



HAL
open science

diffusion collective de lumière résonantes par des un nano-nuage d'atomes froids

Joseph Pellegrino

► **To cite this version:**

Joseph Pellegrino. diffusion collective de lumière résonantes par des un nano-nuage d'atomes froids. Optique [physics.optics]. Institut d'Optique Graduate School, 2014. Français. NNT : 2014IOTA0010 . tel-01426165

HAL Id: tel-01426165

<https://pastel.hal.science/tel-01426165>

Submitted on 4 Jan 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

INSTITUT D'OPTIQUE GRADUATE SCHOOL
ÉCOLE DOCTORALE ONDES ET MATIERE

PHYSIQUE

THÈSE

pour l'obtention du grade de Docteur en science de l'Institut d'Optique
Graduate School
préparée au Laboratoire Charles Fabry

soutenu le 28/10/2014

par

Joseph PELLEGRINO

Diffusion collective de lumière résonante par des
nano-nuages denses d'atomes froids

Directeur de thèse : Yvan SORTAIS – LCF, Palaiseau
Co-directeur de thèse : Antoine BROWAEYS – LCF, Palaiseau

Composition du jury :

Rapporteurs : Anders KASTBERG – LPMC, Nice-Sophia Antipolis
Daniel HENNEQUIN – PhLAM, Lille
Examineurs : Hélène PERRIN – LPL, Villetaneuse
Eric CHARRON – ISMO, Orsay

NNT : 2014IOTA0010

Remerciements

Tout d'abord, je souhaite préciser que j'ai vraiment apprécié ces trois années de thèse passées au Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique. Je remercie donc son directeur Pierre Chavel, que j'ai eu la chance de côtoyer lors des réunions du conseil du Laboratoire et pendant ma scolarité à l'IOGS, pour sa capacité à prendre le temps d'entendre la voix de chacun. Un grand merci également à l'ensemble du personnel de l'Institut qui rend possible la conduite des travaux de recherches dans les conditions exceptionnelles que j'ai connues durant ma thèse.

Je remercie l'ensemble des membres de mon jury, Hélène Perrin, Anders Kastberg, Daniel Hennequin et Eric Charron, d'avoir pris le temps d'évaluer mes travaux de thèse.

Je remercie chaleureusement mes directeur et encadrant de thèse, Yvan Sortais et Antoine Browaeys, un duo tout en contraste dont le sens du pragmatisme, l'expertise scientifique et le sens de l'humour m'ont d'abord convaincu de les rejoindre puis m'ont porté trois ans durant. C'est principalement à cause et grâce à eux que j'ai emprunté la voie du doctorat et je leur en suis profondément reconnaissant.

Je remercie amicalement tous ceux que j'ai pu côtoyer au jour le jour dans le groupe Optique Quantique : Ronan Bourgain et Stephan Jennewein sur notre projet Asphérix mais aussi Aline Vernier, Lucas Béguin, Sylvain Ravets, Henning Labuhn, Daniel Barredo, Florence Nogrette et Thierry Lahaye ; Erwan Bimbard, Rajiv Boddeda, Imam Usmani, Valentina Parigi, Alexei Ourjountsev et Philippe Grangier ainsi que Jean Etesse, Bhaskar Kanseri, Rémi Blandino et Rosa Tualle-Brouri.

Je remercie également les membres des autres équipes du laboratoire avec qui j'ai pu partager des moments agréables et en particulier MANOLIA et le groupe Laser avec lesquels j'avais tissé des liens pendant ma scolarité à l'IOGS. J'y ajoute une mention spéciale à Margaux Barbier pour son soutien et son amitié sincère.

Je te remercie finalement Jessica, toi qui m'as offert ta confiance et ton cœur, pour toute l'aide que tu m'as apportée dans les moments difficiles et pour le sens que tu donnes à ma vie. Notre mariage et l'arrivée de notre fils m'emplissent chaque jour un peu plus de fierté et de bonheur.

A tous mes amis, à toute ma famille. Merci.

Table des matières

I	Dispositif expérimental et mesures du délai de Wigner introduit par un diffuseur unique	11
1	Production et observation de nano-nuages denses d'atomes froids	12
1.1	Introduction	13
1.2	Ralentissement et refroidissement d'atomes de Rubidium 87	13
1.2.1	Ralentissement Zeeman	14
1.2.2	Piège magnéto-optique	15
1.3	Nano-nuages denses	16
1.3.1	Potentiel de piègeage	17
1.3.2	Chargement d'un piège	18
1.3.3	Combinaison de deux pinces optiques	21
1.4	Refroidissement évaporatif	24
1.4.1	Vers la dégénérescence quantique	25
1.4.2	Evaporation et lois d'échelle	26
1.4.3	Mise en œuvre expérimentale	29
1.5	Détection optique	32
1.5.1	Système d'imagerie	32
1.5.2	iCCD et mesures résolues spatialement	33
1.5.3	APD et mesures résolues temporellement	36
1.6	Conclusion	39
2	Diffusion résonante de la lumière par un atome seul	40
2.1	Introduction	41
2.2	Diffusion résonante	41
2.2.1	Collision d'un paquet d'ondes avec un diffuseur	42
2.2.2	Equations de Bloch optiques	45
2.2.3	Généralisation à un système multi-niveaux	48
2.3	Mesures du délai de Wigner	50
2.3.1	Exemples de précédentes mesures	51
2.3.2	Délai de Wigner avec un seul atome	54
2.4	Délais de Wigner non standard : effets de propagation superluminique	57
2.4.1	Introduction d'une variation linéaire de la fréquence : le <i>chirp</i>	58
2.4.2	Observation de retards non standard	59
2.5	Conclusion	62

II	Emergence d'effets collectifs induits par interaction dipôle-dipôle	63
3	Modèles de diffusion collective	64
3.1	Introduction	65
3.2	Descriptions théoriques	65
3.2.1	Du point de vue du champ électromagnétique	66
3.2.2	Du point de vue des observables atomiques	70
3.3	Etude des équations des dipôles couplés	77
3.3.1	Décomposition en modes collectifs	77
3.3.2	Effets collectifs	80
3.4	Notions de coopérativité	84
3.4.1	Echelle de Dicke	84
3.4.2	Approximations de champ moyen et au-delà	86
3.5	Conclusion	88
4	Observations expérimentales	90
4.1	Introduction	91
4.2	"Etat de l'art"	91
4.2.1	Vapeurs atomiques	92
4.2.2	Nuages d'atomes froids.	94
4.3	Observation de la suppression de l'excitation	97
4.3.1	Procédure expérimentale	97
4.3.2	Analyse des spectres d'excitation	99
4.3.3	Discussion de l'adéquation au modèle	102
4.4	Suivi temporel de la diffusion	105
4.4.1	Brève introduction aux concepts	106
4.4.2	Procédure expérimentale	108
4.4.3	Résultats préliminaires	111
4.5	Conclusion	113
	Appendices	131
A	An overview of the laser frequencies used in the setup	132
A.1	Cooling and probing beams	132
A.2	Trapping beams	133
B	Production of two-level systems thanks to differential light shifts	134
B.1	Differential light shifts formula	135
B.2	Numerical applications	136
C	Classification of interaction coupling terms	138
C.1	Set of coupled equations	138
C.2	Collective dipole	139
C.3	Dipole-dipole interaction energy	140
D	From the master equation to the coupled dipoles equations	143

Introduction

Les phénomènes d'interaction de la lumière avec des ensembles de diffuseurs font partie de notre quotidien. De la couleur du ciel à celle du lait, en passant par l'opacité du brouillard ou la transparence du verre, ces phénomènes peuvent être expliqués, en première approche, comme la somme d'événements de diffusion¹ de photons, de longueur d'onde λ , par des diffuseurs, de section efficace de diffusion notée $\sigma_s(\lambda)$. Cette approche fournit une interprétation de l'interaction entre le rayonnement et l'ensemble de diffuseurs comme le résultat de la somme des "trajets" empruntés par les photons qui suivent une marche aléatoire dont la distance moyenne entre deux événements de diffusion $l(\lambda)$, appelée libre parcours moyen, est liée à la densité spatiale n des diffuseurs de telle sorte que $l(\lambda) = 1/n\sigma_s(\lambda)$. Ainsi par exemple, le caractère plus ou moins opaque d'un système dénué d'absorption dépendra du rapport entre l'extension caractéristique L de ce système et la valeur du libre parcours moyen².

Cette première approche ne peut cependant pas rendre compte de tous les phénomènes de diffusion qui peuvent être observés. En effet, d'une part elle ne prend pas en compte le caractère ondulatoire du champ électromagnétique, et d'autre part elle considère les processus de diffusion élémentaires comme étant indépendants les uns des autres. Or la possibilité d'interférences entre les différents "chemins" de diffusion et la non-indépendance des événements de diffusions élémentaires mènent à l'apparition de phénomènes qualitativement différents de ceux décrits par le modèle de diffusion dit "incohérent" évoqué plus haut.

La possibilité d'interférence entre les champs rayonnés par les différents diffuseurs est à la base de phénomènes tels que, par exemple, le cône de rétrodiffusion cohérente qui correspond à une augmentation de la quantité de lumière diffusée dans la direction opposée à celle d'un faisceau d'excitation cohérente³. Ce cône peut être observé pour divers milieux diffusants assez communs comme la neige ou des tissus biologiques [Lenke and Maret, 1997]; il a été mesuré pour la première fois par [Kuga and Ishimaru, 1984] pour des suspensions colloïdales mais n'a été relié aux phénomènes de diffusion cohérente qu'avec les expériences reportées dans [Wiersma et al., 1995] (cf. figure 1). Les traitements théoriques

1. Ici le terme diffusion est à entendre au sens du terme anglais "*scattering*" qui décrit le processus d'interaction entre l'onde électromagnétique et le diffuseur ou "*scatterer*". A ne pas confondre donc avec les phénomènes obéissant aux équations de diffusion du type $\partial_t \phi(r, t) = D \nabla^2 \phi(r, t)$.

2. Ainsi l'atmosphère terrestre, d'épaisseur ~ 100 km est transparente au rayonnement solaire visible ($\lambda \sim 532$ nm), car elle est essentiellement constituée de molécules de diazote telles que $n \simeq 2 \times 10^{25}$ molécules/cm³ et $\sigma_s(532$ nm) $\simeq 5.1 \times 10^{-31}$ m² ce qui correspond à un libre parcours moyen valant ~ 100 km.

3. Plus précisément, tel que la longueur de cohérence du rayonnement d'excitation soit grande devant la distance entre diffuseurs.

de ces phénomènes [Akkermans and Montambaux, 2004] sont souvent basés sur des méthodes diagrammatiques prenant en compte la possibilité d'interférence entre "chemins" de diffusion mais s'appuyant toutefois sur l'hypothèse d'indépendance des événements de diffusion élémentaires. Cette hypothèse est considérée comme étant valide tant que le libre parcours moyen du rayonnement est très supérieur à sa longueur d'onde, soit $l/\lambda \gg 1$ (cf. limite de "faible désordre" dans [Akkermans and Montambaux, 2004]), ce qui revient à supposer qu'après chaque collision on peut reconstruire asymptotiquement une onde libre.

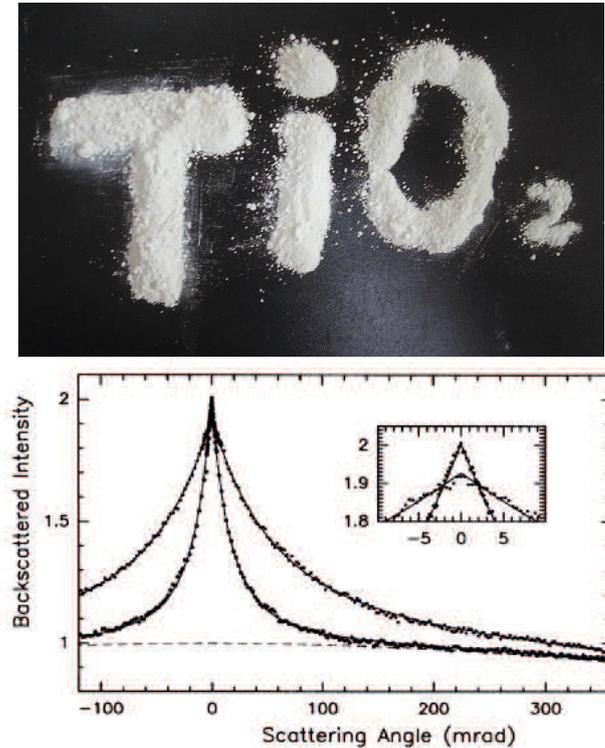


FIGURE 1 – *Coherent backscattering cone*. Top : picture of TiO_2 powder gathering particules that have high scattering cross section values in the visible range. Bottom : Backscattered intensity of light versus scattering angle for TiO_2 , broad cone, and $BaSO_4$, narrow cone. The inset shows the top of the two cones (extracted from [Wiersma et al., 1995]).

Or, il existe des systèmes qui ne valident pas cette hypothèse. Ces systèmes sont caractérisés par une grande densité de diffuseurs ayant une section efficace de diffusion élevée de telle sorte que $1/n\sigma_s = l < \lambda$. Dans ce cas, le libre parcours moyen pourrait être plus court que la distance moyenne entre diffuseurs, révélant ainsi l'incohérence du modèle de "trajectoires" pour de tels systèmes. On considère en général que de tels régimes de diffusion sont atteints lorsque $n\lambda^3 > 1$ où $\lambda = \lambda/2\pi$. C'est le cas notamment des gaz denses ($n \simeq 10^{14} - 10^{15}$ atomes/cm³) d'atomes de ⁸⁷Rb ([Balik et al., 2013], [Pellegrino et al., 2014]), auxquels se rapportent mes travaux de thèse, en interaction avec un rayonnement de longueur d'onde $\lambda = 780$ nm résonant avec la transition D2 de cette espèce atomique ($\sigma_s(\lambda) \simeq 2.9 \times 10^{-13}$ m²)⁴. Pour ces systèmes, les événements de diffusion élémentaires ne peuvent plus être considérés comme indépendants les uns des autres car le comportement

4. La section efficace de diffusion à résonance avec une transition électronique de longueur d'onde λ est donnée par $\sigma_s(\lambda) = 3\lambda^2/2\pi$.

de chacun des diffuseurs est fortement corrélé au comportement de l'ensemble des autres diffuseurs : on parle alors de phénomènes de *diffusion collective*.

Ces effets de diffusion collective ont fait l'objet d'un très grand nombre de travaux théoriques débutant en partie avec l'étude de l'émission spontanée collective réalisée par [Dicke, 1954]. Certains de ces travaux traitent de notions de superradiance [Gross and Haroche, 1982], de subradiance [Kalachev, 2007] et [Bienaimé et al., 2012], et des connections entre ces deux modes de rayonnement (voir [Keitel et al., 1992] et [Brooke et al., 2008] par exemple). D'autres travaux portent plutôt sur le rôle des interactions dipôle-dipôle entre les diffuseurs [Friedberg et al., 1989] dans des situations où ceux-ci sont des systèmes naturels, comme des atomes pour [Gero and Akkermans, 2007] et [Javanainen et al., 2014], ou des systèmes artificiels, comme des métamatériaux pour [Jenkins and Ruostekoski, 2012] et [Jenkins and Ruostekoski, 2013]. Il est à noter cependant que la plupart des travaux théoriques portant sur l'interaction résonante entre un ensemble de N diffuseurs et un mode du champ électromagnétique traitent du cas de faibles intensités lumineuses [Ruostekoski and Javanainen, 1997] [Svidzinsky et al., 2010], alors que le cas des hautes intensités reste peu exploré (voir [Ott et al., 2013]).

Il existe en outre énormément de travaux expérimentaux concernant l'étude de la diffusion multiple de la lumière via notamment l'étude des propriétés de transport du rayonnement au travers de milieux désordonnés. Encore aujourd'hui d'importants résultats expérimentaux sont publiés dans le domaine des matériaux nanostructurés [Segev et al., 2013] [Strudley et al., 2013] ou dans le domaine des nuages d'atomes froids (voir [Labeyrie et al., 2003], [Labeyrie et al., 2005] et [Sheremet et al., 2014]). Cependant peu de ces recherches portent sur des régimes de diffusion tels que $l/\lambda < 1$, plus propices à l'étude des phénomènes de diffusion collective dans laquelle s'insère le travail de thèse que je transcris dans ce mémoire.

Ce document, séparé en deux parties, résume mon travail sur l'étude expérimentale de l'interaction de lumière résonante avec des petits échantillons (d'extension spatiale de l'ordre de λ) de ^{87}Rb denses et froids ($\sim 100 \mu\text{K}$).

La première partie décrit dans un premier temps le dispositif expérimental et les procédés que j'ai utilisés pour l'ensemble des observations et mesures reportées dans ce mémoire. On y trouvera détaillés les procédés de ralentissement et de refroidissement d'atomes de ^{87}Rb (section 1.2), de production de nano-nuages denses (section 1.3), les résultats d'expériences de refroidissement par évaporation forcée (section 1.4) et une description des systèmes de détection optique (section 1.5) que j'ai employés. Le second temps de cette partie est dédié à l'étude de la diffusion résonante de la lumière pour un atome seul. On y trouvera un récapitulatif des notions de base sur la diffusion résonante de lumière (section 2.2), les résultats des mesures du délai de Wigner (section 2.3) et les observations d'apparition de délais de Wigner non standards (section 2.4).

La deuxième partie est dédiée à l'étude de l'émergence d'effets collectifs dans la diffusion de lumière résonante. Elle est également divisée en deux temps. Je développe dans un premier temps une description des modèles théoriques de diffusion collective sur lesquelles s'appuient ce mémoire. En partant de deux approches, l'une associée au domaine de la diffusion de la lumière dans les milieux aléatoires, et l'autre associée au domaine de la physique des atomes froids en interactions, je montre leur convergence dans le cadre de

certaines hypothèses vers un même modèle décrit par un ensemble d'équations, dit "équations des dipôles couplés" (section 3.2), dont j'étudie ensuite formellement les solutions (section 3.3). Ce premier temps se termine par une discussion des notions de diffusion "coopérative" (section 3.4). Le second temps de cette partie décrit les observations expérimentales de phénomènes de diffusion collective. Après un rapide "état de l'art" (section 4.2), j'expose les résultats obtenus lors de mon travail de thèse sur l'observation de la suppression de l'excitation des nano-nuages denses (section 4.3). Finalement, cette partie se clôt sur des résultats préliminaires d'observation de modification du comportement temporel de la désexcitation de ces nano-nuages (section 4.4).

Première partie

Dispositif expérimental et mesures du délai de Wigner introduit par un diffuseur unique

Chapitre 1

Production et observation de nano-nuages denses d'atomes froids

Sommaire

1.1	Introduction	13
1.2	Ralentissement et refroidissement d'atomes de Rubidium 87	13
1.2.1	Ralentissement Zeeman	14
1.2.2	Piège magnéto-optique	15
1.3	Nano-nuages denses	16
1.3.1	Potentiel de piègeage	17
1.3.2	Chargement d'un piège	18
1.3.3	Combinaison de deux pinces optiques	21
1.4	Refroidissement évaporatif	24
1.4.1	Vers la dégénérescence quantique	25
1.4.2	Evaporation et lois d'échelle	26
1.4.3	Mise en œuvre expérimentale	29
1.5	Détection optique	32
1.5.1	Système d'imagerie	32
1.5.2	iCCD et mesures résolues spatialement	33
1.5.3	APD et mesures résolues temporellement	36
1.6	Conclusion	39

1.1 Introduction

Ce premier chapitre expose les méthodes expérimentales (dont une introduction aux principes de bases peut être trouvée dans [Perrin, 2009]) qui nous permettent de produire et d'étudier des nano-nuages froids et denses de Rubidium 87. Les densités recherchées correspondent à un régime où la distance entre atomes est de l'ordre de $\bar{\lambda} = \lambda_0/2\pi \simeq 124 \text{ nm}$, où $\lambda_0 = 780 \text{ nm}$ est la longueur d'onde du rayonnement permettant d'adresser la transition sur la raie D2 d'atomes indépendants. Les effets collectifs que nous souhaitons étudier devraient commencer à modifier significativement les propriétés de diffusion de la lumière par les nuages lorsque leur densité n est telle que $n\bar{\lambda}^3 \sim 1$ (cf. Chapitre 3).

Pour confiner les atomes dans de petits volumes, nous utilisons le concept de pinces optiques [Chu et al., 1986] (section 1.3). Pour obtenir des échantillons froids dans les pinces, il est nécessaire de les "charger" depuis un réservoir d'atomes déjà suffisamment refroidis. Pour atteindre les températures d'environ $100 \mu\text{K}$ nécessaires au piégeage dipolaire, nous utilisons des méthodes (section 1.2) basées sur les systèmes de ralentissement Zeeman [Prodan et al., 1985] et de piège magnéto-optique [Chu et al., 1985].

Un refroidissement encore plus poussé peut être réalisé grâce au procédé d'évaporation forcée (section 1.4). Cette méthode, suivie d'une phase de recompression du nuage, pourrait nous permettre de produire des nano-nuages ayant des densités telles que $n\bar{\lambda}^3 > 1$. Bien que les lois régissant l'évolution des paramètres de refroidissement (tels que le taux de collisions, la densité et la température) soient basées sur des études statistiques macroscopiques, elles semblent continuer à s'appliquer pour nos échantillons de quelques centaines, voire quelques dizaines d'atomes. Les densités dans l'espace des phases obtenues lors de nos expériences indiqueraient une entrée dans le régime de dégénérescence quantique pour des échantillons mésoscopiques¹.

Finalement, pour observer le comportement de ces nuages durant une excitation lumineuse, ou pour mesurer la quantité d'atomes et leur température, nous employons un schéma de détection optique (section 1.5) qui repose sur une lentille asphérique de grande ouverture numérique et sur deux détecteurs, l'un résolu spatialement et l'autre temporellement (iCCD et APD).

1.2 Ralentissement et refroidissement d'atomes de Rubidium 87

Nous développons ici une description synthétique du dispositif expérimental qui nous permet de réaliser nos expériences. Un descriptif plus détaillé est reporté dans [Fuhrmanek, 2011].

Un échantillon de ^{87}Rb est placé dans notre four. Une fois portée à 180°C , la partie de l'échantillon passée en phase gazeuse est en équilibre avec la phase solide à la pression de vapeur saturante $P_{\text{sat}} = 10^{-2} \text{ Torr}$. L'ouverture située entre le four et le reste de la chambre à vide (cf figure 1.1) permet de générer un jet atomique assez directif. Un vide

1. C'est-à-dire pour des échantillons contenant quelques dizaines à quelques centaines d'atomes

poussé, de l'ordre de 10^{-11} mbar,² est maintenu dans l'enceinte grâce à deux pompes ioniques. La distribution des vitesses des atomes constituant le jet ainsi créé suit une loi de distribution Maxwellienne de moyenne $\bar{v} \simeq 300$ m.s⁻¹. Il nous faut donc un moyen de ralentir ces atomes.

1.2.1 Ralentissement Zeeman

Pour ce faire, une solution consiste à freiner le jet grâce à la force de pression de radiation. En utilisant un laser de longueur d'onde $\lambda_0 = 780$ nm accordé sur la transition D2 du ⁸⁷Rb (de largeur $\Gamma/2\pi \simeq 6$ MHz) et en supposant que chaque diffusion diminue la vitesse des atomes de la quantité $v_{rec} = \hbar k_0/m$ (où $2\pi\hbar = 6.63 \times 10^{-34}$ J.s, $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ et $m = 1.44 \times 10^{-25}$ kg), la décélération que subissent les atomes vaut $a = v_{rec}\Gamma/2 = 1.1 \times 10^5$ m.s⁻² pour un paramètre de saturation³ $s \gg 1$. Pour freiner un atome de vitesse initiale $v_i = 300$ m.s⁻¹, il faudrait donc une distance d'arrêt de $L \simeq v_i^2/2a = 40$ cm.

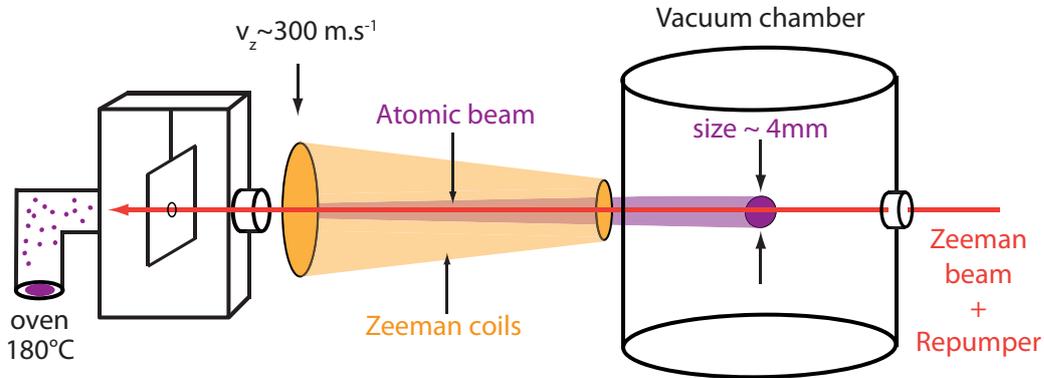


FIGURE 1.1 – *Zeeman slower scheme*. The atomic jet is slowed down thanks to the coupled action of the resonant laser beam and of the Zeeman effect induced by the B-field. The slower is designed such that the size of the atomic jet roughly matches the size of the capture range of the magneto-optical trap.

Pour obtenir une distance d'arrêt aussi courte, il faut que la radiation laser soit toujours à résonance avec la transition. Cependant, puisqu'au cours de son trajet l'atome est décéléré, l'effet Doppler modifie la fréquence de la radiation laser dans le référentiel de l'atome au repos. Pour conserver la condition de résonance, nous utilisons un ralentisseur Zeeman [Prodan et al., 1985].

Ce dispositif est constitué de six bobines de cuivre alimentées par un courant de $I_{Zeeman} = 4.38$ A, et produisant un champ magnétique $B = 180$ G en début de ralentisseur (cf [Fuhrmanek, 2011]). Nous utilisons un laser désaccordé⁴ de $\Delta\nu = -133$ MHz par rapport à la transition ($5S_{1/2}, F = 2$) vers ($5P_{3/2}, F = 3$) pour être à résonance avec

2. Un vide aussi poussé est nécessaire dans nombre d'expériences avec des atomes froids car plus la pression de gaz résiduel est élevée et moins longues sont les durées de vie de piégeage

3. Le paramètre de saturation est défini comme le rapport de l'intensité du rayonnement I sur l'intensité de saturation $I_{sat} = 16.7$ W.m² soit $s = I/I_{sat}$.

4. A cause des diffusions inélastiques qui transfèrent les atomes vers le niveau ($5S_{1/2}, F = 1$), il faut rajouter à cela un faisceau dit "repompeur" accordé sur la transition ($5S_{1/2}, F = 1$) vers ($5P_{3/2}, F = 2$) qui permet de peupler l'état ($5S_{1/2}, F = 1$) à nouveau par diffusion inélastique.

les atomes à la sortie du four. Ceci nous permet d'arrêter les atomes sur une distance de $L = 54 \text{ cm}$.

1.2.2 Piège magnéto-optique

Une fois les atomes ralentis, nous utilisons un système de piège magnéto-optique (ou MOT pour *Magneto-Optical Trap*) [Chu et al., 1985] pour les piéger et les refroidir et ainsi créer le réservoir dont nous avons besoin pour remplir nos pinces optiques. Le principe du MOT consiste en l'association de six faisceaux laser contra-propageants polarisés circulairement et d'un gradient de champ magnétique pour exercer une force de rappel ainsi qu'un frottement visqueux sur un ensemble d'atomes.

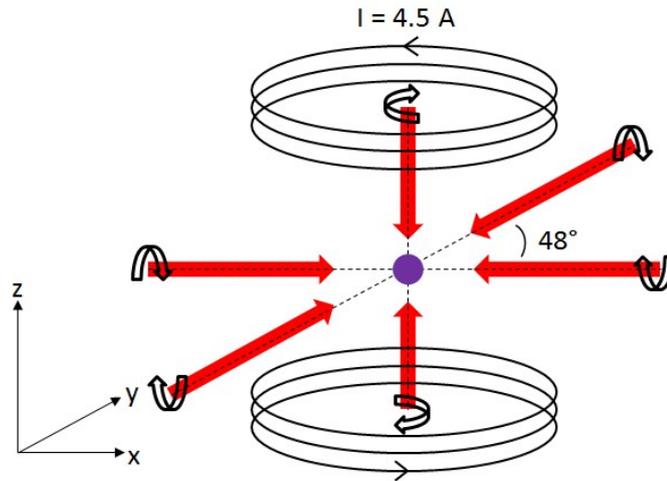


FIGURE 1.2 – *MOT schematic.*

Les six faisceaux⁵ contra-propageants sont désaccordés de 3.5Γ au rouge de la transition d'intérêt pour le refroidissement ($5S_{1/2}F = 2$) \rightarrow ($5P_{3/2}F = 3$). Ainsi, lorsqu'un atome acquiert une certaine vitesse dans la direction opposée à celle d'un des lasers, le rayonnement devient résonant avec la transition grâce à l'effet Doppler, et l'atome est freiné par la force de pression de radiation. Ce procédé appliqué aux trois dimensions de l'espace permet de refroidir les atomes jusqu'à une température de $T_{Doppler} = \hbar\Gamma/(2k_B) \sim 150 \mu\text{K}$ (où $k_B = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$), pour le Rubidium 87, mais ne contraint pas fortement les positions des atomes⁶.

En ajoutant un gradient de champ magnétique dans les trois directions de l'espace, l'effet Zeeman permet de créer une pression de radiation croissante avec la distance au centre du piège et donc de générer une force de rappel vers la zone où le champ magnétique est nul ; pourvu que les faisceaux laser soient polarisés correctement (cf figure 1.2). Pour générer le gradient de champ magnétique, nous utilisons deux bobines de cuivre de rayon $R = 8.5 \text{ cm}$ comportant chacune $N = 81$ spires. Ces deux bobines sont parcourues par

5. A ces faisceaux sont superposés six faisceaux repompeurs accordés sur la transition ($5S_{1/2}F = 1$) \rightarrow ($5P_{3/2}F = 2$) pour recycler les atomes s'accumulant dans l'état de plus basse énergie.

6. Les cycles d'absorption et d'émission impriment une marche aléatoire aux trajectoires des atomes : bien que leurs positions moyennes soient nulles, les variances croissent avec le temps.

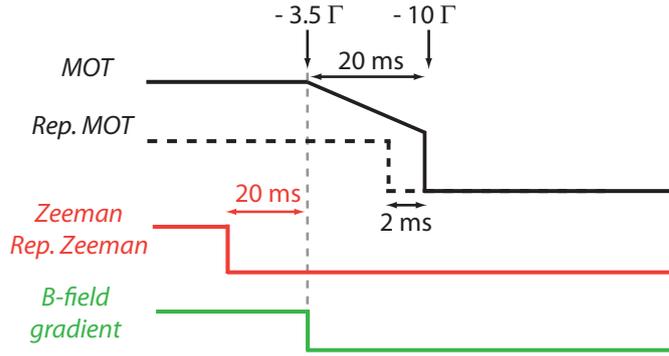


FIGURE 1.3 – **MOT sequence.** Chronogram showing the procedure used to obtain a reservoir of atoms at $150 \mu\text{K}$ with $\sim 10^{10} \text{ atoms.cm}^{-3}$. Zeeman and associated repumper are turned off 20 ms before the magnetic gradient is switched off. Then, during a period of 20 ms, the MOT beams frequency is ramped down from -3.5Γ to -10Γ allowing the atomic cloud to compress and to cool further down. Finally, the repumpers beams are switched off 2 ms before the associated MOT beams bringing atoms in the $(5S_{1/2}, F = 1)$ states in order to avoid exo-energetic hyperfine collisions.

des courants opposés (configuration anti-Helmholtz) d'intensité $I \sim 4.5 \text{ A}$ générant un gradient de champ de $B'_z \sim 5 \text{ G.cm}^{-1}$ selon la verticale.

En outre, lors du déclenchement de la séquence de chargement des pinces optiques (cf figure 1.3), nous employons une phase de compression du MOT en désaccordant la fréquence des faisceaux de -3.5Γ à -10Γ en 20 ms pour accroître la densité atomique.

Grâce à ce piège magnéto-optique, nous avons à notre disposition un réservoir d'atomes à une température d'environ $150 \mu\text{K}$ mais d'une densité typique de quelques 10^{10} at/cm^3 . Cette densité correspond à un paramètre de coopérativité de $n\lambda^3 \sim 10^{-5}$, ce qui indique que les interactions dipôle-dipôle entre atomes sont encore trop faibles pour induire des modifications significatives de la susceptibilité du nuage.

1.3 Nano-nuages denses

Afin d'étudier l'émergence d'effets collectifs dans la diffusion de la lumière, nous souhaitons confiner un certain nombre d'atomes dans un volume tel que le paramètre $n\lambda^3$ soit le plus élevé possible. Pour cela notre objectif sera de créer des échantillons aux dimensions inférieures au micron contenant un maximum d'atomes, ce que nous appellerons par la suite "nano-nuages" denses.

Pour piéger des atomes neutres comme le Rubidium 87, on peut utiliser le puits de potentiel optique généré au *waist* d'un faisceau laser fortement focalisé, appelé "pince optique" [Chu et al., 1986]. L'évolution du nombre d'atomes ainsi piégés en fonction du temps dépend des mécanismes de chargement et de pertes qui, en fonction de leur ajustement, permettent de passer du régime dit "d'atome unique" à celui dit de "multi-atomes". Puisque le nombre final d'atomes piégés dépend essentiellement de la densité du réservoir qui entoure la pince optique, nous avons mis en oeuvre (cf [Fuhrmanek, 2011]) un moyen d'augmenter cette densité en employant une deuxième pince optique (macro-pince) de plus

grand volume que la première (micro-pince).

1.3.1 Potentiel de piègeage

On peut montrer [Grimm et al., 2000] que lorsqu'un atome est irradié par un faisceau laser, il subit, en plus de la force de pression de radiation, une force dite "dipolaire" qui dérive d'un potentiel conservatif, $F_{dip} = -\nabla U_{dip}$, et qui correspond au "déplacement lumineux" des états électroniques fondamentaux de l'atome. Dans les conditions courantes d'utilisation⁷ pour le Rubidium 87 et pour une polarisation linéaire du faisceau laser, l'expression de ce potentiel est :

$$U_{dip}(\vec{r}) = \frac{\hbar\Gamma^2 I_L(\vec{r})}{8I_{sat}} \left(\frac{1}{3\Delta_1} + \frac{2}{3\Delta_2} \right) \quad (1.1)$$

où les paramètres variables sont Δ_1 , Δ_2 , les désaccords du laser par rapport au transition D1 et D2, et $I_L(\vec{r})$ le profil d'intensité du laser. Pour un faisceau laser gaussien se propageant dans la direction z , ce profil à la forme suivante :

$$I_L(\vec{r}) = \frac{2P}{\pi w_x w_y} \frac{1}{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2} e^{-2\left(\frac{x^2}{w_x^2} + \frac{y^2}{w_y^2}\right) / \left(1 + \frac{z}{z_R}\right)^2} \quad (1.2)$$

Avec P la puissance laser (en W), w_x et w_y les rayons du waist selon x et y , et z_R l'extension de la zone de Rayleigh ($z_R = \pi w_x w_y / \lambda_L$)⁸.

Lorsque le signe de U_{dip} est négatif, le potentiel lumineux est effectivement piégeant⁹, ce que l'on obtient avec un laser désaccordé dans le rouge des transitions. En identifiant l'expression du développement du potentiel autour de son minimum (là où l'intensité lumineuse est maximale) avec un potentiel harmonique de la forme :

$$U_{dip}(\vec{r}) = -U_0 + \frac{1}{2}m(\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2) \quad (1.3)$$

où $U_0 > 0$ est la "profondeur" du piège, on trouve les pulsations d'oscillations :

$$\omega_x = \sqrt{\frac{4U_0}{mw_x^2}}, \quad \omega_y = \sqrt{\frac{4U_0}{mw_y^2}}, \quad \omega_z = \sqrt{\frac{2U_0}{mz_R^2}} \quad (1.4)$$

Ainsi les fréquences d'oscillations des atomes piégés dépendent à la fois de la taille de la zone sur laquelle le faisceau laser est focalisé mais aussi de l'intensité lumineuse. Pour un laser à $\lambda_L = 850$ nm, focalisé sur environ $1 \mu\text{m}$ avec une puissance de $P = 10$ mW, on obtient des fréquences de l'ordre de $\nu_{x,y} \sim 100$ kHz transversalement. Celles-ci

7. C'est-à-dire dans des conditions où le désaccord en fréquence du faisceau laser par rapport à la transition D2 est grand devant la structure fine.

8. On remarque que, bien que le profil transverse du faisceau soit Gaussien, le profil longitudinal ne l'est pas du tout. Ce profil est à bien se remémorer lors de l'évaluation de la densité d'états dans le piège pour les calculs précis de refroidissement évaporatif.

9. Sinon le potentiel est répulsif et l'on parle d'"anti-piégeage".

renseignent sur la distribution des énergies associées à chaque état propre d'oscillation des atomes au fond du piège mais aussi sur l'extension spatiale de leur fonctions d'ondes : au niveau fondamental, par exemple, correspond une fonction d'onde gaussienne de taille caractéristique $\sigma_{x,y,z} = \sqrt{\hbar/(m\omega_{x,y,z})}$ (~ 100 nm transversalement). A des fins pratiques, la profondeur des pièges utilisés sera souvent exprimée soit en unité de température soit de fréquence grâce aux relations de conversion :

$$U_{dip}[J] = k_B U_{dip}[K] = h U_{dip}[Hz] \quad (1.5)$$

Pour les caractéristiques de piégeage données plus haut, on obtient $U_{dip} \sim 1$ mK soit $U_{dip} \sim 21$ MHz.

1.3.2 Chargement d'un piège

L'évolution du nombre $N(t)$ d'atomes piégés dans une pince optique est principalement liée aux mécanismes inélastiques suivants¹⁰ :

- Le chargement, qui remplit le piège avec un taux R , et est déterminé par la densité et la température du réservoir où baigne la pince.
- Les pertes à 1 corps, avec un taux noté γ (en s^{-1}), dues aux collisions avec les atomes rapides provenant du ralentisseur Zeeman ou avec ceux constituant le gaz résiduel dans l'enceinte à vide. La valeur typique de ce taux de perte est de $\gamma/n \sim 6 \times 10^{-9} \text{ cm}^3 \cdot s^{-1}$, où n est la densité du gaz de rubidium résiduel.
- les pertes à 2 corps, avec un taux noté β (en $\text{cm}^3 \cdot s^{-1}$), qui peuvent être de différentes natures (cf encadré de cette section). On préférera souvent exprimer ce taux de façon indépendante du volume V du gaz grâce au paramètre $\beta' = \beta/(2\sqrt{2}V)$ qui s'exprime en s^{-1} .

Il en résulte que le nombre d'atomes est solution de l'équation différentielle :

$$\partial_t N = R - \gamma N - \beta N(N - 1) \quad (1.6)$$

En fonction du taux de chargement R , différents régimes sont accessibles [Schlosser et al., 2002] :

- $R \ll \gamma$

Pour des taux de chargement aussi faibles, un atome entre occasionnellement dans la pince et est éjecté au bout d'un temps typique d'environ $\tau = 1/\gamma$, bien avant qu'un deuxième atome ne se présente. Ainsi, à un instant donné, la probabilité d'avoir un atome piégé suit une loi de distribution Poissonienne de moyenne négligeable devant 1. Bien que ce régime permette capturer des atomes seuls, les occasions de tels événements sont si rares qu'il perd beaucoup d'intérêt comparé au régime "d'atomes uniques".

10. On pourrait rajouter à la liste les pertes à 3 corps, avec un taux typique $\gamma_3 \sim 10^{-29} \text{ cm}^6 \cdot s^{-1}$ [Söding et al., 1999], qui commencent à ne plus être négligeables pour les densités $\sim 10^{15} \text{ at/cm}^3$ et des durées de l'ordre de la seconde ($\gamma_3 n^2 \sim 10 \text{ s}^{-1}$)

- $\gamma \leq R \leq \beta'$, Régime d'atomes uniques

Lorsque le taux de chargement devient supérieur au taux de perte à 1 corps, le nombre d'atomes piégés est imposé par le processus très efficace de collisions assistées par la lumière (cf figure 1.4 et encadré de la section). Si un atome se présente alors qu'un atome est déjà piégé, l'action d'une lumière résonante produit une collision inélastique qui transfère à la paire d'atomes une énergie cinétique bien supérieure à la profondeur du piège : il en résulte une fuite rapide des deux atomes, laissant le piège vide jusqu'à l'arrivée d'un autre atome. Ce mécanisme est appelé "blocage collisionnel" [Schlosser et al., 2002].

Ainsi, à chaque instant, le nombre d'atomes piégés vaut soit 0 soit 1 mais jamais plus. La fréquence de capture d'atomes uniques croît avec le taux de chargement, et peut atteindre plusieurs événements par seconde. C'est notamment dans ce régime que nous avons réalisé la mesure du délai de Wigner (cf. section 2.3.2).

- $\gamma, \beta' \ll R$, Régime de multi-atomes

Dans ce régime, le nombre d'atomes piégés à l'état stationnaire est donné par $N_{\text{st}} \simeq \sqrt{R/\beta'}$. Il est important de noter que la quantité N_{st} est en fait une variable aléatoire puisqu'elle repose sur un processus de chargement non-déterministe. On pourrait penser que N_{st} suit une loi de distribution Poissonienne puisque le flux des atomes entrant dans la pince a une statistique Poissonienne¹¹. Mais il a été démontré [Sortais et al., 2012] que cette idée néglige l'action des collisions à deux corps qui modifie la loi de distribution associée à N_{rmt} en la rendant sub-poissonienne¹². Ainsi l'ensemble des expériences dont ce manuscrit rend compte est réalisé avec un nombre d'atomes aléatoire dont nous n'indiquerons que la valeur moyenne¹³.

C'est dans ce régime, par exemple, qu'a été réalisé l'observation de la suppression de l'excitation de nano-nuages induite interaction dipôle-dipôle (cf. section 4.3).

11. Pour un flux constant Φ , la durée séparant les arrivées consécutives de deux atomes est une variable aléatoire discrète. La probabilité d'avoir n d'arrivées durant une période Δt vaut $P(n) = e^{-\lambda} \lambda^n / n!$ avec $\lambda = \Phi \Delta t$. Cette distribution est la loi de Poisson.

12. Pour une loi de Poisson, le facteur de Fano F , qui est le rapport de la variance sur la valeur moyenne de la distribution, vaut 1. Pour le chargement d'un piège dipolaire, il vaut $F = 0.75$.

13. La variance du nombre d'atomes vaut, dans le meilleur des cas, les 3/4 de la moyenne et plus si le taux de chargement fluctue.

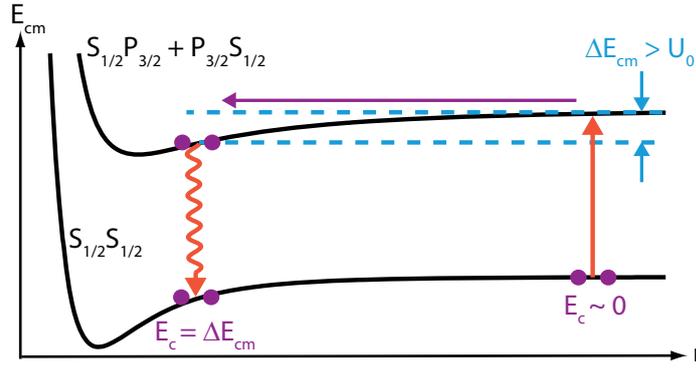


FIGURE 1.4 – *Light assisted collision principle*. In the center of mass frame, the potential energies of a pair of atoms in the two-atom groundstate, $S_{1/2}S_{1/2}$, and in an excited symmetric state, $S_{1/2}P_{3/2} + P_{3/2}S_{1/2}$, are plotted against the interatomic distance. Once promoted to the excited state thanks to resonant radiation (vertical red arrow), atoms are slightly accelerated towards each other (horizontal purple arrow) until the pair radiatively decays (wavy red arrow), thus transferring the variation of potential energy ΔE_{cm} to kinetic energy E_c . When $\Delta E_{cm} > U_0$, atoms are lost. In our working conditions, the loss rate can reach $\beta > 10^{-8} \text{ cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ [Fuhrmanek et al., 2012].

Collisions inélastiques à deux corps

En présence de rayonnement à résonance avec une transition atomique, deux processus entraînent une perte des atomes piégés :

- la photo-association correspond à la transition d'une paire d'atomes indépendants vers un état moléculaire excité grâce au rayonnement. Pour s'en affranchir, il suffit d'utiliser des lasers de piègeage dont les longueurs d'ondes sont loin des raies de photo-association.
- l'échappement radiatif, aussi appelé collision assistée par la lumière, correspond à un gain d'énergie cinétique d'une paire d'atomes après un cycle d'absorption-émission (cf figure 1.4). Lorsque ce gain d'énergie cinétique est supérieur à la profondeur de la pince, la paire d'atomes est perdue. Dans nos conditions de piègeage, les taux de perte associés à ces collisions s'élèvent à $\beta > 10^{-8} \text{ cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ [Fuhrmanek et al., 2012].

En l'absence de lumière, la structure du niveau fondamental peut induire des pertes :

- les collisions avec changement d'état hyperfins, telles que $|F = 1\rangle + |F = 2\rangle \rightarrow |F = 1\rangle + |F = 1\rangle$, transfère une quantité d'énergie cinétique au système correspondant à l'écart hyperfin $\Delta E \sim 6.8 \text{ GHz}$ largement supérieur à la profondeur de nos pièges ($U_{dip} \sim 20 \text{ MHz}$). Pour un nuage thermique non polarisé, le taux de perte par changement d'état hyperfin vaut $\beta \simeq 10^{-11} \text{ cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ [Gensemer et al., 1997].

Pour atteindre un nombre d'atomes piégés le plus élevé possible, il faut maximiser le taux de chargement de la pince, ce qui peut se faire en augmentant la densité locale du réservoir qui l'entoure. La technique que nous avons mise en place consiste en la com-

binasion de deux pinces optiques comme nous allons le détailler dans la section suivante .

1.3.3 Combinaison de deux pinces optiques

L'élément optique essentiel qui nous permet de produire les pinces optiques est une lentille asphérique¹⁴ convergente (fabriquée par *LightPath Technologies, Inc.*) de diamètre $d = 8 \text{ mm}$ et de distance focale $f' = 8 \text{ mm}$ qui permet de travailler jusqu'à une ouverture numérique de $O.N.^{asph} = 0.5$ [Sortais et al., 2007]. Puisque la distance de travail de la lentille n'est que de 5.71 mm, elle est placée au sein de la chambre à vide pour que les pinces puissent être baignées par le nuage d'atomes froids généré par le MOT. L'asphérisation de la surface de la lentille est nécessaire pour utiliser au maximum sa grande ouverture numérique car elle permet de corriger l'aberration sphérique inhérente aux lentilles minces standard.

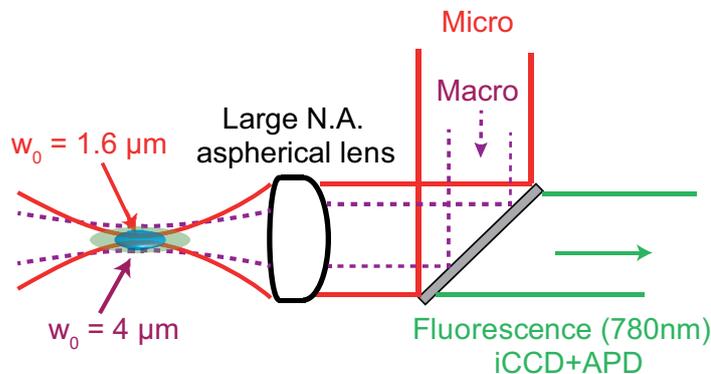


FIGURE 1.5 – *Macro and micro-trap*

Pour les longueurs d'ondes associées aux lasers de piégeage, nous sommes capables de focaliser la lumière jusqu'à une taille de *waist* de $\sim 1 \mu\text{m}$; mais nous pouvons aussi travailler avec des pièges moins focalisés en réduisant le diamètre effectif des faisceaux au niveau de la face d'entrée de la lentille asphérique.

La "macro-pince"

Deux sources lasers nous sont disponibles : une diode laser à 850 nm capable de délivrer jusqu'à environ 100 mW et un laser Ti :Saphire, accordable dans le rouge et proche infra-rouge, pouvant délivrer des puissances de l'ordre de 1 W en continu¹⁵. La taille du *waist* au point de focalisation vaut $\sim 3.8 \mu\text{m}$ et la profondeur de la pince est ajustée grâce à la puissance laser selon la relation (1.1). La polarisation de ce faisceau est choisie rectiligne¹⁶.

La figure 1.6 représente un chronogramme qui correspond au chargement de la macro-

14. Le montage expérimental grâce auquel ont été réalisées nos études est baptisé "Asphérix" en lien avec cette lentille.

15. Le cristal de Ti :Saphire est pompé par un laser de puissance émettant jusqu'à 18 W à 532 nm.

16. la polarisation de la lumière de piégeage induit des déplacements lumineux différentiels (cf annexe B) qui peuvent influencer sur des mesures réalisées alors que les atomes sont piégés. Sauf mention contraire, nos expériences sont réalisées en espace libre.

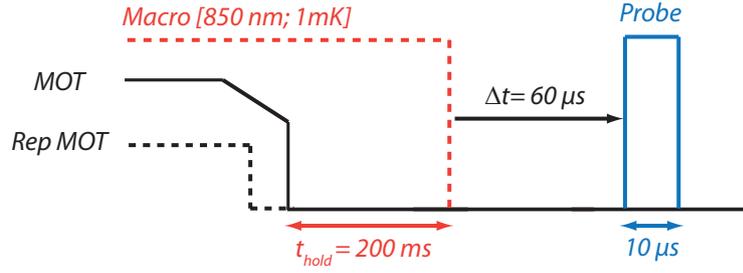


FIGURE 1.6 – *Macro-trap Loading sequence.*

pince à partir du MOT. Le temps de maintien t_{hold} permet de laisser le nuage se thermaliser (cf section 1.4.2) en l'absence de lumière résonante. La figure (1.7) illustre l'évolution de la taille du nuage, en *a*), et du nombre d'atomes piégés, en *b*), après $60 \mu\text{s}$ de temps de vol lorsqu'on fait varier la profondeur de la macro-pince (la façon dont sont obtenues ces données est détaillée dans la section 1.5.2). On observe que, bien que le nombre d'atomes piégés dans la macro-pince croisse avec la profondeur de la pince, la taille du nuage après temps de vol croît également ce qui révèle une augmentation de la température de l'échantillon. En pratique, nous travaillons la plupart du temps avec une profondeur de macro-pince correspondant à des températures de nuage de l'ordre de 100 à 200 μK permettant de piéger au maximum entre 3000 et 4000 atomes.

La macro-pince ne permet de produire que des échantillons ayant des densités au plus de l'ordre de $10^{12} \text{ at.cm}^{-3}$, correspondant à $n\lambda^3 \sim 0.01$, ce qui est encore assez faible pour révéler franchement des effets collectifs. Cette pince nous sert donc principalement de réservoir "haute densité" pour le chargement de la deuxième pince beaucoup plus confinante.

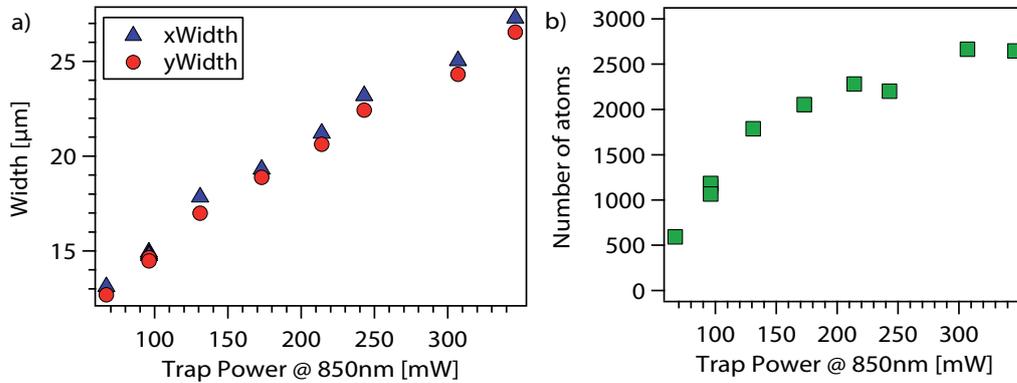


FIGURE 1.7 – *Cloud characteristics versus macro-trap depth after $60 \mu\text{s}$ of time of flight.* a) Widths of the cloud along the x and y directions. b) Number of trapped atoms. The increase of the number of trapped atoms is always at the expense of the temperature just because plain evaporation leads to final temperatures proportional to the trap depth.

La "micro-pince"

Le rayonnement laser utilisé provient de diodes lasers soit à 940 nm soit à 850 nm. Dans les deux cas, le faisceau est mis en forme et injecté dans une fibre monomode à maintien

de polarisation ($O.N.fibre = 0.11$) pour être véhiculé vers la chambre d'expérience. Pour exploiter au maximum les performances de la lentille asphérique, le faisceau émergent de la fibre est collimaté grâce à un triplet qui permet de conserver un écart normal rms sur le front d'onde $\Delta_{rms} \leq \lambda/40$ (bien meilleur que la tolérance $\Delta_{rms} \leq \lambda/14$ nécessaire pour être limité par la diffraction). Les tailles de waist utilisées sont de $w_0 = 1.1 \mu\text{m}$ ou $w_0 = 1.6 \mu\text{m}$ selon le type d'expérience réalisée. La profondeur typiquement utilisée est de 1 mK soit, par exemple, une puissance de $P = 9 \text{ mW}$ à 850 nm pour un waist $w_0 = 1.6 \mu\text{m}$. La polarisation du rayonnement est elle aussi choisie rectiligne.

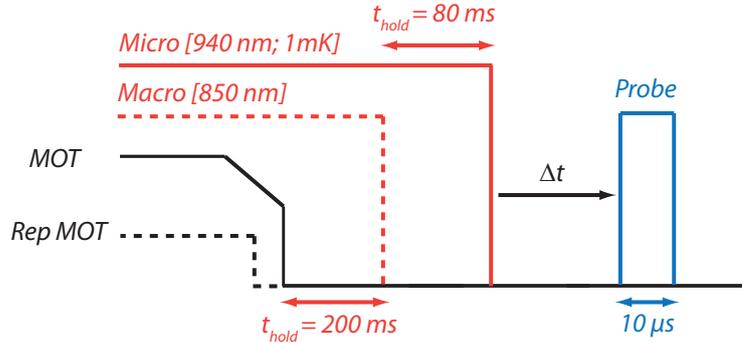


FIGURE 1.8 – *Macro to micro trap transfer sequence.*

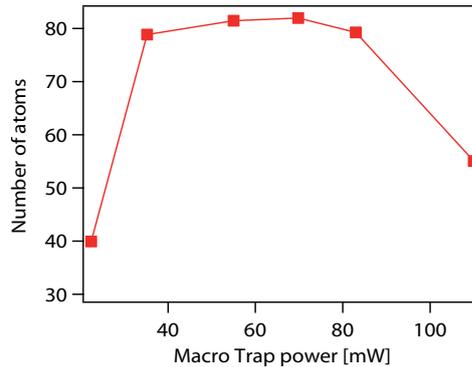


FIGURE 1.9 – *Macro to micro trap transfer.* The number of atoms trapped in a 1 mK deep micro-trap versus the macro-trap depth shows a clear optimum in the transfer mechanism that corresponds to roughly the same depth for the two tweezers.

Ces deux pinces sont combinées grâce à un cube séparateur de polarisations et ont donc des polarisations orthogonales au niveau de la lentille asphérique. Elles peuvent toutefois être déplacées l'une par rapport à l'autre de façon indépendante aussi bien transversalement que longitudinalement. Le chronogramme associé à la séquence de chargement de la micro-pince par transfert depuis la macro-pince est représenté sur la figure 1.8. La figure 1.9 montre l'évolution du nombre d'atomes finalement piégé dans une micro-pince de profondeur 1 mK lorsqu'on fait varier la profondeur de la macro-pince. Une modélisation des mécanismes de transfert peut être trouvée dans [Fuhrmanek, 2011] et montre, en accord avec ces données, qu'il existe un optimum de transfert correspondant au cas où les deux pinces ont sensiblement la même profondeur.

Au final, cette méthode de combinaison de deux pinces permet d'accumuler jusqu'à

quelques centaines d'atomes dans un volume de quelques λ_0^3 . Nous obtenons ainsi une densité allant jusqu'à quelques 10^{14} at.cm⁻³, ce qui correspond à $n\lambda^3 \sim 0.2$. Dans ce régime, les interactions dipôle-dipôle entre atomes devraient commencer à avoir un impact non négligeable sur la réponse du nuage à une excitation lumineuse.

Dans l'objectif d'augmenter encore cette densité, nous pourrions appliquer le procédé de refroidissement évaporatif décrit dans la section suivante puis recomprimer le nuage pour atteindre $n\lambda^3 > 1$.

1.4 Refroidissement évaporatif

Cette section a pour but de présenter succinctement une partie des travaux réalisés par notre équipe concernant le refroidissement évaporatif de petits nuages dans le but originel de produire des condensats de Bose-Einstein contenant un très petit nombre d'atomes [Bourgain et al., 2013a]. En plus de cet objectif, nous pourrions adapter cette technique pour accroître substantiellement la densité de nos nano-nuages et donc démultiplier les effets dus aux interactions entre atomes.

Un des intérêts de la production de nuages de quelques atomes dont l'état quantique est bien contrôlé réside dans leur application au domaine de la "simulation quantique". Ce domaine est basé sur l'étude de systèmes quantiques modèles, dont les paramètres sont ajustables¹⁷, et dont le comportement (l'Hamiltonien du système) s'approche de celui d'autres systèmes plus difficiles à étudier. L'objectif général est la simulation de la dynamique de systèmes à N corps en interaction. Pour illustration, on citera l'étude du magnétisme quantique qui présente des phénomènes de frustration générant une structure non triviale des états fondamentaux d'un système de spins [Islam et al., 2011].

En ce qui concerne les atomes neutres, une équipe allemande [Serwane et al., 2011] a réussi à produire des échantillons très dégénérés quantiquement de 1 à 10 atomes de ⁶Li, entités fermioniques. Ce remarquable résultat a été obtenu en chargeant 600 atomes dans une pince optique à partir d'un réservoir dont la température est déjà très inférieure à la température de Fermi, puis en déversant l'excédent d'atomes à l'extérieur de la pince en modifiant astucieusement son profil. Pour ce qui est des bosons, la méthode similaire consistant à utiliser de grands nuages déjà condensés pour alimenter une micro-pince [Jacob et al., 2011] ne semble pas à ce jour avoir permis d'atteindre le régime de quelques atomes seulement. Nous avons pour notre part tenté l'approche de la production de petits condensats directement dans une micro-pince grâce à la méthode d'évaporation forcée (pour des approches similaires, voir [Whitlock et al., 2009] pour des matrices de pièges sur puces magnétiques et [Sebby-Strabley et al., 2005] pour des réseaux optiques).

17. A l'image des modèles numériques classiques où l'on simule un système grâce à un ensemble d'équations et de paramètres qui peuvent être variés, comme la température ou le volume d'un gaz par exemple, la simulation quantique peut s'appuyer sur le contrôle des interactions entre atomes ou le contrôle des niveaux d'énergie par exemple, pour "synthétiser" des Hamiltoniens et "jouer" avec les systèmes modèles.

1.4.1 Vers la dégénérescence quantique

Pour un ensemble de bosons, la dégénérescence quantique correspond à un état du système où toutes les particules partagent la même fonction d'onde, le même état quantique¹⁸. L'encadré de la section rappelle rapidement le principe de la transition de phase d'un nuage thermique à un condensat de Bose-Einstein.

Le régime de condensation peut être atteint lorsqu'on abaisse la température d'un gaz bosonique en dessous d'une certaine température critique T_c ([Anderson et al., 1995], [Davis et al., 1995]). Physiquement, on peut s'attendre à ce que le caractère bosonique des constituants du gaz¹⁹ commence à jouer un rôle lorsque la longueur d'onde de de Broglie $\lambda_{th} = h/\sqrt{2\pi mk_B T}$ devient plus grande que la distance interparticule moyenne $\bar{d} = (N/V)^{-3}$, où N est le nombre d'atomes et V le volume du gaz. Le seuil du régime de condensation peut être donné par le critère²⁰ $\left(\frac{N}{V}\right) \lambda_{th}^3 \geq g_{3/2}(1) \simeq 2.612$.

Comme nous allons l'exposer dans la section 1.4.2, le processus de refroidissement entraîne la variation de N et de V . Le paramètre de condensation pertinent dans ce cas est la densité moyenne dans l'espace des phases²¹ que l'on notera D . Dans un piège harmonique 3D, le volume d'un nuage est lié la moyenne géométrique des pulsations d'oscillation $\bar{\omega}$, et l'on peut définir la densité moyenne dans l'espace des phases comme $D = N(\hbar\bar{\omega}/k_B T)^3$. Ainsi le critère du seuil de condensation correspond à une densité critique $D_c = g_3(1) \simeq 1.202$ (cf encadré de la section).

L'un des intérêts d'atteindre ce régime réside dans le fait que les nano-nuages produits ont l'extension spatiale de la fonction d'onde du niveau fondamental du piège, qui est la distribution spatiale la plus concentrée qui soit (~ 100 nm transversalement). Ceci permet de minimiser les variations des déplacements lumineux sur l'étendue du nuage qui pourrait poser problème lors de l'interrogation des nuages *in situ*.

Condensation de Bose-Einstein

Les phénomènes de transitions de phase d'ensembles macroscopiques sont décrits dans le cadre de la physique statistique [Huang, 1963].

Pour un ensemble de bosons indiscernables sans interactions, l'hamiltonien total du système est la somme des hamiltoniens individuels : $\hat{H} = \hat{h}^{(1)} + \dots + \hat{h}^{(N)}$. On notera $\{|\lambda\rangle\}$ la base des états propres de \hat{h} telle que $\hat{h}|\lambda\rangle = \epsilon_\lambda|\lambda\rangle$.

En introduisant les opérateurs création \hat{a}_λ^\dagger , et annihilation \hat{a}_λ , d'une particule dans l'état $|\lambda\rangle$, le nombre d'occupation de cet état est l'opérateur $\hat{N}_\lambda = \hat{a}_\lambda^\dagger \hat{a}_\lambda$.

18. Pour des fermions, le principe d'exclusion de Pauli empêche les particules du système de partager le même état quantique. Dans ce cas l'analogie du condensat de Bose-Einstein correspond au concept de mer de Fermi.

19. C'est à dire la symétrie de la fonction d'onde globale du système par l'échange de particules.

20. $g_\alpha(x) = \sum_{n=1}^{\infty} x^n/n^\alpha$.

