HAL
open science

Environnements lumineux naturels en mode : Spectral et Polarisé. Modélisation, Acquisition, Simulation

Philippe Porral

To cite this version:

Philippe Porral. Environnements lumineux naturels en mode : Spectral et Polarisé. Modélisation, Acquisition, Simulation. Synthèse d'image et réalité virtuelle [cs.GR]. Université Paris sciences et lettres, 2016. Français. NNT : 2016PSLEM067 . tel-01709764

HAL Id: tel-01709764

https://pastel.hal.science/tel-01709764v1

Submitted on 15 Feb 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE DE DOCTORAT

de l'Université de recherche Paris Sciences et Lettres
PSL Research University

Préparée à MINES ParisTech

Environnements lumineux naturels en mode: Spectral et Polarisé

Modélisation, Acquisition, Simulation

École doctorale n°432

SCIENCES ET MÉTIERS DE L'INGÉNIEUR

Spécialité MATHÉMATIQUES, INFORMATIQUE TEMPS-RÉEL, ROBOTIQUE

COMPOSITION DU JURY :

Daniel Meneveaux, Rapporteur
Professeur des universités
XLIM, Poitiers

Christophe Renaud, Rapporteur
Professeur des universités
Laboratoire d'informatique du Littoral, Calais

Tamy Boubekeur, Président
Professeur
Telecom-ParisTech

Jean-Philippe Farrugia, Examinateur
Maître de conférence
LIRIS, Lyon

Dr Stéphane Delalande, Examinateur
Groupe PSA

Dr Vincent Roussarie, Examinateur
Groupe PSA

Soutenue par : **Philippe PORRAL**
le 16 décembre 2016

Dirigée par :
Philippe Fuchs
Patrick Callet

MINES ParisTech | PSL RESEARCH UNIVERSITY PARIS

à Doudounette…

Résumé

Dans le domaine de la synthèse d'image, la simulation de l'apparence visuelle des matériaux nécessite, la résolution rigoureuse de l'équation du transport de la lumière. Cela implique la prise en compte de tous les éléments pouvant avoir une influence sur la luminance spectrale énergétique reçue par l'œil humain. Evidemment, les propriétés de réflectance des matériaux ont un impact prépondérant dans les calculs, mais d'autres propriétés non négligeables de la lumière, que sont la répartition spectrale et la polarisation, doivent être incluses pour produire des résultats optiquement corrects. La caractérisation, à la fois par mesures, simulations ou modélisations, des propriétés de réflectance des matériaux, comme les peintures et vernis, les métaux et alliages, les verres, les matières plastiques . . . bien que encore sujette à de nombreuses recherches, est très évoluée. Cependant l'utilisation de cartes d'environnement, pour simuler leurs comportements visuels reste essentiellement trichromatique. La chaîne de représentation des objets en environnement naturel est alors incomplète pour satisfaire l'extrême exigence de qualité et de conformité des images, afin de permettre dans un contexte industriel, une prise de décision à partir d'images numériques. Ainsi, caractériser la lumière naturelle avec une grande précision, est une interrogation ancienne et il n'existe pas aujourd'hui de cartes d'environnement comportant à la fois les informations de luminance spectrale énergétique et de polarisations correspondantes à des ciels réels. Il nous est donc apparu nécessaire de proposer à la communauté de l'informatique graphique des environnements lumineux complets exploitables dans un moteur de rendu adapté en conséquence. Dans ce travail, nous exploitons des résultats issus d'autres domaines scientifiques tels que la météorologie, la climatologie, ou la télédétection..., pour proposer un modèle de ciel clair, c'est-à- dire sans nuage. Toutes les situations réelles ne pouvant pas être abordées par cette méthode, nous développons et caractérisons un dispositif de capture d'environnement lumineux incorporant à la fois, la gamme dynamique de l'éclairage, la répartition spectrale et les états de polarisation. Nous proposons, dans le but de standardiser les échanges, un format de données inspiré par l'imagerie polarimétrique et utilisable dans un moteur de rendu spectral, exploitant le "Formalisme de Stokes-Mueller".

Nous faisons l'hypothèse que la prise en compte correcte de ces nouvelles informations permettra :

- D'améliorer la restitution simulée des couleurs et des aspects,
- De simuler plus efficacement des effets spécifiques (absorptions, dispersions, diffractions, interférences. . .),
- D'anticiper les phénomènes de métamérisme.

Abstract

In the field of computer graphics, the simulation of the visual appearance of materials requires an accurate computation of the light transport equation. Consequently, materials models need to take into account various factors which may influence the spectral radiance perceived by the human eye. Though numerous relevant studies on the reflectance properties of materials have been conducted to date, environment maps used to simulate visual behaviors remain chiefly trichromatic. Whereas questions regarding the accurate characterization of natural lighting have been raised for some time, there are still no real sky environment maps which include both spectral radiance and polarization data. We therefore developed spectral and polarized lighting environment models for a specifically-adapted rendering engine which can be used by the computer graphics community.

Results from other scientific fields, such as meteorology and climatology, are also integrated in the present work in order to propose a new clear sky model. As these models do not account for all natural sky configurations, we designed a specific measuring device for capturing spectral and polarized full dynamic lighting environments.

Table des matières

Résumé **v**

Abstract **vii**

Table des matières **xiii**

Liste des figures **xx**

Liste des tableaux **xxii**

Acronymes **xxiii**

1 Introduction **1**
1.1 Contexte 1
1.2 Imagerie photo-réaliste et physico-réaliste 2
1.3 Proposition 2
1.4 Organisation du manuscrit 5

I Fondamentaux et Généralités **7**

2 Lumière **9**
2.1 Définition 9
2.1.1 Ondes électromagnétiques 9
2.1.1.1 Onde électromagnétique dans le vide 10
2.1.1.2 Onde électromagnétique dans un milieu matériel 11
2.1.2 Intensité lumineuse 14
2.1.3 Sources lumineuses 15
2.1.4 Corps noirs et température de couleur 16
2.1.5 Récapitulatif 18
2.2 Couleur et Colorimétrie 19
2.2.1 Réflectance spectrale 19
2.2.2 Système visuel humain 20
2.2.3 Observateur standard 22
2.2.4 Espaces colorimétriques 23
2.2.4.1 Espace virtuel CIE XYZ 23
2.2.4.2 Espaces RGB 25
2.2.4.3 Autres espaces 25

2.2.5 Transformations inverses 26

3 Polarisation de la lumière 27
3.1 Ellipse de polarisation 27
3.1.1 Polarisations droite et gauche 29
3.1.2 Situations remarquables 30
3.1.3 Sphère de *Poincaré* 31
3.2 Formulations mathématiques 31
3.3 Vecteur de *Stokes* 32
3.3.1 Notation complexe 34
3.3.2 Degré de polarisation 34
3.3.3 Angle de polarisation 35
3.3.4 Cas particuliers 35
3.3.5 Repères de référence 37
3.4 Matrices de *Mueller* 37
3.4.1 Association de plusieurs éléments 38
3.4.1.1 Polariseur 39
3.4.1.2 Déphaseur ou Retardateur 39
3.4.1.3 Rotateur 41
3.4.1.4 Dépolariseur 41
3.5 Détermination du vecteur de *Stokes* 41

4 Interactions Lumière-Matière 45
4.1 Fonctions de diffusion 46
4.1.1 Bidirectional Reflectance Distribution Function (BRDF) 46
4.1.2 Limitations 47
4.2 Dioptre 48
4.2.1 Lois de *Snell-Descartes* 48
4.2.2 Équations de *Fresnel* 49
4.2.2.1 Champ électrique perpendiculaire au plan d'incidence . . . 49
4.2.2.2 Champ électrique parallèle au plan d'incidence 51
4.3 Réflectance et Transmitance 53
4.3.1 Réflectance 53
4.3.2 Transmitance 54
4.4 Matrices de *Mueller* pour la réflexion et la transmission 55
4.4.1 Matrices de *Mueller* pour la réflexion 55
4.4.2 Matrices de *Mueller* pour la transmission 57
4.5 Interface métallique 60

5 Rendus 61
5.1 Équation intégrale du transport lumineux 61
5.2 Algorithmes de Résolution de l'équation du rendu 61
5.2.1 Path Tracing 61
5.2.2 Autres méthodes 62
5.3 Rendu spectral 63
5.4 Rendu spectral polarisé 65
5.5 Images tests 66

II Environnements Lumineux Simulés **69**

6 Contexte et Généralités **71**
6.1 Positions du Soleil 72
6.1.1 Hémisphère céleste locale 72
6.1.2 Calculs des positions du Soleil 72
6.2 Lumière solaire 74
6.3 Atmosphère terrestre 76
6.4 Processus d'atténuation ou d'extinction 76
6.5 Théorie du Transfert Radiatif 79
6.6 Équation du Transfert Radiatif 79
6.7 Transfert Radiatif Scalaire et Vectoriel 81
6.7.1 Transfert Radiatif Scalaire 81
6.7.2 Transfert Radiatif Vectoriel 83
6.8 Diffusions atmosphériques 85
6.8.1 Géométrie et Notations 85
6.8.1.1 Angle de diffusion 86
6.8.1.2 Détermination des angles de rotation du vecteur de *Stokes* . 86
6.8.1.3 Matrices de rotation du vecteur de *Stokes* 88
6.8.2 Conclusion 89
6.9 Diffusion de *Rayleigh* 89
6.9.1 Fonction de diffusion 89
6.9.2 Matrice de *Mueller* de la diffusion de *Rayleigh* 90
6.9.3 Degrés et angles de polarisation 91
6.10 Diffusion de *Rayleigh* théorique 94
6.11 Diffusion de *Mie* 97
6.11.1 Codes de calculs 97
6.11.2 Fonction de phase de *Henyey-Greenstein* 98
6.11.3 Matrice de la diffusion de *Mie* 99

7 État de l'art sur la modélisation du ciel **101**
7.1 Modèles analytiques 101
7.2 Modèles paramétriques 102
7.3 Modèles temps-réel 102
7.4 Modèles de Ciel de la CIE 103
7.5 Comparaisons 103
7.6 Conclusion 104
7.7 Modèles atmosphériques 105
7.8 Méthodes de résolutions 105
7.9 Codes de calcul 105
7.10 Données d'entrée 106

8 Modèle de ciel en mode spectral et polarisé **109**
8.1 Code *MYSTIC* 109
8.1.1 Justification 109
8.1.2 Paramètres de calcul 112
8.1.2.1 Angles solaires zénithaux et azimutaux 112

8.1.2.2 Longueurs d'onde 113
8.1.2.3 Profil atmosphérique 113
8.1.2.4 Spectre solaire 115
8.1.2.5 Profil aérosols 116
8.1.2.6 Albédo du sol 119
8.2 Principe général 121
8.2.1 Vérifications des hypothèses 121
8.2.1.1 Indépendance des angles d'azimut 121
8.2.1.2 Évolutions des composantes du vecteur de *Stokes* 121
8.3 Images de références 126
8.4 Ciels générés 135
8.5 Évaluation de l'erreur 139
8.6 Conclusions 144

III Environnements Lumineux Capturés 145

9 Systèmes de capture 147
9.1 Généralités 147
9.2 High Dynamic Range Images *HDRI* 148
9.2.1 Gamme dynamique et Intensité lumineuse 148
9.2.2 Acquisitions 149
9.2.3 Formats d'enregistrement 150
9.2.4 « Tone Mapping Operator » 150
9.2.5 Calibration et Normalisation 151
9.2.6 Limitations 151

10 Systèmes de capture en mode polarisé 153
10.1 Systèmes existants 153
10.2 *HDRI polarisées* 157
10.2.1 Description du système 157
10.2.2 Composantes du vecteur de *Stokes* 158
10.2.3 Calibrations 158
10.2.3.1 Calibrations radiométriques et polarimétriques 159
10.2.3.2 Calibrations géométriques 159
10.2.4 Acquisisitions 159
10.2.4.1 Valle de la Luna, San Pedro de Atacama - Chili 160
10.2.4.2 Piedra del Coyote, San Pedro de Atacama - Chili 163
10.2.5 Conclusions 166

11 Spectral and Polarized Light Imaging Sensor 167
11.1 Description générale du système 168
11.1.1 Montage optique 168
11.1.2 Détails techniques 169
11.1.3 Filtres chromatiques interférentiels (fltres dichroïques) 171
11.1.4 Filtres polarisants 172
11.2 Calibrations du *SPLIS* 173

11.2.1 Corrections *Flat-field* 173
11.2.2 Corrections *Dark-field* 174
11.2.3 Offsets des différents filtres 175
11.2.4 Calibrations radiométriques 176
11.2.5 Calibrations polarimétriques 179
11.2.5.1 Source lumineuse dépolarisée 179
11.2.5.2 Source lumineuse polarisée circulairement 182
11.2.6 Conclusion 185
11.2.7 Calibration géométrique 186

12 Mesures 189
12.1 Conclusion 191

13 Conclusion et perspectives 193

Annexes 195

A Annexe A 197
A.1 Équations de *Maxwell* 197

B Annexe B 203
B.1 Radiométrie & Photométrie 203
B.1.1 Définitions Radiométriques 203
B.1.2 Définitions Photométriques 204

C Annexe C 207
C.1 Mouvements de la Terre autour du Soleil 207
C.1.1 Rotation de la Terre 208
C.1.2 Précession et nutation 208
C.2 Repères célestes 208
C.2.1 Repères équatorial et écliptique 209
C.2.2 Changement de repères 210
C.2.2.1 Coordonnées écliptiques vers coordonnées équatoriales . . 210
C.2.2.2 Coordonnées équatoriales vers coordonnées écliptiques . . 210

D Annexe D 211
D.1 Modèles de Ciel de la CIE 211

E Annexe E 215
E.1 Loi de distribution : *Log-Normale* 215
E.2 Loi de distribution : *Gamma* 216

F Annexe F 217
F.1 Référentiels 217
F.1.1 Modèles de caméra 220
F.2 Méthode de calibration 221

Bibliographie **234**

Liste des figures

1.1 Classification des modèles d'environnements lumineux et positionnement de nos propositions 4

2.1 Fréquences et longueurs d'onde de la lumière dans le vide 9
2.2 Propagation d'une onde électromagnétique dans le vide suivant l'axe Z 11
2.4 Luminances énergétiques spectrales du corps noir ($W \cdot m^{-2} \cdot nm^{-1} \cdot sr^{-1}$) 16
2.5 Distributions spectrales de puissance des Iluminants CIE : A et D65 17
2.6 Principe général de la perception de la couleur (Illustration d'après *Mady Elias*, Institut des NanoSciences de Paris) 19
2.8 Fonctions d'efficacité lumineuse relative spectrale : $V(\lambda)$ et $V'(\lambda)$. Le décalage de $V'(\lambda)$ vers les bleus est dû à la différence de sensibilité spectrale des cônes et bâtonnets. 21
2.9 Courbes *CIE RGB* 23
2.10 Courbes *CIE XYZ* à 2° et 10° 24

3.1 Ellipse de polarisation d'axes a et b, d'azimut ψ et d'ellipticité ε 28
3.2 Polarisations elliptiques droite (a) et gauche (b) 29
3.3 Polarisations linéaires *PLH* (a), *PLV* (b) 30
3.4 Polarisations linéaires *PL+45* (a), *PL-45* (b) 30
3.5 Polarisations circulaires droite *PCD* (a) et gauche *PCG* (b) 31
3.6 Sphère de Poincaré 32
3.7 Modifications des états de polarisation par un système optique 37
3.8 Principe du retardateur 40
3.9 Principe de détermination des paramètres du vecteur de *Stokes* 42

4.1 BRDF : Définition des angles. 47
4.2 Réflexion et réfraction dans le plan d'incidence ($n_1 < n_2$) 48
4.3 Champ électrique perpendiculaire au plan d'incidence ; polarisation TE. . . . 49
4.4 Coefficients de réflexion et transmission, composante perpendiculaire. ($n_1 = 1$, $n_2 = 1.5$) 50
4.5 Déphasages de réflexion et transmission, composante perpendiculaire. ($n_1 = 1$, $n_2 = 1.5$) 51
4.6 Champ électrique parallèle au plan d'incidence ; polarisation TM. 51
4.7 Coefficients de réflexion et transmission. ($n_1 = 1$, $n_2 = 1.5$) 52
4.8 Déphasages de réflexion et transmission, composante parallèle. ($n_1 = 1$, $n_2 = 1.5$) 53
4.9 Réflectance et Transmitance : $n_1 = 1.5$, $n_2 = 1$. 55
4.10 Éléments de la matrice de *Mueller* pour la réflexion 56

4.11 Degrés de polarisation pour une interface air/verre $n = 1.5$. Le maximum se déplace vers les grands angles lorsque n augmente. 57
4.12 Éléments de la matrice de *Mueller* pour la transmission 59
4.13 Degrés de polarisation pour une interface air/verre $n = 1.5$ 59

5.1 Éléments constitutifs de l'image multi-spectrale 64
5.2 Schéma de la scène pour les tests de réflexions à l'angle de *Brewster* 67
5.3 Angle de *Brewster*. Image générée sans la polarisation. 67
5.4 Angle de *Brewster*. Image générée avec la polarisation. 68

6.2 Trajectoire et position du Soleil, 25 aout 2015 à 15h (École des Mines de Paris), la courbe bleue matérialise l'équateur céleste 73
6.3 Éclairements spectraux, calculés par le logiciel *Disort*, au sommet de l'atmosphère (TOA) et au sol, angle d'élévation 30°, pour un albedo du sol de 0.2 . . 74
6.4 Lumière ambiante, juste avant et après le coucher du Soleil, le 14 aout 2009 à la Pointe de Trévignon (Bretagne) 75
6.5 Processus d'interactions subis par un rayon 76
6.6 Géométrie du système pour l'approximation **plane-parallèle**. Le profil de concentration des particules atmosphériques (aérosols et molécules) est caractérisé par une découpe de l'atmosphère en niveaux d'épaisseurs optiques. Pour chaque niveau, une fonction (matrice) de phase, tenant compte du mélange des particules, caractérise les propriétés de diffusion de la couche immédiatement au-dessus. 81
6.7 Géométrie de la diffusion. En rose, le plan de diffusion. 85
6.8 Éléments de la matrice de diffusion de *Rayleigh* 91
6.9 Degré de polarisation, maximum = 1.0 atteint pour $\Psi = 90°$. 92
6.10 Angles et degrés de polarisation théoriques (École des Mines de Paris, 15 aout 2015, 8h. Angle d'élévation : 9.44582°, Angle azimutal : 84.193°) 93
6.11 Angles et degrés de polarisation théoriques (École des Mines de Paris, 15 aout 2015, 13h. Angle d'élévation : 50.4092°, Angle azimutal : 159.559°) 93
6.12 Angles et degrés de polarisation théoriques (École des Mines de Paris, 15 aout 2015, 19h. Angle d'élévation : 16.593°, Angle azimutal : 267.375°) 94
6.13 Première ligne, de gauche à droite, composantes du vecteur de *Stokes* I,Q,U. Deuxième ligne, de gauche à droite, angle et degré de polarisation, 8h, Angle d'élévation : 9.44582°, Angle azimutal : 84.193° 94
6.14 Première ligne, de gauche à droite, composantes du vecteur de *Stokes* I,Q,U. Deuxième ligne, de gauche à droite, angle et degré de polarisation, 13h, Angle d'élévation : 50.4092°, Angle azimutal : 159.559° 95
6.15 Première ligne, de gauche à droite, composantes du vecteur de *Stokes* I,Q,U. Deuxième ligne, de gauche à droite, angle et degré de polarisation, 19h, Angle d'élévation : 16.593°, Angle azimutal : 267.375° 95
6.16 Degré de polarisation pour un facteur de dépolarisation moléculaire $\rho = 0.0285$, maximum = 0.945 atteint pour $\Psi = 90°$. 97
6.18 Éléments de la matrice de diffusion : $P11$, $P12/P11$, $P33/P11$ et $P34/P11$ . . . 100

7.1 Différentes simulations de ciel pour plusieurs positions du Soleil, d'après [Kider et al., 2014] 104

7.2 Mode opératoire général d'exploitation d'un code de calcul du Transfert Radiatifl 107

8.1 Différences relatives *DISORT* vs *MYSTIC*. Position zénithale du Soleil : 30°, Profil atmosphérique : U.S. Standard Atmosphere, Spectre solaire extraterrestre : *kurudz*. (a) Profil aérosol : Urban, (b) Profil aérosol : Antarctic. 110
8.2 Différences relatives *DISORT* vs *MYSTIC*. Position zénithale du Soleil : 30°, Profil atmosphérique : U.S. Standard Atmosphere, Spectre solaire extraterrestre : *kurudz*. (a) Profil aérosol : Maritime Polluted, (b) Profil aérosol : Maritime Tropical.111
8.3 Différences relatives *DISORT* vs *MYSTIC*. Position zénithale du Soleil : 30°, Profil atmosphérique : U.S. Standard Atmosphere, Spectre solaire extraterrestre : *kurudz*. (a) Profil aérosol : Continental Clean, (b) Profil aérosol : Continental Polluted. 111
8.4 Différences relatives *DISORT* vs *MYSTIC*. Position zénithale du Soleil : 30°, Profil atmosphérique : U.S. Standard Atmosphere, Spectre solaire extraterrestre : *kurudz*. (a) Profil aérosol : Continental Average, (b) Profil aérosol : Maritime Clean. 112
8.5 Évolutions en échelle logarithmique, de quelques composants atmosphériques en fonction de l'altitude. 114
8.6 Spectre solaire extraterrestre à TOA [Kurucz, 1994]. 115
8.7 Éléments de la matrice de diffusion $P11$, $P12/P11$, $P33/P11$ et $P34/P11$. . . . 117
8.8 Sensibilité spectrale de l'éclairement solaire à un changement d'albédo du sol ρ_g. Calculée avec *Disort*, Position zénithale du Soleil : 30°, Profil atmosphérique : U.S. Standard Atmosphere, Spectre solaire extraterrestre : *kurudz*, Profil aérosol : Continental clean. 120
8.9 Position du Soleil pour un azimut nul pour une simulation *MYSTIC*. 122
8.10 Position du Soleil pour un azimut nul après translation, dans l'hémisphère Nord.122
8.11 Position du Soleil pour un azimut nul après translation, dans l'hémisphère Sud.122
8.12 Composantes I (mW·nm^{-1}·m^{-2}·sr^{-1}), Q et U du vecteur de *Stokes*. Élévation 5°, $\lambda = 540$ nm. 123
8.13 Composantes I (mW·nm^{-1}·m^{-2}·sr^{-1}), Q et U du vecteur de *Stokes*. Élévation 10°, $\lambda = 540$ nm. 123
8.14 Composantes I (mW·nm^{-1}·m^{-2}·sr^{-1}), Q et U du vecteur de *Stokes*. Élévation 20°, $\lambda = 540$ nm. 123
8.15 Composantes I (mW·nm^{-1}·m^{-2}·sr^{-1}), Q et U du vecteur de *Stokes*. Élévation 30°, $\lambda = 540$ nm. 123
8.16 Composantes I (mW·nm^{-1}·m^{-2}·sr^{-1}), Q et U du vecteur de *Stokes*. Élévation 40°, $\lambda = 540$ nm. 124
8.17 Composantes I (mW·nm^{-1}·m^{-2}·sr^{-1}), Q et U du vecteur de *Stokes*. Élévation 50°, $\lambda = 540$ nm. 124
8.18 Composantes I (mW·nm^{-1}·m^{-2}·sr^{-1}), Q et U du vecteur de *Stokes*. Élévation 60°, $\lambda = 540$ nm. 124
8.19 Composante I du vecteur de *Stokes*. 125
8.20 Composante Q du vecteur de *Stokes*. 125
8.21 Composante U du vecteur de *Stokes*. 126
8.22 Récapitulatif des données sélectionnées pour la génération des images de référence. 127

8.23 Première ligne, de gauche à droite, composantes du vecteur de *Stokes* I,Q,U. Deuxième ligne, de gauche à droite, angle et degré de polarisation. Type Aérosols : Urban, Élévation : 30°, 540 nm. 129
8.24 Première ligne, de gauche à droite, composantes du vecteur de *Stokes* I,Q,U. Deuxième ligne, de gauche à droite, angle et degré de polarisation. Type Aérosols : Continental Average, Élévation : 30°, 540 nm. 130
8.25 Procédure générale de création d'un Ciel. 136
8.26 Procédure générale d'interpolation pour création d'un Ciel. 136
8.27 Interface graphique de la génération d'un ciel quelconque. 138
8.28 Première ligne, de gauche à droite, composantes du vecteur de *Stokes* I,Q,U. Deuxième ligne, de gauche à droite, angle et degré de polarisation. 139
8.29 Première ligne, de gauche à droite, composantes du vecteur de *Stokes* I,Q,U. Deuxième ligne, de gauche à droite, angle et degré de polarisation. 140
8.30 De gauche à droite, différences en pourcentage de la composante I du vecteur de *Stokes* I et du degré de polarisation entre le ciel de référence et le ciel généré par notre méthode. 140
8.31 Première ligne, de gauche à droite, composantes du vecteur de *Stokes* I,Q,U. Deuxième ligne, de gauche à droite, angle et degré de polarisation. 141
8.32 Première ligne, de gauche à droite, composantes du vecteur de *Stokes* I,Q,U. Deuxième ligne, de gauche à droite, angle et degré de polarisation. 141
8.33 De gauche à droite, différences en pourcentage de la composante I du vecteur de *Stokes* I et du degré de polarisation entre le ciel de référence et le ciel généré par notre méthode. 142
8.34 Première ligne, de gauche à droite, composantes du vecteur de *Stokes* I,Q,U. Deuxième ligne, de gauche à droite, angle et degré de polarisation. 142
8.35 Première ligne, de gauche à droite, composantes du vecteur de *Stokes* I,Q,U. Deuxième ligne, de gauche à droite, angle et degré de polarisation. 143
8.36 De gauche à droite, différences en pourcentage de la composante I du vecteur de *Stokes* I et du degré de polarisation entre le ciel de référence et le ciel généré par notre méthode. 143

9.1 Gamme dynamique de luminance 148
9.2 Séquences d'images acquises dans le jardin du Luxembourg (Paris), le 4/12/2015 17h20 149
9.3 Image résultat, en mode LDR. 150
9.4 Courbes relatives de réponse d'un capteur *Canon 5D Mark II* 151

10.1 Système de capture trichromatique à 3 polariseurs, proposé par : [Horváth et al., 2002]154
10.2 Système de capture proposé par : [Voss and Liu, 1997] 155
10.3 Système de capture proposé par : [Zhang et al., 2014] 156
10.4 Système de capture HDRI polarisée 157
10.5 Montage des filtres polarisants sur l'embase de l'objectif 158
10.6 Position du Soleil 160
10.7 Image en mode LDR de l'acquisition avec le filtre à 0° 160
10.8 Image en mode LDR de l'acquisition avec le filtre à 45° 160
10.9 Image en mode LDR de l'acquisition avec le filtre à 90° 161

10.10 Image en mode LDR, calculée à partir des acquisitions faites avec les filtres 0° et 90° . . . 161
10.11 Degrés de polarisation : (a) Mesure : composante « Bleue », (b) Simulation avec notre méthode $\lambda = 460$ nm. . . . 161
10.12 Degrés de polarisation : (a) Mesure : composante « Verte », (b) Simulation avec notre méthode $\lambda = 540$ nm. . . . 162
10.13 Degrés de polarisation : (a) Mesure : composante « Rouge », (b) Simulation avec notre méthode $\lambda = 620$ nm. . . . 162
10.14 Image en mode LDR, calculée avec notre méthode . . . 162
10.15 Position du Soleil . . . 163
10.16 Image en mode LDR de l'acquisition avec le filtre à 0° . . . 163
10.17 Image en mode LDR de l'acquisition avec le filtre à 45° . . . 163
10.18 Image en mode LDR de l'acquisition avec le filtre à 90° . . . 164
10.19 Image en mode LDR, calculée à partir des acquisitions faites avec les filtres 0° et 90° . . . 164
10.20 Degrés de polarisation : (a) Mesure : composante « Bleue », (b) Simulation avec notre méthode $\lambda = 460$ nm. . . . 164
10.21 Degrés de polarisation : (a) Mesure : composante « Verte », (b) Simulation avec notre méthode $\lambda = 540$ nm. . . . 165
10.22 Degrés de polarisation : (a) Mesure : composante « Rouge », (b) Simulation avec notre méthode $\lambda = 620$ nm. . . . 165
10.23 Image en mode LDR, calculée avec notre méthode. . . . 166

11.1 Principe général du système de capture. . . . 167
11.2 Système de capture (SPLIS). . . . 168
11.3 Montage optique du *SPLIS*. . . . 168
11.4 Détails du système de capture (SPLIS). . . . 169
11.5 Objectif *Fish-eye* utilisé de la marque *SUNEX*. . . . 169
11.6 Transmitances des filtres chromatiques de 400 nm à 480 nm. . . . 171
11.7 Transmitances des filtres chromatiques de 500 nm à 600 nm. . . . 171
11.8 Transmitances des filtres chromatiques de 620 nm à 700 nm. . . . 172
11.9 Transmitance des différents filtres polarisants. . . . 172
11.10 « Sphère » intégrante, avec une demi boule de diffuseur positionnée devant la première lentille du *Fish-eye*, pour améliorer l'homogénéité du flux jusqu'à 180°. 173
11.11 Mesure de *Flat-field* à 540 nm. . . . 174
11.12 Mesure de*Flat-field* à 540 nm, section centrale avant et après normalisation. . 175
11.13 Panneau de LEDs avec une périodicité de 8 cm, très précis, utilisé pour la déterminations des différents offsets des filtres. . . . 175
11.14 Recalage des différents filtres par auto-corrélation des images. . . . 176
11.15 Matrice de LEDs stabilisées et diffuseurs compensés pour l'homogénéité dans l'axe optique. . . . 176
11.16 Spectre d'émission des LEDs blanches de la source de calibration, mesuré par un spectroradiomètre. . . . 177
11.17 Filtre neutre ND0. Spectre mesuré sur la lampe de référence après calibration (points bleus), comparé à la mesure de référence (trait rouge). . . . 178

11.18 Filtre neutre ND1. Spectre mesuré sur la lampe de référence après calibration (points bleus), comparé à la mesure de référence (trait rouge). 178
11.19 Mesure du degré de polarisation de la lampe de référence à 540 nm dans l'axe (0°), (45°) et (90°), pour une lumière incidente, entièrement non-polarisée. . . 179
11.20 Mesure de polarisation de la lampe de référence en fonction de la longueur d'onde, dans l'axe (0°), dans l'axe (0°), (45°) et (90°), pour une lumière incidente, entièrement non-polarisée. 180
11.21 Mesure de la composante $S0$ de la lampe de référence en fonction de la longueur d'onde, dans l'axe (0°), (45°) et (90°), pour une lumière incidente, entièrement non-polarisée. 180
11.22 Mesure de la composante $S1$ normalisée de la lampe de référence en fonction de la longueur d'onde, dans l'axe (0°), (45°) et (90°), pour une lumière incidente, entièrement non polarisée. 181
11.23 Mesure de la composante $S2$ normalisée de la lampe de référence en fonction de la longueur d'onde, dans l'axe (0°), (45°) et (90°), pour une lumière incidente, entièrement non polarisée. 181
11.24 Mesure de la composante $S3$ normalisée de la lampe de référence en fonction de la longueur d'onde, dans l'axe (0°), (45°) et (90°), pour une lumière incidente, entièrement non polarisée. 182
11.25 Mesure du degré de polarisation de la lampe de référence à 540 nm, dans l'axe (0°), (45°) et (90°), pour une lumière incidente totalement polarisée. 183
11.26 Angles d'ellipticité mesurés en fonction de la longueur d'onde, pour la lame de test WP1, dans l'axe (0°), (45°) et (90°). 183
11.27 Angles d'ellipticité mesurés en fonction de la longueur d'onde, pour la lame de test WP2, dans l'axe (0°), (45°) et (90°). 184
11.28 Composante $S0$ en fonction de la longueur d'onde, pour la lame de test WP1, dans l'axe (0°), (45°) et (90°). 184
11.29 Composante $S0$ en fonction de la longueur d'onde, pour la lame de test WP2, dans l'axe (0°), (45°) et (90°). 185
11.30 Image brute acquise par le *SPLIS* 187
11.31 Image corrigée avec une projection équidistante 187

12.1 Zones de saturation du capteur CCD pour les filtres polarisants linéaires seuls. 189
12.2 Zones de saturation du capteur CCD pour les filtres polarisants linéaires et les lames quart d'onde. 190
12.3 Zones de saturation du capteur CCD pour les filtres polarisants linéaires et les lames quart d'onde. 190
12.4 Zones de saturation du capteur CCD pour les filtres polarisants linéaires et les lames quart d'onde. 191
12.5 Zones de saturation du capteur CCD pour les filtres polarisants linéaires et les lames quart d'onde. 191
12.6 Image acquise par le *SPLIS* 192

C.1 figure 207
C.2 figure 208
C.3 Repère écliptique (a) et repère équatorial (b) 209
C.4 Repères écliptique et équateur, pour un astre quelconque situé au point P . . 210

D.1 Géométrie pour l'éclairement du Ciel retenue par la CIE, norme *Standard General Sky* 212
D.2 Ciel couvert *Moon* et *Spencer*(gauche). Ciel clair sans nuage (droite), (École des Mines de Paris, 13h, le 15 aout 2015, Angle d'élévation : 50.4092°, Angle azimutal : 159.559°) 212
D.3 Première ligne, de gauche à droite, type : 1, 5, 12 ; deuxième ligne type : 13 . . 213

E.1 Distribution Log-Normale ($\sigma = 2$, $r_0 = 10\mu m$) 215
E.2 Distribution Gamma 216

F.1 Les différents systèmes de coordonnées et référentiels de la caméra. 217
F.2 Images de calibration selon différentes orientations, respectivement par rapport à l'axe x, y et z 221
F.3 Détection de la zone d'intérêt de la mire de calibration 223
F.4 Détection des bords de l'image de la mire de calibration 223
F.5 Types de projections *Fish-eye* 224

Liste des tableaux

3.1 Vecteurs de *Stokes* pour les polarisations élémentaires 36

5.1 Principales modifications du *Path Tracer* 66

6.1 Contributions des différents constituants atmosphériques à l'atténuation du rayonnement (d'après [Wald, 2007]) 78
6.2 Valeurs du facteur de dépolarisation de l'air en fonction de la longueur d'onde 96

8.1 Différentes positions du Soleil, le 25 aout 2015 École des Mines Paris (longitude = 2.339193°, latitude = 48.844952°). 113
8.2 Valeurs de pression, température et concentration de quelques composants de l'air en fonction de l'altitude. 114
8.3 Valeurs de l'éclairement solaire (mW·nm^{-1}·m^{-2}) en fonction de la longueur d'onde (nm). 115
8.4 Propriétés physiques des composants. σ, r_{modN}, r_{modV}, r_{min}, r_{max}, sont les paramètres de distribution de tailles de la loi Log-Normale, exprimés en µm. ρ est la densité des particules en g·m^{-3} M^* est la masse d'aérosols par m^3 d'air, normalisée par le nombre de particules par cm^3 d'air. 116
8.5 Propriétés optiques des composants pour la classe *inso*, les coefficients d'extinction, de diffusion et d'absorption sont exprimés en km^{-1}. 116
8.6 Les neuf types de profils d'aérosols proposés dans la base de données OPAC. . 118
8.7 Composition typique pour la classe *Urban*. 119
8.8 Différentes valeurs de l'albédo pour différentes natures de surfaces. 120
8.9 Ciels de référence pour les types d'aérosol *OPAC* : Urban et Continental Polluted, albédo 0.2. 131
8.10 Ciels de référence pour les types d'aérosol *OPAC* : Continental Clean et Continental Average, albédo 0.2. 132
8.11 Ciels de référence pour les types d'aérosol *OPAC* : Desert et Antarctic, albédo 0.2.133
8.12 Ciels de référence pour les types d'aérosol *OPAC* : Maritime Clean et Maritime Polluted, albédo 0.2. 134
8.13 Ciels de référence pour le type d'aérosol *OPAC* : Maritime Tropical et Rayleigh pur, albédo 0.2. 135
8.14 Écarts globaux, ciels de référence et ciels proposés. 144

9.1 Gamme des éclairements courants 148

11.1 Combinaisons des filtres polarisants et chromatiques du *SPLIS*. 170
11.2 Mesures de calibration pour les différents filtres chromatiques 177

11.3 Paramètres de la matrice Caméra avant optimisation 187
11.4 Paramètres de la matrice Caméra après optimisation 187

B.1 Noms, symboles, équations et unités de la radiométrie 204
B.2 Noms, symboles, équations et unités de la photométrie 205

D.1 Les quinze types de ciel standard de la CIE. A et B paramètres de graduation de la luminance, C, D et E indicateurs de la diffusion. 214

Acronymes

AIC International Colour Association

APN Appareil Photographique Numérique

CMOS Complementary Metal Oxide Semiconductor

GPU Graphics Processing Unit

HDR High Dynamic Range

IBL Image Based Lighting

LCVR Liquid Crystal Variable Retarders

LDR Low Dynamic Range

LED Light Emitting Diode

LIH Linéaire Isotrope Homogène

MODIS Moderate Resolution Imaging Spectroradiometer

NASA National Aeronautics and Space Administration

OPAC Optical Properties of Aerosols and Clouds

OPPH Onde Plane Progressive Harmonique

OPPM Onde Plane Progressive Monochromatique

PCD Polarisation Circulaire Droite

PCG Polarisation Circulaire Gauche

PL+45 Polarisation Linéaire +45°

PL-45 Polarisation Linéaire −45°

PLH Polarisation Linéaire Horizontale

PLV Polarisation Linéaire Verticale

SPLIS Spectral and Polarized Light Imaging Sensor

TMO Tone Mapping Operator

TOA Top of Atmosphere

WMO World Meteorological Organization

1 Introduction

1.1 Contexte

Dans notre vie quotidienne, mais aussi dans les mondes académiques et industriels, l'informatique graphique et en particulier l'imagerie de synthèse sont de plus en plus présentes. Ces créations numériques apportent aux utilisateurs et consommateurs des représentations d'une « réalité » inventée, disparue ou à venir sous formes d'illustrations visuelles crédibles ou vraisemblables. Les images de synthèse sont utilisées dans les activités où la restitution visuelle et/ou le jugement esthétique sont déterminants. De nombreux qualificatifs sont utilisés pour les qualifier : réaliste, plausible, crédible, prédictif... Nous pensons que ces jugements sont légitimes, mais qu'ils ne peuvent pas être dissociés du contexte d'utilisation, et ne se placent pas à un même niveau d'importance ou d'exigence.

Afin de les distinguer, nous proposons de les positionner dans deux familles de production d'image ou d'animation, chacune regroupant les types d'images adaptées aux besoins pour lesquels elles sont créées. L'efficacité des outils actuels, utilisés pour générer des images de synthèse n'est plus à démontrer. Par exemple, les succès des effets spéciaux au cinéma, dans la publicité ou dans le jeu vidéo, n'en sont-ils pas des preuves suffisantes ? Les images générées dans ce cadre grand public ou ludique se placent, dans ce que nous nommons ici : l'**imagerie photo-réaliste** pour laquelle il est accordé une place importante à l'interprétation du créateur voire à son talent. Par contre, dans le monde industriel, cette liberté d'interprétation offerte à l'utilisateur, pénalise la crédibilité et la reproductibilité. De fait à la lumière de notre expérience, dans l'industrie à ce jour, encore trop peu de décisions sont prises à partir d'images de synthèse. Essentiellement, ces choix sont plus basés sur le rejet des propositions que l'acceptation d'une solution par rapport à une autre. Dans le domaine industriel, dans les phases de conception et de développement, l'imagerie de synthèse doit être un outil de simulation, dont la fiabilité n'est pas en cause. Sa finalité, dans ce cas est de participer activement à la réduction des coûts en limitant le nombre de prototypes physiques, tout en autorisant la multiplication des essais « virtuels ». Dans le même esprit, pour le monde académique, les images de synthèse sont des éléments d'illustration au même titre que des tableaux de valeurs, des courbes ou des graphiques. Elles sont une représentation visuelle, fidèle et prédictive des résultats obtenus du phénomène étudié. Il va sans dire que la répétabilité est impérative dans la démarche scientifique. Ces deux principes, répétabilité et prédictivité, distinguent cette forme d'imagerie de synthèse de la précédente, ils sont à notre avis les clés de l'**imagerie physico-réalistes**.

1.2 Imagerie photo-réaliste et physico-réaliste

Dans un esprit purement mathématique, le cœur de l'imagerie de synthèse physico-réaliste est le moteur de rendu. Il s'agit de résoudre l'équation dite du rendu [Kajiya, 1986], qui décrit les conditions d'équilibre énergétique du transport de la lumière dans une scène. De ce point de vue, l'imagerie de synthèse est une branche de la simulation numérique informatique et dans ce contexte, bien que nécessaire, une résolution rigoureuse des équations impliquées n'est pas suffisante.
En 1997, dans l'article : *A Framework for Realistic Image Synthesis*, [Greenberg et al., 1997] écrivent : « *Our goal is to develop physically based lighting models and perceptually based rendering procedures for computer graphics that will produce synthetic images that are visually and measurably indistinguishable from real-world images* »
Pour atteindre ce but, les auteurs proposent trois axes de recherche :

1. La fidélité des modèles locaux d'interaction lumière/matière.
2. La simulation des transports énergétiques.
3. Les algorithmes de restitutions visuelles.

Les axes de recherches (1.) et (2.) sont basés sur des approches mathématique et physique. L'axe (3) est basé sur des approches psychophysiques de la perception. Dans le même travail, les auteurs pointent les limitations technologiques des moyens de restitution et développent la nécessité de disposer de mesures expérimentales, à la fois comme données d'entrée pour alimenter les simulations et comme références pour comparer et valider les résultats.
Cette partie de phrase : « Indistinguable d'une photographie du monde réel à la fois visuellement et radiométriquement » laisse croire, que pour les auteurs, une image de synthèse est dans le même temps photo-réaliste et physico-réaliste et que ces deux conditions réunies seraient suffisantes pour assurer la confiance dans le résultat. Puisque la méthode de création et la finalité des images générées sont différentes, la question que nous pouvons poser est : ensemble, ces deux conditions sont elles nécessaires ?
N'avons nous jamais entendu à propos d'une image de synthèse : « *On dirait une photo* » ?
Mais, qu'en est il vraiment ? Des images jugées réalistes par un observateur, peuvent être perçues comme ne l'étant pas par d'autres. Le jugement du photo-réalisme est totalement subjectif, jugement qui ne s'applique pas aux images physico-réalistes qui, par définition, ont l'objectif d'être radiométriquement correctes. En discussion de cette proposition des auteurs, relative à la dualité photo et physico réalisme, nous pensons qu'une image physico-réaliste est nécessaire et suffisante en tant que telle. Nous proposons, en faisant abstraction des éventuels biais apportés par les techniques de restitution, qu'une image physico-réaliste correcte est de fait photo-réaliste et que l'inverse est faux. La problématique majeure est qu'aujourd'hui pratiquement la totalité des images de synthèse produites sont considérées comme photo-réalistes. Par contre, très peu sont évaluées comme physico-réaliste, il est donc important dans ce contexte d'identifier les éléments indispensables à mettre en œuvre pour faire évoluer cette situation.

1.3 Proposition

D'une façon générale, la simulation de la restitution visuelle d'une scène nécessite la prise en compte de tous les éléments pouvant avoir une influence sur la luminance spectrale énergé-

tique reçue par un œil humain. Grâce à de nombreux travaux académiques aboutis, associés aux performances actuelles des processeurs, des cartes graphiques et des techniques de programmation, la simulation des transports énergétiques n'est plus une véritable difficulté. Les simplifications historiquement nécessaires pour assurer des calculs efficaces et rapides dans des temps raisonnables, peuvent aujourd'hui être levées. Par contre, il reste fondamental d'assurer que les lumières et les matériaux modélisés soient parfaitement représentatifs du monde réel, même s'ils n'existent pas réellement. La fidélité des modèles locaux d'interaction lumière/matière est au centre du débat. Les propriétés de réflectance des matériaux ont des impacts prépondérants, mais d'autres propriétés non négligeables de la lumière, que sont sa répartition spectrale et sa polarisation, doivent être incluses pour parvenir à des résultats physiquement corrects. Ces propriétés des matériaux et de la lumière sont des informations d'entrée nécessaires pour une résolution rigoureuse de l'équation du transport de la lumière [1]. Évidemment, sans pour autant être suffisante, une caractérisation rigoureuse de la source lumineuse est une composante essentielle et nous constatons qu'il n'existe pas aujourd'hui de carte d'environnement pertinente et exploitable prenant en compte toute les caractéristiques physiques nécessaires à une simulation prédictive. Seuls quelques modèles paramétriques d'environnement lumineux, que nous jugeons trop simplistes, ou des acquisitions dans le mode trichromatique sont disponibles. Sans prétendre répondre à toutes les améliorations nécessaires, il nous apparaît important de proposer de nouvelles solutions de modélisation et/ou de capture de la lumière naturelle. L'objectif principal est de proposer un nouveau modèle d'environnement lumineux, dans lequel, la totalité des informations physiques indispensables sont disponibles pour alimenter des simulations dans un moteur de rendu. La figure (1.1) illustre le positionnement de notre travail dans les différents types de modèle d'environnement lumineux.
Deux approches de création d'environnements lumineux adaptées ou adaptables à l'imagerie de synthèse existent :

1. Les modèles numériques.
   - Les modèles basés sur une approche phénoménologique et paramétrique. Bien que créés pour une exploitation directe en imagerie de synthèse, ils conduisent à des modèles analytiques approchés et, de fait, sont très souvent insuffisants.
   - Les modèles basés sur des outils mathématiques de résolution de l'équation du transfert radiatif ; ils sont issus des domaines scientifiques liés aux géo-sciences, tels que la météorologie, la climatologie, la télédétection ... Ces modèles pensés pour l'étude, au sens large, de l'atmosphère terrestre, évaluent la totalité des informations nécessaires à la création d'un environnement lumineux. L'intérêt majeur de ces modèles est qu'ils sont parfaitement validés et bien qu'ils soient surdimensionnés, dans nombreux cas, il nous semble intéressant d'étudier les possibilités de les rapprocher des outils actuels de synthèse d'image.
2. Les modèles issus de techniques d'acquisition.
   - Famille dans laquelle nous proposons des évolutions pour assurer la disponibilité de l'ensemble des informations physiques indispensables, en proposant une évolution des techniques existantes basée sur un nouveau dispositif de capture original.

1. L'équation du transport de la lumière ou équation du rendu, sur laquelle nous reviendrons, est la formulation adaptée au monde de l'imagerie de synthèse de la formulation physicienne de l'équation du transfert radiatif

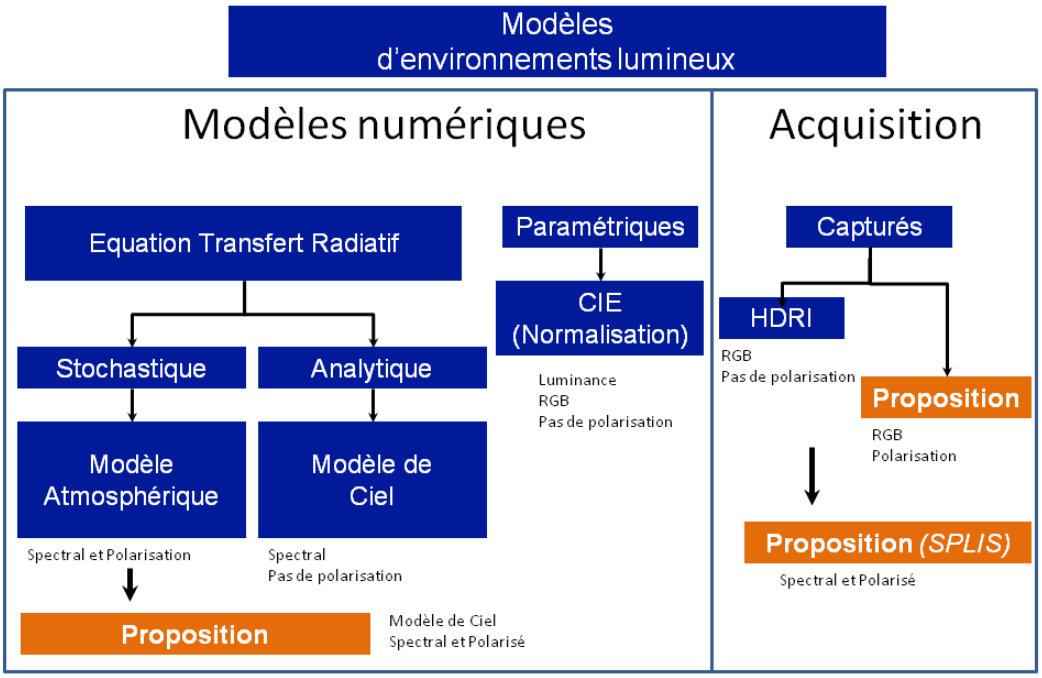


FIGURE 1.1 – Classification des modèles d'environnements lumineux et positionnement de nos propositions

1.4 Organisation du manuscrit

Ce document est composé de trois parties.

1. Dans la première partie, nous présentons les principaux éléments scientifiques fondamentaux nécessaires, qui servent de support à notre travail. Comme de nombreux domaines scientifiques sont impliqués, nous ne rentrons pas systématiquement dans les détails, mais indiquons les points indispensables à la compréhension de notre démarche par le lecteur. Chaque fois que nécessaire, une référence à une annexe sera proposée ainsi qu'aux références bibliographiques correspondantes.
2. Dans la seconde partie, nous présentons les différentes méthodes de simulations d'environnement lumineux disponibles dans la communauté de l'imagerie de synthèse et nous relevons les avantages et les insuffisances des modèles existants.

   En nous basant sur des résultats obtenus par d'autres domaines scientifiques comme la météorologie, la climatologie, la télédétection... nous proposons un nouveau modèle de représentation d'environnement lumineux, exploitable par la communauté de l'informatique graphique. Ce modèle, dérivé de modèles plus généraux, plus complexes et largement validés, sera utilisé comme carte d'éclairement dans les calculs d'images de synthèse, en réponse aux limitations des solutions actuelles. En parallèle, les informations contenues dans ce nouveau modèle seront utilisées pour valider les environnements lumineux capturés et proposés dans la troisième partie.
3. Dans la troisième partie, nous proposons deux dispositifs de capture d'environnement lumineux.
   - Un premier dispositif basé sur la technique de capture des images de haute dynamique en incorporant les composantes de polarisation contenues dans la lumière du ciel. Ce dispositif utilisant des appareils photographiques numériques commerciaux, reste dans un cadre trichromatique et donc souffre de cette limitation.
   - Pour compléter et disposer des informations manquantes dans la proposition précédente, nous avons étudié un dispositif de capture d'environnement original, incluant la dynamique, la répartition spectrale ainsi que la polarisation de la lumière du ciel. Dans le même temps, nous proposons un ensemble de données inspiré par l'imagerie polarimétrique et utilisable dans un moteur de rendu spectral, exploitant le « Formalisme de Stokes-Mueller ».

   Dans tous les cas, des validations des dispositifs de capture sont proposées et discutées en utilisant le modèle proposé dans la deuxième partie.

Dans ce travail de très nombreuses images sont générées, il est évidemment impossible, au risque d'alourdir considérablement ce document de toutes les exposer. Ce images seront regroupées dans plusieurs documents annexes, en parallèle l'ensemble des résultats, ainsi que les données utilisées pour les obtenir, seront disponibles sur un site dédié pour la communauté.

Fondamentaux et Généralités Partie I

2 Lumière

2.1 Définition

La lumière est l'ensemble des rayonnements électromagnétiques émis dans le domaine du visible, c'est-à-dire susceptibles d'être perçus directement par un œil humain. Les longueurs d'onde dans le vide sont comprises dans l'intervalle de 380 à 780 nm [1], voir Figure 2.1. Toutefois, on peut étendre le domaine de la lumière à des parties invisibles du spectre, l'infrarouge et l'ultraviolet de 360 à 830 nm [2], dont les propriétés restent très voisines de celles de la lumière visible.

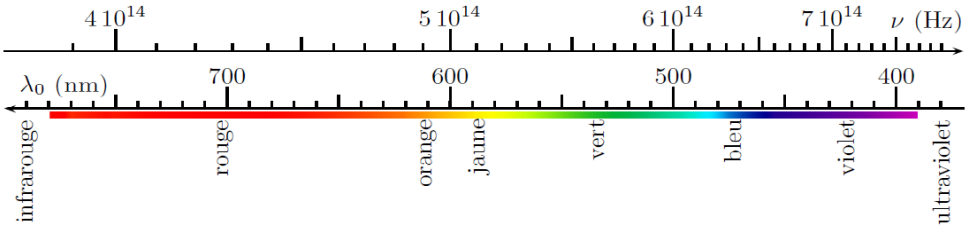


FIGURE 2.1 – Fréquences et longueurs d'onde de la lumière dans le vide

2.1.1 Ondes électromagnétiques

Pour totalement appréhender la nature et la propagation des ondes électromagnétiques, qui sont des solutions des équations de *Maxwell*, il est nécessaire de prendre en compte les caractéristiques de constitution du milieu considéré, c'est-à-dire : la conductivité σ, la permittivité diélectrique ε et la perméabilité magnétique μ. Dans notre propos, nous nous limitons au cas des ondes électromagnétiques se propageant dans un milieu linéaire, isotrope et homogène *LIH* (voir annexe A) et ne contenant pas de charges électriques, ni de courants. Nous ne retenons uniquement que les résultats nécessaires au cadre de notre travail, les justifications et démonstrations sont disponibles dans de nombreux cours ou livres relatifs aux ondes électromagnétiques, en particulier : [Born and Wolf, 1999].
De par leurs dépendances simultanées : magnétique, électrique et temporelle, les ondes électromagnétiques ont la particularité de pouvoir se propager dans le vide. Dans un premier temps, nous rappelons les solutions dans ce milieu idéal, pour ensuite les étendre à d'autres milieux, en identifiant les différences. Le cas particulier d'un milieu hétérogène, comme

1. Intervalle défini par la CIE (Commission Internationale de l'Éclairage).
2. Domaine du visible étendu recommandé par la CIE pour les calculs.

l'atmosphère terrestre, contenant en particulier des particules en suspension, sera abordé au chapitre 6

2.1.1.1 Onde électromagnétique dans le vide

Le vide est caractérisé par la permittivité diélectrique : ε_0, la perméabilité magnétique : μ_0, la conductivité : σ est nulle. Dans ce contexte, à partir des équations de *Maxwell*, on montre que le vecteur champ électrique $\vec{E}$ et le vecteur champ magnétique $\vec{H}$ vérifient l'équation de propagation des ondes [3] de *d'Alembert*, dont les ondes planes progressives harmoniques (OPPH) ou monochromatiques (OPPM) sont de la forme :

$$\begin{cases} \vec{E}(\vec{r},t) &= \vec{E}_0 cos(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r} + \varphi(\vec{r})) \\ \vec{H}(\vec{r},t) &= \vec{H}_0 cos(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r} + \varphi(\vec{r})) \end{cases}$$

sont une des solutions.

- $\vec{r}$ est le vecteur entre la source et le point d'observation [4]
- $\vec{k} = k\vec{u}$: direction de propagation, $\vec{k}$ est le vecteur d'onde, $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$
- λ : longueur d'onde dans le vide
- c : vitesse de propagation dans le vide, $\varepsilon_0\mu_0 c^2 = 1$ (c=299 792 458 m·s^{-1}).
- ω : pulsation reliée à la fréquence ν et à la longueur d'onde λ par : $\omega = 2\pi\nu = \dfrac{2\pi c}{\lambda} = kc$
- φ : terme de phase dépendant de l'origine choisie

Les vecteurs $\vec{E}$ et $\vec{H}$ sont liés par la relation :

$$\vec{H} = \frac{1}{c}\vec{u} \wedge \vec{E} \tag{2.1}$$

La lumière est une onde électromagnétique vectorielle transversale composée d'un vecteur champ électrique $\vec{E}$ et d'un vecteur champ magnétique $\vec{H}$, orthogonaux entre eux dans le plan perpendiculaire à la direction de propagation $\vec{u}$ en formant un trièdre direct, les deux vecteurs évoluent en phase, (voir Figure 2.2). Cette solution est fondamentale car on peut prouver que toutes les solutions peuvent s'écrire comme une superposition d'OPPH (Linéarité des équations de *Maxwell* et théorème de *Fourier*).

En conséquence de la relation d'orthogonalité entre les vecteurs $\vec{E}$ et $\vec{H}$, il est convenu de ne considérer que le vecteur $\vec{E}$. Sans limiter la généralité, en choisissant, l'axe des z comme direction de propagation, nous avons : $\vec{k}\vec{r} = k_z z = kz$ et le système simplifié suivant :

$$\begin{cases} E_x(z,t) &= E_{0_x}\cos(\omega t - kz + \varphi_x) \\ E_y(z,t) &= E_{0_y}\cos(\omega t - kz + \varphi_y) \\ E_z(z,t) &= 0 \end{cases} \tag{2.2}$$

3. $\nabla^2\mathbf{F} - \dfrac{1}{c^2}\dfrac{\partial^2\mathbf{F}}{\partial t^2} = 0$
4. Éloigné de la source et grand devant la longueur d'onde

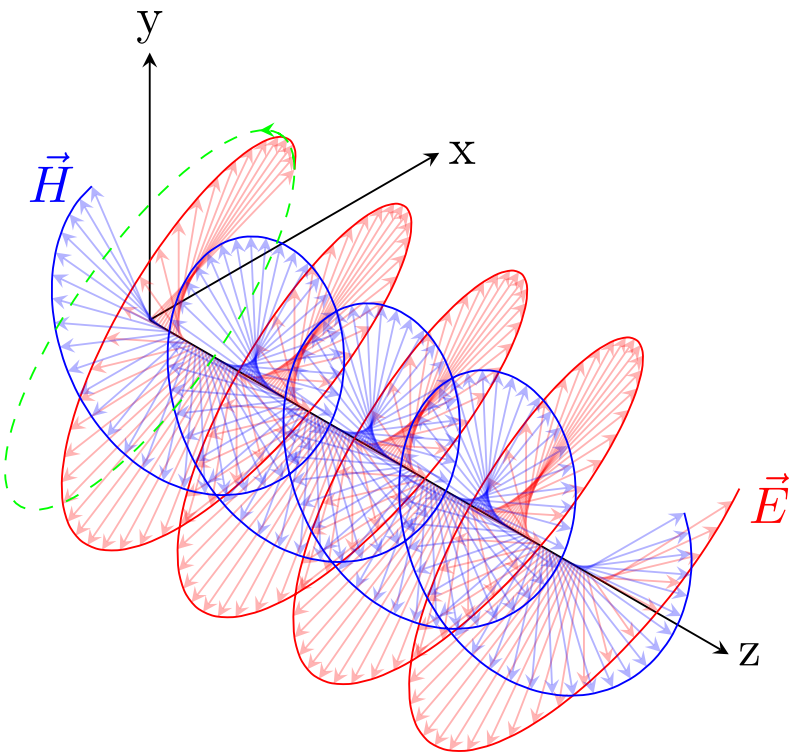


FIGURE 2.2 – Propagation d'une onde électromagnétique dans le vide suivant l'axe Z

Les équations précédentes peuvent également s'écrire en utilisant une notation complexe [5], ainsi :

$$\begin{cases} \widetilde{E_x}(z,t) & = E_{0_x} e^{i(\omega t - kz + \varphi_x)} \\ \widetilde{E_y}(z,t) & = E_{0_y} e^{i(\omega t - kz + \varphi_y)} \\ \widetilde{E_z}(t) & = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \widetilde{E_x}(z,t) & = E_{0_x} e^{i(\omega t - kz)} e^{i\varphi_x} \\ \widetilde{E_y}(z,t) & = E_{0_y} e^{i(\omega t - kz)} e^{i\varphi_y} \\ \widetilde{E_z}(t) & = 0 \end{cases} \tag{2.3}$$

2.1.1.2 Onde électromagnétique dans un milieu matériel

Dans les milieux matériels *linéaire, isotrope, homogène (LIH)*, les équations de propagation des ondes électromagnétiques sont de la même forme que dans le vide. Les OPPH en sont encore des solutions et certaines caractéristiques sont conservées. La principale est que, comme dans le vide, l'onde est transversale, mais on peut montrer que dans certains cas, les champs électrique et magnétique ne sont plus perpendiculaires entre eux et n'oscillent pas en phase. Les constantes : ε_0 et μ_0 sont remplacées par les caractéristiques du milieu dépendantes de la

5. ~indique la nature complexe du nombre

pulsation : permittivité : $\varepsilon(\omega)$ et perméabilité magnétique : $\mu(\omega)$, liées à celles du vide ε_0 et μ_0 par : $\varepsilon(\omega) = \varepsilon_0\varepsilon_r(\omega)$ et $\mu(\omega) = \mu_0\mu_r(\omega)$. Les fonctions : $\varepsilon_r(\omega)$ et $\mu_r(\omega)$ sont respectivement la permittivité et la perméabilité magnétique relatives, $\sigma(\omega)$ est la conductivité du milieu.
On démontre que le vecteur d'onde k et la pulsation ω, sont liés par la relation de dispersion qui s'exprime en notation complexe par :

$$k^2(\omega) = \omega^2\varepsilon(\omega)\mu(\omega) + i\omega\sigma(\omega)\mu(\omega)$$
$$k^2(\omega) = \omega^2\varepsilon_0\varepsilon_r(\omega)\mu_0\mu_r(\omega) + i\omega\sigma(\omega)\mu_0\mu_r(\omega)$$

$$k^2(\omega) = \omega^2\frac{\varepsilon_r(\omega)\mu_r(\omega)}{c^2} + i\omega\sigma(\omega)\mu_0\mu_r(\omega) \tag{2.4}$$

Nous devons donc distinguer deux types principaux[6] :
- Les diélectriques (milieux isolants ou très faiblement conducteurs)
- Les conducteurs (principalement les métaux et alliages)

Diélectriques : Dans ce cas $\sigma(\omega) = 0$ et la relation de dispersion 2.4 devient :

$$k^2 = \omega^2\frac{\varepsilon_r(\omega)\mu_r(\omega)}{c^2} \tag{2.5}$$

Ainsi, sont introduits l'indice du milieu : $n = \sqrt{\varepsilon_r(\omega)\mu_r(\omega)}$ et la vitesse de phase : $v_\varphi = \dfrac{c}{n}$.
Dans le domaine des fréquences de la lumière : $\mu_r \simeq 1$ soit :

$$n = \sqrt{\varepsilon_r(\omega)} \tag{2.6}$$

La dépendance de n à la pulsation (ou à la fréquence ; $\omega = 2\pi\nu$), indique qu'à l'exception du vide, tous les milieux diélectriques dans lesquels se propagent des ondes électromagnétiques sont dispersifs. De plus, on montre (relations de *Kramers-Krönig*) que la fonction diélectrique ne peut pas être toujours réelle, sa partie imaginaire doit être non nulle, au moins dans un certain domaine de fréquences.
La fonction diélectrique est une fonction complexe qui s'écrit :

$$\widetilde{\varepsilon(\omega)} = \varepsilon_1(\omega) - i\varepsilon_2(\omega) \tag{2.7}$$

La partie réelle est le reflet de la dispersion, la partie imaginaire celui de l'absorption des ondes électromagnétiques par le milieu.
La lecture des équations 2.6 et 2.7, montre que l'indice est également un nombre complexe, que l'on décompose en partie réelle et imaginaire :

$$\widetilde{n} = n - i\kappa \tag{2.8}$$

Le nombre d'onde est également complexe et l'équation (2.5) prend alors la forme :

$$\widetilde{k} = \frac{\omega}{c}(n - i\kappa)$$

6. Nous éludons les milieux ionisés, tout en gardant en mémoire, que les métaux sont des plasmas !

En prenant en compte cette nouvelle écriture les équations 2.3 deviennent :

$$\begin{cases} \widetilde{E_x}(z,t) & = E_{0_x} e^{i(\omega t - \frac{\omega}{c}(n-i\kappa)z)} e^{i\varphi_x} \\ \widetilde{E_y}(z,t) & = E_{0_y} e^{i(\omega t - \frac{\omega}{c}(n-i\kappa)z)} e^{i\varphi_y} \\ \widetilde{E_z}(t) & = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \widetilde{E_x}(z,t) & = E_{0_x} e^{i(\omega t - \frac{n\omega}{c}z)} e^{-\frac{\omega}{c}\kappa z} e^{i\varphi_x} \\ \widetilde{E_y}(z,t) & = E_{0_y} e^{i(\omega t - \frac{n\omega}{c}z)} e^{-\frac{\omega}{c}\kappa z} e^{i\varphi_y} \\ \widetilde{E_z}(t) & = 0 \end{cases} \tag{2.9}$$

La fréquence est la caractéristique principale de l'onde et est invariante, elle ne dépend pas du milieu de propagation, la vitesse de phase de l'onde est reliée à la partie réelle de l'indice de réfraction complexe : $v_\varphi = \frac{c}{n}$. La longueur d'onde λ en relation avec la longueur d'onde dans le vide λ_0 devient : $\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$
κ est le coefficient d'absorption, l'onde est atténuée sur une distance caractéristique $\frac{c}{\omega\kappa} = \frac{\lambda_0}{2\pi\kappa}$. κ peut être interprété, comme le rapport de la longueur d'onde à la distance d'atténuation. Un milieu fortement atténuant aura $\kappa \gg 1$ et inversement. On introduit le coefficient d'atténuation $\alpha = \frac{\omega}{c}\kappa$, de telle sorte que l'évolution de l'onde se lit $e^{-\alpha z}$.

Conducteurs : Dans les milieux conducteurs *LIH*, $\sigma \neq 0$. La relation de dispersion 2.4 s'écrit sous la forme :

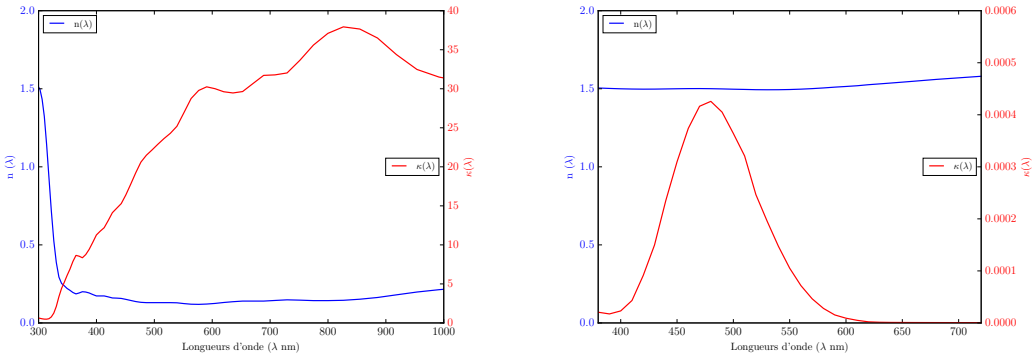
$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}\mu_r(\omega)\left[\varepsilon_r(\omega) + \frac{i\sigma(\omega)}{\omega\varepsilon_0}\right]$$

soit, en posant : $\widetilde{\varepsilon}(\omega) = \varepsilon_r(\omega) + \dfrac{i\sigma(\omega)}{\omega\varepsilon_0}$

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}\mu_r(\omega)\widetilde{\varepsilon}(\omega) \tag{2.10}$$

L'équation (2.10) pour les conducteurs à une forme semblable à l'équation (2.5) définie pour les diélectriques. Les raisonnements seront identiques et nous n'entrons pas ici dans les détails qui sont hors du cadre de notre propos. Nous retenons simplement que, comme pour les milieux diélectriques, un indice complexe $\widetilde{n} = n - i\kappa$ sera défini avec n indice de réfraction et κ indice d'absorption, qui sont aussi des fonctions de la pulsation ω.
En résumé, la connaissance simultanée des deux indices n et κ est fondamentale.
Les milieux diélectriques sont dispersifs et peuvent être : opaques, colorés ou totalement transparents. Un matériau transparent est caractérisé par $\kappa \simeq 0$ dans la bande de fréquences du visible. Certains verres, par exemple sont transparents, mais absorbants pour les infrarouges ou ultraviolets, c'est-à-dire $\kappa \neq 0$ pour ces fréquences.
Les milieux conducteurs, sont en général plus réfléchissants que les milieux diélectriques et sont pratiquement opaques. $\kappa \neq 0$ caractérise la profondeur de pénétration de l'onde. La connaissance de n et κ permettra de fournir les caractéristiques visuelles, nous reviendrons sur ce point dans le chapitre : 4.

En exemple, les courbes suivantes, d'après [CALLET, 1998], illustrent l'évolution des couples n et κ en fonction de la longueur d'onde pour l'argent [7] et un verre coloré.



(a) Argent

(b) Verre *STD181* (Verrerie Saint-Just)

2.1.2 Intensité lumineuse

La densité surfacique de puissance transportée par une onde est définie par le vecteur de *Poynting* $\vec{\Pi}$:

$$\vec{\Pi} = \vec{E} \wedge \vec{H} \tag{2.11}$$

Π est homogène à une puissance surfacique et s'exprime en $\mathrm{W{\cdot}m^{-2}}$, le flux du vecteur de *Poynting* à travers une surface est la puissance électromagnétique rayonnée à travers cette surface.
L'œil humain et les détecteurs électromagnétiques ont des temps de réponse très longs devant la période d'oscillation de la lumière. Ils ne sont sensibles qu'aux valeurs moyennes temporelles de la puissance qu'ils reçoivent. La puissance moyenne reçue par un détecteur dont la surface S est perpendiculaire à la direction de propagation $\vec{u}$ est :

$$P_m = \langle\vec{\Pi}\rangle S\vec{u} = \langle\Pi\rangle S$$

où $\langle\Pi\rangle$ est la valeur moyenne du vecteur de *Poynting*.
Pour une OPPH, en utilisant la relation 2.1 liant les vecteurs champs électrique et magnétique nous obtenons :

$$\langle\Pi\rangle = \varepsilon_0 c \langle E^2\rangle$$

La moyenne temporelle étant définie par :

$$\langle E(\vec{r},t)\rangle = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_0^T E(\vec{r},t)\,dt$$

Nous avons :

$$\langle E^2\rangle = \frac{E_0^2}{2}$$

7. On note que : $n < 1$ dans le visible et l'infra rouge. Il s'agit là, d'une caractéristique des métaux nobles et des milieux fortement conducteurs.

et :

$$\langle \Pi \rangle = \frac{\varepsilon_0 c}{2} E_0^2$$

En conséquence, nous avons une relation fondamentale dans notre travail : *La puissance lumineuse moyenne reçue par un détecteur approprié est proportionnelle au carré de l'amplitude du vecteur champ électrique.*

Unités

La lumière peut être caractérisée par différentes unités suivant qu'on s'intéresse à l'émission de la source, à l'énergie reçue, à la ré-émission de lumière par un objet (voir annexe B).

- Du point de vue de la réception, l'éclairement est défini comme l'énergie électromagnétique moyenne qui traverse par unité de temps une surface unité perpendiculaire à la direction de propagation. L'éclairement s'exprime en Watt par mètre carré ($W{\cdot}m^{-2}$) ou en Lux (lx) pour les ondes lumineuses.
- Du point de vue de l'émission, on appelle intensité énergétique d'une source dans une direction donnée, le flux rayonné par unité d'angle solide suivant cette direction. Elle est exprimée en Watt par stéradian ($W{\cdot}sr^{-1}$) et en Candela (cd) pour une onde lumineuse.

2.1.3 Sources lumineuses

Il existe un très grand nombre de sources lumineuses, naturelles ou artificielles. Elles sont toutes caractérisées par leur spectre d'émission qui peut être continu ou discontinu.

Train d'ondes et temps de cohérence

D'une façon générale, l'émission de lumière correspond au niveau atomique à des changements énergétiques, qui se traduisent par l'émission ou l'absorption de photons. Ces phénomènes sont totalement aléatoires et discontinus dans le temps, en conséquence, l'émission lumineuse est constituée de trains d'onde ou paquets d'onde, de durée moyenne τ appelé temps de cohérence. τ est de l'ordre de 10^{-11}s pour une source spectrale classique à 10^{-7}s pour un laser. De plus, comme expliqué par la mécanique quantique, les ondes générées n'ont pas toutes exactement la même fréquence. Elles se situent dans un intervalle de largeur : $\Delta\nu$, autour de la fréquence : ν. On parle de raie, τ et $\Delta\nu$ sont liés par la relation : $\tau \cdot \Delta\nu \approx 1$.[8]

Spectre continu et spectre de raies

La connaissance du spectre d'émission est fondamentale dans notre propos, comme nous le verrons dans la suite de ce chapitre, celui ci conditionne notre perception des couleurs. En fonction de la nature de la source, l'émission produite peut couvrir de façon continue la largeur de l'intervalle des longueurs d'onde, retenu pour la lumière, ou présenter des « trous » qui peuvent correspondre à une non émission ou à une absorption de photons à ce niveau énergétique. À notre échelle, une émission de lumière est caractérisée par son spectre constitué d'une « superposition » d'ondes, ayant individuellement leurs propres caractéristiques de

8. Les ondes purement monochromatiques n'ont pas de réalité physique, on parle d'onde quasi monochromatique.

fréquence et de polarisation. Un spectre est illustré par sa répartition de puissance émise, par intervalle de longueurs d'onde [9].

2.1.4 Corps noirs et température de couleur

Un corps noir est un objet théorique qui absorbe toutes les radiations qu'il reçoit. La totalité des rayonnements est absorbée et convertie en énergie interne. Le spectre d'émission d'un corps noir ne dépend que de sa température (formule de *Planck*). Le corps noir rayonne de manière totalement isotrope, la luminance est la même dans toutes les directions (rayonnement lambertien).

$$L(\lambda) = \frac{2\hbar c^2}{\lambda^5} \frac{1}{exp(\frac{\hbar c}{\lambda k T}) - 1}$$

- λ : longueur d'onde
- c : vitesse de la lumière dans le vide
- T : température de surface du corps noir en degré *Kelvin* K
- $\hbar$: constante universelle de *Planck* : $\hbar \simeq 6.626\,075\,5 \times 10^{-34}$ J·s
- k : constante de *Boltzmann* : $k \simeq 1.380\,648\,8 \times 10^{-23}$ J/K

Essentiellement, pour les spectres d'émissions électromagnétiques d'origines thermiques, ce qui est le cas du Soleil, il est possible d'identifier le profil spectral le plus proche du corps noir à une température T.
T est définie comme la température de couleur de la source émettrice.
La figure 2.4 illustre les spectres de luminance énergétique obtenus pour différentes températures.

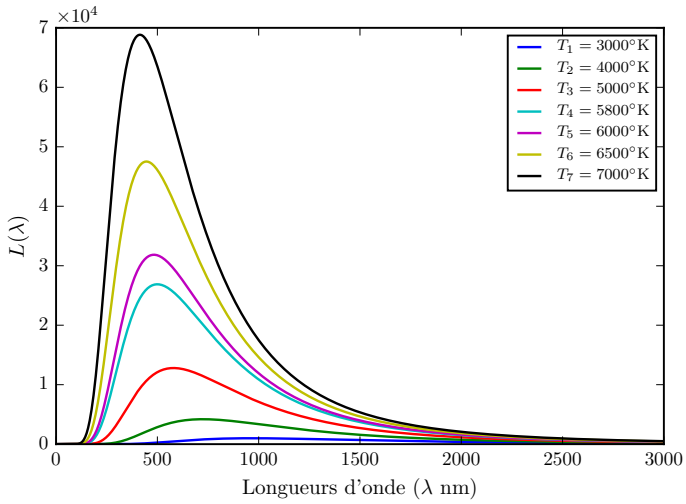


FIGURE 2.4 – Luminances énergétiques spectrales du corps noir (W·m^{-2}·nm^{-1}·sr^{-1})

9. Suivant les cas, on peut utiliser, l'intensité, l'énergie, la luminance énergétique ...

Température de couleur proximale

Dans le cas des lampes à incandescence, l'équivalence est facile à déterminer. Pour les sources qui utilisent une décharge électrique dans un gaz, comme les tubes fluorescents, le spectre comporte des raies importantes et la corrélation avec l'émission du corps noir est presque impossible à trouver. Dans ce cas, on donne une température de couleur indicative qui correspond à une sensation équivalente pour l'œil c'est la température de couleur proximale. La CIE propose différentes distributions spectrales, échantillonnées sur le spectre visible avec un pas de : 2, 5 ou 10 nm. Ces spectres particuliers, connus sous la dénomination d'illuminants, permettent des comparaisons d'images couleurs, acquises ou calculées dans des conditions d'éclairage différents.

Illuminants CIE :

Illuminant A : Lumière émise par une lampe à filament de tungstène de 500 W à une température de couleur proximale de : 2856 K.

Illuminant B : Lumière directe du Soleil à midi à 4870 K environ. (*plus en usage depuis 1986*).

Illuminant C : Lumière moyenne du jour avec une température de couleur proximale d'environ : 6774 K

Illuminant D : Différentes lumières du jour. Un indice lié à la température de couleur proximale est toujours associé à un illuminant D le plus utilisé est D65 qui représente la lumière du jour à une température de couleur proximale d'environ : 6504 K.

Illuminant E : Lumière d'égale énergie ou source équi-énergétique

Illuminant F : Douze illuminants de F1 à F12 correspondant aux lumières émises par des lampes fluorescentes.

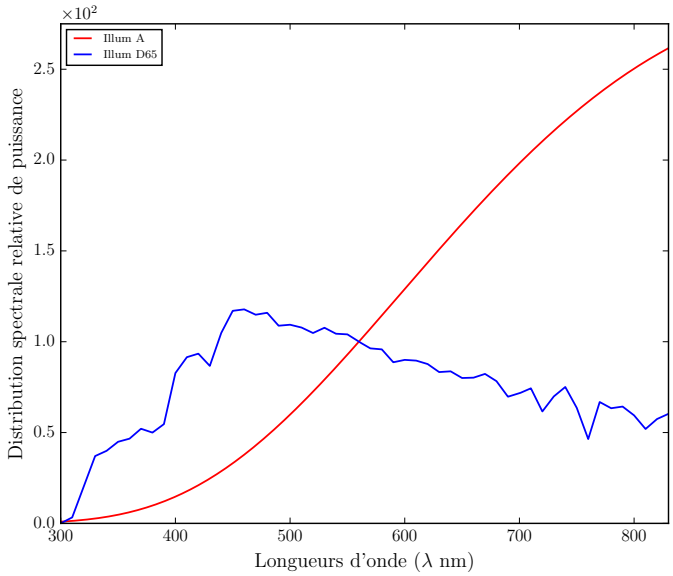


FIGURE 2.5 – Distributions spectrales de puissance des Iluminants CIE : A et D65

2.1.5 Récapitulatif

En raison de l'importance majeure de la lumière dans notre travail, nous avons rappelé succinctement, dans cette section, les éléments nécessaires et utiles, pour accompagner notre propos dans les sections suivantes, en particulier pour la couleur et les phénomènes de polarisation.

2.2 Couleur et Colorimétrie

La perception de la couleur est un phénomène complexe et subjectif. Dans de nombreux domaines d'application et en particulier dans celui de l'imagerie de synthèse, il est nécessaire d'évaluer les couleurs de façon reproductible. C'est dans ce contexte que s'inscrit la colorimétrie qui est la science de la mesure, de la représentation et du calcul de la couleur prenant en compte, à la fois les aspects physiques de la lumière, de la matière et les caractéristiques de la vision humaine, c'est à dire :

- La composition spectrale. (voir section 2.1.3).
- Les interpréteurs de l'information lumineuse que sont nos yeux et notre cerveau.
- La structure de l'objet réfléchissant (ou modifiant) cette lumière ainsi que sa forme.

De nombreux travaux ont été réalisés et de nombreuses publications relatives à la couleur en particulier, mais plus généralement à la vision humaine sont disponibles.
Notamment : [Boynton, 1996] pour la vision humaine de la couleur, [Hunt and Pointer, 2011] pour la mesure de la couleur, [Wyszecki and Stiles, 2000] pour un travail complet sur les concepts et définitions de la science de la couleur, [Sève, 2009] pour les aspects physiques et perceptifs de la couleur.

