



**HAL**  
open science

# Une étude numérique des écoulements mono et diphasique inertiels en milieux poreux

Mehrez Agnaou

► **To cite this version:**

Mehrez Agnaou. Une étude numérique des écoulements mono et diphasique inertiels en milieux poreux. Mécanique des matériaux [physics.class-ph]. Ecole nationale supérieure d'arts et métiers - ENSAM, 2015. Français. NNT : 2015ENAM0050 . tel-01557551

**HAL Id: tel-01557551**

**<https://pastel.hal.science/tel-01557551>**

Submitted on 6 Jul 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

École doctorale n° 432 : Science des Métiers de l'ingénieur

## Doctorat ParisTech

# THÈSE

pour obtenir le grade de docteur délivré par

**l'École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers**

**Spécialité “ Mécanique - matériaux ”**

*présentée et soutenue publiquement par*

**Mehrez AGNAOU**

le 18 décembre 2015

## **Une étude numérique des écoulements mono et diphasique inertiels en milieux poreux**

Directeur de thèse : **Azita AHMADI**

Co-encadrement de la thèse : **Didier LASSEUX**

### **Jury**

**M. Abdelhak AMBARI**, Professeur des Universités, Arts et Métiers ParisTech

**M. Benoît GOYEAU**, Professeur des Universités, Ecole Centrale-Supélec

**Mme. Irina PANFILOV**, Maître de Conférences HDR, Université de Lorraine

**Mme Azita AHMADI**, Professeur des Universités, Arts et Métiers ParisTech

**M. Didier LASSEUX**, Chargé de Recherche HDR, Université de Bordeaux

**M. Brahim AMAZIANE**, Maître de Conférences HDR, Université de Pau et des Pays de l'Adour

Président

Rapporteur

Rapporteur

Examineur

Examineur

Examineur

T  
H  
È  
S  
E



## Remerciements

Mes premiers remerciements vont au laboratoire I2M-TREFLE qui m'a accueilli ainsi qu'à Arts et Métiers ParisTech pour avoir financé mes travaux de recherche et ma formation doctorale.

Je remercie Azita Ahmadi et Didier Lasseux, mes Directeurs de thèse, pour avoir si bien cerné les difficultés et les avancées de ce travail, pour leur contribution ainsi que pour leur soutien et leur optimisme. Leur rigueur mathématique, organisation et disponibilité ont été indéniablement des éléments essentiels pour mener à bien ce travail. Mais plus que tout ça, leur passion pour la science et leur soutien dans les moments les plus durs, restent pour moi le point le plus marquant de la thèse. Je retiendrai les soirées où ils ont dû rester tard pour m'aider à avancer et aussi les discussions amicales autour d'un café. Je les remercie également pour m'avoir accompagné dans mes projets d'après thèse.

Je remercie Benoît Goyeau et Irina Panfilov pour avoir accepté de rapporter ma thèse, Brahim Amaziane pour avoir accepté d'examiner mon travail de thèse et Abdelhak Ambari pour avoir présidé le jury.

Un grand merci également au mésocentre de calcul intensif aquitain qui nous a fourni les ressources numériques nécessaires. Je remercierai plus particulièrement Redouane Bouchouirbat pour sa disponibilité et pour son support.

Je remercie aussi Marc Valat et Xabier Apaolaza pour leur soutien et esprit d'échange. Leur partage des outils numériques était plus que bénéfique pour mon travail de thèse.

Je tiens aussi à remercier Cyprien Soulaïne pour ses échanges sur OpenFoam ainsi que Jérémy Bois et Maïmouna Mint Brahim pour leur aide dans tout ce qui concerne Linux et Latex.

Un très grand merci à Mehdi El Amine pour son soutien, conseils et aide. Je retiendrai les longs weekends qu'on a passé ensemble au laboratoire. Un très grand merci aussi à Cécile Gaborieau, Guillaume Malvault, Ahmat Tom, Lina Maria Agu-

delo Gutierrez, Youssef Benama, Antonio Rodríguez de Castro et Ernesto Efrén Velazquez Romo avec qui j'ai pu régulièrement oublier les méandres de la thèse le temps d'un weekend.

Je remercie aussi l'ensemble du personnel du laboratoire I2M et d'Arts et Métiers ParisTech que j'ai pu croiser tout au long de ma thèse ; Henri Bertin, Denis Bruneau, Raphael Cherrier, Marie Duquesne, Alex, Yannick Anguy, Fouzia Achchaq, Marian Antos, Sylviane Boya, Audrey Duphil, Muriel Ezan-Bore, Alain Sommier et Sandrine Dubois. Travailler avec eux était un réel plaisir.

Un grand merci pour tous les doctorants et post doctorants de l'I2M, pour lesquels je retiendrai les bons moments de pause café ; Stéphanie Bontemps, Ludovic Gaverina, José Luiz Juarez, Aka Stephane Koffi, Hugo Viot, Santiago Arroyave Tobon, Grâce Chidikofan, Mohammed El Moussaid, David Rios Zapata, Ulises Valverde, Sandra Profice, Aitor Sanzo, Nisrine Sefrioui, Minh Tan Hoang, Estefania Del Campo Estrada, Claudia Valderrama Ulloa, Vladimir Canseco, Frank Nono, Elena Risueño, Rania Merheb, Manik Mayur, Abdelhak Azzi et Mohamed Bensalem.

Pour finir, je remercie ma famille qui a toujours cru en moi et qui m'a encouragé, surtout ma femme Isma, mon frère Elhachemi, ma sœur Khadidja ainsi que mes tantes Samia et Houria. Enfin, les remerciements qui me tiennent le plus à cœur vont à mes parents Lila et Nacer pour leur soutien sans faille et leur confiance. Sans eux rien n'aurait été possible. Je les remercie pour tous les sacrifices qu'ils ont fait pour me permettre d'en arriver là.

# Table des matières

Table des matières . . . . .	iii
Table des figures . . . . .	vii
Liste des tables . . . . .	xix
Préambule . . . . .	xxi
<b>1 Introduction générale</b>	<b>1</b>
1.1 Généralités . . . . .	2
1.1.1 Notion d'échelle . . . . .	3
1.1.1.1 Echelle moléculaire . . . . .	3
1.1.1.2 Echelle du pore . . . . .	4
1.1.1.3 Echelle locale . . . . .	5
1.1.1.4 Echelle globale . . . . .	5
1.1.2 Le changement d'échelle par la méthode de prise de moyenne .	7
1.2 Etat de l'art sur les écoulements inertiels en milieux poreux . . . . .	12
1.2.1 Les différents régimes d'écoulement . . . . .	12
1.2.2 Ecoulement de Darcy . . . . .	13
1.2.3 Ecoulement hors régime de Darcy . . . . .	15
1.2.4 Les régimes inertiels . . . . .	16
1.2.5 Origine des effets d'inertie . . . . .	18
1.3 Objectifs . . . . .	19
<b>2 De l'écoulement laminaire stationnaire vers l'écoulement instation-</b>	
<b>naire dans des structures poreuses modèles : une investigation sur</b>	
<b>la première bifurcation de Hopf</b>	<b>23</b>
2.1 Introduction . . . . .	24

2.2	Modèle physique et méthodologie . . . . .	27
2.2.1	Le problème aux valeurs initiales et aux limites . . . . .	27
2.2.2	Méthode numérique . . . . .	31
2.2.3	Critère de convergence et sensibilité au maillage . . . . .	32
2.2.4	Validation . . . . .	36
2.3	Résultats et discussion . . . . .	40
2.3.1	Structure ordonnée . . . . .	40
2.3.1.1	Dépendance du $Re_{dc}$ sur la taille du VER . . . . .	40
2.3.1.2	Dépendance du $Re_{dc}$ sur $\epsilon$ . . . . .	43
2.3.1.3	Analyse spectrale sur $v_{\beta y}^*$ . . . . .	49
2.3.1.4	Influence de l'orientation du $\nabla \langle p_{\beta}^* \rangle^{\beta}$ . . . . .	52
2.3.2	Structure désordonnée . . . . .	53
2.4	Conclusions . . . . .	57
<b>3</b>	<b>Sur l'origine de la déviation à la loi de Darcy dans des structures poreuses modèles 2D</b> . . . . .	<b>61</b>
3.1	Introduction . . . . .	62
3.2	Modèle physique et méthodologie . . . . .	63
3.2.1	Problème aux valeurs initiales et aux limites . . . . .	63
3.2.2	Modèle macroscopique . . . . .	63
3.2.3	Problème de fermeture . . . . .	65
3.2.4	Problème de fermeture sous forme fermée . . . . .	66
3.2.5	Méthode numérique . . . . .	68
3.2.6	Sensibilité au maillage . . . . .	69
3.3	Résultats et discussion . . . . .	71
3.3.1	Influence de la microstructure . . . . .	73
3.3.1.1	Correction inertielle $\mathbf{f}_c$ . . . . .	73
3.3.1.2	Régimes d'écoulement . . . . .	76
3.3.2	Influence de l'orientation du $\nabla \langle p_{\beta}^* \rangle^{\beta}$ . . . . .	78
3.3.2.1	Correction inertielle $\mathbf{f}_c$ . . . . .	80
3.3.2.2	Régimes d'écoulement . . . . .	80
3.3.3	Influence du désordre structurel . . . . .	82

3.3.3.1	Correction inertielle $\mathbf{f}_c$	83
3.3.3.2	Régimes d'écoulement	84
3.3.4	Analyse de la structure de l'écoulement	86
3.3.4.1	Rôle des zones de recirculation	86
3.3.4.2	Tortuosité de l'écoulement	89
3.3.4.3	Etude de la distribution de l'énergie cinétique	91
3.3.5	Analyse des effets du terme d'inertie à l'échelle microscopique	93
3.3.5.1	Analyse de $\left\langle \left  \mathbf{v}_\beta^{*2} k \mathbf{n} \right  \right\rangle^\beta$	96
3.3.5.2	Analyse de $\frac{1}{2} \left\langle \left  \frac{d\mathbf{v}_\beta^{*2}}{ds} \mathbf{t} \right  \right\rangle^\beta$	97
3.4	Conclusions	99
<b>4</b>	<b>Une analyse approfondie de l'écoulement inertielle dans des structures poreuses modèles 3D</b>	<b>103</b>
4.1	Introduction	104
4.2	Modèle physique et méthodologie	105
4.2.1	Sensibilité au maillage	107
4.3	Résultats et discussion	109
4.3.1	Influence de la microstructure	111
4.3.1.1	Correction inertielle $\mathbf{f}_c$	112
4.3.1.2	Régimes d'écoulement	113
4.3.2	Influence de l'orientation du $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta$	115
4.3.2.1	Correction inertielle $\mathbf{f}_c$	115
4.3.2.2	Régimes d'écoulement	118
4.3.3	Influence du désordre structurel	120
4.3.3.1	Correction inertielle $\mathbf{f}_c$	120
4.3.3.2	Régimes d'écoulement	122
4.3.4	Corrélation entre la correction inertielle et la tortuosité de l'écoulement	125
4.3.4.1	Discussion sur les différentes définitions de la tortuosité	125
4.3.4.2	Corrélations	127
4.4	Conclusions	134

<b>5</b>	<b>Sur l'écoulement inertiel diphasique en milieu poreux : une étude numérique</b>	<b>137</b>
5.1	Introduction . . . . .	138
5.2	Modèles physiques et méthodologie . . . . .	140
5.2.1	Modèle microscopique . . . . .	140
5.2.2	Modèle macroscopique . . . . .	144
5.2.3	Problèmes de fermeture . . . . .	145
5.2.3.1	Problèmes de fermeture en régime visqueux . . . . .	146
5.2.3.2	Problèmes de fermeture en régime inertiel . . . . .	148
5.2.4	Méthode numérique . . . . .	150
5.2.5	Sensibilité au maillage . . . . .	152
5.2.6	Validation . . . . .	155
5.3	Résultats et discussion . . . . .	155
5.3.1	Écoulement visqueux . . . . .	158
5.3.1.1	Validité du modèle de Darcy généralisé en fonction du paramètre $\left  \langle \mathbf{v}_\beta^* \rangle^\beta \right  / Ca$ . . . . .	158
5.3.1.2	Validité du modèle de Darcy généralisé en fonction de la saturation $S_\gamma$ . . . . .	161
5.3.2	Écoulement inertiel . . . . .	163
5.3.2.1	Validité du modèle macroscopique inertiel . . . . .	163
5.3.2.2	Analyse de la correction inertielle . . . . .	164
5.4	Conclusions . . . . .	168
<b>6</b>	<b>Conclusions et perspectives</b>	<b>173</b>
	Bibliographie . . . . .	181

# Table des figures

1.1	Différentes échelles dans un milieu poreux et illustration d'un Volume Élémentaire Représentatif (VER), $V$ , d'un milieu poreux composé d'une phase solide $\sigma$ et saturé par une phase fluide $\beta$ . . . . .	6
1.2	Variation de la moyenne volumique d'une grandeur physique $\psi_\beta$ à travers le Volume Élémentaire Représentatif (VER), $V$ , en fonction de la taille du VER. . . . .	10
1.3	Illustration des différents régimes d'écoulement avec les modèles macroscopiques régissant l'écoulement monophasique d'un fluide $\beta$ à travers un milieu poreux saturé en fonction du nombre de Reynolds, $Re$ , basé sur la vitesse interstitielle et le diamètre moyen des pores. $\langle \mathbf{v}_\beta \rangle$ est la vitesse moyenne du fluide $\beta$ et $\nabla \langle p_\beta \rangle^\beta$ est le gradient de pression moyenne. Les valeurs du Reynolds sont données à titre indicatif et correspondent aux résultats obtenus dans [36] pour un milieu poreux de $\epsilon = 0,394$ formé par des sphères. Les valeurs du $Re$ délimitant chaque régime dépendent de plusieurs paramètres (propriétés du fluide, structure du milieu, porosité...). . . . .	14
2.1	Structure à grande échelle et cellule périodique unitaire correspondant au Volume Élémentaire Représentatif pour l'écoulement stationnaire. . . . .	27

2.2	Nombre de Reynolds critique $Re_{dc}$ en fonction de la <i>tolérance</i> du solveur PBiCG sur la vitesse. Les barres verticales matérialisent les limites supérieures et inférieures de $Re_d$ pour lesquelles des écoulements instationnaires et stationnaires sont respectivement observés. La <i>tolérance</i> sur la déviation de pression est fixée à $10^{-7}$ . <i>OS</i> (voir Fig. 2.1). $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ . $\epsilon = 96\%$ . . . . .	34
2.3	Nombre de Reynolds critique $Re_{dc}$ en fonction du nombre de mailles. Les barres verticales matérialisent les limites supérieures et inférieures de $Re_d$ pour lesquelles des écoulements instationnaires et stationnaires sont respectivement observés. <i>OS</i> . $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ . . . . .	35
2.4	Domaine de calcul pour la simulation de l'écoulement autour d'un cylindre à section droite carrée (a) et détails du maillage près du cylindre (b). . . . .	36
2.5	Lignes de courant instantanées et cartes de couleur du module de la vitesse pour un écoulement autour d'un cylindre unique à section droite carrée. . . . .	38
2.6	Lignes de courant instantanées et cartes de couleur du module de la vitesse. Structure ordonnée d'un treillis de cylindres parallèles à section droite circulaire. Le VER adopté correspond à la cellule unitaire géométrique. $\epsilon = 80\%$ . $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ . . . . .	39
2.7	Lignes de courant instantanées et cartes de couleur du module de la vitesse. Pour l'écoulement instationnaire, les images instantanées sont prises à $t^* = 43000$ avec un même $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta$ ( <i>i.e.</i> le même $Re^* = 29000$ ). <i>OS</i> . Le VER correspond à la cellule unitaire géométrique et est déplacé suivant les axes du treillis de cylindres. $\epsilon = 75\%$ . $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ . $Re_c^* = 28500 \pm 500$ . . . . .	41
2.8	Lignes de courant instantanées et carte de couleur du module de la vitesse. <i>OS</i> . VER composé de $3 \times 3$ cellules unitaires géométriques. $\epsilon = 75\%$ , $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ . Ecoulement instationnaire, $Re_d = 137,08$ ( $Re^* = 25000$ ), $t^* = 6000$ . . . . .	42

2.9	Lignes de courant instantanées et cartes de couleur du module de la vitesse au même $t^* = 9000$ et pour le même $\nabla \langle p_\beta \rangle^\beta$ ( <i>i.e.</i> le même $Re^* = 25000$ ). <i>OS.</i> Des VERs de tailles différentes sont considérés. $\epsilon = 75\%$ . $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ . . . . .	44
2.10	Dépendance du nombre de Reynolds critique, $Re_{dc}$ (ou $Re_c^*$ ), <i>vs</i> $\epsilon$ . Les barres verticales (inobservables ici) matérialisent les limites supérieures et inférieures de $Re_d$ (ou $Re^*$ ) pour lesquelles des écoulements instationnaires et stationnaires sont respectivement observés. <i>OS.</i> $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ . . . . .	45
2.11	Dépendance du nombre de Reynolds critique, $Re_{dc}$ (ou $Re_c^*$ ), <i>vs</i> $\epsilon$ et courbes résultant d'interpolations sigmoïdales (voir le texte). Les barres verticales matérialisent les limites supérieures et inférieures de $Re_d$ (ou $Re^*$ ) pour lesquelles des écoulements instationnaires et stationnaires sont respectivement observés. <i>OS.</i> $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ . VER composé de $3 \times 1$ cellules unitaires géométriques. . . . .	47
2.12	Lignes de courant instantanées et cartes de couleur du module de la vitesse. <i>OS.</i> $\epsilon = 75\%$ . $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ . . . . .	48
2.13	Lignes de courant instantanées et cartes de couleur du module de la vitesse. <i>OS.</i> $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ . Limite de l'écoulement stationnaire. . . . .	49
2.14	Composante $y$ de la vitesse adimensionnelle du fluide en fonction du temps adimensionnel aux points de référence (a), (b) et (c) comme mentionnés sur la Fig. 2.9b et spectres correspondants en fonction du nombre de Strouhal $St$ . VER composé de $3 \times 1$ cellules unitaires géométriques. $\epsilon = 75\%$ . $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ . . . . .	50
2.15	Lignes de courant instantanées et cartes de couleur du module de la vitesse. <i>OS.</i> VER composé de $1 \times 1$ cellule unitaire géométrique. $\epsilon = 75\%$ . $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = (\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y) / \sqrt{2}$ . . . . .	53

2.16	Dépendance du nombre de Reynolds critique, $Re_{dc}$ (ou $Re_c^*$ ), sur $\epsilon$ et courbes résultant d'interpolations sigmoïdales (voir le texte). Les barres verticales matérialisent les limites supérieures et inférieures de $Re_d$ (ou $Re^*$ ) pour lesquelles des écoulements instationnaires et stationnaires sont respectivement observés. Structures ordonnées ( <i>OS</i> ) et désordonnées ( <i>DS</i> ). $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ . . . . .	54
2.17	Lignes de courant instantanées et carte de couleur du module de la vitesse. <i>DS</i> . $\epsilon = 75\%$ . $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ . Limite de l'écoulement stationnaire, $Re_d = 85,92$ ( $Re^* = 30000$ ). . . . .	56
2.18	Vue rapprochée des Lignes de courant instantanées et carte de couleur du module de la vitesse extraite de la Fig. 2.17. <i>DS</i> . $\epsilon = 75\%$ . $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ . Limite de l'écoulement stationnaire, $Re_d = 85,92$ ( $Re^* = 30000$ ). . . . .	56
3.1	Structures poreuses modèles <i>2D</i> considérées. $\epsilon = 75\%$ . (a) <i>OS</i> . Treillis ordonné de cylindres parallèles à section droite carrée. VER composé de $1 \times 1$ cellule unitaire géométrique. (b) <i>OC</i> . Treillis ordonné de cylindres parallèles à section droite circulaire. VER composé de $1 \times 1$ cellule unitaire géométrique. (c) <i>DS</i> . Treillis désordonné de cylindres parallèles à section droite carrée. VER composé de $30 \times 30$ inclusions. (d) <i>DC</i> . Treillis désordonné de cylindres parallèles à section droite circulaire. VER composé de $30 \times 30$ inclusions. . . . .	64
3.2	Variation de $H_{xx}^*$ normalisé en fonction du nombre de mailles dans les structures de la Fig. 3.1. Normalisation par rapport au $H_{xx}^*$ obtenu avec le maillage le plus fin. $\epsilon = 75\%$ . $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ . (a) <i>OS</i> (Fig. 3.1a), $Re^* = 17500$ ( $Re_k = 23,41$ , $Re_d = 102,52$ ). <i>OC</i> (Fig. 3.1b), $Re^* = 17500$ ( $Re_k = 21,09$ , $Re_d = 101,39$ ). (b) <i>DS</i> (Fig. 3.1c), $Re^* = 30000$ ( $Re_k = 18,58$ , $Re_d = 80,8$ ). <i>DC</i> (Fig. 3.1d), $Re^* = 30000$ ( $Re_k = 19,87$ , $Re_d = 93,46$ ). . . . .	70

- 3.3 Variation de la composante  $x$  du vecteur de correction inertielle,  $f_{cx}$ , en fonction de  $Re_k$  pour  $OS$  (Fig. 3.1a) et  $OC$  (Fig. 3.1b).  $\epsilon = 75\%$ .  $\theta = 0^\circ$  (*i.e.*  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ ). (a) Variation de  $f_{cx}$  en fonction de  $Re_k$ . (b) Variation de  $(\partial f_{cx} / \partial Re_k)_n$  avec  $Re_k$ . Normalisation par rapport au maximum de  $\partial f_{cx} / \partial Re_k$ . . . . . 75
- 3.4 Variation de la composante  $x$  du vecteur de correction inertielle,  $f_{cx}$ , pour les différents régimes, en fonction de  $Re_k$  pour  $OS$  (Fig. 3.1a) et  $OC$  (Fig. 3.1b).  $\epsilon = 75\%$ .  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ . (a) Régime d'inertie faible.  $f_{cx}$  est proportionnelle à  $Re_k^2$  (ou  $\langle v_{\beta x}^* \rangle^3$ ).  $OS$ ,  $0,03 \leq Re_k \leq 0,33$ .  $OC$ ,  $0,03 \leq Re_k \leq 0,48$ . (b) Régime d'inertie forte.  $f_{cx}$  est proportionnelle à  $Re_k$  (ou  $\langle v_{\beta x}^* \rangle^2$ ).  $OS$ ,  $0,89 \leq Re_k \leq 2,31$ .  $OC$ ,  $1,1 \leq Re_k \leq 2,68$ . (c) Régime au dessus de l'inertie forte.  $OS$ ,  $8,16 \leq Re_k \leq 23,41$ .  $OC$ ,  $5,53 \leq Re_k \leq 21,09$ . . . . . 77
- 3.5 Variation de la composante  $x$  du vecteur de correction inertielle,  $f_{cx}$ , en fonction de  $Re_k$  pour  $OS$  (Fig. 3.1a) et  $OC$  (Fig. 3.1b).  $\epsilon = 75\%$ .  $\theta = 0^\circ$  correspond à  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$  et  $\theta = 45^\circ$  correspond à  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = (\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y) / \sqrt{2}$ . (a) Variation de  $f_{cx}$  en fonction de  $Re_k$ . (b) Variation de  $(\partial f_{cx} / \partial Re_k)_n$  avec  $Re_k$ . Normalisation par rapport au maximum de  $\partial f_{cx} / \partial Re_k$ . . . . . 79
- 3.6 Variation de la composante  $x$  du vecteur de correction inertielle,  $f_{cx}$ , pour les différents régimes, en fonction de  $Re_k$  pour  $OS$  (Fig. 3.1a) et  $OC$  (Fig. 3.1b).  $\epsilon = 75\%$ .  $\theta = 45^\circ$  (*i.e.*  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = (\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y) / \sqrt{2}$ ). (a) Régime d'inertie faible.  $f_{cx}$  est proportionnelle à  $Re_k^2$  (ou  $\langle v_{\beta x}^* \rangle^3$ ).  $OS$ ,  $0,03 \leq Re_k \leq 0,44$ .  $OC$ ,  $0,032 \leq Re_k \leq 0,45$ . (b) Régime d'inertie forte.  $f_{cx}$  est proportionnelle à  $Re_k$  (ou  $\langle v_{\beta x}^* \rangle^2$ ).  $OS$ ,  $2 \leq Re_k \leq 3,56$ .  $OC$ ,  $2,08 \leq Re_k \leq 6,33$ . (c) Régime au dessus de l'inertie forte.  $OS$ ,  $3,62 \leq Re_k \leq 6,76$ .  $OC$ ,  $6,66 \leq Re_k \leq 9,66$ . . . . . 81

- 3.7 Variation de la composante  $x$  du vecteur de correction inertielle,  $f_{cx}$ , en fonction de  $Re_k$  pour les structures ordonnées ( $OS$ ,  $OC$ ) et désordonnées ( $DS$ ,  $DC$ ) de la Fig. 3.1.  $\epsilon = 75\%$ .  $\theta = 0^\circ$  (*i.e.*  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ ). (a) Variation de  $f_{cx}$  en fonction de  $Re_k$ . (b) Variation de  $(\partial f_{cx} / \partial Re_k)_n$  avec  $Re_k$ . Normalisation par rapport au maximum de  $\partial f_{cx} / \partial Re_k$ . . . . 83
- 3.8 Variation de la composante  $x$  du vecteur de correction inertielle,  $f_{cx}$ , pour les différents régimes, en fonction de  $Re_k$  pour  $DS$  (Fig. 3.1c) et  $DC$  (Fig. 3.1d).  $\epsilon = 75\%$ .  $\theta = 0^\circ$  (*i.e.*  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ ). (a) Régime d'inertie faible.  $f_{cx}$  est proportionnelle à  $Re_k^2$  (ou  $\langle v_{\beta x}^* \rangle^3$ ).  $DS$ ,  $1, 51 \times 10^{-5} \leq Re_k \leq 0, 22$ .  $DC$ ,  $1, 71 \times 10^{-5} \leq Re_k \leq 0, 26$ . (b) Régime d'inertie forte.  $f_{cx}$  est proportionnelle à  $Re_k$  (ou  $\langle v_{\beta x}^* \rangle^2$ ).  $DS$ ,  $1, 13 \leq Re_k \leq 5, 16$ .  $DC$ ,  $1, 27 \leq Re_k \leq 6, 77$ . (c) Régime au dessus de l'inertie forte.  $DS$ ,  $5, 54 \leq Re_k \leq 18, 58$ .  $DC$ ,  $7, 14 \leq Re_k \leq 19, 87$ . . . . 85
- 3.9 Variation du rapport entre l'énergie cinétique dans les tourbillons et celle dans toute la phase  $\beta$ ,  $E_{c\beta Vort} / E_{c\beta}$ , en fonction de  $Re_k$  pour  $OS$  (Fig. 3.1a) et  $OC$  (Fig. 3.1b) pour  $\theta = 0^\circ$  (*i.e.*  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ ) et  $\theta = 45^\circ$  (*i.e.*  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = (\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y) / \sqrt{2}$ ).  $\epsilon = 75\%$ . Les régimes d'écoulement sont ceux identifiés à partir des courbes  $f_{cx}(Re_k)$ . . . . . 87
- 3.10 Variation du rapport entre le volume occupé par les tourbillons et celui de la phase  $\beta$ ,  $V_{\beta Vort} / V_\beta$ , en fonction de  $Re_k$  pour  $OS$  (Fig. 3.1a) et  $OC$  (Fig. 3.1b) pour  $\theta = 0^\circ$  (*i.e.*  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ ) et  $\theta = 45^\circ$  (*i.e.*  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = (\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y) / \sqrt{2}$ ).  $\epsilon = 75\%$ . Les régimes d'écoulement sont ceux identifiés à partir des courbes  $f_{cx}(Re_k)$ . . . . . 88
- 3.11 Variation de la tortuosité de l'écoulement,  $T$  avec  $Re_k$  pour  $OS$  (Fig. 3.1a) et  $OC$  (Fig. 3.1b) pour  $\theta = 0^\circ$  (*i.e.*  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ ) et  $\theta = 45^\circ$  (*i.e.*  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = (\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y) / \sqrt{2}$ ).  $\epsilon = 75\%$ . Les régimes d'écoulement sont ceux identifiés à partir des courbes  $f_{cx}(Re_k)$ . . . . . 90

- 3.12 Variation de la variance de l'énergie cinétique du fluide  $\beta$ ,  $\text{Var}(\mathbf{v}_\beta^{*2})$  avec  $Re_k$  pour les structures ordonnées ( $OS$ ,  $OC$ ) et désordonnées ( $DS$ ,  $DC$ ) de la Fig. 3.1 pour  $\theta = 0^\circ$  (*i.e.*  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ ) et  $\theta = 45^\circ$  (*i.e.*  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = (\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y) / \sqrt{2}$ ).  $\epsilon = 75\%$ . Les régimes d'écoulement sont ceux identifiés à partir des courbes  $f_{cx}(Re_k)$ . . . . . 92
- 3.13 Illustration des pseudo-canaux et des lignes de courant pour  $OS$ . La section des pseudo-canaux est désignée par des flèches à pointe double en rouge. Le VER de même taille que la cellule géométrique périodique est déplacé suivant les axes du treillis de cylindres.  $\epsilon = 75\%$ . (a) Régime d'inertie faible. (b) Limite de l'écoulement stationnaire. . . . . 94
- 3.14 Carte de couleur de l'énergie cinétique du fluide,  $\mathbf{v}_\beta^{*2}$  et lignes de courant stationnaires pour  $OS$  (Fig. 3.1a). Les lignes de courant épaisses en rouge délimitent les zones de recirculation. Les lignes en pointillés représentent les sections transversales arbitraires  $A \perp$  à  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta$ .  $\epsilon = 75\%$ . (a)  $\theta = 0^\circ$  (*i.e.*  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ ).  $Re_k = 0$  ( $Re_d = 0$ ). (b)  $\theta = 0^\circ$  (*i.e.*  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ ).  $Re_k = 23,41$  ( $Re_d = 102,52$ ). (c)  $\theta = 45^\circ$  (*i.e.*  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = (\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y) / \sqrt{2}$ ).  $Re_k = 0$  ( $Re_d = 0$ ). (d)  $\theta = 45^\circ$  (*i.e.*  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = (\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y) / \sqrt{2}$ ).  $Re_k = 6,76$  ( $Re_d = 29,59$ ). . . . . 95
- 3.15 Variation de  $\langle |\mathbf{v}_\beta^{*2} k \mathbf{n}| \rangle^\beta$  avec  $Re_k$  pour les structures ordonnées ( $OS$ ,  $OC$ ) et désordonnées ( $DS$ ,  $DC$ ) de la Fig. 3.1 pour  $\theta = 0^\circ$  (*i.e.*  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ ) et  $\theta = 45^\circ$  (*i.e.*  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = (\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y) / \sqrt{2}$ ).  $\epsilon = 75\%$ . Les régimes d'écoulement sont ceux identifiés à partir des courbes  $f_{cx}(Re_k)$ . . . . . 97
- 3.16 Variation de  $\frac{1}{2} \left\langle \left| \frac{d\mathbf{v}_\beta^{*2}}{ds} \mathbf{t} \right| \right\rangle^\beta$  avec  $Re_k$  pour les structures ordonnées ( $OS$ ,  $OC$ ) et désordonnées ( $DS$ ,  $DC$ ) de la Fig. 3.1 pour  $\theta = 0^\circ$  (*i.e.*  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ ) et  $\theta = 45^\circ$  (*i.e.*  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = (\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y) / \sqrt{2}$ ).  $\epsilon = 75\%$ . Les régimes d'écoulement sont ceux identifiés à partir des courbes  $f_{cx}(Re_k)$ . . . . . 98

4.1	Structures poreuses modèles 3D considérées. $\epsilon = 75\%$ . (a) <i>OSC</i> . Cubes ordonnés dans un réseau cubique. VER composé de $1 \times 1$ cellule unitaire géométrique. (b) <i>OSS</i> . Sphères ordonnées dans un réseau cubique. VER composé de $1 \times 1$ cellule unitaire géométrique. (c) <i>DSC</i> . Cubes désordonnés dans un réseau cubique. Réalisation composée de $5 \times 5 \times 5$ inclusions. . . . .	106
4.2	Volume Elémentaire Représentatif de <i>OSC</i> dans le cas d'un écoulement stationnaire. . . . .	107
4.3	Variation de $H_{xx}^*$ normalisé en fonction du nombre de mailles pour les structures de la Fig. 4.1. Normalisation par rapport au $H_{xx}^*$ obtenu avec le maillage le plus fin. $\epsilon = 75\%$ . $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ . (a) <i>OSC</i> (Fig. 4.1a), $Re^* = 6000$ ( $Re_k = 7, 41$ ). (b) <i>OSS</i> (Fig. 4.1b), $Re^* = 6000$ ( $Re_k = 9, 77$ ). (c) <i>DSC</i> (Fig. 4.1c), $Re^* = 7000$ ( $Re_k = 7, 32$ ). . . . .	108
4.4	Variation de la composante $x$ du vecteur de correction inertielle, $f_{cx}$ , en fonction de $Re_k$ pour les structures 3D <i>OSC</i> (Fig. 4.1a) et <i>OSS</i> (Fig. 4.1b). $\epsilon = 75\%$ . $\theta = 0^\circ$ ( <i>i.e.</i> $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ ). (a) Variation de $f_{cx}$ en fonction de $Re_k$ . (b) Variation de $(\partial f_{cx} / \partial Re_k)_n$ avec $Re_k$ , $\theta = 0^\circ$ . Normalisation par rapport au maximum de $\partial f_{cx} / \partial Re_k$ . . . . .	111
4.5	Variation de la composante $x$ du vecteur de correction inertielle, $f_{cx}$ , pour les différents régimes, en fonction de $Re_k$ pour <i>OSC</i> (Fig. 4.1a) et <i>OSS</i> (Fig. 4.1b). $\epsilon = 75\%$ . $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ . (a) Régime d'inertie faible. $f_{cx}$ est proportionnelle à $Re_k^2$ (ou $\langle v_{\beta x}^* \rangle^3$ ). <i>OSC</i> , $0, 026 \leq Re_k \leq 0, 49$ . <i>OSS</i> , $0, 037 \leq Re_k \leq 0, 44$ . (b) Régime d'inertie forte. $f_{cx}$ est proportionnelle à $Re_k$ (ou $\langle v_{\beta x}^* \rangle^2$ ). <i>OSC</i> , $1, 15 \leq Re_k \leq 3, 77$ . <i>OSS</i> , $0, 55 \leq Re_k \leq 1, 09$ . (c) Régime au dessus de l'inertie forte. <i>OSC</i> , $3, 89 \leq Re_k \leq 7, 41$ . <i>OSS</i> , $1, 61 \leq Re_k \leq 9, 77$ . . . . .	114

- 4.6 Variation de la composante  $x$  du vecteur de correction inertielle,  $f_{cx}$ , en fonction de  $Re_k$  pour *OSC* (Fig. 4.1a) et *OSS* (Fig. 4.1b).  $\epsilon = 75\%$ .  $\theta = 0^\circ$  correspond à  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$  et  $\theta = 45^\circ$  correspond à  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = (\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y) / \sqrt{2}$ . (a) Variation de  $f_{cx}$  en fonction de  $Re_k$ . (b) Variation de  $(\partial f_{cx} / \partial Re_k)_n$  avec  $Re_k$ ,  $\theta = 45^\circ$ . Normalisation par rapport au maximum de  $\partial f_{cx} / \partial Re_k$ . . . . . 116
- 4.7 Lignes de courant stationnaires.  $\epsilon = 75\%$ .  $Re^* = 2000$ .  $\theta = 45^\circ$  (*i.e.*  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = (\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y) / \sqrt{2}$ ). (a) *OSC* (Fig. 4.1a).  $Re_k = 2, 32$ . (b) *OSS* (Fig. 4.1b).  $Re_k = 3, 06$ . . . . . 117
- 4.8 Variation de la composante  $x$  du vecteur de correction inertielle,  $f_{cx}$ , pour les différents régimes, en fonction de  $Re_k$  pour *OSC* (Fig. 4.1a) et *OSS* (Fig. 4.1b).  $\epsilon = 75\%$ .  $\theta = 45^\circ$  (*i.e.*  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = (\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y) / \sqrt{2}$ ). (a) Régime d'inertie faible.  $f_{cx}$  est proportionnelle à  $Re_k^2$  (ou  $\langle v_{\beta x}^* \rangle^3$ ). *OSC*,  $0, 026 \leq Re_k \leq 0, 45$ . *OSS*,  $0, 037 \leq Re_k \leq 0, 54$ . (b) Régime d'inertie forte.  $f_{cx}$  est proportionnelle à  $Re_k$  (ou  $\langle v_{\beta x}^* \rangle^2$ ). *OSC*,  $0, 5 \leq Re_k \leq 1, 21$ . *OSS*,  $0, 65 \leq Re_k \leq 1, 34$ . (c) Régime au dessus de l'inertie forte. *OSC*,  $1, 33 \leq Re_k \leq 4, 35$ . *OSS*,  $2, 08 \leq Re_k \leq 5, 65$ . . . . . 119
- 4.9 Variation de la composante  $x$  du vecteur de correction inertielle,  $f_{cx}$ , en fonction de  $Re_k$  pour *OSC*, et 10 réalisations de *DSC* (Fig. 4.1).  $\epsilon = 75\%$ .  $\theta = 0^\circ$  (*i.e.*  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ ). (a) Variation de  $f_{cx}$  en fonction de  $Re_k$ . (b) Variation de  $(\partial f_{cx} / \partial Re_k)_n$  avec  $Re_k$ . Normalisation par rapport au maximum de  $\partial f_{cx} / \partial Re_k$ . Pour  $\langle DSC \rangle$ , la moyenne des dix réalisations *DSC* est considérée,  $\langle f_{cx} \rangle$  et  $\langle Re_k \rangle$ . . . . . 121
- 4.10 Lignes de courant stationnaires.  $\epsilon = 75\%$ .  $\theta = 0^\circ$  (*i.e.*  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ ). (a) *OSC* (Fig. 4.1a).  $Re_k = 2, 53$ . (b) Réalisation de *DSC* (Fig. 4.1c).  $Re_k = 2, 56$ . . . . . 123

4.11	Variation de la composante $x$ du vecteur de correction inertielle, $f_{cx}$ , pour les différents régimes, en fonction de $Re_k$ pour <i>OSC</i> (Fig. 4.1a) et la moyenne sur 10 réalisations de <i>DSC</i> (Fig. 4.1c). $\epsilon = 75\%$ . $\theta = 0^\circ$ ( <i>i.e.</i> $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ ). (a) Régime d'inertie faible. $f_{cx}$ est proportionnelle à $Re_k^2$ (ou $\langle v_{\beta x}^* \rangle^3$ ). <i>OSC</i> , $0,026 \leq Re_k \leq 0,49$ . <i>DSC</i> , $1,42 \times 10^{-8} \leq Re_k \leq 0,14$ . (b) Régime d'inertie forte. $f_{cx}$ est proportionnelle à $Re_k$ (ou $\langle v_{\beta x}^* \rangle^2$ ). <i>OSC</i> , $1,15 \leq Re_k \leq 3,77$ . <i>DSC</i> , $1,35 \leq Re_k \leq 7,33$ . Pour $\langle DSC \rangle$ , la moyenne des dix réalisations <i>DSC</i> est considérée, $\langle f_{cx} \rangle$ et $\langle Re_k \rangle$ . . . . .	124
4.12	Section transversale arbitraire, $A$ , (surface carrée en rouge) au travers de laquelle la tortuosité est évaluée. $\epsilon = 75\%$ . $A \perp \left( \nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x \right)$ . . . . .	128
4.13	Variation de la tortuosité de l'écoulement en fonction de $Re_k$ . <i>OSC</i> (Fig. 4.12a). $\epsilon = 75\%$ . $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ . Les régimes d'écoulement sont ceux identifiés à partir des courbes $f_{cx}(Re_k)$ . . . . .	129
4.14	Lignes de courant stationnaires sur le plan $xy$ à $z = 0,5$ (plan de symétrie) et carte de couleur de $ \mathbf{v}_\beta^* $ dans <i>OSC</i> (Fig. 4.1a). $\epsilon = 75\%$ . $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ . (a) Régime de Darcy. $Re^* = 0$ ( $Re_k = 0$ ). (b) Régime au dessus de l'inertie forte. $Re^* = 4000$ ( $Re_k = 4,99$ ). . . . .	130
4.15	Variation de la tortuosité de l'écoulement en fonction de $Re_k$ . <i>OSS</i> (Fig. 4.12b). $\epsilon = 75\%$ . $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ . Les régimes d'écoulement sont ceux identifiés à partir des courbes $f_{cx}(Re_k)$ . . . . .	131
4.16	Variation de la tortuosité de l'écoulement en fonction de $Re_k$ . Moyenne sur les 10 réalisations de <i>DSC</i> (Fig. 4.12c). $\epsilon = 75\%$ . $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ . Les régimes d'écoulement sont ceux identifiés à partir des courbes $f_{cx}(Re_k)$ . . . . .	132
5.1	Treillis de cylindres à section droite circulaire ( <i>OC</i> ). (a) Structure à l'échelle de Darcy. (b) Cellule périodique unitaire correspondant au Volume Élémentaire Représentatif pour l'écoulement stationnaire. . . . .	141
5.2	<i>OC</i> . Position de l'interface $A_{\beta\gamma}$ obtenue à partir de la solution stationnaire du problème microscopique. . . . .	145

- 5.3 Position de l'interface  $A_{\beta\gamma}$  en fonction du nombre de cellules du maillage dans le domaine de calcul (demi  $OC$ ),  $\nabla \langle p_\alpha^* \rangle^\alpha = \mathbf{e}_x$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ),  $\bar{\rho} = 1$ ,  $\bar{\mu} = 0,1$ ,  $\left| \langle \mathbf{v}_\beta^* \rangle^\beta \right| / Ca = 0,1$ ,  $S_\gamma = 0,4$  et  $\epsilon = 0,7$ . (a) Ecoulement visqueux,  $Re_\alpha^* = 0$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ). (b) Limite de l'écoulement stationnaire,  $Re_\alpha^* = 425$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ). . . . . 153
- 5.4 Variation de la composante  $x$  de la vitesse moyenne adimensionnelle normalisée  $(\langle v_{\alpha x}^* \rangle^\alpha)_n$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ) en fonction du nombre de cellules du maillage dans le domaine de calcul (demi  $OC$ ). Ecoulement visqueux,  $Re_\alpha^* = 0$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ),  $\nabla \langle p_\alpha^* \rangle^\alpha = \mathbf{e}_x$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ),  $\bar{\rho} = 1$ ,  $\bar{\mu} = 0,1$ ,  $\left| \langle \mathbf{v}_\beta^* \rangle^\beta \right| / Ca = 0,1$ ,  $S_\gamma = 0,4$  et  $\epsilon = 0,7$ . Normalisation par rapport à la valeur obtenue avec le maillage le plus fin. . . . . 154
- 5.5 Variation de la composante  $x$  de la vitesse moyenne adimensionnelle normalisée  $(\langle v_{\alpha x}^* \rangle^\alpha)_n$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ) en fonction du nombre de cellules du maillage dans le domaine de calcul (demi  $OC$ ). Limite de l'écoulement stationnaire,  $Re_\alpha^* = 425$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ),  $\nabla \langle p_\alpha^* \rangle^\alpha = \mathbf{e}_x$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ),  $\bar{\rho} = 1$ ,  $\bar{\mu} = 0,1$ ,  $\left| \langle \mathbf{v}_\beta^* \rangle^\beta \right| / Ca = 0,1$ ,  $S_\gamma = 0,4$  et  $\epsilon = 0,7$ . Normalisation par rapport à la valeur obtenue avec le maillage le plus fin. . . . . 156
- 5.6 Positions de l'interface  $A_{\beta\gamma}$  obtenues à l'aide du logiciel *Comsol* et du code basé sur la méthode des éléments de frontière (*BEM*, détails dans [12]).  $OC$ ,  $Re_\alpha^* = 0$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ),  $\nabla \langle p_\alpha^* \rangle^\alpha = \mathbf{e}_x$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ),  $\bar{\rho} = 1$  et  $\epsilon = 0,7$ . (a)  $\left| \langle \mathbf{v}_\beta^* \rangle^\beta \right| / Ca = 0,1$ ,  $\bar{\mu} = 0,1$  et  $S_\gamma = 0,4$ . (b)  $\left| \langle \mathbf{v}_\beta^* \rangle^\beta \right| / Ca = 1$ ,  $\bar{\mu} = 1$  et  $S_\gamma = 0,5$ . (c)  $\left| \langle \mathbf{v}_\beta^* \rangle^\beta \right| / Ca = 10$ ,  $\bar{\mu} = 0,1$  et  $S_\gamma = 0,4$ . . . . . 157
- 5.7 Evolution de la forme de l'interface  $A_{\beta\gamma}$  en fonction du paramètre  $\left| \langle \mathbf{v}_\beta^* \rangle^\beta \right| / Ca$ .  $OC$ ,  $Re_\alpha^* = 0$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ),  $\nabla \langle p_\alpha^* \rangle^\alpha = \mathbf{e}_x$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ),  $\bar{\rho} = 1$ ,  $\bar{\mu} = 0,1$ ,  $S_\gamma = 0,4$  et  $\epsilon = 0,7$ . . . . . 160
- 5.8 Evolution de la topologie de l'interface  $A_{\beta\gamma}$  en fonction de la saturation  $S_\gamma$ .  $OC$ ,  $Re_\alpha^* = 0$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ),  $\nabla \langle p_\alpha^* \rangle^\alpha = \mathbf{e}_x$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ),  $\bar{\rho} = 1$ ,  $\bar{\mu} = 0,1$ ,  $\left| \langle \mathbf{v}_\beta^* \rangle^\beta \right| / Ca = 0,005$  et  $\epsilon = 0,7$ . . . . . 163

- 5.9 Formes de l'interface  $A_{\beta\gamma}$  obtenues pour différentes valeurs du nombre de Reynolds, écoulement visqueux  $Re_{\alpha}^* = 0$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ) et limite de l'écoulement stationnaire  $Re_{\alpha}^* = 600$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ).  $OC$ ,  $\nabla \langle p_{\alpha}^* \rangle^{\alpha} = \mathbf{e}_x$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ),  $\bar{\rho} = 1$ ,  $\bar{\mu} = 0,1$ ,  $S_{\gamma} = 0,2$ ,  $\left| \langle \mathbf{v}_{\beta}^* \rangle^{\beta} \right| / Ca = 0,005$  et  $\epsilon = 0,7$ . . . . . 165
- 5.10 Variation de la composante  $x$  des vecteurs de correction inertielle,  $f_{c\beta\beta x}$  et  $f_{c\gamma\gamma x}$ , et de correction inertielle de couplage,  $f_{c\beta\gamma x}$  et  $f_{c\gamma\beta x}$ , à la loi de Darcy généralisée en fonction du nombre de Reynolds sur toute la plage de validité du régime d'écoulement stationnaire.  $OC$ ,  $\nabla \langle p_{\alpha}^* \rangle^{\alpha} = \mathbf{e}_x$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ),  $\bar{\rho} = 1$ ,  $\bar{\mu} = 0,1$ ,  $S_{\gamma} = 0,2$ ,  $\left| \langle \mathbf{v}_{\beta}^* \rangle^{\beta} \right| / Ca = 0,005$  et  $\epsilon = 0,7$ . . . . . 166
- 5.11 Vecteurs vitesse  $\mathbf{v}_{\alpha}^*$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ) et carte couleur du module de la vitesse  $|\mathbf{v}_{\alpha}^*|$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ). Interface fluide-fluide  $A_{\beta\gamma}$  marquée par un ligne rouge. Phase mouillante  $\beta$  au dessous de  $A_{\beta\gamma}$ .  $OC$ ,  $Re_{\alpha}^* = 100$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ),  $\nabla \langle p_{\alpha}^* \rangle^{\alpha} = \mathbf{e}_x$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ),  $\bar{\rho} = 1$ ,  $\bar{\mu} = 0,1$ ,  $S_{\gamma} = 0,2$ ,  $\left| \langle \mathbf{v}_{\beta}^* \rangle^{\beta} \right| / Ca = 0,005$  et  $\epsilon = 0,7$ . . . . . 167
- 5.12 Régime d'inertie faible. Dépendance quadratique en Reynolds (cubique en vitesse de filtration) de la composante  $x$  du vecteur de correction inertielle ( $f_{c\beta\beta x}$  et  $f_{c\gamma\gamma x}$ ) et correction inertielle de couplage ( $f_{c\beta\gamma x}$  et  $f_{c\gamma\beta x}$ ).  $OC$ ,  $\nabla \langle p_{\alpha}^* \rangle^{\alpha} = \mathbf{e}_x$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ),  $\bar{\rho} = 1$ ,  $\bar{\mu} = 0,1$ ,  $S_{\gamma} = 0,2$ ,  $\left| \langle \mathbf{v}_{\beta}^* \rangle^{\beta} \right| / Ca = 0,005$  et  $\epsilon = 0,7$ . . . . . 169

# Liste des tables

2.1	Résultats numériques sur les valeurs moyennes et les écarts types de $Re_{dc}$ et $k^*$ obtenus sur cinq réalisations différentes de $DS$ et trois valeurs de porosité. . . . .	55
3.1	Table récapitulative des résultats pour les structures $2D$ . Perméabilités, $k^*$ , diamètres ou côtés des cylindres, $d^*$ , des structures poreuses modèles $2D$ ( $OS$ , $OC$ , $DS$ et $DC$ ) de la Fig. 3.1. Intervalles du nombre de Reynolds, $\Delta Re_k$ , correspondant au régime d'inertie faible, d'inertie forte et au dessus de l'inertie forte pour les différentes structures et orientations $\theta$ de $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta$ par rapport à $\mathbf{e}_x$ . Les coefficients $A$ (Eq. 3.13), $C$ (Eq. 3.14), $E$ et $F$ (Eq. 3.15) sont obtenus à partir d'interpolations vérifiant que le coefficient de Pearson, $R^2 \geq 0,999$ . Le nombre de Reynolds $Re_{kt}$ (Eq. 3.16) caractérise la transition du régime d'inertie faible à celui d'inertie forte. Tortuosité de l'écoulement, $T$ (Eq. 3.18), à $Re_k = 0$ . $\epsilon = 75\%$ . . . . .	74

- 4.1 Table récapitulative des résultats pour les structures 3D. Perméabilités,  $k^*$ , diamètres ou côtés des grains solides,  $d^*$ , des structures poreuses modèles 3D (*OSC*, *OSS* et *DSC*) de la Fig. 4.1. Intervalles du nombre de Reynolds,  $\Delta Re_k$ , correspondant au régime d'inertie faible, d'inertie forte et au dessus de l'inertie forte pour les différentes structures 3D et orientations de  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta$  par rapport à  $\mathbf{e}_x$ .  $\theta = 0^\circ$  correspond à  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$  et  $\theta = 45^\circ$  correspond à  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = (\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y) / \sqrt{2}$ . Les coefficients  $A$  (Eq. 3.13),  $C$  (Eq. 3.14),  $E$  et  $F$  (Eq. 3.15) obtenus à partir d'interpolations vérifiant que le coefficient de Pearson,  $R^2 \geq 0,999$ . Le nombre de Reynolds  $Re_{kt}$  (Eq. 3.16) caractérise la transition du régime d'inertie faible à celui d'inertie forte. Tortuosité de l'écoulement,  $T$  (Eq. 3.18), à  $Re_k = 0$ .  $\epsilon = 75\%$ . *\langle DSC \rangle* correspond à la moyenne sur 10 réalisations de *DSC*. . . . . 110
- 5.1 Valeur des composantes  $xx$  des perméabilités dominantes,  $K_{\beta\beta xx}^{**}$  et  $K_{\gamma\gamma xx}^{**}$ , et de couplage,  $K_{\beta\gamma xx}^{**}$  et  $K_{\gamma\beta xx}^{**}$ , et erreur sur les composantes  $x$  des vitesses macroscopiques,  $\langle \mathbf{v}_{\beta x}^* \rangle^\beta$  et  $\langle \mathbf{v}_{\gamma x}^* \rangle^\gamma$  (calculées à partir du problème macroscopique Eq. 5.10a) pour différentes valeurs de  $|\langle \mathbf{v}_\beta^* \rangle^\beta| / Ca$ . Erreur par rapport à la moyenne des vitesses obtenues par la résolution du problème microscopique (Eqs. 5.6). *OC*,  $Re_\alpha^* = 0$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ),  $\nabla \langle p_\alpha^* \rangle^\alpha = \mathbf{e}_x$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ),  $\bar{\rho} = 1$ ,  $\bar{\mu} = 0,1$ ,  $S_\gamma = 0,4$  et  $\epsilon = 0,7$ . . . . . 159
- 5.2 Valeur des composantes  $xx$  des perméabilités dominantes,  $K_{\beta\beta xx}^{**}$  et  $K_{\gamma\gamma xx}^{**}$ , et de couplage,  $K_{\beta\gamma xx}^{**}$  et  $K_{\gamma\beta xx}^{**}$ , et erreur sur les composantes  $x$  des vitesses macroscopiques,  $\langle \mathbf{v}_{\beta x}^* \rangle^\beta$  et  $\langle \mathbf{v}_{\gamma x}^* \rangle^\gamma$  (calculées à partir du problème macroscopique Eq. 5.10a) pour différentes saturations  $S_\gamma$ . Erreur par rapport à la moyenne des vitesses obtenues par la résolution du problème microscopique (Eqs. 5.6). *OC*,  $Re_\alpha^* = 0$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ),  $\nabla \langle p_\alpha^* \rangle^\alpha = \mathbf{e}_x$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ),  $\bar{\rho} = 1$ ,  $\bar{\mu} = 0,1$ ,  $|\langle \mathbf{v}_\beta^* \rangle^\beta| / Ca = 0,005$  et  $\epsilon = 0,7$ . . . . . 162

## Préambule

Ce manuscrit, intitulé « Une étude numérique des écoulements mono et diphasique inertiels en milieux poreux » résume mes trois années de recherche au laboratoire I2M (département TREFLE) de Bordeaux. Le rapport est organisé en six chapitres. En premier, un chapitre introductif présente l'état de l'art sur l'écoulement inertiel en milieu poreux et les objectifs de ce travail. Les trois chapitres suivants (chapitres 2, 3 et 4) traitent l'écoulement monophasique inertiel dans des modèles de structures poreuses. L'écoulement diphasique est traité dans le chapitre 5. Enfin, les conclusions générales de ce travail ainsi que les perspectives sont présentées dans le dernier chapitre.



# Chapitre 1

## Introduction générale

Ce travail s'intéresse à l'écoulement en milieu poreux de fluides newtoniens mono et diphasique. Plus particulièrement, seront abordés les écoulements inertiels caractérisés par des nombres de Reynolds conduisant à une relation non-linéaire entre la vitesse de filtration du fluide et la chute de pression. Ces écoulements sont impliqués dans diverses situations. A titre d'exemple, on citera les écoulements autour des puits d'injection et de production des hydrocarbures en génie pétrolier. En effet, avec la raréfaction des sources d'énergie fossiles, l'industrie du pétrole a recours à de nouvelles techniques afin d'augmenter le taux de récupération dans le gisement. La récupération pétrolière est généralement effectuée par l'injection d'un fluide sous pression dans la roche afin de balayer le gisement et récupérer ainsi l'huile emprisonnée. Ceci conduit, dans certains cas, à des écoulements polyphasiques inertiels. Par ailleurs, ces écoulements sont aussi d'une grande importance en hydrologie (écoulements dans les aquifères), en génie gazier (stockage et déstockage du gaz en réservoir), le génie environnemental (dépollution des sols), en génie chimique (écoulements dans les colonnes de réacteur) et en ingénierie mécanique (écoulements dans les systèmes de refroidissement), etc.

Des modèles physiques décrivant les écoulements de fluide en milieu poreux ont été établis. Ils consistent en des relations qui relient la vitesse de filtration à la chute de pression. Les plus populaires sont le modèle de Darcy pour l'écoulement visqueux (où les forces d'inertie sont négligeables) qui est généralement accepté, et celui de Forchheimer pour le régime inertiel qui demeure controversé. Ces modèles ont tout

d'abord été dérivés empiriquement et ont constitué une base pour d'autres travaux ultérieurs, qui ont abouti à leur fondement théorique ainsi qu'à une classification "universelle" des régimes d'écoulement. L'origine du comportement non-linéaire des modèles d'écoulement au-delà de la limite de validité de la loi de Darcy a fait l'objet de différentes études.

Malgré le nombre important de travaux qui regroupent une grande quantité de résultats expérimentaux et numériques sur les écoulements en milieux poreux, le régime visqueux est celui qui en a motivé la plus grande partie. Les études consacrées aux écoulements inertiels en milieux poreux (hors régime de Darcy) demeurent insuffisantes. La difficulté de réaliser des expériences de laboratoire sur des milieux poreux complexes et d'accéder aux champs de vitesse pour mieux comprendre les phénomènes qui sont à l'origine du comportement non-linéaire (en régime inertiel) de l'écoulement est vraisemblablement l'une des raisons de cette déficience. De plus, l'étude numérique de ces écoulements nécessite des ressources informatiques et des temps de calcul considérables. La difficulté mathématique de modéliser ces écoulements explique aussi cette carence.

Ce travail tente d'apporter des éléments de compréhension à la physique des écoulements inertiels mono et diphasique en milieu poreux en analysant les comportements non-linéaires en fonction d'un ensemble de paramètres liés à l'écoulement lui-même et au milieu poreux qu'il traverse. Les objectifs de ce travail seront présentés en détail à la fin du chapitre 1. Au préalable, sont présentés, des généralités sur la notion d'échelle de taille dans un milieu poreux, la méthode de changement d'échelle par prise de moyenne utilisée dans ce travail et l'état de l'art sur les écoulements inertiels, la classification des différents régimes d'écoulement et l'origine de son caractère non-linéaire.

## 1.1 Généralités

Le milieu poreux est défini comme étant un réseau de canaux constitué par une structure solide et des espaces vides appelés pores. Ces canaux peuvent être interconnectés pour former des réseaux qui sont déterminants dans les phénomènes

de transfert au sein du milieu, ou former des impasses ou des espaces vides isolés des réseaux connectés n'intervenant que de manière marginale dans ces phénomènes.

Les milieux poreux sont d'une grande variété parmi laquelle on peut citer les milieux poreux naturels tels que les roches poreuses, les os, les tissus biologiques, les sables, etc ou bien artificiels comme les échangeurs de chaleur, les tissus, les colonnes de réacteurs chimiques, etc. Le milieu poreux peut être non-consolidé dans le cas où il est formé par des grains solides non-soudés (sable, gravats...) ou bien consolidé lorsqu'il est formé par des grains cimentés (roche poreuse, bois...). Il est possible de distinguer les milieux poreux en fonction de la distribution des pores ou des grains solides qui peut être aléatoire (cas des milieux naturels de manière générale : sable, roche, alvéoles des poumons, etc) ou ordonnée (principalement pour les milieux poreux manufacturés : tissu, certaines colonnes de réacteur ou séparateurs chimiques, etc).

### 1.1.1 Notion d'échelle

A leurs variété et complexité, s'ajoute une diversité importante de mécanismes physiques dont la description diffère selon l'échelle de taille adoptée par l'observateur extérieur, ce qui complexifie encore la tâche lorsqu'il s'agit de les modéliser.

Afin de mieux illustrer cette notion d'échelle de taille, une structure poreuse comme celle d'un gisement d'hydrocarbure peut être prise comme exemple (Fig. 1.1). La dimension du milieu poreux est souvent supérieure de plusieurs ordres de grandeur au diamètre des pores ou des particules solides qui le constituent. Alors que l'ordre de grandeur du gisement se compte en km, celui des pores ou des particules solides est en  $\mu\text{m}$ . Cet écart de grandeur fait que les processus qui surviennent à l'échelle du gisement et les modèles mathématiques qui les régissent peuvent être très différents de ceux à l'échelle du pore.

#### 1.1.1.1 Echelle moléculaire

Considérée comme étant la plus petite échelle du milieu poreux, elle est de l'ordre du nm. A cette échelle, des processus survenant au niveau moléculaire comme les interactions entre les molécules du fluide et la paroi solide (effet de Klinkenberg)

sont pris en compte dans la description de l'écoulement à travers le milieu poreux. La description de l'écoulement à cette échelle n'est pas abordée dans ce travail.

Dans des cas spécifiques tels que les phénomènes diffusifs, d'adsorption, de réaction, d'interactions fortes fluide-parois des pores, de milieu nanoporeux, etc, il est nécessaire de considérer les mécanismes physiques à l'échelle moléculaire. Pour l'étude qui nous concerne, nous conservons une description classique de la mécanique des milieux continus, sans avoir recours à des considérations particulières à cette échelle.

### 1.1.1.2 Echelle du pore

Appelée aussi échelle microscopique, elle est caractérisée par le diamètre moyen des pores  $l_\beta$  dans le cas d'un milieu poreux consolidé ou par le diamètre moyen des grains  $l_\sigma$  (dans le cas d'un milieu poreux non-consolidé par exemple) (voir Fig. 1.1). A cette échelle, le milieu poreux est considéré comme étant hétérogène dont l'hétérogénéité est du même ordre que le diamètre moyen des grains ou des pores. Le milieu poreux à l'échelle du pore est en effet constitué de plusieurs milieux continus (une phase solide et une ou plusieurs phases fluides) séparés par des interfaces.

L'écoulement de fluide à cette échelle peut être décrit par les équations de conservation de quantité de mouvement et de masse (*i.e.* l'équation de Stokes en régime rampant ou visqueux et Navier-Stokes en régime inertiel) à l'aide des conditions initiales et aux limites du problème. Dans ce travail, nous nous limiterons à ces situations, en l'absence d'autres mécanismes de transfert (chaleur, masse, réaction, etc).

Plusieurs raisons font que l'adoption de cette échelle pour la description des phénomènes de transfert dans le milieu poreux n'est pas appropriée. En effet, en plus de la complexité mathématique des modèles régissant l'écoulement à cette échelle, la topologie complexe du milieu rend difficile la définition des interfaces fluide-solide sur lesquelles des conditions aux limites sont appliquées. De plus la description de l'écoulement à cette échelle fournit des informations trop détaillées et les grandeurs physiques qui en résultent sont difficilement mesurables. C'est pour ces raisons qu'une description macroscopique en termes de grandeurs physiques facilement me-

surables est nécessaire.

### 1.1.1.3 Echelle locale

Elle est généralement appelée échelle macroscopique ou échelle de Darcy. La longueur caractéristique de cette échelle est  $L \gg l_\beta$  (voir Fig. 1.1). L'étude des phénomènes physiques à cette échelle est communément restreinte à un échantillon plus petit appelé Volume Élémentaire Représentatif (VER) qui présente statistiquement les mêmes caractéristiques que le milieu à partir duquel il a été extrait (voir plus de détails dans la partie 1.1.2).

L'échantillon macroscopique est considéré comme un milieu continu homogène, en dépit du fait qu'il soit constitué d'un système multiphasique. En effet, l'échantillon poreux est remplacé par un modèle dans lequel toutes les phases du système se chevauchent et où chacune des phases occupe tout l'espace du milieu poreux. Les grandeurs physiques sont déterminées par des moyennes volumiques sur des Volumes Élémentaires Représentatifs (VERs) dont les valeurs sont affectées au centre du VER considéré. Bien qu'avec cette description, une grande quantité d'informations (champs à l'échelle du pore) soit perdue, la complexité géométrique du milieu poreux est surpassée.

La description des écoulements de fluides à cette échelle est effectuée en fonction du régime d'écoulement, à l'aide de la loi de Darcy et de ses généralisations dans le cas d'un écoulement visqueux et classiquement à l'aide d'une loi de type Forchheimer dans le cas d'un écoulement en régime inertiel. Ces deux lois empiriques ont fait l'objet de justifications théoriques à l'aide des méthodes de changement d'échelle (méthode de prise de moyenne volumique par exemple) respectivement des équations de Stokes et de Navier-Stokes.

### 1.1.1.4 Echelle globale

Cette échelle est également appelée "grande échelle" (voir Fig. 1.1). C'est l'échelle de tout le milieu poreux étudié qui est considéré comme hétérogène (variation spatiale de la porosité, perméabilité...). La description des écoulements de fluides à cette échelle peut être effectuée par des équations obtenues à partir d'un change-

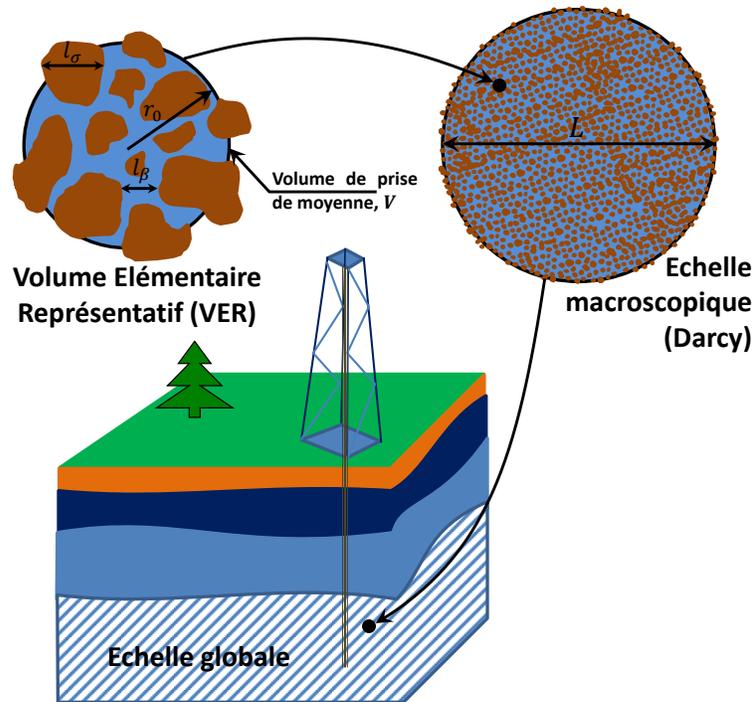


FIGURE 1.1 – Différentes échelles dans un milieu poreux et illustration d'un Volume Élémentaire Représentatif (VER),  $V$ , d'un milieu poreux composé d'une phase solide  $\sigma$  et saturé par une phase fluide  $\beta$ .

ment d'échelle des équations à l'échelle locale. L'une des méthodes employées pour ce changement d'échelle est la méthode de prise de moyenne à grande échelle. Cependant, dans de nombreuses applications (en génie pétrolier par exemple), des équations identiques à celles de l'échelle locale sont utilisées.

Dans ce travail, une attention particulière est attribuée aux modèles décrivant l'écoulement de fluide à travers le milieu poreux à l'échelle locale. Ces modèles sont obtenus à partir du premier changement d'échelle (*i.e.* l'échelle microscopique à l'échelle locale comme décrit précédemment). Plusieurs méthodes de changement d'échelle rapportées dans la littérature peuvent être envisagées, comme par exemple, la théorie d'homogénéisation, les méthodes stochastiques, la méthode de prise de moyenne avec fermeture, etc. Le changement d'échelle par prise de moyenne volumique est la méthode sur laquelle s'appuie cette étude.

### 1.1.2 Le changement d'échelle par la méthode de prise de moyenne

L'utilisation du changement d'échelle par prise de moyenne pour les écoulements en milieux poreux remonte aux années 60 où plusieurs travaux ont utilisé cette méthode pour la dérivation de modèles physiques. Parmi ces travaux, on peut citer la dérivation d'un modèle macroscopique, à partir des équations de Navier-Stokes, décrivant l'écoulement d'un fluide monophasique à travers un lit fluidisé et contenant des termes empiriques [6, 131]. On retiendra également la dérivation d'une équation macroscopique de dispersion, pour un écoulement monophasique incompressible en régime laminaire couplé au transport d'une espèce non réactive et sans adsorption, qui contient deux grandeurs (la dispersion et la tortuosité) qui doivent être déterminés expérimentalement [135]. Le changement d'échelle par prise de moyenne volumique a aussi permis d'obtenir des modèles macroscopiques régissant l'écoulement dans un milieu poreux dans d'autres travaux [79] ainsi que pour l'écoulement de fluide non newtonien [119]. Les principales hypothèses et limitations de la méthode ont été présentées et discutées plus tard [136]. La méthode a été utilisée aussi par la suite pour la dérivation d'un modèle macroscopique régissant l'écoulement diphasique [137] qui a été discuté plus tard [48].