21. A proprement parler, la densité dans l'espace des phases est une distribution $\rho(\{\vec{r}_i\}, \{\vec{p}_i\})$ dépendant des paramètres dynamiques du système que sont l'ensemble des positions $\{\vec{r}_i\}$ et impulsions $\{\vec{p}_i\}$ des atomes. La densité moyenne est la valeur intégrée de cette distribution : $D = \int \int \rho(\{\vec{r}_i\}, \{\vec{p}_i\}) d\{\vec{r}_i\} d\{\vec{p}_i\}$.

A partir des propriétés statistiques des bosons, on peut montrer que le nombre d'occupation moyen d'un état $|\lambda\rangle$ s'écrit :

$$N_\lambda = \frac{1}{e^{\beta(\epsilon_\lambda - \mu)} - 1} \quad (1.7)$$

Où $\beta = 1/k_B T$ et μ est le potentiel chimique (qui est nécessairement supérieur au minimum d'énergie ϵ_{min} sinon $N_\lambda < 0$ ce qui n'a pas de sens).

Dans un piège harmonique 3D, dont les pulsations d'oscillation sont notées ω_x , ω_y et ω_z , le nombre total d'atomes dans les états excités N' (où le niveau fondamental est exclu) vaut :

$$N' = \sum_{(n_x, n_y, n_z) \neq (0,0,0)} \frac{1}{e^{\beta \hbar (n_x \omega_x + n_y \omega_y + n_z \omega_z)} - 1} \quad (1.8)$$

Dans la limite $\beta \hbar \bar{\omega} \ll 1$, où $\bar{\omega} = (\omega_x \omega_y \omega_z)^{1/3}$, la somme peut être remplacée par une intégrale qui donne :

$$N' = g_3(1) (\beta \hbar \bar{\omega})^3 \quad (1.9)$$

Au seuil de la transition, le niveau fondamental n'est pas macroscopiquement peuplé et donc le nombre d'atomes dans les états excités vaut quasiment le nombre total d'atomes $N'(T_c) = N$. Ceci avec (1.9) entraîne $N(k_B T_c)^3 \simeq g_3(1) (\hbar \bar{\omega})^3$, ce qui donne la densité moyenne critique dans l'espace des phases mentionnée dans le texte.

1.4.2 Evaporation et lois d'échelle

- Evaporation libre

Dans un piège infiniment profond et à l'équilibre thermodynamique, la densité de probabilité $\rho(E)$ qu'un atome ait une énergie $E = p^2/2m + U_{dip}$ est le produit de la densité d'états dans le piège, $\rho_{trap}(E)$, par la fonction d'occupation, $f(E)$, dépendante des propriétés statistiques du gaz. Pour un ensemble thermique, $f(E) = e^{-E/k_B T}$, et pour un piège harmonique $\rho_{harm}(E) \propto E^2$, de telle sorte que l'on peut trouver des atomes ayant une énergie infiniment élevée. Ceci n'est pas envisable pour un piège de profondeur finie U_0 car, par définition, les atomes ayant une énergie $E \geq U_0$ s'échappent du piège.

Ainsi, lorsqu'une pince optique est chargée à partir d'un réservoir à la température T_0 , la densité de probabilité initiale $\rho_i(E) = \rho_{harm}(E) f_i(E)$, où la fonction d'occupation est une distribution de Boltzmann "tronquée"²² [Luiten et al., 1996], n'est pas associée à un équilibre thermodynamique du nuage piégé. Après avoir isolé la pince optique de son réservoir, le système relaxe vers l'équilibre grâce aux collisions élastiques entre atomes qui évacuent ceux ayant une énergie cinétique supérieure à la profondeur du piège (cf figure 1.10). Ces pertes d'atomes diminuent l'énergie cinétique moyenne du gaz $E_c \propto k_B T$,

²². On peut prendre par exemple $f_i(E) = f(E) \Theta(E - U_0)$ où $\Theta(x)$ est la distribution de Heaviside telle que $\Theta(x) = 1$ lorsque $x \leq 0$.

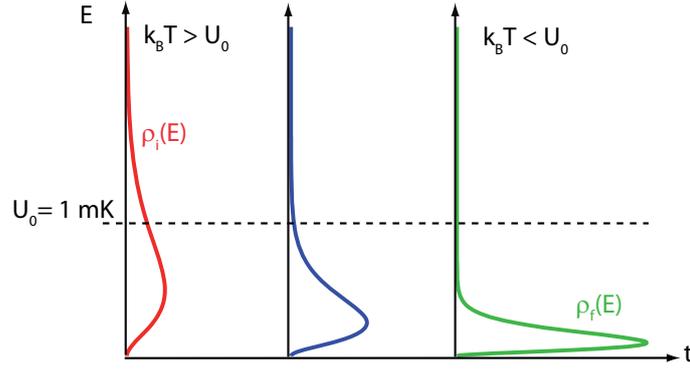


FIGURE 1.10 – **Energy distributions in a harmonic trap.** The evaporative process corresponds to the continuous loss of the most energetic atoms populating the tail of the energy distribution that is higher than the trap depth U_0 . As time goes on, the kinetic energy of the cloud of atoms drops and the energy distribution shrinks towards a steady shape corresponding to a temperature such that $\eta = U_0/(k_B T) \sim 10$.

ce qui refroidit l'échantillon. C'est le mécanisme que l'on nomme "évaporation".

Théoriquement, la température ne cesse de chuter jusqu'à ce que des processus néfastes de collisions inélastiques prédominent (relaxation dipolaire, collisions à trois corps, ...). En pratique, dans une pince optique, la température cesse de varier de façon significative lorsque le paramètre $\eta = U_0/k_B T$ vaut ~ 10 .

- **Evaporation forcée**

Ce mécanisme d'évaporation naturelle a inspiré une méthode très efficace permettant de refroidir des atomes bien en-deçà des $\sim 100 \mu\text{K}$ accessibles avec la technique du MOT. L'idée est de "forcer" l'évaporation en diminuant progressivement la profondeur du piège, ce qui conduit à une re-thermalisation continue du gaz à une température de plus en plus basse.

Dans le cas d'évaporation dans une pince optique avec η constant, des lois d'échelles [O'Hara et al., 2001] relient le nombre d'atomes N , le taux de collisions élastiques $\gamma^{(el)}$, ainsi que la densité moyenne dans l'espace des phases D , à la profondeur du piège U :

$$\frac{N}{N_i} = \left(\frac{U}{U_i}\right)^{3/[2(\eta'-3)]}, \quad \frac{\gamma^{(el)}}{\gamma_i^{(el)}} = \left(\frac{U}{U_i}\right)^{\eta'/[2(\eta'-3)]}, \quad \frac{D}{D_i} = \left(\frac{U_i}{U}\right)^{3(\eta'-4)/[2(\eta'-3)]} \quad (1.10)$$

où les quantités indicées sont les quantités initiales et $\eta' = \eta + (\eta - 5)/(\eta - 4)$. Nous pouvons aussi exprimer les quantités qui nous intéressent, sans faire intervenir explicitement la profondeur de la pince, en les reliant au nombre d'atomes :

$$\frac{D}{D_i} = \left(\frac{N_i}{N}\right)^{\eta'-4}, \quad \frac{\gamma^{(el)}}{\gamma_i^{(el)}} = \left(\frac{N}{N_i}\right)^{\eta'/3}, \quad \frac{T}{T_i} = \left(\frac{N}{N_i}\right)^{2(\eta'-3)/3} \quad (1.11)$$

La condition d'une évaporation forcée avec η constant impose une évolution temporelle

pour la profondeur de la pince :

$$\frac{U(t)}{U_i} = \left(1 + \frac{t}{\tau_{ev}}\right)^{-2(\eta'-3)/\eta'}, \quad \frac{1}{\tau_{ev}} = \frac{2}{3}\eta'(\eta-4)e^{-\eta}\gamma_i^{(el)} \quad (1.12)$$

Pour fixer les idées, comparons l'efficacité de refroidissement pour différentes valeurs de η obtenues expérimentalement :

- Pour $\eta = 10$, ce qui correspondra au début de nos expériences d'évaporation, $D/D_i = (N_i/N)^7 = (U_i/U)^{21/16 \simeq 1.3}$

- Pour $\eta = 5$, valeur atteinte en cours d'évaporation, $D/D_i = N_i/N = (U_i/U)^{3/4}$

On réalise que faire varier D de 3 ordres de grandeurs (*o.d.g.*) revient à faire varier U de $3 \times 1/1.3 = 2.3$ *o.d.g.* dans le premier cas contre $3 \times 4/3 = 4$ *o.d.g.* dans le second. On réalise également que l'impact de η est encore plus important sur le nombre d'atomes puisque, dans le premier cas, N ne diminue que de $3 \times 1/7 \simeq 0.4$ *o.d.g.* contre 3 *o.d.g.* dans le second.

Collisions élastiques

Pour une collision froide, c'est-à-dire dans la limite où la longueur d'onde thermique λ_{th} est supérieure de la portée r_0 du potentiel d'interaction entre atomes, il est nécessaire de traiter le problème comme une diffusion [Walraven, 2012]. Dans le référentiel du centre de masse, loin du centre de diffusion, l'expression de l'onde diffusée dans la direction \vec{k} dépend de l'angle θ entre \vec{k} et l'axe de la collision :

$$\Psi_{sc}(r, \theta) \propto f(\theta) \frac{e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}}}{r} \quad (1.13)$$

On décompose souvent l'amplitude de diffusion sur la base des harmoniques sphériques $f(\theta) = \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) f_l P_l(\cos(\theta))$ où les P_l sont les polynômes de Legendre. Les amplitudes partielles $f_l = \sin(\eta_l) e^{i\eta_l} / k$ contiennent les déphasages η_l dus à la diffusion indiquant les occurrences d'états liés (cf section 2.3).

La section efficace de collision $\sigma = \int |f(\theta)|^2 2\pi \sin(\theta) d\theta$ peut donc aussi être décomposée en une somme de termes $\sigma = \sum_{l=0}^{\infty} \sigma_l$.

Dans le cas d'une collision où $k \rightarrow 0$, seul le terme tel que $l = 0$ intervient, et l'on parle de collision en onde "s". On montre que dans ce cas que $\eta_0 = -ka$, où a est la longueur de diffusion, et donc que $\sigma_0 = 4\pi a^2$.

Cette section efficace doit toutefois être modifiée pour prendre en compte les propriétés statistiques des particules. Ainsi pour deux bosons dans le même état interne, $\sigma_0 = 8\pi a^2$, et pour le cas où les bosons sont dans deux sous-états Zeeman différents parmi trois (ce qui correspond à l'état hyperfin $|S_{1/2}, F = 1\rangle$ du ^{87}Rb), $\sigma_0 = 16\pi a^2/3$.

Le taux de collision élastique donné dans le corps du texte s'exprime alors comme $\gamma^{(el)} = n\sigma_0\bar{v}$, où \bar{v} est la vitesse relative moyenne entre atomes et n est la densité atomique moyenne.

1.4.3 Mise en œuvre expérimentale

Nous allons décrire ici quelques résultats importants concernant nos expériences d'évaporation forcée (cf [Bourgain et al., 2013a]).

Nous partons de nuages contenant $N_i \simeq 800$ atomes, ayant une température $T_i \simeq 125 \mu\text{K}$, produits en utilisant le schéma de transfert depuis la macro-pince (cf section 1.3.3) vers une micro-pince de profondeur $U = 1 \text{ mK}$, qui est générée en focalisant un faisceau laser à 957 nm ayant une puissance de 20 mW .

Les dimensions de la zone de piégeage, et les fréquences associées, correspondent transversalement à un waist de $w = 1.6 \mu\text{m}$, $\nu_{\perp} = 64 \text{ kHz}$, et à une zone de Rayleigh de $z_R = 8.4 \mu\text{m}$, $\nu_{\parallel} = 9 \text{ kHz}$, longitudinalement. La moyenne géométrique de ces fréquences, $\bar{\nu} = (\nu_{\perp}^2 \nu_{\parallel})^{1/3}$, définit le volume thermique $V_{th} = [k_B T / (2\pi m \bar{\nu}^2)]^{3/2}$, ce qui implique une densité spatiale initiale au centre du piège de $n_{0,i} = N/V_{th} \simeq 3 \times 10^{14} \text{ at.cm}^{-3}$, et donc une densité moyenne dans l'espace des phases initiale $D_i = N_i (h\bar{\nu}/k_B T_i)^3 \simeq 1.5 \times 10^{-3}$.

Notre objectif pour atteindre la condensation est d'accroître la densité moyenne dans l'espace des phases afin qu'elle franchisse la valeur critique $D_c \simeq 1.202$. Il nous faut donc accroître D_i d'au moins trois ordres de grandeurs, ce qui pourra être réalisable en diminuant la profondeur du piège également de trois ordres de grandeurs (dans le cas où $\eta = 5$). Pour ce faire, la puissance²³ du faisceau laser de piégeage est abaissée de 1 mK jusqu'à $1 \mu\text{K}$ en dix rampes²⁴ successives dont les durées sont ajustées pour maximiser D à la fin de chaque rampe. La figure 1.11 compare l'évolution de la profondeur de la pince en fonction du temps avec la loi d'évolution (1.12) pour $\eta = 8.5$.

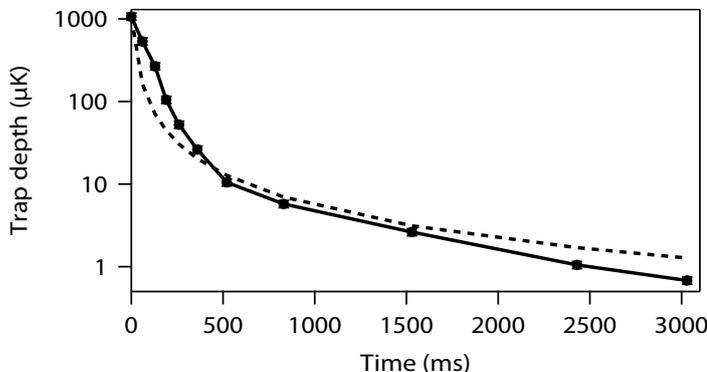


FIGURE 1.11 – *Trap depth versus time*. The power of the trapping beam is lowered by using 10 ramps calibrated to maximize D at each step. The dashed line corresponds to equation (1.12) for $\eta = 8.5$. Error on the measured power is estimated to be 10%.

On peut suivre sur la figure 1.12 l'évolution du paramètre η durant l'évaporation. On constate que bien qu'initialement $\eta \simeq 8.5$, ce qui présage d'un refroidissement très efficace, ce paramètre chute rapidement vers une valeur bien moins avantageuse. Pour la partie de l'évaporation qui se déroule sur la plage $400 \geq N \geq 70$, le paramètre η stagne autour de

23. L'erreur sur la puissance mesurée est estimée à 10%

24. Les puissances de transition d'une rampe à la suivante sont choisies de façon à échantillonner régulièrement le domaine de variation en échelle log.

5.3(3) (illustré par la ligne tiretée qui correspond à la moyenne des valeurs de η dans la plage en question), puis il chute de nouveau à la fin du processus.

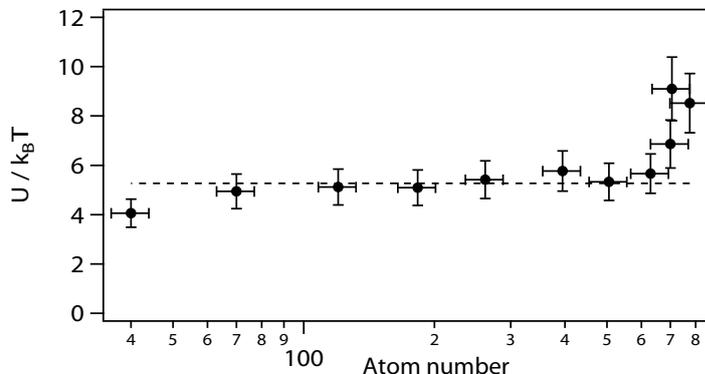


FIGURE 1.12 – *Parameter* $\eta = U/(k_B T)$ *versus atom number*. Starting from a rather promising value $\eta = 8.5$, the parameter drops and stagnates at $\eta = 5.3(3)$ for atom numbers ranging from 400 to 70. The dashed line corresponds to the mean value of the parameter for this range. Then η drops even below.

L'évolution du paramètre η transparait dans celle de la densité moyenne dans l'espace des phases, D , et dans celle de la température, T , comme le montre la figure 1.13. En effet, sur la plage qui correspond à la stagnation de η , ces quantités suivent des évolutions en lois de puissance, comme prédites par [O'Hara et al., 2001]. Un ajustement des données avec des lois linéaires en échelle Log-Log (en traits pleins sur la figure 1.13) donne $-d(\ln D)/d(\ln N) = 1.75(5)$ et $d(\ln T)/d(\ln N) = 1.79(6)$. Ceci correspond, selon les équations (1.11), à $\eta = 5.4(1)$, une valeur en accord avec celle extraite des données de la figure 1.12.

Ces résultats montrent que, bien que le modèle développé par [O'Hara et al., 2001] soit basé sur les hypothèses $N \gg 1$ et $\eta \gg 1$, il continue d'être pertinent jusqu'à quelques dizaines d'atomes et $\eta \sim 5$.

Le seuil de condensation est représenté dans la figure 1.13 par une ligne tiretée correspondant à la densité critique $D_c = 1.202$. Bien que les données montrent clairement un franchissement de ce seuil, il est à noter que la densité critique est calculée sans tenir compte de la structure dégénérée²⁵ de l'état fondamental $|5S_{1/2}, F = 1\rangle$.

Pour établir plus fermement la génération d'un condensat, des observations supplémentaires sont nécessaires. Historiquement, les premiers condensats ([Anderson et al., 1995], [Davis et al., 1995]) étaient imagés par absorption après temps de vol, ce qui révélait une double structure de la distribution des impulsions atomiques : une partie étendue correspondant à la fraction thermique du nuage et une partie très piquée correspondant à

²⁵. Il faudrait en toute rigueur prendre en compte les trois sous-niveaux Zeeman $|F = 1, m_F = 0, \pm 1\rangle$ ce qui multiplierait la densité critique par trois si ces niveaux étaient peuplés de façon égale.

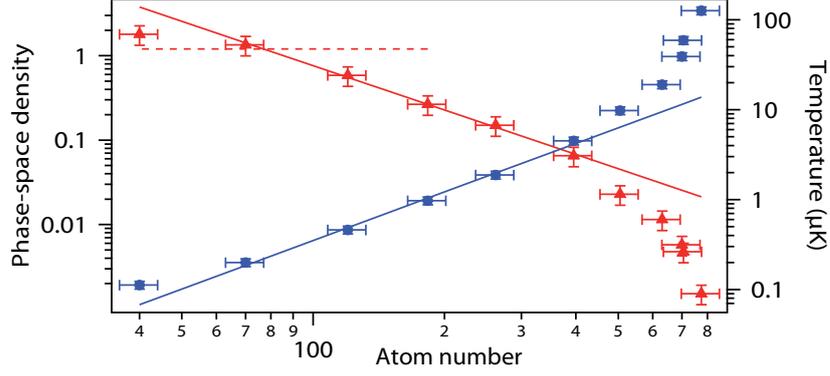


FIGURE 1.13 – *Mean phase-space density and temperature versus atom number.* The increase in phase-space density and the decrease of the temperature can be fitted by power laws (solid lines) in the range where η is constant, giving $-d(\ln D)/d(\ln N) = 1.75(5)$ and $d(\ln T)/d(\ln N) = 1.79(6)$. Using equations (1.11), these values correspond to $\eta = 5.4(1)$ which agrees with the value extracted from figure 1.12. The dashed horizontal line indicates the critical phase-space density $D_c = 1.202$ above which Bose-Einstein condensation is expected.

la fraction condensée.

Une autre technique consiste à étudier l'ellipticité la distribution des impulsions des atomes. Contrairement à un nuage thermique, cette distribution n'est *a priori* pas isotrope car elle est liée à la Transformée de Fourier de la distribution spatiale de la fonction d'onde que les atomes partagent, qui dépend de la géométrie du piège. Ainsi une différence dans les fréquences d'oscillations transverses, par exemple, se traduit par une forme elliptique du nuage après temps de vol.

Dans nos expériences, aucune des caractéristiques sus-mentionnées n'a pour le moment été clairement observées. D'autres techniques de caractérisation, comme la tomographie des états du piège par transition Raman [Grynberg et al., 1993], sont aujourd'hui en cours d'élaboration.

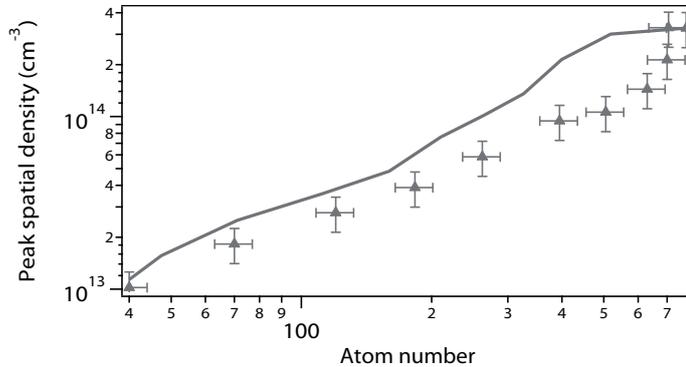


FIGURE 1.14 – *Atomic peak density versus atom number.* The decrease of the peak density is due to the weakening of the trap confinement and hampers efficient evaporation. Solid line results from a kinetic model developed in [Bourgain et al., 2013a] and shows good agreement with our data.

Il est bien connu [Adams et al., 1995] que la technique d'évaporation forcée par abaissement de la puissance de la pince optique entraîne nécessairement une chute de la densité spatiale du nuage. La figure 1.14 retrace la diminution de la densité pic estimée au centre du nuage au cours du processus d'évaporation, où la courbe en traits pleins résulte du modèle cinétique développé dans [Bourgain et al., 2013a].

Pour contrer cette diminution de la densité, qui entraîne une chute du taux de collisions élastiques et donc un ralentissement de l'évaporation, une méthode, reportée dans [Bourgain, 2014], consiste en l'ajout d'un potentiel d'anti-piégeage. En combinant un laser désaccordé au bleu des raies D1 et D2 avec la micro-pince, il est possible d'ajuster la profondeur du piège effectif sans en modifier la courbure, ce qui permet de garder un bon confinement.

1.5 Détection optique

L'ensemble des résultats présentés dans ce manuscrit est obtenu en collectant la lumière provenant des nuages étudiés et en la véhiculant vers nos détecteurs. L'élément essentiel à la collection de la lumière est la même lentille asphérique que celle utilisée pour générer les pinces optiques. Les deux détecteurs dont nous disposons sont, d'une part, une caméra CCD précédée d'un intensificateur de lumière (iCCD), permettant d'obtenir une image du plan où se trouve les atomes piégés, et d'autre part, une photodiode à avalanche (APD), permettant de suivre l'évolution temporelle de la quantité de lumière recueillie.

1.5.1 Système d'imagerie

La figure 1.15 schématise l'intégralité du système d'imagerie permettant de collecter la lumière émise par les atomes lorsqu'ils sont excités par un laser à résonance avec la transition $D2$. Dans la plupart des cas, le faisceau excitateur²⁶, appelé faisceau "sonde", est envoyé selon l'axe de quantification matérialisé par un champ magnétique vertical ($B_z \sim 1$ G) afin que sa polarisation corresponde à la transition fermée partant de $|F = 2, m = 2\rangle$ vers $|F' = 3, m' = 3\rangle$.

La lentille asphérique collecte la lumière émise depuis le nuage dans un angle solide $\Omega = (4\pi \times 0.067)$ sr. Une lame dichroïque transmettant le rayonnement à 780 nm et réfléchissant celui à 850 nm et 940 nm est utilisée afin de séparer la lumière provenant des atomes, utile à l'imagerie, de celle générant les pinces, nuisible à l'imagerie.

L'image du plan Π , où sont focalisées les pinces optiques, est réalisée dans le plan intermédiaire Π' grâce à la combinaison de la lentille asphérique avec un doublet²⁷. Dans ce plan est placé un diaphragme, appelé trou confocal, qui permet de réduire significativement la quantité de lumière parasite provenant des espaces situés de part et d'autre de Π . Le plan Π' est conjugué grâce à une lentille convergente en configuration $2f' - 2f'$ avec, à la

26. Ce faisceau est souvent doublé d'un faisceau dit "repompeur sonde" afin de transférer les atomes depuis les états ($5S_{1/2}, F = 1$) vers les états ($5S_{1/2}, F = 2$)

27. Entre la lentille asphérique et le doublet se trouvent la fenêtre de la chambre à vide, une lame dichroïque et un périscope sans grande incidence sur le schéma d'imagerie.

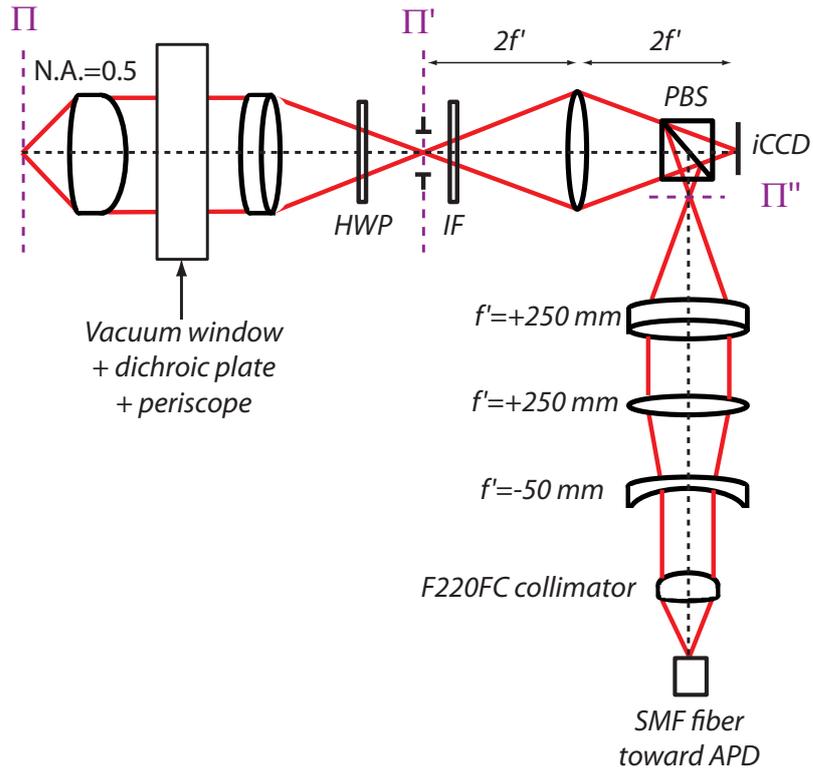


FIGURE 1.15 – *Imaging system.* The transverse magnification between Π and iCCd is $g_y \simeq 25$. The splitting between the iCCD and the APD channels is provided by a polarization beam splitter (PBS) and a half-wave plate (HWP) and an interference filter (IF) is used to get rid of trapping beams light (Figure not to scale).

fois l'écran sensible de l'iCCD, et le plan Π'' ²⁸. Un filtre interférentiel (IF) permet de se débarrasser du rayonnement provenant des lasers de piégeage. Le grandissement transverse associé à la conjugaison Π -iCCD vaut $g_y \simeq 25$. Ainsi, l'ouverture numérique des faisceaux au niveau du plan Π'' vaut nécessairement $O.N.'' = O.N.^{asph} / g_y = 0.02$.

L'élément photosensible de l'APD devant être impérativement protégé de toute source de lumière parasite, il est disposé dans une boîte opaque à laquelle on accède optiquement grâce à une fibre monomode. Le collimateur (F220FC, Thorlabs) placé en entrée de la fibre a une pupille de 1 mm et doit être éclairé en faisceau collimaté pour coupler le plus efficacement possible la lumière provenant des atomes dans la fibre. Pour ce faire, on place Π'' au foyer d'un doublet de focale $f' = 250$ mm pour "pré-collimater" le faisceau. On utilise ensuite un système afocal de deux lentilles, une convergente $f' = 250$ mm et une divergente $f' = -50$ mm pour ajuster finement le diamètre du faisceau afin qu'il épouse au mieux la pupille d'entrée du collimateur de la fibre.

28. Notons tout de suite que la façon dont sont séparées les deux voies associées à l'iCCD et à l'APD est sensible à la polarisation du rayonnement récolté.

Elements	Efficiency	Total
solid angle	0.067	
Optics	0.9	
Dichroic mirror	0.9	
Interference filter	0.7	
PBS	0.5/0.5	
Single mode fiber coupling	0.6	
APD quantum efficiency	0.5	0.0057
or		
iCCD efficiency	0.08	0.0015

TABLE 1.1 – *Detection efficiencies at 780 nm.*

1.5.2 iCCD et mesures résolues spatialement

Nous nous servons d'une caméra CCD 16 *bits* refroidie à -70°C (Pixis 1024, *Princeton Instruments*) ayant une surface photosensible de 1024×1024 pixels carrés de $13 \mu\text{m}$ de côté. Avec le grandissement $g_y \sim 25$, chaque pixel correspond dans le plan objet à un carré de $0.5 \mu\text{m}$ de côté. Les signaux digitaux générés par la caméra ont des amplitudes données en *adu* (*analog-to-digital unit*). Grâce au refroidissement, la principale source de bruit intrinsèque de la caméra est le bruit de lecture²⁹ (*read out noise*) avec une dispersion de $\sigma_{noise} = 6 \text{ adu}$.

Un atome diffuse une lumière à résonance avec un taux maximum valant $\Gamma/2 \simeq 2 \times 10^7 \text{ ph.s}^{-1}$. Pour des durées typiques d'excitation de l'ordre de $1 \mu\text{s}$ cela correspond à $2 \times 10^7 \times 10^{-6} \times 1.5\% = 0.3$ photon par séquence, en prenant en compte l'efficacité totale de collection du système optique (cf tableau 1.1). Pour amplifier ce signal, la caméra est précédée d'un intensificateur de lumière (C9016-22, *Hamamatsu*) constitué de deux galettes à micro-canaux et d'un écran de phosphore.

A l'entrée de l'intensificateur, chaque photon est converti en un électron qui est accéléré entre les deux plaques qui composent la première galette. L'électron traverse les micro-canaux en arrachant quelques électrons qui percutent à leur tour la deuxième galette multipliant encore le nombre d'électrons. L'avalanche d'électrons ainsi créée frappe l'écran de phosphore en générant une gerbe de photons de longueur d'onde $\sim 550 \text{ nm}$ détectables par la caméra CCD. L'intensité de la gerbe dépend de la tension accélératrice, réglable³⁰ entre 1000 et 1800 V. L'intensificateur peut être déclenché à l'aide d'impulsions TTL; en leur absence, l'intensificateur est polarisé en inverse ce qui empêche efficacement les photons d'être convertis. Nous pouvons donc nous servir de l'intensificateur comme d'un obturateur rapide pour la caméra, avec des temps de bascule de l'ordre de 5 ns.

L'intensité d'une gerbe de photons correspond en moyenne à $\sim 8 \times 10^3 \text{ adu}$ par événement de conversion d'un photon incident. En envoyant un nombre déterminé de photons sur l'intensificateur et en le comparant avec le nombre d'événements détectés par la caméra, on obtient l'efficacité moyenne de conversion. La figure 1.16 montre que la mesure

²⁹. Les signaux sont également entachés d'un niveau de fond constant de quelques centaines d'*adu* provenant des courants d'obscurité.

³⁰. Cette tension est réglable à l'aide d'un potentiomètre gradué de 0 pour 1000 V à 10 pour 1800 V. Dans toutes nos expériences, nous fixons ce potentiomètre à 9.

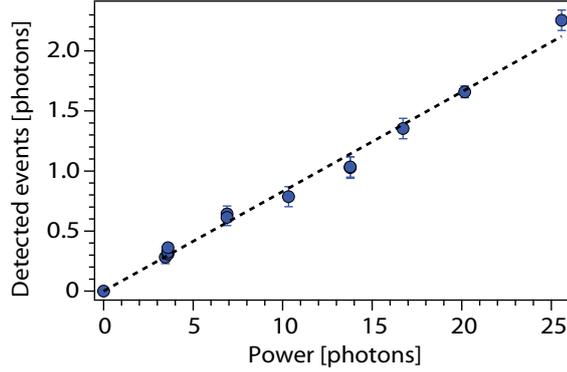


FIGURE 1.16 – *Intensifier efficiency*. Number of events detected by the CCD versus the number of photons impinging the intensifier. The dashed line is a linear fit to the data and gives an efficiency of $\eta = 8.3(\pm 0.2)\%$.

du nombre d'événements détectés est bien proportionnel au nombre de photons envoyés³¹ et donne une efficacité de conversion de $\eta = 8.3(\pm 0.2)\%$. Une étude bien plus détaillée des caractéristiques de conversion de l'intensificateur est développée dans [Fuhrmanek, 2011].

A partir des images obtenues avec l'iCCD, nous extrayons le nombre d'atomes contenu dans un nuage et sa température avec les méthodes suivantes :

- *Estimation de la température*

Lorsque le gaz est à l'équilibre thermodynamique dans la pince, la température T est liée à la dispersion des vitesses des atomes σ_v par la relation $\sigma_v = \sqrt{k_B T/m}$. Si l'on éteint le piège, le gaz subit une détente et la taille du nuage atomique σ croît avec le temps suivant $\sigma(t) = \sqrt{\sigma_0^2 + \sigma_v^2 t^2}$. Au bout d'une durée grande devant $\tau = \sigma_0/\sigma_v$, la taille du nuage augmente linéairement avec le temps d'autant plus rapidement que la température est élevée.

La figure 1.17 représente les images³² obtenues en illuminant les atomes relâchés de la macro-pince après respectivement 40, 100 et 140 μs de temps de vol avec une impulsion de faisceau sonde de 10 μs (cf chronogramme 1.6). Un ajustement de ces images par des gaussiennes à deux dimensions permet d'extraire la taille du nuage dans les directions transverses à l'axe optique. La pente de la droite qui reproduit au mieux l'évolution de cette taille en fonction du temps nous donne la température. La barre d'erreur typique que nous associons à cette méthode est de l'ordre de 10 %.

- *Extraction du nombre d'atomes*

A partir du même type d'image que présente la figure 1.17, nous estimons le nombre d'atomes initialement piégés en comparant la quantité de lumière détectée par la caméra

31. Le nombre de photons envoyés sur l'intensificateur est relié à la puissance P et à la durée Δt de l'impulsion laser dont on se sert par $N = P\Delta t/h\nu$.

32. Pour obtenir un rapport signal sur bruit suffisant, nous devons réitérer toutes nos expériences. Ces images sont le résultat d'une centaine de répétitions de la même séquence.

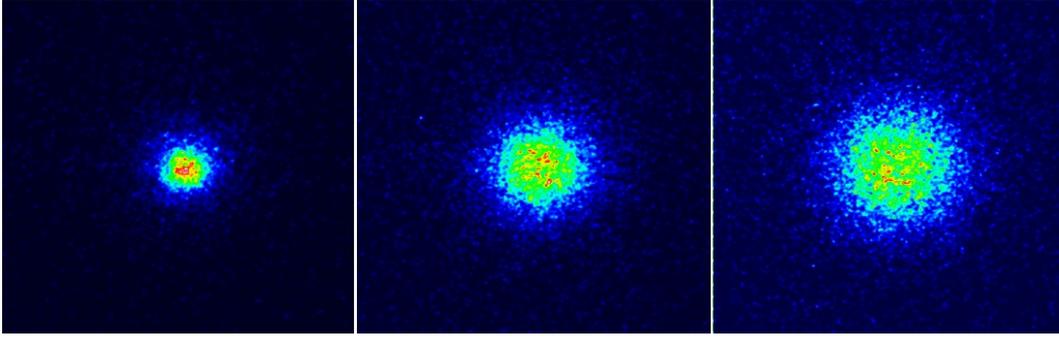


FIGURE 1.17 – *Cloud expansion in free space released from the macro-trap.* 400×400 iCCD pictures taken with $10 \mu\text{s}$ of probe light after respectively, from left to right, 40, 100 and $140 \mu\text{s}$ of time of flight. Each picture is obtained by repeating the same sequence about one hundred times. Each pixel corresponds to $0.5 \mu\text{m}$ in the plan of the cloud.

avec celle qu'elle devrait détecter s'il n'y avait qu'un seul atome dans la pince. Pour cela, soit on réalise la mesure de la quantité de lumière émise par un seul atome en configurant le montage expérimental en régime d'atomes uniques, soit on estime cette quantité en mesurant la transmission totale du système optique entre l'enceinte à vide et l'iCCD et en se basant sur la quantité théorique de lumière émise par un seul atome dans les conditions étudiées.

Quelle que soit la méthode utilisée, pour estimer convenablement le nombre d'atomes, il nous faut prendre en compte le bruit de fond de chaque image. Dans un premier temps, nous définissons une zone d'intérêt (nommée ROI pour *region of interest*) contenant le nuage et étant la plus petite possible. Ensuite nous ajustons le reste de l'image avec un polynôme d'ordre 2 à deux dimensions que nous retranchons à l'image totale. Finalement le nombre d'atomes est obtenu en intégrant la quantité, corrigée, de lumière contenue dans le ROI et en la divisant par la quantité attendue ou mesurée pour un seul atome. Nous estimons que l'erreur associée à cette méthode est de l'ordre de 10%.

1.5.3 APD et mesures résolues temporellement

Pour étudier le comportement temporel des nano-nuages d'atomes froids, nous disposons d'une photodiode à avalanche (APD) que nous utilisons en mode de comptage de photons. La précision sur les instants de détection est de l'ordre de 250 ps (durée liée aux mécanismes de conversion d'un photon en une impulsion électrique $0\text{-}2.5 \text{ V}$) et chaque événement de détection est suivi d'une période de cécité de 32 ns .

Toute mesure réalisée avec l'APD sera entachée d'un bruit intrinsèque lié à ce détecteur appelé bruit d'obscurité dont la figure 1.18 présente la statistique. Pour une durée d'acquisition totale de $T = 48.5 \text{ s}$, on dénombre 5390 coups, soit une moyenne de 111 coups.s^{-1} . L'histogramme normalisé du nombre de coups d'obscurité cumulés sur des périodes de ³³ 1212 ns (carrés pleins sur 1.18 b)), est compatible avec une distribution de Poisson de moyenne $\lambda \simeq 1.34$ (carrés évidés). On en déduit que la dispersion du bruit vaut $\pm\sqrt{111} \simeq \pm 10 \text{ coups.s}^{-1}$. Cette quantité de bruit ne sera pas un facteur limitant dans la plupart de nos expériences.

33. Cette mesure est réalisée avec la carte TimeHarp 200, utilisée sur le calibre de résolution 296 ps . Ceci conduit à une fenêtre d'observation de $0.296 \text{ ns} \times 4096 = 1212 \text{ ns}$.

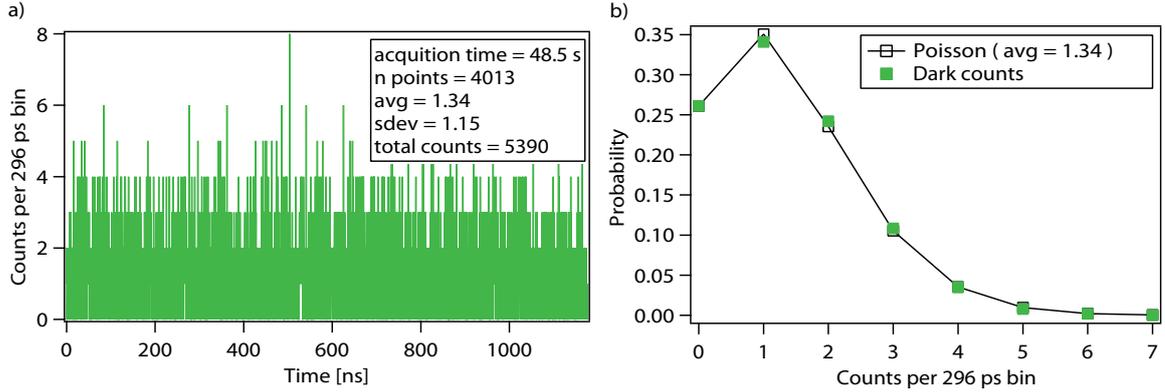


FIGURE 1.18 – *APD dark counts noise*. a) Cumulative time histogram of detection events over 1212 ns periods. For a total duration of $T = 48.5$ s, 5360 counts are detected giving an average noise of 111 counts.s⁻¹. b) Statistical histogram of number of counts. The comparison with Poissonian distribution, empty squares, gives a standard deviation of $\pm\sqrt{111} \simeq \pm 10$ counts.s⁻¹.

Pour acquérir les signaux générés par l'APD, nous pouvons utiliser deux cartes de comptage de résolutions différentes :

- *Carte de comptage à la microseconde :*

La carte d'acquisition NI PCI-6601 est capable de dénombrer des fronts montants d'impulsions électriques sur des temps d'horloge ayant une cadence maximale de 1 MHz. Bien qu'elle ne permette qu'un suivi à la microseconde près, elle est capable de maintenir ce suivi indéfiniment, ce qui nous permet d'observer en "temps réel" l'évolution de la quantité de lumière détectée. La figure 1.19 montre un tel suivi effectué sur quelques secondes. Alors qu'on accroît progressivement le taux de chargement des pinces, nous passons du régime d'atomes uniques, caractérisé par les "marches" qu'on observe à gauche, au régime de multi-atomes, à droite. Ce suivi en temps réel est d'un intérêt pratique fondamental puisqu'il nous permet de visualiser le chargement des pinces : nous pouvons donc, par exemple, déclencher automatiquement le début des séquences expérimentales dès qu'un certain niveau de fluorescence est franchi, ce qui permet d'obtenir un nombre d'atomes stable d'une expérience à l'autre.

- *Carte de comptage à la dizaine de picosecondes :*

Pour des mesures de plus haute précision, nous disposons également de la carte d'acquisition TimeHarp200 (produite par PicoQuant) dédiée à la mesure du délai séparant deux impulsions. Le principe de cette mesure repose sur l'utilisation d'un module TDC (*Time-to-Digital Converter*) à deux entrées qui convertit une durée en une quantité numérique. L'impulsion arrivant sur l'entrée *Start* fait basculer l'état du premier élément d'une chaîne de 4096 composants électroniques. Le basculement du $n^{\text{ième}}$ composant entraîne le basculement du $(n + 1)^{\text{ième}}$ en un temps calibré qui correspond à la résolution τ_{res} souhaitée (37 ps, 74 ps, 148 ps, 296 ps, 592 ps ou 1184 ps). Lorsqu'une impulsion arrive sur l'entrée *Stop*, l'état global de la chaîne est "lu", ce qui donne l'estimation du temps qui

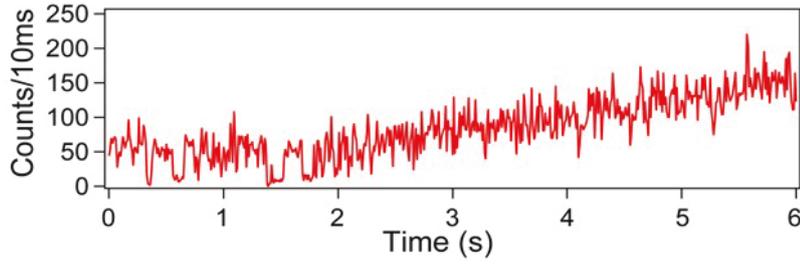


FIGURE 1.19 – *APD signal acquired by the NI PCI-6601 card showing the transition between single atom and multi-atom regimes.* On the left, the steps are the specific feature of the single atom regime. On the right, the number of trapped atoms is slowly increasing.

s'est écoulé entre les instants *Start* et *Stop*. L'inconvénient associé à cette méthode réside dans le fait que des délais supérieurs à $T_{max} = 4096 \times \tau_{res}$ ne peuvent être mesurés.

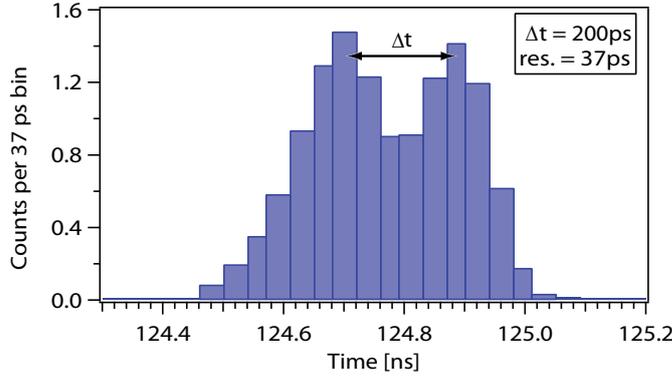


FIGURE 1.20 – *TimeHarp200 highest resolution (37 ps).* Two *Start* pulses delayed by 200 ps can clearly be distinguished, providing a resolution better than needed for all our experiments.

La figure 1.20 montre le pouvoir de résolution de la carte : on peut distinguer³⁴ des pulses *Start* décalés de $\Delta t = 200$ ps, durée largement inférieure aux durées caractéristiques, de l'ordre de la nanoseconde, des phénomènes que l'on souhaite étudier .

L'ensemble des méthodes exposées dans cette section est constamment utilisé lors de chacune des expériences rapportées dans ce manuscrit et constitue la base de toutes les observations que nous pouvons réaliser à l'heure actuelle sur les nano-nuages que nous étudions. Pour compléter ces techniques, d'autres, comme l'imagerie par absorption et la tomographie vibrationnelle des états du piège par transition Raman, sont aujourd'hui à l'étude.

Le point le plus épineux dans toutes les techniques consistant à récolter la lumière provenant des nano-nuages réside dans la quantité très faible de signal généré par des

34. On attribue la largeur de ~ 250 ps de chacun des pics à l'imprécision temporelle, *jitter*, de la conversion des photons par l'APD (cf début section 1.5.3).

échantillons allant de un à quelques centaines d'atomes. La faiblesse des signaux implique la répétition des expériences allant de quelques centaines à quelques dizaines de milliers de fois, entraînant des durées d'acquisition pour chaque jeu de paramètres allant jusqu'à quelques heures. Avec leur complexité et leur durée croissante, il est devenu crucial pour les expériences à venir d'entreprendre leur automatisation et une remise à jour majeure du dispositif technique ; ce à quoi notre équipe s'est attelée durant la fin de la période que recouvre l'ensemble de ce manuscrit.

1.6 Conclusion

Grâce à notre dispositif de refroidissement de ^{87}Rb (section 1.2), nous sommes capables de charger une combinaison de deux pinces optiques micrométriques permettant de générer des nano-nuages d'une température de l'ordre de $100 \mu\text{K}$ et comprenant jusqu'à quelques centaines d'atomes (section 1.3). Les densités ainsi obtenues sont telles que $n\lambda^3 \sim 0.1$ et commencent donc à se révéler intéressantes pour l'étude d'effets collectifs induit par interaction dipole-dipole entre les atomes.

Dans le but originel d'amener ces échantillons mésoscopiques vers la dégénérescence quantique, nous avons poussé plus loin le refroidissement des nano-nuages à l'aide de techniques d'évaporation forcée (section 1.4). Nous avons observé que le comportement de la densité dans l'espace des phases suit bien les lois d'échelles décrites par [O'Hara et al., 2001], alors que quelques unes de leurs hypothèses sous-jacentes sont différentes de nos conditions de travail. Bien qu'au bout du processus de refroidissement, la densité dans l'espace des phases croise le seuil théorique de condensation, nous n'avons pour le moment aucune observation complémentaire pouvant confirmer la transition de phase. Cette technique pourrait cependant être adaptée à la génération de nano-nuages encore plus denses en y ajoutant une séquence de recompression du piège pour atteindre des conditions telles que $n\lambda^3 > 1$.

L'ensemble des observations reportées dans ce manuscrit est réalisé via un dispositif d'imagerie combinant une caméra CCD intensifiée et une photodiode à avalanche qui permettent de suivre spatialement et temporellement le signal lumineux provenant des nuages d'atomes (section 1.5). Étant donnée la petite quantité de signal générée par des ensembles de quelques centaines à quelques dizaines d'atomes, nos expériences sont réalisées un grand nombre de fois, impliquant des durées d'acquisition allant jusqu'à quelques heures par mesure. L'automatisation de l'ensemble du dispositif et la remise à niveau majeure que nous avons réalisées permettra de mettre en œuvre de futures expériences encore plus exigeantes.

Chapitre 2

Diffusion résonante de la lumière par un atome seul

Sommaire

2.1	Introduction	41
2.2	Diffusion résonante	41
2.2.1	Collision d'un paquet d'ondes avec un diffuseur	42
2.2.2	Equations de Bloch optiques	45
2.2.3	Généralisation à un système multi-niveaux	48
2.3	Mesures du délai de Wigner	50
2.3.1	Exemples de précédentes mesures	51
2.3.2	Délai de Wigner avec un seul atome	54
2.4	Délais de Wigner non standard : effets de propagation super-luminique	57
2.4.1	Introduction d'une variation linéaire de la fréquence : le <i>chirp</i>	58
2.4.2	Observation de retards non standard	59
2.5	Conclusion	62

2.1 Introduction

Dans notre étude d'effets collectifs induits par interaction dipôle-dipôle entre atomes au sein de nano-nuages denses, une étape consiste en l'analyse du cas élémentaire où la lumière est diffusée par un atome seul.

Ce chapitre est ainsi dédié, dans un premier temps, au rappel concernant le phénomène de diffusion vu comme la collision d'un paquet d'ondes lumineuses avec un diffuseur unique (section 2.2). Il y apparaît la notion de délai de Wigner¹ qui est un élément essentiel dans la dynamique de toute diffusion proche d'une résonance [Wigner, 1955] [Smith, 1960] [Froissart et al., 1963]. Ce modèle collisionnel atteint cependant ses limites de validité lorsqu'il s'agit de prendre en compte les effets liés à la saturation de la transition atomique avec laquelle le rayonnement est accordé. Le cadre plus général des équations de Bloch optiques [Cohen-Tannoudji et al., 1988], bien que moins intuitif, permet de pallier cette difficulté. Il offre également la possibilité d'introduire de façon naturelle la complexité des niveaux hyperfins inhérente à la structure atomique.

Différentes expériences très instructives, comme celles décrites dans [Maroni et al., 1976] et [Chauvat et al., 2000], ont déjà été menées dans le but de mesurer des délais de Wigner mais aucune observation directe dans le cas idéal d'un unique diffuseur n'avait été reportée jusqu'à aujourd'hui. Aussi, dans un deuxième temps, ce chapitre expose nos résultats expérimentaux [Bourgain et al., 2013b] concernant une telle expérience réalisée grâce à la diffusion d'un paquet d'ondes lumineuses par un atome de ^{87}Rb seul (section 2.3).

Enfin, ce chapitre présente des résultats expérimentaux concernant les modifications du comportement du délai de Wigner lorsqu'une variation linéaire de la fréquence (*chirp*) est introduite (section 2.4). Nous observons théoriquement et expérimentalement que, dans ce cas, l'écart temporel entre les paquets d'ondes les plus retardés et ceux qui le sont le moins peut nettement dépasser le délai de Wigner maximal standard. Ceci révèle l'occurrence d'une propagation superlumérique au cours du processus de diffusion [Guo, 2006].

2.2 Diffusion résonante

Le phénomène de diffusion résonante a caractère non-instantané qui peut être mis en évidence en étudiant les retards à la diffusion, appelés délais de Wigner, de paquets d'ondes de fréquences proches de la résonance [Wigner, 1955] [Smith, 1960]. C'est ce type d'expérience que nous avons réalisé en pratique pour un atome unique.

En variant la fréquence des paquets d'ondes, nous réalisons une spectroscopie "pulsée" qui permet de caractériser à la fois la section efficace de diffusion mais aussi la phase induite dans la diffusion sans recours à l'interférométrie [Aljunid et al., 2009].

1. Bien qu'aujourd'hui la littérature fasse le plus souvent référence à ce délai comme délai de Wigner, l'interprétation initiale de la dérivée, par rapport à l'énergie, de la phase imprimée sur l'onde par le diffuseur est due à Eisenbud, comme le rappelle Wigner lui-même dans [Wigner, 1955].

2.2.1 Collision d'un paquet d'ondes avec un diffuseur

Dans le cadre linéaire, c'est-à-dire lorsque la saturation s de la transition optique est négligeable, on peut étudier la diffusion résonante par un diffuseur avec un modèle assez simple. On décrira un paquet d'ondes quasi-monochromatique se propageant suivant un axe noté x par $\vec{E}(x, t) = E_0 g(t) e^{-i(k_L x - \omega_L t)} \vec{e}$. Dans cette expression \vec{e} est la polarisation du champ électromagnétique, $k_L = \omega_L / (2\pi c)$ est son vecteur d'onde ($c \simeq 3 \times 10^8 \text{ m.s}^{-2}$), et $g(t)$ est l'enveloppe du paquet.

Dans la suite, on étudiera le cas où le paquet d'onde est gaussien, c'est-à-dire $g(t) \propto \exp[-t^2 / (4\sigma_t^2)]$, ce qui correspond aux conditions expérimentales que nous avons mises en place. Dans le domaine spectral, les composantes du paquet d'ondes sont données par $\vec{E}(\omega) \propto \exp[-(\omega - \omega_L)^2 / (4\sigma_\omega^2)]$, où la largeur spectrale est reliée à la largeur temporelle par $2\sigma_t^2 = 1 / (2\sigma_\omega^2)$.

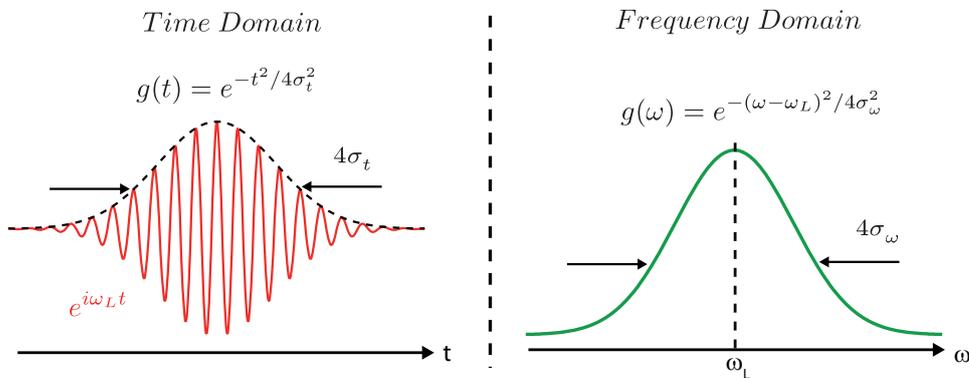


FIGURE 2.1 – *Gaussian wavepacket*. A laser wavepacket at frequency ω_L with a gaussian envelope of typical width σ_t has a gaussian spectrum of typical width σ_ω such that $2\sigma_t^2 = 1 / (2\sigma_\omega^2)$ with our definitions.

Le diffuseur, dans l'approximation dipolaire, est décrit par son tenseur polarisabilité $\alpha(\omega)$ de telle sorte qu'en réponse à une excitation électrique $\vec{E}(\omega)$, le diffuseur développe un dipôle $\vec{d}(\omega) = \alpha(\omega) \vec{E}(\omega)$. Si l'on suppose que le dipôle du diffuseur est librement orientable³ alors le tenseur de polarisabilité est scalaire complexe et l'on définira son module et son argument grâce à la forme trigonométrique $\alpha(\omega) = |\alpha(\omega)| \exp[-i\phi(\omega)]$.

Finalement, le champ rayonné par le diffuseur à grande distance r , dans la direction $\vec{u} = \vec{r}/r$, est lié au champ incident par la relation [Jackson, 1999] :

$$\vec{E}_{sc}(\omega) \simeq \vec{d}_\perp(\omega) \frac{e^{ik_L r}}{r} \quad (2.1)$$

Soit en introduisant la polarisabilité :

-
2. $\vec{E}(\omega) \propto \int \vec{E}(t) e^{i\omega t} dt$.
 3. Pour un diffuseur dont le dipôle est contraint suivant une "direction", comme pour un système à deux niveaux par exemple, le tenseur polarisabilité s'écrit $\hat{\alpha}(\omega) = \alpha(\omega) \vec{P}$ où \vec{P} est la projection sur la direction du dipôle et $\alpha(\omega)$ une fonction scalaire complexe comme dans le texte.

$$\vec{E}_{sc}(\omega) \propto |\alpha(\omega)| e^{-i\phi(\omega)} \vec{E}_{\perp}(\omega) \quad (2.2)$$

Où l'on a défini les composantes d'un vecteur \vec{x} transverse à \vec{u} par $\vec{x}_{\perp} = \vec{x} - (\vec{x} \cdot \vec{u})\vec{u}$.

On remarque grâce à l'équation (2.2) que, par rapport à l'onde excitatrice, chaque composante de l'onde diffusée est déphasée de la quantité $\phi(\omega)$. En continuant notre raisonnement, nous allons mettre en évidence que la variation de ce déphasage avec la fréquence introduit un délai dans le processus de diffusion. Pour cela, traduisons l'équation (2.1) dans le domaine temporel :

$$\vec{E}_{sc}(t) \propto \int |\alpha(\omega)| e^{-i\phi(\omega)} e^{-\frac{(\omega-\omega_L)^2}{4\sigma_{\omega}^2}} e^{-i\omega t} d\omega \vec{\epsilon}_{\perp} \quad (2.3)$$

La polarisabilité atomique associée à une transition de largeur naturelle Γ centrée en ω_0 , et dont l'élément de dipôle est noté d , est donnée par :

$$\alpha(\omega) = \frac{d^2/\hbar}{(\omega - \omega_0) + i\Gamma/2} = \frac{d^2/\hbar}{\sqrt{(\omega - \omega_0)^2 + \Gamma^2/4}} e^{-i \arctan(\frac{\Gamma}{2(\omega - \omega_0)})} \quad (2.4)$$

Dans la limite où $\sigma_{\omega} \ll \Gamma$, les composantes spectrales de l'enveloppe gaussienne sont très regroupées autour de ω_L . On pourra donc considérer que le module de la polarisabilité est constant $|\alpha(\omega)| \simeq |\alpha(\omega_L)|$. Pour le terme de déphasage qui apparaît dans l'exponentielle, on poussera le développement à l'ordre 1, $\phi(\omega) \simeq \phi(\omega_L) + (\omega - \omega_L)\partial_{\omega}\phi(\omega_L)$.

Ainsi, aux facteurs de phase constants près, l'équation (2.3) est approximée par :

$$\vec{E}_{sc}(t) \propto |\alpha(\omega_L)| \int e^{-(\omega-\omega_L)^2/4\sigma_{\omega}^2} e^{-i\omega[t-\partial_{\omega}\phi(\omega_L)]} d\omega \vec{\epsilon}_{\perp} \quad (2.5)$$

L'intégrale résultante est la transformée de Fourier d'une gaussienne évaluée au temps $t - \partial_{\omega}\phi(\omega_L)$ et donne donc une enveloppe temporelle décalée par rapport à l'onde excitatrice. L'intensité de l'onde diffusée s'écrit :

$$I_{sc}(t) = |\vec{E}_{sc}(t)|^2 \propto \frac{1}{(\omega - \omega_0)^2 + \Gamma^2/4} e^{-(t-\tau_w)^2/(2\sigma_t^2)} \quad (2.6)$$

Le retard mis en évidence ici, le retard dit de Wigner, est donc induit par la variation du déphasage autour de la fréquence du paquet d'ondes incident :

$$\tau_w(\omega_L) = \partial_{\omega}\phi(\omega_L) = \frac{2/\Gamma}{1 + \left(\frac{\omega_L - \omega_0}{\Gamma/2}\right)^2} \quad (2.7)$$

Avec les hypothèses $s \ll 1$ et $\sigma_{\omega} \ll \Gamma$, la description linéaire que nous avons développée jusqu'ici prédit une variation lorentzienne du délai en fonction du désaccord réduit $\delta/\Gamma = (\omega_L - \omega_0)/\Gamma$, ce qui est représenté dans la figure 2.2 a). Le retard maximal de $\tau_{max} = 2/\Gamma = 52 \text{ ns}$ est attendu au centre de la résonance atomique alors que, loin de cette résonance, la diffusion est quasi-instantanée. La figure 2.2 b) montre quant à elle l'allure temporelle de l'intensité diffusée pour les désaccords $\delta = 0$, $\delta = \Gamma/2$ et $\delta = \Gamma$. Plus le désaccord est proche de zéro et plus la composante du dipole en quadrature de phase avec l'onde incidente est importante, et donc plus le dipôle dissipe d'énergie. Ainsi à résonance, l'impulsion diffusée

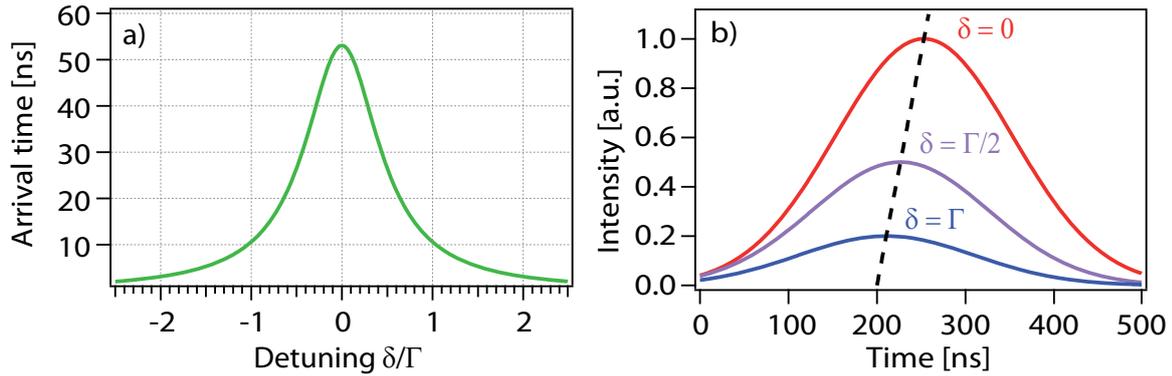


FIGURE 2.2 – **Wigner delay.** a) Expected behaviour of the arrival time of scattered pulses versus the frequency of the excitation. The maximal delay of 52 ns corresponds to the exact resonance. In b) is represented the temporal shape of scattered pulses corresponding to detunings $\delta = 0$, $\delta = \Gamma/2$ and $\delta = \Gamma$. The dashed line links the maxima of all possible scattered pulses.

a l'énergie maximale. La ligne pointillée est la droite qui joint l'ensemble des maxima des impulsions diffusées et est donnée par l'équation $I_{sc}/I_{max} = \tau/\tau_{max}$.

Ainsi, les expériences consistant à mesurer les variations du délai de Wigner permettent d'obtenir des informations sur la phase imprimée dans la diffusion, $\phi(\omega)$, sans avoir recours à des procédés interférométriques [Aljunid et al., 2009]. En effet, la relation (2.7) implique qu'il est possible d'obtenir la dépendance spectrale de la phase, à une constante près, en intégrant le délai de Wigner. Cette information sur la phase $\phi(\omega) = -\arg[\alpha(\omega)]$, complétée par la quantité de lumière diffusée proportionnelle à $|\alpha(\omega)|^2$, permet la caractérisation totale de la polarisabilité du diffuseur étudié.

Lien avec la théorie des collisions

Les approximations utilisées ici, $s \ll 1$ et $\sigma_\omega \ll \Gamma$, permettent de décrire simplement les phénomènes de diffusion d'ondes par un diffuseur mais aussi les collisions entre particules en mécanique quantique par exemple. En effet, la dualité onde-corpuscule permet de traiter les collisions quantiques comme des diffusions auxquelles sont associées des déphasages (*scattering phase-shift*). Les retards impliqués dans les collisions peuvent alors être interprétés, selon [Smith, 1960], comme les temps de vie caractéristiques des états métastables générés lors du processus⁴.