2.2.1 Réflectance spectrale

La couleur d'un objet dépend de sa réflectance spectrale, c'est-à-dire de la quantité de lumière qui est réfléchie par l'objet éclairé à différentes longueurs d'onde, comme illustré par la figure 2.6.
Si la luminance énergétique spectrale d'un illuminant est $S(\lambda)$, la réflectance spectrale d'un objet est $R(\lambda)$, alors la luminance énergétique reflétée par l'objet $E(\lambda)$ est :

$$E(\lambda) = S(\lambda)R(\lambda) \tag{2.12}$$

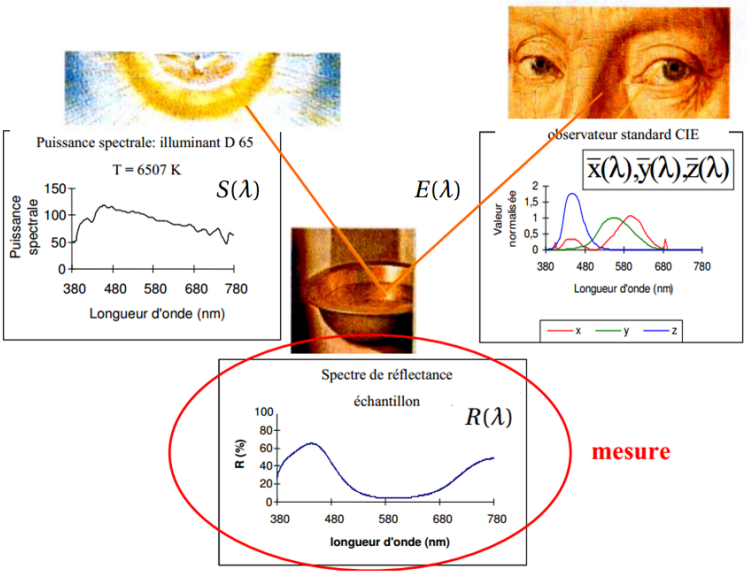


FIGURE 2.6 – Principe général de la perception de la couleur (Illustration d'après *Mady Elias*, Institut des NanoSciences de Paris)

Cette relation, entre la lumière et la surface est la base de la représentation de la couleur. Toutefois, bien que la distribution spectrale de puissance : $E(\lambda)$ caractérise les interactions de la source lumineuse et de l'objet, cette information seule n'est pas une couleur tant qu'elle n'est pas observée par un observateur humain et par extension par un capteur approprié, pour convertir cette information lumineuse en une sensation de couleur.

2.2.2 Système visuel humain

L'organe principal du système visuel humain est l'œil, celui ci se comporte à la fois comme un système optique et comme un capteur. La fonction optique de l'œil est de focaliser un stimulus de couleur sur une zone particulière de la rétine, la fovéa, qui correspond à la zone d'acuité maximale. La rétine possède environ 6 millions de cônes pour un peu plus de 100 millions de bâtonnets. La fovéa se distingue par une concentration maximale de cônes pour une très faible concentration en bâtonnets. Les cônes sont responsables de la vision haute résolution et de la vision photopique (diurne). Les bâtonnets sont plus sensibles à la lumière que les cônes, ils sont responsables de la vision scotopique (nocturne) ainsi que de notre vision périphérique, ils ne peuvent distinguer les couleurs. Les cônes et les bâtonnets interviennent conjointement dans la vision mésopique (prénocturne).
On distingue ainsi 3 types de cônes :
- Les cônes (S) sensibles aux longueurs d'onde courtes (short) bleu.
- Les cônes (M) sensibles aux longueurs d'onde moyennes (médium) vert.
- Les cônes (L) sensibles aux longueurs d'onde longues (long) jaune-vert à rouge.

La sensibilité de chaque cône aux différentes longueurs d'onde peut être décrite par trois fonctions $S(\lambda)$, $M(\lambda)$ et $L(\lambda)$ décrivant respectivement la sensibilité des trois types de cônes à chaque longueur d'onde. La figure 2.7 illustre les sensibilités des trois types des cônes.

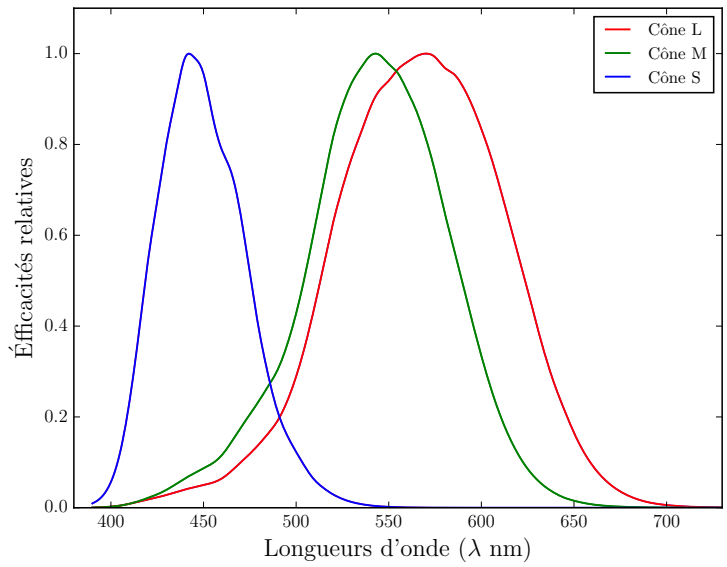


FIGURE 2.7 – Sensibilités respectives des cônes : (L), (M), (S) en fonction des longueurs d'onde. [10]

En 1931, la CIE propose la courbe de réponse de l'œil à une lumière monochromatique pour la vision diurne, en 1951, une courbe similaire est proposée pour la vision nocturne. Les courbes (voir Figure 2.8) représentent la sensibilité de l'œil humain (fonction d'efficacité lumineuse relative spectrale). La courbe relative à la vision diurne est généralement notée $V(\lambda)$.

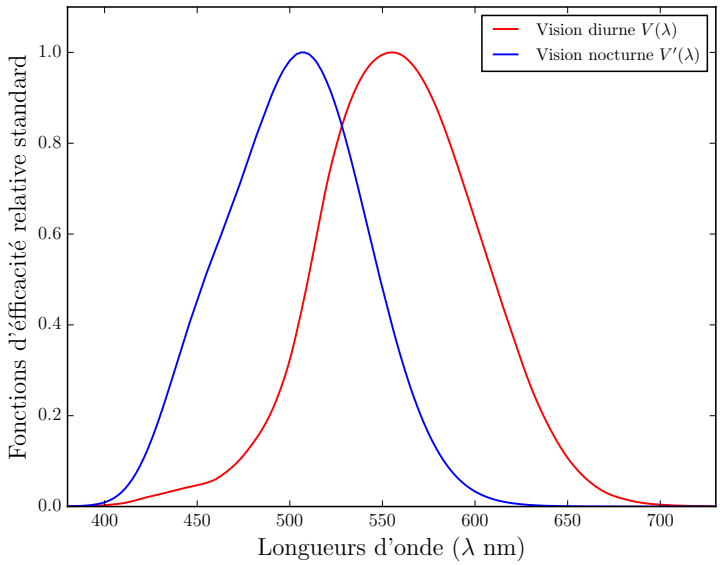


FIGURE 2.8 – Fonctions d'efficacité lumineuse relative spectrale : $V(\lambda)$ et $V'(\lambda)$. Le décalage de $V'(\lambda)$ vers les bleus est dû à la différence de sensibilité spectrale des cônes et bâtonnets.

Tristimulus

La connaissance du système visuel humain est de nos jours de plus en plus précise et reste l'objet de nombreuses recherches. Dans notre contexte, nous retenons principalement le modèle du tristimulus. Celui ci est à la fois, la base de tous les codages mathématiques et informatiques des couleurs dans le monde de l'infographie et est la confirmation de l'hypothèse historique proposée par les physiciens (*T. Young, J.C. Maxwell, H. Grassmann...*) de la décomposition trichromatique de toute couleur. Ce modèle est une conséquence majeure de la composition cellulaire de l'œil humain, une autre caractéristique cellulaire conduirait nécessairement à une autre formulation et à d'autres mesures.
Le modèle du tristimulus (comportement au niveau de la rétine) s'explique par les 3 types de pigments des cônes respectivement responsables des 3 canaux (L), (M) et (S). La réponse d'un cône étant proportionnelle à la somme de ses excitations, l'action de ces 3 filtres sur un stimulus d'entrée décrit par son spectre $E(\lambda)$, se modélise selon les relations suivantes :

$$C_S = \int_{\lambda min}^{\lambda max} E(\lambda)S(\lambda)d\lambda$$

10. Source : Colour & Vision Research laboratory and database

$$C_L = \int_{\lambda min}^{\lambda max} E(\lambda)L(\lambda)d\lambda$$

$$C_M = \int_{\lambda min}^{\lambda max} E(\lambda)M(\lambda)d\lambda$$

où $S(\lambda)$, $M(\lambda)$ et $L(\lambda)$ représentent les sensibilités spectrales des cônes (S), (M), (L).
Pour les objets réfléchissants non émissifs, en prenant en compte l'équation 2.12, la distribution spectrale de la lumière arrivant sur la rétine est le produit de la réflectance spectrale $R(\lambda)$ de la surface de l'objet et de la luminance énergétique spectrale $E(\lambda)$ de la source et s'exprime par les relations suivantes :

$$C_S = \int_{\lambda_{min}}^{\lambda_{max}} S(\lambda)R(\lambda)E(\lambda)d\lambda$$

$$C_L = \int_{\lambda_{min}}^{\lambda_{max}} L(\lambda)R(\lambda)E(\lambda)d\lambda$$

$$C_M = \int_{\lambda_{min}}^{\lambda_{max}} M(\lambda)R(\lambda)E(\lambda)d\lambda$$

Comme les différentes distributions spectrales ne sont généralement disponibles que sous des formes tabulées, les relations précédentes peuvent être approximées en remplaçant les intégrales par des sommes :

$$C_S \simeq \sum_{\lambda_{min}}^{\lambda_{max}} S(\lambda)R(\lambda)E(\lambda)\Delta\lambda$$

$$C_L \simeq \sum_{\lambda_{min}}^{\lambda_{max}} L(\lambda)R(\lambda)E(\lambda)\Delta\lambda$$

$$C_M \simeq \sum_{\lambda_{min}}^{\lambda_{max}} M(\lambda)R(\lambda)E(\lambda)\Delta\lambda$$

Le pas de l'échantillonnage doit être déterminé avec précaution. Dans le cas d'un spectre continu et ne présentant pas de raie, un échantillonnage régulier à pas constant est suffisant et sa taille est uniquement liée à la précision recherchée. Dans le cas d'un spectre discontinu et/ou contenant des raies, il n'est plus possible de choisir un pas constant, la somme doit être effectuée par intervalle, et avec dans le cas de raies, une taille de pas très faible pour avoir la certitude de toutes les considérer. Cette situation doit être prévue dans le moteur de rendu en implémentant une classe spécifique permettant de gérer des échantillonnages non constants et éventuellement différents suivant les types de sources lumineuses.

2.2.3 Observateur standard

Chaque couleur peut être décrite comme une combinaison linéaire de trois composantes, dites primaires : *Rouge, Vert, Bleu.*
À partir d'une population d'individus « normaux », des expériences basées sur la possibilité pour chaque observateur d'égaler deux sensations lumineuses, ont permis à la CIE de définir un observateur standard moyen de référence. En utilisant les travaux de *Guild* [Guild, 1932]

et *Wright* [Wright, 1929], la CIE a proposé et adopté trois primaires notées R_c ,G_c et B_c de longueurs d'onde respectives : 700 nm, 546.1 nm et 435.8 nm [11], de telle sorte qu'un stimulus lumineux monochromatique $C(\lambda)$ puisse s'écrire :

$$C(\lambda) = R_c(\lambda)R_c + G_c(\lambda)G_c + B_c(\lambda)B_c$$

Cet espace est connu sous le nom de *CIE RGB* .
Les courbes $R_c(\lambda)$, $G_c(\lambda)$, $B_c(\lambda)$ ainsi obtenues, aussi appelées fonctions colorimétriques : $\bar{r}$, $\bar{g}$, $\bar{b}$, possèdent des valeurs négatives (voir Figure 2.9). En fait, certaines couleurs ne peuvent pas être obtenues en mélangeant simplement les trois primaires R_c, G_c et B_c sélectionnées. Pour y parvenir, il est nécessaire d'ajouter au stimulus de référence une certaine quantité d'une des primaires. En vertu des lois d'additivité établies par *Grassmann* cela est équivalent, d'un point de vue mathématique, à faire une pondération négative.

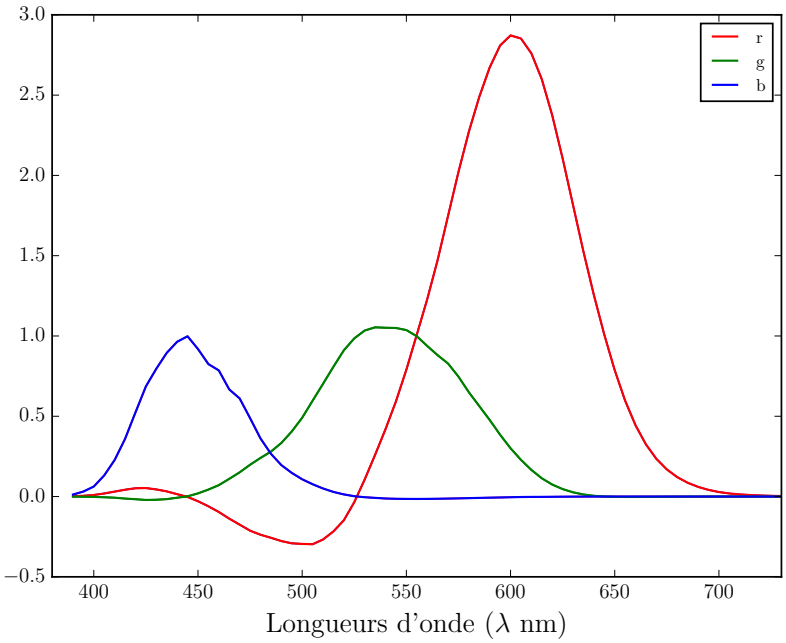


FIGURE 2.9 – Courbes *CIE RGB*

2.2.4 Espaces colorimétriques

Le système *RGB CIE* présente l'inconvénient majeur d'avoir des coordonnées négatives. De nombreux travaux depuis 1931, ont permis à la CIE d'établir un système de référence colorimétrique, dont les nouvelles fonctions sont partout positives ou nulles.

2.2.4.1 Espace virtuel CIE XYZ

Cette contrainte impose que les trois primaires choisies X, Y, Z soient trois couleurs imaginaires ou virtuelles (elles ne correspondent pas à un stimulus pouvant exister). Ces trois primaires

11. L'indice $_c$ rappelle la CIE

forment un espace colorimétrique dans lequel s'insèrent toutes les couleurs réelles. Tous les systèmes concrets et en particulier le système *RGB CIE* sont inclus dans cet espace appelé *CIE XYZ*. La définition de cet espace a donné naissance à la colorimétrie scientifique. La CIE a défini trois fonctions, désignées par $\bar{x}$, $\bar{y}$ et $\bar{z}$ appelées fonctions colorimétriques de l'observateur de référence. De par sa construction l'espace *CIE XYZ* possède les propriétés suivantes :

- Valeurs positives des fonctions colorimétriques
- Egalité des intégrales
- Égalité des valeurs X, Y et Z au point blanc de l'illuminant E
- Équivalence entre $\bar{y}$ et la fonction d'efficacité lumineuse relative relative spectrale de l'œil humain $V(\lambda)$ (en vision diurne, voir Figure 2.8), ce qui permettra de représenter l'intensité lumineuse selon Y.

La figure (2.10) illustre ces fonctions respectivement pour une observation à 2° et 10° d'ouverture de champ visuel, c'est-à-dire le demi-angle du cône de vision.

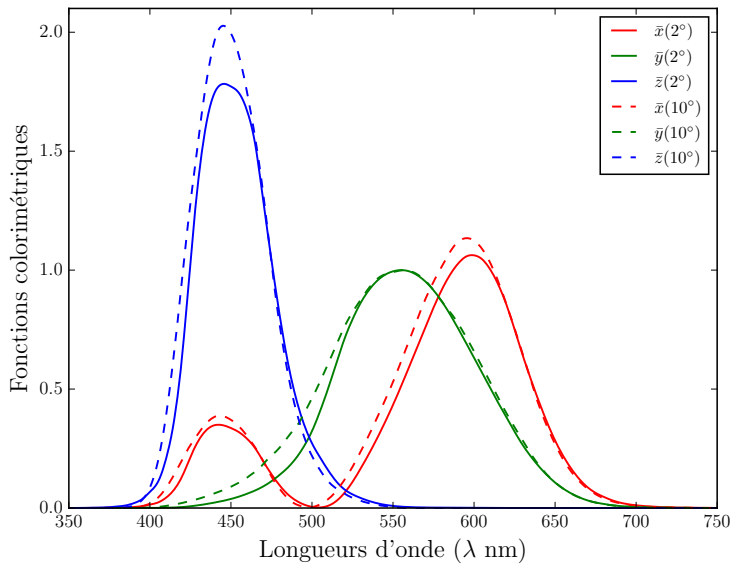


FIGURE 2.10 – Courbes *CIE XYZ* à 2° et 10°

Calculs dans l'espace CIE XYZ

Pour un illuminant $I(\lambda)$ et un objet de réflectance $R(\lambda)$, les valeurs X, Y et Z sont obtenues par les relations suivantes :

$$X = K_m \int_{\lambda_{min}}^{\lambda_{max}} I(\lambda)R(\lambda)\bar{x}(\lambda)d(\lambda)$$

$$Y = K_m \int_{\lambda_{min}}^{\lambda_{max}} I(\lambda)R(\lambda)\bar{y}(\lambda)d(\lambda)$$

$$Z = K_m \int_{\lambda_{min}}^{\lambda_{max}} I(\lambda)R(\lambda)\bar{z}(\lambda)d(\lambda)$$

Avec le facteur de normalisation : K=683 lm·W^{-1} Les intégrations sont en fait obtenues par sommations discrètes car les fonctions colorimétriques ne sont connues que par pas $\Delta\lambda$, ce qui peut être une source d'erreur dans les calculs colorimétriques.
La CIE préconise $\Delta\lambda = 1$ nm sur l'intervalle : 360 à 830 nm

2.2.4.2 Espaces RGB

De par les lois de linéarité établies par *Grassmann* et par cette approche de trois primaires, on montre, que l'espace de couleurs est un espace vectoriel dont une base serait ces trois primaires. Il existe donc autant de systèmes de représentation de la couleur que de systèmes de primaires par simple changement de base.
Une fois défini le système XYZ comme référence, la transformation vers des systèmes RGB à partir du système de référence colorimétrique XYZ de la CIE peut donc s'exprimer sous forme matricielle. Les éléments de la matrice sont nécessairement déterminés par rapport à :

1. Un blanc de référence (en général, un illuminant normalisé D65 ou D50) qui conditionne les valeurs unitaires associées aux primaires [X], [Y], [Z] (le blanc doit avoir évidemment comme coordonnées (1, 1, 1)).
2. Les primaires [R], [G], [B] choisies.
3. Une observation à 2°, ou 10°.

Ce principe est la base des systèmes de représentation de la couleur utilisés couramment. Nous pouvons citer les espaces *sRGB* utilisés pour les écrans d'ordinateurs « communs » et *Adobe RGB* pour les écrans « professionnels ».
À titre d'exemples, nous présentons les matrices de passage relatives 3 × 3 aux espaces *sRGB* (2.13) et *Adobe RGB* (2.14), pour une observation à 2°, que nous utilisons dans nos calculs.

$$\begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.2405 & -1.5371 & -0.4985 \\ -0.9693 & 1.8760 & 0.0416 \\ 0.0556 & -0.2040 & 1.0572 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \tag{2.13}$$

$$\begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.0414 & -0.5649 & -0.3447 \\ -0.9693 & 1.8760 & 0.0416 \\ 0.0134 & -0.1184 & 1.0154 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \tag{2.14}$$

Dans ces transformations, certaines valeurs peuvent être supérieures à 1 ou négatives. Dans les calculs ces valeurs spécifiques sont forcées à 1 ou 0. Cette situation indique que toutes les couleurs ne sont pas affichables dans les systèmes *sRGB* et *Adobe RGB*.

2.2.4.3 Autres espaces

Ils existent de nombreux autres espaces colorimétriques, il n'est pas dans le cadre de ce travail de les présenter. Nous pointons uniquement la représentation : *Teinte Saturation Luminosité (TSL)* [12] qui est une alternative aux représentations RGB, considérées comme des représentations « machines » de la couleur. Les espaces TSL se déduisent des espaces RGB par une transformation de coordonnées (de cartésien à polaire), ils sont beaucoup plus intuitifs

12. Hue Saturation Brightness (HSB) en anglais

pour l'utilisateur. Nous utiliserons cette représentation pour les illustrations des composantes des vecteurs de *Stokes* lors de nos calculs de rendu, pour mettre en évidence les différences liées à la prise en compte de la polarisation.

2.2.5 Transformations inverses

Les matrices de passage exprimées précédemment sont inversibles, ont peut donc à partir d'un triplet de couleur donné dans un espace colorimétrique, redéfinir le triplet X,Y,Z correspondant.
Par contre, redéfinir une distribution spectrale à partir de valeurs X,Y,Z, est beaucoup plus hasardeuse. D'un point de vue mathématique, le passage d'une distribution spectrale vers un triplet X,Y,Z est une projection d'un espace de dimension n vers un espace de dimension 3. Cette transformation est surjective et pas injective. Donc, à un triplet X,Y,Z donné, correspond une infinité de distributions spectrales en amont possibles. Cette situation, est la cause des phénomènes de métamérisme de lumière et de matière, selon que l'on s'intéresse à l'information lumineuse incidente ou réfléchie.

3 Polarisation de la lumière

Comme nous l'avons déjà signalé, en imagerie de synthèse, la polarisation de la lumière est ignorée. Pourtant, à chaque interaction, la matière modifie la polarisation de la lumière. Bien que la polarisation de la lumière en tant que telle ne soit pas visible directement par un observateur humain[1], il suffit juste de porter des lunettes dites polarisantes pour se convaincre qu'elle joue un rôle non négligeable sur notre perception des aspects. Afin d'ajouter cette composante dans un moteur de rendu, dans ce chapitre, nous apportons les éléments nécessaires à la caractérisation de la polarisation de la lumière et au formalisme mathématique associé.

La polarisation de la lumière est une conséquence importante de la nature ondulatoire et transverse des ondes électromagnétiques. Le plan normal à la direction de propagation contenant le vecteur champ électrique est le plan de polarisation de l'onde. Le vecteur $\vec{E}$ donne la direction de polarisation de l'onde. La polarisation décrit l'évolution temporelle du vecteur champ électrique et nous pouvons distinguer plusieurs cas :

- **Onde dépolarisée.** Dans le cas des sources lumineuses classiques ou de la lumière solaire (avant sa traversée de l'atmosphère terrestre !), la direction du vecteur champ électrique évolue aléatoirement. Il est matériellement impossible de détecter son orientation en tout point donné dans l'intervalle du temps de cohérence. Cette évolution temporelle ne peut être connue que de manière statistique, sa valeur moyenne est nulle.
- **Onde polarisée.** L'interposition sur le parcours de l'onde de dispositifs spécifiques ou certains phénomènes naturels, imposent au vecteur champ électrique des orientations particulières déterminées. L'évolution est stationnaire. La figure décrite par l'extrémité du vecteur champ électrique dans un plan d'onde fixe reste identique.
- **Ondes partiellement polarisées.** Entre ces deux cas extrêmes, on aura tous les cas possibles d'ondes partiellement polarisées, que l'on peut décrire comme la superposition d'une contribution totalement polarisée et d'une contribution dépolarisée.

3.1 Ellipse de polarisation

Le système d'équations 2.2 montre que dans le cas général, l'extrémité du vecteur $\vec{E}$ décrit une ellipse. Comme nous nous intéressons aux ondes polarisées, le déphasage $\varphi = \varphi_y - \varphi_x$ ($-\pi \leq \varphi < \pi$) entre les deux composantes E_x et E_y est contant, de même que les amplitudes E_{0_x} et E_{0_y}. Dans le plan $z = 0$, en éliminant la composante temporelle dans l'équation 2.2, l'extrémité du vecteur champ électrique décrit dans le cas général une ellipse.

1. Ce n'est pas, en général le cas dans le monde animal

$$\frac{E_x^2}{E_{0_x}^2} + \frac{E_y^2}{E_{0_y}^2} - 2\frac{E_x E_y}{E_{0_x} E_{0_y}} \cos\varphi = \sin^2\varphi \tag{3.1}$$

En effectuant un changement de repère adéquat, l'ellipse de polarisation peut être exprimée en termes de deux paramètres angulaires (voir Figure 3.1).
Angle d'azimut : ψ

$$\tan 2\psi = 2\frac{E_{0_x} E_{0_y}}{E_{0_x}^2 - E_{0_y}^2} \cos\varphi \qquad (0 \leq \psi \leq \pi) \tag{3.2}$$

Angle d'ellipticité : ε

$$\sin 2\varepsilon = 2\frac{E_{0_x} E_{0_y}}{E_{0_x}^2 + E_{0_y}^2} \sin\varphi \qquad (-\frac{\pi}{4} < \varepsilon \leq \frac{\pi}{4}) \tag{3.3}$$

$$\tan\varepsilon = \frac{b}{a}$$

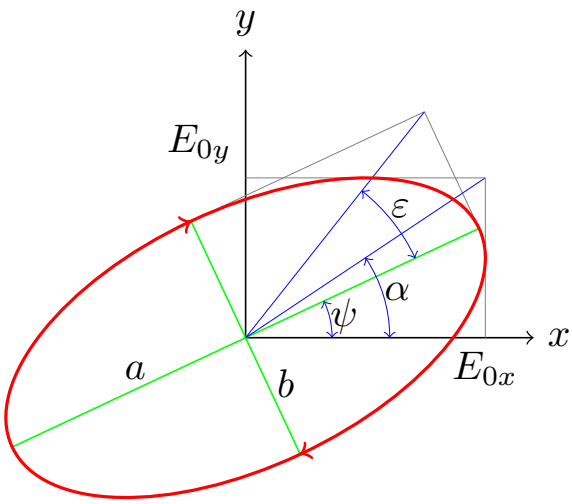


FIGURE 3.1 – Ellipse de polarisation d'axes a et b, d'azimut ψ et d'ellipticité ε

En introduisant l'angle auxiliaire α défini par :

$$\tan\alpha = \frac{E_{0_y}}{E_{0_x}} (0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2})$$

Les équations 3.2 et 3.3 peuvent être réécrites [Collett, 1993] :

$$\tan 2\psi = \tan 2\alpha \cos\varphi \tag{3.4}$$

$$\sin 2\varepsilon = \sin 2\alpha \sin\varphi \tag{3.5}$$

Les demi grand axe et petit axe a et b de l'ellipse sont donnés par :

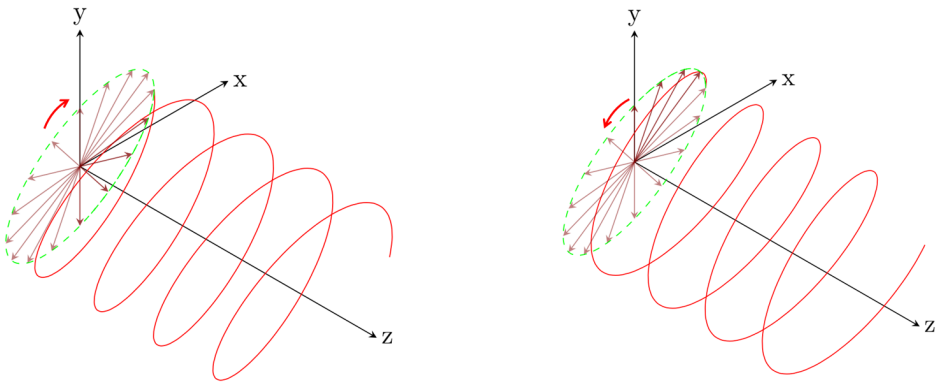
$$a = \sqrt{E_{0_x}^2 \cos^2\psi + E_{0_y}^2 \sin^2\psi + 2E_{0_x}E_{0_y}\cos\psi\sin\psi\cos\varphi}$$
$$b = \sqrt{E_{0_x}^2 \sin^2\psi + E_{0_y}^2 \cos^2\psi - 2E_{0_x}E_{0_y}\cos\psi\sin\psi\cos\varphi}$$

En conclusion l'ellipse de polarisation est totalement définie par les paramètres : E_{0_x}, E_{0_y} et φ ou par l'ellipticité : ε, l' angle d'azimut (orientation) : ψ et l'angle auxiliaire : α. La connaissance de cette ellipse est fondamentale, car elle détermine complètement l'état individuel de polarisation d'une onde électromagnétique.

3.1.1 Polarisations droite et gauche

Dans les cas de polarisations elliptique et circulaire, il est nécessaire de préciser si la polarisation est droite ou gauche, c'est-à-dire le sens de rotation du vecteur $\vec{E}$ (voir Figure 3.2). Le choix du signe de φ est primordial, celui-ci conditionne le sens de rotation de l'ellipse. A ce sujet, il n'y a pas vraiment de convention précise, nous retenons celle proposée par [Hauge et al., 1980], à savoir ; $\varphi = \varphi_y - \varphi_x$. Il est évident que le choix, $\varphi = \varphi_x - \varphi_y$, conduit aux conclusions opposées.

Par convention : une polarisation est dite droite si le sens de rotation est indirect (sens des aiguilles d'une montre) pour un observateur regardant vers la source d'émission. Elle est dite gauche dans le cas contraire.



(a) Polarisation elliptique droite (b) Polarisation elliptique gauche

FIGURE 3.2 – Polarisations elliptiques droite (a) et gauche (b)

Les signes des angles φ et ε sont utilisés pour déterminer le sens de polarisation :

- Droite : $\varphi > 0$ et $0 < \varepsilon \leq \frac{\pi}{4}$
- Gauche : $\varphi < 0$ et $-\frac{\pi}{4} \leq \varepsilon < 0$

3.1.2 Situations remarquables

Polarisation linéaire La polarisation de l'onde est linéaire lorsque $\varphi = k\pi, k \in \mathbb{Z}$, l'équation (3.1) devient :

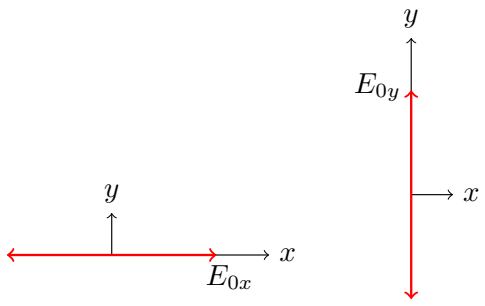
$$\frac{E_y}{E_x} = (-1)^k \frac{E_{0_y}}{E_{0_x}} \tag{3.6}$$

L'ellipse est dégénérée en un segment de droite, le champ électrique $\vec{E}$ oscille avec une inclinaison α donnée par : $\tan\alpha = \pm\dfrac{E_{0_y}}{E_{0_x}}$

Plusieurs cas particuliers sont à signaler :

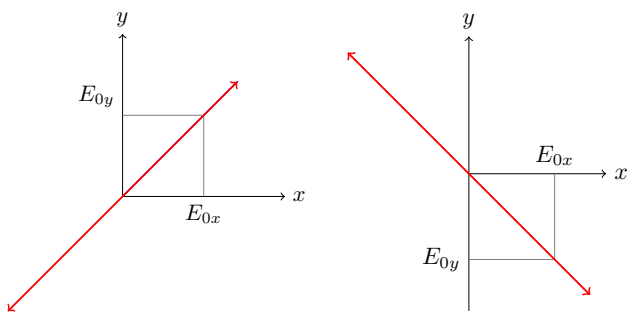
- $\varphi = 0$ ou π (modulo π) et $E_{0_y} = 0$, l'inclinaison $\alpha = 0$, le champ électrique oscille suivant l'axe : $\vec{x}$, (voir Figure 3.3a). La polarisation est notée : *PLH (Polarisation Linéaire Horizontale)*

- $\varphi = 0$ ou π (modulo π) et $E_{0_x} = 0$, l'inclinaison $\alpha = \frac{\pi}{2}$, le champ électrique oscille suivant l'axe : $\vec{y}$, (voir Figure 3.3b). La polarisation est notée : *PLV (Polarisation Linéaire Verticale)*
- $\varphi = 0$ (modulo 2π) et $E_{0_x} = E_{0_y}$, l'inclinaison $\alpha = \frac{\pi}{4}$, la pente est positive et la lumière est dite polarisée linéairement à 45°, (voir Figure 3.4a). La polarisation est notée : *PL+45*
- $\varphi = \pi$ (modulo 2π) et $E_{0_x} = E_{0_y}$, l'inclinaison $\alpha = -\frac{\pi}{4}$, la pente est négative et la lumière est dite polarisée linéairement à -45°, (voir Figure 3.4b). La polarisation est notée : *PL-45*



(a) PLH $E_{0_y} = 0$ (b) PLV $E_{0_x} = 0$

FIGURE 3.3 – Polarisations linéaires *PLH* (a), *PLV* (b)



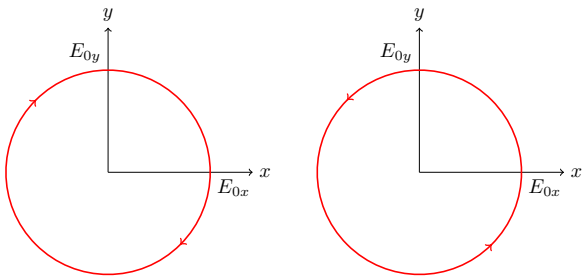
(a) L+45P $E_{0_x} = E_{0_y} = E_0$, $\varphi = 0$ (b) L-45P $E_{0_x} = -E_{0_y}$, $\varphi = \pi$

FIGURE 3.4 – Polarisations linéaires *PL+45* (a), *PL-45* (b)

Polarisation circulaire Si $\varphi = (2k+1)\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ et $E_{0_x} = E_{0_y} = E_0$ l'équation (3.1)devient :

$$\left(\frac{E_x}{E_0}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_0}\right)^2 = 1 \tag{3.7}$$

Ce qui est l'équation d'un cercle (voir Figure 3.5).



(a) $E_{0_x} = E_{0_y} = E_0, \varphi = \frac{\pi}{2}$ (b) $E_{0_x} = E_{0_y} = E_0, \varphi = -\frac{\pi}{2}$

FIGURE 3.5 – Polarisations circulaires droite *PCD* (a) et gauche *PCG* (b)

3.1.3 Sphère de *Poincaré*

L'ellipse de polarisation permet de visualiser géométriquement, la polarisation de la lumière. Toutefois, hormis les cas particuliers de polarisations définis précédemment, il est complexe de déterminer les angles caractéristiques d'orientation et d'ellipticité par simple lecture de la figure. Pour pallier à cette difficulté [Poincaré, 1892] a proposé d'utiliser une représentation sur une sphère connue comme la : *Sphère de* Poincaré, illustrée par la figure (3.6).

- X, Y, Z sont les axes des coordonnées cartésiennes.
- ψ et ε sont respectivement les angles d'orientation et d'ellipticité de l'ellipse de polarisation.
- P est un point sur la surface de la sphère (les angles sont exprimés par 2ψ et 2ε).

Les coordonnées cartésiennes et sphériques sur une sphère de rayon unité sont :

$$x = \cos 2\varepsilon \cos 2\psi \qquad 0 \leq \psi \leq \pi$$

$$y = \cos 2\varepsilon \sin 2\psi \qquad -\frac{\pi}{4} \leq \varepsilon \leq \frac{\pi}{4}$$

$$z = \sin 2\varepsilon$$

Toutes les polarisations linéaires sont situées sur l'équateur, les polarisations circulaires droite et gauche sont situées respectivement aux pôles nord et sud. Tous les autres lieux représentent des polarisations elliptiques.

3.2 Formulations mathématiques

Plusieurs représentations mathématiques sont disponibles pour décrire les états de polarisation des flux entrants et sortants et caractériser les modifications subies dans des systèmes optiques ou autres :

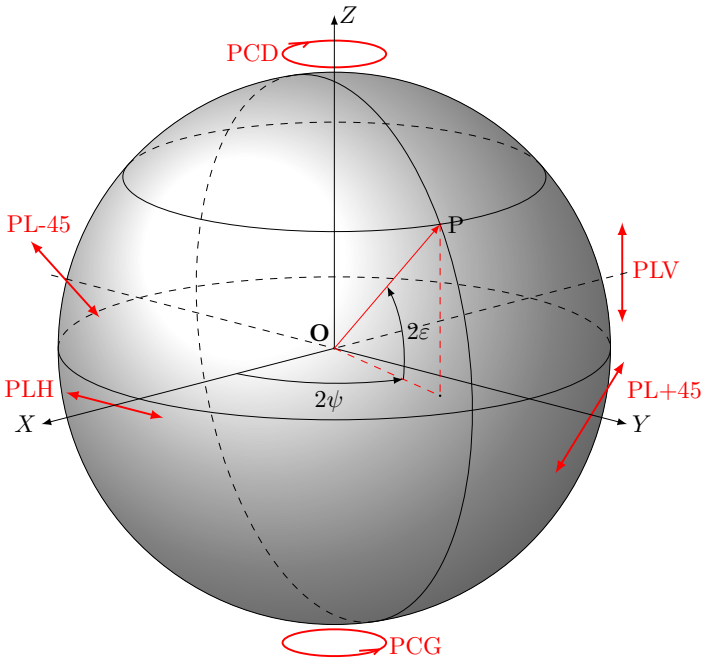


FIGURE 3.6 – Sphère de Poincaré

– Une approche vectorielle proposée par *Jones*.
– Les matrices de cohérence, compléments mathématiques aux vecteurs de *Jones*.
– Les vecteurs de *Stokes* et les matrices de *Mueller*.

En fonction du problème étudié, une représentation sera plus adaptée qu'une autre. Dans certain cas, il est même impératif d'utiliser une représentation précise, les autres n'étant pas adaptées. Par exemple, le formalisme de *Jones* est inadapté pour décrire une onde partiellement polarisée. Les vecteurs de *Stokes* formalisent un état temporellement moyen de la polarisation et ne sont pas utilisables dans des études où par exemple des phénomènes d'interférences sont présents car, la phase de l'onde, indispensable, n'est plus accessible.

Les matrices de cohérence complètent le formalisme de *Jones* en prenant en considération les ondes dépolarisées, elles permettent également un lien entre les matrices de *Jones* et le formalisme de *Stokes-Mueller* [Shurcliff, 1962] que nous utiliserons essentiellement dans notre travail.

3.3 Vecteur de *Stokes*

Initialement introduit par *Stokes* [Stokes, 1852], les paramètres de *Stokes* [McMaster, 1954] associés aux matrices de *Mueller* [Collett, 2005], permettent un traitement mathématique de l'étude de tous les états de polarisation en ne faisant intervenir que les intensités du rayonnement. Cette voie est majeure dans notre travail car les intensités, valeurs énergétiques, sont facilement accessibles et mesurables avec des capteurs usuels, en particulier les CCD.

Les valeurs acquises par ces capteurs étant moyennes, nous devons réécrire l'équation (3.1) en les prenant en compte :

$$\frac{\langle E_x^2\rangle}{E_{0_x}^2}+\frac{\langle E_y^2\rangle}{E_{0_y}^2}-2\frac{\langle E_xE_y\rangle}{E_{0_x}E_{0_y}}\cos\varphi=\sin^2\varphi$$

En réduisant au même dénominateur nous avons :

$$\langle E_x^2\rangle E_{0_y}^2+\langle E_y^2\rangle E_{0_x}^2-2E_{0_x}E_{0_y}\langle E_xE_y\rangle\cos\varphi=E_{0_x}^2E_{0_y}^2\sin^2\varphi$$

La moyenne temporelle étant définie par :

$$\langle E_x(t)E_y(t)\rangle=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T E_x(t)E_y(t)$$

Les valeurs moyennes sont :

$$\begin{aligned}\langle E_x^2\rangle&=\frac{1}{2}E_{0_x}^2\\ \langle E_y^2\rangle&=\frac{1}{2}E_{0_y}^2\\ \langle E_xE_y\rangle&=\frac{1}{2}E_{0_x}E_{0_y}\cos\varphi\end{aligned}$$

soit :

$$E_{0_y}^2E_{0_x}^2+E_{0_x}^2E_{0_y}^2-2E_{0_x}^2E_{0_y}^2\cos^2\varphi=2E_{0_x}^2E_{0_y}^2\sin^2\varphi \tag{3.8}$$

En remarquant que :

$$E_{0_y}^2E_{0_x}^2+E_{0_x}^2E_{0_y}^2=\frac{1}{2}(E_{0_x}^2+E_{0_y}^2)^2-\frac{1}{2}(E_{0_x}^2-E_{0_y}^2)^2$$

L'équation (3.8) devient :

$$(E_{0_x}^2+E_{0_y}^2)^2=(E_{0_x}^2-E_{0_y}^2)^2+4E_{0_x}^2E_{0_y}^2\cos^2\varphi+4E_{0_x}^2E_{0_y}^2\sin^2\varphi \tag{3.9}$$

Nous faisons apparaître quatre termes qui correspondent chacun à un paramètre de *Stokes* :

$$\underbrace{(E_{0_x}^2+E_{0_y}^2)^2}_{S_0^2}=\underbrace{(E_{0_x}^2-E_{0_y}^2)^2}_{S_1^2}+\underbrace{4E_{0_x}^2E_{0_y}^2\cos^2\varphi}_{S_2^2}+\underbrace{4E_{0_x}^2E_{0_y}^2\sin^2\varphi}_{S_3^2} \tag{3.10}$$

Cette équation s'apparente à une longueur euclidienne définie dans une base normalisée, à partir de l'équation (3.10) le vecteur[2] de *Stokes* s'écrit en colonne :

$$S=\begin{bmatrix}S_0\\S_1\\S_2\\S_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}I\\Q\\U\\V\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}E_{0_x}^2+E_{0_y}^2\\E_{0_x}^2-E_{0_y}^2\\2E_{0_x}E_{0_y}\cos\varphi\\2E_{0_x}E_{0_y}\sin\varphi\end{bmatrix} \tag{3.11}$$

2. Cette dénomination de vecteur est abusive car les composantes ne sont pas indépendantes entres elles

S_0 représente l'intensité totale du rayonnement avec pour une onde totalement polarisée :

$$S_0^2 = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2$$

L'équation (3.2) donnant l'angle d'inclinaison de l'ellipse s'écrit :

$$\tan 2\psi = 2\frac{E_{0_x}E_{0_y}}{E_{0_x}^2 - E_{0_y}^2}\cos\varphi = \frac{S_2}{S_1} \tag{3.12}$$

De même, l'équation (3.3) donnant l'ellipticité s'écrit :

$$\sin 2\varepsilon = 2\frac{E_{0_x}E_{0_y}}{E_{0_x}^2 + E_{0_y}^2}\sin\varphi = \frac{S_3}{S_0}$$

Les paramètres du vecteur *Stokes* peuvent être écris en fonction des angles d'inclinaison ψ et d'ellipticité ε voir Figure 3.1.

$$S = \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} = S_0 \begin{bmatrix} 1 \\ \cos 2\varepsilon \cos 2\psi \\ \cos 2\varepsilon \sin 2\psi \\ \sin 2\varepsilon \end{bmatrix}$$

3.3.1 Notation complexe

En reprenant les équations d'une onde électromagnétique en notation complexe comme définie en 2.3 et en supprimant le terme de propagation dans le temps.

$$\begin{cases} \widetilde{E_x}(t) & = E_{0_x} e^{i\varphi_x} \\ \widetilde{E_y}(t) & = E_{0_y} e^{i\varphi_y} \end{cases} \tag{3.13}$$

Nous pouvons écrire :

$$S = \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ Q \\ U \\ V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{0_x}E_{0_x}^* + E_{0_y}E_{0_y}^* \\ E_{0_x}E_{0_x}^* - E_{0_y}E_{0_y}^* \\ E_{0_x}E_{0_y}^* + E_{0_y}E_{0_x}^* \\ i(E_{0_x}E_{0_y}^* - E_{0_y}E_{0_x}^*) \end{bmatrix} \tag{3.14}$$

avec * représentant la quantité complexe conjuguée.

3.3.2 Degré de polarisation

Les paramètres du vecteur de *Stokes* décrivent une lumière totalement polarisée, dépolarisée ou partiellement polarisée. Pour une lumière dépolarisée, il n'y a aucune relation d'amplitude ou de phase entre les composantes E_x et E_y du train d'onde. Le vecteur de *Stokes* dans ce cas s'écrit : $S = S_0 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

Une lumière partiellement polarisée peut être considérée comme un « mélange » de lumière

dépolarisée et totalement polarisée :

$$S = \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} = (1-P) \begin{bmatrix} S_0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + P \begin{bmatrix} S_0 \\ \frac{S_1}{P} \\ \frac{S_2}{P} \\ \frac{S_3}{P} \end{bmatrix}$$

$0 \leq P \leq 1$ est le degré de polarisation (en anglais : Degree of Polarization (DoP))défini par :

$$DoP = \frac{I_{Pol}}{I_{Tot}} = \frac{\sqrt{(S_1)^2 + (S_2)^2 + (S_3)^2}}{S_0} (0 \leq DoP \leq 1) \tag{3.15}$$

3.3.3 Angle de polarisation

L'angle d'inclinaison de l'ellipse ψ défini par la relation : 3.12 correspond à l'angle de polarisation (AoP) défini par :

$$AoP = \frac{1}{2} \arctan \frac{S_2}{S_1} \tag{3.16}$$

3.3.4 Cas particuliers

Les vecteurs de *Stokes* dans les cas particuliers définis dans la section : 3.1.2 s'écrivent :

Etat de polarisation	Vecteur de *Stokes*
Horizontal (PLH)	$\begin{bmatrix}1\\1\\0\\0\end{bmatrix}$
Vertical (PLV)	$\begin{bmatrix}1\\-1\\0\\0\end{bmatrix}$
Linéaire +45 (PL+45)	$\begin{bmatrix}1\\0\\1\\0\end{bmatrix}$
Linéaire -45 (PL-45)	$\begin{bmatrix}1\\0\\-1\\0\end{bmatrix}$
Circulaire droit (PCD)	$\begin{bmatrix}1\\0\\0\\1\end{bmatrix}$
Circulaire gauche (PCG)	$\begin{bmatrix}1\\0\\0\\-1\end{bmatrix}$
Aléatoire	$\begin{bmatrix}1\\0\\0\\0\end{bmatrix}$

TABLE 3.1 – Vecteurs de *Stokes* pour les polarisations élémentaires

Les composantes du vecteur de *Stokes* sont directement observables par des détecteurs appropriés. Il peuvent également être définis comme : $S_0 = \langle I_x(t) + I_y(t)\rangle$ $S_1 = \langle I_x(t) - I_y(t)\rangle$ $S_2 = \langle I_{+45}(t) - I_{-45}(t)\rangle$ $S_3 = \langle I_G(t) - I_D(t)\rangle$

où I_x, I_y, I_{+45}, I_{-45}, I_G et I_D sont respectivement les intensités observées à travers un polariseur linéaire placé à 0, 90, +45, −45, et à travers un polariseur circulaire gauche et droit.

I_0 étant l'intensité totale de l'onde, nous avons $I_0 = I_x + I_y = I_{+45} + I_{-45} = I_G + I_D$.

On démontre également que pour toute onde, ces paramètres vérifient les inégalités suivantes :

$$S_0 \geq 0$$
$$S_0^2 \geq S_1^2 + S_2^2 + S_3^2$$

3.3.5 Repères de référence

Le repère dans lequel l'orientation de la polarisation est définie pour un vecteur de *Stokes*, peut évoluer au cours la propagation du rayon. Par exemple, les vecteurs de *Stokes* initiaux sont définis dans un repère lié à la source émettrice, elle même définie dans un repère « monde ». Au niveau de l'interaction du rayon avec un objet, les vecteurs de *Stokes* incident et réfléchi sont définis dans un repère local lié à l'objet (en général construit par rapport à la normale au point de contact). Au niveau de l'enregistrement par un capteur l'information sera exprimée dans un repère lié à ce capteur.
Dans la suite de ce document nous préciserons chaque fois que nécessaire les transformations liées à la propagation des rayons.
Si on considère le passage d'un système de coordonnées cartésiennes (x, y, z) à un autre système de coordonnées cartésiennes (x', y', z') obtenu à partir du premier par une rotation d'un angle : χ, on montre [Azzam and Bashara, 1977], que tout vecteur de *Stokes* S dans le repère initial, pour un rayon se propageant suivant l'axe x, s'écrira dans le nouveau repère : $S^{'} = R(\chi) \times S$
La matrice de rotation $R(\chi)$ est donnée par :

$$R(\chi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\chi & \sin 2\chi & 0 \\ 0 & -\sin 2\chi & \cos 2\chi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3.17}$$

3.4 Matrices de *Mueller*

Lorsqu'un faisceau interagit avec un élément optique, son état de polarisation peut changer. Une interaction avec un élément optique linéaire peut être représentée sous forme matricielle. D'une façon générale les états de polarisation d'un flux lumineux sont modifiés par l'interaction avec un système optique ou par un phénomène spécifique objet de l'étude, que ce soit en transmission, réflexion, diffusion ou par combinaison de ces processus (voir Figure 3.7)

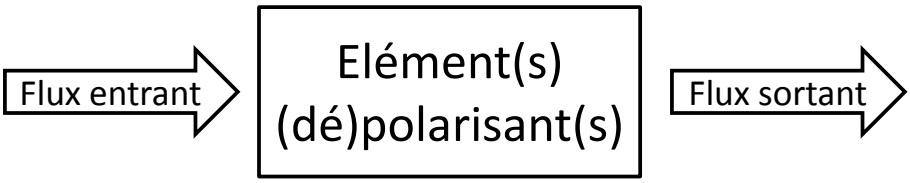


FIGURE 3.7 – Modifications des états de polarisation par un système optique

Ce changement se traduit par une transformation linéaire du vecteur de *Stokes* décrivant cet état.
Si la polarisation des ondes incidentes et émergentes est décrite par deux vecteurs de *Stokes* S et S', la correspondance entre ces vecteurs est donnée par la transformation $S' = M \times S$ ou M est une matrice 4×4 réelle, appelée matrice de *Mueller* de l'objet, avec :

$$M = \begin{bmatrix} m_{0,0} & m_{0,1} & m_{0,2} & m_{0,3} \\ m_{1,0} & m_{1,1} & m_{1,2} & m_{1,3} \\ m_{2,0} & m_{2,1} & m_{2,2} & m_{2,3} \\ m_{3,0} & m_{3,1} & m_{3,2} & m_{3,3} \end{bmatrix}$$

Compte tenu de la généralité de la description des états de polarisation par les vecteurs de *Stokes*, la matrice de *Mueller* permet de décrire les propriétés polarimétriques de n'importe quel objet ou phénomène optique, qu'il soit dépolarisant ou non. En pratique, la matrice de *Mueller* est exprimée sous une forme normalisée. Les éléments sont divisés par le terme $m_{0,0}$. Toute matrice 4×4 réelle n'est pas forcément la matrice de *Mueller* d'un système physique.

3.4.1 Association de plusieurs éléments

Le formalisme de *Stokes-Mueller* est approprié pour décrire un système optique complexe composé de n éléments en cascade. Ainsi, le vecteur de *Stokes* d'une onde optique en sortie S_o, est obtenu par multiplication matricielle des matrices de *Mueller* des k sous-systèmes avec le vecteur de *Stokes* d'entrée S_i.
D'une association de k éléments caractérisés par k matrices de *Mueller* M_k, le vecteur de *Stokes* sortant S_o se déduit du vecteur de *Stokes* incident S_i par la relation [Huard, 1994] :

$$S_o = M \times S_i = M_k.M_{k-1}....M_2.M_1 \times S_i$$

où $M = M_k.M_{k-1}....M_2.M_1$ est la matrice du système des k objets en série [Azzam and Bashara, 1977].
Il s'ensuit que la rotation du système de coordonnées d'un angle χ autour de l'axe de propagation de la lumière transforme la matrice de *Mueller* M d'un système quelconque en :

$$M' = R(-\chi) \times M \times R(\chi) \tag{3.18}$$

Toute matrice de *Mueller* peut être caractérisée par quatre propriétés principales, le dichroïsme (ou diatténuation), la polarisance, la biréfringence et le pouvoir de dépolarisation.

- **Dichroïsme ou Diatténuation.** Le dichroïsme D d'un élément optique est son anisotropie de transmission, autrement dit la dépendance de sa transmission en fonction de la polarisation incidente. C'est la seule propriété (avec la polarisance) directement lisible sur les éléments de la matrice de *Mueller* $\mathbb{M}$ la plus générale.
- **Polarisance.** La polarisance P est définie comme le degré de polarisation introduit par un élément optique sur un faisceau incident non polarisé.
- **Biréfringence ou retard.** La biréfringence est liée à la variation de l'indice optique en fonction de la polarisation incidente, et donc au déphasage que l'élément peut introduire entre différents états de polarisation.
- **Pouvoir de dépolarisation.** Il s'agit de la capacité du composant de réduire le degré de polarisation d'une onde incidente. Si la réduction du degré de polarisation dépend de l'état incident, on parlera de dépolarisation anisotrope.

Comme nous l'avons précisé dans la section 3.1, l'ellipse de polarisation est totalement définie par les paramètres : E_{0_x}, E_{0_y} et φ, c'est-à-dire, les amplitudes orthogonales et la phase. L'amplitude peut être modifiée par polariseur, la phase peut être modifiée par des lames d'onde. Nous présentons ici uniquement les caractéristiques des polariseurs et retardateurs utiles à notre propos car ils sont des éléments constitutifs du dispositif de capture que nous présenterons dans le chapitre 9.

3.4.1.1 Polariseur

Un polariseur est un dispositif optique qui transmet (ou réfléchit) un état de polarisation avec une transmission (ou une réflexion) nulle pour l'état de polarisation orthogonal [Huard, 1994]. Il s'agit évidemment d'un comportement idéal, dans la réalité ce composant laisse passer une fraction de l'état orthogonal.

Matrice de *Mueller* d'un polariseur La matrice de *Mueller* d'un polariseur linéaire idéal est définie par [Collett, 1993] :

$$M_{POL}(p_x, p_y) = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} p_x^2 + p_y^2 & p_x^2 - p_y^2 & 0 & 0 \\ p_x^2 - p_y^2 & p_x^2 + p_y^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2p_x p_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2p_x p_y \end{bmatrix}$$

$$0 \leq p_x \leq 1$$
$$0 \leq p_y \leq 1$$

Pour un polariseur horizontal ($p_x = 1, p_y = 0$) la matrice s'écrit :

$$M_{POL}(1,0) = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{3.19}$$

Et pour un polariseur vertical ($p_x = 0, p_y = 1$) la matrice :

$$M_{POL}(0,1) = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{3.20}$$

Un autre cas particulier nous intéresse pour une absorption égale sur les deux axes (filtre neutre), dans ce cas nous avons ($p_x = p_y = p$) et la matrice devient :

$$M_{POL}(p,p) = p^2\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

L'état de polarisation reste inchangé, uniquement l'intensité est diminuée d'un facteur p^2

3.4.1.2 Déphaseur ou Retardateur

Un retardateur (ou déphaseur) idéal est défini comme un composant homogène non dépolarisant n'introduisant que du déphasage entre ses états propres. Le long de l'axe x (axe rapide)

la composante x du champ électrique subit un décalage de phase de $-\frac{\phi}{2}$ et suivant l'axe y (axe lent) de $+\frac{\phi}{2}$. La figure 3.8 illustre le principe.

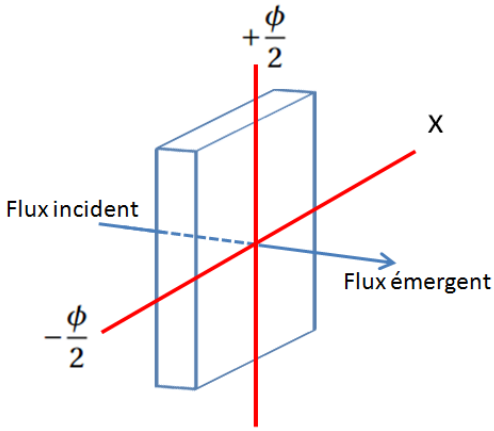


FIGURE 3.8 – Principe du retardateur

Matrice de *Mueller* d'un retardateur La matrice de *Mueller* d'un retardateur idéal est définie par [Collett, 1993] :

$$M_{WP}(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\phi & \sin\phi \\ 0 & 0 & -\sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \tag{3.21}$$

$$\phi = \phi_y - \phi_x$$
$$\phi = +\frac{\phi}{2} - (-\frac{\phi}{2})$$

Des types particuliers de retardateur sont les lames retard, dont les états propres sont linéaires, pour des valeurs particulières du retard, ces lames sont couramment désignées de la manière suivante [Huard, 1994] :

- **Lame onde** pour $\phi = 2k\pi$, k entier. Pour un déphasage introduit par la lame tel que $\phi = 2k\pi$, l'état de polarisation émergeant est identique à l'état de polarisation incident. On appelle ces lames anisotropes des lames onde pour rappeler qu'un déphasage de 2π est équivalent à un chemin optique égal à une longueur d'onde. Notons toutefois qu'une lame onde ne l'est que pour une longueur d'onde λ donnée ou de ses sous-multiples.
- **Lame demi onde** pour $\phi = (2k+1)\pi$ k entier. Elle introduit un déphasage ϕ égal à π, qui est équivalent à un chemin optique égal à une demi-longueur d'onde $\frac{\lambda}{2}$. La matrice de *Mueller*

est :

$$M_{HWP}(\pi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

– **Lame quart d'onde** pour $\phi = \pi/2 + k\pi$, k entier. Le déphasage qu'elle introduit est égal à $\pi/2$ et est équivalent à un chemin optique égal à un quart de longueur d'onde soit $\frac{\lambda}{4}$ et la matrice de *Mueller* est :

$$M_{QWP}(\frac{\pi}{2}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

3.4.1.3 Rotateur

Un rotateur est un cas particulier du déphaseur. Les rotateurs modifient uniquement l'angle de rotation de l'ellipse, l'ellipticité demeure inchangée [Huard, 1994]. La matrice de *Mueller* d'un rotateur d'angle χ est donnée par la relation :

$$M_{rot}(\chi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\chi & \sin 2\chi & 0 \\ 0 & -\sin 2\chi & \cos 2\chi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3.22}$$

3.4.1.4 Dépolariseur

Un élément sans dichroïsme ni retard constitue un dépolariseur pur, dont la matrice de *Mueller* a la forme générale suivante :

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c \end{bmatrix}$$

avec $|a|, |b|, |c| \leq 1$

3.5 Détermination du vecteur de *Stokes*

Les quatre paramètres du vecteur de *Stokes* peuvent être déterminés en interposant, selon une séquence précise, sur le parcours du flux lumineux deux éléments polarisants : un retardateur et un polariseur. Chaque étape est enregistrée séparément par un capteur optique type CCD. La figure suivante 3.9 illustre le principe général.

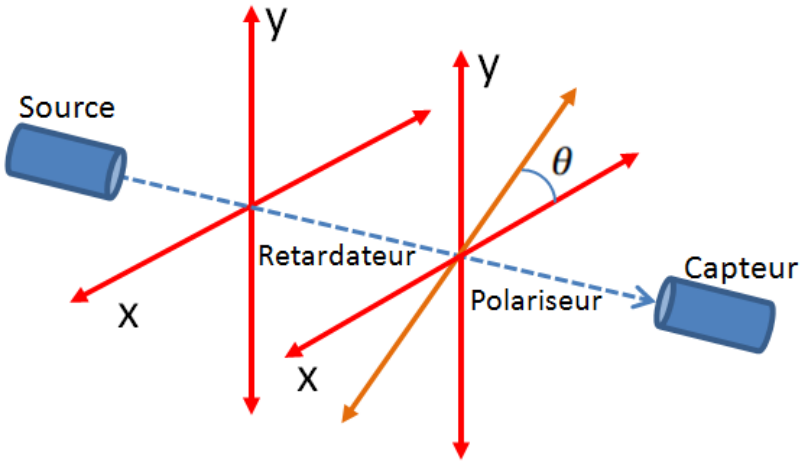


FIGURE 3.9 – Principe de détermination des paramètres du vecteur de *Stokes*

Dans la mesure, le retardateur introduit un décalage de phase d'un angle ϕ entre les composantes orthogonale du champ électrique et le polariseur transmet le champ résultant le long de son axe de transmission à un angle θ.
Soit une source émettant un faisceau de lumière défini par ses 4 paramètres de Stokes : $S_{in} = \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix}$ Un retardeur et un polariseur sont placés à la suite et le faisceau émergent se focalise sur un capteur CCD. Seule l'intensité peut être mesurée car c'est la seule valeur physiquement mesurable. Le retardeur et le polariseur sont définis par leur matrice de *Mueller*.
La matrice de *Mueller* d'un polariseur parfait dont l'axe rapide est confondu avec l'axe x (horizontal et perpendiculaire à l'axe optique) est (voir 3.19) :

$$M_{POL} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{3.23}$$

La matrice de *Mueller* d'un retardeur de déphasage ϕ est (voir 3.21) :

$$M_{WP}(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & 0 & \sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \tag{3.24}$$

et celle d'un rotateur d'angle θ est (voir 3.22) :

$$M_{ROT}(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\theta & \sin 2\theta & 0 \\ 0 & -\sin 2\theta & \cos 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3.25}$$

Si on suppose le polariseur parfait orienté par rapport à l'axe de propagation d'un angle θ, la matrice de *Mueller* du polariseur tourné est donnée par la relation 3.18 :
$M_{POL}(\theta) = M_{ROT}(-2\theta)\, M_{POL}\, M_{ROT}(2\theta)$
Il est possible d'en déduire la matrice de *Mueller* d'un polariseur parfait tourné d'un angle θ :

$$M_{POL}(\theta) = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\theta & -\sin 2\theta & 0 \\ 0 & \sin 2\theta & \cos 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\theta & \sin 2\theta & 0 \\ 0 & -\sin 2\theta & \cos 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M_{POL}(\theta) = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & \cos 2\theta & \sin 2\theta & 0 \\ \cos 2\theta & \cos^2 2\theta & \sin 2\theta \cos 2\theta & 0 \\ \sin 2\theta & \cos 2\theta \sin 2\theta & \sin^2 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Soit $S_{in} = \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix}$ le vecteur de *Stokes* à l'entrée, le vecteur de *Stokes* S_{out} en sortie du retardeur puis du polariseur, s'obtient par la relation :

$$S_{out} = M_{POL}(\theta)\, M_{WP}(\phi)\, S_{in}$$

Ainsi

$$S_{out} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & \cos 2\theta & \sin 2\theta \cos\phi & -\sin 2\theta \sin\phi \\ \cos 2\theta & \cos^2 2\theta & \sin 2\theta \cos 2\theta \cos\phi & -\sin 2\theta \cos 2\theta \sin\phi \\ \sin 2\theta & \cos 2\theta \sin 2\theta & \sin^2 2\theta \cos\phi & -\sin^2 2\theta \sin\phi \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix}$$

$$S_{out} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} S_0 + S_1 \cos 2\theta + S_2 \sin 2\theta \cos\phi - S_3 \sin 2\theta \sin\phi \\ S_0 \cos 2\theta + S_1 \cos^2 2\theta + S_2 \sin 2\theta \cos 2\theta \cos\phi - S_3 \sin 2\theta \cos 2\theta \sin\phi \\ S_0 \sin 2\theta + S_1 \cos 2\theta \sin 2\theta + S_2 \sin^2 2\theta \cos\phi - S_3 \sin^2 2\theta \sin\phi \\ 0 \end{bmatrix}$$

Seule l'intensité en sortie est physiquement mesurable, nous obtenons une relation très importante reliant l'intensité I mesurée et les paramètres de *Stokes* d'entrée :

$$2I(\theta,\phi) = S_0 + S_1 \cos 2\theta + S_2 \sin 2\theta \cos\phi - S_3 \sin 2\theta \sin\phi \tag{3.26}$$

Il est donc possible en ajustant correctement ces paramètres d'obtenir les valeurs de S_0, S_1, S_2 et S_3.
Le principe de la mesure consiste : Dans un premier temps sans positionner de retardateur faire évoluer l'orientation du polariseur de $\theta, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}$ et dans un second temps insérer le retardateur (lame quart d'onde) devant le polariseur orienté à $\frac{\pi}{4}$.

Nous obtenons les quatre relations suivantes :

$$S_0 = I(0,0) + I(\frac{\pi}{2},0) \tag{3.27}$$

$$S_1 = I(0,0) - I(\frac{\pi}{2},0) \tag{3.28}$$

$$S_2 = 2I(\frac{\pi}{4},0) - S_0 \tag{3.29}$$

$$S_3 = 2I(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}) \tag{3.30}$$

Le vecteur de *Stokes* en tant que tel n'est pas une quantité directement mesurable. Ses composantes sont déterminées par des mesures de quantités observables en termes d'intensité lumineuse ou d'énergie radiométrique.

- S_0 décrit l'énergie totale du rayonnement
- S_1 décrit la proportion de polarisation horizontal ou verticale.
- S_2 décrit la proportion de polarisation à $+45°$ et $-45°$
- S_3 décrit la proportion de polarisation circulaire droite ou gauche.

D'autres méthodes, basées sur différentes configurations d'orientations de polariseurs existent pour déterminer les composantes du vecteur de *Stokes*, bien que différentes, elles restent toutes dans le même principe général.

4 Interactions Lumière-Matière

Dans ce chapitre, nous rappelons les éléments utilisée par la communauté de l'informatique graphique pour formaliser les interactions lumière/matière. Nous ne cherchons pas l'exhaustivité et nous limitons cette présentation aux éléments essentiellement utiles à notre travail. D'une façon générale, les phénomènes d'interaction lumière/matière sont très complexes et bien que beaucoup de résultats existent, de nombreuses recherches restent à mener dans ce domaine. Afin de ne pas apporter de biais, par une connaissance ou une caractérisation insuffisantes de la réponse d'un matériau à une sollicitation lumineuse telle que nous la proposons dans ce travail, nous appliquerons nos modèles de ciel, sur des matériaux dont le comportement est parfaitement défini par la physique. En particulier, aux interfaces « idéalisées » air-diélectrique, air-métal et aux matériaux parfaitement diffusants.

4.1 Fonctions de diffusion

Dans le monde de l'informatique graphique, le comportement des matériaux à la lumière est caractérisé par la fonction de diffusion. Cette fonction est fondamentale et très complexe, (dans le cas le plus général elle est de dimension 12). En considérant certaines hypothèses simplificatrices telles que : l'indépendance temporelle, pas de phénomènes de fluorescence ou de phosphorescence, pas de diffusion subsurfacique...). Les fonctions de diffusion se simplifient en : « Distribution Bidirectionnelle de la Diffusion », qui sont dépendantes de la longueur d'onde et des directions relatives d'éclairement et d'observation. Il est commun dans la communauté d'utiliser la dénomination en anglais : *Bidirectional Scattering Distribution Function (BSDF)*.
Les BSDF regroupent deux familles :
- Les BRDF (Bidirectional Reflectance Distribution Function) pour les fonctions de réflexion. Elles ont été définies par [Nicodemus et al., 1977], comme le mécanisme permettant de décrire les réflexions pour toutes les combinaisons possibles d'incidence et de réflexion.
- Les BTDF (Bidirectional Transmitance Distribution Function) pour les fonctions de transmission.

Les BSDF peuvent être de natures différentes, analytiques, phénoménologiques, simulées ou mesurées. Leurs études sortent totalement du cadre de notre travail. De très nombreux résultats sont disponibles et la littérature est abondante sur ce sujet. Nous nous limitons à présenter les généralités relatives aux BRDF.

4.1.1 Bidirectional Reflectance Distribution Function (BRDF)

En notant, voir Figure 4.1 :
$L(x \rightarrow \omega_r)$ la luminance énergétique quittant le point x dans la direction ω_r
$L(x \leftarrow \omega_i)$ la luminance énergétique arrivant au point x dans la direction ω_i
La BRDF est définie comme le rapport de la luminance énergétique quittant le point x et de l'éclairement au même point.

$$f_r(x, \omega_i \rightarrow \omega_r) = \frac{dL(x \rightarrow \omega_r)}{dE(x \leftarrow \omega_i)} = \frac{dL(x \rightarrow \omega_r)}{L(x \leftarrow \omega_i)\cos\theta_i d\omega_{\omega_i}} \tag{4.1}$$

La BRDF s'exprime en sr^{-1}
La BRDF possède les propriétés suivantes :
BRDF réciprocité $f_r(x, \vec{\omega}_i \rightarrow \vec{\omega}_r) = f_r(x, \vec{\omega}_r \rightarrow \vec{\omega}_i)$
BRDF conservation de l'énergie

$$\text{Pour tout } \vec{\omega}_i,\ x \in \Omega,\ \int_\Omega f_r(x, \vec{\omega}_i \rightarrow \vec{\omega}_r)(\vec{\omega}_i.\vec{n}_x)\,\mathrm{d}\omega_i \leq 1$$

Bien que cela sorte du cadre de notre travail, nous souhaitons pointer la dépendance au dénominateur, dans l'équation 4.1, de l'élément différentiel $d\omega$. Dans la réalité, en particulier pour des instruments de mesure de BRDF, ce facteur ne peut physiquement tendre vers zéro. Nécessairement il possède une dimension, certes faible, mais dont les valeurs de la mesure seront dépendantes. De fait, un manque de normalisation sur la valeur de cet angle solide provoque des différences notables entre des mesures effectuées avec des appareils de différentes provenances, académiques ou commerciales.

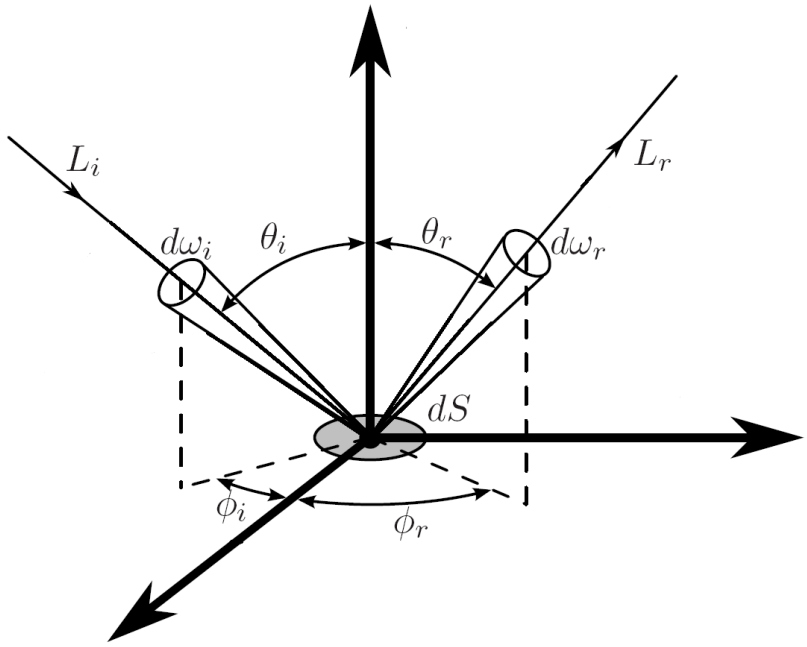


FIGURE 4.1 – BRDF : Définition des angles.

4.1.2 Limitations

Dans la définition de la BSDF, les éventuelles dépendances du comportement du matériau à la polarisation de la lumière incidente, ainsi que les possibles modifications apportées à la polarisation du faisceau émergent sont totalement ignorées. Un axe de progrès fort pour la communauté de l'imagerie de synthèse, serait de généraliser la BSDF, qui est une fonction scalaire, à une pBSDF (polarized BSDF) qui serait une fonction vectorielle. À chaque position angulaire d'illumination par une lumière dépolarisée et à chaque position d'observation, un vecteur de *Stokes* serait défini ou mesuré. Le matériau serait donc caractérisé par une matrice de *Mueller*, indexée par les directions d'incidence et d'observation.
D'expérience nous pouvons anticiper l'extrême difficulté expérimentale de ce type de mesures !
Hors, dans ce travail, une définition d'un matériau incluant la sensibilité à la polarisation de la lumière est indispensable. Dans l'absence de données de BSDF comportant des informations liées à la polarisation, deux possibilités se sont offertes à nous :

- Simuler des « BRDF polarisées » à l'aide de la bibliothèque libre *SCATMECH : Polarized Light Scattering C++ Class Library* proposée par le *National Institute of Standard and Technology* [1].
- Exploiter des matériaux dont les comportements optiques sont parfaitement définis par les lois de la physique, comme les diélectriques et les métaux.

C'est cette dernière possibilité que nous avons retenue et nous la détaillons dans les sections suivantes. La solution de la simulation bien que séduisante, nous éloignait trop du corps de notre propos.

1. http://pml.nist.gov/Scatmech/html/

4.2 Dioptre

Un dioptre est une interface idéale, parfaitement lisse, séparant deux milieux avec des indices de réfraction différents réels ou complexes. Dans ce chapitre, nous considérons que cette condition est réalisée. Les dépendances à la fréquence des différents coefficients sont implicites.

4.2.1 Lois de *Snell-Descartes*

Quand un rayon lumineux se propageant dans un milieu 1 intercepte un dioptre de milieu 2 (figure 4.2), son orientation est modifiée, une composante est réfléchie dans le milieu 1, et une seconde composante est réfractée dans le milieu 2 (voir Figure 4.2). Les directions de réflexion et de réfraction suivent les lois de *Snell-Descartes*.

1. Les rayons lumineux réfléchis et réfractés appartiennent à un même plan, le plan d'incidence, qui contient également la normale à l'interface.
2. Les angles formés par le rayon incident et le rayon réfléchi par rapport à la normale de l'interface sont égaux.

$$\theta_i = \theta_r \tag{4.2}$$

3. L'angle de réfraction est lié à l'angle d'incidence par la « loi des sinus » :

$$n_1 \sin\theta_i = n_2 \sin\theta_t \tag{4.3}$$

où n_i et n_2 représentent les indices de réfraction des deux milieux et θ_i, θ_r et θ_t les orientations des rayons lumineux

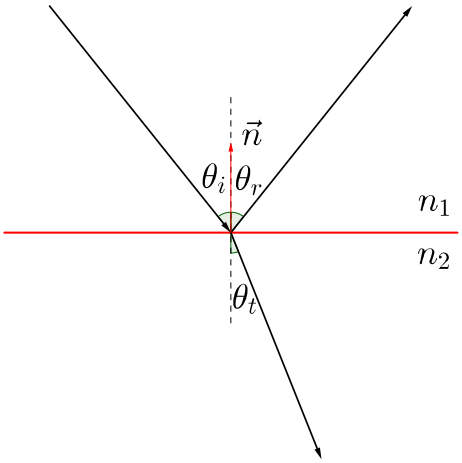


FIGURE 4.2 – Réflexion et réfraction dans le plan d'incidence ($n_1 < n_2$)

Réflexion totale

Supposons $n_1 < n_2$. Lorsque la lumière vient du milieu 1, l'angle de réfraction est toujours inférieur à l'angle d'incidence. En incidence rasante $\theta_i = \frac{\pi}{2}$, l'angle de réfraction atteint une valeur limite $\theta_c = \arcsin(\frac{n_1}{n_2})$, appelé angle critique.
Lorsque la lumière vient du milieu 2, il est réfracté dans le milieu 1 uniquement si l'angle d'incidence θ_t est inférieur à l'angle critique θ_c. La loi de *Snell-Descartes* montre qu'aucune solution réelle pour l'angle θ_i existe, il n'y a pas de réfraction et le rayon est totalement réfléchi.

4.2.2 Équations de *Fresnel*

Les démonstrations des équations de *Fresnel* sont disponibles dans de nombreux livres ou cours, en particulier [Born and Wolf, 1999]. Nous rappelons ici les résultats principaux et nous précisons les repères dans lesquels ces équations sont écrites.
La lumière se propage d'un milieu 1 avec un indice n_1 et intercepte une interface *LIH* avec un indice n_2. Les angles d'incidence (ou réflexion) et réfraction sont θ_i, θ_t respectivement. À ce stade aucune condition particulière sur la nature réelle ou complexe des indices n_1 et n_2 n'est imposée. Comme précédemment, le plan défini par la direction du flux lumineux et la normale au point de contact, est le plan d'incidence, la direction de polarisation est celle du vecteur champ électrique. Dans ce plan le vecteur champ électrique peut être décomposé en deux composantes parallèle et perpendiculaire. Nous avons donc deux situations.

4.2.2.1 Champ électrique perpendiculaire au plan d'incidence

Il s'agit de la polarisation notée dans ce manuscrit : « $\perp$ » pour perpendiculaire. [2] Cette polarisation est également connue comme transverse électrique (TE) (voir Figure 4.3).

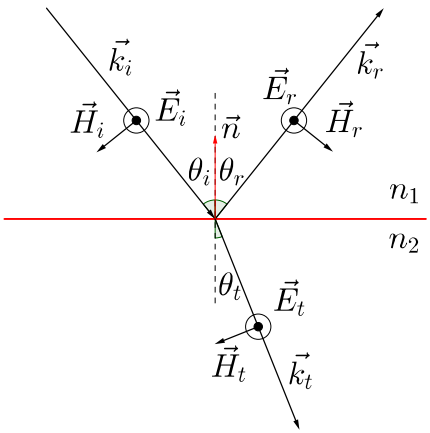


FIGURE 4.3 – Champ électrique perpendiculaire au plan d'incidence ; polarisation TE.

2. Également notée « s », de l'allemand « *senkrecht* »

Coefficients réflexion et de transmission perpendiculaires

Les coefficients de réflexion ($r_\perp$) et de transmission ($t_\perp$) en amplitude, sont des coefficients de proportionnalité définis par :

$$r_\perp = \frac{E_r}{E_i} \tag{4.4}$$

$$t_\perp = \frac{E_t}{E_i} \tag{4.5}$$

En étudiant les conditions de continuités à l'interface et dans le plan d'incidence des composantes des vecteurs champ électrique et magnétique on établit que :

$$E_r = \frac{n_1 \cos\theta_i - n_2 \cos\theta_t}{n_1 \cos\theta_i + n_2 \cos\theta_t} E_i$$

$$E_t = \frac{2 n_1 \cos\theta_i}{n_1 \cos\theta_i + n_2 \cos\theta_t} E_i$$

En utilisant la loi de *Snell-Descartes* nous avons :

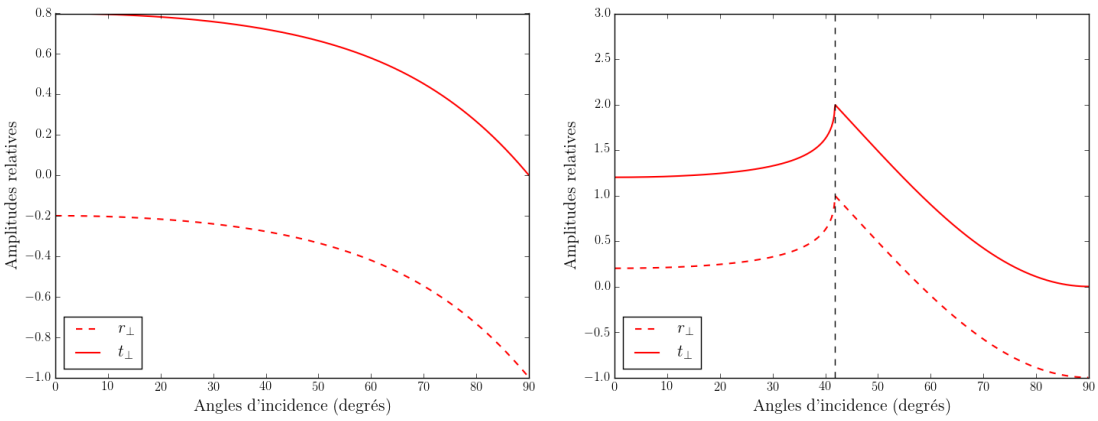
$$E_r = -\frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_t + \theta_i)} E_i$$

$$E_t = \frac{2 \cos\theta_i \sin\theta_t}{\sin(\theta_t + \theta_i)} E_i$$

les relations 4.4 et 4.5 s'écrivent :

$$r_\perp = \frac{n_1 \cos\theta_i - n_2 \cos\theta_t}{n_1 \cos\theta_i + n_2 \cos\theta_t} = -\frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_t + \theta_i)} \tag{4.6}$$

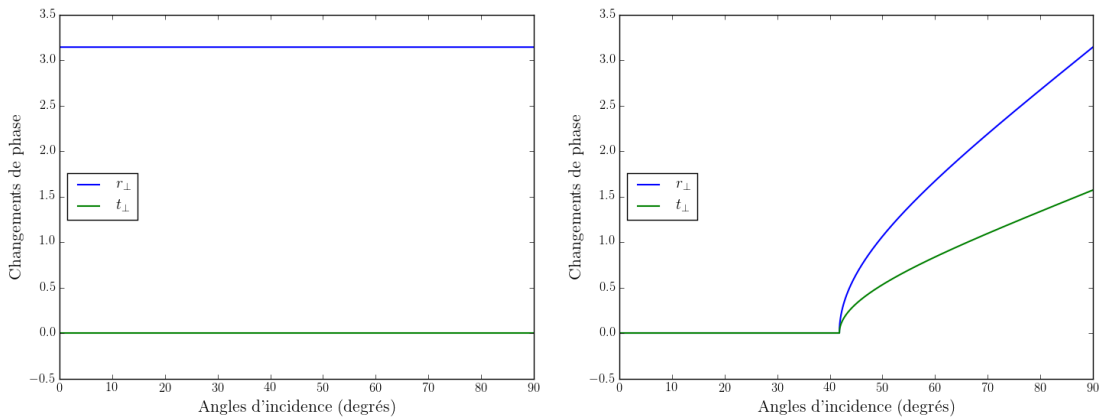
$$t_\perp = \frac{2 n_1 \cos\theta_i}{n_1 \cos\theta_i + n_2 \cos\theta_t} = \frac{2 \cos\theta_i \sin\theta_t}{\sin(\theta_t + \theta_i)} \tag{4.7}$$



(a) Air/Verre

(b) Verre/Air

FIGURE 4.4 – Coefficients de réflexion et transmission, composante perpendiculaire. ($n_1 = 1$, $n_2 = 1.5$)



(a) Air/Verre (b) Verre/Air

FIGURE 4.5 – Déphasages de réflexion et transmission, composante perpendiculaire. ($n_1 = 1$, $n_2 = 1.5$)

Pour la polarisation perpendiculaire (TE), nous avons les situations remarquables suivantes :

- Réflexion sur un milieu optiquement plus « dense » ($n_2 > n_1$)
  - $r_\perp$ est négatif, la phase de l'onde réfléchie se trouve modifiée de π
- Réflexion sur un milieu optiquement moins « dense » ($n_1 < n_2$)
  - $r_\perp$ est positif, la phase de l'onde réfléchie ne change pas.
  - Il existe un angle critique θ_c défini par $\sin\theta_c = \dfrac{n_2}{n_1}$.
  - Pour $\theta > \theta_c$ l'onde est totalement réfléchie.

