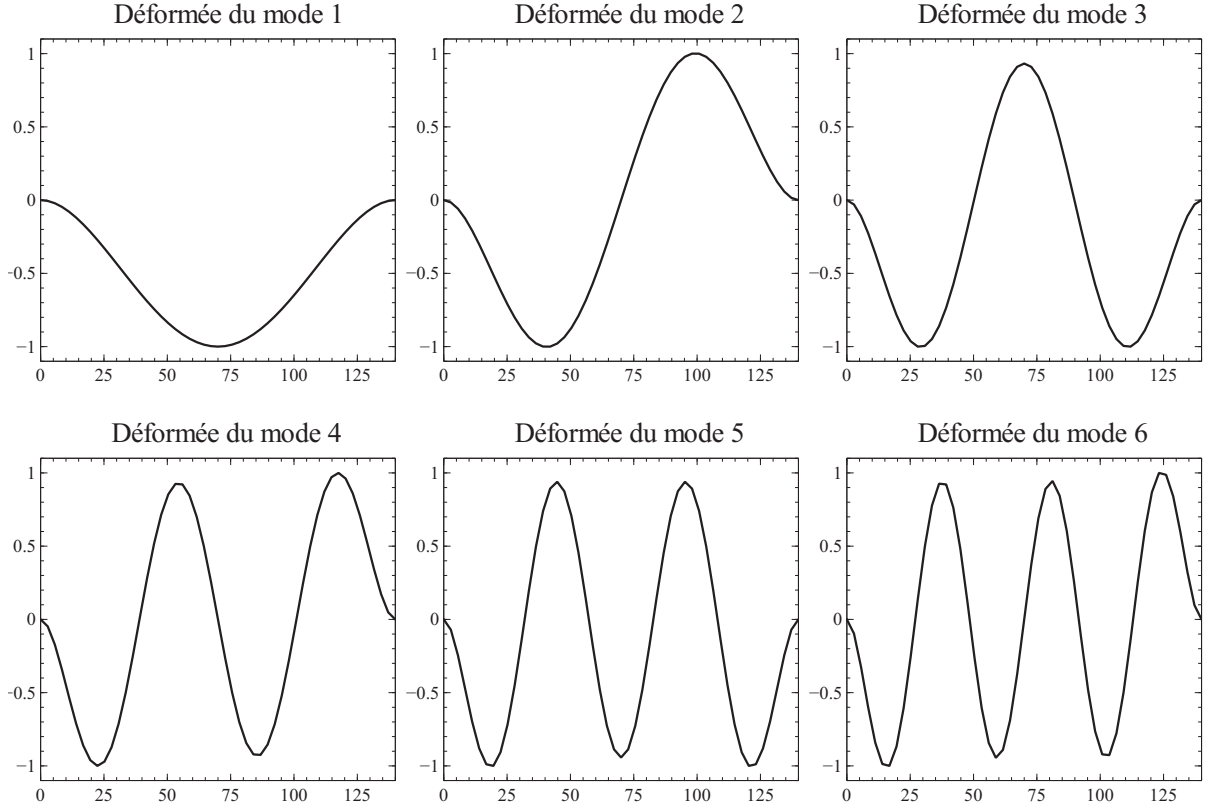


FIGURE 5.3: Déformées modales normées pour les 6 premiers modes

5.2.4 Fréquences propres d'une poutre précontrainte de caractéristiques uniformes

Dans le cas où une sollicitation axiale N_0 est appliquée, les déplacements proviennent de la superposition de la rotation des sections droites (hypothèse Bernoulli) et du déplacement initial :

$$\begin{aligned} u(x, t) &= -z \frac{\partial w}{\partial x} \\ v &= 0 \\ w &= w(x) \end{aligned} \tag{5.23}$$

avec

$$N_0(x) = AE\epsilon_0(x) \tag{5.24}$$

L'équation locale devient alors :

$$\frac{EI}{\rho S} \frac{d^4 w}{dx^4} - \frac{N_0}{\rho S} \frac{d^2 w}{dx^2} - \omega^2 w = 0 \tag{5.25}$$

Le calcul complet doit de nouveau être effectué et on résout alors l'équation caractéristique liée à

l'équation 5.25 :

$$\frac{EI}{\rho S} k^4 - \frac{N_0}{\rho S} k^2 - \omega^2 = 0 \quad (5.26)$$

Les solutions de cette équation avec les conditions aux limites d'une poutre bi-encastree sont :

$$k_1 = i \sqrt{\frac{\sqrt{N_0^2 + 4\rho S EI \omega^2} - N_0}{2EI}} \quad (5.27)$$

$$k'_1 = -i \sqrt{\frac{\sqrt{N_0^2 + 4\rho S EI \omega^2} - N_0}{2EI}} \quad (5.28)$$

$$k_2 = \sqrt{\frac{\sqrt{N_0^2 + 4\rho S EI \omega^2} + N_0}{2EI}} \quad (5.29)$$

$$k'_2 = -\sqrt{\frac{\sqrt{N_0^2 + 4\rho S EI \omega^2} + N_0}{2EI}} \quad (5.30)$$

La solution de l'équation est donc de la forme :

$$w(x) = A \cos(k_1 x) + B \sin(k_1 x) + C \cosh(k_2 x) + D \sinh(k_2 x) \quad (5.31)$$

Les conditions aux limites nous donnent l'équation :

$$\frac{N_0}{EI} \sinh(k_2 L) \sin(k_1 L) + \sqrt{\frac{\rho S}{EI}} 2\omega (1 - \cos(k_1 L) \cosh(k_2 L)) = 0 \quad (5.32)$$

et en réutilisant les notations de la première partie, on obtient :

$$\frac{N_0}{EI} \sinh(\mu_2) \sin(\mu_1) + \frac{2\mu}{L} (1 - \cos(\mu_1) \cosh(\mu_2)) = 0 \quad (5.33)$$

Avec

$$\mu_1 = \sqrt{\sqrt{\left(\frac{N_0 L^2}{2EI}\right)^2 + \mu^4} - \frac{N_0 L^2}{2EI}} \quad (5.34)$$

$$\mu_2 = \sqrt{\sqrt{\left(\frac{N_0 L^2}{2EI}\right)^2 + \mu^4} + \frac{N_0 L^2}{2EI}} \quad (5.35)$$

La solution de l'Équation 5.32 est alors déterminée numériquement.

Dans la Figure 5.4, on observe l'évolution des premières fréquences propres en fonction de la contrainte (a) ou la déformation imposée (b). Dans le modèle, l'évolution de la longueur de l'éprouvette avec le chargement en traction imposé est prise en compte, mais pas le rétrécissement de la section. On peut

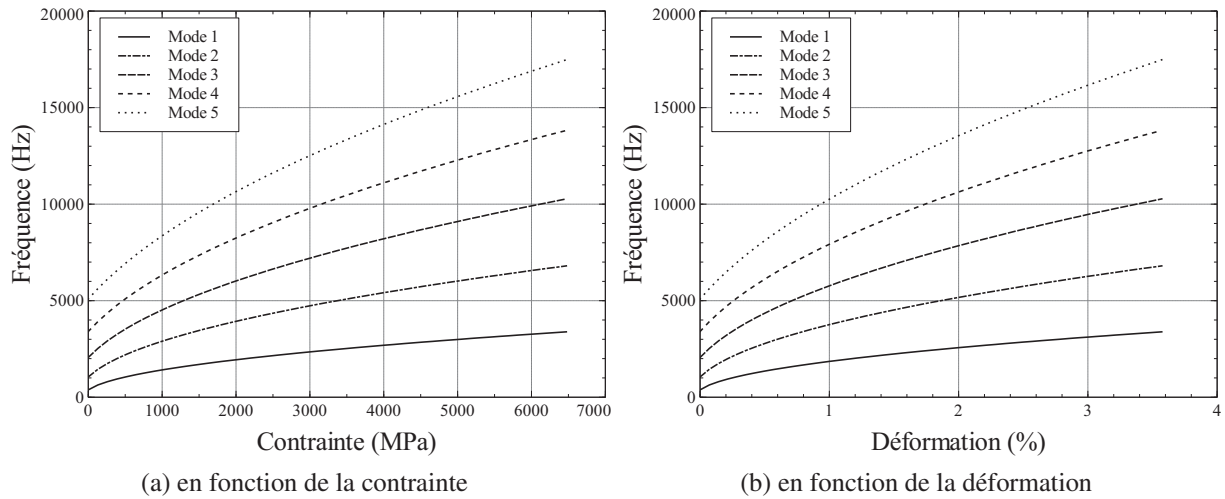


FIGURE 5.4: Influence de la précontrainte sur la valeur des fréquences propres

déjà observer que l'influence d'une précontrainte élastique n'est pas négligeable, la valeur de la première fréquence propre est augmentée de plus de 2% pour une déformation de 0.1%. Dans les courbes Figure 5.5, on compare le résultat d'un calcul avec et sans prise en compte de l'allongement. On constate que l'erreur est de l'ordre de 1.5% par pourcentage de déformation appliqué à l'éprouvette. Les courbes Figure 5.6 montrent quant à elles l'influence de la contrainte dans le calcul. Dans ce calcul on prend uniquement en compte l'allongement de l'éprouvette - et non la précontrainte - et l'erreur est au minimum de 50% pour 1% de déformation appliquée, toujours en supposant le comportement élastique. Ainsi on peut conclure que c'est la valeur de la précontrainte et non la modification de la géométrie due au chargement qui impacte majoritairement la valeur des fréquences propres.

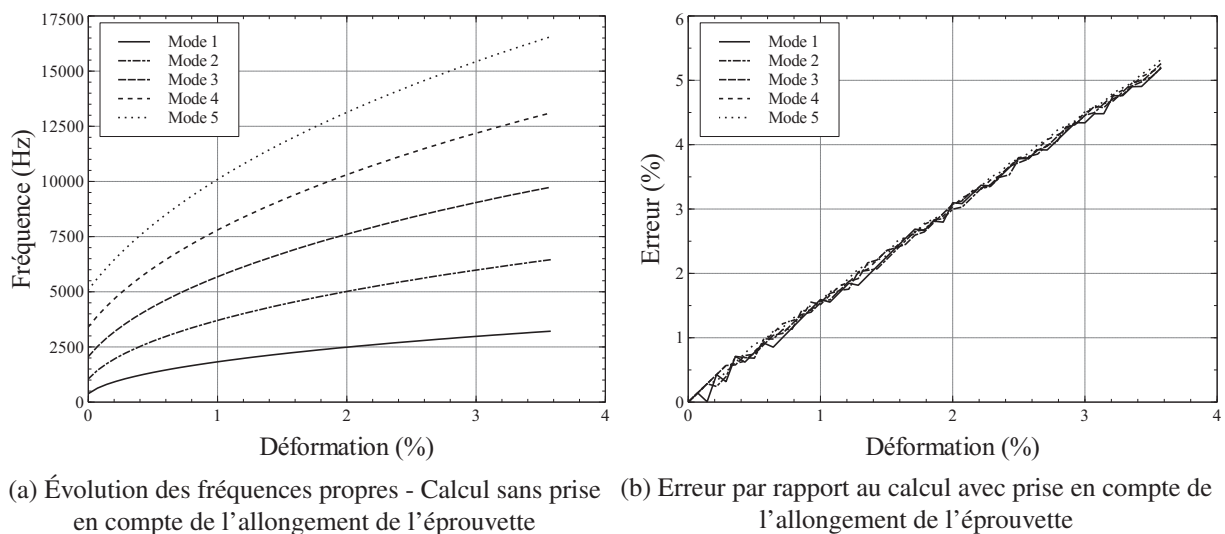


FIGURE 5.5: Influence de l'allongement sur la valeur des fréquences propres d'une éprouvette précontrainte

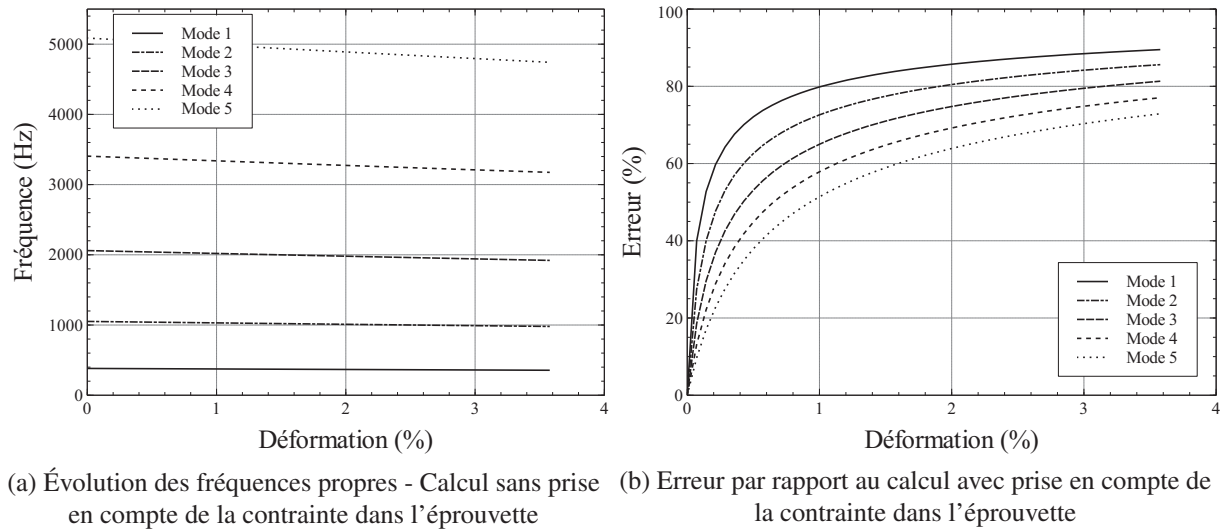


FIGURE 5.6: Influence de la précontrainte sur la valeur des fréquences propres

5.2.5 Comparaison entre modèle type poutre et modèle type plaque

La largeur de la plaque n'est potentiellement pas négligeable par rapport à son épaisseur. Ainsi, il est intéressant d'évaluer l'impact de notre choix de modélisation sur le résultat final, à savoir le calcul des modes. Si on décide de modéliser notre éprouvette comme une plaque, il faut remplacer le terme EI par une raideur équivalente $D = \frac{EI}{1 - \nu^2}$. Ce facteur de différence $\frac{1}{1 - \nu^2}$ provient du fait que la plaque n'a pas la possibilité de s'étendre librement sur les côtés.

Les Tableaux 5.2 (a) et (b) permettent de comparer les valeurs des modes pour la même éprouvette, considérée dans le premier cas comme une poutre et dans le deuxième cas comme une plaque, avec ou sans chargement. Le calcul d'erreur Tableau 5.2 ainsi que la Figure 5.7 montrent que la différence entre les modèles plaque et poutre est plus importante pour une éprouvette peu ou non précontrainte. Cependant, dans notre étude nous pouvons considérer qu'une erreur de l'ordre de 4 % est négligeable. De plus, il semble plus cohérent étant donné les dimensions de l'éprouvette de maintenir une modélisation de type poutre.

N° du mode	Fréquence (poutre)	Fréquence (plaque)	Pourcentage d'erreur
1	382 Hz	397 Hz	3.7%
2	1052 Hz	1095 Hz	4.0%
3	2062 Hz	2148 Hz	4.2%
4	3409 Hz	3551 Hz	4.1%
5	5092 Hz	5304 Hz	4.1%

TABLE 5.2: Fréquences propres associées aux modes de flexion de l'éprouvette non précontrainte - modèles poutre et plaque

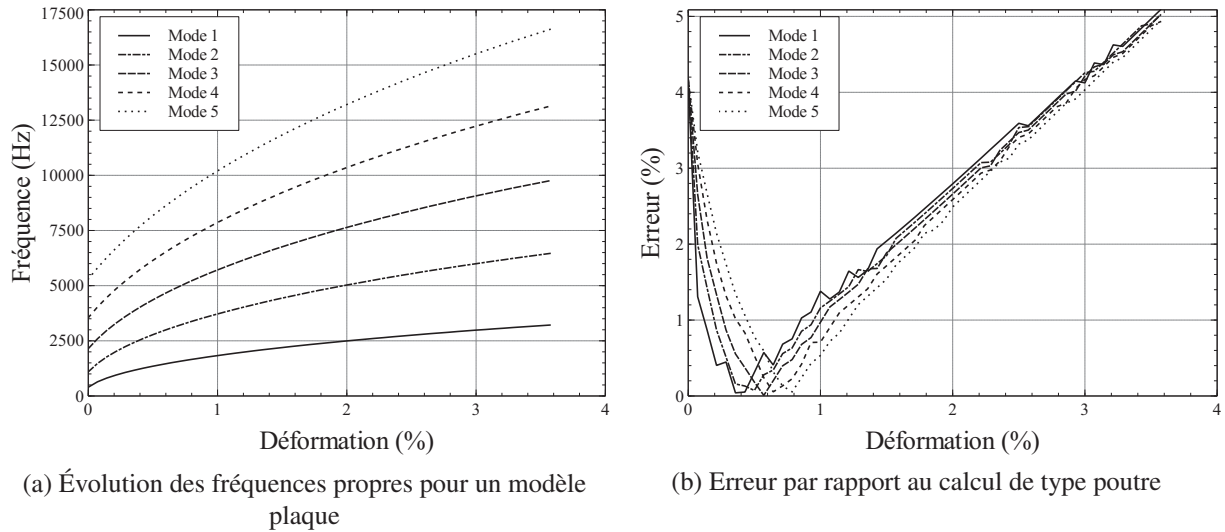


FIGURE 5.7: Comparaison des modèles poutre et plaque

5.3 Étude numérique avec la méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis permet de résoudre des équations aux dérivées partielles avec conditions aux limites, notamment en mécanique. C'est pourquoi cette méthode est utilisée dans l'industrie pour résoudre des problèmes mécaniques sur des structures complexes et les dimensionner au plus juste. L'objectif de cette étude est de comprendre la méthode de dimensionnement actuellement utilisée chez PSA Peugeot Citroën et, si nécessaire, de l'améliorer afin de décrire au plus juste la réponse d'une structure à une sollicitation vibratoire.

5.3.1 Principe des éléments finis

Pour calculer les modes propres de la structure, le logiciel d'éléments finis Abaqus résout le problème aux valeurs propres $(-\omega^2 \mathbf{M} + \mathbf{K})\phi = \mathbf{0}$, où $\mathbf{M}$ est la matrice de masse, $\mathbf{K}$ la matrice de raideur et ϕ le vecteur propre, et ω le mode de vibration. Le système est résolu grâce à un algorithme de Lanczos [Lanczos, 1950], [Lanczos, 1952].

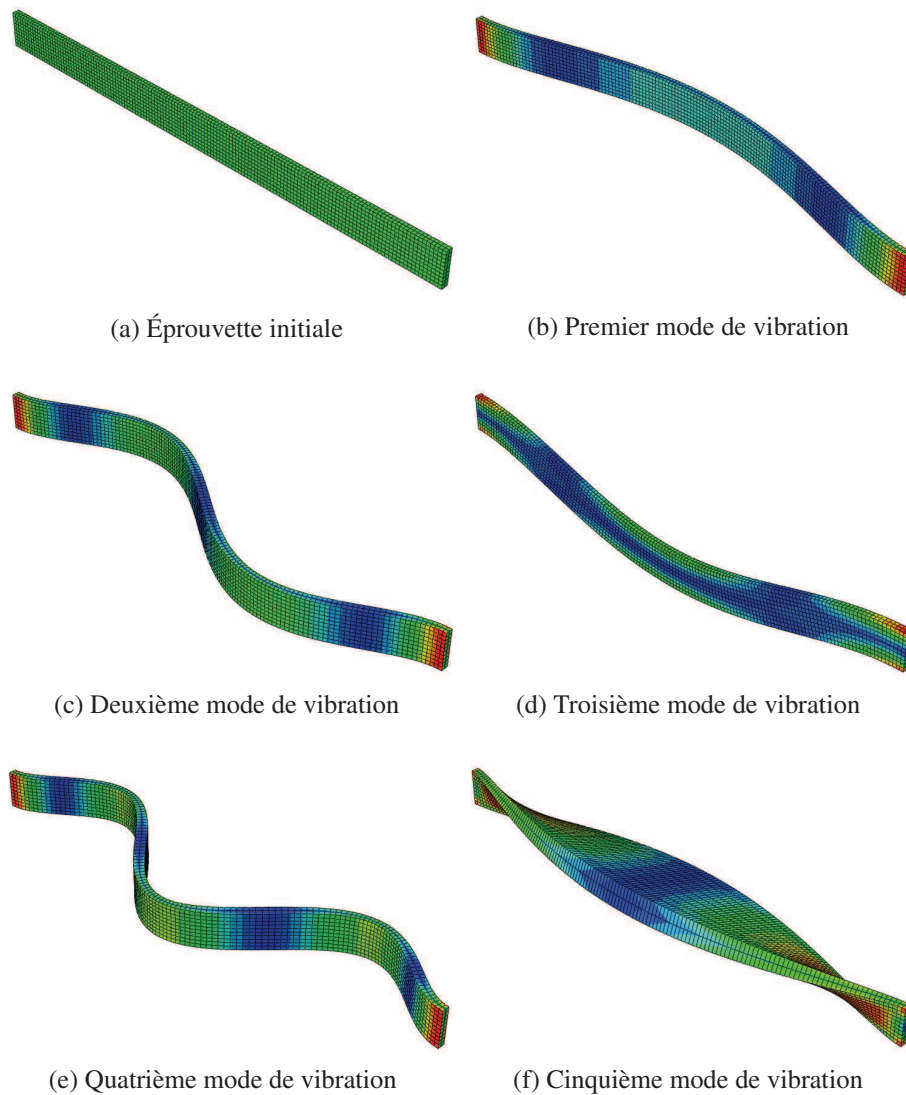


FIGURE 5.8: Visualisation de l'éprouvette et de ses 5 premiers modes sous Abaqus

Dans la Figure 5.8, on observe les déformées des 5 premiers modes de l'éprouvette présentée précédemment. On remarque que les modes qui vont nous intéresser, c'est-à-dire les modes de flexion sollicités lors de l'essai, correspondent aux modes 1, 2 et 4.

5.3.2 Influence du maillage

Une étude comparative sur l'influence du maillage a également été réalisée pour optimiser les temps de calcul tout en garantissant des résultats satisfaisant. On compare différents maillages constitués d'éléments hexaédriques sur l'éprouvette à laquelle on impose un déplacement de 2 mm à 20°C ($\sigma_0 = 207$ MPa). Le nombre de nœuds du maillage dans chaque direction est doublé pour le maillage fin et divisé par

deux pour le maillage grossier, par rapport au maillage intermédiaire.

Fréquences propres avant chargement			
N° du mode	Maillage grossier	Maillage intermédiaire	Maillage fin
1	401	387	387
2	1102	1064	1062
3	2173	2084	2081
4	3505	3448	3440
Contraintes de Von Mises dans la zone utile après chargement			
	372 MPa	372 MPa	372 MPa
Viscoplasticité cumulée dans la zone utile			
	$1,25 \cdot 10^{-2}$	$1,25 \cdot 10^{-2}$	$1,25 \cdot 10^{-2}$

TABLE 5.3: Étude de l'influence du maillage

Un calcul thermomécanique donne des résultats semblables pour tous les maillages. En revanche, le calcul des fréquences propres par la méthode des éléments finis majore la valeur des fréquences propres par rapport à un calcul analytique. Lorsque l'on raffine un modèle, la valeur des fréquences propres diminue, car on augmente le nombre de degrés de liberté et ainsi on assouplit la structure. Par conséquent la fréquence propre diminue. Le maillage grossier ne donne pas des résultats satisfaisants, mais le maillage intermédiaire, qui sera utilisé dans toute cette étude, donne des résultats comparables à un maillage plus fin.

Différents types d'éléments finis sont également testés. Dans un premier temps, on teste différents éléments volumiques (éléments tétraédriques, hexagonaux ou prismes) puis des éléments coques (triangles et carrés). On présente dans les Tableaux 5.4 et 5.5 les valeurs des premières fréquences propres de l'éprouvette sans précontrainte pour les différents types d'éléments. La modélisation avec des éléments surfaciques semble plus cohérente pour des mesures modales. Toutefois nous ne l'utiliserons pas dans notre étude car pour le calcul thermomécanique, l'utilisation des éléments volumiques est préférée [Masson, 2010]. De plus, les résultats fournis par les éléments hexaédriques sont satisfaisants pour une taille d'éléments de 0,5 (Tableau 5.3). Les calculs effectués chez PSA Peugeot Citroën sur les collecteurs d'échappements sont donc effectués avec des éléments hexaédriques.

5.3.3 Évolution des fréquences propres en fonction d'une précharge thermomécanique

Les calculs ci-dessous sont réalisés sur l'éprouvette à 20°C. On impose un déplacement de 0.1 mm à 6 mm en traction à une extrémité. Le comportement du matériau utilisé est celui décrit dans [Rémy et al., 2011] et dont les paramètres ont été optimisés sur une traction simple (Figure 5.9). Les

	Éléments hexaédriques		Éléments tétraédriques		Éléments prismes	
Dimension élément	0.5	1	0.5	1	0.5	1
Mode 1	387 Hz	401 Hz	435 Hz	487 Hz	392 Hz	405 Hz
Mode 2	1065 Hz	1103 Hz	1198 Hz	1340 Hz	1081 Hz	1115 Hz
Mode 3	1706 Hz	1712 Hz	2347 Hz	2624 Hz	2119 Hz	2186 Hz

TABLE 5.4: Influence du maillage sur les fréquences propres calculées - éléments volumiques

	Éléments carrés			Éléments triangulaires	
Dimension élément	0.5	1	2	0.5	1
Mode 1	386 Hz	386 Hz	387 Hz	386 Hz	386 Hz
Mode 2	1064 Hz	1064 Hz	1066 Hz	1064 Hz	1064 Hz
Mode 3	1705 Hz	1707 Hz	1711 Hz	1707 Hz	1713 Hz

TABLE 5.5: Influence du maillage sur les modes calculées - éléments coques

résultats des trois premiers modes de flexion sont illustrés en Figure 5.10.

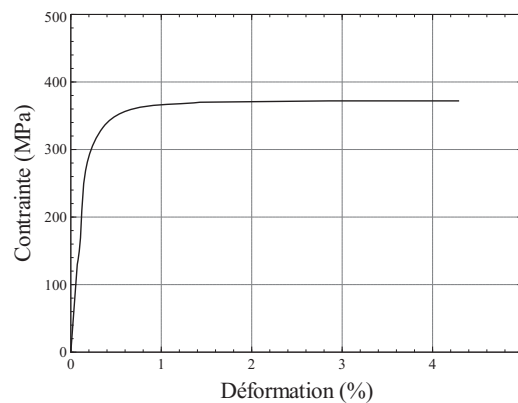


FIGURE 5.9: Traction simple à 20°C

À partir d'une certaine limite de déformation, la valeur des fréquences propres cesse d'augmenter. L'évolution des valeurs des fréquences propres est corrélée avec l'évolution de la contrainte. En effet, le plateau de contrainte semble correspondre à la stabilisation de la valeur des fréquences propres. On constate alors ici aussi que la valeur des fréquences propres est plus liée à l'apparition d'une précontrainte qu'à une modification de la longueur de l'éprouvette lors d'une traction.

5.3.4 Comparaison avec la méthode analytique pour un matériau élastique

Les fréquences propres de la poutre en flexion calculées de manière analytique sont présentées dans le Tableau 5.6. On indique dans le même tableau les valeurs des fréquences propres pour une éprouvette

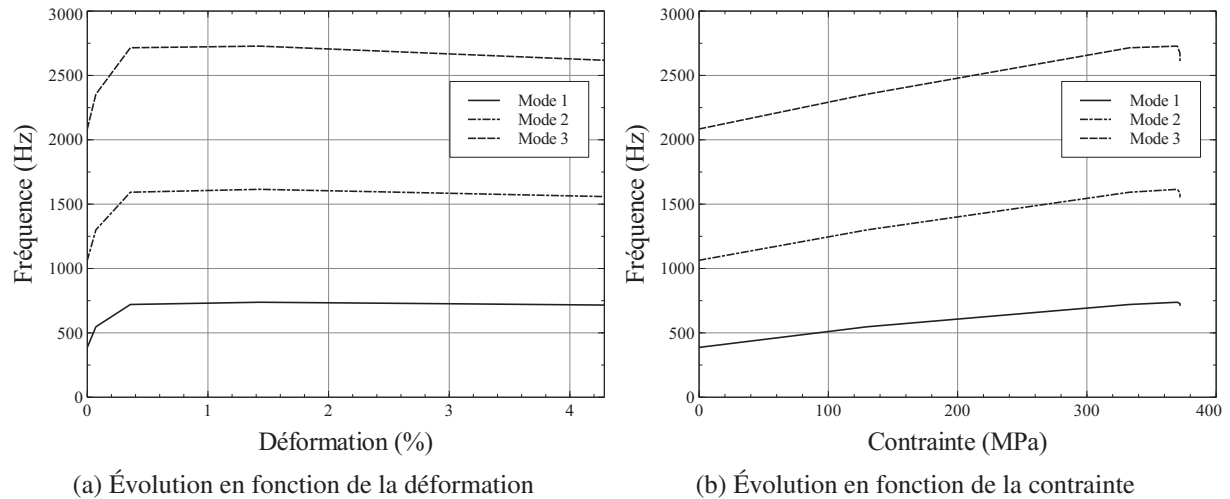


FIGURE 5.10: Évolution des fréquences propres en fonction du chargement

avec un comportement élastique déterminées par la méthode des éléments finis avec le logiciel Abaqus, pour des éléments hexaédriques et un maillage intermédiaire. La méthode de détermination des fréquences propres correspond à une perturbation linéaire et ne prend pas en compte des effets de plasticité ou de viscosité du matériau.