En plus de la complexité mathématique et de la difficulté de définir un VER pertinent, l'un des principaux inconvénients de cette méthode était jusqu'alors la présence de termes empiriques dans les modèles macroscopiques résultants. Plusieurs travaux, concernant principalement la procédure de prise de moyenne, se sont succédés par la suite [10, 47, 51, 58] jusqu'à ce qu'un problème de fermeture ait été introduit à la méthode de prise de moyenne [28]. Cela a permis ultérieurement le développement de modèles macroscopiques indépendants des résultats expérimentaux.

Différents travaux ont adopté cette démarche plus tard, en combinant la méthode de prise de moyenne à un ou plusieurs problèmes de fermeture afin de déterminer les propriétés effectives du milieu poreux et de l'écoulement qui apparaissent dans le modèle macroscopique. Parmi ces travaux, on remarquera la dérivation de la loi

de Darcy dont le tenseur de perméabilité est déterminé à partir d'un problème de fermeture [138]. La même année, un modèle macroscopique régissant l'écoulement diphasique visqueux en milieu poreux a été développé [140]. Dans ce modèle, les tenseurs de perméabilité sont déterminés par des problèmes de fermeture qui ont été discutés et transformés par la suite [76, 142] en des problèmes semblables à l'équation de Stokes pour faciliter leur résolution. A partir des équations à l'échelle de Darcy, des modèles régissant l'écoulement monophasique [100] et diphasique [101] en régime visqueux à grande échelle ont été dérivés. La dérivation de la loi de Darcy avec la correction inertielle pour un écoulement monophasique rapide a également été proposée [143]. Les tenseurs de perméabilité et de correction inertielle (Forchheimer) qui apparaissent dans ce modèle sont déterminés à partir de deux problèmes de fermeture. Finalement, un modèle macroscopique régissant l'écoulement l'écoulement diphasique inertiel en milieu poreux a été développé [74]. Ces deux derniers modèles ([143] et [74]) seront utilisés dans les chapitres suivants pour l'étude de la déviation à la loi de Darcy (ou Darcy généralisée).

Dans ce travail où le changement d'échelle concerne le passage de l'échelle microscopique (pore) à l'échelle macroscopique (voir Fig. 1.1) comme indiqué plus haut, la prise de moyenne est effectuée sur une portion de l'échantillon poreux de volume  $V$  et de rayon  $r_0$  appelée Volume Élémentaire Représentatif (VER) comme le montre la Fig. 1.1. Le VER reproduit le même comportement macroscopique que l'échantillon poreux de taille caractéristique  $L$ . La moyenne volumique d'une grandeur physique  $\psi_\beta$  sur le VER est donnée par

$$\langle \psi_\beta \rangle = \frac{1}{V} \int_{V_\beta} \psi_\beta dV \quad (1.1)$$

où  $\langle \psi_\beta \rangle$  est définie au centre du VER et  $V_\beta$  est le volume de pore occupé par la phase fluide  $\beta$ . Une manière alternative d'exprimer la moyenne est la moyenne intrinsèque effectuée sur une seule phase (la phase fluide  $\beta$  par exemple). Elle est donnée par

$$\langle \psi_\beta \rangle^\beta = \frac{1}{V_\beta} \int_{V_\beta} \psi_\beta dV \quad (1.2)$$

Cette expression en termes de moyenne intrinsèque convient plus à des quantités comme la pression du fluide par exemple puisque c'est la grandeur physique qui est mesurée expérimentalement. Les deux expressions de la moyenne sont reliées par la fraction volumique  $\epsilon_\beta$  de la phase  $\beta$  (c'est la porosité  $\epsilon$  du milieu dans le cas monophasique) comme suit

$$\langle \psi_\beta \rangle = \epsilon_\beta \langle \psi_\beta \rangle^\beta \quad (1.3)$$

La porosité représente le rapport entre le volume des pores,  $V_p$  et le volume total de prise de moyenne (phase solide  $\sigma$  et phase fluide  $\beta$ ),  $V$ . Elle est donnée par

$$\epsilon = \frac{V_p}{V} \quad (1.4)$$

Afin de dériver des équations moyennées à partir des équations aux dérivées partielles régissant l'écoulement à une échelle plus petite (à partir des équations de Navier-Stokes pour l'échelle du pore par exemple), l'utilisation du théorème de prise de moyenne [58, 143] donné ci-dessous est nécessaire. Dans le cas monophasique, il est donné par

$$\langle \nabla \psi_\beta \rangle = \nabla \langle \psi_\beta \rangle + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta\sigma}} \mathbf{n}_{\beta\sigma} \psi_\beta dA \quad (1.5)$$

et

$$\langle \nabla \cdot \psi_\beta \rangle = \nabla \cdot \langle \psi_\beta \rangle + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta\sigma}} \mathbf{n}_{\beta\sigma} \cdot \psi_\beta dA \quad (1.6)$$

où  $A_{\beta\sigma}$  est l'interface  $\beta - \sigma$  incluse dans le volume  $V$  et  $\mathbf{n}_{\beta\sigma}$  est le vecteur normal unitaire orienté de la phase  $\beta$  vers la phase  $\sigma$ .

Afin de pouvoir appliquer le théorème de prise de moyenne volumique, une condition concernant la taille du VER doit être vérifiée [136]. Elle est donnée par

$$l_\beta \ll r_0 \ll L \quad (1.7)$$

Comme indiqué plus haut et sur la Fig. 1.1,  $l_\beta$  est la longueur caractéristique de l'échelle microscopique (diamètre moyen des pores),  $r_0$  est le rayon du VER de

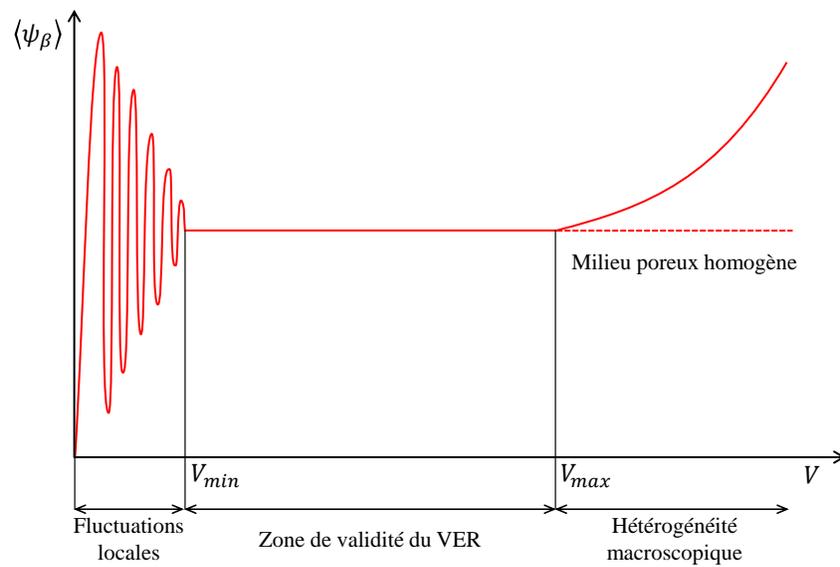


FIGURE 1.2 – Variation de la moyenne volumique d’une grandeur physique  $\psi_\beta$  à travers le Volume Élémentaire Représentatif (VER),  $V$ , en fonction de la taille du VER.

volume  $V$  et  $L$  est la longueur caractéristique de l'échantillon macroscopique. L'Eq. 1.7 stipule que le rayon du VER doit être largement supérieur à la taille des pores et largement inférieur à la longueur caractéristique de l'échelle macroscopique du milieu poreux. Par ailleurs, le VER doit être défini de telle sorte que les grandeurs physiques moyennes qui en découlent aient un sens physique. Cette dernière contrainte a été quantifiée [10] comme suit

$$\frac{\partial \langle \psi_\beta \rangle}{\partial V} = 0 \quad (1.8)$$

Ceci signifie que toutes les grandeurs physiques moyennes en tout point du milieu poreux ne sont fonction que de la position et du temps et sont indépendantes de la taille du VER. L'intervalle de taille du VER où l'Eq. 1.8 est vérifiée est appelé zone de validité du VER (voir Fig. 1.2). Cette zone est précédée d'une zone où la valeur de  $\langle \psi_\beta \rangle$  fluctue avec la taille du VER (Fig. 1.2). Ces variations de  $\langle \psi_\beta \rangle$  sont dues au fait que la taille du VER est trop petite pour lisser l'hétérogénéité à l'échelle des pores et contenir toute l'information structurelle à cette échelle. A mesure que la taille du VER augmente, ces fluctuations s'atténuent. Au delà de la limite supérieure de la zone de validité du VER, la valeur de  $\langle \psi_\beta \rangle$  varie avec l'augmentation de la taille du VER. Cette variation est due aux hétérogénéités macroscopiques et est observée dans le cas de milieux hétérogènes (des milieux caractérisés par des variations spatiales de perméabilité ou porosité par exemple).

Il doit être mentionner que dans certaines situations, la taille minimale du VER varie d'une grandeur physique à une autre (vitesse, pression, porosité, etc). Ce qui veut dire que la détermination d'un VER valable pour toutes les variables du problème physique passe par la réalisation de longues séries de tests comme celle de la Fig. 1.2 pour chaque grandeur physique. Une manière alternative est l'utilisation de fonction de pondération pour chaque grandeur physique. Cette méthode a été abordée dans un problème de prise de moyenne à grande échelle [101] et utilisée avant dans plusieurs travaux [6, 14, 16, 79–82, 141]. Avec cette approche, l'Eq. 1.2 peut être remplacée par [101]

$$\langle \psi_\beta \rangle^\beta = \int_\infty \psi_\beta \varpi dV \quad \int_\infty \varpi dV = 1 \quad (1.9)$$

où  $\varpi$  est une fonction de pondération. Le choix de cette fonction a été discuté dans

la littérature [14, 16, 141].

## 1.2 Etat de l'art sur les écoulements inertiels en milieux poreux

### 1.2.1 Les différents régimes d'écoulement

Les modèles physiques régissant l'écoulement de fluide en milieu poreux sont variables pour une échelle et un régime donnés. Une classification des différents régimes d'écoulement en milieu poreux en quatre régimes séparés par des transitions est communément acceptée [36]. Ces derniers sont distingués en termes d'intervalles de nombre de Reynolds. Cependant, les valeurs du nombre de Reynolds délimitant ces intervalles sont fortement dépendantes de la structure poreuse (forme des particules solides, porosité, etc) et des propriétés du fluide. A titre d'exemple, les valeurs obtenues dans une étude [36] de l'écoulement à travers une structure poreuse formée par des sphères de  $\epsilon = 0,394$  sont présentées dans la Fig. 1.3 donnent une idée sur l'ordre de grandeur de ces valeurs. Les intervalles sont exprimés en termes du nombre de Reynolds,  $Re = \frac{\rho_\beta |\langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta| d_p}{\mu_\beta}$ , où  $|\langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta|$  est le module de la vitesse interstitielle de la phase fluide  $\beta$ ,  $\rho_\beta$  et  $\mu_\beta$  sont respectivement la masse volumique et la viscosité dynamique de la phase fluide  $\beta$  et  $d_p$  est le diamètre moyen des pores. Les différents régimes d'écoulement d'un fluide incompressible ou faiblement compressible à travers un milieu poreux sont

1. Régime de Darcy ou régime d'écoulement rampant, survenant à de faibles nombres de Reynolds [1, 2, 75]. Pour ce régime, l'écoulement est dominé par les forces de viscosité et sa structure est définie par la morphologie du milieu. Il est régi, à l'échelle microscopique, par l'équation de Stokes et de conservation de la masse et, à l'échelle macroscopique, par la loi de Darcy et l'équation de continuité (voir Fig. 1.3).
2. Régime inertiel ou régime laminaire stationnaire, qui apparaît lorsque les forces d'inertie dans l'écoulement deviennent importantes. L'écoulement à l'échelle

microscopique est régi par les équations de conservation de la masse et de quantité de mouvement (Navier-Stokes). A l'échelle macroscopique, la relation non-linéaire entre le gradient de pression moyenne et la vitesse de filtration du fluide est décrite par des modèles de type loi de Darcy auxquels une correction inertielle (non-linéaire) est ajoutée afin de prendre en compte les effets d'inertie. Comme le montre la Fig. 1.3, ce régime est classé en trois régimes inertiels en fonction du type de la correction et qui seront détaillés par la suite.

3. Régime laminaire instationnaire, où des oscillations sont observées dans l'écoulement au niveau des tourbillons et se propagent dans toute la structure de l'écoulement. L'écoulement est régi à l'échelle microscopique par les équations de Navier-Stokes. A l'échelle macroscopique, le modèle de Forchheimer n'est plus valable.
4. Régime turbulent, survenant à de grands nombres de Reynolds.

### 1.2.2 Ecoulement de Darcy

Dans ce qui suit, le nombre de Reynolds,  $Re_d$ , basé sur la vitesse de filtration,  $|\langle \mathbf{v}_\beta \rangle|$ , et le diamètre moyen des particules,  $d$ , est utilisé, défini par

$$Re_d = \frac{\rho_\beta |\langle \mathbf{v}_\beta \rangle| d}{\mu_\beta} \quad (1.10)$$

Il est bien connu que l'écoulement rampant caractérisé par des nombres de Reynolds largement inférieurs à l'unité ( $Re_d \ll 1$ ) à travers un milieu poreux est régi par la loi de Darcy [30] à l'échelle macroscopique. La loi de Darcy a été tout d'abord dérivée empiriquement, puis démontrée théoriquement par la suite avec des techniques de changement d'échelle [59, 91, 139]. Elle est valable pour un écoulement de fluide newtonien incompressible,  $\beta$ , à travers un milieu poreux saturé et indéformable en condition isotherme et est donnée, sous une forme unidimensionnelle, par

$$\frac{\partial \langle p_\beta \rangle^\beta}{\partial x} = -\frac{\mu_\beta}{k} \langle v_{\beta x} \rangle + \rho_\beta g_x \quad (1.11)$$

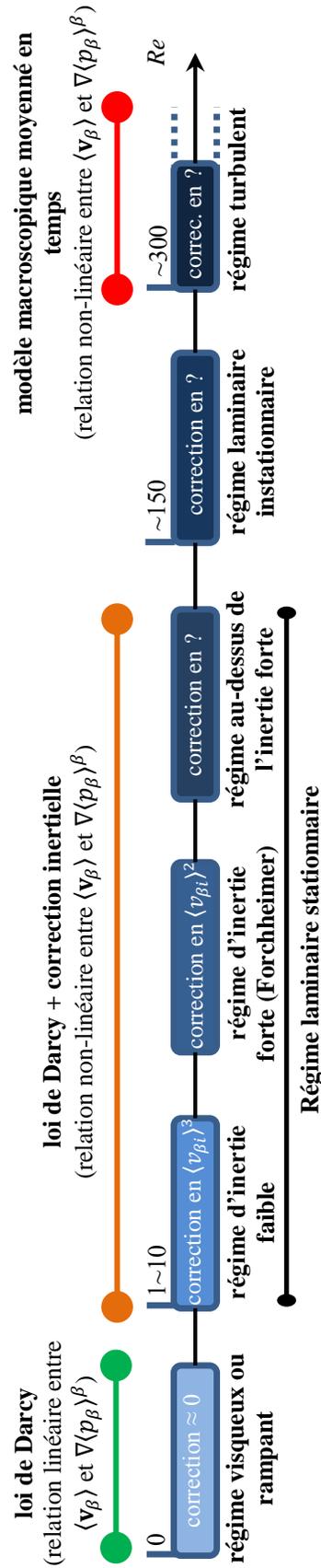


FIGURE 1.3 – Illustration des différents régimes d'écoulement avec les modèles macroscopiques régissant l'écoulement monophasique d'un fluide  $\beta$  à travers un milieu poreux saturé en fonction du nombre de Reynolds,  $Re$ , basé sur la vitesse interstitielle et le diamètre moyen des pores.  $\langle \mathbf{v}_\beta \rangle$  est la vitesse moyenne du fluide  $\beta$  et  $\nabla \langle p_\beta \rangle^\beta$  est le gradient de pression moyenne. Les valeurs du Reynolds sont données à titre indicatif et correspondent aux résultats obtenus dans [36] pour un milieu poreux de  $\epsilon = 0,394$  formé par des sphères. Les valeurs du  $Re$  délimitant chaque régime dépendent de plusieurs paramètres (propriétés du fluide, structure du milieu, porosité...).

où  $\partial \langle p_\beta \rangle^\beta / \partial x$ ,  $\langle v_{\beta x} \rangle$  et  $g_x$  sont respectivement le gradient de pression moyenne, la vitesse de filtration de la phase fluide  $\beta$  et l'accélération gravitationnelle suivant l'axe des  $x$ ,  $k$  étant la perméabilité du milieu poreux.

A mesure que le nombre de Reynolds devient important, la loi de Darcy perd en précision. La dépendance du régime de Darcy par rapport aux propriétés du milieu et du fluide rend impossible la définition d'un intervalle de validité universel. C'est pour cela que différentes limites supérieures d'applicabilité de la loi de Darcy sont évoquées : autour de  $Re_d = 1$  [17, 127], entre 1 et 10 [36], pour  $Re_d = 0,7$  [40, 64] et  $Re_d = 10^{-4}$  [41]. Cependant, il existe aussi une limite inférieure de validité de la loi de Darcy dont différentes valeurs sont avancées :  $Re_d = 10^{-6}$  [41] et  $Re_d = 0,3$  [40, 64]. L'écoulement pré-Darcien est défini comme étant un écoulement pour lequel un gradient de pression moyenne plus petit que celui correspondant à la limite inférieure de validité de la loi de Darcy implique une vitesse de filtration nulle [15]. Ce phénomène est expliqué par des contre-courants le long des parois dans le sens inverse de l'écoulement [15].

### 1.2.3 Ecoulement hors régime de Darcy

Au delà de la limite supérieure de validité de la loi de Darcy, l'écoulement devient inertiel après une transition graduelle [36] mais demeure laminaire stationnaire. Les écoulements inertiels, sujet du présent travail sont rencontrés dans diverses situations comme rappelé au début de ce chapitre. Ils sont caractérisés par des nombres de Reynolds ( $Re_d$ ) supérieurs à l'unité et une relation non-linéaire entre la vitesse de filtration et le gradient de pression moyenne.

Forchheimer a été le premier à proposer une équation dérivée empiriquement [42] pour décrire les écoulements inertiels en milieux poreux à l'échelle macroscopique. Cette équation a été démontrée théoriquement plus tard [18, 25, 29, 46, 52, 59, 77, 85, 144] et deux formes de cette équation sont généralement proposées. Elles sont données sous forme unidimensionnelle par

$$\frac{\partial \langle p_\beta \rangle^\beta}{\partial x} = -\frac{\mu_\beta}{k} \langle v_{\beta x} \rangle - \rho_\beta \vartheta \langle v_{\beta x} \rangle^m \quad (1.12)$$

et

$$\frac{\partial \langle p_\beta \rangle^\beta}{\partial x} = -\frac{\mu_\beta}{k} \langle v_{\beta x} \rangle - \rho_\beta \vartheta \langle v_{\beta x} \rangle^2 - \rho_\beta^2 \varrho \langle v_{\beta x} \rangle^3 \quad (1.13)$$

où  $\vartheta$  et  $\varrho$  sont des paramètres intrinsèques au milieu poreux et  $m = 2$  dans l'Eq. 1.12 conduit à l'équation de Forchheimer [62]. Une autre équation populaire, de la même forme que l'Eq. 1.12 est l'équation d'Ergun [38]. Cette dernière a été obtenue en étudiant la dépendance des constantes empiriques dans la loi de Forchheimer [42] par rapport aux propriétés du fluide et du milieu. Elle est donnée par

$$\frac{\partial \langle p_\beta \rangle^\beta}{\partial x} = \left( \frac{J\zeta\mu_\beta}{d^2} \right) \langle v_{\beta x} \rangle + \left( \frac{Q\vartheta\rho_\beta}{d} \right) \langle v_{\beta x} \rangle^2 \quad (1.14)$$

$$\zeta = \frac{(1-\epsilon)^2}{\epsilon^3} \quad \vartheta = \frac{(1-\epsilon)}{\epsilon^3}$$

où  $\zeta$  et  $\vartheta$  sont des paramètres intrinsèques au milieu et  $J$  et  $Q$  sont les constantes de l'équation d'Ergun. Même si des valeurs,  $J = 150$  et  $Q = 1,75$ , ont été obtenues par Ergun à partir de l'analyse d'une grande quantité de données expérimentales, il a été démontré par la suite que la valeur de ces paramètres dépend fortement de la porosité [78], de la microstructure [1, 2] et, pour la dernière, du nombre de Reynolds [75].

L'Eq. 1.12 est valable pour un écoulement rampant (réduit à l'équation de Darcy lorsque  $Re_d \ll 1$ ) et pour un écoulement inertiel (régime laminaire stationnaire). Le régime inertiel (laminaire stationnaire) est suivi par l'écoulement laminaire instationnaire et ensuite, par le chaos (régime turbulent) à des nombres de Reynolds plus importants [36].

### 1.2.4 Les régimes inertiels

Une classification du régime laminaire stationnaire en trois différents régimes en fonction de la valeur de l'exposant  $m$  dans l'Eq. 1.12 est généralement acceptée.

1. Régime d'inertie faible [24, 85, 106] où la correction inertielle est proportionnelle à  $\langle v_{\beta x} \rangle^3$  (*i.e.*  $m = 3$ ). Ce régime succède au régime de Stokes. La dépendance de la plage de validité de ce régime par rapport à l'orientation du gradient

de pression moyenne et la microstructure du milieu poreux a été rapportée dans différents travaux [1, 2, 66, 75]. Ce régime a été identifié par pratiquement tous les auteurs qui ont traité des écoulements inertiels en milieux poreux [1, 2, 66, 75, 109, 118, 121, 125] même sur des milieux anisotropes sans la restriction d'invariance avec l'inversion de l'orientation de l'écoulement [118]. Cependant, l'étroitesse de l'intervalle de validité de ce régime par rapport au régime laminaire stationnaire a mené certains auteurs à le considérer comme une transition au régime d'inertie forte et non pas comme un régime à part entière [43].

2. Régime d'inertie forte (ou régime de Forchheimer) où  $m = 2$  et, où donc, la correction inertielle est proportionnelle à  $\langle v_{\beta x} \rangle^2$ . Ce régime survient à des nombres de Reynolds,  $Re_d$ , compris entre 1 et 10 mais cette plage de validité dépend fortement de la microstructure du milieu poreux et de l'orientation du gradient de pression [1, 2, 66, 75]. Par ailleurs, il a été démontré que la correction quadratique en vitesse adoptée pour ce régime n'est qu'une approximation qui devient plus robuste pour le cas de milieux poreux désordonnés [75].
3. Régime au dessus de l'inertie forte, il survient à des nombres de Reynolds supérieurs à la limite de validité du modèle Darcy-Forchheimer, et persiste jusqu'à l'apparition de l'instationnarité dans l'écoulement. L'existence de ce régime, appelé "transition vers la turbulence", a été évoquée dans la littérature [40, 64]. Il a été rapporté dans ces études que le taux de chute de pression en fonction de la vitesse de l'écoulement diminue pour le régime au dessus de l'inertie forte par rapport à celui observé sur le régime d'inertie forte. Cette constatation a été contrariée par la suite où cette différence de comportement (*i.e.* différentes valeurs de  $m$ ) a été attribuée à la structure du milieu poreux [72]. Pour ce régime, différents comportements ont aussi été observé en fonction de l'orientation du gradient de pression macroscopique dans d'autres travaux [1, 2, 75].

Concernant l'écoulement en régime turbulent à travers un milieu poreux, différents modèles ont été proposés [31]. Les modèles de turbulence dérivés à partir de la prise

de moyenne temporelle des équations macroscopiques de transport ayant montrés des imprécisions [8], des modèles où les équations microscopiques de transport sont moyennées en temps puis spatialement ont été proposés [90, 124] comme alternative.

### 1.2.5 Origine des effets d'inertie

L'origine de la déviation à la loi de Darcy et l'identification des différents régimes d'inertie demeurent controversées. La première suggestion pour expliquer cette déviation a mis en avant les effets de la turbulence. Ce phénomène a été observé en premier par Reynolds [107] dans ses expériences des écoulements à travers des tubes. Cela a été supporté par la suite par différents auteurs [20, 39]. En 1951, une étude [62] a suggéré que l'apparition de la turbulence dans un milieu poreux n'était pas suffisante pour expliquer la déviation à la loi de Darcy. Elle a été soutenue par la suite par différents auteurs [23, 24, 128] après avoir identifié une telle déviation pour un écoulement en régime laminaire.

Par la suite, après avoir écarté la turbulence comme cause de la nature non-linéaire de l'écoulement macroscopique, plusieurs travaux se sont intéressés à l'étude du phénomène et différentes explications ont été avancées. La non-linéarité a été attribuée à la rugosité au niveau des pores [86], à la chute de l'énergie cinétique dans les restrictions [57], au développement de foyers d'inertie au sein de l'écoulement [36, 55], aux courbures dans les trajectoires de l'écoulement [53], à la formation de couche hydrodynamique à grands nombres de Reynolds [144], au changement dans la distribution spatiale de l'énergie cinétique de l'écoulement [61] et à la tortuosité de l'écoulement [117].

Par ailleurs, différents travaux ont tenté d'apporter une justification physique plus précise de la déviation à la loi de Darcy. Ainsi, il a été rapporté qu'à l'apparition des non-linéarités, les forces macroscopiques étaient négligeables devant celles à l'échelle microscopique [52, 144], suggérant donc une origine microscopique de cette déviation. En plus de l'inertie, la contribution des forces visqueuses microscopiques a été considérée pour expliquer l'origine de la déviation [11, 94]. En effet, il a été rapporté que les origines microscopiques inertielle et visqueuse de la non-linéarité sont dépendantes, les premières contribuent aux changements de la forme des lignes

de courant à l'échelle microscopique et du régime d'écoulement, ce qui cause une variation non-linéaire des forces microscopiques de viscosité [11] même si ces dernières sont négligeables devant les forces d'inertie [94].

D'une manière générale, l'origine inertielle microscopique de la déviation à la loi de Darcy est acceptée [77, 126]. Cependant, une explication précise du phénomène, de son origine et des formes de correction (cubique, quadratique ou autre) est toujours manquante.

## 1.3 Objectifs

Les chapitres 2, 3 et 4 de ce rapport traitent de l'écoulement inertiel monophasique. L'écoulement inertiel diphasique est traité dans le chapitre 5.

Les objectifs de chaque chapitre peuvent être résumés comme suit

- Chapitre 2 : avant d'aborder l'analyse de la correction à la loi de Darcy et les différents régimes inertiels associés, un intérêt particulier est porté à l'étude, par des simulations numériques directes (DNS) sur des structures modèles (réseaux de cylindres parallèles), de la limite de stationnarité de l'écoulement monophasique newtonien qui correspond à la première bifurcation de Hopf, caractérisée par un nombre de Reynolds critique. La connaissance de cette limite est cruciale puisqu'elle détermine le domaine de validité des modèles macroscopiques stationnaires pertinents. L'analyse du comportement de l'écoulement instationnaire sur ce genre de structures modèles peut s'avérer d'un intérêt particulier pour des applications dans le futur en génie environnemental ou en génie civil, etc et n'a quasiment jamais été traitée dans la littérature jusqu'à présent.
- Chapitre 3 : La dépendance de la déviation (inertielle) à la loi de Darcy par rapport aux propriétés de la structure poreuse (forme des grains, désordre) et à l'orientation de l'écoulement est étudiée dans le cas de structures  $2D$ . Les propriétés effectives de l'écoulement à l'échelle macroscopique sont déterminées à partir de la résolution numérique des problèmes de fermeture associés au modèle macroscopique obtenu par prise de moyenne des équations de

Navier-Stokes [143]. Ce chapitre élargit une étude précédente de l'écoulement inertiel [75] à d'autres configurations d'écoulement et s'intéresse plus à l'origine du comportement non-linéaire de l'écoulement. Il se base par ailleurs sur les valeurs de Reynolds critique obtenues dans le chapitre 2 pour analyser tout l'intervalle des Reynolds où subsiste l'écoulement stationnaire. Par ailleurs, afin de déceler l'origine de cette déviation et ses différentes formes, l'évolution de la structure microscopique de l'écoulement en fonction du nombre de Reynolds est analysée et corrélée au comportement de cette déviation. Plus particulièrement, le rôle des zones de recirculation, l'évolution de la courbure des lignes de courant (multipliée par l'énergie cinétique locale) et la variation de l'énergie cinétique le long de ces lignes sont étudiés.

- Chapitre 4 : Ce chapitre suit la même logique que le chapitre 3 et étend l'étude au cas de structures  $3D$  (ordonnées et désordonnées) afin de vérifier si un effet spécifique  $3D$  sur la déviation à la loi de Darcy est à attendre, comme évoqué dans la littérature [43]. A partir des résultats des simulations sur ces structures  $3D$ , la correction inertielle est analysée, puis corrélée à la tortuosité hydraulique de l'écoulement, évaluée à partir de différentes définitions.
- Chapitre 5 : Le dernier chapitre est consacrée à une étude numérique, toujours dans des situations modèles, de la déviation à la loi de Darcy généralisée dans le cas de l'écoulement diphasique inertiel. Les propriétés effectives de l'écoulement diphasique de fluides newtoniens à travers un milieu poreux qui apparaissent dans les modèles macroscopiques en régime visqueux [76, 140] et en régime inertiel [74] sont déterminées par la résolution numérique de problèmes de fermeture associés au changement d'échelle. La résolution de ces derniers nécessite la détermination de la position de l'interface fluide-fluide à l'état stationnaire ainsi que le champ de vitesse microscopique issus de la solution de l'écoulement à l'échelle du pore. A partir des résultats obtenus, la validité des modèles macroscopiques (en régime visqueux et inertiel) est analysée en fonction de plusieurs paramètres comme le nombre capillaire et la saturation des phases. De plus, l'évolution des valeurs de perméabilité avec ces

---

paramètres est étudiée. Finalement, la déviation à la loi de Darcy généralisée est analysée et sa dépendance vis-à-vis de la vitesse de filtration est comparée à celle généralement adoptée dans l'équation de Darcy-Forchheimer généralisée.



# Chapitre 2

## De l'écoulement laminaire stationnaire vers l'écoulement instationnaire dans des structures poreuses modèles : une investigation sur la première bifurcation de Hopf

Ce chapitre concerne l'apparition de la première bifurcation de Hopf, qui correspond à la transition d'un écoulement stationnaire vers un écoulement instationnaire dans des structures poreuses périodiques ordonnées et désordonnées non-déformables. Les structures considérées, représentatives de systèmes réels pour différentes applications, sont composées de cylindres à section droite carrée pour des valeurs de porosité allant de 15% à 96%. Le nombre de Reynolds critique à la bifurcation est déterminé pour l'écoulement d'un fluide newtonien incompressible dans des conditions isothermes par des simulations numériques directes (DNS) basées sur une méthode de discrétisation aux volumes finis de second ordre en espace et en temps. On montre que, pour les structures périodiques composées d'un arrangement de cylindres à section droite carrée, le nombre de Reynolds critique augmente avec la

diminution de la porosité et dépend fortement du choix du Volume Élémentaire Représentatif (VER) sur lequel des conditions aux limites périodiques sont appliquées. On montre également que l'orientation de l'écoulement macroscopique par rapport aux axes principaux de la structure a un grand impact sur la valeur du nombre de Reynolds correspondant à la bifurcation. Dans le cas de structures désordonnées, la valeur du nombre de Reynolds critique diminue significativement par rapport à celle obtenue pour des structures ordonnées de même porosité. Des corrélations entre le nombre de Reynolds critique et la porosité sont obtenues pour les structures ordonnées et désordonnées sur une large plage de porosités. Une analyse spectrale est réalisée sur une des composantes de la vitesse afin d'étudier les caractéristiques de l'écoulement avant et après la bifurcation.

## 2.1 Introduction

Comme indiqué dans le chapitre 1, les écoulements inertiels en milieu poreux hors régime de Darcy se rencontrent dans des situations très diverses. De ce fait, il est impossible de couvrir toutes les situations, notamment les diverses structures topologiques des milieux poreux en raison de leur grande variété et complexité. C'est pour cela que des structures poreuses modèle comme les structures ordonnées ou désordonnées d'objets  $2D$  ou  $3D$ , cylindriques ou sphériques par exemple, ont été largement utilisées pour comprendre la majorité des mécanismes en jeu dans l'écoulement.

Tandis que ce type de structures représente une approche intéressante pour des milieux poreux plus complexes, elles sont aussi d'une pertinence considérable dans différentes situations en rapport à des problèmes environnementaux par exemple. En effet, les réseaux de rues et bâtiments dans les grandes agglomérations sont généralement modélisés par des réseaux de cylindres. La connaissance des caractéristiques de l'écoulement dans ce type de configurations est d'une grande importance pour comprendre et éviter le transport de polluants qui constitue une préoccupation majeure pour la santé de la population en rapport avec l'activité humaine [130]. De plus, les courants autour des bâtiments [129] sont aussi une problématique importante pour

le confort des piétons. D'un point de vue ingénierie, la connaissance des forces appliquées par le vent sur les bâtiments permet la prédiction du couplage fluide-structure qui implique des vibrations structurelles, l'émission de nuisances acoustiques et le dangereux phénomène de résonance qui est aussi un élément essentiel [123]. Les réseaux réguliers de cylindres parallèles, représentant des bouquets d'arbres, sont des structures modèles pertinentes aussi bien pour analyser l'écoulement naturel de l'air dans les forêts et l'oscillation des arbres restants dans les forêts exploitées pour la production de bois [146] ou bien pour la réalisation d'études expérimentales d'écoulements turbulents [92]. Une description détaillée de tels écoulements environnementaux est cruciale pour la compréhension de mécanismes aussi variés que les processus de transfert de chaleur, la dissémination de pollen, le transport des espèces comme les polluants [111] et la propagation des feux de forêts [50].

Très souvent, une description macroscopique de l'écoulement inertiel est particulièrement intéressante (voir les justifications citées dans le chapitre 1). Les différents modèles développés et présentés au chapitre 1 ne sont valables que pour un certain intervalle de nombres de Reynolds,  $Re_d$  (défini par l'Eq. 2.5). Par conséquent, la connaissance des intervalles délimitant chaque régime d'écoulement est une condition préalable pour l'application du modèle macroscopique approprié.

La classification des différents régimes inertiels présentée dans le chapitre 1 a été mise en évidence pour l'écoulement stationnaire. De toute évidence, la connaissance du nombre de Reynolds correspondant à l'apparition de l'instationnarité, qui correspond à la bifurcation de Hopf dans les structures considérées [69], est d'une importance capitale et sera l'objectif principal de ce chapitre.

Jusqu'à présent, la plupart des travaux sur la bifurcation de Hopf ont porté sur l'écoulement autour d'un cylindre isolé de section droite circulaire ou carrée ou bien sur l'écoulement à travers une rangée de cylindres. L'écoulement autour d'un cylindre circulaire a été analysé pour le régime laminaire [105] et turbulent [32]. Des travaux similaires ont été dédiés au cas d'un écoulement instationnaire autour d'un cylindre carré, tout d'abord en  $2D$  avec un angle d'incidence nul [120], et par la suite en  $3D$ , [122, 123] en considérant différents angles d'incidence [148]. Étonnamment, beaucoup moins d'attention a été attribuée aux réseaux  $2D$  et  $3D$  d'obstacles, le cas

d'une seule rangée de cylindres carrés étant une exception. Dans ce cas, des travaux expérimentaux [26] et par la suite, des simulations numériques [70,87] ont été réalisés et ont mis la lumière sur la physique de ce type d'écoulement. Une analyse succincte du nombre de Reynolds à partir duquel l'écoulement devient instationnaire pour un réseau périodique régulier de cylindre parallèles de section droite circulaire a été rapportée. Elle est basée sur des simulations numériques réalisées pour un intervalle étroit de porosités avec une attention particulière sur l'effet de l'orientation du gradient de pression moyenne par rapport aux axes du treillis [66]. Des expériences récentes [147] sur l'écoulement sous-terrain d'eau ont souligné une observation qualitative montrant que le nombre de Reynolds à partir duquel l'instationnarité apparaît croît lorsque la porosité décroît.

Au meilleur de notre connaissance, une analyse détaillée de la dépendance du nombre de Reynolds critique correspondant à la première bifurcation de Hopf par rapport à des paramètres comme la porosité, l'orientation du gradient de pression moyennes, le désordre de la structure et la taille du Volume Élémentaire Représentatif (VER), même s'ils sont d'une importance considérable, fait toujours défaut et est donc l'objectif de ce chapitre.

Des treillis bidimensionnels de cylindres parallèles à section droite circulaire sont considérés dans ce chapitre comme une première approche générique vers des structures poreuses plus complexes ainsi que des modèles réalistes pour différentes situations pratiques comme les écoulements environnementaux mentionnés plus haut. L'attention porte sur la valeur du nombre de Reynolds correspondant à la limite de l'écoulement laminaire stationnaire orthogonal aux axes des cylindres.

Ce chapitre est organisé comme suit. Le problème aux valeurs initiales et aux limites ainsi que la méthode numérique utilisée pour sa résolution sont présentés dans la section 2.2. Les tests de validation, effectués sur le cas classique d'un écoulement autour d'un cylindre unique à section droite carrée et également pour l'écoulement autour d'un treillis de cylindres ordonnés à section droite circulaire, sont ensuite présentés. Dans la section 2.3, la dépendance du nombre de Reynolds critique par rapport au Volume Élémentaire Représentatif (VER) et à la porosité est présentée pour le cas d'une structure ordonnée (appelée *OS* dans ce qui suit) faite d'un treillis

de cylindres parallèles de section droite carrée. Le processus conduisant à l'écoulement instationnaire est étudié. Une analyse spectrale de la composante transverse de la vitesse est réalisée et la dépendance du nombre de Reynolds critique par rapport à l'orientation du gradient de pression moyenne est discutée. Finalement, le cas de structures désordonnées (*DS*) obtenues à partir d'un placement aléatoire des cylindres dans chaque cellule unitaire originale de la *OS* [75] est discuté et l'impact du désordre structural sur le nombre de Reynolds critique est présenté. Les conclusions sont présentées dans la section 2.4.

## 2.2 Modèle physique et méthodologie

### 2.2.1 Le problème aux valeurs initiales et aux limites

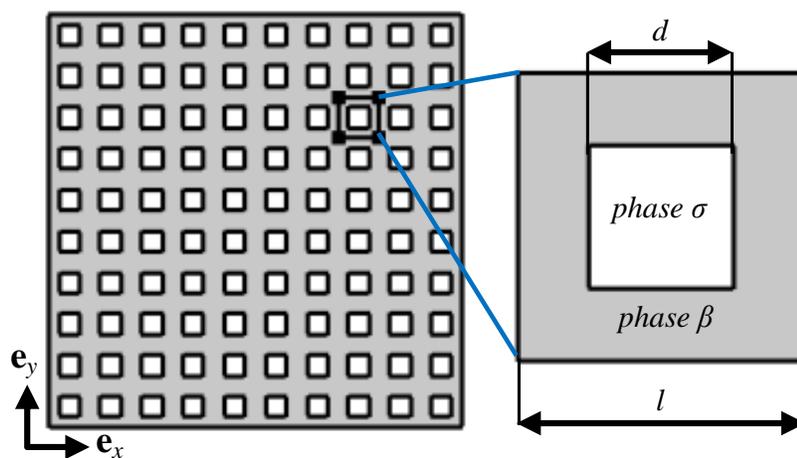


FIGURE 2.1 – Structure à grande échelle et cellule périodique unitaire correspondant au Volume Élémentaire Représentatif pour l'écoulement stationnaire.

L'écoulement monophasique isotherme considéré dans cette étude est celui d'un fluide newtonien incompressible,  $\beta$ , dans une cellule périodique. La périodicité est supposée avec l'idée qu'un Volume Élémentaire Représentatif (VER), de longueur caractéristique  $l$ , peut être extrait contenant toutes les informations structurales nécessaires du système réel, dont la longueur caractéristique est  $L$ , afin de fournir les propriétés du transport à partir d'une description locale du processus physique. Cette

approche, assez standard dans les méthodes de changement d'échelle en milieux poreux [115, 145], a été décrite dans le chapitre 1. Pour une structure parfaitement périodique, il est possible de démontrer que le VER correspond à la cellule unitaire périodique qui définit la structure. Ainsi, la solution de l'écoulement permanent incompressible est indépendante du nombre de cellules unitaires contenues dans le domaine de calcul quand des conditions aux limites périodiques sont employées. Cependant, cette dernière propriété n'est pas triviale si un écoulement instationnaire est considéré, et fera l'objet d'une analyse plus poussée dans la section 2.3.1.1 compte tenu du fait que le début de l'écoulement instationnaire est examiné dans ce chapitre.

Alors que la périodicité peut être directement appliquée à la vitesse du fluide,  $\mathbf{v}_\beta$ , la pression  $p_\beta$  est décomposée en une moyenne intrinsèque  $\langle p_\beta \rangle^\beta$  et une déviation  $\tilde{p}_\beta$  selon [49, 151]

$$p_\beta = \langle p_\beta \rangle^\beta + \tilde{p}_\beta \quad (2.1)$$

avec

$$\langle p_\beta \rangle^\beta = \frac{1}{V_\beta} \int_{V_\beta} p_\beta dV \quad (2.2)$$

$V_\beta$  représentant le domaine occupé par la phase  $\beta$  à l'intérieur du VER de volume  $V$ . Avec cette décomposition, le gradient de pression moyenne peut être considéré comme une constante macroscopique et terme source pour l'écoulement alors que  $\tilde{p}_\beta$  est périodique.

En définissant les quantités adimensionnelles, vitesse, pression et temps,  $\mathbf{v}_\beta^*$ ,  $p_\beta^*$  et  $t_\beta^*$  à partir de leurs analogues et des quantités correspondantes de référence données respectivement par  $\frac{l^2}{\mu_\beta} |\nabla \langle p_\beta \rangle^\beta|$ ,  $l |\nabla \langle p_\beta \rangle^\beta|$  et  $\frac{\mu_\beta}{l} |\nabla \langle p_\beta \rangle^\beta|$ , en utilisant  $l$  comme longueur de référence, le problème aux valeurs initiales et aux limites considéré prend la forme suivante

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_\beta^* = 0 \quad \text{sur } V_\beta \quad (2.3a)$$

$$Re^* \left( \frac{\partial \mathbf{v}_\beta^*}{\partial t^*} + \mathbf{v}_\beta^* \cdot \nabla \mathbf{v}_\beta^* \right) = -\nabla \tilde{p}_\beta^* + \nabla^2 \mathbf{v}_\beta^* - \nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta + \frac{Re^*}{Fr} \mathbf{z} \quad \text{sur } V_\beta \quad (2.3b)$$

$$\mathbf{v}_\beta^* = 0 \quad \text{sur } A_{\beta\sigma} \quad (2.3c)$$

$$\mathbf{v}_\beta^*(\mathbf{r}^* + \mathbf{l}_i^*) = \mathbf{v}_\beta^*(\mathbf{r}^*) \quad i = 1, 2, 3 \quad (2.3d)$$

$$\tilde{p}_\beta^*(\mathbf{r}^* + \mathbf{l}_i^*) = \tilde{p}_\beta^*(\mathbf{r}^*) \quad i = 1, 2, 3 \quad (2.3e)$$

$$\mathbf{v}_\beta^* = 0 \quad \text{sur } V_\beta \quad \text{à } t^* = 0 \quad (2.3f)$$

$$\tilde{p}_\beta^* = 0 \quad \text{sur } V_\beta \quad \text{à } t^* = 0 \quad (2.3g)$$

Par souci de simplicité, le même symbole a été utilisé pour l'opérateur adimensionnel  $\nabla (= l\nabla)$ . Dans l'Eq. 2.3c,  $A_{\beta\sigma}$  représente l'interface solide-fluide à l'intérieur de  $V_\beta$ , tandis que, dans les Eqs. 2.3d et 2.3e, le VER est caractérisé par les vecteurs du treillis périodique  $l_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ . Dans l'équation de quantité de mouvement (Eq. 2.3b),  $Re^*$  est le nombre de Reynolds donné par

$$Re^* = \frac{\rho_\beta l^3}{\mu_\beta^2} \left| \nabla \langle p_\beta \rangle^\beta \right| \quad (2.4)$$

Dans ce qui suit, le nombre de Reynolds  $Re_d$  sera utilisé. Il est relié au  $Re^*$  défini ci-dessus par la relation suivante

$$Re_d = \left| \langle \mathbf{v}_\beta^* \rangle \right| d^* Re^* \quad (2.5)$$

où  $\langle . \rangle = \epsilon \langle . \rangle^\beta$  désigne la moyenne volumique et  $\epsilon = V_\beta/V$  la porosité (voir chapitre 1). Le nombre de Reynolds  $Re_k$ , qui a l'avantage de n'impliquer que des quantités macroscopiques, est aussi souvent utilisé [75, 97, 110] et est obtenu à partir du  $Re_d$  comme suit

$$Re_k = Re_d \frac{\sqrt{k}}{d} = Re_d \frac{\sqrt{k^*}}{d^*} \quad (2.6)$$

où, pour une structure isotrope,  $k^* = k/l^2$  est la perméabilité intrinsèque adimen-

sionnelle de la structure. L'analyse est effectuée en l'absence de gravité avec l'idée que  $\frac{Re^*}{Fr} \ll 1$ ,  $Fr = \frac{l^3 |\nabla \langle p_\beta \rangle^\beta|^2}{\mu_\beta^2 g}$  étant le nombre de Froude alors que  $\mathbf{g} = g\mathbf{e}_z$  est l'accélération de la pesanteur. Le choix de pression et longueur de référence est tel que l'écoulement est induit par le terme source (vecteur unitaire) adimensionnel ( $|\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta| = 1$ ) de telle manière que le module de cette source est choisi à partir de la valeur du nombre de Reynolds  $Re^*$  alors que l'orientation de l'écoulement est déterminée par l'orientation de  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta$  [75].

La résolution du problème donné ci-dessus pour déterminer la valeur du nombre de Reynolds critique,  $Re_{dc}$ , correspondant à l'apparition des effets instationnaires est effectuée pour des structures 2D pour lesquelles la phase solide  $\sigma$  est sous la forme de cylindres à section droite carrée. Une  $OS$  comme représentée sur la Fig. 2.1 est considérée en premier avec des valeurs de porosité allant de 15% à 96% et un gradient de pression moyenne orienté suivant  $\mathbf{e}_x$ . Dans une deuxième étape, l'impact de l'orientation de l'écoulement sur le  $Re_{dc}$  est illustré pour  $\epsilon = 0,75$  et  $\theta = \pi/4$ ,  $\theta$  étant l'angle d'inclinaison entre le gradient de pression macroscopique et  $\mathbf{e}_x$ . Finalement, une  $DS$  est considérée et l'effet du désordre structurel sur  $Re_{dc}$  est étudié pour des porosités allant de  $\epsilon = 0,36$  à  $\epsilon = 0,75$ . Ces deux dernières analyses sont principalement motivées par une précédente étude des régimes inertiels de l'écoulement de fluide à travers des structures semblables qui a révélé la forte dépendance de ces régimes à l'orientation de l'écoulement et au désordre structurel [75].

Plutôt que d'essayer d'identifier une valeur numérique exacte du nombre de Reynolds critique qui est extrêmement difficile sinon impossible à réaliser, la détermination de  $Re_{dc}$  proposée dans ce travail est faite sous forme d'intervalle. La borne inférieure de cet intervalle correspond à la plus grande valeur de  $Re_d$  pour laquelle l'écoulement demeure stationnaire alors que la borne supérieure correspond à la plus petite valeur pour laquelle un écoulement instationnaire a été observé. Cela est réalisé à partir de la résolution numérique du problème aux valeurs initiales et aux limites (Eqs. 2.3) en utilisant un schéma aux volumes finis comme décrit dans la section 2.2.2 ci-dessous. Les bornes des intervalles sont déterminées par dichotomie et les intervalles sont matérialisés sur les figures présentées dans ce chapitre.

### 2.2.2 Méthode numérique

Les simulations numériques ont été réalisées en utilisant la boîte à outils CFD du logiciel libre *OpenFoam* (Open Field Operation And Manipulation) basé sur une discrétisation avec la Méthode des Volumes Finis (FVM) [93]. Le solveur standard, *icoFoam*, qui utilise l’algorithme de PISO (Pressure Implicit Split Operator), conçu pour simuler l’écoulement instationnaire de fluides newtoniens incompressibles, a été mis sous forme adimensionnelle en introduisant le nombre de Reynolds  $Re^*$  et le gradient de pression moyenne adimensionnel  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta$ .

L’équation de Navier-Stokes est discrétisée à l’aide d’un schéma de discrétisation d’Euler rétrograde (à l’exception du terme inertiel) qui est du second ordre assurant une très bonne précision des résultats [114, 122, 123, 134]. En effet, à cause de l’incompressibilité, le terme d’accélération convective est maintenu sous sa forme conservative  $\nabla \cdot (\mathbf{v}_\beta^* \mathbf{v}_\beta^*)$  et est linéarisé explicitement en utilisant une vitesse convective, menant à une forme semi-implicite de l’équation de Navier-Stokes. Pour toutes les dérivées spatiales, le schéma de discrétisation aux volumes finis standard de Gauss est employé avec un schéma d’interpolation aux différences centrées du second ordre afin d’interpoler les valeurs du centre des cellules aux centres des faces. Ces schémas ont démontré leur extrême efficacité [122, 123] et sont optimaux d’un point de vue stabilité et précision numériques [114]. Il convient de souligner qu’à cause du traitement explicite du terme convectif, une condition sur le nombre de Courant doit être satisfaite afin d’assurer la stabilité numérique.

Le système linéaire pour l’équation en vitesse est résolu à l’aide du solveur PBiCG (Preconditioned Bi-Conjugate Gradient Solver) pour les matrices asymétriques et le préconditionneur DILU (Diagonal Incomplete Lower Upper). De plus, l’équation linéaire en pression est résolue en utilisant le solveur pour matrices symétriques PCG (Preconditioned Conjugate Gradient) et le préconditionneur DIC (Diagonal Incomplete Cholesky). Même si elles sont coûteuses en ressources mémoire à cause des inversions matricielles, les opérations de préconditionnement sont importantes afin de réduire le nombre d’itérations réalisées par le solveur linéaire jusqu’à convergence. Cette procédure a été adoptée dans ce travail.

Les calculs parallèles ont été réalisés sur un cluster de 264 nœuds de 12 cœurs

Intel®Xeon®x5675 (3,06 GHz) chacun.

Plus de détails concernant les méthodes de discrétisation et de résolution utilisées dans le logiciel *OpenFoam* peuvent être trouvées dans de précédents travaux de thèse [60, 113].

### 2.2.3 Critère de convergence et sensibilité au maillage

Le choix d'un pas de temps adimensionnel consistant,  $\Delta t^*$ , a été fait en fonction de la taille des cellules du maillage et le module de la vitesse. Plus précisément, une condition *CFL* doit être vérifiée sur tout le maillage pour les différentes structures considérées. Cette condition s'exprime par

$$Co = \frac{\Delta t^* |\mathbf{v}_\beta^*|}{\Delta s^*} < Co_{max} \quad (2.7)$$

où *Co* représente le nombre de Courant sur chaque cellule du maillage,  $\Delta s^*$  étant la taille adimensionnelle de la cellule du maillage suivant la direction de la vitesse. Dans ce travail, comme il a été adopté dans d'autres études [44],  $Co_{max} = 0,5$ , ce qui signifie qu'une particule fluide ne traversera pas plus de la moitié d'une cellule du maillage pendant un pas de temps. De plus, le choix d'un pas de temps consistant dépend de la fréquence d'oscillation (pour l'écoulement instationnaire). Il a été démontré que 500 pas de temps par cycle sont généralement nécessaires [7, 27, 112] et cette dernière condition a été aussi prise en compte dans ce travail.

Le caractère stationnaire ou instationnaire de l'écoulement est déterminé à partir du critère de convergence établi pour le problème donné par les Eqs. 2.3. Initialement au repos, l'écoulement entre dans une période instationnaire jusqu'à ce qu'il atteigne la stationnarité si le nombre de Reynolds est sub-critique. Cette période instationnaire s'allonge avec  $Re^*$ .

Le système d'équations aux dérivées partielles est résolu avec une approche ségréguée [33, 98] produisant trois systèmes linéaires pour  $v_{\beta x}^*$ ,  $v_{\beta y}^*$  et  $\tilde{p}_\beta^*$ . Ayant la solution de ces systèmes au temps  $t^{*(n)}$ , qui est injectée comme une estimation initiale dans les systèmes linéaires au temps  $t^{*(n)} + \Delta t^*$ , les *résidus* sont calculés comme la norme  $-L_1$  de la différence normalisée entre les cotés droit et gauche de chaque

système linéaire. Si ces *résidus* sont tous plus petits que les *tolérances* imposées par l'utilisateur, l'écoulement est considéré comme stationnaire et la simulation se termine. Dans le cas contraire, des itérations successives sont réalisées par le solveur linéaire jusqu'à ce que les *résidus* deviennent plus petits que les *tolérances* donnant ainsi la solution au temps  $t^{*(n)} + \Delta t^*$ .

Les *tolérances* des solveurs des systèmes linéaires (PBiCG pour  $v_{\beta x}^*$  et  $v_{\beta y}^*$  et PCG pour  $\tilde{p}_\beta^*$ ) ont été fixées respectivement à  $10^{-10}$  et  $10^{-7}$ . Une attention particulière a été dédiée au choix de ces valeurs afin d'assurer une estimation précise de  $Re_{dc}$ . Un exemple illustratif de la dépendance de  $Re_{dc}$  en fonction de la *tolérance* du solveur PBiCG fourni dans la Fig. 2.2 pour le cas de la porosité la plus restrictive ( $\epsilon = 96\%$ ) justifie clairement la valeur  $10^{-10}$ . En fixant la *tolérance* du solveur PBiCG à  $10^{-10}$ , l'erreur relative sur  $Re_{dc}$  calculé, avec  $10^{-7}$  puis  $10^{-10}$  comme *tolérance* du solveur PCG, est évaluée à moins de 1%. Des tests similaires réalisés sur des VERs de taille plus grande, comme employés dans la section 2.3.1.1, ont mené à des conclusions similaires. Ces valeurs représentent des *tolérances* significativement plus sévères que celles généralement adoptées dans des travaux basés sur la même approche dans lesquels une *tolérance* de  $10^{-5}$  a été considérée pour les *résidus* des composantes de vitesse et de pression afin de caractériser la stationnarité de l'écoulement [44]. Il convient de noter également que la stationnarité doit être vérifiée à travers un nombre suffisamment grand de pas de temps afin de s'assurer que l'écoulement est complètement développé et qu'aucune bifurcation ne va avoir lieu. Dans cette analyse, en plus de la condition sur les *résidus*, la bifurcation vers l'instationnarité est examinée à partir de la rupture de la symétrie de l'écoulement, *i.e.* quand la moyenne spatiale de la composante de vitesse perpendiculaire au  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta$  devient non-nulle [149]. Cela peut aussi être fait au moyen d'une analyse spectrale de cette composante de vitesse avec une transformée de Fourier *FFT* (Fast Fourier Transform), dont un exemple est rapporté dans la section 2.3.1.3. Il faut toutefois souligner que l'algorithme *FFT* doit être appliqué sur un nombre suffisamment important d'échantillons de données afin de capturer les pics de basse fréquence [132]. Dans ce travail, Les temps de simulation adimensionnels vont de  $\sim 6,3 \times 10^4$  ( $\sim 2,5 \times 10^6$  pas de temps) pour  $\epsilon = 96\%$  à  $\sim 2,1 \times 10^6$  ( $\sim 83,4 \times 10^6$  pas de temps) pour  $\epsilon = 15,36\%$ .

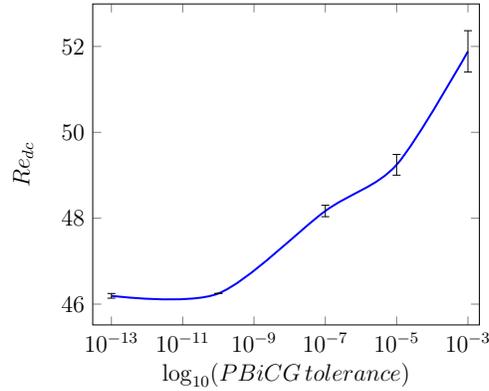


FIGURE 2.2 – Nombre de Reynolds critique  $Re_{dc}$  en fonction de la *tolérance* du solveur PBiCG sur la vitesse. Les barres verticales matérialisent les limites supérieures et inférieures de  $Re_d$  pour lesquelles des écoulements instationnaires et stationnaires sont respectivement observés. La *tolérance* sur la déviation de pression est fixée à  $10^{-7}$ .  $OS$  (voir Fig. 2.1).  $\nabla \langle p_{\beta}^* \rangle^{\beta} = \mathbf{e}_x$ .  $\epsilon = 96\%$ .

Des maillages structurés hexaédraux (cellules cubiques) et de triangles extrudés (cellules en forme de prismes) ont été employés respectivement pour  $OS$  et  $DS$  et ont été générés avec le mailleur en libre accès *Salome*. Il est bien connu que, pour éviter les fausses oscillations associées au schéma de différences finies pour les termes non-linéaires, des maillages fins doivent être adoptés afin de réaliser des simulations précises [114] (*i.e.* pour atteindre la convergence en maillage). La sensibilité de  $Re_{dc}$  au nombre de cellules du maillage a été donc étudiée.

### Sensibilité au maillage

Dans la Fig. 2.3 sont représentées les valeurs de  $Re_{dc}$  déterminées selon la procédure mentionnée ci-dessus en fonction du nombre de cellules du maillage utilisé pour discrétiser le domaine de calcul dans le cas de  $OS$  pour  $\epsilon = 15, 36\%$  et  $\epsilon = 96\%$  correspondant aux limites de l'intervalle de porosités considérées dans cette étude. A partir de ces résultats, le nombre de cellules du maillage qui assure une convergence de  $Re_{dc}$  peut raisonnablement être pris à environ 117600 pour  $\epsilon = 15, 36\%$  et 153600 pour  $\epsilon = 96\%$ , correspondant respectivement à des tailles adimensionnelles de cellules du maillage de  $1,3 \times 10^{-6}$  et  $6,2 \times 10^{-6}$ . Dans le premier cas, la valeur de  $Re_{dc}$  obtenue en raffinant le maillage avec un facteur  $\sim 1,31$  (153600 mailles)

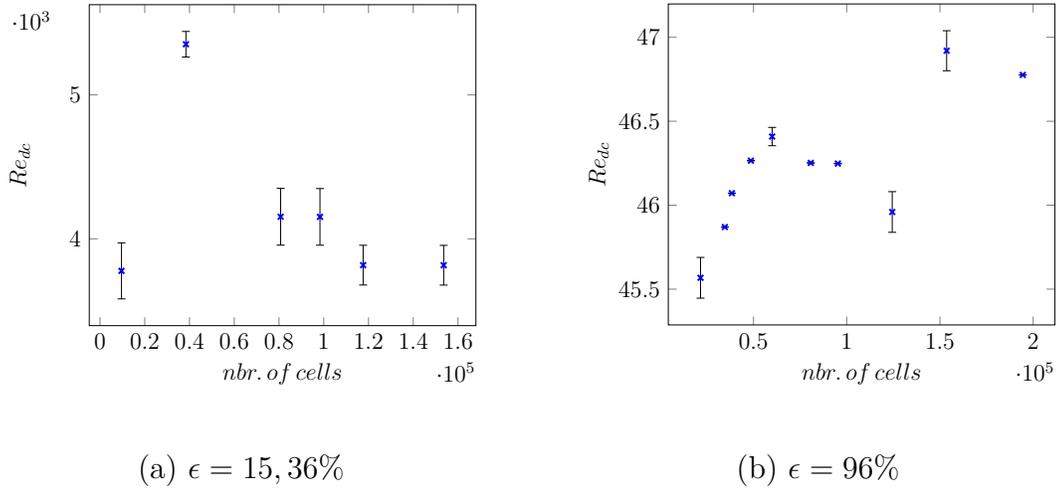


FIGURE 2.3 – Nombre de Reynolds critique  $Re_{dc}$  en fonction du nombre de mailles. Les barres verticales matérialisent les limites supérieures et inférieures de  $Re_d$  pour lesquelles des écoulements instationnaires et stationnaires sont respectivement observés. *OS.*  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ .

n'est pas modifiée, alors que, pour le second,  $Re_{dc}$  diffère de moins de 0,31% quand la taille de maille est  $\sim 21\%$  plus petite (194400 mailles).

Clairement, le nombre de mailles requis diminue quand  $\epsilon$  augmente. Par souci de simplicité, le nombre de mailles pour toute valeur de  $15,36\% \leq \epsilon \leq 96\%$  a été choisi selon une relation linéaire entre la taille du maillage et  $\epsilon$  comme défini par les tailles de maillage mentionnées ci-dessus qui assurent la convergence pour les deux valeurs extrêmes de  $\epsilon$ .

La validité de ce choix a été vérifiée pour deux valeurs intermédiaires de porosité,  $\epsilon = 26,04\%$  et  $\epsilon = 36\%$  pour lesquelles la relation linéaire mentionnée ci-dessus conduit à des maillage de 133000 et 144000 cellules. En prenant plutôt 51100 et 52000 cellules, l'erreur sur  $Re_{dc}$  est de  $\sim 2,6\%$  dans les deux cas, tendant à confirmer que la convergence en maillage est correctement atteinte avec les tailles de maillage sélectionnées.

Pour  $DS$ , compte tenu de la taille du domaine de calcul (voir Section 2.3.2), un maillage plus grossier a été employé augmentant la taille du maillage par un facteur allant de 5 (pour  $\epsilon = 36\%$ ) à 10 (pour  $\epsilon = 75\%$ ).

Un pas de temps adimensionnel  $\Delta t^* = 0,025$ , satisfaisant la condition (2.7), convenable pour assurer la précision temporelle et la stabilité numérique a été adopté pour toutes les simulations dans ce chapitre.

### 2.2.4 Validation

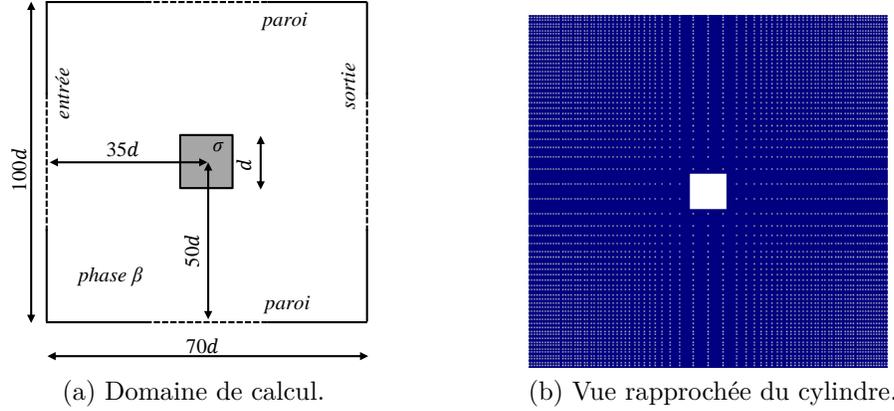


FIGURE 2.4 – Domaine de calcul pour la simulation de l'écoulement autour d'un cylindre à section droite carrée (a) et détails du maillage près du cylindre (b).

Compte tenu du manque de bibliographie traitant de la première bifurcation de Hopf sur des structures périodiques, la méthodologie a été validée sur le cas classique de l'écoulement autour d'un cylindre unique à section droite carrée (Fig. 2.4). Le problème adimensionnel de l'écoulement monophasique isotherme d'un fluide newtonien incompressible  $\beta$  est donné par (l'exposant \* est omis pour l'opérateur  $\nabla$ )

$$\frac{\partial \mathbf{v}_\beta^*}{\partial t^*} + \mathbf{v}_\beta^* \cdot \nabla \mathbf{v}_\beta^* = -\nabla p_\beta^* + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{v}_\beta^* + \frac{\mathbf{z}}{Fr} \quad (2.8)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_\beta^* = 0 \quad (2.9)$$

Les conditions aux limites associées sont

$$\mathbf{v}_\beta^* = 0 \quad \text{sur } A_{\beta\sigma} \text{ et aux } \textit{parois} \quad (2.10)$$

$$\mathbf{v}_\beta^* = \mathbf{e}_x \quad \text{sur l'entrée} \quad (2.11)$$

$$p_\beta^* = 0 \quad \text{sur la sortie} \quad (2.12)$$

Le fluide étant initialement au repos, les conditions initiales sont données par

$$\begin{cases} \mathbf{v}_\beta^* = 0 \\ p_\beta^* = 0 \end{cases} \quad \text{à } t^* = 0 \quad (2.13)$$

Les grandeurs adimensionnelles, la vitesse  $\mathbf{v}_\beta^*$ , la pression  $p_\beta^*$  et le temps  $t^*$ , sont respectivement définies à partir du module de la vitesse (uniforme) à l'entrée,  $v_{ref}$ , de  $\rho_\beta v_{ref}^2$ , et de  $d/v_{ref}$ . Toutes les coordonnées sont mises sous forme adimensionnelle par  $d$ , la longueur du côté du cylindre (cf. Fig. 2.4). Les nombres de Reynolds et de Froude dans l'Eq. 2.8 sont respectivement donnés par

$$Re = \frac{\rho_\beta v_{ref} d}{\mu_\beta} \quad Fr = \frac{v_{ref}^2}{gd} \quad (2.14)$$

De nouveau,  $Fr \gg 1$  dans le contexte d'effets de gravité négligeables.

Afin de reproduire l'écoulement dans un domaine infini, les conditions aux limites de vitesse uniforme de Dirichlet à l'entrée (Eq. 2.11) et pression nulle (Eq. 2.12) en sortie ont été respectivement imposées à une distance  $35d$  en amont et en aval du centre du cylindre. De manière similaire, les parois supérieure et inférieure ont été positionnées à une distance égale à  $50d$  en dessus et en dessous du centre du cylindre.

Le domaine (voir Fig. 2.4) a été discrétisé par un maillage structuré d'éléments hexaédraux (avec une seule maille dans la direction de l'axe du cylindre) de 423300 mailles avec un raffinement autour du cylindre carré comme le montre la Fig. 2.4. Chaque côté du cylindre contient 25 mailles et la taille des mailles est linéairement réduite d'un facteur 8 depuis les frontières du domaine vers l'interface fluide-solide.