4.2.2.2 Champ électrique parallèle au plan d'incidence

Il s'agit de la polarisation notée dans ce manuscrit : « ‖ » pour parallèle [3]. Cette polarisation est également connue comme transverse magnétique (TM) (voir Figure 4.6).

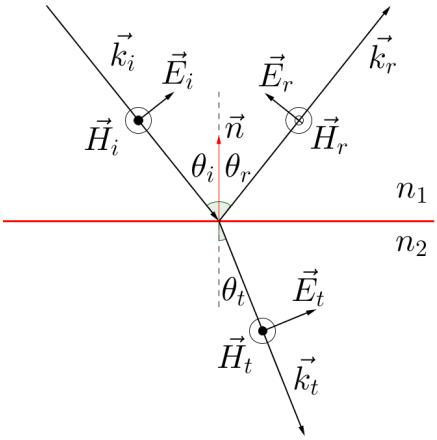


FIGURE 4.6 – Champ électrique parallèle au plan d'incidence ; polarisation TM.

3. Également notée « p », de l'allemand « *paralell* »

Coefficients réflexion et de transmission parallèles

Les coefficients de réflexion ($r_\parallel$) et de transmission ($t_\parallel$) sont des coefficients de proportionnalité définis par :

$$r_\parallel = \frac{E_r}{E_i} \tag{4.8}$$

$$t_\parallel = \frac{E_t}{E_i} \tag{4.9}$$

En étudiant les conditions de continuités à l'interface et dans le plan d'incidence des composantes des vecteurs champ électrique et magnétique on établit que :

$$E_r = \frac{n_2 \cos\theta_i - n_1 \cos\theta_t}{n_1 \cos\theta_t + n_2 \cos\theta_i} E_i$$

$$E_t = \frac{2 n_1 \cos\theta_i}{n_1 \cos\theta_t + n_2 \cos\theta_i} E_i$$

En utilisant la loi de *Snell-Descartes* nous avons :

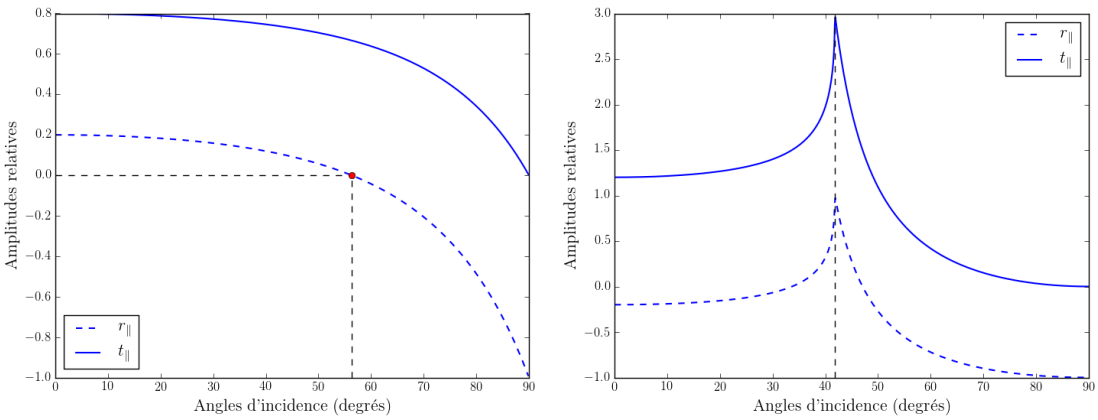
$$E_r = \frac{\tan(\theta_i - \theta_t)}{\tan(\theta_i + \theta_t)} E_i$$

$$E_t = \frac{2 \cos\theta_i \sin\theta_t}{\sin(\theta_i + \theta_t)\cos(\theta_i - \theta_t)} E_i$$

les relations 4.8 et 4.9 s'écrivent :

$$r_\parallel = \frac{n_1 \cos\theta_t - n_2 \cos\theta_i}{n_1 \cos\theta_t + n_2 \cos\theta_i} = \frac{\tan(\theta_i - \theta_t)}{\tan(\theta_i + \theta_t)} \tag{4.10}$$

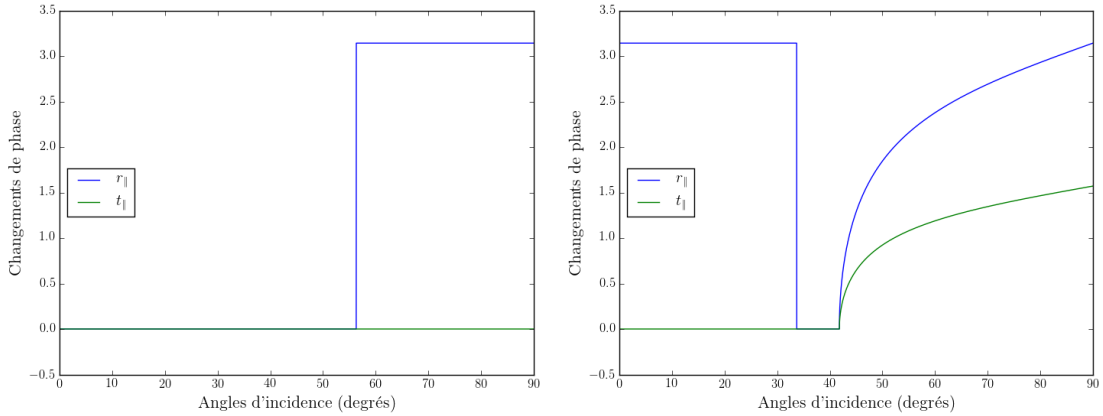
$$t_\parallel = \frac{2 n_1 \cos\theta_i}{n_1 \cos\theta_t + n_2 \cos\theta_i} = \frac{2 \cos\theta_i \sin\theta_t}{\sin(\theta_i + \theta_t)\cos(\theta_i - \theta_t)} \tag{4.11}$$



(a) Air/Verre

(b) Verre/Air

FIGURE 4.7 – Coefficients de réflexion et transmission. ($n_1 = 1$, $n_2 = 1.5$)



(a) Air/Verre (b) Verre/Air

FIGURE 4.8 – Déphasages de réflexion et transmission, composante parallèle. ($n_1 = 1$, $n_2 = 1.5$)

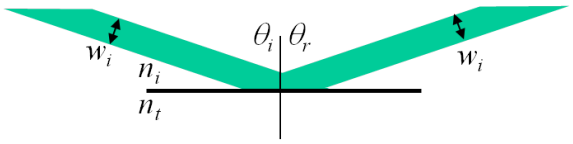
Pour la polarisation parallèle (TM), nous avons les situations remarquables suivantes :
Un cas particulier se présente dans l'équation 4.10, quand $\theta_i + \theta_r = \dfrac{\pi}{2}$. Le coefficient de réflexion tend vers zéro et l'angle d'incidence pour lequel cela se produit est l'angle de *Brewster*. À l'angle de *Brewster*, la composante électrique parallèle de la lumière s'annule. En utilisant la loi de *Snell-Descartes* on établit que $\tan\theta_B = \frac{n_2}{n_1}$

- Réflexion sur un milieu optiquement plus « dense » ($n_2 > n_1$)
  - $r_\parallel$ est positif pour $\theta < \theta_B$, la phase de l'onde réfléchie ne change pas.
  - $r_\parallel$ est négatif pour $\theta > \theta_B$, la phase de l'onde réfléchie change de π.
  - Pour $\theta = \theta_B$, nous avons $r_\parallel = 0$, une onde initialement non polarisée le devient par réflexion, car seule la composante perpendiculaire au plan d'incidence est réfléchie.
- Réflexion sur un milieu optiquement moins « dense » ($n_1 > n_2$)
  - $r_\parallel$ est positif pour $\theta < \theta_B$, la phase de l'onde réfléchie ne change pas.
  - $r_\parallel$ est négatif pour $\theta > \theta_B$, la phase de l'onde réfléchie change de π.

4.3 Réflectance et Transmitance

La réflectance ($R_\perp$) et la transmitance ($T_\perp$) sont définies comme les quantités d'énergie réfléchies et transmises à l'interface en fonction de la quantité d'énergie incidente.

4.3.1 Réflectance



L'indice est le même pour le flux incident et le flux réfléchi, l'angle d'incidence et de réflexion sont identiques. L'ellipse de contact pour un faisceau incident cylindrique est invariante.

Nous avons :

$$R_{\perp,\parallel} = \frac{E_r^2}{E_i^2} = r_{\perp,\parallel}^2 \tag{4.12}$$

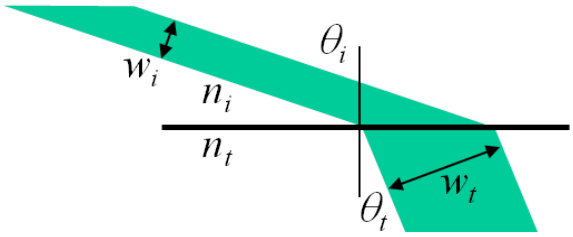
En utilisant les relations 4.6 et 4.10 respectivement $R_\perp$ et $R_\parallel$ s'écrivent :

$$R_\perp = \left(\frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_t + \theta_i)}\right)^2 \tag{4.13}$$

$$R_\parallel = \left(\frac{\tan(\theta_i - \theta_t)}{\tan(\theta_i + \theta_t)}\right)^2 \tag{4.14}$$

4.3.2 Transmitance

Les indices pour le flux incident et le flux réfléchi, les angles d'incidence et de transmission, ainsi que les ellipses de contact pour un faisceau incident cylindrique sont différents.



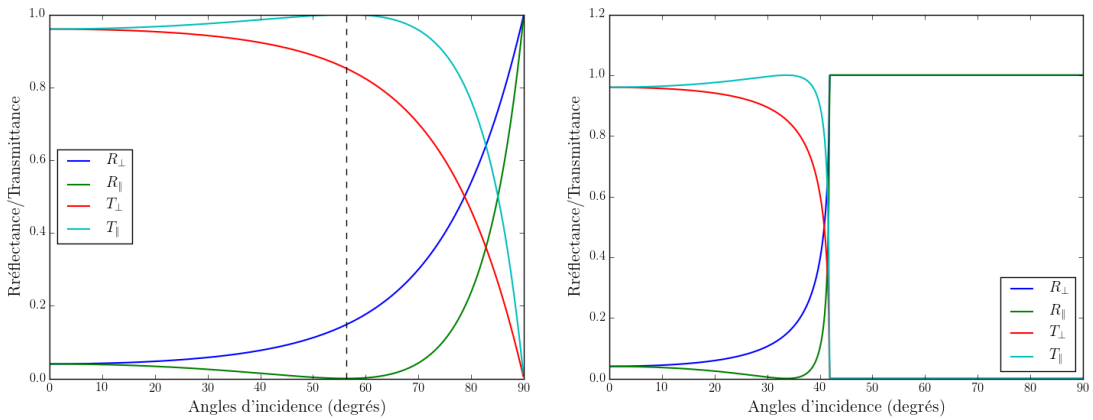
$$T_{\perp,\parallel} = \frac{n_2 \cos\theta_t}{n_1 \cos\theta_i} \frac{E_t^2}{E_i^2} = \frac{n_2 \cos\theta_t}{n_1 \cos\theta_i} t_{\perp,\parallel}^2$$

En utilisant les relations 4.7 et 4.11 respectivement $T_\perp$ et $T_\parallel$, dans le cas d'une interface air-diélectrique pour laquelle $n_1 = 1$ et $n_2 = n$, nous obtenons :

$$T_\perp = \frac{\sin 2\theta_i \sin 2\theta_t}{\sin^2(\theta_i + \theta_t)} \tag{4.15}$$

$$T_\parallel = \frac{\sin 2\theta_i \sin 2\theta_t}{\sin^2(\theta_i + \theta_t)\cos^2(\theta_i - \theta_t)} \tag{4.16}$$

La figure suivante 4.9 illustre la réflectance et la transmitance respectivement pour une interface air-diélectrique et diélectrique-air.



(a) Air/Verre

(b) Verre/Air

FIGURE 4.9 – Réflectance et Transmitance : $n_1 = 1.5$, $n_2 = 1$.

4.4 Matrices de *Mueller* pour la réflexion et la transmission

L'écriture des phénomènes de réflexion et de transmission dans le formalisme de *Stokes-Mueller* est adaptée. Dans cette section nous précisons les formes des matrices de *Mueller* pour la réflexion et la transmission à une interface air-diélectrique qui sont fondamentales dans notre propos.
Le faisceau incident se propage dans l'air nous avons $n_1 = 1$ et dans la suite l'indice de réfraction du milieu considéré sera noté simplement n.

4.4.1 Matrices de *Mueller* pour la réflexion

En se basant sur la notation complexe du vecteur de *Stokes* définie en 3.14. Le vecteur S de *Stokes* du faisceau incident dans le milieu, avec un angle d'incidence θ_i par rapport à la normale s'écrit :

$$S_0 = (E_\perp E_\perp^* + E_\parallel E_\parallel^*)\cos\theta_i \tag{4.17a}$$

$$S_1 = (E_\perp E_\perp^* - E_\parallel E_\parallel^*)\cos\theta_i \tag{4.17b}$$

$$S_2 = (E_\perp E_\parallel^* + E_\parallel E_\perp^*)\cos\theta_i \tag{4.17c}$$

$$S_3 = i(E_\perp E_\parallel^* - E_\parallel E_\perp^*)\cos\theta_i \tag{4.17d}$$

Où $E_\perp$ et $E_\parallel$ sont respectivement les composantes orthogonale et perpendiculaire du flux dans le plan d'incidence, le symbole * représente la quantité complexe conjuguée. Avec les mêmes notation le vecteur de *Stokes* du faisceau réfléchi s'écrit :

$$S_{0R} = \cos\theta_i(R_\perp R_\perp^* + R_\parallel R_\parallel^*) \tag{4.18a}$$

$$S_{1R} = \cos\theta_i(R_\perp R_\perp^* - R_\parallel R_\parallel^*) \tag{4.18b}$$

$$S_{2R} = \cos\theta_i(R_\perp R_\parallel^* + R_\parallel R_\perp^*) \tag{4.18c}$$

$$S_{3R} = i\cos\theta_i(R_\perp R_\parallel^* - R_\parallel R_\perp^*) \tag{4.18d}$$

$$S_R = R \cdot S$$

La matrice de *Mueller* pour la réflexion s'écrit [Collett, 1993] :

$$R = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} R_\perp + R_\parallel & R_\perp - R_\parallel & 0 & 0 \\ R_\perp - R_\parallel & R_\perp + R_\parallel & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\sqrt{R_\perp R_\parallel} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\sqrt{R_\perp R_\parallel} \end{bmatrix} \tag{4.19}$$

En utilisant les expressions de $R_\perp$ et $R_\parallel$ des équations 4.13 et 4.14, la matrice de *Mueller* 4.19 de réflexion est :

$$R = \frac{1}{2}\left(\frac{\tan\theta_-}{\sin\theta_+}\right)^2 \begin{bmatrix} \cos^2\theta_- + \cos^2\theta_+ & \cos^2\theta_- - \cos^2\theta_+ & 0 & 0 \\ \cos^2\theta_- - \cos^2\theta_+ & \cos^2\theta_- + \cos^2\theta_+ & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2\cos\theta_+\cos\theta_- & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2\cos\theta_+\cos\theta_- \end{bmatrix}$$

avec $\theta_\pm = \theta_i \pm \theta_t$
La figure 4.10, illustre les évolutions de chacune des composantes de la matrice de *Mueller* de réflexion, en fonction de l'angle d'incidence.

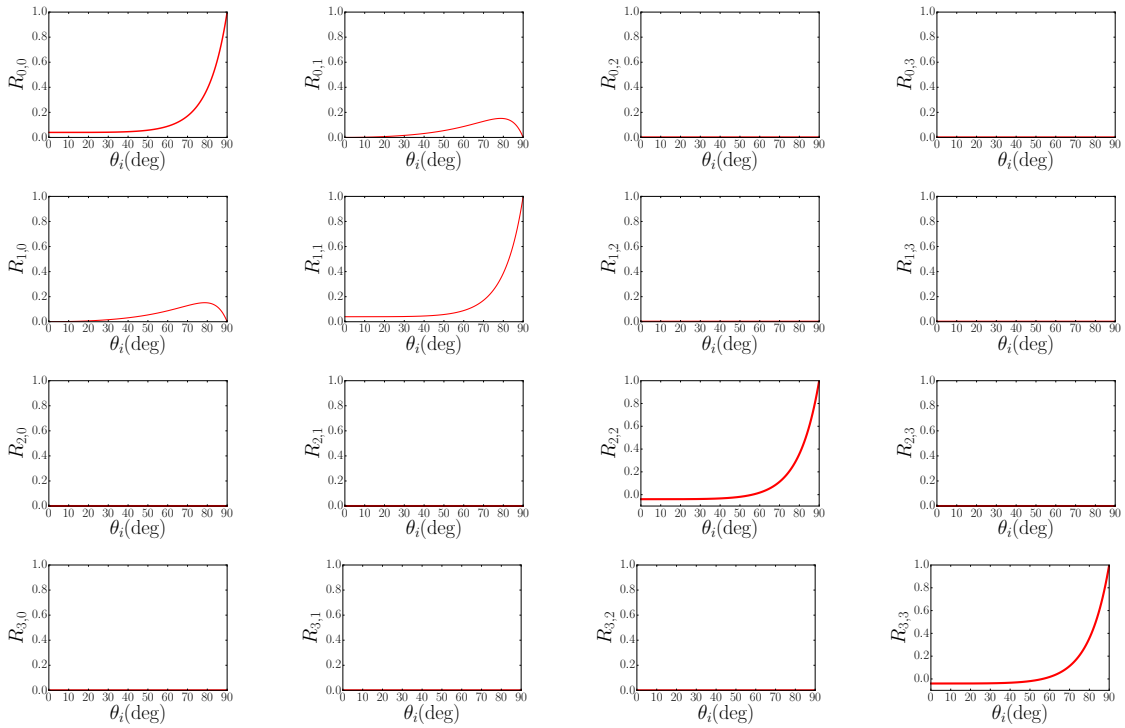


FIGURE 4.10 – Éléments de la matrice de *Mueller* pour la réflexion

Degré de polarisation

Si on considère un faisceau incident non polarisé de vecteur de *Stokes* $S = [1,0,0,0]^t$ le vecteur réfléchi S_R est :

$$S_R = \frac{1}{2}\left(\frac{\tan\theta_-}{\sin\theta_+}\right)^2 \begin{bmatrix} \cos^2\theta_- + \cos^2\theta_+ \\ \cos^2\theta_- - \cos^2\theta_+ \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

et le degré de polarisation est : $DoP = \left|\frac{\cos^2\theta_- - \cos^2\theta_+}{\cos^2\theta_- + \cos^2\theta_+}\right|$

Pour $\theta_+ = 0$, c'est-à-dire $\theta_i + \theta_t = \frac{\pi}{2}$, ce qui est la condition de l'angle de *Brewster*, le degré de polarisation est égal à 1 et dans cette situation :

$$S_R = \frac{1}{2}\cos^2 2\theta_B \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Le faisceau réfléchi est totalement polarisé horizontalement (PLH).
La figure 4.11 illustre l'évolution du degré de polarisation en fonction de l'angle d'incidence.

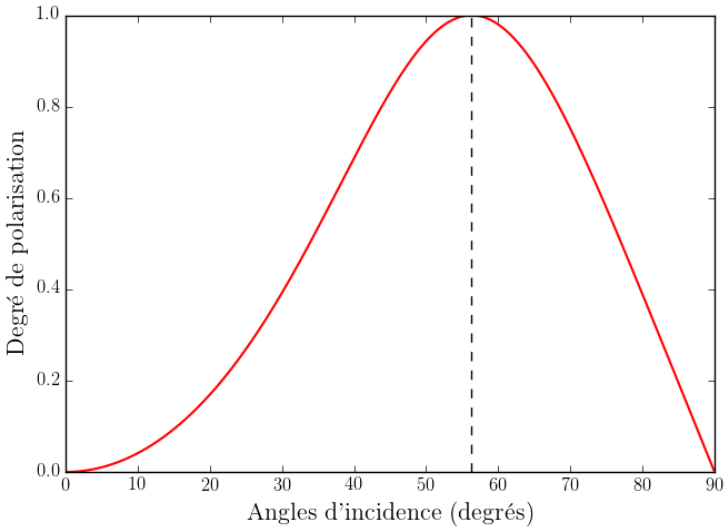


FIGURE 4.11 – Degrés de polarisation pour une interface air/verre $n = 1.5$. Le maximum se déplace vers les grands angles lorsque n augmente.

4.4.2 Matrices de *Mueller* pour la transmission

En prenant en compte, que le faisceau est transmis dans un milieu d'indice n et que les angles d'incidence et de transmission sont différents, le vecteur de *Stokes* s'écrit après la transmission :

$$S_{0T} = n\cos\theta_r(T_\perp T_\perp^* + T_\parallel T_\parallel^*) \tag{4.20a}$$
$$S_{1T} = n\cos\theta_r(T_\perp T_\perp^* - T_\parallel T_\parallel^*) \tag{4.20b}$$
$$S_{2T} = n\cos\theta_r(T_\perp T_\parallel^* + T_\parallel T_\perp^*) \tag{4.20c}$$
$$S_{3T} = in\cos\theta_r(T_\perp T_\parallel^* - T_\parallel T_\perp^*) \tag{4.20d}$$

$$S_T = T \cdot S$$

La matrice de *Mueller* pour la transmission est [Collett, 1993] :

$$T = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} T_\perp + T_\parallel & T_\perp - T_\parallel & 0 & 0 \\ T_\perp - T_\parallel & T_\perp + T_\parallel & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\sqrt{T_\perp T_\parallel} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\sqrt{T_\perp T_\parallel} \end{bmatrix} \tag{4.21}$$

En utilisant les expressions de $T_\perp$ et $T_\parallel$ des équations 4.15 et 4.16, la matrice de *Mueller* 4.21 de transmission est :

$$T = \frac{\sin 2\theta_i \sin 2\theta_t}{2(\sin\theta_+ \cos\theta_-)^2}\begin{bmatrix} \cos^2\theta_- + 1 & \cos^2\theta_- - 1 & 0 & 0 \\ \cos^2\theta_- - 1 & \cos^2\theta_- + 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\cos\theta_- & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\cos\theta_- \end{bmatrix}$$

avec $\theta_\pm = \theta_i \pm \theta_t$
La figure 4.12 illustre les évolutions de chacune des composantes de la matrice de *Mueller* de transmission, en fonction de l'angle d'incidence.

Degré de polarisation

Si on considère un faisceau incident non polarisé de vecteur de *Stokes* $S = [1,0,0,0]^t$ le vecteur transmis T_R est :

$$T_R = \frac{\sin 2\theta_i \sin 2\theta_t}{2(\sin\theta_+ \cos\theta_-)^2}\begin{bmatrix} \cos^2\theta_- + 1 \\ \cos^2\theta_- - 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

et le degré de polarisation est : $DoP = \left|\frac{\cos^2\theta_- - 1}{\cos^2\theta_- + 1}\right|$
La figure 4.13 illustre l'évolution du degré de polarisation en fonction de l'angle d'incidence.

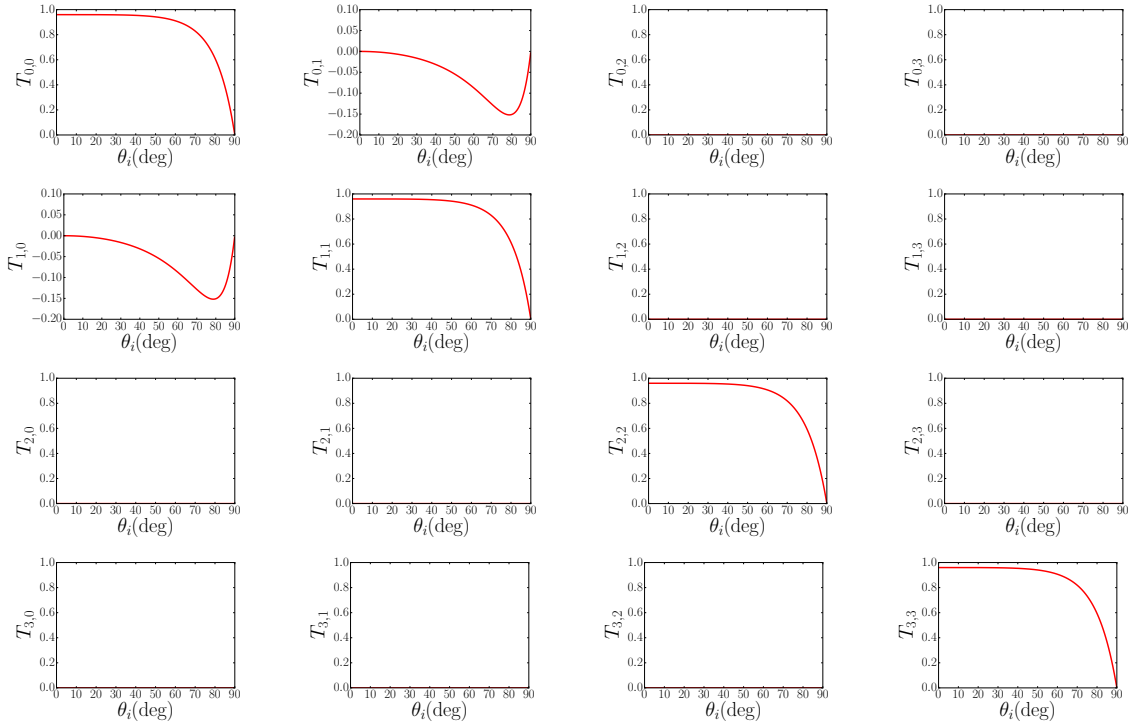


FIGURE 4.12 – Éléments de la matrice de *Mueller* pour la transmission

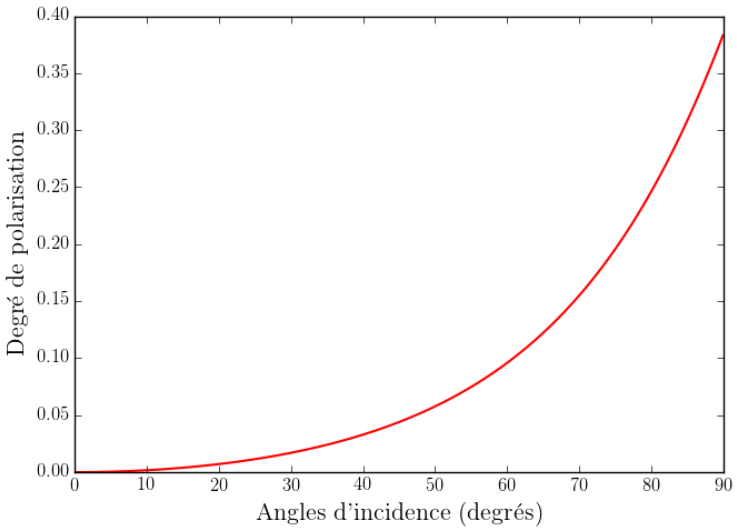


FIGURE 4.13 – Degrés de polarisation pour une interface air/verre $n = 1.5$

4.5 Interface métallique

En utilisant les relations définies en 4.8 et 4.4, les coefficients de réflexions dans le cas des métaux et des semi-conducteurs s'écrivent en utilisant la notation complexe :

$$r_{\parallel} = \frac{R_{\parallel}}{E_{\parallel}} = \rho_{\parallel} e^{i\varphi_{\parallel}}$$
$$r_{\perp} = \frac{R_{\perp}}{E_{\perp}} = \rho_{\perp} e^{i\varphi_{\perp}}$$

Où, $\rho_{\parallel}$ et $\rho_{\perp}$ sont les valeurs absolues des coefficients de réflexion, définis en 4.10 et 4.6. $\varphi_{\parallel}$ et $\varphi_{\perp}$ sont les phases.
La matrice de *Mueller* pour la réflexion métallique s'écrit [Collett, 1993] :

$$M = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} \rho_{\perp}^2 + \rho_{\parallel}^2 & \rho_{\perp}^2 - \rho_{\parallel}^2 & 0 & 0 \\ \rho_{\perp}^2 - \rho_{\parallel}^2 & \rho_{\perp}^2 + \rho_{\parallel}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\rho_{\perp}\rho_{\parallel}\cos\varphi & -2\rho_{\perp}\rho_{\parallel}\sin\varphi \\ 0 & 0 & 2\rho_{\perp}\rho_{\parallel}\sin\varphi & 2\rho_{\perp}\rho_{\parallel}\cos\varphi \end{bmatrix}$$

avec $\varphi = \varphi_{\perp} - \varphi_{\parallel}$

5 Rendus

5.1 Équation intégrale du transport lumineux

L'équation du rendu, proposée par [Kajiya, 1986], formule que la luminance énergétique L_o quittant un point quelconque x sur une surface dans une direction $\vec{\omega}$, est la somme de la luminance énergétique L_e émise par la surface elle-même dans la même direction et de la luminance énergétique réfléchie L_r. La dépendance à la longueur d'onde est implicite.

$$L_o(x,\vec{\omega}) = L_e(x,\vec{\omega}) + L_r(x,\vec{\omega})$$

En reprenant la définition de la BRDF définie en 4.1, nous avons :

$$\mathrm{d}L_r(x \to \vec{\omega}) = f_r(x,\vec{\omega}_i \to \vec{\omega}) \cdot L(x \leftarrow \vec{\omega}_i) \cos\theta_i \, \mathrm{d}\omega_i$$

soit :

$$L_r(x \to \vec{\omega}) = \int_\Omega f_r(x,\vec{\omega}_i \to \vec{\omega}) \cdot L(x \leftarrow \vec{\omega}_i) \cos\theta_i \, \mathrm{d}\omega_i$$

Cette équation, dans le cas général, n'admet pas de solution analytique et plusieurs méthodes de résolutions numériques ont été développées.

5.2 Algorithmes de Résolution de l'équation du rendu

Les méthodes numériques « exactes » de résolution sont basées sur la technique stochastique de *Monte-Carlo*. Une référence sur les techniques de résolutions de l'équation du rendu est donnée dans : [Pharr and Humphreys, 2010].

5.2.1 Path Tracing

Une méthode efficace de résolution de l'équation du rendu est la technique dite du *Path Tracing*, qui a été initialement proposée par *Kajiya*. De nombreux travaux ont été réalisés depuis pour améliorer la proposition originelle et aujourd'hui les moteurs de rendu basés sur le *Path Tracing* sont totalement aboutis.
En quelques mots, cette méthode consiste à « suivre » les trajets de rayons dans une scène, en partant de la position d'observation (la caméra), dans des directions aléatoires suivant

un échantillonnage spécifique, géré par la théorie de *Monte-Carlo*. À chaque contact entre un rayon et un matériau, une contribution déterminée par la BSDF de celui-ci est cumulée au chemin du rayon. La BSDF est évaluée et la direction de propagation du rayon se fait encore en suivant une technique stochastique liée à *Monte-Carlo*. Sur un plan informatique un moteur de rendu basé sur cette méthode peut être récursif ou itératif et dans les deux cas une condition de fin est définie. Cette condition peut être : un contact avec une source lumineuse, une contribution inférieure à un seuil, un nombre de rebonds maximum atteint, une technique dite de la *Roulette Russe* caractéristique de *Monte-Carlo*.
L'efficacité du *Path Tracing* est très dépendante de la stratégie retenue pour la méthode stochastique, que l'on identifie dans la littérature comme les méthodes d'échantillonnage. Dans tous les cas, la méthode de *Monte-Carlo* converge vers la solution. De par sa nature probabiliste, la qualité numérique du résultat dépend de l'échantillonnage, en clair et au premier ordre, plus on lance de rayons suivant une stratégie prédéterminée, meilleur sera le résultat. L'écart est quantifié par la variance probabiliste. Les images générées ainsi souffrent de « bruit » lié à la variance et le bruit diminue de façon inversement proportionnelle à la racine carrée de l'échantillonnage [1]. Les temps d'exécution des algorithmes basés sur une telle méthode sont donc relativement longs. L'algorithme du *Path Tracing* se prête parfaitement aux techniques de parallélisation et grâce aux performances actuelles des ordinateurs (multi cœur, GPU...), des temps de calcul très raisonnables sont possibles. Il reste à souligner que certaines répartitions lumineuses sont difficiles à simuler avec l'algorithme du *Path Tracing*. [Lafortune and Willems, 1993] ont proposé une solution d'amélioration en combinant les trajets des rayons de la caméra vers les sources lumineuses et des sources lumineuses vers la caméra. Cet algorithme est connu comme : *Bidirectional Path Tracing*. [Veach and Guibas, 1997] ont proposé une stratégie de mutation des différents rayons : *Metropolis Light Transport*, qui améliore encore les performances. Par contre, ces évolutions compliquent grandement l'algorithme initial, leur exposé même simplifié, est hors du cadre de ce document.

5.2.2 Autres méthodes

De nombreuses autres techniques, essentiellement d'optimisation ou pour traiter des cas spécifiques, ont été proposées par la communauté de l'informatique graphique. Leur présentation exhaustive n'est pas dans le cadre de ce document et nous pensons qu'il est inutile d'entrer dans les détails. Cependant, une autre méthode, populaire, est la méthode du : *Photon Mapping*, introduite par [Jensen, 1996], [Jensen, 2001]. Elle se décompose en deux étapes distinctes et successives. La première étape consiste à « émettre des photons » depuis chaque source lumineuse de la scène, jusqu'à disparition (le photon sort de la scène) ou est absorbé par une surface. À chaque fois qu'un photon interagit avec une surface diffusante, il est stocké dans une structure particulière appelée carte de photons *Photon Map*. Éventuellement, un nouveau photon est alors ré-émis suivant la BSDF au point considéré. La seconde étape consiste à rendre la scène de façon classique à l'aide d'un tracé de rayons *Ray Tracer* récursif (réflexions et réfractions spéculaires) et distribué (ombres douces, profondeur de champ ...). A chaque intersection entre un rayon primaire (directement issu de l'observateur) ou un rayon secondaire (issu d'une ou de plusieurs réflexions ou réfractions régulières) et une surface diffuse de la scène, un éclairage est calculé. L'éclairage d'un point de la scène se divise en deux contributions : l'éclairement direct (la lumière provenant directement des sources

1. Pour diminuer le bruit par 10, il faut multiplier l'échantillonnage par 100

lumineuses) et l'illumination indirecte (la lumière reçue après au moins une réflexion diffuse). L'illumination indirecte est calculée en estimant la densité de photons dans la *Photon Map* au point considéré.

Depuis la proposition initiale de *Jensen*, plusieurs évolutions ont été faites et nous pouvons citer, sans exhaustivité : *Progressive Photon Mapping* [Hachisuka et al., 2008], *Stochastic Progressive Photon Mapping* [Hachisuka et al., 2008], [Hachisuka and Jensen, 2009]. Il faut noter que, la méthode *Photon Mapping*, ainsi que ses évolutions, sont particulièrement efficaces et permettent de traiter des situations très difficiles à simuler avec les algorithmes traditionnels de *Path Tracing*, par contre elles sont considérées comme des solutions biaisées.

5.3 Rendu spectral

Avant de préciser les modifications nécessaires à apporter dans moteur de rendu traditionnel pour intégrer la polarisation de la lumière, dans cette section, nous présentons succinctement les caractéristiques générales d'un moteur de rendu spectral, ainsi que les particularités de celui que nous avons développé.

Afin de ne pas trop alourdir la présente section, nous faisons l'hypothèse que l'architecture informatique générale d'un moteur de rendu conventionnel est familière aux lecteurs de ce document.

Pour un moteur de rendu conventionnel, pendant le suivi du parcours d'un rayon dans une scène, à chaque interaction une information de « couleur » est cumulée et enregistrée au final dans un fichier. La mise entre guillemets du mot couleur n'est pas anodine. L'ensemble des calculs doit se faire dans l'espace colorimétrique XYZ (cf. section 2.2.4.1) et le résultat final enregistré dans un fichier image affichable sera dépendant : du choix de l'illuminant, de l'observateur et du dispositif de restitution. Ce qui est réellement une faiblesse et bien souvent une limitation de la méthode dans notre contexte général d'imagerie physico-réaliste.

Dans le cas d'un moteur de rendu spectral, chaque rayon est indexé par une longueur d'onde. L'information cumulée, pendant le parcours dans la scène, est une quantité scalaire dépendante de la longueur d'onde en cours de traitement. L'intérêt d'une telle solution se trouve ici, car tous les phénomènes optiques liés à la longueur d'onde peuvent être traités individuellement. Au final, dans ce cas, les informations par luminance énergétique spectrale sont enregistrées et la procédure est répétée autant de fois qu'il y a de longueurs d'onde. Dans le cas d'un calcul avec plusieurs longueurs d'onde, le moteur de rendu génère une image « multi-spectrale » considérée comme une image à plusieurs canaux. En imagerie de synthèse, il n'existe pas de format spécifique, permettant l'enregistrement d'images multi-spectrales. Elle doivent être considérées comme des assemblages d'images séparées, chacune représentant une image d'intensité pour une longueur donnée (voir figures 5.1). Individuellement, elles peuvent être écrites dans un format classique haute dynamique (voir section : 9.2.3). La construction de l'image exploitable finale, en mode haute dynamique, (avant post-traitement par un « Tone Mapper »), se fait suivant la méthode définie en : 2.2.4.1. Dans un tel moteur de rendu, il est donc possible de travailler, non seulement dans le spectre visible, mais également dans l' infrarouge et/ou l'ultraviolet. La principale restriction est évidemment le nombre de longueur d'onde traité, les temps de calculs y sont proportionnels.

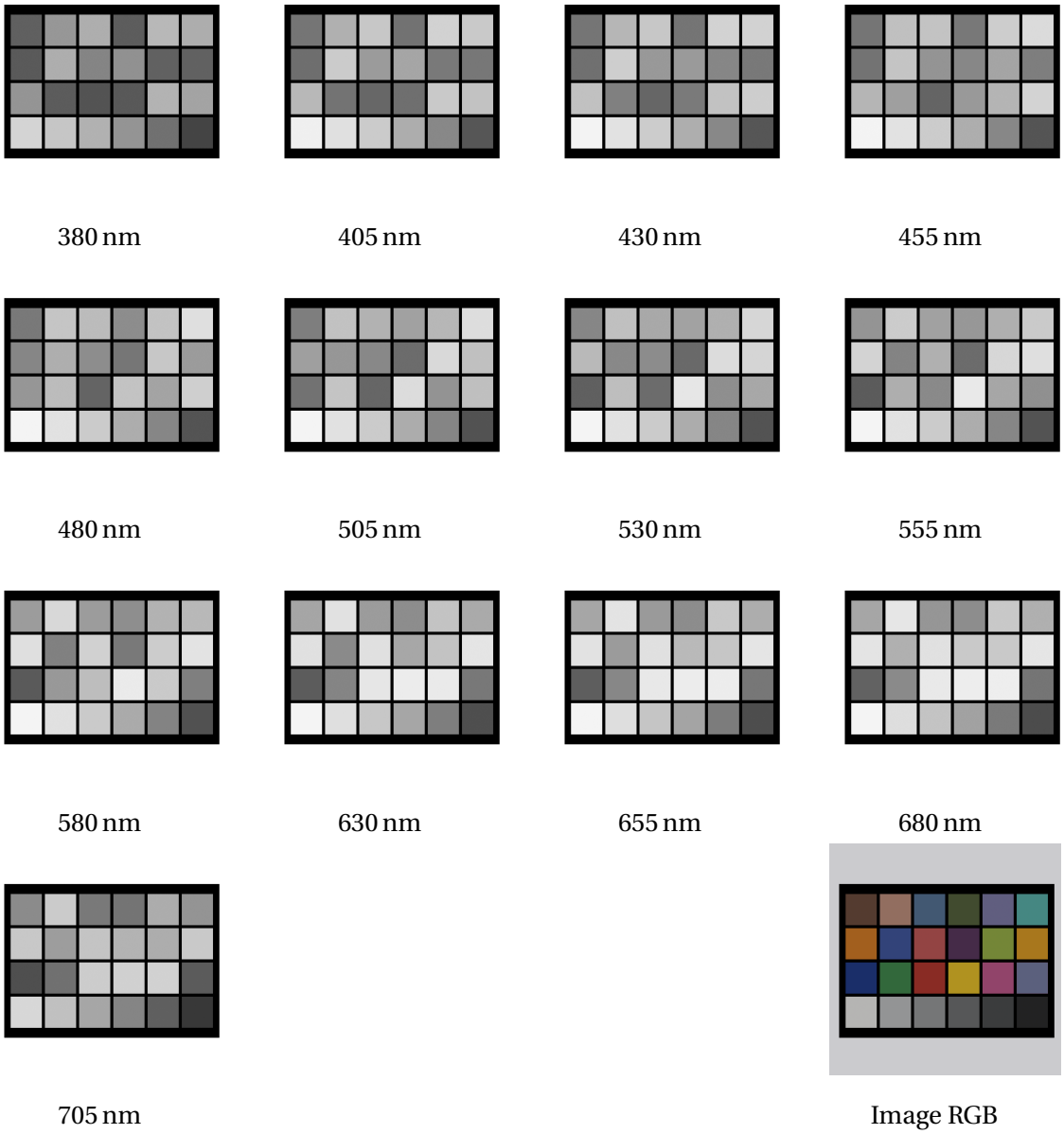


FIGURE 5.1 – Éléments constitutifs de l'image multi-spectrale

Les principales questions pour un moteur de rendu spectral sont : quel intervalle, combien de longueurs d'onde, quelle répartition uniforme ou non, quelle largeur de bande. . . ? Pour répondre à ces questions de nombreuses études ont été réalisées afin d'identifier le meilleur rapport « qualité » temps d'exécution. Nous pouvons citer, pour le lecteur intéressé, les travaux de : [Sun, 2000], [Rougeron and Péroche, 1997], [Evans and McCool, 1999]. Essentiellement, ces travaux traitent de répartitions spectrales complexes, éventuellement discontinues. Dans note propos, les sources lumineuses sont le Soleil et la lumière diffusée dans le ciel. Les répartitions spectrales sont continues et relativement lisses. Nous estimons dans ce cas, que les travaux cités précédemment, n'apportent pas d'améliorations suffisamment sensibles en regard de leur complexité de mise en œuvre. Dans ce contexte, nous avons retenu l'approche

la plus simple de considérer une répartition uniforme de bande de longueurs d'onde dans un intervalle déterminé, ainsi par exemple, dans un intervalle de : $[\lambda_{min}, \lambda_{max}]$, nous considérons n bandes spectrales de largeur : $\dfrac{\lambda_{max} - \lambda_{min}}{n}$

Dans le moteur de rendu spectral que nous avons développé, les choix de l'intervalle et du nombre de longueurs d'onde sont des paramètres fournis dans un fichier de configuration, pour chaque source lumineuse ou BSDF de matériau [2]. La répartition est uniforme cette approche dynamique autorise, le traitement de spectres comportant des raies, en augmentant la discrétisation dans l'intervalle. Par contre, nous sommes conscients, que pour des spectres très irréguliers, cette solution entrainera des temps de calcul beaucoup plus longs.

Un dernier point important à signaler, quant aux moteurs de rendu en mode spectral, est que pour être efficace l'ensemble des calculs doit se faire dans ce même mode. Cependant, les informations spectrales des sources lumineuses ne sont pas toujours disponibles, ce qui est le cas pour les images à hautes dynamiques, traditionnelles, utilisées comme environnement lumineux. Nous présenterons dans la section 9.2, les méthodes utilisées en imagerie de synthèse, pour « recréer » un spectre à partir d'informations colorimétriques. Évidemment il s'agit de solutions de repli qui entrainent des problèmes de métamérisme (voir section : 2.2.5).

5.4 Rendu spectral polarisé

La polarisation de la lumière et ses effets induits, ont été généralement négligés en synthèse d'image. Les deux principales raisons, sont que le système visuel humain n'est pas sensible à la polarisation en elle même, (ce qui n'est pas toujours le cas dans le règne animal) et le sentiment que la polarisation de la lumière a une contribution du second ordre dans l'apparence d'une scène. Cependant, dans de nombreuses situations réelles, des effets importants liés à la polarisation existent. Tels que l'éclat des vitrages, les grandes surfaces d'eau, la décoloration des objets métalliques... Nous pouvons ajouter également que la prise en compte de la polarisation de la lumière dans un moteur de rendu, compliquait nettement celui-ci et que, historiquement d'autres difficultés devaient être traitées avant.

Dans cette section, nous présentons les modifications nécessaires à apporter à un moteur de rendu spectral, basé sur la méthode du *Path Tacing*, pour prendre en compte la polarisation de la lumière.

Par rapport à une solution traditionnelle, une formulation mathématique vectorielle, et non plus uniquement scalaire devient indispensable. A notre connaissance, très peu de travaux ont été menés dans ce sens et seulement quelques articles sont disponibles : [Wolff and Kurlander, 1990], [Freniere et al., 1999], [Wilkie and Weidlich, 2010]

Le tableau 5.1 résume les modifications essentielles apportées et nous les préciserons dans la suite de ce chapitre.

2. Contrairement à des codes comme *PBRT* ou *Mitsuba*, où l'intervalle et le nombre de longueurs d'onde sont fixés à la compilation, donc statiques.

	Path Tracing « Conventionnel » Scalaire	Path Tracing « Polarisé » Vectoriel
Rayons	Origine, Direction	Origine, Direction, Vecteur « Up »
BRDF	Scalaire	Matrice de *Mueller* 4×4
Sources de Lumière	Intensité scalaire	Vecteur de *Stokes* (4D)
Transport lumineux	Intensité scalaire	Vecteur de *Stokes* (4D)
Capteur	Intensité scalaire	Vecteur de *Stokes* (4D)

TABLE 5.1 – Principales modifications du *Path Tracer*

Repères

L'analyse du parcours des rayons dans une scène géométrique est la base algorithmique des moteurs de rendu. La scène en considération est composée d'objets possédant des positions et orientations précises et auxquels des propriétés de réponse à la lumière sont associées. Dans tous les moteurs de rendu en imagerie de synthèse, un repère fixe, nommé traditionnellement repère monde [3], est défini et dans lequel tous les autres repères intermédiaires sont exprimés (caméras, objets...). Par principe, les transformations et leurs inverses, des vecteurs du repère monde, vers les différents repères locaux sont nécessairement implémentées.
Dans le cas d'un moteur de rendu gérant la polarisation de la lumière, une précaution supplémentaire est nécessaire.
Les règles vectorielles de suivi des parcours des rayons sont conservées, mais à chaque rayon est associé un vecteur de *Stokes*, qui lui même, obéit à des règles particulières pour ses modifications. À chaque interaction quelle qu'elle soit, les vecteurs de *Stokes* sont modifiés par une multiplication par la matrice de *Mueller* associée à l'objet. Cette matrice est exprimée dans un repère lié à l'objet, il est donc nécessaire de :

1. Transformer le vecteur de *Stokes* incident dans ce repère.
2. Appliquer la transformation par la matrice de *Mueller*.
3. Re transformer le vecteur de *Stokes* dans son repère initial.

Comme il existe une infinité de repères en rotation par rapport à une direction de propagation, un vecteur « Up », caractéristique d'un moteur de rendu polarisé est ajouté dans la classe *Rayon*, ce qui assure un choix unique et cohérent tout au long des chemins suivis.
Le vecteur de *Stokes* de la lumière diffusée est obtenu par la relation

$$S_{out} = R(-\alpha)\, M\, R(\alpha)\, S_{in} \tag{5.1}$$

avec M la matrice de *Mueller* et R la matrice de rotation vue en 3.25

5.5 Images tests

Dans un moteur de rendu, les différences entre des images générées avec ou sans la prise en compte de la polarisation, sont réelles, mais parfois vraiment subtiles. Pour bien les mettre en évidence, nous avons réalisé deux simulations en nous positionnant dans un cas limite

3. Nous passons sous silence les différentes conventions *Yup* ou *Zup*, direct ou indirect

précis qui est l'angle de *Brewster* (voir section 4.3) Dans la scène illustrée par la figure 5.2, deux surfaces diélectriques sont positionnés dans l'espace à l'angle de *Brewster*. L'indice de réfraction des diélectriques est fixé à 1.33, ce qui correspond à un angle : $\theta_B = \tan^{-1} 1.33 \simeq 53.06°$

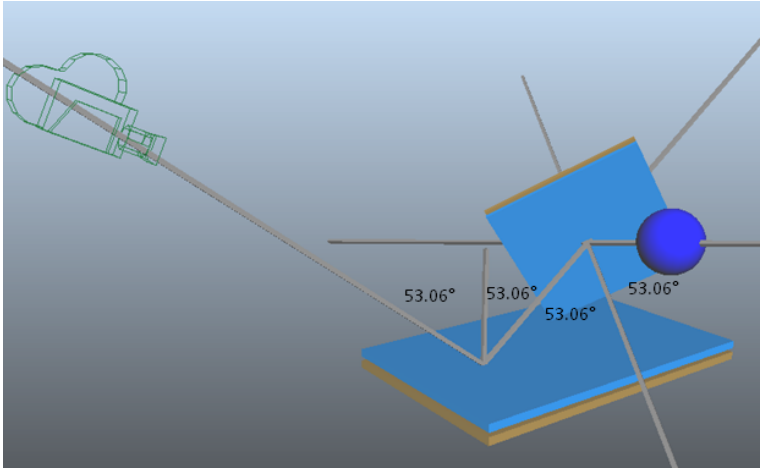


FIGURE 5.2 – Schéma de la scène pour les tests de réflexions à l'angle de *Brewster*

En considérant ou pas la polarisation de la lumière dans le rendu, nous avons deux situations :

1. Rendu sans polarisation.
   La sphère est reflétée deux fois par les diélectriques.

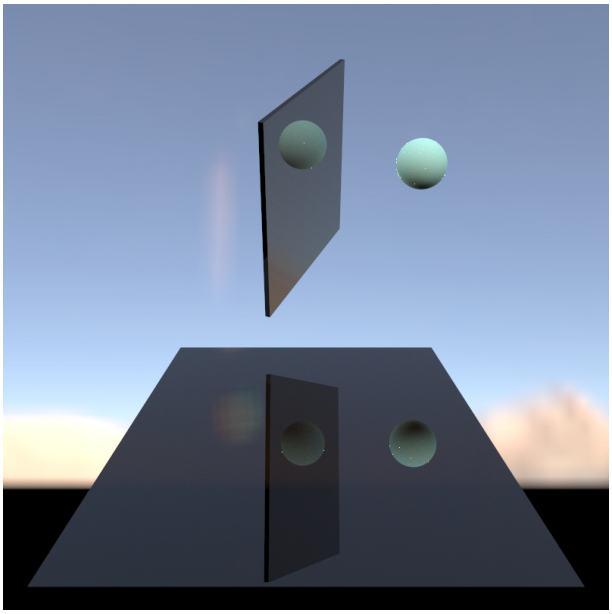


FIGURE 5.3 – Angle de *Brewster*. Image générée sans la polarisation.

2. Rendu avec polarisation.
   Lors de la première réflexion, la lumière est totalement polarisée perpendiculairement au plan d'incidence (la composante parallèle est nulle). Dans la géométrie de la scène retenue, cette lumière polarisée, arrive dans le plan d'incidence parallèle au deuxième diélectrique. La réflexion est filtrée, elle est nulle.

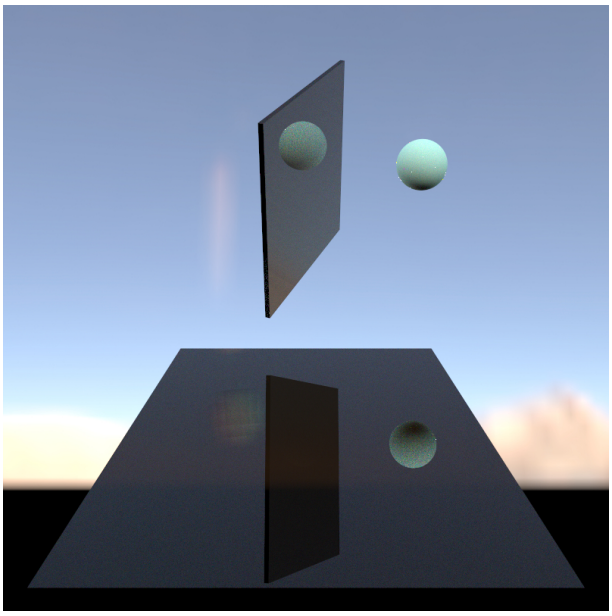


FIGURE 5.4 – Angle de *Brewster*. Image générée avec la polarisation.

Ce test, réalisé dans un cas extrême, montre la nécessite de prendre en compte les effets liés à la polarisation dans une simulation. Le résultat obtenu, sans prendre en compte la polarisation est faux !

Partie II

Environnements Lumineux Simulés

6 Contexte et Généralités

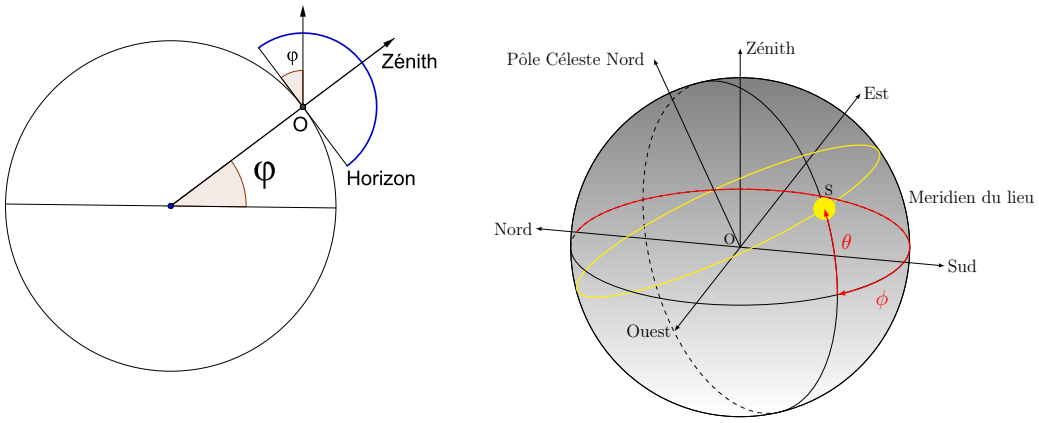
Les rayons lumineux issus du Soleil, sont soumis à de nombreuses modifications pendant leurs traversées de l'atmosphère. Au niveau du sol, en terme d'intensité, la lumière du ciel est d'importance secondaire par rapport à la lumière solaire directe. Par contre elle contient des informations qu'il est indispensable d'inclure dans des modèles d'éclairage afin de tenir compte de l'ensemble de ses contributions. D'autres phénomènes globaux, comme la circulation atmosphérique ou des phénomènes météorologiques locaux, peuvent modifier directement ou indirectement l'apparence du ciel : vent, présence et nature des nuages, pluie, brouillard, arc-en-ciel, etc. Les simulations de ces manifestations visuelles sont traitées spécifiquement en imagerie de synthèse et sont hors du cadre de ce travail. Dans l'ensemble de ce travail, la dépendance au temps sera ignorée, ce que nous justifions par le fait que nous nous intéressons au couple Soleil/atmosphère uniquement à un moment précis et observé en un lieu fixe. Nous limitons donc notre étude, aux outils de modélisation et de simulation d'un ciel « clair » et statique.

6.1 Positions du Soleil

L'acquisition et/ou la simulation de l'apparence du ciel sont dépendantes de la position de l'observateur et de la position apparente du soleil pour lui.

6.1.1 Hémisphère céleste locale

Un observateur positionné sur la Terre en une longitude et latitude terrestres déterminées, perçoit le ciel comme une demi sphère. L'observateur est au centre d'une demi sphère sur laquelle il voit les corps célestes : la demi sphère céleste locale. Il est naturel de considérer un repère particulier pointant vers le haut et dans le plan de l'horizon (figures 6.1b et 6.1a).



(a) Demi-sphère céleste locale

(b) Repère local

Dans ce système, à un instant et un lieu précis, il est possible de positionner un astre avec deux angles :

- L'angle azimutal ou azimut ϕ, mesuré dans le plan de l'horizon, de 0 à 360° à partir du Nord, positivement vers l'Est.
- L'angle zénithal formé par la direction du Soleil et la verticale du lieu considéré, mesuré de 0° à partir du zénith jusqu'à +90° l'horizon, θ, l'angle complémentaire est l'élévation du Soleil.

Il est évident que ces angles ne sont valables que pour l'observateur, puisque le repère lui est lié.

6.1.2 Calculs des positions du Soleil

D'une façon générale, le calcul de la position des astres est relativement délicat, principalement, à cause de la nécessité d'apporter des paramètres correcteurs obtenus par observation, pour renseigner les équations théoriques. Dans ce travail, nous utilisons le code *Solar Position Algorithm (SPA)* [Reda and Andreas, 2004] proposé par le *National Renewable Energy Laboratory* des USA.

Nous disposons des informations d'entrée suivantes : La position géographique de l'observateur, la longitude λ et la latitude φ. (La longitude est positive à l'est du méridien de *Greenwich* et la latitude est positive dans l'hémisphère nord), la date, l'heure, l'altitude du lieu et éventuellement la température. Le logiciel SPA permet de déterminer les angles définissant la

position du Soleil dans les repères : équatorial, écliptique (voir annexe C) et local. La nutation est prise en compte dans les calculs et les résultats sont fournis avec ou sans correction des phénomènes liés à l'observation terrestre, la réfraction atmosphérique et la parallaxe. Seules les informations exprimées dans le repère local sont d'intérêt pour nous.
Nous avons développé en nous basant sur *SPA* une interface graphique. La figure 6.2, illustre la trajectoire et la position du Soleil pour la journée du 25 aout 2015 à l' École des Mines de Paris (longitude = 2.339193°, latitude = 48.844952°). Dans cet exemple, la position du Soleil à 15H locale est : angle azimutal = 206.177° et élévation = 49.3635°.

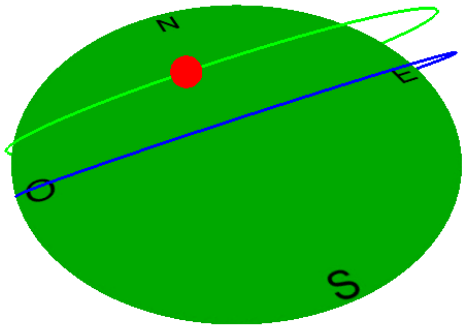


FIGURE 6.2 – Trajectoire et position du Soleil, 25 aout 2015 à 15h (École des Mines de Paris), la courbe bleue matérialise l'équateur céleste

6.2 Lumière solaire

Les ondes électromagnétiques émises par le Soleil proviennent d'une réaction thermonucléaire et couvrent une gamme de longueurs d'onde bien plus étendue que celle considérée pour la lumière. L'émission des ondes électromagnétiques par le Soleil au sommet de l'atmosphère est convenablement assimilable à celle d'un corps noir à une température voisine de : 5800 K. L'éclairement spectral du Soleil peut être définie par la loi de *Planck* (voir section 2.1.3), et illustrée par la figure 6.3

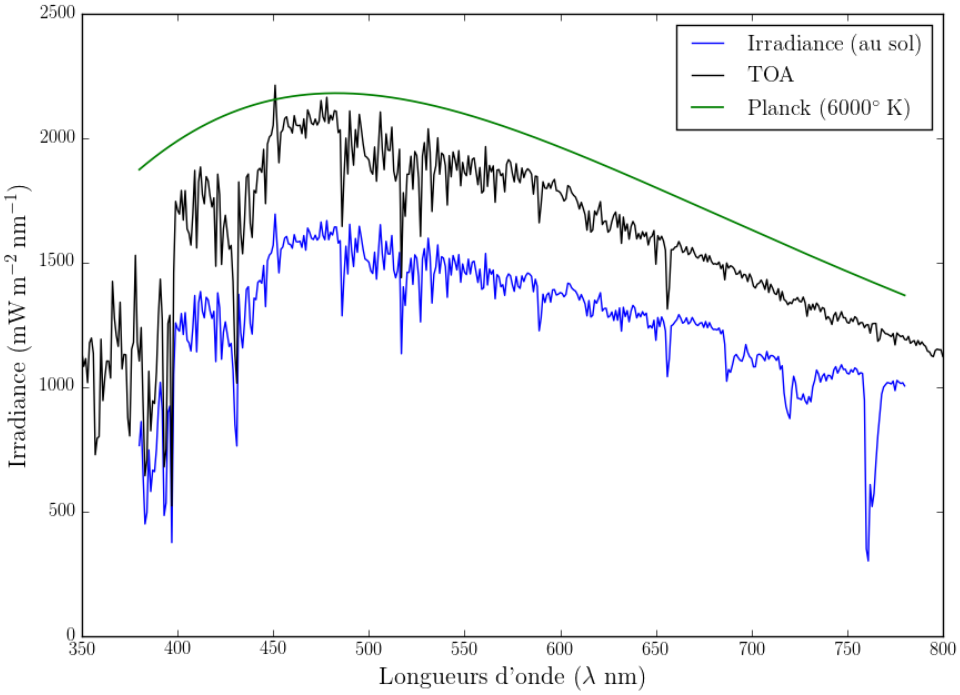


FIGURE 6.3 – Éclairements spectraux, calculés par le logiciel *Disort*, au sommet de l'atmosphère (TOA) et au sol, angle d'élévation 30°, pour un albedo du sol de 0.2

Environ 98% du rayonnement solaire incident au sommet de l'atmosphère est compris dans l'intervalle de longueur d'onde [0.3 µm, 4 µm] [Wald, 2007]. Le maximum d'émission est dans le vert (λ=504 nm), et le rayonnement se répartit à peu près pour moitié dans la lumière visible et dans l'infrarouge avec 1% d'ultraviolet.

De plus, il est intéressant de noter au regard des ces illustrations, le pic d'absorption caractéristique de la vapeur d'eau, dans la bande des 760 nm et qui est particulièrement remarquable dans la mesure (voir figure 6.4), effectuée par *Patrick Callet*

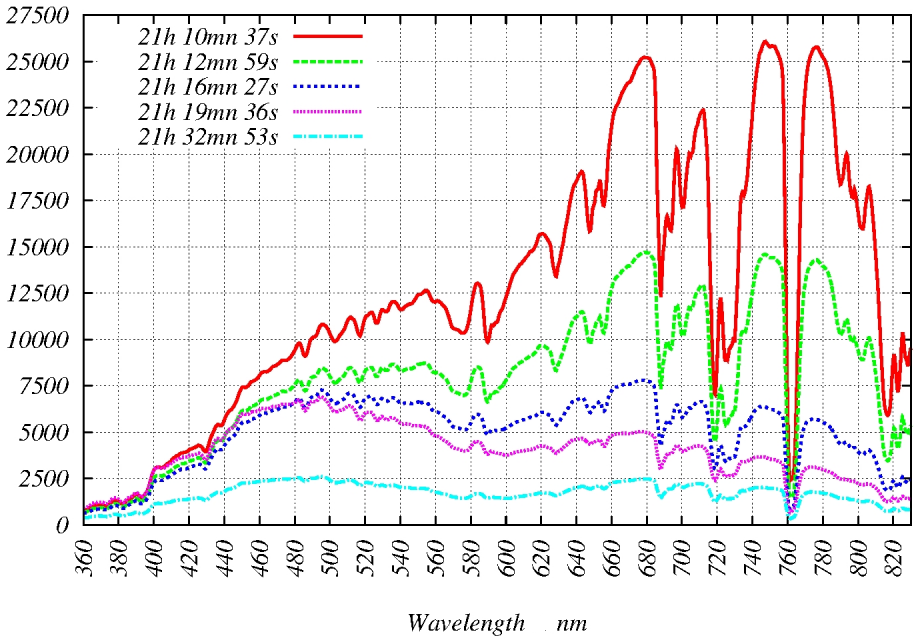


FIGURE 6.4 – Lumière ambiante, juste avant et après le coucher du Soleil, le 14 aout 2009 à la Pointe de Trévignon (Bretagne)

Ce pic d'absorption doit est pris en considération dans un échantillonnage du spectre de la lumière, dans un moteur de rendu. Cela implique de procéder avec un pas non-constant et re-serré aux voisinage de cette valeur. Comme nous le verrons dans la suite de ce document, notre système de capture spectral est limité, pour des raisons techniques, à l'intervalle de longueur d'onde [400 nm-700 nm], ce qui exclu cette bande de longueur d'onde. Nous sommes donc restés sur un échantillonnage à pas constant.

6.3 Atmosphère terrestre

Avant d'atteindre le sol, pendant son parcours le rayonnement solaire incident est fortement modifié dans l'atmosphère par des interactions de différents types : réflexion, diffraction, absorption, diffusion. L'atmosphère peut être considérée comme une série de couches concentriques maintenues par gravité autour du globe terrestre lui-même en rotation. Sa pression est directement proportionnelle à sa densité et inversement proportionnelle à sa température [Liou, 2002]. La composition globale de l'atmosphère, à l'exception de quelques constituants provenant d'activités humaines ou naturelles locales, est presque identique en tout point du globe. L'air est principalement composée en volume, d'azote (78%) et d'oxygène (21%). À ce mélange s'ajoute, la vapeur d'eau, en quantité très variable et très dépendante de la température. D'autres gaz sont présents mais en quantité moindre. La valeur de l'éclairement en un point du sol précis et à un instant donné, en dehors de toute considération locale, dépend à la fois de la position du Soleil et de l'état « optique » de l'atmosphère, conséquence de deux processus : l'absorption et la diffusion, exercées conjointement par les gaz et les aérosols. Les aérosols sont des particules solides ou liquides en suspension dans l'air, de dimensions comprises entre quelques µm et 100 µm. Ils sont d'origine naturelle (poussières désertiques, cendres volcaniques, embruns marins...) et humaine (fumées industrielles, particules issues de la combustion des combustibles fossiles, de feux agricoles...). Les deux phénomènes d'absorption et de diffusion se traduisent par une atténuation ou extinction du rayonnement. Ces effets sont dépendants des concentrations des molécules de gaz, aérosols et de leurs répartitions respectives.

6.4 Processus d'atténuation ou d'extinction

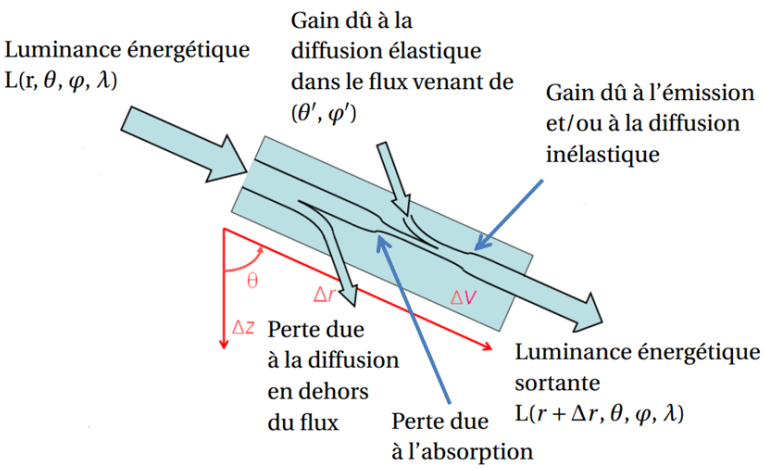


FIGURE 6.5 – Processus d'interactions subis par un rayon

Les processus d'atténuation et d'extinction sont des phénomènes physiques complexes, d'origines et de natures différentes. En considérant un faisceau traversant un milieu dans une direction déterminée par les angles (θ, ϕ) et d'une longueur d'onde λ, deux phénomènes généraux de perte et de gain d'énergie peuvent l'affecter pendant son parcours, lesquels sont résumés dans la figure 6.5.

Ces deux phénomènes, de perte et de gain d'énergie, sont caractérisés par six processus individuels nécessaires et suffisants, pour formuler l'équation de bilan énergétique au niveau phénoménologique. Équation que nous préciserons dans la section 6.6.

Ces processus se décomposent en :

1. Perte d'énergie du faisceau et conversion de l'énergie rayonnante en énergie non radiante (absorption).
2. Perte d'énergie du faisceau par sa diffusion élastique ou statique. Il n'y a pas de transfert d'énergie entre le rayonnement incident et le rayonnement diffusé, la fréquence de l'onde reste inchangée et la direction de propagation est modifiée.
3. Perte d'énergie du faisceau par sa diffusion inélastique ou dynamique. Il y a transfert d'énergie entre le rayonnement incident et le rayonnement diffusé, (éventuellement dans d'autres directions) avec changement de longueur d'onde.
4. Gain d'énergie par le faisceau par l'apport de la diffusion d'autres faisceaux venant de directions différentes, sans changement de longueur d'onde (diffusion élastique).
5. Gain d'énergie par le faisceau par l'apport de la diffusion d'autres faisceaux (éventuellement d'autres directions) avec un changement de longueur d'onde (diffusion inélastique).
6. Gain d'énergie par le faisceau par conversion de l'énergie non radiante en énergie rayonnante (émission).

Globalement, le faisceau incident peut gagner ou perdre de l'énergie. Comme nous nous intéressons uniquement à la bande spectrale étendue du visible (360 à 830 nm), nous ne retenons pour les pertes d'énergie que les processus (1) et (2).

Les types de diffusions inélastiques ou dynamiques (3) et (5) qui conduisent à des modifications des niveaux énergétiques par modification des fréquences des rayonnements sont négligeables dans cet intervalle.

Pour le gain énergétique, seul le processus (4) qui correspond également à une diffusion élastique est à considérer et le processus (6) dans cette gamme de longueur d'onde est inexistant.

En résumé, le processus d'atténuation ou d'extinction [1] est la modification de l'énergie du faisceau incident (absorption ou émission) ainsi que la modification des trajectoires des rayons, après interaction avec des molécules gazeuses ou des particules d'aérosol. Un autre phénomène important est la polarisation des ondes pendant ce parcours.

Le tableau 6.1 suivant résume la contribution des différents constituants atmosphériques à l'atténuation du rayonnement.

1. Le bilan final conduit à une diminution, malgré d'éventuels apports.

Constituants	Diffusion	Absorption
Ozone	Négligeable	Très forte pour $\lambda < 0.3\,\mu m$
Gaz (autres que l' Ozone)	Forte et croit en λ^{-4} avec la décroissance de la longueur d'onde	Faible
Vapeur d'eau	Négligeable	Forte pour $\lambda > 0.65\,\mu m$
Aérosols	En λ^{-a} avec $0 < a < 4$	Faible
Nuages	Forte et indépendante de λ	Faible

TABLE 6.1 – Contributions des différents constituants atmosphériques à l'atténuation du rayonnement (d'après [Wald, 2007])

6.5 Théorie du Transfert Radiatif

Le rayonnement se propageant dans l'atmosphère interagit avec les particules présentes (molécules, poussières, gouttes d'eau...), il peut alors être soit absorbé, soit diffusé (changement de direction). Ces différents phénomènes sont chacun quantifiables à l'aide de la notion de section efficace σ_λ, dépendante de la longueur d'onde, exprimée en m^2.
Sur une distance infinitésimale parcourue ds, la luminance spectrale L_λ est atténuée suivant : $dL_\lambda = -L_\lambda \sigma_\lambda N ds$, où N est le nombre de particules par unité de volume.
Par soucis de clarté, avant d'énoncer l'équation du transfert radiatif nous précisons les quantités de base nécessaires à la caractérisation du milieu atmosphérique.

Quantités caractéristiques de base

- Sections efficaces $\sigma^{sca}(\nu)$, $\sigma^{abs}(\nu)$ respectivement de diffusion et d'absorption, exprimées en m^2 et dépendantes de la fréquence du rayonnement.
  La somme de l'absorption et de la diffusion est l'extinction du rayonnement :
  $$\sigma^{ext}(\nu) = \sigma^{sca}(\nu) + \sigma^{abs}(\nu)$$
- Coefficients d'absorption, de diffusion et d'extinction exprimés en m^{-1} :
  $$\beta^{abs}(r,\nu) = \sum_i \beta_i^{abs}(r,\nu), \qquad \beta_i^{abs}(r,\nu) = n_i(r)\sigma_i^{abs}(\nu)$$
  $$\beta^{sca}(r,\nu) = \sum_i \beta_i^{sca}(r,\nu), \qquad \beta_i^{sca}(r,\nu) = n_i(r)\sigma_i^{sca}(\nu)$$
  $$\beta^{ext}(r,\nu) = \beta^{abs}(r,\nu) + \beta^{sca}(r,\nu)$$
  où $n_i(r)$ est la densité des différents types de molécules et d'aérosols i et $\sigma_i^{abs}(\nu)$ et $\sigma_i^{sca}(\nu)$ sont les sections efficaces d'absorption et de diffusion correspondantes.
  Son inverse $l^{ext}(r,\nu) = \dfrac{1}{\beta^{ext}(r,\nu)}$ est la longueur d'extinction.
- L'albédo de diffusion caractérisant le pouvoir diffusant d'un milieu :
  $$\omega(z,\nu) = \frac{\beta^{sca}(z,\nu)}{\beta^{ext}(z,\nu)} = \frac{\beta^{sca}(z,\nu)}{\beta^{abs}(z,\nu) + \beta^{sca}(z,\nu)}. \tag{6.1}$$
  Si l'albédo vaut 0, le milieu est purement absorbant. S'il vaut 1, le milieu est purement diffusant.
- L'épaisseur optique verticale $\tau(\nu)$, définie par :
  $$\frac{d\tau(\nu)}{dz} = -\beta^{ext}(z,\nu) \tag{6.2}$$
  $$\tau(z,\nu) = \int_z^\infty -\beta^{ext}(z',\nu)dz'$$

6.6 Équation du Transfert Radiatif

Comme nous l'avons indiqué précédemment, selon la longueur d'onde et les propriétés spectroscopiques du milieu, la distribution spectrale de la lumière incidente est modifiée par des phénomènes d'absorption, d'émission, de réflexion et de transmission. Ces deux derniers phénomènes incluent les diffusions multiples. Les rayons sont déviés et la polarisation est modifiée. Ces interactions ont des rôles bien précis dans les bilans. Au total, le rayonnement ne conserve pas l'énergie, seule l'énergie totale est conservée. Pour avoir une propriété de conservation de l'énergie, il faut coupler les effets du rayonnement à ceux de la matière. L'ensemble des ces phénomènes est formalisé par l'équation phénoménologique de *Boltzmann*

[Reif, 1965]. [2] En équilibre thermodynamique, pour une position $\mathbf{r}$, une direction $\hat{u}$ et une fréquence ν, l'équation du transfert radiatif sans spécifier de système de coordonnées, s'écrit comme la somme de termes individuels représentants les pertes et gains du rayonnement au lieu, dans la direction et dans la gamme des fréquences considérées.

$$\begin{aligned}(\hat{u}\cdot\nabla)\, I(\mathbf{r},\hat{u},\nu) &= -(\beta^{abs}(\mathbf{r},\nu)+\beta^{sca}(\mathbf{r},\nu))\, I(\mathbf{r},\hat{u},\nu)\\ &\quad+\int_{4\pi}\beta(\mathbf{r},\hat{u},\hat{u}',\nu)I(\mathbf{r},\hat{u}',\nu)d\Omega'\\ &\quad+\beta^{emi}(\mathbf{r},\nu)\, B[T(\mathbf{r})]\end{aligned} \tag{6.3}$$

- $\hat{u}\cdot\nabla$ défini la géométrie utilisée (∇ est l'opérateur gradient par rapport la variable de position $\mathbf{r}$)
- $\beta(\mathbf{r},\hat{u},\hat{u}',\nu)$ est la fonction volumique de diffusion exprimée en $\mathrm{m}^{-1}\cdot\mathrm{sr}^{-1}$.

Le premier terme à droite de l'équation 6.3, représente la perte d'intensité due à l'absorption et à la diffusion (extinction) par le rayonnement (processus (1) et (2)).

Le second terme (terme de diffusion multiple) décrit le gain par la diffusion venant de toutes les autres directions (processus (4)).

Le troisième terme donne le bilan thermique du rayonnement émis dans la gamme de fréquences d'intérêt (processus (6)), totalement négligeable dans la gamme de fréquences du visible et nous avons : $\beta^{emi}(r,\nu)=0$

Termes géométriques

Le terme $\hat{u}\cdot\nabla$ définit la géométrie du système, qui peut être exprimée en coordonnées cartésiennes ou sphériques. Dans ces deux systèmes, l'atmosphère est divisée en couches parallèles pour un repère cartésien, ou radiales pour un repère en coordonnées sphériques. De plus, l'atmosphère est considérée homogène dans ces couches. Dans ce cas, on parle d'approximation **plane-parallèle** dans un repère cartésien et d'approximation **pseudo-sphérique** dans un système en coordonnées sphériques.

Coordonnées cartésiennes

En considérant, (u_x,u_y,u_z) les composantes du vecteur direction $\hat{u}$ normalisé, nous avons :

$$\hat{u}\cdot\nabla = u_x\frac{\partial}{\partial x}+u_y\frac{\partial}{\partial y}+u_z\frac{\partial}{\partial z}$$

Dans l'approximation **plane-parallèle**, l'atmosphère, considérée homogène dans la couche d'altitude z, est donc indépendante de x et y.

2. Une dérivation de l'équation du transfert radiatif à partir des équations de *Maxwell* est proposée par [Mishchenko, 2002].

FIGURE 6.6 – Géométrie du système pour l'approximation **plane-parallèle**. Le profil de concentration des particules atmosphériques (aérosols et molécules) est caractérisé par une découpe de l'atmosphère en niveaux d'épaisseurs optiques. Pour chaque niveau, une fonction (matrice) de phase, tenant compte du mélange des particules, caractérise les propriétés de diffusion de la couche immédiatement au-dessus.

Dans cette situation le terme géométrique devient :

$$\hat{u} \cdot \nabla = u_z \frac{\partial}{\partial z}$$

ou avec $u_z = \cos\theta$

$$\hat{u} \cdot \nabla = \cos\theta \frac{\partial}{\partial z} \tag{6.4}$$

Coordonnées sphériques

Dans l'approximation pseudo-sphérique, pour un éclairement isotrope, le terme géométrique devient [Thomas and Stamnes, 1999] :

$$\hat{u} \cdot \nabla = \cos\theta \frac{\partial}{\partial r} - \frac{\sin\theta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \tag{6.5}$$

6.7 Transfert Radiatif Scalaire et Vectoriel

En considérant ou non, la polarisation de la lumière, l'équation du Transfert Radiatif prend une formulation scalaire ou vectorielle. Nous présentons, dans un soucis de simplification, uniquement la formulation scalaire dans l'approximation plane-parallèle et nous préciserons à la fin de ce chapitre les modifications nécessaires à effectuer pour répondre au cas vectoriel.

