



HAL
open science

Contrôle sismique des structures

Duc-Chuan Vu

► **To cite this version:**

Duc-Chuan Vu. Contrôle sismique des structures. Autre. Université Paris Saclay (COMUE), 2017. Français. NNT : 2017SACL015 . tel-01743792

HAL Id: tel-01743792

<https://pastel.hal.science/tel-01743792v1>

Submitted on 26 Mar 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Contrôle sismique des structures

Thèse de doctorat de l'Université Paris-Saclay
préparée à l'École Nationale Supérieure
de Techniques Avancées

École doctorale n°579 : Sciences Mécaniques et
Energétiques, Matériaux et Géosciences

Spécialité de doctorat : Génie civil

Thèse présentée et soutenue au CEA Saclay, le 12 décembre 2017 par

Duc-Chuan VU

Composition du Jury :

Ziad MOUMNI Professeur à l'École Nationale Supérieure de Techniques Avancées	Président
Oreste BURSI Professeur à l'Université de Trento, Italie	Rapporteur
Eric JACQUELIN Professeur à l'Université Claude Bernard Lyon 1	Rapporteur
Eric BUSVELLE Professeur à l'Université de Toulon	Examineur
Ioannis POLITOPOULOS Ingénieur de recherche, CEA Saclay	Directeur de thèse
Sette DIOP Chargé de recherche, CNRS-CentraleSupélec- Université Paris Sud	Co-Directeur de thèse

Remerciements

Les travaux présentés dans cette thèse ont été réalisés pendant ces trois dernières années au sein du laboratoire d'Études de Mécanique Sismique (EMSI) au CEA Saclay dans le cadre d'un projet financé par CEA et IRSN.

Je voudrais remercier l'ensemble du laboratoire EMSI pour son accueil et son excellent environnement scientifique et le CEA et l'IRSN pour leur financement. En particulier, je voudrais adresser mes remerciements :

- à Ioannis Politopoulos, mon directeur de thèse, qui m'a donné une autonomie de décision, des remarques et suggestions pertinentes tout en gardant un œil critique sur la qualité de cette thèse. Sa présence, sa disponibilité non seulement pour des questions professionnelles mais aussi dans la vie m'ont permis de mener à bien cette thèse ;
- à Cyril Feau, mon co-bureau, qui m'a donné de bons conseils et qui m'a offert un environnement de travail excellent par des discussions agréables ;
- à Evelyne Foerster, chef du laboratoire EMSI, pour des conseils aux moments opportuns ;
- à Sylvie Prugnaud, la secrétaire de EMSI, toujours souriante, qui m'a beaucoup encouragé.
- à Vincent Crozet, Delphine Beylat, Yuan Gao et mes autres collègues au laboratoire, que je ne peux pas, malheureusement, tous citer, pour leur soutien et pour tous les moments inoubliables que j'ai eu avec eux.

Je tiens aussi à adresser ma gratitude à Sette Diop, mon co-encadrant, qui s'est montré d'une grande disponibilité pendant les trois ans de ma thèse.

Je remercie particulièrement Ziad Mounni, professeur à l'Ecole Nationale Supérieure de Techniques Avancées, qui a accepté d'être président de mon jury de thèse ainsi que tous les autres membres de ce jury : Oreste Bursi/Professeur à l'Université de Trento, Eric Jacquelin/Professeur à l'Université Claude Bernard Lyon 1, Eric Busvelle/Professeur à l'Université de Toulon.

Enfin, je tiens à exprimer ma gratitude infinie à ma famille, mes parents et ma sœur, qui m'ont soutenu sans aucune condition et qui ont eu toujours confiance en moi.

Table des matières

REMERCIEMENTS	2
TABLE DES MATIERES	3
LISTE DES FIGURES	6
LISTE DES TABLEAUX	10
CHAPITRE 1. INTRODUCTION	11
CHAPITRE 2. ÉTATS DE L'ART ET DE LA PRATIQUE	15
2.1 Systèmes d'isolation sismique passifs	15
2.1.1 Isolation par appuis en élastomère	15
2.1.2 Isolation par glissement.....	17
2.1.3 Dispositifs à rigidité négative NSD (« Negative Stiffness Devices »).....	18
2.2 Contrôle actif de structures	20
2.2.1 Contrôle LQR (« Linear Quadratic Regulator »)	21
2.2.2 Contrôle LQG (« Linear Quadratic Gaussian ») [26].....	23
2.2.3 Versions « enrichies » du contrôle LQR	24
2.2.4 Contrôle SMC (« Sliding Mode Control »).....	27
2.2.5 Contrôle prédictif (MPC – « Model Predictive Control »).....	27
2.2.6 Contrôle actif basé sur l'algorithme du placement des pôles [44]	28
2.3 Contrôle semi-actif de structures	29
2.3.1 Systèmes à amortissement variable	29
2.3.2 Systèmes à rigidité variable.....	32
2.3.3 Systèmes à frottement variable.....	33
2.3.4 Algorithmes de contrôle semi-actif	34
2.3.5 Implémentation des systèmes de contrôle semi-actif.....	36
2.4 Conclusions	38
CHAPITRE 3. ISOLATEUR DE RELAXATION	40
3.1 Système à un degré de liberté	40

3.2	Système à deux degrés de liberté	42
3.3	Spectres de plancher	48
3.4	Réalisation physique de l'isolateur de relaxation.....	52
3.5	Conclusions	53
CHAPITRE 4. METHODES DE CONTROLE POUR LE SYSTEME D'ISOLATION SISMIQUE MIXTE SEMI-ACTIF		54
4.1	Modèle de la structure	54
4.2	L'algorithme de contrôle semi-actif « feedback-feedforward » (FB-FF).....	56
4.3	Contrôle non-linéaire quadratique inhomogène optimal (NLQI)	59
4.3.1	Contrôle optimal des structures sismiquement excitées.....	59
4.3.2	Modèle autorégressif de l'excitation	73
4.3.3	Spectres de plancher	77
4.4	Contrôle adapté aux caractéristiques de l'excitation.....	79
4.4.1	Stratégie heuristique de contrôle	80
4.4.2	Spectre de plancher	83
4.5	Couplage entre excitation verticale et réponse horizontale.....	85
4.5.1	Présentation du mécanisme de couplage	85
4.5.2	Spectres de plancher	89
4.6	Conclusions	90
CHAPITRE 5. CONSIDERATIONS SUR L'APPLICATION PRATIQUE DU CONTROLE SEMI-ACTIF DANS L'ISOLATION SISMIQUE.....		92
5.1	Estimation des variables d'état	92
5.1.1	Observation du système linéaire.....	93
5.1.2	Observation du système bilinéaire	94
5.1.3	Spectres de plancher	95
5.2	Structures à plusieurs DDL.....	97
5.2.1	Modèle fin et modèle réduit de la structure isolée	98
5.2.2	Étude des effets de débordement.....	99
5.3	Contrôle semi-actif d'un système d'isolation à plusieurs dispositifs.....	102
5.3.1	Contrôle « clipped-optimal » de plusieurs amortisseurs	102
5.3.2	Contrôle NLQI de plusieurs amortisseurs	107

5.3.3	Benchmark d'un bâtiment sismiquement isolé.....	109
5.4	Temps de retard	113
5.4.1	Effets du temps de retard sur l'efficacité du contrôle.....	115
5.4.2	Compensation du temps de retard	118
5.5	Conclusions	122
CHAPITRE 6. CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES		123
6.1	Conclusions	123
6.2	Perspectives.....	125
BIBLIOGRAPHIE		126

Liste des figures

Figure 1-1. Spectre de plancher idéal.....	12
Figure 1-2. Spectres de réponse horizontale de plancher du réacteur expérimental ITER [1, 2].	12
Figure 2-1 Appui en élastomère [13, 15].	16
Figure 2-2 Appui en élastomère avec noyau de plomb [13, 15].	17
Figure 2-3 (a) Constitution d'un pendule de frottement. (b) Principe du fonctionnement du pendule de frottement [13].	18
Figure 2-4. Schéma des dispositifs à rigidité négative proposés par (a) Sarlis <i>et al.</i> [17, 18] ; (b) Sun <i>et al.</i> [19].	19
Figure 2-5. Courbe force-déplacement d'un dispositif NSD [23].	19
Figure 2-6. Courbe force-déplacement (a) structure sans NSD. (b) dispositif NSD. (c) structure + dispositif NSD [23].	20
Figure 2-7. Configuration d'un système d'isolation mixte actif [11].	20
Figure 2-8. Principe du contrôle actif dans l'isolation sismique [8].	21
Figure 2-9. Principe de la méthode LQG [8].	24
Figure 2-10. Schéma d'un amortisseur à orifice variable [8].	29
Figure 2-11. Force d'un amortisseur semi-actif pour une commande saturée [46].	30
Figure 2-12. Schéma d'un amortisseur à fluide contrôlable [8].	31
Figure 2-13. Amortisseur magnéto-rhéologique [8].	31
Figure 2-14. Modèle simple de l'amortisseur MR proposé par Spencer <i>et al.</i> [52].	32
Figure 2-15. (a) Système à rigidité variable AVS [53] ; (b) Système à rigidité variable SAIVS [54].	33
Figure 2-16. Système à frottement variable FCSB [55].	34
Figure 2-17. Système à frottement SAEMFD [56].	34
Figure 2-18. Bâtiment du laboratoire de recherche de Kajima [53].	37
Figure 2-19. (a) Bâtiment Kajima Shizuoka [64]. (b) Amortisseur hydraulique semi-actif [65, 66].	37
Figure 2-20. Bâtiment (Yo-Zemi Tower, Tokyo) sur des appuis à élastomère en combinaison avec des amortisseurs hydrauliques semi-actifs [67].	38
Figure 3-1. Système à un degré de liberté.	40
Figure 3-2. Fonction de transfert d'un système à 1 DDL.	41
Figure 3-3. Évolution des pôles du système de la Figure 3-1 en fonction du rapport k_m/c_m (« root	

locus ») [25].	42
Figure 3-4. Système à deux degrés de liberté.	43
Figure 3-5. Coefficients d'amplification de l'isolateur de relaxation par rapport à un appui en élastomère à fort amortissement.	48
Figure 3-6. Amplitude de la fonction de réponse fréquentielle de l'accélération de la base. ..	48
Figure 3-7. Signal d'Ardal. (a) Évolution temporelle. (b) Spectre en pseudo-accélération normalisée pour un taux d'amortissement de 2%.	50
Figure 3-8. Spectres de plancher normalisés de la base (amortissement 2%) pour le signal d'Ardal.	50
Figure 3-9. Spectres en pseudo-accélération normalisés des signaux de Tohoku et de Cadarache, pour un taux d'amortissement de 2%.	51
Figure 3-10. Spectres de plancher normalisés, moyens des quatre signaux, pour un taux d'amortissement de 2%.	51
Figure 3-11. Réalisation physique de l'isolateur de relaxation.	52
Figure 4-1. Modèle à 2 DDL d'une structure isolée par le système d'isolation mixte semi-actif.	54
Figure 4-2. Spectres de plancher normalisés, pour un taux d'amortissement de 2%, pour le signal d'Ardal.	58
Figure 4-3. Spectres de plancher normalisés, moyens de quatre signaux, pour un taux d'amortissement de 2%.	58
Figure 4-4. Spectres de plancher à la base normalisés pour un taux d'amortissement de 2%. (a) Amortissement passif. (b) Contrôle actif. (c) Zoom de la figure (b) sur la zone de faibles accélérations.	63
Figure 4-5. Spectres de plancher normalisés de la base (amortissement de 2%). (a) Comparaison entre le contrôle linéaire et non-linéaire optimal quand l'excitation est entièrement connue a priori. (b) Contrôle non-linéaire optimal quand l'excitation est connue dans un court intervalle de temps.	70
Figure 4-6. Influence des conditions initiales. (a) Déplacement de la base. (b) Coefficient d'amortissement de l'amortisseur semi-actif.	71
Figure 4-7. Spectres de plancher normalisés de la base (amortissement de 2%).	72
Figure 4-8. Procédure de prédiction de l'excitation sismique dans l'intervalle de temps $[t_k, t_{k+m}]$	75
Figure 4-9. Ordre du modèle AR pour le signal d'Ardal. (a) Diminution de l'erreur quadratique normalisée de prédiction avec l'augmentation de l'ordre du modèle pour l'intervalle de temps $[5.0s, 5.1s]$. (b) évolution de l'ordre du modèle en fonction du temps.	75
Figure 4-10. Moyenne de l'erreur de prédiction normalisée pour les cinq signaux considérés.	76

Figure 4-11. Comparaison entre l'excitation réelle et son estimation pour le signal d'Ardal.	77
Figure 4-12. Spectres de plancher à la base normalisés, pour un taux d'amortissement de 2%.	78
Figure 4-13. Spectres de plancher moyens de la base des quatre signaux normalisés (amortissement de 2%).	79
Figure 4-14. Solutions du problème (4.45) et du problème sans contrainte sur le déplacement de la base. (a) Déplacement de la base. (b) Coefficient d'amortissement.	81
Figure 4-15. Illustration de la méthode heuristique pour un séisme (a) riche à la fréquence d'isolation ; (b) pauvre à la fréquence d'isolation.	82
Figure 4-16. Spectres en pseudo-accélération des signaux générés à partir d'un filtre de Kanai-Tajimi (moyenne de 100 signaux) et d'un signal réel (Tohoku) pour un taux d'amortissement de 2%.	82
Figure 4-17. Amplification du déplacement maximum $x_{bg,max}$ en fonction de x_{bg}^{seuil} (moyenne de 100 signaux).	83
Figure 4-18. Spectres de plancher normalisés de la base (amortissement 2%) pour le signal de Sylmar.	84
Figure 4-19. Superstructure excitée par la composante verticale du séisme (a) Superstructure symétrique (b) Superstructure non-symétrique.	86
Figure 4-20. Modèle à 2 DDL d'une structure sismiquement isolée.	87
Figure 4-21. Amplitude de la fonction de réponse fréquentielle de l'accélération horizontale de la base pour des accélérations horizontale et verticale du sol ($\gamma = 0.6, f_b = 0.5Hz, f_s = 6Hz, \xi_s = 0.05, \beta = 0.15$).	89
Figure 4-22. Spectres de plancher de l'accélération horizontale à la base normalisée (amortissement de 2%).	90
Figure 5-1. Schéma de contrôle en boucle fermée de la méthode FB-FF combinée avec le filtre de Kalman-Bucy.	94
Figure 5-2. Schéma du contrôle en boucle fermée du contrôle NLQI combiné avec le filtre de Kalman à gain variable.	95
Figure 5-3. Spectres de plancher normalisés pour un taux d'amortissement de 2%. Pour (a) les méthodes de contrôle « clipped-optimal » et FB-FF ; (b) la méthode de contrôle NLQI.	96
Figure 5-4. Valeur absolue de l'erreur de l'estimation de la vitesse relative de la base pour les deux méthodes d'observation.	97
Figure 5-5. Réduction de modèle en vue de l'implémentation pratique du contrôle des structures [24].	98
Figure 5-6. Modèles de structures. (a) à plusieurs DDL ; (b) à 2 DDL (deux premiers modes).	99

Figure 5-7. Schéma de contrôle en boucle fermée de la structure à plusieurs DDL. (a) Contrôle FB-FF ; (b) Contrôle NLQI.....	100
Figure 5-8. Spectres de plancher à la base normalisés pour un taux d'amortissement de 2%. (a) contrôle FB-FF ; (b) contrôle NLQI.....	101
Figure 5-9. Solutions du problème (5.29) dans le cas unidimensionnel avec deux amortisseurs semi-actifs.	106
Figure 5-10. (a) Plan d'isolation ; (b) Modèle éléments finis de la superstructure ; (c) Vue en élévation [92].....	110
Figure 5-11. Répartition des amortisseurs semi-actifs à la base de la structure [93].....	111
Figure 5-12. Illustration de temps de retard.	114
Figure 5-13. Procédures d'extrapolation et d'interpolation pour le contrôle du déplacement d'un vérin en temps réel. (a) Extrapolation ;(b) Interpolation [94].....	115
Figure 5-14. Spectres de plancher normalisés, pour le signal d'Ardal, pour des intervalles de temps différents.	115
Figure 5-15. Relation entre amortissements effectifs et commandes, donnée par le modèle (5.54).	116
Figure 5-16. Illustration du temps de retard dans le cas de deux processeurs.	117
Figure 5-17. Spectres de plancher à la base normalisés pour le signal d'Ardal en tenant compte du temps de retard. (a) Contrôle FB-FF ; (b) Zoom de la figure (a) à la zone de basses fréquences (c).Contrôle NLQI.....	118
Figure 5-18. Spectres de plancher normalisés pour le signal d'Ardal (taux d'amortissement 2%).	121

Liste des tableaux

Tableau 3-1. Déplacement relatif (par rapport au sol) maximal à la base pour des signaux normalisés (m/g).....	52
Tableau 4-1. Déplacement relatif (par rapport au sol) maximal de la base pour des signaux normalisés (m/g).....	59
Tableau 4-2. Déplacement relatif (par rapport au sol) maximal à la base pour des signaux normalisés (m/g).....	79
Tableau 4-3. Déplacement relatif maximal à la base (cm).....	85
Tableau 5-1. Fréquences propres de la structure sismiquement isolée.	99
Tableau 5-2. Indicateurs de performance pour le bâtiment du benchmark [92].	113
Tableau 6-1. Champs d'application pertinents de différentes techniques. (x : bénéfique, o : adverse).	124

Chapitre 1. Introduction

Le risque sismique est un facteur important à prendre en compte lors de la réévaluation d'une installation existante ou de la conception d'une nouvelle installation nucléaire. Parmi les méthodes de protection d'une structure vis-à-vis du risque sismique, l'isolation sismique est largement étudiée et utilisée en raison de son efficacité. Le principe consiste à filtrer l'excitation sismique vue par la structure par le biais des dispositifs spécifiques comme, par exemple, des appuis en élastomère ou à frottement disposés à la base de la structure, entre la fondation et la superstructure.

Presque la totalité des appuis parasismiques ont une capacité d'isolation dans le plan horizontal seulement, tandis qu'ils sont très rigides dans la direction verticale. Le principe de l'isolation sismique pour ce type d'appuis peut être expliqué en considérant le comportement des appuis comme étant linéaire (ou linéaire équivalent en première approximation). D'une façon générale, pour une structure sur appuis, on distingue les modes à basse fréquence (modes isolés) et les autres modes (modes non-isolés). Pour des superstructures assez rigides, ce qui est le cas des bâtiments nucléaires, les modes isolés correspondent à des mouvements de la superstructure se comportant quasiment comme un corps rigide sur des appuis souples. Dans le cas tridimensionnel (3D), il s'agit des deux modes de translation horizontale et d'un mode de rotation autour de l'axe vertical. Ces trois modes, qui sont spatialement excités par les composantes sismiques horizontales, ont tous, pratiquement, la même fréquence (fréquence d'isolation) qui est très basse, en général inférieure à 0.5 Hz, correspondant ainsi à des valeurs spectrales faibles sur le spectre en pseudo-accélération de l'excitation. De l'autre côté, les modes non-isolés, dont certains peuvent avoir des fréquences dans la zone d'amplification du spectre de l'excitation, sont orthogonaux à la forme spatiale de l'excitation à cause de leur orthogonalité, par rapport à la masse, avec les modes isolés dont les déformées modales correspondent quasiment à des mouvements de corps rigide de la superstructure. Par conséquent, les modes non-isolés ne sont que faiblement excités, spatialement, par les composantes horizontales des séismes. Il faut signaler que si la superstructure est relativement souple (cas des bâtiments non nucléaires) les modes non-isolés peuvent être excités spatialement par le séisme car, dans ce cas, les déformées modales des modes isolés ne correspondent plus à des mouvements de corps rigide de la superstructure.

Dans le cas des installations industrielles et en particulier des installations nucléaires, en plus de la tenue des bâtiments au séisme il faut également, garantir le fonctionnement des équipements en cas de séisme. C'est pourquoi, dans certains cas, la méthode de l'isolation sismique est préconisée surtout en vue de diminuer les efforts vus par les équipements et moins pour diminuer les efforts dans le bâtiment. En effet, les caractéristiques modales des bâtiments isolés, avec des superstructures plutôt rigides, conduisent à des spectres de réponse horizontale de plancher très attractifs pour le dimensionnement des équipements. Idéalement, ces spectres présentent une amplification locale importante à la fréquence d'isolation mais, leurs valeurs pour les fréquences supérieures à 2 à 4 fois la fréquence d'isolation se situent sur un plateau horizontal (Figure 1-1). La valeur de ce plateau est approximativement l'accélération maximale d'un corps rigide supporté par les appuis parasismiques. Cette forme des spectres de plancher

montre que la sollicitation des équipements, pour des fréquences supérieures à environ deux fois la fréquence d'isolation, est diminuée de façon significative, simplifiant, ainsi, le dimensionnement et le calcul des équipements.

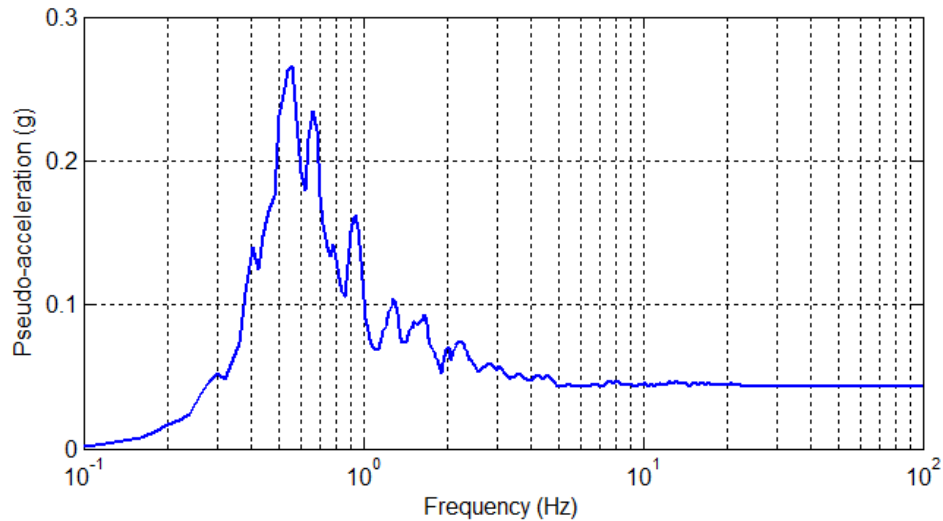


Figure 1-1. Spectre de plancher idéal.

Bien que la forme des spectres de plancher idéale, présentée ci-dessus, soit une bonne approximation des spectres de plancher réels, dans certains cas, une amplification des modes non-isolés peut se produire modifiant cette forme idéale et limitant l'effet bénéfique de l'isolation sismique. La Figure 1-2 illustre une manifestation de ce phénomène pour les spectres de plancher du réacteur expérimental ITER [1, 2].

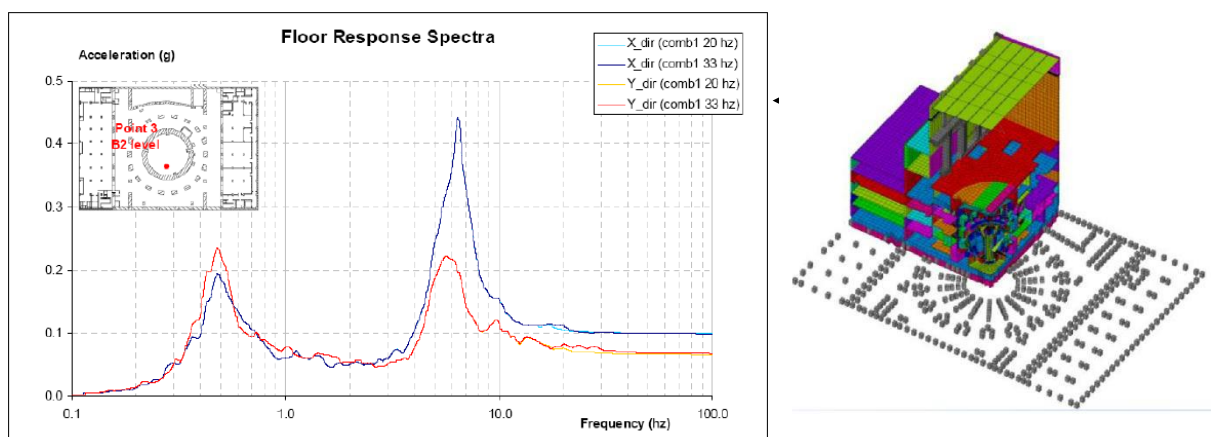


Figure 1-2. Spectres de réponse horizontale de plancher du réacteur expérimental ITER [1, 2].

On y voit clairement qu'en plus du pic à la fréquence d'isolation, à 0.5 Hz, un deuxième pic apparaît au voisinage de 6-7 Hz. Dans le cas de superstructures relativement rigides les raisons de l'amplification des modes supérieurs peuvent provenir :

- d'une dissipation d'énergie importante à la base, due, par exemple, à l'ajout de dispositifs dissipatifs tels que des amortisseurs visqueux linéaires ou non-linéaires, dispositifs élastoplastiques, dispositifs de frottement etc. [3, 4] ;
- d'une excitation de rotation (« rocking ») à la base due à des ondes sismiques à incidence non verticale (ondes de volumes inclinées ou ondes de surfaces) ou, dans le cas d'une fondation enfouie, la diffraction des ondes provoquée par l'excavation, même si les ondes se propagent verticalement [5] ;
- du couplage entre l'excitation verticale et la réponse horizontale dans le cas des superstructures non-symétriques [2, 6].

Cette amplification indésirable de la réponse des modes non-isolés peut être une source de sollicitation importante des équipements et donc conduit les ingénieurs à étudier de nouveaux systèmes d'isolation sismique qui pourraient améliorer la performance des appuis parasismiques classiques. D'après Politopoulos et Pham [7, 8], les systèmes d'isolation mixtes, qui combinent des appuis parasismiques avec des actionneurs ou avec des dispositifs semi-actifs, situés à la base de la structure isolée, peuvent remédier à ce genre de problème. Ces systèmes d'isolation mixtes font partie de la branche, plus générique, du contrôle actif et semi-actif des structures.

Les systèmes de contrôle actif utilisent un ensemble d'actionneurs qui agit sur la structure en suivant une loi de commande dont l'entrée sont des mesures de la réponse fournies par des capteurs installés à des endroits stratégiques de la structure et/ou des références liées à l'environnement externe (par exemple la mesure de l'excitation). L'intérêt des systèmes de contrôle actif réside dans leur performance qui est supérieure à celle des systèmes passifs. Néanmoins, pour le contrôle d'un bâtiment, le besoin élevé en puissance à fournir pour le fonctionnement des actionneurs soulève des questions quant à la faisabilité et la fiabilité de ce type de systèmes de contrôle. Pour cette raison, à notre connaissance, il n'y a pas d'application du contrôle actif dans l'isolation sismique, réalisée ou en cours de projet, pour des bâtiments réels. Il serait plus réaliste d'envisager l'application de ce type de méthode à des équipements ou des sous-structures plus légères qui nécessitent une demande de puissance plus faible.

Les systèmes de contrôle utilisant des dispositifs semi-actifs suscitent beaucoup d'intérêt ces dernières années car ils peuvent éviter certains inconvénients des systèmes de contrôle actif et passif. En effet, en changeant les caractéristiques des dispositifs semi-actifs en temps réel, on modifie les caractéristiques vibratoires de l'ensemble, par exemple, l'amortissement ou la rigidité alors que la consommation d'énergie pour seulement ajuster les paramètres des dispositifs semi-actifs est relativement faible. Par ailleurs, les dispositifs semi-actifs fonctionnent comme des dispositifs passifs dans des situations extrêmes, si la source d'énergie nécessaire pour leur fonctionnement tombe en panne.

Un maillon important dans la chaîne du contrôle semi-actif est l'algorithme de contrôle qui répond à la question : comment les variables de contrôle du dispositif semi-actif (par exemple le courant électrique dans le cas d'un amortisseur magnéto-rhéologique), doivent-elles varier pour que la réponse de la structure contrôlée satisfasse à certains critères ? À titre d'exemple, dans [7, 9, 10, 11, 12], l'algorithme de contrôle « clipped-optimal » est appliqué à un système d'isolation mixte qui combine un appui en élastomère à faible amortissement avec un

amortisseur semi-actif visqueux. Le contrôleur « clipped-optimal » est une extrapolation d'un contrôleur actif, basé sur la méthode de contrôle actif optimal linéaire (« Linear Quadratic Regulator – LQR »). À chaque instant, une prédiction de la force de contrôle, u_p , est calculée avec LQR et ensuite, les propriétés du dispositif semi-actif sont ajustées de sorte que la force générée par le dispositif semi-actif, u , soit la plus proche possible de la force u_p . Les résultats dans [7, 9, 10, 11, 12] ont démontré l'efficacité du contrôle « clipped-optimal ». Cependant, l'un des inconvénients du contrôle actif LQR est qu'il se base seulement sur la réponse de la structure sans tenir compte de l'excitation. L'objectif principal de cette thèse est d'étudier des solutions de contrôle semi-actif pour l'isolation sismique mixte, qui seraient plus efficaces que la méthode dans [7] pour éviter l'amplification de la réponse des modes non-isolés. Pour ce faire, nous allons mettre l'accent sur des algorithmes de contrôle semi-actif qui tiennent compte, pas seulement de la réponse de la structure, mais également, des caractéristiques de l'excitation sismique ainsi que des limitations physiques du dispositif semi-actif. Par ailleurs, étant donné que les systèmes de contrôle passif sont préférés, pour des questions de fiabilité et de simplicité, aux systèmes de contrôle actif et semi-actif, une nouvelle combinaison de dispositifs passifs sera également proposée.

Cette thèse est composée de six chapitres. Après une introduction, le chapitre 2 présente une revue générale des états de l'art et de la pratique de l'isolation sismique et du contrôle des structures. Dans les chapitres 3 et 4, on propose de nouvelles méthodes de contrôle passif et semi-actif pour remédier, principalement, aux inconvénients d'un fort amortissement au niveau des isolateurs. Dans le chapitre 4, nous étudions également, l'efficacité des méthodes de contrôle proposées dans le cas où l'amplification de la réponse des modes non-isolés est due au couplage entre l'excitation verticale et la réponse horizontale. Pour se rapprocher d'une implémentation réelle du contrôle semi-actif, dans le chapitre 5, quelques aspects pratiques sont abordés. Il s'agit des effets de débordement, du contrôle de plusieurs dispositifs semi-actifs, de l'observation des variables d'état et des effets du temps de retard. Enfin, le chapitre 6 présente les conclusions et perspectives de ce travail.

Chapitre 2. États de l'art et de la pratique

Dans ce chapitre, une revue de l'état de l'art sur les systèmes de contrôle passif, actif et semi-actif pour l'isolation sismique est présentée.

Plusieurs systèmes d'isolation sismique passifs, par exemple les appuis en élastomère ou à frottement, sont commercialisés et largement utilisés grâce à leur simplicité, fiabilité et efficacité. Une revue et l'histoire de ces systèmes sont présentées, entre autres, par Soong et Constantinou [13], Kelly [14], Naeim [15] et Warn et Ryan [16]. Des dispositifs passifs spécifiques, par exemple les dispositifs à rigidité négative [17, 18, 19], qui sont éventuellement combinés avec des systèmes de contrôle passif pour l'isolation sismique, peuvent être également, envisagés. Certains de ces systèmes sont présentés dans 2.1.

Malgré quelques applications, très peu nombreuses, le contrôle actif/semi-actif des structures sismiquement isolées est plutôt du ressort de la recherche. Dans la section 2.2, le système d'isolation mixte actif et des algorithmes de contrôle actif, qui permettent de déterminer l'action de contrôle en se basant sur la réponse de la structure sont présentés. Dans la section 2.3, nous allons discuter de certains dispositifs semi-actifs, ainsi que des algorithmes de contrôle semi-actif.

2.1 Systèmes d'isolation sismique passifs

L'idée de l'isolation sismique à la base (introduire de la flexibilité autorisant un déplacement relatif important de la structure par rapport à sa fondation au lieu de renforcer les structures pour résister aux séismes) a été proposée il y a au moins un siècle. Les premières tentatives d'isolation sismique ont été réalisées dans les années 1920 [14]. Ici, sans prétendre à une revue exhaustive, nous allons présenter quelques dispositifs qui sont actuellement appliqués dans la pratique.

2.1.1 Isolation par appuis en élastomère

Les appuis en élastomère fretté ont été utilisés pour la première fois en Macédoine en 1969 [15]. Situés entre le support et la structure, ces appuis sont très rigides dans la direction verticale mais souples dans les directions horizontales (la rigidité verticale est environ 400-1000 fois la rigidité horizontale). Vis-à-vis des composantes horizontales du séisme, les appuis fonctionnent comme un filtre passe-bas. Leur gamme de fréquences se situe entre 0.3 Hz et 1 Hz. La fonction des appuis est donc d'isoler la superstructure de la composante horizontale du mouvement de sol, qui est, en général, la composante avec le plus grand potentiel d'endommagement. La composante verticale, en théorie, devrait être transmise à la superstructure telle quelle. Néanmoins, en pratique, à cause de l'inévitable souplesse des appuis, une amplification de la réponse verticale peut être observée dans la direction verticale. Grâce à leur longévité, fiabilité et résistance aux facteurs environnementaux les appuis en élastomère ont gagné la confiance des concepteurs. C'est pourquoi, beaucoup de bâtiments en Europe, aux États-Unis et au Japon ont été construits sur des appuis en élastomère.

Trois types d'appuis en élastomère sont couramment rencontrés : les appuis en élastomère à faible amortissement (LDRB - Low Damping Rubber Bearings), les appuis en élastomère à

fort amortissement (HDRB - Hight Damping Rubber Bearings) et les appuis en élastomère avec noyau de plomb (LRB - Lead plug Rubber Bearings) (Figure 2-2).

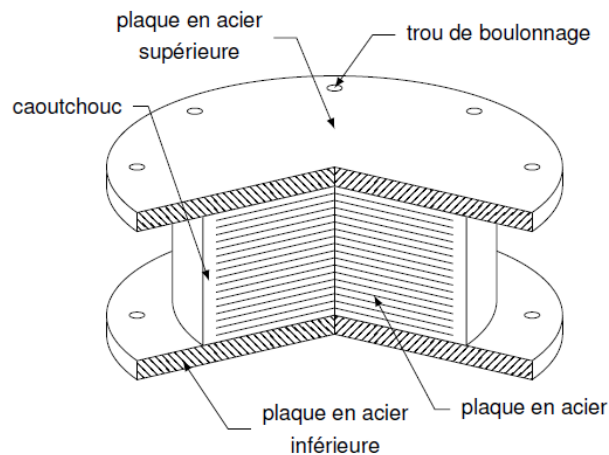


Figure 2-1 Appui en élastomère [13, 15].

Les appuis à faible amortissement (LDRB) sont constitués de fines couches de caoutchouc naturel ou de néoprène qui sont vulcanisées et liées à des plaques en acier (Figure 2-1). Une couverture en caoutchouc entoure et protège l'ensemble de couches de caoutchouc et de plaques en acier situées à l'intérieur contre la dégradation de l'environnement. Ils possèdent un amortissement faible, équivalent à un taux d'amortissement critique d'environ 2-5%. À cause de leur faible amortissement leur déformation peut être importante conduisant à des phénomènes d'instabilité. Pour limiter leur déformation ils sont souvent utilisés en parallèle avec des systèmes de dissipation supplémentaires.

Les appuis à fort amortissement (HDRB) ont une constitution similaire à celle des appuis précédents mais leur capacité dissipative est plus élevée grâce à une composition spécifique du caoutchouc qui intègre, par exemple, des additifs de type résine ou huile. Leur amortissement équivalent est de 10% à 20%. Permettant une meilleure maîtrise des déplacements de la base sans ajouter des systèmes supplémentaires, les HDRB ont été appliqués pour la première fois aux États-Unis en 1986. Néanmoins leur comportement est fortement non-linéaire est plus compliqué à modéliser que celui des LDRB. Actuellement, ils sont largement utilisés aux États-Unis, au Japon et en Italie.

Appuis en élastomère avec noyau de plomb (LRB) : un développement considérable sur l'isolation sismique par appuis en élastomère a été réalisé en Nouvelle-Zélande en 1975 [14, 15]. Il a donné naissance à des appuis en élastomère avec noyau de plomb qui sont des LDRB avec un ou plusieurs trous préformés. Des noyaux de plomb sont ensuite insérés dans ces trous. Les noyaux de plomb produisent une augmentation de la dissipation d'énergie grâce à leur plastification. Pour de faibles sollicitations, le plomb reste dans le domaine élastique et, par conséquent, les appuis LRB sont plus rigides que les LDRB.

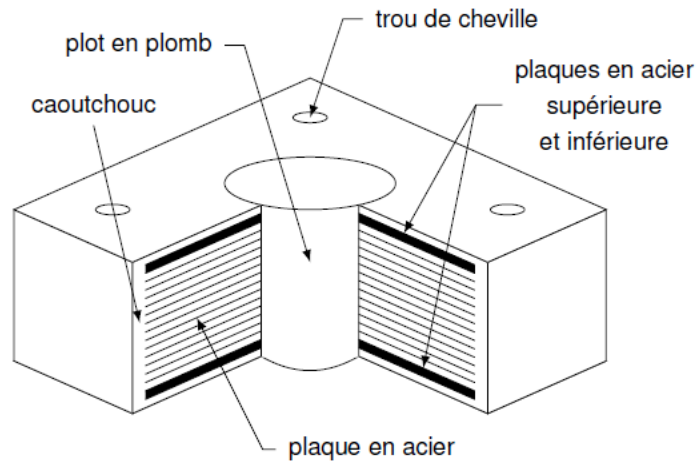


Figure 2-2 Appui en élastomère avec noyau de plomb [13, 15].

2.1.2 Isolation par glissement

Les appuis à frottement représentent une autre technique d'isolation sismique. Ces appuis supportent le poids de la structure par un support qui repose sur une interface glissante. En général, ils sont fabriqués avec des matériaux à faible coefficient de frottement. La plupart utilisent le polytétrafluoroéthylène (PTFE) et l'acier inoxydable comme matériaux d'interface [16]. Quand l'excitation horizontale est supérieure à la force de frottement statique, il y a glissement entre la structure et son support. Ce phénomène limite la transmission de la force horizontale à travers l'interface de glissement, ce qui produit l'effet d'isolation. Néanmoins, les appuis à frottement ont besoin d'une force de rappel pour limiter le déplacement résiduel de la structure après séisme. Cette force de recentrage peut être réalisée par un dispositif élastique supplémentaire ou bien par la géométrie de l'appui comme c'est le cas pour les pendules de frottement (FPS - Friction Pendulum System) (Figure 2-3).

Un pendule de frottement est composé d'une surface sphérique concave en acier inoxydable sur laquelle glisse un patin articulé dont la surface est recouverte d'un métal à faible coefficient de frottement ou de PTFE. Le patin est relié à la structure par des plaques d'ancrage et supporte la charge verticale. La force de rappel est générée grâce au poids propre quand la structure « monte » le long de la surface sphérique, alors que l'énergie est dissipée par frottement.

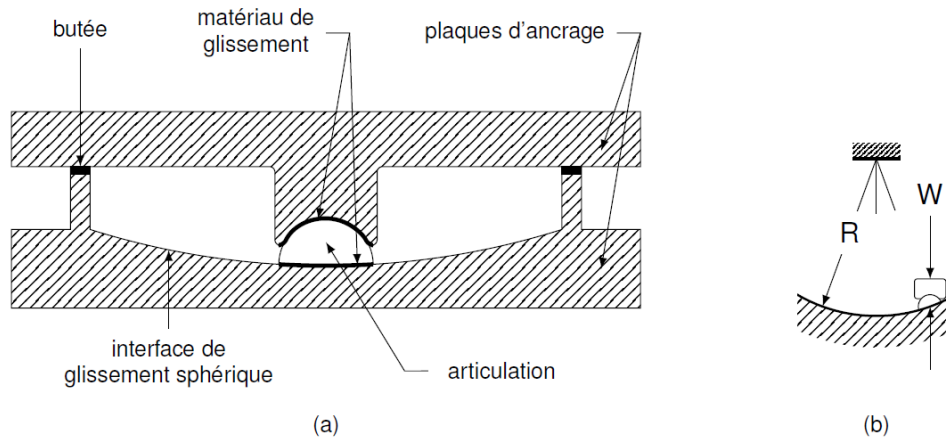


Figure 2-3 (a) Constitution d'un pendule de frottement. (b) Principe du fonctionnement du pendule de frottement [13].

2.1.3 Dispositifs à rigidité négative NSD (« Negative Stiffness Devices »)

La philosophie de la conception parasismique moderne (du moins pour les structures hors nucléaire) consiste à ne pas demander aux bâtiments de résister de façon élastique à des événements majeurs. Les structures sont dimensionnées pour des efforts inférieurs, en acceptant leur excursion dans le domaine post-élastique et un certain niveau de dommage. En s'inspirant de cette philosophie, une méthode de réduction de la résistance a été présentée par Reinhorn *et al.* [20] et Viti *et al.* [21]. Il s'agit de diminuer la résistance du bâtiment en déconnectant ou en affaiblissant quelques éléments structuraux et d'ajouter des amortisseurs supplémentaires pour éviter des déplacements excessifs. Les auteurs ont montré que cette technique permet de diminuer à la fois les déplacements et les accélérations (ce qui peut avoir un effet bénéfique pour les équipements) de la structure.

Néanmoins, l'excursion dans le domaine post-élastique, même limitée par les amortisseurs, peut induire des dommages ainsi que des déformations permanentes. Pour éviter cet inconvénient, la diminution de la résistance peut être obtenue non pas par la non-linéarité matérielle des éléments structuraux mais en ajoutant des dispositifs à rigidité négative NSD (« Negative Stiffness Devices ») [17, 18, 19, 22, 23]. Un dispositif NSD est capable de créer des forces dans le sens du mouvement au lieu de s'y opposer. Les dispositifs NSD proposés par Sarlis *et al.* [17, 18] et Sun *et al.* [19] sont présentés dans la Figure 2-4. Ils ont des ressorts pré-comprimés qui peuvent développer des forces dans la direction du mouvement à l'aide d'une plaque pivotante (Figure 2-4a) ou d'une surface courbe (Figure 2-4b). L'évolution de la force en fonction du déplacement de ces dispositifs NSD est illustrée dans la Figure 2-5. La rigidité du dispositif est nulle ou faiblement positive pour assurer une quantité de rigidité positive raisonnable du système « structure-dispositif » tant que les déplacements restent petits, inférieurs à une limite u'_y (segment 0-1). Cela permet au système de satisfaire aux exigences de fonctionnement, par exemple, limiter les déplacements sous l'action du vent. Au-delà de u'_y , le dispositif NSD produit une rigidité négative (segment 1-2 et 2-3). Quand le déplacement continue à augmenter (au-delà de u_2), l'amplitude de la force diminue. C'est-à-dire que dans le cas des sollicitations très fortes, la rigidité augmente voire devient positive (segment 3-4-5)

pour assurer la stabilité du système.

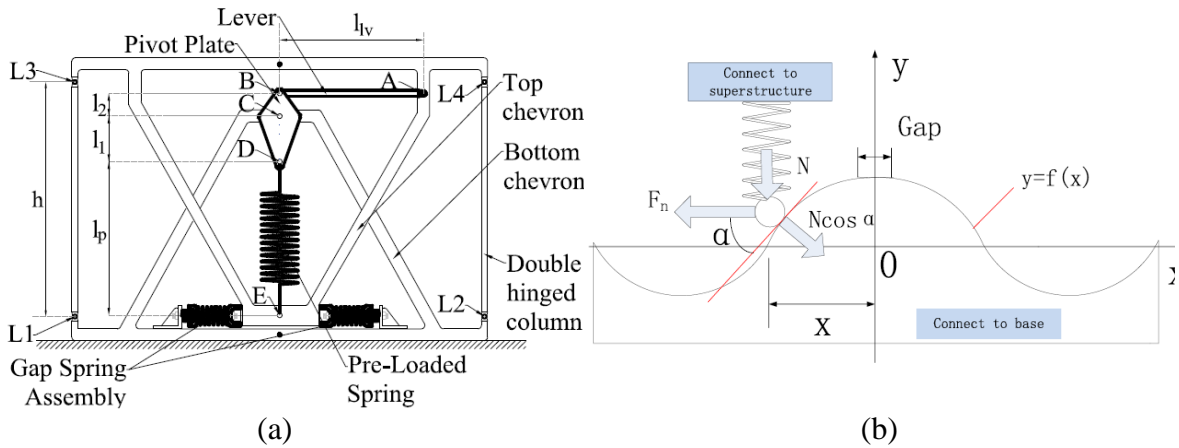


Figure 2-4. Schéma des dispositifs à rigidité négative proposés par (a) Sarlis *et al.* [17, 18] ; (b) Sun *et al.* [19].

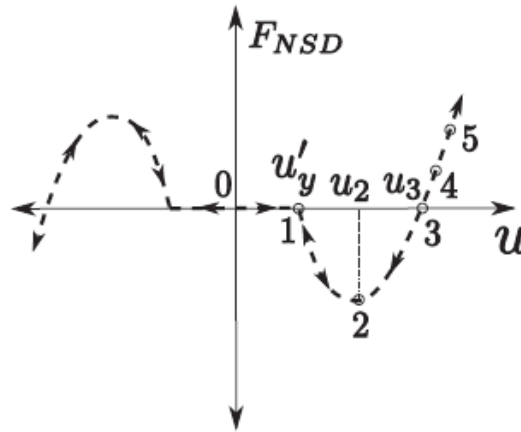


Figure 2-5. Courbe force-déplacement d'un dispositif NSD [23].

Du fait de la diminution de la rigidité, le système « structure-dispositif » se comporte comme ayant une limite d'élasticité plus faible tandis que la structure reste quasiment élastique sans déformation permanente. La Figure 2-6c présente la relation force-déplacement d'un système doté d'un dispositif NSD. On constate que la limite de linéarité est diminuée de F_y à F_{sl} et que la rigidité du système « structure-dispositif NSD » est diminuée pour les déplacements compris entre u'_y et u_3 . Par conséquent, une réduction de la force est obtenue mais au prix d'une augmentation du déplacement. Afin de limiter le déplacement, on peut envisager de combiner les dispositifs NSD avec des amortisseurs supplémentaires.

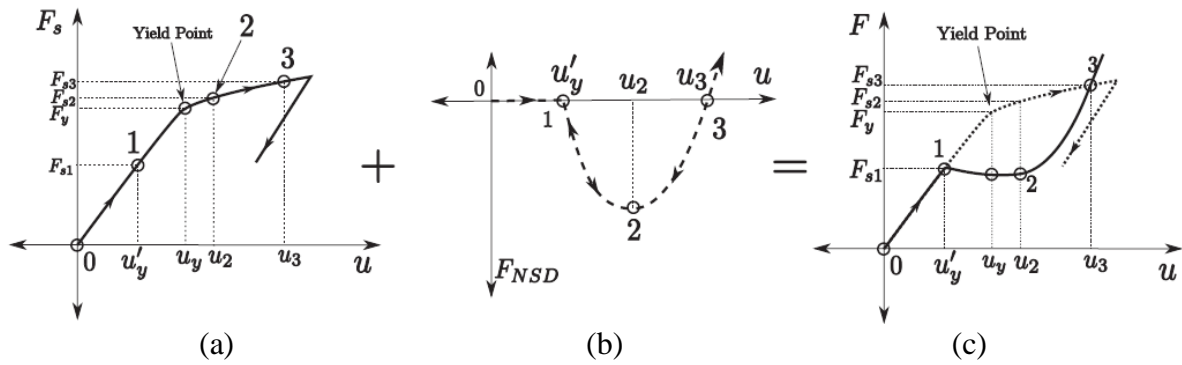


Figure 2-6. Courbe force-déplacement (a) structure sans NSD. (b) dispositif NSD. (c) structure + dispositif NSD [23].

2.2 Contrôle actif de structures

En ce qui concerne le contrôle vibratoire, en général, plusieurs mécanismes de contrôle actif sont envisagés comme, par exemple, des diagonales actives (« active braces » ou « active tendons ») [24], et des amortisseurs actifs à masse accordée (« active tuned mass dampers ») [25]. Comme déjà mentionné, le contrôle actif peut difficilement être envisagé comme une solution fiable et réaliste de protection parasismique des bâtiments en raison de la quantité de puissance nécessaire pour le fonctionnement des actionneurs et du risque de perdre la source de puissance lors d'un séisme majeur. Néanmoins, ici, nous allons nous intéresser aux systèmes de contrôle actif comme un préambule aux systèmes de contrôle semi-actif. Nous nous intéressons aux systèmes d'isolation mixtes combinant des appuis passifs et des actionneurs se situant entre la fondation et la superstructure. Ces systèmes peuvent appliquer des forces seulement à la base (second radier) comme représenté schématiquement sur la Figure 2-7.

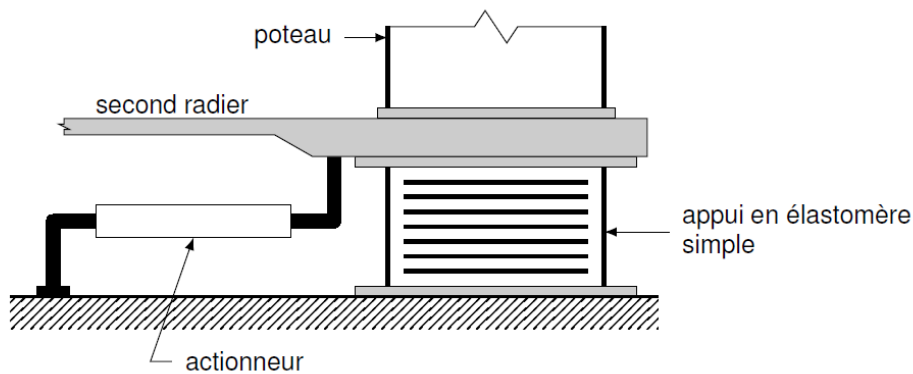


Figure 2-7. Configuration d'un système d'isolation mixte actif [11].

La Figure 2-8 présente le principe d'un système actif de type « feedback ». Les mesures fournies par les capteurs sont traitées par un système de contrôle (contrôleur) qui, ensuite, envoie à l'actionneur un signal capable de modifier la réponse de la structure, l'adaptant à un comportement requis.

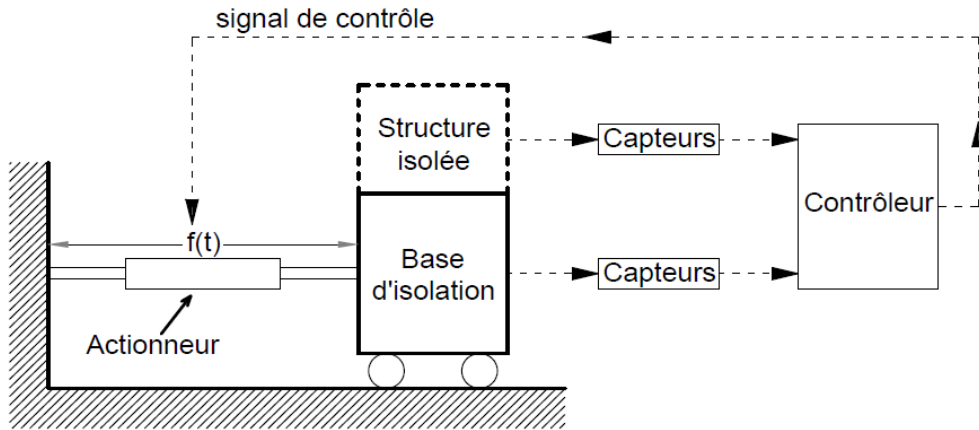


Figure 2-8. Principe du contrôle actif dans l'isolation sismique [8].

Un maillon important dans la chaîne du contrôle actif est l'algorithme de contrôle. Par la suite nous présentons certains des algorithmes utilisés dans des travaux antérieurs.