N° du mode de flexion	Fréquence (calcul direct)	Fréquence (calcul EF)	Pourcentage d'erreur
1	382 Hz	387 Hz	1.3 %
2	1052 Hz	1064 Hz	1.1 %
3	2062 Hz	2084 Hz	1.1 %
4	3409 Hz	3448 Hz	1.1 %
5	5092 Hz	5147 Hz	1.1 %
6	7113 Hz	7180 Hz	0.9 %

TABLE 5.6: Fréquences propres de flexion de l'éprouvette

5.3.5 Prise en compte d'une masse ponctuelle

Il est possible de prendre en compte une masse ponctuelle dans le calcul des modes propres de la poutre. En effet, un accéléromètre étant sur la structure lors de l'essai, il convient donc de le prendre en compte dans le calcul éléments finis. La méthode la plus simple consiste à ajouter des masses ponctuelles sur plusieurs points du maillage. La Figure 5.11 présente l'éprouvette et les dimensions utilisées (position de l'accéléromètre notamment).

Dans la Figure 5.12, on illustre les valeurs des trois premiers modes de flexion sans précontrainte, en prenant en compte la position de l'accéléromètre. On observe que plus l'accéléromètre est proche d'un

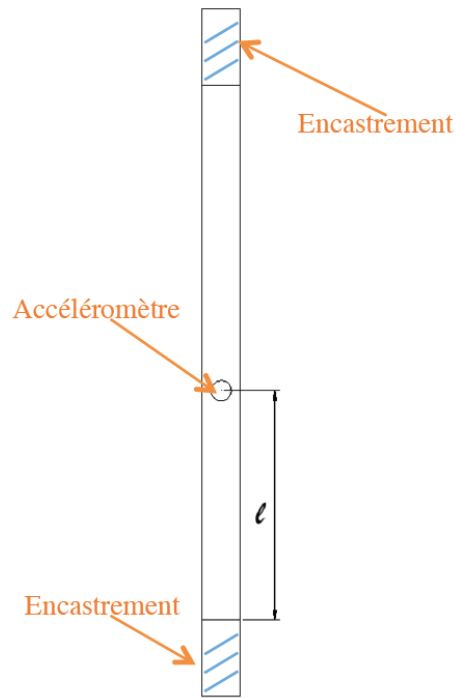


FIGURE 5.11: Éprouvette et position de l'accéléromètre

noeud de vibration, plus son impact sur la mesure est faible. L'erreur peut être de l'ordre de 5 % dans le cas présent pour la première fréquence propres, si on se place sur un noeud de vibration d'un mode. L'accéléromètre a toujours tendance à sous-estimer la valeur des fréquences propres.

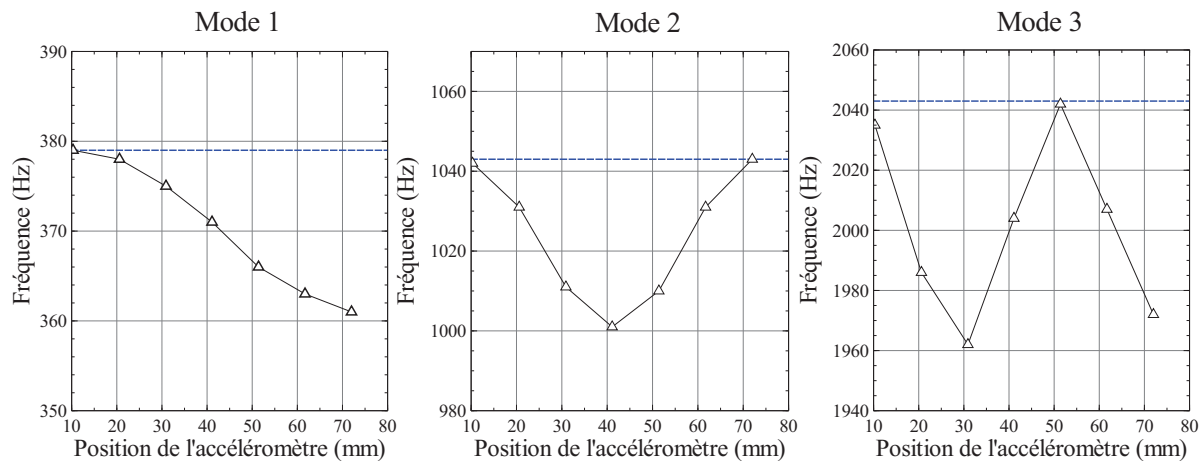


FIGURE 5.12: Influence de la position de l'accéléromètre sur les trois premières fréquences propres

5.3.6 Conclusions

La prise en compte de la précontrainte modifie la valeur des fréquences propres de manière non négligeable. La prochaine étape consistera à vérifier expérimentalement que les fréquences propres sont

proches de celles calculées avec les hypothèses de calcul actuelles.

L'influence de l'accéléromètre sur la mesure devra être prise en compte car nous avons observé une influence non négligeable de cet instrument de mesure sur les résultats.

5.4 Présentation de l'expérience

5.4.1 Définition de l'essai

Le but de cet essai est de mesurer expérimentalement les fréquences propres d'une éprouvette soumise à un chargement thermomécanique, à l'origine de précontraintes. Il faut définir un essai simple pour mesurer les fréquences propres d'une éprouvette soumise aux différents chargements suivants :

- éprouvette initiale sans chargement,
- éprouvette avec précontraintes et déformations élastiques,
- éprouvette avec précontraintes et déformations plastiques (résultats de la loi proposée en [Rémy et al., 2011]).

Différents essais seront réalisés en faisant varier :

- l'amplitude de chargement,
- le comportement du matériau (via la température),
- la nature du chargement.

La principale hypothèse à vérifier est qu'une fois l'état du matériau connu (par exemple après plastification), il suffit de recalculer les fréquences propres à partir de cet état donné : mêmes propriétés mais contrainte moyenne et dimension de l'éprouvette modifiée.

L'étude est réalisée à l'aide d'une plaque d'acier AISI 441 encastree aux deux extrémités. Sa longueur est fixée à 180 mm, afin d'avoir 140 mm d'éprouvette hors mors comme pour l'étude numérique, comme représenté Figure 5.13. Pour effectuer les essais, j'ai à ma disposition deux plaques d'acier AISI 441 de 1.46 mm d'épaisseur et de surface $270 * 300 \text{ mm}^2$.

Cette éprouvette est encastree à ses deux extrémités. Il est possible d'appliquer une force ou un déplacement à l'une des extrémités de l'éprouvette pendant l'essai. Les méthodes de détection des fréquences propres des modes de flexion de l'éprouvette sont présentées dans la partie suivante.

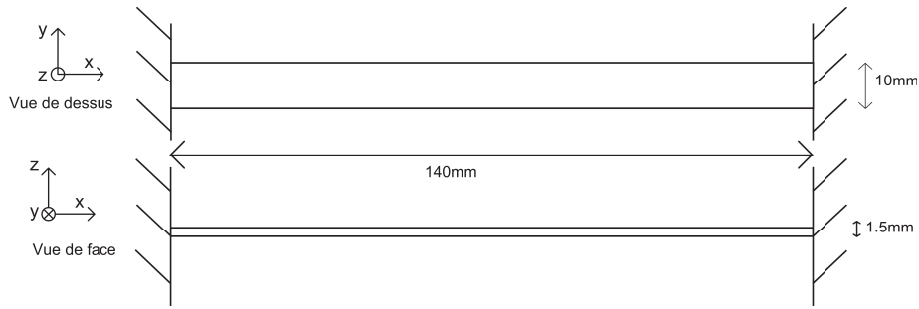


FIGURE 5.13: Éprouvette choisie pour l'essai de calcul des fréquences propres

5.4.2 Dispositif expérimental

5.4.2.1 Dispositifs de mesure des fréquences propres

Les paragraphes suivants présentent les différents dispositifs utilisés pour mesurer les fréquences propres de l'éprouvette bi-encastrée. La méthode d'analyse vibratoire la plus couramment utilisée consiste en l'excitation de la structure et l'enregistrement de la réponse. Il existe deux catégories d'excitateurs : ceux qui sont directement en contact avec la structure et agissent pendant toute la durée de l'essai (ex : pot vibrant, bobine/aimant) et ceux qui ne sont en contact que pendant un certain laps de temps (ex : marteau d'impact).

Le pot vibrant et la tête d'impédance

La première méthode utilisée pour la détection des fréquences propres de l'éprouvette est l'utilisation d'un pot vibrant. Celui-ci est accroché à l'éprouvette comme dans la Figure 5.14. La tête d'impédance récupère la force et l'accélération à la sortie du pot vibrant qui lui émet un signal de balayage de 1 Hz à 10 000 Hz. L'expérience montre que la masse de la structure qui relie le pot vibrant à l'éprouvette modifie sensiblement la forme des modes et la valeur des fréquences propres. Finalement, cette méthode n'est pas utilisée en raison de l'impact trop important du pot vibrant sur la mesure.

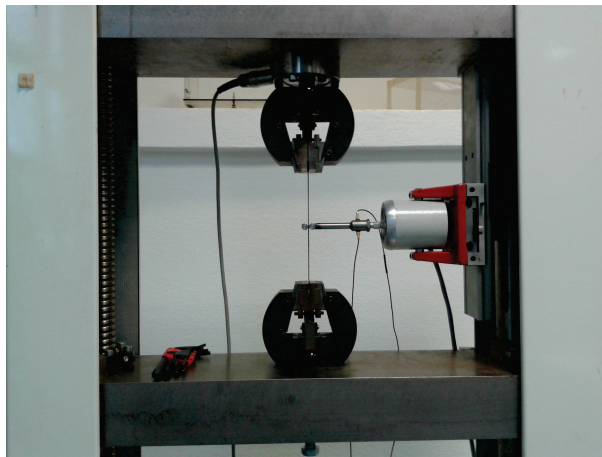


FIGURE 5.14: Le pot vibrant

Le marteau d'impact et l'accéléromètre

Le capteur de force situé à l'extrémité du marteau d'impact (Figure 5.15) est conçu pour mesurer des forces dynamiques et d'impact. Il permet de mesurer des forces de compression jusqu'à 1000 N et de traction jusqu'à 250 N. L'accéléromètre (Figure 5.15) type 4517 de Brüel & Kjaer est un accéléromètre piézoélectrique. Son faible poids (0.65g) est un atout pour la mesure mais, étant collé sur l'éprouvette, nous avons montré qu'il devra tout de même être pris en compte lors des calculs. Il supporte une température de 120°C.

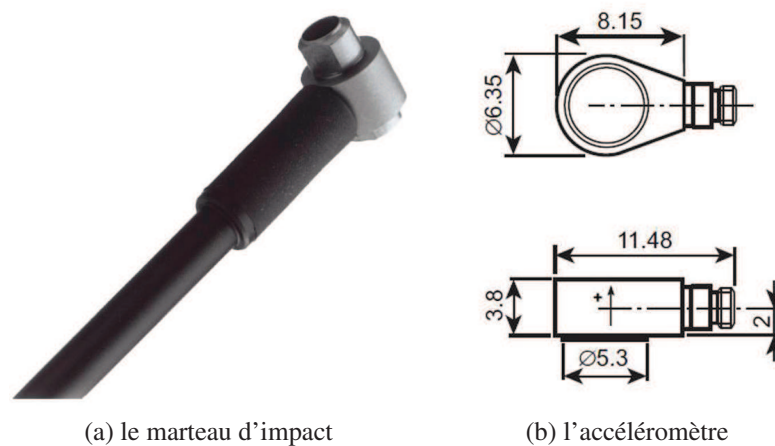


FIGURE 5.15: Marteau d'impact et accéléromètre

L'utilisation combinée d'un accéléromètre et d'un marteau d'impact permet de déterminer les fréquences propres de la plaque. En effet, lors de l'impact du marteau sur la plaque, la carte d'acquisition permet de récupérer les données amplifiées du marteau et de l'accéléromètre. Elle convertit le signal analogique en signal numérique et par transformée de Fourier, on obtient la composition spectrale du signal. Les pics observés correspondent alors aux fréquences propres de la structure (Figure 5.16).

L'ensemble bobine aimant

L'ensemble bobine/aimant est présenté Figure 5.17. Il est composé d'un petit aimant collé à la structure à mettre en vibration et d'une bobine parcourue par un courant, celle-ci permet de créer une force magnétique destinée à faire vibrer l'aimant et ainsi faire osciller l'éprouvette. Son utilisation est limitée à la température ambiante. Dans les essais, cet ensemble a deux fonctions :

- mesurer les fréquences propres de l'éprouvette grâce au signal de balayage en fréquence que l'on peut imposer avec le logiciel LabVIEW,
- imposer des vibrations à l'éprouvette pendant une certaine durée, afin d'observer l'influence de ces vibrations sur les fréquences propres.

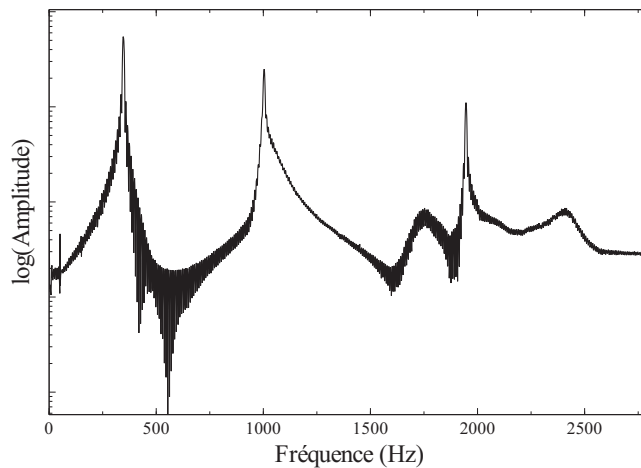


FIGURE 5.16: Composition spectrale du signal obtenu avec le marteau et l'accéléromètre

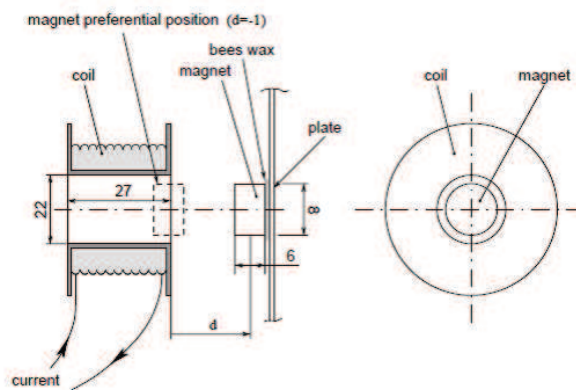


FIGURE 5.17: Description de l'ensemble bobine/aimant [Thomas et al., 2003]

Le capteur laser à effet Doppler

Le vibromètre laser permet quant à lui de récupérer la valeur de l'accélération de la même manière que l'accéléromètre. Il peut être utilisé avec le marteau d'impact ou avec l'ensemble bobine aimant. L'avantage de ce capteur est qu'il permet d'obtenir une mesure sans contact. Ainsi, utilisé avec le marteau, il permet d'obtenir les résultats les plus justes car il n'impacte pas la mesure. De plus, il peut être placé à distance de l'éprouvette et est donc compatible avec un essai à haute température. On peut l'observer Figure 5.19.

5.4.2.2 La machine de traction INSTRON 5967

L'éprouvette est encastrée aux deux extrémités sur les mors de la machine INSTRON 5967. C'est une machine électromécanique dont le bâti est suffisamment rigide pour ne pas vibrer lorsque l'excitateur sollicite l'éprouvette. Il est possible d'appliquer à l'éprouvette un déplacement ou une charge variable au cours de l'essai via un ordinateur relié à celle-ci.



FIGURE 5.18: La machine de traction INSTRON

5.4.2.3 La carte d'acquisition et le logiciel LabVIEW

Le nombre d'échantillons par seconde en entrée et sortie de la carte d'acquisition doit être nettement supérieur à la fréquence à laquelle est réalisée l'essai ($\approx 5 - 4$ fois supérieur), soit ici au moins 40 kHz. La carte utilisée comporte quatre entrées analogiques (± 10 V ; fréquence d'échantillonnage simultané de 102.4 kéch./s) et une sortie analogique (± 3.5 V ; fréquence de rafraichissement de 96 kéch./s).

La carte d'acquisition est reliée à l'ordinateur et les résultats sont traités grâce au logiciel LabVIEW et un module spécialement codé. Elle permet de piloter en fréquence la bobine ou le pot vibrant et de récupérer les données de force et d'accélération à la sortie du marteau et de l'accéléromètre.

5.4.2.4 Instrumentation à chaud

Afin d'étudier le comportement du matériau à température plus élevée, une étuve est placée autour de l'éprouvette, comme présenté Figure 5.19. On peut ainsi obtenir une température ambiante de 250°C au niveau de l'éprouvette. Dans ces conditions expérimentales, le seul dispositif utilisable est le marteau associé au vibromètre laser à effet Doppler. Une fois la température stable sur l'éprouvette, l'utilisateur ouvre l'étude et tape sur l'éprouvette avec le marteau.

5.4.2.5 Bilan du montage

Le dispositif le plus utilisé lors des essais est l'ensemble marteau/accéléromètre. Le vibromètre laser permet d'obtenir de meilleurs résultats car il ne modifie pas les fréquences propres, mais ne sera utilisé que pour les essais à température. Le schéma récapitulatif du montage est présenté Figure 5.20.

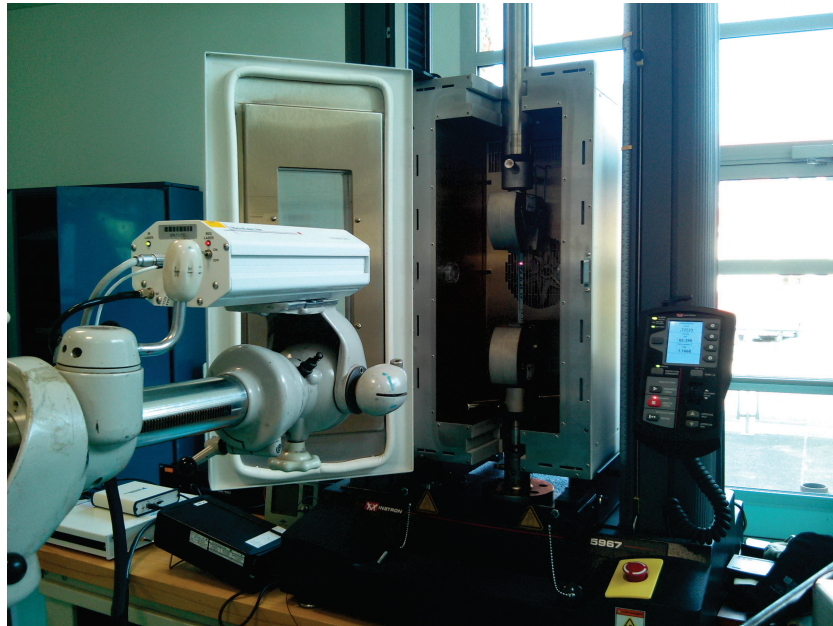


FIGURE 5.19: Montage pour essai à température

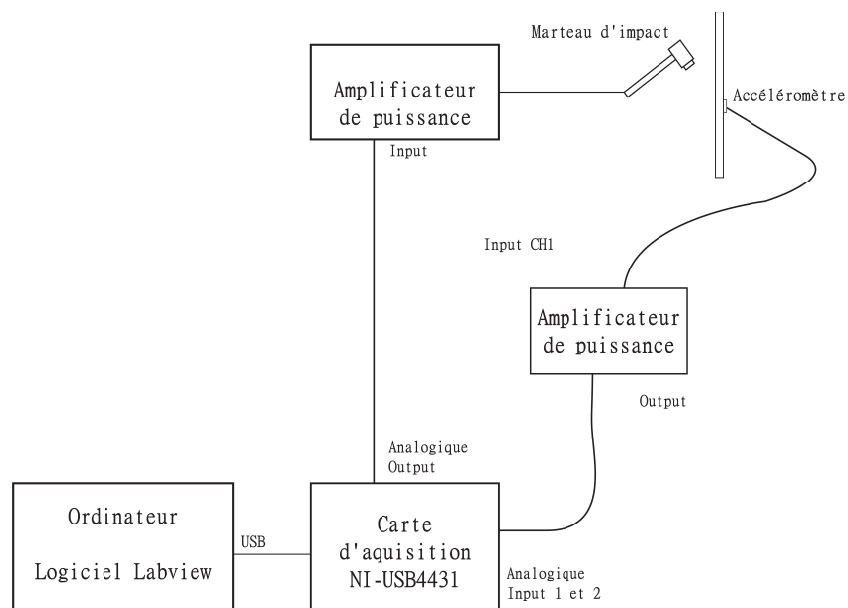


FIGURE 5.20: Schéma récapitulatif du montage choisi

5.4.3 Description de l'essai

L'éprouvette est tout d'abord encastrée aux mors de la machine de traction. Des cycles à amplitude faible sont ensuite effectués afin de déterminer la valeur du module d'Young. Une première mesure de fréquence propre est réalisée sur l'éprouvette. L'utilisateur frappe avec le marteau sur l'éprouvette et le programme LabVIEW enregistre les données fournies par l'accéléromètre. Un traitement des données via Matlab permet de récupérer le spectre de puissance du signal présenté Figure 5.21. L'utilisateur peut alors enregistrer les valeurs des pics qui correspondent aux fréquences propres associées aux modes sollicités, ici

les modes de flexion de l'éprouvette.

L'utilisateur peut alors démarrer l'essai. Selon les essais, le pilotage s'effectue en charge ou en déplacement. Tant que le matériau a un comportement élastique, l'essai est stoppé à chaque fois que l'utilisateur souhaite effectuer une mesure modale afin d'éviter fluage ou relaxation du matériau. Lorsque le comportement du matériau devient viscoplastique, l'essai n'est plus interrompu lors des mesures spectrales. C'est pourquoi l'essai est effectué à très basse vitesse (4N/s), afin de minimiser l'erreur due au temps de réponse des deux machines.

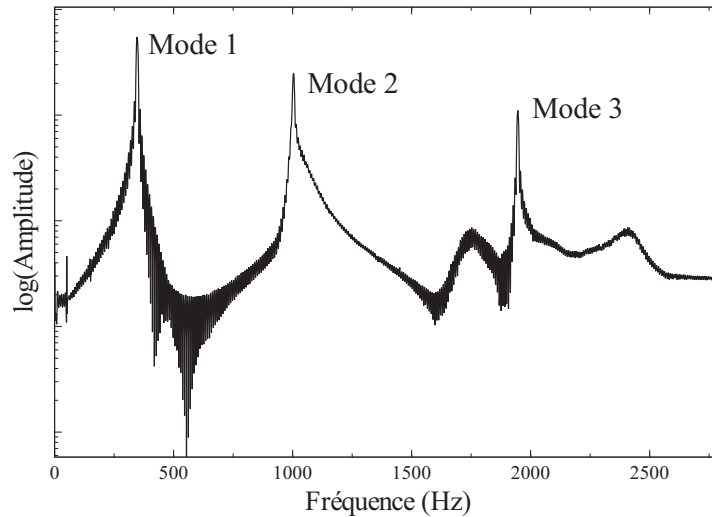


FIGURE 5.21: Composition spectrale du signal obtenu

Jusqu'ici, la méthode de calcul utilisée considère que le matériau pris en compte est élastique. Cependant, si la force appliquée à l'extrémité de l'éprouvette est trop importante, le matériau AISI 441 va plastifier, comme on peut le voir Figure 5.22 pour un essai réalisé sur une éprouvette à température ambiante.

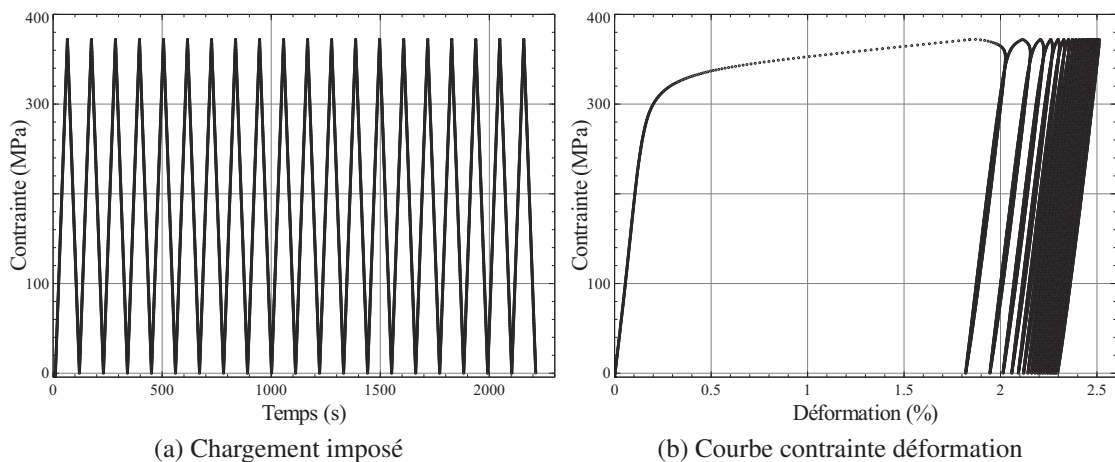


FIGURE 5.22: Comportement du AISI 441 à température ambiante

Cependant, afin de mesurer les fréquences propres convenablement, le choix est fait de ne pas poser d'extensomètre sur la structure pour que la mesure soit impactée le moins possible. On s'appuie sur la mesure du déplacement pour connaître l'état de l'éprouvette à chaque instant. On obtient la courbe contrainte/déplacement présentée Figure 5.24. On peut connaître à chaque instant la contrainte dans l'éprouvette et la longueur de celle ci.

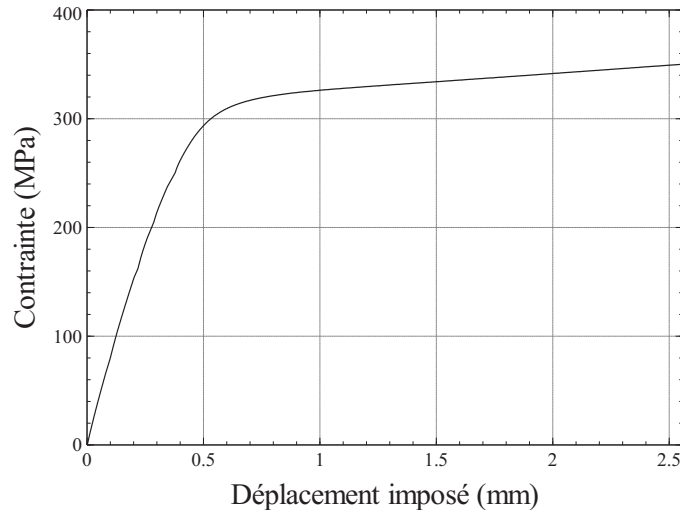


FIGURE 5.23: Courbe contrainte/déplacement

5.5 Résultats

5.5.1 Premiers résultats

À partir des résultats présentés dans les Figures 5.25 et 5.24 on peut conclure que :

- les fréquences propres sont très sensibles à la précontrainte. Elles augmentent avec une contrainte de traction et diminuent en compression. Une précontrainte de 300 MPa peut multiplier par deux la fréquence propre du premier mode de vibration,
- l'augmentation de la longueur de l'éprouvette suite à une traction n'influence pas sensiblement les fréquences propres (Figure 5.5),
- une erreur existe entre le calcul et la mesure (Figure 5.26), avec un maximum de 7% dans le cas présent,
- Le matériau ne s'endommage pas : aucune modification du module d'Young n'est observée d'après la Figure 5.22.

5.5.2 Prise en compte d'une masse ajoutée

La mesure effectuée grâce à l'accéléromètre vient modifier la valeur des fréquences propres. On observe l'influence de la position de l'accéléromètre sur une éprouvette test sans précontrainte Figure 5.27.