6.7.1 Transfert Radiatif Scalaire

Dans ce cas la polarisation de la lumière est ignorée :

$I(\mathbf{r}, \hat{u}, \nu)$ est l'intensité du flux lumineux[3].
En introduisant la fonction de phase, exprimée en sr^{-1}, qui représente la part du flux d'énergie incident selon la direction $\hat{u}$ dans l'angle solide $d\Omega$ diffusée selon la direction $\hat{u}'$ dans l'angle solide $d\Omega'$. La fonction volumique de diffusion s'écrit :

$$\beta(\mathbf{r}, \hat{u}, \hat{u}', \nu) = \beta^{sca}(r, \nu) P(\mathbf{r}, \hat{u}, \hat{u}', \nu) \tag{6.6}$$

avec :

$$P(\mathbf{r}, \hat{u}, \hat{u}', \nu)) = \frac{\sum_i \beta_i^{sca}(r, \nu) p_i(\hat{u}, \hat{u}', \nu)}{\sum_i \beta_i^{sca}(r, \nu)}$$

où p_i est la probabilité de diffusion « individuelle » de l'espèce « i ».

La fonction de phase s'exprime comme la probabilité par unité d'angle solide centré en $\mathbf{r}$ que la luminance énergétique dans la direction $\hat{u}$ soit diffusée dans une autre direction $\hat{u}'$.
La fonction de phase est normalisée de la manière suivante :

$$\frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} P(\mathbf{r}, \hat{u}, \hat{u}', \nu) d\Omega_r = 1$$

Ou en utilisant les coordonnées sphériques :

$$\frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} P(\mathbf{r}, \hat{u}, \hat{u}', \nu) \sin\theta d\theta d\phi = 1 \tag{6.7}$$

Le coefficient d'asymétrie est défini par :

$$g_r = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} P(\mathbf{r}, \hat{u}, \hat{u}', \nu) \hat{u} \cdot \hat{u}' d\Omega_r \tag{6.8}$$

Pour $g_r = 0$, la diffusion est isotrope. Pour $g_r < 0$, la majeure partie du rayonnement est diffusée vers l'arrière (retour vers la source). Pour $g_r > 0$, la majeure partie du rayonnement est dispersée vers l'avant.

Équation du Transfert Radiatif (approximation plane-parallèle)

Dans cette approximation, en remplaçant les vecteurs $\hat{u}$ et $\hat{u}'$ par leurs angles zénithaux et azimutaux, en prenant en compte les équations 6.4 et 6.3, l'équation s'écrit [Chandrasekhar, 1960] :

$$\begin{aligned} \cos\theta \frac{dI(z, \theta, \phi, \nu)}{dz} &= -\beta^{ext}(z, \nu) I(z, \theta, \phi, \nu) \\ &\quad + \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \beta(z, \theta, \phi, \theta', \phi', \nu) I(z, \theta', \phi', \nu) \sin\theta' d\theta' d\phi' \end{aligned}$$

en posant $\cos\theta = \mu$, l'équation précédente, en prenant en compte la formulation 6.6, s'écrit :

3. Le flux lumineux calculé est la luminance énergétique spectrale (*radiance*), exprimée en : $\mathrm{W{\cdot}m^{-2}{\cdot}sr^{-1}{\cdot}nm^{-1}}$

$$\begin{aligned}\mu\frac{dI(z,\mu,\phi,\nu)}{dz} &= -\beta^{ext}(z,\nu)I(z,\mu,\phi,\nu)\\ &\quad +\beta^{sca}(z,\nu)\int_0^{2\pi}\int_{-1}^{1}P(z,\mu,\phi,\mu',\phi',\nu)I(z,\mu',\phi',\nu)d\mu'd\phi'\end{aligned}$$

En utilisant l'albédo de diffusion $\omega(z,\nu)$ défini en 6.1, l'équation devient :

$$\begin{aligned}-\mu\frac{dI(z,\mu,\phi,\nu)}{\beta^{ext}(z,\nu)dz} &= I(z,\mu,\phi,\nu)\\ &\quad -\omega(z,\nu)\int_0^{2\pi}\int_{-1}^{1}P(z,\mu,\phi,\mu',\phi',\nu)I(z,\mu',\phi',\nu)d\mu'd\phi' \qquad (6.9)\end{aligned}$$

Finalement en utilisant l'épaisseur optique verticale (6.2) $d\tau(\nu) = -\beta^{ext}(z,\nu)dz$ nous obtenons l'équation du Transfert Radiatif pour l'approximation plane-parallèle :

$$\begin{aligned}\mu\frac{dI(\tau,\mu,\phi,\nu)}{d\tau} &= -I(\tau,\mu,\phi,\nu)\\ &\quad +\omega(\tau,\nu)\int_0^{2\pi}\int_{-1}^{1}P(\tau,\mu,\phi,\mu',\phi',\nu)I(\tau,\mu',\phi',\nu)d\mu'd\phi' \qquad (6.10)\end{aligned}$$

La densité, l'absorption et les sections de diffusion en fonction de l'altitude z et de la fréquence ν sont nécessaires pour résoudre cette équation. Ces quantités peuvent être obtenues par mesures, simulations ou combinaison des deux.

6.7.2 Transfert Radiatif Vectoriel

La polarisation de la lumière est prise en considération :
Dans l'équation 6.3, la luminance énergétique $I(\mathbf{r},\hat{u},\nu)$ est remplacée par le vecteur de *Stokes* $S(\mathbf{r},\hat{u},\nu)$.
La fonction volumique de diffusion $\beta(\mathbf{r},\hat{u},\hat{u}',\nu))$ est remplacée par la matrice de phase $P(\mathbf{r},\hat{u},\hat{u}',\nu)$.

Dans l'équation 6.10, la luminance énergétique $I(\mathbf{r},\hat{u},\nu)$ est remplacée par le vecteur de *Stokes* $S(\mathbf{r},\hat{u},\nu)$.
La fonction de phase $P(\tau,\mu,\phi;\mu',\phi',\nu)$ est remplacée par la matrice de phase $M(\tau,\mu,\phi;\mu',\phi',\nu)$.
L'équation vectorielle du Transfert Radiatif pour l'approximation plane-parallèle s'écrit :

$$\begin{aligned}\mu\frac{dS(\tau,\mu,\phi,\nu)}{d\tau} &= -S(\tau,\mu,\phi,\nu)\\ &\quad +\omega(\tau,\nu)\int_0^{2\pi}\int_{-1}^{1}M(\tau,\mu,\phi,\mu',\phi',\nu)S(\tau,\mu',\phi',\nu)d\mu'd\phi' \qquad (6.11)\end{aligned}$$

La matrice de phase est une matrice 4×4 qui transforme un vecteur de *Stokes* S_0 en un vecteur de *Stokes* S. Les deux vecteurs sont exprimés dans le plan de diffusion (voir figure 6.7), à ce titre la matrice de phase est une matrice de *Mueller*.
Dans le cas où les particules sont orientées aléatoirement et en les assimilant à des sphères, [Van de Hulst, 1957],[Bohren and Huffman, 1983], la matrice 4×4 à 16 éléments se limite à 6 éléments non nuls et s'écrit :

$$M(\lambda,\tau,\mu,\phi,\mu',\phi') = \begin{bmatrix} M_{1,1} & M_{1,2} & 0 & 0 \\ M_{1,2} & M_{1,1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{3,3} & M_{3,4} \\ 0 & 0 & -M_{3,4} & M_{3,3} \end{bmatrix} \tag{6.12}$$

Chacun des éléments étant dépendants de : λ, τ, μ, ϕ, μ' et ϕ'.

6.8 Diffusions atmosphériques

Selon les conditions atmosphériques, présence de nuages, brouillard..., différents modèles de diffusion sont à prendre en compte. Dans notre travail nous considérons les diffusions de *Rayleigh* et de *Mie* qui sont des diffusions élastiques et dépendantes de la taille des particules, molécules et aérosols, présentent dans l'atmosphère. Pour les particules dont les dimensions sont notablement supérieures aux longueurs d'onde du visible, les lois de l'optique géométrique s'appliquent. Dans cette section, nous précisons la fonction de phase présente dans l'équation scalaire du Transfert Radiatif (6.10) et la matrice de phase présente dans l'équation vectorielle du Transfert Radiatif (6.11) successivement pour les diffusions de *Rayleigh* et de *Mie*.

6.8.1 Géométrie et Notations

Le point observé et la position du Soleil sont respectivement caractérisés par leurs positions angulaires azimutales et zénithales. Le point O est la position de l'observateur, S la position du Soleil et P la position de la particule diffusante (position observée), qui dévie le rayon incident venant de S vers l'observateur. L'angle de diffusion est Ψ. ϕ_s et ϕ_p représentent respectivement l'angle d'azimut du Soleil S et de la particule diffusante P, θ_s et θ_p représentent respectivement l'angle zénithal solaire et l'angle zénithal de la particule. La figure (6.7) précise la géométrie de la diffusion et les notations utilisées.

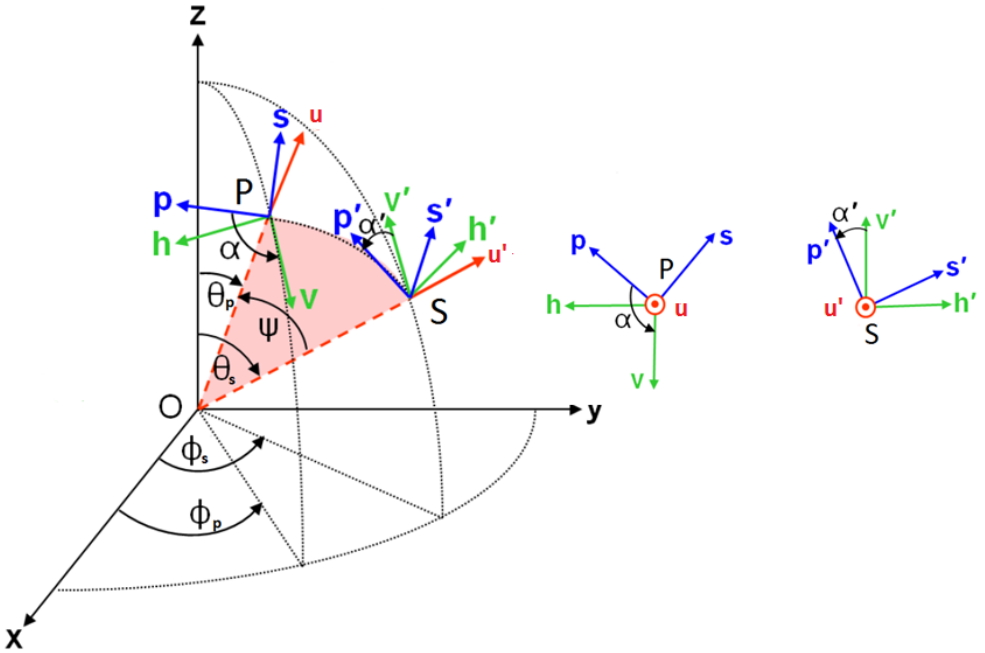


FIGURE 6.7 – Géométrie de la diffusion. En rose, le plan de diffusion.

Pour déterminer l'action du milieu diffusant sur la lumière, les vecteurs de *Stokes* doivent être écrits dans le système de coordonnées défini par le plan de diffusion pour pouvoir appliquer la matrice de phase *Mueller*. Cependant les vecteurs de *Stokes* sont définis dans le plan méridien (plan passant par le zénith). Le vecteur de *Stokes* d'entrée appartient au plan passant par le zénith et le Soleil S et le vecteur de *Stokes* de sortie appartient au plan passant par le zénith et

la position P observée.
- (h,v,u) est le repère associé au plan méridien passant par le point P
- (s,p,u) est le repère associé au plan diffusant, au point P
- (h',v',u') est le repère associé au plan méridien passant par le point S
- (h,v,u) est le repère associé au plan diffusant, au point S

L'angle α (représenté également sur la figure 6.7) est l'angle de rotation entre le repère (h,v,u) et (s,p,u) et l'angle α' est l'angle de rotation entre le repère (h',v',u') et (s',p',u').

Le vecteur u est colinéaire au vecteur $\overrightarrow{OP}$ et le vecteur u' est colinéaire au vecteur $\overrightarrow{OS}$ (voir Figure 6.7).
Le vecteur h (resp. h') est perpendiculaire au plan méridien passant par P (resp. S) alors que le vecteur v (resp. v') est contenu dans ce plan. De même, le vecteur s (resp. s') est perpendiculaire au plan de diffusion alors que le vecteur p (resp. p') est contenu dans ce plan.

La lumière incidente est définie dans le repère (h',v',u') et la lumière diffusée en direction de l'observateur est définie dans le repère (h,v,u). Il faut donc effectuer une rotation d'un angle α' pour passer du repère (h',v',u') à (s',p',u'), appliquer la matrice de diffusion au vecteur obtenu, puis effectuer une seconde rotation d'un angle α pour passer du repère (s,p,u) à (h,v,u).
Le vecteur de *Stokes* de la lumière diffusée est obtenu par la relation 6.13.

$$S_{out} = R(\alpha)\, M_{Ray}(\lambda,\Psi)\, R(\alpha')\, S_{in} \tag{6.13}$$

avec $M_{Ray}(\lambda,\Psi))$ la matrice de *Mueller* définie en 6.12 et R la matrice de rotation vue en 3.25

6.8.1.1 Angle de diffusion

Dans le système de coordonnées défini en 6.7, les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{u}'$ s'écrivent :

$$\vec{u} = \left[\sin\theta_p \cos\phi_p, \sin\theta_p \sin\phi_p, \cos\theta_p\right]^t$$

$$\vec{u}' = \left[\sin\theta_s \cos\phi_s, \sin\theta_s \sin\phi_s, \cos\theta_s\right]^t$$

Le cosinus de l'angle Ψ de diffusion est donné par :

$$\begin{aligned} \cos\Psi &= \vec{u}\cdot\vec{u}' \\ &= \cos\theta_s \cos\theta_p + \sin\theta_s \sin\theta_p \cos(\phi_p - \phi_s) \end{aligned} \tag{6.14}$$

6.8.1.2 Détermination des angles de rotation du vecteur de *Stokes*

Posons : $\vec{z} = [0,0,1]^t$.
La normale $\vec{h}$ au plan passant par le zénith et le point P est :

$$\vec{h} = \vec{u} \wedge \vec{z}$$

La normale $\vec{h}'$ au plan passant par le zénith et le point S :

$$\vec{h}' = \vec{u}' \wedge \vec{z}$$

Enfin, la normale $\overrightarrow{n}$ au plan de diffusion :

$$\overrightarrow{n} = \overrightarrow{u} \wedge \overrightarrow{u}'$$

- Angle α'

Les sinus et cosinus de l'angle de rotation α' du plan passant par le zénith et le point S vers le plan de diffusion sont donnés par les relations :

$$|\sin\alpha'| = \frac{|\overrightarrow{n} \wedge \overrightarrow{h}'|}{|\overrightarrow{n}||\overrightarrow{h}'|}$$
$$\cos\alpha' = \frac{\overrightarrow{n} \times \overrightarrow{h}'}{|\overrightarrow{n}||\overrightarrow{h}'|}$$

$$\overrightarrow{n} \wedge \overrightarrow{h}' = (\overrightarrow{u} \wedge \overrightarrow{u}') \wedge (\overrightarrow{u}' \wedge \overrightarrow{z})$$

En utilisant la formule du double produit vectoriel

$$\begin{aligned}\overrightarrow{n} \wedge \overrightarrow{h}' &= ((\overrightarrow{u} \wedge \overrightarrow{u}') \cdot \overrightarrow{z})\overrightarrow{u}' - ((\overrightarrow{u} \wedge \overrightarrow{u}') \cdot \overrightarrow{u}')\overrightarrow{z} \\ &= ((\overrightarrow{u} \wedge \overrightarrow{u}') \cdot \overrightarrow{z})\overrightarrow{u}' \\ &= \sin\theta_p \sin\theta_s \sin(\phi_s - \phi_p)\overrightarrow{u}'\end{aligned}$$

$$\overrightarrow{n} \times \overrightarrow{h}' = \sin\theta_s[-\cos\theta_p \sin\theta_s + \cos\theta_s \sin\theta_p \cos(\phi_s - \phi_p)]$$

$$|\overrightarrow{n}| = |\sin\Psi|$$
$$|\overrightarrow{h}'| = |\sin\theta_s|$$

soit :

$$\sin\alpha' = \frac{\sin\theta_s \sin\theta_p \sin(\phi_s - \phi_p)}{|\sin\Psi||\sin\theta_s|} \tag{6.15}$$

$$\cos\alpha' = \frac{\sin\theta_s[-\cos\theta_p \sin\theta_s + \cos\theta_s \cos(\phi_s - \phi_p)\sin\theta_p]}{|\sin\Psi||\sin\theta_s|} \tag{6.16}$$

- Angle α

Les sinus et cosinus de l'angle de rotation α du plan passant par le zénith et le point P vers le plan de diffusion sont donnés par les relations :

$$|\sin\alpha| = \frac{|\overrightarrow{h} \wedge \overrightarrow{n}|}{|\overrightarrow{n}||\overrightarrow{h}|}$$
$$\cos\alpha = \frac{\overrightarrow{h} \times \overrightarrow{n}}{|\overrightarrow{n}||\overrightarrow{h}|}$$

$$\overrightarrow{h} \times \overrightarrow{n} = \sin\theta_p[\cos\theta_s \sin\theta_p - \cos\theta_p \sin\theta_s \cos(\phi_s - \phi_p)]$$

Avec le même raisonnement que précédemment nous obtenons :

$$\begin{aligned}
\vec{h} \wedge \vec{n} &= (\vec{u} \wedge \vec{z}) \wedge (\vec{u} \wedge \vec{u}') \\
&= [(\vec{u} \wedge \vec{z}) \cdot \vec{u}']\vec{u} - [(\vec{u} \wedge \vec{z}) \cdot \vec{u}]\vec{u}' \\
&= (\vec{u}' \wedge \vec{u}) \cdot \vec{z})\vec{u} \\
&= -\sin\theta_s \sin\theta_p \sin(\phi_s - \phi_p)\vec{u}
\end{aligned}$$

$$|\vec{n}| = |\sin\Psi|$$
$$|\vec{h}| = |\sin\theta_p|$$

soit :

$$\sin\alpha = -\frac{-\sin\theta_s \sin\theta_p \sin(\phi_s - \phi_p)}{|\sin\Psi||\sin\theta_p|} \tag{6.17}$$

$$\cos\alpha = \frac{\sin\theta_p[\cos\theta_s \sin\theta_p - \cos\theta_p \sin\theta_s \cos(\phi_s - \phi_p)]}{|\sin\Psi||\sin\theta_p|} \tag{6.18}$$

6.8.1.3 Matrices de rotation du vecteur de *Stokes*

La forme générique de cette matrice a été définie dans la section 3.3.5 par la relation :

$$R(\chi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\chi & \sin 2\chi & 0 \\ 0 & -\sin 2\chi & \cos 2\chi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

À partir des équations 6.15, 6.16, 6.17 et 6.18 définies précédemment et des égalités remarquables en trigonomérie

$$\sin 2x = 2\sin x \cos x$$

et

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

nous avons :

$$\cos 2\chi = \frac{[\cos\theta_s \cos(\phi_s - \phi_p)\sin\theta_p - \cos\theta_p \sin\theta_s]^2 - \sin^2\theta_p \sin^2(\phi_s - \phi_p)}{\sin^2\Psi} \tag{6.19}$$

$$\cos 2\chi' = \frac{[\cos\theta_p \cos(\phi_s - \phi_p)\sin\theta_s - \cos\theta_s \sin\theta_p]^2 - \sin^2\theta_s \sin^2(\phi_s - \phi_p)}{\sin^2\Psi} \tag{6.20}$$

$$\sin 2\chi = 2\frac{\sin\theta_p \sin(\phi_s - \phi_p)[\cos\theta_s \cos(\phi_s - \phi_p)\sin\theta_p - \cos\theta_p \sin\theta_s]}{\sin^2\Psi} \tag{6.21}$$

$$\sin 2\chi' = 2\frac{\sin\theta_s \sin(\phi_s - \phi_p)[\cos\theta_p \cos(\phi_s - \phi_p)\sin\theta_s - \cos\theta_s \sin\theta_p]}{\sin^2\Psi} \tag{6.22}$$

Cas particulier

Un cas particulier se présente quand $\sin\Psi = 0$ soit pour $\Psi = 0$ ou $\Psi = \pi$. Dans ce cas il est convenu de poser : $\chi = \chi' = 0$.

Remarque

Les angles α et α' peuvent être également obtenus à partir de relations de trigonométrie sphérique. Bien que légèrement laborieuse, nous avons préféré exposer la méthode analytique, qui présente l'avantage de gérer toutes les situations de signes des différents angles.

6.8.2 Conclusion

En fonction de la position angulaire du Soleil et de la position d'observation, il est possible de calculer en tout point du dôme céleste, l'angle de diffusion, la matrice de phase mais aussi les matrices de rotation pour d'effectuer les transformations sur le vecteur de *Stokes* dans le plan de diffusion. Le degré de polarisation (*DOP*) et l'angle de polarisation (*AOP*) sont calculés à partir du vecteur de *Stokes* obtenu par 6.13 et des relations 3.15 et 3.16.

6.9 Diffusion de *Rayleigh*

Pour un ciel pur, les particules diffusantes sont principalement les molécules composantes de l'air. Un modèle de la diffusion atmosphérique causée par ces molécules a été proposé par Lord *Rayleigh* à la fin du 19e siècle [Rayleigh, 1899]. Ce modèle s'applique uniquement aux particules dont la taille est beaucoup plus petite que les longueurs d'onde de la lumière visible. [Coulson, 1988] indique que le facteur de forme :

$$x = \frac{2\pi a}{\lambda} \tag{6.23}$$

avec $x \ll 1$ est requis pour que la diffusion considérée soit de type *Rayleigh*, a étant le rayon des particules assimilées à des sphères, λ est la longueur d'onde. La diffusion est indépendante de la taille de la particule une fois que l'on est sous ce seuil. Dans ce contexte, seule la diffusion de la lumière visible est pertinente. Elle est isotrope et intervient à probabilité égale dans toutes les directions, elle est très dépendante de la longueur d'onde et affecte fortement les courtes longueurs d'onde du spectre solaire.

6.9.1 Fonction de diffusion

La section efficace de diffusion des molécules atmosphériques est :

$$\sigma^{sca}(\lambda) = \frac{24\pi^3}{N^2\lambda^4}\frac{(n(\lambda)^2-1)^2}{(n(\lambda)^2+2)^2}$$

Où : $n(\lambda)$ est l'indice de réfraction de l'air, N ($2.547\,43 \times 10^{19}$ cm^{-3}) est la densité de molécules de l'air standard [4].

4. Un air standard est défini comme un air sec contenant 0.03% de CO_2 par volume, à une pression de 1013.25 hPa et une température de 15 °C

Le coefficient de diffusion $\beta^{sca}(\lambda, z)$, pour une densité moléculaire $N(z)$, à une pression, température ou altitude z est donné par :

$$\beta^{sca}(\lambda, z) = N(z)\sigma^{sca}(\lambda) \tag{6.24}$$

soit :

$$\beta^{sca}(\lambda, z) = \frac{24\pi^3}{N(z)\lambda^4}\frac{(n(\lambda)^2-1)^2}{(n(\lambda)^2+2)^2} \tag{6.25}$$

En notant que $(n(\lambda)^2+2)^2 \simeq 9$

$$\beta^{sca}(\lambda) = \frac{8\pi^3}{3N\lambda^4}(n(\lambda)^2-1)^2 \tag{6.26}$$

La fonction de phase pour la diffusion de *Rayleigh* est :

$$P_R(\lambda, \Psi) = \frac{3}{4}(1+\cos^2\Psi) \tag{6.27}$$

Où, Ψ est l'angle de diffusion défini en 6.8.1.1, la fonction de phase satisfait la condition de normalisation définie en 6.7.
La fonction de diffusion angulaire volumique $\beta_R(\lambda, \Psi)$ décrivant la quantité de lumière dispersée dans une direction donnée Ψ et pour une longueur d'onde donnée λ est :

$$\begin{aligned}\beta_R(\lambda, \Psi) &= \beta^{sca}(\lambda)P_R(\lambda, \Psi)\\ &= \frac{2\pi^3(n^2-1)^2}{N\lambda^4}(1+\cos^2\Psi)\end{aligned} \tag{6.28}$$

L'équation 6.28 indique la dépendance du coefficient de diffusion à la longueur d'onde et son évolution en λ^{-4}. Cette relation explique l'influence de cette diffusion sur la couleur bleue dominante dans le ciel. Par contre, au lever et au coucher du Soleil, quand il est bas sur l'horizon, la lumière traverse une plus grande épaisseur atmosphérique pour atteindre la position de l'observateur que lorsqu' il se trouve plus haut dans le ciel. Une part importante de la lumière bleue est donc diffusée sur la longueur du parcours avant d'atteindre l'observateur, alors que les autres composantes le sont beaucoup moins. L'apparition de couleurs rouge-orange, parfois légèrement violet ou vert du ciel au lever et au coucher du Soleil est la conséquence de ce phénomène. Comme dans tous les cas, la diffusion de *Rayleigh* est plus importante pour la composante bleue, le Soleil nous apparait avec une dominante jaune qui est la couleur complémentaire du bleu.

6.9.2 Matrice de *Mueller* de la diffusion de *Rayleigh*

La polarisation de la lumière du ciel en tant que telle est le sujet de nombreuses études théoriques et expérimentales, de nombreuses publications sont disponibles depuis les années 50, en particulier : [Van de Hulst, 1948], [Chandrasekhar, 1950], [Sekera, 1957], [Coulson, 1988], [Horváth et al., 2011]. La diffusion peut être *simple* si la lumière est déviée une seule fois, c'est le cas lorsque les corps diffusants sont peu nombreux, ou *multiple* lorsqu'elle est déviée plusieurs fois. La lumière émise directement par le Soleil est non-polarisée. Le champ $\vec{E}$ oscille de manière aléatoire dans toutes les directions perpendiculaires à la direction de propagation et ne présente pas de direction privilégiée. Au contact d'une particule, si l'angle de diffusion Ψ est différent de 0° ou 180°, la lumière diffusée est polarisée. La direction de polarisation

devient celle où le champ est maximal. Il s'agit de la direction perpendiculaire au plan de diffusion défini par la direction du rayon incident et celle du rayon diffusé (le plan de diffusion est le plan *POS* sur la figure (6.7).
La matrice de diffusion simple de *Rayleigh* est donnée par la relation 6.29 :

$$M_R(\lambda,\Psi) = \beta_R(\lambda,\Psi)\begin{bmatrix} 1 & -\dfrac{\sin^2\Psi}{1+\cos^2\Psi} & 0 & 0 \\ -\dfrac{\sin^2\Psi}{1+\cos^2\Psi} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{2\cos\Psi}{1+\cos^2\Psi} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dfrac{2\cos\Psi}{1+\cos^2\Psi} \end{bmatrix} \tag{6.29}$$

avec, $\beta_R(\lambda,\Psi)$ la fonction de diffusion angulaire volumique de *Rayleigh* définie en 6.28 et Ψ l'angle de diffusion.

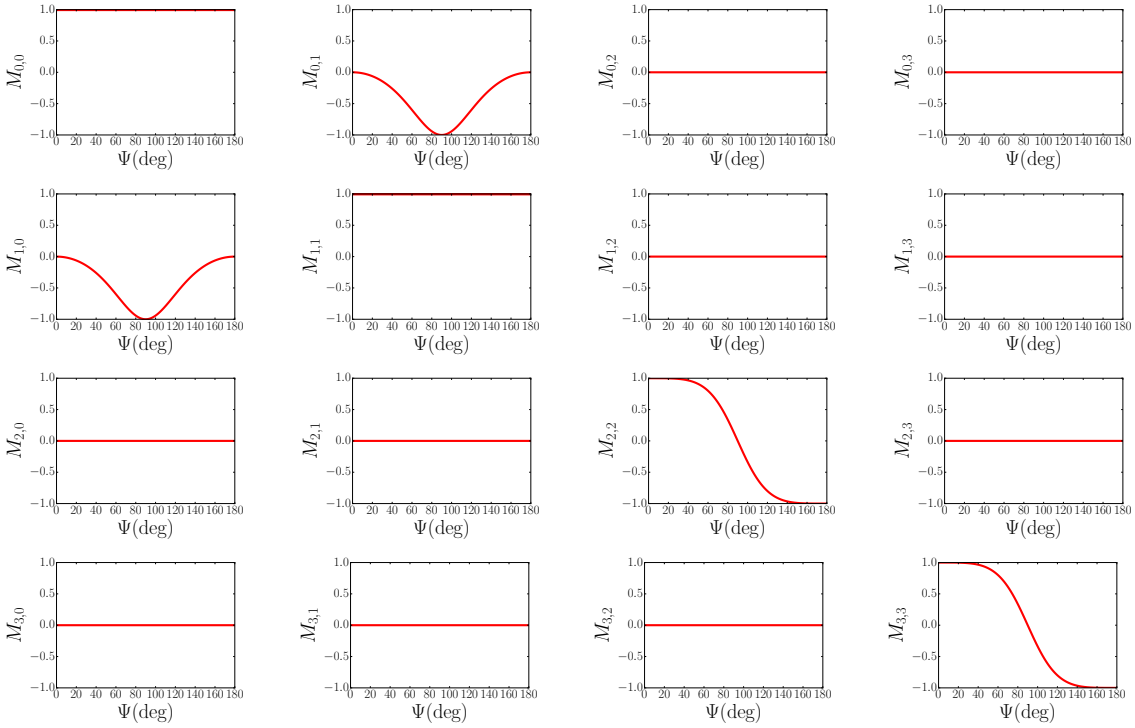


FIGURE 6.8 – Éléments de la matrice de diffusion de *Rayleigh*

6.9.3 Degrés et angles de polarisation

Nous avons un résultant intéressant, pour la diffusion simple de *Rayleigh*, les degrés et les angles de polarisation peuvent être déterminés par des relations purement géométriques. Ils ne dépendent que des positions relatives du Soleil et du lieu observé.

Angle de polarisation L'angle de polarisation, défini dans la section 6.8.1 est :

$$\cos\Psi = \overrightarrow{OS}.\overrightarrow{OP} \tag{6.30}$$

Pour mémoire :

$$\cos\Psi = \sin\gamma_S \sin\gamma_P \cos(\alpha_S - \alpha_P) + \cos\gamma_S \cos\gamma_P \tag{6.31}$$

Degré de polarisation Une lumière initialement non polarisée, de vecteur de *Stokes* : $[I,0,0,0]^t$, aura après diffusion dans le plan de référence, un vecteur de *Stokes* de la forme : $[\beta(\lambda,\Psi)(1+\cos^2\Psi)I, -\beta(\lambda,\Psi)(\sin^2\Psi)I, 0, 0]^t$.

Le degré de polarisation linéaire :

$$\begin{aligned} DoP &= \frac{\sqrt{Q^2+U^2+V^2}}{I} \\ &= \frac{\sin^2\Psi}{1+\cos^2\Psi} \end{aligned} \tag{6.32}$$

En fonction de l'angle de diffusion est :

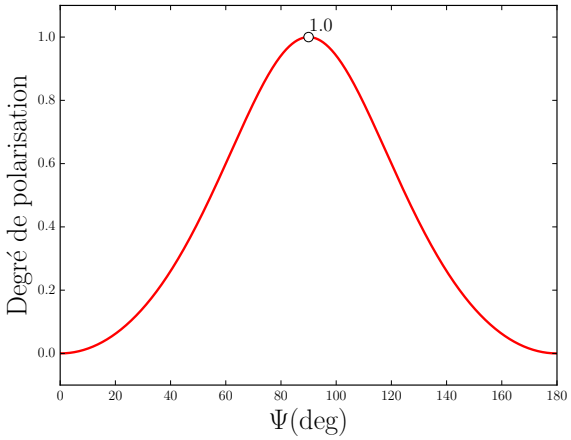


FIGURE 6.9 – Degré de polarisation, maximum = 1.0 atteint pour $\Psi = 90°$.

En utilisant directement les équations 6.30 et 6.32, les figures suivantes illustrent pour tout l'hémisphère, les distributions de ces deux quantités, pour un lieu et des instants donnés.

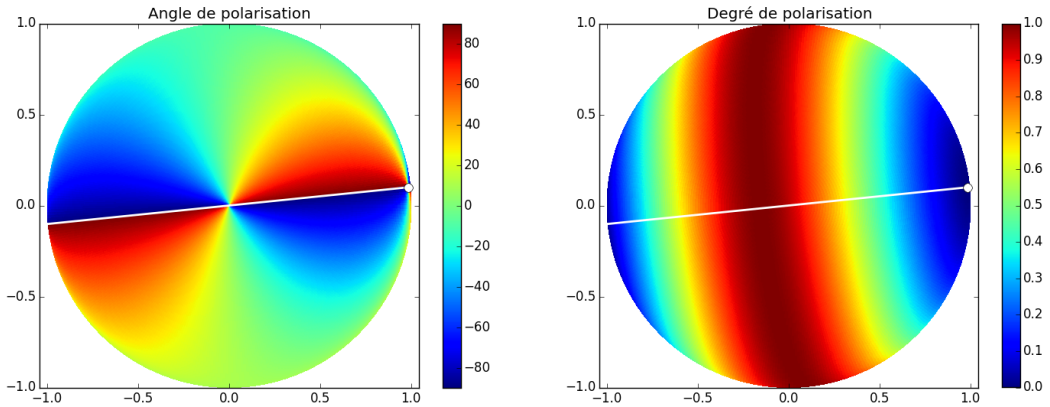


FIGURE 6.10 – Angles et degrés de polarisation théoriques (École des Mines de Paris, 15 aout 2015, 8h. Angle d'élévation : 9.44582°, Angle azimutal : 84.193°)

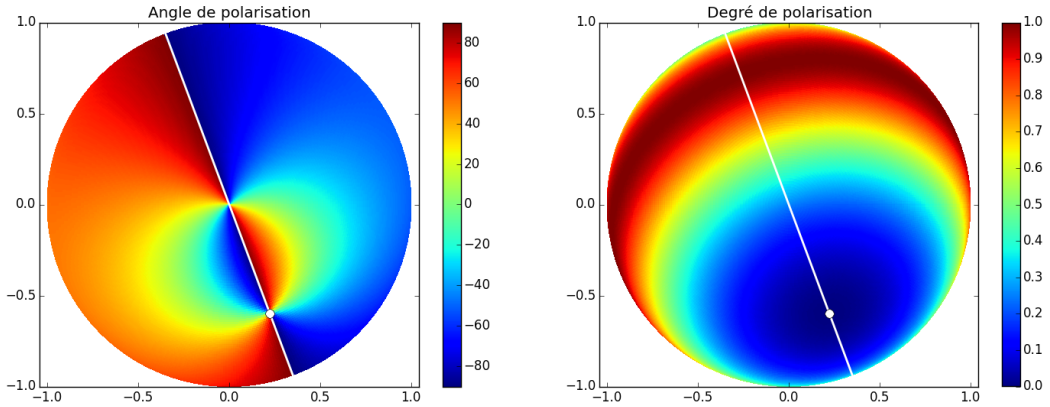


FIGURE 6.11 – Angles et degrés de polarisation théoriques (École des Mines de Paris, 15 aout 2015, 13h. Angle d'élévation : 50.4092°, Angle azimutal : 159.559°)

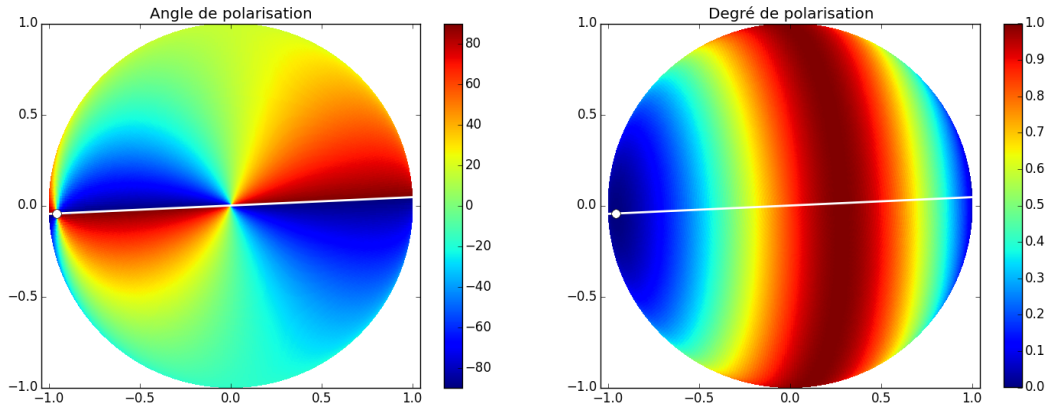


FIGURE 6.12 – Angles et degrés de polarisation théoriques (École des Mines de Paris, 15 aout 2015, 19h. Angle d'élévation : 16.593°, Angle azimutal : 267.375°)

6.10 Diffusion de *Rayleigh* théorique

Comme nous l'avons identifié dans la section 6.9, les composantes du vecteur de *Stokes* peuvent être directement déterminées par une formulation théorique. En prenant en compte les conditions géométriques exposées en 6.8.1 et en fixant, arbitrairement la première composante du vecteur de *Stokes* $I = 1$, sur tous les angles, en utilisant un programme spécifique, que nous avons développé en conséquence, nous obtenons les profils théoriques suivants :

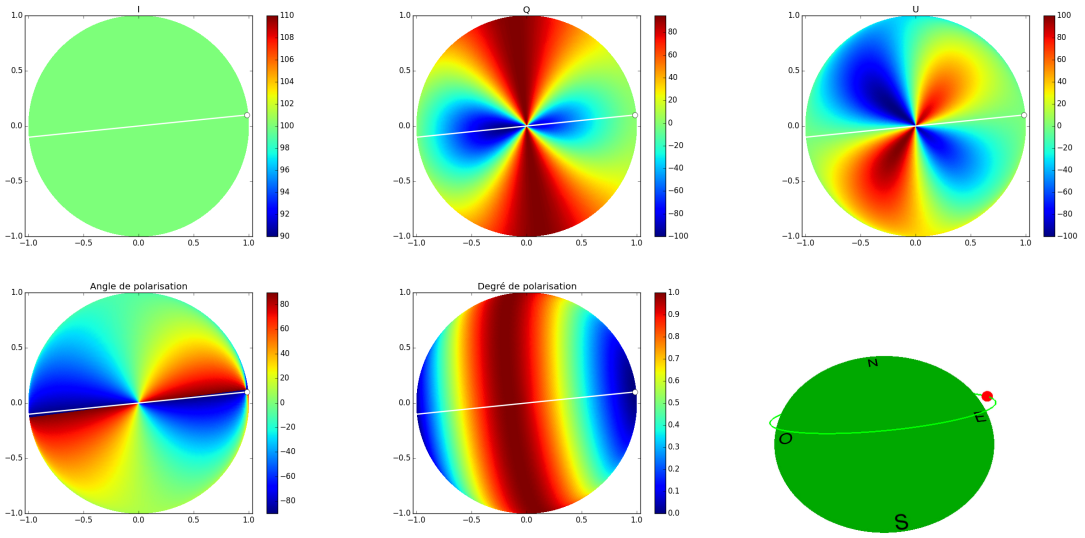


FIGURE 6.13 – Première ligne, de gauche à droite, composantes du vecteur de *Stokes* I,Q,U. Deuxième ligne, de gauche à droite, angle et degré de polarisation, 8h, Angle d'élévation : 9.44582°, Angle azimutal : 84.193°

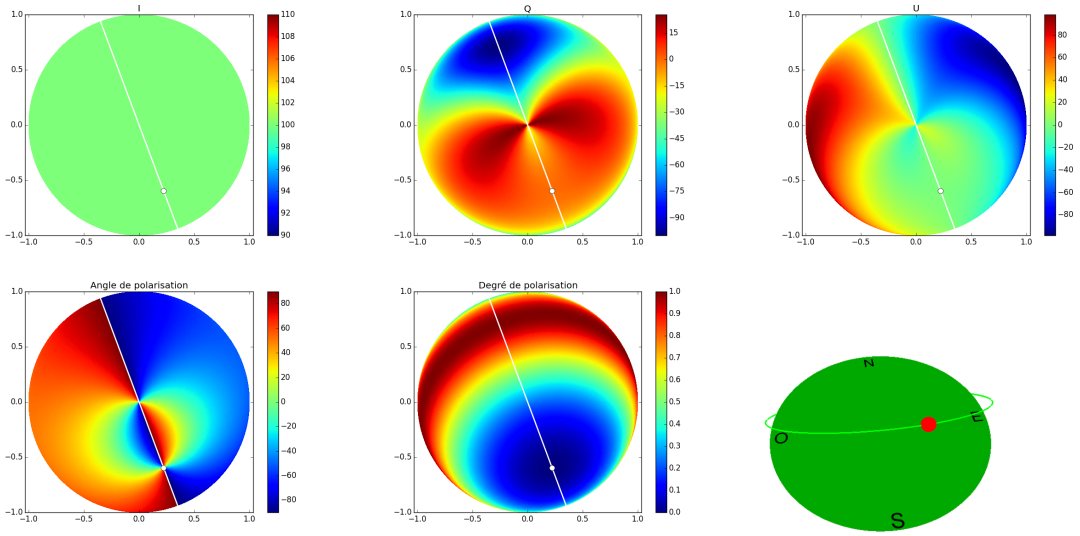


FIGURE 6.14 – Première ligne, de gauche à droite, composantes du vecteur de *Stokes* I,Q,U. Deuxième ligne, de gauche à droite, angle et degré de polarisation, 13h, Angle d'élévation : 50.4092°, Angle azimutal : 159.559°

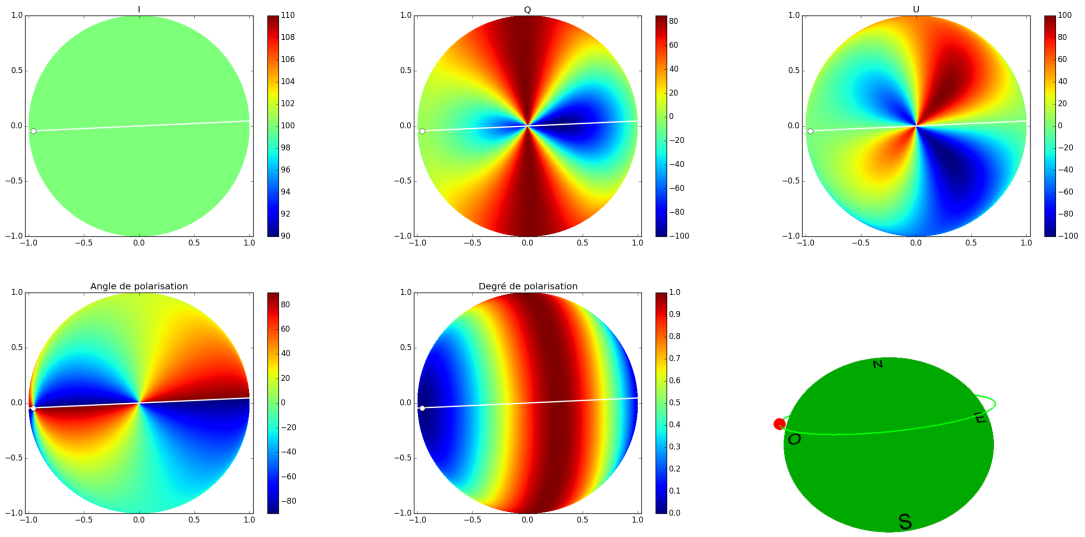


FIGURE 6.15 – Première ligne, de gauche à droite, composantes du vecteur de *Stokes* I,Q,U. Deuxième ligne, de gauche à droite, angle et degré de polarisation, 19h, Angle d'élévation : 16.593°, Angle azimutal : 267.375°

Ces illustrations, bien que théoriques, sont particulièrement intéressantes quant aux allures générales des évolutions des différentes composantes du vecteur *Stokes*.

Dépolarisation

En réalité, même si l'air est très pur, le degré de polarisation n'est jamais de 100% pour plusieurs raisons :

- Les molécules des gaz composants de l'air ne sont pas sphériques, principalement N_2 et O_2, diatomiques et donc légèrement anisotropes.
- L'atmosphère contient habituellement un nombre appréciable de particules plus grandes, qui participent à la diffusion de *Mie* avec une dépendance angulaire de polarisation différente.
- Contributions de la lumière plusieurs fois diffusée, ainsi que de la rétro diffusion par la surface de la Terre.

Dans la pratique, l'anisotropie moléculaire est caractérisée par l'utilisation d'un facteur de dépolarisation : ρ. Le facteur de dépolarisation est légèrement dépendant de la longueur d'onde et est différent pour différentes molécules. Le tableau 6.2 indique quelques valeurs du facteur ρ en fonction de la longueur d'onde, d'après [Bates, 1984].

λ (nm)	ρ
380	0.02955
400	0.02955
450	0.02899
500	0.02842
550	0.02842
600	0.02786
650	0.02786
700	0.02786
750	0.02786
800	0.02730

TABLE 6.2 – Valeurs du facteur de dépolarisation de l'air en fonction de la longueur d'onde

Avec le facteur de dépolarisation, la section efficace de diffusion de *Rayleigh* est donnée par :

$$\sigma_R = \frac{8\pi^3}{3}\frac{(n^2-1)^2}{\lambda^4 N^2}\frac{(6+3\rho)}{(6-7\rho)} \tag{6.33}$$

Et la matrice de diffusion s'écrit [Hansen and Travis, 1974] :

$$P(\Psi) = \Delta \begin{bmatrix} \frac{3}{4}(1+\cos^2\Psi) & -\frac{3}{4}\sin^2\Psi & 0 & 0 \\ -\frac{3}{4}\sin^2\Psi & \frac{3}{4}(1+\cos^2\Psi) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3}{2}\cos\Psi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Delta'\frac{3}{2}\cos\Psi \end{bmatrix} + (1-\Delta)\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{6.34}$$

avec :

$$\Delta = \frac{1-\rho}{1+\frac{\rho}{2}}$$

et

$$\Delta' = \frac{1-2\rho}{1-\rho}$$

Le degré de polarisation devient :

$$LP(\Psi) = \frac{\sin^2 \Psi}{\frac{(1+\rho)}{(1-\rho)} + \cos^2 \Psi} \tag{6.35}$$

La figure suivante illustre l'évolution du degré de polarisation en fonction de l'angle de diffusion, pour un facteur $\rho = 0.0285$

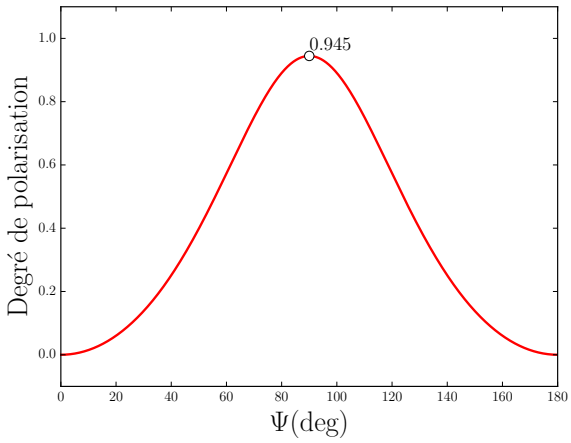


FIGURE 6.16 – Degré de polarisation pour un facteur de dépolarisation moléculaire $\rho = 0.0285$, maximum = 0.945 atteint pour $\Psi = 90°$.

6.11 Diffusion de *Mie*

La diffusion de *Mie* [Mie, 1908], est causée par des particules dont le facteur de forme défini par la relation 6.23 est voisin de l'unité $x \simeq 1$; les gouttelettes d'eau, les cendres volcaniques, la brume..., que nous trouvons essentiellement, dans les basses altitudes de l'atmosphère terrestre. La théorie de *Mie*, s'applique avec une hypothèse simplificatrice sur la forme des particules qui sont assimilées à des sphères. Notons que nous continuons à parler de diffusion de *Mie* pour des particules de formes arbitraires bien que sa théorie ne les traite pas. Pour ces cas, d'autres techniques, telles que : T-Matrix [Mishchenko et al., 1996], Discrete Dipole Approximation (DDA) [Yurkin and Hoekstra, 2007]... sont utilisées.

6.11.1 Codes de calculs

L'exposé mathématique de la théorie de *Mie* et des différentes autres méthodes sortent du cadre de ce travail. De nombreuses méthodes et codes de calculs informatiques existent pour calculer la diffusion et l'absorption de la lumière par des particules élémentaires ou des distributions de particules, dont la taille est de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde [5]. Une très bonne synthèse les recensant est proposée par [Wriedt, 2009].
Dans ce travail, nous avons utilisé le programme *MIEV0* proposé par [Wiscombe, 1979], disponible dans la suite logicielle *LibRadTran* (cf. section 7.9)

5. Au-delà les lois de l'optique géométrique s'appliquent

Données d'entrée et quantités calculées

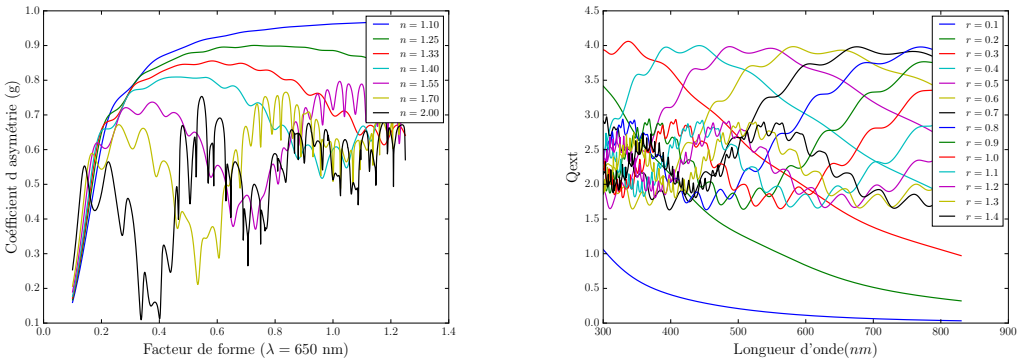
Le programme *MIEV0* nécessite en données d'entrée et en fonction de la nature des résultats attendus :

- La taille de la particule, ou dans le cas d'une distribution la taille effective moyenne.
- Une distribution de particules suivant une loi Gamma ou Log-Normale (voir annexe E).
- Des données issues de la base de données *OPAC* (voir section 7.9).
- Les indices de réfraction complexes des particules, ainsi que celui du milieu dans lequel elles se trouvent.
- La longueur d'onde pour laquelle le calcul est effectué.
- Des paramètres liés à la méthode de résolution.

Plusieurs quantités peuvent être calculées, les principales sont :

- Les sections efficaces d'extinction, de diffusion et d'absorption
- Les coefficients de diffusion, d'absorption et d'extinction
- Le coefficient d'asymétrie : g (voir 6.8))
- La fonction de phase
- Les différents éléments de la matrice de diffusion
- ...

À titre d'exemple, les figures suivantes illustrent différentes possibilités offertes par le programme *MIEV0* :



(a) (b)

- (a) Variation du facteur d'asymétrie g en fonction de la taille de la particule pour différents indices de réfraction.
- (b) Variation du coefficient d'extinction Q_{ext} pour l'eau, en fonction de la taille de la particule et pour différentes longueurs d'onde.

6.11.2 Fonction de phase de *Henyey-Greenstein*

Un modèle utilisé fréquemment en particulier des les modèles analytiques de ciel, est celui de la fonction de phase de *Henyey-Greenstein*. Cette fonction ne dépend que des deux paramètres, l'angle de diffusion Ψ et un facteur d'asymétrie. Bien que cette fonction ait été introduite pour des raisons pratiques (sans justification fondamentale), elle décrit la diffusion par des

particules naturelles telles que : tissus organiques, eau, nuages... Elle s'exprime par la relation :

$$P_{HG}(\Psi) = \frac{1}{4\pi} \frac{1-g^2}{(1+g^2-2g\cos\Psi)^{\frac{3}{2}}} \tag{6.36}$$

ou g est un facteur d'asymétrie, plus ou moins arbitraire, contrôlant la « forme » de la distribution de la lumière diffusée.

Cornette et *Shanks* ont proposé une modification (6.37) de la fonction de *Henyey-Greenstein* qui donne une représentation « raisonnable » de la diffusion dans les nuages.

$$P_{CS}(\Psi) = \frac{3}{2} \frac{(1-g^2)}{(2+g^2)} \frac{(1+\cos^2\Psi)}{(1+g^2-2g\cos\Psi)^{\frac{3}{2}}} \tag{6.37}$$

6.11.3 Matrice de la diffusion de *Mie*

Dans le cas de particules assimilées à de sphères et distribuées aléatoirement (cf. 6.7.2), la matrice de diffusion de *Mie* est donnée par la relation 6.38 :

$$M_M(\lambda,\Psi) = \beta_M(\lambda,\Psi) \begin{bmatrix} P_{1,1}(\lambda,\Psi) & P_{1,2}(\lambda,\Psi) & 0 & 0 \\ P_{1,2}(\lambda,\Psi) & P_{1,1}(\lambda,\Psi) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{3,3}(\lambda,\Psi) & P_{3,4}(\lambda,\Psi) \\ 0 & 0 & -P_{3,4}(\lambda,\Psi) & P_{3,3}(\lambda,\Psi) \end{bmatrix} \tag{6.38}$$

avec, $\beta_M(\lambda,\Psi)$ la fonction de diffusion angulaire volumique de *Mie* et Ψ l'angle de diffusion.

Une lumière initialement non polarisée, de vecteur de *Stokes* $[I,0,0,0]^t$, sera, après diffusion de la forme $[P_{1,1}(\lambda,\Psi)I, P_{1,2}(\lambda,\Psi)I, 0, 0]]^t$. Le degré de polarisation linéaire en fonction de l'angle de diffusion est : $\frac{|P_{1,2}(\lambda,\Psi)|}{P_{1,1}(\lambda,\Psi)}$

À titre d'exemple, nous avons calculé avec le programme *MIEV0*, les éléments de la matrice de diffusion de *Mie* pour une gouttelette d'eau, assimilée à une sphère de rayon 10 µm, en fonction de l'angle de diffusion pour la longueur d'onde $\lambda = 650$ nm.

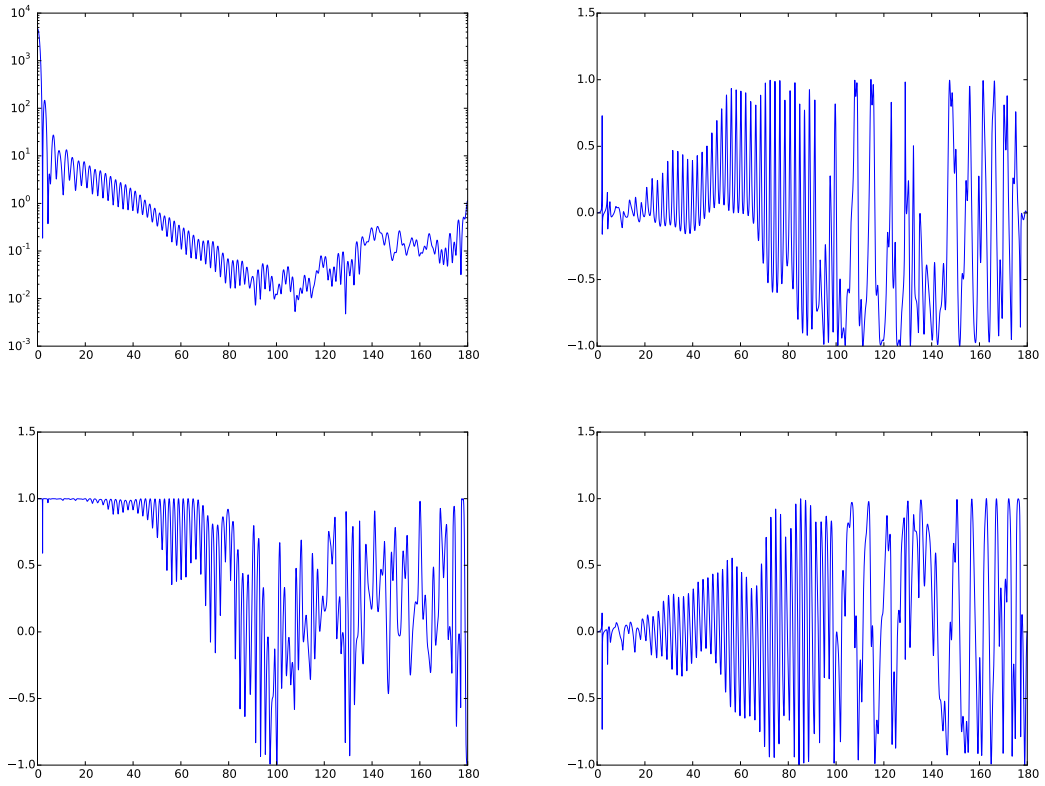


FIGURE 6.18 – Éléments de la matrice de diffusion : $P11$, $P12/P11$, $P33/P11$ et $P34/P11$

7 État de l'art sur la modélisation du ciel

Dans le contexte général de la synthèse d'image, en 1982, [Blinn, 1982] développe des méthodes pour la simulation de la diffusion de la lumière en volume [1]. Cette approche basée sur des résultats obtenus dans d'autres domaines scientifiques permet de rapprocher l'informatique graphique de ces autres sciences. *Blinn* a été le premier à appliquer la théorie du transfert radiatif en application à la génération d'image de synthèse dans un milieu participatif [2].

En 1984, [Kajiya and Von Herzen, 1984] développent en complément des travaux de *Blinn*, un modèle tridimensionnel de milieu participatif avec des propriétés de diffusion.

En 2005, [Cerezo et al., 2005] proposent une étude globale sur le thème du rendu dans les milieux participatifs.

En se focalisant sur les modèles de ciel pensés comme source d'éclairement en imagerie de synthèse, nous donnons, dans cette section un aperçu de ceux qui sont d'un intérêt direct pour notre approche. Une bonne étude globale sur le thème du rendu d'un ciel a été proposée par *Sloup* en 2002 : [Sloup, 2002].

7.1 Modèles analytiques

Dans le domaine précis de la simulation du ciel et de ses effets visuels, un des premiers modèles a été présenté en 1987 par [Klassen, 1987]. L'auteur propose un modèle d'atmosphère simplifié, composé de deux couches planes de densité uniforme. Une première couche, près du sol contient de l'air pur, une seconde positionnée au dessus est composée d'une forme de brume pour simuler les effets des aérosols. Pour un observateur fixe à la surface de la Terre, les effets et les couleurs sont calculés à partir d'un échantillonnage spectral de la lumière, en considérant uniquement la diffusion simple. Bien que ce modèle s'appuie en partie sur les lois de la physique, il est trop simplifié pour restituer correctement tous les effets atmosphériques.

En 1991, avec pour objectif de réaliser des images de scènes extérieures dans différentes conditions atmosphériques, [Kaneda et al., 1991] ont formulé une approche utilisant un modèle d'atmosphère sphérique dans lequel la densité moléculaire diminue de façon exponentielle avec l'altitude.

En 1993, [Nishita et al., 1993] ont développé un modèle pour visualiser la Terre et son atmosphère depuis l'espace. Un modèle de diffusion de *Rayleigh* et *Mie* est proposé en considérant la diffusion simple.

1. Diffusion volumique en opposition à la diffusion surfacique (rugosité)
2. Milieu diffusant en volume, qui ainsi, participe à la diffusion globale de la lumière

En 1996, [Nishita et al., 1996] ont conçu un modèle pour rendre le ciel pour un observateur terrestre, cette fois en tenant compte de la diffusion multiple.
En 2001, [Jensen et al., 2001] propose un modèle de ciel nocturne.
En 2005 [Haber et al., 2005] présentent un modèle convainquant de rendu du ciel aux lever et coucher du Soleil, basé sur une résolution numérique de l'équation du transfert radiatif. Dans ce travail, les différents paramètres optiques dépendants de la longueur d'onde (indice de réfraction local, diffusions multiples, anisotropie...), sont pris en considération. Les auteurs, utilisent les données mesurées disponibles dans la base de données OPAC (voir section 7.10), pour alimenter leurs calculs dans différentes conditions météorologiques ou climatiques.

7.2 Modèles paramétriques

Dans le domaine de l'imagerie de synthèse, en 1999, [Preetham et al., 1999] proposent un modèle pour le rendu réaliste utilisant un paramètre T de *Turbidité*, dépendant de la longueur d'onde. Ce paramètre, est défini comme le rapport d'une épaisseur optique de l'atmosphère incluant de la « brume »[3] τ_h , sur une atmosphère « pure » τ_m. La turbidité s'exprime par l'expression suivante :
$T = \frac{\tau_m + \tau_h}{\tau_m}$.
Il s'agit plus d'un indicateur intuitif de contrôle de conditions atmosphériques basé sur « l'opacité optique » perçue.
Le modèle de *Preetham* est basé sur une formule de la distribution dans l'espace couleur xyY de la luminance du ciel, proposée en 1993 par [Perez et al., 1993]. Dans le but, de définir une fonction paramétrique exploitable, le modèle analytique de *Nishita* est utilisé pour obtenir des valeurs de référence. Il en résulte une fonction linéaire permettant d'obtenir les coefficients de *Perez*.
Le modèle de *Preetham* permet de calculer l'apparence du ciel sous différentes conditions gérées par le facteur de turbidité et prend en considération la perspective atmosphérique.
En 2007, [Zotti et al., 2007] identifient plusieurs anomalies dans le modèle de *Preetham* en particulier aux moments des lever et coucher du Soleil. De plus, dans certaines phases spécifiques du calcul, des valeurs négatives de luminance apparaissent, ce qui est évidemment impossible. En 2012 puis en 2013, [Hosek and Wilkie, 2012] introduisent un nouveau modèle plus précis améliorant celui de *Preetham*. Ce modèle fait référence dans la communauté et est implanté dans la quasi totalité des moteurs de rendu commerciaux ou universitaires pour créer des images prédictives de scènes éclairées par des ciels clairs.

7.3 Modèles temps-réel

D'une façon générale, ces méthodes de simulations nécessitent des calculs complexes et relativement lents. Dans un but d'utilisation en temps réel, en particulier pour les simulateurs de vol, de conduite ou les jeux vidéo, différentes méthodes de simulation d'un ciel clair ont été proposées. En 1997, [Dobashi et al., 1997] ont développé à partir du modèle de *Preetham*, une méthode programmée sur GPU pour calculer l'apparence du ciel. L'intensité de la couleur du ciel est calculée préalablement pour différentes hauteurs du Soleil et échantillonnée sur

3. Haze en anglais, voile atmosphérique uniforme

un intervalle. Cette approche permet la modification en temps réel de la position du Soleil et de la caméra. En 2008, [Habel et al., 2008] proposent une approche similaire en utilisant les harmoniques sphériques. [Bruneton and Neyret, 2008] [Elek and Kmoch, 2010] utilisent les capacités de cartes graphiques en stockant sous forme de texture les facteurs de transmission et de diffusion préalablement calculés. L'ensemble de ces méthodes sur GPU permet de créer des images de ciel en temps réel suffisamment plausibles en sacrifiant une relative précision à l'efficacité.

7.4 Modèles de Ciel de la CIE

La CIE fournit plusieurs formules théoriques pour évaluer la luminance émise depuis un point quelconque de la voûte céleste vers un observateur positionné au sol. Ces modèles empiriques reproduisent approximativement la variation de la luminance en fonction de la position sur le ciel assimilé à une demi sphère de rayon infini. À titre d'exemple dans l'annexe D, nous donnons ces résultats dans deux cas extrêmes proposés : Ciel uniformément couvert et Ciel clair sans nuage. De façon générale, l'ensemble de ces modèles est particulièrement important comme référence. Ils sont génériques, mais ne fournissent que des distributions énergétiques et pas de discriminations spectrales, donc de couleur. De plus, la polarisation de la lumière est totalement ignorée. Ils ne représentent pas la réalité pour un moment et lieu donnés comme certains scénarios de simulation l'exigent. Bien que très utiles, ils sont inadaptés à notre propos.

7.5 Comparaisons

En 2014, dans l'article *A framework for the experimental comparison of solar and skydome illumination* [Kider et al., 2014], les auteurs couplent des mesures de la luminance spectrale du ciel réparties sur l'hémisphère et des captures d'images hautes dynamiques. Ils proposent, une excellente et complète synthèse comparative des différentes solutions de simulations existantes et utilisables dans le monde de l'informatique graphique. Dans cette publication, les différents types de ciel analytique sont confrontés à des mesures réelles de luminance énergétique et d'éclairement.
La figure 7.1, extraite de leurs travaux, illustre différents type de ciel, générés par certaines méthodes citées précédemment. Nous pouvons noter que l'ensemble de ces ciels sont visuellement crédibles, par rapport à un ciel réel mesuré.
Ces travaux offrent des indications précieuses quant aux valeurs relatives de d'éclairement et de luminance énergétique des différentes solutions existantes. Des différences relatives, pouvant atteindre ±200% sont observées, à la fois entres les modèles et par rapport aux mesures. En restant factuels, les auteurs indiquent que :

- Les modèles analytiques de *Nishita* et *Haber*, basés sur une résolution simplifiée de l'équation du transfert radiatif en utilisant un Path Tracer avec la méthode de *Monte Carlo*, offrent une bonne exactitude, par rapport aux mesures, avec des temps d'exécution importants.
- Les modèles paramétriques de *Preetham*, *Hošek* et *Wilkie* ainsi que les modèles temps réels, offrent un bon rapport exactitude temps d'exécution. Les erreurs relevées sont plus importantes que pour les modèles analytiques.

Dans leur conclusion, les auteurs évoquent la possibilité de comparer, ces modèles analytiques

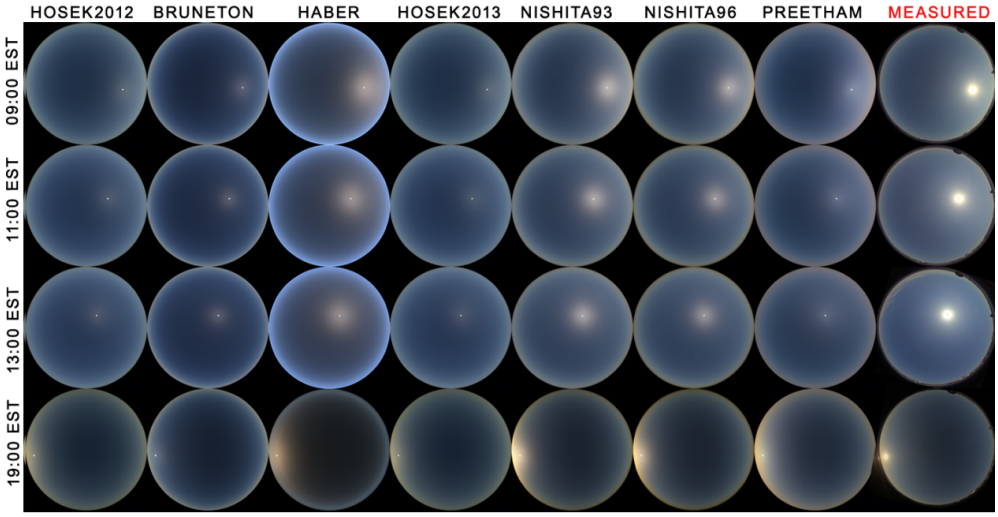


FIGURE 7.1 – Différentes simulations de ciel pour plusieurs positions du Soleil, d'après [Kider et al., 2014]

avec des modèles générés par des codes validés par d'autres domaines scientifiques de résolution de l'équation du transfert radiatif, sans pour autant fournir de résultats. Ils soulignent également que dans aucun de ces modèles la polarisation de la lumière n'est considérée.

7.6 Conclusion

Dans le contexte d'imagerie physico-réaliste défendu dans ce travail, d'une façon générale et indépendamment de l'absence d'informations de polarisation de la lumière, nous pensons que ces solutions sont insuffisantes. Les *erreurs* constatées sont dues, à notre avis, à des résolutions trop simplifiées de l'équation du transfert radiatif et/ou à l'utilisation de données d'entrée insuffisamment précises (diffusion de *Rayleigh* simple, approximation de *Henyey-Greenstein*, spectre solaire défini par la fonction de *Planck*...).
Les solutions proposées par *Preetham* puis *Hošek* et *Wilkie*, largement utilisées dans la communauté de l'imagerie de synthèse, utilisent un paramètre de *Turbidité*, comme indicateur du contenu d'aérosol de l'atmosphère. Dans ces modèles, de petites valeurs de turbidité ($\sim 1-2$) produisent un ciel bleu clair arctique, alors que des valeurs plus élevées ($\sim 8-10$) créent une atmosphère plus typique d'une journée chaude et humide. Ce paramètre implicitement lié à la visibilité au sein de l'atmosphère est totalement subjectif dans son utilisation. Dans notre contexte, il est indispensable de proposer une alternative. Comme nous l'avons déjà signalé, aucun modèle ne considère la polarisation de la lumière. Cependant [Wilkie et al., 2004], proposent une relation globale et empirique liant la turbidité au degré de polarisation. Nous n'avons pas jugé utile d'évaluer cette relation pour plusieurs raisons. Sa formulation est indépendante de la longueur d'onde ce qui limite son utilisation et de plus, comme nous souhaitons nous affranchir du paramètre de turbidité, son lien avec celui-ci ne correspond pas à notre démarche.

7.7 Modèles atmosphériques

Dans plusieurs domaines scientifiques tels quels que la météorologie, la climatologie, l'astronomie, la télédétection..., de nombreuses méthodes pertinentes ont été développées pour résoudre l'équation du transfert radiatif. Les différenciations majeures sont : leurs dimensions unidimensionnelle, ou multidimensionnelle, la prise en compte ou non de la polarisation, ainsi que leurs disponibilités, en particulier dans le cadre de ce travail. L'ensemble de ces outils permet de modéliser une majorité de conditions atmosphériques avec une grande précision : éclairement spectral solaire direct, diffusions, transmission atmosphérique, états de polarisations... avec comme données d'entrées des paramètres comme la localisation, la date et l'heure, les conditions nuageuses, les positions d'observation, la température... Ces outils ont été largement validés par de nombreuses expériences et observations en particulier avec comme référence les tables de données proposées par [Coulson, 1988].

7.8 Méthodes de résolutions

Dans le cas général, il est impossible de résoudre analytiquement l'équation du Transfert Radiatif sans approximation. Cependant plusieurs méthodes numériques exactes sont disponibles et peuvent être divisées en deux principaux groupes :

1. Le premier groupe est basé sur des transformations mathématiques de l'équation qui permettent une résolution analytique ou numérique. Le modèle unidimensionnel géométrique dans lequel le phénomène est étudié, est approximé par un certain nombre de couches planes ou sphériques correspondants à la variabilité verticale des paramètres pertinents. Les différentes couches sont supposées homogènes dans des directions horizontales ou radiales. Nous citons ici, sans entrer dans les détails :
   - Approximation à deux flux.
   - Approximation « DeltaEddington »
   - Méthodes exactes « Doubling and Adding » et « Successive Orders of Scattering (SOS) »
2. Le deuxième groupe utilise la méthode stochastique de Monte Carlo, qui est la technique la plus générale pour une solution numérique de l'équation du transfert radiatif. Elle est applicable à des problèmes tridimensionnels de propriétés optiques arbitraires et sans hypothèses ou simplifications.

La plupart des modèles publiquement disponibles sont dits 1D, c'est-à-dire qu'ils se placent dans l'approximation plane-parallèle de l'atmosphère ou pseudo-sphérique, ce qui heureusement est suffisant dans le cadre de ce travail, notre but étant d'utiliser les résultats pertinents pour proposer un modèle de ciel exploitable dans le monde de l'imagerie de synthèse.

7.9 Codes de calcul

Ces modèles atmosphériques scientifiques sont généralement mobilisés pour résoudre précisément à une seule longueur d'onde et à un seul angle. La plupart de ces modèles sacrifient les durées d'exécution pour la précision, ce qui les rend extrêmement coûteux pour le calcul de toute une image du dôme céleste.
De très nombreux codes existent, dont certains sont disponibles librement, [Emde et al.,] propose une excellente synthèse. Nous limitons notre présentation aux différents codes que nous

utilisons dans ce travail et qui appartiennent à la collection de fonctions et de programmes codés en *Fortran* et *C* : *LibRadTran* (*Library for Radiative Transfer*) [Mayer and Kylling, 2005]. L'outil principal de *LibRadTran* est le programme *uvspec* qui regroupe plusieurs méthodes de résolution des équations de transfert radiatif. Les différentes méthodes de résolution des équations de transfert radiatif que nous utilisons dans *uvspec* sont :

- DISORT (*Discrete Ordinate Radiative Transfer solver*) [Stamnes et al., 2000]. Méthode analytique, multi-flux unidimensionnelle pour l'atmosphère stratifiée composée par des couches planes parallèles. *DISORT* ne tient pas compte de la polarisation de la lumière, mais est une référence dans la communauté des sciences liées aux études des phénomènes atmosphériques.
- MYSTIC (*Monte carlo code for the phYSically correct Tracing of photons In Cloudy atmospheres*) [Emde et al., 2010a] est l'un des codes informatiques de résolution de l'équation du transfert radiatif, basé sur la méthode de Monte Carlo, le plus connu et le plus polyvalent. La flexibilité de ce modèle permet à l'utilisateur de choisir entre des environnements 1D ou 3D, en mode scalaire ou vectoriel. *MYSTIC* permet de gérer des environnements complexes, incluant nuages et surfaces non homogènes. La disponibilité de ce modèle a évolué au fil du temps, il est maintenant inclus dans la bibliothèque *LibRadTran*, mais le modèle de transfert radiatif polarisé est limité seulement à la version unidimensionnelle.

Mode opératoire général d'utilisation

La qualité des résultats obtenus avec ces codes de résolutions est très fortement liée aux informations fournies par l'utilisateur. De nombreuses possibilités sont offertes, à la fois, pour le choix des données d'entrées nécessaires aux calculs, et pour le choix de la nature des résultats. La figure 7.2 illustre succinctement, le principe général d'utilisation d'un code de résolution de l'équation du transfert radiatif. Les données d'entrée ne sont pas toutes requises ensemble et leurs choix dépendent de la nature de la simulation.

7.10 Données d'entrée

Pour des études très spécifiques, il est possible de définir individuellement les différentes données nécessaires aux calculs. Dans notre cas, qui est plus général, il est préférable de s'appuyer sur des données issues de bases de données disponibles pour la communauté. Nous en citons ici, quelques unes sans exhaustivité, avant de préciser dans le chapitre suivant celles que nous avons retenues.

- **Données spectroscopiques (Absorption moléculaire)**
  - HITRAN : (HIgh-resolution TRANsmission) [4]
  - GEISA : (Gestion et Étude des Informations Spectroscopiques Atmosphériques) [5]
- **Propriétés optiques des aérosols**
  - OPAC (Optical Properties of Aerosols and Clouds) [6] [Hess et al., 1998].
  - Modèles de la World Meteorological Organization (WMO) [of Meteorology et al., 1986]
  - Modèles de *Shettle* et *Fenn* [Shettle and Fenn, 1979]

4. http://hitran.org/
5. http://ether.ipsl.jussieu.fr/etherTypo/
6. http://ether.ipsl.jussieu.fr/etherTypo/?id=1058)

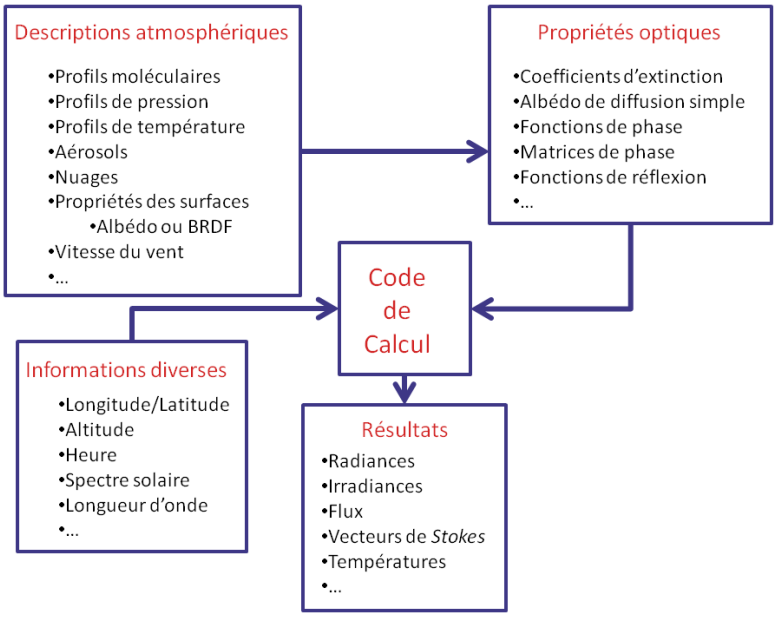


FIGURE 7.2 – Mode opératoire général d'exploitation d'un code de calcul du Transfert Radiatif

- **Profils atmosphériques**
  La plupart des codes de transfert radiatif utilise par défaut les six profils atmosphériques définis par : *Air Force Geophysics Laboratory (AFGL)* [Anderson et al., 1986]
  - Le modèle afglt « Tropical »
  - le modèle afglms « Midlatitude summer »
  - le modèle afglmw « Midlatitude winter »
  - le modèle afglss « Subarctic summer »
  - le modèle afglsw « Subarctic winter »
  - le modèle afglus « U.S. Standard Atmosphere 1976 »
- **Propriétés de surfaces**
  - MODIS (Moderate Resolution Imaging Spectroradiometer) [7]
  - POSTEL (Pôle d'Observation des Surfaces continentales par TELédétection) [8]
  - ASTER [Baldridge et al., 2009] [9]
- **Spectres solaires extraterrestres**
  - Éclairement spectral solaire de 200 nm à 2400 nm mesurée pendant les missions satellitaires *ATLAS* (mars 1992) et *EURECA* (aout 1992 - janvier 1993) [Thuillier et al., 2003].
  - Éclairement spectral solaire de 200 nm à 10 000 nm publiée par : [Kurucz, 1994]

7. http ://modis.gsfc.nasa.gov/
8. http ://postel.obs-mip.fr/
9. http ://speclib.jpl.nasa.gov/

8 Modèle de ciel en mode spectral et polarisé

Dans ce chapitre, nous proposons à la communauté de l'informatique graphique, un modèle de ciel numérique spectral, indexé par les positions angulaires du Soleil, validé radiométriquement et intégrant les informations de polarisation de la lumière. En reprenant la classification des modèles d'environnement lumineux, que nous avons présenté en introduction, celui-ci se situe dans la catégorie des modèles numériques basés sur la résolution de l'équation du transfert radiatif. Comme il est évidemment impossible de recréer la totalité des situations pouvant se présenter dans la réalité, nous avons choisi de proposer un modèle de ciel *clair*, c'est-à-dire sans nuage. Nous considérons à ce stade, ne perdre aucune généralité dans le cadre de simulations prédictives. D'autres calculs de rendu avec des ciels « réels » pourront être faits à partir d'environnements capturés.
Nous avons séparé notre contribution en deux phases :

1. Nous générons, une série de simulations de base et de référence, en utilisant le code *MYSTIC* de la suite logicielle *LibRadTran*, avec des conditions que nous détaillerons dans la suite de ce chapitre.
2. Nous proposons un outil logiciel, qui permet à partir de ces données, pour un lieu, une date et des conditions atmosphériques précises, de générer l'ensemble des informations nécessaires exploitables, par la communauté de l'informatique graphique pour exploitation dans un moteur de rendu adapté.

8.1 Code *MYSTIC*

MYSTIC (*Monte carlo code for the phYSically correct Tracing of photons In Cloudy atmospheres*) [Mayer, B., 2009], [Emde et al., 2010a] est un solveur de l'équation du transfert radiatif, basé sur la méthode de Monte Carlo, en mode scalaire ou vectoriel. La version unidirectionnelle est disponible librement pour la communauté. Les simulations effectuées avec *MYSTIC* prennent en compte l'ensemble des phénomènes radiatifs, se produisant au sein de l'atmosphère. En activant l'option vectorielle, les composantes du vecteur de *Stokes* sont calculées, pour différents angles d'élévation du Soleil, différentes longueurs d'onde et albédo du sol.

8.1.1 Justification

Les codes *MYSTIC* et *DISORT* traitent l'équation du transfert radiatif selon deux méthodes numériques totalement différentes.