2.2.1 Contrôle LQR (« Linear Quadratic Regulator »)

Comme exemple d'algorithmes basés sur la théorie du contrôle linéaire optimal, on peut citer la méthode LQR [26, 27]. Il s'agit du contrôle optimal d'un système linéaire qui est déterminé de sorte qu'un critère quadratique, fonction de la réponse de la structure et de la variable de contrôle soit minimisé. Étant donné un système linéaire représenté dans l'espace des variables d'état x , le problème du contrôle optimal s'écrit :

$$\text{Minimiser } J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} (x^T Q x + u^T R u) dt + x(t_f)^T S x(t_f) \quad (2.1)$$

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Ew(t); \quad x(t_0) = x_0$$

où A est la matrice représentant la dynamique du système et B , E sont les matrices indiquant respectivement l'influence de la variable de contrôle, u et de l'excitation externe, w , S et Q sont des matrices définies semi-positives et R est une matrice définie positive. Ces matrices de pondération sont choisies en fonction de l'importance relative que l'on souhaite attribuer aux différents termes de J . Ils déterminent le compromis entre le contrôle de la réponse et l'effort de contrôle. Une matrice Q dont la norme est grande signifie que l'on souhaite que le vecteur des variables d'état reste près de l'origine, alors qu'une matrice R dont la norme est grande tend à limiter l'amplitude de la variable de contrôle [24].

Ce paragraphe résume les principaux résultats de la résolution du problème de contrôle linéaire quadratique optimal, sans démonstration mathématique.

Dans le cas d'un système autonome ($w = 0$), la solution du problème (2.1) s'écrit sous la forme d'un « feedback » dépendant linéairement des variables d'état :

$$u(t) = -K(t)x(t) \quad (2.2)$$

où la matrice de gain est $K(t) = R^{-1}B^T P(t)$, $P(t)$ étant la solution de l'équation de Riccati :

$$\begin{aligned} -\dot{P}(t) &= P(t)A + A^T P(t) - P(t)BR^{-1}B^T P(t) + Q \\ P(t_f) &= S \end{aligned} \quad (2.3)$$

La solution de l'équation de Riccati montre qu'à l'exception d'une phase transitoire à la fin de la durée, t_f , la matrice $P(t)$ tend vers la solution stationnaire \bar{P} de l'équation algébrique de Riccati :

$$0 = \bar{P}A + A^T \bar{P} - \bar{P}BR^{-1}B^T \bar{P} + Q \quad (2.4)$$

Dans la pratique, si la durée $[t_0, t_f]$ est suffisamment longue, la solution stationnaire \bar{P} peut être utilisée. Par ailleurs, si la matrice S est choisie comme $S = \bar{P}$, il n'y aura pas de phase transitoire et $P(t) = \bar{P}$. La commande s'écrit :

$$u(t) = -\bar{K}x(t) \quad (2.5)$$

où la matrice de gain est

$$\bar{K} = R^{-1}B^T \bar{P} \quad (2.6)$$

Dans le cas où l'excitation est un bruit blanc de moyenne nulle, l'espérance et la covariance de l'excitation s'écrivent :

$$E[w(t)] = 0, \quad E[w(t_1)w(t_2)] = R_w(t_1 - t_2) = W_1 \delta(t_1 - t_2) \quad (2.7)$$

où $\delta(t)$ est la fonction de Dirac et W_1 est la densité spectrale de puissance. La même loi de contrôle par « feedback » que (2.5) est obtenue en minimisant le critère J appliqué, cette fois-ci, sur les grandeurs moyennes :

$$J = \frac{1}{2} E[x^T Qx + u^T Ru] \quad (2.8)$$

La loi de contrôle linéaire quadratique optimal est utilisée en pratique dans la plupart des applications du contrôle optimal. Dans le cas du contrôle sismique des structures, malgré la présence de l'excitation sismique, qui est loin d'être un bruit blanc, plusieurs études [3, 7, 8, 24] ont montré l'efficacité de la méthode LQR en général et pour atténuer l'amplification des modes non-isolés en particulier. Néanmoins, la méthode LQR nécessite la connaissance de toutes les variables d'état. Ceci est souvent impossible, ce qui nous ramène à l'utilisation d'observateurs pour estimer toutes les variables d'état. La variable de contrôle est ensuite déterminée à partir des variables d'état estimées. La combinaison de la méthode LQR avec l'observateur de Kalman-Bucy [28] aboutit à la méthode LQG (« Linear Quadratic Gaussian »).

2.2.2 Contrôle LQG (« Linear Quadratic Gaussian ») [26]

2.2.2.1 Filtre de Kalman-Bucy [28]

De façon générale, un observateur a pour but d'estimer toutes les variables d'état du système quand elles ne sont pas accessibles soit parce qu'elles ne sont pas mesurées soit parce que leurs mesures sont polluées avec du bruit. Un observateur couramment utilisé est le filtre de Kalman-Bucy qui est un observateur stochastique, à utiliser, en toute rigueur, dans le cas des systèmes dont l'excitation et les bruits des mesures peuvent être assimilés à des bruits blancs Gaussiens. Considérons le système à contrôler suivant :

$$\dot{x} = Ax + Bu + Ew \quad (2.9)$$

$$y = Cx + Du + v \quad (2.10)$$

où y est le vecteur des variables mesurées ; C et D sont des matrices reliant les variables d'état et les variables de contrôle avec les variables mesurées ; v est le vecteur de bruit de mesure.

On suppose que l'excitation, w et les bruits des mesures, v , sont des bruits blancs de moyenne nulle :

$$E\{w(t)\} = 0, \quad E\{v(t)\} = 0 \quad (2.11)$$

Leurs matrices de covariance R_w , R_v , R_{wv} , sont définies comme suit :

$$\begin{aligned} E\{w(t)w^T(t+\tau)\} &= R_w \delta(\tau) \\ E\{v(t)v^T(t+\tau)\} &= R_v \delta(\tau) \\ E\{w(t)v^T(t+\tau)\} &= 0 \end{aligned} \quad (2.12)$$

où δ désigne la distribution de Dirac. La dernière condition exprime qu'il n'y a pas de corrélation entre les bruits de mesure et d'excitation.

Un observateur linéaire, qui permet de construire une estimation, \hat{x} , des variables d'état du système, x , à partir des mesures, est un modèle du système sans terme d'excitation avec un retour de signal proportionnel à l'écart entre les variables de sortie mesurées et celles données par le modèle :

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + K_{obs}(y - C\hat{x} - Du) \quad (2.13)$$

où K_{obs} est le gain de l'observateur. Notons $e = x - \hat{x}$ l'erreur de l'estimation. En remplaçant y dans (2.13) par (2.10) et après soustraction de (2.9) de (2.13) :

$$\dot{e} = (A - K_{obs}C)e + Ew - K_{obs}v \quad (2.14)$$

Le choix de K_{obs} est un compromis entre le taux de décroissance de l'erreur (gouverné par les valeurs propres de $A - K_{obs}C$) et la sensibilité aux bruits de mesures due au terme $K_{obs}v$ Kalman

et Bucy [28] ont montré que le gain optimal minimisant l'espérance $E\left\{\left(a^T e\right)^2\right\}=a^T E\left\{e e^T\right\} a$, pour n'importe quel vecteur a est :

$$K_{obs} = PC^T R_v^{-1} \quad (2.15)$$

où P est la solution de l'équation algébrique de Riccati :

$$AP + PA^T - PC^T R_v^{-1} CP + ER_w E^T = 0 \quad (2.16)$$

2.2.2.2 Contrôle LQG

La méthode LQG combine la méthode LQR avec le filtre de Kalman-Bucy. En toute rigueur, elle fournit la solution optimale si le bruit des mesures ainsi que la perturbation des entrées (excitation) sont des bruits blancs Gaussiens. La Figure 2-9 présente le schéma de principe de la méthode LQG.

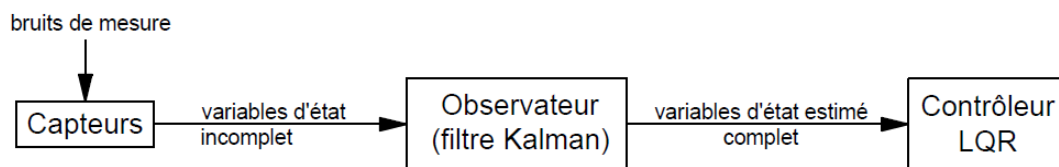


Figure 2-9. Principe de la méthode LQG [8].

Toutes les variables d'état, même celles qui ne sont pas directement mesurées ou dont les mesures sont polluées par du bruit, sont reconstruites à l'aide du filtre de Kalman-Bucy. Ensuite, la méthode LQR est utilisée pour calculer les variables de contrôle à partir des variables d'état estimées :

$$u(t) = -\bar{K}\hat{x}(t) \quad (2.17)$$

où la matrice de gain, \bar{K} , est déterminée par les équations (2.4) et (2.5).

2.2.3 Versions « enrichies » du contrôle LQR

Comme déjà mentionné, le contrôle LQR et le contrôle LQG sont établis pour un système autonome ou pour un système excité par un bruit blanc tandis qu'une excitation sismique est loin d'être nulle ou un bruit blanc. En ce qui concerne le contrôle sismique, malgré leur efficacité, ces méthodes sont sous optimales. Pour cette raison, Suhardjo *et al.* [29] et Yamada et Kobori [30] proposent d'améliorer le contrôle linéaire optimal classique en prenant en compte des caractéristiques de l'excitation sismique dans la synthèse du contrôleur.

2.2.3.1 Contrôle « feedback-feedforward » proposé par Suhardjo *et al.* [29]

Suhardjo *et al.* [29] ont considéré un modèle classique de l'excitation sismique qui consiste à filtrer un bruit blanc gaussien avec un filtre de Kanaï-Tajimi [31, 32]. En effet, l'accélération

de sol, $w(t) = \ddot{z}_g(t)$, s'écrit comme sortie du système suivant :

$$\begin{aligned}\dot{x}_s(t) &= A_s x_s(t) + E_s \psi(t) \\ w(t) &= D_s(t) x_s(t)\end{aligned}\tag{2.18}$$

où x_s est la variable d'état du modèle de l'excitation ; ψ est un bruit blanc gaussien ; $A_s = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\omega_g^2 & -2\xi_g \omega_g \end{bmatrix}$, $E_s = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ et $D_s(t) = d_s(t) \begin{bmatrix} -\omega_g^2 & -2\xi_g \omega_g \end{bmatrix}$ sont des matrices qui déterminent le modèle de l'excitation avec ξ_g et ω_g des paramètres dépendant des propriétés géologiques et sismologiques du site ; $d_s(t)$ est une fonction dépendant du temps pour tenir compte de la nature transitoire du séisme.

Ensuite, un modèle composé du modèle de la structure (2.9) et de celui de l'excitation sismique (2.18), est considéré :

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{x}} &= \tilde{A}(t) \tilde{x} + \tilde{B}u + \tilde{E}\psi \\ &= \begin{bmatrix} A & ED_s(t) \\ 0 & A_s \end{bmatrix} \tilde{x} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ E_s \end{bmatrix} \psi\end{aligned}\tag{2.19}$$

où $\tilde{x} = \begin{bmatrix} x^T & x_s^T \end{bmatrix}^T$ sont les variables d'état du modèle augmenté. Ce modèle augmenté, excité par un bruit blanc, ψ , remplit les conditions d'optimalité du contrôle LQR. Donc, l'action de contrôle peut être écrite sous la forme d'une combinaison linéaire de la réponse de la structure et de la variable d'état du modèle de l'excitation :

$$u(t) = -\tilde{K}(t) \tilde{x}(t) = -K_1(t) x(t) - K_2(t) x_s(t)\tag{2.20}$$

où $\tilde{K}(t) = \begin{bmatrix} K_1(t) & K_2(t) \end{bmatrix}$ est le gain de contrôle, dépendant du temps, calculé à l'aide de l'équation différentielle de Riccati. En ce qui concerne l'état du modèle de l'excitation, x_s , il peut être déterminé à l'aide d'un observateur utilisant comme variable mesurée l'accélération sismique de sol.

Des simulations numériques, présentées par les auteurs, montrent que l'efficacité du contrôle « feedback-feedforward » est légèrement supérieure à celle de LQR. Néanmoins, dans la pratique, il est impossible de déterminer un modèle fiable de l'excitation avec un filtre de Kanai-Tajimi même si des données géologiques et sismologiques sont disponibles. Pour remédier à cet inconvénient, Yamada et Kobori [30] ont proposé un modèle autorégressif comme modèle de l'excitation.

2.2.3.2 Contrôle LQR-AR « Linear Quadratic Regulator - Autoregressive » [30]

Nous allons considérer la représentation sous forme discrète dans l'espace des variables d'état de la structure :

$$x(k+1) = A_d x(k) + B_d u(k) + E_d w(k) \quad (2.21)$$

Les matrices A_d , B_d et E_d sont déterminées à partir des matrices A , B , E et dépendent du schéma d'intégration. Si nous utilisons la méthode d'Euler explicite, nous obtiendrons :

$$A_d = I + \Delta t A, \quad B_d = \Delta t B, \quad E_d = \Delta t E \quad (2.22)$$

L'excitation sismique est déterminée à partir d'un modèle autorégressif (AR). À l'instant $t_k = k\Delta t$ la valeur de l'accélération du sol, $w(k)$, est décrite par une combinaison linéaire de ses valeurs passées avec une erreur $e(k)$:

$$w(k) = a_1(k)w(k-1) + a_2(k)w(k-2) + \dots + a_p(k)w(k-p) + e_k = \sum_{i=1}^p a_i(k)w(k-i) + e(k) \quad (2.23)$$

où p est l'ordre du modèle et $\{a_1(k), a_2(k), \dots, a_p(k)\}$ sont des coefficients du modèle qui peuvent être identifiés par la méthode des moindres carrés (Yule-Walker [33], Burg [34]). Il faut signaler qu'en général, les coefficients du modèle doivent être recalculés à chaque instant. Le modèle de l'excitation est, donc, dépendant du temps. En définissant le vecteur $x_s(k) = [w(k-p), w(k-p+1), \dots, w(k-1)]^T$, le modèle AR de l'excitation est écrit sous la forme :

$$\begin{aligned} x_s(k+1) &= A_s(k)x_s(k) + E_s e(k) \\ w(k) &= C_s(k)x_s(k) + e(k) \end{aligned} \quad (2.24)$$

$$\text{où } A_s(k) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_p(k) & -a_{p-1}(k) & -a_{p-2}(k) & \dots & -a_1(k) \end{bmatrix}; \quad E_s = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad C_s(k) = - \begin{bmatrix} a_p(k) \\ a_{p-1}(k) \\ \vdots \\ \vdots \\ a_1(k) \end{bmatrix}^T$$

Ensuite, le modèle de la structure (2.21) est combiné avec celui de l'excitation sismique (2.24) pour obtenir un modèle augmenté :

$$\begin{aligned} \tilde{x}(k+1) &= \tilde{A}(k)\tilde{x}(k) + \tilde{B}u(k) + \tilde{E}e(k) \\ &= \begin{bmatrix} A_d & E_d C_s(k) \\ 0 & A_s(k) \end{bmatrix} \tilde{x}(k) + \begin{bmatrix} B_d \\ 0 \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} E_d \\ E_s \end{bmatrix} e(k) \end{aligned} \quad (2.25)$$

où $\tilde{x}(k) = [x(k)^T \quad x_s(k)^T]^T$ sont les variables d'état. Si l'on suppose que $e(k)$ soit un bruit blanc, le modèle augmenté remplit les conditions d'optimalité du contrôle LQR. L'action de contrôle est calculée par la méthode LQR à l'aide de l'équation de Riccati.

$$u(k) = -\tilde{K}(k)\tilde{x}(k) = -K_1(k)x(k) - K_2(k)x_s(k) \quad (2.26)$$

Les exemples traités par les auteurs ont montré que cette méthode de contrôle apporte une légère amélioration de la réponse de la structure (déplacement et accélération) par rapport à la méthode LQR classique tout en utilisant une action de contrôle plus petite.

2.2.4 Contrôle SMC (« Sliding Mode Control »)

Basées sur la théorie des modes glissants [35], des méthodes de contrôle appliquées en génie civil ont été présentées par Yang et al [36, 37, 38]. Il s'agit d'algorithmes qui visent à conduire la trajectoire de la réponse du système vers une surface sur laquelle le mouvement du système reste stable. Cette surface S , est déterminée comme une combinaison linéaire des variables d'état, $x(t)$, et, en général, décrit le comportement souhaité du système :

$$S = Px = 0 \quad (2.27)$$

La dimension de S est égale au nombre des variables de contrôle et P est une matrice déterminée par la méthode du placement des pôles ou par celle de LQR de sorte que le mouvement du système reste stable sur cette surface.

Ensuite, on utilise comme fonction de Lyapunov $V(x) = 0.5S^T S = 0.5x^T P^T P x$ et la loi de commande est obtenue en imposant, de façon classique, $\dot{V}(x) \leq 0, \forall t$. Yang et al [36, 37, 38] ont proposé des contrôleurs applicables aux structures linéaires ou hystérétiques soumises aux séismes. En ce qui concerne le comportement de la structure principale, les simulations numériques dans ces travaux ont montré la bonne performance de la méthode SMC. Par ailleurs, en ce qui concerne la forme des spectres de plancher, qui, comme mentionné, conditionne le comportement des équipements, Costa [39] a observé que la performance de la méthode SMC est comparable à celle de la méthode LQG.

2.2.5 Contrôle prédictif (MPC - « Model Predictive Control »)

L'idée du contrôle prédictif a été proposée pour la première fois par Martín-Sánchez [40] et, ensuite, développée et appliquée au contrôle sismique des structures par plusieurs auteurs, par exemple, Rodellar *et al.* [41]. Il s'agit d'une méthode de contrôle dans laquelle on utilise une prédiction de la réponse de la structure, à un certain nombre d'instant en aval de l'instant courant, pour déterminer la commande. La prédiction est réalisée à chaque instant à partir de l'information disponible à cet instant et en fonction de la commande à déterminer. Considérons un système linéaire discret autonome :

$$x(k+1) = A_d x(k) + B_d u(k), \quad x(0) = x_0 \quad (2.28)$$

À partir des variables d'état $x(k)$ à l'instant k , on peut obtenir une prédiction de la réponse $x(k+j|k)$ dans l'intervalle de temps $[k+1, k+\lambda]$ en fonction de la séquence de contrôle $u(k+j-1|k)$, où $j = 1, \dots, \lambda$:

$$\hat{X} = Tx(k) + Z\hat{U} \quad (2.29)$$

où $\hat{X} = [\hat{x}(k+1|k)^T, \hat{x}(k+2|k)^T, \dots, \hat{x}(k+\lambda|k)^T]^T$; $\hat{U} = [\hat{u}(k|k)^T, \hat{u}(k+1|k)^T, \dots, \hat{u}(k+\lambda-1|k)^T]^T$;

$$T = \begin{bmatrix} A_d \\ A_d^2 \\ \vdots \\ A_d^\lambda \end{bmatrix} ; Z = \begin{bmatrix} B_d & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ A_d B_d & B_d & 0 & \cdots & 0 \\ A_d^2 B_d & A_d B_d & B_d & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_d^{\lambda-1} B_d & A_d^{\lambda-2} B_d & A_d^{\lambda-3} B_d & \cdots & B_d \end{bmatrix}$$

Ensuite, la minimisation d'un critère de performance qui est fonction de la prédiction de la réponse et de la séquence de contrôle, permet de déterminer la commande. La fonction coût quadratique $J = \hat{X}^T Q \hat{X} + \hat{U}^T R \hat{U}$ est souvent utilisée. Dans la pratique, pour simplifier le problème, la séquence de l'action de contrôle est, souvent considérée comme ayant une évolution prédéfinie (par exemple celle d'un créneau ou d'une impulsion).

Rodellar *et al.* [41] ont constaté que le contrôle prédictif a une efficacité équivalente à celle du contrôle optimal. Mais, il présente un avantage important car il est assez aisé d'ajouter certaines contraintes au contrôleur (par exemple tenir compte de la saturation des forces de contrôle, imposer que la force de contrôle soit dissipative) [42].

Il faut signaler que le contrôle MPC classique, présenté ci-dessus est établi pour un système autonome, sans excitation. En effet, il est impossible d'obtenir une prédiction en aval de la réponse du système en présence de l'excitation sismique parce qu'elle n'est pas disponible a priori. Pour remédier à cet inconvénient, de la même manière que Yamada et Kobori [30], Mei *et al.* [43] ont considéré un modèle augmenté composé du modèle de la structure et de celui de l'excitation (modèle autorégressif). La méthode de MPC est ensuite appliquée au modèle augmenté. Des simulations numériques traitées par les auteurs montrent que la performance de la méthode MPC-AR est supérieure à celle de la méthode MPC classique. Néanmoins, il est à signaler qu'il s'agit d'une amélioration modérée.

2.2.6 Contrôle actif basé sur l'algorithme du placement des pôles [44]

Une autre méthode de contrôle actif, qui tient compte des caractéristiques de l'excitation sismique dans la synthèse du contrôleur, basée sur l'algorithme du placement des pôles, a été proposée par Pnevmatikos et Gantes [44]. En supposant un feedback linéaire, $u(t) = -\bar{K}x(t)$ l'équation de mouvement est : $\dot{x} = (A - B\bar{K})x + Ew$. L'action de contrôle change de façon indirecte, non-structurale les caractéristiques dynamiques du système en modifiant ses pôles (valeurs propres de la matrice $A - B\bar{K}$). L'algorithme du placement des pôles détermine le gain de contrôle, \bar{K} , de sorte que les pôles aient des caractéristiques souhaitées. Pnevmatikos et Gantes ont choisi les pôles du système de sorte que a) leurs fréquences (partie imaginaire) s'éloignent des fréquences prédominantes de l'excitation afin d'éviter la résonance et b) leurs amortissements (partie réelle négative) soient suffisamment importants. Afin d'identifier les fréquences prédominantes de l'excitation, le spectre d'énergie de l'accélération de sol,

enregistrée dans une fenêtre de 1 s en amont de l'instant courant, est analysé. La faiblesse principale de cette méthode réside à la difficulté de l'estimation en temps réel des caractéristiques fréquentielles du signal en aval.

2.3 Contrôle semi-actif de structures

Les systèmes de contrôle semi-actif essaient de combiner les meilleures caractéristiques des systèmes passifs et actifs. Ils utilisent des dispositifs semi-actifs qui peuvent être considérés comme des dispositifs passifs avec des caractéristiques modifiables au cours du temps. Grâce à leur adaptabilité, comparable, dans une certaine mesure, à celle des systèmes de contrôle actif, mais avec une demande de puissance beaucoup plus faible, les systèmes de contrôle semi-actif suscitent un intérêt de plus en plus grand. Il existe plusieurs types de dispositifs semi-actifs proposés pour le contrôle des structures en génie civil. On y présente trois types qui sont les plus largement étudiés :

- Systèmes à amortissement variable ;
- Systèmes à rigidité variable ;
- Systèmes à frottement variable.

2.3.1 Systèmes à amortissement variable

Les dispositifs à amortissement variable font partie des dispositifs semi-actifs les plus utilisés. Les deux familles principales sont les amortisseurs visqueux et les amortisseurs électrorhéologiques (ER) ou magnéto-rhéologiques (MR).

2.3.1.1 Amortisseurs semi-actifs visqueux

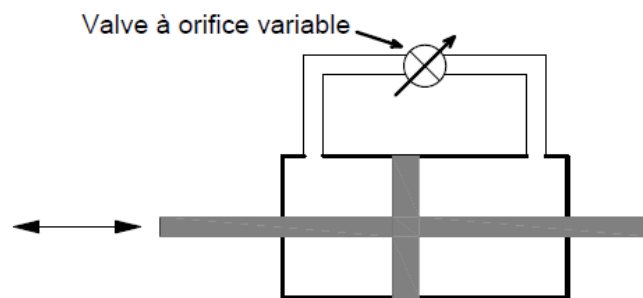


Figure 2-10. Schéma d'un amortisseur à orifice variable [8].

Les amortisseurs semi-actifs visqueux sont, en général, constitués d'une valve à orifice variable externe reliée à un amortisseur hydraulique conventionnel [10, 45, 46].

Le coefficient d'amortissement du dispositif est ajusté entre c_{\max} et c_{\min} par l'ouverture de l'orifice. c_{\max} correspond au cas où l'orifice est fermé tandis que c_{\min} correspond au cas où il est complètement ouvert. La relation entre le coefficient d'amortissement et l'ouverture de l'orifice a été étudiée lors des expériences [45, 46]. Ainsi, la formule suivante a été établie à partir des données expérimentales :

$$c(\xi) = c_{\min} + (c_{\max} - c_{\min}) \exp(-\mu \xi^n) \quad (2.30)$$

où ξ est la tension électrique qui contrôle l'ouverture de l'orifice, μ et n étant des constantes.

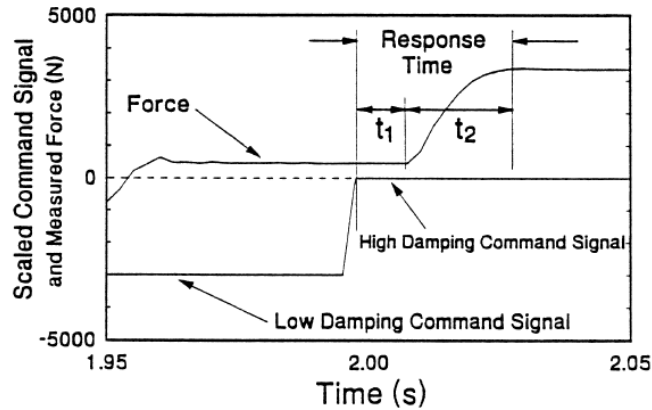


Figure 2-11. Force d'un amortisseur semi-actif pour une commande saturée [46].

Le temps de réponse de l'amortisseur semi-actif visqueux est également un paramètre important à déterminer. Il est dû à la dynamique de la valve et du système hydraulique. Il s'agit du temps nécessaire pour modifier le coefficient d'amortissement de sa valeur minimale à sa valeur maximale ou vice-versa. Cependant, en pratique, ces deux temps de réponse notés respectivement t_{LH} et t_{HL} , ne sont pas, en général, égaux. Ils peuvent être évalués par des commandes saturées, définies comme une commande qui fait passer l'orifice d'un état complètement ouvert à un état complètement fermé ou vice-versa. La Figure 2-11 présente une évolution typique de la force de l'amortisseur pour une commande saturée. La mesure du temps de réponse commence à l'instant où la commande est envoyée à la valve jusqu'à l'instant où le coefficient atteint sa valeur minimale ou maximale. Pour les amortisseurs testés par Symans *et al.* [46], les temps de réponse moyens sont $t_{LH} \approx 25 \text{ ms}$ et $t_{HL} \approx 15 \text{ ms}$.

2.3.1.2 Amortisseurs à fluide contrôlable

Les amortisseurs à fluide contrôlable sont un autre type de dispositifs à dissipation variable. Un avantage de cette classe d'amortisseurs est, en théorie, la réduction du temps de réponse du fait de l'absence de mouvements mécaniques autres que ceux du piston. Néanmoins, dans la pratique, des temps de réponse importants ont été observés, en particulier lors des variations faibles ou modérées du courant électrique [7, 47]. Les fluides utilisés sont les fluides électro-rhéologiques (ER) ou magnéto-rhéologiques (MR). La Figure 2-12 présente le schéma de principe d'un amortisseur ER ou MR.

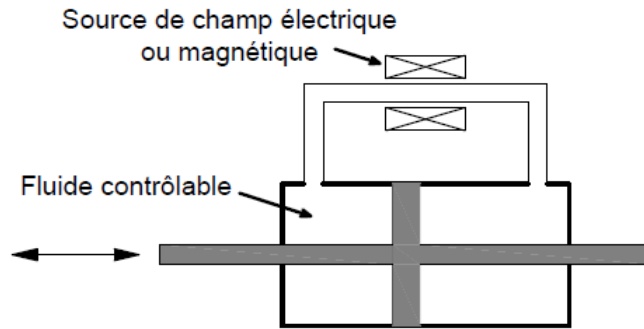


Figure 2-12. Schéma d'un amortisseur à fluide contrôlable [8].

Un fluide ER est constitué des particules fines conductrices, dispersées dans un liquide diélectrique. La taille des particules peut être de quelques micromètres, avec une fraction volumique (rapport entre le volume des particules et le volume total) généralement de l'ordre de 20% à 30%. Sous l'action d'un champ électrique, les particules s'attirent pour former des fibres reliant les électrodes parallèlement à la direction du champ électrique. Cette structuration entraîne une profonde modification des propriétés d'écoulement du fluide. Sous un champ fort, ses propriétés mécaniques s'apparentent à celles d'un gel solide. Cet état « solide » dépend du champ électrique. Sous un champ plus faible, on obtient un fluide à viscosité variable [48, 49].

Possédant un mécanisme similaire aux fluides ER, les fluides MR, composés d'huile (souvent à base minérale ou silicone) et de particules ferromagnétiques, peuvent changer rapidement leur « viscosité apparente » lorsqu'ils sont exposés à des variations d'un champ magnétique. Les fluides MR sont mieux adaptés que les fluides ER pour le contrôle des structures. En effet, les amortisseurs MR peuvent générer des forces beaucoup plus grandes que leurs pendants ER. Par ailleurs, les fluides MR sont moins sensibles que les fluides ER en ce qui concerne la variation de la température de fonctionnement et la présence d'impuretés [8, 50].

La Figure 2-13 présente la constitution d'un amortisseur magnéto-rhéologique (MR). L'amortisseur MR ne nécessite pas de valves mécaniques pour contrôler le flux mais seulement des orifices sur le piston permettent la circulation du fluide MR. Près des orifices, il y a des bobines électromagnétiques. Le courant électrique dans les bobines génère un champ magnétique qui influe sur le débit des fluides à travers des orifices. Plus le courant électrique est grand, plus la viscosité apparente de l'amortisseur MR augmente.

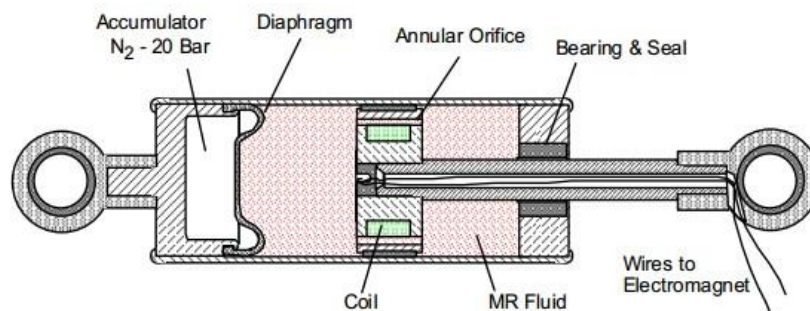


Figure 2-13. Amortisseur magnéto-rhéologique [8].

Pour modéliser les amortisseurs MR, plusieurs modèles ont été proposés. Les modèles phénoménologiques basés sur le modèle de Bouc-Wen [51] sont les plus répandus. À titre d'exemple, le modèle de Spencer *et al.* [52] est présenté sur la Figure 2-14. Le bloc de Bouc-Wen décrit le comportement hystérétique non-linéaire, l'amortisseur visqueux c_0 représente la viscosité du fluide MR et le ressort k_0 simule l'influence de l'accumulateur sur le comportement de l'amortisseur MR. Un deuxième amortisseur visqueux c_1 et un deuxième ressort k_1 sont ajoutés pour améliorer la relation force-vitesse.

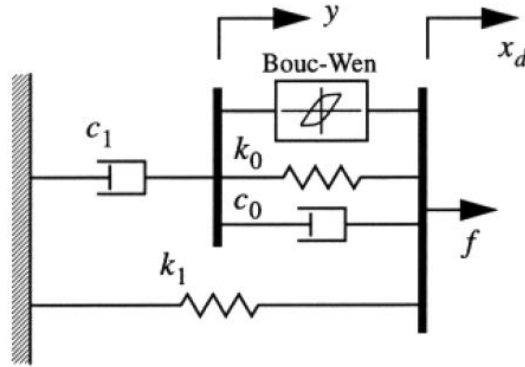


Figure 2-14. Modèle simple de l'amortisseur MR proposé par Spencer *et al.* [52].

Les équations de ce modèle permettant de déterminer la force f sont :

$$\begin{aligned}
 f &= c_1 \dot{y} + k_1 (x_d - x_0) \\
 \dot{z} &= -\gamma |\dot{x}_d - \dot{y}| |z|^{n-1} z - \beta (\dot{x}_d - \dot{y}) |z|^n + A (\dot{x}_d - \dot{y}) \\
 \dot{y} &= \frac{1}{c_0 + c_1} \{ \alpha z + c_0 \dot{x}_d + k_0 (x_d - y) \}
 \end{aligned} \tag{2.31}$$

où c_0 , c_1 , α sont les paramètres dépendant de la tension électrique U_{eff}

$$\begin{aligned}
 c_0 &= c_{0a} + c_{0b} U_{eff} \\
 c_1 &= c_{1a} + c_{1b} U_{eff} \\
 \alpha &= \alpha_a + \alpha_b U_{eff}
 \end{aligned} \tag{2.32}$$

c_{0a} , c_{0b} , c_{1a} , c_{1b} , α_a , α_b , x_0 , k_0 , γ , β , n , η étant les paramètres identifiés par optimisation à partir des résultats expérimentaux. Néanmoins, il est à signaler que l'optimisation peut aboutir à des valeurs non-physiques (négatives) de la rigidité k_0 . C'est pourquoi dans [7, 8], on propose une variante du modèle de la Figure 2-14 sans le ressort k_0 .

2.3.2 Systèmes à rigidité variable

Contrairement aux systèmes à amortissement variable, il y a très peu de publications sur l'application des systèmes à rigidité variable pour le contrôle de la réponse sismique des

structures. Le principe de base de ces systèmes est d'éviter la résonance en modifiant la rigidité du système. Un système à rigidité variable (AVS - Active Variable Stiffness System) a été présenté par Kobori *et al.* [53] et implémenté dans le bâtiment d'un laboratoire de recherche de Kajima Corporation à Tokyo. La rigidité du système peut prendre trois valeurs différentes grâce à trois entretoises qui peuvent être déconnectées du reste de la structure (Figure 2-15a).

L'un des inconvénients de ce système est le changement brutal de la rigidité qui pourrait aboutir à une augmentation de l'accélération. Pour éviter cet inconvénient, Nagarajaiah [54] a proposé un dispositif dont la rigidité peut être adaptée de façon progressive. Il s'agit du dispositif semi-actif à rigidité indépendamment variable (SAIVS - Semi-Active Independently Variable Stiffness) illustré dans la Figure 2-15b. Il est composé de quatre ressorts se situant sur les quatre côtés d'un losange dont l'angle θ est contrôlé au moyen d'un vérin. En changeant l'angle θ , on change ainsi la rigidité effective du système de manière continue. Il est à signaler que les mêmes auteurs ont proposé, également, un dispositif semi-actif visqueux en suivant le même principe mais en utilisant quatre éléments de Kelvin (ressort et amortisseur en parallèle) au lieu de quatre ressorts [12].

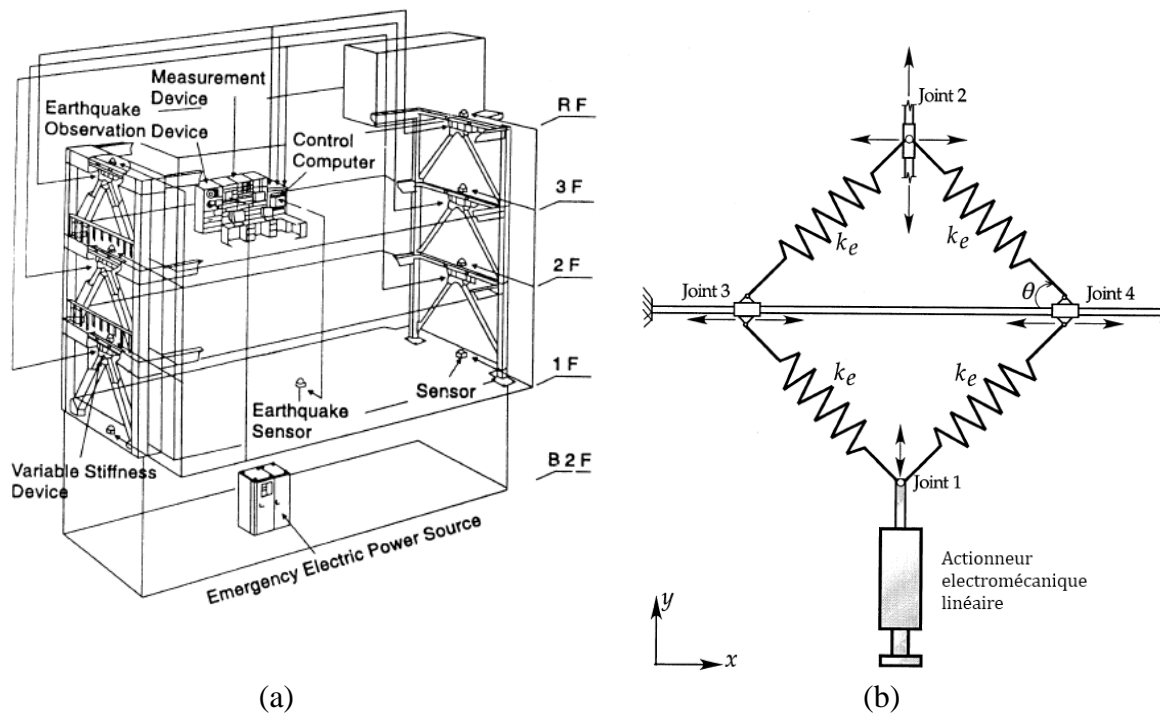


Figure 2-15. (a) Système à rigidité variable AVS [53] ; (b) Système à rigidité variable SAIVS [54].

2.3.3 Systèmes à frottement variable

Les dispositifs à frottement variables sont des dispositifs avec une interface de glissement dont on fait varier la force de frottement en modifiant la force normale. Un tel dispositif est le FCSB (« Friction Controllable Sliding Bearing ») Feng *et al.* [55]. Ce système est composé d'un appui à frottement et d'une chambre de fluide dont la pression peut être modifiée. La force normale à l'interface de frottement est ainsi modifiée ce qui permet de contrôler la force de frottement en temps réel (Figure 2-16).

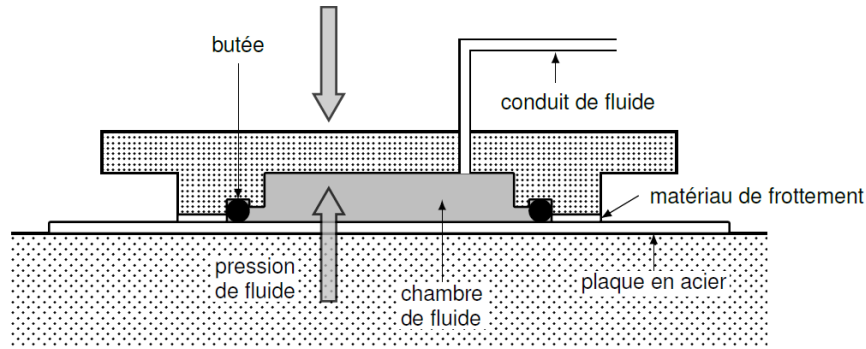


Figure 2-16. Système à frottement variable FCSB [55].

Un autre système à frottement variable a récemment été proposé par Agrawal et Yang [56]. Il est constitué d'un patin situé entre deux plaques en acier. Ces trois couches sont liées de sorte que le glissement se produise entre les plaques et le patin. Deux solénoïdes sont installés sur les surfaces extérieures des plaques et le courant électrique dans ces solénoïdes est réglé pour modifier la force électromagnétique et ainsi la force normale $N(t)$ entre les deux plaques.

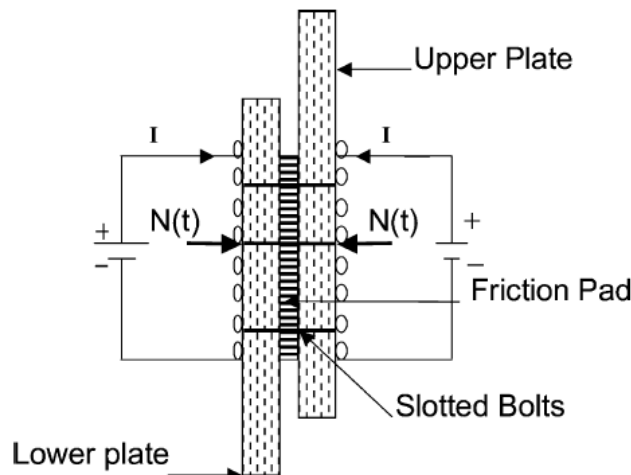


Figure 2-17. Système à frottement SAEMFD [56].

2.3.4 Algorithmes de contrôle semi-actif

Afin d'atteindre les objectifs de performance du contrôle en tenant compte des limitations des dispositifs semi-actifs, différents algorithmes ont été proposés.

2.3.4.1 Les contrôles « clipped »

Une manière d'établir un contrôleur semi-actif est de le considérer comme une adaptation d'un contrôleur actif, basé sur l'un des algorithmes présentés précédemment (par exemple LQR, LQG, SMC, MPC). Il s'agit des algorithmes de type « clipped ». À chaque instant, une prédiction de la force de contrôle (ou force de contrôle souhaitée) u_p est calculée et, ensuite, les paramètres du dispositif semi-actif sont mis à jour de sorte que la force générée par le dispositif

semi-actif soit la plus proche possible de sa prédiction u_p .

À titre d'exemple, un contrôle « clipped-optimal », en calculant la force souhaitée par la méthode LQG, a été proposé, entre autres, par Dyke *et al.* [57] pour les amortisseurs MR. De même, un contrôle « clipped-optimal » basé sur le contrôle LQR a été proposé par Symans et Constantinou [10] dans le cas d'amortisseurs visqueux semi-actifs. Ce type de contrôle « clipped-optimal » a été appliqué au système d'isolation mixte semi-actif dans les travaux de Politopoulos et Pham [7, 8] pour éviter l'amplification de la réponse des modes non-isolés. Notons $c(t)$ le coefficient d'amortissement de l'amortisseur visqueux semi-actif qui varie entre les valeurs minimale, c_{\min} , et maximale, c_{\max} . La force générée par l'amortisseur semi-actif est :

$$u = -c(t)\dot{x}(t) \quad (2.33)$$

où \dot{x} est la vitesse relative entre les deux points reliés par l'amortisseur. Le coefficient d'amortissement est donné par les relations suivantes :

$$\begin{aligned} \text{si } u_p \dot{x} < 0 \quad \text{et } |u_p| < c_{\max} |\dot{x}| \quad c &= |u_p| / |\dot{x}| \\ \text{si } u_p \dot{x} < 0 \quad \text{et } |u_p| \geq c_{\max} |\dot{x}| \quad c &= c_{\max} \\ \text{si } u_p \dot{x} \geq 0 \quad c &= c_{\min} \end{aligned} \quad (2.34)$$

où u_p est la prédiction de la force de contrôle obtenue par la méthode LQR en minimisant une fonction coût.

Des algorithmes semi-actifs « clipped » peuvent être établis en essayant de suivre d'autres types de comportement considérés comme bénéfiques pour le système et pas seulement la force donnée par un contrôle actif. On peut, par exemple, essayer de suivre la force qui aurait été générée par un amortisseur passif non-linéaire. Dans ce cas, la prédiction de la force de contrôle, u_p , est déterminée comme la force d'un amortisseur non-linéaire sous la forme :

$$u_p = -\rho g(\dot{x}) \quad (2.35)$$

où $\rho > 0$ est un coefficient, \dot{x} est la vitesse relative entre les deux points reliés par l'amortisseur et $g(\dot{x})$ est une fonction de la vitesse telle que $g(\dot{x})\dot{x} \geq 0$, $g(0) = 0$. Comparées aux amortisseurs linéaires, les méthodes semi-actives de type « clipped », basées sur des forces données par (2.35), peuvent avoir des effets bénéfiques, par exemple une meilleure transmissibilité sur une large bande de fréquence. Par ailleurs, contrairement aux méthodes « clipped-optimal » qui nécessitent la connaissance de toutes les variables d'état, seule la donnée de la vitesse \dot{x} est nécessaire pour déterminer la prédiction de la force de contrôle. À titre d'exemple, la force de l'amortisseur hyperbolique proposé par Pujol *et al.* [58] est de la forme :

$$u_p = -\rho \operatorname{sech}\left(\frac{\dot{x}}{a}\right) \tanh\left(\frac{\dot{x}}{a}\right) \quad (2.36)$$

où a est un coefficient positif qui peut être choisi selon un critère adéquat ; Ho *et al.* [59] ont proposé une autre forme de force d'amortisseur non-linéaire :

$$u_p = -\rho \operatorname{sign}(\dot{x}) |\dot{x}|^n \quad (2.37)$$

où $0 < n < 1$; Récemment, Ho *et al.* [60] ont proposé de suivre la force d'un amortisseur cubique :

$$u_p = -\rho \dot{x}^3 \quad (2.38)$$

Néanmoins, comme il s'agit d'amortisseurs non-linéaire, l'efficacité du contrôle dépend de l'amplitude de l'excitation. Le coefficient d'amortissement, ρ , est choisi pour un niveau donné (et un contenu fréquentiel spécifique) de l'excitation. Ainsi, l'efficacité de ce type de contrôle est questionnable.

2.3.4.2 Les contrôles semi-actifs basés sur la théorie de stabilité de Lyapunov

Un contrôleur semi-actif peut être conçu en se basant sur la théorie de stabilité de Lyapunov. Cette méthode nécessite une fonction positive de Lyapunov $V(x)$ des variables d'état x . Une telle fonction est, par exemple, l'énergie totale (potentielle et cinétique) de la structure [61]. Pour assurer la stabilité au sens de Lyapunov, un contrôle est établi tel que la dérivée par rapport au temps de la fonction de Lyapunov, $\dot{V}(x)$, est semi-négative. Lors de l'implémentation de la méthode, on essaie, en général, de diminuer le plus rapidement possible la fonction $V(x)$. Le contrôle bang-bang proposé par Leitmann [62] et le contrôle bang-bang décentralisé proposé par McClamroch et Gavin [61] sont des exemples typiques de cette classe de contrôles semi-actifs.

2.3.5 Implémentation des systèmes de contrôle semi-actif

Le Japon, région particulièrement sismique, développe de façon assez active l'usage de systèmes de contrôle actif et semi-actif. Ikeda [63] présente une discussion approfondie de leurs applications au Japon. À la fin de la dernière décennie, il y avait environ 52 applications des systèmes de contrôle actif et 17 applications des systèmes de contrôle semi-actif. Par la suite, quelques exemples emblématiques sont présentés.

Laboratoire de recherche de Kajima

La première application de contrôle semi-actif au Japon et dans le monde entier est le laboratoire de recherche de Kajima Corporation à Tokyo qui a été construit en 1990. Il s'agit d'un bâtiment de trois étages équipé d'un système à rigidité variable AVS, présenté dans 2.3.2. La rigidité du système peut prendre trois valeurs différentes grâce à trois entretoises (Figure 2-18) qui peuvent être déconnectées du reste de la structure. D'après Kobiri *et al.* [53], jusqu'en 1993, le bâtiment avait subi deux séismes (Novembre 1991, Février 1992). Les mesures

enregistrées montrent des effets bénéfiques significatifs du système de contrôle pour le séisme de Novembre 1991. Néanmoins, pour le séisme de Février 1992, des effets contreproductifs ont été observés.

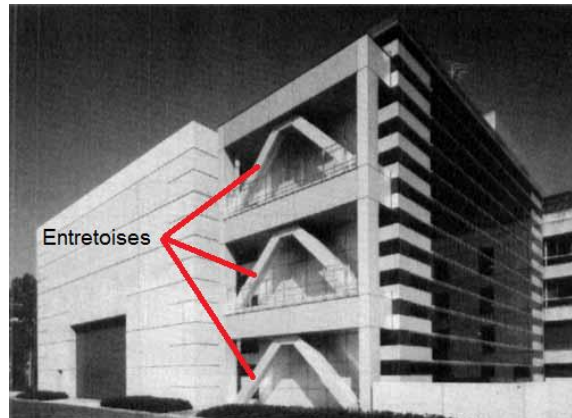


Figure 2-18. Bâtiment du laboratoire de recherche de Kajima [53].

Bâtiment Kajima Shizuoka

En 1998, la société Kajima Corporation a construit le bâtiment Kajima Shizuoka. Il s'agit d'un bâtiment de cinq étages dont les quatre premiers sont équipés, chacun, de deux amortisseurs hydrauliques semi-actifs comme illustré sur la Figure 2-19. Le coefficient d'amortissement de chaque dispositif semi-actif peut varier de façon continue entre 200 kNs/m et 1000 kNs/m. Un contrôleur de type « clipped-optimal » est utilisé [64, 65, 66].

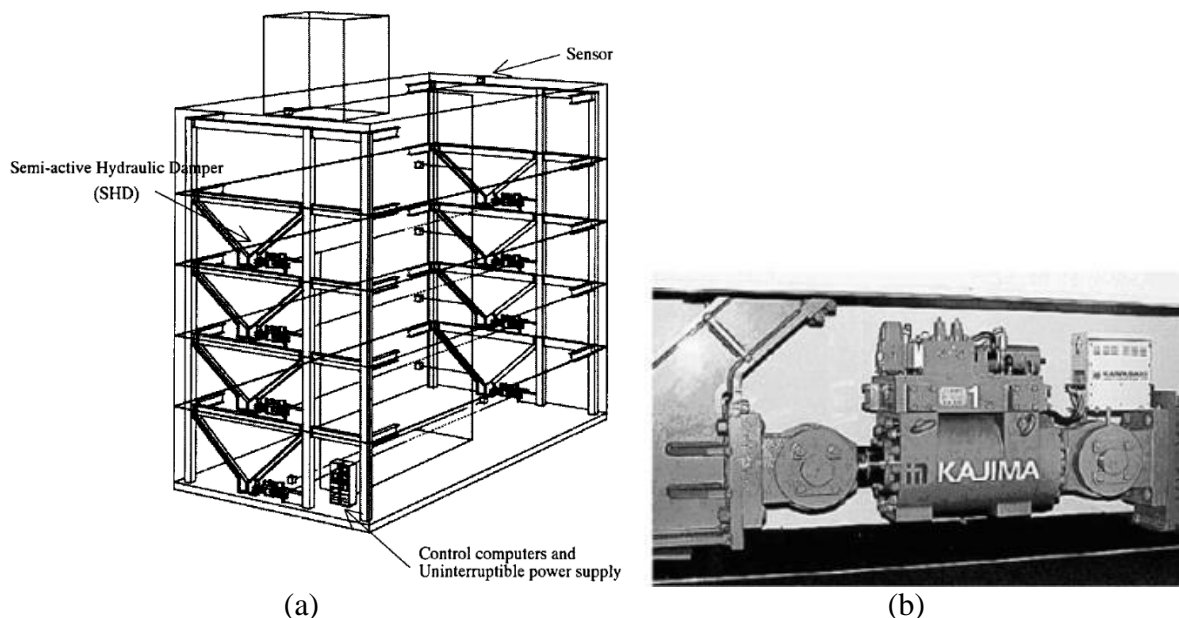


Figure 2-19. (a) Bâtiment Kajima Shizuoka [64]. (b) Amortisseur hydraulique semi-actif [65, 66].

Isolation sismique mixte

Un système d'isolation sismique mixte, combinant des isolateurs passifs avec huit

amortisseurs hydrauliques semi-actifs, a été installé dans un bâtiment de sept étages de l'université de Keio à Yokohama. Les amortisseurs semi-actifs peuvent avoir seulement cinq valeurs de coefficient d'amortissement en changeant l'ouverture des valves. Le contrôleur est établi en se basant sur le contrôle SMC présenté dans la sous-section 2.2.4 [63].

Un autre cas d'isolation mixte semi-actif, présenté sur la Figure 2-20, est le bâtiment Yo-Zemi à Tokyo [67, 68, 69]. Des appuis en élastomère sont combinés avec des amortisseurs hydrauliques semi-actifs. Les mesures enregistrées montrent un effet positif de l'isolation mais, la diminution des accélérations n'est pas « spectaculaire » comme on pourrait s'y attendre grâce à l'emploi des systèmes plus sophistiqués. Ceci peut être expliqué par le fait que les excitations vues par ce bâtiment sont faibles ce qui n'a pas permis aux systèmes de montrer toute leur efficacité. Par ailleurs, les amortisseurs sont dimensionnés pour que l'amortissement varie dans une plage assez étroite, entre environ 20% et 35%. Or, pour qu'un système semi-actif de ce type soit efficace il faut avoir une plage d'amortissement qui commence le plus près possible d'amortissement zéro. Ceci permet de diminuer, dans la limite du possible, les effets défavorables d'un amortissement important.

