



**HAL**  
open science

# Dimensionnement en fatigue multiaxiale des toiles de roues ferroviaires sous sollicitations multi-paramètres à amplitude variable

Clément Roux

► **To cite this version:**

Clément Roux. Dimensionnement en fatigue multiaxiale des toiles de roues ferroviaires sous sollicitations multi-paramètres à amplitude variable. Micro et nanotechnologies/Microélectronique. Université Paris Saclay (COMUE), 2016. Français. NNT : 2016SACLX109 . tel-01628281

**HAL Id: tel-01628281**

**<https://pastel.hal.science/tel-01628281v1>**

Submitted on 3 Nov 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

NNT : 2016SACLX109

THÈSE DE DOCTORAT  
DE L'UNIVERSITÉ PARIS-SACLAY  
PRÉPARÉE À L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE

Ecole doctorale n°579  
Sciences mécaniques et énergétiques, matériaux et géosciences  
Spécialité de doctorat : Matériau

par

**M. CLÉMENT ROUX**

Dimensionnement en fatigue multiaxiale des toiles de roues ferroviaires sous sollicitations multi-paramètres à amplitude variable

Thèse présentée et soutenue à l'École Polytechnique, le 20 décembre 2016.

Composition du Jury :

M.	PATRICK LE TALLEC	Professeur École Polytechnique	(Président du jury)
M.	NICOLAS SAINTIER	Professeur Arts et Métiers ParisTech	(Rapporteur)
M.	PHILIPPE DUFRENOY	Professeur Université Lille 1	(Rapporteur)
M.	XAVIER LORANG	Ingénieur recherche SNCF - Direction Innovation & Recherche	(Encadrant industriel)
Mme.	THI MAC-LAN NGUYEN	Ingénieur recherche SNCF - Direction Innovation & Recherche	(Encadrant industriel)
M.	FRANÇOIS DEMILLY	Directeur technique et commercial MG - Valdunes	(Examineur)
M.	HABIBOU MAITOURNAM	Professeur ENSTA ParisTech	(Directeur de thèse)

# Sommaire

<b>1   La roue ferroviaire : caractéristiques et dimensionnement en fatigue</b>	<b>7</b>
1.1   Les roues ferroviaires	7
1.2   Matériau de la roue : Acier ER7	13
1.3   Analyse mécanique : chargements et contraintes	19
1.4   Méthode de dimensionnement normative	25
1.5   Limite de l'approche normative	30
<b>2   Durée de vie en fatigue et équivalence du dommage : étude bibliographique</b>	<b>39</b>
2.1   Chargement à amplitude constante	39
2.2   Chargement déterministe d'amplitude variable	50
2.3   Chargement aléatoire statistique	58
2.4   Méthode d'équivalence uni-axiale	63
2.5   Méthode d'équivalence de Genet	71
<b>3   Proposition d'une méthode d'équivalence en fatigue pour la roue ferroviaire</b>	<b>79</b>
3.1   Démarche de travail retenue pour l'obtention des efforts équivalents	79
3.2   Nouvelle campagne d'essais	90
3.3   Comparaison et choix des critères pertinents pour l'étude	98
<b>4   Contribution au dimensionnement en fatigue des roues ferroviaires : estimation des chargements de conception et de la fiabilité</b>	<b>109</b>
4.1   Méthode de recherche de chargements équivalents	110
4.2   Étude des chargements réels	116
4.3   Estimation des chargements de conception sur 5 roues	120

4.4   Estimation de la fiabilité d'une roue ferroviaire : Exemple de la roue D	127
4.5   Calcul de la criticité vis-à-vis des chargements réels et des contraintes résiduelles sur la roue E	133
<b>A   Annexe</b>	<b>149</b>
A.1   Géométrie et plans d'extraction des éprouvettes de fatigue	149
A.2   Construction des matrices d'usages virtuels	157
A.3   Contraintes statiques : comparaisons des différents modèles	158
<b>Bibliographie</b>	<b>161</b>

## Remerciements

Tout d'abord. Je souhaite remercier Patric le Tallec qui a bien voulu m'accueillir en thèse au Laboratoire de Mécanique des Solides de l'École Polytechnique. J'exprime ici ma gratitude à Thi Mac-Lan Nguyen : elle m'a offert la possibilité de travailler dans l'unité de recherche Systèmes Mécaniques et Interactions de la direction de l'Innovation et de la Recherche de SNCF et elle a initié ces travaux.

Je remercie ensuite Xavier Lorang pour son soutien efficace et son intérêt pour le sujet ainsi qu'Habibou Maitournam qui a accepté de diriger ma thèse, sa contribution scientifique aux travaux a été précieuse.

J'adresse mes remerciements aux membres du jury, notamment à Phillipe Dufrenois et Nicolas Saintier qui ont bien voulu être rapporteurs de mon manuscrit.

Merci à Nicolas Marti, Maoyan Jiang, Benoit Quesson et Jiawan Chen pour leurs travaux et les échanges que nous avons eu. Merci également à Benoit Dellatre : il s'est intéressé à ce sujet et a accepté que l'on travaille ensemble sur les méthodes d'équivalence fatigue multi-paramètres.

Mes sincères remerciements vont aussi à tous mes collègues du Laboratoire et de l'entreprise sans qui ces années n'auraient pas été les mêmes.

Enfin un grand merci à ma famille pour son soutien tout le long de ce travail.

## Introduction

Dans l'industrie des transports et particulièrement dans le ferroviaire, les exigences de fiabilité et de sécurité sont au centre de la conception des éléments roulants, notamment vis à vis du phénomène de la fatigue. L'évolution du système ferroviaire, qui cherche à améliorer ses performances au travers d'une innovation croissante, remet en cause les règles de conception mises en place depuis des dizaines d'années dans le domaine. On peut évoquer, notamment, l'accident de l'ICE allemand survenu en juin 1998. C'est le plus grave accident d'un train à grande vitesse entraîné par la rupture en fatigue d'une roue de nouvelle conception. Visiblement, les normes en vigueur n'étaient pas adaptées à cette nouvelle génération de roue à insert en caoutchouc et bandage métallique. Les conclusions, suite à cet accident, ont montré l'absence de prise en compte des sollicitations réelles ainsi que l'inadéquation des normes en vigueur qui ont généré des marges de sécurité insuffisantes dans ce cas précis. Ainsi, en plus de l'approche normative, il est important pour l'industrie ferroviaire de disposer d'approches précises, quantitatives, susceptibles de permettre l'introduction de conceptions innovantes fiables, notamment pour les organes de sécurité comme les roues.

La roue est une structure fonctionnelle, organe de sécurité essentiel du système ferroviaire. Elle évolue vers une complexité croissante car, en plus de ses fonctions premières, elle est susceptible de supporter des dispositifs nouveaux de freinage (disques flasqués sur toile de roue) ou des systèmes d'absorption acoustique et vibratoire qui visent à limiter l'inconfort pour les voyageurs. C'est justement pour éviter les vibrations à grande vitesse que ces nouvelles roues de l'ICE accidenté ont été conçues. Une conception fiable de la roue exige la prise en compte des chargements réels auxquels elle est soumise. Ceux-ci sont d'une grande variété et variabilité. Ils dépendent fortement du type de voie (sur ballast ou sur dalle), du tracé de la voie (alignement ou courbe), de la vitesse de circulation, du matériel roulant (locomotive, wagon, etc.), de la topologie du terrain, de la charge par essieu, etc. De plus, une roue peut parcourir au cours de sa vie jusqu'à 1.2 millions de kilomètres soit plus de  $10^8$  rotations de la roue.

L'objectif de ce travail est de proposer un perfectionnement des méthodes de dimensionnement des roues ferroviaires tout en cherchant à caractériser le domaine de pertinence des approches actuellement en vigueur. Il s'agit d'une thèse CIFRE SNCF, effectuée en collaboration avec le Laboratoire de Mécanique des Solides (LMS) de l'Ecole Polytechnique. Pour atteindre le but défini, plusieurs difficultés doivent être surmontées. En pratique, on est confronté à un problème de fatigue à grand nombre de cycles en endurance limitée, avec des sollicitations déphasées, à plusieurs paramètres de chargement, générant des états de contraintes multiaxiaux. Si le fait que la roue tourne semble rendre aisée la définition d'un cycle, il n'en demeure pas moins que ces cycles sont différents, d'« amplitudes variables ». S'ajoute le fait que le processus de fabrication et de montage de la roue, composé entre autres, de forgeage, de traitements thermiques et du fretage sur l'axe d'essieu, induit des contraintes résiduelles qui doivent être quantifiées et prises en compte pour une estimation réaliste de la criticité. En d'autres termes, pour atteindre cet objectif, il est nécessaire d'abord de disposer des méthodes d'estimation de durée en fatigue dans le domaine de l'endurance limitée, capables de traiter de manière pertinente des trajets de contraintes déphasées. Il est bien connu que la plupart des critères de fatigue présentent des lacunes dans ce régime. Dans un second temps, la question de cumul de dommage doit être nécessairement traitée pour aborder la détermination de la criticité vis à vis de la fatigue. L'utilisation de telles méthodes demande la réalisation d'essais supplémentaires sur le matériau de la roue ferroviaire, notamment pour les chargements à amplitude variable, qui sont aujourd'hui très peu disponibles dans la littérature. D'un autre côté, dans une perspective de spécification et de validation avec des essais fiables et représentatifs, il est intéressant de définir des chargements simples qui induisent le même dommage (nous dirons la même criticité) que les chargements réels sur une durée déterminée, que l'on appelle « chargements équivalents » en fatigue. En effet SNCF spécifie et valide les roues qui sont fabriqués par des fournisseurs et, dans cette optique doit déterminer des chargements équivalents de spécification ainsi que des chargements sévérés permettant de réaliser des essais de fatigue accélérés sur des roues à l'échelle 1. Enfin, une validation numérique prenant en compte la variabilité des chargements réels et permettant d'estimer la marge de sécurité pour une conception de roue est nécessaire pour assurer la sécurité ainsi que pour maîtriser les coûts de fabrication et d'exploitation.

Ce mémoire de thèse comprend quatre parties.

La première partie de l'étude introduit le système complexe de la roue ferroviaire en commençant par expliciter le processus de fabrication des roues en acier forgé. Elle décrit ensuite les géométries des cinq roues étudiées et leurs spécificités. Le matériau des roues étudiés, l'acier ER7, est présenté ainsi que les caractéristiques chimiques et mécaniques (comportement sous chargements monotone et cyclique) et en fatigue sont abordées en détail. De plus, les chargements qui s'appliquent à la roue sont donnés explicitement, tout comme les étapes de fabrication qui induisent le champ de contrainte résiduel dans la structure. Enfin, la norme actuelle de dimensionnement est introduite avant de montrer ses limites qui motivent cette étude et le besoin de redéfinition de la démarche globale de spécification et validation des roues ferroviaires.

La seconde partie se concentre sur l'étude bibliographique des méthodes de calcul de la durée de vie en fatigue multiaxiale à grand nombre de cycles. Les trajets de contraintes multiaxiaux et parfois déphasés ainsi que la variabilité de l'amplitude du chargement motivent la recherche d'un critère performant pour le matériau de la roue. Seront présentées différentes méthodes afin d'en dégager les avantages et inconvénients dans le cadre de notre étude. Enfin les méthodes de recherche de chargements équivalents seront abordées pour la détermination des chargements de spécification ou la réalisation d'essais de validation accélérés.

La troisième partie porte sur le choix et l'identification d'une méthode performante pour l'évaluation d'une loi de calcul de la durée de vie compatible avec l'usage de la roue ferroviaire. Une campagne d'essais sur des chargements multiaxiaux réalistes a été notamment menée ainsi qu'une étude du cumul de dommage. Ces données, ainsi que celles de la littérature, ont permis de proposer un modèle de durée de vie en endurance limitée à partir du critère de fatigue de Deperrois.

La quatrième et dernière partie présente la méthode proposée dans cette thèse pour dimensionner une roue de train vis à vis des chargements réels. Cette méthode, basée sur l'équivalence fatigue, consiste en la détermination de chargements équivalents en minimisant sur la structure l'écart entre la criticité issue des chargements réels et celle générée par le chargement simple équivalent. Une méthode de validation probabiliste d'une structure, à partir des chargements de service et de la résistance en fatigue du matériau, est établie. Basée sur la méthode « contrainte résistance » elle consiste en la détermination de la probabilité de rupture sur la structure. La comparaison de ces approches avec la norme est discutée. De plus on fera une estimation de la criticité des roues avec prise en compte des contraintes résiduelles pour estimer l'impact de cette prise en compte pour nos méthodes.

Enfin, une conclusion récapitulant les principaux apports de ce travail est donnée ainsi que quelques perspectives.

# 1 | La roue ferroviaire : caractéristiques et dimensionnement en fatigue

## Sommaire

---

<b>1.1   Les roues ferroviaires</b>	<b>7</b>
1.1.1   Géométrie	7
1.1.2   Fabrication	8
1.1.3   Les roues étudiées	9
1.1.4   État de surface	12
<b>1.2   Matériau de la roue : Acier ER7</b>	<b>13</b>
1.2.1   Généralités	13
1.2.2   Caractéristiques mécaniques du matériau	13
1.2.3   Données en fatigue du matériau	14
<b>1.3   Analyse mécanique : chargements et contraintes</b>	<b>19</b>
1.3.1   Les chargements	19
1.3.2   Contraintes résiduelles	21
1.3.3   Trajets de contrainte	21
<b>1.4   Méthode de dimensionnement normative</b>	<b>25</b>
1.4.1   Les sollicitations normatives	25
1.4.2   Méthode de validation normative en fatigue	27
<b>1.5   Limite de l'approche normative</b>	<b>30</b>
1.5.1   Discussions sur la méthode normative	30
1.5.2   Comparaison entre l'approche normative et le critère de Dang Van	33

---

## 1.1 | Les roues ferroviaires

Cette section vise à présenter la roue ferroviaire dans son contexte d'usage ainsi qu'à définir le vocabulaire spécifique à son étude. On explicitera les étapes de fabrication de la roue pour information et on introduira les étapes qui vont influencer la suite de l'étude.

### 1.1.1 | Géométrie

La roue ferroviaire est un élément mécanique fonctionnel et sécuritaire essentiel du système ferroviaire : elle permet en effet de guider et maintenir le train sur les rails et transmet les efforts du train à la voie via le rail.



La roue ferroviaire est constituée de 3 parties élémentaires comme on peut le voir sur la figure 1.1 de la page 8.

1. La surface ou bande de roulement avec un profil spécifique (boudin, table de roulement, etc . . . ), sur lequel se fait le contact roue rail. Cet élément supporte en virage les efforts latéraux et permet d'éviter tout déraillement ;
2. La toile (ou le voile) : la partie la plus fine de la roue qui fait le lien entre la bande de roulement et le moyeu ;
3. Le moyeu dans lequel l'axe de l'essieu est monté par frettage.

On note qu'il existe plusieurs types de voile ainsi que plusieurs types de profil de bande de roulement (ceux-ci faisant objet d'une norme [3]). De plus, les diamètres extérieurs des roues sont variables suivant le type de matériel roulant (wagon (Fret), voiture (Voyageur), motrices, etc). Il existe ainsi de nombreuses géométries de roues sur le parc de trains de SNCF.

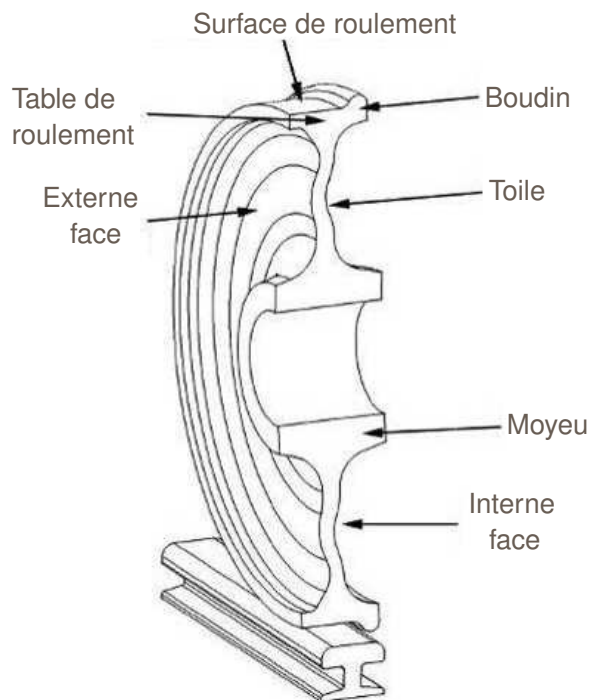


FIGURE 1.1 – Noms des différentes parties d'une roue ferroviaire

La bande de roulement s'use lors de l'utilisation de la roue. Pour maintenir une circularité de la bande de roulement, les roues sont reprofilées (ré-usinage permettant d'obtenir une géométrie de la surface de roulement normalisée) plusieurs fois au cours de leur vie. Une usure (reprofilage inclu) maximale qui correspond à la profondeur de table de roulement minimale est définie. C'est cette limite qui est généralement le critère de remplacement de la roue.

Au cours de sa vie, la roue est inspectée régulièrement pour vérifier qu'aucune fissure ou qu'aucun impact de nature accidentelle (comme les chocs lors de l'envol de ballast) n'est présent. C'est lors de cette inspection que l'on décide aussi de réaliser un profilage ou non.

### 1.1.2 | Fabrication

Les roues utilisées en France sont en acier forgé et la plupart du temps réusinées. Le processus de fabrication est schématisé sur les figures 1.2 à 1.4.

Comme expliqué par Benabes [7], la roue de train est élaborée à partir d'un cylindre de brut, tronçonné, chauffé puis décalaminé. Ensuite, la roue est forgée à chaud à la presse selon 3 phases : ébauche,

préformage et « perçage » du moyeu. Ensuite, la pièce est laminée verticalement. Puis, la toile est éventuellement ondulée selon le type de roue. On effectue, enfin, les traitements thermiques : austénisation, trempe au jet d'eau et pour finir un revenu.

Ensuite, dans la plupart des cas, la roue est usinée plus ou moins finement suivant sa catégorie (voir paragraphe 1.1.4). Des usinages spéciaux sont éventuellement effectués comme des perçages dans la toile. Une peinture et un traitement anti-corrosion sont enfin appliqués sur la toile de roue.

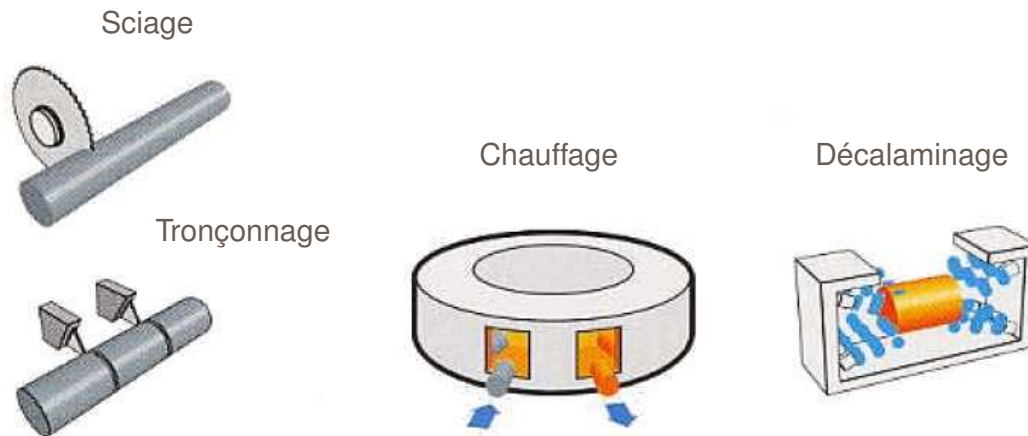


FIGURE 1.2 – Découpage et préparation du lopin (Document Valdunes)

### 1.1.3 | Les roues étudiées

Afin d'évaluer la robustesse des méthodes qui sont développées au cours de cette thèse, différentes roues sont étudiées. Par souci de confidentialité, elles sont notées A, B, C D, et E. Leurs spécificités de conception et d'utilisation sont décrites ci-dessous.

#### La roue A

La roue A est une roue de wagon conçue pour une charge à l'essieu de 22.5 tonnes. Cette roue est de conception nouvelle. La toile de la roue est très fortement ondulée dans le but de réduire les contraintes générées par les freinages par semelle. Le maillage 2D de la roue est présenté sur la figure 1.6a de la page 11.

#### La roue B

La roue B est une roue de wagon de conception ancienne conçue pour une charge à l'essieu de 22.5 tonnes. La toile de la roue est ondulée comme le montre le maillage 2D de la figure 1.6b de la page 11. Cette roue équipe une grande partie des trains de fret européens.

#### La roue C

La roue C est une roue utilisée notamment pour le transport des voyageurs, dans les trains grande ligne. Conçue pour une charge à l'essieu de 19.5 tonnes, elle est toutefois utilisée dans les voitures de type corail (utilisée pour un tonnage inférieur à 15.6 tonnes à l'essieu). La toile de cette roue est ondulée, avec une forme très proche de celle de la roue B. Le maillage 2D de la roue est présenté sur la figure 1.6c de la page 11.

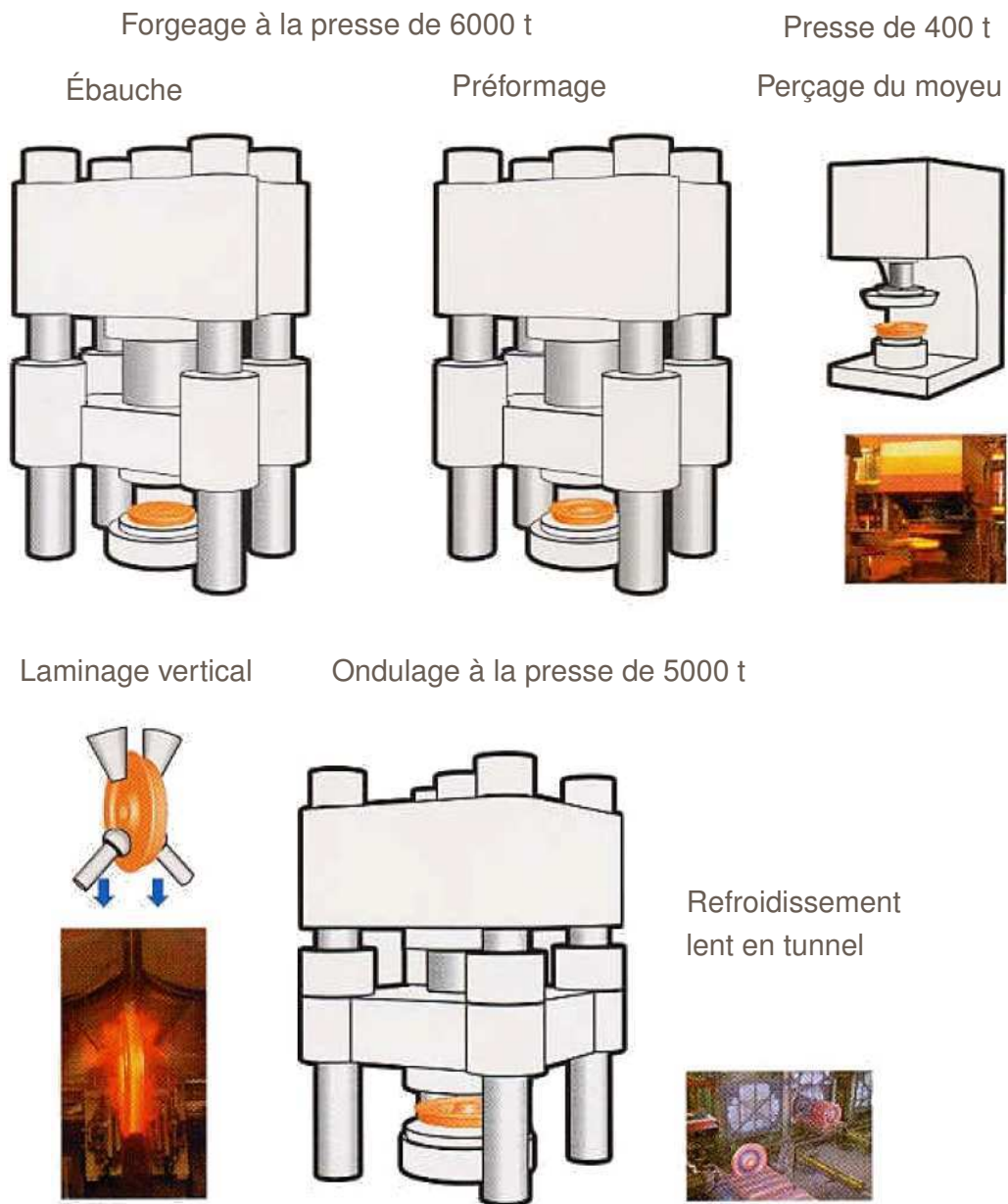


FIGURE 1.3 – Forgeage et refroidissement (Document Valdunes)



FIGURE 1.4 – Traitements thermiques (Document Valdunes)

## La roue D

La roue D est utilisée sur les autorails. Elle a la particularité de posséder sur sa toile 18 trous qui servent au positionnement de 2 disques de frein sur la roue. Les deux disques de frein sont situés de part et d'autre de la roue. C'est une conception récente car, sur la plupart des trains, le freinage est réalisé soit sur la table de roulement avec une semelle de frein, soit sur des disques de frein directement liés à l'essieu. Depuis sa mise en circulation, au milieu des années 2000, de nouveaux matériels régionaux comme le Francilien et le Régiolis sont équipés de roues de même type avec les mêmes systèmes de frein. On peut voir une modélisation en CAO sur la figure 1.5 de la page 11.

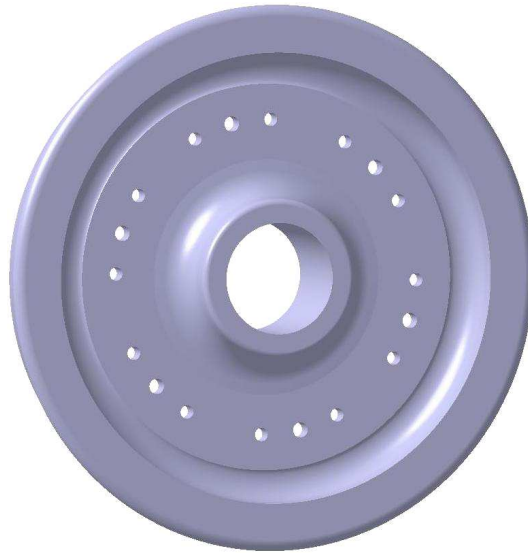


FIGURE 1.5 – Représentation de la roue D

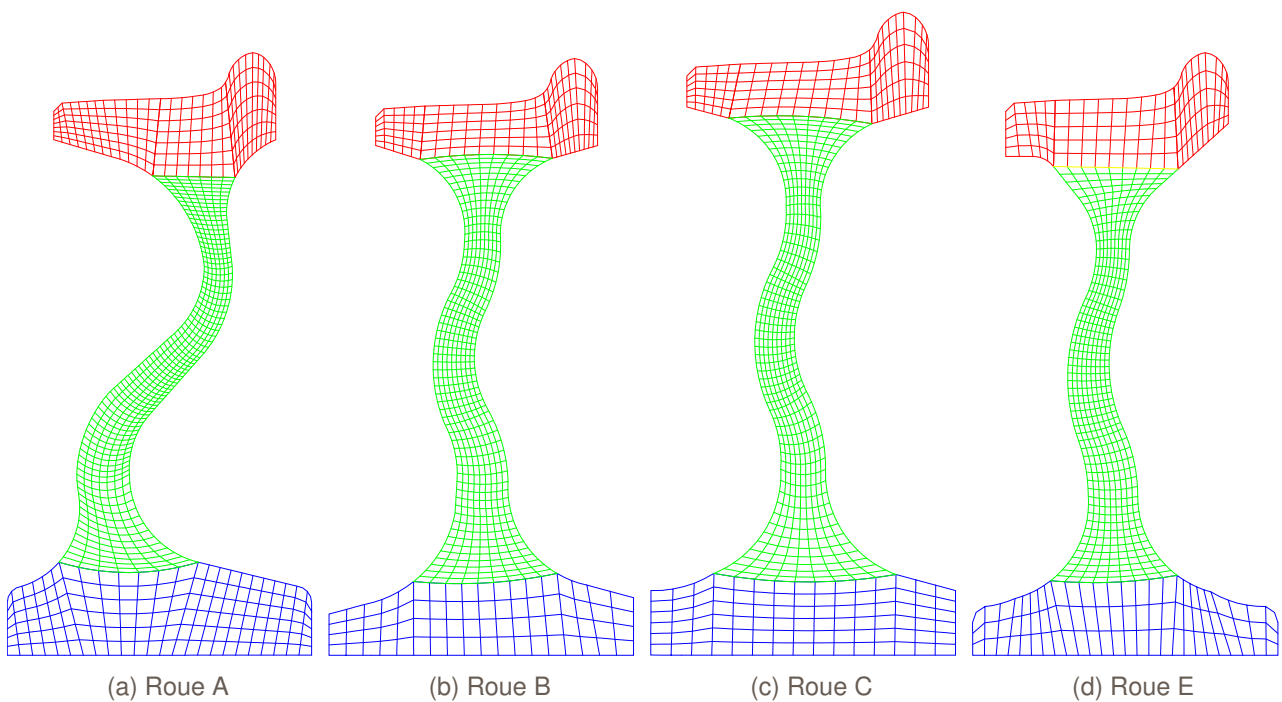


FIGURE 1.6 – Maillages des 4 roues axisymétriques considérées

La présence de trous sur la toile doit être analysée avec précaution. En effet, lors d'incident, l'amorçage de fissures par fatigue se situe généralement sur la toile dans le cas d'une roue axisymétrique. Sur notre roue, il y a présence de trous, ce qui va perturber le champ de contrainte et venir accroître le risque de fissuration près des trous.

De plus, comme cette roue n'est pas axisymétrique elle ne rentre pas directement dans le cadre de la norme en vigueur pour le dimensionnement des roues axisymétriques vis-à-vis des chargements de fatigue et ses critères. Ainsi, l'U.I.C. (Union Internationale des Chemins de fer) [55] renvoie aux travaux du comité d'experts B169 [11] qui recommande l'utilisation d'un critère de fatigue multiaxial et la réalisation d'essais de fatigue en vue de leur validation. Cette roue a été validée selon cette procédure, ce qui permet d'assurer la sécurité. C'est à la suite de l'introduction de cette roue dans le parc que la présente étude a été initiée, afin de parvenir à affiner les méthodes de conception et de validation des roues non axisymétriques.

## La roue E

La roue E est une roue conçue spécialement pour la grande vitesse avec une charge maximale à l'essieu de 18.9 tonnes. La toile de la roue est ondulée. Le maillage 2D de la roue est présenté sur la figure 1.6d de la page 11. Cette roue de conception relativement récente a été une des premières à avoir été conçue selon la norme actuellement en vigueur du point de vue de la fatigue [1] et qui sera décrite dans la section 1.4.1.

### 1.1.4 | État de surface

L'état de surface est un facteur très influent sur la résistance à la fatigue.

Les états de surface des roues sont spécifiés dans la norme [2]. Celle-ci définit deux catégories de roue pour la grande vitesse (Cat. 1) et la vitesse normale (Cat. 2). Pour chaque catégorie, un état de surface est requis pour chaque partie de la roue. Pour la toile qui est notre zone d'intérêt, les états de surface demandés sont précisés dans le tableau 1.1 de la page 12. Pour chaque catégorie, on verra par la suite que les limites de fatigue considérées ne sont pas les mêmes.

	Rugosité moyenne ( $R_a$ )
Catégorie 1	$\leq 3,2\mu\text{m}$
Catégorie 2	$\leq 12,5\mu\text{m}$

TABLEAU 1.1 – Rugosité de la surface de la toile des roues à la livraison

La roue E est de catégorie 1 alors que les autres roues sont de catégorie 2. Dans les faits, les états de surface des roues de catégorie 2 de notre étude sont livrés avec une cible de  $R_a \leq 6,3\mu\text{m}$ , à la demande de SNCF, par prévention, afin d'accroître la sécurité. Certaines surfaces de la roue D sont usinées avec des états de surface plus restrictifs car elles participent notamment au positionnement des disques de frein sur la roue elle-même, ainsi des rugosités avec des  $R_a = 6,3\mu\text{m}$  sont spécifiées.

Aucun essai de fatigue n'a été réalisé pour l'état de surface  $R_a = 6,3\mu\text{m}$ . Il est donc d'usage aujourd'hui d'utiliser les données de fatigue de catégorie 2 à  $R_a = 12,5\mu\text{m}$  pour valider la conception.

## 1.2 | Matériau de la roue : Acier ER7

Les roues présentées dans ce document sont constituées du même matériau, l'acier ER7. Nous allons présenter ses caractéristiques mécaniques dans cette partie. Il faut savoir que, pour certains usages, des nuances différentes d'acier sont utilisées comme l'ER6, la principale différence étant le taux de carbone plus faible sur l'ER6 qui entraîne des caractéristiques mécaniques inférieures. A l'inverse, en Allemagne, on peut retrouver des roues dans un acier avec une plus forte teneur en carbone.

### 1.2.1 | Généralités

Cette section présente la composition chimique de l'acier ER7 et la microstructure.

#### Composition chimique

L'acier ER7 a une composition chimique proche de l'acier C45 selon la désignation AFNOR (anciennement XC 48). Les données de l'ERRI [11] sont précisées sur le tableau 1.2 de la page 13.

Éléments	Fe	C	Mn	Si	P	S	Ni	Cr	Cu	Mo	V	Al
% massique	Base	0.52	0.73	0.33	0.013	0.009	0.08	0.25	0.12	0.03	<0.01	0.02

TABLEAU 1.2 – Composition chimique de l'acier ER7

#### Observation microscopique

Le procédé de fabrication des roues a un effet non négligeable sur la microstructure de notre acier. Le processus de trempe de la jante va ainsi engendrer des contraintes résiduelles dans toute la roue. La fabrication va aussi induire une anisotropie à l'échelle microscopique et donc une variabilité dans les caractéristiques mécaniques.

Benabes [7] et Hamam [25] notent que le matériau a une microstructure ferrito-perlitique à perlite lamellaire. La structure est anisotrope avec une variation du taux de ferrite. Il y a une orientation privilégiée des grains à cause du laminage vertical et du forgeage. Benabes [7] note la présence de sulfure de manganèse localisé dans la ferrite. Les fissures en fatigue s'initient sur ces défauts (cf. figure 1.7, page 14).

Les étapes de fabrication de la roue présentées précédemment induisent des contraintes résiduelles importantes dans la roue de l'ordre de plusieurs centaines de MPa (cf. partie 1.3.2, page 21).

### 1.2.2 | Caractéristiques mécaniques du matériau

#### Essais monotones

Benabes [7] au LAMEFIP, Hamam [25] à L'AEF et l'ERRI [11] ont effectué des essais monotones sur l'ER7 dans la toile de la roue. Les données du comportement mécanique du matériau sont listées dans le tableau 1.3 de la page 14.

Benabes [7] note la variabilité des valeurs de la limite d'élasticité et ce pour une même vitesse de déplacement. De plus, Hamam [25] note que, dans la zone de la jante, les valeurs sont plus importantes de l'ordre de 15 %. Les résultats présentés sont en accord avec nos essais, (cf. tableau 3.1, page 90).

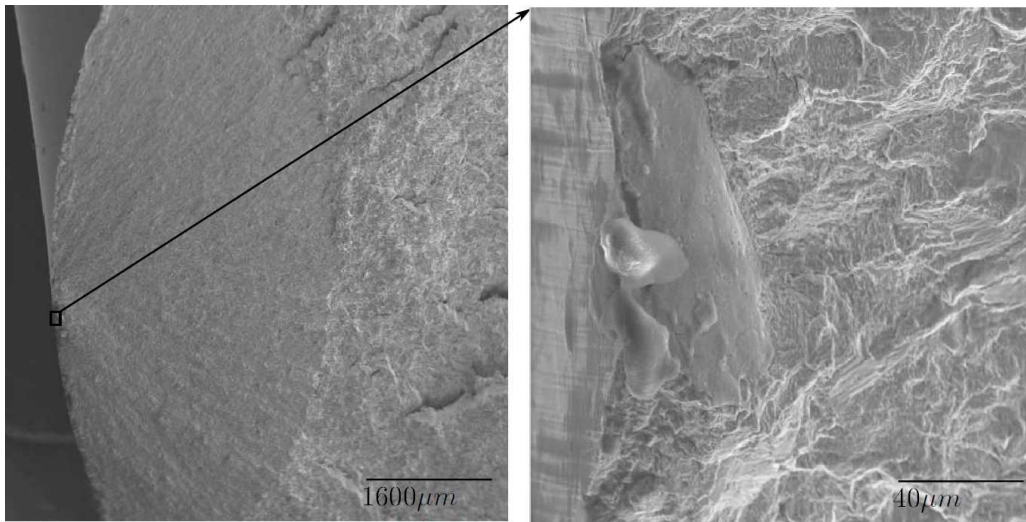


FIGURE 1.7 – Mise en évidence de l’amorçage sur micro défauts [7]

Essais	LAMEFIP [7]	AEF [25]		ERRI	
Vitesse de déformation, $\dot{\epsilon}$ ( $s^{-1}$ )	$4.7 \cdot 10^{-2}$	$5 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-2}$		
Module de YOUNG, $E$ (MPa)	210000	218000	186000		
Coefficient de POISSON, $\nu$		0.29	0.29		
Limite d’élasticité, $R_e$ (MPa)	509	427	480		
Limite d’élasticité à 0.2%, $R_{p0.2}$ (MPa)	499	401	428	445	430
Résistance maximale en traction, $R_m$ (MPa)		678	605	768	748
Allongement maximal, $A$ (%)		17.2	15.4		

TABLEAU 1.3 – Résumé des essais monotones

## Essais cycliques

Benabes [7] a réalisé deux essais cycliques pour caractériser le comportement cyclique du matériau et notamment l’érouissage. Le premier essai est un essai à déformation imposée et le second est un essai à contrainte imposée. Ces deux essais cherchent notamment à trouver l’état stabilisé du matériau.

On note que, pour des contraintes supérieures ou égales à la limite d’endurance, le matériau n’est pas dans un état adapté après 100 cycles pour des fréquences inférieures à 50 Hz.

Toujours d’après Benabes [7], les essais cycliques montrent que le matériau est macroscopiquement isotrope ce qui est notable au vue de sa microstructure.

On peut identifier une loi d’érouissage de Swift (*cf.* figure 1.8, page 15) à partir des essais cycliques à contraintes imposées réalisés par BENABES. On fait ce choix car la déformation maximale est faible (Dans le cas contraire on aurait plutôt choisi une loi de Voce).

Il semblerait que pour des fréquences faibles ( $f < 50$  Hz), le matériau présente des bandes de glissement de Lüders qui conduisent à des déformations plastiques inhomogènes.

### 1.2.3 | Données en fatigue du matériau

Cette section rassemble les données en fatigue du matériau issues des nombreux essais réalisés par Benabes [7] au LAMEFIP et l’ERRI (RP19) [11] pour différentes configurations.

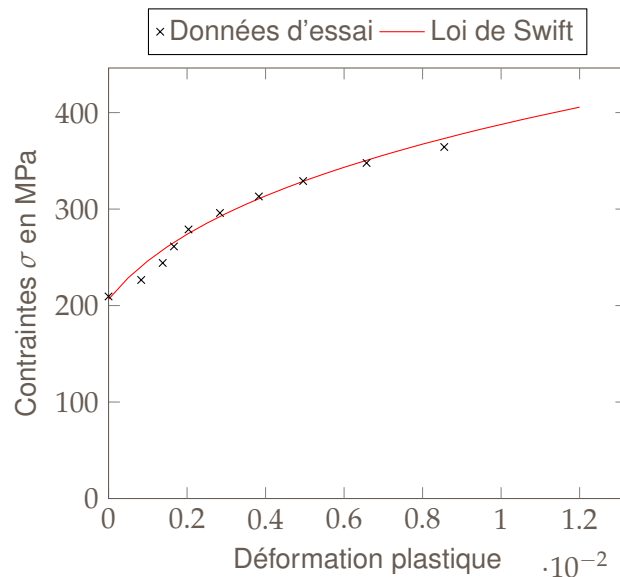


FIGURE 1.8 – Loi d'écroissage de Swift identifiée sur les essais cycliques à contraintes imposées [7]

La provenance des éprouvettes est répertoriée dans le tableau 1.4 de la page 15. Les plans d'extraction sont disponibles en annexe A.1.1.

Campagne	Type d'essais	Provenance	État de surface ( $\mu m$ )
RP19	$t_{-1}, f_{-1}, f_{0.1}$	Extraction de roue usinée	$1.5 < R_a \text{moyen} < 4.9$
	$\tau_{-1}$	Extraction radiale et ré-usinage	$3.02 < R_a \text{moyen} < 3.62$
	$t_{-1}, f_{-1}, f_{0.1}$	Extraction de roue Brute	$N_c$
LAMEFIP	$t_{-1}, f_{-1}, f_{-1,r}, \text{etc}$	Extraction radiale, ré-usinage (Lot I)	$R_a \text{moyen} = 0.148$
	$t_{-1}, f_{-1}, f_{-1,r}, \text{etc}$	Extraction radiale, ré-usinage (Lot II)	$R_a \text{moyen} = 0.54$
Roue	Flexion de roue	Roue E	$N_c$

TABLEAU 1.4 – Information concernant les éprouvettes utilisées lors des essais de fatigue [7, 11]

Différents types d'essais ont été réalisés : essais sous sollicitation simple d'amplitude constante, sous sollicitation combinée ou à amplitude variable ainsi que certains sur des roues à l'échelle 1.

### Essais sous sollicitations simples d'amplitude constante

Benabes [7] estime les limites d'endurance pour deux nombres de cycles ( $2 \cdot 10^5$  et  $2 \cdot 10^6$ ) par la méthode de l'escalier sans pouvoir estimer l'écart type. L'ERRI [11] estime les limites d'endurance pour  $10^7$  et les écarts types quand cela est possible.

### Traction

Trois campagnes d'essais ont été réalisées pour estimer par la méthode de l'escalier les limites de fatigue en traction alternée. Une première campagne, qui cherchait à estimer la limite de fatigue à  $2 \cdot 10^5$  cycles dans le cadre de la thèse de Benabes [7], n'a pas permis d'avoir une valeur de cette limite. Par contre, une autre réalisée pour une limite de  $2 \cdot 10^6$  et une autre campagne réalisée dans le cadre des travaux de l'ERRI [11] pour une limite de  $10^7$  sont présentées dans le tableau 1.5 de la page 16. On notera que les écarts types sur la limite de fatigue ne sont pas estimables.

L'essai ERRI et tous les suivants ont permis d'obtenir des modèles de BASTENAIRE.



Essais	LAMEFIP	ERRI
Durée de vie visée, (cycles)	$2 \cdot 10^6$	$10^7$
Limite de fatigue, $\sigma_{-1}^D$	$1.2 \cdot \sigma_{-1}$	$\sigma_{-1}$

TABLEAU 1.5 – Données du matériau en fatigue issues d'essais de traction alternée (Méthode de l'escalier)

### Flexion plane

Deux campagnes d'essais ont été réalisées dans le cadre de la thèse de BENABES pour trouver deux limites en fatigue en flexion plane alternée. L'ERRI [11] a réalisé deux essais en flexion plane pour deux rapports de charge différents. Ces essais sont présentés dans le tableau 1.6 de la page 16. On notera que les écarts types sur la limite de fatigue ne sont pas estimables.

Essais	LAMEFIP $R = -1$		ERRI $R = -1$	ERRI $R = 0.1$
Durée de vie visée, (cycles)	$2 \cdot 10^5$	$2 \cdot 10^6$	$10^7$	$10^7$
Limite de fatigue, $\sigma_{-1}^D$ (MPa)	$(0 \pm 1.54) \cdot \sigma_{-1}$	$(0 \pm 1.31) \cdot \sigma_{-1}$	$(0 \pm 1.13) \cdot \sigma_{-1}$	$(1.07 \pm 0.88) \cdot \sigma_{-1}$

TABLEAU 1.6 – Données du matériau en fatigue issues d'essais de flexion (Méthode de l'escalier)

### Flexion rotative

Benabes a réalisé des essais de fatigue en flexion rotative alternée. Les résultats de la détermination de limites de fatigue avec la méthode de l'escalier sont présentés sur le tableau 1.7 de la page 16.

Essais	LAMEFIP	
Durée de vie visée, (cycles)	$2 \cdot 10^5$	$2 \cdot 10^6$
Limite de fatigue, $\sigma_{-1}^D$ (MPa)	$1.43 \cdot \sigma_{-1}$	$1.25 \cdot \sigma_{-1}$

TABLEAU 1.7 – Données du matériau en fatigue issues d'essais de flexion rotative alternée (Méthode de l'escalier)

### Torsion

Trois campagnes d'essais sont disponibles pour la torsion alternée. Deux ont été réalisées pour déterminer les limites de fatigue à  $2 \cdot 10^5$  et  $2 \cdot 10^6$  par Benabes [7]. Une autre a été réalisée dans le cadre des travaux de l'ERRI [11] pour une limite de  $10^7$  qui, de plus, a permis d'estimer l'écart type sur cette limite. Tous les essais ERRI sont réalisés à une fréquence de 25 Hz. Les résultats sont présentés sur le tableau 1.5 de la page 16.

### Essais sous chargement ferroviaire

Benabes [7] a aussi appliqué sur éprouvette (sur une machine de traction-torsion au LFM et une de flexion-torsion au LAMEFIP) un trajet de contrainte proche de celui observé sur un point critique (issu d'un essai sur banc d'étalonnage d'une roue à l'échelle 1 dans ce cas). Ce trajet est pris comme base et est recréé traction et torsion combinées sur une éprouvette (cf. figure 1.9, page 17). Il est amplifié avec un facteur d'amplification  $k_\sigma$  afin de le rendre sévère et ainsi faire fissurer l'éprouvette.

L'essai cherche à déterminer les durées de vie pour différents rapports  $k_\sigma$ . Les résultats des essais sont reportés sur le tableau 1.9 de la page 17.

(MPa) Essais	LAMEFIP		ERRI
Durée de vie visée, (cycles)	$2 \cdot 10^5$	$2 \cdot 10^6$	$10^7$
Limite de fatigue, $\tau_{-1}^D$ (MPa)	$0.95 \cdot \sigma_{-1}$	$0.88 \cdot \sigma_{-1}$	$0.77 \cdot \sigma_{-1}$
Écart type, $s$ (MPa)			16

TABLEAU 1.8 – Données du matériau en fatigue issues d'essais de torsion alternée (Méthode de l'escalier)

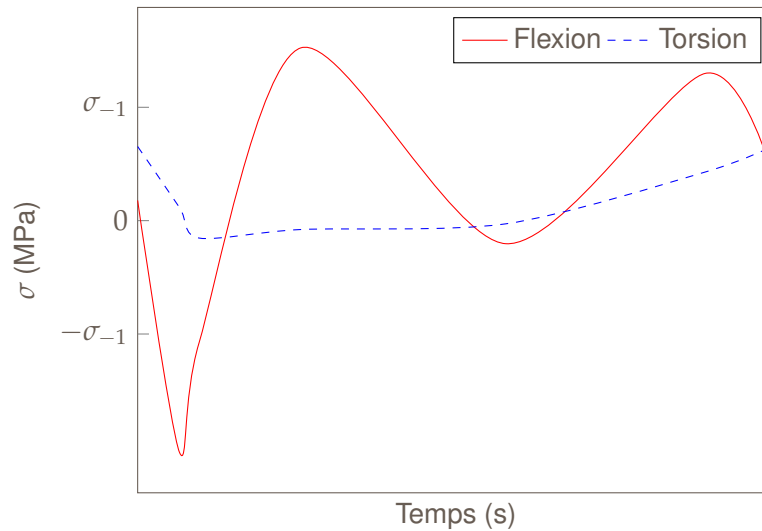


FIGURE 1.9 – Chargement complexe de flexion torsion  $k = 4$

### Essais sous sollicitations combinées et/ou d'amplitude variable

Benabes [7] a réalisé un certain nombre d'essais complexes pour valider sa méthode de calcul de la durée de vie.

#### Essais de flexion plane et torsion déphasée ( $\Phi = 90^\circ$ )

Deux campagnes d'essai ont été réalisées pour des sollicitations de flexion plane et torsion déphasée alternée avec un déphasage total et un rapport  $\frac{\sigma_a}{\tau_a} = 1.61$ . Le tableau 1.10 de la page 18 résume les résultats.

#### Essais de flexion plane et torsion déphasée à fréquences différentes

Une première campagne d'essai a été réalisée pour des sollicitations de flexion plane et torsion déphasée alternée avec différents rapports de charge et rapport de fréquence. Les résultats sont résumés

Machine	LFM				LAMEFIP		
	$k_\sigma$	2.5	4	5	5	1	4
Durée de vie, (cycles)	$> 10^7$	894766	57843	67731	$> 10^7$	$> 10^7$	1454800
Machine	LAMEFIP						
	$k_\sigma$	4.5	4.65	4.75	4.75	5	5.5
Durée de vie, (cycles)	1282600	258950	346750	242500	155350	50950	41250

TABLEAU 1.9 – Durée de vie en fatigue sous chargement ferroviaire

Essais	LAMEFIP	
	Durée de vie visée, (cycles)	$2 \cdot 10^5$
Limite de fatigue, $\sigma_{-1}^D$ (MPa)	$1.25 \cdot \sigma_{-1}$	$0.77 \cdot \sigma_{-1}$
Limite de fatigue, $\tau_{-1}^D$ (MPa)	$1.12 \cdot \sigma_{-1}$	$0.69 \cdot \sigma_{-1}$

TABLEAU 1.10 – Données du matériau en fatigue issues d’essais de flexion plane et torsion alternée (Méthode de l’escalier)

sur le tableau 1.11 de la page 18.

Essais	LAMEFIP			
	$\sigma_a$	$0.9 \cdot \sigma_{-1}$	$0.9 \cdot \sigma_{-1}$	$0.42 \cdot \sigma_{-1}$
$\tau_a$	$0.56 \cdot \sigma_{-1}$	$0.56 \cdot \sigma_{-1}$	$0.67 \cdot \sigma_{-1}$	$0.67 \cdot \sigma_{-1}$
Rapport de charge, $\sigma_a / \tau_a$	1.61	1.61	0.61	0.61
Rapport de fréquence, $f_\sigma / f_\tau$	8	1/8	8	1/8
Durée de vie, ( $N_r$ )	11036	10695	34793	11539

TABLEAU 1.11 – Durées de vie en fatigue issues d’essais en flexion plane et torsion à différents rapports de charge et rapports de fréquence

On note que pour un rapport de charge inférieur à l’unité, le rapport de fréquence a un effet non négligeable sur la durée de vie.

## Essais sur roue

Benabes [7] a réalisé plusieurs essais sur roue à l’échelle 1.

Ces essais sont des essais répétés de flexion de roue (sans rotation). La roue est montée sur un faux axe et un système hydraulique vient réaliser un cycle en appuyant et tirant sur la table de roulement (cf. figure 1.1, page 8) comme illustré sur la figure 1.10 de la page 19 (deux essais à amplitude constante et deux essais à amplitudes variable par blocs).

On résume les résultats des essais à amplitude constante sur le tableau 1.12 de la page 18.

Essais	FY (kN)	Durée de vie visée, (cycles)
1	120	225000
2	80	980000

TABLEAU 1.12 – Résultats des essais de fatigue sur roue à amplitude constante

L’essai à amplitude variable est un essai de répétition d’une séquence contenant des cycles (80 cycles) de diverses amplitudes et valeurs moyennes. Sur deux essais, un seul a subi une initiation de fissure lors de  $N_{seq} = 10625$  séquences soit  $8.50 \cdot 10^5$  cycles.

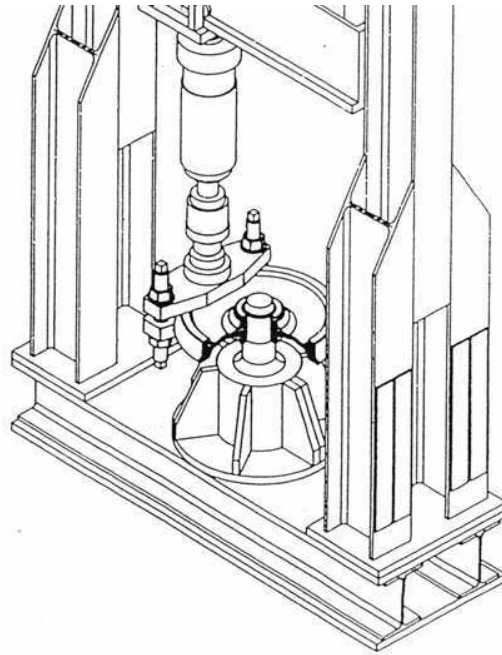


FIGURE 1.10 – Banc d'essai pour roues

## 1.3 | Analyse mécanique : chargements et contraintes

L'objectif de notre étude étant axée sur la fatigue des roues ferroviaires, il est important de définir les chargements qui s'appliquent sur la roue au cours de son usage. L'état de contrainte initial ayant un impact sur la durée de vie, il convient de définir les chargements induisant le champ de contrainte statique dans la roue.

### 1.3.1 | Les chargements

Les chargements sur les roues sont de plusieurs natures : statiques, cycliques et dynamiques. Cette partie permet de clarifier ces chargements.

#### Chargements statiques

On peut identifier un chargement statique principal qui résulte du fretage, qui est le montage de la roue sur l'essieu. La roue est montée serrée à froid (en force) sur l'essieu. L'interférence radiale qui peut aller jusqu'à plusieurs dixièmes de millimètres est spécifiée à la cotation de la roue et de l'essieu. Il résulte de cette opération un champ de contrainte constant dans toute la roue.

D'autres chargements peuvent être répertoriés dans certains cas. Par exemple, sur la roue D, le montage des disques de frein va induire des contraintes proches des trous de la toile. Dans notre étude on ne considèrera pas ce chargement. En effet, ce chargement est un chargement qui induit des contraintes de compression favorables à la tenue en fatigue. De plus, la roue doit être en mesure de rouler sans les disques (sur les essieux moteurs notamment).

#### Chargements cycliques

On peut identifier deux types de chargements cycliques.

Le premier, est celui qui résulte des efforts d'interaction entre la roue et le rail. Chaque rotation de la

roue va induire un cycle de chargement en tout point de la roue. On l'appellera dans la suite le chargement de fatigue.

Le second est une famille de chargement qui ont des temps caractéristiques plus longs : ce sont les chargements mécaniques et thermiques induits par le freinage sur la table de roulement (freinage semelle) ou sur les disques montés sur la roue (exemple de la roue D). On les nommera pour la suite les chargements de fatigue thermique.

## Chargements de fatigue

Le chargement cyclique résultant de l'interaction entre la roue et le rail est généralement représenté par des chargements globaux variables. Suivant le(s) point(s) de contact entre la roue et le rail, les résultats d'effort ont des directions et des amplitudes variables. On peut décomposer ce chargement en un chargement vertical  $Q$  et latéral  $Y$ .

Il existe trois cas de chargements principaux. On définit les cas de cette manière : en alignement le chargement latéral est nul, il est positif en courbe et négatif en passage dans les appareils de voie. Le(s) point(s) d'application des efforts peut varier. La courbe peut générer aussi sur certaines roues du bogie un chargement latéral négatif. De manière générale, en alignement, les chargements latéraux oscillent autour de zéro.

Les valeurs des efforts dépendent de plusieurs facteurs :

- ◆ la charge du train ;
- ◆ la vitesse du train ;
- ◆ les caractéristiques de la voie en général et plus particulièrement la courbure.

De manière générale, les chargements sont variables et seuls des essais en ligne, consistant à mesurer ces essais en condition réelle, sont à même de nous informer sur les valeurs et la variabilité de ces efforts. On considère que ces chargements sont toutefois assez constants lors d'une rotation de roue ce qui permet de faire l'hypothèse suivante : une rotation de la roue avec des efforts constants entre la roue et le rail induit un cycle de fatigue.

## Chargements de fatigue thermique

Dans cette étude, les chargement thermiques ne sont pas considérés car, même si la température de la roue peut évoluer dans les cycles de freinage, c'est la table de roulement qui subit principalement les contraintes thermiques dans le cas du freinage semelle (roue A, B et C) ou ce sont les disques dans le cas des roues D et E (les disques sont montés sur l'axe dans le cas de la roue E). On note toutefois que des dispositions particulières sont mises en œuvre pour vérifier la criticité de ces chargements (cf. partie 1.3.2, page 21).

## Chargements dynamiques

Les chargements considérés jusque là sont des chargements quasi-statiques. Il faut toutefois noter que dans certaines situations les chocs sur un joint de rail ou un aiguillage mal ajusté peuvent engendrer des amplitudes de contrainte importantes. Il est toutefois difficile de modéliser ces phénomènes. Leur nombre, souvent considéré comme faible, est difficile à déterminer. Dans notre étude, on considère que les occurrences de ces phénomènes sont faibles face aux cycles de fatigues classiques. Toutefois il serait intéressant de faire une étude dédiée.

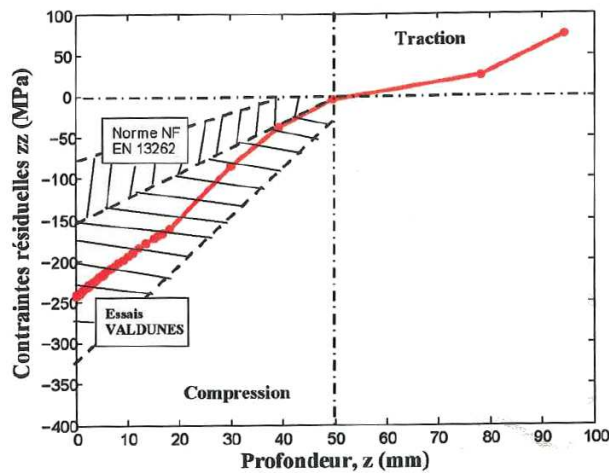


FIGURE 1.11 – Illustration du critère de la norme NF EN 13262 [2] (Langueh 2013 [30])

### 1.3.2 | Contraintes résiduelles

La toile de roue peut présenter de fortes contraintes résiduelles de traction et de compression qui sont issues :

- ◆ du traitement thermique de la jante de la roue (où on recherche un niveau de contraintes résiduelles de compression pour satisfaire la norme NF EN 13262 [2] (cf. figure 1.11, page 21)). On estime les niveaux de contrainte dans la toile et dans la jante de l'ordre de plusieurs centaines de MPa.
- ◆ de l'usinage de la toile.

On sait que la durée de vie en fatigue va être fortement influencée par ces contraintes. Le résultat des opérations de fabrication et de frettage de la roue sur l'axe (chargement statique introduit précédemment) constitue un champ de contrainte statique à considérer pour calculer finement la durée de vie.

Des analyses DRX effectuées par Benabes [7] ont montré la présence de contraintes résiduelles de compression de l'ordre de 100 MPa sur des éprouvettes issues de roue. Selon lui, une partie des contraintes résiduelles se relaxent de façon significative après cyclage.

Toutefois, une étude expérimentale menée par SNCF [19] a montré que pour une roue ayant subi 262600 kilomètres, les contraintes résiduelles dans la roue restent importantes et que la relaxation est par conséquent négligeable. Les valeurs des contraintes dans la toile de la roue (objet de notre étude) peuvent atteindre plusieurs centaines de MPa.

Bernasconi *et al* [8] ont montré sur l'Acier R7T (proche de l'ER7) que le matériau est sensible à de fortes contraintes moyennes de compression (cf. figure 4.28, page 144).

### 1.3.3 | Trajets de contrainte

Il est intéressant de caractériser les trajets de contraintes observés dans les roues ferroviaires. Aux points les plus critiques, on présente ici des trajets de contrainte issus de chargements de référence qui sont introduit, par la norme et présentés plus en détail dans la section 1.4.1. On peut retrouver la position de ces points de la roue D sur la figure 4.11a de la page 127. Le trajet est constitué de trois rotations de roue, dans trois configuration de référence. On ajoute les contraintes issues du chargement statique de frettage.

On remarque que les trajets sont globalement fortement multiaxiaux et proportionnels. Le trajet typique obtenu en pied de toile (point P2) des roues est tracé sur la figure 1.12 de la page 23, ici face externe de la roue D. La présence de deux contraintes principales démontre la multiaxialité. Sur la figure 1.13 de

la page 23, on observe la proportionnalité du chargement en traçant les composantes les unes par rapport aux autres. Tous les points du pied de toile sur les roues ont un comportement similaire (ce sont les points les plus critiques).

Certains points proches des perçages sur la roue D (points  $P3'$ ) ont des trajets de contraintes uniaxiaux. Sur la figure 1.14 de la page 23, on présente un trajet proche du trou latéral face externe.

En d'autres points moins critiques (haut de toile, face externe, roue A, Point  $PN$  de la figure 1.28 de la page 38) on peut avoir des contraintes, toujours fortement mutiaxiales mais aussi non proportionnelles (cf. figures 1.15 et 1.16 de la page 24).

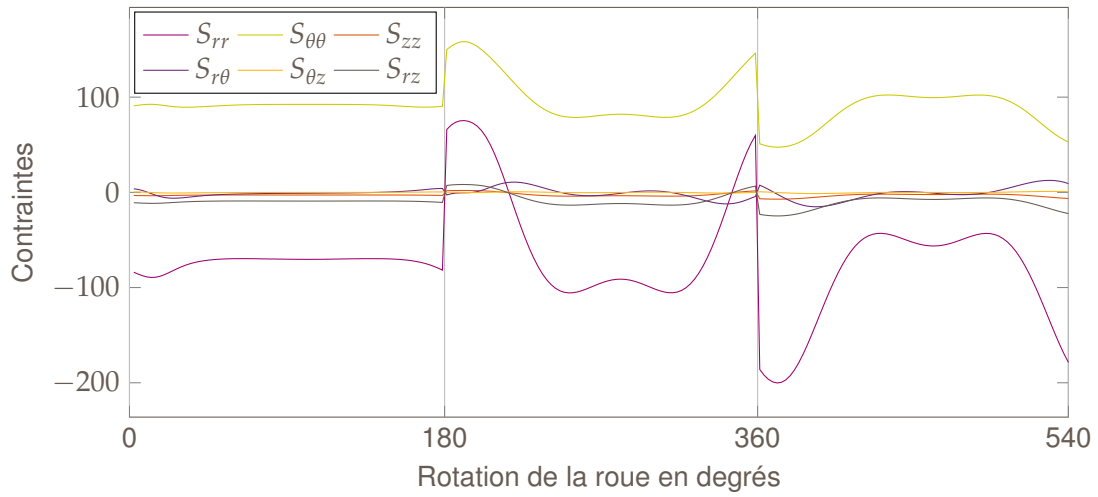


FIGURE 1.12 – Trajet de chargement au point P2 sur la roue D

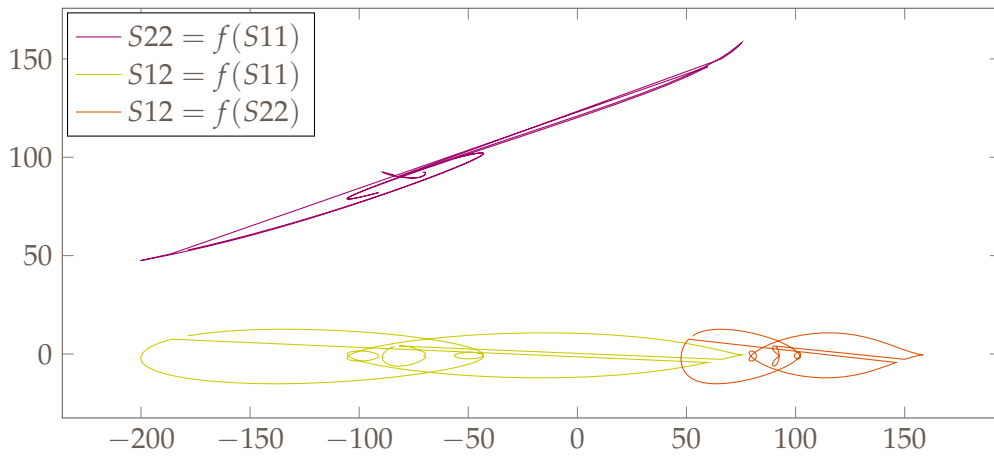


FIGURE 1.13 – Proportionnalité des contraintes au point P2 sur la roue D

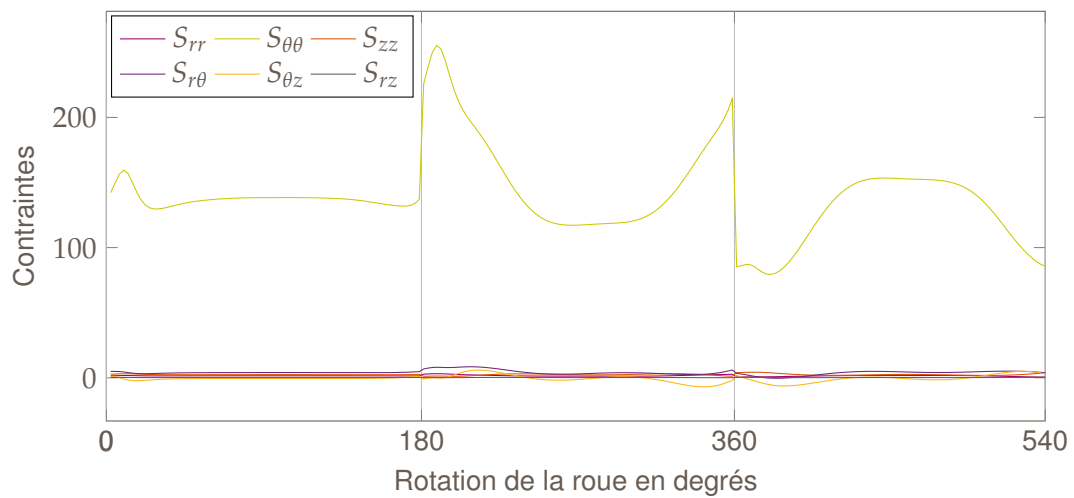


FIGURE 1.14 – Trajet de chargement au point P3' sur la roue D



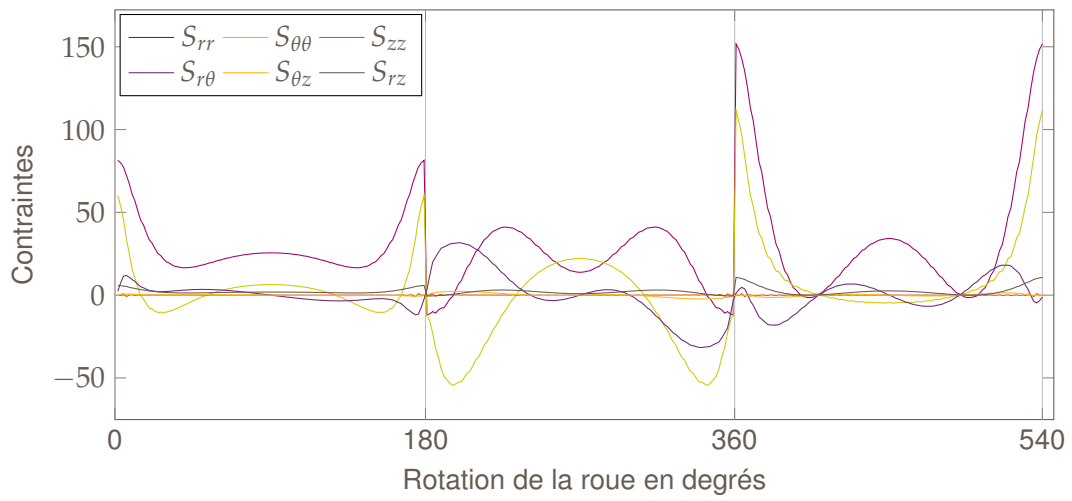


FIGURE 1.15 – Trajet de chargement au point P1 sur la roue A

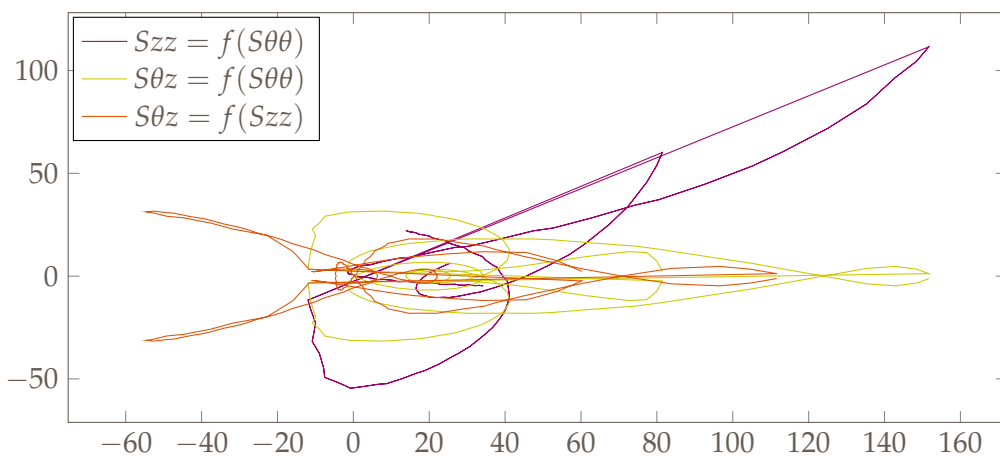


FIGURE 1.16 – Proportionnalité des contraintes au point P1 sur la roue A

## 1.4 | Méthode de dimensionnement normative

La vérification de la tenue en fatigue des roues ferroviaires est régie par les normes européennes [1]. Cette partie vise à synthétiser et expliquer les différents textes en vigueur.