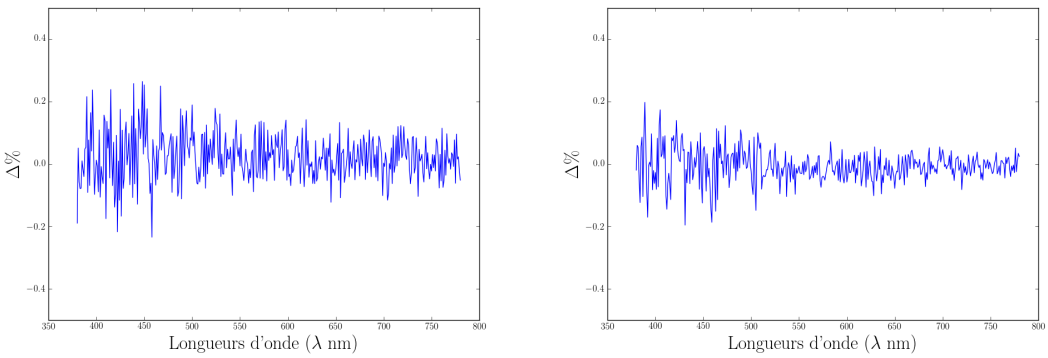
- *DISORT* est basé sur la méthode purement analytique des ordonnées discrètes et réalise des calculs indépendants du temps dans une atmosphère stratifiée (approximation plane-parallèle). Il est certainement un des codes de résolution de l'équation du transfert radiatif, le plus testé.
- *MYSTIC* utilise les techniques de *Monte Carlo*, dans la même approximation.

Nous avons réalisé des simulations avec ces deux solveurs dans des situations qui nous intéressent et avec des conditions d'entrée identiques de ciel clair. Les figures 8.1 à 8.3, montrent les résultats obtenus, l'erreur se situe dans le bruit numérique des simulations de Monte Carlo, et dans l'ensemble des cas inférieur à ±0.2%.

Les différences relatives sont calculées, simplement, par la relation suivante :
$\Delta = 100\frac{|DISORT - MYSTIC|}{DISORT}$

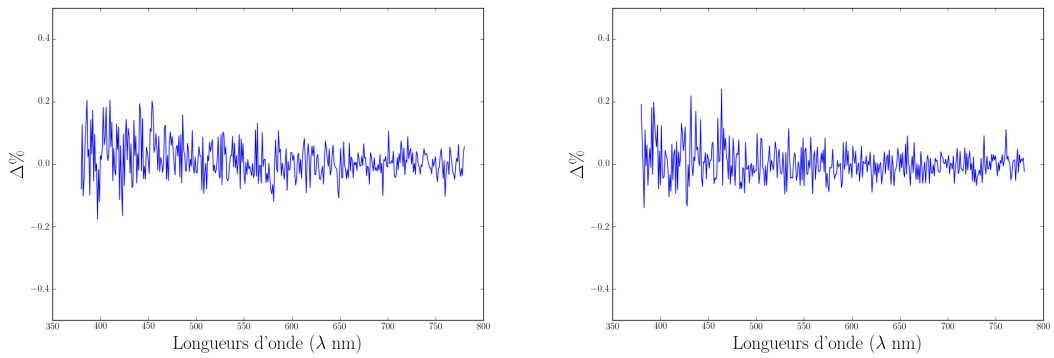
Les deux codes, basés sur des méthodes complètement différentes, fournissent des résultats équivalents. Nous pouvons conclure que dans le cadre de nos comparaisons, les deux méthodes et les deux codes sont corrects. Nous pouvons parler de solutions « exactes » de l'équation du transfert radiatif.

De fait, les données ainsi générés peuvent être considérées comme des références. Nous les exploiterons pour générer nos propres simulations de ciel. En nous basant sur de tels résultats, nous pensons objectivement nous affranchir des manques d'exactitude relevés dans la totalité des solutions de simulations existantes. De plus avec *MYSTIC*, nous apportons les informations de polarisation précises, absentes de tous les autres codes habituels. Des éléments précis de validation de *MYSTIC* sont donnés par [Emde et al., 2010b]. Dans des cas plus complexes prenant en compte, en particulier les nuages, la précision de *MYSTIC* a été démontrée, encore par comparaison avec le code *DISORT* et également avec d'autres solutions, au cours du projet : *I3RC* (Intercomparaison of 3D Radiation Codes), où des écarts inférieurs à 2% ont été constatés [Cahalan et al., 2005]. Les comparaisons des différents codes sont disponibles sur les sites : http://i3rc.gsfc.nasa.gov/ et http://rami-benchmark.jrc.it/.



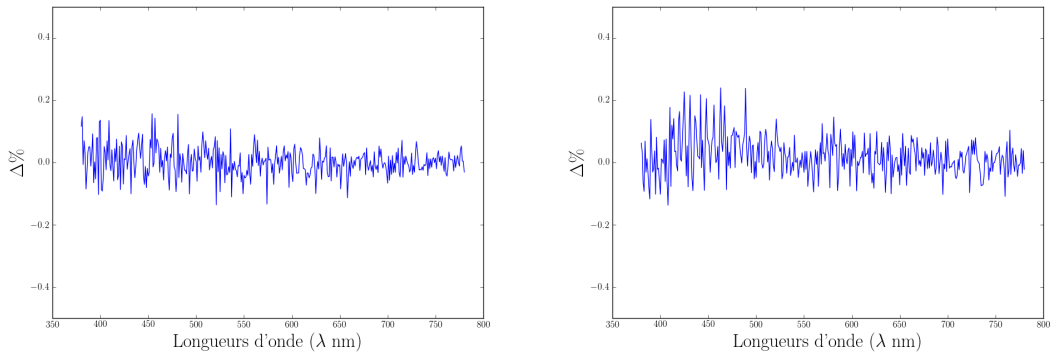
a b

FIGURE 8.1 – Différences relatives *DISORT* vs *MYSTIC*. Position zénithale du Soleil : 30°, Profil atmosphérique : U.S. Standard Atmosphere, Spectre solaire extraterrestre : *kurudz*. (a) Profil aérosol : Urban, (b) Profil aérosol : Antarctic.



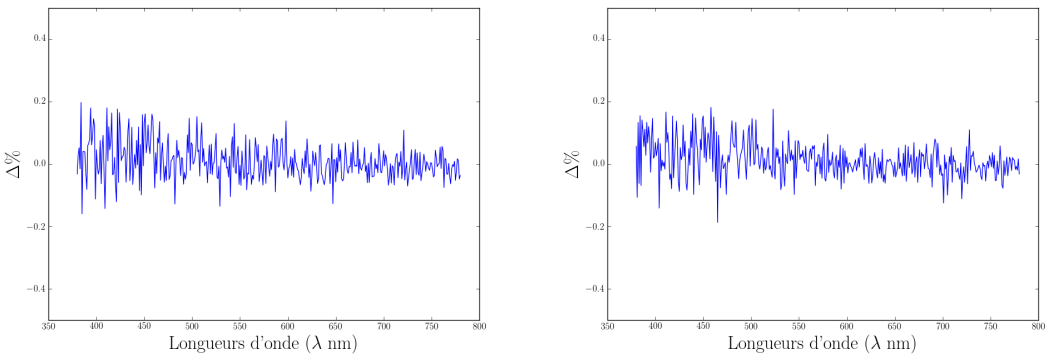
a b

FIGURE 8.2 – Différences relatives *DISORT* vs *MYSTIC*. Position zénithale du Soleil : 30°, Profil atmosphérique : U.S. Standard Atmosphere, Spectre solaire extraterrestre : *kurudz*. (a) Profil aérosol : Maritime Polluted, (b) Profil aérosol : Maritime Tropical.



a b

FIGURE 8.3 – Différences relatives *DISORT* vs *MYSTIC*. Position zénithale du Soleil : 30°, Profil atmosphérique : U.S. Standard Atmosphere, Spectre solaire extraterrestre : *kurudz*. (a) Profil aérosol : Continental Clean, (b) Profil aérosol : Continental Polluted.



a b

FIGURE 8.4 – Différences relatives *DISORT* vs *MYSTIC*. Position zénithale du Soleil : 30°, Profil atmosphérique : U.S. Standard Atmosphere, Spectre solaire extraterrestre : *kurudz*. (a) Profil aérosol : Continental Average, (b) Profil aérosol : Maritime Clean.

8.1.2 Paramètres de calcul

Les choix des propriétés optiques de l'atmosphère, liés aux profils de distribution des aérosols, ainsi que les propriétés de surface sont déterminants. Les autres informations plus générales, les données spectroscopiques, les profils atmosphériques, le spectre solaire extraterrestre, peuvent être sélectionnés et fixés. Dans le contexte de ciel *clair*, que nous avons évoqué, nous avons retenu les paramètres suivants pour les simulations, nous les présenterons successivement dans la suite de ce chapitre.
Ces paramètres sont classés dans deux catégories :

1. Paramètres identiques pour toutes les simulations
   - Le type de profil atmosphérique.
   - Le spectre solaire au sommet de l'atmosphère.
2. Paramètres liés à chaque simulations
   - Les angles solaires zénithaux et azimutaux, indicatifs du lieu, de la date et de l'heure.
   - Longueurs d'onde
   - L'albédo du sol.
   - Les types et distributions d'aérosols.

8.1.2.1 Angles solaires zénithaux et azimutaux

Comme nous l'avons déjà défini dans la section 6.1.2, nous avons développé un utilitaire logiciel pour déterminer la position du Soleil à partir des informations de localisation, de date et de temps. Le tableau 8.1 suivant illustre quelques situations. L'angle azimutal du Soleil est référencé à partir du Nord dans le sens horaire. Le code *MYSTIC* utilise une autre convention, le même angle est compté à partir de l'Est. Bien que ce ne soit pas une difficulté, cela nous obligera à faire quelques modifications, en fait un simple décalage, sur les images générées.

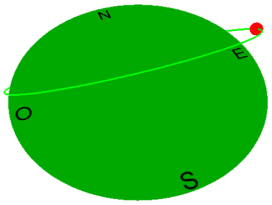
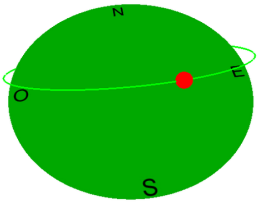
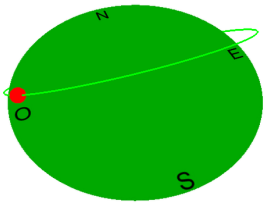
Heures	9h	13h	18h
Angle élévation	19.240°	50.399°	26.432°
Angle azimut	95.5048°	159.496°	255.354°
			

TABLE 8.1 – Différentes positions du Soleil, le 25 aout 2015 École des Mines Paris (longitude = 2.339193°, latitude = 48.844952°).

8.1.2.2 Longueurs d'onde

Les simulations réalisées avec *MYSTIC* sont liées à une longueur d'onde précise. Pour rester dans la gamme du visible et pour également correspondre au caractéristiques du système de capture que nous avons développé (voir section 11), les simulations ont été effectuées dans l'intervalle de longueurs d'onde [380 nm – 780 nm] avec un pas de 20 nm. À partir de ces vingt et un calculs, il sera possible de créer les images correspondantes en hautes dynamiques, en utilisant la méthode décrite dans la section 2.2.4.1.

8.1.2.3 Profil atmosphérique

Pour la totalité des calculs nous avons retenu le profil atmosphérique normalisé : *AFGL US* « U.S. Standard Atmosphere 1976 » [Anderson et al., 1986]. Ce modèle décrit les variations de pression, de température, de concentration des composants de l'air, en fonction de l'altitude. Plusieurs valeurs de ce modèle sont répertoriées dans le tableau 8.2

z (km)	p (mbar)	T (K)	N_2 (cm^{-3})	O_3(cm^{-3})	O_2(cm^{-3})	H_2O(cm^{-3})	CO_2(cm^{-3})	NO_2(cm^{-3})
120	0.00003	360.000	$5.110260\,10^{11}$	$2.557000\,10^{2}$	$3.707650\,10^{10}$	$1.022800\,10^{5}$	$1.789900\,10^{7}$	$7.722140\,10^{1}$
100	0.00032	195.100	$1.187967\,10^{13}$	$4.756001\,10^{6}$	$1.902400\,10^{12}$	$4.756001\,10^{16}$	$2.318550\,10^{9}$	$2.021300\,10^{3}$
50	0.79780	270.700	$2.134605\,10^{16}$	$6.621600\,10^{10}$	$4.464240\,10^{15}$	$1.116060\,10^{11}$	$7.048799\,10^{12}$	$9.462480\,10^{6}$
20	55.290	216.700	$1.847990\,10^{18}$	$4.768571\,10^{12}$	$3.864410\,10^{17}$	$7.211100\,10^{12}$	$6.101700\,10^{14}$	$2.570110\,10^{9}$
5	540.5	255.700	$1.531006\,10^{19}$	$5.772576\,10^{11}$	$3.201880\,10^{18}$	$2.140204\,10^{16}$	$5.055600\,10^{15}$	$3.523600\,10^{8}$
0	1013.0	288.200	$2.545818\,10^{19}$	$6.777680\,10^{11}$	$5.325320\,10^{18}$	$1.973426\,10^{17}$	$8.408400\,10^{15}$	$5.860400\,10^{8}$

TABLE 8.2 – Valeurs de pression, température et concentration de quelques composants de l'air en fonction de l'altitude.

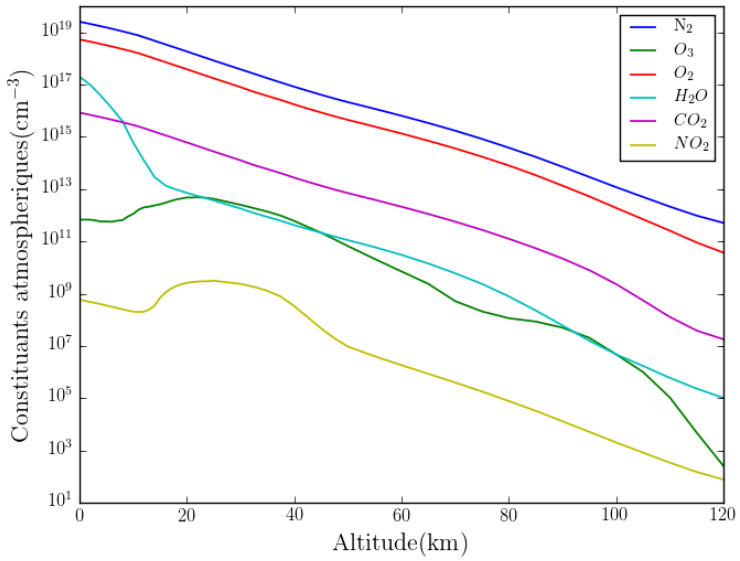


FIGURE 8.5 – Évolutions en échelle logarithmique, de quelques composants atmosphériques en fonction de l'altitude.

8.1.2.4 Spectre solaire

Nous avons systématiquement utilisé les valeurs d'éclairement solaire extraterrestre proposées par [Kurucz, 1994], échantillonnées de 200 nm à 10 000 nm avec un pas de 1 nm. À titre purement indicatif, plusieurs valeurs de ces données, limitées à l'intervalle d'utilisation dans notre propos, sont répertoriées dans le tableau 8.3

300	350	380	400	420	440
$5.144130\,10^{2}$	$1.138382\,10^{3}$	$1.105252\,10^{3}$	$1.711472\,10^{3}$	$1.485867\,10^{3}$	$1.790717\,10^{3}$
460	480	500	520	540	560
$2.021145\,10^{3}$	$2.092958\,10^{3}$	$1.913283\,10^{3}$	$1.855639\,10^{3}$	$1.889856\,10^{3}$	$1.788781\,10^{3}$
580	600	620	640	660	680
$1.880763\,10^{3}$	$1.782035\,10^{3}$	$1.716394\,10^{3}$	$1.595698\,10^{3}$	$1.562818\,10^{3}$	$1.494582\,10^{3}$
700	720	740	760	780	800
$1.437483\,10^{3}$	$1.341365\,10^{3}$	$1.283998\,10^{3}$	$1.250544\,10^{3}$	$1.192169\,10^{3}$	$1.122846\,10^{3}$

TABLE 8.3 – Valeurs de l'éclairement solaire (mW·nm^{-1}·m^{-2}) en fonction de la longueur d'onde (nm).

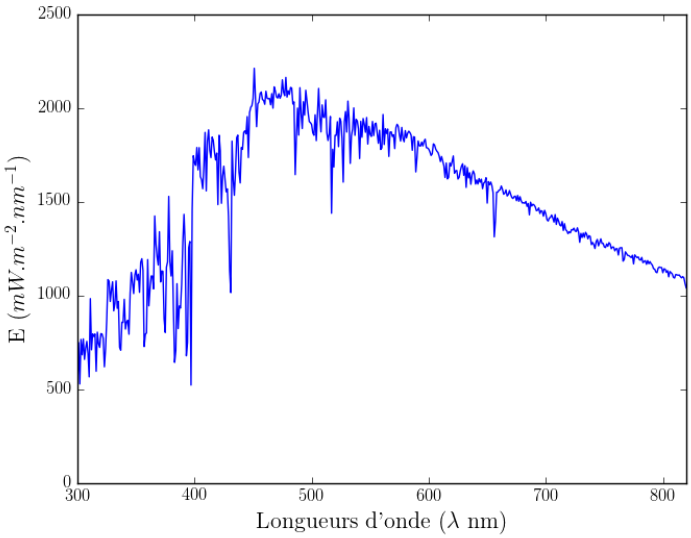


FIGURE 8.6 – Spectre solaire extraterrestre à TOA [Kurucz, 1994].

8.1.2.5 Profil aérosols

Les profils d'aérosols atmosphériques proposés soit par : *OPAC*, la *WMO*, *Shettle* et *Fenn*, sont des « mélanges » de compositions élémentaires ; elles mêmes constituées de distributions Log-Normale (voir annexe E) de différentes espèces de particules. Les communautés des météorologistes et climatologues ont défini une série de compositions de références dont la liste est détaillée dans le tableau 8.4, qui fournit les différentes espèces constituantes de base de chaque classe, ainsi que les paramètres des lois de distributions.

Component	σ	r_{modN}	r_{modV}	r_{min}	r_{max}	ρ	M^*
Insoluble (inso)	2.51	0.471	6.00	0.005	20.0	2.0	23.7
Water soluble (waso)	2.24	0.0212	0.15	0.005	20.0	1.8	$1.34\,10^{-3}$
Soot (soot)	2.00	0.0118	0.05	0.005	20.0	1.0	$5.99\,10^{-5}$
Sea salt (accumulate mode) (ssam)	2.03	0.209	0.94	0.005	20.0	2.2	0.802
Sea salt (coarse mode)(sscm)	2.03	1.75	7.90	0.005	60.0	2.2	224
Mineral (nuclide mode)(minm)	1.95	0.07	0.27	0.005	20.0	2.6	0.0278
Mineral (accumulate mode)(miam)	2.00	0.39	1.60	0.005	20.0	2.6	5.53
Mineral (coarse mode)(micm)	2.15	1.90	11.00	0.005	60.0	2.6	324
Mineral transported (mitr)	2.20	0.50	3.00	0.02	5.0	2.5	15.9
Sulfate droplets(suso)	2.03	0.0695	0.31	0.005	20.0	1.7	0.0228

TABLE 8.4 – Propriétés physiques des composants. σ, r_{modN}, r_{modV}, r_{min}, r_{max}, sont les paramètres de distribution de tailles de la loi Log-Normale, exprimés en µm. ρ est la densité des particules en g·m^{-3} M^* est la masse d'aérosols par m^3 d'air, normalisée par le nombre de particules par cm^3 d'air.

En association, pour chaque classe, des tables définissant les propriétés optiques des composants, en fonction de la longueur d'onde sont fournies. Le tableau 8.5 indique quelques valeurs pour la classe *inso*.

Wavelength (nm)	ext.coef	sca.coef	abs.coef	asym.par	ref.real	ref.imag
400	6.563e-03	5.749e-03	8.141e-04	0.857e+00	1.260e+00	-1.200e-02
600	3.121e-03	1.887e-03	1.234e-03	0.898e+00	1.150e+00	-3.700e-02

TABLE 8.5 – Propriétés optiques des composants pour la classe *inso*, les coefficients d'extinction, de diffusion et d'absorption sont exprimés en km^{-1}.

La figure 8.7 illustre les éléments $P11$, $P12/P11$, $P33/P11$ et $P34/P11$, calculés avec le logiciel *MIEV0*, de la matrice de diffusion, en fonction de la longueur d'onde pour la distribution *inso*.

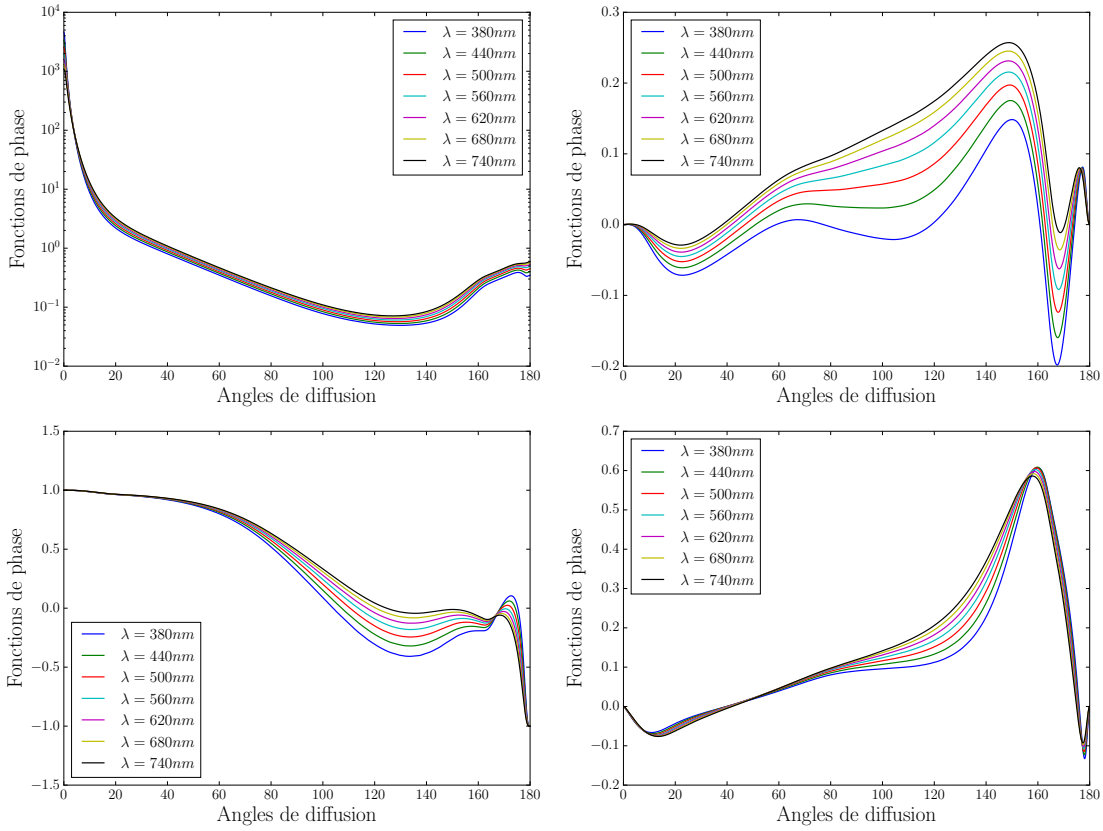


FIGURE 8.7 – Éléments de la matrice de diffusion $P11$, $P12/P11$, $P33/P11$ et $P34/P11$.

Comme nous l'avons déjà évoqué, dans les modèles de ciel utilisés habituellement en imagerie de synthèse, le paramètre de turbidité permet à l'utilisateur de « gérer » la transparence ou la visibilité de et à travers l'atmosphère et donc indirectement le profil des aérosols. La visibilité varie de 0.1 km à 100 km, le paramètre de turbidité évolue de façon empirique et subjective de 1 à 10. Nous n'avons pas été en mesure de dégager de règles précises quant à son utilisation.

Pour s'affranchir de cette indication subjective de turbidité, nous avons décidé d'utiliser les profils de la base de données *OPAC* [Hess et al., 1998].

Ce choix assure la répétabilité des simulations et de fait, la turbidité devient implicite.

Dans la littérature spécialisée, un très grand nombre de références relatives à *OPAC* sont faites, ce qui pointe l'intérêt de la communauté pour ces données. Un dernier point important qui a motivé notre choix, est que *OPAC* est directement utilisable dans *Mystic*.

Base de données *OPAC*

OPAC est composée de neuf classes d'aérosols typiques, composés par différentes espèces (voir tableau 8.6).

Dénomination	Description
Continental propre (continental clean)	Régions continentales rurales, faibles influences anthropiques ($< 0.1\,\mathrm{mg{\cdot}m^{-3}}$ de suie).
Continental moyen (continental average)	Zones continentales sous influences anthropiques, contenant de la suie et une plus grande quantité de constituants solubles et insolubles dans l'eau.
Continental pollué (continental polluted)	Zones polluées par les activités humaines. La quantité de suie est de $2\,\mathrm{mg{\cdot}m^{-3}}$ et la masse volumique de substances hydrosolubles est plus du double que pour les aérosols de type continental moyen.
Urbain (urban)	Forte pollution dans les zones urbaines. La masse volumique de suie est de $7.8\,\mathrm{mg{\cdot}m^{-3}}$, et la masse volumique des constituants solubles et insolubles dans l'eau est environ deux fois celle de l'aérosol continental pollué.
Maritime propre (maritime clean)	Conditions maritimes non perturbées éloignées, sans suie, mais avec une certaine quantité d'aérosols hydrosoluble.
Maritime pollué (maritime polluted)	Environnement maritime sous l'influence anthropique avec des quantités très variables de suie $0.3\,\mathrm{mg{\cdot}m^{-3}}$ et de particules hydrosoluble d'origine anthropique $7.6\,\mathrm{mg{\cdot}m^{-3}}$. Les proportions de sel marin restent inchangées par rapport aux aérosols maritime propre.
Maritime tropical(maritime tropical)	Faible densité de substances hydrosolubles, densité plus faible de sel marin.
Désertique (desert)	Utilisé pour décrire les aérosols sur tous les déserts du monde.
Antarctique (antarctic)	Aérosols présents sur le continent antarctique. Principalement constitués de particules de sulfates, de minéraux et de sel marin. La composition fournie ici est valable pour les conditions estivales.

TABLE 8.6 – Les neuf types de profils d'aérosols proposés dans la base de données OPAC.

À titre d'exemple nous donnons ici une composition typique pour la classe *Urban* utilisée.

z(km)	inso	waso	soot	suso
35.0	0.000e+00	0.000e+00	0.000e+00	0.000e+00
12.0	0.000e+00	0.000e+00	0.000e+00	6.840e-08
11.0	7.436e-07	1.484e-07	4.420e-09	0.000e+00
10.0	8.427e-07	1.682e-07	5.009e-09	0.000e+00
9.0	9.549e-07	1.905e-07	5.676e-09	0.000e+00
8.0	1.082e-06	2.159e-07	6.432e-09	0.000e+00
7.0	1.226e-06	2.447e-07	7.288e-09	0.000e+00
6.0	1.389e-06	2.772e-07	8.259e-09	0.000e+00
5.0	1.574e-06	3.142e-07	9.358e-09	0.000e+00
4.0	1.784e-06	3.560e-07	1.060e-08	0.000e+00
3.0	2.021e-06	4.034e-07	1.202e-08	0.000e+00
2.0	2.291e-06	4.571e-07	1.362e-08	0.000e+00
1.0	3.338e-05	5.250e-05	7.313e-06	0.000e+00
0.0	3.782e-05	5.950e-05	8.287e-06	0.000e+00

TABLE 8.7 – Composition typique pour la classe *Urban*.

8.1.2.6 Albédo du sol

Le rayonnement solaire atteignant la surface terrestre est absorbé ou réfléchi par des surfaces variées, possédant chacune des propriétés optiques différentes. Cette propriété est définie par le paramètre albédo ρ_g et s'exprime comme le rapport de l'éclairement diffusé par la surface vers toutes les directions ascendantes $E^{\uparrow}$, sur l'éclairement incident descendant sur la même surface $E^{\downarrow}$ (équation 8.1).

$$\rho_g = \frac{E^{\uparrow}}{E^{\downarrow}} \tag{8.1}$$

D'une façon générale, l'albédo est lié à la distribution de la réflectance bidirectionnelle (*Bidirectional Reflectance Distribution Function*) (voir section 4.1), qui décrit, de façon goniométrique, la réflectance des surfaces. Il existe une grande variété de types de sol, allant des terres sombres à albédo faible jusqu'à des terres enneigées à albédo élevé, en passant par les forets, déserts, terres agricoles... à albédo moyen. Le tableau 8.8 présente quelques valeurs d'albédo pour des surfaces particulières.

La NASA met à disposition de la communauté des cartes mondiales de paramètres décrivant l'albédo du sol, calculés à partir des images de l'instrument *MODIS* (Moderate Resolution Imaging Spectroradiometer) [Platnick et al., 2003] .

Surface	Albédo
Neige fraiche	0.75 - 0.95
Neige tassée	0.4 - 0.7
Glace marine	0.25 - 0.4
Sable (Désert)	0.2 - 0.4
Herbe	0.16 - 0.25
Foret	0.1 - 0.25
Terre sèche	0.15 - 0.25
Terre Humide	0.1
Eau (Soleil bas)	0.5 - 0.8
Eau (Soleil haut)	0.05 - 0.1
Asphalte	0.1 - 0.25
Béton	0.15 - 0.25

TABLE 8.8 – Différentes valeurs de l'albédo pour différentes natures de surfaces.

La figure 8.8 précise l'importance de l'albédo dans les simulations

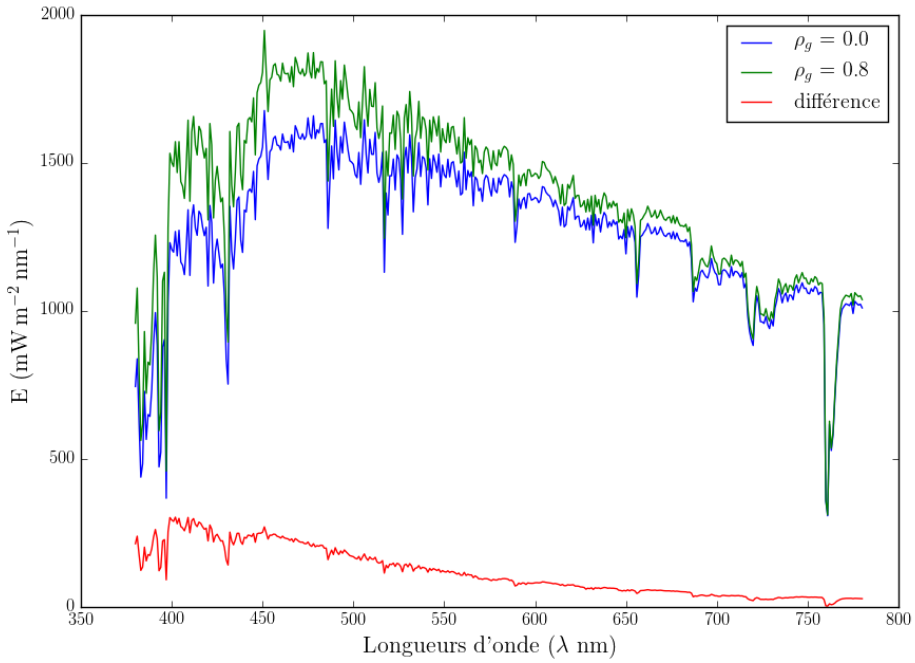


FIGURE 8.8 – Sensibilité spectrale de l'éclairement solaire à un changement d'albédo du sol ρ_g. Calculée avec *Disort*, Position zénithale du Soleil : 30°, Profil atmosphérique : U.S. Standard Atmosphere, Spectre solaire extraterrestre : *kurudz*, Profil aérosol : Continental clean.

Devant la multitude de possibilités et dans le but de proposer des modèles de ciel généraux, nous avons retenu pour l'ensemble de nos simulations des albédos correspondants à des surfaces lambertiennes, et indépendants de la longueur d'onde. Notons que pour les surfaces des mers, océans, lacs...) *calmes*, nous pouvons encore nous placer dans cette hypothèse.

Par contre, pour des surfaces en *mouvements*, cette hypothèse n'est plus valable et des BRDF spécifiques (simulées ou mesurées) doivent être impérativement utilisées.

8.2 Principe général

Notre ambition est de proposer un modèle de ciel clair dans un maximum de situations. La solution la plus évidente, aurait été d'utiliser directement le code *MYSTIC*, alimenté par les paramètres précis, correspondants à la situation voulue. Cette solution séduisante et facile s'avère irréaliste, à la fois à cause des temps de calculs et son manque de généralité.
Le code *MYSTIC* ne permet de faire des simulations que pour une longueur d'onde, qu'une position du Soleil, et que pou une position d'observation déterminées. Dans l'hypothèse d'une résolution d'image de 1000×2000, avec la répartition spectrale que nous avons retenu (21 longueurs d'onde), nous devons exécuter le code $21 \times 1000 \times 2000$ fois. Avec un ordinateur performant, le temps de calcul d'un pas de simulation est en moyenne de 2 s. Ce qui correspond à une durée totale de calculs de : 970 jours ! Même en utilisant la totalité des ordinateurs disponibles (environs 50 processeurs, 4 cœurs) du laboratoire de l'École des Mines, nous arrivons à un temps approximatif de 4.8 jours !, ce qui est impensable pour une unique simulation.
Pour proposer nos modèles de ciel, nous nous sommes basés sur deux hypothèses directrices simples et que nous justifions maintenant.

1. L'indépendance azimutale qui est une conséquence de l'isotropie de l'atmosphère, dans le cas d'un ciel clair.
2. Pour des élévations du Soleil proches, les variations de chaque composantes du vecteur de *Stokes* sont « lisses ».

8.2.1 Vérifications des hypothèses

8.2.1.1 Indépendance des angles d'azimut

Pour valider l'hypothèse 1 énoncée précédemment, il suffit d'observer l'équation du transfert radiatif exprimée en 6.9. Nous constatons que les directions de diffusion sont totalement aléatoires, que l'albédo de diffusion ω ne dépend pas de la direction du flux incident, et que la fonction (matrice) de phase dépend uniquement de l'angle de diffusion Ψ par son cosinus. En complément, l'équation 6.14 montre que $\cos\Psi$ ne dépend que des angles d'élévation et de l'azimut relatif du Soleil et du point observé.
Pour des angles d'élévation précis, l'unique variable importante est l'azimut relatif. Il est donc possible de fixer l'azimut absolu du Soleil à 0, calculer la distribution de luminance énergétique en faisant varier l'azimut absolu du point observé, en suite, pour un azimut absolu quelconque du Soleil, obtenir le résultat par une *rotation* pour le repositionner. Bien évidemment, cela n'est valable que dans les cas de ciel clair ; pour un ciel nuageux, la répartition des nuages est liée à l'angle azimutal.

8.2.1.2 Évolutions des composantes du vecteur de *Stokes*

Pour vérifier l'hypothèse 2, nous avons réalisé des simulations avec *MYSTIC*, pour un azimut fixé à 0, pour différentes élévations du Soleil, l'ensemble des profils aérosols et chaque longueur d'onde. Les positions du Soleil dans *MYSTIC* sont référencées à partir du Nord, nous

avons appliqué un décalage par « translation », comme illustré par les figures 8.9 et 8.10. Dans cette condition azimutale, la position du Soleil est plein Est.

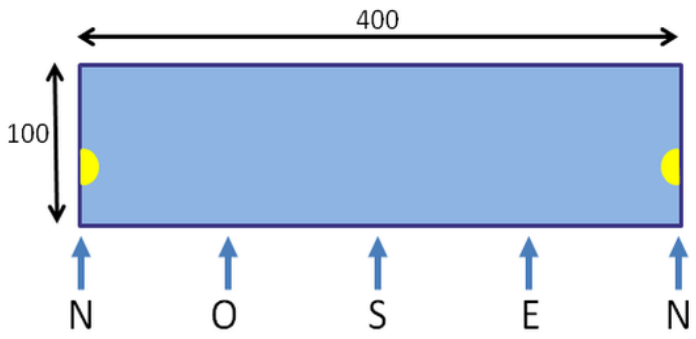


FIGURE 8.9 – Position du Soleil pour un azimut nul pour une simulation *MYSTIC*.

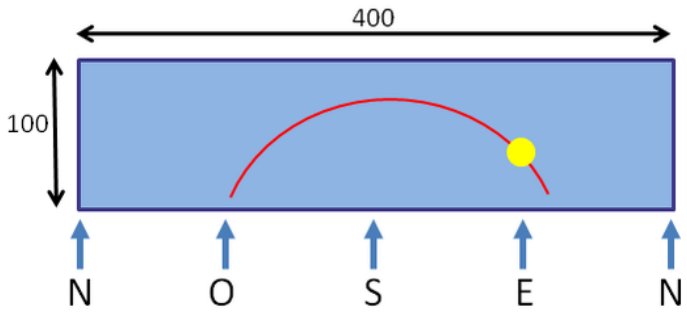


FIGURE 8.10 – Position du Soleil pour un azimut nul après translation, dans l'hémisphère Nord.

Le traitement est légèrement différent pour l'hémisphère Sud et nous avons la situation suivante (voir figure 8.11).

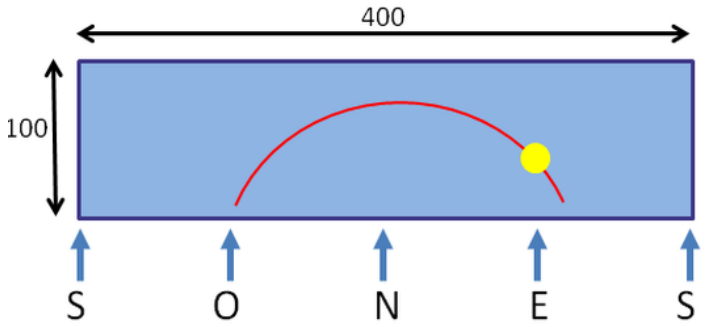


FIGURE 8.11 – Position du Soleil pour un azimut nul après translation, dans l'hémisphère Sud.

Le nombre de simulations effectuées est conséquent. Pour ne pas surcharger ce document, nous présentons ici uniquement les résultats obtenus, pour la longueur d'onde 540 nm pour

le profil aérosol *Antarctic*, un albédo du sol de 0.2 et les élévations du Soleil de 5°, 10°, 20°, 30°, 40°, 50°, 60°.

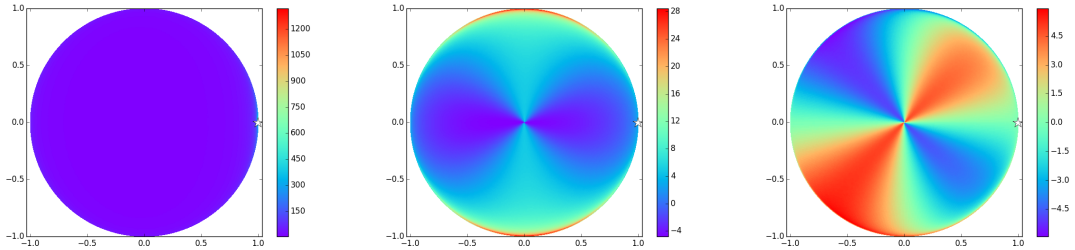


FIGURE 8.12 – Composantes I (mW·nm^{-1}·m^{-2}·sr^{-1}), Q et U du vecteur de *Stokes*. Élévation 5°, $\lambda = 540$ nm.

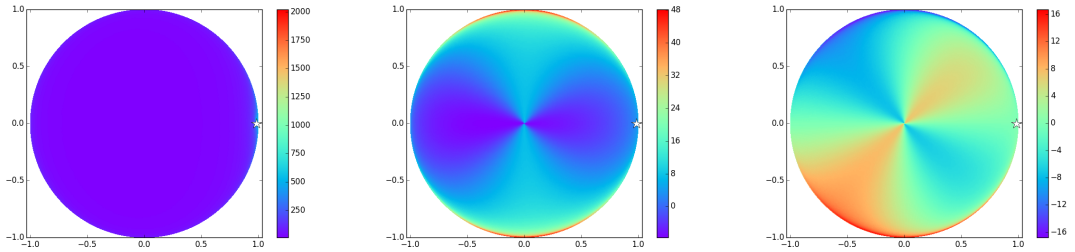


FIGURE 8.13 – Composantes I (mW·nm^{-1}·m^{-2}·sr^{-1}), Q et U du vecteur de *Stokes*. Élévation 10°, $\lambda = 540$ nm.

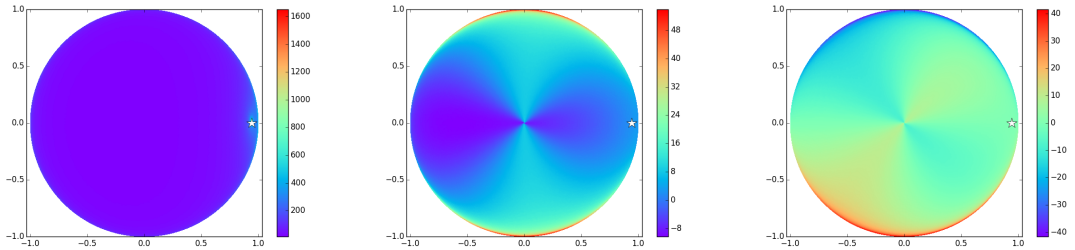


FIGURE 8.14 – Composantes I (mW·nm^{-1}·m^{-2}·sr^{-1}), Q et U du vecteur de *Stokes*. Élévation 20°, $\lambda = 540$ nm.

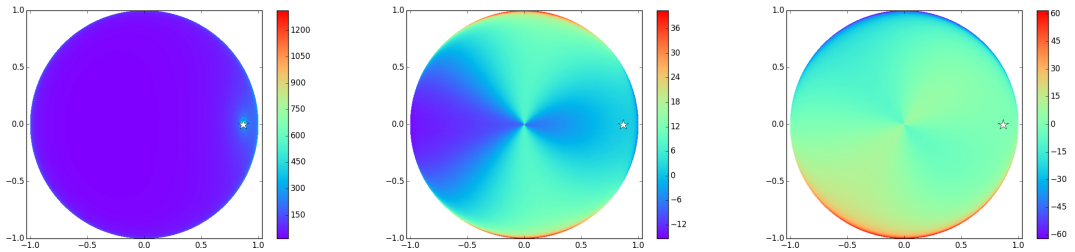


FIGURE 8.15 – Composantes I (mW·nm^{-1}·m^{-2}·sr^{-1}), Q et U du vecteur de *Stokes*. Élévation 30°, $\lambda = 540$ nm.

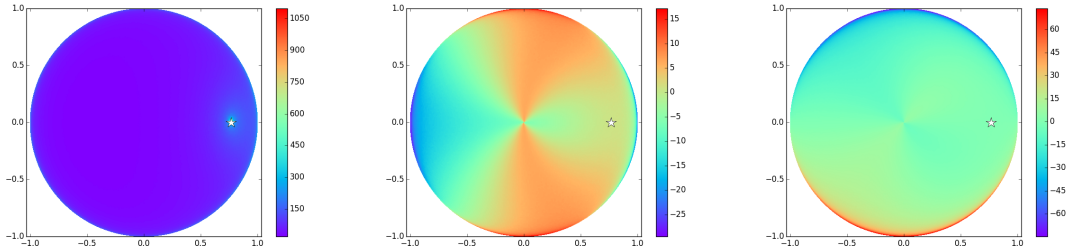


FIGURE 8.16 – Composantes I (mW·nm^{-1}·m^{-2}·sr^{-1}), Q et U du vecteur de *Stokes*. Élévation 40°, $\lambda = 540$ nm.

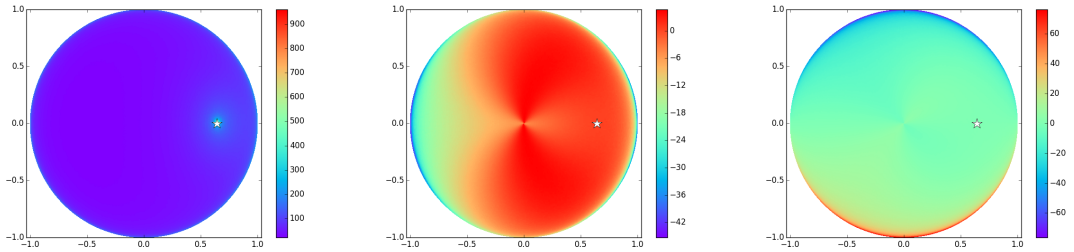


FIGURE 8.17 – Composantes I (mW·nm^{-1}·m^{-2}·sr^{-1}), Q et U du vecteur de *Stokes*. Élévation 50°, $\lambda = 540$ nm.

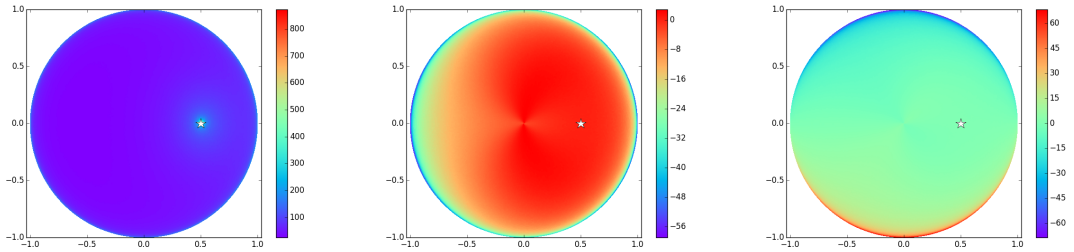


FIGURE 8.18 – Composantes I (mW·nm^{-1}·m^{-2}·sr^{-1}), Q et U du vecteur de *Stokes*. Élévation 60°, $\lambda = 540$ nm.

Les illustrations suivantes présentent les courbes d'évolutions, pour les différentes élévations, des trois composantes du vecteur de *Stokes* pour cette position, dans les cas présentés précédemment.

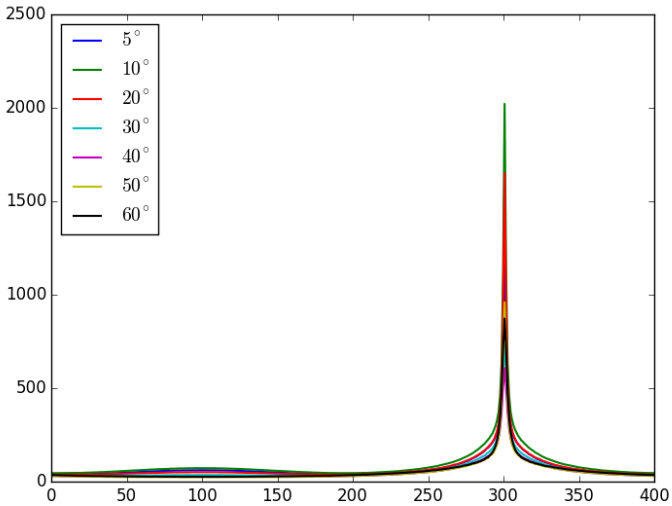


FIGURE 8.19 – Composante I du vecteur de *Stokes*.

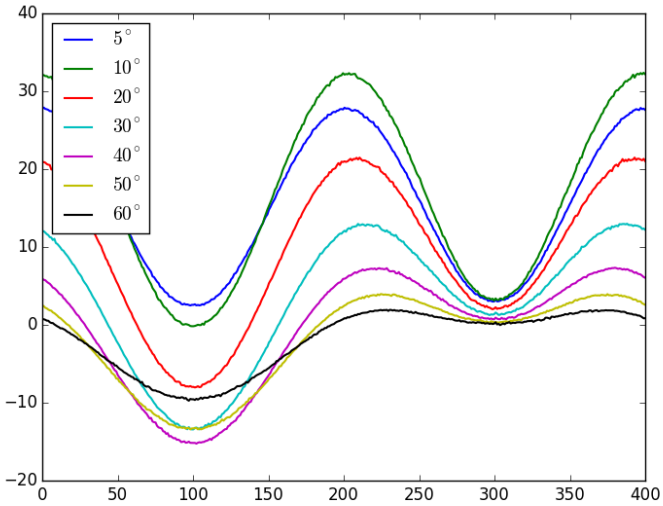


FIGURE 8.20 – Composante Q du vecteur de *Stokes*.

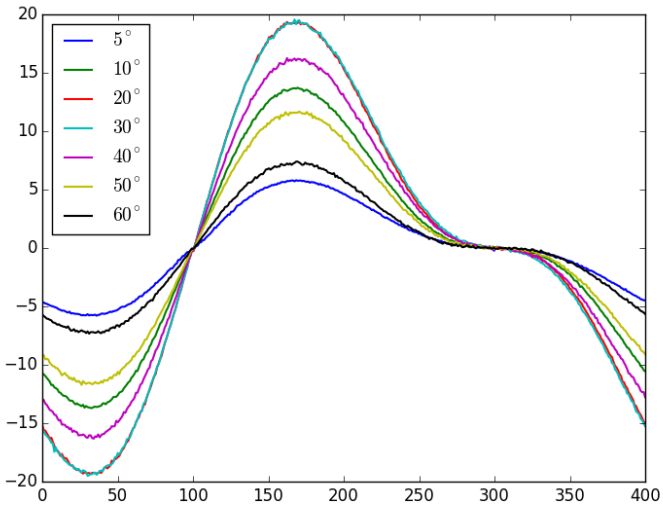


FIGURE 8.21 – Composante U du vecteur de *Stokes*.

Nous constatons sur ces figures, que pour chacune des composantes, les distributions ont des allures semblables. Ce qui nous autorise à croire, que pour obtenir tous les cas intermédiaires, des interpolations sont pertinentes entre 2 élévations proches. La zone la plus « perturbée », est celle qui correspond à la position du Soleil. Une attention particulière devra être faite pour la zone de position du Soleil. Avant de réaliser une interpolation pour une position précise entre deux élévations « encadrantes », il sera nécessaire de « décaler » l'ensemble des données. Cette manipulation sera précisée par la suite.

8.3 Images de références

Nous proposons à la communauté, une série de résultats que nous qualifions de référence, pour les neuf types d'aérosol *OPAC*, plus le cas *idéal* de la diffusion de *Rayleigh* pure (atmosphère sans aérosols), pour les élévations suivantes [5° à 90° (89.9°) [1]] avec un pas de 10°. Les calculs ont été répétés pour les 21 valeurs de longueur d'onde et pour des valeurs d'albédo allant de 0.0 à 0.8 avec un pas de 0.2. L'ensemble de ces calculs, correspond à un nombre d'images de 10500 ($21 \times 10 \times 10 \times 5$). La résolution de chaque image calculée est fixée à 100×400. Le temps de calcul moyen d'une simulation est $\approx 20h$, pour un cœur de processeurs pour un ordinateur performant. En exploitant la totalité des moyens de calculs à notre disposition, le temps de génération total est approximativement de 175 jours ! En réalité, tous les cas n'ont pas été pris en compte, par exemple un albédo de 0.8 pour le profil Urban, ou des élévations du Soleil supérieures à 60° pour le profil Antarctic n'ont pas de sens, le temps total effectif a été de l'ordre de deux mois.
Le code *MYSTIC* ne permet de faire des simulations que pour une longueur d'onde, une position du Soleil, et une position d'observation déterminées. Les paramètres doivent être renseignés par l'utilisateur, à chaque appel du programme, afin de fixer les différents paramètres de simulation : direction d'éclairement, spectre solaire, nature de l'atmosphère (molécules,

1. L'élévation de 90°, n'est pas acceptée par *MYSTIC*, qui est une indétermination mathématique

aérosols), propriétés des surfaces (albédo), positions d'observation.
Nous avons développé un utilitaire en langage *Python* qui automatise la procédure pour différentes positions d'observation, et qui enregistre les résultats dans des fichiers dans le format *NumPy*[2]. La figure 8.22 récapitule les données d'entrée pour chaque simulation de référence.

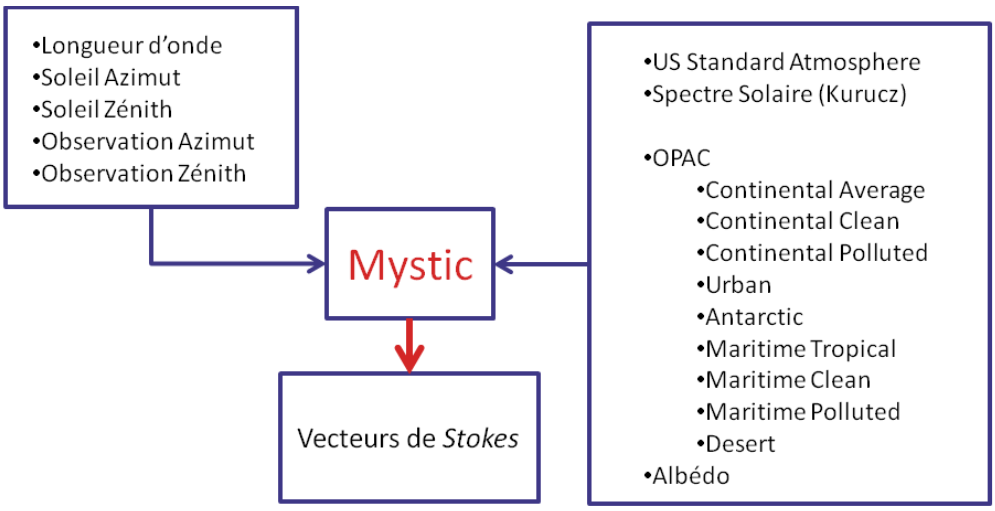


FIGURE 8.22 – Récapitulatif des données sélectionnées pour la génération des images de référence.

Quatre fichiers sont enregistrés, chacun pour une composante du vecteur de *Stokes*, indexés par les valeurs de la longueur d'onde et de la position du Soleil. Par exemple, pour la composante I, élévation 40°, longueur d'onde 520 nm, et pour le profil aérosol Urban, le nom du fichier est : urban/I_520_0400.npy.
La séquence de calcul des différents fichiers est la suivante :

```
# Position du Soleil
solAzimut     = solAz.     # azimuth angle (Nord) (0 pour les images de reference)
solElevation = solElv     # solar elevation angle
solZenith = 90. - solElv # solar zenith angle

# Modele atmospherique
atmosphere_file = US_standard

# Spectre solaire extraterestre
source_solar     = kurudz_0.1nm.dat

# Aerosols
aerosol_species_file =  # antarctic
                        # urban
            # desert
            # continental_clean
            # continental_average
            # continental_polluted
            # maritime_clean
```

2. Numpy est le paquet principal pour les calculs scientifiques avec *Python*

```
20                # maritime_tropical
21                # maritime_polluted
22
23  # Surface albedo
24  albedo =  alb            # Surface lambertienne (0.0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8)
25
26  # Angles d'observation
27
28  # Zenith
29  va  = linspace(0.0,90.0,100,endpoint=True)  #100 valeurs
30  umu = - cos(va*pi/180.0)
31
32  # Azimuth
33  phi = linspace(0.0,360.0,400,endpoint=True) #400 valeurs
34  phi = phi*pi/180.0
35
36  # Longueurs d'onde
37  lamda = [380.,400.,420.,440.,460.,480.,500.,520.,540.,560.,
38           580.,600.,620.,640.,660.,680.,700.,720.,740.,760.,780.]
39
40  rte_solver  mystic        # Solveur Mystic
41  mc_polarization         # Polarisation active
42  mc_photons 100000         # Nombre de photons
43
44  # Initialisations
45  I = zeros((len(va),len(phi)))
46  Q = zeros((len(va),len(phi)))
47  U = zeros((len(va),len(phi)))
48  V = zeros((len(va),len(phi)))
49
50
51  for ilamda in range(len(lamda)):
52      for iphi in range(len(phi)):
53          for iumu in range(len(umu)):
54              <- atmosphere_file
55              <- source solar
56              <- aerosol_species_file
57              <- albedo
58              wavelength = lamda[ilamda])
59              sza  = solZenith
60              phi0 = solAzimut
61              umu  = umu[iumu]
62              phi  = phi[iphi]
63
64              # Mystic est execute ici et renvoie les valeurs I,Q,U,V
65
66              # I
67              I[iumu,iphi] = I
68              # Q
69              Q[iumu,iphi] = Q
70              # U
71              U[iumu,iphi] = U
72              # V
73              V[iumu,iphi] = V
74
75          # Save I,Q,U,V comme numpy file
76          save("I_wavelength_solZenith_solAzimut.npy",I)
```

```
        save("Q_wavelength_solZenith_solAzimut.npy",Q)
        save("U_wavelength_solZenith_solAzimut.npy",U)
        save("V_wavelength_solZenith_solAzimut.npy",V)

print 'Done'
```

Listing 8.1 – Pseudo code de génération des différents fichiers

Nous présentons uniquement ici un nombre limité de résultats (voir images 8.23 et 8.24). La totalité des simulations réalisées est disponible dans plusieurs documents complémentaires à ce mémoire.

Dans toutes les illustrations, les positions du Soleil sont précisées par le symbole blanc. Les luminances énergétique sont exprimées en mW·nm^{-1}·m^{-2}·sr^{-1}, les angles de polarisation linéaire en degrés et les degrés de polarisation en pourcentage.

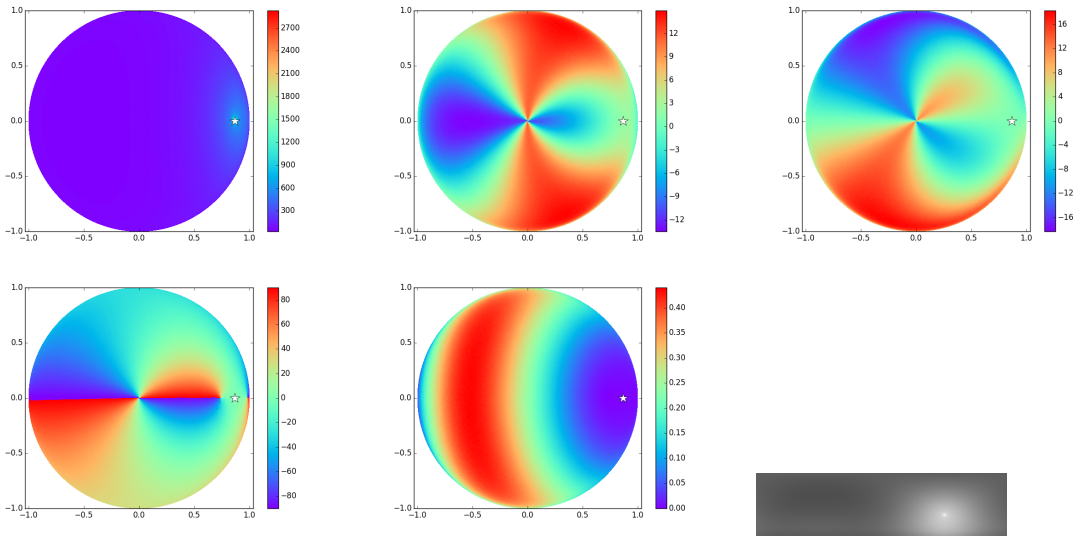


FIGURE 8.23 – Première ligne, de gauche à droite, composantes du vecteur de *Stokes* I,Q,U. Deuxième ligne, de gauche à droite, angle et degré de polarisation. Type Aérosols : Urban, Élévation : 30°, 540 nm.

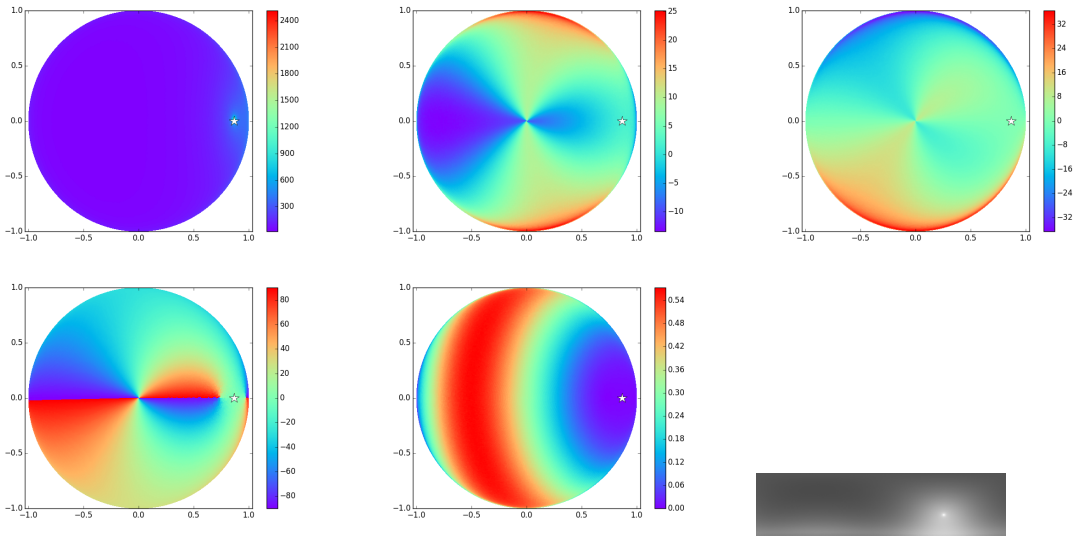


FIGURE 8.24 – Première ligne, de gauche à droite, composantes du vecteur de *Stokes* I,Q,U. Deuxième ligne, de gauche à droite, angle et degré de polarisation. Type Aérosols : Continental Average, Élévation : 30°, 540 nm.

Les tableaux suivants regroupent l'ensemble des ciels de référence générés. Les images sont en projection *Latitude-Longitude*, pour faciliter les comparaisons visuelles, le même *Tone Mapper* est appliqué sur toutes les images avec les mêmes réglages.

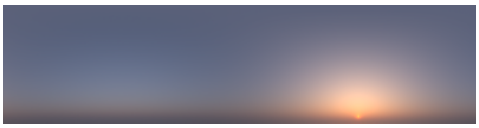
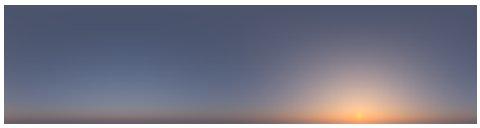
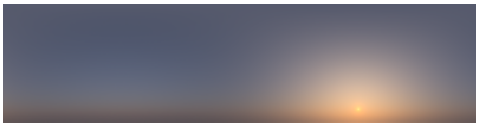
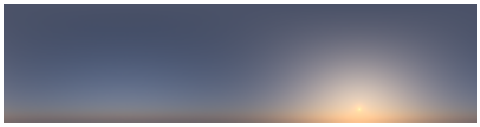
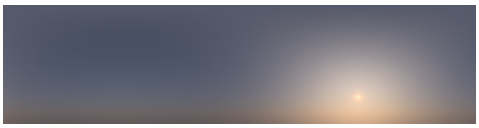
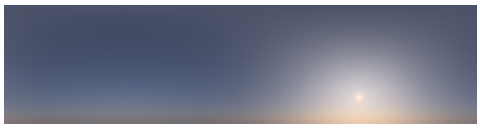
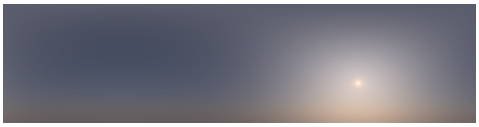
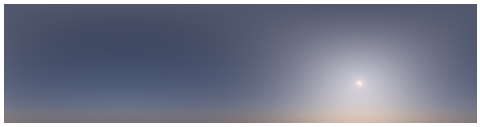
Élévation	Urban	Continental Polluted
5°		
10°		
20°		
30°		
40°		
50°		

TABLE 8.9 – Ciels de référence pour les types d'aérosol *OPAC* : Urban et Continental Polluted, albédo 0.2.

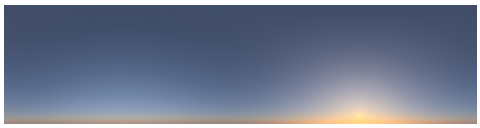
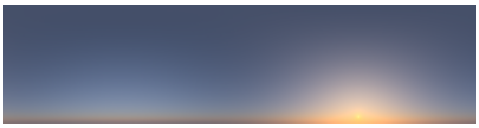
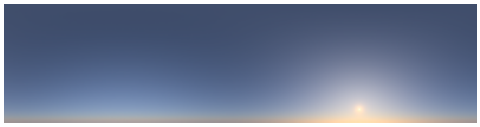
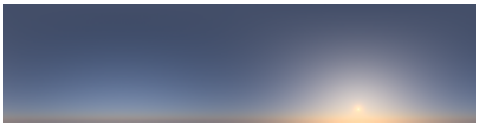
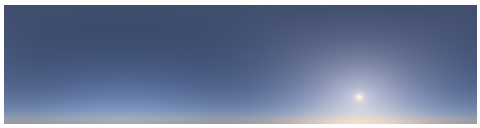
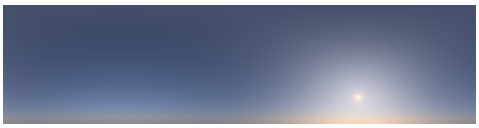
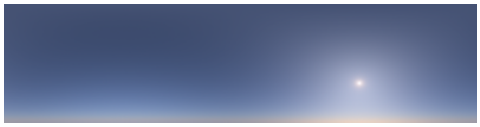
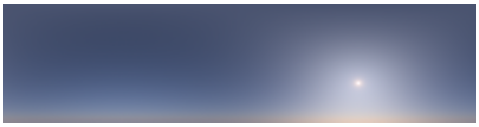
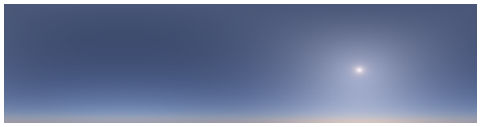
Élévation	Continental Clean	Continental Average
5°		
10°		
20°		
30°		
40°		
50°		
60°		

TABLE 8.10 – Ciels de référence pour les types d'aérosol *OPAC* : Continental Clean et Continental Average, albédo 0.2.

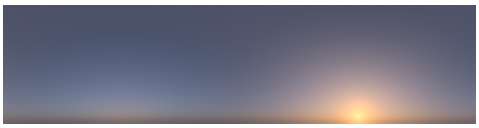
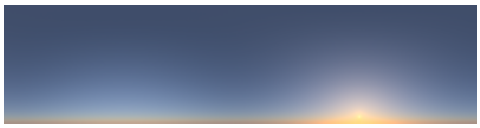
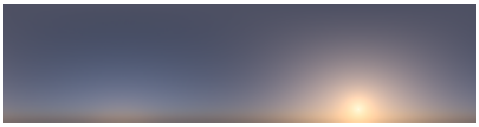
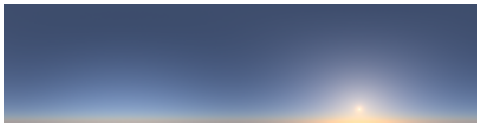
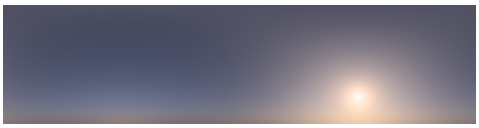
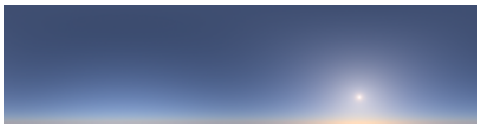
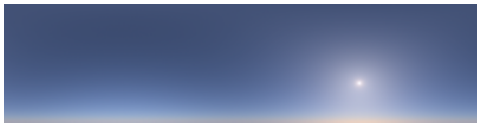
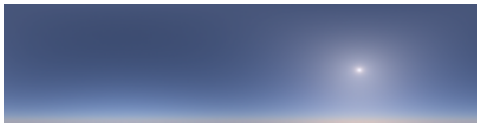
Élévation	Desert	Antarctic
5°		
10°		
20°		
30°		
40°		
50°		
60°		

TABLE 8.11 – Ciels de référence pour les types d'aérosol *OPAC* : Desert et Antarctic, albédo 0.2.

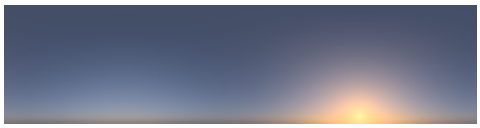
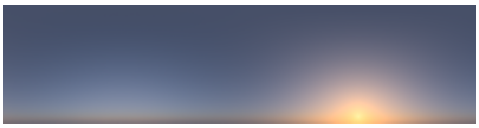
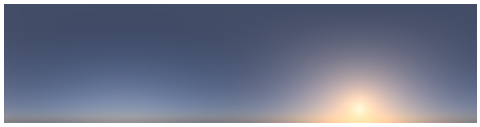
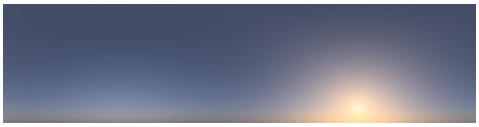
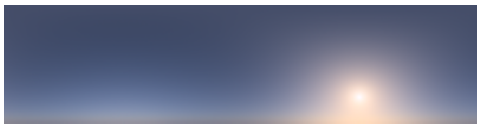
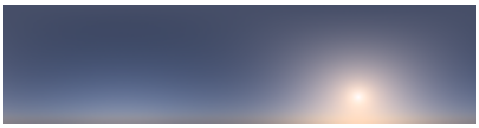
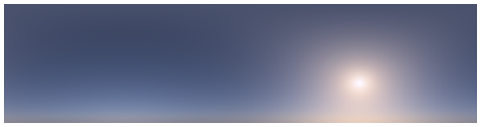
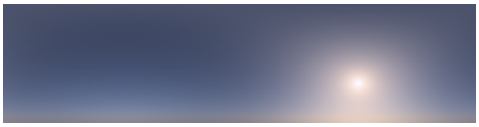
Élévation	Maritime Clean	Maritime Polluted
5°		
10°		
20°		
30°		
40°		
50°		
60°		

TABLE 8.12 – Ciels de référence pour les types d'aérosol *OPAC* : Maritime Clean et Maritime Polluted, albédo 0.2.

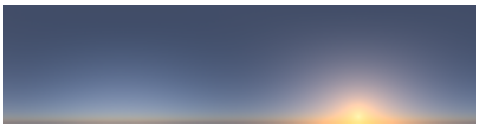
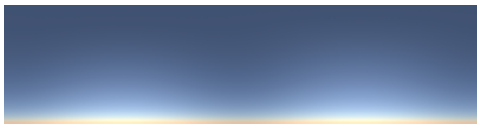
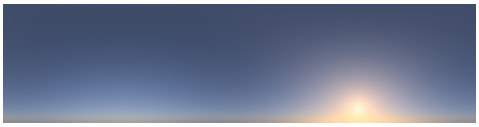
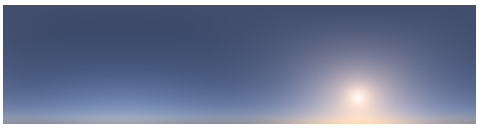
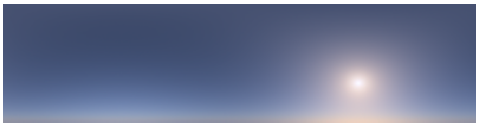
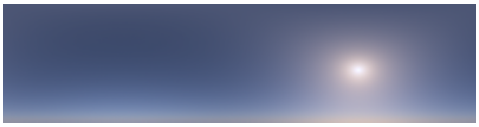
Élévation	Maritime Tropical	Rayleigh
5°		
10°		
20°		
30°		
40°		
50°		
60°		

TABLE 8.13 – Ciels de référence pour le type d'aérosol *OPAC* : Maritime Tropical et Rayleigh pur, albédo 0.2.

8.4 Ciels générés

La génération d'un ciel quelconque est simple et rapide. L'utilisateur fourni une position d'observation en latitude et longitude, une date et une heure, ainsi que les choix du type d'aérosols et l'albédo du sol. Pour se positionner à une valeur précise d'élévation du Soleil, nous encadrons cet angle par les deux valeurs les plus proches et nous faisons une interpolation linéaire. Dans le cas ou la valeur d'albédo du sol requise est différente de celles prévues dans les simulations de références, la procédure précédente est reproduite pour les deux valeurs d'albédo du sol, encadrant la demande de l'utilisateur et une interpolation est à nouveau appliquée sur les deux résultats. Pour terminer, une permutation sur l'image ainsi générée est effectuée, pour obtenir les images finales dans la bonne position azimutale.

Cette méthode de génération d'un ciel pour des positions quelconques du Soleil, est résumée dans la figure 8.25

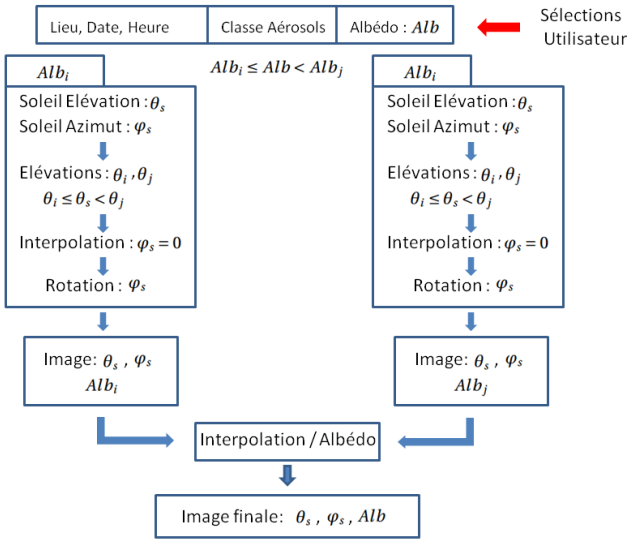


FIGURE 8.25 – Procédure générale de création d'un Ciel.

Avant de faire l'interpolation, il est indispensable d'appliquer une modification sur les deux images les plus proches, pour obtenir une position du Soleil identique. La figure 8.26 explicite la séquence de traitements nécessaires.

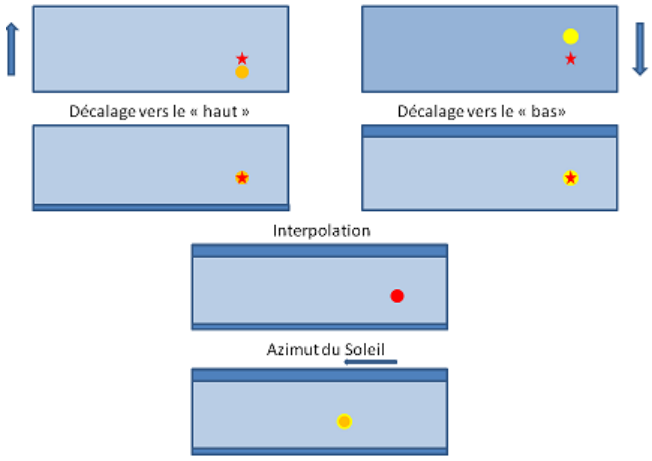


FIGURE 8.26 – Procédure générale d'interpolation pour création d'un Ciel.

Pour aider grandement à l'utilisation, nous avons développé une interface graphique (voir 8.27), qui permet à l'utilisateur de faire ses choix et d'obtenir instantanément le résultat de la simulation. Le choix est laissé à l'utilisateur pour la résolution des images finales ainsi que des options pour la génération des fichiers *NumPy*, avec ou sans informations de polarisation.

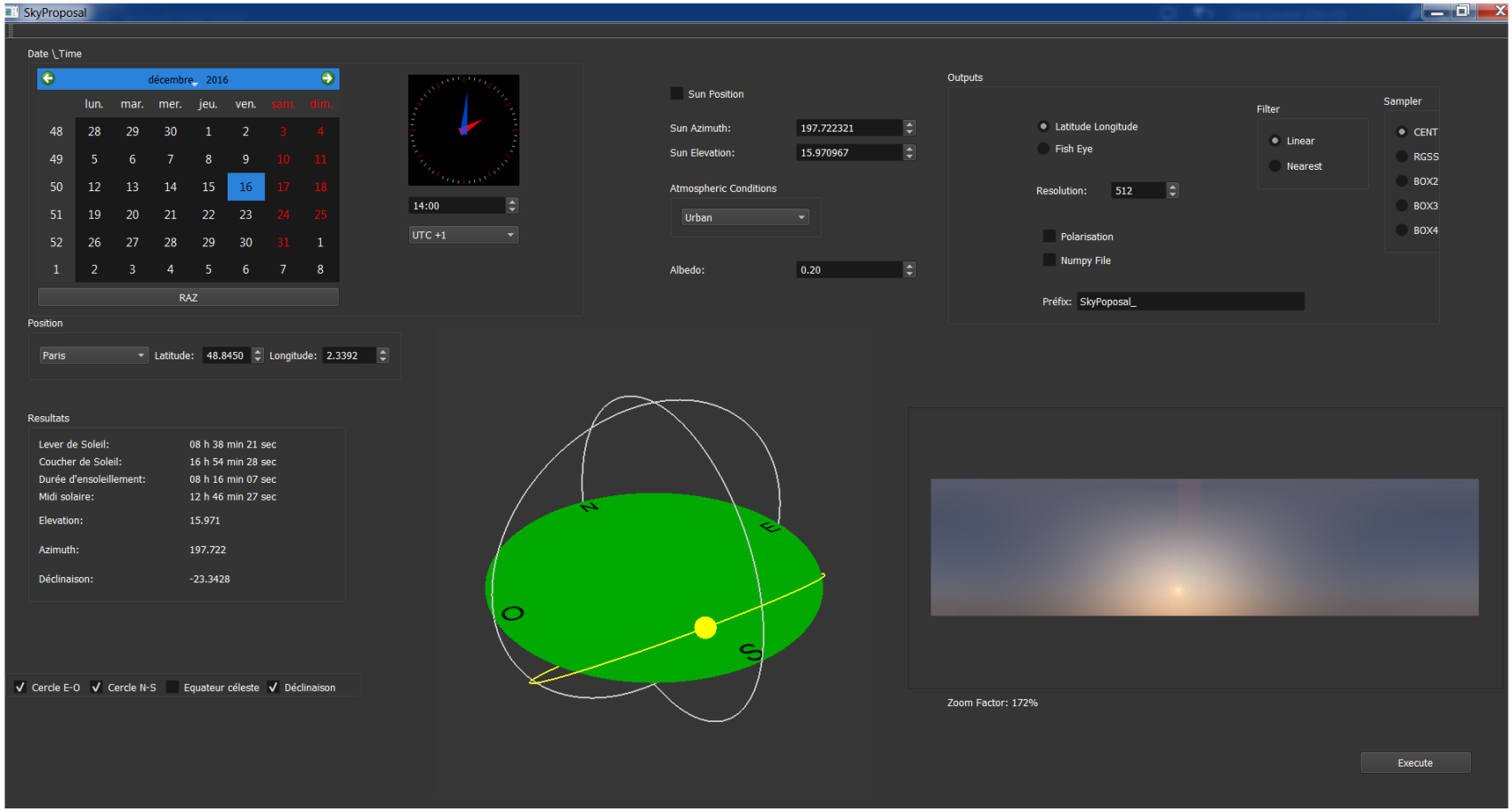


FIGURE 8.27 – Interface graphique de la génération d'un ciel quelconque.

8.5 Évaluation de l'erreur

Pour évaluer les niveaux d'erreurs des modèles de ciel que nous proposons, nous avons réalisé avec le code *MYSTIC*, des simulations dans des conditions précises, que nous comparons avec des résultats obtenus avec notre proposition de modèle de ciel.
Les simulations dans ces situations précises spécifiques sont :

1. Azimut du Soleil à l'École des Mines (longitude = 2.339193°, latitude = 48.844952°), le 25 aout 2015, à 8h (Angle d'élévation : 9.44582°, Angle azimutal : 84.193°)).
2. Azimut du Soleil à l'École des Mines (longitude = 2.339193°, latitude = 48.844952°), le 25 aout 2015, à 13h Angle d'élévation : 50.4092°, Angle azimutal : 159.559°).

Nous présentons ici quelques résultats :

1. 8h Antarctic 540 nm
2. 8h Continental Polluted 540 nm
3. 13h Desert 700 nm

D'une façon générale, les ordres de grandeurs des différences constatées dans l'ensemble des simulations restent globalement inférieurs à quelques pourcents, pour les valeurs des composantes spectrales du vecteur de *Stokes*, ainsi que pour les degrés et angles de polarisations. Par contre, au voisinage proche de la position exacte du Soleil, des écarts pouvant atteindre 50% sont constatés. Cela s'explique par la brusque variation de la luminance énergétique en ce point. Dans l'utilisation de ces modèles dans un moteur de rendu, nous considérons que cette erreur très localisée à une influence minime sur le résultat de la simulation. L'erreur globale sur les images finales de ciel générées est quant à elle inférieure à 1%, voir tableau récapitulatif 8.14.
L'ensemble des résultats est proposé dans des documents annexes à ce mémoire.