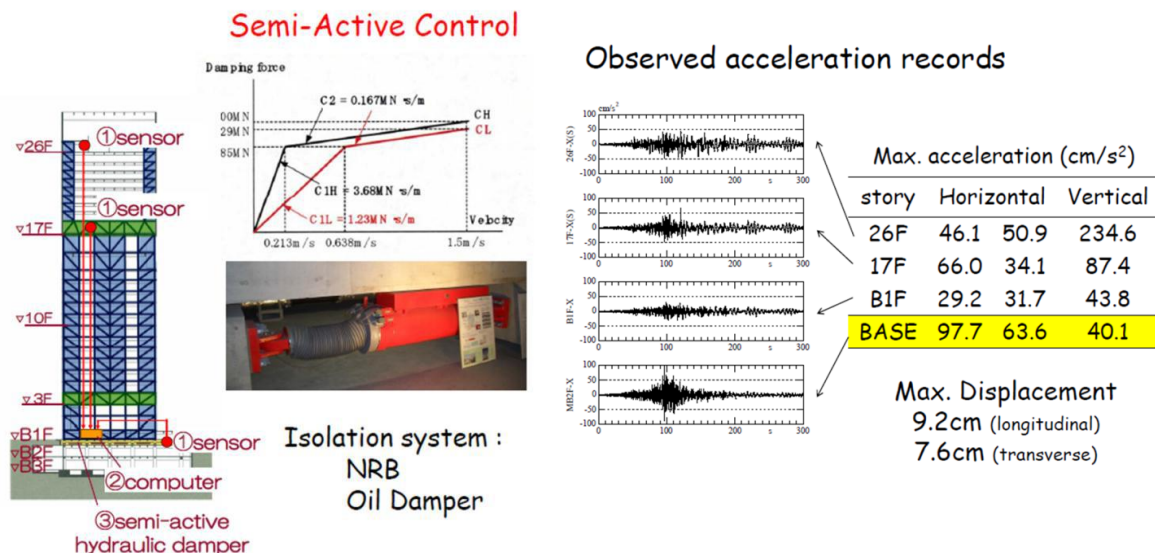


Figure 2-20. Bâtiment (Yo-Zemi Tower, Tokyo) sur des appuis à élastomère en combinaison avec des amortisseurs hydrauliques semi-actifs [67].

2.4 Conclusions

L'état de la pratique et de l'art montre l'intérêt et l'efficacité de l'isolation sismique passive pour la protection sismique des structures. Néanmoins, vis-à-vis de la protection des équipements, l'efficacité de l'isolation passive peut être moindre. Les techniques de contrôle actif pourraient, en théorie, remédier à ce problème mais elles ne sont pas applicables, dans la pratique, à l'échelle des bâtiments, en raison de la grande quantité de puissance externe qu'elles requièrent. Les méthodes de contrôle semi-actif pourraient constituer un compromis entre « amélioration de performance » et « faisabilité ». Malgré une recherche assez abondante sur le sujet, les méthodes présentées dans la littérature ne conduisent pas toujours à une telle

amélioration de la performance qui compenserait le coût et la complexité supplémentaire que ces techniques impliquent par rapport aux systèmes passifs. Pour cette raison, les motivations principales de ce travail sont d'améliorer l'efficacité des systèmes passifs et d'étudier d'autres algorithmes de contrôle semi-actif en essayant de tenir compte, dans la synthèse du contrôleur, des caractéristiques de l'excitation et des limitations physiques des dispositifs.

Chapitre 3. Isolateur de relaxation

La problématique de l'effet indésirable d'un fort amortissement sur la réponse des modes non-isolés rejoint celle de l'isolation vibratoire. Or, en isolation vibratoire, une technique utilisée pour améliorer la fonction de transmissibilité à haute fréquence est celle de l'isolateur de relaxation. Il s'agit d'un ressort en parallèle avec un élément viscoélastique de Maxwell. On rappelle qu'un élément de Maxwell est constitué d'un ressort et d'un amortisseur en série. Malgré son utilisation assez courante en isolation vibratoire, à notre connaissance, ce type de dispositif n'a pas attiré, à quelques exceptions près [70, 71], l'attention des concepteurs des structures sismiquement isolées. Dans ce chapitre, un système d'isolation sismique combinant un isolateur classique à faible amortissement avec un élément de Maxwell est considéré. En étudiant la fonction de réponse fréquentielle et des spectres de plancher calculés pour de vrais signaux sismiques, nous allons montrer que ce système d'isolation peut amortir suffisamment les modes isolés sans amplification de la réponse des modes non-isolés.

3.1 Système à un degré de liberté

Afin d'approfondir le comportement de l'isolateur de relaxation, en s'inspirant de [25], un système simple à un degré de liberté (1DDL) (Figure 3-1) sera étudié dans cette section. Dans le domaine de Laplace, les équations du mouvement du système s'écrivent :

$$\begin{bmatrix} Ms^2 + c_m s + k_b & -c_m s \\ -c_m s & k_m + c_m s \end{bmatrix} \begin{pmatrix} z \\ z_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_b \\ k_m \end{pmatrix} z_g \quad (3.1)$$

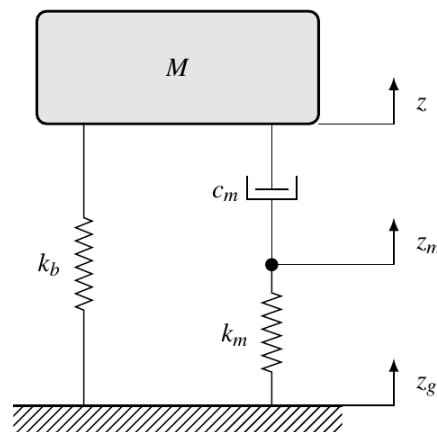


Figure 3-1. Système à un degré de liberté.

La fonction de transfert entre le déplacement de la masse, M , et le déplacement du sol est :

$$\frac{z}{z_g} = \frac{(k_m + c_m s)k_b + k_m c_m s}{(Ms^2 + c_m s + k_b)(k_m + c_m s) - c_m^2 s^2} = \frac{(k_m + c_m s)k_b + k_m c_m s}{(Ms^2 + k_b)(k_m + c_m s) + k_m c_m s} \quad (3.2)$$

À hautes fréquences, son amplitude décroît en s^{-2} au lieu de s^{-1} pour le cas d'un isolateur classique, modélisé par un amortisseur et un ressort en parallèle. En fait, à haute fréquence, l'amortisseur tend à rester bloqué et le système se comporte comme un système de rigidité $k + k_m$ sans amortisseur. Par la suite, nous allons noter $\xi_m = c_m \omega_b / 2k_b$ le taux d'amortissement de l'élément de Maxwell. La Figure 3-2 représente le module de la fonction de réponse fréquentielle dans les cas : a) sans élément de Maxwell ($\xi_m = 0$), b) avec un ressort et un amortisseur en parallèle ($\xi_m = 0.2, k_m = \infty$) et c) de l'isolateur de relaxation en considérant la même rigidité pour les deux ressorts ($\xi_m = 0.2, k_m = k_b$).

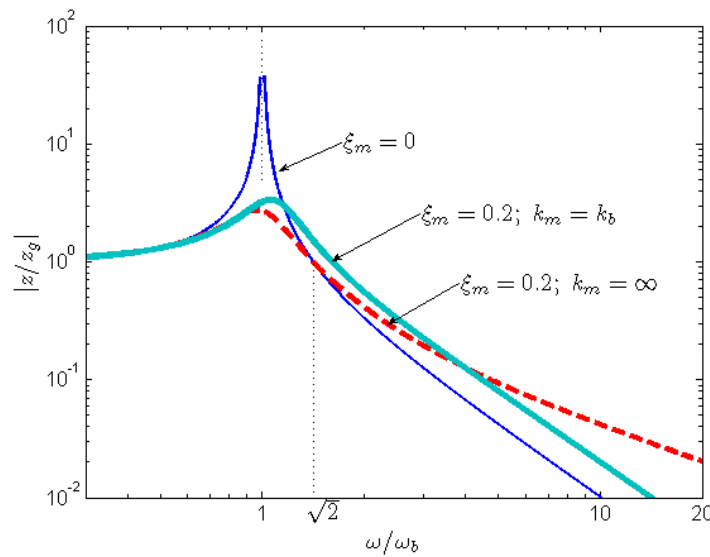


Figure 3-2. Fonction de transfert d'un système à 1 DDL.

L'augmentation du taux de décroissance à haute fréquence, par rapport au système ressort-amortisseur en parallèle, est obtenue au prix d'une augmentation de la fréquence de résonance. Soit $\omega_b = \sqrt{k_b/M}$ et $\Omega_b = \sqrt{(k_b + k_m)/M}$, les résonances du système pour $\xi_m = 0$ et $\xi_m = \infty$ respectivement. L'équation caractéristique des pôles de la fonction de transmissibilité (3.2) s'écrit :

$$1 + \frac{k_m}{c_m} \frac{s^2 + \omega_b^2}{s(s^2 + \Omega_b^2)} = 0 \quad (3.3)$$

Quand k_m/c_m varie ($+\infty \rightarrow 0$), les pôles du système suivent la trajectoire présentée sur la Figure 3-3. Le système à 1 DDL possède trois pôles au lieu de deux pour le cas d'un amortisseur et un ressort en parallèle. Le premier pôle est réel négatif et évolue de $-\infty$ à 0 ; le deuxième pôle est complexe et évolue dans le demi plan gauche de Ω_b à ω_b et le troisième pôle est son image symétrique par rapport à l'axe des réels (en raison de la symétrie, le troisième pôle n'est pas présenté sur la Figure 3-3). Selon Preumont et Seto [25], le maximum de l'amortissement

modal correspondant aux pôles complexes est $\xi^{\max} = (\Omega_b - \omega_b) / 2\omega_b$ et il est obtenu pour :

$$\frac{k_m}{c_m} = \frac{\Omega_b^{3/2}}{\omega_b^{1/2}} \quad (3.4)$$

La valeur correspondante du coefficient c_m est :

$$c_m^{opt} = \frac{k_m}{\Omega_b} \left(\frac{\omega_b}{\Omega_b} \right)^{1/2} = \frac{k_m}{\Omega_b} \left(1 + \frac{k_m}{k_b} \right)^{-1/4} = \frac{k_m}{\omega_b} \left(1 + \frac{k_m}{k_b} \right)^{-3/4} \quad (3.5)$$

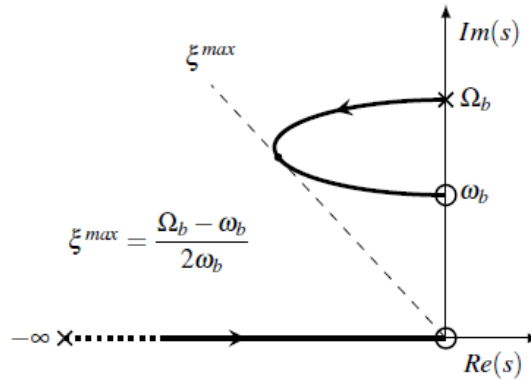


Figure 3-3. Évolution des pôles du système de la Figure 3-1 en fonction du rapport k_m/c_m (« root locus ») [25].

3.2 Système à deux degrés de liberté

La plupart des applications de l'isolateur de relaxation sont rencontrées en isolation vibratoire où les systèmes peuvent être assimilés à des systèmes à un degré de liberté. Il n'en est pas de même pour les systèmes sismiquement isolés réels qui sont des systèmes à plusieurs DDL. Comme il a été évoqué en introduction, dans le cas d'une superstructure assez rigide, il y a deux familles de modes propres. La première contient les modes à basse fréquence (à la fréquence d'isolation) avec une déformation faible dans la superstructure. Les autres modes à haute fréquence sont les modes non-isolés avec une déformation importante dans la superstructure. Nous allons étudier un modèle simple d'un tel système qui peut, néanmoins, représenter les phénomènes physiques essentiels d'intérêt, notamment l'amplification de la réponse des modes non-isolés due à une dissipation importante à la base. Il s'agit du modèle à deux degrés de liberté présenté sur la Figure 3-4. La rigidité k_b et l'amortissement c_b représentent la rigidité et l'amortissement d'un isolateur classique, par exemple un appui en élastomère à faible amortissement (LDRB). Pour éviter l'amplification des modes non-isolés, tout en diminuant le déplacement à la base, un élément de Maxwell est combiné avec l'appui en élastomère au niveau de la base.

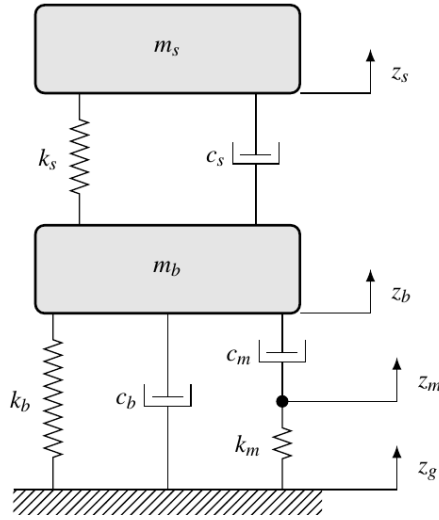


Figure 3-4. Système à deux degrés de liberté.

Les notations suivantes seront utilisées pour les différents paramètres du système :

- la masse totale du système : $m = m_b + m_s$
- la fréquence d'isolation : $\omega_b = \sqrt{\frac{k_b}{m}}$, $f_b = \frac{\omega_b}{2\pi}$
- la fréquence de la superstructure : $\omega_s = \sqrt{\frac{k_s}{m_s}}$, $f_s = \frac{\omega_s}{2\pi}$
- le taux d'amortissement de l'appui : $\xi_b = \frac{c_b}{2\omega_b m}$
- le taux d'amortissement de l'élément de Maxwell : $\xi_m = \frac{c_m}{2\omega_b m}$
- le taux d'amortissement de la superstructure : $\xi_s = \frac{c_s}{2\omega_s m_s}$
- le rapport de masses : $\gamma = \frac{m_s}{m}$
- le déplacement relatif entre deux points k et l : $z_{kl} = z_k - z_l$.

Dans le cas d'une superstructure rigide ($\varepsilon = \omega_b^2/\omega_s^2 \ll 1$), Kelly [4] a montré que les fréquences propres du système non amorti (sans amortisseur et sans élément de Maxwell) sont :

$$\omega_1 = \omega_b \sqrt{1 - \gamma\varepsilon} \approx \omega_b \quad ; \quad \omega_2 = \omega_s \sqrt{\frac{1 + \gamma\varepsilon}{1 - \gamma}} = \omega_b \sqrt{\frac{1 + \gamma\varepsilon}{(1 - \gamma)\varepsilon}} \approx \frac{\omega_s}{\sqrt{1 - \gamma}} \quad (3.6)$$

Par ailleurs, la force de l'élément de Maxwell est :

$$F_b = c_m \dot{z}_{bm} = c_m (\dot{z}_{bg} - \dot{z}_{mg}) = k_m z_{mg} \quad (3.7)$$

Par la suite, $\hat{z}(\omega)$ désigne la transformée de Fourier de $z(t)$. La fonction de réponse fréquentielle (FRF) de l'élément de Maxwell entre la force et le déplacement s'écrit donc :

$$\frac{\hat{F}_b}{\hat{z}_{bg}} = \frac{j\omega k_m c_m}{k_m + j\omega c_m} \quad (3.8)$$

Étant donné que le déplacement de l'isolateur est dominé par le mode isolé, pour diminuer le déplacement de la base, il faudra que la FRF de l'élément de Maxwell tende vers celle de l'amortisseur $c_m(j\omega c_m)$ au voisinage de la fréquence d'isolation. Ceci implique que :

$$k_m \gg \omega_b c_m \Rightarrow \frac{k_m}{2\xi_m k_b} \gg 1 \quad (3.9)$$

Par ailleurs, pour éviter l'effet indésirable de l'amortissement sur les modes non-isolés, il faudrait que la FRF de l'élément de Maxwell tende vers celle du ressort k_m au voisinage de la fréquence du deuxième mode. C'est-à-dire que :

$$k_m \ll \omega_2 c_m \Rightarrow \frac{k_m}{2\xi_m k_b} \gg \frac{\omega_2}{\omega_b} \quad (3.10)$$

En réalité, il n'est pas possible que les deux conditions (3.9) et (3.10) soient strictement satisfaites. Un compromis entre ces deux conditions doit être trouvé en ajustant les deux composants de l'élément de Maxwell de sorte que les conditions « très supérieur » et « très inférieur » soient remplacées par les conditions plus vagues « suffisamment supérieur » et « suffisamment inférieur ».

L'analyse suivante vise à montrer l'efficacité de l'isolateur de relaxation en étudiant la fonction de réponse fréquentielle du système de la Figure 3-4, dans le cas d'une accélération imposée de sol. Les équations de mouvement dans le domaine temporel sont :

$$\begin{bmatrix} m & m_s \\ m_s & m_s \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{z}_{bg} \\ \ddot{z}_{sb} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} c_b & 0 \\ 0 & c_s \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{z}_{bg} \\ \dot{z}_{sb} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} k_b & 0 \\ 0 & k_s \end{bmatrix} \begin{pmatrix} z_{bg} \\ z_{sb} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} c_m \dot{z}_{bm} - \begin{pmatrix} m \\ m_s \end{pmatrix} \ddot{z}_g \quad (3.11)$$

Dans le domaine fréquentiel, en utilisant la relation (3.8) pour éliminer le déplacement z_m , on obtient :

$$\left(-\omega^2 \begin{bmatrix} m & m_s \\ m_s & m_s \end{bmatrix} + j\omega \begin{bmatrix} c_b & 0 \\ 0 & c_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_b & 0 \\ 0 & k_s \end{bmatrix} + \frac{j\omega k_m c_m}{k_m + j\omega c_m} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right) \begin{pmatrix} \hat{z}_{bg} \\ \hat{z}_{sb} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} m \\ m_s \end{pmatrix} \omega^2 \hat{z}_g \quad (3.12)$$

Les vecteurs propres du système sans amortissement et sans élément de Maxwell et les

coefficients de participation des modes sont donnés par Kelly [4] :

$$\begin{aligned} \phi_1^T &= (1 \quad \varepsilon) \quad \text{et} \quad \phi_2^T = \left(1 \quad -\frac{1}{\gamma} [1 - (1-\gamma)\varepsilon] \right) \\ L_1 &= 1 - \gamma\varepsilon \quad \text{et} \quad L_2 = \gamma\varepsilon \end{aligned} \quad (3.13)$$

Les masses modales généralisées sont :

$$m_1 = m(1 + 2\gamma\varepsilon) \quad \text{et} \quad m_2 = m \frac{(1-\gamma)[1 - 2(1-\gamma)\varepsilon]}{\gamma} \quad (3.14)$$

Les taux d'amortissement critique modaux sont :

$$\xi_1 = \xi_b \left(1 - \frac{3}{2} \gamma\varepsilon \right) \cong \xi_b \quad \text{et} \quad \xi_2 = \frac{\xi_s + \gamma\xi_b \sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{1-\gamma}} \left(1 - \frac{\gamma\varepsilon}{2} \right) \cong \frac{\xi_s + \gamma\xi_b \sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{1-\gamma}} \quad (3.15)$$

Sur la base des modes propres, les déplacements modaux \hat{q}_1 , \hat{q}_2 sont écrits pour une excitation harmonique unitaire, $\ddot{z}_g = e^{j\omega t}$, sous la forme suivante :

$$\left(-\omega^2 + 2j\xi_1\omega_1\omega + \omega_1^2 + \frac{j\omega k_m c_m}{m_1(k_m + j\omega c_m)} \right) \hat{q}_1 = -L_1 - \left(j\omega\lambda_1 + \frac{j\omega k_m c_m}{m_1(k_m + j\omega c_m)} \right) \hat{q}_2 \quad (3.16)$$

$$\left(-\omega^2 + 2j\xi_2\omega_2\omega + \omega_2^2 + \frac{j\omega k_m c_m}{m_2(k_m + j\omega c_m)} \right) \hat{q}_2 = -L_2 - \left(j\omega\lambda_2 + \frac{j\omega k_m c_m}{m_2(k_m + j\omega c_m)} \right) \hat{q}_1 \quad (3.17)$$

Les équations (3.16) et (3.17) sont couplées par les termes correspondant à l'élément de Maxwell et les termes des forces d'amortissement via les coefficients de couplage :

$$\lambda_1 = 2\omega_b \xi_b \quad \text{et} \quad \lambda_2 = 2\omega_b \xi_b \frac{\gamma}{1-\gamma} \quad (3.18)$$

Faisons la même hypothèse que Kelly [4], à savoir que le deuxième mode est influencé par la réponse du premier mode, mais l'influence du deuxième mode sur la réponse du premier mode est négligeable. Ceci nous amène à considérer l'équation simplifiée du premier mode :

$$\left(-\omega^2 + 2j\xi_1\omega_1\omega + \omega_1^2 + \frac{j\omega k_m c_m}{m_1(k_m + j\omega c_m)} \right) \hat{q}_1 = -L_1 \quad (3.19)$$

La validité de cette hypothèse simplificatrice a été confirmée par plusieurs simulations numériques. Notons $a = \xi_m / \xi_b$. Pour $\omega = \omega_1 \approx \omega_b$, le déplacement du premier mode est :

$$\hat{q}_1(\omega_1) \approx \frac{-L_1}{2j\xi_b\omega_b^2 \left(\frac{a+1+2j\xi_m k_b/k_m}{1+2j\xi_m k_b/k_m} \right)} \quad (3.20)$$

Si les paramètres de l'élément de Maxwell sont choisis de sorte que $(2\xi_m k_b/k_m)^2 \ll (a+1)^2$, l'amplitude du déplacement du premier mode à ω_1 s'écrit :

$$|\hat{q}_1(\omega_1)| \approx \frac{L_1}{2\xi_b\omega_b^2(a+1)} \sqrt{1+(2\xi_m k_b/k_m)^2} \quad (3.21)$$

Pour le système isolé par un ressort en parallèle avec un amortisseur dont le taux d'amortissement est augmenté à $\xi_b + \xi_m = (a+1)\xi_b$, cette amplitude est :

$$|\hat{q}_1(\omega_1)|_{\text{amortissement augmenté}} \approx \frac{L_1}{2\omega_b^2 \xi_b (a+1)} \quad (3.22)$$

Puisque le déplacement de la base (masse m_b) est dominé par le déplacement du premier mode, l'efficacité de l'isolateur de relaxation à diminuer le déplacement de la base peut être estimée en comparant (3.21) et (3.22). Pour le même amortissement total, l'utilisation de l'isolateur de relaxation conduit à un déplacement du premier mode à ω_1 qui est $coefd1 = \sqrt{1+(2\xi_m k_b/k_m)^2}$ fois le déplacement dans le cas d'un amortissement augmenté. Ce coefficient d'amplification peut être proche de 1 pour des paramètres réalistes de l'élément de Maxwell. Par exemple, pour $\xi_m = 0.2$ et $k_m = k_b$, $coefd1 = 1.08$.

L'amplitude de l'accélération absolue de la base à la fréquence du premier mode peut être obtenue après quelques opérations algébriques :

$$\left| \hat{z}_b(\omega_1) \right| \approx \frac{1}{2\xi_b(a+1)} \sqrt{1+[2\xi_b(a+1)+2\xi_m k_b/k_m]^2} \quad (3.23)$$

Pour un appui de type ressort-amortisseur en parallèle avec un taux d'amortissement augmenté $(a+1)\xi_b$, cette amplitude est :

$$\left| \hat{z}_b(\omega_1) \right|_{\text{amortissement augmenté}} \approx \frac{1}{2\xi_b(a+1)} \sqrt{1+[2\xi_b(a+1)]^2} \quad (3.24)$$

Étant donné que $\varepsilon \ll 1$ le premier vecteur propre est quasiment une translation de corps rigide. Par conséquent, l'accélération de la masse m_s sera très proche de celle de la base (masse m_b).

Au voisinage de la deuxième fréquence propre, la réponse du système est gouvernée par le deuxième mode. L'amplitude du déplacement du deuxième mode, obtenue à partir des équations (3.16) et (3.17), sous condition que $k_m/2\xi_m k_b \gg \omega_2/\omega_b$, est :

$$|\hat{q}_2(\omega_2)| \approx \frac{\lambda_2 |\hat{q}_1(\omega_2)|}{2\omega_2^2 \xi_2} \sqrt{1 + \frac{\omega_b^2/\omega_2^2}{(2\xi_m k_b/k_m)^2} \left(1 + \frac{k_b + k_m}{k_m} a\right)^2} \quad (3.25)$$

Étant donné l'écart important entre les fréquences des deux modes, à la résonance du deuxième mode, la réponse du premier mode est quasiment inertielle et l'accélération absolue est proportionnelle au déplacement du deuxième mode. En effet, l'accélération absolue est la somme de l'accélération relative et de l'accélération de sol :

$$\begin{pmatrix} \hat{z}_b(\omega_2) \\ \hat{z}_s(\omega_2) \end{pmatrix} = -\omega_2^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} (\hat{q}_1(\omega_2)\phi_1 + \hat{q}_2(\omega_2)\phi_2) + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \approx -\omega_2^2 \hat{q}_2(\omega_2) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \phi_2 \quad (3.26)$$

Dans le cas d'un isolateur en élastomère « classique » (ressort en parallèle avec un amortisseur) avec un taux d'amortissement augmenté $(a+1)\xi_b$, l'amplitude du déplacement du deuxième mode à la deuxième fréquence propre est :

$$|\hat{q}_2(\omega_2)|_{\text{amortissement augmenté}} \approx \frac{\lambda_2 |\hat{q}_1(\omega_2)|}{2\omega_2^2 \xi_2} \sqrt{(a+1)^2 + \left(\frac{\omega_b}{2\xi_b \omega_2}\right)^2} \quad (3.27)$$

Par conséquent, à la fréquence ω_2 , par rapport à un appui « classique » à fort amortissement, l'isolateur de relaxation conduit à une amplification de l'accélération d'un coefficient :

$$coefa2 = \sqrt{\frac{1 + \frac{\omega_b^2/\omega_2^2}{(2\xi_m k_b/k_m)^2} \left(1 + \frac{k_b + k_m}{k_m} a\right)^2}{(a+1)^2 + \left(\frac{\omega_b}{2\xi_b \omega_2}\right)^2}} \quad (3.28)$$

L'évolution des coefficients d'amplification aux résonances du premier et du deuxième mode en fonction du taux d'amortissement ξ_m , est présentée sur la Figure 3-5 pour $k_m = k_b$, $\xi_b = 0.05$, $\varepsilon = 0.01$, $\gamma = 0.8$. Ces courbes montrent l'efficacité de l'isolateur de relaxation qui diminue le déplacement de la base sans amplification importante de la réponse du deuxième mode. Par exemple, pour $\xi_m = 0.20$, si l'on compare avec le cas d'un appui en élastomère avec un taux d'amortissement de 0.05, auquel on ajoute un amortissement supplémentaire de 20% ($a=4$), l'isolateur de relaxation conduit à une amplification du déplacement de seulement 8%, mais l'accélération absolue à la résonance du deuxième mode est diminuée de 65%. L'amplitude de la fonction de réponse fréquentielle de l'accélération absolue est présentée sur la Figure 3-6. Dans cette figure, les courbes correspondant à un appui en élastomère à faible amortissement (LDRB, $\xi_b = 0.05$) et à un appui en élastomère avec un taux d'amortissement augmenté (LDRB, $\xi_b = 0.25$) sont également présentées. On constate que l'amplitude de la FRF correspondant à l'isolateur de relaxation est considérablement plus faible

que celle correspondant à l'appui « classique » à amortissement augmenté à l'exception d'un léger effet rigidifiant (décalage vers la droite) au voisinage de la première fréquence propre. Une amélioration possible pourrait être obtenue en choisissant une fréquence d'isolation ω_b un peu plus faible dans le cas de l'isolateur de relaxation.

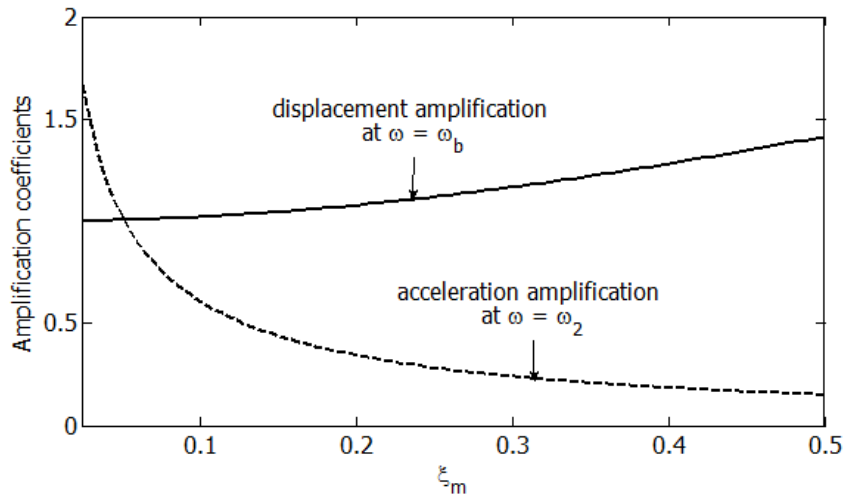


Figure 3-5. Coefficients d'amplification de l'isolateur de relaxation par rapport à un appui en élastomère à fort amortissement.

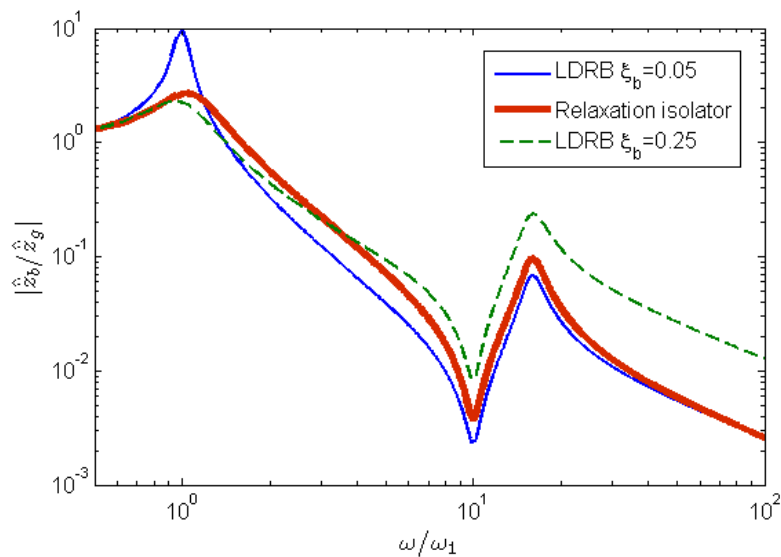


Figure 3-6. Amplitude de la fonction de réponse fréquentielle de l'accélération de la base.

3.3 Spectres de plancher

Afin d'illustrer l'effet bénéfique de l'isolateur de relaxation sur les spectres de plancher, nous considérons le système à 2 DDL de la Figure 3-4 avec les paramètres suivants :

$$f_b = 0.5 \text{ Hz}, f_s = 6 \text{ Hz}, \xi_b = \xi_s = 0.05, \gamma = 0.8, \xi_m = 0.2, k_m = k_b$$

Nous comparons l'efficacité de l'isolateur de relaxation non seulement avec celle des appuis en élastomère passifs mais, également, avec celle d'un système d'isolation sismique mixte qui combine des appuis passifs et des dispositifs semi-actifs. Pour ce dernier, nous considérons un amortisseur visqueux, adaptable en temps réel, en parallèle avec un appui en élastomère à faible amortissement. Le taux d'amortissement de l'amortisseur semi-actif varie entre 0 et 0.20. Nous faisons l'hypothèse que l'amortisseur est idéal (réponse symétrique, pas de temps de retard et pas de limites en force et en déplacement). Par conséquent, sa performance devrait être supérieure à celle du dispositif réel. L'algorithme semi-actif « clipped-optimal » LQR proposé dans [7, 8] et résumé dans la section 2.3.4.1, est utilisé.

L'excitation est l'un des signaux enregistrés lors du séisme de Naghan à Ardal, en Iran, en 1977, avec une accélération maximale de sol (PGA - Peak Ground Acceleration) de 0.91g. Il s'agit d'un signal avec beaucoup d'énergie au voisinage de la deuxième fréquence propre (Figure 3-7b). Pour cette raison, si l'amortissement à la base est augmenté ($\xi_b = 0.25$) la réponse du deuxième mode est considérablement amplifiée comme illustré dans la Figure 3-8. En revanche, si, au lieu d'augmenter l'amortissement à la base, un élément de Maxwell est utilisé on constate une atténuation considérable du premier pic et une légère amplification du deuxième pic par rapport au cas de faible amortissement (comme déjà signalé ce léger effet pourrait être corrigé en choisissant une valeur de ω_b un peu plus petite dans le cas de l'isolateur de relaxation). Ceci signifie que le déplacement à la base est atténué presque comme dans le cas de l'amortissement augmenté, tandis que la réponse du deuxième mode n'est pas amplifiée et reste similaire à celle du cas avec faible amortissement. Par ailleurs, la performance de l'isolateur de relaxation est comparable à celle du système d'isolation semi-actif mixte. On observe, également, qu'en raison de son effet rigidifiant, constaté aussi sur la Figure 3-2 et la Figure 3-6b (décalage de la première résonance vers la droite), les valeurs spectrales de la réponse de l'isolateur de relaxation aux fréquences entre environ 0.7 et 2 Hz sont légèrement amplifiées. Comme déjà signalé, le choix d'une fréquence ω_b légèrement plus petite dans le cas d'isolateur de relaxation pourrait compenser cet effet rigidifiant à basse fréquence. Au voisinage immédiat de la deuxième fréquence propre (7.9 Hz), l'amortisseur semi-actif est plus efficace que l'isolateur de relaxation mais la tendance s'inverse à plus haute fréquence. On peut, donc, en déduire que les performances de ces deux systèmes sont comparables.

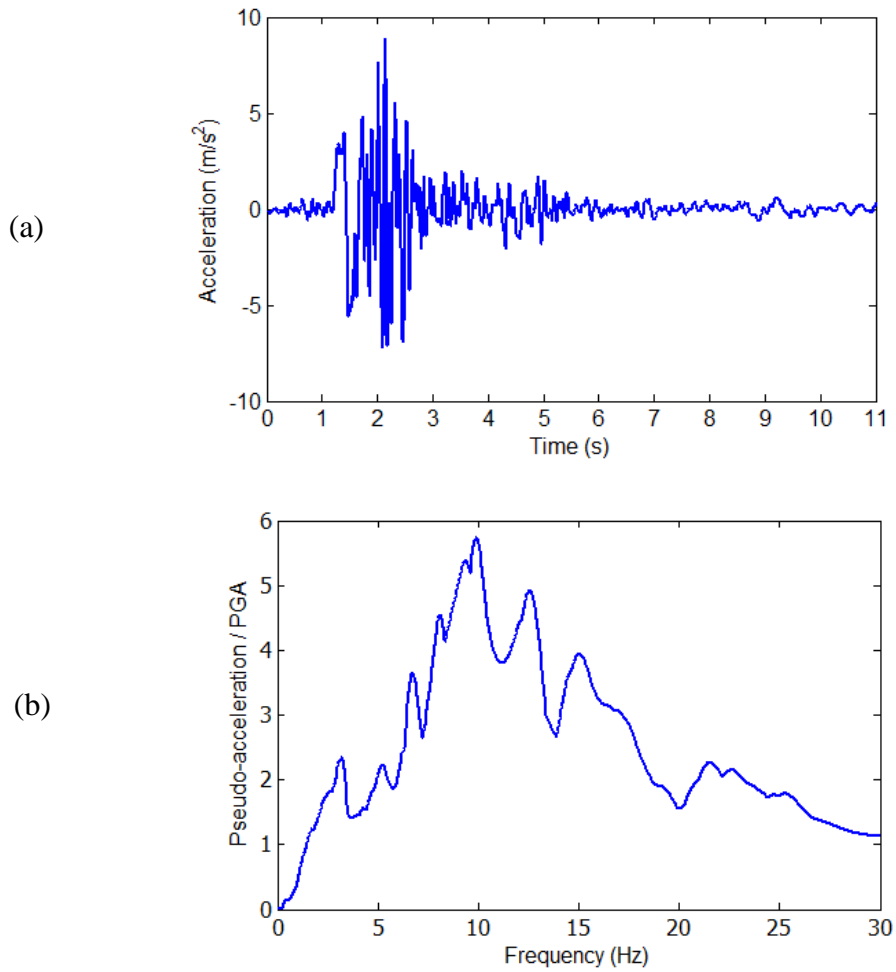


Figure 3-7. Signal d'Ardal. (a) Évolution temporelle. (b) Spectre en pseudo-accélération normalisée pour un taux d'amortissement de 2%.

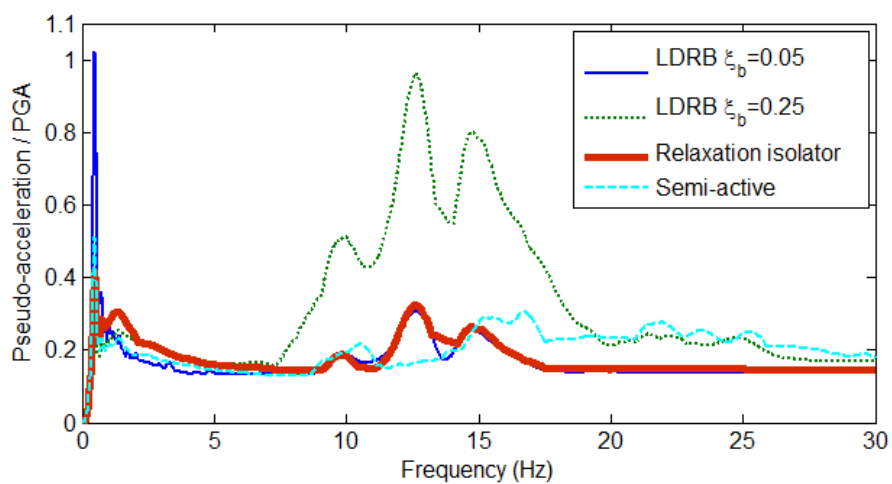


Figure 3-8. Spectres de plancher normalisés de la base (amortissement 2%) pour le signal d'Ardal.

L'efficacité de l'isolateur de relaxation est également confirmée par des simulations

numériques effectuées avec d'autres signaux sismiques. Deux enregistrements de l'accélération horizontale de sol durant l'événement principal du séisme de Tohoku au Japon le 11/03/2011 et deux accélérogrammes générés artificiellement, compatibles avec le spectre du site de Cadarache en France sont considérés. Leurs spectres en pseudo-accélération normalisée, pour un taux d'amortissement de 2% sont présentés dans la Figure 3-9. Ces quatre signaux ont beaucoup d'énergie au voisinage de la deuxième fréquence propre de la structure isolée et les deux signaux japonais donnent des déformations importantes des isolateurs (déplacement de la base). Leurs spectres de plancher normalisés moyens à la base sont présentés dans la Figure 3-10 pour les deux cas d'isolation passive (à faible et à fort amortissement) et pour le cas de l'isolateur de relaxation. On y retrouve la même tendance que dans le cas du signal d'Ardal (Figure 3-8). En ce qui concerne le déplacement de la base, le Tableau 3-1 montre que l'isolateur de relaxation permet d'obtenir une réduction comparable à celles des cas de l'amortissement augmenté et du contrôle semi-actif.

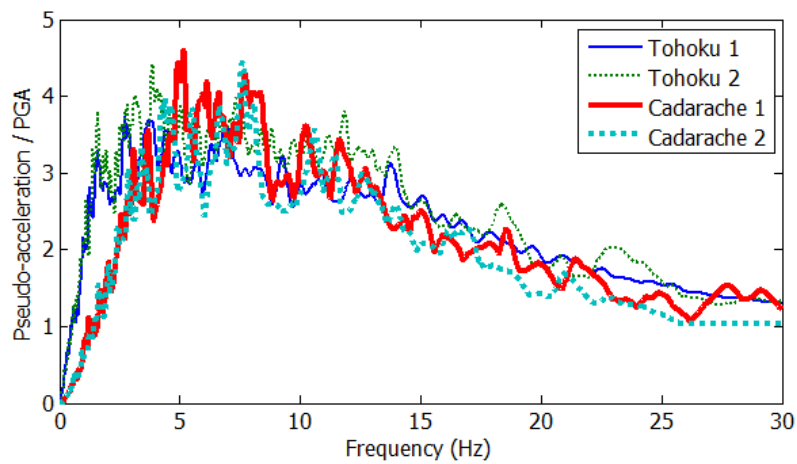


Figure 3-9. Spectres en pseudo-accélération normalisés des signaux de Tohoku et de Cadarache, pour un taux d'amortissement de 2%.

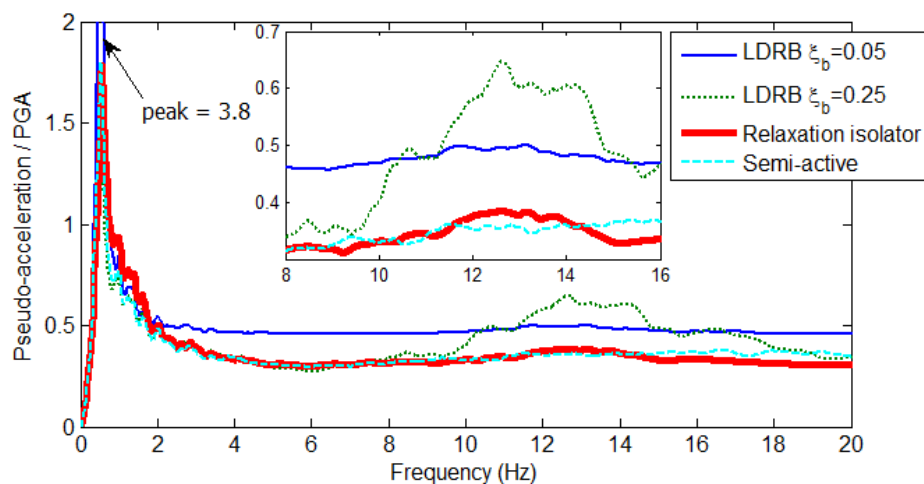


Figure 3-10. Spectres de plancher normalisés, moyens des quatre signaux, pour un taux d'amortissement de 2%.

Type d'isolation	Ardal	Cadarache 1	Cadarache 2	Tohoku 1	Tohoku 2
LDRB $\xi_b = 0.05$	0.1319	0.1691	0.1637	0.7363	0.7382
LDRB $\xi_b = 0.25$	0.0917	0.0854	0.0891	0.3687	0.3117
SAC « clipped-optimal »	0.1066	0.1174	0.1124	0.4716	0.3960
Isolateur de relaxation	0.0998	0.0950	0.1015	0.3846	0.3268

Tableau 3-1. Déplacement relatif (par rapport au sol) maximal à la base pour des signaux normalisés (m/g).

3.4 Réalisation physique de l'isolateur de relaxation

Dans le cas de l'isolation vibratoire des équipements légers, l'isolateur de relaxation peut être réalisé par un convertisseur électromécanique [25]. Néanmoins, un tel dispositif ne peut pas créer de forces importantes, nécessaires pour le contrôle d'un bâtiment réel. On pourrait penser que le comportement viscoélastique d'un élément de Maxwell pourrait être réalisé par des amortisseurs visqueux du type proposé par la société GERB « viscodampers » [72]. Ces dispositifs sont généralement constitués d'une partie mobile immergée dans un fluide fortement viscoélastique. Cependant, les études expérimentales et analytiques effectuées par Makris et Constantinou [73] ont montré que l'évolution des propriétés mécaniques de ces dispositifs en fonction de la fréquence est décrite par des puissances à exposants fractionnaires. Au lieu de la FRF (3.8), la FRF d'un dispositif de ce type est de la forme :

$$\frac{\hat{F}_b}{\hat{x}_{bg}} = \frac{j\omega k_m c_m}{k_m + (j\omega)^r c_m} \quad (3.29)$$

avec $r < 1$. Mais, bien qu'un dispositif avec la FRF (3.29) atténue la réponse du deuxième mode, sa performance n'est pas aussi satisfaisante que celle de l'élément de Maxwell classique représenté par la FRF (3.8). En effet, du fait que $r < 1$ la FRF (3.29) ne tend pas vers la FRF du ressort k_m au voisinage de la fréquence du deuxième mode.

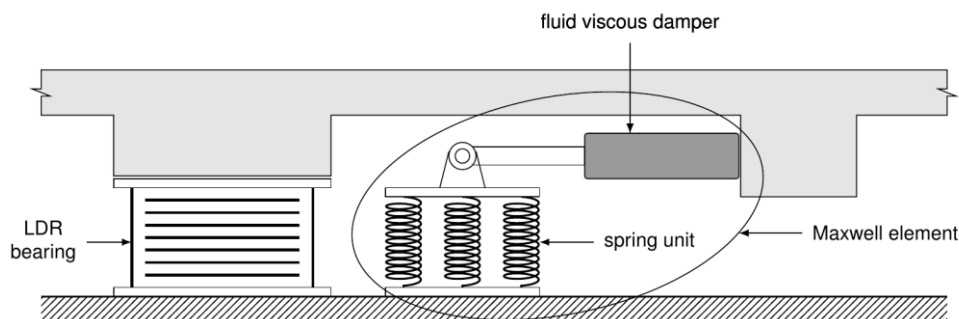


Figure 3-11. Réalisation physique de l'isolateur de relaxation.

Une réalisation physique possible de l'isolateur de relaxation est présentée dans la Figure

3-11. Le poids de la superstructure est supporté par l'appui en élastomère seulement. Ainsi, le ressort de l'élément de Maxwell peut être choisi pour avoir la rigidité souhaitée, sans se préoccuper du flambage des ressorts. Une alternative peut être de remplacer l'unité de ressort par un appui en élastomère à très faible amortissement. Un inconvénient du montage de la Figure 3-11 est que ses dimensions sont plus grandes que celles des isolateurs classiques compacts dont la rigidité et la dissipation sont réunies dans un seul élément (par exemple les appuis en élastomère à fort amortissement ou les appuis en élastomère avec noyau de plomb). Cependant, ses dimensions ne sont pas beaucoup plus grandes que celles d'un système d'isolation semi-actif mixte (dispositifs passifs + semi-actifs) ou des appuis en élastomère à faible amortissement combinés avec des amortisseurs supplémentaires.

3.5 Conclusions

Dans ce chapitre, nous proposons d'utiliser, en isolation sismique, un isolateur passif, jusqu'ici utilisé plutôt en isolation vibratoire. Il s'agit de l'isolateur de relaxation qui combine un appui classique à faible amortissement avec un élément de Maxwell. Cet isolateur assure la fonction d'isolation et celle de dissipation, tout en maintenant une bonne réponse à haute fréquence. Il est montré que sa performance est largement supérieure à celle d'un système d'isolation passif à fort amortissement et comparable à celle des systèmes de contrôle semi-actifs. Cependant, afin de rendre l'utilisation de ce type d'isolateurs plus attrayante, des aspects liés à sa réalisation physique devraient être davantage étudiés.

Chapitre 4. Méthodes de contrôle pour le système d'isolation sismique mixte semi-actif

Ce chapitre est consacré à l'utilisation des systèmes d'isolation mixtes afin d'atténuer des amplifications éventuelles des modes non-isolés. Les systèmes envisagés ici combinent des isolateurs passifs et des dispositifs semi-actifs disposés entre la base du bâtiment à isoler et sa fondation. Politopoulos [5] et Politopoulos et Pham [7] ont montré, en utilisant l'algorithme de contrôle « clipped-optimal » que ce système peut atténuer l'amplification de la réponse des modes non-isolés non seulement dans le cas d'une dissipation importante à la base mais aussi dans le cas d'excitations de type « rocking ». Cependant, un désavantage du contrôle « clipped-optimal » est qu'il ne tient pas compte de l'excitation. Ce chapitre a pour but de proposer d'autres méthodes de contrôle semi-actif, appliquées aux systèmes d'isolation sismique mixtes pour améliorer davantage l'efficacité du contrôle. Pour ce faire, nous donnons une importance particulière, lors de la conception du contrôleur, à la prise en compte des caractéristiques de l'excitation sismique ainsi qu'aux limitations physiques des dispositifs semi-actifs.

4.1 Modèle de la structure

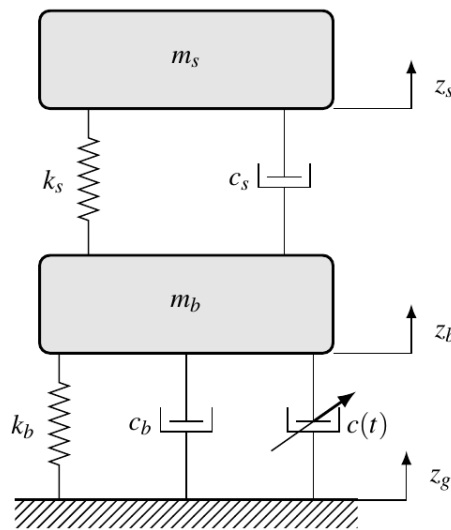


Figure 4-1. Modèle à 2 DDL d'une structure isolée par le système d'isolation mixte semi-actif.

Considérons le modèle à 2 DDL d'une structure dotée d'un système d'isolation semi-actif mixte (illustré dans la Figure 4-1) qui combine un appui à faible amortissement, modélisé par un amortisseur linéaire visqueux de constante c_b , et un ressort de rigidité k_b , mis en parallèle avec un amortisseur semi-actif visqueux dont le coefficient d'amortissement, $c(t)$, est variable. Les équations de mouvement du système s'écrivent :

$$M\ddot{v} + C\dot{v} + Kv = H\ddot{z}_g + Gu \quad (4.1)$$

où M , C , K sont les matrices de masse, d'amortissement et de rigidité respectivement ; $v = [z_b - z_g \quad z_s - z_g]^T$ est le vecteur des déplacements relatifs par rapport au sol ; u est la force de contrôle générée par l'amortisseur ; \ddot{z}_g est l'accélération du sol ; G indique la localisation de la force de contrôle et $H = -Mr$ où $r = [1 \quad 1]^T$ est le vecteur de passage entre l'accélération du sol et les degrés de liberté considérés. Il s'agit d'un vecteur unitaire dans la direction de l'excitation.

Sur la base des vecteurs propres ϕ_1 , ϕ_2 , les équations de mouvement s'écrivent :

$$\ddot{q}_1 + 2\xi_1\omega_1\dot{q}_1 + \omega_1^2q_1 = -L_1\ddot{z}_g - \lambda_1\dot{q}_2 + N_1u \quad (4.2)$$

$$\ddot{q}_2 + 2\xi_2\omega_2\dot{q}_2 + \omega_2^2q_2 = -L_2\ddot{z}_g - \lambda_2\dot{q}_1 + N_2u \quad (4.3)$$

où ω_1 et ω_2 sont les pulsations propres ; ξ_1 et ξ_2 sont les taux d'amortissement modaux ; λ_1 et λ_2 sont les coefficients de couplage des forces d'amortissement ; L_1 , L_2 et N_1 , N_2 sont les coefficients de participation des modes correspondant, respectivement, à l'excitation, \ddot{z}_g , et à la force de contrôle, u . Ces coefficients de participation s'écrivent :

$$L_i = \frac{1}{m_i} \phi_i^T M r \quad \text{et} \quad N_i = \frac{1}{m_i} \phi_i^T G \quad i = 1, 2 \quad (4.4)$$

où m_i est la masse généralisée du mode i .