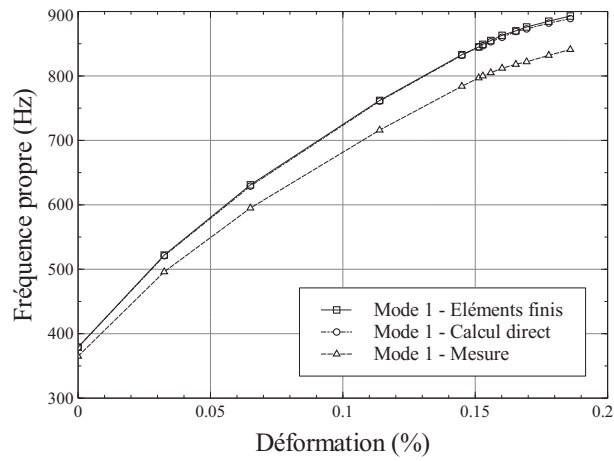


FIGURE 5.24: Comparaison des résultats pour le premier mode

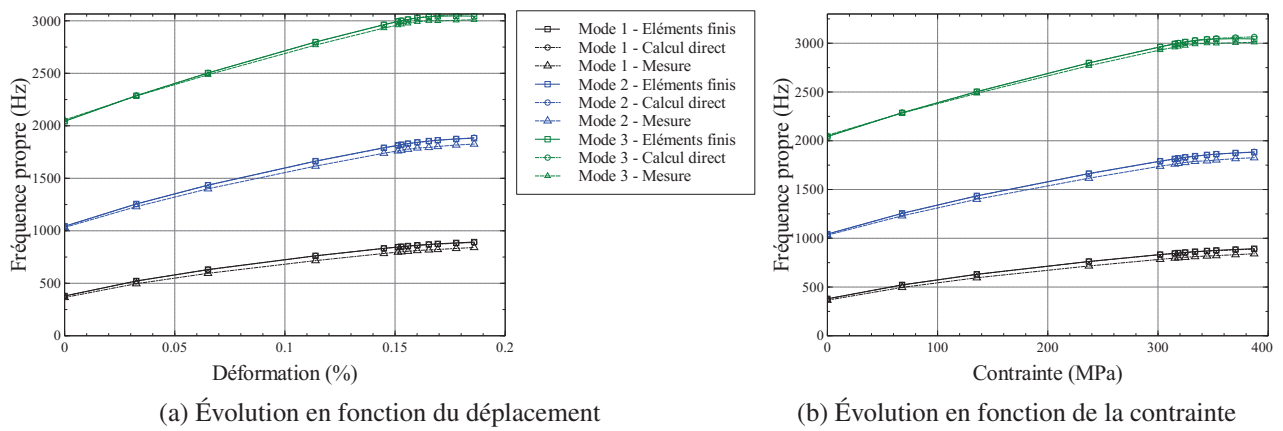


FIGURE 5.25: Comparaison des résultats pour les trois premiers modes de l'éprouvette

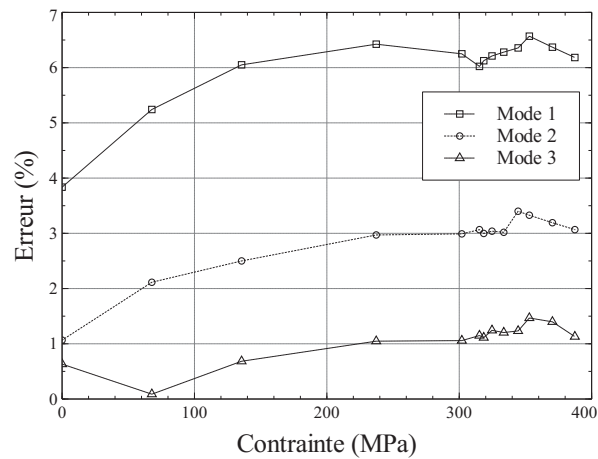


FIGURE 5.26: Erreur entre la mesure et le calcul éléments finis

On constate à partir de la Figure 5.28 que la prise en compte de cette masse améliore les résultats. L'erreur devient inférieure à 3% d'après la Figure 5.29.

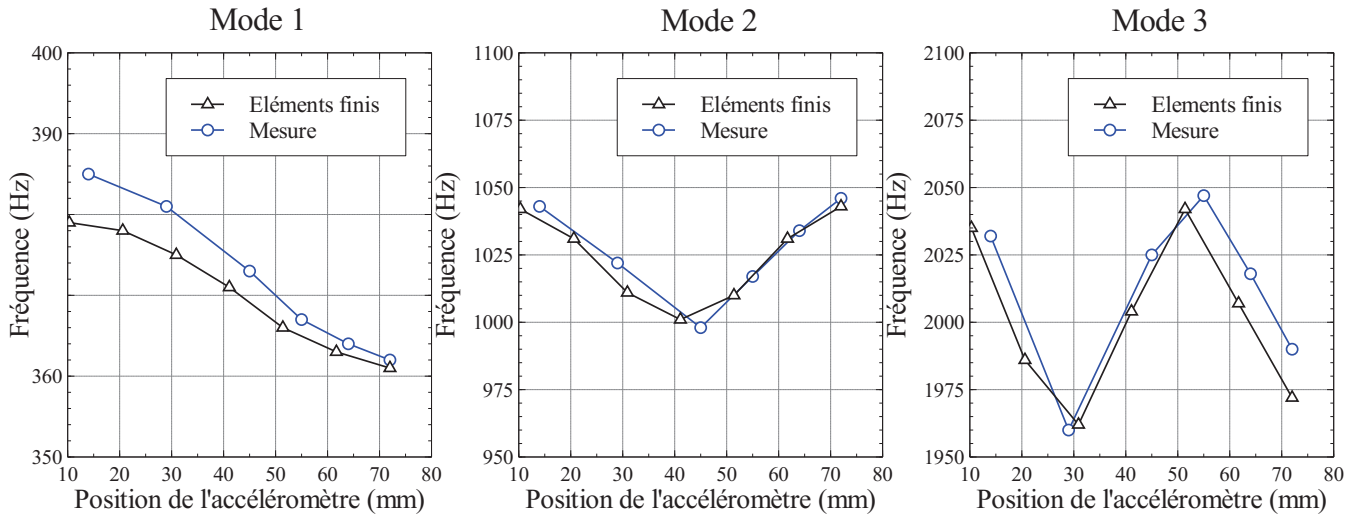


FIGURE 5.27: Influence de la position de l'accéléromètre sur les trois premières fréquences propres

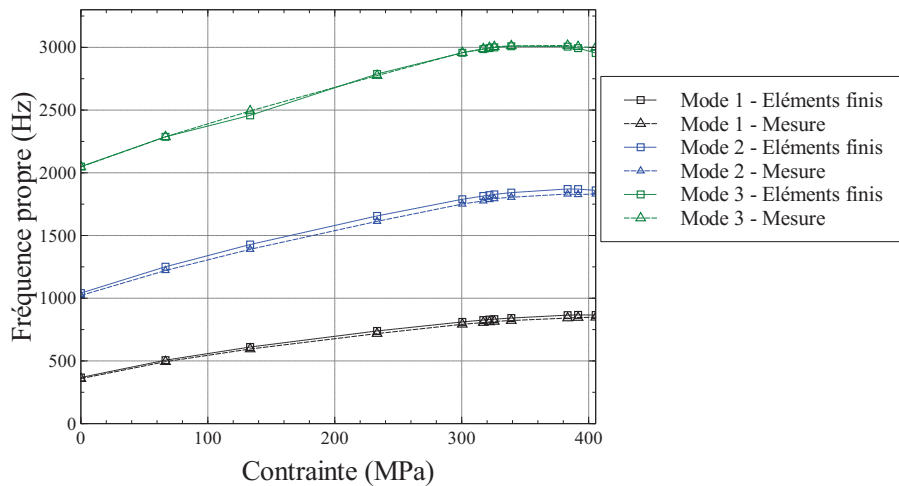


FIGURE 5.28: Comparaison des résultats pour les trois premiers modes

Ces considérations montrent que la simulation numérique n'est pas la seule source d'erreur possible dans la détermination des fréquences propres. En effet, la mesure elle-même peut être faussée par l'instrument de mesure, les conditions d'encastrement, le pilotage de la machine, la mesure des fréquences propres. Toutefois, une erreur de 3% est tout à fait acceptable pour notre étude.

5.5.3 Influence de la température

Les résultats des essais réalisés à 250°C sont limités car la manipulation est délicate. On parvient tout de même à obtenir des résultats pour une température de 228°C. Le spectre est présenté Figure 5.31. On observe des pics nets au niveau des fréquences propres. L'observation de l'allure du spectre de puissance indique que les effets visqueux sont négligeables à cette température, car les fréquences propres sont nets. Il est difficile dans le cadre de ces travaux d'effectuer des essais à plus haute température, mais ce résultat

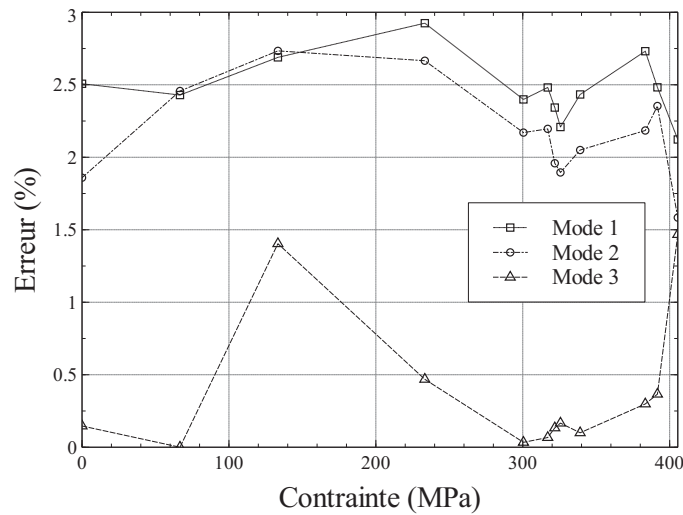


FIGURE 5.29: Erreur pour les trois premiers modes

reste intéressant car le reste de l'étude est effectué à 300°C. En effet à cette température les effets visqueux ont déjà une certaine importance (voir essai de relaxation Figure 5.30).

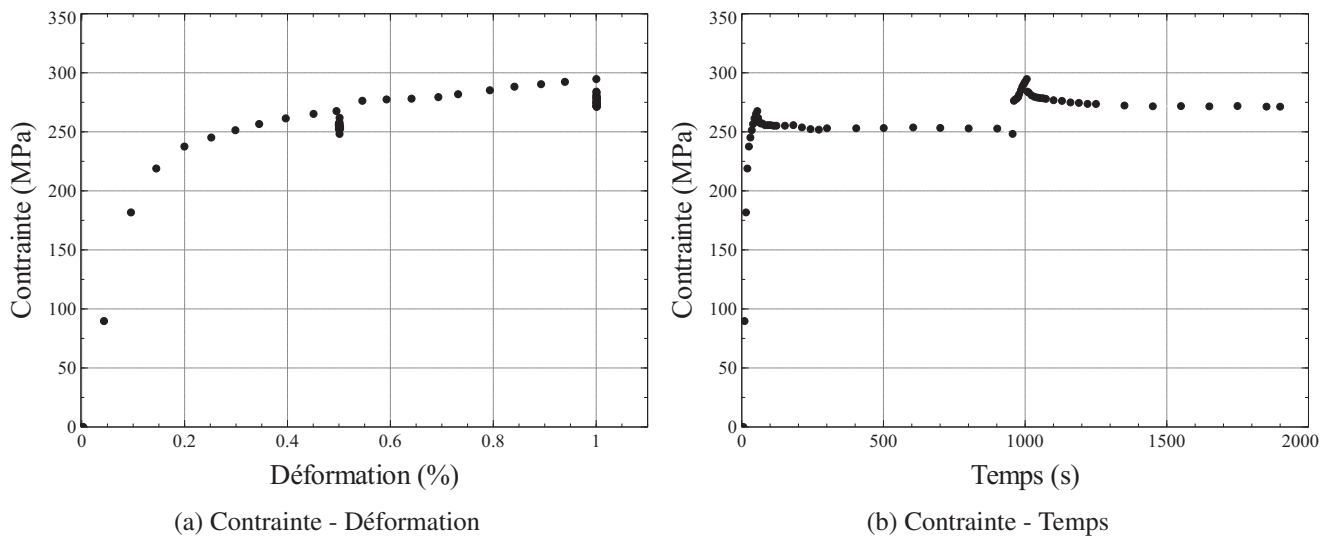


FIGURE 5.30: Essai de relaxation à 300°C [Benoit à la guillaume, 2012]

Le calcul prévoit pour ce chargement, à cette température, une première fréquence propre de 770Hz dans les mêmes conditions que l'essai. Comme observé dans le Tableau 5.7, les résultats valident la méthode le calcul. On constate tout de même la nécessité de bien connaître le comportement lors de la précharge car l'amplitude de contrainte initiale peut énormément impacter la valeur des fréquence propres.

5.5.4 Conclusions

La méthode de calcul proposée consiste à prendre en compte l'évolution du module d'Young avec la température ainsi que la valeur de la précontrainte dans la structure pour calculer les valeurs des fréquences

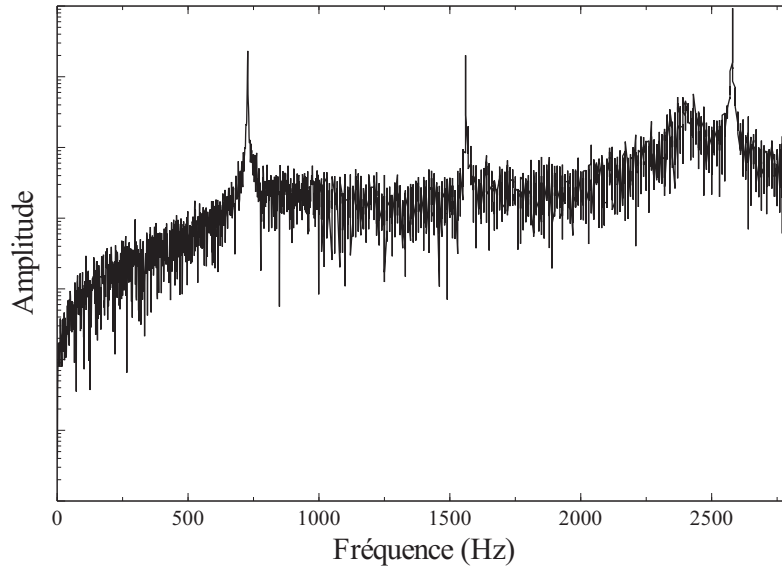


FIGURE 5.31: Observation des fréquences propres pour une température de 228°C et une précontrainte de 260 MPa

Mode	Expérience	Calcul	Erreur
1	728 Hz	770 Hz	5%
2	1560 Hz	1674 Hz	7%
3	2580 Hz	2804 Hz	10%

TABLE 5.7: Fréquences propres associées aux modes de flexion de l'éprouvette précontrainte ($N_0 = 3800\text{N}$)

propre de la structure. Cela semble être la méthode la plus adaptée pour une application industrielle, car la complexité du calcul reste raisonnable et la description du comportement satisfaisante.

5.6 Calcul sur une structure complexe

On souhaite maintenant étudier l'impact de la précharge thermomécanique du collecteur sur l'analyse modale de la façade d'échappement. La géométrie CAO de cette structure est présentée Figure 5.32.

La répartition de la température sur le collecteur en fonctionnement est présentée Figure 5.33. On observe un fort gradient de température avec des zones chaudes à 800°C et des zones "froides" à 240°C. La zone froide correspond à la zone bridée à la culasse qui est refroidie, tandis que la sortie du collecteur reliée au turbo est soumise à une élévation de température liée à la circulation des gaz d'échappement.

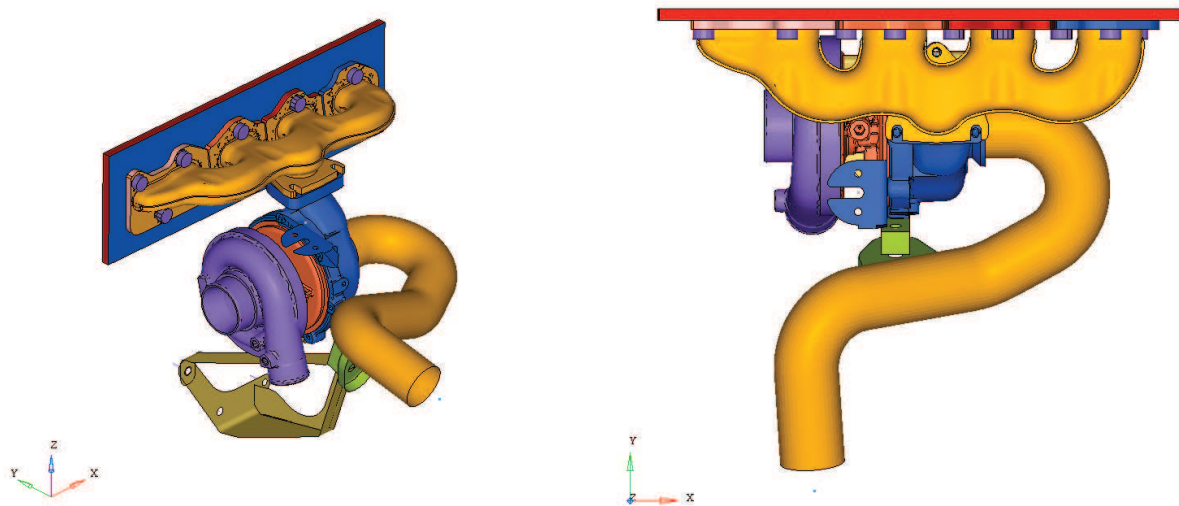


FIGURE 5.32: Modélisation CAO d'un collecteur en tôle soudée et de la façade d'échappement

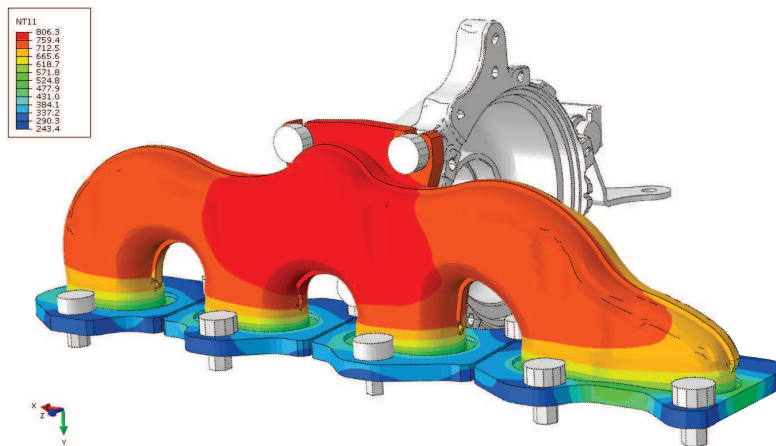


FIGURE 5.33: Répartition de la température sur une collecteur en fonctionnement

5.6.1 Calcul modal initial - modélisation simplifiée PSA

5.6.1.1 Modèle utilisé

Le modèle utilisé dans ce calcul n'est pas le modèle définitif du collecteur du moteur 2L Diesel. Dans cette version du modèle, la plaque sur laquelle est vissée le collecteur sur la Figure 5.32 n'est pas représentée. En effet, le bridage du collecteur est représenté par de simples ressorts imitant les effets de bridage dans la modélisation actuelle (Figure 5.34). Cela ne permet pas d'intégrer un chargement thermomécanique initial. En effet, les études menées chez PSA Peugeot Citroën dans le domaine de la fatigue thermomécanique ont montré l'importance de la bonne représentation des bridages, et notamment du serrage des vis reliant le collecteur la culasse. Avec une telle modélisation de la liaison culasse/collecteur, aucune précontrainte n'apparaît dans le collecteur suite au chargement thermique. Il sera donc nécessaire de modéliser différemment les conditions aux limites de la structure si l'on souhaite réellement prendre en compte l'impact des contraintes thermomécaniques dans son analyse modale.

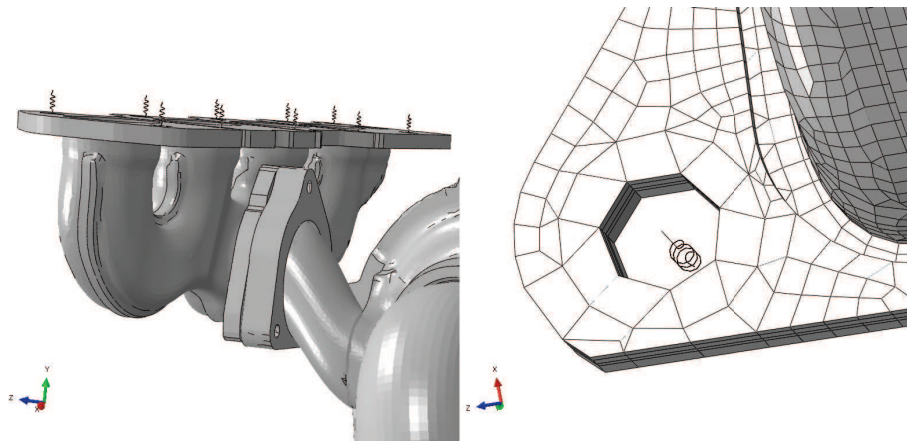


FIGURE 5.34: Modélisation de l'encastrement pour le modèle actuel

5.6.1.2 Résultat des calculs

Mode	Fréquence
1	109 Hz
2	143 Hz
3	189 Hz
4	214 Hz
5	260 Hz
6	347 Hz
7	356 Hz
8	438 Hz
9	473 Hz
10	567 Hz

TABLE 5.8: Fréquences propres associées aux modes propres de la face d'échappement - Calcul actuel

Les premiers modes de la structure, tels qu'ils sont calculés actuellement, sont présentés dans le Tableau 5.8. On présente ici les modes dont les fréquences propres sont inférieures à 600 Hz. Pour cette géométrie de structure, le premier mode est à 109 Hz. Pour le dimensionnement de la structure aux vibrations, cette valeur est trop faible car on risque de solliciter ce mode lors du fonctionnement du moteur. Ainsi ce modèle de façade d'échappement n'a pas été retenu pour la suite de la phase de la conception. Des modifications ont été apportées afin d'augmenter la valeur des modes propres de la structure. Nous ne les présenterons pas ici mais nous attacherons à vérifier que le dimensionnement actuel est suffisamment réaliste. En effet, l'étude présentée au début de ce chapitre montre qu'il est possible que l'impact de la précontrainte ait une influence forte sur les modes de la structure.

5.6.2 Nouvelle proposition de calcul

5.6.2.1 Modèle de calcul

Dans la nouvelle proposition de modélisation des conditions aux limites de la structure, la bride de la culasse est modélisée par une plaque dont la rigidité globale est celle de la culasse. Le collecteur est vissé à cette plaque (Figure 5.32). Le serrage des vis correspond à la première étape du chargement. Nous nous intéressons à deux types de serrages. Le premier sera appelé "serrage faible", les contraintes issues de ce serrage sont présentées dans la Figure 5.35(a). Le deuxième serrage sera dit nominal, les contraintes à l'issue de ce serrage sont représentées dans la Figure 5.35(b).

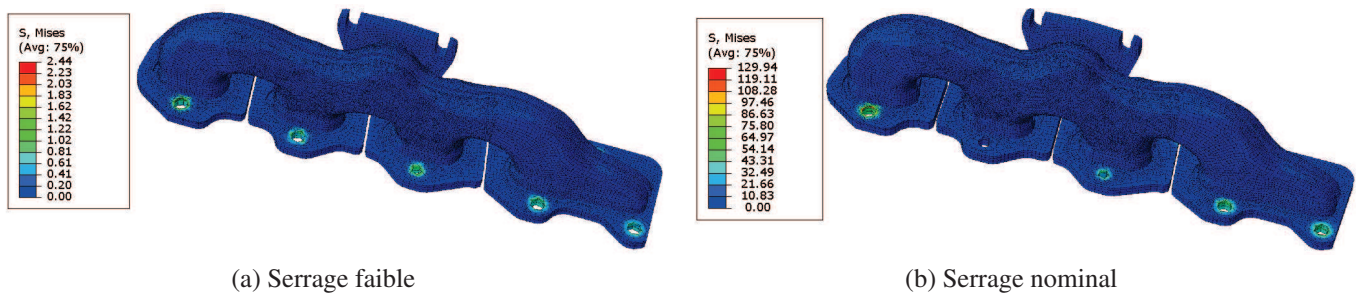


FIGURE 5.35: Comparaison des contraintes dans le collecteur après serrage des vis

5.6.2.2 Résultats

Mode	Fréquence serrage faible	Fréquence serrage nominal
1	25 Hz	25 Hz
2	108 Hz	108 Hz
3	113 Hz	113 Hz
4	125 Hz	125 Hz
5	149 Hz	149 Hz
6	205 Hz	205 Hz
7	237 Hz	237 Hz
8	288 Hz	288 Hz
9	346 Hz	346 Hz
10	366 Hz	366 Hz
11	438 Hz	438 Hz
12	473 Hz	473 Hz
13	576 Hz	573 Hz

TABLE 5.9: Fréquences propres associées aux modes propres de la face d'échappement - influence du serrage

Les valeurs des fréquences propres associées aux modes de la structure après les deux types de serrage sont présentées dans le Tableau 5.9. A priori il y a peu d'influence du serrage sur la valeur des

fréquences propres de la structure. Les contraintes sont concentrées au niveau des vis. On observe un premier mode à 25 Hz qui semble assez peu physique d'après la Figure 5.36(a). Les calculs des modes propres de la structure sont effectués sur la structure complète mais on ne présente la répartition des contraintes que sur le collecteur. L'apparition du mode 25 Hz peut peut-être s'expliquer par des conditions de contact particulières au niveau du serrage. Il ne correspond pas à un mode observé lors du calcul actuel. Si on ne prend pas en compte ce mode, on observe une diminution des fréquences propres des modes et l'apparition de nouveaux modes de vibration de la structure sous 600 Hz. Dans la plupart des modes on observe de fortes contraintes au niveau de la zone froide du collecteur (Figure 5.36(b) et (d)).

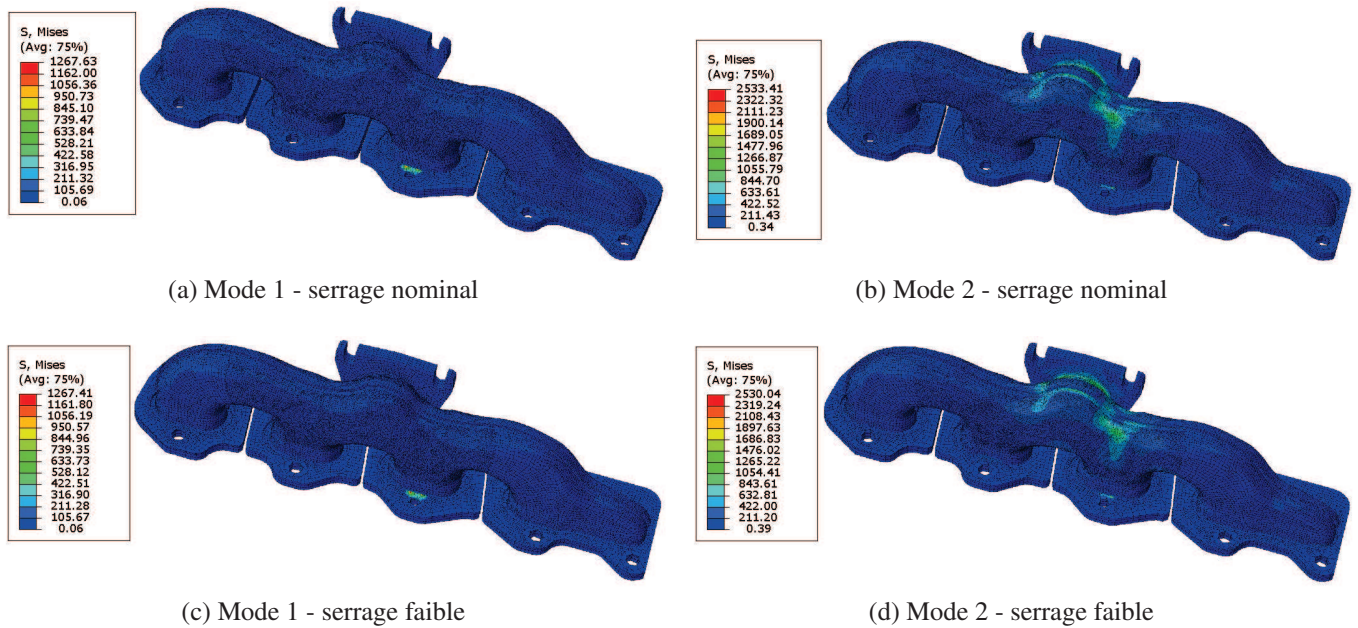


FIGURE 5.36: Premiers modes de la façade d'échappement

On souhaite observer la réponse modale du collecteur après un demi cycle thermomécanique, qui correspond à une montée en température jusqu'au niveau présenté Figure 5.33. La répartition des contraintes dans le collecteur suite au chargement thermomécanique est présentée dans la Figure 5.37 pour les deux types de serrage. Le comportement du matériau utilisé dans le calcul aux éléments finis est celui proposé par [Rémy et al., 2011]. La répartition des contraintes est identique dans les deux cas de chargement mais les niveaux diffèrent en fonction du serrage.