### 1.4.1 | Les sollicitations normatives

Le dimensionnement à la fatigue d'une roue monobloc axisymétrique en acier *ER7* est décrit dans la norme NF EN 13979 – 1 [1]. Dans cette norme, les chargements conventionnels spécifiés sont fonction de la demi-charge à l'essieu  $P$ .

La norme définit trois cas de chargements représentatifs de la vie d'une roue (cf. figure 1.17, page 25) :

- Cas 1** : circulation en alignement (essieu centré)
  - ◆  $F_z = 1,25 \cdot P$ .
- Cas 2** : circulation en courbe (boudin plaqué contre le rail)
  - ◆  $F_z = 1,25 \cdot P$ ,
  - ◆  $F_{y2} = 0,6 \cdot P$  pour les essieux non directeurs,
  - ◆  $F_{y2} = 0,7 \cdot P$  pour les essieux directeurs.
- Cas 3** : passage dans les appareils de voie (face interne du boudin appliquée sur le contre rail)
  - ◆  $F_z = 1,25 \cdot P$ ,
  - ◆  $F_{y3} = 0,6 \cdot F_{y2} = 0,36 \cdot P$  pour les essieux non directeurs,
  - ◆  $F_{y3} = 0,6 \cdot F_{y2} = 0,42 \cdot P$  pour les essieux directeurs.

On peut voir sur les figures 1.18, 1.19 et la figure 1.20 de la page 26 des illustrations tirées d'une présentation de l'Agence d'Essai Ferroviaire qui permettent de visualiser les trois cas de chargements. On notera que les essieux directeurs sont les essieux du train placés à l'avant, ceux qui guident le train.

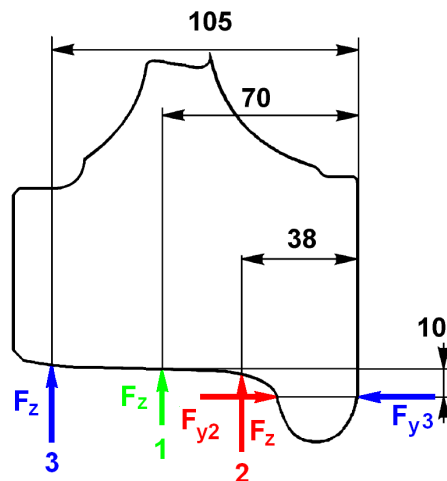


FIGURE 1.17 – Cas de chargement

Les chargements utilisés lors de nos démarches sont issus de cette norme. On rassemblera les chargements  $F_{z_i}$  de la norme sous le nom de chargements verticaux  $Q > 0$  ; de même, les chargements  $F_{y_i}$  dans la norme seront appelés chargements latéraux  $Y$ , la valeur de  $Y$  définira quelle configuration de chargement de la norme sera considérée pour réaliser le calcul. Par exemple, une valeur de  $Y > 0$  lors d'une rotation de roue permettra de choisir la configuration de chargement de type cas 2.

On ajoute à ces efforts  $F$  le frettage de la roue sur l'essieu-axe.  $F$  sera exprimé en mm et représente la valeur du jeu négatif entre les deux éléments qui induit un champ de contrainte statique une fois le montage réalisé.



FIGURE 1.18 – Circulation en alignement



FIGURE 1.19 – Circulation en courbe



FIGURE 1.20 – Passage dans les appareils de voie

## 1.4.2 | Méthode de validation normative en fatigue

La norme NF EN 13979-1 [1] précise d'abord que la méthode des éléments finis doit être utilisée pour déterminer les contraintes. La validité du code de calcul utilisé doit être prouvée et le choix des paramètres ayant une influence critique sur les résultats doit être justifié.

Ensuite, la norme détaille le critère de fatigue à appliquer et la méthode de calcul associée à adopter en tout point de la structure. Cette méthode est la suivante :

On extrait le tenseur de contraintes, les contraintes principales et les cosinus directeurs associés aux contraintes principales pour les trois cas de chargements de la norme. On identifie les contraintes principales extrêmes (pour chaque direction principale) sur le cycle normatif. Pour les deux premières contraintes principales, on retient les deux maximales  $\sigma_{1max}$  et  $\sigma_{2max}$  ainsi que leurs directions associées, respectivement  $N_{11}$  et  $N_{22}$ . Pour la troisième contrainte principale on retient la minimale ainsi que sa direction associée  $N_{33}$ . On identifie les contraintes principales 1 et 2 associées respectivement aux deux contraintes maximales  $\sigma_{1max}$  et  $\sigma_{2max}$  et précédemment identifiées ainsi que leurs directions respectives  $N_{12}$  et  $N_{21}$ . Le principe d'identification des contraintes principales maximales et leurs directions associées est illustré sur la figure 1.21 de la page 28.

Pour la représentation des contraintes et des directions principales, on associe un tenseur de contraintes  $\sigma_{char}(t)$  au trajet de chargement composé du cas 1, du cas 2 et du cas 3 :

$$\sigma_{char}(t) = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \quad (1.1)$$

On calcule en chaque point les 5 produits scalaires suivants tels que  $N \in \{N_{11}, N_{22}, N_{12}, N_{21}, N_{33}\}$  :

$$\sigma_{NN} = (\sigma_{char}(t) \cdot N) \cdot N \quad (1.2)$$

On définit en tout point de la structure :

$$\begin{aligned} \sigma_{max} &= \max_t \sigma_{NN} \text{ et } \sigma_{min} = \min_t \sigma_{NN} \\ S_{dyn} &= \left| \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \right| \text{ et } S_{moy} = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} \end{aligned} \quad (1.3)$$

De même, en tout point, on calcule un coefficient de danger  $CD$  de la façon suivante, en considérant que l'amorçage se produit si  $CD \geq 0$  :

$$CD_{Norme} = \frac{S_{dyn} - 0.5 \cdot S_a}{0.5 \cdot S_a} \quad (1.4)$$

On mesure ainsi une image de l'écart algébrique à la limite de fatigue. Une valeur positive signifie l'apparition du phénomène de fatigue alors qu'une valeur négative assure l'endurance illimitée. On note que l'on vérifie aussi la non violation du critère de plasticité. On utilisera un critère de Von Mises pour vérifier ce critère. La norme définit  $R_e = 360$  MPa. La limite du critère  $S_a$  est issue de l'expérience et est précisée dans le rapport [16] (on remarque qu'elle dépend de la catégorie de la roue 1.4). En effet, les roues de catégorie 1 avec un bon état de surface ont une limite  $S_a = 360$  MPa alors que les roues de catégorie 2 avec un état de surface moins bon ont une limite  $S_a = 290$  MPa. On remarque la simplification conservatrice du critère pour ne plus vérifier que l'amplitude de contrainte et l'aspect a priori conservatif du critère. En effet, le critère de fatigue ainsi utilisé ne prend pas en compte la valeur moyenne du cycle (cf. 1.4 page 27) ce qui peut induire une erreur d'estimation de la criticité.

On visualise, sur la figure 1.22 de la page 28, la zone d'acceptation de la norme (définie par le critère de fatigue de la norme et le critère de contrainte maximale inférieure à la limite d'élasticité).

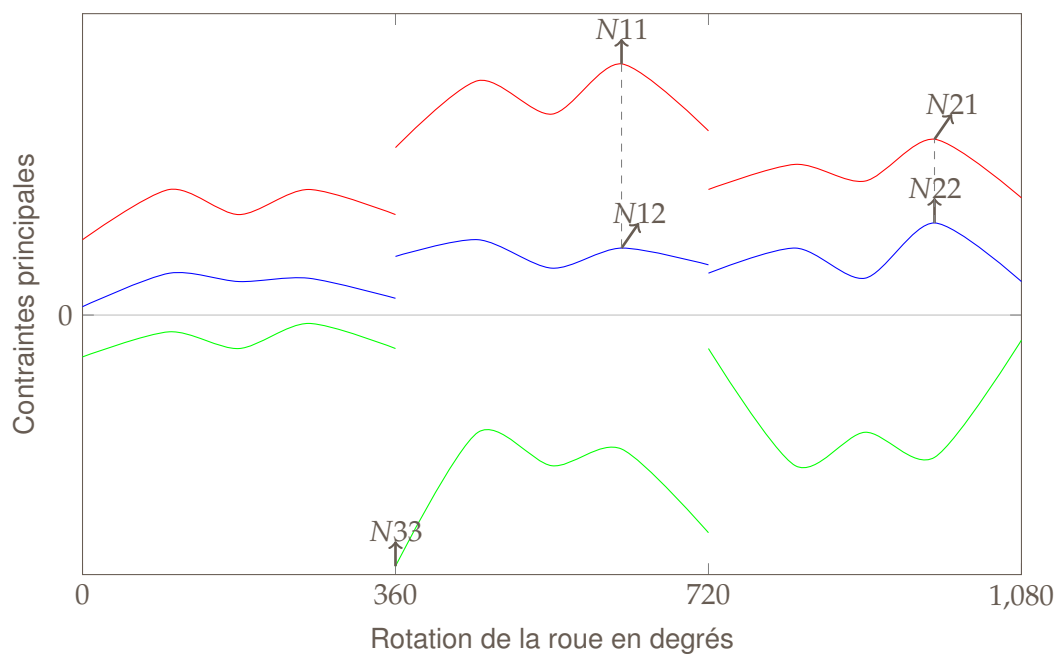


FIGURE 1.21 – Directions extraites sur le trajet de chargement (contraintes principales)

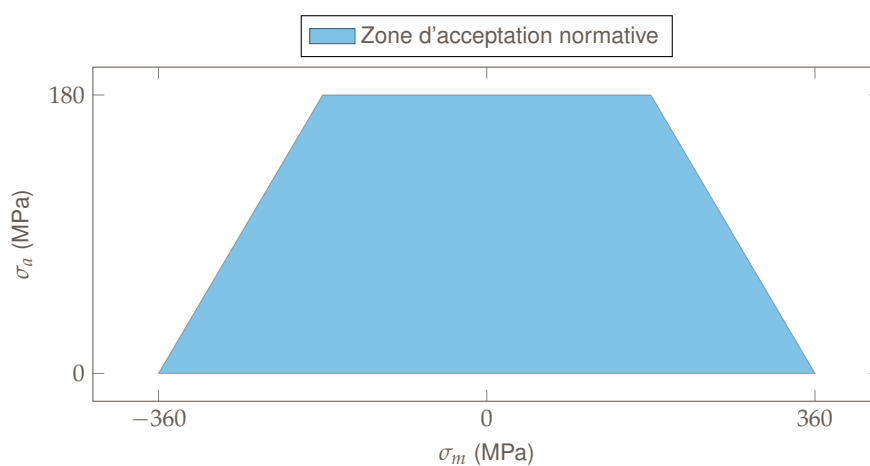


FIGURE 1.22 – Diagramme de GOODMAN du critère normatif

Ce critère est un critère historique utilisé dans un certain nombre d'industries françaises et européennes. Il ne repose pas sur une réelle base physique. De plus, l'utilisation de ce critère est assez critiquable au vue de trajets fortement multiaxiaux montrés précédemment (cf. partie 1.3.3, page 21).

Dans une optique d'amélioration de la sécurité et de rationalisation de la conception, les roues non-axisymétriques comme la roue D ont été approuvées non seulement par le critère de la norme mais aussi par un critère de fatigue multiaxial approuvé par le comité d'expert B169 [11].

## 1.5 | Limite de l'approche normative

Dans cette partie, on cherche des faiblesses dans l'approche normative, notamment dans le contexte actuel. Le but est de vérifier si certaines hypothèses et choix issus de l'expérience restent pertinents. On argumentera notre propos en se basant notamment sur des comparaisons entre le critère normatif et le critère de fatigue multiaxial de Dang Van.

### 1.5.1 | Discussions sur la méthode normative

Il est important de noter que la démarche employée dans la norme assure la sécurité car le nombre de rupture de roue en service reste, en Europe, extrêmement faible. Cela est dû à la bonne conception des roues et aux inspections réalisées au cours de leur vie qui permettent un suivi de chaque roue.

Toutefois, de part l'évolution de l'exploitation (augmentation des vitesses de circulation, nouvelle chaîne de traction) et la mise en service de roues aux géométries inédites, la démarche de conception et de validation des roues ferroviaires pourrait atteindre ses limites. Ainsi, les choix discutables de la démarche du critère, de ses limites ainsi que du chargement de référence vis à vis de la réalité de l'exploitation sont autant d'éléments qui poussent SNCF à être attentive aux éventuelles limites de la norme afin d'assurer une sécurité optimale.

#### Choix du cycle normatif

Le choix du cycle normatif, issu de l'expérience, est très conservatif. En effet, ce cycle est la succession de trois cycles extrêmes issus des 3 configurations de référence. Ce cycle surestime la criticité pour deux raisons principales :

1. La succession des 3 cycles fait notamment apparaître l'enchaînement d'une courbe avec le passage en appareil de voie (Passage cas 2 à cas 3). Cet enchaînement est très sévère car il consiste à faire une inversion de l'effort latéral qui génère par conséquent une amplitude de contrainte très importante. Or, cet enchaînement n'est que très peu observé dans la vie réelle d'une roue.
2. Les valeurs des efforts latéraux ( $F_{yi}$ ) et verticaux ( $F_{zi}$ ) sont issues de l'expérience d'usage des roues et sont basées sur le tonnage maximal autorisé à l'essieu du matériel qui est bien souvent supérieur au tonnage réel. Le tonnage est plus faible sur une roue utilisée pour le transport de voyageurs que sur une roue de wagon de fret car l'utilisation est différente. Les valeurs des efforts latéraux sont de l'ordre des valeurs maximales des efforts pour la courbe ( $F_{y2}$ ). Pour le cas de passage dans les appareils de voie ( $F_{y3}$ ), cette valeur est même largement supérieure à celle observée sur les essais en ligne. Les valeurs des chargements  $F_{zi}$  sont basées sur le tonnage du train avec un coefficient multiplicateur pour prendre en compte les effets dynamiques.

#### Formulation du critère

Le critère normatif n'est pas adapté à la prise en compte des contraintes multiaxiales. En effet, la formulation du critère proposé est directement issue d'études réalisées avec des chargements uniaxiaux. Le fait de visualiser les amplitudes de contraintes selon plusieurs directions ne permet pas, dans le cas général, de s'assurer du caractère conservatif de l'approche.

On remarque que le critère ne prend pas en compte la contribution des contraintes moyennes sur la fatigue. Une étude attentive sur les critères ainsi que sur l'identification des caractéristiques des matériaux se trouve dans [16]. On se propose justement de regarder précisément ces choix dans le paragraphe suivant.

## Choix des limites de fatigue pour le critère normatif

Bien que les valeurs des contraintes admissibles soient clairement indiquées, nous ne sommes pas en mesure de retracer tous les choix qui ont conduit à ces valeurs. Cependant, nous avons pu retracer la démarche qui définit la contrainte admissible pour la norme. Dans l'optique de comprendre la nature du critère de la norme, il est nécessaire d'expliquer cette démarche qui est détaillée dans le document ERRI B 169/RP 9 [16].

### Critère de Goodman

Dans le domaine de fatigue mono-axial, il est reconnu que la contrainte moyenne  $\sigma_m$  a une influence importante sur la limite d'endurance ou, plus précisément, sur l'amplitude de contrainte admissible  $\sigma_a$ . Cette dernière baisse quand  $\sigma_m$  augmente. La loi de Goodman décrit la relation entre les deux contraintes pour les métaux fragiles. Celle-là s'écrit sous la forme :

$$\sigma_a = \sigma_{-1} \left( 1 - \frac{\sigma_m}{R_m} \right)$$

où  $\sigma_{-1}$  est la limite d'endurance obtenue par un essai de flexion alternée ou traction-compression alternée et  $R_m$  représente la limite de rupture. On ajoute à cette limite le fait que les contraintes maximales et minimales ne doivent pas dépasser la limite d'élasticité.

Sur la figure 1.23 de la page 32, on représente le critère dans le plan  $(\sigma_a, \sigma_m)$ . Sur l'exemple de la limite à 50% de non-rupture (courbe verte), la droite supérieure est une trace directe de la droite de Goodman. Les deux droites latérales représentent la limite d'élasticité. Ainsi le domaine délimité par ces droites et l'axe des abscisses représente le domaine d'endurance illimitée. Les deux points d'intersection correspondent à la plus grande amplitude admissible à la limite d'élasticité en traction et en compression, notées respectivement  $\sigma_{lim}^{trac}$  et  $\sigma_{lim}^{comp}$ .

### Hypothèses de la norme

A partir du diagramme obtenu avec le critère de Goodman, trois hypothèses, expliquées ci-dessous et illustrées par la figure 1.23 de la page 32, nous conduisent à obtenir la contrainte admissible [16] :

- ◆ **Hypothèse 1** Les limites de fatigue sont exprimées à moins trois écarts types, soit à 99.7% de non-rupture.  
⇒ Le diagramme est tracé avec les limites d'endurance (à différents rapports  $R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}$ ) à 99.7% de probabilité de non-rupture.
- ◆ **Hypothèse 2** Pour des raisons de simplification et de sécurité, les contraintes admissibles en fonction de la contrainte moyenne se réduisent en une seule contrainte admissible (la plus faible soit l'amplitude autorisée pour la limite d'élasticité du matériau  $Re$  en traction).  
⇒ La contrainte admissible retenue est  $\sigma_{lim}^{trac}$  sur le diagramme.
- ◆ **Hypothèse 3** La contrainte admissible est à diviser par un coefficient de sécurité  $n_s$  (coefficient issu de l'expérience de différents réseaux).  
⇒  $\sigma_{adm} = \frac{\sigma_{lim}^{trac}}{n_s}$

Toutefois, on notera que les essais du rapport [16] sont issus d'essais sur roue où seule la contrainte radiale est prise en compte via des mesures à l'aide de jauge de déformation, (ainsi l'état de contrainte global aux points d'étude n'est pas connu et pris en compte).



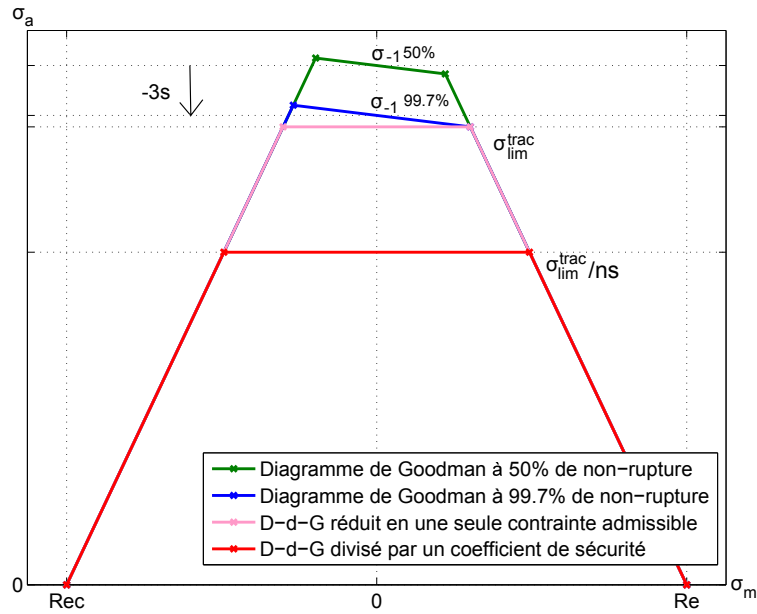


FIGURE 1.23 – Illustration des hypothèses faites pour trouver la valeur limite du critère de la norme

### Comparaison des limites normatives avec les données ERFI RP19

Le rapport [11] fournit, entre autres, des résultats d'essais de fatigue sur éprouvettes correspondant aux deux catégories de roue (voir 1.2.3). On peut donc essayer de comparer les valeurs limites de la norme avec les résultats issus de ces essais.

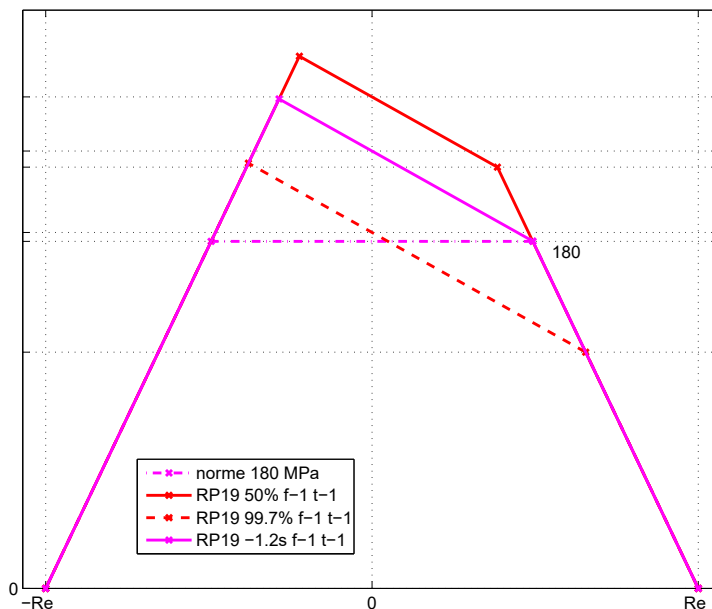


FIGURE 1.24 – Positionnement de la limite de fatigue de la norme vis à vis des essais RP19 pour une roue de catégorie 1

Sur les deux figures suivantes, on représente les limites issues des essais ainsi que la limite définie dans la norme. Pour faire la comparaison, on construit une droite de Goodman correspondant à cette limite (qui correspondrait à la droite de issue de la limite normative). On rappelle que cette droite est

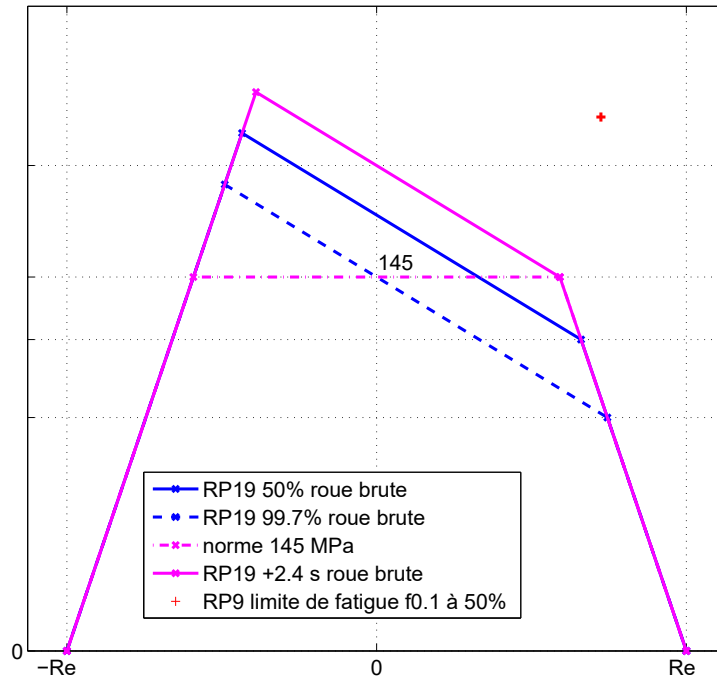


FIGURE 1.25 – Positionnement de la limite de fatigue de la norme vis à vis des essais RP19 pour une roue de catégorie 2

sensée se trouver en dessous des -3 écarts types or ici elle est positionnée respectivement à  $-1.2$  et  $+2.4$  pour les roues de catégorie 1 et 2. De plus on remarque qu'une partie du diagramme accepté par la norme est en dessous de la barre des 3 écarts types issue de Goodman. Ainsi, la norme accepte potentiellement des structures avec une sécurité inférieure à celle décrite dans le rapport [16]. En réalité, pour une valeur moyenne nulle, le diagramme normatif et celui de Goodman à -3 écarts types se croisent. Pour des valeurs de contrainte moyenne positive l'approche perd son caractère conservatif, alors que l'approche reste conservative pour des valeurs de contrainte moyenne négative.

Concernant les deux états de surface, on remarque que les essais ERRI et leur post-traitement incomplet (seulement basé sur la contrainte radiale et non le champ de contrainte complet) induisent un biais dans les valeurs normatives qui se retrouvent, en réalité, à des valeurs de sécurité bien plus faibles que celles attendues. Dans le cas de l'état de surface de catégorie 2, on remarque même que la démarche induit un danger potentiel si l'on prend en compte seulement la limite (la limite correspond à plus de 50% de rupture selon les essais RP19).

Ainsi, on peut d'ores et déjà dire que la démarche utilisée pour définir les valeurs de limites de la norme n'est pas en accord avec ces principes. En effet, même si en pratique, sur les roues de l'étude, aucun point ne se trouve dans cette zone, certaines parties (contrainte moyenne positive importante et grande amplitude) du diagramme ont tendance à sous évaluer la criticité de par la simplification du critère.

### 1.5.2 | Comparaison entre l'approche normative et le critère de Dang Van

Cette section présente le critère de Dang Van en vue de la comparaison des criticités avec le critère normatif.

## Critère de Dang Van

On rappelle succinctement l'expression du critère de Dang Van qui définit la condition d'endurance illimitée comme suit :

$$\max_t (\tau(t) + \alpha \cdot p(t)) \leq \beta \quad (1.5)$$

$p(t) = \frac{\text{tr}(\underline{\underline{\sigma}}(t))}{3}$  est la contrainte hydrostatique.  $\tau$  est la cission mésoscopique au sens de Tresca  $\tau(t) = \frac{\sigma_1(t) - \sigma_3(t)}{2}$ . Où  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$  sont les contraintes principales du tenseur des contraintes mésoscopiques.

Le tenseur  $\underline{\underline{\sigma}}$  représente les contraintes mésoscopiques obtenues à partir des contraintes macroscopiques  $\underline{\underline{\Sigma}}$  de la manière suivante :  $\underline{\underline{\sigma}}(t) = \underline{\underline{\Sigma}}(t) - \underline{\underline{C}}$

où  $\underline{\underline{C}}$  est le centre de la plus petite hypersphère circonscrite au trajet des contraintes déviatoriques macroscopiques  $\underline{\underline{S}} = \text{dev} \underline{\underline{\Sigma}}$ .

On peut définir la contrainte de fatigue associée au critère de la manière suivante :

$$\tau_{DV} = \max_t (\tau(t) + \alpha \cdot p(t)) \quad (1.6)$$

## Identification

Les paramètres du matériau  $\alpha$  et  $\beta$  peuvent être identifiés à partir de deux limites d'endurance expérimentales. En utilisant les essais de fatigue en flexion et torsion alternées, on obtient :

$$\begin{aligned} \alpha &= 3 \cdot \left( \frac{\tau_{-1}}{f_{-1}} - \frac{1}{2} \right) \\ \beta &= \tau_{-1} \end{aligned} \quad (1.7)$$

Avec  $\tau_{-1}$  la limite de fatigue en torsion alternée,  $f_{-1}$ , la limite de fatigue en flexion alternée. La limite d'endurance ainsi que les trajets des essais utilisés dans le cas de l'acier ER7 sont représentés sur la figure 1.26 de la page 37.

## Coefficient de danger

On définit le coefficient de danger de la manière suivante :

$$CD_{DV} = \frac{\tau_{DV} - \beta}{\beta} \quad (1.8)$$

On mesure ainsi une image de l'écart algébrique à la limite d'endurance à 50% de rupture. Une valeur positive signifie l'apparition du phénomène de fatigue alors qu'une valeur négative assure l'endurance illimitée.

## Comparaison de la criticité

Dans cette partie on va comparer, sur la roue A, les résultats de calcul obtenus en suivant la méthode de la norme NF-EN 13979-1 [1] avec ceux obtenus en utilisant le critère de Goodman ou le critère de Dang Van à moins 3 écarts types.

## Identification des points critiques

On montre que le point critique identifié par la norme (Noté PN, 1.28 ) n'est pas pertinent. Il se trouve en haut de toile, en face externe, alors que celui identifié par Goodman et celui de Dang Van se trouvent sur la face extérieure en pied de toile (PG, 1.28). De plus, le coefficient de danger sur la droite de Goodman à valeur moyenne nulle correspond à une probabilité de survie de 99.7 (-3 écarts types, identifiée selon les essais du rapport RP19) soit, moins que ce prévu par la norme : en effet, la norme se base sur les résultats d'essais RP9 à -3 écarts type mais ajoute en plus un rapport de sécurité de 1.2 qui n'est pas présent dans notre approche.

## Criticités

On va maintenant calculer les criticités de la norme et effectuer des comparaisons avec les critères de Goodman et de Dang Van pour une probabilité de survie de 50% et de 99.7 (-3EC). Les points de référence de l'étude sont positionnés sur la figure 1.28 de la page 38.

Les criticités aux points PN (point critique obtenu avec la norme), P123 (point critique obtenu avec le critère de Dang Van sur le trajet normatif, P1 à P3 étant les points critiques pour chaque cas) et PG (point critique obtenu avec le critère de Goodman) sont à consulter dans le tableau 1.13 de la page 35. On rappelle que le critère normatif n'est pas strictement comparable avec les autres critères de par les hypothèses sous-jacentes utilisées, il n'est pas iso-probabiliste en tout point de la structure. Donc on ne peut comparer que les criticités globales entre la norme et les deux autres critères à -3 écarts types. Cependant pour comprendre l'influence de multi-axialité, il nous faut comparer le critère de Goodman avec le critère de Dang Van pour la même probabilité de survie.

On résume les résultats précédents dans le tableau suivant :

Points	$CD_{norme}$	$CD_{GM}$		$CD_{DV}$	
	145MPa	50%	-3s	50%	-3s
P123 PG	-0.2053	-0.2486	-0.1242	-0.0142	0.1489
PN	-0.00695	-0.2585	-0.1358	-0.2464	-0.1216

TABLEAU 1.13 – Comparaison des criticités Norme/Goodman/DV sur la roue A

On conclut que les criticités à iso-probabilité de survie sont plus importantes en utilisant le critère de Dang Van que celui de Goodman : on en déduit donc que le fait d'utiliser un critère multi-axial est ici plus conservateur.

En comparant le critère normatif avec les deux autres, on montre encore que, sur des roues de nouvelle génération, la norme n'est pas forcément capable d'identifier le point critique. On montre dans cet exemple que, bien qu'il soit toujours conservatif, le critère de la norme n'est pas pertinent.

## Conclusion

Même si, sur une des roues considérées (la roue A), le critère de la norme n'est pas à même d'estimer correctement la position du point critique et sous-estime la criticité, cette roue est tout de même validée quand on applique les critères multiaxiaux avec le cycle normatif (efforts sévères). Toutefois, ces observations sur la stratégie de validation de la norme en vigueur interrogent sur les trois points suivants :

- ◆ Le choix du cycle normatif est discutable :
  - Le cycle normatif est défini comme l'enchaînement peu probable de trois cas de charge : il est donc sévère, du fait de sa construction ;
  - Les valeurs des efforts issues de l'expérience ne prennent pas en compte la grande variabilité des chargements issus du service et sont des efforts très sévères.
- ◆ Le critère normatif n'est pas conçu pour prendre en compte la multiaxialité du chargement, ce qui peut entraîner des erreurs sur l'identification des points critiques.
- ◆ Les valeurs limite du critère qui, par choix sont très sévères, estiment mal la criticité et ne prennent pas en compte les contraintes moyennes, ce qui rend l'estimation de la criticité imprécise.

Ainsi, même si le caractère conservatif de la norme n'est pas remis en cause, il est important de proposer une méthode plus pertinente pour l'évaluation de la criticité des roues ferroviaires dans le but d'estimer la fiabilité de celles-ci.

Dans la suite, on propose une méthode permettant de prendre en compte la variabilité des chargements sur une roue ferroviaire ainsi qu'une méthode de calcul de la criticité qui soit performante dans le cas spécifique de la roue ferroviaire (chargement multiaxiaux avec des trajets de contraintes déphasés dans certains cas).

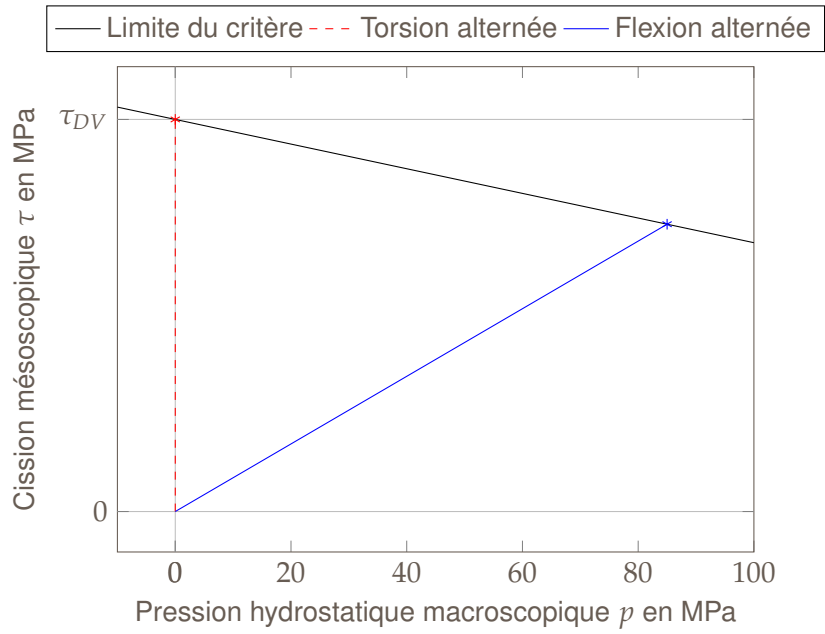


FIGURE 1.26 – Identification du critère de Dang Van

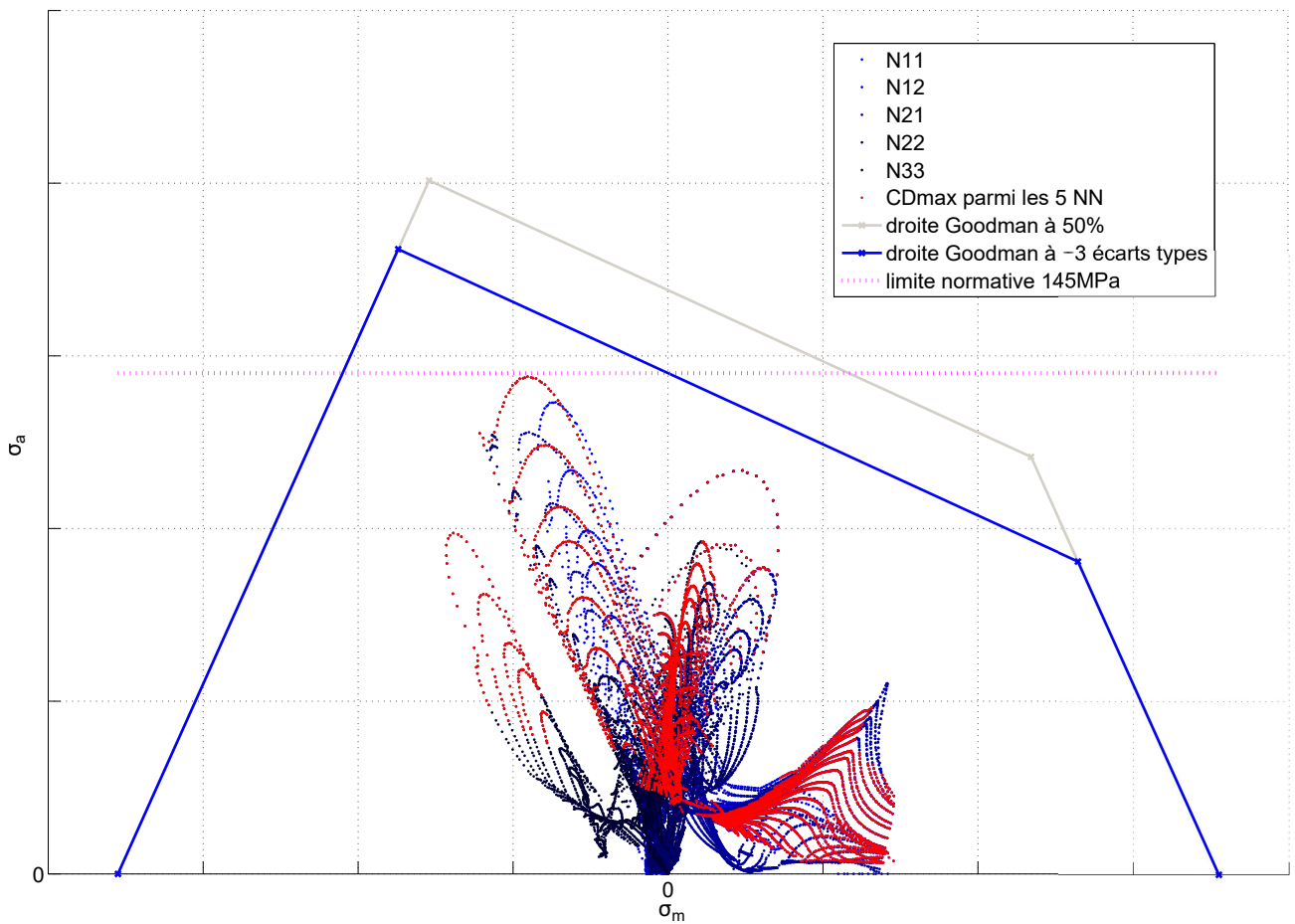


FIGURE 1.27 – Positionnement de la limite de fatigue de la norme vis à vis des essais RP19 pour une roue de catégorie 1

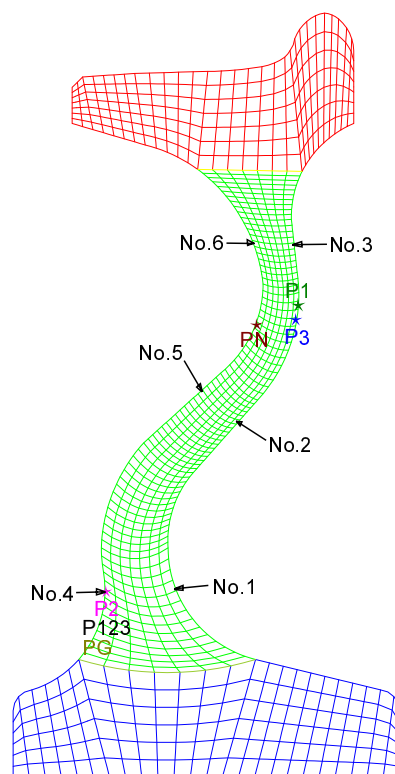


FIGURE 1.28 – Positionnement des points critiques selon les critères sur la roue A

## 2 | Durée de vie en fatigue et équivalence du dommage : étude bibliographique

### Sommaire

<b>2.1   Chargement à amplitude constante</b>	39
2.1.1   Les critères de fatigue multiaxiaux	40
2.1.2   Méthode de calcul de la durée de vie : chargement d'amplitude constante	43
<b>2.2   Chargement déterministe d'amplitude variable</b>	50
2.2.1   Les méthodes avec comptage de cycles	50
2.2.2   Les méthodes sans comptage de cycles	54
<b>2.3   Chargement aléatoire statistique</b>	58
2.3.1   Méthode spectrale de dimensionnement à la fatigue	58
<b>2.4   Méthode d'équivalence uni-axiale</b>	63
2.4.1   La méthode de l'équivalence fatigue uni-entrée	63
2.4.2   La méthode contrainte-résistance	68
<b>2.5   Méthode d'équivalence de Genet</b>	71
2.5.1   Méthode d'équivalence uniaxiale	71
2.5.2   Méthode de Genet (2006), basée sur le critère de Morel	74

### Introduction

Ce chapitre bibliographique permet de présenter des méthodes de calcul de la durée de vie en fatigue multiaxiale à grand nombre de cycles. En effet, les trajets de contrainte multiaxiaux, parfois déphasés et la variabilité de l'amplitude du chargement demandent d'étudier ces méthodes.

Seront présentées différentes méthodes afin d'en dégager les avantages et inconvénients dans le cadre de l'étude de la roue. On étudiera aussi les méthode spectrales de calcul de la criticité

Ensuite, dans le but de prendre en compte la variabilité des chargements pour la détermination des sollicitations de spécification ou la réalisation d'essais de validation accélérés, les méthodes d'« équivalence fatigue » seront abordées. Enfin, la méthode de validation fiabiliste « Contrainte-Résistance » sera introduite pour sa capacité à évaluer la probabilité de rupture d'une structure en fatigue sous chargement variable en tenant compte de la variabilité de la résistance en fatigue.

### 2.1 | Chargement à amplitude constante

Cette partie est une étude bibliographique des critères de fatigue multiaxiaux. On présente les critères exprimés en contraintes. Les méthodes basées sur des approches fréquentielles ne seront pas



abordées ici.

On s'attachera à être précis sur les spécificités de chacun d'entre eux et à préciser des méthodes adaptées aux attentes industrielles de spécification pour la roue ferroviaire à savoir : un calcul simple et une prise en compte du déphasage.

Dans un premier temps, on présente des critères de fatigue multiaxiaux. On verra que ces critères prévus pour être utilisés dans le cadre de l'endurance illimitée peuvent toutefois être étendus dans le cadre de l'endurance limitée sous certaines hypothèses.

Dans un second temps, on s'intéresse aux méthodes de traitement permettant de déterminer des chargements de spécifications.

### 2.1.1 | Les critères de fatigue multiaxiaux

#### Les critères multiaxiaux historiques

##### Généralités

Les critères de fatigue multiaxiaux visent à connaître la criticité d'un chargement d'amplitude constante complexe. Ces critères permettent de déterminer si un trajet de chargement dans l'espace des contraintes entraîne la rupture au point étudié.

La plupart des critères utilisent une combinaison d'une amplitude de cisaillement et d'une contrainte normale au plan de cisaillement comme paramètre de la propagation des fissures. Les critères de fatigue sont donc des fonctions de ces paramètres exprimés dans le plan de cisaillement maximal.

##### Sines

Le critère de Sines [50] est basé sur le choix du plan octaédral comme plan de cisaillement maximal. On définit le domaine de l'endurance de la manière suivante :

$$\sqrt{J_{2a}} + a \cdot p_m \leq b \quad (2.1)$$

$\sqrt{J_{2a}}$  est l'amplitude du déviateur des contraintes.  $p_m$  est la moyenne de la contrainte hydrostatique.

Les constantes  $a$  et  $b$  sont des caractéristiques du matériau, on peut les identifier à partir des essais de fatigue en flexion répétée  $f_0$  et en torsion alternée  $t_{-1}$  par :

$$\begin{aligned} a &= 3 \cdot \left( \frac{t_{-1}}{f_0} - \frac{3}{\sqrt{3}} \right) \\ b &= t_{-1} \end{aligned} \quad (2.2)$$

Sines ne conseille d'utiliser le critère que pour de métaux dont le rapport  $\frac{f_{-1}}{t_{-1}}$  est proche de  $\sqrt{3}$ , soit pour des matériaux ductiles.

##### Crossland

Le critère de Crossland [14] est basé sur le même choix du plan octaédral comme plan de cisaillement maximal. On définit le domaine de l'endurance de la manière suivante :

$$\sqrt{J_{2a}} + a \cdot \max p(t) \leq b \quad (2.3)$$

Les constantes a et b sont des caractéristiques du matériau, on peut les identifier à partir des essais en flexion alternée  $f_{-1}$  et en torsion alternée  $t_{-1}$  par :

$$\begin{aligned} a &= 3 \cdot \left( \frac{t_{-1}}{f_{-1}} - \frac{3}{\sqrt{3}} \right) \\ b &= t_{-1} \end{aligned} \quad (2.4)$$

Ce critère s'applique pour des matériaux dont  $\frac{f_{-1}}{t_{-1}} < \sqrt{3}$ . La prise en compte de la multiaxialité et la facilité de mise en œuvre le rendent incontournable.

### Critères multiaxiaux de type plan critique

Les critères de fatigue modernes sont basés sur la recherche d'un plan de cisaillement maximal ou plan critique en fonction du trajet de chargement (contrairement aux critères historiques qui, de par leurs formulations, en choisissent un à priori) : ce sont les critères de type plan critique.

### Papadopoulos [41]

Papadopoulos [41] propose à la fin des années 1980 un critère de fatigue multiaxial de type plan critique sous chargement d'amplitude constante, sous chargement proportionnel et non proportionnel. Il propose par la suite en 2001 une méthode de calcul de la durée de vie en étendant son critère à l'endurance limitée.

La première version du critère de Papadopoulos se présente sous la forme d'une inéquation qui détermine une zone d'endurance illimitée en fatigue. On se place dans le cadre des chargements d'amplitudes constantes. Cette inéquation est la suivante :

$$\max T_a + \alpha_\infty \cdot \sigma_{H,\max} \leq \gamma_\infty \quad (2.5)$$

On définit  $\sigma_{H,\max}$  comme le maximum atteint dans le cycle par la contrainte hydrostatique soit :

$$\sigma_{H,\max} = \max_{t \in T} \left( \frac{\text{tr}(\sigma(t))}{3} \right) \quad (2.6)$$

Pour calculer l'amplitude de cission généralisée  $T_a$ , il est nécessaire d'explicitier des points supplémentaires. Tout d'abord sur la figure 2.1 de la page 45, l'auteur définit le vecteur unitaire de normale  $\mathbf{n}$  au plan de la facette  $\Delta$  passant par le point O ainsi que les deux autres vecteurs  $\mathbf{l}$ ,  $\mathbf{r}$  de la base (cf. figure 2.1, page 45).

$$\mathbf{n} = \begin{bmatrix} \sin(\theta) \cdot \cos(\phi) \\ \sin(\theta) \cdot \sin(\phi) \\ \cos(\theta) \end{bmatrix}; \quad \mathbf{l} = \begin{bmatrix} -\sin(\phi) \\ \cos(\phi) \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{r} = \begin{bmatrix} -\cos(\theta) \cdot \cos(\phi) \\ -\cos(\theta) \cdot \sin(\phi) \\ \sin(\theta) \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Sur chaque direction  $\varepsilon$  du plan agit une cission appelée cission résolue. En définissant le vecteur  $\mathbf{m}$  du plan orienté par  $\varepsilon$  on peut écrire :

$$\tau = \mathbf{m} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}; \text{ Avec } \mathbf{m} = \begin{bmatrix} -\sin(\phi) \cdot \cos(\chi) - \cos(\theta) \cdot \cos(\phi) \cdot \sin(\chi) \\ \cos(\phi) \cdot \cos(\chi) - \cos(\theta) \cdot \cos(\phi) \cdot \sin(\chi) \\ \sin(\theta) \cdot \sin(\chi) \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

On exprime ainsi la cission résolue :

$$\begin{aligned} \tau = & [\sin(\theta) \cdot \sin(\phi) \cdot \sigma_{xx} + \sin(\theta) \cdot \sin(\phi) \cdot \sigma_{yy} + \cos(\theta) \sigma_{zz}] \cdot (-\sin(\phi) \cdot \cos(\chi) - \cos(\theta) \cdot \cos(\phi) \cdot \sin(\chi)) \\ & + [\sin(\theta) \cdot \sin(\phi) \cdot \sigma_{xy} + \sin(\theta) \cdot \sin(\phi) \cdot \sigma_{yx} + \cos(\theta) \sigma_{yz}] \cdot (\cos(\phi) \cdot \cos(\chi) - \cos(\theta) \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\chi)) \\ & + [\sin(\theta) \cdot \sin(\phi) \cdot \sigma_{xz} + \sin(\theta) \cdot \sin(\phi) \cdot \sigma_{yz} + \cos(\theta) \sigma_{zz}] \cdot (\cos(\theta) \cdot \sin(\chi)) \end{aligned} \quad (2.9)$$

L'amplitude de la cission résolue se note :

$$\tau_a(\phi, \theta, \chi) = \frac{1}{2} \cdot \left[ \max_{t \in T} \tau(\phi, \theta, \chi, t) - \min_{t \in T} \tau(\phi, \theta, \chi, t) \right] \quad (2.10)$$

On définit, pour tout plan  $\Delta$ , l'amplitude de la cission généralisée  $T_a$  :

$$T_a(\phi, \theta) = \sqrt{\int_{\chi=0}^{\chi=2\pi} \tau_a^2(\phi, \theta, \chi) \cdot d\chi} \quad (2.11)$$

Les constantes du matériau  $\alpha_\infty$  et  $\gamma_\infty$  s'identifient grâce à deux limites de fatigue. Papadopoulos propose d'identifier avec les limites d'endurance de flexion  $f_{-1}$  et de torsion alternée  $t_{-1}$  :

$$\begin{aligned} \alpha_\infty &= 3 \cdot \left( \frac{t_{-1}}{f_{-1}} - \frac{1}{2} \right) \\ \gamma_\infty &= t_{-1} \end{aligned} \quad (2.12)$$

Le principal avantage de ce critère est la précision de ses prédictions notamment pour des trajets de chargement déphasés. Cette précision est issue de la moyenne sur les directions du plan (cf. equation 2.11). Elle a toutefois un prix important en temps de calcul qui s'avère donc être un inconvénient de taille dans l'industrie. On notera que ce critère a tendance à être conservatif [42].

## Deperrois 1991

Le critère de Deperrois se base sur les mêmes bases physiques que celui de Dang Van. L'auteur considère le trajet de contrainte dans l'espace des déviateurs de contrainte.

Ainsi, à partir du trajet, l'auteur propose de définir l'endurance illimitée de la façon suivante :

$$\frac{1}{2 \cdot \sqrt{2}} \cdot \sqrt{D_1^2 + D_2^2 + D_3^2 + D_4^2 + D_5^2} + \kappa p_{\max} \leq \lambda \quad (2.13)$$

Les paramètres  $\kappa$  et  $\lambda$  sont des paramètres de fatigue dépendant du matériau.  $p_{\max}$  est la valeur de la contrainte hydrostatique maximale. Les  $D_i$  sont les longueurs des plus grandes cordes du trajet dans l'espace  $E_i$ .  $E_1$  est l'espace des déviateurs de contrainte. On obtient l'espace  $E_{i+1}$  est l'hyper-espace orthogonal à la direction de la plus grande corde de longueur  $D_i$ .

On identifie le critère à partir des limites d'endurance conventionnelles, par exemple pour les limites d'endurance en torsion alterné  $\tau_{-1}$  et flexion/traction alterné  $\sigma_{-1}$  :

$$\begin{aligned}\kappa &= 3 \cdot \frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} - \sqrt{3} \\ \lambda &= \tau_{-1}\end{aligned}\quad (2.14)$$

Ce critère est intéressant car il prend en considération la connaissance fine du trajet. Cependant, comme le montre Papadopoulos, il n'y a pas unicité des cordes de longueur  $D_i$  ce qui montre que la construction du critère n'est pas satisfaisante.

### Liu Zenner 1993

Le critère de Liu et Zenner se base sur le calcul de la moyenne des contraintes sur les plans matériels. Les auteurs proposent la définition suivante pour l'endurance illimitée (avec les notations proposées par Papadopoulos) :

$$\sigma_{LZ} = \sqrt{\frac{15}{8 \cdot \pi} \cdot \int_{\phi=0}^{\pi} \int_{\theta=0}^{2 \cdot \pi} \left[ a \cdot \tau_{\phi\theta,a}^2 \left( 1 + m \cdot \tau_{\phi\theta,m}^2 \right) + b \cdot \sigma_{\phi\theta,a}^2 \left( 1 + n \cdot \sigma_{\phi\theta,m}^2 \right) \right] \cdot \sin \phi \cdot d\phi \cdot d\theta} \leq \sigma_{-1}\quad (2.15)$$

Les coefficients du critère sont identifiés à partir de trois limites de fatigue, les limites d'endurance en torsion alternée  $\tau_{-1}$ , flexion/traction alternée  $\sigma_{-1}$  et torsion répétée  $\tau_0$  :

$$\begin{aligned}a &= \frac{1}{5} \cdot \left[ 3 \cdot \left( \frac{\sigma_{-1}}{\tau_{-1}} \right)^2 - 4 \right] \\ b &= \frac{1}{5} \cdot \left[ 6 - 2 \cdot \left( \frac{\sigma_{-1}}{\tau_{-1}} \right)^2 \right] \\ a \cdot m &= \frac{\sigma_{-1}^2 - \left( \frac{\tau_0}{2} \right)^2 \cdot \left( \frac{\sigma_{-1}}{\tau_{-1}} \right)^2}{\frac{12}{7} \cdot \left( \frac{\tau_0}{2} \right)^4} \\ b \cdot m &= \frac{\sigma_{-1}^2 - \left( \frac{\tau_0}{2} \right)^2 - \frac{4}{21} \cdot a \cdot m \cdot \left( \frac{\tau_0}{2} \right)^4}{\frac{15}{14} \cdot \left( \frac{\tau_0}{2} \right)^3}\end{aligned}\quad (2.16)$$

Ce critère de par sa formulation, permet de prendre en compte la cission moyenne. Bien que dans la plupart des matériaux cet effet ne soit pertinent, il peut être intéressant dans certains cas particuliers. Il faut noter tout de même que de nombreux essais sont nécessaires pour identifier ce critère, ce qui est un inconvénient important.

### 2.1.2 | Méthode de calcul de la durée de vie : chargement d'amplitude constante

Dans cette partie on présente quelques méthodes de calcul de la durée de vie sous chargement d'amplitude constante. Des extensions des critères précédents dans le domaine de l'endurance limitée peuvent être proposées selon l'exemple de Papadopoulos. On proposera une extension classique du critère de Dang Van à l'endurance limitée dans ce chapitre. D'autres auteurs proposent des méthodes plus sophistiquées.

#### Papadopoulos à l'endurance limitée

L'auteur propose une extension de son critère [41] à l'endurance limitée. En utilisant l'équation  $\sigma_{H,max} = \sigma_{H,m} + \sigma_{H,a}$  on peut écrire le critère de la façon suivante.

$$\max T_a + \alpha_{\infty} \cdot \sigma_{H,a} + \alpha_{\infty} \cdot \sigma_{H,m} \leq \gamma_{\infty}\quad (2.17)$$

L'équation de la surface limite entre l'endurance limitée et illimitée est la suivante, elle est définie par  $(\max T_a, \sigma_{H,a}, \sigma_{H,m})$  :

$$\max T_a = \gamma_\infty - \alpha_\infty \cdot \sigma_{H,a} - \alpha_\infty \cdot \sigma_{H,m} \quad (2.18)$$

L'auteur énonce 3 propriétés sur les surfaces d'iso-durée de vie (cf. figure 2.2, page 45) :

**Propriété 1** : Toutes ces surfaces sont des plans dans l'espace  $(\max T_a, \sigma_{H,a}, \sigma_{H,m})$ .

**Propriété 2** : L'intersection de toutes les surfaces avec l'axe  $\sigma_{H,m}$  est le point  $\sigma_{H,m} = \frac{\gamma_\infty}{\alpha_\infty}$ .

**Propriété 3** : Les intersections de chaque surface avec le plan  $(\max T_a, \sigma_{H,a})$  sont parallèles entre elles et avec l'intersection du plan à durée de vie infinie.

L'équation de chaque plan d'iso-durée de vie est la suivante :

$$\frac{\max T_a + \alpha_\infty \cdot \sigma_{H,a}}{1 - (\alpha_\infty / \gamma_\infty) \cdot \sigma_{H,m}} = \gamma_N \quad (2.19)$$

Par exemple pour un test de torsion alternée, l'équation précédente donne :

$$\tau = \gamma_N \quad (2.20)$$

Ensuite, on adopte une modélisation de la courbe  $(S - N)$  qui n'est pas imposée par l'auteur. Ce modèle permet de déterminer le nombre de cycle à rupture correspondant à la criticité calculée.

## Jabbado & Maitournam 2006

Dans sa thèse [27], Jabbado propose une méthode de calcul de la durée de vie sous chargement d'amplitude constante (ainsi qu'une extension pour les amplitudes variables formées d'une succession de bloc). L'approche se base sur une approche en endurance limitée prenant en compte la plasticité à l'échelle du grain via une approche macro-méso. On présente ici la méthode dans sa dernière version [34].

### Approche macro-méso

La méthode est basée sur les points suivants :

1. En fatigue à grand nombre de cycle, le matériau est dans un état adapté à l'échelle macroscopique (échelle du VER).
2. A l'échelle mésoscopique (échelle du grain), si le matériau est dans un état accommodé la durée de vie sera finie.
3. Le comportement à l'échelle mésoscopique est de type élasto-plastique avec un effet de la contrainte hydrostatique.
4. Le dommage à l'échelle mésoscopique est gouverné par la déformation plastique cumulée sur le cycle stabilisé.

Le passage macro-méso se fait avec le modèle de Lin-Taylor soit avec la relation suivante :

$$\sigma(M, t, m) = \Sigma(M, t, m) - 2 \cdot \mu \cdot \varepsilon^p \quad (2.21)$$

$\sigma$  et  $\Sigma$  sont respectivement les tenseurs de contrainte mésoscopique et macroscopique.  $\varepsilon^p$  est le tenseur de déformation plastique mésoscopique et  $\mu$  est le premier coefficient de Lamé.

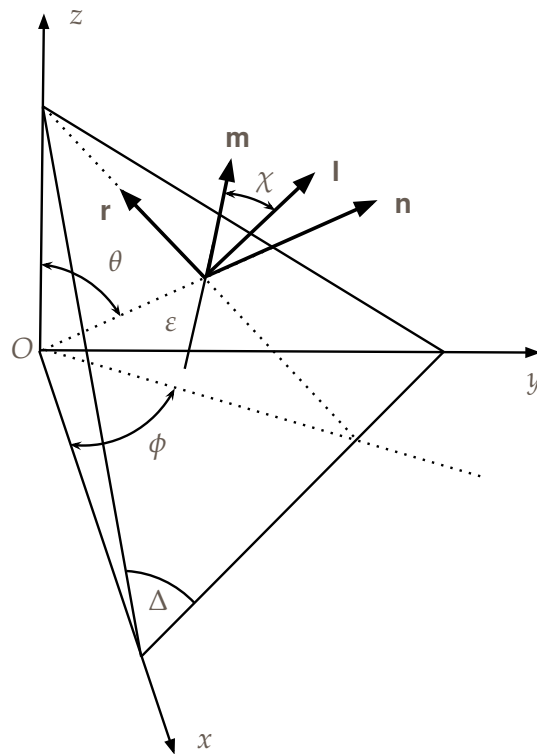


FIGURE 2.1 – Définition du plan critique passant par le point  $O$  associé à son repère orthonormé direct ( $\mathbf{l}$ ,  $\mathbf{r}$ ,  $\mathbf{m}$ )

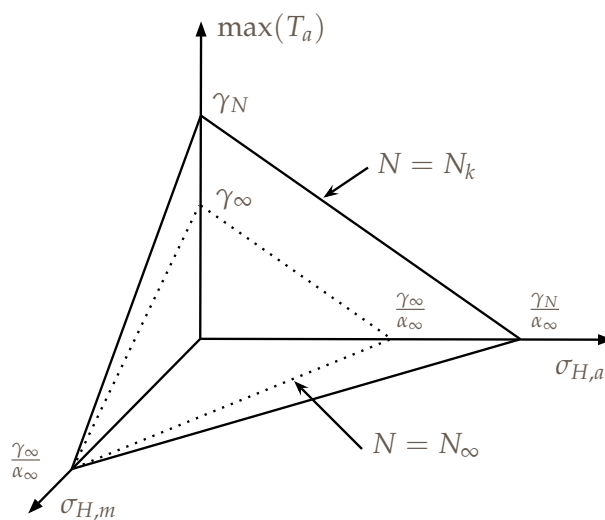


FIGURE 2.2 – Surface iso durée de vie dans l'espace ( $\max T_a, \sigma_{H,a}, \sigma_{H,m}$ )

## Critère de plasticité à l'échelle mésoscopique

La méthode propose un critère de plasticité (écrouissage cinématique linéaire de coefficient  $h$ ) à l'échelle mésoscopique dépendant de la contrainte hydrostatique. On se place dans le cadre des matériaux isotropes.

$$f(s, \varepsilon^p, p) = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot (s - h \cdot \varepsilon^p) : (s - h \cdot \varepsilon^p)} - k(p) \leq 0 \quad (2.22)$$

$s$  est le déviateur des contraintes mésoscopiques et  $k(p)$  défini tel que :

$$k(p) = \beta - \bar{k} \cdot p(t) \text{ avec } \begin{cases} \bar{k} = \alpha \text{ si } p(t) > 0 \\ \bar{k} = \gamma \text{ si } p(t) \leq 0 \end{cases} \quad (2.23)$$

## Calcul de la déformation plastique cumulée sur le cycle stabilisé

En endurance limitée, à l'échelle mésoscopique il y a accommodation. La déformation plastique cumulée sur le cycle stabilisé est choisie comme paramètre de dommage.

Le calcul de cette variable se fait de façon incrémentale avec les outils classiques du calcul en de plasticité (et les hypothèses formulées précédemment). Ainsi, on discrétise le cycle de chargement et on calcule la déformation plastique accumulée sur ce cycle à l'aide du critère de plasticité à l'échelle mésoscopique décrit précédemment. On répète ensuite le cycle de chargement jusqu'à trouver une stabilisation de la variable.

Ainsi, au cycle  $i + 1$ , on vérifie l'évolution de la valeur de  $\varepsilon^{pc}$  suivant le schéma suivant. La tolérance  $\epsilon$  est à définir :

$$\frac{\varepsilon^{pc(i+1)} - \varepsilon^{pc(i)}}{\varepsilon^{pc(i)}} < \epsilon \quad (2.24)$$

Enfin, dès que le test est satisfait on connaît la valeur de la variable :  $\varepsilon_s^{pc} = \varepsilon^{pc(i+1)}$ .