Par ailleurs, les équations de mouvement (4.1) peuvent être écrites en fonction des variables d'état, $x = [v^T \quad \dot{v}^T]^T$, sous la forme suivante :

$$\dot{x} = Ax + Bu + E\ddot{z}_g \quad (4.5)$$

$$\text{où } A = \begin{bmatrix} 0_{2 \times 2} & I_{2 \times 2} \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0_{2 \times 2} \\ M^{-1}G \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} 0_{2 \times 1} \\ M^{-1}H \end{bmatrix}.$$

La force générée par un amortisseur semi-actif idéal est :

$$u = -c(t) \dot{z}_{bg}(t) \quad (4.6)$$

où $\dot{z}_{bg} = \dot{z}_b - \dot{z}_g$ est la vitesse relative de la masse m_b par rapport au sol et le coefficient d'amortissement, $c(t)$, varie entre sa valeur minimale c_{\min} , et sa valeur maximale c_{\max} . Les équations de mouvement du système (4.5) s'écrivent :

$$\dot{x}(t) = [A - c(t)Bb]x(t) + Ew(t) \quad (4.7)$$

où $b = [0 \quad 0 \quad 1 \quad 0]$ est le vecteur qui indique la localisation de \dot{z}_{bg} dans le vecteur des

variables d'état.

Par la suite l'objectif des méthodes proposées sera d'obtenir des spectres de plancher qui, au voisinage de la première fréquence (fréquence d'isolation), seront proches de ceux obtenus quand on ajoute un amortissement supplémentaire (typiquement 20%) sans pour autant amplifier la réponse du deuxième mode (mode non-isolé).

4.2 L'algorithme de contrôle semi-actif « feedback-feedforward » (FB-FF)

Il s'agit d'une méthode heuristique de contrôle de type « clipped » (sous-section 2.3.4.1) dont le principe est d'ajuster le coefficient d'amortissement de l'amortisseur de sorte que la force générée par l'amortisseur soit la plus proche possible d'une force souhaitée, déterminée à partir d'un algorithme de contrôle actif. Afin de prendre en compte l'excitation sismique, la prédiction de la force de contrôle est constituée non, seulement, d'un terme « feedback » proportionnel à la réponse du système, comme, pour le contrôle « clipped-optimal », mais, aussi, d'un terme « feedforward » proportionnel à l'accélération de sol.

$$u_p = -\bar{K}x + \beta\ddot{z}_g = u_1 + \beta\ddot{z}_g \quad (4.8)$$

L'équation du premier mode du système contrôlé par u_p s'écrit :

$$\ddot{q}_1 + 2\xi_1\omega_1\dot{q}_1 + \omega_1^2q_1 = (\beta N_1 - L_1)\ddot{z}_g - \lambda_1\dot{q}_2 + N_1u_1 \quad (4.9)$$

Le gain appliqué à l'accélération de sol, β , est déterminé de sorte que la force généralisée du premier mode, due à l'excitation, soit nulle. Il s'ensuit que :

$$\beta N_1 - L_1 = 0 \Leftrightarrow \beta = \frac{L_1}{N_1} = \frac{\phi_1^T M r}{\phi_1^T G} \quad (4.10)$$

Le gain du feedback, \bar{K} , est déterminé par la méthode LQR en minimisant la fonction coût

$$J = \int_{t_0}^{t_f} (\omega_1^2 m_1 q_1^2 + \alpha m_2 \dot{q}_2^2 + R u^2) dt \quad (4.11)$$

Le coefficient de pondération α correspondant à l'énergie cinétique du deuxième mode dans la fonction coût est assez grand pour diminuer l'amplification de la réponse de ce mode. Celui correspondant à la force de contrôle est choisi de sorte que le premier pic (le pic du mode isolé) de la fonction de transfert du système actif soit le même que celui du système passif doté d'un amortissement supplémentaire.

En utilisant la transformation entre les coordonnées généralisées et les déplacements relatifs :

$$q_i = \frac{\phi_i^T M z}{m_i} \quad i = 1, 2 \quad (4.12)$$

La fonction coût, J , peut être exprimée en termes de variables d'état, x :

$$J = \int_{t_0}^{t_f} (x^T Q x + R u^2) dt \quad (4.13)$$

où :

$$Q = \begin{bmatrix} (Q_1)_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} \\ 0_{2 \times 2} & (Q_1)_{2 \times 2} \end{bmatrix}; Q_1 = M^T \left(\frac{\varphi_1 \varphi_1^T \omega_1}{m_1} \right) M; Q_2 = M^T \left(\alpha \times \frac{\varphi_1 \varphi_2^T}{m_2} \right) M \quad (4.14)$$

Après avoir déterminé u_p , le coefficient d'amortissement du dispositif semi-actif est calculé par les relations (2.34).

Afin d'illustrer l'effet bénéfique de l'algorithme de contrôle FB-FF sur les spectres de plancher, nous considérons le système à 2 DDL de la Figure 4-1 avec les paramètres suivants

$$f_b = 0.5 \text{ Hz}, f_s = 6 \text{ Hz}, \xi_b = \xi_s = 0.05, \gamma = 0.8$$

Nous considérons un amortisseur semi-actif idéal dont le taux d'amortissement varie entre 0 et 0.20. Par conséquent, les valeurs minimale et maximale du coefficient d'amortissement sont $c_{\min} = 0$ et $c_{\max} = 0.20 \times 2k_b / \omega_b$. Pour cette configuration, la valeur de β calculée par l'équation (4.10) est $\beta = 1.25$. Les coefficients de pondération sont $\alpha = 5.5 \times 10^5$ et $R = 0.0081$.

À titre de comparaison, l'algorithme de contrôle semi-actif « clipped-optimal » LQR est, également, considéré avec la même fonction coût. L'excitation est le signal du séisme de Naghan à Ardal considéré dans la section 3.3. Politopoulos et Pham [7, 8] ont montré que le contrôle semi-actif « clipped-optimal » était capable d'atténuer le déplacement de la base sans amplification de la réponse des modes non-isolés. Une efficacité supérieure à celle des appuis passifs classiques a été observée. Cette tendance est également confirmée dans la section 3.3 quand on compare le spectre de plancher obtenu par le contrôle semi-actif « clipped-optimal » avec celui dans le cas de l'appui LDRB, $\xi_b = 0.25$. C'est pourquoi, dans la Figure 4-2, nous ne présentons que les spectres de plancher correspondant au contrôle semi-actif « clipped-optimal » (SAC LQR) et au contrôle semi-actif FB-FF (SAC FB-FF). On y remarque que la méthode FB-FF apporte une amélioration modérée, sans aucun coût significatif supplémentaire, par rapport à la méthode « clipped-optimal ».

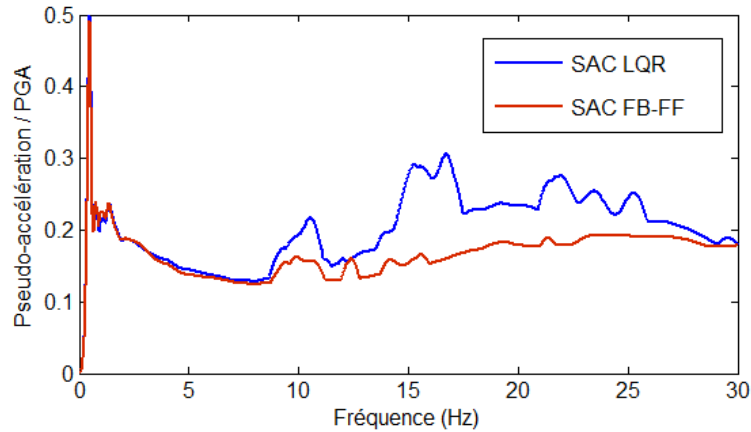


Figure 4-2. Spectres de plancher normalisés, pour un taux d'amortissement de 2%, pour le signal d'Ardal.

L'efficacité de la méthode FB-FF est également confirmée pour d'autres signaux sismiques. Les deux signaux de Tohoku et les deux signaux de Cadarache utilisés déjà dans la section 3.3 sont considérés. Sur la Figure 4-3 sont présentés les spectres de plancher moyens de ces quatre signaux normalisés pour le cas d'isolation passive à fort amortissement (LDRB $\xi_b = 0.25$) et pour les deux méthodes de contrôle semi-actif. On remarque la forte réduction de la réponse au voisinage de la deuxième fréquence propre obtenue par les méthodes semi-actives. Néanmoins, un léger effet contreproductif est à signaler au dessus de 20 Hz. Par ailleurs, les résultats de la méthode FF-FB sont légèrement meilleurs que ceux de la méthode « clipped-optimal ». En ce qui concerne le déplacement à la base (déformation des isolateurs) le Tableau 4-1 montre que les trois méthodes donnent des résultats très proches.

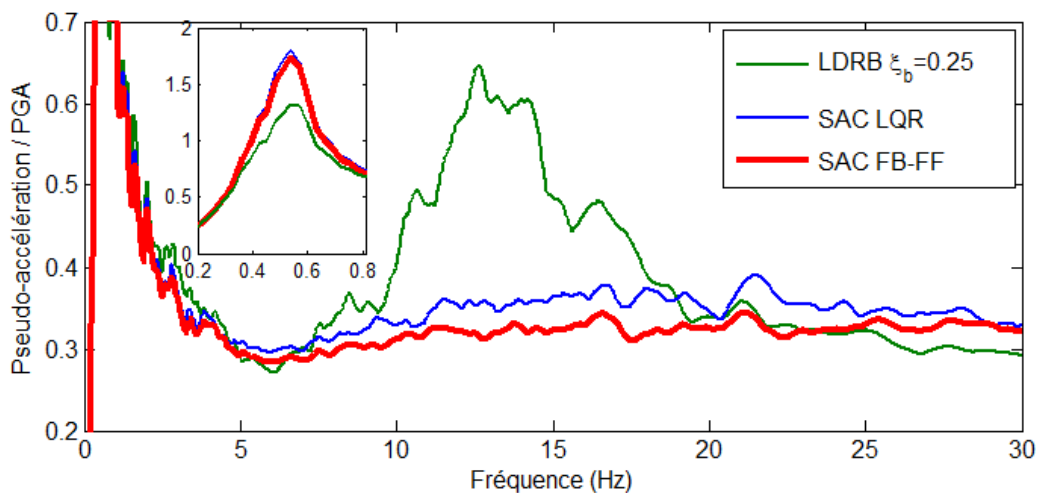


Figure 4-3. Spectres de plancher normalisés, moyens de quatre signaux, pour un taux d'amortissement de 2%.

Algorithme de contrôle	Ardal	Cadarache 1	Cadarache 2	Tohoku 1	Tohoku 2
LDRB $\xi_b = 0.25$	0.0917	0.0854	0.0891	0.3687	0.3117
SAC « clipped-optimal »	0.1066	0.1174	0.1124	0.4716	0.3960
SAC « feedback-feedforward »	0.1018	0.1078	0.1092	0.4535	0.3749

Tableau 4-1. Déplacement relatif (par rapport au sol) maximal de la base pour des signaux normalisés (m/g).

4.3 Contrôle non-linéaire quadratique inhomogène optimal (NLQI)

Dans la section précédente, nous avons montré que la prise en compte de l'excitation sismique dans la synthèse du contrôleur a des effets bénéfiques sur la performance de contrôle. C'est pourquoi nous continuons à nous focaliser sur ce point pour améliorer davantage la performance du contrôle. En effet, la méthode FB-FF est une méthode heuristique et on s'attend à ce que des méthodes mathématiquement plus rigoureuses aboutissent à de meilleurs résultats. En revisitant le problème du contrôle non-linéaire inhomogène optimal nous proposons une méthode de contrôle permettant, non seulement de tenir compte de l'excitation sismique mais, aussi, de déterminer directement le coefficient d'amortissement de l'amortisseur semi-actif, qui est la variable de contrôle principale. On rappelle que, dans les méthodes de type « clipped » on utilise une variable intermédiaire, la prédiction de la force de contrôle (ou force souhaitée). À chaque instant, l'accélération de sol est estimée dans un court intervalle de temps en aval par un modèle autorégressif (AR). Ensuite, le coefficient d'amortissement est déterminé en résolvant le problème de contrôle non-linéaire quadratique inhomogène optimal sous contraintes, pour cet intervalle de temps. Les simulations numériques effectuées montrent que cette nouvelle méthode de contrôle semi-actif NLQI a une meilleure performance que celle des contrôles « clipped-optimal » et FB-FF.

4.3.1 Contrôle optimal des structures sismiquement excitées

4.3.1.1 Problème de contrôle actif linéaire quadratique inhomogène optimal (LQI)

Comme déjà mentionné, la solution du problème de contrôle LQR ou LQG (sous-section 2.2.1 et 2.2.2), qui est obtenue en négligeant l'excitation externe ou en la considérant comme un bruit blanc, ne correspond pas au contrôle optimal d'une structure soumise à des excitations sismiques. C'est pourquoi, dans cette sous-section, nous allons montrer comment le contrôle optimal peut être appliqué en tenant compte de l'excitation. En principe, ceci nécessite la connaissance de l'excitation dans l'intervalle de temps de contrôle. Considérons le problème de contrôle quadratique optimal du système sismiquement excité, gouverné par les équations de mouvement (4.5) :

$$\begin{aligned}
 \text{Minimiser } J &= \int_{t_0}^{t_f} (x^T Q x + u^T R u) dt + x^T(t_f) S x(t_f) \\
 \dot{x}(t) &= A x(t) + B u(t) + E w(t); \quad x(t_0) = x_0
 \end{aligned} \tag{4.15}$$

où $[t_0, t_f]$ est l'intervalle de temps de contrôle, S , Q et R sont des matrices de pondération. S et Q sont semi-définies positives et R est définie positive ; $w(t) = \ddot{z}_g(t)$ est l'accélération de sol.

La fonction coût (ou indice de performance), J , est une fonction scalaire des variables d'état du système, x , et de la force de contrôle, u , dans l'intervalle de temps de contrôle $[t_0, t_f]$. Il est minimisé par rapport à la force de contrôle, $u(t)$, en satisfaisant aux équations de mouvement de la structure. Selon Bryson et Ho [27] et Yang *et al.* [74], la solution du problème de contrôle quadratique inhomogène optimal (LQI) (4.15) peut être écrite sous la forme :

$$u^{opt}(t) = -R^{-1}B^T [P(t)x + g(t)] \quad (4.16)$$

où la matrice $P(t)$ est la solution de l'équation différentielle de Riccati (2.3) et le vecteur $g(t)$ est la solution de l'équation différentielle suivante :

$$-\dot{g}(t) = [A^T - P(t)BR^{-1}B^T]g(t) + P(t)Ew; g(t_f) = 0 \quad (4.17)$$

On peut remarquer que la solution du problème de contrôle LQR (le « feedback » linéaire) n'est qu'un cas spécial de la solution (4.16) quand l'excitation, w , est nulle. Dans le cas général, l'équation différentielle (4.17) doit être résolue vers l'arrière en partant du temps final, t_f . Par conséquent, puisque l'excitation sismique n'est pas connue a priori, le contrôle optimal n'est pas réalisable. Cependant, nous avons remarqué par des expériences numériques que quand le contrôle à chaque instant t_k , $u(t_k)$, est déterminé en utilisant l'excitation sismique dans un court intervalle de temps en aval contenant, par exemple, m pas de temps, $[t_k, t_{k+m}]$, le contrôle n'est plus optimal mais maintient encore une performance très satisfaisante comme il sera montré ci-après. Ce constat nous a suggéré l'idée d'un contrôle basé sur une prédiction en temps réel de l'excitation sismique dans un court intervalle de temps en aval de l'instant courant.

Pour illustrer le contrôle optimal d'une structure sismiquement excitée, des exemples de calcul sont présentés. Le système à 2 DDL de la Figure 4-1 avec les mêmes paramètres que dans la section 4.2 est considéré. Ayant pour but de limiter le déplacement de la base tout en évitant l'amplification de la réponse des modes non-isolés, la fonction coût décrite par (4.13) et (4.14) est utilisée. Dans cette étude, les valeurs des coefficients de pénalisation sont $\alpha = 5 \times 10^5$ et $R = 0.0081$.

Dans le premier exemple, nous faisons l'hypothèse que l'excitation sismique est connue a priori. L'excitation est le même signal du séisme d'Ardal utilisé dans la section 4.2. À titre de comparaison nous montrons sur la Figure 4-4a le spectre de plancher à la base dans le cas d'un fort amortissement ($\xi_b = 0.25$). L'effet des contrôles LQI et LQR sur le spectre de plancher sont illustrés dans les Figure 4-4b et c.

Le deuxième exemple vise à évaluer la performance du contrôle quand l'excitation est supposée connue seulement dans un court intervalle de temps en aval de l'instant courant. À

chaque instant t_k , la force de contrôle active, $u(t_k)$, est déterminée en résolvant le problème de contrôle LQI dans l'intervalle de temps $[t_k, t_{k+m}]$. Afin d'étudier l'influence de la durée de l'intervalle de temps, dans lequel l'excitation est connue, sur l'efficacité du contrôle, trois durées différentes, 0.05 s, 0.1 s et 0.3 s, sont considérées. Pour réduire le temps de calcul, le terme de la pénalisation à la fin de chaque intervalle est mis sous la forme $x^T \bar{P}x \Big|_{t=t_{k+m}}$. Comme déjà mentionné (sous-section 2.2.1), ce choix de pénalisation finale permet l'utilisation de la solution stationnaire de l'équation différentielle de Riccati (2.3), $P(t) = \bar{P}$, même si l'intervalle de temps de contrôle est court.

Par ailleurs, nous allons montrer que l'utilisation de ce terme final est importante pour maintenir une bonne performance globale quand l'excitation est connue seulement dans un court intervalle de temps en aval de l'instant courant. En effet, la fonction coût s'écrit :

$$J = \int_{t_0}^{t_f} (x^T Qx + Ru^2) dt = \int_{t_0}^{t_k} (x^T Qx + Ru^2) dt + \int_{t_k}^{t_{k+m}} (x^T Qx + Ru^2) dt + \int_{t_{k+m}}^{t_f} (x^T Qx + Ru^2) dt \quad (4.18)$$

Si le contrôle est supposé optimal jusqu'à l'instant courant t_k (c'est-à-dire que $u(t) = u^{opt}(t) \forall t \in [t_0, t_k]$), pour minimiser J , $J_{t_k} = \int_{t_k}^{t_{k+m}} (x^T Qx + Ru^2) dt + \int_{t_{k+m}}^{t_f} (x^T Qx + Ru^2) dt$ devra être minimisé. Cependant, la minimisation de J_{t_k} n'est pas réalisable puisque l'excitation n'est pas connue dans l'intervalle $[t_k, t_f]$ mais seulement dans l'intervalle $[t_k, t_{k+m}]$. La minimisation locale seulement du deuxième terme du membre de droite de (4.18) ne correspond pas à la minimisation de J et dégrade la performance du contrôle. C'est pourquoi, nous cherchons une approximation du troisième terme du membre de droite de (4.18) dépendant des variables d'état à l'instant t_{k+m} , $x(t_{k+m})$. Il s'avère qu'une telle approximation est $x^T \bar{P}x \Big|_{t=t_{k+m}}$. En effet, puisque \bar{P} est la solution de l'équation algébrique de Riccati (2.4) :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(x^T \bar{P}x) &= \dot{x}^T \bar{P}x + x^T \bar{P}\dot{x} = (Ax + Bu + Ew)^T \bar{P}x + x^T \bar{P}(Ax + Bu + Ew) \\ &= x^T (A^T \bar{P} + \bar{P}A)x + 2x^T \bar{P}Bu + 2x^T \bar{P}Ew \\ &= x^T (\bar{P}BR^{-1}B^T \bar{P} - Q)x + 2x^T \bar{P}Bu + 2x^T \bar{P}Ew \end{aligned} \quad (4.19)$$

Il s'ensuit que :

$$\begin{aligned} \int_{t_{k+m}}^{t_f} (x^T Qx + Ru^2) dt &= \int_{t_{k+m}}^{t_f} \left[-\frac{d}{dt}(x^T \bar{P}x) + (x^T \bar{P}BR^{-1}B^T \bar{P}x + 2x^T \bar{P}Bu + Ru^2) + 2x^T \bar{P}Ew \right] dt \\ &= (x^T \bar{P}x) \Big|_{t=t_{k+m}} - (x^T \bar{P}x) \Big|_{t=t_f} + \int_{t_{k+m}}^{t_f} \left[R(u + R^{-1}B^T \bar{P}x)^2 + 2x^T \bar{P}Ew \right] dt \end{aligned} \quad (4.20)$$

Faute de mieux, on ne retient pour cette intégrale que le premier terme du membre de droite qui ne dépend que de l'instant t_{k+m}

$$\int_{t_{k+m}}^{t_f} (x^T Qx + Ru^2) dt \approx (x^T \bar{P}x) \Big|_{t=t_{k+m}} \quad (4.21)$$

Par conséquent, la fonction coût à minimiser entre t_k et t_f est :

$$J_{t_k} \approx \int_{t_k}^{t_{k+m}} (x^T Qx + Ru^2) dt + (x^T \bar{P}x) \Big|_{t=t_{k+m}} \quad (4.22)$$

Afin d'examiner l'influence de ce terme final sur la performance du contrôle, une solution du contrôle LQI pour un intervalle de temps de 0.3 s, sans pénalisation finale, ce qui correspond à la minimisation locale seulement du deuxième terme du membre de droite de (4.18), est également considérée.

Les spectres de plancher présentés dans les Figure 4-4b et c confirment l'efficacité du contrôle LQI pour atténuer la réponse du mode isolé sans amplifier la réponse du mode non-isolé. Quand l'excitation est entièrement connue, la performance du contrôle LQI est supérieure à celle du contrôle LQR. Nous constatons que plus la durée de l'intervalle de temps de contrôle est longue, meilleure la performance de contrôle est (les valeurs spectrales sont plus faibles). Quand l'excitation est connue dans un intervalle de temps de 0.3 s en aval de l'instant courant, la performance est quasiment identique à celle correspondant au cas où l'excitation est entièrement connue. D'après l'équation (4.16) l'effet de la durée de l'intervalle de temps, dans lequel l'excitation est connue, dépend du taux de décroissance de $g(t)$. Par conséquent, il dépend des valeurs propres de la matrice $[A^T - P(t)BR^{-1}B^T]$. Autrement dit, il dépend des caractéristiques du système et des matrices de pondération de la fonction coût. Dans les mêmes figures, nous constatons que la pénalisation finale joue un rôle important sur l'efficacité de contrôle. En effet, sans ce terme, le contrôle LQI pour une durée d'excitation connue de 0.3 s, est beaucoup moins efficace.

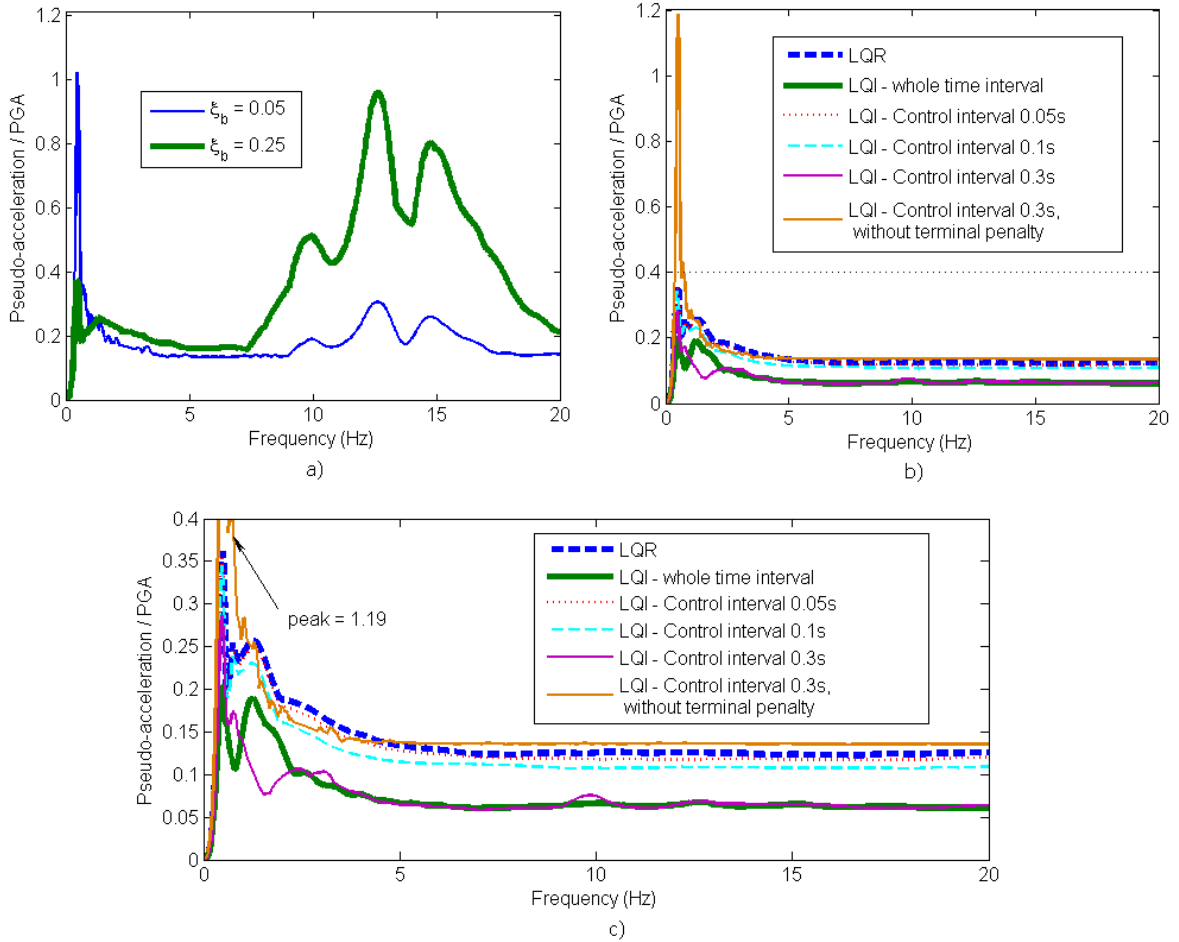


Figure 4-4. Spectres de plancher à la base normalisés pour un taux d'amortissement de 2%. (a) Amortissement passif. (b) Contrôle actif. (c) Zoom de la figure (b) sur la zone de faibles accélérations.

4.3.1.2 Problème de contrôle non-linéaire quadratique inhomogène optimal avec des contraintes sur la variable de contrôle

Dans cette sous-section nous allons présenter un problème de contrôle non-linéaire optimal sous contraintes qui permet de déterminer directement le coefficient d'amortissement, $c(t)$, de l'amortisseur semi-actif et non pas la force de contrôle u , dans l'espoir d'obtenir une meilleure méthode de contrôle dans le cas des valeurs bornées de $c(t)$. En effet, c'est le coefficient d'amortissement qui est la vraie variable de contrôle d'un amortisseur semi-actif et non pas la force de contrôle, u . Par conséquent, les équations (4.7) seront utilisées. Le problème de contrôle non-linéaire quadratique inhomogène optimal sous contraintes (NLQI) suivant est considéré :

$$\begin{aligned}
 \text{Minimiser } J &= \int_{t_0}^{t_f} x^T Q x dt + x(t_f)^T S x(t_f) \\
 \dot{x} &= f(x, c, t) = [A - c(t)Bb]x(t) + Ew(t); \quad x(t_0) = x_0 \\
 c_{\min} &\leq c(t) \leq c_{\max}
 \end{aligned} \tag{4.23}$$

Dans ce problème, le Hamiltonien est défini comme :

$$H(x, c, \lambda, t) = x^T Qx + \lambda^T [(A - cBb)x + Ew] \quad (4.24)$$

où λ est le vecteur des multiplicateurs de Lagrange. On remarque que la dérivée seconde du Hamiltonien par rapport à la variable de contrôle, c , est nulle ($\partial_{cc}H = 0$) et les contraintes d'inégalité imposées à la variable de contrôle sont linéaires. Le contrôle optimal de ce problème est de la forme bang-bang [75]. Ici, nous proposons une autre procédure qui n'est pas strictement optimale mais tend vers la solution optimale. Plusieurs algorithmes de contrôle optimal dans la littérature exigent que le Hamiltonien soit strictement globalement convexe par rapport à la variable de contrôle ($\partial_{cc}H > 0 \forall t \in [t_0, t_f]$) (par exemple l'algorithme de McReynolds et Bryson [76]) ou au moins strictement convexe au voisinage de la solution optimale (par exemple l'algorithme de Jacobson [77]). Pour surmonter la restriction de convexité, des stratégies de contrôle bang-bang basées sur la programmation dynamique (« Differential Dynamic Programming » - DDP) ont été proposées dans la référence [75]. Cependant, quand nous appliquons cet algorithme à notre problème, la convergence n'est obtenue qu'en cas des matrices de pondérations Q_2 correspondant à de petites valeurs de α (équation (4.14)). Or, comme il l'a déjà été signalé, de grandes valeurs de α sont nécessaires pour éviter l'amplification de la réponse des modes non-isolés. C'est pourquoi nous proposons une technique itérative approximative pour résoudre le problème de contrôle sous contraintes (4.23).

Supposons qu'une estimation de la variable de contrôle, $\bar{c}(t)$, $\bar{c} \in [c_{\min}, c_{\max}]$, et la trajectoire correspondante, $\bar{x}(t)$, sont disponibles. Nous définissons un nouveau problème régularisé de contrôle optimal :

$$\begin{aligned} \text{Minimiser } J_1 &= \int_{t_0}^{t_f} [x^T Qx + \varepsilon(c - \bar{c})^2] dt + x(t_f)^T Sx(t_f) \\ \dot{x} &= f(x, c, t) = [A - c(t)Bb]x(t) + Ew(t); \quad x(t_0) = x_0 \\ c_{\min} &\leq c(t) \leq c_{\max} \end{aligned} \quad (4.25)$$

où $\varepsilon > 0$. Si le nouveau problème (4.25) a une solution $(x_\varepsilon, c_\varepsilon)$, nous aurons $J_1(x_\varepsilon, c_\varepsilon) \leq J_1(x, c) \quad \forall (x, c)$. Par conséquent :

$$J_1(x_\varepsilon, c_\varepsilon) \leq J_1(\bar{x}, \bar{c}) = \int_{t_0}^{t_f} \bar{x}^T Q\bar{x} dt + \bar{x}(t_f)^T S\bar{x}(t_f) = J(\bar{x}, \bar{c}) \quad (4.26)$$

Étant donné que $\int_{t_0}^{t_f} \varepsilon(c_\varepsilon - \bar{c})^2 dt \geq 0$ nous avons également :

$$J_1(x_\varepsilon, c_\varepsilon) = \int_{t_0}^{t_f} [x_\varepsilon^T Q x_\varepsilon + \varepsilon (c_\varepsilon - \bar{c})^2] dt + x_\varepsilon(t_f)^T S x_\varepsilon(t_f) \geq \int_{t_0}^{t_f} x_\varepsilon^T Q x_\varepsilon dt + x_\varepsilon(t_f)^T S x_\varepsilon(t_f) \quad (4.27)$$

$$= J(x_\varepsilon, c_\varepsilon)$$

Les relations (4.26) et (4.27) impliquent que $J(x_\varepsilon, c_\varepsilon) \leq J(\bar{x}, \bar{c})$ et donc, $c_\varepsilon(t)$ est une amélioration de $\bar{c}(t)$. L'application itérative de ce processus nous donne des estimations de la variable de contrôle correspondant à des valeurs plus petites de la fonction coût et donc nous donne de meilleures approximations de la solution du problème initial (4.23) à chaque itération.

Dans le cas général, le choix de l'estimation initiale de la variable de contrôle n'est pas toujours facile. En effet, pour un problème de dimension considérable, avec des contraintes complexes, l'estimation initiale de la variable de contrôle doit être choisie de sorte qu'elle n'enfreint aucune contrainte ce qui peut s'avérer une tâche difficile. Il n'en est pas de même ici car une seule contrainte linéaire est considérée. De plus, du fait que le coefficient d'amortissement varie dans une gamme assez étroite (entre c_{\min} et c_{\max}) la procédure n'est pas très sensible à l'estimation initiale de c . Dans cette étude, l'estimation initiale $\bar{c}(t) = (c_{\min} + c_{\max})/2, \forall t$ a été choisie.

Par la suite, nous présentons l'algorithme utilisé pour résoudre le problème régularisé de contrôle optimal (4.25). Dans un souci de généralité, nous considérons le problème suivant :

$$\begin{aligned} \text{Minimiser } J_1 &= \int_{t_0}^{t_f} L(x, c, t) dt + \psi[x(t_f), t_f] \\ \dot{x} &= f(x, c, t); \quad x(t_0) = x_0 \\ c_{\min} &\leq c(t) \leq c_{\max} \end{aligned} \quad (4.28)$$

où $L(x, c, t)$ est une fonction de x, c et t , et $\psi[x(t_f), t_f]$ dépend seulement du temps final t_f .

D'abord, le problème de contrôle optimal sans contrainte est considéré. En raison de la non-linéarité, ce problème ne peut pas être résolu analytiquement, c'est pourquoi, nous focalisons sur la résolution numérique du problème. Il a été démontré que les conditions nécessaires d'optimalité aboutissent à un problème aux limites à deux points (« two-point boundary problem ») [26, 27]. Il s'agit d'un problème d'équations différentielles avec des conditions imposées aux temps initial et final. Ce problème peut être résolu par plusieurs schémas d'intégration numériques mais le coût de calcul est très élevé si le nombre de variables est grand ou si l'intervalle de temps de contrôle est long. Or, pour une implémentation du contrôle en temps réel le temps de calcul à chaque pas de temps doit être faible. Pour éviter cet inconvénient, des algorithmes itératifs sont proposés dans la littérature. Ils consistent à améliorer des estimations successives de la variable de contrôle de sorte qu'elles tendent de plus en plus à satisfaire aux conditions nécessaires d'optimalité. À titre d'exemple, l'algorithme de McReynolds et Bryson [76] consiste à chercher une direction dans l'espace des variables de contrôle telle que le gradient du Hamiltonien devient de plus en plus petit après chaque itération.

Par conséquent, après un certain nombre d'itérations, le gradient du Hamiltonien devient très petit, pratiquement nul, ce qui est nécessaire pour l'optimalité.

La résolution du problème de contrôle optimal devient plus difficile en présence des contraintes. En raison des limitations physiques des dispositifs de contrôle, ces contraintes sont souvent rencontrées dans la pratique. Un inconvénient de l'algorithme de McReynolds et Bryson est qu'il ne peut pas tenir compte directement, des contraintes d'inégalité sur les variables de contrôle. Ces contraintes sont donc remplacées par des fonctions de pénalisation [77]. Pour éviter cet inconvénient, Jacobson [77] a développé une méthode en utilisant la notion de la programmation dynamique (DDP). Les étapes essentielles de l'algorithme de Jacobson sont présentées par la suite.

Dans le cadre de la DDP, on définit une fonction scalaire V du temps t ($t \in [t_0, t_f]$) et du vecteur des variables d'état $x(t)$ comme la fonction coût dans le cas où t et $x(t)$ sont considérés comme le temps initial et l'état initial respectivement.

$$V(x, t) = \int_t^{t_f} L[x(\tau), c(\tau), \tau] d\tau + \psi[x(t_f), t_f] \quad (4.29)$$

Il s'ensuit que :

$$J_1 = \int_{t_0}^{t_f} L(x, c, t) dt + \psi[x(t_f), t_f] = V(x_0, t_0) \quad (4.30)$$

Supposons que x^o est la trajectoire optimale correspondant au contrôle optimal c^o . Il peut être démontré que le coût optimal $V^o(x_0, t_0)$ est la solution de l'équation différentielle aux dérivées partielles de Hamilton-Jacobi-Bellman suivante :

$$-\partial_t V^o(x^o, t) = \min_{c \in [c_{\min}, c_{\max}]} \left[L(x^o, c, t) + \partial_x V^o(x^o, t)^T f(x^o, c, t) \right] \quad (4.31)$$

où $\partial_x V^o$ est la dérivée de la fonction $V^o(x, t)$ par rapport à x . Le Hamiltonien est défini comme suit :

$$H(x, c, \partial_x V, t) = L(x, c, t) + \partial_x V^T f(x, c, t) \quad (4.32)$$

Supposons qu'il existe une solution optimale unique du problème (4.28) et qu'elle est continue dans l'intervalle $[t_0, t_f]$. La résolution du problème du contrôle optimal sous contraintes d'inégalité (4.28), par la méthode de Jacobson, est résumée dans les étapes suivantes :

ETAPE (1a). Choisir une estimation de la variable de contrôle $\tilde{c}(t)$, $\tilde{c} \in [c_{\min}, c_{\max}] \forall t$ et intégrer les équations $\dot{x} = f(x, c, t)$ en utilisant la condition initiale spécifiée $x(t_0) = x_0$ pour

obtenir la trajectoire correspondante $\tilde{x}(t)$ et la fonction coût \tilde{J}_1 .

ETAPE (1b). En utilisant les conditions finales

$$\partial_x V(t_f) = \partial_x \psi[\tilde{x}(t_f), t_f] \text{ et } \partial_{xx} V(t_f) = \partial_{xx} \psi[\tilde{x}(t_f), t_f], \quad (4.33)$$

intégrer vers l'arrière de t_f à t_0 les équations suivantes :

$$\begin{cases} -\partial_x \dot{V} = \partial_x H(\tilde{x}, \hat{c}, \partial_x V, t) + \partial_{xx} V [f(\tilde{x}, \hat{c}, t) - f(\tilde{x}, \tilde{c}, t)] \\ -\partial_{xx} \dot{V} = \partial_{xx} H(\tilde{x}, \hat{c}, \partial_x V, t) + [\partial_x f(\tilde{x}, \hat{c}, t)]^T \partial_{xx} V + \partial_{xx} V \partial_x f(\tilde{x}, \hat{c}, t) \end{cases} \quad (4.34)$$

tout en minimisant $H(\tilde{x}, c, \partial_x V, t)$ par rapport à c , sous les contraintes $c \in [c_{\min}, c_{\max}]$ pour obtenir, $\partial_x V(t)$, $\partial_{xx} V(t)$ et une estimation améliorée de la variable de contrôle $\hat{c}(t)$. Les équations différentielles partielles (4.34) sont établies en introduisant le terme du second ordre du développement de Taylor de $V(x, t)$ autour de (\tilde{x}, \hat{c}) dans l'équation de Hamilton-Jacobi-Bellman (4.31). Par conséquent elles ne sont valables que pour de petites variations autour de (\tilde{x}, \hat{c}) . Afin de résoudre les équations (4.34), rappelons que $\tilde{x}(t)$ a été calculé à l'étape (1a). Ensuite, en partant du temps final t_f , à chaque instant t_{k+1} , le schéma explicite d'Euler peut être utilisé pour calculer $\partial_x V(t_k)$ et $\partial_{xx} V(t_k)$. Finalement, $\hat{c}(t_k)$ est obtenu par la minimisation sous contraintes de $H[\tilde{x}(t_k), c, \partial_x V(t_k), t_k]$ qui est une fonction non-linéaire de c . Cette minimisation sous contraintes est un problème de programmation non-linéaire. Dans le cas des formes compliquées du Hamiltonien avec plusieurs contraintes, des méthodes comme celles de directions réalisables [78] peuvent être utilisées. Le cas traité ici (4.25) est beaucoup plus simple car le Hamiltonien correspondant est du second ordre en c . Son minimum est donc, le minimum d'une fonction quadratique par rapport à c dans l'intervalle $[c_{\min}, c_{\max}]$. Il se produit soit à l'une de deux extrémités du segment correspondant à c_{\min} ou c_{\max} soit au sommet de la parabole qui se situe entre ces deux extrémités.

ETAPE (1c). En utilisant $\hat{c}(t)$, calculer la trajectoire correspondante $\hat{x}(t)$, la fonction coût \hat{J}_1

et l'indice d'amélioration $\tau = \frac{\tilde{J}_1 - \hat{J}_1}{\tilde{J}_1}$.

ETAPE (1d). Remplacer $\tilde{c}(t)$, $\tilde{x}(t)$, \tilde{J}_1 par $\hat{c}(t)$, $\hat{x}(t)$, \hat{J}_1 et répéter les étapes (1b) à (1d) jusqu'à ce que τ devienne nul à une tolérance prédéfinie près.

Selon Jacobson [77], si les équations différentielles (4.34) ont des solutions bornées les conditions suffisantes de la décroissance de la fonction coût avec cette procédure sont :

- i. $H(\tilde{x}, \hat{c}, \partial_x V, t) < H(\tilde{x}, \tilde{c}, \partial_x V, t)$, $\hat{c} \neq \tilde{c}$. Cette condition est satisfaite car \hat{c} est donnée par

la minimisation de $H(\tilde{x}, c, \partial_x V, t)$.

ii. $\partial_{cc}H(\tilde{x}, \hat{c}, \partial_x V, t)$ est définie positive. Pour le problème (4.25), cette condition est toujours satisfaite car $\partial_{cc}H(x, c, \partial_x V, t) = 2\varepsilon > 0$.

Lors de l'implémentation pratique de la méthode, nous ne résolvons pas entièrement le problème (4.25) mais nous nous arrêtons à l'étape (1c). Nous nous contentons donc, de la première estimation de $\hat{c}(t)$ sous condition qu'elle constitue une amélioration c.à.d. que la fonction coût correspondant \hat{J}_1 donne $\tau > 0$. Rappelons que notre objectif n'est pas de résoudre le problème (4.25) mais de résoudre le problème original (4.23) en tirant profit des relations (4.26) et (4.27). En effet, ces relations sont vraies non seulement pour la solution $(x_\varepsilon, c_\varepsilon)$ de (4.25), mais aussi pour n'importe quel (x, c) qui satisfait à $J_1(x, c) \leq J_1(\bar{x}, \bar{c})$ (ce qui correspond à $\tau > 0$). Néanmoins, il n'est pas toujours possible d'obtenir $\tau > 0$ pour n'importe quelle valeur de ε . En fait, comme ε est le coefficient de pondération de la variation de $c(t)$ par rapport à une référence $\bar{c}(t)$, de petites valeurs de ε autoriseraient des changements importants de $c(t)$ et donc des variables d'état, x . Mais, comme déjà signalé, les équations (4.34) ne sont valables que pour de petites variations de x par rapport à \tilde{x} . Pour cette raison, si $\tau < 0$ la valeur de ε est augmenté jusqu'à ce que $\tau > 0$.

Comme il l'a déjà été mentionné, l'application itérative du processus ci-dessus nous donne des estimations successives de la variable de contrôle correspondant à des valeurs de plus en plus petites de la fonction coût. On obtient donc, une meilleure approximation de la solution du problème original (4.23) à chaque itération. Les étapes de la résolution du problème (4.23) sont :

ETAPE (2a). Choisir une estimation de la variable de contrôle $\bar{c}(t)$, $\bar{c} \in [c_{\min}, c_{\max}] \forall t$ et intégrer le système d'équations $\dot{x} = f(x, \bar{c}, t)$ en utilisant la condition initiale $x(t_0) = x_0$ pour obtenir la trajectoire correspondante $\bar{x}(t)$ et la fonction coût \bar{J} .

ETAPE (2b). Choisir une valeur initiale de ε .

Une estimation de la valeur initiale de ε peut être obtenue telle que le second terme $\varepsilon(c - \bar{c})^2$ dans la fonction coût du problème (4.23) soit beaucoup plus petit (par exemple un ordre de grandeur ou plus) que le premier terme $x^T Q x$. Ce terme est toujours plus grand que l'énergie potentielle des isolateurs, $x^T Q x > \omega_b^2 (m_s + m_b) z_{bg}^2$. L'ordre de grandeur du déplacement à la base z_{bg} , peut être approché par la réponse statique \ddot{z}_g / ω_b^2 . Par ailleurs, $\varepsilon(c - \bar{c})^2 \leq \varepsilon (c_{\max} - c_{\min})^2$. Il s'en suit qu'un choix raisonnable est $\varepsilon \ll (m_b + m_s) \ddot{z}_g^2 / [\omega_b (c_{\max} - c_{\min})]^2$. Dans cette étude, nous considérons $\varepsilon_0 = 0.01 (m_b + m_s) \langle \ddot{z}_g^2 \rangle / [\omega_b (c_{\max} - c_{\min})]^2$ comme la valeur initiale de ε , où $\langle \ddot{z}_g^2 \rangle$ est la valeur

moyenne quadratique de l'excitation ou de sa prédiction (sous-section 4.3.2) dans l'intervalle de contrôle.

ETAPE (2c). En utilisant l'estimation $\bar{c}(t)$ appliquer les étapes (1a) à (1c) pour obtenir $c_\varepsilon(t)$, $x_\varepsilon(t)$, $J(x_\varepsilon, c_\varepsilon)$. Comme déjà signalé, si à l'étape (1c) $\tau < 0$ ε est augmenté jusqu'à ce que $\tau > 0$. Calculer l'indice d'amélioration $\kappa = \frac{\bar{J} - J(x_\varepsilon, c_\varepsilon)}{\bar{J}}$.

ETAPE (2d). Remplacer $\bar{c}(t)$, $\bar{x}(t)$, $J(\bar{x}, \bar{c})$ par $c_\varepsilon(t)$, $x_\varepsilon(t)$, $J(x_\varepsilon, c_\varepsilon)$ et répéter les étapes (2c) à (2d) en utilisant la valeur de ε de la dernière itération jusqu'à ce que κ soit plus petit qu'une tolérance de convergence (par exemple $\kappa < 10^{-5}$). Néanmoins, de petites valeurs de κ peuvent indiquer une convergence satisfaisante ou, au contraire, une vitesse faible de convergence. Si, en même temps, ε est plus petit qu'un seuil donné (par exemple $\varepsilon < \varepsilon_0$) on suppose que le processus a convergé et la solution est $c = c_\varepsilon$. Sinon, nous répétons l'étape (2c) avec des valeurs plus petites de ε jusqu'à ce que $\varepsilon < \varepsilon_0$ ou tant que $\tau > 0$ dans l'étape (1c). Si, après ces essais, κ reste inférieur à la tolérance de convergence on suppose que la convergence est obtenue. Dans le cas contraire, le processus itératif est relancé.

Comme dans le cas du problème du contrôle linéaire inhomogène optimal, la solution du problème du contrôle non-linéaire inhomogène optimal nécessite également la connaissance de l'excitation dans l'intervalle de contrôle $[t_0, t_f]$. Pour illustrer l'efficacité de l'algorithme présenté ci-dessus, nous l'appliquons au système à 2 DDL de la Figure 4-1 en considérant les mêmes paramètres de système et d'excitation que dans la sous-section 4.3.1.1. Le coefficient d'amortissement de l'amortisseur semi-actif est déterminé, en utilisant l'algorithme ci-dessus, par la solution du problème suivant :

$$\begin{aligned} \text{Minimiser } J &= \int_{t_0}^{t_f} x^T Q x dt \\ \dot{x} &= f(x, c, t) = [A - c(t)Bb]x(t) + Ew(t); \quad x(t_0) = x_0 \\ c_{\min} &\leq c(t) \leq c_{\max} \end{aligned} \tag{4.35}$$

Trois exemples sont présentés. Dans le premier, nous supposons que l'excitation est connue a priori. La même matrice de pondération Q , que celle utilisée dans la sous-section 4.3.1.1, avec $\alpha = 5 \times 10^5$, est choisie. Nous considérons un amortisseur semi-actif dont le coefficient d'amortissement, $c(t)$ correspond à un taux d'amortissement additionnel à la base, $\xi_b^{add}(t) = c(t)\omega_b / 2k_b$, qui varie entre 0 et 20%. Les valeurs limites du coefficient d'amortissement sont donc, $c_{\min} = 0$ et $c_{\max} = 0.4(m_b + m_s)\omega_b^2 / 2k_b$. L'intervalle de temps de contrôle est toute la durée du signal considérée.

Le deuxième exemple illustre la performance du contrôle quand l'excitation est connue seulement dans un court intervalle de temps en aval de l'instant courant. À chaque instant t_k ,

le coefficient d'amortissement, $c(t_k)$, est calculé en résolvant le problème (4.35) dans l'intervalle de contrôle $[t_k, t_{k+m}]$. Pour examiner l'influence de la durée de cet intervalle sur l'efficacité du contrôle, trois durées différentes, 0.05 s, 0.1 s et 0.3 s, sont considérées. Comme dans la sous-section 4.3.1.1, la pénalisation finale $x^T \bar{P} x \Big|_{t=t_{k+m}}$ est ajoutée à la fonction coût. En effet, avec le même raisonnement (équations (4.19)-(4.22)), on peut montrer que la pénalisation finale est importante pour maintenir une bonne performance globale pour le problème (4.35) quand l'excitation est connue seulement dans un court intervalle de temps en aval de l'instant courant.

Les spectres de plancher dans la Figure 4-5 montrent que quand l'excitation est connue a priori, le contrôle non-linéaire quadratique inhomogène optimal (NLQI) de l'amortisseur semi-actif a une performance comparable à celle du contrôle actif LQR au voisinage de la fréquence du deuxième mode (13.4 HZ) mais moins bonne à la fréquence d'isolation (0.5 Hz). Comme il l'a déjà été mentionné dans la sous-section 4.3.1.1 et également, confirmé dans la Figure 4-5a, la performance du contrôle LQI est supérieure à celle du contrôle LQR. On peut observer, également, que, quand l'excitation est connue a priori, l'efficacité du contrôle NLQI est inférieure à celle du contrôle LQI. Ceci pourrait être attendu, parce que le contrôle NLQI est un contrôle semi-actif avec des contraintes pesant sur le coefficient d'amortissement qui ne sont pas prises en compte dans le contrôle LQI. Les spectres de plancher dans la Figure 4-5b montrent que la performance du contrôle NLQI ne se dégrade pas considérablement quand l'excitation est connue seulement dans un court intervalle de temps en aval de l'instant courant (sauf dans le cas d'un intervalle très court de 0.05 s). Il est à signaler que, tandis qu'avec le contrôle LQI nous avons besoin de connaître l'excitation au moins dans un intervalle de temps de 0.3 s pour obtenir une performance satisfaisante (Figure 4-4, sous-section 4.3.1.1), dans le cas de NLQI un intervalle de temps beaucoup plus court (0.1 s) est suffisant pour maintenir une bonne efficacité. C'est donc, cette durée de 0.1 s qui sera considérée par la suite. Dans la même figure, nous remarquons que, comme dans le cas du contrôle LQI, sans la pénalisation finale, l'efficacité de NLQI est considérablement dégradée.

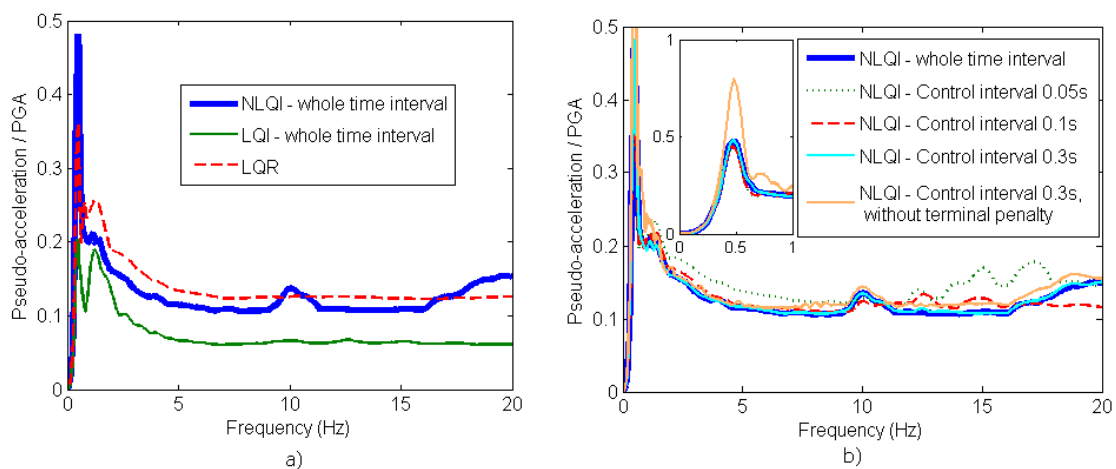


Figure 4-5. Spectres de plancher normalisés de la base (amortissement de 2%). (a) Comparaison entre le contrôle linéaire et non-linéaire optimal quand l'excitation est entièrement connue a priori. (b) Contrôle non-linéaire

optimal quand l'excitation est connue dans un court intervalle de temps.