On peut observer les valeurs des premières fréquences propres après une montée en température dans le Tableau 5.10. Cette fois ci, les différences sont importantes selon le serrage. Comme prédit, le serrage a une forte influence sur la réponse au chargement thermomécanique. Les valeurs des fréquences propres ainsi que l'étude de la répartition des contraintes dans la Figure 5.38 indiquent que le mode à 25 Hz n'est pas présent dans le calcul avec serrage faible, ce qui laisse supposer que c'est un mode artificiel lié aux conditions de contact. En prenant en compte cet élément on calcule l'erreur sur le calcul due à la prise en

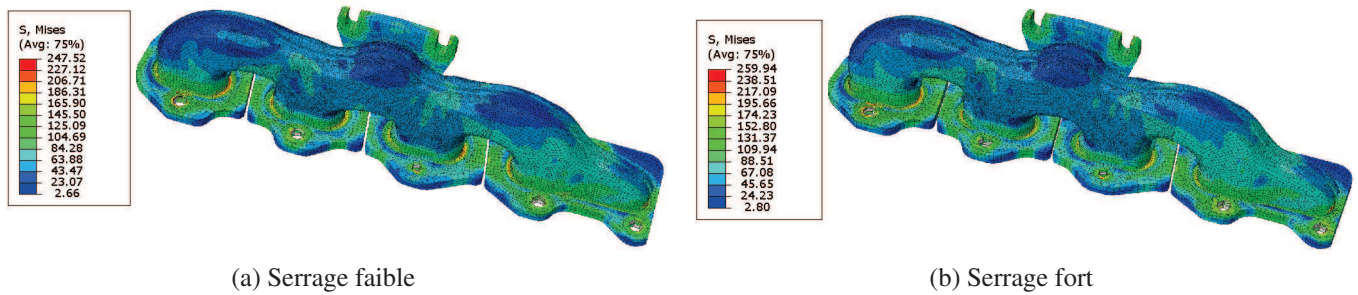


FIGURE 5.37: Comparaison des contraintes dans le collecteur après montée en température

compte de la précontrainte. Comme prédit, le pré-serrage et donc le chargement thermomécanique ont un impact sur la valeur des fréquences propres. Cependant, l'impact de la précontrainte sur les modes de la structure est difficilement quantifiable car il est difficile d'identifier les différents modes d'un cas à l'autre sur une structure aussi complexe.

Mode	Serrage faible		Serrage nominal	
Mode	Fréquence	Ecart*	Fréquence	Ecart*
1	105 Hz	3%	25 Hz	-
2	110 Hz	3%	103 Hz	5%
3	133 Hz	6%	110 Hz	3%
4	139 Hz	7%	112 Hz	10%
5	184 Hz	10%	145 Hz	3%
6	233 Hz	2%	194 Hz	5%
7	274 Hz	5%	232 Hz	2%
8	325 Hz	6%	252 Hz	12%
9	355 Hz	3%	340 Hz	2%
10	419 Hz	4%	362 Hz	1%
11	460 Hz	3%	437 Hz	0.2%
12	489 Hz	3%	470 Hz	0.6%
13	575 Hz	-	573 Hz	0.5%

*Écart par rapport aux fréquences calculées pour le collecteur non précontraint

TABLE 5.10: Fréquences propres associées aux modes propres de la face d'échappement après chargement TMF - influence du serrage

La prise en compte du serrage et du chargement thermomécanique fait donc apparaître de nouveaux modes et des champs de contrainte différents. Elle apparaît ainsi comme nécessaire pour l'analyse modale de la structure. Ici le calcul est complexe et la structure constituée de plusieurs pièces, l'influence du comportement réel du collecteur influence relativement peu le comportement vibratoire de la structure. Il serait intéressant d'étudier l'impact du comportement des autres pièces sur la réponse modale de cette structure, en prenant par exemple compte des précontraintes qu'elle peut subir lors du chargement thermomécanique.

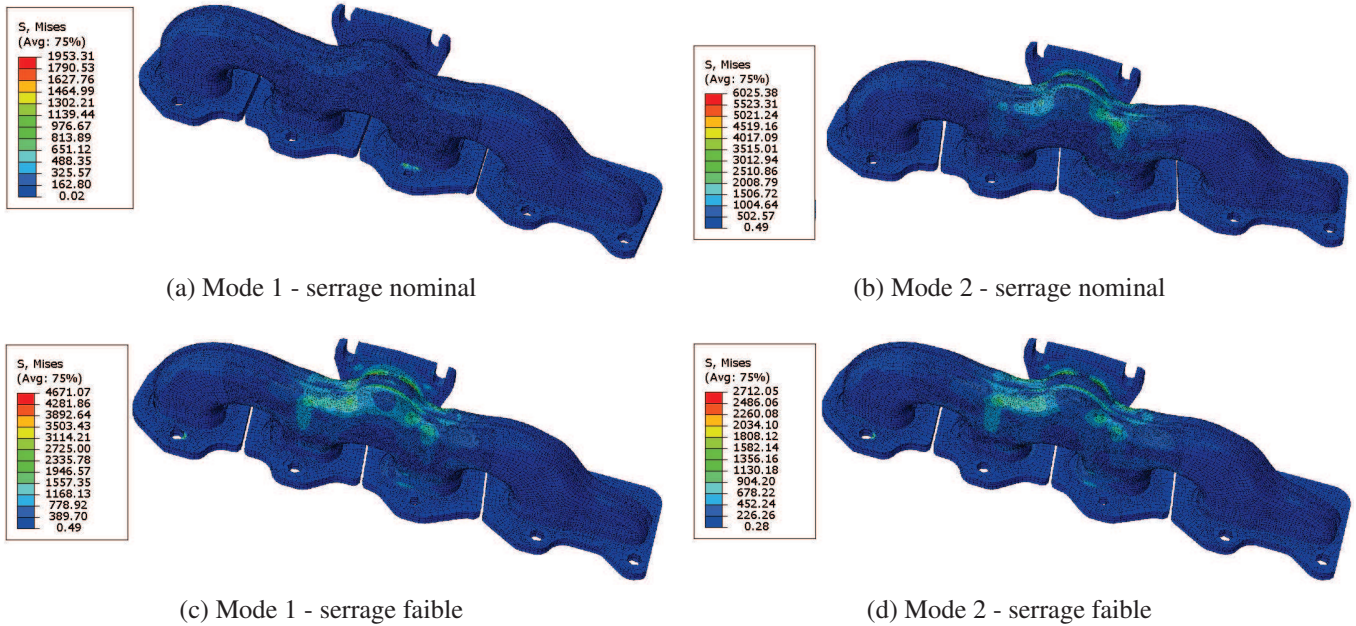


FIGURE 5.38: Premiers modes de la façade d'échappement après chargement

5.7 Conclusions

Les comparaisons entre les calculs analytiques, numériques et les mesures expérimentales confirment l'hypothèse selon laquelle la prise en compte de la précontrainte suffit à prédire correctement la réponse modale de la structure. Jusqu'à 300°C, nous savons dorénavant que l'amortissement est négligeable et que le chargement n'introduit pas de chute du module d'Young dans le matériau.

A propos du calcul sur une structure complexe, aucune conclusion définitive ne peut être tirée. L'hypothèse la plus probable ici est que le collecteur n'est qu'un élément de l'assemblage pour l'analyse modale de la façade d'échappement. Cependant, il est possible d'observer un impact dû au serrage et donc au chargement thermomécanique, indispensable à étudier pour une analyse en fatigue modale.

Projection de critères de fatigue sur la base modale d'une structure

Sommaire

6.1	État de l'art de la fatigue	145
6.1.1	Caractérisation du comportement asymptotique des matériaux	145
6.1.2	Différents régimes de fatigue	146
6.1.3	La fatigue à grand nombre de cycles : endurance illimitée	147
6.2	Application du critère de Dang Van - Approche temporelle	154
6.2.1	Méthode de calcul	154
6.2.2	État de l'art du calcul du centre du trajet de chargement	155
6.2.3	Conclusions	158
6.3	Application du critère de Dang Van - Approche modale	159
6.3.1	Contexte	159
6.3.2	L'analyse modale	159
6.3.3	Calcul du centre du trajet de chargement	161
6.3.4	Hypothèses de calcul	161
6.4	Comparaison des approches	163
6.4.1	Validation de la méthode - Sollicitation d'un mode d'une poutre encastree-libre	163
6.4.2	Sollicitation d'un mode d'une poutre bi-encastree	164
6.4.3	Prise en compte d'une précontrainte	169
6.4.4	Conclusions	169
	Conclusions et perspectives	171

Soumise à des sollicitations cycliques, une structure peut s'endommager puis rompre au terme de quelques dizaines à quelques millions de cycles. Dans certains cas, les contraintes induites ne dépassent jamais la limite élastique conventionnelle et aucun signe extérieur de dégradations n'est visible. Il s'agit de rupture par fatigue. La fatigue mécanique correspond ainsi à des détériorations des propriétés mécaniques apparaissant dans les matériaux soumis à des contraintes ou des déformations variables souvent cycliques. Ces dégradations conduisent le plus souvent à la fissuration ou à la rupture.

Dans l'industrie, il est donc nécessaire de dimensionner les structures à ce phénomène. Ainsi, les critères de fatigue sont intégrés dans les étapes de dimensionnement des structures soumises à des chargements cycliques tels que les chargements thermomécaniques ou les chargements vibratoires [Burry, 2009], [Charkaluk, 1999], [Benoit à la guillaume, 2012]. On présentera dans cette partie différents critères de fatigue, en s'attardant sur le critère de Dang Van, très utilisé dans l'industrie automobile. Nous nous attacherons ensuite à proposer une méthode susceptible d'économiser des temps de calcul en s'appuyant sur une méthode de projection du critère sur la base modale de la structure.

6.1 État de l'art de la fatigue

6.1.1 Caractérisation du comportement asymptotique des matériaux

Une structure présentant un comportement élasto-viscoplastique et soumise à un chargement cyclique peut présenter différents types de comportements asymptotiques :

- **Le rochet** : cet état, présenté Figure 6.1(c) correspond à une accumulation progressive de déformations inélastiques cycle après cycle, qui se caractérise par l'absence de stabilisation cyclique des déformations inélastiques, qui ne sont donc plus bornées.
- **L'accommodation** : dans le cas de l'accommodation, présenté Figure 6.1(b), l'énergie dissipée totale est infinie mais l'énergie dissipée par cycle tend vers une limite constante en tout point de la structure. Ainsi, le comportement asymptotique de la structure reste viscoplastique mais les déformations viscoplastiques et les variables internes deviennent périodiques après un certain temps.
- **L'adaptation** : la structure adaptée, présentée Figure 6.1(a) tend vers un comportement à long terme non dissipatif ; l'énergie totale dissipée par la structure n'est pas infinie. L'adaptation est définie par le fait que l'énergie dissipée totale, dans la structure complète et pour un nombre infini de cycles, est bornée. En conséquence, les déformations inélastiques et les autres variables internes dissipatives ne dépendent plus du temps et l'énergie dissipée par cycle devient nulle. L'élasticité parfaite est un cas particulier de l'adaptation où le comportement du matériau est élastique tout au

long du chargement, dès le premier cycle.

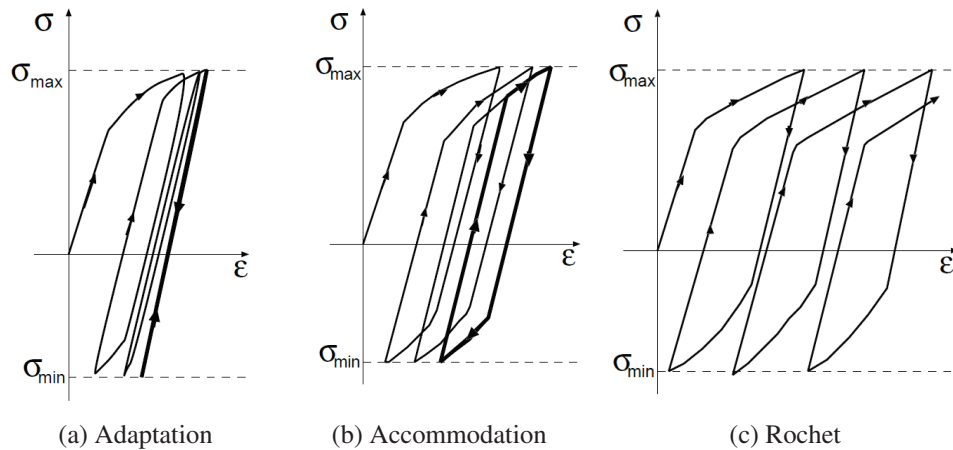


FIGURE 6.1: Différents comportement asymptotiques [Maitournam, 2013]

6.1.2 Différents régimes de fatigue

Lorsque le comportement asymptotique est élasto-viscoplastique comme dans le cas d'une accommodation ou d'un rochet, on parle de "fatigue à faible nombre de cycles" ou de "fatigue oligocyclique". Le nombre de cycles à la rupture pour les matériaux métalliques peut alors varier de quelques unités à quelques dizaines de milliers.

Lorsque le comportement asymptotique est élastique comme dans le cas d'une adaptation ou d'une élasticité parfaite, on parle de "fatigue à grand nombre de cycles", ou "fatigue polycyclique". Ce régime peut lui-même, dans un très grand nombre de cas, être subdivisé en deux sous-domaines :

- un domaine d'endurance illimitée, dans lequel le matériau ne fatiguera "jamais",
- un domaine d'endurance limitée dans lequel la sollicitation conduit à une fissuration par fatigue.

Le nombre de cycles à la rupture pour les matériaux métalliques est typiquement au-delà de la centaine de milliers.

L'accumulation des déformations plastiques due au rochet, pouvant conduire à la ruine rapide de la structure, a proscrit ce dernier de la conception des composants industriels. Dans l'industrie automobile, les pièces froides (suspensions, ...) présentent un comportement adapté tandis que les pièces chaudes (culasse, collecteur d'échappement, ...), soumises à des chargements thermomécaniques, possèdent généralement un comportement accommodé. Ces états asymptotiques ont été étudiés notamment pour les collecteurs dans le cadre de la fatigue thermomécanique par [Benoit et al.,]. Bien que pour les pièces chaudes, le chargement de la structure soit principalement d'origine thermique, les vibrations du bloc moteur induisent aussi des chargements vibratoires. Ces vibrations présentent un risque de fatigue à grand nombre de cycles superposé

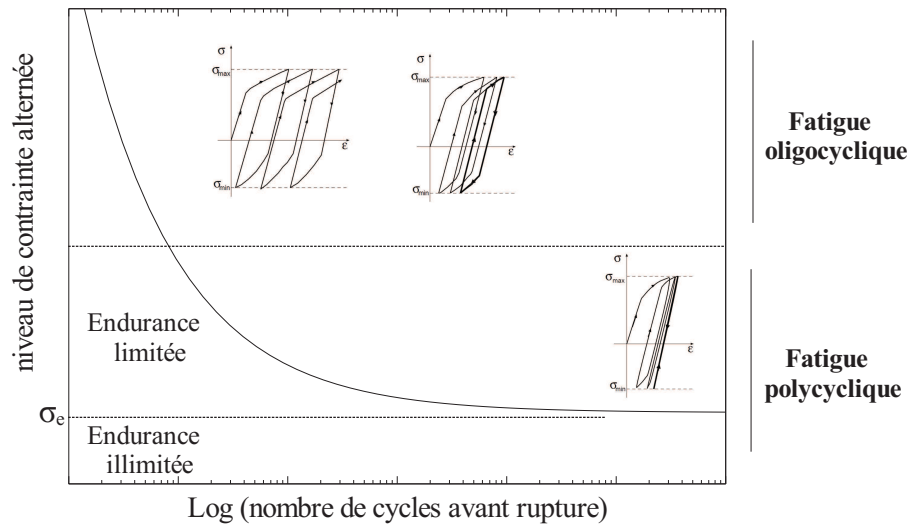


FIGURE 6.2: Différents domaines de fatigue

à celui à faible nombre de cycles. Dans la suite de nos travaux, nous nous intéressons uniquement au régime de la fatigue illimitée et faisons donc l'hypothèse d'un découplage entre les deux phénomènes.

6.1.3 La fatigue à grand nombre de cycles : endurance illimitée

Un critère de fatigue à grand nombre de cycles, de type endurance illimitée, permet de déterminer si la structure aura ou non une durée de vie "infinie". En revanche, il ne donne pas, au contraire des critères de fatigue à faible nombre de cycles, le nombre de cycles en cas de fissuration par fatigue. Les critères de fatigue peuvent être classés selon trois types différents :

- les critères empiriques,
- les critères d'approche globale,
- les critères de type plan critique, qui utilisent des valeurs relatives à un plan désigné comme étant le plan critique vis-à-vis de l'endommagement.

6.1.3.1 Critères empiriques

Les critères empiriques sont issus de résultats expérimentaux obtenus généralement pour un type de sollicitations multiaxiales déterminé. Il s'agit le plus souvent de traction-torsion ou de flexion-torsion en phase. Parmi ces critères, on retrouve les plus anciennes modélisations : le critère de Hohenemser et Prager [Hohenemser and Prager, 1933], élaboré en 1933, et le critère de Gough et Pollard [Gough and Pollard, 1935], [Gough and Pollard, 1951], datant de 1935. Les modèles les plus récents proposés par Lee datent de 1980 [Lee, 1980] et de 1989 [Lee, 1989] [You and Lee,]. Nous présenterons ici

l'un d'entre eux, celui de Gough et Pollard, assez répandu.

Critère de Gough et Pollard

En vue d'élaborer un critère multiaxial de fatigue, Gough et Pollard ont mené une grande campagne d'essais en flexion-torsion alternée, complétée par des essais en flexion-torsion proportionnelle autour d'une flexion-torsion moyenne. L'état de contrainte en tout point est donc de la forme :

$$\underline{\underline{\sigma}} = (\sigma_m + \sigma_a \sin t) \underline{e}_1 \otimes \underline{e}_1 + (\tau_m + \tau_a \sin t) (\underline{e}_1 \otimes \underline{e}_2 + \underline{e}_2 \otimes \underline{e}_1) \quad (6.1)$$

où σ_m correspond à la contrainte moyenne, σ_a l'amplitude de contrainte, τ_m le cisaillement moyen et τ_a l'amplitude de cisaillement.

Les métaux testés en flexion-torsion alternée ont ainsi été classés en deux catégories :

- les métaux ductiles (Figure 6.3(a)), pour lesquels la courbe d'endurance est le quadrant d'ellipse d'équation :

$$\frac{t_a^2}{t_{-1}^2} + \frac{\sigma_a^2}{f_{-1}^2} = 1 \quad (6.2)$$

- les métaux fragiles (Figure 6.3(b)), pour lesquels la courbe d'endurance est l'arc d'ellipse d'équation :

$$\frac{t_a^2}{t_{-1}^2} + \left(\frac{f_{-1}}{t_{-1}} - 1 \right) \frac{\sigma_a^2}{f_{-1}^2} + \left(2 - \frac{f_{-1}}{t_{-1}} \right) \frac{\sigma_a}{f_{-1}} = 1 \quad (6.3)$$

où f_{-1} représente la limite de fatigue en flexion alternée et t_{-1} la limite de fatigue en torsion alternée.

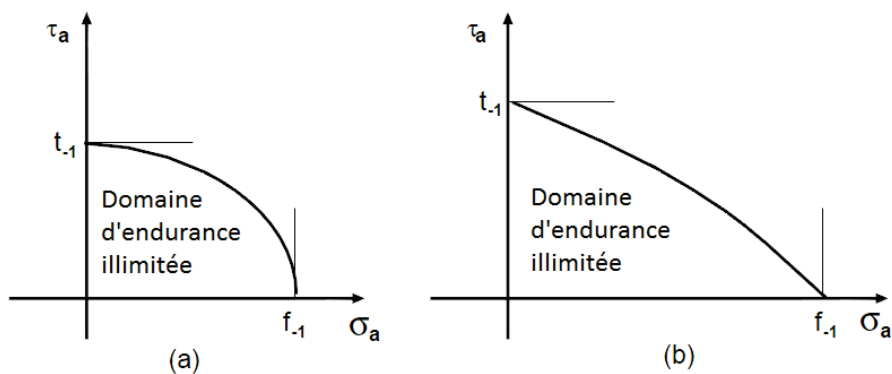


FIGURE 6.3: Critères de Gough et Pollard en flexion-torsion alternée : (a) pour les métaux plutôt ductiles ; (b) pour les métaux plutôt fragiles

Les critères de fatigue empiriques modélisent de façon précise un ensemble de résultats expérimentaux obtenus pour des sollicitations multiaxiales particulières. Il s'agit toujours d'une combinaison de traction-torsion ou de flexion-torsion. L'intérêt de ces modèles est d'offrir, pour des cas de chargement particuliers et pour un grand nombre de matériaux, une bonne représentation du domaine limite d'endurance. Cependant, malgré leur caractère multiaxial, ils sont restreints aux modes de sollicitations pour lesquels ils ont été élaborés. Leur formalisme est spécifiquement lié au type d'états de contraintes rencontrés pour ces sollicitations. Il est donc impossible de leur attribuer un caractère général qui permettrait de traiter tout cycle multiaxial. Ces critères de fatigue ne peuvent donc pas être retenus pour traiter n'importe quel cycle de contrainte, n'étant pas adaptés à une forme quelconque de tenseur de contrainte périodique. Plus particulièrement, nous ne pouvons retenir cette approche pour notre application car les états de contraintes sont variables pour une structure comme le collecteur.

6.1.3.2 Critère d'approche globale

Les critères d'approche globale possèdent tous un caractère global de par leur formulation. Ils peuvent être basés sur des invariants du tenseur des contraintes ou de son déviateur [Altenbach and Zolochovski, 1994] [Crossland, 1956] [Marin, 1956] [Deitman and Issler, 1974] [Sines, 1981], sur la moyenne quadratique d'un indicateur d'endommagement par plan [Fogue, 1987] [Grübisic and Simbürger, 1976] ou encore sur un concept énergétique [Froustey et al., 1992] [Palin-Luc, 1996]. Certains critères, qui utilisent uniquement le premier invariant du tenseur des contraintes et le deuxième invariant du tenseur déviateur, peuvent être considérés comme une approche intermédiaire entre les critères de type plan critique et ceux d'approche globale. En effet, ces deux termes de contraintes sont proportionnels aux contraintes normales et tangentielles agissant sur le plan octaédrique, et traduisent ainsi la non influence d'un cisaillement moyen sur la fatigue. On présente ici quelques-uns des critères les plus utilisés.

Critère de Sines

Le critère de Sines [Sines, 1981] est un critère macroscopique qui est basé sur les invariants de contraintes. Il utilise l'amplitude du cisaillement octaédrique $\sqrt{J_{2,a}}$, et la pression hydrostatique P_m moyenne au cours du cycle. La condition d'endurance illimitée s'exprime :

$$\sqrt{J_{2,a}} + \alpha P_m \leq \beta \quad (6.4)$$

avec $\alpha = \frac{t_{-1} - \frac{f_0}{\sqrt{3}}}{\frac{f_0}{\sqrt{3}}}$ et $\beta = t_{-1}$ où f_0 représente la limite de fatigue en traction répétée et t_{-1} la limite de fatigue en torsion alternée.

Critère de Crossland

Le critère de Crossland [Crossland, 1956] a quant à lui été élaboré à partir d'un vaste programme expérimental composé de trois types d'essais : traction alternée, traction ondulée autour d'une valeur moyenne et torsion alternée d'éprouvettes cylindriques. Il s'appuie également sur l'amplitude du cisaillement octaédrique mais il utilise la pression hydrostatique maximale P_{max} . La condition d'endurance illimitée est donnée par :

$$\sqrt{J_{2,a}} + \alpha P_{max} \leq \beta \quad (6.5)$$

avec $\beta = t_{-1}$ et $\alpha = \frac{t_{-1} - \frac{f_{-1}}{\sqrt{3}}}{\frac{f_{-1}}{\sqrt{3}}} > 0$. f_{-1} représente la limite de fatigue en traction alternée.

Les critères de Sines et de Crossland rendent bien compte qu'une contrainte moyenne de cisssion n'a pas d'influence sur la limite de fatigue, ce qui explique que malgré leur relative simplicité ils soient toujours aujourd'hui cités en référence.

La famille des critères d'approche globale regroupe ainsi des modélisations très variées, dont les justifications sont basées sur des théories diverses et originales. Si les critères d'approche globale sont appropriés lorsqu'un grand nombre de plans physiques passant par le point étudié sont équi-endommagés, leur validité lorsque quelques plans seulement sont activés peut être remise en question.

6.1.3.3 Critères type plan critique

La modélisation du comportement en fatigue d'une structure soumise à un cycle multiaxial de contraintes par les critères de fatigue de type plan critique est élaborée à partir du postulat suivant : l'endommagement sur le seul plan critique pilote le comportement en fatigue du matériau. La définition du plan critique où la fissure doit apparaître est basée sur le choix de paramètres des contraintes s'exerçant sur ce plan et de paramètres issus des invariants du tenseur des contraintes ou de son déviateur. Ce choix repose souvent sur l'observation du comportement expérimental en fatigue des matériaux métalliques. Nous allons présenter ici certains de ces critères basés sur la définition d'un plan critique.

Critère de Findley

Le critère de Findley [Findley, 1959] utilise l'amplitude du cisaillement associée à la valeur maximale de la contrainte normale dans le plan critique défini par son vecteur normal $\underline{n}_c$. Ce critère s'écrit :

$$\tau_a(\underline{n}_c) + \alpha \sigma_{max}(\underline{n}_c) \leq \beta \quad (6.6)$$

Où le vecteur $\underline{n}_c$ est défini par :

$$\underline{n}_c \quad \text{réalisant} \quad \max_{\underline{n}} (\tau_a(\underline{n}) + \alpha \sigma_{max}(\underline{n})(\underline{n})) \quad (6.7)$$

Les constantes $\alpha = \frac{\frac{2t_{-1}}{f_{-1}} - 1}{\sqrt{1 - \left(\frac{2t_{-1}}{f_{-1}} - 1\right)^2}}$ et $\beta = \frac{t_{-1}}{\sqrt{1 - \left(\frac{2t_{-1}}{f_{-1}} - 1\right)^2}}$ sont des caractéristiques du

matériau, τ_a l'amplitude de la contrainte tangentielle (rayon du plus petit cercle circonscrit au trajet de charge) et σ_{max} la contrainte normale maximale.

Ce critère prévoit l'influence sur la limite de fatigue en torsion d'une contrainte moyenne de torsion, ce qui est en désaccord avec les observations expérimentales sur la plupart des matériaux métalliques.

Critère de Matake

A l'instar de Findley, Matake [Matake and Imai, 1980] considère l'amplitude du cisaillement associée à la valeur maximale de la contrainte normale dans le plan critique. Cependant, il adopte une définition différente pour le plan critique. En effet, pour Matake, celui-ci correspond au plan dans lequel l'amplitude du cisaillement est maximale, ce qui résout le problème du critère de Findley vis-à-vis de la torsion. De plus, le critère prédit l'influence linéaire d'une contrainte moyenne de traction en flexion. Il permet également d'obtenir de bons résultats pour des chargements proportionnels. En revanche, dans le cas d'un essai de traction bi-axiale par exemple, avec un cycle de traction alternée suivant l'axe de l'éprouvette et une traction statique suivant un axe perpendiculaire, le plan critique n'est pas unique. Ainsi, selon le plan choisi, la contrainte normale est différente ce qui n'est pas acceptable pour une utilisation industrielle.

Critère de Robert

Robert [Robert, 1992] propose en 1992 de séparer la contribution des contraintes normales en prenant les contraintes normales moyennes et alternées, associées à un plan. De plus, pour le cisaillement, il utilise la notion de plus petit cercle incluant le trajet des contraintes. Ce critère s'écrit de la manière suivante

$$\max_{\underline{n}, t} (\tau_a(\underline{n}, t) + \alpha \sigma_a(\underline{n}, t) + \beta \sigma_m(\underline{n})) \leq \lambda \quad (6.8)$$

avec σ_a l'amplitude de la contrainte normale, τ_a l'amplitude de la contrainte tangentielle et σ_m la

contrainte normale moyenne. α , β et λ sont donnés par

$$\alpha = \frac{\frac{2t_{-1}}{f_{-1}} - 1}{\sqrt{\frac{2t_{-1}}{f_{-1}} \left(2 - \frac{2t_{-1}}{f_{-1}} \right)}} \quad (6.9)$$

$$\lambda = t_{-1} \sqrt{\alpha^2 + 1} \quad (6.10)$$

$$\beta = \frac{2\lambda}{f_0} - \frac{f_0}{8\lambda} - \alpha \quad (6.11)$$

Ce critère prédit une nouvelle fois l'influence d'une contrainte moyenne de torsion sur la limite de fatigue en torsion d'une contrainte moyenne de torsion, ce qui est en contradiction avec les observations expérimentales.

