



HAL
open science

Contrôle actif des vibrations en fraisage.

Feriel Kochtbene

► **To cite this version:**

Feriel Kochtbene. Contrôle actif des vibrations en fraisage.. Génie mécanique [physics.class-ph]. Ecole nationale supérieure d'arts et métiers - ENSAM, 2017. Français. NNT : 2017ENAM0066 . tel-01744964

HAL Id: tel-01744964

<https://pastel.hal.science/tel-01744964>

Submitted on 27 Mar 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

École doctorale n° 432 : Science des Métiers de l'ingénieur

Doctorat ParisTech

T H È S E

pour obtenir le grade de docteur délivré par

l'École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers
Spécialité " Génie Mécanique-procédés de fabrication "

présentée et soutenue publiquement par

Fériel Kochtbène

Le 21 décembre 2017

Contrôle actif des vibrations en fraisage

Directeurs de thèse : **George Moraru, Jean Claude Carmona**

Jury

| | |
|---|-------------|
| M. Henri Paris , Professeur des Universités, INPG (Grenoble) | Président |
| M. Christophe Corbier , Maître de conférences, Université de Lyon | Rapporteur |
| M. Yann Landon , Maître de conférences, Université Paul Sabatier (Toulouse) | Rapporteur |
| M. Philippe Lorong , Professeur des Universités, Arts et Métiers Paris Tech (Paris) | Examinateur |
| M. George Moraru , Maître de conférences, Lsis, Arts et Métiers Paris Tech (Aix-en-Provence) | Examinateur |
| M. Jean Claude Carmona , Professeur des Universités, Arts et Métiers Paris Tech | Examinateur |
| M. Ugo Masciantonio , Ingénieur recherche, Cetim, Senlis | Invité |
| Mme. Hélène Chanal , Maître de conférences, IFMA (Clermont Ferrand) | Invitée |

Préface

Ce manuscrit présente les résultats de ma thèse de doctorat effectuée au laboratoire LSIS des Arts et Métiers Paris Tech d'Aix-en-Provence. Cette thèse est le fruit d'une collaboration entre le CETIM et Arts et Métiers Paris Tech. Ces travaux de thèse ont été réalisés sous la direction du Pr. Jean Claude Carmona, Professeur des Universités à l'ENSAM d'Aix-en-Provence que je remercie.

Je tiens à remercier particulièrement l'encadrement de mon co-directeur de thèse M. George Moraru, Maître de Conférences à l'ENSAM d'Aix-en-Provence, qui a contribué au bon déroulement de ma thèse. Je le remercie pour son aide et ses critiques constructives qui m'ont permis d'avancer dans mes travaux et d'atteindre l'objectif de la thèse. Je suis également reconnaissante envers mon tuteur entreprise M. Ugo Masciantonio qui m'a donné l'opportunité de participer à ce projet de recherche.

Je remercie aussi toutes les personnes avec lesquelles j'ai travaillé durant ces trois années de thèse. Je tiens à exprimer ma gratitude envers Théophile Durdan, Alexandre Clavel et Thibaud Nervi pour leur aide mais aussi pour l'ambiance de travail agréable.

Je remercie également tous mes collègues doctorants et ingénieurs ainsi tous ceux qui m'ont soutenue durant cette période. Enfin, je remercie spécialement ma mère pour son soutien infini et précieux ainsi que Vincent pour la sérénité qu'il m'apporte quotidiennement.

Fériel.

Résumé

Cette thèse commence avec un état de l'art des domaines d'études importantes pour notre objectif (différentes techniques usuelles de réduction des vibrations en usinage, méthodes de contrôle actif) avant de valider le principe de contrôle actif du fraisage en se plaçant en repère fixe. On a alors développé un modèle d'état d'une poutre d'Euler Bernoulli perturbée en un point et corrigée en un autre via un actionneur piézoélectrique. Ce modèle a permis d'obtenir plusieurs compensateurs, suivant différentes stratégies de commande. Nous avons par la suite procédé, d'un point de vue expérimental, à l'étude sur un dispositif similaire à notre besoin d'un point de vue de l'actionnement et des ordres de grandeurs (amplification mécanique, gamme de fréquences etc.). Les stratégies de commande robustes que nous avons développé pour pouvoir atténuer les déplacements vibratoires de cette poutre ont conduit à des résultats concluants présentés dans le même chapitre, d'abord en simulation (qui nous a permis une étude comparative), avec ou sans la présence du processus d'usinage, puis expérimentalement. La robustesse de ces stratégies de commande a été étudiée (en simulation) en ajoutant des incertitudes au modèle étudié de différentes manières. Ensuite, nous avons identifié le modèle du système étudié, déterminé les correcteurs correspondants et testé ces derniers sur notre banc d'essai pour valider le bon fonctionnement des différentes stratégies de contrôle utilisées tout le long de cette thèse. Enfin, pour préparer un déploiement de ces stratégies en repère tournant (porte-outil de contrôle actif), nous avons modélisé et implémenté les mêmes démarches pour le cas où l'actionnement se situe en repère tournant et concerne deux axes simultanément, situés dans le plan XY du porte-outil. Nous avons d'abord étudié les vibrations transversales d'une poutre en rotation dans le cas général avant de négliger les phénomènes d'inertie et gyroscopique. En effet, on s'intéresse au contrôle actif du fraisage particulièrement dans les applications de finition, là où on utilise des outils longs de faibles diamètres. Les nouvelles expressions des deux fonctions de transfert de notre système usinant ont été déterminées pour obtenir sa représentation d'état, clé du contrôle actif. La projection du processus de coupe sur le repère tournant est indispensable pour effectuer les simulations du fraisage via le porte outil actif. Ce dernier chapitre met en relief les perspectives de cette thèse, à savoir le contrôle actif du fraisage quel que soit le type de l'opération ou du diamètre de l'outil avec un porte outil mécatronique destiné pour ce genre d'opérations.

Mots clés : Vibrations, contrôle/commande, robustesse, broutement, instabilités, incertitudes, correcteur, fraisage.

Abstract

This thesis begins with a state of the art of the fields of studies which are important for our objective (different usual techniques of reduction of the vibrations in machining, methods of active control) before validating the principle of active control of the milling in fixed reference. We then developed a state space model of an Euler Bernoulli beam that is disturbed at one point and corrected in another with a piezoelectric actuator. This model allowed us to obtain several compensators, according to different control strategies. We then proceeded, from an experimental point of view, to the study on a device similar to our need from the point of view of actuation and orders of magnitude (mechanical amplification, frequency range, etc.). The robust control strategies that we developed to mitigate the vibratory displacements of this beam led to good results presented in the same chapter, first in simulation (which allowed us a comparative study), with or without the presence of the machining process, then experimentally. The robustness of these control strategies has been studied (in simulation) by adding uncertainties to the studied model in different ways. Then, we identified the model of the studied system, determined the corresponding correctors that we tested on our test bench to validate the good functioning of the various control strategies used all along this thesis. Finally, to use these strategies in a rotating reference (active control tool holder), we have modeled and implemented the same steps for the case where the actuation is located in rotating reference and concerns two axes simultaneously, located in the XY plane of the tool holder. We first studied the transverse vibrations of a rotating beam in the general case before neglecting the inertia and gyroscopic phenomena. Indeed, we are interested in the active control of milling particularly in finishing applications, where we use long tools of small diameters. The new expressions of the two transfer functions of our machining system have been determined to obtain its state space representation, key of the active control. The projection of the cutting process on the rotating reference is essential for performing milling simulations through the active tool holder. This last chapter highlights the perspectives of this thesis, ie the active control of the milling whatever the type of the operation or the tool's diameter with a mechatronic tool holder intended for this kind of operations.

Key words : Vibrations, control/command, robustness, chatter, instabilities, uncertainties, compensator, milling.

Contenu

| | |
|--|----|
| Introduction | 13 |
| 1. Contexte et problématique de la thèse..... | 14 |
| a) Les vibrations forcées | 16 |
| b) Les vibrations auto-entretenues (vibrations de broutement) | 16 |
| Chapitre 1 Etat de l'art | 23 |
| 1. Classification des techniques de réduction des vibrations en usinage | 24 |
| a) Les Méthodes passives | 24 |
| b) Les méthodes semi-actives : amortissement et/ou raideur variable..... | 28 |
| c) Les méthodes actives | 31 |
| 2. Technologies d'actionnement en contrôle actif | 35 |
| a) Les actionneurs à paliers magnétiques | 35 |
| b) Les actionneurs magnétostrictifs | 36 |
| c) Les actionneurs Piézoélectriques | 37 |
| 3. Théorie du contrôle (appliquée au fraisage)..... | 39 |
| a) Contrôle Actif du Fraisage | 39 |
| b) Configurations de Commande Robuste pour le contrôle actif en fraisage | 40 |
| c) Stratégies de commande robustes | 42 |
| Chapitre 2 Modélisation du système et contrôle actif : action correctrice en repère fixe | 51 |
| 1. Modélisation du processus de fraisage..... | 52 |
| 2. Modélisation du comportement dynamique de la structure | 56 |
| a) Modélisation physique..... | 56 |
| b) Modèle d'état..... | 61 |
| 3. Stratégies de calcul des correcteurs..... | 65 |
| a) Première stratégie | 65 |
| b) Deuxième stratégie | 65 |
| 4. Contrôle actif d'une lame vibrante..... | 68 |
| a) Synthèse d'un correcteur H_∞ | 69 |
| b) Synthèse d'un correcteur Gaussien..... | 73 |
| c) Synthèse d'un correcteur μ <i>synthèse</i> | 74 |
| d) Validations expérimentales..... | 75 |

| | |
|---|-----|
| 5. Contrôle actif du système usinant | 77 |
| a) Correcteurs déterminés selon la première stratégie | 78 |
| b) Correcteurs déterminés suivant la deuxième stratégie..... | 83 |
| c) Lobes de stabilité | 86 |
| Chapitre 3 Analyse de robustesse des correcteurs et Contrôle actif de modèles identifiés..... | 91 |
| 1. Correction du modèle du système à 3 modes | 92 |
| 2. Robustesse | 94 |
| a) Robustesse aux dynamiques négligées | 97 |
| b) Robustesse paramétrique | 108 |
| 3. Identification du système | 118 |
| a) Dispositif expérimental..... | 120 |
| b) Modèle du système identifié..... | 120 |
| 4. Correcteurs première stratégie du système identifié | 121 |
| a) Simulations | 121 |
| b) Validation expérimentale..... | 125 |
| 5. Correcteurs deuxième stratégie du système identifié..... | 128 |
| a) Simulations | 128 |
| Chapitre 4 Contrôle actif du fraisage en repère tournant | 133 |
| 1. Modélisation du comportement dynamique dans le plan (X, Y) en repère fixe | 134 |
| a) Modélisation physique..... | 134 |
| b) Modèle d'état..... | 135 |
| 2. Modélisation du comportement dynamique dans le plan (X, Y) en repère tournant .. | 136 |
| 3. Modélisation du processus de fraisage en repère tournant..... | 137 |
| 4. Résultats de simulation de contrôle actif du fraisage en repère tournant..... | 139 |
| a) Correcteurs H^∞ | 140 |
| b) Correcteurs LQG | 141 |
| Conclusion..... | 145 |
| Bibliographie..... | 147 |
| Annexe A..... | 151 |

Liste des figures

Introduction

| | |
|---|----|
| Figure 1 Découpage des tâches du projet IntelUs | 15 |
| Figure 2 : Phénomène de résonance et vibrations auto-entretenues..... | 16 |
| Figure 3 Surface d'une pièce usinée après une opération de fraisage..... | 16 |
| Figure 4 Mécanisme de formation du broutement | 17 |
| Figure 5 Comportement du processus d'usinage | 17 |
| Figure 6 Usinage avec outil long..... | 18 |
| Figure 7 Sous-systèmes d'une machine-outil et fonction de transfert « outil/pièce » | 19 |
| Figure 8 Bande passante des chaînes d'actionnement (analyse du besoin) | 19 |
| Figure 9 Interactions entre le Processus de coupe et la Structure Machine [1]..... | 20 |
| Figure 10 : Problématique Scientifique de la Thèse | 21 |

Chapitre 1 : Etat de l'Art

| | |
|--|----|
| Figure 11 Absorbeur dynamique de vibrations (ADV)..... | 25 |
| Figure 12 : Application des absorbeurs passifs accordés (Tournage) et Montage des Tmds (ADV)..... | 25 |
| Figure 13 : Comparaison des 2 portes outil [5]..... | 26 |
| Figure 14 : Porte outil Steadyline / Porte outil conventionnel[5] | 26 |
| Figure 15 Fraise à pas variable..... | 27 |
| Figure 16 Lobes de stabilité[7]..... | 27 |
| Figure 17 Vitesse de broche constante, triangulaire et sinusoïdale [10]..... | 28 |
| Figure 18 : Formation des chaînes de structure sous l'effet d'un champ appliqué extérieur/Amortisseur linéaire à base de fluide MR [11]..... | 29 |
| Figure 19 : Modulation de la viscosité par commande de valve (Karnopp) | 29 |
| Figure 20 : Barre d'alésage semi-active de Wang et Fei[12]..... | 30 |
| Figure 21 Structure de la barre d'alésage à fluide MR de Deqing Mei et al[13]..... | 31 |
| Figure 22 Augmentation de la raideur d'une machine de polissage [16]..... | 31 |
| Figure 23 Diagramme de Contrôle Actif par rétroaction | 32 |
| Figure 24 Contrôle par anticipation | 32 |
| Figure 25 Contrôle par boucle de rétroaction..... | 32 |
| Figure 26 Concept d'une broche active [17]..... | 33 |
| Figure 27 Structure d'une barre d'alésage active selon GEORGE P. O'NEAL et al [18][19]. | 33 |
| Figure 28 Broche à paliers magnétiques actifs[23]..... | 34 |
| Figure 29 : a) Configuration de contrôle actif [21] b) Structure de porte pièce active [20]..... | 35 |
| Figure 30 a) Broche à paliers magnétiques actifs [25] b) Centreur magnétique[12] | 36 |
| Figure 31 Structure de Contrôle d'une extrémité d'arbre tournant [26] et schéma de principe d'un actionneur à paliers magnétiques[23] | 36 |
| Figure 32 Montage d'un actionneur magnétostrictif sur une machine de tournage[27] | 37 |
| Figure 33 Montage de l'actionneur piézoélectrique sur une Tour[19]..... | 37 |
| Figure 34 Phénomène d'hystérésis d'un actionneur piézoélectrique [11] | 38 |

| | |
|--|----|
| Figure 35 : Contribution pour l'amélioration de stabilité en usinage selon a) la première stratégie ; b) la deuxième stratégie | 39 |
| Figure 36 : Effet du contrôle actif du système usinant sur les lobes de stabilité de l'usinage et sur l'amplitude de la fonction de transfert Outil/Pièce..... | 40 |
| Figure 37 : Méthodologies de contrôle robuste et stratégie de contrôle adoptée | 41 |
| Figure 38 : Modèle standard du problème..... | 42 |
| Figure 39 Schéma du système en boucle fermée[17]..... | 44 |
| Figure 40 : Les deux configurations possibles de la plateforme : pour la broche et la table respectivement[28] | 46 |
| Figure 41 Modélisation du banc d'essai par EF [28]..... | 46 |
| Figure 42 Configuration du correcteur <i>LQG</i> | 47 |
| Figure 43 : a) Modèle standard avec incertitude[33] b) Mise sous forme standard pour l'obtention de <i>K</i> | 48 |
| Figure 44 Modélisation du système contrôlé | 50 |

Chapitre 2 : Modélisation du système et contrôle actif : action correctrice en repère fixe

| | |
|---|----|
| Figure 45 Modélisation dynamique du fraisage à deux degrés de liberté | 53 |
| Figure 46 Dispositif du contrôle actif de la lame vibrante en fraisage | 57 |
| Figure 47 Modèles de poutre encastree-libre, excitation en déplacement en $x = a$ | 57 |
| Figure 48 Représentation du système : fonctions de transfert vs. Modèle d'état..... | 61 |
| Figure 49 Diagramme de Bode de H_w | 63 |
| Figure 50 Diagramme de Bode de H_u | 63 |
| Figure 51 Premier mode de flexion (~150Hz) et deuxième mode de flexion (~1000Hz) | 64 |
| Figure 52 Validation du modèle d'état..... | 64 |
| Figure 53 Approximation de la fonction $e - s \tau$ | 66 |
| Figure 54 Types de processus de coupe | 67 |
| Figure 55 Contrôle actif de la lame vibrante N°1 avec un correcteur H_∞ | 70 |
| Figure 56 Diagrammes de Bode de la lame N°1 et diagramme de Bode de la commande des correcteurs H_∞ | 70 |
| Figure 57 Contrôle actif de la lame vibrante N°2 avec correcteur H_∞ initial et filtré | 71 |
| Figure 58 Diagrammes de Bode de la lame N°2 avec correcteurs H_∞ | 71 |
| Figure 59 Contrôle actif de la lame vibrante N°1 avec correcteurs H_∞ par « loop-shaping » | 72 |
| Figure 60 Diagrammes de Bode de la lame vibrante N°1 avec correcteurs H_∞ par « loop-shaping » | 72 |
| Figure 61 Diagramme de Bode de la commande des correcteurs H_∞ par « loop-shaping »... | 73 |
| Figure 62 Contrôle actif de la lame vibrante N°1 avec un correcteur <i>LQG</i> | 73 |
| Figure 63 Diagramme de Bode de la commande du correcteur <i>LQG</i> | 74 |
| Figure 64 Contrôle actif de la lame vibrante N°1 avec un correcteur μ <i>synthèse</i> | 74 |
| Figure 65 Diagramme de Bode de la commande du correcteur μ <i>synthèse</i> | 75 |
| Figure 66 Banc d'essai du contrôle actif de la lame vibrante | 75 |
| Figure 67 Diagrammes de Bode du correcteur <i>LQG</i> continu et discret suivant deux techniques de discrétisation..... | 76 |

| | |
|--|----|
| Figure 68 Résultats des essais de contrôle de la lame vibrante..... | 76 |
| Figure 69 Interaction Structure/Processus..... | 77 |
| Figure 70 Type de réponse du système usinant sans correcteur | 78 |
| Figure 71 Réponse du système usinant avec correcteur H_∞ de la première stratégie..... | 79 |
| Figure 72 Filtrage du correcteur H_∞ de la première stratégie | 79 |
| Figure 73 Réponses fréquentielles du système avec le correcteur H_∞ de la première stratégie avec/sans filtrage | 80 |
| Figure 74 Diagramme de Bode du correcteur LQG de la première stratégie..... | 80 |
| Figure 75 Contrôle actif du système avec le correcteur LQG de la première stratégie..... | 81 |
| Figure 76 Diagramme de Bode du système avec/sans correcteur LQG de la première stratégie | 81 |
| Figure 77 Réponse temporelles du système avec/sans correcteur μ synthèse de la première stratégie filtré..... | 82 |
| Figure 78 Diagramme de Bode du système usinant avec correcteur μ synthèse de la première stratégie | 83 |
| Figure 79 Réponse temporelle du système sans correcteur $A_p=0.4$ mm | 84 |
| Figure 80 Diagramme de Bode du système usinant avec correcteur H_∞ de la deuxième stratégie | 84 |
| Figure 81 Réponse temporelle du système avec correcteur H_∞ de la deuxième stratégie | 85 |
| Figure 82 Diagramme de Bode du système usinant avec correcteur LQG de la deuxième stratégie | 85 |
| Figure 83 Réponse temporelle du système sans correcteur $A_p=0.5$ mm | 86 |
| Figure 84 Réponse temporelle du système avec correcteur LQG de la deuxième stratégie | 86 |
| Figure 85 Calcul des lobes de stabilité selon la deuxième stratégie du système avec et sans contrôle..... | 87 |
| Figure 86 Lobes de stabilité du système usinant avec les correcteurs de la première stratégie..... | 88 |
| Figure 87 Lobes de stabilité du système usinant avec les correcteurs de la deuxième stratégie | 88 |
| Figure 88 Lobes de stabilité du système usinant avec tous les correcteurs..... | 89 |

Chapitre 3 : Analyse de robustesse des correcteurs et Contrôle actif de modèles identifiés

| | |
|---|----|
| Figure 89 Réponses fréquentielles du système trois modes avec et sans correcteurs à deux modes | 92 |
| Figure 90 Diagramme de Bode des deux fonctions de transfert du système | 93 |
| Figure 91 Contrôle actif du système à trois modes en fraisage via le correcteur H_∞ à deux modes | 93 |
| Figure 92 Contrôle actif du système à trois modes avec le correcteur LQG à deux modes et son diagramme de Bode..... | 93 |
| Figure 93 Mode de torsion du système | 94 |
| Figure 94 Transformation Linéaire Fractionnaire | 95 |
| Figure 95 Système incertain | 95 |
| Figure 96 Modélisation du système pour l'analyse de Robustesse | 96 |

| | |
|--|-----|
| Figure 97 Modélisation du système incertain pour le calcul de sa VSS | 97 |
| Figure 98 a) Décomposition du système incertain b) Système avec dynamiques négligées .. | 98 |
| Figure 99 Réponse temporelle du système incertain avec correcteur μ <i>synthèse</i> | 99 |
| Figure 100 Diagramme de Bode du système certain et incertain avec correcteur μ <i>synthèse</i> .. | 99 |
| Figure 101 Valeurs singulières du système bouclé avec correcteur μ <i>synthèse</i> | 100 |
| Figure 102 Réponse Temporelle du système incertain avec correcteur H^∞ | 100 |
| Figure 103 Diagramme de Bode du système certain et incertain avec correcteur H^∞ | 101 |
| Figure 104 a) Réponse fréquentielle du système incertain avec correcteur H^∞ au niveau du 2 ^{ème} pic de résonance, b) Comparaison des réponses fréquentielles du système avec les correcteurs | 101 |
| Figure 105 Valeurs singulières du système bouclé avec correcteur H^∞ | 102 |
| Figure 106 Réponse Temporelle du système incertain avec correcteur <i>LQG</i> | 102 |
| Figure 107 Diagramme de Bode du système certain et incertain avec correcteur <i>LQG</i> | 103 |
| Figure 108 Valeurs singulières du système bouclé avec correcteur <i>LQG</i> | 103 |
| Figure 109 Réponse Temporelle du système incertain avec correcteur H^∞ de la deuxième stratégie | 104 |
| Figure 110 Diagramme de Bode du système certain et incertain avec correcteur H^∞ de la deuxième stratégie..... | 104 |
| Figure 111 Réponse fréquentielle du système incertain avec correcteur H^∞ de la deuxième stratégie au niveau du 1 ^{er} pic de résonance | 105 |
| Figure 112 Valeurs singulières du système bouclé avec correcteur H^∞ de la deuxième stratégie | 105 |
| Figure 113 Réponse Temporelle du système incertain avec correcteur <i>LQG</i> de la deuxième stratégie | 106 |
| Figure 114 Diagramme de Bode du système certain et incertain avec correcteur <i>LQG</i> de la deuxième stratégie..... | 106 |
| Figure 115 Réponse fréquentielle du système incertain avec correcteur <i>LQG</i> de la deuxième stratégie au niveau du 1 ^{er} et 2 ^{ème} pic de résonance | 107 |
| Figure 116 Valeurs singulières du système bouclé avec correcteur <i>LQG</i> de la deuxième stratégie | 107 |
| Figure 117 Diagramme de Bode du système incertain avec correcteur μ <i>synthèse</i> | 109 |
| Figure 118 Valeurs singulières du système bouclé avec correcteur μ <i>synthèse</i> | 109 |
| Figure 119 Diagramme de Bode du système incertain avec correcteur H^∞ | 110 |
| Figure 120 Valeurs singulières du système bouclé avec correcteur H^∞ | 110 |
| Figure 121 Diagramme de Bode du système incertain avec correcteur <i>LQG</i> | 111 |
| Figure 122 Diagramme de Bode du système incertain avec correcteur <i>LQG</i> sur le 1 ^{er} et 2 ^{ème} pic de résonance | 111 |
| Figure 123 Valeurs singulières du système bouclé avec correcteur <i>LQG</i> | 112 |
| Figure 124 Diagramme de Bode du système incertain avec correcteur H^∞ de la deuxième stratégie | 113 |
| Figure 125 Valeurs singulières du système bouclé avec correcteur H^∞ de la deuxième stratégie | 114 |
| Figure 126 Diagramme de Bode du système incertain avec correcteur <i>LQG</i> de la deuxième stratégie | 115 |

| | |
|--|-----|
| Figure 127 Diagramme de Bode du système incertain avec correcteur LQG de la deuxième stratégie sur le 1 ^{er} et 2 ^{ème} pic de résonance..... | 115 |
| Figure 128 Valeurs singulières du système bouclé avec correcteur LQG de la deuxième stratégie | 116 |
| Figure 129 Banc d'essai du Contrôle actif en repère fixe | 120 |
| Figure 130 Comparaison des deux fonctions de transfert H_w et H_u théoriques et identifiées | 120 |
| Figure 131 Réponse temporelle du système avec et sans correcteur H_∞ | 121 |
| Figure 132 Réponse temporelle du système avec et sans correcteur LQG | 122 |
| Figure 133 Réponse du système usinant sans correcteur | 122 |
| Figure 134 Contrôle actif du système usinant avec correcteur H_∞ et son diagramme de Bode | 123 |
| Figure 135 Contrôle actif du système usinant avec correcteur LQG et son diagramme de Bode | 123 |
| Figure 136 Contrôle actif du système usinant avec correcteur μ <i>synthèse</i> (réduit et filtré) et son diagramme de Bode..... | 124 |
| Figure 137 Lobes de stabilité du système usinant avec les correcteurs du système identifié déterminés suivant la première stratégie avec $rms_{max} = 1 \cdot 10^{-4}$ | 124 |
| Figure 138 Lobes de stabilité du système avec $rms_{max} = 1 \cdot 10^{-4}$ | 125 |
| Figure 139 Lobes de stabilité avec $rms_{max} = 1 \cdot 10^{-5}$ | 125 |
| Figure 140 Montage du dispositif pour l'essai du fraisage avec/sans contrôle..... | 126 |
| Figure 141 Résultat du fraisage de l'éprouvette avec/sans contrôle | 126 |
| Figure 142 Résultats d'essai du correcteur H_∞ du modèle identifié | 127 |
| Figure 143 Résultats d'essai du correcteur LQG identifié | 127 |
| Figure 144 Etat de l'éprouvette après l'essai du fraisage avec/sans contrôle | 128 |
| Figure 145 Diagramme de Bode du système usinant avec/ sans correcteur H_∞ de la deuxième stratégie | 128 |
| Figure 146 Diagramme de Bode du système usinant avec/ sans correcteur LQG de la deuxième stratégie | 129 |
| Figure 147 Réponse temporelle du système usinant avec les correcteurs LQG et H_∞ de la deuxième stratégie..... | 129 |
| Figure 148 Lobes de stabilité du système usinant avec les correcteurs de la deuxième stratégie ($rms_{max}=2 \cdot 10^{-4}$)..... | 130 |
| Figure 149 Lobes de stabilité du système usinant avec les correcteurs de la deuxième stratégie ($rms_{max}=8.5 \cdot 10^{-4}$)..... | 130 |
| Figure 150 Lobes de stabilité du système usinant avec les correcteurs de la deuxième stratégie ($rms_{max}=8.5 \cdot 10^{-4}$)..... | 131 |
| Figure 151 Lobes de stabilité du système usinant avec les correcteurs de la deuxième stratégie ($rms_{max}= 10^{-5}$)..... | 131 |
| Figure 152 Comparaison de l'approximation linéaire du terme de retard avec la valeur exacte du terme retard | 132 |

Chapitre 4 : Contrôle actif du fraisage en repère tournant

| | |
|--|-----|
| Figure 153 Poutre en vibrations dans le plan xy | 134 |
| Figure 154 Validation du modèle d'état sur Simulink pour la lame vibrante | 135 |
| Figure 155 Profil du porte outil mécatronique et sa modélisation pour le calcul RDM | 136 |
| Figure 156 Modèle du fraisage en repère tournant..... | 137 |
| Figure 157 Réponse temporelle du système sans correcteur (avec les 4 pôles instables) suivant X ou Y | 138 |
| Figure 158 Réponse temporelle du système sans correcteur (sans les pôles instables) suivant X et Y | 139 |
| Figure 159 a) Méthode de contrôle globale b) Méthode de contrôle découplée..... | 139 |
| Figure 160 Réponse fréquentielle du système avec différents correcteurs H^∞ suivant X ou Y | 140 |
| Figure 161 Réponse fréquentielle du système avec le correcteur H^∞ N°6 suivant X et Y .. | 141 |
| Figure 162 Diagramme de Bode des fonctions de transfert du système usinant..... | 141 |
| Figure 163 Réponse fréquentielle du système avec différents correcteurs LQG suivant X ou Y | 142 |
| Figure 164 Réponse fréquentielle du système avec le correcteur LQG N°4 suivant X | 142 |
| Figure 165 Réponse fréquentielle du système avec le correcteur LQG N°4 suivant Y | 143 |
| Figure 166 Lobes de stabilité du système usinant en repère tournant à 2 degrés de liberté... 143 | |
| Figure 167 Agrandissement des lobes de stabilité du système usinant en repère tournant à 2 degrés de liberté | 144 |

Annexe

| | |
|---|-----|
| Figure 168 Problème H^∞ standard | 151 |
|---|-----|

Liste des tableaux

| | |
|---|-----|
| Tableau 1 Actionneur Piézoélectrique/Actionneur Magnétostrictif [28]..... | 37 |
| Tableau 2 Différentes lames pour les essais de contrôle..... | 69 |
| Tableau 3 Taux d'amortissement du système | 77 |
| Tableau 4 Comparaison des correcteurs de la première stratégie | 117 |
| Tableau 5 Comparaison des correcteurs de la deuxième stratégie..... | 117 |
| Tableau 6 Comparaison des correcteurs de la première et deuxième stratégie..... | 117 |
| Tableau 7 Classement des 3 correcteurs H^∞ étudiés..... | 140 |

Introduction

1. Contexte et problématique de la thèse

Le processus de fraisage est une des opérations d'usinage les plus utilisées pour obtenir des pièces de forme complexe. Les vibrations ont souvent un impact négatif sur les résultats, pouvant générer des coûts importants liés au non-respect de critères de qualité imposés aux pièces à grande valeur ajoutée. Le phénomène de broutement, qui est associé à des instabilités dynamiques en usinage, peut entraîner, en plus de la dégradation de la qualité des surfaces générées, une diminution de la durée de vie des outils de coupe et/ou de la machine. L'ensemble de ces effets en font un facteur important qui limite la productivité, la précision et la qualité des surfaces des pièces usinées. Par conséquent, les exigences industrielles en termes de productivité et de précision demandent aujourd'hui des solutions pour détecter et plus encore combattre les vibrations en usinage. Pour cela, on a recours à des méthodes passives, semi-actives, ou encore actives. Les méthodes passives impliquent souvent l'adaptation de la structure en changeant les caractéristiques dynamiques pendant la phase de conception (inertie, élasticité ou amortissement). Elles demeurent difficiles à adapter à des changements et/ou perturbations qui peuvent intervenir dans les conditions réelles de fonctionnement. Les méthodes semi-actives impliquent l'utilisation d'actionneurs et de capteurs afin de régler (moduler) les mêmes caractéristiques dynamiques de la structure, mais pendant le fonctionnement. Or, modifier la raideur et/ou l'amortissement d'une structure n'est pas toujours possible. Elles peuvent s'avérer efficaces pour des fréquences faibles (provoquées par des modes de la structure de la machine, par exemple), mais moins efficace pour un contrôle de phénomènes en haute fréquence (modes de la pièce, des électro broches ou de l'outil). Enfin, les méthodes actives sont utilisées afin d'agir directement en introduisant des efforts dynamiques dans la structure, après analyse de la réponse du système, à travers un système mécatronique intégré (capteur, contrôleur et actionneur). Le contrôle actif est l'une des voies les plus prometteuses pour éliminer les vibrations en usinage. Néanmoins, il est rare de trouver des systèmes industriels d'usinage utilisant des systèmes actifs et encore plus rare pour le fraisage où les limites technologiques sont la principale raison. Dohner et al [1] a travaillé sur le contrôle actif en fraisage, les actionneurs étaient placés en repère fixe (non tournant), tandis que les capteurs étaient placés en repère tournant. J. Monnin et al [2] propose une broche active intégrant des composants mécatroniques, les actionneurs et les capteurs sont aussi placés en repère fixe (non tournant). Mais ces stratégies utilisées ne permettraient pas d'éradiquer les vibrations hautes fréquences. En effet, il faut placer des capteurs et des actionneurs aussi près que possible du processus de coupe, avec les bonnes caractéristiques (bande passante, précision, temps de réponse etc.). Ce qui n'est pas évident puisque la bande passante est limitée par l'inertie importante qui se trouve face aux actionneurs. De plus, la capacité à générer des amplitudes au niveau de l'arrête coupante est limitée par le facteur d'amplification assez faible, venant de la position des actionneurs par rapport aux appuis de la broche. D'où, l'idée principale est de placer des actionneurs très près de la zone de coupe, pour limiter les inerties face à l'actionneur, tout en procurant une forte amplification par la disposition géométrique particulière au sein d'un porte-outil mécatronique spécial. La solution présente l'avantage de pouvoir se décliner en gammes, adaptées aux différentes plages de fréquence ou phénomènes impliqués. Le système que nous proposons induit des difficultés technologiques importantes, liées au placement des capteurs et des actionneurs en repère tournant.

L'objectif général de cette thèse consiste donc à améliorer la stabilité de l'opération de fraisage par la mise en place d'un système de contrôle actif, à l'aide des technologies proposées dans le cadre d'un projet de développement collaboratif (projet INTELUS) mis en place par CETIM (Centre technique des Industries de la Mécanique) et Arts et Métiers ParisTech. Le projet vise à utiliser des technologies d'actionnement innovantes (matériaux piézoélectriques), déjà expérimentées dans un précédent projet (AVIBUS, FUI 8, 2009-2013) afin de combattre les phénomènes vibratoires. Nous nous proposons donc ici d'explorer le potentiel de ces technologies, ce qui nécessitera. Le développement d'une ou plusieurs stratégies de commande destinées à combattre les phénomènes vibratoires, passera nécessairement par trois étapes :

- la détermination et/ou l'identification du modèle (interaction complexe machine / processus)
- la synthèse de la loi de commande (techniques de synthèse provenant du domaine de l'automatique)
- la validation de la loi de commande et notamment l'analyse de sa robustesse (développement de prototypes et banc d'essais, techniques expérimentales).

La diversité des compétences requises, les spécifications sévères imposées aux composants du système de contrôle, ainsi que la complexité des phénomènes visés, confèrent à la tâche que nous nous sommes donnée un caractère hautement multidisciplinaire. Conséquemment, le projet INTELUS a mis au point une organisation et les ressources nécessaires (2 ingénieurs de développement, organisation par lots de travaux etc.) afin d'y parvenir.

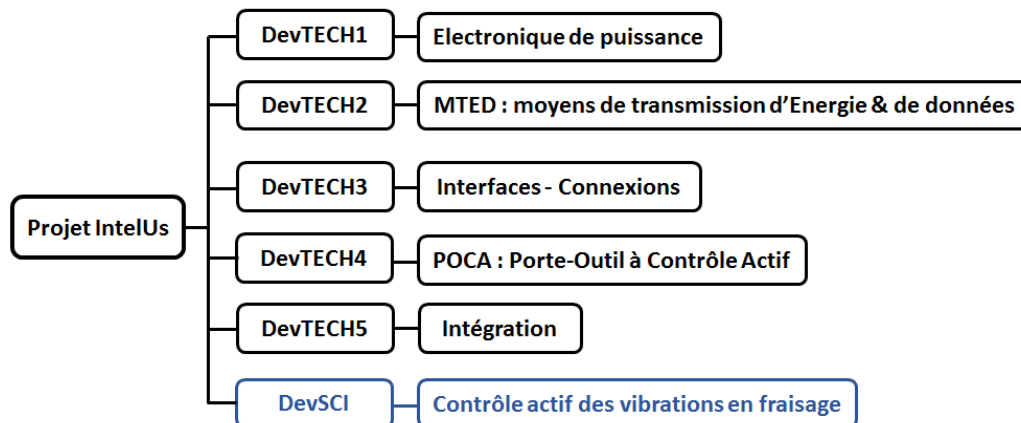


Figure 1 Découpage des tâches du projet IntelUs

Cette thèse concerne le lot DEVSCI mentionné dans la Figure 1, destiné à mettre en place des stratégies de contrôle efficace pour combattre les phénomènes vibratoires. Bien que cela relève prioritairement de la science des systèmes automatiques, nous avons dû intégrer des aspects divers provenant de disciplines très différentes (modéliser des systèmes mécaniques, modéliser les processus de coupe en fraisage, analyse des systèmes à retard etc.), dans le but déclaré de produire les meilleures lois de contrôle/commande.

Celles-ci doivent être capables de réduire de manière significative les vibrations, phénomènes dynamiques fortement variables en termes d'amplitude et, surtout, fréquences. D'ailleurs on en distingue essentiellement deux types ; les vibrations forcées et les vibrations auto-entretenues. Les vibrations du second type génèrent les amplitudes vibratoires les plus sévères qui se

manifestent par des ondulations laissées à la surface de la pièce usinée due au phénomène du broutement.

a) Les vibrations forcées

Les vibrations forcées sont propres à la coupe discontinue, inévitables en fraisage. En effet, la variabilité brusque des efforts de coupe en est la cause. Mais elles peuvent aussi être causées par une absence de symétrie de révolution de la pièce, ou bien aussi à cause de la composition irrégulière de la matière de celle-ci ou même par des sources extérieures à la machine. Ces vibrations produisent des défauts sur la surface usinée au début et à la fin d'usinage où les conditions de coupes changeantes perturbent le régime stationnaire (Figure 2).

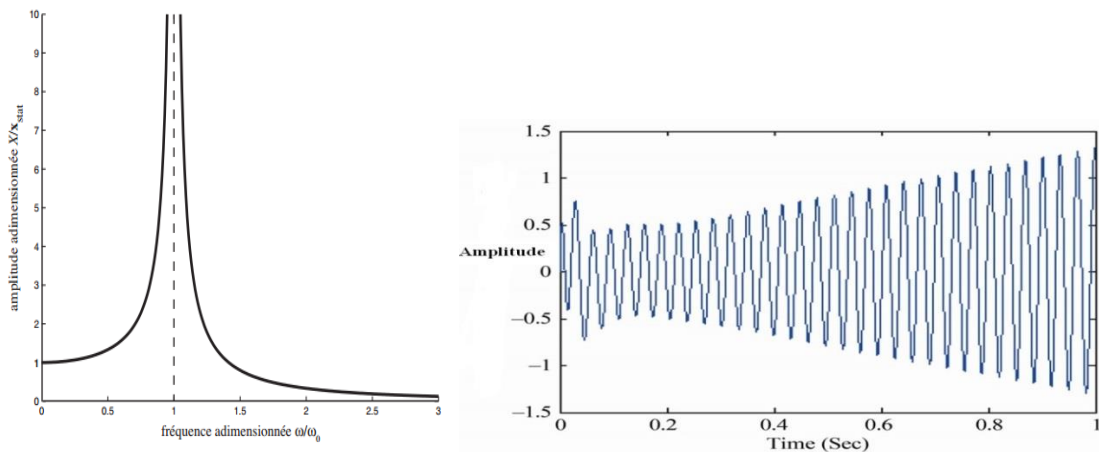


Figure 2 : Phénomène de résonance et vibrations auto-entretenues

b) Les vibrations auto-entretenues (vibrations de broutement)

Les vibrations auto-entretenues peuvent s'expliquer par un défaut de raideur entre l'outil et la pièce à usiner. Elles interviennent suite à une perturbation du système suivie du processus de régénération de la surface. Ces vibrations génèrent des déplacements vibratoires relatifs à la pointe de l'outil s'amplifiant à chaque passage de celui-ci et dégradant ainsi l'état de surface en produisant des stries sur la pièce usinée (Figure 3).



Figure 3 Surface d'une pièce usinée après une opération de fraisage

✓ Broutement régénératif

Pendant l'usinage, l'outil effectue des oscillations $U(t)$ par rapport à la pièce à cause de perturbations extérieures (Figure 4). Elles forment des vagues sur la surface usinée. La surface

finie correspond à l'enveloppe de l'ensemble des ondulations laissées sur la pièce après chaque passage d'une dent. Il s'agit du phénomène de broutement qui apparaît quand le processus d'usinage devient instable. En effet, ce phénomène provoque la formation d'un copeau d'épaisseur variable $h(t)$ qui entraîne à son tour une variation des efforts de coupe $F(t)$ excitant à nouveau le système usinant (Figure 5). Ces variations stimulent alors le mouvement vibratoire du système à des fréquences différentes de celles du passage des dents. On parle alors de vibrations auto-entretenues qui engendrent une mauvaise qualité de la surface usinée ainsi qu'une augmentation des efforts de coupe pouvant provoquer la rupture de l'outil.

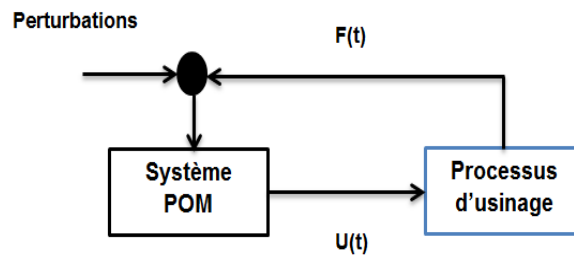


Figure 4 Mécanisme de formation du broutement

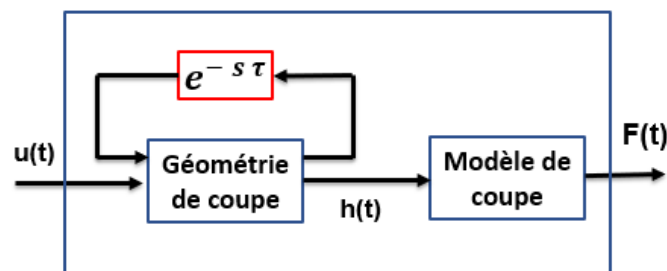


Figure 5 Comportement du processus d'usinage

✓ Broutement d'origine non régénérative

- Frottement entre la face de dépouille de l'outil et la surface Usinée ; plus l'angle de dépouille est petit et plus la surface usinée est détériorée.
- Couplage entre deux modes propres orthogonaux de l'outil, ce qui entraîne un mouvement relatif elliptique entre la pièce et l'outil, générant ainsi la variation de l'épaisseur du copeau Δh . Celle-ci entraîne à son tour la variation des efforts de coupe F_c qui entretient le mouvement de l'outil.

Ces vibrations représentent non seulement un obstacle pour la productivité mais aussi un énorme gâchis pour les industriels surtout lorsque les pièces usinées sont à haute valeur ajoutée. En effet, on est souvent amenés à diminuer la production pour éviter la dégradation des états de surface des pièces usinées, le desserrage de la pièce ou de l'outil au cours d'usinage ainsi que l'apparition de phénomène de fretting-corrosion sur les cônes des attachements et de la broche mais aussi pour allonger la durée de vie des outils coupants et celle des broches (roulements, pinces de serrage, joint tournant etc.).



Figure 6 Usinage avec outil long

Nous verrons dans les chapitres suivants que les différentes stratégies de contrôle employées dans cette thèse ont un impact positif sur le système pour les deux types de vibrations. En effet, nous verrons que l'atténuation des pics de résonance se manifeste convenablement sur les deux plans. En plus, notre travail permet au moins de sécuriser le processus d'usinage à très haute valeur ajoutée grâce aux signaux des capteurs intégrés à la structure permettant ainsi de détecter l'instabilité du système usinant.

Afin de systématiser l'approche et éventuellement structurer une offre technologique future, on se doit d'analyser les spécifications (amplitude/fréquence) pour en déduire plusieurs cas de figure. Ainsi, nous pouvons classer ces vibrations suivant leur source (élément ou sous-système responsable ou prépondérant dans le mécanisme d'apparition). En effet, on rencontre trois sous-systèmes susceptibles de participer de manière prépondérante à l'apparition de vibrations en usinage, en particulier en fraisage (Figure 7).

D'abord, on trouve la structure machine, caractérisée par des résonances plutôt en basse fréquence (10-150Hz), pouvant être amorties grâce à des absorbeurs dynamiques passifs accordés à ses fréquences de résonance ou encore en utilisant des matériaux et méthodes de dissipation passive. Ensuite, l'ensemble pièce/porte pièce qui possède un comportement dynamique très variable (50-1000Hz), souvent grandement impacté par la conception du montage et le mode de fixation de la pièce. Enfin, on peut aussi analyser l'ensemble broche / porte-outil / outil, qui peut lui aussi avoir une dynamique située dans de plages de fréquence assez larges (200-1000Hz).

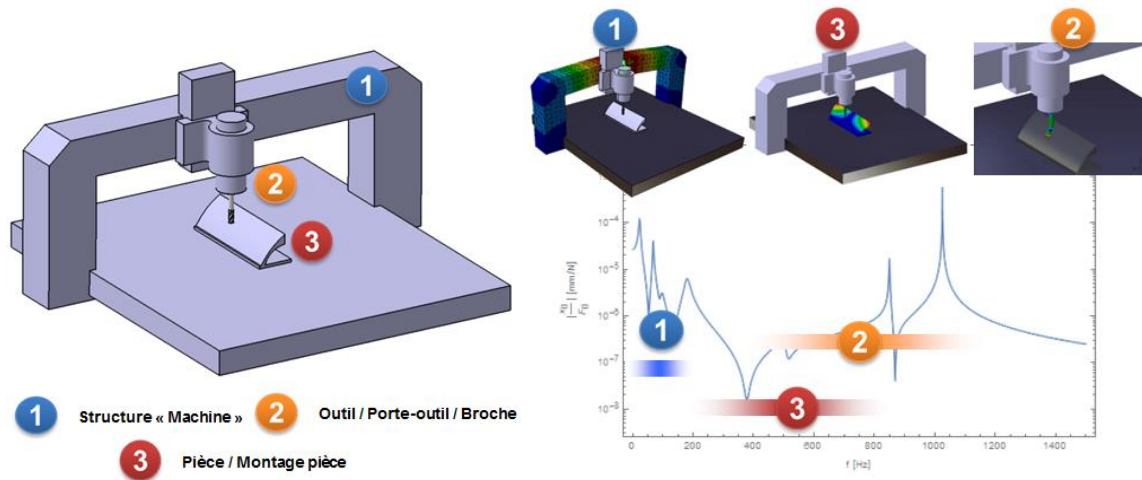


Figure 7 Sous-systèmes d'une machine-outil et fonction de transfert « outil/pièce »

Cette classification nous permet d'avoir une idée générale sur les plages de fréquences où chaque sous-système peut « placer » ses pics de résonance, ce qui impactent directement la réponse aux excitations ou les vibrations libres. Les choses sont plus complexes lorsqu'on analyse les instabilités dynamiques (le phénomène de broutement) qui provoque souvent une qualité déplorable de la surface d'une pièce usinée. Ces instabilités proviennent, comme les premiers travaux conduits au début des années 1950 sur les interactions existant dans les machines outil l'ont prouvé, des interactions complexes entre la dynamique relative pièce/outil et le processus de coupe (caractérisé ici par les efforts engendrés par l'interférence outil/pièce) [1].

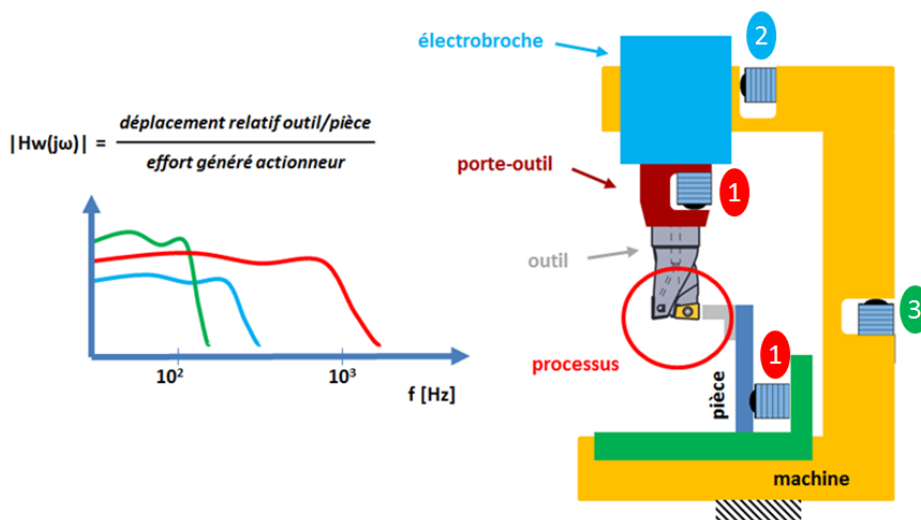


Figure 8 Bande passante des chaînes d'actionnement (analyse du besoin)

Les instabilités dynamiques, qui sont d'ailleurs appelées vibrations de broutement, surgissent à des fréquences différentes de celles du passage de chaque dent de la fraise, et différentes (bien que restant proches) des résonances les ayant provoquées. Compte tenu de l'impact croissant de ces phénomènes d'instabilité sur la qualité des pièces, ou sur les productivités des opérations (lorsqu'on essaye de les faire disparaître par la seule conception de la gamme d'usinage), nous avons choisi de nous focaliser sur l'atténuation du broutement par des méthodes actives. On

pourrait alors songer à positionner l'actionnement au niveau de la machine-outil ou de l'électrobroche, mais dans ces deux situations, l'actionneur devra agir sur une masse considérable ce qui limitera sa bande passante et le rendra alors incapable d'agir sur les vibrations hautes fréquences (vibrations de broutement) (Figure 8). Le placement de l'actionneur au sein du porte outil semble être un choix judicieux puisqu'il sera face qu'à quelques centaines de grammes lui permettant alors d'avoir une large bande passante allant jusqu'à au moins 1 kHz. En effet, l'équipe R&D du laboratoire (LSIS INSM) a développé certains systèmes technologiques qui nous ont permis d'effectuer des recherches sur la possibilité d'utiliser des capteurs et des actionneurs à l'intérieur d'un outil rotatif de fraisage.

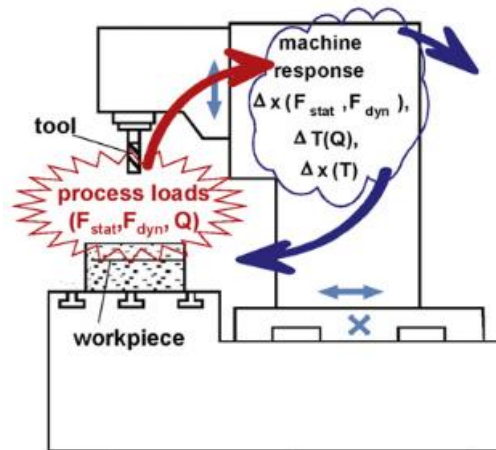


Figure 9 Interactions entre le Processus de coupe et la Structure Machine [1]

Le processus de coupe vient perturber le système mécatronique obtenu par l'association de l'ensemble P/O Machine (Figure 9) relié à des actionneurs, capteurs et au contrôleur. La présence du correcteur dans le système rend le comportement dynamique de celui-ci modifiable dans le sens où il nous permet d'agir afin d'atténuer les vibrations y (Figure 10). Dans la théorie du contrôle, le groupement formé par l'ensemble P/O Machine, capteurs et actionneurs est appelé « plant » (et nous allons parfois utiliser cet anglicisme), et il est perturbé dans notre cas par le processus de fraisage ω , et corrigé par un compensateur u . Ce dernier est déterminé suivant une stratégie de contrôle permettant à l'actionneur, via un signal de commande, d'agir sur la structure vibrante.

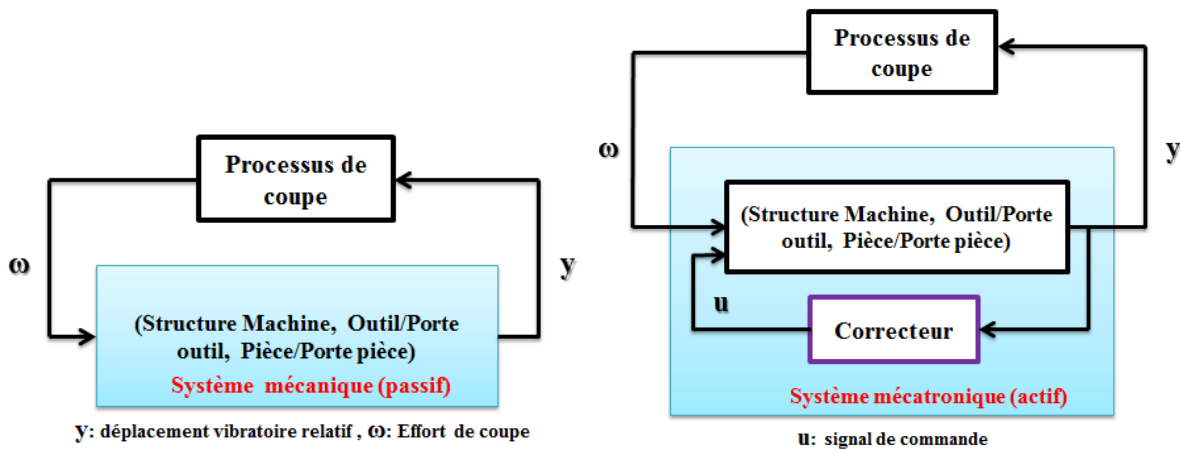


Figure 10 : Problématique Scientifique de la Thèse

Dans ce travail, après avoir dressé un état de l'art (chapitre 1) des domaines d'études importantes pour notre objectif (différentes techniques usuelles de réduction des vibrations en usinage, méthodes de contrôle actif), nous nous sommes d'abord proposés de valider le principe de contrôle actif du fraisage en se plaçant en repère fixe (chapitre 2). D'ailleurs, ce cas de figure répond efficacement aux besoins des industriels en amortissement actif des vibrations lorsqu'il s'agit d'usiner des pièces souples. On développe dans ce chapitre un modèle d'état d'une poutre d'Euler Bernoulli perturbée en un point et corrigée en un autre via un actionneur piézoélectrique. Ce modèle permettra d'obtenir plusieurs compensateurs, suivant différentes stratégies de commande. Nous avons par la suite procédé, d'un point de vue expérimental, à l'étude sur un dispositif similaire à notre besoin d'un point de vue de l'actionnement et des ordres de grandeurs (amplification mécanique, gamme de fréquences etc.). Les stratégies de commande robustes que nous avons développées pour pouvoir atténuer les déplacements vibratoires de cette poutre, ont conduit à des résultats significatifs présentés dans le même chapitre, d'abord en simulation (qui nous a permis une étude comparative), avec ou sans la présence du processus d'usinage, puis expérimentalement. La robustesse de ces stratégies de commande a été étudiée (en simulation) en ajoutant des incertitudes au modèle étudié de différentes manières (chapitre 3). Ensuite, nous avons identifié le modèle du système étudié, déterminé les correcteurs correspondants et testé ces derniers sur notre banc d'essai pour valider le bon fonctionnement des différentes stratégies de contrôle utilisées tout le long de cette thèse. Enfin, pour préparer un déploiement de ces stratégies en repère tournant (porte-outil de contrôle actif), nous avons modélisé et implémenté les mêmes démarches pour le cas où l'actionnement se situe en repère tournant et concerne deux axes simultanément, situés dans le plan XY du porte-outil (chapitre 4). Nous avons alors commencé par l'étude des vibrations transversales d'une poutre en rotation dans le cas général avant de négliger les phénomènes d'inertie et gyroscopique. En effet, on s'intéresse au contrôle actif du fraisage dans les applications de finition où on utilise des outils longs de faibles diamètres. Classiquement en anticipant sur l'efficacité des lois de contrôle mises en œuvre, nous commencerons par travailler sous hypothèses quasi linéaires en proposant les expressions des deux fonctions de transfert de notre système usinant. Celles-ci permettront la détermination d'une représentation d'état du système, base du contrôle actif proposé. La projection du processus de coupe sur le repère tournant est indispensable pour effectuer les simulations du fraisage via le porte outil actif. Ce chapitre met

en relief les perspectives de cette thèse, à savoir le contrôle actif du fraisage quel que soit le type de l'opération ou du diamètre de l'outil avec un porte outil mécatronique destiné pour ce genre d'opérations. Mais l'identification du modèle du système est nécessaire pour obtenir des correcteurs encore plus efficaces et de bien meilleurs résultats pendant les applications.

Chapitre 1 Etat de l'art

1. Classification des techniques de réduction des vibrations en usinage

Les techniques utilisées pour réduire les vibrations d'usinage peuvent être classifiées en trois catégories : les méthodes passives, les méthodes semi-actives et les méthodes actives. Les méthodes *passives* impliquent souvent l'adaptation de la structure en changeant les caractéristiques dynamiques pendant la phase de conception (inertie, élasticité ou l'amortissement). Elles ont la particularité d'être difficiles à adapter à une large gamme de changements de perturbations qui peuvent se produire dans les conditions réelles de fonctionnement. D'autre part, des méthodes *semi-actives* impliquent l'utilisation d'actionneurs et de capteurs afin de régler (moduler) les caractéristiques dynamiques de la structure (raideur, amortissement ou caractéristiques inertiels). Enfin, les méthodes *actives* sont utilisées afin d'agir directement en introduisant des efforts dynamiques dans la structure, à travers un système mécatronique intégré (actionneur, capteur, et le contrôleur) après analyse de la réponse du système.

Pour montrer l'importance de la solution active d'atténuation des vibrations auto-entretenues, en particulier en fraisage, processus de coupe à haute variabilité, nous allons donner quelques exemples de chaque méthode de réduction des vibrations en usinage en précisant les inconvénients à chaque fois.

a) Les Méthodes passives

Elles consistent à adapter la structure en modifiant ses caractéristiques dynamiques (masse, raideur, amortissement) durant sa conception. Elles ont la particularité de ne pas s'adapter aux changements d'excitation pouvant être provoqués par les modifications des conditions du fonctionnement de la machine ou même par des perturbations externes.

✓ Absorbeurs dynamiques de vibrations (ADV)

L'inconvénient habituel de la solution d'un absorbeur passif (Figure 11) provient de deux inconvénients. Premièrement, l'antirésonance, phénomène utilisé dans ces absorbeurs, est d'autant plus efficace que l'amortissement des structures est faible ; cela pose un problème de sensibilité par rapport aux variations de paramètres physiques, qui sont censés restés constants. Le second inconvénient consiste dans la grande variabilité des processus d'usinage : les fréquences, les valeurs nominales de l'effort de coupe, etc. changent fortement d'une opération à l'autre. Cela invalide une utilisation de ces méthodes comme solution versatile, les réservant à des cas de figure précis et un seul type d'opération. Lorsqu'on analyse plus attentivement les systèmes de ce type, on peut encore trouver des situations où il est difficile à imaginer un absorbeur dynamique « simple » : par exemple, la présence de 2 pics de résonance de la structure primaire dans la plage de fréquence d'intérêt peut invalider l'utilisation d'un absorbeur à un degré de liberté (une masse sismique). L'utilisation de plusieurs ADVs [2], outre la complexité de leur mise au point, pose encore plus le problème de sensibilité.