Les spectres de plancher présentés dans la Figure 4-5 ont été normalisés par rapport au PGA (l'accélération maximale de sol). En fait, on peut montrer que, malgré la non-linéarité, la solution du problème NLQI (4.35), $c(t)$, ne dépend pas du PGA. Considérons le problème NLQI (4.35) dont la solution est le coefficient d'amortissement $c(t)$ et le vecteur des variables d'état $x(t)$ correspondant au minimum de la fonction coût J_{\min} . Si l'excitation est multipliée par un coefficient μ (c.à.d. que $\tilde{w} = \mu w$) la solution du problème NLQI donnera une nouvelle solution optimale $\tilde{c}(t), \tilde{x}(t)$ et \tilde{J}_{\min} . Par ailleurs, la multiplication des équations (4.35) par μ montre que si le contrôle $c(t)$ est appliqué au système excité par $\tilde{w} = \mu w$ la trajectoire du système et la fonction coût correspondantes seront $\mu x(t)$ et $\mu^2 J_{\min}$. Puisque la fonction coût correspondant à la solution optimal, $\tilde{c}(t)$, pour l'excitation \tilde{w} est \tilde{J}_{\min} , nous avons $\mu^2 J_{\min} \geq \tilde{J}_{\min}$. Avec le même raisonnement, si le contrôle $\tilde{c}(t)$ est appliqué au système excité par $w = \tilde{w} / \mu$ la trajectoire du système et la fonction coût correspondantes seront $\tilde{x}(t) / \mu$ et $\tilde{J}_{\min} / \mu^2 \geq J_{\min}$. Les deux inégalités ci-dessus sont satisfaites seulement si $\tilde{J}_{\min} = \mu^2 J_{\min}$ et donc $\tilde{x}(t) = \mu x(t)$ et $\tilde{c}(t) = c(t)$. Par conséquent, le coefficient d'amortissement optimal ne dépend pas du coefficient multiplicatif de l'excitation μ .

Enfin, l'influence des conditions initiales est étudiée avec le troisième exemple. Dans des systèmes réels, en général, la procédure de contrôle est lancée quand un critère est atteint. Par exemple, la procédure de contrôle peut être lancée quand une ou plusieurs mesures (par exemple, dans notre cas, le déplacement et/ou l'accélération de la base et/ou l'accélération de sol) atteignent un seuil. Dans le cas de la méthode NLQI, les conditions initiales pour l'équation de mouvement (4.7) seront le vecteur des variables d'état à cet instant. Comme il est montré dans la Figure 4-6, deux simulations avec deux conditions initiales différentes correspondant aux instants où l'accélération de sol est 0 et 0.02 g respectivement, donnent des coefficients d'amortissement et des trajectoires quasiment identiques.

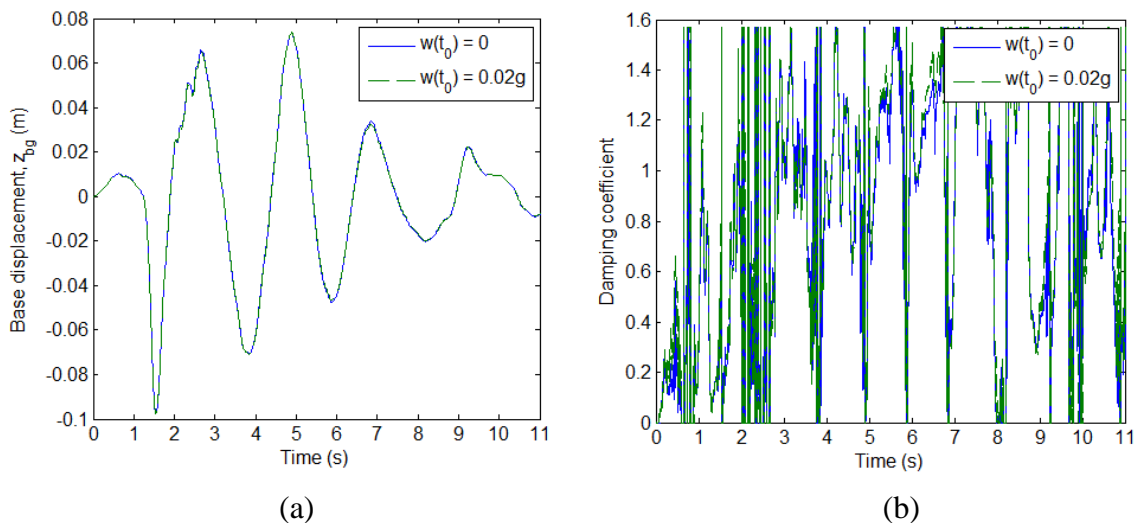


Figure 4-6. Influence des conditions initiales. (a) Déplacement de la base. (b) Coefficient d'amortissement de

4.3.1.3 Comparaison du contrôle NLQI et des contrôles linéaires semi-actifs « clipped »

Comme déjà mentionné, les résultats présentés dans la Figure 4-5a montrent que l'efficacité du contrôle linéaire inhomogène optimal actif (sans contraintes) est supérieure à celle du contrôle non-linéaire inhomogène optimal semi-actif (sous contraintes) quand l'excitation est entièrement connue a priori. Néanmoins, il est à rappeler que notre objectif est le contrôle semi-actif et non pas le contrôle actif. Pour cela, nous nous intéressons aux méthodes de contrôle « clipped », dont le principe a été présenté dans la sous-section 2.3.4.1, mais, cette fois-ci, en déterminant le coefficient de l'amortisseur semi-actif à partir du contrôle actif LQI. Nous considérons le modèle à 2 DDL de la Figure 4-1 avec les mêmes propriétés et la même excitation que dans la sous-section 4.3.1.1 et un amortisseur semi-actif visqueux avec les mêmes propriétés que dans la sous-section 4.3.1.2. À chaque instant t_k , une force de contrôle souhaitée, $u_p(t_k)$, est déterminée en résolvant le problème de contrôle LQI dans l'intervalle de temps $[t_k, t_k + 0.1s]$, comme dans le deuxième exemple de la sous-section 4.3.1.1. L'excitation est supposée connue dans cet intervalle de temps. Le coefficient d'amortissement est ensuite déterminé par les relations (2.34). Par la suite, ce contrôle est noté SAC LQI. Nous considérons également le contrôle « clipped-optimal » LQR (sous-section 2.3.4.1), noté SAC LQR.

Les résultats de ces contrôles « clipped » sont comparés avec ceux qui sont obtenus par le contrôle NLQI. Le coefficient de l'amortisseur semi-actif, $c(t_k)$, est directement calculé à chaque instant t_k en résolvant le problème de contrôle NLQI dans l'intervalle de temps $[t_k, t_k + 0.1s]$. L'excitation est supposée connue dans cet intervalle de temps.

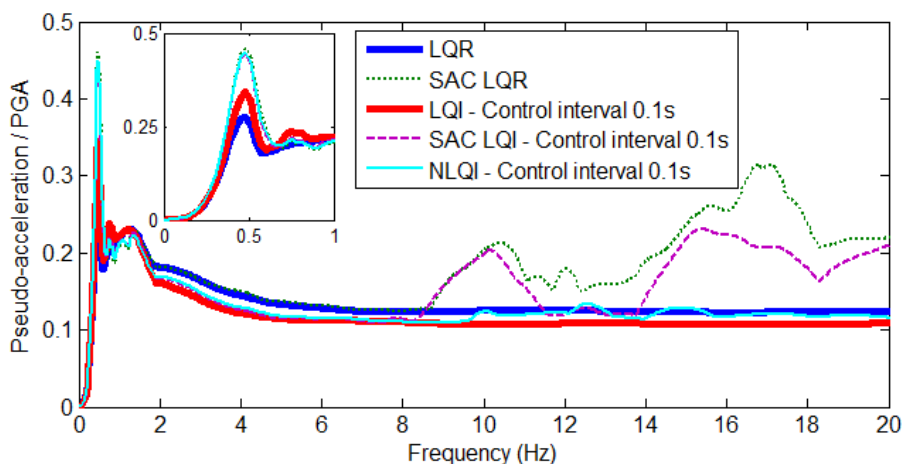


Figure 4-7. Spectres de plancher normalisés de la base (amortissement de 2%).

Les résultats dans la Figure 4-7 montrent que le contrôle NLQI a une performance supérieure à celle du contrôle SAC LQI quand l'excitation est connue seulement dans un court

intervalle de temps (0.1 s) en aval de l'instant courant. En effet, en comparaison avec le contrôle SAC LQI, le contrôle NLQI abouti à la même amplitude de pic à la fréquence isolée (0.5 Hz) tout en apportant une amélioration significative dans la zone de fréquences au-delà de 8 Hz. Ceci confirme que le contrôle non-linéaire optimal, qui permet de déterminer directement le coefficient d'amortissement et de tenir compte des limites physiques de l'amortisseur, est plus pertinent que les contrôles « clipped ». Dans la même figure, on peut constater qu'en comparaison avec le contrôle SAC LQR, le contrôle SAC LQI a un léger effet bénéfique sur l'atténuation de la réponse pour des fréquences supérieures à 10 Hz.

Tous les calculs effectués dans les deux sous-sections 4.3.1.2 et 4.3.1.3 présentent un intérêt académique parce qu'ils nous permettent de mieux comprendre l'efficacité des techniques de contrôles. Néanmoins, en ce qui concerne les techniques de contrôle inhomogène, en pratique, l'excitation sismique n'est pas connue a priori. Par conséquent, le besoin d'estimer l'excitation en temps réel, au moins dans un court intervalle de temps en aval de l'instant courant, apparaît de façon claire. Un tel modèle de prédiction à utiliser en combinaison avec les techniques de contrôle inhomogène, est discuté dans la sous-section suivante.

4.3.2 Modèle autorégressif de l'excitation

4.3.2.1 Prédiction autorégressive

La précision avec laquelle un signal peut être estimé à partir de ses valeurs du passé dépend de sa densité spectrale (DSP) de puissance. En général, plus un signal est corrélé ou prédictible, plus sa DSP est étroite tandis que plus un signal est aléatoire ou imprévisible, plus sa DSP est large [34]. Les excitations sismiques présentent des caractéristiques aléatoires, et ne sont pas de processus à bande étroite. Cependant, en général, leur spectre présente une amplification dans une bande limitée de fréquences prédominantes. On pourrait donc, espérer que les excitations sismiques sont prédictibles dans une certaine mesure. Cette sous-section a pour but de présenter et discuter le modèle de prédiction appliqué dans cette étude. Pour ce faire nous suivons la théorie générale des modèles autorégressifs (AR) présentés, entre autres, dans [34].

À un instant $t_k = k\Delta t$, la valeur de l'excitation $w_k = w(t_k)$ peut être considérée comme une combinaison linéaire de p valeurs du passé et d'un terme résiduel ou terme d'erreur, e_k :

$$w_k = a_1 w_{k-1} + a_2 w_{k-2} + \dots + a_p w_{k-p} + e_k = \sum_{i=1}^p a_i w_{k-i} + e_k \quad (4.36)$$

L'équation (4.36) représente un modèle autorégressif d'ordre p . Une prédiction de w_k est donnée par :

$$\hat{w}_k = \sum_{i=1}^p a_i w_{k-i} \quad (4.37)$$

où $\{a_1, a_2, \dots, a_p\}$ sont les coefficients du modèle AR. L'erreur de prédiction est :

$$e_k = w_k - \hat{w}_k = w_k - \sum_{i=1}^p a_i w_{k-i} \quad (4.38)$$

La prédiction donnée par l'équation (4.37) est également appelée prédiction « forward ». De même, nous pouvons définir un prédicteur « backward » qui estime le signal à t_{k-p} , $w_{k-p} = w(t_{k-p})$ à partir des valeurs futures w_{k-p+1}, \dots, w_k :

$$\hat{w}_{k-p} = \sum_{i=1}^p c_i w_{k-i+1} \quad (4.39)$$

L'erreur correspondante de prédiction « backward » est :

$$b_k = w_{k-p} - \hat{w}_{k-p} = w_{k-p} - \sum_{i=1}^p c_i w_{k-i+1} \quad (4.40)$$

Les coefficients du modèle AR peuvent être calculés par la technique des moindres carrés à partir d'un bloc de N valeurs du signal $\{w_{k-1}, w_{k-2}, \dots, w_{k-N}\}$ (Yule-Walker [33], Burg [34]). La méthode de Burg, qui est utilisée dans cette étude, est une méthode récursive qui calcule les coefficients d'un prédicteur d'ordre i en utilisant les coefficients d'un prédicteur d'ordre $i-1$. Il s'agit de minimiser la somme des carrés des erreurs de la prédiction « forward » et « backward » d'un prédicteur d'ordre i , qui est définie par :

$$E^{(i)} = \sum_{n=k-N}^{k-1} \left\{ \left[e_n^{(i)} \right]^2 + \left[b_n^{(i)} \right]^2 \right\}, \quad 0 \leq i \leq p \quad (4.41)$$

Le résultat de cette minimisation, qui permet de calculer les coefficients du modèle de prédiction, est le suivant :

$$\begin{aligned} e_n^{(0)} &= b_n^{(0)} = w_n \quad ; \quad e_n^{(i)} = e_n^{(i-1)} - h_i b_{n-1}^{(i-1)} \quad ; \quad b_n^{(i)} = b_n^{(i-1)} - h_i e_n^{(i-1)} \quad (k-N \leq n \leq k-1) \\ h_i &= 2 \sum_{n=k-N}^{k-1} e_n^{(i-1)} b_{n-1}^{(i-1)} \Big/ \sum_{n=k-N}^{k-1} \left\{ \left[e_n^{(i-1)} \right]^2 + \left[b_{n-1}^{(i-1)} \right]^2 \right\} \\ a_i^{(i)} &= h_i \quad ; \quad a_j^{(i)} = a_j^{(i-1)} - h_i a_{i-j}^{(i-1)} \quad (1 \leq j \leq i-1) \\ a_j &= a_j^{(p)} \quad (1 \leq j \leq p) \end{aligned} \quad (4.42)$$

Afin d'obtenir une prédiction de l'excitation sismique dans l'intervalle de temps $[t_k, t_{k+m}]$, connaissant les mesures de l'excitation jusqu'à t_{k-1} , nous calculons les coefficients du modèle de prédiction $a_{n, k-1}$ ($n=1, \dots, p$) par (4.42) et estimons \hat{w}_k par l'équation (4.37). Ensuite, nous faisons coïncider $w_k = \hat{w}_k$ pour estimer \hat{w}_{k+1} en utilisant les mêmes coefficients de prédiction $a_{n, k-1}$ ($n=1, \dots, p$) et répétons la procédure jusqu'à t_{k+m} comme illustré dans la Figure 4-8.

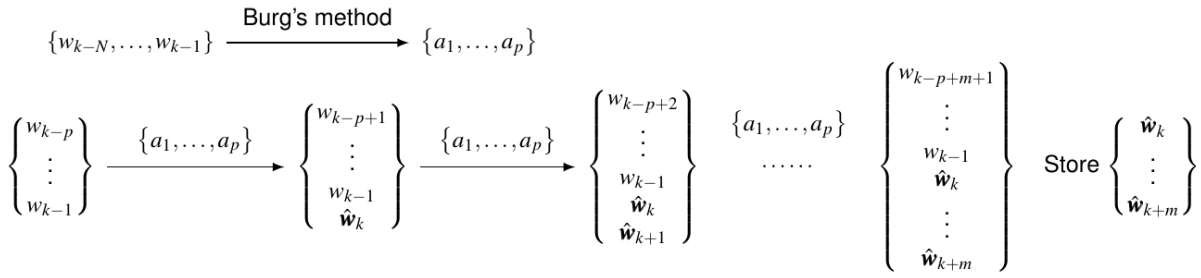


Figure 4-8. Procédure de prédiction de l'excitation sismique dans l'intervalle de temps $[t_k, t_{k+m}]$.

4.3.2.2 Étude paramétrique du modèle AR

Quand un bloc de N valeurs passées du signal $\{w_{k-N}, \dots, w_{k-2}, w_{k-1}\}$ est disponible, une procédure permettant de déterminer l'ordre adéquat du modèle, p , est d'augmenter l'ordre du modèle et de suivre l'évolution de l'erreur quadratique $E^{(i)}$ jusqu'à ce qu'il devienne « suffisamment » petit [34]. L'incrément de l'erreur quadratique correspondant à une augmentation de l'ordre du modèle de $i-1$ à i s'écrit :

$$\Delta E^{(i)} = E^{(i-1)} - E^{(i)} \quad (4.43)$$

L'ordre p au-delà duquel $\Delta E^{(p)} / E^{(0)}$ devient plus petit qu'un seuil prédéfini est considéré comme l'ordre adéquat du modèle. Ici, la procédure est appliquée pour chaque intervalle de temps de contrôle et donc, l'ordre du modèle AR varie au cours du temps. La Figure 4-9a illustre la diminution de l'erreur quadratique normalisée ($\Delta E^{(i)} / E^{(0)}$) dans le cas du signal d'Ardal, pour l'intervalle de temps $[5.0s, 5.1s]$, quand l'ordre du modèle AR augmente. Des blocks avec $N=200$ et $N=400$ points d'échantillonnage ont été considérés, la Figure 4-9b montre l'ordre du modèle AR déterminé à chaque instant pour la même durée de l'intervalle de temps de prédiction de 0.1 s.

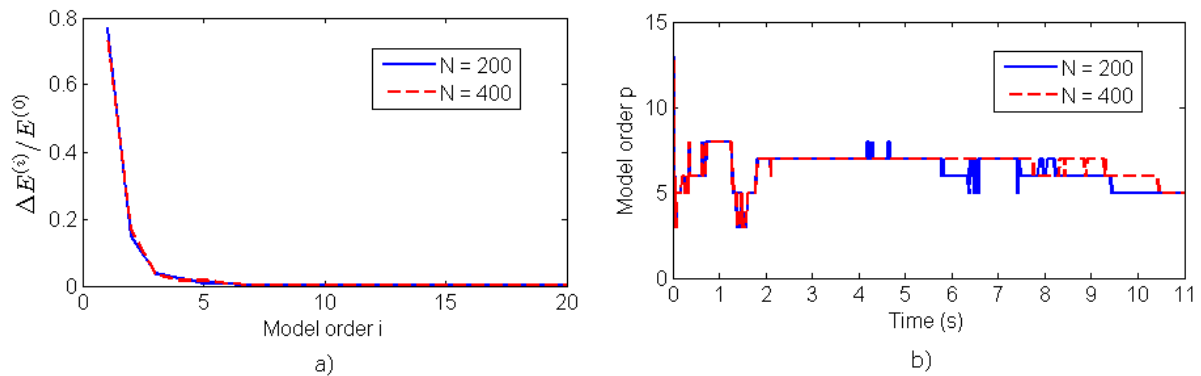


Figure 4-9. Ordre du modèle AR pour le signal d'Ardal. (a) Diminution de l'erreur quadratique normalisée de prédiction avec l'augmentation de l'ordre du modèle pour l'intervalle de temps $[5.0s, 5.1s]$. (b) évolution de l'ordre du modèle en fonction du temps.

Afin de statuer sur le nombre raisonnable N de valeurs passées à retenir pour la détermination des coefficients du modèle AR (compromis coût de calcul et précision), nous considérons plusieurs valeurs de N . Pour cela, puisque le contrôle à l'instant t_k dépend de l'estimation de l'excitation dans l'intervalle $[t_k, t_{k+m}]$, un indice local de l'erreur de prédiction peut être défini comme la moyenne quadratique des erreurs de prédiction pour tous les instants d'échantillonnage dans cet intervalle :

$$\eta(t_k) = \sqrt{\frac{1}{m+1} \left[(w_k - \hat{w}_k)^2 + (w_{k+1} - \hat{w}_{k+1})^2 + \dots + (w_{k+m} - \hat{w}_{k+m})^2 \right]} \quad (4.44)$$

Les cinq signaux considérés dans la section 4.2 seront utilisés pour estimer l'influence de la valeur de N . Pour chaque signal, nous considérons plusieurs valeurs de N , nous calculons l'indice local d'erreur de prédiction $\eta(t)$ pour chaque instant et ensuite la racine carrée de sa moyenne quadratique pour toute la durée du signal, σ , normalisée par rapport au PGA. σ peut être considéré comme un estimateur global de l'erreur de prédiction. La moyenne des erreurs de prédiction pour ces cinq signaux, $\bar{\sigma}$, est présentée dans la Figure 4-10.

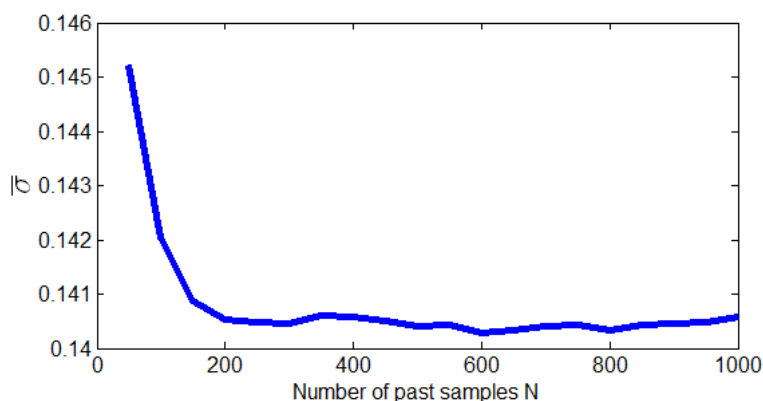


Figure 4-10. Moyenne de l'erreur de prédiction normalisée pour les cinq signaux considérés.

Comme attendu, en général, une meilleure prédiction est obtenue quand nous utilisons plus d'information du passé. Cependant, l'augmentation de N au-delà d'un certain nombre (par exemple 250 dans notre cas) n'apporte pas d'amélioration significative. À la lumière de ces résultats et afin de limiter le coût de calcul, nous pouvons suggérer que $N = 250$ est une valeur adéquate pour des applications pratiques. La Figure 4-11 présente l'estimation du signal d'Ardal dans les intervalles de temps $[3.0s, 3.1s]$ et $[6.0s, 6.1s]$. On remarque que le signal estimé présente des différences non-négligeables par rapport au signal réel. Néanmoins, nous allons montrer, dans la sous-section suivante, que, malgré cette divergence, le résultat d'intérêt, qui est la réponse de la structure semi-activement contrôlée, est satisfaisant.

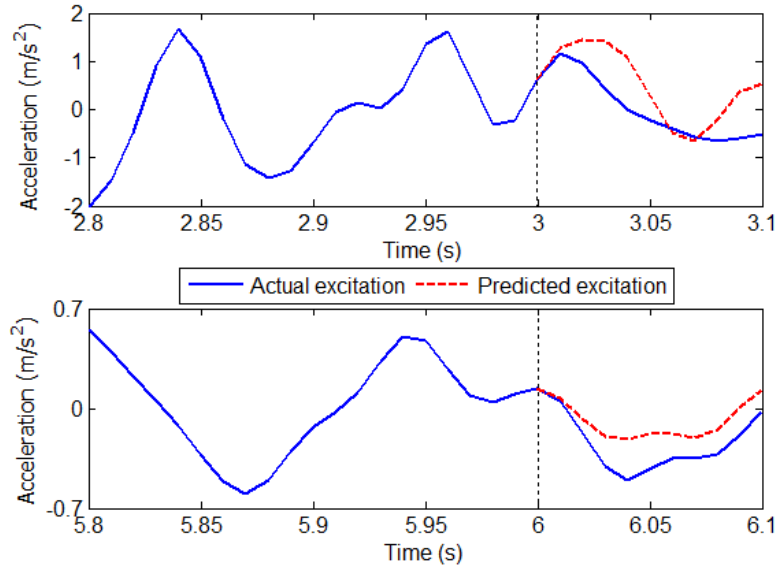


Figure 4-11. Comparaison entre l'excitation réelle et son estimation pour le signal d'Ardal.

4.3.3 Spectres de plancher

Après avoir obtenu une prédiction de l'excitation dans l'intervalle de temps $[t_k, t_{k+m}]$, l'algorithme de contrôle présenté dans les sous-sections 4.3.1.2 et 4.3.1.3, basé sur la solution du problème de contrôle NLQI, peut être appliqué. À l'instant $t_k = k\Delta t$, le coefficient d'amortissement est calculé par la procédure suivante :

ETAPE 1 – Résoudre le problème d'identification du modèle AR pour le bloc des valeurs du signal sismique $\{w_i : i = k - N \text{ à } k - 1\}$, pour obtenir l'ordre du modèle p , les coefficients du modèle $\{a_i : i = 1 \text{ à } p\}$ et estimer l'excitation dans l'intervalle de temps $[t_k, t_{k+m}]$ $\{\hat{w}_i : i = k \text{ à } k + m\}$.

ETAPE 2 – En utilisant l'estimation de l'excitation $\{\hat{w}_i : i = k \text{ à } k + m\}$ résoudre le problème de contrôle NLQI dans l'intervalle de temps $[t_k, t_{k+m}]$ et obtenir le coefficient d'amortissement $c(t_k)$.

Des simulations numériques ont été effectuées pour montrer l'efficacité de la méthode de contrôle proposée en ce qui concerne les spectres de plancher des structures sismiquement isolées. Nous considérons le modèle à 2 DDL de la Figure 4-1 avec les mêmes propriétés et les mêmes cinq signaux sismiques que dans la section 4.2. Le taux d'amortissement de l'amortisseur semi-actif varie entre 0 et 0.20. Un modèle AR adaptatif, considérant $N = 250$ valeurs passées, avec un pas d'échantillonnage de $\Delta t = 0.01s$ est utilisé pour estimer l'excitation sismique dans un intervalle de temps de 0.1 s en aval de l'instant courant.

D'abord, la réponse de la structure soumise au signal sismique d'Ardal est étudiée. À titre de comparaison, nous considérons également la méthode « clipped-optimal » LQR et la méthode FB-FF. La Figure 4-12 confirme l'efficacité de la méthode NLQI proposée. Une

atténuation importante du spectre de plancher au voisinage de la fréquence du deuxième mode (13.4 Hz), qui est supérieure à celles correspondantes aux méthodes « clipped-optimal » LQR et FB-FF, est obtenue tandis que l'amplitude du pic à la fréquence isolée (0.5 Hz) est la même pour les trois méthodes. Ceci signifie que les objectifs de contrôle (atténuation de la réponse des modes isolés et non-isolés) sont atteints et que l'efficacité du contrôle est améliorée quand l'information de l'excitation est prise en compte dans la synthèse du contrôleur (ce qui est le cas des méthodes NLQI et FB-FF) et quand le coefficient d'amortissement est la variable de contrôle directe (ce qui est le cas de la méthode NLQI).

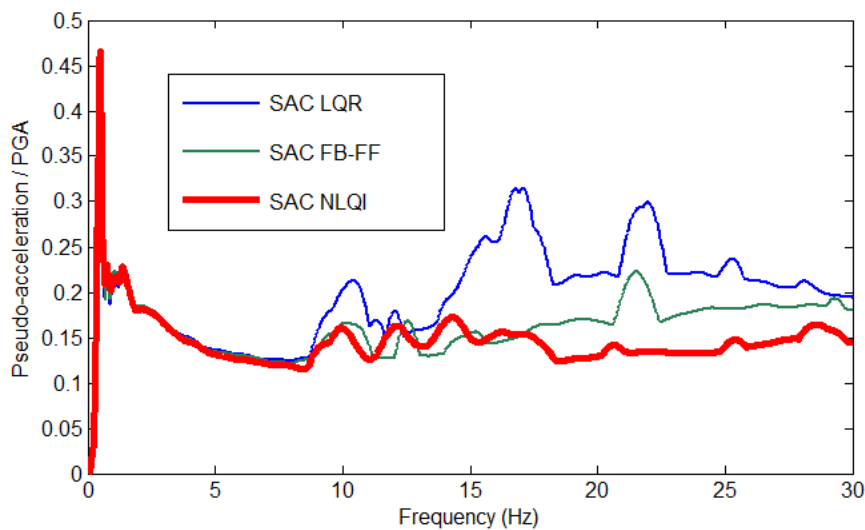


Figure 4-12. Spectres de plancher à la base normalisés, pour un taux d'amortissement de 2%.

Ensuite, les deux signaux de Tohoku et les deux signaux de Cadarache utilisés dans la section 4.2, sont considérés. Dans la Figure 4-13 les spectres de plancher moyens à la base, de ces quatre signaux normalisés sont présentés. On constate la même tendance que dans le cas du signal d'Ardal. En ce qui concerne la déformation des isolateurs (déplacement de la base), le Tableau 4-2 montre que les deux contrôles semi-actifs et le système passif à amortissement augmenté aboutissent à des déplacements de la base comparables.

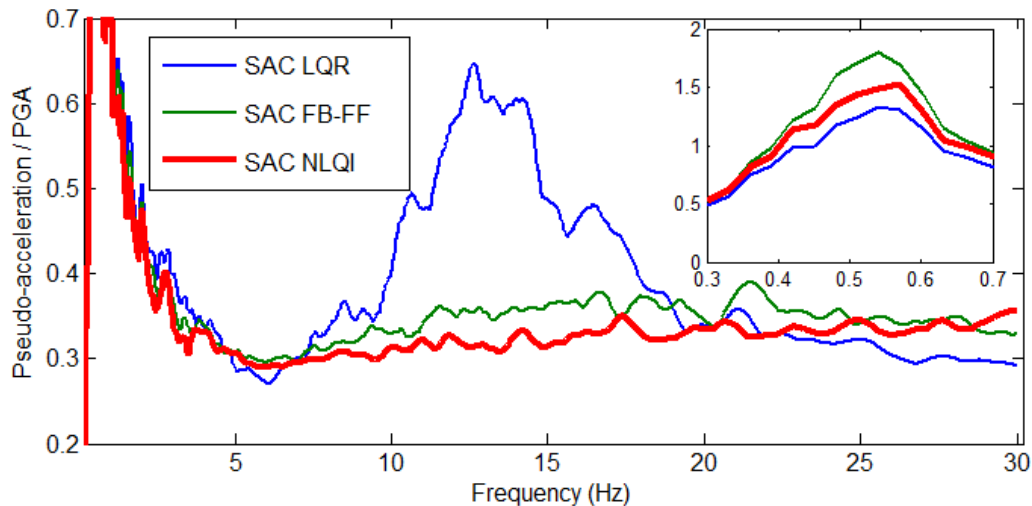


Figure 4-13. Spectres de plancher moyens de la base des quatre signaux normalisés (amortissement de 2%).

Algorithme de contrôle	Ardal	Cadarache 1	Cadarache 2	Tohoku 1	Tohoku 2
LDRB $\xi_b = 0.25$	0.0917	0.0854	0.0891	0.3687	0.3117
SAC « clipped-optimal »	0.1066	0.1174	0.1124	0.4716	0.3960
Semi-actif NLQI	0.1038	0.1232	0.1075	0.4322	0.4187

Tableau 4-2. Déplacement relatif (par rapport au sol) maximal à la base pour des signaux normalisés (m/g).

4.4 Contrôle adapté aux caractéristiques de l'excitation

Les méthodes de contrôle semi-actif que nous avons proposées essaient de concilier simultanément deux objectifs contradictoires : diminuer la déformation des isolateurs sans augmenter la réponse des modes non-isolés. Or, souvent, les signaux sismiques sont tels qu'il n'est pas nécessaire de satisfaire à ces deux exigences en même temps. En effet, dans l'absolu, en faisant abstraction de la réalité sismologique pour un site donné, l'excitation sismique peut être dans un des quatre cas suivants :

- Cas 1 : l'excitation sismique est riche à la fréquence d'isolation ainsi qu'aux fréquences des modes non-isolés. Les deux exigences ci-dessus doivent être satisfaites simultanément.
- Cas 2 : l'excitation sismique est riche à la fréquence d'isolation et relativement faible aux fréquences des modes non-isolés. L'augmentation de l'amortissement passif suffirait pour diminuer le déplacement à la base, seul objectif à atteindre dans ce cas.
- Cas 3 : l'excitation sismique est faible à la fréquence d'isolation et riche aux fréquences des modes non-isolés. Dans ce cas, aucune intervention sur l'amortissement passif des appuis n'est nécessaire car le déplacement à la base reste modéré.
- Cas 4 : l'excitation sismique est de faible intensité, peu importe son contenu fréquentiel. Bien évidemment, dans ce cas, de faible excitation, aucune intervention n'est nécessaire.

Les méthodes de contrôle semi-actif, que nous avons développées dans les sections 4.2 et

4.3, trouvent leur intérêt principalement dans le cas 1. En effet, pour le cas 2 il suffit, simplement, de fixer l'amortissement du dispositif semi-actif à sa valeur maximale pour diminuer le déplacement de la base sans se préoccuper de l'amplification de la réponse des modes non-isolés puisque l'excitation est faible aux fréquences de ces modes. En revanche, dans les cas 3 et 4 l'amortissement doit être fixé à sa valeur minimale. En réalité, un séisme du cas 1 est peu probable tandis que les cas 2, 3, 4 sont les plus fréquents (le cas 4 ne présente aucun risque pour la structure à dimensionner ou à analyser). Néanmoins, pour un site donné, l'occurrence de séismes de l'un de ces types n'exclut pas, forcément, l'occurrence de séismes de l'autre type. En fonction des données géologiques et sismologiques, tous les deux types de séismes (cas 2 et 3) peuvent exciter une structure donnée. Pour cette raison, nous redéfinissons l'objectif du contrôle pour rendre les algorithmes de contrôle semi-actif plus pertinents. Si l'excitation sismique a peu d'énergie à la fréquence d'isolation, comme c'est, par exemple, le cas pour le séisme d'Ardal considéré précédemment, il n'est pas utile, il peut même être contre-productif de vouloir diminuer la déformation des isolateurs tant qu'elle reste en deçà d'une limite admissible. On pourrait donc, envisager d'établir un critère visant à diminuer l'amplification des modes non-isolés sans pour autant diminuer systématiquement le déplacement de la base mais, en exigeant qu'il reste inférieur à une valeur admissible. Il est à signaler que l'existence de solution de ce problème dépend de l'excitation. Dans le cas d'un séisme très puissant, le déplacement de la base pourrait dépasser la limite admissible même si l'amortissement de l'amortisseur est mis au maximum.

4.4.1 Stratégie heuristique de contrôle

Mathématiquement, le nouvel objectif de contrôle peut être mis sous la forme d'un problème de contrôle non-linéaire inhomogène optimal sous contraintes sur les variables d'état et de contrôle suivant :

$$\begin{aligned}
 \text{Minimiser } J &= \int_{t_0}^{t_f} x^T Q x dt \\
 \dot{x} &= [A - cBb]x + Ew; \quad x(t_0) = x_0 \\
 -x_{bg, \text{lim}} &\leq x_{bg} \leq x_{bg, \text{lim}} \\
 c_{\text{min}} &\leq c \leq c_{\text{max}}
 \end{aligned} \tag{4.45}$$

où $x_{bg, \text{lim}}$ est la limite de déplacement admissible des appuis et Q est la matrice de pondération qui est choisie de sorte que le terme $x^T Q x$ représente l'énergie des modes non-isolés (par exemple pour le système à 2 DDL $x^T Q x = m_2 \dot{q}_2^2$).

Le problème (4.45) peut être résolu numériquement par l'algorithme de Denham *et al.* [79, 80]. Comme pour les problèmes inhomogènes optimaux, présentés dans la section 4.3, sa résolution nécessite la connaissance de l'excitation dans l'intervalle de temps de contrôle $[t_0, t_f]$. Mais, contrairement au cas de la section 4.3 un contrôle basé sur une prédiction en temps réel de l'excitation sismique dans un court intervalle de temps en aval de l'instant courant n'est pas

satisfaisant du fait de la contrainte sur le déplacement. En effet, supposons que $(\tilde{c}^o(t), \tilde{x}^o(t))$ et $(c^o(t), x^o(t))$ sont respectivement la solution du problème (4.45) et la solution du problème sans contrainte sur le déplacement de la base. Elles sont présentées schématiquement dans la Figure 4-14. Il est à signaler que si $x^o(t)$ satisfait aux contraintes $-x_{bg,lim} \leq x_{bg}^o(t) \leq x_{bg,lim}$, les deux solutions sont identiques. Si à l'instant t_1 , la trajectoire $x^o(t)$ enfreint la contrainte sur le déplacement maximal à la base (Figure 4-14a), $\tilde{c}^o(t)$ devra être augmenté par rapport à $c^o(t)$ bien longtemps avant t_1 pour que le déplacement à la base ne dépasse pas $x_{bg,lim}$ (Figure 4-14b). Or, ceci ne peut pas être réalisé avec une résolution du problème (4.45) en prédisant l'excitation dans de courts intervalles de temps, comme dans la section 4.3.

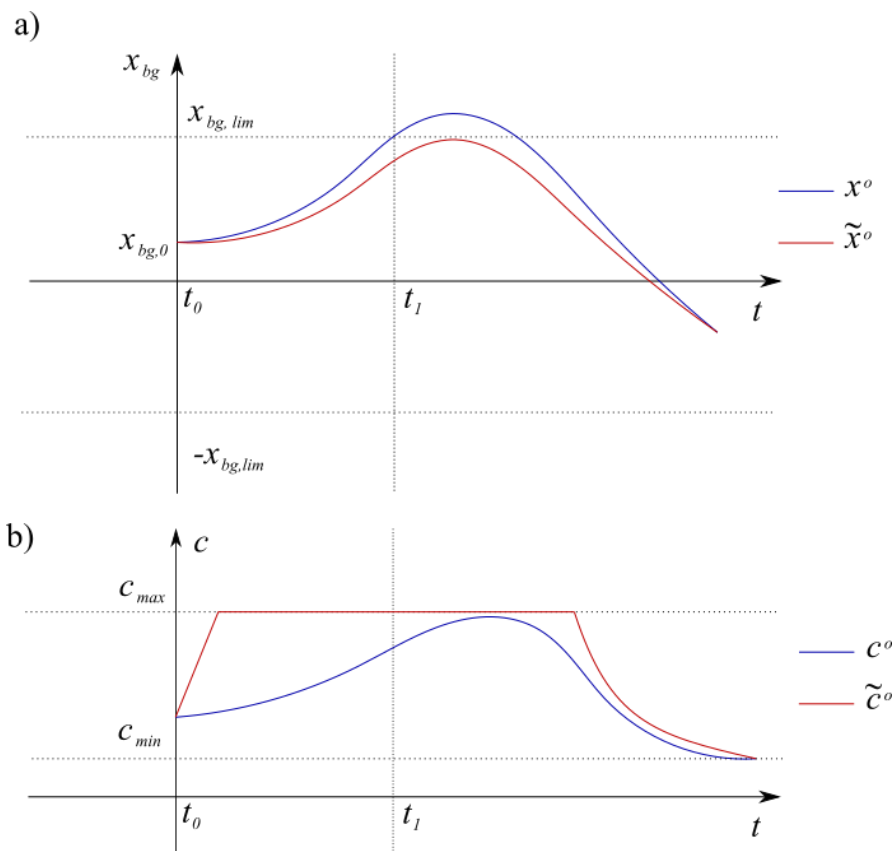


Figure 4-14. Solutions du problème (4.45) et du problème sans contrainte sur le déplacement de la base. (a) Déplacement de la base. (b) Coefficient d'amortissement.

Pour cette raison, nous adoptons ici une méthode heuristique très simple. La stratégie proposée est basée sur le déplacement de la base, $x_{bg}(t)$, mesuré en temps réel. L'amortissement initial du dispositif est fixé à sa valeur minimale, c_{min} . Si le déplacement dépasse un seuil, x_{bg}^{seuil} , il s'agit d'un séisme ayant une énergie considérable à la fréquence d'isolation et l'amortissement du dispositif de contrôle est ajusté à c_{max} . Cette méthode est illustrée dans la Figure 4-15.

Une question qui se pose est celle de la détermination du seuil x_{bg}^{seuil} . Un seuil trop bas risque de

détecter comme séisme basse fréquence un qu'il ne l'est pas, tandis qu'un seuil trop haut risque d'aboutir à un déclenchement trop tardif de l'amortissement c_{max} qui n'aura pas suffisamment de temps pour être efficace. Afin de déterminer une valeur judicieuse du seuil nous procédons à une étude paramétrique. Nous générons, artificiellement, des signaux qui sont des bruits blancs filtrés par un filtre de Kanai-Tajimi. La fréquence et l'amortissement du filtre sont 2.5 Hz et 55% respectivement et la durée forte des signaux est de 5 s. Les spectres de ces signaux sont similaires à ceux des signaux de Tohoku considérés dans les sections précédentes, notamment à basse fréquence (Figure 4-16).

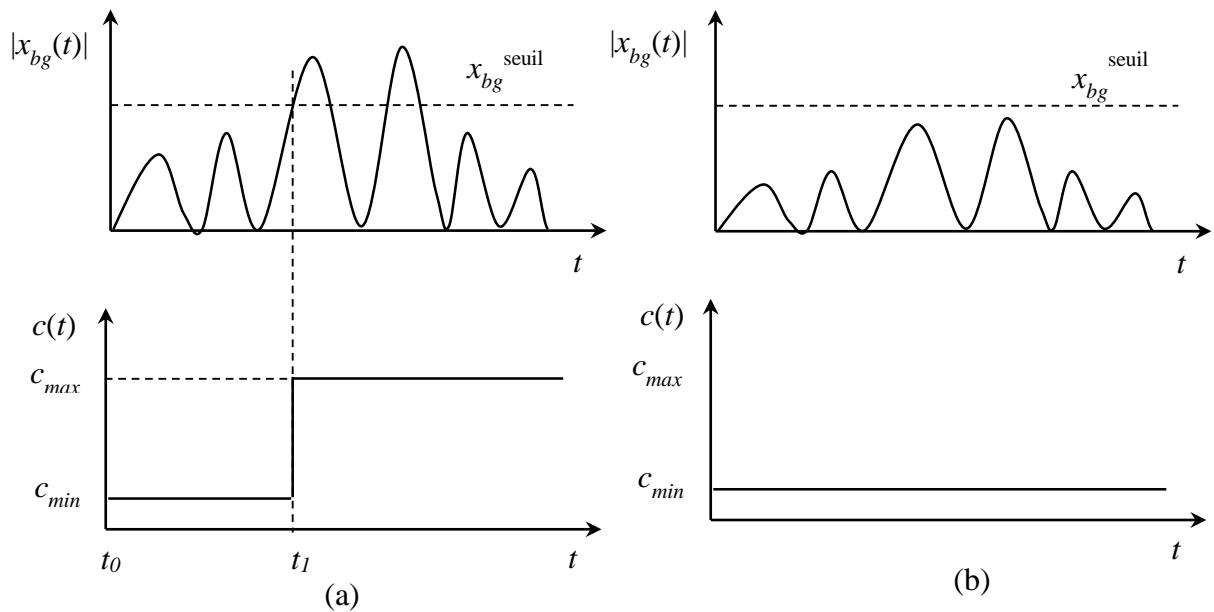


Figure 4-15. Illustration de la méthode heuristique pour un séisme (a) riche à la fréquence d'isolation ; (b) pauvre à la fréquence d'isolation.

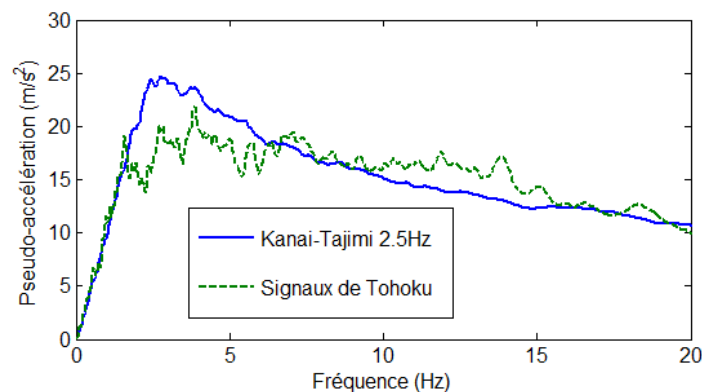


Figure 4-16. Spectres en pseudo-accelération des signaux générés à partir d'un filtre de Kanai-Tajimi (moyenne de 100 signaux) et d'un signal réel (Tohoku) pour un taux d'amortissement de 2%.

Ensuite, un oscillateur passif avec un amortissement supplémentaire c_{max} (en plus de l'amortissement de 5% de l'appui) et un oscillateur contrôlé avec la stratégie proposée, sont excités par ces signaux. La Figure 4-17 montre le déplacement maximum de l'oscillateur

contrôlé $x_{bg,max}$, en fonction du seuil x_{bg}^{seuil} , toutes les deux grandeurs étant normalisées par le déplacement maximum de l'oscillateur passif $x_{bg,max}^0$. Comme attendu, pour de petites valeurs de x_{bg}^{seuil} l'amortisseur adaptatif est aussi efficace que l'amortisseur passif. L'amortisseur adaptatif ne peut conduire qu'à un déplacement supérieur ou légèrement inférieur à celui du système passif (en effet, les conditions initiales, au moment où l'amortissement bascule à c_{max} , ne sont pas celles du cas passif). Par conséquent, il est possible que le déplacement du système semi-actif soit légèrement inférieur à celui du système passif). On peut donc, choisir comme $x_{bg}^{seuil} / x_{bg,lim}$ une valeur de $x_{bg}^{seuil} / x_{bg,max}^0$ qui ne conduit qu'à une légère amplification du déplacement du système contrôlé $x_{bg,max}$ par rapport à celui du déplacement passif $x_{bg,max}^0$. Dans cette étude, $x_{bg}^{seuil} / x_{bg,lim} = 0.5$ est choisi.

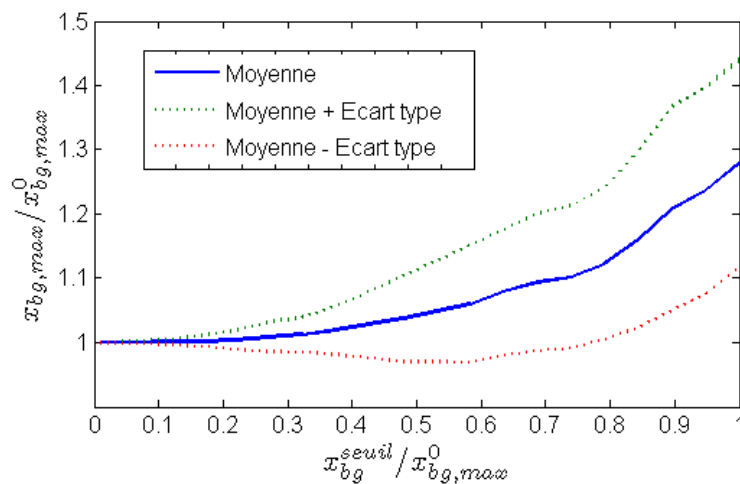


Figure 4-17. Amplification du déplacement maximum $x_{bg,max}$ en fonction de x_{bg}^{seuil} (moyenne de 100 signaux).

4.4.2 Spectre de plancher

L'efficacité de la méthode proposée est illustrée à l'aide du modèle de la section 4.1 en considérant les mêmes paramètres que dans la section 4.2. Nous supposons que l'appui a un déplacement admissible $x_{bg,lim} = 25\text{ cm}$, le seuil de l'amplitude de déplacement est donc $x_{bg}^{seuil} = 0.5 \times 25 = 12.5\text{ cm}$. Un des enregistrements à Sylmar lors du séisme de Northridge, en 1994, en Californie, aux États-Unis, est considéré. Ce signal a une énergie considérable à la fréquence d'isolation et faible à la fréquence du deuxième mode. La Figure 4-18a présente les spectres de plancher pour cette excitation. On voit que la méthode de contrôle proposée peut atténuer la réponse du mode isolé (premier pic à 0.5 Hz) mais les valeurs spectrales à hautes fréquences (supérieures à 10 Hz) sont considérablement amplifiées, même si l'excitation n'a pas beaucoup d'énergie dans cette plage de fréquences. Ceci est dû au changement très brutal du coefficient d'amortissement. Pour éviter cet effet indésirable, nous proposons de filtrer ce

coefficient avec un filtre passe-bas du premier ordre.

$$\dot{c}_{filtré}(t) + \frac{2\pi}{T}c_{filtré}(t) = \frac{2\pi}{T}c(t) \quad (4.46)$$

où T est la période de coupure du filtre. La Figure 4-18b présente les spectres de plancher pour différentes valeurs de T . Pour $T = 1s$, l'amplification de spectre de plancher à hautes fréquences due au changement brutal de l'amortissement est complètement supprimée. C'est cette valeur de T qui est retenue par la suite. En réalité, un filtre avec une fréquence de coupure plus grande pourrait être utilisé aussi. En effet, comme on le verra dans 5.4 cette commande est transmise à un amortisseur hydraulique qui a son propre temps de réponse.

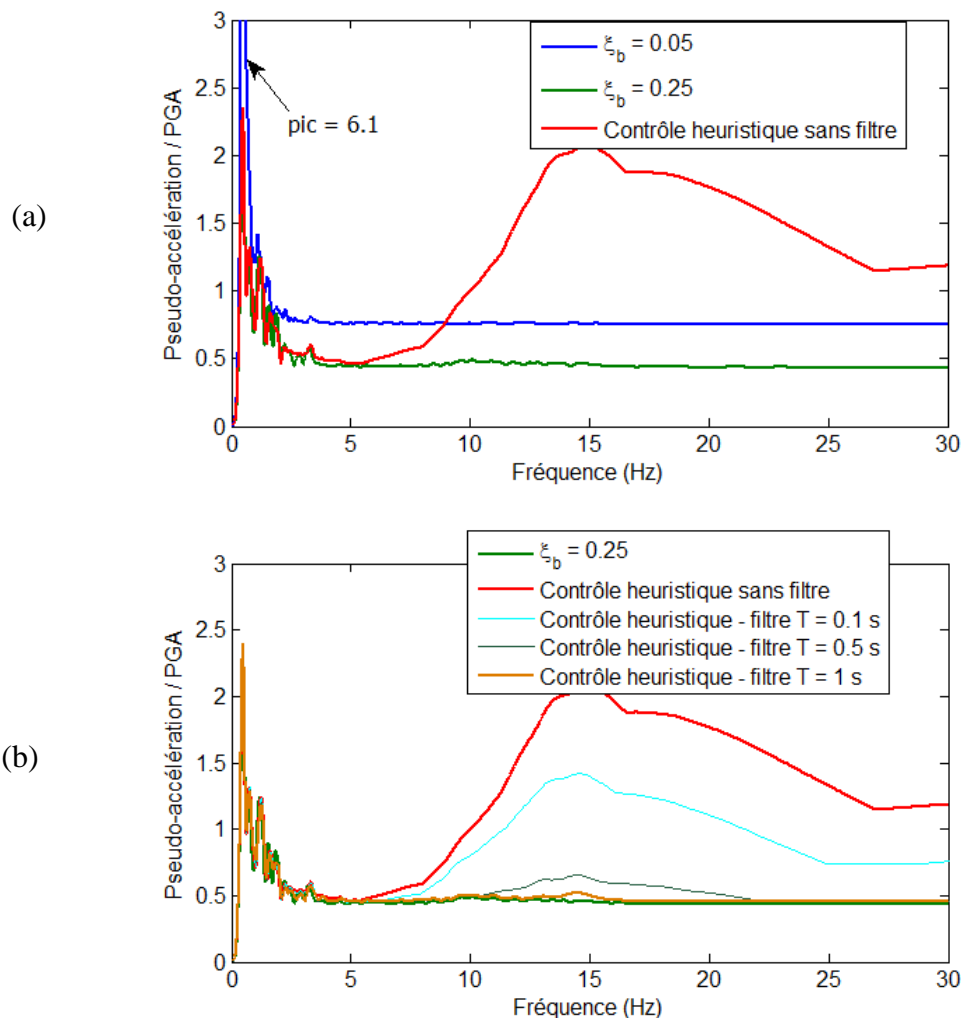


Figure 4-18. Spectres de plancher normalisés de la base (amortissement 2%) pour le signal de Sylmar.

Les déplacements relatifs maximum de la base par rapport au sol, pour le signal de Sylmar ci-dessus et les signaux de Tohoku utilisés précédemment, sont présentés dans le Tableau 4-3. On remarque que le contrôle heuristique proposé conduit à des déplacements comparables à ceux du cas passif avec fort amortissement qui sont en deçà la limite admissible $x_{bg,lim} = 25cm$.