Il existe aujourd'hui de nombreux autres critères [Susmel, 2010]. Le critère de Dang Van, dans sa première version (1973), est le premier critère de fatigue à avoir été introduit dans l'industrie française (PSA). Malgré les défauts qu'il présente (mauvaise description pour les chargements multi-axiaux non proportionnels, temps de calculs importants) ce critère reste aujourd'hui encore très utilisé pour de nombreuses applications automobiles et c'est celui-ci que nous allons présenter plus en détail.

Critère de Dang Van

L'idée de base de Dang Van en 1973 [Dang Van, 1973] est qu'aucune fissure de fatigue n'est amorcée après un nombre fini de cycle si et seulement si la réponse du grain à la sollicitation cyclique est adaptée. Ainsi, la contrainte microscopique dans un grain au cours du cycle adapté satisfait à chaque instant le critère de plasticité.

Le cycle des contraintes microscopiques adapté est calculé à partir du cycle de chargement local. Sous hypothèse d'adaptation élastique, le passage à l'échelle mésoscopique (celle du grain) se fait par la formulation suivante :

$$\underline{\underline{\sigma}}_{local}(t) = \underline{\underline{\sigma}}(t) + \underline{\underline{\rho}}^* \quad (6.12)$$

Avec $\underline{\underline{\rho}}^*$ un champ de contraintes résiduelles constant.

Le champ de contrainte mésoscopique adapté $\underline{\underline{\sigma}}_{local}(t)$ doit satisfaire en tout instant le critère de plasticité du grain. Dang Van choisi d'utiliser un critère de type Tresca, c'est-à-dire que la condition $f(\underline{\underline{\sigma}}_{local}(t)) \leq 0$ porte sur la cission. En 1973, Dang Van postule un critère de plasticité du grain de la forme :

$$\forall \underline{n} \quad \forall t \quad \tau_{local}(\underline{n}, t) + a p_{local}(t) \leq b \quad (6.13)$$

Avec $p_{local}(t)$ la pression hydrostatique instantanée, $\tau_{local}(\underline{n}, t)$ la cission instantanée associée à la contrainte mésoscopique $\underline{\sigma}_{local}(t)$.

Les contraintes a et b peuvent être identifiées avec les limites d'endurance en flexion alternée et en torsion alternée par les formules :

$$a = \sup \left\{ 0, \frac{t_{-1} - \frac{f_{-1}}{2}}{\frac{f_{-1}}{3}} \right\} \quad (6.14)$$

$$b = t_{-1} \quad (6.15)$$

Le critère peut aussi s'écrire ainsi :

$$\max_{\underline{n}} \max_t (\tau_{local}(\underline{n}, t) + a p_{local}(t)) \leq b \quad (6.16)$$

Enfin, on admet que les contraintes résiduelles mésoscopiques $\underline{\rho}^*$ sont proportionnelles aux déformations plastiques et, ainsi, leur tenseur est déviatorique. Par conséquent, la pression hydrostatique mésoscopique $p_{local}(t)$ est égale à la pression hydrostatique macroscopique $P(t)$:

$$p_{local}(t) = P(t) = \frac{1}{3} tr(\underline{\sigma}(t)) \quad (6.17)$$

En 1987, les travaux de Papadopoulos ont permis à Dang Van de proposer une approche pour le calcul de la cission mésoscopique. Papadopoulos a montré que le champ de contraintes résiduelles mésoscopiques à l'état adapté à la limite de fatigue se calcule comme centre de la plus petite hypersphère circonscrite au trajet de chargement dans l'espace des déviateurs.

Si l'on écrit :

$$\underline{s}_{local}(t) = \underline{s}(t) + \underline{\rho}^* \quad (6.18)$$

Et en prenant pour $\underline{\rho}^*$ la valeur que lui attribue Papadopoulos, la cission microscopique maximale lorsque le plan sur lequel on le considère varie est alors donnée par :

$$\tau(t) = \frac{\sigma_I(t) - \sigma_{III}(t)}{2} \quad (6.19)$$

Avec $\sigma_I(t)$ et $\sigma_{III}(t)$ respectivement la plus grande et la plus petite des valeurs propres du déviateur

des contraintes mésoscopiques $\underline{s}_{local}(t)$ dans le cycle adapté. Le critère de Dang Van s'écrit alors :

$$\max_t (\tau_{local}(t) + aP(t)) \leq b \quad (6.20)$$

On a coutume de représenter dans le plan (τ, p) le trajet de chargement en un point matériel donné : c'est ce qu'on appelle diagramme de Dang Van (Figure 6.4). Le domaine d'endurance illimitée est le demi plan limité par la droite d'équation $\tau + ap = b$. Si le trajet de chargement est en dessous de la droite, il y a endurance. Si le trajet traverse la droite à un instant donné, il y a amorçage de fissure de fatigue.

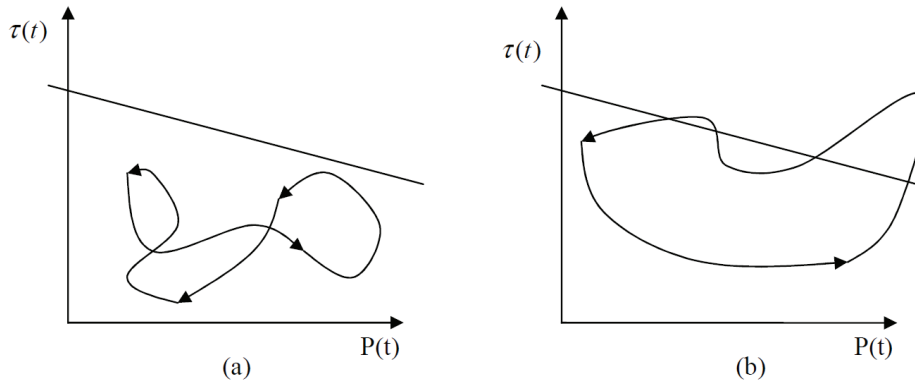


FIGURE 6.4: Diagramme de Dang Van en cas de rupture (b) et de non rupture (a)

Nous aborderons dans les parties suivantes le processus d'utilisation de ce critère dans le dimensionnement des structures à la fatigue car il reste aujourd'hui une référence dans le dimensionnement des structures automobiles. Les démarches de projection modale vont ainsi être appliquées sur le critère de Dang Van mais sont extensibles à d'autres critères.

6.2 Application du critère de Dang Van - Approche temporelle

6.2.1 Méthode de calcul

En chaque point $\underline{x}$ de la structure et à chaque instant t du cycle de chargement périodique, on connaît le tenseur de contraintes macroscopique $\underline{\sigma}(\underline{x}, t)$. Le trajet est discrétisé en N instants.

Pour chaque point de la structure, les étapes du calcul sont les suivantes :

1. Calcul de la pression hydrostatique $P(t) = \frac{1}{3}tr(\underline{\sigma}(t))$.
2. Calcul du déviateur des contraintes macroscopiques $\underline{s}(t) = \underline{\sigma}(t) - P(t)\underline{I}$.

3. Détermination du centre $\underline{\underline{C}}^*$ de la plus petite sphère circonscrite au trajet de chargement $\underline{\underline{s}}(t)$ et des contraintes mésoscopiques $\underline{\underline{\sigma}}_{local}(t) = \underline{\underline{\sigma}}(t) - \underline{\underline{C}}^*$ et $\underline{\underline{s}}_{local}(t) = \underline{\underline{s}}(t) - \underline{\underline{C}}^*$.
4. Calcul des contraintes mésoscopiques principales $\sigma_I(t)$, $\sigma_{II}(t)$ et $\sigma_{III}(t)$ puis de la cission mésoscopique maximale $\tau_{local}(t) = \frac{\sigma_I(t) - \sigma_{III}(t)}{2}$.
5. Calcul du critère au point $\underline{\underline{x}}$ considéré, durée de vie infinie si :

$$C = \max_t \frac{\tau_{local}(t) + aP(t) - b}{b} < 0$$

L'algorithme de calcul est présenté dans la Figure 6.5. Toute la difficulté du calcul de ce critère réside dans la détermination du centre du trajet de chargement. Nous allons donc maintenant décrire les méthodes de calcul actuelles.

6.2.2 État de l'art du calcul du centre du trajet de chargement

L'algorithme de détermination du centre du trajet de chargement doit être rapide et robuste car ce calcul est effectué en chacun des points d'intégration du modèle éléments finis de la structure à dimensionner. À titre d'exemple, les modèles actuels pour collecteurs d'échappements comportent entre 200 000 et 300 000 éléments de type quadratique avec chacun 4 points d'intégration, soit en moyenne 1 000 000 de points d'intégration.

La méthode de calcul introduite initialement par Papadopoulos consiste à rechercher le plus petit cercle contenant le trajet des contraintes de cisaillement dans chaque plan de cisaillement. On se place dans un espace à deux dimensions, ce qui constitue un gros avantage en terme de temps de calculs. Cependant, cette méthode n'assure pas mathématiquement l'unicité de l'hypersphère. Pour cela il faut travailler directement dans l'espace du déviateur des contraintes, qui est de dimension 5 [Papadopoulos, 1987].

Quelque soit la méthode de calcul utilisée, la première étape est donc de se placer dans la base des déviateurs. Cela est effectué grâce au changement de base qui donne les nouvelles coordonnées dans la base $s'_{ij} = \underline{\underline{s}}_{i,local} : \underline{\underline{A}}_j$ avec :

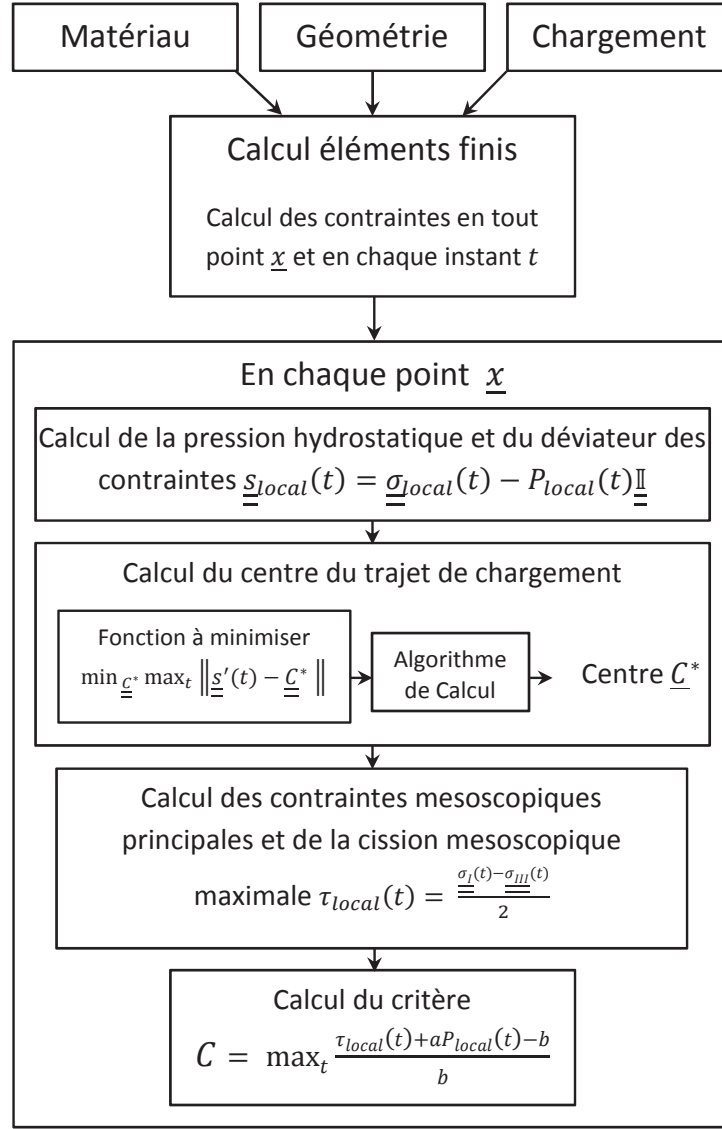


FIGURE 6.5: Algorithme de calcul du critère de Dang Van - Approche temporelle

$$\mathcal{A}_1 = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \mathcal{A}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \mathcal{A}_3 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (6.21)$$

$$\mathcal{A}_4 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \mathcal{A}_5 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (6.22)$$

À partir de ce point, la méthode utilisée historiquement pour résoudre le problème du calcul du centre en un point de la structure est la méthode dite des polytopes. En effet, Papadopoulos démontre [Papadopoulos, 1987] que la plus petite hypersphère circonscrite à l'ensemble des points $\underline{s}'_i$ (points issus de

la discrétisation temporelle) est l'hypersphère circonscrite à un polytope engendré par une combinaison de 2, 3, 4, 5 ou 6 points distincts choisis dans l'ensemble des $\underline{s}'_i$. D'un point de vue géométrique, un polytope est une enveloppe convexe bornée et donc la généralisation en dimension n d'un polygone en dimension 2 et d'un polyèdre en dimension 3. Ainsi, en $2D$, une droite est un polytope engendré par 2 points et un triangle un polytope engendré par 3 points.

À partir de cette hypothèse, on examine toutes les combinaisons de 2, 3, 4, 5 et 6 points en construisant la plus petite hypersphère qui contient tous les points du chargement discrétisé temporellement. Si certains points se trouvent à l'extérieur de l'hypersphère ainsi construite, celle-ci est éliminée. La plus petite des hypersphères retenues est la plus petite hypersphère circonscrite à l'ensemble des $\underline{s}'_i$. La méthode proposée par Papadopoulos est présentée dans la Figure 6.6 pour un espace de dimension 2.

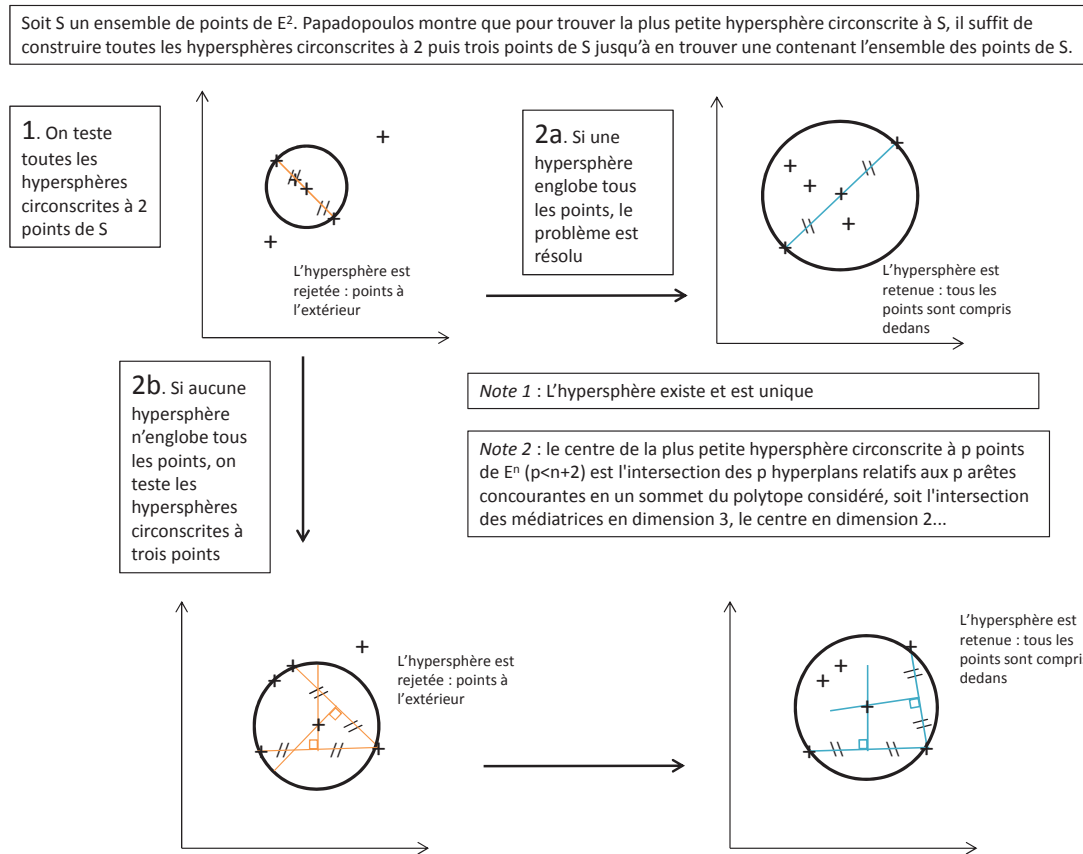


FIGURE 6.6: Schéma explicatif de la méthode des polytopes

Le nombre de total de polytopes engendrés par p points est

$$\lambda = C_p^6 + C_p^5 + C_p^4 + C_p^3 + C_p^2 \quad (6.23)$$

Ainsi, pour un chargement discrétisé en 10 instants on a déjà 837 polytopes à étudier, et pour 100 instants 1 271 427 795 polytopes ce qui représente un choix considérable et un traitement systématique lourd à mettre en œuvre.

C'est cette méthode qui est toutefois historiquement utilisée chez PSA Peugeot Citroën pour le calcul du centre du trajet de chargement d'une structure, pour une utilisation en fatigue vibratoire. Des considérations géométriques telles que celles proposées par [Kieffer, 2003] permettent d'améliorer l'algorithme proposé par Papadopoulos en réduisant le nombre de polytopes à tester mais les temps de calculs restent considérables pour des chargements complexes. Cependant, d'autres méthodes ont été développées depuis.

Les travaux de Gärtner [Gärtner, 1999] sont à la base de nombreux modèles aptes à résoudre les problèmes de calcul du centre d'un ensemble de points en différentes dimensions. La méthode est extrêmement rapide pour des dimensions inférieures à 10, à partir de laquelle l'algorithme ralentit un peu, et pour une dimension supérieure à 20, n'est parfois plus utilisable. Avec cette approche temporelle, le calcul à effectuer dans notre cas est de dimension 5. Inglebert [Inglebert et al., 2000] propose quant à elle un algorithme utilisant une méthode de gradient conjugué valable pour des tenseurs de contraintes symétriques obtenus en théorie pour de petites déformations. En 2005, Bernasconi [Bernasconi and Papadopoulos, 2005] étudie différents algorithmes aptes à résoudre des problèmes de calcul de centre de trajet de chargement et compare leur efficacité ([Weber et al., 1999] pour des chargements comportant très peu d'instants de discrétisation, algorithmes aléatoires, ..). Susmel propose en 2010 une méthode basée sur le maximum de la variance et permettant de calculer des plans critiques pour des problèmes de fatigue multiaxiaux [Susmel, 2010]. D'autres méthodes consistent plutôt à résoudre un problème d'optimisation de type min-max $\min_{\underline{c}} \max_t \|\underline{\sigma}'(t) - \underline{c}^*\|$. Des algorithmes tels que ceux développés par [Zhou et al., 1997] ou encore [Kuntsevich and Kappel, 1997] peuvent alors être utilisés. C'est l'algorithme proposé dans [Zhou et al., 1997] qui servira de base à nos calculs car il nous semble le plus adapté à notre problème, présente des performances intéressantes et est disponible sous forme d'un code facilement utilisable.

6.2.3 Conclusions

De nombreuses méthodes sont aujourd'hui proposées afin de calculer le centre du trajet de chargement d'une structure tel que Dang Van l'a défini. Malgré les développements récents, le calcul du critère de fatigue reste relativement long car il est nécessaire de calculer le critère en chaque point de la structure, pour des structures présentant parfois de centaine de milliers voire quelques millions de points d'intégration. La méthode que nous allons proposer va alors permettre de calculer le centre du trajet de chargement uniquement en quelques points de calcul.

6.3 Application du critère de Dang Van - Approche modale

6.3.1 Contexte

Comme nous l'avons vu précédemment, dans le cas de structures présentant des chargements complexes, notamment pour des structures qui vibrent, la mise en œuvre du critère de Dang Van, et plus généralement de nombreux critères de fatigue, prend un temps de calcul conséquent. Cet inconvénient s'avère très gênant dans un contexte industriel notamment lorsqu'on veut tester une multitude de cas de sollicitations ou lorsqu'on cherche à optimiser la géométrie ou le matériau constitutif d'une structure. Ceci nous pousse à proposer une approche modale du critère de Dang Van.

On pose donc ici les bases d'une méthode qui va nous permettre de nous affranchir des calculs coûteux et qui a été initiée par [Moumni et al., 2003]. L'idée de base est de calculer le centre du trajet de chargement en un point ou un nombre restreint de points, et d'en déduire le centre en chaque point grâce à une analyse modale permettant une rapide analogie avec le reste de la structure.

6.3.2 L'analyse modale

Nous présentons ici les principes de la décomposition modale ainsi que les hypothèses sur lesquelles reposent une telle méthode.

La première étape consiste bien entendu à déterminer les modes propres de la structure. Chaque mode est caractérisé par une déformée modale, une masse généralisée, une raideur généralisée et une fréquence propre. On ne retiendra qu'un certain nombre de modes p , en fonction du problème étudié. On réalise ainsi une troncature modale dont le principe est détaillé en Annexe C.

On projette ensuite les équations de la dynamique sur chacun des modes θ_n , $n=1..p$. La propriété l'orthogonalité au sens des matrices de masse et de raideur nous conduit à avoir un système de p équations différentielles complètement découplées. Chaque équation est semblable à l'équation d'un oscillateur harmonique dont les caractéristiques sont la masse généralisée et la raideur généralisée du mode considéré. Dans chaque équation, l'inconnue sera un déplacement généralisé. On note q_n le déplacement généralisé associé au mode θ_n , $n = 1, p$ et on l'appelle déplacement modal. On obtient le déplacement physique réel par recombinaison modale en écrivant :

$$\underline{u}(\underline{x}, t) \simeq \sum_{n=1}^{n=p} q_n(t) \theta_n(x) \quad (6.24)$$

En tout point et en tout instant, en gardant les mêmes notations, on peut décomposer la contrainte de

la façon suivante :

$$\underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}, t) \simeq \sum_{n=1}^{n=p} q_n(t) \underline{\underline{\sigma}}_n(\underline{x}) \quad (6.25)$$

où $\underline{\underline{\sigma}}_n(\underline{x})$ est la contrainte modale associée au mode n .

Ainsi, les déviateurs modaux associés s'écrivent :

$$\underline{\underline{s}}(\underline{x}, t) \simeq \sum_{n=1}^{n=p} q_n(t) \underline{\underline{s}}_n(\underline{x}) \quad (6.26)$$

où $\underline{\underline{s}}_n(\underline{x})$ correspond au déviateur associé à la contrainte modale $\underline{\underline{\sigma}}_n(\underline{x})$, appelé par la suite déviateur modal.

Pour la suite des équations nous considérerons que les équations ci dessus sont des égalités et approximeront ainsi la troncature à la solution réelle.

6.3.2.1 Spectre à bande étroite

Dans le cas d'un spectre de sollicitation à bande étroite, un seul mode n est actif pour le système mécanique considéré. Ainsi on a en tout point de la structure :

$$\underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}, t) = q_n(t) \underline{\underline{\sigma}}_n(\underline{x}) \quad (6.27)$$

Le problème min-max à résoudre s'écrit :

$$R = \min_{\underline{\underline{C}}^*} \max_t ||\underline{\underline{s}}(\underline{x}, t) - \underline{\underline{C}}^*(\underline{x})|| \quad (6.28)$$

où R est le rayon et $\underline{\underline{C}}^*$ le centre de la plus petite hypersphère circonscrite au trajet de chargement.

On considère que le centre est un état de contrainte particulier s'écrivant :

$$\underline{\underline{C}}^*(\underline{x}) = \alpha_n \underline{\underline{s}}_n(\underline{x}) \quad (6.29)$$

On peut alors réécrire le problème ainsi :

$$R = \min_{\alpha_n} \max_t |q_n(t) - \alpha_n| ||\underline{\underline{s}}_n(\underline{x})|| \quad (6.30)$$

La recherche de α_n ne dépend donc pas du point de la structure. La position $\underline{x}$ intervient uniquement dans la recomposition du centre par l'Équation 6.29. Ainsi il est possible de calculer α_n en un point de la

structure et d'en déduire le centre et le critère en chaque point, ce qui permet un gain de temps de calcul considérable (1 calcul contre 1000000). Néanmoins, ce type de chargement sollicitant directement un unique mode n'est pas représentatif de tous les chargements observables sur structure. On s'interroge alors sur les conséquences de la sollicitation des plusieurs modes de vibration de la structure.

6.3.2.2 Spectre à bande large

Dans le cas d'un spectre à bande large, on retient p modes pour la troncature modale :

$$\underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}, t) = \sum_{n=1}^{n=p} q_n(t) \underline{\underline{\sigma}}_n(\underline{x}) \quad (6.31)$$

Ainsi, on considère que le centre du trajet de chargement s'écrit :

$$\underline{\underline{C}}^*(\underline{x}) = \sum_{n=1}^{n=p} \alpha_n \underline{\underline{s}}_n(\underline{x}) \quad (6.32)$$

Le problème min-max devient :

$$R = \min_{\alpha_n} \max_t \left\| \sum_{n=1}^{n=p} (q_n(t) - \alpha_n) \underline{\underline{s}}_n(\underline{x}) \right\| \quad (6.33)$$

La résolution du problème permet de calculer les p valeurs de $\underline{\underline{\alpha}}$. Il est ainsi possible, sous certaines hypothèses, de déterminer le centre $\underline{\underline{C}}^*$ en chaque point à partir d'une seule valeur du vecteur $\underline{\underline{\alpha}}$.

6.3.3 Calcul du centre du trajet de chargement

La résolution du problème min-max peut s'effectuer grâce aux mêmes algorithmes que pour le calcul temporel. Ainsi l'utilisation de l'algorithme FFSQP appliqué à la fonction $\min_{\alpha_n} \max_t \left\| \sum_{n=1}^{n=p} (q_n(t) - \alpha_n) \underline{\underline{s}}_n(\underline{x}) \right\|$ permet de calculer le vecteur $\underline{\underline{\alpha}}$ en n'importe quel point de la structure. L'algorithme utilisé est alors présenté dans la Figure 6.7.

6.3.4 Hypothèses de calcul

Grâce aux résultats du chapitre 5, on émet l'hypothèse qu'il est possible de prendre en compte le chargement initial, par exemple une précharge thermomécanique, et d'effectuer l'analyse modale sur cette structure avant de calculer le critère de Dang Van dû à un chargement cyclique périodique.

Cette méthode pose certaines hypothèses :

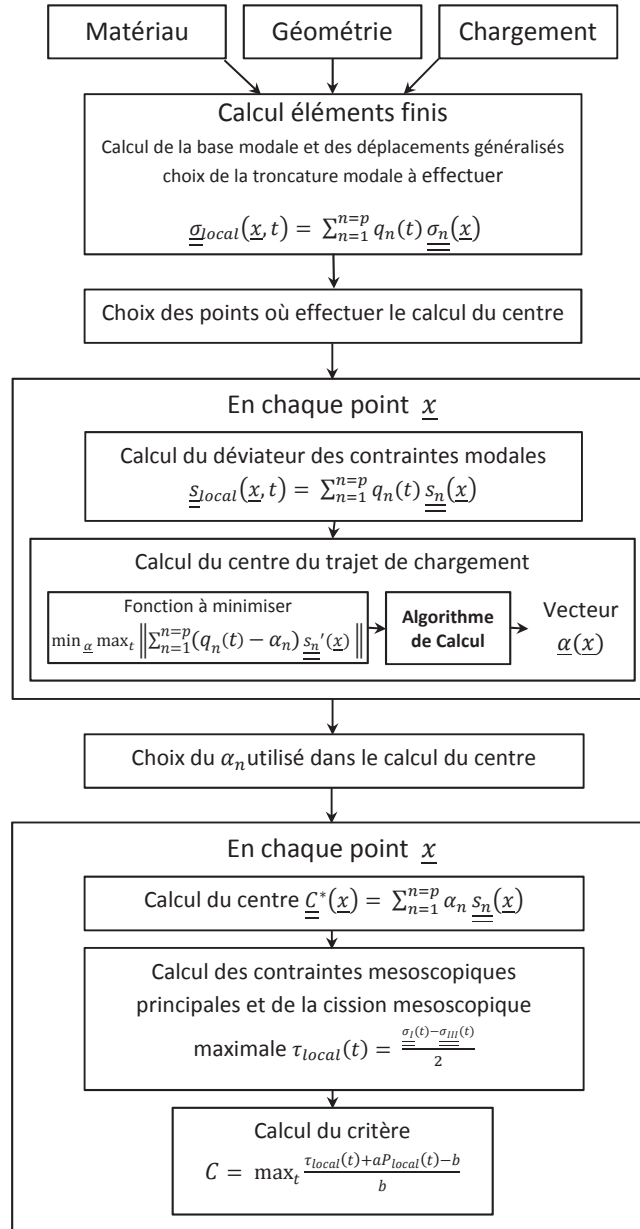


FIGURE 6.7: Algorithme de calcul du critère de Dang Van - Approche modale

- La projection de la réponse de la structure sur la base modale est suffisamment proche de la réponse réelle (voir Annexe C).
- Le centre peut se décomposer sur la base modale de la structure, c'est-à-dire qu'il appartient au trajet de chargement. Cette hypothèse est déjà l'une de celles du critère de Dang Van où l'on considère que les contraintes microscopiques sont égales aux contraintes macroscopiques.