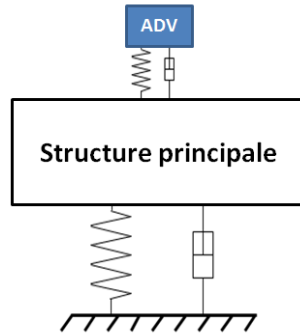


Figure 11 Absorbeur dynamique de vibrations (ADV)

Les auteurs de [2], comme Neil Sims [3] d'ailleurs, ont eu recours à la partie réelle de la fonction de transfert Outil/Pièce pour détecter l'instabilité dans le système. On a utilisé, le critère de stabilité établi par Tobias et Fishwick, Tlusty et Polacek donné pour chaque vitesse de rotation de la broche N où il s'agit de maximiser le minimum ou de minimiser le maximum de la partie réelle de la fonction de transfert du système en fonction du signe du facteur directionnel. Pour cela, on a utilisé la méthode numérique minimax proposée par Zuo et Nayfeh [4] appliqué au cas d'étude pour avoir les paramètres des absorbeurs passifs (raideur et amortissement) (Figure 12) puisque leur masse est déjà fixée en raison du critère d'encombrement de la machine-outil.

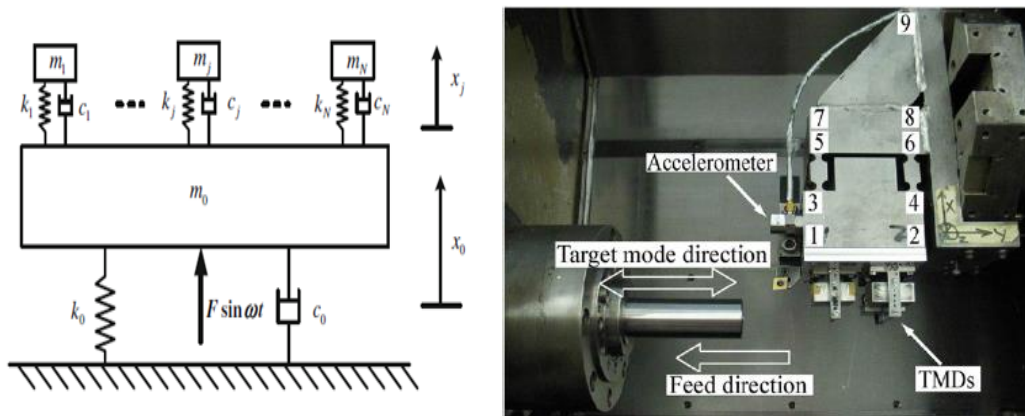


Figure 12 : Application des absorbeurs passifs accordés (Tournage) et Montage des Tmds (ADV)

Les résultats des expériences ont montré que plus le nombre de ADVs est élevé plus le mode ciblé est atténué. Les absorbeurs passifs peuvent aussi se présenter sous forme de matériaux dissipatifs amortissants. En effet, l'impact de l'augmentation de l'amortissement d'une structure est d'élargir le domaine de l'usinage stable. La méthode la plus connue pour définir la stabilité du processus d'usinage est l'utilisation d'une approche analytique permettant l'obtention des lobes de stabilité. Ces lobes sont tracés en fonction des paramètres opératoires du système usinant.

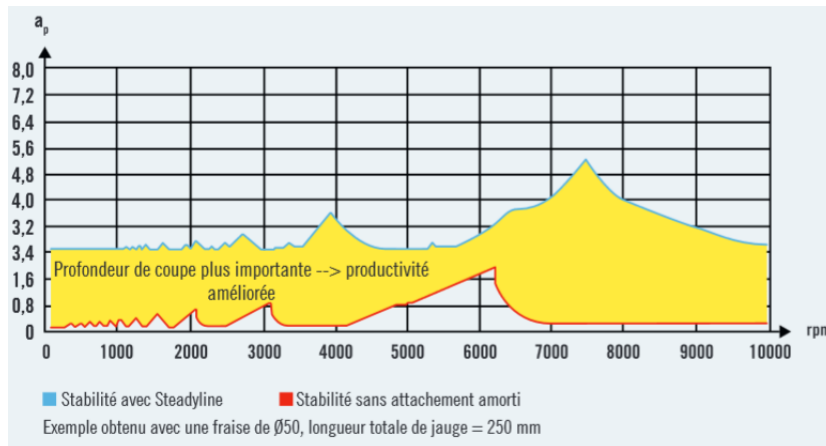


Figure 13 : Comparaison des 2 portes outil [5]

Les absorbeurs dynamiques de vibration ont trouvé une application industrielle plus palpable en usinage, sous la forme de porte-outils destinés aux opérations d'ébauche, qui intègrent un tel élément antivibratoire (Figure 14). Développés à partir des années 70-80 (Sandvik, Iscar, SECOTOOLS / EPB), ces outils placent convenablement une antirésonance à l'aide d'une masse sismique fortement amortie, utilisant une dissipation visqueuse (liquides) ou par l'utilisation de certains polymères. On est ici dans le cas où on ne cherche pas une forte rejection du pic de résonance initial (ce qui ferait en général apparaître deux autres résonances voisines), mais un aplatissement de la réponse fréquentielle, de manière à repousser les limites de stabilité (Figure 13).

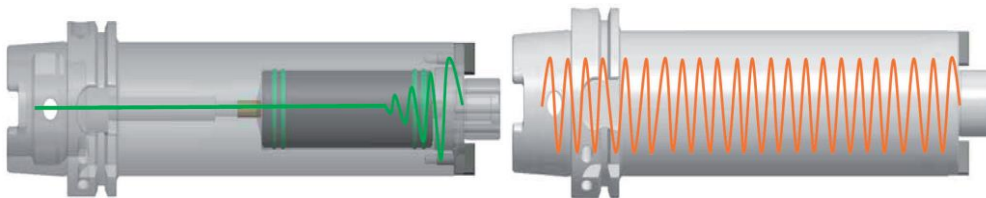


Figure 14 : Porte outil Steadyline / Porte outil conventionnel[5]

Le placement et la conception de ces ADVs font objet d'améliorations et optimisations successives (citations, brevets). Ce type de porte outil a démontré une amélioration de l'état de surface pour des opérations d'ébauche, constituant aujourd'hui des gammes de produits chez les plus importants fabricants de porte-outils. Il y a effectivement une nette différence entre le porte outil conventionnel et le porte outil Steadyline qui se manifeste au niveau de la limite de stabilité de l'usinage. En effet, le porte outil Steadyline a fait remonter les lobes de stabilité obtenus dans le cas d'un porte outil conventionnel d'au moins 2 fois. En revanche, ce type de porte outil n'apporte pas d'amélioration dans le cas où c'est la pièce ou bien la machine qui vibre. En plus, il n'existe pas de porte outil destiné pour les opérations de finition à cause du problème d'encombrement.

✓ **Outils de coupe spéciaux (outils à pas variable)**

Pour perturber le mécanisme d'apparition du phénomène de broutement, on peut utiliser des outils de coupe à pas angulaire variable (Figure 15). Ceci permettra de modifier le retard T qui

qualifie et explique l'apparition des instabilités (broutement) c'est-à-dire le temps écoulé entre deux passages de dents de la fraise.

Y. Altintas et al [6] ont donné une approche analytique pour le calcul du décalage angulaire de la fraise. Cette méthode repose sur le principe de détermination des lobes de stabilité en partant du modèle des F_c . Ce qui permet d'obtenir l'expression de la profondeur de passe limite a_{lim} qui tient compte du retard T qui n'est plus constant.

Cette technique n'est pas pratique car il faudrait générer un grand nombre d'outils puisque chaque fraise conçue avec des décalages angulaires donnés élimine une fréquence de vibration donnée à une vitesse de rotation donnée. Finalement, la technique d'outils à pas variables nécessite de faire des calculs afin d'être efficace pour une opération bien précise.

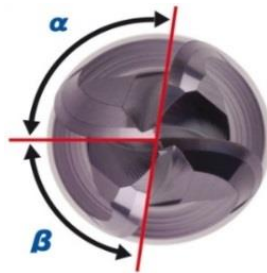


Figure 15 Fraise à pas variable

✓ Prédiction des conditions de coupe optimales

Pour obtenir une meilleure qualité de la surface usinée, on doit donc éviter le phénomène de broutement qui caractérise le caractère instable de l'usinage. Pour cela, on peut conférer le rang de méthode à la stratégie avisée de mise au point de gammes d'usinage, qui consiste à tracer les lobes de stabilité permettant de choisir des paramètres du processus d'usinage (vitesse de rotation de la broche, un engagement axial de l'outil, stratégie d'usinage etc) appartenant au domaine de l'usinage stable (situé en dessous des lobes de stabilité). La Figure 16 met en évidence l'effet d'un correcteur sur le système qui consiste à remonter les lobes de stabilité et à élargir ainsi le domaine de l'usinage stable.

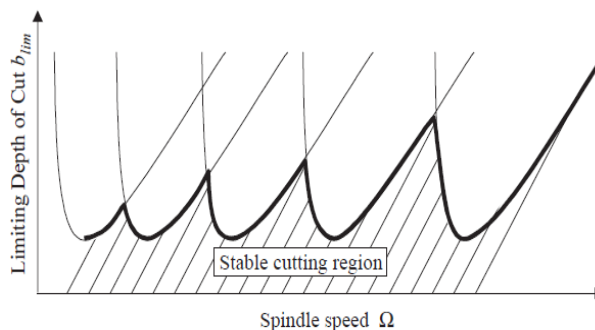


Figure 16 Lobes de stabilité[7]

Il est évident que cette technique demande au préalable une étude de stabilité de l'usinage avant d'opérer. En effet, les lobes de stabilité sont déterminés de manière analytique à partir d'une loi

de coupe[8]. Par conséquent, ce n'est pas souvent très utilisé par l'usineur qui dispose rarement de ce genre de connaissances.

✓ **Modulation de la vitesse de rotation de la broche**

C'est une technique assez étudiée et répandue pour lutter contre le broutement en usinage, faisant aujourd'hui objet de certains développements industriels ((HAAS SSV: machine integrated option (M38/M39 cycle in HAAS CNC)). Elle consiste à faire varier la vitesse de la broche suivant un signal sinusoïdal ou triangulaire au lieu d'une vitesse constante comme indiqué dans la Figure 17. Elle est généralement considérée efficace seulement pour les faibles vitesses de rotation de la broche. Sébastien Seguy et al [9] ont obtenu des améliorations au niveau du broutement en termes de déplacement vibratoire de la pièce qui diminue fortement. En effet, il y a une nette amélioration de l'état de surface de la pièce usinée. Néanmoins, cette technique requière une série d'essais et de simulations avec des combinaisons différentes d'amplitude et de fréquence du signal à envoyer à la broche pour finalement trouver le cycle optimal de vitesse de la broche.

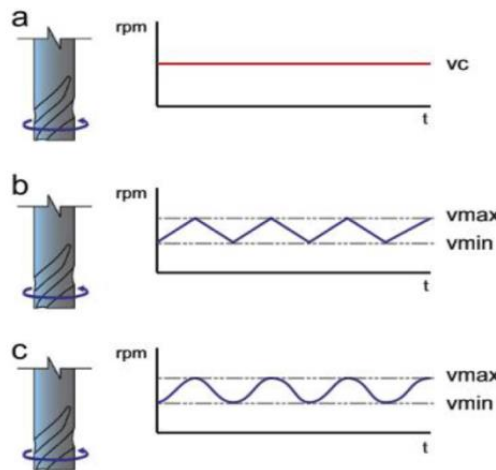


Figure 17 Vitesse de broche constante, triangulaire et sinusoïdale [10]

b) Les méthodes semi-actives : amortissement et/ou raideur variable

Elles reposent sur le même principe que les méthodes passives mais elles ont la capacité d'adapter le réglage pour s'accorder aux modifications soit des efforts d'excitation, soit des paramètres dynamiques de la structure à contrôler (masse, raideur ou amortissement). Ces méthodes sont appelées semi-actives aussi parce qu'elles ont une très faible consommation d'énergie et ne rajoutent pas de l'énergie au système contrôlé. Généralement on utilise des fluides spéciaux appelés fluides magnéto rhéologiques (Figure 18). Ce sont des suspensions de particules ferromagnétiques de quelques micromètres de diamètre dans un liquide porteur plus ou moins visqueux. Leur comportement rhéologique est variable en fonction du champ magnétique. En effet, lorsque ce fluide est soumis à un champ magnétique, les microparticules qu'il contient forment des chaînes parallèles à la direction du champ appliqué. Ceci limite alors l'écoulement du fluide et augmente par conséquent sa viscosité.

Le fluide électro rhéologique a le même principe que les fluides Magnéto rhéologiques mais avec l'application d'un champ électrique au fluide. Les industriels préfèrent les fluides Magnéto rhéologiques car ils ont une limite de saturation magnétique beaucoup plus élevée que celle électrique des fluides électro rhéologiques.

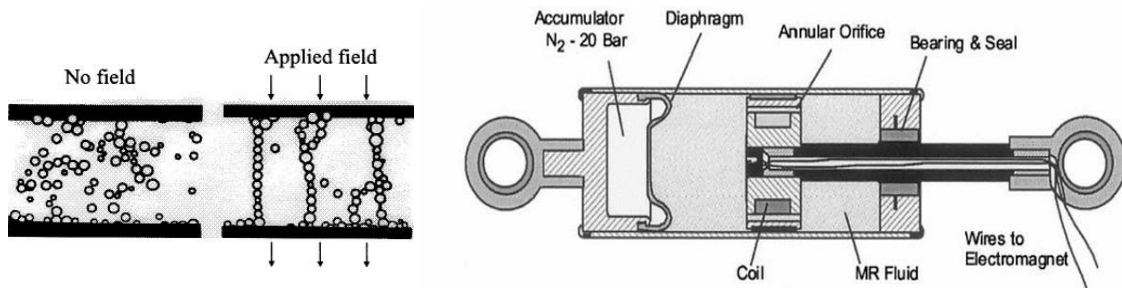


Figure 18 : Formation des chaînes de structure sous l'effet d'un champ appliqué extérieur/Amortisseur linéaire à base de fluide MR [11]

Le concept de ce type de contrôle a été introduit pour la première fois par Karnopp qui propose de modifier la force d'amortissement du fluide en contrôlant l'ouverture de la valve d'un amortisseur conventionnel (Figure 19). L'avantage de ce type de dispositif réside dans le fait qu'il délivre un amortissement variable en fonction du besoin tout en nécessitant une faible consommation en énergie. La figure ci-dessous montre le schéma d'un amortisseur à orifice variable. En effet, le diamètre peut être modifié par une commande électronique. Quand le piston se déplace à l'intérieur du cylindre, il provoque l'écoulement de fluide à travers l'orifice. Plus le diamètre de l'orifice est grand et moins est la résistance de dissipation. L'ouverture de l'orifice est commandée à l'aide d'un contrôle par rétroaction, et donc la valeur de l'amortissement aussi.

$$\mathbf{F(t)} = \mathbf{C(u)} * \mathbf{v(t)} \quad (1)$$

C : le coefficient d'amortissement fonction de la variable de contrôle **u**. Pour une position fixée de la valve, cet amortisseur devient naturellement passif.

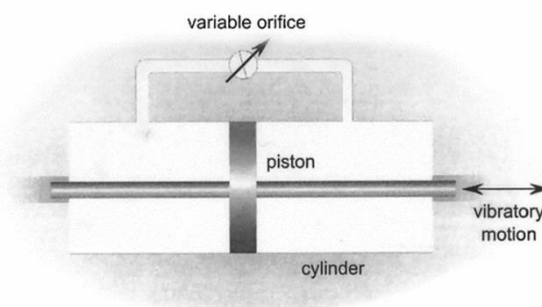


Figure 19 : Modulation de la viscosité par commande de valve (Karnopp)

Généralement, on utilise le cas particulier de ce genre d'amortisseurs, celui où la valve ne prend que deux positions « on-off » c'est-à-dire les deux situations correspondant à l'ouverture et à la fermeture complète de la valve parce qu'ils sont plus simples que le cas continu.

Les fluides électro et magnéto rhéologiques sont aussi utilisés en usinage pour éliminer le broutement. Yuan-zhong Lei a été le premier à proposer le recours à ces fluides pour modifier la raideur ou l'amortissement de l'outil, mais ce sont Min Wang et Renyuan Fei qui l'ont vraiment appliqué (Figure 20).

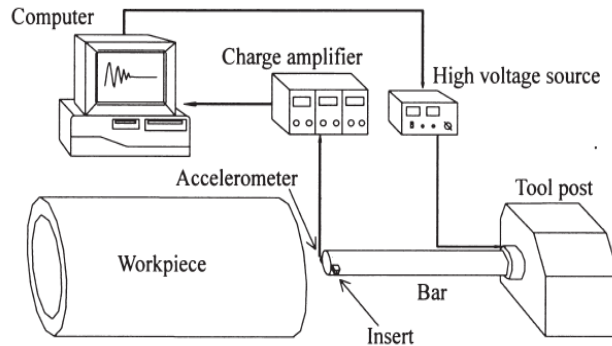


Figure 20 : Barre d'alésage semi-active de Wang et Fei[12]

L'application d'un champ électrique au fluide électro rhéologique de la barre d'alésage a changé les caractéristiques dynamiques de celle-ci (raideur et amortissement). On avait remarqué que pour des champs électriques appliqués faibles, inférieurs à 0.2 KV, il y avait une composante principale à 242 Hz qui est restée inchangée sauf son amplitude qui a diminué. Le fluide ER a donc fait augmenter l'amortissement du système. Mais lorsqu'on applique des champs électriques supérieurs à 1.2 KV, on a la vibration qui est distribuée sur tout le spectre avec une composante principale qui change continuellement dans un intervalle. Cette fois ci, c'est la raideur du système qui a changé.

Deqing Mei et al [13] ont aussi conçu une barre d'alésage contrôlée par un *fluide magnéto-rhéologique* (Figure 21). En effet, on peut faire varier la raideur et les fréquences propres de cette barre d'alésage continuellement en changeant l'intensité du champ magnétique appliqué au fluide MR qui entoure sa base. En augmentant cette intensité, la viscosité du fluide MR augmente aussi pouvant atteindre un état semi-solide, contribuant ainsi aux caractéristiques de raideur de la structure. Lorsque ce champ magnétique tend à disparaître, le fluide retrouve son état initial, son effet dissipatif (diminué) devenant à nouveau dominant. C'est l'effet réversible du fluide magnéto rhéologique qui permet d'ajuster l'amortissement et les fréquences de résonance du système. Les essais expérimentaux ont validé l'efficacité de ce principe pour lutter contre le broutement lors des opérations d'alésage. L'actionneur est placé en repère fixe (outil non tournant).

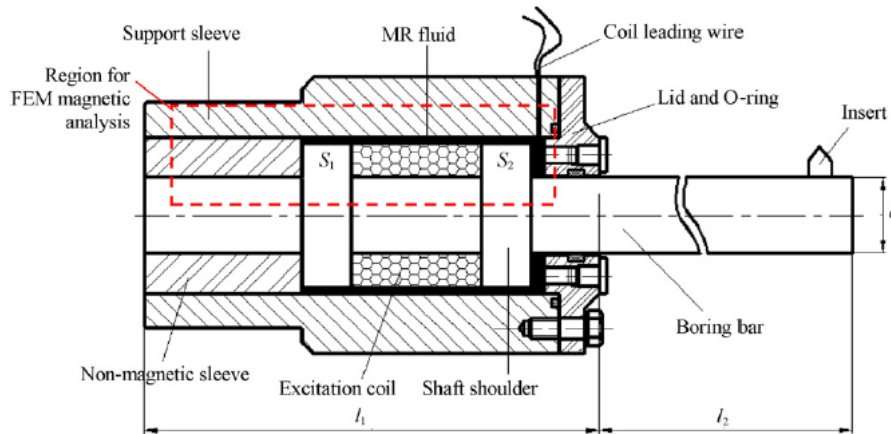


Figure 21 Structure de la barre d'alésage à fluide MR de Deqing Mei et al[13]

D. Sathianarayanan et al [14] ont aussi utilisé le principe des fluides MR pour réduire l'apparition du broutement pendant les opérations d'alésage.

M. Simnofske and J. Hesselbach [15] ont développé un bras, intégrant des actionneurs piézoélectriques, monté entre le porte outil et le guidage de la tête de la broche pour augmenter activement la raideur de la machine-outil (polisseuse) (Figure 22) et diminuer ainsi les vibrations qui sont mesurées avec des accéléromètres. Bien que la solution semble adaptée pour compenser les déformations et obtenir des meilleures précisions, on peut se poser des questions sur les bandes passantes obtenues, en raison de la masse « vue » par l'actionneur.

De plus, ce n'est pas toujours possible de modifier la structure d'une machine-outil dans le but d'altérer ses caractéristiques dynamiques pour des raisons techniques, de faisabilité ou encore économiques.

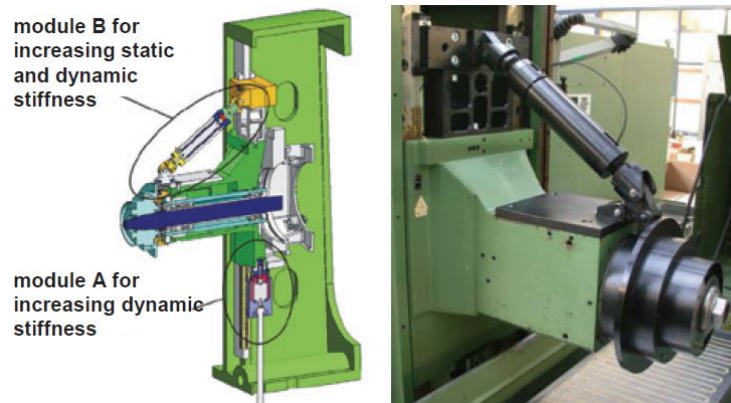


Figure 22 Augmentation de la raideur d'une machine de polissage [16]

c) Les méthodes actives

Ces méthodes sont basées sur la synthèse d'une stratégie qui applique des efforts dynamiques sur le système contrôlé, afin de réduire les vibrations en des points particuliers (Figure 23).

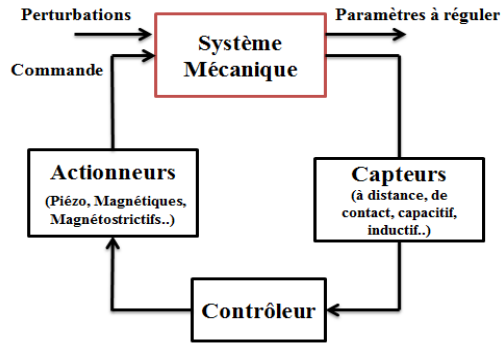


Figure 23 Diagramme de Contrôle Actif par rétroaction

Suivant le type de correction apportée au système, on distingue deux types de contrôle actif ; le contrôle par anticipation et le contrôle par boucle de rétroaction.

Dans le premier cas de contrôle (Figure 24), il s'agit d'identifier la perturbation source des vibrations et d'y superposer une excitation inverse afin de l'annuler. Il existe une variante de ce type de contrôle, le contrôle par anticipation modifié puisque le contrôleur reçoit de plus la réponse du système pour mettre à jour son modèle interne (mécanisme d'adaptation) suite aux modifications du comportement du système physique qui se produit au moment de fonctionnement.

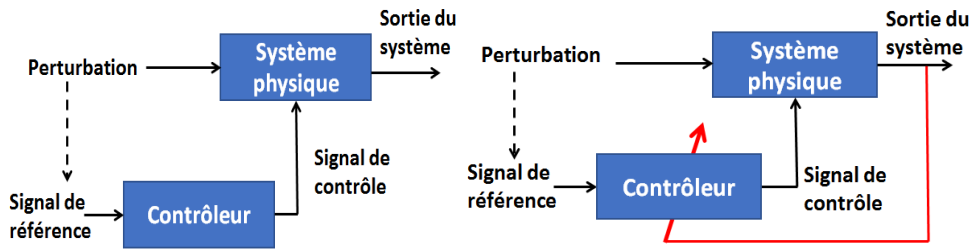


Figure 24 Contrôle par anticipation

Dans le deuxième type de contrôle (Figure 25), le contrôleur reçoit uniquement les informations délivrées par les capteurs placés sur la structure. Ce placement doit généralement faire l'objet d'une étape à part entière, visant l'optimisation de l'« observabilité » du phénomène à contrôler. Il faut ensuite modéliser le comportement dynamique du système et choisir une loi de commande appropriée pour mettre au point un correcteur. Celui-ci permettra alors de produire une force de contrôle qui sera exercée par des actionneurs sur la structure.

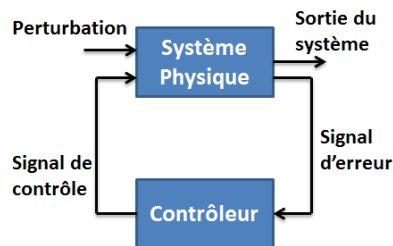


Figure 25 Contrôle par boucle de rétroaction

Jérémy Monnin et al [17] a étudié le concept d'une broche active intégrant des composants mécatroniques. Ils ont utilisé des actionneurs piézo-électriques qui agissent directement sur les degrés de libertés radiales du palier avant de la broche après l'analyse des mesures de vibrations détectées par des accéléromètres (Figure 26).

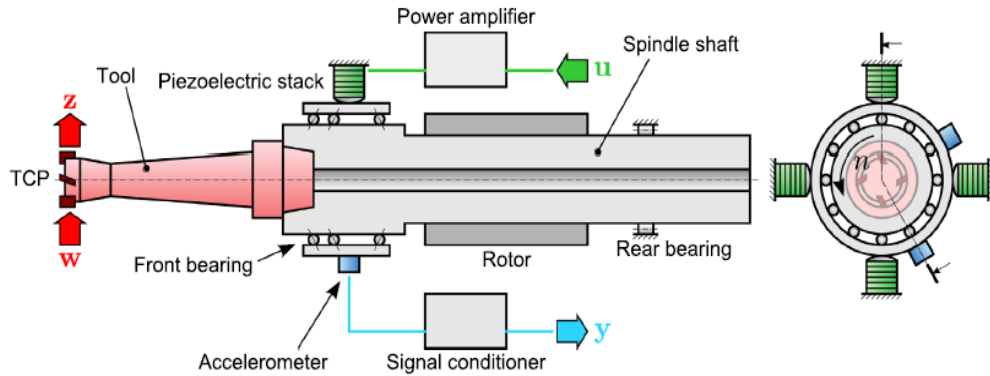


Figure 26 Concept d'une broche active [17]

George P. O'Neal et al. [18] ont développé une barre d'alésage « intelligente » qui dispose d'un actionneur piézoélectrique, de deux capteurs de déplacement laser, d'une partie transmission des données et d'une méthodologie de contrôle qui permet de rejeter activement les vibrations de l'outil (Figure 27).

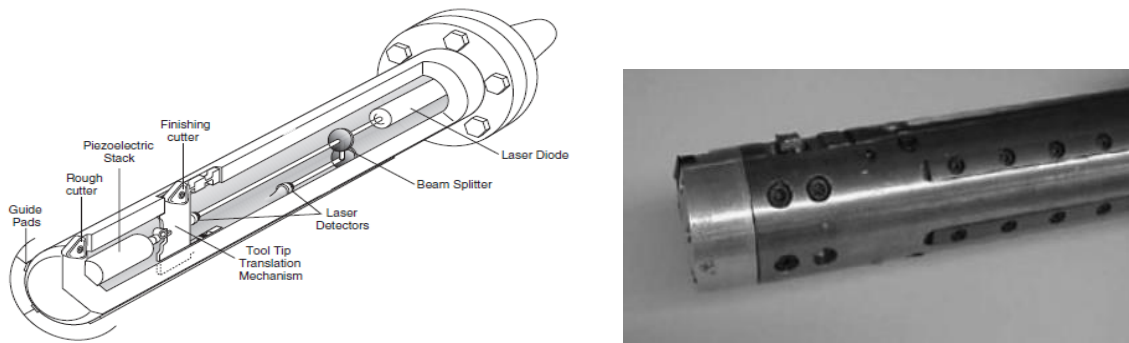


Figure 27 Structure d'une barre d'alésage active selon GEORGE P. O'NEAL et al [18][19]

Brecher et al.[20] ont étudié le concept d'un porte pièce active universelle puisqu'elle est munie d'actionneurs piézoélectriques permettant de contrôler les déplacements vibratoires relatifs outil/pièce suivant les deux directions longitudinales et fonctionne avec toute machine-outil verticale, ne nécessitant aucune modification de conception (Figure 29b).

Dohner et al [21] ont été les premiers à exposer le travail de Sandia National Laboratories sur le contrôle actif en fraisage. Deux actionneurs électrostrictifs ont été utilisés, guidés par des paliers hydrostatiques, pour appliquer une action en direction latérale à l'outil ; des jauges de déformation ont été placées à la base de l'outil pour mesurer ses vibrations radiales et fournir le retour nécessaire au correcteur. Finalement, la méthode choisie utilise un correcteur linéaire quadratique gaussienne « LQG » comme stratégie de contrôle, qui a d'ailleurs permis d'augmenter le domaine de l'usinage stable (Figure 29a).

Hai-Tao Zhang et al. [22] ont développé une nouvelle approche de contrôle actif des vibrations en fraisage par le biais d'une broche *intelligente* intégrant des actionneurs électrostrictifs pour produire le mouvement de l'outil après la mesure des déplacements de celui-ci et de l'analyse des signaux requis par un contrôleur. Il s'agit de la stratégie du LQR (*Linear Quadratic Regulator*) associée à une méthode d'identification instantanée de la matrice des coefficients directionnels des efforts de coupe. En se basant sur le modèle de coupe en fraisage à deux degrés de liberté, les simulations ont montré qu'on pouvait avoir une diminution significative du phénomène de broutement ainsi qu'une nette amélioration du domaine de l'usinage stable.

Carl R.Knospe et al. [23] proposent un prototype de broche active utilisant trois paliers magnétiques radiaux commandés par la loi de commande μ *synthèse*. En effet, pour avoir une robustesse suffisante les auteurs avaient jugé primordial d'inclure des incertitudes de modèle, structurées dans ce système, en raison de la forte variabilité de la vitesse de rotation, des outils de coupe, du taux de matière à enlever ou encore des conditions de coupe (Figure 28).

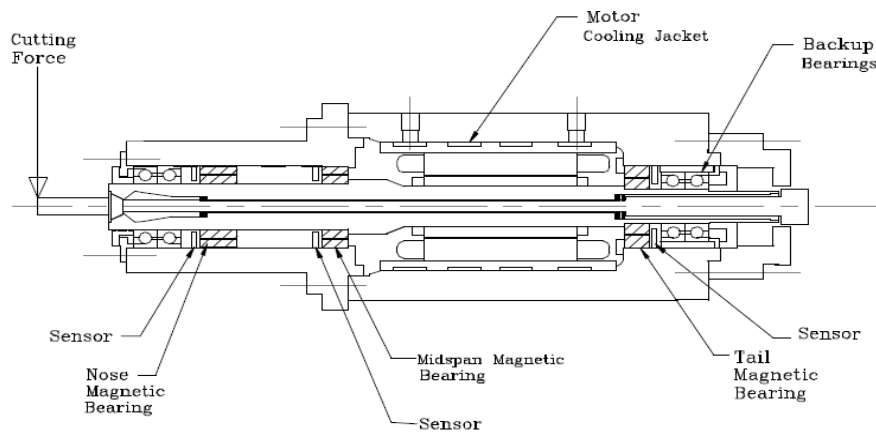


Figure 28 Broche à paliers magnétiques actifs[23]

Heidenhain propose aussi une fonction de contrôle actif de broutement destinée pour des usinages lourds sans ajouter des composants électroniques tels que les capteurs ou actionneurs. Malheureusement, les vibrations de broutement sont généralement à hautes fréquences alors que la machine ne peut fournir une action correctrice au-delà des 100 Hz. En plus, il arrive parfois que des instabilités dues à des modes situés en dessous de 100 Hz [24] ne puissent pas être contrôlées.

Les exemples cités en contrôle actif du fraisage se déroulent tous en repère fixe. En effet, l'action correctrice exercée sur le système usinant est fixe par rapport au repère lié au bâti. Ces situations de contrôle sont certes plus faciles à implémenter (technologiquement) et plus ou moins efficaces d'après les résultats obtenus à chaque fois. Néanmoins, il est naturel de penser que la performance du contrôle actif du fraisage serait d'autant meilleure que la correction des vibrations de broutement est plus proche de la zone de coupe, diminuant ainsi les masses « vues » par l'actionneur et élargissant la bande passante de son action. Bien que ce soit technologiquement plus complexe à réaliser un actionnement et une acquisition des signaux en repère tournant, le contrôle actif du fraisage dans ce cas de figure semble être une solution plus radicale contre le broutement.

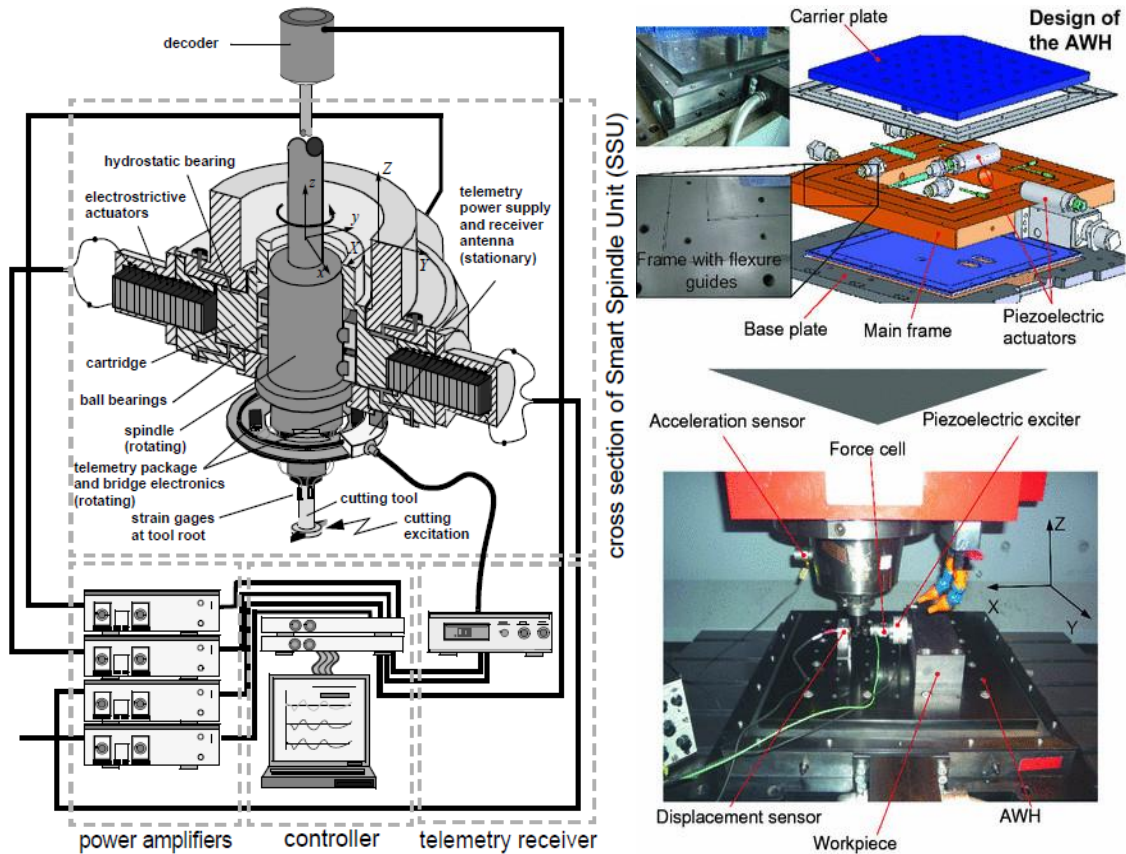


Figure 29 : a) Configuration de contrôle actif [21] b) Structure de porte pièce active [20]

2. Technologies d'actionnement en contrôle actif

a) Les actionneurs à paliers magnétiques

Ce type d'actionneurs sont généralement composés de circuits magnétiques, intégrant des électro-aimants, placés de part et d'autre d'une cible en acier, avec un entrefer de faible valeur (moins d'un millimètre). En excitant une bobine avec un courant, les électroaimants qui sont fortement non-linéaires, génèrent chacun une force proportionnelle au carré du courant qui les traverse et inversement proportionnelle au carré de la distance d'entrefer séparant l'arbre du stator.

$$F \approx \left(\frac{I}{e}\right)^2 \quad (2)$$

En modulant ces forces, il est possible de positionner l'arbre le long de l'axe de contrôle. La combinaison de deux axes perpendiculaires forme un centreur (Figure 30b) capable de maintenir l'arbre en position selon deux degrés de liberté. En appliquant une intensité donnée, la force créée par un électroaimant augmente très rapidement quand l'entrefer diminue rendant les électro-aimants très instables.

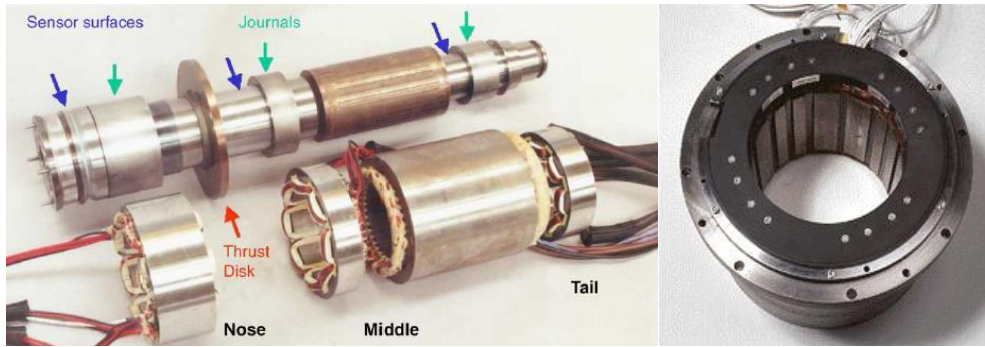


Figure 30 a) Broche à paliers magnétiques actifs [25] b) Centreur magnétique[12]

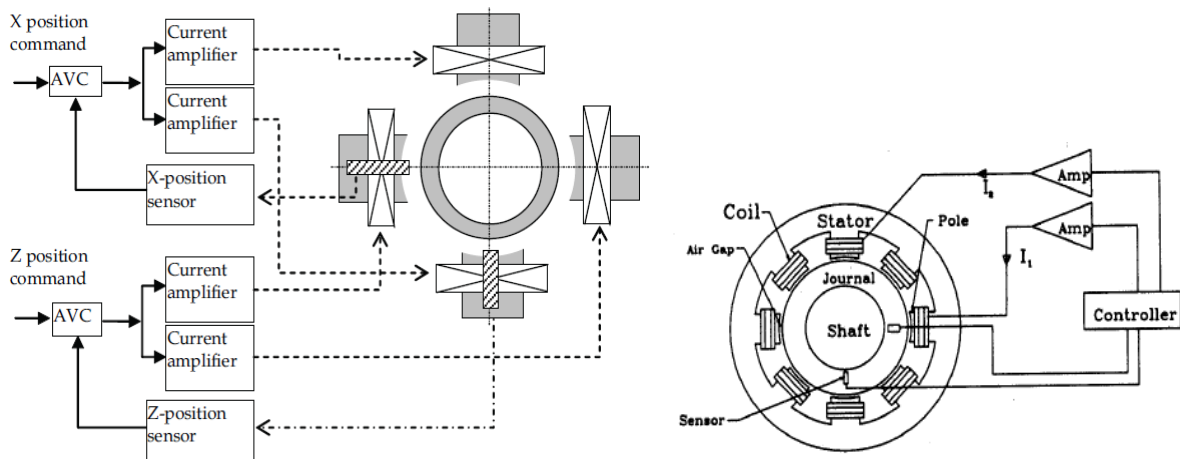


Figure 31 Structure de Contrôle d'une extrémité d'arbre tournant [26] et schéma de principe d'un actionneur à paliers magnétiques[23]

La Figure 31 montre une commande en boucle fermée de l'extrémité d'un arbre tournant comprenant deux capteurs de déplacement, un processeur de signaux numériques et deux amplificateurs de puissance sur chaque axe. La consigne, venant d'un algorithme d'anti-vibration, est comparée à la position réelle de l'arbre. Le processeur calcule alors les courants nécessaires dans les bobines pour corriger l'erreur. La boucle de contrôle dans le cas du schéma de l'actionneur à paliers magnétiques est implémentée à une fréquence supérieure à 10 kHz.

Un actionneur à réluctance variable est caractérisé par sa forte densité de puissance qui le rend léger et compact. Un autre avantage de ce type d'actionneur réside dans sa très faible consommation d'énergie. Néanmoins, sa commande est complexe.

b) Les actionneurs magnétostrictifs

Ils sont constitués de matériaux qui se déforment sous l'effet d'un champ magnétique généré par une bobine. Ces matériaux sont appelés matériaux magnétostrictifs (fer, nickel, alliages aluminium-fer ou nickel cobalt...). Les efforts générés varient de 0.1N à 10kN par cellule avec une gamme de fréquences allant de quelques Hz à plusieurs kHz.

$$F(s) = \frac{K}{L * s + R} * V(s) \quad (3)$$

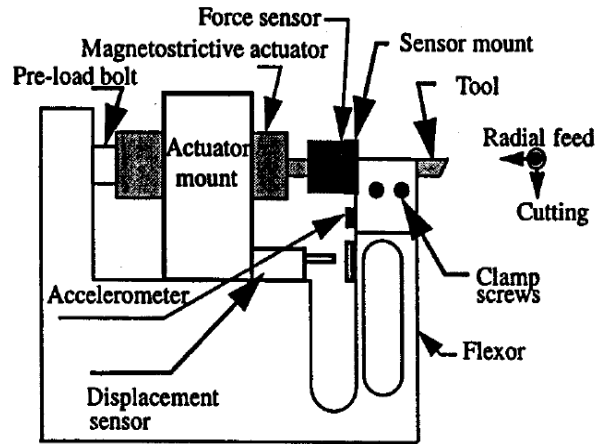


Figure 32 Montage d'un actionneur magnétostrictif sur une machine de tournage[27]

Les actionneurs magnétostrictifs sont aussi utilisés en contrôle actif en usinage (Figure 32).

c) Les actionneurs Piézoélectriques

Le choix de l'actionneur est une tâche importante et cruciale car il a une influence pertinente sur l'efficacité du contrôle. Les caractéristiques les plus importantes (tableau 1) sont l'efficacité, la bande passante, la raideur mécanique et la compacité (power density). D'un autre côté, il est indispensable de connaître la valeur des efforts de coupe pour avoir le bon dispositif d'actionnement selon la structure mécanique du système usinant. Les actionneurs piézoélectriques sont largement utilisés en contrôle actif en usinage (Figure 33).

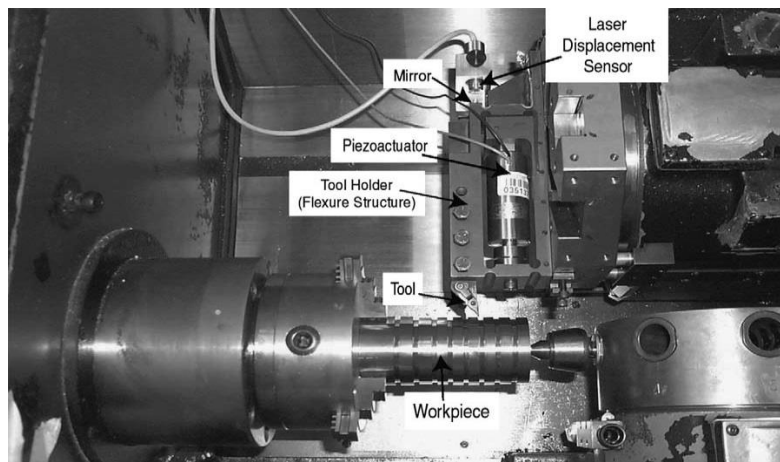


Figure 33 Montage de l'actionneur piézoélectrique sur une Tour[19]

| Critère | Piézoélectrique | Magnétostrictif |
|---------------|--------------------------------------|-----------------|
| Encombrement | petit | Très grand |
| Course | moyen | grand |
| F_{max} | Très grand | Moins grand |
| Output Energy | Très grand | petit |
| Fréquence | Plage fréquentielle utile plus large | Moins étendue |

Tableau 1 Actionneur Piézoélectrique/Actionneur Magnétostrictif [28]

✓ **La piézoélectricité**

L'effet piézoélectrique direct consiste en la capacité de certains matériaux à générer une charge électrique proportionnelle à une force appliquée de l'extérieur ; l'effet direct est utilisé dans des capteurs de force. Quant à l'effet piézo-électrique inverse, il s'agit d'un champ électrique appliqué parallèlement à la direction de polarisation qui induit une dilatation de la céramique ; c'est le principe de fonctionnement des actionneurs piézoélectriques.

Dans le cas des céramiques, de fabrication plus facile, aucun effet piézoélectrique global n'y apparaît spontanément au départ à cause de la diversité des orientations des microcristaux qui le constituent d'une part et des domaines de polarisation d'autre part. Une formation du matériau sous champ électrique, destinée à aligner la polarisation des domaines est donc indispensable pour faire apparaître une orientation privilégiée, et par conséquent une piézoélectricité macroscopique. En prenant cette direction de polarisation comme axe (O,z), les propriétés piézoélectriques de la céramique sont décrites par une matrice de 5 coefficients. Mais c'est le mode de compression suivant (O,z) sur des lames de coupe Z qui va nous intéresser. On retient alors le module piézoélectrique correspondant d_{33} .

✓ **Comportement dynamique**

$$F = -\frac{S * Y_{33}^E}{l} * \Delta l + S * \frac{Y_{33}^E * d_{33}}{h} * V \tag{4}$$

Il existe plusieurs modèles complets des actionneurs piézoélectriques qui prennent en compte les non-linéarités ainsi que le phénomène d'hystérésis (Figure 34) mais qui compliqueraient la modélisation de notre système. Boukari [74] a utilisé l'approche de Preisach pour modéliser l'hystérésis statique ainsi que l'approche de Voigt pour modéliser l'hystérésis dynamique dans le but de proposer un modèle complet de l'actionneur piézoélectrique. Dans notre cas, on a préféré utiliser un modèle simple de l'actionneur piézoélectrique en négligeant les aspects de non linéarité qui seront considérés dans les incertitudes qu'on ajoutera au modèle nominal de notre système dans le chapitre N°3.

De plus, le contrôle actif consiste à produire des correcteurs suivant des stratégies de commande robustes capables d'accomplir leur tâche, celle d'atténuer les vibrations, même en présence d'incertitudes de modèle dues à des hypothèses simplificatrices de phénomènes physiques ou aussi de perturbations externes.

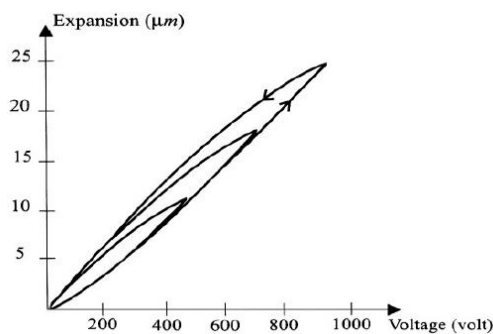


Figure 34 Phénomène d'hystérésis d'un actionneur piézoélectrique [11]

3. Théorie du contrôle (appliquée au fraisage)

On retient naturellement le contrôle feedback (par rétroaction) pour ce travail de thèse. En effet, seulement la réponse de la structure est mesurée à chaque instant. Cette information est par la suite utilisée pour produire une force de contrôle qui sera appliquée instantanément, en apportant de l'énergie de l'extérieur, par un actionneur. Pour cela, on va étudier le comportement dynamique de la structure à contrôler avant de choisir une loi de contrôle de rétroaction qui satisfait au mieux nos exigences. L'efficacité de ce contrôle dépend non seulement du placement optimal des capteurs et actionneurs sur la structure mais aussi de la définition d'une loi de commande robuste capable d'agir sur la réponse du système pour répondre à notre problématique. En effet, la robustesse est une qualité indispensable dans le correcteur puisqu'il doit faire face à la présence des perturbations, au bruit de mesure ou d'actionnement ou encore aux incertitudes de modèle mais aussi à la variabilité du processus de coupe.

a) Contrôle Actif du Fraisage

Il existe deux façons d'implémenter des stratégies de contrôle actif. Dans les deux cas, on cherche à minimiser la norme de la fonction de transfert du système en boucle fermée. Dans la *première stratégie* (Figure 35a), on cherche à améliorer la stabilité de l'usinage contre le broutement sans intégrer dans la modélisation le processus de coupe, ce qui simplifie grandement l'étude. L'inconvénient serait une moins bonne prise en compte de perturbations et variations par rapport à un modèle nominal, qui se traduirait par une robustesse moindre que pour la deuxième méthode. L'avantage consiste dans l'indépendance de l'approche par rapport aux processus, ce qui confère une plus grande généralité et facilité d'implémentation de la méthode. La *deuxième stratégie* (Figure 35b) prend en compte le processus d'usinage, dans sa forme nominale, qui sera généralement linéarisée. On peut ainsi espérer un gain significatif en robustesse et une atténuation de l'amplitude de la fonction de transfert outil/pièce dans des conditions opératoires difficiles. C'est une des conclusions des travaux de Jérémie Monnin et al [17]. On parle alors de système augmenté. En effet, la partie modélisée du plant est plus importante que dans la première approche, et par conséquent, le modèle aussi.

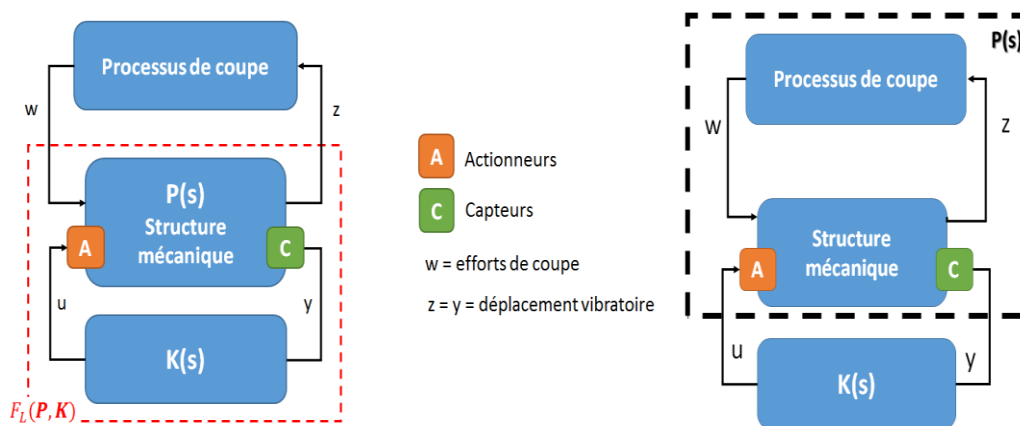


Figure 35 : Contribution pour l'amélioration de stabilité en usinage selon a) la première stratégie ; b) la deuxième stratégie

Dans la Figure 35, on construit le correcteur « K » à partir du modèle de notre système (« plant » en terminologie anglo-saxonne) dite aussi système généralisé (« generalized plant »). Ce terme, très utilisé dans le langage des automaticiens, désigne le système qu'on désire corriger via un compensateur noté dans la figure « K » et qui coïncide avec la dynamique relative pièce / outil « P » dans le cas de la première stratégie. En revanche dans la deuxième, cette « plant » est l'association de « P » avec le processus de coupe, ce qui enrichit la modélisation, donnant espoir d'obtenir des meilleurs résultats. Certes, on tient compte du processus de coupe dans la première stratégie, non pas pour participer à la synthèse du correcteur mais plutôt pour générer la perturbation de la « plant » alors que la deuxième stratégie intègre effectivement les efforts de coupe dans la procédure de synthèse du correcteur.

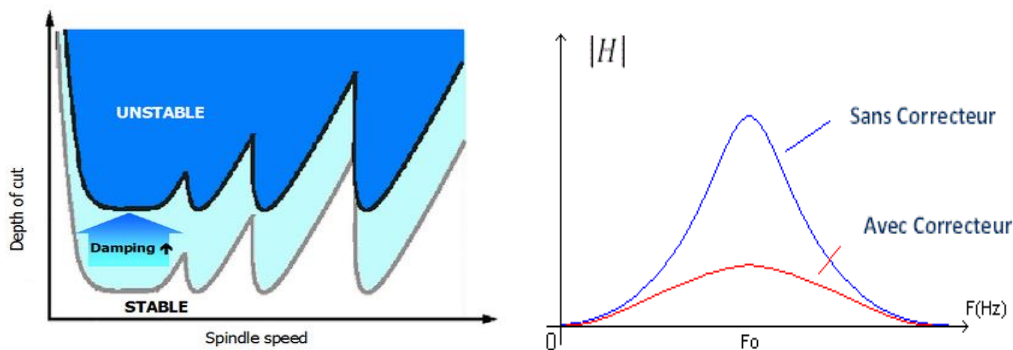


Figure 36 : Effet du contrôle actif du système usinant sur les lobes de stabilité de l'usinage et sur l'amplitude de la fonction de transfert Outil/Pièce.

La Figure 36 met en évidence l'impact de la présence d'un correcteur dans le système usinant puisqu'on a un élargissement du domaine de stabilité et une réduction d'amplitude de la fonction de transfert Outil/Pièce.

b) Configurations de Commande Robuste pour le contrôle actif en fraisage

Parmi les méthodes de contrôle les plus employées en fraisage, la synthèse H_∞ ou sa variante μ *synthèse* demeurent les plus utilisées pour obtenir des compensateurs robustes même si des techniques de calibrage des fonctions de sensibilité donnent des résultats très intéressants aussi. La robustesse est un concept et une exigence fondamentale pour ce type d'applications, en raison de la variabilité du processus, bruits de mesure ou des modélisations incomplètes ou trop simplificatrices des phénomènes physiques. L'objectif de la synthèse H_∞ est de construire un correcteur $K(s)$ qui stabilise le système en boucle fermée et qui minimise la norme H_∞ de $F_L(P(s), K(s))$, appelée transformation linéaire fractionnaire (la fonction de transfert du système en boucle fermée ω (perturbation) $\rightarrow z$ (mesure de qualité)). Il s'agit donc de synthétiser une loi de commande $u = K(s) \times y$ qui minimise l'impact des perturbations ω sur le bon fonctionnement du système [29]. Cette méthode a été utilisée par Jérémie Monnin et al [17] pour atténuer les vibrations en fraisage suivant deux stratégies de contrôle qui seront abordées plus tard.

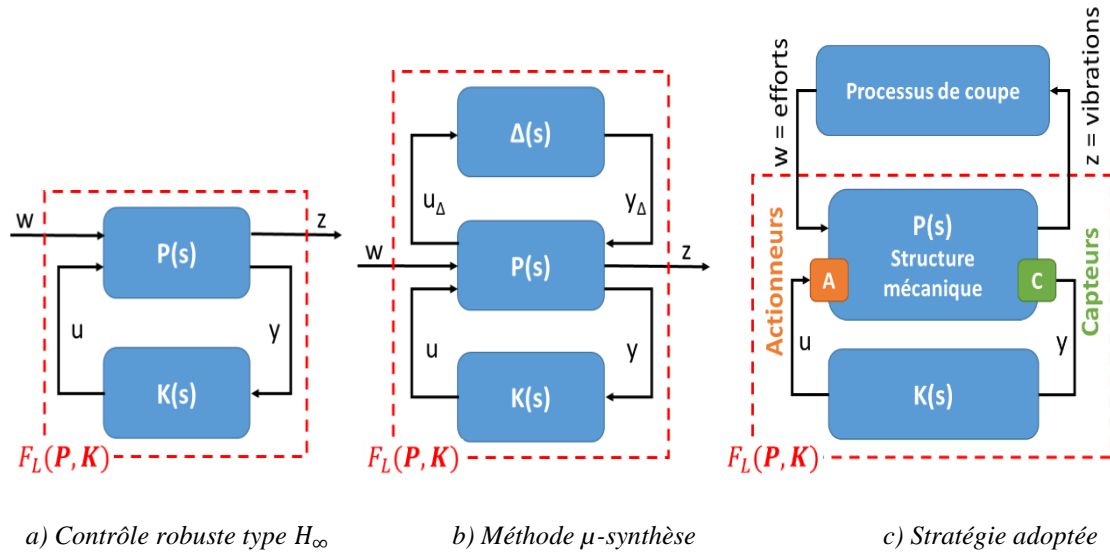


Figure 37 : Méthodologies de contrôle robuste et stratégie de contrôle adoptée

Les schémas de la Figure 37 présentent les interactions dynamiques entre différents sous-systèmes (la dynamique de la machine-outil avec le processus de coupe $P(s)$, le correcteur $K(s)$ et les incertitudes $\Delta(s)$). Contrairement au premier diagramme, le deuxième diagramme tient compte des non linéarités du système pouvant provenir de la non linéarité de l'actionneur, du modèle de coupe F_c , du terme régénératif, du bruit de mesure ou encore des perturbations externes qu'on modélise avec des incertitudes. Ce diagramme très général (Figure 37b) permet d'analyser la robustesse en stabilité du système en boucle fermée en présence des incertitudes.

La μ -synthèse est aussi une technique très utilisée pour obtenir des compensateurs robustes puisqu'elle tient compte des incertitudes du modèle et surtout de leurs structures spécifiques. Ces incertitudes peuvent provenir des perturbations externes qui surviennent lors des opérations d'usinage, de la variabilité des efforts de coupe, du bruit de mesure ou même des inévitables erreurs de modélisation. Il s'agit en fait de construire un compensateur $K(s)$ qui minimise la valeur singulière structurée $\mu(F_1(P, K))$ du système en boucle fermée, en présence des incertitudes de modèle (notées Δ). En s'aidant de propriétés mathématiques, on arrive à démontrer que la μ -synthèse n'est autre qu'un problème de minimisation de la norme ∞ . Par conséquent, la μ -synthèse utilise la notion de valeur singulière structurée ainsi que la technique H_∞ pour concevoir des correcteurs robustes pour des systèmes à incertitudes structurées. On peut évidemment utiliser la méthode H_∞ au lieu de la μ -synthèse, sauf que cette dernière permet dans certains cas d'exploiter la structure spécifique des perturbations pour avoir des correcteurs procurant des meilleures performances. Dongming Liu et John W.Sutherland [27] ont employé cette méthode pour corriger les vibrations de broutement en tournage.

c) **Stratégies de commande robustes**

Le système standard P (Plant) bouclé par le compensateur K définit un système avec ω pour vecteur des entrées extérieures (signaux de référence, bruits, perturbations), z pour signal de sortie (grandeur asservie ou régulée) et y pour la mesure de la sortie permettant d'élaborer la commande u (Figure 38). Le problème se traduit par la recherche du correcteur K qui minimise l'impact des perturbations sur la sortie au sens d'une norme (H_2, H_∞, \dots) ou au moyen d'un critère quadratique, à fournir ou construire sur la base d'un cahier des charges, comme celui utilisé dans la méthode *LQG*. On donnera par la suite une présentation succincte de ces outils mathématiques et modèles utilisés en théorie du contrôle.