Comme attendu, le filtre passe-bas n'a pas d'influence sur le déplacement maximum car sa fréquence de coupure (1 Hz) est plus grande que la fréquence d'isolation (0.5 Hz).

Algorithme de contrôle	Sylmar	Tohoku 1	Tohoku 2
$\xi_b = 0.05$	45.37	41.03	41.15
$\xi_b = 0.25$	22.90	20.35	17.20
Contrôle heuristique sans filtre	23.48	20.35	17.20
Contrôle heuristique avec filtre	23.69	20.35	17.20

Tableau 4-3. Déplacement relatif maximal à la base (cm).

L'intérêt du contrôle heuristique proposé ici, réside dans sa simplicité qui permet son implémentation pratique sans difficulté majeure. Il s'affranchit des difficultés associées aux autres algorithmes proposés dans les sections précédentes comme, par exemple, la durée de calcul de l'action de contrôle et l'estimation des variables d'état via des observateurs (Chapitre 5). En effet, seule la mesure du déplacement de la base est nécessaire sans même avoir besoin d'une bonne estimation de son contenu fréquentiel.

4.5 Couplage entre excitation verticale et réponse horizontale

Lors du dimensionnement des structures parasismiques on suppose, habituellement, des ondes sismiques de volume à incidence verticale. C'est pourquoi on considère seulement des excitations de translation horizontale et verticale dont les amplitudes sont supposées comme étant constantes sur toute la fondation. La majorité des appuis parasismiques ont une capacité d'isoler la superstructure seulement de la composante horizontale du mouvement de sol, qui est, en général, la composante avec le plus grand potentiel d'endommagement. Des études dans la littérature et les résultats dans le Chapitre 3 et les sections 4.2, 4.3 montrent l'efficacité de l'isolateur de relaxation et des systèmes d'isolation mixtes semi-actifs vis-à-vis des excitations sismiques horizontales, pour diminuer le déplacement de la base tout en évitant l'amplification de la réponse des modes non-isolés. Toutefois, l'excitation verticale peut être aussi source d'une telle amplification comme il l'a déjà été signalé dans le 0. L'amplification du spectre de réponse horizontale de plancher au voisinage des fréquences des modes non-isolés due à la composante verticale du séisme, notamment dans le cas d'une structure asymétrique, est observée dans plusieurs analyses des bâtiments nucléaires à géométrie complexe [1, 2, 81, 82] ainsi qu'expérimentalement [83]. Dans cette section, nous explorons l'efficacité des méthodes de contrôle semi-actif présentées dans les sections 4.2, 4.3 pour ce type d'excitations.

4.5.1 Présentation du mécanisme de couplage

Comme il l'a déjà été signalé, la majorité des systèmes d'isolation ont une action d'isolation uniquement dans le plan horizontal c'est pourquoi, par la suite, nous négligeons la souplesse verticale des appuis. En plus de simplifier l'approche analytique, cette hypothèse présente l'avantage de montrer, clairement, que le couplage entre excitation verticale et réponse horizontale n'est pas, nécessairement, dû à la souplesse de la structure en basculement. Sous ces conditions, il n'y a de réponse possible horizontale sous excitation sismique verticale que dans les deux cas présentés schématiquement sur la Figure 4-19. La Figure 4-19a présente un

mode propre d'une structure symétrique qui ne peut être excité que par un séisme vertical. Dans ce cas, les planchers, proprement dits, n'ont pas de mouvements horizontaux mais, d'autres points (par exemple le point P1) peuvent avoir des mouvements horizontaux importants. Parfois, dans les bâtiments industriels, ces points, même s'ils n'appartiennent pas au diaphragme du plancher, peuvent être les supports d'équipements, c'est pourquoi leur spectre de réponse doit être déterminé. La Figure 4-19b présente un mode propre d'une structure asymétrique dont l'élément vertical de gauche a une rigidité en flexion beaucoup plus faible que celui de droite. À cause de l'asymétrie de la déformée modale, les modes de ce type peuvent avoir des coefficients de participations importants dans les deux directions, horizontale et verticale. À titre d'exemple, la déformée de flexion de la poutre de la structure de la Figure 4-19b n'est pas antisymétrique. Par conséquent, ce mode est excité par la composante verticale du séisme et donne une réponse horizontale. Bien évidemment, les mêmes phénomènes peuvent apparaître dans le cas des bâtiments conventionnels aussi. La particularité des bâtiments isolés est que, étant donné que la réponse des modes non-isolés est très atténuée, à cause de leur orthogonalité par rapport à l'excitation horizontale, le couplage avec le séisme vertical augmente le poids de leur contribution à la réponse horizontale.

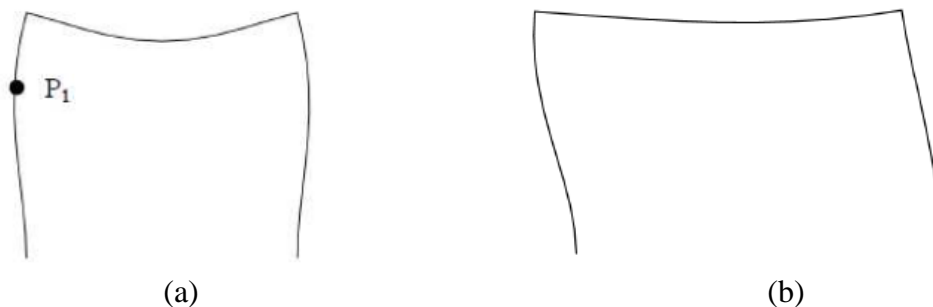


Figure 4-19. Superstructure excitée par la composante verticale du séisme (a) Superstructure symétrique (b) Superstructure non-symétrique.

Afin de mieux comprendre le mécanisme du couplage entre excitation verticale et réponse horizontale, nous utilisons le modèle à 2 DDL représenté schématiquement sur la Figure 4-20 qui est, en réalité, équivalent à celui de la Figure 4-1. Les 2 DDL sont le déplacement généralisé du premier mode de la superstructure et le déplacement de la base. Certaines notations sont légèrement différentes pour être mieux adaptées au contexte de ce paragraphe. En particulier, nous utilisons les notations suivantes :

m_b : masse de la base (second radier)

x_b : déplacement horizontal de la base par rapport au sol

q_s : déplacement généralisé du premier mode de la superstructure

L_s^h : coefficient de participation horizontale du premier mode de la superstructure

L_s^v : coefficient de participation verticale du premier mode de la superstructure

$$\alpha_s = q_s / L_s^h$$

m_s : masse de la superstructure

m_s^h : masse effective du premier mode de la superstructure (supposée fixe à sa base) dans la direction horizontale ($m_s^h = (L_s^h)^2 / \tilde{m}_s$).

m_s^v : masse effective du premier mode de la superstructure (supposée fixe à sa base) dans la direction verticale ($m_s^v = (L_s^v)^2 / \tilde{m}_s$)

m_b^h : masse de la base (second radier), m_b , à laquelle on ajoute la somme des masses effectives des modes négligés de la superstructure dans la direction horizontale ($m_b^h = m_b + m_s - m_s^h$)

k_b, c_b : raideur et amortisseur horizontaux à la base.

$\omega_s = 2\pi f_s$: pulsation du premier mode de la superstructure

ξ_s : taux d'amortissement critique du premier mode de la superstructure

$\omega_b = \sqrt{k_b / (m_b + m_s)}$: pulsation d'isolation

$\xi_b = c_b / (2\omega_b(m_b + m_s))$: taux d'amortissement critique d'isolation

$\gamma = m_s^h / (m_b + m_s)$: rapport de masses

$\varepsilon = \omega_b^2 / \omega_s^2$: rapport de fréquences

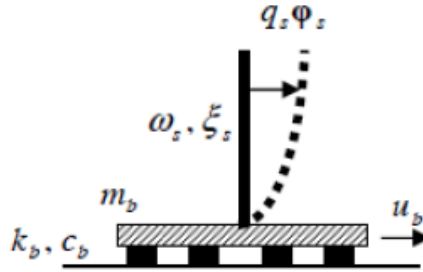


Figure 4-20. Modèle à 2 DDL d'une structure sismiquement isolée.

Les équations du mouvement de ce système s'écrivent :

$$\begin{bmatrix} 1 & \gamma \\ \gamma & \gamma \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x}_b \\ \ddot{\alpha}_s \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 2\xi_b \omega_b & 0 \\ 0 & 2\xi_s \omega_s \gamma \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_b \\ \dot{\alpha}_s \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_b^2 & 0 \\ 0 & \omega_s^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_b \\ \alpha_s \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \ddot{x}_g^h \\ \gamma \ddot{x}_g^h + \tilde{\beta} \gamma \ddot{x}_g^v \end{pmatrix} \quad (4.47)$$

où $\ddot{x}_g^h, \ddot{x}_g^v$ sont respectivement les composantes horizontale et verticale de l'excitation sismique, $\tilde{\beta} = L_s^v / L_s^h$ est le rapport des coefficients de participation dans les deux directions du premier mode de la superstructure.

En se basant sur l'analyse de Kelly [4], et en supposant de faibles valeurs d'amortissement, [3] a donné les expressions approchées des maxima des fonctions de réponse fréquentielles

entre l'accélération absolue à la base et les accélérations de sol. Dans le cas d'une excitation horizontale, le maximum se situe à la fréquence du premier mode, $\omega_1 \cong \omega_b$

$$\hat{x}_b^h(\omega_1) \approx \frac{1}{2\xi_b} \quad (4.48)$$

tandis que dans le cas d'une excitation verticale il se situe à la fréquence du deuxième mode, donnée par l'équation (4.49) :

$$\hat{x}_b^v(\omega_2) \approx \frac{\sqrt{m_s^h m_s^v}}{2\xi_2 m_b^h} = \frac{\gamma}{2\xi_2} \frac{\sqrt{\beta}}{1-\gamma} \quad (4.49)$$

où $\beta = m_s^v / m_s^h$ est le rapport des masses effectives du premier mode de la superstructure dans les directions verticale et horizontale. Pour se fixer les idées, pour $\gamma = 0.5$, $\beta = 0.15$ et $\xi_b = 2\xi_s$, les relations précédentes donnent $\hat{x}_b^v(\omega_2) \approx 0.5\hat{x}_b^h(\omega_1)$. Il est donc clair que, sous ces conditions, l'amplitude maximale de la fonction de réponse fréquentielle entre accélération horizontale et excitation verticale est comparable à celle entre accélération horizontale et excitation horizontale. Les fonctions de réponse fréquentielle présentées sur la Figure 4-21 confirment ces résultats. Par ailleurs, le contenu fréquentiel des signaux sismiques est beaucoup plus pauvre au voisinage de la fréquence d'isolation qu'au voisinage de la deuxième fréquence propre. Par conséquent, les accélérations de plancher auront beaucoup plus d'énergie au voisinage de la fréquence du deuxième mode, impliquant ainsi une amplification des spectres de réponse de planchers au voisinage de cette fréquence.

On remarque également que, contrairement au cas de l'excitation horizontale, l'augmentation de l'amortissement à la base ($\xi_b = 0.25$ sur la Figure 4-21), atténue l'amplification du deuxième mode. En effet, comme ξ_2 augmente quand ξ_b augmente (équation (3.15)), l'accélération horizontale à la base à la fréquence du deuxième mode ($|\hat{x}_b^v(\omega_2)| \propto 1/\xi_2$) diminue. Cependant, il s'agit d'une faible atténuation car, comme on peut le constater par la relation (3.15) ξ_2 / ξ_b est une fonction décroissante de ξ_b puisque sa dérivée est négative. Soit ξ_b^0 une valeur d'amortissement de référence à la base (par exemple 5%) et ξ_2^0 l'amortissement correspondant du deuxième mode. Par la relation (3.15) on a :

$$\frac{\xi_2}{\xi_2^0} = 1 + \frac{\overbrace{\eta}^{\mu}}{\eta + \frac{\xi_s^0}{\xi_b^0}} \left(\frac{\xi_b}{\xi_b^0} - 1 \right) \quad (4.50)$$

où $\eta = \frac{\gamma\sqrt{\varepsilon}}{1-\gamma}$.

Pour des valeurs réalistes des paramètres, le coefficient μ dans l'équation précédente est d'un

ordre de grandeur inférieur à 1. Par exemple pour $\gamma = 0.6, f_b = 0.5\text{Hz}, f_s = 6\text{Hz}$ et $\xi_b = \xi_s = 0.05, \xi_2^0 = 0.05, \mu = 0.073$. Il s'ensuit que l'amortissement du deuxième mode augmente beaucoup plus lentement que l'amortissement à la base. Si, par exemple, avec les paramètres ci-dessus, on augmente l'amortissement à la base de 500 % l'amortissement du deuxième mode ne sera augmenté que de 29 %.

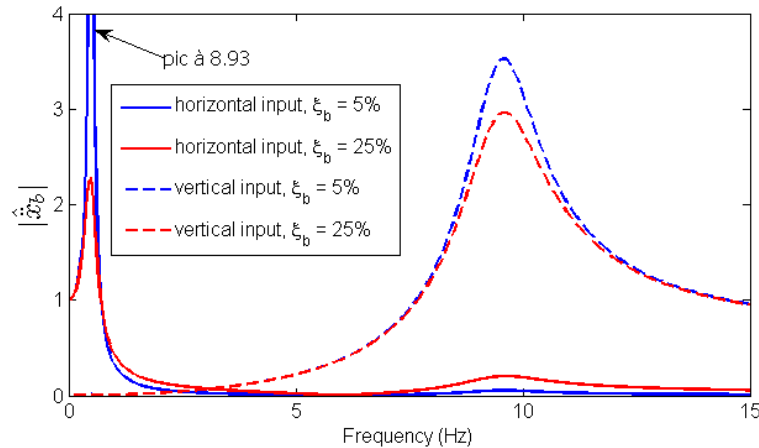


Figure 4-21. Amplitude de la fonction de réponse fréquentielle de l'accélération horizontale de la base pour des accélérations horizontale et verticale du sol ($\gamma = 0.6, f_b = 0.5\text{Hz}, f_s = 6\text{Hz}, \xi_s = 0.05, \beta = 0.15$).

4.5.2 Spectres de plancher

Nous appliquons, maintenant, les techniques de contrôle semi-actif, discutées dans les sections précédentes, afin d'observer leur influence sur les spectres de réponse horizontale de plancher dans le cas de couplage entre excitation verticale et réponse horizontale. On considère le modèle à 2 DDL de la Figure 4-20 avec les paramètres suivants :

$$f_b = 0.5\text{Hz}, f_s = 6\text{Hz}, \xi_s = 0.05, \gamma = 0.6, \beta = 0.15$$

Nous considérons les deux signaux de Cadarache utilisés déjà dans la section 4.2, un dans chaque direction (horizontale et verticale). Comme déjà mentionné, leurs spectres ont une énergie considérable au voisinage de la deuxième fréquence propre (13.4 Hz) de la structure isolée ce qui, en principe, tend à favoriser l'excitation des modes supérieurs. L'accélération maximale du signal vertical est égale au tiers de celle du signal horizontal. Le dispositif passif d'isolateur de relaxation étudié au chapitre 3 n'est pas envisagé ici car, par sa conception, il n'apporte pas d'amortissement supplémentaire au voisinage de la deuxième fréquence propre. En ce qui concerne les systèmes d'isolation mixtes semi-actifs, un appui LDRB avec $\xi_b = 0.05$ est combiné avec un amortisseur visqueux semi-actif dont le taux d'amortissement varie entre 0 à 0.20. L'algorithme de contrôle semi-actif « clipped-optimal » (noté SAC LQR) et les algorithmes de contrôle semi-actif FB-FF et NLQI sont considérés. Sur la Figure 4-22, on constate que, sous les hypothèses considérées, l'amplification de la réponse des modes supérieurs est principalement due au couplage entre l'excitation verticale et la réponse horizontale. En effet, l'amplification de la réponse des modes supérieurs, induite par les appuis

à fort amortissement sous excitation horizontale, est très inférieure à celle due à la combinaison des excitations dans les deux directions (horizontale et verticale). L'augmentation de l'amortissement à la base ($\xi_b = 0.25$) a un effet favorable contrairement au cas de l'excitation horizontale seule. Néanmoins, cet effet favorable de l'ajout d'amortissement horizontal à la base n'est pas significatif pour les raisons expliquées dans la sous-section précédente. Sur la même figure, on voit que les dispositifs semi-actifs conduisent à une meilleure atténuation du spectre de plancher au voisinage de la deuxième fréquence propre par rapport aux appuis à fort amortissement. Néanmoins, malgré leur effet bénéfique, l'amplification de la réponse du deuxième mode reste substantielle. On remarque également, que, contrairement au cas de l'excitation horizontale seule, quand l'influence de l'excitation verticale sur la réponse horizontale de la structure est considérable la performance des méthodes de contrôle semi-actif FB-FF et NLQI n'est pas supérieure à celle du contrôle « clipped-optimal ». En fait, dans l'exemple traité ici, l'efficacité des trois méthodes est quasiment la même.

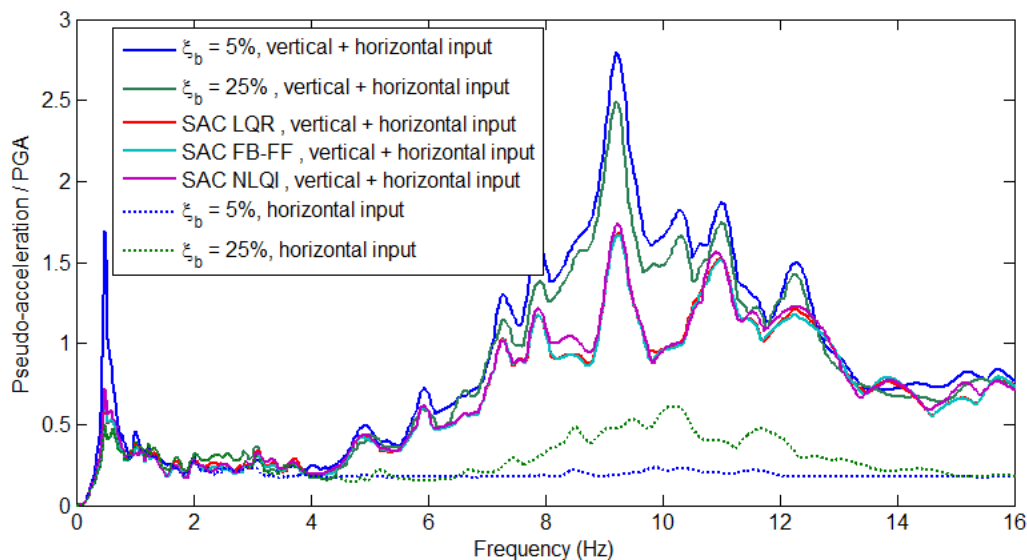


Figure 4-22. Spectres de plancher de l'accélération horizontale à la base normalisée (amortissement de 2%).

Cette discussion est loin d'être exhaustive et ne constitue qu'une première tentative exploratoire. Une étude plus approfondie devrait être entreprise afin de statuer sur l'intérêt des dispositifs semi-actifs horizontaux pour diminuer le couplage entre excitation verticale et réponse horizontale.

4.6 Conclusions

Dans ce chapitre, trois nouveaux algorithmes de contrôle semi-actif pour le système d'isolation sismique mixte, qui combine des appuis à faible amortissement avec des amortisseurs semi-actifs visqueux, ont été proposés pour améliorer la performance de l'isolation sismique en ce qui concerne les spectres de plancher.

Le premier algorithme (FB-FF « feedback-feedforward »), est une forme modifiée du

contrôle semi-actif « clipped-optimal » dans lequel en plus du terme « feedback » proportionnel à la réponse du système, un terme « feedforward », proportionnel à l'accélération du sol est considéré. Bien que nous n'apportions pas de démonstration mathématique, les résultats des études numériques traitées indiquent que cet algorithme est supérieur à l'algorithme « clipped-optimal ». Afin de rendre cet algorithme encore plus performant, des études supplémentaires devraient être entreprises, notamment sur la détermination du gain du terme « feedforward ».

Le deuxième algorithme est le contrôle NLQI (« non-linear quadratique inhomogeneous optimal control »). L'idée conductrice est qu'une meilleure performance de contrôle pourrait être attendue si le contrôleur prend en compte l'excitation sismique et si les paramètres du dispositif semi-actif (le coefficient d'amortissement dans le cas présent) sont directement les variables de contrôle. L'algorithme est basé sur la solution itérative approchée d'un problème de contrôle non-linéaire inhomogène optimal sous contraintes. Il est complété par un modèle autorégressif qui estime, à chaque instant, l'excitation sismique dans un court intervalle de temps en aval de l'instant courant. Les résultats des études numériques traitées ici, montrent que, en ce qui concerne les spectres de plancher, la performance de cet algorithme est supérieure à celles du contrôle FB-FF et du contrôle « clipped-optimal ».

Le troisième algorithme est un algorithme heuristique, très simple, qui consiste à augmenter au maximum l'amortissement du dispositif semi-actif quand on détecte l'éventualité d'un déplacement important de la base. Il trouve son intérêt pour des sites dont les données sismologiques permettent d'exclure le cas d'excitations sismiques ayant un contenu riche à basse et à haute fréquence en même temps.

Enfin, l'efficacité des techniques de contrôle semi-actif pour atténuer les effets du couplage entre excitation verticale et réponse horizontale est également étudiée. Pour les exemples considérés, ces techniques ont une efficacité supérieure à celle des appuis passifs classiques. Néanmoins, malgré leur effet bénéfique, l'amplification de la réponse des modes non-isolés reste substantielle.

Chapitre 5. Considérations sur l'application pratique du contrôle semi-actif dans l'isolation sismique

Bien que les méthodes de contrôle semi-actif développées dans le Chapitre 4 donnent des résultats encourageants, il faut admettre qu'elles se basent sur des hypothèses idéalisées. En effet, nous avons considéré :

- un modèle simplifié à 2 DDL dans lequel le comportement de la superstructure et de l'appui est supposé linéaire ;
- un système de contrôle constitué seulement d'un appui et d'un amortisseur visqueux semi-actif idéal (c.à.d. que la réponse est symétrique, le temps de retard est négligé, il n'y a pas de limite de force et de déplacement) ;
- que toutes les variables d'état sont mesurées avec une très grande précision.

Or, une structure réelle est un système de dimension infinie. Son comportement dynamique sera différent de celui du modèle simplifié à un nombre très limité de degrés de liberté. Cette différence peut avoir des effets indésirables sur la qualité du contrôle. En outre, nous avons besoin de plusieurs dispositifs semi-actifs pour contrôler un bâtiment réel. Et, enfin, il est très rare de pouvoir mesurer toutes les variables d'état. Pour ces raisons, en vue d'applications réelles du contrôle semi-actif, il est nécessaire qu'un certain nombre de considérations pratiques importantes soient prises en compte. Dans ce chapitre, certains de ces problèmes seront discutés.

5.1 Estimation des variables d'état

L'application des méthodes de contrôle semi-actif proposées dans le Chapitre 4 nécessite la connaissance de toutes les variables d'état. Comme mentionné plus haut, il est très rare de pouvoir mesurer toutes les variables d'état. Par ailleurs, les mesures ne sont pas, directement, les variables d'état, elles-mêmes, mais, des *fonctions* souvent *bruitées* de ces variables. Par conséquent, une estimation des variables d'état, obtenue à partir de ces mesures, est nécessaire. Une telle estimation peut être obtenue à l'aide d'observateurs. À titre d'exemple, un système linéaire peut être observé par l'observateur de Luenberger [84] en l'absence de perturbations et de bruits de mesures et par le filtre de Kalman-Bucy [28] dans le cas où l'excitation et les bruits de mesures sont des bruits blancs gaussiens. Ce dernier est combiné avec la méthode de LQR dans la méthode de LQG présentée dans 2.2.2, appliquée aux structures sismiquement isolées dans plusieurs travaux de la littérature [7, 8, 11, 57]. Ici, nous combinons le filtre de Kalman-Bucy avec la méthode de contrôle semi-actif FB-FF. Nous allons montrer que la précision de l'estimation peut être améliorée en utilisant la mesure de l'excitation sismique. Quant à l'observation d'un système non-linéaire, un observateur couramment utilisé est le filtre de Kalman étendu [85]. En particulier, pour un système bilinéaire, en transformant le système en forme canonique [86], Williamson [87] a proposé un observateur dont le gain dépend explicitement de la variable de contrôle. Néanmoins, cet observateur nécessite la dérivée par rapport au temps de la variable de contrôle ce qui peut induire des erreurs à cause de l'approximation numérique de cette dérivée. En ce qui concerne la méthode de contrôle semi-

actif NLQI, on remarque que le système bilinéaire peut être considéré comme un système linéaire dont les matrices caractéristiques dépendent du temps. Par conséquent, les équations du filtre linéaire de Kalman-Bucy peuvent être appliquées. Le gain de l'observateur est réactualisé en temps réel en résolvant une équation différentielle de Riccati.

5.1.1 Observation du système linéaire

Considérons le système contrôlé (2.9) et (2.10) :

$$\dot{x} = Ax + Bu + Ew \quad (5.1)$$

$$y = Cx + Du + v \quad (5.2)$$

Comme déjà mentionné une des hypothèses du filtre de Kalman-Bucy est que l'excitation, w , et le bruit de mesure, v , sont les bruits blancs gaussiens. Il est vrai que les signaux sismiques ne sont pas de bruits blancs mais, des processus stochastiques non-stationnaires (en réalité, dans le cas d'une seule réalisation qui excite le système, la notion même du processus n'a pas de sens). Nous considérons la mesure de l'excitation :

$$w^m = w + \mathcal{G} \quad (5.3)$$

où \mathcal{G} est le bruit de mesure. Supposons que \mathcal{G} et v sont des bruits blancs gaussiens, de moyenne nulle et décorrélés. L'observateur est de la forme :

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + Ew^m + K_{obs}(y - C\hat{x} - Du) \quad (5.4)$$

L'erreur de l'estimation, $e = x - \hat{x}$, est régie par l'équation :

$$\dot{e} = (A - K_{obs}C)e - E\mathcal{G} - K_{obs}v \quad (5.5)$$

Dans l'expression de l'erreur (5.5), la différence par rapport à l'observateur utilisé dans des travaux précédents [7, 8] (équation (2.14)), est le terme lié au bruit de mesure de l'excitation $E\mathcal{G}$ au lieu de Ew . Étant donné que le bruit \mathcal{G} est beaucoup plus petit que l'excitation proprement dite w , l'erreur de l'estimation est moindre.

Le gain du filtre est :

$$K_{obs} = PC^T R_v^{-1} \quad (5.6)$$

où P est la solution de l'équation :

$$AP + PA^T - PC^T R_v^{-1} CP + ER_g E^T = 0 \quad (5.7)$$

R_g étant la densité spectrale de puissance de \mathcal{G} et R_v la matrice de covariance de v .

La Figure 5-1 présente le schéma de contrôle dans le cas où l'algorithme semi-actif « feedback –feedforward » est combiné avec le filtre de Kalman-Bucy.

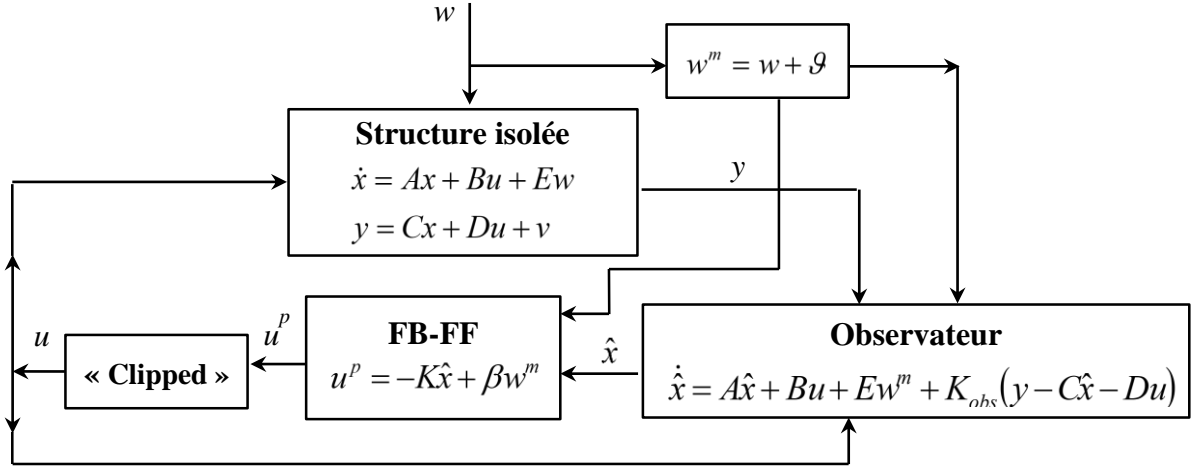


Figure 5-1. Schéma de contrôle en boucle fermée de la méthode FB-FF combinée avec le filtre de Kalman-Bucy.

5.1.2 Observation du système bilinéaire

Rappelons que la force générée par l'amortisseur semi-actif est : $u = -c(t)\dot{z}_{bg} = -c(t)bx$ où b est le vecteur de position de la vitesse relative de la base par rapport au sol dans le vecteur des variables d'état et $c(t)$ est le coefficient d'amortissement. En remplaçant la force de contrôle $u = -c(t)bx$ dans les équations (2.9) et (2.10), la représentation dans l'espace des variables d'état du système est :

$$\dot{x} = [A - c(t)Bb]x + Ew \quad (5.8)$$

$$y = [C - c(t)Db]x + v \quad (5.9)$$

Notons :

$$L(t) = A - c(t)Bb \quad \text{et} \quad H(t) = C - c(t)Db \quad (5.10)$$

Les équations (5.8), (5.9) définissent un système linéaire à coefficients variables dépendant du temps. Son observateur est de la forme :

$$\dot{\hat{x}} = L(t)\hat{x} + Ew^m + K_{obs}[y - H(t)\hat{x}] \quad (5.11)$$

En remplaçant (5.9) dans (5.11), l'équation de l'erreur de l'observation est :

$$\dot{e} = [L(t) - K_{obs}H(t)]e - E\mathcal{G} - K_{obs}v \quad (5.12)$$

Le gain est [28] :

$$K_{obs} = P(t)H(t)^T R_v^{-1} \quad (5.13)$$

où $P(t)$ est la solution de l'équation

$$\dot{P}(t) = L(t)P(t) + P(t)L(t)^T - P(t)H(t)^T R_v^{-1} H(t)P(t) + ER_g E^T \quad (5.14)$$

avec $P(t_0) = P_0 = \text{cov}(x_0, x_0)$, $\text{cov}(x_0, x_0)$ étant la matrice de covariance des variables d'état initiales du système. On peut remarquer que l'équation (5.14) est analogue à l'équation (2.3) sauf que les conditions aux limites sont définies non pas à l'instant final mais à l'instant initial. Supposons que le système est initialement au repos ($x_0 = 0$), donc $P_0 = 0$ et que l'estimation des variables d'état initial est $\hat{x}(t_0) = x_0$. À chaque instant t_{k-1} ($t_0 \leq t_{k-1} \leq t_f$), nous pouvons utiliser $c(t_{k-1})$ pour calculer $L(t_{k-1})$ et $H(t_{k-1})$ par (5.10) et ensuite l'équation (5.13) nous permet de déterminer la matrice $P(t_k)$ en utilisant, par exemple, le schéma explicite d'Euler. En parallèle, à partir de $\hat{x}(t_{k-1})$, $c(t_k)$ est calculé par l'algorithme NLQI et ensuite le gain de l'observateur $K_{obs}(t_k)$ peut être obtenu par l'équation (5.13). La Figure 5-2 présente le schéma de contrôle dans le cas où l'algorithme NLQI est combiné avec le filtre de Kalman à gain variable.

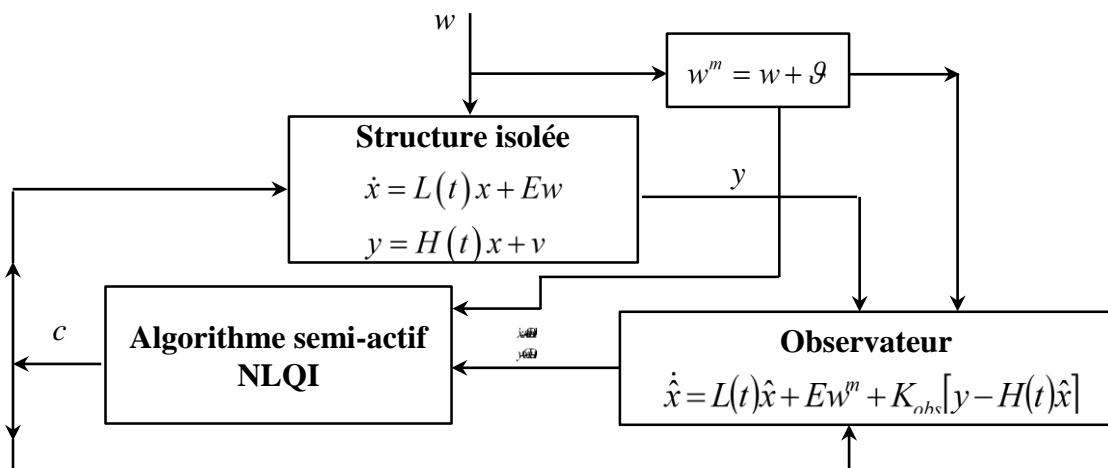


Figure 5-2. Schéma du contrôle en boucle fermée du contrôle NLQI combiné avec le filtre de Kalman à gain variable.

5.1.3 Spectres de plancher

Pour étudier l'efficacité des méthodes de contrôle semi-actif quand les variables d'état du système ne sont pas supposées étant connues mais, estimées à partir d'un observateur, nous appliquons les deux observateurs ci-dessus au modèle à 2 DDL de la Figure 4-1 avec les mêmes paramètres et la même excitation que dans la section 4.2. À titre de comparaison, le filtre de Kalman-Bucy sans mesure de l'excitation est aussi considéré. On suppose qu'on mesure les accélérations des deux masses et l'accélération de sol avec des accéléromètres standards.

Le gain de l'observateur, K_{obs} , calculé par les équations (5.6) et (5.7) ou (5.13) et (5.14) nécessite la connaissance des matrices de covariance des bruits de mesures R_g, R_v . Toutefois,

l'inspection de ces équations révèle que K_{obs} ne dépend que du rapport entre les termes des matrices R_g et R_v et pas de leurs valeurs proprement dites. Étant donné l'ensemble des incertitudes, nous approchons les rapports entre les densités spectrales des différentes grandeurs par le rapport des carrés de leur maxima. En accord avec le bruit mesuré des accéléromètres disponibles au laboratoire d'Études de Mécanique Sismique (EMSI) du Commissariat à l'Énergie Atomique (CEA), qui a une amplitude typique entre 0.01 g et 0.05 g, nous considérons une amplitude de bruit assez importante, de $0.05 g \approx 0.5 m/s^2$ pour mettre en évidence la robustesse de l'observateur. Par conséquent, les matrices de covariance des bruits de mesures de l'excitation et des accélérations absolues des deux masses sont respectivement :

$$R_g = 0.25 m^2 / s^4 \text{ et } R_v = \begin{bmatrix} 0.25 & 0 \\ 0 & 0.25 \end{bmatrix} m^2 / s^4.$$

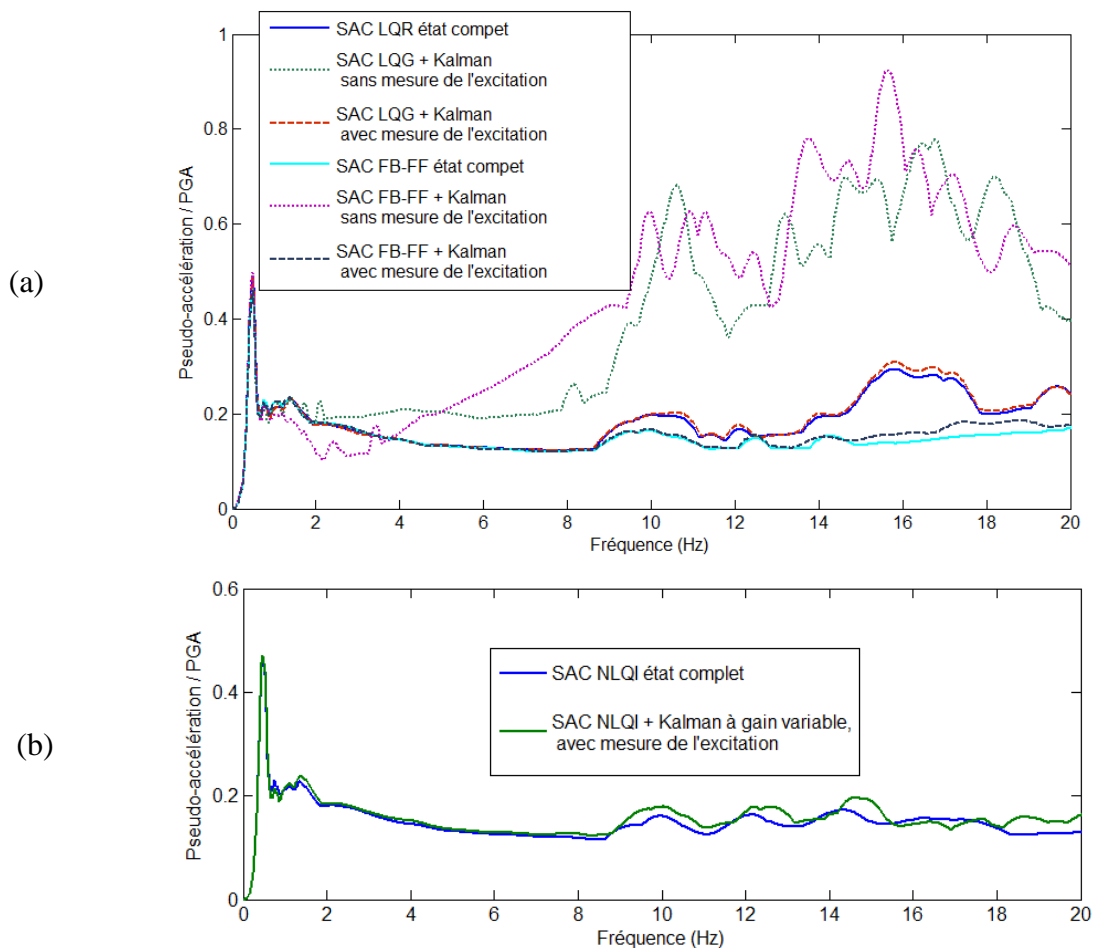


Figure 5-3. Spectres de plancher normalisés pour un taux d'amortissement de 2%. Pour (a) les méthodes de contrôle « clipped-optimal » et FB-FF ; (b) la méthode de contrôle NLQI.

Nous injectons également, dans la simulation, des signaux correspondant aux bruits des mesures. Il s'agit des signaux générés par des tirages au sort suivant une contribution uniforme dans l'intervalle $[-0.5 m/s^2, +0.5 m/s^2]$.

La Figure 5-3a représente les spectres de plancher de l'accélération absolue à la base pour les méthodes de contrôle « clipped-optimal » et FB-FF. Pour chaque méthode, nous étudions trois cas différents où les variables d'état a) sont supposées toutes mesurées avec une grande précision b) estimées par le filtre de Kalman-Bucy sans ou avec la mesure de l'excitation. Dans le cas où le filtre de Kalman-Bucy n'utilise pas la mesure de l'excitation, comme dans des travaux précédents [7, 8], toutes les deux méthodes de contrôle conduisent à des spectres de plancher présentant une amplification considérable à haute fréquence car le calcul du coefficient d'amortissement est basé sur une vitesse relative de la base qui n'est pas suffisamment précise. Ceci dégrade la performance de la méthode FB-FF à tel degré qu'elle est même moins efficace que la méthode « clipped-optimal ». Dans la même figure, nous observons que, grâce à une meilleure estimation de la vitesse de la base (illustrée dans la Figure 5-4), l'utilisation de la mesure de l'excitation permet d'obtenir une performance comparable au cas où toutes les variables d'état sont supposées idéalement estimées. Cette tendance est également confirmée dans la Figure 5-3b qui présente le spectre de plancher à la base pour la méthode NLQI combinée avec le filtre de Kalman à gain variable.

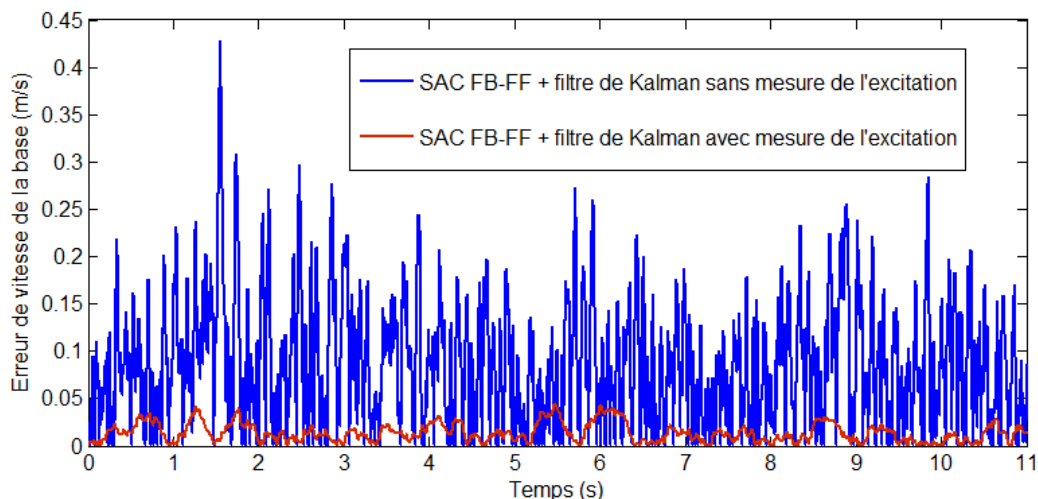


Figure 5-4. Valeur absolue de l'erreur de l'estimation de la vitesse relative de la base pour les deux méthodes d'observation.

5.2 Structures à plusieurs DDL

Les structures réelles sont des systèmes continus à un nombre de DDL infini. Or, à quelques exceptions près, les résultats sur le contrôle des structures sont obtenus sur la base d'un modèle réduit, à un nombre très limité de degrés de liberté. Dans la pratique, comme présenté dans la Figure 5-5, on utilise généralement une procédure à deux étapes : le système de dimension infinie est d'abord réduit à un modèle fin à plusieurs DDL ; ce modèle est ensuite réduit à un modèle à un nombre très limité de DDL. Le contrôle est établi à partir de ce modèle réduit afin d'avoir un temps de calcul raisonnable [24]. Néanmoins, le comportement dynamique de la structure réelle est différent de celui du modèle réduit. Cette inévitable différence entre la structure réelle et le modèle peut avoir des effets indésirables sur la qualité

du contrôle. Il s'agit des effets de débordement (« spillover »).

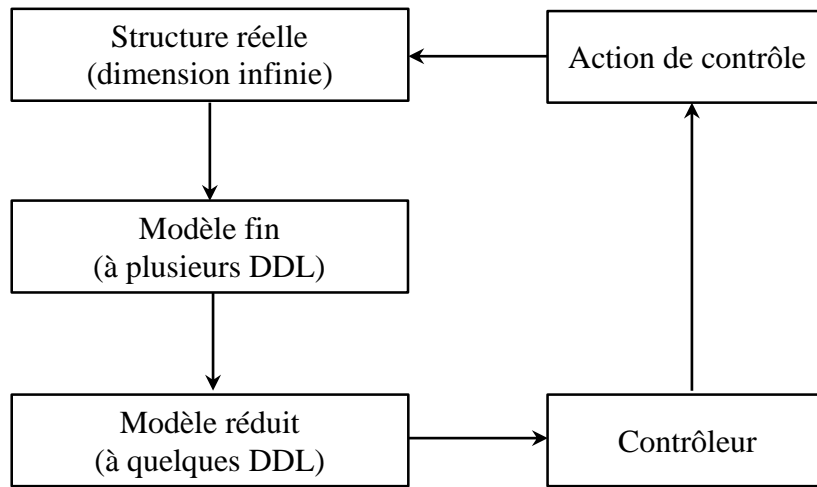


Figure 5-5. Réduction de modèle en vue de l'implémentation pratique du contrôle des structures [24].

5.2.1 Modèle fin et modèle réduit de la structure isolée

En première approximation, plusieurs bâtiments sismiquement isolés peuvent être modélisés comme présenté sur la Figure 5-6a. La base (second radier) est modélisée comme étant un solide rigide de masse m_b , tandis que la superstructure est considérée avoir un comportement équivalent à celui d'une poutre de masse totale m_s . Les caractéristiques de la poutre représentant la superstructure peuvent être déterminées en fonction des propriétés modales de la superstructure. Une poutre de cisaillement et une poutre de flexion sont les deux cas extrêmes de ce type de modélisation. Dans cette étude, une poutre de cisaillement est considérée pour deux raisons. Premièrement, les bâtiments d'une centrale nucléaire sont souvent des bâtiments raides à faible élancement, ayant par conséquent une grande souplesse de cisaillement par rapport à la souplesse de flexion. Deuxièmement, comme signalé dans [7, 8] une poutre de cisaillement a une densité modale plus importante qu'une poutre de flexion. Ceci indique que la modélisation en poutre de cisaillement aura tendance à amplifier les effets de débordement étant donné que les fréquences des premiers modes négligés sont plus proches des fréquences des modes contrôlés que dans le cas d'une modélisation en poutre de flexion.

Le modèle réduit peut être un modèle ayant comme degrés de liberté les coordonnées généralisées des premiers modes. Il est déduit du modèle fin par la troncature de la base modale. Ici nous considérons un modèle à 2 DDL en retenant seulement les deux premiers modes de la structure sismiquement isolée.

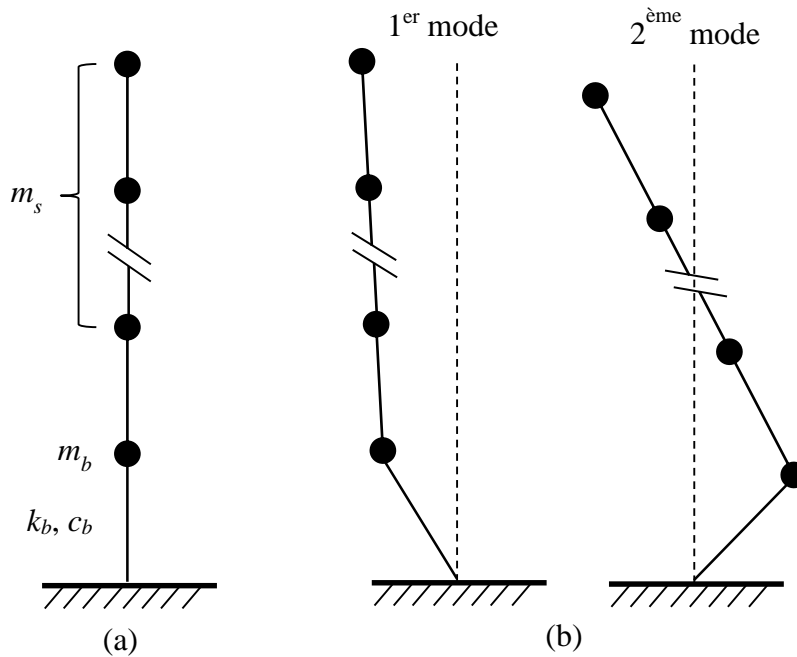


Figure 5-6. Modèles de structures. (a) à plusieurs DDL ; (b) à 2 DDL (deux premiers modes).

5.2.2 Étude des effets de débordement

L'influence des modes négligés sur l'efficacité du contrôle, est étudiée ici en considérant les méthodes FB-FF et NLQI. Le modèle de référence de la structure isolée est une poutre de cisaillement avec 20 DDL (20 masses) avec des paramètres suivants :

$$f_b = 0.5 \text{ Hz}, f_s = 6 \text{ Hz}, \gamma = 0.8 \quad (5.15)$$

où f_b est la fréquence d'isolation, f_s est la fréquence du premier mode de la superstructure encastrée à sa base et $\gamma = m_s / (m_b + m_s)$ est le rapport de la masse de la superstructure sur la masse totale. Le Tableau 5-1 montre les fréquences des six premiers modes propres de la structure. Un taux d'amortissement critique de 5% est considéré pour tous les modes de la structure passive. Un amortisseur semi-actif visqueux dont le coefficient d'amortissement $c(t)$ correspond à un taux d'amortissement variant entre 0 et 0.2, est utilisé.

N° mode	1	2	3	4	5	6
Fréquence (Hz)	0.5	9.8	20.4	31.7	43.3	55

Tableau 5-1. Fréquences propres de la structure sismiquement isolée.

Les mêmes coefficients de pondération dans la fonction coût et le même gain du terme « feedforward » que dans le Chapitre 4 sont utilisés. Ainsi, pour la méthode FB-FF : $\alpha = 5.5 \times 10^5$, $R = 0.0081$ et $\beta = 1.25$ et pour la méthode NLQI : $\alpha = 5 \times 10^5$. Les Figure 5-7a

et b présentent les schémas de contrôle d'une structure à plusieurs DDL pour les deux méthodes. Le vecteur des variables d'état $z = [q^T \quad \dot{q}^T]^T$, où q et \dot{q} sont, respectivement, le vecteur des déplacements modaux et le vecteur des vitesses modales, est partitionné en modes retenus dans le modèle du contrôleur et en modes négligés (ou résiduels). Les indices c et r désignent respectivement les modes contrôlés (retenus dans le modèle réduit) et résiduels. On suppose que l'on mesure la vitesse et le déplacement relatifs (par rapport au sol) de la base et l'accélération de sol.

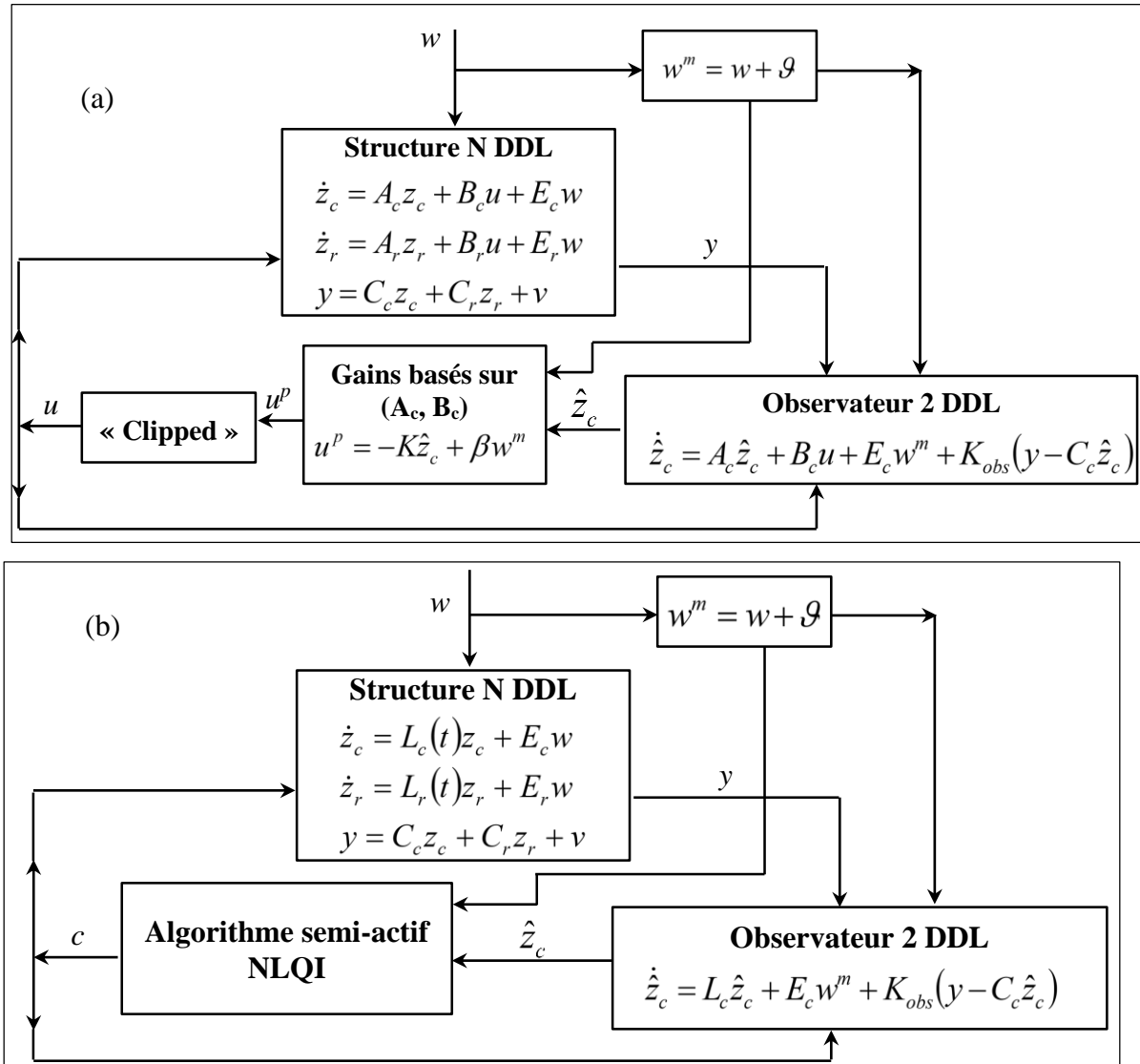


Figure 5-7. Schéma de contrôle en boucle fermée de la structure à plusieurs DDL. (a) Contrôle FB-FF ; (b) Contrôle NLQI.