## Modèle de calcul de la durée de vie

Au vue des hypothèses précédentes, les auteurs proposent la définition suivante du nombre de cycles à rupture :

$$N = A \left( \frac{4}{\sqrt{3}} \cdot \frac{2 \cdot k^* - k_{\max} - k_{\min}}{c} \right)^{1-\zeta} \cdot (\varepsilon_s^{pc})^{-1} \quad (2.25)$$

On définit les variables suivantes :

$$k(p) = \beta - \bar{k} \cdot p(t) \text{ avec } \begin{cases} c = h + 2 \cdot \mu \\ k_{\max} = \max_t (k(p(t))) \\ k_{\min} = \min_t (k(p(t))) \\ \bar{k} = \alpha \text{ si } p(t) \leq 0 \text{ et } \bar{k} = \gamma \text{ sinon} \end{cases} \quad (2.26)$$

Reste à définir la variable  $k^*$  comme une contrainte équivalente dans l'espace des déviateurs macroscopiques. On commence par définir  $k_1^*$  le rayon de la plus petite hypersphère circonscrite au trajet de contrainte macroscopique de centre  $\mathbf{Z}$ .

$$k_1^* = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \min_S \max_t \sqrt{(\mathbf{S}(t) - \mathbf{Z}) : (\mathbf{S}(t) - \mathbf{Z})} \quad (2.27)$$

On introduit ensuite  $U_1$  comme une des directions qui définissent un diamètre de l'hypersphère.  $S_1$  est la projection du déviateur selon l'hyperplan orthogonal à  $U_1$ .

$$k_2^* = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \min_S \max_t \sqrt{(S_1(t) - \mathbf{Z}) : (S_1(t) - \mathbf{Z})} \quad (2.28)$$

On fait de même pour calculer  $k_i(U_{i-1})$  avec  $i \in \{3, 4, 5\}$ . On calcule ainsi  $k^*$ .

$$k^* = \max_{\{U_1, U_2, U_3, U_4\}} \sqrt{(k_1^*)^2 + \sum_{i=2}^5 (k_i(U_{i-1})^*)^2} \quad (2.29)$$

Toutefois en pratique, on utilisera  $k^* = k_1^*$ . Pour les chargements proportionnels d'amplitude constante les auteurs obtiennent :

$$\begin{aligned} \varepsilon_s^{pc} &= \frac{4}{\sqrt{3}} \cdot \frac{2 \cdot k_1^* - k_{\max} - k_{\min}}{c} \\ N &= A \cdot (\varepsilon_s^{pc})^{-\xi} = A \cdot \left( \frac{4}{\sqrt{3}} \cdot \frac{2 \cdot k_1^* - k_{\max} - k_{\min}}{c} \right)^{-\xi} \end{aligned} \quad (2.30)$$

## Évaluation des constantes du modèle

Le modèle de calcul de la durée de vie est un modèle à 6 paramètres  $(\alpha, \beta, \gamma, c, A, \xi)$ .

Les paramètres  $(\alpha, \beta, \gamma)$  sont identifiables à partir de 2 valeurs de limites d'endurance (torsion alternée  $t_{-1}$  et flexion alternée  $f_{-1}$ ) et de la valeur de la limite d'élasticité en traction  $R_e$  :

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{3 \cdot t_{-1}}{R_e} \\ \beta &= t_{-1} \\ \gamma &= \alpha - 2 \cdot \left( \frac{3 \cdot \beta}{f_{-1}} - \sqrt{3} \right) \end{aligned} \quad (2.31)$$

Les auteurs proposent  $c = 2 \cdot \mu$  car  $h \ll 2 \cdot \mu$ .

Pour fixer les paramètres  $(A, \xi)$  il faut tracer la courbe  $(N, \varepsilon_s^{pc})$  de la flexion alternée et de la torsion alternée et choisir les paramètres qui minimisent les écarts de ces deux courbes à la courbe choisie.



Les auteurs proposent d'optimiser le choix des paramètres ci-dessus en minimisant l'écart en nombre de cycle à rupture entre les résultats du modèle et des résultats d'essais. La minimisation joue sur le choix des 6 paramètres et peut se faire à l'aide d'un algorithme génétique.

## Extension des critères à l'endurance limitée

Dans cette partie, on présente une méthode de calcul de dommage basée sur un critère étendu à l'endurance limitée. On prend l'exemple du critère de Dang Van.

On considère que les cycles de fatigue sont identifiés. Dans le cas de la roue ferroviaire : on considère qu'une rotation de roue est un cycle de fatigue.

### Critère de Dang Van

On utilise le critère de fatigue de Dang Van dans sa seconde formulation. Ce critère définit l'endurance illimitée dans un plan  $(\tau, p)$  :

$$\max_t (\tau(t) + a \cdot p(t)) \leq b \quad (2.32)$$

$\tau(t)$  est la cission mésoscopique,  $p(t)$  la contrainte hydrostatique et  $a$  et  $b$  sont des paramètres matériau (voir partie matériau pour leurs identifications).

On propose d'introduire la cission de Dang Van  $\tau_{DV}$  :

$$\tau_{DV} = \max_t (\tau(t) + a \cdot p(t)) \quad (2.33)$$

On réécrit le critère simplement à l'aide de cette variable :

$$\tau_{DV} \leq b \quad (2.34)$$

## Extension à l'endurance limitée

On se propose d'adapter ce critère dans le cadre de l'endurance limitée en se basant sur la description de la courbe de Wöhler. Pour cela, plusieurs choix s'offrent à nous.

### Courbe de Basquin

On se propose de modéliser la courbe de Wöhler à l'aide d'une loi puissance (Modèle de Basquin) :

$$N = N_e \cdot \left( \frac{\tau_{mat}}{\tau_{DV}} \right)^m \quad (2.35)$$

On ajoute ici deux paramètres  $\tau_{mat}$  et  $m$ . On choisit généralement  $N_e$  comme un nombre de cycle proche de l'asymptote de la courbe (cf. figure 2.3, page 49).

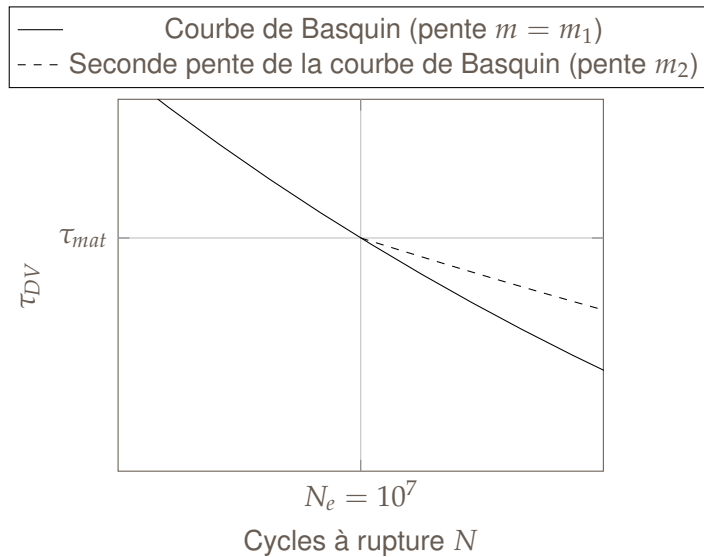


FIGURE 2.3 – Courbe de Basquin

### Loi puissance à deux pentes

On se propose de modéliser la courbe de Wöhler à l'aide d'une loi puissance avec deux pentes différentes autour d'un point d'inflexion. Ce modèle popularisé par Sonsino [51, 52] est utilisé pour les matériaux métalliques. Cette méthode est basée sur les travaux de Haibach [24].

$$\begin{cases} N = N_e \cdot \left(\frac{\tau_{mat}}{\tau_{DV}}\right)^{m_1} \forall \tau_{DV} > \tau_{mat} \\ N = N_e \cdot \left(\frac{\tau_{mat}}{\tau_{DV}}\right)^{m_2} \forall \tau_{DV} < \tau_{mat} \end{cases} \quad (2.36)$$

Il y a ici quatre paramètres matériaux,  $\tau_{mat}$ ,  $N_e$ ,  $m_1$  et  $m_2$ .  $N_e$  est la position du point d'inflexion choisi. Le point  $(N_e, \tau_{mat})$  n'est pas physique car la courbe physique change de pente de manière graduelle. On définit généralement dans la littérature  $m_2 = 2 \cdot m_1 - 1$ . Une seconde pente de  $m_2 = 2 \cdot m_1 - 2$  est utilisée pour les soudures [49].

## 2.2 | Chargement déterministe d'amplitude variable

On étudiera ensuite les méthodes de calcul de la durée de vie sous chargement d'amplitude variable. En effet, on établit que la prise en compte de la variabilité des chargements est une étape importante pour le calcul de la criticité des roues. Certaines méthodes se basent sur des critères à l'endurance illimitée cités précédemment. On classe ces méthodes en deux catégories : celle qui traitent seulement dans leur formulation les chargements à amplitude variable ou celles qui devront être couplées à une loi de cumul pour prendre en compte de tels chargements.

### 2.2.1 | Les méthodes avec comptage de cycles

On dénombre parmi les méthodes avec comptage de cycles, deux méthodes basées sur une idée à la fois simple et efficace qui consiste à définir une variable scalaire sous forme de contrainte équivalente sur laquelle on effectue le comptage des cycles. Ces deux méthodes sont les approches de Macha & Bedkowsky [32] et de Robert [20] présentées ci-dessous.

#### Macha & Bedkowsky 1989 [32]

Macha et Bedkowsky [32] définissent, pour chaque plan orienté par les angles  $(\theta, \phi)$  et chaque direction  $\psi$  de ce plan, une contrainte équivalente  $\sigma_{eqMB}(t, \theta, \phi, \psi)$  comme la combinaison linéaire de la contrainte normale  $\sigma_n(t, \theta, \phi)$  et de la cission résolue  $\tau(t, \theta, \phi, \psi)$ .

$$\sigma_{eqMB}(t, \theta, \phi, \psi) = B \cdot \tau(t, \theta, \phi, \psi) + K \cdot \sigma_n(t, \theta, \phi) \quad (2.37)$$

Les auteurs définissent B et K comme des constantes que l'on détermine de la façon suivante :

$$\text{Selon MACHA } K = 1 \text{ et } B = - \left( \frac{\sigma_{-1}^D}{\tau_{-1}^D} \right) \quad (2.38)$$

$$\text{Selon BEDKOWSKY } K = 1 \text{ et } B = \sqrt{\left( \frac{\sigma_{-1}^D}{2 \cdot \tau_{-1}^D - \sigma_{-1}^D} \right)^2 - 1} \quad (2.39)$$

On remarque que les valeurs des coefficients varient selon les auteurs. En effet, le choix de ces constantes est le point faible de cette méthode. Les auteurs précisent aussi que la méthode n'est valable que dans le cas où le matériau respecte l'inégalité  $\frac{\sigma_{-1}^D}{\tau_{-1}^D} < 2$  ce qui est généralement le cas. On peut observer, sur la figure 2.4 de la page 51, la méthode de calcul du nombre de séquences à l'amorçage.

Les auteurs commencent par rechercher le plan critique  $P_c$  et sa direction critique, orienté par  $(\theta_c, \phi_c, \psi_c)$ , pour cela ils proposent 3 méthodes :

- ◆ La méthode de la variance : le plan critique est alors le plan sur lequel la variance de la contrainte équivalente  $\sigma_{eqMB}$  est maximum. Plus d'informations sur cette méthode sont données dans la thèse de Banvillet [5].
- ◆ La méthode de l'endommagement maximum : plus classiquement, la facette critique est alors la facette conduisant à l'endommagement maximum. Cette technique nécessite le calcul de l'endommagement sur toutes les facettes.

Une fois le plan critique  $P_c$  déterminé et sa direction associée, le comptage RAINFLOW est effectué sur la variable équivalente  $\sigma_{eqMB}(t, \theta_c, \phi_c, \psi_c)$  et, pour chaque cycle compté, les auteurs calculent l'amplitude de la cission résolue  $\tau_a$ , l'amplitude  $\sigma_{na}$  et la valeur moyenne  $\bar{\sigma}_n$  de la contrainte normale. Une correction de type Gerber ou Goodman est appliquée sur la valeur de la contrainte normale.

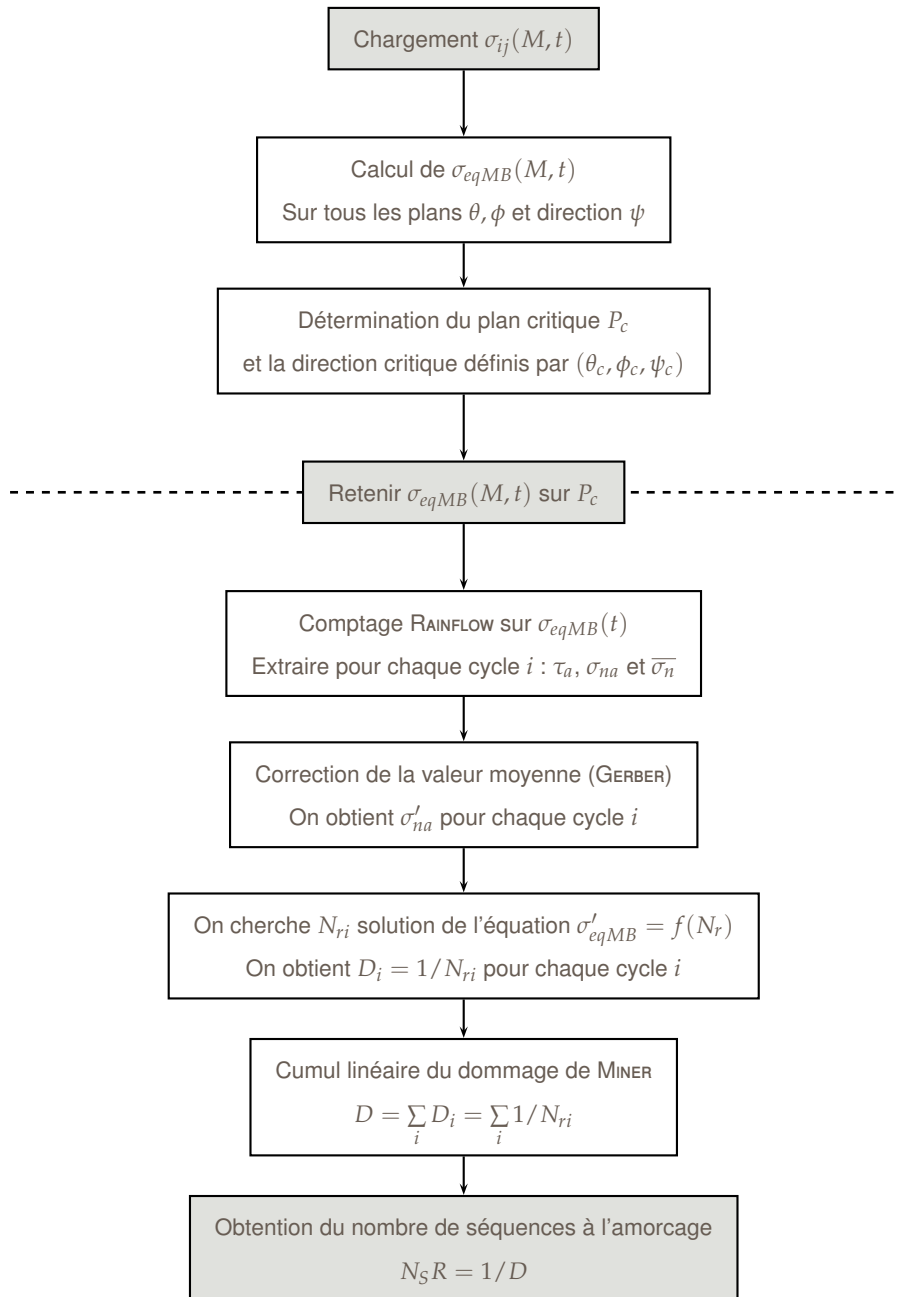


FIGURE 2.4 – Résumé de la méthode de Macha et Bedkowsky, 1989

A l'aide de courbes de Basquin pour la traction et la torsion alternée symétrique, une expression de la contrainte équivalente en fonction de la durée de vie  $\sigma'_{eqMB}(t, \theta_c, \phi_c, \psi_c) = f(N_r)$  peut être déduite. L'endommagement  $D_i$  relatif à chacun des cycles extraits  $i$  est déterminé avec la règle de Miner en cherchant  $N_{ri}$  solution de l'équation  $\sigma'_{eqMB}(t, \theta_c, \phi_c, \psi_c) = f(N_r)$ .

Le cumul du dommage est réalisé avec la loi linéaire de Miner. L'amorçage survient lorsque  $D = 1$ . La durée de vie à l'amorçage est exprimée en nombre de répétitions de la séquence de chargement. Le plan  $P_c$  est considéré comme le plan d'amorçage de la fissure.

On peut noter que les auteurs utilisent une courbe de Basquin mais limitent la prise en compte des cycles de petites amplitudes, en ne prenant pas en compte l'endommagement induit par les cycles de contrainte normale à amplitude inférieure à la moitié de la limite d'endurance.

## Robert [20]

La méthode de prévision de durée de vie de Robert [20] a subi plusieurs évolutions depuis sa première formulation en 1992. Les derniers travaux sur cette méthode ont été réalisés par Weber en 1999 (présentés ici). Jabbado [27] présente cette méthode dans sa thèse de façon très complète. On peut observer, sur la figure 2.5 page 53, la méthode de calcul du nombre de séquences à l'amorçage.

Robert effectue le comptage des cycles sur la contrainte normale au plan  $\sigma_n(t, \theta, \phi)$ . A chaque cycle, sont extraites, l'amplitude du cisaillement  $C_a$ , l'amplitude  $\sigma_{na}$  et la valeur moyenne  $\bar{\sigma}_n$  de la contrainte normale.

L'auteur se donne une loi d'endommagement  $E(\theta, \phi)$  comprise entre 0 et 1, en fonction des variables extraites pour chaque cycle :

$$E(\theta, \phi) = \frac{C_a + \alpha(N_r) \cdot \sigma_{na} + \beta(N_r) \cdot \bar{\sigma}_n}{\gamma(N_r)} \quad (2.40)$$

Les paramètres  $\alpha(N_r)$ ,  $\beta(N_r)$  et  $\gamma(N_r)$  sont obtenus à l'aide des trois courbes S-N du matériau en traction alternée symétrique  $\sigma_{-1}(N_r)$ , en traction répétée  $\sigma_0(N_r)$  et en torsion alternée symétrique  $\tau_{-1}(N_r)$ . On notera que les auteurs utilisent les courbes de Basquin tronquées à la limite d'endurance pour représenter le comportement en fatigue du matériau, ce qui ne prend pas en compte l'effet des cycles en dessous de la limite d'endurance.

$$\gamma(N_r) = \tau_{-1}(N_r) \cdot \sqrt{\alpha^2(N_r) + 1} \quad (2.41)$$

$$\alpha(N_r) = \frac{\frac{\tau_{-1}(N_r)}{\sigma_{-1}(N_r)} - \frac{1}{2}}{\frac{\tau_{-1}(N_r)}{\sigma_{-1}(N_r)} \left(1 - \frac{\tau_{-1}(N_r)}{\sigma_{-1}(N_r)}\right)} \quad (2.42)$$

$$\beta(N_r) = 2 \cdot \frac{\gamma(N_r)}{\sigma_0(N_r)} - \frac{\sigma_0(N_r)}{8 \cdot \gamma(N_r)} - \alpha(N_r) \quad (2.43)$$

Par la suite, le dommage est calculé et cumulé avec la loi de cumul de dommage de Miner. Le plan critique  $P_c$  est le plan sur lequel le dommage calculé est le plus important. La durée de vie à l'amorçage est exprimée en nombre de répétitions de la séquence de chargement.

On notera que les conditions de validité de la méthode sont :

$$\frac{1}{2} < \frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} < 1 \text{ et } \frac{1}{2} < \frac{\sigma_0}{\sigma_{-1}} < 1 \quad (2.44)$$

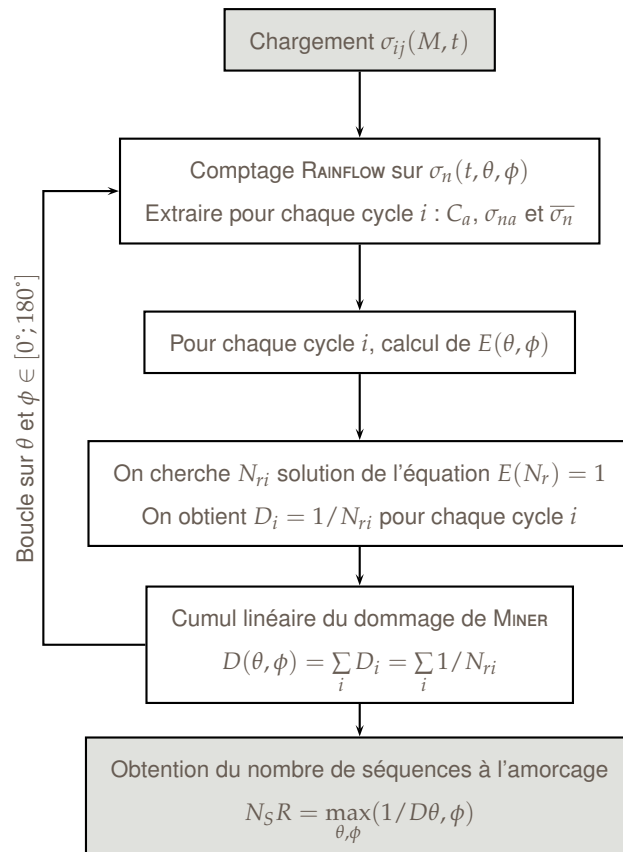


FIGURE 2.5 – Résumé de la méthode de Robert, 1999

Cette version de la méthode de Robert est toutefois très coûteuse en temps de calcul. D'autre part, trois courbes de Wöhlher sont nécessaires pour l'identification des paramètres  $\alpha(N_r)$ ,  $\beta(N_r)$  et  $\gamma(N_r)$  ce qui demande un nombre important d'essais.

### Zarka & Karouani 2001 [29]

Cette méthode est seulement applicable en l'état au cas des contraintes uniaxiales. Elle n'est donc pas intéressante pour notre étude.

Les auteurs proposent une méthode de prédiction de durée de vie sans comptage fin des cycles. Leur approche est fondée à l'échelle mésoscopique.

Les auteurs ont choisi comme mesure représentative du chargement réel d'amplitude variable la déformation plastique cumulée locale introduite par Papadopoulos. L'amorçage de la fissuration est supposée survenir pour une valeur critique caractéristique du matériau. Ils introduisent ensuite une règle d'équivalence entre deux chargements locaux pour enfin définir un chargement cyclique affine simple équivalent en terme du dommage au chargement réel d'amplitude variable.

La règle d'équivalence, représentée en la figure 2.6 de la page 54, est énoncée par l'auteur telle que deux chargements sont équivalents vis-à-vis du dommage par fatigue :

- ◆ s'ils produisent la même déformation plastique cumulée locale  $\varepsilon_{pc}$  afin de conserver les mêmes mécanismes d'endommagement,
- ◆ s'ils ont le même centre  $C_f$ ,
- ◆ et si le chargement est équivalent à une fluctuation sensiblement supérieure ou égale à  $F_\sigma$  (mais inférieure à deux fois la limite élastique macroscopique afin d'assurer l'adaptation globale de la structure).

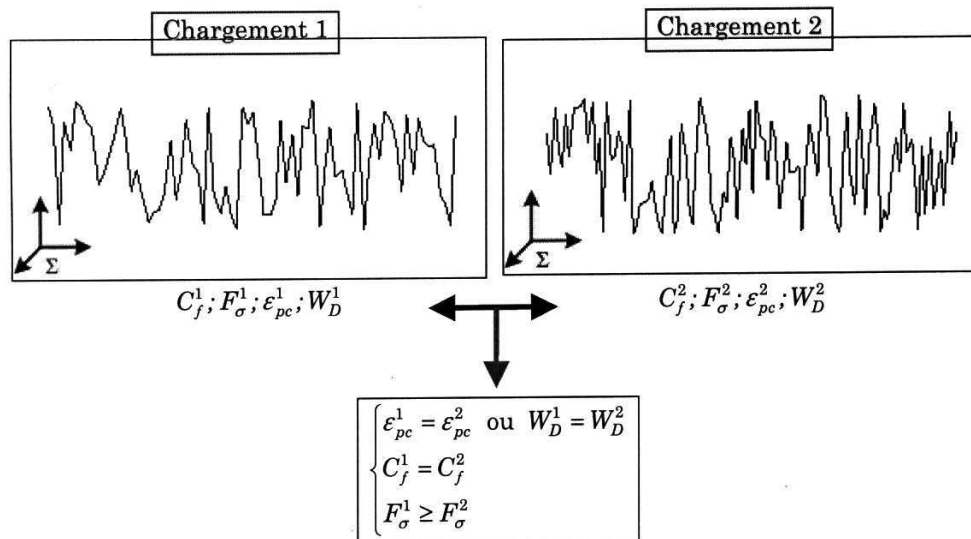


FIGURE 2.6 – Représentation de l'équivalence des chargements selon Zarka & Karouani

Les variables  $C_f$  et  $F_\sigma$  représentent respectivement le centre et l'amplitude du trajet.

Les auteurs supposent l'accommodation à l'échelle mésoscopique et l'évaluation de la déformation plastique cumulée locale  $\varepsilon_{pc}$  est réalisée avec l'approche simplifiée de Zarka [57] sur la modélisation inélastique des matériaux.

Cette méthode innovante a été explicitée pour les chargements uniaxiaux. Son application dans le cas général est, en théorie, possible et nécessite une modélisation complexe du VER pour le calcul de la déformation plastique cumulée locale  $\varepsilon_{pc}$  ainsi qu'un nombre important de données de fatigue (plusieurs courbes de Wöhler notamment).

Néanmoins, cette méthode est très intéressante car elle propose localement le calcul d'un chargement équivalent à amplitude constante pour obtenir la durée de vie.

## 2.2.2 | Les méthodes sans comptage de cycles

### Stephanov 1996 [53]

Cette méthode dite de l'intégrale curviligne est une méthode qui s'affranchit d'une technique de comptage de cycle explicite. Elle repose sur les deux hypothèses suivantes :

- ◆ La fissure de fatigue apparaît exclusivement en surface du matériau (le critère est formulé en contraintes planes).
- ◆ L'élément infinitésimal  $ds$  du trajet de chargement  $S$  (trajet de l'extrémité du vecteur contrainte sur le plan principal) induit un endommagement élémentaire  $dD$ .

La formulation mathématique est basée sur le calcul du dommage  $D$  à partir d'une intégrale curviligne de l'endommagement élémentaire  $dD$ . La base mécanique de cette méthode est discutable et son principal défaut est qu'elle se restreint au cas des chargements proportionnels ce qui la rend peu intéressante pour notre étude. Jabbado [27] explique en détail la méthode dans sa thèse.

### Morel 1996 [39]

La méthode de Morel [39] a été développée à partir d'une approche mésoscopique de type plan critique introduite par les travaux sur les matériaux polycristallins de Papadopoulos. Morel restreint ainsi l'utilisation de cette méthode aux matériaux métalliques (dits mous) respectant le rapport  $0.5 < \frac{\tau_{-1}^D}{\sigma_{-1}^D} < 0.6$ .

Pour ces matériaux, l'auteur recherche l'amorçage des fissures de fatigue à l'échelle de quelques grains. Pour cela, Morel part de la constatation que, pendant un essai de fatigue à grand nombre de cycles, les contraintes à l'échelle macroscopique ne dépassent pas le seuil de plasticité alors que certains grains défavorablement orientés peuvent plastifier et même subir un écoulement plastique important. Il fait, de plus, l'hypothèse d'un matériau constitué de polycristaux parfaits et qu'un seul système de glissement est actif par grain.

Après un passage à l'échelle mésoscopique (soit celle du grain), il modélise le comportement du matériau selon trois phases distinctes (durcissement *I*, saturation *II*, adoucissement *III*) où la déformation plastique accumulée à l'échelle mésoscopique est choisie comme paramètre d'endommagement. On observe sur la figure 2.7 page 57 la dite modélisation.

L'amorçage d'une fissure de fatigue se produit quand la déformation mésoscopique accumulée atteint le seuil  $\Gamma_R$ , propre au matériau. L'amplitude de la cission résolue macroscopique  $\tau_s$  est considérée comme la seule grandeur active dans le glissement.

L'auteur déduit dans un premier temps, des différentes phases d'écoulement, l'équation de la courbe de Wöhlher à l'amorçage suivante dans le cas d'un chargement sinusoïdal :

$$N_a = p \cdot \ln \left( \frac{\tau_a}{\tau_a - \tau_s} \right) + q \cdot \left( \frac{\tau_s}{\tau_a - \tau_s} \right) - \frac{r}{\tau_a} \text{ avec } \begin{cases} p = \frac{c+\mu}{4} \left( \frac{1}{g} + \frac{1}{h} \right) \\ q = \frac{c+\mu}{4l} \\ r = \frac{c+\mu}{4g} \cdot \tau_y^0 \end{cases} \quad (2.45)$$

Dans cette équation, on utilise les termes suivants :

- ◆  $N_a$  représente le nombre de cycles à l'amorçage,
- ◆  $\tau_s$  est la limite d'élasticité du cristal pendant la phase de saturation,
- ◆  $g, l, h$  sont respectivement les paramètres d'écrouissage relatifs aux phases de durcissement, saturation et adoucissement du matériau,
- ◆  $c$  et  $\mu$  sont le module d'écrouissage cinématique et le module de cisaillement macroscopique du matériau,
- ◆  $\tau_y^0$  est la limite d'élasticité initiale du cristal.

$\tau_s$  qui s'apparente à une limite d'endurance est la combinaison rationnelle de la contrainte hydrostatique moyenne  $\bar{P}$ , de l'amplitude de la contrainte hydrostatique  $P_a$  et de l'amplitude de la contrainte de cisaillement  $C_a$  :

$$\tau_s = \frac{-\alpha \cdot \bar{P} + \beta}{\alpha \frac{P_a}{C_a} + H} \text{ avec } \begin{cases} \alpha = \sqrt{\pi} \cdot \left( 3 \cdot \frac{\tau_{-1}^D}{\sigma_{-1}^D} - \frac{3}{2} \right) \\ \beta = \sqrt{\pi} \cdot \tau_{-1}^D \\ H = \frac{T_{\Sigma RMS}}{C_{RMS}} \end{cases} \quad (2.46)$$

$H$  est un coefficient de déphasage compris entre  $\sqrt{\pi}$  et  $\sqrt{2 \cdot \pi}$ .

Pour les chargements à amplitude variable, le seuil  $\tau_s$  est obtenu en faisant la moyenne des seuils calculés à chaque transition du signal (une transition étant définie par deux extrema successifs de  $\tau(t)$ , notés  $\tau_i$  et  $\tau_{i+1}$ ,  $N$  étant leur nombre). Ainsi, dans le cas des chargements d'amplitude variable, on calcule  $\tau_{s,i}$  pour chaque cycle et  $\tau_s$  est la moyenne de ces valeurs conformément à la formule suivante :

$$\tau_s = \frac{1}{N-1} \cdot \sum_{i=1}^{N-1} (\tau_{s,i}) \text{ avec } \tau_{s,i} = \frac{-\alpha \cdot \bar{P} + \beta}{\alpha \frac{P_a}{C_a} + H} \quad (2.47)$$

Les valeurs  $T_{\Sigma RMS}$  et  $C_{RMS}$  sont calculées telles que :



$$\begin{aligned}
\tau_{RMS}(\theta, \phi, \psi) &= \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N (\tau_i - \bar{\tau})^2} \text{ avec } \bar{\tau} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\tau_i) \\
T_{\sigma RMS}(\theta, \phi) &= \sqrt{\int_0^{2\pi} (\tau_{RMS}(\theta, \phi, \psi))^2 d\psi} \\
T_{\Sigma RMS} &= T_{\sigma RMS}(\theta_0, \phi_0) = \max_{\theta, \phi} (\sigma_{RMS}(\theta, \phi)) \\
C_{RMS} &= \max_{\phi} (\tau_{RMS}(\theta_0, \phi_0, \psi))
\end{aligned} \tag{2.48}$$

Les angles  $\theta_0$  et  $\phi_0$  définissent le plan sur lequel  $T_{\sigma RMS}$  est maximum : le plan critique  $P_c$ .  $\bar{\tau}$  est la moyenne des extrema du signal de la cisssion résolue macroscopique  $\tau(t)$ .

L'auteur calcule un nombre de séquence  $N_a$  pour toute direction  $\underline{m}(\psi)$  du plan  $P_c$ . Le nombre de séquence avant amorçage de fissure  $N_{SR}$  est le plus petit nombre de séquence obtenu. Le calcul du nombre de séquence, à rupture se fait via le calcul pas à pas de la déformation plastique mésoscopique cumulée  $\Gamma$  en suivant l'évolution de la limite élastique mésoscopique  $\tau_y$  selon les trois phases (durcissement, saturation et adoucissement) explicitées sur la figure 2.7 de la page 57. Il y a amorce de fissure pour  $\Gamma_R$  tel que  $\tau_y = 0$ . L'algorithme de calcul de la déformation plastique mésoscopique cumulée n'est pas présenté ici, il est détaillé dans le mémoire de thèse de Morel [39] et celui de Genet [22]. On peut observer, sur la figure 2.8 de la page 57, la méthode de calcul du nombre de séquence à l'amorçage.

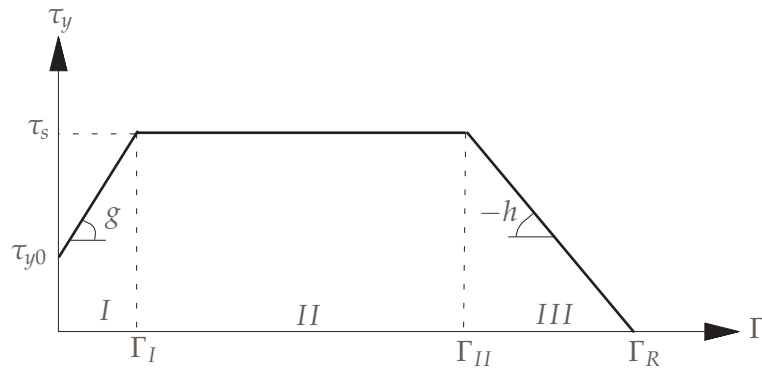


FIGURE 2.7 – Modélisation de l'évolution de la limite d'élasticité mésoscopique  $\tau_y$  en fonction de la déformation plastique mésoscopique accumulée  $\Gamma$

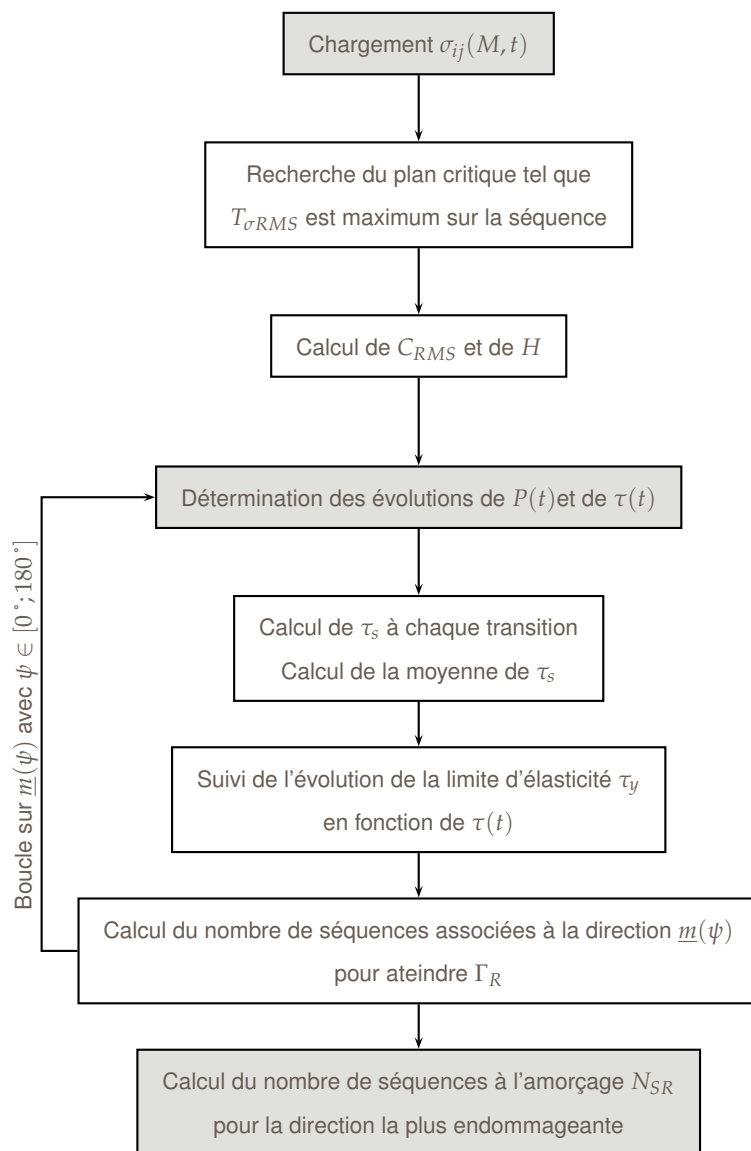


FIGURE 2.8 – Résumé de la méthode de Morel, 1996

## 2.3 | Chargement aléatoire statistique

Dans cette section on s'intéresse aux méthodes spectrales de calcul de la criticité en fatigue. Ces méthodes, bien qu'elles ne soient pas très répandues dans l'industrie, sont intéressantes car elles permettent, pour certaines, de prendre en compte des chargements aléatoires. Même si l'utilité d'une méthode spectrale dans notre approche n'est pas démontrée, les techniques utilisées sont pertinentes et méritent un examen particulier.

### 2.3.1 | Méthode spectrale de dimensionnement à la fatigue

Les travaux de Burry [12] concernant l'estimation de la criticité en fatigue sous chargement aléatoire se basent sur ceux de Pitoiset [43].

Le but de l'étude est de calculer la moyenne du coefficient de danger vis à vis d'un chargement en fatigue aléatoire. Pitoiset réalise l'étude avec les critères de Crossland [14] et de Mataka. Burry présente une méthode approchée de calcul du critère de Dang Van en introduisant les méthodes FORM et SORM.

Ce type de méthode peut être utilisé de façon évidente pour la fiabilité mais pourrait aussi être adapté à la recherche de chargements équivalents.

### Hypothèses

Burry se place sous les hypothèses suivantes :

- ◆ La réponse de la structure est linéaire (domaine élastique ou état adapté)
- ◆ Les excitations sont gaussiennes, stationnaires et ergodiques. Leurs propriétés statistiques sont caractérisées par leur densité spectrale de puissance.
- ◆ La réponse est quasi-statique.

On fait de plus le choix de travailler dans le cas suivant :

- ◆ Structure connue
- ◆ Critère de fatigue en contrainte

### Concept : Exemple du critère de Crossland selon Pitoiset

Pitoiset exprime le coefficient de danger selon le critère de Crossland dans le cas des sollicitations aléatoires de la manière suivante :

$$E(Cd) = \frac{E[\sqrt{J_{2,a}}] + \alpha E[p_{max}]}{\beta} \quad (2.49)$$

$E(Cd)$  est l'espérance du coefficient de danger,  $E[\sqrt{J_{2,a}}]$  l'espérance de la cission et  $E[p_{max}]$  l'espérance du maximum de la contrainte hydrostatique.

Pour calculer l'espérance  $E(Cd)$  il suffit donc de pouvoir calculer  $E[p_{max}]$  et  $E[\sqrt{J_{2,a}}]$ .

### Calcul de l'espérance du terme de contrainte hydrostatique

La contrainte hydrostatique est une combinaison linéaire des contraintes. Donc la contrainte hydrostatique est un processus gaussien. En effet, si les chargements sont des processus gaussiens, par linéarité les contraintes et donc la contrainte hydrostatique est un processus gaussien.

Commençons par définir la DSP (densité spectrale de puissance) des contraintes. On note les contraintes sous la forme d'un vecteur :  $\underline{\sigma} = [\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \sigma_{xy}, \sigma_{yz}, \sigma_{xz}]$ .

En utilisant cette notation on peut exploiter la formule de l'expression de la DSP d'un vecteur et obtenir la DSP du vecteur des contraintes :

$$\Phi_{\underline{\sigma}}(\omega) = \Phi_{\sigma_i, \sigma_j}(\omega) \partial t \quad (2.50)$$

Ainsi,  $\Phi_{\underline{\sigma}}(\omega)$  est une matrice dont les composantes  $\Phi_{\sigma_i, \sigma_j}(\omega)$  sont les inter-densités spectrales de puissance, des contraintes  $\sigma_i$  et  $\sigma_j$ .

On rappelle la définition de l'inter-densité spectrale de puissance  $\Phi_{X_1, X_2}(\omega)$  :

$$\Phi_{X_1, X_2}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} r_{X_1, X_2}(\tau) \cdot \exp(-i\omega\tau) \quad (2.51)$$

$r_{X_1, X_2}(\tau)$  est la fonction de corrélation telle que :

$$r_{X_1, X_2}(\tau) = \text{cov}(X_1(t), X_2(t + \tau)) \quad (2.52)$$

Avec  $p(t) = 1/3 \cdot \text{trace}(\underline{\sigma}(t)) = 1/3 \cdot [111000] \cdot \underline{\sigma}(t)$

Ainsi on calcule la DSP du terme de pression de la façon suivante :

$$\Phi_p = 1/3 \cdot [111000] \cdot \Phi_{\underline{\sigma}}(\omega) \cdot 1/3 \cdot [111000]^T \quad (2.53)$$

### Contrainte équivalente de Pitoiset

On exprime de même le terme  $J_{2,a}$  en définissant la contrainte équivalente de Pitoiset  $\sigma_{c1}$  et la matrice  $Q$  :

$$\sigma_{c1} = \|\underline{\sigma} \cdot p \cdot \underline{1}\| = \underline{\sigma}^T \cdot Q \cdot \underline{\sigma} = \text{trace}\left(Q \cdot \left[\underline{\sigma} \cdot \underline{\sigma}^T\right]\right) \quad (2.54)$$

Comme ce terme n'est pas gaussien Pitoiset propose d'utiliser l'expression suivante qui a la même DSP que celle de  $J_{2,a}$  :

$$\Phi_{\sigma_{c1}}(\omega) = \text{trace}(Q \cdot \Phi_{\underline{\sigma}}(\omega)) = \sum_{i,j} Q_{i,j} \cdot \Phi_{\sigma_i, \sigma_j}(\omega) \quad (2.55)$$

### Approche FORM

L'approche précédente fait l'hypothèse que  $\underline{\sigma}_{c,1}$  et  $J_{2,a}$  ont la même DSP. De plus l'auteur fait l'hypothèse que leurs effets sont équivalents du point de vue de la fatigue. Or Pitoiset constate que cette formulation conduit à une approximation imprécise de la valeur de  $\max(J_{2,a})$ , il introduit donc la contrainte  $\underline{\sigma}_{c2}$  :

$$\underline{\sigma}_{c2} = \underline{\sigma}^T \cdot Q \cdot \underline{\sigma} \quad (2.56)$$

$\underline{\sigma}_0$  est la direction (fixe) de variance maximale. On l'obtient en divisant le premier vecteur propre de la matrice de covariance des contraintes par son écart type. Dans ce cas là, on obtient l'expression suivante pour la DSP de la cission :

$$\Phi_{\sigma_c}(\omega) = [Q \cdot \underline{\sigma}_0] \cdot \Phi_{\underline{\sigma}}(\omega) \cdot [Q \cdot \underline{\sigma}_0] \quad (2.57)$$

### Expression spectrale du critère de Crossland

On exprime donc l'espérance du critère de Crossland ainsi :

$$E(Cd) = \frac{E[\max(\sigma_c)] + \alpha E[\max(p)]}{\beta} \quad (2.58)$$

Comme l'expression de l'espérance du critère ne fait intervenir que des espérances de maxima de variables gaussiennes, on peut alors utiliser la formule de Rice ici sur le terme de contrainte.

$$\begin{aligned} N_{\sigma_c} &= \frac{T}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{m_{\sigma_c}^2}{m_{\sigma_c}^0}} \\ F(N) &= \sqrt{2 \cdot \ln N} + \frac{0.4772}{\sqrt{2 \cdot \ln N}} \\ E\left[\max_t \in [0, T] |\sigma_c(t)|\right] &= \sqrt{m_{\sigma_c}^0} \cdot F(N_{\sigma_c}) \end{aligned} \quad (2.59)$$

On rappelle l'expression des moments  $m_{\sigma_c}^2$  et  $m_{\sigma_c}^0$  :

$$m_x^i = \int \omega^i \cdot \Phi_x(\omega) \cdot d\omega \quad (2.60)$$

L'espérance du dépassement du critère de Crossland pour un état de contrainte gaussien s'écrit :

$$E[Cd] = \frac{\sqrt{m_{\sigma_c}^0} \cdot F(N_{\sigma_c}) / \sqrt{3} + \alpha \cdot \sqrt{m_p^0} \cdot F(N_p)}{\beta} \quad (2.61)$$

### Extension au critère de Dang Van

Burry, dans ces travaux de thèse [12] réalise le même exercice avec le critère de Dang Van.

#### Expression du critère de Dang Van

La première étape est de prouver que l'état de contraintes résiduelles mésoscopiques (soit le centre de l'hypersphère au trajet de contrainte) à l'état adapté tend vers la moyenne du déviateur des contraintes. Ainsi, on traite cet état de contrainte comme un état de contrainte moyen.

Contrairement au critère de Crossland, le critère de Dang Van est une maximisation du terme de cission et du terme de pression hydrostatique, ce qui implique une difficulté supplémentaire. Exprimons le critère de Dang Van à partir des contraintes, puis en notation vectorielle.

$$\begin{aligned} \tilde{s}(t) &= \underline{s}(t) - \underline{s}_{moyen} g(\underline{\sigma}) = \frac{\|\underline{s}(t)\| + \alpha p(t) - \beta}{\beta} \\ g(\underline{\sigma}) &= \frac{\sqrt{\underline{\sigma}^T \cdot Q \cdot \underline{\sigma} + \alpha \underline{b}^T \cdot \underline{\sigma}}}{\beta} \text{ avec } \underline{b}^T = 1/3 \cdot [111000] \\ Cd &= \max g(\underline{\sigma}(t)) \end{aligned} \quad (2.62)$$

Burry développe la méthode pour calculer l'espérance du critère directement à l'aide des approches FORM ET SORM.

Soit  $\Sigma_{\underline{\sigma}}$  la matrice de covariance du processus gaussien  $\underline{\sigma}$ .

On effectue une transformation isoprobabiliste pour déterminer la base des processus gaussiens indépendants centrés normés des contraintes.

$$\Sigma_{\underline{\sigma}} \cdot V = V \cdot D \quad (2.63)$$

$D$  et  $V$  sont les matrices de valeurs propres et de vecteur propre de  $\Sigma_{\underline{\sigma}}$ . On pose ensuite  $\underline{Z}$  :

$$\underline{Z}_i(t) = \frac{V_i}{\sqrt{D_{i,i}}} Cd = \max g(\sqrt{D} \cdot V \cdot \underline{Z}) = \max g_z(\underline{\sigma}(t)) \quad (2.64)$$

### Approche FORM

Comme la formule de Rice évalue exactement le taux de franchissement moyen d'un plan par un processus gaussien, il faut donc définir le plan sur lequel faire le calcul comme dans l'exemple de Crossland.

On définit  $\Gamma$  la surface de niveau  $g_z(\underline{\sigma}(t)) = 0$ . On définit ensuite le point le plus probable de franchissement de cette surface :

$$\begin{aligned} \|\underline{Z}_0\|^2 &= \min_{\underline{Z} \in \Gamma} (\|\underline{Z}\|^2) \\ \underline{Z}_0 &= \frac{\underline{Z}_0}{\|\underline{Z}_0\|} z = \underline{Z} \cdot \underline{z}_0 \end{aligned} \quad (2.65)$$

Les moments spectraux de  $\underline{Z}$  projetés sur  $\underline{Z}_0$  sont les suivants :

$$\begin{aligned} m_z^0 &= 1 \\ m_z^2 &= \underline{Z}_0^T \cdot \Sigma_{\underline{\sigma}} \cdot \underline{Z}_0 \end{aligned} \quad (2.66)$$

On exprime ainsi l'espérance du dépassement du critère :

$$\begin{aligned} v_0 &= \frac{1}{2 \cdot \pi} \sqrt{m_z^2} \\ E[\max(z(t))] &= \sqrt{1} \cdot \sqrt{2 \cdot \ln v_0 \cdot T} + \frac{0.4772}{\sqrt{2 \cdot \ln v_0 \cdot T}} \\ E[\max g(\underline{\sigma})] &= g_z(E[\max(z(t))] \cdot \underline{z}_0) \\ E[\max g(\underline{\sigma})] &= g(E[\max(z(t))] \cdot \sqrt{\underline{D}} \cdot V \cdot \underline{z}_0) \end{aligned} \quad (2.67)$$

## Approche SORM

Burry [12] propose une autre approche basée sur le taux de franchissement d'une surface non plus plane mais du second ordre. Le concept reste le même. Cependant le choix de cette surface de franchissement rend les développements théoriques plus complexes. Cette approche permet plus de précision dans le calcul de la criticité.

## 2.4 | Méthode d'équivalence uni-axiale

Cette section introduit des méthodes dites d'équivalence fatigue utilisées notamment dans l'industrie automobile lors d'une étude de fatigue pour prendre en compte la variabilité des chargements. Ces techniques ont été développées dans des contextes proches de ceux de notre problème, c'est pourquoi une étude bibliographique s'impose. Sur cette même base ont été développées des techniques de validation fiabiliste qui sont proches des objectifs fixés dans cette étude à savoir estimer la fiabilité des roues vis à vis des chargements variables appliqués sur la roue. Ces méthodes seront aussi présentées.

### 2.4.1 | La méthode de l'équivalence fatigue uni-entrée

On présente ici l'état de l'art de la méthode de « l'équivalent fatigue » dans le cas de champs de contraintes uniaxiaux. Les travaux réalisés pour l'industrie automobile par PSA [54], ainsi que la thèse de Genet [22], ont développé et utilisé la méthode. Nous présentons ici la méthode telle que décrite par Thomas et présentée dans [45].

« L'équivalent fatigue » est une méthode de traitement des signaux aléatoires pour la fatigue des structures. L'objectif de la méthode, est de traduire une sollicitation temporelle d'effort donné en une sollicitation cyclique, définie par un scalaire, équivalente du point de vue de la fatigue.

Pour mettre en œuvre la méthode, il faut avoir un enregistrement de la sollicitation temporelle subie par la pièce à dimensionner durant toute sa vie ou, du moins, un enregistrement représentatif de ce que subit la pièce durant cette dernière.

Nous allons faire un bref résumé de la méthode afin de présenter son intérêt et les différents aspects de la démarche.

Pour appliquer la méthode, il faut se placer dans le cadre suivant :

- ◆ Fatigue à grand nombre de cycles (contrainte dans le domaine élastique du matériau),
- ◆ Matériau de type métallique,
- ◆ État de contrainte uniaxial,
- ◆ Problème uni-entrée (une seule sollicitation à point d'application fixe),
- ◆ Contrainte quasi-statique.

La méthode est basée sur le fait que, dans le cas d'un état de contrainte uniaxial, la contrainte est directement proportionnelle (en élasticité) à la sollicitation. Ainsi, tout ce qui est valable pour la contrainte s'appliquera à la sollicitation. La méthode permet de trouver le niveau de sollicitation  $F_0$ , correspondant à  $N_e$  cycles, qui induit le même dommage que le signal temporel. La méthode comporte 5 étapes, les quatre premières étant celles de la méthode de prédiction de la durée de vie en fatigue uniaxiale basée sur la courbe de Basquin :

1. Une méthode de comptage des cycles qui extrait du signal temporel de la sollicitation les cycles endommageants  $(F_{\max}, F_{\min})$  ou  $(F_a, F_m)$ .
2. Une courbe de Basquin  $(F_a, N)$  qui, à un  $F_a$ , associe un nombre de cycles avant rupture.
3. Une prise en compte de la valeur moyenne qui transforme les cycles  $(F_a, F_m)$  en cycles  $(F'_a, F_m = 0)$  induisant le même dommage.
4. Une méthode de cumul de dommage.
5. La recherche de la valeur de la sollicitation équivalente du point de vue du dommage.

Nous allons aborder chacun des aspects de cette méthode l'un après l'autre.



## Comptage de cycles

Pour une analyse en fatigue, il est nécessaire de décomposer la séquence de chargement en cycles élémentaires caractérisés par leurs valeurs moyennes et leurs amplitudes. Pour cela, on utilise une méthode de comptage des cycles. Il existe de nombreuses méthodes pour extraire les cycles d'un signal temporel à une seule variable (ici, la sollicitation). Les travaux de Banvillet [5] font l'état de l'art de ces méthodes.

Il existe six grandes familles de techniques de comptage :

- ◆ le comptage des temps de maintien,
- ◆ le comptage des extrema,
- ◆ le comptage des dépassements de niveaux,
- ◆ le comptage des étendues,
- ◆ le comptage des étendues appariées,
- ◆ le comptage de cycles Rainflow.

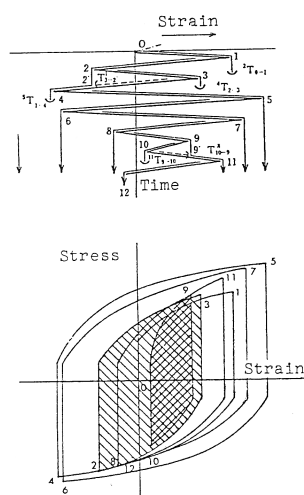


FIGURE 2.9 – Illustration des cycles endommageants Rainflow selon Endo

La méthode Rainflow, décrite par l'Afnor, est celle qui est utilisée par tous les auteurs qui traitent de « l'équivalent fatigue ». La méthode définit tous les cycles de contrainte comme des boucles d'hystérésis fermées dans un diagramme  $(\sigma, \epsilon)$ , soit les cycles qui engendrent des boucles fermées (ou assimilées comme telles) dans l'espace des contraintes-déformations. Ces cycles sont des cycles endommageants car ce sont des cycles d'accommodation à l'échelle microscopique comme illustrés sur la figure 2.9 de la page 64. On notera que dans notre cas nous travaillons sur la sollicitation plutôt que sur la contrainte mais que cela reste valable.

La mise en œuvre de la méthode Rainflow nécessite de traiter préalablement le signal. Il faut, en effet, filtrer le signal et l'échantillonner pour éliminer au mieux les parasites. De plus, il faut extraire les extrema du signal car le comptage Rainflow ne requiert que les extrema successifs du chargement. De ce fait, la notion de temps réel disparaît. Il faudra donc compter exclusivement en nombre de cycles dans la suite de la méthode.

L'extraction (ou comptage) d'un cycle est issue de la comparaison de trois étendues successives. Un cycle est compté quand l'étendue courante  $e_i$  est inférieure ou égale à la précédente  $e_{i-1}$  et inférieure ou égale à l'étendue suivante  $e_{i+1}$  (soit  $e_i \leq e_{i-1}$  et  $e_i \leq e_{i+1}$ ). La figure 2.10 de la page 65 illustre les deux cas où un cycle peut être extrait d'un signal temporel de contrainte.

Le cycle compté aura une étendue égale à la deuxième étendue considérée ( $e_{23}$ ) et les extrema (2 et 3) la définissant seront enlevés de la séquence. Cette opération est répétée en repartant du premier point de la séquence ainsi réduite et, ce, jusqu'à ce que l'on ne puisse plus extraire de points.

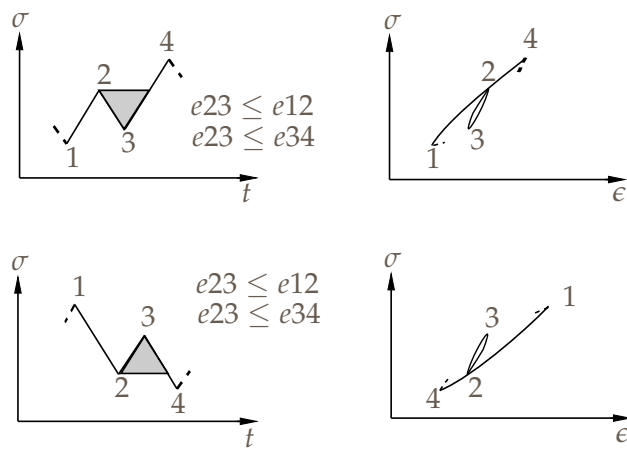


FIGURE 2.10 – Principe du comptage Rainflow

Le nombre de points restant à la fin du comptage (résidu) est traité par duplication : les deux mêmes résidus sont juxtaposés et raccordés à l'aide d'une transition artificielle. Sur ce double résidu un comptage de cycles est à nouveau effectué. Les cycles extraits de la totalité de la séquence proviennent des deux comptages (séquence d'origine et résidu).

## Courbe de Basquin

Dans la méthode, on se base sur une courbe de Basquin pour calculer le dommage de chaque cycle. La courbe de Basquin est une courbe (Contrainte, Nombre de cycle)  $(\sigma, N)$  comme la courbe de Wöhler dont elle est une modélisation. La courbe de Basquin représente bien l'adaptation élastique de la structure qui est sollicitée en effort plutôt qu'en déplacement. De plus, les courbes de Basquin ne présentent pas de limite d'endurance. Cela est plus représentatif du comportement des métaux sous sollicitations aléatoires.

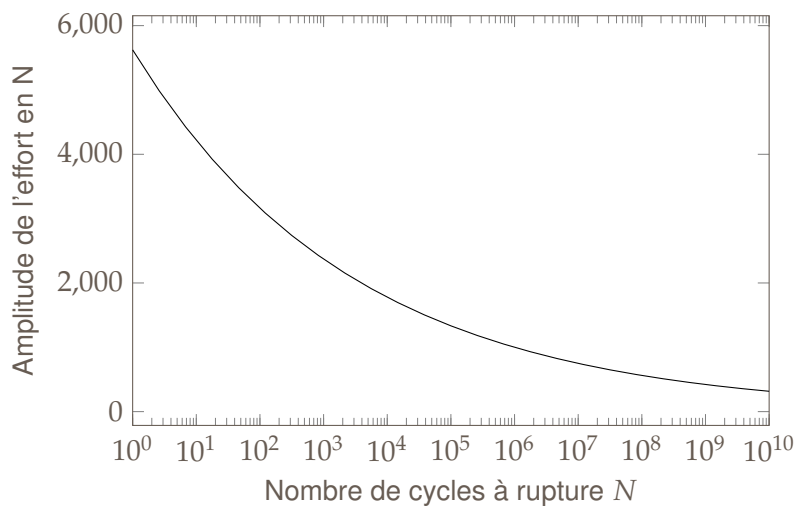


FIGURE 2.11 – Courbe de BASQUIN en effort avec  $N_e = 10^6$ ,  $m = 8$  et  $F_0 = 1000$

Ici, on traite de sollicitations et non de contraintes, mais, avec l'hypothèse de proportionnalité  $\sigma_a = k \cdot F_a$ , on peut utiliser la modélisation de type Basquin de la durée de vie en fatigue. Une expression de la courbe de Basquin en sollicitation avec une limite d'endurance à  $N_e$  cycles est la suivante :

$$N = N_e \cdot \left( \frac{F_0}{F_a} \right)^m \quad \text{avec } m \text{ paramètre du matériau} \quad (2.68)$$

Cette expression permet de calculer le nombre de cycles à rupture  $N$  pour une sollicitation d'amplitude  $F_a$ . Ici,  $F_0$  n'est pas connue à priori car c'est la valeur de la sollicitation équivalente qu'il nous faut trouver.

La figure 2.11 de la page 65 est une courbe de Basquin en effort. Les valeurs de  $m$  et de  $N_e$  sont des valeurs classiques pour les aciers.

### Prise en compte de la valeur moyenne

Pour pouvoir réaliser les étapes suivantes de la méthode, on doit transformer les cycles à valeur moyenne non nulle ( $F_a, F_m$ ) en cycles à valeur moyenne nulle  $F'_a$  induisant le même dommage.

Pour cela, on utilise généralement la parabole de Gerber qui permet de transformer un couple  $(\sigma_a, \sigma_m)$  en un  $\sigma'_a$  équivalent si  $|\sigma_m| \leq \sigma_d$  avec  $\sigma_d$  la limite d'endurance du matériau. Cela nous donne l'équation suivante :

$$\sigma'_a = \frac{\sigma_a}{1 - \left(\frac{\sigma_m}{R_m}\right)^2} \quad (2.69)$$

Or, il faut retranscrire cette équation en sollicitation et non en contrainte. Ainsi, on obtient l'équation suivante :

$$F'_a = \frac{F_a}{1 - \left(\frac{F_m}{K \cdot F_0}\right)^2} \text{ avec } \begin{cases} K = \frac{R_m}{\sigma_d} \text{ paramètre du matériau, généralement } K = 0.45 \\ R_m \text{ étant la contrainte à rupture} \end{cases} \quad (2.70)$$

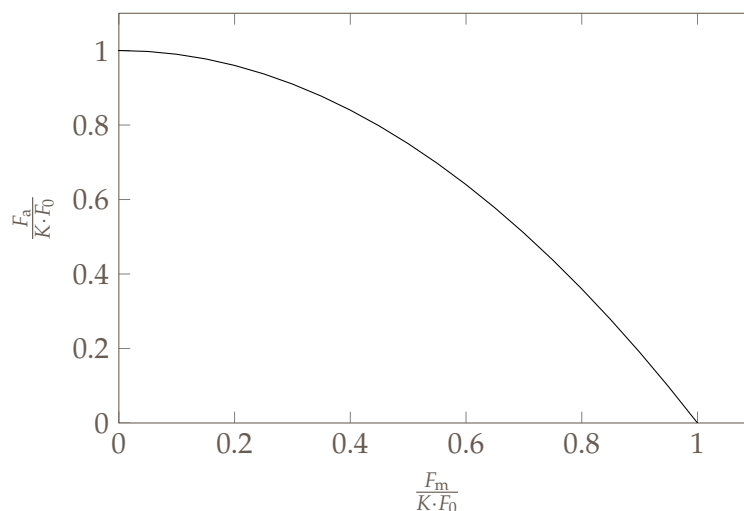


FIGURE 2.12 – Parabole de GERBER

La figure 2.12 de la page 66 est la représentation d'une parabole de Gerber en effort.

### Cumul du dommage

On souhaite ensuite calculer le dommage résultant de la sollicitation temporelle. Pour cela, on va cumuler les dommages relatifs à chaque cycle et on utilise une loi de cumul de dommage. Dans le domaine de « l'équivalent fatigue », tous les auteurs utilisent la loi de Palmgren-Miner. On peut noter que d'autres lois de cumul de dommage existent, comme celle de Lemaitre-Chaboche, mais aucun auteur ne les utilise. En effet, la simplicité de la loi de Palmgren-Miner permet d'avoir des temps de calcul plus raisonnables.

Benabes [7] fait un état de l'art de ces méthodes dans son mémoire de thèse. Fatemi [18] fait une revue bibliographique très complète des lois de cumul de dommage. La loi de Palmgrem-Miner [38] s'exprime comme suit :

$$D_i = \frac{n_i}{N_i} \quad (2.71)$$

$D_i$  est le dommage induit par  $n_i$  cycles caractérisés par un nombre de cycles à rupture  $N_i$ . Ainsi, le dommage total induit par tous les cycles de la séquence temporelle est :

$$D = \sum_i D_i = \sum_i \frac{n_i}{N_i} \quad (2.72)$$

### Calcul de la sollicitation équivalente

Nous avons obtenu une expression du dommage induit par tous les cycles de la séquence temporelle. Il y a amorçage pour la structure pour laquelle les sollicitations induisent un dommage unitaire, soit  $D = 1$ . Ainsi, il faut trouver  $F_0$  tel que le dommage induit par  $N_e$  cycles d'amplitude  $F_0$  soit unitaire soit :

$$D = \sum_i \frac{n_i}{N_i} = 1 \quad (2.73)$$

La figure 2.13 de la page 67 illustre le spectre de chargement représenté par des blocs et le calcul de  $F_0$ .

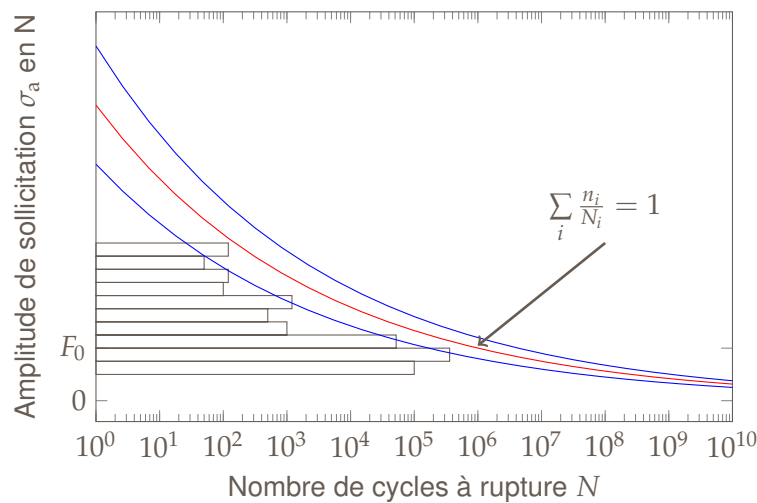


FIGURE 2.13 – Recherche de l'effort équivalent  $F_0$

La démarche complète de la méthode est disponible dans l'article de Thomas et Bignonnet [54].

## 2.4.2 | La méthode contrainte-résistance

### Généralités

La méthode « Contrainte-Résistance » est une méthode de conception fiabiliste développée dans l'industrie automobile. Bignonnet [10] en fait l'état de l'art dans le domaine automobile et Julan [28] replace la méthode dans le cas de la roue ferroviaire.