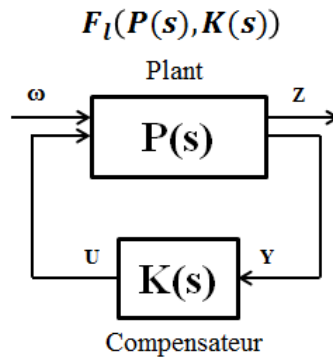


Figure 38 : Modèle standard du problème

✓ **La synthèse H_∞**

La dynamique de la machine, la modélisation de l'actionneur, du capteur ainsi que du processus de coupe constitue ce qu'on appelle en automatique « plant ». Ce terme, très utilisé dans le langage des automaticiens, désigne le système qu'on désire corriger via un compensateur noté dans la figure « K ». A partir de la modélisation de « plant », on obtient la représentation d'état du système sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix} z \\ y \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} \omega \\ u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_{z\omega} & P_{zu} \\ P_{y\omega} & P_{yu} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega \\ u \end{pmatrix} \quad (5)$$

Qui nous donne ce système d'équations suivant :

$$\begin{cases} z = P_{z\omega}\omega + P_{zu}u & (6.1) \\ y = P_{y\omega}\omega + P_{yu}u & (6.2) \end{cases} \quad (6)$$

En utilisant la commande :

$$u = Ky \quad (7)$$

On obtient :

$$(6.2) \Leftrightarrow \mathbf{y} = \mathbf{P}_{y\omega} \boldsymbol{\omega} + \mathbf{P}_{yu} \mathbf{K} \mathbf{y} \Leftrightarrow (\mathbf{I} - \mathbf{P}_{yu} \mathbf{K}) \mathbf{y} = \mathbf{P}_{y\omega} \boldsymbol{\omega} \quad (8)$$

$$\Leftrightarrow \mathbf{y} = (\mathbf{I} - \mathbf{P}_{yu} \mathbf{K})^{-1} \mathbf{P}_{y\omega} \boldsymbol{\omega}$$

$$(6.1) \Leftrightarrow \mathbf{z} = \mathbf{P}_{z\omega} \boldsymbol{\omega} + \mathbf{P}_{zu} \mathbf{u}$$

$$= \mathbf{P}_{z\omega} \boldsymbol{\omega} + \mathbf{P}_{zu} \mathbf{K} \mathbf{y}$$

$$= \mathbf{P}_{z\omega} \boldsymbol{\omega} + \mathbf{P}_{zu} \mathbf{K} (\mathbf{I} - \mathbf{P}_{yu} \mathbf{K})^{-1} \mathbf{P}_{y\omega} \boldsymbol{\omega}$$

$$= [\mathbf{P}_{z\omega} + \mathbf{P}_{zu} \mathbf{K} (\mathbf{I} - \mathbf{P}_{yu} \mathbf{K})^{-1} \mathbf{P}_{y\omega}] \boldsymbol{\omega}$$

$$= \mathbf{F}_1(\mathbf{P}(s), \mathbf{K}(s)) \boldsymbol{\omega}$$

Ainsi:

$$\mathbf{z} = \mathbf{F}_1(\mathbf{P}(s), \mathbf{K}(s)) \boldsymbol{\omega} \quad (9)$$

$F_l(P(s), K(s))$ est la matrice de transfert du système en boucle fermée entre ω et z , appelée Transformation Fractionnaire Linéaire.

L'objectif de la synthèse H_∞ est de construire un correcteur $K(s)$ qui stabilise le système en boucle fermée et qui minimise la norme ∞ de $F_L(P(s), K(s))$. Il s'agit donc de synthétiser une loi de commande $u = K(s) y$ qui minimise l'impact des perturbations ω sur la sortie du système z .

Les correcteurs assurant la plus petite valeur de la norme ainsi définie, sont dits « optimaux ». En général, ces correcteurs posent généralement des problèmes d'implémentation, venant des aspects pratiques négligés dans l'approche (saturation de l'actionneur, par exemple). En pratique, pour beaucoup d'implémentations informatiques de cette méthode, on utilise une approche sous-optimale, qui a l'avantage d'être plus souvent réalisable. Ainsi, pour contourner le problème initial qui n'admet pas toujours une solution et encore moins une solution explicite « raisonnable », on se fixe un réel γ et on cherche un correcteur qui stabilise le système en boucle fermée tout en assurant la condition suivante :

$$\|F_L(P(s), K(s))\|_\infty < \gamma \quad (10)$$

Le nombre γ est le reflet du niveau de robustesse obtenu. Pour trouver un compromis entre le niveau de robustesse et la « réalisabilité » pratique du correcteur, on a besoin souvent de réglages (en simulation, en modélisant les saturations, ou sur le système réel, quand cela est possible).

Parmi les méthodes les plus employées pour résoudre un problème H_∞ , on en trouve deux largement utilisées. Il y a d'abord l'approche utilisant l'algorithme itératif de *Glover-Doyle* basée sur la résolution des équations de Riccati où il y a plusieurs conditions à satisfaire. En termes d'implémentation dans les logiciels commerciaux, on dispose de la fonction « *hinfsyn* », qui permet de résoudre un problème H_∞ suivant cette méthode si les hypothèses algébriques sont vérifiées par les matrices qui apparaissent dans la représentation d'état du système. Comme son nom l'indique, l'algorithme est répétitif donnant la valeur minimale de γ telle que les deux équations de Riccati admettent des solutions vérifiant certaines conditions. Le processus se répète jusqu'à ce que la longueur de l'intervalle de dichotomie soit inférieure à un critère donné au départ [30].

La deuxième approche utilise des algorithmes basés sur les inégalités matricielles affines (Linear Matrix Inequalities, LMI) où il y a une seule condition à satisfaire [31].

La méthode H_∞ est généralement utilisée lorsqu'on désire faire de la commande robuste comme dans le cadre des applications en commande de vol. On la retrouve aussi souvent dans les travaux visant le contrôle actif du broutement en usinage tel que le tournage ou le fraisage. En effet, Jérémie Monnin et al [17] a eu recours à cette technique en utilisant un système actif (actionneur, capteur et contrôleur) intégré dans une broche. Ensuite, il a utilisé deux stratégies de contrôle. Dans les deux cas, il cherche à minimiser la norme de la fonction de transfert F^P du système en boucle fermée (Figure 39).

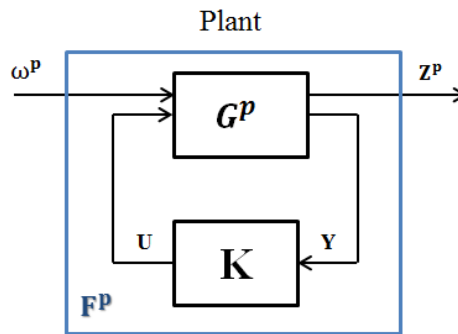


Figure 39 Schéma du système en boucle fermée[17]

Sachant que le système à contrôler est maintenant la « plant » généralisée notée G^P :

$$G^P = \begin{pmatrix} G^P_{z\omega} & G^P_{zu} \\ G^P_{y\omega} & G^P_{yu} \end{pmatrix} \quad (11)$$

L'expression de la fonction de transfert F^P est la suivante :

$$F^P(s) = G^P_{z\omega}(s) + G^P_{zu}(s)K(s) \left(I - G^P_{yu}(s)K(s) \right)^{-1} G^P_{y\omega}(s) \quad (12)$$

On voit bien que F^P dépend des composantes de G^P ainsi que du contrôleur K .

Dans la première stratégie, G^P consiste en la dynamique de la machine-outil. Cette stratégie est pratique dans le sens où elle permet d'améliorer la stabilité de l'usinage contre le broutement en déplaçant la limite des lobes de stabilité vers le haut sans se préoccuper du processus de coupe. Cela permet de simplifier grandement la synthèse du correcteur et ne pas être dépendant du processus de coupe, caractérisé par une forte variabilité. En revanche, dans la deuxième stratégie, G^P désigne la dynamique de la machine-outil associée au processus R de coupe. Finalement, pour concevoir le contrôleur, il faut déterminer les composantes de G^P et d'utiliser l'outil *hinfsyn* dans la toolbox « Robust Control toolbox » dans Matlab. Notre travail vise, entre autres, à comparer les deux stratégies d'un point de vue de leur efficacité pour le contrôle des vibrations en usinage.

✓ Le Contrôleur H_2

Le problème d'optimisation standard H_2 consiste à trouver comme dans le cas de la synthèse H_∞ , un compensateur K qui stabilise le système en boucle fermée tout en minimisant la norme H_2 de la fonction de transfert du système en boucle fermée de la perturbation ω à la déviation de l'outil z . On dit souvent qu'on est optimal en moyenne (quadratique) et non pas dans tous les cas (worst case). De plus, le gros avantage réside dans le fait que les techniques de minimisation quadratiques sont beaucoup plus simples et efficaces que celles utilisées en norme infinie, pour finalement des résultats pratiques souvent très comparables.

Pour cela, il faut déjà déterminer la modélisation de la « plant » dans l'espace d'état avant de vérifier si les matrices qui vont apparaître vérifient certaines hypothèses. Dans ce cas-là, on a le contrôleur optimal suivant [29] :

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + B_2u(t) + E[y(t) - C_2\hat{x}(t) - D_{22}u(t)] \quad (13)$$

$$u(t) = -F\hat{x}(t)$$

Ce qui correspond au problème de représentation d'état suivante :

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B_1\omega(t) + B_2 u(t) \quad (14)$$

$$z(t) = C_1x(t) + D_{12}u(t)$$

$$y(t) = C_2 x(t) + D_{21}\omega(t) + D_{22}u(t)$$

Pour le calcul de la commande u , on a donc besoin de déterminer E et F :

$$F = (D_{12}^T D_{12})^{-1} (B_2^T X + D_{12}^T C_1) \quad \text{et} \quad E = (Y C_2^T + B_1 D_{21}^T) (D_{21} D_{21}^T)^{-1} \quad (15)$$

X et Y sont les matrices symétriques définies positives solutions uniques des deux équations de Riccati.

F. Aggogeri et al [28] ont utilisé cette méthode pour supprimer les vibrations de brottement via une plateforme dite « intelligente » puisqu'elle comprend des actionneurs piézoélectriques et des capteurs. De plus, elle est configurable en deux versions pour compenser les vibrations (Figure 40).

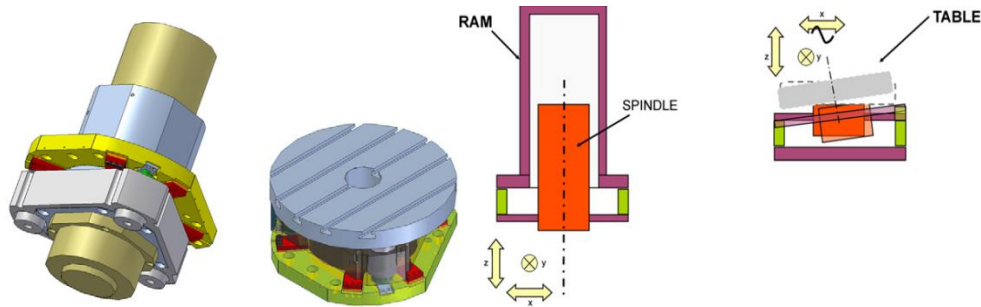


Figure 40 : Les deux configurations possibles de la plateforme : pour la broche et la table respectivement[28]

En effet, on peut agir soit sur les oscillations de l'outil à partir de la broche en montant la plateforme au niveau de celle-ci, soit sur celles de la pièce en contrôlant le mouvement de la table support de celle-ci par le biais de cette plateforme placée à son niveau. La plateforme permet de contrôler le mouvement de l'objet (broche ou table) autour des deux axes X et Y et suivant l'axe Z .

Les auteurs ont choisi de travailler avec la configuration de la broche compensatrice (Figure 41) et les résultats de simulations ont montré l'efficacité de ce concept puisqu'on a constaté une nette diminution des vibrations de l'outil. On peut néanmoins se poser des questions sur une possible implémentation industrielle (modification importante de la structure de la machine, altération de ses caractéristiques de raideur etc.)

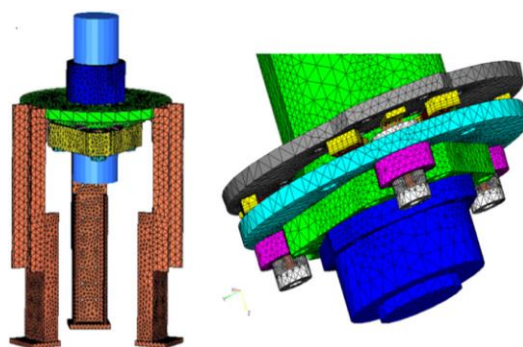


Figure 41 Modélisation du banc d'essai par EF [28]

✓ **La méthode linéaire quadratique Gaussienne « LQG »**

La technique de commande LQG permet de générer des correcteurs optimaux pour des systèmes décrits par leur représentation d'état, en tenant compte des perturbations du processus ou encore des bruits de mesure (Figure 42).

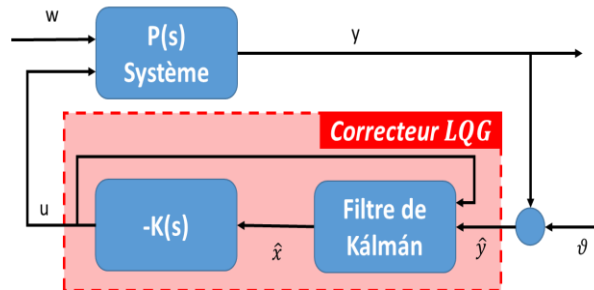


Figure 42 Configuration du correcteur LQG

Pour le système suivant :

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{M}\omega \\ \bar{\mathbf{y}} = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u} + \vartheta = \mathbf{y} + \vartheta \end{cases} \quad (16)$$

W et V les matrices de covariance de la perturbation ω et du bruit de mesure ϑ .

La recherche du correcteur optimal consiste à trouver la commande « u » qui minimise la fonction « J » appelée aussi critère de performance :

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [\mathbf{x}^T(\mathbf{t})\mathbf{Q}(\mathbf{t})\mathbf{x}(\mathbf{t}) + \mathbf{u}^T(\mathbf{t})\mathbf{R}(\mathbf{t})\mathbf{u}(\mathbf{t})] dt \quad (17)$$

où Q et R sont les matrices de pondération des états et de la commande. Ces deux paramètres nous permettent de contrôler les amplitudes des signaux de commande (s'accommodant ainsi aux limitations des systèmes d'actionnement) ainsi que la performance du système. La commande optimale générée par le correcteur LQG s'écrit sous la forme suivante :

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K}\mathbf{x}(\mathbf{t}) \quad (18)$$

Cependant, les états x ne sont pas tous mesurables. On ajoute alors un filtre de Kalman de gain K_f pour reconstituer des états estimés \hat{x} à partir de quelques informations dont on dispose sur les vrais états x . On obtient alors $\hat{x}(t)$ par l'équation classique du filtre de Kalman :

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{K}_f(\bar{\mathbf{Y}} - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{D}\mathbf{u}) \quad [32] \quad (19)$$

$$\mathbf{K}_f = \mathbf{P}_f \mathbf{C}^t \mathbf{V}^{-1} \quad [32]$$

où P_f est solution de l'équation de Riccati suivante[32] :

$$\mathbf{P}_f \mathbf{A}^t + \mathbf{A} \mathbf{P}_f - \mathbf{P}_f \mathbf{C}^t \mathbf{V}^{-1} \mathbf{C} \mathbf{P}_f + \mathbf{M} \mathbf{W} \mathbf{M}^t = \mathbf{0} \quad (20)$$

Ensuite, on détermine la commande optimale par la méthode LQ :

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K}_c \hat{\mathbf{x}}(t) \quad (21)$$

$$\mathbf{K}_c = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^t \mathbf{P}_c \quad [32]$$

P_c est solution de l'équation de Riccati suivante :

$$\mathbf{P}_c \mathbf{A} + \mathbf{A}^t \mathbf{P}_c - \mathbf{P}_c \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^t \mathbf{P}_c = \mathbf{0} \quad [16] \quad (22)$$

✓ **La méthode μ synthèse**

C'est une technique de synthèse très utilisée de compensateurs robustes puisqu'elle tient compte des incertitudes du modèle et surtout de leurs structures spécifiques. Ces incertitudes peuvent provenir des perturbations externes qui surviennent lors des opérations d'usinage, de la variabilité des efforts de coupe, du bruit de mesure ou même des inévitables erreurs de modélisation. *Il s'agit de déterminer un correcteur K qui garantisse que la norme ∞ d'un système bouclé reste inférieure à un niveau γ donné en sachant que ce système est soumis à différentes incertitudes de modèle [31].*

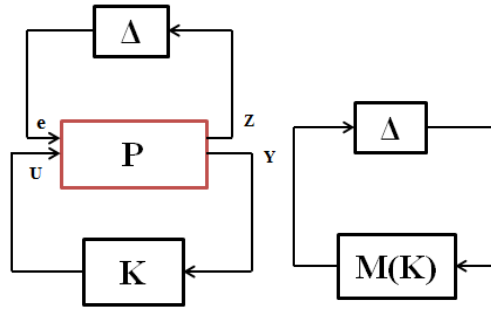


Figure 43 : a) Modèle standard avec incertitude[33] b) Mise sous forme standard pour l'obtention de K

$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{11} & \mathbf{P}_{12} \\ \mathbf{P}_{21} & \mathbf{P}_{22} \end{bmatrix}$: la matrice de transfert de la plant, Δ désigne un bloc général d'incertitude

La μ -synthèse consiste en la construction d'un compensateur $K(s)$ minimisant la valeur singulière structurée $\mu(\mathbf{F}_l(\mathbf{P}, \mathbf{K}))$ du système bouclé en présence des incertitudes de modèle Δ .

$$\mathbf{F}_l(\mathbf{P}, \mathbf{K}) = \mathbf{P}_{11} + \mathbf{P}_{12} \mathbf{K} (\mathbf{I} - \mathbf{P}_{22} \mathbf{K})^{-1} \mathbf{P}_{21} \quad (23)$$

Sachant que le modèle standard (Figure 43a) est équivalent à celui de la Figure 43 b:

$$\mu(\mathbf{F}_l(\mathbf{P}, \mathbf{K})) = \mu_\Delta(\mathbf{M}) \quad (24)$$

$\mu_\Delta(\mathbf{M})$ est la VSS associée à la matrice \mathbf{M} et à la perturbation structurée de modèle Δ :

$$\mu_\Delta(\mathbf{M}) = [\inf_{\Delta \in D} (\overline{\sigma}(\Delta) : \det(\mathbf{I} - \Delta \mathbf{M}) = \mathbf{0})]^{-1} \quad (25)$$

$$\mu_\Delta(\mathbf{M}) = \mathbf{0} \text{ si } \forall \Delta \in D \det(\mathbf{I} - \Delta \mathbf{M}) \neq \mathbf{0}$$

Avec $\overline{\sigma}(\Delta)$ qui désigne la valeur singulière maximale de Δ et D qui représente l'ensemble des matrices complexes présentant la même structure que $\Delta(s)$:

$$D = \{\Delta = \mathit{diag}\{\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_q, \delta_1 I_1, \delta_2 I_2, \dots, \delta_q I_q\} \in \mathbb{C}^{k \times k} \mid \Delta_i \in \mathbb{C}^{k_i \times k_i}; \delta_i \in \mathbb{C}\} \quad (26)$$

Généralement, la perturbation Δ a une structure quelconque, ce qui ne permet pas de calculer la vraie valeur de $\mu(\mathbf{F}_l(\mathbf{P}, \mathbf{K}))$. Or pour trouver le correcteur, on doit minimiser $\mu(\mathbf{F}_l(\mathbf{P}, \mathbf{K}))$. Pour contourner ce problème, le théorème du petit gain donne une borne supérieure $\overline{\sigma}(\mathbf{F}_l(\mathbf{P}, \mathbf{K}))$ de la VSS $\mu(\mathbf{F}_l(\mathbf{P}, \mathbf{K}))$ c'est-à-dire :

$$\mu(\mathbf{F}_l(\mathbf{P}, \mathbf{K})) \leq \overline{\sigma}(\mathbf{F}_l(\mathbf{P}, \mathbf{K})) \quad (27)$$

En partant de cette inégalité et en sachant qu'on veut minimiser $\mu(\mathbf{F}_l(\mathbf{P}, \mathbf{K}))$, on arrive à un problème de minimisation de la norme ∞ . Il s'agit alors d'une méthode de minimisation alternative connue sous le nom de l'algorithme D-K itération qui converge en donnant le correcteur K. Finalement, la μ -synthèse utilise la notion de valeur singulière structurée ainsi que la technique H_∞ pour concevoir des correcteurs pour des systèmes à incertitudes structurées. On peut évidemment utiliser la méthode H_∞ au lieu de la μ -synthèse, sauf que celle-ci permet d'exploiter la structure spécifique des perturbations pour avoir des correcteurs de meilleure qualité.

Dongming Liu et John W.Sutherland [27] ont utilisé la technique μ synthèse pour corriger les vibrations de broutement en tournage. En effet, le comportement non linéaire de l'actionneur magnétostrictif utilisé, la non linéarité du processus de coupe et le retard T dû au phénomène de régénération de surface ont été considérés comme des incertitudes structurées qui viennent perturber la « plant ». Pour cela, on a normalisé ces incertitudes structurées en remplaçant chaque perturbation Δ par le produit d'un filtre et d'une perturbation normalisée telle que :

$$\Delta = W_i \Delta_i \text{ avec } \|\Delta_i\|_\infty \leq 1 \quad (28)$$

Dans le schéma suivant (Figure 44), on a recours à deux perturbations :

- ❖ Δ_c est la perturbation due à la non linéarité du modèle de coupe ($\|\Delta_c\|_\infty \leq 1$)
- ❖ Δ_r est la perturbation sur le retard T dû à l'opération de fraisage ($\|\Delta_r\|_\infty \leq 1$)

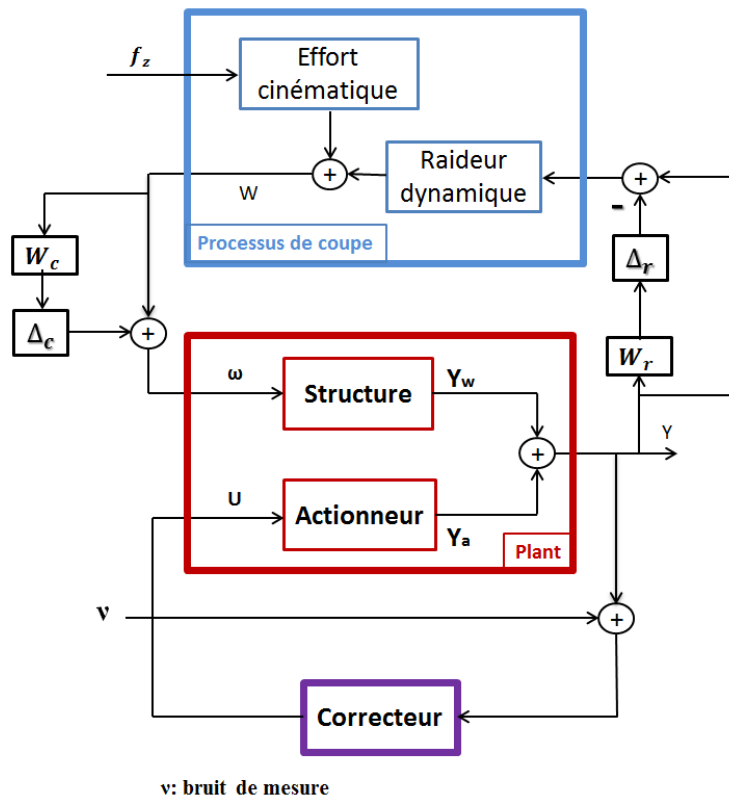


Figure 44 Modélisation du système contrôlé

Il s'agit de minimiser le déplacement de l'outil provenant de la dynamique de la structure Y_w par le biais de Y_a qui est le déplacement imposé par l'actionnement présent dans le porte outil. Le modèle a été validé expérimentalement puisqu'il a effectivement amélioré la qualité de surface de la pièce usinée.

Conclusion

Dans ce chapitre, on a exposé les techniques usuelles de réduction des vibrations en usinage en soulignant les inconvénients de chacune. Nous avons aussi montré la différence entre les deux stratégies de modélisation de la « plant » pour le calcul des correcteurs. Les différentes technologies d'actionnement en contrôle actif ont aussi été abordées pour mettre en relief celle qui répond au mieux à notre problématique. Puis, ont été présentées les méthodes de contrôle robustes telle que la commande H_∞ , les méthodes de commande optimale avec la technique linéaire quadratique gaussienne LQG et H_2 ou encore la μ synthèse pour le contrôle des systèmes incertains. Ces méthodes, basées sur la théorie des systèmes d'état linéaires, sont considérées récentes puisqu'elles ont été développées à partir des années 80. D'ailleurs, la formulation du problème de contrôle H_∞ (Zames, 1981) est souvent considérée comme le début des lois modernes de contrôle robuste.

Chapitre 2 Modélisation du système et contrôle actif : action correctrice en repère fixe

Les méthodes passives et semi-actives ont été déjà proposées et étudiées pour le contrôle des vibrations en usinage. Cependant, il est rare de trouver dans ce domaine des systèmes industriels, de large diffusion, utilisant des capteurs pour caractériser les perturbations et des actionneurs afin d'appliquer une force de correction sur la structure. Ceci est encore plus rare pour les outils rotatifs (fraisage), et les limites technologiques sont la principale raison. En effet, il faut placer des capteurs et des actionneurs aussi près que possible du processus de coupe, avec les bonnes caractéristiques (bande passante, précision, temps de réponse, délai de durée limitée, etc.). Les développements technologiques occasionnés par le projet AVIBUS (FUI 8, 2019-2013) ainsi que les actions R&D entreprises conjointement depuis, par l'ENSAM et CETIM, nous permettent d'envisager une telle solution, à savoir un porte-outil rotatif, destiné aux opérations de fraisage, capable de procurer une action correctrice utilisant des actionneurs intégrés. Un tel porte-outil est actuellement en phase de réalisation. Lors de la réflexion engagée, nous avons également constaté d'autres besoins à satisfaire, tant sur un plan technologique (amplificateur de puissance à contrôleur intégré, chaînes d'acquisition « miniature », placées en repère tournant) que sur le plan scientifique (modélisation, synthèse de correcteurs robustes).

Ainsi, en parallèle aux développements technologiques, rendus difficiles par l'intégration des technologies dans un environnement hostile, tant d'un point de vue mécanique qu'électromagnétique, nous avons voulu valider nos propositions par une démarche type « preuve du concept », en utilisant une configuration capable de diminuer les difficultés technologiques (en plaçant l'action correctrice en repère fixe, réduisant la dynamique à un seule axe etc.), tout en gardant l'essentiel des défis scientifiques et aspects modélisation. Nous détaillerons par la suite cette configuration à action correctrice en repère fixe (Figure 46).

1. Modélisation du processus de fraisage

Pour étudier et atténuer le phénomène de broutement en fraisage, on doit modéliser le processus de coupe qui consiste en l'interaction entre l'outil tournant et la pièce (Figure 45). Comme pour les autres modèles que nous avons développés et intégrés dans notre étude, nous allons utiliser une modélisation suffisamment souple et générale, sans pour autant insister sur les détails et sans prétendre à capter tous les phénomènes. Ceci est motivé par deux raisonnements :

- Premièrement, l'objectif de la démarche consiste à diminuer le niveau des vibrations, et plus particulièrement des phénomènes de broutement, en partant du principe que les instabilités démarrent à partir d'un régime stable. Les vibrations de grande amplitude associées à ces instabilités pourraient mettre à défaut nos modèles, faisant intervenir de manière décisive des phénomènes d'indentation ou de talonnage. En revanche, si on mise sur le succès de l'action correctrice, les modèles qui négligent ces phénomènes peuvent donner suffisamment satisfaction.
- Le deuxième argument est lié à la variabilité intrinsèque des processus industriels, bien plus importante que ceux pratiqués en laboratoire. Les outils, possédant déjà une grande dispersion de propriétés qui influent sur les modèles de coupe (qualité de revêtement, acuité des arrêtes, tolérances dimensionnelles etc.), évoluent et changent de propriétés

en raison de leur usure. La matière usinée peut, elle aussi, présenter des variations tout aussi importantes. Face à ces incertitudes et variations, une démarche de contrôle/commande se doit d'être robuste, afin de rester efficace. Ainsi, notre idée est d'utiliser des modèles qui captent suffisamment bien la dynamique globale du processus, laissant les différences modèle / réalité agissant comme « testeur » de la robustesse de nos stratégies, lors des essais. Cela ne dispense pas d'une analyse dédiée à l'évaluation de la robustesse de nos correcteurs (chapitre 3), mais la complète.

Suivant ces réflexions, le modèle du processus de coupe intégré dans notre démarche est assez classique [8]. Pour cela, on suppose généralement l'outil flexible, assujéti à des vibrations radiales. En effet, les efforts de coupe excitent la structure dans les deux directions \vec{x} et \vec{y} , induisant les déplacements relatifs de l'outil par rapport à la pièce ΔX et ΔY . Nous avons ainsi utilisé un modèle à deux degrés de liberté, même si par la suite, grâce à la configuration de notre banc d'essai, un seul en sera gardé. La représentation du processus de fraisage est montrée dans la figure suivante.

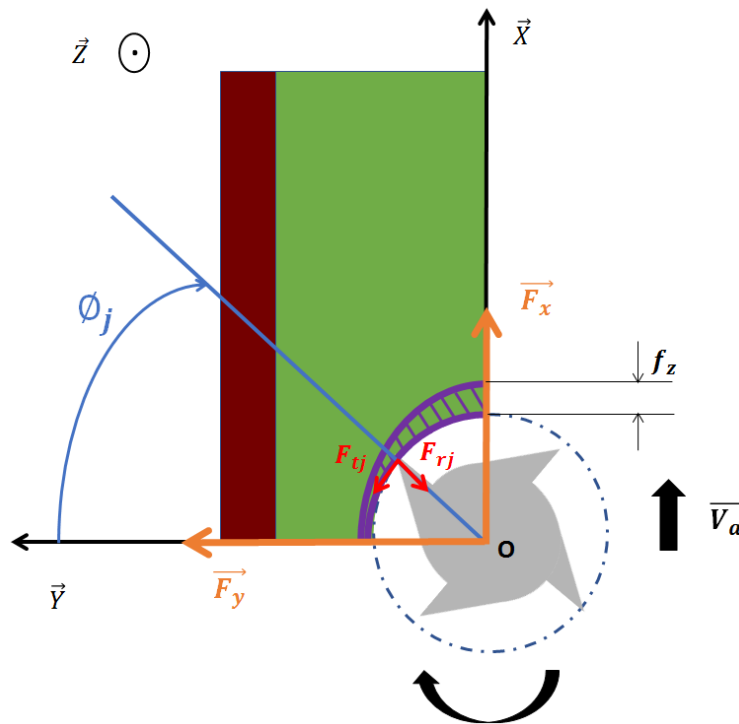


Figure 45 Modélisation dynamique du fraisage à deux degrés de liberté

Le calcul des efforts de coupe F_c commence par celui de l'épaisseur du copeau instantanée $h_j(t)$ à la $j^{\text{ème}}$ dent qui correspond à la distance entre l'arête de coupe et la surface à usiner dans la direction radiale. Donc, nous devons déterminer l'épaisseur du copeau statique et dynamique.

$$h_{\text{stat}} = f_z \sin \phi_j$$

$$h_{\text{dyn}} = \sin \phi_j (x(t) - x(t - \tau)) + \cos \phi_j (y(t) - y(t - \tau)) \quad (1)$$

$$h_j(t) = f_z \sin \phi_j + \Delta X \sin \phi_j + \Delta Y \cos \phi_j$$

f_z : Avance par dent en mm/tr\dent

En utilisant le modèle d'*Altintas & Budak* [8], on obtient les efforts de coupe d'abord au niveau de la $j^{\text{ème}}$ dent.

$$\begin{cases} \mathbf{Ft}_j(\mathbf{t}) = \mathbf{K}_t \mathbf{a}_p \mathbf{h}_j(\mathbf{t}) \\ \mathbf{Fr}_j(\mathbf{t}) = \mathbf{K}_r \mathbf{a}_p \mathbf{h}_j(\mathbf{t}) \end{cases} \quad (2)$$

où a_p représente la profondeur de passe axiale en mm, et K_t, K_r sont des coefficients de coupe tangentiel et radial (MPa)

On projette ensuite les deux composantes des F_c dans le repère (O, \vec{x}, \vec{y}) lié au carter de la broche (bâti) où O est le centre de la fraise, \vec{x} et \vec{y} sont les axes latérales de celle-ci et \vec{x} est colinéaire à la vitesse d'avance \vec{V}_a :

$$\mathbf{Fc}_j(\mathbf{t}) = \begin{pmatrix} \mathbf{F}_{c_{xj}}(\mathbf{t}) \\ \mathbf{F}_{c_{yj}}(\mathbf{t}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\mathbf{Fr}_j(\mathbf{t}) \sin \phi_j - \mathbf{Ft}_j(\mathbf{t}) \cos \phi_j(\mathbf{t}) \\ -\mathbf{Fr}_j(\mathbf{t}) \cos \phi_j + \mathbf{Ft}_j(\mathbf{t}) \sin \phi_j(\mathbf{t}) \end{pmatrix} \quad (3)$$

$\phi_j(\mathbf{t}) = \frac{2\pi N}{60} \mathbf{t} + j \frac{2\pi}{Z}$; Angle instantané entre la $j^{\text{ème}}$ dent et l'axe (O, \vec{y})
où N représente la vitesse de rotation de l'outil en tr/min et Z le nombre de dents de la fraise.

Ensuite, on utilise les fonctions fenêtres $\beta_j(\mathbf{t})$ qui « captent » la présence d'interaction de chaque dent avec la matière (présence ou pas de processus de coupe) :

$$\beta_j(\mathbf{t}) = \begin{cases} \mathbf{1} \text{ si } \phi_j(\mathbf{t}) \in [\alpha_e, \alpha_s] \\ \mathbf{0} \text{ sinon} \end{cases} \quad (4)$$

où α_e et α_s sont les angles d'entrée et de sortie de l'outil dans la matière respectivement.

On obtient alors:

$$\mathbf{Fc}_j(\mathbf{t}) = \begin{pmatrix} \mathbf{F}_{c_{xj}}(\mathbf{t}) \\ \mathbf{F}_{c_{yj}}(\mathbf{t}) \end{pmatrix} = \beta_j(\mathbf{t}) * \begin{pmatrix} -\mathbf{Fr}_j(\mathbf{t}) \sin \phi_j - \mathbf{Ft}_j(\mathbf{t}) \cos \phi_j(\mathbf{t}) \\ -\mathbf{Fr}_j(\mathbf{t}) \cos \phi_j + \mathbf{Ft}_j(\mathbf{t}) \sin \phi_j(\mathbf{t}) \end{pmatrix} \quad (5)$$

Finalement, en sommant les contributions en efforts de coupe de toutes les dents de la fraise :

$$\mathbf{F}_{c_x} = \sum_{j=1}^Z \mathbf{F}_{c_{xj}} \quad ; \quad \mathbf{F}_{c_y} = \sum_{j=1}^Z \mathbf{F}_{c_{yj}} \quad (6)$$

On obtient donc F_c sous la forme matricielle suivante :

$$\mathbf{F}_c(\mathbf{t}) = \begin{pmatrix} \mathbf{F}_{c_x} \\ \mathbf{F}_{c_y} \end{pmatrix} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_c(\mathbf{t}) &= \mathbf{a}_p \overline{\overline{\mathbf{K}_{dyn}}}(\mathbf{t}) \begin{pmatrix} \Delta \mathbf{X} \\ \Delta \mathbf{Y} \end{pmatrix} + \mathbf{a}_p \mathbf{f}_z \overline{\mathbf{K}_{cin}}(\mathbf{t}) \\ \mathbf{F}_c(\mathbf{t}) &= \mathbf{a}_p \overline{\overline{\mathbf{K}_{dyn}}}(\mathbf{t}) \begin{pmatrix} \mathbf{x}(\mathbf{t}) - \mathbf{x}(\mathbf{t} - \boldsymbol{\tau}) \\ \mathbf{y}(\mathbf{t}) - \mathbf{y}(\mathbf{t} - \boldsymbol{\tau}) \end{pmatrix} + \mathbf{a}_p \mathbf{f}_z \overline{\mathbf{K}_{cin}}(\mathbf{t}) \end{aligned}$$

$\overline{\overline{\mathbf{K}_{dyn}}}(\mathbf{t})$ est une matrice périodique et $\overline{\mathbf{K}_{cin}}(\mathbf{t})$ un vecteur périodique.

Le premier terme dans l'expression des F_c appelé dans la littérature anglaise « regenerative cutting forces » représente une composante provenant des vibrations dans certains cas, ces vibrations peuvent s'auto-entretenir et s'amplifier, générant des amplitudes importantes. Elles affectent alors l'état de surface des pièces usinées, étant pour ces raisons redoutées par les industriels. Le deuxième terme dans F_c , appelé « kinematic cutting forces », est à l'origine de vibrations forcées qui peuvent également dégrader l'état de surfaces des pièces en produisant des défauts d'ordre géométriques. La séparation des deux composantes permet de constater la présence des deux types de mouvements : vibrations forcées (inhérentes lorsque le deuxième terme agit sur un système de raideur finie) et instabilités (produites par le premier terme, dans certaines conditions).

Il n'entre pas dans nos buts déclarés de faire une étude détaillée ou un état de l'art exhaustif des études du phénomène de broutement, un des plus passionnants et prolifiques phénomènes étudiés en usinage ; il existe d'ailleurs des bons ouvrages allant dans ce sens [34]. Altintas & Budak [8] et Budak & Altintas [35] ne sont pas les premiers à avoir étudié le phénomène du broutement en fraisage. En effet, ce phénomène a été étudié par plusieurs tels que Sridhar, Hohn et Long (1968), puis par Opitz et Bernardi (1969) et aussi par Koenigsberger et Tlusty (1970). En 1981, Tlusty et Ismail ont développé une méthode de simulation numérique dans le domaine temporel pour prédire l'apparition du broutement. Ensuite il y a eu le duo Altintas et Budak qui ont proposé une méthode analytique de résolution, dans le domaine fréquentiel, basée sur le critère de stabilité de Nyquist pour étudier le phénomène de broutement en fraisage. Cette méthode, qui d'ailleurs utilise un modèle à deux degrés de liberté pour étudier les vibrations de la structure dans les deux directions radiales, repose sur le développement des coefficients directionnels $\overline{\overline{\mathbf{K}_{dyn}}}(\mathbf{t})$ en série de Fourier et de leur approximation par leur moyenne. Cette méthode, souvent appelée « zero order solution » et introduite par Altintas & Budak [8], est plus utilisée lorsqu'on a un engagement de l'outil supérieure au quart du diamètre de celui-ci [36]. En effet, on est amenés à ajouter les harmoniques les plus élevées dans le développement en série de Fourier des coefficients directionnels lorsque l'engagement et le nombre de dents de l'outil sont faibles rendant le processus de coupe très discontinue [36]. Ensuite, Insperger & Stépan [36] ont présenté une méthode de semi- discrétisation pour prédire les lobes de stabilités en divisant le retard $\boldsymbol{\tau}$ en un nombre fini d'intervalles de temps Δt . Ainsi, la justesse de ces méthodes de semi-discrétisation dépend fortement de ce paramètre Δt .

Cependant, la majorité de ces études se concentrent sur l'analyse de la stabilité des opérations d'usinage. Les modèles proposés sont, plus ou moins, similaires, seules étant proposées et comparées les méthodes mathématiques employées pour donner d'une certaine manière la capacité à distinguer les jeux de paramètres donnant des processus stables de ceux qui provoquent l'instabilité. Ces méthodes, qu'elles utilisent des approches numériques (semi-discrétisation, méthodes des éléments finis temporels etc.) ou analytiques (en faisant, peu ou prou, des approximations des modèles initiaux : zero-order, linéarisation, approximations de Padé etc.), permettent de tracer ce qu'on appelle des lobes de stabilité, qui représentent des variétés géométriques (courbes, surfaces etc.) plongés dans des espaces (\mathbb{R}^2 , \mathbb{R}^3 et rarement plus) de paramètres du processus de coupe, capables de séparer des régions « stables » des régions « instables ».

Notre but n'est pas similaire. Nous employons le modèle de processus proposé afin de construire nos stratégies, mais aussi pour tester leur efficacité (en simulation). Pour ce faire, aucune simplification ou approximation n'est guère nécessaire. D'ailleurs, il nous semble important d'indiquer qu'il est aisé d'enrichir ou compléter ce modèle classique, en utilisant simplement des lois de coupe plus adaptés ou « captant » des phénomènes négligés ici (talonnage, par exemple). En revanche, les tracés de ces lobes de stabilité sera utile pour la mise en évidence de l'efficacité de nos stratégies, et aux comparaisons entre les méthodes de synthèse des correcteurs proposées. Comme nous allons présenter plus tard, nous avons opté pour une approche numérique, assez gourmande en temps de calcul mais présentant l'avantage d'une simplicité d'implémentation et de l'absence de simplifications et approximations supplémentaires.

2. Modélisation du comportement dynamique de la structure

a) Modélisation physique

Nous nous plaçons d'abord dans un cas simple, où soit l'outil, soit l'éprouvette sont modélisables par une poutre en flexion. Notre modèle physique de départ est celui imaginé pour une action correctrice en repère tournant. Cela a été finalement transposé sur une configuration similaire, mais avec une action correctrice en repère fixe, pour les besoins de notre démarche de preuve du concept (Figure 46). On modélise donc une poutre encastree en $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ et ayant une « action » correctrice transversale injectée en $\mathbf{x} = \mathbf{a}$. Lorsque ce modèle représente l'outil, les effets liés au fait qu'en réalité il s'agit d'une poutre en rotation (dynamique et action correctrice en repère tournant) seront négligés car les faibles moments d'inertie des outils (fraises) utilisés en finition le justifient (modèle traité en détail en chapitre 5).

Les actionneurs piézoélectriques possèdent une raideur très importante (allant jusqu'à plusieurs centaines de $\text{N}/\mu\text{m}$), une très grande dynamique (bande passante limitée, dans nos configurations, par les performances de l'électronique de puissance) et une caractéristique de fonctionnement particulière, qui lie le déplacement produit à la tension électrique appliquée et la force de résistance rencontrée. Nous allons prendre comme modèle une dépendance linéaire du déplacement produit, en fonction de la tension appliquée. Ceci est une bonne approximation si on utilise un actionneur « déraisonnablement » raid, car la contribution de la force résistante

(réaction) développée par la poutre sera ainsi négligeable. L'actionneur que nous utilisons pour le dispositif de contrôle actif en repère fixe a une raideur d'environ $185 \text{ N}/\mu\text{m}$ puisqu'il s'agit d'une association en série de deux actionneurs piézoélectriques du même fabricant *Piezosystemjena* ; le premier actionneur de référence HPST 1000/35 - 25/80 a une raideur de $250 \text{ N}/\mu\text{m}$ et le deuxième actionneur de référence HPST 1000/35-25/25 a une raideur de $700 \text{ N}/\mu\text{m}$. En revanche, ce modèle « simple » d'actionneur nous obligera de considérer une excitation en déplacement au point de contact actionneur/structure.

D'autres détails de comportement de ces actionneurs, comme le gain non linéaire et l'hystérésis par exemple, éloignent notre modèle « simpliste » de la réalité. Nous n'affinons pas dans un premier temps ce modèle car, en dehors de l'influence limitée de ces effets lorsqu'on travaille sur des courses faibles, nous préférons laisser les phénomènes négligés agir comme « perturbations » du modèle nominal de notre système. Ceci contribuera à une validation de la robustesse de notre approche lors de la phase de validation expérimentale.

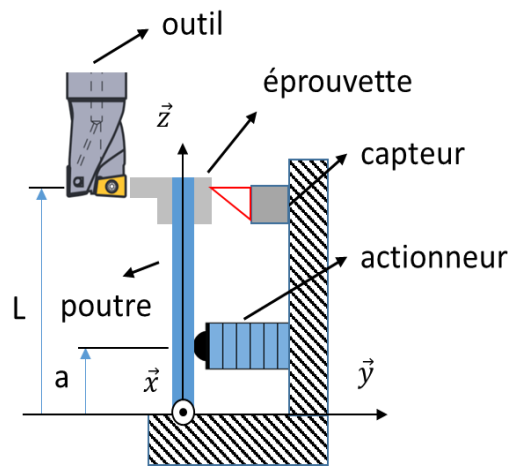


Figure 46 Dispositif du contrôle actif de la lame vibrante en fraisage

Pour modéliser la dynamique de la lame vibrante associée à une éprouvette qui subit une opération de fraisage, on commence par étudier le comportement vibratoire d'une poutre d'Euler-Bernoulli soumise à une perturbation (effort) à son extrémité libre et à un déplacement imposé par un actionneur à une distance a de l'extrémité encastree.

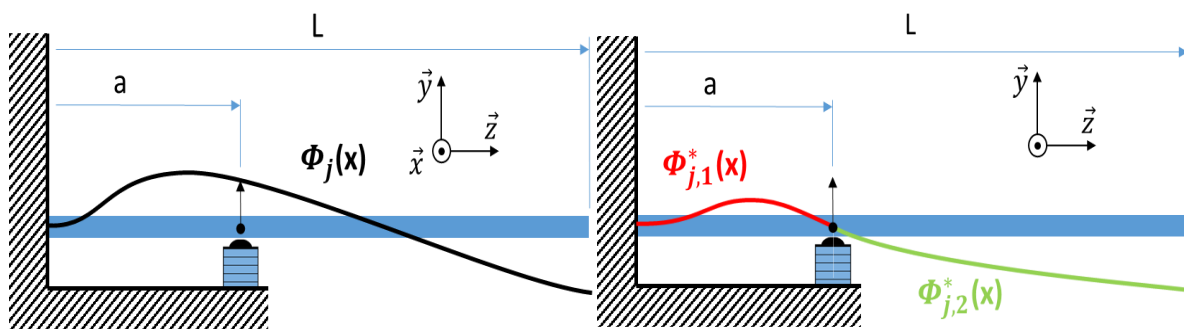


Figure 47 Modèles de poutre encastree-libre, excitation en déplacement en $x = a$

Il s'agit ici d'un cas atypique d'excitation d'une poutre, pour lequel très peu d'ouvrages présentent des résultats et démarches de modélisation. L'équation de la dynamique d'une poutre uniforme Euler-Bernoulli, en vibrations latérales sans amortissement, est :

$$EI \frac{\partial^4 \mathbf{y}(x, t)}{\partial x^4} = -\rho S \frac{\partial^2 \mathbf{y}(x, t)}{\partial t^2} ; \mathbf{y} = \mathbf{y}_t = \mathbf{y}_r + \mathbf{y}_b \quad (8)$$

$y_t(x, t)$ désigne le déplacement transversal de la poutre ; $y_b(x, t)$ désigne le déplacement absolu de la poutre par rapport au repère fixe, en considérant une perturbation appliquée en régime « statique » ; $y_r(x, t)$ désigne le déplacement transversal relatif (de la déformée « dynamique » par rapport à une poutre en équilibre « statique » sous une déformation $y_b(x, t)$ [37].

Pour bien comprendre la distinction entre la composante « quasi-statique » $y_b(x, t)$ et celle relative $y_r(x, t)$, il faut comprendre que si on impose au point $x = a$ un déplacement $e = y(a, t)$, mais de manière stationnaire, nous aurons une solution $y_b(x, t)$. La composante $y_r(x, t)$ sera due à un effet dynamique, lié au fait que le déplacement en $x = a$ est imposé de manière dynamique. Timoshenko semble être le premier à avoir proposé cette approche dans la modélisation des poutres à excitation par la base [37]. En revanche, dans la plupart des travaux concernant ces cas de figure [38] il s'agit d'une excitation sismique qui provient du seul mouvement de la base. Dans notre cas, la base (les appuis ou le point d'encastrement) est fixe mais un point du domaine d'intégration est animé par un mouvement imposé. On préfère parler, dans notre cas d'une excitation en déplacement, au lieu d'utiliser le terme d'excitation sismique.

Le déplacement absolu de la poutre y_b est déterminé à l'aide de fonctions d'influence de déplacement $\delta_1(x)$ et $\delta_2(x)$ pour une poutre en mouvement de vibrations transversales et d'une petite rotation de sa base [38].

Le déplacement relatif est obtenu en utilisant le principe de superposition modale :

$$\mathbf{y}_r = \sum_{j=1}^{\infty} \mathbf{f}_j(t) \phi_j^*(x) \quad (9)$$

$\phi_j^*(x)$, appelées fonctions propres, sont les solutions des vibrations libres non amorties de la poutre :

$$\frac{d^4 \phi_j^*(x)}{dx^4} - \frac{\omega_j^2 \rho S}{EI} \phi_j^*(x) = 0 \quad (10)$$

L'obtention des fonctions de transfert nécessaires fait appel à deux représentations modales (Figure 47). La première base modale $\{\omega_j, \phi_j(a)\}$ est celle d'une poutre encastree-libre (problème classique [39]). La deuxième base modale $\{\omega_j^*, \phi_j^*(L)\}$, celle d'une poutre à appui en $x = a$ est plus difficile à trouver. Les fonctions propres à déterminer sont définies par morceaux ($\phi_j^*(x) = \{\phi_{j,1}^*(x), \text{si } x \leq a ; \phi_{j,2}^*(x), \text{si } x \geq a\}$). Nous imposons 8 conditions aux limites : extrémité gauche encastree, extrémité droite libre, position imposée en $x = a$ et continuités C_1 et C_2 au même point.

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{U}_t(\mathbf{x} = \mathbf{0}) = \mathbf{0} \\ \mathbf{U}_t'(\mathbf{x} = \mathbf{0}) = \mathbf{0} \\ \mathbf{U}_t(\mathbf{x} = \mathbf{a}) = \mathbf{U}_{piézo} \\ \mathbf{M}_{fl}(\mathbf{x} = \mathbf{L}) = \mathbf{0} \leftrightarrow \mathbf{U}_t''(\mathbf{x} = \mathbf{L}) = \mathbf{0} \\ \mathbf{F}_{tr}(\mathbf{x} = \mathbf{L}) = \mathbf{0} \leftrightarrow \mathbf{U}_t'''(\mathbf{x} = \mathbf{L}) = \mathbf{0} \end{array} \right. \quad (11)$$

Ces conditions se traduisent en termes de fonctions propres $\phi_{j,1}^*(x)$ et $\phi_{j,2}^*(x)$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_{j,1}^*(x = 0) = 0 \\ \phi_{j,1}^{*'}(x = 0) = 0 \\ \phi_{j,1}^*(x = a) = 0 \\ \phi_{j,1}^{*''}(x = a) = \phi_{j,2}^{*''}(x = a) \\ \phi_{j,1}^{*'}(x = a) = \phi_{j,2}^{*'}(x = a) \\ \phi_{j,2}^*(x = a) = 0 \\ \phi_{j,2}^{*''}(x = L) = 0 \\ \phi_{j,2}^{*'''}(x = L) = 0 \end{array} \right. \quad (12)$$

Classiquement, en imposant la condition de déterminant nul pour ce système homogène de 8 équations avec 8 inconnues, nous obtenons une équation transcendante qui possède une infinité de solutions : les pulsations propres ω_j^* . On en calcule un nombre fini (nous retenons maximum 8 modes), pour obtenir une approximation par troncature modale. Les coefficients des deux fonctions propres seront déterminés ensuite (à une constante près) pour ces 8 valeurs de pulsations propres. On obtient ainsi les fonctions propres $\phi_j^*(\mathbf{x})$ et par simple calcul les masses modales respectives :

$$\mu_j = \int_0^L (\phi_j^*(x))^2 dx \quad (13)$$

Pour déterminer les coordonnées modales $f_j(t)$, il faut calculer les forces généralisées $p_j(t)$ tel que :

$$\begin{aligned} \mathbf{p}(x, t) &= \sum_{j=1}^{\infty} \mathbf{p}_j(t) \phi_j^*(x) \\ \Rightarrow \phi_k^*(x) (\mathbf{p}(x, t)) &= \sum_{j=1}^{\infty} \mathbf{p}_j(t) \phi_j^*(x) \\ \Rightarrow \int_0^L \phi_k^*(x) \mathbf{p}(x, t) dx &= \int_0^L \sum_{j=1}^{\infty} \mathbf{p}_j(t) \phi_j^*(x) \phi_k^*(x) dx \end{aligned} \quad (14)$$

En utilisant l'orthogonalité des modes propres, qui s'écrit pour une poutre homogène, de section uniforme :

$$\int_0^L \phi_i^*(x)\phi_j^*(x) dx = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ \mu_i & i = j \end{cases} \quad (15)$$

on obtient :

$$\int_0^L \phi_j^*(x)p(x,t) dx = \int_0^L p_j(t)\phi_j^*(x)^2 dx = p_j(t) \int_0^L \phi_j^*(x)^2 dx = \mu_j p_j(t) \quad (16)$$

$$\Rightarrow p_j(t) = \frac{1}{\mu_j} \int_0^L \phi_j^*(x)p(x,t) dx$$

En remplaçant y_r et p par leurs décompositions modales dans l'équation des vibrations forcées de la poutre en y_r , et en utilisant la relation (10), on obtient :

$$f_j'' + 2\zeta_j\omega_j f_j' + \omega_j^2 f_j = \frac{p_j}{\rho S} \quad (17)$$

En utilisant l'intégrale de *Duhamel*, la solution de cette équation est :

$$f_j(t) = \frac{1}{\rho S \omega_j \sqrt{1 - \zeta_j^2}} \int_0^t p_j(\Gamma) e^{-\zeta_j \omega_j (t-\Gamma)} \text{Sin}[\omega_j \sqrt{1 - \zeta_j^2} (t - \Gamma)] d\Gamma \quad (18)$$

On obtient alors les fonctions propres $\phi_j^*(x)$ et par conséquent la première fonction de transfert recherchée H_w (perturbation extérieure \rightarrow déplacement vibratoire) :

$$H_w(s) = y_t(L,s)/F(s) = \sum_{j=1}^{\infty} \left(\frac{\phi_j^*(L)^2}{\mu_j^*(s^2 + 2\lambda_j^* \omega_j^* s + \omega_j^{*2})} \right) \quad (19)$$

Pour la deuxième fonction de transfert H_u (action correctrice \rightarrow déplacement vibratoire) nous proposons une approche différente : elle est obtenue en utilisant deux fonctions H_{u1} et H_{u2} :

$$\begin{aligned} H_u(s) &= \frac{y_t(L,s)}{e(s)} = H_{u1}(s) \times H_{u2}(s) \\ H_{u1}(s) &= \frac{y_t(L,s)}{F_p(s)} \\ H_{u2}(s) &= \frac{F_p(s)}{e(s)} = \frac{1}{\frac{e(s)}{F_p(s)}} \end{aligned} \quad (20)$$

L'approche consiste d'abord à se poser la question : quelle est la force $F(t)$ appliquée en $x = a$ nécessaire pour produire le déplacement $y_t(L,t)$. Cette force sera donc nécessairement la réaction poutre \rightarrow actionneur si on impose le bon déplacement avec un actionneur idéal, tel que nous faisons. Cela se traduit par une relation simple entre cette force et le déplacement nécessaire.

La première sous fonction H_{u1} est équivalente à une fonction de transfert habituelle (force d'excitation extérieure \rightarrow déplacement vibratoire) où la perturbation F_p est appliquée en $x = a$ de la poutre et le déplacement est mesuré à son extrémité en $= L$. On utilisera la base modale $\{ \omega_j, \phi_j(a) \}$ d'une poutre encastree-libre. Classiquement :

$$H_{u1}(s) = \sum_{j=1}^{\infty} \left(\frac{\phi_j(L) \phi_j(a)}{\mu_j (s^2 + 2 \lambda_j \omega_j s + \omega_j^2)} \right) \quad (21)$$

La deuxième sous fonction H_{u2} fait aussi intervenir cette fonction de transfert (perturbation extérieure \rightarrow déplacement vibratoire) où la perturbation F_p est appliquée en $x = a$ de la poutre et le déplacement e est mesuré au même point.

$$H_{u2}(s) = \frac{1}{\sum_{j=1}^{\infty} \left(\frac{\phi_j(a)^2}{\mu_j (s^2 + 2 \lambda_j \omega_j s + \omega_j^2)} \right)} \quad (22)$$

Nous obtenons finalement notre deuxième fonction de transfert H_u :

$$H_u(s) = \frac{\sum_{j=1}^{\infty} \left(\frac{\phi_j(L) \phi_j(a)}{\mu_j (s^2 + 2 \lambda_j \omega_j s + \omega_j^2)} \right)}{\sum_{j=1}^{\infty} \left(\frac{\phi_j(a)^2}{\mu_j (s^2 + 2 \lambda_j \omega_j s + \omega_j^2)} \right)} \quad (23)$$

Les amortissements modaux λ_j ont été identifiés expérimentalement pour les deux premiers modes, en utilisant la méthode des -3dB sur un balayage en fréquence : 0,035% et 5%.

b) Modèle d'état

Notre modèle est linéaire et par conséquent il obéit au principe de superposition.

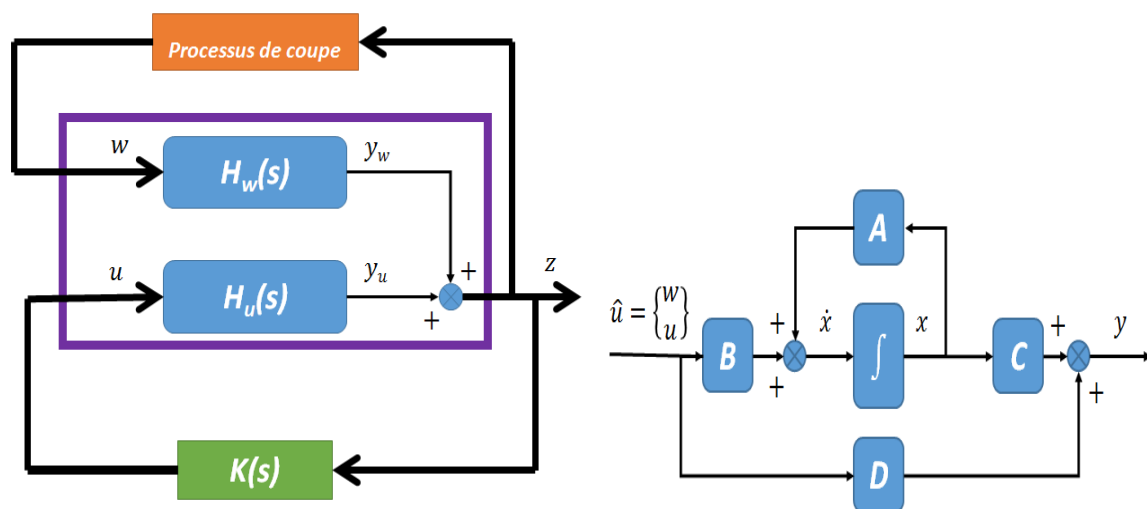


Figure 48 Représentation du système : fonctions de transfert vs. Modèle d'état

Cela nous conduit à une représentation de la dynamique par un formalisme utilisant les fonctions de transfert (Figure 48, gauche). En revanche, pour implémenter une stratégie de contrôle actif d'un système, on a recours en général à un modèle d'état approprié (Figure 48, droite). Pour en obtenir un, nous pouvons procéder suivant deux méthodes. La première méthode consiste à déduire de H_u et H_w les équations différentielles correspondantes. Par traitement et identification algébrique, nous pouvons trouver ensuite notre modèle d'état. Cependant, nous allons plutôt utiliser une des méthodes de réalisation d'état à partir de la matrice de transfert d'un système multi variable, parce que cela nous semble la méthode la plus adéquate lorsqu'on dispose déjà des fonctions de transfert. Nous avons donc choisi d'appliquer la forme canonique compagne de commandabilité aux deux fonctions de transfert H_u et H_w , en raison de la forme de leurs expressions similaire à celle requise dans cette technique. Pour expliquer le principe d'obtention de telles formes compagnes commandable dites canoniques, on prend l'exemple d'un système décrit par l'équation différentielle suivante :

$$\ddot{y}(t) + a_2\dot{y}(t) + a_1\dot{y}(t) + a_0y(t) = b_2\ddot{u}(t) + b_1\dot{u}(t) + b_0u(t) \quad (24)$$

Ce qui correspond à la fonction de transfert suivante :

$$F(s) = \frac{b_2s^2 + b_1s + b_0}{s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0} \quad (25)$$

Après des calculs intermédiaires [40], on obtient finalement la représentation d'état suivante :

$$\begin{aligned} x &= \begin{bmatrix} X \\ \dot{X} \\ \ddot{X} \end{bmatrix} \\ \dot{x} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y &= [b_0 \quad b_1 \quad b_2] x \end{aligned} \quad (26)$$

Ensuite, il faut utiliser ces formes canoniques obtenues des fonctions de transfert H_u et H_w pour avoir la représentation d'état de notre système. Pour cela, il existe les méthodes de réalisation d'état d'un système multi variable décrit par sa matrice de transfert, telles que les méthodes basées sur les formes de *Jordan* où on utilise la méthode de *Gilbert* dans le cas de pôles simples conduisant directement à une réalisation minimale ou celles basées sur la factorisation de la matrice de transfert comme la technique de *Smith Mc Millan* ou bien d'autres méthodes. Dans notre cas, c'est la méthode de réalisation directe qui a été utilisée pour la simplicité de sa mise en œuvre, malgré la nécessité de réduction d'ordre.