Le délai de Wigner dans le cas général de la collision entre deux particules, d'énergie dans le centre de masse E , est alors défini comme :

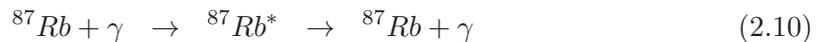
$$\tau_w(E) = \hbar \frac{\partial \phi}{\partial E} \quad (2.9)$$

4. La généralisation de la formule (2.7) à une diffusion multi-canaux est donnée par [Smith, 1960] :

$$\hat{Q} = i\hbar \hat{S} \frac{d\hat{S}^\dagger}{dE} \quad (2.8)$$

Cette équation relie la matrice des temps de vie \hat{Q} à la matrice de diffusion \hat{S} couramment utilisée pour décrire les collisions. Cette formulation permet donc d'étudier les cas où les collisions peuvent engendrer plusieurs "produits" différents.

Le cas qui nous intéresse, la diffusion d'un paquet d'ondes lumineuses par un atome de Rubidium, pourra donc s'interpréter comme la collision :



Où la durée de vie de l'état excité ${}^{87}\text{Rb}^*$ dépend de l'énergie $\hbar\omega_L$ du paquet d'ondes noté γ (cf figure 2.3). Cette durée, donnée par la relation (2.9), correspond bien à l'expression du délai de Wigner donnée par (2.7) en prenant $E = \hbar\omega_L$.

Le délai de Wigner est donc un phénomène qui se retrouve dans beaucoup de domaines de la physique, allant de la physique nucléaire à l'optique, comme en témoignent les expériences qui y sont associées (cf section 2.3.1).

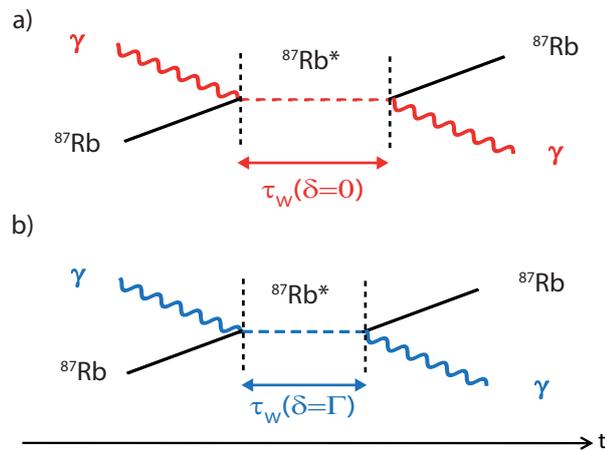


FIGURE 2.3 – *Diagrams of the collision between a Rubidium atom and a wavepacket of resonant light.* From the point of view of Smith, the delays involved in the collision process can be interpreted as lifetimes of an intermediate metastable state. These lifetimes depend on the energy of the wavepacket so that at resonance, in a), the excited state period last longer than out of resonance, in b).

L'approche linéaire ne peut cependant pas recouvrir toutes les situations possibles, et spécialement celle où le flux d'énergie de l'onde incidente n'est plus négligeable devant le taux de diffusion du centre diffusif (par exemple pour un atome, lorsque le paramètre de saturation $s = I/I_{\text{sat}}$ n'est plus négligeable).

En particulier, dans le cadre de nos expériences de diffusion résonante autour de la transition $|5S_{1/2}, F = 2\rangle \rightarrow |5P_{3/2}, F' = 3\rangle$ d'un atome de Rubidium 87, les intensités lumineuses d'excitation utilisées correspondent à un paramètre de saturation de l'ordre de $s \sim 0.1$ (soit $I \sim 0.1I_{\text{sat}}$ où $I_{\text{sat}} = 16.7 \text{ W/m}^2$) qui n'est pas négligeable pour la mesure du délai de Wigner. L'analyse des résultats des mesures (section 2.3.2) nécessite alors une approche qui sort du cadre linéaire : le modèle des équations de Bloch optiques.

2.2.2 Equations de Bloch optiques

Les équations de Bloch optiques décrivent l'évolution de la matrice densité $\hat{\rho}$ d'un système atomique en interaction avec le rayonnement électromagnétique quelque soit l'in-

intensité du rayonnement incident. Pour un système à deux niveaux⁵ notés $|g\rangle$ et $|e\rangle$, séparés d'une énergie $\hbar\omega_0$ et ayant un taux d'émission spontanée noté Γ , les termes diagonaux de la matrice densité (appelés populations) seront notés ρ_{gg} et ρ_{ee} et les termes non-diagonaux (appelés cohérences) ρ_{eg} et ρ_{ge} .

Dans le référentiel tournant avec le champ électrique de pulsation ω_L , et avec les conditions usuelles $\rho_{gg} + \rho_{ee} = 1$, $\rho_{eg} = \rho_{ge}^*$ et $\tilde{\rho}_{eg} = \rho_{eg}e^{i\omega_L t}$, les équations de Bloch optiques prennent la formes des équations couplées suivantes [Cohen-Tannoudji et al., 1988] :

$$\partial_t \tilde{\rho}_{eg} = i(\omega_L - \omega_0)\tilde{\rho}_{eg} + i\Omega(t)(\rho_{ee} - \frac{1}{2}) - \frac{\Gamma}{2}\tilde{\rho}_{eg} \quad (2.11)$$

$$\partial_t \rho_{ee} = i\frac{\Omega(t)}{2}(\tilde{\rho}_{eg} - \tilde{\rho}_{ge}) - \Gamma\rho_{ee} \quad (2.12)$$

On a noté ici $\Omega(t)$ le terme de couplage entre le champ exciteur et le dipôle associé à la transition.

Si l'on note \vec{d} l'*orientation* spatiale⁶ du dipôle associé à cette transition, l'observable qui lui correspond peut s'écrire $\hat{\mathbf{D}} = \hat{\mathbf{D}}^+ + \hat{\mathbf{D}}^- = \vec{d}|e\rangle\langle g| + \vec{d}^*|g\rangle\langle e|$ et est relié, en champ lointain, aux composantes du rayonnement de fréquences positives, $\hat{\mathbf{E}}^+$, et négatives, $\hat{\mathbf{E}}^-$, via $\hat{\mathbf{E}}^+ \propto \hat{\mathbf{D}}_{\perp}^-$ et $\hat{\mathbf{E}}^- = (\hat{\mathbf{E}}^+)^{\dagger}$.

La valeur moyenne de la composante du champ rayonné par le l'atome s'obtient grâce à la matrice densité :

$$\vec{E}_{sc}(t) = \langle \hat{\mathbf{E}}^+ \rangle = \text{Tr}[\hat{\rho}\hat{\mathbf{E}}^+] \propto \vec{d}_{\perp}^* \rho_{eg}(t) \quad (2.13)$$

Ainsi, chercher l'allure temporelle du champ électrique diffusé par l'atome revient à résoudre les équations de Bloch optiques pour en extraire l'évolution des cohérences.

En pratique, on mesurera l'intensité lumineuse :

$$I_{sc}(t) = \langle \hat{\mathbf{E}}^- \hat{\mathbf{E}}^+ \rangle \propto |\vec{d}_{\perp}|^2 \rho_{ee}(t) \quad (2.14)$$

Pour un système à deux niveaux, il suffit donc d'extraire des équations de Bloch optiques l'évolution de la population de l'état excité pour simuler l'intensité de l'impulsion diffusée.

Dans les cas d'excitations gaussiennes dont le paramètre de saturation n'est pas trop élevé et dont la durée n'est pas trop courte devant $1/\Gamma$, la population de l'état excité garde une évolution relativement proche d'une gaussienne. Nous pouvons donc en extraire, grâce à un ajustement gaussien, les différents paramètres des impulsions diffusées (amplitude,

5. Le cas d'un modèle multi-niveaux, plus approprié à la complexité des transitions optiques pour un atome, est traité section 2.2.3.

6. Cette *orientation* peut prendre la forme d'un vecteur complexe pour prendre en compte les différents types de transitions (σ^+ , σ^- ou π) induites par les différentes polarisations du rayonnement.

largeur et "instant" d'arrivée) en fonction du désaccord δ entre la fréquence d'excitation et la fréquence propre de la transition.

Cas linéaire

On retrouvera le cas linéaire ($s \ll 1$) si l'on suppose que la condition $\rho_{ee} \ll 1$ est vérifiée. En effet, à partir de la première ligne des équations de Bloch optiques, la réponse à un paquet d'ondes gaussien $\Omega(t) = \Omega_0 g(t) e^{i\omega_L t}$ s'approxime par :

$$\partial_t \rho_{eg} \simeq -(i\omega_0 + \frac{\Gamma}{2}) \rho_{eg}(t) - \frac{i}{2} g(t) \quad (2.15)$$

Et dans le domaine spectral, on retrouve une équation similaire à l'équation (2.2), soit :

$$\rho_{eg}(\omega) \simeq \frac{1}{2} \frac{g(\omega)}{(\omega - \omega_0) + i\Gamma/2} \quad (2.16)$$

Nous avons reporté dans la figure 2.4 l'allure du délai de Wigner⁷ obtenu pour $s = 0.1$, $s = 0.5$ et $s = 1$, avec une impulsion excitatrice gaussienne telle que $\sigma_t = 66 \text{ ns}$. Le comportement global du retard en fonction du désaccord est notablement modifié par rapport au cas classique. On notera en particulier la diminution du retard de Wigner maximal qui atteignait 52 ns dans la limite où s est nul (cas linéaire).

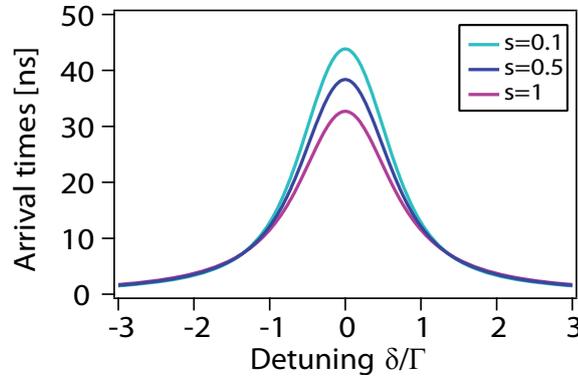


FIGURE 2.4 – **Wigner delay for different intensities.** Arrival times versus detuning for the saturation parameters $s = 0.1$, $s = 0.5$ and $s = 1$ showing the decrease of the maximum delay expected.

La figure 2.5 présente les évolutions de l'amplitude, en a), et de la largeur, en b), des impulsions diffusées correspondant aux différentes saturations étudiées. D'une part, on constate que l'intensité des impulsions ne croît pas de façon linéaire avec le paramètre de saturation. D'autre part, la largeur des impulsions subit une augmentation d'environ 10% à résonance. Ces caractéristiques seront à comparer avec les résultats de nos expériences (section 2.3.2).

7. C'est-à-dire les différences de temps d'arrivée des différentes impulsions diffusées par rapport à celle

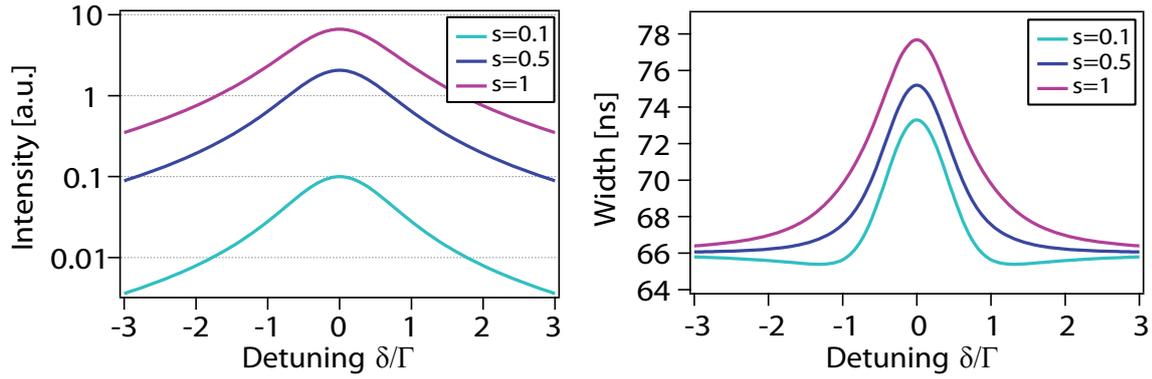


FIGURE 2.5 – *Amplitude and width of the scattered pulses for different excitation intensities.* In a) expected nonlinear increase of the amplitude of the scattered pulses with increasing saturation parameter. In all cases, the width of the scattered pulses is modified close to resonance as shown in b).

Malheureusement le modèle d'un système simple à deux niveaux, utilisé jusqu'ici, ne s'applique pas directement aux atomes. Dans le cas du Rubidium 87, la transition que nous étudions s'effectue entre les niveaux hyperfins ($5S_{1/2}, F = 2$) et ($5P_{3/2}, F = 3$) qui comportent respectivement 5 et 7 sous-niveaux Zeeman. Dans cette situation, le phénomène de pompage optique pourrait avoir des conséquences non triviales sur la mesure du délai de Wigner.

2.2.3 Généralisation à un système multi-niveaux

Pour prendre en compte la structure Zeeman des niveaux qui nous intéressent, il faut étendre le modèle des équations de Bloch optiques au cas d'une matrice densité atomique ayant 12 niveaux (et donc $12 \times 12 = 244$ composantes). L'équation maîtresse qui pilote l'évolution de cette matrice densité, encore notée $\hat{\rho}$, peut s'écrire sous la forme compacte suivante :

$$\partial_t \hat{\rho} = \frac{1}{i\hbar} [\hat{H}_0 + \hat{H}_L, \hat{\rho}] - \mathcal{L}[\hat{\rho}] \quad (2.17)$$

Ici, l'Hamiltonien \hat{H}_0 décrit l'évolution libre de l'atome. L'Hamiltonien d'interaction entre le champ laser et l'atome multi-niveaux, \hat{H}_L , et l'opérateur de dissipation, $\mathcal{L}[\hat{\rho}]$, dépendent tous deux des coefficients de Clebsch-Gordan reportés dans la figure 2.6. Le terme dissipatif, dû à l'émission spontanée, de l'équation (2.17) décrit à la fois l'amortissement des populations et des cohérences associées aux différentes transitions.

Nous avons résolu numériquement l'équation (2.17) pour une excitation gaussienne polarisée σ^+ telle que $\sigma_t = 66 \text{ ns}$, ce qui correspond aux conditions expérimentales dans lesquelles nous avons travaillé. On peut suivre sur la figure 2.7 l'évolution des populations des états fondamentaux (à gauche) et excités (à droite). La condition initiale choisie est telle que le système se trouve dans un mélange statistique équiréparti sur les 5 niveaux fondamentaux.

les moins retardées.

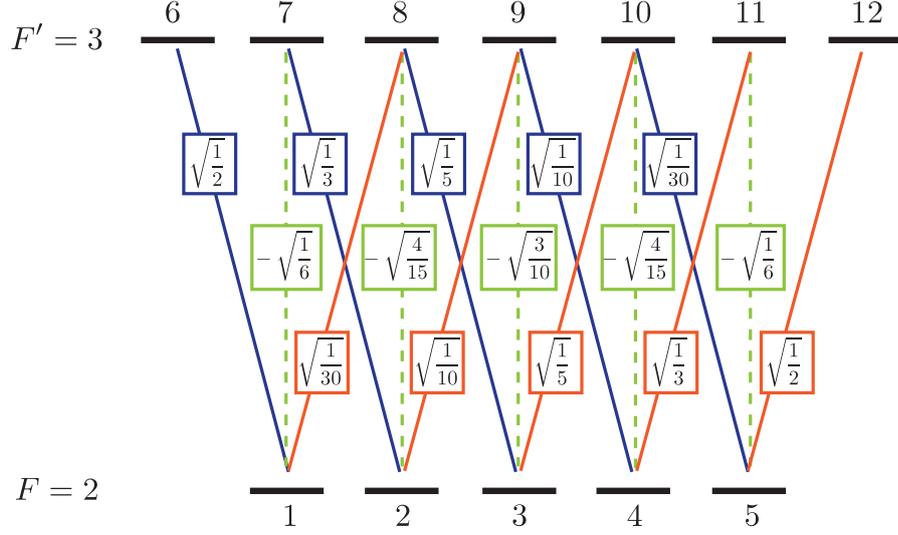


FIGURE 2.6 – *level scheme*

On observe ici une légère redistribution (de l'ordre de quelques pourcents) des populations des niveaux fondamentaux vers l'état $|F = 2, m = 2\rangle$ qui correspond au phénomène de pompage optique.

On observe également une évolution synchrone des populations des états excités. On en déduit que la quantité de lumière diffusée par le système à 12 niveaux a un comportement temporel essentiellement équivalent au cas d'un système à 2 niveaux. Ainsi, tant que la dégénérescence des sous-niveaux Zeeman est conservée, l'allure du délai de Wigner en fonction de la fréquence n'est pas perturbée par la structure complexe de la transition hyperfine $(5S_{1/2}, F = 2) \rightarrow (5P_{3/2}, F = 3)$.

Si la dégénérescence venait à être levée, chaque pulse diffusé serait la somme de différents pulses retardés de durées correspondant aux délais de Wigner associés aux différentes transitions déplacées. Ceci entraînerait une déformation complexe⁸ du pulse diffusé par rapport au cas où les sous-niveaux sont dégénérés. L'extraction d'une durée caractéristique du processus de diffusion deviendrait alors beaucoup plus compliquée.

Comme nous allons le préciser plus loin, pour des raisons pratiques de durée d'acquisition, les expériences que nous avons réalisées consistent à envoyer des séries d'impulsions. L'effet sur la répartition des populations dans les niveaux fondamentaux n'est alors plus négligeable comme le montre la figure 2.8 où ces populations sont tracées en fonction du nombre d'impulsions successives envoyées. Comme on s'y attend pour des impulsions polarisées σ^+ , le pompage optique transfère les populations préférentiellement vers l'état $|5\rangle = |F = 2, m = 2\rangle$. On prévoit donc une modification non triviale de l'amplitude des impulsions diffusées en fonction du nombre d'excitations déjà subit par le système à 12 niveaux.

Ainsi, tant que la dégénérescence des sous-niveaux Zeeman impliqués dans la diffusion reste relativement conservée, la structure complexe de la transition $(5S_{1/2}, F = 2) \rightarrow$

8. La forme temporelle du pulse résultant dépendra à la fois du désaccord de la fréquence de l'excitation par rapport aux différentes fréquences de transition et de la répartition des populations dans les sous-niveaux Zeeman (cf Fig. 2.7).

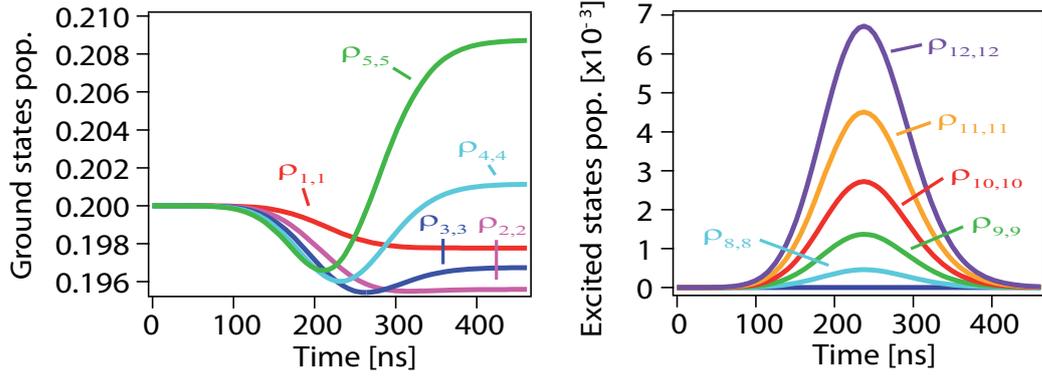


FIGURE 2.7 – *Populations of the 12-level system undergoing a σ^+ polarized gaussian pulse.* The evolution of the ground states populations, left panel, shows a minor optical pumping effect. The excited states populations, right panel, all evolve in the same way following the gaussian excitation with amplitude depending on the Clebsch-Gordan branching ratios.

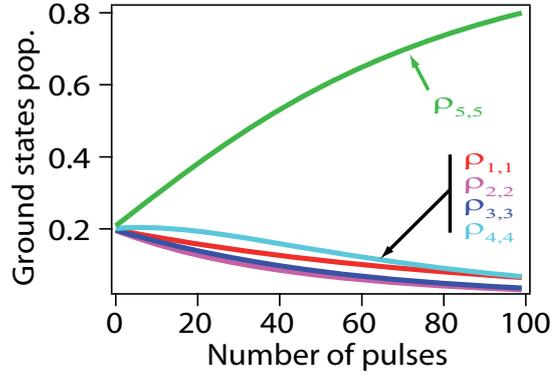


FIGURE 2.8 – *Optical pumping.* Ground states populations versus the number of consecutive excitation pulses. The σ^+ polarization feature of the excitation beam leads to optical pumping and thus modifications of the amplitude of scattered pulses.

($5P_{3/2}, F = 3$) n'influence pas la dépendance du retard de Wigner en fonction du désaccord de l'excitation par rapport à la fréquence de résonance. Cependant l'amplitude des impulsions diffusées sera, elle, dépendante de la distribution des populations dans les sous-états fondamentaux et sera également liée aux coefficients de Clebsch-Gordan associés aux différentes transitions optiques.

2.3 Mesures du délai de Wigner

Pour replacer les expériences que nous avons réalisées dans le contexte de la mesure du délai de Wigner en recherche fondamentale, nous présentons rapidement les mesures⁹ reportées dans [Maroni et al., 1976] et [Chauvat et al., 2000]. Nous voulons ici mettre en avant la diversité des situations où la notion de délai de Wigner apparaît mais aussi la complexité expérimentale dans sa mise en évidence.

9. Le choix de ces deux exemples se veut juste illustratif et n'est en rien un jugement de qualité sur l'ensemble des autres mesures réalisées par ailleurs.

2.3.1 Exemples de précédentes mesures

Résonance dans la diffusion p - ^{12}C :

Dans la collision d'un proton avec un atome de Carbone 12, il existe une résonance autour de l'énergie dans le centre de masse $E_p = 1740$ keV correspondant à la formation de l'isotope ^{13}N de l'azote. La largeur de cette résonance étant d'environ $\Delta E \sim 70$ keV, on doit s'attendre à des durées de vie de l'état intermédiaire de l'ordre de $\tau \simeq \hbar/\Delta E \sim 10^{-19} - 10^{-20}$ s, c'est-à-dire largement sub-attoseconde.

Bien que les moyens de chronométrer directement de telles durées soient encore inexistants, *Maroni et al.* ont prouvé en 1975 qu'il est expérimentalement possible de les extraire à partir du spectre de la radiation γ émise lors de la diffusion. En effet, il a été montré par [Feshbach and Yennie, 1962] que le taux d'émission N_γ de photons d'énergie E_γ produit par ce rayonnement de "freinage" (*bremsstrahlung*) est lié à l'amplitude de diffusion, $f(E)$, de la collision élastique p - ^{12}C par la relation :

$$N_\gamma E_\gamma = \iint A|f(E_p)|^2 + B|f(E_p - E_\gamma)|^2 + C\text{Re}[f^*(E_p)f(E_p - E_\gamma)]d\Omega_p d\Omega_\gamma \quad (2.18)$$

où E_p est l'énergie du proton avant l'émission; A , B et C sont des facteurs modélisant la cinématique du processus et la structure nucléaire du Carbone; et où Ω_p et Ω_γ sont respectivement les angles solides d'émissions du proton et du photon.

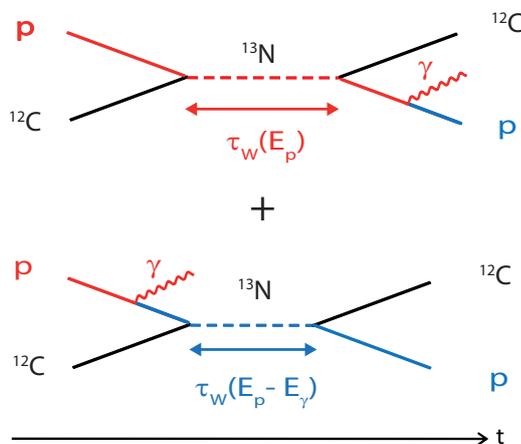


FIGURE 2.9 – *Interferences between collision diagrams.* The modulation of the γ -spectrum of the radiation emitted during the p - ^{12}C collision can be interpreted as interferences between two different quantum paths : in the upper diagram, the photon is emitted after collision, whereas in the lower one, it is emitted before. As they share the same final state, their probability amplitudes must be added before squaring them in order to evaluate the total probability.

On peut comprendre ce résultat schématiquement en réalisant que le processus peut s'effectuer de deux façons différentes comme représentées dans la figure 2.9. Le photon peut être émis soit après la diffusion du proton, diagramme supérieur, soit avant, diagramme inférieur. Dans le premier cas, la diffusion s'effectue à l'énergie E_p avec l'amplitude de

probabilité associée $f(E_p)$, alors que dans le second cas elle s'effectue à l'énergie $E_p - E_\gamma$ avec l'amplitude $f(E_p - E_\gamma)$. Puisque les deux cas aboutissent au même état final, la probabilité totale du processus contient un terme d'interférence, $Re[f^*(E_p)f(E_p - E_\gamma)]$, dépendant de la différence de phase notée φ entre les deux amplitudes de probabilité. Selon [Eisberg et al., 1960], cette différence de phase est liée au délai $\Delta\tau$ dans la diffusion par $\varphi = \Delta\tau E_\gamma/\hbar$.

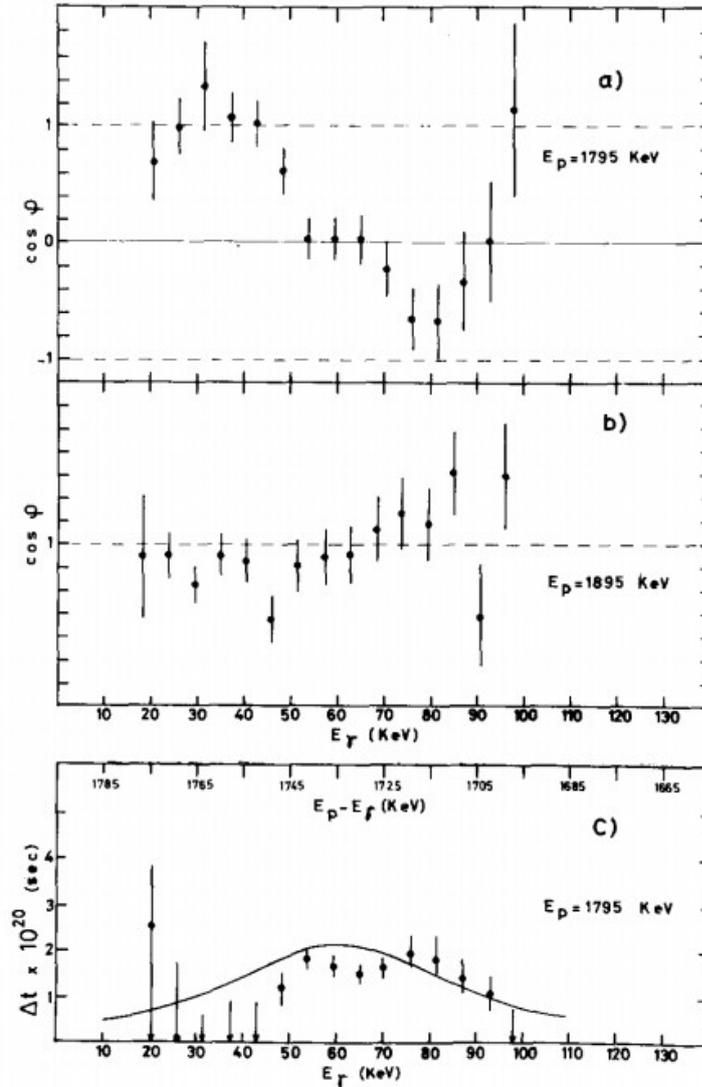


FIGURE 2.10 – *Measurement of the Wigner delay in $p - {}^{12}\text{C}$ scattering.* a) and b) : modulations of the γ spectra of the bremsstrahlung radiation for proton energies 1795 keV, close to resonance, and 1895 keV, away from resonance. c) : values of the Wigner delay $\Delta\tau$ estimated from a). Extracted from [Maroni et al., 1976].

Ainsi à partir de la modulation du spectre γ due aux interférences quantiques (cf figure 2.10 a) et b).), les auteurs de [Maroni et al., 1976] ont pu extraire les différents retards de l'ordre de 10^{-20} s associés à la diffusion de protons ayant une énergie initiale de $E_p = 1795$ keV. Cette énergie diminuant naturellement par rayonnement de freinage sur une plage $E_\gamma \simeq 100$ keV, les expérimentateurs ont pu sonder toute la gamme énergétique

autour de la résonance nucléaire centrée en ~ 1740 keV et ainsi reconstruire l'allure du délai de Wigner (cf figure 2.10 c.).

Anomalie résonante de Wood dans la réflexion par un réseau métallique :

La réflexion totale d'un faisceau lumineux par une surface peut aussi être interprétée comme une diffusion élastique. Dans [Chauvat et al., 2000], les auteurs montrent qu'il est possible de mesurer un retard, de l'ordre de quelques femto-secondes, entre les composantes TM et TE d'impulsions lumineuses diffusées dans l'ordre zéro d'un réseau métallique lorsque l'angle d'incidence est bien choisi (cf figure 2.11).

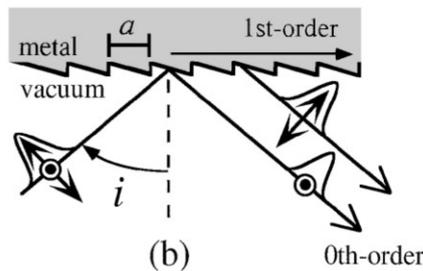


FIGURE 2.11 – ***Wigner delay associated with a resonant Wood anomaly.*** For some metallic gratings, an excitation light beam can be shone at an incident angle that corresponds to the resonant coupling between the 1st diffraction order peak and a surface plasmon. The plasmonic energy released in the 0th diffraction order imprints an angle-dependent dephasing on it, and thus a Wigner delay in the scattering. This plasmonic coupling only affects the TM component, such that a time delay can be observed between TM and TE components of the same scattered pulse of light. Drawing extracted from [Chauvat et al., 2000].

En effet, pour certains réseaux métalliques il existe un angle pour lequel le pic de diffraction d'ordre 1 peut se coupler avec un plasmon de surface. A cause de la structure périodique du réseau, l'énergie plasmonique est redistribuée vers les ordres de diffraction, un phénomène nommé anomalie résonante de Wood. L'échange résonant d'énergie entre le plasmon et l'ordre 0 de diffraction peut alors induire un déphasage sur ce dernier. Puisqu'il est nécessaire que le champ électrique soit perpendiculaire à la surface du métal pour exciter les électrons dans un mode plasmonique, seule la composante TM des impulsions subit le déphasage dû à l'anomalie. Par conséquent, lors la réflexion, la composante TM des impulsions accusera un retard de Wigner par rapport à la composante TE, un retard qui dépendra de l'angle d'incidence du faisceau lumineux sur le réseau.

Des calculs réalisés par [Güther and Kleemann, 1998] donnent des retards associés aux anomalies résonantes de Wood de l'ordre de quelques 10^{-15} s. Pour mettre en évidence ces retards, les auteurs de [Chauvat et al., 2000] ont donc fait diffracter des impulsions lumineuses de ~ 100 fs pour ensuite mesurer la durée qui sépare les deux composantes de la polarisation du pic de diffraction d'ordre 0. En recombinaison sur un cristal à doublement de fréquence ces deux composantes, les expérimentateurs ont pu déterminer le retard accumulé dans la diffusion en étudiant les variations de l'efficacité de conversion non-linéaire qui révèlent la coïncidence temporelle des impulsions TE et TM.

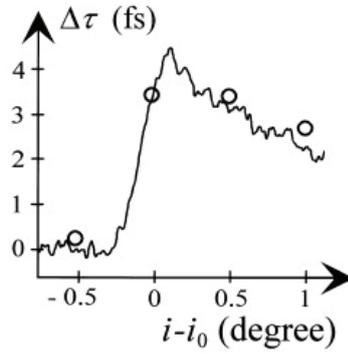


FIGURE 2.12 – *Measurement of the delay between TM and TE components.* Solid line : measured delay versus incidence angle. Open circles : expected delays from calculations performed in [Güther and Kleemann, 1998]. Extracted from [Chauvat et al., 2000].

2.3.2 Délai de Wigner avec un seul atome

Nous allons à présent décrire notre mesure du délai de Wigner associé à la diffusion d'un paquet d'ondes lumineuses par un unique atome de Rubidium [Bourgain et al., 2013b]. La transition optique adressée ici correspond à la raie D2 et a une largeur naturelle de $\Gamma/2\pi \simeq 6$ MHz. Ainsi, selon la relation (2.7), le délai de Wigner attendu à résonance vaut $\tau_W = 52$ ns et ne requiert donc pas de techniques sub-picoseconde pour être mesuré.

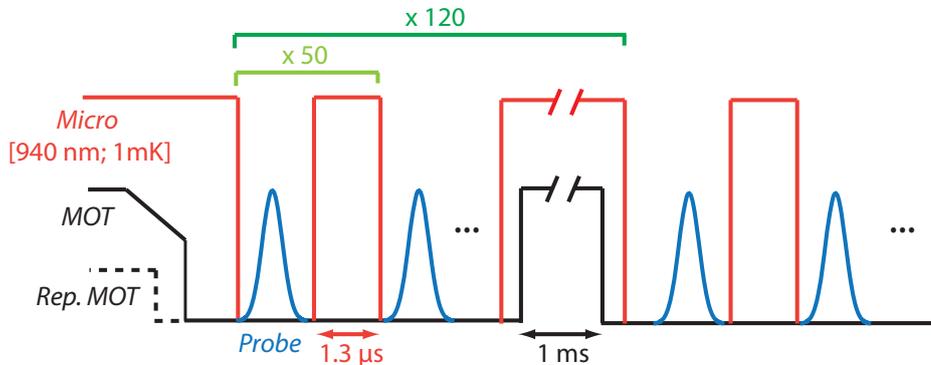


FIGURE 2.13 – *Experimental sequence.* Once a single atom is loaded in a 1 mK deep microtrap, a first period of 50 release/recapture cycles is triggered. 66 ns long gaussian excitation pulses are sent during the free-space evolution windows. Then a 1 ms cooling period is applied followed by another period of 50 release/recapture cycles. This procedure is repeated until the probability to lose the single atom reaches 50 %. In order to obtain good signal to noise ratios, this overall sequence is repeated roughly 2000 times.

La séquence expérimentale mise en œuvre repose sur le principe de piégeage d'atomes uniques décrit dans la section 1.3.2. La configuration du dispositif expérimental est schématisée sur la figure 2.14. L'excitation par des impulsions gaussiennes de durée $\sigma_t = 66$ ns est réalisée à 90° de la direction du système de collection de la lumière. Après la capture d'un atome unique, l'excitation est réalisée en espace libre et est répétée 50 fois sur le

même atome par intermittence avec des périodes de $1.3 \mu s$ de recapture. Après la première série d'excitations, une période de $1 ms$ de refroidissement est appliquée pour que l'atome subisse de nouveau une série d'excitations et une nouvelle période de refroidissement et ainsi de suite jusqu'à ce que la probabilité que l'atome se soit échappé du piège s'élève à 50 %. Ainsi une séquence correspond typiquement à 120 périodes d'excitations et de refroidissements. Cette séquence est réitérée environ 2000 fois afin d'obtenir un bon rapport signal à bruit pour extraire le temps d'arrivée des impulsions diffusées.

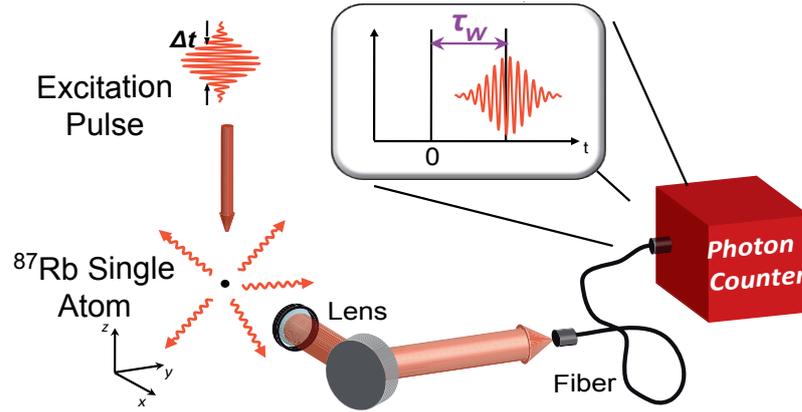


FIGURE 2.14 – *Setup.*

La fréquence des pulses d'excitation est variée sur une plage de $\pm 2.5 \Gamma$ autour de la résonance avec la transition $(5S_{1/2}, F = 2) \rightarrow (5P_{3/2}, F = 3)$ grâce à un modulateur acousto-optique (non représenté sur le schéma). La forme gaussienne de ces pulses, reportée dans la figure 2.15 a), est produite par le même modulateur en variant la puissance radiofréquence à l'aide d'un générateur de forme aléatoire programmable. Le faisceau laser est polarisé circulairement et est dirigé suivant l'axe de quantification atomique défini par un champ magnétique résiduel pour qu'il corresponde à une excitation du type σ^+ .

La lumière collectée est transmise vers l'APD et pour chaque fréquence de l'excitation, un histogramme des temps séparant l'instant de détection d'un photon et un instant de détection du signal *STOP*¹⁰ est acquis grâce à la carte TimeHarp 200 (voir section 1.5.3). Les histogrammes obtenus correspondant aux désaccords $\delta = 0$, $\delta = 0.3 \Gamma$ et $\delta = 2 \Gamma$ sont superposés dans la partie b) de la figure 2.15. Les courbes en traits pleins de cette figure sont les ajustements par des modèles gaussiens qui permettent d'extraire le temps d'arrivée, la largeur et l'amplitude des pulses diffusés pour chaque fréquence. En particulier, les traits pointillés verticaux correspondent aux instants estimés d'arrivée des impulsions.

Les délais qui séparent ces instants d'arrivée et un instant de référence¹¹ sont reportés en points rouges dans la figure 2.16. Les barres d'erreurs verticales correspondent à l'incertitude sur l'estimation du temps d'arrivée par l'ajustement gaussien et les barres d'erreurs

10. Ces pulses *STOP* sont envoyés sur la carte à la même cadence que les séries d'excitations.

11. Cet instant de référence est choisi de façon arbitraire comme l'instant d'arrivée des pulses les plus précoces.

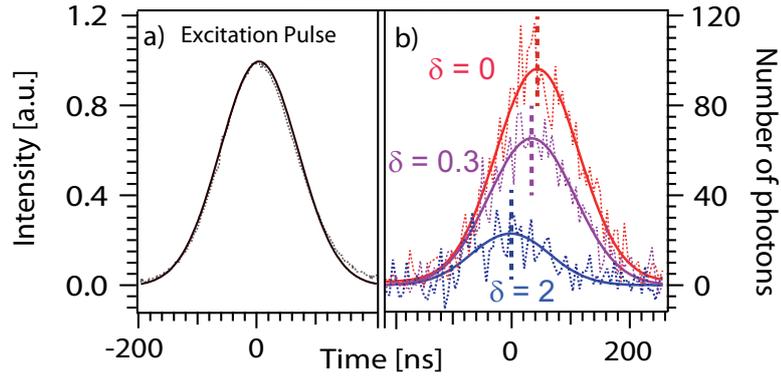


FIGURE 2.15 – *Temporal shapes*. a) Real shape of the excitation pulse, which is also used as the input of numerical simulations. b) APD clics histograms, obtained thanks to the TimeHarp200 card, for detunings $\delta = 0 \Gamma$, $\delta = 0.3 \Gamma$ and $\delta = 2 \Gamma$. Solid lines are gaussian fits to the data used to extract arrival times, amplitudes and widths of the scattered pulses.

horizontales de $\pm 0.12 \Gamma$ représentent l'incertitude associée à la fréquence de l'excitation. Ces données retracent ainsi l'évolution du délai de Wigner avec la fréquence du paquet d'ondes.

Sur cette figure est également reportée, en trait plein vert, le comportement attendu du délai de Wigner dans le cadre du modèle linéaire développé dans la section 2.2.1. On observe un certain désaccord entre ce modèle et nos données, ce que nous attribuons aux caractéristiques de l'excitation qui ne satisfont pas exactement les hypothèses du modèle linéaire. En effet, d'une part l'intensité lumineuse des impulsions excitatrices correspond à un paramètre de saturation non négligeable $s = 0.1$, et d'autre part la durée typique de ces pulses $\sigma_t = 66 \text{ ns}$ n'est pas infiniment longue devant le temps de réponse du dipôle atomique $\tau = 26 \text{ ns}$.

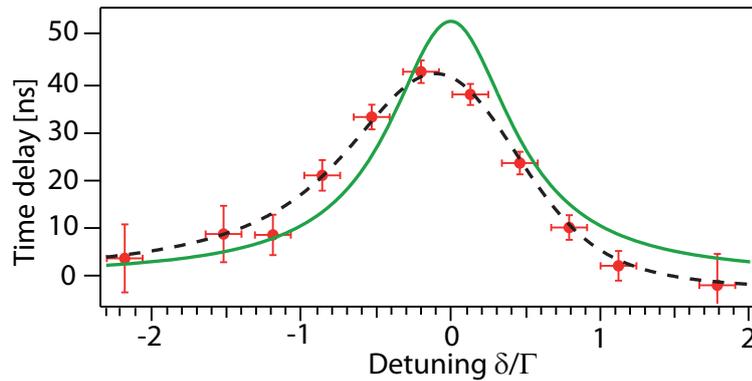


FIGURE 2.16 – *Wigner delay*. Measured delays (red dots), behaviour expected from classical treatment (solid green line) and closest behaviour generated by solving optical Bloch equations (dashed black line), see 2.4 for details about this procedure.

Dans ces conditions, l'allure du délai de Wigner est modélisée de façon plus fidèle par les solutions des équations de Bloch optiques obtenues pour un système à 2 niveaux en autorisant une variation de la fréquence de la transition (cf section 2.4). En effet, ces équations permettent de prendre en compte l'intensité de l'excitation et sa forme tempo-

relle exacte, évitant ainsi les approximations du modèle linéaire. Pour chaque fréquence de l'excitation, on peut en particulier extraire un délai de l'évolution temporelle de $\rho_{ee}(t)$ par ajustement gaussien. La courbe en traits pointillés sur cette même figure 2.16 représente les délais ainsi obtenus en ayant choisi un jeu de trois paramètres¹² tel que cette courbe s'approche le plus de nos données au sens des moindres carrés en faisant varier la fréquence. On note ici que l'asymétrie dans la courbe des délais expérimentaux est bien reproduite par le modèle choisi.

L'accord très satisfaisant de ce modèle avec les données de délai est aussi confirmé par l'étude de l'amplitude des impulsions diffusées. La figure 2.17 représente, en points rouges, les amplitudes estimées à partir de l'ajustement gaussien et, en traits pointillés, les amplitudes des solutions numériques des équations de Bloch décrites plus haut. On notera également que, contrairement aux délais, les amplitudes des impulsions diffusées ne présentent pas d'asymétrie par rapport au désaccord nul.

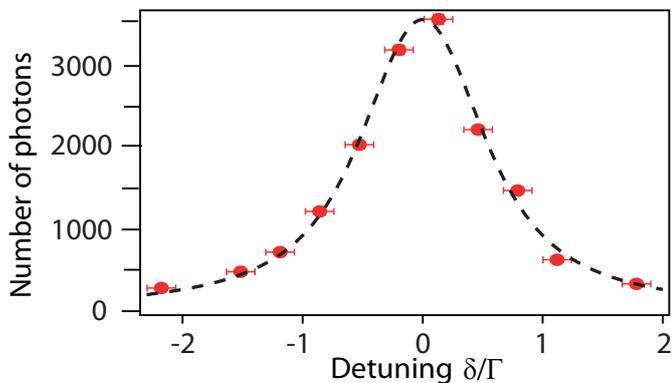


FIGURE 2.17 – *Scattered pulses amplitude*. Solution of the optical Bloch equations (dashed line) is scaled to the amplitudes of the detected pulses (red squares) showing good agreement and especially no asymmetry for positive versus negative detunings.

Les informations complémentaires apportées par les données de délai et d'amplitude fournissent une caractérisation complète de la diffusion du paquet d'ondes par l'atome autour de la résonance étudiée. En effet, d'une part le délai de Wigner est liée à la phase imprimée à l'onde dans la diffusion qui est elle-même proportionnelle à l'argument de la polarisabilité, tandis que d'autre part, le nombre de photons diffusé est relié à la section efficace de diffusion qui reflète le module de cette polarisabilité. Aussi, bien que souvent étudié pour lui-même, le phénomène de délai de Wigner pourrait *a priori* être la base d'une méthode de mesure complète de polarisabilité en proposant une alternative à la spectroscopie "standard" et à l'interférométrie [Aljunid et al., 2009].

2.4 Délais de Wigner non standard : effets de propagation superluminique

Jusqu'ici nous avons étudié le comportement du délai de Wigner dans le cas standard où la fréquence de l'excitation est fixée. A priori, dans les modèles qui ont été exposés plus haut, aucune différence n'est attendue selon le signe du désaccord. Cependant, les

12. Ces paramètres et la procédure d'ajustement sont précisés dans la section 2.4.2.

expériences que nous avons réalisées révèlent une certaine asymétrie dans la distribution des retards autour de la fréquence de résonance.

2.4.1 Introduction d'une variation linéaire de la fréquence : le *chirp*

Pour prendre en compte ce fait dans nos modèles, nous relâchons la contrainte sur la fréquence en acceptant qu'elle puisse varier linéairement en fonction du temps. Pour ce faire, nous introduisons un paramètre de *chirp*, noté β et exprimé plus loin en $\Gamma/\mu s$, dans les équations de Bloch optiques de telle sorte que l'on obtienne les relations suivantes :

$$\partial_t \tilde{\rho}_{eg} = i(\omega_L - \omega_0 + \beta t) \tilde{\rho}_{eg} + i\Omega(t)(\rho_{ee} - \frac{1}{2}) - \frac{\Gamma}{2} \tilde{\rho}_{eg} \quad (2.19)$$

$$\partial_t \rho_{ee} = i\frac{\Omega(t)}{2}(\tilde{\rho}_{eg} - \tilde{\rho}_{ge}) - \Gamma \rho_{ee} \quad (2.20)$$

Les solutions de ces équations ont encore globalement une allure temporelle gaussienne mais, en fonction du signe du désaccord de l'excitation, elles présentent des temps d'arrivée différents. La figure 2.18 présente les temps d'arrivée¹³ extrait par ajustement gaussien des solutions numériques des relations (2.19), pour une impulsion excitatrice de durée caractéristique $\sigma_t = 200 \text{ ns}$. On y observe l'apparition d'une asymétrie de plus en plus importante avec l'augmentation de la valeur du paramètre β .

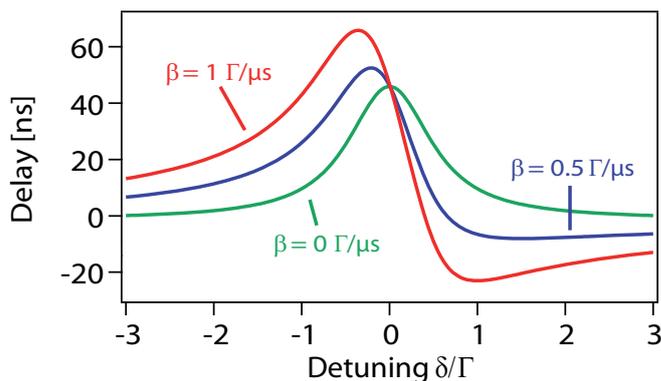


FIGURE 2.18 – *Effects of a chirp*. The three curves are the frequency behaviour of the arrival times extracted from the numerical solution of equations (2.19). The green, blue and red solid lines correspond to three different chirp parameters showing an increasing asymmetry of the curves with increasing chirp parameters values.

Ainsi, on remarque que les durées qui séparent les différents instants d'arrivée des pulses, pour une valeur de β fixée, peuvent significativement dépasser le délai de Wigner maximal "standard" de 52 ns ($\beta = 0 \text{ } \Gamma/\mu s$). D'autre part, pour certaines valeurs du désaccord, les temps d'arrivée dans le cas d'un *chirp* peuvent être antérieurs au cas sans *chirp*.

Ceci révèle un phénomène de propagation superluminaire dans le processus de diffusion des paquets d'ondes (cf. [Garrett and McCumber, 1970] [Crisp, 1971] [Chu and Wong, 1982] [Guo, 2006]), au sens où la vitesse de groupe de ces derniers dépasse la célérité de la lumière. En effet, à cause de la variation linéaire de la fréquence de résonance (ou de la fréquence de l'excitation) les différentes composantes spectrales de l'impulsion diffusée

13. L'instant de référence correspond ici à la ligne de base de la courbe associée à $\beta = 0 \text{ } \Gamma/\mu s$.

auront accumulées des déphasages dont les valeurs sont différentes de celles en absence de *chirp*. Ainsi l'impulsion reconstruite après la diffusion en présence du *chirp* peut être avancée ou retardée par rapport au cas standard, sans pour autant que cela ne viole le principe de causalité.

2.4.2 Observation de retards non standard

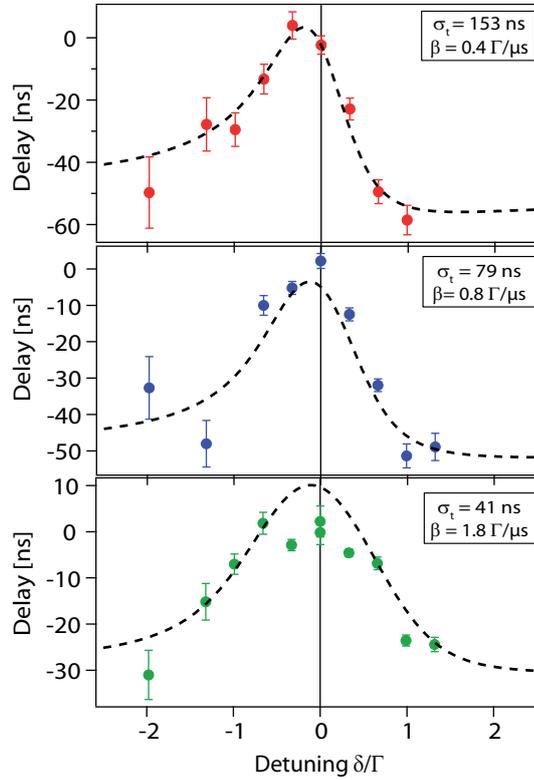


FIGURE 2.19 – *Scattered pulses delays for different excitation pulses durations.* From top to bottom, data (errorbars coming from the fit) obtained with the temporal widths of the gaussian excitation pulses corresponding to $\sigma_t = 153 \text{ ns}$, 79 ns and 41 ns . For each graph, reference is taken to the maximally delayed scattered pulses. Dashed lines are the best fits obtained by χ^2 minimizing procedure giving chirp parameters $\beta = 0.4$, 0.8 and $1.8 \text{ } \Gamma/\mu\text{s}$. Due to the difficulty to really define the base line of the experimental data curves, for each of the figures the zero delay line is arbitrarily placed at the less delayed arrival time observed.

Lors de nos expériences de mesure du délai de Wigner, nous avons pu observer l'apparition de retards non standard en faisant varier la durée caractéristique des impulsions excitatrices. La figure 2.19 présente les instants d'arrivée des impulsions diffusées en fonction du désaccord obtenus pour des excitations de durée $\sigma_t = 153 \text{ ns}$, $\sigma_t = 79 \text{ ns}$ et $\sigma_t = 41 \text{ ns}$.

Bien que la source de ces modifications du délai de Wigner nous soit pour le moment encore inconnue, nous utilisons le modèle développé dans la section 2.4.1 pour évaluer l'ampleur de ces modifications. Pour ce faire, nous comparons les données expérimentales avec les délais extraits des solutions des équations (2.19) en faisant varier trois paramètres :

le *chirp* β , un décalage temporel t_0 et un décalage fréquentiel ω_0 . Un ensemble de triplets $\{\beta, t_0, \omega_0\}$ est choisi pour échantillonner de façon régulière l'espace de ces paramètres. Pour chacun de ces jeux de paramètres, nous calculons la distance au sens des moindres carrés, notée χ^2 , qui sépare la courbe des délais théoriques obtenue et les données expérimentales.

Les délais théoriques correspondant au χ^2 minimum sont représentés en traits tiretés dans La figure 2.19 et la valeur de β correspondante est reportée dans chaque encadré. Bien que l'allure asymétrique du délai de Wigner dépende de la durée de l'excitation, nous notons que, pour des raisons qui n'ont pas encore été cernées, la valeur du paramètre de *chirp* augmente avec la diminution de la durée des impulsions.

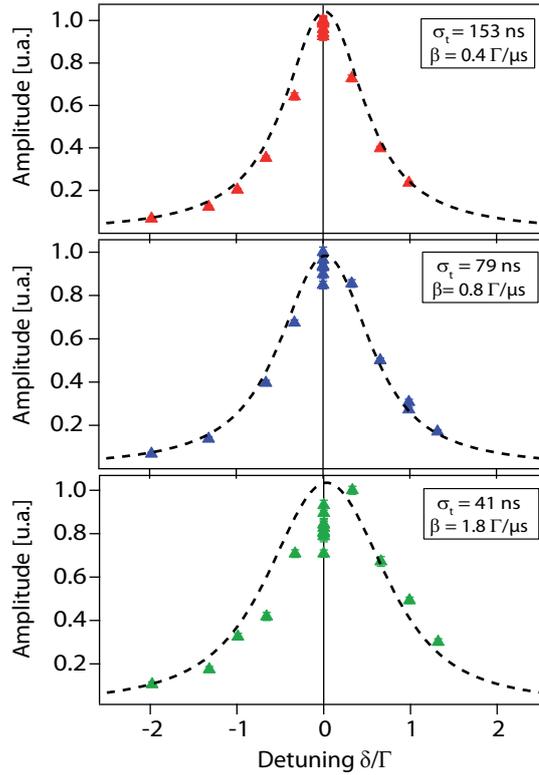


FIGURE 2.20 – *Scattered pulses amplitudes for different excitation pulse durations*. Each data set is rescaled to its maximum value and plotted in arbitrary units. Dashed lines are expected behaviour for the chirp parameter β obtained from delays curves fitting procedures (see Fig 2.19).

La figure 2.20 compare l'allure des amplitudes des impulsions diffusées (tracées en unité arbitraire et renormalisées par rapport au maximum) aux solutions qui correspondent aux paramètres de chirp obtenus par l'étude des délais (lignes tiretées). Encore une fois, nous trouvons un accord satisfaisant entre les allures des courbes expérimentales et théoriques et qui ne fait apparaître aucune asymétrie par rapport au désaccord nul.

La figure 2.21 compare la durée des impulsions détectées (paramètres σ du modèle d'ajustement gaussien) aux durées théoriques attendues pour les mêmes paramètres β que précédemment (lignes tiretées). L'accord entre mesures et simulations est ici beaucoup moins satisfaisant notamment à cause de la dispersion des données pour une valeur de

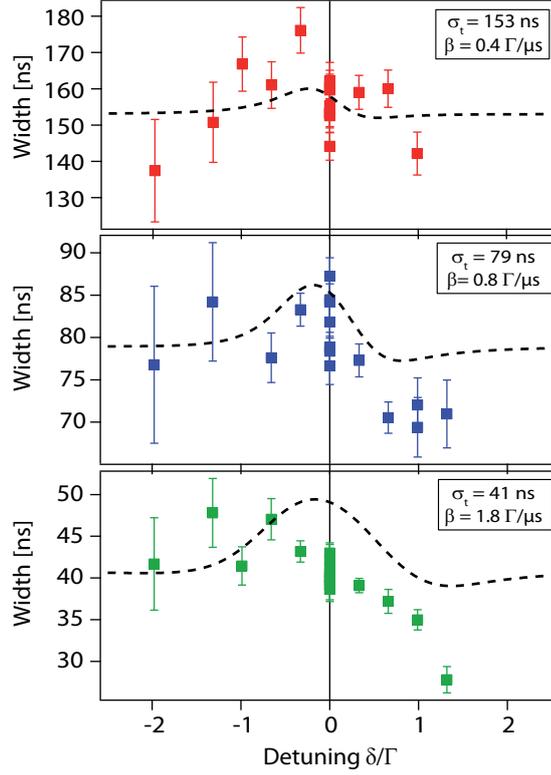


FIGURE 2.21 – *Scattered pulses temporal widths for different excitation pulses durations.* The discrepancies between the data and the simulations may come from the mismatch between the Gaussian model used to fit the detected pulses and their real shapes.

désaccord fixé. Nous avons fait apparaître dans la figure les ensembles de points obtenus à désaccord nul avec des barres d'erreur issues du procédé d'ajustement avec un modèle gaussien. Ces barres d'erreur ne reflètent pas l'amplitude de la dispersion des points ce qui traduit peut-être une inadéquation entre le modèle gaussien utilisé et la forme réelle des impulsions diffusées.

Plusieurs causes entraînant des retards non standard peuvent être envisagées. Comme le montre l'analyse des équations (2.19), ces causes pourraient être :

- une variation linéaire de la fréquence des impulsions excitatrices telle que $\omega_L(t) = \omega_L^{(0)} + \beta t$.
- une variation linéaire de la fréquence de la transition atomique telle que $\omega_0(t) = \omega_0^{(0)} - \beta t$.

La première cause pourrait provenir d'un *chirp* optique de l'impulsion. Ce pourrait être le cas si le signal radiofréquence utilisé pour générer l'impulsion, via le modulateur acousto-optique, était lui-même "chirpé". Cependant, en analysant ce signal (de fréquence ~ 100 MHz) grâce à un oscilloscope rapide¹⁴ nous avons estimé que sa fréquence ne variait pas de plus que 0.5 MHz sur la durée totale de l'impulsion, ce qui est insuffisant pour rendre compte des valeurs de β obtenus. Le *chirp* optique pourrait aussi être imprimé à l'impulsion

14. Type LeCroy avec une bande passante supérieure au GigaHertz

durant sa propagation à travers l'ensemble des systèmes optiques avant d'atteindre l'atome.

La seconde cause pourrait provenir d'un déplacement lumineux variable dans le temps comme celui qui pourrait être produit par une mauvaise extinction du laser de piégeage.

En pratique, d'une part une mesure par battement entre l'onde excitatrice et une onde de référence n'a révélée aucun *chirp* sur la fréquence des impulsions, et d'autre part la quantité de lumière de piégeage, pouvant possiblement induire un décalage lumineux résiduel, a été estimée bien inférieure au niveau requis pour rendre compte des retards mesurés.

2.5 Conclusion

Le délai de Wigner est une caractéristique essentielle des phénomènes de diffusion résonante dont on a rappelé les principes de base dans la section 2.2. Que cela concerne les ondes de lumière (cf. [Chauvat et al., 2000]) ou de matière (cf. [Maroni et al., 1976]), beaucoup d'expériences ont été menées dans le but mesurer ce retard dans la diffusion, dont l'ordre de grandeur de la durée typique ($\tau_W \simeq 52$ ns pour la transition $D2$ du ^{87}Rb) est lié à l'inverse de la largeur spectrale de la résonance étudiée ($\Gamma \simeq 2\pi \times 6$ MHz dans notre cas). Ce chapitre du mémoire reporte en outre, dans la section 2.3, la seule mesure qui ait été effectuée avec un unique diffuseur [Bourgain et al., 2013b], se rapprochant ainsi au plus près de l'expérience de pensée développée dans [Wigner, 1955]. Ces mesures ont également permis l'observation de délais non standard, reportés dans la section 2.4, pour lesquels un modèle théorique basé sur l'introduction d'un *chirp* de fréquence a été proposé.

Pour conclure ce chapitre, nous soulignons également que la mesure du délai de Wigner, que nous venons de présenter, pourra servir de référence dans des expériences ultérieures d'étude d'effets collectifs dans la diffusion de la lumière par les nano-nuages denses d'atomes froids. Il s'agira de comparer ces résultats, réalisés avec des atomes uniques, avec ceux qui seront obtenus avec plusieurs centaines d'atomes pour révéler de possibles modifications de la polarisabilité des nuages dues aux interactions dipôle-dipôle.

Deuxième partie

**Emergence d'effets collectifs
induits par interaction
dipôle-dipôle**

Chapitre 3

Modèles de diffusion collective

Sommaire

3.1	Introduction	65
3.2	Descriptions théoriques	65
3.2.1	Du point de vue du champ électromagnétique	66
3.2.2	Du point de vue des observables atomiques	70
3.3	Etude des équations des dipôles couplés	77
3.3.1	Décomposition en modes collectifs	77
3.3.2	Effets collectifs	80
3.4	Notions de coopérativité	84
3.4.1	Echelle de Dicke	84
3.4.2	Approximations de champ moyen et au-delà	86
3.5	Conclusion	88

3.1 Introduction

Cette partie aborde les notions théoriques utiles dans l'étude de la diffusion résonante de la lumière par les nano-nuages denses d'atomes froids.

Dans les régimes de densité atomique que nous souhaitons explorer expérimentalement ($10^{14} - 10^{15}$ atomes/cm³), l'interaction entre une onde électromagnétique excitatrice et le nuage d'atomes ne peut plus être considérée comme la somme de processus indépendants : le système répond de façon dite *collective*. Les équations qui modélisent le comportement de tels systèmes de diffuseurs fortement couplés peuvent être obtenus par différentes approches provenant de deux domaines de la physique (section 3.2).

Ces équations, appelées équations des dipôles couplés, sont à la base des simulations numériques sur lesquelles nous nous appuyons dans notre étude. Leur analyse, notamment par décomposition sur une base de modes dits collectifs, permet d'obtenir des solutions formelles décrivant l'évolution temporelle des différents dipôles (section 3.3). En pratique, étant donnée la puissance de calcul nécessaire à une modélisation la plus fidèle possible de notre configuration expérimentale, nous avons collaboré avec une équipe de recherche anglosaxonne pour réaliser des simulations numériques.

La littérature scientifique concernant l'étude des phénomènes *collectifs* fait mention dès ses débuts [Dicke, 1954] d'effets *coopératifs* sans qu'aujourd'hui encore aucun sens précis ne soit attribué à ce vocable. Pourtant, certains auteurs [Javanainen et al., 2014] proposent d'associer ce terme aux processus qui ne s'expliquent que par un traitement allant au-delà des approximations de champ moyen (section 3.4) et qui correspondent donc aux régimes de densités atomiques les plus hautes et remplissant certains critères (comme l'absence d'élargissement inhomogène).

3.2 Descriptions théoriques

Les études que nous menons se trouvent à la frontière entre le domaine de la diffusion par des milieux aléatoires (section 3.2.1) et celui de la physique des atomes froids en interaction (section 3.2.2). Puisqu'ils adoptent des angles de vue différents, ces deux domaines n'utilisent pas le même vocabulaire pour rendre compte de phénomènes pourtant similaires, alimentant ainsi une certaine confusion.