Il existe deux approches dans la méthode « Contrainte-Résistance », les deux approches seront développées ici :

- ◆ Une approche en conception : Ce volet de la méthode est un outil intéressant pour la conception de pièces car elle permet de connaître les points critiques vis à vis d'un usage défini par un ensemble d'équivalent fatigue sur la structure au stade du dimensionnement. On déduit de cette approche une force de référence qui sera appliquée numériquement à cette structure afin de permettre des modifications sur la maquette numérique. Ce volet permet donc de concevoir la structure au plus juste vis à vis d'un usage défini.
- ◆ Une approche en validation : Une fois la pièce produite et testée sur banc, à partir des résultats sur la résistance de cette pièce à la fatigue, on peut vérifier que la probabilité de défaillance de celle-ci respecte les objectifs.

Quelle que soit l'approche choisie, il faut, pour utiliser la méthode, connaître les sollicitations aléatoires temporelles que subit la pièce  $F(t)$ . Différents usages de la pièce sont ensuite simulés, à chaque usage est associé une sollicitation équivalente calculée pour un cycle de vie du point de vue de la fatigue. On obtient ainsi une distribution des sollicitations que l'on va modéliser par une loi normale. Ainsi, la distribution des sollicitations ainsi modélisée est une loi normale avec pour paramètres la moyenne  $\mu_c$  et l'écart-type  $\sigma_c$  de l'ensemble des efforts équivalents calculés pour un cycle de vie.

Après la construction de la distribution des sollicitations, une force de référence, qui représente une sollicitation telle qu'il existe un certain risque  $R1$  que les forces supérieures à celle-ci soient plus sévères, est calculée. Ce risque  $R1$  est défini soit par une norme, soit par le concepteur de la pièce. C'est donc cette force qui sera par la suite appliquée sur la pièce pour effectuer des calculs numériques.

On illustre la démarche de la méthode sur la figure 2.14 page 68.

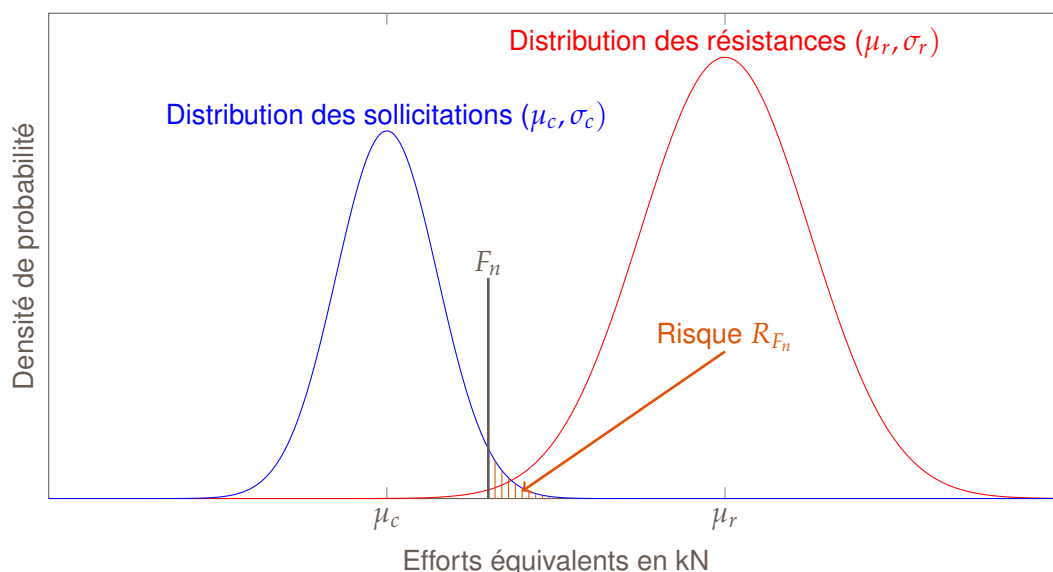


FIGURE 2.14 – Illustration de la méthode « Contrainte-Résistance »

## Approche en conception

Le but de l'approche en conception est de pouvoir spécifier la résistance d'une roue afin de garantir une probabilité de rupture cible.

On commence par construire la distribution des résistances. Pour cela, il faut connaître les éléments suivants :

- ◆ La probabilité de défaillance  $P_f$  souhaitée,
- ◆ La dispersion relative  $q = \frac{\mu_r}{\sigma_r}$  caractéristique du procédé (donnée métier),
- ◆ La distribution des sollicitations modélisée par une loi normale  $(\sigma_c, \mu_c)$  (issue de « l'équivalent fatigue »).
- ◆ Le risque de dépassement  $R_{F_n}$  des contraintes vis à vis de la valeur  $F_n$ .

La probabilité de défaillance de la pièce, c'est-à-dire le risque que la résistance soit inférieure à la sollicitation est fixée par le concepteur et se calcule de la façon suivante :

$$p_f = \int_{-\infty}^{-\frac{\mu_z}{\sigma_z}} \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{\left(-\frac{t^2}{2}\right)} \cdot dt \quad (2.74)$$

Avec :  $\mu_z = \mu_r - \mu_c$   
 $\sigma_z = \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_c^2}$

On calcule donc, avec ces 3 équations et la définition de  $q$ , les valeurs de  $\mu_r$  et  $\sigma_r$  ce qui définit la loi normale de distribution des résistances en conception.

De plus, la valeur de  $F_n$  l'effort de référence peut se calculer en choisissant un risque  $R_{F_n}$  (une valeur classique dans l'automobile est  $R_{F_n} = 10^{-4}$ ) de dépassement de la contrainte vis à vis de la valeur de  $F_n$  :

$$R_{F_n} = \int_{F_n}^{\infty} \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{\left(-\frac{t-\mu}{\sigma^2}\right)} \cdot dt \quad (2.75)$$

Une fois cette valeur calculée à l'aide la définition on définit, à l'aide d'écart types, la distance entre  $F_n$  et les deux moyennes de distributions à l'aide des valeurs  $\alpha$  et  $\beta$ .

$$\begin{aligned} F_n &= \mu_r - \beta \cdot \sigma_r \\ F_n &= \mu_c + \alpha \cdot \sigma_c \end{aligned} \quad (2.76)$$

On utilisera ensuite ce nombre d'écart types dans le calcul de la valeur limite du critère de fatigue. On calcule numériquement, le trajet de chargement en contrainte avec  $F_n$  comme sollicitation cyclique sur la pièce. Avec ce trajet et en utilisant le critère de fatigue que l'on veut (Dang Van ou Goodman par exemple), on peut trouver les points les plus critiques (ceux où le coefficient de danger est maximal) ainsi que la marge de sécurité en fatigue (coefficient de danger maximal sur la structure).

La connaissance de ces données, issues de la méthode « Contrainte-Résistance » en conception, permet ainsi, au stade de prédimensionnement de la structure, de chercher la meilleure géométrie correspondant à l'usage, ce qui rend la démarche très intéressante pour les industriels.

## Approche en validation

Le but de l'approche en validation est de vérifier, à posteriori, la probabilité de défaillance de la structure et de la comparer à la probabilité de défaillance cible. Pour cela, on se donne les valeurs suivantes :

- ◆ La probabilité de défaillance  $P_f$  souhaitée,
- ◆ La distribution des sollicitations modélisée par une loi normale  $(\sigma_c, \mu_c)$ , issue de « l'équivalent fatigue »,
- ◆ Les données d'essais réalisés sur la structure qui définissent une distribution de résistance  $(m_r, s_r)$ .

Pour obtenir des données d'essais exploitables, il faut tester au banc  $N$  exemplaires de la structure jusqu'à rupture. Ces données d'essai définissent une distribution de sollicitation qu'il faut modéliser par une loi normale.

Avec les essais effectués sur banc, on obtient des valeurs de moyenne  $m_r$  et de dispersion  $s_r$ . Cependant, il faut un nombre de pièces  $N$  suffisants pour prendre en compte ces valeurs. Pour  $N = 8$ , on admet que  $\sigma_r = m_r$ . Cependant l'écart-type doit être modifié par  $\chi^2$  avec  $\sigma_r = s_r \cdot \sqrt{\frac{N-1}{\chi^2}}$ . Dans le cas où  $N$  tend vers l'infini,  $\sigma_r = s_r$ .

On peut calculer la valeur de la  $P_f$ , la probabilité de défaillance issue des essais, avec les équations 2.74 page 69. La valeur ainsi calculée doit être comparée à la valeur cible afin de valider la conception, à posteriori. Si  $P_f$  est plus faible que la valeur cible alors la pièce est validée. Cependant, on se doit d'adapter le procédé afin d'avoir une valeur de  $P_f$  la plus proche possible de la valeur cible sans jamais la dépasser.

## 2.5 | Méthode d'équivalence de Genet

Dans cette partie on s'intéresse aux travaux de Genet [22] qui propose une méthode de recherche de sollicitation équivalente, à partir de plusieurs paramètres définissant la sollicitation. Cette méthode basée sur celle de l'équivalence fatigue prend en compte plusieurs chargements variables. Aussi, dans le cadre de notre étude où deux chargements variables sont appliqués à la roue, on se propose d'étudier cette technique.

### 2.5.1 | Méthode d'équivalence uniaxiale

L'auteur propose de généraliser la méthode d'équivalence par une méthode multi-paramètres avec les mêmes hypothèses l'uniaxialité du champ de contrainte. Les paramètres d'entrée bien qu'indépendants seront donc, dans notre cas, synthétisés par un paramètre global basé sur une contrainte uni-axiale.

## Hypothèses

### Uniaxialité du champ de contrainte

Le champ de contrainte est uniaxial (une seule contrainte principale, sans rotation de contrainte).

On décrit le chargement multi-paramètre avec un vecteur  $\lambda$  :

$$\lambda = \begin{pmatrix} \lambda_{1,i}(t) \\ \vdots \\ \lambda_{j,i}(t) \\ \vdots \\ \lambda_{N,i}(t) \end{pmatrix} \quad (2.77)$$

En tout point de la structure le chargement génère un trajet de contrainte uniaxial  $\sigma(t)$ . Le lien entre la sollicitation multi-paramètre et ce trajet est la localisation.

On définit en tout point  $\underline{x}$  les liens entre la contrainte  $\sigma$  et le chargement  $\lambda$  :

$$\sigma(\underline{x}, \lambda(t)) = \lambda(t) \cdot \Lambda(\underline{x}) \quad (2.78)$$

On exprime le produit scalaire  $\cdot$  :

$$\sigma(\underline{x}, \lambda(t)) = K(\underline{x}) \cdot \sum \lambda^*(t) \quad (2.79)$$

$K$  représente la norme de la contrainte et  $\lambda^*(t)$  représente le vecteur de sollicitation normalisé qui décrit la participation de chaque sollicitation dans la contrainte :

$$\lambda^*(\underline{x}, t) = \begin{pmatrix} a_1(\underline{x}) \cdot \lambda_{1,i}(t) \\ \vdots \\ a_i(\underline{x}) \cdot \lambda_{j,i}(t) \\ \vdots \\ a_N(\underline{x}) \cdot \lambda_{N,i}(t) \end{pmatrix} \quad \text{avec} \quad \sum_i (a_j(\underline{x}))^2 = 1 \quad (2.80)$$



## Comptage des cycles

On considère que l'on peut extraire  $N_c$  cycles endommageants dans ce chargement temporel. Pour réaliser ce comptage des cycles endommageants, on utilise un comptage Rainflow sur la somme des composantes du vecteur de sollicitation normalisé  $\lambda^*$ , somme qui est proportionnelle à la contrainte.

$$\sum_i \lambda_i^*(\underline{x}, t) = \frac{\sigma(\underline{x}, \lambda, t)}{K(\underline{x})} \quad (2.81)$$

L'information de la géométrie est prise en compte via les coefficients  $a(\underline{x})_i$  et l'intensité de  $K(\underline{x})$ . On réalise le comptage Rainflow sur la variable  $\sum \lambda^*(t)$ . On en extrait, pour les  $M$  cycles extraits, l'étendue et la valeur moyenne au cours du cycle. On remarque que le comptage n'est pas unique. Il convient de le réaliser en tous points.

$$\underline{Rainflow}(\lambda^*(\underline{x}, t)) = \begin{pmatrix} \lambda_{a,1}^* & \lambda_{m,1}^* \\ \vdots & \vdots \\ \lambda_{a,i}^* & \lambda_{m,i}^* \\ \vdots & \vdots \\ \lambda_{a,N_c}^* & \lambda_{m,N_c}^* \end{pmatrix} \quad (2.82)$$

## Modèle de fatigue

### Calcul de la durée de vie

Dans le cas présent, au vu de l'uniaxialité du champ de contrainte, on peut utiliser la loi de Basquin pour la modélisation de la durée de vie. Genet exprime la modélisation de Basquin en contrainte ainsi :

$$N = B \cdot \sigma_a^{-\beta} \quad (2.83)$$

Présenté sous forme de sollicitation cela revient à utiliser la modélisation suivante :

$$N_i = \frac{B}{K^\beta} \cdot \frac{1}{(\lambda_{a,i}^*)^\beta} \quad (2.84)$$

### Correction de la valeur moyenne

On peut évidemment corriger les cycles à valeur moyenne non nulle en les remplaçant par des cycles équivalents à moyenne nulle via l'utilisation de la parabole de Gerber.

$$\lambda_{a',i}^* = \frac{\lambda_{a,i}^*}{1 - \left(\frac{\lambda_{m,i}^*}{k \cdot \lambda_0}\right)^2} \text{ avec } \begin{cases} k = \frac{R_m}{\sigma_d} \text{ paramètre du matériau, généralement } k = 0.45 \\ R_m \text{ étant la contrainte à rupture} \end{cases} \quad (2.85)$$

### Calcul du dommage

Pour calculer et cumuler les dommages induits par les cycles, on utilise la loi de cumul de dommage de Palmgren-Miner :

$$D = \sum_i D_i = \sum_i \frac{1}{N_i}$$

$$D(\underline{x}, \lambda) = \frac{K^\beta}{B} \cdot \sum_i (\lambda_{a,i}^*)^\beta \quad (2.86)$$

## Sollicitations équivalentes

Soit  $\lambda_e$  et  $\lambda_e^*$  les vecteurs de sollicitation et de sollicitation normalisé équivalents.

$$D(\underline{x}, \lambda^{eq}) = \frac{K^\beta}{B} \cdot \sum_i (\lambda^{*eq})^\beta \quad (2.87)$$

## Équivalence

### Recherche de l'équivalence

Pour obtenir une équivalence il faut pour tout  $\underline{x}$  :  $D(\underline{x}, \lambda^e) = D(\underline{x}, \lambda)$ .

Cela revient à l'expression suivante :

$$\forall \underline{x} \left\{ \sum_i (\lambda^{*e})^\beta = \sum_i (\lambda_{a,i}^*)^\beta \right\} \quad (2.88)$$

En pratique on cherche  $\lambda^{*e}$  comme le meilleur équivalent sur un espace de structure  $\Lambda$  à l'aide d'une minimisation :

$$\lambda^{eq} = \underset{(\theta \in \Theta)}{\operatorname{argmin}} \left( \int_{\Lambda} \left( \sum_i (\theta)^\beta - \sum_i (\lambda_{a,i}^*)^\beta \right)^2 \cdot \frac{dS}{S(\Lambda)} \right) \quad (2.89)$$

On note  $\Theta$ , l'espace de recherche des solutions. Cet espace doit être défini par l'utilisateur. D'après Genet,  $\Lambda$  est l'ensemble des  $a_i(\underline{x})$  qui vérifient  $\sum_i (a_i(\underline{x}))^2 = 1$ . En guise d'exemple, on prendra pour cette structure  $K = 1$  (cette variable n'influe pas sur le calcul de l'équivalence). On présentera plus tard la méthodologie des choix de l'espace suivant le but recherché lors du calcul d'équivalence. On cherche ici le meilleur équivalent en moyenne sur cet espace. La dépendance à la structure via  $a_i(\underline{x})$  intervient pour le comptage Rainflow sur les sollicitations et dans le calcul du dommage. L'objet de l'intégrale est de valider la minimisation de l'écart pour toute structure.

## Illustration par la pratique des calculs d'équivalence Multi-entrée

### Formulation d'un problème bi-entrée pour un point

Soit  $\lambda(t)$  le vecteur de sollicitation :

$$\lambda(t) = \begin{pmatrix} \lambda_1(t) \\ \lambda_2(t) \end{pmatrix} \quad (2.90)$$

Soit le vecteur de sollicitation normalisé  $\lambda^*(t)$  en  $A_c$  tel que :

$$\lambda^*(t) = \begin{pmatrix} a_1 \cdot \lambda_1(t) \\ a_2 \cdot \lambda_2(t) \end{pmatrix} \text{ avec } (a_1 + a_2)^2 = 1 \quad (2.91)$$

On note la contrainte :

$$\sigma(\lambda, t) = k_1 \cdot \lambda_1(t) + k_2 \cdot \lambda_2(t) = K \cdot (\lambda_1^*(t) + \lambda_2^*(t)) \quad (2.92)$$

On cumule le dommage :

$$D(\lambda) = \frac{K^\beta}{B} \cdot \sum_i (\lambda_{a,i}^*)^\beta \quad (2.93)$$

Définissons le vecteur de sollicitation équivalent suivant en guise d'exemple :

$$\lambda(t) = \begin{pmatrix} \lambda_1^e(t) = A_1 \cdot \sin(\omega_1 \cdot t + \phi_1) + B_1 \\ \lambda_2^e(t) = A_2 \cdot \sin(\omega_2 \cdot t + \phi_2) + B_2 \end{pmatrix} \quad (2.94)$$

Pour ne pas surcontraindre le problème on va considérer :

$$\begin{aligned} \omega_1 = \omega_2 = \omega \\ B_1 = B_2 = 0 \\ \phi_1 = 0 \end{aligned} \quad \text{Soit } \lambda(t) = \begin{pmatrix} \lambda_1^e(t) = A_1 \cdot \sin(\omega \cdot t) \\ \lambda_2^e(t) = A_2 \cdot \sin(\omega \cdot t + \phi_2) \end{pmatrix} \quad (2.95)$$

Définissons le vecteur de sollicitation normalisé équivalent :

$$\lambda^{*e}(t) = \begin{pmatrix} a_1 \cdot \lambda_1^e(t) \\ a_2 \cdot \lambda_2^e(t) \end{pmatrix} \text{ avec } (a_1 + a_2)^2 = 1 \quad (2.96)$$

On peut donc exprimer le dommage induit par les sollicitations équivalentes :

$$D(\lambda^e) = \frac{C^\beta}{B} \cdot \sum_i (\lambda_{a,i}^{*e})^\beta \quad (2.97)$$

En pratique on réalise donc l'opération de minimisation suivante pour trouver le vecteur sollicitation normalisé équivalent :

$$\lambda^{*e} = \underset{(\theta \in \Theta)}{\operatorname{argmin}} \left( \int_{\|a\|} \left( \sum_i (\theta)^\beta - \sum_i (\lambda_{a,i}^*)^\beta \right)^2 \cdot dS \right) \quad (2.98)$$

## 2.5.2 | Méthode de Genet (2006), basée sur le critère de Morel

L'approche d'équivalence fatigue multi-entrée développée par Genet est basée sur le critère multiaxial de Morel. L'approche de Morel est basée sur un passage macro-méso proposé par Dang Van et développé par Papadopoulos.

## Calcul du dommage selon Morel

La méthode de Morel a été explicité précédemment 2.2.2. Le nombre de cycle à rupture pour un cycle de fatigue (Rainflow) en amplitude variable avec  $(x)_+$  la partie positive de  $x$  :

$$N_i = \frac{4 \cdot q \cdot \tau_{lim}}{(\tau_{ri} - 2 \cdot \tau_{lim})_+}$$

$$N = \frac{4 \cdot q \cdot \tau_{lim}}{\sum_i (\tau_{ri} - 2 \cdot \tau_{lim})_+} \quad (2.99)$$

$\tau_{ri}$  est la valeur pic à pic de la cission macroscopique résolue,  $\tau_{lim}$  est la limite d'élasticité à l'échelle du grain. Définissons le dommage  $D$  :

$$D_i = \frac{(\tau_{ri} - 2 \cdot \tau_{lim})_+}{4 \cdot q \cdot \tau_{lim}}$$

$$D = \frac{\sum_i (\tau_{ri} - 2 \cdot \tau_{lim})_+}{4 \cdot q \cdot \tau_{lim}} \quad (2.100)$$

Il faut noter que  $\tau_{lim}$  est une fonction du chargement et de paramètre du matériau.

## Calcul du dommage à partir des efforts

Genet propose la méthode suivante pour exprimer la cission résolue en fonction de  $N$  sollicitations :

$$\tau_i(\underline{x}, \lambda) = K(\underline{x}) \cdot \lambda^* = K(\underline{x}) \cdot \sum_{i=1}^N a_i \cdot \lambda_i$$

$$\sum_{i=1}^N [a_i(\underline{x})]^2 \text{ and } K(\underline{x}) > 0 \quad (2.101)$$

On précise que ceci est valable dans le cadre des contraintes proportionnelles soit sans rotation de contrainte, ce qui est une hypothèse très forte et souvent non vérifiée dans la plupart des cas. On définit le dommage à partir du vecteur de dommage normalisé comme suit à partir de la valeur pic à pic de la cission macroscopique résolue :

$$D(\underline{x}, \lambda) = \frac{1}{4 \cdot q \cdot \tau_{lim}(\underline{x}, \lambda)} \left[ \sum_{i=1}^N (\tau_{ri}(\underline{x}, \lambda) - 2 \cdot \tau_{lim}(\underline{x}, \lambda))_+ \right]$$

$$\text{où } x_+ = \begin{cases} x & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x \leq 0 \end{cases} \quad (2.102)$$

On l'exprime en fonction de  $\lambda_{ri}^* = 2 \cdot \lambda_i^*$ , le double de la norme du vecteur de sollicitation normalisé :

$$D(\underline{x}, \lambda) = \frac{1}{4 \cdot q \cdot \tau_{lim}(\underline{x}, \lambda)} \left[ \sum_{i=1}^N (K(\underline{x}) \cdot \lambda_{ri}^*(\underline{x}, \lambda) - 2 \cdot \tau_{lim}(\underline{x}, \lambda))_+ \right]$$

$$D(\underline{x}, \lambda) = \frac{K(\underline{x})}{4 \cdot q \cdot \tau_{lim}(\underline{x}, \lambda)} \left[ \sum_{i=1}^N \left( \lambda_{ri}^*(\underline{x}, \lambda) - \frac{2 \cdot \tau_{lim}(\underline{x}, \lambda)}{K(\underline{x})} \right)_+ \right] \quad (2.103)$$

On définit la variable  $T(\underline{x}, \lambda)$  qui représente la valeur limite d'élasticité en efforts et on exprime le dommage comme suit :

$$T(\underline{x}, \lambda) = 2 \cdot \frac{\tau_{\text{lim}}(\underline{x}, \lambda)}{K(\underline{x})}$$

$$D(\underline{x}, \lambda) = \frac{1}{2 \cdot q \cdot T(\underline{x}, \lambda)} \left[ \sum_{i=1}^N (\lambda_{ri}^*(\underline{x}, \lambda) - T(\underline{x}, \lambda))_+ \right] \quad (2.104)$$

## Équivalence fatigue

L'équivalence du dommage à partir des efforts s'exprime ainsi :

$$\frac{1}{2 \cdot q \cdot T(\underline{x}, \lambda^e)} \left[ \sum_{i=1}^N (\lambda_{ri}^{e*}(\underline{x}, \lambda^e) - T(\underline{x}, \lambda^e))_+ \right] = \frac{1}{2 \cdot q \cdot T(\underline{x}, \lambda)} \left[ \sum_{i=1}^N (\lambda_{ri}^*(\underline{x}, \lambda) - T(\underline{x}, \lambda))_+ \right] \quad (2.105)$$

Genet montre que  $T(\underline{x}, \lambda)$  dépend seulement de la valeur moyenne du chargement et de la géométrie, ainsi on peut en déduire que cette variable ne dépend pas de la forme du chargement et que, si il y a équivalence :

$$T(\underline{x}, \lambda^e) = T(\underline{x}, \lambda) = T(\underline{x}) \quad (2.106)$$

Ainsi l'équivalence du dommage s'exprime plus simplement :

$$\sum_{i=1}^N (\lambda_{ri}^{e*}(\underline{x}, \lambda^e) - T(\underline{x}))_+ = \sum_{i=1}^N (\lambda_{ri}^*(\underline{x}, \lambda) - T(\underline{x}))_+ \quad (2.107)$$

On trouve  $\lambda^e$  en minimisant l'écart en dommage avec le chargement réel :

$$\lambda^{*e} = \underset{(\theta \in \Theta)}{\operatorname{argmin}} \left( \int_{\Lambda} \left( \sum_{i=1}^N (\lambda_{ri}^{e*}(\underline{x}, \lambda^e) - T(\underline{x}))_+ - \sum_{i=1}^N (\lambda_{ri}^*(\underline{x}, \lambda) - T(\underline{x}))_+ \right)^2 \cdot dS \right) \quad (2.108)$$

A ce stade,  $T(\underline{x})$  dépend des sollicitations et du point.

## Structure optimale

Genet propose de calculer la variable  $T(\underline{x})$  dans le cadre de la structure optimale. On considère que dans ce cas, le dommage associé à ce signal est de 1. Cela a pour but de calculer  $T(\underline{x})$  pour toute orientation de l'espace des structures  $\Lambda$ . C'est l'hypothèse des structures optimales. Pour chaque structure représentée par ses  $a_i$ , on obtient la valeur de  $T(\underline{x})$  correspondante.

Pour chaque vecteur  $\underline{a}$  et donc point  $\underline{x}$ , on calcule ainsi  $T(\underline{x})$  avec l'expression suivante :

$$\frac{1}{2 \cdot q \cdot T(\underline{x})} \left[ \sum_{i=1}^N (\lambda_{ri}^*(\underline{x}, \lambda) - T(\underline{x}))_+ \right] = 1 \quad (2.109)$$

## Conclusion

Ce chapitre bibliographique a permis de mettre en avant les méthodes de calcul de la durée de vie et du dommage ainsi que les méthodes de prise en compte des chargements variables dans l'étude des criticités d'une structure soumise à la fatigue. Les méthodes capables de considérer des chargements d'amplitude variables ont notamment été présentées car adaptées au cas de la roue ferroviaire. On note aussi que tous les critères ne sont pas à même de prévoir la criticité dans le cas de trajets déphasés, trajets qui ont été observés sur certains points des roues de l'étude.

Les méthodes spectrales ont ensuite été abordées car elles présentent des similarités avec nos objectifs (avec notamment la prise en compte d'un chargement variable pour le calcul du dommage).

Ce chapitre a permis de présenter la méthode de l'équivalence fatigue permettant d'estimer des chargements équivalents en dommage dans des cas simples. Associée à cette approche, la méthode contrainte résistance a été explicitée. Cette méthode permet une validation fiable des structures en considérant la variabilité d'une sollicitation et la variabilité de la résistance en fatigue. Ces deux approches bien qu'inadaptées en l'état au cas de la roue ferroviaire sont particulièrement intéressantes.

Dans notre étude, les méthodes spectrales ne seront pas utilisées. En effet on préférera adopter les méthodes basées sur l'équivalence fatigue dans l'objectif de définir des chargements équivalents simples pour la spécification et les essais accélérés à partir de la connaissance de la variabilité des chargements réels.



## 3 | Proposition d'une méthode d'équivalence en fatigue pour la roue ferroviaire

### Sommaire

<b>3.1   Démarche de travail retenue pour l'obtention des efforts équivalents</b>	79
<b>3.1.1   Idée générale de la méthode</b>	80
<b>3.1.2   Méthode d'équivalence</b>	81
<b>3.1.3   Méthode de calcul de la durée de vie dans le cas de la roue ferroviaire</b>	88
<b>3.2   Nouvelle campagne d'essais</b>	90
<b>3.2.1   Essais de traction</b>	90
<b>3.2.2   Essais de fatigue à amplitude constante</b>	90
<b>3.3   Comparaison et choix des critères pertinents pour l'étude</b>	98
<b>3.3.1   Comparaisons des critères à l'endurance limitée vis-à-vis des essais de fatigue sur l'acier ER7</b>	98
<b>3.3.2   Comparaisons des critères vis-à-vis de la littérature</b>	100

## Introduction

Dans ce chapitre, on présente la méthode de spécification et validation fiabiliste retenue dans notre étude, ainsi que le critère de fatigue étendu à l'endurance limitée adéquat (trajets multiaxiaux parfois déphasés) qui seront utilisés.

Afin de choisir et identifier les critères de fatigue pour l'acier ER7 pour différents états de surface, des essais de fatigue supplémentaires sont réalisés.

On réalisera notamment pour des trajets de contraintes multiaxiaux ainsi que pour des chargements d'amplitudes variables pour compléter les essais déjà réalisées. Ces essais permettront aussi d'estimer la valeur moyenne à rupture du dommage cummulé au sens de Miner.

### 3.1 | Démarche de travail retenue pour l'obtention des efforts équivalents

Dans cette partie, on présente la méthode de spécification et validation fiabiliste basée sur la connaissance de la variabilité des chargements réels et des caractéristiques probabilisées en fatigue du matériau retenu pour notre étude.

Les deux volets de la méthode permettent de calculer des chargements équivalent en fatigue dans le cadre de la roue ferroviaire ainsi que de valider une géométrie de roue. Un critère de fatigue étendu à l'endurance limitée pertinent pour notre étude (trajets multiaxiaux parfois déphasés) sera introduit.



### 3.1.1 | Idée générale de la méthode

#### Présentation

Les deux données d'entrée importantes de cette méthode sont la connaissance des chargements réels que subit une roue pendant sa durée de vie, ainsi que les caractéristiques du matériau en fatigue. On présente sur la figure 3.1 de la page 80 l'architecture de la méthode. La méthode est composée de deux volets.

- ◆ Le premier volet concerne la spécification. Il a pour but de mettre à disposition de SNCF un outil de spécification permettant de livrer aux constructeurs des chargements de spécification équivalents en fatigue aux chargements réels. L'objectif est d'avoir des roues plus performantes avec une sécurité maîtrisée en conception. Cette approche repose sur l'équivalence du dommage induit par l'usage réel de la roue et celui induit par le chargement d'équivalent de spécification.
- ◆ Le second volet est un outil d'estimation de la fiabilité des roues actuelles vis-à-vis de l'usage réel auquel elles sont soumises.

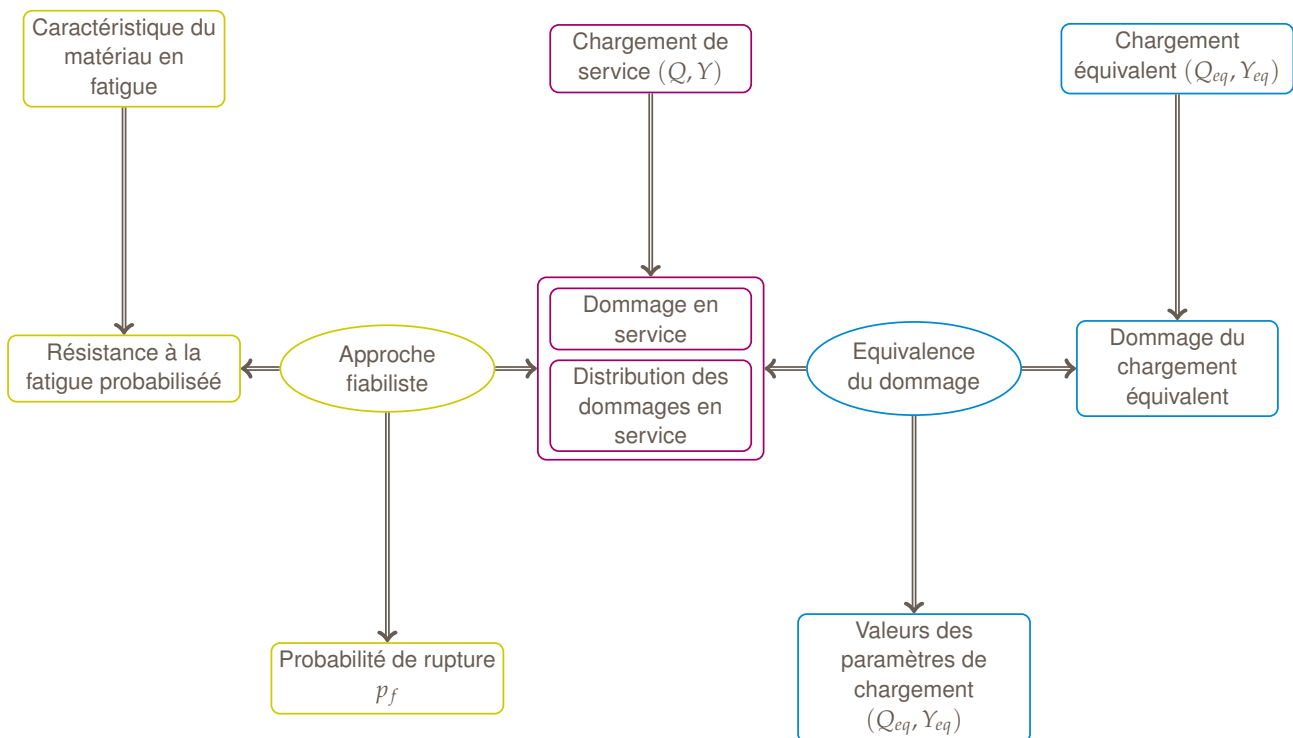


FIGURE 3.1 – Illustration de la méthode proposée

Cette méthode se doit de se munir d'une méthode de calcul de dommage adaptée à la prise en compte des chargements complexes avec faible déphasage (cf. partie 1.3.3, page 21).

#### Choix de la méthode

Cette méthode est à destination des industriels qui ont besoin d'outils simples, adaptés au contexte et robustes. Ainsi des choix ont été faits concernant la méthode :

- ◆ Les méthodes spectrales [12] (cf. partie 2.3, page 58) sont trop complexes au vu de nos objectifs, ainsi on se basera sur les méthodes dites d'équivalence fatigue.
- ◆ Le critère sera un critère multiaxial local performant et facilement utilisable par les industriels et l'ensemble des fournisseurs de SNCF. Toutefois, le choix précis du critère ne sera pas imposé dans la mesure où il peut dépendre des conditions d'utilisation de la roue.
- ◆ Le calcul de dommage sera basé sur l'extension à l'endurance limitée de ce critère.

### 3.1.2 | Méthode d'équivalence

On présente dans cette partie une extension au cas des chargements multi-paramètres de la méthode d'équivalence fatigue. On illustrera, ensuite, dans la partie suivante la méthode d'équivalence fatigue multi-paramètres adoptée.

#### Notations et hypothèses

Avant de commencer à calculer des équivalents fatigue, il faut formuler le problème mécanique multi-entrées. On va ainsi présenter les notations et hypothèses sur le chargement qui sont adaptées de celles proposées par Genet [22]. En revanche, contrairement à Genet qui fait l'hypothèse de la proportionnalité entre les composantes du tenseur des contraintes, on fera seulement l'hypothèse que les paramètres de sollicitations sont indépendants, sans faire d'hypothèse sur le champs de contrainte.

#### Espace des sollicitations

On considère une structure soumise à  $N$  sollicitations  $F_i(t)$ . On définit le vecteur de sollicitation  $\lambda(t)$  tel que :

$$\lambda(t) = \begin{pmatrix} F_1(t) \\ \vdots \\ F_i(t) \\ \vdots \\ F_N(t) \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

On définit l'espace des sollicitations comme l'espace des fonctions suivantes :

$$\mathcal{F}^N = \left\{ \lambda : \begin{array}{l} [0, T] \rightarrow \mathbb{R}^N \\ t \mapsto \lambda(t) \end{array} \right\} \quad (3.2)$$

Tout chargement qui s'applique sur la structure sera inclus dans cet espace. Ainsi, le chargement réel subi par la structure est un de ces chargements. Le chargement de spécification, équivalent en fatigue au chargement réel que l'on cherche à déterminer est aussi inclus dans cet espace.

#### Espace des contraintes et localisation

On introduit l'espace spatio-temporel des tenseurs de contrainte :

$$\mathcal{C} = \left\{ \underline{\underline{\sigma}} : \begin{array}{l} \Omega \times [0, T] \rightarrow \mathbb{R}^6 \\ (\underline{x}, t) \mapsto \underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}, t) \end{array} \right\} \quad (3.3)$$

Cet espace représente les trajets de contraintes. Il reste à faire le lien entre les contraintes et les sollicitations en tout point d'une structure. Pour cela, on introduit l'espace des fonctions de localisation. Chaque fonction  $\Lambda(\underline{x})$  représente un point de la structure.

$$\mathcal{L} = \left\{ \Lambda : \begin{array}{l} \Omega \rightarrow \mathbb{R}^6 \\ \underline{x} \mapsto \Lambda(\underline{x}) \end{array} \right\} \quad (3.4)$$

On définit en tout point  $\underline{x}$  les liens entre les contraintes  $\underline{\underline{\sigma}}$  et le chargement  $\lambda$  :

$$\underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}, t) = \lambda(t) \cdot \Lambda(\underline{x}) \quad (3.5)$$

Si deux points physiques ont la même réponse mécanique, il n'est pas nécessaire de considérer les deux points. C'est pour cela, que dans la suite, on ne traitera pas de points physiques de la structure mais de localisations.

## Critère de fatigue et endommagement

### Critère de fatigue

Une fois que l'on peut obtenir le trajet de contrainte pour toute localisation, on définit le critère de fatigue sous la forme d'une fonction  $f$  de  $\widetilde{\mathcal{F}} \times \mathbb{R}^p$  où  $\widetilde{\mathcal{F}}$  est l'espace des fonctions de  $[0, T]$  sur  $\mathbb{R}^6$  et de  $\sigma_e$  le vecteur contenant les  $p$  paramètres du matériau.

$$f : \left\{ \begin{array}{l} \widetilde{\mathcal{F}} \times \mathbb{R}^p \quad \rightarrow \quad \mathbb{R} \\ (\{t \in [0, T] \mapsto \underline{\sigma}(\underline{x}, t)\}, \sigma_e) \quad \mapsto \quad f(\underline{\sigma}(\underline{x}, t), \sigma_e) \end{array} \right. \quad (3.6)$$

La valeur de la fonction critère locale  $f$  nous renseigne sur l'état au point matériel soit :

$$\begin{aligned} f(\underline{\sigma}(\underline{x}, t), \sigma_e) \geq 0 & : \text{Initiation de fissure} \\ f(\underline{\sigma}(\underline{x}, t), \sigma_e) < 0 & : \text{Pas de fissures} \end{aligned} \quad (3.7)$$

On peut définir de manière relativement simple un champ scalaire sur l'espace de localisation  $\mathcal{S}$ , du chargement  $\mathcal{F}^N$  et  $\mathbb{R}^p$ , la fonction  $f$ , noté  $f(\Lambda, \lambda)$  :

$$f(\Lambda, \lambda) : \left\{ \begin{array}{l} \mathcal{S} \times \mathcal{F}^N \times \mathbb{R}^p \quad \rightarrow \quad \mathbb{R} \\ (\Lambda, \lambda, \sigma_e) \quad \mapsto \quad f(\underline{\sigma}(\Lambda, \lambda), \sigma_e) \end{array} \right. \quad (3.8)$$

### Endommagement

Définissons l'endommagement local  $d$  : le lien entre la fonction critère et l'endommagement est défini par l'équation suivante :

$$f(\underline{\sigma}) = 0 \Leftrightarrow d(\underline{\sigma}) = 1 \quad (3.9)$$

Les deux fonctions  $f$  et  $d$  sont étroitement liées. Si  $f$  augmente,  $d$  augmente. Il est courant que  $d$  soit explicitée à partir de la fonction  $f$ .

On définit  $d$  :

$$d(\Lambda, \lambda) : \left\{ \begin{array}{l} \mathcal{S} \times \mathcal{F}^N \times \mathbb{R}^p \quad \rightarrow \quad \mathbb{R} \\ (\Lambda, \lambda, \sigma_e) \quad \mapsto \quad d(\underline{\sigma}(\Lambda, \lambda), \sigma_e) \end{array} \right. \quad (3.10)$$

### Extension à la structure

Pour une structure définie par son espace de localisation  $\mathcal{S}$ , on vérifie la valeur de la fonction  $f$  pour toutes les localisations  $\Lambda$  soit le vecteur  $\underline{\Lambda}$ , mais on peut aussi définir une fonction  $D$  qui permette de vérifier la tenue en fatigue de toute la structure :

$$D : \left\{ \begin{array}{l} \mathcal{S}^n \times \mathcal{F}^N \times \mathbb{R}^p \quad \rightarrow \quad \mathbb{R} \\ (\underline{\Lambda}, \lambda, \sigma_e) \quad \mapsto \quad \max_{\underline{x} \in \Omega} [d(\underline{\sigma}(\Lambda, \lambda), \sigma_e)] \end{array} \right. \quad (3.11)$$

La fonction  $D$  est injective, mais pas surjective. En effet il peut exister plusieurs localisations de la structure qui maximisent le critère (il y a existence d'un point critique mais pas forcément unicité). On veut définir pour une structure l'ensemble des localisations critiques  $\mathcal{S}_c$  :

$$\mathcal{S}_c(\lambda, \sigma_e) = \{\Lambda \in \mathcal{S} / d(\underline{\sigma}(\Lambda, \lambda), \sigma_e) = D(\underline{\Lambda}, \lambda, \sigma_e)\} \quad (3.12)$$

On note que l'on peut aussi définir une fonction vectorielle du critère sur la structure avec le même formalisme que la fonction  $D$  pour le dommage sur la structure.

## Équivalence

On se propose de définir les concepts des différentes équivalences. On rappelle que le but est de trouver une sollicitation de l'espace des sollicitations  $\mathcal{F}^N$  qui est équivalente en fatigue à la sollicitation réelle subie par la structure. Notons la sollicitation réelle  $\lambda^r$ .

### Équivalence stricte

Définition de l'équivalence exacte : pour la structure réelle, les signaux de sollicitations  $\lambda$  et  $\lambda^{eq}$  endommagent de manière identique, en tout point. Cela revient à respecter l'équivalence en tout point :

$$\exists \lambda^{eq} \in \mathcal{F}^N / \forall \underline{x} \in \Omega, d(\Lambda, \lambda^r, \sigma_e) = d(\Lambda, \lambda^{eq}, \sigma_e) \quad (3.13)$$

### Équivalence suffisante

Définition de l'équivalence suffisante : pour la structure réelle, les signaux  $\lambda^r$  et  $\lambda^{eq}$  génèrent le même dommage maximal. Cela revient à respecter l'équivalence seulement sur les points critiques :

$$\exists \lambda^{eq} \in \mathcal{F}^N / D(\underline{\Lambda}, \lambda, \sigma_e) = D(\underline{\Lambda}, \lambda^{eq}, \sigma_e) \text{ et } \mathcal{S}_c(\lambda^r, \sigma_e) = \mathcal{S}_c(\lambda^{eq}, \sigma_e) \quad (3.14)$$

Mais il faut également vérifier que les points non critiques ne deviennent pas critiques, soit :

$$\forall \Lambda \in \mathcal{S}, d(\Lambda, \lambda^r, \sigma_e) \leq D(\underline{\Lambda}, \lambda^{eq}, \sigma_e) \quad (3.15)$$

## Recherche de l'équivalence

On se propose de trouver la meilleure sollicitation équivalente en fatigue à la sollicitation réelle  $\lambda^r$ . Pour cela, il faut chercher la sollicitation  $\lambda^{eq}$  qui minimise l'écart en dommage moyenné sur les points critiques. Cette sollicitation est choisie dans un sous espace de  $\mathcal{F}^N$  de sollicitations simples choisies à l'avance comme candidates à l'équivalence  $\mathcal{F}_e^N$ .

Pour cela, on propose la minimisation suivante :

$$\lambda^{eq} = \underset{(\lambda^e \in \mathcal{F}_e^N)}{\operatorname{argmin}} \left( \int_{\mathcal{S}_c} (d(\Lambda_c, \lambda^r, \sigma_e) - d(\Lambda_c, \lambda^e, \sigma_e))^2 \cdot dS \right) \quad (3.16)$$

Dans ce cas, il faut aussi vérifier qu'aucun point ne dépasse le dommage maximal. L'ensemble des localisations  $\Lambda_c$  est un sous-espace de  $\Lambda$ .

Il est aussi possible de réaliser l'opération sur l'espace complet des localisations :

$$\lambda^{eq} = \underset{(\lambda^e \in \mathcal{F}_e^N)}{\operatorname{argmin}} \left( \int_{\mathcal{S}} (d(\Lambda, \lambda^r, \sigma_e) - d(\Lambda, \lambda^e, \sigma_e))^2 \cdot dS \right) \quad (3.17)$$

Le choix de l'espace  $\mathcal{F}_e^N$  est libre. Il permet de rechercher comme candidats à l'équivalence seulement des chargements simples. Le choix est complexe car, plus l'espace est réduit, plus l'écart moyen augmente.

## Localisation

Dans la suite, on cherche à expliciter la localisation et comment elle intervient dans le calcul du dommage. Pour cela, il est important d'expliciter une loi de dommage. Pour cela on se place dans des cas simples.

### Exemple de l'équivalence à 1 paramètre

Dans l'équivalence 1D ([54]), on suppose un état de contrainte uniaxial sans rotation de contrainte. Une seule sollicitation  $\lambda(t)$  de norme et de direction constante est considérée. On écrit le tenseur des contraintes tel que :

$$\underline{\underline{\sigma}}(\Lambda, \lambda) = \lambda(t) \cdot K(\Lambda) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

Dans ce cas, l'espace  $\mathcal{S}$  se réduit à l'espace des réels positifs et l'unique paramètre est le scalaire  $K(\Lambda)$  noté par la suite  $K$ . On exprime donc directement le dommage en fonction de  $K$ . Ici on prend comme modèle :

- Un critère uniaxial de fatigue basé sur l'amplitude de contrainte  $\sigma_a$ ,
- Une loi de durée de vie de Basquin définie par les paramètres  $N_e$ ,  $m$  et  $\sigma_d$  ou  $m$  représente la pente de la loi et  $\sigma_d$  la limite de fatigue à  $N_e$  cycles,

$$d(\Lambda, \lambda) = \frac{1}{N_e} \cdot \left( \frac{K \cdot \sigma_a}{\sigma_d} \right)^m \quad (3.19)$$

$\sigma_e$ , représente l'ensemble des constantes :  $N_e$ ,  $\sigma_d$  et  $m$ . C'est un modèle de Goodman étendu avec une loi puissance (paramètres  $m$  et  $N_e$ ), la fonction  $f$  est la suivante :

$$f(\Lambda, \lambda) = \frac{\sigma_a - \sigma_d}{\sigma_d} \quad (3.20)$$

Dans ce cas, l'équivalence stricte peut être atteinte et donc, par extension, l'équivalence suffisante. Donc, on peut classer les localisations selon leur endommagement, soit selon leur valeur de  $K$ .

$$\Lambda_c = \operatorname{argmin}_{(\Lambda \in \mathcal{S})} \max d(\Lambda, \lambda) \quad (3.21)$$

$\Lambda_c$  est donc la localisation avec  $K = K_{\max}$ . Il y a existence et unicité de  $\Lambda_c$  dans une structure non triviale. Si l'on prend en compte la contrainte moyenne (par exemple avec la loi de Gerber), on remarque que le problème reste uni-paramètre.

Ainsi, si on écrit  $\lambda^r$ , le chargement réel, l'équivalence est telle que  $d(\Lambda_c, \lambda^r) = d(\Lambda_c, \lambda^e)$  soit  $\lambda^{e*}$  le chargement équivalent :

$$\lambda^{e*} = \operatorname{argmin}_{(\lambda^e \in \mathcal{F}_e^N)} (d(\Lambda_c, \lambda^r) = d(\Lambda_c, \lambda^e)) \quad (3.22)$$

### Exemple de l'équivalence à 2 paramètres

On se place ici toujours dans l'hypothèse d'uniaxialité des contraintes. Toutefois, on va ici considérer plusieurs sollicitations. C'est le cas étudié par Genet [22].

$\underline{\underline{\sigma}}(\Lambda, \lambda)$  peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\underline{\underline{\sigma}}(\Lambda, \lambda) = \lambda(t) \cdot K \cdot \sum_i \begin{pmatrix} a_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ avec } \sum_i a_i^2 = 1 \quad (3.23)$$

Dans le cas de deux sollicitations, on peut écrire sous la forme suivant la contrainte uniaxiale :

$$\underline{\underline{\sigma}}(\Lambda, \lambda) = K \cdot (\cos \alpha \cdot \lambda_1(t) + \sin \alpha \cdot \lambda_2(t)) \quad (3.24)$$

Dans ce cas, l'espace  $\mathcal{S}$  est défini par les scalaires  $K$  et  $\alpha$ . Exprimons l'amplitude de contrainte  $\sigma_a$  :

$$\sigma_a = \max_{t_1} \max_{t_2} \sqrt{[K \cdot (\cos \alpha \cdot \lambda_1(t_1) + \sin \alpha \cdot \lambda_2(t_1)) - K \cdot (\cos \alpha \cdot \lambda_1(t_2) + \sin \alpha \cdot \lambda_2(t_2))]^2} \quad (3.25)$$

Une fois l'expression de  $\sigma_a$  écrite et dans l'hypothèse des contraintes uniaxiales, la suite de la démarche est la même que dans l'exemple précédent. La difficulté réside, sur cette exemple dans la description de la fonction  $d$  et donc  $D$  en fonction des paramètres de la localisation (ici  $K$  et  $\alpha$ ).

De toute évidence, on peut généraliser cette démarche pour  $N$  paramètres en introduisant par exemple les angles d'Euler généralisés.

### Exemple de l'équivalence avec un critère de Crossland et 2 chargements

Dans cet exemple, on utilise le critère de Crossland et un état de contrainte complexe.

$$\underline{\underline{\sigma}}(\Lambda, \lambda) = \lambda(t) \cdot \sum_i \begin{pmatrix} \sigma_{11,i} & \sigma_{12,i} & 0 \\ \sigma_{12,i} & \sigma_{22,i} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} (t) \quad (3.26)$$

On définit la contrainte de Crossland de la façon suivante à partir de trois instants clés du cycle ( $t_M, t_m, t_p$ ) maximisant :

$$\sigma_{CL} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{2} (\underline{\underline{s}}(t_M) - \underline{\underline{s}}(t_m)) : (\underline{\underline{s}}(t_M) - \underline{\underline{s}}(t_m)) + \alpha \cdot (p(t_p))} \quad (3.27)$$

$$p_{max} = p(t_p) = \max(\lambda_1(t) \cdot p_1 + \lambda_2(t) \cdot p_2) = \bar{p} \cdot (\lambda_1(t) \cdot \cos \alpha_p + \lambda_2(t) \cdot \sin \alpha_p) \quad (3.28)$$

On définit la localisation en pression ( $\bar{p}, \alpha_p$ )

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} = \bar{p} \cdot \begin{pmatrix} \cos \alpha_p \\ \sin \alpha_p \end{pmatrix} \quad (3.29)$$

On fait de même pour la partie déviateur. Commençons par le produit de deux déviateurs :

$$\underline{\underline{s}} : \underline{\underline{s}} = \lambda_1^2 \cdot (\underline{\underline{s}}_1 : \underline{\underline{s}}_1) + \lambda_2^2 \cdot (\underline{\underline{s}}_1 : \underline{\underline{s}}_1) + 2 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot (\underline{\underline{s}}_1 : \underline{\underline{s}}_2) \quad (3.30)$$

On peut réécrire ce produit de la façon suivante :

$$\underline{\underline{s}} : \underline{\underline{s}} = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{pmatrix} \text{ avec } S = \begin{pmatrix} \underline{\underline{s}}_1 : \underline{\underline{s}}_1 & \underline{\underline{s}}_1 : \underline{\underline{s}}_2 \\ \underline{\underline{s}}_1 : \underline{\underline{s}}_2 & \underline{\underline{s}}_2 : \underline{\underline{s}}_2 \end{pmatrix} \quad (3.31)$$

Avec ce formalisme, on peut écrire :

$$(\underline{\underline{s}}(t_M) - \underline{\underline{s}}(t_m)) : (\underline{\underline{s}}(t_M) - \underline{\underline{s}}(t_m)) = \begin{pmatrix} \lambda_1(t_M) \\ \lambda_2(t_M) \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} \lambda_1(t_M) \\ \lambda_2(t_M) \end{pmatrix} \quad (3.32)$$

$$+ \begin{pmatrix} \lambda_1(t_m) \\ \lambda_2(t_m) \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} \lambda_1(t_m) \\ \lambda_2(t_m) \end{pmatrix} - 2 \cdot \begin{pmatrix} \lambda_1(t_M) \\ \lambda_2(t_M) \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} \lambda_1(t_m) \\ \lambda_2(t_m) \end{pmatrix} \quad (3.33)$$

On introduit  $S$  :

$$\underline{s}_1 : \underline{s}_2 = S_1 \cdot S_2 \cdot \cos \alpha_S \text{ et } \begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \end{pmatrix} = \bar{S} \begin{pmatrix} \cos \alpha_{\bar{S}} \\ \sin \alpha_{\bar{S}} \end{pmatrix} \quad (3.34)$$

Soit l'écriture suivante de  $S$  :

$$S = \bar{S}^2 \begin{pmatrix} \cos^2(\alpha_{\bar{S}}) & \cos(\alpha_S) \cdot \sin(\alpha_{\bar{S}})/2 \\ \cos(\alpha_S) \cdot \sin(\alpha_{\bar{S}})/2 & \sin^2(\alpha_{\bar{S}}) \end{pmatrix} \quad (3.35)$$

Reste à définir la part relative de la pression et de la contrainte de fatigue :  $(\bar{p}, \bar{S}) = (\cos \alpha_K, \sin \alpha_K)$ . On définit dans ce cas là un espace de localisation  $\mathcal{S}$  à 5 paramètres :

$$\Lambda = (\underline{\sigma}_1, \underline{\sigma}_2) \in (\mathbb{R}^5)^2 / (K, \alpha_K, \alpha_p, \alpha_S, \alpha_{\bar{S}}) \in \mathbb{R}^+ \times [0, \pi/2] \times [0, 2 \cdot \pi]^3 \quad (3.36)$$

Les instants  $t_M, t_M, t_p$  dépendent des sollicitations et des paramètres de localisation  $\alpha_p, \alpha_S, \alpha_{\bar{S}}$ .

$$d(\Lambda, \lambda) = \frac{1}{N_e} \cdot \left( \frac{\sigma_{CL}}{\sigma_d} \right)^m \quad (3.37)$$

## La pratique de l'équivalence

### Localisation, structure réelle

Sur une structure réelle, il faut identifier la localisation, c'est-à-dire un sous-espace de l'espace  $\mathcal{S}$ . Pour cela, on peut par exemple utiliser un logiciel de calcul par éléments finis. Dans les exemples présentés précédemment des calculs statiques suffisent avec une valeur d'effort unitaire. À partir de ces résultats, on peut obtenir les valeurs des paramètres de localisation en tout point. Il reste ensuite à réduire cet espace (plus l'espace est petit plus la recherche d'équivalent sera rapide). Il peut par exemple exister des redondances pour un certain nombre de raisons comme la géométrie de la pièce (symétrie). De même, une connaissance préalable de la structure peut permettre de réduire la zone de recherche de l'équivalence.

Il faut quantifier ces valeurs afin de classer les paramètres de localisation (excepté  $K$ ). On utilisera pour chaque classe la valeur maximale de  $K$  pour cette classe pour réaliser l'équivalent : on caractérise la structure seulement par les points les plus défavorablement sollicités sur chaque direction soit ceux maximisant  $K$ .

### Équivalence à structure inconnue

Lorsque la géométrie définitive de la structure n'est pas connue, le problème d'équivalence est différent. On ne travaille plus sur une structure réelle (définie par son espace de localisation) mais sur une structure idéale, dérivée des localisations des structures possibles (famille de structure).

La « structure idéale »

Définir une structure idéale peut être vu comme une modification de la localisation pour se placer à iso-conception. Dans le cas de la structure inconnue le facteur  $K$  est inconnu, on va le déterminer pour que chaque localisation  $\Lambda$  produise un dommage unitaire.

Ainsi, la structure idéale est un hyperspace de l'espace  $\mathcal{S}$ . On définit l'hypersphère unité  $B_1$  (soit  $K = 1$ ). On obtient alors l'expression de  $K^*$  :

$$\begin{aligned} D_1 &= D(\Lambda(K = 1), \lambda, \sigma_e) \\ D(\Lambda(K = K^*), \lambda, \sigma_e) &= K^* \cdot D_1 = 1 \\ K^* &= \frac{1}{D_1} \end{aligned} \quad (3.38)$$

$K^*$  est un paramètre de structure qui est en fait basé sur la notion de résistance minimale. C'est pourquoi par abus de langage on appelle ce paramètre le paramètre de « structure idéale ». On définit les localisations  $\Lambda^*$  avec l'hypothèse de la structure idéale comme suit :

$$\Lambda^* \in \mathcal{S}^* \Leftrightarrow K = K^* \quad (3.39)$$

Équivalence sur une « structure idéale »

On redéfinit l'équivalence exacte comme :

$$\begin{aligned} \forall \Lambda^* \in \mathcal{S}^* \quad D(\lambda_0, \lambda, \sigma_e) &= D((\lambda^*, \lambda^{eq}, \sigma_e) \\ \int_{\mathcal{S}^*} [D(\Lambda^*, \lambda^r, \sigma_e) - D((\Lambda^*, \lambda^{eq}, \sigma_e))] \cdot dS &= 0 \end{aligned} \quad (3.40)$$

On définit  $\lambda_{eq}$  par l'équivalence approchée comme :

$$\lambda_{eq} = \underset{(\lambda^e \in \mathcal{F}_e^N)}{\operatorname{argmin}} \left( \int_{\mathcal{S}^*} [D(\Lambda^*, \lambda^r, \sigma_e) - D(\Lambda^*, \lambda^e, \sigma_e)]^2 \cdot dS \right) \quad (3.41)$$

Le choix de l'espace des localisations dans le cas d'une structure inconnue est souvent de prendre toutes les directions de localisation possibles (Seul  $K$  est fixé, les autres paramètres peuvent prendre toutes les valeurs possibles). En effet, la structure n'étant pas connue, on ne peut faire de choix de localisation à priori.

## Contraintes

Deux contraintes sont à prendre en compte dans la recherche de l'équivalent : tout d'abord, l'optimisation doit être faite sous contraintes :

$$[D(\Lambda_c, \lambda^r, \sigma_e) - D((\Lambda_c, \lambda^{eq}, \sigma_e))] \geq 0 \quad (3.42)$$

Cette contrainte empêche tout point non critique pour le chargement réel  $\lambda_r$  de devenir critique pour le chargement équivalent  $\lambda^{eq}$ .

L'espace de recherche de l'équivalence  $\mathcal{F}_e^N$  et la sollicitation  $\lambda_r$  doivent, si possible, avoir un contenu statistique proche.

Ces deux contraintes permettent de s'assurer que les physiques d'endommagement sont similaires dans le cadre des deux signaux.

On note aussi que la méthode ne traite pas de comptage de cycles. Les cycles doivent être identifiés au préalable. Dans le cas de la roue ferroviaire, chaque tour de roue est un cycle de fatigue.

## Algorithme de recherche de la sollicitation équivalente

La programmation de cette démarche de recherche de l'équivalent a été réalisée sous Matlab, logiciel de calcul et de programmation développé et commercialisé par la société américaine MathWorks. Il a



été choisi d'utiliser un algorithme d'optimisation hybride. Dans un premier temps, on utilise une méthode d'optimisation génétique qui permet de restreindre l'espace de recherche à un espace où il est plus pertinent d'appliquer un algorithme numérique. On applique ensuite un algorithme d'optimisation numérique de type simplex pour obtenir les équivalents. On utilise plusieurs ToolBox pour réaliser les calculs, la Genetic Algorithm Toolbox de University of Sheffield [13] et la Wave Analysis for Fatigue and Oceanography (WAFO) Toolbox de Lund University [23]. En pratique, il est important de construire une fonction coût qui a un sens physique. On propose donc la fonction suivante :

$$\lambda^{eq} = \underset{(\lambda^e \in \mathcal{F}_e^N)}{\operatorname{argmin}} \left( \int_{\mathcal{S}} \left| \frac{d(\Lambda, \lambda^e, \sigma_e) - d(\Lambda, \lambda^r, \sigma_e)}{d(\Lambda, \lambda^r, \sigma_e)} \right| \cdot \frac{dS}{S(\mathcal{S})} \right) \quad (3.43)$$

Cette fonction est la mesure de l'écart en pourcentage, moyenné sur l'espace  $\Lambda$  des structures, entre le dommage des sollicitations réelles et celui des sollicitations équivalentes. En pratique, on discrétise cet espace pour calculer la fonction coût. On a accès à la valeur minimale et maximale dans l'espace de l'écart en pourcentage entre le dommage des sollicitations réelles et celui des sollicitations équivalentes.

### 3.1.3 | Méthode de calcul de la durée de vie dans le cas de la roue ferroviaire

Le critère de référence pour cette étude est le critère de Dang Van (*cf.* partie 1.5.2, page 34). Toutefois, on note que si la plupart des points (et notamment les points critiques) sont soumis à des chargements proportionnels, il existe des points de la structure sollicités sous chargement déphasé. Ainsi, on se propose aussi d'étudier un autre critère de fatigue qui prend en compte simplement le déphasage.

#### Deperrois modifié

On se envisage d'utiliser le critère de Deperrois avec seulement la prise en compte des deux distances  $D_i$  pour caractériser la taille du trajet de chargement dans l'espace des déviateurs. En effet, la complexité des trajets rencontrés dans notre étude ne justifie pas le coût de calcul des autres diamètres. Le simple fait de considérer deux distances permet de traiter une grande partie des chargements déphasés.

De plus, on envisage de calculer  $D_i$  à partir des deux plus grands axes orthogonaux de la plus petite hyperellipse circonscrite au trajet de chargement :  $D_i = 2 \cdot a_i$  contrairement à la taille des cordes dans le critère originel. Cette modification permet de se passer de la complexité intrinsèque à l'utilisation des cordes et rend le calcul systématique, ce qui résout les problèmes relevés par Papadopoulos concernant l'unicité des cordes [42].

Le calcul des valeurs de  $D_1$  et  $D_2$  se fait initialement dans l'espace des déviateurs en dimension 5 :  $E_1$  pour lequel on détermine la plus petite hypersphère circonscrite au trajet de chargement de diamètre  $D_1$ . Pour chaque point du trajet tangentant l'hypersphère, on projette sur un hyperespace  $E_2$  de dimension 4, normal à un hyperplan. L'hyperplan choisi est celui qui passe par le centre de l'hypersphère et le point qui tangente l'hypersphère. Dans hyperespace ainsi déduit, on calcul le diamètre de l'hypersphère  $D_2$ . Il y a un nombre fini de points pour lequel le trajet de chargement tangente l'hypersphère dans l'espace  $E_1$ , on en déduit donc plusieurs valeurs potentielles de  $D_2$ , on choisit la plus grande valeur pour la suite.

Pour caractériser par un scalaire la taille de l'« hyperellipse » avec on se propose aussi d'utiliser la norme 2 mais aussi la norme 4 (on note que Dang Van consiste à considérer la norme 1). On jugera de ce paramètre dans les essais de validation du critère. Ainsi à partir du trajet, on propose de définir l'endurance illimitée de la façon suivante :

$$\frac{1}{2 \cdot \sqrt{2}} \cdot (D_1^n + D_2^n)^{1/n} + \alpha \cdot p_{\max} \leq \beta, \text{ avec } n=2 \text{ ou } n=4 \quad (3.44)$$

Les paramètres  $\alpha$  et  $\beta$  sont des paramètres de fatigue du matériau.  $p_{\max}$  est la valeur de la pression hydrostatique maximale. On identifie le critère à partir des limites d'endurance conventionnelles, par exemple pour les limites d'endurance en torsion alternée  $\tau_{-1}$  et flexion/traction alternée  $\sigma_{-1}$  :

$$\begin{aligned}\alpha &= 3 \cdot \frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} - \sqrt{3} \\ \beta &= \tau_{-1}\end{aligned}\quad (3.45)$$

La simplicité de ce critère repose sur le fait que l'algorithme de recherche des demi-grands axes peut se baser sur la méthode de la recherche de la plus petite hypersphère circonscrite au trajet du déviateur des contraintes issue du critère de Dang Van. De plus, on a une mesure de non-proportionnalité en introduisant le rapport  $D_2/D_1$ . Ce critère est donc une bonne alternative au critère de Dang Van en présence de déphasage.

### Extension à l'endurance limitée

On utilisera une extension de ce critère en proposant la variable de fatigue suivante :

$$\tau_{DP} = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{2}} \cdot (D_1^n + D_2^n)^{1/n} + \kappa \cdot p_{\max} \quad (3.46)$$

En utilisant un modèle de Basquin, on en déduit donc l'expression de la durée de vie suivante :

$$N = N_e \cdot (\tau_{mat} / \tau_{DP})^m \quad (3.47)$$

Soit la fonction  $d$  :

$$d(\Lambda, \lambda) = \frac{1}{N_e} \cdot \left( \frac{\tau_{DP}}{\tau_{mat}} \right)^m \quad (3.48)$$

Ici  $\tau_{mat}$ , représente la limite d'endurance moyenne pour une durée de vie de  $N_e$ . Un modèle à deux pentes avec un point d'inflexion à  $N = N_e$  peut aussi être proposé (cf. partie 2.1.2, page 48).