Finalement, les deux méthodes d'obtention du modèle d'état de notre système nous permettent de construire le correcteur recherché selon la stratégie de commande désirée (H_∞ , LQG ,...) pour atténuer les vibrations de notre système. Afin de bien comprendre le fonctionnement du contrôle de notre système, on va calculer le gain modal des deux fonctions de transfert H_u et H_w . On commence par déterminer le gain modal de H_w (criticité modale) (Figure 49) pour identifier les

modes les plus critiques pour la stabilité du système. Par la suite, on calcule le gain modal de H_u (influence du contrôleur) (Figure 50) pour savoir si le correcteur arrive à détecter et surtout à agir sur ces modes critiques. Avec notre calcul de ces deux fonctions de transfert, celles-ci représentent les deux premiers modes de notre système. On notera que l'axe y (magnitude) de tous les diagrammes de Bode de la fonction de transfert H_w figurant dans ce rapport désigne le rapport d'amplitudes du déplacement vibratoire y_t mesuré à l'extrémité de la poutre ($x=L$) par la perturbation externe au même point alors que l'axe y des diagrammes de Bode de la fonction de transfert H_u représente plutôt le rapport d'amplitudes du déplacement vibratoire y_t mesuré à l'extrémité de la poutre ($x=L$) par le déplacement imposé par l'actionneur piézoélectrique en $x=a$ de la poutre.

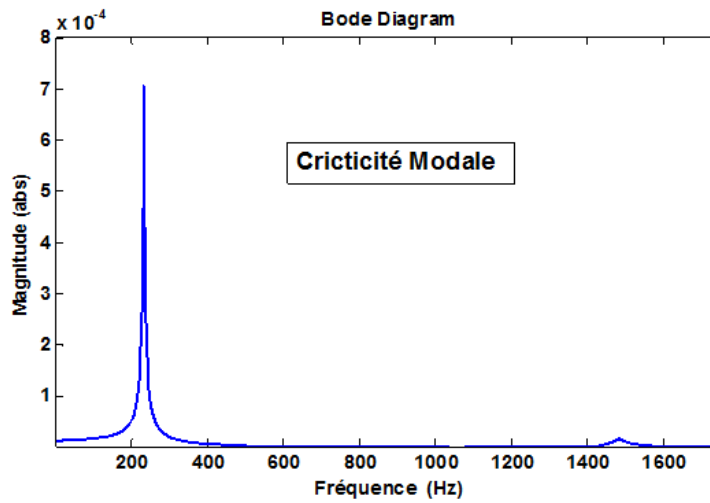


Figure 49 Diagramme de Bode de H_w

On peut constater que le premier mode est le plus critique (Figure 49). Le correcteur a donc plus intérêt à amortir le premier mode pour atténuer davantage les déplacements vibratoires de la lame.

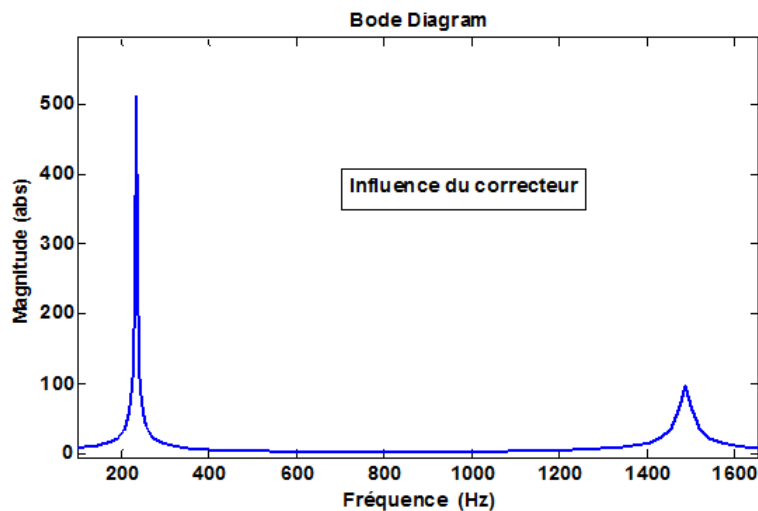


Figure 50 Diagramme de Bode de H_u

L'influence du contrôleur ou sa capacité à contrôler (Figure 50), donnée par la magnitude de la fonction H_u , sur le deuxième mode est la plus faible. Par conséquent, le correcteur doit fournir plus d'efforts pour pouvoir agir sur ce mode que sur le premier. Ceci peut s'expliquer par la localisation de l'actionneur et/ou capteur qui n'est pas idéale pour influencer ce deuxième mode. Si on a la possibilité de changer la position ces deux derniers, il serait alors intéressant de déterminer l'origine de ce manque d'influence sur ce mode. Pour cela, il faut déterminer le degré de contrôlabilité et d'observabilité de chaque mode.

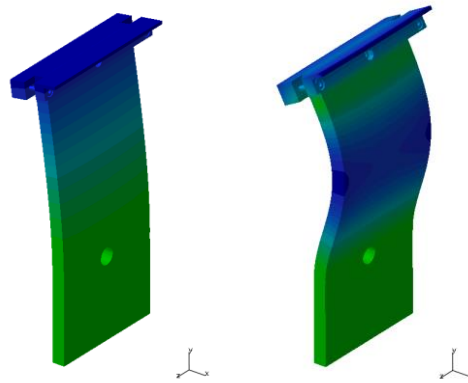


Figure 51 Premier mode de flexion (~150Hz) et deuxième mode de flexion (~1000Hz)

Pour valider les modèles qui représentent la lame, on compare les résultats de simulation utilisant le formalisme des fonctions de transfert, avec ceux obtenus avec le modèle d'état. On a choisi la lame vibrante de dimensions $5 \times 160 \times 80$ mm étudiée et testée plus tard avec les différents correcteurs. On obtient une différence en déplacements vibratoires de l'ordre de 10^{-14} entre ceux obtenus de la « plant » et ceux résultants de l'ensemble des deux fonctions de transfert H_u et H_w . Ce résultat montre le degré d'exactitude du modèle d'état par rapport au modèle du système en fonctions de transfert (Figure 52).

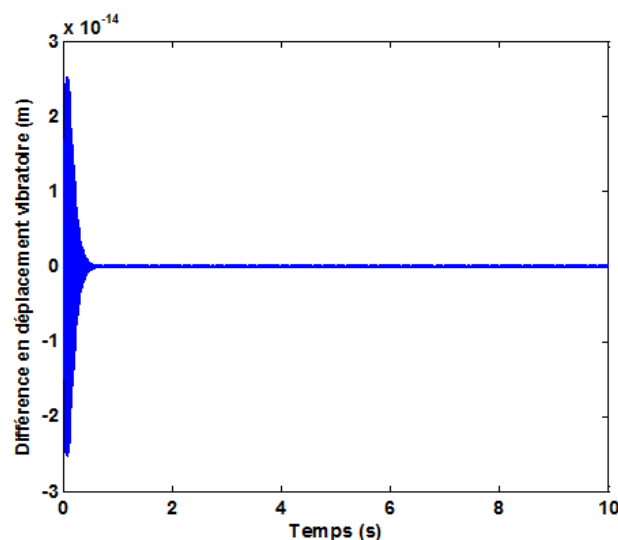


Figure 52 Validation du modèle d'état

3. Stratégies de calcul des correcteurs

a) Première stratégie

La première stratégie consiste à ignorer le processus de coupe pendant la phase de détermination du correcteur. Elle est par conséquent plus simple à réaliser puisqu'elle ne nécessite que le modèle d'état du système vibrant uniquement. Celui-ci, ayant déjà été obtenu précédemment nous permet alors de produire des correcteurs H_∞ en utilisant l'approche par équations de Riccati qui repose sur le principe de dichotomie, des correcteurs LQG ou encore des correcteurs déterminés via l'algorithme D-K itération, plus connus sous le nom de la μ *synthèse*.

b) Deuxième stratégie

Contrairement à la première, la deuxième stratégie est nettement plus contraignante. En effet, il faut relier le modèle d'état du système vibrant au processus de coupe afin d'établir un nouveau modèle d'état. Celui-ci servira au calcul du correcteur suivant différentes stratégies de commande. En s'inspirant du travail de Monnin et al [17], on réalise la modélisation du système pour le contrôle actif du fraisage suivant la deuxième stratégie. On dispose déjà de la représentation d'état du système lame vibrante :

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A} \mathbf{x}(t) + [\mathbf{B}_\omega \mathbf{B}_u] \begin{pmatrix} \boldsymbol{\omega}(t) \\ \mathbf{u}(t) \end{pmatrix} \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C} \mathbf{x}(t) \\ \mathbf{x}(t) &\in \mathbb{R}^n \end{aligned} \quad (27)$$

Or, nous avons :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\omega}(t) &= \mathbf{F}_y(t) \\ &= -\mathbf{a}_p (\mathbf{y}(t) - \mathbf{y}(t - \tau)) \sum_{j=1}^z \beta_j(t) (\mathbf{K}_t \sin \phi_j(t) \cos \phi_j(t) - \mathbf{K}_r \cos^2 \phi_j(t)) \\ &\quad - \mathbf{a}_p \mathbf{f}_z \sum_{j=1}^z \beta_j(t) (-\mathbf{K}_r \sin \phi_j(t) \cos \phi_j(t) + \mathbf{K}_t \sin^2 \phi_j(t)) \end{aligned} \quad (27')$$

Ce qui nous donne :

$$\boldsymbol{\omega}(t) = \mathbf{K}_d(t) (\mathbf{y}(t) - \mathbf{y}(t - \tau)) + \mathbf{F}_p(t) \quad (28)$$

$\mathbf{K}_d(t)$ est la raideur dynamique qui dépend du nombre de dents de l'outil mais aussi de ses angles d'entrée et de sortie dans la matière à usiner.

On obtient alors :

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = (\mathbf{A} + \mathbf{B}_\omega \mathbf{C} \mathbf{K}_d(t)) \mathbf{x}(t) - \mathbf{B}_\omega \mathbf{C} \mathbf{K}_d(t) \mathbf{x}(t - \tau) \\ \quad + \mathbf{B}_\omega \mathbf{F}_p(t) + \mathbf{B}_u \mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C} \mathbf{x}(t) \end{cases} \quad (29)$$

On pose

$$\mathbf{x}_\tau(\mathbf{t}) \cong \mathbf{x}(\mathbf{t} - \tau) \quad (30)$$

En appliquant la transformation de Laplace à l'équation N°30, on obtient :

$$\mathbf{x}_\tau(\mathbf{s}) \cong e^{-s\tau} \mathbf{x}(\mathbf{s}) \quad (31)$$

On applique l'approximation de Padé de la fonction $e^{-s\tau}$ à l'ordre n_d . Cette approximation consiste à chercher une fraction rationnelle ayant le même développement de Taylor de la fonction $e^{-s\tau}$ à l'ordre n_d . Cette méthode est très utile en pratique pour le calcul de la fonction exponentielle en précision machine car elle nécessite d'une part moins d'opérations (à cause de la symétrie numérateur / dénominateur) et fournit de plus une approximation de meilleure qualité que le développement de Taylor de la fonction $e^{-s\tau}$. Le choix de n_d est crucial puisqu'en l'augmentant on améliore certes la précision de l'approximation qui devient de plus en plus fine. Cependant, on augmente en parallèle l'ordre du modèle d'état du système final, et par conséquence celui du correcteur. Celui-ci subissait déjà des opérations de réduction d'ordre au cours de la première stratégie, c'est-à-dire en négligeant carrément le processus de coupe dans la modélisation. Cette approximation (Figure 53) se traduit par :

$$e^{-s\tau} \cong \mathbf{C}_d (\mathbf{s} \mathbf{I} - \mathbf{A}_d)^{-1} \mathbf{B}_d + \mathbf{D}_d \quad (32)$$

Où $\mathbf{A}_d, \mathbf{B}_d, \mathbf{C}_d$ et \mathbf{D}_d désignent le système d'état d'ordre n_d de l'approximation de Padé de la fonction $e^{-s\tau}$.



Figure 53 Approximation de la fonction $e^{-s\tau}$

On note le vecteur état de cette approximation $\mathbf{x}_d(\mathbf{t}) \in \mathbb{R}^{n_d}$. Ce modèle d'état se traduit en temporel par :

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_d(\mathbf{t}) &= \mathbf{A}_d \mathbf{x}_d(\mathbf{t}) + \mathbf{B}_d \mathbf{x}(\mathbf{t}) \\ \tilde{\mathbf{x}}_\tau(\mathbf{t}) &= \mathbf{C}_d \mathbf{x}_d(\mathbf{t}) + \mathbf{D}_d \mathbf{x}(\mathbf{t}) \end{aligned} \quad (33)$$

On suppose qu'on a le même retard τ pour tous les éléments du vecteur état $\mathbf{x}(\mathbf{t})$. Le système d'équations (33) est alors équivalent à:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_{d,i}(\mathbf{t}) &= \mathbf{A}_d \mathbf{x}_{d,i}(\mathbf{t}) + \mathbf{B}_d \mathbf{x}_i(\mathbf{t}) \\ \tilde{\mathbf{x}}_{\tau,i}(\mathbf{t}) &= \mathbf{C}_d \mathbf{x}_{d,i}(\mathbf{t}) + \mathbf{D}_d \mathbf{x}_i(\mathbf{t}) \end{aligned} \quad (34)$$

$$\text{Où } \tilde{\mathbf{X}}_\tau = \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{x}}_{\tau,1} \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{x}}_{\tau,n} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^n \quad \text{et} \quad \mathbf{X}_D = \begin{pmatrix} \mathbf{x}_{d,1} \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{d,n} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times n_d}$$

$X_D(t)$ est le vecteur état approximé du système infini dimensionnel dû à la présence du retard τ à un nombre d'états finis. n_d est l'ordre de l'approximation de Padé de la fonction $e^{-s\tau}$ qui apparaît lors de la transformation de Laplace du vecteur état retardé $x(t - \tau)$, et n est l'ordre du modèle d'état initial du système sans processus de coupe. $X(t)$ est le vecteur état du système non retardé.

Le modèle d'état correspondant à la dynamique du vecteur $X_D(t)$ s'écrit :

$$\begin{aligned} \dot{X}_D(t) &= A_D X_D(t) + B_D X(t) \\ X_\tau(t) &= C_D X_D(t) + D_D X(t) \end{aligned} \quad (35)$$

Avec :

$$\begin{aligned} A_D &= \text{diag}(A_d, A_d, \dots, A_d) \in \mathbb{R}^{n_d \times n} \times \mathbb{R}^{n_d \times n} \\ B_D &= \text{diag}(B_d, B_d, \dots, B_d) \in \mathbb{R}^{n_d \times n} \times \mathbb{R}^n \\ C_D &= \text{diag}(C_d, C_d, \dots, C_d) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^{n_d \times n} \\ D_D &= \text{diag}(D_d, D_d, \dots, D_d) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \end{aligned} \quad (36)$$

En intégrant les équations (30) et (35) dans l'équation (29), on obtient le système suivant :

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = [A + B_\omega C K_d(t) (I - D_D)] X(t) - \\ B_\omega C K_d(t) C_D X_D(t) + B_\omega F_p(t) + B_u u(t) \\ Y(t) = C X(t) \end{cases} \quad (37)$$

Afin d'obtenir un système linéaire invariant dans le temps, on fait l'hypothèse d'un processus de coupe (Figure 54) légèrement discontinue équivalent à une faible variabilité de la raideur dynamique $K_d(t)$. Ce cas d'usinage a lieu surtout lorsqu'on a un engagement élevé de l'outil dans la matière avec grand nombre de dents de l'outil. On approxime, dans ce cas-là, la raideur dynamique par « the average component of the Fourier series expansion » cité par Altintas & Budak [8]. Sébastien Seguy [78] a aussi approximé la raideur dynamique $K_d(t)$ par « l'ordre zéro » appelée aussi « la valeur moyenne » de sa décomposition en série de Fourier.

$$\overline{K_d(t)} = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau K_d(t) dt \quad (38)$$

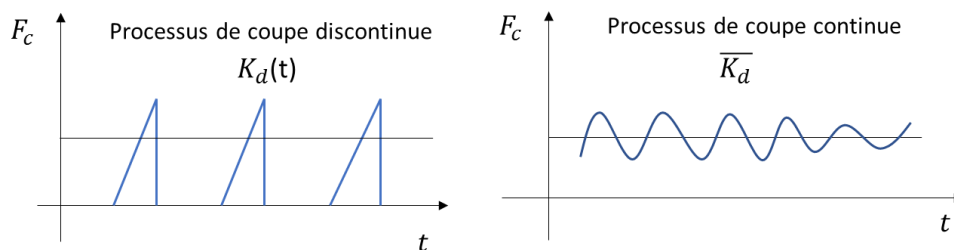


Figure 54 Types de processus de coupe

$X(t)$ devient alors $\tilde{X}(t) \in \mathbb{R}^n$.

Le système d'équations (37) devient :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{X}}(t) = [A + B_\omega C \overline{K_d(t)} (I - D_D)] \tilde{X}(t) - \\ B_\omega C \overline{K_d(t)} C_D X_D(t) + B_\omega F_p(t) + B_u u(t) \\ Y(t) = C \tilde{X}(t) \end{cases} \quad (39)$$

On pose alors le nouveau vecteur état du système vibrant associé au processus de coupe :

$$X'(t) = \begin{pmatrix} \tilde{X}(t) \\ X_D(t) \end{pmatrix} \quad (40)$$

La première équation du système d'équations (35) devient :

$$\dot{X}_D(t) = A_D X_D(t) + B_D \tilde{X}(t) \quad (41)$$

Le système d'équations (39), (40) et (41) donne le modèle d'état du système entier avec processus de coupe suivant :

$$\begin{aligned} \dot{X}'(t) &= A' X'(t) + B' \begin{pmatrix} F_p(t) \\ u(t) \end{pmatrix} \\ Y' &= [C \quad 0] X'(t) \\ A' &= \begin{bmatrix} [A + B_\omega C \overline{K_d(t)} (I - D_D)] & -B_\omega C \overline{K_d(t)} C_D \\ B_D & A_D \end{bmatrix} \\ B' &= \begin{bmatrix} B_\omega & B_u \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (42)$$

Le correcteur calculé suivant la deuxième stratégie dépend naturellement du processus de coupe, et donc des paramètres de coupe tels que la profondeur de passe axiale a_p , de l'engagement radial de l'outil mais aussi du type d'opération d'usinage effectuée sur la pièce. Par conséquent, une opération qui possède une variation paramétrique (vitesses de rotation, engagement axial et/ou radial évolutif etc.) nécessiterait une multitude de correcteurs déterminés selon cette méthode. Il serait donc plus judicieux d'utiliser un correcteur obtenu avec la première stratégie pour les opérations d'usinages dont les paramètres de coupe changent souvent, et un correcteur de la deuxième stratégie pour les opérations qui varient très peu. Un autre inconvénient des correcteurs déterminés suivant la deuxième stratégie est que les simplifications inhérentes à la méthode, opérées sur le modèle de départ, se manifestent par une efficacité limitée. En fin de compte, ces correcteurs se trouvent moins performants que ceux déterminés par la première stratégie.

4. Contrôle actif d'une lame vibrante

Dans cette partie vont être présentés les résultats, en simulations et essais, du contrôle actif d'une lame vibrante excitée par une perturbation externe et corrigée suivant des stratégies de commande étudiées dans le chapitre précédent. L'effet du correcteur sera constaté sur une lame

soumise, en premier temps, à une perturbation quelconque. L'effort de fraisage sera ensuite appliqué à notre système, corrigé avec les mêmes correcteurs. On verra par la suite l'impact de ceux-ci sur la stabilité du système usinant.

Nous avons comparé les résultats de simulation de la vibration de la lame avec et sans correction suivant deux stratégies : compensateur H_∞ , compensateur LQG et correcteur de type μ -synthèse. On a testé ces correcteurs sur deux différentes lames de même matériau mais de dimensions légèrement différentes (lame 5x281x80 et lame 4.1x281x80).

| Lame vibrante | N°1 | N°2 |
|-------------------------|---|---|
| Dimensions (mm) | 5x281x80 | 4.1x281x80 |
| Fréquences propres (Hz) | 62.66, 394.69, 1109.53, 2181.94, 3617.32, 5415.92 | 51.38, 323.64, 909.81, 1789.2, 2966.2, 4441.06, |
| Raideur statique (N/mm) | 28.9841 | 15.3960 |

Tableau 2 Différentes lames pour les essais de contrôle

Les correcteurs cités ont tous apporté de l'amortissement dans le système vibrant correspondant à chacune de ces lames. On a choisi de montrer pour chaque stratégie de commande l'effet de la présence du correcteur dans le système vibrant correspondant à quelques-unes de ces lames.

On a effectué les simulations sur Matlab/Simulink avec le solveur $d'ode23t$ (*Trapézoïdal*), un pas de calcul variable inférieur à 0.00001 qui est réglé en fonction de la convergence de la boucle de simulation et une erreur relative de 0.00000001.

a) Synthèse d'un correcteur H_∞

La méthode H_∞ est généralement utilisée lorsqu'on désire faire du contrôle robuste. D'ailleurs, on la retrouve souvent en contrôle actif du broutement en usinage tel que le tournage ou le fraisage [17].

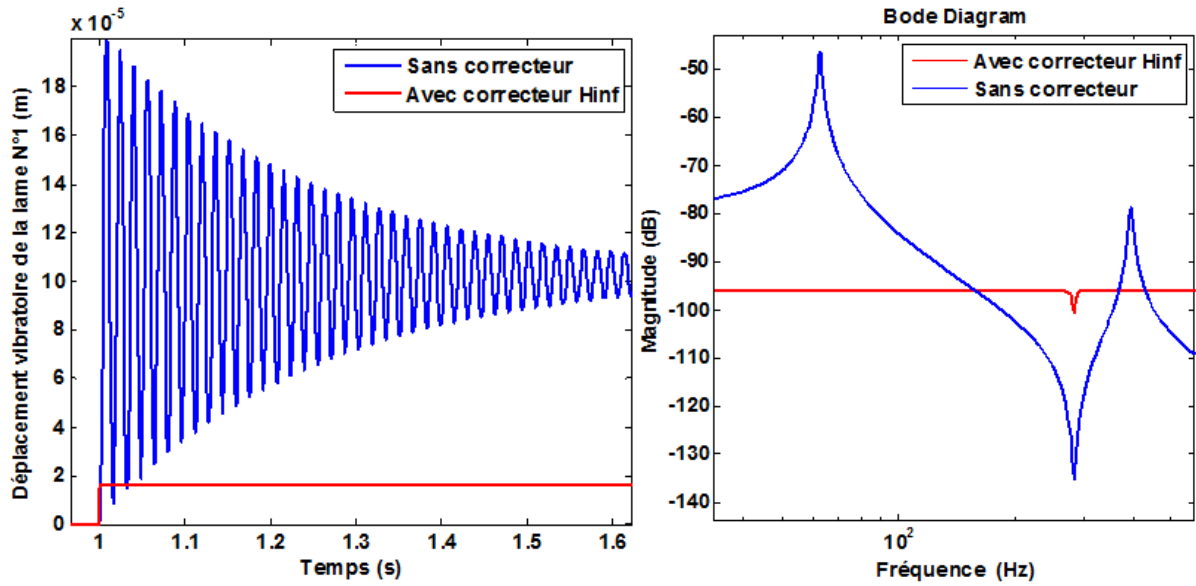


Figure 55 Contrôle actif de la lame vibrante N°1 avec un correcteur H_{∞}

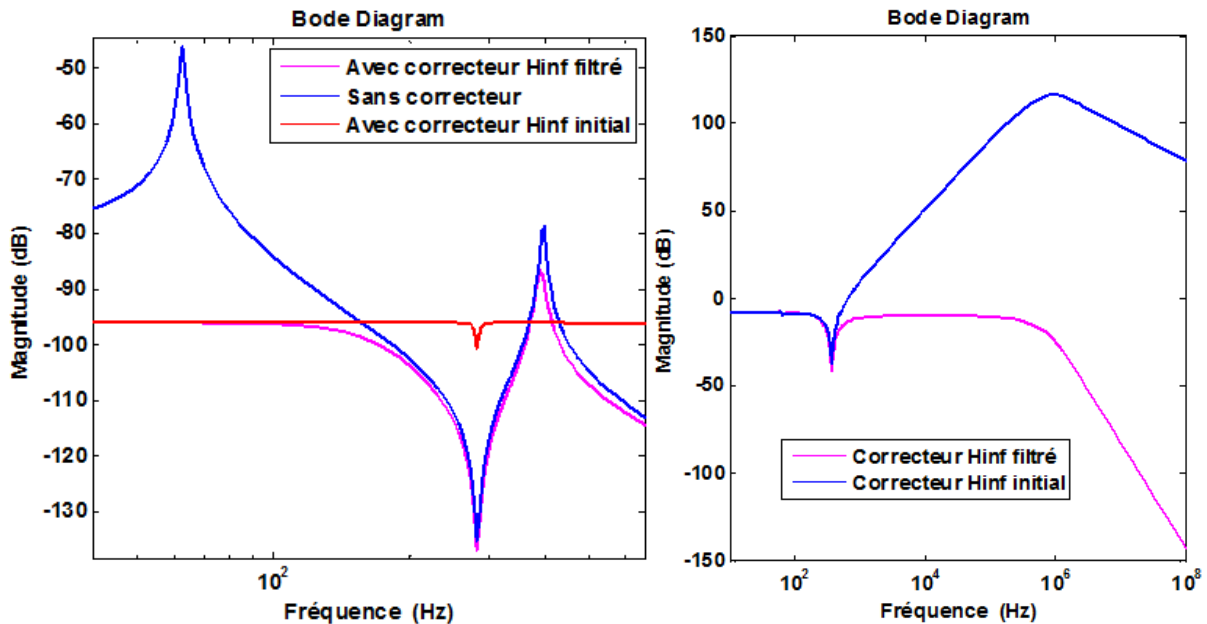


Figure 56 Diagrammes de Bode de la lame N°1 et diagramme de Bode de la commande des correcteurs H_{∞}

Le correcteur (Figure 55) atténue le 1^{er} mode de la lame vibrante N°1 de 49.3 dB et le 2nd de 17.2 dB. Malheureusement, ce correcteur tel qu'il est déterminé, produit un signal de commande élevé (gain élevé en haute fréquence), ce qui amplifie le bruit de mesure jusqu'à rendre le système instable. On recourt alors à un filtre passe bas de 2nd ordre qui réduit cet effet amortissant puisque le correcteur résultant atténue maintenant le 2nd pic de résonance de seulement 8 dB (Figure 56).

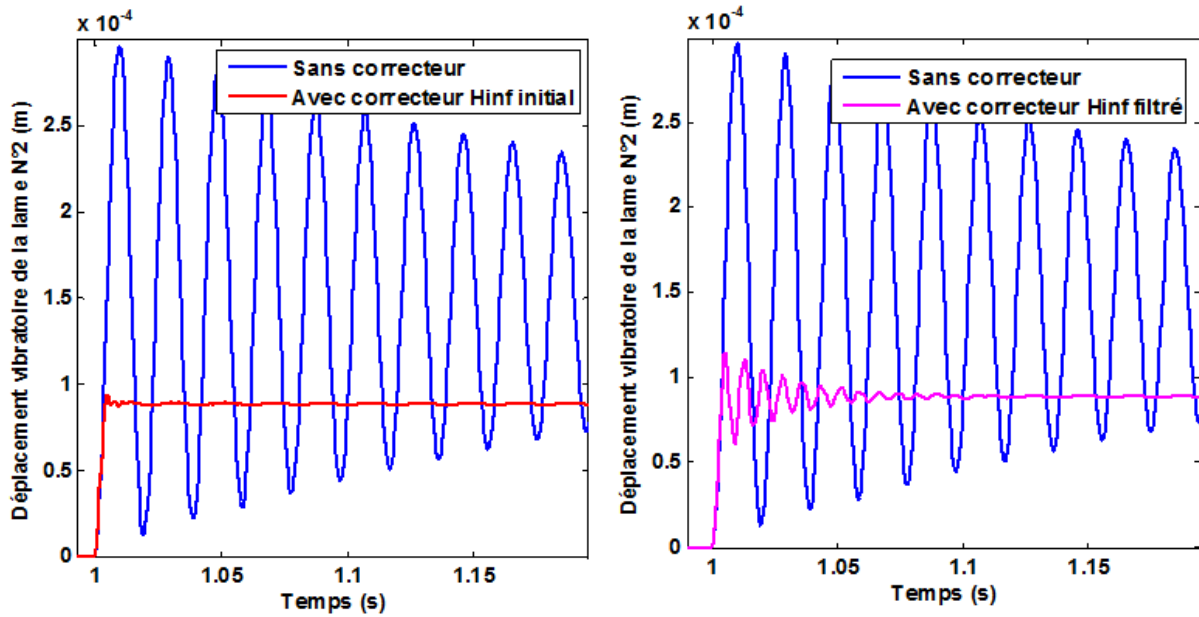


Figure 57 Contrôle actif de la lame vibrante N°2 avec correcteur H_∞ initial et filtré

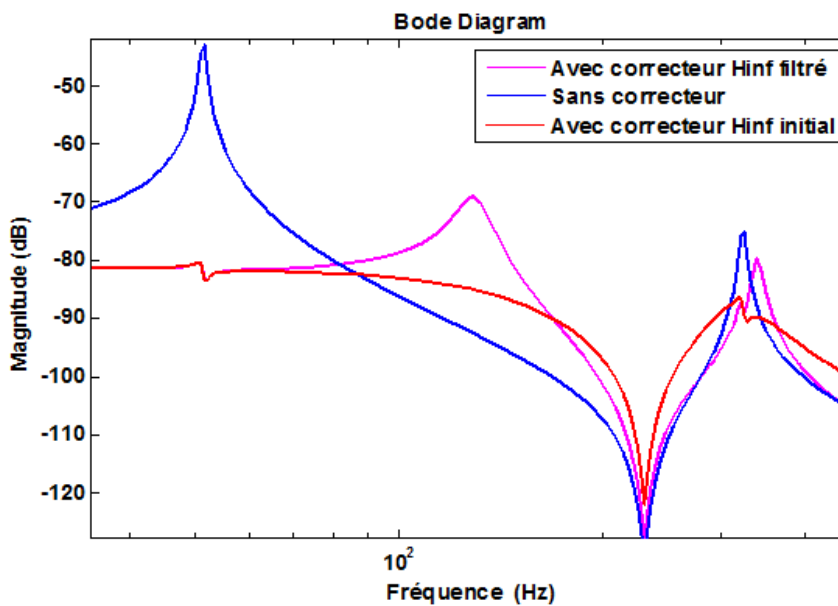


Figure 58 Diagrammes de Bode de la lame N°2 avec correcteurs H_∞

Le correcteur H_∞ initial atténue le 1^{er} pic de résonance de la lame vibrante N°2 de 37.5 dB et le 2nd de 11.2 dB. Cependant avec un filtre passe bas de 2nd ordre, l'amortissement se dégrade au niveau des deux pics. En effet, on réalise maintenant une atténuation du 1^{er} mode de 25.9 dB et sur le 2^{ème} de 4.7 dB (Figure 57, Figure 58).

Si ces correcteurs sont par définition stables et possèdent des propriétés de robustesse, ils présentent néanmoins certains inconvénients.

Ces inconvénients résident dans la présence d'une erreur statique importante et d'une instabilité en présence de bruits de mesure et/ou lorsque nous utilisons un système en retenant un nombre de modes supérieur à celui utilisé pour la synthèse du correcteur. Pour remédier à l'erreur

statique, on a eu recours à un filtre passe haut de 1^{er} ordre qui joue le rôle d'un pré-compensateur. Pour l'instabilité évoquée, nous utilisons un filtre numérique passe-bas afin d'atténuer suffisamment les perturbations en haute fréquence. On obtient alors un correcteur H_∞ suite à un « ajustage » (techniques classiques de « loop-shaping ») [31] (Figure 59). Néanmoins, on a remarqué que l'on pouvait avoir deux versions de ce correcteur. La première version, qu'on appellera correcteur H_∞ complet, intègre le filtre en question dans sa fonction de transfert contrairement à la deuxième version qu'on a choisi d'appeler correcteur H_∞ incomplet. Bien que celui-ci soit plus efficace dans la suppression de l'erreur statique, le correcteur H_∞ complet amortit le plus les deux pic de résonance.

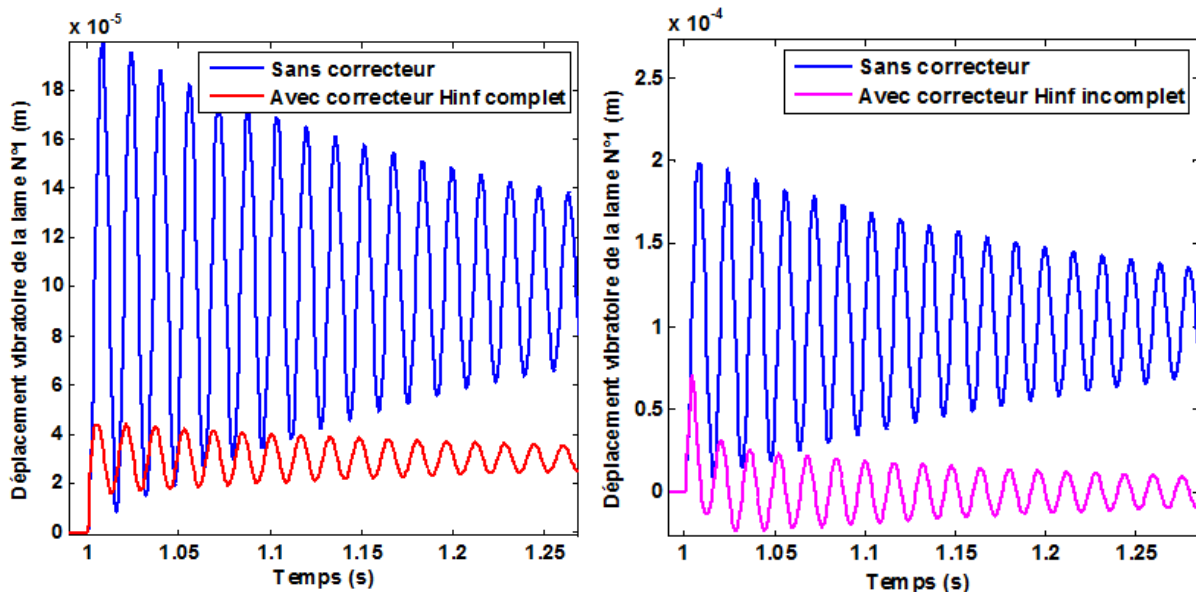


Figure 59 Contrôle actif de la lame vibrante N°1 avec correcteurs H_∞ par « loop-shaping »

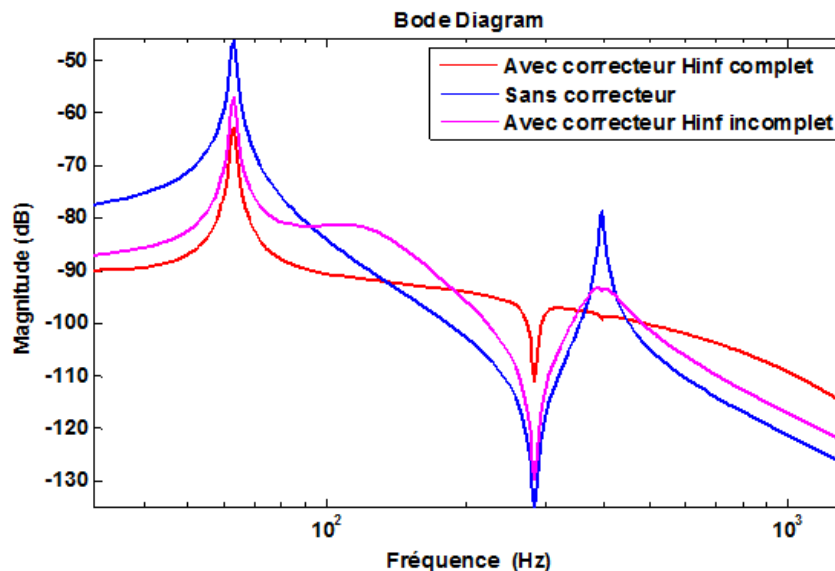


Figure 60 Diagrammes de Bode de la lame vibrante N°1 avec correcteurs H_∞ par « loop-shaping »

En effet, le 1^{er} mode est atténué de 16.3 dB avec le correcteur H_∞ complet et de 10.7 dB avec l'incomplet (Figure 60). Ensuite, le 2nd mode est amorti de 14.6 dB avec la version incomplète

du correcteur H_∞ par « loop-shaping » au lieu de 18.4 dB avec la version complète. Finalement, malgré son efficacité contre l'erreur statique, on peut pas travailler avec la version incomplète du correcteur H_∞ par « loop-shaping » à cause de la commande très élevée à basse fréquence (irréalisable en pratique, en raison de la saturation de l'actionneur) (Figure 61). Il suffit alors d'appliquer le filtre passe bas de 2nd ordre, utilisé sur les correcteurs H_∞ simples précédemment, au correcteur H_∞ par « loop-shaping » complet.

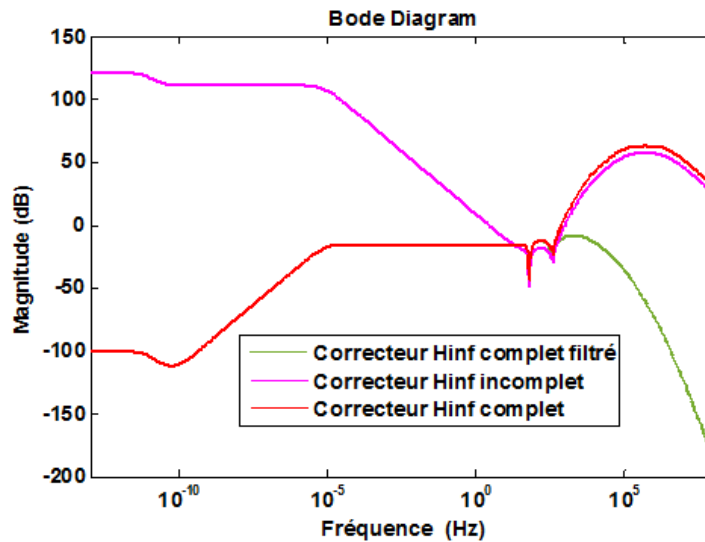


Figure 61 Diagramme de Bode de la commande des correcteurs H_∞ par « loop-shaping »

b) Synthèse d'un correcteur Gaussien

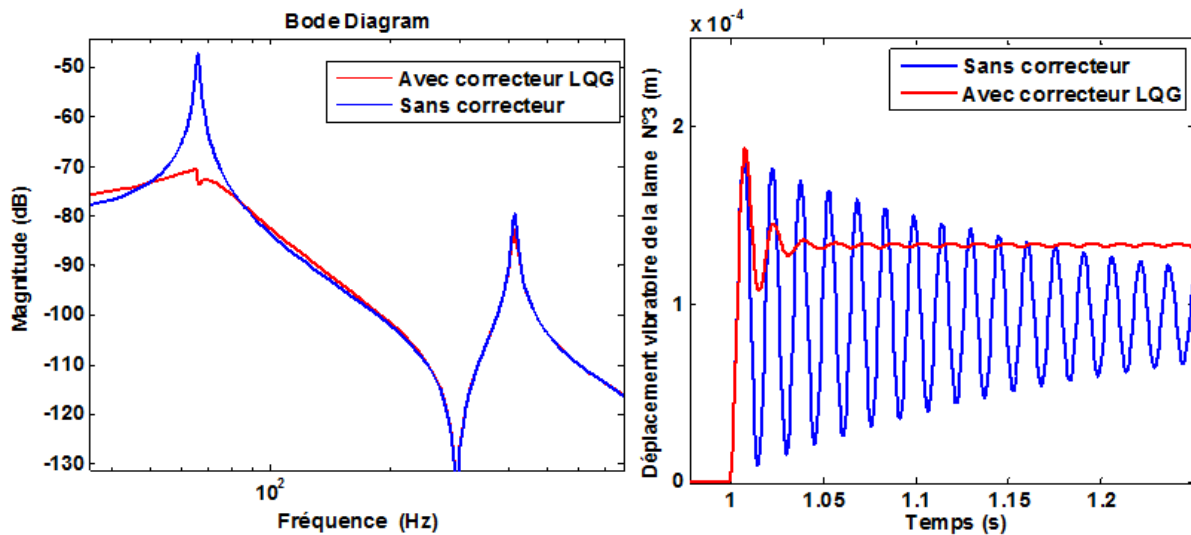


Figure 62 Contrôle actif de la lame vibrante N°1 avec un correcteur LQG

Le correcteur LQG (Figure 62) atténue surtout le 1^{er} mode de 23.2 dB et de seulement 3.1 dB le 2nd. Cependant, il a l'avantage de générer un signal de commande qui ne nécessite pas une opération supplémentaire, celle de filtrer comme avec les correcteurs H_∞ (Figure 63).

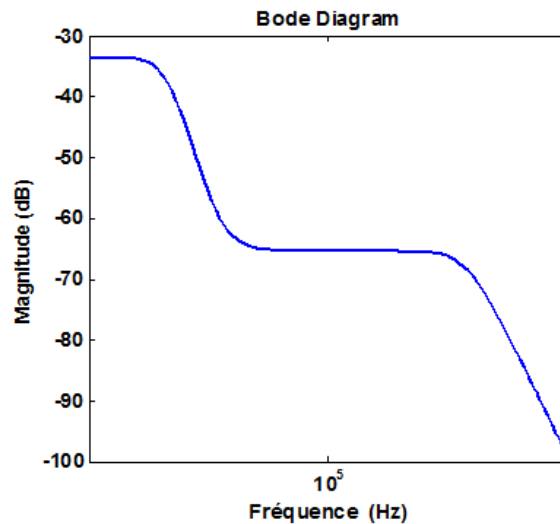


Figure 63 Diagramme de Bode de la commande du correcteur LQG

c) Synthèse d'un correcteur μ synthèse

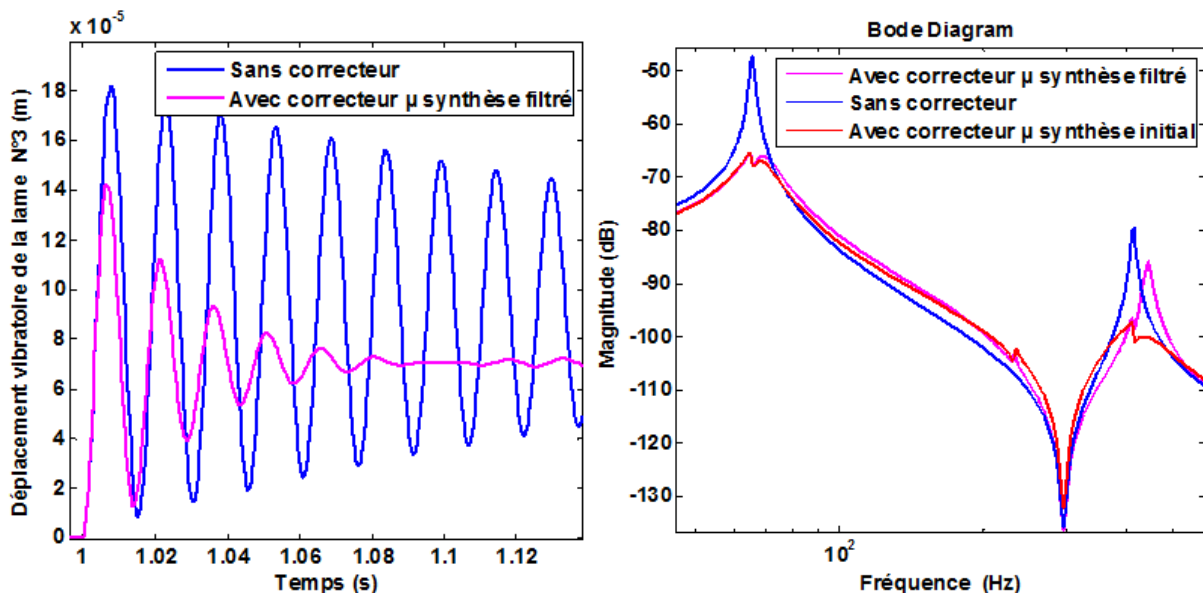


Figure 64 Contrôle actif de la lame vibrante N°1 avec un correcteur μ synthèse

Le correcteur μ synthèse (Figure 64) génère aussi un signal élevé à haute fréquences. On lui applique alors le même filtre passe bas de 2nd ordre (Figure 65). On garde la même atténuation sur le 1^{er} mode avec le correcteur μ synthèse résultant de 18 dB. Néanmoins, l'amortissement du 2^{ème} pic de résonance se dégrade avec ce dernier avec seulement 6.3 dB au lieu de 17.6 dB avec le correcteur μ synthèse non filtré. Néanmoins, on obtient la même réponse temporelle avec le correcteur μ synthèse initial et filtré.

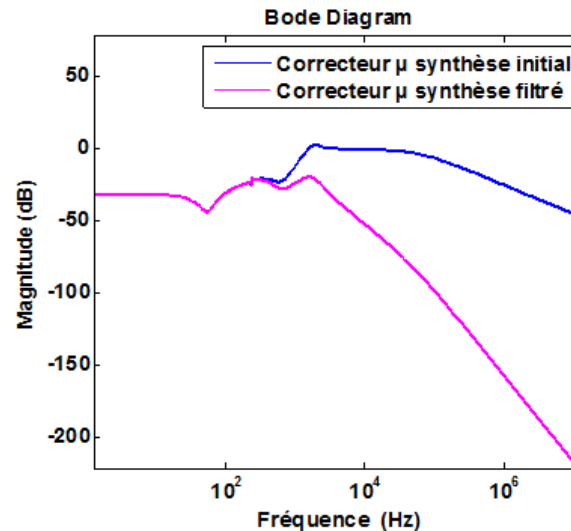


Figure 65 Diagramme de Bode de la commande du correcteur μ synthèse

d) Validations expérimentales

Les compensateurs LQG et H_∞ ont été testés pour une lame vibrante de dimensions 5 x 80 x 280 mm. Le banc d'essai (Figure 66) est constitué par un actionneur piézoélectrique à 100 μ m de course, qui agit sur la structure au point $x = 35$ mm, d'un capteur laser Keyence LK-G82 ayant une bande passante suffisante pour mesurer les déplacements vibratoires au point d'abscisse $x = 280$ mm et d'un contrôleur COMPACT RIO de National instrument (processeur et FPGA) associé à la carte d'acquisition NI 92 22 de National Instrument et à l'amplificateur PIEZOMECHANIK RCV 1000/7 qui a une tension de sortie allant de 0 à 1000V et un courant maximale de sortie de 7 A. Le contrôle n'est donc pas colocalisé puisque le capteur et l'actionneur sont localisés sur des points distincts de la structure. Cette remarque est importante car c'est bien ce que la pratique du contrôle actif en usinage imposera par la suite. Les deux correcteurs donnent des résultats satisfaisants en simulation, illustrés par les figures 54-63, dans des représentations fréquentielles (diagrammes de Bode) ou temporelles.

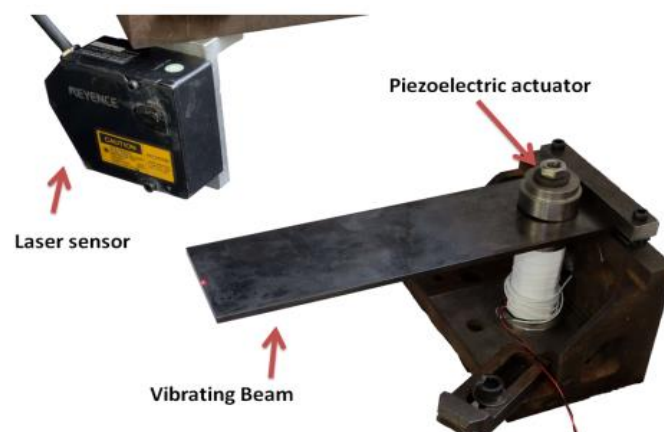


Figure 66 Banc d'essai du contrôle actif de la lame vibrante

L'essai consiste à perturber la lame via un effort appliqué à son extrémité libre en utilisant un marteau choc exactement là où on mesure les déplacements vibratoires avec le capteur laser.

Les fonctions des correcteurs obtenus précédemment ont été discrétisées afin d'être implémentées dans le contrôleur. Nous avons donc utilisé comme technique de conversion en discret *First-Order Hold* connue aussi sous le nom de *triangle approximation* avec une fréquence d'échantillonnage allant de 10 kHz à 40 kHz. On a voulu comparer les résultats de discrétisation du correcteur *LQG* selon la technique de *Zero-order hold* (par défaut) avec celle qu'on a retenue *First-Order Hold* à la même fréquence d'échantillonnage de 10 kHz (Figure 67).

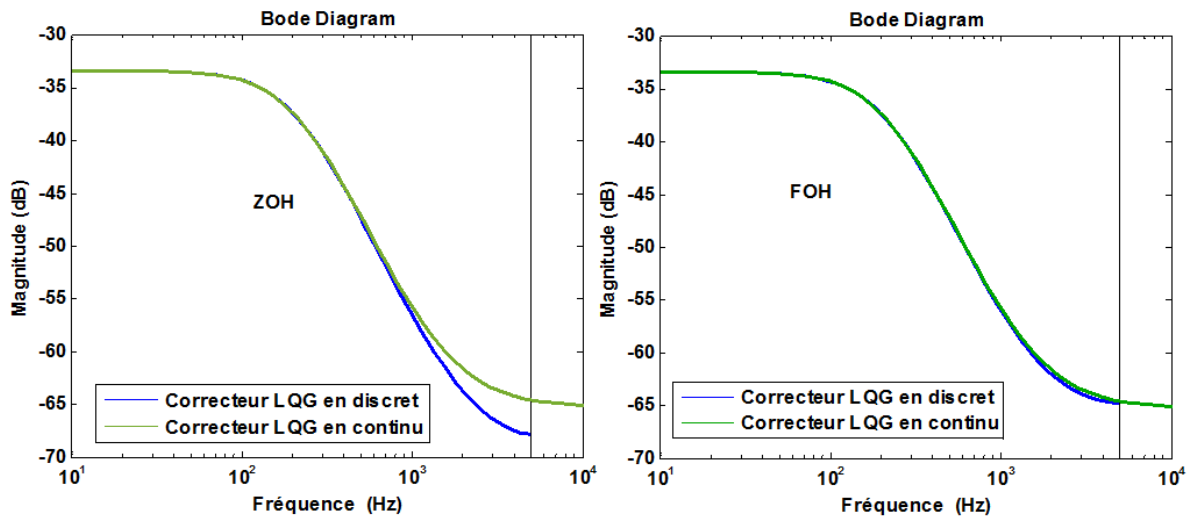


Figure 67 Diagrammes de Bode du correcteur *LQG* continu et discret suivant deux techniques de discrétisation

Nous avons validé le bon fonctionnement des correcteurs par essais sur cette lame. En effet, les signaux présentés dans la Figure 68 confirment les très bons résultats, sur une lame de souplesse très importante. Finalement, les résultats expérimentaux confirment ce que les simulations avaient prédit : le correcteur H_∞ donne de meilleurs résultats.

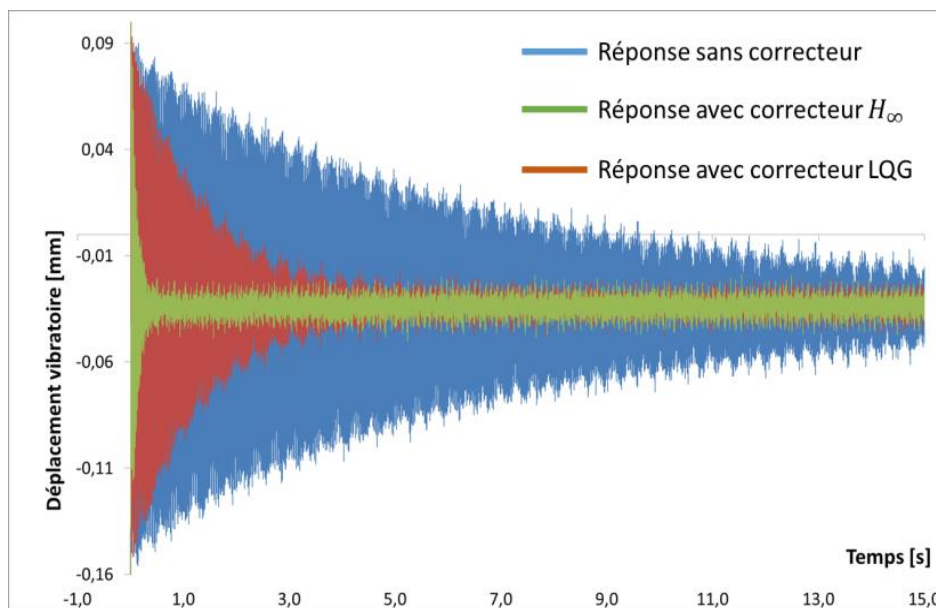


Figure 68 Résultats des essais de contrôle de la lame vibrante

On a ensuite déterminé le décrément logarithmique puis le taux d'amortissement ε du système avec et sans correcteur correspondant aux signaux obtenus :

| Taux d'amortissement | H_∞ | LQG | Sans correcteur |
|----------------------|------------|--------|-----------------|
| ε | 0.0708 | 0.0234 | 0.0055 |

Tableau 3 Taux d'amortissement du système

Le tableau confirme les réponses temporelles et fréquentielles du système obtenues précédemment puisque le correcteur H_∞ occupe toujours la meilleure position en amortissement actif des vibrations.

5. Contrôle actif du système usinant

Pour intégrer le processus de coupe dans notre démarche, on a dû coupler le modèle que nous avons développé (paragraphe 2) avec les modèles de structures actives (Figure 69), suivant la stratégie décrite dans la (Figure 37, c).

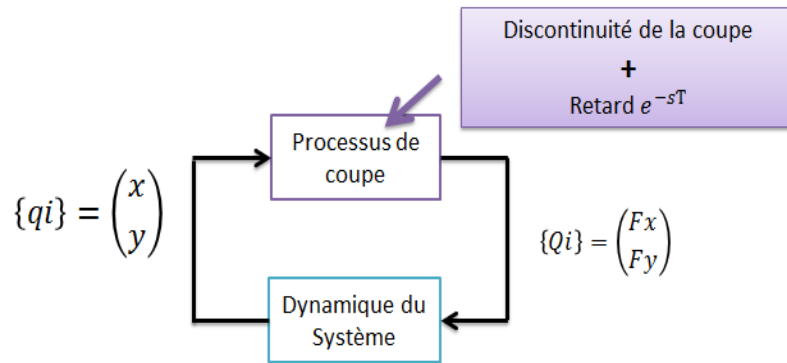


Figure 69 Interaction Structure/Processus

Les nombreuses simulations avec le modèle de coupe initial (paragraphe 1) ont permis de recalibrer celui-ci en fonction des résultats qu'on obtenait. En effet, Le processus de coupe génère maintenant la perturbation F_y suivante qui va exciter la lame vibrante:

$$F_y(t) = -a_p (y(t) - y(t - \tau)) \sum_{j=1}^Z \beta_j(t) (K_t \sin \phi_j(t) \cos \phi_j(t) - K_r \cos^2 \phi_j(t)) - a_p f_z \sum_{j=1}^Z \beta_j(t) (-K_r \sin \phi_j(t) \cos \phi_j(t) + K_t \sin^2 \phi_j(t)) - \alpha \sum_{j=1}^Z \beta_j(t) \dot{y}(t)$$

(37)

Les coefficients de coupe K_t et K_r sont tirés de la bibliographie et n'ont donc pas été identifiés pour deux raisons principalement. D'abord, ces deux paramètres ne sont pas pris en compte dans la synthèse de contrôle suivant la première stratégie puisque les efforts de coupe, dans ce cas-là, sont considérés comme des perturbations au système usinant. Ensuite, la dynamique du système a été validée via des essais rendant ainsi l'identification de ces coefficients non nécessaire.

a) Correcteurs déterminés selon la première stratégie

Afin de trouver des points de fonctionnement correct avec des paramètres d'usinage plausibles, nous avons utilisé la même démarche sur une lame plus raide (5x160 x80 mm) de raideur statique 215.7 N/mm pour les simulations de couplage système actif / processus de fraisage. Nous avons testé nos correcteurs, pour un processus de fraisage ayant les paramètres suivants : $N = 2800$ tr/min, $f_z = 0.08$ mm/tr/dent, $z = 2$ dents, $K_t = 1000$ MPa, $K_r = 300$ MPa, $\varnothing_{\text{outil}} = 16$ mm, a_r (engagement radial) = 1 mm avec a_p (engagement axial) = 2 mm pour ceux obtenus suivant la première stratégie (Figure 70) et $a_p = 0.5$ mm pour ceux calculés suivant la deuxième stratégie. Les coefficients de coupe K_t et K_r n'ayant pas été identifiés, les amplitudes des réponses du système vibrant sans correcteur seront « excessivement » élevées mais représentatifs d'un état d'usinage très instable. Les correcteurs donnent des résultats équivalents pour les deux types d'opérations de fraisage en opposition ou en avalant.