Le nombre de Reynolds critique  $Re_c$  est défini à partir du critère de conver-

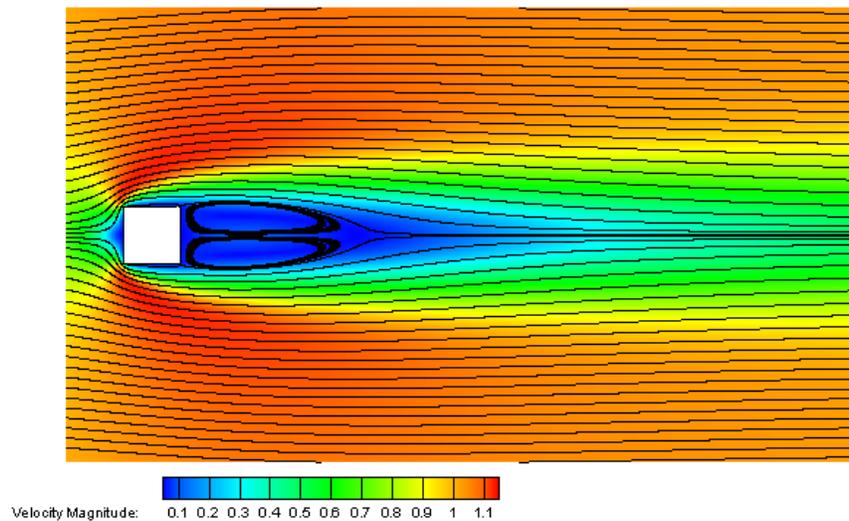
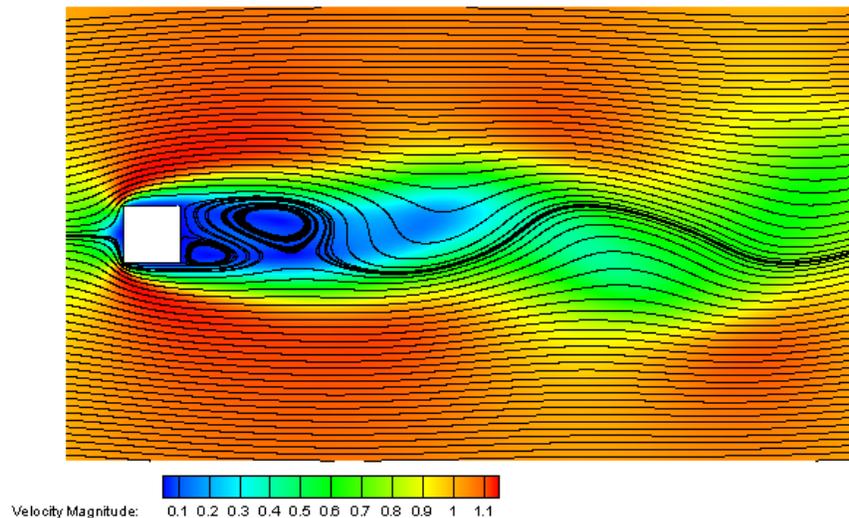
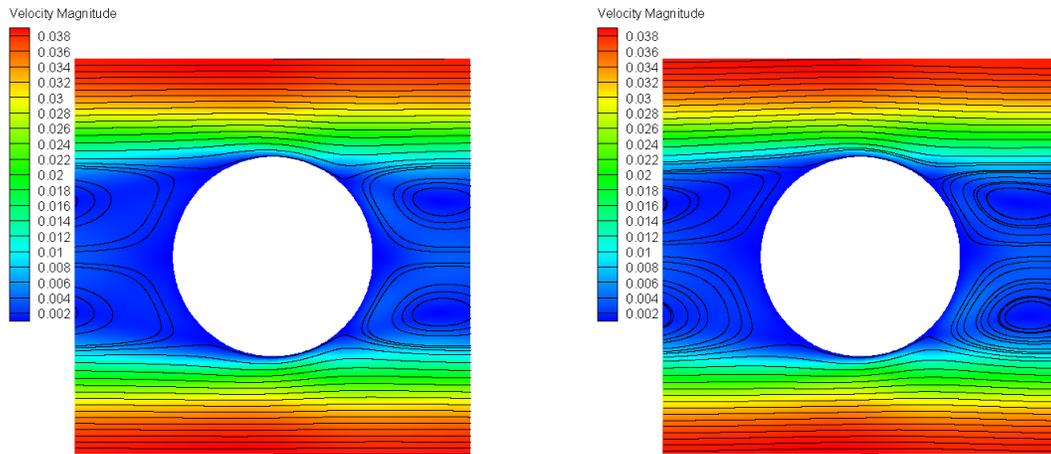
(a) Régime d'écoulement laminaire stationnaire.  $Re = 45$ .  $t^* = 1400$ .(b) Régime d'écoulement laminaire instationnaire.  $Re = 50$ .  $t^* = 1000$ .

FIGURE 2.5 – Lignes de courant instantanées et cartes de couleur du module de la vitesse pour un écoulement autour d'un cylindre unique à section droite carrée.

gence mentionné dans la section 2.2.3. Les résultats sont confirmés par la brisure de symétrie qui donne lieu à une moyenne spatiale non-nulle de la vitesse instantanée suivant  $\mathbf{e}_y$  comme on peut l'observer sur la Fig. 2.5b. Alors que l'écoulement stationnaire est caractérisé par des lignes de courant symétriques, l'écoulement laminaire instationnaire correspondant à la première bifurcation de Hopf est caractérisé par des lignes de courant oscillantes et l'émergence d'une allée de von Kármán. Le nombre de Reynolds critique menant à la bifurcation de Hopf et l'apparition du phénomène de décollement des tourbillons obtenu à partir de ces simulations est

$Re_c = 46 \pm 1$  en accord avec des valeurs rapportées dans différentes références. En effet, exactement la même valeur a été obtenue dans un travail numérique [73] alors que la valeur  $Re_c = 45$  a été trouvée toujours à partir de simulations [148]. Expérimentalement [121], une valeur très proche a été trouvée  $Re_c = 47 \pm 2$ .

Afin de confirmer la précision de la méthode adoptée, le nombre de Reynolds critique a été aussi calculé pour une structure ordonnée d'un treillis de cylindres parallèles à section droite circulaire avec  $\epsilon = 80\%$ , en utilisant une cellule unitaire géométrique périodique et des conditions aux limites de périodicité pour la vitesse et la déviation de pression (Fig. 2.6). Pour cette structure, la valeur  $Re_{dc} = 118,45 \pm 4,92$  ( $Re_c^* = 16250 \pm 750$ ) a été trouvée. Ce qui est en accord avec une valeur de la littérature  $Re_{dc} \approx 122,9 \pm 2,4$  [66]. Il faut noter ici qu'une valeur de  $Re_{dc} \approx 144,25 \pm 5,95$  [44] a été aussi trouvé pour la même structure. Cependant, il a été démontré que cette dernière surestime le  $Re_{dc}$  à cause d'un effet de maillage [66].



(a) Ecoulement stationnaire.  $Re_d = 141,91$   
( $Re^* = 15500$ ).  $t^* = 15000$ .

(b) Ecoulement instationnaire.  $Re_d = 154,20$   
( $Re^* = 17000$ ).  $t^* = 14000$ .

FIGURE 2.6 – Lignes de courant instantanées et cartes de couleur du module de la vitesse. Structure ordonnée d'un treillis de cylindres parallèles à section droite circulaire. Le VER adopté correspond à la cellule unitaire géométrique.  $\epsilon = 80\%$ .

$$\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x.$$

## 2.3 Résultats et discussion

### 2.3.1 Structure ordonnée

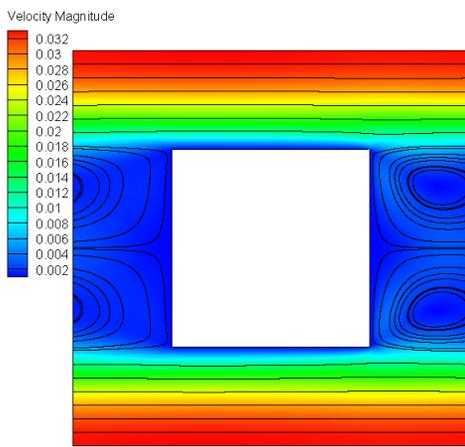
#### 2.3.1.1 Dépendance du $Re_{dc}$ sur la taille du VER

Comme il a été mentionné précédemment, le VER correspond à la cellule unitaire géométrique de taille  $l$  pour la version stationnaire du problème de l'écoulement (Eqs. 2.3) dans le cas d'une structure géométriquement périodique comme  $OS$  de la Fig. 2.1. Cette cellule unitaire périodique a été considérée comme VER en appliquant des conditions aux limites périodiques sur  $\mathbf{v}_\beta^*$  et  $\tilde{p}_\beta^*$  dans différents travaux, dans des conditions d'écoulement stationnaire et instationnaire [44, 54, 66, 71]. L'hypothèse implicite sous-jacente dans le second cas est que les conditions aux limites périodiques à l'échelle  $l$  n'ont aucun effet sur la structuration de l'écoulement et donc sur le nombre de Reynolds critique.

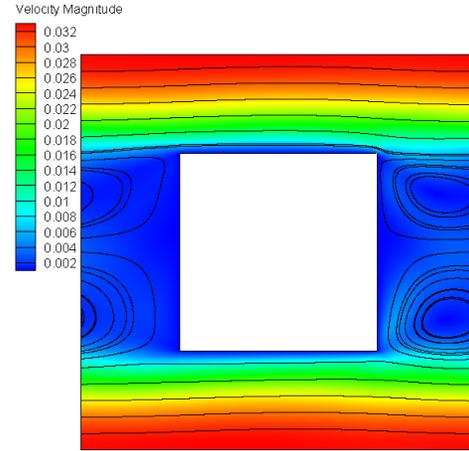
Afin de déterminer l'impact des conditions aux limites périodiques sur le début de la bifurcation de Hopf, le nombre de Reynolds critique  $Re_{dc}$  a été évalué pour  $OS$  de porosité  $\epsilon = 75\%$  sur des VERs de différentes tailles. Les simulations ont été réalisées en premier lieu sur une cellule unitaire géométrique (Fig. 2.7) et la valeur résultante du  $Re_{dc}$  a été par la suite comparée à celle obtenue en considérant un VER composé de  $3 \times 3$  cellules unitaires géométriques (Fig. 2.8).

Les simulations sur la cellule unitaire de la Fig. 2.7 avec des conditions aux limites périodiques sur  $\mathbf{v}_\beta^*$  et  $\tilde{p}_\beta^*$  ont conduit à un nombre de Reynolds critique  $Re_{dc} = 163,92 \pm 1,87$  ( $Re_c^* = 28500 \pm 500$ ). L'écoulement stationnaire (voir Fig. 2.7a) est caractérisé par des lignes de courant rectilignes dans la direction du gradient de pression moyenne  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$  près des plans de symétrie supérieur et inférieur de la cellule unitaire et deux tourbillons symétriques qui occupent l'espace entre les cylindres successifs. La bifurcation de Hopf (Fig. 2.7b) est caractérisée par l'apparition des oscillations au niveau des tourbillons et des lignes de courant.

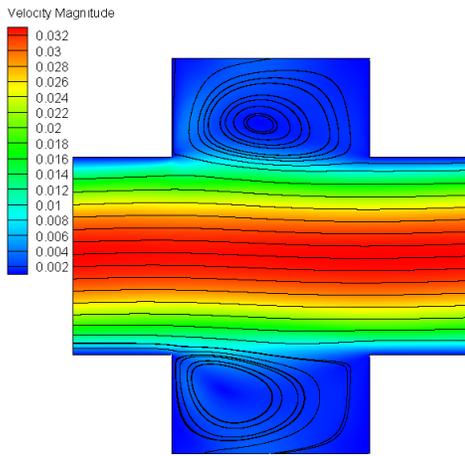
Premièrement, il convient de mentionner que la valeur du  $Re_{dc}$  reste inchangée, indépendamment des positions  $x$  et  $y$  de la cellule unitaire périodique relatives au



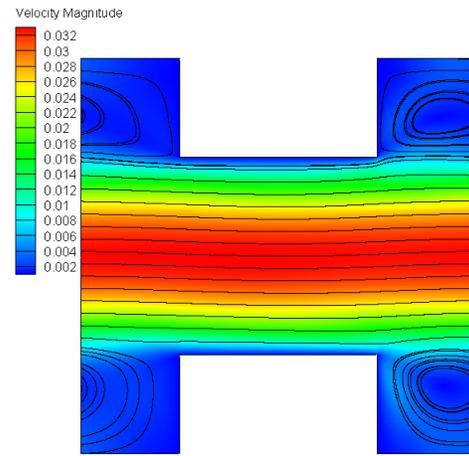
(a) Limite de l'écoulement stationnaire.  $Re_d = 162,05$  ( $Re_{dc} = 163,92 \pm 1,87$ ).



(b) Écoulement instationnaire.  $Re_d = 165,73$  ( $Re_{dc} = 163,92 \pm 1,87$ ).



(c) Écoulement instationnaire.  $Re_d = 165,79$  ( $Re_{dc} = 163,91 \pm 1,86$ ).



(d) Écoulement instationnaire.  $Re_d = 165,73$  ( $Re_{dc} = 163,91 \pm 1,85$ ).

FIGURE 2.7 – Lignes de courant instantanées et cartes de couleur du module de la vitesse. Pour l'écoulement instationnaire, les images instantanées sont prises à  $t^* = 43000$  avec un même  $\nabla \langle p_\beta \rangle^\beta$  (*i.e.* le même  $Re^* = 29000$ ). *OS*. Le VER correspond à la cellule unitaire géométrique et est déplacé suivant les axes du treillis de cylindres.  $\epsilon = 75\%$ .  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ .  $Re_c^* = 28500 \pm 500$ .

treillis de cylindres. Cela a été vérifié pour les trois cellules unitaires illustrées dans les Figs. 2.7b, 2.7c et 2.7d qui montrent, cependant, que la structure de l'écoulement instationnaire à un temps donné  $t^*$  diffère légèrement d'une cellule unitaire à une autre.

Deuxièmement, pour une même valeur de porosité ( $\epsilon = 75\%$ ), le nombre de

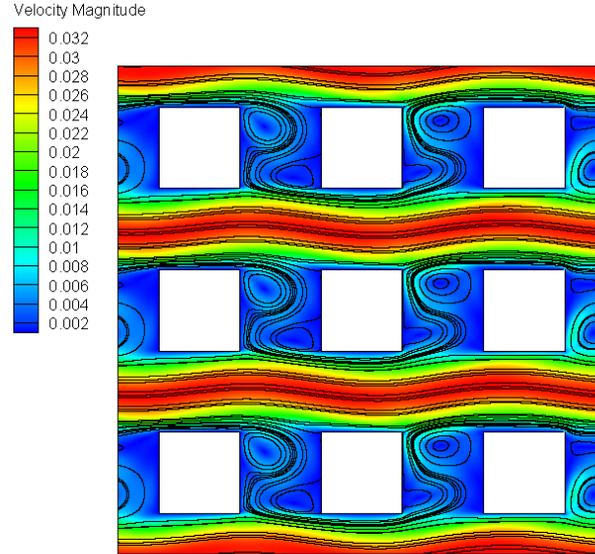


FIGURE 2.8 – Lignes de courant instantanées et carte de couleur du module de la vitesse. *OS*. VER composé de  $3 \times 3$  cellules unitaires géométriques.  $\epsilon = 75\%$ ,  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ . Écoulement instationnaire,  $Re_d = 137,08$  ( $Re^* = 25000$ ),  $t^* = 6000$ .

Reynolds critique  $Re_{dc}$  déterminé sur un VER composé de  $3 \times 3$  cellules unitaires géométriques du *OS* est trouvé à  $Re_{dc} = 100,31 \pm 2,28$  ( $Re_c^* = 17100 \pm 400$ ), une valeur significativement différente de la première, donnant une erreur relative de  $\sim 63\%$  qui ne peut pas être ignorée. Cela montre clairement que les conditions aux limites périodiques adoptées pour les champs adimensionnels de vitesse et de déviation de pression pour la cellule unitaire de la Fig. 2.7 masquent l'instationnarité de l'écoulement et retardent le début de la bifurcation de Hopf pour une structure *OS* composée de cylindres à section droite carrée et un gradient de pression moyenne aligné suivant les axes principaux de la structure. Comme il sera montré dans ce qui suit, cet effet est accentué en augmentant la porosité. Ce résultat souligne l'importance du choix du VER pour un écoulement instationnaire, même pour des structures périodiques. Au début de l'écoulement instationnaire, le VER adopté pour l'écoulement permanent doit être reconsidéré et est plus grand que la cellule unitaire géométrique périodique.

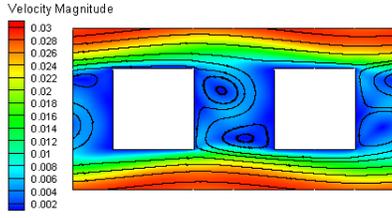
Sur la Fig. 2.8 est représentée une image instantanée des lignes de courant de l'écoulement pour  $Re_d = 137,08$  ( $Re^* = 25000$ ). La caractéristique marquante de l'écoulement est sa périodicité à l'échelle  $l$  (taille de la cellule unitaire géométrique

périodique) dans la direction perpendiculaire à  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ . Cela signifie que, même pour l'écoulement instationnaire, la taille du VER peut être restreinte à celle d'une cellule périodique dans la direction perpendiculaire au gradient de pression moyenne quand ce dernier est orienté suivant les axes principaux de la structure. Suivant  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta$ , la structure de l'écoulement n'est pas périodique à l'échelle  $l$  et diffère significativement de celle représenté sur la Fig. 2.7b. Plus d'une cellule unitaire périodique est donc nécessaire afin de capturer avec précision la structure de l'écoulement à l'échelle  $L$  quand un écoulement instationnaire est envisagé.

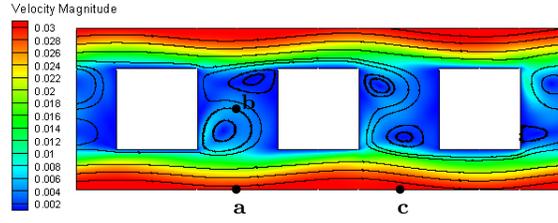
Quand la taille du VER augmente encore dans la direction du  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ , le nombre de Reynolds critique atteint une valeur asymptotique qui est pratiquement la même que celle obtenue avec un VER formé par  $2 \times 1$  cellules unitaires (voir Fig. 2.9). La structure de l'écoulement dépend aussi de la taille du VER comme le montre la Fig. 2.9 où des prises instantanées des lignes de courant et des cartes de couleur du module de la vitesse sont représentées au même temps  $t^*$  et pour différents VERs. Pour  $\epsilon = 96\%$ , où un impact significatif de la taille du VER est attendu, une erreur relative de moins de 5% a été trouvée sur le  $Re_{dc}$  entre des VERs formés respectivement par  $5 \times 1$  ( $Re_{dc} = 12,82 \pm 3,94$ ,  $Re_c^* = 1125 \pm 375$ ) et  $3 \times 1$  ( $Re_{dc} = 11,97$ ,  $Re_c^* = 1075 \pm 25$ ) cellules unitaires périodiques. Par conséquent, le second a été pris comme VER permettant la détermination du  $Re_{dc}$  sur tout l'intervalle de  $\epsilon$  comme présenté ci-dessous.

### 2.3.1.2 Dépendance du $Re_{dc}$ sur $\epsilon$

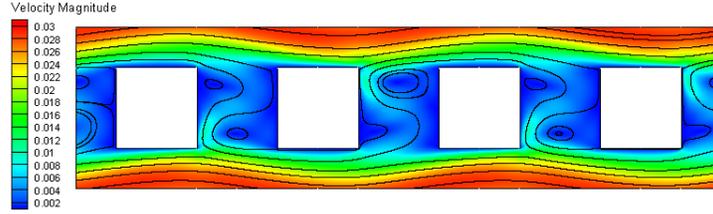
Sur la Fig. 2.10 sont représentées les valeurs de  $Re_{dc}$  en fonction de  $\epsilon$  sur l'intervalle  $15\% \leq \epsilon \leq 96\%$  pour  $OS$  ainsi que celles obtenues avec un VER correspondant à la cellule unitaire géométrique pour  $\epsilon \geq 45\%$ . En dessous de cette valeur, le nombre de Reynolds caractérisant la bifurcation de Hopf n'est pas modifié significativement par le choix de la taille du VER, alors que, au dessus de cette valeur, la surestimation de  $Re_{dc}$  augmente fortement avec  $\epsilon$  quand le VER correspond à la cellule unitaire périodique. En effet,  $Re_{dc}$  est approximativement quatre fois plus grand (46,78 au lieu de 12.0) avec ce dernier choix pour  $\epsilon = 96\%$ .



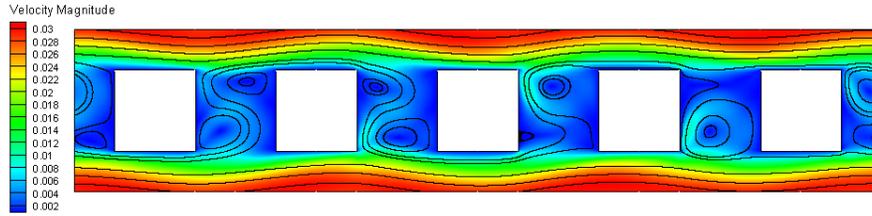
(a)  $Re_d = 121, 24$ .  $2 \times 1$  cellules unitaires géométriques ( $Re_{dc} = 96, 41 \pm 2, 37$ ,  $Re_c^* = 16875 \pm 875$ ).



(b)  $Re_d = 129, 46$ .  $3 \times 1$  cellules unitaires géométriques ( $Re_{dc} = 100, 82 \pm 2, 5$ ,  $Re_c^* = 17250 \pm 500$ ). L'analyse spectrale de la section 2.3.1.3 est opérée sur les points de référence (a), (b) et (c).



(c)  $Re_d = 120, 92$ .  $4 \times 1$  cellules unitaires géométriques ( $Re_{dc} = 96, 38 \pm 2, 35$ ,  $Re_c^* = 16875 \pm 875$ ).



(d)  $Re_d = 125, 74$ .  $5 \times 1$  cellules unitaires géométriques ( $Re_{dc} = 96, 17 \pm 2, 99$ ,  $Re_c^* = 16800 \pm 950$ ).

FIGURE 2.9 – Lignes de courant instantanées et cartes de couleur du module de la vitesse au même  $t^* = 9000$  et pour le même  $\nabla \langle p_\beta \rangle^\beta$  (*i.e.* le même  $Re^* = 25000$ ). OS. Des VERs de tailles différentes sont considérés.  $\epsilon = 75\%$ .  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ .

Deux situations extrêmes peuvent être considérées pour  $\epsilon$  excessivement proches des valeurs limites 1 et 0. Dans le premier cas, il est possible de faire appel à l'analogie avec l'écoulement autour d'un cylindre isolé dans un domaine infini comme envisagé dans la section 2.2.4 où  $Re_c = 46$ . Cependant, les conditions de périodicité de la vitesse et de la déviation de pression sur les frontières du VER conduisent à une structure de l'écoulement significativement différente. En effet, la périodicité implique que l'écoulement en amont de chaque cylindre est non uniforme puisqu'il est conditionné par l'obstacle précédent, introduisant une perturbation. Par conséquent, on s'attend à ce que la valeur de  $Re_{dc}$  soit significativement plus petite. Cette tendance est bien reproduite par les résultats qui donnent un  $Re_{dc} = 11, 97$

( $Re_c^* = 1075 \pm 25$ ) pour  $OS$  et  $\epsilon = 96\%$ .

Quand  $\epsilon$  est extrêmement petite, une analogie avec l'écoulement entre des plaques parallèles planes est intéressante. La valeur du nombre de Reynolds critique correspondant à la première bifurcation de Hopf est connu pour être  $Re_{ec} \approx 5772,22$  dans cette configuration d'écoulement de Poiseuille plan [22],  $Re_{ec}$  étant estimé avec la demie distance entre les plaques et le module de la vitesse sur la ligne médiane du canal. Le nombre de Reynolds critique obtenu sur  $OS$  pour la plus petite porosité considérée dans ce travail ( $\epsilon = 15,36\%$ , voir Fig. 2.10) est  $Re_{dc} = 3816,99 \pm 138,14$  ( $Re_c^* = 9,65 \times 10^7 \pm 3,5 \times 10^6$ ), qui, exprimé en termes de  $Re_{ec}$ , donne  $Re_{ec} = 3104,41 \pm 112,41$ . Cette valeur, significativement plus petite n'est pas surprenante puisque les canaux présents dans la direction perpendiculaire au gradient de pression moyenne pour  $OS$  sont des singularités dans lesquelles des tourbillons sont générés, donnant lieu à des perturbations qui déclenchent la bifurcation à un nombre de Reynolds plus petit que celui attendu dans le cas de plaques continues.

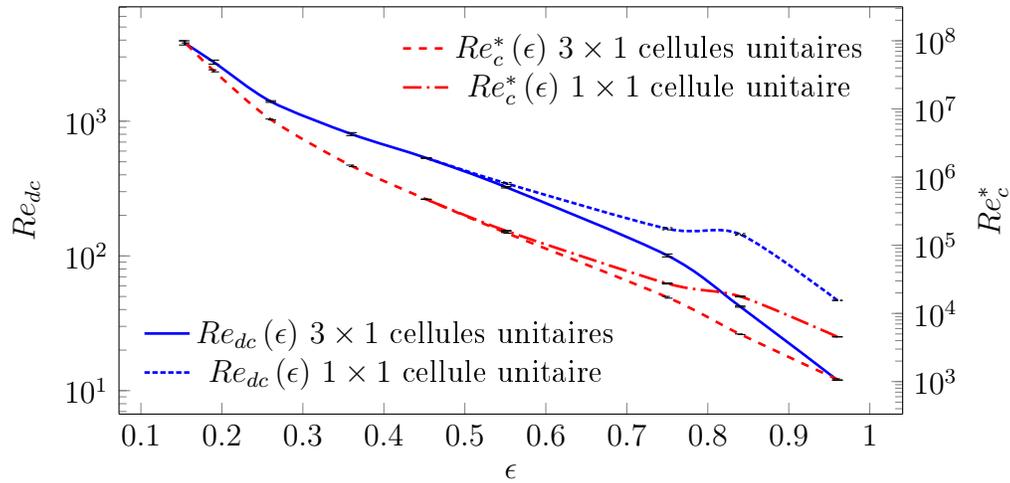


FIGURE 2.10 – Dépendance du nombre de Reynolds critique,  $Re_{dc}$  (ou  $Re_c^*$ ), vs  $\epsilon$ . Les barres verticales (inobservables ici) matérialisent les limites supérieures et inférieures de  $Re_d$  (ou  $Re^*$ ) pour lesquelles des écoulements instationnaires et stationnaires sont respectivement observés.  $OS. \nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ .

Sur l'intervalle de porosité considéré  $15,36\% \leq \epsilon \leq 96\%$ ,  $Re_{dc}$  décroît de façon monotone avec  $\epsilon$  (voir Figs. 2.10 et 2.11). Ce comportement est en accord avec des

résultats expérimentaux récents sur l'écoulement souterrain d'eau [147]. Physiquement, cela peut être expliqué par le fait que, pour les petites porosités, l'écoulement est fortement orienté et contraint à l'intérieur des canaux horizontaux alors que l'énergie cinétique contenue dans les tourbillons dans les espaces entre les cylindres successifs, qui peut déstabiliser l'écoulement, est faible comparée aux cas de porosités plus grandes.

Le graphe de la Fig. 2.10 suggère qu'une fonction sigmoïde décrivant  $Re_{dc}$  en fonction de  $\epsilon$  peut être proposée

$$Re_{dc} = a_0 \left( \frac{1 - \epsilon}{b_0 + \epsilon} \right)^{c_0} \quad (2.15)$$

Une identification des constantes dans cette relation conduit à  $a_0 = 383,75$ ,  $b_0 = -0,02$ ,  $c_0 = 1,23$  pour  $0,1536 \lesssim \epsilon \lesssim 0,75$  et  $a_0 = 40,17$ ,  $b_0 = -0,69$ ,  $c_0 = 0,636$  pour  $0,75 \lesssim \epsilon \lesssim 0,96$ , avec des coefficients de corrélation de Pearson [99, 108]  $R^2 = 0,9987$  et  $R^2 = 0,9999$  respectivement. Les valeurs de la perméabilité intrinsèque calculées, qui peuvent être utilisées pour le calcul de  $Re_k$  (voir Eq. 2.6), donnent les corrélations suivantes avec  $\epsilon$

$$k^* = a_1 \frac{\epsilon^{b_1}}{(1 - \epsilon)^{c_1}} \quad (2.16)$$

avec  $a_1 = 0,0123$ ,  $b_1 = 3,07$ ,  $c_1 = 0,707$  pour  $0,1536 \lesssim \epsilon \lesssim 0,75$  et  $a_1 = 0,023$ ,  $b_1 = 3,82$ ,  $c_1 = 0,39$  pour  $0,75 \lesssim \epsilon \lesssim 0,96$ , le coefficient de corrélation étant  $R^2 = 0,9999$ .

En augmentant le nombre de Reynolds du régime d'écoulement rampant à l'instationnarité, la structure de l'écoulement résultant de  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$  sur  $OS$  est caractérisé par deux particularités principales, comme représenté sur la Fig. 2.12 a-d pour  $\epsilon = 75\%$ . Premièrement, les lignes de courant dans l'espace horizontal entre les cylindres deviennent moins tortueuses et, deuxièmement, les tourbillons dans l'espace vertical, qui demeurent symétriques, s'élargissent simultanément jusqu'à occuper entièrement l'espace entre les cylindres successifs. A cette étape qui précède tout juste la bifurcation de Hopf (voir Fig. 2.12d, l'écoulement suivant  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta$

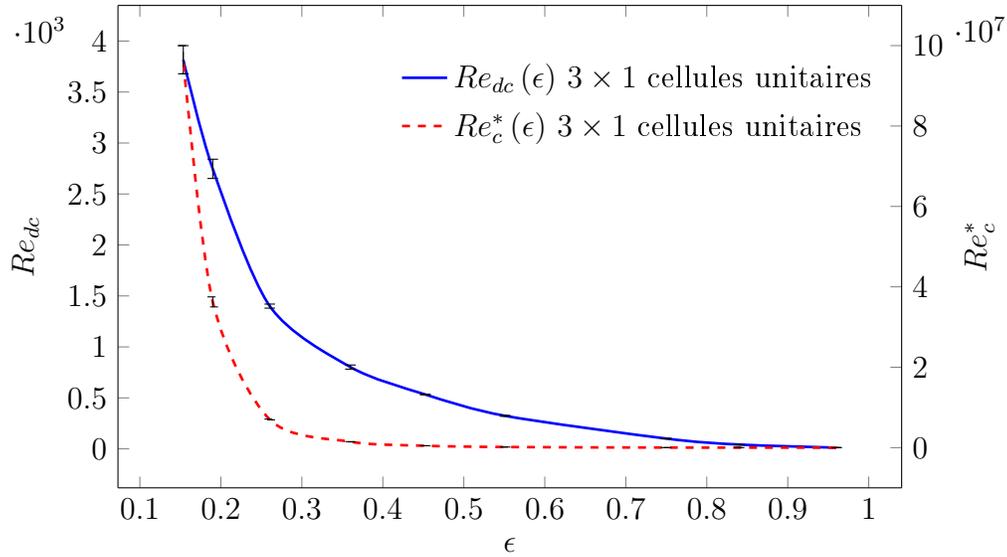
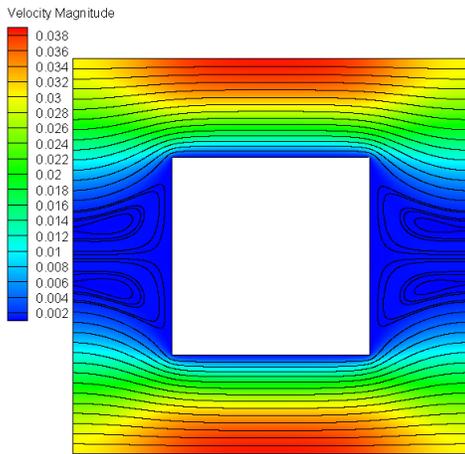


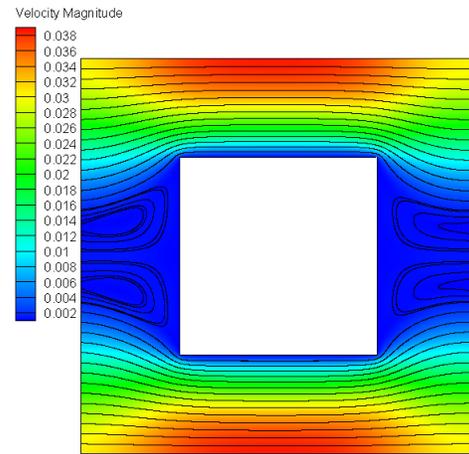
FIGURE 2.11 – Dépendance du nombre de Reynolds critique,  $Re_{dc}$  (ou  $Re_c^*$ ), *vs*  $\epsilon$  et courbes résultant d’interpolations sigmoïdales (voir le texte). Les barres verticales matérialisent les limites supérieures et inférieures de  $Re_d$  (ou  $Re^*$ ) pour lesquelles des écoulements instationnaires et stationnaires sont respectivement observés.  $OS. \nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ . VER composé de  $3 \times 1$  cellules unitaires géométriques.

à l’intérieur de l’espace horizontal ressemble à celui entre deux plaques parallèles planes comme observé dans d’autres travaux [54].

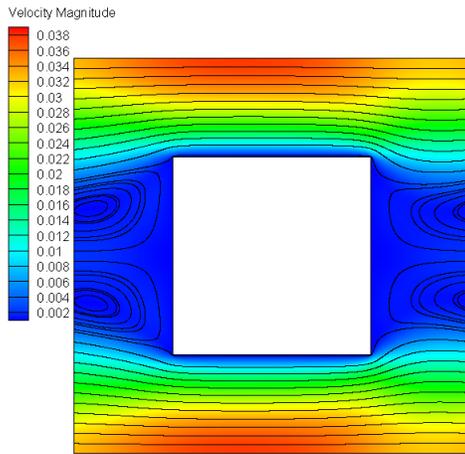
Ce genre de comportement est observé à travers un large intervalle de porosités, avec, en particulier, une paire de tourbillons symétriques en expansion (comme pour le cas d’un cylindre isolé) dans les espaces verticaux. Cependant, pour des porosités suffisamment petites, cette configuration est modifiée comme il est clairement indiqué sur la Fig. 2.13 où six tourbillons sont obtenus pour  $\epsilon = 15,36\%$  (Fig. 2.13a) laissant une zone quasi-morte dans le centre de l’espace vertical. Pour  $\epsilon = 36\%$ , quatre tourbillons peuvent être observés (Fig. 2.13c) occupant entièrement l’espace vertical, contrairement au cas où  $\epsilon = 96\%$  pour lequel les deux tourbillons symétriques n’ont pas assez d’étendue horizontale pour occuper toute la région entre les cylindres successifs, même près de la limite de bifurcation de Hopf (Fig. 2.13e). Clairement, plus de travail, au-delà des objectifs de ce chapitre, est nécessaire afin de corréler les observations de la structure de l’écoulement et son évolution avec le nombre de Reynolds aux différents régimes d’écoulement (en particulier les régimes



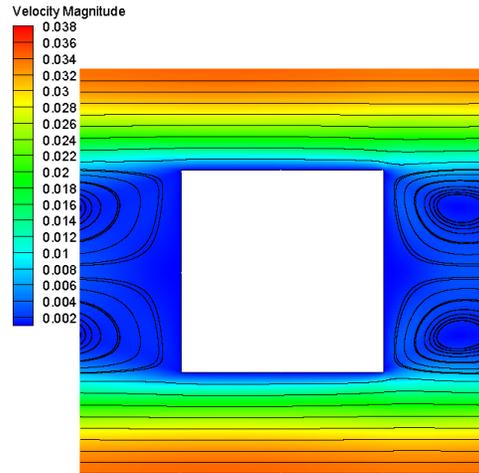
(a) Écoulement stationnaire rampant.  $Re_d = 0,33$  ( $Re^* = 50$ ).



(b) Écoulement stationnaire faiblement inertiel.  $Re_d = 1,82$  ( $Re^* = 280$ ).



(c) Écoulement stationnaire fortement inertiel.  $Re_d = 9,53$  ( $Re^* = 1500$ ).



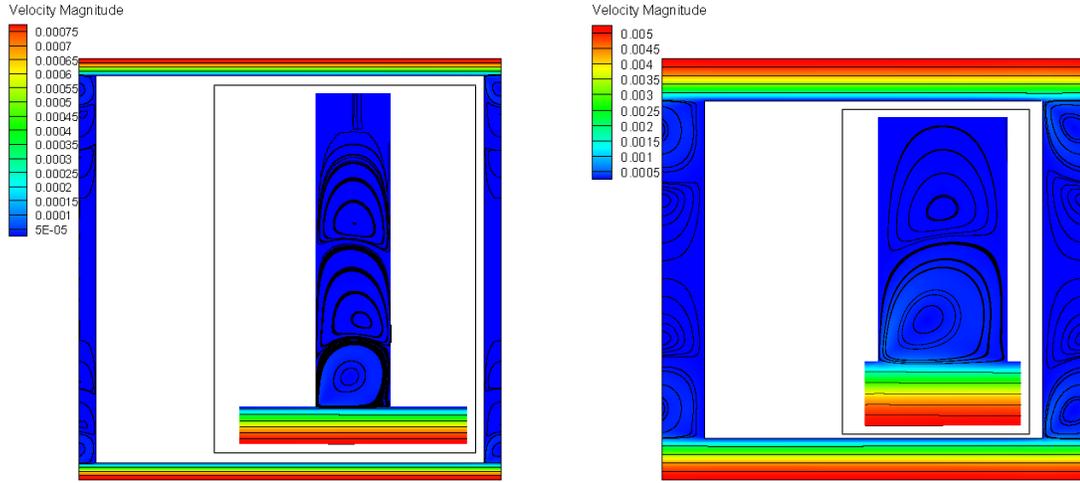
(d) Limite de l'écoulement stationnaire.  $Re_d = 98,32$  ( $Re^* = 17000$ ).

FIGURE 2.12 – Lignes de courant instantanées et cartes de couleur du module de la vitesse.  $OS$ .  $\epsilon = 75\%$ .  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ .

de faible et de forte inertie et la transition entre les deux) étudiés en détail sur une configuration géométrique semblable [75]. Les corrélations entre l'évolution de la structure de l'écoulement et les différents régimes sont étudiées en détail dans les chapitres 3 et 4.

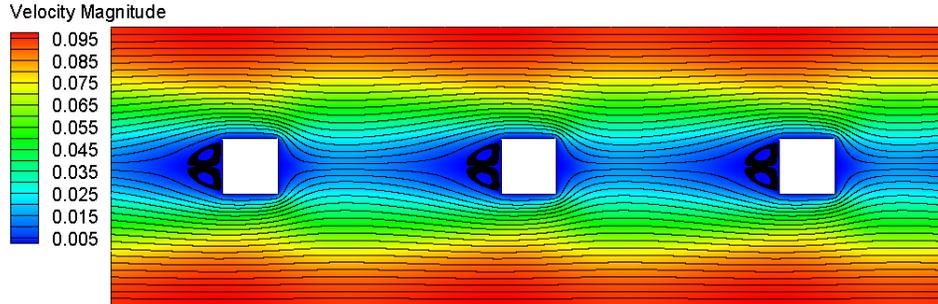
Dans toutes les situations de  $OS$  avec  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ , quand le nombre de Reynolds critique  $Re_{dc}$  est atteint, l'instationnarité est observée en premier au niveau des tourbillons qui deviennent asymétriques et commencent à osciller verticalement avec différentes périodes et amplitudes comme rapporté dans la littérature [36, 44]

propageant une perturbation sur tout l'écoulement à travers toute la structure (Fig. 2.8). Ceci est l'objet d'une analyse plus approfondie dans la section 2.3.1.3 qui suit.



(b)  $\epsilon = 15,36\%$ . VER composé de  $1 \times 1$  cellule unitaire géométrique.  $Re_d = 3678,85$  ( $Re^* = 9,3 \times 10^7$ ). Encadré : Vue rapprochée du demi espace vertical inférieur.

(d)  $\epsilon = 36\%$ . VER composé de  $1 \times 1$  cellule unitaire géométrique.  $Re_d = 782$  ( $Re^* = 1,425 \times 10^6$ ). Encadré : Vue rapprochée du demi espace vertical inférieur.



(e)  $\epsilon = 96\%$ . VER composé de  $3 \times 1$  cellules unitaires géométriques.  $Re_d = 11,96$  ( $Re^* = 1050$ ). Encadré : Vue rapprochée du demi espace vertical inférieur.

FIGURE 2.13 – Lignes de courant instantanées et cartes de couleur du module de la vitesse.  $OS. \nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ . Limite de l'écoulement stationnaire.

### 2.3.1.3 Analyse spectrale sur $v_{\beta y}^*$

L'évolution temporelle de la vitesse transverse adimensionnelle  $v_{\beta y}^*$  dans  $OS$  composée de  $3 \times 1$  cellules unitaires géométriques, pour  $\epsilon = 75\%$  et  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$  est

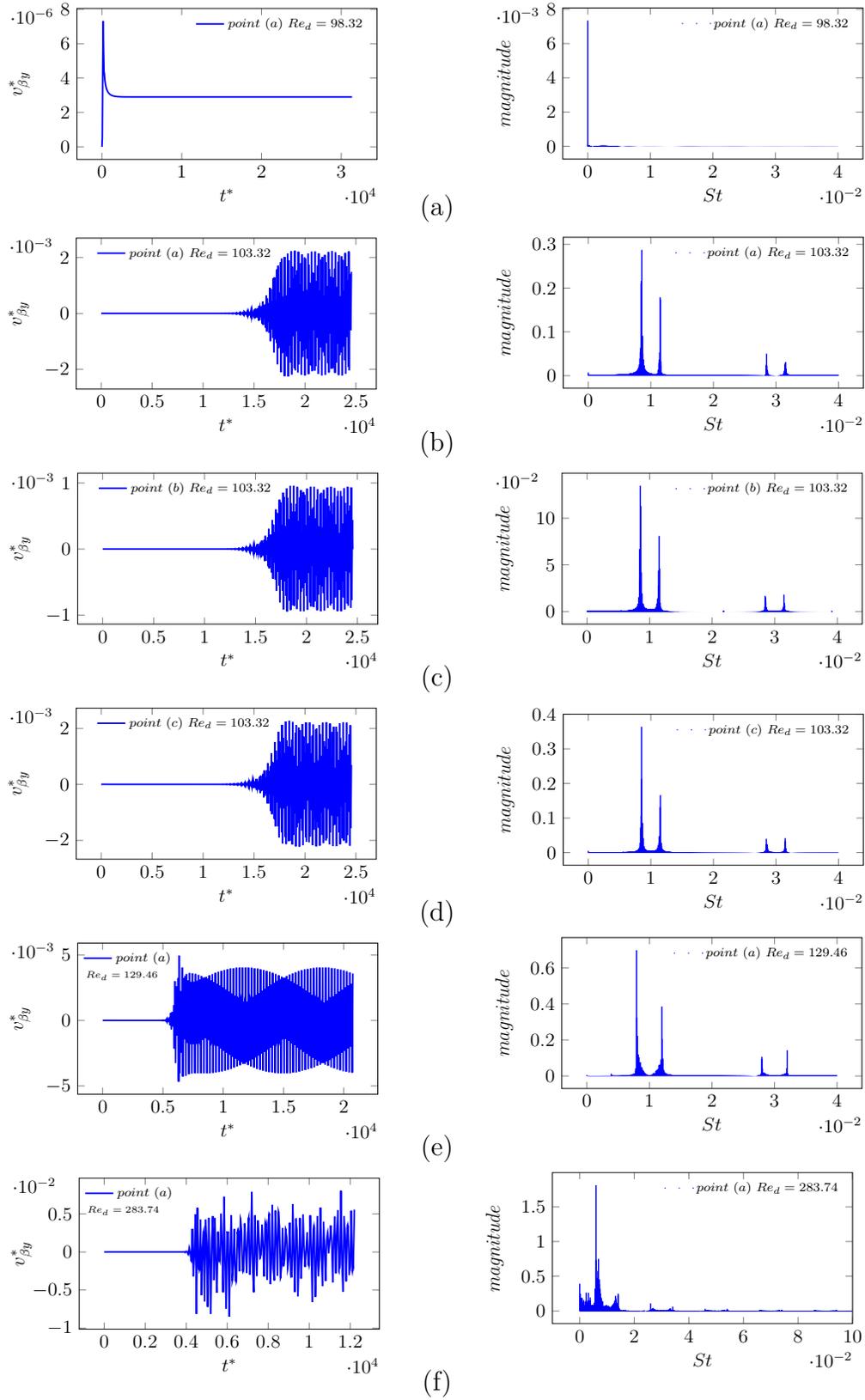


FIGURE 2.14 – Composante  $y$  de la vitesse adimensionnelle du fluide en fonction du temps adimensionnel aux points de référence (a), (b) et (c) comme mentionnés sur la Fig. 2.9b et spectres correspondants en fonction du nombre de Strouhal  $St$ . VER composé de  $3 \times 1$  cellules unitaires géométriques.  $\epsilon = 75\%$ .  $\nabla \langle p_{\beta}^* \rangle^{\beta} = \mathbf{e}_x$ .

maintenant analysée pour différents nombres de Reynolds en différents points (voir Fig. 2.9b). Ceux-ci sont localisés au centre du canal parallèle à  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta$ , (point (a)), sur la ligne médiane du sillage au milieu de l'espace vertical entre deux cylindres successifs, (point (b)) et, pour le point (c), à une distance  $le_x$  du point (a). Il est important de rappeler que le nombre de Reynolds critique pour cette structure est  $Re_{dc} = 100,82 \pm 2,5$  ( $Re_c^* = 17250 \pm 500$ ). En parallèle, une analyse spectrale est réalisée en fonction du nombre de Strouhal donné par  $St = \frac{fl}{v_{ref}} = \frac{\mu_\beta f}{l |\nabla \langle p_\beta \rangle^\beta|}$ ,  $f$  étant la fréquence d'oscillation de  $v_{\beta y}^*$  obtenue par une transformation de Fourier à l'aide d'un algorithme FFT opérée sur cette vitesse. L'analyse est faite pour des temps adimensionnels allant de  $1,22 \times 10^4$  à  $2,455 \times 10^4$  ( $\Delta t^* = 0,025$ ).

A la limite de l'écoulement stationnaire ( $Re_d = 98,32$ ,  $Re^* = 16750$ ), l'écoulement permanent est obtenu à  $t^* \approx 0,25 \times 10^4$  sur  $OS$  formée par  $3 \times 1$  cellules unitaires. L'analyse spectrale sur le point (a) montre une fréquence dominante nulle (voir Fig. 2.14a). A l'apparition de l'écoulement instationnaire ( $Re_{dc} = 103,32$ ,  $Re^* = 17750$ ) pour lequel un comportement permanent est atteint à  $t^* \approx 1,5 \times 10^4$ , l'analyse sur le point (a) montre une nature quasi-périodique de l'écoulement, caractérisée par quatre fréquences distinctes. Les deux premières correspondent à des nombres de Strouhal  $St \approx 0,01$  alors que les deux plus grandes, associées à des modes de plus faible amplitude, sont caractérisées par des nombres de Strouhal  $St \approx 0,03$  (voir Figs. 2.14 b-d). Ces résultats contrastent avec ceux obtenus pour un écoulement autour d'un cylindre isolé à section droite carrée [114] pour lesquels la bifurcation est caractérisée par un écoulement instationnaire périodique (*i.e.* une unique fréquence non-nulle). Un comportement similaire a été mentionné pour un écoulement autour de sphères [36] et pour un écoulement autour de cylindres parallèles à section droite circulaire [44]. Dans ce dernier cas, l'observation de l'oscillation des tourbillons dans une structure périodique a révélé que cette dernière est composée d'une onde progressive constituée par une combinaison de modes avec des périodes et des amplitudes distinctes.

Les spectres aux points (b) et (c) pour  $Re_{dc} = 103,32$  ( $Re^* = 17750$ ) (Figs. 2.14 c-d) montrent que la même composition fréquentielle est observée sur les cellules unitaires géométriques adjacentes. Ceci est une indication claire que l'écoulement

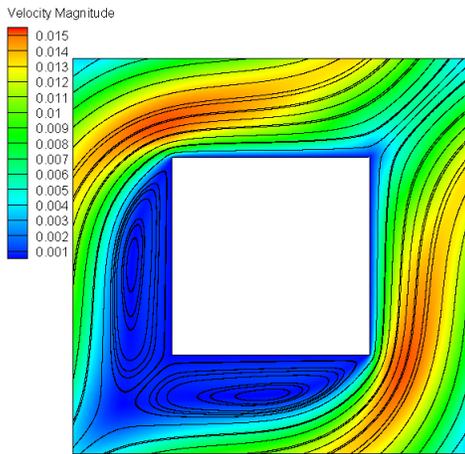
non-périodique à l'échelle  $l$  observé sur la Fig. 2.9b est simplement du à un déphasage d'une cellule unitaire géométrique à une autre.

Pour un nombre de Reynolds plus grand ( $Re_{dc} = 129,46$ ,  $Re^* = 25000$ , voir Fig. 2.14e), les fréquences caractéristiques observées à la bifurcation de Hopf persistent tandis que les amplitudes des modes correspondants augmentent. De plus, quand le nombre de Reynolds augmente, des combinaisons linéaires des quatre fréquences apparaissent. Il faut souligné que l'écoulement permanent est atteint plus rapidement quand le nombre de Reynolds augmente dans le cas d'un écoulement initialement au repos.

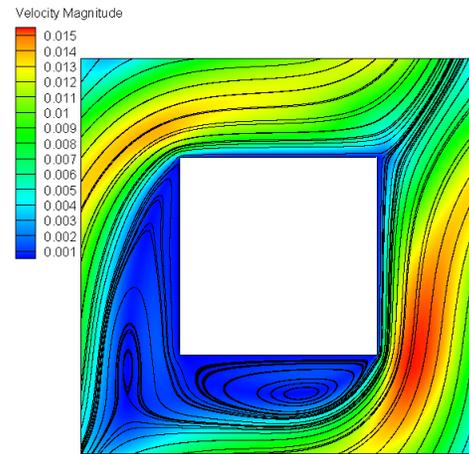
Finalement, pour un nombre de Reynolds  $Re_d \approx 200$ , une transition d'un écoulement quasi-périodique à un mode à verrouillage de fréquence est observée. Cela est caractérisé par l'apparition de nouveaux pics spectraux observables qui sont des interactions non-linéaires des quatre fréquences observées au début de l'écoulement instationnaire.

#### 2.3.1.4 Influence de l'orientation du $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta$

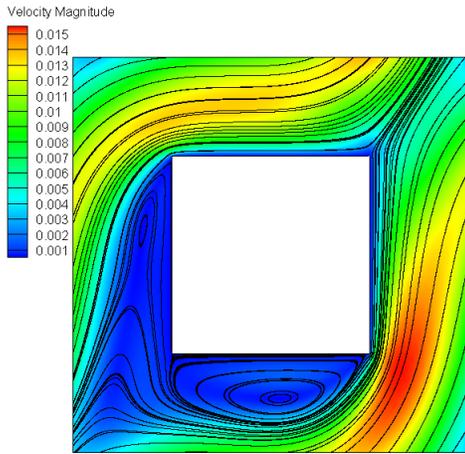
L'influence de l'orientation du gradient de pression moyen adimensionnel  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta$  sur  $Re_{dc}$  dans  $OS$  pour  $\epsilon = 75\%$  est étudiée dans cette section avec  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta$  orienté  $45^\circ$  par rapport aux directions principales de la structure, *i.e.*  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = (\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y) / \sqrt{2}$ . Deux VERs, respectivement composés de  $1 \times 1$  et  $3 \times 3$  cellules unitaires géométriques, ont été employés avec des conditions aux limites périodiques afin de déterminer  $Re_{dc}$ . Contrairement au cas où  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ , aucun impact de la taille du VER n'a été observé puisque  $Re_{dc} = 29,7 \pm 0,6$  ( $Re_c^* = 12500 \pm 500$ ) a été trouvé dans les deux cas. Cette valeur est plus de trois fois plus petite que celle obtenue avec  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$  ( $Re_{dc} = 100,82 \pm 2,5$ ,  $Re_c^* = 17250 \pm 500$ ). Comme suggéré par la structure de l'écoulement illustrée dans la Fig. 2.15, cette valeur de  $Re_{dc}$  beaucoup plus faible peut être attribuée à l'absence de chemins préférentiels ce qui donne lieu à des lignes de courant significativement plus tortueuses qui occupent entièrement le domaine et dont la symétrie peut être plus facilement brisée, déclenchant ainsi la bifurcation vers un écoulement instationnaire.



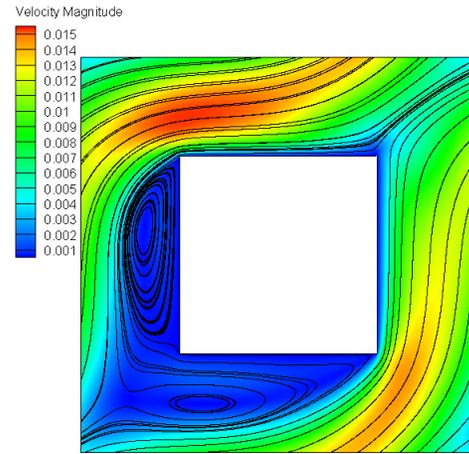
(a) Écoulement stationnaire.  $Re_d = 29,1$   
( $Re^* = 12000$ ).



(b) Écoulement instationnaire.  $Re_d = 30,32$   
( $Re^* = 13000$ ).  $t^* = 27740$ .



(c) Écoulement instationnaire.  $Re_d = 30,32$   
( $Re^* = 13000$ ).  $t^* = 27760$ .



(d) Écoulement instationnaire.  $Re_d = 30,32$   
( $Re^* = 13000$ ).  $t^* = 27800$ .

FIGURE 2.15 – Lignes de courant instantanées et cartes de couleur du module de la vitesse. *OS*. VER composé de  $1 \times 1$  cellule unitaire géométrique.  $\epsilon = 75\%$ .

$$\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = (\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y) / \sqrt{2}.$$

### 2.3.2 Structure désordonnée

Le but est maintenant d'analyser l'impact du désordre structurel sur le nombre de Reynolds critique. Dans ce cas, les structures désordonnées (*DS*) correspondent à des treillis de  $n \times n$  cylindres parallèles à section droite carrée ayant tous la même taille, chaque inclusion carrée étant aléatoirement placée dans la cellule unitaire originale de la structure ordonnée correspondante suivant une distribution uniforme

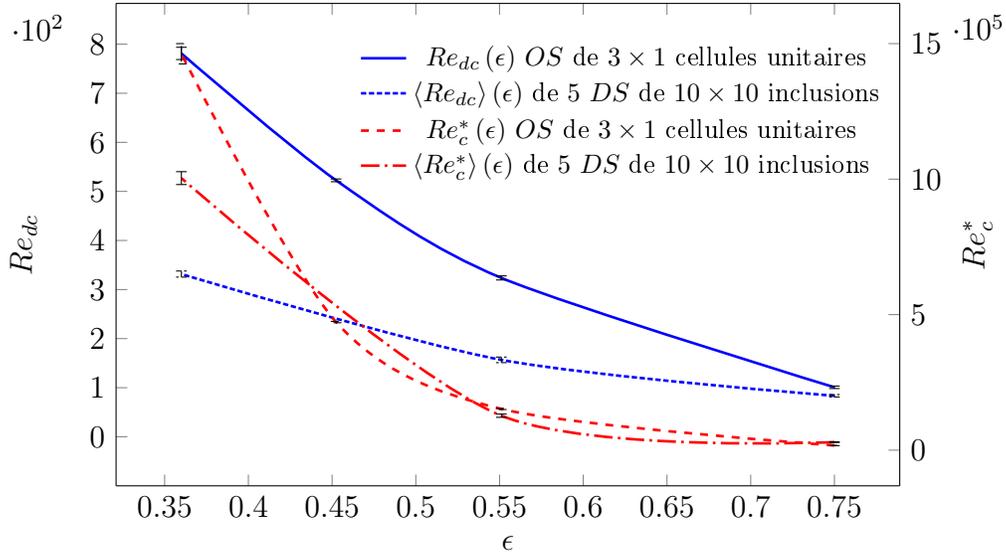


FIGURE 2.16 – Dépendance du nombre de Reynolds critique,  $Re_{dc}$  (ou  $Re_c^*$ ), sur  $\epsilon$  et courbes résultant d’interpolations sigmoïdales (voir le texte). Les barres verticales matérialisent les limites supérieures et inférieures de  $Re_d$  (ou  $Re^*$ ) pour lesquelles des écoulements instationnaires et stationnaires sont respectivement observés. Structures ordonnées ( $OS$ ) et désordonnées ( $DS$ ).  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ .

(voir Fig. 2.17). La dépendance de  $Re_{dc}$  sur la porosité a été étudiée sur un intervalle  $36\% \leq \epsilon \leq 75\%$ , en gardant le gradient de pression moyenne orienté suivant  $\mathbf{e}_x$ . Pour ces structures, des domaines de calcul avec  $n = 10$  ont été considérés. Ce choix est motivé par une analyse des régimes inertiels réalisé sur des structures similaires [75]. Puisque le but est d’estimer le nombre de Reynolds à la bifurcation attendu pour un milieu infini ayant statistiquement les mêmes propriétés structurales, l’étude se base sur l’hypothèse d’ergodicité. Le calcul de  $Re_{dc}$  a été effectué sur cinq réalisations différentes de la même structure, une procédure qui demeure numériquement possible même si chaque réalisation a été discrétisée avec un nombre de mailles allant d’environ  $7,7 \times 10^5$  pour  $\epsilon = 36\%$  à approximativement  $1,6 \times 10^6$  pour  $\epsilon = 75\%$ . La valeur de  $Re_{dc}$  est estimée à partir de la moyenne arithmétique des valeurs obtenues pour les cinq réalisations différentes.

Dans la table 2.1 sont reportés les résultats de  $Re_{dc}$  et  $k^*$  (valeurs moyennes et écarts types  $\sigma$ ) pour trois valeurs différentes de  $\epsilon$ . Les courbes de tendance sont telles que  $a_0 = 127,86$ ,  $b_0 = -0,234$ ,  $c_0 = 0,59$  (voir Eq. 2.15) tandis que  $a_1 = 0,0137$ ,

$\epsilon$ (%)	$Re_{dc}$ (moyen)	$\sigma(Re_{dc})$	$k^*$ (moyen)	$\sigma(k^*)$
36	$331,53 \pm 6,21$	27,7	$72,03 \times 10^{-5}$	$74,11 \times 10^{-7}$
55,11	$156,71 \pm 5,68$	12,47	$34,47 \times 10^{-4}$	$46,51 \times 10^{-6}$
75	$83,51 \pm 2,45$	4,69	$13,15 \times 10^{-3}$	$25,38 \times 10^{-5}$

TABLE 2.1 – Résultats numériques sur les valeurs moyennes et les écarts types de  $Re_{dc}$  et  $k^*$  obtenus sur cinq réalisations différentes de  $DS$  et trois valeurs de porosité.

$b_1 = 3,07$ ,  $c_1 = 0,707$  (voir Eq. 2.16), le coefficient de corrélation étant  $R^2 = 0,9999$  sur tout l'intervalle  $0,36 \lesssim \epsilon \lesssim 0,75$  pour les deux quantités.

Alors que le nombre de Reynolds à la bifurcation est décroissant quand  $\epsilon$  croît, comme cela a été observé pour  $OS$ , il faut souligné que la fourchette de variation de  $Re_{dc}$  est plus étroite comparée à  $OS$ . Ceci est illustré sur la Fig. 2.16 où les résultats sur  $Re_{dc}$  sont présentés en fonction de  $\epsilon$  pour  $OS$  et  $DS$ . Plus précisément, pour  $\epsilon$  proche de l'unité,  $Re_{dc}$  est faiblement modifié par la présence du désordre, alors que la bifurcation sur  $DS$  survient à des nombres de Reynolds beaucoup plus petits quand la porosité décroît. L'origine de cette forte modification pour les petites valeurs de  $\epsilon$  réside dans les élargissements et rétrécissements locaux ainsi que le désalignement des obstacles (cylindres), résultant du désordre, qui créent des canaux tortueux. Le désalignement brise la symétrie de l'écoulement et force la séparation de l'écoulement localement comme illustré sur la Fig. 2.18. Les élargissements dans la direction perpendiculaire à  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta$  favorisent la génération de tourbillons à des nombres de Reynolds sensiblement plus petits, qui perturbent l'écoulement dans les canaux tortueux orientés suivant  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta$ , contribuant ainsi à une bifurcation précoce vers l'instationnarité. Quand les cylindres sont assez éloignés les uns des autres (*i.e.* pour des porosités assez grandes), l'influence de tous ces effets est beaucoup moins significative puisque l'impact relatif du désordre sur la taille des espaces entre les cylindres est plus petit, expliquant le fait que  $Re_{dc}$  reste quasi inchangé quand le désordre est présent dans cet intervalle de  $\epsilon$ .

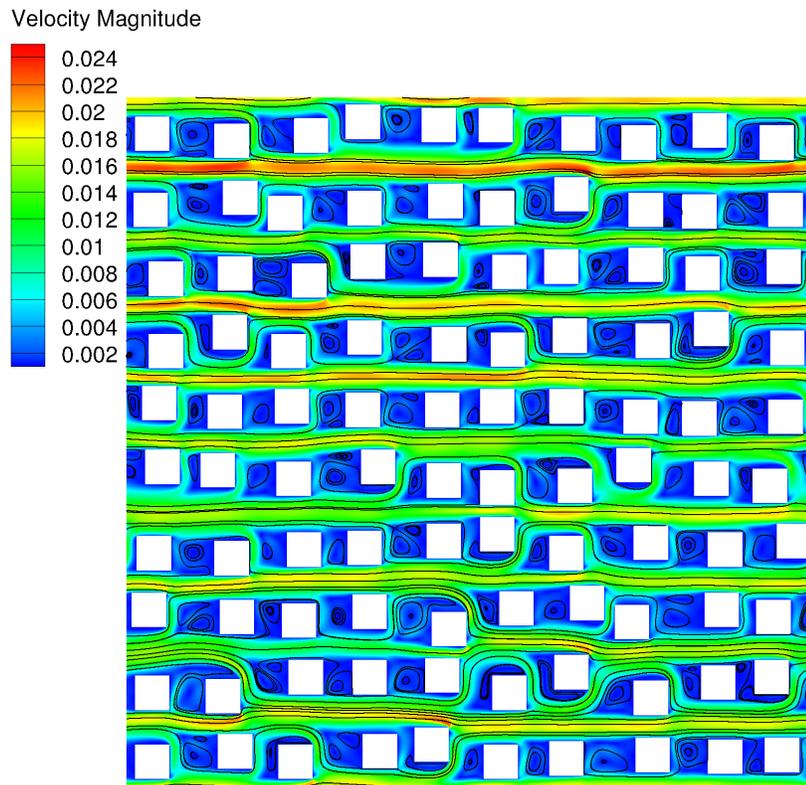


FIGURE 2.17 – Lignes de courant instantanées et carte de couleur du module de la vitesse.  $DS. \epsilon = 75\%$ .  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ . Limite de l'écoulement stationnaire,  $Re_d = 85, 92$  ( $Re^* = 30000$ ).

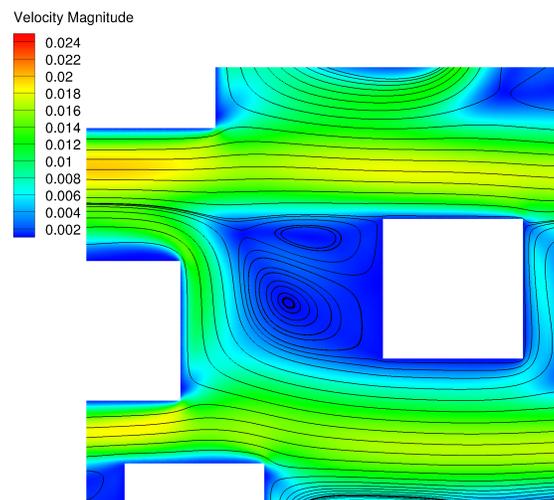


FIGURE 2.18 – Vue rapprochée des Lignes de courant instantanées et carte de couleur du module de la vitesse extraite de la Fig. 2.17.  $DS. \epsilon = 75\%$ .  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ . Limite de l'écoulement stationnaire,  $Re_d = 85, 92$  ( $Re^* = 30000$ ).

## 2.4 Conclusions

Des simulations numériques directes (DNS) d'un écoulement monophasique incompressible dans des structures  $2D$  périodiques composées de cylindres à section droite carrée représentatifs de milieux poreux modèles ont été effectuées. Une attention particulière a été attribuée à la précision du calcul (taille des mailles et *tolérance* des solveurs) afin d'étudier l'apparition de l'instationnarité qui correspond à la première bifurcation de Hopf. La bifurcation a été caractérisée par un nombre de Reynolds critique  $Re_{dc}$  au centre d'un intervalle de nombre de Reynolds dont les limites inférieure et supérieure sont respectivement la plus grande et la plus petite valeurs pour lesquelles un écoulement stationnaire et instationnaire est observé. L'ensemble de la procédure a été validé par des comparaisons concordantes de  $Re_{dc}$  avec des valeurs rapportées dans différentes configurations, à savoir, l'écoulement autour d'un cylindre isolé à section droite carrée et dans un treillis de cylindres à section droite circulaire.

L'analyse, concentrée sur des treillis de cylindres parallèles à section droite carrée ordonnés ( $OS$ ) et désordonnés ( $DS$ ), a mis en évidence plusieurs résultats importants.

Premièrement, il a été démontré que, pour  $OS$  et un gradient de pression macroscopique orienté suivant l'un des axes du treillis, la détermination du  $Re_{dc}$  requiert un domaine de calcul (*i.e.* un Volume Élémentaire Représentatif, VER de la structure) plus grand que la cellule unitaire géométrique dans la direction de l'écoulement quand des conditions aux limites périodiques sont employées pour la vitesse et la déviation de pression. Ceci est d'autant plus important que la porosité de la structure est plus forte, supérieure à  $\epsilon \sim 45\%$ . Le nombre de Reynolds critique a été déterminé à travers un large intervalle de porosités montrant que  $Re_{dc}$  décroît sensiblement avec  $\epsilon$ . Même si ce comportement est quantitativement très dépendant de la structure, il peut certainement être généralisé à n'importe quel autre type de géométrie et en  $3D$ . L'analyse de l'écoulement a révélé que la bifurcation est déclenchée par l'oscillation des tourbillons asymétriques qui survient entre les cylindres successifs dans la direction de l'écoulement. Une analyse spectrale sur la composante de vitesse orthogonale au gradient de pression moyenne appliqué a montré que l'oscillation des tourbillons,

au moment de la bifurcation, est quasi-périodique, caractérisée par deux paires de fréquences, les deux fréquences dans chaque paire étant proches l'une de l'autre. Ces fréquences persistent pour des nombre de Reynolds post-bifurcation jusqu'au mode de verrouillage de fréquence qui survient à des nombres de Reynolds assez grands.

Dans un second temps, l'impact de l'orientation du gradient de pression macroscopique par rapport aux axes du treillis a été illustré sur  $OS$  montrant que, quand ce gradient n'est pas aligné avec les deux directions principales de la structure,  $Re_{dc}$  décroît sensiblement. Ceci résulte du fait que les lignes de courant sont beaucoup plus tortueuses, résultat de l'absence de chemins d'écoulement préférentiels contrairement au cas où le gradient de pression moyenne est orienté suivant l'un des axes du treillis. Pour un gradient de pression macroscopique orienté avec un angle de  $45^\circ$  par rapport aux axes du treillis, aucune influence de la taille du VER n'a été observée.

Les calculs réalisés sur  $DS$  ont montré que la bifurcation survient à des nombres de Reynolds beaucoup plus petits comparés aux  $OS$  de même porosité. La diminution est beaucoup plus significative à faible porosité. L'explication physique réside dans l'apparition d'élargissements locaux, et des désalignements introduits par le désordre menant à des lignes de courant beaucoup plus tortueuses, des séparations locales de l'écoulement, de même que la brisure de symétrie et l'oscillation précoces des tourbillons.

Pour  $OS$  et  $DS$ , le nombre de Reynolds à la bifurcation de Hopf a été corrélé avec précision à la porosité selon des fonctions sigmoïde sur un large intervalle de  $\epsilon$ . Ces relations sont valides pour des structures poreuses modèles de cylindres parallèles qui sont toutefois représentatives de configurations réelles comme les réseaux de rues et bâtiments ou bien les forêts pour lesquelles de nombreux écoulements, couplés à des problèmes de transfert de chaleur et/ou de masse sont des préoccupations majeures.

Comme prévu, il apparaît clairement que le désordre favorise le mélange et peut être introduit pour améliorer ce mécanisme comme une alternative moins coûteuse en énergie que l'augmentation du débit de l'écoulement en gardant de l'ordre dans la structure.

Après avoir étudié le phénomène de la bifurcation de Hopf et les mécanismes qui

surviennent dans l'écoulement et qui sont à l'origine de l'instationnarité, la structure de l'écoulement sera de nouveau analysée attentivement dans les chapitres 3 et 4 afin d'identifier l'origine des différents régimes inertiels observables à des nombres de Reynolds inférieurs à ceux correspondants à la bifurcation.