1 - Images références - Antarctic 8h 540 nm

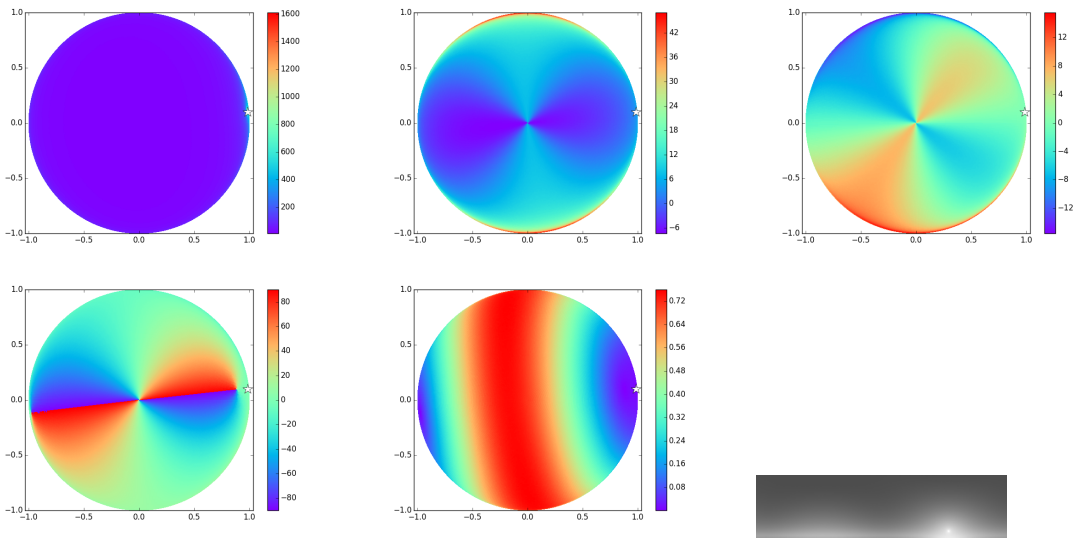


FIGURE 8.28 – Première ligne, de gauche à droite, composantes du vecteur de *Stokes* I,Q,U. Deuxième ligne, de gauche à droite, angle et degré de polarisation.

1 - Images proposées (interpolées entre 5° et 10°)- Antarctic 540 nm

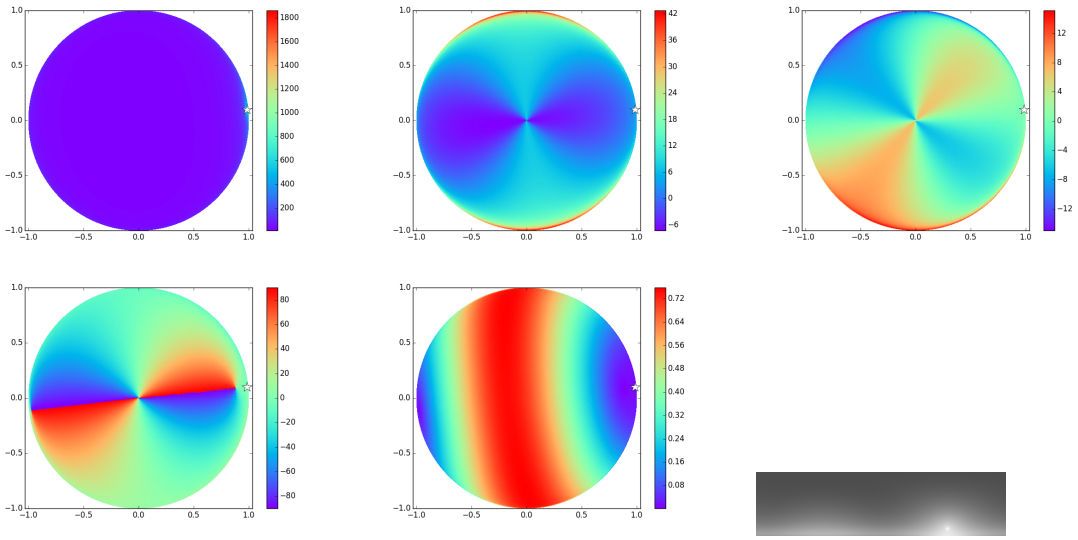


FIGURE 8.29 – Première ligne, de gauche à droite, composantes du vecteur de *Stokes* I,Q,U. Deuxième ligne, de gauche à droite, angle et degré de polarisation.

1 - Différences - Antarctic 540 nm

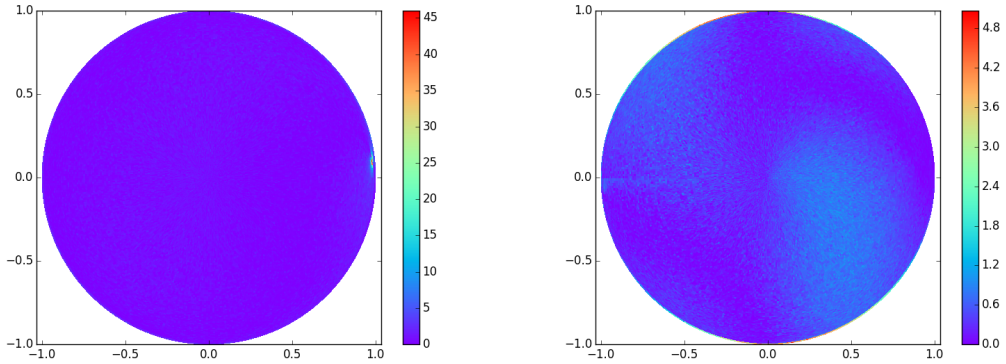


FIGURE 8.30 – De gauche à droite, différences en pourcentage de la composante I du vecteur de *Stokes* I et du degré de polarisation entre le ciel de référence et le ciel généré par notre méthode.

2 - Images références - Continental Polluted 8h 540 nm

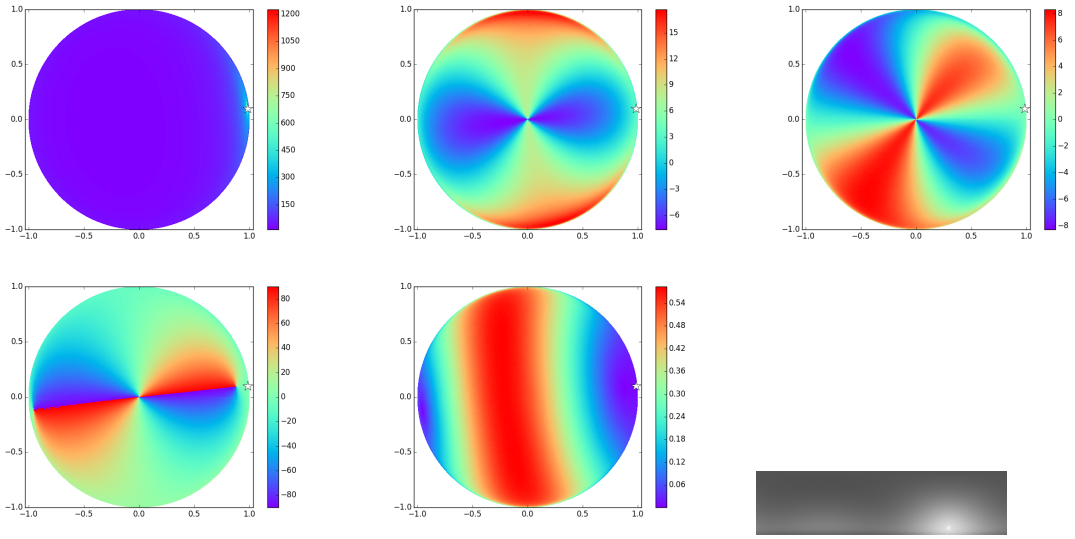


FIGURE 8.31 – Première ligne, de gauche à droite, composantes du vecteur de *Stokes* I,Q,U. Deuxième ligne, de gauche à droite, angle et degré de polarisation.

2 - Images proposées (interpolées entre 5° et 10°)- Continental Polluted 540 nm

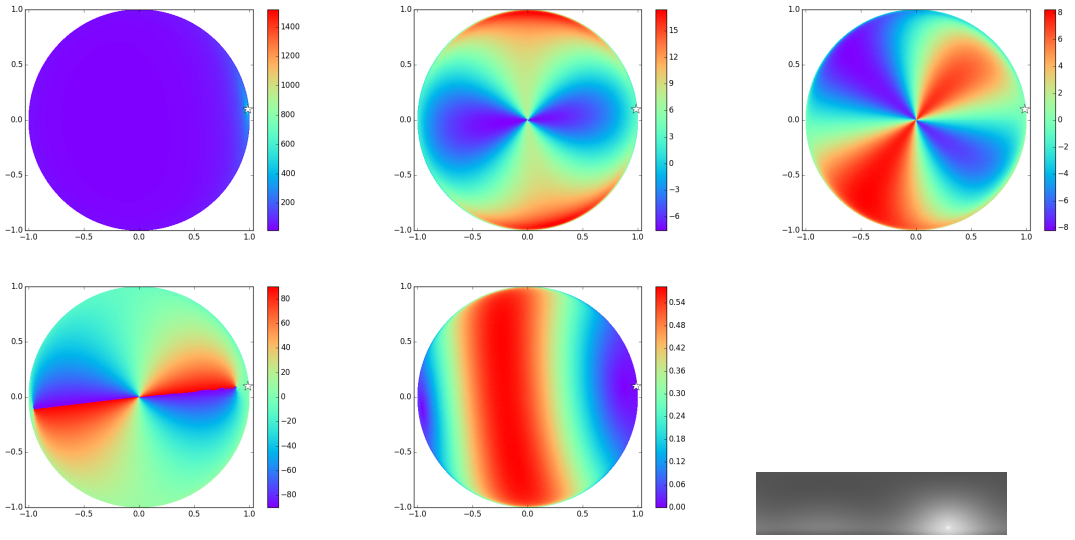


FIGURE 8.32 – Première ligne, de gauche à droite, composantes du vecteur de *Stokes* I,Q,U. Deuxième ligne, de gauche à droite, angle et degré de polarisation.

2 - Différences - Continental Polluted 540 nm

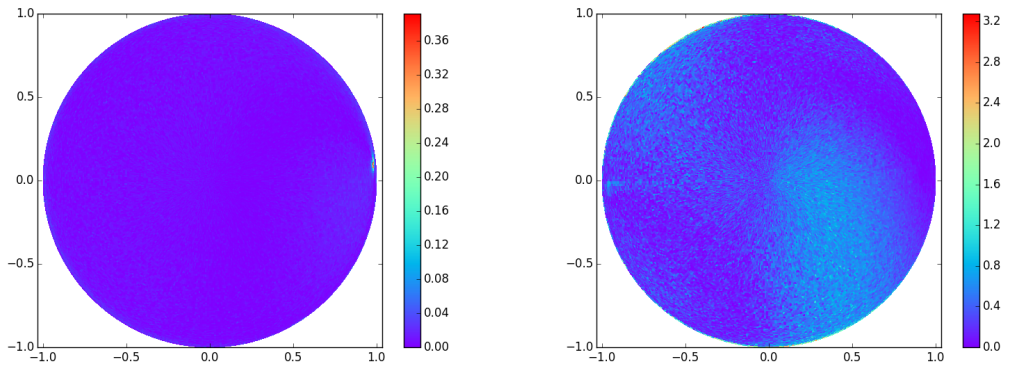


FIGURE 8.33 – De gauche à droite, différences en pourcentage de la composante I du vecteur de *Stokes* I et du degré de polarisation entre le ciel de référence et le ciel généré par notre méthode.

3 - Images références - Desert 13h 700 nm

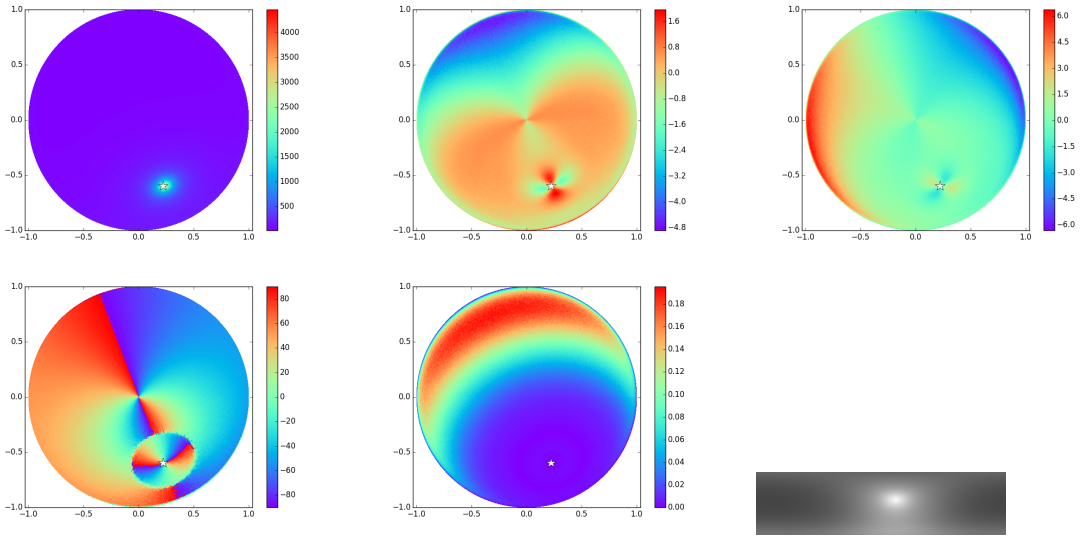


FIGURE 8.34 – Première ligne, de gauche à droite, composantes du vecteur de *Stokes* I,Q,U. Deuxième ligne, de gauche à droite, angle et degré de polarisation.

3 - Images proposées (interpolées entre 50° et 60°)- Desert 700 nm

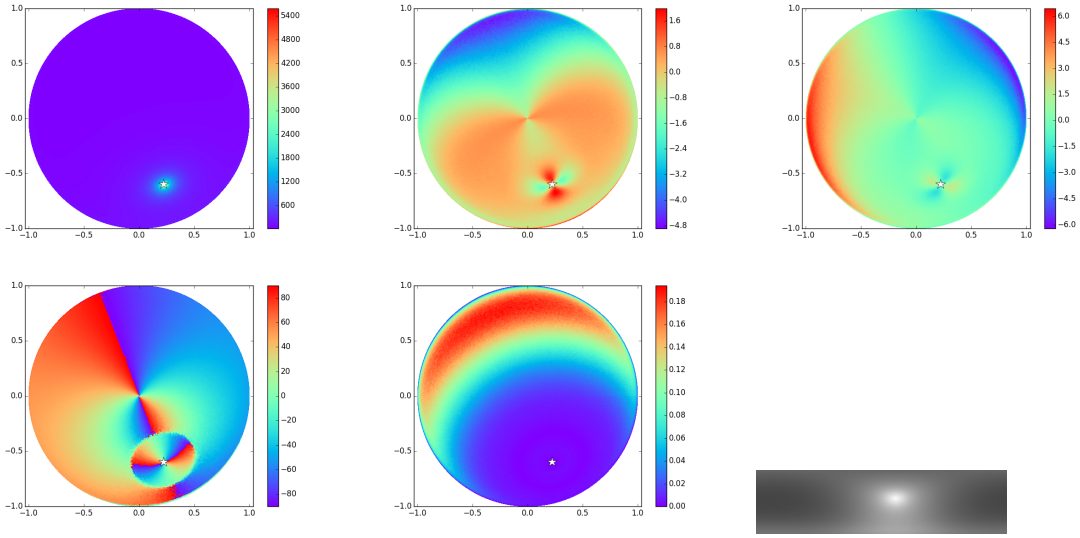


FIGURE 8.35 – Première ligne, de gauche à droite, composantes du vecteur de *Stokes* I,Q,U. Deuxième ligne, de gauche à droite, angle et degré de polarisation.

3- Différences - Desert 700 nm

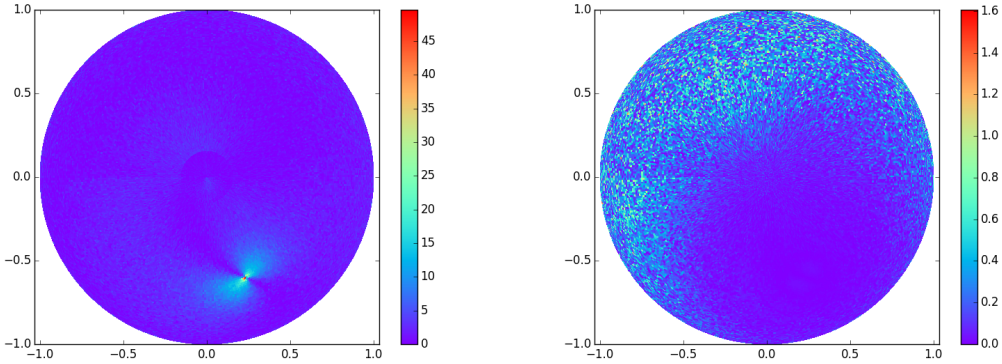


FIGURE 8.36 – De gauche à droite, différences en pourcentage de la composante I du vecteur de *Stokes* I et du degré de polarisation entre le ciel de référence et le ciel généré par notre méthode.

Le tableau 8.14 permet de constater que les différences *visuelles* sont imperceptibles. L'écart global, entre deux images est calculé par différence absolue pixel à pixel, moyenné par la taille de l'image et est inférieur à quelques pour-cents.

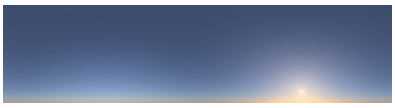
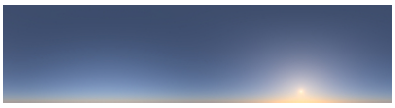
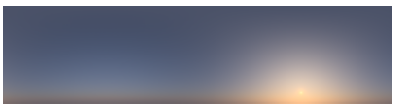
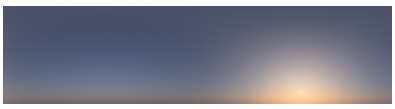
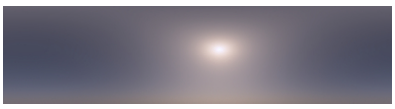
Aérosols	Référence	Proposée	Δ (%)
Antarctic 8h			0.24
Cont. Pol. 8h			0.17
Desert 13h			0.17

TABLE 8.14 – Écarts globaux, ciels de référence et ciels proposés.

8.6 Conclusions

Nous avons utilisé le code *MYSTIC* avec des paramètres adaptés à notre problématique, c'est-à-dire, dans différentes situations de positions du Soleil et de conditions atmosphériques. Nous calculons dans des temps très courts, la luminance énergétique et les différents états de polarisation de la lumière du ciel en mode spectral. Les images ainsi générées sont associées aux composantes des vecteurs de *Stokes* et sont directement exploitables dans un moteur de rendu adapté. Les résultats obtenus montrent, que dans l'ensemble des conditions atmosphériques retenues et dans toutes les positions du Soleil, l'erreur globale est inférieure à 1%. Par contre, à la position exacte du Soleil, l'erreur est plus importante. Cette erreur très locale, pouvait être anticipée au regard des courbes que nous avons explicitées dans la section 8.19. À la fois dans cette position, la valeur absolue de la luminance énergétique solaire est très élevée et surtout sa variation est très brutale, pratiquement sous la forme d'une distribution de *Dirac*. Comme dans un calcul de rendu en imagerie de synthèse, la luminance énergétique globale enregistrée au niveau de la caméra est intégrale, cette erreur ponctuelle est du second ordre par rapport à la faible erreur constatée pour l'éclairement global des ciels que nous proposons. L'erreur, pour la position du Soleil est prise en compte dans l'estimation de l'erreur globale. Nous sommes conscient que cette affirmation mérite des investigations plus avant, que nous pensons réaliser dans des travaux futurs. Cependant même si l'erreur est non négligeable en pourcentage, elle reste raisonnable en termes de valeurs absolues.

Partie III

Environnements Lumineux Capturés

9 Systèmes de capture

9.1 Généralités

Plusieurs techniques et méthodes d'identification et de quantification des phénomènes chimiques, thermodynamiques, radiométriques, optiques ... se déroulant dans l'atmosphère terrestre, sont disponibles. Les systèmes qui nous intéressent, sont basés sur les mesures des distributions énergétiques spectrales et la caractérisation des états de polarisation.
Les mesures des informations incidentes et/ou réémises par la surface terrestre, peuvent être effectuées par des observations au sommet de l'atmosphère (*TOA*), par des ballons sonde ou des satellites. Ou autre possibilité, se substituant ou complémentaire à la précédente, est l'observation au niveau du sol. Ce sont évidemment les dispositifs de mesures au sol, adaptés à notre travail qui retiennent notre attention. Indépendamment du système de mesure lui même, les données ainsi collectées seront utilisées, à la fois pour alimenter et participer aux validations des codes informatiques, qui les exploitent.
De nombreux systèmes commerciaux de mesures des composantes directes et diffuses de la lumière du ciel ont été développés et sont actuellement utilisés en sciences de l'atmosphère. Ils utilisent un *pyranomètre* [Vignola et al., 2012], un cache bloque la composante solaire directe et la lumière diffuse du ciel est mesurée sur tout l'hémisphère par bande spectrale. En complément, un *pyrhéliomètre* est utilisé pour mesurer la luminance énergétique solaire directe. La lumière du Soleil pénètre dans l'instrument par une petite ouverture pour être convertie en signal électrique. Le pyrhéliomètre est installé sur un dispositif automatisé qui suit la course du Soleil. Ces dispositifs ne sont pas spécifiquement adaptés à l'imagerie de synthèse, et la communauté de l'informatique graphique utilise la technique dite : des images hautes dynamiques.

9.2 High Dynamic Range Images *HDRI*

L'enregistrement de plages d'images hautes dynamiques (en anglais : *High Dynamic Range Images*) existe indépendamment de l'imagerie de synthèse. L'utilisation des HDRI dans les moteurs de rendu a été proposée par [Debevec, 1998] et de nombreuses publications sont disponibles sur ce sujet, en particulier, le livre *High Dynamic Range Imaging : Acquisition, Display, and Image-Based Lighting* [Reinhard et al., 2005] L'enregistrement des images hautes dynamique permet de capturer toute l'information lumineuse d'une scène et de reproduire l'ensemble des détails contenus à la fois dans les zones sombres et dans les zones lumineuses dont la dynamique dépasse celle du capteur de l'appareil photographique numérique (APN). Ce fichier est utilisé par le moteur de rendu à la fois comme source d'illumination et comme arrière plan sur lequel les objets simulés peuvent être représentés. Le procédé qui utilise une image comme source lumineuse est appelé : *Image Based Lighting (IBL)*.

9.2.1 Gamme dynamique et Intensité lumineuse

La gamme dynamique est définie comme l'intervalle entre les éléments les plus lumineux et les plus sombres d'une scène. La figure (9.1) illustre les plages d'illumination de notre environnement et les paramètres visuels associés [Ferwerda et al., 1996].

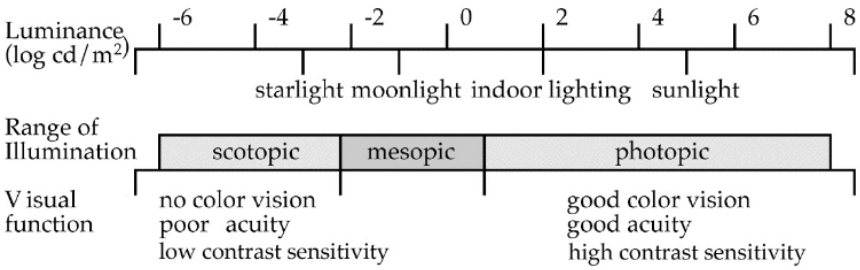


FIGURE 9.1 – Gamme dynamique de luminance

Les mécanismes de la vision diffèrent en fonction de l'intensité lumineuse. Du fait de la grande plage de luminance rencontrée dans les scènes naturelles, l'œil possède une forte capacité d'adaptation. Nous avons besoin de 5 à 10 millions de valeurs pour enregistrer la totalité de la luminosité environnante (voir tableau 9.1)

Soleil à 50° au-dessus de l'horizon par ciel clair	10^5	Lux
Éclairage artificiel intense	10^3 à 10^4	Lux
Éclairage de bureau	500	Lux
Éclairage de circulation de nuit	50	Lux
Éclairage minimal de circulation	0.1 à 1	Lux
Pleine lune	0.2	Lux
Limite d'appréciation des formes	10^{-2} à 10^{-3}	Lux

TABLE 9.1 – Gamme des éclairements courants

9.2.2 Acquisitions

La technique traditionnelle de capture d'images hautes dynamiques est l'utilisation d'un APN, [Stumpfel et al., 2004] avec plusieurs temps de pose d'acquisition de la même scène, en fixant une sensibilité de film et en général, une ouverture fixe de diaphragme élevée, pour assurer une profondeur de champ optimale. L'image HDR est construite à partir de ces captures prises sur différents niveaux d'exposition et dont l'assemblage permet de retrouver toute la dynamique relative des luminances de la scène. Nous signalons qu'il existe plusieurs autres possibilités, non exclusives les unes des autres, en faisant varier, par exemple, les ouvertures ou les sensibilités des films.

Les images (9.2)suivantes illustrent une séquence acquise avec les réglages suivants :

- APN : Canon EOS 5D Mark II
- Focale : 8 mm
- Sensibilité : ISO 100
- Ouverture : F/22
- Mise au point : Infinie
- Vitesses (s) : 1/8000, 1/4000, 1/2000, 1/1000, 1/500, 1/250, 1/125, 1/60, 1/30, 1/15, 1/8

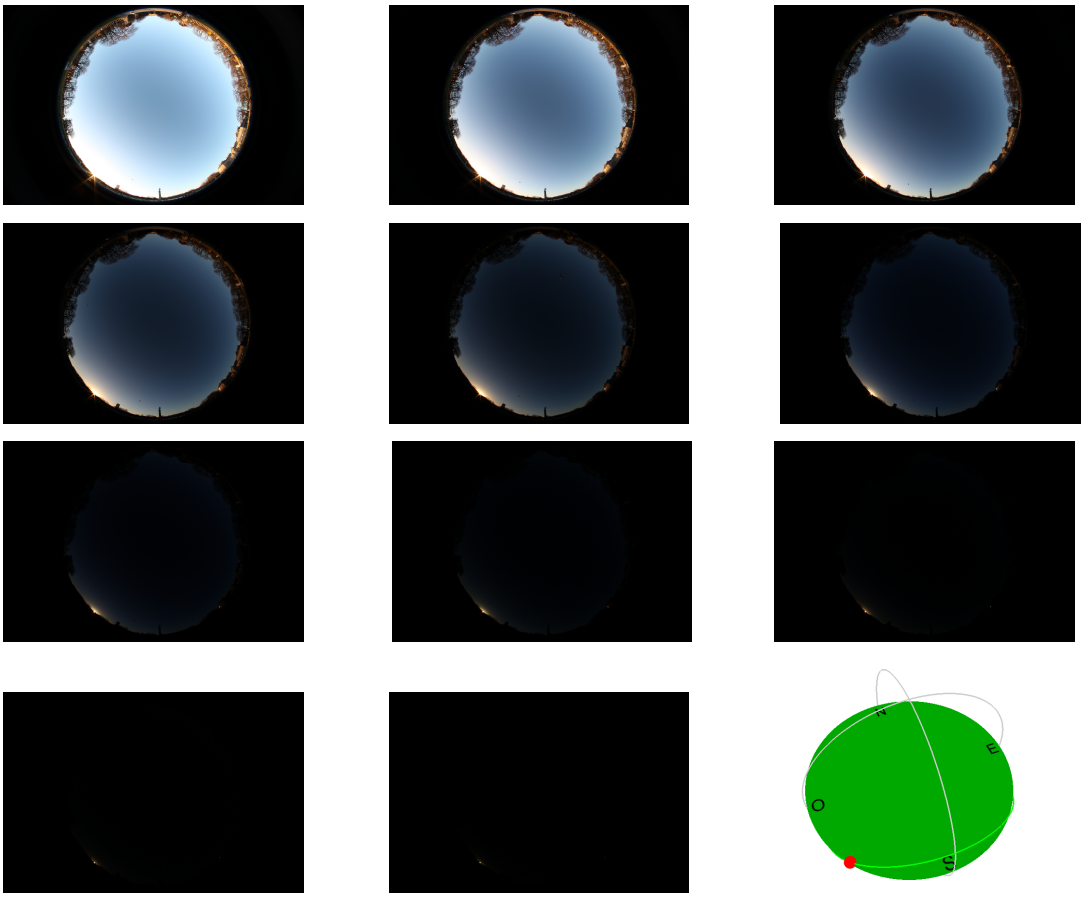


FIGURE 9.2 – Séquences d'images acquises dans le jardin du Luxembourg (Paris), le 4/12/2015 17h20

9.2.3 Formats d'enregistrement

Un post-traitement est effectué sur cette série d'image pour créer l'image haute dynamique, enregistrée dans un format dit « flottant ». Ces formats permettent, le stockage de toute l'information sur la base d'une représentation numérique à virgule flottante, d'une taille d'au moins 32 bits par pixel. Plusieurs formats d'encodage des images hautes dynamiques sont disponibles, à la fois dans des outils commerciaux ou libres. Les deux principaux formats de stockage utilisés en imagerie de synthèse sont : le format *Radiance RGBE Encoding (hdr)* [1] proposé par *Greg Ward* ou le format *OpenEXR (exr)* [2] proposé par *Industrial Light & Magic*. Pour ces deux formats, des outils logiciels de lecture et d'écriture, exploitables librement, sont disponibles pour la communauté. À noter également que dans la suite *OpenEXR* des outils de compression des images produites sont également disponibles. Ce qui réduit notablement le poids des fichiers.

9.2.4 « Tone Mapping Operator »

À ce jour, avec les dispositifs traditionnels de restitution (écrans, projecteurs, imprimantes...), les images hautes dynamiques ne sont pas directement exploitables. Elles sont indissociables des *Tone Mapping Operator (TMO)* , qui permettent après traitement de l'image HDR, son affichage en mode LDR (Low Dynamic Range) . Le principe général est d'obtenir un équilibre perceptif « acceptable », entre une scène réelle et une image affichable par un traitement algorithmique. Il existe de nombreux types de *TMO* (local, global, perceptif...). Une bonne étude comparative est disponible en ligne [3]. Les images affichées sur des écrans traditionnels sont en 24 bits (3 × 8) avec 8 bits par canal de couleur (Rouge, Vert, Bleu) ce qui correspond à 256 niveaux d'intensités par niveau [4]. De fait, toutes les images de synthèse ou les photographies, au format HDR sont préalablement « traitées » avant affichage ou impression.

A titre d'exemple, l'image 9.3, est le résultat en projection Latitude/Longitude de la séquence d'images 9.2, obtenu après traitement par un *Tone Mapping Operator*.

FIGURE 9.3 – Image résultat, en mode LDR.

1. http://radsite.lbl.gov/radiance/
2. http://www.openexr.com/
3. http://cadik.posvete.cz/tmo/
4. Aujourd'hui des écrans 3 × 12 bits commencent à être disponibles

9.2.5 Calibration et Normalisation

L'intensité de l'image est en relation avec le spectre d'entrée et la sensibilité spectrale de l'APN et nous avons la relation :

$$I_c = \int L(\lambda) Q_c(\lambda) d\lambda$$

où $L(\lambda)$ est le spectre incident, $Q_c(\lambda)$ est la sensibilité spectrale du capteur et I_c l'intensité de l'image. L'indice c représente respectivement les 3 canaux Rouge, Vert et Bleu. La figure 9.4 illustre les courbes de réponse du capteur du type d'APN que nous avons utilisé.

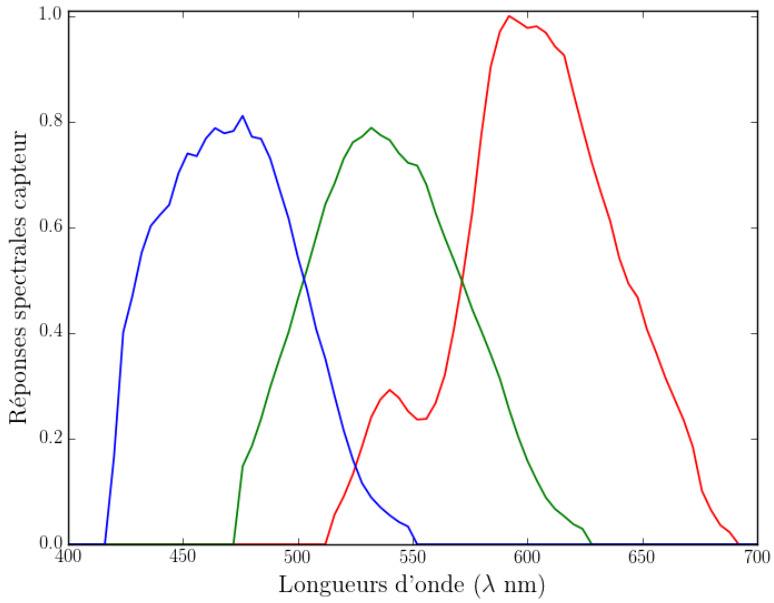


FIGURE 9.4 – Courbes relatives de réponse d'un capteur *Canon 5D Mark II*

De nombreuses études traitent des méthodes expérimentales et techniques mathématiques pour déterminer les courbes Q_c [Inanici and Galvin, 2004], [Kawakami et al., 2013]. Dans notre cas, nous utilisons un APN commercial *Canon 5D Mark II*, très répandu et les données relatives aux réponses du capteur sont disponibles publiquement [5]. Ces courbes fournissent des valeurs relatives. En toute rigueur, il est nécessaire de déterminer celles exactes de l'appareil réellement utilisé, en mode absolu. La connaissance des courbes de réponses absolues du capteur de l'APN, permet d'associer après ajustement, les valeurs de luminance énergétique dans une image HDR, à la quantité de lumière réelle d'une scène.

9.2.6 Limitations

Bien que très souvent utilisées en image de synthèse, les images HDR présentent des limitations importantes : elles sont codées dans un système trichromatique et ne fournissent aucune information quant à la polarisation.

5. http ://www.cvl.iis.u-tokyo.ac.jp/ rei/research/cs/zhao/database.html

Reconstruction de spectres métamères

Plusieurs auteurs,[Smits, 1999], [Wang et al., 2004], 2004] [Bärz et al., 2010], [Sun et al., 1999] [Glassner, 1989], ont proposé des solutions pour « reconstruire » un spectre plausible à partir de données trichromatiques. Ces techniques présentent l'avantage d'effectuer l'ensemble des calculs du rendu dans le mode spectral. Cependant ces solutions sont approximatives et conduisent à des situations de métamérismes (voir section : 2.2.5). Notons que les codes académiques comme *PBRT* ou *Mitsuba*, considérés comme références dans la communauté, utilisent de tels artifices. De façon identique nous utilisons la méthode proposée par *Smits* dans notre moteur de rendu, pour pallier aux manques de données spectrales, quand nécessaire.

10 Systèmes de capture en mode polarisé

10.1 Systèmes existants

Tous les systèmes existants sont basés sur l'acquisition de plusieurs images, simultanément avec différents capteurs chacun doté d'un système optique propre, ou séquentiellement avec un seul capteur et un système optique adaptable.

Ils sont basés sur des arrangements de systèmes d'analyse, ou de modification des états de polarisation (polariseurs linéaires dans différentes orientations, polariseurs circulaires, retardateurs...) positionnés dans l'axe optique d'un objectif. De plus, en fonction de la nature des informations requises, des filtrages par bandes de longueurs d'onde peuvent être ajoutés. Les informations collectées sont enregistrées sous forme d'images par un ou plusieurs systèmes APN du commerce ou par capteur dédié.

Nous présentons dans cette section, les principaux dispositifs existants en identifiant les avantages et inconvénients qui ont guidé nos choix pour concevoir et construire notre propre système d'acquisition.

Nous retenons dans notre propos, les systèmes dits : *Full Sky Imaging*, basés sur l'utilisation d'un objectif très grand angle *Fish-eye* permettant une acquisition angulaire de l'ordre de 180°. L'acquisition avec de tels objectifs se fait verticalement, l'axe optique est aligné avec le zénith local. Les mesures sont donc effectuées dans le repère local céleste que nous avons précisé dans la section : 6.1.1.

De par la forme très courbée de la lentille extérieure, l'utilisation d'un objectif *Fish-eye* apporte une difficulté supplémentaire. Sans accepter une perte d'ouverture angulaire, il est impossible de positionner des filtres devant l'objectif, la seule possibilité offerte est de les placer de façon fixe à l'arrière de celui ci, dans un logement prévu par les fabricants. Dans cette configuration, il est donc obligatoire d'utiliser plusieurs objectifs *Fish-eye*, chacun avec un filtre polarisant orienté différemment et chacun associé à une caméra distincte. Pour la même raison, il est impossible de positionner des filtres chromatiques à l'avant, ce qui impose de ne faire des mesures que dans le domaine RGB. Une telle architecture de système est proposée par [Horváth et al., 2002]. Dans ce système, trois caméras argentiques du commerce sont alignées sur un rail et pointées vers le zénith (voir image (10.1)). C'est d'ailleurs la configuration que nous avons retenue pour notre dispositif de capture d'images hautes dynamiques polarisées que nous avons exposé dans la section 9.2.

Chaque caméra possède son propre polariseur linéaire situé à l'arrière du *Fish-eye* et orienté

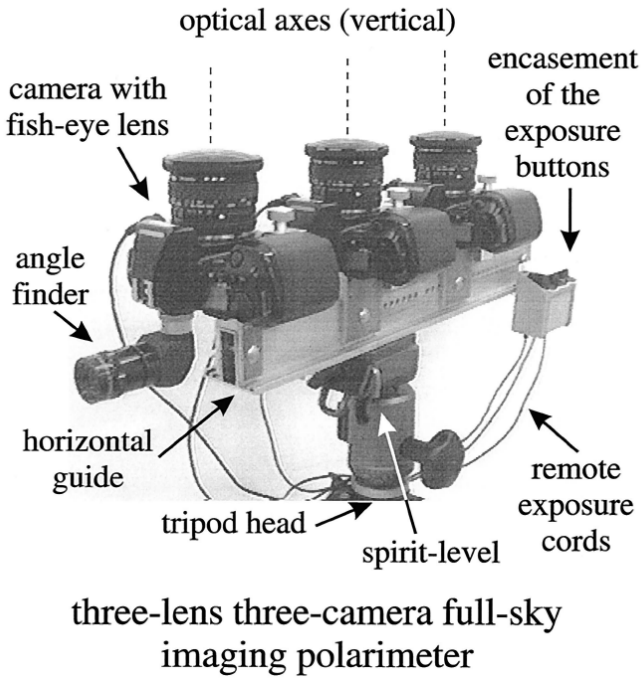


FIGURE 10.1 – Système de capture trichromatique à 3 polariseurs, proposé par : [Horváth et al., 2002]

individuellement à (0°, 60° et 120°). Les images sont obtenues en déclenchant toutes les caméras simultanément. Les informations de polarisation sont construites, après développement du film, par numérisation avec un scanner des images obtenues. Le principal intérêt de cette méthode est la prise simultanée des images dans des temps très courts, et par conséquent, aucune erreur n'est introduite par la variation temporelle de la scène. Ce qui est un avantage fort dans le cas d'évolution rapide des conditions atmosphériques. En outre, par l'utilisation d'un film argentique couleur, trois signatures différentes par bande de longueurs d'onde (RGB) sont produites simultanément. La définition des images produites est importante. Par contre, nous relevons dans cette méthode plusieurs inconvénients :

- Les procédures de calibration globales sont fortement alourdies, puisqu'il faut en réaliser une par système et évaluer les différences entre elles.
- L'étalonnage radiométrique est très difficile, voire impossible, à chaque nouvelle campagne de mesures les films argentiques utilisés peuvent avoir des sensibilités différentes.
- L'ensemble du processus d'extraction des données (développement maitrisé des films, transfert sur papier, numérisation des images obtenues...), ainsi que le recalage des différentes images (celles-ci ne sont pas acquises dans le même axe optique), sont fastidieux et ne conviennent pas pour de grands ensembles de données. Nous ajoutons, qu'une telle configuration augmente l'encombrement et le poids total, ce qui limite la portabilité avec une augmentation sensible des coûts liés à la répétition des éléments constitutifs.

[North and Duggin, 1997] utilisent une caméra stéréoscopique à quatre objectifs, un assemblage spécifique de lentilles assure l'alignement optique du système qui pointe sur un miroir en forme de dôme reflétant le ciel tout entier. Ce dispositif fourni des données simultanées et

est portable. Par contre, par construction la caméra se reflète dans le miroir et obstrue une partie du ciel, la réponse polarimétrique du dôme doit être identifiée et nous retrouvons dans ce système des inconvénients similaires à ceux du système de *Horváth*. En conséquence, un système qui ne soit pas limité, à la fois par le positionnement des filtres et par le développement du film est indispensable.

Pour limiter le nombre d'éléments, l'utilisation d'un détecteur unique permettant l'acquisition rapide de plusieurs images successives est préférable à l'approche multi-détecteurs précédente. Par contre, avec toujours, l'obligation de positionner les différents filtres derrière un *Fish-eye*, il est obligatoire de « libérer » de la place pour intercaler les filtres entre le *Fish-eye* et le capteur. Une optique relais est nécessaire pour collimater le faisceau lumineux avant la traversée du ou des filtres. Un deuxième système relais pour re-focaliser le faisceau vers le capteur après sa traversée, doit également être installé. En utilisant un seul détecteur les différences de réponse intra-détecteurs à la luminosité et de la polarisation sont éliminées. Les erreurs de variations temporelles dans un instrument à un détecteur unique peuvent être minimisées en assurant des mesures rapides.

[Voss and Liu, 1997] présentent le système : *RADS-IIP*, basé sur une telle configuration et illustré par la figure (10.2). Dans ce système, le principal inconvénient lié au développement des films argentiques est supprimé par l'utilisation d'un capteur CCD. Une optique relais

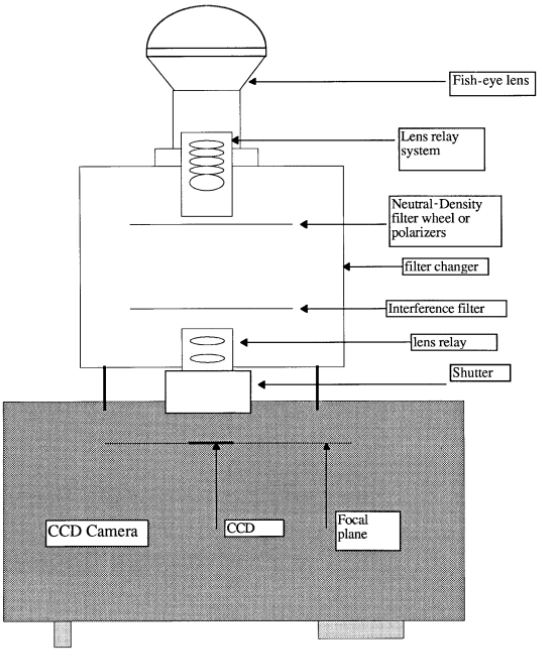


Fig. 1. Block diagram of the RADS-IIP instrument.

FIGURE 10.2 – Système de capture proposé par : [Voss and Liu, 1997]

transfère le faisceau de rayons lumineux provenant d'un *Fish-eye*, successivement à travers des filtres polarisants et chromatiques pour former une image sur le capteur. La qualité de l'optique intermédiaire est capitale, le parallélisme des faisceau lumineux est discriminant pour la traversée des différents filtres interférentiels (leur efficacité est dépendante de l'angle d'incidence). Les différents filtres sont positionnés sur deux roues asservies en rotation et pilotées par un logiciel spécifique. La roue à filtres polarisants comporte trois polariseurs linéaires

orientés à 0°, 45°, 90° et un espace vide. La roue à filtres chromatiques comporte quatre filtres centrés à 439, 560, 667, et 860 nm. L'image circulaire finale a un diamètre d'environ 10 mm avec une définition de 1024x1024. La déviation maximale des rayons lumineux à la traversée de l'optique relais par rapport à l'axe optique est de 12°.

Pour une longueur d'onde donnée, une acquisition rapide de la polarisation est un critère nécessaire pour obtenir une précision correcte, notamment due aux perturbations environnementales telles que les déplacements d'air liés au vent, ou le mouvement des nuages.

En faisant tourner les roues des polariseurs et la roue des filtres chromatiques dans des séquences déterminées, trois images nécessaires à la reconstruction du vecteur de *Stokes* peuvent être acquises pour quatre bandes de longueurs d'onde différentes. Ce système offre de nombreux avantages sur les systèmes mentionnés précédemment :

- Le détecteur unique résout la plupart des difficultés d'étalonnage, en éliminant les préoccupations au sujet des courbes de réponses multiples.
- Les mêmes optiques d'imagerie sont utilisées pour toutes les images, il n'y a pas de difficulté liée à la variance dans leurs facteurs de transmission.
- Les filtres chromatiques utilisés offrent la possibilité de connaître les signatures polarimétriques spectrales.
- Les données peuvent être rapidement prélevées et analysées.

Le temps total nécessaire d'acquisition des douze images pour la reconstruction spectrale du vecteur de *Stokes* est de l'ordre de deux minutes. Ce temps d'acquisition peut limiter l'utilisation du système à des mesures de ciel dégagé.

[Pust and Shaw, 2006] et [Zhang et al., 2014] proposent une nouvelle architecture pour mesurer les signatures par bandes spectrales d'un ciel évoluant temporellement (figure 10.3). Les dispositifs sont dérivés du précédent en utilisant des lames à retard variable à cristaux liquides (LCVR) à la place des filtres polarisants. Ils utilisent une tension variable pour contrôler l'état de polarisation de la lumière traversant un cristal biréfringent. Cette solution a comme principal avantage de diminuer considérablement les temps de positionnement pour chaque orientation. Les auteurs indiquent des temps de positionnement inférieurs à 0.5 s entre chaque acquisition. En contre partie des procédures de calibrations complexes, ces dispositifs permettent l'acquisition de données dans des environnements a évolution temporelle rapide (couverture nuageuse et vent important)

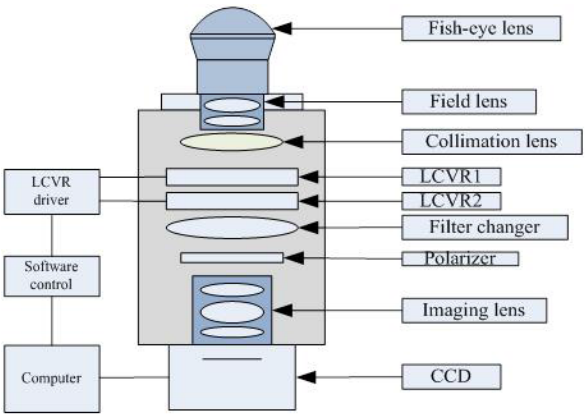


FIGURE 10.3 – Système de capture proposé par : [Zhang et al., 2014]

En parallèle des dispositifs commerciaux sont disponibles, par exemples :

– Les caméras *SALSA* ou *SAMBA* de la société *Bossanova Technologie*[1], dédiées à des applications de biologie, de reconstructions de formes...
– Les instruments de mesures météorologique et climatologique, proposées par la société *CIMEL*[2], à la fois surdimensionnés et incomplets pour notre travail (nous passons sous silence, les couts d'acquisition et d'adaptation à notre besoin !)

En fait, aucun des systèmes existants n'a été pensé comme un système de capture d'environnements lumineux pour des applications d'imagerie de synthèse. À partir de cette conclusion nous proposons notre propre système que nous décrivons dans le chapitre suivant.

10.2 *HDRI polarisées*

Malgré la limitation de capture dans le mode trichromatique, nous avons quand même jugé intéressant de développer un système d'acquisition des états de polarisation de la lumière du ciel dans ce mode. Ce dispositif est intermédiaire, nous le présentons et détaillons dans les sections suivantes, avant de préciser celui que nous avons spécifiquement développé dans ce travail.

10.2.1 Description du système

Le dispositif de capture que nous proposons est inspiré de celui proposé par [Horváth et al., 2002] en utilisant trois APN.

FIGURE 10.4 – Système de capture HDRI polarisée

Le système est composé de trois APN identiques du commerce *Canon 5D Mark II*, chacun équipé d'un objectif *Fish-eye* circulaire de marque *SIGMA* de focale 8 mm, d'ouverture F3.5, angle de champ 180°. Sur la base de chaque objectif, un filtre polarisant linéaire est fixé dans un emplacement spécifique, respectivement aux angles de 0,45 et 90°. (cf. figure 10.5)

1. www.bossanovatech.com/
2. http://www.cimel.fr/

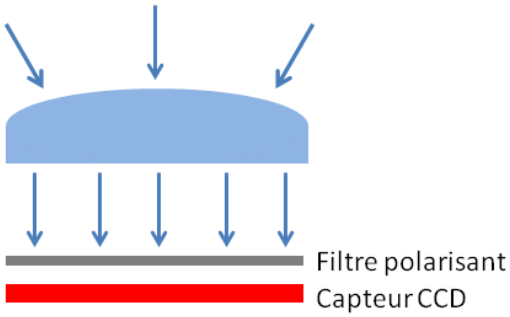


FIGURE 10.5 – Montage des filtres polarisants sur l'embase de l'objectif

10.2.2 Composantes du vecteur de *Stokes*

La détermination des composantes du vecteur de *Stokes* à l'aide d'un tel dispositif est simple, en partant de la relation que nous avons présentée en 3.26, liant les composantes aux intensités acquises. Dans l'hypothèse où la dernière composante est nulle, c'est-à-dire pour une polarisation circulaire négligeable, ce qui est le cas pour les états de polarisation de la lumière du ciel, avec I, Q, U les composantes du vecteur de *Stokes* et $I(\theta)$ l'intensité acquise au niveau du capteur, nous avons :

$$2I(\theta) = I + Q\cos 2\theta + U\sin 2\theta \tag{10.1}$$

Pour les angles $\theta = 0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}$ des différentes orientations des filtres linéaires polarisants, nous obtenons les relations suivantes :

$$\begin{aligned} 2I(0) &= I + Q \qquad (10.2)\\ 2I(\frac{\pi}{4}) &= I + U \\ 2I(\frac{\pi}{2}) &= I - Q \end{aligned}$$

soit :

$$I = I(0) + I(\frac{\pi}{2}) \tag{10.3a}$$

$$Q = I(0) - I(\frac{\pi}{2}) \tag{10.3b}$$

$$U = 2I(\frac{\pi}{4}) - I(0) - I(\frac{\pi}{2}) \tag{10.3c}$$

10.2.3 Calibrations

Les calibrations nécessaires à ces acquisitions sont de trois types :
- Radiométriques, pour déterminer la valeur physique de la luminance énergétique initiale à partir des mesures.
- Polarimétriques, pour déterminer la matrice de *Mueller* de chaque dispositif.
- Géométriques, pour recaler et redresser les différentes images entre elles et appliquer les équations 10.3 pixel à pixel.

10.2.3.1 Calibrations radiométriques et polarimétriques

D'une façon générale, la caractérisation radiométrique absolue et la détermination de la matrice de *Mueller*, d'un APN *couleur*, c'est-à-dire, muni d'une matrice de *Bayer*, et équipé avec un objectif *Fish-eye* sont délicates. Ces manipulations doivent être réalisées dans un laboratoire spécialisé, disposant de l'ensemble des appareillages nécessaires. Nous ne disposons pas au sein du laboratoire de l'École des Mines, de la totalité des éléments nécessaires pour réaliser de telles calibrations. Comme nous l'avons déjà indiqué, nous ne considérons ce dispositif que comme intermédiaire. Nous avons donc préféré focaliser nos efforts sur le système que nous présenterons plus loin dans ce document, et pour lequel la totalité des calibrations ont été effectuées. Aussi pour ce dispositif, arbitrairement, nous considérons que l'influence de *Fish-eye* sur la mesure de la polarisation est négligeable. Également l'ensemble des valeurs radiométriques fournies dans nos résultats sont relatives. Par contre, dans le futur nous exploiterons le nouveau système pour effectuer les calibrations radiométriques et polarimétriques. Non seulement pour des APN, mais également pour des sources lumineuses. Nous avons prévu, à la suite de ce travail, de proposer un article dans ce sens à la communauté de l'informatique graphique.

10.2.3.2 Calibrations géométriques

Les données sont acquises, en haute dynamique, simultanément et séparément par chaque système, avec la méthode décrite en 9.2.2. Les trois couples APN/objectifs, bien que de même marque commerciale, ne sont pas totalement identiques. Comme chaque séquence est réalisée à partir de trois dispositifs différents fixés sur un même support (voir figure 10.4), deux types de calibrations, sont nécessaires :

1. Une calibration individuelle de chaque couple APN/objectifs, pour obtenir les caractéristiques intrinsèques du couple APN/objectif et corriger les images avant d'appliquer les relations précédentes 10.3.
2. Une calibration globale induite par le montage retenu. Les appareils sont décalés sur leur support, l'axe optique de chaque couple n'est pas le même, ce qui produit de légères translations des images les unes par rapport aux autres. Les imprécisions géométriques du montage mécanique ont été négligées, leurs prises en compte auraient nécessité une calibration extrinsèque complexe du système complet [3].

10.2.4 Acquisisitions

À la conférence annuelle de *International Colour Association* (AIC), du 18 au 22 octobre 2016 à Santiago du Chili, nous avons présenté quelques uns de nos résultats. Dans le même temps, nous avons eu l'opportunité de réaliser des mesures dans le désert d'Atacama, avec le dispositif que nous venons de présenter. Le site d'Atacama est réputé pour la qualité de l'air et des ciels clairs très fréquents, conséquences de sa position géographique et du nombre de précipitations météorologiques extrêmement faible. Ce sont, certainement les raisons principales de la présence d'observatoires astronomiques internationaux, sur ce site de l'hémisphère sud.

3. Par conception le système proposé est démontable et amovible, une calibration extrinsèque aurait été nécessaire à chaque utilisation.

10.2.4.1 Valle de la Luna, San Pedro de Atacama - Chili

Latitude : −22.95°, Longitude : −68.3° Le 24 octobre 2016 à 21h30 UTC (18h30 heure locale)
Position du Soleil : Élévation 15.2884°, Azimut 263.041°

Nous avons retenu pour ce site le profile aérosols « Desert ».

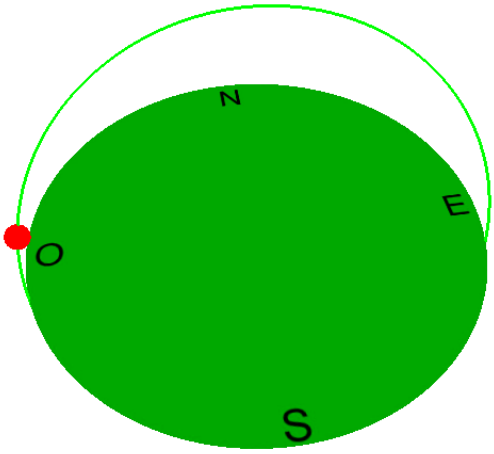


FIGURE 10.6 – Position du Soleil

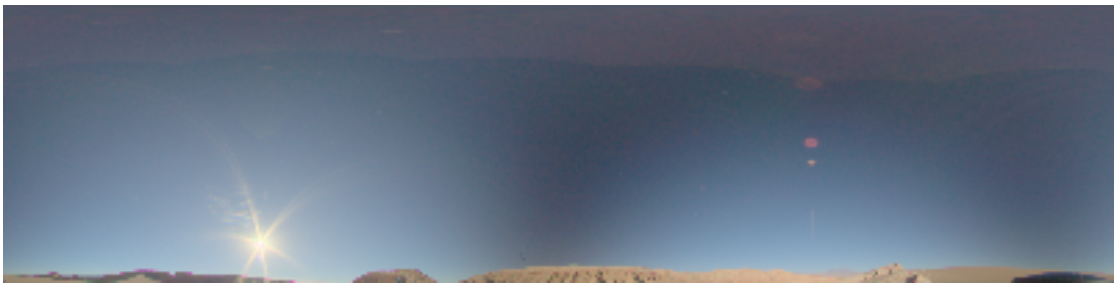


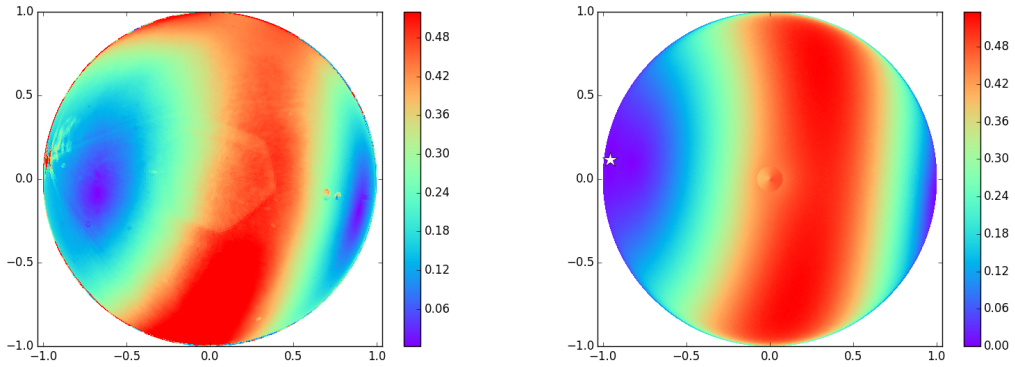
FIGURE 10.7 – Image en mode LDR de l'acquisition avec le filtre à 0°

FIGURE 10.8 – Image en mode LDR de l'acquisition avec le filtre à 45°

FIGURE 10.9 – Image en mode LDR de l'acquisition avec le filtre à 90°

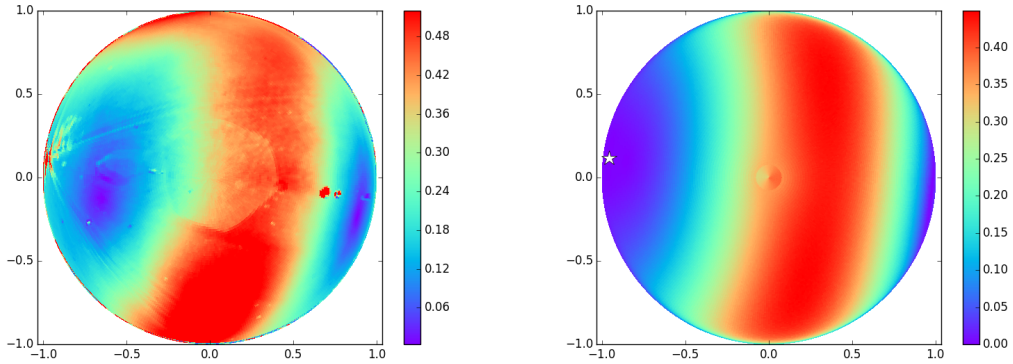
FIGURE 10.10 – Image en mode LDR, calculée à partir des acquisitions faites avec les filtres 0° et 90°

En appliquant les équations définies en 10.3, nous pouvons calculer le degré de polarisation. Les images 10.11, 10.12, 10.13 illustrent les résultats obtenus pour les trois canaux : Rouge, Vert, Bleu. Les différents canaux, sont comparés aux simulations avec notre méthode, aux longueurs d'onde : 460 nm, 540 nm, 620 nm, qui correspondent approximativement, au maximum des trois courbes de réponse spectrale du capteur de l'APN utilisé, (voir figure 9.4).



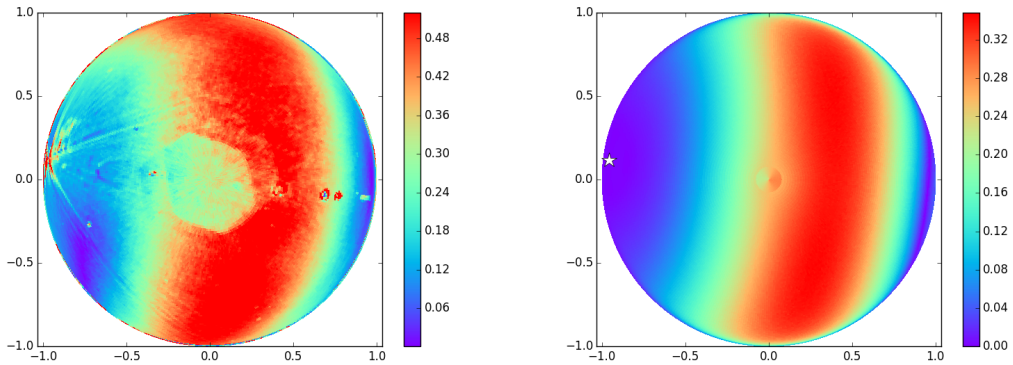
a b

FIGURE 10.11 – Degrés de polarisation : (a) Mesure : composante « Bleue », (b) Simulation avec notre méthode $\lambda = 460$ nm.



a b

FIGURE 10.12 – Degrés de polarisation : (a) Mesure : composante « Verte », (b) Simulation avec notre méthode $\lambda = 540$ nm.



a b

FIGURE 10.13 – Degrés de polarisation : (a) Mesure : composante « Rouge », (b) Simulation avec notre méthode $\lambda = 620$ nm.

L'image 10.14 est générée avec notre méthode de génération de ciel clair.

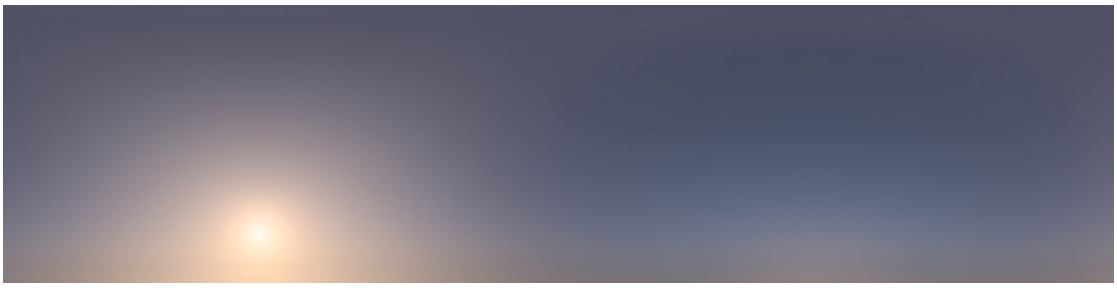


FIGURE 10.14 – Image en mode LDR, calculée avec notre méthode

10.2.4.2 Piedra del Coyote, San Pedro de Atacama - Chili

Latitude : −22.916°, Longitude : −68.254° Le 24 octobre 2016 à 22h35 UTC (19h35 heure locale)
Position du Soleil : Élévation 0.7934°, Azimut 256.991°

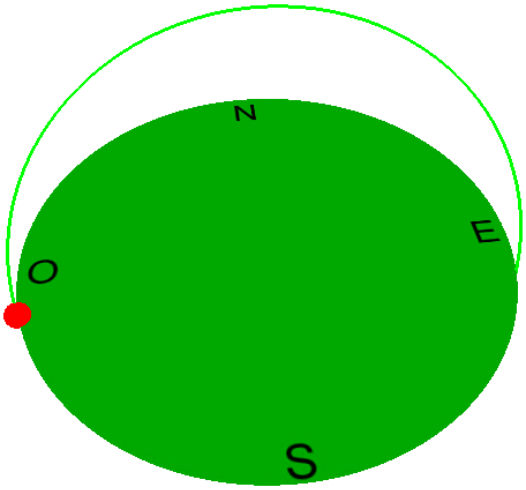


FIGURE 10.15 – Position du Soleil

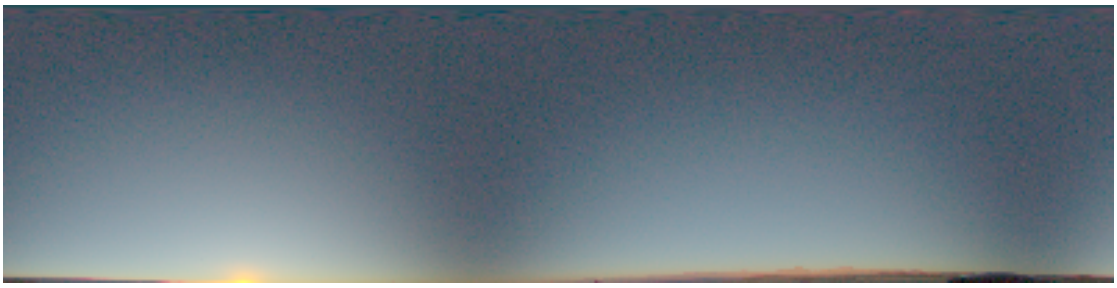


FIGURE 10.16 – Image en mode LDR de l'acquisition avec le filtre à 0°

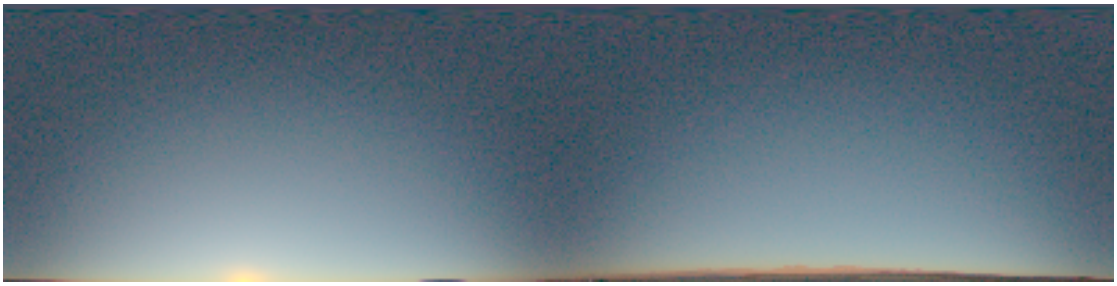


FIGURE 10.17 – Image en mode LDR de l'acquisition avec le filtre à 45°

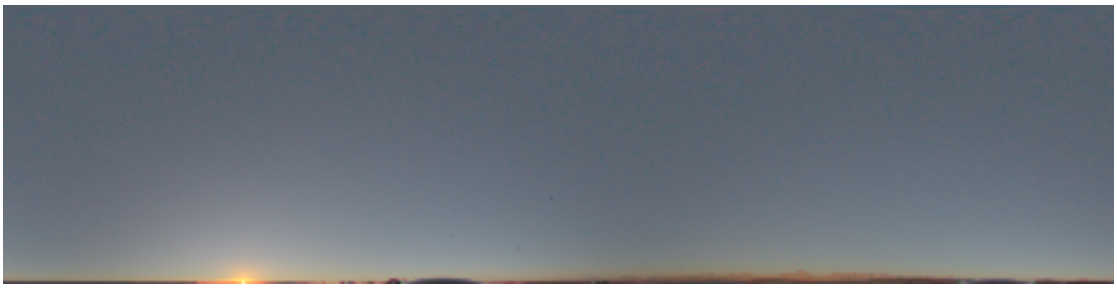


FIGURE 10.18 – Image en mode LDR de l'acquisition avec le filtre à 90°

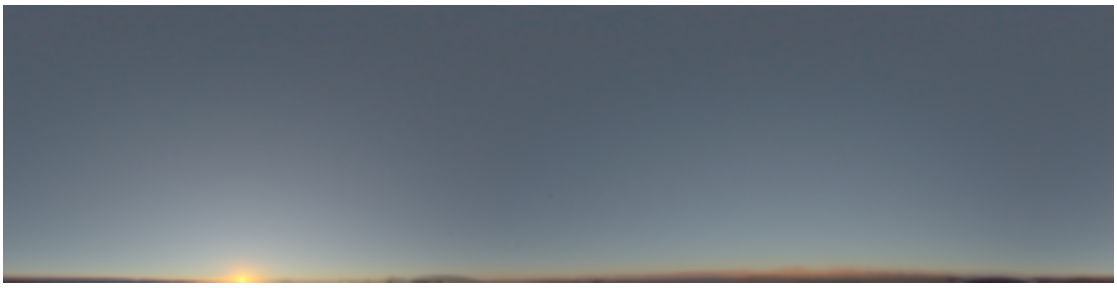
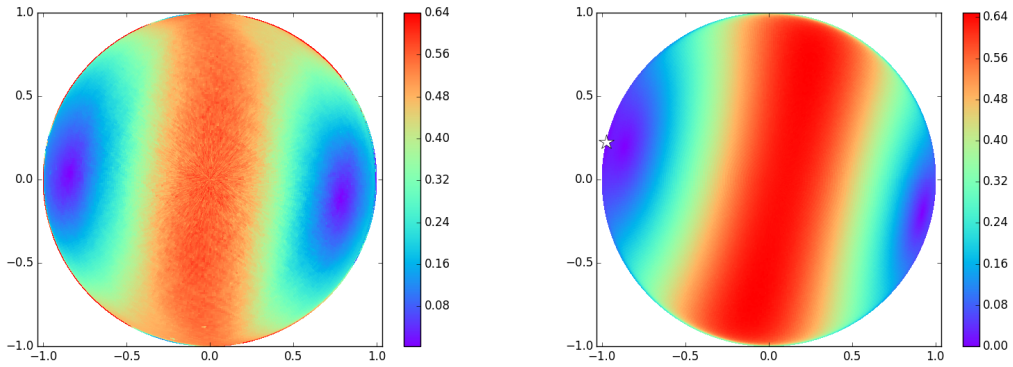
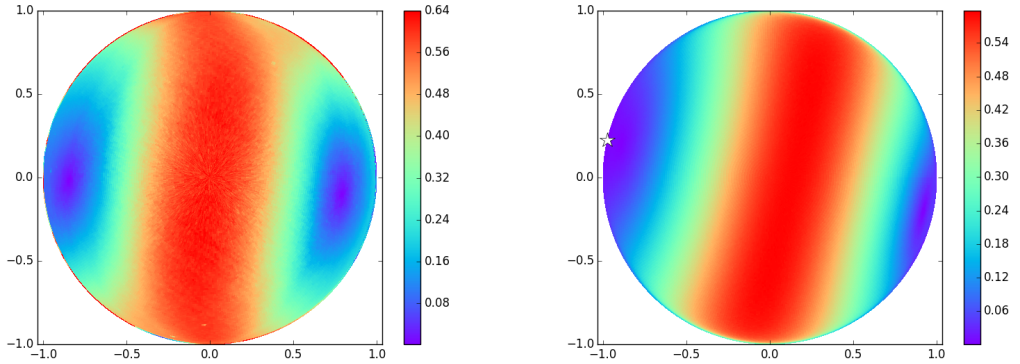


FIGURE 10.19 – Image en mode LDR, calculée à partir des acquisitions faites avec les filtres 0° et 90°



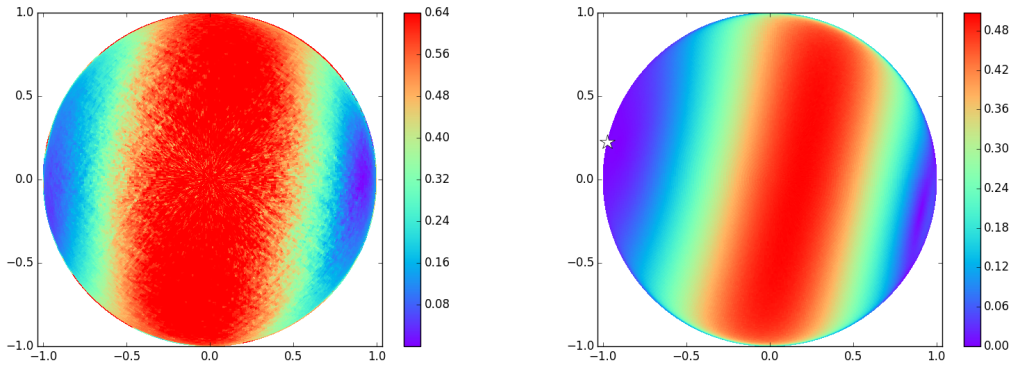
a b

FIGURE 10.20 – Degrés de polarisation : (a) Mesure : composante « Bleue », (b) Simulation avec notre méthode $\lambda = 460$ nm.



a b

FIGURE 10.21 – Degrés de polarisation : (a) Mesure : composante « Verte », (b) Simulation avec notre méthode $\lambda = 540$ nm.



a b

FIGURE 10.22 – Degrés de polarisation : (a) Mesure : composante « Rouge », (b) Simulation avec notre méthode $\lambda = 620$ nm.

Les légères différences observées en rotation des mesures du degré de polarisation, par rapport à la simulation, sont dues à un positionnement, du dispositif dans l'axe nord-sud, insuffisamment précis. Nous utilisions une boussole perturbée par les masses métalliques des APN.

L'image 10.23 est générée avec notre méthode de génération de ciel clair.

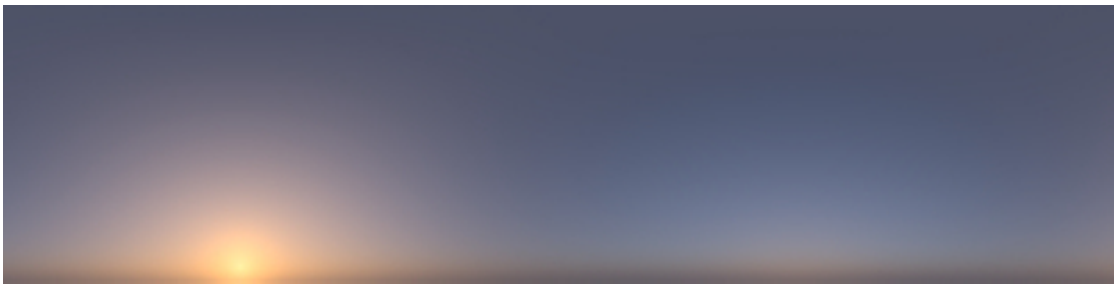


FIGURE 10.23 – Image en mode LDR, calculée avec notre méthode.

10.2.5 Conclusions

Spécifiquement dans notre propos, les résultats obtenus sur les différentes mesures des degrés de polarisation, indiquent clairement, l'intérêt de cette méthode de capture, basée sur la technique des *HDRI*.
Pour la compléter et la rendre totalement opérationnelle, il sera nécessaire de concevoir un système rigide, certainement plus petit et plus léger et de procéder à :

- Des calibrations géométriques intrinsèques et extrinsèques, indispensables aux traitements des images.
- Des calibrations radiométriques individuelles des capteurs.

Les différentes étapes nécessaires de calibrations sont exposées en détail dans la section 11.
Cependant la limitation de fonctionnement dans le domaine trichromatique reste d'actualité.

11 Spectral and Polarized Light Imaging Sensor

Dans la suite de ce document, notre système sera appelé : ***Spectral and Polarized Light Imaging Sensor (SPLIS)*** .

Nous ne retenons que les systèmes exposés précédemment, basés sur l'utilisation de lames à retard variable à cristaux liquides (LCVR) sont les plus aboutis pour des mesures précises, voire métrologiques des états de polarisation spectraux de la lumière du ciel. Par contre, ils présentent une complexité spécifique d'asservissement électronique, due à la précision nécessaire des tensions électriques à fournir aux LCVR, pour assurer les différents états de mesures. De plus, la sensibilité des LCVR à la température impose un système de stabilisation thermique particulièrement élaboré. Nous passerons sous silence ici la contrainte budgétaire. Tout en gardant en mémoire la nécessité d'avoir un temps d'acquisition total le plus court possible, nous nous sommes orientés vers un dispositif similaire à celui proposé par *Voss* et *Liu* [Voss and Liu, 1997], en augmentant le nombre de bandes spectrales et la définition du capteur.

Le *SPLIS* est constitué d'une unique voie d'acquisition et de différents filtres chromatiques et polarisants montés sur trois roues distinctes. L'utilisation d'un *Fish-eye* comme objectif, permet de collecter les rayons lumineux avec un champ d'environ 185°, voir figure (11.1).

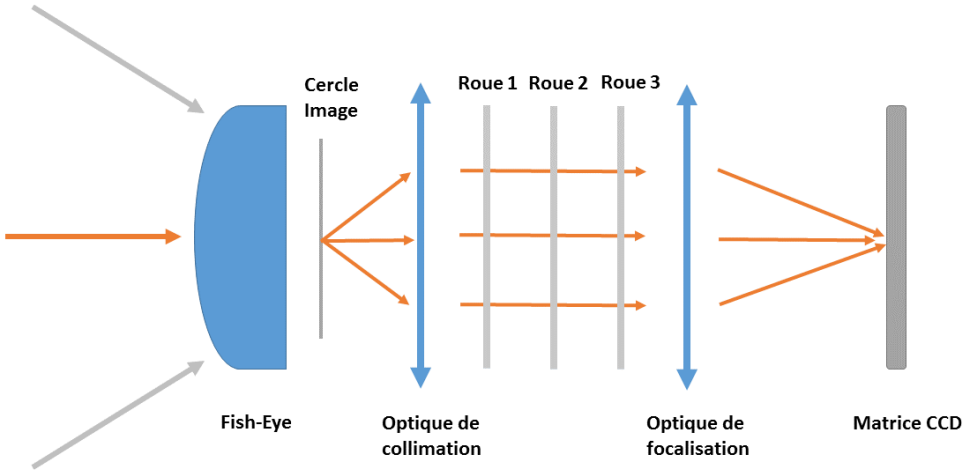


FIGURE 11.1 – Principe général du système de capture.

11.1 Description générale du système

Après démonstration de la faisabilité, dans le cadre d'un projet de Mécatronique à l'école des Mines de Paris, impliquant un groupe de neuf élèves de l'école Polytechnique. Le *SPLIS* a été fabriqué par la société *ELDIM* (http://www.eldim.fr), en fonction d'un cahier des charges établi par nos soins et en suivant leurs recommandations.
La figure 11.2 donne une vue globale du système.

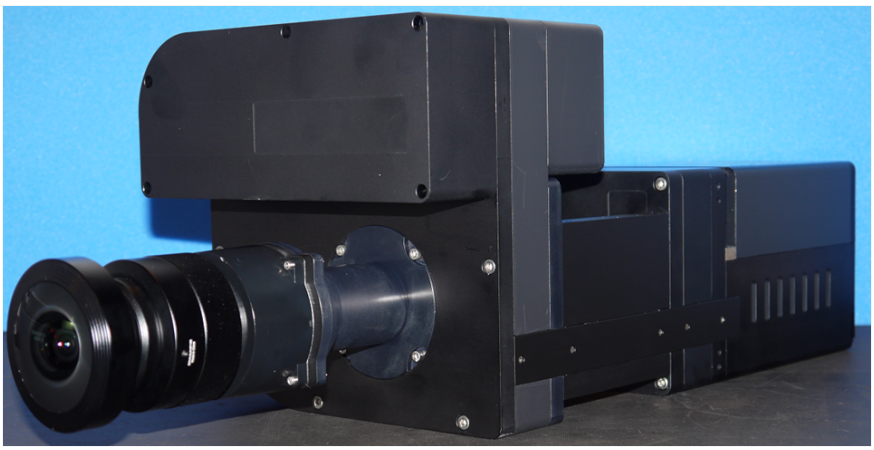


FIGURE 11.2 – Système de capture (SPLIS).

11.1.1 Montage optique

Le système a été conçu et optimisé pour minimiser les différentes aberrations introduites par les optiques de collimation et de focalisation. Le montage optique a été conçu à l'aide du logiciel *ZEMAX* (http://www.zemax.com/).
Un schéma d'ensemble du montage optique est donné figure 11.3. De gauche à droite se trouvent le cercle image du *Fish-eye*, les 3 lentilles de collimation, les 3 roues, dont 2 comportent des filtres chromatiques et la dernière des filtres polarisants, les 3 lentilles de focalisation et le plan-image où est placé le détecteur. Les optiques relais ont été étudiées et fabriquées avec un soin particulier, pour assurer la collimation optimale des rayons avant le passage des filtres, ainsi que pour leur focalisation sur le plan du capteur.

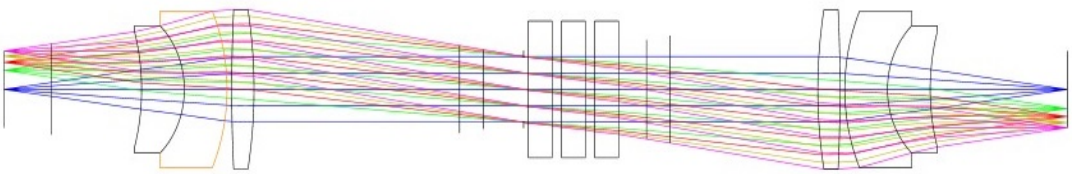


FIGURE 11.3 – Montage optique du *SPLIS*.