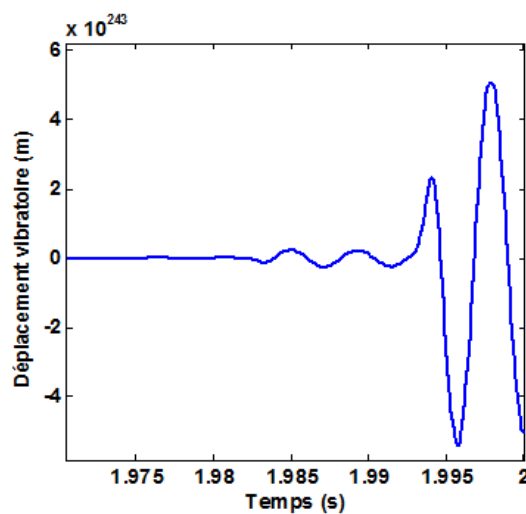


Figure 70 Type de réponse du système usinant sans correcteur

Le correcteur H_∞ non filtré (Figure 71) réussit à stabiliser le système puisqu'on obtient avec des amplitudes vibratoires ne dépassant pas les 0.06 mm pour une opération de fraisage avec une profondeur de passe axiale de 2 mm. En effet, le correcteur H_∞ permet d'atténuer le 1^{er} pic de 37 dB et le 2nd de 11.9 dB.

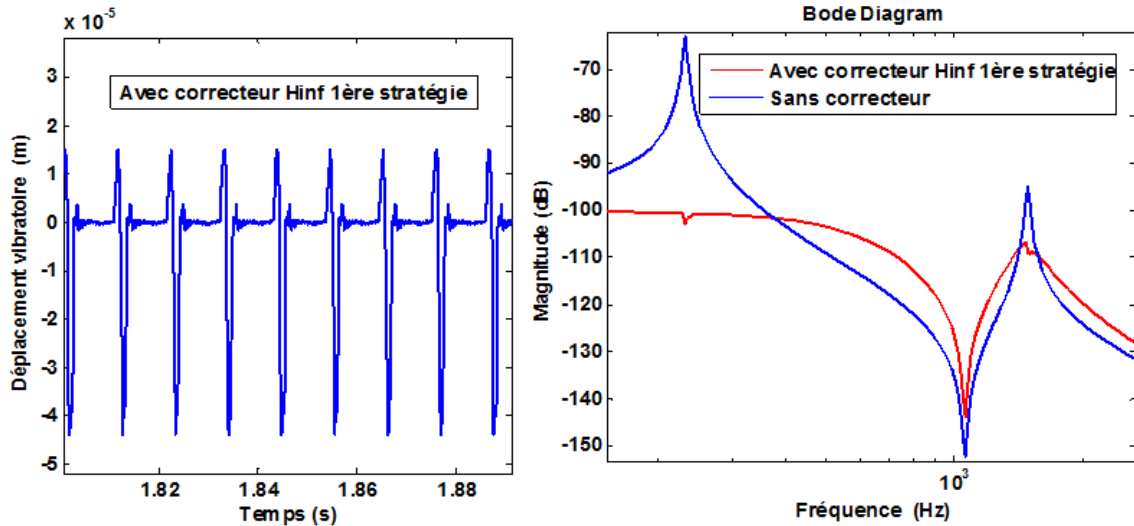


Figure 71 Réponse du système usinant avec correcteur H_{∞} de la première stratégie

Malheureusement, ce correcteur n'est pas réalisable sur notre banc d'essai car le signal qu'il génère est trop élevé entraînant la saturation de l'actionneur piézoélectrique. Ceci pourrait s'expliquer par notre modélisation du système qui ne considère que ses deux premiers pics de résonance. On procède alors au filtrage de ce correcteur avec un filtre passe bas de 1^{er} ordre (Figure 72).

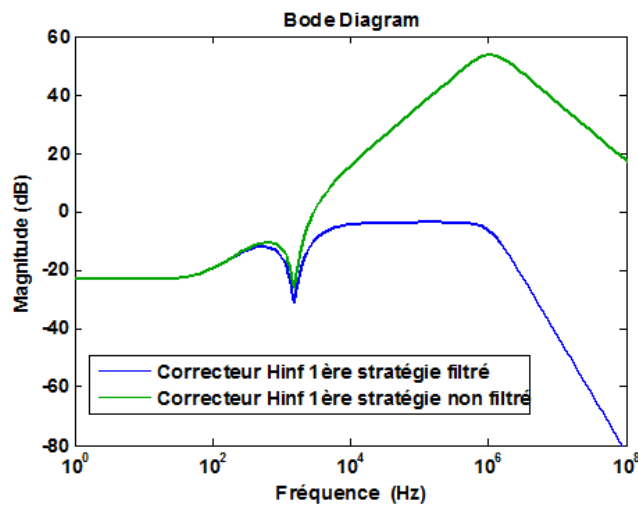


Figure 72 Filtrage du correcteur H_{∞} de la première stratégie

Le filtrage détériore les performances du correcteur puisqu'il le rend moins efficace sur le système comme on peut le constater sur la Figure 73. En effet, il y a une diminution de l'amortissement apporté au système usinant. On obtient une atténuation de 24.3 dB sur le 1^{er} mode et 6.9 dB sur le 2nd. Par conséquent, le correcteur filtré ne stabilise plus le système pour les paramètres de coupe définis. Il faut alors diminuer les valeurs de ces derniers tels que la profondeur de passe axiale ou l'engagement radial pour voir l'effet positif du correcteur filtré sur la réponse du système pendant l'opération de fraisage.

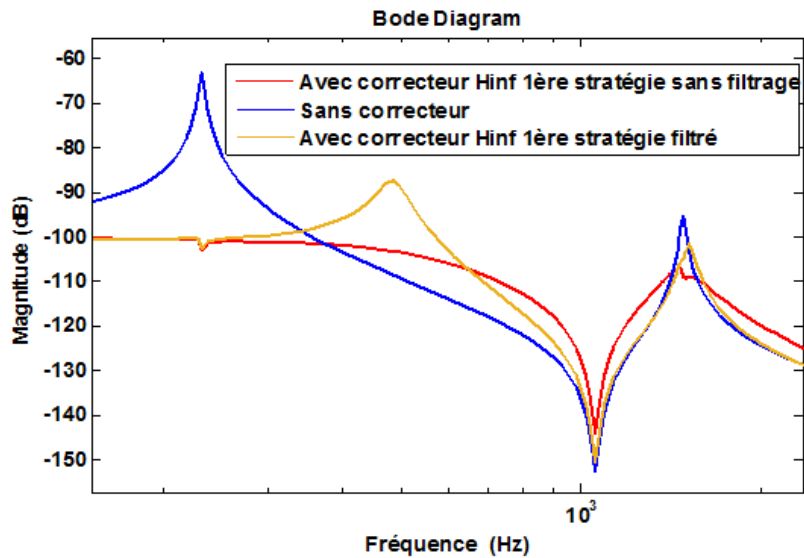


Figure 73 Réponses fréquentielles du système avec le correcteur H_∞ de la première stratégie avec/sans filtrage

Le correcteur LQG est plus souple que le correcteur H_∞ puisqu'on a beaucoup plus de possibilités pour contrôler le signal de commande généré de manière à ce que celui-ci soit réalisable sans avoir le besoin de recourir au filtrage. En effet, les correcteurs LQG dépendent de plusieurs paramètres tels que les matrices de covariance de la perturbation ou du bruit mais aussi des matrices de pondérations du critère quadratique propres à la stratégie de commande LQG .

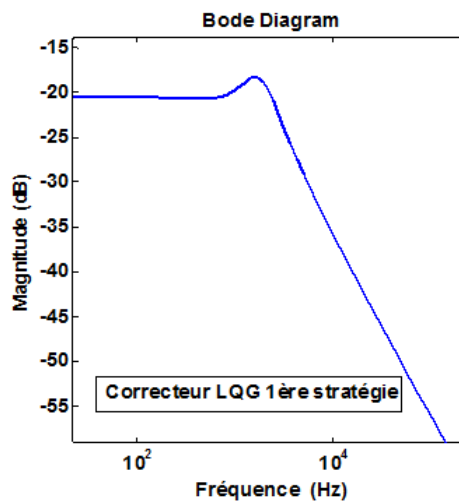


Figure 74 Diagramme de Bode du correcteur LQG de la première stratégie

Finalement, le correcteur LQG retenu avec une combinaison précise de ses paramètres possède un pic exactement au niveau du 2^{ème} mode du système vibrant. Le correcteur génère un signal réalisable sur notre banc d'essai. De plus, ce signal est bien cohérent puisqu'il présente un pic là où le système vibre le plus (Figure 74).

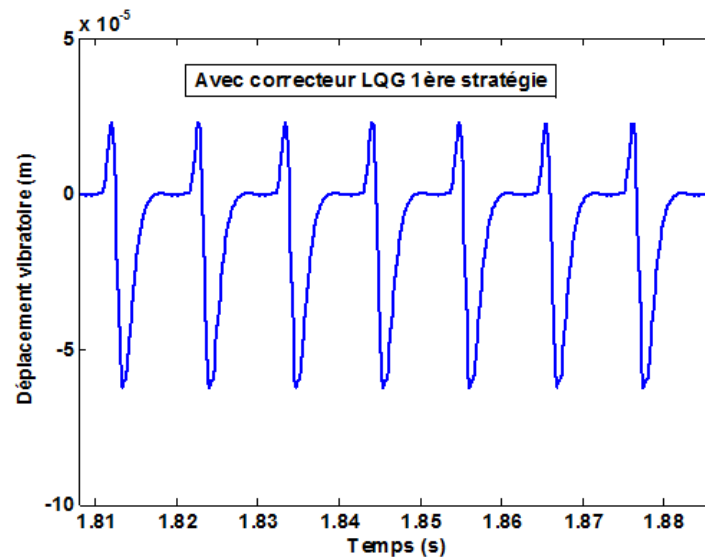


Figure 75 Contrôle actif du système avec le correcteur *LQG* de la première stratégie

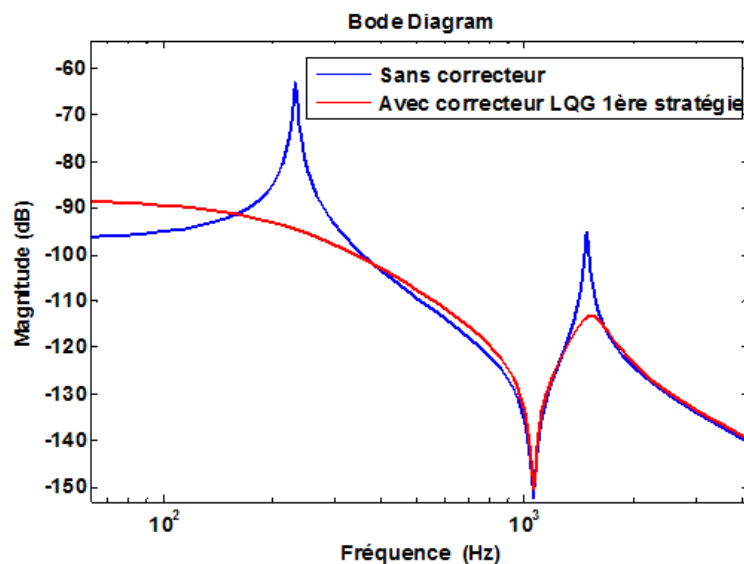


Figure 76 Diagramme de Bode du système avec/sans correcteur *LQG* de la première stratégie

Le correcteur *LQG* (Figure 75) obtenu suivant la première stratégie réussit à stabiliser le système puisqu'on a des amplitudes vibratoires ne dépassant pas les 0.077 mm correspondant à une atténuation de 28.4 dB sur le 1^{er} pic et de 17.9 dB sur le 2nd (Figure 76). En plus, ce correcteur ne nécessite aucun filtrage pour son implémentation sur notre banc d'essai. Pour cette opération de fraisage, il est donc préférable d'utiliser le correcteur *LQG*.

Dans tous les cas d'engagements axiaux a_p qu'on a pris, le système est toujours instable en boucle ouverte et stable en présence d'un correcteur H_∞ ou *LQG*. Cependant, c'est le correcteur H_∞ qui est le plus performant quand il ne subit pas d'opération de filtrage, destiné à faire diminuer son signal toujours aussi élevé. En effet, on est contraint de filtrer ce correcteur si on veut l'utiliser sur notre système vibrant. Malheureusement, le correcteur H_∞ filtré obtenu ne réussit pas à rendre le système stable pour les paramètres de coupe définis précédemment ($a_p =$

2 mm). On recourt alors au correcteur LQG puisqu'il arrive à amener le système à un état d'usinage stable bien qu'il soit moins performant que le correcteur H_{∞} .

Nous avons testé par la suite l'effet du correcteur μ *synthèse* (Figure 77) sur le système usinant pendant une opération de fraisage avec les paramètres de coupe définis. Malgré le signal élevé que le correcteur génère, qui impose l'utilisation d'un filtre, le système n'est pas stable avec ce correcteur. En diminuant l'engagement axial à **0.8** mm, on obtient un régime stable, ce qui montre que l'efficacité des correcteurs reste limitée et que la limite de stabilité n'est que déplacée, et pas complètement effacée.

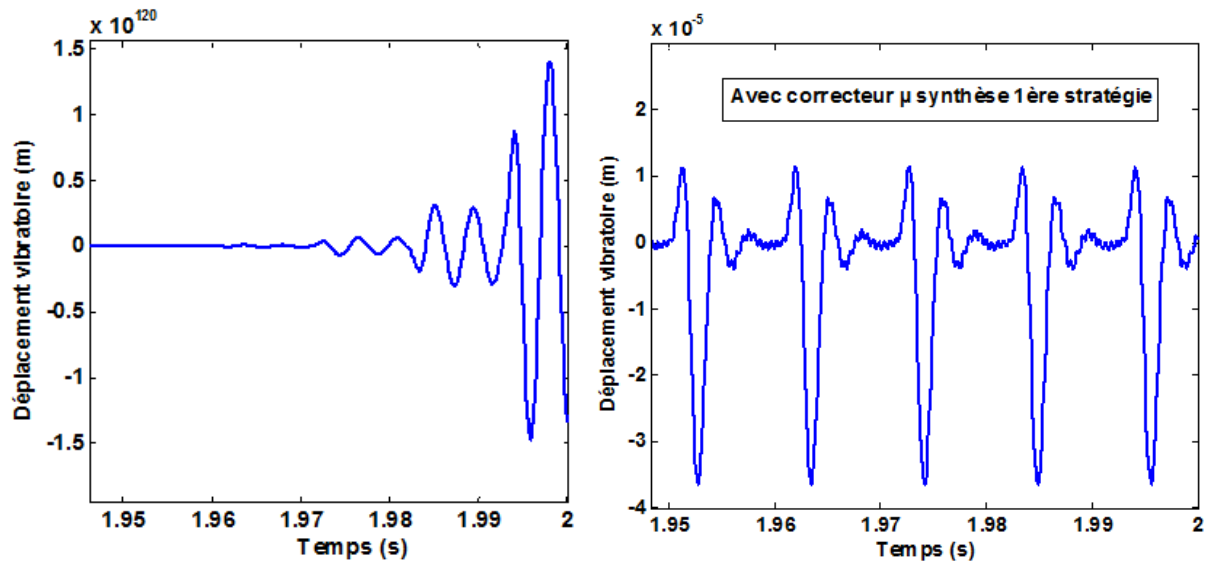


Figure 77 Réponse temporelle du système avec/sans correcteur μ *synthèse* de la première stratégie filtré

En présence du correcteur μ *synthèse*, les déplacements vibratoires du système usinant ne dépassent pas les 0.05 mm avec un filtre passe bas de 1^{er} ordre au lieu de 0.045 mm en l'absence de ce dernier. D'ailleurs, l'amortissement des deux modes n'est pas identique avec et sans filtrage. Le 1^{er} pic est atténué également dans les deux cas de 26.9 dB. Néanmoins, le 2nd pic est seulement atténué lorsque le correcteur n'est pas filtré, de 26.7 dB. Bien que le 2nd pic soit légèrement amplifié de 1.4 dB lorsqu'on recourt au filtre, le correcteur résultant (Figure 78) stabilise le système.

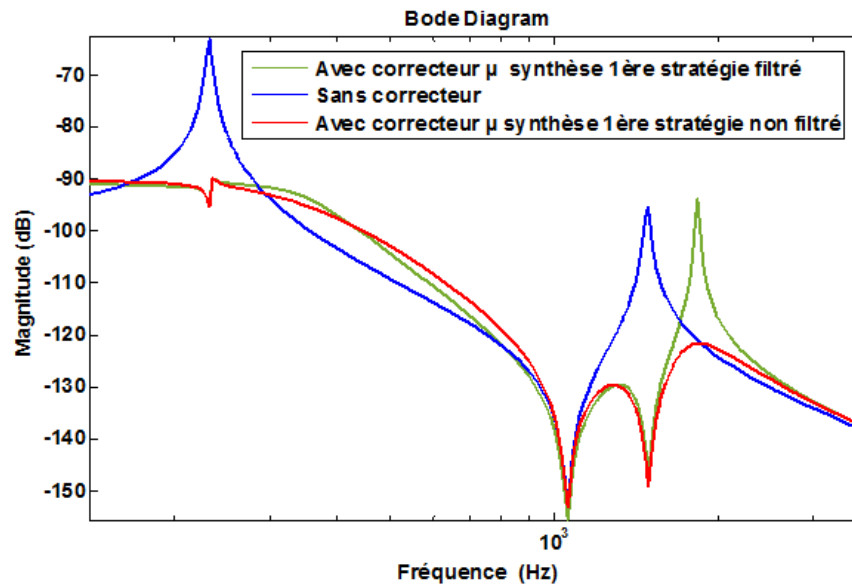


Figure 78 Diagramme de Bode du système usinant avec correcteur μ synthèse de la première stratégie

b) Correcteurs déterminés suivant la deuxième stratégie

Les correcteurs déterminés selon la deuxième stratégie dépendent naturellement du processus de coupe, et donc des paramètres de coupe ainsi que du mode de l'opération de fraisage (en avalant ou en opposition). Bien que le processus de coupe intervienne dans le calcul de ces correcteurs, ceux-ci donnent des résultats équivalents pour les deux types d'opérations de fraisage en opposition ou en avalant (effet sur les lobes de stabilité).

Les correcteurs calculés suivant la deuxième stratégie diminuent certes l'amplitude de la réponse du système divergent, mais ne sont pas en mesure de le ramener à un état stable. En effet, les correcteurs H_∞ et LQG déterminés suivant la deuxième stratégie correspondant aux paramètres de coupe déjà définis ne réussissent pas à stabiliser le système lors d'une opération de fraisage pour ces mêmes paramètres de coupe. On décide d'étudier l'effet de ces correcteurs, déterminés avec les anciens paramètres de coupe, sur le système pendant une opération de fraisage en gardant identiques les paramètres de coupe sauf la profondeur de passe axiale qui prend maintenant la valeur de **0.4 mm** (Figure 79).

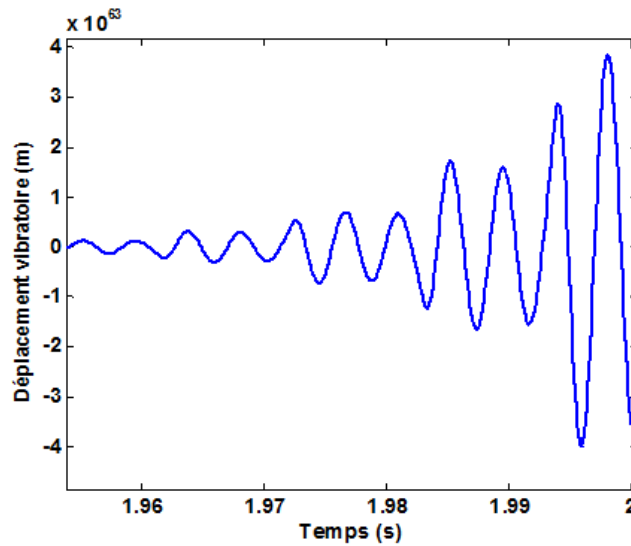


Figure 79 Réponse temporelle du système sans correcteur $A_p=0.4$ mm

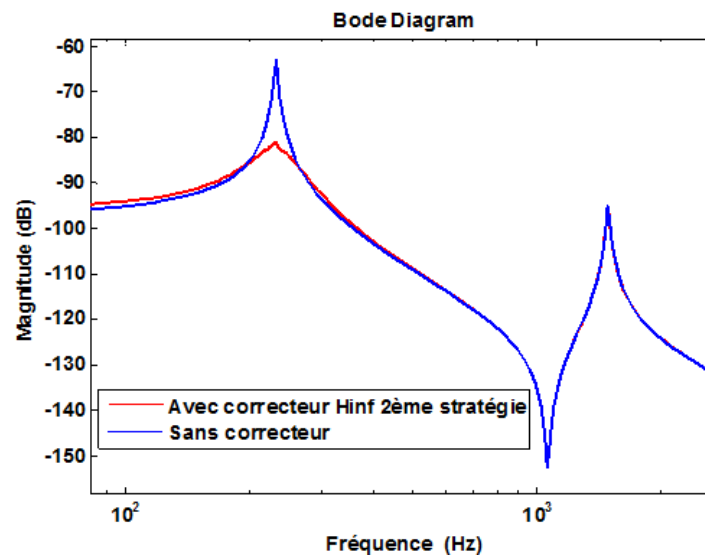


Figure 80 Diagramme de Bode du système usinant avec correcteur H_∞ de la deuxième stratégie

Le correcteur H_∞ (Figure 80) obtenu suivant la deuxième stratégie agit uniquement sur le 1^{er} pic de résonance avec une atténuation de seulement 18.2 dB. Ceci explique l'incapacité de ce correcteur à stabiliser le système pour les anciens paramètres de coupe.

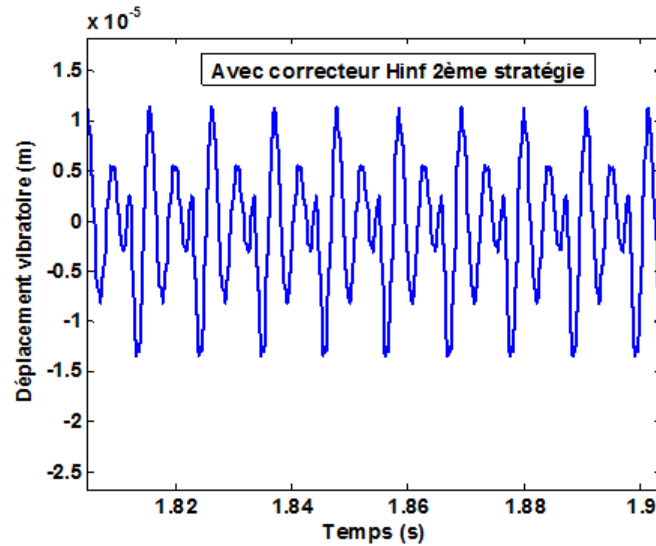


Figure 81 Réponse temporelle du système avec correcteur H_∞ de la deuxième stratégie

Les déplacements vibratoires du système usinant, en présence du correcteur H_∞ de la deuxième stratégie ne dépassent pas les 0.025 mm (Figure 81).

Avec les anciens paramètres de coupe on détermine le correcteur LQG suivant la deuxième stratégie (Figure 82). Celui-ci atténue le 1^{er} mode de 20.4 dB et de 3.7 dB le 2nd.

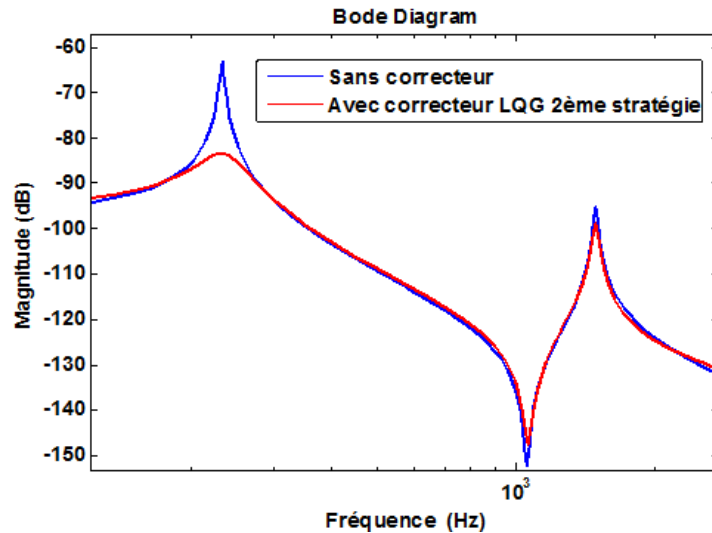


Figure 82 Diagramme de Bode du système usinant avec correcteur LQG de la deuxième stratégie

Après plusieurs simulations en changeant à chaque fois la valeur de l'engagement axial, on a constaté que le correcteur LQG calculé suivant la deuxième stratégie était légèrement meilleur que le correcteur H_∞ de la deuxième stratégie. En effet, pour une profondeur de passe axiale de **0.5** mm (Figure 83) le correcteur LQG de la deuxième stratégie stabilise le système contrairement au correcteur H_∞ de la même stratégie. Ce constat est aussi visible sur les lobes de stabilités.

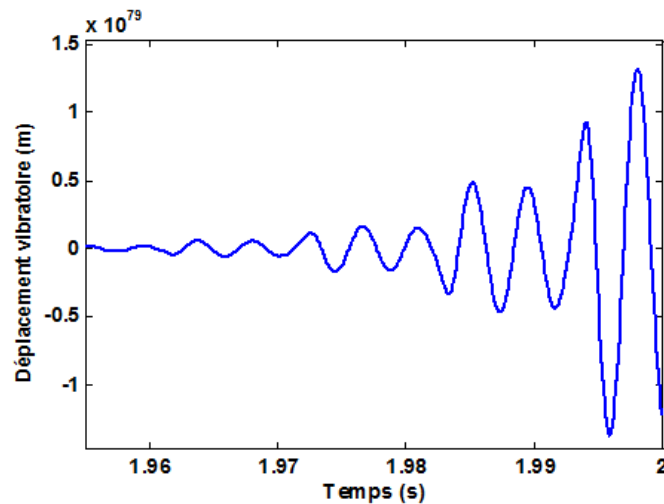


Figure 83 Réponse temporelle du système sans correcteur $A_p=0.5$ mm

Le correcteur *LQG* de la deuxième stratégie (Figure 84) diminue les déplacements vibratoires du système usinant puisqu'ils ne dépassent plus les 0.028 mm.

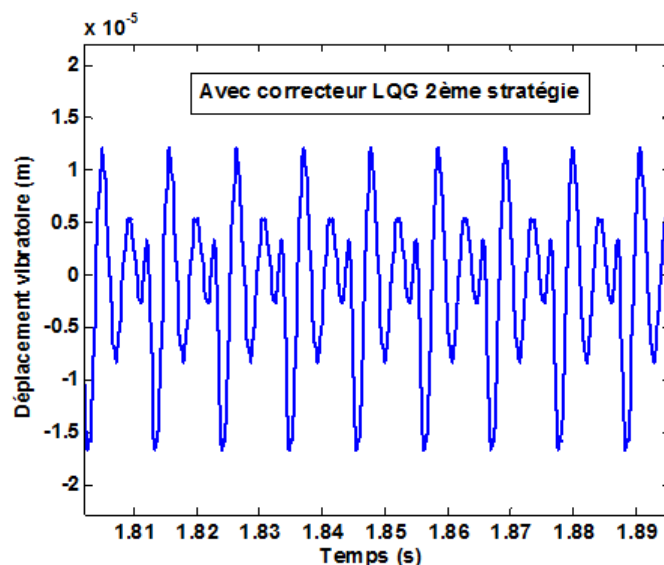


Figure 84 Réponse temporelle du système avec correcteur *LQG* de la deuxième stratégie

c) Lobes de stabilité

Plusieurs études ont été menées pour obtenir les lobes de stabilité en usinage qui permettent de séparer le domaine de l'usinage stable de celui qui est instable. Parmi les méthodes les plus connues, on retrouve celle d'Altintas et Budak [8] qui utilise l'approximation des coefficients directionnels (présents dans l'expression des $F_c(t)$ dans le deuxième paragraphe) développés en série de Fourier par leur moyenne. Cette méthode est souvent appelée *zero order solution* [36]. Il y a aussi des méthodes plus récentes, à la fois analytiques et expérimentales (certaines consistent à identifier les fonctions de transfert de la structure lors d'essais dynamiques). D'autres techniques consistent à enregistrer le signal sonore du processus de coupe et à détecter le broutement si l'énergie du son correspondant dépasse un certain critère. Dans notre cas, pour tracer ces lobes de stabilité relatives à notre opération de fraisage on a choisi de faire varier la

vitesse de la broche N (tr/min) ainsi que la profondeur de passe A_p (mm) tout en ayant un critère simple, basé sur une interprétation du résultat temporel. Celui-ci consiste à confirmer l'instabilité de notre système si le déplacement vibratoire de la lame dépasse un certain seuil, au-delà d'un certain horizon de temps. Il s'agit de parcourir pour chaque vitesse de rotation de la broche N , n_{A_p} (2000) valeurs de A_p de l'intervalle $[A_{pmin}$ (0.05 mm), A_{pmax} (6 mm)] jusqu'à ce qu'on trouve, en utilisant le principe de dichotomie, la première valeur de profondeur de passe correspondante à un état instable du système notée A_{plim} . Cette dernière représente l'ordonnée du point appartenant à la courbe des lobes de stabilité du système. Cette opération se répète pour les n_N (2000) valeurs de N allant de N_{min} (1000 tr/min) à N_{max} (7000 tr/min). On obtient ainsi les lobes de stabilité du système usinant sans et avec correction sous forme de graphes délimitant les zones de stabilité par rapport à celles d'instabilité en fonction de la vitesse de rotation N et de la profondeur de passe A_p . On nommera cette méthode de calcul les lobes de stabilité première stratégie. Il existe aussi une autre stratégie pour l'obtention des lobes de stabilité qu'on appellera deuxième stratégie. Il s'agit de calculer ces lobes en parcourant toutes les valeurs de profondeur de passe axiale A_p à chaque vitesse de rotation N . Ce qui revient à calculer les lobes pour chaque point de la zone du plan considéré. Elle permet certes de générer les courbes des lobes de stabilité qui couvrent toute la surface du graphe (Figure 85, gauche) mais nécessite un temps de calcul considérable. Le résultat d'usinage d'une éprouvette, avec et sans correcteur H_∞ (Figure 85, droite) obtenu suivant la première stratégie, au point de fonctionnement désigné par une croix (Figure 85, gauche).

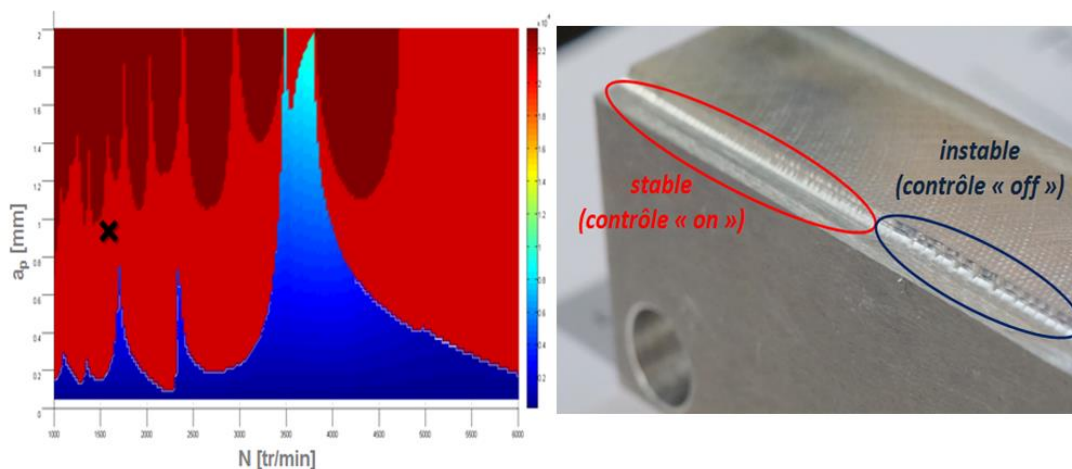


Figure 85 Calcul des lobes de stabilité selon la deuxième stratégie du système avec et sans contrôle

On obtient les lobes de stabilité du système sans correction et avec correction suivant la première stratégie. Le résultat confirme nos attentes. En effet, le filtrage indispensable du correcteur H_∞ pour son implémentation détériore la performance de celui-ci. D'ailleurs, on le constate sur les diagrammes de Bode avant de voir l'effet du filtrage sur les lobes de stabilité.

Nous avons par la suite tracé les lobes de stabilité du système usinant sans et avec tous les correcteurs obtenus suivant la première stratégie (Figure 86). Comme les résultats de simulations (réponses temporelles et fréquentielles), le correcteur H_∞ est toujours le plus performant puisqu'il donne un domaine d'usinage stable plus large qu'avec les autres stratégies.

On remarque aussi que finalement le filtre appliqué au correcteur H_{∞} dans le but de diminuer le signal de commande si élevé de ce dernier ne détériore pas vraiment ce domaine stable de l'usinage. Au contraire, on voit bien que pour les vitesses de rotation de la broche allant jusqu'à 3000 tr/min, les lobes de stabilité du système usinant avec le correcteur H_{∞} filtré est légèrement au-dessus de celles obtenus avec ce même correcteur sans filtrage. Cette tendance s'inverse par la suite pour des vitesses plus grandes.

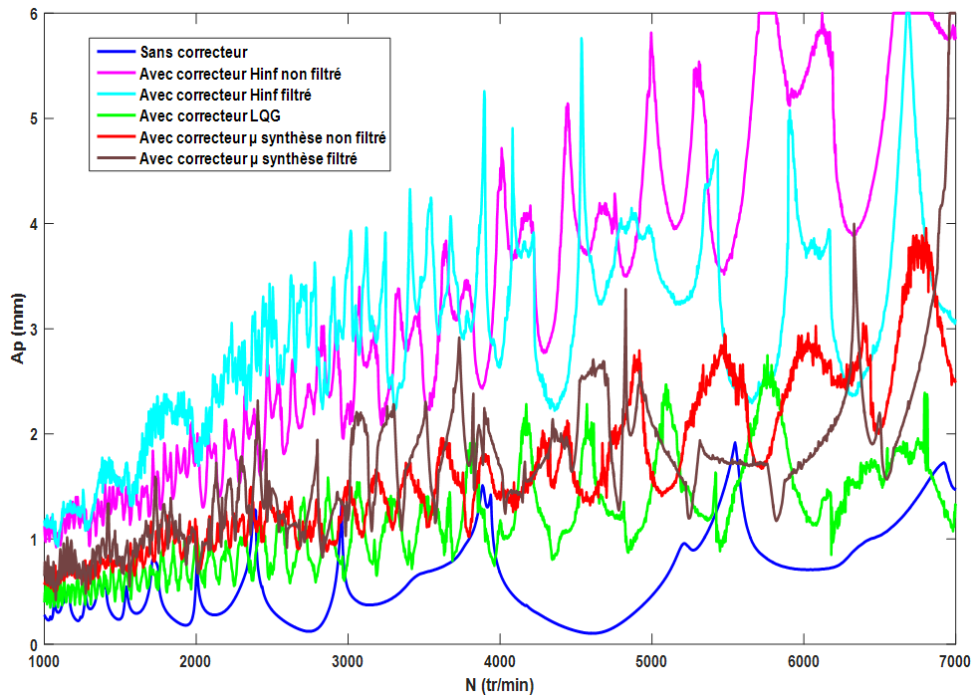


Figure 86 Lobes de stabilité du système usinant avec les correcteurs de la première stratégie

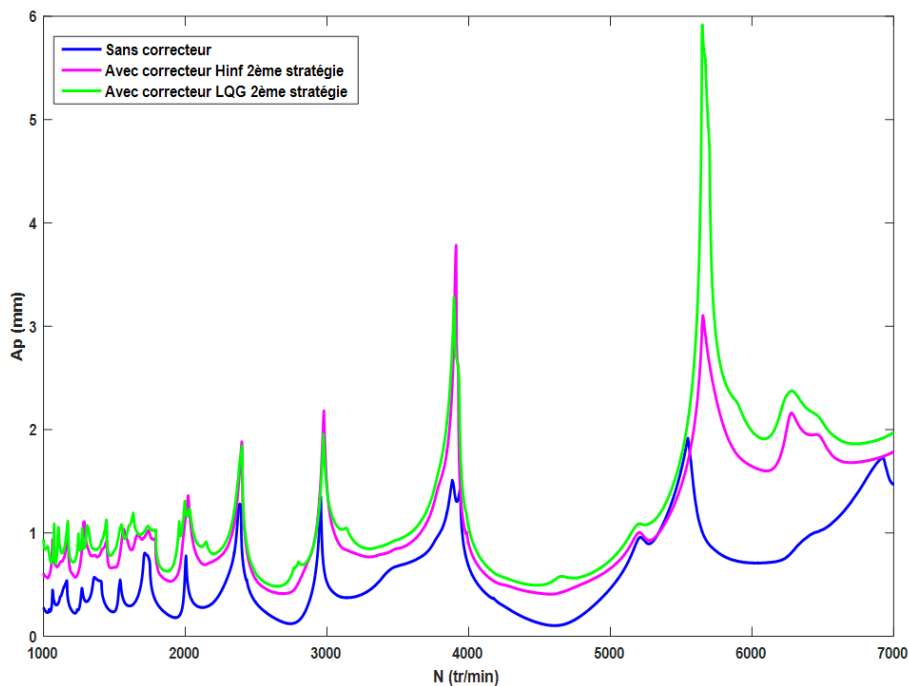


Figure 87 Lobes de stabilité du système usinant avec les correcteurs de la deuxième stratégie

Les lobes de stabilités du système usinant avec le correcteur LQG déterminé suivant la deuxième stratégie (Figure 87) sont légèrement au-dessus de ceux obtenus avec le correcteur H_∞ de la deuxième stratégie. Ce résultat était prévisible puisque l'atténuation du 1^{er} mode avec le correcteur LQG (20.4 dB) est légèrement supérieure à celle obtenue avec le correcteur H_∞ (18.2 dB). De même pour les déplacements vibratoires du système usinant qui sont légèrement plus amortis avec le correcteur LQG de la deuxième stratégie.

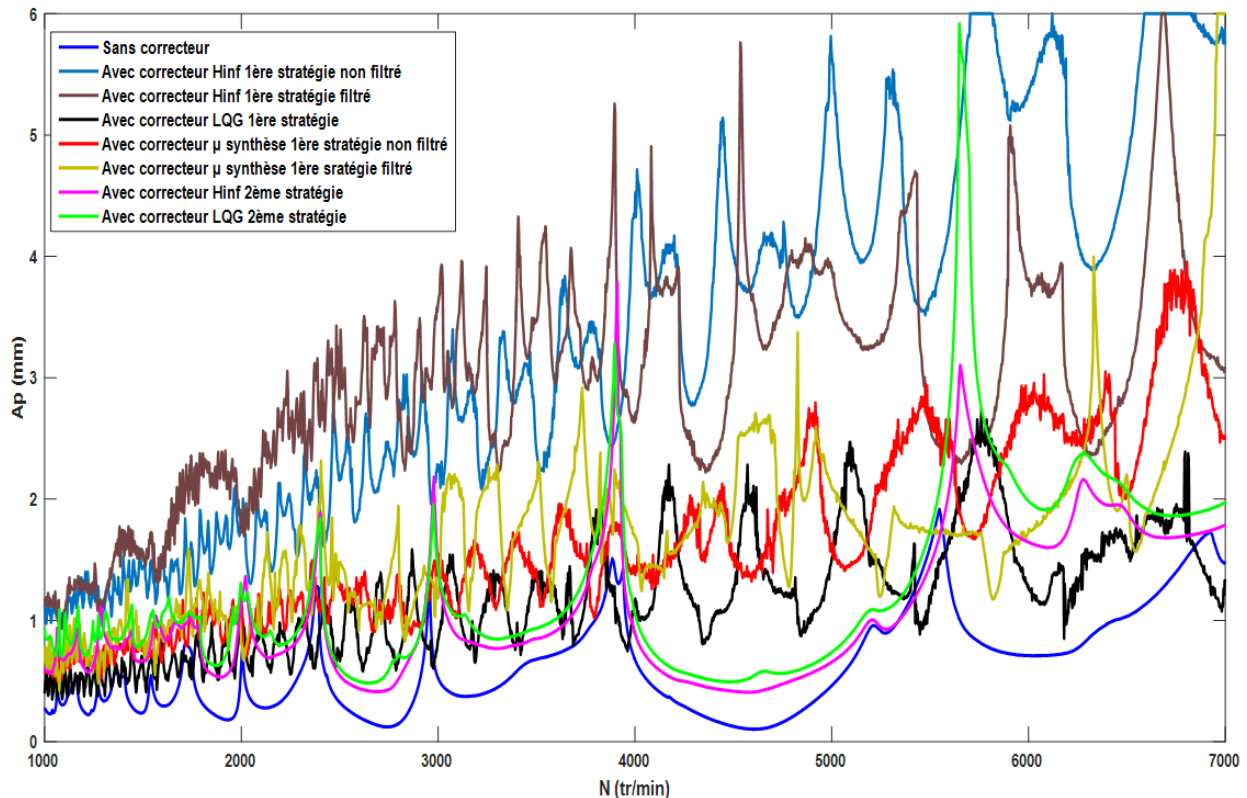


Figure 88 Lobes de stabilité du système usinant avec tous les correcteurs

Ensuite, on a comparé les lobes de stabilité du système usinant en présence de tous les correcteurs obtenus dans ce chapitre suivant les deux stratégies (Figure 88).

Conclusion

On a présenté les résultats de simulations du contrôle actif en fraisage d'une poutre flexible, en repère fixe, avec des correcteurs déterminés suivant deux stratégies. Les correcteurs obtenus suivant la première stratégie se sont montrés plus performants que leurs équivalents en deuxième stratégie. Néanmoins, ce constat n'est pas définitif. En effet, le calcul des correcteurs suivant la deuxième stratégie a nécessité deux approximations pour avoir un système linéaire. La première approximation est celle de la raideur dynamique par la moyenne de son développement en série de Fourier malgré le nombre faible de dents de l'outil dont on dispose. La deuxième stratégie est celle de Padé de la fonction $e^{-s\tau}$ effectuée à un ordre faible entraînant une différence importante entre la fonction retard et son approximé. Les lobes de stabilité confirment les résultats de simulations des réponses temporelles et fréquentielles puisque les correcteurs déterminés suivant la première stratégie ont des lobes plus hauts que leurs

équivalents en deuxième stratégie. Ensuite, on retrouve aussi les différences de performances des correcteurs dans chaque stratégie. En effet, en première stratégie on constate que le correcteur H_∞ donne un domaine d'usinage stable plus large que celui obtenu avec le correcteur LQG . Cette tendance s'inverse en deuxième stratégie puisque ce sont les lobes de stabilités du système avec le correcteur LQG qui sont légèrement plus hauts que ceux avec le correcteur H_∞ .

Chapitre 3 Analyse de robustesse des correcteurs et Contrôle actif de modèles identifiés

Nous allons étudier dans ce chapitre la robustesse des correcteurs déterminés précédemment. Parmi les outils dont on dispose, on trouve la technique de la valeur singulière structurée (VSS) destinée pour l'analyse de stabilité de robustesse des systèmes LTI soumis à des incertitudes ayant une structure particulière. La valeur singulière structurée, introduite par Doyle, est un outil puissant en commande robuste. La détermination de ce paramètre a été étudié par plusieurs chercheurs tels que Peter M. Young, Matthew P. Newlin et John C. Doyle dans [42] [43]. Young et Newlin ont implémenté un algorithme de calcul efficace de la VSS dans Matlab®, logiciel édité par Mathworks, que nous allons utiliser ici pour notre analyse.

1. Correction du modèle du système à 3 modes

Pour tester à nouveau l'efficacité des correcteurs déterminés précédemment à partir du modèle du système à deux modes, on a choisi de calculer les fonctions de transfert H_w et H_u en gardant les trois premiers modes. On a comparé par la suite la réponse du nouveau modèle obtenu en présence des correcteurs H_∞ et LQG calculés avec l'ancien modèle du système réduit à deux modes (Figure 89).

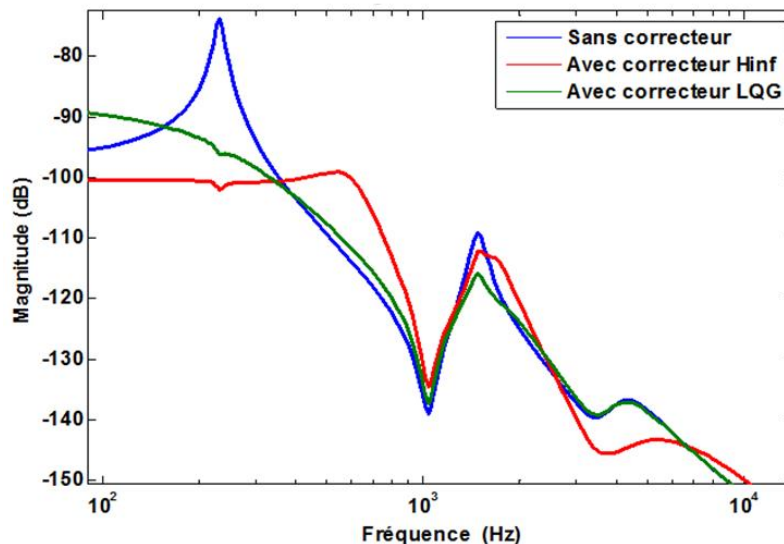


Figure 89 Réponses fréquentielles du système trois modes avec et sans correcteurs à deux modes

Les correcteurs amortissent les trois pics de résonance en dépit du fait qu'ils soient configurés pour agir seulement sur les deux premiers modes du système. En effet, ce sont les deux premiers modes qui impactent le plus la réponse du système, surtout dans les plages de fréquence d'intérêt pour notre système. La Figure 90 montre les diagrammes de Bode des deux fonctions de transfert du système H_w et H_u calculées avec 7 modes dont les deux premiers sont visiblement les plus résonnants. Les essais de contrôle avec ces correcteurs prouvent leur effet amortissant puisqu'ils atténuent bien les vibrations du système usinant bien que celui-ci ait en théorie une infinité de modes. Ensuite, pour prouver davantage la robustesse de ces correcteurs, on a testé par simulation les correcteurs LQG et H_∞ obtenus à partir de l'ancien modèle d'état (deux modes) sur le système à trois modes pour une opération de fraisage à 2800 tr/min, avec un outil à 2 dents de diamètre 16 mm, une avance de 0.05 mm/tr/dent et un engagement axial de 0.5 mm.

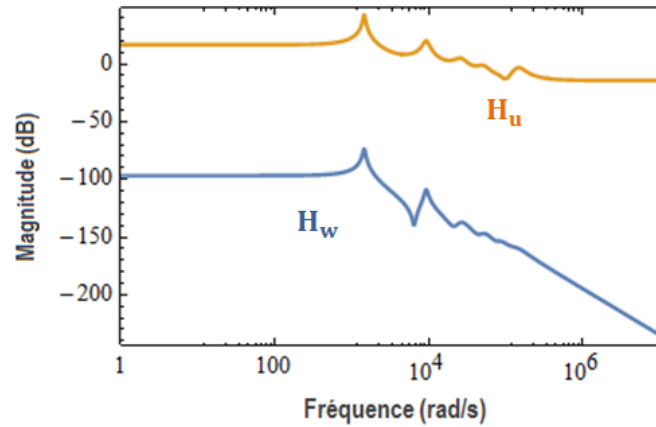


Figure 90 Diagramme de Bode des deux fonctions de transfert du système

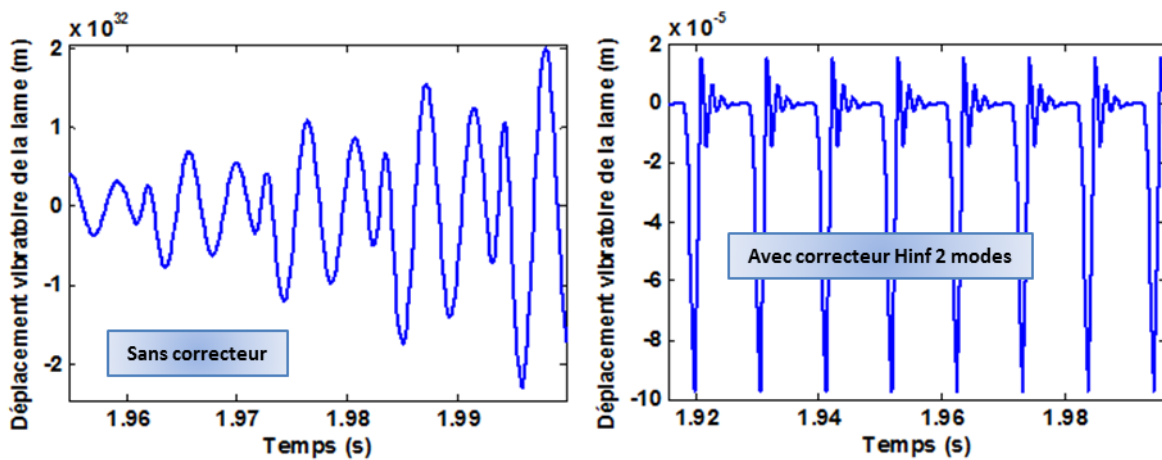


Figure 91 Contrôle actif du système à trois modes en fraisage via le correcteur H_∞ à deux modes

Les correcteurs réussissent à ramener le système usinant à un état stable avec une atténuation plus importante avec le correcteur H_∞ qu'avec le correcteur LQG d'après les réponses temporelles du système usinant (Figure 91 et Figure 92).

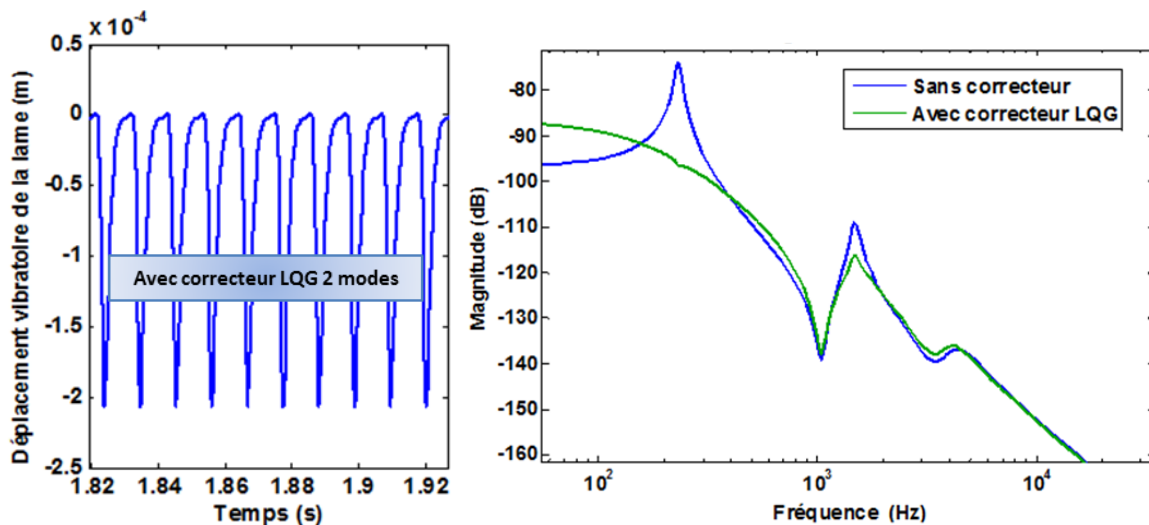


Figure 92 Contrôle actif du système à trois modes avec le correcteur LQG à deux modes et son diagramme de Bode

2. Robustesse

Les correcteurs robustes sont ceux qui garantissent un niveau de performance convenable en présence d'incertitudes bornées [44]. L'étude de robustesse des contrôleurs déterminés précédemment nécessite alors d'intégrer des incertitudes dans le modèle mathématique de notre système pour prendre en compte des inévitables erreurs de modélisation. Ces incertitudes doivent être considérées puisqu'on peut avoir de fortes variabilités dans le processus de coupe, mais aussi en raison de la présence des non linéarités du modèle de coupe ou de celui de l'actionneur qu'on ne prend pas en compte dans nos modèles. Pour compléter la liste de sources d'incertitudes, du bruit vient s'ajouter au niveau des mesures ou de la consigne mais aussi un phénomène physique qui n'est pas considéré à l'étape de modélisation du système. Il s'agit du phénomène de la torsion qui apparaît pendant l'usinage de l'éprouvette surtout aux extrémités où il est le plus intense à la fréquence de 500 Hz (Figure 93).

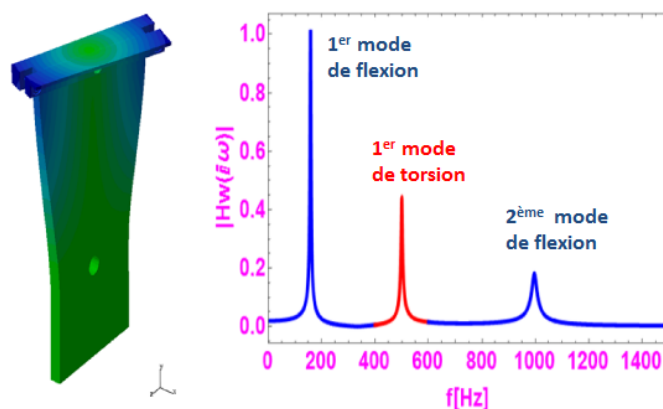


Figure 93 Mode de torsion du système

La démarche d'analyse de robustesse consiste à tester des lois de commande construites à partir du modèle nominal du système, sur des systèmes issus de ce modèle nominal, auquel on rajoute par la suite différents types d'incertitudes. Il est indispensable de disposer de correcteurs robustes qui seront capables de travailler correctement dans un environnement hostile et en présence de variations inhérentes aux processus réels.

Avant de commencer l'étude de robustesse, on rappelle la notion de Transformation Linéaire Fractionnaire (Figure 94) qui est indispensable pour cette étude. Il s'agit de la fonction de transfert d'un système comprenant deux sous-systèmes reliés par boucle de retour, obtenue par une manipulation simple des éléments des matrices de transfert de ceux-ci.

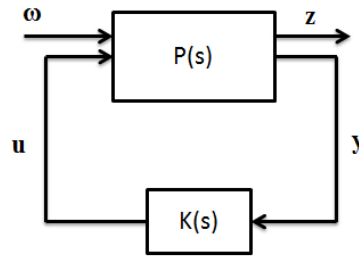


Figure 94 Transformation Linéaire Fractionnaire

On a :

$$\begin{bmatrix} z(s) \\ y(s) \end{bmatrix} = P(s) \begin{bmatrix} \omega(s) \\ u(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11}(s) & P_{12}(s) \\ P_{21}(s) & P_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega(s) \\ u(s) \end{bmatrix} \quad (1)$$

Le système est bouclé avec le signal de commande u :

$$u(s) = K(s)y(s) \quad (2)$$

On obtient après développement, la relation entre les perturbations ω et la sortie du système z à contrôler. C'est la Transformée Linéaire Fractionnaire de P et K :

$$z(s) = F_l(P, K) \omega(s) \\ F_l(P, K) = P_{11} + P_{12} K(I - P_{22}K)^{-1} P_{21} \quad (3)$$

Une représentation générale d'un système soumis à des incertitudes de modèle est donnée sur la Figure 95. Toutes les incertitudes de modèle sont rassemblées dans la matrice Δ .

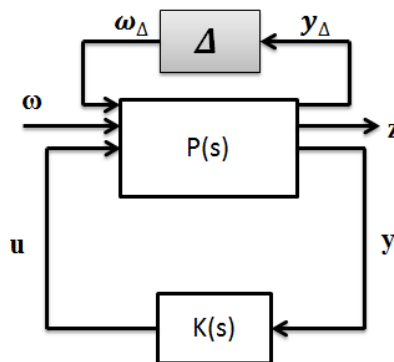


Figure 95 Système incertain

La première étape dans l'étude de robustesse consiste à construire le système $M(s)$ équivalent à l'ensemble $P(s)$ & $K(s)$ (Figure 96). $M(s)$ représente la partie connue de la modélisation du système mécanique avec correcteur alors que Δ désigne la partie incertaine et/ou inconnue de notre modèle.

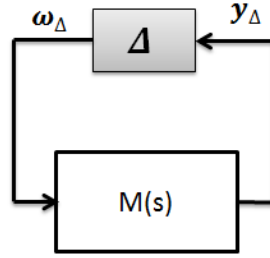


Figure 96 Modélisation du système pour l'analyse de Robustesse

Généralement, les erreurs de modélisation sont regroupées en deux grandes classes suivant la structure de la matrice Δ ; les incertitudes structurées et les incertitudes non structurées. La matrice Δ du premier type d'incertitudes possède une structure particulière puisqu'elle est diagonale alors que celle du deuxième type est un bloc complexe plein, et donc n'a pas de structure particulière. Dans le premier cas d'incertitudes mais aussi dans le cas où on ne tient pas compte d'une éventuelle structure de la matrice Δ , on utilise pour l'analyse de robustesse le *théorème du petit gain* qui dit :

Ayant M et Δ stables (tous les pôles à partie réelle négative), le système de la Figure 96 est stable pour tout Δ telle que $\|\Delta\|_\infty < \alpha$ si et seulement si $\|M\|_\infty \leq \alpha^{-1}$.

Avant de parler de l'autre type d'incertitudes, on va définir la notion de valeur singulière structurée. Soit $\underline{\Delta}$ l'ensemble des matrices complexes possédant la même structure que les incertitudes structurées Δ :

$$\underline{\Delta} = \left\{ \Delta = \text{diag} \left\{ \Delta_i, \delta_j I_{r_j} \right\} \in \mathbb{C}^{k,k}, \Delta_i \in \mathbb{C}^{k_i, k_i}, \delta_j \in \mathbb{C} \right\} \quad (4)$$

La valeur singulière structurée de M relative à l'ensemble $\underline{\Delta}$, notée VSS, est définie par :

$$\begin{aligned} \mu_{\underline{\Delta}}(M) &= \left(\inf_{\Delta \in \underline{\Delta}} \left(\overline{\sigma(\Delta)} : \det(I - \Delta M) = 0 \right) \right)^{-1} \\ \mu_{\underline{\Delta}}(M) &= 0 \text{ si } \forall \Delta \in \underline{\Delta} \det(I - \Delta M) \neq 0 \end{aligned} \quad (5)$$

Dans le cas du deuxième type d'incertitudes, on utilise plutôt le principe de la μ analyse qui repose sur la notion de valeur singulière structurée. Il s'agit du *théorème du petit gain généralisé* :

Ayant M stable, le système de la Figure 96 est stable pour toute incertitude Δ structurée et normalisée telle que $\|\Delta\|_\infty < \alpha$ si et seulement si $\mu_{\underline{\Delta}}(M(j\omega)) \leq \alpha^{-1}, \forall \omega$.

Étant donné que la valeur singulière structurée $\mu_{\underline{\Delta}}(M(j\omega))$ n'est pas si simple à déterminer, on choisit parfois de calculer la valeur singulière maximale $\bar{\sigma}(M(j\omega))$ pour avoir une idée sur le domaine d'incertitudes qui ne détériorent pas la stabilité du système. En effet, on a la propriété suivante : $\mu(M(j\omega)) \leq \bar{\sigma}(M(j\omega))$ [29].