Puisque le contrôleur est établi à partir du modèle réduit, les variables d'état de ce modèle n'étant pas directement mesurables, il faut utiliser un observateur afin d'avoir une estimation de ces variables. Les filtres de Kalman-Bucy à gain constant et variable (section 5.1) sont utilisés pour le contrôle FB-FF et le contrôle NLQI respectivement. En ce qui concerne les matrices de

covariance du bruit de mesures, nécessaires pour le calcul du gain de l'observateur, nous procédons comme dans la section 5.1. Nous approchons les rapports entre les densités spectrales des différentes grandeurs par le rapport des carrés de leur maxima et nous supposons que les mesures sont décorréélées. On considère que les amplitudes maximales du bruit de mesures du déplacement et de la vitesse de la base (masse m_b) et de l'accélération de sol sont respectivement de 1 mm, 3 cm/s et 0.5 m/s². Il s'ensuit que : $R_g = 0.25 \text{ m}^2 / \text{s}^4$ et

$$R_v = \begin{bmatrix} 10^{-6} \text{ m}^2 & 0 \\ 0 & 9 \times 10^{-4} \text{ m}^2 / \text{s}^2 \end{bmatrix}.$$

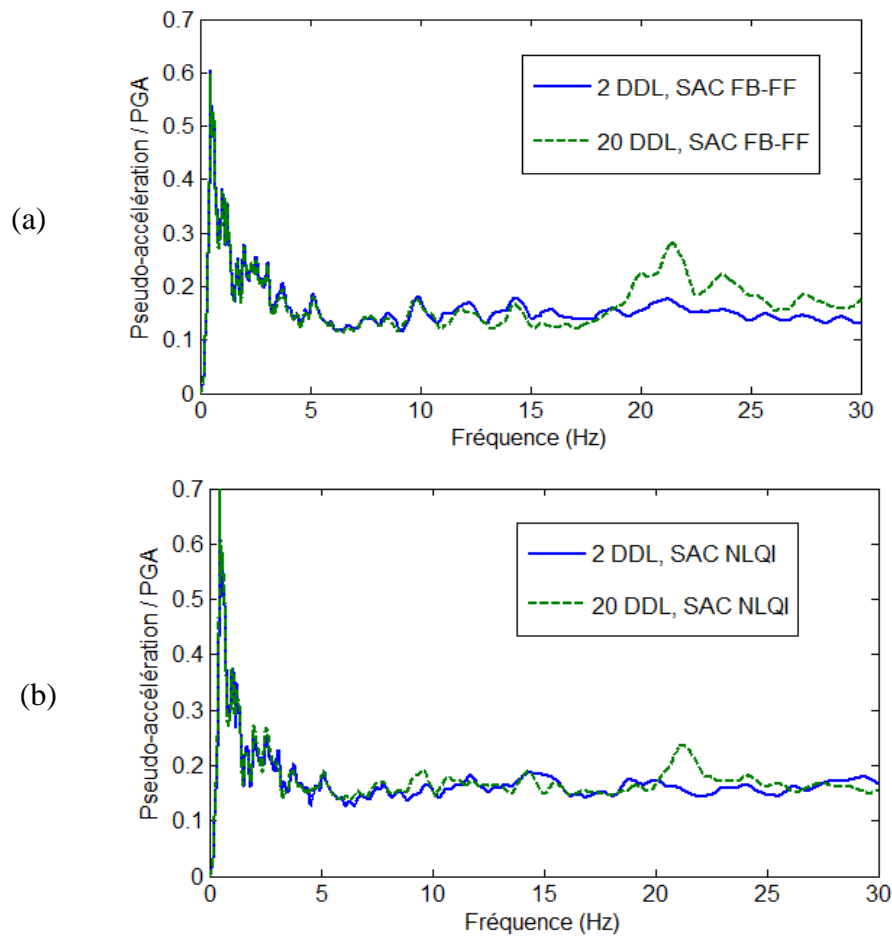


Figure 5-8. Spectres de plancher à la base normalisés pour un taux d'amortissement de 2%. (a) contrôle FB-FF ; (b) contrôle NLQI.

Les Figure 5-8a et b représentent les spectres de plancher de l'accélération absolue à la base dans le cas du modèle réduit à 2 DDL et du modèle fin à 20 DDL (avec un contrôleur basé sur le modèle réduit à 2 DDL) pour les méthodes FB-FF et NLQI. L'excitation est un signal synthétique généré artificiellement, compatible avec le spectre du site de Cadarache en France. L'écart entre les spectres correspondant aux deux modèles est révélateur des éventuels effets de débordement. Dans le cas du contrôle FB-FF, comme attendu, le spectre du modèle complet présente une légère amplification au voisinage de la fréquence du troisième mode (20.4 Hz),

qui est le premier mode négligé. Pour l'exemple traité ici, cette amplification est encore plus petite, voire insignifiante, dans le cas du contrôle NLQI. On en déduit que pour les structures du type considéré, il semble que les effets de débordement sont faibles.

5.3 Contrôle semi-actif d'un système d'isolation à plusieurs dispositifs

Jusqu'à présent, nous avons étudié un système d'isolation sismique mixte qui est constitué d'un appui en élastomère à faible amortissement et d'un amortisseur semi-actif. Comme déjà mentionné, ce modèle simple permet de faciliter le développement d'un algorithme de contrôle et d'illustrer son efficacité. En effet, le problème de contrôle est particulièrement simplifié en considérant le coefficient d'amortissement du dispositif semi-actif comme la seule variable de contrôle et les translations horizontales de la base et de la superstructure comme les seuls degrés de liberté. Néanmoins, en réalité, on a besoin de plusieurs dispositifs semi-actifs pour contrôler un bâtiment réel et leur nombre est supérieur au nombre de DDL effectifs à contrôler. Dans cette section, nous proposons deux méthodes de contrôle semi-actif de l'ensemble des amortisseurs en se basant sur l'algorithme « clipped-optimal » et l'algorithme NLQI. Les deux autres algorithmes de contrôle semi-actif proposés dans le Chapitre 4 ne sont pas considérés ici car l'implémentation pour l'algorithme FB-FF est fondamentalement la même que pour la méthode « clipped-optimal » et l'algorithme heuristique présenté dans la section 4.4, par sa conception, fixe l'amortissement de l'ensemble des amortisseurs soit à sa valeur minimale soit à sa valeur maximale.

5.3.1 Contrôle « clipped-optimal » de plusieurs amortisseurs

Considérons un système d'isolation mixte doté de n dispositifs semi-actifs. Supposons que la superstructure est posée sur une base rigide. Les équations de mouvement de la structure isolée soumise à une excitation sismique horizontale bidirectionnelle s'écrivent :

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = GF_c - M\Gamma\ddot{U}_g \quad (5.16)$$

où

- M , C , K sont les matrices (dimension $N \times N$, N étant le nombre de DDL) de masse, d'amortissement et de rigidité respectivement
- U est le vecteur des DDL (dimension $N \times 1$)
- F_c est le torseur appliqué au centre de masse de la base correspondant aux forces générées par des dispositifs semi-actifs

$$F_c = \begin{bmatrix} F_c^x & F_c^y & M_c \end{bmatrix}^T \quad (5.17)$$

F_c^x , F_c^y étant les résultantes des forces dans les directions x et y et M_c étant leur moment résultant suivant l'axe vertical. Ce torseur s'écrit :

$$F_c = G_p f_c \quad (5.18)$$

où f_c est le vecteur des forces des dispositifs semi-actifs (dimension $n \times 1$) et G_p (dimensions $3 \times n$) est la matrice de passage entre f_c et F_c :

$$G_p = \begin{bmatrix} \cos(\varphi_1) & \cos(\varphi_2) & \cdots & \cos(\varphi_n) \\ \sin(\varphi_1) & \sin(\varphi_2) & \cdots & \sin(\varphi_n) \\ x_1 \sin(\varphi_1) - y_1 \cos(\varphi_1) & x_2 \sin(\varphi_2) - y_1 \cos(\varphi_2) & \cdots & x_n \sin(\varphi_n) - y_n \cos(\varphi_n) \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

x_i , y_i et φ_i ($i=1, \dots, n$) sont respectivement les coordonnées de l'emplacement du dispositif semi-actif i et l'angle formé par ce dispositif et l'axe x .

- \ddot{U}_g est le vecteur (dimension 2×1) des accélérations du sol (de translations dans les directions x, y)
- Γ est une matrice (dimension $N \times 2$) dont les colonnes sont des vecteurs de translation unitaire dans les directions x et y
- G est la matrice qui indique la localisation des forces F_c^x , F_c^y et M_c .

En utilisant le vecteur des variables d'état, $X = [U^T \quad \dot{U}^T]^T$, les équations de mouvement peuvent être écrites sous la forme d'un système d'équations différentielles du premier ordre :

$$\dot{X} = AX + BF_c + E\ddot{U}_g \quad (5.20)$$

où

$$A = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{N \times N} & I_{N \times N} \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{N \times 3} \\ -M^{-1}G \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{N \times 2} \\ \Gamma \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

On rappelle que la méthode de contrôle « clipped-optimal » ajuste les variables de contrôle du dispositif semi-actif de sorte que sa force soit la plus proche possible de celle correspondant à un contrôle actif linéaire optimal. Dans le cas où plusieurs amortisseurs semi-actifs sont utilisés, une méthode consiste à calculer les n forces $f_{p,i}$ données par le contrôle actif et ensuite ajuster le coefficient c_i de chaque amortisseur pour que sa force suive au mieux $f_{p,i}$. Néanmoins, cette méthode locale ne garantit pas que le torseur résultant de l'ensemble des dispositifs semi-actifs sera « agrafé » (clipped) au torseur résultant des forces actives $f_{p,i}$.

Pour cette raison, il semble naturel de s'intéresser aux efforts globaux. La plupart des travaux de la littérature, par exemple [88, 89], considèrent les forces de contrôle globales appliquées au centre de mass de la base dans les directions x et y , F_d^x , F_d^y . Ensuite, comme les amortisseurs sont identiques, ces forces de contrôle sont attribuées uniformément à chaque amortisseur. En particulier, Bahar *et al.* [90] ont proposé le schéma de contrôle hiérarchique pour déterminer les variables de l'ensemble d'amortisseurs. Dans cette étude, 16 amortisseurs MR sont utilisés et un modèle inverse est proposé qui permet de calculer la commande de

tension électrique. Considérons, par exemple, les amortisseurs dans la direction x . La force totale générée par ces amortisseurs, F_{MR}^x , est mesurée et comparée avec la résultante de la force de contrôle donnée par l'algorithme actif, F_p^x . Si F_{MR}^x est inférieure, en valeur absolue à F_p^x et du même signe, ce qui est exprimé par $(F_p^x - F_{MR}^x)F_{MR}^x > 0$, il est nécessaire que les amortisseurs appliquent plus de force. Les amortisseurs, qui sont en train d'appliquer des forces dans la même direction que F_p^x , sont identifiés. La prédiction de la force de contrôle, F_p^x , est répartie, de façon uniforme, non pas à tous les amortisseurs dans la direction x , mais seulement à ces amortisseurs identifiés. Ensuite, la tension électrique est calculée par le modèle inverse des amortisseurs. En revanche, si $(F_p^x - F_{MR}^x)F_{MR}^x < 0$, c'est-à-dire que la force totale des amortisseurs doit être diminuée, la tension électrique de tous les dispositifs est mise à zéro. La même procédure est appliquée aux amortisseurs dans la direction y .

Néanmoins, il faut signaler que bien qu'ils soient identiques, les amortisseurs se comportent différemment en raison de leurs vitesses différentes qui varient d'un emplacement à un autre en présence de rotation de la base. Pour cette raison, la répartition uniforme des prédictions des forces de contrôle globales n'est pas une solution satisfaisante. Par ailleurs, les méthodes présentées ci-dessus utilisent seulement les deux forces de contrôle dans les directions x et y , F_p^x, F_p^y . Le moment résultant, donné par le contrôle actif, M_p , n'est pas pris en compte, tandis qu'il peut jouer un rôle important pour contrôler la rotation de la structure autour de l'axe verticale. Pour ces raisons, nous considérons le torseur complet (les deux forces dans les directions x, y et le moment autour de l'axe z) appliqué au centre de masse de la base. Considérons le système décrit par l'équation (5.20). Le torseur souhaité, noté F_p

$(F_p = [F_p^x \ F_p^y \ M_p]^T)$, est :

$$F_p = -\bar{K}X \quad (5.22)$$

où le gain \bar{K} est déterminé par la méthode LQR.

Supposons que des amortisseurs semi-actifs visqueux idéaux sont utilisés. La force générée par l'amortisseur i s'écrit :

$$f_{ci} = -c_i v_i \quad (5.23)$$

où c_i et v_i sont respectivement le coefficient d'amortissement et la vitesse de cet amortisseur.

Pour faire simple, supposons que n amortisseurs sont disposés à $n/2$ positions (n étant pair). À chaque position, il y a deux amortisseurs perpendiculaires pour appliquer des forces de contrôle dans deux directions x et y . Notons \dot{U}_b^x, \dot{U}_b^y et $\dot{\theta}_b$, respectivement, les vitesses de translation dans les directions x et y du centre de masse de la base et de rotation autour de l'axe verticale et numérotions $i = 1, \dots, n/2$ les amortisseurs dans la direction x et $i = n/2 + 1, \dots, n$ ceux dans la

direction y. Les vitesses des amortisseurs sont :

- dans la direction x ($\varphi_i = 0$) :

$$v_i = \dot{U}_b^x - y_i \dot{\theta}_b \quad (i=1, \dots, n/2) \quad (5.24)$$

- dans la direction y ($\varphi_i = \pi/2$) :

$$v_i = \dot{U}_b^y - x_i \dot{\theta}_b \quad (i=n/2+1, \dots, n) \quad (5.25)$$

Le torseur résultant des forces générées par l'ensemble des amortisseurs au centre de masse de la base est :

$$F_c = - \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n/2} c_i (\dot{U}_b^x - y_i \dot{\theta}_b) \\ \sum_{i=n/2+1}^n c_i (\dot{U}_b^y + x_i \dot{\theta}_b) \\ \sum_{i=1}^{n/2} -y_i (\dot{U}_b^x - y_i \dot{\theta}_b) c_i + \sum_{i=n/2+1}^n x_i (\dot{U}_b^y + x_i \dot{\theta}_b) c_i \end{bmatrix} = -vc \quad (5.26)$$

où

$$v = \begin{bmatrix} \dot{U}_b^x - y_1 \dot{\theta}_b & \dots & \dot{U}_b^x - y_{n/2} \dot{\theta}_b & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \dot{U}_b^y + x_{n/2+1} \dot{\theta}_b & \dots & \dot{U}_b^y + x_n \dot{\theta}_b \\ -y_1 (\dot{U}_b^x - y_1 \dot{\theta}_b) & \dots & -y_{n/2} (\dot{U}_b^x - y_{n/2} \dot{\theta}_b) & x_{n/2+1} (\dot{U}_b^y + x_{n/2+1} \dot{\theta}_b) & \dots & x_n (\dot{U}_b^y + x_n \dot{\theta}_b) \end{bmatrix} \quad (5.27)$$

et

$$c = [c_1 \quad c_2 \quad \dots \quad c_n]^T \quad (5.28)$$

est le vecteur des coefficients d'amortissement des amortisseurs semi-actifs.

Les coefficients d'amortissement (5.28) sont déterminés de sorte que le torseur des forces des amortisseurs semi-actifs se rapproche au mieux du torseur correspondant au contrôle actif. Pour ce faire, on peut considérer le problème d'optimisation quadratique suivant :

$$\begin{aligned} \text{Minimiser} \quad J &= (F_c - F_p)^T (F_c - F_p) = c^T v^T v c - 2F_p^T v c + F_p^T F_p \\ c_{\min,i} &\leq c_i \leq c_{\max,i} \quad (1 \leq i \leq n) \end{aligned} \quad (5.29)$$

où $c_{\min,i}$ et $c_{\max,i}$ sont les valeurs minimale et maximale du coefficient d'amortissement de chaque dispositif semi-actif i . Néanmoins, dans le cas où le nombre d'amortisseurs, n , est supérieur à 3, le problème (5.29) peut avoir une infinité de solutions puisque le rang de la matrice $v^T v$ (≤ 3) est inférieur au nombre d'inconnus. Sans perte de généralité, pour faire simple, nous allons illustrer ces solutions dans le cas d'un problème unidimensionnel avec deux

dispositifs semi-actifs. La Figure 5-9 représente deux types de solution de ce problème. L'équation $F_c - F_p = 0$ a une infinité de solutions car il y a une seule équation pour deux inconnus. Dans le plan des coefficients d'amortissement, ces solutions sont représentées par la ligne Δ . Quand Δ est en dehors de la zone de satisfaction des contraintes (rectangle ombré), le problème a une seule solution. Il s'agit du point sur le contour du rectangle ombré qui est le plus proche de Δ . Quand Δ traverse la région de satisfaction des contraintes, le problème a une infinité de solutions. Il s'agit de l'intersection de la droite Δ et de la région des contraintes.

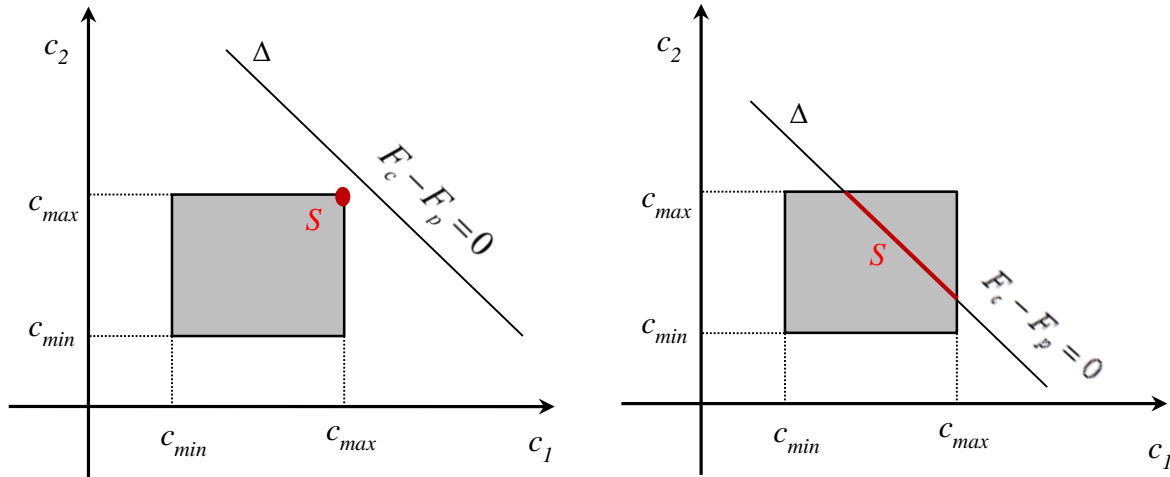


Figure 5-9. Solutions du problème (5.29) dans le cas unidimensionnel avec deux amortisseurs semi-actifs.

Afin de retrouver l'unicité de la solution on régularise la matrice $v^T v$. Pour ce faire on ajoute à la fonction coût un terme supplémentaire quadratique par rapport aux coefficients d'amortissement.

$$\begin{aligned}
 J &= c^T v^T v c - 2F_p^T v c + F_p^T F_p + \alpha c^T c \\
 &= c^T \left[v^T v + \alpha I_{n \times n} \right] c - 2F_p^T v c + F_p^T F_p \quad (5.30) \\
 c_{\min,i} &\leq c_i \leq c_{\max,i} \quad (1 \leq i \leq n)
 \end{aligned}$$

où $I_{n \times n}$ est la matrice identité de dimension $n \times n$. Afin d'être capable de suivre les prédictions du torseur de contrôle, F_p , une faible valeur du coefficient de pondération, α , doit être utilisée. Pour l'exemple qui sera traité dans la sous-section 5.3.3, une valeur mille fois plus petite que la moyenne de la diagonale de la matrice $v^T v$, est considérée.

$$\alpha = 0.001 \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (v^T v)_{i,i} \right] \quad (5.31)$$

En effet ce terme supplémentaire n'est qu'un artifice numérique pour supprimer l'indétermination.

Le problème d'optimisation quadratique (5.30) peut être résolu numériquement par l'algorithme de régions de confiance [91]. Le solveur « quadprog » dans le « Optimization toolbox » de Matlab est utilisé.

5.3.2 Contrôle NLQI de plusieurs amortisseurs

Afin d'appliquer la méthode NLQI à un système d'isolation mixte à plusieurs amortisseurs semi-actifs, il faudra utiliser une représentation qui est le pendant de (4.7) pour un système à plusieurs DDL. On pourrait, donc, envisager de résoudre le problème de contrôle optimal non-linéaire quadratique (NLQI) suivant :

$$\begin{aligned}
 \text{Minimiser} \quad J &= \int_{t_0}^{t_f} X^T Q X \, dt + X(t_f)^T S X(t_f) \\
 \dot{X} &= AX - BG_1 v c + E \ddot{U}_g, \quad X(t_0) = X_0 \\
 c_{\min, i} &\leq c_i \leq c_{\max, i} \quad i = 1, 2, \dots, n
 \end{aligned} \tag{5.32}$$

où v et c sont définis par les équations (5.27), (5.28). L'inconvénient de cette formulation réside au grand nombre d'inconnues (dimension de c) qui rend NLQI extrêmement coûteux. Pour remédier à cet inconvénient, en s'inspirant de la méthode de contrôle des forces globales de la sous-section précédente, on propose de procéder en deux étapes. La première étape consiste à résoudre un problème NLQI en considérant comme variables de contrôle les coefficients de la matrice d'amortissement global u qui fait passer du distributeur des vitesses du centre de la base \dot{U}_b au torseur des efforts F_c générés par l'ensemble des amortisseurs semi-actifs au centre de masse de la base.

$$F_c = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n/2} c_i & 0 & -\sum_{i=1}^{n/2} c_i y_i \\ 0 & \sum_{i=n/2+1}^n c_i & \sum_{i=n/2+1}^n c_i x_i \\ -\sum_{i=1}^{n/2} c_i y_i & \sum_{i=n/2+1}^n c_i x_i & \sum_{i=1}^{n/2} c_i y_i^2 + \sum_{i=n/2+1}^n c_i x_i^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{U}_b^x \\ \dot{U}_b^y \\ \dot{\theta}_b \end{pmatrix} = -u \dot{U}_b \tag{5.33}$$

où

$$u = \begin{bmatrix} u_1 & 0 & u_3 \\ 0 & u_2 & u_4 \\ u_3 & u_4 & u_5 \end{bmatrix} \tag{5.34}$$

et

$$u_1 = \sum_{i=1}^{n/2} c_i, \quad u_2 = \sum_{i=n/2+1}^n c_i, \quad u_3 = -\sum_{i=1}^{n/2} c_i y_i, \quad u_4 = \sum_{i=n/2+1}^n c_i x_i, \quad u_5 = \sum_{i=1}^{n/2} c_i y_i^2 + \sum_{i=n/2+1}^n c_i x_i^2 \tag{5.35}$$

Les relations précédentes s'écrivent sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} 1 & \cdots & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & \cdots & 1 \\ -y_1 & \cdots & -y_{n/2} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & x_{n/2+1} & \cdots & x_n \\ y_1^2 & \cdots & y_{n/2}^2 & x_{n/2+1}^2 & \cdots & x_n^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ \vdots \\ c_{n/2} \\ c_{n/2+1} \\ \vdots \\ c_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \tilde{v}c = \tilde{u} \quad (5.36)$$

Pour déterminer u_i ($i=1,2,\dots,5$), le problème de contrôle NLQI suivant est considéré :

$$\begin{aligned} \text{Minimiser} \quad J &= \int_{t_0}^{t_f} X^T Q X \, dt + X(t_f)^T S X(t_f) \\ \dot{X} &= (A - Bub)X + E\ddot{U}_g, \quad X(t_0) = X_0 \\ u_{\min,i} &\leq u_i \leq u_{\max,i} \quad i = 1, 2, \dots, 5 \end{aligned} \quad (5.37)$$

où b est la matrice qui indique la position du vecteur des vitesses relatives du centre de masse de la base par rapport au sol, \dot{U}_b , dans le vecteur des variables d'état, X , $u_{\min,i}$, $u_{\max,i}$ ($i=1,2,\dots,5$) sont les bornes inférieures et supérieures que les variables de contrôle u_i ($i=1,2,\dots,5$) doivent satisfaire, en tenant compte des contraintes sur les coefficients de chaque amortisseur : $c_{\min,i} \leq c_i \leq c_{\max,i}$, ($i=1,2,\dots,n$). Les contraintes sur u_i ($i=1,2,\dots,5$) sont :

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n/2} c_{\min,i} \\ \sum_{i=n/2+1}^n c_{\min,i} \\ - \sum_{i=1, y_i < 0}^{n/2} c_{\min,i} y_i - \sum_{i=1, y_i \geq 0}^{n/2} c_{\max,i} y_i \\ \sum_{i=n/2+1, x_i > 0}^n c_{\min,i} x_i + \sum_{i=n/2+1, x_i \leq 0}^n c_{\max,i} x_i \\ \sum_{i=1}^{n/2} c_{\min,i} y_i^2 + \sum_{i=n/2+1}^n c_{\min,i} x_i^2 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n/2} c_{\max,i} \\ \sum_{i=n/2+1}^n c_{\max,i} \\ - \sum_{i=1, y_i < 0}^{n/2} c_{\max,i} y_i - \sum_{i=1, y_i \geq 0}^{n/2} c_{\min,i} y_i \\ \sum_{i=n/2+1, x_i > 0}^n c_{\max,i} x_i + \sum_{i=n/2+1, x_i \leq 0}^n c_{\min,i} x_i \\ \sum_{i=1}^{n/2} c_{\max,i} y_i^2 + \sum_{i=n/2+1}^n c_{\max,i} x_i^2 \end{bmatrix} \quad (5.38)$$

Il faut signaler que les contraintes (5.38) sont des conditions nécessaires et non pas suffisantes pour que les contraintes sur les coefficients d'amortissement c_i soient respectées. Dans une deuxième étape on résout un problème, analogue au (5.30) :

$$\begin{aligned} \text{Minimiser } J &= (\tilde{v}c - \tilde{u})^T (\tilde{v}c - \tilde{u}) + \alpha c^T c \\ c_{\min,i} &\leq c_i \leq c_{\max,i}, \quad i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (5.39)$$

Afin de minimiser l'écart entre $\tilde{v}c$ et \tilde{u} , α doit prendre des valeurs faibles. On rappelle que le rôle principal de ce terme additionnel est d'enlever l'indétermination de la solution. Pour l'exemple traité dans la sous-section suivante, la valeur considérée est :

$$\alpha = 0.001 \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\tilde{v}^T \tilde{v})_{i,i} \right] \quad (5.40)$$

Il est à signaler que la solution du problème (5.39) garantit que les contraintes sur c_i sont respectées.

5.3.3 Benchmark d'un bâtiment sismiquement isolé

Pour illustrer les méthodes de contrôle de plusieurs dispositifs semi-actifs proposées ci-dessus, nous les avons appliquées à un bâtiment sismiquement isolé proposé par Narasimhan *et al.* [92] dans le cadre d'un benchmark (Figure 5-10).

La superstructure est un bâtiment de 8 étages, similaire à des bâtiments existants à Los Angeles, posée sur un radier rigide en béton. Le système d'isolation est constitué soit de 61 pendules de frottement et de 31 appuis en élastomère à faible amortissement (Figure 5-10a) soit de 92 appuis en élastomère à faible amortissement. C'est cette deuxième configuration qui est considérée ici. Le système d'isolation est considéré comme étant linéaire (chaque appui en élastomère à faible amortissement est modélisé par un amortisseur visqueux et un ressort en parallèle dans le plan horizontal et est supposé infiniment rigide dans la direction verticale), ayant une période de 3 s et un taux d'amortissement critique de 3%. La superstructure est modélisée comme un système élastique linéaire tridimensionnel. La réponse de chaque étage et de la base rigide est caractérisée par 3 DDL, deux translations horizontales et une rotation autour de l'axe verticale du centre de masse. Un taux d'amortissement critique de 5% est considéré pour les 24 modes propres de la superstructure sous condition d'encastrement à sa base.

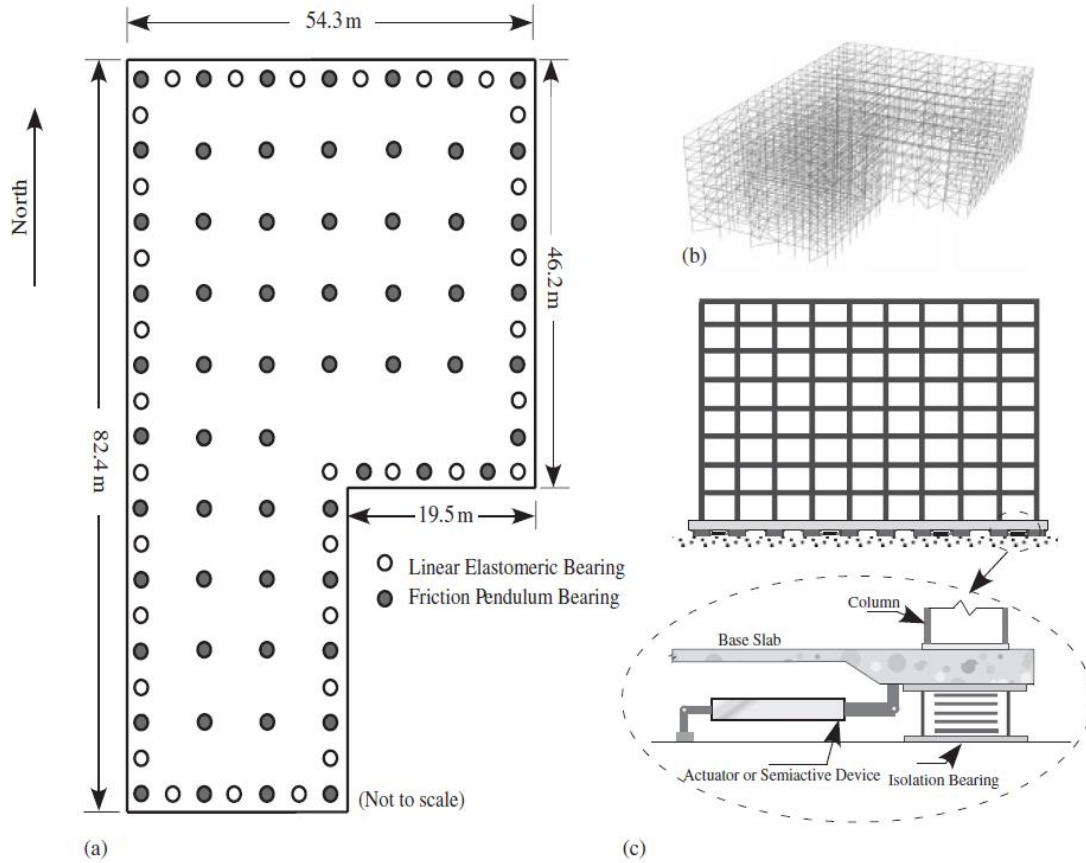


Figure 5-10. (a) Plan d'isolation ; (b) Modèle éléments finis de la superstructure ; (c) Vue en élévation [92].

Dans cette étude, 16 amortisseurs semi-actifs visqueux idéaux identiques sont installés, entre la base et la fondation de la structure, à 8 positions (Figure 5-11). À chaque position, il y a deux amortisseurs perpendiculaires pour appliquer des forces de contrôle dans les directions x et y . Ces amortisseurs semi-actifs sont inspirés de ceux installés dans le bâtiment Kajima Shizuoka (section 2.3.5) dont le coefficient d'amortissement varie entre 200 kNs/m et 1000 kNs/m. Afin d'avoir une capacité d'amortissement similaire, le coefficient d'amortissement de chaque dispositif considéré ici varie entre 0 et 837 kNs/m, ce qui correspond à un taux d'amortissement qui varie entre 0 et 1%. Par conséquent, dans chaque direction, les amortisseurs semi-actifs peuvent apporter, au total, un amortissement supplémentaire de 8%.

La réponse de cette structure isolée peut être décrite par l'équation (5.20) avec les variables d'état suivantes :

$$X = [U_8^T \quad U_7^T \quad \dots \quad U_1^T \quad U_b^T \quad \dot{U}_8^T \quad \dot{U}_7^T \quad \dots \quad \dot{U}_1^T \quad \dot{U}_b^T]^T \quad (5.41)$$

où U_b est le vecteur de DDL (deux translations et une rotation) relatifs de la base, par rapport au sol, et U_i ($i = 1, 2, \dots, 8$) est le vecteur de DDL relatifs de l'étage i par rapport à la base.

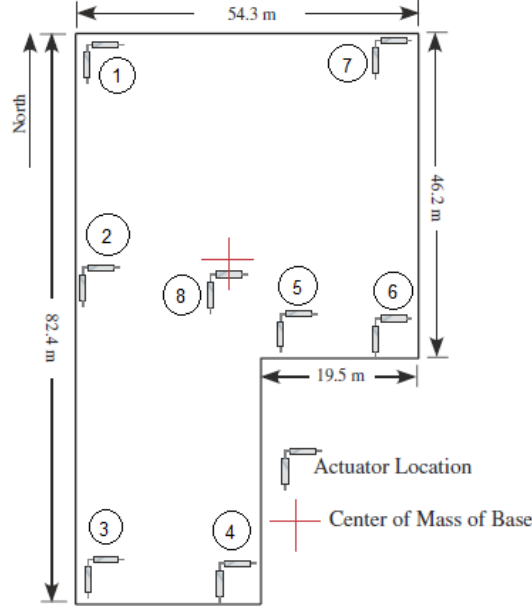


Figure 5-11. Répartition des amortisseurs semi-actifs à la base de la structure [93].

Les fonctions coûts considérées dans ce chapitre sont légèrement différentes de celles des chapitres précédents car l'objectif du benchmark ne concernait pas directement les spectres de plancher mais il s'agissait de diminuer la déformation des isolateurs sans amplifier les déplacements inter-étages et l'accélération de la superstructure. Pour ce faire, dans le cas du contrôle « clipped-optimal », on considère la fonction coût suivante :

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} (y^T \tilde{Q} y + F_c^T \tilde{R} F_c) dt \quad (5.42)$$

où \tilde{Q} , \tilde{R} sont des matrices de pondération et y est le vecteur qui assemble les déplacements relatifs de la base par rapport au sol, les déplacements inter-étages de la superstructure et les accélérations absolues des DDL considérés.

$$y = \left[U_b^T \ (U_1 - U_b)^T \ (U_2 - U_1)^T \ \dots \ (U_8 - U_7)^T \ (\ddot{U}_b + \ddot{U}_g)^T \ (\ddot{U}_1 + \ddot{U}_b)^T \ \dots \ (\ddot{U}_8 + \ddot{U}_b)^T \right]^T \quad (5.43)$$

En tenant compte de la relation entre y , le vecteur des forces de contrôle F_c et les variables d'état X :

$$y = C_y X + D_y F_c \quad (5.44)$$

où

$$C_y = \begin{bmatrix} C_{y1} & 0_{27 \times 27} \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix} \text{ et } D_y = \begin{bmatrix} 0_{27 \times 2} \\ M^{-1}G_1 \end{bmatrix} \quad (5.45)$$

avec

$$C_{y1} = \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} & -I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & -I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & -I_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \end{bmatrix}, \quad (5.46)$$

I étant la matrice d'identité, la fonction coût (5.42) peut être écrite comme :

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} (X^T Q X + 2X^T L F_c + F_c^T R F_c) dt \quad (5.47)$$

où

$$Q = C_y^T Q_y C_y, \quad L = C_y^T Q_y D_y \quad \text{et} \quad R = R_y + D_y^T Q_y D_y \quad (5.48)$$

Dans cet exemple, les matrices \tilde{Q} et \tilde{R} suivantes sont choisies :

$$\tilde{Q} = 10^6 I_{54 \times 54} \quad \text{et} \quad \tilde{R} = I_{3 \times 3} \quad (5.49)$$

Pour le contrôle NLQI, on utilise une fonction coût de la forme (5.37). La matrice de pondération Q est la même que celle dans l'équation (5.48) et la matrice S est la solution de l'équation de Riccati suivante :

$$A^T S + SA - (SB + L)^T R^{-1} (B^T S + L^T) + Q = 0 \quad (5.50)$$

Pour chaque méthode, les trois critères d'évaluation ci-dessous sont calculés pour cinq séismes : Newhall, Sylmar, El Centro, Rinaldi, Erzinkan.

1. Maximum des déplacements des isolateurs de la structure contrôlée, normalisé par celui de la structure non-contrôlée (sans dispositifs SAC).

$$J_1 = \frac{\max_{t,k} \|d_k(t)\|}{\max_{t,k} \|d_k^{nc}(t)\|} \quad (5.51)$$

2. Maximum des déplacements inter-étages de la structure contrôlée normalisé par celui de la structure non-contrôlée.

$$J_2 = \frac{\max_{t,i} \|\Delta d_i(t)\|}{\max_{t,i} \|\Delta d_i^{nc}(t)\|} \quad (5.52)$$

3. Maximum des accélérations absolues des étages de la structure contrôlée normalisé par celui de la structure non-contrôlée.

$$J_3 = \frac{\max_{t,i} \|a_i(t)\|}{\max_{t,i} \|a_i^{nc}(t)\|} \quad (5.53)$$

où d_k ($k=1,\dots,92$) est le déplacement de l'isolateur k de la structure contrôlée, Δd_i ($i=1,\dots,8$) est le déplacement relatif de l'étage i par rapport à l'étage $(i-1)$ de la structure contrôlée, a_i ($i=1,\dots,8$) est l'accélération absolue de l'étage i de la structure contrôlée et l'indice supérieur nc désigne la réponse de la structure non-contrôlée. Le Tableau 5-2 montre que les méthodes proposées diminuent les déplacements des isolateurs sans amplifier les déplacements inter-étages et les accélérations dans la superstructure.

Séisme	Contrôle	J_1	J_2	J_3
Newhall	CO	0.57	0.98	1.01
	NLQI	0.57	0.89	0.97
Sylmar	CO	0.78	0.86	1.00
	NLQI	0.78	0.87	0.97
El Centro	CO	0.65	0.77	0.87
	NLQI	0.48	0.77	0.85
Rinaldi	CO	0.63	1.00	1.08
	NLQI	0.64	1.01	1.05
Erzinkan	CO	0.63	0.74	0.83
	NLQI	0.60	0.74	0.87

Tableau 5-2. Indicateurs de performance pour le bâtiment du benchmark [92].

5.4 Temps de retard

Quand on considère le contrôle d'un système idéal, on fait l'hypothèse que toutes les opérations sont instantanément réalisées. Toutefois, en réalité, les capteurs, les actionneurs/amortisseurs semi-actifs et le temps de calcul nécessaire à la commande peuvent engendrer des retards non négligeables. La présence de ces retards a une influence considérable sur l'efficacité du contrôle et peut même être à l'origine d'instabilités ou d'oscillations indésirables dans le cas des systèmes de contrôle actif [24]. La Figure 5-12 présente l'évolution effective de la variable de contrôle (par exemple, coefficient d'amortissement c) avec un pas de temps de consigne δt (le contrôleur envoie une consigne au dispositif de contrôle tous les δt secondes). À l'instant t_k , le contrôleur reçoit les informations mesurées des capteurs et commence à calculer la commande pour le pas suivant, $c(t_{k+1})$. Pour qu'à l'instant t_{k+1} , le contrôleur puisse envoyer la commande $c(t_{k+1})$ au dispositif de contrôle, le temps nécessaire pour le calcul de $c(t_{k+1})$, t_c , doit être inférieur à δt . Dans ce cas, avant d'atteindre la valeur $c(t_{k+1})$, la réponse du dispositif a une phase transitoire dont la durée, τ_r , est définie comme le temps de réponse du dispositif (Figure 5-12). Ce temps de réponse du dispositif de contrôle est

aussi le temps de retard du système.

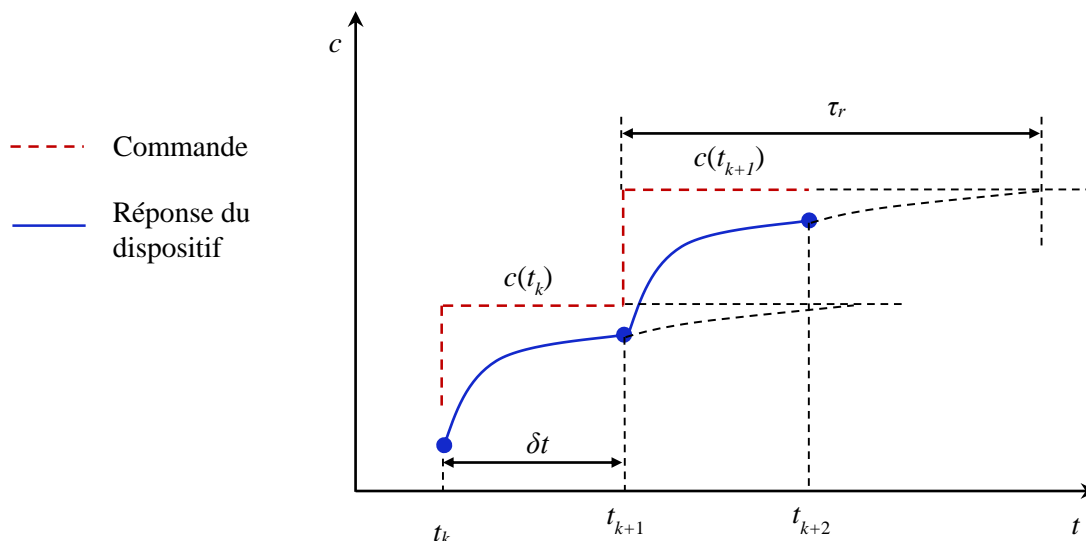


Figure 5-12. Illustration de temps de retard.

Dans la pratique, le pas de temps de consigne δt est nécessairement petit pour assurer une action lisse et un contrôle satisfaisant à moyenne (voire haute) fréquence. Un temps de calcul plus petit que δt ne peut être obtenu que dans de rares cas avec des modèles simples (ou réduits) à l'aide des ordinateurs et des langages de programmation spécifiques. En revanche, si un temps de calcul assez grand est autorisé, un ordinateur ordinaire pourra être utilisé et le système de contrôle pourra être appliqué à des structures plus complexes [94]. Pour cela, Nakashima et Masaoka [94] proposent l'utilisation des sous-pas de consigne en combinaison avec des techniques d'extrapolation et d'interpolation. La consigne est calculée, en résolvant les équations du système à des instants espacés d'une durée Δt , supérieure au temps de calcul. Pour obtenir une réponse plus lisse dans un pas Δt le contrôleur envoie des consignes supplémentaires intermédiaires avec des sous-pas δt . Comme il est illustré sur la Figure 5-13, où la variable de contrôle est le déplacement d'un vérin, les premiers sous-pas entre t_k et $t_{k+1} = t_k + \Delta t$, tant que la solution à t_{k+1} n'est pas encore calculée, sont déterminés par extrapolation des solutions précédentes (Figure 5-13a). Les sous-pas suivants, à partir du moment où la solution à t_{k+1} est calculée sont déterminés par interpolation (Figure 5-13b).

Dans l'étude de Nakashima et Masaoka, qui concernait le contrôle d'un système basse fréquence par des vérins hydrauliques, Δt et δt ont été fixés à 10 ms et 1 ms respectivement. Néanmoins, nous allons montrer que, pour notre problème, une telle valeur, plutôt grande, de Δt dégrade significativement la performance du contrôle. La Figure 5-14 présente les spectres de plancher du système à 2 DDL de la Figure 4-1 obtenus avec la méthode « clipped-optimal » pour trois combinaisons différentes de Δt et δt . Dans cet exemple, seuls les effets associés à l'utilisation des pas de temps de consigne intermédiaires δt entre deux instants de consigne, espacés de Δt et calculés à partir des équations du système, sont étudiés. Nous négligeons donc, le temps de réponse de l'amortisseur semi-actif et nous supposons que le calcul de la commande est instantané (c'est-à-dire que les consignes intermédiaires sont déterminées uniquement par interpolation entre les consignes calculées aux instants t_k et $t_k + \Delta t$). Cette hypothèse est en

contradiction avec l'utilisation d'une grande valeur de Δt . Néanmoins, il faut signaler que l'objectif de cet exemple, est de montrer qu'une grande valeur de Δt dégrade la performance du contrôle. À cet égard, l'interpolation étant moins pénalisante que l'extrapolation, on peut penser que la performance du contrôle serait encore plus détériorée si le calcul de la commande n'est pas instantané. Comme on peut le constater, le paramètre important qui gouverne la réponse est Δt . Une amplification importante à haute fréquence se manifeste pour $\Delta t = 10\text{ ms}$ même si l'on ajoute des consignes intermédiaires tous les $\delta t = 1\text{ ms}$.

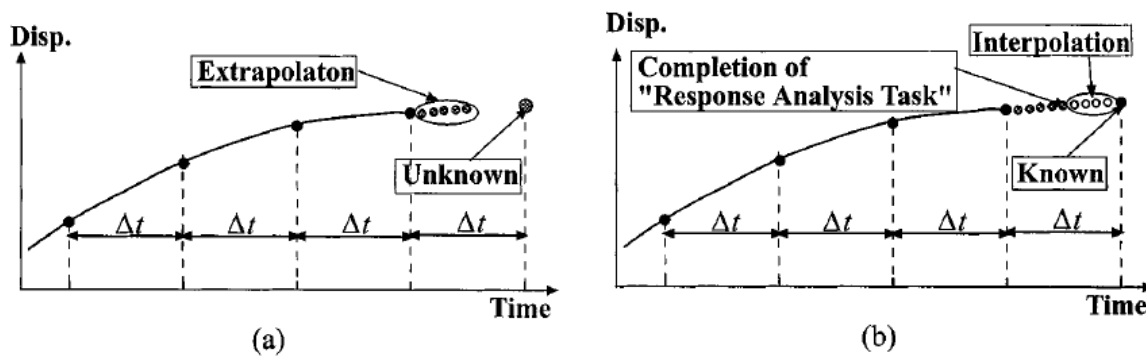


Figure 5-13. Procédures d'extrapolation et d'interpolation pour le contrôle du déplacement d'un vérin en temps réel. (a) Extrapolation ;(b) Interpolation [94].

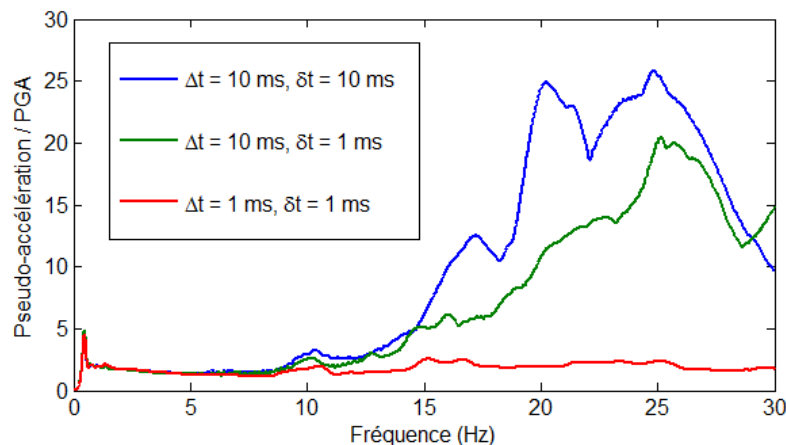


Figure 5-14. Spectres de plancher normalisés, pour le signal d'Ardal, pour des intervalles de temps différents.

5.4.1 Effets du temps de retard sur l'efficacité du contrôle

Dans cette sous-section, nous allons illustrer les effets du temps de retard à l'aide du modèle simple à 2 DDL de la Figure 4-1 avec les mêmes paramètres que dans la section 4.2. Nous considérons un amortisseur visqueux semi-actif, dont les temps de réponse en accord avec des valeurs mentionnées dans la littérature [46], sont, pour des commandes saturées, de $\tau_{LH} \approx 25\text{ ms}$ et $\tau_{HL} \approx 15\text{ ms}$ respectivement quand on passe d'un orifice complètement ouvert à complètement fermé et vice versa (Figure 2-11) à vitesse de piston constante. Toutefois, il est à signaler que le temps de réponse de l'amortisseur visqueux semi-actif n'est pas constant, mais dépend de son état (par exemple du degré d'ouverture de la valve, de la vitesse de piston) et de l'amplitude de la commande. Pour représenter un temps de réponse variable nous supposons, de façon arbitraire, que l'amortisseur semi-actif se comporte selon le modèle suivant :

$$\dot{c}_{eff} = \eta (c_{com}^p - c_{eff}^p) \quad (5.54)$$

où c_{eff} est le coefficient d'amortissement effectif, défini comme le rapport entre la force et la vitesse du piston de l'amortisseur : $c_{eff} = \text{force} / \text{vitesse}$. Par ailleurs, l'amortisseur semi-actif est alimenté par la tension électrique, ζ , qui contrôle l'ouverture de l'orifice. c_{com} est le coefficient d'amortissement stationnaire quand on applique une tension électrique ζ à vitesse de piston constante. Pour faire simple, au lieu de ζ nous considérons le coefficient c_{com} comme la variable de commande. Les valeurs des constantes p et η sont déterminées pour que les temps de réponse de commandes saturées soient en adéquation avec les valeurs de la littérature citées précédemment : $p = 0.85$, $\eta = 251.2 \text{ s}^{-1} \left(\frac{Ns}{m} \right)^{1-p}$. La Figure 5-15 présente l'évolution temporelle du coefficient d'amortissement effectif d'un amortisseur semi-actif, dont le comportement est décrit par le modèle (5.54). Deux séquences de commande sont considérées : l'une fait varier le taux d'amortissement de 0 à sa valeur maximale, 20% et ensuite à 0 (commande saturée) ; et l'autre de 0 à 10% et ensuite à 0. Les temps de réponse sont respectivement 25ms et 18ms pour la montée et 15ms et 12ms pour la descente.

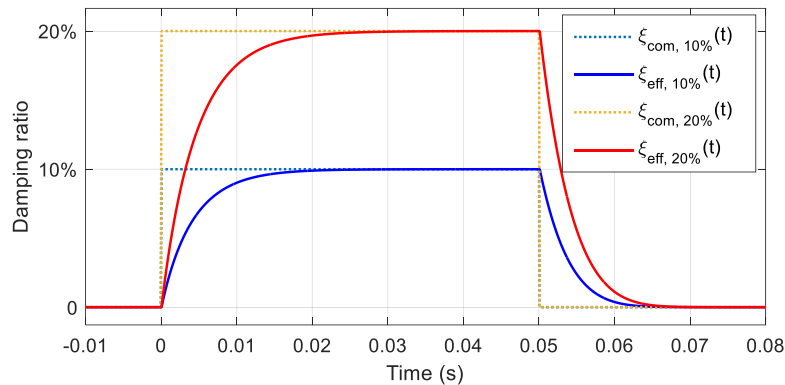


Figure 5-15. Relation entre amortissements effectifs et commandes, donnée par le modèle (5.54).