Dans cette section, j'exposerai les idées de base associées à chacun des domaines et nous montrerons que, sous certaines approximations, les deux approches aboutissent à un même système d'équations appelé "équations des dipôles couplés" qui sera la base de nos simulations numériques.

Dans la mesure où l'on suppose que le champ électromagnétique ne varie pas¹ de façon significative sur des distances comparables à l'extension spatiale d'un atome, on considèrera dans tous nos modèles que l'interaction entre un atome et le champ est du type dipolaire électrique.

1. Cette hypothèse revient à exclure les effets associés aux modes du champ dont les normes des vecteurs d'ondes sont supérieures à $1/a_0$ où a_0 est le rayon de Bohr de l'atome considéré.

3.2.1 Du point de vue du champ électromagnétique

Pour prédire le comportement d'un ensemble de N atomes couplés au champ électromagnétique, le traitement utilisé dans le domaine de la diffusion dans les milieux aléatoires est souvent basé sur le formalisme de la diffusion multiple ([Foldy, 1945], [van der Mark et al., 1988]). Cette approche est utilisée pour traiter des phénomènes comme le cône de rétrodiffusion cohérente ([Labeyrie et al., 1999]) ou comme la localisation faible ([Albada and Lagendijk, 1985] et [Scheffold and Maret, 1998]).

Pour un dipôle noté \vec{d}_μ placé au point \vec{r}_μ , l'expression exacte du champ rayonné au point \vec{r} est donnée par [Jackson, 1999] :

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{k^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^{ikR}}{R} \left\{ \vec{d}_\mu - (\vec{d}_\mu \cdot \vec{u}_\mu) \vec{u}_\mu - \left(\frac{1}{ikR} + \frac{1}{k^2 R^2} \right) [\vec{d}_\mu - 3(\vec{d}_\mu \cdot \vec{u}_\mu) \vec{u}_\mu] \right\} \quad (3.1)$$

avec $R = \|\vec{r} - \vec{r}_\mu\|$, $\vec{u}_\mu = (\vec{r} - \vec{r}_\mu)/R$. Ici, $k = \omega/c$ est le module du vecteur d'onde du rayonnement et ϵ_0 , et μ_0 sont la permittivité et la perméabilité du vide.

Cette expression peut être écrite de la façon condensée suivante :

$$\vec{E}(\vec{r}, \omega) = \mu_0 \omega^2 \mathbf{G}_0(\vec{r}, \vec{r}_\mu, \omega) \vec{d}_\mu(\omega) \quad (3.2)$$

où l'on a introduit le tenseur de Green² :

$$\mathbf{G}_0(\vec{r}, \vec{r}_\mu, \omega) = \frac{k^3}{4\pi\epsilon_0\mu_0\omega^2} \frac{e^{ikR}}{kR} \left\{ \mathbb{I} - \vec{u}_\mu \vec{u}_\mu - \left(\frac{1}{ikR} + \frac{1}{k^2 R^2} \right) [\mathbb{I} - 3\vec{u}_\mu \vec{u}_\mu] \right\} \quad (3.3)$$

Ce tenseur définit la façon dont les différentes composantes du champ électromagnétique sont reliées à celles du dipôle³. Nous avons ici fait apparaître la pulsation ω pour rappeler qu'il s'agit de la réponse à une excitation monochromatique $\vec{E}_{inc}(\vec{r}, \omega)$. Rappelons d'autre part que, dans les conditions du régime de faible excitation, le moment dipolaire atomique s'écrit $\vec{d}_\mu(\omega) = \alpha(\omega) \vec{E}(\vec{r}_\mu, \omega)$.

Ainsi, grâce au principe de superposition, ce tenseur de Green permet d'exprimer le champ rayonné par un système constitué de N atomes identiques sous la forme :

$$\vec{E}(\vec{r}, \omega) = \vec{E}_{inc}(\vec{r}, \omega) + \mu_0 \omega^2 \alpha(\omega) \sum_{\mu=1}^N \mathbf{G}_0(\vec{r}, \vec{r}_\mu, \omega) \vec{E}(\vec{r}_\mu, \omega) \quad (3.4)$$

La solution formelle de cette relation implicite peut s'exprimer sous la forme d'un développement itératif :

2. On note ici \mathbb{I} le tenseur identité et $\vec{u}_\mu \vec{u}_\mu$ le tenseur tel que $\vec{u}_\mu \vec{u}_\mu [\vec{d}_\mu] = (\vec{d}_\mu \cdot \vec{u}_\mu) \vec{u}_\mu$.

3. Le tenseur de Green n'est pas scalaire car il n'y a aucune raison *a priori* que le champ rayonné soit colinéaire au moment dipolaire.

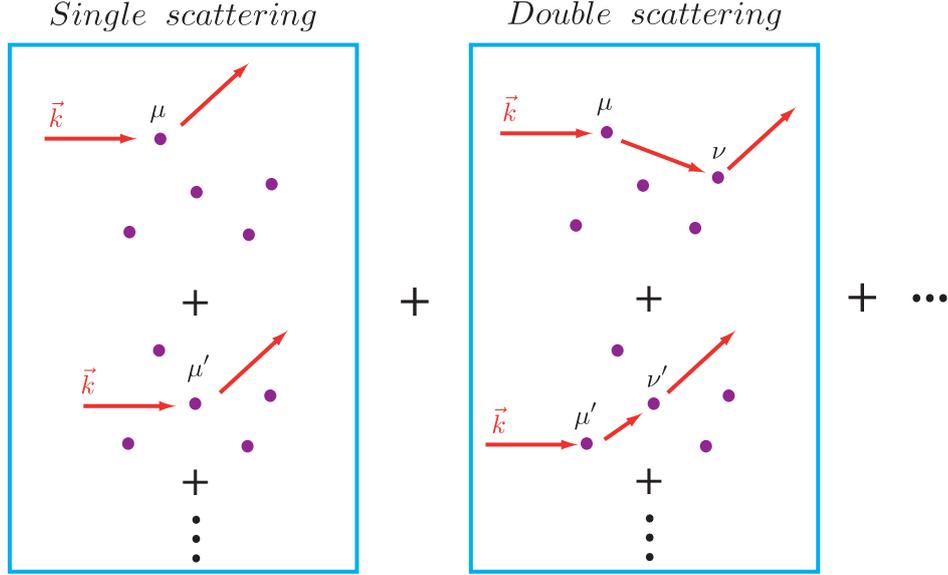


FIGURE 3.1 – *Multiple scattering development.* The field scattered by an ensemble of N scatterers can formally be developed as the sum of terms corresponding to single scattering events, double scattering events, etc.

$$\begin{aligned}
 \vec{E}(\vec{r}) &= \vec{E}_{inc}(\vec{r}) & (3.5) \\
 &+ \mu_0 \omega^2 \alpha \sum_{\mu=1}^N \mathbf{G}_0(\vec{r}, \vec{r}_\mu) \vec{E}_{inc}(\vec{r}_\mu) \\
 &+ \mu_0^2 \omega^4 \alpha^2 \sum_{\mu=1}^N \mathbf{G}_0(\vec{r}, \vec{r}_\mu) \sum_{\nu=1}^N \mathbf{G}_0(\vec{r}_\mu, \vec{r}_\nu) \vec{E}_{inc}(\vec{r}_\nu) \\
 &+ \dots
 \end{aligned}$$

Ici la dépendance en fréquence des différentes quantités a été dissimulée par soucis de compacité. Ce développement montre que le champ électrique peut être formellement décomposé en une somme de contributions associées à des séquences de "diffusions" multiples⁴ de longueurs croissantes. La première contribution est égale au champ incident et ne comporte aucune diffusion. La seconde contribution est composée de l'ensemble des N séquences comprenant une seule diffusion. La troisième contribution correspond aux $\binom{N}{2}$ séquences de double diffusions, et ainsi de suite (comme schématisé dans la figure 3.1).

En notant \mathcal{E} l'ensemble⁵ de ces séquences de diffusions dont les éléments seront indexés⁶ par s , le champ électrique peut s'exprimer sous la forme $\vec{E} = \sum_{s \in \mathcal{E}} \vec{E}_s$; et l'intensité diffusée moyennée sur un ensemble de configurations spatiales des diffuseurs, $I = \langle \sum_{s, s' \in \mathcal{E}} \vec{E}_{s'}^* \cdot \vec{E}_s \rangle$, est alors composée d'une somme d'appariements (s, s') de séquences

4. Ici le terme "diffusion" ne correspond pas nécessairement à un processus d'absorption/émission de photons réels par les diffuseurs car, en champ proche, l'onde électromagnétique admet une composante longitudinale qui ne se propage pas (photons virtuels).

5. Au sens mathématique du terme.

6. \mathcal{E} est bien un ensemble dénombrable.

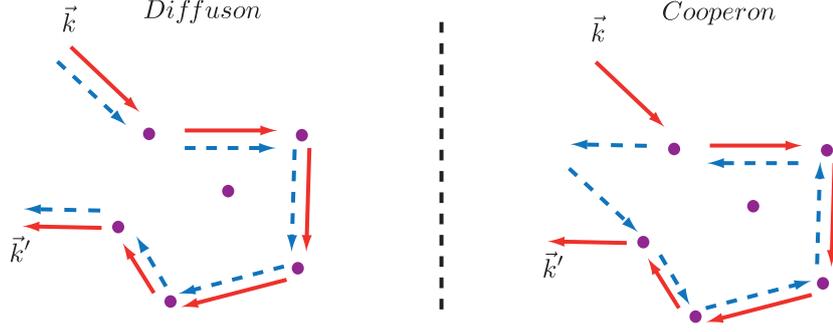


FIGURE 3.2 – *Pairing of scattering sequences*. Left : Pairing of multiple scattering sequences, named *Diffuson*, corresponding to the classical backscattered intensity. Right : Pairing of multiple scattering sequences, named *Cooperon*, corresponding to the coherent backscattered intensity.

de diffusions.

On peut démontrer (cf. [Akkermans and Montambaux, 2004]) que dans des conditions de désordre "faible"⁷ certains types d'appariements schématisés par la figure 3.2, appelés *diffuson* et *coopéron*, survivent au processus de moyennage. Ils engendrent des phénomènes dits de diffusion "cohérente"⁸ comme l'apparition du cône de rétrodiffusion cohérente et les modifications de coefficients de transmission dues à la localisation faible.

Cependant, pour des systèmes dont la densité dépasse 1 atome/ λ^3 , les hypothèses de diffusions indépendantes du modèle de désordre faible ne sont plus valides, ce qui empêche les interprétations en termes de "trajets" de diffusion multiples. Il faut alors étudier le problème dans toute sa complexité en résolvant les systèmes d'équations des dipôles couplés que nous détaillons plus loin.

Equations des dipôles couplés

Puisque le dipôle placé en \vec{r}_ν est relié au champ électrique par :

$$\vec{d}_\nu(\omega) = \alpha(\omega)\vec{E}(\vec{r}_\nu, \omega) = \frac{d^2/\hbar}{(\omega - \omega_0) + i\Gamma/2}\vec{E}(\vec{r}_\nu, \omega) \quad (3.6)$$

où d est la valeur du dipôle associé à la transition considérée (pour la transition $D2$ du ^{87}Rb , $d = 3.6 \times 10^{-29}$ C.m) et Γ est son taux d'émission spontanée (pour la même transition, $\Gamma \simeq 2\pi \times 6$ MHz). On peut exprimer l'équation (3.4) aux points $\vec{r} = \vec{r}_\nu$, pour obtenir N équations portant sur les dipôles :

$$(\omega - \omega_0 + i\Gamma/2)\vec{d}_\nu(\omega) = \frac{d^2}{\hbar}\vec{E}_{inc}^{(\nu)}(\omega) + \mu_0\omega^2\frac{d^2}{\hbar}\sum_{\mu=1}^N\mathbf{G}_0(\vec{r}_\nu, \vec{r}_\mu, \omega)\vec{d}_\mu(\omega) \quad (3.7)$$

Dans le cadre de la diffusion élastique d'une onde quasi-monochromatique, c'est-à-dire telle que $\vec{E}_{inc}^{(\nu)}(\omega)$ soit centré autour de ω_L , $\vec{d}_\nu(\omega)$ est également quasi-monochromatique de

7. C'est-à-dire lorsque les diffusions peuvent être considérées comme indépendantes, soit lorsque la distance entre diffuseurs est supérieure au libre parcours moyen de diffusion.

8. La "cohérence" veut ici rappeler l'origine ondulatoire du phénomène. Par antagonisme, la diffusion "incohérente" décrirait le résultat d'une marche aléatoire pour un ensemble particules, ce qu'on appelle simplement "diffusion".

telle sorte que sur son étendue spectrale on ait $\omega^2 \mathbf{G}_0(\vec{r}_\nu, \vec{r}_\mu, \omega) \simeq \omega_L^2 \mathbf{G}_0(\vec{r}_\nu, \vec{r}_\mu, \omega_L)$. Ainsi, dans le domaine temporel⁹, les équations reliant les dipôles donnent :

$$(i\partial_t - \omega_0 + i\Gamma/2)\vec{d}_\nu(t) = \frac{d^2}{\hbar} \vec{E}_{inc}^{(\nu)}(t) + \frac{d^2}{\hbar} \sum_{\mu=1}^N \mu_0 \omega_L^2 \mathbf{G}_0(\vec{r}_\nu, \vec{r}_\mu, \omega_L) \vec{d}_\mu(t) \quad (3.8)$$

On peut transposer ces équations dans le référentiel tournant avec le champ électrique $\vec{E}_{inc}^{(\nu)}(t) = \vec{E}_{inc}^{(\nu)} e^{-i\omega_L t}$, en posant $\vec{d}_\nu(t) = \vec{\beta}_\nu(t) e^{-i\omega_L t}$ et $\Delta_L = \omega_L - \omega_0$, pour obtenir :

$$i\partial_t \vec{\beta}_\nu(t) = -(\Delta_L + i\Gamma/2)\vec{\beta}_\nu(t) + \frac{d}{\hbar} \vec{E}_{inc}^{(\nu)} + \frac{1}{\hbar} \sum_{\mu=1}^N V^{\nu\mu} \vec{\beta}_\mu(t) \quad (3.9)$$

où l'on a introduit la notation $V^{\nu\mu} = d^2 \mu_0 \omega_L^2 \mathbf{G}_0(\vec{r}_\nu, \vec{r}_\mu, \omega_L)$ pour décrire les termes de couplage entre les dipôles des μ -ième et ν -ième atomes.

Les équations différentielles linéaires couplées (3.9) sont communément appelées "équations des dipôles couplés". Elles sont à la base des simulations numériques que nous avons réalisées (cf. section 3.3) et elles traduisent simplement le fait que l'évolution du dipôle de chaque diffuseur dépend de l'évolution de l'ensemble des autres dipôles. Ces équations permettent donc de décrire la réponse d'un ensemble de diffuseurs même dans les régimes où cette réponse ne peut plus être considérée comme la somme de processus de diffusions indépendantes : on parle alors de *diffusion collective*.

Le caractère collectif de la diffusion par un ensemble de diffuseurs dépend essentiellement de l'ampleur des interactions entre ces constituants. En particulier les phénomènes dit d'*effets collectifs* commencent à avoir un impact sur la diffusion par des nuages d'atomes lorsque l'énergie d'interaction entre diffuseurs, noté U_{int} , arrive à l'échelle d'énergie de l'interaction entre un atome seul et le vide électromagnétique $\sim U_{int}^{(0)} \sim \hbar\Gamma$.

Energie d'interaction dipôle-dipôle

L'énergie d'interaction entre deux dipôles placés en \vec{r}_ν et \vec{r}_μ prend la forme :

$$U_{int} = -\vec{d}_\nu^* \cdot \mu_0 \omega_L^2 \mathbf{G}_0(\vec{r}_\nu, \vec{r}_\mu, \omega_L) \vec{d}_\mu = -\vec{\beta}_\nu^* \cdot V^{\nu\mu} \vec{\beta}_\mu \quad (3.10)$$

En introduisant les notations $\mathbf{d}_\mu = \vec{d}_\mu/d$, $\mathbf{u} = (\vec{r}_\nu - \vec{r}_\mu)/\|\vec{r}_\nu - \vec{r}_\mu\|$ et $\eta = k\|\vec{r}_\nu - \vec{r}_\mu\|$, on obtient :

$$U_{int} = -\frac{k^3 d^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^{i\eta}}{\eta} \left\{ \mathbf{d}_\mu \cdot \mathbf{d}_\nu^* - (\mathbf{d}_\mu \cdot \mathbf{u})(\mathbf{d}_\nu^* \cdot \mathbf{u}) - \left(\frac{1}{i\eta} + \frac{1}{\eta^2} \right) [\mathbf{d}_\mu \cdot \mathbf{d}_\nu^* - 3(\mathbf{d}_\mu \cdot \mathbf{u})(\mathbf{d}_\nu^* \cdot \mathbf{u})] \right\} \quad (3.11)$$

En regroupant différemment les termes et en utilisant la relation $\Gamma = k^3 d^2 / 3\pi\epsilon_0 \hbar$, nous aboutissons à :

$$U_{int} = -\frac{3\hbar\Gamma}{4} e^{i\eta} \left\{ \mathbf{d}_\mu \cdot \mathbf{d}_\nu^* \left[\frac{1}{\eta} + \frac{i}{\eta^2} - \frac{1}{\eta^3} \right] - (\mathbf{d}_\mu \cdot \mathbf{u})(\mathbf{d}_\nu^* \cdot \mathbf{u}) \left[\frac{1}{\eta} + \frac{3i}{\eta^2} - \frac{3}{\eta^3} \right] \right\} \quad (3.12)$$

9. Les composantes fréquentielles sont reliées à l'évolution temporelle via la transformée de Fourier $f(t) \propto \int f(\omega) e^{-i\omega t} d\omega$.

L'énergie d'interaction dipôle-dipôle est donc anisotrope puisqu'elle dépend de l'orientation relative des deux dipôles, via le terme $\mathbf{d}_\mu \cdot \mathbf{d}_\nu^*$, et dépend aussi de leur orientation par rapport à la direction inter-particule, via le terme $(\mathbf{d}_\mu \cdot \mathbf{u})(\mathbf{d}_\nu^* \cdot \mathbf{u})$.

Cette énergie décroît avec la distance entre les dipôles selon la somme de termes en $1/\eta$, dit de "longue portée", et en $1/\eta^2$ et $1/\eta^3$. Ceci implique que si $\eta \sim 1$ alors $|U_{\text{int}}| \sim \hbar\Gamma$ et que des effets collectifs devraient se manifester pour des densités de l'ordre de $\sim 1 \text{ atome}/\lambda^3$ soit $\sim 10^{14} - 10^{15} \text{ atomes}/\text{cm}^3$.

On notera que nous avons utilisé jusqu'ici un modèle de diffuseurs "classiques" pour aboutir aux équations de dipôles couplés (3.9). Pour des systèmes atomiques réels, il faudrait prendre en compte les degrés de liberté internes liés à la sous-structure Zeeman des transitions étudiées¹⁰. La seconde approche que nous développons section 3.2.2 offre un cadre plus naturel à l'introduction de cette sous-structure Zeeman.

3.2.2 Du point de vue des observables atomiques

Dans le domaine de la physique des atomes froids en interaction, l'approche fréquemment employée consiste à étudier l'évolution de l'opérateur densité du système global ([Kiffner et al., 2010]) pour en déduire l'évolution de la moyenne d'observables du système. Dans le cas de la diffusion de la lumière par un ensemble d'atomes, les observables en questions seront les opérateurs moment dipolaire électrique $\hat{d}^{(\mu)}$ associés à chacun des atomes, dont les valeurs moyennes sont reliées à l'opérateur densité atomique $\rho_A(t)$ par :

$$\langle \hat{d}^{(\mu)} \rangle(t) = \text{Tr}[\hat{d}^{(\mu)} \rho_A(t)] \quad (3.13)$$

Cette approche permet notamment de traiter le cas où la structure atomique peut comprendre plusieurs transitions entre différents niveaux comme cela est le cas pour la transition $(5S_{1/2}, F = 2) \rightarrow (5P_{3/2}, F' = 3)$ que nous cherchons à étudier (cf. figure 3.3).

Equation maîtresse

Une équation maîtresse régissant l'évolution de l'opérateur densité atomique, noté ρ_A , est proposée par [Kiffner et al., 2010] dans le cas où trois hypothèses principales sont vérifiées.

La première hypothèse consiste à ne considérer que les processus d'interaction entre les atomes et le champ allant jusqu'au second ordre. Cette hypothèse, appelée approximation de Born, commence à perdre sa validité lorsque la distance entre atomes est petite (quelques nanomètres pour les alcalins).

La seconde hypothèse repose sur un traitement non relativiste du problème qui consiste à ne pas prendre en compte les modes du champ dont la norme du vecteur d'onde est

10. Ses degrés de liberté internes ont un impact notable sur les phénomènes de diffusion cohérente [Müller et al., 2001].

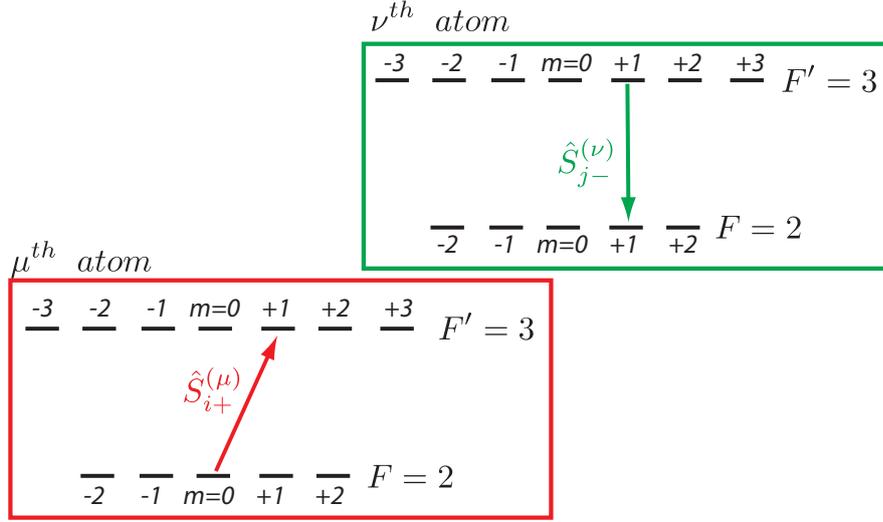


FIGURE 3.3 – **Level scheme.** Action of $S_{i+}^{(\mu)}$ and $S_{i-}^{(\mu)}$ within the $|5S_{1/2}, F = 2\rangle$ to $|5P_{3/2}, F' = 3\rangle$ hyperfine transitions of the μ^{th} and ν^{th} atoms.

supérieure à l'inverse du rayon de Bohr. Cette approximation empêche la description correcte du *Lamb shift* individuel de chaque atome mais elle fournit un modèle d'interaction dipôle-dipôle valide tant que les nuages électroniques des différents atomes ne se recouvrent pas.

La dernière hypothèse principale s'appuie sur l'existence de deux échelles de temps très différentes : un temps typique de corrélation du réservoir électromagnétique très petit devant la durée de vie des états atomiques. L'approximation dite de Markov consiste à moyenner l'équation maîtresse sur des durées longues devant la première échelle de temps et très petites devant la seconde.

Au final, l'équation maîtresse proposée par [Kiffner et al., 2010] prend la forme :

$$\partial_t \rho_A = -\frac{i}{\hbar} [H_A, \rho_A] - \frac{i}{\hbar} [H_L(t), \rho_A] + \mathcal{L}_\gamma \rho_A + \mathcal{L}_{col} \rho_A \quad (3.14)$$

Termes indépendants

Le premier terme du membre de droite de l'équation (3.14) décrit l'évolution libre des atomes. H_A correspond à l'hamiltonien obtenu par la somme des hamiltoniens individuels $h^{(\mu)}$ associés à chaque atome, soit $H_A = h^{(1)} + \dots + h^{(N)}$.

Dans l'approximation du couplage dipolaire électrique, l'interaction entre le champ et les atomes est décrite par [Cohen-Tannoudji et al., 1988] :

$$H_L = -\sum_{\mu=1}^N \hat{d}^{(\mu)} \cdot \hat{E}(\vec{r}_\mu) \quad (3.15)$$

où $\hat{d}^{(\mu)}$ est l'opérateur moment dipolaire électrique du μ -ième atome. En introduisant les opérateurs $S_{i+}^{(\mu)}$, et $S_{i-}^{(\mu)}$, qui correspondent à l'excitation, et à la désexcitation, de

l'atome indexé par μ via la i -ième transition (cf. figure 3.3), on peut écrire :

$$\hat{d}^{(\mu)} = \sum_{i=1}^D [\vec{d}_i S_{i+}^{(\mu)} + h.c.] \quad (3.16)$$

où D est le nombre total de transitions possibles. Ainsi le second terme du membre de droite de (3.14) décrit le couplage entre le champ excitateur et les atomes. Nous traiterons le champ incident de façon classique et l'hamiltonien prendra la forme :

$$H_L(t) = - \sum_{\mu=1}^N \hat{d}^{(\mu)} \cdot \vec{E}_{inc}^{(\mu)} \quad (3.17)$$

Le troisième terme correspond à l'amortissement par émission spontanée "individuelle" : l'opérateur de Lindblad $\mathcal{L}_\gamma \rho_A$ décrit le couplage de chaque atome au vide du champ électromagnétique dans le cas où les atomes sont indépendants les uns des autres. Sous forme explicite, cet opérateur est donné par :

$$\mathcal{L}_\gamma \rho_A = - \sum_{i,j}^D \sum_{\mu=1}^N \gamma_{ij} \left(S_{i+}^{(\mu)} S_{j-}^{(\mu)} \rho_A + \rho_A S_{i+}^{(\mu)} S_{j-}^{(\mu)} - 2 S_{j-}^{(\mu)} \rho_A S_{i+}^{(\mu)} \right) \quad (3.18)$$

Où l'on a introduit les paramètres suivants (en notant en gras les vecteurs unitaires tels que $\mathbf{d}_i = \vec{d}_i / \|\vec{d}_i\|$) :

$$\gamma_{ij} = \Gamma_{ij}^{\mu\mu} = \sqrt{\gamma_i \gamma_j} \mathbf{d}_i \cdot \mathbf{d}_j^* \quad (3.19)$$

Avec,

$$\gamma_i = \frac{\omega_0^3 \|\vec{d}_i\|^2}{6\pi\epsilon_0 \hbar c^3} \quad (3.20)$$

Pour $i = j$, $\gamma_{ii} = \gamma_i = \Gamma/2$ est la moitié du taux d'émission spontanée individuelle.

Termes collectifs

Le quatrième terme du membre de droite de l'équation (3.14) décrit les effets dits "collectifs" que nous souhaitons étudier expérimentalement. Ce terme peut être décomposé en deux parties :

$$\mathcal{L}_{col} \rho_A = - \frac{i}{\hbar} [H_\Omega, \rho_A] + \mathcal{L}_\Gamma \rho_A \quad (3.21)$$

La première partie correspond à un échange cohérent¹¹ d'énergie entre les différents atomes décrit par l'hamiltonien suivant, dont on notera la similarité avec ceux que l'on retrouve dans les systèmes de spins couplés (cf. [Yan et al., 2013]) ou dans ceux présentant le phénomène de localisation d'Anderson (cf. [Anderson, 1958] et [Akkermans et al., 2008]) :

11. Effet remarquable car cet échange est médié par le vide.

$$H_\Omega = -\hbar \sum_{i,j}^D \sum_{\substack{\mu,\nu \\ \mu \neq \nu}}^N \Omega_{ij}^{\mu\nu} S_{i+}^{(\mu)} S_{j-}^{(\nu)} \quad (3.22)$$

où les pulsations des différents échanges cohérents sont telles que :

$$\Omega_{ij}^{\mu\nu} = \mathcal{R}e \left[\frac{3}{2} \sqrt{\gamma_i \gamma_j} e^{i\eta} \left\{ \mathbf{d}_i \cdot \mathbf{d}_j^* \left[\frac{1}{\eta} + \frac{i}{\eta^2} - \frac{1}{\eta^3} \right] - (\mathbf{d}_i \cdot \mathbf{u})(\mathbf{d}_j^* \cdot \mathbf{u}) \left[\frac{1}{\eta} + \frac{3i}{\eta^2} - \frac{3}{\eta^3} \right] \right\} \right] \quad (3.23)$$

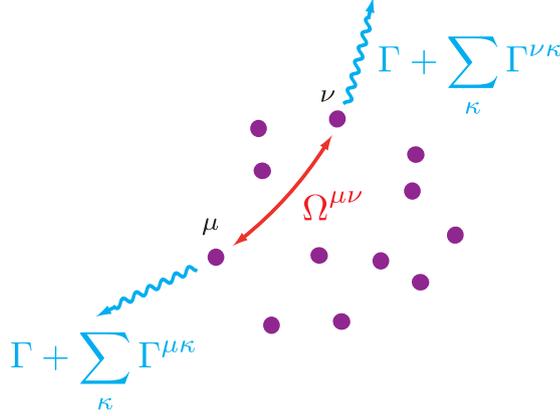


FIGURE 3.4 – **Hopping and damping.** Collective terms in the master equation (3.14) can be divided in two classes of processes : coherent exchanges of energy between atoms, also called excitation hopping, and modifications of the local density of optical states (LDOS), also named collective damping. Excitation exchange between atoms indexed by μ and ν is parametrized by the frequency $\Omega^{\mu\nu}$. The damping associated to atom indexed by μ depends on the overall geometry and is parametrized by the rate $\Gamma + \sum_{\kappa} \Gamma^{\mu\kappa}$.

La deuxième partie de l'équation (3.21) correspond à la modification de l'émission spontanée de chaque atome due à la présence des autres diffuseurs. En chaque point du nuage, la densité locale de modes optiques (ou *LDOS* pour *Local Density of Optical Modes*) est différente et le taux d'émission spontanée de chaque atome se trouve altéré¹² (cf. [Carminati and Sáenz, 2009], [Froufe-Pérez et al., 2007] et [Pierrat and Carminati, 2010]). L'opérateur de Lindblad prend la forme :

$$\mathcal{L}_\Gamma \rho_A = - \sum_{i,j}^D \sum_{\substack{\mu,\nu \\ \mu \neq \nu}}^N \Gamma_{ij}^{\mu\nu} \left(S_{i+}^{(\mu)} S_{j-}^{(\nu)} \rho_A + \rho_A S_{i+}^{(\mu)} S_{j-}^{(\nu)} - 2 S_{j-}^{(\nu)} \rho_A S_{i+}^{(\mu)} \right) \quad (3.24)$$

où les quantités $\Gamma_{ij}^{\mu\nu}$ sont appelés taux d'amortissement collectif et ont pour expression :

$$\Gamma_{ij}^{\mu\nu} = \mathcal{I}m \left[\frac{3}{2} \sqrt{\gamma_i \gamma_j} e^{i\eta} \left\{ \mathbf{d}_i \cdot \mathbf{d}_j^* \left[\frac{1}{\eta} + \frac{i}{\eta^2} - \frac{1}{\eta^3} \right] - (\mathbf{d}_i \cdot \mathbf{u})(\mathbf{d}_j^* \cdot \mathbf{u}) \left[\frac{1}{\eta} + \frac{3i}{\eta^2} - \frac{3}{\eta^3} \right] \right\} \right] \quad (3.25)$$

L'équation maîtresse (3.14) a l'avantage de décrire complètement l'évolution du système constitué des N atomes ayant D transitions, que cela soit dans le cadre de faible ou

12. Un effet similaire à l'effet Purcell subit par un émetteur dans un cavité.

forte excitation. Cependant, la puissance de calcul numérique nécessaire pour résoudre ces équations différentielles croît de façon exponentielle avec les nombres d'atomes et d'état impliqués : en effet même pour des systèmes comportant seulement deux niveaux la taille de la matrice densité ρ_A évolue comme $2^N \times 2^N$.

Equations des dipôles couplés

Pour simplifier la discussion, nous allons étudier ici un ensemble de N systèmes à 2 niveaux. Ces niveaux seront notés $|g\rangle$ pour le niveau fondamental et $|e\rangle$ pour le niveau excité et les opérateurs moment dipolaire électrique associés à chaque atome se réduiront à $\hat{d}^{(\mu)} = \vec{d}\hat{S}_+^{(\mu)} + \vec{d}^*\hat{S}_-^{(\mu)}$, où \vec{d} est le vecteur¹³ moment dipolaire associé à la transition.

A *priori*, pour étudier exactement ce système il faudrait suivre son évolution dans un espace de Hilbert de dimension 2^N . En pratique, dès que N dépasse quelques dizaines les capacités numériques nécessaires pour résoudre le problème deviennent complètement rédhibitoires¹⁴.

Dans certains cas cependant, nous pouvons restreindre notre analyse au sous-espace $\mathcal{H}_{\leq 1}$ correspondant aux états ayant au plus une excitation. Cette restriction pourra donner une description exacte pour des systèmes présentant un phénomène de blocage de l'excitation [Gaëtan et al., 2009] mais, en général, elle ne constituera qu'une approximation dans le cadre de systèmes faiblement excités [Bienaimé et al., 2013]. L'avantage de cette approximation est qu'elle permet de réduire la description du système à un ensemble de seulement N équations différentielles couplées.

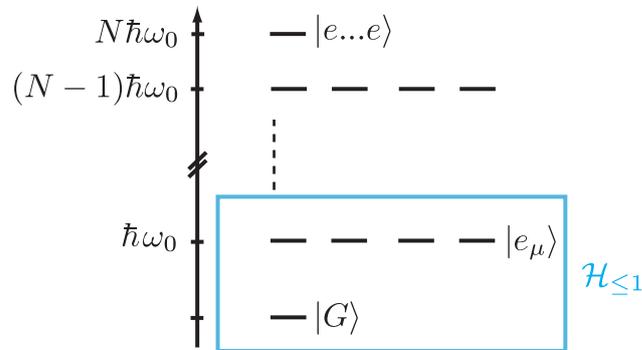


FIGURE 3.5 – *N-atom energy ladder*. In the regime of weak excitation, one can restrict the analysis of the evolution of the system of N atoms to the subspace $\mathcal{H}_{\leq 1}$ gathering states which correspond to at most one excitation.

Dans $\mathcal{H}_{\leq 1}$ nous noterons $|e_\mu\rangle = |g\dots e\dots g\rangle$ l'état à N atomes correspondant à une seule excitation localisée sur l'atome μ et $|G\rangle = |g\dots g\rangle$ l'état fondamental global. Dans la base $\{|G\rangle, |e_\mu\rangle\}$, l'état du système s'écrira :

13. Notez que $\vec{d} \in \mathbb{C}^3$ pour rendre compte de la polarisation de différents types de transition atomique possibles.

14. Par exemple pour $N = 20$, il faut traiter des matrices ayant 2^{40} entrées. En comptant 4 octets par entrée, ces matrices représentent déjà des volumes de l'ordre du téraoctet. Dans nos expériences, nous étudions des échantillons pouvant aller jusqu'à plus de 450 atomes...

$$|\Psi\rangle = \beta_0|G\rangle + \sum_{\mu=1}^N \beta_\mu|e_\mu\rangle \quad (3.26)$$

Et l'opérateur densité du système prendra le forme :

$$\begin{aligned} \rho &= |\Psi\rangle\langle\Psi| \\ &= |\beta_0|^2|G\rangle\langle G| + \sum_{\mu=1}^N \left(\beta_\mu\beta_0^*|e_\mu\rangle\langle G| + \beta_0\beta_\mu^*|G\rangle\langle e_\mu| \right) + \sum_{\mu=1}^N \sum_{\nu=1}^N \beta_\mu\beta_\nu^*|e_\mu\rangle\langle e_\nu| \end{aligned} \quad (3.27)$$

L'hypothèse de faible excitation se traduit par les conditions $\beta_0 \simeq 1$ et $\beta_\mu \ll 1$. Puisque l'on a alors $\beta_\mu\beta_\nu^* \ll \beta_0\beta_\mu^* \ll \beta_0\beta_0^* \simeq 1$, l'expression de l'opérateur densité peut être approximée "à l'ordre 1 en β_μ " par :

$$\rho \simeq |G\rangle\langle G| + \sum_{\mu=1}^N \left(\beta_\mu|e_\mu\rangle\langle G| + \beta_\mu^*|G\rangle\langle e_\mu| \right) \quad (3.28)$$

Soit sous un forme matricelle :

$$\rho_A = \begin{pmatrix} \rho_{00} & \dots & \rho_{0\nu} & \dots \\ \vdots & & \vdots & \\ \rho_{\mu 0} & \dots & \rho_{\mu\nu} & \dots \\ \vdots & & \vdots & \end{pmatrix} \simeq \begin{pmatrix} 1 & \dots & \beta_\nu^* & \dots \\ \vdots & & \mathbf{0} & \\ \beta_\mu & & & \\ \vdots & & & \end{pmatrix} \quad (3.29)$$

Ainsi, au premier ordre, les composantes non nulles de la matrice densité se réduisent à la population du fondamental ρ_{00} et aux cohérences du type $\rho_{\mu 0}$ et $\rho_{0\nu}$ qui s'identifient à β_μ et β_ν^* . Ces coefficients permettent d'obtenir l'évolution de la valeur moyenne de l'opérateur moment dipolaire électrique associé à chaque atome $\hat{d}^{(\mu)}$ grâce à la relation (3.13) qui prend ici la forme :

$$\langle \hat{d}^{(\mu)} \rangle(t) = \text{Tr}[\hat{d}^{(\mu)} \rho_A(t)] \quad (3.30)$$

$$= \text{Tr}[\vec{d} \hat{S}_+^{(\mu)} \rho_A(t)] + \text{Tr}[\vec{d}^* \hat{S}_-^{(\mu)} \rho_A(t)] \quad (3.31)$$

$$= \vec{d} \rho_{\mu 0}(t) + \vec{d}^* \rho_{0\mu}(t) \quad (3.32)$$

L'étude du comportement du système des N atomes à deux niveaux, dans le cadre de l'approximation de faible excitation, se restreint donc à la connaissance de l'évolution des quantités $\rho_{\mu 0}$ et $\rho_{0\mu}$, dont on propose une méthode d'obtention dans ce qui suit.

Dans la base $\{|G\rangle, |e_\mu\rangle\}$, on peut montrer (cf. Annexe D) que la partie "individuelle" de l'équation maîtresse (3.14) s'écrit :

$$-\frac{i}{\hbar} [H_A, \rho_A] + \mathcal{L}_\gamma \rho_A \simeq \sum_{\mu=1}^N \begin{pmatrix} 2\gamma\rho_{\mu\mu} & \dots & (-\gamma + i\omega_0)\rho_{G\mu} & \dots \\ \vdots & & \vdots & \\ (-\gamma - i\omega_0)\rho_{\mu G} & & \mathbf{0} & \\ \vdots & & & \end{pmatrix} \quad (3.33)$$

On montre également que la partie "collective" de (3.14) donne :

$$-\frac{i}{\hbar} [H_\Omega, \rho_A] + \mathcal{L}_\Gamma \rho_A \simeq \sum_{\substack{\mu, \nu \\ \mu \neq \nu}}^N |e_\mu\rangle \left(\begin{array}{ccc} 2\Gamma^{\mu\nu} \rho_{\nu\mu} & \dots & -(\Gamma^{\mu\nu} + i\Omega^{\mu\nu}) \rho_{G\mu} \dots \\ \vdots & & \mathbf{0} \\ -(\Gamma^{\mu\nu} - i\Omega^{\mu\nu}) \rho_{\nu G} & & \\ \vdots & & \end{array} \right) \quad (3.34)$$

Et que l'interaction avec le laser est régit par :

$$-\frac{i}{\hbar} [H_L, \rho_A] \simeq |e_\mu\rangle \left(\begin{array}{ccc} 0 & \dots & \frac{i}{\hbar} \vec{d}^* \cdot \vec{E}_{inc}^{(\nu)} \dots \\ \vdots & & \mathbf{0} \\ \frac{i}{\hbar} \vec{d} \cdot \vec{E}_{inc}^{(\mu)} & & \\ \vdots & & \end{array} \right) \quad (3.35)$$

On obtient ainsi l'évolution des cohérences non nulles de la matrice densité :

$$\partial_t \rho_{\nu 0} = \partial_t \beta_\nu = (-i\omega_0 - \gamma) \beta_\nu + \sum_{\mu=1}^N (-\Gamma^{\mu\nu} + i\Omega^{\mu\nu}) \beta_\mu + i \frac{d}{\hbar} E_{inc}^{(\nu)}(t) \quad (3.36)$$

Ou encore en introduisant $V_{ij}^{\mu\nu} = -\hbar(\Omega_{ij}^{\mu\nu} + i\Gamma_{ij}^{\mu\nu})$:

$$i\partial_t \beta_\nu = (\omega_0 - i\gamma) \beta_\nu + \frac{1}{\hbar} \sum_{\mu=1}^N V_{ij}^{\mu\nu} \beta_\mu - \frac{d}{\hbar} E_{inc}^{(\nu)}(t) \quad (3.37)$$

On retrouve donc le même type d'équations de dipôles couplés que celles obtenues en (3.9) dans la section 3.2.1 mais qui porte ici sur un ensemble de systèmes à 2 niveaux.

Energie d'interaction dipôle-dipôle

En se rapportant à l'équation (3.12), les termes d'oscillations collectives, paramétrées par $\Omega_{ij}^{\mu\nu}$, et d'amortissements collectifs, décrits par $\Gamma_{ij}^{\mu\nu}$, peuvent être vus comme deux conséquences des interactions dipôle-dipôle entre atomes, ce que l'on résume dans l'expression du terme d'interaction $V_{ij}^{\mu\nu} = -\hbar(\Omega_{ij}^{\mu\nu} + i\Gamma_{ij}^{\mu\nu})$, soit explicitement :

$$V_{ij}^{\mu\nu} = -\frac{3\hbar}{2} \sqrt{\gamma_i \gamma_j} e^{i\eta} \left\{ \mathbf{d}_i \cdot \mathbf{d}_j^* \left[\frac{1}{\eta} + \frac{i}{\eta^2} - \frac{1}{\eta^3} \right] - (\mathbf{d}_i \cdot \mathbf{u})(\mathbf{d}_j^* \cdot \mathbf{u}) \left[\frac{1}{\eta} + \frac{3i}{\eta^2} - \frac{3}{\eta^3} \right] \right\} \quad (3.38)$$

Cette interaction dépend du type des dipôles associés au couple de transitions (i, j) impliqué. Les vecteurs unitaires \mathbf{d}_i et \mathbf{d}_j ne peuvent correspondre qu'aux trois types de transitions dipolaires électriques que sont les transitions σ^- , π et σ^+ . En notant $\{\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z\}$, le repère orthonormé direct de l'espace tel que le vecteur \mathbf{e}_z soit dirigé selon l'axe de quantification du système, on peut associer respectivement les vecteurs unitaires $\mathbf{e}_- = (\mathbf{e}_x - i\mathbf{e}_y)/\sqrt{2}$, $\mathbf{e}_0 = \mathbf{e}_z$ et $\mathbf{e}_+ = (\mathbf{e}_x + i\mathbf{e}_y)/\sqrt{2}$ aux transitions σ^- , π et σ^+ . Ces notations sont notamment utiles dans l'analyse plus détaillée, que l'on trouvera dans l'annexe C, de l'expression de l'énergie d'interaction grâce à une classification des genres de couples de transitions qui peuvent être rencontrés.

3.3 Etude des équations des dipôles couplés

Les équations des dipôles couplés, qui découlent des deux approches évoquées plus haut, forment la base des simulations numériques qui seront comparées aux expériences que nous avons réalisées (cf. chapitre 4).

Sur le plan formel, la décomposition des solutions de ces équations en mode collectifs (section 3.3.1) permet de visualiser certaines caractéristiques de la réponse du système comme les modifications du taux d'émission spontanée et les décalages spectraux de la résonance.

Sur le plan pratique, pour prendre en compte les paramètres liés à l'expérience (angle solide de détection, polarisation, allure temporelle de l'excitation,...) il est nécessaire de résoudre numériquement les équations des dipôles couplés. La puissance de calcul exigée par ce projet nous a conduit à collaborer avec S.D. Jenkins et J. Ruostekoski, de l'Université de Southampton (Royaume-Uni), dont les principaux résultats sont analysés dans la section 3.3.2.

3.3.1 Décomposition en modes collectifs

Par souci de simplicité, nous traiterons dans cette sous-section le cas d'un système de N atomes ayant une structure admettant une seule transition (modèle dit "à 2 niveaux").

Pour étudier le comportement des différentes composantes des dipôles atomiques, les N équations linéaires couplées (3.9) ou (3.37) peuvent être mises sous la forme d'une équation matricielle. Pour cela, nous introduisons les vecteurs colonne $[D]$ et $[F]$ dont les composantes respectives sont les variables β_μ et les coefficients $dE_{inc}^{(\mu)}/\hbar$. Ces vecteurs sont ainsi considérés comme des éléments de l'espace vectoriel \mathbb{C}^N . En notant, \mathbf{V} la matrice d'interaction décrite par les coefficients $V^{\mu\nu}$, on obtient :

$$i\partial_t[D] = -(\Delta_L + i\frac{\Gamma}{2})[D] + \mathbf{V}[D] + [F] \quad (3.39)$$

On notera $[X_\alpha]$, $\alpha \in [1, N]$, les vecteurs propres¹⁵ de \mathbf{V} tels que $\mathbf{V}[X_\alpha] = -(\Delta_\alpha + i\Gamma_\alpha/2)[X_\alpha]$. Les composantes de chacun de ces vecteurs propres entretiennent des relations d'amplitude et de phase entre elles qui ne dépendent que des positions relatives des différents atomes et qui n'évoluent pas au cours du temps. Nous appellerons "modes collectifs" ces vecteurs propres.

Du point de vue du domaine des atomes en interaction, les valeurs propres de \mathbf{V} peuvent être interprétées comme les modifications des énergies des états formant le sous-espace $\mathcal{H}_{\leq 1}$ (Théorie des perturbations au premier ordre) : les parties réelles des valeurs propres correspondent aux nouvelles énergies des états propres $|\varphi_\alpha\rangle$ du système perturbé et les parties imaginaires correspondent à leur taux de relaxation (cf figure 3.6).

Dans la base des modes collectifs, les coordonnées de $[D]$ et $[F]$ seront respectivement

15. Les valeurs propres de \mathbf{V} sont *a priori* complexes puisque sa matrice n'est pas hermitienne.

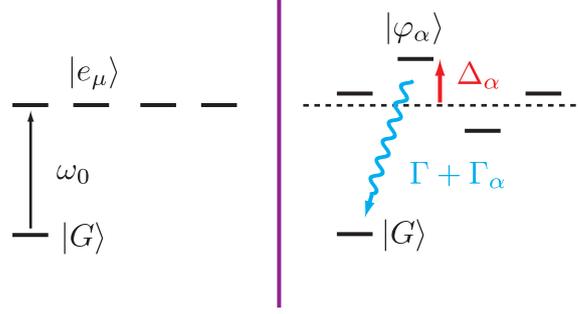


FIGURE 3.6 – **Interaction-induced modifications of the stationary states.** In the first order perturbation theory picture, the real and imaginary parts of the eigenvalues of the dipole-dipole interaction operator respectively correspond to shifts Δ_α of the stationary states $|\varphi_\alpha\rangle$ and modifications Γ_α of their damping rates.

notées $\{c_\alpha\}$ et $\{f_\alpha\}$. En projetant l'équation (3.39) sur cette même base, on obtient le système d'équations complètement découplées qui régit l'évolution de l'amplitude complexe de chaque mode collectif :

$$i\partial_t c_\alpha(t) = - \left(\Delta_L + \Delta_\alpha + i \frac{\Gamma + \Gamma_\alpha}{2} \right) c_\alpha(t) + f_\alpha \quad (3.40)$$

dont les solutions, en notant $\delta_\alpha = \Delta_L + \Delta_\alpha$ et $\kappa_\alpha = (\Gamma + \Gamma_\alpha)/2$, sont :

$$c_\alpha(t) = c_\alpha(0) e^{-\kappa_\alpha t} e^{i\delta_\alpha t} + \frac{f_\alpha}{\delta_\alpha + i\kappa_\alpha} \left(1 - e^{-\kappa_\alpha t} e^{i\delta_\alpha t} \right) \quad (3.41)$$

Finalement, en considérant le système initialement au repos (i.e. $c_\alpha(0) = 0$), les composantes des dipôles atomiques sont données par :

$$[D](t) = \sum_{\alpha=1}^N \left(\frac{f_\alpha}{\delta_\alpha + i\kappa_\alpha} \left(1 - e^{-\kappa_\alpha t} e^{i\delta_\alpha t} \right) [X_\alpha] \right) \quad (3.42)$$

Et, en régime stationnaire, la réponse du système constitué de N dipôles dépend uniquement des triplets $\{\delta_\alpha, \kappa_\alpha, f_\alpha\}$ associés à chaque mode.

$$[D]_{\text{st}} = \sum_{\alpha=1}^N \left(\frac{f_\alpha}{\delta_\alpha + i\kappa_\alpha} [X_\alpha] \right) \quad (3.43)$$

Les paramètres Δ_α et Γ_α , qui permettent de connaître les δ_α et κ_α , s'obtiennent en diagonalisant \mathbf{V} . La figure 3.7 représente un exemple de distribution des valeurs propres de \mathbf{V} pour un ensemble de 200 atomes, répartis dans un nuage gaussien, ayant une transition de type σ . La ligne pointillée sépare en deux catégories les modes collectifs : ceux dont le taux de relaxation est supérieur au taux d'émission spontanée naturelle, i.e. $\Gamma_\alpha > 0$, que l'on nomme modes "superradiants" et ceux tels que $-1 < \Gamma_\alpha/\Gamma < 0$ appelés modes "subradiants".

Quant aux paramètres f_α , ils s'obtiennent en projetant le vecteur d'excitation $[F]$ sur la base des modes collectifs. Ces coefficients décrivent "l'accord géométrique" (ou "mode

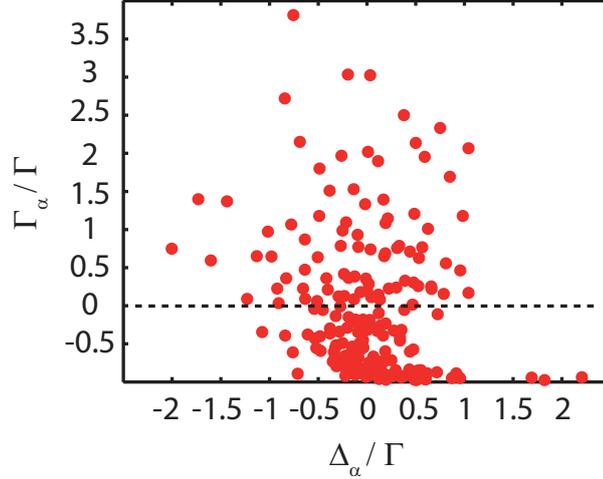


FIGURE 3.7 – *Eigenvalues of the interaction matrix*. The dashed line defines two kinds of collective modes : superradiant modes for which $\Gamma_\alpha/\Gamma > 0$ and subradiant modes with $-1 < \Gamma_\alpha/\Gamma < 0$.

matching") entre le mode considéré et l'onde excitatrice. Ainsi, le "poids" associée à chaque mode collectif, paramétré par $|f_\alpha/(\delta_\alpha + i\kappa_\alpha)|$, dépend des paramètres caractéristiques $(\Delta_\alpha, \Gamma_\alpha)$ du mode mais aussi de la géométrie, via f_α , et de la fréquence, via δ_α , d'excitation du nuage.

Analyse de quelques modes particuliers

a) les modes les plus décalés en énergie

La figure 3.8 représente les paramètres¹⁶ Δ_α et Γ_α associés à chacun des modes¹⁷ classés de façon arbitraire. Deux modes se démarquent des autres par l'amplitude de leur paramètre Δ_α : celui qui présente le plus grand décalage positif, noté $[X_+]$, et celui qui présente le plus grand décalage négatif, noté $[X_-]$. Parmi les 200 composantes¹⁸ β_k de ces modes, seules deux ne sont pas quasiment nulles et sont celles qui correspondent aux deux atomes, que l'on désignera par les indices μ et ν , les plus proches l'un de l'autre dans le nuage.

Pour $[X_+]$, ces deux composantes ont le même module et le même argument, i.e. $\beta_\mu = \beta_\nu$, ce qui correspond à l'oscillation en phase des dipôles associés aux deux atomes, alors que pour $[X_-]$, ils oscillent en opposition de phase, $\beta_\mu = -\beta_\nu$. Comme on peut s'y attendre, puisque deux dipôles qui oscillent en phase rayonnent très efficacement, le mode $[X_+]$ est un mode superradiant, et par opposition $[X_-]$ est un mode subradiant, ce qui se vérifie avec la valeur de leurs paramètres d'amortissement valant respectivement $\Gamma_{\alpha \rightarrow [X_+]} \simeq \Gamma$ et $\Gamma_{\alpha \rightarrow [X_-]} \simeq -\Gamma$.

b) les modes dominants

16. Rappelons que ces paramètres ne dépendent que de la position relative des différents atomes les uns par rapport aux autres.

17. Obtenus pour une autre configuration du nuage de 200 atomes que celle de la figure 3.7.

18. Qui correspondent aux amplitudes complexes des dipôles associés à chacun de 200 atomes.

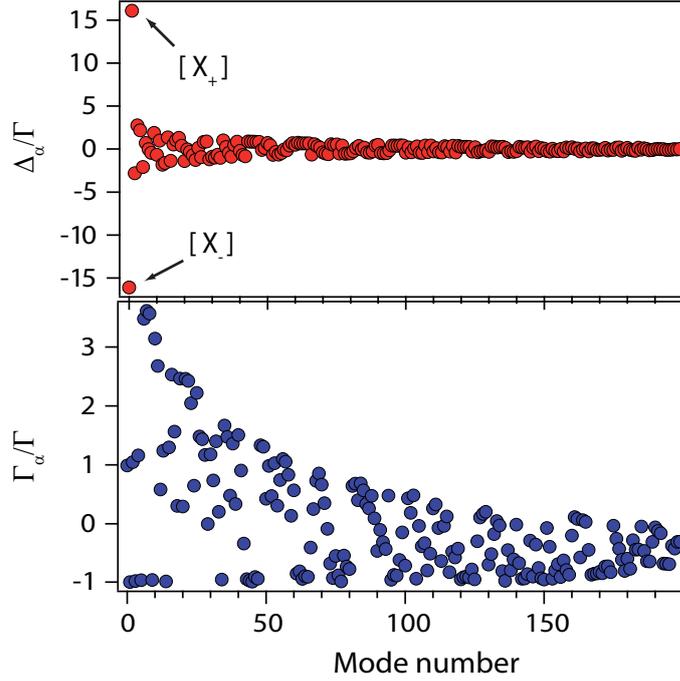


FIGURE 3.8 – *Collective mode parameters*. Parameters Δ_α (top) and Γ_α (bottom) for each of the 200 collective modes. The mode for $[X_+]$ which $\Delta_\alpha \simeq -15\Gamma$ corresponds to the couple of dipoles with minimal interatomic distance oscillating in phase (superradiant mode), whereas the mode $[X_-]$ for which $\Delta_\alpha \simeq +15\Gamma$ correspond to the same couple of dipoles but oscillating with opposite phases (subradiant mode).

La figure 3.9 représente les paramètres $|f_\alpha|$ (en haut) ainsi que les "poids" $|f_\alpha/(\delta_\alpha + i\kappa_\alpha)|$ (en bas) associés aux différents modes pour une excitation orthogonale à l'axe long du nuage et à désaccord nul ($\Delta_L = 0$). Le graphe des "poids" montre que certains modes ont un impact prédominant dans la réponse du système : on pourrait donc ne considérer que ce sous-ensemble, noté \mathcal{S} , de modes pour modéliser la diffusion.

Statistiquement, pour cette géométrie d'excitation, ces modes prédominants ont un caractère plutôt superradiant. En effet la figure 3.10 montre les valeurs des paramètres Δ_κ et Γ_κ du mode de plus grand poids pour une centaine de configurations différentes du nuage d'atomes. On y observe qu'en moyenne le paramètre d'amortissement vaut $\langle \Gamma_{\kappa \in \mathcal{S}} \rangle \sim \Gamma$, ce qui laisse penser que l'essentiel du phénomène de diffusion de la lumière par le nuage aura un caractère superradiant.

3.3.2 Effets collectifs

Les fortes interactions dipôle-dipôle entre atomes dans un nuage dense induisent donc des modifications des propriétés de diffusion de la lumière par ce nuage. Par exemple, la quantité de lumière diffusée en fonction de la fréquence d'excitation, dit "spectre d'excitation" est différent du cas où les émetteurs seraient indépendants les uns des autres. Ces

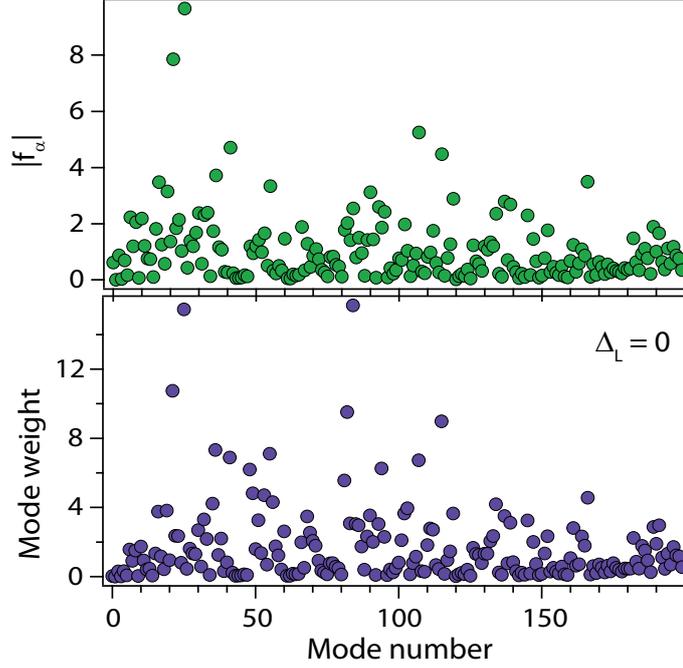


FIGURE 3.9 – *Coupling parameters and "strength" of the collective modes.* Parameters f_α describing the mode-excitation field coupling, top, and "weight" of each mode at resonance ($\Delta_L = 0$), bottom, for an incident wave orthogonal to the long axis of the cloud. The subset of modes of maximal strength driving the dipoles can be shown to be mainly superradiant in average.

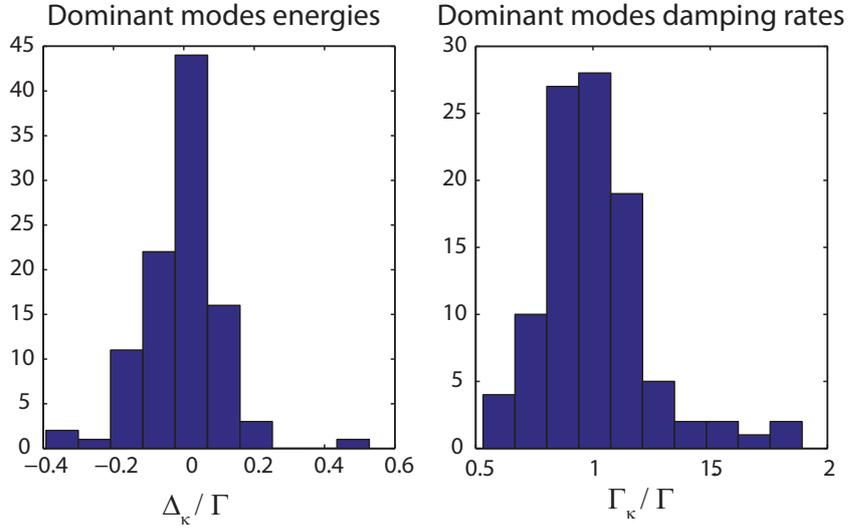


FIGURE 3.10 – *Statistics of the heighest weight mode features.* Histogram of the Δ_κ (left) and Γ_κ (right) values of the mode of heighest weight for 100 configurations of a cloud of 200 atoms, for an excitation on resonance ($\Delta_L = 0$) at 90° of the long axis.

modifications sont regroupées sous le terme d' "effets collectifs".

Spectre d'excitation à 90°

Afin de résoudre les équations des dipôles couplés pour des nuages contenant jusqu'à

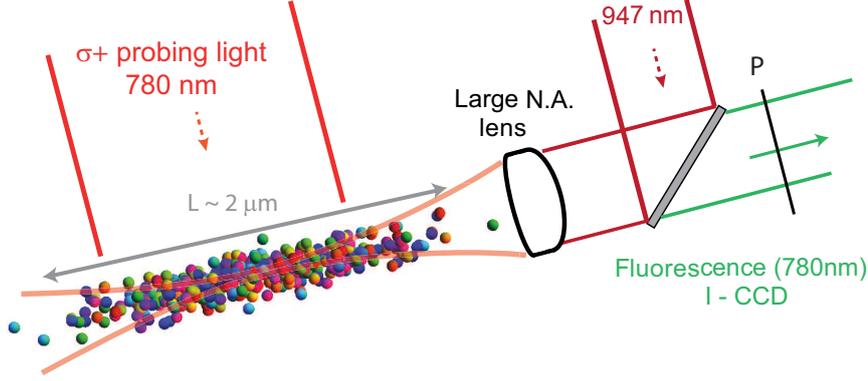


FIGURE 3.11 – *Schematic of the geometry used for numerical simulations.* Atom positions are drawn from a 3D gaussian random distribution whose sizes correspond to the expected thermal sizes of the atomic cloud trapped in the micro-trap (947 nm). The excitation beam (780 nm) is σ^+ polarized and is orthogonal to the long axis of the cloud. The numerical simulations aim at computing the intensity of the radiation scattered by the cloud integrated over the collection angle and averaged over random realizations, taking into account polarizing optical elements (P).

450 atomes¹⁹, nous avons collaboré avec messieurs S.D. Jenkins et J. Ruostekoski (Université de Southampton) dont le domaine de recherche théorique coïncide avec notre domaine de recherche expérimentale. L'objectif de cette collaboration a consisté en l'évaluation du spectre d'excitation de nuages de N atomes avec un modèle correspondant au mieux aux conditions pratiques dans lesquelles nous avons réalisé nos expériences (cf. chapitre 4). Il s'agit de calculer l'intensité lumineuse moyenne diffusée par un ensemble d'atomes répartis dans un nuage de forme gaussienne d'extensions radiale $\sigma_{\perp} \simeq 200$ nm et longitudinale $\sigma_{\parallel} \simeq 2$ μ m, ce qui correspond à des atomes piégés dans une pince optique de ~ 1 mK de profondeur et ayant un waist de 1.6 μ m (cf. figure 3.11).

L'élément principal de ces simulations est la prise en compte de la structure Zeeman de la transition étudiée, ($5S_{1/2}, F = 2$) vers ($5P_{3/2}, F' = 3$) du Rubidium 87, comportant 5 niveaux fondamentaux et 7 niveaux excités, notés $\{|g, m\rangle\}$ et $\{|e, m'\rangle\}$ où $m = -2, \dots, 2$. Le niveau de complexité introduit via la sous-structure de la transition permet de décrire les effets dus à un champ magnétique extérieur. Lors des simulations numériques, le nombre magnétique quantique de chaque atome m_j est attribué de façon aléatoire suivant la distribution des populations p_m des niveaux fondamentaux.