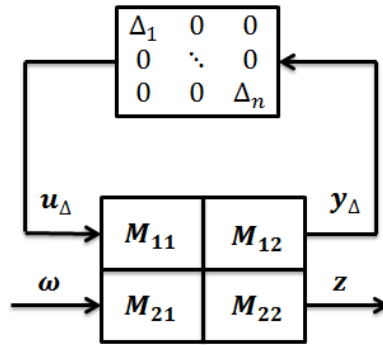


Figure 97 Modélisation du système incertain pour le calcul de sa VSS

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}_\Delta \\ \mathbf{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11}(s) & \mathbf{M}_{12}(s) \\ \mathbf{M}_{21}(s) & \mathbf{M}_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_\Delta \\ \boldsymbol{\omega} \end{bmatrix} \quad (6)$$

On précise qu'au moment d'utiliser les deux méthodes d'analyse de robustesse (théorème du petit gain et μ analyse), on remplace $\mathbf{M}(s)$ par $\mathbf{M}_{11}(s)$ quelque soit le type de structure des incertitudes qu'on traite (Figure 97).

La robustesse des correcteurs est naturellement mise à l'épreuve puisqu'il s'agit de contrôler une structure continue qui a donc une infinité de degrés de liberté. Or, le correcteur est évidemment calculé à partir du modèle d'état de cette structure qui provient de la décomposition modale du déplacement de celle-ci tronquée à un nombre fini de modes. Ceci fait donc apparaître l'instabilité des modes résiduels qui ne sont pas pris en compte. On trouve le phénomène de Spillover défini par le transfert d'énergie vers des modes élevés qui ne sont pas pris en compte dans le modèle. Il y a deux types de Spillover qui peuvent intervenir séparément ou même les deux en même temps. Le premier, appelé Spillover d'observation, apparaît lorsque les signaux observés du modèle réduit sont pollués par les modes d'ordre supérieur alors que le deuxième, Spillover de contrôle, a lieu lorsque ceux-ci sont excités par le contrôle. On obtient instabilité par spillover quand les deux types sont réunis.

Il est à noter qu'on peut appliquer le théorème du petit gain ainsi que la μ analyse (théorème du petit gain généralisé) dans les deux types d'analyse de robustesse : robustesse aux dynamiques négligées et robustesse paramétrique.

a) Robustesse aux dynamiques négligées

Cette méthode consiste à intégrer de l'incertitude dans les deux fonctions de transfert H_u et H_w qui décrivent la dynamique de notre système. On obtient alors deux nouvelles fonctions de transfert perturbées notées H_{wpert} et H_{upert} (Figure 98 a). On obtient alors un modèle incertain de notre système. On considère les fonctions de transfert H_{wpert} et H_{upert} suivantes :

$$\begin{cases} \mathbf{H}_{wpert} = \mathbf{H}_w (\mathbf{1} + \Delta_{uncw} \mathbf{W}_{uncw}) \\ \mathbf{H}_{upert} = \mathbf{H}_u (\mathbf{1} + \Delta_{unc} \mathbf{W}_{unc}) \end{cases} \quad (7)$$

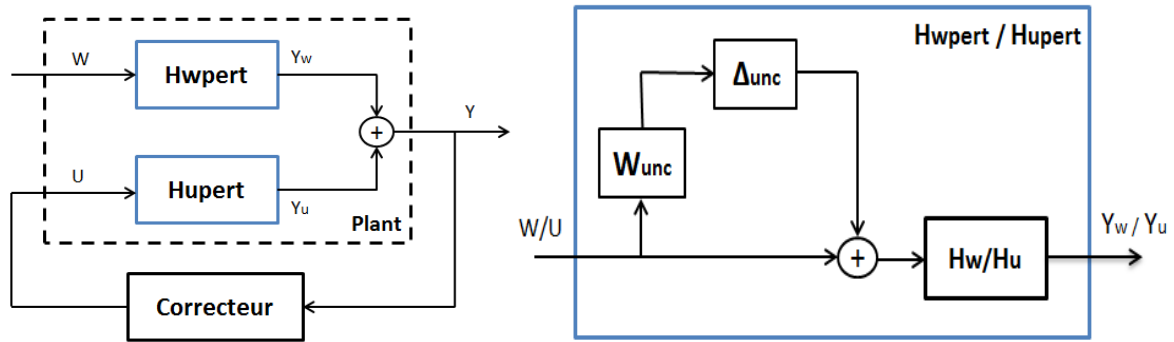


Figure 98 a) Décomposition du système incertain b) Système avec dynamiques négligées

On utilise des incertitudes Δ_{unc} , Δ_{uncw} non structurées et *multiplicatives* pour désigner des dynamiques mal connues ou négligées vérifiant la condition $\|\Delta_{unc,uncw}\|_{\infty} \leq \alpha$ (Figure 98 b). Le choix du filtre de pondération W_{unc} dépend des performances désirées à atteindre par le système contrôlé. Dans ce cas de figure (incertitudes non structurées), on peut appliquer le théorème du petit gain [44] qui stipule que notre système est stable pour toutes les incertitudes Δ_i si et seulement si $lft = \|LFT(Plant, Correcteur)\|_{\infty} \leq \frac{1}{\alpha}$. On calculera alors la *LFT* pour chaque correcteur déterminé, suivant les deux stratégies, afin de vérifier si on a bien la condition de robustesse. On pourra par la suite comparer les différents correcteurs obtenus en fonction de leur robustesse. D'un autre côté, on peut aussi utiliser le cas d'incertitudes structurées, il suffit de poser :

$$\Delta = \begin{pmatrix} \Delta_{unc} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Delta_{uncw} \end{pmatrix} \quad (8)$$

La matrice Δ apparaît maintenant structurée puisqu'elle est diagonale par blocs. De ce fait, on peut appliquer la μ analyse. En effet, on calcule pour chaque correcteur déterminé, suivant les deux stratégies, la VSS de la $LFT(Plant, Correcteur)$ qu'on notera μ pour pouvoir vérifier si on a bien la condition de robustesse, c'est-à-dire que $\mu < 1/\alpha$ tel que $\|\Delta\| \leq \alpha$. On verra d'ailleurs qu'on peut parfois confirmer la robustesse selon ce théorème tout en se passant du calcul de sa valeur singulière structurée VSS. On a aussi tracé la réponse temporelle du système incertain ainsi que son diagramme de Bode (H_{∞}, LQG, μ synthèse) obtenu suivant les deux stratégies pour visualiser l'effet des incertitudes sur le système en boucle ouverte et fermée.

✓ **Correcteurs de la première stratégie**

Dans le cas d'incertitudes non structurées avec le correcteur μ *synthèse* (Figure 99, Figure 100), on obtient $\|M_{11}(s)\|_{\infty} = 5.8086$. D'ailleurs, on retrouve cette valeur en traçant le graphe des valeurs singulières (Figure 101) de $M_{11}(j\omega)$ puisqu'on sait que $\bar{\sigma}(M_{11}(j\omega)) = \|M_{11}(j\omega)\|_{\infty}$.

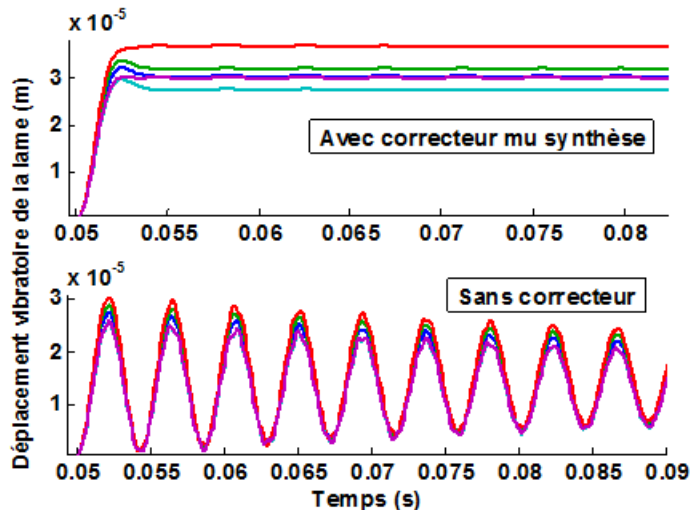


Figure 99 Réponse temporelle du système incertain avec correcteur μ *synthèse*

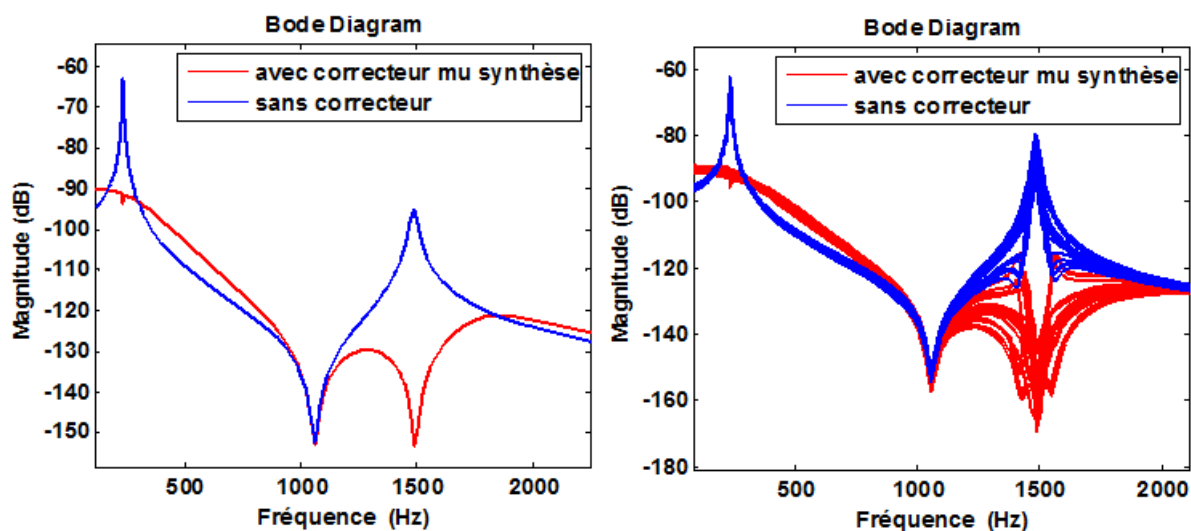


Figure 100 Diagramme de Bode du système certain et incertain avec correcteur μ *synthèse*

Le correcteur μ *synthèse* est donc robuste pour les incertitudes Δ telles que $\|\Delta\|_{\infty} < \frac{1}{5.8086}$.

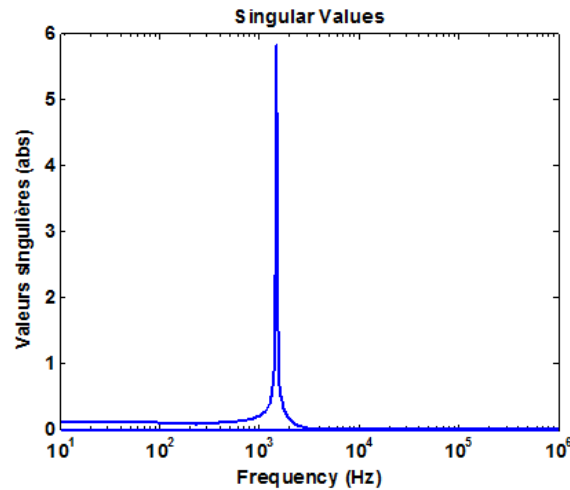


Figure 101 Valeurs singulières du système bouclé avec correcteur μ *synthèse*

Dans le cas d'incertitudes structurées avec le correcteur μ *synthèse*, on cherche plutôt à déterminer la VSS de $M_{11}(s)$. Mais on sait déjà que $\mu(M_{11}(s)) \leq \bar{\sigma}(M_{11}(j\omega))$. En faisant varier la fréquence sur [50, 2000 Hz] le calcul de μ en utilisant la fonction Matlab *mussv* nous donne :

$$\mu(M_{11}(j\omega)) \leq 5.5261$$

On déduit que la robustesse du correcteur μ *synthèse* est assurée sur l'intervalle de fréquences choisie pour un domaine d'incertitudes structurées Δ , telles que $\|\Delta\|_\infty < \frac{1}{5.5261}$.

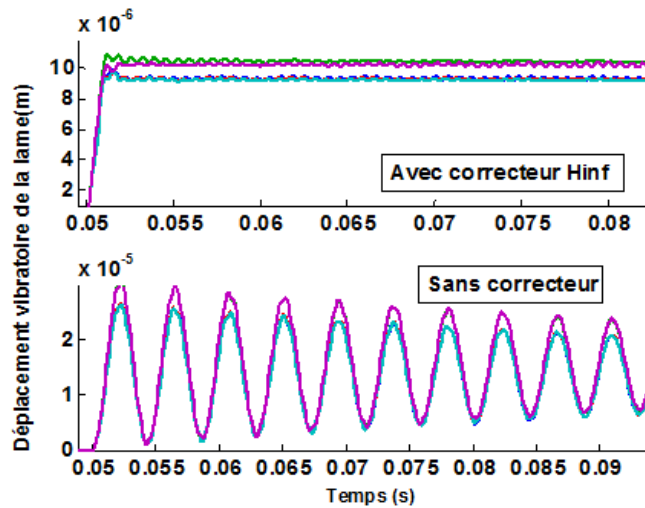


Figure 102 Réponse Temporelle du système incertain avec correcteur H_∞

Dans le cas d'incertitudes quelconques avec le correcteur H_∞ (Figure 102, Figure 103, Figure 104 a), on obtient $\|M_{11}(s)\|_\infty = 4.9475$. On retrouve cette valeur en $\bar{\sigma}(M_{11}(j\omega))$ sur le graphe des valeurs singulières (Figure 105).

Le correcteur H_∞ est robuste pour toutes les incertitudes Δ telles que $\|\Delta\|_\infty < \frac{1}{4.9475}$.

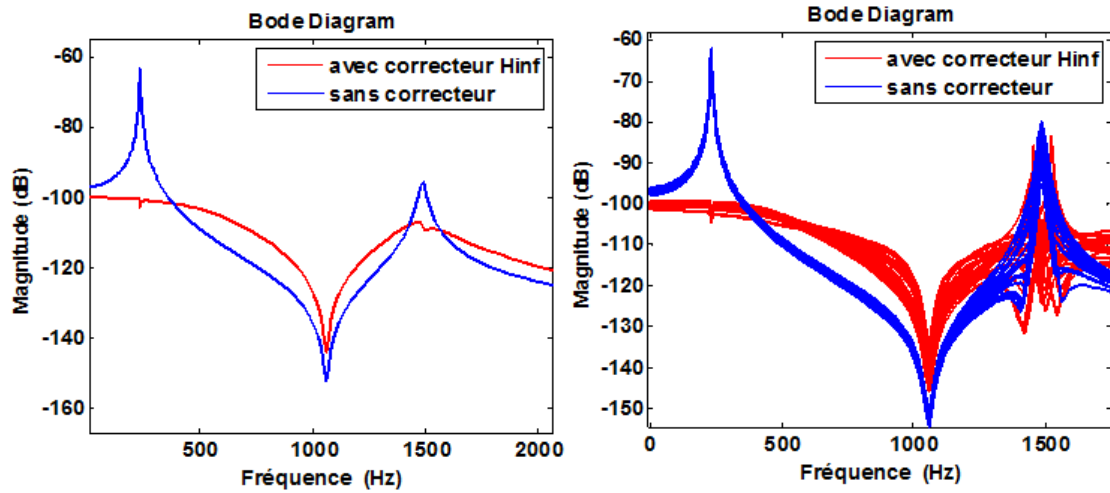


Figure 103 Diagramme de Bode du système certain et incertain avec correcteur H_∞

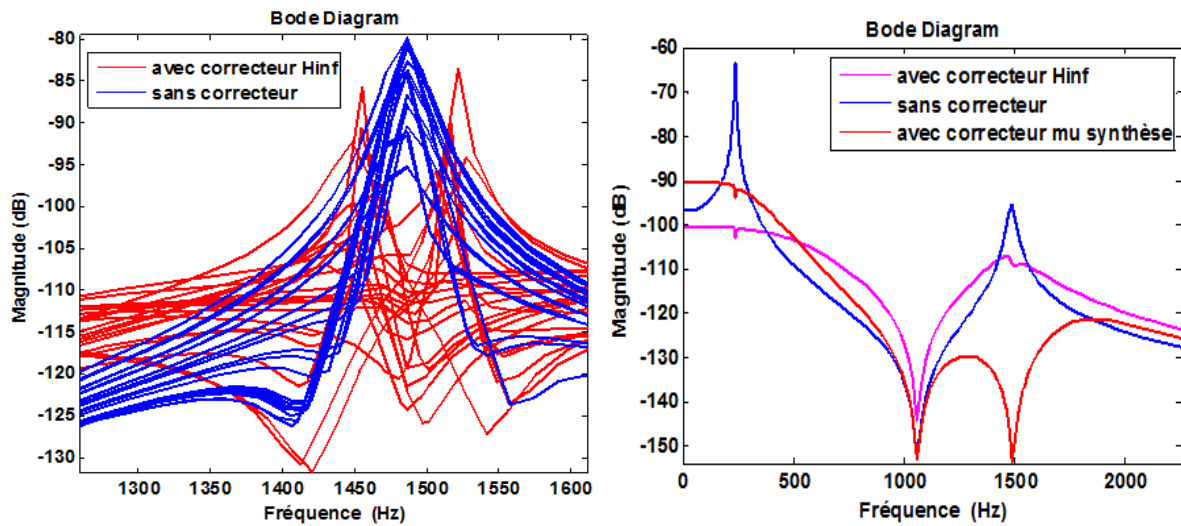


Figure 104 a) Réponse fréquentielle du système incertain avec correcteur H_∞ au niveau du 2^{ème} pic de résonance, b) Comparaison des réponses fréquentielles du système avec les correcteurs

D'après les diagrammes de Bode, on constate que le correcteur μ *synthèse* garde son allure même en présence des incertitudes. En effet, on voit bien la superposition du Bode surtout au niveau du 2^{ème} pic de résonance qui atténue toujours le système vibrant. Mais on ne peut pas en dire autant pour le correcteur H_∞ dont l'allure se dégrade lorsqu'on s'approche du 2^{ème} mode comme l'atteste la Figure 104a. On déduit alors que le correcteur μ *synthèse* est nettement plus robuste que son rival bien que celui-ci soit plus performant avec ses 36.9 dB d'atténuation sur le 1^{er} pic au lieu de 27.9 dB obtenue avec la μ *synthèse*. Certes le 2^{ème} mode est clairement plus amorti par le correcteur μ *synthèse* (25.7 dB) qu'avec le correcteur H_∞ (11.7 dB) comme le montre la Figure 104b. Mais cette atténuation du 2^{ème} pic disparaît dès qu'on filtre ces correcteurs pour pouvoir les utiliser rendant alors le correcteur H_∞ bien meilleur pour décroître les vibrations en l'absence d'incertitudes de modèle ou de perturbations externes (bruit..).

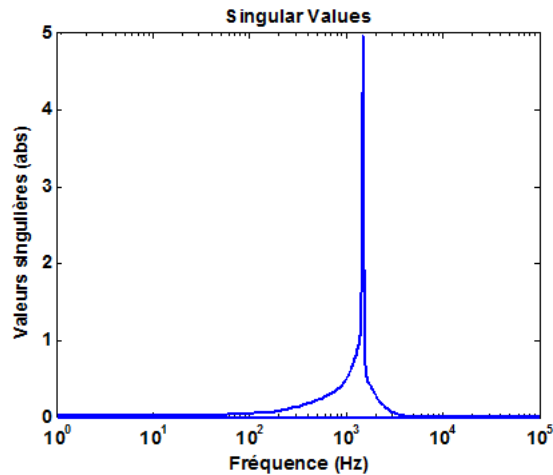


Figure 105 Valeurs singulières du système bouclé avec correcteur H_∞

Dans le cas d'incertitudes structurées avec le correcteur H_∞ , on dispose de la VSS de $M_{11}(s)$ pour l'analyse de robustesse. Connaissant $\mu(M_{11}(s)) \leq \bar{\sigma}(M_{11}(j\omega))$, on déduit que la robustesse de la stabilité est garantie pour les incertitudes structurées Δ telles que $\|\Delta\|_\infty < \frac{1}{4.9475}$. Même en faisant varier la fréquence sur [50, 2000 Hz], on retrouve le même résultat puisque le calcul de μ nous donne :

$$\mu(M_{11}(j\omega)) \leq 4.8023$$

Ce qui signifie que la robustesse est assurée pour le correcteur H_∞ sur l'intervalle de fréquences choisie pour toutes les incertitudes structurées Δ telles que $\|\Delta\|_\infty < \frac{1}{4.8023}$.

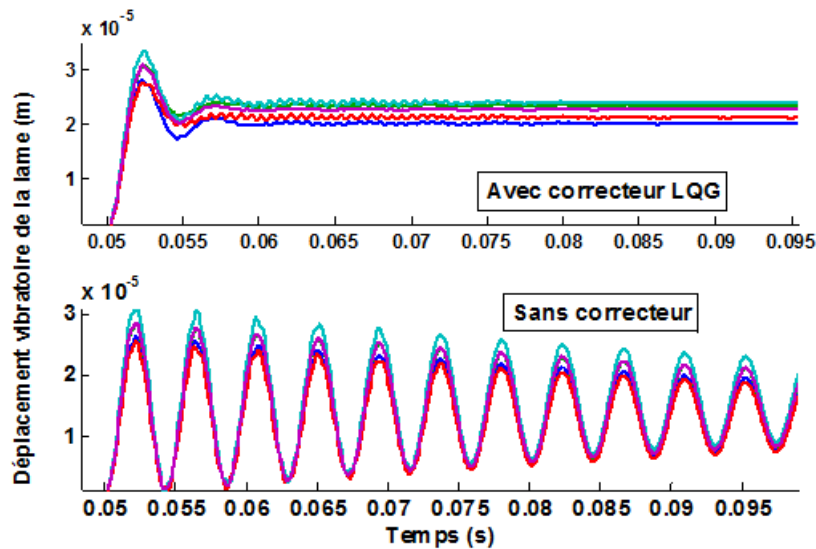


Figure 106 Réponse Temporelle du système incertain avec correcteur LQG

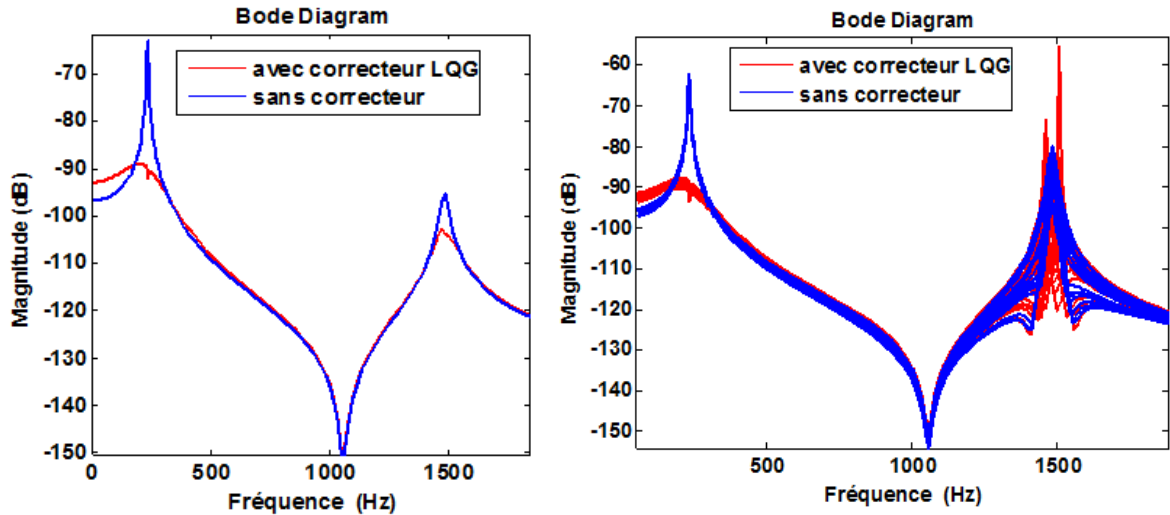


Figure 107 Diagramme de Bode du système certain et incertain avec correcteur *LQG*

Le correcteur *LQG* qu'on a choisi d'étudier ici (Figure 106, Figure 107) atténue le 1^{er} mode de résonance de 25.9 dB et le 2^{ème} de seulement 7.7 dB. Mais son effet se dégrade lorsqu'on atteint le 2^{ème} pic. En effet, il réagit mal face aux incertitudes du système tout comme le correcteur H_∞ . Finalement, d'après les graphes du système incertain avec les trois correcteurs, on peut conclure que c'est le correcteur μ *synthèse* qui est le plus robuste, puis vient le correcteur H_∞ et enfin la technique *LQG*.

Dans le cas d'incertitudes non structurées avec le correcteur *LQG*, on obtient $\|M_{11}(s)\|_\infty = 4.0834$. D'ailleurs on retrouve cette valeur en traçant le graphe des valeurs singulières de $M_{11}(j\omega)$ (Figure 108) puisqu'on sait que $\bar{\sigma}(M_{11}(j\omega)) = \|M_{11}(j\omega)\|_\infty$.

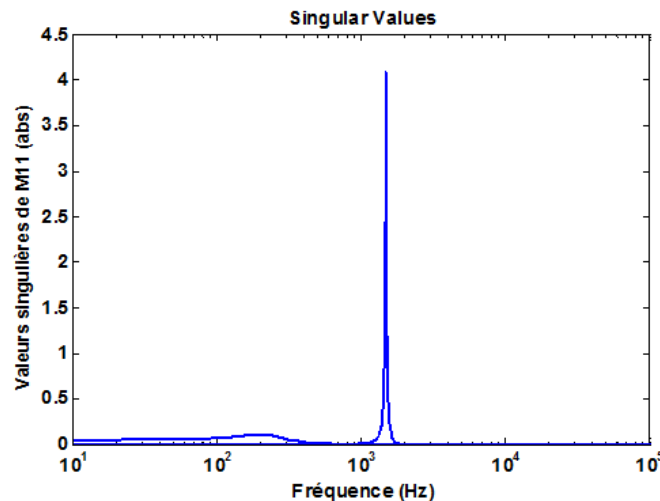


Figure 108 Valeurs singulières du système bouclé avec correcteur *LQG*

On a donc le correcteur *LQG* robuste pour toutes les incertitudes Δ telles que $\|\Delta\|_\infty < \frac{1}{4.0834}$.

Dans le cas d'incertitudes structurées avec le correcteur *LQG*, on cherche plutôt à calculer la VSS de $M_{11}(s)$. Mais on sait déjà que $\mu(M_{11}(s)) \leq \bar{\sigma}(M_{11}(j\omega))$. On en déduit alors que la robustesse de la stabilité est garantie pour toutes les incertitudes structurées Δ telles que

$\|\Delta\|_\infty < \frac{1}{4.0834}$. En faisant varier la fréquence sur [50, 2000 Hz], le calcul de μ en utilisant la fonction Matlab *mussv* nous donne :

$$\mu(M_{11}(j\omega)) \leq 3.87$$

On en conclut que la robustesse pour le correcteur *LQG* est assurée sur l'intervalle de fréquences choisie pour un domaine d'incertitudes structurées Δ , telles que $\|\Delta\|_\infty < \frac{1}{3.87}$, plus large donc que celui donné par la propriété de la borne supérieure.

✓ **Correcteurs de la deuxième stratégie**

Le correcteur H_∞ déterminé ici suivant la deuxième stratégie (Figure 109, Figure 110, Figure 111) agit seulement sur le 1^{er} pic de résonance en l'atténuant de 15.7 dB. Même en présence d'incertitudes dans le modèle, le correcteur amortit toujours le 1^{er} pic.

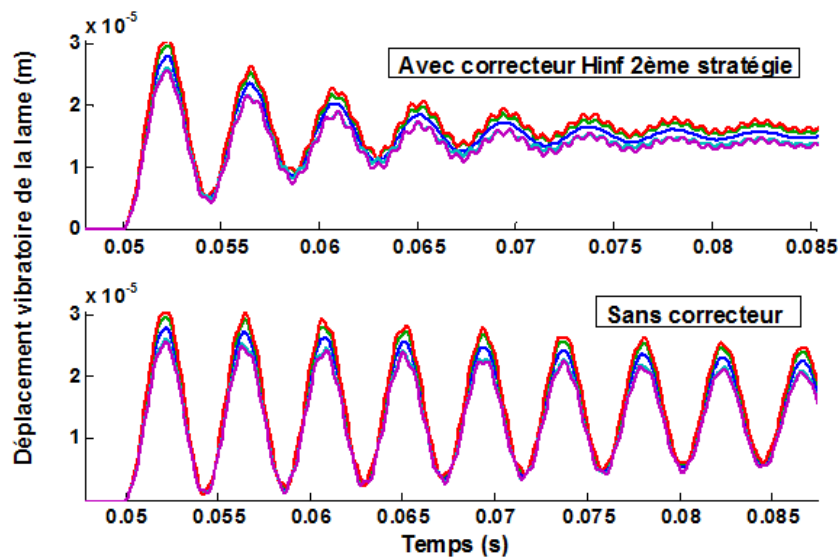


Figure 109 Réponse Temporelle du système incertain avec correcteur H_∞ de la deuxième stratégie

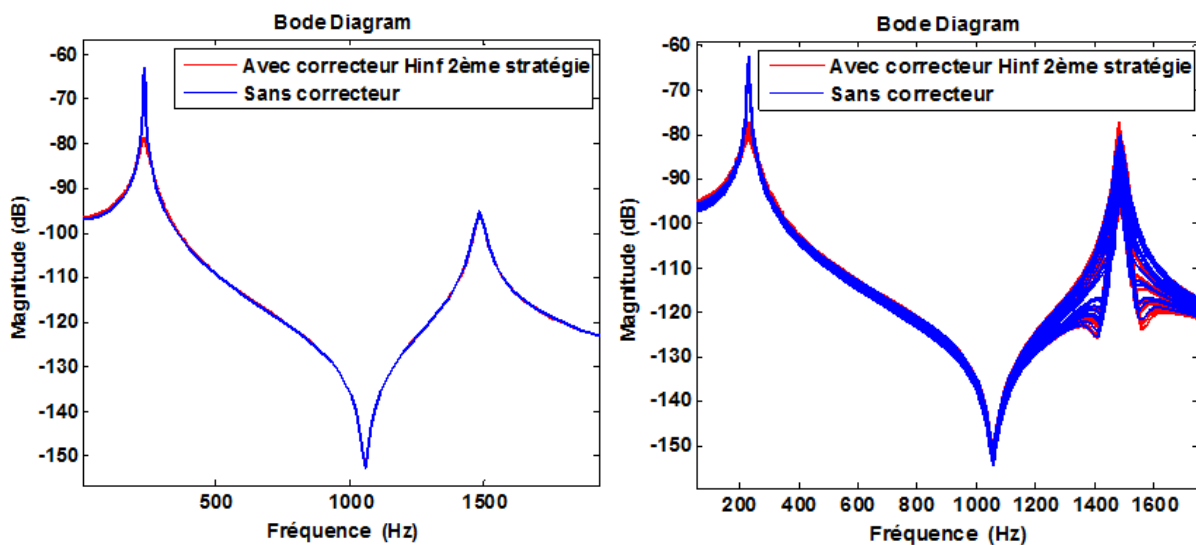


Figure 110 Diagramme de Bode du système certain et incertain avec correcteur H_∞ de la deuxième stratégie

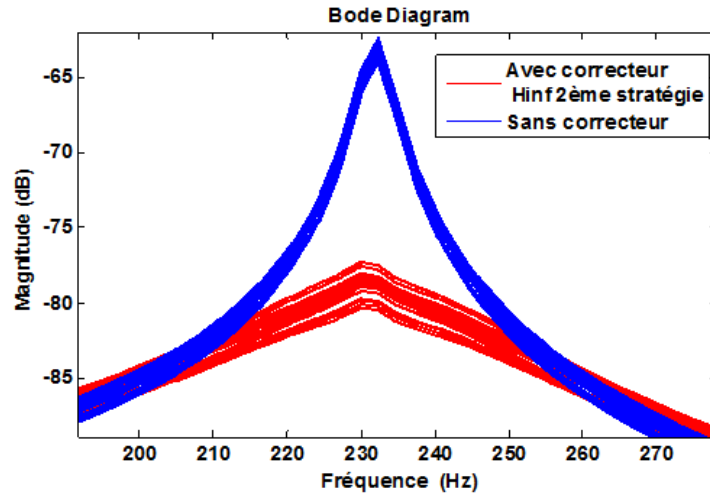


Figure 111 Réponse fréquentielle du système incertain avec correcteur H_∞ de la deuxième stratégie au niveau du 1^{er} pic de résonance

Dans le cas d'incertitudes non structurées avec ce correcteur H_∞ , on obtient $\|M_{11}(s)\|_\infty = 0.5493$. On retrouve cette valeur en traçant le graphe des valeurs singulières de $M_{11}(j\omega)$ (Figure 112) puisqu'on sait que $\bar{\sigma}(M_{11}(j\omega)) = \|M_{11}(j\omega)\|_\infty$.

Ce correcteur H_∞ est donc robuste pour les incertitudes Δ telles que $\|\Delta\|_\infty < \frac{1}{0.5493}$.

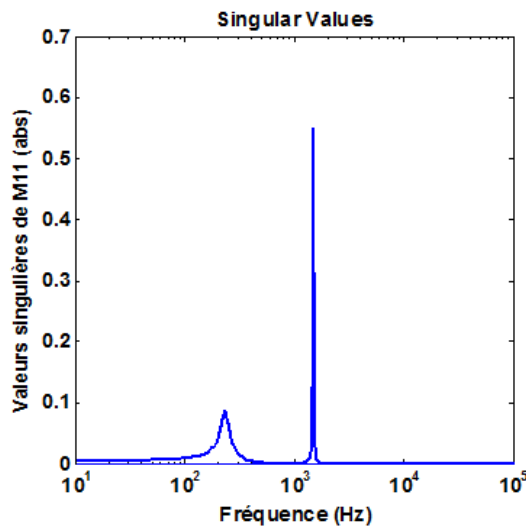


Figure 112 Valeurs singulières du système bouclé avec correcteur H_∞ de la deuxième stratégie

Dans le cas d'incertitudes structurées avec le correcteur H_∞ , on cherche plutôt à déterminer la VSS de $M_{11}(s)$. Mais on sait déjà que $\mu(M_{11}(s)) \leq \bar{\sigma}(M_{11}(j\omega))$. En faisant varier la fréquence sur [50, 2000 Hz] le calcul de μ nous donne :

$$\mu(M_{11}(j\omega)) \leq 0.5080$$

On déduit que la robustesse est assurée pour ce correcteur H_∞ sur l'intervalle de fréquences choisie pour un domaine d'incertitudes structurées Δ , telles que $\|\Delta\|_\infty < \frac{1}{0.5080}$.

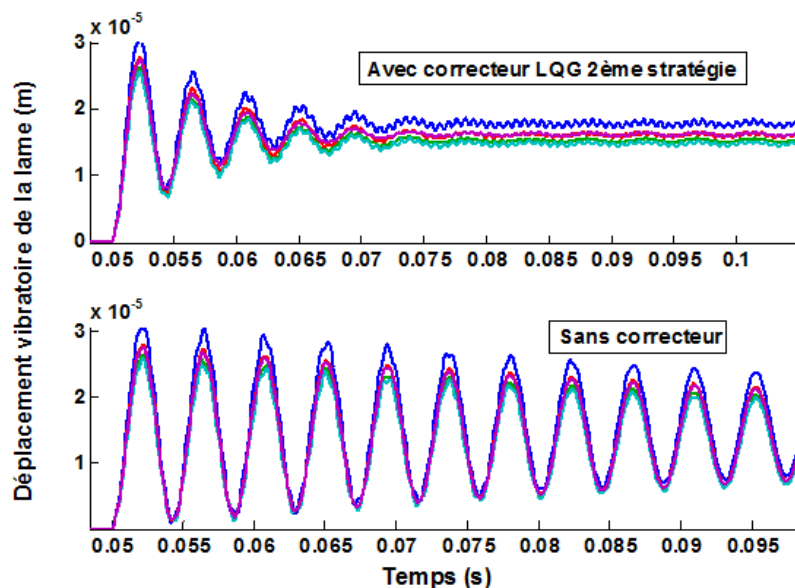


Figure 113 Réponse Temporelle du système incertain avec correcteur *LQG* de la deuxième stratégie

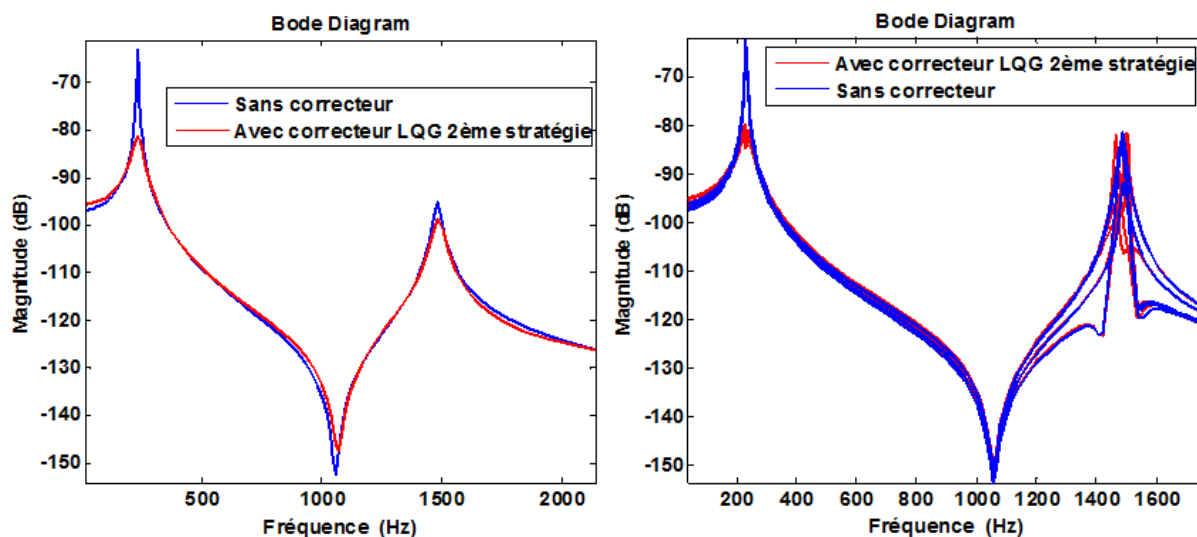


Figure 114 Diagramme de Bode du système certain et incertain avec correcteur *LQG* de la deuxième stratégie

Ce correcteur *LQG* (Figure 113, Figure 114) déterminé suivant la deuxième stratégie atténue le 1^{er} pic de résonance de 18.3 dB et le 2^{ème} de seulement 3.6 dB. Mais lorsqu'il y a des incertitudes dans le modèle du système, le correcteur apporte toujours de l'amortissement sur le 1^{er} pic mais devient instable sur le 2^{ème} pic (Figure 115).

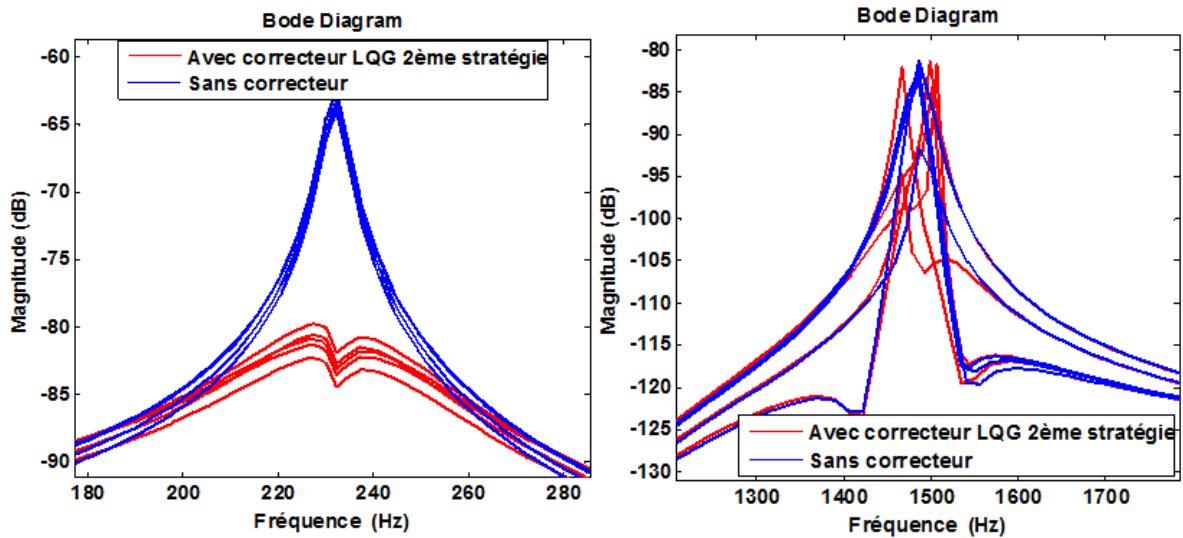


Figure 115 Réponse fréquentielle du système incertain avec correcteur *LQG* de la deuxième stratégie au niveau du 1^{er} et 2^{ème} pic de résonance

Dans le cas d'incertitudes non structurées avec ce correcteur *LQG*, on obtient $\|M_{11}(s)\|_{\infty} = 2.7656$. On retrouve cette valeur en traçant le graphe des valeurs singulières de $M_{11}(j\omega)$ (Figure 116) puisqu'on sait que $\bar{\sigma}(M_{11}(j\omega)) = \|M_{11}(j\omega)\|_{\infty}$.

Le correcteur *LQG* est donc robuste pour les incertitudes Δ telles que $\|\Delta\|_{\infty} < \frac{1}{2.7656}$.

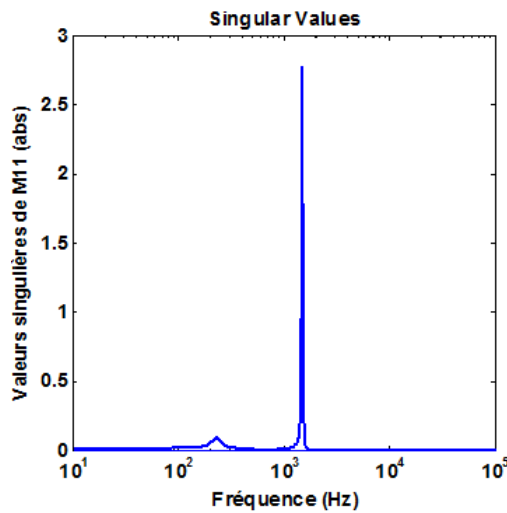


Figure 116 Valeurs singulières du système bouclé avec correcteur *LQG* de la deuxième stratégie

Dans le cas d'incertitudes structurées, on cherche plutôt à déterminer la VSS de $M_{11}(s)$. On sait déjà que $\mu(M_{11}(s)) \leq \bar{\sigma}(M_{11}(j\omega))$. En faisant varier la fréquence sur [50, 2000 Hz], on obtient:

$$\mu(M_{11}(j\omega)) \leq 2.6366$$

On déduit que la robustesse est assurée pour le correcteur *LQG* sur l'intervalle de fréquences choisie pour un domaine d'incertitudes structurées Δ , telles que $\|\Delta\|_{\infty} < \frac{1}{2.6366}$.

b) Robustesse paramétrique

Cette analyse consiste à utiliser des incertitudes paramétriques, c'est-à-dire des incertitudes sur la valeur paramètres physiques du processus tels que la fréquence de résonance ou l'amortissement modal avant de générer le correcteur correspondant dont la robustesse est par la suite analysée. Ces paramètres sont incertains puisqu'ils sont susceptibles de changer durant les essais par rapport à la modélisation théorique. Dans notre cas, on a estimé que ces paramètres de résonance à la fréquence de résonance $f_{i=1,2}$ et l'amortissement modal $\lambda_{i=1,2}$ qui peuvent varier légèrement par rapport à nos prédictions. Comme précédemment, on peut utiliser soit le théorème du petit gain soit la μ analyse pour l'analyse de robustesse. Mais appliquer le théorème du petit gain nous donnera un résultat conservatif car ce serait ne pas tenir en compte de la structure particulière des incertitudes. En effet, on dispose d'incertitudes structurées :

$$\Delta = \begin{pmatrix} \delta_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \delta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta_2 \end{pmatrix} \quad (9)$$

Avec $f_i = \bar{f}_i + F_i \delta_i$ et $\lambda_i = \bar{\lambda}_i + L_i \beta_i$ où \bar{f}_i et $\bar{\lambda}_i$ sont les valeurs nominales de la fréquence de résonance et de l'amortissement modal du $i^{\text{ème}}$ mode ($i = 1,2$), F_i et L_i sont les taux d'incertitudes normalisés à l'aide des paramètres δ_i et β_i .

On calcule alors la $\|\Delta\|$, ensuite μ pour vérifier le critère de robustesse ; $\mu < 1/\alpha$ tel que $\|\Delta\| \leq \alpha$. Comme dans le cas d'analyse de robustesse aux dynamiques négligées, on a généré plusieurs réponses possibles de notre système perturbé dans N cas incertains du modèle nous permettant de visualiser à chaque fois le comportement du correcteur obtenu suivant les deux stratégies.

On choisit de simuler la réponse de notre système présentant une incertitude de +/- 20 Hz ainsi qu'une erreur de +/- 0.005 d'amortissement modal sur chaque pic de résonance. Ce qui correspond aux variations suivantes:

$$f_i = \bar{f}_i + 20 \delta_i \text{ et } \lambda_i = \bar{\lambda}_i + 0.005 \beta_i \text{ avec } |\delta_i|, |\beta_i| \leq 1, i = 1, 2 \quad (10)$$

✓ **Correcteurs déterminés suivant la première stratégie**

Dans le cas d'incertitudes non structurées avec le correcteur μ *synthèse* (Figure 117), on obtient $\|M_{11}(s)\|_{\infty} = 4.3635 \cdot 10^{12}$. On retrouve cette valeur sur le graphe des valeurs singulières de $M_{11}(j\omega)$ (Figure 118) car $\bar{\sigma}(M_{11}(j\omega)) = \|M_{11}(j\omega)\|_{\infty}$. Le correcteur μ *synthèse* est donc robuste pour les incertitudes Δ telles que :

$$\|\Delta\|_{\infty} < \frac{1}{4.3635 \cdot 10^{12}}$$

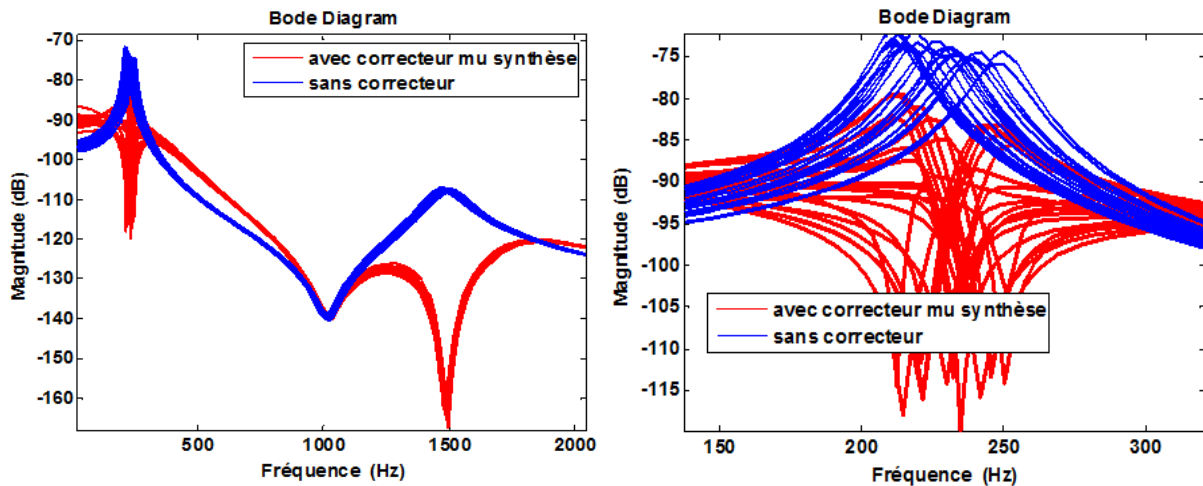


Figure 117 Diagramme de Bode du système incertain avec correcteur μ *synthèse*

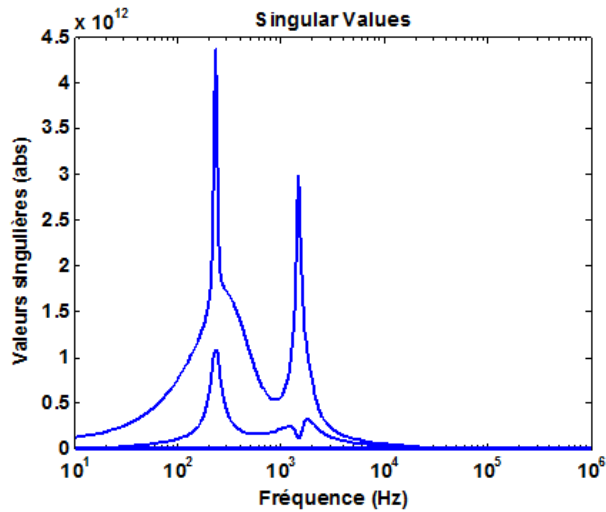


Figure 118 Valeurs singulières du système bouclé avec correcteur μ *synthèse*

Dans le cas d'incertitudes structurées avec le correcteur μ *synthèse*, on arrive à déterminer la VSS de $M_{11}(s)$ dont on connaît la borne supérieure puisque $\mu(M_{11}(s)) \leq \bar{\sigma}(M_{11}(j\omega))$. En faisant varier la fréquence sur [50, 2000 Hz] on obtient:

$$\mu(M_{11}(j\omega)) \leq 1.7471$$

On déduit alors que la robustesse est assurée pour ce correcteur μ *synthèse* sur l'intervalle de fréquences choisie pour un domaine d'incertitudes structurées Δ , telles que $\|\Delta\|_{\infty} < \frac{1}{1.7471}$. Cela signifie que la robustesse du correcteur μ *synthèse* est assurée pour :

$$|\delta_i| \leq \frac{1}{1.7471} \text{ et } |\beta_i| \leq \frac{1}{1.7471}$$

Sachant que les valeurs nominales des fréquences de résonance sont $\bar{f}_1 = 232 \text{ Hz}$ et $\bar{f}_2 = 1500 \text{ Hz}$, on obtient les intervalles de leurs variations possibles pour lesquels le correcteur demeure robuste :

$$f_1 \in [220.5525, 243.4475] , f_2 \in [1.4886 \times 10^3, 1.5114 \times 10^3]$$

Les valeurs nominales des amortissements modaux sont $\bar{\lambda}_1 = 0.0350$ et $\bar{\lambda}_2 = 0.0500$. Nous obtenons donc ces variations possibles avec lesquels la robustesse du correcteur μ *synthèse* est assurée :

$$\lambda_1 \in [0.0321, 0.0379] , \lambda_2 \in [0.0471, 0.0529]$$

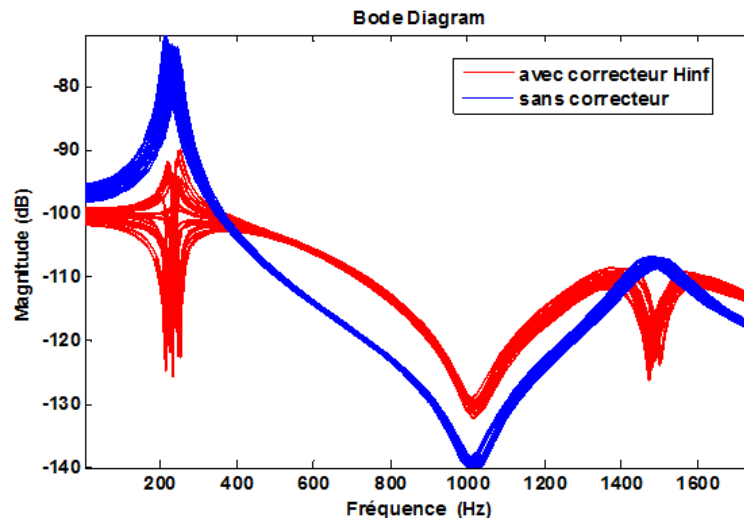


Figure 119 Diagramme de Bode du système incertain avec correcteur H_∞

Dans le cas d'incertitudes quelconques avec le correcteur H_∞ (Figure 119), on obtient $\|M_{11}(s)\|_\infty = 4.2772 \times 10^{12}$. On retrouve cette valeur en $\bar{\sigma}(M_{11}(j\omega))$ sur le graphe des valeurs singulières (Figure 120).

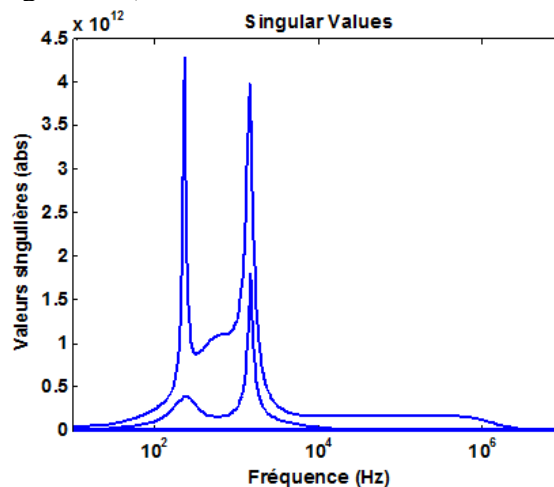


Figure 120 Valeurs singulières du système bouclé avec correcteur H_∞

Dans le cas d'incertitudes structurées avec le correcteur H_∞ , on dispose de la VSS de $M_{11}(s)$ pour l'analyse de robustesse de ce correcteur. En faisant varier la fréquence sur $[50, 2000 \text{ Hz}]$, le calcul de μ nous donne :

$$\mu(M_{11}(j\omega)) \leq 2.1134$$

Ce qui signifie que la robustesse est assurée sur l'intervalle de fréquences choisie pour toutes les incertitudes structurées Δ telles que $\|\Delta\|_\infty < \frac{1}{2.1134}$ correspondant aux domaines d'incertitudes suivants :

$$|\delta_i| \leq \frac{1}{2.1134} \text{ et } |\beta_i| \leq \frac{1}{2.1134}$$

On obtient donc les intervalles des variations possibles des paramètres incertains pour lesquels le correcteur H_∞ demeure robuste :

$$f_1 \in [222.5366, 241.4634], f_2 \in [1.4905 \times 10^3, 1.5095 \times 10^3], \lambda_1 \in [0.0326, 0.0374], \lambda_2 \in [0.0476, 0.0524]$$

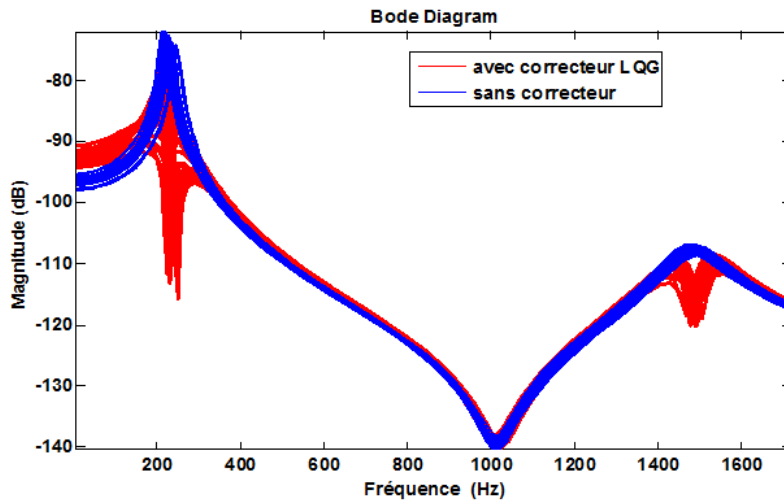


Figure 121 Diagramme de Bode du système incertain avec correcteur *LQG*

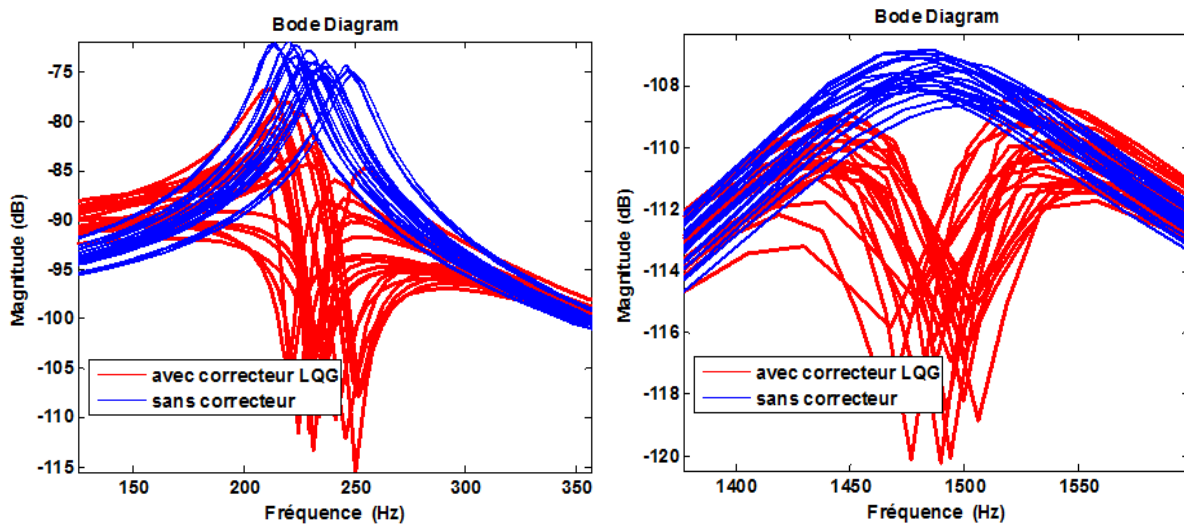


Figure 122 Diagramme de Bode du système incertain avec correcteur *LQG* sur le 1^{er} et 2^{ème} pic de résonance

Dans le cas d'incertitudes non structurées avec le correcteur LQG (Figure 121, Figure 122) on obtient $\|M_{11}(s)\|_{\infty} = 6.15 * 10^{12}$. On retrouve cette valeur en $\bar{\sigma}(M_{11}(j\omega))$ d'après le graphe des valeurs singulières (Figure 123). Le correcteur LQG est alors robuste pour toutes les incertitudes Δ telles que :

$$\|\Delta\|_{\infty} < \frac{1}{6.15 * 10^{12}}$$

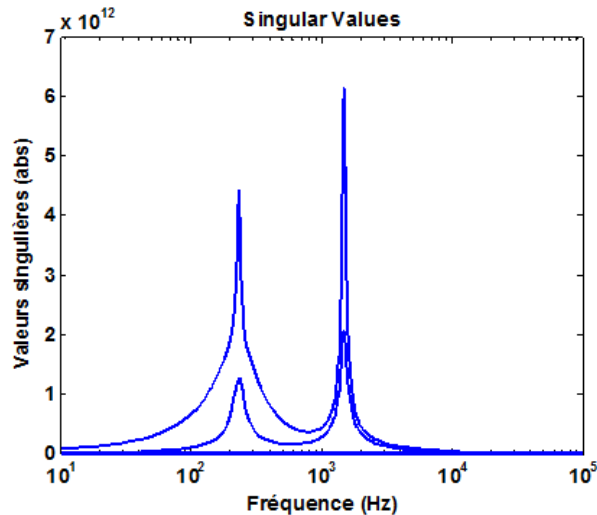


Figure 123 Valeurs singulières du système bouclé avec correcteur LQG

Dans le cas d'incertitudes structurées avec le correcteur LQG , on cherche plutôt à calculer la VSS de $M_{11}(s)$. Mais on sait déjà que $\mu(M_{11}(s)) \leq \bar{\sigma}(M_{11}(j\omega)) = 6.15 * 10^{12}$. On en déduit alors que la robustesse de la stabilité est garantie pour les incertitudes structurées Δ telles que $\|\Delta\|_{\infty} < \frac{1}{6.15 * 10^{12}}$. En faisant varier la fréquence sur [50, 2000 Hz], le calcul de μ nous donne :

$$\mu(M_{11}(j\omega)) \leq 2.0004$$

On en conclut que la robustesse est assurée pour le correcteur LQG sur l'intervalle de fréquences choisie pour toutes les incertitudes structurées Δ telles que $\|\Delta\|_{\infty} < \frac{1}{2.0004}$. On obtient alors un net élargissement du domaine d'incertitudes que le système peut tolérer sans que sa stabilité soit détériorée.