## 3.2 | Nouvelle campagne d'essais

Cette partie a pour but de compléter les données de fatigue afin de choisir une méthode de calcul de la durée de vie adaptée à notre contexte (trajets de contrainte multiaxiaux dont certains déphasés d'amplitude variable). En effet, dans le cadre de la démarche de spécification et de validation des roues ferroviaires, on note que les données en fatigue pour le matériau ER7 sont insuffisantes (cf. 1.2 page 13), pour plusieurs raisons :

- ◆ aucune donnée fiable pour l'identification de critère de fatigue pour les roues de catégorie 2 n'est disponibles (pas d'essais disponibles) ;
- ◆ le manque de données pour les chargements à amplitude variable est bloquant pour l'utilisation d'une méthode d'équivalence en fatigue ;
- ◆ le manque de données de fatigue sous des états de contrainte complexes ne permet pas de départager les critères.

Ainsi, on se propose de réaliser des essais supplémentaires dans le but d'identifier et de comparer les critères de fatigue mutiaxiaux sur des chargements à amplitude constante, sous contraintes multiaxiales, et de vérifier le comportement du cumul de dommage avec des chargements d'amplitude variable. Pour cela, on réalisera donc des essais de fatigue :

- ◆ pour les deux catégories de roue ;
  - un état de surface correspondant à une roue de catégorie 1 ( $R_a = 3.2 \mu\text{m}$ ),
  - un état de surface correspondant à l'état de surface prépondérant des roues de catégorie 2 ( $R_a = 6.3 \mu\text{m}$ ).
- ◆ Avec des amplitudes constantes et variables ;
- ◆ Avec des états de contrainte complexes.

### 3.2.1 | Essais de traction

Afin de caractériser la résistance du matériau issu de notre découpe de la roue dans le sens radial, nous avons réalisé un essai de traction simple à vitesse de déformation  $\dot{\epsilon} = 10^{-4}$ . L'essai a été réalisé sur la presse uniaxiale 100 kN du LMS avec un extensomètre. La courbe de traction est visible sur la figure 3.2 de la page 91

Les résultats concordent avec les résultats précédents issus du rapport RP19 [11] ou les essais de Benabes [7] (cf. 1.2 page 13), les valeurs caractéristiques sont reportées dans le tableau 3.1 de la page 90.

Module de Young(GPa)	214
Limite d'élasticité(MPa)	405
Résistance maximale(MPa)	720
Allongement à la rupture(mm)	13,8

TABLEAU 3.1 – Valeurs caractéristiques de la courbe de traction

### 3.2.2 | Essais de fatigue à amplitude constante

#### Essais de traction à rapport de charge $R = -1$

On a réalisé les essais de fatigue sous chargement d'amplitude constante et rapport de charge  $R=-1$  sur la presse 100 kN à une fréquence de 30 Hz. On se base sur la méthode de l'escalier pour obtenir une limite de fatigue à  $2 \cdot 10^6$  cycles. Les résultats sont aussi exploités pour obtenir une courbe de Wöhler. Deux escaliers ont été réalisés pour deux états de surface différents.

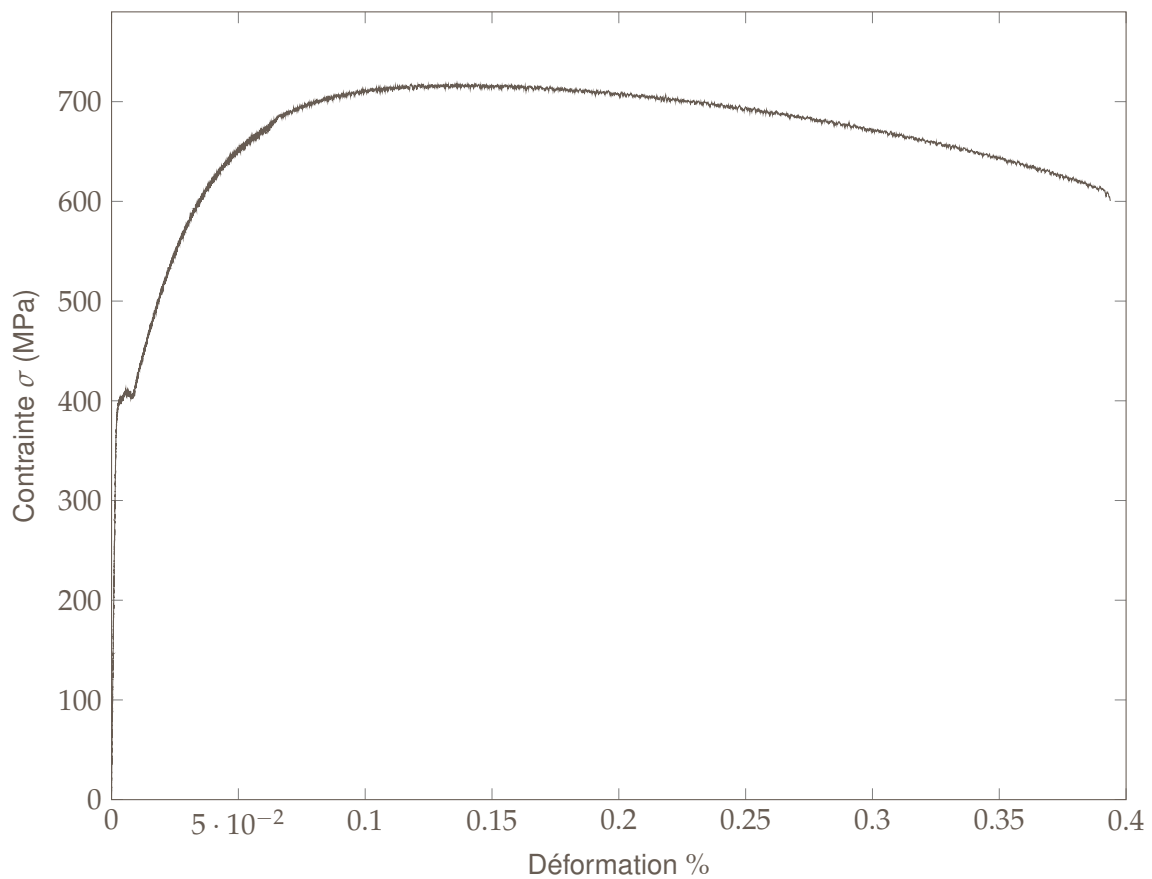


FIGURE 3.2 – Courbe de traction monotone (orientation radiale),  $\dot{\epsilon} = 10^{-4}$

### État de surface $R_a = 3.2 \mu\text{m}$ (Cat. 1)

12 éprouvettes ont été utilisées pour l'escalier ainsi que 7 de plus pour les paliers supérieurs afin d'obtenir une bonne estimation de la courbe de Wöhler. La fréquence de sollicitations est de 30 Hz. Les résultats sont présentés pour la méthode de l'escalier sur le tableau 3.2 de la page 91 et pour la courbe de Wöhler sur la figure 3.3 de la page 92. La limite de fatigue obtenue est de  $1.05 \cdot \sigma_{-1}$  MPa à  $2 \cdot 10^6$  cycles pour un écart type brut  $\sigma = 8$  Mpa.

$\sigma_a$ (MPa)	Ordre des essais										
$N_{+2}$						×					×
$N_{+1}$		×		○		×				○	×
$N_0$	○		○				×		○		
$N_{-1}$								○			

TABLEAU 3.2 – Méthode de l'escalier, traction  $R = -1$  avec  $R_a = 3.2 \mu\text{m}$

### État de surface $R_a = 6.3 \mu\text{mm}$ (Cat. 2)

18 éprouvettes ont été utilisées pour l'escalier ainsi que 7 de plus pour les paliers supérieurs afin d'obtenir une bonne estimation de la courbe de Wöhler. La fréquence de sollicitations est de 30 Hz. Les résultats sont présentés pour la méthode de l'escalier sur le tableau 3.3 de la page 92 et pour la courbe de Wöhler sur la figure 3.4 de la page 92. La limite de fatigue obtenue est de  $\sigma_{-1}$  MPa à  $2 \cdot 10^6$  cycles pour un écart type non estimable.

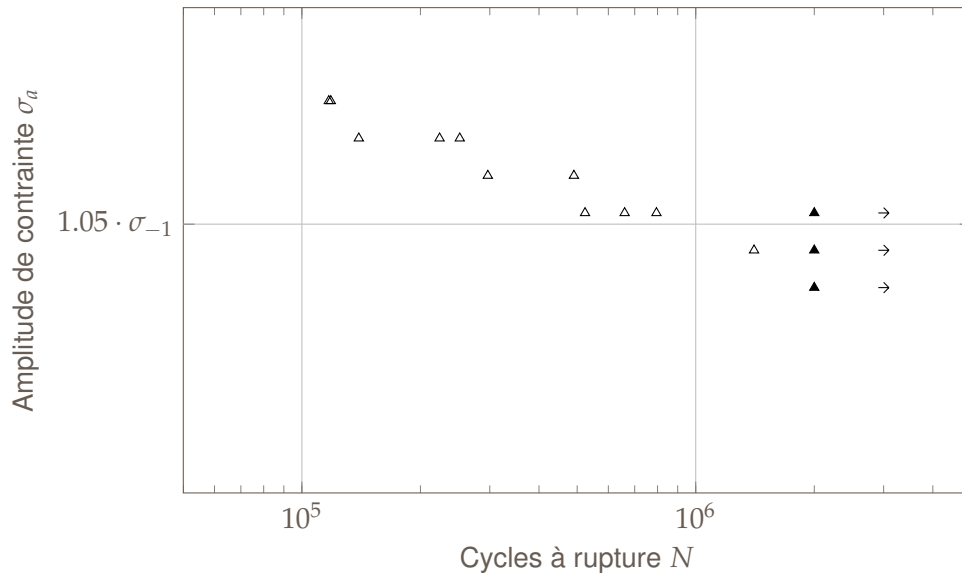


FIGURE 3.3 – Courbe de Wöhler en traction, rapport de charge  $R = -1$  ( $R_a = 3.2 \mu\text{m}$ )

$\sigma_a$ (MPa)	Ordre des essais															
$N_0$	×										×					
$N_{-1}$		×		×		×		×		○		×			×	
$N_{-2}$				○		○		○		○			×		○	×
$N_{-3}$														○		

TABLEAU 3.3 – Méthode de l'escalier, traction  $R = -1$  avec  $R_a = 6.3 \mu\text{m}$

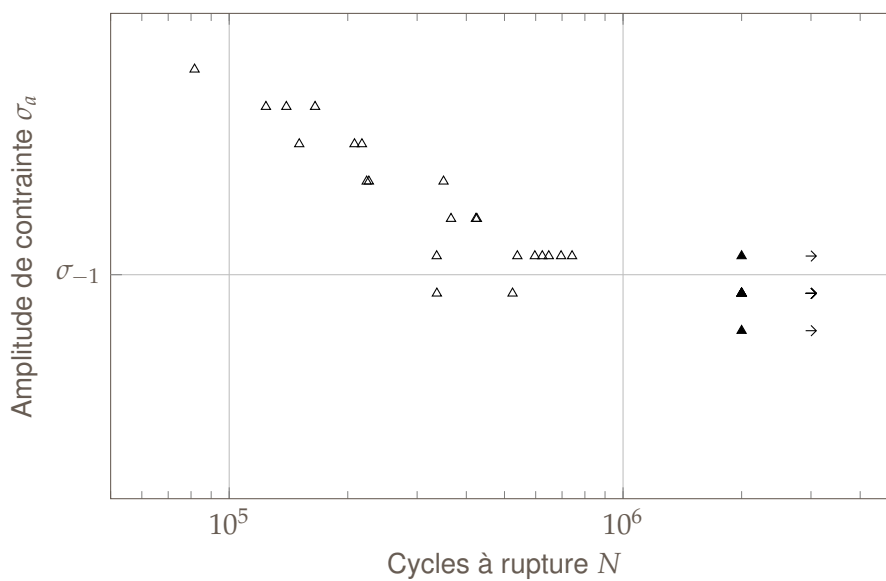


FIGURE 3.4 – Courbe de Wöhler en traction, rapport de charge  $R = -1$  ( $R_a = 6.3 \mu\text{m}$ )

## Essais de traction à rapport de charge $R = 0.1$ , $R_a = 6.3 \mu\text{mm}$ (Cat. 2)

16 éprouvettes ont été utilisées pour l'escalier ainsi que 12 de plus pour les paliers supérieurs afin d'obtenir une bonne estimation de la courbe de Wöhler. La fréquence de sollicitations est de 30 Hz. Les résultats sont présentés pour la méthode de l'escalier sur le tableau 3.4 de la page 93 et pour la courbe de Wöhler sur la figure 3.5 de la page 93. La limite de fatigue obtenue est de  $0.81 \cdot \sigma_{-1}$  MPa à  $2 \cdot 10^6$  cycles pour un écart type non estimable.

$\sigma_a$ (MPa)	Ordre des essais														
$N_0$	×														
$N_{-1}$		×		×					×		×		×		
$N_{-2}$			○		×		×		○		○		○		○
$N_{-3}$						○		○							×

TABLEAU 3.4 – Méthode de l'escalier, traction  $R = 0.1$  avec  $R_a = 6.3 \mu\text{m}$

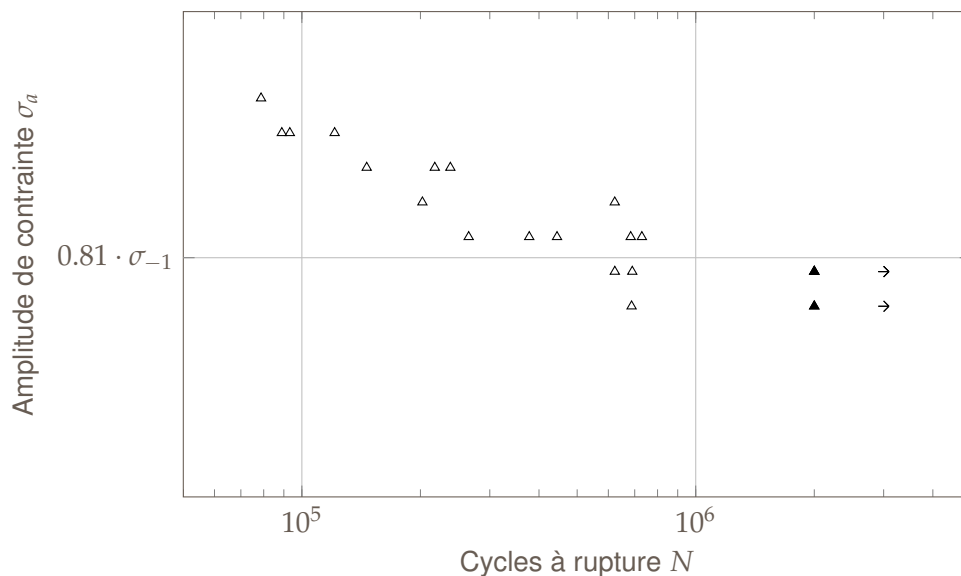


FIGURE 3.5 – Courbe de Wöhler en traction, rapport de charge  $R = 0.1$  ( $R_a = 6.3 \mu\text{m}$ )

## Essais de traction à rapport de charge $R = 0.6$ , $R_a = 6.3 \mu\text{mm}$ (Cat. 2)

Afin de tester la validité du modèle pour des trajets à fortes contraintes moyennes, on a effectué une série d'essais pour un rapport de charge plus élevé soit  $R = .6$ . Ces essais n'ont pas vocation à déterminer une limite d'endurance. 5 éprouvettes ont été utilisées. La fréquence de sollicitations est de 30 Hz. Les résultats sont présentés sur le tableau 3.5 de la page 94.

## Essais de torsion à rapport de charge $R = -1$ , $R_a = 6.3 \mu\text{mm}$ (Cat. 2)

Afin de tester la validité des modèles sur un autre chargement simple, des essais de torsion ont été réalisés pour un rapport de charge  $R = -1$ . Ces essais n'ont pas vocation à déterminer une limite d'endurance. 4 éprouvettes ont été utilisées. La fréquence de sollicitations est de 10 Hz. Les résultats sont présentés sur le tableau 3.6 de la page 94.

$\sigma_a$ (MPa)	Nombre de cycles à rupture $N$
$0.57 \cdot \sigma_{-1}$	X
$0.62 \cdot \sigma_{-1}$	510269
$0.57 \cdot \sigma_{-1}$	766109
$0.62 \cdot \sigma_{-1}$	510271
$0.57 \cdot \sigma_{-1}$	773123

TABLEAU 3.5 – Essais de fatigue en traction,  $R = 0.6$  avec  $R_a = 6.3 \mu\text{m}$

$\tau_a$ (MPa)	Nombre de cycles à rupture $N$
$0.44 \cdot \sigma_{-1}$	X
$\sigma_{-1}$	207180
$0.88 \cdot \sigma_{-1}$	24287
$0.73 \cdot \sigma_{-1}$	3556

TABLEAU 3.6 – Essais de fatigue en torsion,  $R = 0.6$  avec  $R_a = 6.3 \mu\text{m}$

### Essais de traction-torsion alternée et déphasée ( $\phi = 90^\circ$ ) $R_a = 6.3, \mu\text{mm}$ (Cat. 2)

Afin de tester la validité des modèles sur un autre chargement combiné déphasé, des essais de torsion ont été réalisés en traction-torsion alternée (rapport de charge  $R = -1$ ). Ces essais ont été réalisés sur la machine triaxiale au LMS, sur des éprouvettes tubulaires. Le but de ces essais est de valider la loi de durée de vie pour l'acier ER7 dans des conditions d'essais différents. Des essais de torsion pure ainsi que de traction-torsion déphasés à  $90^\circ$  avec les trajets issus de travaux de Bénabes [7] ont été réalisés. 4 éprouvettes ont été utilisées. La fréquence de sollicitations est de 10 Hz. Les résultats sont présentés sur le tableau 3.7 de la page 94.

$\sigma_a$ (MPa)	$\tau_a$ (MPa)	Nombre de cycles à rupture $N$
$0.8 \cdot \sigma_{-1}$	93.17	X
$\sigma_{-1}$	111.8	2196498
$0.9 \cdot \sigma_{-1}$	125.7	80058
$1.06 \cdot \sigma_{-1}$	148.67	44713

TABLEAU 3.7 – Essais de fatigue en traction-torsion déphasée  $\phi = 90^\circ$ ,  $R = 1$  avec  $R_a = 6.3 \mu\text{m}$

## Identification des modèles et comparaison aux campagnes précédentes

### Comparaison des résistances

On identifie le critère étendu de Dang Van sur les données d'essais obtenues. On se propose dans un premier temps de comparer les résultats des différentes campagnes à l'aide d'un critère étendu de Dang Van. Sur la figure 3.8 de la page 97, on visualise le modèle identifié de Basquin avec les données utilisées pour l'identification. Les figures 3.6 de la page 95 à 3.8 de la page 96 permettent de comparer les niveaux de résistance en utilisant la contrainte de fatigue de Dang Van sur les essais réalisés pour des roues de Catégorie 2 et les essais de la littérature pour des roues de Catégorie 1 ainsi que voir que l'effet de la sollicitation.

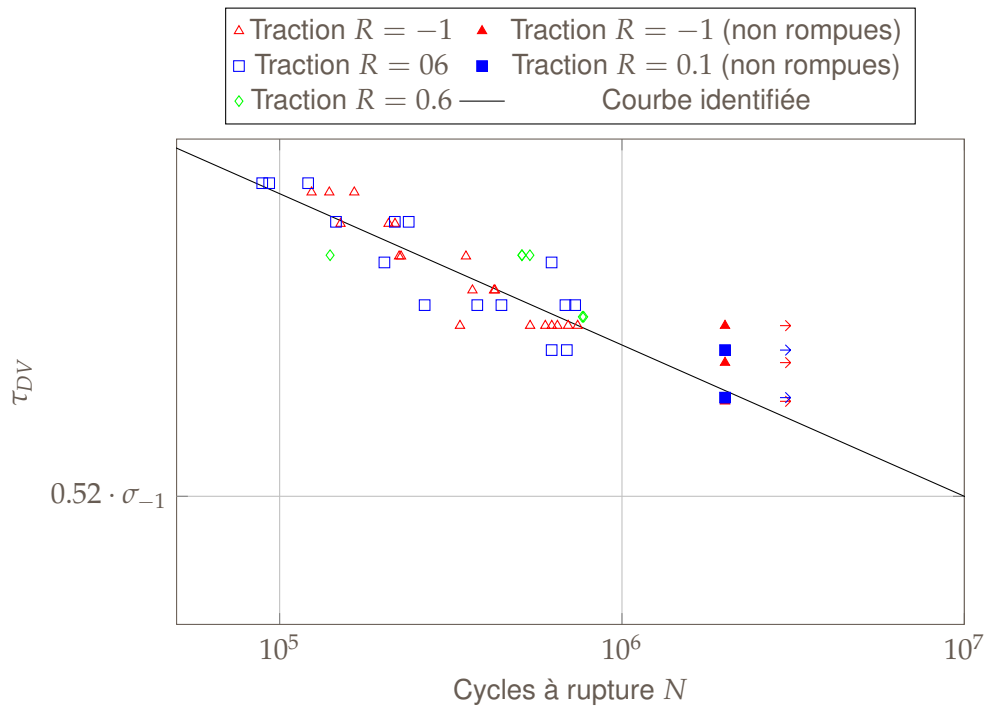


FIGURE 3.6 – Identification du modèle de durée de vie de Dang Van (Cat. 2)

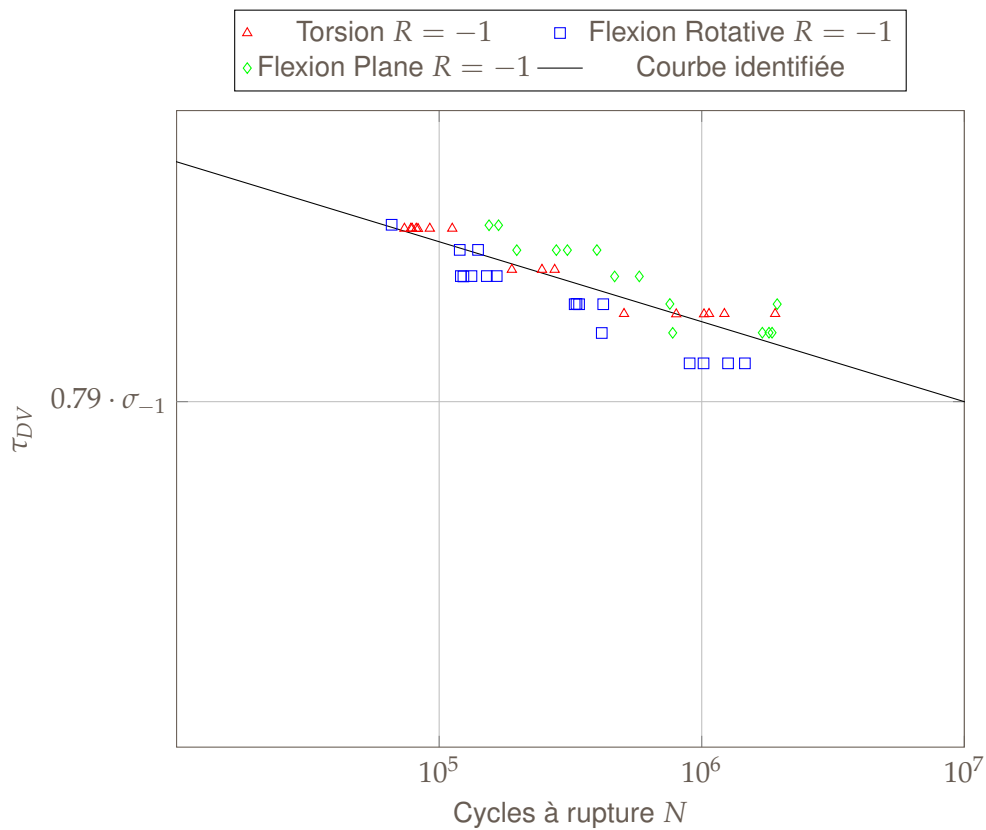


FIGURE 3.7 – Identification du modèle de durée de vie de Dang Van (Données Bénabès, Cat. 1)



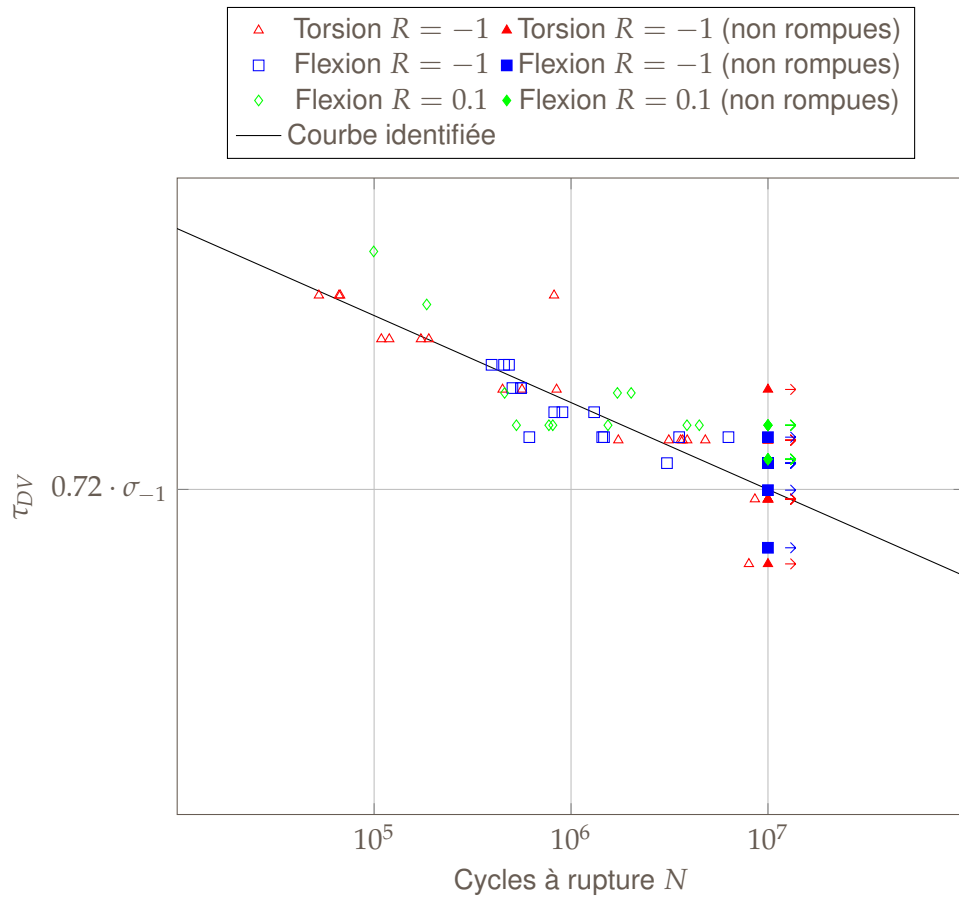


FIGURE 3.8 – Identification du modèle de durée de vie de Dang Van (Données ERRI, Cat. 1)

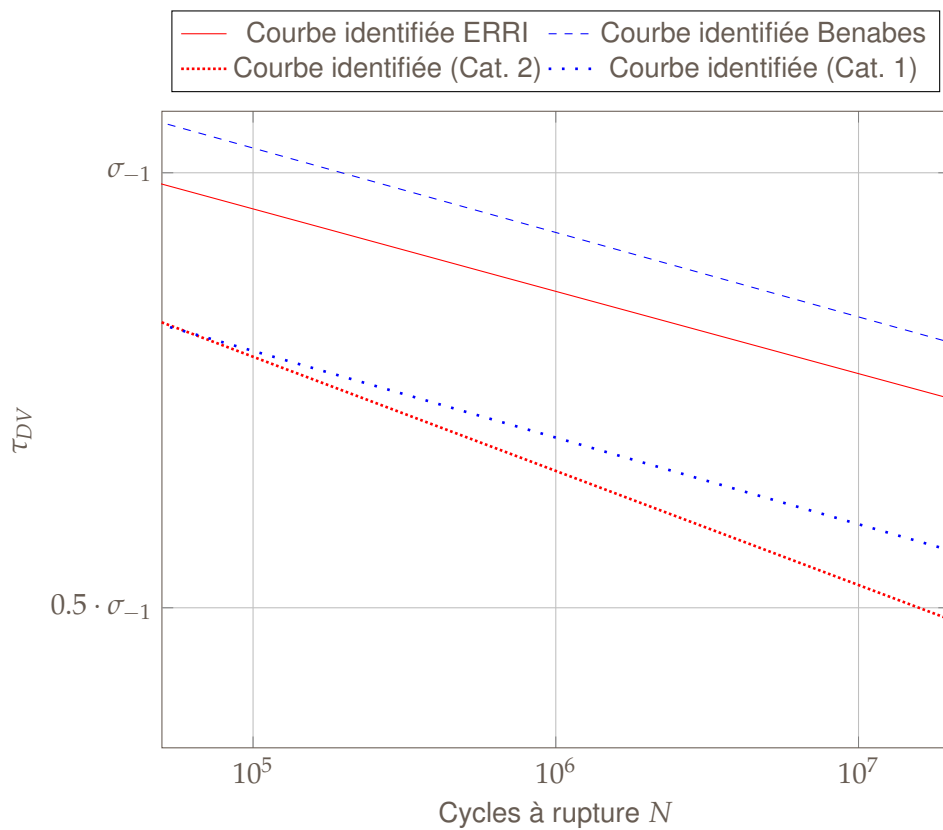


FIGURE 3.9 – Comparaison des modèles de durée de vie de Dang Van (Courbe de Wöhler, ER7)

Sur la figure 3.9 de la page 96, on visualise les différents modèles correspondant aux campagnes d'essais effectués sur l'acier ER7. On remarque un effet de la fréquence : les effets à haute fréquence (Benabes) ont une durée de vie plus importante. Il y a aussi un effet notable de l'état de surface entre nos essais. On remarque que les essais de Benabes ont des résistances plus importantes. Ceci est sur-ement expliqués par un meilleur état de surface, mais aussi une fréquence de sollicitation plus importante. Notre campagne est identifiée à partir d'essais de traction alors que les autres données sont basées sur des essais de flexion et de torsion. Un effet du gradient de contrainte est certainement en grande partie responsable des écarts entre nos essais et ceux de l'ERRI (pour un état de surface de  $R_a = 3.2 \mu\text{m}$ ). On remarque que les essais à fort rapport de charge  $R = 0.6$  ne semblent pas présenter un comportement différent des autres essais (pas de perte de résistance à forte contraintes hydrostatiques).

Essais	$\tau_{\text{mat}}$ (MPa)	$\sigma_{\text{mat}}$	$m$	$N_e$
Benabes	$0.79 \cdot \sigma_{-1}$	N/C	17.12	$10^7$
ERRI RP19 (Cat. 1)	$0.72 \cdot \sigma_{-1}$	16	17.54	$10^7$
LMS (Cat. 1)	$0.57 \cdot \sigma_{-1}$	N/C	16.67	$10^7$
LMS (Cat. 2)	$0.52 \cdot \sigma_{-1}$	5.2	12.658	$10^7$

TABLEAU 3.8 – Identification du modèle de durée de vie de Dang Van

Entre les deux états de surface testés, catégorie 1 ( $R_a = 3.2 \mu\text{m}$ ) et catégorie 2 ( $R_a = 3.2 \mu\text{m}$ ), il y a une différence au niveau de la pente. Pour la catégorie 1 le nombre d'essais est bien moins important que pour la catégorie 2. Les éprouvettes de catégorie 2 ont à une durée de vie plus faible, mais aussi une pente plus faible.

### 3.3 | Comparaison et choix des critères pertinents pour l'étude

#### 3.3.1 | Comparaisons des critères à l'endurance limitée vis-à-vis des essais de fatigue sur l'acier ER7

Dans cette partie, on cherche à déterminer les performances des critères de Deperrois modifiés (pour  $N=2$  et  $N=4$ ) avec des critères de référence. L'étude se limite aux critères locaux. On s'intéresse à la fois au critère et à son extension dans le but de valider à la fois la bonne prévision de la limite de fatigue mais aussi le nombre de cycles à rupture. Enfin, la prédiction du nombre de cycles à rupture sera évaluée pour des conditions de chargement comportant amplitudes constantes et variables. Ainsi pour comparer les critères, on réalise deux études basées sur :

1. Des essais sur l'acier ER7 :
  - ◆ Issus de la littérature (issues de l'ERRI, Benabes) ;
  - ◆ Issus de cette étude précédemment présentée.
2. Des essais de référence de la littérature.

#### Essais à amplitude constante

On s'intéresse ici à la performance des divers critères vis-à-vis des résultats d'essais sous chargement complexe d'amplitude constante. Ces essais sont issus des travaux de Benabes [7]. Un trajet de chargement issu d'un essai sur banc étalonnage d'une roue à l'échelle 1 est pris comme base. Ce chargement est recréé en flexion et torsion combinée sur une éprouvette (cf. figure 1.9, page 17). Le chargement est amplifié avec un facteur d'amplification  $k_\sigma$  afin de le rendre sévère. Sur la figure 3.10 de la page 98 on compare le nombre de cycles prévus par les critères avec le nombre de cycles à rupture des essais pour différents facteurs d'amplification.

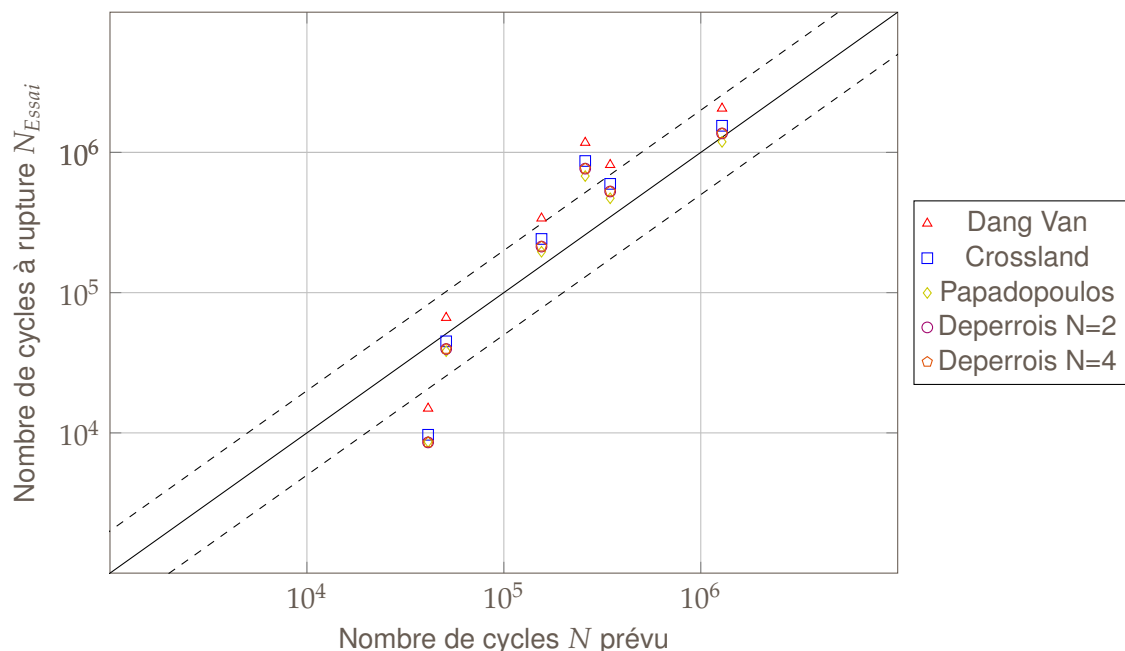


FIGURE 3.10 – Comparaison des essais critères sous chargements complexes de type pied de toile de roue

On remarque que, pour ce trajet, les critères ont fait une bonne estimation du nombre de cycles à rupture. On peut remarquer que les critères de Deperrois modifiés ( $N = 2$  et  $N = 4$  confondus ici) et de Papadopoulos sont plus conservatifs comme mis en avant par la littérature.

### Chargement de flexion-Torsion déphasées (Benabes)

Ces essais sont issus des travaux de Benabes [7]. Ce sont des chargements de flexion-torsion avec un déphasage de  $\phi = 90^\circ$ . Ces chargements sont définis de telle manière que l'amplitude de flexion et de torsion soient proportionnelles avec un facteur  $k = \sigma_a / \tau_a$  tel que  $\sqrt{2 \cdot (1 + \nu)} = 1,61$ . La criticité est donc paramétrée par la valeur de l'amplitude de flexion. Un exemple de trajet (une période) est tracé sur la figure 3.11 de la page 99.

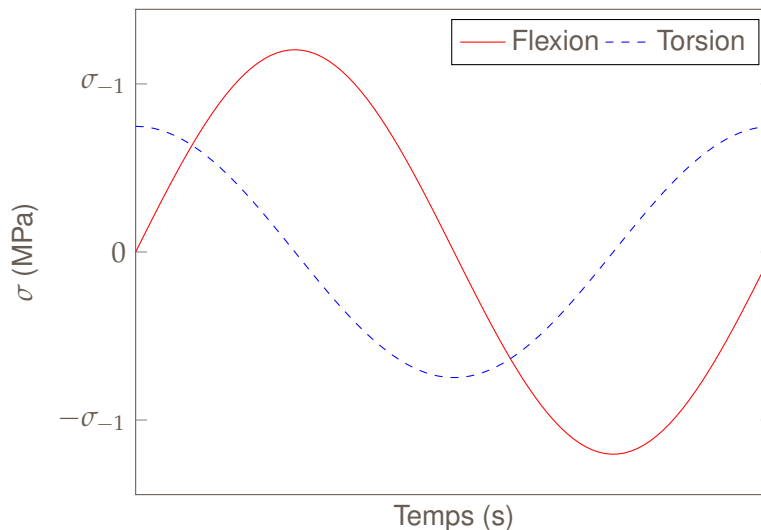


FIGURE 3.11 – Exemple de chargement déphasé de flexion torsion avec un déphasage  $\phi = 90^\circ$

Sur la figure 3.12 de la page 99 on compare le nombre de cycles prévus par les critères avec le nombre de cycles à rupture des essais pour différentes amplitudes du signal de flexion.

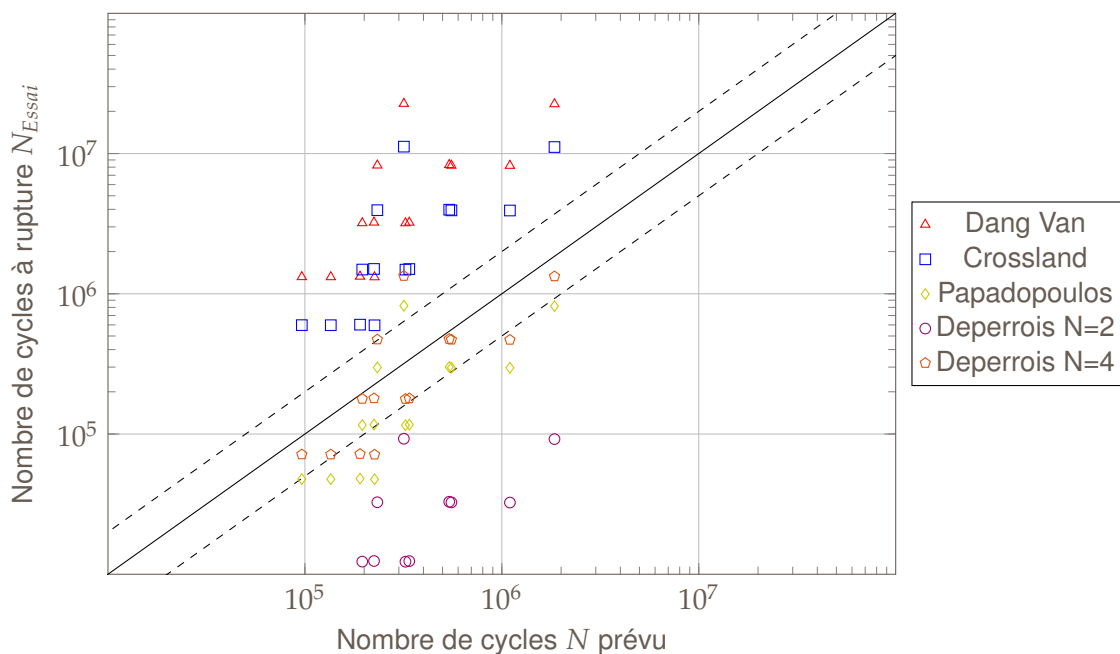


FIGURE 3.12 – Comparaison des essais critères sur chargement déphasé flexion/torsion à  $90^\circ$

On vérifie que les critères de Papadopoulos et de Deperrois sont ceux qui prennent le mieux en compte le déphasage. Le critère de Deperrois en norme 4 est plus précis sur ses essais à fort déphasage. Toutefois, avec ce petit échantillon de données il est difficile de conclure.

### 3.3.2 | Comparaisons des critères vis-à-vis de la littérature

#### Essais à amplitude constante

On définit la prédiction d'un essai d'endurance avec le coefficient de danger correspondant à un critère de la manière suivante :

$$CD_{crit} = \frac{\tau_{crit} - \tau_{lim}}{\tau_{lim}} \quad (3.49)$$

Ainsi, une valeur positive sur les essais d'endurance correspond à la surestimation de la criticité par le critère et donc à un comportement conservatif. À l'inverse, des valeurs négatives sont un signe du caractère non conservatif du critère.

#### Essais d'endurance de Gough *et al.* [21]

Ces essais ont été réalisés sur un acier SAE1045 avec une résistance mécanique à la rupture  $R_m = 624$  MPa. Les limites de fatigue suivantes sont utilisées pour identifier les critères :

- ◆ Limite d'endurance en flexion alternée :  $f_{-1} = 584$  MPa
- ◆ Limite d'endurance en torsion alternée :  $t_{-1} = 624$  MPa

Ce sont des essais de flexion et torsion combinée phasées pour un rapport de charge de flexion et de torsion variable. L'ensemble des données d'essai est synthétisé par Benabes [7]. On observe les coefficients de danger correspondant à ces essais sur la figure 3.13 de la page 100. Le critère de Dang Van et de Papadopoulos présente des résultats plus conservatifs et légèrement meilleurs que ceux de Crossland et Deperrois modifié. Toutefois dans ces conditions de chargement proportionnelles tous les critères donnent des prévisions acceptables.

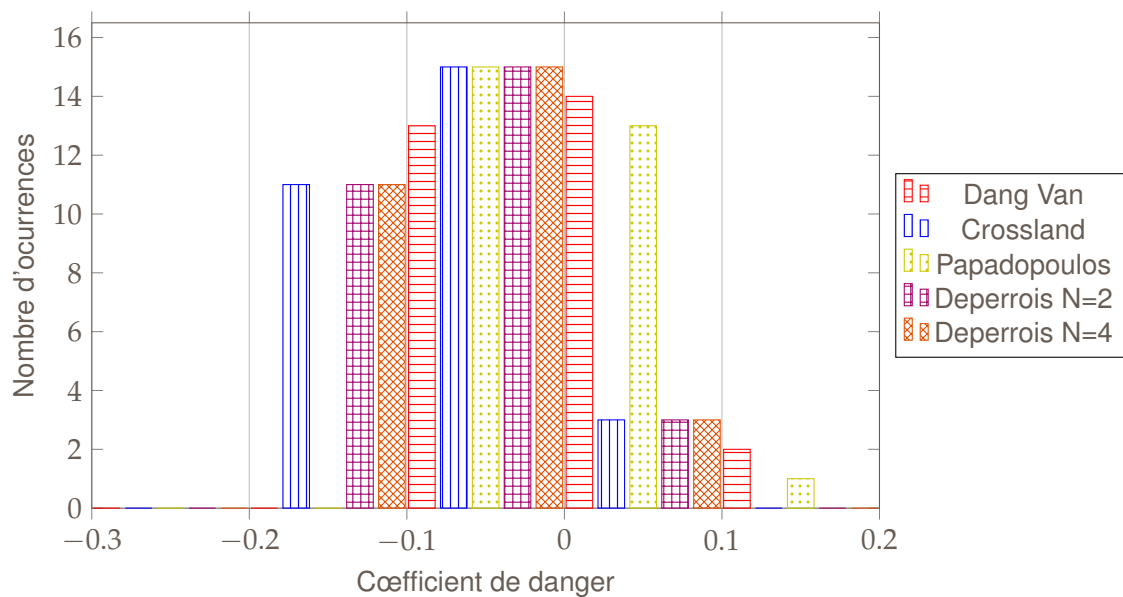


FIGURE 3.13 – Comparaison des coefficients de danger des essais de Gough *et al.* [21]

#### Essais d'endurance de Nishihara et Kawamoto reporté par McDiarmid [37]

Ces essais ont été réalisés sur un acier à fort taux de carbone avec une résistance mécanique à la rupture  $R_m = 680$  MPa. Les limites de fatigue suivantes sont utilisées pour identifier les critères :

- ◆ limite d'endurance en flexion alternée :  $f_{-1} = 313.9$  MPa
- ◆ limite d'endurance en torsion alternée :  $t_{-1} = 196.2$  MPa

Ce sont des essais de flexion et torsion alternées déphasées avec des déphasages variables,  $\phi \in [0; 90^\circ]$ . L'ensemble des données d'essai est synthétisé par Papadopoulos [42]. On observe les coefficients de danger correspondant à ces essais sur la figure 3.14 de la page 101. Dans ce cas, les critères qui prennent en compte le déphasage, soit Deperrois modifié et Papadopoulos, présentent de meilleures prédictions. Ces trois critères donnent des résultats similaires en terme de prévisions.

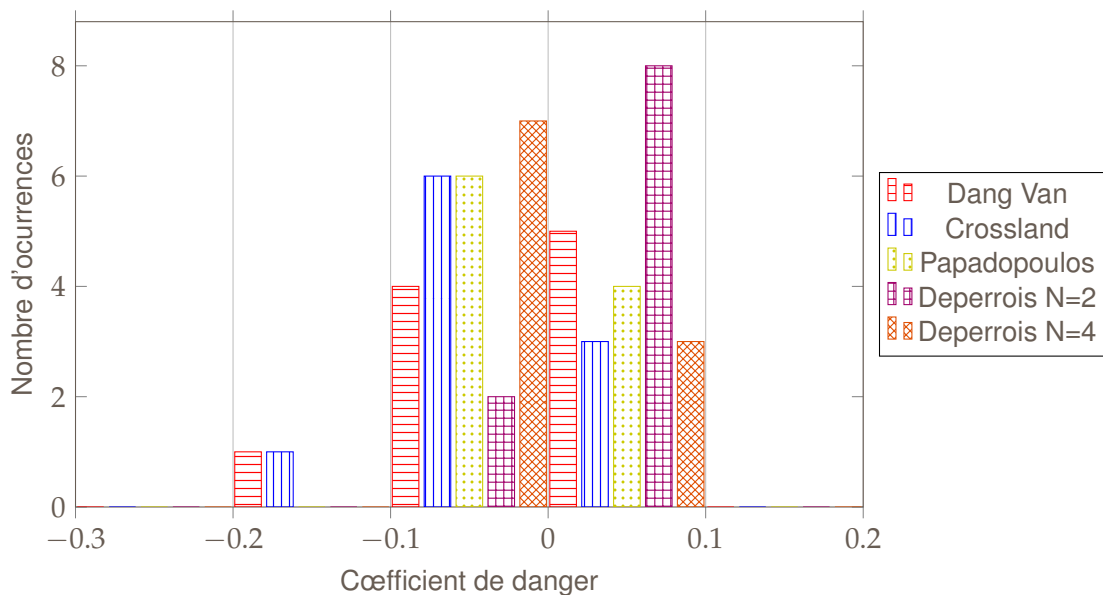


FIGURE 3.14 – Comparaison des coefficients de danger des essais de Nishihara et Kawamoto [37]

L'essai où les prédictions avec les critères de Dang Van et Crossland sont fortement non conservatives présente un déphasage de  $\phi = 90^\circ$ .

### Essais d'endurance de Lempp reporté par Zenner *et al.* [58]

Ces essais ont été réalisés sur un acier 42CrMo4 avec une résistance mécanique à la rupture  $R_m = 1025$  MPa. Les limites de fatigue suivantes sont utilisées pour identifier les critères :

- ◆ limite d'endurance en flexion alternée :  $f_{-1} = 398$  MPa
- ◆ limite d'endurance en torsion alternée :  $t_{-1} = 260$  MPa

Ce sont des essais de flexion et torsion déphasées avec des déphasages variables,  $\phi \in [0, 90^\circ]$ , et, pour un rapport de charge de flexion et de torsion variable. L'ensemble des données d'essai est synthétisé par Papadopoulos [42]. On observe les coefficients de danger correspondant à ces essais sur la la figure 3.15 de la page 102. Les critères de Dang Van et Crossland pour les chargements déphasés ont une mauvaise prévision de la criticité. On note que, sur ces essais, le critère de Deperrois modifié avec  $N = 2$  donne les meilleures prévisions alors que pour  $N = 4$  les prédictions sont médiocres. Le critère de Papadopoulos donne des prévisions acceptables.

Les essais dont les prédictions sont fortement non conservatives (ici  $CD < -0.2$ ) sont tous des essais avec un déphasage de  $\phi = 90^\circ$ . On remarque que même des critères comme ceux de Papadopoulos ou la version modifiée du critère de Deperrois ont des prédictions non conservatives.

### Essais d'endurance de Zenner *et al.* [58]

Ces essais ont été réalisés sur un acier 34Cr4 avec une résistance mécanique à la rupture  $R_m = 794$  MPa. Les limites de fatigue suivantes sont utilisées pour identifier les critères :

- ◆ limite d'endurance en flexion alternée :  $f_{-1} = 410$  MPa

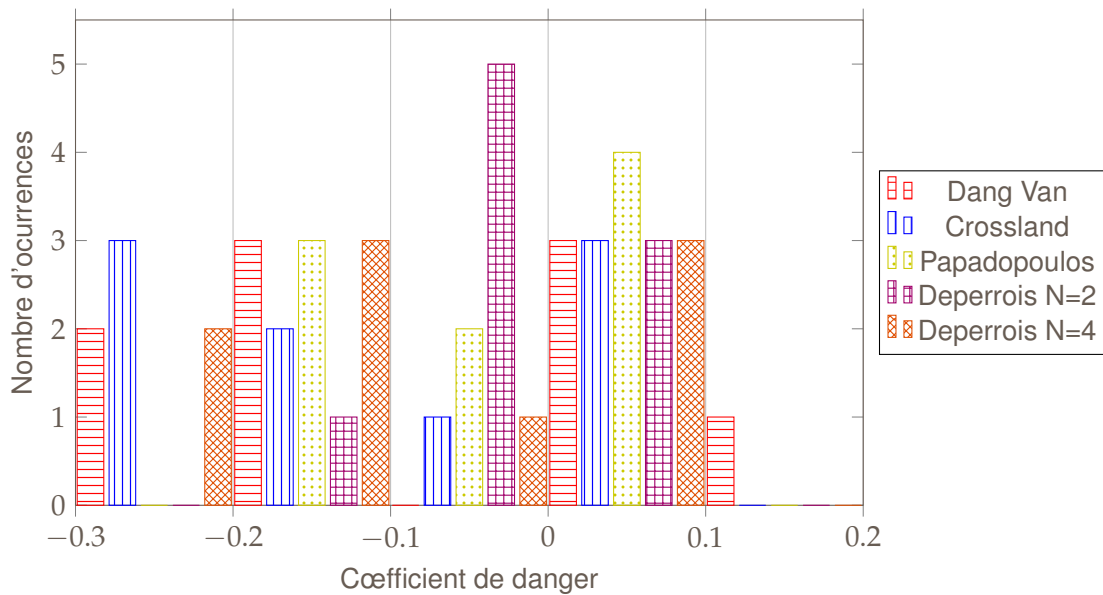


FIGURE 3.15 – Comparaison des coefficients de danger des essais de Lempp [58]

◆ limite d'endurance en torsion alternée :  $t_{-1} = 256$  MPa

Ce sont des essais de flexion et torsion déphasés avec des déphasages variables,  $\phi \in [0, 90^\circ]$ , et, pour un rapport de charge de flexion et de torsion variable. L'ensemble des données d'essai est synthétisé par Papadopoulos [42]. On observe les coefficients de danger correspondant à ces essais sur la la figure 3.16 de la page 102. Dans ce cas, les critères qui prennent en compte le déphasage, Deperrois modifié et Papadopoulos présentent de meilleures prédictions. Ces trois critères donnent des résultats acceptables en terme de prévisions. Le critère de Deperrois modifié pour  $N = 2$  semble légèrement plus pertinent pour ces essais.

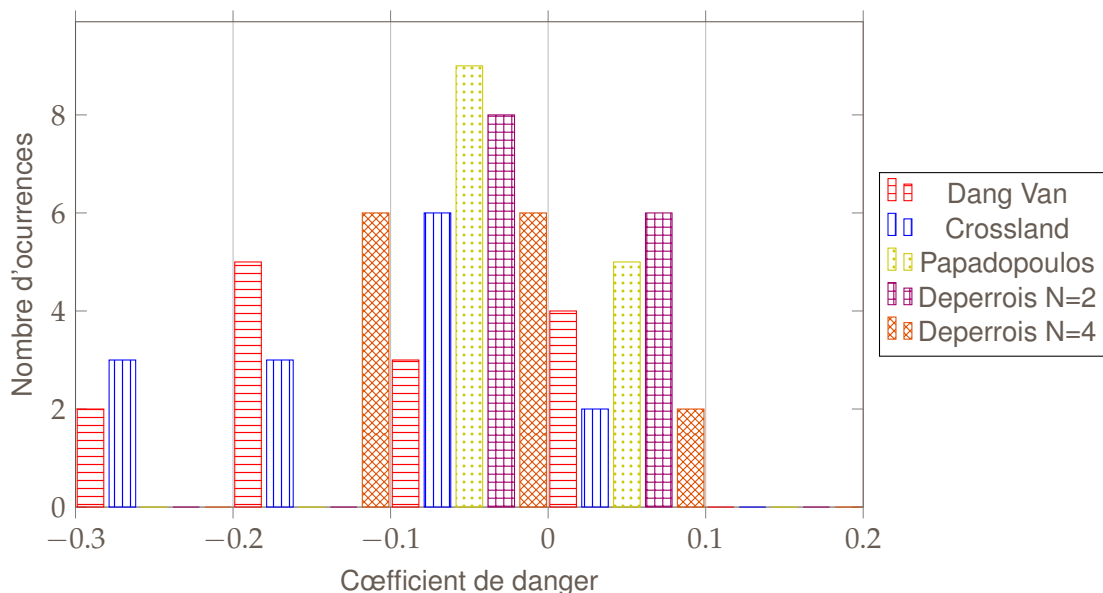


FIGURE 3.16 – Comparaison des coefficients de danger des essais de Zenner *et al.* [58]

Les essais où les prédictions avec les Critères de Dang Van et Crossland sont fortement non conservatives sont des essais avec un déphasage de  $\phi = 90^\circ$ . Ici les valeurs moyennes ne semblent pas affecter la validité des prédictions des critères testés.

## Essais d'endurance de Froustey et Lasserre [21]

Ces essais ont été réalisés sur un acier 30NCD16 avec une résistance mécanique à la rupture  $R_m = 1880$  MPa. Les limites de fatigue suivantes sont utilisées pour identifier les critères :

- ◆ Limite d'endurance en flexion alternée :  $f_{-1} = 660$  MPa
- ◆ Limite d'endurance en torsion alternée :  $t_{-1} = 410$  MPa

Ce sont des essais de flexion et torsion déphasées avec des déphasages variables,  $\phi \in [0, 90^\circ]$ , et, pour un rapport de charge de flexion variable. L'ensemble des données d'essai est synthétisé par Papadopoulos [42]. Dans ce cas, les critères qui prennent en compte le déphasage, Deperrois modifié et Papadopoulos présentent de meilleures prédictions. Ces trois critères donnent des résultats acceptables en terme de prévisions. Le critère de Deperrois modifié pour  $N = 2$  semble légèrement plus pertinent pour ces essais. On observe les coefficients de danger correspondant à ces essais sur la figure 3.17 de la page 103.

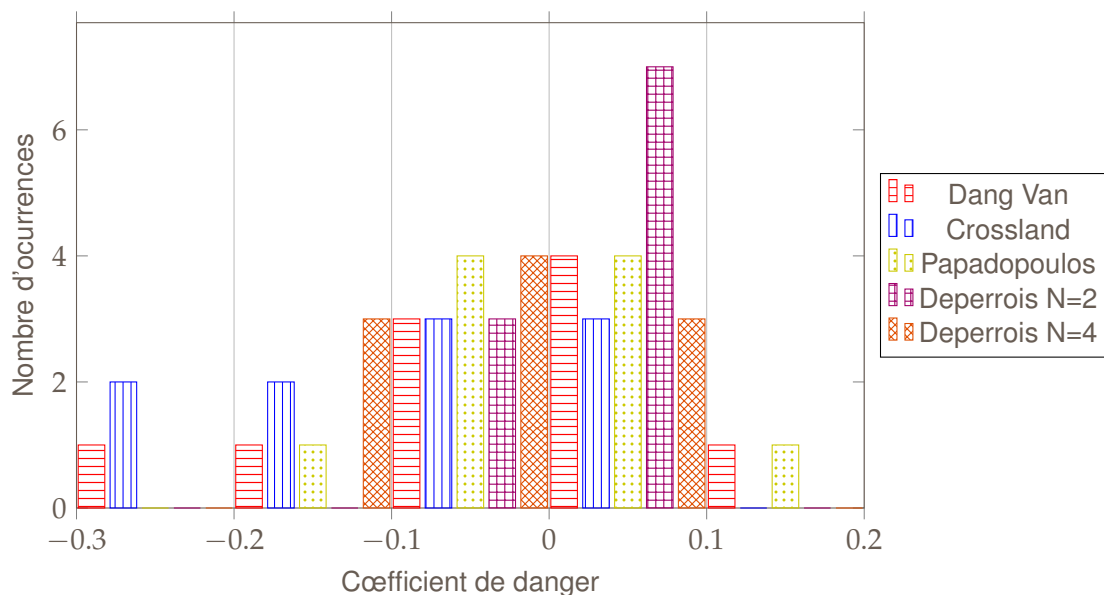


FIGURE 3.17 – Comparaison des coefficients de danger des essais de Froustey et Lasserre [21]

Les essais où les prédictions avec les Critères de Dang Van et Crossland sont fortement non conservatives sont des essais avec un déphasage de  $\phi = 90^\circ$ . Ici, les valeurs moyennes ne semblent pas affecter la validité des prédictions des critères testés.

## Essais à rupture de Vidal [56]

Ces essais ont été réalisés sur un acier HNA10 avec une résistance mécanique à la rupture  $R_m = 566$  MPa. Le modèle de fatigue est identifié par Jabbado [27], la courbe de Wöhler utilisé est celle de la traction alternée symétrique. Ce sont des essais de traction compression avec un rapport de charge variable. L'ensemble des données d'essai est synthétisé par Jabbado [27]. On observe les durées de vie prévues par les critères comparées aux durées de vie expérimentales sur la la figure 3.18 de la page 104. Sur ces essais, on remarque que les critères de Papadopoulos et Dang Van sont plus conservatifs. Les critères de Deperrois modifié et Crossland donnent des résultats plus précis.

## Essais d'endurance sur acier ER7 (éprouvettes tubulaires)

Ces essais sont présentés dans le chapitre précédent. Des essais de torsion pure ainsi que de traction-torsion déphasées à  $90^\circ$  avec les trajets issus de travaux de Benabes [7] ont été réalisés. On rappelle que l'identification a été faite uniquement avec des essais de traction.



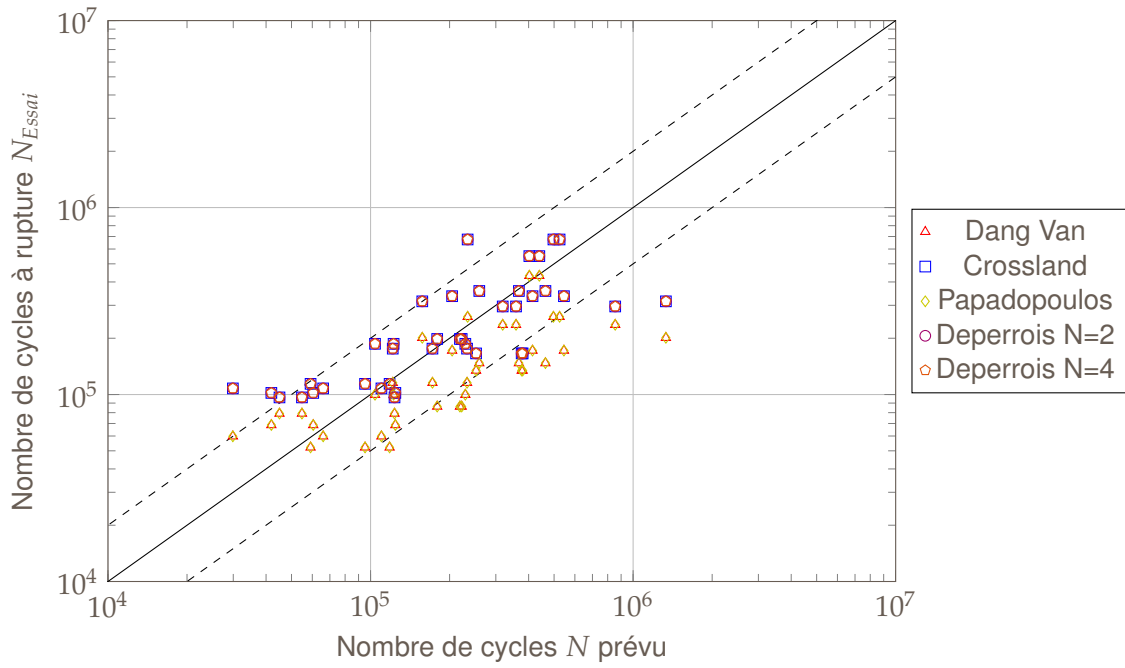


FIGURE 3.18 – Comparaison des durées de vie des essais de Vidal *et al.* [56]

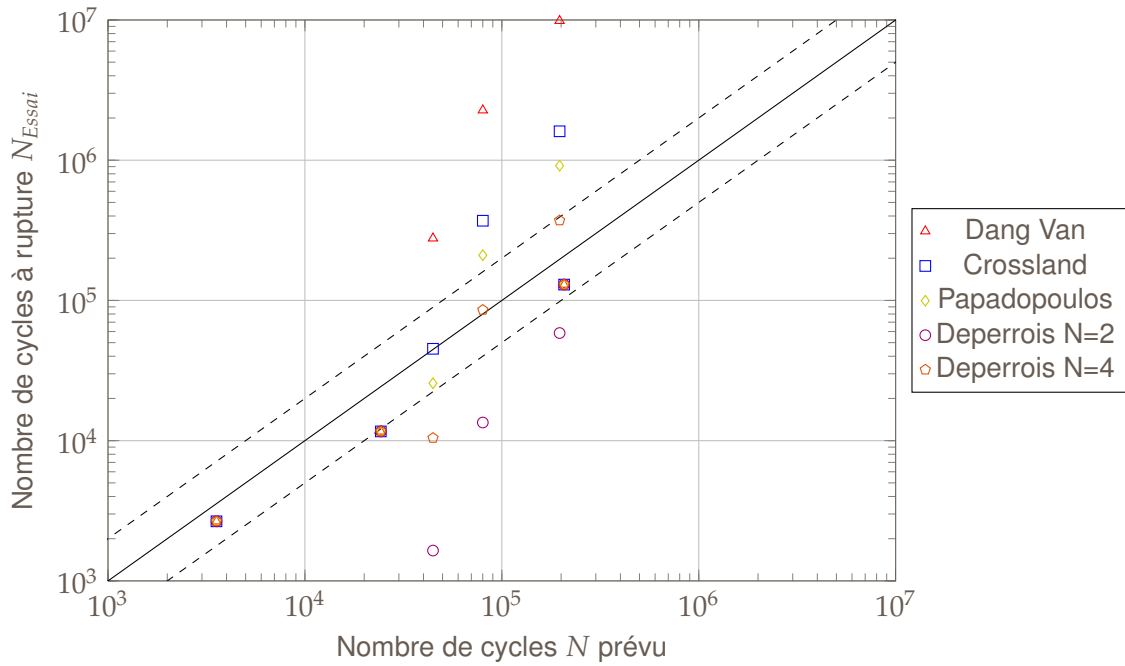


FIGURE 3.19 – Comparaison des durées de vie sur éprouvettes ER7 tubulaires

Les résultats des essais de torsion pure sont prévus de manière précise par tous les critères. Concernant les essais de traction-torsion déphasées le critère de Deperrois modifié tel que  $N = 4$  semble le plus pertinent (voir 3.19).

## Essais à amplitude variable

Dans cette partie, nous traitons des essais à amplitude variable réalisés sur la presse uniaxiale du LMS sur des éprouvettes cylindriques en acier ER7 avec un état de surface  $Ra = 6.3\mu\text{m}$ . Le but est de relever le dommage moyen à la rupture. Les résultats de cette partie sont le fruit d'un travail collaboratif avec Nicolas Marti dans le cadre de son postdoctorat au LMS [35]. Afin de tester une variabilité des chargements proches de ceux du réel, le chargement est basé sur des données d'essai sur un train grande ligne de la campagne Corail (cf. partie 4.2.2, page 116) au point le plus critique pour cette roue. Un chargement réduit issu de cette campagne d'essai a été produit. Ce chargement se concentre essentiellement sur les portions en courbe et en passage en appareil de voies car un trajet en ligne droite produit un dommage négligeable. Ce chargement étant par nature peu endommageant, une amplification de rapport  $k$  a été appliquée à l'essai pour le sévérer. Les trajets de chargement retenus sont les trajets en contraintes circonférentielles  $\sigma_{\theta\theta}$ . Les essais sont réalisés à une fréquence de 30 Hz ce qui correspond à la fréquence de rotation de la roue E à 300 km/h. Les étapes d'obtention du trajet d'essai sont les suivantes et sont illustrées sur la figure 3.20 de la page 106 :

1. Extraction des chargements globaux appliqués à la roue ( $Y, Q$ ) des données brutes d'essai en ligne,
2. Calcul des contraintes associées au point critique sous les chargements globaux
3. Suppression des tours de roue les moins endommageants du trajet (correspondant à une partie en ligne droite),
4. Amplification du signal avec un rapport  $k$  pour obtenir une rupture à l'essai dans un temps raisonnable,
5. Préparation du signal de commande pour la machine : lissage et échantillonnage du trajet.