11.1.2 Détails techniques

La figure 11.4 précise les différents blocs d'éléments du dispositif.

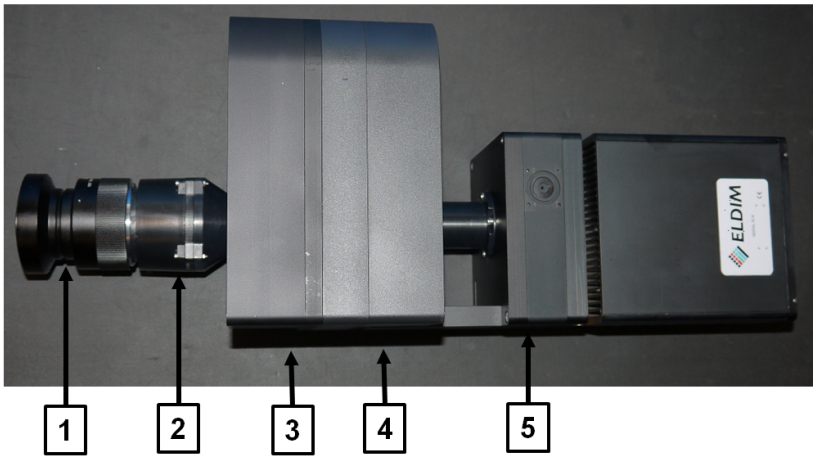


FIGURE 11.4 – Détails du système de capture (SPLIS).

1. Objectif *Fish-eye*.
2. Optique relais.
3. Deux roues motorisées à filtres interférentiels.
4. Une roue motorisée à filtres polarisants.
5. Caméra CCD refroidie.

Le *Fish-eye* est une lentille hypergone dont le champ de vision dépasse la valeur des 114°, valeur maximale généralement atteinte pour les objectifs dits *classiques*. Le champ de vision d'un objectif *Fish-eye* est total, c'est-à-dire qu'il atteint les 180° dans toutes les directions. Le champ de vue est *hémisphérique* et l'image obtenue en projection de ce champ, est circulaire. L'objectif *Fish-eye* en notre possession, est de la marque *SUNEX* avec une monture de type F *NIKON*, de longueur focale : 5.6 mm, d'ouverture fixe : F/5.6, de champ de vue : 185°.

FIGURE 11.5 – Objectif *Fish-eye* utilisé de la marque *SUNEX*.

L'ensemble { optique de collimation + filtres + optique de focalisation} du système présente un grandissement de -1. Le diamètre du cercle image conjugué, formé sur le capteur est de 14.5 mm

Le détecteur utilisé est un capteur CCD (*KAF 6300*) de la société *ON Semiconductor*, refroidit par un système à effet *Peltier* à $\approx -10°C$.
La résolution est de $3096(H) \times 2044(V)$ pixels. Les pixels sont carrés de coté 9 µm.

Les roues sont pilotées par ordinateur via une connexion *USB*.

Le tableau 11.1 explicite les différentes combinaisons de filtres polarisants et chromatiques pouvant être effectuées.

Position	Roue 1	Roue 2	Roue 3
9	ND0	BK7	BK7
1	ND1	400	560
2	Polariseur à 0°	420	580
3	Polariseur à 45°	440	600
4	Polariseur à 90°	460	620
5	Polariseur à 0° + Lame quart onde à 45°	480	640
6	Polariseur à 0° + Lame quart onde à 135°	500	660
7	Polariseur à 90° + Lame quart onde à 45°	520	680
8	Polariseur à 90° + Lame quart onde à 135°	540	700

TABLE 11.1 – Combinaisons des filtres polarisants et chromatiques du *SPLIS*.

Ainsi, si l'on veut obtenir une polarisation linéaire d'axe 45° à 620 nm, la roue 1 devra être en position 3, la roue 2 en position 9 et la roue 3 en position 4.

Si l'on ne considère pas la polarisation circulaire, c'est-à-dire la quatrième coordonnée du vecteur de *Stokes*, un minimum de trois images est nécessaire pour reconstruire l'information (les trois premières composantes du vecteur de *Stokes*). Nous avons déjà signalé que la polarisation circulaire de la lumière du ciel est négligeable. Cela entraine que l'évaluation de la quatrième composante n'est pas nécessaire et elle sera considérée nulle.

Pour une application autre que l'étude des états de polarisation de la lumière du ciel, c'est-à-dire, avec présence de polarisations circulaire droite ou gauche et d'ondes non polarisées, un nombre supérieur d'images est nécessaire pour reconstruire la totalité de l'information. Dans le cas le plus général, sept mesures [1] doivent être faites, en exploitant successivement toutes les possibilités offertes par notre système. Nous pouvons dire que dans le cadre précis de notre étude, le système conçu est surdimensionné. Par contre, il a été pensé comme un véritable outil complet de caractérisation de l'ensemble des états de polarisation dans tous les cas. Nous pouvons citer, par exemple, les environnements complexes réels comprenant de nombreuses surfaces réfléchissantes et transparentes.

1. La justification sort du cadre de notre travail, mais est liée à la résolution de l'équation 3.26, en présence d'une partie d'ondes dépolarisées

11.1.3 Filtres chromatiques interférentiels (fltres dichroïques)

Les filtres spectraux, au nombre de 16, présentent une largeur spectrale de 20 nm. Les figures 11.6 indiquent les valeurs de transmitance par bandes de longueurs d'onde.

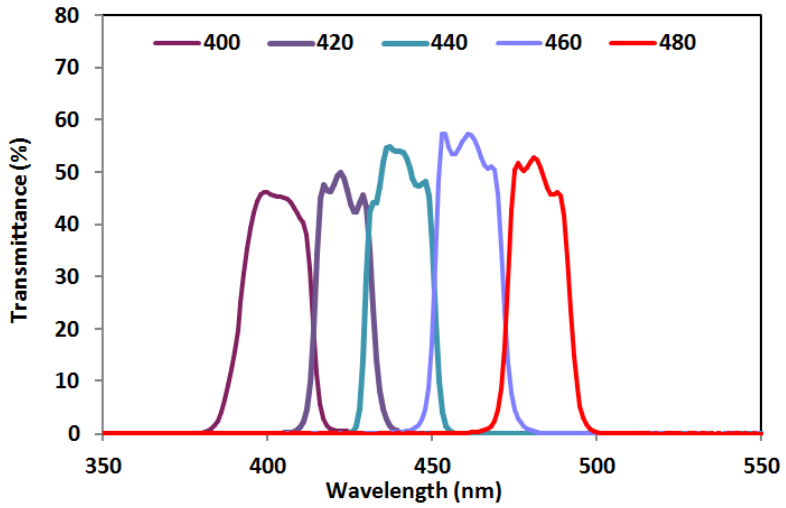


FIGURE 11.6 – Transmitances des filtres chromatiques de 400 nm à 480 nm.

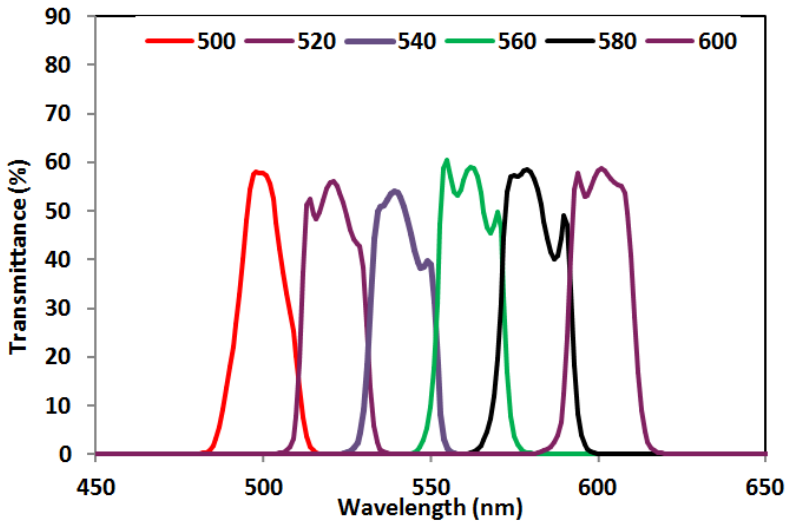


FIGURE 11.7 – Transmitances des filtres chromatiques de 500 nm à 600 nm.

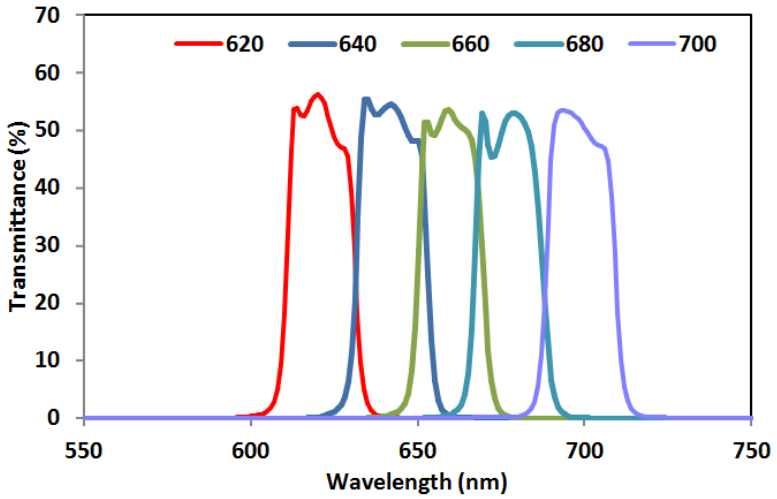


FIGURE 11.8 – Transmitances des filtres chromatiques de 620 nm à 700 nm.

11.1.4 Filtres polarisants

Les filtres polarisants sont au nombre de 7. La figure 11.9 indique les valeurs de la transmitance par longueurs d'onde.

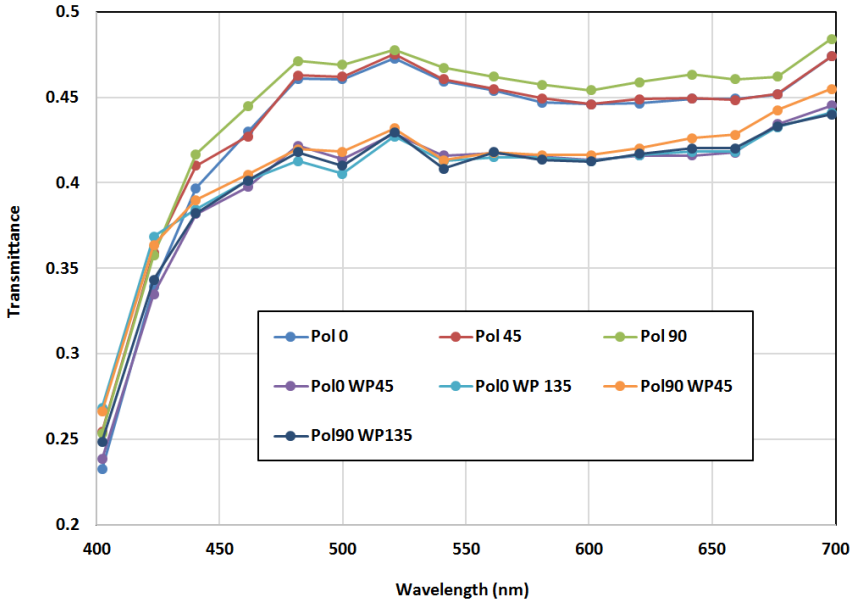


FIGURE 11.9 – Transmitance des différents filtres polarisants.

L'espace en *ND0* (*BK7*) présente une grande transmission optique qui permet d'obtenir une image sur tout le spectre du visible et n'a pas d'influence sur la polarisation. L'espace en *ND1* ne présente pas non plus d'influence sur la polarisation, mais diminue le flux lumineux d'un facteur 10.

11.2 Calibrations du *SPLIS*

Au cours de la propagation du faisceau lumineux au sein du système optique, l'intensité et la polarisation de la lumière sont modifiées. Dans cette section nous précisons, les différentes manipulations de calibration effectuées dans le laboratoire de la société *ELDIM*. L'objectif est de déterminer, l'ensemble des déformations engendrées par le système sur la détermination et la quantification de la polarisation incidente par longueur d'onde.
Les caractéristiques suivantes seront prises en considération pour décrire l'influence du dispositif d'acquisition sur la lumière incidente, à la fois par les optiques, les différents filtres et le capteur :

1. Évolution de l'intensité lumineuse sur le capteur en fonction de l'angle d'incidence.
2. Réponses radiométriques et chromatiques du capteur.
3. Influence de l'instrument sur les mesures des états de polarisation par bande de longueur d'ondes.
4. Distorsion angulaire du *Fish-eye*, c'est-à-dire la distance angulaire au zénith par rapport à l'angle d'incidence.

D'une façon générale le processus de calibration consiste à envoyer au *SPLIS*, des informations polarimétriques et radiométriques connues et de mesurer les états obtenus au niveau de la matrice CCD. Les relations obtenues entre ces états d'entrée et de sortie caractérisent entièrement le système.

11.2.1 Corrections *Flat-field*

Les différents pixels du capteur, ne sont pas tous exactement identiques en terme de sensibilité. Chaque filtre présente, des caractéristiques de transmission différentes selon les angles d'incidence des rayons lumineux. Il en est de même pour le *Fish-eye* et les optiques relais. Pour corriger ces défauts résultant, d'uniformité au niveau du capteur, on utilise une sphère intégrante (image 11.10), qui permet d'obtenir un éclairement uniforme se propageant à tous les angles azimutaux. Ce flux uniforme de lumière blanche, est envoyé dans tout le champ du *Fish-eye*. On obtient ainsi les différences de sensibilité entre chaque pixel pour la totalité des combinaisons de filtres possibles.

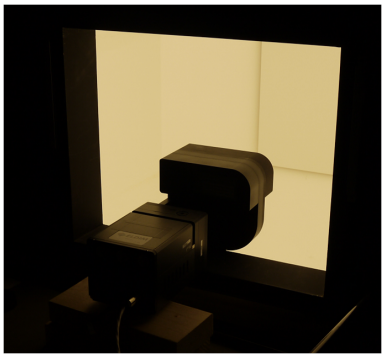


FIGURE 11.10 – « Sphère » intégrante, avec une demi boule de diffuseur positionnée devant la première lentille du *Fish-eye*, pour améliorer l'homogénéité du flux jusqu'à 180°.

La figure 11.11, illustre une mesure de *Flat-field* pour le filtre 540 nm.

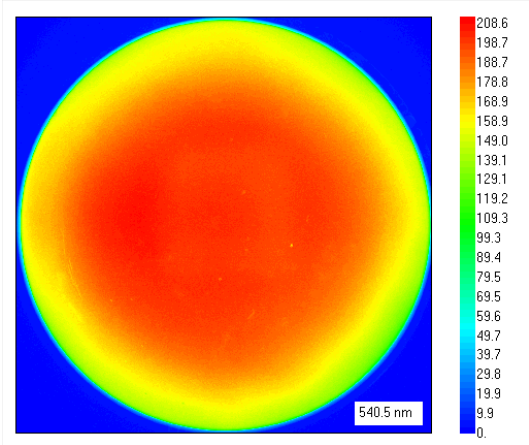


FIGURE 11.11 – Mesure de *Flat-field* à 540 nm.

11.2.2 Corrections *Dark-field*

Cette mesure est connue comme : *Bruit au noir*. Il est juste nécessaire d'acquérir une image sans flux lumineux. On obtient ainsi, le bruit de fond lié au courant d'obscurité, provenant des charges électriques accumulées par la température. Le capteur CCD du *SPLIS* est refroidi par un composant à effet *Peltier*. La température normale d'utilisation est comprise entre −5°C et −10°C, ce qui assure à la fois, un fonctionnement optimum et un bruit d'obscurité très faible.

Traitements

Au préalable de toute utilisation, il sera nécessaire de traiter systématiquement et à chaque fois, toutes les images acquises.

1. En soustrayant les valeurs délivrées par chaque pixel de l'image, des mesures de *Dark-field*.

2. En divisant les valeurs obtenues pour chaque pixel de l'image, par les mesures de *Flat-field*. La figure 11.12 illustre ce type normalisation.

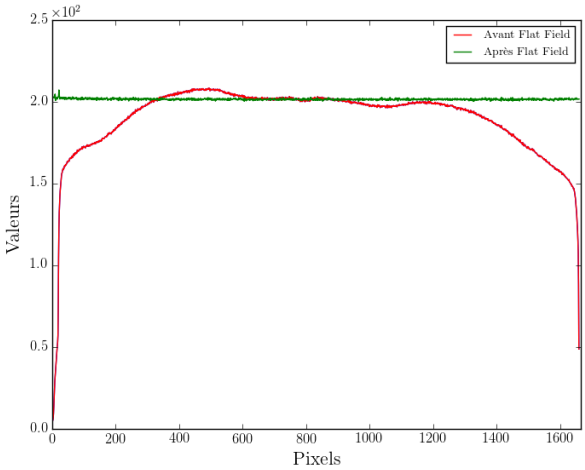


FIGURE 11.12 – Mesure de*Flat-field* à 540 nm, section centrale avant et après normalisation.

Ces traitements effectués, l'ensemble des pixels présentent une même réponse pour un flux incident identique.

11.2.3 Offsets des différents filtres

Malgré la qualité des montages des différents filtres dans leurs supports respectifs, certains peuvent ne pas être parfaitement perpendiculaires à l'axe optique ; ce qui provoque un léger décalage des images au niveau du capteur. Ces défauts peuvent être corrigés par un traitement informatique d'auto-corrélation des images [2], par rapport à une mire de référence calibrée. La figure 11.13, illustre la technique mise en place. Le traitement est effectuée sur l'ensemble des combinaisons de filtres possibles.

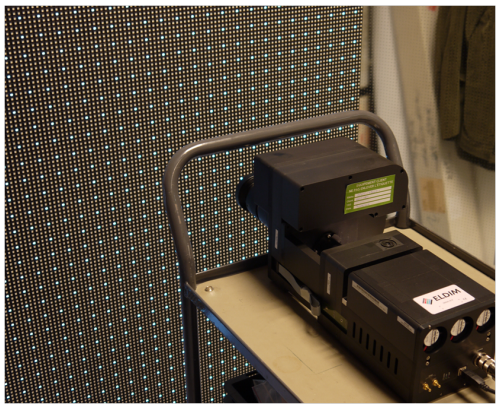


FIGURE 11.13 – Panneau de LEDs avec une périodicité de 8 cm, très précis, utilisé pour la déterminations des différents offsets des filtres.

2. La méthode utilisée est détaillée sur le site https://en.wikipedia.org/wiki/Phase_correlation

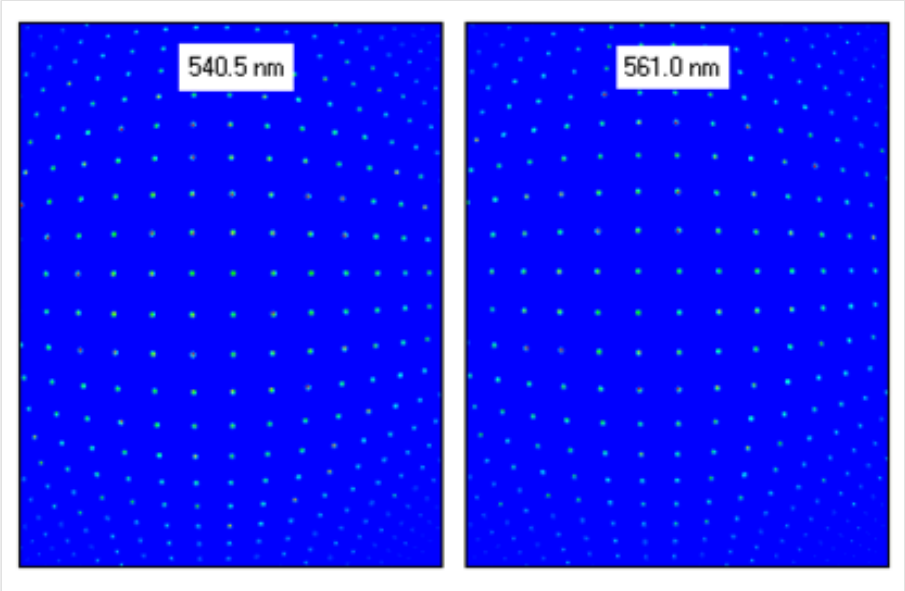


FIGURE 11.14 – Recalage des différents filtres par auto-corrélation des images.

Ces traitements effectués, l'ensemble des pixels présente une même réponse pour un flux incident identique.

11.2.4 Calibrations radiométriques

Les calibrations radiométriques ont été réalisées en utilisant une source lumineuse de référence, dont le spectre d'émission est parfaitement déterminé. La figure 11.15, présente le dispositif à LED utilisé et la méthode d'utilisation. Les mesures spectrales ont été réalisées dans l'axe optique du système.

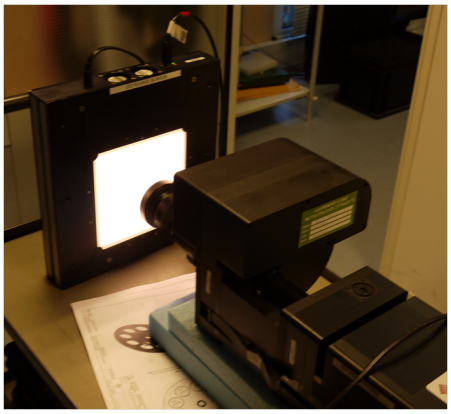


FIGURE 11.15 – Matrice de LEDs stabilisées et diffuseurs compensés pour l'homogénéité dans l'axe optique.

La courbe d'émission spectrale de la source de lumière utilisée est illustrée par le graphique 11.16. Les valeurs ont été acquises à l'aide d'un spectroradiomètre de haute précision.

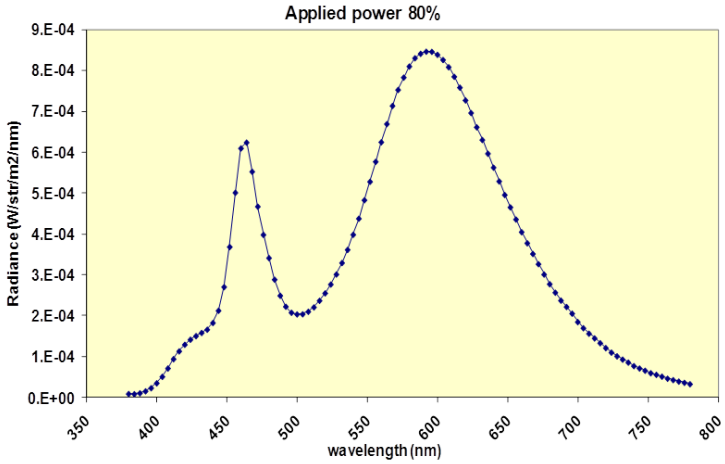


FIGURE 11.16 – Spectre d'émission des LEDs blanches de la source de calibration, mesuré par un spectroradiomètre.

Le tableau 11.2 et les courbes 11.17, 11.17, résument les résultats de calibrations radiométriques obtenus, pour les différents filtres chromatiques à partir de la source lumineuse de référence.

Longueur d'onde	Référence	ND0	ND1
400	0.000413541	3.85E-04	3.91E-04
420	0.001105023	1.02E-03	1.08E-03
440	0.001977839	1.97E-03	1.97E-03
460	0.014560934	1.49E-02	1.46E-02
480	0.010560239	1.11E-02	1.07E-02
500	0.006057809	6.28E-03	6.10E-03
520	0.007283858	7.52E-03	7.28E-03
540	0.011810458	1.20E-02	1.18E-02
560	0.019384759	1.99E-02	1.94E-02
580	0.025466739	2.60E-02	2.57E-02
600	0.026817353	2.72E-02	2.67E-02
620	0.023717871	2.41E-02	2.38E-02
640	0.018242639	0.0185	0.0182
660	0.013896087	0.0141	0.0139
680	0.010275094	0.0104	0.0102
700	0.010275094	0.00681	0.00676

TABLE 11.2 – Mesures de calibration pour les différents filtres chromatiques

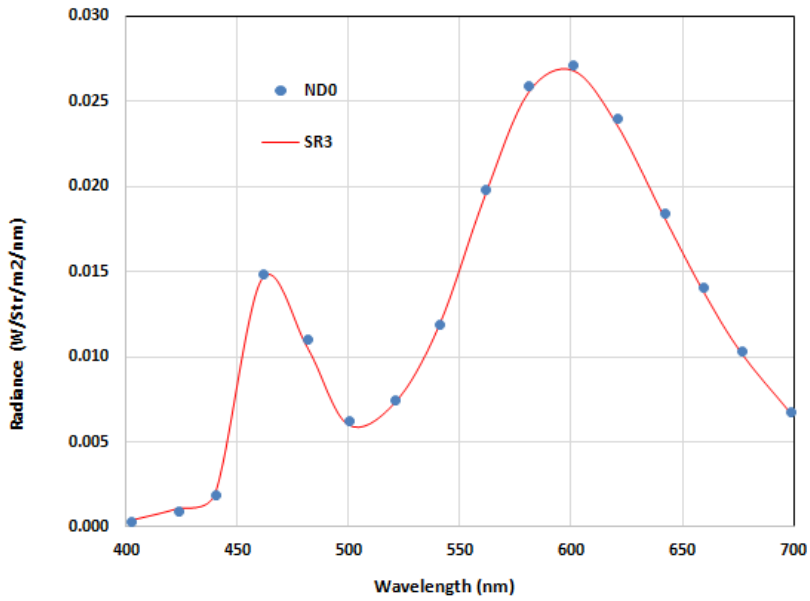


FIGURE 11.17 – Filtre neutre ND0. Spectre mesuré sur la lampe de référence après calibration (points bleus), comparé à la mesure de référence (trait rouge).

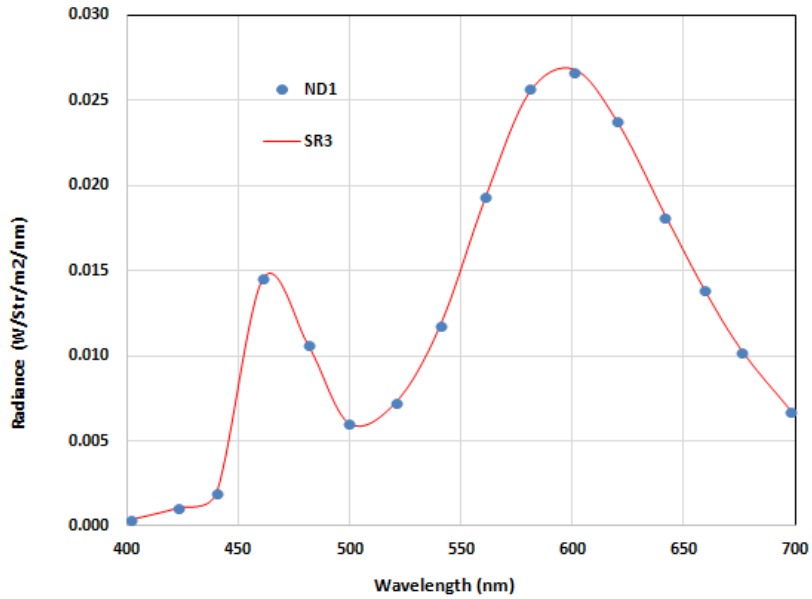


FIGURE 11.18 – Filtre neutre ND1. Spectre mesuré sur la lampe de référence après calibration (points bleus), comparé à la mesure de référence (trait rouge).

11.2.5 Calibrations polarimétriques

Les calibrations polarimétriques sont plus délicates à mener que celles présentées précédemment. Il est impossible de fournir en entrée du système optique, un flux lumineux radial dont la polarisation est maitrisée. La méthode que nous avons retenue est d'effectuer trois mesures successives. En orientant la source lumineuse dont la polarisation est connue, à des angles de 0°, 45°, 90° par rapport à l'axe optique du système.

11.2.5.1 Source lumineuse dépolarisée

Cette mesure permet de déterminer, l'influence intrinsèque du système optique sur les états de polarisation. La totalité des mesures a été répétée pour tous les filtres chromatiques. Nous présentons ici que les résultats, pour la longueur d'onde 540 nm. Sur la figure 11.19, nous constatons, que les différents éléments du système ne présentent pratiquement aucune influence dans la zone centrale de la mesure, pour les angles azimutaux relatifs à l'objectif de 0° à environ 65°. Par contre au delà, des perturbations peuvent devenir importantes, dans certaines zones et sans localisation précise.

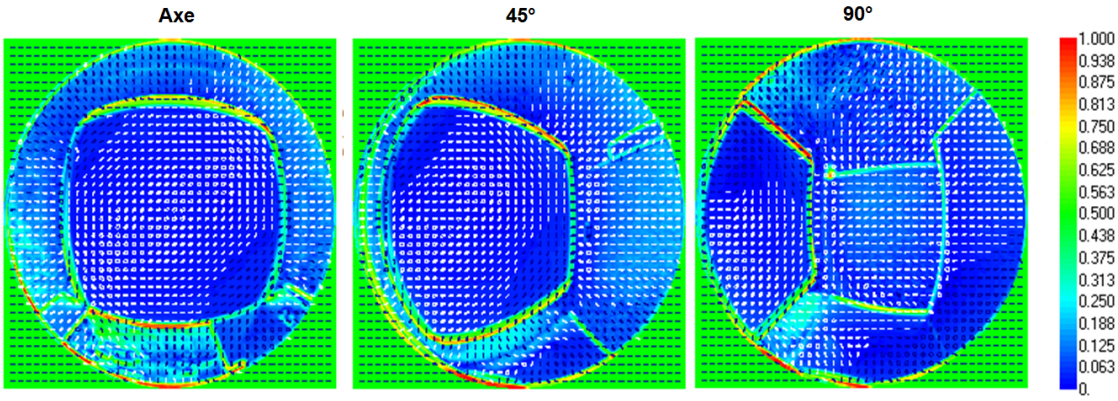


FIGURE 11.19 – Mesure du degré de polarisation de la lampe de référence à 540 nm dans l'axe (0°), (45°) et (90°), pour une lumière incidente, entièrement non-polarisée.

Les différentes courbes, 11.20, 11.21, 11.22, 11.23 et 11.24, précisent les variations des composantes du vecteur *Stokes* en fonction de la longueur d'onde. L'influence globale du système sur la mesure reste dans un intervalle de ±3%, à l'exception du filtre 400 nm. Cette différence locale semble être liée à une dégradation de ce filtre, que nous envisageons de remplacer.

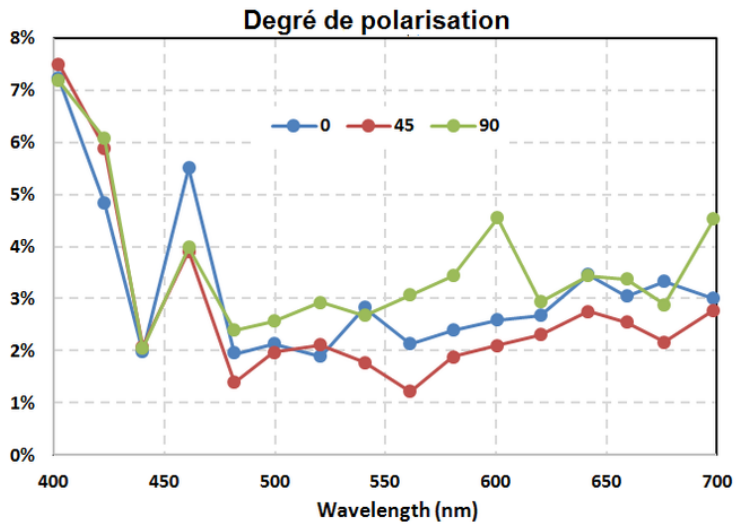


FIGURE 11.20 – Mesure de polarisation de la lampe de référence en fonction de la longueur d'onde, dans l'axe (0°), dans l'axe (0°), (45°) et (90°), pour une lumière incidente, entièrement non-polarisée.

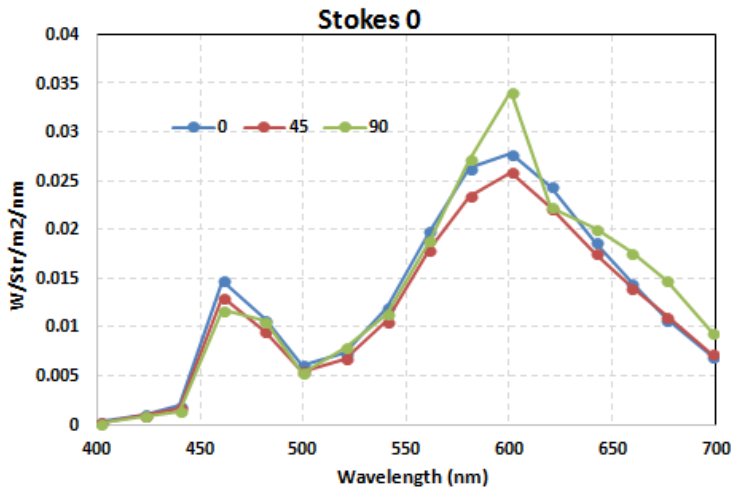


FIGURE 11.21 – Mesure de la composante $S0$ de la lampe de référence en fonction de la longueur d'onde, dans l'axe (0°), (45°) et (90°), pour une lumière incidente, entièrement non-polarisée.

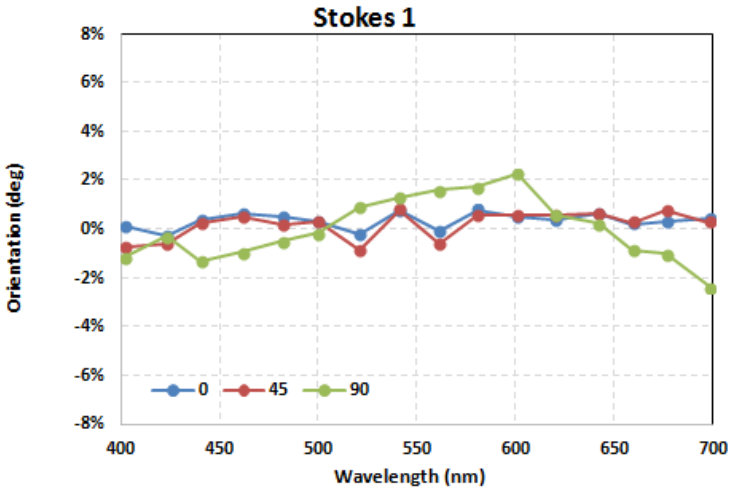


FIGURE 11.22 – Mesure de la composante $S1$ normalisée de la lampe de référence en fonction de la longueur d'onde, dans l'axe (0°), (45°) et (90°), pour une lumière incidente, entièrement non polarisée.

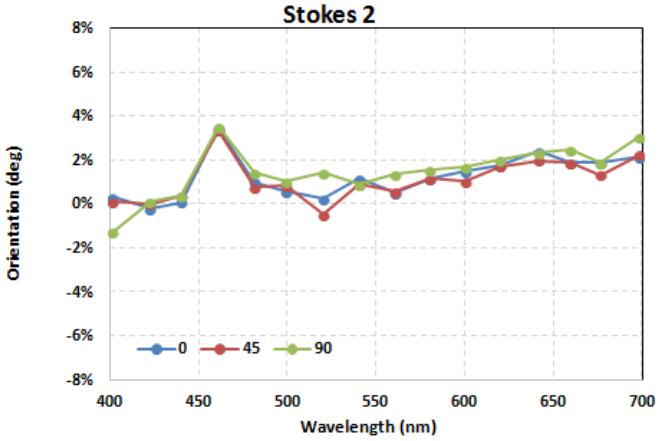


FIGURE 11.23 – Mesure de la composante $S2$ normalisée de la lampe de référence en fonction de la longueur d'onde, dans l'axe (0°), (45°) et (90°), pour une lumière incidente, entièrement non polarisée.

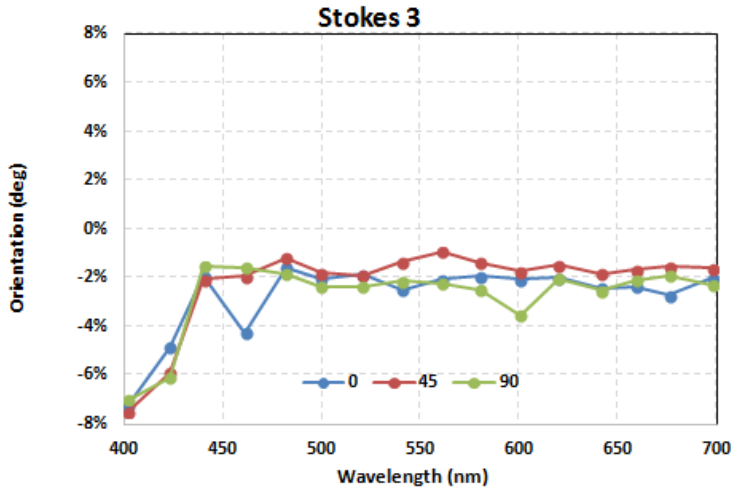


FIGURE 11.24 – Mesure de la composante $S3$ normalisée de la lampe de référence en fonction de la longueur d'onde, dans l'axe (0°), (45°) et (90°), pour une lumière incidente, entièrement non polarisée.

Ces perturbations sont dues à des phénomènes optiques internes liés à l'objectif lui-même. Le *Fish-eye* commercial que nous utilisons n'a pas été étudié pour une utilisation dans le cadre de notre travail. Un échange avec les ingénieurs de la société *ELDIM* confirme cette analyse. Il serait possible de développer un objectif spécifique grand angle permettant de minimiser ces phénomènes parasites. Nous envisageons, pour la suite de ce travail, d'évaluer la possibilité de disposer d'un tel système optique.

11.2.5.2 Source lumineuse polarisée circulairement

Pour effectuer cette mesure, un filtre polarisant, superposé en diagonale par moitié, d'une lame quart d'onde orientée à (45°) et d'une lame quart d'onde orientée à (135°), est positionné devant la source lumineuse. Ce dispositif permet de créer un flux polarisé circulairement droite et gauche. La figure 11.25 illustre les degrés de polarisation obtenus dans cette mesure. Nous constatons encore que les résultats sont satisfaisants dans l'axe, avec les mêmes types de perturbations constatés dans la mesure précédente.

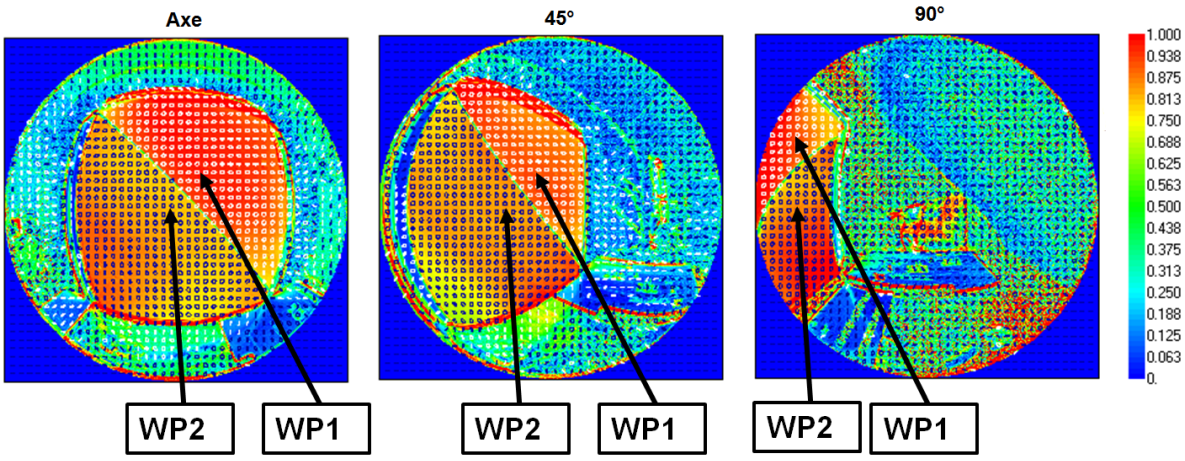


FIGURE 11.25 – Mesure du degré de polarisation de la lampe de référence à 540 nm, dans l'axe (0°), (45°) et (90°), pour une lumière incidente totalement polarisée.

Les figures suivantes illustrent les résultats obtenus pour la mesure de l'ellipticité dans les deux cas. Nous rappelons que l'ellipticité pour une polarisation circulaire est de 45° ou −45° (voir section 3.1).

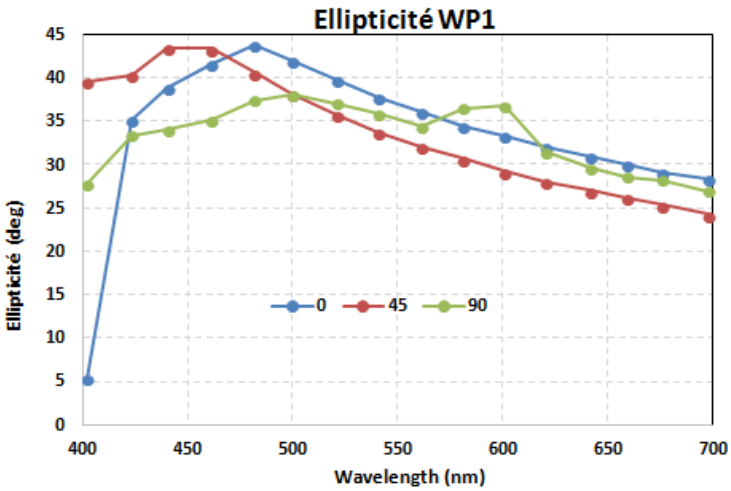


FIGURE 11.26 – Angles d'ellipticité mesurés en fonction de la longueur d'onde, pour la lame de test WP1, dans l'axe (0°), (45°) et (90°).

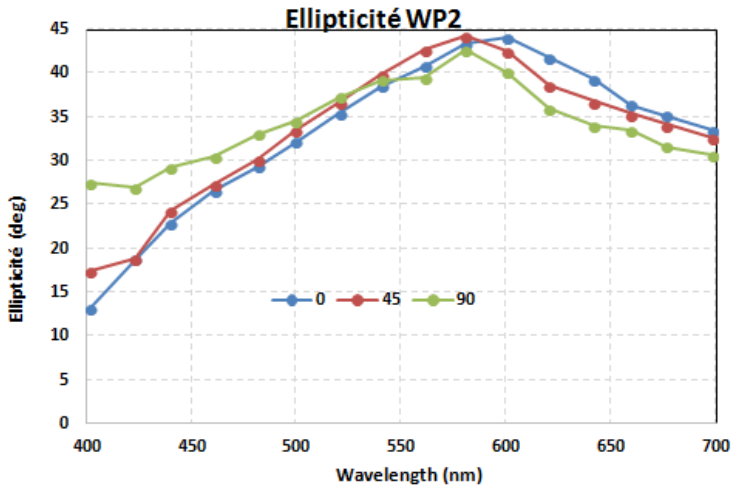


FIGURE 11.27 – Angles d'ellipticité mesurés en fonction de la longueur d'onde, pour la lame de test WP2, dans l'axe (0°), (45°) et (90°).

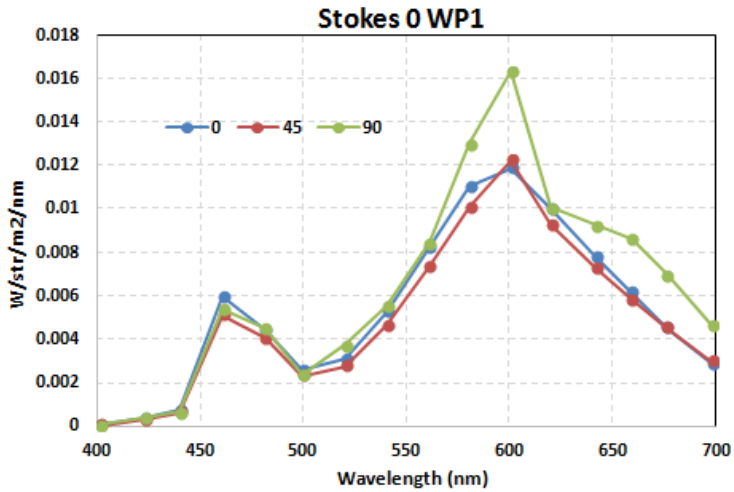


FIGURE 11.28 – Composante $S0$ en fonction de la longueur d'onde, pour la lame de test WP1, dans l'axe (0°), (45°) et (90°).

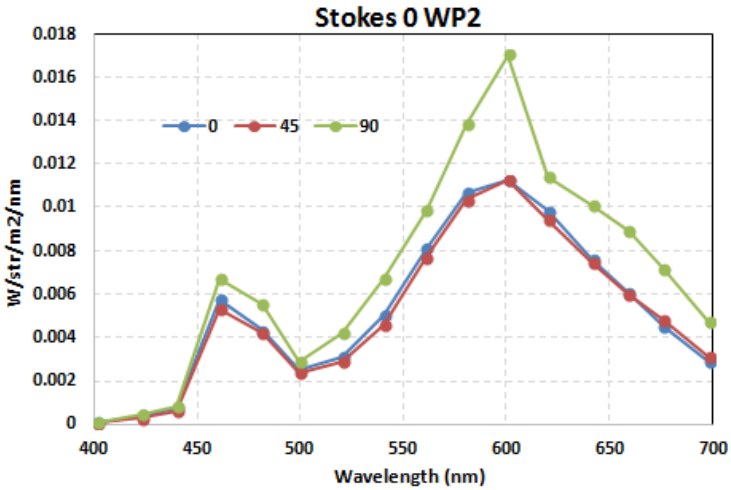


FIGURE 11.29 – Composante $S0$ en fonction de la longueur d'onde, pour la lame de test WP2, dans l'axe (0°), (45°) et (90°).

Ces différentes mesures indiquent l'influence globale du système de capture sur une polarisation incidente connue. Nous remarquons une dégradation plus importante pour la mesure à 90°. La valeur pour la longueur d'onde 400 nm révèle dans le cas WP1 une anomalie liée au filtre chromatique correspondant, que nous avions déjà constaté.

11.2.6 Conclusion

L'ensemble de ces mesures de calibration effectuées en laboratoire indique clairement que le système peut être avantageusement utilisé comme instrument de mesure radiométrique de la luminance énergétique incidente.
Pour les mesures de polarisation, ces calibrations montrent que, intrinsèquement, le dispositif n'ajoute pas de polarisation supplémentaire à la mesure. Par contre il semble que l'ensemble optique dépolarise une partie de l'information incidente. Il sera nécessaire de pousser plus en avant des investigations, pour identifier les causes exactes, même si nous pensons déjà que le *Fish-eye* en est le principal responsable. Les résultats que nous obtenons sont à notre avis très encourageants. Par contre conne nous le verrons dans le chapitre 12, nous sommes confronté à un problème plus « sérieux » de saturation du capteur. La principale cause est que l'objectif que nous avons sélectionné possède une ouverture constante, qu'il faudrait fortement diminuer pour limiter le flux lumineux. Dans la suite de ce travail, nous traiterons ces problèmes en priorité et nous referons l'ensemble des mesures de calibration avec un nouveau capteur, capable de supporter la dynamique lumineuse incidente. Une autre voix d'amélioration serait, en complément, d'équiper le système d'un *shutter* mécanique plus rapide et/ou de gérer différemment, par programmation, les gains et temps d'expositions.

11.2.7 Calibration géométrique

La calibration géométrique du système de capture proposé a pour objet de définir la relation entre les rayons incidents et les points images, c'est-à-dire, les informations de *projection*, permettant de passer du référentiel *image* (du capteur) en coordonnées bidimensionnelles au référentiel *objet* (scène observée) en coordonnées sphériques tridimensionnelles et inversement.
Ces relations prennent en compte la projection utilisée et la distorsion naturelle induite par le *Fish-eye* ainsi que par les différents éléments du système optique.

Bref état de l'art

Différents outils de calibration sont disponibles. Tout d'abord, la suite logicielle proposée par [Scaramuzza and Siegwart, 2006] qui permet la calibration des caméras conventionnelles et des caméras *Fish-eye*. On peut aussi citer la suite logicielle de [Mei and Rives, 2004] qui est un complément de celle de [Bouguet, 2004] afin de la rendre applicable aux caméras omnidirectionnelles (catadioptrique et dioptrique). La suite logicielle de calibration développée par [Kannala and Brandt, 2006] offre un modèle générique pour la calibration des caméras *Fish-eye*. Celle-ci est plutôt privilégiée pour redresser une image *Fish-eye*, c'est donc celle que nous choisirons.
Nous avons suivi les travaux de [Kannala and Brandt, 2006] pour la calibration de la chaine optique complète y compris du *Fish-eye* nous avons utilisé leur suite logicielle de calibration, ce qui nous permettra d'obtenir des informations telles que le centre de projection, les paramètres de distorsions et de changement de référentiel et coordonnées (objet, image, pixel)

Calibration du *Fish-eye*

Des informations théorique générales sur les méthodes de calibration d'objectifs sont disponibles dans l'annexe F. Nous indiquons ici que les résultats principaux.
Les matrices de rotation R_{so} et de translation T_{so} sont déterminées avant et après optimisation par l'algorithme de *Levenberg Marquardt*. Par exemple, pour la première image de calibration donnée en F.2, la matrice de rotation avant optimisation est

$$R_{so} = \begin{bmatrix} -0,99979 & 0,00392 & -0,02005 \\ -0,00522 & -0,99783 & 0,06567 \\ -0,01975 & 0,06576 & 0,99764 \end{bmatrix}$$

et après optimisation

$$R_s = \begin{bmatrix} -0,99984 & 0,00628 & -0,01687 \\ -0,00742 & -0,99764 & 0,06832 \\ -0,01640 & 0,06843 & 0,99752 \end{bmatrix}$$

Le vecteur de translation avant optimisation est $t_{so} = \begin{bmatrix} 56,564 & 43,734 & 37,291 \end{bmatrix}^T$ et après optimisation $t_s = \begin{bmatrix} 56,776 & 43,587 & 45,597 \end{bmatrix}^T$

Les paramètres suivants avaient été obtenues après l'*étape 1* de calibration c'est-à-dire la détection des points de contrôle des images de calibration :

f	k_2	m_u	m_v	u_0	v_0
5,6	$-5,3\,10^{-15}$	27,844	27,984	276,59	267,07

TABLE 11.3 – Paramètres de la matrice Caméra avant optimisation

Après optimisation, on obtient les 23 paramètres suivants :

f	k_2	m_u	m_v	u_0	v_0
6,5568	−0,35990	27,964	28,053	274,60	267,89
k_3	k_4	k_5	g_1	g_2	g_3
0,17368	−0,14105	0,02821	0,10823	0,14613	−0,00999
i_1	i_2	i_3	i_4	h_1	h_2
0,36327	−0,40762	0,25167	0,19623	0,14874	0,01104
h_3	j_1	j_2	j_3	j_4	
−0,04998	−0,04433	0,01498	0,04009	0,00777	

TABLE 11.4 – Paramètres de la matrice Caméra après optimisation

Ainsi, le polynôme de *Taylor* vue en F.6 peut s'écrire :

$$r = 6,5568\,\theta - 0,35990\,\theta^3 + 0,17368\,\theta^5 - 0,14105\,\theta^7 + 0,02821\,\theta^9 \tag{11.1}$$

Après l'optimisation, il est possible de calculer l'erreur résiduelle entre le modèle quantitatif et les données expérimentales. On obtient une erreur moyenne de **0.1993** pixels (distance moyenne entre les barycentres projetés et mesurés) et une erreur quadratique moyenne de **0.2242** pixels (distance quadratique moyenne entre les barycentres projetés et mesurés) pour les 6 images de calibration. Ce résultat est correct puisque la précision est sub-pixellaire.
Les figures 11.30 et 11.31 présentent pour une projection *équidistante*, la correction obtenue par application de la fonction *BackProject* implémentée dans la suite logicielle utilisée.

FIGURE 11.30 – Image brute acquise par le *SPLIS*

FIGURE 11.31 – Image corrigée avec une projection équidistante

Ce type de format est choisi pour comparer les images acquises aux images simulées.

12 Mesures

La dynamique de la lumière solaire et les conditions d'acquisition que nous avons retenues pour assurer la fidélité de la mesure radiométrique, conduisent à des problèmes de saturation au niveau du capteur. Nous n'avons pas été en mesure de les régler totalement avant la fin de la rédaction de ce document. Nous avons identifié la principale amélioration à apporter, qui sera de remplacer le capteur CCD actuel par un capteur CMOS possédant une meilleure dynamique. Malheureusement ce type de capteur nouveau, n'était pas disponible au moment de la conception de notre appareil.

Nous avons choisi quand même de présenter un résultat d'acquisition, essentiellement pour illustrer le problème que nous avons rencontré. Les mesures présentées sont vraiment indicatives et insuffisantes.

Les mesures ont été effectuées à 10h, le 3 novembre 2016 à Caen, latitude : 49.218514, longitude : -0.353545

Les images suivantes illustrent les zones de saturation constatées au niveau du capteur dans les différentes situations d'acquisition

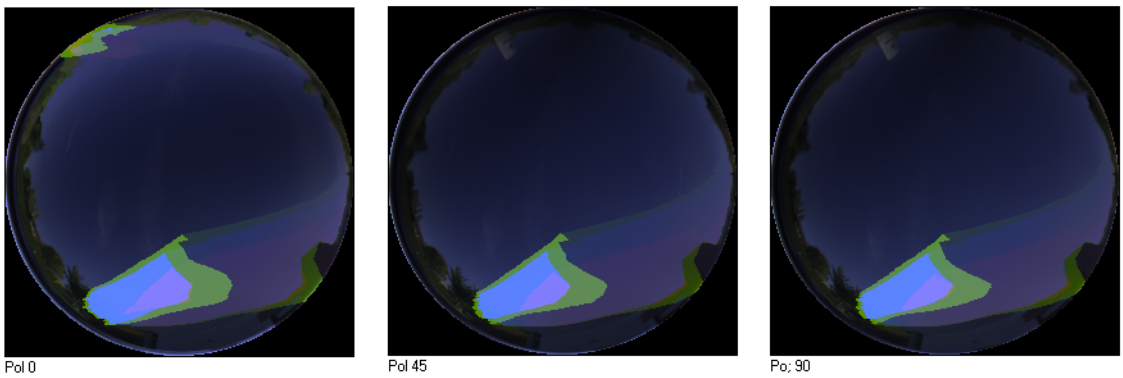


FIGURE 12.1 – Zones de saturation du capteur CCD pour les filtres polarisants linéaires seuls.

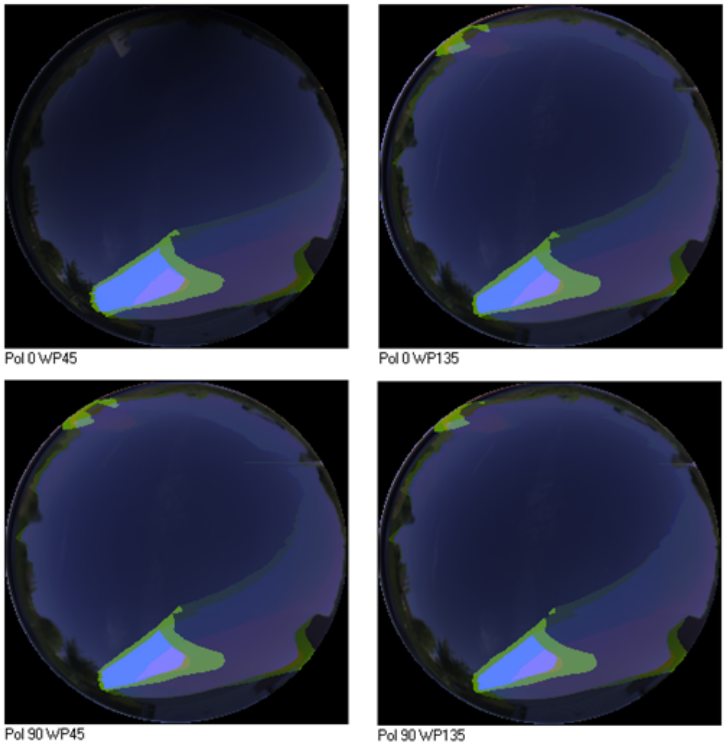


FIGURE 12.2 – Zones de saturation du capteur CCD pour les filtres polarisants linéaires et les lames quart d'onde.

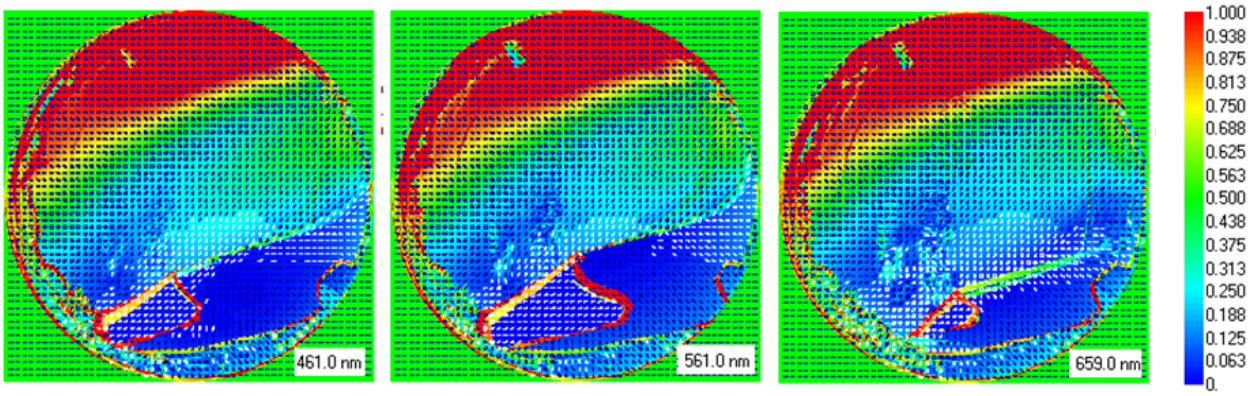


FIGURE 12.3 – Zones de saturation du capteur CCD pour les filtres polarisants linéaires et les lames quart d'onde.

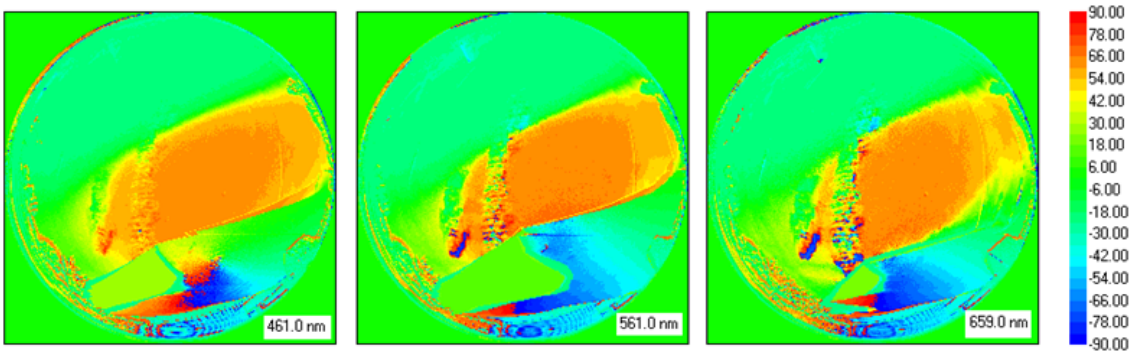


FIGURE 12.4 – Zones de saturation du capteur CCD pour les filtres polarisants linéaires et les lames quart d'onde.

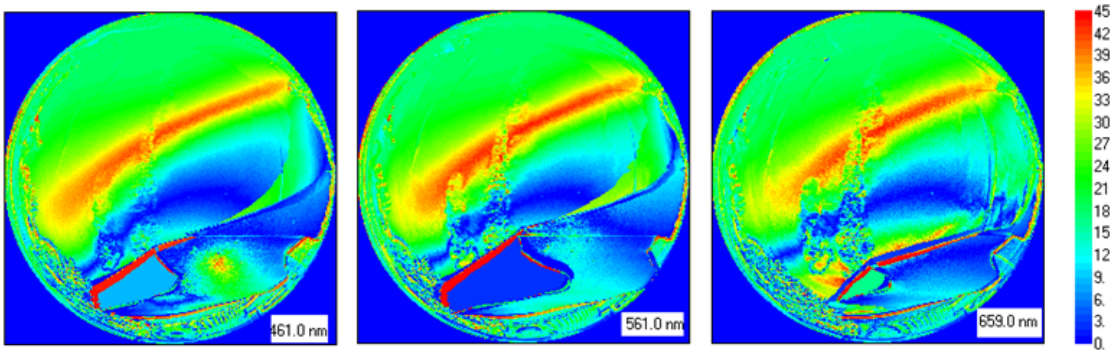


FIGURE 12.5 – Zones de saturation du capteur CCD pour les filtres polarisants linéaires et les lames quart d'onde.

12.1 Conclusion

L'image 12.6, illustre une des captures de ciel que nous avons réalisée. Elle n'est absolument pas satisfaisante, mais nous avons identifié les axes de progrès pour obtenir de meilleurs résultats. Nous continuons à travailler sur notre système et nous avons la certitude que la méthode est bonne. Nous sommes « simplement » confrontés à des problèmes techniques, que malheureusement nous n'avions pas anticipés.

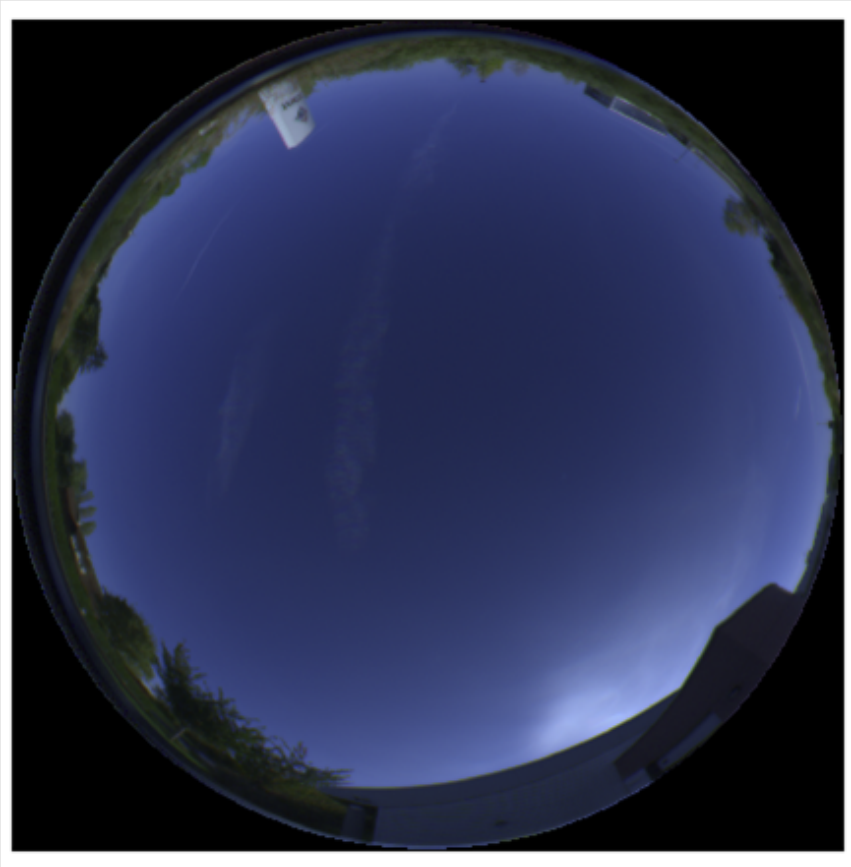


FIGURE 12.6 – Image acquise par le *SPLIS*

13 Conclusion et perspectives

Dans ce travail de recherche, nous proposons à la communauté de l'informatique graphique, un modèle numérique de ciel clair, complet et exploitable dans un moteur de rendu spécifiquement adapté. Notre solution s'appuie sur le code de résolution de l'équation du transfert radiatif en mode vectoriel : *MYSTIC*, largement validé et exploité dans des domaines scientifiques tels que : la climatologie, la météorologie et la télédétection ... Ces nouveaux modèles de ciel, radiométriquement corrects et exprimés en mode spectral et polarisé permettent :

- De s'affranchir de la conversion vers un spectre métamère des informations trichromatiques d'éclairage.
- De mener des simulations, incluant les phénomènes optiques, liés à la polarisation de la lumière.

La totalité des cas réels ne peut pas être adressée par ces simulations de ciels clairs. En parallèle de ce modèle théorique, nous avons étudié deux dispositifs de capture de la luminance du ciel.

Le premier utilise trois appareils photo numériques du commerce, chacun équipé d'un objectif *Fish-eye* et de filtres linéaires polarisants positionnés correctement. Ce dispositif qui utilise la technique de l'imagerie haute dynamique, souffre de la limitation de fonctionner en mode trichromatique. Il permet cependant l'acquisition de la totalité des informations des polarisations de la lumière du ciel. Nous pensons que ce système peut être facilement miniaturisé et exploité pour différentes études de phénomènes optiques liés à la polarisation de la lumière.

Pour le second, nous avons étudié l'ensemble des éléments constituant un dispositif de capture spécifique adapté à notre propos. Ce système dénommé « SPLIS », pour *Spectral and Polarized Light Imaging Sensor*, a été réalisé en collaboration avec une société extérieure spécialisée. Nous avons mis en place un protocole de calibration de l'ensemble du système prenant en compte l'utilisation avantageuse d'une seule lentille *Fish-eye* comme objectif avec un champ de vue hémisphérique de 180°. Ce système permet l'acquisition et la caractérisation complète de la polarisation de la lumière en mode spectral. Les résultats obtenus lors de la calibration du « SPLIS » permettront d'acquérir des images avec une erreur globale inférieure à quelques pourcents et qu'il sera possible d'exploiter dans un moteur de rendu. La principale difficulté que nous avons rencontrée est la limite technologique des capteur CCD, notamment en terme de dynamique. Dans un avenir proche nous envisageons d'équiper notre système d'un capteur CMOS, présentant une meilleure dynamique afin de résoudre ces problèmes de saturation.

Ces deux dispositifs ne présentent que le seul inconvénient d'être liés à un moment précis d'acquisition.

Travaux futurs

L'utilisation de la polarisation de la lumière, présente d'intéressantes perspectives.
Nous sommes convaincus, qu'en association avec des mesures des fonctions de réflectance des matériaux, ces nouvelles cartographies d'environnement lumineux offrent de nombreuses perspectives pour la génération des images de synthèse. Il serait possible d'utiliser le *SPLIS*, certainement avec quelques adaptations ou modifications, pour effectuer des mesures de réflectances spectrales avec polarisation, c'est-à-dire l'acquisition de (*pBSDF*). Ces informations nécessaires comme données d'entrée, permettront de converger plus efficacement vers des images réellement prédictives, utiles pour l'imagerie de synthèse physico-réaliste. Tenir compte de l'effet de la polarisation lors de ces phénomènes de réflexion et de transmission permet d'obtenir des modèles d'imagerie de synthèse plus précis, pour répondre conjointement à des besoins scientifiques et didactiques, ainsi qu'à des préoccupations industrielles.
La mesure de la polarisation (diffusion de *Mie*) de la lumière du ciel est un indicateur du niveau d'aérosols présents dans l'atmosphère. Des études des modifications des états de polarisation en rapport avec des situations théoriques ou idéales pourrait être un bon indicateur de la présence de particules dans l'air. L'objectif serait de proposer un indicateur optique de la qualité de l'air, sujet particulièrement important en particulier dans les grandes villes industrielles.
Il est possible avec la méthode utilisée, de créer des situations de ciels ayant « existées », à venir ou sur des planètes comportant une atmosphère. Une application, que nous envisageons est d'appliquer une méthode équivalente, en utilisant des distributions et les diamètres de particules (50 µm à 150 µm pour la suie du pin sylvestre et du chêne) présentent dans l'atmosphère de Paris au 13e siècle. L'objectif est, en continuation de travaux de *Patrick Callet*, de reproduire le plus fidèlement possible, l'apparence de monuments et particulièrement de la cathédrale *Notre Dame de Paris*, en fonction de différentes positions du Soleil et de conditions atmosphériques à cette époque.

Annexes Partie

A Annexe A

A.1 Équations de *Maxwell*

Les phénomènes électriques et magnétiques ont tout d'abord été étudiés séparément par plusieurs physiciens de renom, dont les principaux sont *Franklin* (1706-1790), *Coulomb* (1736-1806), *Ørsted* (1775-1851), *Ampère* (1775-1836), *Gauss* (1777-1855) et *Faraday* (1791-1867). C'est cependant à *Maxwell* (1831-1879) que l'on doit la formulation la plus complète des relations liant entre elles les grandeurs électriques et magnétiques. Les équations de *Maxwell* spécifient que toute variation spatiale d'un champ électrique ou magnétique en un point de l'espace entraîne ou est due à l'existence, ou la variation temporelle, d'un autre champ au même point de l'espace. Il s'agit là de leur forme locale, ou encore différentielle.

Les relations entre les champs électriques et magnétiques sont unifiées par les équations de *Maxwell* lesquelles qui consistent en quatre équations :

Loi de *Gauss* pour les champs électriques.

Loi de *Gauss* pour les champs magnétiques.

Loi de *Faraday*.

Loi d'*Ampère* pour les circuits.

Équations de *Maxwell* dans un milieu

Dans les milieux continus, les phénomènes électromagnétiques sont décrits par quatre fonctions qui dépendent du temps t et des coordonnées d'espace, à valeurs dans $\mathbb{R}^3$:

- Le champ électrique **E**, dimension d'une force par unité de charge ou Volt par mètre ($\mathrm{V{\cdot}m^{-1}}$)
- Le champ d'induction magnétique **B**, dimension d'une force par unité de courant ou Tesla (T)
- L'excitation ou champ magnétique **H**, en Ampère par mètre ($\mathrm{A{\cdot}m^{-1}}$)
- L'induction ou déplacement électrique **D**, en Coulomb par mètre carré ($\mathrm{C{\cdot}m^{-2}}$)

Le champ électrique **E** et le champ d'induction magnétique **B** furent initialement introduits à partir de l'équation de force de *Lorentz* qui permet de décrire le mouvement (vitesse **v**) d'une particule chargée :

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \wedge \mathbf{B})$$

Les fonctions électromagnétiques sont régies par les équations de *Maxwell*, elles ont été élaborées pas à pas, par plusieurs physiciens [1] :

$\operatorname{div} \mathbf{D} = \rho$	Équation de *Maxwell-Gauss*
$\operatorname{rot} \mathbf{H} - \dfrac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = \mathbf{J}$	Équation de *Maxwell-Ampère*
$\operatorname{rot} \mathbf{E} + \dfrac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0$	Équation de *Maxwell-Faraday*
$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0$	Absence de monopôle magnétique

ρ : Densité de charges électriques libres dans le milieu, (en C·m^{-3}), à valeurs dans $\mathbb{R}$)
$\mathbf{J}$: Densité de courant, non nulle dès qu'il y a un courant électrique, (en A·m^{-2}), à valeurs dans $\mathbb{R}^3$)

Relations constitutives

Les équations de *Maxwell* sont complétées par les relations constitutives qui caractérisent les propriétés électromagnétiques du milieu ou de la matière :
– σ Conductivité du milieu.

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \qquad \text{loi d'}Ohm \tag{A.1}$$

– ε Permittivité diélectrique absolue du milieu.

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} \tag{A.2}$$

En général on utilise la permittivité diélectrique relative ε_r du milieu avec la relation $\varepsilon = \varepsilon_0\, \varepsilon_r$ où ε_0 représente la permittivité diélectrique absolue de l'air ou du vide. $\varepsilon_0 \simeq \dfrac{1}{36\pi 10^9}$ (F·m^{-1})

– μ Perméabilité magnétique absolue du milieu.

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \tag{A.3}$$

En général on utilise la perméabilité relative μ_r du milieu avec la relation $\mu = \mu_0\, \mu_r$ où μ_0 représente la perméabilité absolue de l'air ou du vide. $\mu_0 \simeq 4\pi 10^{-7}$ (N·A^{-2})

Les trois paramètres σ, ε et μ peuvent prendre différentes formes en fonction de la nature du milieu. Nous sommes donc amenés à considérer plusieurs cas :

– Isotropie
Dans un milieu isotrope les paramètres σ, ε et μ sont des scalaires éventuellement complexes.
Dans un milieu anisotrope les paramètres σ, ε et μ sont des tenseurs de rang 2

$$\mathbf{J} = \sum_{j=1}^{3} \sigma_{ij} \mathbf{E}_j \qquad \mathbf{D} = \sum_{j=1}^{3} \varepsilon_{ij} \mathbf{E}_j \qquad \mathbf{B} = \sum_{j=1}^{3} \mu_{ij} \mathbf{H}_j \qquad \text{pour i=1,3}$$

1. *Maxwell* a complété l'équation d'*Ampère*, en introduisant la notion de courant de déplacement : $\dfrac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$; afin de la rendre générale.

– Homogénéité
  Dans un milieu homogène les paramètres σ, ε et μ sont indépendants des coordonnées spatiales.
– Linéarité
  Dans un milieu linéaire les paramètres σ, ε et μ sont indépendants, respectivement des fonctions **J**, **E** et **H**.

Dans le reste de cette section nous supposons le milieu linéaire, isotrope et homogène *(LIH)* et nous distinguerons les matériaux conducteurs et isolants (et des situations intermédiaires) en précisant les caractéristiques d'absorptions et de dispersions.
Parallèlement nous préciserons les situations aux interfaces entre deux milieux différents.

Équations de *Maxwell* dans un milieu linéaire, isotrope, homogène (*LIH*)

Les équations de *Maxwell* dans un milieu *LIH* sont :

$$\begin{aligned}
\operatorname{div}\mathbf{E} &= \frac{\rho}{\varepsilon}\\
\operatorname{rot}\mathbf{H} &= \mathbf{J} + \varepsilon\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t}\\
\operatorname{rot}\mathbf{E} &= -\mu\frac{\partial\mathbf{H}}{\partial t}\\
\operatorname{div}\mathbf{H} &= 0
\end{aligned}$$

Équations de *Maxwell* dans le vide

Le vide est un cas particulier d'un milieu *LIH*. Il est très fréquent d'aborder la résolution des équations de Maxwell dans celui ci, cette apparente simplification permet d'établir des résultats qui seront à étendre à d'autres milieux.
En se positionnant en une zone d'intérêt qui ne contient ni charges ni courant ($\rho = 0$ et $\mathbf{J} = 0$), les équations de *Maxwell* dans le vide deviennent :

$$\begin{aligned}
\operatorname{div}\mathbf{E} &= 0\\
\operatorname{rot}\mathbf{H} &= \varepsilon_0\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t}\\
\operatorname{rot}\mathbf{E} &= -\mu_0\frac{\partial\mathbf{H}}{\partial t}\\
\operatorname{div}\mathbf{H} &= 0
\end{aligned}$$

Dans le vide, elles sont souvent exprimées uniquement en fonction des fonctions **E** et **B** :

$$\operatorname{div}\mathbf{E} = 0 \tag{A.4}$$

$$\operatorname{rot}\mathbf{B} = \varepsilon_0\mu_0\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t} \tag{A.5}$$

$$\operatorname{rot}\mathbf{E} = -\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t} \tag{A.6}$$

$$\operatorname{div}\mathbf{B} = 0 \tag{A.7}$$

Équations de propagation

Les équations de propagations se déduisent directement des équations de *Maxwell*. En prenant le rotationnel de l'équation A.6 nous avons :

$$\text{rot (rot } \mathbf{E}) = \text{rot } (-\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}) = -\frac{\partial (\text{rot } \mathbf{B})}{\partial t}$$

En substituant l'équation A.5 à droite :

$$\text{rot (rot } \mathbf{E}) = -\varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}$$

En appliquant l'identité :

$$\text{rot (rot } \mathbf{E}) = \text{grad (div } \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E}$$

ou ∇^2 est l'opérateur de Laplace (laplacien) en coordonnées cartésiennes :

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

Et en prenant en compte l'équation A.4 nous avons :

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \tag{A.8}$$

Avec la même méthode nous obtenons :

$$\nabla^2 \mathbf{B} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} = 0 \tag{A.9}$$

Les équations A.8 et A.9 sont des équations de propagation ou équations d'ondes[2]. Les fonctions **E** et **B** sont à valeurs dans $\mathbb{R}^3$, les équations de propagation obtenues sont vectorielles (les grandeurs qui se propagent sont des vecteurs).
La vitesse de propagation c est donnée par :

$$\frac{1}{c^2} = \varepsilon_0 \mu_0 \tag{A.11}$$

Existence des ondes électromagnétiques

L'équation A.6 exprime que la fonction **B** dépendante du temps crée une fonction **E** dépendante également du temps. De même, l'équation A.5 exprime que la fonction **E** qui dépend du temps crée une fonction **B** encore dépendante du temps.
Les fonctions **E** et **B** ont une influence dynamique mutuelle indépendante de la matière.
Les équations A.8 et A.9 indiquent qu'elles se propagent de façon identique à la même vitesse.

2. Ce type d'équations est fréquent en physique, on nomme équation de d'*Alembert* toute équation de la forme :

$$\nabla^2 \mathbf{F} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{F}}{\partial t^2} = 0 \tag{A.10}$$

Ondes électromagnétiques

Les solutions de l'équation de d'*Alembert* (A.10) sont nombreuses. Nous ne retenons ici que les solutions de la forme d'onde progressive harmonique.

$$s(x,t) = s_0 \cos[\omega(t - \frac{x}{c}) + \varphi]$$

Si la dépendance en temps est sinusoïdale, la dépendance vis-à-vis des coordonnées d'espace est alors aussi sinusoïdale.
Une onde progressive harmonique se propageant selon le vecteur unitaire $\vec{u}$ s'écrit :

$$s(M,t) = s_0 \cos[\omega t - \vec{k} \cdot \overrightarrow{OM} + \varphi]$$

ou $\vec{k} = k\vec{u}$ est le vecteur d'onde et k le nombre d'onde.
Une onde progressive harmonique est caractérisée par une double périodicité :
– Une période temporelle T.
– Une période spatiale λ appelée longueur d'onde

On peut écrire :

$$s(x,t) = s_0 \cos[2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}) + \varphi)]$$

Les pulsations temporelle ω et spatiale k d'une onde progressive harmonique sont reliées par la relation de dispersion de l'onde :

$$k = \frac{\omega}{c}$$

Cette relation de dispersion est caractéristique de l'équation de d'*Alembert*.
La phase instantanée d'une onde plane harmonique est :

$$\Phi(M,t) = \omega t - kx + \phi$$

Une surface d'onde est le lieu des points de l'espace où la phase est constante à un instant t_0 donné :

$$\Phi(M,t_0) = \Phi_0$$

On appelle onde plane, une onde dont les surfaces d'onde sont des plans et dont l'amplitude est uniforme sur un tel plan.
La phase d'une onde progressive harmonique se propage à la célérité $c = \frac{\omega}{k}$, appelée vitesse de phase de l'onde.
L'équation est linéaire, toute combinaison linéaire de solutions, est aussi une solution de l'équation.

Notation complexe

Tant que les équations que l'on cherche à résoudre sont linéaires (c'est en particulier le cas pour les équations de *Maxwell*), on peut utiliser la notation complexe. On pourra ainsi associer à toute grandeur sinusoïdale de la forme :

$$f(\vec{r},t) = f_0 \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \varphi)$$

la grandeur complexe :

$$\tilde{f}(\vec{r},t) = f_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}$$

La notation complexe est une convention, les quantités physiques sont les parties réelles.

B Annexe B

B.1 Radiométrie & Photométrie

Radiométrie et Photométrie Selon que l'on s'intéresse à la lumière en tant que simple onde électromagnétique ou à sa particularité d'être le principal vecteur de la vision, deux terminologies, liées entre elles, sont utilisées : la radiométrie et la photométrie.
La radiométrie est la mesure des quantités physiques qui représentent l'énergie des ondes électromagnétiques.
La photométrie est identique, avec une approche « perceptive », elle prend en compte la réponse à la lumière de l'œil humain. D'une manière générale, les grandeurs photométriques, se déduisent de grandeurs radiométriques, en pondérant la distribution spectrale du rayonnement par l'efficacité lumineuse relative spectrale de l'œil humain. Des unités sont donc propres à la radiométrie et à la photométrie. Ces deux terminologies sont utilisées dans le domaine de l'image de synthèse, elles sont liées.