En effet, les domaines d'incertitudes pour lesquels le correcteur LQG est robuste sont les suivants :

$$|\delta_i| \leq \frac{1}{2.0004} \text{ et } |\beta_i| \leq \frac{1}{2.0004}$$

On obtient donc les intervalles des variations possibles des paramètres incertains pour lesquels le correcteur LQG demeure robuste :

$$f_1 \in [222.0020 , 241.9980] , f_2 \in [1.4900 \times 10^3 , 1.5100 \times 10^3] , \lambda_1 \in [0.0325 , 0.0375] , \lambda_2 \in [0.0475 , 0.0525]$$

Finalement, on constate le même résultat qu'avec un système incertain en présence de dynamiques négligées puisqu'on voit bien que le correcteur μ *synthèse* est toujours plus robuste que la commande H_∞ . Néanmoins, la technique *LQG* agit mieux sur le système que le correcteur H_∞ en particulier au niveau du 2^{ème} mode.

Les réponses fréquentielles du système incertain en présence des trois correcteurs étudiés, donnent la même conclusion de robustesse quelque soit le type d'incertitude négligée ou paramétrique. En effet, la stratégie μ *synthèse* paraît être la plus robuste tandis que le correcteur H_∞ semble être le plus performant. Ainsi, le choix d'un correcteur approprié à un système dépend de l'exactitude du modèle utilisé ; si celui-ci ne représente pas très bien le phénomène physique qui a lieu, alors on optera pour le correcteur qui est plus capable d'agir sur le système malgré des incertitudes. Mais si on travaille avec un modèle identifié du système, et donc plus exact que celui obtenu par calculs, alors on pourra utiliser le correcteur le plus performant sans trop se préoccuper de sa sensibilité aux erreurs de modélisation.

✓ **Correcteurs déterminés suivant la deuxième stratégie**

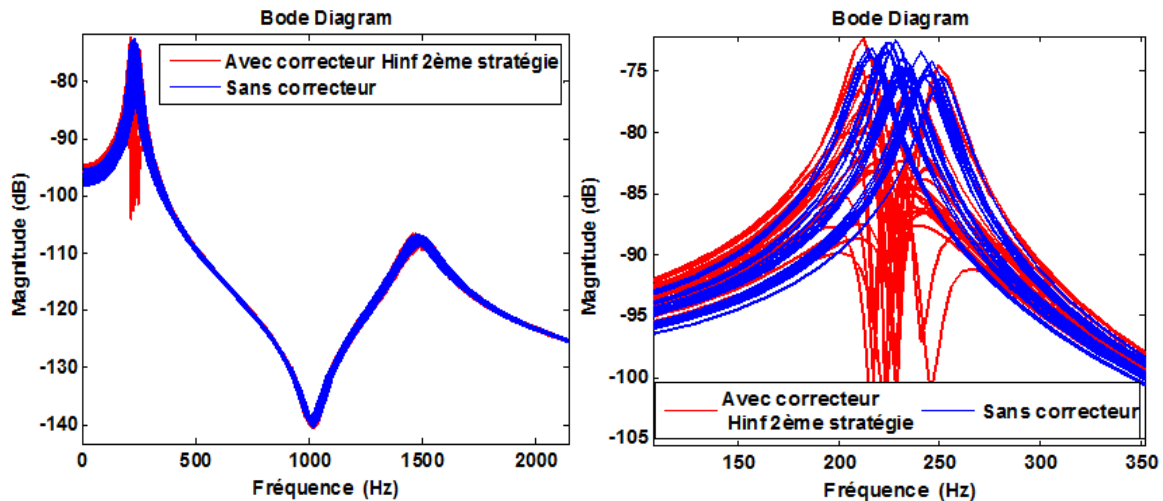


Figure 124 Diagramme de Bode du système incertain avec correcteur H_∞ de la deuxième stratégie

Dans le cas d'incertitudes non structurées avec le correcteur H_∞ (Figure 124), on obtient $\|M_{11}(s)\|_\infty = 1.5099 * 10^{13}$. On retrouve cette valeur sur le graphe des valeurs singulières de $M_{11}(j\omega)$ (Figure 125).

Ce correcteur H_∞ est donc robuste pour les incertitudes Δ telles que :

$$\|\Delta\|_\infty < \frac{1}{1.5099 * 10^{13}}$$

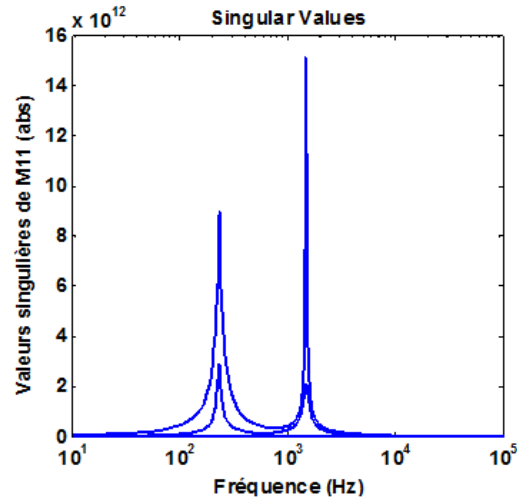


Figure 125 Valeurs singulières du système bouclé avec correcteur H_∞ de la deuxième stratégie

Dans le cas d'incertitudes structurées avec le correcteur H_∞ , on arrive à déterminer la VSS de $M_{11}(s)$ dont on connaît la borne supérieure puisque $\mu(M_{11}(s)) \leq \bar{\sigma}(M_{11}(j\omega))$. En faisant varier la fréquence sur [50, 2000 Hz] on obtient:

$$\mu(M_{11}(j\omega)) \leq 1.9994$$

On déduit que la robustesse est assurée pour le correcteur H_∞ sur l'intervalle de fréquences choisie pour un domaine d'incertitudes structurées Δ , telles que $\|\Delta\|_\infty < \frac{1}{1.9994}$ correspondant aux domaines d'incertitudes suivants :

$$|\delta_i| \leq \frac{1}{1.9994} \text{ et } |\beta_i| \leq \frac{1}{1.9994}$$

On obtient donc les intervalles des variations possibles des paramètres incertains pour lesquels le correcteur H_∞ demeure robuste :

$$f_1 \in [221.9970, 242.0030] , f_2 \in [1.4900 \times 10^3, 1.5100 \times 10^3] , \lambda_1 \in [0.0325, 0.0375] , \lambda_2 \in [0.0475, 0.0525]$$

D'après les diagrammes de Bode dans les deux types d'incertitudes étudiées, le correcteur H_∞ obtenu suivant la deuxième stratégie agit mieux sur le 1^{er} pic de résonance lorsqu'on a des dynamiques négligées plutôt que des paramètres incertains dans le système.

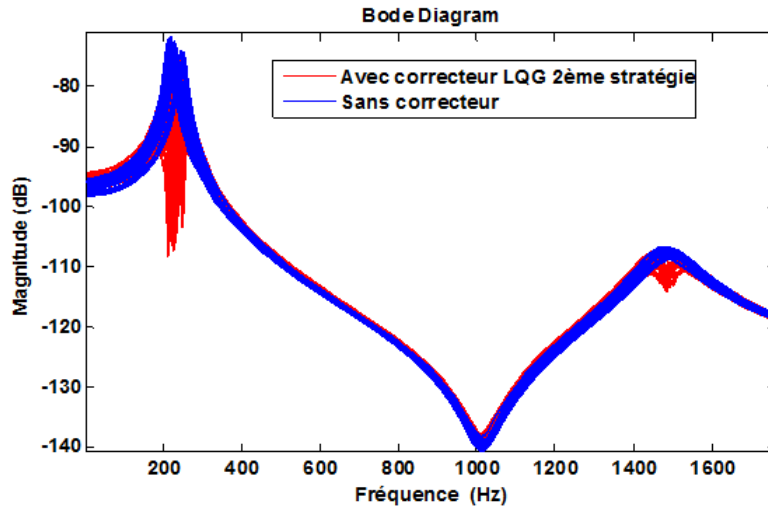


Figure 126 Diagramme de Bode du système incertain avec correcteur *LQG* de la deuxième stratégie

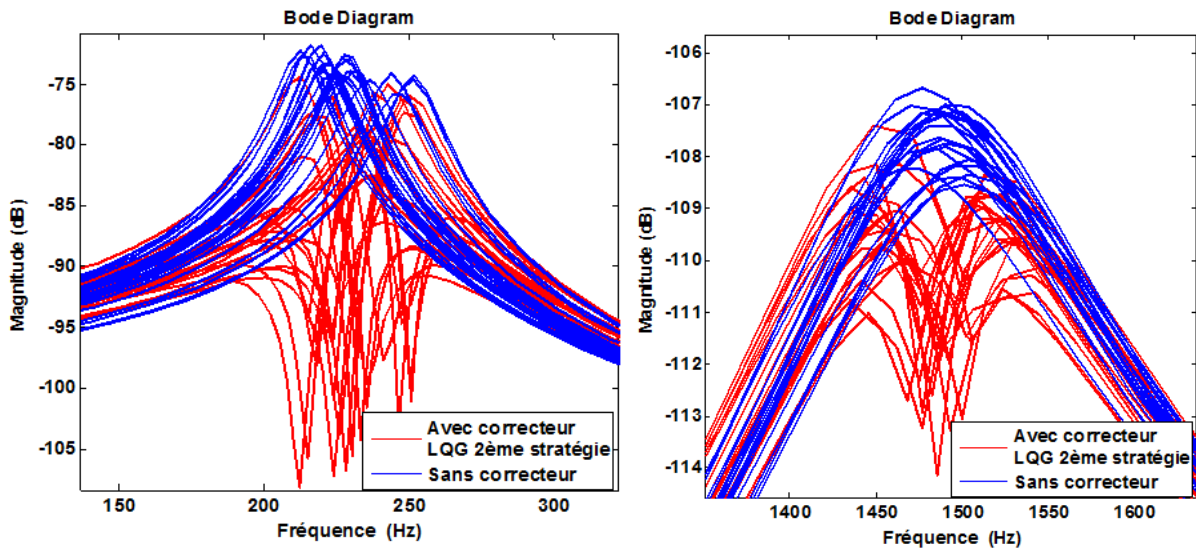


Figure 127 Diagramme de Bode du système incertain avec correcteur *LQG* de la deuxième stratégie sur le 1^{er} et 2^{ème} pic de résonance

Dans le cas d'incertitudes non structurées avec le correcteur *LQG* (Figure 126, Figure 127) on obtient $\|M_{11}(s)\|_{\infty} = 9.8030 * 10^{12}$. On retrouve cette valeur sur le graphe des valeurs singulières de $M_{11}(j\omega)$ (Figure 128).

Le correcteur *LQG* calculé suivant la deuxième stratégie est donc robuste pour les incertitudes Δ telles que :

$$\|\Delta\|_{\infty} < \frac{1}{9.8030 * 10^{12}}$$

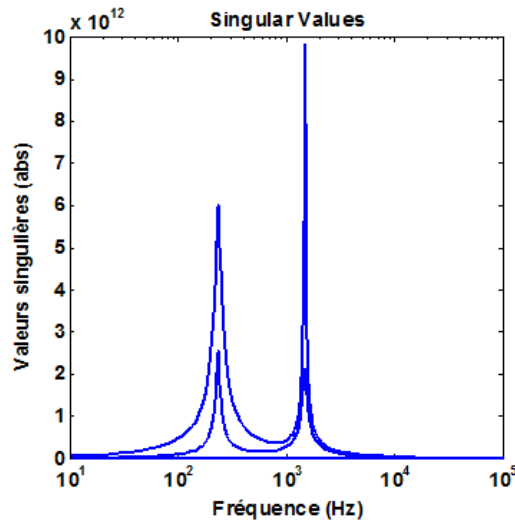


Figure 128 Valeurs singulières du système bouclé avec correcteur *LQG* de la deuxième stratégie

Dans le cas d'incertitudes structurées avec le correcteur *LQG*, on arrive à déterminer la VSS de $M_{11}(s)$ dont on connaît la borne supérieure puisque $\mu(M_{11}(s)) \leq \bar{\sigma}(M_{11}(j\omega))$. En faisant varier la fréquence sur [50, 2000 Hz] on obtient:

$$\mu(M_{11}(j\omega)) \leq 3.6825$$

On déduit que la robustesse est assurée pour le correcteur *LQG* sur l'intervalle de fréquences choisie pour un domaine d'incertitudes structurées Δ , telles que $\|\Delta\|_{\infty} < \frac{1}{3.6825}$ correspondant aux domaines d'incertitudes suivants :

$$|\delta_i| \leq \frac{1}{3.6825} \text{ et } |\beta_i| \leq \frac{1}{3.6825}$$

On obtient donc les intervalles des variations possibles des paramètres incertains pour lesquels le correcteur *LQG* demeure robuste :

$$f_1 \in [226.5689, 237.4311] , f_2 \in [1.4946 \times 10^3, 1.5054 \times 10^3] , \lambda_1 \in [0.0336, 0.0364] , \lambda_2 \in [0.0486, 0.0514]$$

D'après ses diagrammes de Bode dans les deux types d'incertitudes (dynamiques négligées et paramètres incertains), ce correcteur *LQG* calculé suivant la deuxième stratégie est toujours efficace sur le 1^{er} pic. Mais, l'effet de ce dernier sur le 2^{ème} pic est loin de faire l'unanimité. En effet, le correcteur atténue le 2^{ème} pic lorsqu'on est en présence de paramètres incertains dans le modèle du système mais devient instable à cette fréquence quand des dynamiques négligées s'ajoutent au système.

Conclusion de l'analyse de robustesse

La μ analyse a permis de quantifier la robustesse des correcteurs à travers le calcul de la valeur singulière structurée du système incertain (dynamiques négligées/paramètres incertains) associée à chaque correcteur. En effet, on a délimité à chaque fois l'ensemble des incertitudes pour lequel la stabilité du système bouclé est garantie. D'ailleurs on peut même utiliser ce

domaine d'incertitudes pour la comparaison des correcteurs. Plus l'intervalle d'incertitudes est large et plus le correcteur est robuste. Ceci correspond à dire que le correcteur le plus robuste est celui ayant la valeur singulière structurée la plus petite. On déduit alors que le correcteur μ synthèse est plus robuste que la technique quadratique et la commande H_∞ lorsqu'on travaille avec des incertitudes paramétriques. Par contre, en présence de dynamiques négligées dans le système, on aboutit à la conclusion que la μ synthèse est moins robuste que la commande H_∞ moins robuste que la méthode LQG .

| | μ synthèse | H_∞ | LQG |
|-----------------------------|-----------------|-----------------|-------------------|
| Dynamiques négligées | $\mu \leq 5.52$ | $\mu \leq 4.80$ | $\mu \leq 3.87$ |
| Paramétriques | $\mu \leq 1.74$ | $\mu \leq 2.11$ | $\mu \leq 2.0004$ |

Tableau 4 Comparaison des correcteurs de la première stratégie

Pour les correcteurs déterminés suivant la deuxième stratégie, la stratégie H_∞ est bien plus robuste que la méthode gaussienne selon la μ analyse quel que soit le type d'incertitudes.

| | H_∞ | LQG |
|-----------------------------|-------------------|-------------------|
| Dynamiques négligées | $\mu \leq 0.5080$ | $\mu \leq 2.6366$ |
| Paramétriques | $\mu \leq 1.9994$ | $\mu \leq 3.6825$ |

Tableau 5 Comparaison des correcteurs de la deuxième stratégie

Nous avons par la suite comparé les résultats de la μ analyse des correcteurs de la première et deuxième stratégie et déterminé pour chaque type d'incertitudes le correcteur le plus robuste.

| | |
|-----------------------------|--|
| Dynamiques négligées | $\mu \leq 0.5080$ (H_∞ deuxième stratégie) |
| Paramétriques | $\mu \leq 1.74$ (μ synthèse première stratégie) |

Tableau 6 Comparaison des correcteurs de la première et deuxième stratégie

Dans le cas d'incertitudes type dynamiques négligées présentes dans le système, le résultat est clair. En effet, chacun des correcteurs H_∞ et LQG obtenus suivant la deuxième stratégie sont nettement plus robustes lorsqu'ils sont déterminés suivant la deuxième stratégie. Par conséquence, cette stratégie qui tient compte du processus de coupe dans l'obtention des correcteurs l'emporte largement en termes de robustesse quel que soit le résultat d'analyse de robustesse du correcteur μ synthèse de la deuxième stratégie. En effet, s'il s'avère que ce dernier est plus robuste que celui obtenu suivant la première stratégie, alors les correcteurs deuxième stratégie restent en tête. Sinon, nous savons déjà que le plus robuste des correcteurs avec des dynamiques négligées dans le système est bien le correcteur H_∞ de la deuxième stratégie.

Dans le deuxième cas d'incertitudes, on constate que le correcteur LQG est plus robuste lorsqu'il est calculé suivant la première stratégie alors que le correcteur H_∞ est plutôt plus robuste suivant la deuxième stratégie. C'est le correcteur μ synthèse obtenu suivant la première stratégie qui est le plus robuste de tous les correcteurs lorsqu'il y a des paramètres incertains dans le modèle du système sauf si celui obtenu suivant la deuxième stratégie donnerait une borne supérieure de μ plus petite que 1.74.

3. Identification du système

On dispose d'un système linéaire invariant dans le temps, on peut donc utiliser soit le modèle de la réponse impulsionnelle qui est non paramétrique, soit le modèle de l'équation d'état soit le modèle de la fonction de transfert. Or, la modélisation de notre système repose essentiellement sur les deux fonctions de transfert H_u et H_w qui sont des modèles quantitatifs paramétriques dont les paramètres sont des constantes inconnues numériquement (e_i, g_i, c_i, d_i) mais qui seront déterminées en utilisant les mesures. On choisit donc naturellement le modèle paramétrique de la fonction de transfert.

$$H_u = \frac{e_4 s^4 + e_3 s^3 + e_2 s^2 + e_1 s + e_0}{g_4 s^4 + g_3 s^3 + g_2 s^2 + g_1 s + g_0} \quad H_w = \frac{c_2 s^2 + c_1 s + c_0}{d_4 s^4 + d_3 s^3 + d_2 s^2 + d_1 s + d_0} \quad (1)$$

On a effectué du pré filtrage des données du système identifiées en sortie. On a récupéré la partie du signal de sortie (déplacement vibratoire de la lame) comprenant les deux premiers pics de résonance [232 Hz, 1500 Hz]. Le choix du modèle d'identification dépend de sa finalité. Dans notre cas, on cherche à obtenir un modèle plus représentatif du système pour la commande robuste de ce dernier. Nous utiliserons alors un modèle dit linéaire ayant une structure simple tel que ARX qu'on explique [79] :

Soit P^N un ensemble de mesures expérimentales effectuées sur le processus :

$$P^N = \{u_1, y_1, \dots, u_N, y_N\} \quad (2)$$

Avec u_i, y_i sont respectivement les entrées et sorties du système.

Soit $\varepsilon(k, \theta)$ une mesure d'écart sur la k -ième mesure entre une quantité sur le système et cette même quantité sur le modèle défini par l'ensemble des paramètres θ :

$$\varepsilon(k, \theta) = y_k - \widehat{y}_k(\theta) \quad (3)$$

Où $\widehat{y}_k(\theta)$ est la sortie du modèle prédite qui se met sous la forme suivante dans le cas d'une structure de modèle ARX :

$$\widehat{y}_k(\theta) = -a_1 y_{k-1} - \dots - a_p y_{k-p} + b_1 u_{k-1} + \dots + b_m u_{k-m} \quad (4)$$

Ce qui revient à :

$$\widehat{y}_k(\theta) = \begin{bmatrix} -y_{k-1} & \dots & -y_{k-p} & u_{k-1} & \dots & u_{k-m} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_p \\ b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\theta = \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_p \\ b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix} : \text{est le vecteur paramètre de dimension } p + m.$$

Lorsque θ varie, on décrit un ensemble de modèles particuliers correspondants à θ et dans lequel on devra déterminer le modèle qui répond le plus fidèlement aux mesures. Une estimation de ces paramètres θ est obtenue, dans l'approche d'identification basée sur l'erreur de prédiction, en minimisant un critère d'estimation dépendant de θ :

$$\widehat{\theta}_N = \arg \min_{\theta} \left[\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N f(k, \varepsilon(k, \theta)) \right] \quad (6)$$

$\widehat{\theta}_N$ est appelé l'estimateur, f est une fonction de l'écart.

Dans notre cas, on a eu recours à la méthode d'estimation par les moindres carrés. L'estimateur des moindres carrés $\widehat{\theta}_N^{ls}$ est alors donné par :

$$\widehat{\theta}_N^{ls} = \arg \min_{\theta} \left[\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \frac{1}{2} \varepsilon^2(k, \theta) \right] \quad (7)$$

N (≈ 3000000) est le nombre de points de mesures entrées-sorties échantillonnées pour un essai d'identification qui a duré 60s.

L'essai d'impact consiste à récupérer la réponse vibratoire du système avec un capteur de déplacement suite à la perturbation qu'on génère au niveau de l'extrémité de la lame avec un marteau choc. Le signal est échantillonné à la fréquence de 50 kHz, c'est-à-dire plus de 30 fois la fréquence du 2^{ème} pic 1500 Hz. Il s'agit alors de l'essai d'identification de la fonction de transfert H_w . Par la suite, on envoie un signal de type sinus balayé à l'actionneur piézoélectrique au point $x = a$ et on récupère la réponse du système pour déterminer la deuxième fonction de transfert H_u . Les deux fonctions de transfert H_u et H_w sont d'ordre 4. Le modèle d'état de notre système est défini par sa matrice de transfert P obtenue à partir des deux fonctions de transfert H_u et H_w . On obtient un modèle global du système d'ordre 8.

$$(z) = P \begin{pmatrix} \omega \\ u \end{pmatrix} = (H_w \quad H_u) \begin{pmatrix} \omega \\ u \end{pmatrix} = H_w \omega + H_u u \quad (8)$$

$$P = (H_w \quad H_u)$$

z est la sortie du système (déplacement vibratoire) mesurée qu'on désire contrôler, ω est la perturbation et u est la commande correctrice.

a) Dispositif expérimental

On a utilisé des capteurs type capacitif de référence Micro Epsilon CSH2FL, associés à leurs contrôleurs, avec les caractéristiques suivantes :

- Conditionneur NCDT 6110
- Plage de mesure : 2 mm
- Résolution (statique) : 0.2 μm
- Résolution (dynamique, 1kHz) : 0.3 μm
- Linéarité : +/- 10 μm

Pour agir sur la structure, on a utilisé un actionneur piézoélectrique fourni par PiezoJENA. Il est de type haute tension (1000V) avec une course de 0.08 mm et pouvant générer des forces de l'ordre de 10 kN. La lame utilisée est fabriquée en matériau 55Si7 de dimensions 5 x 80 x 180 mm (Figure 129).

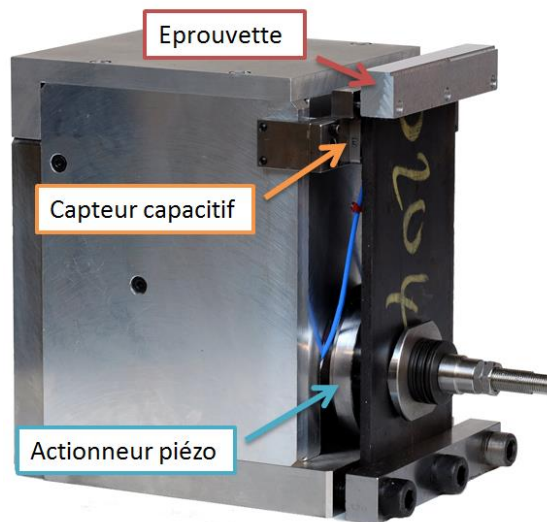


Figure 129 Banc d'essai du Contrôle actif en repère fixe

b) Modèle du système identifié

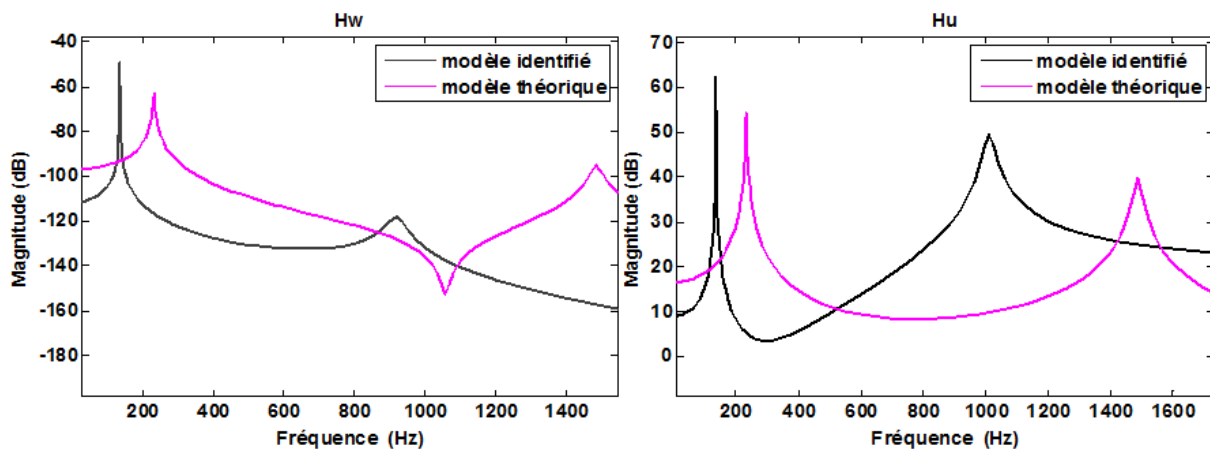


Figure 130 Comparaison des deux fonctions de transfert H_w et H_u théoriques et identifiées

Il est évident que le modèle du système obtenu par modélisation analytique est « légèrement » différent de celui résultant des essais d'identification (Figure 130). En effet, théoriquement les deux pics de résonance ont lieu à 232 Hz et 1500 Hz alors qu'en réalité ils apparaissent avant cela aux fréquences de 135 Hz et 1000 Hz. L'antirésonance présente dans la fonction de transfert H_w théorique disparaît dans le modèle identifié pouvant s'expliquer soit par l'amortissement sous-estimé du système ou encore par les opérations de filtrage effectuées sur les signaux récupérés des essais d'identification. La différence visible entre le modèle théorique et celui identifié au niveau des fréquences de résonance s'explique par la présence de l'éprouvette dans le dispositif (Figure 129) pendant les essais d'identification. L'éprouvette représente une masse supplémentaire qui se rajoute au système modélisé théoriquement entraînant la baisse des fréquences de résonance. Néanmoins, les essais de contrôle actif du système usinant en fraisage ont montré l'efficacité des correcteurs provenant du modèle théorique. Cette différence existante entre les deux modèles prouve encore une fois la robustesse des correcteurs, qui bien qu'ils aient été déterminés à partir du modèle théorique non identique au modèle identifié, ont réussi à atténuer les vibrations du système lors des essais.

4. Correcteurs première stratégie du système identifié

A partir des fonctions de transfert identifiées H_u et H_w , on détermine les correcteurs H_∞ , LQG et μ *synthèse* suivant la première stratégie en simulations (chapitre 1/paragraphe 3). Puis, des essais expérimentaux valideront ces correcteurs dans différentes situations d'un processus de fraisage décrit dans le paragraphe suivant.

a) Simulations

On teste d'abord nos correcteurs sur le système, décrit dans le paragraphe précédent, perturbé par un effort extérieur appliqué à l'extrémité de la lame (échelon) pour constater leur efficacité à atténuer les vibrations (Figure 131, Figure 132).

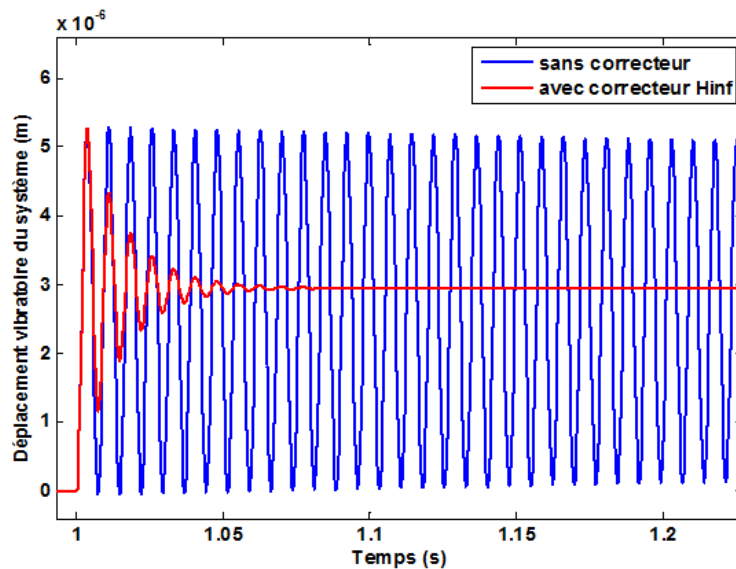


Figure 131 Réponse temporelle du système avec et sans correcteur H_∞

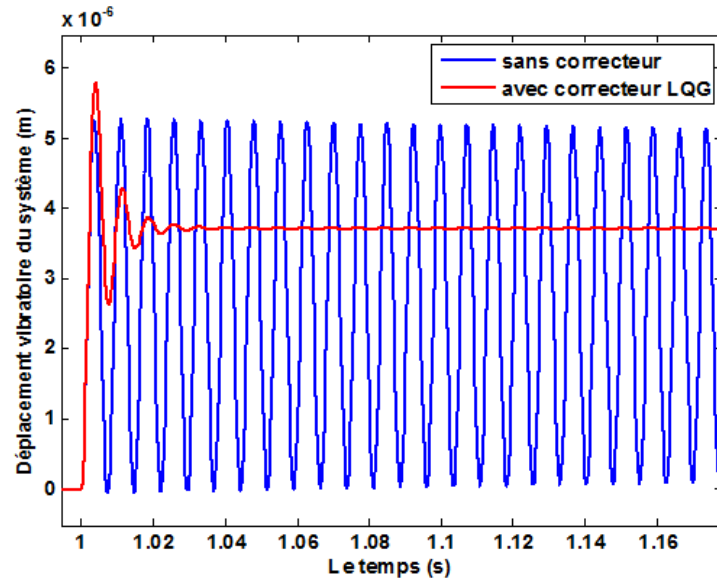


Figure 132 Réponse temporelle du système avec et sans correcteur *LQG*

Pour les essais d'usinage avec et sans correcteur, nous utiliserons une éprouvette, en alliage d'aluminium 2017A de dimensions 100 x 15 x 20 mm. Celle-ci va subir une opération de fraisage avec un outil de référence ALPHA COUPE, de diamètre 16 mm, ayant 2 dents F200/16 et fabriqué en matériau ARS C0 8%. Le système sera soumis à une opération de fraisage ayant les paramètres suivants : N allant de 2000 tr/min à 3500 tr/min, $f_z = 0.05$ mm/tr/dent, $Z = 2$ dents, $K_t = 1000$ MPa, $K_r = 300$ MPa, $D_{\text{outil}} = 16$ mm, a_r (engagement radial) variant de 0.3 mm à 0.8 mm (pris égale à 1 mm dans les simulations) et a_p (engagement axial) = 1.5 mm (Figure 133).

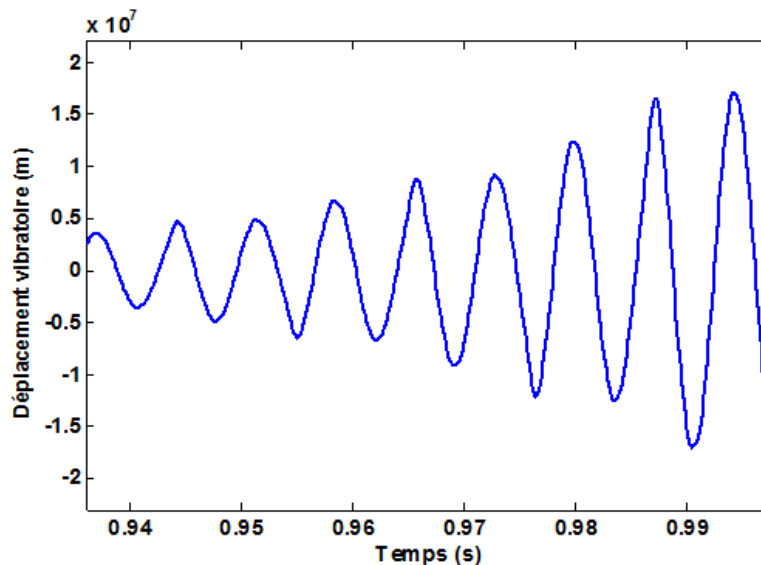


Figure 133 Réponse du système usinant sans correcteur

Le correcteur H_∞ calculé à partir du modèle du système identifié (Figure 134) atténue le 1^{er} pic de résonance de 56.5 dB et le 2^{ème} de 11 dB.

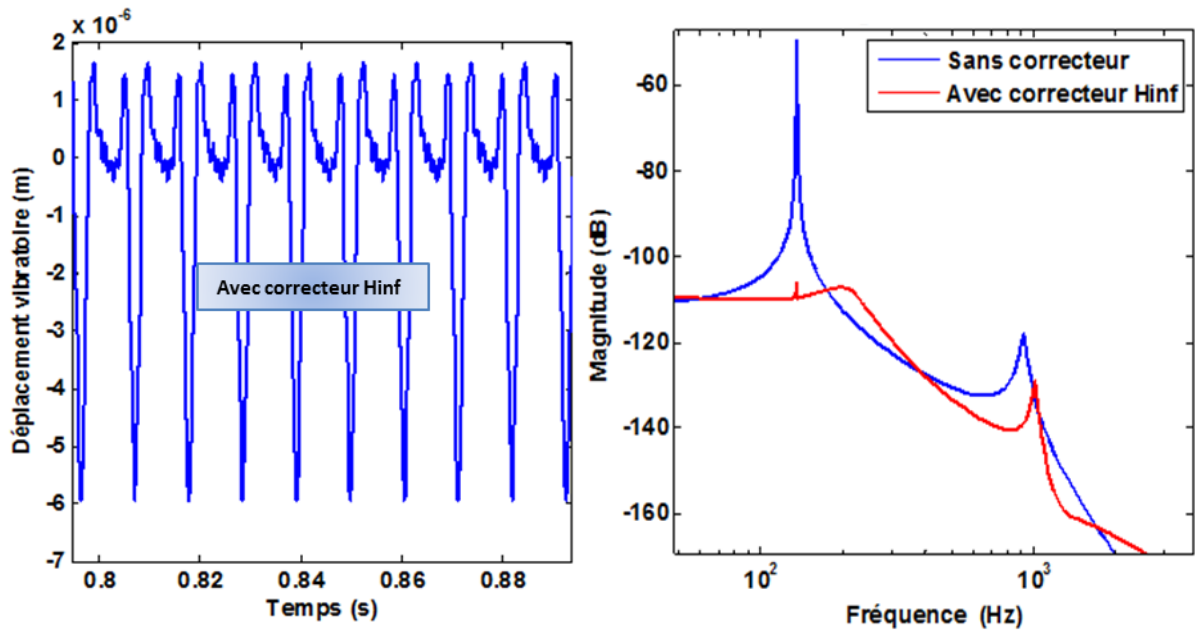


Figure 134 Contrôle actif du système usinant avec correcteur H_{∞} et son diagramme de Bode

Le correcteur LQG calculé à partir du modèle du système identifié (Figure 135) suivant la première stratégie atténuée le 1^{er} pic de résonance de 47 dB et le 2^{ème} de 14 dB.

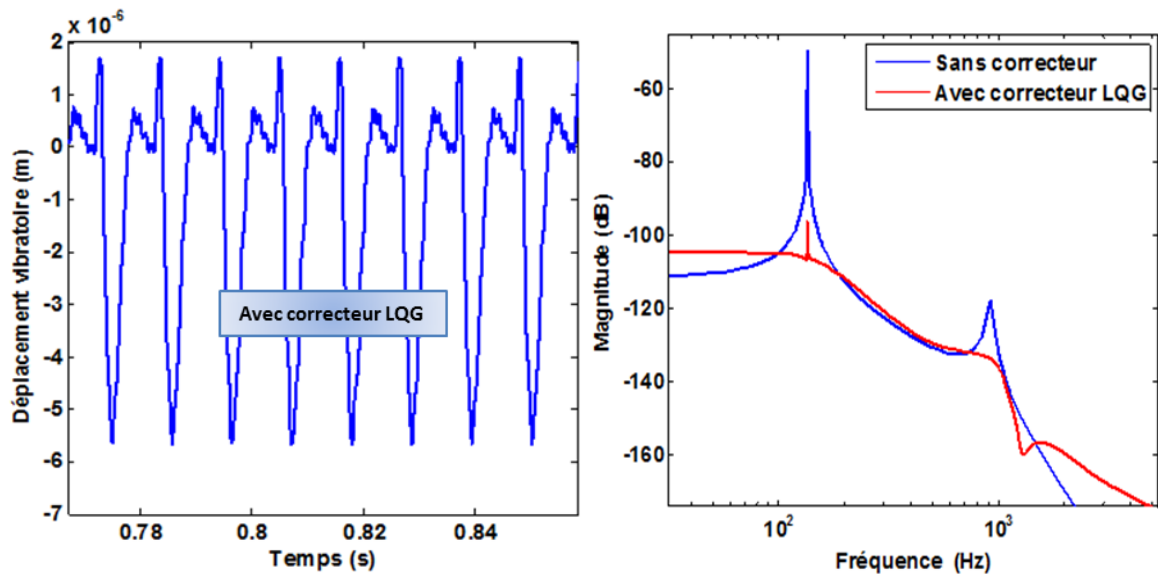


Figure 135 Contrôle actif du système usinant avec correcteur LQG et son diagramme de Bode

Avec le correcteur μ *synthèse* à ordre réduit et filtré (Figure 136), on obtient une atténuation du 1^{er} pic de 31.9 dB et de 5 dB sur le 2^{ème}.

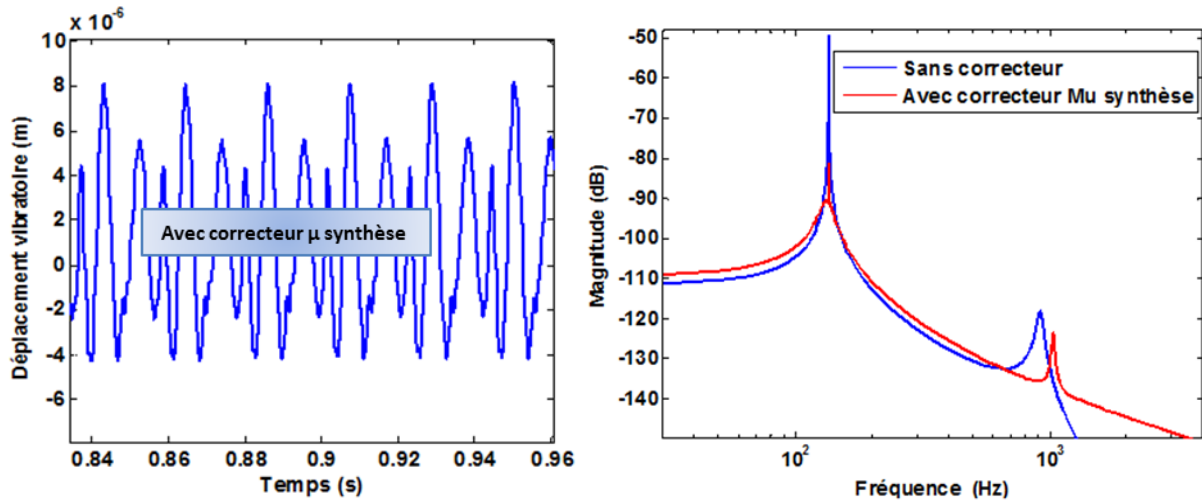


Figure 136 Contrôle actif du système usinant avec correcteur μ synthèse (réduit et filtré) et son diagramme de Bode

Les diagrammes de Bode des correcteurs calculés suivant la première stratégie montrent des signaux raisonnables ne nécessitant aucun recours au filtrage, en plus ils montrent une cohérence par rapport aux deux pics de résonance du système. Le correcteur H_∞ semble être légèrement meilleur que celui calculé avec la méthode quadratique (LQG). Néanmoins, ce dernier donne un domaine d'usinage stable plus large.

Finalement, si on devait classer ces trois correcteurs en se basant seulement sur leur performance, ce serait le correcteur H_∞ qui l'emporte largement suivi du correcteur LQG et puis de la μ synthèse.

On a tracé les lobes de stabilité du système usinant en rendant le critère du rmsmax plus sévère que celui utilisé dans le chapitre N°2 ($2 \cdot 10^{-4}$) afin d'obtenir des lobes plus visibles, pour un rmsmax égale à $1 \cdot 10^{-4}$ (Figure 137, Figure 138) et $1 \cdot 10^{-5}$ (Figure 139).

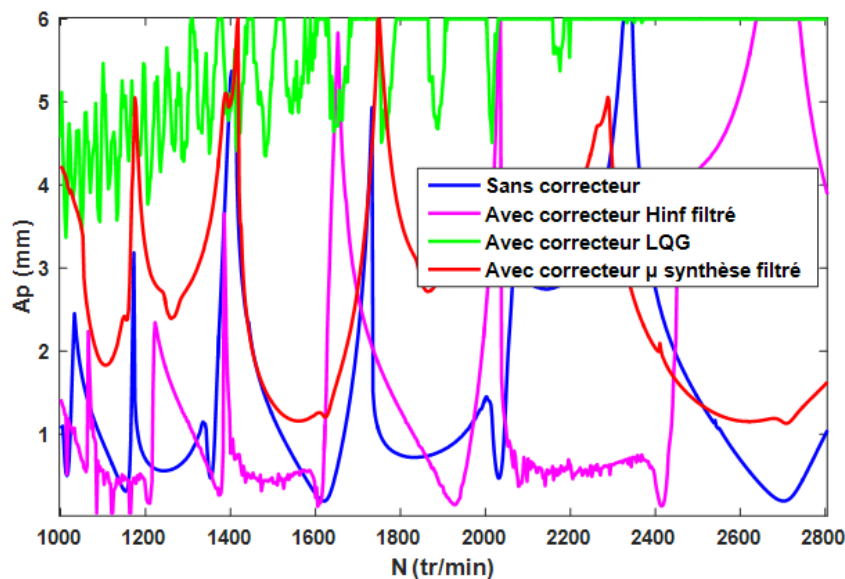


Figure 137 Lobes de stabilité du système usinant avec les correcteurs du système identifié déterminés suivant la première stratégie avec $\text{rmsmax} = 1 \cdot 10^{-4}$

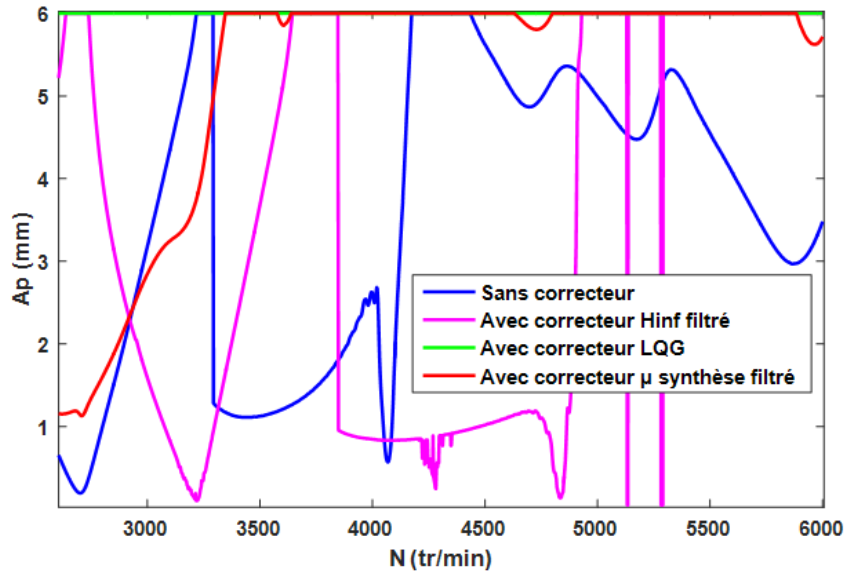


Figure 138 Lobes de stabilité du système avec $\text{rmsmax} = 1 \cdot 10^{-4}$

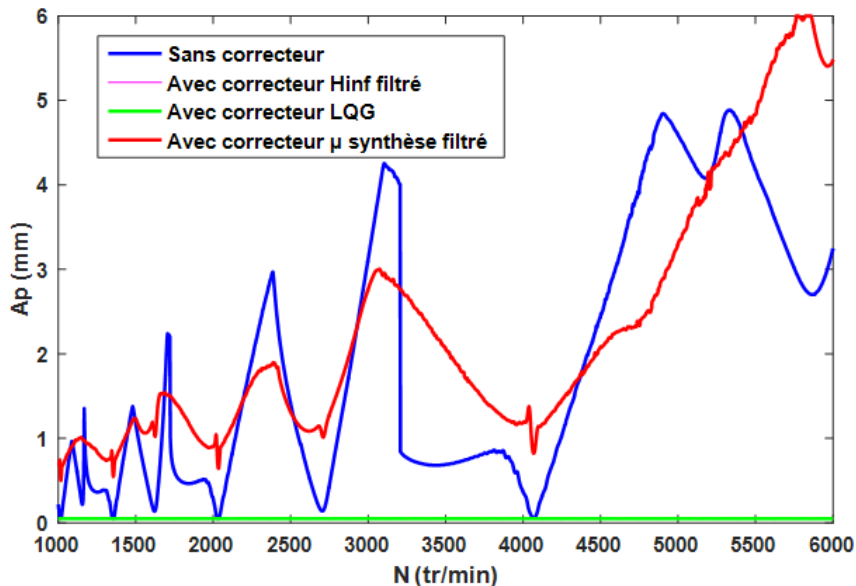


Figure 139 Lobes de stabilité avec $\text{rmsmax} = 1 \cdot 10^{-5}$

b) Validation expérimentale

On a utilisé un capteur capacitif placé à l'extrémité de l'éprouvette pour la mesure du déplacement vibratoire de celle-ci. Plusieurs éprouvettes identiques ont été testées pour valider le contrôle actif du fraisage en repère fixe (Figure 140) avec différents correcteurs H_∞ et LQG . Cette liste des correcteurs est constituée de ceux déterminés à partir du modèle théorique du système mais aussi de ceux provenant du modèle identifié. On a choisi de montrer les résultats de ces derniers qui nous ont semblé les meilleurs (Figure 141, Figure 142, Figure 143, Figure 144).

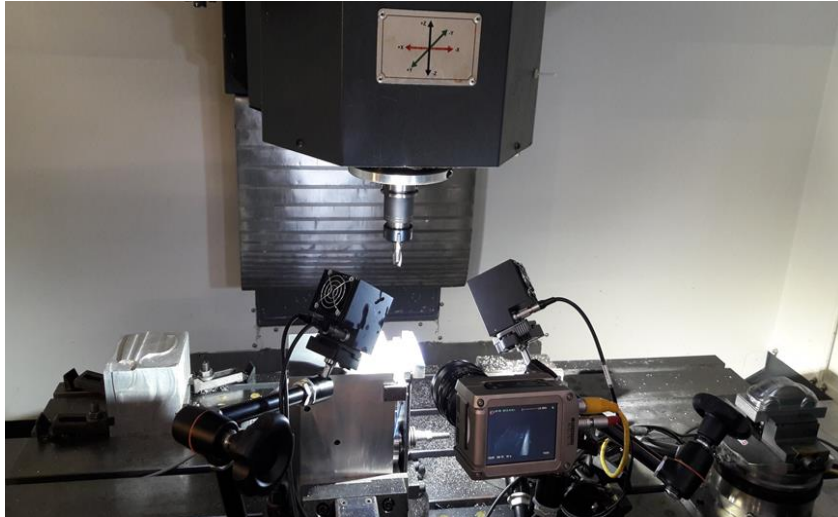


Figure 140 Montage du dispositif pour l'essai du fraisage avec/sans contrôle

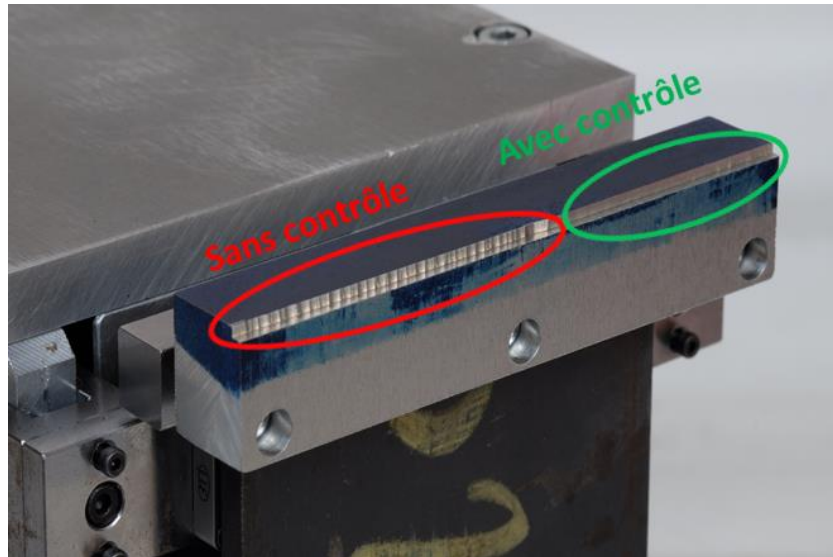


Figure 141 Résultat du fraisage de l'éprouvette avec/sans contrôle

On a testé les deux correcteurs H_∞ et LQG pour une opération de fraisage à 3000 tr/min avec une fraise à 2 dents de diamètre 16 mm. On a effectué des passes à 1.6 mm en radial et 1.5 mm en axial pour tester le correcteur H_∞ et un engagement radial de 2 mm pour le correcteur LQG en gardant la même profondeur de passe axiale. Les signaux sont mesurés avec une carte d'acquisition, développée en interne, ayant une fréquence d'échantillonnage de 160kHz avec une résolution de 16 bits. On a aussi eu recours à la carte SB-RIO-9607 de National Instrument équipée de l'ensemble processeur + FPGA (ZYNQ -7020) fourni par Xilinx. L'ensemble de cette électronique fait partie d'un contrôleur d'actionneurs piézoélectriques spécialement conçu au LSIS pour des applications destinées à l'usinage.

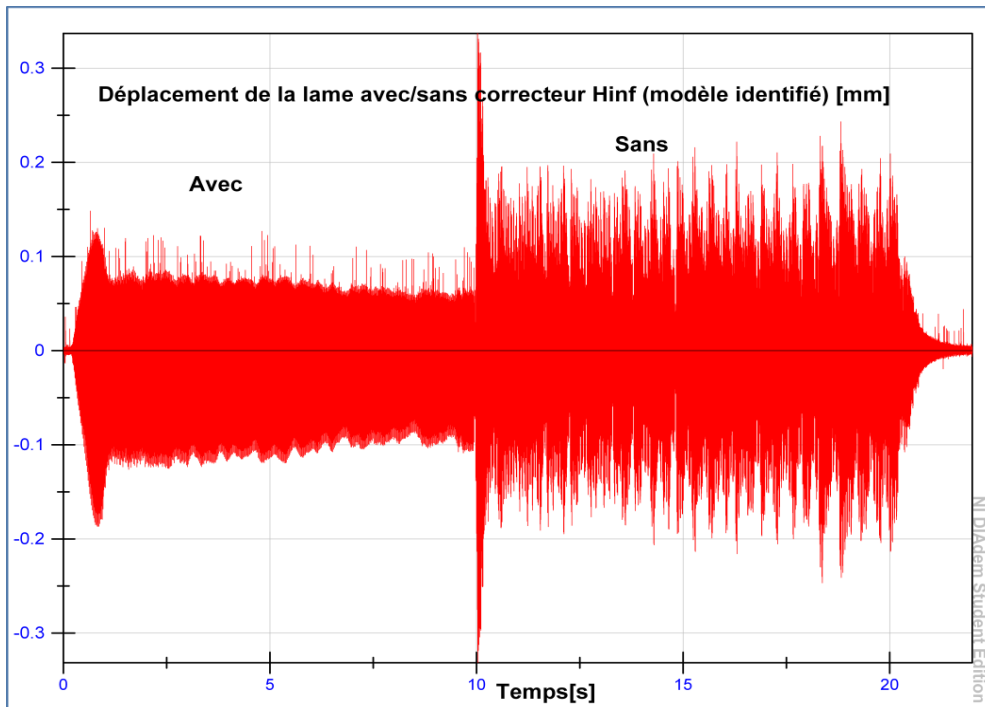


Figure 142 Résultats d'essai du correcteur H_{∞} du modèle identifié

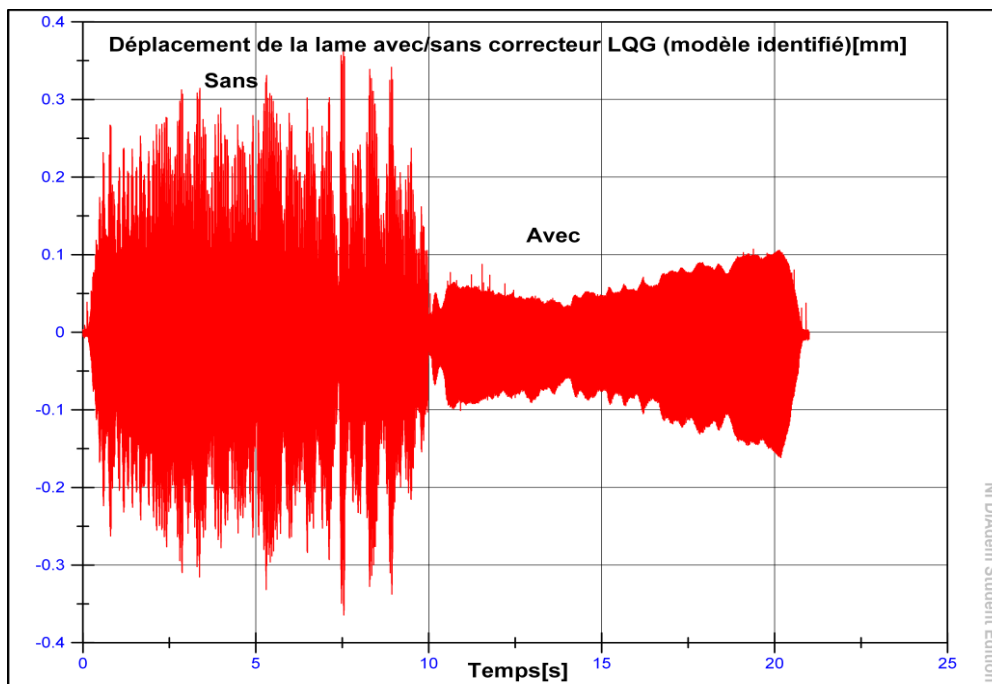


Figure 143 Résultats d'essai du correcteur LQG identifié

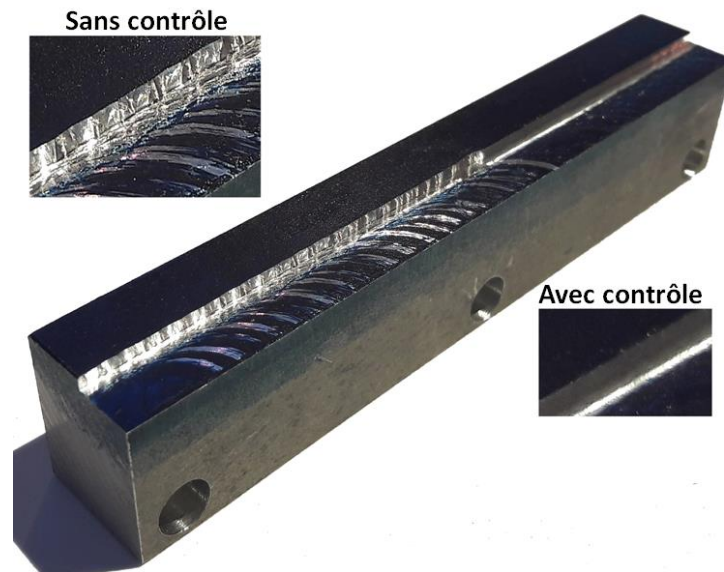


Figure 144 Etat de l'éprouvette après l'essai du fraisage avec/sans contrôle

5. Correcteurs deuxième stratégie du système identifié

a) Simulations

Le correcteur H_∞ calculé suivant la deuxième stratégie à partir du modèle identifié (Figure 145) atténue certes les 2 pics de résonance ; le 1^{er} pic de 33.2 dB et le 2^{ème} de 9 dB mais il ne stabilise pas le système usinant instable avec les paramètres de coupe définis précédemment ($A_p=1.5$ mm) contrairement au correcteur équivalent déterminé suivant la première stratégie. En effet, ce n'est qu'en diminuant les valeurs de quelques paramètres de coupe utilisés tels que l'engagement axial que le correcteur H_∞ de la deuxième stratégie stabilise le système usinant.

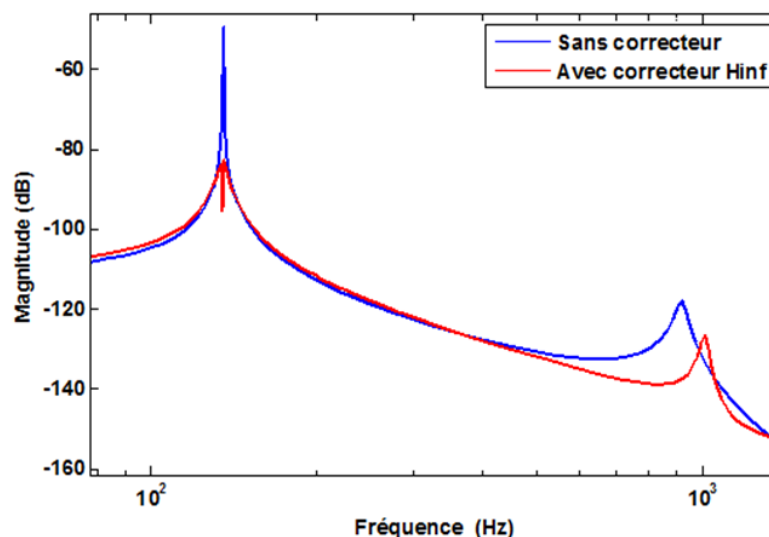


Figure 145 Diagramme de Bode du système usinant avec/ sans correcteur H_∞ de la deuxième stratégie

Ce correcteur LQG obtenu suivant la deuxième stratégie (Figure 146) amortit le 1^{er} pic de résonance de 30.3 dB et le 2^{ème} de 11 dB. Comme le correcteur précédent, il ne réussit pas aussi

à stabiliser le système pour les paramètres de coupe choisis malgré l'amortissement apporté au système.