Les règles de sélection pour les transitions optiques imposent que ces transitions soient du type $|g, m_j\rangle \rightarrow |e, m_j + \sigma\rangle$, où $\sigma = 0, \pm 1$. Aussi, le modèle utilisé pour décrire le dipôle d'un atome placé en \vec{r}_j prend la forme :

$$\vec{d}_j = \mathcal{D} \sum_{\sigma} \mathbf{e}_{\sigma} C_{m_j}^{(\sigma)} \beta_{j\sigma} \quad (3.44)$$

On a noté ici, \mathbf{e}_{σ} les vecteurs unitaires associés aux transitions de type $\sigma = 0, \pm 1$, \mathcal{D} l'élément de matrice du dipôle réduit, $\beta_{j\sigma}$ la cohérence atomique associée à la transition

19. Des simulations numériques basées sur les équations des dipôles couplés ont été réalisées au sein de notre équipe (cf. [Bourgain, 2014]), mais les temps de calculs, limités par nos moyens numériques, associés aux nombres d'atomes les plus élevés empêchèrent des analyses poussées.

$|g, m_j\rangle \rightarrow |e, m_j + \sigma\rangle$ et $C_{m_j}^{(\sigma)}$ les coefficients de Clebsch-Gordan correspondants.

L'évolution temporelle des cohérences atomiques est donnée par l'ensemble des équations couplées suivantes :

$$\partial_t \beta_{j\sigma} = i(\Delta_{j\sigma} + i\Gamma/2)\beta_{j\sigma} - i\Omega_{j\sigma}^{\text{inc}}(t) - i \sum_{l \neq j} \sum_{\zeta} C_{m_l}^{(\zeta)} C_{m_j}^{(\sigma)} V_{j\sigma}^{l\zeta} \beta_{l\zeta} \quad (3.45)$$

où $\Omega_{j\sigma}^{\text{inc}}(t)$ et $\Delta_{j\sigma} = \omega_L - \omega_{j\sigma}$ sont respectivement la pulsation de Rabi et le désaccord du laser d'excitation par rapport à la transition de la composante σ du dipôle de l'atome j (possiblement décalée par rapport à la fréquence naturelle ω_0 par effet Zeeman).

On retrouve donc encore un système d'équations du type "dipôles couplés", comme les équations (3.9) et (3.37), mais qui fait intervenir ici des coefficients de Clebsch-Gordan rendant compte de la force des transitions entre sous-niveaux Zeeman. Nous soulignons ici que ces équations ne prennent cependant pas en compte le phénomène de pompage optique²⁰.

Une fois l'évolution des cohérences atomiques déterminée, le champ rayonné en champ lointain ayant pour vecteur d'onde \vec{k} s'obtient via :

$$\vec{E}_{\text{sc}}(\vec{k}) \propto \sum_{j=1}^N \vec{d}_{j,\perp} e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r}_j} \quad (3.46)$$

Finalement, l'intensité attendue au niveau du détecteur résulte d'une intégrale sur le cône de collection du module carré du champ électrique, en prenant en compte la présence d'éléments polarisants après la lentille sphérique.

Ce que l'on appellera ici **spectre d'excitation** correspond à l'évolution de l'intensité lumineuse détectée en fonction de la fréquence de l'excitation. Par exemple, la figure 3.12 représente le résultat des simulations du spectre d'excitation d'un nuage contenant 450 atomes, excité à 90° de la direction d'observation notée z . On y a reporté en fonction du désaccord Δ , la quantité de lumière attendue pour $N = 450$ atomes, notée $n_z(N, \Delta)$, divisée par la quantité de lumière attendue pour un seul atome à résonance, notée $n_z(N = 1, \Delta = 0)$.

Effets collectifs

La première caractéristique remarquable est l'**élargissement du spectre d'excitation** par rapport au cas où les interactions sont négligeables. En effet pour un gaz dilué, on attend un spectre d'excitation de forme lorentzienne et de largeur totale à mi-hauteur Γ . Ici, cette largeur totale à mi-hauteur est de l'ordre de $\sim 5\Gamma$.

La seconde caractéristique concerne l'amplitude de la réponse du nuage de 450 atomes. Si ces atomes avaient été indépendants les uns des autres, on aurait attendu une quantité de lumière diffusée égale à 450 fois celle émise par un atome seul. Or ici la quantité de

20. c'est-à-dire la redistribution, durant la diffusion, des populations entre les différents sous-niveaux Zeeman de l'état fondamental.

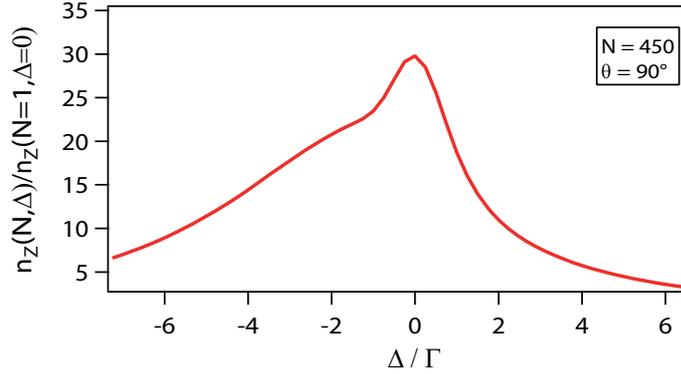


FIGURE 3.12 – *Computed excitation spectrum*. Quantity of detected light expected for $N = 450$ atoms, excited at 90° of the collection direction, divided by the quantity of light expected for 1 atom at resonance, $\Delta = 0$. Result obtained by averaging over ~ 17000 cloud configurations. Simulations performed by S.D. Jenkins and J.Ruostekoski (Southampton University).

lumière émise vaut seulement ~ 30 fois cette valeur. C'est cette caractéristique que nous appellerons *suppression de l'excitation* au sens où le nombre d'excitations transférées au nuage semble ne pas être proportionnel au nombre d'atomes qui le constituent.

La troisième caractéristique correspond à l'*allure asymétrique* du spectre d'excitation. Par rapport au cas d'atomes indépendants, le nuage d'atome ne répond plus de façon équivalente lorsque le signe du désaccord est positif ou négatif.

Ce sont donc à ces différentes caractéristiques que nous nous intéresserons lors de l'analyse des résultats expérimentaux puisqu'elles révèlent l'impact des interactions sur les propriétés de diffusion de la lumière des nuages d'atomes.

3.4 Notions de coopérativité

Dans la littérature concernant les phénomènes de diffusion de la lumière par des ensembles de particules, il apparaît une notion de "coopérativité" basée sur des principes de symétrie du système de diffuseurs dans son interaction avec le champ électromagnétique [Dicke, 1954]. Beaucoup d'auteurs se réfèrent indifféremment à cette notion via les vocables "collectif" et "coopératif". Cependant, pour certains auteurs (cf. [Javanainen et al., 2014]), la notion de "coopérativité" se rapporte aux phénomènes de diffusions dites "récurrentes" qui ne sont pas prises en compte dans les approches de type "champ moyen" (voir section 3.4.2). Ainsi cette autre notion de "coopérativité" semble s'écarter de la première et induire une hiérarchisation de la notion d'effets collectifs. Il ne semble pas exister, encore aujourd'hui, de consensus sur la définition claire des effets collectifs ou coopératifs.

3.4.1 Echelle de Dicke

Dans l'article [Dicke, 1954], l'auteur montre que si l'on place des "molécules" excitées, capables de rayonner via leur dipôle, dans un volume petit devant la longueur d'onde λ_0

du rayonnement avec lequel ces molécules sont à résonance, alors le taux de désexcitation de cet ensemble est modifié.

Pour mener cette démonstration, Dicke s'appuie sur un argument de symétrie du système de N molécules : il suppose que, puisqu'elles occupent un volume petit devant λ_0 , ces molécules "voient" toutes le même champ électrique et qu'elles n'interagissent pas entre elles. En notant alors l'analogie entre l'opérateur associé au dipôle global de l'ensemble et les opérateurs de moments cinétiques associés aux systèmes de spin $1/2$, il construit les états propres de l'hamiltonien du système en les paramétrant par deux valeurs (cf figure 3.13) :

- un paramètre m correspondant au nombre d'excitations stockées dans le système. Pour N molécules ce paramètre varie entre $-N/2$ et $N/2$ de telle sorte que le nombre de quanta stockés correspond à $E = m + N/2$. Ce paramètre est l'analogie du moment de spin total d'un ensemble de spins.

- un paramètre r , appelé **cooperation number**, tel que $|m| \leq r \leq N/2$. Ce paramètre décrit le degré de "symétrie" de l'état par rapport à son interaction avec le champ électromagnétique.

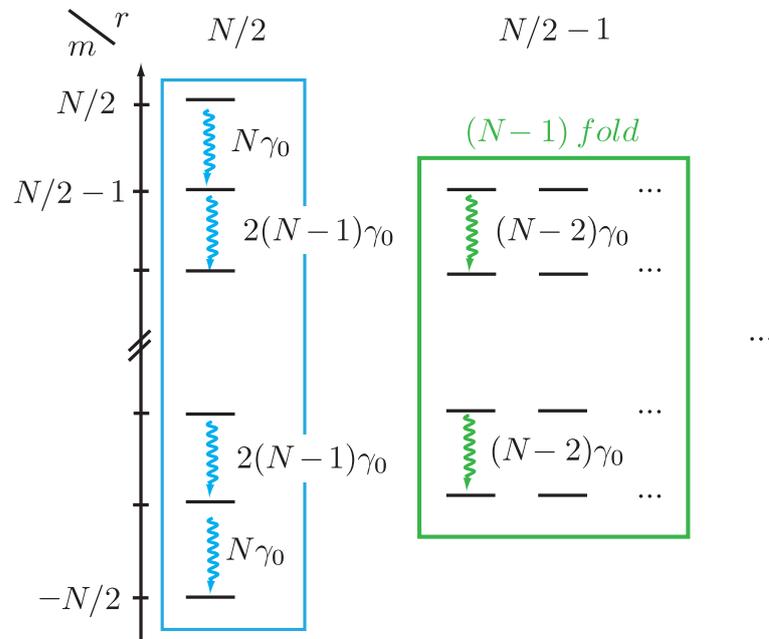


FIGURE 3.13 – **Dicke ladder**. Eigenstates of the hamiltonian of a system containing N non-interacting molecules within a volume small compared to λ_0 . Spontaneous emission takes place only in subsets of states having the same cooperation number r with rates indicated (cf. [Dicke, 1954]).

Les règles de transitions dipolaires imposent que les processus d'émission spontanée ne puissent avoir lieu qu'entre deux états ayant la même symétrie vis-à-vis du champ, c'est-à-dire partageant le même paramètre r , et tels que leurs paramètres m ne diffèrent que d'une unité. Le taux d'émission spontanée est dans ces conditions donné par $\gamma_{rm} = \gamma_0(r+m)(r-m+1)$ où γ_0 est le taux d'émission spontanée naturelle lié à chaque molécule. Ainsi dans le sous-espace des états correspondants au r maximum, les taux d'émission sont tous plus grands que γ_0 et correspondent donc à des émissions superradiantes. D'autre part,

pour les cas où $r + m = 0$, le modèle de Dicke prédit l'existence d'états excités qui ne rayonnent pas : ces états sont alors appelés subradiants.

Ainsi Dicke établit l'idée d'une modification de l'émission spontanée d'un ensemble d'émetteurs indépendants lorsqu'ils sont confinés dans un volume très restreint. Aujourd'hui encore, l'adjectif *coopératif* se réfère souvent à cette notion liée aux symétries des états vis-à-vis du champ.

On remarquera cependant que les hypothèses de proximité (distance inter-molécules $\leq \lambda_0$) et d'indépendance (absence d'interaction entre molécules) ne peuvent être valides simultanément pour des dipôles car l'énergie potentielle d'interaction dipôle-dipôle croît avec l'inverse de la distance entre les particules (cf équations 3.12 et 3.38). Il est donc nécessaire, en général, de construire la base des états propres de l'hamiltonien du système en prenant en compte les termes d'interactions entre dipôles, comme nous l'avons fait dans nos analyses.

3.4.2 Approximations de champ moyen et au-delà

Lorentz-Lorenz shift

En électrodynamique classique [Jackson, 1999], on peut étudier la réponse d'un ensemble macroscopique de diffuseurs, comme les milieux diélectriques par exemple, en établissant une relation entre la polarisabilité, notée α , de ses constituants et la susceptibilité globale, χ , du système.

La polarisation macroscopique est liée au champ électrique extérieur par la relation $\vec{P} = \varepsilon_0 \chi \vec{E}$. On peut montrer que le champ local à l'intérieur du système peut s'écrire $\vec{E}_{\text{loc}} = \vec{E} + \vec{P}/(3\varepsilon_0)$. Chacun des N constituants du système développe un dipôle \vec{p} tel qu'en moyenne $\langle \vec{p} \rangle = \alpha \vec{E}_{\text{loc}}$. Ainsi, si l'on suppose que la polarisation macroscopique est liée au dipôle moyen via $\vec{P} = N \langle \vec{p} \rangle$ alors on a la relation $\vec{P} = N\alpha(\vec{E} + \vec{P}/(3\varepsilon_0))$. La susceptibilité prend donc la forme :

$$\varepsilon_0 \chi = \frac{N\alpha}{1 - N\alpha/(3\varepsilon_0)} \quad (3.47)$$

Avec la polarisabilité atomique donnée par l'équation (2.4), on obtient :

$$\varepsilon_0 \chi = \frac{Nd^2/\hbar}{\omega - \omega_0 + i\Gamma/2 - Nd^2/(3\varepsilon_0\hbar)} \quad (3.48)$$

Ainsi le maximum de la réponse macroscopique du système est décalée par rapport aux réponses individuelles de la quantité $Nd^2/(3\varepsilon_0\hbar)$, appelée *Lorentz-Lorenz shift* dans la littérature. On remarquera qu'ici aucun élargissement ou asymétrie de la réponse ne sont prédits.

Ce résultat diffère de celui obtenu par les simulations que nous avons présentées plus haut en particulier parce qu'il s'appuie sur l'hypothèse que tous les constituants développent un dipôle équivalent au dipôle moyen. C'est une approximation dite de "champ

moyen" développée dans grand nombre d'études théoriques comme [Friedberg et al., 1973], [Sokolov et al., 2009] ou [Fleischhauer and Yelin, 1999]).

Dipôle moyen stationnaire

On retrouve un résultat similaire en partant des équations des dipôles couplés (les équations (3.9) par exemple) en régime stationnaire :

$$0 = -(\Delta_L + i\Gamma/2)\vec{\beta}_\nu + \frac{d}{\hbar}\vec{E}_{inc}^{(\nu)} + \sum_{\mu=1}^N V^{\nu\mu}\vec{\beta}_\mu \quad (3.49)$$

Soit en réarrangeant les termes et en notant $\vec{\Omega}^{(\nu)} = d\vec{E}_{inc}^{(\nu)}/\hbar$:

$$\vec{\beta}_\nu = \frac{\vec{\Omega}^{(\nu)}}{\Delta_L + i\Gamma/2} + \frac{\sum_{\mu=1}^N V^{\nu\mu}\vec{\beta}_\mu}{\Delta_L + i\Gamma/2} \quad (3.50)$$

On peut alors donner une équation portant sur la valeur moyenne $\langle\vec{\beta}\rangle = \sum_{\nu=1}^N \vec{\beta}_\nu/N$:

$$\langle\vec{\beta}\rangle = \frac{\langle\vec{\Omega}\rangle}{\Delta_L + i\Gamma/2} + \frac{\sum_{\mu=1}^N \tilde{V}_\mu\vec{\beta}_\mu/N}{\Delta_L + i\Gamma/2} \quad (3.51)$$

où l'on a permuté les sommations pour introduire les coefficients $\tilde{V}_\mu = \sum_{\nu=1}^N V^{\nu\mu}$, indépendants de l'indice ν , qui correspondent à l'énergie d'interaction de chacun des dipôles avec l'ensemble des autres dipôles. Ainsi, si l'on suppose que ces coefficients sont les mêmes pour chaque dipôle²¹, i.e. $\tilde{V}_\mu = V_c$ quelque soit μ , alors on obtient :

$$\langle\vec{\beta}\rangle = \frac{\langle\vec{\Omega}\rangle}{\Delta_L + i\Gamma/2} + \frac{V_c}{\Delta_L + i\Gamma/2}\langle\vec{\beta}\rangle \quad (3.52)$$

Soit :

$$\langle\vec{\beta}\rangle = \frac{\langle\vec{\Omega}\rangle}{\Delta_L + i\Gamma/2 - V_c} \quad (3.53)$$

Comme *a priori* V_c est une valeur complexe, cela implique une réponse moyenne des dipôles à la fois décalée, via le terme $\mathcal{Re}[V_c]$ et élargie, via $\mathcal{Im}[V_c]$, par rapport à la réponse attendue pour un dipôle seul. Mais encore une fois ici, le comportement en fonction du désaccord ne présente pas l'asymétrie prédite par les simulations.

Ce décalage et cet élargissement sont bien des effets collectifs car ils disparaissent s'il n'y pas d'interactions ($V_c = 0$), mais ils ne peuvent pas résumer l'ensembles des effets qui pourraient se manifester dans les régimes où l'approximation de champ moyen n'est plus

21. Cette hypothèse pourrait être bien vérifiée dans un cristal par exemple.

valide. Ainsi, on appellera *coopératifs* les effets générés dans un régime allant au-delà du champ moyen.

Termes de diffusion récurrente

Certains processus de diffusion peuvent invalider les approximations de "champ moyen". Ces processus sont par exemple l'échange répété d'excitation entre deux diffuseurs, ou les "boucles" dans les diagrammes de trajectoires de diffusion multiples (cf. figure 3.1), qui sont aussi appelés termes de diffusion récurrente (voir [van Tiggelen and Lagendijk, 1994] et [Wiersma et al., 1995]). Certains auteurs, notamment [Javanainen et al., 2014], avancent que la contribution au champ total diffusé de ces termes récurrents est sensible à la présence d'élargissement inhomogène, en s'appuyant sur un raisonnement basé sur un système de deux diffuseurs.

Prenons le cas de deux atomes placés en \vec{r}_1 et \vec{r}_2 dont on notera les polarisabilités respectives α_1 et α_2 . En notant $\vec{E}_0(\vec{r})$ le champ électrique excitateur incident au point \vec{r} , et $G = G(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) = G(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$ le propagateur de champ dipolaire entre les deux atomes, le champ électrique total "vu" par l'atome placé en \vec{r}_2 est donné par :

$$\vec{E}(\vec{r}_2) = \vec{E}_0(\vec{r}_2) + \alpha_1 G \vec{E}_0(\vec{r}_1) + \alpha_1 \alpha_2 G G \vec{E}_0(\vec{r}_2) + \dots \quad (3.54)$$

Le troisième terme du développement (3.54) correspond à la séquence de diffusion où le champ est diffusé par l'atome 2 puis par l'atome 1 avant d'être encore diffusé par l'atome 2, ce qui en fait un terme de diffusion récurrente. Les auteurs de [Javanainen et al., 2014] introduisent l'effet d'un élargissement inhomogène dans le système en supposant que les fréquences de résonance des diffuseurs sont réparties aléatoirement dans une distribution de largeur typique ω_D . Ainsi en moyennant l'équation (3.54) sur ces fréquences de résonance, les polarisabilités atomiques se trouvent amoindries d'un facteur Γ/ω_D ; donc plus les processus impliquent de diffusions et plus ils correspondent à des ordres élevés du petit coefficient Γ/ω_D . L'élargissement inhomogène "tue" en quelque sorte les termes de diffusion récurrente.

3.5 Conclusion

Au cours de ce chapitre, nous avons montré comment, et sous quelles hypothèses, les approches issues du domaine de la diffusion de la lumière par des milieux aléatoires et de celui de la physique des atomes froids en interaction permettent d'obtenir le même type d'ensemble d'équations appelées "équations des dipôles couplés" (section 3.2). Pour la situation qui nous intéresse, ces équations nous permettent de décrire l'évolution temporelle de l'amplitude des dipôles associés à chacun des atomes contenus dans des nuages denses.

Nous avons analysé formellement ces équations en les découplant grâce à leur décomposition sur une base de modes collectifs (section 3.3). A chacun de ces modes correspondent d'une part une énergie et un taux d'ammortissement, déterminés par les valeurs propres de l'opérateur d'interaction dipôle-dipôle qui leurs sont associées, et d'autre part des coefficients de couplage avec l'onde excitatrice, qui dépendent de la fréquence et de la géométrie d'excitation. Dans le cas d'un nuage d'atomes distribués dans un volume correspondant à

un ellipsoïde allongé et où l'excitation est orthogonale à cette axe long²², quelques modes collectifs, plutôt superradiants, contribuent de façon majoritaire à la réponse du système. Cependant, pour prendre en compte au mieux les conditions de nos expériences, nous avons résolu numériquement des équations de type "dipôles couplés" plus réalistes avec la collaboration d'une équipe de recherche théorique de l'Université de Southampton.

Les effets prédits pour les densités atomiques étudiées par ces simulations numériques ne peuvent pas être bien décrits par des modèles de champ moyen (section 3.4). Nous désignerons dès lors comme coopératifs tous les phénomènes qui ne se révèlent qu'au-delà des régimes validant les approximations de champ moyen.

22. Reflétant ainsi nos conditions expérimentales.

Chapitre 4

Observations expérimentales

Sommaire

4.1	Introduction	91
4.2	"Etat de l'art"	91
4.2.1	Vapeurs atomiques	92
4.2.2	Nuages d'atomes froids.	94
4.3	Observation de la suppression de l'excitation	97
4.3.1	Procédure expérimentale	97
4.3.2	Analyse des spectres d'excitation	99
4.3.3	Discussion de l'adéquation au modèle	102
4.4	Suivi temporel de la diffusion	105
4.4.1	Brève introduction aux concepts	106
4.4.2	Procédure expérimentale	108
4.4.3	Résultats préliminaires	111
4.5	Conclusion	113

4.1 Introduction

Les expériences liées à l'étude de la diffusion collective de la lumière résonante par des ensembles atomiques se sont longtemps concentrées sur les phénomènes de superradiance dont on trouvera une revue dans [Andreev et al., 1980]. Suivant les idées développées par Dicke, ces expériences consistent à suivre temporellement la désexcitation en cascade d'un ensemble d'atomes initialement inversé conduisant à l'émission d'une impulsion dite super-radiante. Les propriétés macroscopiques de ces impulsions (durée, polarisation, présence de battements quantiques,...) ont alors été systématiquement analysées et comparées à la théorie [Gross and Haroche, 1982] pour mieux comprendre l'établissement des corrélations entre dipôles qui conduisent à leur synchronisation et à l'émission collective.

Aujourd'hui, grâce à l'amélioration des techniques de production de systèmes bien contrôlés, des expériences sont réalisées sur des paires de diffuseurs (molécules pour [Hettich et al., 2002] et [Takasu et al., 2012], ou ions pour [DeVoe and Brewer, 1996]) en étudiant leur comportement lorsqu'ils sont préparés dans divers états superradiant ou sub-radiant. Ces petits systèmes "modèles" sont à présent bien décrit sur le plan théorique et peuvent servir de base à l'analyse de systèmes plus complexes, comme ceux présentés dans la section 4.2.

Dans le cadre des expériences impliquant une grande densité de diffuseurs, la section 4.3 reporte notre observation du phénomène de suppression de l'excitation [Pellegrino et al., 2014]. Cette expérience a pu être réalisée en partie grâce à la capacité de notre dispositif expérimental à pouvoir varier le nombre d'atomes entre exactement 1 et plus de 450.

D'autres observations, cette fois basées sur l'étude de la dynamique de désexcitation des nano-nuages denses, sont en cours de réalisation et dont certains résultats préliminaires sont reportés dans la section 4.4.

4.2 "Etat de l'art"

Il existe plusieurs types d'expériences qui se focalisent sur l'étude des comportements de diffusion collective par des ensembles d'atomes neutres et dont j'ai choisi de présenter ici quelques exemples représentatifs classés en deux catégories. La première catégorie (section 4.2.1) regroupe des expériences réalisées avec des vapeurs atomiques chaudes, c'est-à-dire qui présentent un élargissement inhomogène largement supérieur aux largeurs naturelles des transitions étudiées. Ce sont notamment dans ces conditions qu'ont été observés des phénomènes de décalage de la résonance et de subradiance. La seconde catégorie (section 4.2.2) regroupe quant à elle des expériences réalisées avec des nuages d'atomes froids qui pourraient potentiellement révéler des phénomènes de diffusion nécessitant une approche allant au-delà de l'approximation de champ moyen¹. Cette catégorie compte entre autres l'observation de l'absorption à deux photons collective.

1. Voir la section 3.4.2.

4.2.1 Vapeurs atomiques

Décalage de la résonance

Les vapeurs permettent d'étudier des systèmes dont les densités peuvent aisément dépasser $1 \text{ atome}/\lambda^3$ et dont les élargissements inhomogènes sont largement supérieurs aux largeurs naturelles des transitions atomiques. Dans les expériences reportées par [Garrett et al., 1990] et [Keaveney et al., 2012] par exemple, ces vapeurs ont permis de mettre en évidence des décalages de la résonance dus aux interactions entre atomes.

La première de ces deux expériences, [Garrett et al., 1990], est basée sur l'excitation d'un gaz de Xenon selon la transition $(5p^6[0], J = 0) \rightarrow (5d[3/2], J = 1)$, de fréquence notée ν_0 , grâce à un processus à trois photons issus de deux faisceaux lasers de fréquences ν_1 et ν_2 (cf figure 4.1). L'emploi de ce schéma d'excitation multiphotonique a pour but de contrer la forte épaisseur optique que présente l'échantillon pour le rayonnement de fréquence ν_m . En outre, la fraction d'atomes excités est mesurée via leur ionisation induite par les mêmes faisceaux laser que ceux utilisés pour l'excitation.

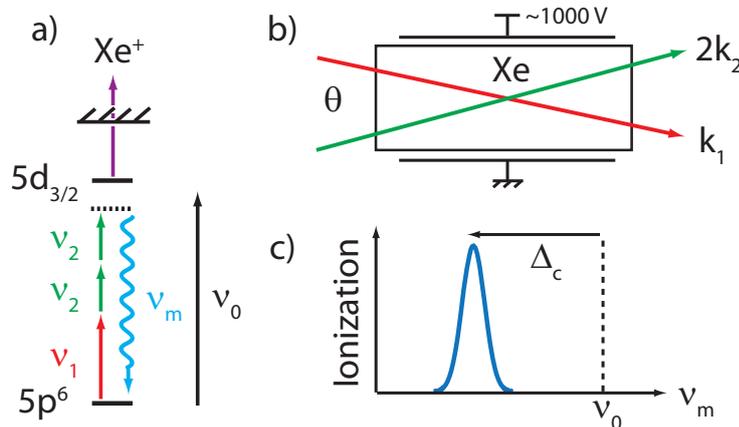


FIGURE 4.1 – *Garret et al. experiment.* a) Level scheme showing four wave mixing and ionization for Xenon. b) Configuration of the crossing beams travelling through a Xenon vapor cell. c) Scheme of the ionization signal obtained by the experimentalists showing the shift of the resonance due to collective effects. For further details see text.

En faisant varier la pression dans la cellule de Xenon, et donc la densité atomique, les auteurs ont mesuré un décalage de la raie d'excitation, noté Δ_c , évoluant linéairement avec la pression et allant jusqu'à 20 nm pour un angle entre les faisceaux d'excitation valant $\theta = 10.1^\circ$. Selon les auteurs, ces décalages de la résonance seraient en partie la conséquence de l'échange en champ proche² entre atomes de photons de fréquence $\nu_m = \nu_1 + 2\nu_2 \simeq \nu_0$ générés par le mélange à quatre ondes. Les auteurs montrent également que ces résultats peuvent être prédit avec une approche de type "champ moyen" confirmée par [Friedberg et al., 1989] donnant l'expression du décalage collectif :

$$\Delta_c = \frac{\pi N d^2}{\hbar} \frac{\lambda_1 + 2\lambda_2}{[1 - \cos(\theta)]\lambda_{\text{mix}}} \quad (4.1)$$

2. C'est-à-dire sur des distances inférieures à la longueur d'onde du rayonnement

où $\lambda_1 = c/\nu_1$, $\lambda_2 = c/\nu_2$ et $\lambda_{\text{mix}} = c/(\nu_1 + 2\nu_2)$.

L'expérience récente présentée dans [Keaveney et al., 2012] est quant à elle basée sur les modifications de la transmission d'un faisceau excitateur au travers d'une mince cellule prismatique de Rubidium, schématisée sur la figure 4.2a), en fonction de la densité atomique N et de la distance l de propagation au sein de la cellule. A partir des spectres de transmission obtenus en balayant la fréquence du faisceau d'excitation autour de la fréquence de la transition D2 du Rubidium, les auteurs observent des décalages de la résonance qui évoluent de façon proportionnelle à la densité N mais avec une pente dépendante de la valeur de l , ce qui est schématisé dans la figure 4.2b).

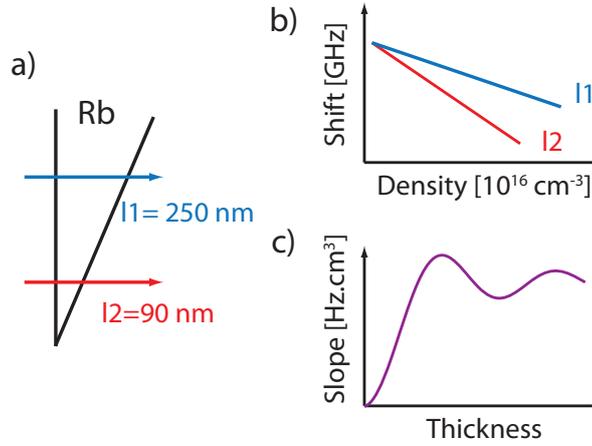


FIGURE 4.2 – *Keaveney et al. experiment.* a) Scheme of the prismatic Rubidium vapor cell used. b) Scheme of the linear evolution of the shift of the D2 line versus the vapor density for two cell thicknesses l_1 and l_2 . c) Evolution of the *cooperative Lamb shift* versus the probed thickness of the cell.

En effet, pour le cas d'un ensemble de diffuseurs, de dipôle noté d , confinés dans une tranche plane d'épaisseur l , une approche de champ moyen développée dans [Friedberg et al., 1973] prédit un décalage de la résonance dû aux interactions dipôle-dipôles, appelé *cooperative Lamb shift*³, donné par :

$$\Delta_{dd} = -|\Delta_{LL}| + \frac{3}{4}|\Delta_{LL}| \left(1 - \frac{\sin(2kl)}{2kl} \right) \quad (4.2)$$

où $\Delta_{LL} = -Nd^2/(3\epsilon_0\hbar)$ est le *Lorentz-Lorenz shift* (cf. section 3.4.2) et k est la norme du vecteur d'onde associé au rayonnement. Ainsi, le décalage Δ_{dd} dépend bien linéairement de la densité N mais a une dérivée qui oscille avec l , comme schématisé dans la figure 4.2 c), ce qui a également été observé par les expérimentateurs.

Echo de subradiance

La première expérience mettant en évidence un comportement subradiant est reportée

3. Dans notre système de définition, développé dans la section 3.4, ce décalage n'est pas coopératif car il est bien décrit par un modèle faisant l'approximation de champ moyen.

dans [Pavolini et al., 1985]. L'idée des auteurs est de circonvenir à la difficulté d'accéder aux états subradiants de l'échelle de Dicke (cf. section 3.4.1) en étudiant des ensembles des systèmes comportant plus que deux niveaux. Ainsi, l'expérience a consisté au suivi temporel de la cascade radiative d'un gaz de Gallium (de température $\sim 1700\text{ K}$ et de densité $\sim 10^{12}\text{ atomes/cm}^3$) suivant les transitions $4d_{3/2} \rightarrow 5p_{1/2}$ puis $5p_{1/2} \rightarrow 5s_{1/2}$, de longueurs d'onde respectives $\lambda_1 = 5.75\ \mu\text{m}$ et $\lambda_2 = 1.21\ \mu\text{m}$, après que les atomes aient été excités depuis l'état⁴ $4p_{3/2}$ avec une impulsion laser de longueur d'onde $\lambda_0 = 294.5\text{ nm}$, comme schématisé sur la figure 4.3a).

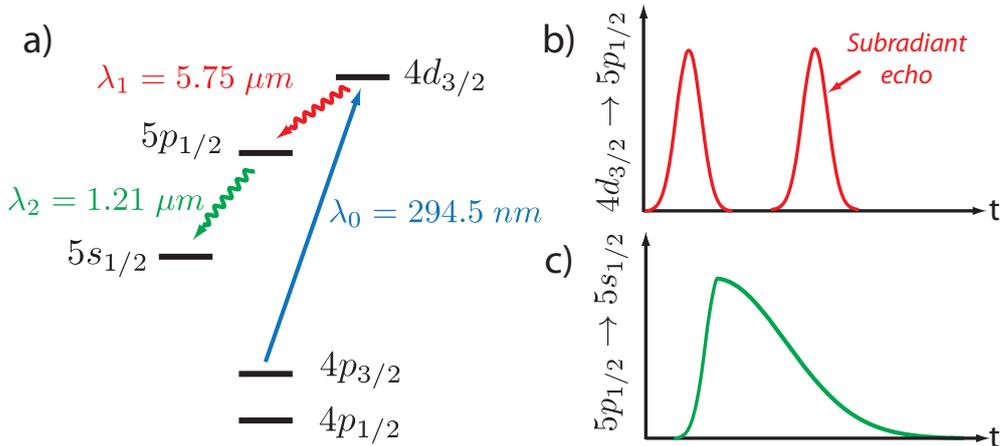


FIGURE 4.3 – *Pavolini et al. experiment.* a) Level scheme showing cascaded de-excitation of Gallium atoms. b) Scheme of the intensity emitted through $4d_{3/2} \rightarrow 5p_{1/2}$ transition versus time illustrating the observed subradiant echo. c) Scheme of the intensity emitted through $5p_{1/2} \rightarrow 5s_{1/2}$ transition versus time.

En séparant les rayonnements associés aux deux transitions par des filtres, les expérimentateurs ont observé que la désexcitation selon $4d_{3/2} \rightarrow 5p_{1/2}$ s'effectue sous la forme de deux impulsions séparées dans le temps alors que d'autre part la désexcitation selon $5p_{1/2} \rightarrow 5s_{1/2}$ ne présente pas ce caractère, ce qui est schématisé sur les figures 4.3b) et c). Les auteurs interprètent ce phénomène comme étant la conséquence de l'évolution du système depuis une configuration où tous les atomes sont excités vers une configuration subradiante, c'est-à-dire telle que si la transition $5p_{1/2} \rightarrow 5s_{1/2}$ n'existait pas alors le système cesserait de rayonner bien qu'une partie des atomes soient encore dans l'état $4d_{3/2}$. Cependant, à cause de l'existence du dernier canal de désexcitation, l'équilibre de la configuration subradiante est brisé⁵ et le système émet une deuxième impulsion de longueur d'onde λ_1 qui est appelée *écho de subradiance*.

4.2.2 Nuages d'atomes froids.

Les ensembles de nuages d'atomes froids constituent une catégorie de systèmes ne présentant pas d'élargissement inhomogène significatif et offrant la possibilité d'atteindre

4. Cet état n'est pas l'état fondamental du Gallium $4p_{1/2}$ mais il est quand même peuplé thermiquement grâce aux hautes températures des vapeurs étudiées.

5. Car l'état $5p_{1/2}$ se vide.

des régimes de diffusion *coopérative* (cf. section 3.4). Aux échelles d'énergie thermique qui correspondent à ces systèmes, il devient possible de résoudre spectralement la structure hyperfine atomique procurant ainsi une potentielle complexité aux phénomènes pouvant être étudiés.

Absorption à deux photons coopérative

Une expérience étudiant la possibilité d'absorption à deux photons médiée par interaction dipôle-dipôle par des nuages d'atomes froids est reportée dans [Pedrozo-Peñafiel et al., 2012]. L'expérience consiste à mesurer la probabilité d'excitation d'atomes de Sodium dans les états $3P_{1/2}$ ou $3P_{3/2}$ en fonction de la pulsation ω d'un faisceau "sonde". Selon les auteurs, si les atomes n'interagissaient pas entre eux, seuls deux pics d'absorption seraient observables aux pulsations ω_1 et ω_2 , correspondant respectivement aux transitions $3S_{1/2} \rightarrow 3P_{1/2}$ et $3S_{1/2} \rightarrow 3P_{3/2}$ comme représenté sur la figure 4.4a). Cependant, si les atomes entretiennent des interactions dipôle-dipôle entre eux alors des calculs théoriques [Leite and Araujo, 1980] prédisent l'apparition d'un pic d'absorption à la pulsation $\omega_0 = (\omega_1 + \omega_2)/2$, comme schématisé par la figure 4.4c), dont l'amplitude varie quadratiquement avec l'intensité du faisceau sonde.

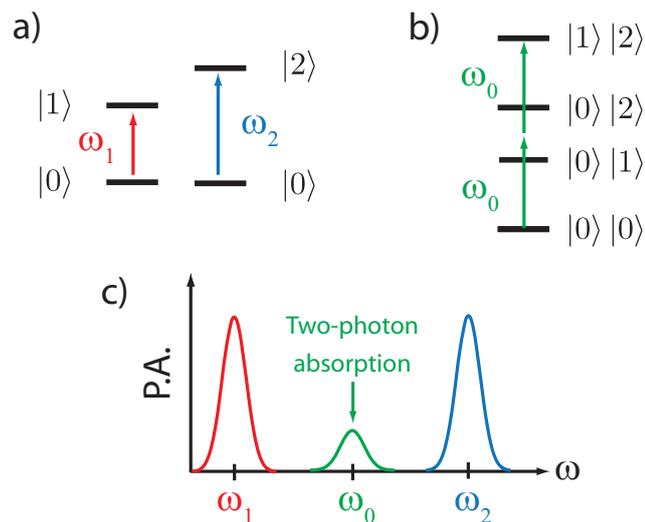


FIGURE 4.4 – *Pedrozo-Peñafiel et al. experiment.* a) Level scheme of independent atoms where notations correspond to $|0\rangle = |3S_{1/2}\rangle$, $|1\rangle = |3P_{1/2}\rangle$, $|2\rangle = |3P_{3/2}\rangle$. b) Level scheme in the two-atom basis where arrows correspond to a frequency such that $\omega_0 = (\omega_1 + \omega_2)/2$. c) Scheme of the probability of absorption (P.A.) expected when dipole-dipole interactions between atoms are considered showing the occurrence of a cooperative two-photon absorption process.

Pour confirmer cette prédiction, les expérimentateurs ont soumis des atomes de Sodium piégés et refroidis par un MOT⁶ à une excitation dont la pulsation a été balayée sur une plage englobant les pulsations ω_1 , ω_2 et ω_0 . En mesurant le nombre d'atomes excités, via leur ionisation par un second faisceau laser, le pic d'absorption autour de la pulsation ω_0 a bien pu être observé. Cette expérience a d'autre part confirmé l'évolution quadratique de l'amplitude de ce pic d'absorption en fonction de l'intensité de l'excitation, ce qui conforte

6. Cf. section 1.2.2 pour le rappel de fonctionnement.

l'interprétation du phénomène comme étant un processus d'absorption de deux photons par des paires d'atomes en interaction, comme illustré par le schéma de la figure 4.4b), appelé *absorption à deux photons coopérative*.

Evolution temporelle du spectre d'excitation

Des expériences très proches de celles que nous avons réalisées⁷ sont reportées dans [Balik et al., 2013]. Elles visent en partie à étudier l'évolution temporelle du spectre d'excitation de nuages denses ($\sim 5 \times 10^{13}$ atomes/cm³) et froids ($\sim 100 \mu K$) d'atomes de ⁸⁷Rb. Ces nuages sont produits à l'aide d'un piège dipolaire optique de longueur d'onde $\lambda_L = 10.6 \mu m$ conférant aux nuages une forme gaussienne de dimensions transverse $\sigma_{\perp} \simeq 9.8 \mu m$ et longitudinale $\sigma_{\parallel} \simeq 250 \mu m$ nettement supérieures à la longueur d'onde d'excitation $\lambda_0 = 780 nm$ de la transition $(5S_{1/2}, F = 2) \rightarrow (5P_{3/2}, F' = 3)$. L'expérience consiste dans un premier temps à transférer les atomes depuis l'état fondamental $(5S_{1/2}, F = 1)$ vers l'état $(5S_{1/2}, F = 2)$ par pompage optique, comme illustré dans la figure 4.5a). Dans un deuxième temps le nuage est excité avec une impulsion de $\sim 2 \mu s$, schématisée dans la figure 4.5b), dont la fréquence est accordée autour de la résonance avec la transition $(5S_{1/2}, F = 2) \rightarrow (5P_{3/2}, F' = 3)$.

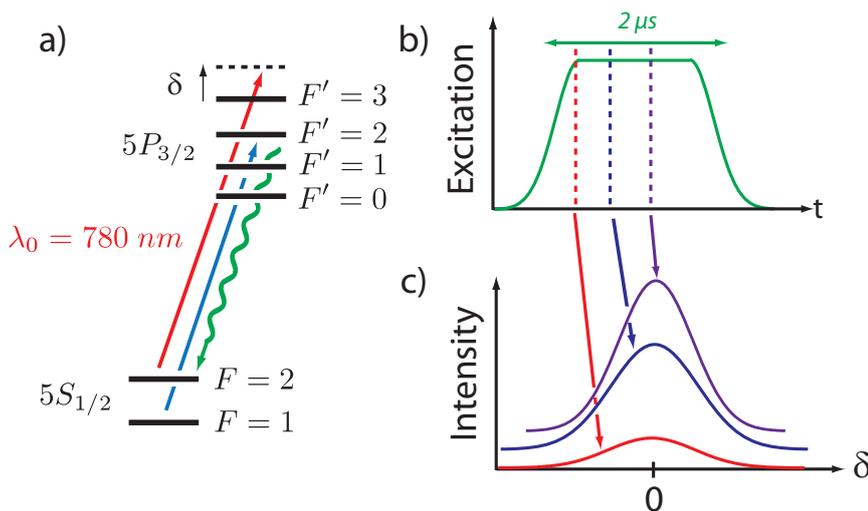


FIGURE 4.5 – *Balik et al. experiment*. a) Level scheme showing optical pumping and excitation transitions for ⁸⁷Rb atoms. b) Scheme of the excitation pulse used. Dashed lines correspond to 100 ns slices used to obtain excitation spectra. c) Excitation spectra showing an evolution with the slice used to integrate the detected intensity.

La lumière alors diffusée par le nuage est collectée et transmise à un détecteur résolu temporellement permettant d'obtenir les spectres d'excitation intégrés sur des tranches de 100 ns correspondant à différents instants de l'impulsion représentés par les traits tiretés dans la figure 4.5b). Les expérimentateurs ont ainsi pu observer une variation de la largeur à mi-hauteur⁸ de ces spectres d'excitation passant de 7.5Γ à 4.5Γ entre les instants correspondant respectivement à 100 ns et 500 ns après le début de l'impulsion. Les auteurs

7. Qui seront détaillées dans les sections suivantes.

8. Pour rappel, la largeur totale à mi-hauteur du spectre d'excitation d'un atome unique vaut $\Gamma = 2\pi \times 6$ MHz.

interprètent succinctement ces résultats comme les conséquences d'un comportement collectif mais ne soulignent pas l'absence de décalage de la résonance par comparaison aux cas présentant un élargissement inhomogène.

4.3 Observation de la suppression de l'excitation

4.3.1 Procédure expérimentale

Préparation des nano-nuages

Les nuages dont nous voulons étudier l'interaction avec une lumière résonante, dont la longueur d'onde sera notée λ , sont produits grâce aux méthodes détaillées dans le chapitre 1. A la fin de la séquence de chargement, les atomes sont piégés dans une micro-pince de ~ 1 mK de profondeur ayant un *waist* de $1.6 \mu\text{m}$ pour une longueur d'onde $\lambda_L = 957$ nm. Les nuages ainsi générés contiennent entre 1 et 450 atomes à une température d'environ $100 \mu\text{K}$. Pour ces températures, le mouvement résiduel des atomes correspond à un effet Doppler, de l'ordre de 150 kHz, complètement négligeable devant la largeur naturelle de la transition $(5S_{1/2}, F = 2) \rightarrow (5P_{3/2}, F' = 3)$ valant $\Gamma/2\pi = 6$ MHz.

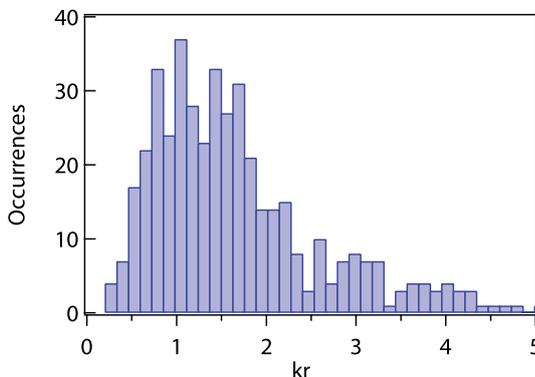


FIGURE 4.6 – *Interatomic distances*. Histogram of the interatomic distances for our highest densities. The fraction of the pairs of atoms corresponding to an interaction energy higher than $\hbar\Gamma$ lies in the part where $kr < 1$.

A l'équilibre thermodynamique, les atomes se répartissent spatialement selon une distribution gaussienne à trois dimensions dont les écarts quadratiques moyens radial et longitudinal valent respectivement $\sigma_{\perp} = 0.3\lambda$ et $\sigma_{\parallel} = 2.4\lambda$, confinant les atomes dans un volume inférieur à λ^3 . Les nuages peuvent alors atteindre des densités atomiques allant jusqu'à $\rho = 2.5 \times 10^{14}$ at.cm⁻³. Dans ces régimes, il existe une fraction significative des paires d'atomes dont la distance interatomique est inférieure à λ , c'est-à-dire telles que $kr < 1$ où $k = 2\pi/\lambda$ (cf. figure 4.6), et dont on attend que les énergies d'interaction dipôle-dipôle dépassent $\hbar\Gamma$. On attend alors de ces fortes interactions qu'elles aient un impact sur les propriétés de diffusion de la lumière par les nuages d'atomes, se traduisant notamment

par la modification de leur spectre d'excitation (cf. section 3.3.2).

Séquence d'excitation

Après une période de $300 \mu\text{s}$ de pompage optique, plus de 95% des atomes se retrouvent dans l'état fondamental hyperfin $F = 2$. Le nuage est alors relâché dans l'espace libre, grâce à l'extinction du laser de piégeage⁹, et illuminé par un faisceau de lumière polarisée σ^+ et dont la fréquence $\omega = \omega_0 + \Delta$ est accordée autour de la fréquence ω_0 de la transition $(5S_{1/2}, F = 2) \rightarrow (5P_{3/2}, F' = 3)$.

Pour rester dans le régime de faible excitation, l'intensité du faisceau d'excitation correspond à un paramètre de saturation $s = 0.1$. Des périodes de recapture de $1 \mu\text{s}$ sont intercalées entre les périodes d'excitation, durant 125 ns , afin de maintenir la densité des nuages. Au total, chaque nuage subit 200 périodes d'excitation-recapture ce qui est assez pour obtenir un bon rapport signal à bruit et assez peu pour éviter les pertes assistées par la lumière [Fuhrmanek et al., 2012] et le chauffage du nuage. Pour nous en assurer, nous avons vérifié que ces deux effets n'excèdent pas les 5% en fin de séquence et que moins de 5% des atomes sont dé pompés dans l'état $(5S_{1/2}, F = 1)$. Cette séquence est résumée de façon schématique dans la figure 4.7.

Une fois cette séquence terminée, nous réitérons avec un nouvel échantillon et répétons cette expérience quelques centaines de fois. La lumière diffusée que nous collectons dans la direction d'observation, notée z , résulte ainsi d'une moyenne sur un ensemble de configurations des positions des atomes au sein des nuages.

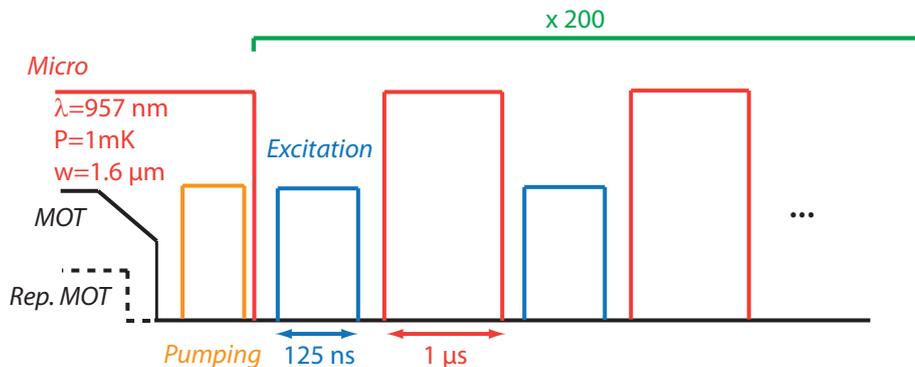


FIGURE 4.7 – *Experimental sequence*. After loading the desired number of atoms, the sample is pumped into the $(5S_{1/2}, F = 2)$ states. Then periods of 125 ns of free space excitation and of $1 \mu\text{s}$ of recapture are repeated 200 times until a new sample is prepared. The whole sequence is performed a few hundred times for each set of parameters.

9. L'extinction du piège permet d'éviter de mêler des effets dus aux déplacements lumineux avec les phénomènes que nous souhaitons observer.

4.3.2 Analyse des spectres d'excitation

Les nombres de photons récoltés par notre caméra iCCD¹⁰ en fonction du désaccord Δ de l'excitation, notés $n_z(N, \Delta)$, sont représentés sur la figure 4.8 pour des nuages comptant $N = 1, 5, 20, 50, 200, 325$ et 450 atomes en moyenne. Ces données sont normalisées par la quantité de photons détectés pour un atome excité à résonance $n_z(N = 1, \Delta = 0)$. Les courbes en traits pleins correspondent à des ajustements lorentziens et concordent bien avec les données pour $N \leq 300$. Les barres d'erreurs typiques sont de l'ordre de 10% sur les nombres de photons détectés et de 20% sur le désaccord.

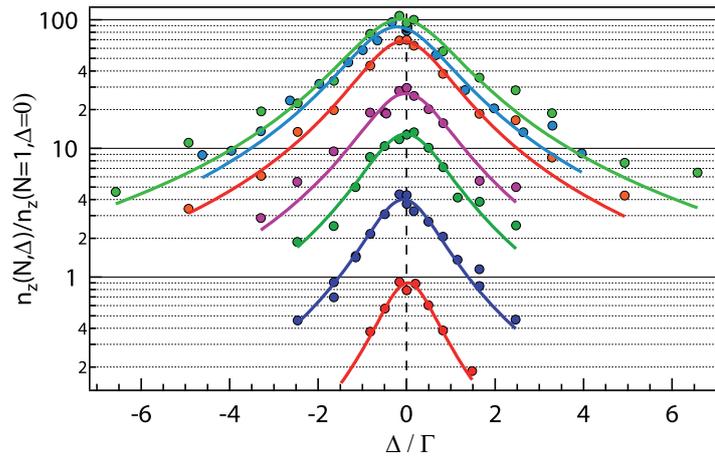


FIGURE 4.8 – *Excitation spectra*. Number of collected photons, $n_z(N, \Delta)$, versus excitation detuning for samples containing in average $N = 1, 5, 20, 50, 200, 325$ and 450 atoms (from bottom to top). The amplitudes of the curves are normalized to the amount of light detected at resonance for a single atom $n_z(N = 1, \Delta = 0)$. Solid lines : Lorentzian fits to the data. Typical uncertainties : 10% vertically and 20% horizontally.

Elargissement et décalage

Ces données montrent bien un élargissement du spectre d'excitation à mesure que la densité des échantillons augmente. Nous quantifions cet élargissement par les largeurs totales à mi-hauteur des ajustements lorentziens, notées FWHM (pour *Full Width at Half Maximum*). Ces largeurs reportées dans la figure 4.9a) montrent un accroissement non linéaire avec le nombre d'atomes. Cette évolution peut être décrite par la forme phénoménologique $\text{FWHM}/\Gamma = a \times N^b$ où les coefficients $a = 1.49(6)$ et $b = 0.08(1)$ sont obtenus par ajustement avec les données. On notera que pour $N=1$, $\text{FWHM} = (1.35 \pm 0.15)\Gamma$ ce qui est en accord avec la brièveté de l'excitation (125 ns) qui élargit légèrement la résonance.

Ces spectres d'excitation montrent également un léger décalage de leur fréquence de résonance par rapport au spectre obtenu pour un atome. Ces décalages sont quantifiés par les fréquences centrales, notées $\delta\omega$, des ajustements lorentziens mentionnés plus haut et sont représentés dans la figure 4.9 b). Nous modélisons l'évolution de ce décalage en fonction du nombre d'atomes par la forme $\delta\omega/\Gamma = \beta N$ où $\beta = 47(\pm 0.9) \times 10^{-5}$.

¹⁰. cf section 1.5.2.

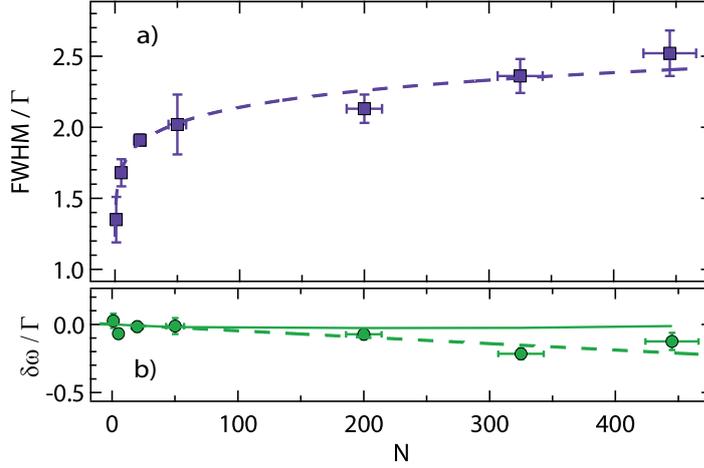


FIGURE 4.9 – *Broadening and shift of the excitation spectra.* a) FWHM and b) line shift $\delta\omega$ of the excitation spectra versus the number of atoms. Values are extracted from the Lorentzian fits of the data shown in figure 4.8. Dashed lines correspond to phenomenological fits given in the text. The solid line is the result of the simulations.

Suppression de l'excitation

Les données de la figure 4.8 montrent également que, contrairement à ce que l'on attend pour de petits nuages dilués, la quantité de lumière diffusée n'est pas proportionnelle au nombre d'atomes mais croît en fait beaucoup moins vite. La figure 4.10a) présente les quantités de photons détectés rapportées au cas $N=1$, notées $n_z(N, \Delta)/n_z(N=1, \Delta)$, en fonction du nombre d'atomes et pour des désaccords valant $\Delta = -2.5\Gamma, -\Gamma, 0, \Gamma$ et 2.5Γ . Dans le cas où les atomes n'interagiraient pas, ces ratios devraient être indépendants du désaccord et devraient valoir N , ce qui est représenté par la ligne tiretée. Or, dans nos expériences, nous observons une réduction de ces ratios d'autant plus importante que l'excitation est proche de la résonance.

Ce phénomène dit de *suppression de l'excitation*, attendu par certaines considérations théoriques [Bienaimé et al., 2013], est aussi prédit par les simulations présentées dans la section 3.3.2. En effet les amplitudes à résonance (i.e. $\Delta = 0$) des spectres d'excitation, calculés pour des nuages tels que $\sigma_{\perp} = 0.3\lambda$ et $\sigma_{\parallel} = 2.4\lambda$, sont reportées sous la forme d'une ligne continue dans la figure 4.10a). On note que bien que l'effet de suppression soit qualitativement similaire aux mesures réalisées, l'accord quantitatif n'est pas satisfaisant. Le carré noir évidé est le résultat de simulations considérant des nuages, comprenant 450 atomes à "5 + 7" niveaux, dont toutes les dimensions ont été doublées, i.e. $\sigma_{\perp} \rightarrow 2\sigma_{\perp}$ et $\sigma_{\parallel} \rightarrow 2\sigma_{\parallel}$, pour rendre compte d'un possible effet de gonflement discuté dans la section 4.3.3.

Les mesures obtenues pour $N \leq 300$ peuvent être reproduite via la fonctionnelle :

$$n_z(N, \Delta) = C \frac{N}{\Gamma_c(N)^2 + 4[\Delta - \delta\omega_c(N)]^2}, \quad (4.3)$$

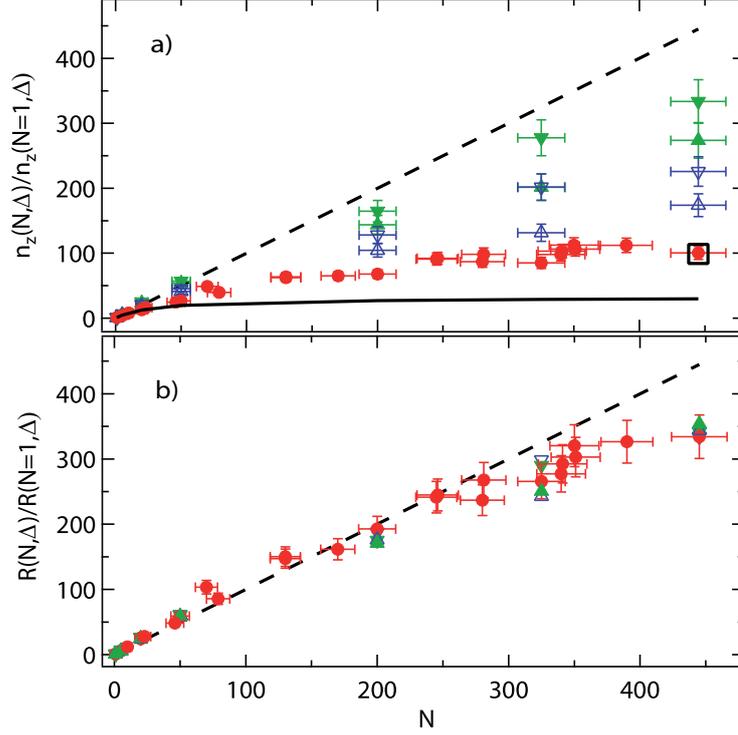


FIGURE 4.10 – *Suppression of the excitation.* a) Scattered light detected in the z direction, versus the number of atoms, for different detunings : $\Delta = 0$ (red circles), $\pm\Gamma$ (up/down open triangles), and $\Delta = \pm 2.5\Gamma$ (up/down filled triangles). The intensity for each atom number is normalized to the single atom case at the same detuning. Black line : result of the simulation (see text) with widths of the cloud σ_{\perp} and σ_{\parallel} . Black open square : model with widths $2\sigma_{\perp}$ and $2\sigma_{\parallel}$. b) Ratio $R(N, \Delta)/R(N = 1, \Delta)$ versus the number of atoms (see text). Dashed lines : case of noninteracting atoms.

Selon le modèle donné par cette équation, la quantité $R(N, \Delta)/R(N = 1, \Delta)$, où $R(N, \Delta) = n_z(N, \Delta) \times [\Gamma_c(N)^2 + 4[\Delta - \delta\omega_c(N)]^2]$, devraient être indépendantes de Δ car $R(N, \Delta) = CN$ et donc $R(N, \Delta)/R(N = 1, \Delta) = N$, ce qui est représenté par la ligne tiretée de la figure 4.10b).

Pour illustrer l'adéquation de ce modèle avec les données, on a reporté sur la figure 4.10b) les quantités $R(N, \Delta)/R(N = 1, \Delta)$ obtenues à partir des mesures, i.e. telles que $\Gamma_c(N) = a \times N^b$ et $\delta\omega_c(N) = \beta N$ sont les fonctions phénoménologiques données plus haut. Pour des nombres d'atomes inférieurs à $\simeq 300$, ces quantités correspondent bien au comportement prédit par le modèle de l'équation (4.3), et elles s'en écartent progressivement pour $N > 300$.

On notera que la relation établie par le modèle entre le nombre de photons diffusés, $n_z(N, \Delta)$, et la largeur, $\Gamma_c(N)$, des spectres d'excitation exclut la possibilité d'un phénomène d'élargissement inhomogène. En effet, à résonance¹¹, en notant que $\Gamma_c(N = 1) = \Gamma$, on a la relation suivante :

11. On négligera ici les décalages $\delta\omega_c(N)$.

$$\frac{N \times n_z(N=1, \Delta=0)}{n_z(N, \Delta=0)} \propto \left(\frac{\Gamma}{\Gamma_c}\right)^2 \quad (4.4)$$

Or, pour un ensemble de diffuseurs présentant un élargissement inhomogène¹² valant Γ_c , le ratio de la quantité de photons émis par un unique diffuseur à résonance, multipliée par N, sur la quantité de photons émis par l'ensemble, notée $n_z^{(\text{inh})}(N, \Delta=0)$, est donné par :

$$\frac{N \times n_z(N=1, \Delta=0)}{n_z^{(\text{inh})}(N, \Delta=0)} \propto \frac{\Gamma}{\Gamma_c} \quad (4.5)$$

Ainsi l'élargissement que nous avons observé ne peut pas être expliqué par un modèle d'élargissement inhomogène. Nous attribuons donc ce phénomène d'élargissement aux effets collectifs discutés dans le chapitre 3.

4.3.3 Discussion de l'adéquation au modèle

Asymétrie et impact du volume

Comme mentionné plus haut, les simulations réalisées pour des ensembles de systèmes à "5 + 7" niveaux (cf section 3.3.2) ne décrivent que qualitativement le phénomène de suppression de l'excitation que nous avons observé. La figure 4.11 montre plus précisément, pour $N = 450$, les différences entre les résultats de ces simulations et le spectre d'excitation mesuré.

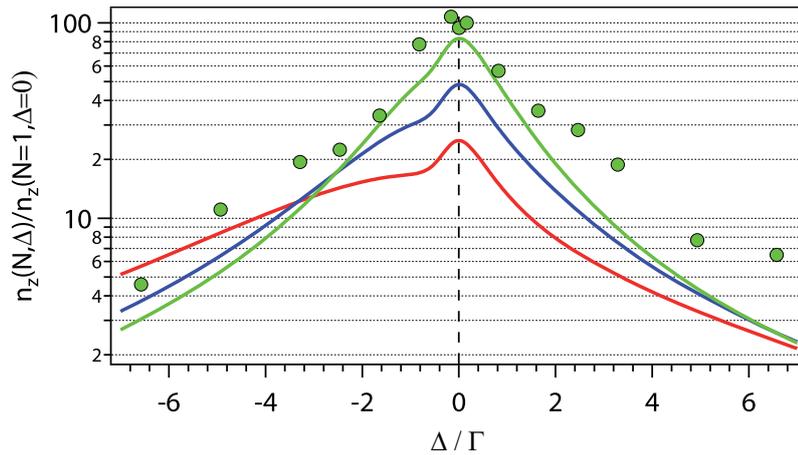


FIGURE 4.11 – *Impact of the volume*. Comparison between experiment and simulations for the number of detected photons $n_z(N, \Delta)$ (normalized to the single atom case at resonance) for $N=450$. The red, blue and green lines (from bottom to top) correspond to samples with widths σ_{\perp} and σ_{\parallel} multiplied by a factor 1, 1.4 and 2 respectively.