6.4 Comparaison des approches

Le programme de calcul du critère de Dang Van, et donc du centre de l'hypersphère, est implémenté en Fortran. Cela permet d'intégrer directement le calcul du centre via l'algorithme développé par [Zhou et al., 1997]. Les contraintes modales et les déplacements généralisés sont obtenus grâce à un logiciel éléments finis, ici Cast3m.

6.4.1 Validation de la méthode - Sollicitation d'un mode d'une poutre encastrée-libre

On s'intéresse dans un premier temps à une poutre en acier AISI 441 encastrée en l'une des deux extrémités. Pour cet essai de validation, on impose comme chargement un effort tranchant sinusoïdal à l'extrémité libre de la poutre permettant de solliciter son premier mode de vibration. L'analyse modale de la structure donne par ailleurs les fréquences propres présentées dans le Tableau 6.1.

N° du mode	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Fréquence propre associée (Hz)	20	66	125	350	364	400	686	1077	1098	1132

TABLE 6.1: Premières fréquences propres de l'éprouvette

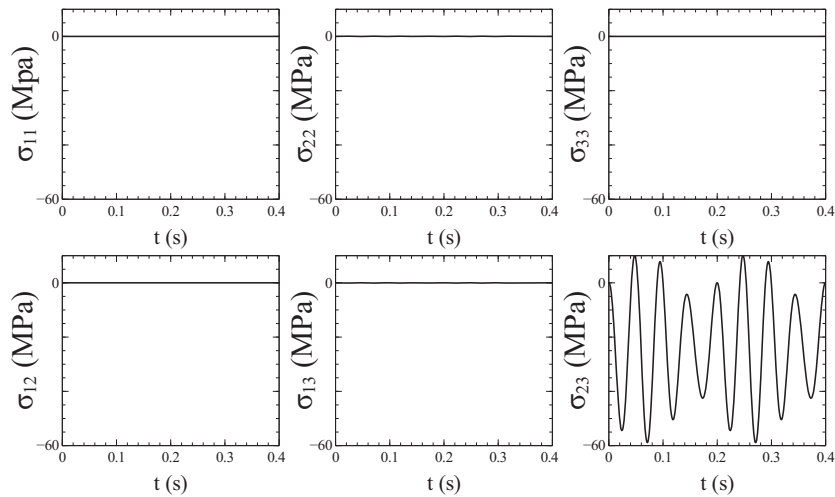


FIGURE 6.8: Contraintes en un point de la structure

La réponse en contraintes de la structure est présentée dans la Figure 6.8. Comme on souhaite comparer les résultats donnés par le critère de Dang Van soit par projection modale, soit par la filière temporelle classique, on choisit ici de considérer la réponse de la structure reconstruite par recombinaison modale pour les deux méthodes afin d'éviter toute différence dans les contraintes.

La Figure 6.9(b) compare les valeurs des critères de Dang Van le long de la poutre (Figure 6.9(a)). On constate donc que pour ce chargement sollicitant un mode de la poutre (et donc un spectre étroit), les deux

méthodes de calcul permettent d'obtenir le même résultat. On valide donc la méthode pour ce cas particulier.

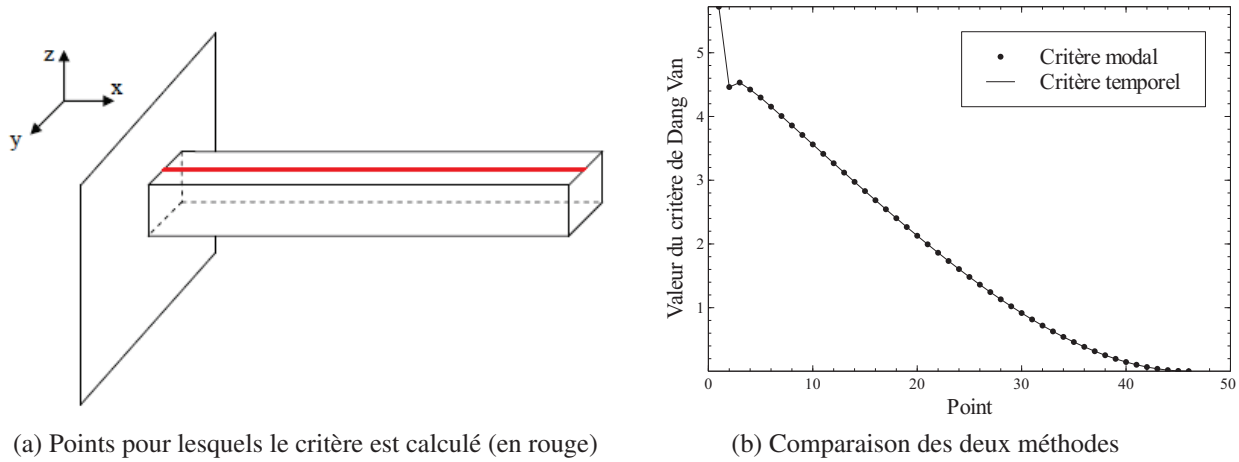


FIGURE 6.9: Calcul du critère le long de la poutre

6.4.2 Sollicitation d'un mode d'une poutre bi-encastree

Une nouvelle structure est choisie pour valider la méthode de projection modal et afin de pouvoir imposer par la suite une précontrainte sur une des deux extrémités de l'éprouvette. C'est une poutre encastree aux deux extrémités (Figure 6.10) dont les dimensions et caractéristiques sont présentées dans le Tableau 6.2.

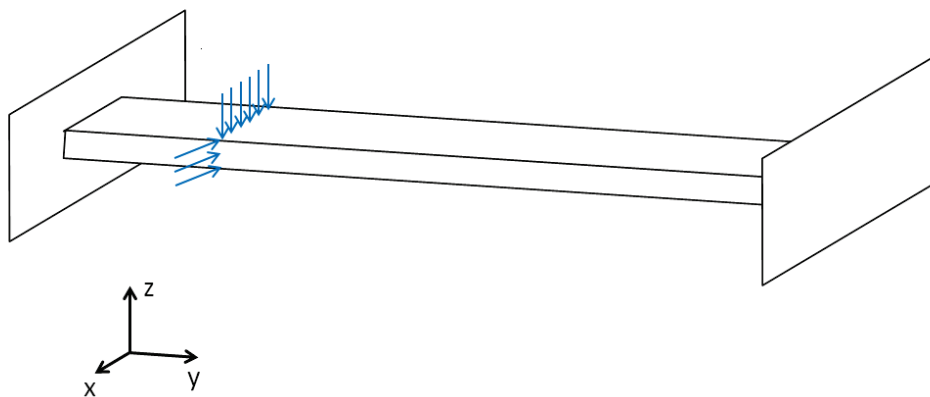


FIGURE 6.10: Géométrie et chargement

Le chargement imposé pouvant solliciter jusqu'au huitième mode de la structure, la troncature de la base modale pour le calcul des contraintes est effectuée à partir de ce 8^{eme} mode. Le chargement imposé est maintenant décrit dans la Figure 6.11. Il s'applique tel que présenté sur la Figure 6.10 au quart de la

Dimensions	
Longueur	800 mm
Largeur	20 mm
Épaisseur	2 mm
Caractéristiques	
Module d'Young à 20°C	195 GPa
Masse volumique à 20°C	7.8 g/cm ³

TABLE 6.2: Dimensions et caractéristiques de la structure étudiée

N° du mode	1	2	3	4	5	6	7	8
Fréquence propre associée (Hz)	69	158	189	277	372	432	565	617

TABLE 6.3: Fréquences propres de l'éprouvette bi-encastree

longueur de la structure bi-encastree et permet ainsi de solliciter plusieurs modes de vibration de la structure.

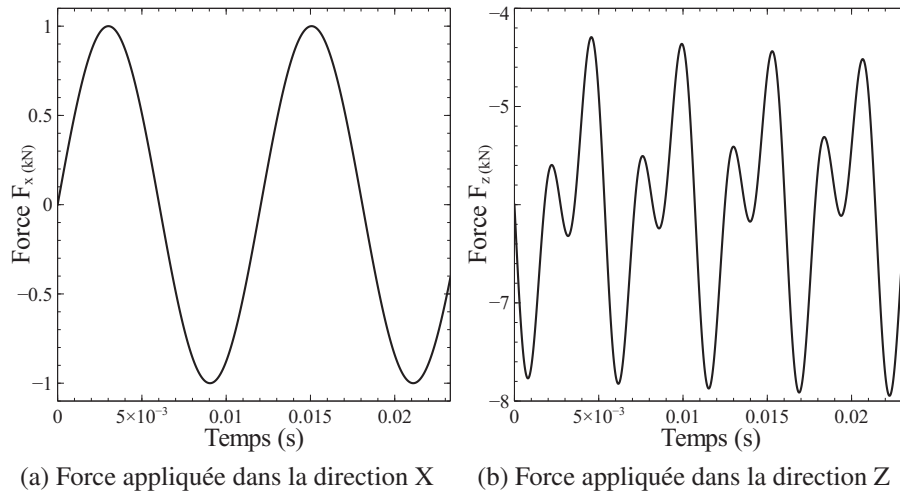


FIGURE 6.11: Chargement imposé dans les directions x et z

La Figure 6.12 permet ici de vérifier l'impact de la méthode de calcul des contraintes sur la valeur du critère. À part une erreur prévisible au niveau des encastremets, on peut valider ici le choix de la troncature effectuée.

La Figure 6.13 présente le critère tel qu'il est calculé grâce à la méthode temporelle classique, le long de l'abscisse curviligne de la poutre de la même manière que dans la figure 6.9. Les contraintes dans la structure sont une nouvelle fois calculées grâce à la méthode de recomposition modale afin de ne pas induire de différences dans les valeurs des contraintes à cause de la troncature modale. On compare ce résultat à la valeur du critère obtenu avec un centre du trajet de chargement nul. Cette comparaison permet de mettre en avant l'importance du calcul du centre. Une grande influence du centre $\underline{\underline{C^*}}$ est constatée. La valeur du critère est doublée en certains points.

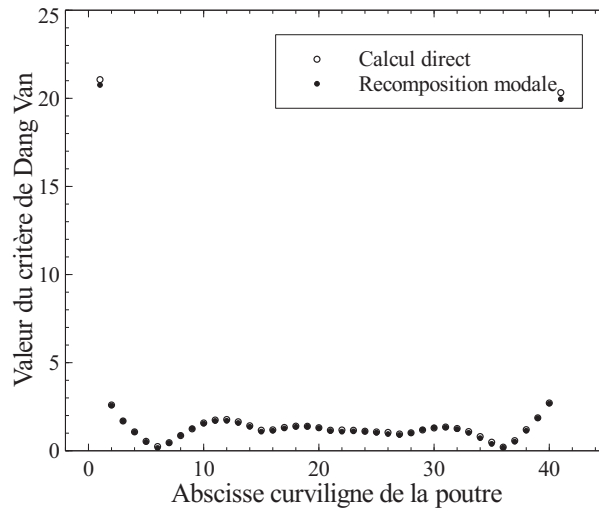


FIGURE 6.12: Comparaison des critères issus des calculs directs et recomposés à partir de l'analyse modale

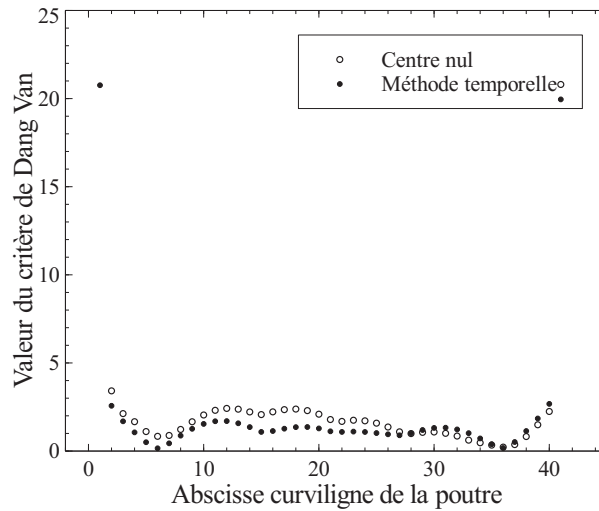


FIGURE 6.13: Influence du calcul du centre sur le chargement

Sur la Figure 6.14 sont comparées les valeurs des critères de Dang Van issus des deux algorithmes de calcul : temporel et projection modale. Dans le cas de la recomposition modale, le calcul du centre est effectué en moyennant les valeurs de $\underline{\alpha}$ sur l'ensemble de la structure, $\underline{\alpha}$ correspondant au paramètre du centre du trajet de chargement tel que $\underline{C}^*(\underline{x}) = \alpha_n \underline{s}_n(\underline{x})$.

Cependant, un moyennage sur un nombre restreint de $\underline{\alpha}$ est nécessaire afin de garantir un gain de temps de calcul. En effet, l'objectif visé par la méthode de projection modale est de ne calculer le paramètre du centre, $\underline{\alpha}$, qu'en quelques points.

Les valeurs des composantes de ce paramètre sont présentées dans la Figure 6.15. Pour chaque composante, la valeur moyenne de $\underline{\alpha}$ est représentée en rouge sur la figure. On constate que dans le cas

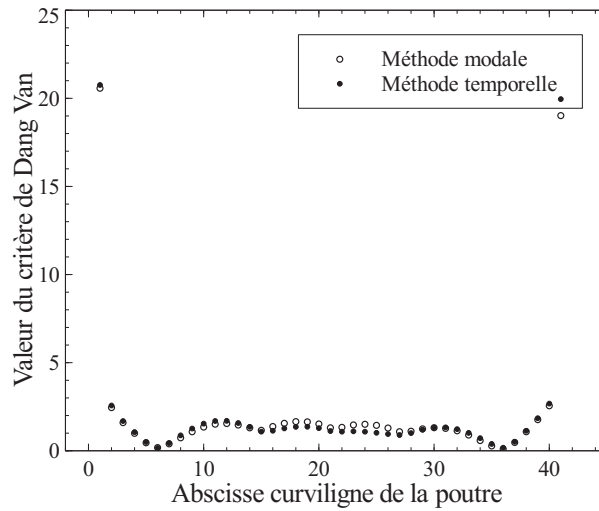


FIGURE 6.14: Influence de la méthode de calcul sur la valeur du critère

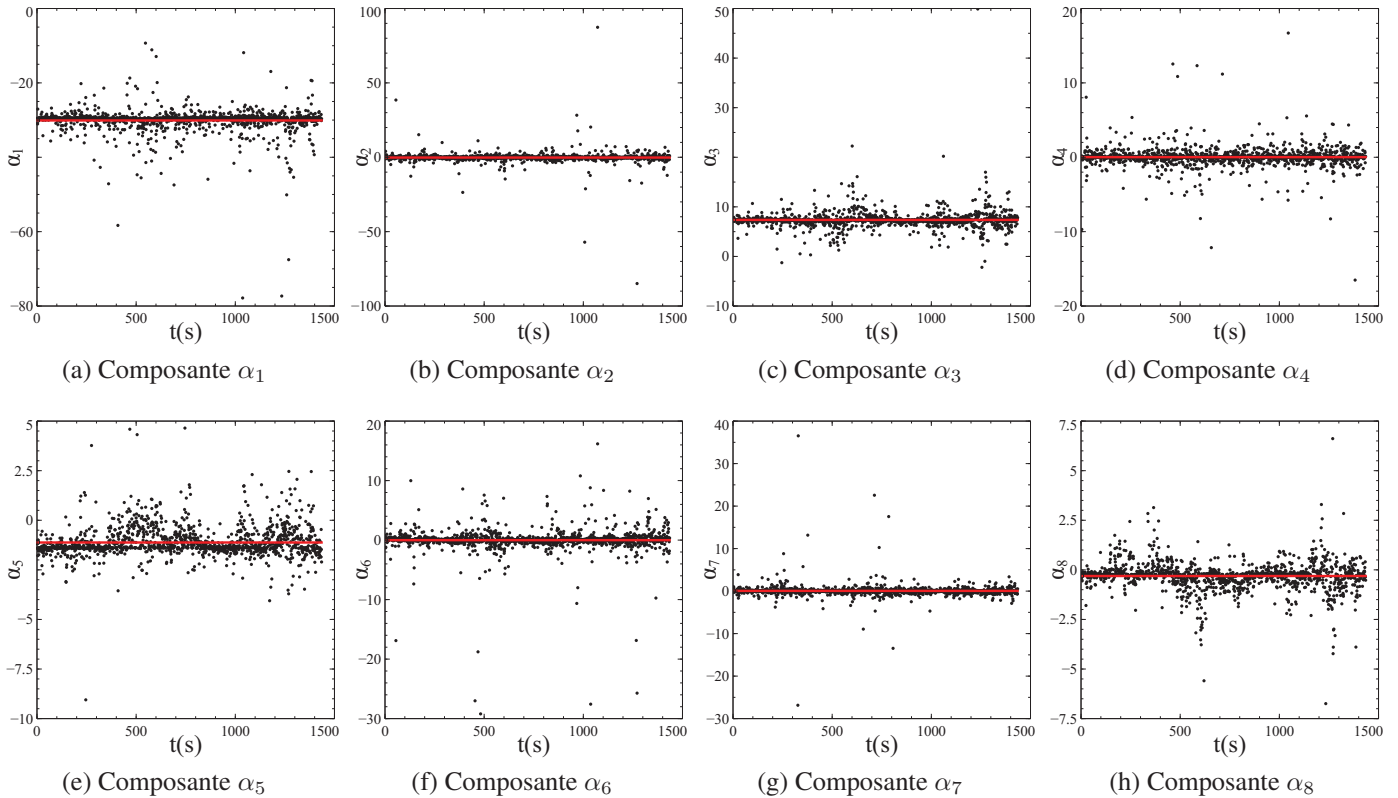


FIGURE 6.15: Composantes du centre α

de la composante 5, le bruit très important fausse la valeur de α prise en compte. De manière plus générale, un certain nombre de valeurs de α sont très différentes des autres. Cela peut être dû à des problèmes numériques, notamment lorsque le point est trop proche d'un nœud de vibration de la structure. En effet, si la composante en contrainte s'annule en un point du maillage, le problème min-max à résoudre n'a plus une unique solution et la valeur de α correspondant au mode lié à ce point peut prendre n'importe

quelle valeur. Les études effectuées montrent que le bruit autour des valeurs des composantes de α est proportionnel au nombre de modes pris en compte lors de la troncature, c'est-à-dire au nombre de nœuds de vibration.

Ainsi, outre un temps de calcul plus faible, il est nécessaire de minimiser le nombre de modes à conserver lors de la troncature. Les résultats sont bien meilleurs pour des chargements sollicitant peu de modes. Dans la Figure 6.16 on observe les résultats liés à un chargement exercé sur la structure, ne sollicitant que 3 modes. Le nombre de modes conservés pour l'analyse à la fatigue est donc de 3, et les résultats sont bien plus satisfaisants.

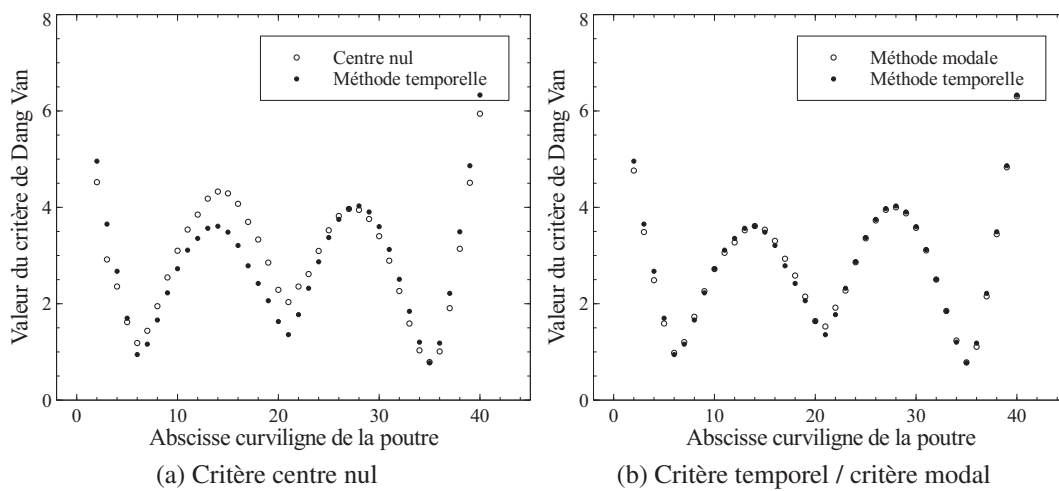


FIGURE 6.16: Critères pour un nombre de modes égal à trois

Même avec un nombre de modes limités, il est nécessaire de déterminer le nombre de points à prendre en compte lors du calcul du centre. Celui-ci dépend du nombre de modes considérés. En observant la Figure 6.15, on remarque que si on décide de conserver uniquement un point de la structure pour obtenir le critère, on peut calculer la valeur de $\underline{\alpha}$ au point 1269 où α_1 vaut -67 . Ainsi le critère obtenu est alors totalement aberrant avec une erreur augmentée de 50%. Ainsi, il est nécessaire de considérer plusieurs points de calcul pour éviter tout problème numérique et de calculer la moyenne des valeurs de $\underline{\alpha}$ sur ces points.

Cependant, même en choisissant de conserver un faible nombre de points le problème peut se poser. Si peu de modes sont sollicités et que la géométrie permet d'extraire les points correspondant à des nœuds de vibration de la structure, il est alors possible d'envisager de ne sélectionner que des points qui ne sont pas des nœuds de vibration.

S'il est trop complexe d'extraire les points du maillage liés à des nœuds de vibration, d'autres

méthode moins physiques permettent alors de supprimer des valeurs de α incohérentes. La méthode choisie ici consiste à supprimer les valeurs de α non comprises dans l'intervalle $[moy_\alpha - E_\alpha; moy_\alpha + E_\alpha]$ ou moy_α correspond à la moyenne des valeurs de α et E_α à l'écart type. Cela implique de réaliser le traitement sur quelques dizaines de points pour obtenir une valeur fiable de E_α .

Plusieurs méthodes sont donc possibles pour calculer le centre de chargement grâce à la méthode de projection modale :

1. calcul du alpha en un point,
2. calcul du alpha en m points aléatoires puis moyennage,
3. calcul du alpha en m points aléatoires puis moyennage après suppression des valeurs aberrantes,
4. calcul du alpha en m points aléatoires hormis parmi les points constituant des nœuds de vibrations, puis moyennage.

La première solution est bien évidemment écartée car en certains points, le calcul ne permet pas d'obtenir une valeur du centre valable. Les propositions suivantes permettent d'obtenir des résultats satisfaisant à condition de ne pas projeter le calcul sur un trop grand nombre de modes propres. La solution 4 semble être la plus intéressante mais aussi la plus difficile à mettre en œuvre sur des structures complexes. On préconise donc la solution 3.

6.4.3 Prise en compte d'une précontrainte

La prise en compte d'une précharge sur le matériau n'intervient pas directement dans le calcul du critère. Ainsi, pour toute structure présentant un état adapté, il est possible de considérer qu'elle oscille de manière linéaire autour d'une nouvelle position d'équilibre. C'est sur cette position d'équilibre qu'il est nécessaire d'effectuer l'analyse modale, puis d'effectuer le chargement vibratoire.

6.4.4 Conclusions

Rappelons ici que si le chargement mécanique est projeté sur moins de cinq modes de vibrations, le gain de temps de calcul grâce à cette méthode est considérable. En effet, avec la méthode de résolution temporelle, le calcul du centre est un problème min-max de dimension cinq. Dans le cas de la méthode de résolution modale, le problème est de la dimension du nombre de modes considérés. Ainsi, Le problème à résoudre pour le calcul du centre en un point est plus faible si on projette le chargement sur moins de cinq modes, car la dimension du problème est plus faible. En conclusion, même en calculant le centre en chaque point de la structure, un gain de temps de calcul est assuré.

Pour des nombres de modes nécessaires au calcul dynamique très élevés, la discrétisation de la structure doit être très précise car le nombre de points liés aux nœuds de modes propres entraîne des erreurs de calcul non négligeables. Ainsi on préférera utiliser cette méthode pour des chargements projetables sur

peu de modes de vibration, ce qui est le cas pour des sollicitations moteurs où la variété des sollicitations vibratoires est limitée.

Le choix d'une méthode de calcul du centre du trajet de chargement robuste et rapide est un aspect primordial dans la mise en place d'une telle méthode dans l'industrie. Dans cette étude, nous nous sommes concentrés sur l'impact de la méthode de projection modale par rapport à la méthode temporelle classique, mais le calcul adapté du centre du trajet de chargement représente lui aussi une voie d'amélioration primordiale.

Nous avons donc montré ici l'intérêt de la méthode de calcul du critère de Dang Van par projection modale. Le gain de temps que peut apporter cette méthode est considérable à condition que le chargement le permette. En effet, le nombre de points à considérer lors de l'utilisation de cette méthode est très faible. On estime que pour une structure sur laquelle on impose un chargement projeté sur n modes, il faut considérer au moins $10n$ points afin de calculer une moyenne cohérente. Par exemple, pour une structure comprenant 1000000 de points d'intégration et dont le chargement peut être projeté sur 5 modes propres, le temps de calcul peut être divisé environ par 20000.

Conclusions et perspectives

L'utilisation d'aciers inoxydables pour la fabrication des collecteurs d'échappement des moteurs Diesel constitue un important axe de développement pour PSA Peugeot Citroën. Les propriétés mécaniques de ces matériaux sont bien meilleures que la fonte qui atteint ses limites en terme de température d'utilisation. Depuis quelques années, le comportement de l'acier AISI 441 est étudié en détail afin de dimensionner au plus juste ces structures et d'en garantir leur fiabilité. Les vibrations induites par moteur au fonctionnement posent des nouveaux problèmes en raison de l'épaisseur relativement plus faible des tôles d'acier utilisées pour la conception des collecteurs d'échappement.

L'objectif principal de cette étude était ainsi d'explorer différentes voies d'amélioration de la description du comportement vibratoire de l'acier AISI 441 pour les applications hautes températures telles que les collecteurs d'échappement des moteurs Diesel. Il s'agissait ainsi de pouvoir prédire la réponse mécanique d'un collecteur d'échappement à une sollicitation thermomécanique et vibratoire provenant du moteur et, une fois cette réponse déterminée, de la relier, via un critère approprié, à un nombre de cycle acceptable avant amorçage d'une fissure de fatigue.

La première partie de ces travaux a consisté à décrire plus précisément le comportement de l'acier AISI 441 sous des chargements cycliques de différentes amplitudes et sous différentes fréquences (0.05 - 20 Hz). En effet, le domaine d'application visé nécessite impérativement une compréhension poussée du comportement de l'acier inoxydable à des fréquences de sollicitations plus élevées que dans le cadre d'une caractérisation standard du comportement élasto-viscoplastique. Les faibles amplitudes de déformation inélastiques explorées sont également plus faibles pour approcher les bases d'un chargement vibratoire issu du moteur. Une série d'essai a donc été proposée et réalisée afin de comprendre et modéliser le comportement de l'acier AISI 441 .

L'étude est ici limitée à un chargement isotherme à 300°C. Un protocole d'essais pour caractériser

le comportement élastoviscoplastique et la résistance à la fatigue de l'acier AISI 441 à haute température et pour des fréquences supérieures à 1 Hz a été mis en place avec succès. Une base d'essai permettant d'observer le comportement a été constituée. Elle a permis de caractériser à la fois les petites déformations ($\sim 0.1\%$) propres aux chargements vibratoires et les grandes déformations ($> 1\%$) propres aux chargements thermomécaniques mais surtout de caractériser le comportement de cet acier pour différentes gammes de fréquences de sollicitation et d'amplitudes de déformation.

Différents modèles de comportement ont été testés afin de décrire au plus juste la large gamme d'essai considérée. Les modèles classiques n'étant pas capable de décrire à la fois le comportement en petites déformations et en traction simple, nous avons donc proposé un nouveau modèle de comportement, basé sur les travaux de [Rémy et al., 2011]. Ce dernier repose sur l'existence de deux phases, avec différentes orientations cristallographiques, soit un comportement inélastique différent pour chacune de ces phases. Ces deux phases entraînent une plastification à deux niveaux de la microstructure et permettent une description précise du comportement du matériau depuis des niveaux de déformation cyclique très faibles jusqu'à la représentation expérimentale d'une courbe de traction complète. Ainsi, le modèle proposé permet de caractériser le comportement observé et l'identification originale des paramètres proposée permet quant à elle de caractériser la viscosité relativement faible à cette température. Les nombreuses avancées obtenues à 300°C peuvent être étendues à une large gamme de température grâce au protocole expérimental développé dans le chapitre 2, au modèle proposé et à la méthode d'identification associée.