# Chapitre 3

## Sur l'origine de la déviation à la loi de Darcy dans des structures poreuses modèles $2D$

Dans ce chapitre, la déviation (inertielle) à la loi de Darcy est analysée en fonction des propriétés de la structure poreuse (forme des grains, désordre) et l'orientation de l'écoulement dans des structures  $2D$  semblables à celles du chapitre 2, pour des nombres de Reynolds allant jusqu'à la limite de l'écoulement stationnaire. Les propriétés effectives de l'écoulement à l'échelle macroscopique sont déterminées à partir de la résolution numérique des problèmes de fermeture associés au modèle macroscopique obtenu par prise de moyenne des équations de Navier-Stokes [143]. Les différents régimes d'écoulement sont identifiés et analysés à partir de ces résultats. Par ailleurs, un intérêt particulier est porté à l'origine de cette déviation et à ses différentes formes. Son évolution en fonction du nombre de Reynolds est corrélée à l'évolution de la structure microscopique de l'écoulement, qui est quantifiée par la courbure des lignes de courant (multipliée par l'énergie cinétique locale) et la variation de l'énergie cinétique le long de ces lignes. Ces paramètres de quantification sont déterminés à partir d'une décomposition du terme d'inertie, à l'origine de la déviation, dans les équations de Navier-Stokes. De plus, le rôle des zones de recirculation est aussi discuté. En effet, on montre que (i) l'énergie cinétique perdue dans les tourbillons est insignifiante et donc, ne peut pas expliquer la déviation à la loi

de Darcy (ii) la forme imposée par les zones de recirculation aux lignes de courant joue un rôle important dans l'évolution de la tortuosité de l'écoulement, ce qui a un impact sur le régime d'écoulement. L'analyse de la tortuosité de l'écoulement en fonction du nombre de Reynolds montre que cette dernière présente le même comportement que la courbure des lignes de courant (multipliée par l'énergie cinétique locale), ce qui explique son évocation fréquente dans la littérature en tant qu'origine de la déviation.

## 3.1 Introduction

Comme mentionné avant, l'explication précise de l'origine et de la forme de la déviation à la loi de Darcy demeure insuffisante dans la littérature malgré les suggestions évoquées (formation de foyers d'inertie, tortuosité, etc) dans le chapitre 1. Afin d'apporter des éléments de réponse à cette question, une analyse approfondie de la structure microscopique de l'écoulement est réalisée dans ce chapitre afin de comprendre la physique qui sous tend le comportement non-linéaire à la loi de Darcy.

Des structures poreuses modèles 2D semblables à celles considérées dans le chapitre 2, de porosité  $\epsilon = 75\%$ , sont étudiées. Elles consistent, comme le montre la Fig. 3.1, en deux structures ordonnées et deux autre désordonnées. Les premières consistent en un treillis ordonné de cylindres parallèles à section droite, carrée (appelée *OS*) ou circulaire (*OC*), tandis que les secondes en, un treillis désordonné de cylindres parallèles à section droite carrée (*DS*) ou circulaire (*DC*). Les structures désordonnées sont obtenues de la même manière que celles utilisées au chapitre 2. La valeur  $\epsilon = 75\%$  est retenue du fait que les mécanismes qui surviennent au sein de l'écoulement (variation de la tortuosité des ligne de courant avec le nombre de Reynolds par exemple) s'accroissent à mesure que  $\epsilon$  augmente, comme l'atteste les résultats du chapitre 2. Cette valeur de  $\epsilon$  convient donc plus pour l'analyse de la structure microscopique de l'écoulement. Il est important de noter par ailleurs que la dépendance de l'intensité de l'inertie par rapport à  $\epsilon$  est conditionnée par le choix du nombre de Reynolds [75]. En effet, alors que l'intensité de l'inertie diminue avec l'augmentation de  $\epsilon$  en raisonnant en termes de  $Re_k$  [75], un comportement inverse

a été observé en considérant  $Re_d$  [66].

La correction non-linéaire (inertielle) à la loi de Darcy est déterminée, sur ces structures  $2D$ , pour un écoulement stationnaire de fluide newtonien monophasique incompressible, à partir de la résolution numérique de problèmes de fermeture [143]. Ces problèmes ainsi que leur méthode de résolution seront détaillés dans la section 3.2. A partir de ces résultats, les différents régimes d'écoulement sont identifiés et les impacts de la forme des grains, du désordre structurel et de l'orientation du gradient de pression moyenne, sur la correction inertielle sont analysés et présentés dans la section 3.3.

Finalement, le développement de la structure microscopique de l'écoulement en fonction de  $Re_k$  est analysé en termes de courbure des lignes de courant, distribution de l'énergie cinétique et tortuosité. Le rôle des zones de recirculation est aussi discuté.

## 3.2 Modèle physique et méthodologie

### 3.2.1 Problème aux valeurs initiales et aux limites

L'écoulement stationnaire d'un fluide newtonien monophasique incompressible  $\beta$  dans des conditions isothermes à travers les structures  $2D$  de la Fig. 3.1, est considéré. En supposant qu'un VER (de longueur caractéristique  $l$ ) peut être extrait de chacune de ces structures, le problème aux valeurs initiales et aux limites adimensionnel régissant cet écoulement est le même que celui posé dans le chapitre 2, Eqs. 3.5. De la même manière, l'analyse est effectuée en l'absence de gravité avec  $\frac{Re^*}{Fr} \ll 1$ .

### 3.2.2 Modèle macroscopique

En satisfaisant les conditions de quasi-stationnarité de l'écoulement, de périodicité spatiale de la structure poreuse et la contrainte sur les échelles de taille  $l_\beta \ll r_0 \ll L$  (Eq. 1.7), un modèle macroscopique de transfert de quantité de mouvement [144] peut être dérivé à l'aide de la prise de moyenne des équations microscopiques de conservation de quantité de mouvement et de masse (Navier-Stokes,

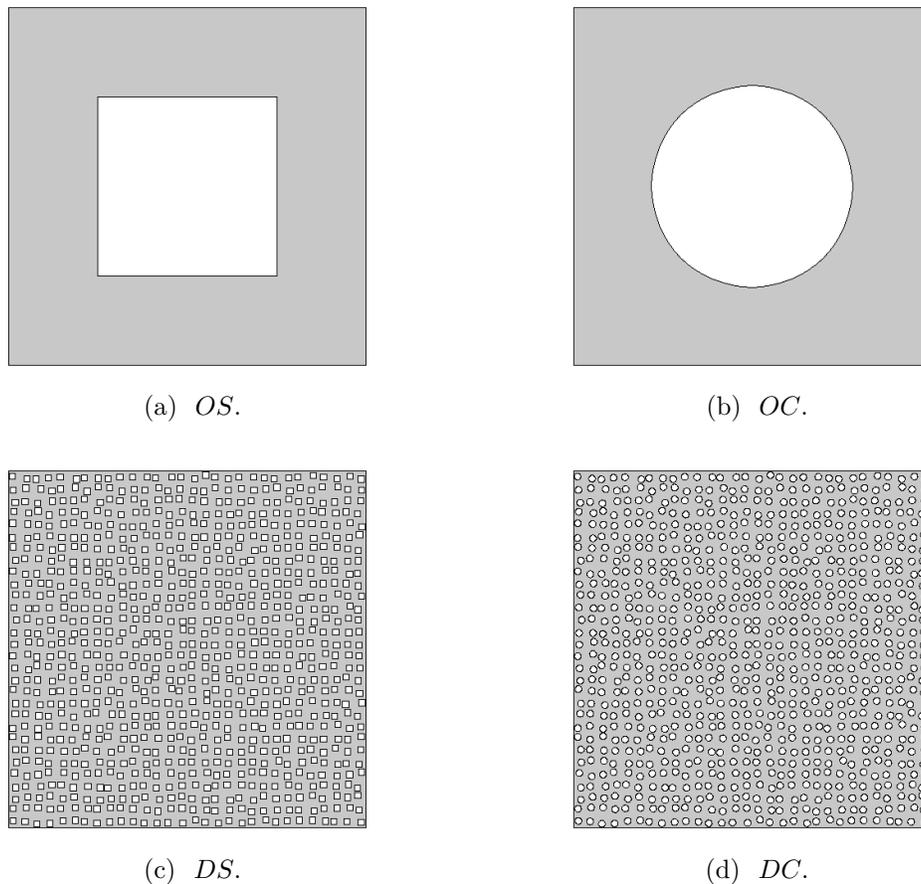


FIGURE 3.1 – Structures poreuses modèles  $2D$  considérées.  $\epsilon = 75\%$ . (a) *OS*. Treillis ordonné de cylindres parallèles à section droite carrée. VER composé de  $1 \times 1$  cellule unitaire géométrique. (b) *OC*. Treillis ordonné de cylindres parallèles à section droite circulaire. VER composé de  $1 \times 1$  cellule unitaire géométrique. (c) *DS*. Treillis désordonné de cylindres parallèles à section droite carrée. VER composé de  $30 \times 30$  inclusions. (d) *DC*. Treillis désordonné de cylindres parallèles à section droite circulaire. VER composé de  $30 \times 30$  inclusions.

Eqs. 3.5) et des conditions aux limites sur un VER du milieu pseudo-périodique. Le modèle ainsi obtenu est plus complet comparé à l'équation classique de Forchheimer basée sur l'introduction de coefficients empiriques à la loi de Darcy. Par ailleurs, pour des structures périodiques (Figs. 3.1a et 3.1b), la contrainte des échelles devient, comme dans d'autres travaux, [75, 102, 103]

$$l_\beta \sim r_0 \ll L \quad (3.1)$$

Basé sur les variables de référence définies dans le chapitre 2, le problème macroscopique adimensionnel est donné par

$$\langle \mathbf{v}_\beta^* \rangle = -\mathbf{K}^* \cdot \left( \nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta \right) - \mathbf{F}^* \cdot \langle \mathbf{v}_\beta^* \rangle$$

ou

(3.2)

$$\langle \mathbf{v}_\beta^* \rangle = -\mathbf{H}^* \cdot \nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta$$

et

$$\nabla \cdot \langle \mathbf{v}_\beta^* \rangle = 0 \quad (3.3)$$

où  $\mathbf{K}^* = \mathbf{K}/l^2$  est le tenseur de perméabilité,  $\mathbf{F}^* = \mathbf{F}$  le tenseur de correction inertielle (ou le tenseur de Forchheimer) et  $\mathbf{H}^* = \mathbf{H}/l^2$  est le tenseur de perméabilité apparente. Il faut noter que  $\mathbf{K}^*$  ne dépend que de la structure du milieu poreux, tandis que  $\mathbf{H}^*$  et  $\mathbf{F}^*$  dépendent de la structure mais également de la configuration de l'écoulement (*i.e.* du nombre de Reynolds,  $Re^*$ , et de l'orientation de  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta$ ).

### 3.2.3 Problème de fermeture

La détermination des tenseurs macroscopiques  $\mathbf{K}^*$  et  $\mathbf{F}^*$  requiert la résolution d'un problème de fermeture résultant du changement d'échelle. En ayant recours

aux variables adimensionnelles de fermeture  $\mathbf{m}^*$  et  $\mathbf{M}^*$ , données par (cf. [143])

$$\mathbf{v}_\beta^* = \epsilon \mathbf{M}^* \cdot \mathbf{H}^{*-1} \cdot \langle \mathbf{v}_\beta^* \rangle^\beta \quad \tilde{p}_\beta^* = \epsilon \mathbf{m}^* \cdot \mathbf{H}^{*-1} \cdot \langle \mathbf{v}_\beta^* \rangle^\beta \quad (3.4)$$

le problème de fermeture adimensionnel s'écrit donc comme suit [75, 143]

$$Re^* \mathbf{v}_\beta^* \cdot \nabla \mathbf{M}^* = -\nabla \mathbf{m}^* + \nabla^2 \mathbf{M}^* + \mathbf{I} \quad (3.5a)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{M}^* = 0 \quad (3.5b)$$

$$\langle \mathbf{M}^* \rangle = \mathbf{H}^* \quad (3.5c)$$

$$\mathbf{M}^* = 0 \text{ sur } A_{\beta\sigma} \quad (3.5d)$$

$$\mathbf{m}^*(\mathbf{r}^* + \mathbf{l}_i^*) = \mathbf{m}^*(\mathbf{r}^*) \quad i = 1, 2, 3 \quad (3.5e)$$

$$\mathbf{M}^*(\mathbf{r}^* + \mathbf{l}_i^*) = \mathbf{M}^*(\mathbf{r}^*) \quad i = 1, 2, 3 \quad (3.5f)$$

On voit bien que sous cette forme, le problème microscopique (Eqs. 2.3) doit être résolu puisque le champ de vitesse microscopique est nécessaire à la résolution du problème de fermeture [1, 2, 75]. Il faut noter par ailleurs que ce problème (Eqs. 3.5) doit être résolu pour  $Re^* = 0$  afin de déterminer le tenseur de perméabilité qui est donné, dans ces circonstances, par  $\langle \mathbf{M}^* \rangle = \mathbf{K}^*$ . La solution pour une valeur donnée de  $Re^*$  fournit le tenseur de Forchheimer  $\mathbf{F}$  qui est donné par

$$\mathbf{F} = \mathbf{K}^* \cdot \mathbf{H}^{*-1} - \mathbf{I} \quad (3.6)$$

### 3.2.4 Problème de fermeture sous forme fermée

La procédure décrite ci-dessus a été utilisée par différents auteurs [1, 2, 75]. Une autre approche est proposée dans ce qui suit. Elle consiste à reformuler le problème de fermeture de manière à ce qu'il ne requiert plus le champ de vitesse microscopique et que sa résolution permette d'obtenir les coefficients macroscopiques et les champs des variables microscopiques ( $\mathbf{v}_\beta^*$  et  $\tilde{p}_\beta^*$ ) si nécessaire. Cette nouvelle forme présente l'avantage de lever le caractère non fermé apparent du problème 3.5. Cependant, il

faut préciser que même si cette dernière forme est plus élégante que celle donnée par les Eqs. 3.5, sa résolution peut s'avérer plus difficile à conduire que celle des équations de Navier-Stokes et du problème de fermeture sous sa forme initiale (Eqs. 3.5). En effet, avec la forme utilisée jusqu'à présent, un solveur de type Navier-Stokes peut être utilisé pour la résolution du problème microscopique (Eqs. 2.3) et du problème de fermeture (Eqs. 3.5). Le problème de fermeture est résolu, dans ce cas, en considérant chaque colonne du tenseur  $\mathbf{M}^*$  séparément, ce qui conduit pour chacune d'elle à un problème semblable à celui de Navier-Stokes. Quant à la nouvelle approche, un couplage entre les composantes du tenseur  $\mathbf{M}^*$  dans le nouveau problème de fermeture (Eqs. 3.8) ne permet pas la résolution de ce dernier par colonne. Une résolution simultanée de neuf équations s'impose alors.

En remplaçant dans l'Eq. 3.4 la vitesse macroscopique,  $\langle \mathbf{v}_\beta^* \rangle^\beta$ , par son expression dans le problème macroscopique donné par l'Eq. 3.2, la vitesse,  $\mathbf{v}_\beta^*$ , et la déviation de pression,  $\tilde{p}_\beta^*$ , peuvent être écrites comme suit

$$\mathbf{v}_\beta^* = -\mathbf{M}^* \cdot \nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta \quad \tilde{p}_\beta^* = -\mathbf{m}^* \cdot \nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta \quad (3.7)$$

Finalement, en remplaçant la vitesse,  $\mathbf{v}_\beta^*$ , dans le problème de fermeture (Eq. 3.5a) par son expression dans l'Eq. 3.7, le problème de fermeture adimensionnel sous forme fermée est donné par

$$-Re^* \nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta \cdot \mathbf{M}^{*T} \cdot \nabla \mathbf{M}^* = -\nabla \mathbf{m}^* + \nabla^2 \mathbf{M}^* + \mathbf{I} \quad (3.8a)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{M}^* = 0 \quad (3.8b)$$

$$\langle \mathbf{M}^* \rangle = \mathbf{H}^* = \frac{\mathbf{H}}{l^2} \quad (3.8c)$$

$$\mathbf{M}^* = 0 \text{ sur } A_{\beta\sigma} \quad (3.8d)$$

$$\mathbf{m}^*(\mathbf{r}^* + \mathbf{l}_i^*) = \mathbf{m}^*(\mathbf{r}^*) \quad i = 1, 2, 3 \quad (3.8e)$$

$$\mathbf{M}^*(\mathbf{r}^* + \mathbf{l}_i^*) = \mathbf{M}^*(\mathbf{r}^*) \quad i = 1, 2, 3 \quad (3.8f)$$

Il faut noter qu'avec cette écriture, la détermination des tenseurs macroscopiques  $\mathbf{K}^*$

et  $\mathbf{H}^*$  (ou bien  $\mathbf{F}^*$  grâce à l'Eq. 3.6) se fait directement à partir de la résolution du problème de fermeture adimensionnel sous forme fermée (Eqs. 3.8), respectivement pour  $Re^* = 0$  puis pour un  $Re^*$  donné, sans avoir recours aux champs microscopiques qui peuvent être obtenus ensuite au moyen de l'Eq. 3.7.

Une fois la résolution du problème de fermeture (Eqs. 3.8) est effectuée, la déviation à la loi de Darcy est analysée, comme dans d'autres travaux [1,2], en termes du vecteur adimensionnel de correction inertielle,  $\mathbf{f}_c$ , donné par

$$\mathbf{f}_c = \frac{-\mathbf{F}^* \cdot \langle \mathbf{v}_\beta^* \rangle}{|\langle \mathbf{v}_\beta^* \rangle|} = \frac{\langle \mathbf{v}_\beta^* \rangle + \mathbf{K}^* \cdot \nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta}{|\langle \mathbf{v}_\beta^* \rangle|} \quad (3.9)$$

en fonction de  $Re_k$  défini dans le chapitre 2 (Eq. 2.6) tel que  $Re_k = |\langle \mathbf{v}_\beta^* \rangle| \sqrt{k^*} Re^*$ , où  $k^*$  est la perméabilité intrinsèque adimensionnelle,  $\mathbf{K}^* = k^* \mathbf{I}$ . Il est important de souligner que contrairement aux tenseurs  $\mathbf{F}^*$  et  $\mathbf{H}^*$ , le tenseur de perméabilité est symétrique dans toutes les circonstances [37].

### 3.2.5 Méthode numérique

Le logiciel commercial Comsol Multiphysics [88], basé sur la méthode des éléments finis, est utilisé pour la résolution du problème de fermeture sous forme fermée (Eqs. 3.8). Le domaine de calcul est discrétisé à l'aide d'un maillage non-structuré fait d'éléments triangulaires. Les éléments de contrôle sont définis autour de chaque nœud en joignant les centres des mailles voisines, et les valeurs obtenues aux nœuds sont interpolées par une interpolation Lagrangienne, linéaire pour les composantes de  $\mathbf{m}^*$ , et quadratique pour celles de  $\mathbf{M}^*$ . Le problème à résoudre est implémenté à l'aide du module Comsol, EDP "forme générale", sous la forme suivante

$$\nabla \cdot \mathbf{\Gamma} = \Phi \quad (3.10)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{M}^* = 0 \quad (3.11)$$

de telle manière que  $\mathbf{\Gamma}$  et  $\mathbf{\Phi}$  sont définis comme suit

$$\mathbf{\Gamma} = -\mathbf{m}^*\mathbf{I} + \nabla\mathbf{M}^* \quad (3.12)$$

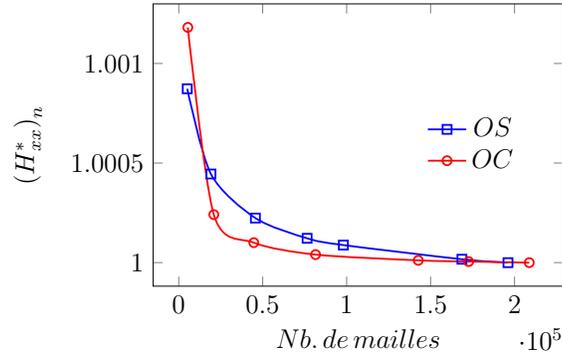
$$\mathbf{\Phi} = -Re^*\nabla\langle p_\beta^* \rangle^\beta \cdot \mathbf{M}^{*T} \cdot \nabla\mathbf{M}^* - \mathbf{I}$$

avec les conditions aux limites associées (Eqs. 3.8d à 3.8f).

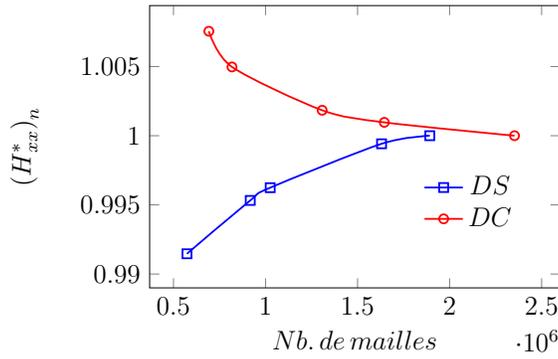
Le système d'équations non-linéaires est discrétisé et linéarisé autour d'une estimation initiale à l'aide du Solveur Stationnaire Comsol. Le système d'équations linéarisées ainsi obtenu, est résolu par le solveur direct MUMPS (MUltifrontal Massively Parallel sparse direct Solver) [5], qui utilise une factorisation LU, avec une *tolérance* relative de  $10^{-8}$ .

### 3.2.6 Sensibilité au maillage

Dans cette partie, la sensibilité de la solution au problème de fermeture considéré (Eqs. 3.8) vis-à-vis du nombre d'éléments du maillage utilisé pour discrétiser le domaine de calcul  $V_\beta$  dans chacune des structures  $2D$  considérées ( $OS$ ,  $OC$ ,  $DS$  et  $DC$  de la Fig. 3.1) a été étudiée. L'analyse est réalisée sur la composante  $H_{xx}^*$  normalisée par la valeur obtenue avec le maillage le plus fin et noté,  $(H_{xx}^*)_n$ , dont la variation en fonction du nombre de mailles est présentée sur la Fig. 3.2. Les tests de sensibilité sont réalisés avec, un gradient de pression moyenne orienté suivant l'axe des  $x$  ( $\nabla\langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ ), et pour les valeurs du nombre de Reynolds maximales considérées dans cette étude (les valeurs sont précisées sur la Fig. 3.2), puisque la sensibilité au maillage augmente avec  $Re^*$  [75]. Il est aussi à noter que le besoin en ressources informatiques et en temps de calcul augmente avec  $Re^*$ . Par ailleurs, sur toutes les structures considérées, les frontières opposées du domaine sont maillées de manière identique, afin d'éviter des opérations d'interpolation supplémentaires à chaque itération du solveur pour appliquer les conditions aux limites périodiques (Eqs. 3.8e et 3.8f).



(a)



(b)

FIGURE 3.2 – Variation de  $H^*_{xx}$  normalisé en fonction du nombre de mailles dans les structures de la Fig. 3.1. Normalisation par rapport au  $H^*_{xx}$  obtenu avec le maillage le plus fin.  $\epsilon = 75\%$ .  $\nabla \langle p^*_\beta \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ . (a) *OS* (Fig. 3.1a),  $Re^* = 17500$  ( $Re_k = 23, 41$ ,  $Re_d = 102, 52$ ). *OC* (Fig. 3.1b),  $Re^* = 17500$  ( $Re_k = 21, 09$ ,  $Re_d = 101, 39$ ). (b) *DS* (Fig. 3.1c),  $Re^* = 30000$  ( $Re_k = 18, 58$ ,  $Re_d = 80, 8$ ). *DC* (Fig. 3.1d),  $Re^* = 30000$  ( $Re_k = 19, 87$ ,  $Re_d = 93, 46$ ).

Les Figs. 3.2a et 3.2b montrent que  $(H_{xx}^*)_n$  est quasi-insensible à la taille du maillage sur les intervalles considérés. En effet, pour les structures ordonnées (*OS* et *OC*), un rapport d'environ 39 entre le nombre de mailles dans le maillage le plus fin et le plus grossier, ne mène à une erreur relative sur la valeur de  $(H_{xx}^*)_n$  que d'environ 0,12%. De même pour les structures désordonnées (*DS*, *DC*) où, un rapport de 3,3 entre les tailles du maillage le plus fin et le plus grossier, entraîne une erreur relative de moins de 0,86% sur  $(H_{xx}^*)_n$ .

Le nombre d'éléments pour les maillages dans les différentes configurations considérées est, 168662 pour *OS*, 172680 pour *OC*, 573190 pour *DS* et 692007 pour *DC*. Le nombre de cellules pour ces maillages est largement supérieur au nombre minimal assurant la précision des résultats. Ce choix est fait afin d'assurer une analyse rigoureuse de la structure de l'écoulement qui sera notamment effectuée sur les lignes de courant. Avec ces maillages raffinés, les lignes de courant sont déterminées directement à partir des nœuds du maillage. Ceci permet d'éviter de les définir à partir de champs de vitesse interpolés qui peuvent induire des erreurs comme il a été observé dans le cadre de ce travail.

### 3.3 Résultats et discussion

La procédure décrite ci-dessus a été appliquée sur les différentes structures de la Fig. 3.1. Pour chaque structure, le problème de fermeture (Eqs. 3.8) a été résolu, tout d'abord, pour  $Re^* = 0$  afin de déterminer  $\mathbf{K}^*$  (les valeurs  $k^*$  de ces structures isotropes sont données dans la table 3.1), ensuite, pour des nombres de Reynolds allant jusqu'à la limite de l'écoulement stationnaire (pour *OS* et *DS*), et légèrement inférieurs à cette limite (pour *OC* et *DC*). Le gradient de pression moyenne est orienté avec un angle  $\theta = 0^\circ$  par rapport à  $\mathbf{e}_x$  (*i.e.*  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ ). Afin d'étudier l'impact de l'orientation du  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta$  sur la déviation à la loi de Darcy, des simulations sont aussi réalisées sur les structures ordonnées (*OS* et *OC*) avec  $\theta = 45^\circ$  (*i.e.*  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = (\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y) / \sqrt{2}$ ).

Les valeurs du vecteur de correction inertielle  $\mathbf{f}_c$  obtenues sont ensuite analysées afin de distinguer les différents régimes d'écoulement. L'intervalle de chaque régime

est identifié, à partir de la relation entre  $\mathbf{f}_c$  et  $Re_k$  correspondante, en vérifiant que le coefficient de corrélation de Pearson  $R^2 \geq 0,999$  [99, 108]. La relation entre la composante  $x$  de  $\mathbf{f}_c$ ,  $f_{cx}$ , et  $Re_k$  pour le régime d'inertie faible où  $f_{cx}$  est proportionnelle à  $Re_k^2$  ou à  $\langle v_{\beta x}^* \rangle^3$  peut être écrite comme suit

$$f_{cx} = ARe_k^2 + B \quad (3.13)$$

De la même manière, la relation pour le régime d'inertie forte où  $f_{cx}$  est proportionnelle à  $Re_k$  ou à  $\langle v_{\beta x}^* \rangle^2$  est donnée par

$$f_{cx} = CRe_k + D \quad (3.14)$$

et enfin, pour le régime au dessus de l'inertie forte où la dépendance de  $f_{cx}$  vis-à-vis de  $Re_k$  peut être décrite par le polynôme suivant

$$f_{cx} = ERe_k^2 + FRe_k + G \quad (3.15)$$

Par ailleurs, la transition graduelle entre le régime d'inertie faible et d'inertie forte peut être caractérisée par un nombre de Reynolds,  $Re_{kt}$ , déterminé comme étant la valeur menant à une différence de  $f_{cx}$  ( $\delta f_{cx}$ ) minimale entre les modèles des deux régimes précités ( $\partial(\delta f_{cx})/\partial Re_k = 0$ ) et est donné par [75]

$$Re_{kt} = \frac{C}{2A} \quad (3.16)$$

Par ailleurs, des comparaisons entre les facteurs inertiels  $\beta$  et  $\gamma$  dans l'équation de Forchheimer (Eq. 1.13) et les coefficients  $A$  et  $C$  peuvent être faites, en prenant  $B = D = 0$ , à l'aide des relations suivantes

$$\beta = C/\sqrt{k} \quad (3.17)$$

$$\gamma = A/\mu_\beta$$

Tous les résultats obtenus sont récapitulés dans la table 3.1 et discutés dans ce qui suit.

### 3.3.1 Influence de la microstructure

Afin d'étudier l'effet de la microstructure sur la déviation à la loi de Darcy, les résultats des simulations numériques réalisées sur les structures ordonnées (*OS* et *OC*), avec  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$  et pour des nombres de Reynolds  $0 \leq Re^* \leq 17500$  équivalents à,  $0 \leq Re_k \leq 23,41$  sur *OS* et  $0 \leq Re_k \leq 21,09$  sur *OC*, sont analysés. Comme  $f_{cy} \approx 0$ , conséquence d'une orientation du  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta$  suivant  $x$  et de la symétrie de la structure, seule la composante  $f_{cx}$  est considérée et les dépendances  $f_{cx}(Re_k)$  sont reportées sur la Fig. 3.3.

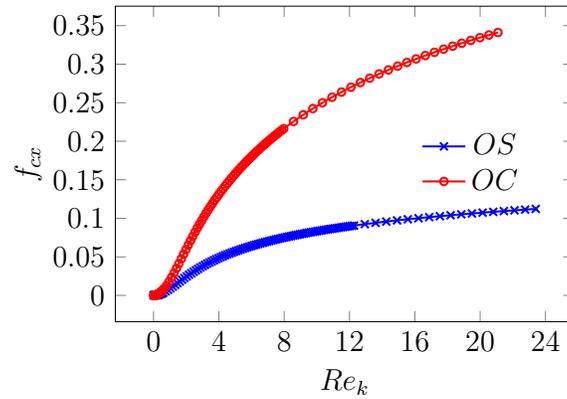
#### 3.3.1.1 Correction inertielle $f_c$

La structure *OC* est légèrement plus perméable (+5,68%) que *OS* (table 3.1) grâce à la forme plus hydrodynamique des cylindres à section droite circulaire qui pose moins de résistance à l'écoulement.

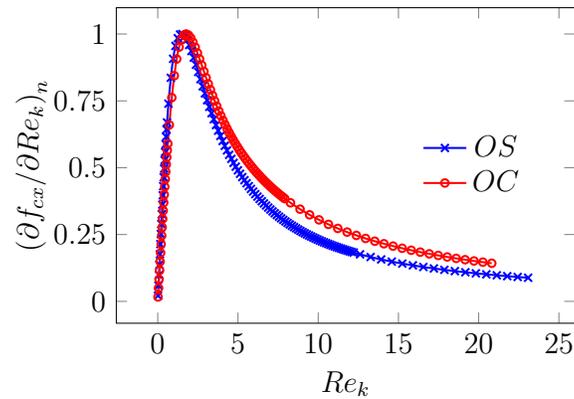
Par ailleurs, la Fig. 3.3a montre que l'inertie est plus intense dans *OC* comparé à *OS*. Cet écart peut être expliqué par la tortuosité de l'écoulement,  $T$ , qui est plus importante dans *OC* comparée à *OS* comme l'attestent les valeurs de la table 3.1 (la procédure suivie pour déterminer la tortuosité sera développée plus loin). En effet, la forme des inclusions solides constituant la structure est un facteur déterminant pour la tortuosité de l'écoulement et donc pour l'intensité de l'inertie. Quand une

Structure	$k^*$	$d^*$	Orientation de $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta / \mathbf{e}_x$	Régime d'inertie faible			$Re_{kt}$	Régime d'inertie forte		Régime au dessus de l'inertie forte		
				$\Delta Re_k$	$A$	$T (Re_k = 0)$		$\Delta Re_k$	$C$	$\Delta Re_k$	$E$	$F$
OS	0,01303	0,5	$\theta = 0^\circ$	[0,03, 0,33]	0,0102	1,018	0,75	[0,89, 2,31]	0,0153	[8,16, 23,41]	$-10^{-4}$	0,0053
			$\theta = 45^\circ$	[0,03, 0,44]	0,0622	1,192	1,33	[2, 3,56]	0,1654	[3,62, 6,76]	0,025	-0,012
OC	0,01377	0,564	$\theta = 0^\circ$	[0,03, 0,48]	0,0212	1,039	0,97	[1,1, 2,68]	0,0411	[5,53, 21,09]	$-4,6 \times 10^{-4}$	0,0228
			$\theta = 45^\circ$	[0,032, 0,45]	0,0363	1,164	1,13	[2,08, 6,33]	0,0824	[6,66, 9,66]	0,0033	0,038
DS	0,01321	0,5	$\theta = 0^\circ$	$[1,51 \times 10^{-5}, 0,22]$	0,0683	1,127	0,72	[1,13, 5,16]	0,0989	[5,54, 18,58]	$-83 \times 10^{-5}$	0,0915
DC	0,01440	0,564	$\theta = 0^\circ$	$[1,71 \times 10^{-5}, 0,26]$	0,0631	1,115	0,83	[1,27, 6,77]	0,1042	[7,14, 19,87]	$-11,7 \times 10^{-4}$	0,1025

TABLE 3.1 – Table récapitulative des résultats pour les structures  $2D$ . Perméabilités,  $k^*$ , diamètres ou côtés des cylindres,  $d^*$ , des structures poreuses modèles  $2D$  ( $OS$ ,  $OC$ ,  $DS$  et  $DC$ ) de la Fig. 3.1. Intervalles du nombre de Reynolds,  $\Delta Re_k$ , correspondant au régime d'inertie faible, d'inertie forte et au dessus de l'inertie forte pour les différentes structures et orientations  $\theta$  de  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta$  par rapport à  $\mathbf{e}_x$ . Les coefficients  $A$  (Eq. 3.13),  $C$  (Eq. 3.14),  $E$  et  $F$  (Eq. 3.15) sont obtenus à partir d'interpolations vérifiant que le coefficient de Pearson,  $R^2 \geq 0,999$ . Le nombre de Reynolds  $Re_{kt}$  (Eq. 3.16) caractérise la transition du régime d'inertie faible à celui d'inertie forte. Tortuosité de l'écoulement,  $T$  (Eq. 3.18), à  $Re_k = 0$ .  $\epsilon = 75\%$ .



(a)



(b)

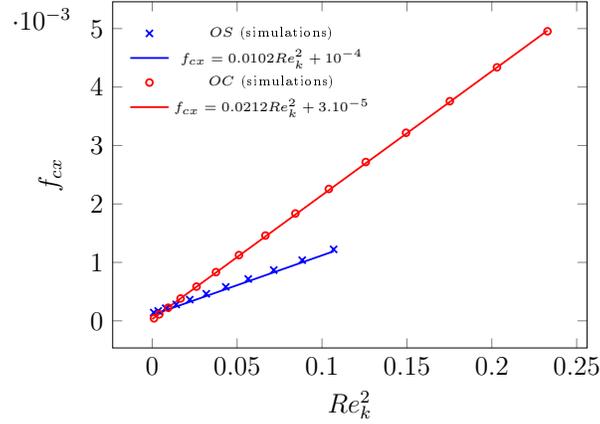
FIGURE 3.3 – Variation de la composante  $x$  du vecteur de correction inertielle,  $f_{cx}$ , en fonction de  $Re_k$  pour OS (Fig. 3.1a) et OC (Fig. 3.1b).  $\epsilon = 75\%$ .  $\theta = 0^\circ$  (i.e.  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ ). (a) Variation de  $f_{cx}$  en fonction de  $Re_k$ . (b) Variation de  $(\partial f_{cx} / \partial Re_k)_n$  avec  $Re_k$ . Normalisation par rapport au maximum de  $\partial f_{cx} / \partial Re_k$ .

structure comme  $OS$  où les inclusions solides présentent des côtés droits, est sujette à un écoulement dans la même direction que ses axes principaux, la forme rectiligne des côtés de la structure solide conduit à des lignes de courant quasi-rectilignes également donnant lieu à un écoulement sous forme de canaux droits qui se caractérise par des lignes de courant de tortuosité faible ( $T \sim 1$ ) et donc à une faible inertie (voir Fig. 3.14b). Cette analyse conduit à la conclusion que la déviation à la loi de Darcy dépend de la microstructure à travers la tortuosité qu'elle impose à l'écoulement dont le changement d'une structure à une autre résulte du fait que les lignes de courant épousent la forme du milieu. Plus l'écoulement est tortueux, plus l'inertie est importante.

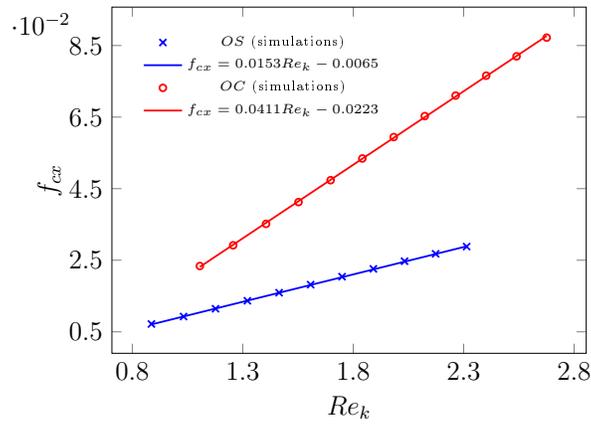
Afin d'illustrer les domaines de validité des différents régimes inertiels, la première dérivée de  $f_{cx}$  par rapport à  $Re_k$  en fonction de  $Re_k$ ,  $(\partial f_{cx}/\partial Re_k)_n(Re_k)$ , est examinée (Fig. 3.3b). Les valeurs de la dérivée sont normalisées par le maximum de  $\partial f_{cx}/\partial Re_k$ . À de faibles nombres de Reynolds,  $Re_k \lesssim 0,5$ ,  $f_{cx}$  est proportionnelle à  $Re_k^2$ , ce qui correspond au régime d'inertie faible. D'autre part, le régime d'inertie forte n'est pas clairement identifié. Il est cependant approximé autour des points maximaux des courbes  $(\partial f_{cx}/\partial Re_k)_n(Re_k)$  situés à,  $Re_k \approx 1,61$  dans  $OS$  et  $Re_k \approx 1,84$  dans  $OC$ , qui correspondent aux points d'inflexion des courbes  $f_{cx}(Re_k)$  de la Fig. 3.3.

### 3.3.1.2 Régimes d'écoulement

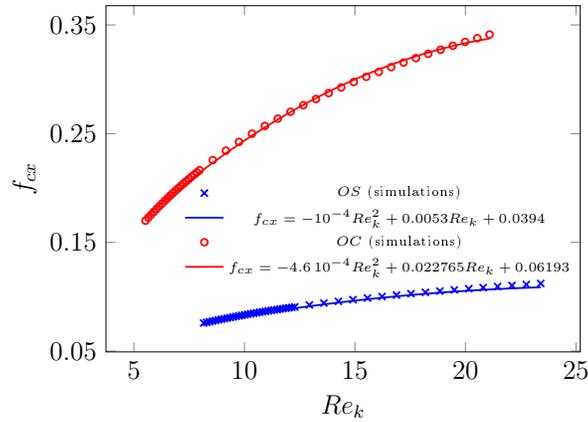
La Fig. 3.4 montre les différents régimes d'écoulement avec les relations entre  $f_{cx}$  et  $Re_k$  correspondantes, sous la forme donnée par les Eqs. 3.13, 3.14 et 3.15. Les résultats de cette figure et de la table 3.1, indiquent que les intervalles de validité des régimes d'inertie faible et d'inertie forte ne sont pas significativement impactés par la microstructure dans les cas de milieux ordonnés puisque les intervalles dans  $OS$  sont proches de ceux dans  $OC$ . Il est cependant à noter que l'intervalle de validité du régime d'inertie forte est très étroit comparé à l'étendue du régime laminaire stationnaire.



(a)



(b)



(c)

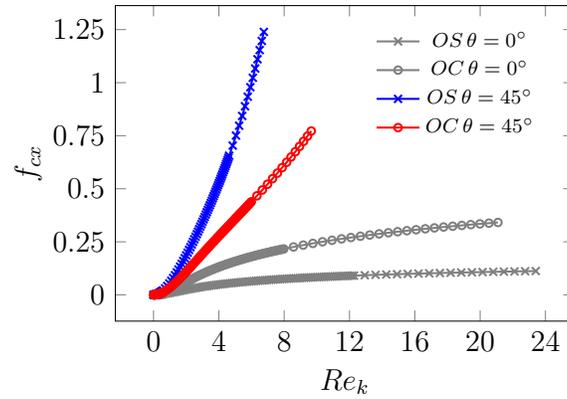
FIGURE 3.4 – Variation de la composante  $x$  du vecteur de correction inertielle,  $f_{cx}$ , pour les différents régimes, en fonction de  $Re_k$  pour OS (Fig. 3.1a) et OC (Fig. 3.1b).  $\epsilon = 75\%$ .  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ . (a) Régime d'inertie faible.  $f_{cx}$  est proportionnelle à  $Re_k^2$  (ou  $\langle v_{\beta x}^* \rangle^3$ ). OS,  $0,03 \leq Re_k \leq 0,33$ . OC,  $0,03 \leq Re_k \leq 0,48$ . (b) Régime d'inertie forte.  $f_{cx}$  est proportionnelle à  $Re_k$  (ou  $\langle v_{\beta x}^* \rangle^2$ ). OS,  $0,89 \leq Re_k \leq 2,31$ . OC,  $1,1 \leq Re_k \leq 2,68$ . (c) Régime au dessus de l'inertie forte. OS,  $8,16 \leq Re_k \leq 23,41$ . OC,  $5,53 \leq Re_k \leq 21,09$ .

A l’opposé, le régime au dessus de l’inertie forte est défini sur une large plage de  $Re_k$  (voir la Fig. 3.4 et la table 3.1) s’étalant sur près de 65% dans  $OS$  et 74% dans  $OC$  du régime laminaire stationnaire. Par ailleurs, en analysant les valeurs des coefficients  $E$  et  $F$  (Eq. 3.15) reportées dans la table 3.1, on remarque que  $E$  est environ 50 fois supérieur à  $F$  dans  $OS$  et  $OC$ . Cette observation suggère que pour cette configuration d’écoulement, le régime au dessus de l’inertie forte peut encore être caractérisé par une dépendance quadratique en vitesse. En effet, il est possible d’établir une relation linéaire, à partir des données des simulations, entre  $f_{cx}$  et  $Re_k$  (ou  $\langle v_{\beta x}^* \rangle^2$ ) comme dans le régime d’inertie forte si la condition sur le coefficient de corrélation est relaxée à  $R^2 \geq 0,99$ . Malgré cette ressemblance entre les deux régimes, le régime au dessus de l’inertie forte n’a pas été considéré stricto-sensu comme un régime d’inertie forte en raison des grandes vitesses qu’il implique, qui sont rarement atteintes en réalité dans ce genre de structures, et en raison de la longue transition entre le régime d’inertie faible et le régime au dessus de l’inertie forte, qui ne peut être ignorée.

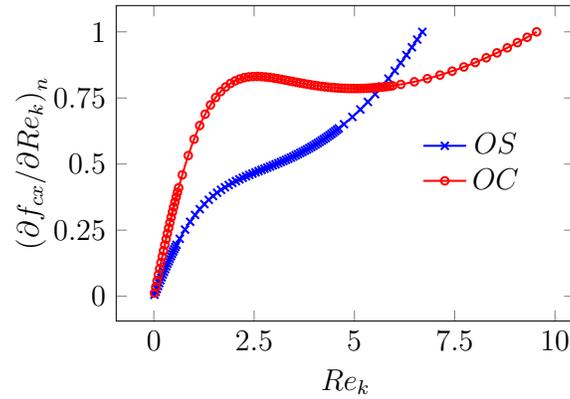
Par ailleurs, il est à noter, à partir des résultats de la table 3.1, que l’inertie croît plus rapidement dans  $OC$  comparée à  $OS$  comme en attestent les valeurs des coefficients  $A$ ,  $C$  et  $F$  qui sont supérieurs pour  $OC$  que pour  $OS$ .

### 3.3.2 Influence de l’orientation du $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta$

Dans le but d’étudier l’influence de l’orientation du gradient de pression moyenne,  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta$ , sur la déviation à la loi de Darcy, les résultats obtenus dans la section 3.3.1 qui précède, obtenus sur  $OS$  et  $OC$  avec  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ , sont comparés à ceux obtenus sur les mêmes structures avec un  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta$  orienté avec un angle  $\theta = 45^\circ$  par rapport à  $\mathbf{e}_x$  ( $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = (\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y) / \sqrt{2}$ ) et pour des nombres de Reynolds  $0 \leq Re^* \leq 12500$  équivalents à,  $0 \leq Re_k \leq 6,76$  sur  $OS$  et  $0 \leq Re_k \leq 9,66$  sur  $OC$ . L’orientation du gradient de pression moyenne suivant la diagonale, qui est aussi un axe de symétrie de la structure, conduit à  $f_{cx} = f_{cy}$ . De ce fait, la composante  $f_{cx}$  est considérée et les courbes  $f_{cx}(Re_k)$  sont présentées sur la Fig. 3.5.



(a)



(b)

FIGURE 3.5 – Variation de la composante  $x$  du vecteur de correction inertielle,  $f_{cx}$ , en fonction de  $Re_k$  pour  $OS$  (Fig. 3.1a) et  $OC$  (Fig. 3.1b).  $\epsilon = 75\%$ .  $\theta = 0^\circ$  correspond à  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$  et  $\theta = 45^\circ$  correspond à  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = (\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y) / \sqrt{2}$ . (a) Variation de  $f_{cx}$  en fonction de  $Re_k$ . (b) Variation de  $(\partial f_{cx} / \partial Re_k)_n$  avec  $Re_k$ . Normalisation par rapport au maximum de  $\partial f_{cx} / \partial Re_k$ .

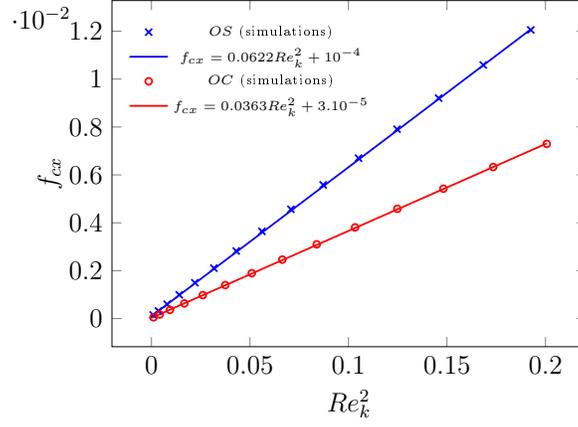
### 3.3.2.1 Correction inertielle $f_c$

Les résultats de la Fig. 3.5a montrent que l'inertie est plus intense dans les deux structures dans le cas où  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = (\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y) / \sqrt{2}$  que quand  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ . De nouveau, un argument portant sur la tortuosité de l'écoulement plus importante dans le premier cas (voir les valeurs sur la table 3.1) peut être avancé. En effet, quand  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = (\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y) / \sqrt{2}$ , la structure poreuse peut être vue comme une succession d'étranglements et d'élargissements qui force les lignes de courant à être plus tortueuses contrairement au cas où  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ , caractérisé par un effet de canal (voir Fig. 3.14). Par ailleurs, contrairement au cas où  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ , l'inertie est plus intense dans  $OS$  que dans  $OC$  quand  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = (\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y) / \sqrt{2}$ , en raison encore d'une tortuosité de l'écoulement plus importante pour  $OS$  que pour  $OC$  (table 3.1). Ces résultats confirment ceux de la section précédente concernant la dépendance de la déviation à la loi de Darcy par rapport à la microstructure et montrent aussi sa dépendance vis-à-vis de l'orientation du gradient de pression moyenne.

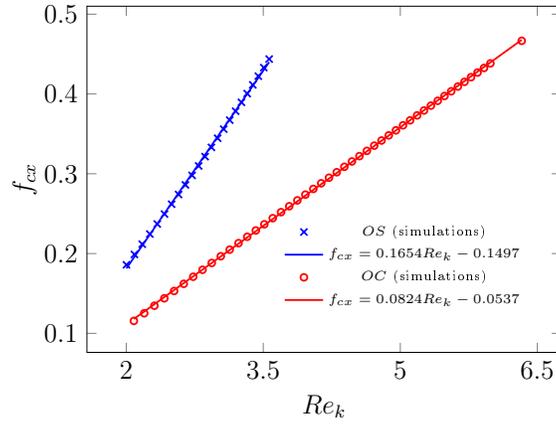
Concernant les régimes d'écoulement, comme dans le cas où  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ , les courbes  $(\partial f_{cx} / \partial Re_k)_n (Re_k)$  de la Fig. 3.5b montrent que pour  $Re_k \lesssim 0,5$ ,  $f_{cx}$  est proportionnelle à  $Re_k^2$ , correspondant au régime d'inertie faible. Par ailleurs, le régime d'inertie forte, où  $f_{cx}$  est proportionnelle à  $Re_k$ , est très mal identifié dans  $OS$  contrairement à  $OC$  où la courbe  $(\partial f_{cx} / \partial Re_k)_n (Re_k)$  présente un large plateau.

### 3.3.2.2 Régimes d'écoulement

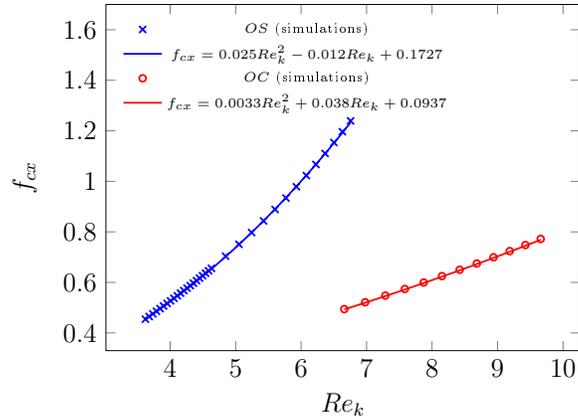
Les résultats de la table 3.1 et des Figs. 3.4a et 3.6a montrent que sur ces structures ordonnées ( $OS$  et  $OC$ ), l'intervalle de validité du régime d'inertie faible est quasi-insensible à la microstructure et à l'orientation du  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta$ . Il faut cependant noter que l'intensité de l'inertie reste dépendante de ces deux paramètres, comme le montre les différentes valeurs de  $A$ , à cause de sa dépendance vis-à-vis de la tortuosité.



(a)



(b)



(c)

FIGURE 3.6 – Variation de la composante  $x$  du vecteur de correction inertielle,  $f_{cx}$ , pour les différents régimes, en fonction de  $Re_k$  pour  $OS$  (Fig. 3.1a) et  $OC$  (Fig. 3.1b).  $\epsilon = 75\%$ .  $\theta = 45^\circ$  (*i.e.*  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = (\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y) / \sqrt{2}$ ). (a) Régime d’inertie faible.  $f_{cx}$  est proportionnelle à  $Re_k^2$  (ou  $\langle v_{\beta x}^* \rangle^3$ ).  $OS$ ,  $0,03 \leq Re_k \leq 0,44$ .  $OC$ ,  $0,032 \leq Re_k \leq 0,45$ . (b) Régime d’inertie forte.  $f_{cx}$  est proportionnelle à  $Re_k$  (ou  $\langle v_{\beta x}^* \rangle^2$ ).  $OS$ ,  $2 \leq Re_k \leq 3,56$ .  $OC$ ,  $2,08 \leq Re_k \leq 6,33$ . (c) Régime au dessus de l’inertie forte.  $OS$ ,  $3,62 \leq Re_k \leq 6,76$ .  $OC$ ,  $6,66 \leq Re_k \leq 9,66$ .

Par ailleurs, pour  $\theta = 45^\circ$ , l'intervalle de validité du régime d'inertie forte est plus large comparé au cas où  $\theta = 0^\circ$  (voir la table 3.1) même s'il ne persiste pas jusqu'à la limite de l'écoulement stationnaire et laisse toujours place à un écoulement au dessus de l'inertie forte qui occupe encore un large intervalle de  $Re_k$ .

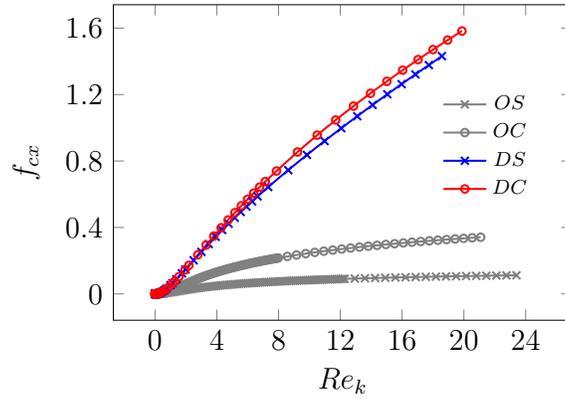
Les résultats de la table 3.1 indiquent que pour  $OS$  et  $\theta = 45^\circ$ , le coefficient  $E$  est deux fois supérieur à  $F$ , ce qui signifie que le régime au dessus de l'inertie forte est caractérisé plutôt par une dépendance cubique en vitesse comme dans le régime d'inertie faible, et contrairement au cas où  $\theta = 0^\circ$ . Concernant  $OS$ , quand  $\theta = 45^\circ$ ,  $F$  étant plus de 10 fois plus grand que  $E$ , le régime au dessus de l'inertie forte ressemble plutôt à un régime d'inertie forte à dépendance en  $\langle v_{\beta x}^* \rangle^2$ .

En conclusion, pour cette étude de structures ordonnées, mis à part le régime à faible inertie qui est toujours bien identifié, même si l'intensité de l'inertie y dépend de la microstructure et de l'orientation du  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta$ , les deux autres régimes inertiels restent des approximations. L'analyse de la déviation à la loi de Darcy sur tout le régime laminaire stationnaire a aussi révélé que le régime au dessus de l'inertie forte occupe une plage importante de  $Re_k$ .

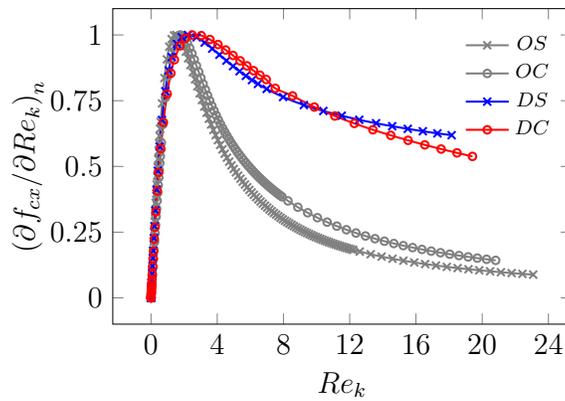
### 3.3.3 Influence du désordre structurel

Dans cette partie, l'impact du désordre structurel sur la déviation à la loi de Darcy est étudié pour des structures désordonnées  $DS$  et  $DC$  (Fig. 3.1) dont les VERs sont composés de  $30 \times 30$  inclusions. Les résultats de la table 3.1 montrent le caractère isotrope du tenseur de perméabilité  $\mathbf{K}^*$ . Les termes extra-diagonaux,  $K_{xy}^*$  et  $K_{yx}^*$  sont plus petits de deux ordres de grandeur que  $k^* = (K_{xx}^* + K_{yy}^*)/2$  et  $K_{xx}^* \approx K_{yy}^*$  car  $\frac{|K_{xx}^* - K_{yy}^*|}{k^*} < 2\%$ .

Il a été démontré dans le chapitre 2 que la taille du VER doit être déterminée à partir des résultats obtenus pour la plus grande valeur considérée du nombre de Reynolds. Afin de vérifier la validité du VER adopté, les résultats obtenus avec  $30 \times 30$  inclusions sont comparés avec deux précédentes études sur des structures désordonnées créées avec la même procédure. Dans ces deux études le comportement du VER est reproduit par la moyenne sur dix réalisations de structures désordonnées de  $10 \times 10$  inclusions. La première étude [75] concerne  $DS$ , tandis que la seconde [1]



(a)



(b)

FIGURE 3.7 – Variation de la composante  $x$  du vecteur de correction inertielle,  $f_{cx}$ , en fonction de  $Re_k$  pour les structures ordonnées ( $OS$ ,  $OC$ ) et désordonnées ( $DS$ ,  $DC$ ) de la Fig. 3.1.  $\epsilon = 75\%$ .  $\theta = 0^\circ$  (*i.e.*  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ ). (a) Variation de  $f_{cx}$  en fonction de  $Re_k$ . (b) Variation de  $(\partial f_{cx} / \partial Re_k)_n$  avec  $Re_k$ . Normalisation par rapport au maximum de  $\partial f_{cx} / \partial Re_k$ .

concerne  $DS$  et  $DC$ . Les résultats du présent travail sont clairement en accord avec ceux des deux précédentes études, ce qui montre que ces VERs composés de  $30 \times 30$  inclusions reproduisent bien le comportement macroscopique de la structure infinie.

Les simulations sur ces structures désordonnées sont réalisées pour  $0 \leq Re^* \leq 30000$ , équivalents à  $0 \leq Re_k \leq 18,58$  pour  $DS$  et  $0 \leq Re_k \leq 19,87$  pour  $DC$ .

### 3.3.3.1 Correction inertielle $f_c$

Les résultats de la table 3.1 montrent que leurs analogues désordonnées sont légè-

rement plus perméables que les ordonnées. De plus, pour  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ , l'écoulement étant plus tortueux en présence de désordre structurel, l'inertie est plus intense dans les structures désordonnées (Fig. 3.7a). Cette augmentation de tortuosité s'explique par le fait que les positions désordonnées des cylindres dans *DS* et *DC* perturbent les pseudo canaux parallèles à  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$  observés sur les structures ordonnées (Fig. 3.14b). Par conséquent, les chemins empruntés par le fluide deviennent plus longs afin de contourner les cylindres.

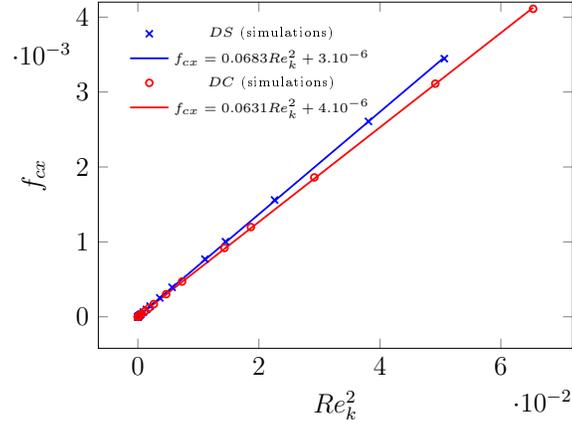
A partir de la Fig. 3.7a où les courbes  $f_{cx}(Re_k)$  de *DS* et *DC* sont pratiquement superposées et de la table 3.1 où les coefficients *A*, *C*, *E* et *F* des deux structures désordonnées sont très proches, il est possible de déduire qu'en présence de désordre structurel, la déviation à la loi de Darcy devient quasi-insensible à la microstructure. Cela peut être expliqué par le fait que la contribution du désordre aux effets inertiels est plus importante que celle inhérente à la forme des inclusions solides.

La Fig. 3.7b montre que, comme pour les structures ordonnées, le régime d'inertie faible est bien identifié sur les structures désordonnées. Cependant, le régime d'inertie forte est une approximation qui devient plus robuste en présence du désordre, puisque les courbes  $(\partial f_{cx} / \partial Re_k)_n(Re_k)$  présentent, sur un large intervalle de  $Re_k$  autour de  $Re_k \approx 2,6$ , une pente quasi-nulle.

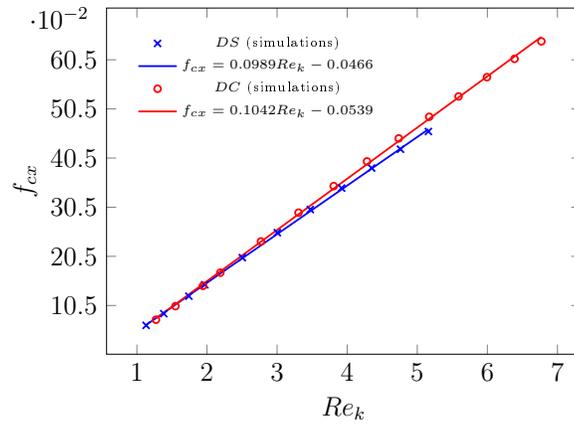
### 3.3.3.2 Régimes d'écoulement

Il apparaît à partir de la table 3.1 et de la Fig. 3.8a que le régime d'inertie faible dans les structures désordonnées est défini sur un intervalle de  $Re_k$  réduit, d'un facteur environ 2, par rapport à celui des structures ordonnées. Le même constat a été rapporté dans la littérature [75] et a permis d'expliquer pourquoi ce régime est généralement négligé dans le cas de structures poreuses naturelles (désordonnées pour la plupart). Par ailleurs, il apparaît clairement, à partir des valeurs de  $\Delta Re_k$  de la table 3.1, que l'intervalle de validité du régime d'inertie forte est plus large sur les structures désordonnées comparées aux structures ordonnées.

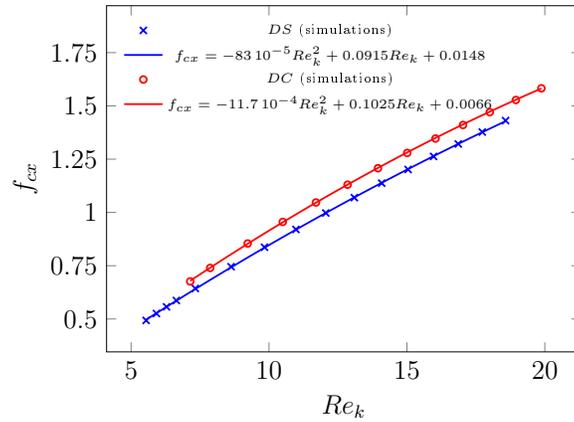
Concernant le régime au dessus de l'inertie forte, défini sur un large intervalle de  $Re_k$  (voir la table 3.1), et pour lequel le coefficient *F* est d'environ deux ordres



(a)



(b)



(c)

FIGURE 3.8 – Variation de la composante  $x$  du vecteur de correction inertielle,  $f_{cx}$ , pour les différents régimes, en fonction de  $Re_k$  pour  $DS$  (Fig. 3.1c) et  $DC$  (Fig. 3.1d).  $\epsilon = 75\%$ .  $\theta = 0^\circ$  (*i.e.*  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ ). (a) Régime d’inertie faible.  $f_{cx}$  est proportionnelle à  $Re_k^2$  (ou  $\langle v_{\beta x}^* \rangle^3$ ).  $DS$ ,  $1,51 \times 10^{-5} \leq Re_k \leq 0,22$ .  $DC$ ,  $1,71 \times 10^{-5} \leq Re_k \leq 0,26$ . (b) Régime d’inertie forte.  $f_{cx}$  est proportionnelle à  $Re_k$  (ou  $\langle v_{\beta x}^* \rangle^2$ ).  $DS$ ,  $1,13 \leq Re_k \leq 5,16$ .  $DC$ ,  $1,27 \leq Re_k \leq 6,77$ . (c) Régime au dessus de l’inertie forte.  $DS$ ,  $5,54 \leq Re_k \leq 18,58$ .  $DC$ ,  $7,14 \leq Re_k \leq 19,87$ .

de grandeur supérieur à  $E$ , sa ressemblance avec un régime fortement inertiel, à dépendance quadratique en vitesse, paraît évidente. Il y est donc possible, en relaxant la condition du coefficient de corrélation à  $R^2 \geq 0,99$ , d'établir une dépendance linéaire de  $f_{cx}$  vis-à-vis de  $Re_k$  dans cet intervalle du nombre de Reynolds.

A la lumière de tous les résultats présentés jusqu'ici (structures ordonnées ou non, orientation de  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta$ ), il apparaît clairement que le régime d'inertie forte, tel que défini jusqu'à présent, est parfois difficile à identifier sur des intervalles de  $Re_k$  significatifs. En revanche, en acceptant un régime de transition très long, ce régime d'inertie forte peut être retrouvé, correspondant à un intervalle de  $Re_k$  attribué plutôt au régime post-inertie forte dans les travaux publiés jusqu'à présent. On notera cependant que cette nouvelle identification n'a rien d'universel et est mise en défaut dans certaines situations ( $OS, \theta = 45^\circ$ ). On voit donc ici toute la complexité à uniformiser la classification des régimes d'inertie dans toutes les configurations de structures et d'écoulement.

### 3.3.4 Analyse de la structure de l'écoulement

Dans ce travail, l'idée d'une origine inertielle microscopique de la déviation à la loi de Darcy est retenue comme explication physique de base au comportement macroscopique. L'évolution de la structure microscopique de l'écoulement en fonction du nombre de Reynolds est analysée au moyen de différentes quantités. L'évolution de ces dernières avec  $Re_k$  est corrélée à l'apparition des différents régimes. Les intervalles de validité des régimes d'écoulement sont obtenus à partir des résultats précédents  $f_{cx}(Re_k)$ .

Dans un premier temps, le rôle des zones de recirculation est examiné. Par la suite, la structure microscopique de l'écoulement est analysée en termes de tortuosité et de distribution de l'énergie cinétique, quantifiée, dans ce travail, par sa variance. Deuxièmement, les effets du terme d'inertie à l'échelle microscopique sont analysés.

#### 3.3.4.1 Rôle des zones de recirculation

Dans cette partie, le rôle des zones de recirculation sur la déviation à la loi de Darcy est examiné. Ces zones sont identifiées sur l'ensemble des intervalles de

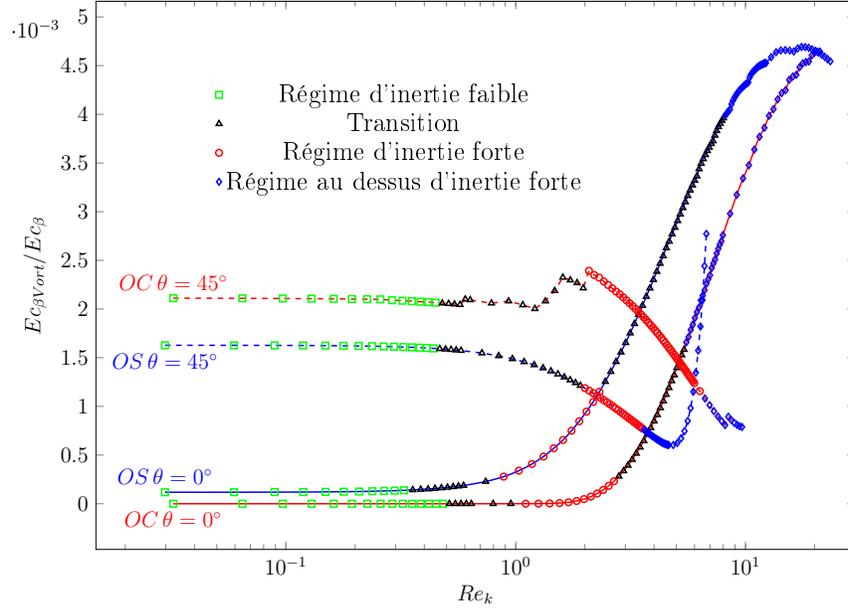


FIGURE 3.9 – Variation du rapport entre l'énergie cinétique dans les tourbillons et celle dans toute la phase  $\beta$ ,  $E_{c_{\beta V_{ort}}}/E_{c_{\beta}}$ , en fonction de  $Re_k$  pour OS (Fig. 3.1a) et OC (Fig. 3.1b) pour  $\theta = 0^\circ$  (i.e.  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ ) et  $\theta = 45^\circ$  (i.e.  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = (\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y)/\sqrt{2}$ ).  $\epsilon = 75\%$ . Les régimes d'écoulement sont ceux identifiés à partir des courbes  $f_{cx}(Re_k)$ .

nombres de Reynolds considérés précédemment sur les structures ordonnées, OS et OC, et avec les deux orientations différentes de l'écoulement,  $\theta = 0^\circ$  et  $\theta = 45^\circ$ . Elles consistent, comme présenté dans le chapitre 2, en deux tourbillons symétriques sur l'espace horizontal entre les cylindres successifs, et sont délimitées par des lignes de courant tracées en rouge sur la Fig. 3.14. Par la suite, le rapport entre l'énergie cinétique dans ces vortex, notée  $E_{c_{\beta V_{ort}}} = \int_{V_{\beta V_{ort}}} \mathbf{v}_\beta^{*2} dV$ , et l'énergie cinétique totale de la phase  $\beta$ , notée  $E_{c_{\beta}} = \int_{V_{\beta}} \mathbf{v}_\beta^{*2} dV$ , est évalué (voir Fig. 3.9). De plus, le rapport entre le volume des vortex (une surface pour les cas 2D considérés),  $V_{\beta V_{ort}}$ , et le volume total de la phase  $\beta$ ,  $V_{\beta}$  est examiné (Fig. 3.10). Il faut noter ici que des études antérieures se sont aussi intéressées au rôle de ces zones sur la déviation à la loi de Darcy [95,96].