12. C'est-à-dire dont les fréquences de résonances seraient réparties aléatoirement dans une distribution de largeur Γ_c .

Les trois courbes en traits pleins de cette figure correspondent, du bas vers le haut, à des simulations réalisées pour des nuages ayant leurs extensions spatiales caractéristiques σ_{\perp} et σ_{\parallel} multipliées par un facteur 1, 1.44 et 2. Pour un volume correspondant à celui estimé expérimentalement (facteur 1), on observe d'une part que l'amplitude du spectre simulé est inférieure à celle du spectre mesuré, et d'autre part que l'allure asymétrique prédite par la simulation n'est pas observée expérimentalement. Ce désaccord entre la théorie et l'expérience pourrait par exemple provenir d'une mauvaise estimation du volume des nuages étudiés. En effet n'ayant pas un système optique suffisamment résolvant pour avoir une mesure directe de ce volume, nous le déduisons indirectement de la mesure de température T du nuage et des fréquences d'oscillations radiale ω_{\perp} et longitudinale ω_{\parallel} du potentiel de piégeage (cf. section 1.3.1). En nous basant sur l'hypothèse d'équilibre thermodynamique, et en notant m la masse d'un atome de ^{87}Rb , on obtient :

$$\sigma_{\perp,\parallel} = \sqrt{\frac{k_B T}{m \omega_{\perp,\parallel}^2}} \quad (4.6)$$

Pour retrouver un comportement proche de nos observations, il faut imposer dans les simulations un volume du nuage 8 fois supérieur au volume estimé, ce qui correspond à la courbe verte de la figure 4.11. ces simulations montrent ainsi qu'à mesure que le volume augmente, et que donc la densité atomique diminue, les spectres d'excitation s'affinent et perdent progressivement leur caractère asymétrique. On notera cependant que, même au augmentant artificiellement le volume des nuages, l'accord entre la théorie et l'expérience reste peu satisfaisante.

Une certaine incertitude quant à l'estimation du volume du nuage pourrait provenir du schéma de la séquence expérimentale que nous employons, invalidant peut-être l'hypothèse d'équilibre thermodynamique comme détaillé ci-après.

Conséquences des successions de "libération/recapture"

La séquence utilisée, présentée dans la figure 4.12, est composée d'une succession de motifs du type "libération/recapture" des nuages générée par des cycles d'extinction/allumage du faisceau de piégeage. Cette succession de motifs peut avoir une action mécanique sur les nuages en modifiant de façon non négligeable les distributions en position et en impulsion des atomes qui le composent. Pour mettre en évidence ces effets nous avons mesuré la taille des nuages en expansion libre après qu'ils aient été soumis à une succession de motifs "libération/recapture".

La figure 4.12 schématise le déroulement de ces mesures réalisées pour deux types de motifs tels qu'ils partagent la même durée d'extinction du piège $T_{\text{off}} = 150 \text{ ns}$ et qui se différencient par la durée de recapture valant $T_{\text{on}} = 150 \text{ ns}$ et $1 \mu\text{s}$. Dans les deux cas, la mesure de la taille du nuage, selon les deux dimensions notées x et y auxquelles nous avons accès, est réalisée après $100 \mu\text{s}$ d'expansion libre grâce au faisceau d'excitation, noté *Probe*, accordé à résonance avec la transition $(5S_{1/2}, F = 2) \rightarrow (5P_{3/2}, F' = 3)$ (cf. section 1.5.2).

Pour $T_{\text{on}} = 150 \text{ ns}$, les extensions des nuages, notées σ_x et σ_y montrent des oscillations

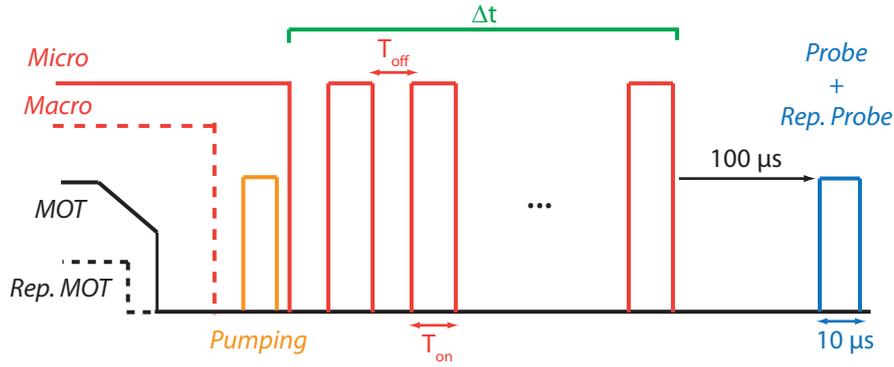


FIGURE 4.12 – *Sequence for studying the impact of release/recapture cycles on the sizes of the clouds.* Measurements are performed for two types of cycles both with extinction duration $T_{\text{off}} = 150 \text{ ns}$ and with recapture duration $T_{\text{on}} = 150 \text{ ns}$ or $1 \mu\text{s}$. The sizes of the clouds are extracted after a $100 \mu\text{s}$ time of flight with methods explained in section 1.5.2.

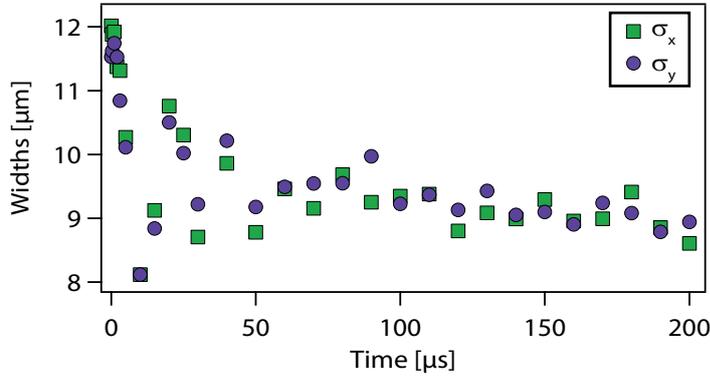


FIGURE 4.13 – *First kind of cycles.* Here $T_{\text{off}} = 150 \text{ ns}$ and $T_{\text{on}} = 150 \text{ ns}$. The rms sizes of the clouds along x (squares) and y (disks) axis show damped oscillations of fairly significant amplitude due to mechanical action of the release/recapture cycles.

amorties en fonction de la durée Δt de la succession de motifs. Partant de $\sim 12 \mu\text{m}$, valeur correspondant à l'absence de motifs, les tailles des nuages tendent vers des dimensions nettement inférieures comme le montre la figure 4.13. Toutefois, pour le motif tel que $T_{\text{on}} = 1 \mu\text{s}$ et qui correspond à la séquence utilisée pour nos mesures de spectre d'excitation (cf. figure 4.7), cet effet bien que toujours présent a un impact moins important sur les dimensions du nuage après expansion libre.

En répétant l'expérience correspondant au second type de motifs avec des durées d'expansion libre valant $40, 60, 80$ et $100 \mu\text{s}$, nous pouvons extraire la température des échantillons ayant subi $N_{\text{trap}} = 0, 100, 200$ et 500 cycles "libération/recapture" (avec les méthodes détaillées dans la section 1.5.2). La taille moyenne des nuages¹³ pour ces différents temps de vol et nombres de motifs reportée dans la figure 4.15, accompagnée en légende des températures extraites. On peut y constater que l'effet de la succession de motifs a un impact notable sur la température des nuages mais qui ne semble pas dépendre fortement du nombre de motifs.

13. Nous appelons ici taille moyenne la demi-somme $(\sigma_x + \sigma_y)/2$.

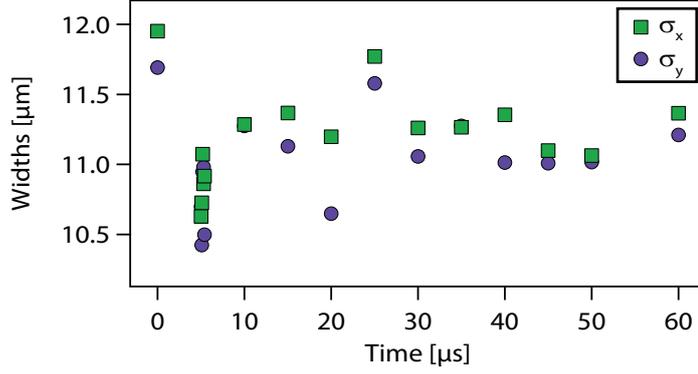


FIGURE 4.14 – *Second kind of cycles.* Here $T_{\text{off}} = 150 \text{ ns}$ and $T_{\text{on}} = 1 \mu\text{s}$. The rms sizes of the clouds along x (squares) and y (disks) axis show less pronounced oscillations than for the first kind of cycles but still indicate non negligible action of the release/recapture cycles.

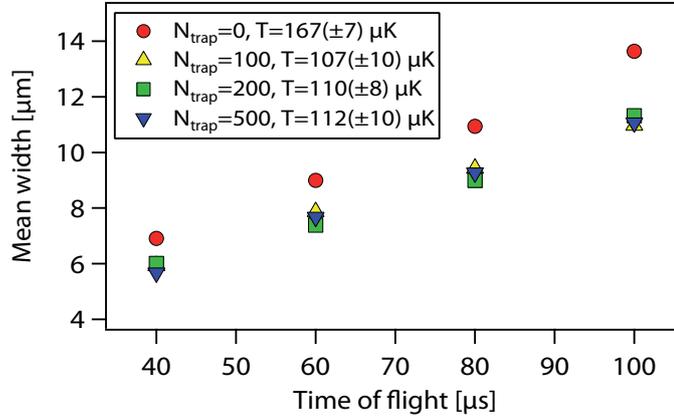


FIGURE 4.15 – *Mean sizes of the clouds after different times of flight.* Temperatures estimated to $T = 167(\pm 7)$, $107(\pm 10)$, $110(\pm 8)$ and $112(\pm 10) \mu\text{K}$ for numbers of cycles respectively equal to $N_{\text{trap}} = 0$, 100, 200 and 500.

A partir de ces mesures, il pourrait peut-être être possible, grâce à la simulation de l'évolution des distributions en position et en impulsion des atomes, d'estimer la densité ou le volume des nuages durant la séquence expérimentale. Bien que cette méthode puisse compenser notre incapacité actuelle d'accéder directement au volume ou à la densité de nos échantillons, la complexité de cette tâche, et le manque de garantie de résultat qui lui est rattachée, n'en font pas une de nos priorités.

4.4 Suivi temporel de la diffusion

En plus d'apporter des modifications aux spectres d'excitation des ensembles denses d'atomes, les interactions dipôle-dipôle peuvent également avoir un impact sur la dynamique de désexcitation de ces systèmes. Il a été montré théoriquement (cf. [Holstein, 1947]

et [Holstein, 1951]) et observé expérimentalement (voir [Wiorowski and Hartmann, 1988] et [Labeyrie et al., 2005] parmi beaucoup d'autres) que, dans des régimes dilués¹⁴, les processus de diffusions multiples peuvent "emprisonner" le rayonnement à l'intérieur du système (phénomène dit de *radiation trapping*). Il existe cependant peu de prédictions et d'observations dans le cadre des systèmes évoluant dans un régime coopératif (cf. [Balik et al., 2009] pour une étude des modifications de la dynamique de pompage optique dans un régime assez dense).

4.4.1 Brève introduction aux concepts

Evolution des dipôles

Dans le cadre du régime de faible excitation, comme détaillé dans la section 3.3.1, une fois arrivé au régime stationnaire, le vecteur résumant les dipôles est donné par l'équation (3.43) reportée ici :

$$[D]_{\text{st}} = \sum_{\alpha=1}^N \left(\frac{f_{\alpha}}{\delta_{\alpha} + i\kappa_{\alpha}} [X_{\alpha}] \right) \quad (4.7)$$

L'évolution du système lorsqu'il n'est plus soumis à aucune excitation est gouvernée par l'équation matricielle :

$$i\partial_t[D] = -(-\omega_0 + i\frac{\Gamma}{2})[D] + \mathbf{V}[D] \quad (4.8)$$

Ce qui se traduit dans la base des modes collectifs par l'ensemble d'équations différentielles

$$i\partial_t c_{\alpha}(t) = - \left(\Delta_{\alpha} - \omega_0 + i\frac{\Gamma + \Gamma_{\alpha}}{2} \right) c_{\alpha}(t), \quad (4.9)$$

dont les solutions générales prennent la forme (avec $\kappa_{\alpha} = (\Gamma + \Gamma_{\alpha})/2$) :

$$c_{\alpha}(t) = c_{\alpha}(0)e^{-\kappa_{\alpha}t}e^{i(\Delta_{\alpha}-\omega_0)t} \quad (4.10)$$

Si l'on considère que l'état initial du système correspond à l'état stationnaire donné par l'équation (4.7) alors le vecteur colonne résumant les dipôles s'écrit :

$$[D](t) = \sum_{\alpha=1}^N \left(\frac{f_{\alpha}}{\delta_{\alpha} + i\kappa_{\alpha}} e^{-\kappa_{\alpha}t} e^{i(\Delta_{\alpha}-\omega_0)t} [X_{\alpha}] \right) \quad (4.11)$$

où les vecteurs colonnes $[X_{\alpha}]$ sont les vecteurs propres de \mathbf{V} associés aux valeurs propres complexes $-(\Delta_{\alpha} + i\Gamma_{\alpha}/2)$.

Contrairement au cas stationnaire, on ne peut restreindre l'étude complète de la désex-

14. Dans lesquels les évènements de diffusion élémentaires peuvent être considérés comme indépendants.

citation des dipôles aux modes collectifs de plus hauts "poids". En effet bien que ces modes dominant les autres en régime stationnaire, chacun d'entre eux subit dans la période postérieure à l'excitation un amortissement avec un taux dépendant de Γ_α . Dans notre configuration géométrique, ce sous-ensemble de modes, noté \mathcal{S} , a un caractère en moyenne plutôt superradiant car $\langle \Gamma_{\alpha \in \mathcal{S}} \rangle \sim \Gamma$, ce qui se traduit par un taux d'amortissement des dipôles $\langle \kappa_{\alpha \in \mathcal{S}} \rangle \sim \Gamma$ deux fois plus important que le taux naturel de $\Gamma/2$. Ainsi, les autres modes dont les poids sont moins importants mais dont les taux de désexcitation peuvent être tels que $\Gamma_\alpha \rightarrow -\Gamma$, i.e. $\kappa_\alpha \rightarrow 0$, ne pourront plus être négligés au temps les plus longs après l'arrêt de l'excitation.

Energie électromagnétique emmagasinée

On remarquera d'autre part que l'évolution du système lors de la désexcitation n'est pas aussi triviale que l'évolution de chacun des modes collectifs pris séparément les uns des autres. En effet, l'énergie électromagnétique \mathcal{U} emmagasinée par l'ensemble des dipôles est proportionnelle à la somme des normes aux carrés des dipôles, soit avec le formalisme vectoriel¹⁵ :

$$\begin{aligned} \mathcal{U}(t) &\propto [D]^\dagger(t)[D](t) \\ &= \sum_{\alpha=1}^N \sum_{\beta=1}^N \left(\left(\frac{f_\alpha}{\delta_\alpha + i\kappa_\alpha} \right) \left(\frac{f_\beta}{\delta_\beta + i\kappa_\beta} \right)^* e^{i(\Delta_\alpha - \Delta_\beta)t} e^{-(\kappa_\alpha + \kappa_\beta)t} [X_\beta]^\dagger [X_\alpha] \right) \end{aligned} \quad (4.12)$$

Les vecteurs $[X_\alpha]$ et $[X_\beta]$ étant des vecteurs propres de l'opérateur non-hermitien \mathbf{V} , ils n'ont aucune raison d'être *a priori* orthogonaux les uns aux autres. Ainsi l'évolution de \mathcal{U} n'est pas simplement la somme quadratique des évolutions de chaque mode collectif mais implique des termes croisés pouvant présenter des battements lorsque $\Delta_\alpha \neq \Delta_\beta$.

Diagramme de rayonnement

Le champ rayonné en champ lointain par le dipole $\vec{\beta}_j$ dans la direction \vec{u} (cf. équation (3.1)) :

$$\vec{E}_j(\vec{u}) \propto \vec{\beta}_j^\perp e^{-ik\vec{u} \cdot \vec{r}_j} \quad (4.13)$$

Où $\vec{\beta}_j^\perp = \vec{\beta}_j - (\vec{\beta}_j \cdot \vec{u})\vec{u}$ est la composante du dipole transverse à la direction d'observation, \vec{r}_j est la position du dipole et k est la norme du vecteur d'onde associé au rayonnement.

Pour des systèmes dont les dipôles sont librement orientables dans l'espace, le vecteur colonne $[D]$ résumant les dipôles contient les composantes de ces dipôles suivant chaque axes spatials $\{x, y, z\}$:

$$\begin{aligned} [D]^\dagger(t) &= [\cdots \quad \vec{\beta}_j(t) \quad \cdots] \\ &= [\cdots \quad \beta_{j,x}(t) \quad \beta_{j,y}(t) \quad \beta_{j,z}(t) \quad \cdots] \end{aligned} \quad (4.14)$$

15. Dans ce formalisme on notera $[X]^\dagger$ le vecteur transconjugué du vecteur colonne $[X]$ de telle sorte que le produit scalaire (dans \mathbb{C}^N) entre les vecteurs $[X]$ et $[Y]$ s'écrive $[X]^\dagger[Y]$.

Ici, la transposée du vecteur colonne $[D]$, dénotée par $[.]^t$, a été donnée. Il en sera de même pour les vecteurs $[X_\alpha]$ qui ne sont que les configurations de dipôles associées à chaque mode collectif :

$$[X_\alpha]^t = [\cdots \quad \vec{x}_{\alpha,j} \quad \cdots] \quad (4.15)$$

Ainsi à chaque mode collectif est associé un certain diagramme de rayonnement, c'est-à-dire une certaine distribution angulaire de l'intensité rayonnée par le système. Cependant, encore une fois, le diagramme de rayonnement d'une configuration quelconque de dipôles $[D]$ n'est pas la simple somme des diagrammes de rayonnement associés à la combinaisons de modes collectifs qui la composent. En introduisant l'application linéaire $\mathcal{F}_{\vec{u}}$ qui à un vecteur de dipôle associe le champ rayonné dans la direction \vec{u} , le champ rayonné par chaque mode collectif est donné par :

$$\vec{E}_\alpha(\vec{u}) = \mathcal{F}_{\vec{u}}([X_\alpha]) \propto \sum_j \vec{x}_{\alpha,j}^\perp e^{-ik\vec{u}\cdot\vec{r}_j} \quad (4.16)$$

Pour une configuration de dipôles $[D](t) = \sum_{\alpha=1}^N \chi_\alpha(t)[X_\alpha]$ donnée par l'équation (4.11), l'intensité du champ rayonné $I(\vec{u}, t) = |\vec{E}(\vec{u}, t)|^2$ est alors donnée par :

$$\begin{aligned} I(\vec{u}, t) &= |\mathcal{F}_{\vec{u}}([D](t))|^2 \\ &= \left| \sum_{\alpha=1}^N \chi_\alpha(t) \mathcal{F}_{\vec{u}}([X_\alpha]) \right|^2 \\ &= \left| \sum_{\alpha=1}^N \chi_\alpha(t) \vec{E}_\alpha(\vec{u}) \right|^2 \end{aligned} \quad (4.17)$$

Le diagramme de rayonnement global du système résulte donc des interférences entre les champs rayonnés par les différents modes collectifs dont les poids dans la décomposition du vecteur $[D](t)$ varient avec le temps, via les $\chi_\alpha(t)$. Ainsi la distribution angulaire de l'intensité rayonnée par le système évolue avec le temps.

Ceci signifie *a priori* que la mesure de la quantité de lumière émise lors de la désexcitation d'un nuage atomique sera fonction de la direction d'observation choisie. Les expériences qui sont reportées dans la section suivante sont donc d'une part caractérisées par la géométrie des échantillons et par l'angle d'incidence et la fréquence du faisceau d'excitation, qui fixent les paramètres $\{\delta_\alpha, \kappa_\alpha, f_\alpha\}$, et d'autre part spécifiques à la direction et à l'ouverture du cône de collection définis par les conditions expérimentales.

4.4.2 Procédure expérimentale

La procédure expérimentale que nous avons employée pour le suivi temporel de la diffusion est très similaire à celle décrite dans la section 4.3.1. Aussi, on ne redétaillera

pas ici les parties de ces procédures identiques en tous points mais on se concentrera sur les deux principales modifications qui ont été apportées : une méthode de double suivi du nombre de photons diffusé et du nombre d'atomes ainsi que la mise en place d'une coupure rapide de l'excitation.

Double suivi en "temps réel"

La séquence expérimentale est séparée en deux temps, l'un dédié au comptage du nombre de photons diffusés et l'autre à l'estimation du nombre d'atomes soumis à la séquence.

Dans un premier temps, la séquence consiste en l'enchaînement de 75 cycles de "libération/recapture" du nuage d'atomes intercalés d'excitations de 200 ns avec un rayonnement accordée autour de la transition $(5S_{1/2}, F = 2) \rightarrow (5P_{3/2}, F = 3)$ ayant une intensité correspondant à un paramètre de saturation¹⁶ $s = 0.1$ (cf. la partie gauche de la figure 4.16). Avec ces excitations sont synchronisées des impulsions de déclenchement du port *STOP* de la carte de comptage TimeHarp 200 dont le port *START* est connecté à l'APD, permettant ainsi de générer l'histogramme des temps d'arrivée des photons sur le détecteur (voir section 1.5.3). Après chaque séquence, cet histogramme est sauvegardé mais ne contient que peu d'occurrences au bout des 75 cycles. Il nous faut donc répéter cette séquence et sommer les histogrammes obtenus pour atteindre le niveau de rapport signal à bruit souhaité.

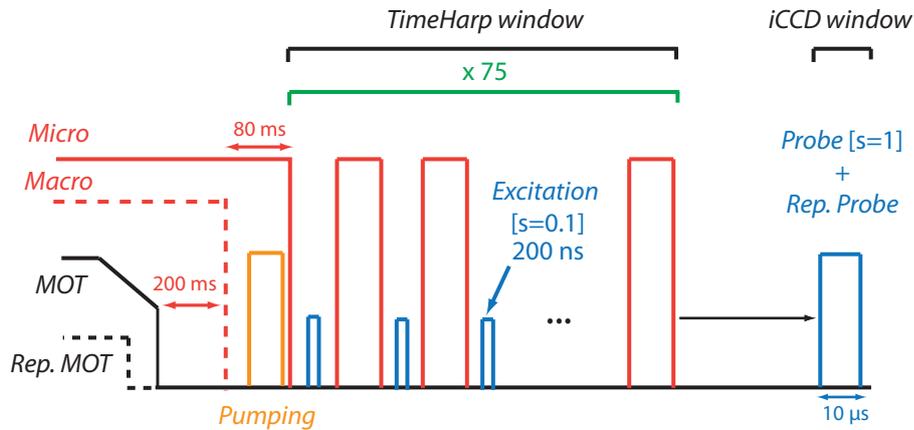


FIGURE 4.16 – *Experimental sequence*. The sequence is split in two periods : the TimeHarp window corresponding to the period of photons counting and the iCCD window corresponding to the period of atom number estimation.

Dans un deuxième temps, le nuage d'atome est relâché de la pince optique pour suivre une expansion libre de $60 \mu s$. A cet instant, le nuage est illuminé par les faisceaux sonde et repompeur sonde pendant $10 \mu s$ afin d'estimer le nombre d'atomes qu'il contient (voir section 1.5.2), ce qui est représenté sur la partie droite de la figure 4.16. Encore une fois, le signal obtenu par la caméra iCCD est sauvegardé mais n'est pas suffisant pour en extraire un nombre d'atomes fiable. Pour fournir une bonne estimation, nous sommes les

16. Le paramètre de saturation est ici défini comme $s = I/I_{\text{sat}}$ où $I_{\text{sat}} = 16.7 \text{ W.m}^2$ est l'intensité de saturation de la transition fermée $|5S_{1/2}, F = 2, m_F = 2\rangle \rightarrow |5P_{3/2}, F = 3, m_F = 3\rangle$.

signaux obtenus pour 50 séquences successives pour ensuite y appliquer notre algorithme d'extraction du nombre d'atomes. La figure 4.17 montre les suivis réalisés pour deux expériences détaillées plus loin permettant d'associer à chacune les nombres d'atomes moyens respectifs $\langle N \rangle = 57$ et 400.

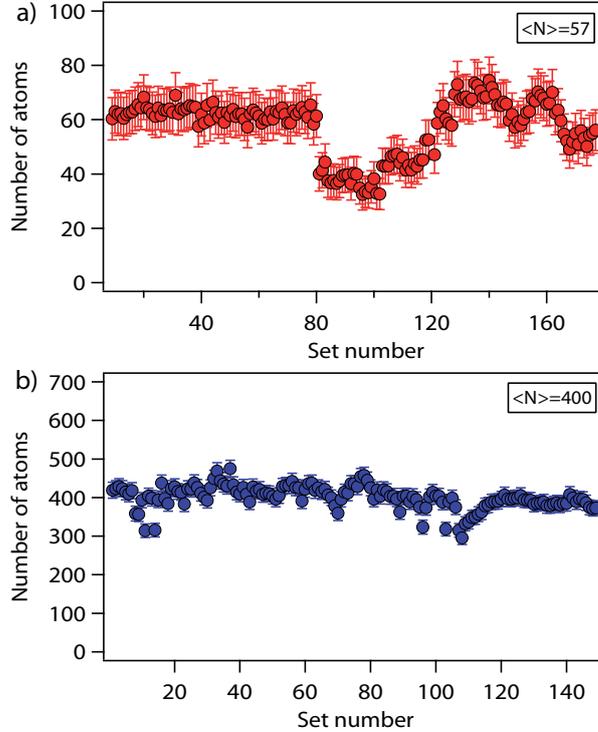


FIGURE 4.17 – *Atom number monitoring.* The number of atoms through repetitions of the experiment n°1 in a) and n°2 in b) is obtained by summing iCCD images over a set of 50 sequences before being treated by our atom number extraction algorithm.

Grâce à ce procédé, nous pouvons suivre la construction de l'histogramme des temps d'arrivée de photons et l'évolution du nombre d'atomes tout en continuant à répéter les séquences les unes après les autres sans interrompre l'expérience. De plus, outre ce suivi en "temps réel" des fluctuations du nombre d'atomes interrogés, notre méthode de sauvegarde des couples histogramme/nombre d'atomes nous offre la possibilité de post-sélectionner les données relatives à un intervalle de nombre d'atomes donné¹⁷.

Extinction rapide de l'excitation

Afin d'étudier proprement la désexcitation radiative de nos nano-nuages denses, il est nécessaire de parvenir à éteindre le rayonnement d'excitation dans un temps assez court devant les temps caractéristiques d'amortissement du système.

Pour ce faire, nous utilisons un modulateur d'intensité (modèle NIR-MX800_LN de chez *Photline Technologies*), basé sur architecture d'interféromètre de Mach-Zender fibré, ayant une bande passante électro-optique supérieure à 10 GHz. Grâce à une commande en tension TTL, le modulateur est capable de basculer la transmission de 90% à 10% en

17. si ce nombre venait à fluctuer de trop par exemple.

2 ns avec un ratio d’extinction de 120. Ceci permet de générer des impulsions lumineuses comme celle reportée dans la figure 4.18 obtenue grâce à une photodiode fibrée 12 GHz (modèle 1544-B de chez *New Focus*) et un oscilloscope 1 GHz, 10 Gs/s (modèle 104Mxi-A de chez *Lecroy*).

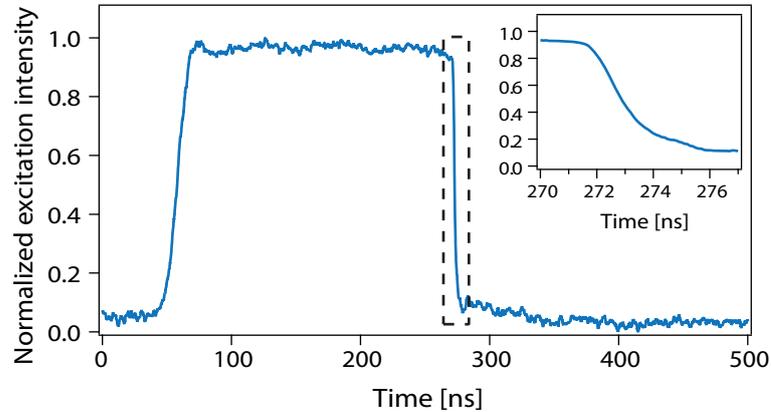


FIGURE 4.18 – *Fast switch off of the excitation pulse*. The top right panel shows the detail corresponding to the dashed box. Thanks to an intensity modulateur based on a fibered Mach-Zender interferometer with a 10 GHz electro-optical bandwidth, transmission is switch from 90% down to 10% in 2 ns with an extinction ratio of 120.

Au cours de nos phases de calibration du modulateur d’intensité, nous avons remarqué une lente dérive de la tension nécessaire à l’obtention de la coupure optimale¹⁸. Aussi, pour toutes les expériences que nous réalisons par la suite, nous enregistrons la trace de l’impulsion obtenue à l’oscilloscope et nous nous assurons qu’elle ne change pas de façon significative au cours du temps.

4.4.3 Résultats préliminaires

Les histogrammes des temps d’arrivée de photons obtenus pour deux expériences suivant la procédure décrite dans la section 4.4.2 mais étudiant deux nombres d’atomes différents sont reportés dans la figure 4.19. Chaque point y représente la quantité de photons détectés dans un intervalle¹⁹ de 1.46 ns. Ces données s’étendent sur une période de 200 ns débutant environ 42 ns avant l’extinction rapide de l’excitation, dont la fréquence est à résonance avec la transition $(5S_{1/2}, F = 2) \rightarrow (5P_{3/2}, F' = 3)$ et dont l’allure est reportée dans la figure 4.18. Les données représentées en rouge (courbe inférieure) et celles en bleu (courbe supérieure) correspondent à des nombres d’atomes dont on peut suivre l’évolution sur la figure 4.17 et dont les moyennes respectives valent $\langle N \rangle = 57$ et 400.

On remarquera dans un premier temps que les nombres de photons correspondant aux plateaux des premières 40 ns ont un ratio de $\sim 130/70 = 1.86$ bien inférieur au ratio des nombres moyens d’atomes $\sim 400/57 = 7$. Cet effet est à mettre en parallèle du phénomène

18. Les paramètres à optimiser simultanément étant le temps de coupure et le taux d’extinction.

19. Cet intervalle correspond au groupement de 20 intervalles élémentaires (ou *bins*) utilisés avec une résolution de 73 ps.

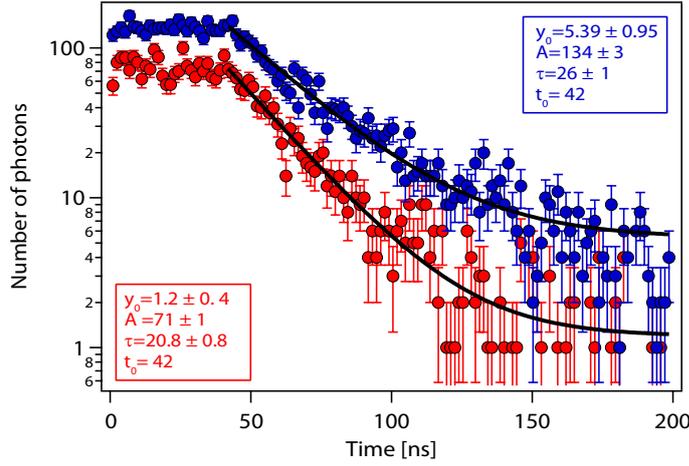


FIGURE 4.19 – *Time evolution of the scattered light*. Histograms of the detected photons arrival times over a duration of observation of 200 ns. Each data point is the amount of photons detected within 1.46 ns long intervals. Lower and upper curves correspond to experiments performed with respectively $\langle N \rangle = 57$ and 400 atoms. Solid lines are fits based on the model given by equation (4.18).

de suppression de l'excitation, mis en évidence dans la section 4.3, où la quantité de lumière diffusée par l'échantillon n'est pas proportionnelle au nombre d'atomes.

Bien qu'*a priori* l'ensemble de la dynamique de désexcitation du système atomique ne puisse se restreindre à une simple décroissance exponentielle (cf. section 4.4.1), la première phase d'évolution est quand même dominée par les modes de plus hauts poids auxquels peuvent être associé un amortissement exponentiel. On note cependant que dans les phases d'évolution très postérieures à la coupure de l'excitation, l'intensité rayonnée par le système décroît de moins en moins vite. Afin de modéliser ce comportement, nous utiliserons la formule empirique suivante :

$$f(t) = y_0 + Ae^{-(t-t_0)/\tau} \quad (4.18)$$

Ce modèle n'est pas rigoureux dans le sens qu'il ne découle d'aucune des considérations théoriques développées plus haut, mais il a l'avantage de s'approcher de façon satisfaisante de nos données sur la plage temporelle d'observation avec un minimum de paramètres libres. En ajustant ce modèle aux données appartenant aux deux courbes, en fixant l'instant t_0 à 42 ns (i.e. l'instant estimé de la coupure de l'excitation), nous obtenons les paramètres suivant :

	$\langle N \rangle = 57$ atoms	$\langle N \rangle = 400$ atoms
y_0	1.2 ± 0.4 ph	5.39 ± 0.95 ph
A	71 ± 1 ph	134 ± 3 ph
τ	20.8 ± 0.8 ns	26 ± 1 ns

TABLE 4.1 – *Results from fits*. Parameters obtained by fitting the data with the model given by equation (4.18).

On note ainsi que le temps de décroissance donné par τ passe de 20.8 ± 0.8 ns pour $\langle N \rangle = 57$ à 26 ± 1 ns pour $\langle N \rangle = 400$, montrant une modification de la dynamique de désexcitation en fonction du nombre d'atomes dans l'échantillon. Ces résultats sont assez inattendus dans le sens où l'échantillon d'atomes le moins dense (expérience n°1) présente une désexcitation plus rapide que celle attendue pour un échantillon dilué ($\tau \simeq 26$ ns) alors que l'échantillon le plus dense (expérience n°2) ne présente pas ce caractère superradiant. On notera cependant que la dynamique de désexcitation des deux échantillons ne peut être bien décrite par une évolution purement exponentielle sur la plage de nos observations. Ceci devra être confronté aux résultats qui pourront être obtenus avec des échantillons contenant les mêmes nombres d'atomes mais présentant de plus faibles densités.

Nous insistons cependant sur le fait que ces jeux de données sont préliminaires à des études plus poussées qui analyseraient ces modifications de la désexcitation pour une plage plus large de nombre d'atomes et pour différentes fréquences d'excitation par exemple.

4.5 Conclusion

Bien qu'il existe aujourd'hui un certain nombre d'expériences portant sur la diffusion collective de lumière par des ensembles d'atomes neutres (qui font l'objet des sections 4.2, 4.3 et 4.4), les résultats qui leur sont associés sont très divers et semblent même disparates. Ce manque de vision global, malgré un cadre théorique plutôt bien défini (cf. chapitre 3.2), provient sans doute en partie de la complexité du problème qui rejoint la classe des problèmes associés à la dynamique des systèmes de N-corps en interactions.

On notera cependant que certaines solutions analytiques semblent adaptées à l'étude des systèmes présentant un élargissement inhomogène important (cf. [Garrett et al., 1990] et [Keaveney et al., 2012]), contrairement aux systèmes d'atomes froids (cf. [Balik et al., 2013] et [Pellegrino et al., 2014]) où seule, à notre connaissance, une approche par résolution numérique est convenable en pratique. Cette différence de statut, entre les échantillons présentant un élargissement inhomogène et ceux qui n'en présentent pas, est en outre soutenue par certains arguments théoriques développés dans [Javanainen et al., 2014] qui tendent à montrer que les approches de "champ moyen" sont mieux adaptées au premier cas qu'au second.

Pour conclure ce chapitre, je soulignerais le fait que l'étude des phénomènes de diffusion collective n'est pas restreinte au cas des ondes lumineuses, et que les concepts qui y sont associés peuvent s'appliquer dans bien d'autres domaines comme, par exemple, la réduction de bruit dans des faisceaux d'électrons (cf. [Gover et al., 2012]) ou même la manipulation de la dynamique d'annihilation du positronium (cf. [Cui et al., 2012]).

Conclusion et perspectives

Ce mémoire, scindé en deux parties, rapporte mon travail sur l'étude de la diffusion collective de lumière résonante par des nano-nuages denses d'atomes froids.

La première partie décrit, dans un premier temps, les détails du dispositif expérimental et des procédures que nous avons mis en place pour produire et observer des nuages d'atomes de ^{87}Rb pouvant atteindre des densités de l'ordre de 10^{14} atomes/cm³, ayant des températures de l'ordre de $\sim 100 \mu\text{K}$, et occupant des volumes de l'ordre de λ^3 où λ est la longueur d'onde associée au rayonnement à résonance avec la transition D2 d'atomes de ^{87}Rb indépendants.

Ces échantillons atomiques sont obtenus à partir d'un réservoir d'atomes froids, généré par l'association d'un ralentisseur Zeeman et d'un MOT (section 1.2), où sont focalisées deux pinces optiques aux caractéristiques différentes (section 1.3) permettant d'atteindre les densités et les confinements annoncés plus haut.

En appliquant des méthodes de refroidissement évaporatif forcé (section 1.4), nous avons pu étudier l'évolution de ces échantillons vers un régime où leur densité dans l'espace des phases permettrait d'atteindre le seuil de dégénérescence quantique. Sans avoir pu mettre à jour d'autres signatures de la possible condensation de Bose-Einstein de ces ensembles mésoscopiques d'atomes, nous avons tout de même pu montrer que leurs paramètres (température, densité, taux de collision élastique) évoluent selon des lois d'échelles théoriquement développées dans le cadre d'échantillons macroscopiques.

La présentation de nos outils de détection optique (section 1.5) s'appuyant sur deux types de détecteurs, l'un permettant un suivi temporel sub-nanoseconde de la fluorescence et l'autre un suivi spatial de l'expansion des nuages d'atomes, vient conclure ce premier temps.

Le deuxième temps de cette première partie est dédié à nos études de la diffusion résonante de la lumière pour un atome seul.

Quelques rappels théoriques (section 2.2) nous permettent de mettre en avant le phénomène de retard, appelé délai de Wigner, associé à toute diffusion proche d'une résonance.

Bien que plusieurs mesures de ce délai aient déjà été réalisées, je reporte dans ce mémoire (section 2.3) la première d'entre elles, à ma connaissance, qui soit effectuée dans les conditions idéales d'un diffuseur unique [Bourgain et al., 2013b].

La réalisation de ces expériences de mesure du délai de Wigner pour des atomes uniques à également été l'occasion d'observer l'apparition de délais de Wigner non standards (section 2.4) révélant des phénomènes de propagation superluminique et pouvant être modélisés par l'introduction d'un *chirp* de la fréquence de l'excitation ou de la fréquence de la

transition électronique de l'atome.

La deuxième partie de ce mémoire est dédiée à l'étude de l'émergence d'effets collectifs générés par interaction dipôle-dipôle. Elle est également développée en deux temps séparant les modèles théoriques des observations expérimentales.

Le premier temps de cette partie résume deux différentes approches du problème de la diffusion de la lumière par des ensembles de diffuseurs (section 3.2) pour montrer que dans le cadre d'approximations de linéarité, associées au régime de faible excitation, ces approches convergent vers une modélisation du problème par un système d'équations différentielles dites *équations des dipôles couplés*.

Ces équations peuvent être formellement analysées (section 3.3) grâce à leur décomposition sur la base des vecteurs propres de l'opérateur d'interaction dipôle-dipôle, vecteurs aussi appelés *modes collectifs* du système. Etant donné, cependant, la complexité de la structure hyperfine de la transition du ^{87}Rb que nous étudions, nous avons collaboré avec une équipe de recherche théorique anglo-saxonne pour résoudre numériquement les équations modélisant le problème.

Ce premier temps se termine sur une discussion portant sur les notions de diffusion *coopérative* (section 3.4) qui ne connaissent encore aujourd'hui aucun consensus dans la communauté scientifique.

Enfin, le deuxième temps de cette dernière partie présente les observations expérimentales qui portent sur les phénomènes de diffusion collective par des ensembles atomiques. Un succinct rapport sur "l'état de l'art" concernant ces expériences (section 4.2) y est tout d'abord développé pour montrer la diversité des approches expérimentales proposées et la complexité des phénomènes mis en jeu.

Nous exposons ensuite les résultats relatifs aux expériences que nous avons réalisées (section 4.3) qui permettent de mettre en évidence le phénomène de *suppression de l'excitation*, conséquence des fortes interactions dipôle-dipôle entre atomes, et attendu par les modèles théoriques. Bien qu'un accord qualitatif entre nos mesures et les solutions numériques générés par nos collaborateurs existe, leur accord quantitatif reste insatisfaisant pour des raisons qui sont encore à l'étude.

Cette partie se clôt sur la présentation de résultats préliminaires d'expériences de suivi temporel de la diffusion de lumière résonante par les nano-nuages denses (section 4.4). Ces études tentent d'observer les modifications de la désexcitation de l'ensemble atomique apportées par les interactions dipôle-dipôle.

Les travaux présentés dans ce mémoire peuvent être vus comme les premiers efforts de notre équipe dans son étude de la diffusion collective par des ensembles atomiques denses dont les perspectives expérimentales se dirigent dans de multiples directions.

Il pourrait être intéressant de disposer de systèmes atomiques ayant une structure de transitions électroniques plus simple que celle de la transition D2 du ^{87}Rb pour en simplifier la modélisation. Une solution, dont les détails techniques sont placés en annexe B, serait de lever la dégénérescence des sous-niveaux Zeeman de la transition $(5S_{1/2}, F = 2) \rightarrow (5P_{3/2}, F' = 3)$ grâce aux déplacements lumineux induit par un faisceau laser de polarisation circulaire. Une difficulté notable serait cependant de réussir à produire des échantillons ayant une densité spatiale élevée d'atomes dans le niveau fondamental souhaité.

Il serait également intéressant de réaliser une mesure similaire à celle reportée dans

[Bienaimé et al., 2010] concernant la modification de la force de pression de radiation d'un faisceau à résonance avec un nuage d'atomes froids. L'analyse du déplacement du centre de masse de nos nano-nuages denses permettrait peut-être d'observer une déviation par rapport aux comportements des systèmes plus "dilués" pour l'instant étudiés ([Courteille et al., 2010]).

D'autre part, le spectre de la lumière diffusée par nos échantillons denses pourrait montrer, pour de fortes excitations, une modification du triplet de Mollow prédite par certains auteurs [Ott et al., 2013] et pourrait ainsi ouvrir la porte à d'autres types d'observations nécessitant un traitement théorique non classique.

Evaporative cooling of a small number of atoms in a single-beam microscopic dipole trap

R. Bourgain, J. Pellegrino, A. Fuhrmanek, Y. R. P. Sortais,* and A. Browaeys

Laboratoire Charles Fabry, Institut d'Optique, CNRS, Université Paris Sud, 2 Avenue Augustin Fresnel, 91127 Palaiseau Cedex, France

(Received 16 May 2013; published 30 August 2013)

We demonstrate experimentally the evaporative cooling of a few hundred rubidium-87 atoms in a single-beam microscopic dipole trap. Starting with 800 atoms at a temperature of $125\ \mu\text{K}$, we produce an unpolarized sample of 40 atoms at $110\ \text{nK}$, within 3 s. The phase-space density at the end of the evaporation reaches unity, close to quantum degeneracy. The gain in phase-space density after evaporation is 10^3 . We find that the scaling laws used for much larger numbers of atoms are still valid despite the small number of atoms involved in the evaporative cooling process. We also compare our results to a simple kinetic model describing the evaporation process and find good agreement with the data.

DOI: [10.1103/PhysRevA.88.023428](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.88.023428)

PACS number(s): 37.10.De, 37.10.Gh, 64.70.fm, 67.85.Hj

I. INTRODUCTION

Mesoscopic atomic ensembles containing a few hundred ultracold atoms constitute an interesting system for fundamental studies as well as applications in quantum optics and atomic physics. For example, they have been proposed as a tool to observe nonlinear effects at the single-photon level, e.g., using Rydberg atomic states [1], and more generally for applications in quantum information [2,3]. Recent proof-of-principle experiments along this line have been performed using samples containing ~ 100 laser-cooled atoms held in a microscopic dipole trap [4] or in one-dimensional optical lattices [5]. As another example, a quasideterministic single-atom source has recently been demonstrated using light-assisted collisions in a small cold atomic ensemble [6]. These demonstrations have been achieved with atomic samples laser-cooled around the Doppler temperature, but it is often desirable to start from much colder atoms to decrease the sources of decoherence during quantum manipulations. Moreover, when further cooled down, these systems could allow the study of quantum degenerate gases in a regime where the number of atoms is small. An important experiment in this direction has been performed recently with fermions held in a tight dipole trap [7].

Several strategies can be used to prepare small ultracold atomic ensembles with temperatures in the micro-Kelvin range. One of them relies on the production of a macroscopic quantum degenerate or nearly degenerate gas as a preliminary step; the ultracold sample is then used as a source to load a dipole trap in a dimple configuration as demonstrated in Refs. [8] and [9] for large atomic samples and in Ref. [7] for a few tens of fermionic atoms. An alternate route bypasses the first step mentioned above and starts directly with a small sample of laser-cooled atoms confined in a tight trap of typically several-micrometer size, such as magnetic traps on an atom chip [10] or arrays of optical dipole traps [11]. Evaporative cooling then allows reduction of the temperature (see, e.g., [12] and [13] and references therein) and has led so far to condensed samples containing several thousand atoms.

In the present work, we follow the second route and extend evaporative cooling to low atom numbers, ranging from a few hundreds to a few tens. Here, we use unpolarized

rubidium atoms held in a single-beam microscopic dipole trap. Despite its simplicity, we show that this configuration is compatible with high elastic collision rates and leads to efficient evaporation. To do so, we lower the trap depth, as originally demonstrated by Adams *et al.* [14] and now routinely implemented in many laboratories to achieve quantum degenerate gases (see, e.g., [15–22]), by merely decreasing the power of the trap laser. We observe that the phase-space density increases by 3 orders of magnitude during the evaporation and eventually reaches unity, with clouds containing as few as 40 atoms at $110\ \text{nK}$. We also find that despite the small number of atoms involved, the scaling laws that govern the evolution of the thermodynamical quantities, derived by O'Hara *et al.* [23], are still valid. Finally, we show that a simple kinetic model of the evaporative cooling process inspired by the works of Refs. [12,23] and [24] reproduces our data well.

The paper is organized as follows. In Sec. II, we describe our setup and the experimental procedures. In particular, we detail our strategy to load the microscopic dipole trap efficiently with up to 800 atoms at a temperature around $125\ \mu\text{K}$. Section III presents our results on evaporative cooling and compares the evolution of the temperature and the phase-space density to the scaling laws. In Sec. IV, we compare our data to the model in Refs. [12,23] and [24]. We conclude with possible improvements of evaporative cooling in single-beam-based experiments in Sec. V.

II. EXPERIMENTAL SETUP AND PROCEDURES

Our setup is illustrated in Fig. 1. We trap laser-cooled rubidium-87 atoms in a microscopic dipole trap produced by focusing a laser beam at $957\ \text{nm}$ with a large-numerical-aperture aspheric lens, as described in Ref. [25]. The $1/e^2$ radius of the Gaussian spot is $w = 1.6\ \mu\text{m}$. The size of the trap along the longitudinal direction is characterized by the Rayleigh length, $z_R = 8.4\ \mu\text{m}$. We use 20 mW of laser power to achieve a trap depth $U/k_B = 1\ \text{mK}$ (k_B is the Boltzmann constant). For this depth, the trapping frequencies of the atoms in the transverse and longitudinal directions are $\omega_{\perp}/2\pi = 64\ \text{kHz}$ and $\omega_{\parallel}/2\pi = 9\ \text{kHz}$, respectively. For a temperature of $125\ \mu\text{K}$, this corresponds to a thermal cloud with root-mean-square sizes of $270\ \text{nm}$ and $2\ \mu\text{m}$, respectively.

For all the measurements reported here, we measure the number of atoms N after the cloud has been released in

*yvan.sortais@institutoptique.fr

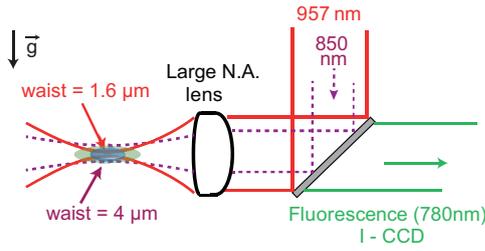


FIG. 1. (Color online) Trapping and detection scheme showing the two super-imposed single-beam dipole traps (see text) with comparable depths (~ 1 mK) but different sizes (waists $4\ \mu\text{m}$ and $1.6\ \mu\text{m}$). The large-numerical-aperture lens collects light-induced fluorescence. Imaging with an intensified camera (I-CCD) enables atom counting and temperature measurements, from which we extract the phase-space density. \vec{g} indicates the direction of gravity.

free space. For that purpose, we send a $10\text{-}\mu\text{s}$ pulse of circularly polarized probe light resonant with the $|5S_{1/2}, F = 2, M = 2\rangle$ – $|5P_{3/2}, F' = 3, M' = 3\rangle$ transition, combined with repumping light tuned to the $(5S_{1/2}, F = 1)$ – $(5P_{3/2}, F = 2)$ transition. The intensity of the probe beam is $I/I_{\text{sat}} = 1$ ($I_{\text{sat}} = 1.6\ \text{mW}/\text{cm}^2$). The large-numerical-aperture aspheric lens collects the light-induced fluorescence which we detect with an image intensifier followed by a low-noise charge-coupled-device camera (I-CCD). The duration of the time of flight is chosen long enough for the density to drop below 10^{11} at/cm³ to avoid light-assisted losses during probing [26]. In this way, the detected fluorescence is proportional to the number of atoms, which we extract by calibrating our detection system with a single atom [27]. The small number of atoms N requires that we integrate the signal over several realizations of the experiment, typically 10 to 1000 for N ranging from 800 to 40, allowing us to determine N with a typical statistical uncertainty of 10%. We measure the temperature T of the cloud with the time-of-flight technique with a statistical uncertainty of 10%.

Efficient evaporative cooling requires a high elastic collision rate and therefore that we initially confine a large number of atoms in the microscopic dipole trap. To do so, we proceed in four steps: first, we load a magneto-optical trap (MOT) in 1 s using a Zeeman slower. In the second step, we load from this MOT a dipole trap with a $1/e^2$ radius of $4\ \mu\text{m}$ and a depth of $1.4\ \text{mK}$ (see Fig. 1) produced by focusing a laser beam at $850\ \text{nm}$ with the above-mentioned aspheric lens (the full aperture of the lens is not used here). For this purpose, we use a compressed MOT sequence during which we reduce the intensity of the MOT lasers while red-detuning them from the fluorescence resonance. This results in a cloud of up to 3500 atoms at a temperature of $200\ \mu\text{K}$ and in a mixture of Zeeman sublevels $M = 0, \pm 1$ of the $F = 1$ hyperfine ground state. In the third step, we switch off the MOT lasers and turn on the microscopic dipole trap ($w = 1.6\ \mu\text{m}$, depth of $1\ \text{mK}$), which acts as a dimple. Finally, after 200 ms, we switch off the $4\text{-}\mu\text{m}$ trap, and following 60 ms of plain evaporation, $\sim 20\%$ of the atoms initially in the $4\text{-}\mu\text{m}$ trap are left in the microscopic dipole trap.

At the end of the loading procedure, $N \approx 800$ atoms are trapped in the $U/k_B = 1\ \text{mK}$ deep microscopic trap, at a temperature $T \approx 125\ \mu\text{K}$. The atoms are prepared in the $F = 1$ hyperfine ground-state level, in a mixture of Zeeman substates. Assuming a deep harmonic trap, the thermal volume

is $V_{\text{th}} = [2\pi k_B T / (m\omega^2)]^{3/2}$, corresponding to a spatial density at the center of the trap $n_0 = N/V_{\text{th}} \approx 3 \times 10^{14}$ at/cm³ and an initial phase-space density $D = N(\hbar\omega/k_B T)^3 \approx 1.5 \times 10^{-3}$. Here, $\omega = (\omega_{\perp}^2 \omega_{\parallel})^{1/3}$ is the mean oscillation frequency of the trap. Note that the phase-space density calculated in this way is based on the total number of atoms, irrespective of their Zeeman sublevel. In the present status of the experiment we do not measure the population in each Zeeman state. We calculate the elastic collision rate $\gamma_{\text{el}} = n_0 \sigma \bar{v} \sqrt{2} \approx 3 \times 10^4\ \text{s}^{-1}$. Here, $\bar{v} = \sqrt{8k_B T / (\pi m)}$ is the thermal average velocity (m is the atomic mass). The effective elastic cross section is $\sigma = \epsilon 4\pi a^2$ with $\epsilon = 2$ or $4/3$ for, respectively, atoms all in the same Zeeman sublevel of $F = 1$ or atoms in an equal mixture of Zeeman substates. Here, $a = 5\ \text{nm}$ is the scattering length.

III. EXPERIMENTAL RESULTS AND COMPARISON TO SCALING LAWS

Once the microscopic dipole trap has been loaded, we apply forced evaporation by decreasing the power of the dipole trap beam using an acousto-optical modulator. We calculate the depth $U(t)$, assuming a Gaussian laser beam and taking into account the deformation of the dipole potential by gravity. The evaporation ramp consists of 10 pieces, each piece corresponding to a linear decrease in the trap depth. At the end of each step, we maximize the phase-space density by adjusting the duration of the linear piece [28]. The experimental ramp obtained in this way is represented in Fig. 2.

For the sake of comparison we also plot the theoretical ramp predicted by O'Hara *et al.* [23], which is valid when the ratio $\eta = U/(k_B T)$ remains constant throughout the evaporation. Also, this prediction holds in the absence of inelastic losses.

In that case, the ramp is $U(t) = U_i(1 + t/\tau)^{\frac{2(3-\eta')}{\eta'}}$, with U_i the initial trap depth, $\eta' = \eta + \kappa$, and $\kappa = (\eta - 5)/(\eta - 4)$ when $\eta \gg 1$. The time constant τ is related to η and the initial elastic collision rate $\gamma_{\text{el},i}$ through $\tau = (\frac{2}{3}\eta'(\eta - 4)e^{-\eta}\gamma_{\text{el},i}/(2\sqrt{2}))^{-1}$, of the order of 15 ms, using our initial measured value, $\eta \approx 8.5$.

Not surprisingly, the experimental ramp deviates from the above-mentioned theoretical prediction, especially in the early stage of evaporation. This is due to the underlying assumptions of the prediction not being fulfilled in our case. Figure 3(a) shows that η decreases rapidly at the beginning of

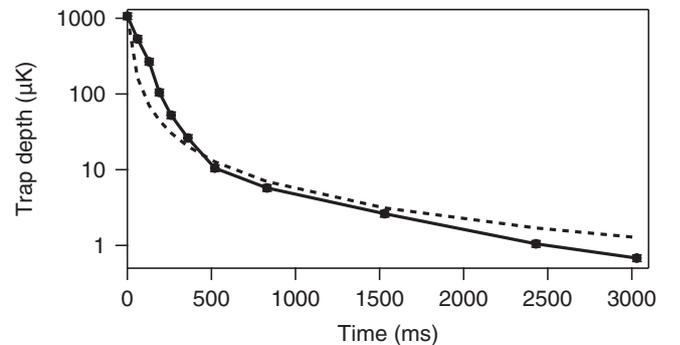


FIG. 2. Evolution of the trap depth as a function of time during evaporation. Solid line: experimental ramp with linear pieces after optimization. The trap depth is measured with a 10% uncertainty. Dotted line: theoretical prediction by O'Hara *et al.* [23].

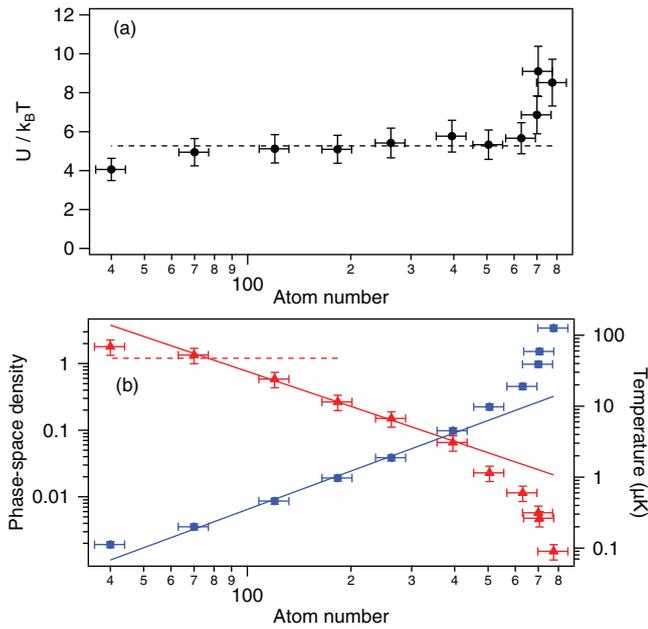


FIG. 3. (Color online) (a) Evolution of the ratio $\eta = U/k_B T$ versus the number of atoms N during evaporation (filled circles). Dashed line: average value of η for $70 \leq N \leq 400$. (b) Evolution of the measured temperature T (filled circles; right axis) and the phase-space density $D = N(\hbar\omega/k_B T)^3$ (triangles; left axis) versus the number of atoms. Solid lines are fits by power laws performed for data corresponding to $70 \leq N \leq 400$. Error bars correspond to 10% uncertainties on the measured temperature, number of atoms, trap depth U , and oscillation frequency ω . In (b), the horizontal dashed line at value $D = \zeta(3) \simeq 1.202$ indicates the transition between a thermal and a degenerate polarized sample.

the evaporation, before it stabilizes around 5. It is therefore not constant throughout evaporation and not much larger than 1. Moreover, in our case, the inelastic losses are not negligible at the beginning of the evaporation ramp (see Sec. IV). We also note that the initial elastic collision rate is of the order of the oscillation frequency ω_{\parallel} along the longitudinal axis of the trap. The cloud may therefore be partially in the hydrodynamics regime (see, e.g., [29]), an effect not taken into account here.

Figure 3(b) shows the evolution of the temperature versus the atom number during the evaporation. Combining the temperature and the number of atoms measured at the end of each linear piece of the ramp with the knowledge of the trap depth U , we calculate the average oscillation frequency ω and the phase-space density $D = N(\hbar\omega/k_B T)^3$ at the center of the trap, assuming an infinite deep harmonic trap. The evolution of D is also represented in Fig. 3(b): we observe a gain in phase-space density of 10^3 during evaporation. The data suggest that, assuming a polarized sample, we may have reached quantum degeneracy at the end of the ramp, as D then exceeds the threshold value $\zeta(3) \simeq 1.202$ [with the usual definition of the Riemann function $\zeta(n) = \sum_{j=1}^{\infty} 1/j^n$] [30]. However, we could not see any evidence of a double-structure on the column density after time of flight. This fact may be due to the small number of atoms involved [30]: at the threshold, $k_B T_c \approx \hbar\omega(N/\zeta(3))^{1/3} \approx 3\hbar\omega$. This implies that the thermal and the quantum degenerate components of the gas would have

very similar sizes in a time-of-flight measurement (the ratio of the two sizes is $\sim \sqrt{k_B T}/(\hbar\omega)$ in the absence of interaction between atoms). Furthermore, we do not have any access to the anisotropy of the cloud due to the geometry of the experiment, as we look along the long axis of the traps (see Fig. 1). More involved diagnostics will be necessary to study the quantum degenerate regime, such as stimulated Raman spectroscopy [31–33], which we leave for future work.

As a first step to understand evaporation processes in our single-beam trapping configuration we compare the data in Fig. 3(b) to the scaling laws derived by O’Hara *et al.* [23], which are valid for a constant ratio η and in the absence of inelastic losses. Following [23], the phase-space density should scale as $D \propto N^{-\xi}$, with $\xi = \eta' - 4$ characterizing the efficiency of evaporation [13]. In the same way, the temperature is expected to scale with the number of atoms as $T \propto N^{2(\eta'-3)/3}$. We have fitted the scaling laws to the data for which η is almost constant, i.e., $70 \leq N \leq 400$ [see Fig. 3(a)]. We find that $d \ln T/d \ln N = 1.79(6)$ and that the efficiency of evaporation is $\xi = 1.75(5)$. These two values lead to two independent and consistent evaluations of $\eta = 5.4(1)$ [34]. In the above-mentioned range for N , the scaling laws are also consistent with the average ratio $\eta = 5.3(3)$, which we directly deduce from U and T [see Fig. 3(a)]. Thus, inasmuch as the ratio η remains constant and the inelastic losses can be neglected (which is the case for $N \leq 400$; see Sec. IV), the scaling laws predicted by O’Hara *et al.* are valid even for the small value $\eta \sim 5$ and atom numbers as small as a few tens.

IV. EVAPORATION DYNAMICS

In order to better understand the evaporation processes involved in our geometry, in particular, the effect of the inelastic losses at the beginning of the evaporation process ($N > 400$), we have simulated the evaporative cooling process using the kinetic model developed in Refs. [12,23] and [24]. This model assumes that the atomic cloud is in thermal quasiequilibrium at any time during evaporation, that it is described by a truncated Boltzmann distribution, and that the atomic trajectories are ergodic. Based on these assumptions, one calculates thermodynamical quantities for the gas and relates them through rate equations. Here, we include in the model one-, two-, and three-body inelastic losses, as well as heating due to spontaneous emission induced by the trapping laser, and we take into account the time dependence of the parameter η .