Le modèle de comportement proposé dans [Rémy et al., 2011], plus simple mais reprenant une partie des ingrédients utilisés dans la constitution du nouveau modèle proposé, a été intégré à l'aide d'un schéma d'intégration implicite basé sur un algorithme de retour radial pour une application dans les logiciels Abaqus et Zébulon. Le schéma d'intégration pour le modèle proposé dans le chapitre 3 a été détaillé afin de faciliter une future intégration dans un code de calcul.

En parallèle de ces travaux sur le comportement, un protocole expérimental est développé pour caractériser l'impact d'une pré-contrainte élasto-viscoplastique sur la base modale d'une structure simple. Des essais sur des plaques d'acier ont été réalisés à différents niveaux de chargement et de température, pour décrire l'évolution du comportement avec ces paramètres. Des comparaisons entre les réponses expérimentales, analytiques et numériques permettent de conclure que la prise en compte précise de la précontrainte suffit à correctement estimer la base modale de structures faites d'acier inoxydable. La méthode de calcul des modes propres proposée dans le chapitre 5 permet alors d'obtenir des résultats plus réalistes pour le collecteur.

Étant dorénavant capable de décrire correctement à la fois le comportement non linéaire et la réponse modale de structures en acier inoxydable, une méthode de calcul du critère de Dang Van basée sur une projection modale est finalement développée et détaillée. Cette méthode permet principalement un gain

de temps au niveau du traitement sur des structures complexes en utilisant leur base modale. Il a ainsi été montré que pour des chargements projetables sur peu de modes, cette méthode présentait des gains de temps de calcul considérable. L'application directe du chapitre 5 permet d'étendre cette méthode à des structures précontraintes, même dans le domaine viscoplastique.

L'ensemble de ces travaux permet une compréhension plus poussée du comportement de l'acier AISI 441 à 300°C et pour différents cas de chargement. Les méthodes de dimensionnement des structures peuvent ainsi être adaptées afin de caractériser plus précisément le comportement de cet acier pour des chargements complexes.

Les perspectives liées à ce travail sont multiples, tant d'un point de vue industriel que d'un point de vue scientifique.

Dans un premier temps, le modèle de comportement proposé dans le chapitre 3 offre de nombreuses possibilités d'amélioration. L'étude du comportement asymptotique du matériau est une piste de recherche intéressante. En effet, les essais ont montré un rochet important lors d'essais pilotés en charge et poursuivis jusqu'à rupture. Les réflexions menées jusqu'à présent n'ont pas permis de comprendre et de modéliser ce comportement. Des essais complémentaires adaptés et une analyse de la microstructure permettraient probablement de comprendre les mécanismes pilotant ce phénomène. De plus, l'influence de la fréquence sur les essais pilotés en charge n'est pas modélisé assez finement.

D'un point de vue industriel, la méthodologie proposée dans le chapitre 6 pour calculer la valeur du critère de Dang Van sur une structure doit être testée sur une structure plus complexe. L'application de cette méthode sur un collecteur d'échappement et la comparaison avec le calcul classique permettrait une validation et une future application industrielle. Le calcul du centre du trajet de chargement est un point important à considérer dans cet objectif d'industrialisation. Les différents algorithmes de résolution d'algorithme min-max doivent être comparés sur des structures complexes. Une autre voie d'exploration permettrait d'étendre la méthodologie proposée à d'autres critères, notamment des critères de fatigue reposant sur des plans critiques.

Bibliographie

- [Eur, 2009] (2009). *Règlement (CE) n° 443/2009 du Parlement européen et du Conseil du 23 avril 2009 établissant des normes de performance en matière d'émissions pour les voitures particulières neuves dans le cadre de l'approche intégrée de la Communauté visant à réduire les émissions de CO₂ des véhicules légers (Texte présentant de l'intérêt pour l'EEE).*
- [Del, 2011] (2011). *Dimensionnement à la fatigue vibratoire dans l'industrie automobile.*
- [Altenbach and Zolochovski, 1994] Altenbach, H. and Zolochovski, A. (1994). A unified model of low cycle fatigue damage. In *Fourth International Conference on Biaxial / Multiaxial Fatigue, Paris*, volume 2, pages 117–128.
- [Armstrong and Frederick, 1966] Armstrong, P. and Frederick, C. (1966). A mathematical representation of the multiaxial baushinger effect. Technical report, Berkeley Nuclear Laboratories.
- [Balmes,] Balmes, E. *Methods for vibration design and validation, Méthodes de conception et de validation en vibration.* cours de l'Ecole Centrale Paris.
- [Bari and Hassan, 1999] Bari, S. and Hassan, T. (1999). Anatomy of coupled constitutive models for ratcheting simulation. *International Journal of Plasticity*, 16 :381–409.
- [Bastid, 1995] Bastid, P. (1995). *Comportement thermomécanique de fontes à graphite sphéroïdal pour collecteurs d'échappement.* PhD thesis, École nationale supérieure des mines de Paris.
- [Benoit et al.,] Benoit, A., Maitournam, H., Rémy, L., and Oger, F. Cyclic behaviour of structures under thermomechanical loadings : Applications to exhaust manifolds.
- [Benoit à la guillaume, 2012] Benoit à la guillaume, A. (2012). *Prédiction de la durée de vie de structures mécanosoudées soumises à des chargements thermiques anisothermes : Application aux collecteurs d'échappement en tôle.* PhD thesis, École nationale supérieure des mines de Paris.
- [Benoit et al., 2014] Benoit, A., R. L. K. A. M. H., Oger, L., and Oger, F. (2014). Experimental investigation of the behavior and the low cycle fatigue life of a welded structure.

- [Bernasconi and Papadopoulos, 2005] Bernasconi, A. and Papadopoulos, I. (2005). Efficiency of algorithms for shear stress amplitude calculation in critical plane class fatigue criteria. *Computational Materials Science*, 34(4) :355 – 368.
- [Bernstein and Peckner, 1977] Bernstein, I. and Peckner, D. (1977). *Handbook of Stainless Steels*. McGraw Hill.
- [Berveiller and Zaoui, 1979] Berveiller, M. and Zaoui, A. (1979). An extension of the self-consistent scheme to plastically flowing polycrystal. *J. Mech. Phy & Solids*, 26 :235–344.
- [Bonhomme, 2005] Bonhomme, A. (2005). *Comportement à l'usure de pastilles de contacts électriques à matrice argent*. PhD thesis, École nationale supérieure des mines de Paris.
- [Bucher, 2004] Bucher, L. (2004). *Etude de l'endommagement en fatigue thermique des aciers inoxydables F17TNb et R20-12 pour application automobile*. PhD thesis, École nationale supérieure des mines de Paris.
- [Burry, 2009] Burry, P. (2009). *Quelques techniques d'analyse mécanique pour les structures automobiles*. PhD thesis, Ecole Polytechnique, EDX.
- [Cailletaud and Sai, 1995] Cailletaud, G. and Sai, K. (1995). Study of plastic/viscoplastic models with various inelastic mechanisms. *International Journal of Plasticity*, 11 :991–1005.
- [Chaboche, 1989] Chaboche, J. (1989). Constitutive equations for cyclic plasticity and cyclic viscoplasticity. *International Journal of Plasticity*, 5 :247–302.
- [Charkaluk, 1999] Charkaluk, E. (1999). *Dimensionnement des structures à la fatigue thermomécanique*. PhD thesis, Ecole Polytechnique, EDX.
- [Charkaluk et al., 2002] Charkaluk, E., Bignonnet, A., Constantinescu, A., and Dang Van, K. (2002). Fatigue design of structures under thermomechanical loadings. 25 :1199–1206.
- [Constantinescu et al., 2004] Constantinescu, A., Charkaluk, E., Lederer, G., and Verger, L. (2004). A computational approach to thermomechanical fatigue. *International Journal of Fatigue*, 26(8) :805 – 818.
- [Crossland, 1956] Crossland, B. (1956). Effect of large hydrostatic pressures on the torsional fatigue strength of an alloy steel. In *Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals, Institution of Mechanical Engineers, London*.
- [Dang Van, 1973] Dang Van, K. (1973). Sur la résistance à la fatigue des métaux. *Sciences et techniques de l'Armement*, 47, 3ème fascicule :641–722.
- [Deitman and Issler, 1974] Deitman, H. and Issler, L. (1974). Strength calculation under multiaxial out-of-phase fatigue loading. In *Proceedings of the Sixth Congress on Materials Testing, Budapest*.
- [Désestret et al., 1981] Désestret, A., Daufin, G., Kerhervé, L. and, M. F., and Vallier, G. (1981). Utilisation des aciers ferritiques à 17% cr dans l'industrie laitière. In *Mémoires et Études Scientifiques - Revue de Métallurgie*, pages 647–662.

- [Findley, 1959] Findley, W. (1959). A theory for the effect of mean stress on fatigue of metals under combined torsion and axial load or bending. *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, Journal of Engineering for Industry, Series B*, 81.
- [Fogue, 1987] Fogue, M. (1987). *Critère de fatigue à longue durée de vie pour des états multiaxiaux de contraintes sinusoïdales en phase et hors phase*. PhD thesis, INSA Lyon.
- [Folkhard, 1984] Folkhard, E. (1984). *Welding Metallurgy of Stainless Steels*. Springer.
- [François et al., 1994] François, D., Pineau, A., and Zaoui, A. (1994). *Comportement mécanique des matériaux*, volume 2. Hermès.
- [Friedel, 1964] Friedel, J. (1964). *Dislocations*. Pergamon, Oxford.
- [Froustey et al., 1992] Froustey, C., Lasserre, S., and Dubar, L. (1992). Essais de fatigue multiaxiaux et par blocs, validation d'un critère pour les matériaux métalliques. In *MAT-TEC 92, Grenoble*, pages 79–85.
- [Gough and Pollard, 1935] Gough, H. and Pollard, H. (1935). The strength of metals under combined alternating stresses. In *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, volume 131, pages 1–103.
- [Gough and Pollard, 1951] Gough, H. and Pollard, H. (1951). Some experiments on the resistance of metals to fatigue under combined stresses. In *Aeronautical Research Council, Report and Memoranda*, number 25223.
- [Géradin and Rixen, 1996] Géradin, M. and Rixen, D. (1996). *Théorie des vibrations : application à la dynamique des structures*. Recherche en mécanique. Masson.
- [Grübisic and Simbürger, 1976] Grübisic, V. and Simbürger, A. (1976). Fatigue under combined out-of-phase multiaxial stresses. In *Proceedings of the International Conference on Fatigue Testing and Design, Society of Environmental Engineers, London*, volume 2, pages 1–28.
- [Grieu, 2010] Grieu, M. (2010). *Étude de la fatigue des joints brasés de composants électroniques soumis à des sollicitations thermomécaniques, vibratoires et combinées*. PhD thesis.
- [Gärtner, 1999] Gärtner, B. (1999). Fast and robust smallest enclosing balls.
- [Guyader et al., 2006] Guyader, J.-L., Leclère, Q., Polac, L., and Laulagnet, B. (2006). Vibro-acoustique des moteurs automobiles. *Techniques de l'ingénieur*.
- [Hansteen and Bell, 1979] Hansteen, O. E. and Bell, K. (1979). On the accuracy of mode superposition analysis in structural dynamics. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 7(5) :405–411.
- [Hill, 1965] Hill, R. (1965). Continuum micro-mechanisms of elastoplastic polycrystals.
- [Hohenemser and Prager, 1933] Hohenemser, K. and Prager, W. (1933). The problem of fatigue strength under complex stresses. *Metallwirtschaft*.
- [Hutchinson, 1966] Hutchinson, J. (1966). Elastic-plastic behaviour of polycrystalline metals and composites. *Proc. R. Soc., London, A* 319 :247–272.

- [Inglebert et al., 2000] Inglebert, G., Hassine, T., Legrand, E., and Louradour, G. (2000). Adaptation et fatigue de composants mécaniques sous chargement complexe. *Mécanique et Industries*, 1(6) :603 – 608.
- [Jault, 2014a] Jault, J. (2014a). Fontes à graphite sphéroïdal propriétés de mise en oeuvre. *Techniques de l'ingénieur Propriétés et usages des aciers et des fontes*.
- [Jault, 2014b] Jault, J. (2014b). Fontes à graphite sphéroïdal propriétés d'utilisation. *Techniques de l'ingénieur Propriétés et usages des aciers et des fontes*.
- [Kieffer, 2003] Kieffer, B. (2003). Optimisation de l'algorithme de calcul du critère de dang van. Master's thesis.
- [Kocks and Ashby, 1975] Kocks, U.F. and Argon, A. and Ashby, M. (1975). Thermodynamics and kinetics of slip. In *Progress in materials science*. Pergamon, Oxford.
- [Kuntsevich and Kappel, 1997] Kuntsevich, A. and Kappel, F. (1997). *SolvOpt the Solver for Local Nonlinear Optimization Problems*. Institute for Mathematics Karl-Franzens, University of Graz.
- [Lanczos, 1950] Lanczos, C. (1950). An iteration method for the solution of the eigenvalue problem of linear differential and integral operators. *J. Res. Nat. Bur. Standards*, 45.
- [Lanczos, 1952] Lanczos, C. (1952). Solution of systems of linear equations by minimized iterations. *J. Res. Nat. Bur. Standards*, 49.
- [Lee, 1894] Lee, S. (1894). *Biaxial and multiaxial fatigue*. London : Mechanical Engineering Publication.
- [Lee, 1980] Lee, S. (1980). *Evaluation of Theories on Multiaxial Fatigue with Discriminating Specimens*. PhD thesis, École nationale supérieure des mines de Paris.
- [Lemaitre and Chaboche, 1996] Lemaitre, J. and Chaboche, J.-L. (1996). *Mécanique des matériaux solides*. Dunod, 2ème édition.
- [Lombard, 1999] Lombard, J. (1999). Contribution à la réduction des modèles éléments finis par synthèse modale. *Mechanics, Université de Franche-Comté*.
- [MacNeal, 1971] MacNeal, R. H. (1971). A hybrid method of component mode synthesis. *Computers & Structures*, 1(4) :581–601.
- [Maitournam, 2013] Maitournam, H. (2013). *Mécanique des structures anélastiques - Comportement, chargements cycliques et fatigue*. École Polytechnique.
- [Mandel, 1971] Mandel, J. (1971). *Plasticité classique et viscoplasticité*. Numéro 97 de Cours du CISM. Springer Verlag.
- [Marin, 1956] Marin, J. (1956). Interpretation of fatigue strengths for combined stresses. In *Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals, Institution of Mechanical Engineers, London*, pages 184–194.
- [Masson, 2010] Masson, P.-D. (2010). Note de validation pour la filière vibratoire pour le prédimensionnement de la façade d'échappement. Technical report, PSA Peugeot Citroën.

- [Matake and Imai, 1980] Matake, T. and Imai, Y. (1980). Fatigue criterion for notched and unnotched specimens under combined stress state. In *ZAIRYO*, volume 29, pages 993–997.
- [Merlinand and Vaubeois, 1994] Merlinand, J. and Vaubeois, P. (1994). Les aciers inoxydables dans l'échappement automobile. In *Revue de Métallurgie - CIT*, pages 1529–1536.
- [Moumni et al., 2003] Moumni, Z., Dang Van, K., and Maitournam, H. (2003). Analyse fréquentielle de la fatigue oligo- et polycyclique des structures. In *acte du 6ème colloque international de l'AFPS, Ecole Polytechnique*.
- [Nelder and Mead, 1965] Nelder, J. and Mead, R. (1965). A simplex method for function minimization. *Computer Journal*, 7(4) :308–313.
- [Norton, 1929] Norton, F. (1929). *The creep of steel at high temperatures*. McGraw-Hill - New-York.
- [Ohno, 1990] Ohno, N. (1990). Recent topics in constitutive modeling of cyclic plasticity and viscoplasticity. *Applied Mechanics Reviews*, 43-11 :283–295.
- [Osmond, 2010] Osmond, P. (2010). *Étude du vieillissement des alliages d'aluminium pour culasses Diesel et prise en compte dans le dimensionnement*. PhD thesis, École nationale supérieure des mines de Paris.
- [Osmond, 2011] Osmond, P. (2011). Intégration numérique du modèle proposé dans la thèse de Pierre Osmond. Technical report, PSA Peugeot Citroën.
- [Palin-Luc, 1996] Palin-Luc, T. (1996). *Fatigue multiaxiale d'une fonte GS sous sollicitations combinées d'amplitude variable*. PhD thesis, ENSAM, Talence.
- [Papadopoulos, 1987] Papadopoulos, I. (1987). *Fatigue polycyclique des métaux : une nouvelle approche*. PhD thesis, Ecole nationale des ponts et chaussées.
- [Poirier, 1976] Poirier, J.-P. (1976). *Plasticité à haute température des solides cristallins*.
- [Prager, 1956] Prager, W. (1956). A new method of analyzing stresses and strains in work hardening plastic solids. *ASME Journal of Applied MEchanics*, 23 :493–496.
- [Pruvost, 2009] Pruvost, L. (2009). *Diesel engine's combustion noise extraction. Validation and application of a spectrofilter*. PhD thesis, INSA Lyon.
- [Rémy, 2003] Rémy, L. (2003). Thermal-mechanical fatigue (including thermal shock). In *Comprehensive Structural Integrity*. Pergamon, Oxford.
- [Rémy et al., 2011] Rémy, L., Szmytka, F., and Bucher, L. (2011). Constitutive models for bbc engineering iron alloys exposed to thermal-mechanical fatigue. *International Journal of Fatigue*.
- [Robert, 1992] Robert, J.-L. (1992). *Contribution à l'étude de la fatigue multiaxiale sous sollicitations périodiques ou aléatoires*. PhD thesis, INSA Lyon.
- [Réthoré et al., 2008] Réthoré, J., Besnard, G., Vivier, G., Hild, F., and Roux, S. (2008). Experimental investigation of localized phenomena using digital image correlation. *Philosophical Magazine*, 88(28-29) :3339–3355.

- [Sellars and Tegart, 1966] Sellars, C. and Tegart, W.-G. (1966). La relation entre la résistance et la structure dans la déformation à chaud. *Mémoires Scientifiques de la revue de Métallurgie*, LXIII-9 :731–746.
- [Sines, 1981] Sines, G. (1981). Fatigue criteria under combined stresses or strains. In *Journal of Engineering Material Technology*, volume 13, pages 82–90.
- [Susmel, 2010] Susmel, L. (2010). A simple and efficient numerical algorithm to determine the orientation of the critical plane in multiaxial fatigue problems. *International Journal of Plasticity*, 32 :1875–1883.
- [Szmytka, 2007] Szmytka, F. (2007). *Nouveaux modèles de comportement élasto-viscoplastique pour des matériaux métalliques*. PhD thesis, École Polytechnique, EDX.
- [Szmytka et al., 2010] Szmytka, F., Rémy, L., Maitournam, H., Koster, A., and Bourgeois, M. (2010). New flow rules in elasto-viscoplastic constitutive models for spheroidal graphite cast-iron. *International Journal of Plasticity*, 26(6) :905–924.
- [Taylor, 1938] Taylor, G.-I. (1938). Plastic strains in metals. *J. Inst. Metals*, 62 :307–324.
- [Thomas et al., 2003] Thomas, O., Touzé, C., and Chaigne, A. (2003). Assymetric non-linear forced vibrations of free-edge circular plates. part ii : experiments. *Journal of Sound and Vibration*.
- [Tresca, 1864] Tresca, H. (1864). *Mémoire sur l'écoulement des corps solides soumis à de fortes pressions*, volume 59. Compte rendu de l'Académie des Sciences de Paris.
- [Velay et al., 2006] Velay, V., Bernhart, G., and Penazzi, L. (2006). Cyclic behavior modeling of a tempered martensitic hot work tool steel. *International Journal of Plasticity*, 22 :459–496.
- [Verger, 2002] Verger, L. (2002). *Sur la fatigue thermomécanique d'un alliage d'aluminium*. PhD thesis, Ecole Polytechnique, EDX.
- [Von Mises, 1913] Von Mises, R. (1913). *Mechanik der festen körper im plastisch deformablen zustand*. Gött Nach. Math.-phys. Kl.,.
- [Wang et al., 2004] Wang, H., Zhao, M., and Guo, Q. (2004). Vibration fatigue experiments of smt solder joint. *Microelectronics Reliability*, 44-7 :1143–1156.
- [Weber et al., 1999] Weber, B., Kenmeugne, B., Clement, J., and Robert, J. (1999). Improvements of multiaxial fatigue criteria computation for a strong reduction of calculation duration. *Computational Materials Science*, 15(4) :381 – 399.
- [You and Lee,] You, B. and Lee, S. A critical review on multiaxial fatigue assessments of metals.
- [Zhou et al., 1997] Zhou, J., A.L., T., and C.T., L. (1997). *User's Guide for FFSQP Version 3.7 : A FORTRAN Code for Solving Constrained Nonlinear (Minimax) Optimization Problems, Generating Iterates Satisfying All Iequality and Linear Constraints*. Electrical engineering Department and Institute for Systems Research, University of Maryland.

Première Proposition de modèle

La première proposition d'amélioration du modèle testée résulte de l'étude de l'essai piloté en contrainte à 1 Hz (Figure 2.23 (a) Chapitre 2). On identifie les paramètres du modèle [Rémy et al., 2011] pour décrire au mieux la première traction et la première compression (Tableau A.1). par rapport aux paramètres optimisés pour la traction, on observe une chute importante du paramètre de viscosité $\dot{\epsilon}_0$ ainsi qu'une loi d'évolution des densités de dislocation différente. La comparaison avec l'expérience est présentée Figure A.1.

E	ν	R_0	C	D	$\dot{\epsilon}_0$	H	K	k_1	k_2	a_1
205000	0.3	95	72000	795	5.10^{-8}	230	3	0.1	22.2	1.09

TABLE A.1: Paramètres du modèle [Rémy et al., 2011] identifiés pour l'essai 1Hz

On observe sur cet essai un comportement radicalement différent entre la première traction et les chargements suivants, que le modèle n'est pas susceptible de décrire. Un pré-écrouissage semble avoir été imposé à l'éprouvette laminée. Ainsi, on propose tout d'abord d'imposer une précharge suivie d'un retour à charge nulle afin de représenter au mieux le comportement en première traction du matériau. De cette façon on prend en compte une saturation de l'écrouissage lors de la première précharge qu'on supposerait provenir de l'opération de laminage à froid. On conserve alors le modèle [Rémy et al., 2011] sur le train à bandes (paramètres du Tableau 3.1) et on simule cette première étape. On optimise les valeurs de la déformation à appliquer dans cette phase de "pré-écrouissage" afin de récupérer le bon niveau de contrainte selon la méthode présentée Figure A.2). Les valeurs de l'écrouissage $\underline{X}$ et de la densité de dislocation ρ à la fin du pré-écrouissage sont récupérées et insérées comme valeurs initiales pour l'essai piloté en contrainte. Le résultat de cette simulation est présenté Figure A.3. Les paramètres utilisés pour cette simulation sont présentés dans le Tableau A.2. On constate une très bonne description de la première traction mais un

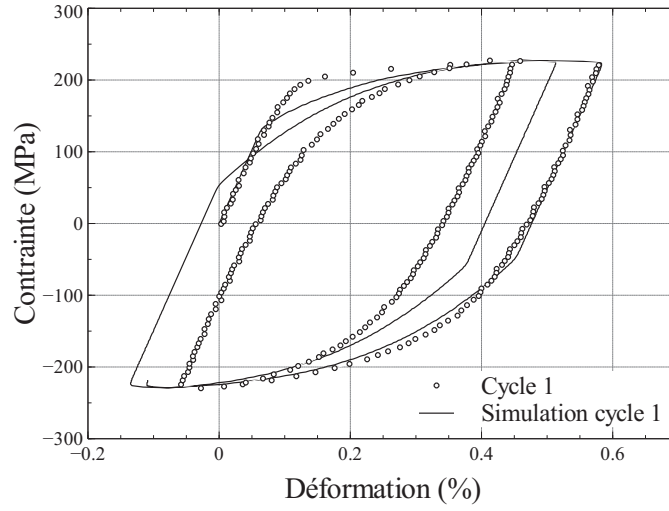


FIGURE A.1: Essai de traction-compression à 1 Hz - Simulation avec modèle [Rémy et al., 2011] et paramètres du Tableau A.1

"virage" plastique assez mal décrit par la suite.

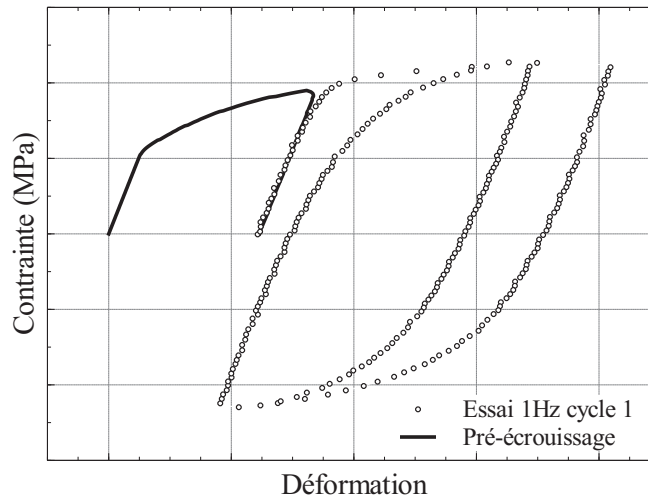


FIGURE A.2: Essai de traction-compression à 1 Hz - Simulation du pré-écrouissage

E	ν	R_0	C	D	$\dot{\epsilon}_0$	H	K	k_1	k_2	a_1	ρ_0	$\underline{X}_0$
205000	0.3	109	70000	895	$1.8 \cdot 10^{-7}$	230	3	0.1	22.2	1.09	$2.54 \cdot 10^{10}$	26

TABLE A.2: Paramètres du modèle [Rémy et al., 2011] identifiés sur essai 1Hz après précharge

Cette modification ne permet de plus pas de décrire l'écrouissage avec diminution de la déformation moyenne. Une seconde modification est alors proposée. Il s'agit de ré-écrire l'équation de stockage des dislocations :

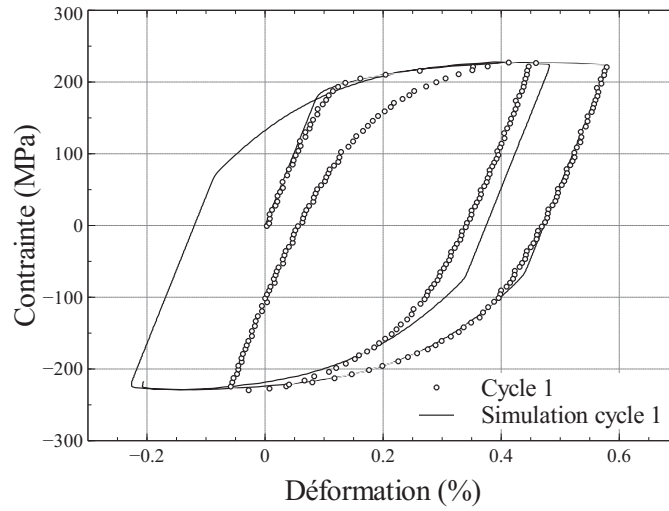


FIGURE A.3: Essai de traction-compression à 1 Hz - Simulation avec précharge - Paramètres du Tableau A.2

$$\dot{\rho} = \frac{(1-x)\dot{p} + x\epsilon^{\dot{vp}}}{b} \left(\frac{1}{L} - k_2(T)b\rho \right) \quad (\text{A.1})$$

On introduit ici une variable $\frac{1}{L}$ homogène à une longueur de glissement :

$$\frac{1}{L} = k_1(T)\sqrt{\rho\epsilon^{vp}} \quad \text{si} \quad \epsilon^{vp} \text{ croissant} \quad (\text{A.2})$$

$$\frac{1}{L} = k_1(T)\sqrt{\rho\epsilon_{max}^{vp}} \quad \text{si} \quad \epsilon^{vp} \text{ décroissant} \quad (\text{A.3})$$

Et avec ϵ^{vp} le sens de l'écoulement défini par $\epsilon^{vp} = J_2(\underline{\underline{\epsilon}}^{vp})$.

La variable x correspond à un taux de réversibilité de la déformation plastique :

$x = 0$	Plasticité totalement irréversible
$x = 1$	Plasticité totalement réversible
$x \in]0; 1[$	Plasticité partiellement réversible

E	ν	R_0	C	D	$\dot{\epsilon}_0$	H	K	k_1	k_2	a_1	ρ_0	$\underline{\underline{X}}_0$	x
205000	0.3	130	60000	905	8.10^{-5}	230	3	0.1	22.2	1.09	$2.54.10^{10}$	26	0.3

TABLE A.3: Paramètres identifiés pour modèle 1

Les paramètres du modèle proposé sont donnés dans le Tableau A.3. La modification principale provient de l'évolution de la limite d'élasticité R_0 . On peut observer le résultat de la simulation Figure A.4. On constate ici toujours une bonne description de la première traction et une prise en compte de la

dissymétrie traction-compression.