Le post-traitement des essais est réalisé à partir des signaux du capteur de force et traité avec un comptage Rainflow à. Au vu de la simplicité de l'état de contrainte, le critère de Dang Van a été retenu pour l'étude. Dans ce cas, l'expression de la variable de fatigue de Dang Van pour un cycle extrait est la suivante :

$$\tau_{DV,i} = \alpha \cdot \frac{\sigma_{\max}}{3} + \frac{\Delta\sigma}{4} \quad (3.50)$$

Le cumul de dommage est réalisé avec la loi de dommage de Miner. Deux lois de durée de vie ont été testées (cf. partie 2.1.2, page 48) : Basquin à une pente et Basquin à deux pentes (que l'on notera Haibach dans la suite). On observe sur le tableau 3.9 de la page 106, en fonction de l'amplification de l'essai  $k$ , le nombre de tours de roue avant rupture ainsi que le temps d'essai. On déduit de chaque essai un dommage cumulé au sens de Basquin et de Haibach. On obtient donc une moyenne du dommage sur tous les essais (cf. tableau 3.10, page 107). Le dommage moyen est supérieur à 1, ainsi, utiliser un cumul de dommage de Miner avec une valeur critique de 1 tend à garder la prévision conservative. De plus, l'écart entre une loi de dommage de Type Basquin ou Haibach est très faible dans les cas traités. En effet, ces chargements sont plutôt critiques, ce qui tend à solliciter le matériau sur la partie où les deux modèles sont équivalents. Pour des chargements moins critiques, la méthode de Haibach donnerait un dommage plus faible.

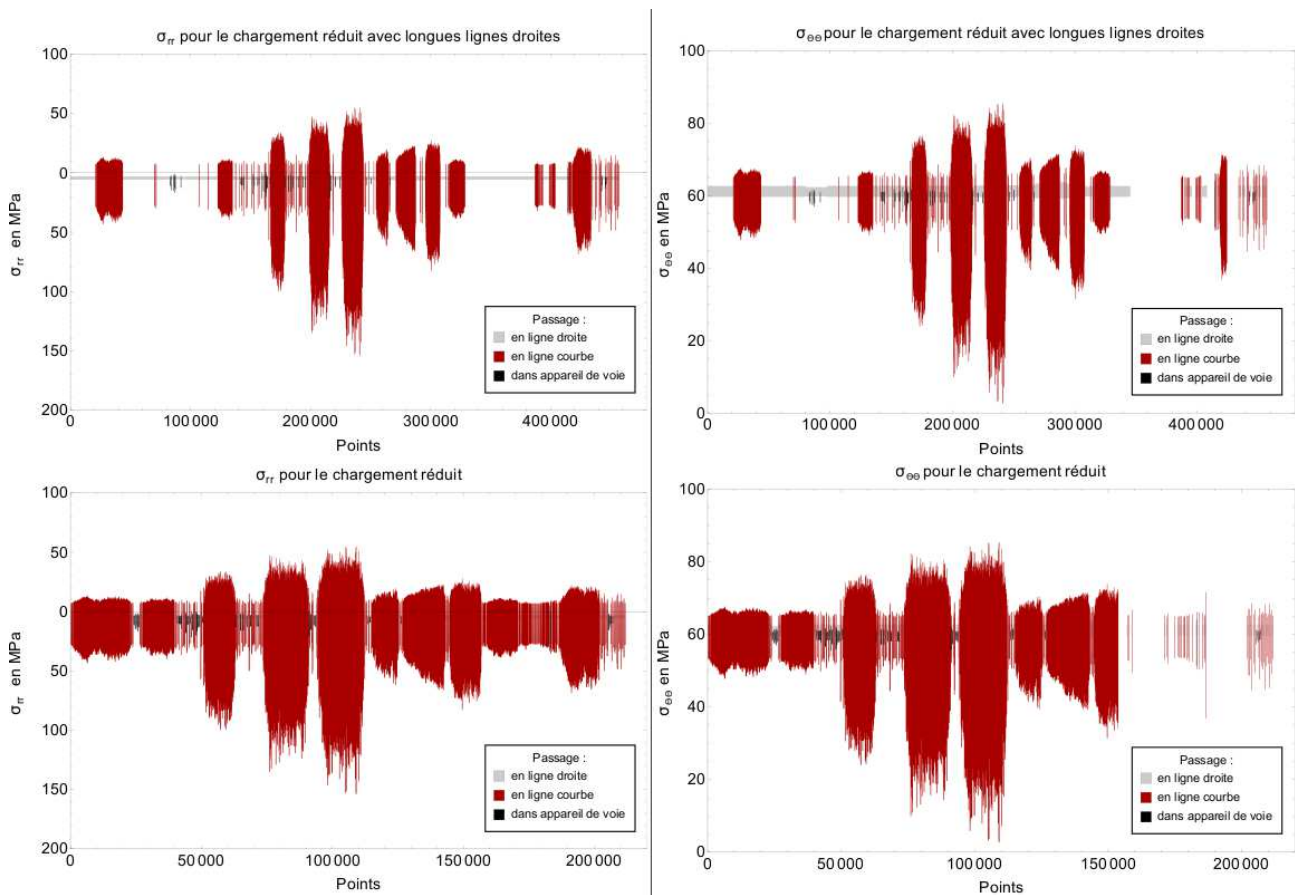


FIGURE 3.20 – Obtention du trajet d’essai à partir des données de chargements

Amplification	Nombres de tour de roues	Durée en heures	$D_r$ Basquin	$D_r$ Haibach
9.4	465682	4.7	1.06	1.05
9.4	798170	8.1	2	1.98
9	1086596	11	1.9	1.87
9	579054	5.9	0.95	0.94
8.7	3315306	34.1	4.94	4.86
8.7	1071902	11	1.14	1.11
8.7	2441765	25.1	3.88	3.83
8.4	1929546	20.1	1.79	1.75
8.4	1356800	14.1	1.19	1.16
8	648943	6.7	0.37	0.36
8	429831	4.4	0.23	0.22

TABEAU 3.9 – Dommages à rupture  $D_r$  selon le modèle de loi de durée de vie

Loi de dommage	Basquin	Haibach
Traitement	1,56	1,5

TABLEAU 3.10 – Dommage à rupture moyen selon le modèle de loi de durée de vie

## Conclusions

Au vu des résultats précédents, les critères les plus pertinents du point de vue de la prédiction de la durée de vie sur les roues sont les critères de Papadopoulos et de Deperrois modifiés. Le critère de Papadopoulos étant trop complexe sur notre usage, le critère de Deperrois modifié est choisi. Le choix de la norme se porte sur la norme 4 pour le cas de l'ER7. En effet, les résultats sur acier ER7 sont mieux prédits pour cette norme. Le critère de référence de Dang Van est aussi retenu en raison de sa simplicité et du fait qu'il soit connu et utilisé par l'industrie. L'intérêt d'un critère qui prend en compte les chargements déphasés est surtout important dans certains cas particuliers mis en avant dans le chapitre 1. Concernant le cumul de dommage, on a pu montrer que le modèle de Basquin semble tout aussi efficace que la variante plus complexe de Haibach. Ainsi on utilisera le modèle linéaire pour la simplicité de mise en oeuvre. L'utilisation d'un dommage à la rupture unitaire est conservatif en moyenne d'après les essais réalisés ce qui explique ce choix. On notera toutefois la grande variabilité observée sur les résultats.

## Conclusion

Ce chapitre a permis de présenter la méthode de spécification et validation fiabiliste retenue dans notre étude. La méthode de spécification est basée sur l'équivalence fatigue multi-paramètres entre le dommage issu du chargement réel et le dommage issu du chargement équivalent. Un critère de fatigue étendu à l'endurance limitée adéquat pour le cas de la roue ferroviaire (trajets multiaxiaux parfois déphasés) a été introduit.

Des essais de fatigue supplémentaires ont été réalisés. Ils permettent aussi de caractériser les limites de fatigue pour différents états de surface (il y a deux catégories de roue avec pour chacune un état de surface cible) mais aussi de vérifier les prédictions du critère proposé pour comparer les performances des différents critères de la littérature. Ces essais ont été réalisés pour des trajets de contrainte multiaxiaux ainsi que pour des chargements d'amplitude variables. Le critère proposé a montré de bons résultats dans la prévision de la durée de vie en fatigue à la fois pour nos essais et ceux de la littérature avec un coût de calcul faible. On notera que notre critère donne des prédictions en accord avec celles des autres critères sous chargement proportionnel et donne pour des chargement fortement déphasé des résultats proche de ceux du critère de papadopoulos (la référence dans ce contexte) tout en étant toutefois moins conservatif.

Les essais ont permis de montrer la validité du choix du dommage cumulé unitaire au sens de Miner. En effet, sur les essais la valeur moyenne observée est proche de 1.5, et malgré la variabilité, considérer une rupture pour le dommage unitaire au sens de Miner est globalement conservatif. On notera que des essais multiaxiaux prévu initialement n'ont pas été réalisés pour valider ces résultats sur des contraintes multiaxiales.



## 4 | Contribution au dimensionnement en fatigue des roues ferroviaires : estimation des chargements de conception et de la fiabilité

### Sommaire

---

<b>4.1  </b>	<b>Méthode de recherche de chargements équivalents</b>	110
4.1.1	Criticité équivalente	110
4.1.2	Méthode de recherche de la sollicitation équivalente	112
<b>4.2  </b>	<b>Étude des chargements réels</b>	116
4.2.1	La campagne d'essais autorail	116
4.2.2	La campagne d'essais Corail	116
4.2.3	La campagne d'essais à grande vitesse	118
<b>4.3  </b>	<b>Estimation des chargements de conception sur 5 roues</b>	120
4.3.1	La famille des structures	120
4.3.2	Choix du chargement de fatigue équivalent	120
4.3.3	Chargements équivalents sur les roues	121
<b>4.4  </b>	<b>Estimation de la fiabilité d'une roue ferroviaire : Exemple de la roue D</b>	127
4.4.1	Cartes de criticité	127
4.4.2	Méthode de validation fiabiliste	129
4.4.3	Aspect probabiliste	130
<b>4.5  </b>	<b>Calcul de la criticité vis-à-vis des chargements réels et des contraintes résiduelles sur la roue E</b>	133
4.5.1	Étude des contraintes résiduelles	133
4.5.2	Étapes générant les contraintes résiduelles	133
4.5.3	Modélisation	133
4.5.4	Étude de l'usage de la roue E	138

---

### Introduction

Ce chapitre est une contribution au dimensionnement actuel des roues ferroviaires. Nous avons explicité dans le premier chapitre le principe de dimensionnement normatif : il s'agit d'une méthode déterministe dans laquelle la contrainte de fatigue issue de chargements (dits de conception) empiriques sévères doit être inférieure à la contrainte admissible matériau.

L'objectif de ce chapitre est, d'une part, de proposer une méthode pour objectiver les chargements de conception normatifs à partir des chargements réels (basée sur l'équivalence fatigue) et d'autre part

une méthode d'estimation de la fiabilité de la roue en envisageant la variabilité sur l'usage. Cette méthode est donc probabiliste et sera basée sur la méthode « Contrainte-Résistance ».

Une étude est ensuite réalisée pour évaluer l'impact des contraintes résiduelles issues du traitement thermique sur la tenue en fatigue.

## 4.1 | Méthode de recherche de chargements équivalents

Dans cette section on présente la méthode qui permet d'obtenir les trajets de contrainte pour chaque tour de roue en fonction des chargements. Ensuite, on explicite la méthode permettant de calculer la criticité correspondant au trajet d'un train en chaque point de la roue. Enfin, on présente les détails de l'obtention du chargement équivalent.

### 4.1.1 | Criticité équivalente

#### Les chargements globaux de fatigue issus du service

Les chargements de fatigue considérés ici sont les chargements globaux appliqués à la roue, ils sont inspirés de la norme (cf. partie 1.4.1, page 25) :

1.  $Y$  : Chargement latéral
2.  $Q$  : Chargement vertical

Les points d'application des efforts sont choisis en fonction de la valeur de  $Y$ . Les chargements variables  $Y$  et  $Q$  doivent être étudiés et des chargements en service disponibles (cf. partie 4.2, page 116) seront considérés. On doit avoir un chargement représentatif de la vie de la roue. En effet, le chargement considéré doit pouvoir couvrir le plus d'évènements possibles de la vie de la roue dans une proportion réaliste : pour cela, il est important d'avoir une base de données importante. Les contraintes issues du fretage et des traitements thermiques n'étant pas des chargements de fatigue, elles seront utilisées pour les calculs d'équivalence, mais seront bien entendu fixées.

#### Obtentions des trajets de contraintes

Il est important de savoir construire le trajet de contrainte en chaque point de la roue soumise à ces chargements. Pour cela, en considérant la roue comme une structure tournante, on applique des chargements rotatifs constants en normes pour reproduire le trajet de contrainte en utilisant la méthode des éléments finis. En utilisant les symétries de la structure on peut réduire fortement le nombre de calculs nécessaires, et pour une structure axisymétrique un seul calcul élastique est suffisant pour reproduire le trajet complet en faisant une extraction des contraintes sur un cercle passant par le point d'intérêt et d'axe l'axe de symétrie de la roue : c'est une équivalence espace-temps. Un exemple de maillage axisymétrique est montré dans la figure 4.1. On considère que la roue est dans un état élastique et que le trajet de contrainte est construit par superposition à partir des chargements constants  $Y$  et  $Q$  qui vont générer un cycle de fatigue que l'on superposera aux contraintes résiduelles issues de la fabrication et du montage de la roue sur l'axe. Ainsi, au point  $M$ , à l'instant  $t$ , sous les chargements  $Y$  et  $Q$ , on peut écrire le cycle suivant :

$$\sigma(M, Y, Q, F, t) = Y \cdot \sigma_Y(M, t) + Q \cdot \sigma_Q(M, t) + F \cdot \sigma_R(M) \quad (4.1)$$

$\sigma_Y(M, t)$  et  $\sigma_Q(M, t)$  sont les trajets de contraintes pour une rotation de roue sous un chargement unitaire  $Y = 1$  kN et  $Q = 1$  kN.  $\sigma_R(M)$  est le tenseur de contrainte constant provenant des contraintes résiduelles issues de la fabrication et du montage de la roue sur l'axe.

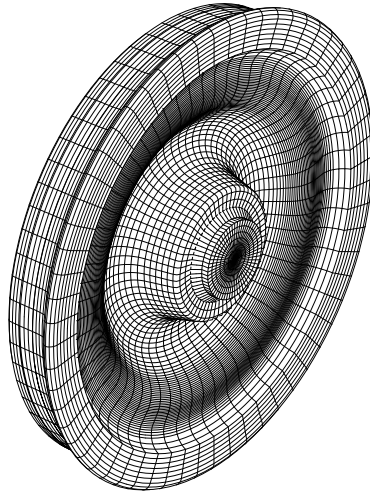


FIGURE 4.1 – Maillage 3D pour d'une roue avec axe

Dans cette étude, on ne considère pas la table de roulement (cf. figure 1.1, page 8). En effet cette partie de la roue est soumise à des chargements relevant de la fatigue de contact avec une interaction forte entre la fatigue et l'usure. On considère que le matériau est dans un état adapté dans les zones d'intérêt, ce qui est cohérent avec une étude en fatigue à grand nombre de cycles. De nombreuses autres études se concentrent sur l'étude de l'initiation de fissure près du contact roue/rail [31, 8, 48].

### Modèle de durée de vie en fatigue

Il est important de se munir d'un modèle de fatigue adapté à notre étude. Pour évaluer la criticité d'un cycle de chargement, on utilise une contrainte de fatigue basée sur le critère de Dang Van [15] ou celui de Deperrois modifié (cf. partie 3.1.3, page 88) notée  $\tau$ .

Le calcul de cette variable  $\tau$  peut avoir un coût très important, c'est pourquoi, dans cette étude, on réalise le calcul de  $\tau$  à priori en fonction des variables de chargement ( $Q, Y$  et  $F$ ) selon un maillage pour chacune des configurations (ligne droite, courbe, passage dans les appareils de voie). Les valeurs intermédiaires sont recalculées par interpolation non-linéaire. Ce choix permet de limiter l'appel vers la fonction de calcul du critère pour chaque cycle de chargement ce qui n'est pas envisageable d'un point de vue complexité.

Le critère de fatigue est étendu à l'endurance limitée à l'aide d'une loi puissance (modèle de Basquin, comme introduit par Papadopoulos [41]), ainsi on note le nombre de cycles  $N$  à rupture pour la contrainte de fatigue  $\tau$  par :

$$N = N_e \cdot \left(\frac{b}{\tau}\right)^m \quad (4.2)$$

Un modèle linéaire de cumul de dommage de Palmgren-Miner [18, 33] est adopté pour calculer le dommage en tout point de la structure vis-à-vis des chargements variables. Ainsi, un cycle  $i$  correspondant à une rotation de la roue et à une contrainte de fatigue  $\tau_i$ , induit un dommage  $D_i$  tel que :

$$D_i = \frac{1}{N_i} = \frac{1}{N_e} \cdot \left(\frac{\tau_i}{b}\right)^m \quad (4.3)$$

Comme le cumul de dommage est considéré linéaire :

$$D = \sum_i D_i = \sum_i \frac{1}{N_i} = \frac{1}{N_e} \cdot \sum_i \left(\frac{\tau_i}{b}\right)^m \quad (4.4)$$

Le dommage équivalent pour la vie de la roue en un point est :

$$D^{eq} = N_e \cdot \frac{1}{N_e} \cdot \left(\frac{\tau_{eq}}{b}\right)^m = \left(\frac{\tau_{eq}}{b}\right)^m \quad (4.5)$$



Si le chargement utilisé ne correspond pas à la durée de vie de la roue, on corrigera le dommage avec un scalaire  $k$  calculé à partir des kilométrages du chargement considéré ainsi que celui qui correspond à la vie maximale d'une roue :

$$k = \frac{K_{vie}}{K_{chargement}} \quad (4.6)$$

Cette extraction à une vie virtuelle est utilisée dans la littérature (voir [9]) Ainsi on écrit en tout point le dommage :

$$D = k \cdot \sum_i D_i = \sum_i \frac{k}{N_i} = \frac{k}{N_e} \cdot \sum_i \left( \frac{\tau_{DV,i}}{b} \right)^m \quad (4.7)$$

On peut introduire une variable de fatigue équivalente  $\tau_{eq}$  de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \left( \frac{\tau_{eq}}{b} \right)^m &= \frac{k}{N_e} \cdot \sum_i (\tau_i)^m \\ \Rightarrow \tau_{eq} &= \left( \frac{k}{N_e} \cdot \sum_i (\tau_i)^m \right)^{1/m} \end{aligned} \quad (4.8)$$

La valeur de  $\tau_{eq}$  est obtenue en tout point et représente la sévérité de la séquence de chargement de l'essai étendu à la vie maximale de la vie, elle est l'image du dommage local  $D$ .

#### 4.1.2 | Méthode de recherche de la sollicitation équivalente

##### Chargement équivalent

Dans le cas de la roue, les chargements variables de fatigue sont  $Q$  et  $Y$ . On note le chargement réel avec le vecteur de sollicitation suivant contenant  $N_c$  cycles (correspondants à  $N_c$  rotation de roue) :

$$\begin{aligned} \lambda &= \begin{Bmatrix} Q_{,1} & \cdots & Q_{,i} & \cdots & Y_{,N_c} \\ Y_{,1} & \cdots & Y_{,i} & \cdots & Y_{,N_c} \end{Bmatrix} \\ \lambda_i &= \begin{Bmatrix} Q_{,i} \\ Y_{,i} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (4.9)$$

Quelles que soient les valeurs des chargements et le point de la structure  $M$ , on peut obtenir  $\tau(\lambda, M)$ . De même, on en déduit le dommage local par cycle  $D_i(\{\lambda_i\}, M)$  ainsi que le dommage total correspondant à la vie de la roue :

$$D(M) = \sum_i D_i(\lambda_i, M) \quad (4.10)$$

On note le chargement équivalent en dommage contenant  $N_e$  cycles :

$$\begin{aligned} \lambda_{eq} &= \begin{Bmatrix} Q_{eq,1} & \cdots & Q_{eq,i} & \cdots & Y_{eq,N_e} \\ Y_{eq,1} & \cdots & Y_{eq,i} & \cdots & Y_{eq,N_e} \end{Bmatrix} \\ \lambda_{eq,i} &= \begin{Bmatrix} Q_{eq,i} \\ Y_{eq,i} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (4.11)$$

Le dommage total induit par ce chargement équivalent est :

$$D_{eq}(M) = \sum_i D_{eq,i}(\lambda_{eq,i}, M) \quad (4.12)$$

Pour assurer l'équivalence en fatigue du chargement, il faut donc obtenir l'égalité stricte du dommage réel et du dommage équivalent. Ainsi en tout point  $M$  de la structure, on a  $D_{eq}(M) = D(M)$ .

## Choix du meilleur chargement équivalent

Le chargement équivalent doit être simple, c'est pourquoi l'équivalence est impossible à atteindre sur toute la structure. On choisit de définir le meilleur chargement équivalent  $\lambda_e$  de la manière suivante :

$$\lambda^e = \underset{(\lambda_{eq})}{\operatorname{argmin}} \sqrt{\sum_M \left[ \frac{D(M)}{\sum_i D_{eq,i}(\lambda_{eq,i}, M)} - 1 \right]^2} \quad (4.13)$$

Plus le chargement équivalent est complexe, soit défini avec un grand nombre de variables, plus il sera performant du point de vue de l'équivalence c'est-à-dire qu'il permettra de s'approcher de l'équivalence sur toute la structure. Il faut choisir un chargement à la fois simple pour être utilisé en conception, et assez complexe pour obtenir une équivalence suffisante. On peut proposer des chargements par blocs, le plus évident étant un chargement avec 3 blocs, chacun dans un des 3 cas de chargement [46]. La fonction à minimiser proposée dans l'équation 4.13 est une mesure de l'erreur entre le dommage réel et le dommage issue du chargement équivalent moyenné sur la structure. D'autres indicateurs de la performance de l'équivalence sont l'erreur maximale et l'erreur minimale. Pour calculer  $\lambda_{eq}$  à l'aide de l'équation 4.13 de la page 113, il faut se munir d'un schéma d'optimisation. La solution retenue ici est d'utiliser un schéma en deux temps :

- ◆ Un algorithme génétique qui permet de parcourir un large spectre d'équivalent potentiel. Cet algorithme est dérivé de la Genetic Algorithm TOOLBOX For Use with MATLAB [13].
- ◆ Une fois la meilleure zone d'équivalence choisie, on fait une optimisation à l'aide d'un algorithme local qui permet d'obtenir un résultat à moindre coût (dérivé de la fonction `fminsearch` de Matlab) [36].

Des critères d'arrêt pour chacun des algorithmes sont proposés. Pour l'algorithme génétique, les critères suivants sont implémentés :

- ◆ La diversité de la population (une population trop homogène sur plusieurs générations provoque un arrêt de l'algorithme),
- ◆ Un plateau dans l'évolution de la population (une évolution trop faible sur plusieurs générations provoque un arrêt de l'algorithme),
- ◆ Un nombre de générations imposé est atteint.

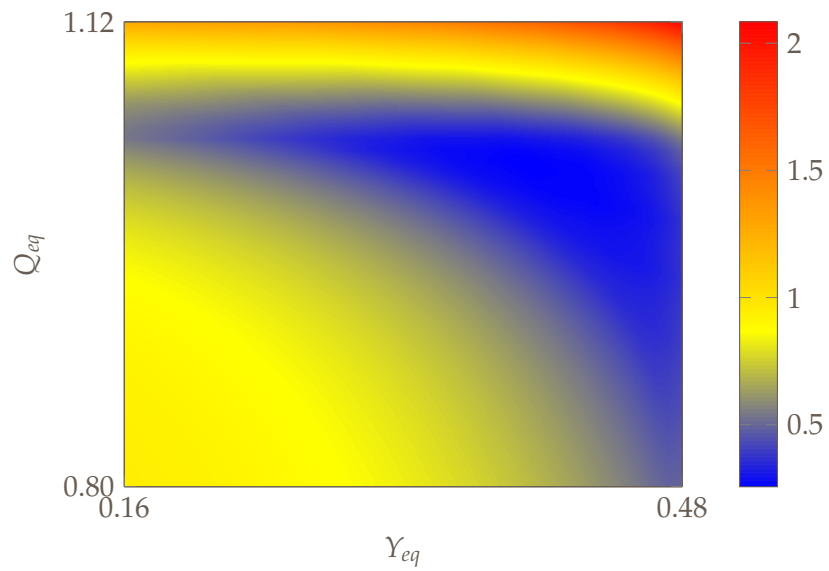
De même pour l'algorithme local, les critères suivants sont implémentés :

- ◆ Détection d'un extremum (valeur de tolérances sur les paramètres d'entrée et sur la valeur de la fonction coût),
- ◆ Un nombre de calculs de la fonction objectif imposés atteint provoque un arrêt de l'algorithme.

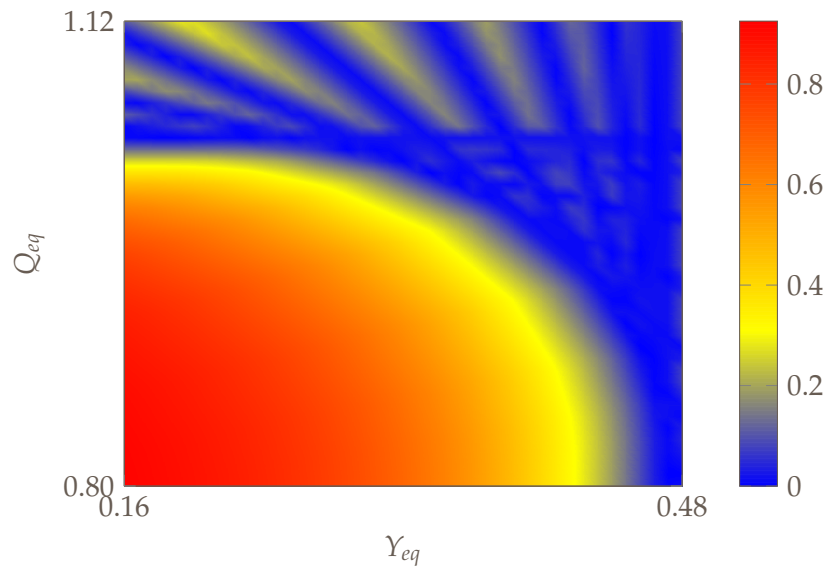
Vu la dimension du vecteur des chargements équivalents, il est difficile de représenter la fonction coût. Avec seulement deux variables et dans le cas réduit des chargements de type courbe (Cas 2) sur le trajet autorail et la roue D on peut toutefois représenter la fonction avec la variable ci-dessous, qui représente l'erreur d'équivalence relative en criticité en un point (ici en contrainte équivalente de fatigue et non pas dommage) :

$$Err = \left( \frac{\tau_{eq} - \tau_e}{\tau_{eq}} \right) \quad (4.14)$$

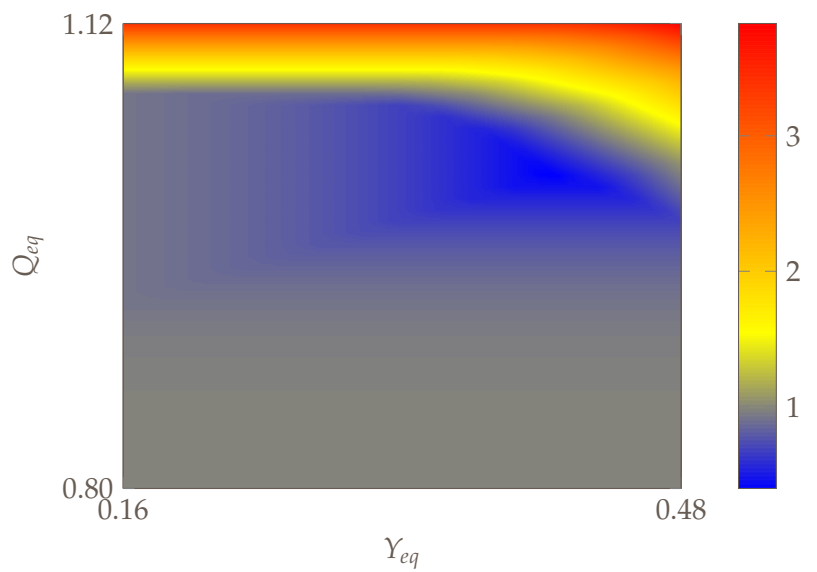
La figure 4.2a de la page 114 représente cette erreur moyenne sur la roue D, avec comme chargements réels les sollicitations du trajet autorail (cf. partie 4.2.1, page 116). Les figures 4.2b et 4.2c de la page 114, représentent respectivement l'erreur minimale et maximale sur la structure. Avec cette représentation, on voit la forme de la vallée. La vallée présente de nombreux minima locaux dans une zone étendue (même dans ce cas très restrictif à deux paramètres). Cette forme rend la recherche du minimum global complexe et coûteuse pour un algorithme d'optimisation. On remarque que le problème de recherche de l'équivalent à multiparamètre n'est pas trivial (les paramètres  $Q$  et  $Y$  sont indépendants) et est coûteux sans la mise en place d'une démarche spécifique comme celle présentée ci-dessus.



(a) Erreur moyenne



(b) Erreur minimale



(c) Erreur maximale

FIGURE 4.2 – Représentation de l'erreur d'équivalence Err pour la roue D et les sollicitations de l'essai d'autorail

## Conclusion

Cette section détaille le calcul de la criticité équivalente sur la structure de la roue et son utilisation pour le calcul des sollicitations équivalentes en fatigue. Le détail du calcul numérique de l'équivalence est présenté. On peut voir que le problème numérique est complexe et nécessite des outils adéquats : ici un algorithme d'optimisation mixte génétique/local est mis en place avec ses critères d'arrêt pour permettre une recherche des paramètres de la sollicitation équivalente. La fonction d'optimisation est présentée pour illustrer l'aspect multi-paramètres du problème qui nécessite ces outils.

## 4.2 | Étude des chargements réels

Cette section présente les données d'essais en lignes disponibles qui permettent d'obtenir la distribution des chargements réels sur la roue. Ces chargements sont les principales sollicitations de fatigue pour la roue ferroviaire, il est donc important de les caractériser. Pour cela, on utilise des trains d'essai en conditions d'usage pour enregistrer les sollicitations subies par les roues. Les roues de ces trains d'essai ont été équipées de jauges d'effort qui permettent de reconstituer le chargement de la roue lors du traitement des données. Dans la suite, on décrit les conditions des essais réalisés sur plusieurs matériels et selon des usages différents que l'on considérera représentatifs. Les valeurs des efforts sont pour des raisons de confidentialité adimensionnés.

### 4.2.1 | La campagne d'essais autorail

#### Les essais en ligne

Une série d'essais en ligne a été réalisée au sein de SNCF par l'Agence d'Essais Ferroviaires (A.E.F.) pour déterminer les efforts réels auxquels sont soumises les roues. Ainsi, un autorail a été équipé pour enregistrer les sollicitations subies par les roues lors d'un trajet. Cet autorail a été équipé de capteurs sur le premier bogie (bogie d'attaque) et le second. Les 4 roues de chacun de ces bogies ont été équipées de jauges d'effort, soit 8 roues au total. Une série de tests en ligne a été réalisée avec cet autorail dans de multiples configurations comportant des configurations en service, des chargements exceptionnels (surcharge, survitesse) ainsi que des trajets variés (grandes courbes, petites courbes, lignes droites, montées, descentes). À la suite de ces essais, pour chacune des roues, on a pu reproduire la sollicitation  $Y$  et  $Q$  temporelle. Les signaux ont été filtrés à 10 Hz pour le signal  $Y$  et à 20 Hz pour le signal  $Q$ .

#### Les données extraites

Les données transmises par l'agence d'essai qui correspondent à un trajet reconstitué considéré comme représentatif et sont appelées « marche représentative ». Ainsi, les données sur un trajet équivalent à 93 km de marche. Pour chaque roue, on extrait une valeur de la sollicitation  $Y$  et  $Q$  au cours du temps ainsi que d'autres données. La figure 4.3 de la page 117 représente la position des roues testées sur le train utilisé pour les tests. On notera aussi que l'A.E.F. donne ces résultats sous la forme de matrice d'occurrence (voir figure 4.4 de la page 117). Cette matrice représente le nombre d'occurrences rencontrées pour un couple  $(Y, Q)$  donné.

L'essai réalisé représente uniquement des efforts quasi statiques et ne prend pas en compte les effets dynamiques induits par la dynamique ferroviaire (par exemple, sur une voie de montagne, un joint de rail, jonction entre deux rails, mal aligné ou décalé peut induire un choc qui introduit une surcharge). L'étude réalisée n'a pas vocation à être représentative des chocs qui, au cours de la vie de la roue, induisent des surcharges de chargement.

### 4.2.2 | La campagne d'essais Corail

Pour caractériser les chargements sur la roue et l'axe d'un train voyageur, plusieurs campagnes d'essais, aboutissant à des mesures des efforts réels sur un train voyageur de type Corail ont été réalisées. Les données récoltées sur environ 8000 km de voies ont ensuite été traitées pour en extraire 162 km qui soient représentatifs de l'ensemble du trajet. La figure 4.6 de la page 118 représente les occurrences des efforts. La technique de mesure est similaire à celle utilisée sur l'essai autorail avec deux essieux soit 4 roues instrumentées. Les données utilisées pour réaliser cette matrice sont des temporelles d'efforts filtrés à 10 Hz pour le signal  $Y$  et 20 Hz pour le signal  $Q$ . La figure 4.5 de la page 118 présente une illustration du train et d'un essieu instrumenté.

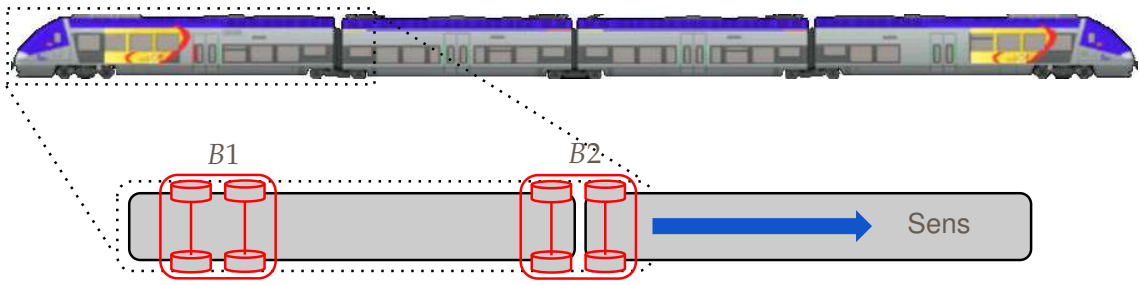


FIGURE 4.3 – Position des roues exploitées dans l'essai, positionnées sur deux bogies  $B1$  et  $B2$

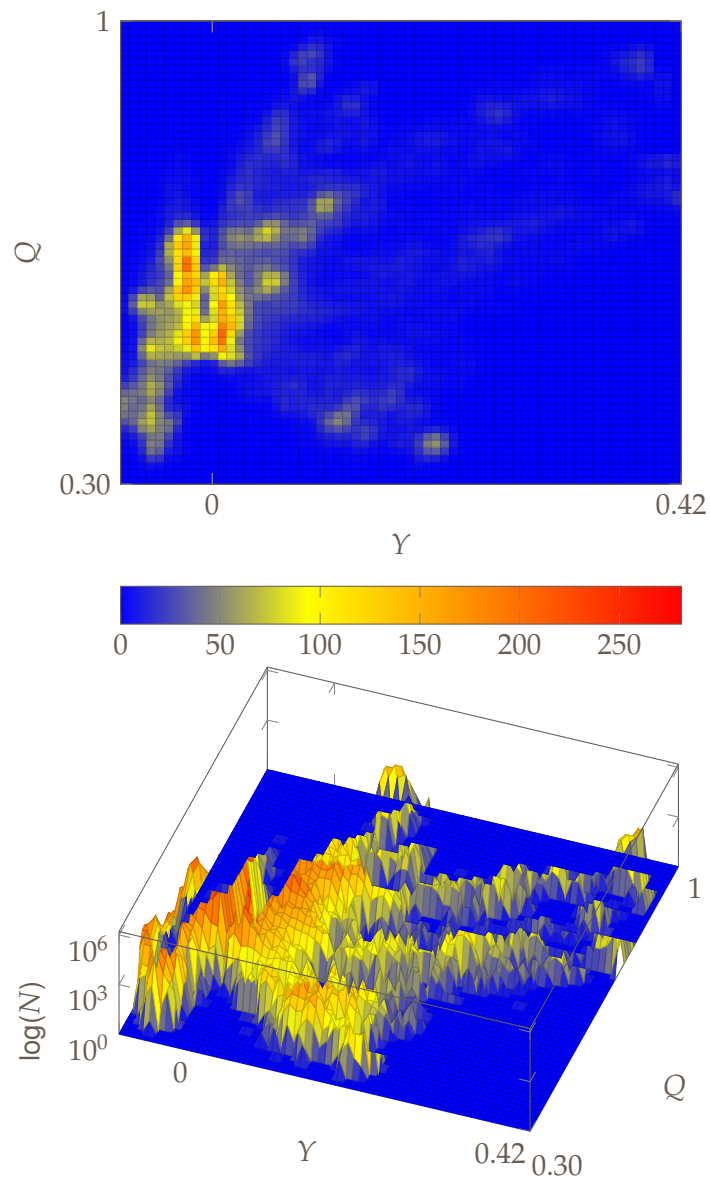


FIGURE 4.4 – Matrice d'occurrence



FIGURE 4.5 – Train et essieu instrumenté

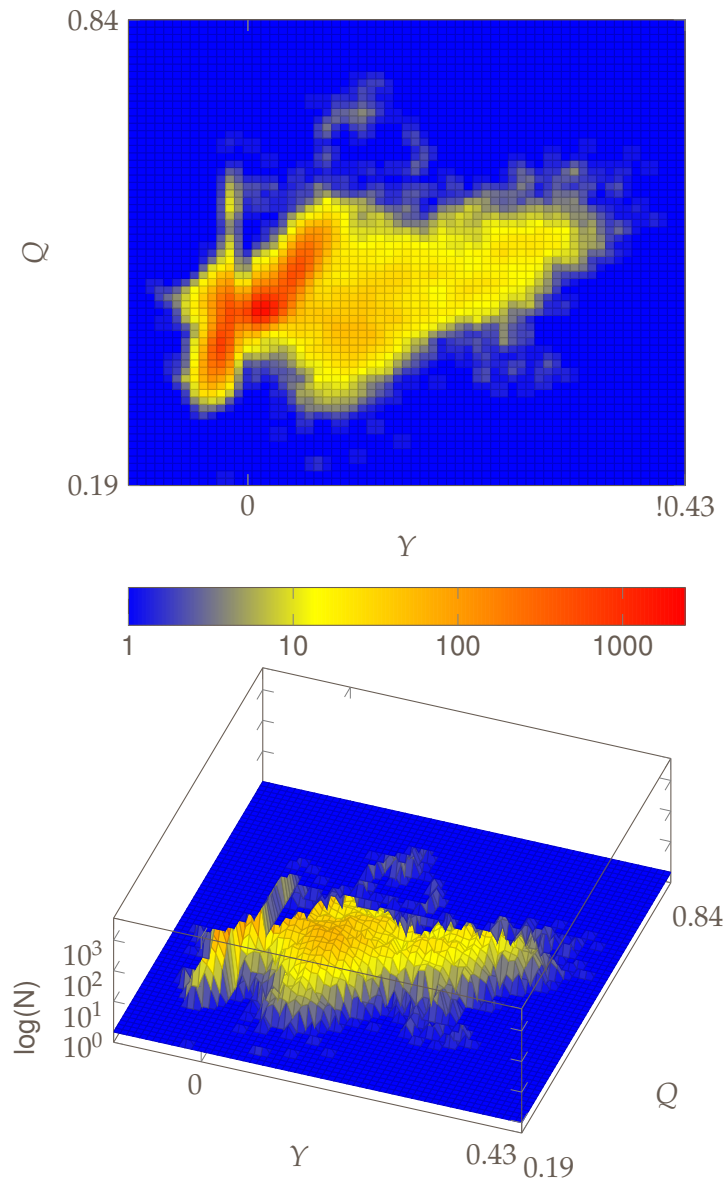


FIGURE 4.6 – Matrice d'occurrence du trajet réel Corail

### 4.2.3 | La campagne d'essais à grande vitesse

Cette campagne d'essai a été réalisée pour quantifier les chargements représentatifs des trajets grande vitesse. Les essais ont été réalisés sur un TGV d'essai équipé de 2 bogies instrumentés, le bogie d'attaque (premier bogie de la motrice) et le troisième bogie du train (situé à l'avant de la première voiture).

Les données issues de ces 4 essieux (il y a deux essieux par bogie) ont ensuite été traitées pour en extraire l'équivalent de 193 kilomètres de trajets qui soient représentatifs des sollicitations sur une roue pour un usage grande vitesse (ici, les vitesses constatées sont de plus de 280 km/h). Les données sont reportées sous la forme d'une matrice d'occurrence sur la figure 4.7 de la page 119. Les données utilisées pour réaliser cette matrice sont des temporelles d'efforts filtrés à 10 Hz pour le signal  $Y$  et 20 Hz pour le signal  $Q$ . On remarque, sur la figure, que les valeurs de  $Y$  sont contenues, comparées aux autres trajets. Cela est dû au fait que les lignes grandes vitesses sont construites et entretenues pour limiter les efforts latéraux à vitesse nominale (notamment grâce au dévers).

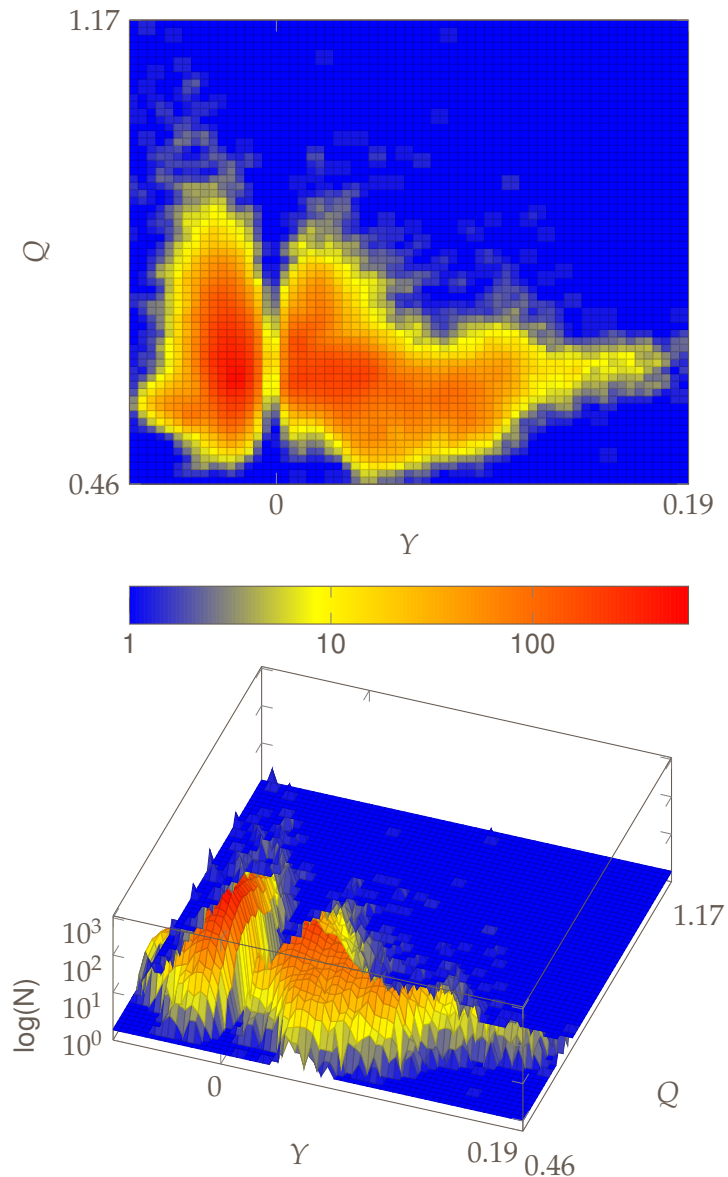


FIGURE 4.7 – Matrice d'occurrence du trajet réel en grande vitesse



## 4.3 | Estimation des chargements de conception sur 5 roues

Dans cette section, on recherche des chargements équivalents à des chargements réels d'exploitation sur lignes classiques sur les cinq roues de l'étude (cf. partie 1.1.3, page 9). On note que les calculs présentés dans cette partie sont réalisés avec prise en compte du fretage seul (les contraintes résiduelles issues du traitement thermique sont négligées). Les valeurs des paramètres du matériau en fatigue sont issues directement des essais RP19 (cf. partie 1.2, page 13).

La recherche d'une sollicitation équivalente à un trajet réel est très importante dans l'industrie ferroviaire. En effet, les chargements utilisés pour concevoir et valider les roues sont actuellement ceux de la norme. Ces chargements empiriques et déterministes sont définis à partir du tonnage maximal à l'essieu. Il n'est donc pas question d'usage dans l'approche normative. En effet, un TGV et un autorail avec un tonnage à l'essieu identique ont les mêmes chargements normatifs. Or, on comprend bien que les paramètres de la voie et la vitesse du train, très différents, vont affecter de manière importante les chargements réels (cf. 4.2 page 116).

Dans cette partie, on va calculer des chargements équivalents en fatigue à un trajet réel pour une roue. De plus, on va proposer un chargement équivalent à un trajet réel qui soit valable pour une large variété de géométrie de roues. Ceci demande d'étudier la famille des roues ferroviaires pour calculer l'équivalence [47] mais permet de caractériser un usage de manière précise. On comparera les efforts avec ceux issus de la norme.

### 4.3.1 | La famille des structures

On considère donc les cinq géométries de roue. On réduit la zone d'étude à la peau de chaque roue, car c'est en surface que les criticités de fatigue sont les plus importantes. De plus, sur les éprouvettes de fatigue et sur les roues réelles les amorces de fissures sont observées en surface. On va donc dans l'étude considérer l'ensemble des points des éléments de la surface des roues et chercher le meilleur équivalent fatigue sur cette structure virtuelle appelée famille des roues.

### 4.3.2 | Choix du chargement de fatigue équivalent

Pour définir le chargement équivalent de fatigue, nous avons trois types de cycles de fatigue réalistes issus de la norme (cf. partie 1.4.1, page 25), les trois configurations sont les suivantes :

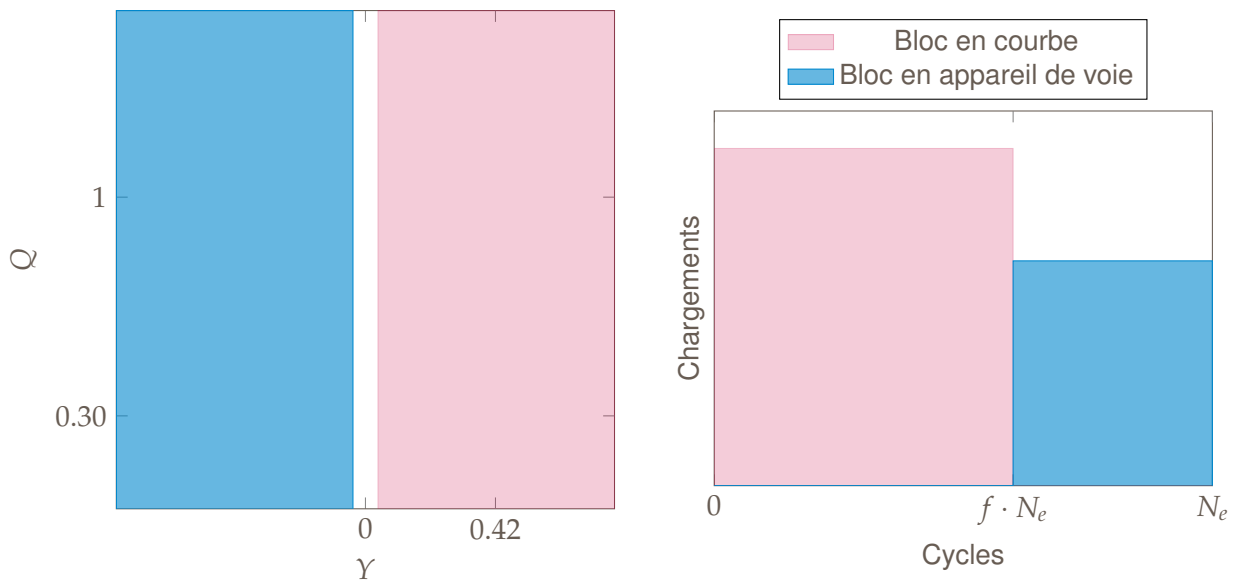
- ◆ ligne droite,  $Q_{eq}^1 > 0$  et  $Y_{eq}^1 = 0$ .
- ◆ voie en courbe,  $Q_{eq}^2 > 0$  et  $Y_{eq}^2 > 0$ .
- ◆ appareil de voie,  $Q_{eq}^3 > 0$  et  $Y_{eq}^3 < 0$ .

On propose un chargement équivalent avec deux blocs, le premier en courbe, le second en appareil de voie. En effet, il a été montré que la criticité induite par la ligne droite est négligeable devant ces deux autres cas de chargement. Le chargement équivalent est constitué de  $N_e = 10^7$  cycles : cette valeur est une estimation du point d'inflexion de la courbe de Wöhler et correspond à un ordre de grandeur près au nombre de tour de roue pour la vie maximale de la roue. On définit le chargement équivalent de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \text{Pour } i \in [1; N_e \cdot f], \lambda_{eq,i} &= \left\{ \begin{array}{l} Q_{eq}^2 \\ Y_{eq}^2 \end{array} \right\} \\ \text{Pour } i \in [f \cdot N_e + 1; N_e], \lambda_{eq,i} &= \left\{ \begin{array}{l} Q_{eq}^3 \\ Y_{eq}^3 \end{array} \right\} \end{aligned} \quad (4.15)$$

La valeur de  $f = \frac{N^2}{N^3} \in [0, 1]$  qui représente le taux de courbe dans notre chargement peut être

laissé libre ou imposé à  $f = 0.5$ . Ce chargement a donc 5 variables à déterminer (ou 4 si l'on impose une valeur de  $f$ ).



(a) Représentation des bornes des paramètres d'efforts du chargement équivalent

(b) Représentation des paramètres des deux blocs du chargement équivalent

FIGURE 4.8 – Définition du chargement équivalent

D'autres chargements ont été testés, mais il a été montré qu'intégrer un bloc de chargement de type alignement était coûteux (ajout d'une variable) et ne permettait pas d'améliorer les performances du point de vue de l'équivalence. Le chargement présenté est celui permettant d'obtenir le rapport performance/coût le plus intéressant.

On utilise comme fonction coût pour l'optimisation la variable suivante qui sera minimisée par l'algorithme.

$$Err = \operatorname{argmin}_s \left( \frac{\tau_{eq} - \tau_e}{\tau_{eq}} \right) \quad (4.16)$$

$\tau_{eq}$  est la criticité cible en chaque point et  $\tau_e$  la criticité engendrée par la sollicitation équivalente.  $S$  est l'ensemble des points de la structure considérée pour le calcul de l'équivalence. Ainsi  $Err$  est l'image de l'erreur d'équivalence relative moyenne sur l'ensemble des points de la structure considérée.

Les calculs sont réalisés sur 20 générations maximums de 12 individus. Les critères d'arrêt de l'algorithme génétique sont les suivants :

- ◆ Homogénéité de la génération : Si l'écart type relatif  $std(Err)/moy(Err)$  est inférieur à  $10^{-4}$
- ◆ Non-progression de l'algorithme : Taux de variation sur  $Err$  plus faible que  $10^{-3}$  sur 10 générations.

L'algorithme local a un maximum de 1000 calculs sur la fonction coût ce qui est, en pratique, largement suffisant pour atteindre un extremum.

### 4.3.3 | Chargements équivalents sur les roues

Dans un premier temps, on va étudier les chargements pour chaque roue de manière indépendante. On se base, dans cette étude, sur le chargement voyageur (cf. partie 4.2, page 116). On cherche à calculer un effort de référence sur chaque roue. On va développer le calcul et les résultats dans un premier temps

sur la roue A. On se limite aux points de la peau de la roue où les criticités sont les plus importantes pour réaliser la recherche de l'équivalent.

## Exemple de la roue A

On doit, dans un premier temps, choisir la forme de l'effort équivalent afin de réaliser un calcul à la fois pertinent pour la recherche de l'équivalence du dommage. Du point de vue du temps de calcul, plus il y a de paramètres dans ce chargement, plus le calcul est long et difficile mais plus l'erreur d'équivalence est faible.

### Choix de la forme du chargement équivalent

Il faut dans un premier temps, un calcul avec un chargement paramétré de la manière suivante (deux blocs de longueur égale) :

$$\begin{aligned} Q_{\text{eq}}^2 &\in [0; 1.6] & Q_{\text{eq}}^3 &\in [0; 1.6] \\ Y_{\text{eq}}^2 &\in [0; 0.8] & Y_{\text{eq}}^3 &\in [-0.8; 0] \\ N_2 &= 0.5 \cdot 10^7 & N_3 &= 0.5 \cdot 10^7 \end{aligned} \quad (4.17)$$

Le choix de ne pas intégrer une sollicitation en ligne droite est motivé par le fait que son intégration n'en réduit pas l'erreur d'équivalence mais augmente le temps de calcul (une variable supplémentaire).

### Résultat

$$\begin{aligned} Q_{\text{eq}}^2 &= 0.56 & Y_{\text{eq}}^3 &= 0.55 & \max_M(\text{Err}) &= 0.09 \\ Y_{\text{eq}}^2 &= 0.34 & Y_{\text{eq}}^3 &= -0.04 & \text{moy}_M(\text{Err}) &= 9.9 \cdot 10^{-3} \\ f &= 0.5 & N_e &= 10^7 & \min_M(\text{Err}) &= 3 \cdot 10^{-12} \end{aligned} \quad (4.18)$$

Le calcul a été réalisé avec 20 pas de l'algorithme génétique et 87 pas de l'algorithme local. Les résultats sont présentés sur la figure 4.9 de la page 123. L'erreur la plus importante se trouve dans la fibre neutre de la roue qui ne présente aucune criticité. Sur la peau de la roue, la valeur de l'erreur est mesurée, en dessous de 6% dans les zones affectées par la fatigue.

## La famille des roues ferroviaires

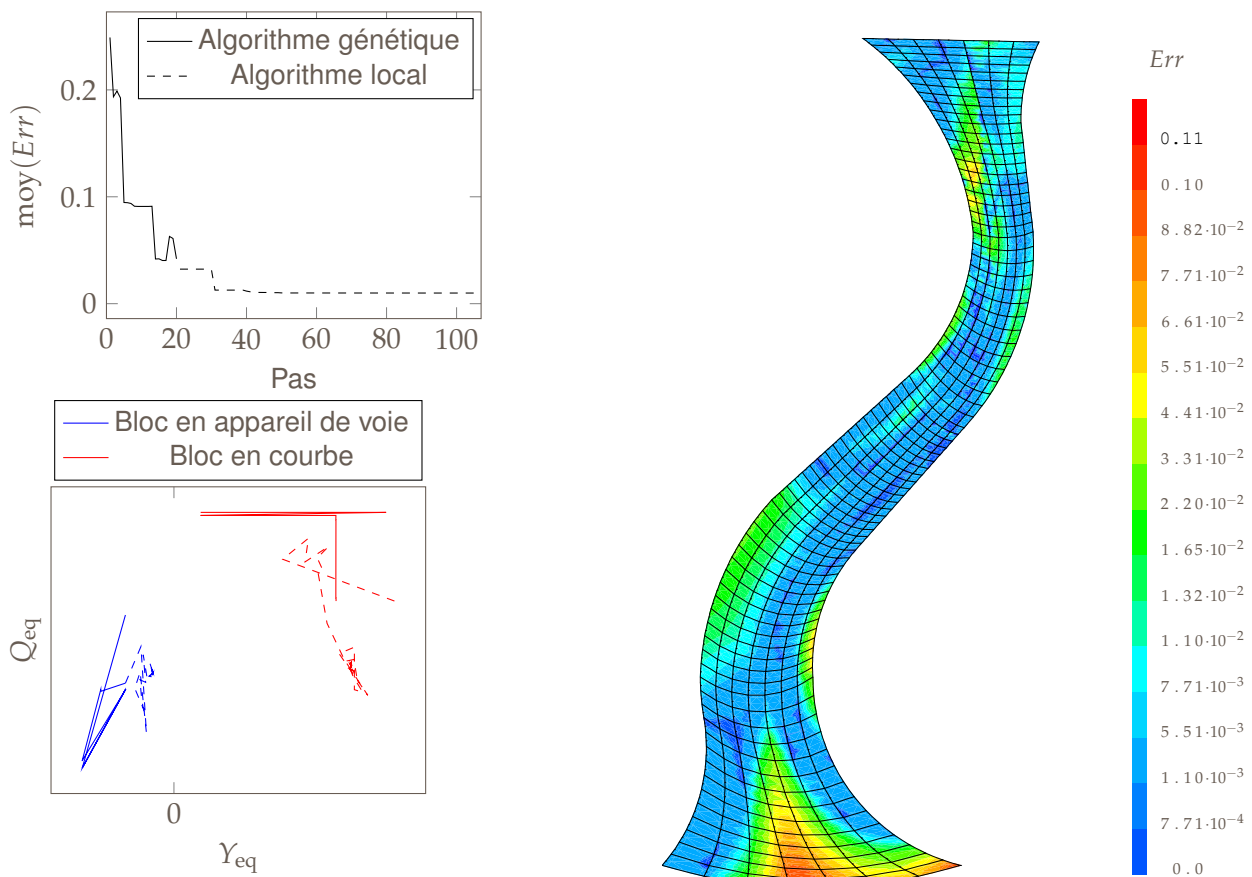
### Calcul de chargements pour chacune des roues

Pour chacune des roues, un calcul similaire peut être réalisé. On remarque que les résultats sont très proches (cf. tableau 4.1, page 124). Ces résultats sont réalisés sur deux blocs de  $0.5 \cdot N_e$  (équivalents à 4 variables).

Le maximum et la valeur moyenne de l'erreur d'équivalence sur chacune des structures sont faibles et donc les sollicitations équivalentes en fatigue présentées sont valides.

### Chargement de référence pour la conception d'une roue, calculée sur la famille des roues

Il est important de noter que sur chaque roue les chargements équivalents sont proches. Ainsi, il est intéressant de regarder le résultat pour la structure virtuelle représentant la famille de la roue.



(a) Valeurs de l'erreur d'équivalence moyenne et des paramètres de chargement durant l'optimisation

(b) Valeurs des erreurs d'équivalence finales

FIGURE 4.9 – Recherche du chargement équivalent 4 paramètres sur roue A

L'équivalence a été réalisée sur les 5 roues pour obtenir un équivalent valide pour la famille de structure. Après 20 pas de l'algorithme génétique et 102 de l'algorithme local les valeurs des paramètres des équivalents et les indicateurs d'équivalence sont :

$$\begin{aligned}
 Q_{eq}^2 &= 0.56 & Q_{eq}^3 &= 0.56 & \max_M(Err) &= .42 \\
 Y_{eq}^2 &= 0.34 & Y_{eq}^3 &= -0.04 & \text{mean}(Err) &= 1.7 \cdot 10^{-3}
 \end{aligned}
 \tag{4.19}$$

Le maximum et la valeur moyenne de l'erreur d'équivalence sur la structure virtuelle de la famille des roues sont faibles et donc cette sollicitation équivalente en fatigue est valide pour les 5 structures. Pour chaque trajet de chargement, on peut trouver un chargement équivalent sensiblement valide pour la famille de la roue.

On remarque que les 3 roues axisymétriques ont des écarts de dommage à la fin de l'équivalence assez faible, toujours localisés sur les fibres neutres des roues. La roue D, par contre, présente des écarts de dommage bien plus importants, on voit, sur la la figure 4.10 de la page 124 que les points de la fibre neutre dans les perçages présentent de gros écarts entre le dommage produit par le chargement réel et le chargement équivalent. Toutefois, ces points ne sont pas des points critiques.

### Comparaison avec les chargements normatifs

On rappelle que les chargements normatifs sont empiriques et basés sur la charge à l'essieu maximale. Comme dit précédemment, une comparaison directe des valeurs des paramètres de chargement des équivalents calculés dans cette partie et ceux des chargements de la norme n'est pas possible. En

Roues	A	B	C	D	E
$Q_{eq}^2 \cdot 10^2$	56.57	56.26	56.75	56.36	55.40
$Y_{eq}^2 \cdot 10^2$	34.07	34.22	34.24	34.52	34.61
$Q_{eq}^3 \cdot 10^2$	54.94	54.96	55.36	20.0	33.57
$Y_{eq}^3 \cdot 10^2$	-4	-4.02	-4	-4	-4.04
moy( <i>Err</i> )	0.01	0.01	0.01	0.02	0.01
max( <i>Err</i> )	0.09	0.21	0.12	0.39	0.03

TABLEAU 4.1 – Résultats des équivalents pour chaque roue (4 paramètres  $f = 0.5$ )

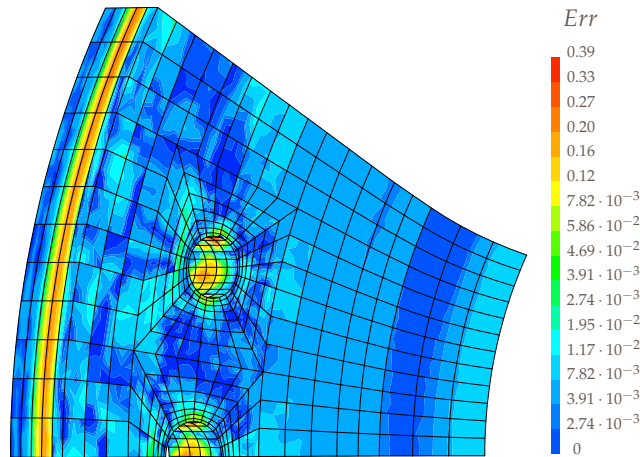


FIGURE 4.10 – Écart en dommage sur la roue D

effet, la norme propose un chargement sévère comportant 3 paramètres indépendants (basés sur le cas le plus sévère sur la charge du train, mais aussi dans la définition du cycle normatif (cf. 1.5 page 30)). De ce fait, on s'interroge sur les choix réalisés dans la norme. Toutefois, l'étude des chargements réels et des chargements équivalents permet de mettre en avant des différences notables :

La première est que dans le cycle normatif, les sollicitations en ligne droite (Cas 1 de la norme) ont un impact faible sur les dommages et donc sur le chargement équivalent.

La seconde est que la norme surestime la valeur du chargement latéral du cas 3. En effet, la norme propose un rapport  $\frac{Q_3}{Y_3} = \frac{1.25}{-0.36} \approx -3.5$ . Or sur les équivalents calculés, la valeur de ce rapport est toujours inférieure à  $-12$ . Le même rapport pour la courbe, dans le cas normatif,  $\frac{Q_2}{Y_2} = \frac{1.25}{0.6} \approx 2.1$  est bien plus cohérent avec des valeurs de l'ordre de 1.6. Cette valeur est principalement affectée par la courbure de la voie (plus le trajet contient de courbes plus ce rapport est important, et la valeur diminue avec le rayon de courbure). La valeur normative semble toutefois surestimer ce paramètre.

On se propose de réaliser un calcul supplémentaire pour comparer l'intensité des efforts d'un cycle normatif [1] et ceux d'une sollicitation équivalente à trajet réel. On utilise pour cela les données d'essai du trajet Corail et la roue C. La sollicitation équivalente choisie à 5 paramètres correspondant aux 5 valeurs des efforts normatifs  $Q_1$   $Q_2$   $Y_2$ ,  $Q_3$  et  $Y_3$ . On considère donc la sollicitation à 3 blocs suivante :

$$\begin{aligned}
 Q_{eq}^1 &\in [0; 1.6] \text{ kN} & Q_{eq}^2 &\in [0; 1.6] & Q_{eq}^3 &\in [0, 1.6] \\
 Y &= 0 & Y_{eq}^2 &\in [0; 0.8] & Y_{eq}^3 &\in [-0.8, 0] \\
 N_2 &= 1/3 \cdot 10^7 & & & N_3 &= 1/3 \cdot 10^7
 \end{aligned} \tag{4.20}$$

Pour calculer les efforts normatifs, il faut choisir la demi-charge à l'essieu  $P$  qu'on utilise ensuite pour calculer les efforts. On a choisi de comparer avec deux valeurs de  $P$  différentes : la demi-charge à l'essieu de spécification de la roue C  $P = \frac{1}{2} \cdot 15,160 \text{ t}$ , et la demi-charge à l'essieu réelle du train d'essai

$P = \frac{1}{2} \cdot 11 \text{ t}$ . On compare les résultats dans le tableau 4.2 de la page 125. On rappelle que le cycle normatif est l'enchaînement des trois cas de chargements alors que dans notre approche chaque cycle est considéré individuellement et le dommage est ensuite cumulé. Ainsi, on compare ici les valeurs des efforts et non la criticité des cycles.