La Fig. 3.9 montre que le rapport entre l'énergie cinétique dans les vortex et l'énergie cinétique totale dans le fluide,  $E_{c_{\beta V_{ort}}}/E_{c_{\beta}}$ , reste constant sur le régime

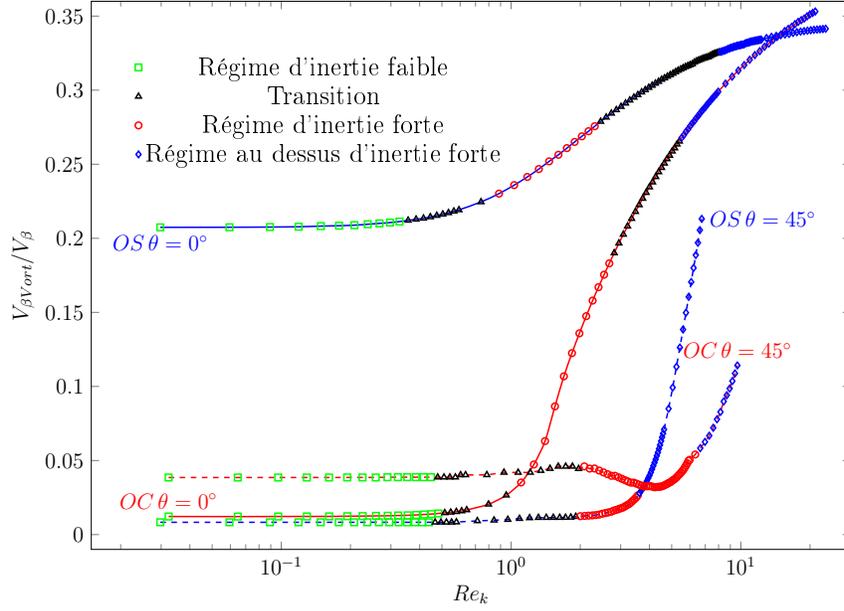


FIGURE 3.10 – Variation du rapport entre le volume occupé par les tourbillons et celui de la phase  $\beta$ ,  $V_{\beta V_{ort}}/V_{\beta}$ , en fonction de  $Re_k$  pour  $OS$  (Fig. 3.1a) et  $OC$  (Fig. 3.1b) pour  $\theta = 0^\circ$  (i.e.  $\nabla \langle p_{\beta}^* \rangle^{\beta} = \mathbf{e}_x$ ) et  $\theta = 45^\circ$  (i.e.  $\nabla \langle p_{\beta}^* \rangle^{\beta} = (\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y)/\sqrt{2}$ ).  $\epsilon = 75\%$ . Les régimes d'écoulement sont ceux identifiés à partir des courbes  $f_{cx}(Re_k)$ .

d'inertie faible. En revanche, ce rapport traduit des comportements très contrastés au-delà de  $Re_{kt}$ . De plus, il apparaît que l'énergie cinétique dans les zones de recirculation est négligeable (toujours inférieure à 0,5% de l'énergie cinétique totale du fluide, cf. Fig. 3.9). Ce résultat contraste avec une situation d'écoulement turbulent où les pertes d'énergie au niveau des vortex sont considérables.

Le rapport entre le volume des vortex et le volume total de la phase  $\beta$ ,  $V_{\beta V_{ort}}/V_{\beta}$ , est reporté sur la Fig. 3.10. Cette dernière montre que ce rapport demeure constant dans le régime d'inertie faible. Ce constat atteste que la structure de l'écoulement n'évolue pas (ou très peu) sur le régime d'inertie faible et ressemble fortement à celle observée en régime de Darcy.

La transition du régime d'inertie faible au régime à forte inertie coïncide avec une augmentation de  $V_{\beta V_{ort}}/V_{\beta}$  sur les deux structures ordonnées,  $OS$  et  $OC$ , et pour les deux orientations de  $\nabla \langle p_{\beta}^* \rangle^{\beta}$ ,  $\theta = 0^\circ$  et  $\theta = 45^\circ$ . Cependant, le taux de croissance de  $V_{\beta V_{ort}}/V_{\beta}$  est plus faible pour la seconde orientation comparé à la

première. L'augmentation de  $V_{\beta V_{ort}}/V_{\beta}$  est une indication de l'expansion des zones de recirculation avec  $Re_k$  comme le montre la Fig. 3.14. En effet, cette figure met en évidence l'élargissement de ces zones de recirculation (délimitées par des lignes de courant en rouge). Ces constatations mettent en évidence la corrélation qui existe entre la structure microscopique de l'écoulement et la transition du régime à faible inertie au régime fortement inertiel.

Il faut noter par ailleurs que l'évolution de  $V_{\beta V_{ort}}/V_{\beta}$ , correspondant à  $OC$  et  $\theta = 45^\circ$ , sur la Fig. 3.10, ne présente pas un caractère monotone comme dans les autres situations. Une analyse détaillée des champs de vitesse n'a pas permis d'élucider les raisons de ce comportement.

Contrairement à la valeur de l'énergie cinétique qui, dans les zones de recirculation, reste négligeable ( $Ec_{\beta V_{ort}}/Ec_{\beta} < 0,5\%$ ), le volume occupé par ces zones est très significatif. Il atteint en effet, 35% du volume total de la phase  $\beta$  sur les structures  $OS$  et  $OC$  quand  $\theta = 0^\circ$  ( $\nabla \langle p_{\beta}^* \rangle^{\beta} = \mathbf{e}_x$ ). Cela démontre le rôle important joué par ces zones de recirculation (vortex) dans le phénomène de déviation à la loi de Darcy. Leur variation de volume avec le nombre de Reynolds déforme les lignes de courant, ce qui a un effet direct sur la tortuosité de l'écoulement et sur la distribution de l'énergie cinétique dans la zone active de l'écoulement comme il sera démontré dans ce qui suit.

### 3.3.4.2 Tortuosité de l'écoulement

Après avoir déterminé le rôle des zones de recirculation dans la déviation à la loi de Darcy, la tortuosité de l'écoulement,  $T$ , est analysée. Elle est déterminée sur  $OS$  et  $OC$  pour les deux orientations de  $\nabla \langle p_{\beta}^* \rangle^{\beta}$  (Fig. 3.11). L'étude est aussi étendue aux cas de structures désordonnées  $DS$  et  $DC$ .

Ce type d'analyse, vis-à-vis de la tortuosité, a été utilisé dans une étude récente [117] sur une structure désordonnée de cylindres à section droite circulaire semblable à  $DC$ . Cependant, cette étude présente plusieurs faiblesses. La première se résume dans le fait qu'aucune justification n'est apportée par rapport au choix de ce paramètre (*i.e.*  $T$ ) pour expliquer l'origine à la déviation à la loi de Darcy. La seconde concerne les conclusions tirées de cette étude qui s'appuient sur une seule

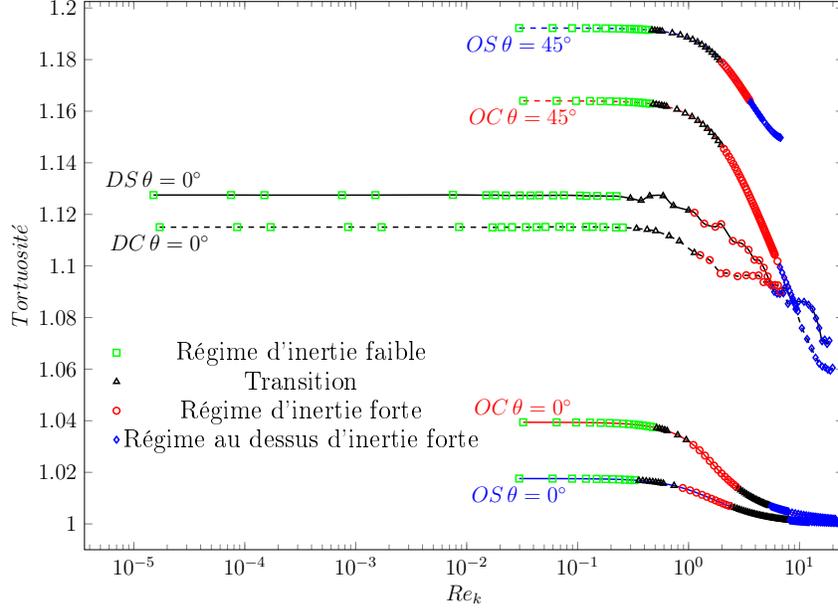


FIGURE 3.11 – Variation de la tortuosité de l'écoulement,  $T$  avec  $Re_k$  pour  $OS$  (Fig. 3.1a) et  $OC$  (Fig. 3.1b) pour  $\theta = 0^\circ$  (i.e.  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ ) et  $\theta = 45^\circ$  (i.e.  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = (\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y) / \sqrt{2}$ ).  $\epsilon = 75\%$ . Les régimes d'écoulement sont ceux identifiés à partir des courbes  $f_{cx}(Re_k)$ .

configuration d'écoulement, et dont on montrera qu'elles ne peuvent être généralisées à d'autres configurations.

Dans ce travail, la tortuosité de l'écoulement est examinée dans différentes situations afin d'exhiber des conclusions plus générales sur l'évolution de ce paramètre avec  $Re_k$  et sa corrélation avec l'apparition des différents régimes d'écoulement. La justification théorique de ce paramètre sera abordée dans la sous-section 3.3.5.

Il existe différentes définitions de la tortuosité de l'écoulement,  $T$ , dans la littérature [15, 34, 84]. L'une des relations les plus utilisées, donnée sous forme discrète, est

$$T \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \tilde{\tau}(r_i) \geq 1 \quad (3.18)$$

où  $\tilde{\tau}(r) = \tau(r)/l'$  est la tortuosité en un point donné  $r$ ,  $\tau(r)$  est la longueur de la ligne de courant passant par  $r$  et  $l'$  la longueur du domaine suivant  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta$ . Dans l'Eq. 3.18,  $N$  représente le nombre de points utilisés pour la discrétisation de la section

transversale arbitraire,  $A$ , au travers de laquelle  $T$  est évaluée. Cette section  $A$  doit être perpendiculaire au gradient de pression macroscopique  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta$ . Les sections  $A$  considérées sur les structures ordonnées sont désignées par des lignes en pointillés sur la Fig. 3.14 et correspondent à la frontière droite du domaine sur les structures désordonnées (Figs. 3.1c et 3.1d). Par ailleurs,  $A$  est discrétisée par des nœuds équidistants tels que, pour  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ ,  $N = 500$  sur  $OS$  et  $OC$  et  $N = 10000$  sur  $DS$  et  $DC$ . Pour  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = (\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y) / \sqrt{2}$ ,  $N = 400$  sur  $OS$  et  $N = 480$  sur  $OC$ . Il faut noter que les lignes de courant dans les zones de recirculation ne sont pas prises en compte dans le calcul de la tortuosité.

La Fig. 3.11 montre que la tortuosité de l'écoulement reste constante sur le régime d'inertie faible, où le volume des zones de recirculation est restreint (Figs. 3.14a et 3.14c). A partir de la transition entre les régimes faiblement et fortement inertiels, la tortuosité décroît à mesure que le  $Re_k$  augmente. Cette décroissance de  $T$  est une conséquence de l'élargissement des zones de recirculation (Figs. 3.14b et 3.14d).

Par ailleurs, la Fig. 3.11 montre que le comportement sigmoïdal de  $T(Re_k)$ , observé dans une analyse précédente [117], n'est identifié ici que sur les structures ordonnées  $OS$  et  $OC$  quand  $\theta = 0^\circ$  où à grand nombre de Reynolds  $T \approx 1$ . Ceci démontre que mis à part le fait que  $T$  soit constante sur le régime d'inertie faible et qu'elle décroît au début de la transition vers le régime à forte inertie, aucune autre conclusion concernant le comportement de  $T$  ne peut être généralisée à l'ensemble des structures poreuses.

### 3.3.4.3 Etude de la distribution de l'énergie cinétique

L'évolution de la distribution de l'énergie cinétique dans les structures modèles considérées est maintenant étudiée. La distribution de l'énergie cinétique est quantifiée par la variance de cette dernière,  $\text{Var}(\mathbf{v}_\beta^{*2})$  (Fig. 3.12).

Tout comme pour le cas de la tortuosité, ce type d'analyse a été mentionné dans une étude antérieure [61] sur une structure désordonnée de cylindres à section droite carrée (semblable à  $DS$ ). Toutefois, les conclusions tirées de cette analyse présentent les mêmes difficultés que celles concernant la tortuosité [117].

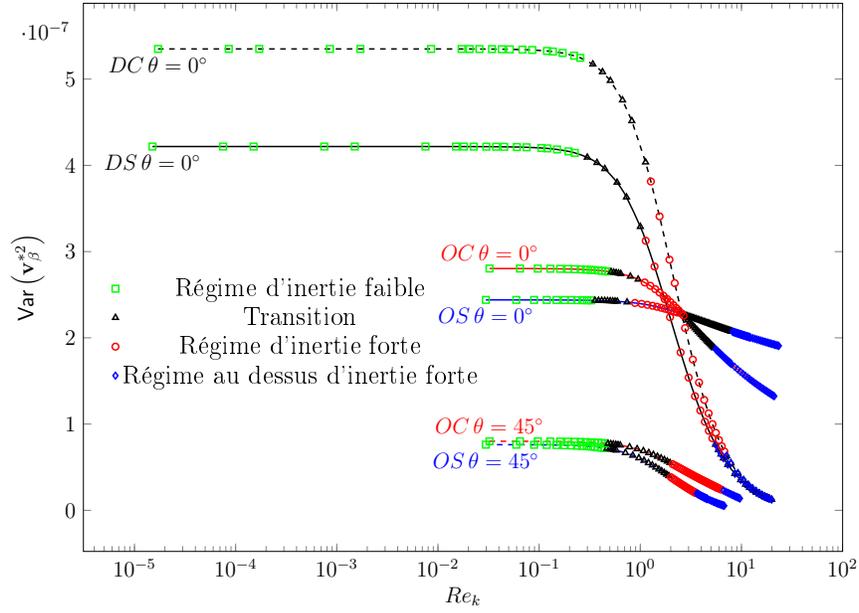


FIGURE 3.12 – Variation de la variance de l'énergie cinétique du fluide  $\beta$ ,  $\text{Var}(\mathbf{v}_\beta^{*2})$  avec  $Re_k$  pour les structures ordonnées ( $OS$ ,  $OC$ ) et désordonnées ( $DS$ ,  $DC$ ) de la Fig. 3.1 pour  $\theta = 0^\circ$  (*i.e.*  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ ) et  $\theta = 45^\circ$  (*i.e.*  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = (\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y) / \sqrt{2}$ ).  $\epsilon = 75\%$ . Les régimes d'écoulement sont ceux identifiés à partir des courbes  $f_{cx}(Re_k)$ .

La variance de l'énergie cinétique de l'écoulement,  $\text{Var}(\mathbf{v}_\beta^{*2})$ , est donnée par le théorème de Kőning-Huygens comme suit

$$\text{Var}(\mathbf{v}_\beta^{*2}) = \langle \mathbf{v}_\beta^{*4} \rangle^\beta - \left( \langle \mathbf{v}_\beta^{*2} \rangle^\beta \right)^2 \quad (3.19)$$

Comme observé pour  $T(Re_k)$  (Fig. 3.11), la Fig. 3.12 montre que la variance de l'énergie cinétique du fluide demeure constante pour le régime d'inertie faible pour toutes les structures et orientations de  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta$  considérées. Au-delà du régime à faible inertie, une décroissance marquée, caractérisant la transition vers le régime fortement inertiel, est observable. Il faut mentionner que cette décroissance de  $\text{Var}(\mathbf{v}_\beta^{*2})$  rend compte d'une distribution de l'énergie cinétique du fluide beaucoup plus homogène.

La décroissance de  $\text{Var}(\mathbf{v}_\beta^{*2})$  avec  $Re_k$  peut être expliquée par le fait que, pour le régime d'inertie faible, les zones de recirculation confinées forcent l'écoulement à être tortueux (Figs. 3.14a, 3.14c et 3.13a). Par conséquent, la section transversale des pseudo-canaux (voir Fig. 3.13) présente des constriction et des élargissements.

En invoquant un argument de conservation du débit massique, la vitesse de l'écoulement (et donc son énergie cinétique) se concentre donc principalement au niveau des constriction. D'autre part, à des nombres de Reynolds plus importants, l'expansion des zones de recirculation, qui implique une décroissance de la tortuosité de l'écoulement et l'existence de canaux préférentiels plus marquée, rend la section transversale des pseudo-canaux quasi-constante. Ceci entraîne alors une distribution plus homogène de l'énergie cinétique (Figs. 3.14b, 3.14d et 3.13b).

A partir des résultats de l'analyse de la structure microscopique de l'écoulement, il apparaît que la topologie de ce dernier reste invariable dans le régime faiblement inertiel. Ce constat est valable dans les différentes configurations considérées (différentes structures et orientations de  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta$ ), ce qui explique pourquoi ce régime est toujours identifié. Au-delà de ce régime, la structure de l'écoulement subit des évolutions très différentes et complexes d'une configuration à une autre, en fonction de la microstructure et de l'orientation de  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta$ . Ceci justifie les différents comportements de la déviation à la loi de Darcy observés précédemment.

### 3.3.5 Analyse des effets du terme d'inertie à l'échelle microscopique

Dans cette partie, la structure microscopique de l'écoulement est analysée au travers de quantités provenant d'une décomposition formelle du terme d'inertie à l'échelle microscopique. Cette analyse est une tentative de justification théorique à l'étude de la tortuosité et de la variance de l'énergie cinétique comme indicateurs des régimes d'écoulement qui ont été considérées dans la littérature et que nous avons reportés plus haut à partir de l'observation de l'écoulement à l'échelle microscopique.

Les effets du terme d'inertie  $(\mathbf{v}_\beta^* \cdot \nabla) \mathbf{v}_\beta^*$  à l'échelle microscopique sont donc analysés, plus particulièrement, son impact sur la structure microscopique de l'écoulement.

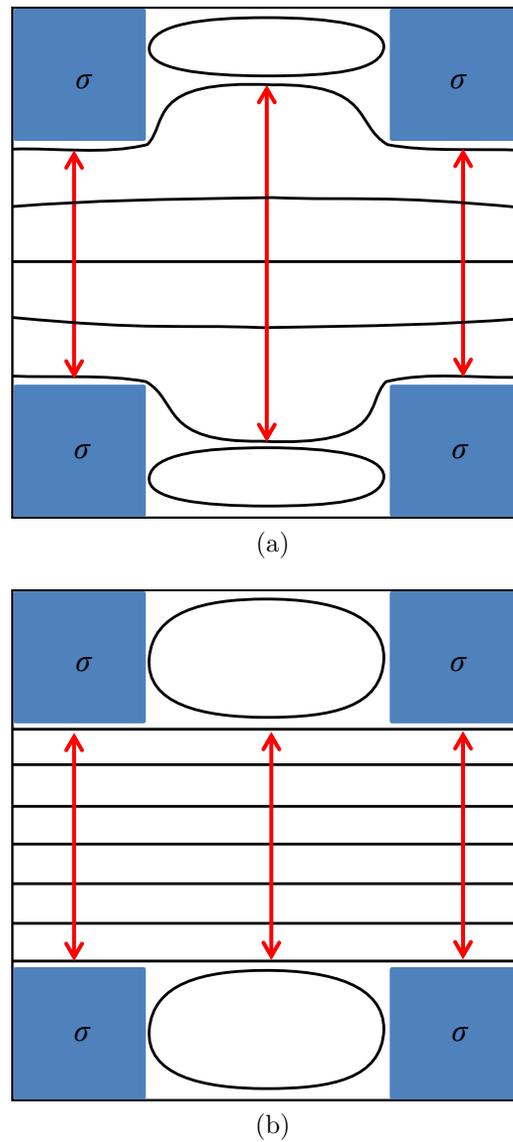


FIGURE 3.13 – Illustration des pseudo-canaux et des lignes de courant pour  $OS$ . La section des pseudo-canaux est désignée par des flèches à pointe double en rouge. Le VER de même taille que la cellule géométrique périodique est déplacé suivant les axes du treillis de cylindres.  $\epsilon = 75\%$ . (a) Régime d’inertie faible. (b) Limite de l’écoulement stationnaire.

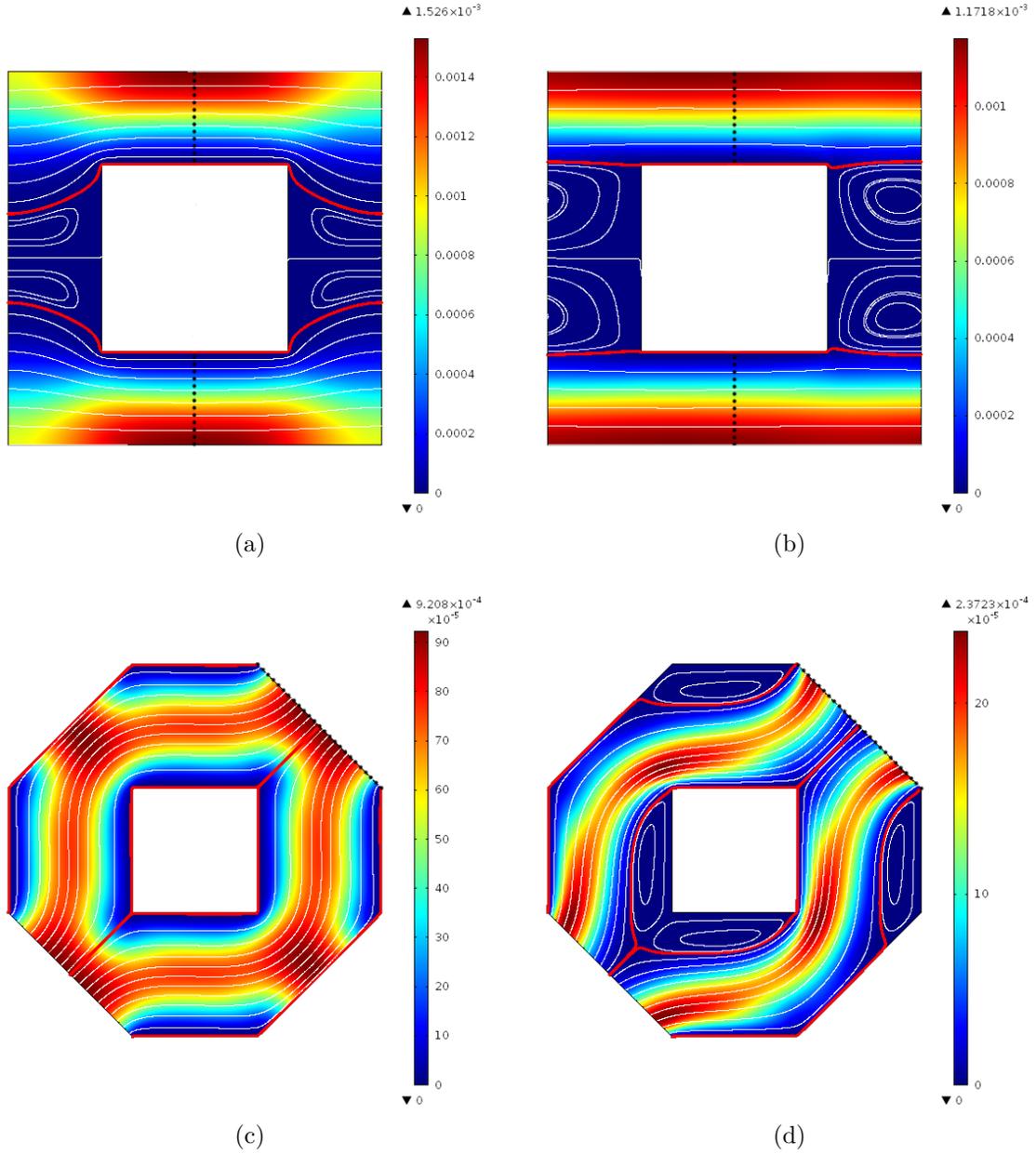


FIGURE 3.14 – Carte de couleur de l'énergie cinétique du fluide,  $\mathbf{v}_\beta^{*2}$  et lignes de courant stationnaires pour  $OS$  (Fig. 3.1a). Les lignes de courant épaisses en rouge délimitent les zones de recirculation. Les lignes en pointillés représentent les sections transversales arbitraires  $A \perp$  à  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta$ .  $\epsilon = 75\%$ . (a)  $\theta = 0^\circ$  (i.e.  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ ).  $Re_k = 0$  ( $Re_d = 0$ ). (b)  $\theta = 0^\circ$  (i.e.  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ ).  $Re_k = 23, 41$  ( $Re_d = 102, 52$ ). (c)  $\theta = 45^\circ$  (i.e.  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = (\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y) / \sqrt{2}$ ).  $Re_k = 0$  ( $Re_d = 0$ ). (d)  $\theta = 45^\circ$  (i.e.  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = (\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y) / \sqrt{2}$ ).  $Re_k = 6, 76$  ( $Re_d = 29, 59$ ).

Paradoxalement, ce terme a macroscopiquement une contribution parfaitement négligeable (*cf.* [11, 52, 94, 143]). Afin d'analyser l'effet du terme d'inertie sur la structure microscopique de l'écoulement, ce dernier est décomposé dans le repère local de Frenet où les vecteurs  $\mathbf{t}$  et  $\mathbf{n}$  forment une base orthonormale,  $\mathbf{t} = \frac{\mathbf{v}_\beta^*}{|\mathbf{v}_\beta^*|} = (t_x, t_y)$  étant le vecteur unitaire tangent aux lignes de courant en tout point et dirigé selon la vitesse de l'écoulement et  $\mathbf{n} = (-t_y, t_x)$  le vecteur unitaire normal direct. La décomposition est donnée comme suit

$$\left(\mathbf{v}_\beta^* \cdot \nabla\right) \mathbf{v}_\beta^* = \mathbf{v}_\beta^{*2} k \mathbf{n} + \frac{1}{2} \frac{d\mathbf{v}_\beta^{*2}}{ds} \mathbf{t} \quad (3.20)$$

où  $k\mathbf{n} = \frac{d\mathbf{t}}{ds}$  est la courbure locale des lignes de courant et  $s$  est l'abscisse curviligne. Par ailleurs, à titre indicatif, l'Eq. 3.20 peut aussi être écrite, dans le repère Galiléen original, par

$$\left(\mathbf{v}_\beta^* \cdot \nabla\right) \mathbf{v}_\beta^* = \mathbf{v}_\beta^{*2} k \mathbf{n} + \frac{1}{2\mathbf{v}_\beta^{*2}} \nabla \left(\mathbf{v}_\beta^{*2}\right) \cdot \mathbf{v}_\beta^* \mathbf{v}_\beta^* \quad (3.21)$$

A partir de cette décomposition (Eq. 3.20), la structure microscopique de l'écoulement est analysée au travers des deux grandeurs correspondant respectivement aux deux termes du membre de droite de l'Eq. 3.21. Le premier correspond à la moyenne intrinsèque de la valeur absolue de la courbure des lignes de courant multipliée par l'énergie cinétique locale,  $\left\langle \left| \mathbf{v}_\beta^{*2} k \mathbf{n} \right| \right\rangle^\beta$  (Fig. 3.15). Le second, caractérise la variation de l'énergie cinétique le long des lignes de courant suivant la direction de l'écoulement,  $\frac{1}{2} \left\langle \left| \frac{d\mathbf{v}_\beta^{*2}}{ds} \mathbf{t} \right| \right\rangle^\beta$  (Fig. 3.16). Ces deux dernières quantités sont considérées en valeur absolue puisque, en raison de la symétrie de l'écoulement dans les structures ordonnées,  $\left\langle \mathbf{v}_\beta^{*2} k \mathbf{n} \right\rangle^\beta = 0$  et  $\frac{1}{2} \left\langle \frac{d\mathbf{v}_\beta^{*2}}{ds} \mathbf{t} \right\rangle^\beta = 0$  sur une cellule unitaire complète.

### 3.3.5.1 Analyse de $\left\langle \left| \mathbf{v}_\beta^{*2} k \mathbf{n} \right| \right\rangle^\beta$

L'analyse de l'effet microscopique du premier terme du membre de droite de l'Eq. 3.21 est présentée ici.

L'analyse des courbes  $\left\langle \left| \mathbf{v}_\beta^{*2} k \mathbf{n} \right| \right\rangle^\beta (Re_k)$ , de la Fig. 3.15, montre que la valeur de  $\left\langle \left| \mathbf{v}_\beta^{*2} k \mathbf{n} \right| \right\rangle^\beta$  reste constante sur le régime faiblement inertiel. Ceci atteste d'une struc-

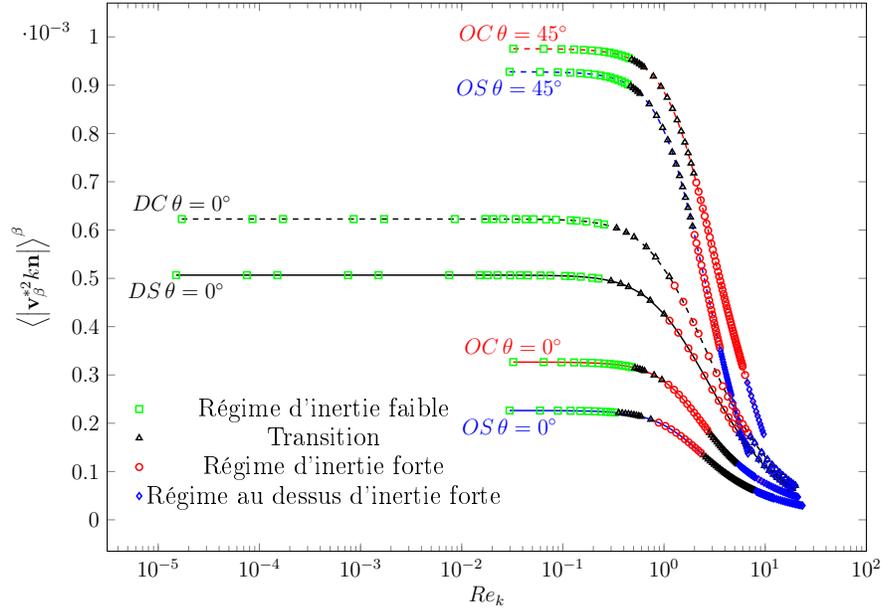


FIGURE 3.15 – Variation de  $\langle |\mathbf{v}_\beta^{*2} k \mathbf{n}| \rangle^\beta$  avec  $Re_k$  pour les structures ordonnées ( $OS$ ,  $OC$ ) et désordonnées ( $DS$ ,  $DC$ ) de la Fig. 3.1 pour  $\theta = 0^\circ$  (*i.e.*  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ ) et  $\theta = 45^\circ$  (*i.e.*  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = (\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y) / \sqrt{2}$ ).  $\epsilon = 75\%$ . Les régimes d'écoulement sont ceux identifiés à partir des courbes  $f_{cx}(Re_k)$ .

ture d'écoulement invariable et ressemblant à celle d'un écoulement visqueux où les lignes de courant sont tortueuses comme le montre les Figs. 3.14a et 3.14c. Le début de la transition entre les régimes faiblement et fortement inertiels est caractérisée par un changement brutal de  $\langle |\mathbf{v}_\beta^{*2} k \mathbf{n}| \rangle^\beta$ . En effet, la valeur de cette dernière diminue fortement avec  $Re_k$ , ce qui signifie que les lignes de courant tendent à être moins courbées comme l'attestent les Figs. 3.14b et 3.14d. Au-delà de cette transition, la valeur de  $\langle |\mathbf{v}_\beta^{*2} k \mathbf{n}| \rangle^\beta$  continue de décroître mais il est cependant impossible de faire une distinction entre le régime d'inertie forte, qui a été identifié précédemment comme une approximation, et le régime au dessus de l'inertie forte.

### 3.3.5.2 Analyse de $\frac{1}{2} \left\langle \left| \frac{d\mathbf{v}_\beta^{*2}}{ds} \mathbf{t} \right| \right\rangle^\beta$

Dans cette partie, l'effet microscopique du second terme dans le membre de droite de l'Eq. 3.21 est analysé. La variation de la quantité  $\frac{1}{2} \left\langle \left| \frac{d\mathbf{v}_\beta^{*2}}{ds} \mathbf{t} \right| \right\rangle^\beta$  avec le nombre de Reynolds est présentée sur la Fig. 3.16.

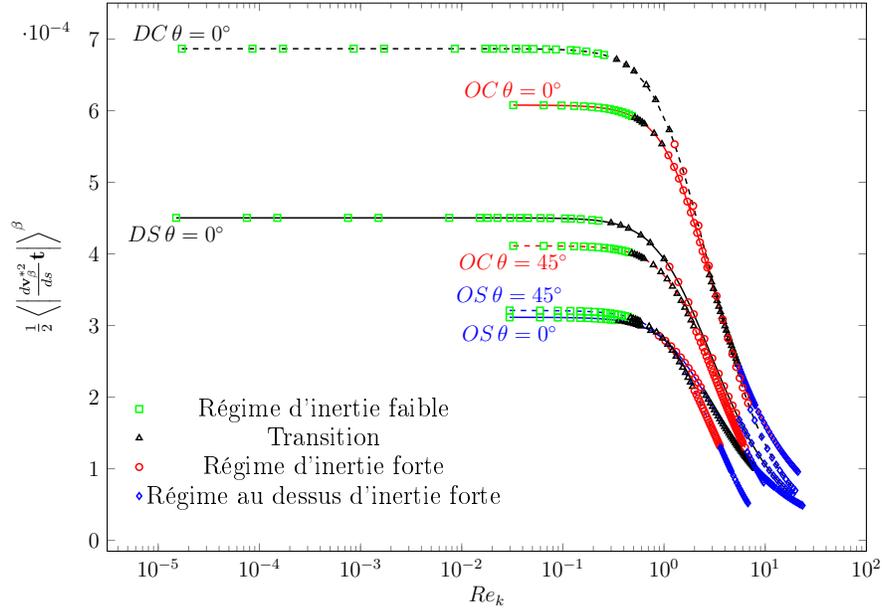


FIGURE 3.16 – Variation de  $\frac{1}{2} \left\langle \left| \frac{d\mathbf{v}_\beta^{*2}}{ds} \mathbf{t} \right| \right\rangle^\beta$  avec  $Re_k$  pour les structures ordonnées ( $OS$ ,  $OC$ ) et désordonnées ( $DS$ ,  $DC$ ) de la Fig. 3.1 pour  $\theta = 0^\circ$  (*i.e.*  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ ) et  $\theta = 45^\circ$  (*i.e.*  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = (\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y)/\sqrt{2}$ ).  $\epsilon = 75\%$ . Les régimes d'écoulement sont ceux identifiés à partir des courbes  $f_{cx}(Re_k)$ .

Tout comme observé pour les autres paramètres ( $T$ ,  $\text{Var}(\mathbf{v}_\beta^{*2})$ , etc), la Fig. 3.16 montre que la valeur de  $\frac{1}{2} \left\langle \left| \frac{d\mathbf{v}_\beta^{*2}}{ds} \mathbf{t} \right| \right\rangle^\beta$  reste toujours constante pour le régime à faible inertie. Lorsque  $Re_k$  augmente, une diminution brusque de cette dernière survient au début de la transition vers le régime d'inertie forte. Cette diminution indique que la variation de l'énergie cinétique le long des lignes de courant devient de plus en plus faible à mesure que  $Re_k$  augmente. En effet, la décroissance de  $\frac{1}{2} \left\langle \left| \frac{d\mathbf{v}_\beta^{*2}}{ds} \mathbf{t} \right| \right\rangle^\beta$  avec  $Re_k$  est due, comme expliqué dans l'analyse de  $\text{Var}(\mathbf{v}_\beta^{*2})$ , à la tendance de l'écoulement à emprunter des pseudo-canaux préférentiels de même section (Figs. 3.14 et 3.13).

En résumé, l'analyse de la structure microscopique de l'écoulement a montré que cette dernière reste invariable sur un intervalle de  $Re_k$  qui coïncide avec le régime d'écoulement faiblement inertiel, ce qui explique l'identification de ce régime dans toutes les configurations d'écoulement considérées. Au-delà de ce régime, l'évolution de la structure de l'écoulement peut être reliée à deux quantités impliquant respectivement la courbure des lignes de courant et la variation de l'énergie cinétique le long

de ces lignes. Les différents modes de variation ainsi que le couplage entre ces deux quantités expliquent les différentes formes de la correction inertielle à la loi de Darcy qui ont pu être observées. Il faut mentionner que ces variations sont enclenchées par l'élargissement des zones de recirculation.

Les deux grandeurs évaluées ici, provenant du terme microscopique inertiel, sont liées aux grandeurs évaluées dans la section précédente,  $T$  et  $\text{Var}(\mathbf{v}_\beta^{*2})$  et en justifie l'utilisation comme indicateurs des régimes d'inertie faite dans la littérature. En effet, la tortuosité de l'écoulement est directement liée à la courbure des lignes de courant (plus ces lignes sont courbées, plus l'écoulement est tortueux). Cependant, notre décomposition montre qu'il serait plus convenable de considérer la tortuosité multipliée par l'énergie cinétique locale, comme l'indique le terme microscopique inertiel impliquant la courbure, et ce afin de donner un poids différent à chaque ligne de courant en fonction de son énergie cinétique.

### 3.4 Conclusions

Dans ce chapitre, la correction inertielle à la loi de Darcy sur des structures poreuses modèles  $2D$  ordonnées et désordonnées, a été analysée et son comportement a été corrélé à celui de la structure de l'écoulement. La correction inertielle a été obtenue à partir de la résolution numérique d'un problème de fermeture (sous forme fermée) résultant du changement d'échelle par prise de moyenne volumique des équations de Navier-Stokes.

La dépendance de la déviation à la loi de Darcy vis-à-vis de la microstructure et de l'orientation du gradient de pression a été démontrée. Elle est expliquée par le fait que ces deux paramètres influent directement sur la tortuosité de l'écoulement, de laquelle dépend l'intensité de l'inertie. Il a aussi été démontré que l'influence de la microstructure sur la correction inertielle devient très faible en présence de désordre structurel, qui par ailleurs, amplifie significativement l'intensité de l'inertie. En fonction des différents comportements de la déviation à la loi de Darcy, l'écoulement a été classé en différents régimes. Les principales constatations à retenir pour chaque régime sont

- Le régime d'inertie faible, où la correction inertielle a une dépendance cubique vis-à-vis de la vitesse de filtration, est bien défini sur les différentes microstructures, différentes orientations de l'écoulement macroscopique et aussi bien sur des structures ordonnées que désordonnées même si son intervalle de validité devient plus étroit en présence de désordre.
- Concernant le régime d'inertie forte (ou régime de Forchheimer), où la correction inertielle est proportionnelle au carré de la vitesse de filtration, il a été observé que ce régime n'est pas clairement identifié et n'est par conséquent qu'une approximation qui dépend de la microstructure et de l'orientation du gradient de pression moyenne. Il est cependant important de noter que le désordre de la structure implique un intervalle de validité plus étendu pour ce régime.
- En plus de ces deux régimes, un régime au dessus de l'inertie forte a été identifié, sur de larges intervalles de nombre de Reynolds, sur toutes les structures, à partir de la limite supérieure de validité du régime fortement inertiel et jusqu'à la première bifurcation de Hopf. Pour ce régime, la dépendance de la correction inertielle vis-à-vis de la vitesse de filtration est tantôt quadratique, tantôt cubique en fonction de la structure et de l'orientation de l'écoulement.

Par ailleurs, l'analyse des zones de recirculation dans l'écoulement a démontrée que l'énergie cinétique perdue dans ces dernières était négligeable comparée à celle de toute la phase fluide et ne peut donc pas être à l'origine de la déviation à la loi de Darcy. En revanche, le volume occupé par ces zones est particulièrement important, non seulement proportionnellement au volume total du fluide, mais également du point de vue de son évolution en fonction du nombre de Reynolds qui a été corrélée aux régimes d'écoulement. En effet, le volume de ces zones reste constant sur le régime d'inertie faible, puis commence à croître au début de la transition entre les régimes faiblement et fortement inertiels.

De plus, la structure de l'écoulement a été aussi analysée au travers de la moyenne de courbure des lignes de courant multipliée par l'énergie cinétique locale et de la variation de l'énergie cinétique le long de ces lignes. Ces paramètres ont été obtenus

à partir d'une décomposition (dans le repère de Frenet) du terme de convection dans les équations de Navier-Stokes. Ils justifient les analyses en termes de tortuosité et de variance de l'énergie cinétique utilisées de manière heuristique dans la littérature [61, 117]. A partir de ces analyses, il a été trouvé que

- En raison de la constance du volume des zones de recirculation pour le régime d'inertie faible, ce dernier est caractérisé par une courbure constante des lignes de courant (et donc une tortuosité constante). De plus la variation de l'énergie cinétique le long de ces lignes est invariable aussi. Ceci explique pourquoi ce régime est toujours identifié.
- A partir de la transition du régime à faible inertie au régime à forte inertie, l'expansion des zones de recirculation avec le nombre de Reynolds entraine une décroissance de la courbure des lignes de courant (*i.e.* une décroissance de la tortuosité). Cette expansion tend aussi à homogénéiser la distribution de l'énergie cinétique dans le système et à atténuer la variation de l'énergie cinétique le long des lignes de courant. Cependant, l'évolution de la courbure des lignes de courant multipliée par l'énergie cinétique locale et la variation de l'énergie cinétique le long de ces lignes au-delà du régime d'inertie faible est difficile à prédire. Elle dépend en effet fortement de la structure et de l'orientation de l'écoulement. Ceci explique pourquoi, au-delà de ce régime, différentes formes de correction inertielle peuvent être observées.



# Chapitre 4

## Une analyse approfondie de l'écoulement inertiel dans des structures poreuses modèles $3D$

Dans ce chapitre, la déviation à la loi de Darcy, sur des structures poreuses modèles  $3D$ , est étudiée afin de diagnostiquer si un effet  $3D$  sur cette déviation existe. Plus particulièrement, la dépendance de la correction inertielle vis-à-vis de la microstructure, de l'orientation du gradient de pression moyenne et du désordre est analysée numériquement en se basant sur le même modèle physique et la même méthodologie que ceux adoptés dans le chapitre 3. Concernant les régimes d'écoulement, aucun effet spécifique au caractère  $3D$  de l'écoulement sur la correction inertielle n'est observé. On montre, comme sur les structures  $2D$ , que (i) le régime d'inertie faible est très bien identifié pour les différentes microstructures, orientations de gradient de pression moyenne et sur les structures ordonnées ou désordonnées même si son intervalle de validité en termes de  $Re_k$  est plus court sur ces dernières et dépend, ainsi que l'intensité de l'inertie, de ces trois paramètres, (ii) le régime d'inertie forte (régime de Forchheimer) est une approximation qui dépend fortement de la microstructure et de l'orientation du gradient de pression moyenne qui devient plus robuste en présence du désordre structurel. Par ailleurs, à partir de l'analyse de l'évolution de la structure microscopique de l'écoulement en termes de tortuosité, on montre que, comme sur les structures  $2D$ , (a) plus l'écoulement est tortueux, plus

l'inertie est importante, (b) le régime d'inertie faible est caractérisé par une tortuosité qui reste constante, (c) la transition entre les régimes faiblement et fortement inertiels coïncide avec un changement brutal de tortuosité et (d) contrairement aux structures  $2D$ , alors que le régime de forte inertie est caractérisé par une diminution de tortuosité dans les structures ordonnées (effet de canal), une augmentation est observée sur les structures désordonnées.

## 4.1 Introduction

Après avoir étudié la déviation à la loi de Darcy sur des structures  $2D$  dans le chapitre 3, l'effet du caractère  $2D$  ou  $3D$  de la structure poreuse sur la déviation à la loi Darcy, suggéré dans la littérature [43], est analysé. L'écoulement monophasique inertiel stationnaire d'un fluide newtonien incompressible dans des conditions isothermes est considéré dans des structures poreuses modèles  $3D$ .

Compte tenu du besoin important en ressources informatiques et en temps de calcul, l'analyse numérique de la déviation à la loi de Darcy, de nature inertielle, sur des structures poreuses désordonnées  $3D$  fait toujours défaut dans la littérature. Dans ce chapitre, les structures poreuses modèles de porosité  $\epsilon = 75\%$  considérées consistent en une structure de cubes ordonnés sur un réseau cubique (appelée *OSC*, Fig. 4.1a), une structure de sphères ordonnées sur un réseau cubique (*OSS*, Fig. 4.1b) et une structure désordonnée de cubes (*DSC*, Fig. 4.1c) obtenue par le placement aléatoire des cubes (de même taille) dans chaque cellule du réseau cubique. Les propriétés effectives apparaissant dans le modèle macroscopique résultant du changement d'échelle par prise de moyenne des équations de Navier-Stokes à l'échelle du pore sont déterminées numériquement (à l'aide du logiciel Comsol) de la même manière que dans le chapitre 3 (voir chapitre 3, section 3.2). A partir des résultats obtenus, présentés dans la section 4.3, la dépendance de la correction inertielle (non-linéaire) vis-à-vis de la microstructure, de l'orientation du gradient de pression, et du désordre structurel, est examinée.

Finalement, la structure microscopique de l'écoulement, caractérisée par la tortuosité (déterminée à partir de différentes définitions), est analysée et corrélée à

l'apparition des différents régimes inertiels.

## 4.2 Modèle physique et méthodologie

L'écoulement monophasique stationnaire isotherme d'un fluide newtonien incompressible  $\beta$  au travers des structures mentionnées plus haut est considéré. De la même manière que dans les chapitres 2 et 3, un VER (Fig. 4.2), de longueur caractéristique  $l$ , contenant toutes les propriétés locales du transport, est extrait de la structure réelle et des conditions aux limites périodiques sont employées. Le problème aux valeurs initiales et aux limites adimensionnel sur le VER est donné dans le chapitre 2 par les Eqs. 2.3. Quant au modèle adimensionnel régissant l'écoulement à l'échelle locale, obtenu par prise de moyenne volumique des équations microscopiques, il est donné dans le chapitre 3 par les Eqs. 3.2 et 3.3 et le problème de fermeture adimensionnel (sous forme fermée) associé, dans le chapitre 3 par les Eqs. 3.8.

De la même manière que dans le chapitre 3, la résolution numérique du problème de fermeture adimensionnel sous forme fermée (Eqs. 3.8), par la méthode décrite dans la section 3.2.5, fournit les tenseurs macroscopiques, de perméabilité  $\mathbf{K}^*$  pour  $Re^* = 0$  et de perméabilité apparente  $\mathbf{H}^*$  (ou bien  $\mathbf{F}^*$  donné par l'Eq. 3.6) pour un  $Re^*$  non-nul. A partir des solutions obtenues sur les différentes structures considérées et pour les différentes orientations du  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta$ , la déviation à la loi de Darcy est étudiée en analysant la dépendance du vecteur de correction inertielle  $\mathbf{f}_c$  (Eq. 3.9) par rapport au nombre de Reynolds  $Re_k$  (Eq. 2.6). De plus, les champs de vitesse microscopiques, correspondant aux différents  $Re^*$  sont déterminés à partir de l'Eq. 3.7 afin de pouvoir analyser la structure microscopique de l'écoulement (calcul de tortuosité dans ce chapitre).

D'une manière générale, le lecteur peut se référer à la section 3.2 pour plus de détails sur la méthodologie.

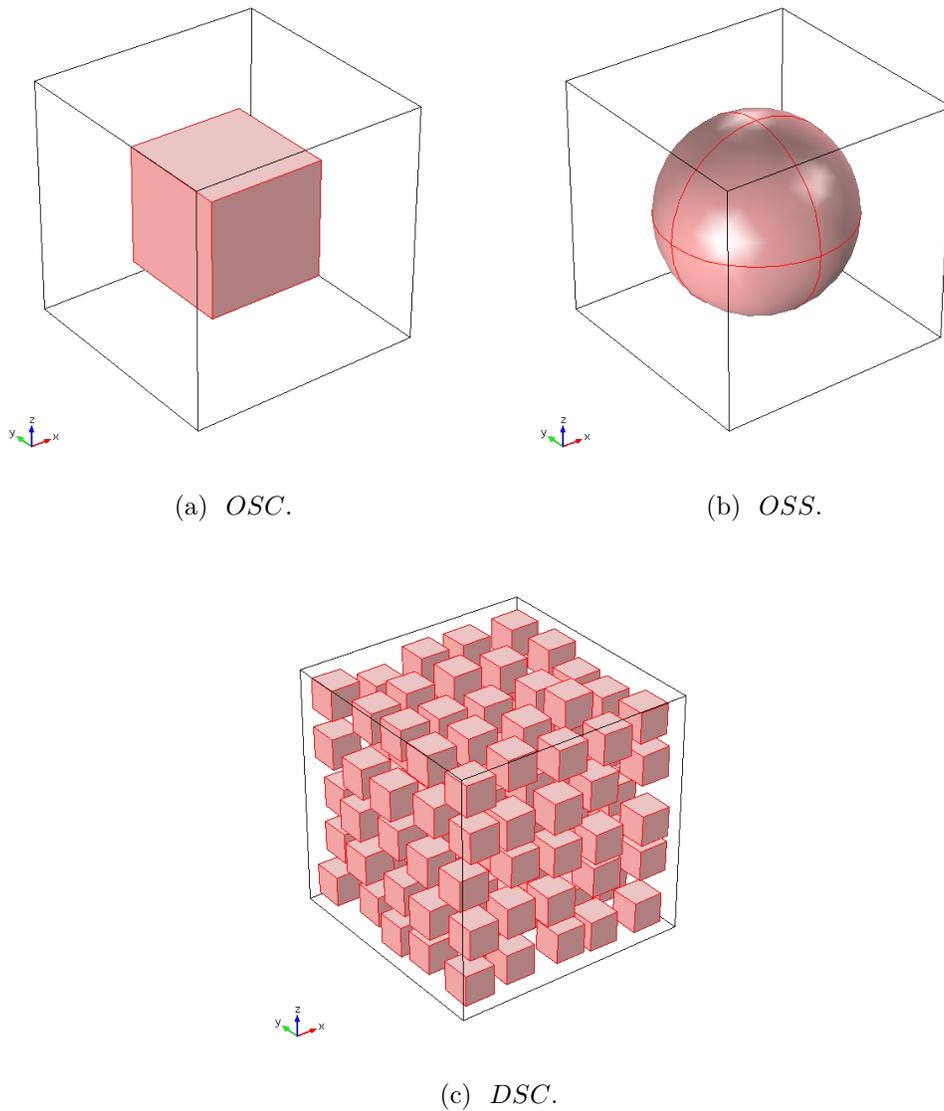


FIGURE 4.1 – Structures poreuses modèles 3D considérées.  $\epsilon = 75\%$ . (a) *OSC*. Cubes ordonnés dans un réseau cubique. VER composé de  $1 \times 1$  cellule unitaire géométrique. (b) *OSS*. Sphères ordonnées dans un réseau cubique. VER composé de  $1 \times 1$  cellule unitaire géométrique. (c) *DSC*. Cubes désordonnés dans un réseau cubique. Réalisation composée de  $5 \times 5 \times 5$  inclusions.

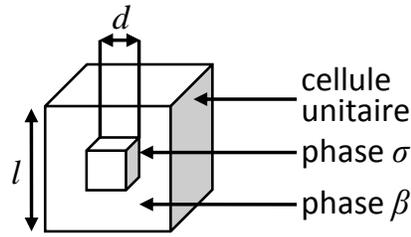


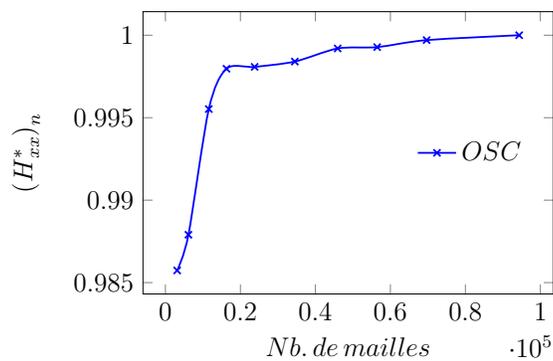
FIGURE 4.2 – Volume Élémentaire Représentatif de *OSC* dans le cas d'un écoulement stationnaire.

### 4.2.1 Sensibilité au maillage

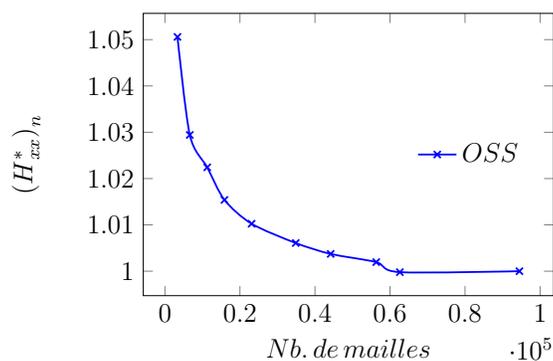
La dépendance de la solution au problème de fermeture adimensionnel (Eqs. 3.8) par rapport au nombre d'éléments du maillage est étudiée dans les trois structures 3D considérées (voir Fig. 4.1). Avec  $\langle \nabla p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ , la variation de la première composante du tenseur de perméabilité apparente adimensionnel, normalisée par la valeur obtenue avec le maillage le plus fin,  $(H_{xx}^*)_n$ , en fonction de  $Re_k$ , est présentée sur la Fig. 4.3. Pour la même raison que dans le chapitre 3, l'analyse est réalisée pour les valeurs maximales des nombres de Reynolds considérés dans chaque structure (les valeurs sont précisées sur la Fig. 4.3).

Une faible sensibilité de  $(H_{xx}^*)_n$  vis-à-vis de la taille du maillage, pour les intervalles de taille considérées, est observée pour *OSC* (Fig. 4.3a) et *OSS* (Fig. 4.3b). En effet, un rapport de 28, entre le nombre de mailles dans le maillage le plus fin et le plus grossier, n'engendre qu'une variation sur la valeur de  $(H_{xx}^*)_n$ , d'environ 5% pour *OSS* et moins de 1,5% pour *OSC*. Les maillages adoptés dans ces structures ordonnées comportent 69661 éléments pour *OSC* et 62626 éléments pour *OSS*. Ces tailles de maillage, plus fins que ce qui est nécessaire, sont retenus afin de permettre une détermination plus précise des lignes de courant par la suite.

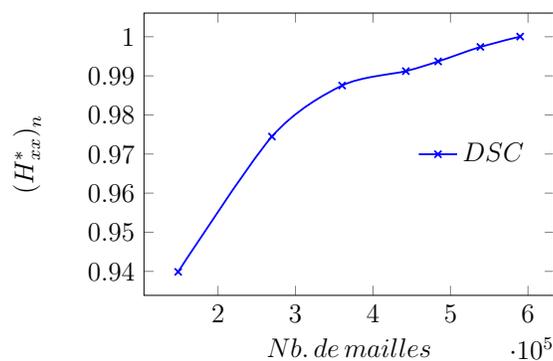
L'étude de la sensibilité de  $(H_{xx}^*)_n$  par rapport à la taille du maillage dans une réalisation de *DSC*, composée de  $5 \times 5 \times 5$  inclusions, a montré qu'avec un maillage d'environ 300000 éléments, l'erreur relative sur la valeur de  $(H_{xx}^*)_n$  par rapport à un maillage deux fois plus fin, n'est que de 2% (Fig. 4.3c). A partir de cette observation, le nombre minimal de mailles dans chaque réalisation de *DSC* est de 442398 mailles.



(a)



(b)



(c)

FIGURE 4.3 – Variation de  $H_{xx}^*$  normalisé en fonction du nombre de mailles pour les structures de la Fig. 4.1. Normalisation par rapport au  $H_{xx}^*$  obtenu avec le maillage le plus fin.  $\epsilon = 75\%$ .  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ . (a) *OSC* (Fig. 4.1a),  $Re^* = 6000$  ( $Re_k = 7, 41$ ). (b) *OSS* (Fig. 4.1b),  $Re^* = 6000$  ( $Re_k = 9, 77$ ). (c) *DSC* (Fig. 4.1c),  $Re^* = 7000$  ( $Re_k = 7, 32$ ).

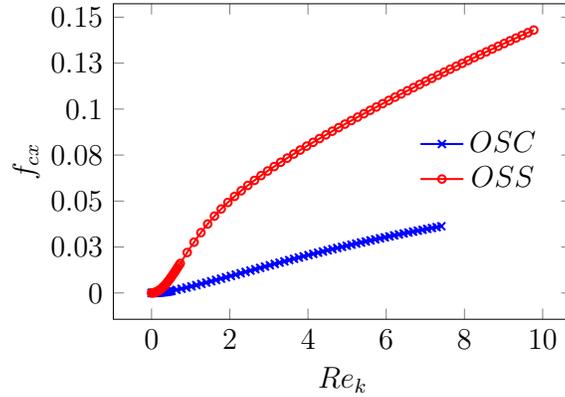
### 4.3 Résultats et discussion

La procédure décrite dans la section 4.2 a été appliquée aux structures 3D, de la Fig. 4.1, considérées dans ce chapitre pour une orientation  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$  (*i.e.*  $\theta = 0^\circ$ ). Dans le cas des structures ordonnées, *OSC* et *OSS*, le VER considéré correspond, pour un écoulement stationnaire, à une cellule unitaire géométrique comme montré sur les Figs. 4.1a et 4.1b. Cependant, concernant *DSC*, puisque des simulations sur un VER de la structure désordonnée nécessitent d'importantes ressources informatiques, une hypothèse de type ergodique comme dans le chapitre 2 et dans la littérature [75], est appliquée. Afin de reproduire le comportement de la structure *DSC* infinie à l'échelle locale, la moyenne des propriétés locales ( $\mathbf{m}^*$ ,  $\mathbf{M}^*$ , etc) sur 10 réalisations de *DSC* est considérée. Le volume de chaque réalisation est plus petit que le VER et est composé de  $5 \times 5 \times 5$  inclusions (Fig. 4.1c). Par la suite, afin d'étudier l'impact de l'orientation du gradient de pression moyenne sur la correction inertielle, des simulations sont réalisées avec  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = (\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y) / \sqrt{2}$  (*i.e.*  $\theta = 45^\circ$ ).

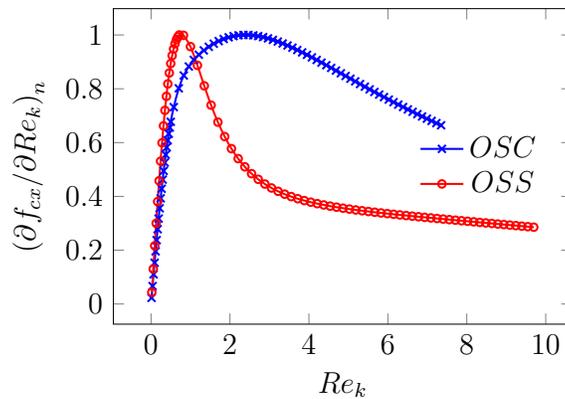
A partir des résultats obtenus (valeurs de  $\mathbf{f}_c$  en fonction de  $Re_k$ ), les différents régimes inertiels sont identifiés de la même manière que dans le chapitre 3, à partir des Eqs. 3.13, 3.14 et 3.15 et les nombres de Reynolds de transition entre le régime faiblement inertiel et fortement inertiel,  $Re_{kt}$ , déterminés par l'Eq. 3.16. Les intervalles de validité de chaque régime ainsi que la valeur des coefficients correspondants sont rapportés dans la table 4.1. Cette table contient aussi les valeurs des  $Re_{kt}$ , de la tortuosité de l'écoulement,  $T$  à  $Re_k = 0$  déterminée à l'aide de l'Eq. 3.18 ainsi que les perméabilités,  $k^*$ , et les diamètres (ou côtés) des sphères (ou cubes),  $d^*$ . Il faut rappeler qu'il est possible d'exprimer les différents intervalles de validité par le nombre de Reynolds basé sur la taille des grains solides,  $Re_d$ , à partir des données de la table 4.1 et de l'Eq. 2.6.

Structure	$k^*$	$d^*$	Orientation de $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta / \mathbf{e}_x$	Régime d'inertie faible		$Re_{kt}$	Régime d'inertie forte		Régime au dessus de l'inertie forte			
				$\Delta Re_k$	$A$		$T (Re_k = 0)$	$\Delta Re_k$	$C$	$\Delta Re_k$	$E$	$F$
<i>OSC</i>	0, 0111787	0, 62996	$\theta = 0^\circ$	[0, 026, 0, 49]	0, 0045	1, 006457	0, 64	[1, 15, 3, 77]	0, 0058	[3, 89, 7, 41]	$-23 \times 10^{-5}$	0, 00724
			$\theta = 45^\circ$	[0, 026, 0, 45]	0, 044	×	0, 46	[0, 5, 1, 21]	0, 0404	[1, 33, 4, 35]	-0, 0012	0, 0331
<i>OSS</i>	0, 015131	0, 78159	$\theta = 0^\circ$	[0, 037, 0, 44]	0, 0355	1, 019469	0, 46	[0, 55, 1, 09]	0, 0328	[1, 61, 9, 77]	$-44 \times 10^{-5}$	0, 017
			$\theta = 45^\circ$	[0, 037, 0, 54]	0, 0657	×	0, 55	[0, 65, 1, 34]	0, 0724	[2, 08, 5, 65]	-0, 002	0, 0445
<i>\langle DSC \rangle</i>	0, 012598	0, 62996	$\theta = 0^\circ$	$[1, 42 \times 10^{-8}, 0, 14]$	0, 0462	1, 053555	0, 55	[1, 35, 7, 33]	0, 0509	×	×	×

TABLE 4.1 – Table récapitulative des résultats pour les structures 3D. Perméabilités,  $k^*$ , diamètres ou côtés des grains solides,  $d^*$ , des structures poreuses modèles 3D (*OSC*, *OSS* et *DSC*) de la Fig. 4.1. Intervalles du nombre de Reynolds,  $\Delta Re_k$ , correspondant au régime d'inertie faible, d'inertie forte et au dessus de l'inertie forte pour les différentes structures 3D et orientations de  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta$  par rapport à  $\mathbf{e}_x$ .  $\theta = 0^\circ$  correspond à  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$  et  $\theta = 45^\circ$  correspond à  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = (\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y) / \sqrt{2}$ . Les coefficients  $A$  (Eq. 3.13),  $C$  (Eq. 3.14),  $E$  et  $F$  (Eq. 3.15) obtenus à partir d'interpolations vérifiant que le coefficient de Pearson,  $R^2 \geq 0, 999$ . Le nombre de Reynolds  $Re_{kt}$  (Eq. 3.16) caractérise la transition du régime d'inertie faible à celui d'inertie forte. Tortuosité de l'écoulement,  $T$  (Eq. 3.18), à  $Re_k = 0$ .  $\epsilon = 75\%$ .  $\langle DSC \rangle$  correspond à la moyenne sur 10 réalisations de *DSC*.



(a)



(b)

FIGURE 4.4 – Variation de la composante  $x$  du vecteur de correction inertielle,  $f_{cx}$ , en fonction de  $Re_k$  pour les structures 3D *OSC* (Fig. 4.1a) et *OSS* (Fig. 4.1b).  $\epsilon = 75\%$ .  $\theta = 0^\circ$  (i.e.  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ ). (a) Variation de  $f_{cx}$  en fonction de  $Re_k$ . (b) Variation de  $(\partial f_{cx} / \partial Re_k)_n$  avec  $Re_k$ ,  $\theta = 0^\circ$ . Normalisation par rapport au maximum de  $\partial f_{cx} / \partial Re_k$ .

### 4.3.1 Influence de la microstructure

Dans cette section l'impact de la microstructure sur la correction inertielle est étudié en comparant les résultats obtenus sur les deux structures ordonnées avec  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$  et pour des nombres de Reynolds  $0 \leq Re^* \leq 6000$  équivalents à,  $0 \leq Re_k \leq 7,41$  sur *OSC* et  $0 \leq Re_k \leq 9,77$  sur *OSS*. Les dépendances de la composante  $x$  de la correction inertielle sont représentées en fonction du nombre de Reynolds,  $f_{cx}(Re_k)$ , sur la Fig. 4.4 ( $f_{cy} \approx 0$ ).

### 4.3.1.1 Correction inertielle $f_c$

Les effets inertiels sont plus intenses pour *OSS* comparés à *OSC* (Fig. 4.4a). Cet écart peut être attribué à la tortuosité de l'écoulement, plus importante dans *OSS* comme le démontre les valeurs de la table 4.1. La faible tortuosité (et inertie) dans *OSC* est en effet due à un effet de canal, qui peut être observé à partir de la Fig. 4.10a où les lignes de courant sont quasi-rectilignes, effet qui s'accroît à mesure que le  $Re_k$  augmente. Ceci explique l'augmentation avec  $Re_k$  de l'écart entre *OSS* et *OSC* en termes d'intensité de l'inertie. Ce constat confirme la dépendance des effets inertiels vis-à-vis de la microstructure dont la signature se trouve sur les lignes de courant.

La Fig. 4.4b est une illustration des différents régimes d'écoulement. En effet, à faibles nombres de Reynolds,  $Re_k < 1$ , les courbes  $(\partial f_{cx}/\partial Re_k)_n(Re_k)$  montrent que  $f_{cx}$  est proportionnelle à  $Re_k^2$  (ou  $\langle \mathbf{v}_\beta^* \rangle^3$ ), ce qui correspond donc au régime d'inertie faible. Ce régime est ensuite suivi par une transition graduelle, au-delà de laquelle, les courbes  $(\partial f_{cx}/\partial Re_k)_n(Re_k)$  atteignent un pic autour duquel  $f_{cx}$  est proportionnelle à  $Re_k$  (ou  $\langle \mathbf{v}_\beta^* \rangle^2$ ) et qui correspond au régime d'inertie forte par approximation puisqu'un plateau (partie de la courbe  $(\partial f_{cx}/\partial Re_k)_n(Re_k)$  avec une pente nulle) n'est pas clairement identifié.

Par ailleurs, il faut mentionner que la courbe  $(\partial f_{cx}/\partial Re_k)_n(Re_k)$  pour *OSS* présente, en plus du maximum à  $Re_k \approx 0,82$  (qui correspond donc au point d'inflexion sur  $f_{cx}(Re_k)$ ), un large plateau pour  $3,5 \leq Re_k \leq 9,77$ . Cet intervalle de  $Re_k$ , où  $f_{cx}$  est proportionnelle à  $Re_k$ , pourrait être considéré comme celui correspondant au régime d'inertie forte. Cependant, comme indiqué dans la section 3.3.1, cette interprétation, ne peut revêtir un caractère universel pour d'autres configurations (par exemple *OSC*). Elle conduit également à considérer une zone de transition extrêmement étendue ( $1 \leq Re_k \leq 3,5$ ). Là encore, on sent toute la difficulté à formuler une identification claire de ce régime d'inertie forte qui conserve tout son sens dans toutes les configurations.

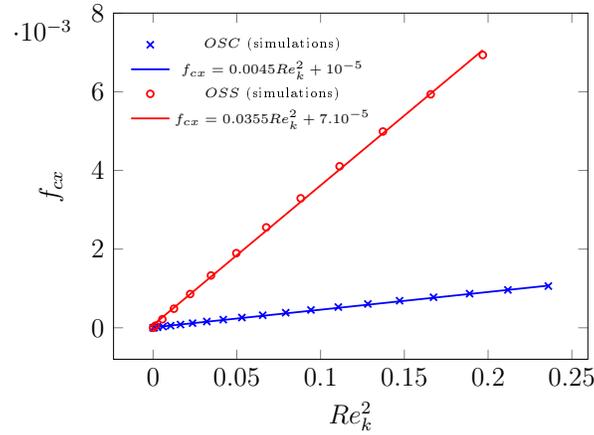
### 4.3.1.2 Régimes d'écoulement

Les intervalles de validité du régime d'inertie faible pour *OSC* et *OSS*, définis dans la table 4.1, sont proches. De plus, ils sont comparables aux intervalles identifiés pour les structures *2D* ordonnées et rapportés dans la table 3.1. Le domaine de validité de ce régime, du moins sur les structures *2D* et *3D* ordonnées considérées, n'est donc que légèrement affecté par la microstructure et par son caractère *2D* ou *3D*. Ceci confirme la robustesse de l'existence de cette correction et contredit l'hypothèse de l'existence d'un effet *3D* de l'écoulement qui contribuerait à restreindre l'intervalle de  $Re_k$  correspondant au régime à faible inertie [43].

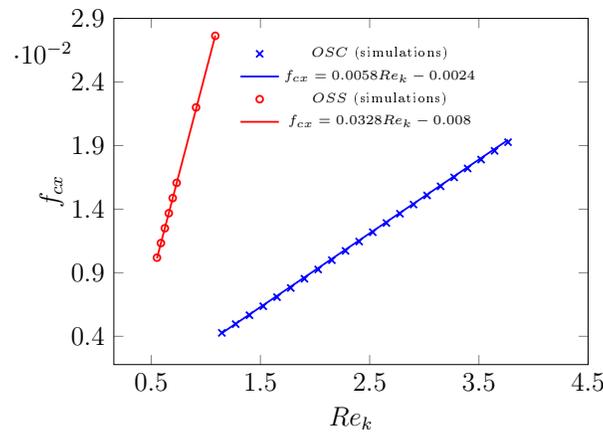
A ce régime, succède une transition vers le régime d'inertie forte, caractérisée par  $Re_{kt}$  (table 4.1). Cette transition se manifeste précocement pour *OSS* comparé à *OSC* et ce du fait que la limite supérieure de validité du régime d'inertie faible est légèrement plus faible pour *OSS* et le régime d'inertie forte survient plus tôt en comparaison à *OSC*.