We start with the average energy of the atomic cloud assumed to be trapped in a deep harmonic potential, $E = 3Nk_B T$, which yields $\dot{E}/E = \dot{N}/N + \dot{T}/T$. Four mechanisms lead to a variation in the energy during evaporation. The first one is evaporation due to elastic collisions between trapped atoms. Atoms leaving the trap have an average energy $(\eta + \kappa)k_B T$, with $\kappa = (\eta - 5)/(\eta - 4)$ [35]. Assuming three-dimensional evaporation, this mechanism leads to a rate of variation in the energy $\dot{E}_{\text{ev}} = (\eta + \kappa)k_B T \dot{N}_{\text{ev}}$, where the atom loss rate due to evaporation is $\dot{N}_{\text{ev}}/N = -2(\eta - 4)e^{-\eta} \gamma_{\text{el}}/(2\sqrt{2})$ [12,23,36]. The second mechanism results from the decrease in the oscillation frequency due to the adiabatic reduction of the trap depth, leading to a rate $\dot{E}_{\text{ad}} = E \dot{U}/(2U)$ for a harmonic trap. The third mechanism is heating due to spontaneous emission induced by the dipole

trap laser. We model the associated variation of energy as $\dot{E}_{\text{heat}} = 2E_r R N$, where E_r is the recoil energy gained in the scattering of a photon by an atom, which occurs at a rate $R(t) \propto U(t)$. Finally, the energy varies due to the loss of atoms by one-, two-, or three-body inelastic collisions. Each q -body loss ($q = 1, 2$, or 3) is governed by the equation for the local density $\dot{n}_q(\mathbf{r}, t) = -K_q n(\mathbf{r}, t)^q$. It gives the rate of variation in the energy

$$\dot{E}_q = \frac{3}{2} \dot{N}_q k_B T + \int U(\mathbf{r}) \dot{n}_q(\mathbf{r}, t) d^3 \mathbf{r}, \quad (1)$$

where the first and second terms are the contributions of the kinetic energy and of the trapping potential $U(\mathbf{r})$, respectively [12]. Here, $\dot{N}_q = \int \dot{n}_q(\mathbf{r}, t) d^3 \mathbf{r}$. Plugging in the equation for the evolution of the local density yields

$$\dot{E}_q = \left(\frac{3}{2} + \gamma_q\right) \dot{N}_q k_B T, \quad (2)$$

where

$$\gamma_q = \frac{1}{q} \frac{T}{V_q} \frac{dV_q}{dT} \quad \text{and} \quad V_q = \int e^{-q \frac{U(\mathbf{r})}{k_B T}} d^3 \mathbf{r}. \quad (3)$$

For an infinitely deep harmonic trap, we find $\gamma_q = 3/(2q)$, showing that two- and three-body losses carry away less than the average energy, leading to anti-evaporation. This is due to the fact that these losses occur mainly at the center of the trap, where the density is highest and the energy of the atoms is lower than the average energy. The atom loss rate due to q -body inelastic collisions is $\dot{N}_q/N = -K_q n_0^{q-1}/(q\sqrt{q})$.

Using $\dot{N} = \dot{N}_{\text{ev}} + \sum_q \dot{N}_q$ and $\dot{E} = \dot{E}_{\text{ev}} + \dot{E}_{\text{ad}} + \dot{E}_{\text{heat}} + \sum_q \dot{E}_q$, we obtain the set of coupled equations governing the evaporation in the presence of heating and q -body losses:

$$\begin{aligned} \frac{\dot{N}}{N} &= -2(\eta - 4)e^{-\eta} \frac{\gamma_{\text{el}}}{2\sqrt{2}} + \sum_{q=1,2,3} \frac{\dot{N}_q}{N}, \\ \frac{\dot{T}}{T} &= -2 \left(\frac{\eta + \kappa}{3} - 1 \right) (\eta - 4) e^{-\eta} \frac{\gamma_{\text{el}}}{2\sqrt{2}} \\ &+ \sum_{q=1,2,3} \frac{1}{3} \left(\frac{3}{2} + \gamma_q - 3 \right) \frac{\dot{N}_q}{N} + \frac{2E_r}{3k_B T} R + \frac{\dot{U}}{2U}, \end{aligned} \quad (4)$$

where η , R , and γ_{el} are functions of time. We solve these equations numerically using the experimental ramp $U(t)$ in Fig. 2. We find that the heating rate $R(t)$, which amounts initially to $R(0) = 22 \text{ s}^{-1}$, drops very rapidly and has very little influence on evaporation. For the one-body loss rate, we plug into the simulation the value $K_1 = 0.1 \text{ s}^{-1}$, corresponding to the measured 10-s vacuum-limited lifetime of a single atom in the microscopic trap [25]. Also, for the three-body loss rate we take the value that we measured in a separate experiment, $K_3 = 4 \times 10^{-29} \text{ cm}^6 \text{ s}^{-1}$ [37]. To reproduce our data more accurately we have to assume a two-body loss rate $K_2 = 1.5 \times 10^{-14} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$. The two-body losses may be due to a small steady population of atoms in state $F = 2$ caused by the near-resonant laser being switched off improperly. This population results in hyperfine-changing collisions with the atoms in the $F = 1$ level. Reference [38] reports a value for the hyperfine-changing collision rate of $8 \times 10^{-12} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$. We infer from this value a fraction of atoms in the $F = 2$ states of 0.2%, too small to be measured directly with our setup.

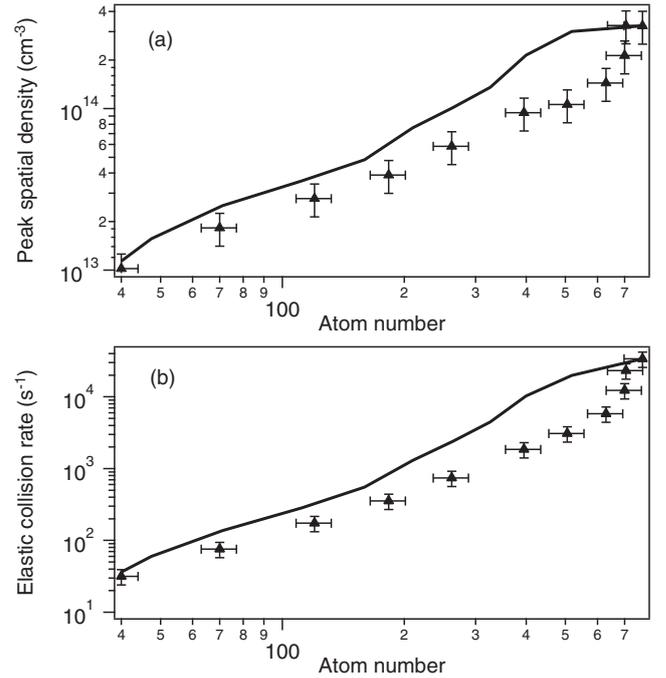


FIG. 4. Evolution of (a) the spatial density n_0 and (b) the elastic collision rate $\gamma_{\text{el}} = n_0 \sigma \bar{v} \sqrt{2}$ at the center of the trap, versus the number of atoms. Triangles: values extracted from the measurements of T , N , and the trap depth U . Error bars correspond to 10% uncertainties on T , N , and the oscillation frequency ω . Solid lines: kinetic model using $\sigma = \epsilon 4\pi a^2$ with $\epsilon = 4/3$ (i.e., atoms are equally distributed among the Zeeman sublevels of $F = 1$).

The contributions of the two- and three-body losses in Eqs. (4) are significant essentially at the beginning of the ramp, where the loss rates amount to $K_2 n_0 / (2\sqrt{2}) \simeq 1.7 \text{ s}^{-1}$ and $K_3 n_0^2 / (3\sqrt{3}) \simeq 0.8 \text{ s}^{-1}$, respectively. As shown in Fig. 4(a), the density drops below 10^{14} cm^{-3} when the number of atoms becomes smaller than 400. Inelastic losses thus become negligible. This justifies the experimental validity of the scaling laws detailed in Sec. III. For $N \leq 400$, the main contributions to the evaporation process are the adiabatic reduction of the trap depth and the elastic collision rate, which has decreased by ~ 3 orders of magnitude by the end of the ramp [see Fig. 4(b)].

Using the above-mentioned parameters for the heating and inelastic loss rates, Eqs. (4) yield the evolution of the temperature, number of atoms, and phase-space density as a function of the evaporation time. Figure 5 compares the experimental data with the results of the model for values of the elastic cross section $4/3 \leq \sigma / (4\pi a^2) \leq 2$. The agreement between the simulation and the data is better than 30% for the temperature and the parameter η [see Fig. 5(a) and inset]. By setting $K_2 = 0$ and $K_3 = 0$ in the simulation, we have checked that the inelastic losses at the beginning of the ramp are largely responsible for the decrease in η in the early stage of the evaporation. The agreement between the model and the data is somewhat less satisfactory for the number of atoms [see Fig. 5(b)]. In particular, N decreases experimentally more slowly than predicted at the beginning of the ramp. This could be due to the fact that the model does not account for the

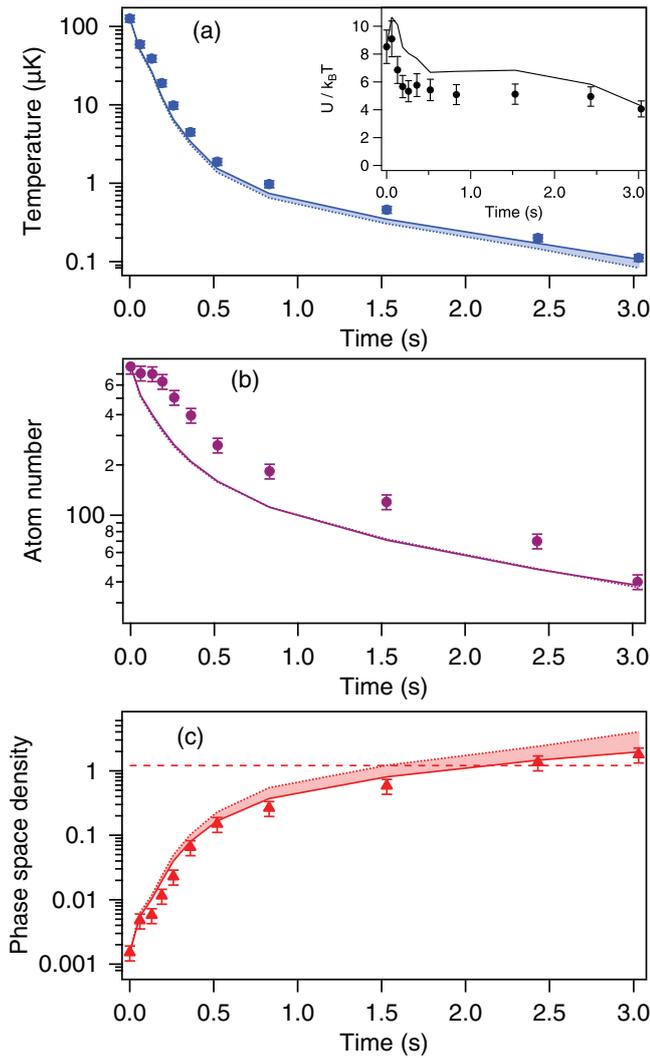


FIG. 5. (Color online) Comparison between the data and the model of Eqs. (4). Evolution of (a) the temperature T , (b) the number of atoms N , and (c) the phase-space density $D = N(\hbar\omega/k_B T)^3$, as a function of the evaporation time. The dots and triangles are the data. Error bars correspond to 10% uncertainties on T , N and the oscillation frequency ω . The solid and dotted lines are respectively the predictions of the model for $\sigma = (4/3) \times 4\pi a^2$ (i.e. the atoms are equally distributed among the Zeeman sub-levels of $F = 1$) and $\sigma = 2 \times 4\pi a^2$ (i.e. the atoms are all in the same Zeeman sub-level). Here, we have taken $\{K_1; K_2; K_3\} = \{0.1 \text{ s}^{-1}; 1.5 \times 10^{-14} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}; 4 \times 10^{-29} \text{ cm}^6 \text{ s}^{-1}\}$. In (c), the dashed line corresponds to $D = \zeta(3) \simeq 1.202$. Inset in (a) : evolution of $\eta = U/k_B T$.

possible hydrodynamic behavior at the beginning of the ramp, as mentioned in Sec. III. It could also derive from the fact that evaporated atoms remain in the vicinity of the trap when

we perform imaging of the cloud (and therefore contribute to the measured number of atoms) but do not collide with the remaining trapped atoms (and therefore do not contribute to evaporation at a later time). Finally, Fig. 5(c) shows a good agreement between the simulation and the data for the phase-space density. The slowing-down of evaporation seen in both the experiment and the theory is a consequence of the decrease in the elastic collision rate when the trapping potential is lowered, even in the absence of inelastic losses (see, e.g., [23]). In our case, inelastic losses further slow down the evaporation process at the beginning of the evaporation: in the absence of these losses (but with the same microscopic trapping potential and evaporation ramp), the phase-space density would reach unity after 700 ms only.

V. CONCLUSION

In conclusion, we have implemented evaporative cooling of a few hundred atoms held in a microscopic dipole trap. After an evaporation period of 3 s we reach a phase-space density of ~ 2 with 40 unpolarized atoms at ~ 100 nK, close to quantum degeneracy. The overall duty cycle of the experiment is around 4 s. The atomic sample thus obtained is a good starting point for experiments involving mesoscopic-sized ultracold atomic samples. In the future, it will be interesting to enhance the efficiency of the evaporation by tilting the potential, e.g., by applying a strong magnetic field gradient [7,39] or an extra laser beam to achieve the runaway regime [40]. This may allow us to reach Bose-Einstein condensation with a small number of atoms and to decrease the duration of the evaporation.

From a theoretical perspective, we have compared our data to a simple model of evaporative cooling, assuming the trapping potential to be harmonic. We have found that the scaling laws governing the evolution of the thermodynamics quantities are still relevant in our regime of small atom numbers, as long as the ratio η remains constant and the inelastic losses are negligible. We have also found that a kinetic model taking into account time variations of η as well as heating and loss mechanisms reproduces the dynamics of the evaporation in a fair way. This simple model is therefore a useful guide to optimize evaporation parameters. In the future it will be interesting to refine the model presented here by taking into account the real shape of the Gaussian laser trap potential [41,42].

ACKNOWLEDGMENTS

We thank T. Lahaye for careful reading of the manuscript. We acknowledge support from the E.U. through the ERC Starting Grant ARENA and the AQUATE Project and from the Region Ile de France (Triangle de la Physique and IFRAF).

- [1] M. Saffman and T. G. Walker, *Phys. Rev. A* **66**, 065403 (2002).
 [2] M. D. Lukin, M. Fleischhauer, R. Coté, L. M. Duan, D. Jaksch, J. I. Cirac, and P. Zoller, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 037901 (2001).

- [3] M. Saffman, T. G. Walker, and K. Mølmer, *Rev. Mod. Phys.* **82**, 2313 (2010).
 [4] D. Maxwell, D. J. Szwer, D. Paredes-Barato, H. Busche, J. D. Pritchard, A. Gauguier, K. J. Weatherill, M. P. A. Jones, and C. S. Adams, *Phys. Rev. Lett.* **110**, 103001 (2013).

- [5] Y. O. Dudin and A. Kuzmich, *Science* **336**, 887 (2012).
- [6] T. Grünzweig, A. Hilliard, M. McGovern, and M. F. Andersen, *Nature Phys.* **6**, 951 (2010).
- [7] F. Serwane, G. Zürn, T. Lompe, T. B. Ottenstein, A. N. Wenz, and S. Jochim, *Science* **332**, 336 (2011).
- [8] D. M. Stamper-Kurn, H.-J. Miesner, A. P. Chikkatur, S. Inouye, J. Stenger, and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 2194 (1998).
- [9] D. Jacob, E. Mimoun, L. De Sarlo, M. Weitz, J. Dalibard, and F. Gerbier, *New J. Phys.* **13**, 065022 (2011).
- [10] S. Whitlock, R. Gerritsma, T. Fernholz, and R. J. C. Spreeuw, *New J. Phys.* **11**, 023021 (2009).
- [11] J. Sebby-Strabley, R. T. R. Newell, J. O. Day, E. Brekke, and T. G. Walker, *Phys. Rev. A* **71**, 021401 (2005).
- [12] O. J. Luiten, M. W. Reynolds, and J. T. M. Walraven, *Phys. Rev. A* **53**, 381 (1996).
- [13] W. Ketterle and N. J. Van Druten, *Adv. At. Mol. Opt. Phys.* **37**, 181 (1996).
- [14] C. S. Adams, H. J. Lee, N. Davidson, M. Kasevich, and S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 3577 (1995).
- [15] M. D. Barrett, J. A. Sauer, and M. S. Chapman, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 010404 (2001).
- [16] S. R. Granade, M. E. Gehm, K. M. O'Hara, and J. E. Thomas, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 120405 (2002).
- [17] G. Cennini, G. Ritt, C. Geckeler, and M. Weitz, *Appl. Phys. B* **77**, 773 (2003).
- [18] T. Weber, J. Herbig, M. Mark, H.-C. Nägerl, and R. Grimm, *Science* **299**, 232 (2003).
- [19] T. Kinoshita, T. Wenger, and D. S. Weiss, *Phys. Rev. A* **71**, 011602 (2005).
- [20] R. Dumke, M. Johanning, E. Gomez, J. D. Weinstein, K. M. Jones, and P. D. Lett, *New J. Phys.* **8**, 64 (2006).
- [21] T. Gericke, P. Würtz, D. Reitz, C. Utfeld, and H. Ott, *Appl. Phys. B* **89**, 447 (2007).
- [22] T. Lauber, J. Küber, O. Wille, and G. Birkl, *Phys. Rev. A* **84**, 043641 (2011).
- [23] K. M. O'Hara, M. E. Gehm, S. R. Granade, and J. E. Thomas, *Phys. Rev. A* **64**, 051403 (2001).
- [24] D. Comparat, A. Fioretti, G. Stern, E. Dimova, B. Laburthe Tolra, and P. Pillet, *Phys. Rev. A* **73**, 043410 (2006).
- [25] Y. R. P. Sortais, H. Marion, C. Tuchendler, A. M. Lance, M. Lamare, P. Fournet, C. Armellin, R. Mercier, G. Messin, A. Browaeys, and P. Grangier, *Phys. Rev. A* **75**, 013406 (2007).
- [26] A. Fuhrmanek, R. Bourgain, Y. R. P. Sortais, and A. Browaeys, *Phys. Rev. A* **85**, 062708 (2012).
- [27] A. Fuhrmanek, Y. R. P. Sortais, P. Grangier, and A. Browaeys, *Phys. Rev. A* **82**, 023623 (2010).
- [28] It could happen that a minor gain in phase space resulted in an important loss of atoms. In this case we kept the ramp corresponding to the largest number of atoms.
- [29] H. C. W. Beijerinck, *Phys. Rev. A* **62**, 063614 (2000).
- [30] W. Ketterle and N. J. van Druten, *Phys. Rev. A* **54**, 656 (1996).
- [31] G. Grynberg, B. Lounis, P. Verkerk, J.-Y. Courtois, and C. Salomon, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 2249 (1993).
- [32] A. M. Kaufman, B. J. Lester, and C. A. Regal, *Phys. Rev. X* **2**, 041014 (2012).
- [33] J. D. Thompson, T. G. Tiecke, A. S. Zibrov, V. Vuletić, and M. D. Lukin, *Phys. Rev. Lett.* **110**, 133001 (2013).
- [34] These two determinations of η are independent, as the calculation of the phase-space density depends also on the value of the trap depth.
- [35] This expression of κ holds only in the limit $\eta \gg 1$. To account for our not-so-large values of η at the end of the evaporation ramp, we could use the general expression of $\kappa = 1 - P(5, \eta)/(\eta P(3, \eta) - 4P(4, \eta))$, where P is the incomplete γ function [45]. We checked that this alters the overall results in N and T by less than a few percent.
- [36] This expression of \dot{N}_{ev}/N holds for $\eta \gg 1$. We also checked that using the general expression $\dot{N}_{\text{ev}}/N = -2(\eta P(3, \eta) - 4P(4, \eta))e^{-\eta} \gamma_{\text{ei}}/(2\sqrt{2})$ does not significantly change the result of the simulation.
- [37] Our value $K_3 = 4 \pm 3 \times 10^{-29}$ cm⁶/s, measured on a cloud at a temperature of 100 μ K, is compatible with the values obtained in [43] and [44] at much lower temperatures.
- [38] S. D. Gensemer, P. L. Gould, P. J. Leo, E. Tiesinga, and C. J. Williams, *Phys. Rev. A* **62**, 030702 (2000).
- [39] C.-L. Hung, X. Zhang, N. Gemelke, and C. Chin, *Phys. Rev. A* **78**, 011604 (2008).
- [40] J.-F. Clément, J.-P. Brantut, M. Robert-de-Saint-Vincent, R. A. Nyman, A. Aspect, T. Bourdel, and P. Bouyer, *Phys. Rev. A* **79**, 061406 (2009).
- [41] L. Simon and W. T. Strunz, *Phys. Rev. A* **81**, 063620 (2010).
- [42] Y. R. P. Sortais *et al.*, in preparation (2013).
- [43] E. A. Burt, R. W. Ghrist, C. J. Myatt, M. J. Holland, E. A. Cornell, and C. E. Wieman, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 337 (1997).
- [44] J. Söding, D. Guéry-Odelin, P. Desbiolles, F. Chevy, H. Inamori, and J. Dalibard, *Appl. Phys. B* **69**, 257 (1999).
- [45] M. Abramowitz and I. A. Stegun, eds., *Handbook of Mathematical Functions* (Dover, New York, 1972).

Direct measurement of the Wigner time delay for the scattering of light by a single atom

R. Bourgain, J. Pellegrino, S. Jennewein, Y. R. P. Sortais,* and A. Browaeys

Laboratoire Charles Fabry, Institut d'Optique, CNRS, Univ Paris Sud, 2 Avenue Augustin Fresnel, 91127 Palaiseau cedex, France

*Corresponding author: yvan.sortais@institutoptique.fr

Received April 15, 2013; accepted April 17, 2013;
posted April 23, 2013 (Doc. ID 188661); published May 30, 2013

We have implemented the Gedanken experiment of an individual atom scattering a wave packet of near-resonant light, and measured the associated Wigner time delay as a function of the frequency of the light. In our apparatus, the atom behaves as a two-level system and we have found delays as large as 42 ns at resonance, limited by the lifetime of the excited state. This delay is an important parameter in the problem of collective near-resonant scattering by an ensemble of interacting particles, which is encountered in many areas of physics. © 2013 Optical Society of America

OCIS codes: (290.5820) Scattering measurements; (350.4855) Optical tweezers or optical manipulation; (290.4210) Multiple scattering; (020.1670) Coherent optical effects.
<http://dx.doi.org/10.1364/OL.38.001963>

The scattering of an incident wave, whether classical or quantum, upon a single particle is not an instantaneous process. In 1955, E. P. Wigner showed that the time-delay associated to the elastic scattering of a wave upon a scatterer is the derivative of the phase shift acquired by the incident wave with respect to its energy [1]. Later, F. T. Smith pointed out that this so-called Wigner delay is the lifetime of a resonant state excited during the scattering [2], therefore being largest at resonance. Since its derivation, the Wigner delay has been used as an important parameter in the problem of near-resonant scattering in dense media, as it governs the transport of energy [3–7].

Scattering processes are common in many areas of physics, and therefore many systems are candidates for the measurement of this delay. However, in most systems it is expected to be very short, explaining why experimental demonstrations are scarce and have required involved techniques. In 1976, a delay in the 10^{-20} s range was measured in the elastic near-resonant scattering of protons on a target of carbon using interferences in the Bremsstrahlung radiation [8]. The advent of ultrashort pulse laser-based metrology made it possible to measure time delays associated to the scattering of light by condensed matter systems or by atomic vapors. Femtosecond (fs) laser techniques, for instance, allowed to measure delays of a few fs associated with the bouncing of light off a metallic surface in the vicinity of a plasmon resonance [9]. More recently, attosecond metrology led to the measurement of delays in the 10–100 attoseconds range in the photoemission from a surface [10] or from a vapor [11,12]. Yet, the Gedanken experiment imagined initially by Wigner has never been realized, i.e., the direct measurement of the time delay induced by a single scatterer upon an incident wave. Here, we do so by sending a Gaussian wavepacket of near-resonant light on an isolated individual atom and by scanning the frequency of the light across an atomic resonance.

The Wigner delay can be understood in a semiclassical model, where a two-level atom elastically scatters a classical light field. In the limit of weak intensities, the atom responds linearly to the incoming light field, and the associated dispersive behavior leads to a time delay

of the re-emitted field that is maximum at resonance and is given by $\tau_W = d\phi/d\omega$. Here, ω is the frequency of light, $\phi(\omega) = \arctan(\Gamma/2(\omega_0 - \omega))$ is the phase of the atomic polarizability [13,14], $\omega_0 = 2\pi c/\lambda_0$ is the frequency of the atomic resonance, and Γ is the inverse lifetime of the excited state $|e\rangle$ (see Fig. 1). τ_W is thus given by

$$\tau_W(\omega) = \frac{2}{\Gamma} \frac{1}{1 + 4\left(\frac{\omega - \omega_0}{\Gamma}\right)^2}. \quad (1)$$

When the incident wave is a weak pulse of light, the scattered field amplitude is obtained by adding coherently the scattered amplitudes associated to each Fourier component of the incident pulse, and τ_W is the delay in the arrival time of the pulse envelope, induced by the presence of the atom [1,2,4,13]. In the particular case of a Gaussian pulse of light with root-mean-square (rms) duration $\Delta t \gg 1/\Gamma$ and small intensity ($I/I_{\text{sat}} \ll 1$), the scattered pulse is undistorted, with an intensity given by

$$I_{\text{sc}}(r, t) \propto \frac{1}{1 + 4\left(\frac{\omega_L - \omega_0}{\Gamma}\right)^2} e^{-[t - t_0 - \tau_W(\omega_L)]^2 / 2\Delta t^2}. \quad (2)$$

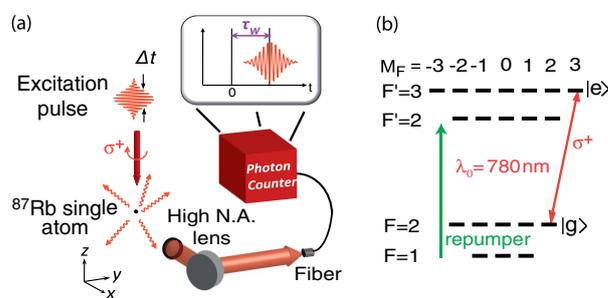


Fig. 1. (a) Implementation of the Wigner Gedanken experiment: we excite a single atom by a pulse of light and measure the arrival time of the scattered pulse on a photon counter; we use the large numerical aperture lenses to isolate a single atom with a tightly focused laser beam (not shown), and collect the scattered photons efficiently. (b) Atomic levels used in the experiment.

Here, ω_L is the center frequency of the laser pulse spectrum, t is time, r is the distance between the observer and the scatterer, and c is the velocity of light. In the limits mentioned above, we thus expect a scattered pulse that is Gaussian in temporal shape and maximally delayed at resonance by $\tau_W(\omega_0) = 2/\Gamma$, which can reach several tens of nanoseconds for optical transitions of e.g., alkali atoms.

To check this prediction experimentally, we use a single cold ^{87}Rb atom that we initially isolate in an optical dipole trap with microscopic size [15]. The temperature of the atom in the trap is 70 μK , measured by a release-and-recapture method [16]. We first prepare the trapped atom in the hyperfine ground state level ($5S_{1/2}, F = 2$). We then release it in free space and illuminate it with a series of weak Gaussian pulses of circularly polarized near-resonant laser light at $\lambda_0 = 780\text{ nm}$ (see Fig. 1). Using a large numerical aperture lens (N.A. = 0.5), we collect the photons scattered at 90° with respect to the direction of excitation and detect them with a fiber-coupled avalanche photodiode (APD) operating in the single photon counting mode. The signal is sent to a counting card with a 256 ps resolution. The excitation light is produced from a continuous laser locked on the ($5S_{1/2}, F = 2$) to ($5P_{3/2}, F' = 3$) transition. We chop this light into pulses with a Gaussian temporal shape using an acousto-optic modulator and a fast arbitrary waveform generator. We set the peak intensity I of the pulse to $I/I_{\text{sat}} = 0.1$ ($I_{\text{sat}} = 1.6\text{ mW/cm}^2$) to operate in the weak excitation limit. For the temporal width of the pulses, we choose $\Delta t = 66\text{ ns}$ sufficiently large to approach the limit $\Delta t \gg 1/\Gamma$ (here, $1/\Gamma = 26\text{ ns}$), and sufficiently small to determine with a good accuracy the temporal center of the scattered pulse, and thus the time delay τ_W [see Fig. 2(a)]. The acousto-optic modulator allows us to tune the center frequency ω_L of the laser light around the frequency ω_0 of the closed transition between the states $|g\rangle = |5S_{1/2}, F = 2, M_F = 2\rangle$ and $|e\rangle = |5P_{3/2}, F' = 3, M_F' = 3\rangle$. The optical pumping of the atom in the Zeeman sublevel $|g\rangle$ is ensured by the first excitation pulses when the laser is on resonance with the atom. When the laser is tuned away from the resonance, the optical pumping is less efficient. However the Wigner delay is unaffected by the events when the atom does not cycle on the closed

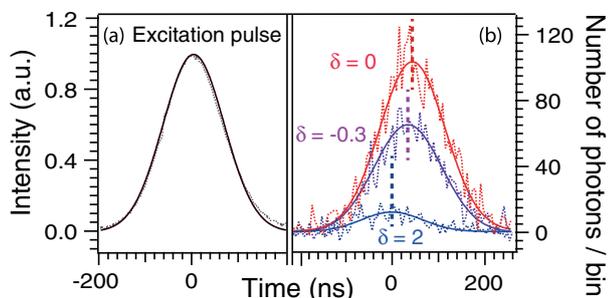


Fig. 2. (a) Intensity of the excitation pulse with rms width $\Delta t = 66\text{ ns}$, (b) histograms of the number of photons detected after scattering for $\delta = (\omega_L - \omega_0)/\Gamma = (0; -0.3; 2)$ (time bins: 5.9 ns). Dotted lines are the measured data and solid lines are Gaussian fits. In (b), the rms widths of the scattered pulses are, respectively, 73, 73, 65 ns, in agreement with the solution of Eqs. (3).

transition, as both the center frequency and the width of the resonance, which sets the value of the delay, are independent of the transition between the states $|5S_{1/2}, F = 2, M_F\rangle$ and $|5P_{3/2}, F' = 3, M_F'\rangle$. During the excitation, repumping light tuned to the ($5S_{1/2}, F = 1$) to ($5P_{3/2}, F' = 2$) transition is also sent on the atom.

To maximize the number of collected photons scattered by the same atom, we use a time sequence where we interleave excitation pulses in free space with recapturing periods of 1.3 μs . After 50 such excitation-and-recapture periods, photon scattering has heated the atom and the probability that the atom escapes the trap has increased. We therefore apply a 1 ms period of three dimensional laser cooling with the dipole trap on. In this way, we keep the Doppler shift below 100 kHz. We repeat this pattern 120 times, corresponding to a total of 6000 pulses sent on the same atom before we start again with a newly prepared atom.

Figure 2(b) shows the temporal responses obtained on the photon counter for different values of the detuning $\delta = (\omega_L - \omega_0)/\Gamma$ of the excitation laser. Each temporal response results from an integration over 2000 individual atoms having experienced the sequence described above, and is fitted with a Gaussian to extract the arrival time of the scattered pulse. At resonance, the scattered pulse is maximally delayed (and most intense), as expected from Eqs. (1) and (2). Figure 3 summarizes the variation of the arrival time versus δ . The comparison to far off-resonance measurements reveals a Wigner time delay τ_W as large as $42 \pm 2\text{ ns}$ at resonance, not far from the $2/\Gamma = 52\text{ ns}$ predicted by Eq. (1).

The discrepancy is actually due to the conditions $\Delta t \gg 1/\Gamma$ and $I/I_{\text{sat}} \ll 1$ not being exactly fulfilled experimentally. In particular, the latter condition means that the scattering is not only elastic, as implicit from the model discussed above, but has also a small inelastic component. To take this into account, we solved the optical Bloch equations governing the evolution of the density matrix for a two-level atom, using the measured shape of the excitation pulse as a driving term. These equations read in the rotating-wave approximation [17]:

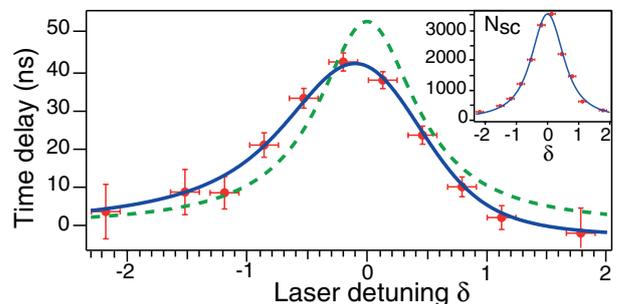


Fig. 3. Time delay of the scattered light pulse versus the detuning δ of the excitation laser. Dashed line: prediction of Eq. (1). Solid line: solution of Eqs. (3) for a two-level atom excited by the pulse shown in Fig. 2(a), with a fitted chirp rate $\alpha/2\pi = 5 \pm 0.8\text{ MHz}/\mu\text{s}$. The vertical error bars are from the fits of the scattered pulses. Horizontal error bars are the rms uncertainty in the laser frequency (0.12Γ). The inset shows the number of scattered photons detected on the APD, and the solid line is the solution of Eqs. (3).

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{\rho}}_{eg} &= i(\omega_L - \omega_0(t))\tilde{\rho}_{eg} + i\frac{\Omega(t)}{2}(2\rho_{ee} - 1) - \frac{\Gamma}{2}\tilde{\rho}_{eg}, \\ \dot{\rho}_{ee} &= i\frac{\Omega(t)}{2}(\tilde{\rho}_{eg} - \tilde{\rho}_{ge}) - \Gamma\rho_{ee},\end{aligned}\quad (3)$$

where $\tilde{\rho}_{eg} = \rho_{eg} \exp(i\omega_L t)$, $\tilde{\rho}_{ge} = \tilde{\rho}_{eg}^*$, $\Omega(t) = \Omega e^{-t^2/4\Delta t^2}$ and $2\Omega^2/\Gamma^2 = I/I_{\text{sat}}$. In order to account for the slight asymmetry observed on the data (see Fig. 3), we have allowed for a small chirp of the transition frequency during the pulse: $\omega_0(t) = \omega_0 + \alpha t$ [18]. The resolution of Eqs. (3) yields the temporal evolution of the population $\rho_{ee}(t)$ in state $|e\rangle$, proportional to the scattered pulse intensity $I_{\text{sc}}(t)$. For our experimental parameters $I_{\text{sc}}(t)$ is also Gaussian to a very good approximation, which allows us to identify unambiguously the Wigner delay [19]. A fit of the data by this second model with the chirp rate α as an adjustable parameter gives $\alpha/2\pi = 5 \pm 0.8$ MHz/ μs and predicts a maximum delay of 42 ns at resonance, in very good agreement with the measured delay. By setting $I/I_{\text{sat}} < 0.01$ and $\Delta t > 10/\Gamma$ in Eqs. (3), as well as $\alpha = 0$, we checked that we recovered the asymptotic value of the Wigner delay $2/\Gamma$ characteristic of the elastic scattering regime to better than 2%.

To characterize the scattering process fully we also analyze the number of collected photons as a function of the excitation detuning δ . To do so, we integrate the temporal signal obtained on the APD. The data are again in good agreement with the solution of Eqs. (3), and exhibit a full width at half maximum of 1.2Γ (see Fig. 3 inset), larger than the Lorentzian profile predicted by Eq. (2). This larger width is also consistent with the reduced time delay due to the conditions $\Delta t \gg 1/\Gamma$ and $I/I_{\text{sat}} \ll 1$ not being exactly fulfilled experimentally.

In conclusion, we have measured the time delay introduced by an individual atom in an essentially elastic scattering process. We have found delays as large as 42 ns, in good agreement with the theoretical limit predicted by the optical Bloch equations. In the future, it will be interesting to extend these measurements to the case of dense ensembles of cold interacting atoms to probe collective scattering [3].

We acknowledge support from the E.U. through the ERC Starting Grant ARENA and the Integrated Project AQUITE, and from the Triangle de la Physique. We thank G. Labeyrie, T. Lahaye, A. Vernier and A. Aspect for useful discussions.

References and Notes

1. E. P. Wigner, Phys. Rev. **98**, 145 (1955).
2. F. T. Smith, Phys. Rev. **118**, 349 (1960).
3. A. Lagendijk and B. A. van Tiggelen, Phys. Rep. **270**, 143 (1996).
4. C. A. A. de Carvalho and H. M. Nussenzveig, Phys. Rep. **364**, 83 (2002).
5. G. Labeyrie, E. Vaujour, C. A. Müller, D. Delande, C. Miniatura, D. Wilkowski, and R. Kaiser, Phys. Rev. Lett. **91**, 223904 (2003).
6. C. A. Müller, C. Miniatura, D. Wilkowski, R. Kaiser, and D. Delande, Phys. Rev. A **72**, 053405 (2005).
7. R. Pierrat and R. Carminati, Phys. Rev. A **81**, 063802 (2010).
8. C. Maroni, I. Massa, and G. Vannini, Phys. Lett. B **60**, 344 (1976).
9. D. Chauvat, O. Emile, F. Bretenaker, and A. Le Floch, Phys. Rev. Lett. **84**, 71 (2000).
10. A. L. Cavalieri, N. Müller, Th. Uphues, V. S. Yakovlev, A. Baltuška, B. Horvath, B. Schmidt, L. Blümel, R. Holzwarth, S. Hendel, M. Drescher, U. Kleineberg, P. M. Echenique, R. Kienberger, F. Krausz, and U. Heinzmann, Nature **449**, 1029 (2007).
11. M. Schultze, M. Fieß, N. Karpowicz, J. Gagnon, M. Korbman, M. Hofstetter, S. Neppl, A. L. Cavalieri, Y. Komninos, Th. Mercouris, C. A. Nicolaides, R. Pazourek, S. Nagele, J. Feist, J. Burgdörfer, A. M. Azzeer, R. Ernstorfer, R. Kienberger, U. Kleineberg, E. Goulielmakis, F. Krausz, and V. S. Yakovlev, Science **328**, 1658 (2010).
12. K. Klünder, J. M. Dahlström, M. Gisselbrecht, T. Fordell, M. Swoboda, D. Guénot, P. Johnsson, J. Caillat, J. Mauritsson, A. Maquet, R. Taïeb, and A. L'Huillier, Phys. Rev. Lett. **106**, 143002 (2011).
13. J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics* (Wiley, 1998).
14. L. Allen and J. H. Eberly, *Optical Resonance and Two-Level Atoms* (Dover, 1987).
15. Y. R. P. Sortais, H. Marion, C. Tuchendler, A. M. Lance, M. Lamare, P. Fournet, C. Armellin, R. Mercier, G. Messin, A. Browaeys, and P. Grangier, Phys. Rev. A **75**, 013406 (2007).
16. C. Tuchendler, A. M. Lance, A. Browaeys, Y. R. P. Sortais, and P. Grangier, Phys. Rev. A **78**, 033425 (2008).
17. C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, and G. Grynberg, *Photons and Atoms: Basic Process and Applications* (Wiley, 1997).
18. The exact origin of the chirp is still under investigation. It might come from a small variation of the residual light shift of the atomic transition frequency during the switching off of the dipole trap laser on this small time scale.
19. We also note that the optical Bloch equations predict a temporal width of the scattered pulse that varies slightly with the detuning [see Fig. 2(b)].

Observation of suppression of light scattering induced by dipole-dipole interactions in a cold atomic ensemble

J. Pellegrino, R. Bourgain, S. Jennewein, Y.R.P. Sortais, and A. Browaeys
*Laboratoire Charles Fabry, Institut d'Optique, CNRS, Univ Paris Sud,
 2 Avenue Augustin Fresnel, 91127 Palaiseau cedex, France*

S.D. Jenkins and J. Ruostekoski

Mathematical Sciences, University of Southampton, Southampton SO17 1BJ, United Kingdom

(Dated: February 19, 2014)

We study the emergence of collective scattering in the presence of dipole-dipole interactions when we illuminate a cold cloud of rubidium atoms with a near-resonant and weak intensity laser. The size of the atomic sample is comparable to the wavelength of light. When we gradually increase the atom number from 1 to 450, we observe a broadening of the line, a small red shift and, consistently with these, a strong suppression of the scattered light with respect to the noninteracting atom case. Numerical simulations, which include the internal atomic level structure, agree with the data.

PACS numbers: 42.50.Ct, 42.50.Nn, 42.25.Fx, 32.80.Qk, 03.65.Nk

When resonant emitters, such as atoms, molecules, or quantum dots, with a transition at a wavelength λ are confined inside a volume smaller than λ^3 , they are coupled via strong dipole-dipole interactions. In this regime, the response of the ensemble to near-resonant light is collective and originates from the excitation of collective eigenstates of the system, such as super- and sub-radiant modes [1, 2]. Dipole-dipole interactions profoundly affect the response of the system, as they modify the decay rate and shift the energy of each state in a different way, leading, e.g., to the collective Lamb shift [3, 4]. The collective scattering of light can strongly differ from the case of an assembly of noninteracting emitters [5] and has been predicted to be suppressed for a dense gas of cold two-level atoms [6].

The collective response of interacting emitters is different between ensembles exhibiting inhomogeneous broadening, such as solid state systems [7, 8] or thermal vapors [9], and those that are homogeneously broadened, such as cold atom clouds [10]. Ensembles of cold atoms allow in principle the study of collective scattering beyond the mean-field regime [11–21], when the atoms respond cooperatively. Several experiments in this direction have been reported recently that employ large and optically thick ensembles of cold atoms [22–24] and arrays of trapped ions [25]. In particular, the experiments of Refs. [22, 23] infer a modification of the collective scattering rate from the measurement of the radiation pressure force acting on a cloud. However, the important case of an atomic ensemble with a size comparable to the optical wavelength has not been studied experimentally, nor has the transition between the well-understood case of scattering by an individual atom [26] to collective scattering. In particular, the suppression of light scattering when the number of atoms increases in a regime of collective scattering has, to our knowledge, never been directly observed.

Here, we study—both experimentally and theoretically—the emergence of collective effects in the optical response of a cold atomic sample due to dipole-dipole interactions, as we gradually increase the number of atoms. To do so, we send low-intensity near-resonant laser light onto a cloud containing from 1 to about 450 cold ^{87}Rb atoms and with a size comparable to the wavelength of the optical transition at $\lambda = 780$ nm. Starting from one atom, we observe a broadening of the line as the number of atoms increases, as well as a small red shift and a strong suppression of the amount of scattered light with respect to the case of noninteracting atoms. We show that this suppression is consistent with the measured broadening and shift. We find that our measurements are compatible with numerical simulations of the response of the system in the low excitation limit, accounting for all the scattering processes between atomic dipoles and the internal level structure of the atoms.

The suppression of light scattering by resonant dipole-dipole interactions can be understood qualitatively as follows. Consider an ensemble of classical radiating dipoles with resonance frequency $\omega_0 = 2\pi c/\lambda$ and radiative decay rate Γ in the absence of interactions. When the ensemble of dipoles interact through the dipole-dipole potential, given by

$$V_{j\alpha}^{l\beta} = -V_{\text{dd}} [p_{\alpha\beta}(1 - ikr) + q_{\alpha\beta}(kr)^2] e^{ikr}, \quad (1)$$

one can describe the system as an ensemble of collective modes with various eigen-frequencies and decay rates. Here, j and l denote two dipoles separated by a distance r , $V_{\text{dd}} = 3\Gamma/4(kr)^3$, $k = 2\pi/\lambda$, and the angular functions $p_{\alpha\beta}$ and $q_{\alpha\beta}$ depend on the polarizations α and β and the relative orientations of the dipoles j and l [27, 28] [35]. An incident laser with weak intensity couples better to modes with decay rates larger than Γ (super-radiant modes). Combined to the fact that the eigen-frequencies then span a large range, this results in a

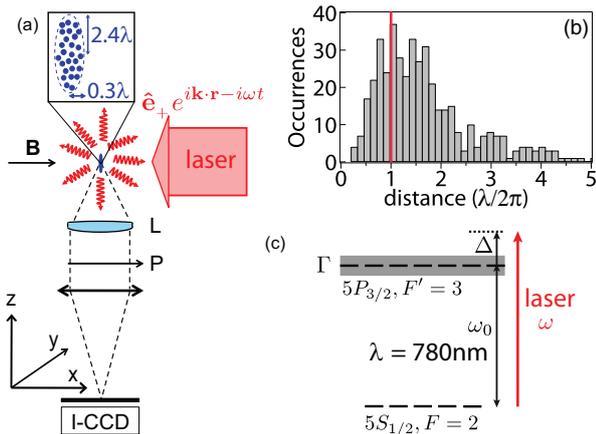


FIG. 1: (a) Experimental setup. The atoms are initially confined in a microscopic single-beam dipole trap (not shown) (wavelength 957 nm, depth 1 mK, and a waist $1.6 \mu\text{m}$, oscillation frequencies $\omega_x = \omega_y = 2\pi \times 62 \text{ kHz}$ and $\omega_z = 2\pi \times 8 \text{ kHz}$). The excitation laser propagates along the quantization axis x , set by a $B \sim 1 \text{ G}$ magnetic field. We collect the scattered light along z , after a polarizer P oriented at an angle of 55° with respect to x , using a lens L with a large numerical aperture ($\text{NA} = 0.5$) and an image intensifier followed by a CCD camera (I-CCD). (b) Histogram of the distances to the nearest neighbor for $N = 450$ atoms. (c) Structure of ^{87}Rb atoms relevant to this work. The excitation light at frequency ω is near-resonant with the transition at $\lambda = 2\pi c/\omega_0 = 780 \text{ nm}$.

reduced excitation rate, and therefore a reduced scattering. This effect is all the more pronounced when the average distance between dipoles $\langle r \rangle$ is smaller than $\lambda/2\pi$. The argument also implies a broadening of the excitation line with respect to the case of non-interacting dipoles.

To study the collective scattering by an ensemble of atoms coupled via resonant dipole-dipole interactions we use the setup depicted in Fig. 1(a). We prepare small clouds containing up to 450 atoms at a temperature $\sim 100 \mu\text{K}$, confined in a microscopic dipole trap [29, 30], and illuminate them with laser light nearly resonant with the atomic transition at $\lambda = 780 \text{ nm}$. The Doppler width of the sample (150 kHz) is much smaller than the atomic linewidth $\Gamma/2\pi = 6 \text{ MHz}$, making inhomogeneous broadening negligible. The anisotropy of the trap results into an elongated cloud with calculated root-mean-square thermal sizes $\sigma_\rho = 0.3\lambda$ and $\sigma_z = 2.4\lambda$. The maximal density is $\rho = 2.5 \times 10^{14} \text{ at/cm}^3$ and the minimal average inter-atomic distance $\langle r \rangle = \rho^{-\frac{1}{3}} = 0.2\lambda$. Figure 1(b) represents the distribution of nearest neighbors in a single stochastic realization of a cloud of 450 atoms. In this regime, $k\langle r \rangle \sim 1$, leading to $V_{\text{dd}} \sim \Gamma$, and the resonant dipole-dipole interaction will therefore have an effect on the scattering.

Experimentally, we prepare the trapped atoms in the $F = 2$ hyperfine manifold with an efficiency better than 95%, release them in free space by switching off the trap-

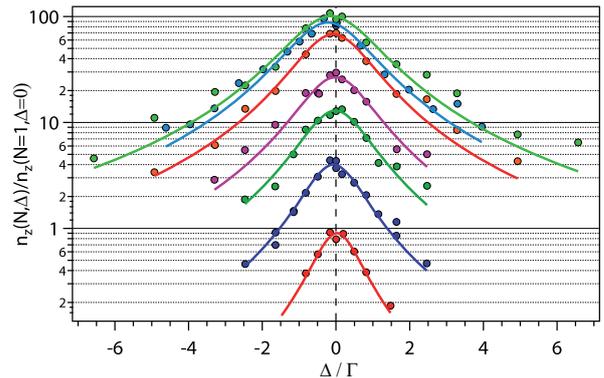


FIG. 2: Amount of scattered light detected $n_z(N, \Delta)$, versus the detuning Δ of the excitation light for numbers of atoms $N = 1, 5, 20, 50, 200, 325, 450$ (from bottom to top). The amplitudes of the curves have been normalized to the amount of light detected at resonance for $N = 1$, $n_z(1, \Delta = 0)$. The lines are Lorentzian fits to the data. Typical uncertainties: 10% (vertically) and 20% (horizontally).

ping light, and illuminate them with σ_+ polarized light at a frequency $\omega = \omega_0 + \Delta$ tuned near the $(5S_{1/2}, F = 2)$ to $(5P_{3/2}, F' = 3)$ transition (see Fig. 1). In this way we avoid extra light-shifts induced by the trapping beam that would obscure the measurement of small collective shifts and broadening. Also, we choose the intensity saturation $I/I_{\text{sat}} = 0.1$ to be in the low excitation limit ($I_{\text{sat}} = 1.6 \text{ mW/cm}^2$). We interleave excitation pulses with duration 125 ns and recapture periods in the dipole trap with duration $1 \mu\text{s}$. This sequence is repeated 200 times using the same cloud of atoms, in order to improve the duty cycle of the experiment. Finally, we prepare a new atomic sample and repeat the set of excitation pulses a few hundred times. The scattered light that we collect in the z direction is therefore the result of an average over many spatial configurations of the atoms. The choice in the number of pulses (200) is a trade-off between getting a good signal-to-noise ratio and avoiding light-assisted losses [31] or heating of the cloud, both of which would lower the density. We ensured that both effects do not exceed 5% over the entire set of pulses and that less than 5% of the atoms are depumped in the $(5S_{1/2}, F = 1)$ hyperfine level during the excitation.

Figure 2 shows the number of photons $n_z(N, \Delta)$ detected by the I-CCD as a function of the detuning Δ of the excitation laser, for various atom numbers N . A Lorentzian fit agrees well with the data for $N \lesssim 300$. As expected from the qualitative argument described above, we observe that the full-width-at-half maximum (FWHM) increases with the number of atoms (see Fig. 3a), since the interatomic distance then decreases, leading to stronger dipole-dipole interactions. We also measure a small red shift $\delta\omega$ of the center frequency (Fig. 3b). For $N = 1$ atom, the FWHM is $1.35 \pm 0.15\Gamma$, in agreement with the short duration of

the excitation pulses (125 ns), which broadens slightly the resonance. Figure 2 also shows that the amount of light scattered in the z direction at resonance does not increase linearly with the number of atoms as one would expect for noninteracting atoms, but actually increases more slowly. Fig. 4(a) indicates that this is also the case off resonance, where we plot $n_z(N, \Delta)/n_z(1, \Delta)$ for different atom numbers and detunings. For noninteracting atoms this ratio is equal to the number of atoms N (and is thus independent of the detuning Δ), as we verified by collecting the scattered light after letting the atomic cloud expand in free space for a sufficiently long time [32]. By contrast, here we observe that the amount of scattered light is strongly suppressed on resonance as the number of atoms increases, and that we gradually recover the behavior of noninteracting atoms as we detune the laser away from resonance.

All the observations reported above can be reproduced by a unique functional form:

$$n_z(N, \Delta) = C \frac{N}{\Gamma_c(N)^2 + (\Delta - \delta\omega_c(N))^2}, \quad (2)$$

for $N \lesssim 300$. This is illustrated in Fig. 4(b): we find that the quantity $R(N, \Delta)/R(1, \Delta)$, where $R(N, \Delta) = n_z(N, \Delta) \times [\Gamma_c^2 + (\Delta - \delta\omega_c)^2]$ and Γ_c and $\delta\omega_c$ are respectively the phenomenological fits of FWHM and the shift (see Fig. 3), collapses on a single curve whatever the detuning. For $N \lesssim 300$, this curve is linear with N with a slope of 1, in agreement with Eq. (2). It emphasizes that in this regime, the scattered intensity is suppressed by a factor $(\Gamma/\Gamma_c)^2$ at resonance. We note that this fact cannot be explained by a model where the suppression would come from an incoherent superposition of the intensities scattered by each atom with resonant frequencies inhomogeneously distributed over a distribution of width FWHM: that would lead to a suppression that would scale as Γ/Γ_c near resonance, instead of the $(\Gamma/\Gamma_c)^2$ scaling observed here.

We now compare the experimental data with a theoretical model. We have performed numerical simulations of the collective many-atom response to near-resonant light that solve the radiative interactions in the low excitation limit essentially exactly. In this model, each atom, located at position \mathbf{r}_j ($j = 1, \dots, N$) and with dipole \mathbf{d}_j , is driven by the incident laser field and by the fields scattered by all the $N - 1$ other atoms, i.e., each dipole is coupled to the $N - 1$ other dipoles via the resonant interaction of Eq. (1). Each atom emits a dipole radiation with the characteristic short-range e^{ikr}/r^3 and the long-range e^{ikr}/r contribution. This classical electrodynamics simulation approach incorporates all the radiative interactions between an ensemble of non saturated discrete dipoles. This approach has been used to study dielectric media comprising two-level or spatially averaged isotropic electric dipoles [10, 13, 16, 18, 19, 21, 33] as well as magneto-dielectric circuit resonator systems

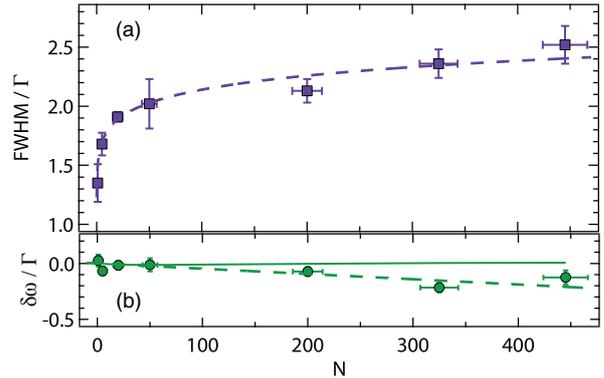


FIG. 3: (a) FWHM and (b) line shift $\delta\omega$ with respect to the atomic frequency for $N = 1$ atom, in units of Γ . Filled symbols : data extracted from the Lorentzian fits shown in Fig. 2, versus the number of atoms. Dashed lines : phenomenological fits of the FWHM and shift by, respectively, $\Gamma_c/\Gamma = 1.49(6) \times N^{0.08(1)}$, and $\delta\omega_c/\Gamma = 47(9) \times 10^{-5}N$. The error bars are from the fits of Fig 2. Green solid line: results of the simulation (see text).

[34]. Here, we also incorporate into the scattering processes the Zeeman level structure of the atoms [12] and the shifts associated to the presence of a magnetic field. To calculate the dipoles \mathbf{d}_j in our experimental configuration, we stochastically sample the positions of the atoms according to a Gaussian density distribution; each atomic position is treated as an independent and identically distributed random variable. At each realization we then have the N atoms fixed at positions \mathbf{r}_j ($j = 1, \dots, N$). For each such realization, we also stochastically sample the magnetic quantum number of the Zeeman states m_j of each atom j . The probability of atom j being in state $|g, m\rangle$ ($m = \pm 2, \pm 1, 0$) is the initial population of that Zeeman state p_m ($0 < p_m < 1$; $\sum_m p_m = 1$). The optical pumping, used in the preparation step before the excitation sequence, skews the initial populations; here we use the values $p_0 = p_1 = p_2 = 1/3$ and $p_{-1} = p_{-2} = 0$. Working in the low excitation limit, we write the positive frequency component of the dipole produced by each atom j that oscillates at the dominant laser frequency as $\mathbf{d}_j = \mathcal{D} \sum_{\sigma} \hat{\mathbf{e}}_{\sigma} C_{m_j}^{(\sigma)} \mathcal{P}_{j\sigma}$, where the sum runs over the unit spherical polarization vectors $\sigma = \pm 1, 0$. The amplitude of the atomic dipole j associated to the optical transition $|g, m_j\rangle \rightarrow |e, m_j + \sigma\rangle$ is proportional to the reduced dipole matrix element \mathcal{D} , the atomic coherence $\mathcal{P}_{j\sigma}$, and the corresponding Clebsch-Gordan coefficient $C_{m_j}^{(\sigma)}$. The steady-state coherences are given by the coupled set of equations

$$(\Delta_{j\alpha} + i\Gamma/2) \mathcal{P}_{j\alpha} = \Omega_{j\alpha} + \sum_{l \neq j} \sum_{\beta} C_{m_l}^{(\beta)} C_{m_j}^{(\alpha)} V_{j\alpha}^{l\beta}(\mathbf{r}) \mathcal{P}_{l\beta}, \quad (3)$$

where $\Omega_{j\alpha}$ is the Rabi frequency of the driving laser field on atom j , $\Delta_{j\alpha} = \omega - \omega_{j\alpha}$ is the detuning of the laser

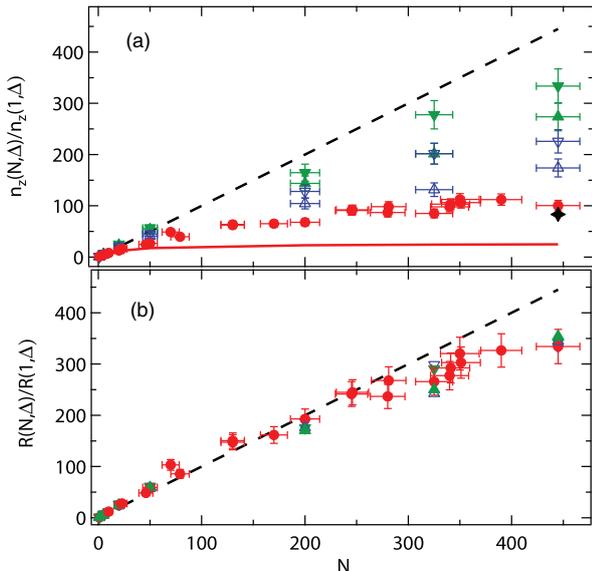


FIG. 4: (a) Scattered light detected in the z direction, versus the number of atoms, for different detunings of the laser. The intensity for each atom number is normalized to the single atom case at the same detuning. The detunings are $\Delta = 0$ (red circle), $\pm\Gamma$ (up/down open triangles), and $\Delta = \pm 2.5\Gamma$ (up/down filled triangles). Red line: result of the simulation (see text) with widths of the cloud σ_ρ and σ_z . Black diamond: model with widths $2\sigma_\rho$ and $2\sigma_z$. (b) Ratio $R(N, \Delta)/R(1, \Delta)$ versus the number of atoms (see text). In (a) and (b), the dashed line corresponds to the case of noninteracting atoms.

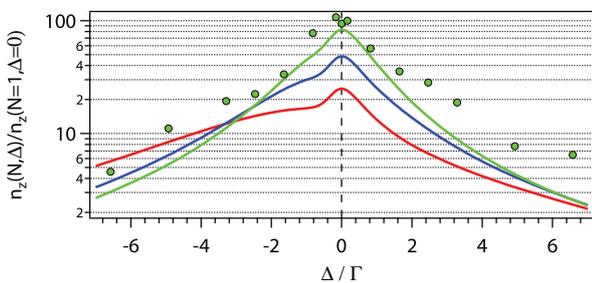


FIG. 5: Comparison between experiment and theory for the number of detected photons $n_z(N, \Delta)$ (normalized to the one atom case) for $N = 450$. The red, blue and green lines correspond to samples with widths σ_ρ and σ_z multiplied by a factor 1, 1.44, and 2 respectively.

with respect to the Zeeman shifted transition of the α -polarized atom j (with frequency $\omega_{j\alpha}$), and $\beta = \pm 1, 0$. The last term resonantly couples the α -polarized dipole j to the β -polarized dipole l separated by $\mathbf{r} = \mathbf{r}_j - \mathbf{r}_l$ according to Eq. (1). We have solved Eqs. (3) numerically in the presence of a $B = 1$ G magnetic field to calculate the intensity that is coherently scattered into the solid angle encompassed by the aspherical lens in the far field. Finally, accounting for the polarizer in the detection, we calculated the measured light intensity.

The simulation predicts that the spectra $n_z(N, \Delta)$ present an increasing broadening and asymmetry (Fig. 5), a negligible shift (Fig. 3b), as well as a suppression of the scattered light (Fig. 4a) when the number of atoms increases. These features are in good agreement with our data for $N \lesssim 50$. In this range, the simulated spectra are well fitted by a Lorentzian for $N \lesssim 50$, thus justifying our fitting of the data by Eq. (2) and the collapse of the data shown in Fig. 4(b). For $N \gtrsim 50$, the agreement is only qualitative, as the effects are found to be less pronounced experimentally. We attribute these discrepancies to two possible reasons. Firstly, the volume occupied by the atoms may increase with N during the sequence of pulsed excitations. This effect is hard to check experimentally since the sample is smaller than the diffraction limit of our imaging system. We found numerically, however, that an increase by a factor 2 in the widths σ_ρ and σ_z already restores a nearly Lorentzian profile close to the measured spectra (see Fig. 5), and yields the observed suppression of light scattering (see Fig. 4a). Secondly, the simulation predicts that the number of detected photons increases by a factor 2 when the initial distribution of Zeeman state populations varies from $p_0 = p_1 = p_2 = 1/3$ to $p_2 = 1$. For large atom numbers, optical pumping during the set of excitation pulses may change the distribution of populations, an effect not accounted for in our model.

In conclusion, we have directly measured the suppression of light scattering induced by dipole-dipole interactions in an ensemble of cold atoms driven by a near-resonant weak laser field. We have found a good agreement with a model of coupled dipoles. In the future, we plan to investigate to what extent the observed collective scattering involves beyond-mean-field scattering processes, i.e. is cooperative in nature. Experimental investigations of the temporal response of the system, and comparisons to the case of a single atom [26], should also provide insight into the interplay between dipole-dipole interactions and collective scattering.

We acknowledge support from the E.U. through the ERC Starting Grant ARENA, from the Triangle de la Physique, EPSRC, and Leverhulme Trust. We thank P. Pillet, J.-J. Greffet, and J. Javanainen for fruitful discussions.

-
- [1] R.H. Dicke, Phys. Rev. **93**, 99 (1954).
 - [2] M. Gross and S. Haroche, Phys. Rep. **93**, 301 (1982).
 - [3] R. Friedberg, S.R. Hartmann, and J.T. Manassah, Phys. Rep. **7**, 101 (1973).
 - [4] M.O. Scully, Phys. Rev. Lett. **102**, 143601 (2009).
 - [5] R.H. Lehmburg, Phys. Rev. A **2**, 883 (1970).
 - [6] T. Bienaimé, R. Bachelard, N. Piovella and R. Kaiser, Fortschr. Phys. **61**, 377 (2013).
 - [7] T. Brandes, Phys. Rep. **408**, 315 (2005).