	$Q_1$	$Q_2$	$Y_2$	$Q_3$	$Y_3$	$Q_2/Y_2$	$Q_3/Y_3$
Paramètres normatifs 15.16t	0.74	0.74	0.35	0.73	-0.25	2.1	3.5
Paramètres normatifs 11t	0.54	0.54	0.26	0.54	-0.16	2.1	3.5
Paramètres de l'équivalent	0.91	0.58	0.35	0.56	-0.04	1.65	14.2

TABLEAU 4.2 – Comparaison entre la norme et une sollicitation équivalente : trajet corail, appliqué à la roue C

Les résultats précédents nous permettent de remarquer :

- ◆ qu'il y a une différence notable sur les valeurs des efforts  $Q_1$ . Cela est dû au fait que la variable  $Q_1$  dans le calcul d'équivalence n'influe que très peu les résultats,
- ◆ que les valeurs des paramètres normatifs à la charge de spécification sont à l'exception de  $Q_1$  plus importantes que celles des paramètres de l'équivalent,
- ◆ que les valeurs des paramètres  $Q_2$  et  $Y_2$  sont plus faibles dans le cas de la norme à 11t que les paramètres de l'équivalent. Ce qui montre que la sévérisation des valeurs est réalisée dans la norme en surestimant la charge de l'essieu,
- ◆ que les valeurs du paramètre  $Y_3$  est surévaluée dans la norme si l'on compare les paramètres de l'équivalent avec les paramètres normatifs à 11t.

Nous pouvons conclure que les valeurs des efforts normatifs ne sont pas très sévères par rapport au chargement réel. En effet, la valeur de l'effort latéral en courbe est plus grande à tonnage équivalent sur le chargement équivalent, et pour le tonnage maximum, la valeur de l'effort équivalent est la même. Ainsi le cas de la courbe semble peu sévère dans la norme alors que le cas de passage dans les appareils de voie est beaucoup trop sévère.

## Conclusion

On montre que, dans le cas des roues ferroviaires, il est possible de définir une sollicitation équivalente multi-paramètres en fatigue commune à plusieurs géométries de roue. Cette sollicitation est un très bon candidat pour être une sollicitation équivalente en fatigue pour les roues ferroviaires associée à un usage. Les erreurs d'évaluation du dommage sont faibles dans les zones critiques ce qui fait que ces chargements sont pertinents pour la définition de chargements que ce soit pour la définition d'essais accélérés ou pour la spécification. En effet, ces chargements doivent permettre de bien identifier les points critiques avec des erreurs faibles. On remarque que le choix de la norme sur les valeurs des paramètres de chargement en cas 1 et 3 semble peu pertinent au vu des résultats de nos paramètres basés sur les chargements réels. La technique de recherche d'équivalents proposée a permis d'objectiver les coefficients normatifs liant la charge à l'essieu aux efforts. Les valeurs des chargements latéraux en courbe semblent peu sévères car la valeur issue de l'équivalence à un tonnage de 11 tonnes est la même que la valeur normative à 15.6 tonnes. Toutefois le cycle normatif reste très sévère de par le fait qu'il est basé sur l'enchaînement des trois cas de chargement ce qui entraîne une amplitude importante des contraintes lors du passage entre la courbe et l'appareil de voie. Dans notre approche on considère chacun des cycles indépendant. Ces observations permettent cependant de donner du crédit à l'étude des chargements réels pour concevoir des sollicitations équivalentes pertinentes du point de vue de l'usage.

Pour suivre la logique de la méthode « contrainte résistance », une perspective de ce travail est la sévérisation des efforts basée sur une probabilité de dépassement dans le cas multi-paramètre. Ce travail consiste à évaluer une distribution des efforts en envisageant la variabilité des usages.

Pour conclure, nos chargements équivalents multi-paramètres sont pertinents dans le cadre de la conception pour appréhender la sévérité des chargements réels.

Ils sont donc utilisables pour concevoir une structure dans le cadre d'un usage défini (représenté par la matrice des chargements réels). Toutefois, notre méthode ne permet pas d'assurer un dimensionnement probabiliste ni de proposer des chargements sévérés. Dans la partie suivante, on abordera cependant une méthode de validation probabiliste (pour une structure connue) qui est basée sur les contraintes et non sur les paramètres de sollicitations.

## 4.4 | Estimation de la fiabilité d'une roue ferroviaire : Exemple de la roue D

Cette section est consacrée au calcul du risque lié à l'exploitation des roues de manière fiabiliste. En effet, la détermination de sollicitations équivalentes en fatigue ne permet pas de caractériser les chargements subis par la roue et donc de concevoir la structure en accord avec son usage. Toutefois, l'optimisation et la validation de la structure demande de réaliser une approche fiabiliste.

Cette étude se base sur le trajet de chargement issu de la campagne autorail (cf. partie 4.2.1, page 116), la structure que l'on va comparer est la roue D qui est une roue d'autorail. En guise de comparaison, on présentera la criticité induite par ce trajet sur les 4 autres roues de l'étude.

### 4.4.1 | Cartes de criticité

Pour caractériser l'usage d'une roue, on peut calculer la contrainte de fatigue équivalente au sens de Dang Van  $\tau_{eq}$ . Pour cela, sur chaque roue et à partir du trajet complet issu de la campagne d'essai autorail, on compare la criticité des roues et on observe les points chauds de chaque structure. On note que les calculs présentés sont réalisés avec prise en compte du fretage seul dans le champ de contrainte statique (les contraintes résiduelles issues du traitement thermique sont négligées). Les valeurs des paramètres du matériau en fatigue sont issues directement des essais RP19 (cf. partie 1.2, page 13).

### Roue D

La figure 4.11a de la page 127 présente la carte des criticités équivalentes  $\tau_{eq}$  sur une portion de roue D en utilisant le trajet d'autorail réel. On dégage de cette étude 4 points d'intérêt (on trouve sur la figure 4.11 de la page 127 la position de ces points) : on se base sur les points critiques pour chacun des cas normatifs et d'un assemblage des trois cas. Certains points critiques peuvent aussi être identifiés lors de l'étude de fatigue en chargement variable (équivalence en dommage). Ainsi pour la roue D, on a :

- ◆  $P1$  : point critique identifié pour le cas 1 de la norme (trou latéral sur la face intérieure)
- ◆  $P2$  : point critique identifié pour le cas 2 de la norme (pied de toile sur la face extérieure)
- ◆  $P3$  : point critique identifié pour le cas 3 de la norme (trou latéral sur la face intérieure)
- ◆  $P3'$  : point critique identifié pour le trajet d'autorail (trou latéral sur la face extérieure).

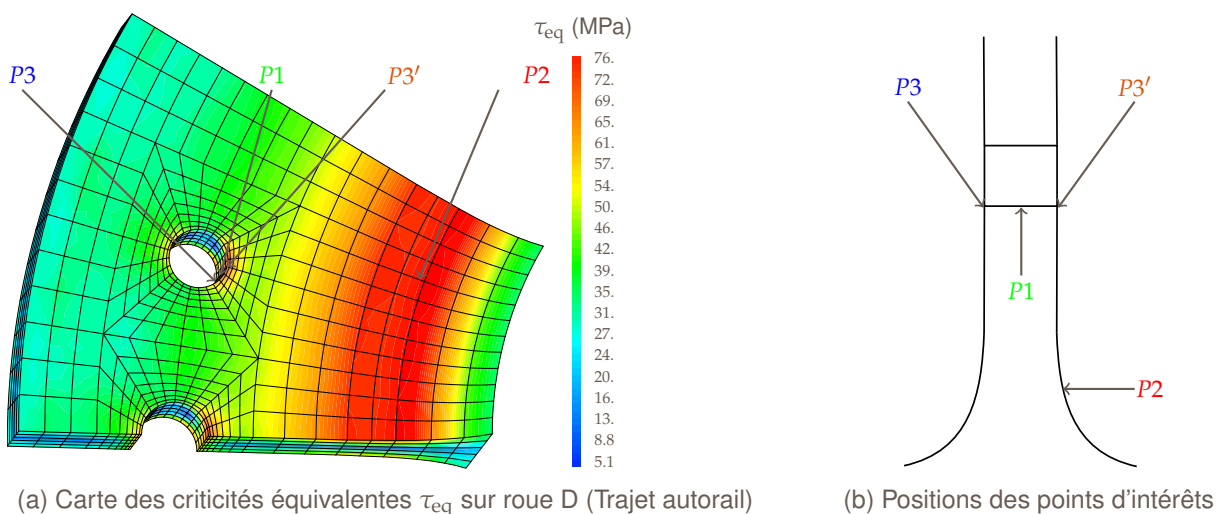


FIGURE 4.11 – Roue D : Criticités équivalentes (Trajet autorail) et position des points d'intérêt

On remarque que les valeurs les plus importantes se trouvent autour des trous  $P3'$  et sur le pied de toile  $P2$ .



## Roue axisymétrique

### Roue A

À titre de comparaison, on propose les cartes de criticité pour les autres roues de l'étude. La figure 4.12a de la page 128 présente la carte des criticités équivalentes  $\tau_{eq}$  sur une portion de roue A en utilisant le trajet d'autorail réel. On remarque que le point le plus critique est au pied de toile. Le point face intérieure sur le haut de la toile a, en effet, une criticité deux fois plus faible.

### Roue B

La figure 4.12b de la page 128 présente la carte des criticités équivalentes  $\tau_{eq}$  sur une portion de roue B en utilisant le trajet d'autorail réel. On remarque que le point le plus critique est au pied de toile. Le point sur la face extérieure milieu de toile a en effet une criticité faible.

### Roue C

La figure 4.12c de la page 128 présente la carte des criticités équivalentes  $\tau_{eq}$  sur une portion de roue C en utilisant le trajet d'autorail réel. On remarque que le point le plus critique est au pied de toile. Le point sur la face extérieure milieu de toile a en effet une criticité faible.

### Roue E

La figure 4.12d de la page 128 présente la carte des criticités équivalentes  $\tau_{eq}$  sur une portion de roue E en utilisant le trajet grande vitesse réelle. On remarque que le point le plus critique est au pied de toile. Le point sur la face extérieure milieu de toile a en effet une criticité faible.

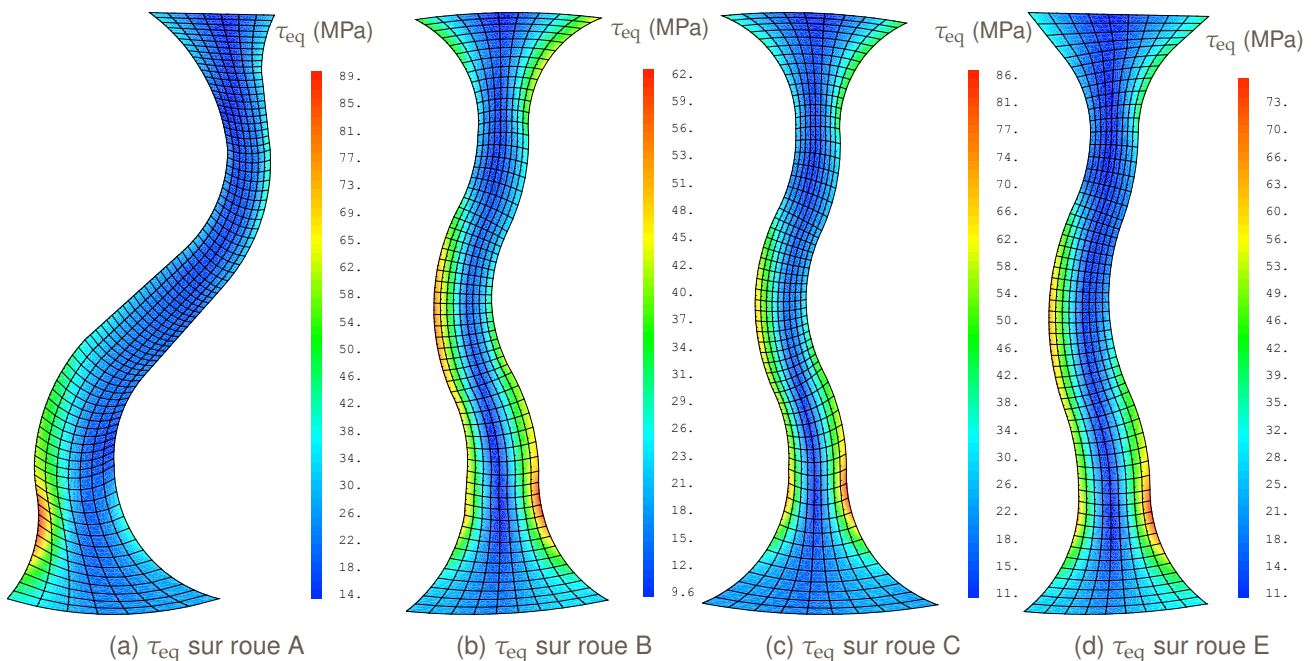


FIGURE 4.12 – Carte des criticités équivalentes  $\tau_{eq}$  (Trajet autorail)

## 4.4.2 | Méthode de validation fiabiliste

### Les matrices d'usages virtuels

On se propose, pour la roue D, et en se basant sur 50 cas d'usages virtuels [28] définis à partir du trajet autorail (cf. 4.2.1 page 116), d'estimer la distribution des criticités équivalentes  $\tau_{eq}$  en chaque point.

Ces usages sont réalisés sous forme de nouvelles matrices d'occurrence : ce sont les matrices dites d'usages virtuels. L'extraction des différents usages élémentaires du trajet (sous forme de matrice d'usage) a été réalisée par Ouradi [40]. Chaque usage élémentaire est défini par un type de courbure et une gamme de vitesse. Dans ce cas 13 usages élémentaires ont été déterminés. Le tableau A.1 de la page 157 définit ces usages. Les usages élémentaires sont classés par vitesse du train (vitesse nominale, faible et survitesse) et le rayon de courbure de la voie (Raccordement entre courbe, Grande courbure, Alignement, Courbure faible, Courbure très faible, Résidu).

Les matrices d'usages virtuels basées sur les données temporelles du trajet d'essai permettent de modifier la répartition des différents types de trajets et vitesses de la matrice afin de créer des matrices d'usage reconstituées d'un trajet virtuel avec une répartition des usages choisis par l'utilisateur.

Chaque usage virtuel ou scénario est défini à partir de matrices d'usage élémentaire par combinaison linéaire. Les informations concernant les données et le calcul des matrices d'usage virtuel sont reportées en annexe (cf. partie A.2, page 157). Les poids des différents usages élémentaires sont choisis de manière aléatoire. Ainsi, on peut obtenir des distributions d'usages en traitant plusieurs usages virtuels. Les matrices d'usage virtuel sont des combinaisons aléatoires de ces matrices d'usages élémentaires. On notera que toute matrice d'usage virtuel est analogue en kilométrage et en occurrence à celle issue de l'usage autorail. Ces matrices permettent par leurs variabilités de construire la distribution des contraintes de fatigue équivalente  $\tau_{eq}$  en chaque point. Le nombre de matrices virtuelles (50 dans notre cas) a été choisi car il est suffisant pour construire une distribution des contraintes et un temps de calcul contenu, prendre plus de matrices laisse le résultat inchangé mais augmente le temps de calcul.

### Distributions de criticités

À partir des 50 usages virtuels on peut obtenir 50 valeurs de criticité équivalente en chaque point ce qui constitue une distribution statistique en chaque point. C'est cette distribution qui sera considéré comme la « contrainte » de la méthode « contrainte-résistance » de valeur moyenne  $\tau_c$  et d'écart type  $\mu_c$ .

Aux points d'intérêt (cf. tableau 4.3, page 130) comme sur la tranche de la roue, on obtient une valeur moyenne et un écart type.

On peut calculer aussi une valeur de spécification  $\tau_N$  (avec un risque de dépassement de cette valeur de  $R = 10^{-4}$ ).

On mesure l'écart entre la contrainte moyenne et sévérée par la valeur de  $\alpha$  :

$$\alpha = \frac{\tau_N - \tau_c}{\mu_c} \quad (4.21)$$

Une valeur de  $R = 10^{-4}$  représente une sévère de 3.72 écarts types par rapport à la valeur moyenne (cf. 2.76 page 69).

On représente sur la figure 4.13 de la page 131 la carte des écarts type de la distribution des criticités équivalentes et sur la figure 4.14 de la page 131 la carte de la criticité sévérée  $\tau_N$ , celles-ci sont aussi reportées sur le tableau 4.3 de la page 130. La carte des valeurs moyennes est très proche de celle du trajet de base (cf. figure 4.11a, page 127). On observe les plus forts écarts types en pied de toile P2 avec des écarts types proches de 2, puis proches des trous P3 et P3' avec des écarts types proches

	Moyenne (MPa)	Écart type (MPa)	Valeurs de spécification (MPa)
P1	58.0	0.07	58.3
P2	67.5	3.75	81.4
P3	51.6	0.32	52.8
P3'	67.8	2.71	77.9

TABLEAU 4.3 – Caractéristiques des distributions d'équivalents

de 1.5. Le moyeu et les points dans la fibre neutre de la toile ont un écart type quasi nul. La figure 4.14 de la page 131 présente la carte des équivalents de spécifications  $\tau_N$  de la distribution des équivalents sur chaque point de la tranche de la roue correspondant à 50 usages virtuels aléatoires basés sur le trajet d'autorail. Les points de type P3' atteignent des valeurs de 86 MPa. Le moyeu, logiquement, reste critique à hauteur de 87 MPa environ. Le pied de toile P2 atteint des valeurs de  $\tau_N$  de presque 80 MPa. Le point P1, lui, est moins critique avec moins de 55 MPa. Aux points d'intérêt (cf. tableau 4.4, page 130), on compare la criticité du cycle normatif avec une valeur sévérivée de la criticité du chargement réel ici mesuré par  $\tau_N$ . Le cycle de chargement normatif considéré est constitué de la succession des trois cas de chargements normatifs, ici avec la charge à l'essieu maximale de 19.5 t, comme préconisés [1] (cf. partie 1.5, page 30). On remarque que sur tous les points d'intérêt, le chargement normatif est plus critique que le chargement réel sévérisé. Cette observation va dans le bon sens du point de vue de la criticité.

	Valeur de spécification (MPa)	Valeur normales (MPa)
P1	58.3	70.7
P2	81.4	89.3
P3	52.8	68.1
P3'	77.9	92.5

TABLEAU 4.4 – Comparaison de la valeur de spécification avec la valeur normative

#### 4.4.3 | Aspect probabiliste

On calcule la probabilité de rupture [10] : la figure 4.16 de la page 132 présente la carte de la probabilité de rupture  $P_f$  sur chaque point de la tranche de la roue correspondant aux 50 usages virtuels aléatoires basés sur le trajet d'autorail. Le tableau 4.5 de la page 130 rapporte les valeurs de cette probabilité de rupture aux points d'intérêt. La distribution des résistances est ici la distribution de la résistance à la fatigue en torsion  $\tau_{mat}$  avec pour moyenne la valeur moyenne de la limite endurance en torsion (soit 50% de rupture) notée  $b$  et son écart type noté  $s$ .

	$\log(P_f)$
P1	-10.90
P2	-8.68
P3	-11.70
P3'	-9.78

TABLEAU 4.5 – Probabilités de rupture  $\log(P_f)$

On mesure l'écart entre la contrainte sévérivée et la résistance moyenne par la valeur de  $\beta$  :

$$\beta = \frac{\tau_r - \tau_N}{\mu_r} \quad (4.22)$$

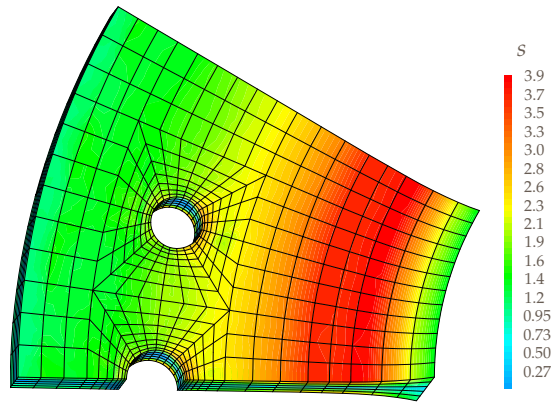


FIGURE 4.13 – Carte des écarts types de la distribution des criticités équivalentes  $\sigma$  sur roue D

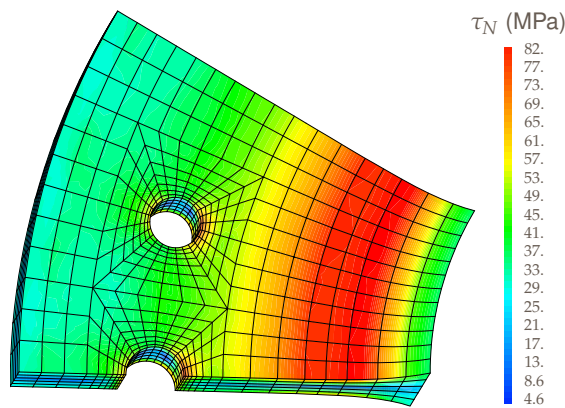


FIGURE 4.14 – Carte des criticités sévérées  $\tau_N$  sur roue D (Trajet autorail)

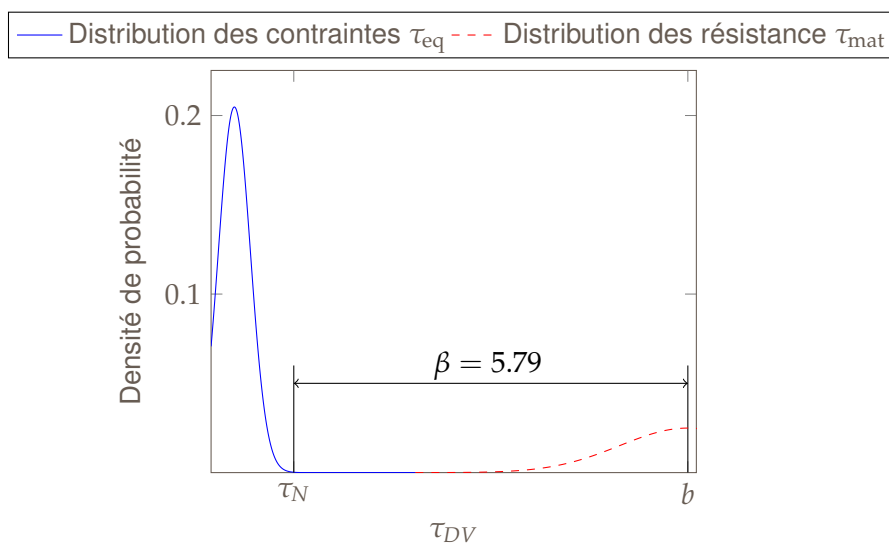


FIGURE 4.15 – Illustration de l'interaction entre les distributions des contraintes et des résistances au point P2 de la roue D

On rappelle que dans le cadre de la méthode « Contrainte-Résistance » la cible acceptable est une valeur de probabilité de rupture inférieure à  $10^{-6}$ . Dans notre cas, le point le plus critique est le point P2 en bas de toile suivi de près par le point P3 proche des perçages. Le point P2 a une probabilité de défaillance  $p_f = 3.61 \cdot 10^{-9}$  ce qui correspond à  $\beta = 5.97$ . Sur la figure 4.15 de la page 131 on illustre l'interaction entre les distributions de contraintes et de résistances au point P2. On remarque donc que la roue D, sous les scénarii d'usage, issus des essais, est validée avec une marge de sécurité importante. Avec une telle étude, on peut donc affirmer qu'il y a matière à l'optimisation pour cette roue [44]. On remarque une redistribution de la criticité dans la structure due à la considération des différents cas d'usages virtuels, ainsi le point P3' qui est peu critique dans le cadre d'une étude sur un scénario, présente un fort écart type sur la distribution des contraintes (ici les équivalents  $\tau_{eq}$ ) et se retrouve avec une valeur de criticité et de probabilité de défaillance proche de celle du point P2.

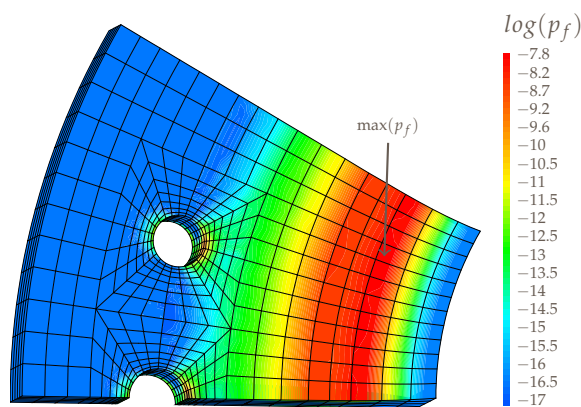


FIGURE 4.16 – Carte des probabilités de défaillance  $p_f$  sur roue D

## Conclusion

L'approche probabiliste présentée dans cette section permet de caractériser la marge de sécurité pour une conception de roue. Les données d'entrée de cette méthode sont un nombre suffisant de scénarii de chargement et une description statistique de la résistance en fatigue du matériau de la roue. La méthode a permis de montrer que la roue D, de conception nouvelle, en plus d'être validée par la norme comporte un risque infime ( $p_f < 10^{-8}$ ) de rupture qui valide la conception et laisse même place à une optimisation structurelle. Cette méthode met en avant le fait que la position des points critiques peut changer entre une approche déterministe et une approche probabiliste. En effet, la prise en compte des chargements réels ainsi que la constitution de scénarii permet de mieux appréhender les zones critiques en usage.

Cette méthode permet aux industriels de proposer un dimensionnement au plus juste. Elle est donc utilisée pendant la phase l'optimisation de la structure et de validation. La prise en compte des contraintes résiduelles ainsi que l'utilisation d'un autre critère de fatigue pourrait affiner le résultat et constitue une perspective évidente. La prise en compte, dans ce type de méthode, des contraintes résiduelles demande une adaptation. En effet, le calcul de la distribution des contraintes va être affecté par le champ de contraintes statiques et par l'ajout d'une criticité due à la contrainte hydrostatique.

De plus dans le cas des contrainte résiduelles fortes (traction ou compression), le choix de la variable de fatigue est complexe en effet, dans notre étude nous avons des points qui ont une criticité forte alors que cela ne proviens que d'un chargement statique intense. Il serait intéressant d'utiliser une variable qui permet de ne pas retrouver ces points comme étant « critiques ».

## 4.5 | Calcul de la criticité vis-à-vis des chargements réels et des contraintes résiduelles sur la roue E

Dans cette section, on étudie la criticité équivalente en fatigue mesurée par une variable de dommage équivalente  $\tau_{eq}$  sur la roue E. On réalise l'étude avec le critère de Depperois modifié calculé à l'aide d'une norme 4 mais aussi avec une variable basée sur le critère de Dang Van. Cette étude est réalisée dans plusieurs configurations de chargements et avec prise en compte des contraintes résiduelles issues de la fabrication et du montage de la roue sur l'essieu.

### 4.5.1 | Étude des contraintes résiduelles

Dans un premier temps, nous allons nous intéresser à la fabrication et au montage de la roue. Ces deux étapes de la vie de la roue n'impliquent pas d'endommagement en fatigue, néanmoins, ils génèrent un champ de contraintes résiduelles dans la roue qui va jouer un rôle majeur sur les contraintes moyennes de fatigue que va subir la roue.

### 4.5.2 | Étapes générant les contraintes résiduelles

On rappelle que le processus de fabrication de la roue a été introduit précédemment. On considère ici seulement les deux étapes suivantes :

- ◆ Le traitement thermique de la roue,
- ◆ Le frettage de la roue sur l'axe.

Les étapes précises du traitement thermique sont les suivantes :

- ◆ La roue arrive sur le poste de traitement thermique après avoir subi un refroidissement en palette sous des tunnels calorifugés pendant 8 heures.
- ◆ La roue est réchauffée dans un four d'auténitisation circulaire pendant environ 2h30. Elle atteindra une température de plus de 900 °C, pour garantir une transformation d'une phase ferritique à phase austénitique.
- ◆ Ensuite, la roue est sortie du four de chauffe circulaire par un robot et est transmise au bac de trempe. La table de roulement est trempée par un jet d'eau pulsé pendant lequel la température de la jante diminue rapidement.
- ◆ Après la trempe, la roue est transmise dans un four de revenu où la température est homogénéisée à 500 °C. La phase d'acier est plus homogène et les contraintes résiduelles diminuent.
- ◆ En sortie du four de revenu, la roue est refroidie lentement par l'air ambiant.

Après cette étape, la roue est usinée et l'on considère que l'usinage n'induit pas de changement dans les contraintes résiduelles. Sur la toile, on peut noter, tout de même, que localement, le champ des contraintes est modifié, mais on ne prendra pas en compte cet effet dans la suite. La seconde étape importante pour les contraintes résiduelles est le frettage de la roue sur l'axe. Dans notre cas, on réalise un frettage à froid c'est-à-dire que la roue est montée en force à la presse sur l'axe. En effet, le diamètre interne du moyeu de la roue est plus faible que le diamètre extérieur de la portée de calage de la roue sur l'essieu-axe.

### 4.5.3 | Modélisation

Cette partie décrit le processus permettant d'obtenir les champs de contraintes résiduelles dans la roue à l'issue du traitement thermique et du frettage sur l'essieu. La démarche et les résultats sont issus des travaux de Fang [17].

## Modèle de comportement thermomécanique du matériau

Pour simuler le traitement thermique, il faut modéliser et identifier le comportement thermomécanique du matériau. Dans cette section, on utilise le comportement élasto viscoplastique de Chaboche.

### Données d'essais

Le modèle sera identifié à partir de nombreux essais réalisés à L'Agence d'Essai Ferroviaire : de traction monotone, chargement oligocyclique et relaxation [4]. Les essais ont été menés sur des éprouvettes issues de la jante d'une roue traitée thermiquement, les courbes présentées permettent de visualiser la corrélation entre les résultats d'essais et la simulation :

- 1. Essais de traction :** Pour une température donnée et constante, l'essai consiste à mesurer l'évolution de la charge  $\sigma$  en fonction de la déformation  $\varepsilon$  en pour cent (cf. figure 4.17, page 134). Les essais de tractions ont été menés pour 2 vitesses de déformations.
- 2. Essais de relaxation :** Pour une température donnée et constante et un allongement total pour cent sous charge maximale ( $A_{\%}$ ) constant, l'essai consiste à mesurer l'évolution de la charge correspondant à la charge maximale  $R_m$  en fonction du temps (cf. figure 4.18, page 135).
- 3. Essais de fatigue oligocyclique :** Pour une température donnée et constante, l'essai consiste à mesurer l'évolution de la charge  $\sigma$  en fonction de la déformation  $\varepsilon$  en pour cent et d'amplitude constante au cours des déformations cycliques de traction/compression (cf. figure 4.19, page 135).

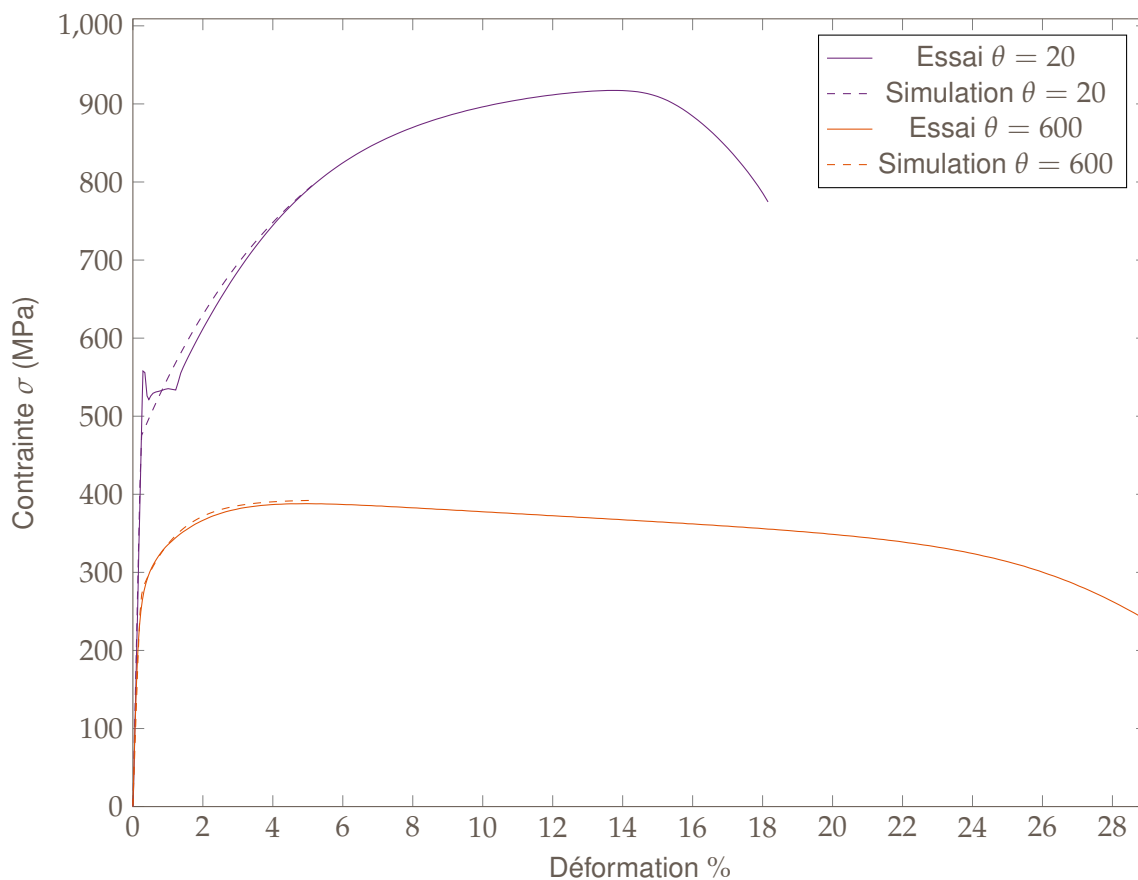


FIGURE 4.17 – Courbe de traction monotone pour 20 et 600 degrés Celcius,  $\dot{\varepsilon} = 5 \cdot 10^2 \text{ s}^{-1}$

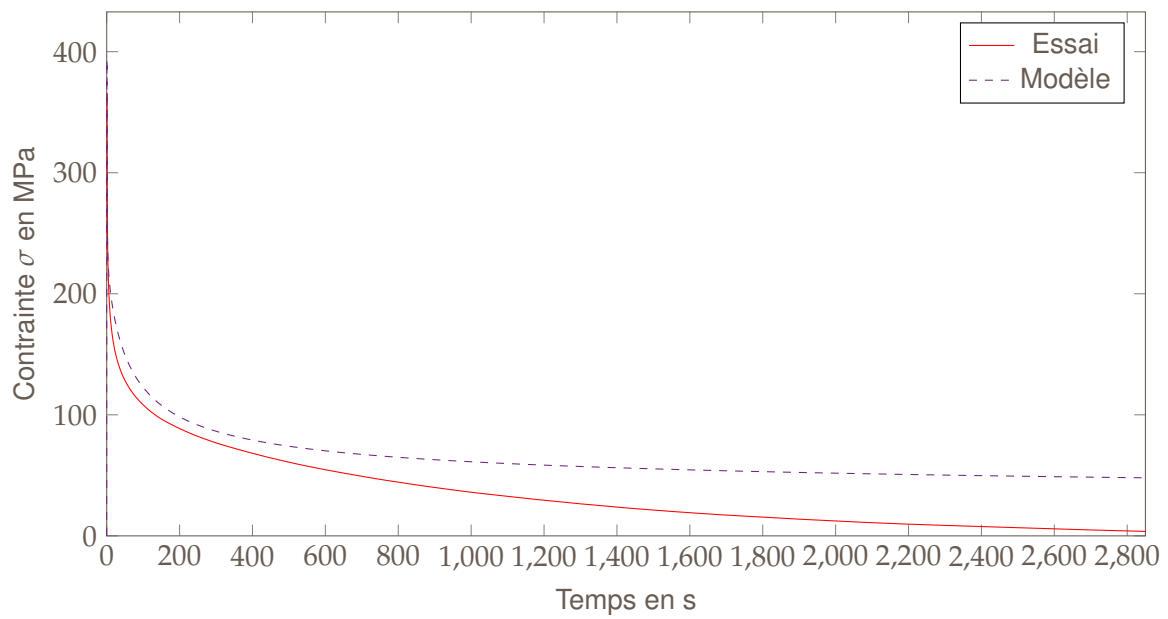


FIGURE 4.18 – Essai de relaxation à 600 degrés Celsius

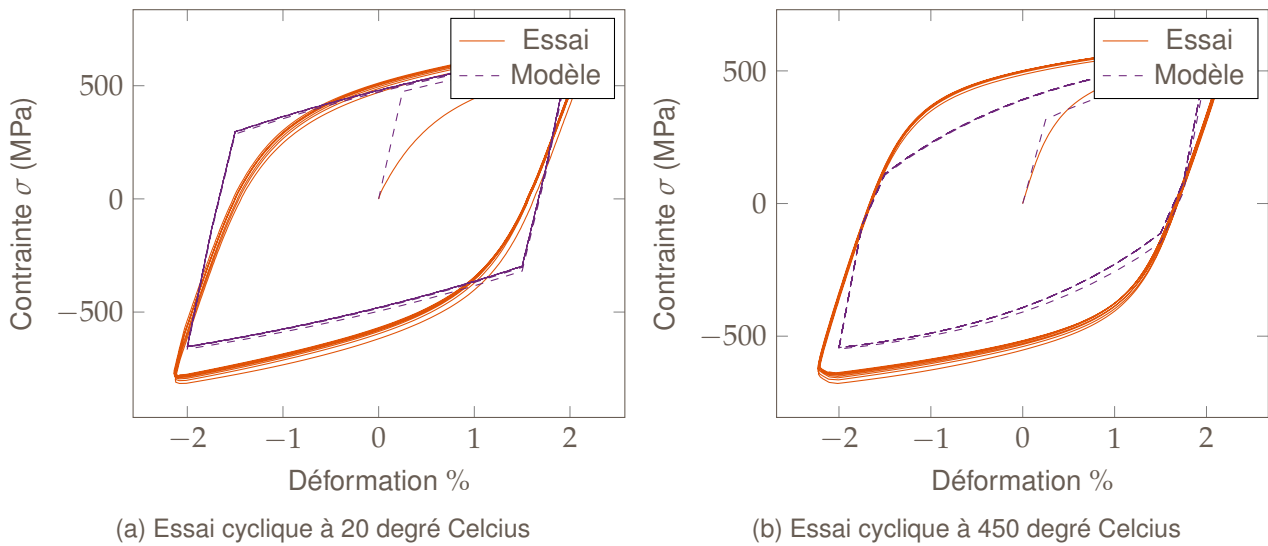


FIGURE 4.19 – Essais cycliques à déformation imposée  $\Delta\varepsilon = 0.2\%$

### Notations

On utilise les notations suivantes :

$\underline{\underline{\sigma}}$  : tenseur des contraintes,

$\underline{\underline{\sigma'}}$  : déviateur du tenseur des contraintes,

$\underline{\underline{\epsilon^{tot}}}$  : tenseur de la déformation totale,

$\underline{\underline{\epsilon^e}}$  : tenseur de la déformation élastique,

$\underline{\underline{\epsilon^p}}$  : tenseur de la déformation plastique,

$\underline{\underline{\dot{\epsilon}^p}}$  : vitesse du tenseur de la déformation plastique,

$\underline{\underline{X}}$  : variable d'écrouissage cinématique,

$\underline{\underline{\dot{X}}}$  : vitesse de variation de la variable d'écrouissage cinématique,



$\underline{\underline{X}}'$  : déviateur de la variable d'écrouissage cinématique,

$\varepsilon^p$  : déformation plastique équivalente cumulée,

$\dot{\varepsilon}^p$  : vitesse de la déformation plastique équivalente cumulée,

$J_2(\underline{\underline{X}}) = \sqrt{\frac{3}{2} \underline{\underline{X}}' : \underline{\underline{X}}'}$  : le second invariant du déviateur des contraintes.

## Le comportement élasto viscoplastique de Chaboche

Pour prendre en compte l'effet des hautes températures pendant le revenu (500 °C), on a proposé la loi de comportement élasto-viscoplastique de Chaboche [26] avec effet de restauration. Selon les données issues des essais de chargement oligocyclique, on ne visualise pas d'écrouissage isotrope, donc le modèle est seulement à écrouissage cinématique. Les équations du modèle sont les suivantes :

◆ Critère :

$$f = J_A(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}}) - \sigma_y \text{ avec } J_A(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}}) = \sqrt{\frac{3}{2} \cdot (\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}}) : (\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}})} \quad (4.23)$$

◆ Écrouissages :

$$\dot{\underline{\underline{X}}} = \begin{cases} \frac{2}{3} A \cdot C \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^p - C \underline{\underline{X}} \cdot \dot{\varepsilon}^p - \left(\frac{J_2(\underline{\underline{X}})}{\beta}\right)^{(R-1)} \cdot \underline{\underline{X}} & \text{(avec restauration)} \\ \frac{2}{3} A \cdot C \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^p - C \underline{\underline{X}} \cdot \dot{\varepsilon}^p & \text{(sans restauration)} \end{cases} \quad (4.24)$$

avec :

$$\dot{\varepsilon}^p = \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^n \quad (4.25)$$

◆ Écoulement :

$$\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^p = \frac{3}{2} \dot{\varepsilon}^p \frac{\underline{\underline{\sigma}}' - \underline{\underline{X}}'}{J_A(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}})} \quad (4.26)$$

◆ Décomposition de la déformation :

$$\underline{\underline{\varepsilon}}^{tot} = \underline{\underline{\varepsilon}}^e + \underline{\underline{\varepsilon}}^p \quad (4.27a)$$

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{E}} : (\underline{\underline{\varepsilon}}^{tot} - \underline{\underline{\varepsilon}}^p) \quad (4.27b)$$

Selon les équations du modèle sans restauration, on peut simplifier l'équation de la contrainte pour un chargement uniaxial. Pour un chargement uniaxial sur une éprouvette non précrouie, la relation entre la contrainte et la déformation plastique est donnée dans l'équation suivante :

$$\sigma(\varepsilon_p, \dot{\varepsilon}_p) = A(1 - e^{(-C\varepsilon_p)}) + \sigma_y + K(\dot{\varepsilon}_p)^{(1/n)} \quad (4.28)$$

À partir des déformations plastiques expérimentales, on estime les paramètres ( $A$ ,  $C$ ,  $\sigma_y$ ,  $K$ ,  $n$ ) en exploitant la relation 4.28. Les paramètres  $\beta$  et  $R$  sont estimés à partir des essais de relaxation. Les paramètres du comportement  $E$ ,  $\sigma_y$ ,  $C$ ,  $A$ ,  $K$ ,  $n$ ,  $\beta$  et  $R$  à chaque température sont donnés dans le tableau 4.6 de la page 137. Les cases notées *interp* signifient que les paramètres ne sont pas spécifiés pour les températures considérées mais interpolés lorsqu'ils sont nécessaires.

$T$ (°C)	$E$ (MPa)	$\sigma_y$ (MPa)	$C$	$A$ (MPa)	$K$ (MPa)	$n$	$\beta$	$R$
20	205000	470	22	510	5	6	100000	8
150	200000	435	24	480	5	6	<i>interp</i>	<i>interp</i>
300	200000	385	40	480	5	6	<i>interp</i>	<i>interp</i>
450	180000	230	60	310	350	3.5	10000	2.3
600	130000	0	100	120	400	8	6000	2
750	120000	0	22	80	130	7.5	3000	1.9

TABLEAU 4.6 – Paramètres du comportement Chaboche dépendant de la température (ER7, éprouvettes extraites de la jante)

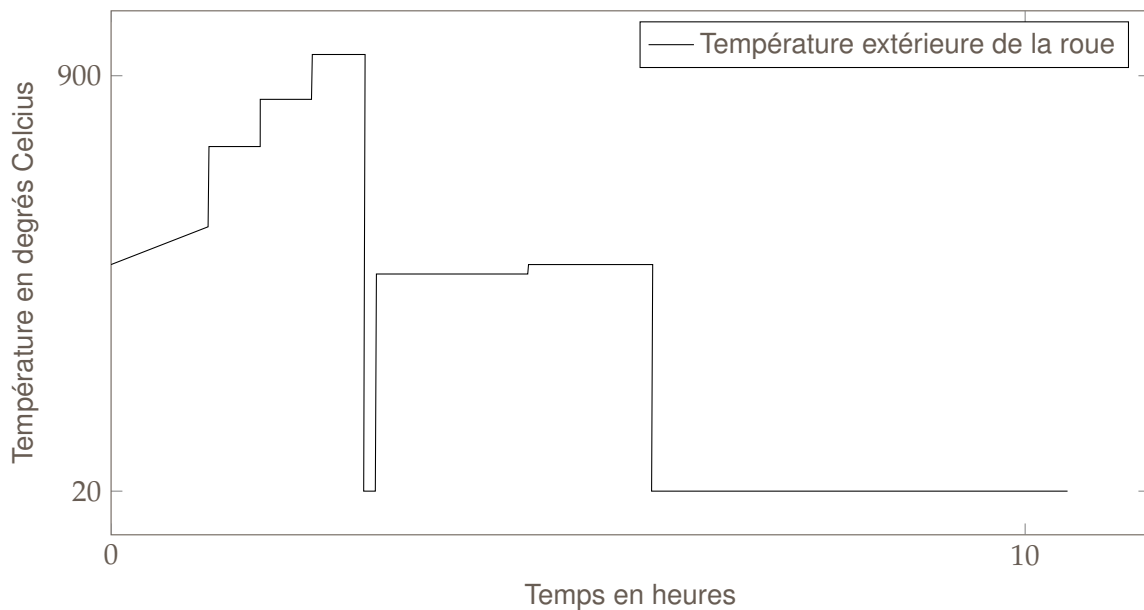


FIGURE 4.20 – Température extérieure de la roue pendant le traitement thermique (condition aux limites)

## Simulations du TTH et du frettage

On rappelle que l'on va étudier, à la fois, le traitement thermique et le frettage de la roue sur l'axe. Ces deux étapes de la vie de la roue seront simulées de manière séquentielle.

On va d'abord simuler le traitement thermique de la roue déjà usinée (ce choix permet de s'affranchir de la géométrie de la roue brute et simplifie les étapes du calcul). Puis, à partir de l'état final de cette simulation, on va réaliser la simulation du frettage suivi de la simulation de l'usure de la roue (qui consiste à enlever une partie des éléments de la table de roulement).

En se basant sur une étude réalisée chez le fabricant de roues Valdunes [6], on utilise des conditions aux limites de convection pour simuler l'échange thermique entre la roue et l'environnement ambiant. Les paramètres utilisés pour les échanges thermiques sont détaillés dans le rapport [17]. Pendant la trempe, la surface trempée, en contact direct avec l'eau est la table de roulement. La température extérieure à la roue pendant le traitement thermique, qui constitue le chargement thermique, est donnée pour information sur la figure 4.20 de la page 137.

Le calcul des contraintes seulement issues du frettage à froid est réalisé par application d'un déplacement imposé radial entre le maillage du moyeu de la roue et l'essieu (cf. partie 1.3, page 19). Dans ce cas, on réalise un calcul élastique.

Dans cette partie, le calcul est plus complexe car on considère un comportement du matériau différent. Toutefois, le calcul consiste toujours à imposer un déplacement entre le moyeu de la roue et la portée de calage de l'axe issu de la cotation géométrique des deux éléments. L'état mécanique au début de la simulation est celui issu de la modélisation du traitement thermique présenté précédemment. La simulation de l'usinage (enlèvement de matière) de la roue pour se reporter à une usure maximale est ensuite fait.

## Résultats des contraintes pour la roue E

Le calcul permet d'obtenir le champ de contrainte sur la roue. Ces contraintes sont représentées en annexe (cf. partie A.3, page 158) avec ou sans frettage et comparées à celles issues du frettage seul.

La figure 4.21 présente le résultat du calcul global (frettage et usinage inclus) sous la forme d'un champ de pression hydrostatique sur la roue E. Ce champ de contrainte constitue le chargement moyen local utilisé dans le calcul de criticité dans la suite de l'étude.

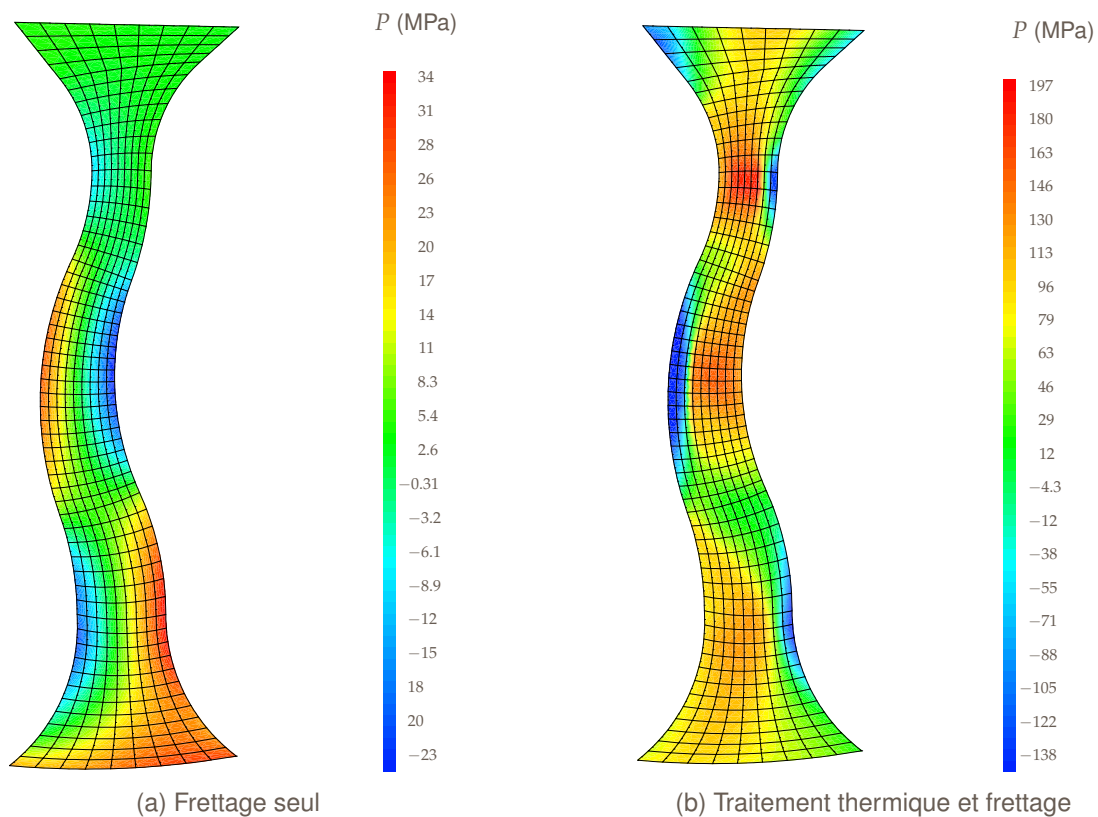


FIGURE 4.21 – Cartes des contraintes hydrostatiques  $p$  sur la roue E

### 4.5.4 | Étude de l'usage de la roue E

Dans cette étude, on s'intéresse aux criticités induites à la roue E. Pour cela, on utilise les données d'essais issues de la campagne à grande vitesse (cf. partie 4.2, page 116). On étudiera aussi les criticités en tenant compte des contraintes résiduelles.

#### Étude de la criticité

Dans un premier temps, nous allons étudier la criticité de la roue vis-à-vis des chargements représentatifs issus d'essais en lignes (cf. partie 4.2.3, page 118) à grande vitesse. La criticité est mesurée par

la valeur de la criticité équivalente  $\tau_{eq}$  à  $N_e = 10^7$  cycles. Cette étude permet d'identifier les points les plus critiques dans le cas d'une prise en compte des contraintes résiduelles. En effet, dans ce cas le champ de contrainte statique est sensiblement différent de celui qui est seulement induit par le frettage de la roue. À méthode de calcul et données de chargements égaux, cette étude a pour but d'évaluer dans le cas de la roue E :

- ◆ l'intérêt d'un changement de méthode d'évaluation de la criticité sur la criticité obtenue ;
- ◆ la pertinence du calcul sans prise en compte des contraintes résiduelles sur l'obtention de la position des points critiques ;

Pour cela, on propose de tester deux critères et deux champs de contraintes statiques :

- ◆ Deux méthodes de calcul de la criticité :
  - contrainte équivalente calculée au sens de Dang Van  $\tau_{DVeq}$ ,
  - contrainte équivalente calculée au sens de Deperrois modifié (en norme 2)  $\tau_{DP2eq}$ ,
- ◆ deux méthodes d'obtention du champ de contraintes statiques :
  - frettage de la roue sur l'axe,
  - traitement thermique complet de la roue (trempe + revenu).

## Comparaison des résultats

### Comparaison de la criticité en fonction de la sollicitation moyenne

Si l'on compare la criticité équivalente mesurée avec la variable  $\tau_{eq}$  de Dang Van issue du dommage d'un trajet à grande vitesse en faisant varier le champ de contrainte moyenne cela influe sur la position et la valeur de la criticité des points critiques. Les deux champs de contraintes moyennes considérés sont les suivants :

- ◆ champ de contrainte issu du frettage seul,
- ◆ champ de contrainte issu des contraintes résiduelles (traitements thermiques + frettage)

On remarque que la criticité est plus importante avec la prise en compte des contraintes résiduelles. Le point critique se déplace du bas de toile face interne à un point haut de toile proche de la fibre neutre de la roue qui est proche du point de pression hydrostatique maximal. Les valeurs négatives sur la carte de la figure 4.22b de la page 140 sont dues à un souci d'interpolation pour le tracé de la carte. La valeur minimale est bien de 0 MPa. Les figures 4.23 de la page 141 montrent les trajets de contrainte dans le plan de Dang Van, aux points d'intérêt, pour un chargement de normatif en courbe (Cas 2) calculés à partir d'un tonnage à l'essieu de 19.5 tonnes. Les points critiques sont positionnées sur le maillage sur la figure 4.22b de la page 140 :

- ◆ P1T : haut de toile proche de la fibre neutre de la roue,
- ◆ P2T : bas de toile face interne,
- ◆ P3T : bas de toile face externe.

On remarque que le point le plus critique dans le cas de la prise en compte des contraintes résiduelles est un point avec un trajet déphasé de très faible amplitude. Ainsi, le phénomène de fatigue est faible et la contrainte de fatigue calculée est issue presque exclusivement de la pression hydrostatique (on se trouve comme dit précédemment près de la fibre neutre de la roue). Cette zone ne présente en réalité pas de danger du point de vue de la fatigue. Au point *P2T*, qui est le point critique réel de notre structure, on observe le spectre de chargement au sens de Dang Van sur la figure 4.24 de la page 142 avec le frettage seul. Ce point étant en contrainte hydrostatique négative avec la prise en compte des contraintes résiduelles, il n'y a pas de partie positive sur le spectre, ce qui implique une valeur de  $\tau_{eq}$  nulle. Au point *P1T* (cf. figure 4.25, page 142) comme *P3T* on observe l'effet de la prise en compte des contraintes résiduelles avec la translation du spectre. Les points *P2T* et *P3T* étant à un rayon similaire mais d'un coté différent de la roue on voit l'effet de la courbure de la roue sur la translation du cycle de contrainte dans le plan de Dang Van entre les deux calculs. Les valeurs des criticités restent en dessous de la limite d'endurance à 99% de survie. Cet effet est en partie dû au fait que la prise en compte des contraintes résiduelles compense et inverse le champ de contrainte statique du frettage. Ainsi, les points critiques pour le cas du frettage seul en contrainte hydrostatique positive se retrouve en pression hydrostatique

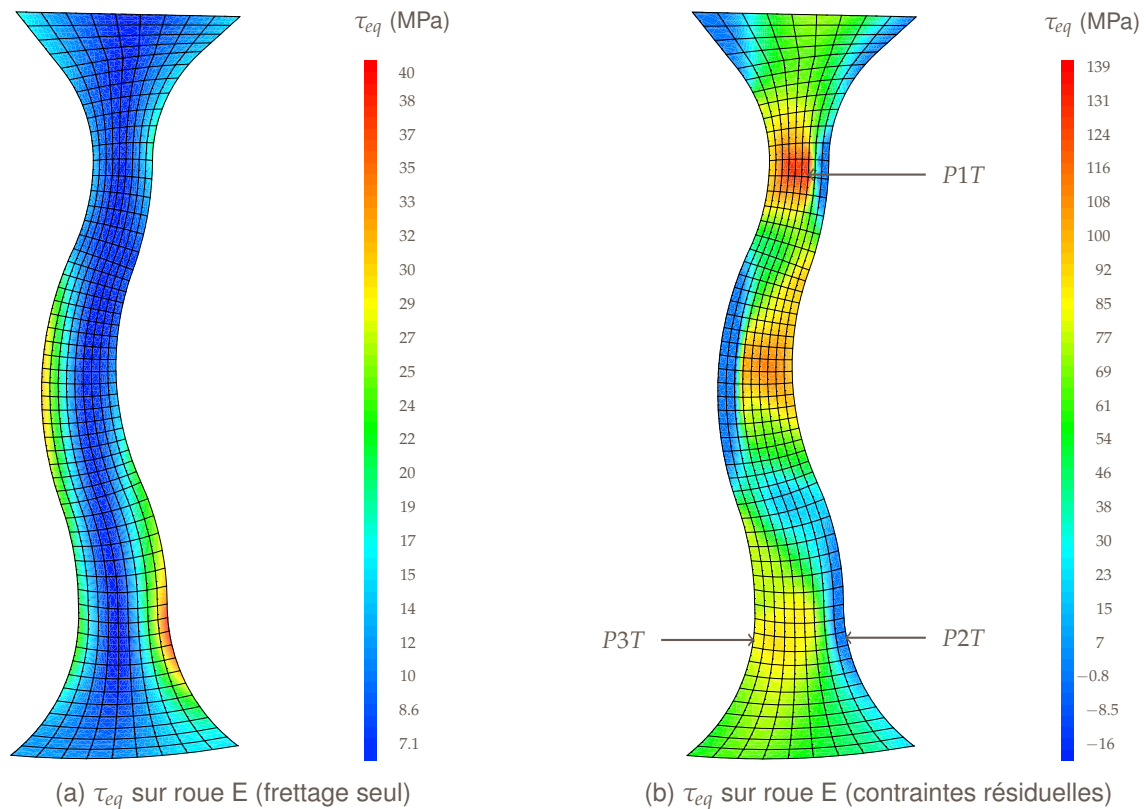


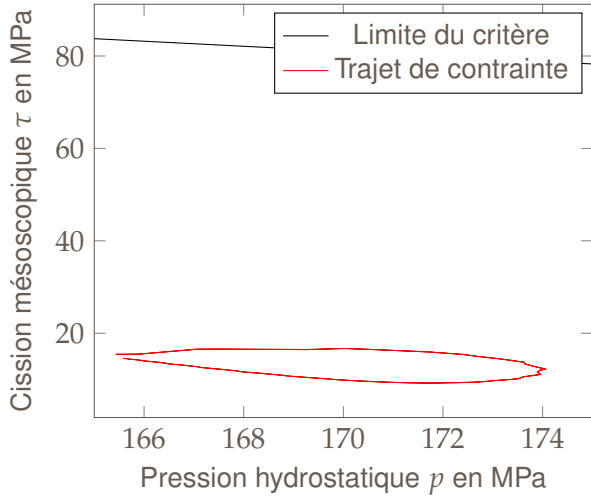
FIGURE 4.22 – Cartes des criticités sur la roue E avec trajet à grande vitesse (critère de Dang Van)

négative et inversement des points initialement peu critiques deviennent critiques par l'effet de la pression, sans toutefois dépasser le seuil des 99% de survie.

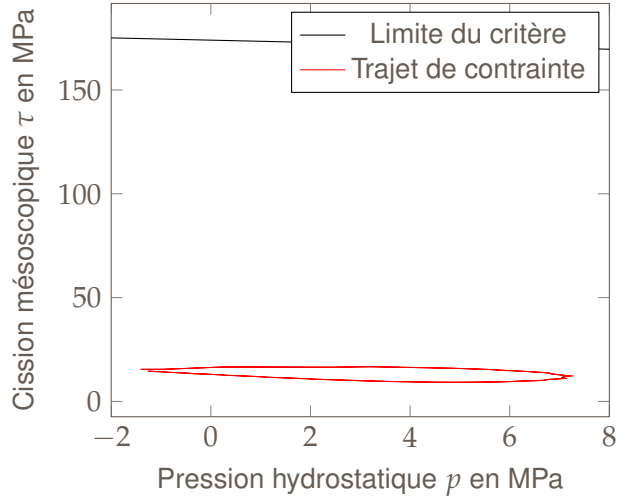
### Comparaison en fonction du critère

Dans cette partie, on réalise la comparaison des résultats avec un calcul basé sur le critère de Deperrois modifié. La figure 4.26 de la page 143 permet de visualiser la contrainte équivalente de fatigue avec prise en compte des chargements statiques issus du traitement thermique et du frettage ou avec frettage seul. On remarque que les criticités sont moins marquées et que les contraintes moyennes ont une part plus grande dans la criticité globale avec l'utilisation de ce critère. On remarque que la formulation du critère de Deperrois introduit des criticités plus importantes dans les zones hautes en l'absence de prise en compte des contraintes résiduelles. On remarque au point  $P2T$  une criticité plus importante et, ce, pour un spectre de criticité comparable (cf. figure 4.27, page 143).

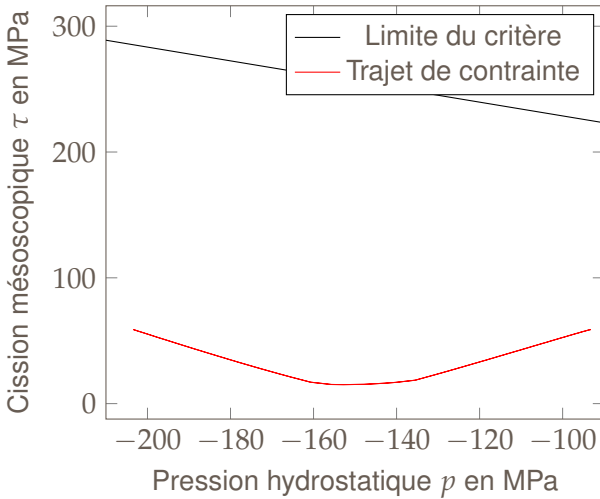
Les valeurs de contrainte hydrostatiques constatées sur la roue lors de nos calculs en fatigue sont importantes. On obtient notamment des valeurs négatives très fortes pour lesquelles aucun essai n'a été réalisé ce qui constitue une perspective pour ce travail. En effet, Bernasconi *et al.* [8] ont montrés pour l'acier R7T (acier ferrito-perlitique) extrait d'une jante (ici on traite le matériau de la toile), une sensibilité à de fortes contraintes moyennes de compression (cf. figure 4.28, page 144). Il serait intéressant de vérifier si de telles observations peuvent être réalisées sur le matériau ER7. Pour les contraintes hydrostatiques positives, des essais ont été réalisés pour un rapport de charge  $R = 0.6$ . Les résultats sont reportés sur la figure 3.5 de la page 94. La résistance était inchangée par rapport à des rapports plus faibles. Les points critiques dans cet état se trouvent ici en dessous de ce rapport de charge.