En ce qui concerne le régime d'inertie forte, la table 4.1 montre que ce régime survient pour des  $Re_k$  plus élevés et est valable pour un domaine de  $Re_k$  plus étendu pour *OSC* que pour *OSS*. Ce résultat atteste de la dépendance de ce régime vis-à-vis de la microstructure. De plus, le fait qu'il ne soit pas clairement identifié sur ces structures *3D*, de la même façon que sur les structures *2D* étudiées au chapitre 3, montre que ce régime n'est pas dépendant du caractère *2D* ou *3D* de la structure et met surtout en évidence la faiblesse de la correction de Forchheimer pour ces structures ordonnées.

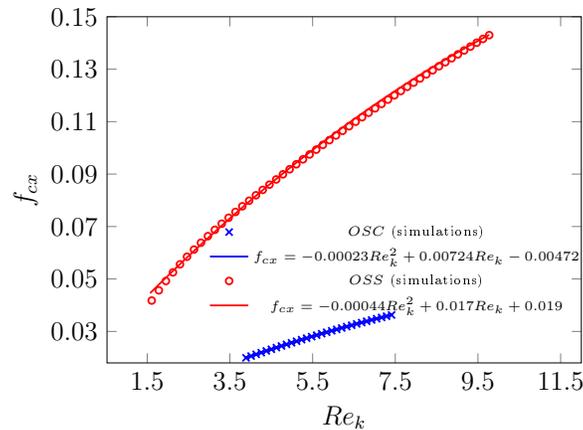
Concernant le régime au dessus de l'inertie forte, il est défini sur un intervalle beaucoup plus étendu pour *OSS* par rapport à *OSC*. De plus, ce régime se caractérise encore par une dépendance quasi linéaire en  $Re_k$  puisque  $|F/E| \gtrsim 31,5$  (c.f. 4.1) et ce pour les deux structures ordonnées et  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ .



(a)



(b)



(c)

FIGURE 4.5 – Variation de la composante  $x$  du vecteur de correction inertielle,  $f_{cx}$ , pour les différents régimes, en fonction de  $Re_k$  pour *OSC* (Fig. 4.1a) et *OSS* (Fig. 4.1b).  $\epsilon = 75\%$ .  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ . (a) Régime d’inertie faible.  $f_{cx}$  est proportionnelle à  $Re_k^2$  (ou  $\langle v_{\beta x}^* \rangle^3$ ). *OSC*,  $0,026 \leq Re_k \leq 0,49$ . *OSS*,  $0,037 \leq Re_k \leq 0,44$ . (b) Régime d’inertie forte.  $f_{cx}$  est proportionnelle à  $Re_k$  (ou  $\langle v_{\beta x}^* \rangle^2$ ). *OSC*,  $1,15 \leq Re_k \leq 3,77$ . *OSS*,  $0,55 \leq Re_k \leq 1,09$ . (c) Régime au dessus de l’inertie forte. *OSC*,  $3,89 \leq Re_k \leq 7,41$ . *OSS*,  $1,61 \leq Re_k \leq 9,77$ .

### 4.3.2 Influence de l'orientation du $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta$

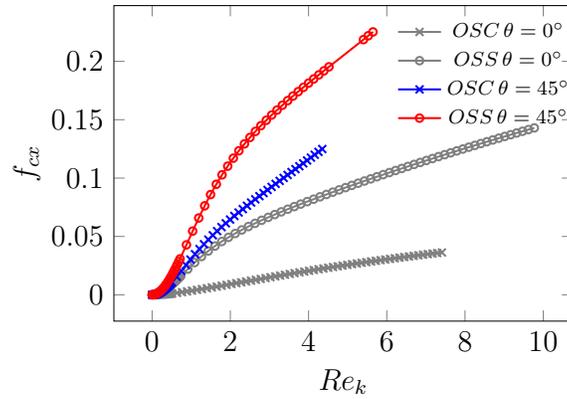
Afin d'étudier l'effet de l'orientation du  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta$  sur la correction inertielle à la loi de Darcy pour une configuration 3D de l'écoulement, des simulations sont réalisées sur les deux structures ordonnées, *OSC* et *OSS*, pour des nombres de Reynolds  $0 \leq Re^* \leq 4000$  correspondant à,  $0 \leq Re_k \leq 4,35$  pour *OSC* et  $0 \leq Re_k \leq 5,65$  pour *OSS*, avec un  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta$  orienté avec un angle  $\theta = 45^\circ$  par rapport à  $\mathbf{e}_x$  (i.e.  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = (\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y) / \sqrt{2}$  et donc  $f_{cx} = f_{cy}$ ). Les résultats ainsi obtenus, sont rapportés sur la Fig. 4.6 et comparés à ceux obtenus pour  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ .

#### 4.3.2.1 Correction inertielle $f_c$

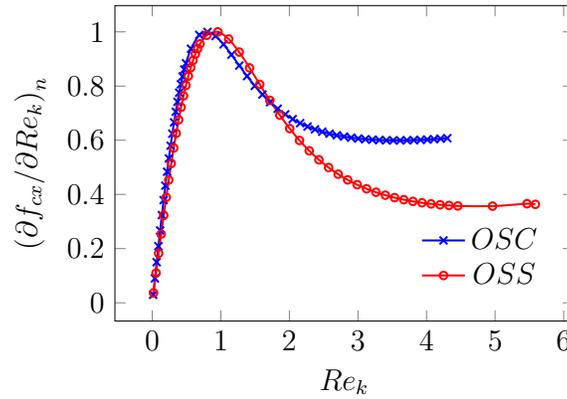
La Fig. 4.6 met en exergue la dépendance de la correction inertielle par rapport à l'orientation du  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta$  pour un écoulement 3D. En effet, en raison de l'intensification de la tortuosité de l'écoulement dans chacune des deux structures, *OSC* et *OSS*, l'inertie est significativement accentuée pour  $\theta = 45^\circ$ , comparé au cas  $\theta = 0^\circ$ , comme en témoigne les valeurs de la table 4.1. L'amplification de la tortuosité pour  $\theta = 45^\circ$  s'explique par le fait que l'effet de canal, observé à  $\theta = 0^\circ$  (Fig. 4.10a), est considérablement atténué.

Par ailleurs, la Fig. 4.6a confirme le lien qui existe entre les effets inertiels et la microstructure. En effet, comme pour  $\theta = 0^\circ$ , l'inertie est plus intense pour *OSS* que pour *OSC* lorsque  $\theta = 45^\circ$ . Cette différence découle, comme le révèle la Fig. 4.7, d'une différence de tortuosité. Alors que pour *OSS* (Fig. 4.7b), les lignes de courant enveloppant toute la phase solide sphérique possèdent une tortuosité dans les trois directions, pour *OSC* (Fig. 4.7a), où l'inertie est de plus faible intensité, un écoulement ressemblant à celui de Poiseuille plan, au niveau des espaces entre les cubes (plans  $xy$ ), parallèles à  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = (\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y) / \sqrt{2}$  explique une tortuosité moins importante.

Les courbes  $(\partial f_{cx} / \partial Re_k)_n(Re_k)$ , de la Fig. 4.6b, mettent bien en évidence un comportement linéaire en  $Re_k$  comme pour le cas  $\theta = 0^\circ$ , aux faibles valeurs de  $Re_k$ ,



(a)



(b)

FIGURE 4.6 – Variation de la composante  $x$  du vecteur de correction inertielle,  $f_{cx}$ , en fonction de  $Re_k$  pour *OSC* (Fig. 4.1a) et *OSS* (Fig. 4.1b).  $\epsilon = 75\%$ .  $\theta = 0^\circ$  correspond à  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$  et  $\theta = 45^\circ$  correspond à  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = (\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y) / \sqrt{2}$ . (a) Variation de  $f_{cx}$  en fonction de  $Re_k$ . (b) Variation de  $(\partial f_{cx} / \partial Re_k)_n$  avec  $Re_k$ ,  $\theta = 45^\circ$ . Normalisation par rapport au maximum de  $\partial f_{cx} / \partial Re_k$ .

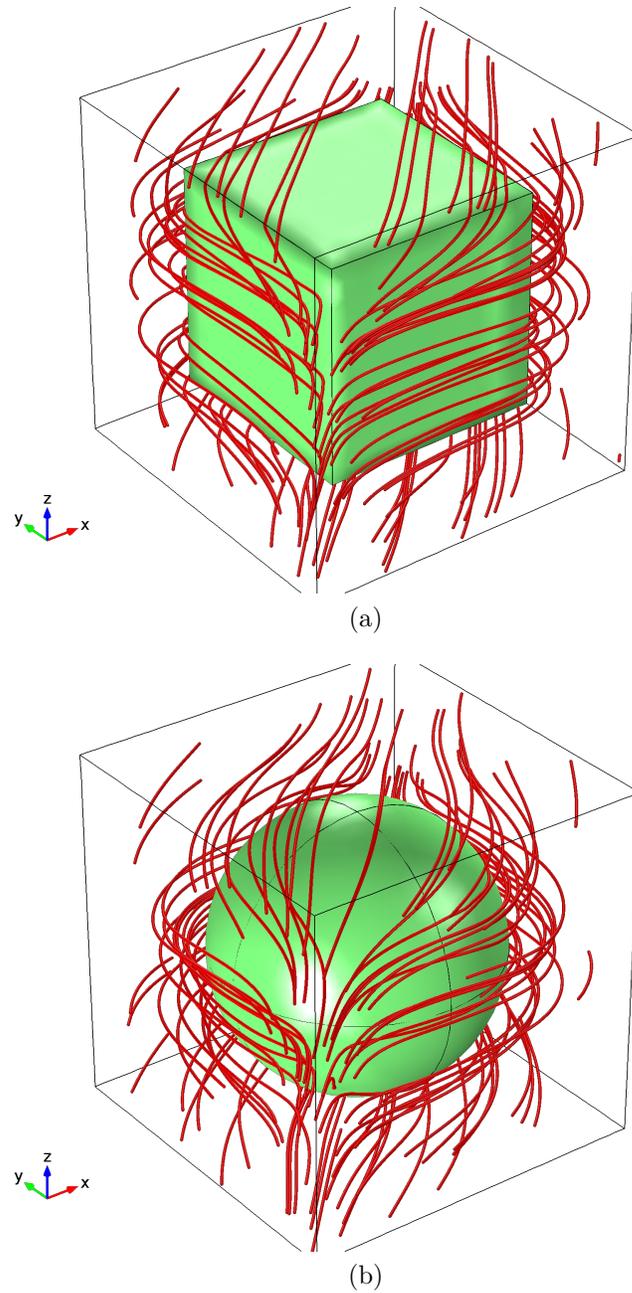


FIGURE 4.7 – Lignes de courant stationnaires.  $\epsilon = 75\%$ .  $Re^* = 2000$ .  $\theta = 45^\circ$  (*i.e.*  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = (\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y) / \sqrt{2}$ ). (a) *OSC* (Fig. 4.1a).  $Re_k = 2,32$ . (b) *OSS* (Fig. 4.1b).  $Re_k = 3,06$ .

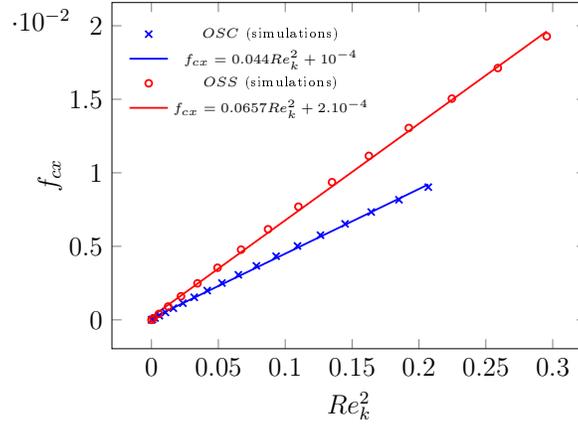
correspondant au régime d'inertie faible. Pour  $Re_k \approx 0,9$ , un maximum apparaît, autour duquel le comportement peut être assimilé au régime d'inertie forte. Enfin, le régime au dessus de l'inertie forte, s'apparentant encore au régime de Forchheimer, est présent pour les deux structures comme indiqué par de larges plateaux pour  $Re_k \gtrsim 3$ .

#### 4.3.2.2 Régimes d'écoulement

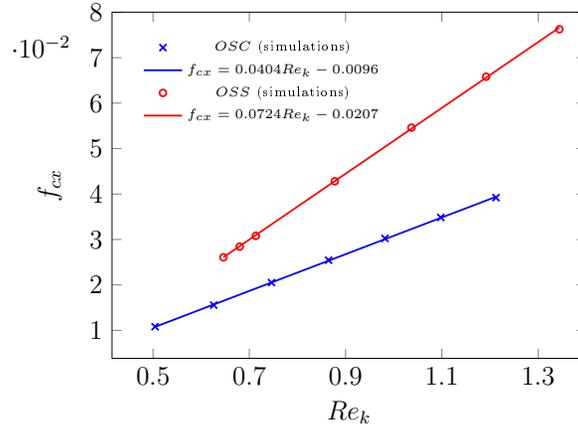
La Fig. 4.8a montre que le régime d'inertie faible est valable sur une étendue de  $Re_k$  légèrement plus grande pour *OSS* que pour *OSC*. Par ailleurs, il émerge de la table 4.1 que l'intervalle de validité de ce régime n'est que légèrement affectée par l'orientation du  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta$ . A contrario, l'intensité de l'inertie, déterminée par la valeur du coefficient  $A$ , est fortement influencée par l'orientation du gradient de pression moyenne. En effet, les valeurs de  $A$  croissent considérablement respectivement dans *OSC* et *OSS* quand l'angle  $\theta$  passe de  $0^\circ$  à  $45^\circ$ . Cette augmentation des effets inertiels trouve son origine dans l'accentuation de la tortuosité de l'écoulement (voir Figs. 4.10a et 4.7a pour *OSC*).

Les intervalles de  $Re_k$  où le régime d'inertie forte a été identifié (voir Fig. 4.8b et la table 4.1) sont très sensiblement affectés par l'orientation de  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta$ , avec un effet plus marqué pour *OSC*. Il faut bien garder à l'esprit ici que ce résultat est une conséquence directe du choix d'identification du régime d'inertie forte (autour du point à tangente nulle de  $(\partial f_{cx}/\partial Re_k)_n$  en fonction de  $Re_k$ ) qui impacte le valeur de  $Re_{kt}$ , elle aussi dépendante de l'orientation de  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta$ .

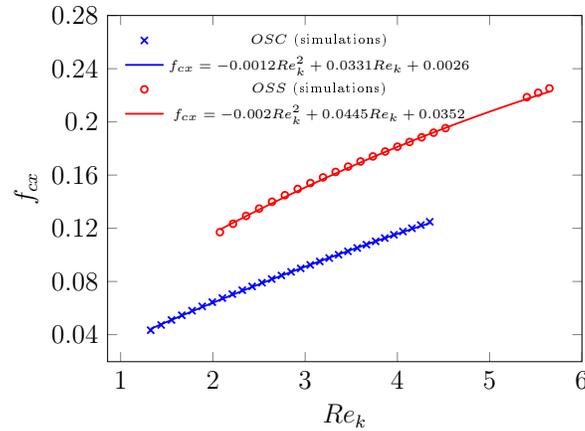
En ce qui concerne le régime au dessus de l'inertie forte (Fig. 4.8c), comme évoqué plus haut, il est mis en évidence sur un large intervalle de nombres de Reynolds. En outre, comme  $|F/E| > 22$  sur les deux structures ordonnées quand  $\theta = 45^\circ$ , une correction du type Forchheimer demeure appropriée dans cette gamme de nombres de Reynolds.



(a)



(b)



(c)

FIGURE 4.8 – Variation de la composante  $x$  du vecteur de correction inertielle,  $f_{cx}$ , pour les différents régimes, en fonction de  $Re_k$  pour  $OSC$  (Fig. 4.1a) et  $OSS$  (Fig. 4.1b).  $\epsilon = 75\%$ .  $\theta = 45^\circ$  (*i.e.*  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = (\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y) / \sqrt{2}$ ). (a) Régime d’inertie faible.  $f_{cx}$  est proportionnelle à  $Re_k^2$  (ou  $\langle v_{\beta x}^* \rangle^3$ ).  $OSC$ ,  $0,026 \leq Re_k \leq 0,45$ .  $OSS$ ,  $0,037 \leq Re_k \leq 0,54$ . (b) Régime d’inertie forte.  $f_{cx}$  est proportionnelle à  $Re_k$  (ou  $\langle v_{\beta x}^* \rangle^2$ ).  $OSC$ ,  $0,5 \leq Re_k \leq 1,21$ .  $OSS$ ,  $0,65 \leq Re_k \leq 1,34$ . (c) Régime au dessus de l’inertie forte.  $OSC$ ,  $1,33 \leq Re_k \leq 4,35$ .  $OSS$ ,  $2,08 \leq Re_k \leq 5,65$ .

### 4.3.3 Influence du désordre structurel

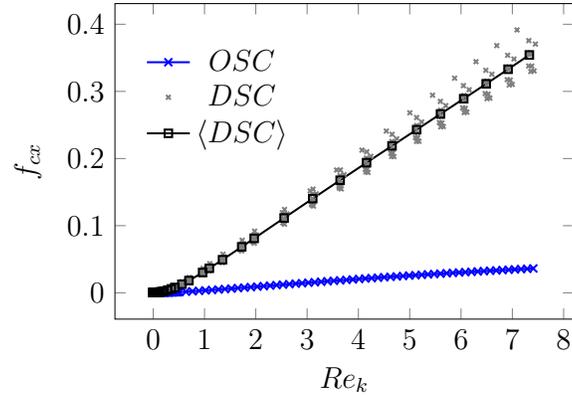
Dans cette section, l'incidence du désordre dans la structure poreuse  $3D$ , sur la déviation à la loi de Darcy, est examinée. La moyenne de la correction inertielle  $\mathbf{f}_c$  obtenue sur dix réalisations de structures désordonnées composées chacune de  $5 \times 5 \times 5$  cubes,  $DSC$ , pour  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ , est comparée au résultat obtenu sur la structure ordonnée composée de cubes ( $OSC$ ) avec la même orientation du gradient de pression moyenne (voir la section 4.3.1 et la table 4.1).

Les simulations sont opérées sur les 10 réalisations de  $DSC$  pour  $0 \leq Re^* \leq 7000$ , équivalent à  $0 \leq \langle Re_k \rangle \leq 7,33$ , où  $\langle Re_k \rangle$  est la moyenne sur les dix réalisations, compte tenu que  $Re_k$  fluctue d'une réalisation à l'autre pour un même  $Re^*$ . Il faut mentionner par ailleurs, qu'en raison de l'orientation du gradient de pression moyenne selon  $\mathbf{e}_x$ ,  $\langle f_{cy} \rangle \approx 0$ . L'analyse de la déviation à la loi de Darcy est donc réalisée sur  $\langle f_{cx} \rangle$ .

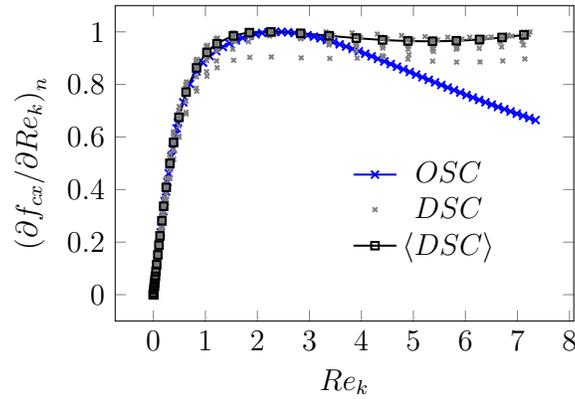
#### 4.3.3.1 Correction inertielle $\mathbf{f}_c$

A faible nombre de Reynolds,  $Re_k \lesssim 1$ , on ne note pas de dépendance de  $f_{cx}$  aux différentes réalisations (Fig. 4.9). En revanche, à mesure que le  $Re_k$  augmente, une dispersion apparaît autour de la moyenne  $\langle DSC \rangle$ . Cette observation est importante car elle met en évidence la dépendance de la taille du VER, même pour un écoulement laminaire stationnaire, au nombre de Reynolds pour une structure désordonnée. A faible nombre de Reynolds ( $Re_k < 1$ ), la taille du domaine de calcul utilisée est visiblement supérieure ou au moins égale au VER, tandis qu'au-delà, ce VER est supérieur, justifiant le recours à une moyenne d'ensemble sur les 10 réalisations.

Comme dans le cas  $2D$ , le désordre sur les structures  $3D$ , accentue significativement les effets inertiels comme en témoigne les résultats  $f_{cx}(Re_k)$  de la Fig. 4.9a où un écart très important sur la valeur de la correction inertielle entre les structures ordonnée et désordonnée est observé. Ceci s'explique par une tortuosité beaucoup plus importante pour  $DSC$ . Alors que pour  $OSC$ , les lignes de courant demeurent



(a)



(b)

FIGURE 4.9 – Variation de la composante  $x$  du vecteur de correction inertielle,  $f_{cx}$ , en fonction de  $Re_k$  pour  $OSC$ , et 10 réalisations de  $DSC$  (Fig. 4.1).  $\epsilon = 75\%$ .  $\theta = 0^\circ$  (i.e.  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ ). (a) Variation de  $f_{cx}$  en fonction de  $Re_k$ . (b) Variation de  $(\partial f_{cx} / \partial Re_k)_n$  avec  $Re_k$ . Normalisation par rapport au maximum de  $\partial f_{cx} / \partial Re_k$ . Pour  $\langle DSC \rangle$ , la moyenne des dix réalisations  $DSC$  est considérée,  $\langle f_{cx} \rangle$  et  $\langle Re_k \rangle$ .

quasi-rectilignes et s'accompagnent d'un effet de canal (Fig. 4.10a), impliquant une tortuosité faible et donc une inertie faible, pour *DSC*, on remarquera que les lignes de courant sont très tortueuses, comme le montre la Fig. 4.10b, ce qui donne lieu à d'intenses effets inertiels.

L'examen des courbes  $(\partial f_{cx}/\partial Re_k)_n(Re_k)$  de la Fig. 4.9b indique que le régime d'inertie faible est de nouveau bien identifié sur *DSC* et diffère assez peu (voir aussi la table 4.1) de celui pour *OSC*. La différence la plus frappante entre les deux structures qui ressort de la Fig. 4.9b concerne le régime d'inertie forte. Alors que ce régime, identifié autour du point maximal de la courbe  $(\partial f_{cx}/\partial Re_k)_n(Re_k)$  pour *OSC* sur un intervalle de  $Re_k$  relativement restreint, un comportement très différent émerge pour *DSC*. En effet, ce régime d'inertie forte persiste pour toutes les valeurs de  $Re_k \geq 1,35$  utilisées dans les simulations (*i.e.* jusqu'à  $Re_k \approx 7,33$ ). Ceci se traduit par le palier très marqué de la courbe  $(\partial f_{cx}/\partial Re_k)_n(Re_k)$  de la Fig. 4.9b qui ne présente pas de régime au dessus de l'inertie forte. Cette observation extrapole aux structures 3D, les conclusions tirées dans le chapitre 3 à partir de l'étude des structures 2D désordonnées. Ces observations ont été rapportées dans des travaux récents [1, 2, 75] pour des structures 2D où il a été mentionné que le désordre structurel intensifie les effets inertiels et apporte une robustesse à la correction inertielle du type Forchheimer, absente dans le cas de structures ordonnées.

#### 4.3.3.2 Régimes d'écoulement

La Fig. 4.11 montre, comme pour les structures 2D (section 3.3.3) et dans d'autres études [1, 2, 75], que le désordre structurel réduit l'intervalle de validité du régime à faible inertie et allonge très fortement celui de l'inertie forte. Ceci explique le fait que le premier soit la plupart du temps ignoré dans le cas de milieux poreux naturels (majoritairement désordonnés) et la robustesse de la correction de type Forchheimer généralement observée dans ce type de milieux.

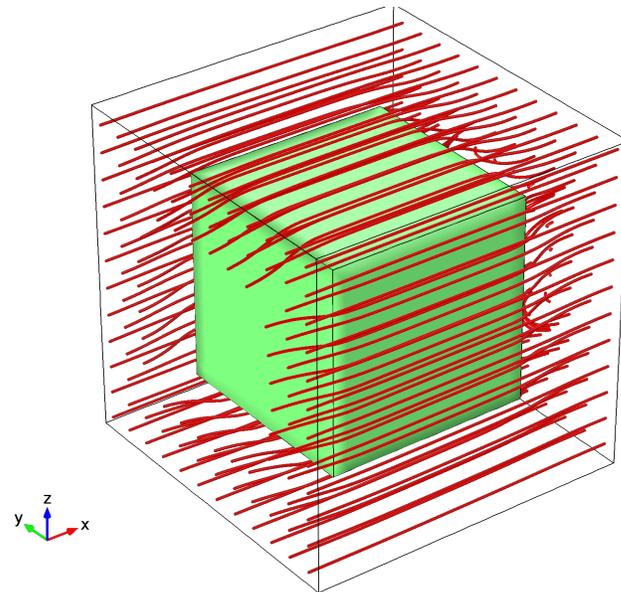
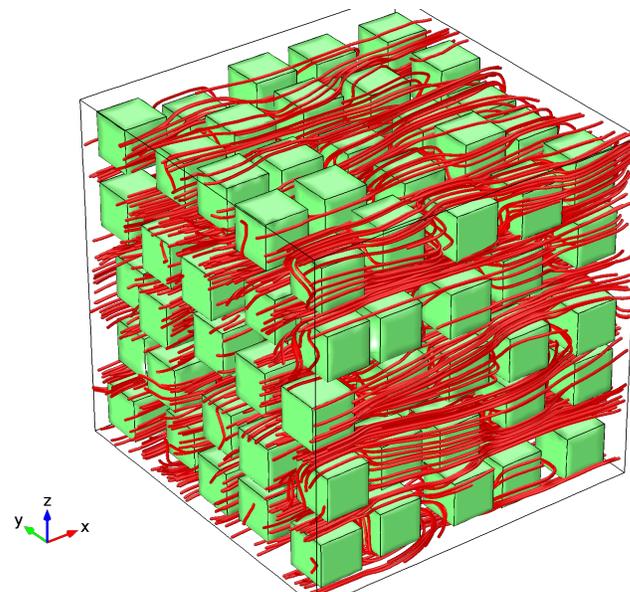
(a) *OSC*.(b) *DSC*.

FIGURE 4.10 – Lignes de courant stationnaires.  $\epsilon = 75\%$ .  $\theta = 0^\circ$  (i.e.  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ ).  
 (a) *OSC* (Fig. 4.1a).  $Re_k = 2, 53$ . (b) Réalisation de *DSC* (Fig. 4.1c).  $Re_k = 2, 56$ .

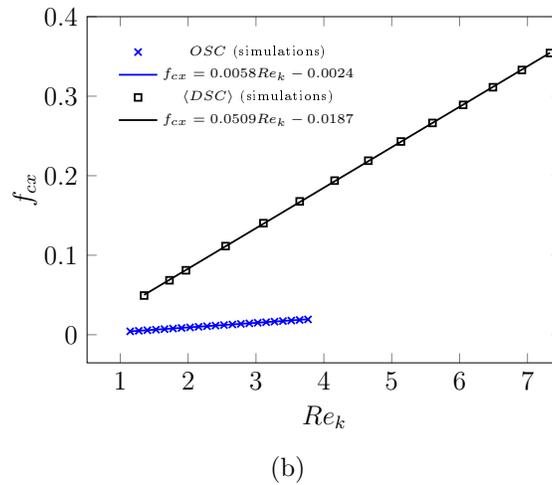
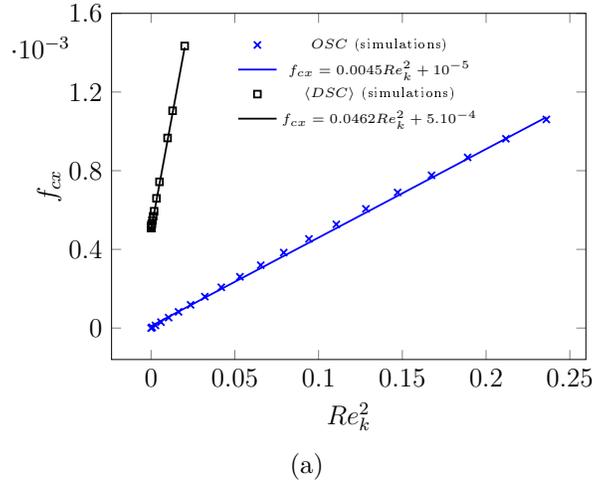


FIGURE 4.11 – Variation de la composante  $x$  du vecteur de correction inertielle,  $f_{cx}$ , pour les différents régimes, en fonction de  $Re_k$  pour *OSC* (Fig. 4.1a) et la moyenne sur 10 réalisations de *DSC* (Fig. 4.1c).  $\epsilon = 75\%$ .  $\theta = 0^\circ$  (i.e.  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ ). (a) Régime d’inertie faible.  $f_{cx}$  est proportionnelle à  $Re_k^2$  (ou  $\langle v_{\beta x}^* \rangle^3$ ). *OSC*,  $0,026 \leq Re_k \leq 0,49$ . *DSC*,  $1,42 \times 10^{-8} \leq Re_k \leq 0,14$ . (b) Régime d’inertie forte.  $f_{cx}$  est proportionnelle à  $Re_k$  (ou  $\langle v_{\beta x}^* \rangle^2$ ). *OSC*,  $1,15 \leq Re_k \leq 3,77$ . *DSC*,  $1,35 \leq Re_k \leq 7,33$ . Pour  $\langle DSC \rangle$ , la moyenne des dix réalisations *DSC* est considérée,  $\langle f_{cx} \rangle$  et  $\langle Re_k \rangle$ .

Par ailleurs, il est possible de voir à partir de la table 4.1 que l'inertie croît plus rapidement pour *DSC* que pour *OSC* comme en témoigne les valeurs des coefficients *A* et *C*. De plus, le fait que le régime à faible inertie soit plus étroit dans *DSC*, donne lieu à une transition légèrement plus précoce dans la structure désordonnée.

#### 4.3.4 Corrélation entre la correction inertielle et la tortuosité de l'écoulement

Dans cette partie, la structure microscopique de l'écoulement, caractérisée par sa tortuosité, est analysée puis corrélée à l'apparition des différents régimes inertiels à partir des résultats des simulations sur les structures poreuses modèles 3D pour  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ . Un bilan des différentes définitions de la tortuosité est tout d'abord présenté.

##### 4.3.4.1 Discussion sur les différentes définitions de la tortuosité

La tortuosité est depuis longtemps considérée comme un paramètre structurel dépendant de la forme des particules solides et de leur connections, de la porosité, etc. Elle est donc fréquemment estimée à un nombre de Reynolds nul et liée aux propriétés macroscopiques du milieu telles que sa perméabilité. L'une des relations les plus populaires, liant la tortuosité à la perméabilité, est celle de Kozeny-Carman [21]. Différents auteurs se sont intéressés à ce lien et ont proposé d'autres relations [3, 15, 35, 68]. D'autres formes de relations entre la tortuosité et la structure de milieu poreux existent aussi, comme les corrélations entre la tortuosité et la porosité du milieu poreux [19, 45, 67, 68].

Dans ce travail, la tortuosité de l'écoulement n'est plus considérée comme un paramètre structurel seulement mais comme une variable, déterminée à n'importe quel nombre de Reynolds, qui caractérise la structure de l'écoulement. Comme observé au chapitre 3, la tortuosité de l'écoulement est un bon indicateur, malgré ses limites, du comportement de la déviation à la loi de Darcy et ce en raison de son lien direct avec n'importe quel changement qui peut survenir au niveau de la structure de l'écoulement (augmentation de l'inertie, élargissement des zones de recirculation,

déformation des lignes de courant, etc).

Différentes définitions de la tortuosité peuvent être trouvées dans la littérature [15, 34, 84]. La relation la plus populaire est celle définissant la tortuosité,  $T$ , dans un milieu poreux par la moyenne de la longueur des lignes de courant, divisée par la projection de ces lignes suivant  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta$ , traversant une section transversale de référence  $A$ . Cette relation est donnée sous forme discrète dans le chapitre 3 par l'Eq. 3.18.

D'autres auteurs ont utilisé des relations semblables à l'Eq. 3.18 en lui incorporant un facteur de pondération (généralement la vitesse de l'écoulement aux différents points  $r$  qui discrétisent  $A$ ,  $|\mathbf{v}_\beta^*|(r)$  [65, 67, 150], ce qui donne un poids différent à chaque ligne de courant en fonction de la vitesse du fluide. Une forme alternative est celle dans laquelle la pondération est basée sur le flux local (dans ce qui suit le flux correspond à  $v_{\beta x}^*$  puisque  $A \perp \nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta$  et  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ ) [83]. L'avantage de cette dernière approche est que la surface de référence  $A$  n'est plus nécessairement perpendiculaire à la direction de l'écoulement macroscopique comme pour l'Eq. 3.18. Elle conduit à une expression de la tortuosité,  $T^M$ , donnée, sous forme discrète, par

$$T^M \approx \frac{\sum_{i=1}^N \tilde{\tau}(r_i) v_{\beta x}^*(r_i)}{\sum_{i=1}^N v_{\beta, x}^*(r_i)} \geq 1 \quad (4.1)$$

L'Eq. 4.1 est équivalente à [34]

$$T^M \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \tilde{\tau}(r_i) \quad (4.2)$$

si les  $N$  points de la surface  $A$  à partir desquels la longueur des lignes de courant est évaluée admettent un flux identique. L'Eq. 4.2 devient équivalente à l'Eq. 3.18 si cette condition n'est pas vérifiée (*i.e.*  $T = T^M$ ).

Comme la longueur des lignes de courant est difficile à évaluer, surtout sur des milieux poreux complexes, une relation plus simple associant tortuosité et vitesse moyenne du fluide a été suggérée. Elle est donnée par

$$T^{M'} = \frac{\langle |v_\beta^*| \rangle^\beta}{\langle v_{\beta x}^* \rangle^\beta} \geq 1 \quad (4.3)$$

On montre en effet que  $T^M \approx T^{M'}$  pour un écoulement incompressible sans zones de recirculation et  $T^M \leq T^{M'}$  pour un écoulement recelant des zones de recirculation [34].

Afin d'analyser la structure de l'écoulement et vérifier si la définition de la tortuosité a une influence sur le comportement observé, cette dernière est déterminée par,  $T$ ,  $T^M$  et  $T^{M'}$  respectivement données par les Eqs. 3.18, 4.1 et 4.2. De plus, la détermination de  $T$  permet la comparaison de ces résultats avec ceux de la littérature [117]. Il est aussi intéressant d'examiner l'applicabilité de la relation de  $T^{M'}$  et voir si elle reproduit bien le comportement de  $T^M$  sur des structures 3D.

#### 4.3.4.2 Corrélations

La Fig. 4.12 montre la section transversale de référence  $A$  ( $\perp \nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ ) considérée dans chaque structure. La section  $A$  est discrétisée à l'aide d'une grille régulière comportant,  $200 \times 200$  nœuds dans *OSC* et *OSS* et  $150 \times 150$  nœuds sur chacune des 10 réalisations *DSC*. La tortuosité dans la structure désordonnée est définie à partir de la moyenne de ces 10 réalisations. Il convient de souligner que les zones de recirculation n'ont aucune contribution dans le calcul des tortuosités.

#### Structure 3D régulière composée de cubes (*OSC*)

La Fig. 4.13, correspondant à *OSC* pour  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ , montre qu'avec toutes les définitions ( $T$ ,  $T^M$  et  $T^{M'}$ ), la tortuosité de l'écoulement semble constante sur le régime d'inertie faible, ce qui signifie que le squelette de l'écoulement demeure semblable à celui du régime visqueux (ou Darcy).

Au début de la transition entre les régimes faiblement et fortement inertiels, une décroissance brutale de la tortuosité est constatée pour  $T(Re_k)$  et  $T^M(Re_k)$

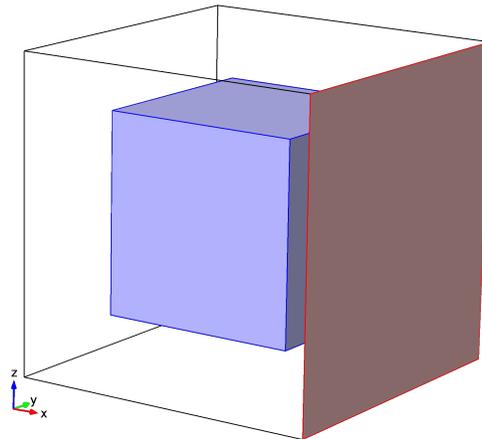
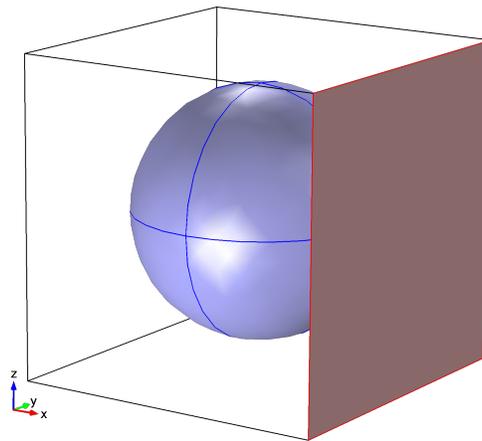
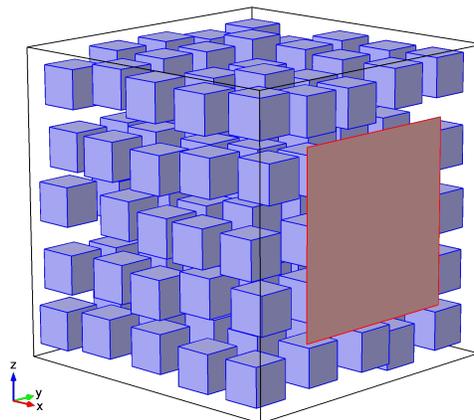
(a) *OSC*.(b) *OSS*.(c) Une réalisation de *DSC*.

FIGURE 4.12 – Section transversale arbitraire,  $A$ , (surface carrée en rouge) au travers de laquelle la tortuosité est évaluée.  $\epsilon = 75\%$ .  $A \perp \left( \nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x \right)$ .

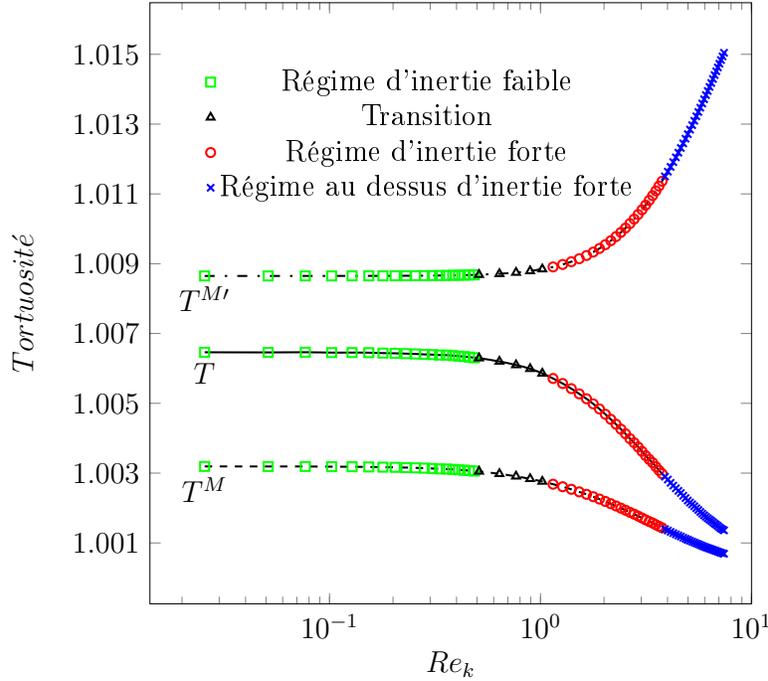
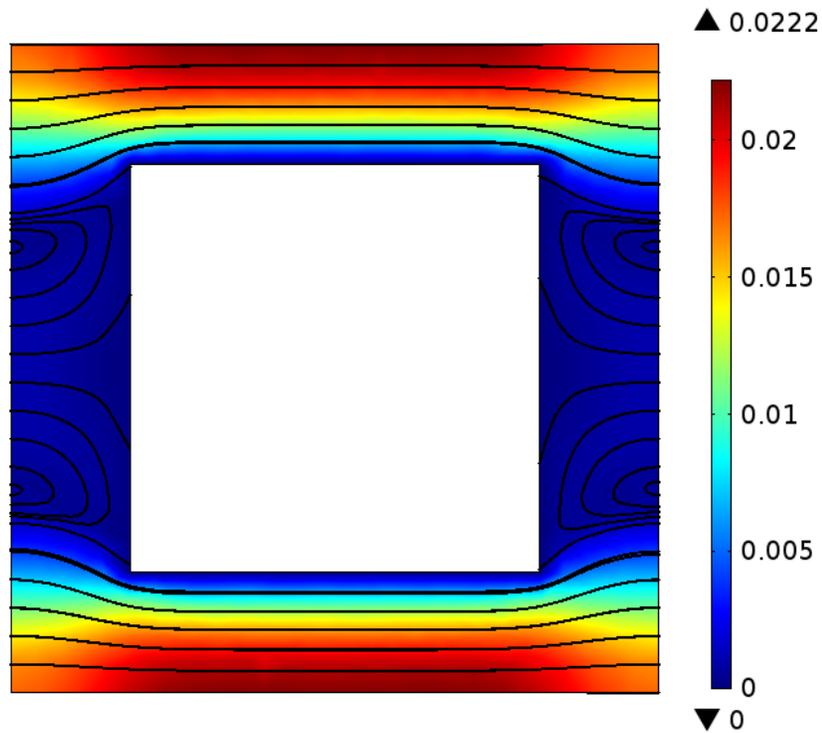


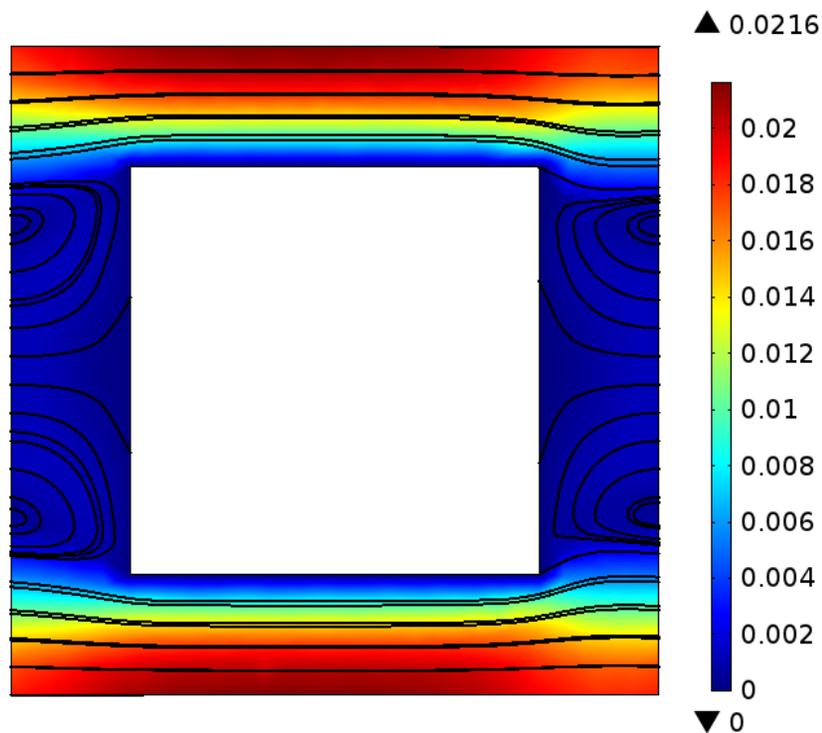
FIGURE 4.13 – Variation de la tortuosité de l'écoulement en fonction de  $Re_k$ .  $OSC$  (Fig. 4.12a).  $\epsilon = 75\%$ .  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ . Les régimes d'écoulement sont ceux identifiés à partir des courbes  $f_{cx}(Re_k)$ .

à mesure que  $Re_k$  croît, conséquence d'un effet de canal. Comme discuté dans le chapitre 2, les zones de recirculation resserrées au cours du régime à faible inertie (voir Fig. 4.14a), conditionnent la tortuosité des lignes de courant pour qu'elles soient contenues dans le domaine encadré par les inclusions solides et les vortex. A l'inverse, au-delà du régime à faible inertie, les vortex s'élargissent jusqu'à occuper pratiquement tout l'espace horizontal entre les cylindres (Fig. 4.14b), ce qui rend les lignes de courant quasi-rectilignes ( $T \approx T^M \approx 1$ ). Il faut toutefois souligner que les courbes de tortuosité ne permettent pas de faire une distinction entre les régime à forte inertie et le régime au dessus de l'inertie forte.

La comparaison entre les courbes  $T^M(Re_k)$  et  $T^{M'}(Re_k)$  de la Fig. 4.13 montre un biais dans la définition de la tortuosité basée sur la vitesse moyenne (Eq. 4.3) quand des structures avec de larges zones de recirculation sont considérées. En effet, on voit clairement que  $T^M \leq T^{M'}$ , comme mentionné dans la littérature [34] et que,



(a)



(b)

FIGURE 4.14 – Lignes de courant stationnaires sur le plan  $xy$  à  $z = 0,5$  (plan de symétrie) et carte de couleur de  $|\mathbf{v}_\beta^*|$  dans  $OSC$  (Fig. 4.1a).  $\epsilon = 75\%$ .  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ . (a) Régime de Darcy.  $Re^* = 0$  ( $Re_k = 0$ ). (b) Régime au dessus de l'inertie forte.  $Re^* = 4000$  ( $Re_k = 4,99$ ).

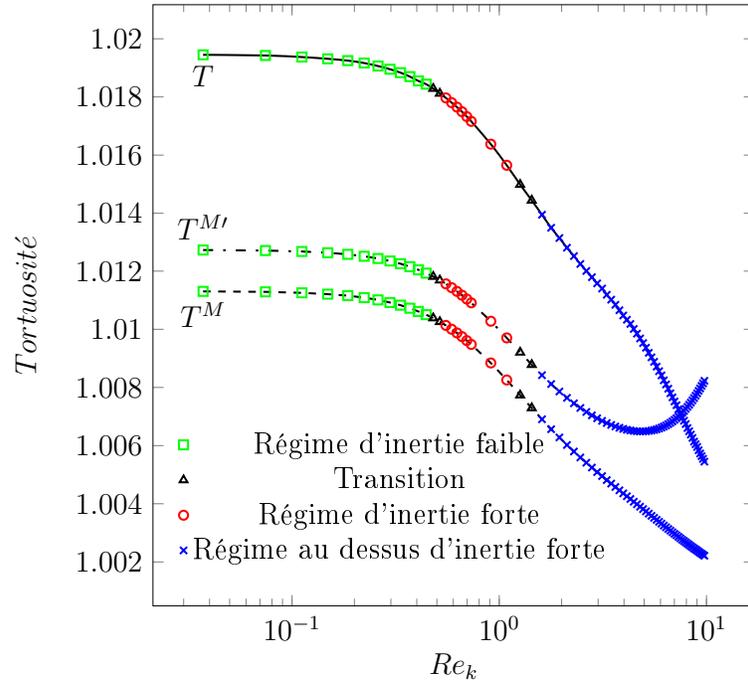


FIGURE 4.15 – Variation de la tortuosité de l'écoulement en fonction de  $Re_k$ . OSS (Fig. 4.12b).  $\epsilon = 75\%$ .  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ . Les régimes d'écoulement sont ceux identifiés à partir des courbes  $f_{cx}(Re_k)$ .

de plus, à partir du régime de transition (entre faible et forte inertie), que  $T^{M'}(Re_k)$  croît contrairement à  $T^M(Re_k)$  et  $T(Re_k)$ .

Par ailleurs, la comparaison entre les courbes  $T(Re_k)$  de la Fig. 4.13 et celle présentée dans une étude récente [117], obtenue pour un écoulement 2D autour d'une structure désordonnée de cylindres à section droite circulaire, montre que le comportement sigmoïdal de  $T(Re_k)$  dans cette dernière étude [117] est conjoncturel et ne peut nullement être généralisé à tous les milieux poreux. Cette différence de comportement de  $T(Re_k)$  est en effet intimement liée à la microstructure.

### Structure 3D régulière composée de sphères (OSS)

La Fig. 4.15 correspondant à OSS, indique que, comme pour OSC, le régime d'inertie faible se caractérise par une tortuosité quasi-constante et peut être identifié à partir des courbes de tortuosité. De plus, le début de la transition entre les régimes à faible et à forte inertie est caractérisé par une décroissance marquée de

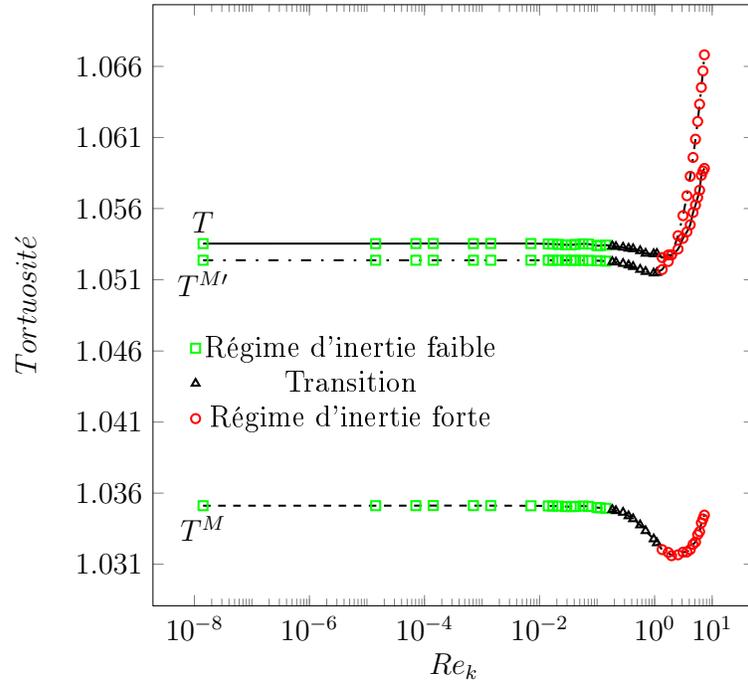


FIGURE 4.16 – Variation de la tortuosité de l'écoulement en fonction de  $Re_k$ . Moyenne sur les 10 réalisations de  $DSC$  (Fig. 4.12c).  $\epsilon = 75\%$ .  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \mathbf{e}_x$ . Les régimes d'écoulement sont ceux identifiés à partir des courbes  $f_{cx}(Re_k)$ .

tortuosité qui se poursuit à mesure que  $Re_k$  augmente. Il faut noter que les régimes à forte inertie et au dessus de l'inertie forte ne peuvent être différenciés à partir des courbes de tortuosité, cette dernière présentant le même comportement pour ces deux régimes.

La comparaison entre les courbes  $T^M(Re_k)$  et  $T^{M'}(Re_k)$  de la Fig. 4.15 montre que, de la même manière que  $T^M(Re_k)$  mais contrairement à  $OSC$ , la courbe  $T^{M'}(Re_k)$  présente une tortuosité décroissante au-delà du régime à faible inertie, conséquence d'un effet de canal. Cependant, à très hauts nombres de Reynolds,  $T^{M'}(Re_k)$  ne reproduit pas le même comportement que  $T^M(Re_k)$ , et croît à nouveau avec  $Re_k$ , contrairement à ce qui est attendu.

### Structure 3D désordonnée composée de cubes ( $DSC$ )

Comme pour les structures ordonnées, les courbes de tortuosité de la Fig. 4.16 montrent que le régime à faible inertie est caractérisé par une tortuosité constante.

Le début de la transition vers le régime à forte inertie se distingue par une brusque décroissance de tortuosité. Cependant, à l'inverse des structures ordonnées, cette décroissance, résultat d'une tendance à un effet de canal passager, ne persiste que jusqu'au début du régime à forte inertie où la tortuosité croît avec  $Re_k$ . Cette augmentation atteste qu'un écoulement en canaux préférentiels (*i.e.* effet de canal) survient dans le régime à faible inertie dans les structures désordonnées  $3D$ , alors qu'il est observé au-delà de ce régime sur les structures ordonnées.

Ces résultats montrent que la définition de la tortuosité avec la relation en termes de vitesse moyenne ( $T^{M'}$  dans l'Eq. 4.3) retrace bien le comportement de  $T^M$  même si elle surestime le taux de croissance de la tortuosité dans le régime à forte inertie. Par ailleurs, la différence importante entre les valeurs de  $T^M(Re_k)$  et  $T^{M'}(Re_k)$  est due au volume important des zones de recirculation.

A partir de l'analyse de la variation de la tortuosité en fonction de  $Re_k$ , on peut conclure que la tortuosité de l'écoulement est un bon indicateur de l'intervalle de validité du régime à faible inertie, toujours caractérisé par une tortuosité constante tandis que le début de la transition vers le régime fortement inertiel se traduit par une décroissance brutale de tortuosité. Concernant le régime à forte inertie, il est accompagné d'une tortuosité décroissante et ne peut être différencié du régime au dessus de l'inertie forte pour les structures ordonnées alors que, sur les structures désordonnées, son intervalle de validité est bien identifié et son apparition est accompagnée d'une augmentation de la tortuosité. Par ailleurs, la tortuosité de l'écoulement donne aussi une idée de l'intensité des effets inertiels. En effet, on voit, à partir des données de la table 4.1, que plus la valeur de  $T(Re_k)$  est importante, plus le coefficient  $A$  (correspondant au facteur d'inertie  $\beta$ , dans l'équation de Forchheimer) est grand. Il conviendrait de pousser plus avant une analyse corrélative entre ces deux paramètres.

Finalement, lorsque la porosité de la structure,  $\epsilon$ , décroît, on s'attend à une variation de tortuosité en fonction du  $Re_k$  moins prononcée. Ceci est dû au fait que les lignes de courant n'ont pas assez d'espace pour évoluer librement. Dans un cas extrême où  $\epsilon \approx 0$ , la tortuosité de l'écoulement devrait être proche de l'unité pour les structures considérées.

## 4.4 Conclusions

Il a été démontré, dans ce chapitre, que l'aspect  $2D$  ou  $3D$  de l'écoulement en milieu poreux n'a aucun effet sur le comportement de la déviation à la loi de Darcy. Autrement dit, des comportements similaires sont observés en  $2D$  et en  $3D$ . La correction inertielle est très sensible à la microstructure, à l'orientation du gradient de pression moyenne et à la présence du désordre structurel. En effet, ces trois paramètres influent fortement sur la tortuosité de l'écoulement dont l'augmentation est synonyme d'intensification des effets inertiels. Cette intensification de l'inertie est d'autant plus importante qu'un désordre structurel est introduit. Concernant les régimes d'écoulement, les résultats, dans ce chapitre, ont mis en évidence que

- Le régime à faible inertie est identifié sur toutes les structures et pour toutes les orientations du gradient de pression moyenne, pratiquement sur le même intervalle de  $Re_k$ , sauf en présence de désordre structurel où il est plus restreint comme observé sur les structures  $2D$ . Ce régime est caractérisé par une tortuosité constante témoignant d'une invariance de la structure de l'écoulement. Il est ensuite suivi par une transition vers le régime à forte inertie caractérisée par une brusque décroissance de la tortuosité.
- En ce qui concerne le régime à forte inertie, comme pour le cas de structures  $2D$  du chapitre 3, ce régime n'est qu'une approximation qui dépend fortement de la microstructure, de l'orientation du gradient de pression moyenne et du désordre structurel, en présence duquel l'approximation devient très robuste. Alors que pour les structures ordonnées, ce régime est caractérisé, comme pour les régimes de transition et pour le régime au dessus de l'inertie forte, par une tortuosité décroissante (effet de canal), pour les structures désordonnées, une augmentation de la tortuosité est observée dès le début de ce régime.
- Finalement, le régime au dessus de l'inertie forte, dont l'existence même peut être débattue, est identifié sur de très larges intervalles à fort Reynolds sur lesquelles, la déviation à la loi de Darcy exhibe un comportement linéaire par rapport au nombre de Reynolds (donc quadratique en vitesse), ce qui s'apparente au régime d'inertie forte. Malgré cette ressemblance entre les régimes à

forte inertie et le régime au dessus de l'inertie forte, la classification classique des régimes d'écoulement paraît plus commode pour deux raisons principales. La première est que les vitesses importantes entraînant ce régime ne sont pas fréquentes dans la pratique. La seconde vient du fait qu'en définissant le régime à forte inertie sur l'intervalle du régime au dessus de l'inertie forte mène à une très longue transition entre les deux régimes faiblement et fortement inertiels. Par ailleurs, comme observé au chapitre 3, cette procédure ne permet pas une classification universelle dans toutes les configurations.

Il faut noter qu'alors que la déviation à la loi de Darcy, cubique en vitesse, sur le régime d'inertie faible est due principalement à l'augmentation de la vitesse, au-delà de ce régime, cette augmentation est couplée à une évolution de la structure de l'écoulement, différente d'une configuration à une autre (différentes pentes des courbes de tortuosité en fonction du  $Re_k$ ), ce qui explique pourquoi différentes relations entre la vitesse de filtration et la chute de pression sont observées.

Enfin, il est démontré qu'en présence de larges zones de recirculation dans l'écoulement, la définition de la tortuosité, basée sur les moyennes de vitesse (Eq. 4.3), perd en précision et ne reproduit pas le comportement de la tortuosité obtenue à l'aide de la définition originale basée sur la longueur des lignes de courant.



# Chapitre 5

## Sur l'écoulement inertiel diphase en milieu poreux : une étude numérique

Ce chapitre traite de quelques aspects de l'écoulement diphasique visqueux et inertiel (stationnaire) de fluides newtoniens immiscibles et incompressibles au travers d'un treillis de cylindres ordonnés à section droite circulaire ( $OC$ ). Les propriétés macroscopiques du transport, qui apparaissent dans les modèles macroscopiques obtenus par changement d'échelle, sont déterminées à partir de la résolution numérique de l'écoulement microscopique et des problèmes de fermeture associés résultant du changement d'échelle. Il est démontré que, pour l'écoulement visqueux, la précision du modèle de Darcy généralisé, obtenu par prise de moyenne de l'équation de Stokes (sous certaines contraintes) [76, 140], dépend fortement du nombre capillaire et de la saturation des phases. En effet, dans la configuration considérée ici, ce modèle devient imprécis à mesure que le nombre capillaire décroît et que la saturation en fluide non mouillant (non au contact avec la phase solide) est grande. De plus, il s'avère que les perméabilités de couplage, généralement négligées, ne peuvent pas l'être dans toutes les configurations d'écoulement. Concernant l'écoulement inertiel, la précision du modèle macroscopique, obtenu par prise de moyenne de l'équation de Navier-Stokes (sous certaines contraintes) [74], dépend, comme pour le cas purement visqueux, du nombre capillaire et de la saturation, mais reste assez peu dépendante

du nombre de Reynolds. Par ailleurs, dans la configuration envisagée ici, la correction inertielle à la loi de Darcy généralisée présente une dépendance quadratique avec le nombre de Reynolds (cubique en vitesse de filtration), et non pas une correction de type Forchheimer comme couramment supposé, et ce jusqu'à l'apparition de l'écoulement instationnaire. Plus important, alors que l'inertie rend compte d'une résistance à l'écoulement dans la phase mouillante, elle le favorise dans la phase non mouillante par un mécanisme que l'on peut interpréter comme au phénomène de lubrification.

## 5.1 Introduction

L'écoulement diphasique en milieu poreux concerne différents domaines, tels que la récupération pétrolière où un fluide (eau, gaz ou autre) est injecté dans le gisement afin de chasser l'huile emprisonnée et la dépollution des sols par injection d'air ou d'azote sous pression, etc. Dans ces deux cas, des puits permettent l'injection et la récupération. Ce type d'écoulement est aussi d'une grande importance dans des applications en génie chimique comme les écoulements diphasiques dans les réacteurs à lit tassé utilisés pour favoriser le contact entre les deux phases. Ces écoulements sont régis à l'échelle microscopique par les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement, Stokes pour un écoulement visqueux et Navier-Stokes pour un écoulement inertiel, dans chacune des phases. En fonction des propriétés de la structure poreuse et des fluides (nombre de Reynolds, saturation, etc), différents régimes caractérisant l'écoulement diphasique en milieu poreux ont pu être mis en évidence [56], trois régimes stationnaires, le régime de ruissèlement ("trickling regime"), régime ponté ("bridged") et le régime inondé ("flooded"), et un régime instationnaire appelé régime pulsé ("pulsing regime") ou régime à bulles ("bubbly"). Les intervalles de validité ainsi que les mécanismes physiques responsables des modifications de régime et des transitions ne sont pas encore complètement précisées.

A l'échelle macroscopique, ces écoulements sont généralement modélisés par la loi de Darcy généralisée [89, 104] obtenue à partir de l'extension de la loi de Darcy [30]

aux écoulements diphasiques. Etablie de manière formelle dans le cadre d'hypothèses sur lesquelles nous reviendrons [140], elle est donnée par

$$\langle \mathbf{v}_\alpha \rangle = -\frac{\mathbf{K}_\alpha}{\mu_\alpha} \cdot (\nabla \langle p_\alpha \rangle^\alpha - \rho_\alpha \mathbf{g}) + \mathbf{K}_{\alpha\kappa} \cdot \langle \mathbf{v}_\kappa^* \rangle \quad \alpha, \kappa = \beta, \gamma \quad \alpha \neq \kappa \quad (5.1)$$

Les quatre tenseurs  $\mathbf{K}_\alpha$  et  $\mathbf{K}_{\alpha\kappa}$  ( $\alpha, \kappa = \beta, \gamma$  et  $\alpha \neq \kappa$ ), sont respectivement les tenseurs de perméabilité effective et de trainée visqueuse. Alors que les deux premiers caractérisent l'aptitude du milieu poreux à se laisser traverser par l'une des phases en présence de l'autre, les seconds traduisent l'influence de la trainée visqueuse entre les phases  $\beta$  et  $\gamma$ . Cependant, pour des viscosités dynamiques  $\mu_\beta \gg \mu_\gamma$ , le dernier terme de l'Eq. 5.1 associé aux tenseurs de trainée visqueuse peut être négligé dans la plus part des cas [140]. Comme dans le cas de l'écoulement monophasique, l'inertie dans l'écoulement cause, a priori, une résistance additionnelle à l'écoulement dans chacune des phases ce qui mène à une relation erronée entre la vitesse de filtration et le gradient de pression quand la loi de Darcy généralisée est utilisée. Afin de prendre en compte les effets inertiels, un modèle d'écoulement plus complet, où un terme additionnel est introduit à la loi de Darcy généralisée, doit être employé. En effet, la plupart des études entreprises sur l'écoulement inertiel en milieu poreux portent sur l'écoulement monophasique et très peu concernent l'écoulement diphasique malgré le grand intérêt industriel de ce type de situation. La complexité mathématique et la difficulté technique à entamer des expériences de laboratoire sur ce genre d'écoulement en sont probablement les principales raisons. Le modèle macroscopique couramment utilisé pour modéliser cet écoulement est celui de Darcy-Forchheimer généralisé [116, 133] obtenu par la généralisation de la loi empirique de Forchheimer [42] à l'écoulement diphasique de la même manière que pour la loi de Darcy généralisée. Il est donné par [4]

$$-(\nabla p_\alpha - \rho_\alpha \mathbf{g}) = \mu_\alpha \mathbf{K}_\alpha^{-1} \cdot \mathbf{v}_\alpha + \rho_\alpha |\mathbf{v}_\alpha| \beta_\alpha \cdot \mathbf{v}_\alpha \quad \alpha = \beta \text{ et } \gamma \quad (5.2)$$

Le dernier terme de l'Eq. 5.2 représente la déviation à la loi de Darcy généralisée (ou

terme de correction inertielle) dans lequel  $\beta_\alpha$  est le facteur de résistance inertielle effective (ayant une forme tensorielle). Par ailleurs, la perméabilité effective  $\mathbf{K}_\alpha$  est reliée à la perméabilité intrinsèque  $\mathbf{K}$  par la relation  $\mathbf{K}_\alpha = \mathbf{K} \cdot \mathbf{K}_{r\alpha}$ , où  $\mathbf{K}_{r\alpha}$  est le tenseur de perméabilité relative (voir [76]).

Dans ce chapitre, l'écoulement diphasique immiscible en régimes visqueux et inertiel à travers un treillis de cylindres à section droite circulaire (appelé *OC*) de porosité  $\epsilon = 70\%$  (Fig. 5.1) est étudié. Les propriétés de transport macroscopiques sont déterminées par la résolution numérique de l'écoulement microscopique (équations de Navier-Stokes) et des problèmes de fermeture associés aux problèmes de changement d'échelle [74, 76]. En particulier, une grande attention est attribuée à l'analyse de la validité des modèles macroscopiques de l'écoulement diphasique (*i.e.* Darcy et Darcy-Forchheimer généralisés) en plus de l'étude du comportement de la correction inertielle. Ce chapitre est organisé en trois sections principales. Dans la section 5.2, sont présentés les modèles physiques, la méthodologie adoptée pour leur résolution ainsi qu'une partie validation. Dans la section 5.3, les résultats de l'étude sur les écoulements purement visqueux puis inertiel sont détaillés. Les conclusions sont proposées enfin dans la section 5.4.

## 5.2 Modèles physiques et méthodologie

### 5.2.1 Modèle microscopique

L'écoulement diphasique stationnaire de fluides newtoniens incompressibles et immiscibles,  $\beta$  et  $\gamma$ , dans des conditions isothermes à travers une structure poreuse est considéré. Comme pour le cas d'un écoulement monophasique (chapitre 2), la périodicité est considérée de manière à ce qu'un Volume Élémentaire Représentatif (VER) puisse être extrait de la structure poreuse modèle, reproduisant le même comportement macroscopique que la structure poreuse originale. Il est évident que pour une structure poreuse modèle, qui consiste en un treillis de cylindres ordonnés à section droite circulaire (Fig. 5.1a), le VER, dans le cas d'un écoulement stationnaire,

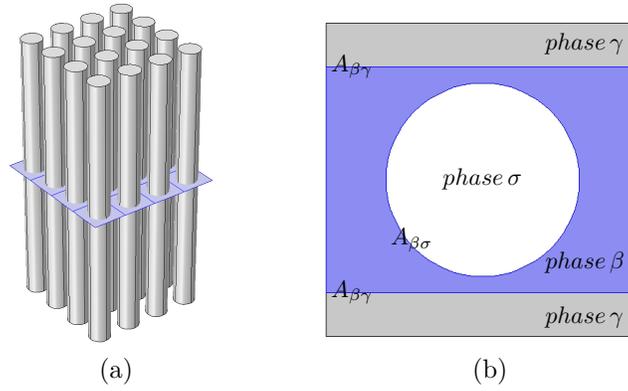


FIGURE 5.1 – Treillis de cylindres à section droite circulaire ( $OC$ ). (a) Structure à l'échelle de Darcy. (b) Cellule périodique unitaire correspondant au Volume Élémentaire Représentatif pour l'écoulement stationnaire.

correspond à une cellule élémentaire géométrique périodique (voir Fig. 5.1b). Ce VER, de volume  $V$ , inclut les volumes  $V_\alpha$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ) des deux phases de fractions volumiques respectives  $\epsilon_\alpha$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ) données par

$$\epsilon_\alpha = \frac{V_\alpha}{V} \quad \alpha = \beta \text{ et } \gamma \quad (5.3)$$

En notant  $V_p$  le volume des pores, les saturations sont données par

$$S_\alpha = \frac{V_\alpha}{V_p} \quad \alpha = \beta \text{ et } \gamma \quad (5.4)$$

$$S_\beta + S_\gamma = 1 \quad (5.5)$$

En décomposant la pression  $p_\alpha$ , comme dans le chapitre 2 et dans d'autres travaux [48, 151], en une moyenne intrinsèque  $\langle p_\alpha \rangle^\alpha$  et une déviation  $\tilde{p}_\alpha = p_\alpha - \langle p_\alpha \rangle^\alpha$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ), il est possible d'appliquer des conditions aux limites périodiques à la vitesse du fluide,  $\mathbf{v}_\alpha^*$ , et à la déviation de pression,  $\tilde{p}_\alpha$ .