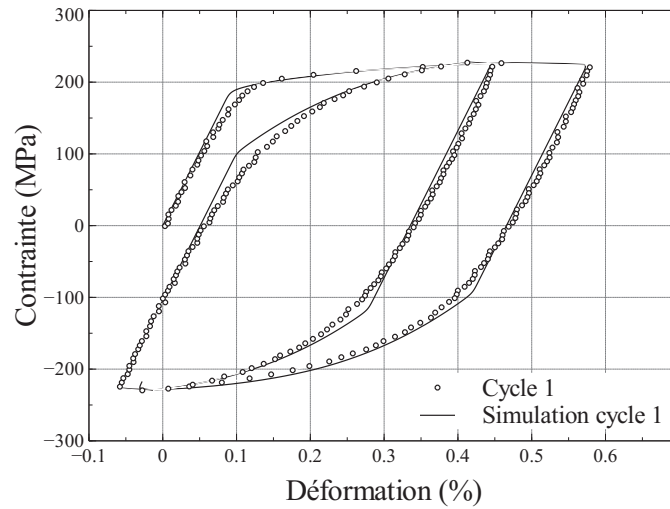


FIGURE A.4: Simulation avec le modèle 1 de l'essai de traction-compression à 1 Hz

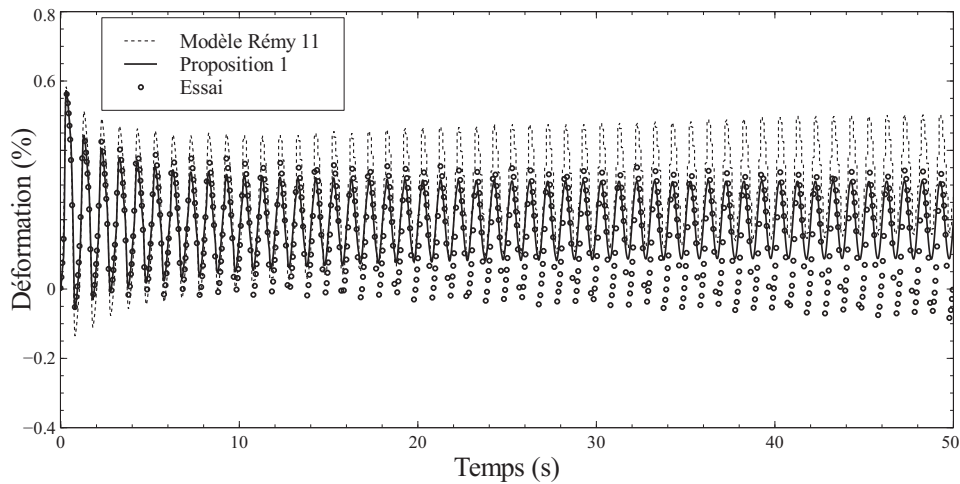


FIGURE A.5: Simulation avec modèle 1

L'étude de la Figure A.5 montre entre autre que le modèle [Rémy et al., 2011] sans modification et optimisé pour décrire la première boucle entraine un rochet qui n'est pas observé dans l'essai. En revanche, ce phénomène n'est pas présent dans la simulation effectuée avec notre première proposition. Cette description semble donc intéressante même si les virages plastiques ne sont pas parfaitement décrits.

Le modèle et ses paramètres alors identifiés sur l'essai à 1Hz n'est cependant pas susceptible de décrire convenablement les essais pilotés en déformation. La Figure A.6 présente le résultat d'une simulation utilisant le même modèle et les mêmes paramètres (Tableau A.3) identifiés sur les essais pilotés en charge. Étant donné qu'il est très difficile de caler les paramètres de ce modèle pour notre matériau, pour qu'ils

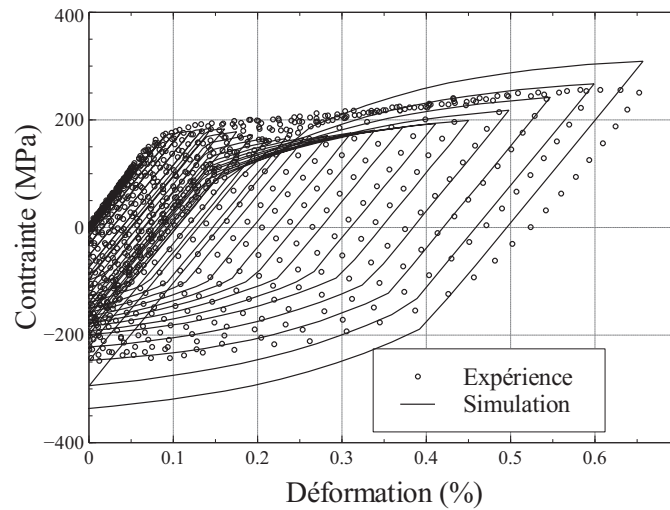


FIGURE A.6: Simulation de l'essai à écrouissage progressif avec paramètres du Tableau A.3

soient valides à la fois en petites et en grandes déformations, nous allons nous attacher à améliorer encore notre modèle de comportement.

ANNEXE B

Simulations

Cette annexe présente les résultats des essais ainsi que les simulations effectuées grâce au modèle proposé dans ce manuscrit, avec les paramètres identifiés et rappelés Tableau B.1.

Paramètres liés à l'élasticité		Paramètres liés à l'écrouissage isotrope	
E	205000MPa	a_0	0.5
ν	0.3	$a_{(1)}$	0.15
Paramètres liés à la viscosité		$a_{(2)}$	0.4
$\dot{p}_0$	$1, 15.10^{-5}$	k_1	0.1
K	1, 22	k_2	28.
Paramètres liés à l'écrouissage cinématique		ρ_0	$1.5.10^{13}$
C	48000	Paramètres liés aux phases	
D	500	a	0.1
		F	0.3

TABLE B.1: Paramètres identifiés pour le modèle proposé chapitre 3

Les Figures B.3, B.2, B.3 et B.4 présentent les simulations de tous les essais pilotés en déformation.

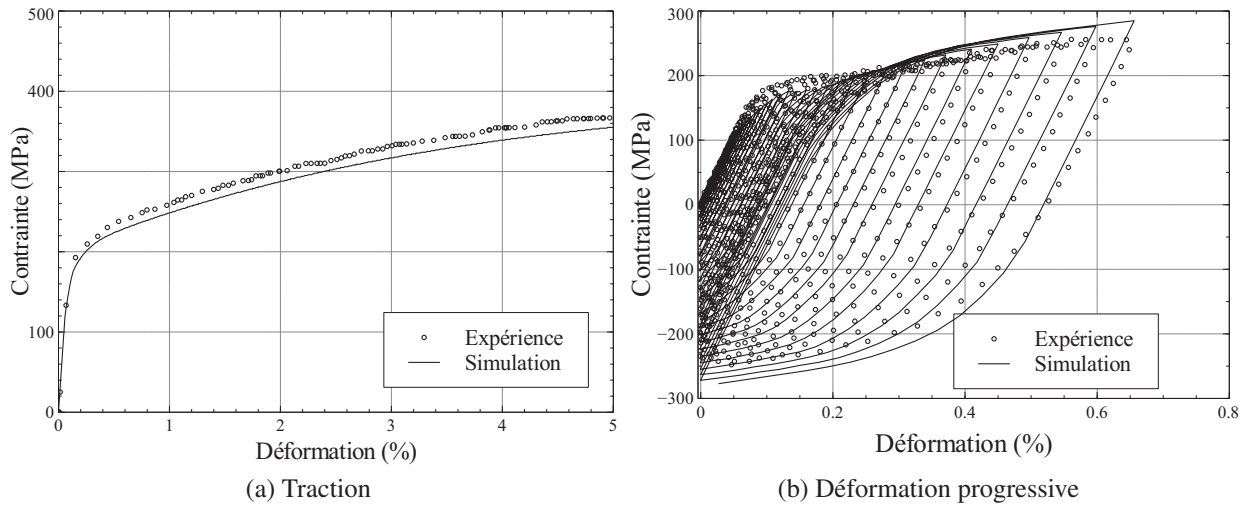
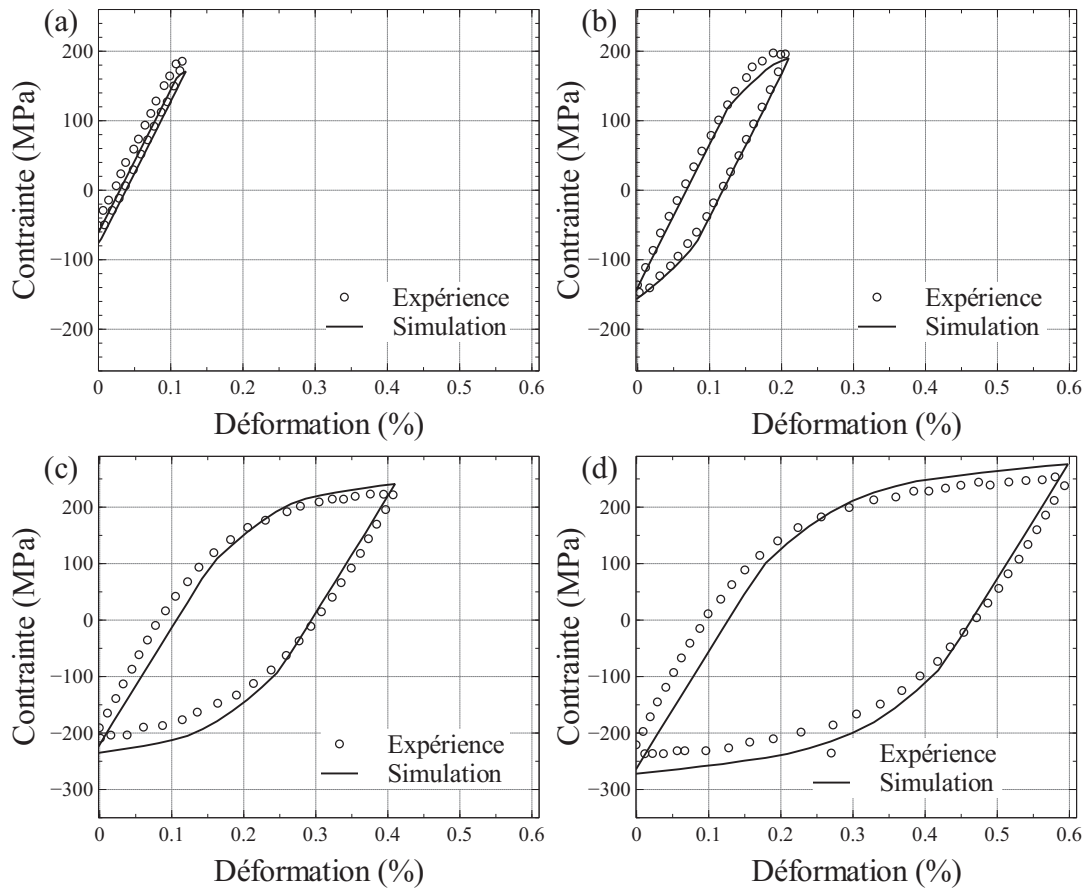
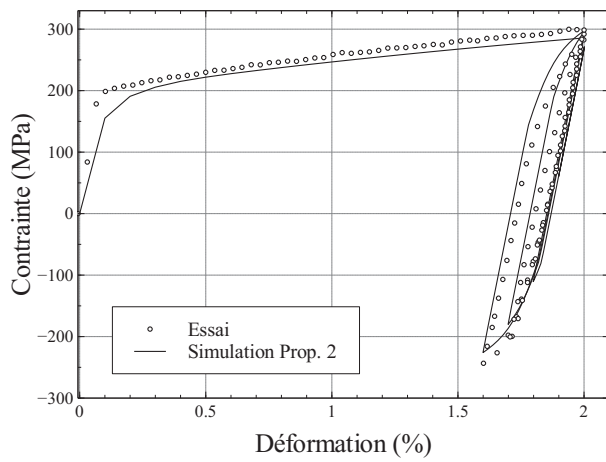
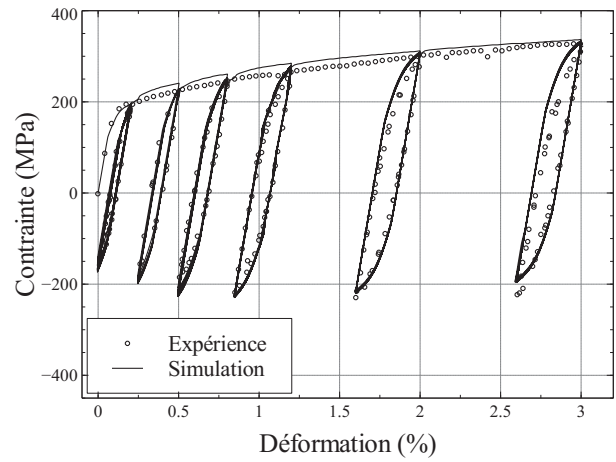


FIGURE B.1: Simulations avec paramètres Tableau B.1

FIGURE B.2: Simulation sur essai à déformation progressive :
(a) cycle 0.1% ; (b) cycle 0.2% ; (c) cycle 0.4% ; (d) cycle 0.6%

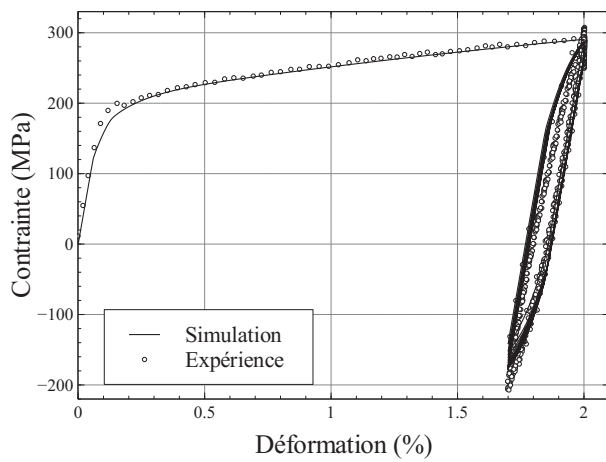


(a) Essai de traction suivi de compressions progressives

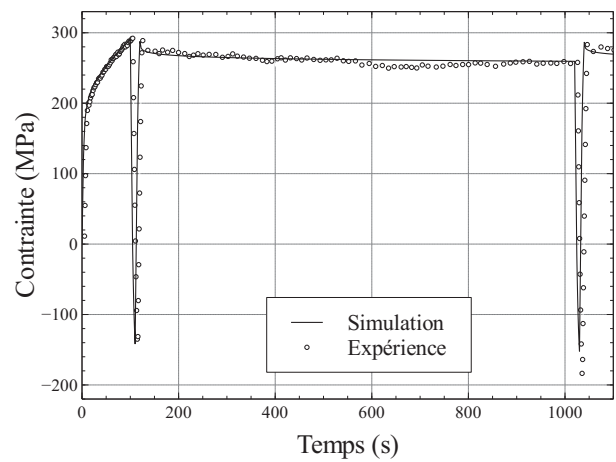


(b) Essai à écrouissage progressif

FIGURE B.3: Simulations avec paramètres du Tableau B.1



(a) Contrainte-déformation



(b) Contrainte-temps

FIGURE B.4: Simulations de l'essai de relaxation cyclique avec paramètres du Tableau B.1

Les essais pilotés en charges à différentes fréquences sont présentés chapitre 2 car il sont tous nécessaires à l'identification des paramètres. Cependant, on constate Figure B.5 que la description du comportement stabilisé des essais pilotés en charge à 20 Hz n'est pas satisfaisante. Le modèle proposé n'est pas capable de décrire l'adoucissement secondaire évoqué dans le chapitre 2.

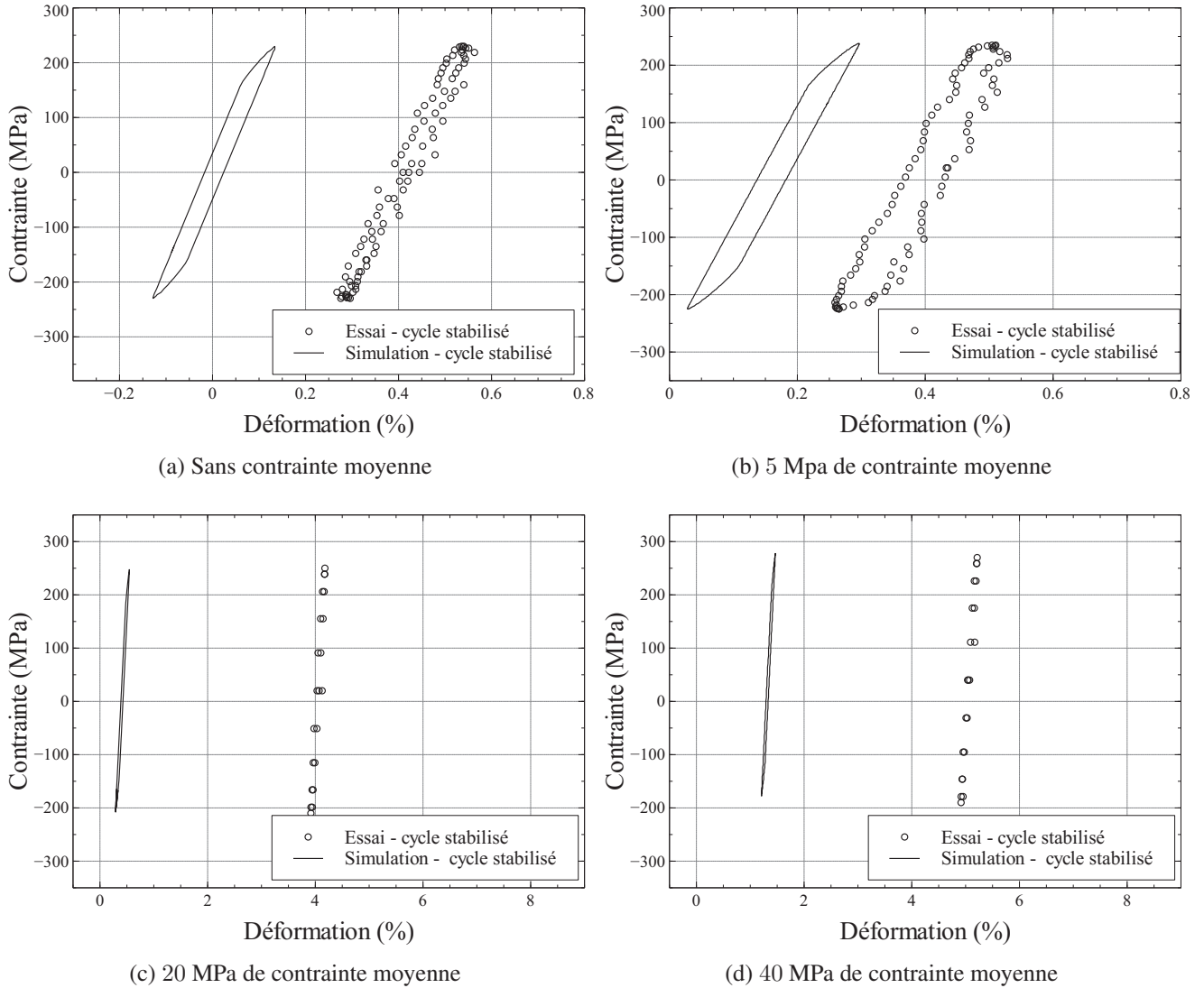


FIGURE B.5: Simulation des essais de traction-compression à 20 Hz

Troncature modale et correction statique

La méthode de recomposition ou projection modale repose sur la troncature de la base modale. Le calcul de l'intégralité des modes propres n'est bien entendu pas envisageable d'un point de vue industriel et pour des modèles éléments finis comportant plusieurs centaines de milliers de degrés de libertés. Les premiers modes sont ainsi calculés pour éviter tout phénomène de résonance et dans la cadre d'une analyse dynamique classique en basse fréquence, seule une dizaine de modes (les premiers du spectre) sont extraits et constituent ainsi une base modale tronquée. L'application du principe de superposition modale présenté aux équations 6.24 et 6.25 à l'aide de cette base incomplète induit nécessairement une erreur due à la troncature de la base modale. La qualité des réponses s'en trouve alors dégradée principalement en très basse fréquence (les sollicitations vibratoire subies par un collecteur d'échappement sont toutefois généralement supérieure à 200Hz et donc assez éloignées des très basses fréquences) mais aussi dans des zones d'antirésonance [[Lombard, 1999](#)].

La troncature pure de tout les modes au-delà de la fréquence maximale à laquelle est soumise le système mécanique étudié peut alors mener à des erreurs qui fausserait l'analyse en fatigue que nous proposons. Afin de limiter l'impact de la troncature sur les réponses calculées, une première solution est d'élargir la base modale calculée compte tenu de la bande d'analyse désirée. On peut ainsi utiliser des modes compris dans une bande fréquentielle allant jusqu'à trois fois la fréquence maximale qu'on souhaite étudier [[Lombard, 1999](#)]. Néanmoins, la prise en compte d'un nombre important de modes peut rendre plus délicate, comme on a pu l'observer dans le paragraphe 6.4.2, l'application de la méthode de projection modale.

Une seconde solution est alors de procéder à une correction statique de la réponse afin de minimiser l'erreur de troncature [[Balmes, , MacNeal, 1971](#), [Hansteen and Bell, 1979](#)]. Cette méthode consiste à approcher dans la réponse forcée la contribution des modes non pris en compte dans la base de projection par

leurs simples contributions quasi-statiques. En reprenant les notations précédentes ainsi que la méthodologie développée par Lombard [Lombard, 1999], le déplacement physique obtenu par recomposition modale s'écrit alors sous la forme :

$$\underline{u}(\underline{x}, t) \simeq \sum_{n=1}^{n=p} q_n(t) \underline{\theta}_n(x) + Rf(t) \quad (\text{C.1})$$

avec R , la matrice des résidus qui quantifie la contribution statique des modes de fréquences supérieures et $f(t)$, les efforts appliqués à la structure. Ainsi, si on choisit d'appliquer une telle correction (il semble selon les résultats de Lombard [Lombard, 1999] ou les exemples proposés par Balmes [Balmes,] que la correction reste mineure si la sollicitation se situe au cœur de la bande de fréquence étudiée), l'application de la méthode et les conclusions que nous avons tirées précédemment restent valable. L'identification de la matrice R est en effet assez peu coûteuse en temps calcul une fois les modes de fréquence élevée et absents de la recomposition ont été calculés. Par ailleurs, $f(t)$ étant connu, on ne fait qu'ajouter un terme à l'équation 6.33 qui permet alors d'affiner le calcul du centre de la plus petite hypersphère circonscrite au chargement. Les deux solutions proposées permettent d'affiner au besoin le calcul de la réponse forcée et en définitive la précision du critère calculé.

ABSTRACT

Constitutive behavior and fatigue analysis of a ferritic stainless steel under thermomechanical and vibratory loadings

In the automotive industry, design of high temperature structures undergoing thermal-mechanical loadings becomes more and more complex as temperature and mechanical constraints keep increasing. Substantial efforts have been made in recent years to design as accurately as possible these structures (cylinder heads, exhaust manifolds, etc.) against thermal-mechanical fatigue. Non-linearities such as vibration or friction coupled with the non-linear behavior of materials tend to create new fatigue problems particularly for exhaust systems. Indeed, as combustion temperature increases while engine mass need to decrease, thick cast-iron is often replaced by thin stainless steel sheet to produce exhaust manifolds. This solution is more sensitive to engine vibrations and therefore present a risk of damage by high temperature vibration fatigue, which need to be studied in the design process.

The first objective of this thesis is then to predict the mechanical behavior of the elastic-viscoplastic stainless steel AISI 441 under complex loading conditions. The temperature of 300°C is chosen since it is sufficient to induce the visco-plastic behavior. At this temperature, a large experimental database is obtained for different loading frequencies and stress amplitudes. Some tests are realized at low frequency to perfectly understand the different mechanisms controlling the response of steel sheets. Moreover, for a large range of frequency (0.05 Hz 20 Hz), a specific stress-controlled test is designed and performed under isothermal condition while. Sstrains are monitored with a high speed camera which enables to rebuild strain-stress curves in order to study the inelastic behavior of the stainless steel for a wide range of stress rates. In addition, as tests are continued until crack initiation, the material fatigue behavior under these particular loading conditions has been studied. Several conditions of mean stress, frequency and stress amplitude are investigated.

Standard constitutive models are proven to be unable to correctly describe the behavior of the material under a high frequency loading. Improvements are proposed to characterize more precisely the steel behavior. The upgraded model is based on the existence of two phases, with different cristallographic orientation and thus different inelastic behavior. These two phases involve a two stages plastification of the microstructure and enable a precise description of the material behavior from very low level of cyclic strains up to a tensile curve. The constitutive model is implemented with an implicit scheme for different calculation codes, to compare the model prediction with experiment and valid it for structural analysis. At the same time, an experimental protocol is developed to characterize the impact of an elasto-viscoplastic pre-stress on the modal basis of a structure. Tests on steel sheets are performed with various levels of loadings and temperature, to describe modal behavior evolution with these parameters. Experimental, analytical and numerical comparisons enable to conclude that taking precisely account of the pre-stress enable to correctly estimate the modal basis of structures made out of the studied steel.

Being able to better describe both the non-linear behavior and modal basis of stainless steel structures, a calculation method for Dang Van criteria based on modal projection is finally developed and detailed. This method enables to reduce the calculation time of the fatigue life-time of complex structures using its modal basis.

Finally, all these works enable to better understand the AISI 441 behavior and to improve fatigue design in a vibratory environment.

RÉSUMÉ

Étude du comportement et de la fatigue d'un acier inoxydable ferritique en environnement thermomécanique et vibratoire

Dans l'industrie automobile, le dimensionnement de structures soumises à des chargements thermomécaniques devient de plus en plus complexe avec l'augmentation constante des températures et des contraintes mécaniques. Des efforts conséquents ont été effectués ces dernières années afin de dimensionner au plus juste ces structures (culasses, collecteurs d'échappement, etc.) contre la fatigue thermomécanique. Des non linéarités telles que les vibrations ou le frottement couplées à un comportement non linéaire des matériaux créent de nouveaux risques de fatigue, plus particulièrement pour les systèmes d'échappement. En effet, comme les températures de combustion augmentent alors que la masse tend à diminuer, la fonte est remplacée par des tôles d'acier inoxydable pour produire des collecteurs d'échappement, qui sont alors plus sensibles aux vibrations induites par le moteur. Ils présentent alors un risque de fatigue vibratoire à haute température qui nécessite d'être étudié dans le processus de dimensionnement.

Le premier objectif est alors de prédire le comportement mécanique de l'acier inoxydable ferritique AISI 441 sous des chargements complexes. Une base de données expérimentale complète est obtenue à 300°C (température choisie comme référence afin d'activer les non linéarités de comportement en simplifiant la mise en œuvre des essais) pour différentes fréquences et amplitudes de contraintes. De nombreux tests sont réalisés à basse fréquence pour mieux comprendre les différents mécanismes qui contrôlent la réponse de ces tôles d'acier. De plus, pour une vaste gamme de fréquence (0.05Hz - 20Hz), un essai spécifique piloté en contraintes est mis au point puis réalisé. Les déformations sont alors mesurées à l'aide d'une caméra ultra rapide qui permet de reconstruire les courbes contrainte-déformation et d'étudier le comportement inélastique de l'acier pour différents niveaux de déformation. Les tests sont poursuivis jusqu'à rupture afin d'analyser le comportement en fatigue sous ces conditions de chargement particulières.

Les modèles de comportement standards ont montré qu'ils étaient incapables de décrire le comportement de l'acier AISI 441 pour des chargements à fréquence « élevée ». Des améliorations sont proposées afin de caractériser plus précisément son comportement. Le nouveau modèle est basé sur l'existence de deux phases, avec différentes orientations cristallographiques soit un comportement inélastique différent. Ces deux phases entraînent une plastification à deux niveaux de la microstructure et permet une description précise du comportement du matériau depuis des niveaux très faibles de déformation cyclique jusqu'à une traction uniaxiale complète. Le modèle de comportement est implémenté à l'aide d'un schéma implicite pour différents codes de calcul, afin de comparer le modèle à l'expérience et de valider son adéquation avec un calcul sur structure complexe.

En parallèle, un protocole expérimental est développé pour caractériser l'impact d'une pré-contrainte élasto-viscoplastique sur la base modale d'une structure. L'évolution du comportement modal en fonction du niveau de chargement et de température est évaluée à partir d'essais sur des plaques. Des comparaisons avec les solutions analytiques et numériques permettent de conclure que la prise en compte de la précontrainte suffit à estimer correctement la base modale pour des structures en AISI 441.

Étant dorénavant capable de décrire correctement le comportement non linéaire et la base modale de structures en AISI 441, une méthode de calcul du critère de Dang Van basée sur la projection modale est finalement développée et détaillée. Cette méthode permet notamment un gain de temps conséquent sur le calcul de la durée de vie de structures complexes en utilisant leur base modale. Tous ces travaux permettent de comprendre plus précisément le comportement de l'acier AISI 441 et d'améliorer le dimensionnement à la fatigue dans un environnement vibratoire.