- [8] V.N. Pustovit and T.V. Shahbazyan, Phys. Rev. Lett. **102**, 077401 (2009).
- [9] J. Keaveney *et al.*, Phys. Rev. Lett. **108**, 173601 (2012).
- [10] J. Javanainen, J. Ruostekoski, Y. Li and S.-M. Yoo, arXiv[quant-ph]:1308.6254 (2013).
- [11] O. Morice, Y. Castin and J. Dalibard, Phys. Rev. A **51**, 3896 (1995).
- [12] J. Ruostekoski and J. Javanainen, Phys. Rev. A **55**, 513 (1997).
- [13] J. Javanainen, J. Ruostekoski, B. Vestergaard, and M.R. Francis, Phys. Rev. A **59**, 649 (1999).
- [14] R. Löw, R. Gati, J. Stuhler and T. Pfau, Europhys. Lett. **71**, 214 (2005).
- [15] M. Kiffner, M. Macovei, J. Evers, and C.H. Keitel, Prog. Opt. **55**, 85 (2010).
- [16] L. Chomaz, L. Corman, T. Yefsah, R. Desbuquois and J. Dalibard, New J. Phys. **14**, 055001 (2012).
- [17] Y. Miroshnychenko, U.V. Poulsen and K. Moelmer, Phys. Rev. A **87**, 023821 (2013).
- [18] S.D. Jenkins and J. Ruostekoski, Phys. Rev. A **86**, 031602(R) (2012).
- [19] F.A. Pinheiro, M. Rusek, A. Orłowski, and B.A. van Tiggelen, Phys. Rev. E. **69**, 026605 (2004).
- [20] B. Olmos, D. Yu, Y. Singh, F. Schreck, K. Bongs and I. Lesanovski, Phys. Rev. Lett. **110**, 143602 (2013).
- [21] M. Antezza and Y. Castin, Phys. Rev. A **88**, 033844 (2013).
- [22] H. Bender *et al.*, Phys. Rev. A **82**, 011404 (2010).
- [23] T. Bienaimé, S. Bux, E. Lucioni, Ph .W. Courteille, N. Piovella and R. Kaiser, Phys. Rev. Lett. **104** 183602 (2010).
- [24] S. Balik, A.L. Win, M.D. Havey, I.M. Sokolov and D.V. Kupriyanov, Phys. Rev. A **87**, 053817 (2013).
- [25] Z. Meir, *et al.*, arXiv[quant-ph]:1312.5933.
- [26] R. Bourgain, J. Pellegrino, S. Jennewein, Y.R.P. Sortais and A. Browaeys, Opt. Lett. **38**, 1963 (2013).
- [27] D.J. Jackson, *Classical Electrodynamics*, (John Wiley and Sons, New York, 1998).
- [28] M. Born and E. Wolf, *Principle of Optics*, 7th ed. (Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1999).
- [29] Y.R.P. Sortais *et al.*, Phys. Rev. A **75**, 013406 (2007).
- [30] R. Bourgain, J. Pellegrino, A. Fuhrmanek, Y.R.P Sortais, and A. Browaeys, Phys. Rev. A **88**, 023428 (2013).
- [31] A. Fuhrmanek, R. Bourgain, Y.R.P. Sortais, and A. Browaeys, Phys. Rev. A **85**, 062708 (2012).
- [32] A. Fuhrmanek, Y.R.P. Sortais, P. Grangier and A. Browaeys, Phys. Rev. A **82**, 023623 (2010).
- [33] R. Pierrat and R. Carminati, Phys. Rev. A **81**, 063802 (2010).
- [34] S.D. Jenkins and J. Ruostekoski, Phys. Rev. B **86**, 205128 (2012).
- [35] Here $p_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta} - 3(\hat{\mathbf{e}}_{\alpha}^* \cdot \hat{\mathbf{r}})(\hat{\mathbf{e}}_{\beta} \cdot \hat{\mathbf{r}})$ and $q_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta} - (\hat{\mathbf{e}}_{\alpha}^* \cdot \hat{\mathbf{r}})(\hat{\mathbf{e}}_{\beta} \cdot \hat{\mathbf{r}})$, with $\hat{\mathbf{r}}$ the unit vector along the interatomic separation and $\hat{\mathbf{e}}_{\sigma}$ the unit polarization vector.

Appendices

Annexe A

An overview of the laser frequencies used in the setup

A.1 Cooling and probing beams

Two laser diodes (DL100 from *Toptica*), noted DL1 and DL2, are used to generate all the beams but the trapping ones. Their wavelengths are locked on ^{87}Rb lines thanks to signals provided by saturated absorption cells. The frequency of each beam is then finely tuned thanks to simple or double transmissions through acousto-optic modulators (from *AA Opto Electronic*) having roughly 100 MHz bandwidths.

Beams provided by DL1

Figure A.1 schematically represents the frequency spacings between the transmission peaks of the saturated absorption signal obtained by scanning the DL1 frequency around the $(5S_{1/2}, F=2) \rightarrow 5P_{3/2}$ line. F' integer values (1, 2 and 3) correspond to direct resonances whereas couples of values correspond to crossover resonances. The frequency spacings are indicated in MHz units.

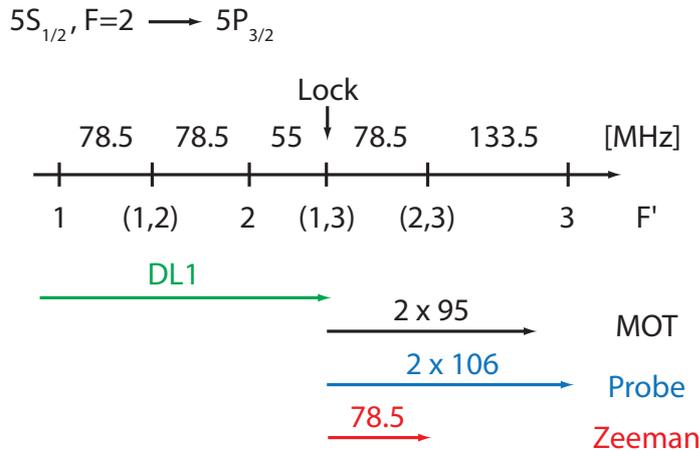


FIGURE A.1 – *DL1 frequencies.*

The DL1 frequency is locked on the $F' = (1, 3)$ crossover resonance. The MOT beam

is shifted by 190 MHz, thanks a double-pass acousto-optic modulator, before being split into the six needed beams. The Probe beam is also shifted by a double-pass acousto-optic modulator so that it is tuned around $F' = 3$ resonance. Finally, the Zeeman beam is shifted by 78.5 MHz thanks to transmission through a single-pass modulator.

Beams provided by DL2

Figure A.2 is very similar to figure A.1 so that fewer explanations will be needed. It represents the frequency spacings between transmission peaks obtained by scanning the DL2 frequency across the $(5S_{1/2}, F = 1) \rightarrow 5P_{3/2}$ line, with same conventions for direct and crossover resonances.

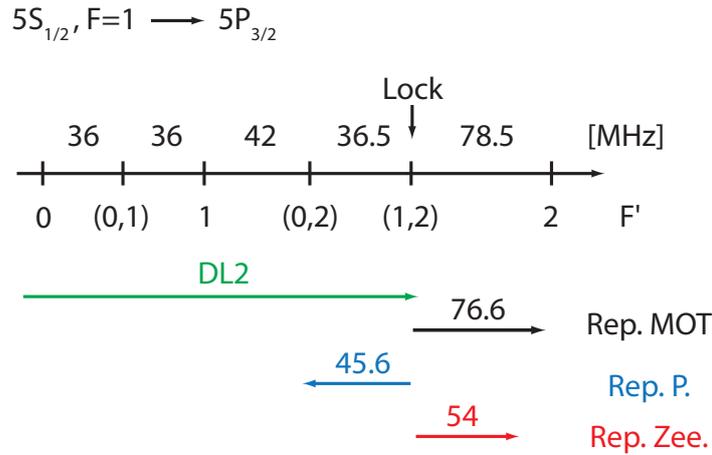


FIGURE A.2 – *DL2 frequencies.*

The DL2 frequency is locked on the $F' = (1, 2)$ crossover resonance. Simple transmission through acousto-optic modulators are used to tune the repumper MOT, the repumper Zeeman and the repumper Probe frequencies. Note that, in contrast with all other beams, the repumper Probe is generated by the first negative diffraction order provided by the acoustic grating travelling through the modulator, so that the optical frequency is down shifted.

A.2 Trapping beams

The trapping beams frequencies (micro- and macro-tweezer, see section 1.3.3) are not precisely locked because they don't need to be stabilized on the MHz level. Their stabilities (no mode-hopping) are provided through temperature locking thanks to servo-loop systems based on thermistors and Peltier cooler modules.

Annexe B

Production of two-level systems thanks to differential light shifts

One way to produce a two-level system from a ^{87}Rb atom is to lift the degeneracies of the $(5S_{1/2}, F = 2)$ and $(5P_{3/2}, F' = 3)$ hyperfine states manifolds thanks to differential light shifts¹ induced by a powerful enough and well polarized laser beam. This appendix provides the relevant parameters that could be used in practice on our experimental setup.

The frequency of the transition $(5S_{1/2}, F = 2) \rightarrow (5P_{3/2}, F' = 3)$ in the absence of differential light shifts is noted ν_0 . We will be interested in isolating by an appropriate light shift the transition $|F = 2, m_F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3, m_F = 3\rangle$, also noted $|2, 2\rangle \rightarrow |3, 3\rangle$, of frequency $\nu_{2 \rightarrow 3}$ from its nearest neighbouring transition $|2, 1\rangle \rightarrow |3, 2\rangle$ of frequency $\nu_{1 \rightarrow 2}$ (cf figure B.1).

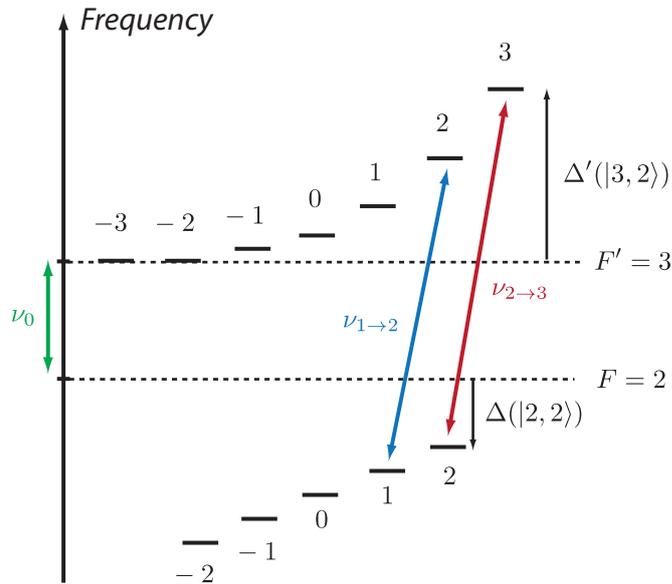


FIGURE B.1 – *Differential light shifts.*

1. Also called AC Stark shifts or vector light shifts.

B.1 Differential light shifts formula

Light shifts in the ground states

The energy shift of a given $|F, m_F\rangle$ state of the ground manifold $5S_{1/2}$, induced by a laser beam of intensity I which frequency is far enough from the $D1$ and $D2$ resonances², is given by [Darquié, 2005] :

$$\Delta(F, m_F) = \frac{\hbar I}{8I_{\text{sat}}} \Gamma^2 \left(\frac{1 - \varepsilon g_F m_F}{3\delta_1} + \frac{2 + \varepsilon g_F m_F}{3\delta_2} \right) \quad (\text{B.1})$$

Where δ_1 and δ_2 are the detunings of the laser, of wavelength λ , with respect to the $D1$ and $D2$ resonances of wavelengths $\lambda_1 = 795 \text{ nm}$ and $\lambda_2 = 780 \text{ nm}$, such that :

$$\delta_{1,2} = c \left(\frac{1}{\lambda_{1,2}} - \frac{1}{\lambda} \right) \quad (\text{B.2})$$

g_F is the Landé factor associated to the given hyperfine manifold ($g_F = -1/2$ for $F = 1$ and $g_F = 1/2$ for $F = 2$) and $I_{\text{sat}} = 1.6 \text{ mW.cm}^{-2}$ is the saturation intensity. Here $\varepsilon = 0$ for laser polarization driving π transitions and $\varepsilon = \pm 1$ for those driving σ^\pm ones.

In the following, we will focus on the case of a laser beam polarized driving σ^+ transitions, so that the degeneracy of the ground state manifold can actually be lifted (in contrast with the case of beams driving π transitions). The frequency shifts of the states of the $F = 2$ manifold, which we are interested in, are represented at the bottom of figure B.1.

Light shifts in the excited states

For the $5P_{3/2}$ manifold states, no such simple formula can encapsulate all the energy shifts. For the states of the hyperfine manifold ($5P_{3/2}, F' = 3$) and for a σ^+ driving laser beam, the following relations can be obtained ([Darquié, 2005]) :

2. The $D1$ and $D2$ resonances correspond respectively to the transitions $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{1/2}$ and $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$.

$$\Delta'(|3, -3\rangle) = 0 \quad (\text{B.3})$$

$$\Delta'(|3, -2\rangle) = 0 \quad (\text{B.4})$$

$$\Delta'(|3, -1\rangle) = -\frac{\hbar I}{8I_{\text{sat}}}\Gamma^2\left(\frac{1}{15\delta_2}\right) \quad (\text{B.5})$$

$$\Delta'(|3, 0\rangle) = -\frac{\hbar I}{8I_{\text{sat}}}\Gamma^2\left(\frac{1}{5\delta_2}\right) \quad (\text{B.6})$$

$$\Delta'(|3, 1\rangle) = -\frac{\hbar I}{8I_{\text{sat}}}\Gamma^2\left(\frac{2}{5\delta_2}\right) \quad (\text{B.7})$$

$$\Delta'(|3, 2\rangle) = -\frac{\hbar I}{8I_{\text{sat}}}\Gamma^2\left(\frac{2}{3\delta_2}\right) \quad (\text{B.8})$$

$$\Delta'(|3, 3\rangle) = -\frac{\hbar I}{8I_{\text{sat}}}\Gamma^2\left(\frac{1}{\delta_2}\right) \quad (\text{B.9})$$

These frequency shifts are really asymmetric with respect to the m_F values of the states, as illustrated in the top of figure B.1.

B.2 Numerical applications

Here we consider the possibility to use the macro-tweezer laser beam, of wavelength $\lambda = 850 \text{ nm}$ and waist $w_0 = 4 \text{ }\mu\text{m}$ (see section 1.3.3), to provide the differential light shifts that we need. These light shifts should be such that transition frequencies $\nu_{2\rightarrow 3}$ (working transition) and $\nu_{1\rightarrow 2}$ (nearest unwanted transition) are splitted by more than 5Γ .

The first step is to make sure that the laser beam is driving only σ^+ transitions by properly setting its polarization with respect to the small magnetic field defining the quantization axis.

In this case, the frequency shift of the $|2, 2\rangle \rightarrow |3, 3\rangle$ transition is given by :

$$\nu_{2\rightarrow 3} - \nu_0 = \frac{1}{\hbar} (\Delta'(|3, 3\rangle) - \Delta(|2, 2\rangle)) = -\frac{I}{8I_{\text{sat}}}\Gamma^2\left(\frac{2}{\delta_2}\right) \quad (\text{B.10})$$

And for the $|2, 1\rangle \rightarrow |3, 2\rangle$ transition, the frequency shift is given by :

$$\nu_{1\rightarrow 2} - \nu_0 = \frac{1}{\hbar} (\Delta'(|3, 2\rangle) - \Delta(|2, 1\rangle)) = -\frac{I}{8I_{\text{sat}}}\Gamma^2\left(\frac{1}{6\delta_1} + \frac{3}{2\delta_2}\right) \quad (\text{B.11})$$

Here $\Gamma^2 = 3.7 \times 10^{13} \text{ Hz}$ and the numerical application for $\lambda = 850 \text{ nm}$ gives $\delta_1 \simeq 2.44 \times 10^{13} \text{ Hz}$ and $\delta_2 \simeq 3.17 \times 10^{13} \text{ Hz}$ so that :

$$\nu_{2\rightarrow 3} - \nu_0 \simeq 0.29\Gamma I/I_{\text{sat}} \quad (\text{B.12})$$

$$\nu_{1\rightarrow 2} - \nu_0 \simeq 0.25\Gamma I/I_{\text{sat}} \quad (\text{B.13})$$

$$\Delta\nu = \nu_{2\rightarrow 3} - \nu_{1\rightarrow 2} \simeq 0.04\Gamma I/I_{\text{sat}} \quad (\text{B.14})$$

Frequency splitting : constraints on the laser power

To be splitted enough, i.e. $\Delta\nu > 5\Gamma$ that is to say $I/I_{\text{sat}} > 125$, the laser power $P = \pi w_0^2 I / 2$ needed should be larger than 320 mW for $w_0 = 4 \mu\text{m}$.

The wavelengths around 850 nm are known to lie close to photo-association lines of the Rubidium, and thus the use of moderate or high power laser beams at 850 nm could be detrimental for trapping. To avoid this possible issue, one can use larger wavelengths keeping in mind that the frequency light shifts are scaling as the inverse of the laser detunings with respect to the $D1$ and $D2$ resonance. The farthest detuned the laser is the more power is needed. For example, for $\lambda = 900 \text{ nm}$, $P > 427 \text{ mW}$. This power can nonetheless be provided by a Ti :Sapphire laser which can be pumped up to 15 W at 532 nm, generating more than 1 W over the 850 – 950 nm range.

Frequency light shift : constraints on the power stability

The amount of power needed, $P = 320 \text{ mW}$ at least, will induce a frequency shift of the working transtion with respect to the transition in the absence of light shifts of $\nu_{2 \rightarrow 3} - \nu_0 \simeq 0.29 \times 125\Gamma \simeq 220 \text{ MHz}$. This implies that the probe laser frequency should also be shifted by $\Delta\nu \simeq 220 \text{ MHz}$ in order to stay around the working transition frequency.

This amount of power also implies that keeping a light shift stability better than $\sim 2 \text{ MHz}$ means stabilizing the trapping laser power on the 10^{-2} level which could be achieved thanks to standard, but still quite demanding, servo-loop systems.

Annexe C

Classification of interaction coupling terms

This appendix contains a quick reminder on the coupled dipoles equations framework and an analysis, by their classification, of the interaction coupling terms that are encountered.

C.1 Set of coupled equations

We stick to the subspace of at most 1 excitation among N two-level systems, such that the overall state can be written :

$$|\Psi(t)\rangle = \beta_0(t)|G\rangle + \sum_{j=1}^N \beta_j(t)|e_j\rangle \quad (\text{C.1})$$

Starting from the Schrödinger equation, we will arrive to a set of coupled differential equations named 'coupled dipoles equations'.

$$i\hbar\partial_t|\Psi\rangle = (\hat{H}_0 + \hat{H}_L + \hat{V})|\Psi\rangle \quad (\text{C.2})$$

Here $\hat{H}_0 = (\hbar\omega_0 - i\hbar\Gamma/2)\hat{\mathbb{I}}$ stands for the free evolution of the individual two-level systems, \hat{V} is the dipole-dipole interaction operator and $\hat{H}_L = -\hat{\vec{d}} \cdot \hat{\vec{E}}_L$ is the coupling to the driving field.

In the following, we will consider the driving field as a classical one such that :

$$\vec{E}_L(\vec{r}, t) = \vec{\epsilon}E_L e^{i(\vec{k}_L \cdot \vec{r} - \omega t)} \quad (\text{C.3})$$

By projecting Eq. (C.2) on each $|e_j\rangle$, one obtains :

$$i\dot{\beta}_j = (\omega_0 - i\Gamma/2)\beta_j - \frac{1}{\hbar}\langle e_j|\hat{\vec{d}} \cdot \vec{\epsilon}|\Psi\rangle E_L e^{i(\vec{k}_L \cdot \vec{r} - \omega t)} + \sum_{k=1}^N V_{jk}\beta_k \quad (\text{C.4})$$

The sum starts at $k = 1$ because the dipole-dipole operator only couples the excited states among each other. On the contrary, the dipole operator only couples excited states to the ground state (and not an excited state to another one). We then introduce the Rabi pulsation Ω of the driving field as $\langle e_j | \hat{d} \cdot \vec{\epsilon} | G \rangle = -\hbar\Omega/(2E_L)$.

Usually one translates these equations in the rotating frame of the driving field by introducing the new variables $\tilde{\beta}_j = \beta_j e^{i\omega t}$ for $j \neq 0$, which leads to :

$$i\dot{\tilde{\beta}}_j = -(\Delta + i\Gamma/2)\tilde{\beta}_j + \frac{\Omega}{2} e^{i(\vec{k}_L \cdot \vec{r}_j)} \beta_0 + \sum_{k=1}^N V_{jk} \tilde{\beta}_k \quad (\text{C.5})$$

In the low excitation regime, we can assume that $\beta_0 \simeq 1$ and $\beta_j \ll \beta_0$.

So we end up with N coupled differential equations called 'coupled dipoles equations'.

C.2 Collective dipole

Let us multiply all of these equations by $e^{-i(\vec{k}_L \cdot \vec{r}_j)}$ and sum them all (noting β_j instead of $\tilde{\beta}_j$). By introducing the 'collective' dipole $d = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \beta_j e^{-i\vec{k}_L \cdot \vec{r}_j}$, we obtain a single differential equation :

$$i\dot{d} = -(\Delta + i\Gamma/2)d + \frac{\Omega}{2} + \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \sum_{k=1, k \neq j}^N V_{jk} e^{-i\vec{k}_L \cdot \vec{r}_j} \beta_k \quad (\text{C.6})$$

Or in permuting the sums (the constraint $k \neq j$ can be transferred from one sum to the other without troubles because we are simply summing over all the pairs of indices) :

$$i\dot{d} = -(\Delta + i\Gamma/2)d + \frac{\Omega}{2} + \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left(\sum_{j=1, j \neq k}^N V_{jk} e^{-i\vec{k}_L \cdot (\vec{r}_j - \vec{r}_k)} \right) e^{-i\vec{k}_L \cdot \vec{r}_k} \beta_k$$

We made explicitly appear N terms $\tilde{V}_k = \sum_{j=1, j \neq k}^N V_{jk} e^{-i\vec{k}_L \cdot (\vec{r}_j - \vec{r}_k)}$. Each of them looks like an average 'effective' interaction felt by the k^{th} scatterer.

Now comes the biggest assumption we will perform. We will assume that \tilde{V}_k does not depend on the scatterer we are looking at¹.

Let us introduce their common value $V_c = \tilde{V}_k$. Hence we obtain :

$$i\dot{d} = -(\Delta + i\Gamma/2)d + \frac{\Omega}{2} + V_c \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N e^{-i\vec{k}_L \cdot \vec{r}_k} \beta_k \quad (\text{C.7})$$

1. This means that we don't care anymore of the relative distances between the scatterers, or in other words on the specific configuration of a given realization of their positions distribution. This assumption blurs out any correlation between the dipoles and the positions of the different scatterers and is known as 'mean-field' approximation.

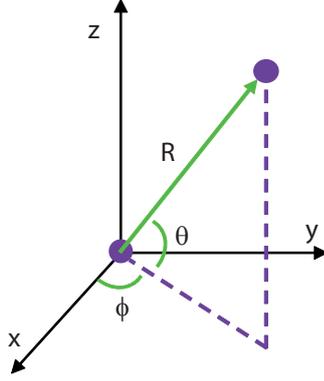


FIGURE C.1 – Spherical coordinate

This leads to the differential equation describing the evolution of a dipole of modified features compared to single dipole case :

$$i\dot{d} = -(\Delta - \delta_c + i\Gamma_c/2)d + \frac{\Omega}{2} \quad (\text{C.8})$$

Where $\delta_c = \Re(V_c)$ is a collective shift and $\Gamma_c/2 = \Gamma/2 - \Im(V_c)$ is the collective linewidth.

C.3 Dipole-dipole interaction energy

Here we consider the case in which the scatterers are N atoms with D allowed dipole transitions whose frequencies are such that $k_0 = 2\pi\nu_0/c$. The dipole-dipole interaction connects the μ^{th} transition of the i^{th} dipole to the ν^{th} transition of the j^{th} dipole in the following way :

$$V_{ij}^{\mu\nu} = \frac{3}{2} \sqrt{\gamma_\mu \gamma_\nu} \frac{e^{i\eta}}{\eta^3} \{ \bar{d}_\mu \cdot \bar{d}_\nu^* [(\eta^2 - 1) + i\eta] \quad (\text{C.9})$$

$$- (\bar{d}_\mu \cdot \bar{u})(\bar{d}_\nu^* \cdot \bar{u}) [(\eta^2 - 3) + i3\eta] \} \quad (\text{C.10})$$

where \bar{d}_μ and γ_μ are respectively the unit dipole vector and the half-decay rate of the associated transition ; \bar{u} is the unit vector linking atom i with atom j and $\eta = k_0 \|\vec{r}_j - \vec{r}_i\|$.

The unit dipole vectors can only be of three kinds, called π , σ^+ and σ^- , following the selection rules of momentum transfer from atom to light and *vice versa*. If we note $\{\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z\}$ the basis of spatial vectors then the three unit dipole vectors can be written $\bar{d}_\pi = \vec{e}_z$ and $\bar{d}_{\sigma^\pm} = (\vec{e}_x \pm i\vec{e}_y)/\sqrt{2}$.

The interaction energy depends on the relative orientation of the unit dipole vectors associated to the involved transition (first term of Eq. C.9) but depends also on the projections of these dipole vectors on the inter-atomic linking vector \bar{u} (second term of Eq. C.9).

In the following we will express $V_{ij}^{\mu\nu}$ for different pairs of transitions in spherical coordinates (see Fig C.1), thanks to $\bar{u} \cdot \vec{e}_x = \sin(\theta)\cos(\phi)$, $\bar{u} \cdot \vec{e}_y = \sin(\theta)\sin(\phi)$ and $\bar{u} \cdot \vec{e}_z = \cos(\theta)$.

Coupling between transitions of the same kind

For the following, we will take $\gamma_\mu = \Gamma/2$ for all the transitions.

π/π coupling

For the coupling between two π transitions we have $\bar{d}_\mu \cdot \bar{d}_\nu^* = 1$ and $(\bar{d}_\mu \cdot \bar{u})(\bar{d}_\nu^* \cdot \bar{u}) = \cos^2(\theta)$. From Eq. C.9, we conclude that :

$$V_{ij}^{\pi\pi} = \frac{3}{4}\Gamma \frac{e^{i\eta}}{\eta^3} \{(1 - \cos^2(\theta))\eta^2 + (1 - 3\cos^2(\theta))(i\eta - 1)\} \quad (\text{C.11})$$

σ^+/σ^+ and σ^-/σ^- couplings

Since $\bar{d}_{\sigma^+} = (\bar{d}_{\sigma^-})^*$, the result doesn't depend on the handedness of the polarization. We have $\bar{d}_\mu \cdot \bar{d}_\nu^* = 1$ and $(\bar{d}_\mu \cdot \bar{u})(\bar{d}_\nu^* \cdot \bar{u}) = \sin^2(\theta)/2$, and hence :

$$V_{ij}^{++} = V_{ij}^{--} \quad (\text{C.12})$$

$$= \frac{3}{4}\Gamma \frac{e^{i\eta}}{\eta^3} \left\{ \frac{1 + \cos^2(\theta)}{2} \eta^2 - \frac{1 - 3\cos^2(\theta)}{2} (i\eta - 1) \right\} \quad (\text{C.13})$$

We note that these couplings can be said 'symmetric' because they do not depend on the azimuthal angle ϕ , meaning that the interaction energy is invariant under rotation around the z-axis. It is worth to note that, for a given couple of atoms (i, j) , $\sum_\mu V_{ij}^{\mu\mu} = \frac{3}{2}\Gamma \frac{e^{i\eta}}{\eta}$ doesn't depend on θ . This is somehow clear if one realizes that this sum corresponds to the trace of the tensor made out of the $V_{ij}^{\mu\nu}$ coefficients, which should not depend on the basis one has chosen².

Coupling between transitions of different kinds

The couplings between transitions of different kinds will be said 'asymmetric' because they depend on ϕ . They involve orthogonal dipole vectors such that $\bar{d}_\mu \cdot \bar{d}_\nu^* = 0$. By noting that the form of Eq. C.9 is preserved by the transformation $(\bar{d}_\mu, \bar{d}_\nu^*) \mapsto (\bar{d}_\nu^*, \bar{d}_\mu)$, we can chart these couplings into four classes.

1th class : π/σ^+ and σ^-/π couplings

For this class $(\bar{d}_\mu \cdot \bar{u})(\bar{d}_\nu^* \cdot \bar{u}) = \frac{1}{\sqrt{2}}\cos(\theta)\sin(\theta)e^{-i\phi}$ and then :

$$V_{ij}^{\pi+} = \frac{3}{4}\Gamma \frac{e^{i\eta}}{\eta^3} \left\{ -\frac{1}{\sqrt{2}}\cos(\theta)\sin(\theta)e^{-i\phi}[(\eta^2 - 3) + i3\eta] \right\}$$

2. Whatever the change of basis given by the matrix W , one has $\text{Tr}[W^{-1}VW] = \text{Tr}[V]$.

2nd class : π/σ^- and σ^+/π couplings

Here $(\bar{d}_\mu \cdot \bar{u})(\bar{d}_\nu^* \cdot \bar{u}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos(\theta) \sin(\theta) e^{+i\phi}$ (note the sign in the exponential).

$$V_{ij}^{\pi^-} = \frac{3}{4} \Gamma \frac{e^{i\eta}}{\eta^3} \left\{ -\frac{1}{\sqrt{2}} \cos(\theta) \sin(\theta) e^{+i\phi} [(\eta^2 - 3) + i3\eta] \right\}$$

3rd class : σ^+/σ^- couplings

For this class $(\bar{d}_\mu \cdot \bar{u})(\bar{d}_\nu^* \cdot \bar{u}) = \frac{1}{2} \sin^2(\theta) e^{2i\phi}$ and then :

$$V_{ij}^{+-} = \frac{3}{4} \Gamma \frac{e^{i\eta}}{\eta^3} \left\{ -\frac{1}{2} \sin^2(\theta) e^{2i\phi} [(\eta^2 - 3) + i3\eta] \right\}$$

4th class : σ^-/σ^+ couplings

Here $(\bar{d}_\mu \cdot \bar{u})(\bar{d}_\nu^* \cdot \bar{u}) = \frac{1}{2} \sin^2(\theta) e^{-2i\phi}$, so that :

$$V_{ij}^{-+} = \frac{3}{4} \Gamma \frac{e^{i\eta}}{\eta^3} \left\{ -\frac{1}{2} \sin^2(\theta) e^{-2i\phi} [(\eta^2 - 3) + i3\eta] \right\}$$

We can notice that these classes can be merged into the two sets, said (1st, 2nd) and (3rd, 4th) : one can find the expression of the interaction energy of one class from the expression of the other class of the same set just by changing the sign of ϕ . Here, it also has to be noted that averaging over the angle ϕ brings all the asymmetric couplings down to 0, so that these couplings will vanish in any angular averaging of the interaction energy.

Annexe D

From the master equation to the coupled dipoles equations

Here the description of the system of N two-level atoms is restricted to the Hilbert space $\mathcal{H}_{\leq 1}$ spanned by the states corresponding to at most one excitation. These states are noted $|G\rangle$ for the one corresponding to all atoms in their groundstates and $|e_\mu\rangle$ corresponding to the μ^{th} atom excited (see figure D.1).

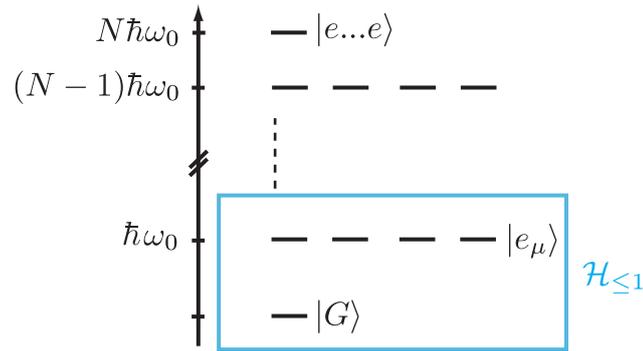


FIGURE D.1 – *N-atom energy ladder*. In the regime of weak excitation, one can restrict the analysis of the evolution of the system of N atoms to the subspace $\mathcal{H}_{\leq 1}$ gathering states which correspond to at most one excitation.

In $\mathcal{H}_{\leq 1}$, the density operator has $(N+1) \times (N+1)$ entries and can be represented by the following matrix (expressed in the $\{|G\rangle, \dots, |e_\mu\rangle, \dots\}$ basis) :

$$\rho_A = \begin{pmatrix} \rho_{00} & \dots & \rho_{0\nu} & \dots \\ \vdots & & \vdots & \\ \rho_{\mu 0} & \dots & \rho_{\mu\nu} & \dots \\ \vdots & & \vdots & \end{pmatrix} \quad (\text{D.1})$$

In the regime of weak excitation, we assume that the following relation holds :

$$\rho_{\mu\nu} \quad (\mu \neq 0, \nu \neq 0) \ll \rho_{\mu 0}, \rho_{0\nu} \ll \rho_{00} \simeq 1 \quad (\text{D.2})$$

The evolution of the density operator is given by the master equation (D.3) which wraps individual and collective behaviours and the interaction with the driving laser field.

$$\partial_t \rho_A = -\frac{i}{\hbar} [H_A, \rho_A] - \frac{i}{\hbar} [H_L(t), \rho_A] + \mathcal{L}_\gamma \rho_A - \frac{i}{\hbar} [H_\Omega, \rho_A] + \mathcal{L}_\Gamma \rho_A \quad (\text{D.3})$$

From the master equation, we want to extract the evolution of the coefficients $\rho_{\nu 0}(t) = \langle e_\nu | \rho_A(t) | G \rangle$. For this purpose, we need to compute the contribution of each of the following terms :

$$[H_A, \rho_A] = \hbar \omega_0 \sum_{\mu=1}^N [S_+^{(\mu)} S_-^{(\mu)}, \rho_A] \quad (\text{D.4})$$

$$[H_L, \rho_A] = -\hbar \sum_{\mu=1}^N [\Omega_L^{(\mu)} S_+^{(\mu)} + \Omega_L^{(\mu)*} S_-^{(\mu)}, \rho_A] \quad (\text{D.5})$$

$$\mathcal{L}_\gamma \rho_A = -\sum_{\mu=1}^N \gamma \left(S_+^{(\mu)} S_-^{(\mu)} \rho_A + \rho_A S_+^{(\mu)} S_-^{(\mu)} - 2S_-^{(\mu)} \rho_A S_+^{(\mu)} \right) \quad (\text{D.6})$$

$$[H_\Omega, \rho_A] = -\hbar \sum_{\substack{\mu, \nu \\ \mu \neq \nu}}^N \Omega^{\mu\nu} [S_+^{(\mu)} S_-^{(\nu)}, \rho_A] \quad (\text{D.7})$$

$$\mathcal{L}_\Gamma \rho_A = -\sum_{\substack{\mu, \nu \\ \mu \neq \nu}}^N \Gamma^{\mu\nu} \left(S_+^{(\mu)} S_-^{(\nu)} \rho_A + \rho_A S_+^{(\mu)} S_-^{(\nu)} - 2S_-^{(\nu)} \rho_A S_+^{(\mu)} \right) \quad (\text{D.8})$$

Where $\hbar \Omega_L^{(\mu)} = \vec{d} \cdot \vec{E}_{\text{inc}}^{(\mu)}$ and $\hbar \Omega_L^{(\mu)*} = \vec{d}^* \cdot \vec{E}_{\text{inc}}^{(\mu)}$ correspond to the Rabi frequency associated with the interaction between the excitation wave and the dipolar moment of atom indexed by μ . The operators $S_+^{(\mu)}$ and $S_-^{(\nu)}$ involved in each term are defined such that :

$$S_+^{(\mu)} |G\rangle = |e_\mu\rangle \quad (\text{D.9})$$

$$S_+^{(\mu)} |e_\alpha\rangle = 0 \quad \forall \alpha \in \{1, \dots, N\} \quad (\text{D.10})$$

$$S_-^{(\nu)} |G\rangle = 0 \quad (\text{D.11})$$

$$S_-^{(\nu)} |e_\alpha\rangle = \delta_{\alpha\nu} |G\rangle \quad (\text{D.12})$$

Noting also that $\langle e_\nu | S_\pm^{(\mu)} = (S_\mp^{(\mu)} |e_\nu\rangle)^\dagger$ and by introducing the Krönecker symbol $\delta_{\mu\nu}$, one can compute the following elements :

$$\langle e_\nu | S_+^{(\mu)} \rho_A | G \rangle = \langle G | \rho_A | G \rangle \delta_{\mu\nu} = \rho_{00} \delta_{\mu\nu} \quad (\text{D.13})$$

$$\langle e_\nu | \rho_A S_+^{(\mu)} | G \rangle = \langle e_\nu | \rho_A | e_\mu \rangle = \rho_{\nu\mu} \quad (\text{D.14})$$

$$\langle e_\nu | S_-^{(\mu)} \rho_A | G \rangle = 0 \quad (\text{D.15})$$

$$\langle e_\nu | \rho_A S_-^{(\mu)} | G \rangle = 0 \quad (\text{D.16})$$

And :

$$(D.17)$$

$$\langle e_\nu | S_+^{(\mu)} S_-^{(\nu)} \rho_A | G \rangle = \rho_{\nu 0} \delta_{\mu\nu} \quad (D.18)$$

$$\langle e_\alpha | \rho_A S_+^{(\mu)} S_-^{(\nu)} | G \rangle = 0 \quad (D.19)$$

$$\langle e_\alpha | S_-^{(\nu)} \rho_A S_+^{(\mu)} | G \rangle = 0 \quad (D.20)$$

Such that one obtains :

$$\langle e_\nu | [S_+^{(\mu)}, \rho_A] | G \rangle = \rho_{00} \delta_{\mu\nu} - \rho_{\nu\mu} \quad (D.21)$$

$$\langle e_\nu | [S_-^{(\mu)}, \rho_A] | G \rangle = 0 \quad (D.22)$$

$$\langle e_\alpha | [S_+^{(\mu)} S_-^{(\mu)}, \rho_A] | G \rangle = \rho_{\nu 0} \delta_{\alpha\mu} \quad (D.23)$$

$$\langle e_\alpha | (S_+^{(\mu)} S_-^{(\nu)} \rho_A + \rho_A S_+^{(\mu)} S_-^{(\nu)} - 2S_-^{(\nu)} \rho_A S_+^{(\mu)}) | G \rangle = \rho_{\nu 0} \delta_{\alpha\mu} \quad (D.24)$$

Hence the contributions to $\langle e_\nu | \partial_t \rho_A | G \rangle = \partial_t \rho_{\nu 0}$ from the master equation (D.3) reduce to :

$$\langle e_\nu | [H_A, \rho_A] | G \rangle = \hbar \omega_0 \rho_{\nu 0} \quad (D.25)$$

$$\langle e_\nu | [H_L, \rho_A] | G \rangle = -\hbar \left(\Omega_L^{(\nu)} \rho_{00} - \sum_{\mu=1}^N \Omega_L^{(\mu)} \rho_{\nu\mu} \right) \quad (D.26)$$

$$\langle e_\nu | \mathcal{L}_\gamma \rho_A | G \rangle = -\gamma \rho_{\nu 0} \quad (D.27)$$

$$\langle e_\nu | [H_\Omega, \rho_A] | G \rangle = -\hbar \sum_{\mu=1}^N \Omega^{\nu\mu} \rho_{\mu 0} \quad (D.28)$$

$$\langle e_\nu | \mathcal{L}_\Gamma \rho_A | G \rangle = -\sum_{\mu=1}^N \Gamma^{\nu\mu} \rho_{\mu 0} \quad (D.29)$$

With the assumption of weak excitation (cf equation (D.2)), one obtains the following set of scalar differential equations :

$$\partial_t \rho_{\nu 0}(t) = (-i\omega_0 - \gamma) \rho_{\nu 0}(t) + i\Omega_L^{(\nu)}(t) + \sum_{\mu=1}^N (i\Omega^{\nu\mu} - \Gamma^{\nu\mu}) \rho_{\mu 0}(t) \quad (D.30)$$

One can check that these equations are equivalent to the "coupled dipoles equation", by identifying $\rho_{\nu 0}$ with β_ν , and by introducing $V^{\nu\mu} = -\hbar(\Omega^{\nu\mu} + i\Gamma^{\nu\mu})$:

$$i\partial_t \beta_\nu(t) = (\omega_0 - i\gamma) \beta_\nu(t) - \Omega_L^{(\nu)}(t) + \frac{1}{\hbar} \sum_{\substack{\mu=1 \\ \mu \neq \nu}}^N V^{\nu\mu} \beta_\mu(t) \quad (D.31)$$

Bibliographie

- [Adams et al., 1995] Adams, C. S., Lee, H. J., Davidson, N., Kasevich, M., and Chu, S. (1995). Evaporative cooling in a crossed dipole trap. *Phys. Rev. Lett.*, 74 :3577–3580.
- [Akkermans et al., 2008] Akkermans, E., Gero, A., and Kaiser, R. (2008). Photon localization and Dicke superradiance in atomic gases. *Phys. Rev. Lett.*, 101 :103602.
- [Akkermans and Montambaux, 2004] Akkermans, E. and Montambaux, G. (2004). *Physique mésoscopiques des électrons et des photons*.
- [Albada and Lagendijk, 1985] Albada, M. P. V. and Lagendijk, A. (1985). Observation of weak localization of light in a random medium. *Phys. Rev. Lett.*, 55 :2692–2695.
- [Aljunid et al., 2009] Aljunid, S. A., Tey, M. K., Chng, B., Liew, T., Maslennikov, G., Scarani, V., and Kurtsiefer, C. (2009). Phase shift of a weak coherent beam induced by a single atom. *Phys. Rev. Lett.*, 103 :153601.
- [Anderson et al., 1995] Anderson, M. H., Ensher, J. R., Matthews, M. R., Wieman, C. E., and Cornell, E. A. (1995). Observation of Bose-Einstein condensation in a dilute atomic vapor. *Science*, 269.
- [Anderson, 1958] Anderson, P. W. (1958). Absence of diffusion in certain random lattices. *Phys. Rev.*, 109 :1492–1505.
- [Andreev et al., 1980] Andreev, A. V., Emel’yanov, V. I., and Il’inskii, Y. A. (1980). Collective spontaneous emission (Dicke superradiance). *Soviet Physics Uspekhi*, 23(8) :493.
- [Balik et al., 2009] Balik, S., Havey, M. D., Sokolov, I. M., and Kupriyanov, D. V. (2009). Optical pumping dynamics and near-resonance light scattering in an ultracold sample of ^{87}Rb atoms. *Phys. Rev. A*, 79 :033418.
- [Balik et al., 2013] Balik, S., Win, A. L., Havey, M. D., Sokolov, I. M., and Kupriyanov, D. V. (2013). Near-resonance light scattering from a high-density ultracold atomic ^{87}Rb gas. *Phys. Rev. A*, 87 :053817.
- [Bienaimé et al., 2013] Bienaimé, T., Bachelard, R., Piovella, N., and Kaiser, R. (2013). Cooperativity in light scattering by cold atoms. *Fortschritte der Physik*, 61(2-3) :377–392.
- [Bienaimé et al., 2010] Bienaimé, T., Bux, S., Lucioni, E., Courteille, P. W., Piovella, N., and Kaiser, R. (2010). Observation of a cooperative radiation force in the presence of disorder. *Phys. Rev. Lett.*, 104 :183602.
- [Bienaimé et al., 2012] Bienaimé, T., Piovella, N., and Kaiser, R. (2012). Controlled Dicke subradiance from a large cloud of two-level systems. *Phys. Rev. Lett.*, 108 :123602.
- [Bourgain, 2014] Bourgain, R. (2014). *Diffusion de la lumière dans les nuages denses mésoscopiques d’atomes froids*. PhD thesis, Institut Optique Graduate School.
- [Bourgain et al., 2013a] Bourgain, R., Pellegrino, J., Fuhrmanek, A., Sortais, Y. R. P., and Browaeys, A. (2013a). Evaporative cooling of a small number of atoms in a single-beam microscopic dipole trap. *Phys. Rev. A*, 88(023428).

- [Bourgain et al., 2013b] Bourgain, R., Pellegrino, J., Jennewein, S., Sortais, Y. R. P., and Browaeys, A. (2013b). Direct measurement of the Wigner time delay for the scattering of light by a single atom. *Opt. Lett.*, 38(11) :1963–1965.
- [Brooke et al., 2008] Brooke, P. G., Marzlin, K.-P., Cresser, J. D., and Sanders, B. C. (2008). Super- and subradiant emission of two-level systems in the near-Dicke limit. *Phys. Rev. A*, 77 :033844.
- [Carminati and Sáenz, 2009] Carminati, R. and Sáenz, J. J. (2009). Density of states and extinction mean free path of waves in random media : Dispersion relations and sum rules. *Phys. Rev. Lett.*, 102 :093902.
- [Chauvat et al., 2000] Chauvat, D., Emile, O., Bretenaker, F., and Le Floch, A. (2000). Direct measurement of the Wigner delay associated with the Goos-Hänchen effect. *Phys. Rev. Lett.*, 84 :71–74.
- [Chu et al., 1986] Chu, S., Bjorkholm, J. E., Ashkin, A., and Cable, A. (1986). Experimental observation of optically trapped atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 57 :314–317.
- [Chu et al., 1985] Chu, S., Hollberg, L., Bjorkholm, J. E., Cable, A., and Ashkin, A. (1985). Three-dimensional viscous confinement and cooling of atoms by resonance radiation pressure. *Phys. Rev. Lett.*, 55 :48–51.
- [Chu and Wong, 1982] Chu, S. and Wong, S. (1982). Linear pulse propagation in an absorbing medium. *Phys. Rev. Lett.*, 48 :738–741.
- [Cohen-Tannoudji et al., 1988] Cohen-Tannoudji, C., Dupont-Roc, J., and Grynberg, G. (1988). *Processus d’interaction entre photons et atomes*. Savoirs actuels.
- [Courteille et al., 2010] Courteille, P. W., Bux, S., Lucioni, E., Lauber, K., Bienaimé, T., Kaiser, R., and Piovella, N. (2010). Modification of radiation pressure due to cooperative scattering of light. *The European Physical Journal D*, 58(1) :69–73.
- [Crisp, 1971] Crisp, M. D. (1971). Concept of group velocity in resonant pulse propagation. *Phys. Rev. A*, 4 :2104–2108.
- [Cui et al., 2012] Cui, N., Macovei, M., Hatsagortsyan, K. Z., and Keitel, C. H. (2012). Manipulating the annihilation dynamics of positronium via collective radiation. *Phys. Rev. Lett.*, 108 :243401.
- [Darquié, 2005] Darquié, B. (2005). *Manipulation d’atomes dans des pièges dipolaires microscopiques et émission contrôlée de photons par un atome unique*. Thèse de doctorat, Institut Optique.
- [Davis et al., 1995] Davis, K. B., Mewes, M. O., Andrews, M. R., van Druten, N. J., Durfee, D. S., Kurn, D. M., and Ketterle, W. (1995). Bose-Einstein condensation in a gas of Sodium atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 75 :3969–3973.
- [DeVoe and Brewer, 1996] DeVoe, R. G. and Brewer, R. G. (1996). Observation of superradiant and subradiant spontaneous emission of two trapped ions. *Phys. Rev. Lett.*, 76 :2049–2052.
- [Dicke, 1954] Dicke, R. H. (1954). Coherence in spontaneous radiation processes. *Phys. Rev.*, 93 :99–110.
- [Eisberg et al., 1960] Eisberg, R., Yennie, D., and Wilkinson, D. (1960). A bremsstrahlung experiment to measure the time delay in nuclear reactions. *Nuclear Physics*, 18(0) :338 – 345.
- [Feshbach and Yennie, 1962] Feshbach, H. and Yennie, D. (1962). Radiation of low energy quanta in nuclear reactions. *Nuclear Physics*, 37(0) :150 – 171.

- [Fleischhauer and Yelin, 1999] Fleischhauer, M. and Yelin, S. F. (1999). Radiative atom-atom interactions in optically dense media : Quantum corrections to the Lorentz-Lorenz formula. *Phys. Rev. A*, 59 :2427–2441.
- [Foldy, 1945] Foldy, L. L. (1945). The multiple scattering of waves. I. General theory of isotropic scattering by randomly distributed scatterers. *Phys. Rev.*, 67 :107–119.
- [Friedberg et al., 1973] Friedberg, R., Hartmann, S., and Manassah, J. (1973). Frequency shifts in emission and absorption by resonant systems of two-level atoms. *Physics Reports*, 7(3) :101 – 179.
- [Friedberg et al., 1989] Friedberg, R., Hartmann, S. R., and Manassah, J. T. (1989). Frequency shift in three-photon resonance. *Phys. Rev. A*, 39 :93–94.
- [Froissart et al., 1963] Froissart, M., Goldberger, M. L., and Watson, K. M. (1963). Spatial separation of events in S-matrix theory. *Phys. Rev.*, 131 :2820–2826.
- [Froufe-Pérez et al., 2007] Froufe-Pérez, L. S., Carminati, R., and Sáenz, J. J. (2007). Fluorescence decay rate statistics of a single molecule in a disordered cluster of nanoparticles. *Phys. Rev. A*, 76 :013835.
- [Fuhrmanek, 2011] Fuhrmanek, A. (2011). *From single to many atoms in a microscopic optical dipole trap*. Thèse de doctorat, Université Paris-Sud XI.
- [Fuhrmanek et al., 2012] Fuhrmanek, A., Bourgain, R., Sortais, Y. R. P., and Browaeys, A. (2012). Light-assisted collisions between a few cold atoms in a microscopic dipole trap. *Phys. Rev. A*, 85 :062708.
- [Gaëtan et al., 2009] Gaëtan, A., Miroshnychenko, Y., Wilk, T., Chotia, A., Viteau, M., Comparat, D., Pillet, P., Browaeys, A., Grangier, P., et al. (2009). Observation of collective excitation of two individual atoms in the Rydberg blockade regime. *Nature Physics*, 5(2) :115–118.
- [Garrett and McCumber, 1970] Garrett, C. G. B. and McCumber, D. E. (1970). Propagation of a Gaussian light pulse through an anomalous dispersion medium. *Phys. Rev. A*, 1 :305–313.
- [Garrett et al., 1990] Garrett, W. R., Hart, R. C., Wray, J. E., Datskou, I., and Payne, M. G. (1990). Large multiple collective line shifts observed in three-photon excitations of Xe. *Phys. Rev. Lett.*, 64 :1717–1720.
- [Gensemer et al., 1997] Gensemer, S. D., Sanchez-Villicana, V., Tan, K. Y. N., Grove, T. T., and Gould, P. L. (1997). Trap-loss collisions of ^{85}Rb and ^{87}Rb : Dependence on trap parameters. *Phys. Rev. A*, 56 :4055–4063.
- [Gero and Akkermans, 2007] Gero, A. and Akkermans, E. (2007). Superradiance and multiple scattering of photons in atomic gases. *Phys. Rev. A*, 75 :053413.
- [Gover et al., 2012] Gover, A., Nause, A., Dyunin, E., and Fedurin, M. (2012). Beating the shot-noise limit. *Nature Physics*, 8(12) :877–880.
- [Grimm et al., 2000] Grimm, R., Weidemüller, M., and Ovchinnikov, Y. B. (2000). Optical dipole traps for neutral atoms. volume 42 of *Advances In Atomic, Molecular, and Optical Physics*, pages 95 – 170. Academic Press.
- [Gross and Haroche, 1982] Gross, M. and Haroche, S. (1982). Superradiance : An essay on the theory of collective spontaneous emission. *Physics Reports*, 93(5) :301 – 396.
- [Grynberg et al., 1993] Grynberg, G., Lounis, B., Verkerk, P., Courtois, J.-Y., and Salomon, C. (1993). Quantized motion of cold cesium atoms in two- and three-dimensional optical potentials. *Phys. Rev. Lett.*, 70 :2249–2252.

- [Güther and Kleemann, 1998] Güther, R. and Kleemann, B. H. (1998). Shift and shape of grating diffracted beams. *Journal of Modern Optics*, 45(7) :1375–1393.
- [Guo, 2006] Guo, W. (2006). Understanding subluminal and superluminal propagation through superposition of frequency components. *Phys. Rev. E*, 73 :016605.
- [Hettich et al., 2002] Hettich, C., Schmitt, C., Zitzmann, J., Kühn, S., Gerhardt, I., and Sandoghdar, V. (2002). Nanometer resolution and coherent optical dipole coupling of two individual molecules. *Science*, 298(5592) :385–389.
- [Holstein, 1947] Holstein, T. (1947). Imprisonment of resonance radiation in gases. *Phys. Rev.*, 72 :1212–1233.
- [Holstein, 1951] Holstein, T. (1951). Imprisonment of resonance radiation in gases. II. *Phys. Rev.*, 83 :1159–1168.
- [Huang, 1963] Huang, K. (1963). *Statistical mechanics*. Wiley.
- [Islam et al., 2011] Islam, R., Edwards, E., Kim, K., Korenblit, S., Noh, C., Carmichael, H., Lin, G.-D., Duan, L.-M., Joseph Wang, C.-C., Freericks, J., and Monroe, C. (2011). Onset of a quantum phase transition with a trapped ion quantum simulator. *Nat. Commun.*, 2(377).
- [Jackson, 1999] Jackson, J. D. (1999). *Classical Electrodynamics*. Wiley, third edition edition.
- [Jacob et al., 2011] Jacob, D., Mimoun, E., De Sarlo, L., Weitz, M., Dalibard, J., and Gerbier, F. (2011). Production of sodium Bose–Einstein condensates in an optical dimple trap. *New J. Phys.*, 13(065022).
- [Javanainen et al., 2014] Javanainen, J., Ruostekoski, J., Li, Y., and Yoo, S.-M. (2014). Shifts of a resonance line in a dense atomic sample. *Phys. Rev. Lett.*, 112 :113603.
- [Jenkins and Ruostekoski, 2012] Jenkins, S. D. and Ruostekoski, J. (2012). Resonance linewidth and inhomogeneous broadening in a metamaterial array. *Phys. Rev. B*, 86 :205128.
- [Jenkins and Ruostekoski, 2013] Jenkins, S. D. and Ruostekoski, J. (2013). Metamaterial transparency induced by cooperative electromagnetic interactions. *Phys. Rev. Lett.*, 111 :147401.
- [Kalachev, 2007] Kalachev, A. (2007). Quantum storage on subradiant states in an extended atomic ensemble. *Phys. Rev. A*, 76 :043812.
- [Keaveney et al., 2012] Keaveney, J., Sargsyan, A., Krohn, U., Hughes, I. G., Sarkisyan, D., and Adams, C. S. (2012). Cooperative Lamb shift in an atomic vapor layer of nanometer thickness. *Phys. Rev. Lett.*, 108 :173601.
- [Keitel et al., 1992] Keitel, C. H., Scully, M. O., and Süssmann, G. (1992). Triggered superradiance. *Phys. Rev. A*, 45 :3242–3249.
- [Kiffner et al., 2010] Kiffner, M., Macovei, M., Evers, J., and Keitel, C. (2010). Vacuum-induced processes in multilevel atoms. *Progress in Optics*, 55 :85.
- [Kuga and Ishimaru, 1984] Kuga, Y. and Ishimaru, A. (1984). Retroreflectance from a dense distribution of spherical particles. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1(8) :831–835.
- [Labeyrie et al., 1999] Labeyrie, G., de Tomasi, F., Bernard, J.-C., Müller, C. A., Miniatura, C., and Kaiser, R. (1999). Coherent backscattering of light by cold atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 83 :5266–5269.
- [Labeyrie et al., 2005] Labeyrie, G., Kaiser, R., and Delande, D. (2005). Radiation trapping in a cold atomic gas. *Applied Physics B*, 81(7) :1001–1008.

- [Labeyrie et al., 2003] Labeyrie, G., Vaujour, E., Müller, C. A., Delande, D., Miniatura, C., Wilkowski, D., and Kaiser, R. (2003). Slow diffusion of light in a cold atomic cloud. *Phys. Rev. Lett.*, 91 :223904.
- [Leite and Araujo, 1980] Leite, J. R. and Araujo, C. B. D. (1980). Lineshape of cooperative two-photon absorption by atom pairs in solids. *Chemical Physics Letters*, 73(1) :71 – 74.
- [Lenke and Maret, 1997] Lenke, R. and Maret, G. (1997). Multiple scattering of light : coherent backscattering and transmission. *Progr. Colloid Polym. Sci.*, 104 :126.
- [Luiten et al., 1996] Luiten, O. J., Reynolds, M. W., and Walraven, J. T. M. (1996). Kinetic theory of the evaporative cooling of a trapped gas. *Phys. Rev. A*, 53 :381–389.
- [Maroni et al., 1976] Maroni, C., Massa, I., and Vannini, G. (1976). Time delay measurements in a low-energy nuclear reaction from a bremsstrahlung experiment. *Physics Letters B*, 60(4) :344 – 346.
- [Müller et al., 2001] Müller, C. A., Jonckheere, T., Miniatura, C., and Delande, D. (2001). Weak localization of light by cold atoms : The impact of quantum internal structure. *Phys. Rev. A*, 64 :053804.
- [O’Hara et al., 2001] O’Hara, K. M., Gehm, M. E., Granade, S. R., and Thomas, J. E. (2001). Scaling laws for evaporative cooling in time-dependent optical traps. *Phys. Rev. A*, 64 :051403.
- [Ott et al., 2013] Ott, J. R., Wubs, M., Lodahl, P., Mortensen, N. A., and Kaiser, R. (2013). Cooperative fluorescence from a strongly driven dilute cloud of atoms. *Phys. Rev. A*, 87 :061801.
- [Pavolini et al., 1985] Pavolini, D., Crubellier, A., Pillet, P., Cabaret, L., and Liberman, S. (1985). Experimental evidence for subradiance. *Phys. Rev. Lett.*, 54 :1917–1920.
- [Pedrozo-Peñañiel et al., 2012] Pedrozo-Peñañiel, E., Paiva, R. R., Vivanco, F. J., Bagnato, V. S., and Farias, K. M. (2012). Two-photon cooperative absorption in colliding cold Na atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 108 :253004.
- [Pellegrino et al., 2014] Pellegrino, J., Bourgain, R., Jennewein, S., Sortais, Y., and Browaeys, A. (2014). Observation of suppression of light scattering induced by dipole-dipole interactions in a cold atomic ensemble. *Phys. Rev. Lett.*, à paraître.
- [Perrin, 2009] Perrin, H. (2009). Ultra cold atoms and Bose-Einstein condensation for quantum metrology. *The European Physical Journal Special Topics*, 172(1) :37–55.
- [Pierrat and Carminati, 2010] Pierrat, R. and Carminati, R. (2010). Spontaneous decay rate of a dipole emitter in a strongly scattering disordered environment. *Phys. Rev. A*, 81 :063802.
- [Prodan et al., 1985] Prodan, J., Migdall, A., Phillips, W. D., So, I., Metcalf, H., and Dalibard, J. (1985). Stopping atoms with laser light. *Phys. Rev. Lett.*, 54 :992–995.
- [Ruostekoski and Javanainen, 1997] Ruostekoski, J. and Javanainen, J. (1997). Quantum field theory of cooperative atom response : Low light intensity. *Phys. Rev. A*, 55 :513–526.
- [Scheffold and Maret, 1998] Scheffold, F. and Maret, G. (1998). Universal conductance fluctuations of light. *Phys. Rev. Lett.*, 81 :5800–5803.
- [Schlosser et al., 2002] Schlosser, N., Reymond, G., and Grangier, P. (2002). Collisional blockade in microscopic optical dipole traps. *Phys. Rev. Lett.*, 89 :023005.

- [Söding et al., 1999] Söding, J., Guéry-Odelin, D., Desbiolles, P., Chevy, F., Inamori, H., and Dalibard, J. (1999). Three-body decay of a rubidium Bose–Einstein condensate. *Applied Physics B*, 69(4) :257–261.
- [Sebby-Strabley et al., 2005] Sebby-Strabley, J., Newell, R. T. R., Day, J. O., Brekke, E., and Walker, T. G. (2005). High-density mesoscopic atom clouds in a holographic atom trap. *Phys. Rev. A*, 71 :021401.
- [Segev et al., 2013] Segev, M., Silberberg, Y., and Christodoulides, D. N. (2013). Anderson localization of light. *Nature Photonics*, 7(3) :197–204.
- [Serwane et al., 2011] Serwane, F., Zürn, G., Lompe, T., Ottenstein, T., Wenz, A., and Jochim, S. (2011). Deterministic preparation of a tunable few-fermion system. *Science*, 332(6027) :336–338.
- [Sheremet et al., 2014] Sheremet, A., Sokolov, I., Kupriyanov, D., Balik, S., Win, A., and Havey, M. (2014). Light scattering on the $F = 1$, $F = 0$ transition in a cold and high density ^{87}Rb vapor. *Journal of Modern Optics*, 61(1) :77–84.
- [Smith, 1960] Smith, F. T. (1960). Lifetime matrix in collision theory. *Phys. Rev.*, 119 :2098–2098.
- [Sokolov et al., 2009] Sokolov, I. M., Kupriyanova, M. D., Kupriyanov, D. V., and Havey, M. D. (2009). Light scattering from a dense and ultracold atomic gas. *Phys. Rev. A*, 79 :053405.
- [Sortais et al., 2012] Sortais, Y. R. P., Fuhrmanek, A., Bourgain, R., and Browaeys, A. (2012). Sub-Poissonian atom-number fluctuations using light-assisted collisions. *Phys. Rev. A*, 85 :035403.
- [Sortais et al., 2007] Sortais, Y. R. P., Marion, H., Tuchendler, C., Lance, A. M., Lammare, M., Fournet, P., Armellin, C., Mercier, R., Messin, G., Browaeys, A., and Grangier, P. (2007). Diffraction-limited optics for single-atom manipulation. *Phys. Rev. A*, 75 :013406.
- [Strudley et al., 2013] Strudley, T., Zehender, T., Blejean, C., Bakkers, E. P., and Muskens, O. L. (2013). Mesoscopic light transport by very strong collective multiple scattering in nanowire mats. *Nature Photonics*, 7(5) :413–418.
- [Svidzinsky et al., 2010] Svidzinsky, A. A., Chang, J.-T., and Scully, M. O. (2010). Cooperative spontaneous emission of N atoms : Many-body eigenstates, the effect of virtual Lamb shift processes, and analogy with radiation of N classical oscillators. *Phys. Rev. A*, 81 :053821.
- [Takasu et al., 2012] Takasu, Y., Saito, Y., Takahashi, Y., Borkowski, M., Ciuryło, R., and Julienne, P. S. (2012). Controlled production of subradiant states of a diatomic molecule in an optical lattice. *Phys. Rev. Lett.*, 108 :173002.
- [van der Mark et al., 1988] van der Mark, M. B., van Albada, M. P., and Lagendijk, A. (1988). Light scattering in strongly scattering media : Multiple scattering and weak localization. *Phys. Rev. B*, 37 :3575–3592.
- [van Tiggelen and Lagendijk, 1994] van Tiggelen, B. A. and Lagendijk, A. (1994). Resonantly induced dipole-dipole interactions in the diffusion of scalar waves. *Phys. Rev. B*, 50 :16729–16732.
- [Walraven, 2012] Walraven, J. T. M. (2012). *Elements of Quantum Gases, Collision and Statistics*. Master Course.
- [Whitlock et al., 2009] Whitlock, S., Gerritsma, R., Fernholz, T., and Spreeuw, R. J. C. (2009). Two-dimensional array of microtraps with atomic shift register on a chip. *New Journal of Physics*, 11(2) :023021.

- [Wiersma et al., 1995] Wiersma, D. S., van Albada, M. P., van Tiggelen, B. A., and Lagendijk, A. (1995). Experimental evidence for recurrent multiple scattering events of light in disordered media. *Phys. Rev. Lett.*, 74 :4193–4196.
- [Wigner, 1955] Wigner, E. P. (1955). Lower limit for the energy derivative of the scattering phase shift. *Phys. Rev.*, 98 :145–147.
- [Wiorkowski and Hartmann, 1988] Wiorkowski, P. and Hartmann, W. (1988). Investigation of radiation trapping in time resolved fluorescence spectroscopy. *Zeitschrift für Physik D Atoms, Molecules and Clusters*, 9(3) :209–214.
- [Yan et al., 2013] Yan, B., Moses, S. A., Gadway, B., Covey, J. P., Hazzard, K. R. A., Rey, A. M., Jin, D. S., and Ye, J. (2013). Observation of dipolar spin-exchange interactions with lattice-confined polar molecules. *Nature*, 501(7468) :521–525.