Les grandeurs adimensionnelles,  $\mathbf{v}_\alpha^*$ ,  $p_\alpha^*$  et  $t^*$  étant respectivement la vitesse du fluide, sa pression et le temps, définies à partir de leurs équivalentes dimensionnelles et des grandeurs de référence respectives,  $u_{ref} = l \frac{p_{ref}}{\mu_\beta}$ ,  $p_{ref} = l |\nabla \langle p_\beta \rangle^\beta|$  et  $t_{ref} =$

$\frac{\mu_\beta}{p_{ref}}$ , le problème microscopique adimensionnel est donné par

$$Re_\alpha^* \left( \frac{\partial \mathbf{v}_\alpha^*}{\partial t^*} + (\mathbf{v}_\alpha^* \cdot \nabla) \mathbf{v}_\alpha^* \right) = -\nabla \tilde{p}_\alpha^* + R_\alpha \nabla^2 \mathbf{v}_\alpha^* + \frac{Re_\alpha^*}{Fr} \mathbf{e}_z - \nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta \quad (5.6a)$$

dans la phase  $\alpha$ ,  $\alpha = \beta$  et  $\gamma$

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_\alpha^* = 0 \quad \text{dans la phase } \alpha, \quad \alpha = \beta \text{ et } \gamma \quad (5.6b)$$

$$\text{CL1 et CL2} \quad \mathbf{v}_\alpha^* = 0 \quad \text{sur } A_{\alpha\sigma}, \quad \alpha = \beta \text{ et } \gamma \quad (5.6c)$$

Continuité de la vitesse à l'interface fluide-fluide  $A_{\beta\gamma}$

$$\text{CL3} \quad \mathbf{v}_\beta^* = \mathbf{v}_\gamma^* \quad \text{sur } A_{\beta\gamma} \quad (5.6d)$$

Saut de contrainte sur  $A_{\beta\gamma}$

$$\text{CL4} \quad -\mathbf{n}_{\beta\gamma} p_\beta^* + \mathbf{n}_{\beta\gamma} \cdot \mathbf{T}_{v\beta}^* = -\mathbf{n}_{\beta\gamma} p_\gamma^* + \mathbf{n}_{\beta\gamma} \cdot \mathbf{T}_{v\gamma}^* + 2H^* \frac{|\langle \mathbf{v}_\beta^* \rangle^\beta|}{Ca} \mathbf{n}_{\beta\gamma} \quad \text{sur } A_{\beta\gamma} \quad (5.6e)$$

Périodicité

$$\mathbf{v}_\alpha^* (\mathbf{r}^* + \mathbf{l}_i^*) = \mathbf{v}_\alpha^* (\mathbf{r}^*) \quad \alpha = \beta \text{ et } \gamma \quad i = 1, 2, 3 \quad (5.6f)$$

$$\tilde{p}_\alpha^* (\mathbf{r}^* + \mathbf{l}_i^*) = \tilde{p}_\alpha^* (\mathbf{r}^*) \quad \alpha = \beta \text{ et } \gamma \quad i = 1, 2, 3 \quad (5.6g)$$

Dans les Eqs. 5.6f et 5.6g, le VER est caractérisé par les vecteurs du treillis périodique  $\mathbf{l}_i$ ,  $i = 1, 2$ , tandis que  $A_{\alpha\sigma}$ , dans l'Eq. 5.6c, désigne l'interface entre la phase fluide  $\alpha$  et solide  $\sigma$  et  $R_\alpha$ , dans l'Eq. 5.6a, représente le rapport des viscosités dynamiques donné par

$$R_\alpha = \mu_\alpha / \mu_\beta \quad \alpha = \beta \text{ et } \gamma \quad \bar{\mu} = \mu_\gamma / \mu_\beta \quad (5.7)$$

Le nombre de Reynolds est défini par

$$Re_\alpha^* = \frac{\rho_\alpha l^3 |\nabla \langle p_\beta \rangle^\beta|}{\mu_\beta^2} \quad \alpha = \beta \text{ et } \gamma \quad (5.8)$$

$$Re_\beta^* = \bar{\rho} Re_\gamma^* \quad \bar{\rho} = \rho_\gamma / \rho_\beta$$

où  $\rho_\alpha$  est la masse volumique. Il est important de mentionner qu'en raison de la périodicité [12],  $\nabla \langle p_\beta \rangle^\beta = \nabla \langle p_\gamma \rangle^\gamma$ . Ceci implique que le rapport entre les nombres de Reynolds dans chaque phase,  $Re_\beta^*$  et  $Re_\gamma^*$ , ne dépend que du rapport des masses volumiques,  $\bar{\rho}$ . Dans l'Eq. 5.6e,  $\mathbf{T}_{v\beta}^*$  et  $\mathbf{T}_{v\gamma}^*$  représentent les tenseurs adimensionnels des contraintes visqueuses dans les phases  $\beta$  et  $\gamma$ . D'autre part,  $H^*$ , correspond à la courbure locale de l'interface et  $Ca$  au nombre capillaire qui est donné par

$$Ca = \frac{\mu_\beta |\langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta|}{\sigma} \quad (5.9)$$

où  $\sigma$  est la tension interfaciale entre les phases fluides  $\beta$  et  $\gamma$ .

De la même manière que précédemment, l'écoulement est induit, dans chaque phase, par le gradient de pression moyenne  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta$  qui est un vecteur unitaire ( $|\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta| = 1$ ) dont la direction détermine l'orientation macroscopique de l'écoulement. L'intensité de  $\nabla \langle p_\beta \rangle^\beta$  est fixée par la donnée de  $Re_\alpha^*$ . L'analyse est réalisée en négligeant la contribution de la gravité en considérant que  $\frac{Re_\alpha^*}{Fr} \ll 1$ ,  $Fr = \frac{l^3 |\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta|^2}{\mu_\beta^2 g}$  étant le nombre de Froude. Par ailleurs, le nombre capillaire est fixé, comme dans une étude précédente [12], en prescrivant une valeur au paramètre  $|\langle \mathbf{v}_\beta^* \rangle^\beta| / Ca = \frac{\sigma}{\mu_\beta u_{ref}} = \frac{\sigma}{l_\beta p_{ref}}$  dans l'Eq. 5.6e.

Il est important de noter que la solution du problème microscopique (Eq. 5.6) dépend de la position initiale de l'interface  $A_{\beta\gamma}$ . Dans ce travail, la phase  $\beta$  est toujours considérée comme la phase mouillante et est donc initialement (à  $t^* = 0$ ) au contact de la phase solide  $\sigma$  comme le montre la Fig. 5.1b. La position de cette interface qui satisfait l'Eq. 5.6 fait partie des inconnues du problème.

### 5.2.2 Modèle macroscopique

A partir d'une opération de prise de moyenne volumique du modèle microscopique (Eqs. 5.6) et sous certaines contraintes énumérées plus bas, un modèle macroscopique, régissant l'écoulement diphasique en milieu poreux homogène, a été dérivé [74]. Il est donné, sous forme adimensionnelle, par

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{v}_\alpha^* \rangle = & -\frac{\mathbf{K}_{\alpha\alpha}^{**}}{R_\alpha} \cdot \left( \nabla \langle p_\alpha^* \rangle^\alpha - \frac{Re_\alpha^*}{Fr} \mathbf{e}_z \right) - \mathbf{F}_{\alpha\alpha} \cdot \langle \mathbf{v}_\alpha^* \rangle \\ & -\frac{\mathbf{K}_{\alpha\kappa}^{**}}{R_\kappa} \cdot \left( \nabla \langle p_\kappa^* \rangle^\kappa - \frac{Re_\kappa^*}{Fr} \mathbf{e}_z \right) - \mathbf{F}_{\alpha\kappa} \cdot \langle \mathbf{v}_\kappa^* \rangle \quad \alpha, \kappa = \beta, \gamma \quad \alpha \neq \kappa \end{aligned} \quad (5.10a)$$

ou bien

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{v}_\alpha^* \rangle = & -\frac{\mathbf{K}_\alpha^*}{R_\alpha} \cdot \left( \nabla \langle p_\alpha^* \rangle^\alpha - \frac{Re_\alpha^*}{Fr} \mathbf{e}_z \right) - \mathbf{F}_{\alpha\alpha} \cdot \langle \mathbf{v}_\alpha^* \rangle \\ & + \mathbf{K}_{\alpha\kappa} \cdot \langle \mathbf{v}_\kappa^* \rangle - \mathbf{F}_{\alpha\kappa} \cdot \langle \mathbf{v}_\kappa^* \rangle \quad \alpha, \kappa = \beta, \gamma \quad \alpha \neq \kappa \end{aligned} \quad (5.10b)$$

Les tenseurs  $\mathbf{K}_{\alpha\alpha}^{**}$  et  $\mathbf{K}_{\alpha\kappa}^{**}$  représentent respectivement les perméabilités dominantes et de couplage et les tenseurs  $\mathbf{K}_\alpha^*$  et  $\mathbf{K}_{\alpha\kappa}$ , comme mentionné plus haut, désignent respectivement les tenseurs de perméabilité effective et de trainée visqueuse. Les tenseurs inertiels sont le tenseur de correction inertielle  $\mathbf{F}_{\alpha\alpha}$  et le tenseur de correction inertielle de couplage  $\mathbf{F}_{\alpha\kappa}$ . En négligeant les termes de correction inertielle dans les Eqs. 5.10a et 5.10b, le modèle de Darcy généralisé, comme dans [76, 140], peut être retrouvé.

Ce modèle macroscopique (Eqs. 5.10a et 5.10b) demeure valide tant que les contraintes suivantes sont satisfaites. La première concerne la hiérarchie des échelles, *i.e.*

$$l_\alpha \ll r_0 \ll L \quad \alpha = \beta \text{ et } \gamma \quad (5.11)$$

$l_\alpha$  étant la longueur caractéristique dans la phase  $\alpha$  et  $r_0$  le rayon du VER de volume  $V$ . Cependant, cette contrainte (Eq. 5.11), est relaxée à  $l_\alpha \approx 2r_0 \ll L$

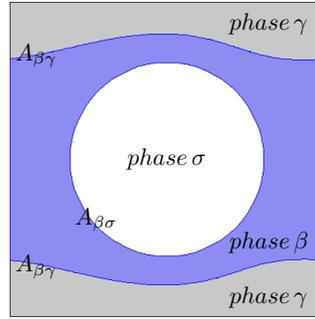


FIGURE 5.2 – OC. Position de l'interface  $A_{\beta\gamma}$  obtenue à partir de la solution stationnaire du problème microscopique.

( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ) grâce à la périodicité, à l'échelle  $l_\alpha$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ), de la structure considérée (Fig. 5.1b). Les autres contraintes concernent la quasi stationnarité de l'écoulement, la variation de la courbure locale de l'interface  $A_{\beta\gamma}$ ,  $H^*$ , qui doit être négligeable devant celle de la courbure moyenne  $\langle H^* \rangle$ . Par ailleurs, les nombres capillaire  $Ca$  (Eq. 5.9) et de Weber,  $We_\alpha = \frac{\rho_\alpha \langle \mathbf{v}_\alpha \rangle^\alpha l_p}{\sigma}$  ( $l_p$  étant la taille moyenne des pores et  $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ), doivent être petits devant l'unité.

### 5.2.3 Problèmes de fermeture

Les tenseurs de perméabilité et de correction inertielle des équations macroscopiques, Eqs. 5.10a et 5.10b sont déterminés à partir de la résolution de deux paires de problèmes de fermeture. La première, pour le cas d'un écoulement purement visqueux et qui permet la détermination des tenseurs de perméabilité. La seconde, pour un écoulement visco-inertiel, fournit les tenseurs de correction inertielle et fait appel au champ de vitesse microscopique  $\mathbf{v}_\alpha^*$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ). Par ailleurs, afin de vérifier la condition de quasi stationnarité de l'écoulement, les problèmes de fermeture sont résolus en considérant la position de l'interface  $A_{\beta\gamma}$  à l'état stationnaire. Comme indiqué précédemment, celle-ci est obtenue par la résolution du problème microscopique (Eqs. 5.6), comme illustré sur la Fig. 5.2.

### 5.2.3.1 Problèmes de fermeture en régime visqueux

Sont présentés dans cette partie, les deux problèmes de fermeture qui permettent la détermination des tenseurs des perméabilités dominantes et de couplage, respectivement  $\mathbf{K}_{\alpha\alpha}^{**}$  et  $\mathbf{K}_{\alpha\kappa}^{**}$  ( $\alpha, \kappa = \beta, \gamma$  et  $\alpha \neq \kappa$ ) comme donnés dans [76]. Ces problèmes ressemblent au problème de Stokes pour un écoulement diphasique sans l'effet de la tension de surface au niveau de l'interface fluide-fluide.

Les quantités adimensionnelles  $\mathbf{d}_{\alpha\beta}^{0*}$ ,  $\mathbf{d}_{\alpha\gamma}^{0*}$ ,  $\mathbf{D}_{\alpha\beta}^{0*}$  et  $\mathbf{D}_{\alpha\gamma}^{0*}$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ) étant les variables de fermeture (voir les détails dans [76]),  $\mathbf{I}$  la matrice identité et  $\delta_{\alpha\beta}$  le symbole de Kronecker, les problèmes de fermeture sous forme adimensionnelle, en considérant les mêmes variables de référence que celles adoptées pour le problème microscopique sont donnés par

#### Premier problème

$$-\nabla \mathbf{d}_{\alpha\beta}^{0*} + \nabla^2 \mathbf{D}_{\alpha\beta}^{0*} = \delta_{\alpha\beta} \mathbf{I} \quad \text{dans la phase } \alpha, \quad \alpha = \beta \text{ et } \gamma \quad (5.12a)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D}_{\alpha\beta}^{0*} = 0 \quad \text{dans la phase } \alpha, \quad \alpha = \beta \text{ et } \gamma \quad (5.12b)$$

$$\text{CL1 et CL2} \quad \mathbf{D}_{\alpha\beta}^{0*} = 0 \quad \text{sur } A_{\alpha\sigma}, \quad \alpha = \beta \text{ et } \gamma \quad (5.12c)$$

$$\text{CL3} \quad \mathbf{D}_{\beta\beta}^{0*} = \mathbf{D}_{\gamma\beta}^{0*} \quad \text{sur } A_{\beta\gamma} \quad (5.12d)$$

$$\text{CL4} \quad \mathbf{n}_{\beta\gamma} \cdot \left[ -\mathbf{Id}_{\beta\beta}^{0*} + \left( \nabla \mathbf{D}_{\beta\beta}^{0*} + \nabla \mathbf{D}_{\beta\beta}^{0*T} \right) \right] = \bar{\mu} \mathbf{n}_{\beta\gamma} \cdot \left[ -\mathbf{Id}_{\gamma\beta}^{0*} + \left( \nabla \mathbf{D}_{\gamma\beta}^{0*} + \nabla \mathbf{D}_{\gamma\beta}^{0*T} \right) \right] \\ \text{sur } A_{\beta\gamma} \quad (5.12e)$$

Périodicité

$$\mathbf{d}_{\alpha\beta}^{0*}(\mathbf{r}^* + \mathbf{l}_i^*) = \mathbf{d}_{\alpha\beta}^{0*}(\mathbf{r}^*) \quad \alpha = \beta \text{ et } \gamma \quad i = 1, 2, 3 \quad (5.12f)$$

$$\mathbf{D}_{\alpha\beta}^{0*}(\mathbf{r}^* + \mathbf{l}_i^*) = \mathbf{D}_{\alpha\beta}^{0*}(\mathbf{r}^*) \quad \alpha = \beta \text{ et } \gamma \quad i = 1, 2, 3 \quad (5.12g)$$

Les moyennes suivantes donnent les tenseurs de perméabilité dominante,  $\mathbf{K}_{\beta\beta}^{**}$ , et de couplage,  $\mathbf{K}_{\gamma\beta}^{**}$ ,

$$\langle \mathbf{D}_{\alpha\beta}^{0*} \rangle^\alpha = \epsilon_\alpha^{-1} \mathbf{K}_{\alpha\beta}^{**} \quad \alpha = \beta \text{ et } \gamma \quad (5.12h)$$

Deuxième problème

$$-\nabla \mathbf{d}_{\alpha\gamma}^{0*} + \nabla^2 \mathbf{D}_{\alpha\gamma}^{0*} = \delta_{\alpha\gamma} \mathbf{I} \quad \text{dans la phase } \alpha, \quad \alpha = \beta \text{ et } \gamma \quad (5.13a)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D}_{\alpha\gamma}^{0*} = 0 \quad \text{dans la phase } \alpha, \quad \alpha = \beta \text{ et } \gamma \quad (5.13b)$$

$$\text{CL1 et CL2} \quad \mathbf{D}_{\alpha\gamma}^{0*} = 0 \quad \text{sur } A_{\alpha\sigma}, \quad \alpha = \beta \text{ et } \gamma \quad (5.13c)$$

$$\text{CL3} \quad \mathbf{D}_{\beta\gamma}^{0*} = \mathbf{D}_{\gamma\gamma}^{0*} \quad \text{sur } A_{\beta\gamma} \quad (5.13d)$$

$$\text{CL4} \quad \mathbf{n}_{\beta\gamma} \cdot \left[ -\mathbf{Id}_{\beta\gamma}^{0*} + \left( \nabla \mathbf{D}_{\beta\gamma}^{0*} + \nabla \mathbf{D}_{\beta\gamma}^{0*T} \right) \right] = \bar{\mu} \mathbf{n}_{\beta\gamma} \cdot \left[ -\mathbf{Id}_{\gamma\gamma}^{0*} + \left( \nabla \mathbf{D}_{\gamma\gamma}^{0*} + \nabla \mathbf{D}_{\gamma\gamma}^{0*T} \right) \right]$$

sur  $A_{\beta\gamma}$

(5.13e)

Périodicité

$$\mathbf{d}_{\alpha\gamma}^{0*}(\mathbf{r}^* + \mathbf{l}_i^*) = \mathbf{d}_{\alpha\gamma}^{0*}(\mathbf{r}^*) \quad \alpha = \beta \text{ et } \gamma \quad i = 1, 2, 3 \quad (5.13f)$$

$$\mathbf{D}_{\alpha\gamma}^{0*} (\mathbf{r}^* + \mathbf{I}_i^*) = \mathbf{D}_{\alpha\gamma}^{0*} (\mathbf{r}^*) \quad \alpha = \beta \text{ et } \gamma \quad i = 1, 2, 3 \quad (5.13g)$$

Moyenne

$$\langle \mathbf{D}_{\alpha\gamma}^{0*} \rangle^\alpha = \epsilon_\alpha^{-1} \mathbf{K}_{\alpha\gamma}^{**} \quad \alpha = \beta \text{ et } \gamma \quad (5.13h)$$

Les tenseurs de perméabilité,  $\mathbf{K}_\beta^*$  et  $\mathbf{K}_\gamma^*$ , sont donnés par

$$\mathbf{K}_\alpha^* = \mathbf{K}_{\alpha\alpha}^{**} - \mathbf{K}_{\alpha\kappa}^{**} \cdot \mathbf{K}_{\kappa\kappa}^{**^{-1}} \cdot \mathbf{K}_{\kappa\alpha}^{**} \quad \alpha, \kappa = \beta, \gamma \quad \alpha \neq \kappa \quad (5.14)$$

Et les tenseurs de trainée visqueuse,  $\mathbf{K}_{\beta\gamma}$  et  $\mathbf{K}_{\gamma\beta}$ , par

$$\mathbf{K}_{\alpha\kappa} = \mathbf{K}_{\alpha\kappa}^{**} \cdot (\mathbf{I} - \mathbf{K}_{\kappa\kappa}^{**^{-1}} \cdot \mathbf{K}_{\kappa\alpha}^{**} \cdot \mathbf{K}_{\alpha\alpha}^{**^{-1}} \cdot \mathbf{K}_{\alpha\kappa}^{**}) \quad (5.15)$$

$$\cdot (\mathbf{K}_{\kappa\kappa}^{**} - \mathbf{K}_{\kappa\alpha}^{**} \cdot \mathbf{K}_{\alpha\alpha}^{**^{-1}} \cdot \mathbf{K}_{\alpha\kappa}^{**})^{-1} \quad \alpha, \kappa = \beta, \gamma \quad \alpha \neq \kappa$$

### 5.2.3.2 Problèmes de fermeture en régime inertiel

Les problèmes de fermeture qui permettent la détermination des tenseurs de correction inertielle  $\mathbf{F}_{\alpha\alpha}$  et de correction inertielle de couplage  $\mathbf{F}_{\alpha\kappa}$  ( $\alpha, \kappa = \beta, \gamma$ ,  $\alpha \neq \kappa$ ) sont dérivés dans [74]. Ces problèmes ont la même forme que les équations de Navier-Stokes. Ils font cependant appel au champ de vitesse  $\mathbf{v}_\alpha^*$  et à la position de l'interface  $A_{\beta\gamma}$  déterminés par la résolution du problème microscopique. En adoptant la même nomenclature que dans [74] pour les variables de fermeture,  $\mathbf{a}_{\alpha\beta}^{0*}$ ,  $\mathbf{a}_{\alpha\gamma}^{0*}$ ,  $\mathbf{A}_{\alpha\beta}^{0*}$  et  $\mathbf{A}_{\alpha\gamma}^{0*}$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ), les problèmes de fermeture, sous forme adimensionnelle, sont donnés par

#### Premier problème

$$Re_\alpha^* \mathbf{v}_\alpha^* \cdot \nabla \mathbf{A}_{\alpha\beta}^{0*} = -\nabla \mathbf{a}_{\alpha\beta}^{0*} + \nabla^2 \mathbf{A}_{\alpha\beta}^{0*} - \delta_{\alpha\beta} \mathbf{I} \quad \text{dans la phase } \alpha, \quad \alpha = \beta \text{ et } \gamma \quad (5.16a)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A}_{\alpha\beta}^{0*} = 0 \quad \text{dans la phase } \alpha, \quad \alpha = \beta \text{ et } \gamma \quad (5.16b)$$

$$\text{CL1 et CL2} \quad \mathbf{A}_{\alpha\beta}^{0*} = 0 \quad \text{sur } A_{\alpha\sigma}, \quad \alpha = \beta \text{ et } \gamma \quad (5.16c)$$

$$\text{CL3} \quad \mathbf{A}_{\beta\beta}^{0*} = \mathbf{A}_{\gamma\beta}^{0*} \quad \text{sur } A_{\beta\gamma} \quad (5.16d)$$

$$\begin{aligned} \text{CL4} \quad \mathbf{n}_{\beta\gamma} \cdot \left[ -\mathbf{Ia}_{\beta\beta}^{0*} + \left( \nabla \mathbf{A}_{\beta\beta}^{0*} + \nabla \mathbf{A}_{\beta\beta}^{0*T} \right) \right] &= \bar{\mu} \mathbf{n}_{\beta\gamma} \cdot \left[ -\mathbf{Ia}_{\gamma\beta}^{0*} + \left( \nabla \mathbf{A}_{\gamma\beta}^{0*} + \nabla \mathbf{A}_{\gamma\beta}^{0*T} \right) \right] \\ &\text{sur } A_{\beta\gamma} \end{aligned} \quad (5.16e)$$

Périodicité

$$\mathbf{a}_{\alpha\beta}^{0*}(\mathbf{r}^* + \mathbf{l}_i^*) = \mathbf{a}_{\alpha\beta}^{0*}(\mathbf{r}^*) \quad \alpha = \beta \text{ et } \gamma \quad i = 1, 2, 3 \quad (5.16f)$$

$$\mathbf{A}_{\alpha\beta}^{0*}(\mathbf{r}^* + \mathbf{l}_i^*) = \mathbf{A}_{\alpha\beta}^{0*}(\mathbf{r}^*) \quad \alpha = \beta \text{ et } \gamma \quad i = 1, 2, 3 \quad (5.16g)$$

Deuxième problème

$$Re_{\alpha}^* \mathbf{v}_{\alpha}^* \cdot \nabla \mathbf{A}_{\alpha\gamma}^{0*} = -\nabla \mathbf{a}_{\alpha\gamma}^{0*} + \nabla^2 \mathbf{A}_{\alpha\gamma}^{0*} - \delta_{\alpha\gamma} \mathbf{I} \quad \text{dans la phase } \alpha, \quad \alpha = \beta \text{ et } \gamma \quad (5.17a)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A}_{\alpha\gamma}^{0*} = 0 \quad \text{dans la phase } \alpha, \quad \alpha = \beta \text{ et } \gamma \quad (5.17b)$$

$$\text{CL1 et CL2} \quad \mathbf{A}_{\alpha\gamma}^{0*} = 0 \quad \text{sur } A_{\alpha\sigma}, \quad \alpha = \beta \text{ et } \gamma \quad (5.17c)$$

$$\text{CL3} \quad \mathbf{A}_{\beta\gamma}^{0*} = \mathbf{A}_{\gamma\gamma}^{0*} \quad \text{sur } A_{\beta\gamma} \quad (5.17d)$$

$$\text{CL4 } \mathbf{n}_{\beta\gamma} \cdot \left[ -\mathbf{Ia}_{\beta\gamma}^{0*} + \left( \nabla \mathbf{A}_{\beta\gamma}^{0*} + \nabla \mathbf{A}_{\beta\gamma}^{0*T} \right) \right] = \bar{\mu} \mathbf{n}_{\beta\gamma} \cdot \left[ -\mathbf{Ia}_{\gamma\gamma}^{0*} + \left( \nabla \mathbf{A}_{\gamma\gamma}^{0*} + \nabla \mathbf{A}_{\gamma\gamma}^{0*T} \right) \right]$$

sur  $A_{\beta\gamma}$

(5.17e)

Périodicité

$$\mathbf{a}_{\alpha\gamma}^{0*}(\mathbf{r}^* + \mathbf{I}_i^*) = \mathbf{a}_{\alpha\gamma}^{0*}(\mathbf{r}^*) \quad \alpha = \beta \text{ et } \gamma \quad i = 1, 2, 3$$
(5.17f)

$$\mathbf{A}_{\alpha\gamma}^{0*}(\mathbf{r}^* + \mathbf{I}_i^*) = \mathbf{A}_{\alpha\gamma}^{0*}(\mathbf{r}^*) \quad \alpha = \beta \text{ et } \gamma \quad i = 1, 2, 3$$
(5.17g)

Moyennes

$$\mathbf{H}_\alpha^* = \epsilon_\alpha \left( \langle \mathbf{A}_{\alpha\kappa}^{0*} \rangle^\alpha \cdot \langle \mathbf{A}_{\kappa\kappa}^{0*} \rangle^{\kappa-1} \cdot \langle \mathbf{A}_{\kappa\alpha}^{0*} \rangle^\kappa - \langle \mathbf{A}_{\alpha\alpha}^{0*} \rangle^\alpha \right) \quad \alpha, \kappa = \beta, \gamma \quad \alpha \neq \kappa$$
(5.18)

$$\mathbf{H}_{\alpha\kappa} = \mathbf{K}_{\alpha}^* \cdot \langle \mathbf{A}_{\alpha\alpha}^{0*} \rangle^{\alpha-1} \cdot \langle \mathbf{A}_{\alpha\kappa}^{0*} \rangle^\alpha \cdot \mathbf{H}_\kappa^{*-1} \quad \alpha, \kappa = \beta, \gamma \quad \alpha \neq \kappa$$
(5.19)

Finalement, les tenseurs de correction inertielle,  $\mathbf{F}_{\beta\beta}$  et  $\mathbf{F}_{\gamma\gamma}$ , et de correction inertielle de couplage,  $\mathbf{F}_{\beta\gamma}$  et  $\mathbf{F}_{\gamma\beta}$ , peuvent être déterminés par les relations suivantes

$$\mathbf{F}_{\alpha\alpha} = \mathbf{K}_\alpha^* \cdot \mathbf{H}_\alpha^{*-1} - \mathbf{I} \quad \alpha = \beta \text{ et } \gamma$$
(5.20)

$$\mathbf{F}_{\alpha\kappa} = \mathbf{K}_{\alpha\kappa} \cdot \mathbf{H}_{\alpha\kappa} \quad \alpha, \kappa = \beta, \gamma \quad \alpha \neq \kappa$$
(5.21)

### 5.2.4 Méthode numérique

Il existe différentes méthodes de suivi d'interface qui permettent la résolution des problèmes d'écoulement diphasique. Deux techniques principales sont à distinguer. La première concerne les méthodes basées sur une approche Lagrangienne pour le traitement de l'interface, comme la méthode ALE (Arbitrary Lagrangian

Eulerian), où l'interface est explicitement décrite et le déplacement des nœuds du maillage fait partie des inconnues. La seconde correspond aux méthodes Eulériennes, dans lesquelles une fonction indicatrice de phase  $\phi$ , qui représente la proportion des phases dans chaque cellule du maillage, est transportée. Dans ce travail, l'approche Eulérienne est adoptée pour la résolution du problème microscopique (Eqs. 5.6) du fait qu'elle est plus adaptée que l'approche Lagrangienne pour capturer les changements complexes de topologie comme la formation de bulles. Plus particulièrement la méthode des surfaces de niveau (Level set method) est employée. Le problème microscopique (Eqs. 5.6) est implémenté dans le logiciel *Comsol* avec le module *Ecoulement diphasique laminaire, Level set* qui est mis sous forme adimensionnelle. L'équation, sous forme conservative, de transport de la fonction indicatrice de phase  $\phi$ , est donnée par

$$\frac{\partial \phi}{\partial t^*} + \nabla \cdot (\mathbf{v}_\alpha^* \phi) = \lambda^* \nabla \cdot (\Lambda^* \nabla \phi - \phi(1 - \phi) \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|}) \quad \text{sur } V_\alpha \quad \alpha = \beta \text{ et } \gamma \quad (5.22)$$

où  $\phi = 0$  sur  $V_\beta$ , 1 sur  $V_\gamma$  et 0.5 au niveau de l'interface  $A_{\beta\gamma}$ . Dans l'Eq. 5.22, le paramètre  $\lambda^* = \frac{\lambda}{u_{ref}}$  représente la mobilité adimensionnelle de l'interface et  $\Lambda^* = \frac{\Lambda}{l}$  l'épaisseur adimensionnelle de l'interface. Les valeurs optimales (adoptées aussi dans ce travail) de ces deux paramètres sont respectivement la vitesse maximale et la moitié de la hauteur maximale de la cellule du maillage [88]. Les termes du membre de droite de l'Eq. 5.22 sont destinés à la stabilisation numérique du transport convectif de la fonction  $\phi$ .

Par ailleurs, la résolution des quatre problèmes de fermeture est accomplie sur chaque phase à l'aide du module *Ecoulement laminaire*, en négligeant le terme de convection dans les deux problèmes de fermeture correspondant au régime visqueux (Eqs. 5.12 et 5.13 pour la détermination des perméabilités) et en le réécrivant en intégrant la vitesse microscopique, issue de la solution du problème microscopique, dans les deux problèmes de fermeture correspondant à l'écoulement inertiel (Eqs. 5.16 et 5.17 pour la détermination des tenseurs de correction).

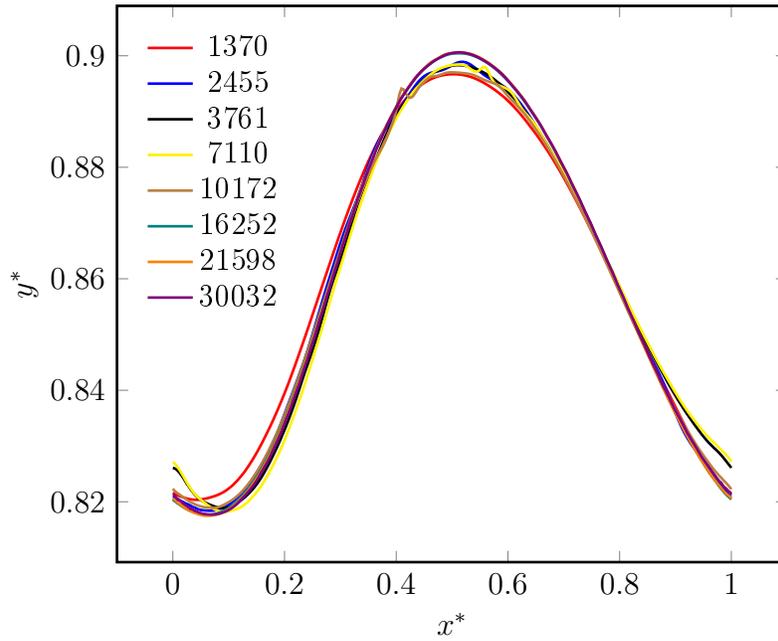
### 5.2.5 Sensibilité au maillage

Le maillage utilisé dans cette étude pour la discrétisation du domaine de calcul est un maillage fixe non structuré d'éléments triangulaires sans raffinement d'une zone particulière du moment que la position de l'interface  $A_{\beta\gamma}$  n'est pas connue a priori et peut être localisée n'importe où dans le domaine.

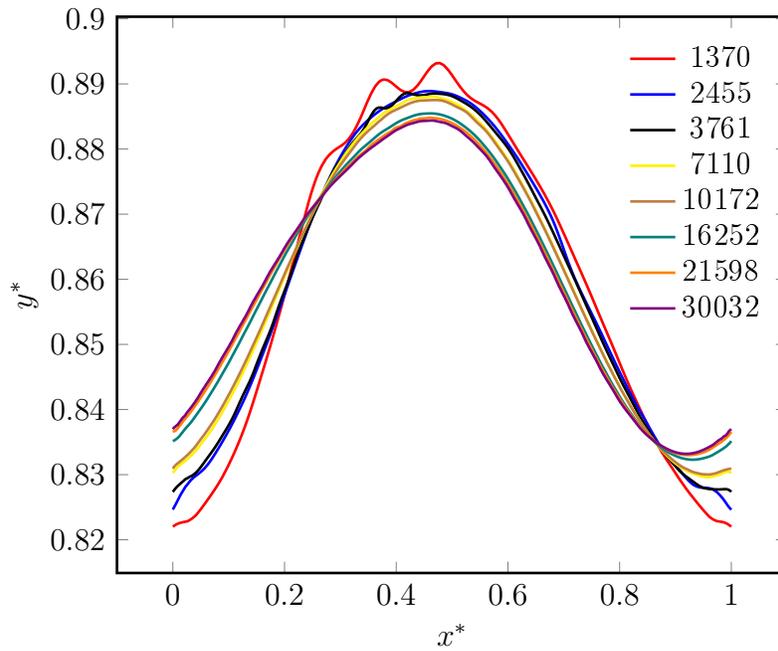
Dans cette partie, la sensibilité de la solution du problème microscopique (Eqs. 5.6) au nombre de cellules du maillage est étudiée. Dans tout ce qui suit, le domaine de calcul est restreint à la moitié supérieure de la structure (comme dans la Fig. 5.11) afin d'exploiter la symétrie de l'écoulement stationnaire dans la cellule  $OC$  lorsque  $\nabla \langle p_\alpha^* \rangle^\alpha = \mathbf{e}_x$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ) pour réduire le temps de calcul. L'analyse est réalisée sur une cellule  $OC$  de porosité  $\epsilon = 0,7$ , une saturation en fluide non mouillant,  $S_\gamma = 0,4$ ,  $\bar{\rho} = 1$ ,  $\bar{\mu} = 0,1$ , un paramètre  $\left| \langle \mathbf{v}_\beta^* \rangle^\beta \right| / Ca = 0,1$  et pour deux nombres de Reynolds afin d'examiner l'effet de ce dernier sur la sensibilité au maillage. Alors que le premier nombre de Reynolds  $Re_\alpha^* = 0$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ) correspond à un écoulement visqueux, le second,  $Re_\alpha^* = 425$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ), est le plus grand nombre de Reynolds pour lequel un écoulement stationnaire est observé (*i.e.* le régime à bulles apparaît à  $Re_\alpha^* \approx 450$ ). Les positions de l'interface  $A_{\beta\gamma}$  obtenues pour différentes tailles de maillage sont présentées sur la Fig. 5.3.

Il apparaît en comparant les positions de  $A_{\beta\gamma}$  obtenues pour un écoulement visqueux (Fig. 5.3a) et pour la limite de l'écoulement stationnaire (Fig. 5.3b) que la sensibilité au maillage s'accroît à mesure que le nombre de Reynolds croît. En effet, sur la Fig. 5.3a ( $Re_\alpha^* = 0$ ,  $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ), les interfaces sont globalement proches, tandis qu'une dispersion beaucoup plus marquée apparaît sur la Fig. 5.3b ( $Re_\alpha^* = 425$ ,  $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ) sauf pour les trois tailles de maillage, 16252, 21598, et 30032 où les positions de  $A_{\beta\gamma}$  sont quasiment les mêmes, témoignant d'un calcul convergé en maillage.

Par ailleurs, la dépendance de la composante  $x$  de la vitesse moyenne adimensionnelle normalisée  $(\langle v_{\alpha x}^* \rangle^\alpha)_n$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ) au nombre de mailles dans le domaine

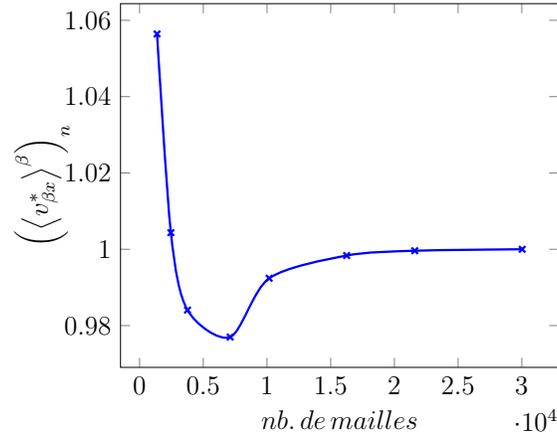


(a)

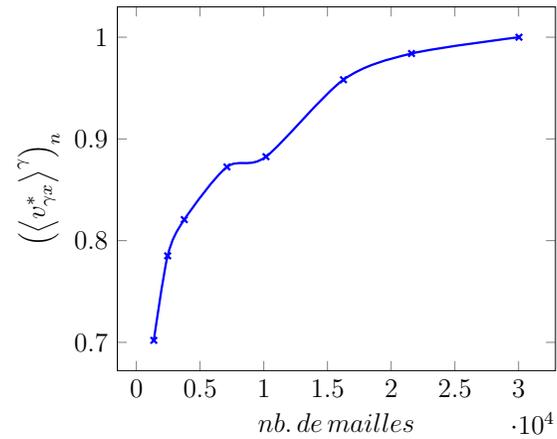


(b)

FIGURE 5.3 – Position de l'interface  $A_{\beta\gamma}$  en fonction du nombre de cellules du maillage dans le domaine de calcul (demi  $OC$ ),  $\nabla \langle p_\alpha^* \rangle^\alpha = \mathbf{e}_x$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ),  $\bar{\rho} = 1$ ,  $\bar{\mu} = 0, 1$ ,  $\left| \langle \mathbf{v}_\beta^* \rangle^\beta \right| / Ca = 0, 1$ ,  $S_\gamma = 0, 4$  et  $\epsilon = 0, 7$ . (a) Écoulement visqueux,  $Re_\alpha^* = 0$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ). (b) Limite de l'écoulement stationnaire,  $Re_\alpha^* = 425$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ).



(a)



(b)

FIGURE 5.4 – Variation de la composante  $x$  de la vitesse moyenne adimensionnelle normalisée  $\left(\left\langle v_{\alpha x}^* \right\rangle^{\alpha}\right)_n$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ) en fonction du nombre de cellules du maillage dans le domaine de calcul (demi  $OC$ ). Écoulement visqueux,  $Re_{\alpha}^* = 0$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ),  $\nabla \langle p_{\alpha}^* \rangle^{\alpha} = \mathbf{e}_x$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ),  $\bar{\rho} = 1$ ,  $\bar{\mu} = 0, 1$ ,  $\left|\left\langle \mathbf{v}_{\beta}^* \right\rangle^{\beta}\right|/Ca = 0, 1$ ,  $S_{\gamma} = 0, 4$  et  $\epsilon = 0, 7$ . Normalisation par rapport à la valeur obtenue avec le maillage le plus fin.

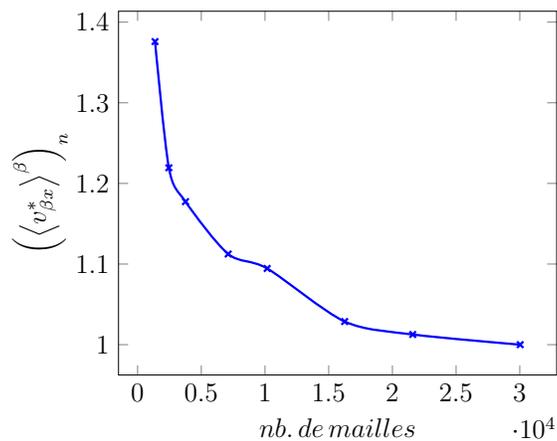
de calcul est aussi analysée comme indiqué sur les Figs. 5.4 et 5.5. La normalisation est effectuée par rapport à la valeur  $\langle v_{\alpha x}^* \rangle^\alpha$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ) obtenue avec le maillage le plus fin (*i.e.* composé de 30032 éléments). Il ressort de ces résultats que l'écoulement dans la phase non mouillante  $\gamma$ , de volume  $V_\gamma$ , semble plus exigeant pour atteindre la convergence. De manière générale, les valeurs de  $(\langle v_{\alpha x}^* \rangle^\alpha)_n$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ), sur les Figs. 5.4 et 5.5, obtenues avec un maillage composé de 16252 éléments présentent une erreur relative de moins de 5% par rapport au maillage presque deux fois plus fin comportant 30032 cellules. Ceci signifie qu'un maillage d'environ 16000 éléments peut être adopté pour la suite des calculs. Cependant, en raison de la variation de la valeur des différents paramètres (nombre de Reynolds,  $|\langle \mathbf{v}_\beta^* \rangle^\beta|/Ca$ ,  $S_\gamma$ ), tous les maillages considérés comportent au minimum 30000 éléments dans la suite de ce travail.

### 5.2.6 Validation

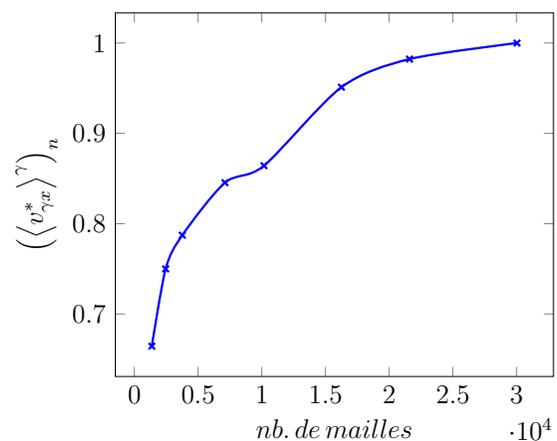
Afin de valider la démarche adoptée pour la résolution du problème microscopique (Eqs. 5.6), ce dernier est résolu, pour le cas d'un écoulement purement visqueux, à l'aide du logiciel *Comsol* comme décrit plus haut et en utilisant un code basé sur la méthode des éléments de frontière (*BEM*) dont les détails de son implémentation sont donnés dans une étude précédente [12]. Les interfaces  $A_{\beta\gamma}$  ainsi obtenues sont comparées pour trois combinaisons différentes des paramètres  $|\langle \mathbf{v}_\beta^* \rangle^\beta|/Ca$ ,  $\bar{\mu}$  et  $S_\gamma$  comme le montre la Fig. 5.6. Cette dernière indique que les interfaces obtenues avec les deux démarches coïncident très bien dans les trois cas considérés, ce qui valide la méthodologie utilisée dans cette étude.

## 5.3 Résultats et discussion

La procédure décrite ci-dessus a été appliquée sur une cellule *OC* (domaine de calcul correspondant à la moitié supérieure de *OC*, Fig. 5.11) de porosité  $\epsilon = 0,7$

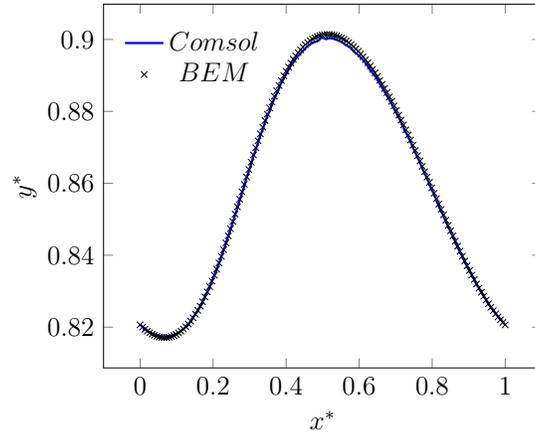


(a)

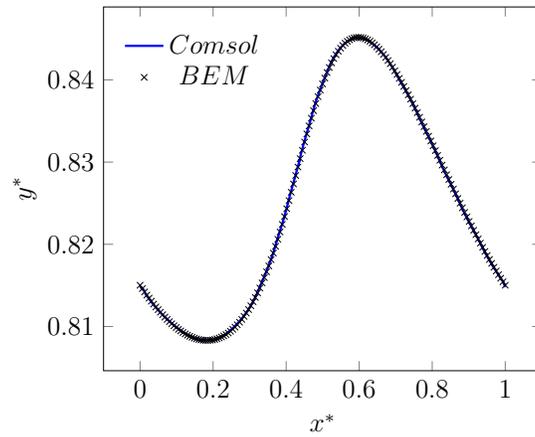


(b)

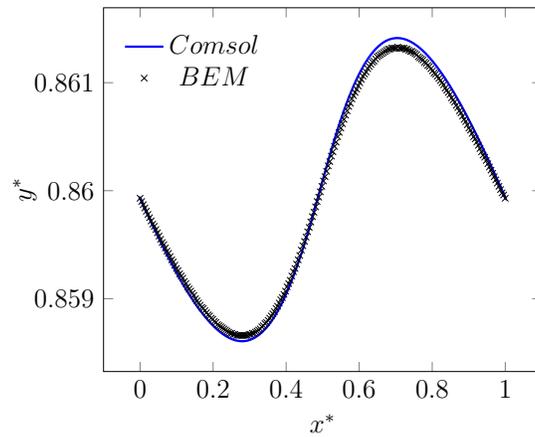
FIGURE 5.5 – Variation de la composante  $x$  de la vitesse moyenne adimensionnelle normalisée  $((v_{\alpha x}^*)^\alpha)_n$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ) en fonction du nombre de cellules du maillage dans le domaine de calcul (demi  $OC$ ). Limite de l'écoulement stationnaire,  $Re_\alpha^* = 425$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ),  $\nabla \langle p_\alpha^* \rangle^\alpha = \mathbf{e}_x$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ),  $\bar{\rho} = 1$ ,  $\bar{\mu} = 0,1$ ,  $|\langle \mathbf{v}_\beta^* \rangle^\beta|/Ca = 0,1$ ,  $S_\gamma = 0,4$  et  $\epsilon = 0,7$ . Normalisation par rapport à la valeur obtenue avec le maillage le plus fin.



(a)



(b)



(c)

FIGURE 5.6 – Positions de l'interface  $A_{\beta\gamma}$  obtenues à l'aide du logiciel *Comsol* et du code basé sur la méthode des éléments de frontière (*BEM*, détails dans [12]).  $OC$ ,  $Re_\alpha^* = 0$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ),  $\nabla \langle p_\alpha^* \rangle^\alpha = \mathbf{e}_x$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ),  $\bar{\rho} = 1$  et  $\epsilon = 0,7$ . (a)  $\left| \langle \mathbf{v}_\beta^* \rangle^\beta \right| / Ca = 0,1$ ,  $\bar{\mu} = 0,1$  et  $S_\gamma = 0,4$ . (b)  $\left| \langle \mathbf{v}_\beta^* \rangle^\beta \right| / Ca = 1$ ,  $\bar{\mu} = 1$  et  $S_\gamma = 0,5$ . (c)  $\left| \langle \mathbf{v}_\beta^* \rangle^\beta \right| / Ca = 10$ ,  $\bar{\mu} = 0,1$  et  $S_\gamma = 0,4$ .

avec un gradient de pression moyenne orienté suivant  $\mathbf{e}_x$ ,  $\nabla \langle p_\alpha^* \rangle^\alpha = \mathbf{e}_x$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ). Le rapport des masses volumiques étant,  $\bar{\rho} = 1$ , les nombres de Reynolds dans les deux phases sont alors égaux,  $Re_\beta^* = Re_\gamma^*$ . Concernant les viscosités dynamiques, un rapport  $\bar{\mu} = 0,1$  est adopté afin de vérifier si les perméabilités de couplage peuvent être négligées devant les perméabilités dominantes [140].

Des simulations ont été réalisées tout d'abord dans le cas d'un écoulement purement visqueux ( $Re_\alpha^* = 0$ ,  $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ), avec une saturation  $S_\gamma = 0,4$ , pour différentes valeurs du paramètre  $\left| \langle \mathbf{v}_\beta^* \rangle^\beta \right| / Ca$  (table 5.1) afin d'étudier l'impact du nombre capillaire sur la validité du modèle macroscopique. Par la suite, en fixant le paramètre à  $\left| \langle \mathbf{v}_\beta^* \rangle^\beta \right| / Ca = 0,005$ , l'influence de la saturation est analysée en variant la valeur de  $S_\gamma$  (table 5.2).

Dans un deuxième temps, l'écoulement inertiel est étudié dans le cas d'une saturation en fluide non mouillant  $S_\gamma = 0,2$  et un paramètre  $\left| \langle \mathbf{v}_\beta^* \rangle^\beta \right| / Ca = 0,005$  (Fig. 5.10). Ces valeurs sont retenues à partir des résultats de l'écoulement visqueux, pour lesquelles le modèle macroscopique (Eq. 5.10a) est considéré valable.

### 5.3.1 Écoulement visqueux

#### 5.3.1.1 Validité du modèle de Darcy généralisé en fonction du paramètre

$$\left| \langle \mathbf{v}_\beta^* \rangle^\beta \right| / Ca$$

Il apparaît à partir des résultats reportés dans la table 5.1 que pour toutes les valeurs du paramètre  $\left| \langle \mathbf{v}_\beta^* \rangle^\beta \right| / Ca$ , la perméabilité de couplage  $K_{\beta\gamma xx}^{**}$  n'est petite que d'un seul ordre de grandeur par rapport à la perméabilité dominante  $K_{\beta\beta xx}^{**}$ . Pour la phase non mouillante  $\gamma$ , les valeurs des perméabilités dominante et de couplage sont très proches. Ce résultat montre que même si  $\mu_\beta > \mu_\gamma$  ( $\bar{\mu} = \mu_\gamma / \mu_\beta = 0,1$  dans cette étude), les perméabilités de couplage ne peuvent être négligées dans le modèle de Darcy généralisé pour la configuration envisagée ici. Il faut bien remarquer qu'en raison de l'orientation du gradient de pression moyenne,  $\nabla \langle p_\beta^* \rangle^\beta = \nabla \langle p_\gamma^* \rangle^\gamma = \mathbf{e}_x$  et de la distribution des phases, les composantes  $yy$  des perméabilités dominantes et de couplage ainsi que les composantes  $y$  des vitesses macroscopiques dans les deux

$\left  \langle \mathbf{v}_\beta^* \rangle^\beta \right  / Ca$	$Ca$	$K_{\beta\beta xx}^{**} (.10^{-4})$	$K_{\beta\gamma xx}^{**} (.10^{-5})$	$K_{\gamma\gamma xx}^{**} (.10^{-4})$	$K_{\gamma\beta xx}^{**} (.10^{-4})$	Erreur sur $\langle \mathbf{v}_{\beta x}^* \rangle^\beta$ (%)	Erreur sur $\langle \mathbf{v}_{\gamma x}^* \rangle^\gamma$ (%)
0,005	0,68	20,165	15,698	16,824	15,689	5,48	12
0,01	0,34	20,150	15,675	16,864	15,660	5,43	11
0,1	0,031	19,831	15,465	17,993	15,442	14,81	14,01
0,2	0,014	19,715	15,713	18,719	15,702	27,53	15,57
1	0,0014	19,670	18,768	21,794	18,763	178,63	25,42
2	$6,3 \times 10^{-4}$	19,711	19,205	22,161	19,192	209,06	26,01
10	$1,15 \times 10^{-4}$	19,759	19,697	22,358	19,686	242,92	27,09

TABLE 5.1 – Valeur des composantes  $xx$  des perméabilités dominantes,  $K_{\beta\beta xx}^{**}$  et  $K_{\gamma\gamma xx}^{**}$ , et de couplage,  $K_{\beta\gamma xx}^{**}$  et  $K_{\gamma\beta xx}^{**}$ , et erreur sur les composantes  $x$  des vitesses macroscopiques,  $\langle \mathbf{v}_{\beta x}^* \rangle^\beta$  et  $\langle \mathbf{v}_{\gamma x}^* \rangle^\gamma$  (calculées à partir du problème macroscopique Eq. 5.10a) pour différentes valeurs de  $\left| \langle \mathbf{v}_\beta^* \rangle^\beta \right| / Ca$ . Erreur par rapport à la moyenne des vitesses obtenues par la résolution du problème microscopique (Eqs. 5.6).  $OC$ ,  $Re_\alpha^* = 0$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ),  $\nabla \langle p_\alpha^* \rangle^\alpha = \mathbf{e}_x$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ),  $\bar{\rho} = 1$ ,  $\bar{\mu} = 0, 1, 1$ ,  $S_\gamma = 0, 4$  et  $\epsilon = 0, 7$ .

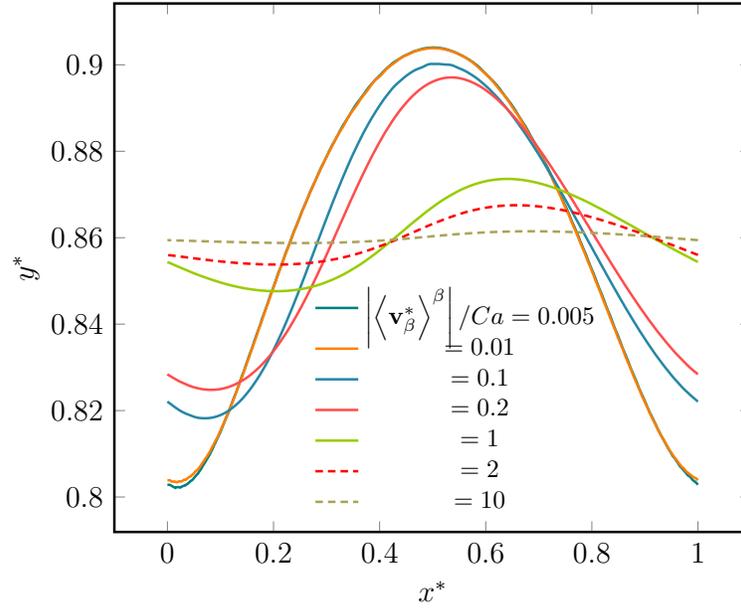


FIGURE 5.7 – Evolution de la forme de l'interface  $A_{\beta\gamma}$  en fonction du paramètre  $\left\langle \mathbf{v}_\beta^* \right\rangle^\beta / Ca$ .  $OC$ ,  $Re_\alpha^* = 0$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ),  $\nabla \langle p_\alpha^* \rangle^\alpha = \mathbf{e}_x$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ),  $\bar{\rho} = 1$ ,  $\bar{\mu} = 0, 1$ ,  $S_\gamma = 0, 4$  et  $\epsilon = 0, 7$ .

phases sont nulles ( $K_{\beta\beta yy}^{**} = K_{\gamma\gamma yy}^{**} = K_{\beta\gamma yy}^{**} = K_{\gamma\beta yy}^{**} = 0$  et  $\langle \mathbf{v}_{\beta x}^* \rangle^\beta = \langle \mathbf{v}_{\gamma x}^* \rangle^\gamma = 0$ ). Par ailleurs, comme la composante selon  $y$  du gradient de pression moyenne est nulle, les composantes  $xy$  et  $yx$  des tenseurs de perméabilité,  $\mathbf{K}_{\beta\beta}^{**}$ ,  $\mathbf{K}_{\gamma\gamma}^{**}$ ,  $\mathbf{K}_{\beta\gamma}^{**}$  et  $\mathbf{K}_{\gamma\beta}^{**}$  ne sont pas analysées. D'autre part, les résultats de la table 5.1 indiquent que les perméabilités de couplage ( $\mathbf{K}_{\beta\gamma}^{**}$  et  $\mathbf{K}_{\gamma\beta}^{**}$ ) et la perméabilité dominante dans la phase non mouillante ( $\mathbf{K}_{\gamma\gamma}^{**}$ ) augmentent avec le paramètre  $\left\langle \mathbf{v}_\beta^* \right\rangle^\beta / Ca$  (*i.e.* avec la diminution du nombre capillaire  $Ca$ ). En revanche, la perméabilité dominante à la phase mouillante augmente légèrement avec  $Ca$ . Ces résultats sont en accord avec des observations effectuées à partir de simulations numériques [13] et, en ce qui concerne  $\mathbf{K}_{\beta\beta}^{**}$  du moins, avec des conclusions d'un travail d'interprétation de données expérimentales [13, 63].

Afin d'analyser la validité du modèle de Darcy généralisé, l'erreur relative sur la composante  $x$  des vitesses moyennes dans les deux phases,  $\langle \mathbf{v}_{\beta x}^* \rangle^\beta$  et  $\langle \mathbf{v}_{\gamma x}^* \rangle^\gamma$ , obtenues à partir du problème macroscopique (Eq. 5.10a), est étudiée. Les valeurs de référence de ces deux vitesses sont celles déterminées à partir de la résolution

du problème microscopique (5.6). En effet, à partir des résultats reportés dans la table 5.1, il apparaît que la précision du modèle de Darcy généralisé est d'autant meilleure que le paramètre  $\left| \langle \mathbf{v}_\beta^* \rangle^\beta \right| / Ca$  est petit (*i.e.* avec l'augmentation du nombre capillaire  $Ca$ ). Ce comportement montre que la condition de faible nombre capillaire,  $Ca$  d'ordre 1 au maximum [74], pour la validité du modèle macroscopique n'est pas déterminante pour la validité du modèle macroscopique. En effet, l'augmentation de l'erreur relative sur la vitesse moyenne à mesure que le nombre capillaire diminue s'explique par le fait que les effets capillaires sont négligés au niveau de la fermeture. Cette hypothèse généralement adoptée [9, 74, 76, 142], consiste en effet à négliger les termes impliquant la déviation de courbure de l'interface  $A_{\beta\gamma}$  devant ceux provenant des déviations de cisaillement visqueux et de pression dans la condition à la limite de saut de contrainte sur les problèmes de fermeture (voir Eq. 70 dans [74]). Cependant, le terme impliquant la déviation de courbure devient plus important devant les autres termes à mesure que le nombre capillaire diminue comme le montre l'Eq. 5.6e.

La Fig. 5.7 montre l'évolution de la forme de l'interface  $A_{\beta\gamma}$  en fonction de  $\left| \langle \mathbf{v}_\beta^* \rangle^\beta \right| / Ca$ . Clairement la variation de la courbure de l'interface, et donc sa déviation, diminue lorsque  $\left| \langle \mathbf{v}_\beta^* \rangle^\beta \right| / Ca$  croît (*i.e.* avec la diminution de  $Ca$ ). Néanmoins, cette diminution de la déviation de courbure ne semble pas atténuer l'erreur dans le modèle macroscopique (table 5.1). Ce résultat indique que l'hypothèse consistant à négliger les termes impliquant la déviation de courbure devant ceux liés aux déviations de pression et de cisaillement visqueux doit être vraiment appréciée en considérant le préfacteur en  $1/Ca$  qui lui est affecté.

### 5.3.1.2 Validité du modèle de Darcy généralisé en fonction de la saturation $S_\gamma$

Dans cette partie, la validité du modèle de Darcy généralisé est analysée en fonction de la saturation en phase non mouillante  $S_\gamma$ . Les résultats reportés dans la table 5.2 montrent que l'erreur relative commise sur le calcul des vitesses macroscopiques effectué avec le modèle macroscopique (Eq. 5.10a) augmente avec  $S_\gamma$ . Cette

$S_\gamma$	$Ca$	$K_{\beta\beta xx}^{**} (.10^{-4})$	$K_{\beta\gamma xx}^{**} (.10^{-5})$	$K_{\gamma\gamma xx}^{**} (.10^{-4})$	$K_{\gamma\beta xx}^{**} (.10^{-4})$	Erreur sur $\langle \mathbf{v}_{\beta x}^* \rangle^\beta$ (%)	Erreur sur $\langle \mathbf{v}_{\gamma x}^* \rangle^\gamma$ (%)
0,2	1,3	49,874	17,418	3,354	17,412	3,80	3,80
0,4	0,68	20,165	15,698	16,824	15,689	5,48	12,00
0,6	0,23	6,374	5,416	43,729	5,414	4,14	11,41

TABLE 5.2 – Valeur des composantes  $xx$  des perméabilités dominantes,  $K_{\beta\beta xx}^{**}$  et  $K_{\gamma\gamma xx}^{**}$ , et de couplage,  $K_{\beta\gamma xx}^{**}$  et  $K_{\gamma\beta xx}^{**}$ , et erreur sur les composantes  $x$  des vitesses macroscopiques,  $\langle \mathbf{v}_{\beta x}^* \rangle^\beta$  et  $\langle \mathbf{v}_{\gamma x}^* \rangle^\gamma$  (calculées à partir du problème macroscopique Eq. 5.10a) pour différentes saturations  $S_\gamma$ . Erreur par rapport à la moyenne des vitesses obtenues par la résolution du problème microscopique (Eqs. 5.6).  $OC$ ,  $Re_\alpha^* = 0$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ),  $\nabla \langle p_\alpha^* \rangle^\alpha = \mathbf{e}_x$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ),  $\bar{\rho} = 1$ ,  $\bar{\mu} = 0, 1$ ,  $\left| \langle \mathbf{v}_\beta^* \rangle^\beta \right| / Ca = 0, 0005$  et  $\epsilon = 0, 7$ .

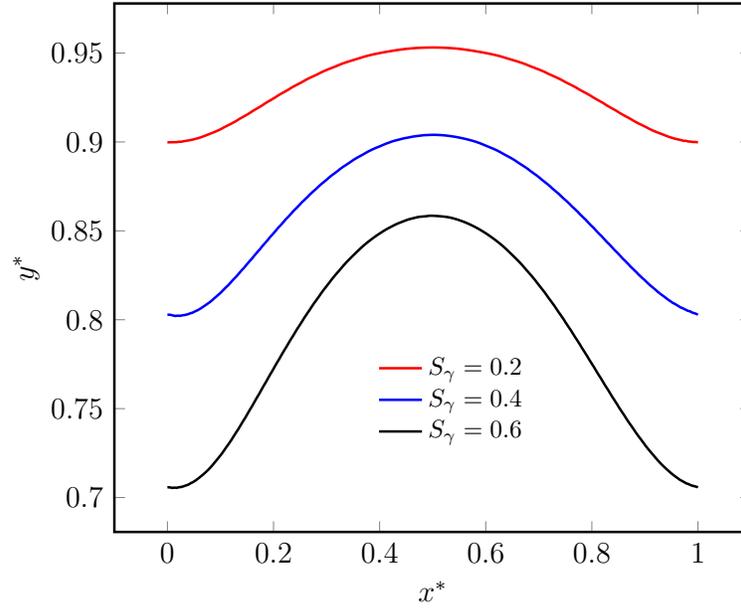


FIGURE 5.8 – Evolution de la topologie de l’interface  $A_{\beta\gamma}$  en fonction de la saturation  $S_\gamma$ .  $OC$ ,  $Re_\alpha^* = 0$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ),  $\nabla \langle p_\alpha^* \rangle^\alpha = \mathbf{e}_x$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ),  $\bar{\rho} = 1$ ,  $\bar{\mu} = 0,1$ ,  $\left| \langle \mathbf{v}_\beta^* \rangle^\beta \right| / Ca = 0,005$  et  $\epsilon = 0,7$ .

augmentation est due à deux effets coopératifs. Le premier, comme observé précédemment, est la diminution du nombre capillaire,  $Ca$ , qui résulte de l’augmentation de  $S_\gamma$  compte tenu que  $\left| \langle \mathbf{v}_\beta^* \rangle^\beta \right| / Ca = 0,005$  pour les trois valeurs de  $S_\gamma$ . Le second concerne la forme de l’interface  $A_{\beta\gamma}$  (voir Fig. 5.8) qui est telle la déviation de sa courbure négligée au niveau de la fermeture, devient plus importante à mesure que  $S_\gamma$  augmente.

## 5.3.2 Ecoulement inertiel

### 5.3.2.1 Validité du modèle macroscopique inertiel

Dans cette partie, la validité du modèle macroscopique (Eq. 5.10a) en fonction du nombre de Reynolds est analysée. Les paramètres  $S_\gamma = 0,2$  et  $\left| \langle \mathbf{v}_\beta^* \rangle^\beta \right| / Ca = 0,005$  pour lesquels des erreurs sur les vitesses macroscopiques acceptables (moins de 4%) ont été observées dans le cas purement visqueux ont été retenus. Les simulations ont été réalisées pour des nombres de Reynolds allant de  $Re_\alpha^* = 0$ , jusqu’à la limite de

l'écoulement stationnaire,  $Re_\alpha^* = 600$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ).

Il s'avère que pour cette configuration d'écoulement, la validité du modèle macroscopique est légèrement affectée par la variation du nombre de Reynolds. En effet, alors que dans la phase mouillante  $\beta$ , l'erreur relative sur  $\langle \mathbf{v}_{\beta x}^* \rangle^\beta$  passe de 3,8% ( $Re_\beta^* = 0$ ) à 0,79% ( $Re_\beta^* = 600$ ), elle augmente dans la phase  $\gamma$  où l'erreur relative sur  $\langle \mathbf{v}_{\gamma x}^* \rangle^\gamma$  croît de 3,8% ( $Re_\gamma^* = 0$ ) à 10,23% ( $Re_\gamma^* = 600$ ). Néanmoins l'erreur sur  $\langle \mathbf{v}_{\gamma x}^* \rangle^\gamma$  reste inférieure à 5% jusqu'à  $Re_\gamma^* \approx 200$ . Cette légère variation de la précision du modèle macroscopique s'explique par l'augmentation de la déviation de courbure à mesure que le nombre de Reynolds augmente comme le montre la Fig. 5.9. Il faut préciser ici que le nombre capillaire, qui reste quasi constant sur tout l'intervalle  $0 \leq Re_\alpha^* \leq 600$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ),  $Ca \approx 1,3$ , n'intervient pas dans cette variation de la précision.

Par ailleurs, le fait que l'erreur relative sur la vitesse macroscopique est plus importante dans la phase non mouillante  $\gamma$  comparée à la phase  $\beta$  peut être expliqué par les valeurs des viscosités dynamiques où  $\bar{\mu} = \mu_\gamma / \mu_\beta = 0,1$ . La viscosité dynamique est en effet plus faible dans la phase non-mouillante. Par conséquent, la phase  $\gamma$  est plus sensible à l'hypothèse qui consiste à négliger les termes de déviation de courbure de  $A_{\beta\gamma}$  devant ceux de la déviation de la pression et du cisaillement visqueux.