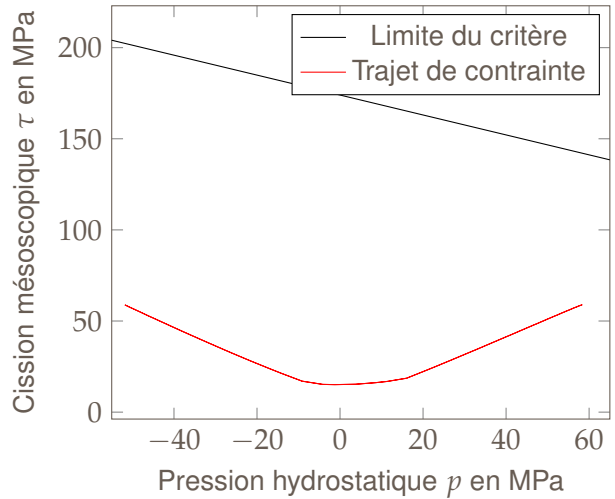
(a) Point P1T (contraintes résiduelles)



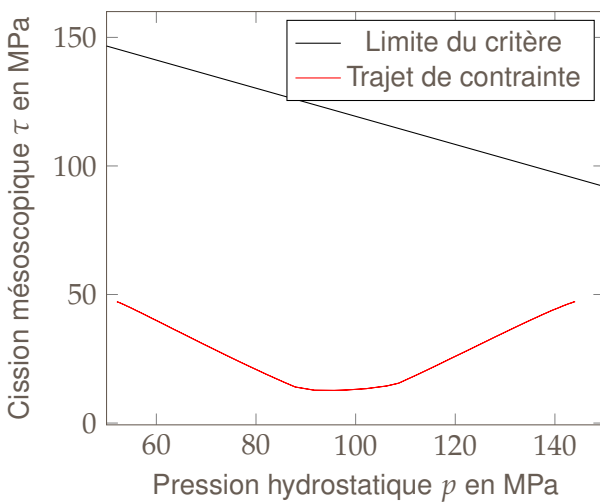
(b) Point P1T (fretage seul)



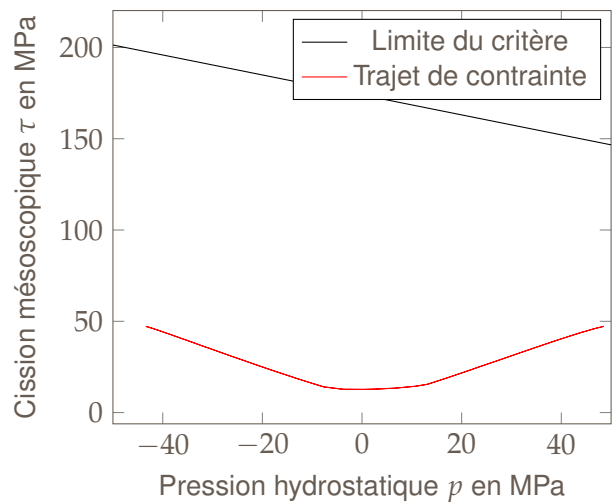
(c) Point P2T (ontraintes résiduelles)



(d) Point P2T (fretage seul)



(e) Point P3T (contraintes résiduelles)



(f) Point P3T (fretage seul)

FIGURE 4.23 – Trajet de Dang Van pour les points P1T, P2T et P3T de le roue E

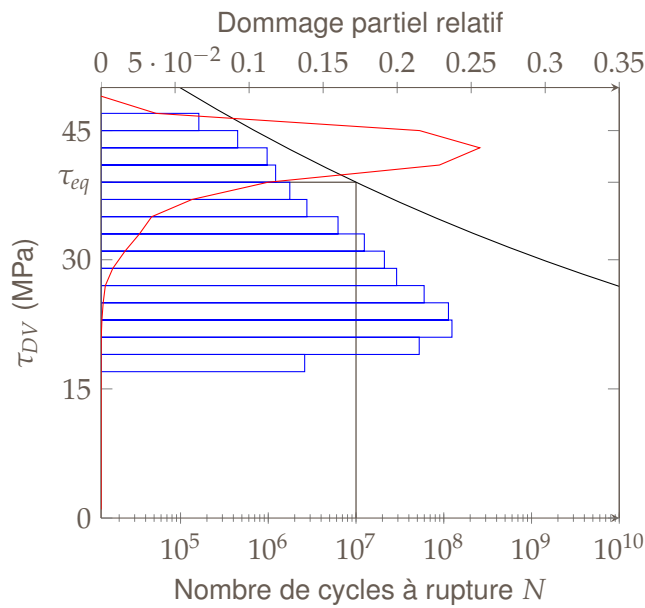


FIGURE 4.24 – Illustration du cumul du dommage au point P2T, Critère de Dang Van (frettage seul)

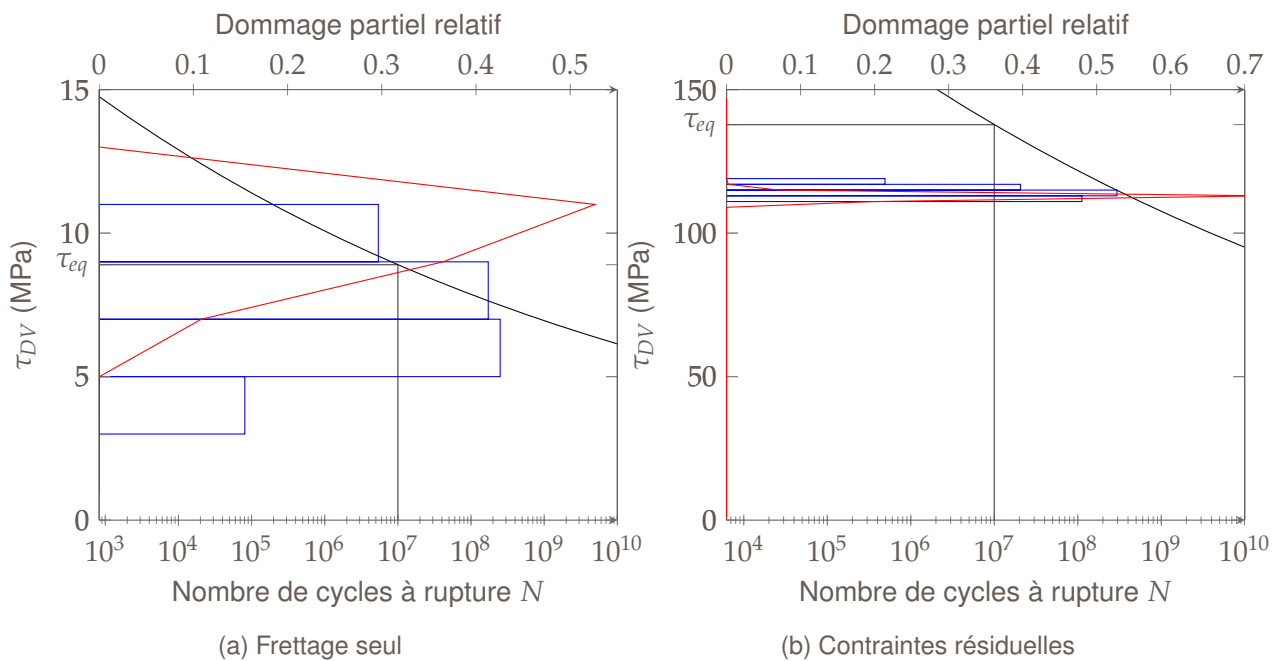


FIGURE 4.25 – Illustration du cumul du dommage au point P1T

## Conclusions

On remarque que les points où les pressions hydrostatiques issues des contraintes résiduelles sont négatives sont les lieux où les contraintes dynamiques sont les plus importantes. Ceci explique que les valeurs de criticités maximales observées sont en dessous de la limite à  $-3$  écarts type qui représente une probabilité de survie de plus de 99% malgré la prise en compte des contraintes résiduelles. Ainsi dans ce cas d'étude la géométrie actuelle ne présente pas de danger dans le cas d'usage considéré. De plus, ces valeurs ne sont pas des criticités de fatigue (en effet la valeur de criticité est générée seulement par la valeur de la pression moyenne et très peu par une partie issue de l'amplitude du chargement) ce qui est gênant du point de vue de l'interprétation des résultats. Dans le contexte de fortes contraintes moyennes (positives comme négatives) le choix de la variable est délicate et nécessite une étude supplémentaire. En effet, en perspectives, il faudrait plus de résultats d'essais pour vérifier si l'ER7 présente une chute

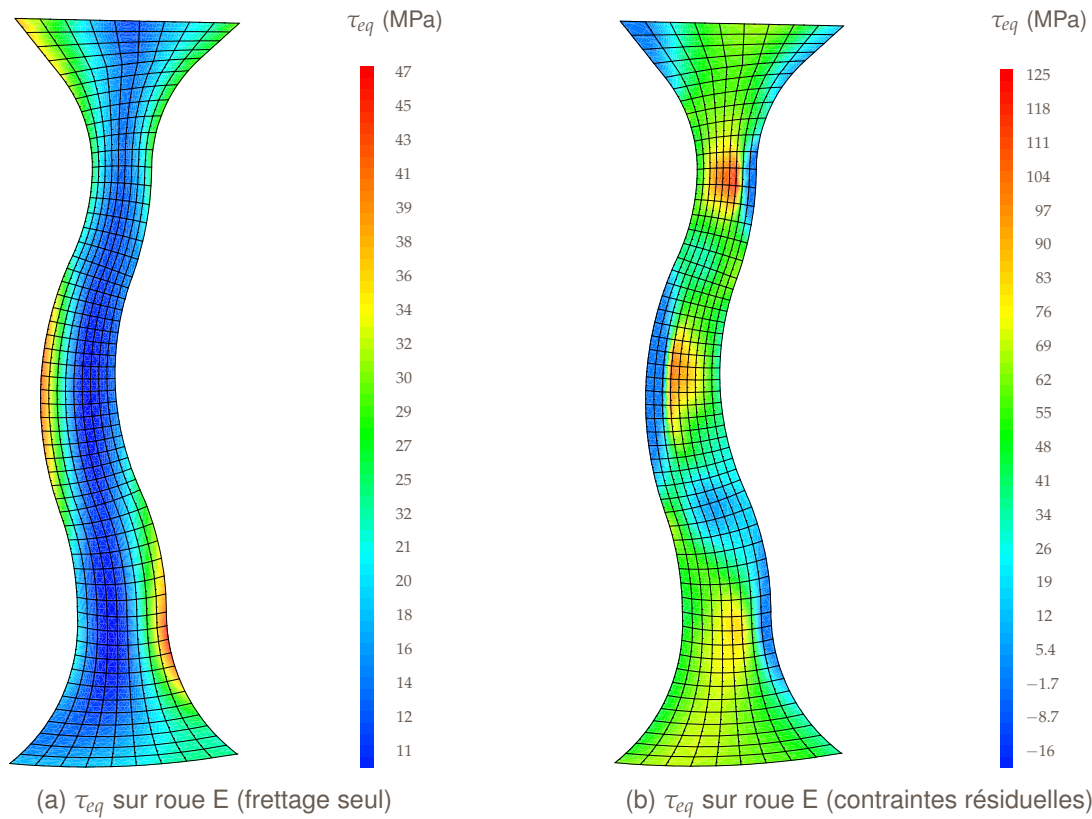


FIGURE 4.26 – Cartes des criticités sur la roue E avec trajet à grande vitesse (critère de Deperrois modifié  $N = 2$ )

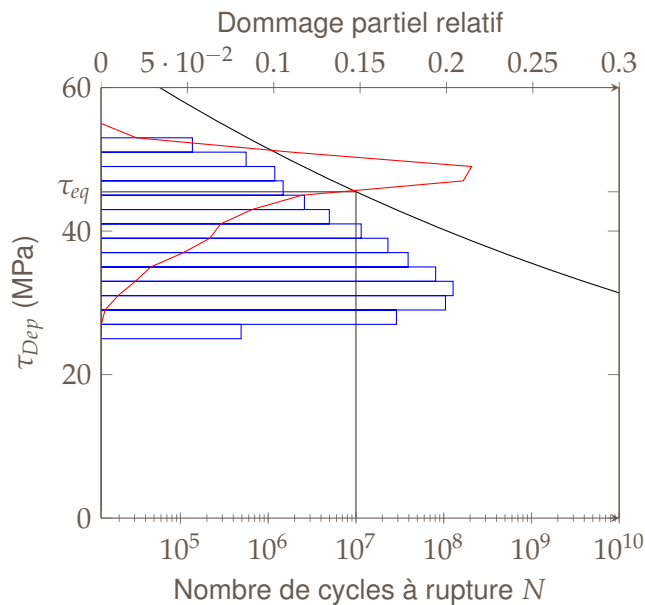


FIGURE 4.27 – Illustration du cumul du dommage au point P2T, critère de Deperrois modifié  $N = 2$  (frettage seul)

de la limite de fatigue pour de fortes contraintes hydrostatiques négatives. La différence de criticité entre les deux critères est notable. Il y a des criticités plus basses pour le critère de Dang Van et un effet plus marqué des contraintes résiduelles avec le critère de Deperrois modifié. Toutefois, les deux critères s'accordent sur la distribution des criticités dans la toile et la position des points critiques.



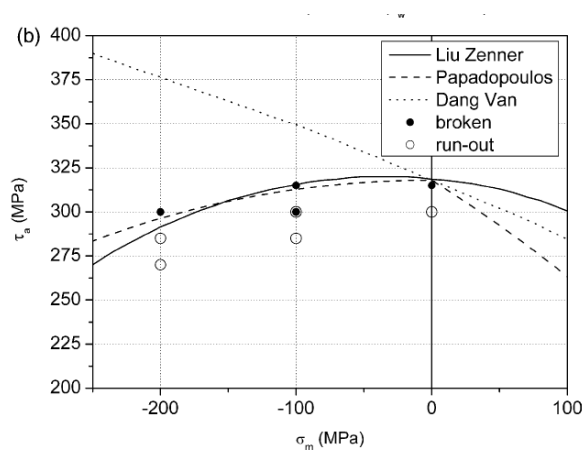


FIGURE 4.28 – Limites de fatigue sous fortes contraintes moyennes de compression [8]

## Conclusion

Ce chapitre a permis de développer et appliquer une méthode basée sur l'équivalence fatigue pour objectiver les chargements de conception normatifs à partir des chargements réels. On a montré que pour chaque usage, on pouvait déterminer une sollicitation équivalente et que celle-ci est valable pour la famille des roues étudiées. On a pu démontrer que la circulation en alignement (Cas 1) est une configuration peu critique. En effet, le dommage qu'elle génère est négligeable sur la vie d'une roue. La configuration de passage dans les appareils de voies telle que définie dans la norme est très sévère en occurrence mais aussi en valeurs. La configuration en courbe est plutôt bien estimée par la norme : les valeurs normatives ne présentent pas une surestimation importante de ce cas de chargement. On note que les calculs ont été réalisés sans la prise en compte des contraintes résiduelles.

La méthode d'estimation de la fiabilité de la roue basée sur la méthode probabiliste de la « Contrainte-Résistance » a ensuite été appliquée sur la roue D. Cette méthode a montré que, sans la prise en compte des contraintes résiduelles, la probabilité de rupture  $p_f$  sur l'exemple de cette roue est en dessous de la valeur cible  $10^{-6}$  ce qui assure un niveau de fiabilité élevé.

Enfin, une étude est réalisée pour évaluer l'impact des contraintes résiduelles issues du traitement thermique sur la tenue en fatigue. On a présenté une méthode qui permet de calculer, sur la roue C, la criticité équivalente de fatigue à partir de la variabilité des chargements réels. Cette étude a montré que bien que les contraintes hydrostatiques sur la roue soient très importantes (jusqu'à 200 MPa en valeur absolue) l'endurance à 99% de tenue est assurée. Cette étude a été l'occasion de comparer les criticités issues du chargement réel avec les critères de Dang Van et le critère proposé dans l'étude. Cela a permis de mettre en avant que les écarts globaux de criticité sont faibles malgré l'amélioration de la prédiction du comportement des points présentant des trajets de contrainte déphasés.

# Conclusion générale et perspectives

## Conclusion

Cette étude a été consacrée à l'élaboration de deux méthodes contribuant au dimensionnement des roues ferroviaires. La première est une méthode « d'Équivalence Fatigue » qui, à partir de la connaissance de la variabilité des chargements multi-paramètres réels permet de déterminer une sollicitation équivalente en fatigue pouvant servir à la spécification ou à la réalisation d'essais accélérés.

La seconde méthode est une méthode de validation probabiliste basée sur le calcul d'une distribution de criticité en fonction de l'usage de la roue et sur la distribution de la résistance en fatigue. Cette méthode est un dérivé en contrainte de fatigue de l'approche « Contrainte-Résistance » traditionnellement appliquée au chargements et permet une validation fiabiliste des roues ferroviaires.

Pour ces méthodes, un critère de fatigue étendu à l'endurance limitée est nécessaire et des essais de fatigue ont été menés pour comparer les critères décrits dans la littérature avec un critère proposé dans le contexte particulier des roues ferroviaires : les trajets de chargements multiaxiaux parfois déphasés avec des contraintes moyennes fortes.

Notre travail a d'abord consisté à déterminer comment sont sollicitées les roues ferroviaires par des trajets de chargements multiaxiaux. Sur certaines zones de la roue, ces trajets sont déphasés. De plus, les traitements thermiques induisent des contraintes moyennes fortes. Une fois ces observations réalisées, il nous a fallu comprendre comment les roues ferroviaires sont actuellement validées. La méthode normative est une méthode basée sur un cycle de fatigue discutable. En effet, il est l'enchaînement peu probable de trois cas de charge ce qui le rend sévère par construction. De plus, les valeurs des efforts pour chacun des cas de charge sont sévères. Ils ne prennent pas en compte la grande variabilité des chargements issus du service. En outre, le critère normatif associé dans la méthode n'est pas conçu pour prendre en compte la multiaxialité du chargement, ce qui peut entraîner des erreurs sur l'identification des points critiques. De surcroît, les limites du critère sont très sévères et ne prennent pas en compte la valeur moyenne de la contrainte, ce qui rend l'estimation de la criticité imprécise. Toutes ces observations nous ont conduits à étudier plus précisément les chargements réels pour objectiver les chargements normatifs de conception et à proposer l'utilisation d'un critère de fatigue pertinent dans le contexte défini.

Ensuite, nous avons étudié les critères de fatigue et les méthodes de calcul de la durée de vie en fatigue de la littérature pour mettre en avant des approches qui s'appliqueraient à notre contexte d'étude. Pour cela, nous avons déterminé des candidats comme le critère de Depperois et le Critère de Papadopoulos qui, une fois étendus à l'endurance limitée sont des candidats intéressants pour l'étude des durées de vie et des criticités des roues ferroviaires. Les méthodes spectrales de dimensionnement ont aussi été étudiées. Pour pouvoir déterminer des chargements de conception, un état de l'art de la méthode dite de « l'Équivalence Fatigue » dans sa version classique ainsi que de celle développée par Genet [22] a été réalisé. Ces méthodes atteignent leurs limites dans le cas des chargements multi-paramètres et des trajets de contrainte tels que ceux de la roue ferroviaire. La méthode « Contrainte-Résistance », une méthode de validation fiabiliste en fatigue a été étudiée aussi pour son caractère probabiliste. Cette méthode est définie pour un seul chargement variable et dans l'hypothèse de l'uniaxialité des contraintes. Les principes de ces deux méthodes ont été retenus pour la suite de l'étude.

Une méthode de détermination de chargements équivalents en fatigue sous sollicitations multiparamétriques à amplitude variable a ensuite été présentée. Cette méthode est basée sur une contrainte équivalente de fatigue calculée avec un critère de fatigue étendu à l'endurance limitée. On utilise le cumul de dommage de Miner qui permet, à partir d'une sollicitation multiparamétrique et de la géométrie de la structure, de déterminer la criticité en chaque point. On déduit de ces criticités un chargement simplifié qui induit une criticité équivalente aux points critiques. La méthode permet d'optimiser l'écart de criticité ou de dommage entre la sollicitation réelle et la sollicitation équivalente pour pouvoir définir des sollicitations de conception ou des sollicitations utilisées pour des essais accélérés. Cette méthode, appliquée à chacune des roues a permis de calculer pour chaque usage une sollicitation équivalente qui est valable pour l'ensemble des roues. Cela permet d'objectiver la sollicitation normative en montrant que seul le cas en courbe a été correctement défini dans la norme. Les autres cas ont un impact réel plus faible que la norme surestime. Le cas 1, correspondant à l'alignement, impacte en effet très peu le dommage global. Le cas 3 qui correspond au passage dans les appareils de voie, quant à lui, a un nombre d'occurrences faible et un effort latéral réel négligeable vis-à-vis de celui de la norme.

Toutefois, cette approche ne permet pas de valider une géométrie directement. C'est pourquoi une méthode probabiliste en contrainte équivalente de fatigue a été développée à partir de la méthode « Contrainte Résistance ». Cette méthode compare en chaque point de la structure la distribution de la contrainte équivalente de fatigue et la résistance à la fatigue et permet de calculer la probabilité de rupture. Appliquée à la roue ferroviaire, cette méthode permet de valider la structure de la roue vis à vis des chargements réels, ce que ne permettent pas les méthodes déterministes comme la norme en vigueur. En appliquant la méthode à une roue en particulier, on a pu montrer que la structure ne présente pas de risque vis à vis des chargements réels.

Afin d'identifier et d'évaluer les performances des critères de fatigue pour des trajets multiaxiaux avec ou sans déphasage, de nouveaux essais ont été réalisés dans notre étude. Ils permettent de caractériser les limites de fatigue pour différents états de surface (il y a deux catégories de roue avec, pour chacune, un niveau de rugosité cible). De nouveaux essais ont été réalisés sous chargement d'amplitudes variables pour caractériser le cumul de dommage. On en a déduit que le cumul de dommage linéaire de Miner donne des résultats pour des spectres de chargement de roues ferroviaires. Le critère proposé, basé sur le critère de Deperrois, permet d'estimer, pour un coût de calcul relativement faible, la criticité en fatigue et la durée de vie comme le montrent les études réalisées à partir des essais sur l'acier de la roue et des essais de la littérature. En utilisant ce critère sur la roue, on observe que la différence de criticité prédite reste faible avec le critère de Dang Van comme référence. En effet, dans les cas étudiés, les points soumis à des trajets déphasés sont des points finalement peu critiques.

La prise en compte des contraintes résiduelles dans nos calculs a été réalisée sur une roue en calculant la contrainte équivalente de fatigue avec un champ de contrainte moyen issu d'un calcul thermo-mécanique. La prise en compte des contraintes résiduelles redistribue les points critiques dans une roue, ce qui relève significativement la criticité globale tout en respectant la limite à 99% de tenue.

## Perspectives

La méthode développée dans ce travail permet de calculer des efforts équivalents en fatigue. Elle ne permet pas de sévérer ces efforts à partir de différents cas d'usage. En effet, l'aspect multiparamétrique du chargement rend la sévère complexe sans une étude plus poussée. Ainsi, en l'état, il n'est pas possible de déterminer un effort de spécification sévère pour l'intégration dans une norme future.

Même si la méthode pose les bases, la conception d'un essai de validation accéléré demande d'étudier et définir une sollicitation spécifique pour cet usage. En effet, les bancs d'essais pour la validation des roues à l'échelle 1 sont des essais de flexion de roue fixe, c'est-à-dire que la roue est sollicitée avec seulement un seul chargement correspondant au chargement latéral d'une roue fixe (pas de rotation de la roue) montée freinée sur un faux axe.

La prise en compte de la sévérité issue des contraintes résiduelles dans la méthode d'équivalence et la méthode probabiliste est une perspective directe de notre étude. Toutefois, les fortes valeurs de pression hydrostatique, positives comme négatives, font du choix de la variable de fatigue un choix délicat qui nécessite une étude supplémentaire. Il faudrait plus de résultats d'essais pour vérifier si le matériau de la roue présente une chute de la limite de fatigue pour de fortes contraintes hydrostatiques, négatives par exemple.



## A | Annexe

### A.1 | Géométrie et plans d'extraction des éprouvettes de fatigue

#### A.1.1 | Plans d'extraction RP19

Les plans d'extraction des éprouvettes des essais RP19 [11] sont présentés sur les figures A.1 de la page 149 et A.2 de la page 150.

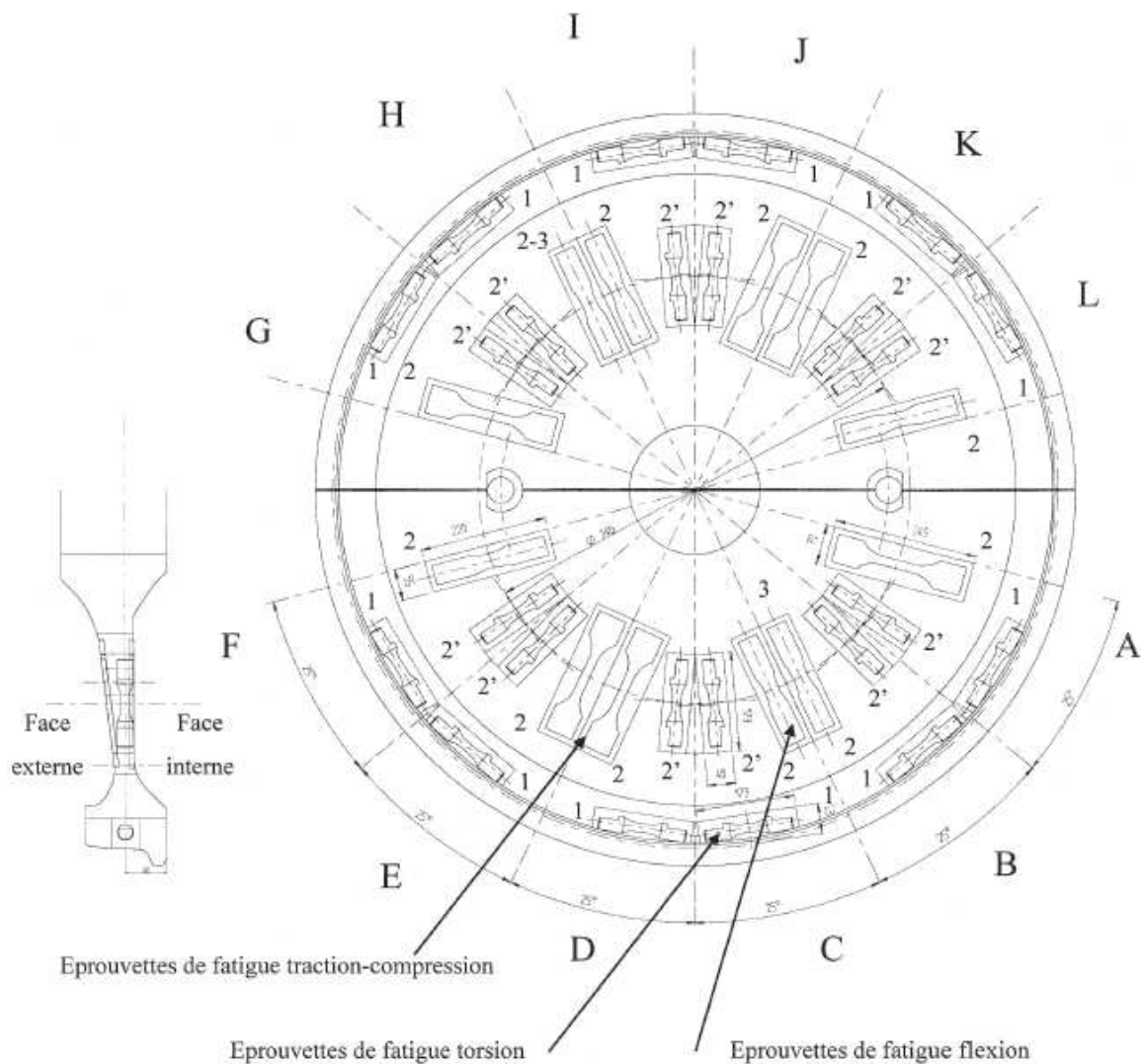


FIGURE A.1 – Plan d'extraction des éprouvettes roue usinée RP19



## A.1.2 | Éprouvettes RP19

Les figures A.3 à A.5 sur les pages 151 à 152 présentent les géométries des éprouvettes RP19 [11].

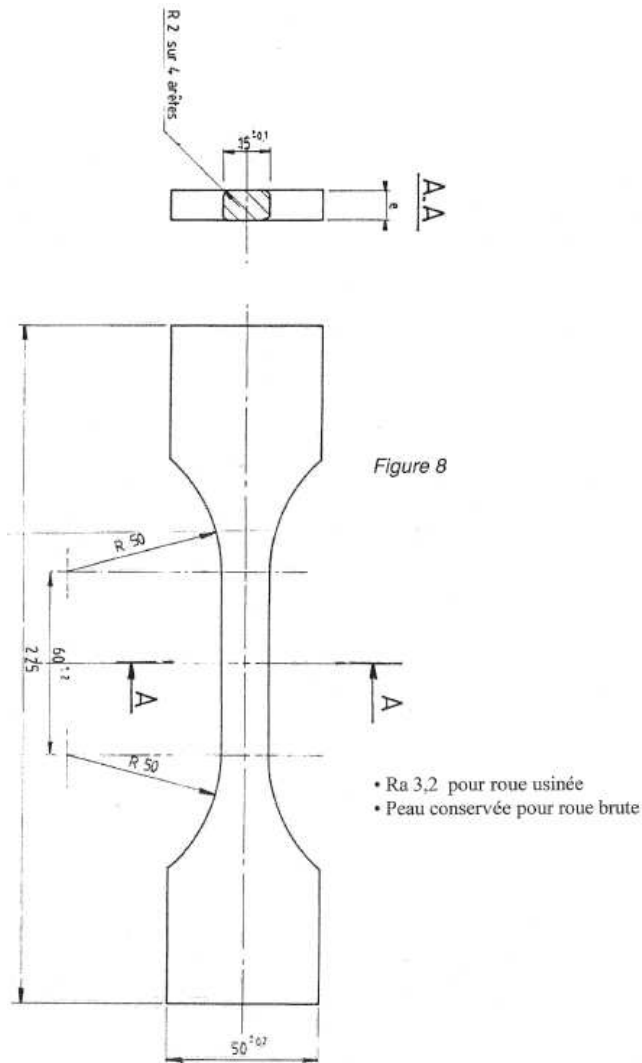


FIGURE A.3 – Plan des éprouvettes de traction RP19



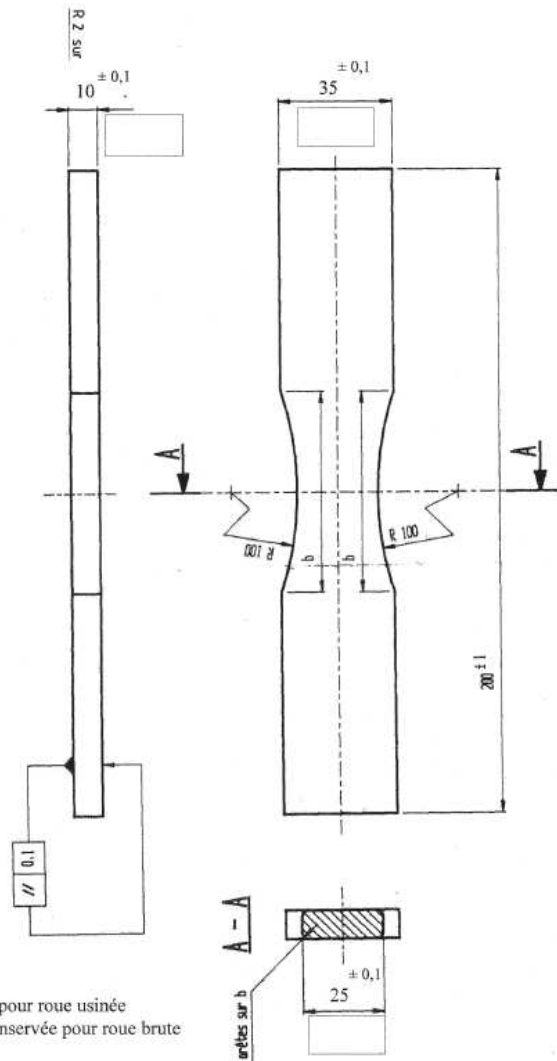


FIGURE A.4 – Plan des éprouvettes de flexion RP19

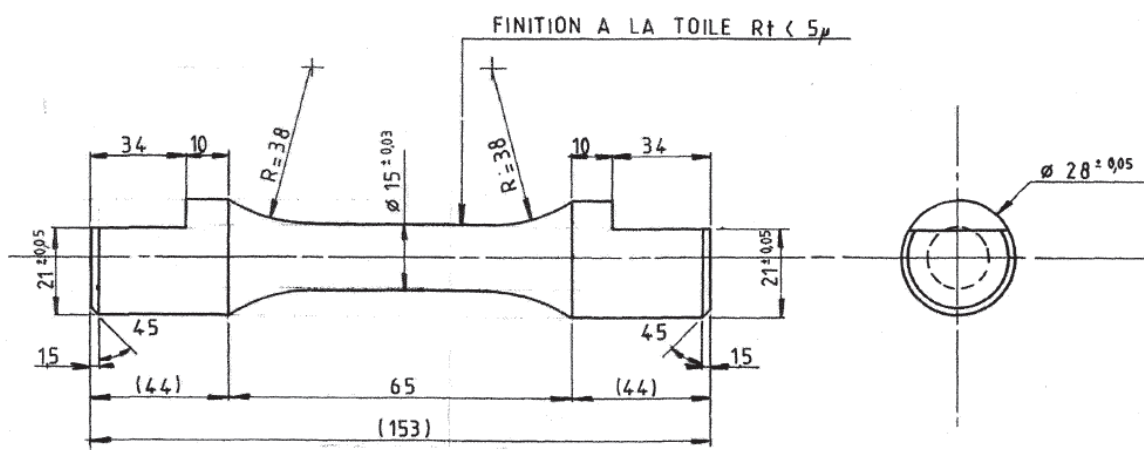


FIGURE A.5 – Plan des éprouvettes de flexion RP19



### A.1.4 | Éprouvettes LMS

On présente ici les éprouvettes utilisées dans cette étude. Les éprouvettes sont découpées dans les roues dans la direction radiale suivant le plan d'extraction (cf. figure A.8, page 154). On distingue deux types d'éprouvettes :

- Les éprouvettes tubaires *E1* pour traction/compression et torsion combinées.
- Les éprouvettes cylindriques *E2* de traction/compression

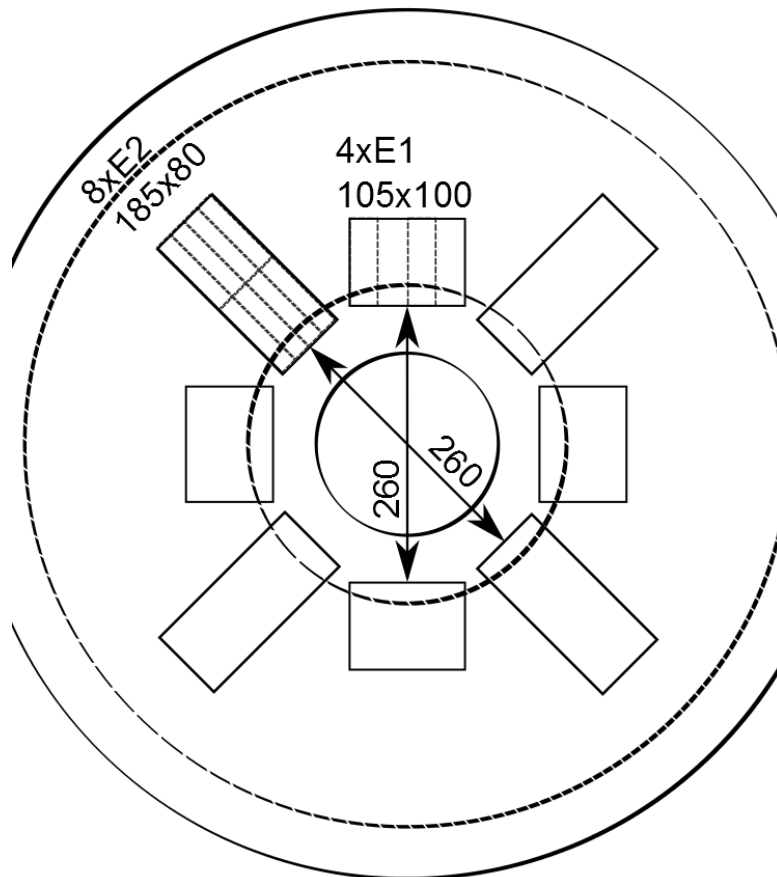


FIGURE A.8 – Plan d'extraction des éprouvettes LMS

#### Essais de traction/torsion sur éprouvettes *E1*

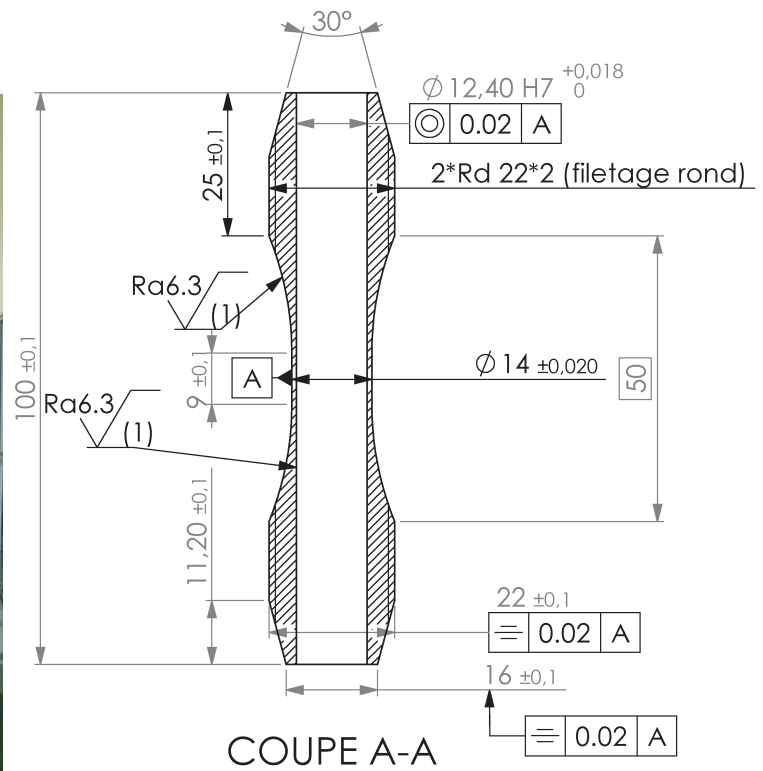
Une presse tri axiale (Traction, Torsion, Pression interne) TemaConcept d'une capacité de 10 kN en axial et 600 Nm en torsion a été utilisée pour ces essais (cf. figure A.9a, page 155).

#### Essais de traction/compression sur éprouvette *E2*

Une presse MTS d'une capacité de 100 kN est utilisée pour les essais de traction/compression. (cf. figure A.10a, page 156).

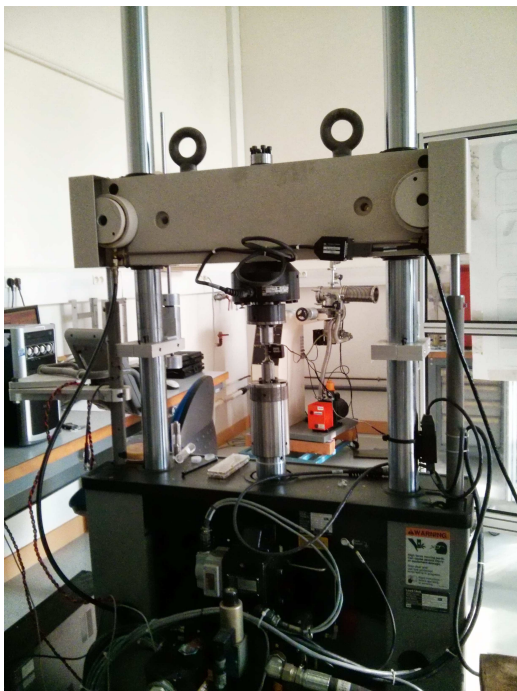


(a) Machine Triaxe TemaConcept

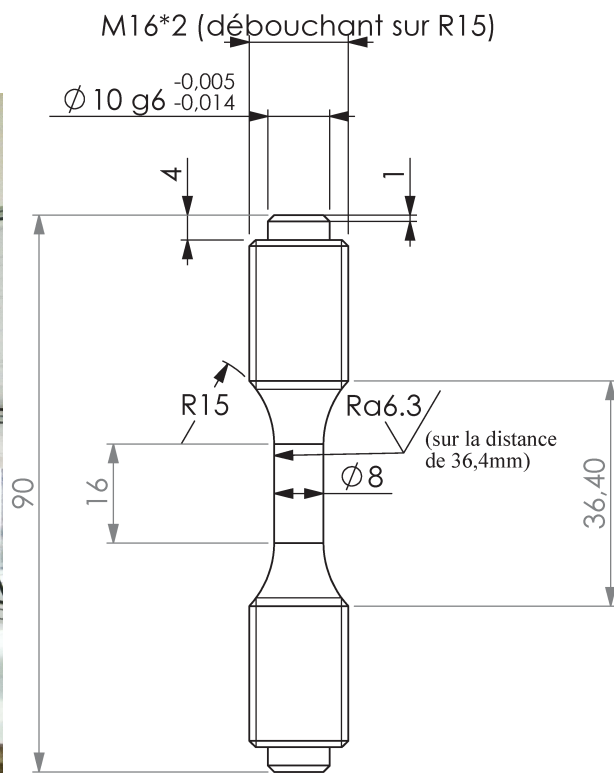


(b) Éprouvette tubulaire E1

FIGURE A.9 – Moyens d'essai pour la traction/compression et torsion combinées



(a) Presse MTS 100 kN



(b) Éprouvette cylindrique E2

FIGURE A.10 – Moyens d'essai pour la traction/compression

## A.2 | Construction des matrices d'usages virtuels

Cette annexe a pour objectif d'expliciter la construction des matrices d'usage virtuel à partir des usages élémentaires. On va, dans un premier temps définir les usages élémentaires. Ensuite, on va présenter pour chaque usage élémentaire la matrice d'occurrence. Enfin la méthode de calcul des matrices d'usages virtuels sera explicitée.

### A.2.1 | Identification des usages élémentaires

Les 13 usages élémentaires sont issus des essais sur autorail (cf. partie 4.2.1, page 116) et sont identifiés en fonction de la configuration de la voie et de la vitesse du train, comme présenté sur le tableau A.1 de la page 157.

	Vitesse nominale	Vitesse faible	Sur-vitesse
Raccordement	×	×	×
Grande courbure	×	×	×
Allignement	×	×	×
Faible courbure	×		×
Très faible courbure	×		
Résidu		×	

TABLEAU A.1 – Usages élémentaires

### A.2.2 | Construction d'une matrice d'usage virtuel

La construction d'une matrice d'usage virtuel consiste à reconstruire une matrice équivalente en nombre d'occurrences à celle du trajet d'essai original par combinaison linéaire des matrices d'usage élémentaire dans des proportions aléatoires :

$$\underline{\underline{MV}} = \sum_{i \in [1,13]} N \cdot \frac{p_i}{N_i} \cdot \underline{\underline{M_i}} \quad (\text{A.1})$$

$\underline{\underline{M_i}}$  représente la matrice d'usage élémentaire avec ses  $N_i$  occurrences.  $p_i$  (avec  $\sum_{i \in [1,13]} p_i$ ) représente le poids de l'usage élémentaire dans la matrice d'usage virtuel  $\underline{\underline{MV}}$  qui a un nombre d'occurrences  $N$ .

## A.3 | Contraintes statiques : comparaisons des différents modèles

Cette annexe a pour objectif de présenter sur le roue E les contraintes statiques. Les contraintes statiques considérées sont calculé suivant trois modèles

- ◆ Frettage seul (calcul élastique avec un déplacement radial imposé entre la roue et l'essieu)
- ◆ Traitement thermique de la roue et usinage (calcul thermique avec modèle viscoplastique),
- ◆ Traitement thermique de la roue et frettage puis usinage (calcul thermique avec modèle viscoplastique),

### A.3.1 | Frettage seul

On visualise sur la figure A.11 de la page 158 permet de visualiser les contraintes radiales et circonférentielles sur la roue avec le calcul du frettage seul. On remarque que la forme ondulée de la roue induit une disparité importante de la distribution des contraintes radiales alors que les contraintes circonférentielles sont fortes près du moyeu et diminuent avec le diamètre.

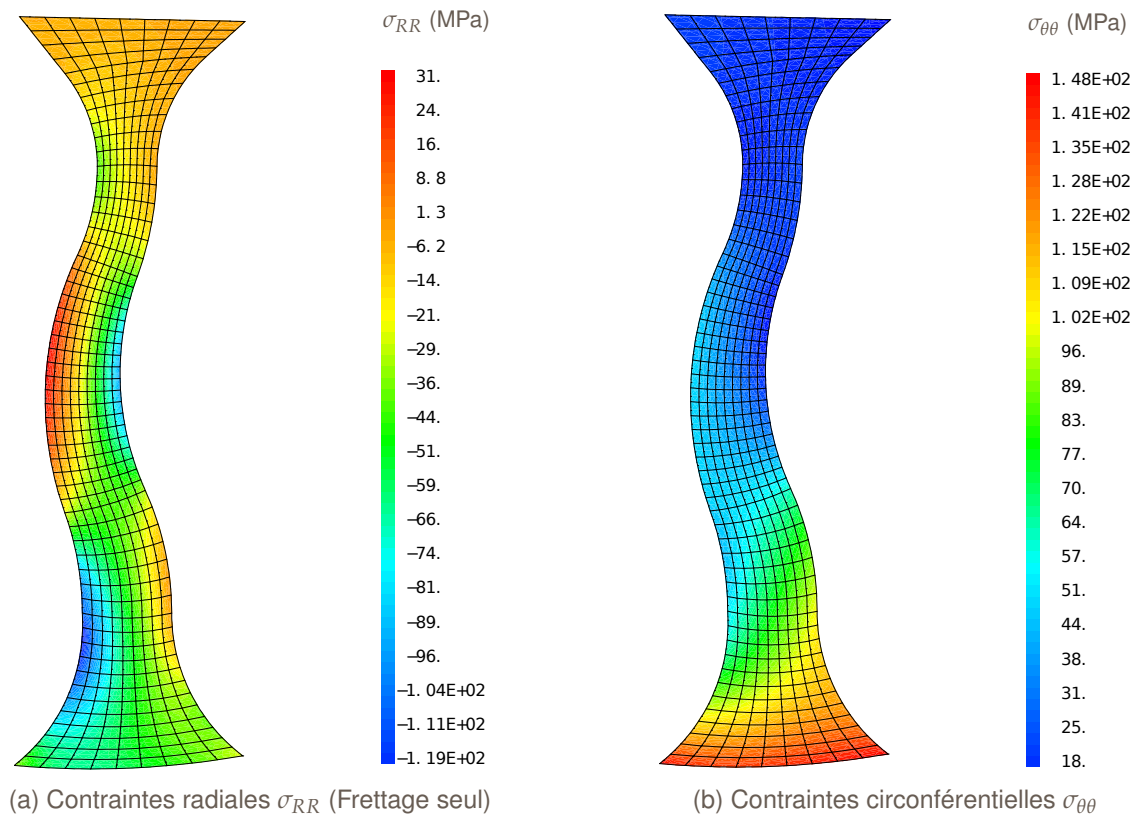


FIGURE A.11 – Cartes des contraintes résiduelles issue du calcul du frettage seul

### A.3.2 | Traitement thermique seul

On visualise sur la figure A.12 de la page 159 permet de visualiser les contraintes radiales et circonférentielles sur la roue. On remarque que la forme ondulée de la roue induit une disparité importante de la distribution pour les deux composantes des contraintes. On remarque que la contraintes radiales sont du signe opposé à celles du frettage seul.

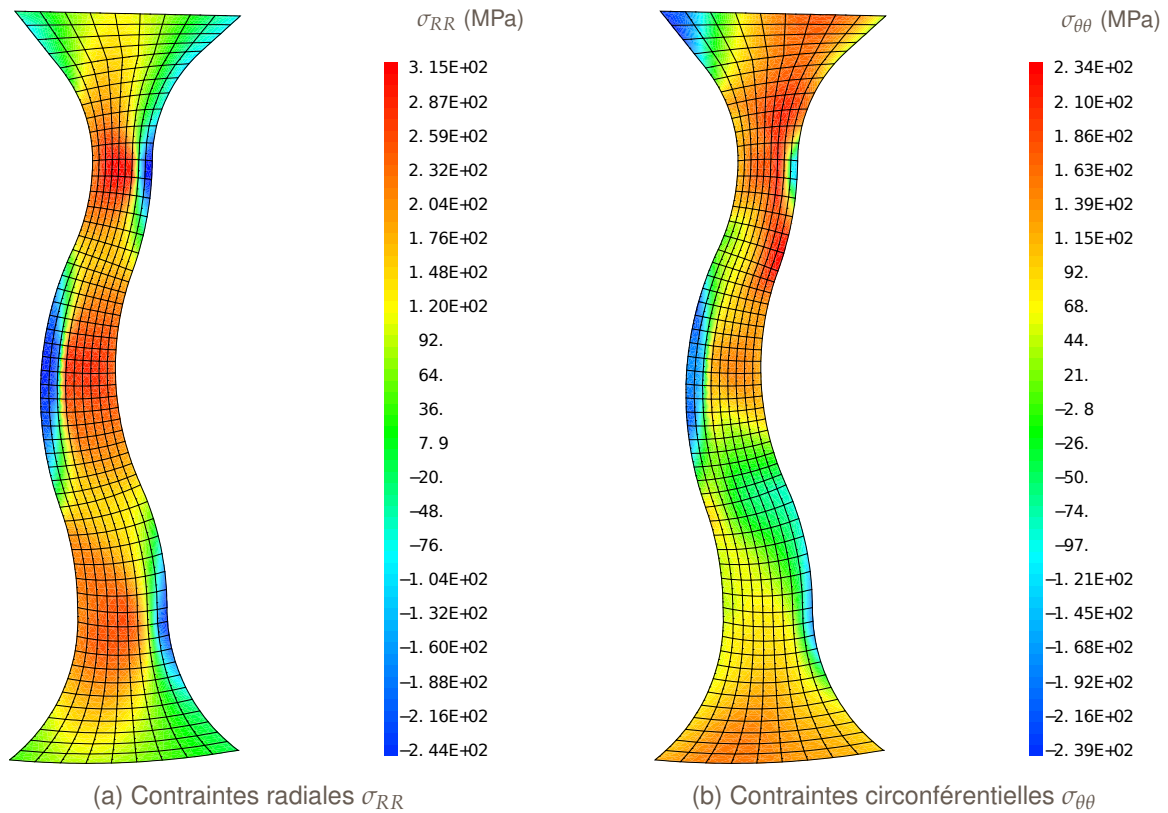


FIGURE A.12 – Cartes des contraintes résiduelles issue du calcul du traitement thermique seul



### A.3.3 | Traitement thermique et frettage

On visualise sur la figure A.13 de la page 160 permet de visualiser les contraintes radiales et circonférentielles sur la roue avec la prise en compte du traitement thermique et du frettage. On remarque que la forme ondulée de la roue induit une disparité importante de la distribution des contraintes.

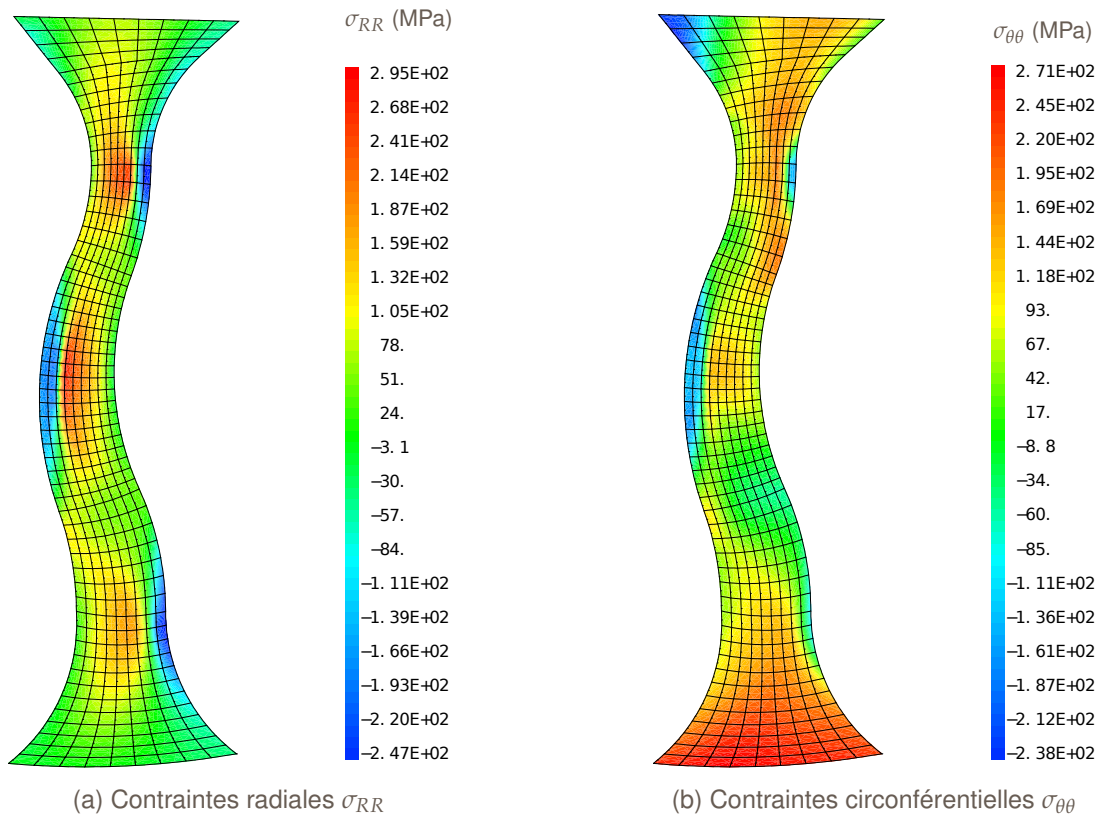


FIGURE A.13 – Cartes des contraintes résiduelles issues du calcul du traitement thermique et du frettage

## Bibliographie

- [1] AFNOR. Applications ferroviaires - Essieux montés et bogies - Roues monobloc - Procédure d'homologation technique - Roues forgées et laminées. Rapport technique, CEN - AFNOR, 2004. NF EN 13979-1.
- [2] AFNOR. Applications ferroviaires - Essieux montés et bogies - Roues - Prescriptions pour le produit. Rapport technique, CEN - AFNOR, 2006. NF EN 13715.
- [3] AFNOR. Applications ferroviaires - Essieux montés et bogies - Roues - Profil de roulement. Rapport technique, CEN - AFNOR, 2006. NF EN 13715.
- [4] W. AIME. Rapport d'essais, essais mécanique à température élevée sur une roue forgée de nuance r7t. Rapport technique, Agence d'Essai Ferroviaire, 1999.
- [5] Alexis BANVILLET. *Prévision de durée de vie en fatigue multiaxiale sous chargements réels : Vers des essais accélérés*. Mémoire de thèse, École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, 2001.
- [6] B. BARBIER. Modélisation du cycle de traitement thermique des roues de chemin de fer, modélisation de l'autorevenu et recherche des pistes d'amélioration de la cadence par une étude des paramètres critiques du cycle. Rapport technique, Polytech'Lille, 2004.
- [7] Jérôme BENABES. *Approche énergétique non locale du calcul de durée de vie de structures en fatigue multiaxiale sous chargement variable : Application à une roue de train ferroviaire*. Mémoire de thèse, École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, 2006.
- [8] A. BERNASCONI, M. FILIPPINI, S. FOLETTI, D. VAUDO. Multiaxial fatigue of a railway wheel steel under non-proportional loading. *International Journal of Fatigue*, 28(5), 663 – 672, 2006. Selected papers from the 7th International Conference on Biaxial/Multiaxial Fatigue and Fracture (ICBMFF).
- [9] A. BIGNONNET. Reliability concepts in fatigue design. Dans P.C. McKeighan C. M. SONSINO, éditeur. *Proc. Int. Conf. on Material and Component Performance under Variable Amplitude Loading*, 51 – 66, March 2009.
- [10] André BIGNONNET, Jean-Jacques THOMAS. Approche fiabiliste en conception automobile. *Journées de printemps SF2M*, 2004.
- [11] BUREAU D'EXPERT 169. Dimensionnement des roues - Critère de fatigue multiaxial - Rapport final. Rapport technique, ERRI - UIC, 2004. ERRI B 169/RP 19.
- [12] Pierre BURRY. *Quelques techniques d'analyse mécanique pour les structures automobiles*. Mémoire de thèse, École Polytechnique, 2007.
- [13] Andrew CHIPPERFIELD, Peter FLEMING, Hartmut POHLHEIM, Carlos FONSECA. *Genetic Algorithm TOOLBOX For Use with MATLAB*. Département de Automatic Control and Systems Engineering, University of sheffield, 1994.
- [14] B. CROSSLAND. Effect of large hydrostatic pressures on torsional fatigue strength of an alloy steel. Dans *Proc. Int. Conf. Fatigue of Metals*, 138 – 149. Institution of Mechanical Engineers,, 1956.
- [15] K. DANG VAN, B. GRIVEAU, O. MESSAGE. On a new multiaxial fatigue limit criterion : theory and application. Dans M.W. BROWN, K. MILLER), éditeurs. *Biaxial and multiaxial fatigue*, 3 de *EGF publication*, 479 – 496. Mechanical Engineering Publications, 1989.
- [16] Bureau d'expert 169. Définition du cahier des charges des roues - Dimensionnement mécanique - Tenue à la fatigue. Rapport technique, ERRI - UIC, 1997. ERRI B 169/RP 9.

- [17] Zhengchao FANG. Modélisation du traitement thermique des roues ferroviaires. Rapport technique, SNCF, Direction de l'Innovation et de la Recherche, 2014.
- [18] A. FATEMI, L. YANG. Cumulative fatigue damage and life prediction theories : a survey of the state of the art for homogeneous materials. *International Journal of Fatigue*, 20(1), 9 – 34, 1998.
- [19] M. FIABANE. Détermination des contraintes résiduelles dans une roue par extensométrie. Rapport technique, Agence d'Essai Ferroviaire, 2008.
- [20] M.. FOGUE, B. KENMEUGNE, J.-L. ROBERT. Compteur de cycles et calcul de durée de vie en fatigue multiaxiale d'amplitude variable. *Mécanique & Industries*, 53(3), 140–144, 1998.
- [21] C. FROUSTEY, S. LASSERRE. Multiaxial fatigue endurance of 30ncd16 steel. *International Journal of Fatigue*, 11(3), 169 – 175, 1989.
- [22] Gwenaëlle GENET. *A statistical approach to multi-input equivalent fatigue loads for the durability of automotive structures*. Mémoire de thèse, Göteborg University, 2006.
- [23] WAFO GROUP. *WAFO - A Matlab Toolbox for Analysis of Random Waves and Loads - A Tutorial*. Math. Stat., Center for Math. Sci., Lund University, 2000.
- [24] E. HAIBACH. The influence of cyclic material properties on fatigue life prediction by amplitude transformation. *International Journal of Fatigue*, 1(1), 7 – 16, 1979.
- [25] Rami HAMAM. *Simulation de la propagation de fissures par fatigue dans les toiles des roues de train-sous chargement à amplitude variable*. Mémoire de thèse, École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, 2006.
- [26] J. LEMAITRE, J.-L. CHABOCHE, A. BENALLAL, R. DESMORAT. *Mécanique des matériaux solides*. DUNOD, 2009.
- [27] Mohamad JABBADO. *Fatigue polycyclique des structures métalliques : durée de vie sous chargements variables*. Mémoire de thèse, École Polytechnique, 2006.
- [28] Emericka JULAN. Approche fiabiliste de dimensionnement en fatigue des roues ferroviaires. Rapport technique, SNCF, Direction de l'Innovation et de la Recherche, 2010.
- [29] Habib KARAOUNI. *Nouveaux outils pour la conception fiable des structures*. Mémoire de thèse, École Polytechnique, 2001.
- [30] Amavi LANGUEH. *Contribution au dimensionnement des roues ferroviaires en fatigue de contact de roulement*. Mémoire de thèse, Université Lille 1, 2013.
- [31] Yongming LIU, Brant STRATMAN, Sankaran MAHADEVAN. Fatigue crack initiation life prediction of railroad wheels. *International Journal of Fatigue*, 28(7), 747 – 756, 2006.
- [32] E. MACHA, W. BEDKOWSKI, T. LAGODA. *Multiaxial Fatigue & Fracture*. European Structural Integrity Society. Elsevier Science, 1999.
- [33] Ewald MACHA, Adam NIESLONY. Critical plane fatigue life models of materials and structures under multiaxial stationary random loading : The state-of-the-art in opole research centre cesti and directions of future activities. *International Journal of Fatigue*, 2011.
- [34] M. H. MAITOURNAM, C. KREBS, A. GALTIER. A multiscale fatigue life model for complex cyclic multiaxial loading. *International Journal of Fatigue*, 33(2), 232 – 240, 2011.
- [35] Nicolas MARTI. Estimation expérimentale d'une loi de durée de vie en fatigue pour les matériaux des roues ferroviaires Ú cas de l'acier er7. Rapport technique, SNCF, Direction de l'Innovation et de la Recherche, 2015.
- [36] MATHWORKS. fminsearch : Find minimum of unconstrained multivariable function using derivative-free method, august 2016.
- [37] D. L. McDIARMID. Fatigue under out-of-phase bending and torsion. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, 9(6), 457–475, 1987.
- [38] Milton A MINER. Cumulative damage in fatigue. *Journal of applied mechanics*, 12(3), 159–164, 1945.
- [39] Franck MOREL. *Fatigue multiaxiale sous chargement d'amplitude variable*. Mémoire de thèse, École Nationale Supérieure de Mécanique et d'Aérotechnique, 1996.

- [40] Acia OURADI. Analyse du signal temporel du trajet d'essai AGC et calcul d'équivalent fatigue. Rapport technique, SNCF, Direction de l'Innovation et de la Recherche, 2010.
- [41] Ioannis V. PAPAPOPOULOS. Long life fatigue under multiaxial loading. *International Journal of Fatigue*, 23(10), 839 – 849, 2001.
- [42] Ioannis V. PAPAPOPOULOS, Piermaria DAVOLI, Carlo GORLA, Mauro FILIPPINI, Andrea BERNASCONI. A comparative study of multiaxial high-cycle fatigue criteria for metals. *International Journal of Fatigue*, 19(3), 219 – 235, 1997.
- [43] X. PITOISSET. *Méthodes spectrales pour une analyse en fatigue des structures métalliques sous chargements multiaxiaux*. Mémoire de thèse, Université Libre de Bruxelles, 2001.
- [44] C. ROUX, X. LORANG, H. MAITOURNAM, M. L. NGUYEN-TAJAN. Fatigue design of railway wheels : a probabilistic approach. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, 37(10), 1136–1145, 2014.
- [45] Clément Roux. Équivalence fatigue multi-entrée : Application à la roue ferroviaire. Rapport technique, SNCF, Direction de l'Innovation et de la Recherche, 2011.
- [46] Clément Roux, Xavier LORANG, Benoit DELATTRE, Habibou MAITOURNAM, Mac-Lan NGUYEN-TAJAN. A fatigue equivalence method applied to railway wheels. Dans *Proc. Int. Conf. Multiaxial Fatigue and Fracture*. ICMFF10, June 2013.
- [47] Clément Roux, Xavier LORANG, Habibou MAITOURNAM, Mac-Lan NGUYEN-TAJAN, Benoit QUESSON. Multi-parameter fatigue equivalence loadings for specification applications. *Procedia Engineering*, 66, 393 – 402, 2013. Fatigue Design 2013, International Conference Proceedings.
- [48] Johan SANDSTRÖM. Subsurface rolling contact fatigue damage of railway wheels : A probabilistic analysis. *International Journal of Fatigue*, 37(0), 146 – 152, 2012.
- [49] J. SCHIJVE. Fatigue of structures and materials in the 20th century and the state of the art. *International Journal of Fatigue*, 25(8), 679 – 702, 2003.
- [50] G. SINES, J. L. WAISMAN, T. J. DOLAN. *Metal fatigue*. University of California engineering extension series. McGraw-Hill, 1959.
- [51] C.M. SONSINO. Course of sn-curves especially in the high-cycle fatigue regime with regard to component design and safety. *International Journal of Fatigue*, 29(12), 2246 – 2258, 2007.
- [52] C.M. SONSINO. Fatigue testing under variable amplitude loading. *International Journal of Fatigue*, 29(6), 1080 – 1089, 2007.
- [53] S. STEPANOV. A curvilinear integral method for multiaxial fatigue life computing under non-proportional, arbitrary or random stressing. *International Journal of Fatigue*, 15(6), 467 – 472, 1993.
- [54] Jean-Jacques THOMAS, André BIGNONNET. L'équivalent fatigue : État de l'art. *Journées de printemps SF2M*, 1999.
- [55] UIC. Technical approval of monobloc wheels - Application document for EN 13979-1. Rapport technique, UIC, 2007. UIC 510-5.
- [56] Emmanuelle VIDAL. *Prévision de la durée de vie en fatigue multiaxiale sous sollicitations d'amplitude variable à l'aide d'un critère global*. Mémoire de thèse, INSA Lyon, 1996.
- [57] J. ZARKA, J. FRELAT, Inglebert G., P. NAVIDI. *A new Approach to Inelastic Analysis of Structures*. Martinus Nijhoff Publisher, 1990.
- [58] H. ZENNER, R. HEIDENREICH, I. RICHTER. Dauerschwingfestigkeit bei nichtsynchrone mehrachsiger beanspruchung. *Materialwissenschaft und Werkstofftechnik*, 16(3), 101–112, 1985.

**Titre :** Dimensionnement en fatigue multiaxiale des toiles de roues ferroviaires sous sollicitations multi-paramètres à amplitude variable

**Mots clefs :** équivalence, fatigue, multi-entrée, fiabilité, roue, ferroviaire.

**Résumé :** L'objectif principal de cette thèse est de développer une méthodologie qui permette de définir des sollicitations simplifiées représentatives des sollicitations réelles rencontrées en exploitation, c'est-à-dire équivalentes en sévérité vis-à-vis du phénomène d'amorçage de fissure par fatigue mécanique. Cette méthodologie doit être adaptée aux problèmes multi-paramètres car les sollicitations subies par les

roues ferroviaires sont multidimensionnelles (chargement vertical et latéral) et indépendantes. Enfin, la thèse vise aussi à proposer une approche fiabiliste globale du problème de fatigue des roues, qui pourra être une extension de la méthode Contrainte-Résistance aux cas des sollicitations multi-entrées. Un critère de fatigue pour l'acier des roues est identifié à partir des nouveaux essais.

**Title :** Multiaxial fatigue design under multi-input variable loadings

**Keywords :** equivalence, fatigue, multi-input, reliability, wheel,railway.

**Abstract :** The main objective of this PHD thesis is to develop a method for the definition of simplified equivalent loads representative of real loads (the severity is equivalent from fatigue phenomenon point of view). This method must be adapted to multi-input problems because loads applied on wheels are multi-dimensional (vertical and lateral loads) and in-

dependent. Finally, the thesis also aims to provide a comprehensive approach to fatigue-reliability problem of the wheels, which can be an extension of the stress-strength method for multi-input loads. A fatigue criterion for the railway will is presented and identified using a new test campaign.