B.1.1 Définitions Radiométriques

La radiométrie est la science de la mesure des quantités d'énergie transportées par les radiations électromagnétiques

Quantités radiométriques

La quantité énergétique de base de la lumière est le photon, l'énergie e_λ d'un photon dépend de la longueur d'onde par la relation :

$$e_\lambda = \frac{hc}{\lambda}$$

ou h est la constante de *Planck* et c la vitesse de la lumière dans le vide. Cette dépendance à la longueur d'onde implique que toutes les formulations suivantes le sont également, directement dans le cas d'une lumière monochromatique, ou sous forme de somme ou d'intégrale sur un spectre discrétisé ou continu dans les autres cas. Pour les définitions suivantes, sauf nécessité pour la compréhension, la dépendance à la longueur ne sera pas systématiquement rappelée.
La Luminance énergétique ou radiance est la quantité physique la plus importante dans notre propos, elle peut être perçue comme une quantification du nombre de photons arrivant sur

RADIOMÉTRIE			
Concept	**Symbole**	**Équation**	**Unités**
Énergie	Q, Q_e		J
Flux énergétique	Φ, Φ_e	$\Phi = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t}$	W
Éclairement énergétique	E, E_e	$E = \frac{\mathrm{d}\Phi_{in}}{\mathrm{d}A}$	$\mathrm{W{\cdot}m^{-2}}$
Emittance énergétique	M, M_e	$M = \frac{\mathrm{d}\Phi_{out}}{\mathrm{d}A}$	$\mathrm{W{\cdot}m^{-2}}$
Intensité énergétique	I, I_e	$I = \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}\omega}$	$\mathrm{W{\cdot}sr^{-1}}$
Luminance énergétique (Radiance)	L, L_e	$L = \frac{\mathrm{d}^2\Phi}{\mathrm{d}\omega\,\mathrm{d}A\cos\theta}$	$\mathrm{W{\cdot}m^{-2}{\cdot}sr^{-1}}$

TABLE B.1 – Noms, symboles, équations et unités de la radiométrie

une unité de surface par unité de temps, elle décrit l'intensité de la lumière en un point pour une direction donnée. La luminance énergétique est l'indicatrice de la couleur.

B.1.2 Définitions Photométriques

La photométrie est basée sur la connaissance du système visuel humain. Elle est la science des quantités d'énergie transportées par les ondes électromagnétiques dans le domaine du visible pour un observateur humain.

Quantités photométriques

PHOTOMÉTRIE			
Concept	**Symbole**	**Équation**	**Unités**
Énergie lumineuse	Q_v		lm·s
Flux lumineux	Φ_v	$\Phi_v = \frac{\mathrm{d}Q_v}{\mathrm{d}t}$	lm
Éclairement lumineux	E_v	$E_v = \frac{\mathrm{d}\Phi_{v_{in}}}{\mathrm{d}A}$	lx
Exitance lumineuse	M_v	$M_v = \frac{\mathrm{d}\Phi_{v_{out}}}{\mathrm{d}A}$	lm·m^{-2}
Intensité lumineuse	I_v	$I_v = \frac{\mathrm{d}\Phi_v}{\mathrm{d}\omega}$	cd
Luminance lumineuse	L_v	$L_v = \frac{\mathrm{d}^2\Phi_v}{\mathrm{d}\omega\,\mathrm{d}A\cos\theta}$	cd·m^{-2}

TABLE B.2 – Noms, symboles, équations et unités de la photométrie

C Annexe C

C.1 Mouvements de la Terre autour du Soleil

La trajectoire de la Terre autour du Soleil (Figure C.1) est une ellipse d'excentricité très faible $e = 0.01671022$, parcourue dans le sens direct, le Soleil occupe un des foyers, le plan de cette orbite est appelé : plan de l'écliptique [1]. Du fait de la trajectoire elliptique, la distance entre la Terre et le Soleil n'est pas constante, ainsi que la vitesse de rotation. Il y a deux positions particulières correspondant aux valeurs extrêmes de cette distance : le périhélie : 147 100 000 km (distance minimale) et l'aphélie : 152 100 000 km (distance maximale). La ligne joignant ces deux positions est la ligne des apsides. La valeur de l'excentricité et la position du périhèlie évoluent dans le temps, la trajectoire se déforme tout en effectuant une rotation.
Le Soleil émet comme une source lumineuse située à l'infini, des rayons parallèles vers la Terre.

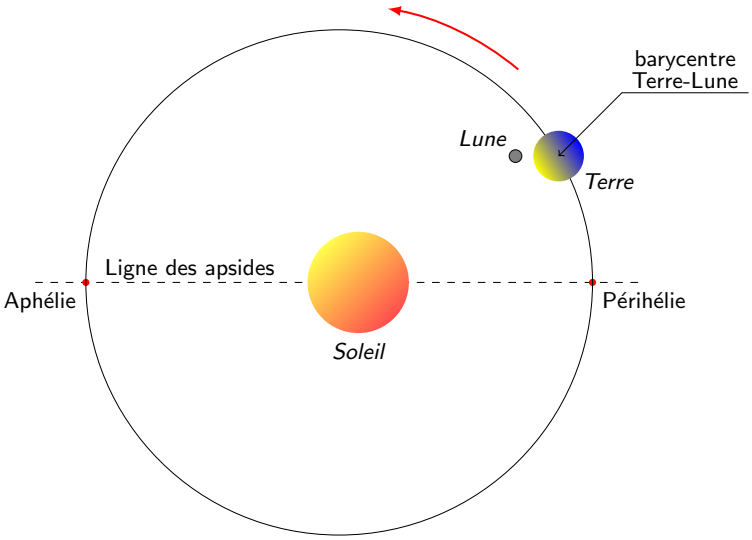


FIGURE C.1 – Orbite terrestre *(les proportions ne sont pas respectées)*

L'excentricité étant très faible, il est possible en première approximation de considérer la trajectoire comme circulaire. Dans cette approximation, la Terre se déplace à vitesse constante, la rotation complète se fait en une année, environ 1° par jour (360°/365 jours).

1. Plus précisément, le plan de l'écliptique est l'orbite du barycentre Terre-Lune

C.1.1 Rotation de la Terre

La Terre tourne sur elle-même en un jour, autour de l'axe des pôles dans le sens direct. L'axe de rotation de la Terre n'est pas normal au plan de l'écliptique (obliquité). L'obliquité est à l'origine des variations de la durée des jours et des nuits ainsi que des saisons.

C.1.2 Précession et nutation

Deux phénomènes cycliques dans le temps, perturbent l'orientation de l'axe terrestre, essentiellement, en raison de la présence et rotation de la Lune, mais également parce que la Terre n'est pas parfaitement sphérique et est aplatie aux pôles. L'axe de rotation de la Terre décrit la surface d'un cône en approximativement 26000 ans, c'est le mouvement de précession et subit de petites variations : la nutation. L'obliquité varie entre 21.5° et 24.5° sur le plan de l'écliptique, elle est aujourd'hui de 23.43°. Une conséquence de ce déplacement est le changement de position des étoiles sur la sphère céleste dans le système de coordonnées équatoriales et donc le choix de l'étoile polaire. Ce mouvement de l'axe des pôles terrestres entraîne avec lui le plan de l'équateur.
Comme nos mesures et simulations sont faites en un lieu donné et à un moment précis, nous aurions pu faire abstraction de ces phénomènes. Nous les avons quand même présentés car il est indispensable de les prendre en compte dans des simulations pour des situations dépendantes du temps en particulier historiques. Des corrections devront obligatoirement être appliquées en conséquence.

C.2 Repères célestes

Deux plans fondamentaux se sont imposés : le plan de l'écliptique et le plan équatorial terrestre. L'intersection du plan équatorial terrestre et du plan de l'écliptique est la ligne des équinoxes. Cet équinoxe, noté γ est appelé l'équinoxe de printemps ou point vernal. La ligne perpendiculaire dans le plan de l'écliptique à la ligne des équinoxes est la ligne des solstices. (Figure C.2)

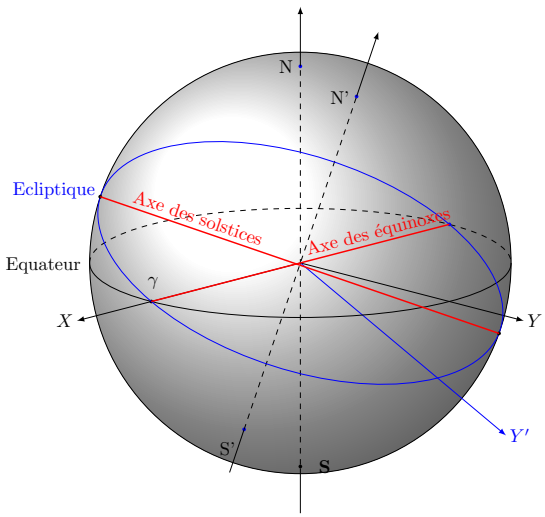
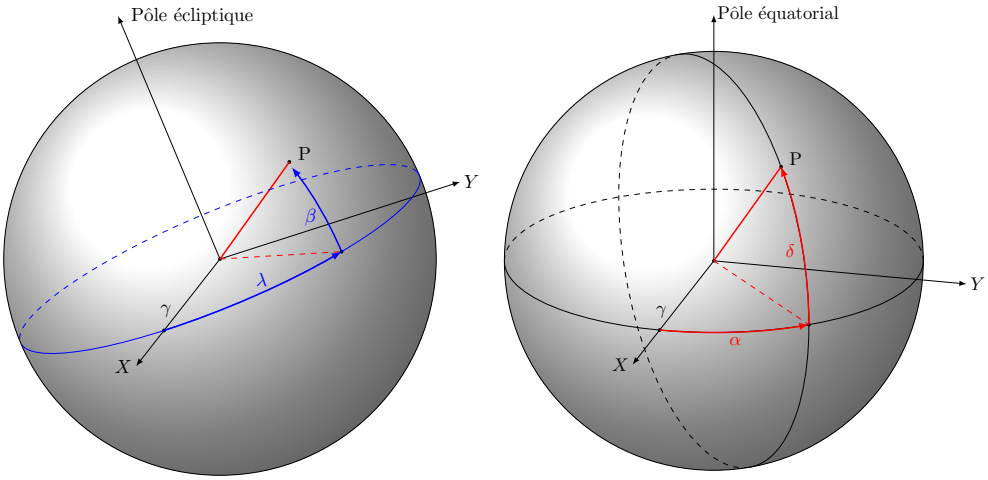


FIGURE C.2 – Axes des équinoxes et des solstices

Le point vernal effectue à reculons un tour complet de l'écliptique en environ 26000 ans et l'axe de la Terre décrit dans le même temps un cône complet, c'est la précession des équinoxes.

C.2.1 Repères équatorial et écliptique

À partir de ces deux plans, les scientifiques ont construit deux repères fondamentaux : le repère céleste écliptique et le repère céleste équatorial (Figure C.3). Par convention, la ligne des équinoxes est choisie comme axe Ox commun aux deux repères. L'orientation correspond au passage du Soleil des déclinaisons négatives aux déclinaisons positives dans son mouvement apparent annuel autour de la Terre. Comme ces plans ne sont pas totalement fixes, ces repères sont définis pour un instant donné, le choix actuel correspond au 1er janvier 2000 et est nommé *Époque J2000*. De plus, comme en astronomie on observe et mesure des angles, on se limite à des coordonnées angulaires sur une sphère de rayon unité appelée : *Sphère céleste*.



(a) Repère écliptique (b) Repère équatorial

FIGURE C.3 – Repère écliptique (a) et repère équatorial (b)

- Repère céleste écliptique
  Les deux coordonnées polaires sont respectivement la longitude écliptique et la latitude écliptique. La longitude (notée λ) est comptée en degrés sexagésimaux de 0° à 360° à partir de l'origine Ox du repère et la latitude (notée β) est comptée en degrés sexagésimaux de −90° à +90° à partir du plan de l'écliptique.
- Repère céleste équatorial
  Les deux coordonnées polaires sont respectivement l'ascension droite et la déclinaison. L'ascension droite (notée α) est comptée en heures sexagésimales de 0h à 24h à partir de l'origine Ox du repère et la déclinaison (notée δ) est comptée en degrés sexagésimaux de −90° à +90° à partir du plan de l'équateur céleste.

C.2.2 Changement de repères

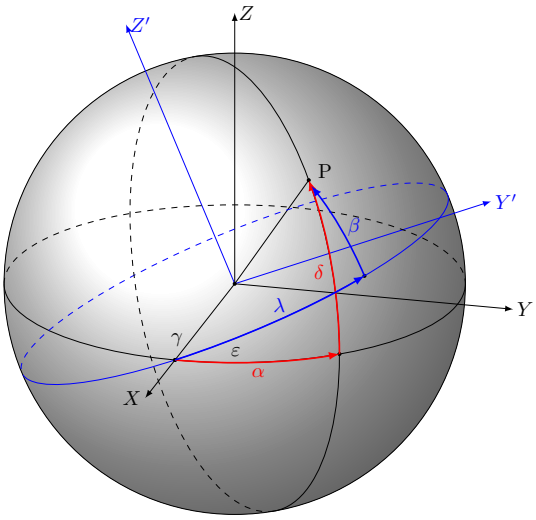


FIGURE C.4 – Repères écliptique et équateur, pour un astre quelconque situé au point P

Les deux repères ayant le même axe Ox, on passe d'un repère à l'autre en faisant une rotation autour de l'axe Ox. ε étant l'obliquité, nous avons les relations suivantes :

C.2.2.1 Coordonnées écliptiques vers coordonnées équatoriales

$$\cos\delta\cos\alpha = \cos\beta\cos\lambda$$

$$\sin\delta = \sin\beta\cos\varepsilon + \cos\beta\sin\varepsilon\sin\lambda$$

$$\cos\delta\sin\alpha = -\sin\beta\sin\varepsilon + \cos\beta\cos\varepsilon\sin\lambda$$

C.2.2.2 Coordonnées équatoriales vers coordonnées écliptiques

$$\cos\beta\cos\lambda = \cos\alpha\cos\delta$$

$$\sin\beta = \sin\delta\cos\varepsilon - \cos\delta\sin\varepsilon\sin\alpha$$

$$\cos\beta\sin\lambda = \sin\delta\sin\varepsilon + \cos\delta\cos\varepsilon\sin\alpha$$

D Annexe D

D.1 Modèles de Ciel de la CIE

La CIE fournit plusieurs formules théoriques pour évaluer la luminance émise depuis un point P de la voûte céleste vers un observateur positionné au sol. Ces modèles empiriques reproduisent approximativement la variation de la luminance en fonction de la position sur le ciel assimilé à une demi sphère de rayon infini.
À titre d'exemple, nous donnons ces résultats dans deux cas extrêmes proposés : Ciel uniformément couvert et Ciel clair sans nuage.

Ciel couvert

Le modèle analytique de ciel couvert dit de *Moon* et *Spencer* a été normalisé par la CIE en 1955. Dans ce modèle, la luminance dépend uniquement de l'angle zénithal selon la formule suivante :

$$L(\theta_p) = L_0 \frac{1 + 2\cos\theta_p}{3}$$

Où L_0 exprimée en cd·m^{-2}, est la luminance au zénith, connue ou mesurée, et θ_p est l'angle zénithal du point P (voir Figure D.1).

Ciel clair sans nuage

Dans le modèle analytique de ciel clair sans nuage, normalisé par la CIE en 1973, la position du Soleil intervient directement. La luminance incidente émise depuis le point P varie avec l'angle zénithal θ_p l'écart angulaire Ψ entre P et la position du Soleil (voir Figure D.1) et l'angle zénithal du Soleil θ_s :

$$L(\theta_p) = L_0 \frac{(0.91 + 10\,e^{-3\Psi} + 0.45\cos^2\Psi)(1 - e^{-\frac{0.32}{\cos\theta_p}})}{0.274\,(0.91 + 10\,e^{-3\theta_s} + 0.45\cos^2\theta_s)}$$

L_0 exprimée en : cd·m^{-2} est la luminance au zénith, connue ou mesurée. et Ψ est l'angle de diffusion, défini par [1] :

$$\cos\Psi = \cos\theta_s\cos\theta_p + \sin\theta_s\sin\theta_p\cos(\phi_p - \phi_s) \tag{D.1}$$

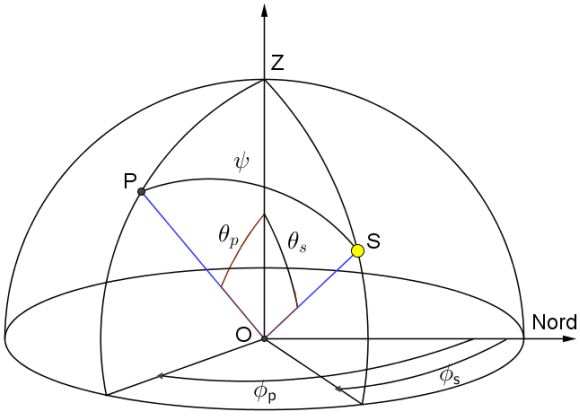


FIGURE D.1 – Géométrie pour l'éclairement du Ciel retenue par la CIE, norme *Standard General Sky*

les images D.2 illustrent ces deux type de ciels.

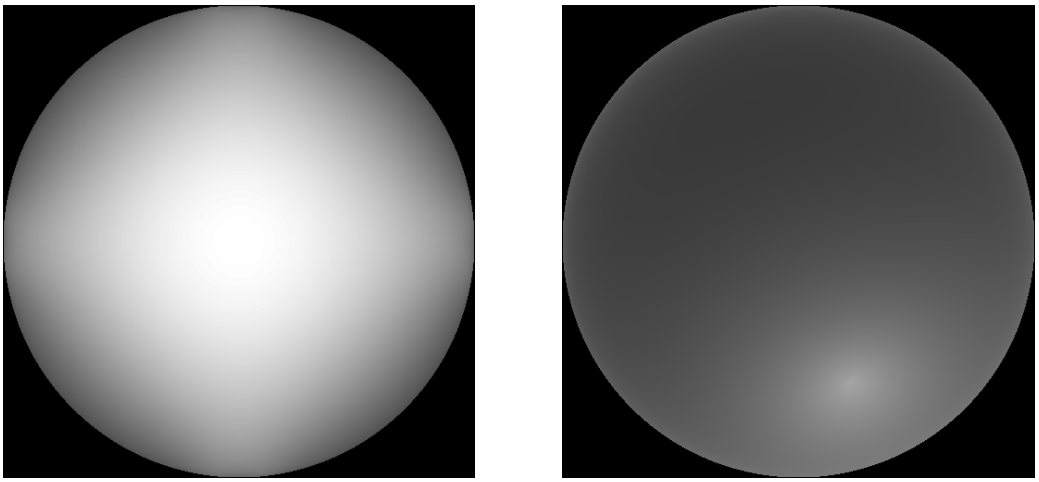


FIGURE D.2 – Ciel couvert *Moon* et *Spencer*(gauche). Ciel clair sans nuage (droite), (École des Mines de Paris, 13h, le 15 aout 2015, Angle d'élévation : 50.4092°, Angle azimutal : 159.559°)

CIE Standard General Sky

En synthèse de nombreuses publications et de travaux précédents, la CIE a publié en 2003 une norme dénommée : « *Spatial distribution of daylight - CIE standard general sky* ». Cette norme propose plusieurs modèles de distribution de luminance qui classent tous les ciels en quinze catégories, entre deux conditions extrêmes : *Standard Overcast Sky* et *Standard Clear Sky*. Les paramètres A, B, C, D et E sont des coefficients définis dans cette publication. La position d'un point d'observation arbitraire du ciel ainsi que celle du Soleil sont définies par leurs angles zénithaux et angles azimutaux (voir Figure D.1).

1. La justification de cette équation est fournie dans la section 6.8.1.1

La luminance au point P est :

$$L(\theta_p) = L_0 \frac{f(\Psi)\,\varphi(\theta_p)}{f(\theta_s)\,\varphi(0)}$$

avec :

$$\begin{aligned} \varphi(\theta_p) &= 1 + A\exp(\frac{B}{\cos\theta_p}) \\ f(\Psi) &= 1 + C\,(\exp(D\,\Psi) - \exp(D\,\frac{\pi}{2})) + E\cos^2\Psi \end{aligned}$$

L_0 est la luminance au zénith, valeur connue ou mesurée, exprimée en : cd·m^{-2}, les angles sont exprimés en radians. Ψ est l'angle défini en D.1.
Le tableau (D.1) ci-dessous, récapitule les 15 types de ciels ainsi que les indicatrices de diffusion et de graduation.
À titre d'exemple, les images suivantes (D.3) illustrent quatre ciels proposés par la CIE. (École des Mines de Paris, 13h, le 15 aout 2015, Angle d'élévation : 50.4092°, Angle azimutal : 159.559°)

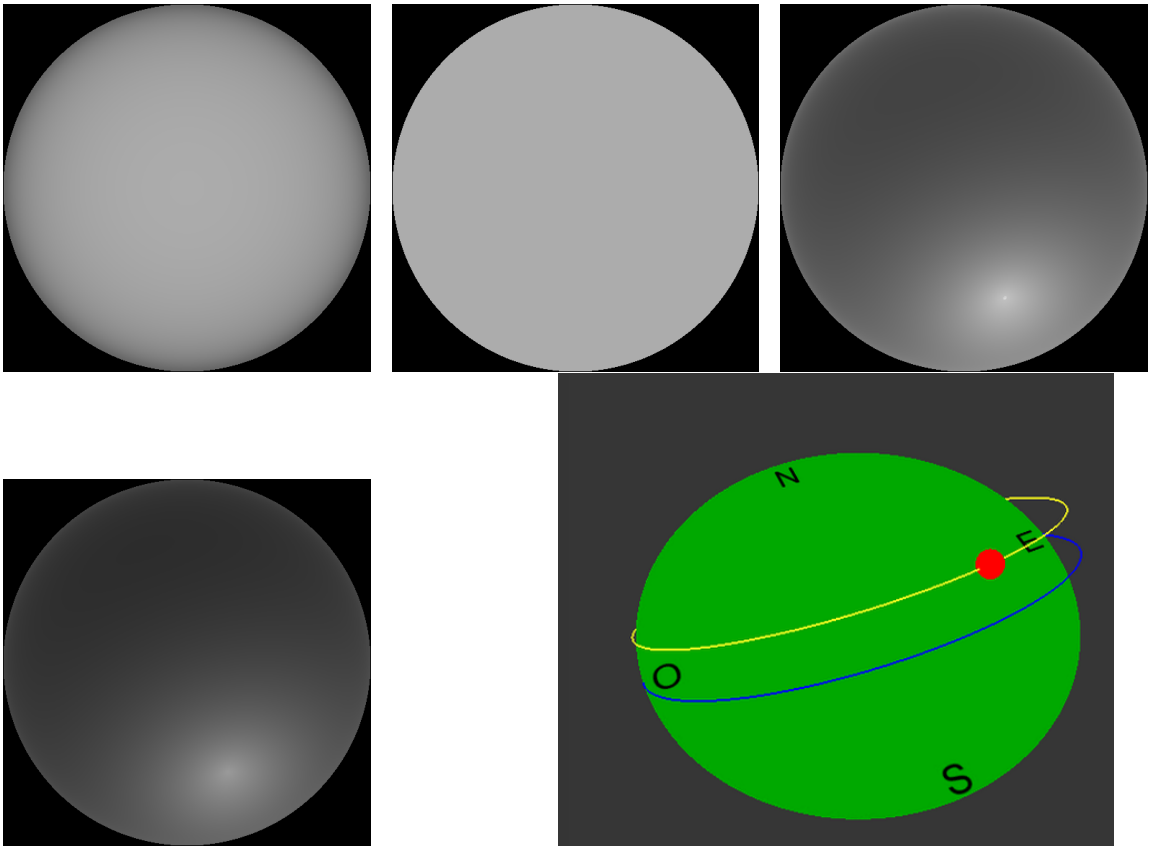


FIGURE D.3 – Première ligne, de gauche à droite, type : 1, 5, 12 ; deuxième ligne type : 13

Évidemment, dans la plupart des cas la réalité se situe entre ces situations extrêmes. De fait, [Igawa and Nakamura, 2001] proposent de normaliser toutes les conditions du ciel en introduisant une équation numérique par laquelle les valeurs absolues de la luminance et sa distribution peuvent être estimées de façon continue, du ciel clair au ciel couvert. Ce modèle proposé comme ciel normé avancé est dénommé : *All Sky Model*.

Type	Graduations		Indicatrices			Description de la distribution de luminance
	A	B	C	D	E	
1	4.0	-0.70	0	-1.0	0.0	Ciel CIE Standard Overcast Sky. Forte graduation de la luminance vers le zénith, uniformité azimutale.
2	4.0	-0.70	2	-1.5	0.15	Ciel couvert. Forte graduation de la luminance vers le zénith, luminosité légèrement supérieure vers le Soleil.
3	1.1	-0.80	0	-1.0	0.0	Ciel couvert. Graduation zénithal modérée, uniformité azimutale.
4	1.1	-0.80	2	-1.5	0.15	Ciel couvert. Graduation zénithal modérée, graduation légère vers le Soleil.
5	0	-1	0	-1	0	Ciel couvert. Uniformité totale.
6	0	-1	2	-1.5	0.15	Ciel partiellement nuageux. graduation zénithale nulle, graduation légère vers le Soleil.
7	0	-1	5	2.5	0.3	Ciel partiellement nuageux. graduation zénithale nulle, graduation légère vers le Soleil.
8	0	-1	10	-3	0.45	Ciel partiellement nuageux. graduation zénithale nulle, couronne solaire distincte.
9	-1	-0.55	2	-1.5	0.15	Ciel partiellement nuageux. Soleil totalement masqué.
10	-1	-0.55	5	-2.5	0.3	Ciel partiellement nuageux. Zone circumsolaire plus lumineuse.
11	-1	-0.55	10	-3	0.45	Ciel laiteux. Couronne solaire distincte.
12	-1	-0.32	10	-3	0.45	Ciel CIE Standard Clear Sky. Ciel sans nuage faiblement pollué.
13	-1	-0.32	16	-3	0.3	Ciel CIE Standard Clear Sky. Ciel sans nuage fortement pollué.
14	-1	-0.15	16	-3	0.3	Ciel sans nuage. Large couronne solaire.
15	-1	-0.15	24	-2.8	0.15	Ciel sans nuage laiteux. Large couronne solaire.

TABLE D.1 – Les quinze types de ciel standard de la CIE. A et B paramètres de graduation de la luminance, C, D et E indicateurs de la diffusion.

E Annexe E

E.1 Loi de distribution : *Log-Normale*

La loi de distribution $n(r)$ s'écrit :

$$n(r) = \frac{N_0}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\ln\sigma} \frac{1}{r} \exp\left[-\frac{(\ln r - \ln r_0)^2}{2\ln^2\sigma}\right]$$

- N_0 est la concentration totale des particules.
- r_0 est le rayon modal
- σ est la déviation standard
- $\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}$ est le facteur de normalisation.

Le rayon effectif est calculé par la relation : $r_{eff} = r_0 \exp(2.5\sigma^2)$

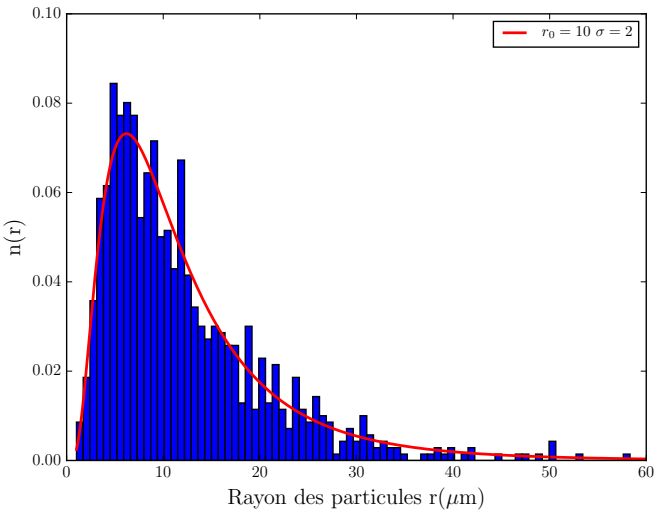


FIGURE E.1 – Distribution Log-Normale ($\sigma = 2$, $r_0 = 10\mu$m)

E.2 Loi de distribution : *Gamma*

La loi *Gamma* est une loi de distribution qui permet de représenter un grand nombre de distributions naturelles grâce à des paramètres ajustables.
La loi de distribution *Gamma* s'écrit :

$$n(r) = \frac{N_0 b^{\alpha+1}}{\Gamma(\alpha+1)} r^{\alpha} \exp(-br)$$

– N_0 est la concentration totale des particules.
– α est un paramètre de forme ($\alpha > 1$) qui contrôle la « largeur » de la distribution.

Le rayon effectif est calculé par la relation : $r_{eff} = \dfrac{\alpha+3}{b}$

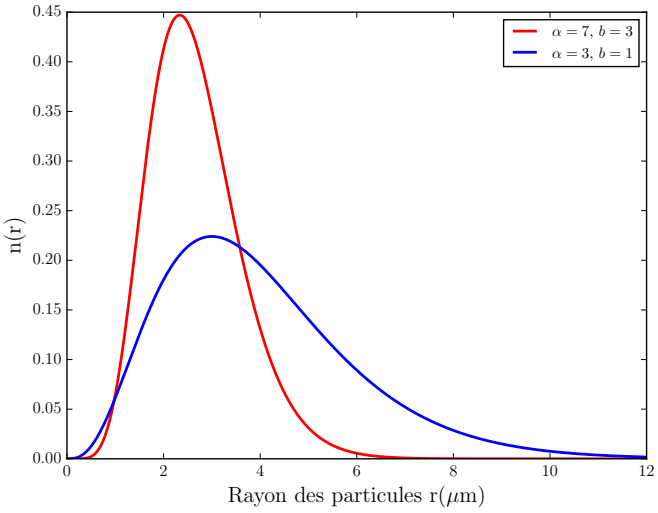


FIGURE E.2 – Distribution Gamma

F Annexe F

F.1 Référentiels

La figure F.1 présente les différents systèmes de coordonnées du système.

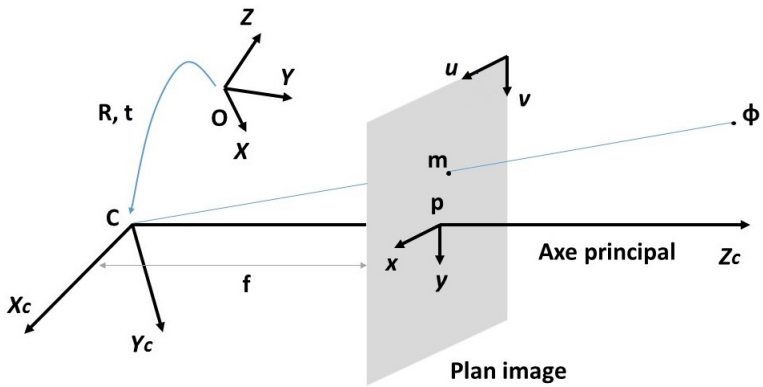


FIGURE F.1 – Les différents systèmes de coordonnées et référentiels de la caméra.

En pratique, les coordonnées tridimensionnelles des rayons sont exprimées dans le système de coordonnées objet (référentiel terrestre, coordonnées **sphériques**) qui est différent du système de coordonnées de la caméra. Le changement de référentiel entre ces deux systèmes est donné par les matrices de rotation **R** et de translation **t**. Le repère (X, Y, Z) constitue le repère du référentiel terrestre et le repère (X_c, Y_c, Z_c) celui de la caméra. La direction des rayons incidents est définie par le vecteur :

$$\Phi = \begin{bmatrix} \theta \\ \varphi \end{bmatrix}$$

dans le repère (X, Y, Z) où θ et φ, les coordonnées angulaires du rayon incident.

La projection permet le passage du repère de la caméra au repère du capteur (plan image). A la place des coordonnées images normalisées (x, y), on utilise les coordonnées images en

pixel (u,v), obtenues par la transformation affine donnée en F.1.

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_u & 0 \\ 0 & m_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_0 \\ v_0 \end{bmatrix} \tag{F.1}$$

où (u_0,v_0) sont les coordonnées du point principal, m_u et m_v donnent le nombre de pixels par unité de distance dans la direction u et v respectivement
La position du point projeté obtenu dans le repère (u,v) est définie par le vecteur :

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix}$$

Le vecteur **m** et le vecteur Φ sont liés par la matrice caméra qui permet le passage des coordonnées objets aux coordonnées images. Elle prend en compte la projection des rayons.
Pour une caméra à projection à perspective centrale (*pinhole* caméra), les rayons se focalisent en un point qui est le centre de la caméra **C** à la focale f du plan image.
Ainsi le point $\begin{bmatrix} X_c & Y_c & Z_c \end{bmatrix}^T$ du référentiel de la caméra est projeté au point $\begin{bmatrix} f\frac{X_c}{Z_c} & f\frac{Y_c}{Z_c} \end{bmatrix}^T$ du référentiel image.
La projection à perspective peut être représentée par la matrice de projection de taille 3×4 donnée en F.2.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \simeq \begin{bmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \\ 1 \end{bmatrix} \tag{F.2}$$

La correspondance entre un point de la scène de coordonnées **X** dans le référentiel terrestre, à son image **m** est donnée par la relation F.3.

$$\mathbf{m} \simeq \begin{bmatrix} m_u f & 0 & u_0 \\ 0 & m_v f & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} [\mathbf{R}\,\mathbf{t}]\,\mathbf{X} \tag{F.3}$$

[≃] représente l'opération de concaténation, **R** et **t** sont respectivement les matrices de rotation et de translation.
On obtient la matrice de la *calibration* de la caméra **K** (F.4) qui contient les 5 paramètres internes de la caméra.

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} m_u f & 0 & u_0 \\ 0 & m_v f & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{F.4}$$

Le modèle de la caméra à perspective centrale est donné par la matrice de taille 3×4 :

$$\mathbf{P} = \mathbf{K}[\mathbf{R}\,\mathbf{t}] \tag{F.5}$$

La matrice F.5 est appelée la matrice de **projection** de la caméra.
Il est possible de généraliser le modèle de caméra précédent obtenu en utilisant comme fonction de projection, un polynôme de *Taylor*.

$$r = k_1\theta + k_2\theta^3 + k_3\theta^5 + k_4\theta^7 + k_5\theta^9 \tag{F.6}$$

avec k_1, k_2, k_3, k_4 et k_5 les coefficients de *Taylor* de la fonction polynomiale.
Le modèle de caméra précédent obtenu en F.5 peut être combiné avec un modèle de distorsion afin d'obtenir un modèle plus général et plus précis de caméras réelles. Le nouveau modèle proposé est donné par la relation F.7.

$$\mathbf{m} = (A \circ D \circ F)(\Phi) \tag{F.7}$$

- $\Phi = \begin{bmatrix} \theta & \varphi \end{bmatrix}^T$ les coordonnées angulaires du rayon incident dans le repère (X, Y, Z) .
- D la fonction de distorsion asymétrique
- A la transformation affine des coordonnées images normalisées en coordonnées pixel.

La transformation F qui projette un point sur le plan image est donnée par la relation F.8.

$$x = F(\Phi) = r(\theta) \begin{bmatrix} \cos\varphi \\ \sin\varphi \end{bmatrix} \tag{F.8}$$

et $D \circ F$ permet d'obtenir les coordonnées x_d de l'image distordue donnée en F.9

$$x_d = (D \circ F)(\Phi) = r(\theta)\,u_r(\varphi) + \Delta_r(\theta,\varphi)\,u_r(\varphi) + \Delta_t(\theta,\varphi)\,u_\varphi(\varphi) \tag{F.9}$$

avec

$$\begin{aligned} \Delta_r(\theta,\varphi) &= (g_1\theta + g_2\theta^3 + g_3\theta^5)\,(i_1\cos\varphi + i_2\sin\varphi + i_3\cos 2\varphi + i_4\sin 2\varphi \\ \Delta_t(\theta,\varphi) &= (h_1\theta + h_2\theta^3 + h_3\theta^5)\,(j_1\cos\varphi + j_2\sin\varphi + j_3\cos 2\varphi + j_4\sin 2\varphi \end{aligned} \tag{F.10}$$

Ce sont ainsi autant de paramètres à déterminer, et optimiser afin de faire tendre les projections par ce modèle de caméra vers les mesures effectives. L'équation F.9 assure un modèle de distorsion en accord avec les observations, représentant les diverses sources possibles d'imperfections du système optique.

Il y a 24 paramètres à déterminer et optimiser : f, m_u, m_v, u_0, v_0, k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, g_1, g_2, g_3, i_1, i_2, i_3, i_4, h_1, h_2, h_3, j_1, j_2, j_3 et j_4,. On sait que $f = k_1$. Il reste donc **23** inconnues au plus à déterminer.
Lors de la calibration,nous avons le choix entre trois différents modèles de caméras :

1. Le modèle *basic* est le modèle symétrique de base qui ne tient pas compte de la partie asymétrique. Il vise à déterminer les 6 composantes f, m_u, m_v, u_0, v_0 et k_2, considérant les autres comme étant nulles.

2. Le modèle *radial* est un modèle symétrique étendu.Il permet de déterminer en plus des 6 premières composantes, les inconnues k_3, k_4 et k_5. Il ne tient pas non plus compte de la partie asymétrique.

3. Le modèle *extended* est le modèle le plus complet. Il tend à optimiser les 23 paramètres, et tient compte de l'asymétrie introduite par les éléments optiques.

F.1.1 Modèles de caméra

On entend par modèle de caméra, l'ensemble des lois géométriques définissant la façon dont se projette, lors du processus d'acquisition d'une image, un point de l'espace à trois dimensions sur un plan à deux dimensions. Un modèle est caractérisé par un certain nombre de paramètres permettant de calculer, à partir des coordonnées angulaires d'un point de l'espace, les coordonnées en pixels sur l'image
Les paramètres du modèle de caméra sont déterminés en utilisant des images de calibration dont les propriétés géométriques sont connues. L'image de calibration consiste en un plan contenant des points de contrôle visibles, localisés à des endroits précis. La calibration est réalisée en ajustant le modèle de caméra théorique aux observations, qui sont les positions mesurées des points de contrôle dans les images de calibration. Le modèle de caméra contient deux sortes de paramètres :
– les paramètres externes de la caméra qui traduisent l'orientation et la position de la caméra par rapport aux coordonnées de l'objet dans le référentiel de la scène observée.
– les paramètres internes qui déterminent la projection de l'objet dans le référentiel image (coordonnées en pixels).
Généralement, les paramètres externes *et* internes de la caméra sont estimés dans le processus de calibration ce qui implique une optimisation non linéaire et une minimisation d'un critère adapté aux paramètres de la caméra. Le critère utilisé est l'écart quadratique moyen (c'est-à-dire la somme des distances aux carrés) entre les mesures effectuées des points de contrôle et celles obtenues par projection selon le modèle de caméra construit.

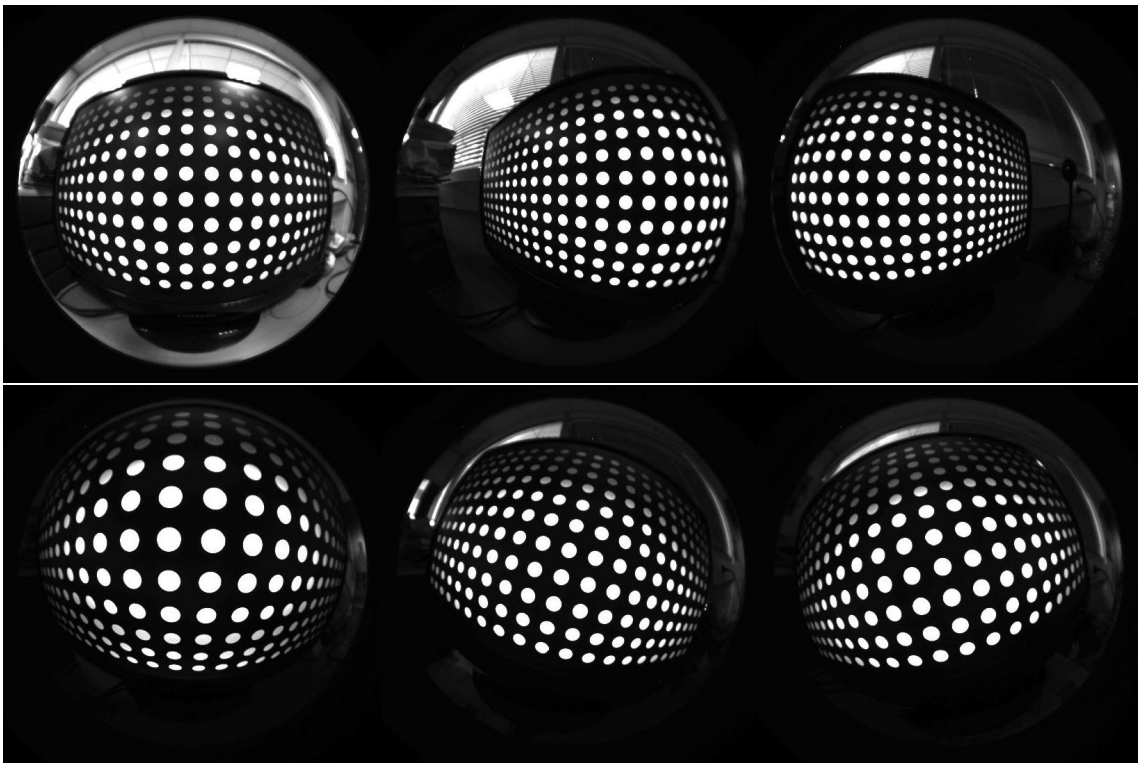


FIGURE F.2 – Images de calibration selon différentes orientations, respectivement par rapport à l'axe x, y et z

F.2 Méthode de calibration

Mire de calibration

Nous utilisons une mire plane circulaire plane constituée de motifs répétés périodiquement selon les deux axes du plan. Ces motifs sont des disques de couleur blanche sur un fond noir. La mire est constituée de $20 \times 11 = 220$ disques. Ces disques présentent *tous* le même rayon et sont *tous* espacés entre eux de la même distance. Dans notre cas, le rayon vaut 6.5 mm et l'écart entre deux disques est de 10 mm.
Ces disques de couleur blanche sont ce qu'on appelle dans le domaine de la *vision par ordinateur* des *blobs*. La détection de *blob* se réfère à des méthodes mathématiques qui servent à détecter les régions d'une image qui diffèrent de par leur propriétés. Un *blob* est une région dans laquelle des propriétés telles que la luminosité ou la couleur sont constantes.
Six captures du plan de calibration ont été réalisées selon différentes orientations sans filtre polarisant et chromatique. Elles sont représentées sur la figure F.2.

Nous avons acquis 6 images d'une mire plane circulaire en prenant soin de visualiser la mire avec un recouvrement maximal. Ensuite, il est nécessaire d'informer le programme de la configuration utilisée pour la calibration du *Fish-eye*. Ces informations sont les suivantes :

– La distance entre les cercles dans le plan de calibration en mm selon la direction x, dans notre cas 10 mm

- La distance entre les cercles dans le plan de calibration en mm selon la direction y dans notre cas 10 mm
- La forme de l'image obtenue, dans notre cas *circulaire* pour le *Fish-eye*
- Le rayon des disques, dans notre cas 6.5 mm
- Le modèle de projection (perspective, stéreographic, equidistance, equisolidangle), dans notre cas *equidistance*
- Le modèle de distorsion (basic, radiale ou extended), dans notre cas *extended*
- la focale en mm de l'objectif *Fish-eye*, dans notre cas 5.6 mm.
- le champ de vue en degré, dans notre cas 185°.

Détection des positions des points de contrôle

La première étape consiste à déterminer les correspondances entre le plan de calibration et les images acquises de ce plan à partir de points d'*intérêt* (ou de *contrôle*). Les points de contrôle sont des cercles. L'objectif est de déterminer le barycentre de chaque cercle projeté à partir des images de calibration. On obtient les coordonnées (x,y) de chacun de ces barycentres considérés comme point de contrôle.
Un exemple est donné en figure F.3.
Les contours sont détectés manuellement par l'utilisateur. Le programme reconnait ensuite les *blobs*, c'est-à-dire les cercles de couleur blanche, et il est possible d'ajuster manuellement le niveau de gris pour une meilleure détection.

Recherche des bords de l'image

Comme l'image est circulaire, les bords de l'image sont aussi localisés. On suppose que l'image remplit une zone elliptique sur un fond noir. Il s'agit donc de déterminer les paramètres d'une ellipse qui délimite le mieux l'image. L'équation de l'ellipse est donnée par F.11

$$\frac{(u-u_0)^2}{a^2} + \frac{(v-v_0)^2}{b^2} = 1 \tag{F.11}$$

avec a, b, u_0 et v_0 les paramètres de l'ellipse à déterminer.

FIGURE F.3 – Détection de la zone d'intérêt de la mire de calibration

FIGURE F.4 – Détection des bords de l'image de la mire de calibration

Le programme réalise cette opération pour chaque calibration et effectue une moyenne. On obtient les paramètres suivants :

1. $a = 251.7308$
2. $b = 253.0013$
3. $u_0 = 276.5906$
4. $v_0 = 267.0655$

avec (u_0, v_0) les coordonnées du centre de l'ellipse (en pixel), et a et b le demi-petit axe et le demi-grand axe respectivement On remarque que les coefficients a et b sont assez proches, ce qui signifie que l'équation de l'ellipse se rapproche de celle d'un cercle. Le point principal sur le plan image est donné par le centre $(u_0,\ v_0)$ de l'ellipse. L'ellipse obtenue correspondant aux bords de l'image est représentée F.4.

Calibration de la caméra

La seconde étape consiste à calculer les paramètres optimaux de la caméra suivant le modèle de caméra choisi. La caméra à perspective est un modèle mathématique idéal pour les caméras réelles. Pour une lentille *Fish-eye*, il y a plus de distorsions (aberrations radiales et tangentielles) que pour une lentille *classique*.

Le modèle est souvent accompagné d'un modèle de distorsion pour une calibration plus précise. La principale distorsion géométrique est la distorsion radiale : un point sur le plan image est déplacé dans la direction radiale (dans le sens positif ou négatif).
La distorsion tangentielle est due à de faibles désalignements entre les différentes parties optiques de la caméra (lentilles, diaphragme, capteur).

La relation F.12 est obtenue à partir de ce modèle.

$$x = F(\Phi) = r(\theta) \begin{bmatrix} \cos\varphi \\ \sin\varphi \end{bmatrix} \tag{F.12}$$

avec F la transformation qui projette un point objet sur le plan image.

Fonction de représentation

De la relation F.12, r est appelé fonction de *représentation* (ou de *projection*). Elle représente une part **importante** du modèle. Pour un objectif standard, la fonction de projection est appelée projection à perspective centrale et est donnée par la relation F.13.

$$r = \tan(\theta) \tag{F.13}$$

Cependant cette projection ne convient pas aux objectifs dont le champ est de 180°. Il est impossible de projeter le champ hémisphérique (champ de vue de l'objectif *Fish-eye*) par une projection à perspective. Il faut donc construire différents types de projections. Les objectifs *Fish-eye* se distinguent généralement par leurs *fonctions de représentation*. Ces fonctions entraînent une déformation de l'image résultante. Ces projections sont généralement similaires à la projection standard. Les principaux cas sont les suivants :

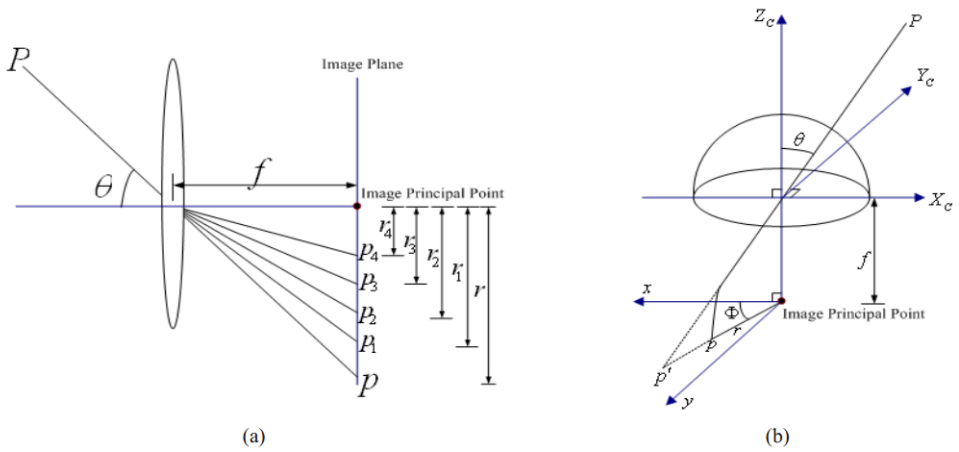


Fig. 1. Principles of different lens. (a) the projections of different lens, p, p_1, p_2, p_3 and p_4 are perspective projection, stereographic projection, equidistance projection, equisolid angle projection and orthogonal projection, r, r_1, r_2, r_3 and r_4 are their corresponding distances between the image points and principal point; (b) difference between pinhole lens and fisheye lens. For fisheye lens, the actual image is the projection of perspective image on hemisphere surface to image plane.

FIGURE F.5 – Types de projections *Fish-eye*

Projection équidistante : $r = f \times \theta$ (F.14)

Projection orthographique : $r = f \times \sin(\theta)$ (F.15)

Projection à angle équisolide : $r = 2 \times f \times \sin(\frac{\theta}{2})$ (F.16)

Projection stéréographique : $r = 2 \times f \times \tan(\frac{\theta}{2})$ (F.17)

avec f la distance focale de l'objectif *Fish-eye*, θ l'angle d'incidence du rayon, r la distance radiale du point projeté (en pixel) par rapport au centre (u_0, v_0) et $r = \sqrt{u^2 + v^2}$ dans le repère (u, v). Le modèle le plus fréquemment utilisé par les constructeurs d'objectifs *Fish-eye* est la projection *équidistante*.

Modèle de *Taylor*

Le problème de modéliser des caméras revient ici à modéliser des fonctions de projections radiales. Dans un cas plus général, afin de s'affranchir de la problématique du type de caméra utilisé, la fonction de représentation est donnée par le polynôme de *Taylor* (équation F.18).

$$r = k_1\theta + k_2\theta^3 + k_3\theta^5 + k_4\theta^7 + k_5\theta^9 \tag{F.18}$$

avec k_1, k_2, k_3, k_4 et k_5 les coefficients de *Taylor* de la fonction polynomiale à déterminer.
Ces paramètres sont déterminés grâce à l'algorithme de *Levenberg Marquardt*. Cet algorithme permet d'obtenir une solution numérique au problème de minimisation d'une fonction, souvent non linéaire et dépendant de plusieurs variables. L'algorithme interpole l'algorithme de Gauss-Newton et l'algorithme du gradient.
Cet algorithme prend en entrée la fonction à estimer, ainsi que les valeurs initiales des inconnues. L'initialisation s'effectue à partir des paramètres donnés en entrée telle que la focale ainsi que la position des points de contrôle obtenue par calibration de la mire. L'optimisation est un processus itératif. A chaque itération, on détermine les nouvelles valeurs des **positions** des points de contrôle obtenues par projection avec le modèle de la caméra en cours d'optimisation. L'écart quadratique moyen entre ces positions et les observations est calculé, et il est comparé à un seuil. Si l'écart est inférieur à ce seuil, l'optimisation s'arrête sinon elle est réitérée. Dans notre cas, la tolérance est de 10^{-4}.

Bibliographie

[Anderson et al., 1986] Anderson, G. P., Clough, S. A., and Division, U. A. F. G. L. O. P. (1986). *AFGL atmospheric constituent profiles (0 - 120 km).* *2 citations pages 107 et 113*

[Azzam and Bashara, 1977] Azzam, R. and Bashara, N. (1977). *Ellipsometry and polarized light.* North-Holland personal library. North-Holland Pub. Co. *2 citations pages 37 et 38*

[Baldridge et al., 2009] Baldridge, A., Hook, S., Grove, C., and Rivera, G. (2009). The {ASTER} spectral library version 2.0. *Remote Sensing of Environment*, 113(4) :711 – 715. *Cité page 107*

[Bärz et al., 2010] Bärz, J., Hansen, T., and Müller, S. (2010). Reconstruction of spectra using empirical basis functions. In *Proceedings of the 6th international conference on Advances in visual computing - Volume Part I*, ISVC'10, pages 582–591, Berlin, Heidelberg. Springer-Verlag. *Cité page 152*

[Bates, 1984] Bates, D. (1984). Rayleigh scattering by air. *Planetary and Space Science*, 32(6) :785 – 790. *Cité page 96*

[Blinn, 1982] Blinn, J. F. (1982). Light reflection functions for simulation of clouds and dusty surfaces. *SIGGRAPH Comput. Graph.*, 16(3) :21–29. *Cité page 101*

[Bohren and Huffman, 1983] Bohren, C. F. and Huffman, D. R. (1983). *Absorption and scattering of light by small particles.* *Cité page 83*

[Born and Wolf, 1999] Born, M. and Wolf, E. (1999). *Principles of optics : electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light.* Cambridge University press, Cambridge, England, New York, Oakleigh. Réimprimé avec corrections en 2002. Autre tirage : 2005, 2009. *2 citations pages 9 et 49*

[Bouguet, 2004] Bouguet, J.-Y. (2004). Camera Calibration Tool box for Matlab. *Cité page 186*

[Boynton, 1996] Boynton, R. M. (1996). History and current status of a physiologically based system of photometry and colorimetry. *J. Opt. Soc. Am. A*, 13(8) :1609–1621. *Cité page 19*

[Bruneton and Neyret, 2008] Bruneton, E. and Neyret, F. (2008). Precomputed atmospheric scattering. In *Proceedings of the Nineteenth Eurographics Conference on Rendering*, EGSR '08, pages 1079–1086, Aire-la-Ville, Switzerland, Switzerland. Eurographics Association. *Cité page 103*

[Cahalan et al., 2005] Cahalan, R. F., Oreopoulos, L., Marshak, A., Evans, K. F., Davis, A. B., Pincus, R., Yetzer, K. H., Mayer, B., Davies, R., Ackerman, T. P., Barker, H. W., Clothiaux, E. E., Ellingson, R. G., Garay, M. J., Kassianov, E., Kinne, S., Macke, A., O'Hirok, W., Partain, P. T., Prigarin, S. M., Rublev, A. N., Stephens, G. L., Szczap, F., Takara, E. E., Várnai, T., Wen, G., and Zhuravleva, T. B. (2005). The i3rc : Bringing together the most advanced radiative transfer tools for cloudy atmospheres. *Bulletin of the American Meteorological Society*, 86(9) :1275–1293. *Cité page 110*

[CALLET, 1998] CALLET, P. (mars 1998). *Couleur-lumière, couleur-matière – Interaction lumière-matière et synthèse d'images*. Collection Sciences en actes, ISBN : 2-84-352-087-8. Diderot Editeur, Arts et Sciences, Paris, New-York. CDROM d'images inclus, 320p. *Cité page 14*

[Cerezo et al., 2005] Cerezo, E., Pérez, F., Pueyo, X., Seron, F. J., and Sillion, F. X. (2005). A survey on participating media rendering techniques. *The Visual Computer*, 21(5) :303–328. *Cité page 101*

[Chandrasekhar, 1950] Chandrasekhar, S. (1950). *Radiative Transfer*. Oxford Univ. Press. *Cité page 90*

[Chandrasekhar, 1960] Chandrasekhar, S. (1960). *Radiative Transfer*. Dover Books on Intermediate and Advanced Mathematics. Dover Publications. *Cité page 82*

[Collett, 1993] Collett, E. (1993). *Polarized light : fundamentals and applications*. Optical engineering. Marcel Dekker. *6 citations pages 28, 39, 40, 56, 58, et 60*

[Collett, 2005] Collett, E. (2005). *Field Guide to Polarized Light*. Field Guide Series. SPIE–the International Society for Optical Engineering. *Cité page 32*

[Coulson, 1988] Coulson, K. (1988). *Polarization and intensity of light in the atmosphere*. Studies in geophysical optics and remote sensing. A. Deepak Pub. *3 citations pages 89, 90, et 105*

[Debevec, 1998] Debevec, P. (1998). Rendering synthetic objects into real scenes : Bridging traditional and image-based graphics with global illumination and high dynamic range photography. In *Proceedings of the 25th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*, SIGGRAPH '98, pages 189–198, New York, NY, USA. ACM. *Cité page 148*

[Dobashi et al., 1997] Dobashi, Y., Nishita, T., Kaneda, K., and Yamashita, H. (1997). A fast display method of sky color using basis functions. In *The Journal of Visualization and Computer Graphics*, pages 115–127. *Cité page 102*

[Elek and Kmoch, 2010] Elek, O. and Kmoch, P. (2010). Real-time spectral scattering in large-scale natural participating media. In *Proceedings of the 26th Spring Conference on Computer Graphics*, SCCG '10, pages 77–84, New York, NY, USA. ACM. *Cité page 103*

[Emde et al.,] Emde, C., Büll, R., Buras, R., Faure, F., Hamann, U., Kylling, A., Mayer, B., and Meerkötter, R. Literature survey radiative transfer tools. *Cité page 105*

[Emde et al., 2010a] Emde, C., Buras, R., Mayer, B., and Blumthaler, M. (2010a). The impact of aerosols on polarized sky radiance : model development, validation, and applications. *Atmospheric Chemistry and Physics*, 10(2) :383–396. *2 citations pages 106 et 109*

[Emde et al., 2010b] Emde, C., Kylling, A., Buras, R., Mayer, B., Schreier, F., and Hamann, U. (2010b). Towards a generic radiative transfer model for the earth's surface-atmosphere system : ESAS-Light. Technical report, Final Report, ESTEC Contract No. AO/1-5433/07/NL/HE. *Cité page 110*

[Evans and McCool, 1999] Evans, G. F. and McCool, M. D. (1999). Stratified wavelength clusters for efficient spectral monte carlo rendering. In *Proceedings of the 1999 Conference on Graphics Interface '99*, pages 42–49, San Francisco, CA, USA. Morgan Kaufmann Publishers Inc. *Cité page 64*

[Ferwerda et al., 1996] Ferwerda, J. A., Pattanaik, S. N., Shirley, P., and Greenberg, D. P. (1996). A model of visual adaptation for realistic image synthesis. In *Proceedings of the 23rd Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*, SIGGRAPH '96, pages 249–258, New York, NY, USA. ACM. *Cité page 148*

[Freniere et al., 1999] Freniere, E. R., Gregory, G. G., and Hassler, R. A. (1999). Polarization models for monte carlo ray tracing. *Proc. SPIE*, 3780 :148–150. *Cité page 65*

[Glassner, 1989] Glassner, A. S. (1989). How to derive a spectrum from an rgb triplet. *IEEE Comput. Graph. Appl.*, 9(4) :95–99. *Cité page 152*

[Greenberg et al., 1997] Greenberg, D. P., Torrance, K. E., Shirley, P., Arvo, J., Lafortune, E., Ferwerda, J. A., Walter, B., Trumbore, B., Pattanaik, S., and Foo, S.-C. (1997). A framework for realistic image synthesis. In *Proceedings of the 24th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, SIGGRAPH '97, pages 477–494, New York, NY, USA. ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co. *Cité page 2*

[Guild, 1932] Guild, J. (1932). The colorimetric properties of the spectrum. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 230(681-693) :149–187. *Cité page 22*

[Habel et al., 2008] Habel, R., Mustata, B., and Wimmer, M. (2008). Efficient spherical harmonics lighting with the preetham skylight model. In Mania, K. and Reinhard, E., editors, *Eurographics 2008 - Short Papers*, pages 119–122. Eurographics Association. *Cité page 103*

[Haber et al., 2005] Haber, J., Magnor, M., and Seidel, H.-P. (2005). Physically-based simulation of twilight phenomena. *ACM Trans. Graph.*, 24(4) :1353–1373. *Cité page 102*

[Hachisuka and Jensen, 2009] Hachisuka, T. and Jensen, H. W. (2009). Stochastic progressive photon mapping. In *ACM SIGGRAPH Asia 2009 Papers*, SIGGRAPH Asia '09, pages 141 :1–141 :8, New York, NY, USA. ACM. *Cité page 63*

[Hachisuka et al., 2008] Hachisuka, T., Ogaki, S., and Jensen, H. W. (2008). Progressive photon mapping. *ACM Trans. Graph.*, 27(5) :130 :1–130 :8. *Cité page 63*

[Hansen and Travis, 1974] Hansen, J. E. and Travis, L. D. (1974). Light scattering in planetary atmospheres. *Space Science Reviews*, 16(4) :527–610. *Cité page 96*

[Hauge et al., 1980] Hauge, P., Muller, R., and Smith, C. (1980). Conventions and formulas for using the mueller-stokes calculus in ellipsometry. *Surface Science*, 96(1 ?3) :81 – 107. *Cité page 29*

[Hess et al., 1998] Hess, M., Koepke, P., and Schult, I. (1998). Optical properties of aerosols and clouds : The software package opac. *Bulletin of the American Meteorological Society*, 79(5) :831–844. *2 citations pages 106 et 117*

[Horváth et al., 2002] Horváth, G., Barta, A., Gál, J., Suhai, B., and Haiman, O. (2002). Ground-based full-sky imaging polarimetry of rapidly changing skies and its use for polarimetric cloud detection. *Applied optics*, 41(3) :543–559. *4 citations pages xvii, 153, 154, et 157*

[Horváth et al., 2011] Horváth, G., Barta, A., Pomozi, I., Suhai, B., Hegedüs, R., Akesson, S., Meyer-Rochow, B., and Wehner, R. (2011). On the trail of Vikings with polarized skylight : experimental study of the atmospheric optical prerequisites allowing polarimetric navigation by Viking seafarers. *Philosophical transactions of the Royal Society of London. Series B, Biological sciences*, 366(1565) :772–782. *Cité page 90*

[Hosek and Wilkie, 2012] Hosek, L. and Wilkie, A. (2012). An analytic model for full spectral sky-dome radiance. *ACM Trans. Graph.*, 31(4) :95 :1–95 :9. *Cité page 102*

[Huard, 1994] Huard, S. (1994). *Polarisation de la lumière*. Masson. *4 citations pages 38, 39, 40, et 41*

[Hunt and Pointer, 2011] Hunt, R. and Pointer, R. (2011). *Measuring Colour*. The Wiley-IS&T Series in Imaging Science and Technology. Wiley. *Cité page 19*

[Igawa and Nakamura, 2001] Igawa, N. and Nakamura, H. (2001). All sky model as a standard sky for the simulation of daylit environment. *Building and Environment*, 36(6) :763 – 770. Building and Environmental Performance Simulation :Current State and Future Issues. *Cité page 213*

[Inanici and Galvin, 2004] Inanici, M. and Galvin, J. (2004). Evaluation of high dynamic range photography as a luminance mapping technique. *Cité page 151*

[Jensen, 2001] Jensen, H. (2001). *Realistic image synthesis using photon mapping*. Ak Peters Series. A K Peters. *Cité page 62*

[Jensen, 1996] Jensen, H. W. (1996). Global illumination using photon maps. In *Proceedings of the Eurographics Workshop on Rendering Techniques '96*, pages 21–30, London, UK, UK. Springer-Verlag. *Cité page 62*

[Jensen et al., 2001] Jensen, H. W., Durand, F., Dorsey, J., Stark, M. M., Shirley, P., and Premože, S. (2001). A physically-based night sky model. In *Proceedings of the 28th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*, SIGGRAPH '01, pages 399–408, New York, NY, USA. ACM. *Cité page 102*

[Kajiya, 1986] Kajiya, J. T. (1986). The rendering equation. *SIGGRAPH Comput. Graph.*, 20(4) :143–150. *2 citations pages 2 et 61*

[Kajiya and Von Herzen, 1984] Kajiya, J. T. and Von Herzen, B. P. (1984). Ray tracing volume densities. *SIGGRAPH Comput. Graph.*, 18(3) :165–174. *Cité page 101*

[Kaneda et al., 1991] Kaneda, K., Okamoto, T., Nakamae, E., and Nishita, T. (1991). Photo-realistic image synthesis for outdoor scenery under various atmospheric conditions. *The Visual Computer*, 7(5-6) :247–258. *Cité page 101*

[Kannala and Brandt, 2006] Kannala, J. and Brandt, S. S. (2006). A generic camera model and calibration method for conventional, wide-angle, and fish-eye lenses. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 28(8) :1335–1340. *Cité page 186*

[Kawakami et al., 2013] Kawakami, R., Hongxun, Z., Tan, R. T., and Ikeuchi, K. (2013). Camera spectral sensitivity and white balance estimation from sky images. *International Journal of Computer Vision*. *Cité page 151*

[Kider et al., 2014] Kider, Jr., J. T., Knowlton, D., Newlin, J., Li, Y. K., and Greenberg, D. P. (2014). A framework for the experimental comparison of solar and skydome illumination. *ACM Trans. Graph.*, 33(6) :180 :1–180 :12. *3 citations pages xv, 103, et 104*

[Klassen, 1987] Klassen, R. V. (1987). Modeling the effect of the atmosphere on light. *ACM Trans. Graph.*, 6(3) :215–237. *Cité page 101*

[Kurucz, 1994] Kurucz, R. L. (1994). Synthetic Infrared Spectra. In Rabin, D. M., Jefferies, J. T., and Lindsey, C., editors, *Infrared Solar Physics*, volume 154 of *IAU Symposium*, page 523. *3 citations pages xvi, 107, et 115*

[Lafortune and Willems, 1993] Lafortune, E. P. and Willems, Y. D. (1993). Bi-directional path tracing. In *PROCEEDINGS OF THIRD INTERNATIONAL CONFERENCE ON COMPUTATIONAL GRAPHICS AND VISUALIZATION TECHNIQUES (COMPUGRAPHICS '93*, pages 145–153. *Cité page 62*

[Liou, 2002] Liou, K. (2002). *An Introduction to Atmospheric Radiation*. International geophysics series. Academic Press. *Cité page 76*

[Mayer and Kylling, 2005] Mayer, B. and Kylling, A. (2005). Technical note : The libradtran software package for radiative transfer calculations – description and examples of use. 5 :1855–1877. *Cité page 106*

[Mayer, B., 2009] Mayer, B. (2009). Radiative transfer in the cloudy atmosphere. *EPJ Web of Conferences*, 1 :75–99. *Cité page 109*

[McMaster, 1954] McMaster, W. H. (1954). Polarization and the Stokes Parameters. *American Journal of Physics*, 22 :351–362. *Cité page 32*

[Mei and Rives, 2004] Mei, C. and Rives, P. (2004). Single View Point Omnidirectional Camera Calibration from Planar Grids. *Cité page 186*

[Mie, 1908] Mie, G. (1908). Beiträge zur optik trüber medien, speziell kolloidaler metallösungen. *Annalen der Physik*, 330(3) :377–445. *Cité page 97*

[Mishchenko, 2002] Mishchenko, M. I. (2002). Vector radiative transfer equation for arbitrarily shaped and arbitrarily oriented particles : a microphysical derivation from statistical electromagnetics. 41 :7114–7134. *Cité page 80*

[Mishchenko et al., 1996] Mishchenko, M. I., Travis, L. D., and Mackowski, D. W. (1996). Light scattering by non-spherical particles t-matrix computations of light scattering by nonspherical particles : A review. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 55(5) :535 – 575. *Cité page 97*

[Nicodemus et al., 1977] Nicodemus, F. E., Richmond, J. C., Hsia, J. J., Ginsberg, I. W., and Limperis, T. (1977). Geometric Considerations and Nomenclature for Reflectance. *National Bureau of Standards*. *Cité page 46*

[Nishita et al., 1996] Nishita, T., Dobashi, Y., Kaneda, K., and Yamashita, H. (1996). Display method of sky color taking into account multiple scattering. Pacific Graphics '96, pages 117–132. *Cité page 102*

[Nishita et al., 1993] Nishita, T., Sirai, T., Tadamura, K., and Nakamae, E. (1993). Display of the earth taking into account atmospheric scattering. In *Proceedings of the 20th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*, SIGGRAPH '93, pages 175–182, New York, NY, USA. ACM. *Cité page 101*

[North and Duggin, 1997] North, J. A. and Duggin, M. J. (1997). Stokes vector imaging of the polarized sky-dome. *Appl. Opt.*, 36(3) :723–730. *Cité page 154*

[of Meteorology et al., 1986] of Meteorology, I. A., Commission, A. P. R., Programme, W. C. R., and Organization, W. M. (1986). *A Preliminary Cloudless Standard Atmosphere for Radiation Computation*. WCP (Series). World Climate Programme. *Cité page 106*

[Perez et al., 1993] Perez, R., Seals, R., and Michalsky, J. (1993). All-weather model for sky luminance distribution—preliminary configuration and validation. *Solar Energy*, 50(3) :235 – 245. *Cité page 102*

[Pharr and Humphreys, 2010] Pharr, M. and Humphreys, G. (2010). *Physically Based Rendering, Second Edition : From Theory To Implementation*. Morgan Kaufmann Publishers Inc., San Francisco, CA, USA, 2nd edition. *Cité page 61*

[Platnick et al., 2003] Platnick, S., King, M. D., Ackerman, S. A., Menzel, W. P., Baum, B. A., Riedi, J. C., and Frey, R. A. (2003). The modis cloud products : algorithms and examples from terra. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 41(2) :459–473. *Cité page 119*

[Poincaré, 1892] Poincaré, H. (1892). *Théorie mathématique de la lumière II*. Georges Carré, Paris. *Cité page 31*

[Preetham et al., 1999] Preetham, A. J., Shirley, P., and Smits, B. (1999). A practical analytic model for daylight. In *Proceedings of the 26th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, SIGGRAPH '99, pages 91–100, New York, NY, USA. ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co. *Cité page 102*

[Pust and Shaw, 2006] Pust, N. J. and Shaw, J. A. (2006). Dual-field imaging polarimeter using liquid crystal variable retarders. *Appl. Opt.*, 45(22) :5470–5478. *Cité page 156*

[Rayleigh, 1899] Rayleigh, L. (1899). Xxxiv. on the transmission of light through an atmosphere containing small particles in suspension, and on the origin of the blue of the sky. *Philosophical Magazine Series 5*, 47(287) :375–384. *Cité page 89*

[Reda and Andreas, 2004] Reda, I. and Andreas, A. (2004). Solar position algorithm for solar radiation applications. *Solar Energy*, 76(5) :577 – 589. *Cité page 72*

[Reif, 1965] Reif, F. (1965). *Statistical and thermal physics*. McGraw-Hill Inc. ISBN 0-07-Y85615-X. *Cité page 80*

[Reinhard et al., 2005] Reinhard, E., Ward, G., Pattanaik, S., and Debevec, P. (2005). *High Dynamic Range Imaging : Acquisition, Display, and Image-Based Lighting (The Morgan Kaufmann Series in Computer Graphics)*. Morgan Kaufmann Publishers Inc., San Francisco, CA, USA. *Cité page 148*

[Rougeron and Péroche, 1997] Rougeron, G. and Péroche, B. (1997). *An adaptive representation of spectral data for reflectance computations*, pages 127–138. Springer Vienna, Vienna. *Cité page 64*

[Scaramuzza and Siegwart, 2006] Scaramuzza, D. Martinelli, A. and Siegwart, R. (2006). A Toolbox for Easy Calibrating Omnidirectional Cameras. *Cité page 186*

[Sekera, 1957] Sekera, Z. (1957). Light scattering in the atmosphere and the polarization of sky light. *J. Opt. Soc. Am.*, 47(6) :484–490. *Cité page 90*

[Sève, 2009] Sève, R. (2009). *Science de la couleur Aspects physiques et perceptifs*. Chalagam edition. *Cité page 19*

[Shettle and Fenn, 1979] Shettle, E. P. and Fenn, R. W. (1979). Models for the aerosols of the lower atmosphere and the effects of humidity variations on their optical properties. Technical report. *Cité page 106*

[Shurcliff, 1962] Shurcliff, W. (1962). *Polarized Light : Production and Use*. Harvard University Press. *Cité page 32*

[Sloup, 2002] Sloup, J. (2002). A survey of the modelling and rendering of the earth's atmosphere. In *Proceedings of the 18th Spring Conference on Computer Graphics*, SCCG '02, pages 141–150, New York, NY, USA. ACM. *Cité page 101*

[Smits, 1999] Smits, B. (1999). An rgb-to-spectrum conversion for reflectances. *Journal of Graphics Tools*, 4(4) :11–22. *Cité page 152*

[Stamnes et al., 2000] Stamnes, K., Tsay, S. C., Wiscombe, W., and Laszlo, I. (2000). DISORT, a general-purpose Fortran program for discrete-ordinate-method radiative transfer in scattering and emitting layered media : Documentation of methodology. page 112. *Cité page 106*

[Stokes, 1852] Stokes, G. G. (1852). On the composition and resolution of streams of polarized light from different sources. *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, 9 :399–416. *Cité page 32*

[Stumpfel et al., 2004] Stumpfel, J., Tchou, C., Jones, A., Hawkins, T., Wenger, A., and Debevec, P. (2004). Direct hdr capture of the sun and sky. In *Proceedings of the 3rd International Conference on Computer Graphics, Virtual Reality, Visualisation and Interaction in Africa*, AFRIGRAPH '04, pages 145–149, New York, NY, USA. ACM. *Cité page 149*

[Sun, 2000] Sun, Y. (2000). *A spectrum-based framework for realistic image synthesis*. PhD thesis, Simon Fraser University. *Cité page 64*

[Sun et al., 1999] Sun, Y., Fracchia, F. D., Calvert, T. W., and Drew, M. S. (1999). Deriving spectra from colors and rendering light interference. *IEEE Comput. Graph. Appl.*, 19(4) :61–67. *Cité page 152*

[Thomas and Stamnes, 1999] Thomas, G. E. and Stamnes, K. (1999). *Radiative Transfer in the Atmosphere and the Ocean*. Cambridge University Press. ISBN 0521890616. *Cité page 81*

[Thuillier et al., 2003] Thuillier, G., Labs, D., Foujols, T., Peetermans, W., Gillotay, D., Simon, P. C., and Mandel, H. (2003). MEASURES BY THE SOLSPEC SPECTROMETER FROM THE ATLAS AND EURECA MISSIONS. pages 1–22. *Cité page 107*

[Van de Hulst, 1948] Van de Hulst, H. (1948). Scattering in a Planetary Atmosphere. 107 :220. *Cité page 90*

[Van de Hulst, 1957] Van de Hulst, H. (1957). *Light Scattering by Small Particles*. Dover Books on Physics. Dover Publications. *Cité page 83*

[Veach and Guibas, 1997] Veach, E. and Guibas, L. J. (1997). Metropolis light transport. In *Proceedings of the 24th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*, SIGGRAPH '97, pages 65–76, New York, NY, USA. ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co. *Cité page 62*

[Vignola et al., 2012] Vignola, F., Michalsky, J., and Stoffel, T. (2012). *Solar and Infrared Radiation Measurements*. Energy and the environment. Taylor & Francis. *Cité page 147*

[Voss and Liu, 1997] Voss, K. J. and Liu, Y. (1997). Polarized radiance distribution measurements of skylight. i. system description and characterization. *Appl. Opt.*, 36(24) :6083–6094. *3 citations pages xvii, 155, et 167*

[Wald, 2007] Wald, L. (2007). Solar radiation energy (fundamentals). In Blanco, J. and Malato, S., editors, *Solar Energy conversion and Photoenergy Systems.*, pages –. Encyclopedia of Life Support Systems (EOLSS), Developed under the Auspices of the UNESCO, Eolss Publishers, Oxford ,UK. http ://www.eolss.net. *3 citations pages xxi, 74, et 78*

[Wang et al., 2004] Wang, Q., Xu, H., and Sun, Y. (2004). Practical construction of reflectances for spectral rendering. In *In Proceedings of the 22th International Conference in Central Europe on Computer Graphics, Visualization and Computer Vision*, pages 193–196. *Cité page 152*

[Wilkie et al., 2004] Wilkie, A., Ulbricht, C., Tobler, R. F., Zotti, G., and Purgathofer, W. (2004). An analytical model for skylight polarisation. In *Proceedings of the Fifteenth Eurographics Conference on Rendering Techniques*, EGSR'04, pages 387–397, Aire-la-Ville, Switzerland, Switzerland. Eurographics Association. *Cité page 104*

[Wilkie and Weidlich, 2010] Wilkie, A. and Weidlich, A. (2010). A standardised polarisation visualisation for images. In *Proceedings of the 26th Spring Conference on Computer Graphics*, SCCG '10, pages 43–50, New York, NY, USA. ACM. *Cité page 65*

[Wiscombe, 1979] Wiscombe, W. J. (1979). *Mie scattering calculations : Advances in technique and fast, vector-speed computer codes*. Atmospheric Analysis and Prediction Division, National Center for Atmospheric Research. *Cité page 97*

[Wolff and Kurlander, 1990] Wolff, L. B. and Kurlander, D. J. (1990). Ray tracing with polarization parameters. *IEEE Comput. Graph. Appl.*, 10(6) :44–55. *Cité page 65*

[Wriedt, 2009] Wriedt, T. (2009). Light scattering theories and computer codes. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 110(11) :833 – 843. Light Scattering : Mie and More Commemorating 100 years of Mie's 1908 publication. *Cité page 97*

[Wright, 1929] Wright, W. D. (1929). A re-determination of the trichromatic coefficients of the spectral colours. *Transactions of the Optical Society*, 30 :141–164. *Cité page 23*

[Wyszecki and Stiles, 2000] Wyszecki, G. and Stiles, W. (2000). *Color Science : Concepts and Methods, Quantitative Data and Formulae*. Wiley classics library. John Wiley & Sons. *Cité page 19*

[Yurkin and Hoekstra, 2007] Yurkin, M. A. and Hoekstra, A. G. (2007). The discrete dipole approximation : An overview and recent developments. 106 :558–589. *Cité page 97*

[Zhang et al., 2014] Zhang, Y., Zhao, H., Song, P., Shi, S., Xu, W., and Liang, X. (2014). Ground-based full-sky imaging polarimeter based on liquid crystal variable retarders. *Opt. Express*, 22(7) :8749–8764. *2 citations pages xvii et 156*

[Zotti et al., 2007] Zotti, G., Wilkie, A., and Purgathofer, W. (2007). A critical review of the preetham skylight model. In Skala, V., editor, *WSCG*, pages 23–30. University of West Bohemia. *Cité page 102*

chapter0

Résumé

Dans le domaine de la synthèse d'image, la simulation de l'apparence visuelle des matériaux nécessite, la résolution rigoureuse de l'équation du transport de la lumière. Cela implique d'incorporer dans les modèles tous les éléments pouvant avoir une influence sur la luminance spectrale énergétique reçue par l'œil humain. La caractérisation des propriétés de réflectance des matériaux, encore sujette à de nombreuses recherches, est très évoluée. Cependant, l'utilisation de cartes d'environnement, pour simuler leurs comportements visuels restent essentiellement trichromatiques. Caractériser la lumière naturelle avec précision, est une interrogation ancienne et il n'existe pas aujourd'hui de cartes d'environnement comportant à la fois les informations de luminance spectrale énergétique et de polarisations correspondant à des ciels réels. Il nous est donc apparu nécessaire, de proposer à la communauté de l'informatique graphique des environnements lumineux complets exploitables dans un moteur de rendu adapté en conséquence. Dans ce travail, nous exploitons des résultats issus d'autres domaines scientifiques tels que la météorologie, la climatologie…, pour proposer un modèle de ciel clair, c'est-à-dire sans nuage. Toutes les situations réelles ne pouvant pas être abordées par cette méthode, nous développons et caractérisons un dispositif de capture d'environnement lumineux incorporant à la fois, la gamme dynamique de l'éclairage, la répartition spectrale et les états de polarisation. Nous proposons, dans le but de standardiser les échanges, un format de données utilisable dans un moteur de rendu spectral, exploitant le formalisme de *Stokes-Mueller*.

Mots Clés

Synthèse d'image, rendu spectral, polarisation, carte d'environnement.

Abstract

In the field of computer graphics, the simulation of the visual appearance of materials requires, a rigorous solving of the of the light transport equation. This implies to incorporate into models all elements that can influence the spectral radiance received by human eyes. The characterization of the reflectance properties of materials, still subject to many researches is very advanced. However, the uses of environment maps, to simulate their visual behaviors remain essentially trichromaticity. Characterize the natural light with precision, is an old question. Today, there are no environment maps, including both spectral radiance and polarization informations, corresponding to a real sky. It was therefore necessary for us to design and propose to the computer graphics community a full of bright environments exploitable in a rendering engine adapted accordingly. In this work, we use the results of other scientific fields as meteorology, climatology…, to propose a new model of clear sky. As all actual situations are not addressed by this method, we develop and characterize an environment capturing device both incorporating the light dynamic range, the spectral distribution and the polarization states.

Keywords

Spectral Rendering, Image Based Lighting, Polarization.