Les contrôleurs semi-actifs FB-FF et NLQI, présentés dans le Chapitre 4, sont considérés. Le même temps de calcul de la commande, égal à 5 ms, est supposé. Le pas de temps de consigne est égal à 1 ms. Au lieu des techniques d'extrapolation présentées à la section précédente, nous considérons une alternative, l'utilisation de plusieurs processeurs. Dans le cas général où $t_c \leq n_p \delta t$ ($n_p \geq 2$), on peut envisager d'utiliser n_p processeurs chacun ayant un pas de consigne de $n_p \delta t$. Pour faire simple, nous allons illustrer le cas de deux processeurs (Figure 5-13). A l'instant t_k le premier processeur commence à calculer la commande $c(t_{k+1})$. Cette commande est obtenue à $t_k + t_c$ ($t_{k+1} < t_k + t_c \leq t_{k+2}$) et envoyée au dispositif de contrôle à t_{k+2} . Ensuite, il commence le cycle suivant pour envoyer une autre consigne au dispositif à t_{k+4} .

Ainsi, pour que les consignes soient envoyées au dispositif tous les δt , à t_{k+1} , le deuxième processeur commence à calculer $c(t_{k+2})$ et l'envoie au dispositif à t_{k+3} . Le temps de retard total est, donc, constitué du temps de retard dû au temps de calcul $\tau_1 = (n_p - 1)\delta t$ et du temps de réponse τ_r . Dans le cas où $t_c = 5ms = 5\delta t$ (5 processeurs), le temps de retard total est :

$$\tau = \tau_1 + \tau_r = 4\delta t + \tau_r \quad (5.55)$$

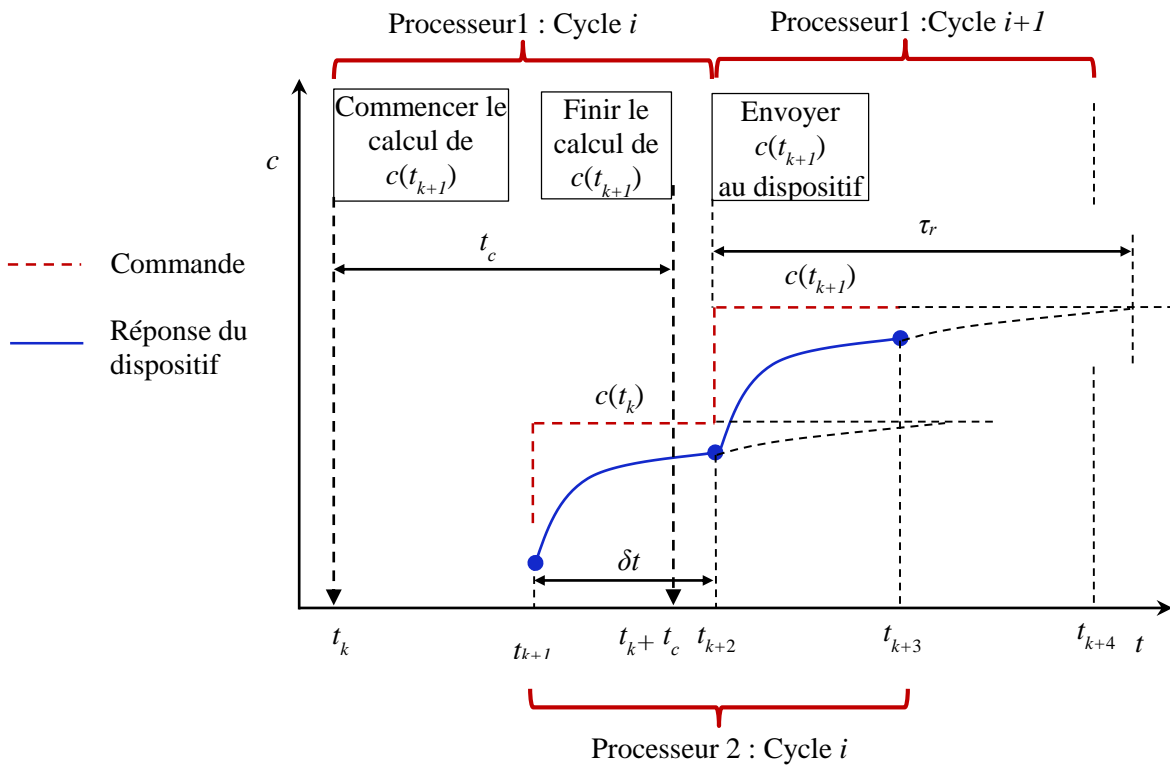


Figure 5-16. Illustration du temps de retard dans le cas de deux processeurs.

Dans les Figure 5-17a et b on observe que la performance du contrôle FB-FF se dégrade fortement en présence de temps de retard pur combiné ou pas avec un temps de réponse. La présence d'un temps de réponse a tendance à rendre la réponse un peu plus lisse. C'est pourquoi, dans ce cas, le pic à haute fréquence est décalé vers la gauche (il passe d'environ 48 Hz à 33 Hz). En revanche, quand le retard n'est constitué que du temps de réponse $\tau = \tau_r$, le réponse est quasiment identique à celle du système idéal. C'est-à-dire que le temps de réponse, tout seul, n'a pas d'effet contreproductif sur le spectre de plancher.

La Figure 5-17c montre que les effets du temps de retard sur la performance de contrôle NLQI sont peu significatifs à haute fréquence. Néanmoins, l'amplification au voisinage de la fréquence du deuxième mode est légèrement supérieure à celle dans le cas du contrôle FB-FF. Comme dans le cas précédent, les effets néfastes du temps de retard sont, principalement, dus au temps de retard pur.

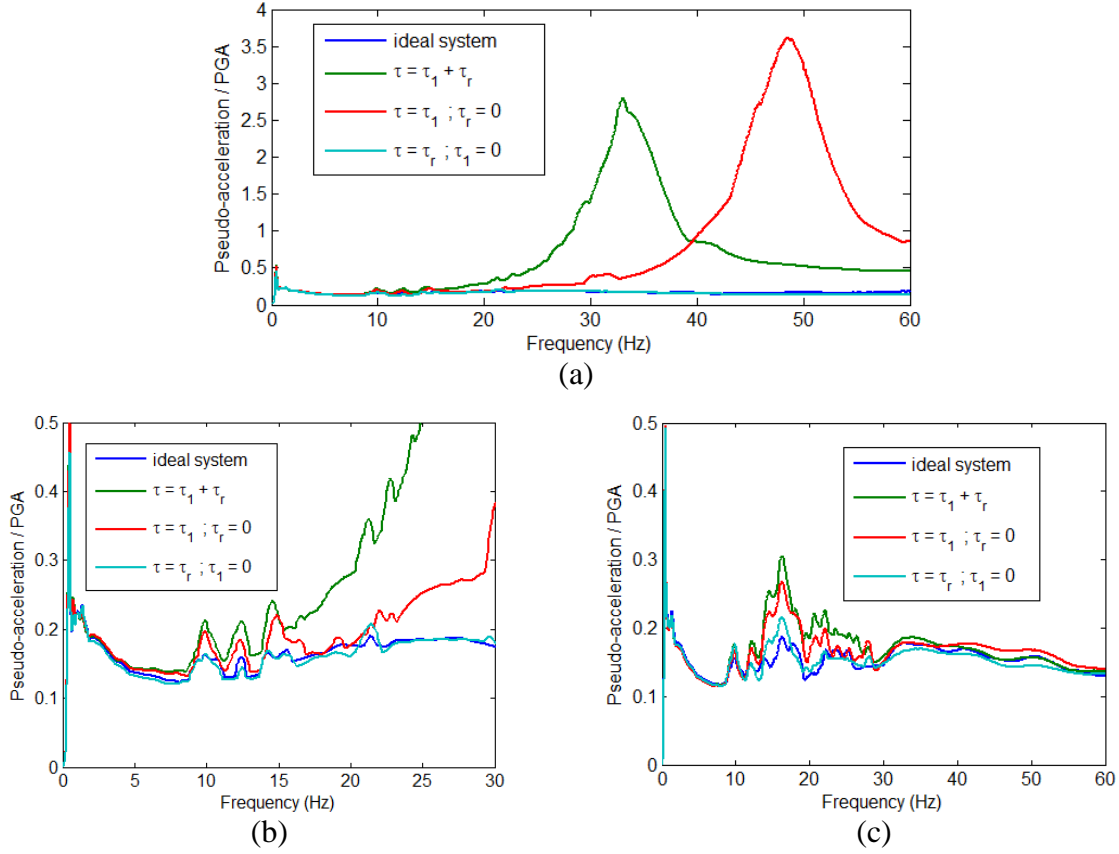


Figure 5-17. Spectres de plancher à la base normalisés pour le signal d'Ardal en tenant compte du temps de retard. (a) Contrôle FB-FF ; (b) Zoom de la figure (a) à la zone de basses fréquences (c). Contrôle NLQI.

5.4.2 Compensation du temps de retard

Afin de remédier à la dégradation du contrôle due au temps de retard des techniques de compensation sont souvent appliquées. Si le temps de retard est constant, une méthode de compensation simple consiste à développer en série de Taylor les variables retardées [24]. Considérons un système linéaire avec retard :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bf_c(t - \tau) + Ew(t) \quad (5.56)$$

où τ est le temps de retard. Définissons $f_{c,eff}(t) = f_c(t - \tau)$ comme l'action de contrôle effective qui représente la sortie du dispositif de contrôle physique à l'instant t , pour une entrée $f_c(t - \tau)$ à l'instant $(t - \tau)$. Développons l'entrée du dispositif, $f_c(t)$, en série de Taylor autour de $(t - \tau)$, et retenons seulement les trois premiers termes :

$$\begin{aligned} f_c(t) &= f_c(t - \tau) + \tau \dot{f}_c(t - \tau) + \frac{\tau^2}{2} \ddot{f}_c(t - \tau) + \dots \\ &\approx f_{c,eff}(t) + \tau \dot{f}_{c,eff}(t) + \frac{\tau^2}{2} \ddot{f}_{c,eff}(t) \end{aligned} \quad (5.57)$$

Le développement (5.57) représente un modèle inverse du dispositif de contrôle avec lequel l'entrée, $f_c(t)$, est calculée à partir de la sortie $f_{c,eff}(t)$ et de ses dérivées par rapport au temps. En effet, $f_{c,eff}(t)$ peut être calculé par un algorithme de contrôle habituel et ses dérivées par rapport au temps peuvent être estimées en utilisant des approximations de différences finies :

$$\dot{f}_{c,eff}(t) \approx \frac{f_{c,eff}(t) - f_{c,eff}(t - \Delta t)}{\Delta t}, \quad \ddot{f}_{c,eff}(t) \approx \frac{f_{c,eff}(t) - 2f_{c,eff}(t - \Delta t) + f_{c,eff}(t - 2\Delta t)}{\Delta t^2} \quad (5.58)$$

La méthode de compensation ci-dessus est basée sur l'hypothèse d'un temps de retard constant. Néanmoins, dans plusieurs cas, des temps de retard non-constants sont observés. À titre d'exemple, Lamarche *et al.* [95] ont remarqué que le temps de retard des actionneurs est influencé par l'amplitude du déplacement et que des compensateurs de retard constant sont moins efficaces pour de petits déplacements. Dans ce cas, une technique de compensation adaptative serait plus pertinente. Dans ce but, un compensateur adaptatif a été développé par Chae *et al.* [96]. Cette méthode de compensation utilise le modèle inverse du dispositif (5.57) pour déterminer l'action de contrôle à partir de $f_{c,eff}(t)$ et ses dérivées $\dot{f}_{c,eff}(t)$ et $\ddot{f}_{c,eff}(t)$, comme la méthode ci-dessus, sauf que le modèle inverse est à coefficients dépendant du temps. Donc, à chaque instant, les coefficients du modèle sont identifiés à partir de la réponse du dispositif. Le modèle inverse du dispositif à l'instant $t_k = k\Delta t$ s'écrit :

$$f(t_k) = a_{1k} f_{c,eff}(t_k) + a_{2k} \dot{f}_{c,eff}(t_k) + a_{3k} \ddot{f}_{c,eff}(t_k) \quad (5.59)$$

où a_{1k}, a_{2k} et a_{3k} sont les coefficients du modèle déterminé en minimisant un critère J_k qui décrit la différence entre l'entrée et l'estimation de l'entrée du dispositif dans un intervalle de temps $[t_{k-q}, t_k]$:

$$J_k = \sum_{i=1}^q [f_c(t_{k-i}) - f_c^{est}(t_{k-i})]^2 \quad (5.60)$$

où $f_c(t_{k-i})$ est l'entrée f_c à $t_{k-i} = (k-i)\Delta t$ et $f_c^{est}(t_{k-i})$ est l'estimation de l'entrée f_c au même instant donnée par le modèle (5.59) :

$$f_c^{est}(t_{k-1}) = a_{1k} f_{c,eff}(t_{k-1}) + a_{2k} \dot{f}_{c,eff}(t_{k-1}) + a_{3k} \ddot{f}_{c,eff}(t_{k-1}) \quad (5.61)$$

$f_{c,eff}(t_{k-1})$ est mesuré et ses dérivées par rapport au temps sont estimées par (5.58). La minimisation de J_k permet de déterminer les coefficients du développement (5.59) :

$$A = \left(F_{c,eff}^T F_{c,eff} \right)^{-1} F_{c,eff}^T F_c \quad (5.62)$$

$$\text{où } A = [a_{1k} \quad a_{2k} \quad a_{3k}]^T, F_{c, \text{eff}} = \begin{bmatrix} f_{c, \text{eff}}(t_{k-1}) & \dot{f}_{c, \text{eff}}(t_{k-1}) & \ddot{f}_{c, \text{eff}}(t_{k-1}) \\ f_{c, \text{eff}}(t_{k-2}) & \dot{f}_{c, \text{eff}}(t_{k-2}) & \ddot{f}_{c, \text{eff}}(t_{k-2}) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ f_{c, \text{eff}}(t_{k-q}) & \dot{f}_{c, \text{eff}}(t_{k-q}) & \ddot{f}_{c, \text{eff}}(t_{k-q}) \end{bmatrix} \text{ et } F_c = \begin{bmatrix} f_c(t_{k-1}) \\ f_c(t_{k-2}) \\ \vdots \\ f_c(t_{k-q}) \end{bmatrix}.$$

Néanmoins, il est à signaler que le modèle inverse (5.59) est établi à partir de la réponse du dispositif de contrôle et par conséquent il ne tient compte que du temps de réponse du dispositif et éventuellement du temps de retard pur dû, par exemple, dans le cas des amortisseur semi-actifs visqueux, au frottement statique de la bobine de la valve et aux variations du champ électromagnétique dans le moteur qui contrôle le déplacement de la bobine [46]. Il ne tient pas compte du temps de retard dû à un temps de calcul supérieur au pas de contrôle. Or, ce temps de retard pur peut avoir une influence considérable comme il a été illustré dans la sous-section précédente. Par ailleurs, cette méthode a été développée initialement pour contrôler le déplacement des actionneurs hydrauliques, grandeur qui peut être directement mesurée. En ce qui concerne son application au contrôle d'un amortisseur semi-actif visqueux, une des difficultés rencontrées est que le coefficient d'amortissement n'est pas directement mesuré mais, obtenu en divisant la mesure de la force de contrôle par celle de la vitesse de l'amortisseur. En raison de l'inévitable bruit de mesure, le coefficient d'amortissement, ainsi déterminé, peut contenir des erreurs, beaucoup plus importantes que la mesure du déplacement. Ces erreurs peuvent influencer considérablement la précision de l'estimation de ses dérivées temporelles et, par conséquent, l'efficacité du compensateur.

Comme déjà signalé, pour les exemples considérés ici, l'influence du temps de réponse de l'amortisseur semi-actif sur l'efficacité du contrôle est faible. Nous allons donc, proposer une méthode pour compenser seulement le retard pur, τ_1 , dû au temps de calcul. Supposons que le temps de calcul, t_c , est plus grand que le pas de temps de consigne δt et $t_c \leq n_p \delta t$. Nous envisageons donc, l'utilisation de n_p processeurs comme discuté dans la sous-section précédente. Dans ce cas, le retard pur dû au temps de calcul est $\tau_1 = (n_p - 1) \delta t$. Notons $c_{com}(t)$ la commande que l'amortisseur reçoit à l'instant t . On a donc, $c(t - \tau_1) = c_{com}(t)$. Par ailleurs, puisqu'on néglige le temps de réponse $c_{eff}(t) = c_{com}(t)$. Les équations de mouvement s'écrivent :

$$\dot{x}(t) = [A - c_{eff}(t)Bb]x(t) + Ew(t) = [A - c(t - \tau_1)Bb]x(t) + Ew(t) \quad (5.63)$$

Développons $c(t)$, en série de Taylor autour de $(t - \tau_1)$, et retenons seulement les deux premiers termes :

$$c(t) \approx c(t - \tau_1) + \tau_1 \dot{c}(t - \tau_1) = c_{eff}(t) + \tau_1 \dot{c}_{eff}(t) \quad (5.64)$$

En utilisant un nouveau vecteur des variables d'état $\tilde{x}(t) = [x^T, c_{eff}(t)]^T$, nous obtenons le

système augmenté :

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \tilde{f}(\tilde{x}) + \tilde{B}c(t) + \tilde{E}w(t) \quad (5.65)$$

$$\text{où } \tilde{f}(\tilde{x}) = \begin{bmatrix} Ax - c_{eff} Bbx \\ -c_{eff} / \tau_1 \end{bmatrix}, \tilde{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 / \tau_1 \end{bmatrix}, \tilde{E} = \begin{bmatrix} E \\ 0 \end{bmatrix}.$$

En utilisant la méthode NLQI, le problème s'écrit :

$$\begin{aligned} \text{Minimiser } J &= \int_{t_0}^{t_f} \tilde{x}^T \tilde{Q} \tilde{x} dt + \tilde{x}(t_f)^T \tilde{P} \tilde{x}(t_f) \\ \dot{\tilde{x}}(t) &= \tilde{f}[\tilde{x}(t)] + \tilde{B}c(t) + \tilde{E}w(t), \tilde{x}(t_0) = \tilde{x}_0 \\ c_{\min} &\leq c(t) \leq c_{\max} \end{aligned} \quad (5.66)$$

où $\tilde{Q} = \begin{bmatrix} Q_{N \times N} & 0_{N \times 1} \\ 0_{1 \times N} & 0 \end{bmatrix}$ et $\tilde{P} = \begin{bmatrix} \bar{P}_{N \times N} & 0_{N \times 1} \\ 0_{1 \times N} & 0 \end{bmatrix}$ \bar{P} étant la solution de l'équation algébrique de Riccati (2.4).

Nous avons appliqué cette méthode au modèle à 2 DDL de la Figure 4-1 avec les mêmes paramètres que dans la section 4.2. L'amortisseur semi-actif visqueux, utilisé dans la sous-section 5.4.1, dont le taux d'amortissement varie entre 0 et 0.2, est considéré. La matrice de pondération, Q , est celle de l'équation (4.14) avec $\alpha = 5 \times 10^5$ et $\tilde{P} = \begin{bmatrix} \bar{P}_{4 \times 4} & 0_{4 \times 1} \\ 0_{1 \times 4} & 0 \end{bmatrix}$ où \bar{P} est la solution de l'équation algébrique de Riccati (2.4) avec $R = 0.0081$. Le pas de temps de consigne est $\delta t = 1 \text{ ms}$ et le temps de calcul est supposé $t_c = 5 \text{ ms}$. Par conséquent le temps de retard est de 4 ms et on suppose que l'on utilise 5 processeurs. Comme on peut le constater sur la Figure 5-18, la méthode proposée n'arrive pas à compenser complètement les effets du temps de retard, visibles au-dessus de 10 Hz. Elle n'apporte qu'une amélioration modérée.

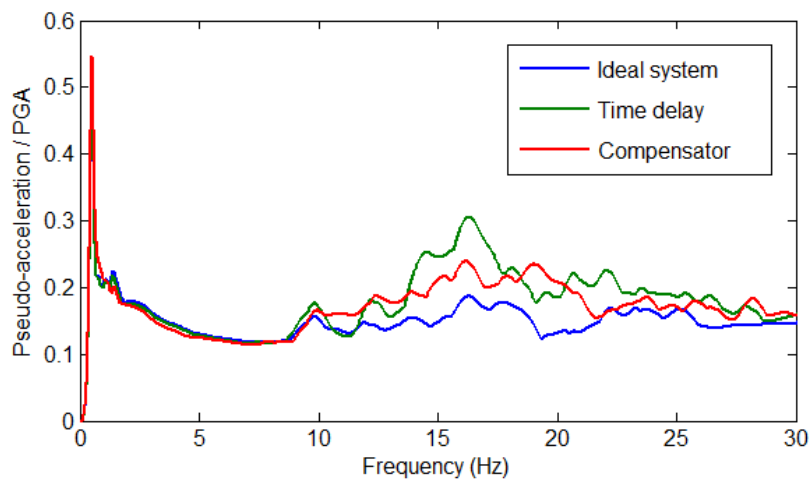


Figure 5-18. Spectres de plancher normalisés pour le signal d'Ardal (taux d'amortissement 2%).

5.5 Conclusions

Dans ce chapitre, certains aspects concernant l'implémentation pratique des contrôles semi-actifs ont été discutés.

- L'utilisation d'observateurs est étudiée pour estimer les variables d'état quand elles ne peuvent pas être toutes mesurées ou les mesures sont bruitées. Dans le cas du système linéaire, le filtre de Kalman-Bucy est utilisé avec l'algorithme FB-FF. L'injection de la mesure de l'accélération de sol dans la dynamique de l'observateur permet d'améliorer considérablement la réponse. En ce qui concerne l'algorithme NLQI, le système bilinéaire peut être considéré comme étant un système linéaire dépendant du temps et le filtre de Kalman-Bucy à gain variable peut être utilisé.
- Les effets de débordement quand on utilise un modèle réduit pour le calcul de la commande d'une structure plus complexe ont également, été étudiés. Les simulations numériques effectuées ont montré que les effets de débordement sur la performance des méthodes de contrôle considérées, pour le type de structures traitées ici, sont faibles.
- Une méthode de contrôle de plusieurs amortisseurs semi-actifs qui forment un système redondant (leur nombre est supérieur au nombre de DDL à contrôler) est proposée. Il s'agit de calculer d'abord la solution en considérant l'action globale des dispositifs sur la base (torseur d'efforts, ou matrice d'amortissement) et ensuite la répartir sur chaque dispositif. Elle peut être combinée avec les méthodes de type « clipped » et la méthode NLQI aussi.
- Les effets du temps de retard sur l'efficacité des algorithmes de contrôle semi-actif, proposés dans le Chapitre 4, ont également été abordés. Les simulations numériques ont mis en évidence que le temps de réponse (dû à la dynamique du dispositif semi-actif) n'a qu'un très faible effet. Il n'en est pas de même pour le temps de retard pur (dû principalement au temps de calcul). Une méthode de compensation est proposée qui, d'après les exemples traités ici, apporte une amélioration modérée.

Chapitre 6. Conclusions et perspectives

6.1 Conclusions

Le but de cette thèse est d'améliorer le comportement des installations industrielles sismiquement isolées. Dans la continuité des travaux de Politopoulos et Pham [7], nous mettons l'accent sur la réponse des équipements, par le biais de l'étude des spectres de plancher. D'où la différence par rapport à la grande majorité des travaux antérieurs sur l'isolation sismique en générale et l'isolation mixte en particulier, qui portent principalement leur intérêt sur la réponse de la structure isolée (déplacements relatifs, accélérations maximales des étages, etc.) et non pas explicitement sur les spectres de plancher. Cette thèse vise, notamment, à diminuer l'amplification de la réponse des modes non-isolés, qui peut apparaître sous certaines conditions. Elle est, principalement (mais pas exclusivement), focalisée sur le problème de la diminution de la déformation des isolateurs sans amplification de la réponse des modes supérieurs. Pour ce faire, nous explorons des alternatives aux appuis parasismiques couramment utilisés. Ces alternatives sont :

- L'isolateur de relaxation qui combine un appui classique à faible amortissement avec un élément de Maxwell. Se comportant comme un amortisseur à basse fréquence et comme un ressort à haute fréquence, l'élément de Maxwell permet d'augmenter l'amortissement des modes isolés et, en même temps d'avoir une réponse des modes non-isolés quasi-identique à celle du cas des appuis à faible amortissement. Ce système a une performance largement supérieure à celle des isolateurs passifs classiques et comparable à celle des systèmes de contrôle semi-actifs. Néanmoins, il n'est pas efficace dans le cas où l'amplification des modes non-isolés est due au coulage entre excitation verticale et réponse horizontale ou à une excitation de rotation.
- Des techniques d'isolation mixte combinant des dispositifs passifs et des amortisseurs hydrauliques semi-actifs. Trois méthodes de ce type sont proposées :
 - La méthode de contrôle semi-actif « feedback-feedforward » (FB-FF) est une forme modifiée du contrôle « clipped-optimal ». Lors de la détermination de la force de contrôle souhaitée, en plus du terme « feedback » proportionnel à la réponse du système, un terme « feedforward », proportionnel à l'accélération de sol est considéré.
 - La méthode NLQI (« non-linear quadratic inhomogeneous optimal control ») prend en compte l'excitation sismique et détermine directement les caractéristiques du dispositif semi-actif en résolvant un problème de contrôle non-linéaire inhomogène optimal sous contraintes. Ce problème est complété par un modèle autorégressif qui prédit, à chaque instant, l'excitation sismique dans un court intervalle de temps en aval de l'instant courant.

Les résultats obtenus avec ces deux méthodes ont montré que la prise en compte de l'excitation sismique et la détermination directe des caractéristiques du dispositif semi-actif améliorent la performance du contrôle.

- Une méthode heuristique a été proposée pour des sites, dont les données sismologiques

permettent d'exclure le cas d'excitations sismiques ayant un contenu riche à basse et à haute fréquence en même temps. Il s'agit d'augmenter simplement au maximum l'amortissement des dispositifs semi-actifs quand on détecte l'éventualité d'un déplacement important à la base.

Les champs d'application des trois méthodes proposées sont résumés dans le Tableau 6-1

Contenu fréquentiel de l'excitation	SAC FB-FF ou NLQI	SAC heuristique	Isolateur de relaxation	Amortissement passif augmenté	Amortissement passif faible
Basse + haute fréquences	x	o	x	o	o
Basse fréquence	x	x	x	x	o
Haute fréquence	x	x	x	o	x
Basse ou haute fréquence	x	x	x	o	o

Tableau 6-1. Champs d'application pertinents de différentes techniques. (x : bénéfique, o : adverse).

Les méthodes précédentes ont été proposées pour remédier au problème d'amplification des modes supérieurs dans le cas d'un fort amortissement à la base. Mais, leur efficacité, dans le cas où cette amplification est due à un couplage entre excitation verticale et réponse horizontale, a été, également, explorée à l'aide des simulations numériques. Les résultats montrent que les méthodes FB-FF et NLQI apportent une amélioration modérée par rapport aux appuis passifs classiques.

En vue de l'utilisation de ces méthodes pour de structures réelles, certains aspects pratiques ont, également, été abordés.

- L'observateur de Kalman-Bucy, à gain constant ou variable, est utilisé pour estimer les variables d'état quand elles ne peuvent pas être toutes mesurées ou les mesures sont bruitées. L'injection de la mesure de l'accélération de sol dans la dynamique de l'observateur permet d'améliorer considérablement la réponse.
- En ce qui concerne les effets de débordement (spillover), pour le type de structures considérées ici, l'influence des modes supérieures, qui ne sont pas inclus dans le modèle réduit, utilisé pour le contrôle, n'est pas considérable.
- Une méthode de contrôle de plusieurs dispositifs semi-actifs qui forment un système redondant (leur nombre est supérieur au nombre de DDL à contrôler) est proposée. Il s'agit de calculer, d'abord, la solution en considérant l'action globale des dispositifs sur la base (torseur d'efforts, ou matrice d'amortissement) et ensuite la répartir sur chaque

dispositif, après régularisation, pour enlever l'indétermination de solution.

- Des aspects liés au temps de retard ont également, été étudiés. Des simulations numériques ont montré que le temps de réponse (dû à la dynamique du dispositif semi-actif) n'a qu'un très faible effet sur la performance des méthodes proposées. Il n'en est pas de même pour le temps de retard pur (dû principalement au temps de calcul). Une méthode de compensation est proposée qui apporte une amélioration modérée.

6.2 Perspectives

Comme déjà mentionné, les méthodes proposées ici ont été motivées par les effets contre-productifs que peuvent avoir, sous certaines conditions, les isolateurs passifs à fort amortissement. Néanmoins d'autres mécanismes d'amplification des modes supérieurs existent (couplage entre excitation verticale et réponse horizontale, mouvement de balancement à la base dû à l'interaction sol-structure). Il est donc, nécessaire de mieux évaluer l'efficacité des méthodes proposées dans ces cas et éventuellement de rechercher d'autres solutions plus efficaces.

Par ailleurs, les méthodes et techniques proposées ici ne sont pas encore mures pour être appliquées à des bâtiments réels. Il faudra, notamment, étudier davantage :

- Des aspects liés à la réalisation physique de l'isolateur de relaxation. Il serait souhaitable d'aboutir à un dispositif plus compact en recherchant des matériaux viscoélastiques ayant les propriétés adéquates ;
- Des aspects liés aux limitations physiques des dispositifs en déplacement et en force (par exemple saturation de la force) et aux non-linéarités quand l'état du dispositif se rapproche de ces limites ;
- L'influence du temps de retard et des techniques de compensation plus efficaces ;
- La robustesse du contrôle par rapport à la prédiction approximative de l'excitation dans le cas de la méthode NLQI ;
- La mise en place des techniques pour diminuer le coût de calcul, notamment dans le cas de la méthode NLQI ;
- Enfin, les dispositifs et méthodes proposées doivent être validés par des essais

Bibliographie

- [1] D. Combescure, "Structural Analysis and Optimization of the ITER-Tokamak Complex," in *First Kashiwasaki International Symposium on Seismic Safety of Nuclear Installation. Workshop 2 - Seismic Isolation of Nuclear Facilities.*, Kashiwasaki, Japan, 24-26 November 2010.
- [2] D. Combescure, F. Beltran, F. Rueda, A. Espeche, L. Maqueda, M. Pastor, S. Salgado and J. Ezeberry, "Structural Analysis and Optimization of the ITER - Tokamak Complex," in *The International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology (SMiRT21), At New Delhi India, Nov 06-11, 2011.*
- [3] I. Politopoulos, "A review of adverse effects of damping in seismic isolation," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 37, pp. 447-465, 2008.
- [4] J. M. Kelly, «The role of damping in seismic isolation,» *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 28 (1), pp. 3-20, 1999.
- [5] I. Politopoulos, "Response of seismically isolated structures to rocking-type excitations," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 39, pp. 325-342, 2009.
- [6] I. Politopoulos, "Horizontal Floor Response Spectra of Unsymmetrical Base Isolated Structures," in *European Conference on Structural Control - EASC 2012*, Genoa, Italy, 2012.
- [7] I. Politopoulos and K. H. Pham, "Floor spectra of mixed base isolated structures," *Bulletin of Earthquake Engineering*, vol. 9, pp. 1115-1135, 2010.
- [8] K. H. Pham, "Vulnérabilité et spectres de plancher des structures sismiquement isolées," PHD diss, Ecole Polytechnique, Palaiseau, France, 2009.
- [9] S. J. Dyke, B. F. Spencer Jr, M. K. Sain and J. D. Carlson, "An experimental study of MR dampers for seismic protection," *Smart Materials and Structures*, vol. 7, no. 5, 1998.
- [10] M. D. Symans and M. C. Constantinou, "Seismic testing of a building structure with a semi-active fluid damper control system," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 26, pp. 759-777, 1997.
- [11] S. Narasimhan, "Control of smart base isolated buildings with new semiactive devices and novel H_2 , H_∞ and time-frequency controllers," PhD diss., Rice University, Houston, USA, 2005.
- [12] S. Nagarajaiah and S. Narasimhan, "Seismic control of smart base isolated buildings with new semiactive variable damper," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 36, pp. 729-749, 2007.
- [13] T. T. Soong and M. C. Constantinou, Eds., *Passive and active structural vibration control in civil engineering*, Springer-Verlag, Wien-New York, 1994.
- [14] J. M. Kelly, «Aseismic base isolation: Review and bibliography,» *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, vol. 5, pp. 202-216, 1986.
- [15] F. Naeim and J. M. Kelly, *Design of seismic isolated structures: From theory to practice*, John Wiley & Sons, Ltd, New York, 1999.
- [16] G. P. Warn and K. L. Ryan, "A review of seismic isolation for buildings: Historical development and research needs," *Buildings*, vol. 2, pp. 300-325, 2012.
- [17] A. A. Sarlis, D. T. R. Pasala, M. C. Constantinou, A. M. Reinhorn, S. Nagarajaiah and D. P. Taylor, "Negative Stiffness Device for Seismic Protection of Structures," *Journal of Structural Engineering*, vol. 139, pp. 1124-1133, 2013.
- [18] A. A. Sarlis, D. T. R. Pasala, M. C. Constantinou, A. M. Reinhorn, S. Nagarajaiah and D. P. Taylor, "Negative Stiffness Device for Seismic Protection of Structures," Multidisciplinary Center for Earthquake Engineering Research, Technical Report MCEER-13-0005, 2013.
- [19] T. Sun, Z. Lai, S. Nagarajaiah and H.-N. Li, "Negative stiffness device for seismic protection of smart base isolated benchmark building," *Structural Control and Health Monitoring*, 2017, DOI:

10.1002/stc.1968.

- [20] A. M. Reinhorn, S. Viti and G. P. Cimellaro, "Retrofit of Structures: Strength Reduction with Damping Enhancement," in *Proceeding of the 37th UJNR Panel Meeting on Wind and Seismic Effects*, Tsukuba, Japan, 2005.
- [21] S. Viti, G. P. Cimellaro and A. M. Reinhorn, "Retrofit of a hospital through strength reduction and enhanced damping," *Smart Structures and Systems*, vol. 2, pp. 339-355, 2006.
- [22] S. Nagarajaiah, A. M. Reinhorn, M. C. Constantinou, D. Taylor, D. T. R. Pasala and A. A. Sarlis, "True Adaptive Negative Stiffness: A New Structural Modification Approach for Seismic Protection," in *5th World Conference on Structural Control and Monitoring*, Tokyo, 2010.
- [23] D. T. R. Pasala, A. A. Sarlis, S. Nagarajaiah, A. M. Reinhorn, M. C. Constantinou and D. Taylor, "Adaptive Negative Stiffness: New Structural Modification Approach for Seismic Protection," *Journal of Structural Engineering*, vol. 139, pp. 1112-1123, jul 2013.
- [24] T. T. Soong, *Active structural control : Theory and practice*, Longman Scientific & Technical, Essex, UK ; John Wiley & Sons, New York, USA, 1990.
- [25] A. Preumont and K. Seto, *Active control of structures*, Wiley & Sons, Ltd., West Sussex, UK, 2008.
- [26] R. Stengel, *Optimal control and estimation*, Dover Publications, New York, 1986.
- [27] A. E. Bryson and Y.-C. Ho, *Applied Optimal Control: Optimization, Estimation and Control*, Taylor & Francis, New York, USA, 1975.
- [28] R. E. Kalman and R. S. Bucy, "New results in linear filtering and prediction theory," *Transaction on American Society of Mechanical Engineers*, 1961.
- [29] J. Suhardjo, B. F. Spencer and M. K. Sain, "Feedback-feedforward control of structures under seismic excitation," *Structural Safety*, vol. 8, pp. 69-89, jul 1990.
- [30] K. Yamada and T. Kobori, "Linear quadratic regulator for structure under on-line predicted future seismic excitation," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 25, pp. 631-644, jun 1996.
- [31] K. Kanai, «Semi-Empirical Formula for the Seismic Characteristics of the Ground Motion,» *Bulletin of the Earthquake Research Institute*, vol. 35, pp. 309-325, 1957.
- [32] H. Tajimi, "A Statistical Method of Determining the Maximum Response of a Building Structure during an Earthquake," in *Proceedings of the 2nd World Conference on Earthquake Engineering, Tokio*, 1960.
- [33] S. J. Orfanidis, *Optimum signal processing: An introduction*, Second éd., Rutgers University, New Jersey, USA, 2007.
- [34] S. V. Vaseghi, *Advanced Digital Signal Processing and Noise Reduction*, 4 ed., John Wiley & Sons, Ltd, London, UK, 2008.
- [35] V. I. Utkin, *Sliding modes in control optimization*, Springer-Verlag, New York, 1992.
- [36] J. N. Yang, J. C. Wu, A. K. Agrawal and Z. Li, "Sliding mode control for seismic-excited linear and nonlinear civil engineering structures," National Center for Research on Earthquake Engineering, Technical Report NCEER 94-0017, 1994.
- [37] J. N. Yang, J. C. Wu and A. K. Agrawal, "Sliding mode control for seismically excited linear structures," *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 121 (12), 1995.
- [38] J. N. Yang, J. C. Wu and A. K. Agrawal, "Sliding mode control for nonlinear and hysteretic structures," *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 121 (12), 1995.
- [39] G. Costa, *Contrôle actif et semi-actif des structures sous sollicitations sismiques*, Communication personnelle, 2010.
- [40] J. M. Martin-Sanchez, "A new solution to adaptive control," *Proceedings of the IEEE*, vol. 64, pp. 1209-1218, 1976.
- [41] J. Rodellar, A. H. Barbat and J. M. Martin-Sanchez, "Predictive control of structures," *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 113, pp. 797-812, 1987.

- [42] T. Glad and L. Ljung, *Control theory : Multivariable and nonlinear methods*, Taylor & Francis, New York, USA, 2000.
- [43] G. Mei, A. Kareem et J. C. Kantor, «Real-time model predictive control of structures under earthquakes,» *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 30, pp. 995-1019, 2001.
- [44] N. G. Pnevmatikos and C. J. Gantes, "Control strategy for mitigating the response of structures subjected to earthquake actions," *Engineering Structures*, vol. 32, pp. 3616-3628, 2010.
- [45] M. D. Symans, M. C. Constantinou, D. P. Taylor and K. D. Garnjost, "Semi-active fluid viscous dampers for seismic response control," in *In First World Conference on Structural Control*, Los Angeles, California, USA, 1994.
- [46] M. Symans and M. Constantinou, "Development and Experimental Study of Semi-Active Fluid Damping Devices for Seismic Protection of Structures," Technical Report NCEER-95-0011, National Center for Earthquake Engineering Research, 1995.
- [47] J.-H. Koo, F. D. Goncalves and M. Ahmadian, "A comprehensive analysis of the response time of MR dampers," *Smart materials and structures*, vol. 15, p. 351, 2006.
- [48] J. N. Foulc, F. Ayela and O. Tillement, "Les fluides électro-rhéologiques," in *17ème Congrès Français de Mécanique, Communication*, Troyes, France, Aug 2015.
- [49] C. Boissy, P. Atten and J. N. Foulc, "Les fluides électrorhéologiques: rôle de la conductivité des différents constituants," *Journal de Physique III*, vol. 5, pp. 677-688, 1995.
- [50] "Lord Corporation," [Online]. Available: <https://www.lord.com>.
- [51] Y.-K. Wen, "Method for Random Vibration of Hysteretic Systems," *Journal of the Engineering Mechanics Division*, vol. 102, no. 2, pp. 249-263, 1976.
- [52] B. F. Spencer, S. J. Dyke, M. K. Sain and J. D. Carlson, "Phenomenological Model for Magnetorheological Dampers," *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 123, pp. 230-238, mar 1997.
- [53] T. Kobori, M. Takahashi, T. Nasu, N. Niwa and K. Ogasawara, "Seismic response controlled structure with Active Variable Stiffness system," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 22, pp. 925-941, nov 1993.
- [54] S. Nagarajaiah, "Structural vibration damper with continuously variable stiffness," U.S. Patent 6,098,969, 2000.
- [55] M. Q. Feng, S. Fujii and M. Shinozuka, "Experimental and analytical study of a hybrid isolation system using friction controllable sliding bearings," National Center for Earthquake Engineering Research, Technical Report NCEER 92-0009, 1992.
- [56] A. K. Agrawal and J. N. Yang, "A Semi-Active Electromagnetic Friction Damper for Response Control of Structures," in *Structures Congress 2000, Philadelphia, Pennsylvania, USA*, May 8-10, 2000.
- [57] S. J. Dyke, B. F. Spencer, M. K. Sain and J. D. Carlson, "Modeling and control of magnetorheological dampers for seismic response reduction," *Smart Materials and Structures*, vol. 5, pp. 565-575, 1996.
- [58] G. Pujol, L. Acho, F. Pozo and J. Rodellar, "A nonlinear damping control for the vibration mitigation of the benchmark highway bridge," *Structural Control and Health Monitoring*, vol. 16, pp. 586-598, 2009.
- [59] C. Ho, Z. Q. Lang, B. Sapinski and S. A. Billings, "Vibration isolation using nonlinear damping implemented by a feedback-controlled MR damper," *Smart Materials and Structures*, vol. 22, no. 10, 2013.
- [60] C. Ho, Y. Zhu, Z.-Q. Lang, S. A. Billings, M. Kohiyama and S. Wakayama, "Nonlinear damping based semi-active building isolation system," *Journal of Sound and Vibration*, in review, 2017.
- [61] N. H. McClamroch and H. P. Gavin, "Closed loop structural control using electrorheological dampers," in *Proceedings of 1995 American Control Conference*, Seattle, WA, USA, 21-23 June 1995.
- [62] G. Leitmann, "Semiactive Control for Vibration Attenuation," *Journal of Intelligent Material*

- Systems and Structures*, vol. 5(6), pp. 841-846, 1994.
- [63] Y. Ikeda, "Active and semi-active vibration control of buildings in Japan—Practical applications and verification," *Structural Control and Health Monitoring*, vol. 16, pp. 703-723, 2009.
- [64] N. Kurata, T. Kobori, M. Takahashi, N. Niwa and H. Midorikawa, "Actual seismic response controlled building with semi-active damper system," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 28, pp. 1427-1447, 1999.
- [65] C. Pastia, S.-G. Luca and F. Chira, "Practical Applications of Semi-Active Control Systems to Civile Engineering Structures," *Bul. Inst. Politehnic, Iasi*, vol. 53, pp. 1-2, 2007.
- [66] S.-G. Luca and C. Pastia, "Case study of variable orifice damper for seismic protection of structures," *Buletinul Institutului Politehnic din Iasi. Sectia Constructii, Arhitectura*, vol. 55, p. 39, 2009.
- [67] I. Politopoulos, «Retour d'expérience du comportement sismique des structures sismiquement isolé,» CEA/DEN/DANS/DM2S/SEMT/EMSI, Technical Report NT/13-050/A, 2013.
- [68] T. Mineo, "Development and Application of Seismic Isolation and Response Control of Buildings in Japan," in *5th European Conference on Structural Control, EACS 2012*, Genoa, Italy, 18-20 June 2012.
- [69] T. Mineo, "Development and Application of Seismic Isolation and Response Control of Buildings in Japan," in *Proceeding of 5th European Conference on Structural Control (Paper N° 103), EACS 2012*, Genoa, Italy, 18-20 June 2012.
- [70] A. Sone, A. Masuda, D. Iba and K. Ito, "A study of semi-active control using Maxwell-model variable damper," in *Proceedings of ASME Pressure Vessels and Piping Division Conference*, Denver, Colorado USA, 2005.
- [71] H. P. Gavin and C. Alhan, "Guidelines for low-transmissibility semi-active vibration isolation," *Smart Materials and Structures*, vol. 14, pp. 297-306, 2005.
- [72] [Online]. Available: <http://www.gerb.com>.
- [73] N. Makris and M. C. Constantinou, "Fractional-derivative Maxwell model for viscous dampers," *Journal of Structural Engineering*, vol. 117, pp. 2708-2724, 1991.
- [74] J. N. Yang, A. Akbarpour and P. Ghaemmaghami, "New Optimal Control Algorithms for Structural Control," *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 113, pp. 1369-1386, sep 1987.
- [75] D. H. Jacobson, "Differential dynamic programming methods for solving bang-bang control problems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 13, pp. 661-675, 1968.
- [76] S. R. Mc Reynolds and A. E. Bryson Jr, "A successive sweep method for solving optimal programming problems," Division of Engineering and Applied Physics, Harvard University, Cambridge, Massachusetts, Technical Report No 463, 1965.
- [77] D. H. Jacobson, "New second-order and first-order algorithms for determining optimal control: A differential dynamic programming approach," *Journal of Optimization Theory and Applications*, vol. 2, pp. 411-440, 1968.
- [78] G. Zoutendijk, *Methods of Feasible Directions*, London: Elsevier Pub. Co., 1961.
- [79] W. F. Denham and A. E. Bryson, "Optimal programming problems with inequality constraints. 2. Solution by steepest-ascent," *AIAA Journal*, vol. 2, pp. 25-34, 1964.
- [80] A. E. Bryson, W. F. Denham and S. E. Dreyfus, "Optimal programming problems with inequality constraints I: Necessary conditions for extremal solutions," *AIAA journal*, vol. 1, pp. 2544-2550, 1963.
- [81] L. Germane, "Seismic Isolation of the Jules Horowitz Reactor," in *First Kashiwasaki International Symposium on Seismic Safety of Nuclear Installation. Workshop 2 - Seismic Isolation of Nuclear Facilities.*, Kashiwasaki, Japan, 24-26 November 2010.
- [82] N. Moussallam, "Seismic Isolation of GEN IV Reactors. Method for Determining the Floor Response Spectra in a Realistic Way," in *First Kashiwasaki International Symposium on Seismic Safety of Nuclear Installation. Workshop 2 - Seismic Isolation of Nuclear Facilities.*, Kashiwasaki, Japan, 24-26 November 2010.

- [83] K. L. Ryan, C. B. Coria and N. D. Dao, Large Scale Earthquake Simulation of a Hybrid Lead Rubber Isolation System Designed with Consideration of Nuclear Seismicity (NUREG/CR-7196, CCEER 13-09), Center for Civil Engineering Earthquake Research (CCEER) University of Nevada, Reno, Nevada, USA, 2015.
- [84] D. G. Luenberger, "Observing the state of a linear system," *IEEE Transactions on Military Electronics*, vol. 8 (2), pp. 74-80, 1964.
- [85] S. J. Julier and J. K. Uhlmann, "New extension of the Kalman filter to nonlinear systems," in *Proc. SPIE 3068, Signal Processing, Sensor Fusion, and Target Recognition VI*, Orlando, United States, 28 July 1997.
- [86] L. Silverman, "Transformation of time-variable systems to canonical (phase-variable) form," *IEEE transactions on Automatic Control*, vol. 11, pp. 300-303, 1966.
- [87] D. Williamson, "Observation of bilinear systems with application to biological control," *Automatica*, vol. 13, pp. 243-254, may 1977.
- [88] H.-J. Jung, K.-M. Choi, B. F. Spencer and I.-W. Lee, "Application of some semi-active control algorithms to a smart base-isolated building employing MR dampers," *Structural Control and Health Monitoring*, vol. 13, pp. 693-704, 2006.
- [89] Z. Xu, A. K. Agrawal and J. N. Yang, "Semi-active and passive control of the phase I linear base-isolated benchmark building model," *Structural Control and Health Monitoring*, vol. 13, pp. 626-648, 2006.
- [90] A. Bahar, F. Pozo, L. Acho, J. Rodellar and A. Barbat, "Hierarchical semi-active control of base-isolated structures using a new inverse model of magnetorheological dampers," *Computers and structures*, vol. 88, pp. 483-496, 2010.
- [91] J. J. Moré and D. C. Sorensen, "Computing a trust region step," *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing*, vol. 4, pp. 553-572, 1983.
- [92] S. Narasimhan, S. Nagarajaiah, E. A. Johnson and H. P. Gavin, "Smart base-isolated benchmark building. Part I: problem definition," *Structural Control and Health Monitoring*, vol. 13, pp. 573-588, 2006.
- [93] S. Narasimhan, S. Nagarajaiah and E. A. Johnson, "Smart base-isolated benchmark building part IV: Phase II sample controllers for nonlinear isolation systems," *Structural Control and Health Monitoring*, vol. 15, pp. 657-672, 2008.
- [94] M. Nakashima and N. Masaoka, "Real-time on-line test for MDOF systems," *Earthquake engineering and structural dynamics*, vol. 28, pp. 393-420, 1999.
- [95] C.-P. Lamarche, R. Tremblay, P. Léger, M. Leclerc and O. S. Bursi, "Comparison between real-time dynamic substructuring and shake table testing techniques for nonlinear seismic applications," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 39, pp. 1299-1320, 2010.
- [96] Y. Chae, K. Kazemibidokhti and J. M. Ricles, "Adaptive time series compensator for delay compensation of servo-hydraulic actuator systems for real-time hybrid simulation," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 42, pp. 1697-1715, 2013.

Titre : Contrôle sismique des structures

Mots clés : Isolation sismique, contrôle des structures, spectre de plancher

Résumé : Cette thèse est motivée par diverses questions qui se posent quant à l'utilisation de l'isolation sismique dans l'industrie nucléaire. À la différence de la grande majorité des travaux antérieurs sur l'isolation sismique en générale et l'isolation mixte en particulier, qui portent principalement leur intérêt sur la réponse de la structure isolée (déplacements relatifs, accélérations maximales des étages, etc.), une grande partie de ce travail est consacrée au comportement des équipements, par le biais de l'étude des spectres de plancher. L'objectif principal est de diminuer la déformation des isolateurs sans amplification de la réponse des modes supérieurs, qui peut apparaître sous certaines conditions et qui peut être une source de sollicitation des équipements. Pour ce faire, des alternatives aux appuis parasismiques couramment utilisés sont explorées. Il s'agit des combinaisons d'un appui à faible amortissement avec un élément de Maxwell (isolateur de relaxation) ou avec un amortisseur hydraulique semi-actif (système d'isolation mixte). L'élément de Maxwell se comportant comme un amortisseur à basse fréquence et un ressort de faible rigidité à haute fréquence permet de satisfaire l'objectif souhaité. En ce qui concerne les systèmes d'isolation mixtes, trois techniques de contrôle semi-actif sont proposées. Afin d'améliorer la performance du contrôle, une attention particulière a été donnée à la prise en compte de l'excitation sismique et des caractéristiques de l'amortisseur lors de la conception du contrôleur. Les analyses numériques confirment l'efficacité de ces systèmes. En vue de l'utilisation de ces méthodes pour des structures réelles, certains aspects pratiques comme, par exemple, l'observation du système, les effets de la réduction du modèle utilisé par le contrôleur ou du temps de retard sur la performance du contrôle, ainsi que le contrôle d'un ensemble de plusieurs dispositifs semi-actifs redondant, sont, également, abordés.

Title: Seismic control of structures

Keywords: Base isolation, structural control, floor response spectra

Abstract: This thesis is motivated by various questions that arise regarding the use of base isolation in the nuclear industry. Unlike the majority of previous work on base isolation in general and mixed isolation in particular, which focus mainly on the response of the isolated structure (interstorey drifts, maximum accelerations of floors, etc.), this work focuses on the behavior of equipment, through the study of floor response spectra. The main objective is to reduce the deformation of the isolators without amplification of the response of the higher modes, which may appear under certain conditions and which can be a source of equipment solicitation. To this end, alternatives to the commonly used base isolators are explored. These are combinations of a low damping rubber bearing with a Maxwell element (relaxation isolator) or a semi-active hydraulic damper (mixed base isolation system). Maxwell element behaves like a damper in low frequency and as a low stiffness spring in high frequency. Hence it meets the above objectives. Regarding isolation systems, three semi-active control techniques are proposed. In order to improve the performance of the control, the seismic excitation and the characteristics of the damper are taken into account in the design of the controller. Numerical analyzes confirm the effectiveness of these systems. Having in mind implementation of these methods to real structures, some practical aspects such as, observation of the system, effects of model reduction, considered by the controller, or time delay on the control performance, as well as the control of a set of redundant semi-active devices, are also studied.