### 5.3.2.2 Analyse de la correction inertielle

L'analyse de la correction inertielle à la loi de Darcy généralisée est réalisée, comme dans le cas d'un écoulement monophasique en termes des vecteurs de correction inertielle,  $\mathbf{f}_{c\beta\beta}$  et  $\mathbf{f}_{c\gamma\gamma}$ , et de correction inertielle de couplage,  $\mathbf{f}_{c\beta\gamma}$  et  $\mathbf{f}_{c\gamma\beta}$ , donnés par

$$\mathbf{f}_{c\alpha\alpha} = \frac{-\mathbf{F}_{\alpha\alpha} \cdot \langle \mathbf{v}_\alpha^* \rangle}{|\langle \mathbf{v}_\alpha^* \rangle|} \quad \alpha = \beta \text{ et } \gamma \quad (5.23)$$

et

$$\mathbf{f}_{c\alpha\kappa} = \frac{-\mathbf{F}_{\alpha\kappa} \cdot \langle \mathbf{v}_\kappa^* \rangle}{|\langle \mathbf{v}_\alpha^* \rangle|} \quad \alpha, \kappa = \beta, \gamma \quad \alpha \neq \kappa \quad (5.24)$$

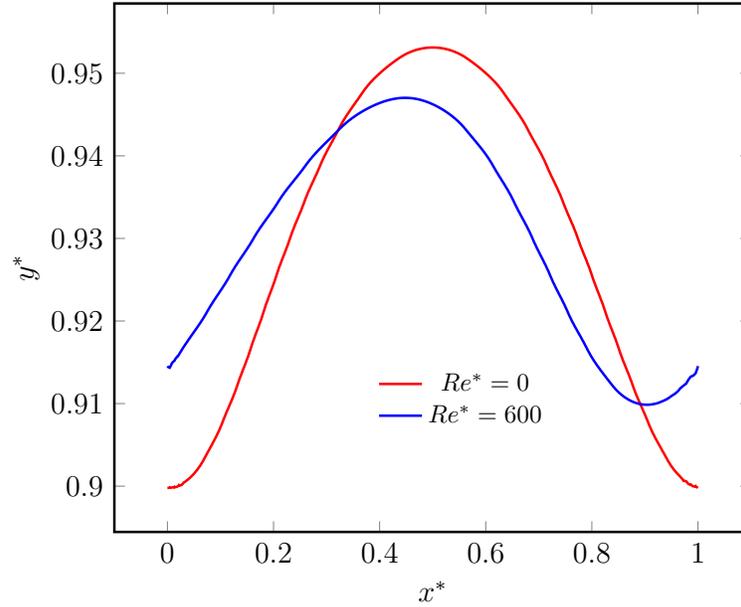


FIGURE 5.9 – Formes de l’interface  $A_{\beta\gamma}$  obtenues pour différentes valeurs du nombre de Reynolds, écoulement visqueux  $Re_{\alpha}^* = 0$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ) et limite de l’écoulement stationnaire  $Re_{\alpha}^* = 600$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ).  $OC$ ,  $\nabla \langle p_{\alpha}^* \rangle^{\alpha} = \mathbf{e}_x$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ),  $\bar{\rho} = 1$ ,  $\bar{\mu} = 0, 1$ ,  $S_{\gamma} = 0, 2$ ,  $|\langle \mathbf{v}_{\beta}^* \rangle^{\beta}| / Ca = 0, 005$  et  $\epsilon = 0, 7$ .

Dans ce qui suit nous utilisons un nombre de Reynolds,  $Re_{d\alpha}$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ), basé sur la taille de l’obstacle cylindrique, *i.e.*

$$Re_{d\alpha} = |\langle \mathbf{v}_{\alpha}^* \rangle| d^* Re_{\alpha}^* \quad \alpha = \beta \text{ et } \gamma \quad (5.25)$$

En raison de l’orientation du gradient de pression moyenne suivant  $\mathbf{e}_x$ , la composante  $y$  de la correction inertielle est nulle. Nous nous intéressons donc qu’aux composantes selon  $\mathbf{e}_x$  des vecteurs de correction.

L’analyse de la Fig. 5.10 montre que la déviation à la loi de Darcy est plus importante, en valeur absolue, dans la phase mouillante  $\beta$  que dans la phase  $\gamma$  et domine devant les corrections inertielles de couplage. De plus, ces dernières, même faibles, ne peuvent être négligées comme dans la forme communément utilisée de la loi de Darcy-Forchheimer généralisée (Eq. 5.2).

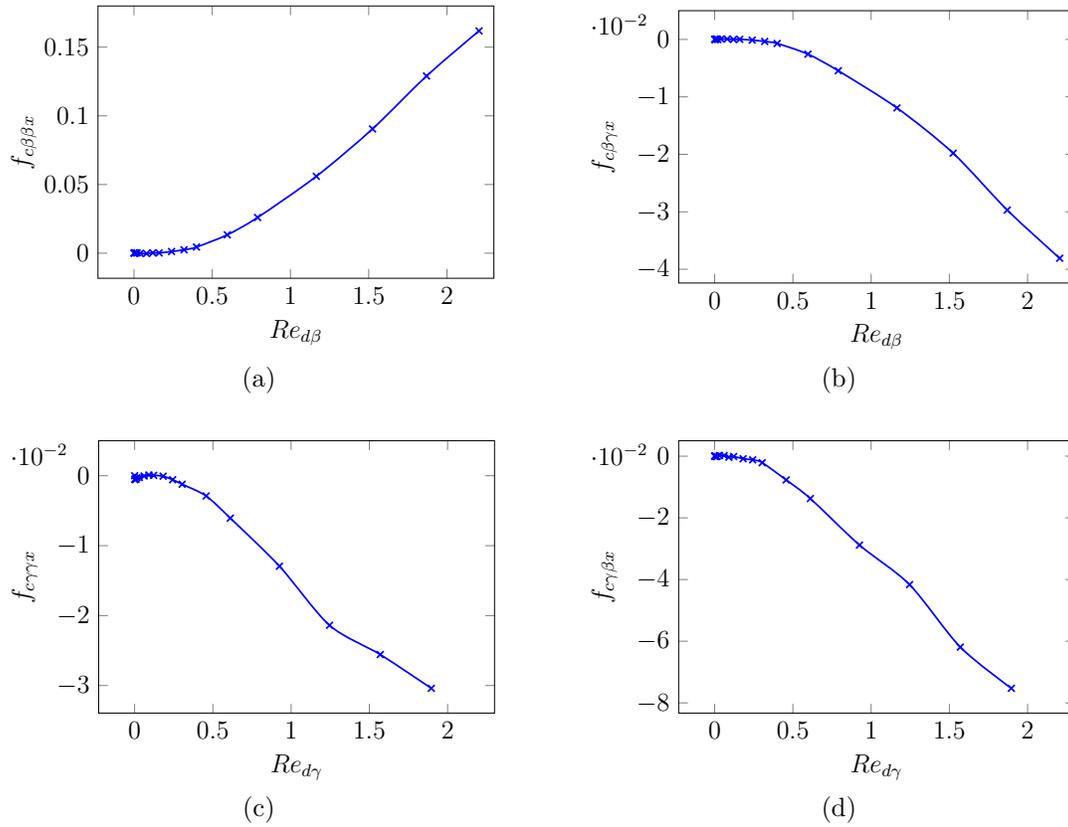


FIGURE 5.10 – Variation de la composante  $x$  des vecteurs de correction inertielle,  $f_{c\beta\beta x}$  et  $f_{c\gamma\gamma x}$ , et de correction inertielle de couplage,  $f_{c\beta\gamma x}$  et  $f_{c\gamma\beta x}$ , à la loi de Darcy généralisée en fonction du nombre de Reynolds sur toute la plage de validité du régime d'écoulement stationnaire.  $OC$ ,  $\nabla \langle p_\alpha^* \rangle^\alpha = \mathbf{e}_x$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ),  $\bar{\rho} = 1$ ,  $\bar{\mu} = 0, 1$ ,  $S_\gamma = 0, 2$ ,  $\left| \langle \mathbf{v}_\beta^* \rangle^\beta \right| / Ca = 0, 005$  et  $\epsilon = 0, 7$ .

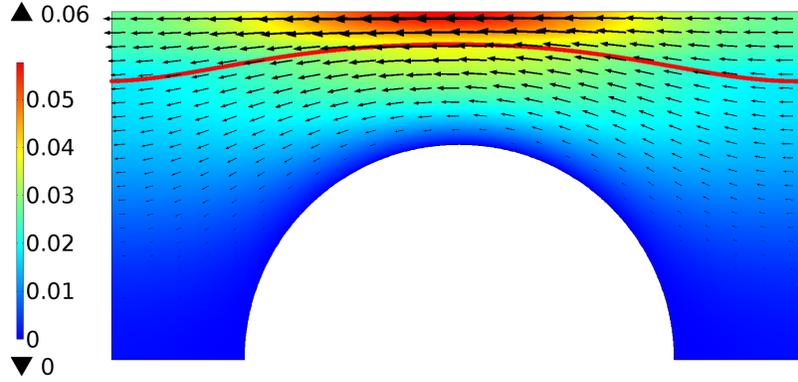


FIGURE 5.11 – Vecteurs vitesse  $\mathbf{v}_\alpha^*$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ) et carte couleur du module de la vitesse  $|\mathbf{v}_\alpha^*|$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ). Interface fluide-fluide  $A_{\beta\gamma}$  marquée par un ligne rouge. Phase mouillante  $\beta$  au dessous de  $A_{\beta\gamma}$ .  $OC$ ,  $Re_\alpha^* = 100$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ),  $\nabla \langle p_\alpha^* \rangle^\alpha = \mathbf{e}_x$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ),  $\bar{\rho} = 1$ ,  $\bar{\mu} = 0,1$ ,  $S_\gamma = 0,2$ ,  $|\langle \mathbf{v}_\beta^* \rangle^\beta| / Ca = 0,005$  et  $\epsilon = 0,7$ .

Par ailleurs, une observation importante, ressort de la Fig. 5.10, concernant le signe des vecteurs de correction inertielle et de correction inertielle de couplage. Alors que  $f_{c\beta\beta x}$  est positif, témoignant d'une résistance additionnelle à l'écoulement due à l'inertie, la correction dans la phase non mouillante  $\gamma$ ,  $f_{c\gamma\gamma x}$ , et les corrections inertielles de couplage,  $f_{c\beta\gamma x}$  et  $f_{c\gamma\beta x}$ , sont de signe négatif, traduisant donc un mécanisme qui tend à favoriser l'écoulement de la phase  $\gamma$  quand ce dernier devient inertiel. Ce résultat peut être expliqué par un effet de lubrification dans la phase non mouillante comme le montre la Fig. 5.11. En effet, dans la phase  $\gamma$ , deux phénomènes sont en compétition, l'inertie qui tend à opposer une résistance à l'écoulement et la lubrification, qui tend à le favoriser et qui est due à l'entraînement visqueux de la phase  $\beta$ . Il s'avère que pour le rapport de viscosité,  $\bar{\mu} = 0,1$ , et le nombre capillaire,  $Ca \approx 1,3$ , adoptés dans le cadre de cette étude, la lubrification est visiblement l'effet dominant. A l'opposé, l'effet de l'inertie sur l'écoulement dans la phase  $\beta$  se traduit bien par une résistance supplémentaire, et ce en raison de la présence de la phase solide.

### Régime d'inertie faible

Dans cette partie, la dépendance des corrections inertielles vis-à-vis du nombre de Reynolds est analysée. La Fig. 5.12 montre que les corrections inertielles et de couplage exhibent un comportement quadratique en Reynolds (cubique en vitesse de filtration), ce qui correspond au régime d'inertie faible, et ce sur tout l'intervalle de validité du régime laminaire stationnaire. Ce résultat, même s'il est obtenu pour une configuration donnée de l'écoulement, met en exergue la faiblesse du modèle de Darcy-Forchheimer généralisé (Eq. 5.2) à correction inertielle quadratique en vitesse de filtration. Il faut également mentionner que des simulations complémentaires pour des saturations en fluide non mouillant  $S_\gamma = 0,4$  et  $S_\gamma = 0,6$  ont conduit respectivement à des limites supérieures de l'écoulement stationnaire relativement faibles,  $Re_\alpha^* = 40$  et  $Re_\alpha^* = 11$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ) pour lesquelles les corrections inertielles sont négligeables.

Enfin, des simulations de l'écoulement inertiel diphasique sur une cellule  $OC$  ont été aussi réalisées dans les mêmes conditions que le cas présenté ci-dessus ( $\nabla \langle p_\alpha^* \rangle^\alpha = \mathbf{e}_x$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ),  $\bar{\rho} = 1$ ,  $\bar{\mu} = 0,1$ ,  $S_\gamma = 0,2$ , et  $\epsilon = 0,7$ ), mais en adoptant une valeur plus importante du nombre capillaire,  $\left| \langle \mathbf{v}_\beta^* \rangle^\beta \right| / Ca = 0,002$  (*i.e.*  $Ca = 3,24$  à  $Re_\beta^* = 0$ ). Elles ont été effectuées pour tout l'intervalle de validité du régime stationnaire  $0 \leq Re_\alpha^* \leq 500$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ). Un comportement tout à fait identique au cas où  $\left| \langle \mathbf{v}_\beta^* \rangle^\beta \right| / Ca = 0,005$  a été observé tant en ce qui concerne la précision du modèle macroscopique que du comportement des corrections inertielles.

## 5.4 Conclusions

Même si la configuration analysée ici revêt un caractère modèle (treillis de cylindres ordonné  $2D$ , phases en présence réparties en filets fluide dans la direction de l'écoulement), ce travail apporte un éclairage sur l'écoulement diphasique de fluides immiscible en milieu poreux dont la littérature le concernant reste très pauvre. Des simulations numériques de l'écoulement stationnaire à travers une cellule périodique

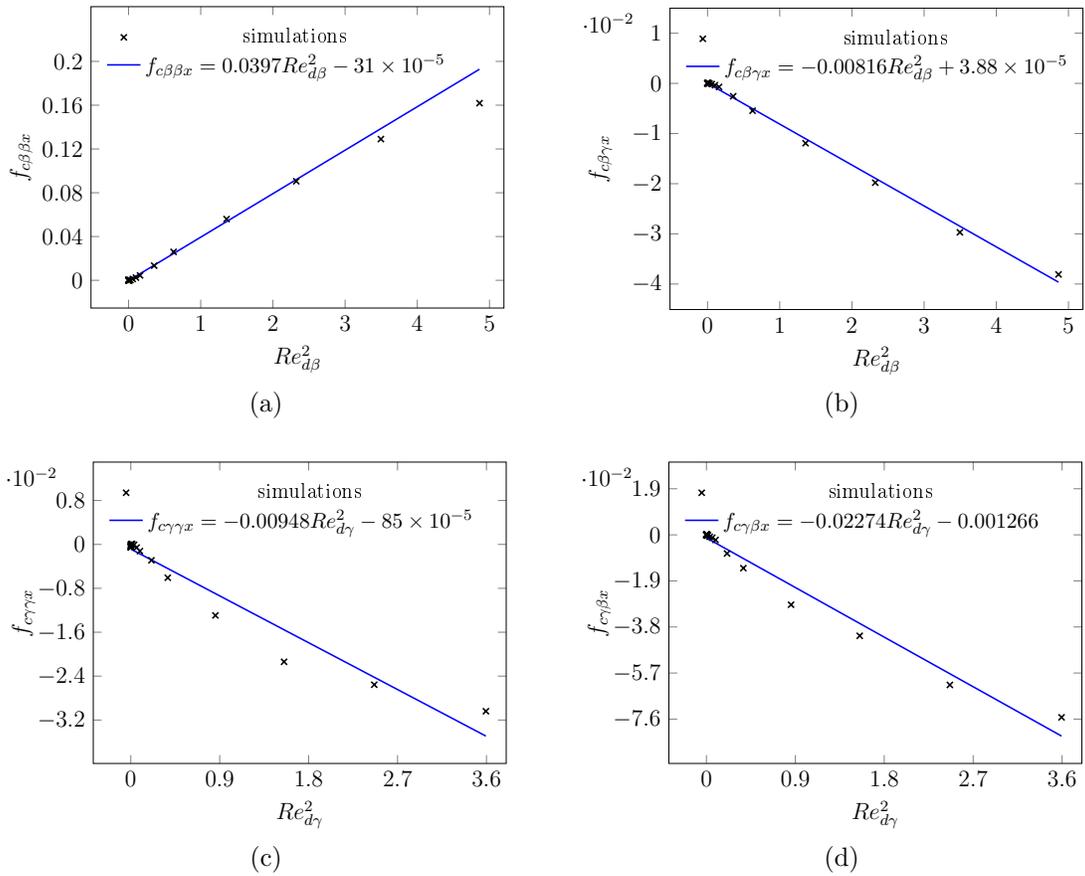


FIGURE 5.12 – Régime d’inertie faible. Dépendance quadratique en Reynolds (cubique en vitesse de filtration) de la composante  $x$  du vecteur de correction inertielle ( $f_{c\beta\beta x}$  et  $f_{c\gamma\gamma x}$ ) et correction inertielle de couplage ( $f_{c\beta\gamma x}$  et  $f_{c\gamma\beta x}$ ).  $OC, \nabla \langle p_\alpha^* \rangle^\alpha = \mathbf{e}_x$  ( $\alpha = \beta$  et  $\gamma$ ),  $\bar{\rho} = 1$ ,  $\bar{\mu} = 0, 1$ ,  $S_\gamma = 0, 2$ ,  $\left| \langle \mathbf{v}_\beta^* \rangle^\beta \right| / Ca = 0, 005$  et  $\epsilon = 0, 7$ .

(VER) d'un treillis de cylindres à section droite circulaire de 70% de porosité ont été réalisées à l'échelle du pore. Les propriétés macroscopiques (tenseurs de perméabilité et de correction inertielle) qui apparaissent dans les modèles macroscopiques [74, 76, 140], obtenus par des opérations de prise de moyenne sous certaines contraintes, ont été analysées à l'aide de la résolution des problèmes de fermeture qui résultent du changement d'échelle (par prise de moyenne) et à partir des champs de vitesse et de la position de l'interface fluide-fluide provenant de la résolution directe de l'écoulement à l'échelle microscopique (pore). Les principales conclusions de cette étude peuvent être résumées comme suit

Pour l'écoulement visqueux,

- Les perméabilités de couplage, généralement négligées dans le modèle de Darcy généralisé, ne sont pas négligeables dans les situations examinées ici.
- La perméabilité de la phase non mouillante ainsi que les perméabilités de couplage augmentent lorsque le nombre capillaire diminue.
- Concernant le modèle macroscopique pour l'écoulement visqueux comme celui évoqué dans la littérature [76, 140], sa précision est d'autant meilleure que le nombre capillaire croît. Ce comportement montre que la condition de faible nombre capillaire,  $Ca$  d'ordre 1 au maximum [74] pour la validité du modèle macroscopique, n'est pas déterminante. De plus, l'hypothèse de déviations de courbure de l'interface négligeables, adoptée pour la dérivation du modèle macroscopique, devient plus robuste avec l'augmentation du nombre capillaire. Cette hypothèse est en fait plus dépendante de la valeur du nombre capillaire que de la topologie de l'interface fluide-fluide.

En ce qui concerne l'écoulement inertiel, et toujours pour ces situations modèle, l'étude a mis en évidence que

- La validité du modèle macroscopique de l'écoulement inertiel diphasique [74] dépend principalement, comme pour le cas d'un écoulement purement visqueux, du nombre capillaire. Le nombre de Reynolds n'a qu'un effet faible sur la précision du modèle macroscopique qui dépend essentiellement de la variation de la topologie de l'interface fluide-fluide avec le nombre de Reynolds.

- Concernant les déviations à la loi de Darcy généralisée, il apparaît que les termes de correction inertielle de couplage, même s'ils sont faibles, ne sont pas négligeables comme dans la forme de la loi de Darcy-Forchheimer généralisée communément utilisée.
- La correction inertielle dans la phase non mouillante ainsi que les corrections inertielles de couplage ont un effet favorisant l'écoulement contrairement à la correction dans la phase mouillante qui est plutôt une résistance additionnelle à ce dernier. Ce mécanisme peut s'expliquer par un effet de lubrification dominant dans la phase non mouillante.
- Une dépendance plutôt quadratique en Reynolds (cubique en vitesse) sur tout l'intervalle de validité du régime stationnaire a été observée. Ce résultat montre que la forme classique (quadratique en vitesse) de la correction inertielle à la loi de Darcy généralisée n'est pas nécessairement très robuste.



# Chapitre 6

## Conclusions et perspectives

Une étude numérique des écoulements mono- et diphasique inertiels de fluides newtoniens incompressibles et immiscibles (dans le cas d'un écoulement diphasique) dans des conditions isothermes à travers des modèles de structures poreuses ( $2D$  et  $3D$ ) rigides et indéformables, a été réalisée. Ces écoulements, rencontrés dans diverses applications industrielles, sont régis à l'échelle microscopique par l'équation de Stokes (ou Navier-Stokes) pour un écoulement visqueux (ou inertiel). A l'échelle macroscopique, l'écoulement visqueux monophasique (ou diphasique) est modélisé par la loi de Darcy (ou de Darcy généralisé). Cette dernière consiste en une relation linéaire entre la vitesse de filtration du fluide et sa chute de pression. Pour un écoulement inertiel, un terme de correction (non-linéaire) est introduit à la loi de Darcy (ou de Darcy généralisée) afin de prendre en compte les effets inertiels. Cette approche conduit dans le cas d'un écoulement monophasique (ou diphasique) au modèle de Forchheimer (ou Darcy-Forchheimer généralisé). Dans ce travail, la correction inertielle à la loi de Darcy (ou Darcy généralisée), qui reste discutée dans la littérature, a été analysée à partir de modèles formellement établis par changement d'échelle et rapportés dans la littérature. Un intérêt particulier a été attribué à son origine et à sa dépendance vis-à-vis de paramètres de structure, ou liés à l'écoulement lui même (vitesse, orientation du gradient de pression).

Dans un premier temps, la plupart des modèles macroscopiques étant développés pour l'écoulement stationnaire, une étude de la limite de validité de ce régime a été réalisée dans le chapitre 2. Cette limite est caractérisée par une valeur critique du nombre de Reynolds qui correspond à l'apparition de la première bifurcation de Hopf. Le nombre de Reynolds critique a été déterminé numériquement (DNS), pour un large intervalle de porosités, sur des structures ordonnées et désordonnées de cylindres à section droite carrée. Les résultats de cette étude peuvent être exposés comme suit :

- Pour les structures ordonnées de cylindres à section droite carrée, le nombre de Reynolds critique augmente avec la diminution de la porosité et dépend fortement du choix du Volume Élémentaire Représentatif (VER) sur lequel des conditions aux limites périodiques sont appliquées et ce d'autant plus que la porosité est grande.
- L'orientation de l'écoulement macroscopique par rapport aux axes principaux de la structure a un grand impact sur la valeur du nombre de Reynolds correspondant à la bifurcation. Le nombre de Reynolds critique diminue dans le cas d'une orientation induisant des lignes de courant plus tortueuses par rapport à une orientation impliquant un écoulement en canaux préférentiels rectilignes.
- Pour les structures désordonnées de cylindres à section droite carrée, la valeur du nombre de Reynolds critique diminue significativement par rapport à celle obtenue sur des structures ordonnées de même porosité.
- Des corrélations entre le nombre de Reynolds critique et la porosité sont obtenues sur les structures ordonnées et désordonnées pour une large plage de porosités.
- Une analyse spectrale réalisée sur la composante transversale de la vitesse montre les différentes caractéristiques de l'écoulement avant et après la bifurcation.

Par la suite, la déviation (inertielle) à la loi de Darcy a été analysée dans le cas d'un écoulement monophasique dans des modèles de structures poreuses  $2D$  (chapitre 3). Ces dernières consistent en des treillis ordonnés (et désordonnés) de cylindres à section droite carrée (et circulaire). L'analyse de la dépendance de cette correction inertielle vis-à-vis des propriétés de la structure poreuse (forme des grains, désordre) et de l'orientation de l'écoulement macroscopique a été réalisée sur tout le domaine de validité du régime d'écoulement stationnaire. Les propriétés effectives de la structure à l'échelle macroscopique ont été déterminées à partir de la résolution numérique des problèmes de fermeture associés au modèle macroscopique obtenu par prise de moyenne des équations de Navier-Stokes [143]. Les différents régimes d'écoulement ont été identifiés et analysés à partir de ces résultats. Par ailleurs, un intérêt particulier a été porté à l'origine de cette déviation et à ses différentes formes. Son évolution en fonction du nombre de Reynolds a été corrélée à l'évolution de la structure microscopique de l'écoulement, quantifiée par la courbure des lignes de courant (multipliée par l'énergie cinétique locale) et la variation de l'énergie cinétique le long de ces lignes. Ces paramètres de quantification ont été déterminés à partir d'une décomposition du terme inertiel, à l'origine de la déviation, dans les équations de Navier-Stokes. De plus, le rôle des zones de recirculation a été aussi discuté. Concernant l'origine des effets inertiels, les résultats obtenus se résument comme suit :

- L'énergie cinétique perdue dans les tourbillons (ou zones de recirculation) est insignifiante et donc, ne peut pas expliquer la déviation à la loi de Darcy.
- La forme imposée aux lignes de courant par les zones de recirculation joue un rôle important dans l'évolution de la tortuosité de l'écoulement, ce qui a un impact sur le régime d'écoulement. En effet, le régime à faible inertie est caractérisé par une tortuosité constante tandis que le début de la transition vers le régime à forte inertie est accompagnée par une décroissance brutale de la tortuosité. Cette décroissance résulte de l'élargissement des zones de recirculation qui déforment les lignes de courant.
- L'analyse de la tortuosité de l'écoulement en fonction du nombre de Reynolds

montre que cette dernière présente le même comportement que la courbure des lignes de courant (pondérée par l'énergie cinétique locale), ce qui explique pourquoi elle est évoquée comme origine de la déviation dans la littérature.

- L'intensité de l'inertie dépend de l'orientation de l'écoulement macroscopique et de la forme des grains. Ces paramètres influent sur la tortuosité de l'écoulement qui affecte directement la valeur de l'inertie. Cependant, en présence de désordre, l'intensité des effets inertiels augmente sensiblement et l'impact de la forme des grains sur cette dernière devient insignifiant.

Concernant les régimes d'écoulement, on peut conclure que :

- Le régime d'inertie faible, où la correction inertielle a une dépendance cubique vis-à-vis de la vitesse de filtration, est bien défini sur les différentes microstructures, différentes orientations de l'écoulement macroscopique et aussi bien sur des structures ordonnées que désordonnées, même si son intervalle de validité devient plus étroit en présence de désordre.
- Le régime d'inertie forte (ou régime de Forchheimer), où la correction inertielle est proportionnelle au carré de la vitesse de filtration, n'est pas clairement identifié et n'est par conséquent qu'une approximation qui dépend de la microstructure et de l'orientation du gradient de pression moyenne. Il faut noter par ailleurs que cette approximation devient plus robuste en présence de désordre structurel.
- Au-delà de la limite supérieure de validité du régime d'inertie forte et jusqu'à la première bifurcation de Hopf, un régime au dessus de l'inertie forte est identifié sur de larges intervalles de nombre de Reynolds. Pour ce régime, la dépendance de la correction inertielle vis-à-vis de la vitesse de filtration est tantôt quadratique, tantôt cubique en fonction de la structure et de l'orientation de l'écoulement.

En outre, dans le chapitre 4, la déviation à la loi de Darcy, sur des modèles de structures poreuses  $3D$ , a été étudiée afin de diagnostiquer l'existence d'un effet  $3D$  sur cette déviation. Les structures considérées consistent en un assemblage de cubes (et sphères) ordonnés sur un réseau cubique ainsi qu'une structure désordonnée de cubes. En se basant sur le même modèle physique et la même méthodologie que ceux adoptés dans le chapitre 3, la dépendance de la correction inertielle vis-à-vis de la microstructure, de l'orientation du gradient de pression moyenne et du désordre a été analysée numériquement. Les principaux constats sont :

- En ce qui concerne les régimes d'écoulement, aucun effet du caractère  $3D$  de l'écoulement sur la correction inertielle n'a été observé.

Par ailleurs, comme sur les structures  $2D$ , les résultats montrent que :

- Le régime d'inertie faible est très bien identifié sur les différentes microstructures, orientations de gradient de pression moyenne et sur les structures ordonnées et désordonnées, même s'il est plus court sur ces dernières. Cependant, son intervalle de validité et l'intensité de l'inertie dépendent de ces trois paramètres.
- Le régime d'inertie forte (régime de Forchheimer) est une approximation qui dépend fortement de la microstructure et de l'orientation du gradient de pression moyenne qui devient plus robuste en présence de désordre structurel.

D'autre part, à partir de l'analyse de l'évolution de la structure microscopique de l'écoulement en termes de tortuosité, nous avons mis en évidence, comme sur les structures  $2D$ , que :

- Plus l'écoulement est tortueux, plus l'inertie est importante.
- Le régime d'inertie faible est caractérisé par une tortuosité constante.
- La transition entre les régimes faiblement et fortement inertiels coïncide avec un changement brutal de tortuosité.
- Contrairement aux structures  $2D$ , alors que le régime de forte inertie est caractérisé par une diminution de tortuosité dans les structures ordonnées (effet de canal), une augmentation est observée sur les structures désordonnées.

Enfin dans le chapitre 5, l'étude a été étendue à l'écoulement diphasique visqueux et inertiel (stationnaire) de fluides newtoniens immiscibles et incompressibles au travers d'un treillis de cylindres ordonnés à section droite circulaire. Les propriétés macroscopiques du transport, qui apparaissent dans les modèles macroscopiques obtenus par changement d'échelle, ont été déterminées à partir de la résolution numérique de l'écoulement microscopique et des problèmes de fermeture associés résultant du changement d'échelle. Les principaux résultats de l'étude de l'écoulement en régime visqueux montrent que :

- La précision du modèle de Darcy généralisé, obtenu par prise de moyenne de l'équation de Stokes (sous certaines contraintes) [76,140], dépend fortement du nombre capillaire et de la saturation des phases. En effet, ce modèle devient imprécis à mesure que le nombre capillaire décroît ainsi que quand la saturation en fluide non mouillant (non au contact avec la phase solide) devient importante.
- De plus, il s'avère que les perméabilités de couplage, généralement négligées, ne peuvent pas l'être dans toutes les configurations d'écoulement.

En ce qui concerne l'écoulement inertiel, il apparaît que :

- Alors que la précision du modèle macroscopique, obtenu par prise de moyenne de l'équation de Navier-Stokes (sous certaines contraintes) [74], dépend, comme pour le cas visqueux, du nombre capillaire et de la saturation, elle se trouve indépendante (ou peu dépendante) du nombre de Reynolds.
- Par ailleurs, la correction inertielle à la loi de Darcy généralisée exhibe une dépendance quadratique en nombre de Reynolds (cubique en vitesse de filtration), et non pas une correction de type Forchheimer comme couramment supposé, et ce jusqu'à l'apparition de l'écoulement instationnaire.
- Alors que la correction inertielle apparaît comme une résistance à l'écoulement dans la phase mouillante, elle le favorise dans la phase non mouillante, résultat d'un phénomène de lubrification.

Les principales perspectives de ce travail concerne l'écoulement diphasique de fluides immiscibles en milieu poreux. Elle peuvent être présentées comme suit :

- En ce qui concerne les simulations numériques, les outils de résolution développés et validés dans ce travail peuvent être utilisés pour réaliser plus de simulations. Ces dernières sont nécessaires afin d'étudier l'impact des différents paramètres (forme des grains, porosité, saturation en phases, viscosités, masses volumiques, nombre capillaire, etc) sur :
  - La validité des modèles macroscopiques en régime visqueux et inertiel.
  - Les valeurs de perméabilité et notamment les perméabilités de couplage pour déterminer dans quelles conditions elles peuvent être négligées.
  - Les corrections inertielles et la forme de ces dernières.
- A propos du développement théorique et à partir des résultats numériques, les contraintes qui conditionnent la validité des modèles macroscopiques diphasiques doivent être reformulées d'une manière plus claire. En guise d'exemple, présenter les conditions de validité par ordre de priorité (de la condition la plus contraignante vers celle la moins contraignante) et fournir des valeurs limites pour les paramètres qui caractérisent ces conditions (nombre capillaire par exemple). Par ailleurs, un effort pour intégrer les effets capillaires dans les problèmes de fermeture serait un apport considérable à la précision des modèles macroscopiques diphasiques.
- Finalement, en guise de validation, les résultats des simulations numériques doivent être confrontés à des expériences de laboratoire.



# Bibliographie

- [1] M. Agnaou, D. Lasseux, and A. Ahmadi. Inertial flow in porous media : A numerical investigation on model structures. In *Proceedings of the 5th International Conference on Porous Media*, 2013. [1](#), [1.2.3](#), [1](#), [2](#), [3](#), [3.2.3](#), [3.2.4](#), [3.2.4](#), [3.3.3](#), [4.3.3.1](#), [4.3.3.2](#)
- [2] M. Agnaou, D. Lasseux, and A. Ahmadi. Simulations d'écoulements inertiels en milieu poreux. In *21ème CFM. AFM*, Courbevoie, France, 2013. [1](#), [1.2.3](#), [1](#), [2](#), [3](#), [3.2.3](#), [3.2.4](#), [3.2.4](#), [4.3.3.1](#), [4.3.3.2](#)
- [3] S. Ahmad, A. Azad, and K. Loughlin. A study of permeability and tortuosity of concrete. In *30 th conference on OWICS*, pages 23–24, 2005. [4.3.4.1](#)
- [4] A. Ahmadi, A. A. A. Arani, and D. Lasseux. Numerical simulation of two-phase inertial flow in heterogeneous porous media. *Transp. Porous Media*, 84(1) :177–200, 2010. [5.1](#)
- [5] P. R. Amestoy, I. S. Duff, J. Y. L'Excellent, and J. Koster. A fully asynchronous multifrontal solver using distributed dynamic scheduling. *SIAM J. Matrix Anal. Appl.*, 23(1) :15–41, 2001. [3.2.5](#)
- [6] T. B. Anderson and R. Jackson. Fluid mechanical description of fluidized beds. equations of motion. *Ind. Eng. Chem. Fundam.*, 6(4) :527–539, 1967. [1.1.2](#), [1.1.2](#)
- [7] W. K. Anderson and J. T. Batina. Accurate solutions, parameter studies and comparisons for the euler and potential flow equations. In *AGARD, Validation of Computational Fluid Dynamics.*, volume 1, 1988. [2.2.3](#)

- [8] B. V. Antohe and J. L. Lage. A general two-equation macroscopic turbulence model for incompressible flow in porous media. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 40(13) :3013–3024, 1997. [1.2.4](#)
- [9] J. L. Auriault. Nonsaturated deformable porous media : quasistatics. *Transp. Porous Media*, 2(1) :45–64, 1987. [5.3.1.1](#)
- [10] Y. Bachmat and J. Bear. Macroscopic modelling of transport phenomena in porous media. 1 : The continuum approach. *Transp. Porous Media*, 1(3) :213–240, 1986. [1.1.2](#), [1.1.2](#)
- [11] A. Z. Barak. Comments on 'high velocity flow in porous media' by hassanizadeh and gray. *Transp. Porous Media*, 2(6) :533–535, 1987. [1.2.5](#), [3.3.5](#)
- [12] P. Barreau. *Modifications des propriétés polyphasiques d'un milieu poreux en présence d'une couche de polymère adsorbé : études expérimentale et numérique*. PhD thesis, 1996. ([document](#)), [5.2.1](#), [5.2.1](#), [5.2.6](#), [5.6](#)
- [13] P. Barreau, D. Lasseux, H. Bertin, P. Glenat, and A. Zaitoun. Polymer adsorption effect on relative permeability and capillary pressure : investigation of a pore scale scenario. In *International Symposium on Oilfield Chemistry*. Society of Petroleum Engineers, 1997. [5.3.1.1](#)
- [14] P. Baveye and G. Sposito. The operational significance of the continuum hypothesis in the theory of water movement through soils and aquifers. *Water Resour. Res.*, 20(5) :521–530, 1984. [1.1.2](#), [1.1.2](#)
- [15] J. Bear. Dynamics of fluid flow in porous media. *Amer. Elsevier Publ. Co.*, NY, 1972. [1.2.2](#), [3.3.4.2](#), [4.3.4.1](#)
- [16] J. Bear and C. Braester. On the flow of two immiscible fluids in fractured porous media. *Developments in Soil Science*, 2 :177–202, 1972. [1.1.2](#), [1.1.2](#)
- [17] G. S. Beavers and E. M. Sparrow. Non-Darcy flow through fibrous porous media. *J. Appl. Mech.*, 36(4) :711–714, 1969. [1.2.2](#)

- [18] E. F. Blick. Capillary-orifice model for high-speed flow through porous media. *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.*, 5(1) :90–94, 1966. [1.2.3](#)
- [19] Y. Bo-Ming and L. Jian-Hua. A geometry model for tortuosity of flow path in porous media. *Chin. Phys. Lett.*, 21(8) :1569, 2004. [4.3.4.1](#)
- [20] L. E. Brownell and D. L. Katz. Flow of fluids through porous media. 1. single homogeneous fluids. *Chem. Eng. Prog.*, 43(10) :537–548, 1947. [1.2.5](#)
- [21] P. C. Carman. Fluid flow through granular beds. *T. I. Chem. Eng-Lond*, 15 :150–166, 1937. [4.3.4.1](#)
- [22] P. S. Casas and Á. Jorba. Hopf bifurcations to quasi-periodic solutions for the two-dimensional plane poiseuille flow. *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.*, 17(7) :2864–2882, 2012. [2.3.1.2](#)
- [23] G. Chauveteau. Essai sur la loi de Darcy. *Thèse, Université de Toulouse*, 1965. [1.2.5](#)
- [24] G. Chauveteau and C. L. Thirriot. Régimes d'écoulement en milieu poreux et limite de la loi de Darcy. *Houille Blanche*, (2) :141–148, 1967. [1](#), [1.2.5](#)
- [25] Z. Chen, S. L. Lyons, and G. Qin. Derivation of the Forchheimer law via homogenization. *Transp. Porous Media*, 44(2) :325–335, 2001. [1.2.3](#)
- [26] M. Cheng and P. M. Moretti. Experimental study of the flow field downstream of a single tube row. *Exp. Therm Fluid Sci.*, 1(1) :69–74, 1988. [2.1](#)
- [27] J. S. Cox, K. S. Brentner, and C. L. Rumsey. Computation of vortex shedding and radiated sound for a circular cylinder : subcritical to transcritical Reynolds numbers. *Theor. Comput. Fluid Dyn.*, 12(4) :233–253, 1998. [2.2.3](#)
- [28] G. H. Crapiste, E. Rotstein, and S. Whitaker. A general closure scheme for the method of volume averaging. *Chem. Eng. Sci.*, 41(2) :227–235, 1986. [1.1.2](#)
- [29] V. D. Cvetkovic. A continuum approach to high velocity flow in a porous medium. *Transp. Porous Media*, 1(1) :63–97, 1986. [1.2.3](#)

- [30] H. Darcy. *Les fontaines publiques de la ville de Dijon : exposition et application*. Victor Dalmont, 1856. [1.2.2](#), [5.1](#)
- [31] M. J. de Lemos and M. H. Pedras. Recent mathematical models for turbulent flow in saturated rigid porous media. *J. Fluids Eng.*, 123(4) :935–940, 2001. [1.2.4](#)
- [32] S. Dong and G. E. Karniadakis. DNS of flow past a stationary and oscillating cylinder at Re=10000. *J. Fluids Struct.*, 20(4) :519–531, 2005. [2.1](#)
- [33] J. P. Van Doormaal and G. D. Raithby. An evaluation of the segregated approach for predicting incompressible fluid flows. *ASME paper NHTC*, (85-HT) :9, 1985. [2.2.3](#)
- [34] A. Duda, Z. Koza, and M. Matyka. Hydraulic tortuosity in arbitrary porous media flow. *Phys. Rev. E*, 84(3) :036319, 2011. [3.3.4.2](#), [4.3.4.1](#), [4.3.4.1](#), [4.3.4.1](#), [4.3.4.2](#)
- [35] F. A. L. Dullien. *Porous media : fluid transport and pore structure*. Academic press, 1991. [4.3.4.1](#)
- [36] A. Dybbs and R. V. Edwards. A new look at porous media fluid mechanics - Darcy to turbulent. In *Fundamentals of Transport Phenomena in Porous Media*, pages 199–256. Springer, 1984. [\(document\)](#), [1.2.1](#), [1.3](#), [1.2.2](#), [1.2.3](#), [1.2.3](#), [1.2.5](#), [2.3.1.2](#), [2.3.1.3](#)
- [37] H. I. Ene and E. Sanchez-Palencia. Equations et phénomènes de surface pour l'écoulement dans un modèle de milieu poreux. *J. Méc.*, 14(1) :73–108, 1975. [3.2.4](#)
- [38] S. Ergun. Fluid flow through packed columns. *Chem. Eng. Prog.*, 48, 1952. [1.2.3](#)
- [39] G. H. Fancher and J. A. Lewis. Flow of simple fluids through porous materials. *Ind. Eng. Chem.*, 25(10) :1139–1147, 1933. [1.2.5](#)

- [40] R. M. Fand, B. Y. K. Kim, A. C. C. Lam, and R. T. Phan. Resistance to the flow of fluids through simple and complex porous media whose matrices are composed of randomly packed spheres. *J. Fluids Eng.*, 109(3) :268–273, 1987. [1.2.2](#), [3](#)
- [41] T. Farkas, G. Zhong, and G. Guiochon. Validity of Darcy’s law at low flow-rates in liquid chromatography. *J. Chromatogr. A*, 849(1) :35–43, 1999. [1.2.2](#)
- [42] P. Forchheimer. Wasserbewegung durch boden. *Vereines deutscher ingnieure*, XXXV(45) :1782–1788, 1901. [1.2.3](#), [1.2.3](#), [5.1](#)
- [43] M. Fourar, G. Radilla, R. Lenormand, and C. Moyne. On the non-linear behavior of a laminar single-phase flow through two and three-dimensional porous media. *Adv. Water Resour.*, 27(6) :669–677, 2004. [1](#), [1.3](#), [4.1](#), [4.3.1.2](#)
- [44] C. K. Ghaddar. On the permeability of unidirectional fibrous media : a parallel computational approach. *Phys. Fluids*, 7(11) :2563–2586, 1995. [2.2.3](#), [2.2.4](#), [2.3.1.1](#), [2.3.1.2](#), [2.3.1.3](#)
- [45] A. Ghassemi and A. Pak. Pore scale study of permeability and tortuosity for flow through particulate media using lattice boltzmann method. *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, 35(8) :886–901, 2011. [4.3.4.1](#)
- [46] T. Giorgi. Derivation of the Forchheimer law via matched asymptotic expansions. *Transp. Porous Media*, 29(2) :191–206, 1997. [1.2.3](#)
- [47] W. Gray and P. C. Y. Lee. On the theorems for local volume averaging of multiphase systems. *Int. J. Multiphase Flow*, 3(4) :333–340, 1977. [1.1.2](#)
- [48] W. G. Gray. A derivation of the equations for multi-phase transport. *Chem. Eng. Sci.*, 30(2) :229–233, 1975. [1.1.2](#), [5.2.1](#)
- [49] W. G. Gray. A derivation of the equations for multi-phase transport. *Chem. Eng. Sci.*, 30(2) :229–233, 1975. [2.2.1](#)
- [50] C. Gromke and B. Ruck. Aerodynamic modelling of trees for small-scale wind tunnel studies. *Forestry*, 81(3) :243–258, 2008. [2.1](#)

- [51] M. Hassanizadeh and W. G. Gray. General conservation equations for multi-phase systems : 1. averaging procedure. *Adv. Water Resour.*, 2 :131–144, 1979. [1.1.2](#)
- [52] S. M. Hassanizadeh and W. G. Gray. High velocity flow in porous media. *Transp. Porous Media*, 2(6) :521–531, 1987. [1.2.3](#), [1.2.5](#), [3.3.5](#)
- [53] R. E. Hayes, A. Afacan, and B. Boulanger. An equation of motion for an incompressible newtonian fluid in a packed bed. *Transp. Porous Media*, 18(2) :185–198, 1995. [1.2.5](#)
- [54] J. G. I. Hellstrom, P. J. P. Jonsson, and T. S. Lundstrom. Laminar and turbulent flowthrough an array of cylinders. *J. Porous Media*, 13(12) :1073–1085, 2010. [2.3.1.1](#), [2.3.1.2](#)
- [55] D. Hlushkou and U. Tallarek. Transition from creeping via viscous-inertial to turbulent flow in fixed beds. *J. Chromatogr. A*, 1126(1) :70–85, 2006. [1.2.5](#)
- [56] P. Horgue, F. Augier, P. Duru, M. Prat, and M. Quintard. Experimental and numerical study of two-phase flows in arrays of cylinders. *Chem. Eng. Sci.*, 102 :335–345, 2013. [5.1](#)
- [57] A. Houpeurt. Etude analogique de l'écoulement radial circulaire transitoire des gaz dans les milieux poreux : Application à l'étude des gisements de gaz naturel. *Revue de l'Institut français du pétrole & Annales des combustibles liquides*, 1953. [1.2.5](#)
- [58] F. A. Howes and S. Whitaker. The spatial averaging theorem revisited. *Chem. Eng. Sci.*, 40(8) :1387–1392, 1985. [1.1.2](#), [1.1.2](#)
- [59] S. Irmay. On the theoretical derivation of Darcy and Forchheimer formulas. *EOS, Trans. Am. Geophys. Union*, 39 :702–707, 1958. [1.2.2](#), [1.2.3](#)
- [60] H. Jasak. Error analysis and estimation for the finite volume method with applications to fluid flows. 1996. [2.2.2](#)

- [61] J. S. Andrade Jr, U. M. S. Costa, M. P. Almeida, H. A. Makse, and H. E. Stanley. Inertial effects on fluid flow through disordered porous media. *Phys. Rev. Lett.*, 82(26) :5249, 1999. [1.2.5](#), [3.3.4.3](#), [3.4](#)
- [62] L. Green Jr and P. Duwez. Fluid flow through porous metals. *J. Appl. Mech.*, 18, 1951. [1.2.3](#), [1.2.5](#)
- [63] F. M. Kalaydjian. Performance and analysis of three-phase capillary pressure curves for drainage and imbibition in porous media. In *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*. Society of Petroleum Engineers, 1992. [5.3.1.1](#)
- [64] I. Kececioglu and Y. Jiang. Flow through porous media of packed spheres saturated with water. *J. Fluids Eng.*, 116(1) :164–170, 1994. [1.2.2](#), [3](#)
- [65] M. A. Knackstedt and X. Zhang. Direct evaluation of length scales and structural parameters associated with flow in porous media. *Phys. Rev. E*, 50(3) :2134, 1994. [4.3.4.1](#)
- [66] D. L. Koch and A. J. Ladd. Moderate Reynolds number flows through periodic and random arrays of aligned cylinders. *J. Fluid Mech.*, 349 :31–66, 1997. [1](#), [2](#), [2.1](#), [2.2.4](#), [2.3.1.1](#), [3.1](#)
- [67] A. Koponen, M. Kataja, and J. Timonen. Tortuous flow in porous media. *Phys. Rev. E*, 54(1) :406, 1996. [4.3.4.1](#)
- [68] A. Koponen, M. Kataja, and J. Timonen. Permeability and effective porosity of porous media. *Phys. Rev. E*, 56(3) :3319, 1997. [4.3.4.1](#)
- [69] B. Kumar and S. Mittal. Prediction of the critical Reynolds number for flow past a circular cylinder. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 195 :6046–6058, 2006. [2.1](#)
- [70] S. R. Kumar, A. Sharma, and A. Agrawal. Simulation of flow around a row of square cylinders. *J. Fluid Mech.*, 606 :369–397, 2008. [2.1](#)

- [71] F. Kuwahara, T. Yamane, and A. Nakayama. Large eddy simulation of turbulent flow in porous media. *Int. Commun. Heat Mass Transfer*, 33(4) :411–418, 2006. [2.3.1.1](#)
- [72] J. L. Lage, B. V. Antohe, and D. A. Nield. Two types of nonlinear pressure-drop versus flow-rate relation observed for saturated porous media. *J. Fluids Eng.*, 119(3) :700–706, 1997. [3](#)
- [73] A. Lankadasu and S. Vengadesan. Onset of vortex shedding in planar shear flow past a square cylinder. *Int. J. Heat Fluid Flow*, 29(4) :1054–1059, 2008. [2.2.4](#)
- [74] D. Lasseux, A. Ahmadi, and A. A. A. Arani. Two-phase inertial flow in homogeneous porous media : a theoretical derivation of a macroscopic model. *Transp. Porous Media*, 75(3) :371–400, 2008. [1.1.2](#), [1.3](#), [5](#), [5.1](#), [5.2.2](#), [5.2.3.2](#), [5.3.1.1](#), [5.4](#), [6](#)
- [75] D. Lasseux, A. A. Arani, and A. Ahmadi. On the stationary macroscopic inertial effects for one phase flow in ordered and disordered porous media. *Phys. Fluids*, 23 :073103, 2011. [1](#), [1.2.3](#), [1](#), [2](#), [3](#), [1.3](#), [2.1](#), [2.2.1](#), [2.2.1](#), [2.3.1.2](#), [2.3.2](#), [3.1](#), [3.2.2](#), [3.2.3](#), [3.2.3](#), [3.2.4](#), [3.2.6](#), [3.3](#), [3.3.3](#), [3.3.3.2](#), [4.3](#), [4.3.3.1](#), [4.3.3.2](#)
- [76] D. Lasseux, M. Quintard, and S. Whitaker. Determination of permeability tensors for two-phase flow in homogeneous porous media : theory. *Transp. Porous Media*, 24(2) :107–137, 1996. [1.1.2](#), [1.3](#), [5](#), [5.1](#), [5.2.2](#), [5.2.3.1](#), [5.3.1.1](#), [5.4](#), [6](#)
- [77] H. Ma and D. W. Ruth. The microscopic analysis of high Forchheimer number flow in porous media. *Transp. Porous Media*, 13(2) :139–160, 1993. [1.2.3](#), [1.2.5](#)
- [78] I. F. Macdonald, M. S. El-Sayed, K. Mow, and F. A. L. Dullien. Flow through porous media-the Ergun equation revisited. *Ind. Eng. Chem. Fundam.*, 18(3) :199–208, 1979. [1.2.3](#)
- [79] C. M. Marle. Ecoulements monophasiques en milieu poreux. *Rev. Inst. Français du Pétrole*, 22(10) :1471–1509, 1967. [1.1.2](#), [1.1.2](#)

- [80] C. M. Marle. On macroscopic equations governing multiphase flow with diffusion and chemical reactions in porous media. *Int. J. Eng. Sci.*, 20(5) :643–662, 1982. [1.1.2](#)
- [81] C. M. Marle. Les écoulements polyphasiques en milieu poreux : de l'échelle des pores à l'échelle macroscopique. In *Annales des Mines*, number 5-6, pages 51–56. Dumas, 1984. [1.1.2](#)
- [82] G. Matheron. *Les variables régionalisées et leur estimation*. PhD thesis, 1965. [1.1.2](#)
- [83] M. Matyka, A. Khalili, and Z. Koza. Tortuosity-porosity relation in porous media flow. *Phys. Rev. E*, 78(2) :026306, 2008. [4.3.4.1](#)
- [84] M. Matyka and Z. Koza. How to calculate tortuosity easily? *AIP Conf. Proc.*, 1453(1) :17–22, 2012. [3.3.4.2](#), [4.3.4.1](#)
- [85] C. C. Mei and J. L. Auriault. The effect of weak inertia on flow through a porous medium. *J. Fluid Mech.*, 222 :647–663, 1991. [1.2.3](#), [1](#)
- [86] E. M. Minsky. On the turbulent flow through porous media. *Dokl. Acad. Nauk SSSR*, 58(3) :409–412, 1951. [1.2.5](#)
- [87] J. Mizushima and T. Akinaga. Vortex shedding from a row of square bars. *Fluid Dyn. Res.*, 32(4) :179–191, 2003. [2.1](#)
- [88] COMSOL Multiphysics. Comsol multiphysics user's guide version 4.3a, October 2012 2012. [3.2.5](#), [5.2.4](#)
- [89] M. Muskat. The flow of homogeneous fluids through porous media. *Soil Sci.*, 46(2) :169, 1938. [5.1](#)
- [90] A. Nakayama and F. Kuwahara. A macroscopic turbulence model for flow in a porous medium. *J. Fluids Eng.*, 121(2) :427–433, 1999. [1.2.4](#)
- [91] S. P. Neuman. Theoretical derivation of Darcy's law. *Acta Mech.*, 25(3-4) :153–170, 1977. [1.2.2](#)

- [92] M. D. Novak, J. S. Warland, A. L. Orchansky, R. Ketler, and S. Green. Wind tunnel and field measurements of turbulent flow in forests. Part I : uniformly thinned stands. *Boundary Layer Meteorol.*, 95(3) :457–495, 2000. [2.1](#)
- [93] Foundation OpenFoam. Openfoam the open source CFD toolbox user guide version 2.3.0, February 2014 2014. [2.2.2](#)
- [94] M. Panfilov and M. Fourar. Physical splitting of nonlinear effects in high-velocity stable flow through porous media. *Adv. Water Resour.*, 29(1) :30–41, 2006. [1.2.5](#), [3.3.5](#)
- [95] M. Panfilov, C. Oltean, I. Panfilova, and M. Buès. Singular nature of nonlinear macroscale effects in high-rate flow through porous media. *C.R. Mec.*, 331(1) :41–48, 2003. [3.3.4.1](#)
- [96] I. Panfilova, M. Buès, and M. Panfilov. High-rate Navier–Stokes flow in porous media : d’Alembert paradox and its solution. *Swets & Zeitlinger, Lisse, ISBN*, pages 90–5809, 2002. [3.3.4.1](#)
- [97] T. D. Papathanasiou, B. Markicevic, and E. D. Dendy. A computational evaluation of the Ergun and Forchheimer equations for fibrous porous media. *Phys. Fluids*, 13(10) :2795–2804, 2001. [2.2.1](#)
- [98] S. V. Patankar and D. B. Spalding. A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 15(10) :1787–1806, 1972. [2.2.3](#)
- [99] K. Pearson. Note on regression and inheritance in the case of two parents. *Proc. R. Soc. London*, 58(347-352) :240–242, 1895. [2.3.1.2](#), [3.3](#)
- [100] M. Quintard and S. Whitaker. Ecoulement monophasique en milieu poreux : Effet des hétérogénéités locales. *J. Mec. Th. et App.*, 6(5) :691–726, 1987. [1.1.2](#)
- [101] M. Quintard and S. Whitaker. Two-phase flow in heterogeneous porous media : The method of large-scale averaging. *Transp. Porous Media*, 3(4) :357–413, 1988. [1.1.2](#), [1.1.2](#)

- [102] M. Quintard and S. Whitaker. Transport in ordered and disordered porous media i : The cellular average and the use of weighting functions. *Transp. Porous Media*, 14(2) :163–177, 1994. [3.2.2](#)
- [103] M. Quintard and S. Whitaker. Transport in ordered and disordered porous media ii : Generalized volume averaging. *Transp. Porous Media*, 14(2) :179–206, 1994. [3.2.2](#)
- [104] P. A. C. Raats and A. Klute. Transport in soils : The balance of momentum. *Soil Science Society of America Journal*, 32(4) :452–456, 1968. [5.1](#)
- [105] B. N. Rajani, A. Kandasamy, and S. Majumdar. Numerical simulation of laminar flow past a circular cylinder. *Appl. Math. Modell.*, 33(3) :1228–1247, 2009. [2.1](#)
- [106] M. Rasoloarijaona and J. L. Auriault. Nonlinear seepage flow through a rigid porous medium. *Eur. J. Mech. B. Fluids*, 13(2) :177–195, 1994. [1](#)
- [107] O. Reynolds, A. W. Brightmore, and W. H. Moorby. *Papers on Mechanical and Physical Subjects : 1881-1900*, volume 2. The University Press, 1901. [1.2.5](#)
- [108] J. Lee Rodgers and W. A. Nicewander. Thirteen ways to look at the correlation coefficient. *Am. Stat.*, 42(1) :59–66, 1988. [2.3.1.2](#), [3.3](#)
- [109] S. Rojas and J. Koplik. Nonlinear flow in porous media. *Phys. Rev. E*, 58(4) :4776, 1998. [1](#)
- [110] S. Rojas and J. Koplik. Nonlinear flow in porous media. *Phys. Rev. E*, 58(4) :4476–4782, 1998. [2.2.1](#)
- [111] B. Ruck and E. Adams. Fluid mechanical aspects of the pollutant transport to coniferous trees. *Boundary Layer Meteorol.*, 56(1-2) :163–195, 1991. [2.1](#)
- [112] C. L. Rumsey, M. D. Sanetrik, R. T. Biedron, N. D. Melson, and E. B. Parlette. Efficiency and accuracy of time-accurate turbulent Navier-Stokes computations. *Comput. Fluids*, 25(2) :217–236, 1996. [2.2.3](#)

- [113] H. Rusche. *Computational fluid dynamics of dispersed two-phase flows at high phase fractions*. PhD thesis, Imperial College London (University of London), 2003. [2.2.2](#)
- [114] A. K. Saha, K. Muralidhar, and G. Biswas. Transition and chaos in two-dimensional flow past a square cylinder. *J. Eng. Mech.*, 126(5) :523–532, 2000. [2.2.2](#), [2.2.3](#), [2.3.1.3](#)
- [115] E. Sanchez-Palencia. *Non Homogeneous Media and Vibration Theory, Lecture Notes in Physics*. Springer, 1980. [2.2.1](#)
- [116] T. Schulenberg and U. Müller. An improved model for two-phase flow through beds of coarse particles. *Int. J. Multiphase Flow*, 13(1) :87–97, 1987. [5.1](#)
- [117] R. Sivanesapillai, H. Steeb, and A. Hartmaier. Transition of effective hydraulic properties from low to high Reynolds number flow in porous media. *Geophys. Res. Lett.*, 41(14) :4920–4928, 2014. [1.2.5](#), [3.3.4.2](#), [3.3.4.2](#), [3.3.4.3](#), [3.4](#), [4.3.4.1](#), [4.3.4.2](#)
- [118] E. Skjetne and J. L. Auriault. New insights on steady, non-linear flow in porous media. *Eur. J. Mech. B. Fluids*, 18(1) :131–145, 1999. [1](#)
- [119] J. C. Slattery. Flow of viscoelastic fluids through porous media. *AIChE*, 13(6) :1066–1071, 1967. [1.1.2](#)
- [120] A. Sohankar, L. Davidson, and C. Norberg. Numerical simulation of unsteady flow around a square two-dimensional cylinder. In *Proc. 12-th AFMC*, pages 517–520, 1995. [2.1](#)
- [121] A. Sohankar, C. Norberg, and L. Davidson. Low-Reynolds-number flow around a square cylinder at incidence : study of blockage, onset of vortex shedding and outlet boundary condition. *Int. J. Numer. Methods Fluids*, 26(1) :39–56, 1998. [1](#), [2.2.4](#)
- [122] A. Sohankar, C. Norberg, and L. Davidson. Numerical simulation of flow past a square cylinder. In *Proc. of FEDSM99 3rd ASME/JSME Joint Fluids Engineering Conference. July*, pages 18–23, 1999. [2.1](#), [2.2.2](#)

- [123] A. Sohankar, C. Norberg, and L. Davidson. Simulation of three-dimensional flow around a square cylinder at moderate Reynolds numbers. *Phys. Fluids*, 11(2) :288–306, 1999. [2.1](#), [2.2.2](#)
- [124] C. Soulaïne and M. Quintard. On the use of a Darcy-Forchheimer like model for a macro-scale description of turbulence in porous media and its application to structured packings. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 74 :88–100, 2014. [1.2.4](#)
- [125] H. P. A. Souto and C. Moyne. Dispersion in two-dimensional periodic porous media. part i. hydrodynamics. *Phys. Fluids (1994-present)*, 9(8) :2243–2252, 1997. [1](#)
- [126] T. Suekane, Y. Yokouchi, and S. Hirai. Inertial flow structures in a simple-packed bed of spheres. *AIChE J.*, 49(1) :10–17, 2003. [1.2.5](#)
- [127] M. R. Tek. Development of a generalized Darcy equation. *J. Petrol. Technol.*, 9(06) :45–47, 1957. [1.2.2](#)
- [128] M. R. Tek, K. H. Coats, and D. L. Katz. The effect of turbulence on flow of natural gas through porous reservoirs. *J. Petrol. Technol.*, 14(07) :799–806, 1962. [1.2.5](#)
- [129] Y. Tominaga, A. Mochida, R. Yoshie, H. Kataoka, T. Nozu, M. Yoshikawa, and T. Shirasawa. AIJ guidelines for practical applications of CFD to pedestrian wind environment around buildings. *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.*, 96(10) :1749–1761, 2008. [2.1](#)
- [130] F. J. Valdés-Parada, J. R. Varela, and J. Alvarez-Ramirez. Upscaling pollutant dispersion in the Mexico City Metropolitan Area. *Physica A*, 391(3) :606–615, 2012. [2.1](#)
- [131] J. T. van Deemter and E. T. Van der Laan. Momentum and energy balances for dispersed two-phase flow. *Appl. Sci. Res.*, 10(1) :102–108, 1961. [1.1.2](#)
- [132] J. A. Ramírez Vázquez. *A computational fluid dynamics investigation of turbulent swirling burners*. PhD thesis, Universidad de Zaragoza, Instituto Universitario de Investigación Mixto CIRCE, 2012. [2.2.3](#)

- [133] X. Wang, F. Thauvin, and K. K. Mohanty. Non-Darcy flow through anisotropic porous media. *Chem. Eng. Sci.*, 54(12) :1859–1869, 1999. [5.1](#)
- [134] X. H. Wang, W. F. Zhu, and Z. Y. He. Numerical estimation of the critical Reynolds number for flow past one square cylinder with symmetric geometry boundary condition. In *New Trends in Fluid Mechanics Research*, pages 76–76. Springer, 2009. [2.2.2](#)
- [135] S. Whitaker. Diffusion and dispersion in porous media. *AIChEJ*, 13(3) :420–427, 1967. [1.1.2](#)
- [136] S. Whitaker. Advances in theory of fluid motion in porous media. *Ind. Eng. Chem.*, 61(12) :14–28, 1969. [1.1.2](#), [1.1.2](#)
- [137] S. Whitaker. The transport equations for multi-phase systems. *Chem. Eng. Sci.*, 28(1) :139–147, 1973. [1.1.2](#)
- [138] S. Whitaker. Flow in porous media i : A theoretical derivation of Darcy’s law. *Transp. Porous Media*, 1(1) :3–25, 1986. [1.1.2](#)
- [139] S. Whitaker. Flow in porous media I : A theoretical derivation of Darcy’s law. *Transp. Porous Media*, 1(1) :3–25, 1986. [1.2.2](#)
- [140] S. Whitaker. Flow in porous media ii : The governing equations for immiscible, two-phase flow. *Transp. Porous Media*, 1(2) :105–125, 1986. [1.1.2](#), [1.3](#), [5](#), [5.1](#), [5.1](#), [5.2.2](#), [5.3](#), [5.4](#), [6](#)
- [141] S. Whitaker. Multiphase transport phenomena : matching theory and experiment. *Advances in multiphase flow and related problems*, SIAM, Philadelphia, pages 273–295, 1986. [1.1.2](#), [1.1.2](#)
- [142] S. Whitaker. The closure problem for two-phase flow in homogeneous porous media. *Chem. Eng. Sci.*, 49(5) :765–780, 1994. [1.1.2](#), [5.3.1.1](#)
- [143] S. Whitaker. The Forchheimer equation : a theoretical development. *Transp. Porous Media*, 25(1) :27–61, 1996. [1.1.2](#), [1.1.2](#), [1.3](#), [3](#), [3.1](#), [3.2.3](#), [3.2.3](#), [3.3.5](#), [6](#)

- [144] S. Whitaker. The Forchheimer equation : a theoretical development. *Transp. Porous Media*, 25(1) :27–61, 1996. [1.2.3](#), [1.2.5](#), [3.2.2](#)
- [145] S. Whitaker. *The method of volume averaging*. Theory and Applications of Transport in Porous Media. Kluwer Academic, Dordrecht, The Netherlands, 1999. [2.2.1](#)
- [146] J. D. Wilson and T. K. Flesch. Wind and remnant tree sway in forest cutblocks. III. a windflow model to diagnose spatial variation. *Agric. For. Meteorol.*, 93(4) :259–282, 1999. [2.1](#)
- [147] J. Wu and S. Yin. Non-Darcy seepage and stopped floor water inrush prevention. *Progress in Mine Safety Science and Engineering II*, page 163, 2014. [2.1](#), [2.3.1.2](#)
- [148] D. H. Yoon, K. S. Yang, and C. B. Choi. Flow past a square cylinder with an angle of incidence. *Phys. Fluids*, 22(4) :043603, 2010. [2.1](#), [2.2.4](#)
- [149] L. Zhang. *DNS study of flow over periodic and random distribution of cylinders and spheres*. PhD thesis, University of illinois at Urbana-Champaign, 2008. [2.2.3](#)
- [150] X. Zhang and M. A. Knackstedt. Direct simulation of electrical and hydraulic tortuosity in porous solids. *Geophys. Res. Lett.*, 22(17) :2333–2336, 1995. [4.3.4.1](#)
- [151] M. Zuzovsky, P. M. Adler, and H. Brenner. Spatially periodic suspensions of convex particles in linear shear flows. III. dilute arrays of spheres suspended in Newtonian fluids. *Phys. Fluids*, 26(7) :1714–1723, 1983. [2.2.1](#), [5.2.1](#)





## UNE ETUDE NUMERIQUE DES ECOULEMENTS MONO ET DIPHASIQUE INERTIELS EN MILIEUX POREUX

**RESUME :** Ce travail concerne l'écoulement inertiel en milieu poreux rencontré dans diverses situations telles que les écoulements autour des puits pour la récupération pétrolière, les écoulements dans les réacteurs catalytiques, etc. En régime stationnaire, les différents modèles macroscopiques pour décrire ces écoulements inertiels (non-linéaires) demeurent encore sujets à débat. Ces modèles consistent en une loi de Darcy corrigée de termes dont la dépendance vis à vis de la vitesse de filtration relève du régime d'écoulement. Dans ce travail, une attention particulière est portée tout d'abord à l'étude numérique (DNS), sur des structures modèles, de la limite de stationnarité de l'écoulement monophasique newtonien qui correspond à la première bifurcation de Hopf, caractérisée par un nombre de Reynolds critique. La connaissance de cette limite est cruciale puisqu'elle détermine le domaine de validité des modèles macroscopiques stationnaires pertinents. Dans un deuxième temps, la dépendance de la déviation (inertielle) à la loi de Darcy par rapport aux propriétés de la structure poreuse (forme des grains, désordre) et à l'orientation de l'écoulement est étudiée dans le cas de structures 2D et 3D. Les propriétés effectives de la structure à l'échelle macroscopique sont déterminées à partir de la résolution numérique des problèmes de fermeture associés au modèle macroscopique obtenu par prise de moyenne des équations de Navier-Stokes. Afin de déceler l'origine de cette déviation et ses différentes formes, l'évolution de la structure microscopique de l'écoulement en fonction du nombre de Reynolds est analysée. Plus particulièrement, le rôle des zones de recirculation, et les corrélations avec la courbure des lignes de courant multipliée par l'énergie cinétique locale et la variation de l'énergie cinétique le long de ces lignes sont étudiés. La dernière partie du travail est consacrée à une étude numérique, toujours dans des situations modèles, de la déviation à la loi de Darcy généralisée dans le cas de l'écoulement diphasique inertiel.

**Mots clés :** milieux poreux, écoulement diphasique, effets inertiels, simulations numériques, changement d'échelle.

### INERTIAL ONE AND TWO PHASE FLOW IN POROUS MEDIA: A NUMERICAL INVESTIGATION

**ABSTRACT:** This work focuses on inertial flow in porous media encountered in different industrial situations such as flow around wells in oil recovery, flow in filters and in columns of reactors for chemical engineering, etc. In stationary flow regime, the different macroscopic models describing inertial (non-linear) flow are still discussed. These models consist in the Darcy's law with correction extra terms whose dependence upon the filtration velocity is a function of the flow regime. In this work, a particular attention is attributed first to the numerical investigation (DNS), on model structures, of the limit of one phase Newtonian stationary flow which corresponds to the first Hopf bifurcation, characterized by a critical Reynolds number. The knowledge of this limit is crucial since it establishes the ranges of validity of the relevant macroscopic stationary models. In a second step, the dependence of the deviation (inertial) from Darcy's law on the properties of the porous structure (grains shape, disorder) and on the orientation of the flow is analyzed in 2D and 3D situations. The effective properties of the structure and the flow at the macroscopic scale are obtained from the numerical resolution of the closure problems associated to the macroscopic model obtained from an up-scaling procedure (volume averaging) of the Navier-Stokes equations. In order to identify the origin of the deviation and its different forms, the variation of the microscopic flow structure with the Reynolds number is analyzed. More specifically, the role of the recirculation zones, and the correlations with flow streamlines curvature multiplied by the local kinetic energy and the variation of the kinetic energy along these lines are studied. The last part of the work is dedicated to a numerical investigation of the deviation from the generalized Darcy's law in the case of two phase inertial flow.

**Keywords :** porous media, two phase flow, inertial effects, numerical simulations, up-scaling.