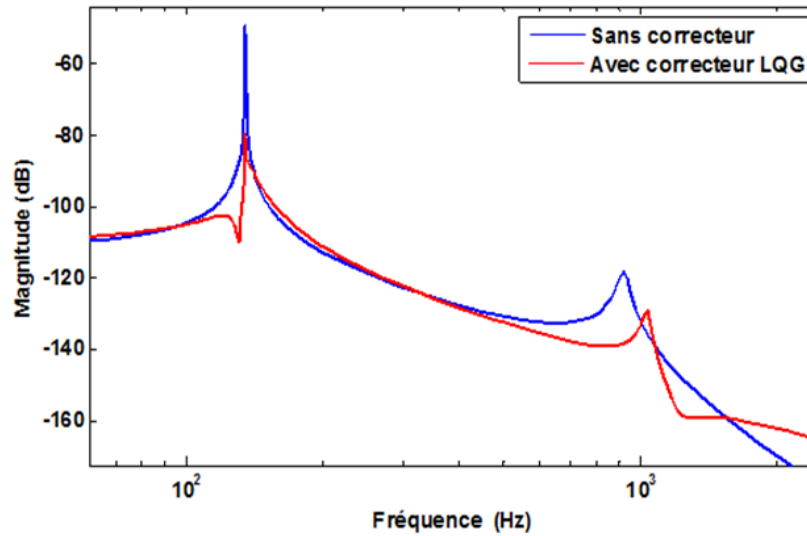


Figure 146 Diagramme de Bode du système usinant avec/ sans correcteur LQG de la deuxième stratégie

Ces deux correcteurs H_∞ et LQG déterminés suivant la deuxième stratégie ne stabilisent pas le système pour les paramètres de coupe définis mais une atténuation de la réponse temporelle du système avec est bien plus visible en présence du correcteur quadratique (LQG) qu'avec le correcteur H_∞ (Figure 147).

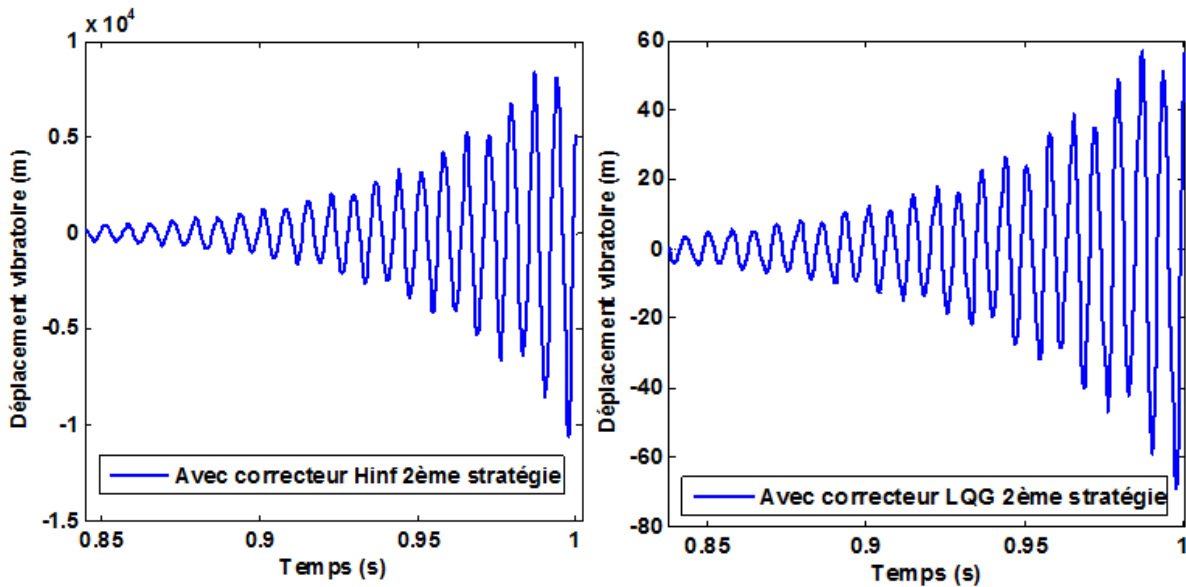


Figure 147 Réponse temporelle du système usinant avec les correcteurs LQG et H_∞ de la deuxième stratégie

Nous avons tracé les lobes de stabilité du système avec le critère de stabilité initial, c'est-à-dire un rms_{max} égale à $2 \cdot 10^{-4}$ (Figure 148). On obtient des lobes visibles du système sans et avec correcteur H_∞ . Mais le critère semble sévère pour le correcteur LQG . On diminue alors la valeur du rms_{max} à $8.5 \cdot 10^{-4}$ (Figure 149, Figure 150). Ensuite on diminue à nouveau la valeur de ce

paramètre ($\text{rmsmax}=10^{-5}$) pour afficher des lobes de stabilité entières du système avec correcteur H_∞ (Figure 151).

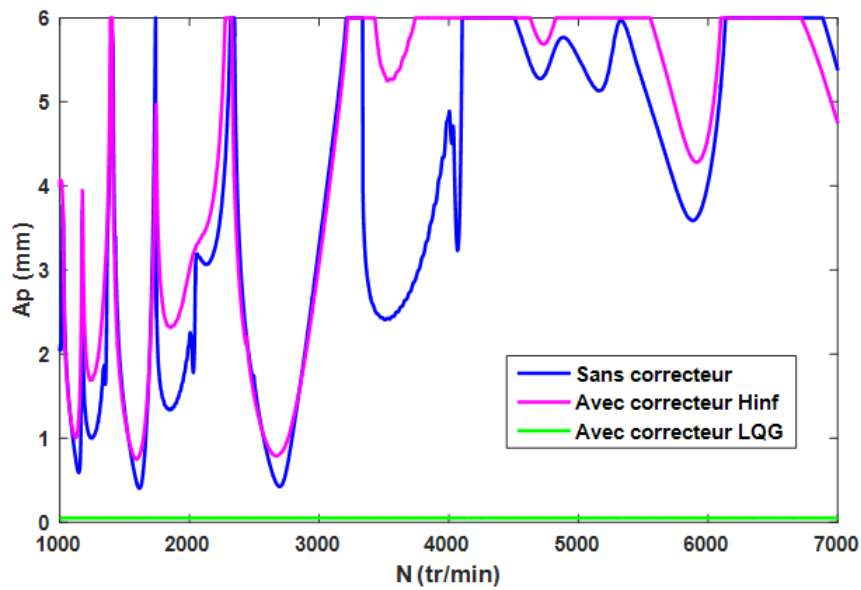


Figure 148 Lobes de stabilité du système usinant avec les correcteurs de la deuxième stratégie ($\text{rmsmax}=2 \cdot 10^{-4}$)

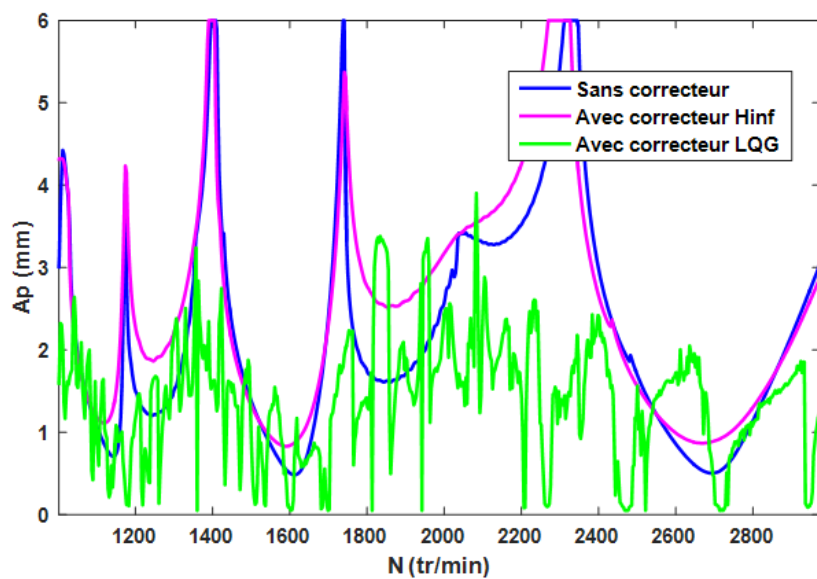


Figure 149 Lobes de stabilité du système usinant avec les correcteurs de la deuxième stratégie ($\text{rmsmax}=8.5 \cdot 10^{-4}$)

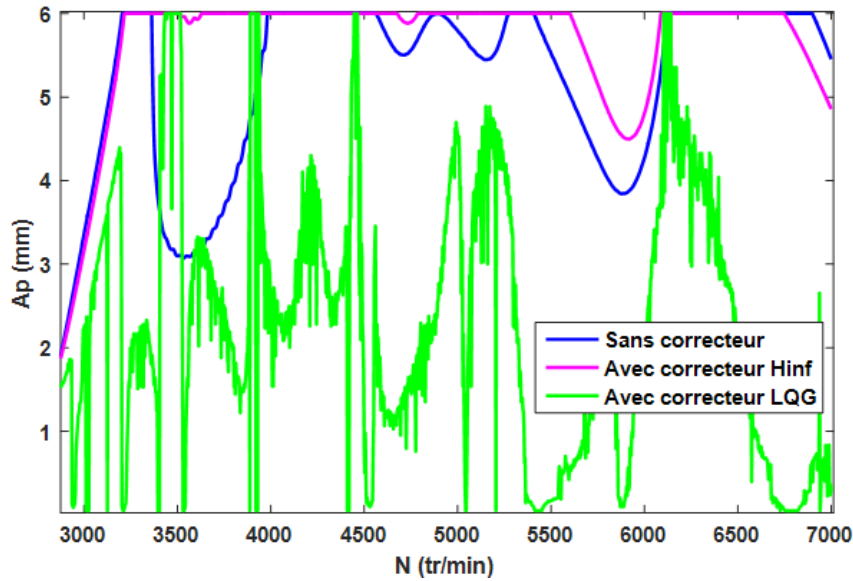


Figure 150 Lobes de stabilité du système usinant avec les correcteurs de la deuxième stratégie ($\text{rmsmax}=8.5 \cdot 10^{-4}$)

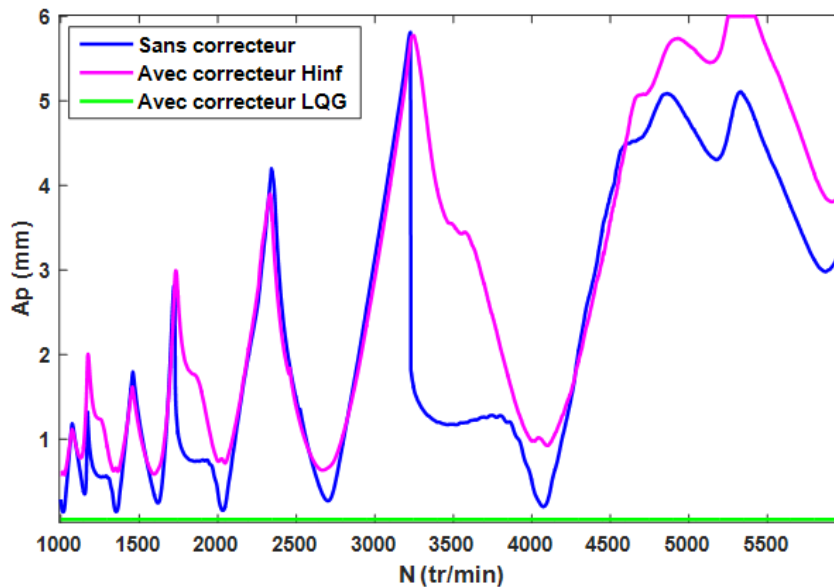


Figure 151 Lobes de stabilité du système usinant avec les correcteurs de la deuxième stratégie ($\text{rmsmax}= 10^{-5}$)

Conclusion

Les correcteurs déterminés suivant la première stratégie donnent de bien meilleurs résultats que ceux obtenus suivant la deuxième stratégie. Pourtant, le calcul de ces derniers tient compte de la perturbation du système (le processus de coupe). L'explication réside dans le fait que l'obtention des correcteurs de la deuxième stratégie repose sur l'approximation du terme retard présent dans le modèle du processus de coupe. En effet, cette approximation est indispensable pour rendre le modèle du système résultant du couplage de la dynamique du système usinant avec le processus de coupe linéaire. Plus l'ordre de cette approximation est élevé, plus le modèle linéaire obtenu se rapproche certes du modèle initial mais plus le calcul devient fastidieux. Dans notre cas on a choisi un ordre égal à 2 (Figure 152).

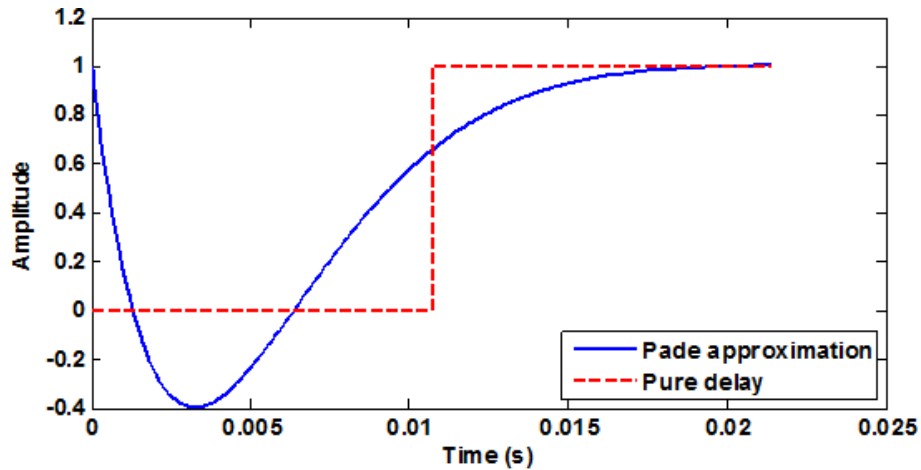


Figure 152 Comparaison de l'approximation linéaire du terme de retard avec la valeur exacte du terme retard

D'un autre côté, les correcteurs calculés suivant la deuxième stratégie intégrant par définition le processus de coupe augmentent le taux d'incertitudes liées au modèle de coupe dans la modélisation globale du système usinant. En plus, ces correcteurs dépendent évidemment des paramètres de coupe rendant le contrôle actif d'une opération de fraisage moins pratique si on change souvent l'un de ces paramètres.

Finalement, les correcteurs déterminés suivant les deux stratégies nous permettent d'affirmer une meilleure performance pour ceux de la première stratégie et une robustesse supérieure pour ceux de la deuxième stratégie. On est donc amenés à faire un compromis entre la performance et la robustesse pour chaque application donnée. Si on envisage une opération de fraisage nécessitant une variation importante de la dynamique du système, alors les correcteurs obtenus suivant la deuxième stratégie seront privilégiés parce qu'on a besoin dans ce cas-là de la robustesse du contrôle plus que de l'efficacité de contrôle. En revanche, si l'opération de fraisage n'entraîne pas un changement important de la dynamique du système, alors on pourrait songer dans ce cas là à utiliser des correcteurs plutôt efficaces que robustes : des correcteurs obtenus suivant la première stratégie. Le choix de la stratégie de contrôle dépend fortement du type d'application, du besoin.

Chapitre 4 Contrôle actif du fraisage en repère tournant

Ce dernier chapitre est dédié à l'étude du mouvement de vibration de flexion d'une poutre en rotation autour de son axe dans le but de la contrôler activement. En effet, l'opération de fraisage qui se déroule naturellement en repère tournant induit la présence des vibrations régénératives auto-entretenues dans le même repère. Nous nous plaçons là dans l'hypothèse d'une souplesse dominante provenant de l'outil et de l'utilisation d'une action correctrice en repère tournant. La dynamique du système devra alors être revue.

1. Modélisation du comportement dynamique dans le plan (X, Y) en repère fixe

a) Modélisation physique

Le mouvement de rotation de la poutre autour de son axe génère l'effet gyroscopique mais aussi l'inertie de la section par rapport à l'axe de la poutre (Figure 153). Celle-ci est supposée suffisamment rigide pour éliminer le phénomène de cisaillement mais pas assez pour ne pas vibrer.

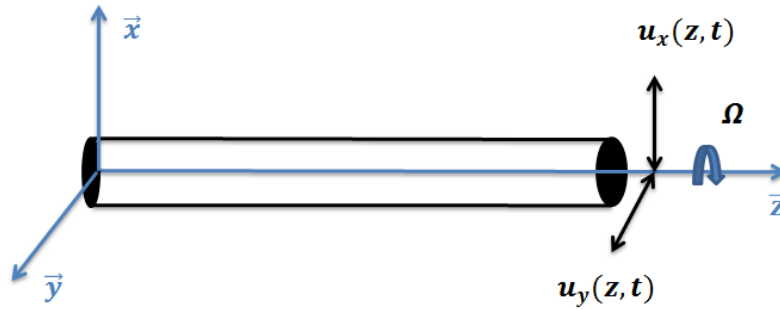


Figure 153 Poutre en vibrations dans le plan xy

Le mouvement de vibration de cette poutre est régie par l'équation suivante d'après la théorie de Timoshenko [44] :

$$\rho S \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + EI_y \frac{\partial^4 u}{\partial z^4} - \rho S R^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right) + 2i \rho S R^2 \Omega \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right) = 0 \quad (1)$$

Avec $u = u_x + i u_y$: le déplacement vibratoire de la poutre d'axe \vec{z} dans le plan (\vec{x}, \vec{y}) . En ce qui nous concerne, on s'intéresse au contrôle actif du fraisage pendant les opérations de finition nécessitant des outils longs et donc flexibles assujettis aux vibrations mais de faibles diamètres. On peut donc supprimer le terme gyroscopique et inertiel puisque les phénomènes liés sont alors négligeables dans notre cas. On se retrouve alors avec l'équation de mouvement de Bernoulli utilisée au début de cette thèse, mais qui représente cette fois ci deux degrés de liberté u_x et u_y représentant les vibrations latérales.

$$\begin{aligned} \rho S \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} + EI_y \frac{\partial^4 u_x}{\partial z^4} &= 0 \\ \rho S \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} + EI_y \frac{\partial^4 u_y}{\partial z^4} &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

On obtient alors 4 fonctions de transfert :

- $H_{ux} = \frac{u_x}{U_x}$ et $H_{\omega x} = \frac{u_x}{F_x}$ pour le contrôle des vibrations suivant l'axe \vec{x}
- $H_{uy} = \frac{u_y}{U_y}$ et $H_{\omega y} = \frac{u_y}{F_y}$ pour le contrôle actif suivant l'axe \vec{y} .

En raison de la symétrie de la section de la poutre, les mouvements suivant les axes \vec{x} et \vec{y} sont équivalents. Par conséquent, on a égalité des fonctions de transfert H_{ux} et H_{uy} , $H_{\omega x}$ et $H_{\omega y}$.

b) Modèle d'état

On applique la réalisation directe aux formes canoniques des fonctions de transfert H_{ux} et H_{uy} , $H_{\omega x}$ et $H_{\omega y}$ qui décrivent le système multi variable suivant :

$$\begin{pmatrix} u_x \\ u_y \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} H_{\omega x} & \mathbf{0} & H_{ux} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & H_{\omega y} & \mathbf{0} & H_{uy} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ U_x \\ U_y \end{pmatrix} = M(s) \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ U_x \\ U_y \end{pmatrix} \quad (3)$$

F_x et F_y sont les efforts de coupe, générés par le processus de fraisage, qui représentent la perturbation du système.

U_x et U_y sont les commandes déterminées par le correcteur pour agir sur les déplacements vibratoires suivant les axes latéraux \vec{x} et \vec{y} . On a bien la séparation de mouvement qui est mise en évidence puisque la perturbation et la commande correspondants à l'axe i n'influencent que le mouvement suivant celui-ci.

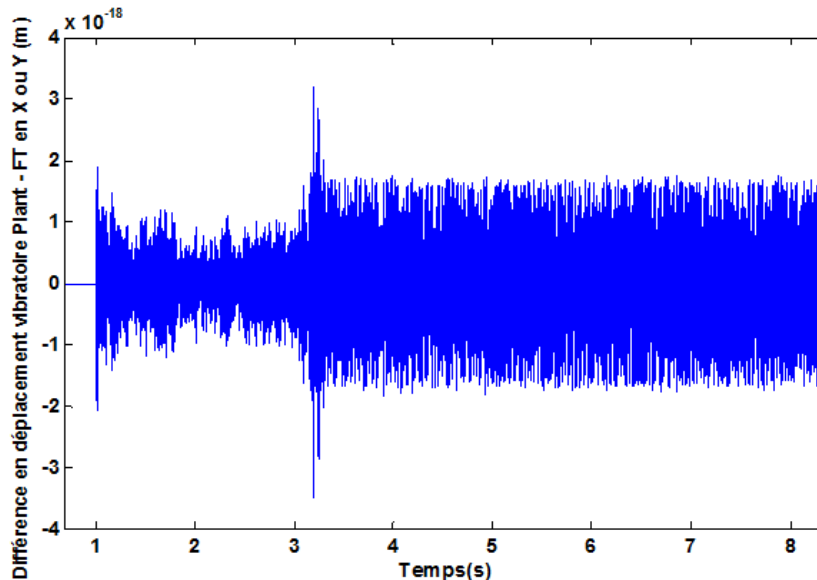


Figure 154 Validation du modèle d'état sur Simulink pour la lame vibrante

On a simulé la différence entre le déplacement vibratoire généré par l'ensemble des fonctions de transfert et celui obtenu par le modèle d'état suivant les deux axes de mouvement latéraux

de la poutre (Figure 154). On déduit que la modélisation représente bien le système et peut donc être utilisé pour l'obtention de correcteurs à deux degrés de liberté U_x et U_y .

2. Modélisation du comportement dynamique dans le plan (X, Y) en repère tournant

On modélise ici le porte outil (Figure 155) qui va nous permettre de faire le contrôle actif du fraisage. Il est assimilé à une poutre en rotation autour de son axe \vec{z} , perturbée à son extrémité libre via les efforts de coupe F_c dans le plan (\vec{x}, \vec{y}) et corrigée par des actionneurs piézoélectriques à son autre extrémité. Cette poutre présente une liaison rotule à doigt au point d'abscisse a , assurée par un empilement de flectors. Cette liaison est nécessaire pour autoriser la transmission du mouvement compensateur des actionneurs à l'outil dans le plan (\vec{x}, \vec{y}) tout en bloquant la rotation autour de l'axe du mouvement de l'ensemble broche/porte outil/outil, c'est-à-dire l'axe \vec{z} dans notre cas.

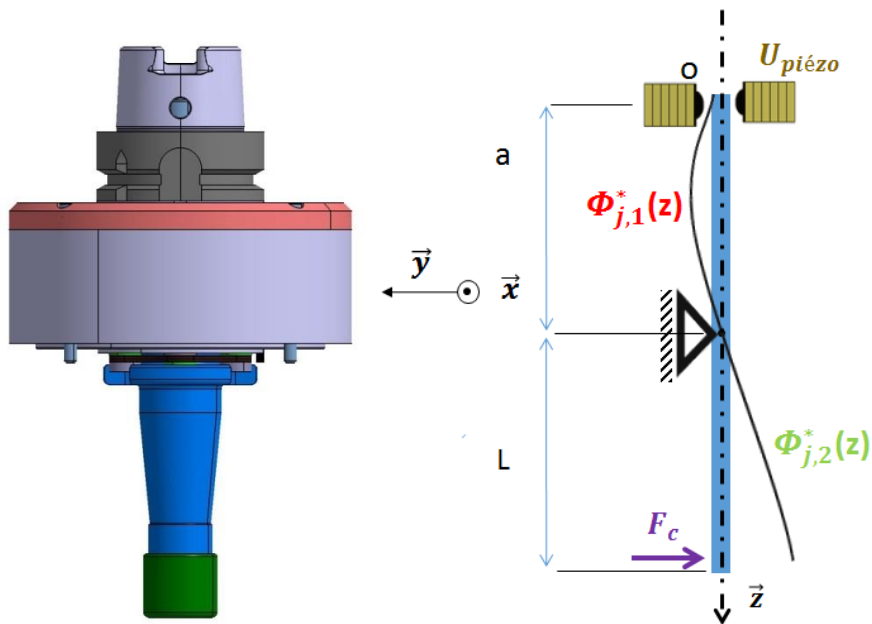


Figure 155 Profil du porte outil mécatronique et sa modélisation pour le calcul RDM

En premier lieu, on néglige les termes gyroscopiques et d'inertie pour faire un contrôle actif en finition où on fait intervenir des outils longs et de petits diamètres. On se retrouve avec une équation de Bernoulli suivant l'axe \vec{x} et \vec{y} . Étant donné que les conditions aux limites ont changé par rapport à ce qui a été fait avant, les fonctions de transfert aussi changent.

En effet, on dispose maintenant de ces 8 conditions aux limites pour déterminer les nouvelles fonctions de transfert :

$$\left\{ \begin{array}{l} U_t(z=0) = U_{piézo} \\ M_f(z=0) = 0 \leftrightarrow U_t''(z=0) = 0 \\ U_t(z=a) = 0 \\ M_f(z=a+L) = 0 \leftrightarrow U_t''(z=a+L) = 0 \\ U_t'''(z=a+L) = 0 \end{array} \right. \quad (4)$$

Ces conditions se traduisent en termes de fonctions propres $\phi_{j,1}^*(z)$ et $\phi_{j,2}^*(z)$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_{j,1}^*(z=0) = 0 \\ \phi_{j,1}^{*''}(z=0) = 0 \\ \phi_{j,1}^*(z=a) = 0 \\ \phi_{j,1}^{*''}(z=a) = \phi_{j,2}^{*''}(z=a) \\ \phi_{j,1}^{*'}(z=a) = \phi_{j,2}^{*'}(z=a) \\ \phi_{j,2}^*(z=a) = 0 \\ \phi_{j,2}^{*''}(z=a+L) = 0 \\ \phi_{j,2}^{*'''}(z=a+L) = 0 \end{array} \right. \quad (5)$$

On obtient d'abord les expressions des fonctions propres puis les coordonnées modales en utilisant Duhamel. Pour la suite, on retiendra les deux premiers modes pour le calcul des correcteurs qu'on testera uniquement par simulations dans le cas du fraisage en repère tournant. En effet, le porte outil n'est à ce jour pas encore fonctionnel pour qu'on puisse effectuer des essais de contrôle actif avec ou de faire une identification des fonctions de transfert H_ω et H_u directement dessus. Cette identification qui permet d'obtenir des correcteurs encore plus efficaces que ceux obtenus du modèle théorique comme on l'a vu dans le cas de la lame vibrante.

3. Modélisation du processus de fraisage en repère tournant

Ayant déjà les expressions des efforts de coupe F_c dans le repère (\vec{x}, \vec{y}) lié au bâti :

$$\mathbf{F}_c = F_{cx}\vec{x} + F_{cy}\vec{y} \quad (6)$$

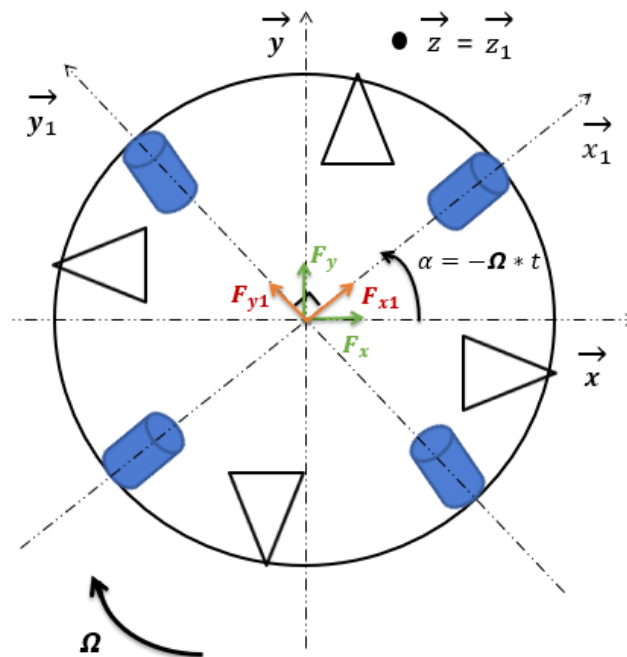


Figure 156 Modèle du fraisage en repère tournant

Il suffit alors de projeter le repère fixe sur le repère tournant (\vec{x}_1, \vec{y}_1) lié aux axes perpendiculaires des actionneurs piézoélectriques, présents à l'intérieur du porte outil, pour obtenir l'expression des efforts de coupe dans celui-ci (Figure 156).

$$\begin{cases} \vec{x} = \cos\alpha \vec{x}_1 - \sin\alpha \vec{y}_1 \\ \vec{y} = \sin\alpha \vec{x}_1 + \cos\alpha \vec{y}_1 \end{cases} \quad (7)$$

On obtient donc :

$$F_c = (F_{cx} \cos\alpha + F_{cy} \sin\alpha) \vec{x}_1 + (-F_{cx} \sin\alpha + F_{cy} \cos\alpha) \vec{y}_1 \quad (8)$$

On a choisi de contrôler une opération de fraisage se déroulant à 2800 tr/min avec une fraise à 2 dents, une avance de 0.05 mm/tr/dent, un engagement radial de 1 mm et une profondeur de passe axiale de 1 mm (Figure 157).

Après avoir supprimé les pôles instables de la « plant » globale à deux degrés de liberté,

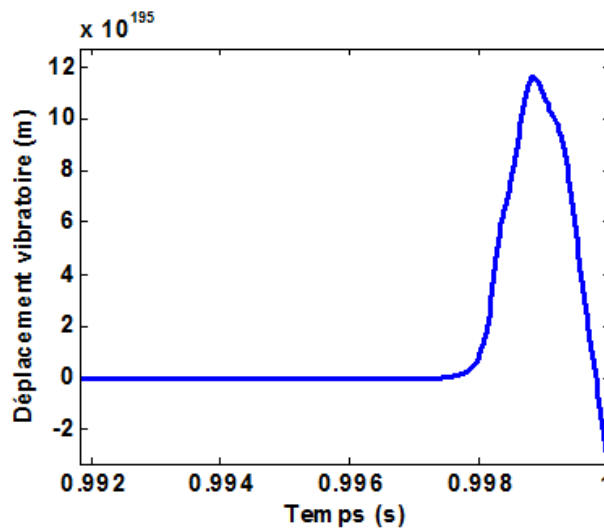


Figure 157 Réponse temporelle du système sans correcteur (avec les 4 pôles instables) suivant X ou Y

Comme les efforts de coupe suivant les deux axes \vec{x}_1 et \vec{y}_1 ne sont pas identiques, il en résulte des déplacements vibratoires du système usinant différents suivant ces deux axes latéraux du porte-outil (Figure 158).

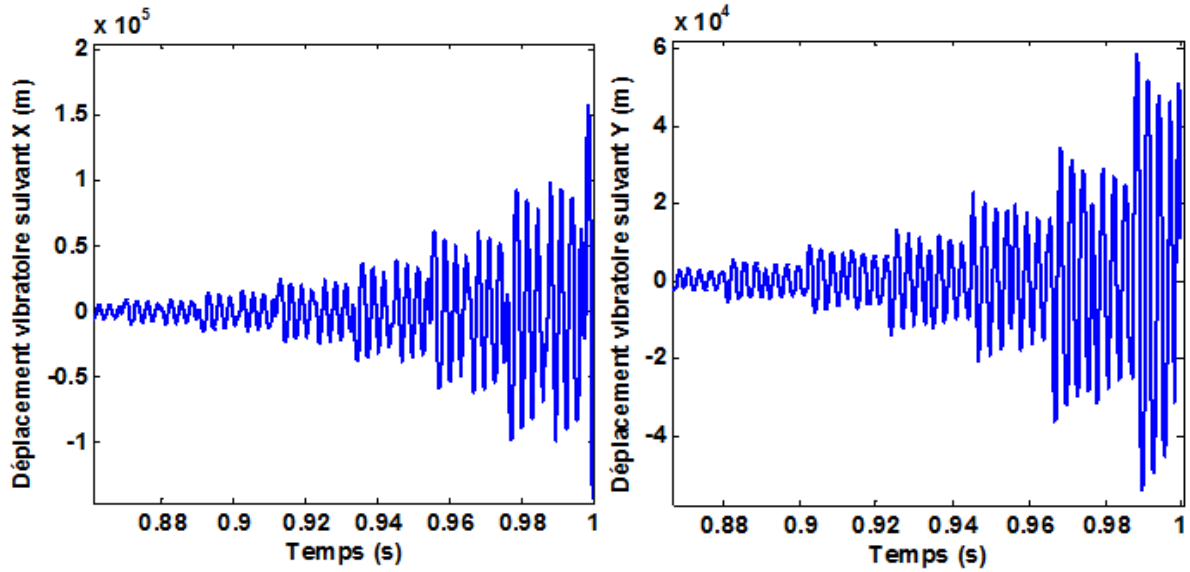


Figure 158 Réponse temporelle du système sans correcteur (sans les pôles instables) suivant X et Y

4. Résultats de simulation de contrôle actif du fraisage en repère tournant

En raison de la symétrie du porte-outil autour de son axe \vec{z} mais aussi suite à l'hypothèse du mouvement de vibration dissocié suivant les deux axes latéraux \vec{x} et \vec{y} , le contrôle peut se dérouler suivant deux méthodes. En effet, la première méthode (Figure 159a) consiste à déterminer un correcteur à partir de la « plant » entière du système usinant, c'est-à-dire en utilisant la matrice de transfert globale décrite dans la section précédente. Le correcteur obtenu fournit alors deux signaux de commande pour contrôler les mouvements du porte-outil suivant ses deux axes latéraux. Dans la deuxième méthode (Figure 159b), il s'agit de découpler le contrôle en calculant chaque correcteur pour chaque degré de liberté. On considère le modèle d'état correspondant à chaque sous-système constituée chacun des deux fonctions de transfert H_ω et H_u .

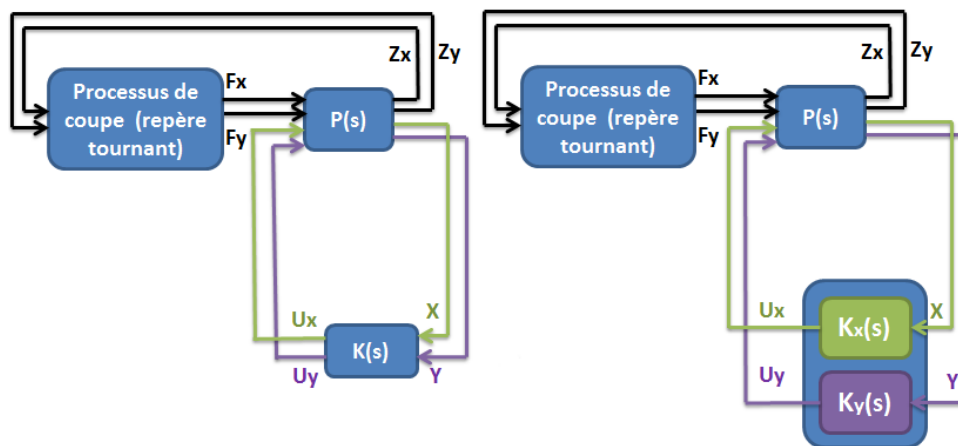


Figure 159 a) Méthode de contrôle globale b) Méthode de contrôle découplée

a) Correcteurs H_∞

On a testé plusieurs correcteurs H_∞ en faisant varier le degré de robustesse γ de ces derniers. C'est la méthode de contrôle découplée qui a été utilisée pour ces correcteurs. On en a choisi 3 significatifs classés dans le Tableau 7 suivant leur niveau de robustesse. On rappelle que ces correcteurs doivent stabiliser le système en boucle fermée tout en vérifiant la condition suivante:

$$\|F_L(P(s), K(s))\|_\infty < \gamma$$

Les correcteurs assurant la plus petite valeur de γ possible sont dits « optimaux ».

| Correcteur | γ |
|----------------|------------------------|
| Optimal ou N°3 | $4.8147 \cdot 10^{-6}$ |
| N°6 | $2.5259 \cdot 10^{-5}$ |
| N°2 | $1.0012 \cdot 10^{-4}$ |

Tableau 7 Classement des 3 correcteurs H_∞ étudiés

Bien qu'il soit le plus robuste (valeur de γ la plus petite), le correcteur H_∞ N°3 est le moins efficace des correcteurs retenus ici. En effet, le diagramme de Bode de la Figure 160 montre que celui-ci n'agit sur aucun des 2 pics de résonance et ne réussit donc pas à stabiliser le système usinant.

Les autres correcteurs H_∞ (N°2 et N°6) sont clairement moins robustes que le correcteur H_∞ optimal mais plus performants que ce dernier. En effet, On a une atténuation du 1^{er} pic de résonance de 16.5 dB avec le correcteur H_∞ N°6 et de 6.4 dB avec le correcteur H_∞ N°2. Bien que ces deux correcteurs amplifient le 2^{ème} pic de 1 à 4 dB, la stabilité du système usinant n'est pas pour autant affectée.

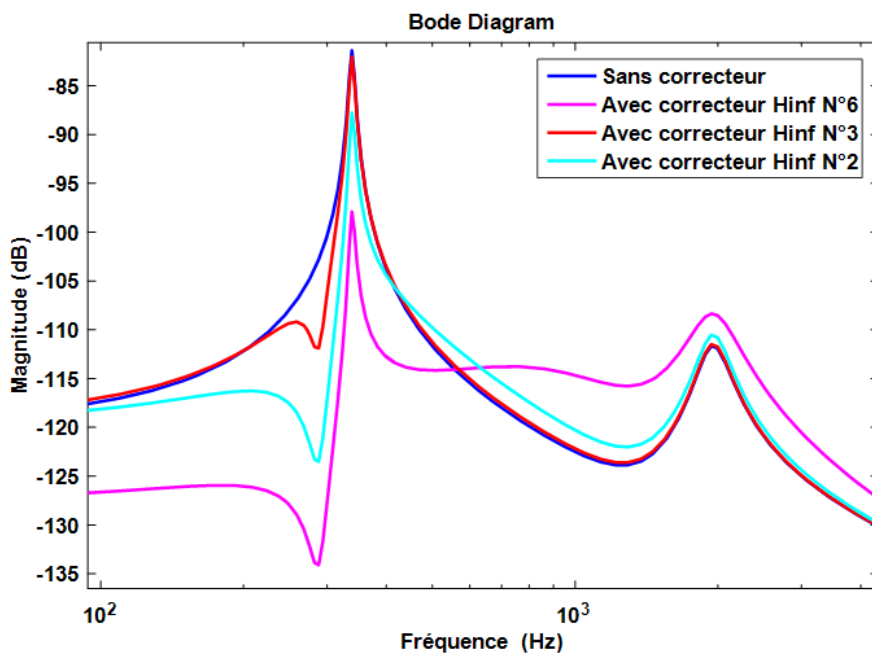


Figure 160 Réponse fréquentielle du système avec différents correcteurs H_∞ suivant X ou Y

Bien que le correcteur H_∞ N°6 (Figure 161) n'ait pas la plus petite valeur de γ , la réponse temporelle du système usinant est meilleure avec.

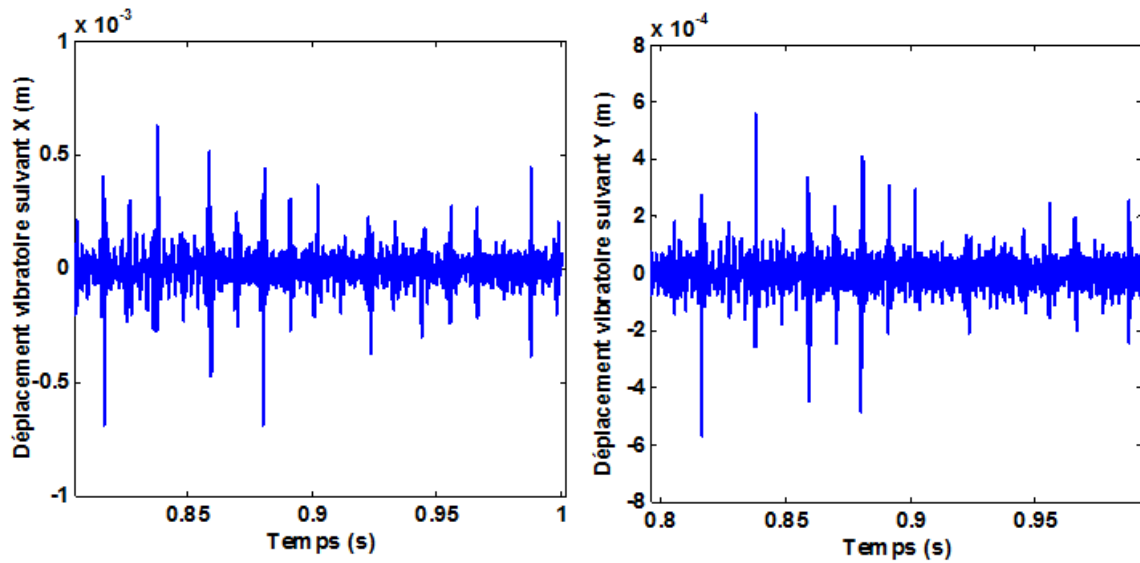


Figure 161 Réponse fréquentielle du système avec le correcteur H_∞ N°6 suivant X et Y

L'amplification du 2^{ème} pic pourrait s'expliquer par la non exactitude des fréquences de résonance de la fonction de transfert H_u obtenue par calcul théorique (Figure 162). L'identification permet d'éviter ce genre de soucis en donnant de meilleurs correcteurs puisque ces derniers seront calculés à partir d'un modèle d'état encore plus proche du système réel. En plus, cette identification est indispensable puisque le porte-outil dans notre modèle théorique est une poutre aux dimensions uniformes, très loin de la réalité.

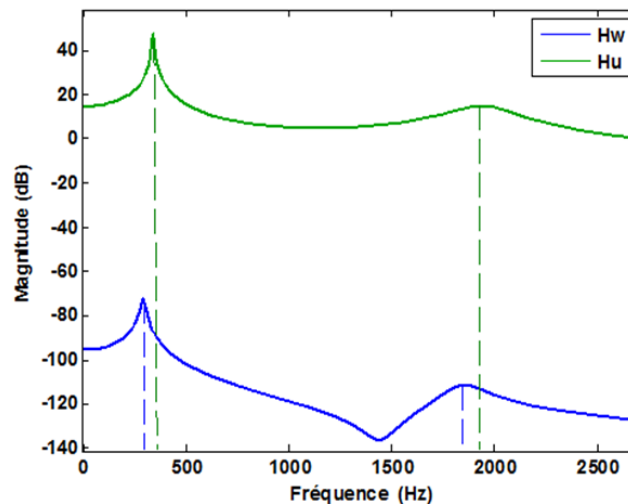


Figure 162 Diagramme de Bode des fonctions de transfert du système usinant

b) Correcteurs LQG

On a déterminé 4 correcteurs LQG à partir de la plant globale à 2 degrés de liberté et comparé les réponses fréquentielles du système avec (Figure 163).

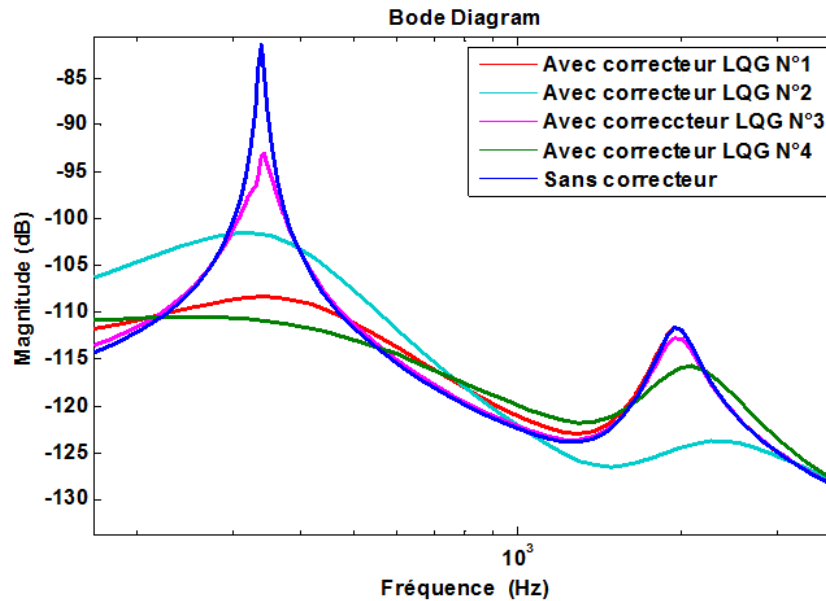


Figure 163 Réponse fréquentielle du système avec différents correcteurs *LQG* suivant X ou Y

Ces correcteurs sont générés avec différentes combinaisons des paramètres de la méthode quadratique gaussienne. On obtient des correcteurs *LQG* qui agissent sur les 2 pics de résonance et ceux qui atténuent seulement le 1^{er} mode. En effet, on a un amortissement du 1^{er} pic de 20.6 dB et du 2^{ème} pic de 12 dB avec le correcteur *LQG* N°2 et une atténuation de 28.6 dB sur le 1^{er} mode et 4 dB sur le 2^{ème} avec le correcteur *LQG* N°4. Le correcteur *LQG* N°1 amortit uniquement le 1^{er} pic de 26.6 dB. Enfin, le correcteur *LQG* N°3, qui atténue le moins les 2 pics, ne stabilise pas le système. Par contre, les autres correcteurs réussissent à le faire. On a donné la réponse du système usinant avec le correcteur *LQG* qui atténue le plus le 1^{er} pic de résonance en gardant les mêmes paramètres de coupe que précédemment. En effet, le correcteur *LQG* N°4 (Figure 164, Figure 165) donne la meilleure réponse temporelle du système bien qu'il n'agisse pas du tout sur le 2^{ème} pic. Ce constat montre à nouveau que la réponse d'un système dépend essentiellement de sa 1^{ère} fréquence propre.

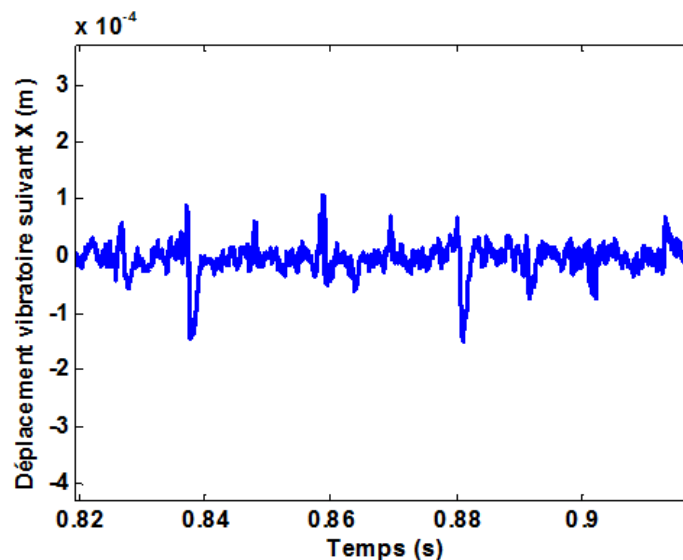


Figure 164 Réponse fréquentielle du système avec le correcteur *LQG* N°4 suivant X

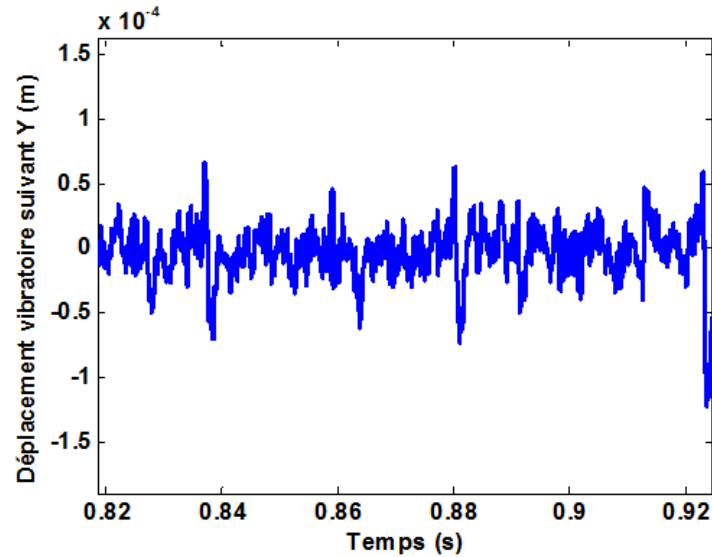


Figure 165 Réponse fréquentielle du système avec le correcteur LQG N°4 suivant Y

On a par la suite tracé les lobes de stabilité du système en présence des correcteurs H_∞ et du correcteur LQG N°4 (Figure 166, Figure 167). Le résultat confirme à nouveau les réponses fréquentielles obtenues précédemment. En effet, on avait obtenu une atténuation plus importante du 1^{er} mode de 28.6 dB avec ce dernier au lieu de seulement 16.5 dB avec le correcteur H_∞ N°6. Le résultat est aussi fidèle au classement des correcteurs H_∞ fait précédemment. En effet, le correcteur H_∞ N°6 donne des lobes de stabilité plus larges que celles obtenues avec celui N°2. Ce dernier génère aussi des lobes de stabilité légèrement meilleures que celles obtenues avec celui N°3.

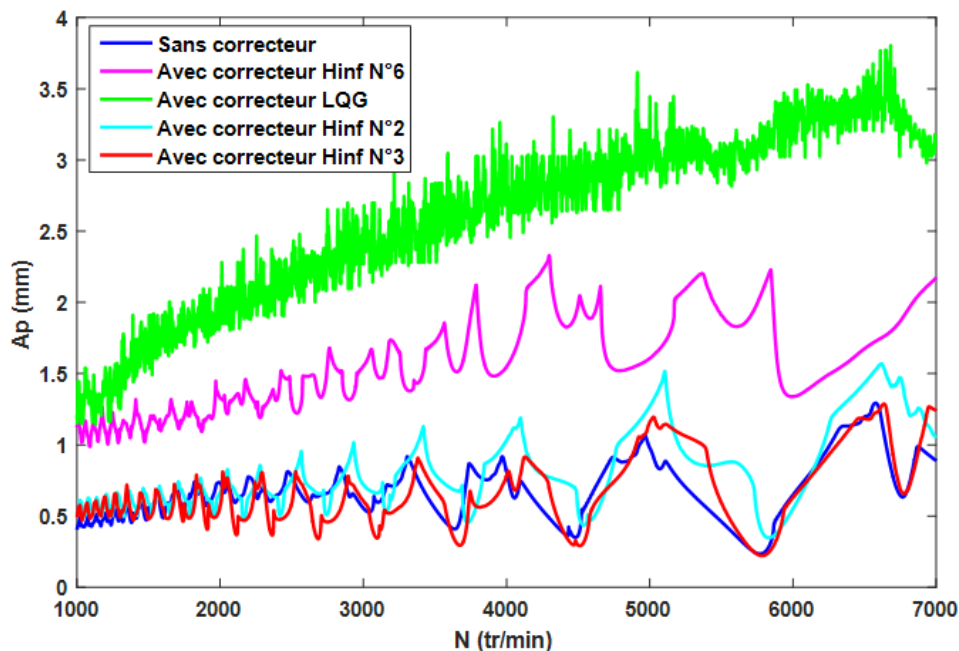


Figure 166 Lobes de stabilité du système usinant en repère tournant à 2 degrés de liberté

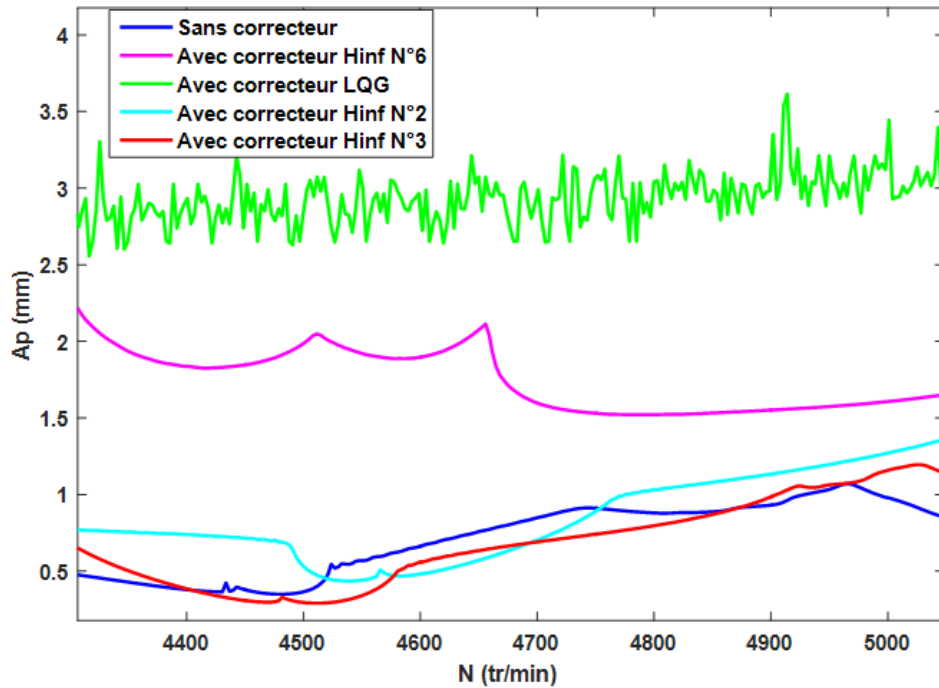


Figure 167 Agrandissement des lobes de stabilité du système usinant en repère tournant à 2 degrés de liberté

Conclusion

Le modèle théorique du système (porte outil mécatronique) a permis d'obtenir des correcteurs qui agissent sur les déplacements vibratoires dans le plan (X,Y) de deux manières ; une méthode de contrôle globale et une méthode de contrôle découplée. Ces correcteurs sont efficaces en simulations d'après les réponses temporelles, les réponses fréquentielles et les lobes de stabilité du système. Il serait donc intéressant de tester ces correcteurs pendant une opération de fraisage avec le porte outil actif pour une validation expérimentale. Identifier les fonctions de transfert du porte outil \mathbf{H}_ω et \mathbf{H}_u pourrait aussi donner des correcteurs encore plus performants.

Conclusion

L'objectif principal de cette thèse est le développement ainsi que la validation expérimentale de plusieurs stratégies de commande robustes capables d'atténuer les vibrations de broutement de l'opération de fraisage. Le passage du modèle physique du système à sa réalisation d'état est nécessaire pour obtenir les correcteurs. Les simulations ont montré l'efficacité de la méthode du correcteur H_∞ , de la technique gaussienne et de la μ *synthèse* lors du contrôle actif en repère fixe et tournant. En effet, les lobes de stabilité reflètent un gain significatif en stabilité de l'usinage obtenu par la présence d'un correcteur dans le système usinant. De plus, le tracé des lobes permet de faire une comparaison entre les différentes stratégies de contrôle. Si le correcteur H_∞ donne théoriquement de meilleurs résultats, il nécessite souvent une opération de filtrage pour réduire son gain en haute fréquences. On retrouve alors des résultats équivalents entre les différents correcteurs lors des expériences menées. La mise en œuvre des correcteurs suivant la stratégie qui consiste à prendre en compte les efforts de coupe est assez contraignante. En effet, dans notre démarche, le recours à une approximation est nécessaire pour obtenir un système linéaire et pouvoir déterminer le modèle d'état correspondant. La précision de cette représentation requière un ordre élevé pour cette approximation, qui se traduit par un calcul fastidieux. L'expérimentation en repère fixe a permis de valider le concept du contrôle actif du fraisage, et de démontrer la robustesse des correcteurs déterminés à partir d'un modèle d'état du système qui ne prend pas en compte tous les phénomènes physiques. En passant à la modélisation du porte outil en vue d'effectuer le contrôle actif du fraisage en repère tournant, on a l'effet inertiel et gyroscopique qui apparaît entraînant le calcul de nouveaux correcteurs. Néanmoins, notre intérêt porte sur le contrôle actif pendant la finition des pièces usinées nécessitant des outils de faible diamètre. Les termes d'inertie et gyroscopiques présents dans la modélisation de vibrations en flexion d'une poutre de Bernoulli deviennent négligeables. Il reste tout de même la détermination d'un nouveau modèle d'état correspondant à notre système multi variable et par conséquent le calcul de nouveaux correcteurs puisqu'on contrôle maintenant activement les deux degrés de liberté du mouvement latéral du porte outil. L'impact des correcteurs sur le comportement dynamique du système usinant est clairement visible à travers les simulations. Une campagne d'essais du contrôle actif du fraisage sur le porte outil devra valider le concept en repère tournant pour concevoir un prototype industriel, un porte-outil mécatronique actif.

Une campagne d'essais (déjà prévue) devra prochainement balayer une région du plan *vitesse de rotation, engagement axial*, pour une opération donnée, avec et sans correcteur. Le but est d'étendre la validation expérimentale et de mettre en évidence l'extension des régions de stabilité par contrôle actif.

Prochainement, on pourra intégrer les phénomènes inertiels et gyroscopiques dans la modélisation du porte-outil pour effectuer le contrôle actif dans un cadre plus général. Les résultats pourront alors être exploités en particulier lorsqu'on utilise des outils de diamètre considérable, notamment pour des opérations d'ébauche.

Dans le futur, on pourrait faire du contrôle actif des vibrations en fraisage en utilisant des correcteurs dits adaptatifs capables de s'accommoder à l'évolution du modèle du système

usinant dont les modes varient durant l'opération d'usinage. Ceci demande alors l'identification continue du modèle du système pour détecter les nouvelles fréquences propres, et donc des deux fonctions de transfert H_w et H_u au cours du fraisage via des capteurs bien placés sur la structure pour la mesure de la vibration et de l'effort de coupe. La particularité de l'opération de fraisage, qui présente naturellement des discontinuités et chocs, peut être ici d'une réelle utilité, à condition que des capteurs soient bien choisis et placés.

Bibliographie

- [1] C. Brecher, M. Esser, and S. Witt, "Interaction of manufacturing process and machine tool," *CIRP Ann. - Manuf. Technol.*, vol. 58, no. 2, pp. 588–607, 2009.
- [2] Y. Yang, J. Muñoa, and Y. Altintas, "Optimization of multiple tuned mass dampers to suppress machine tool chatter," *Int. J. Mach. Tools Manuf.*, vol. 50, no. 9, pp. 834–842, Sep. 2010.
- [3] N. D. Sims, "Vibration absorbers for chatter suppression: A new analytical tuning methodology," *J. Sound Vib.*, vol. 301, no. 3–5, pp. 592–607, Apr. 2007.
- [4] L. Zuo and S. A. Nayfeh, "Minimax optimization of multi-degree-of-freedom tuned-mass dampers," *J. Sound Vib.*, vol. 272, no. 3–5, pp. 893–908, May 2004.
- [5] "Steadyline pour le tournage & le fraisage limiter les vibrations & augmenter la productivité." [Online]. Available: <http://docplayer.fr/20983375-Steadyline-pour-le-tournage-le-fraisage-limiter-les-vibrations-augmenter-la-productivite.html>.
- [6] Y. Altıntaş, S. Engin, and E. Budak, "Analytical stability prediction and design of variable pitch cutters," *J. Manuf. Sci. Eng.*, vol. 121, no. 2, pp. 173–178, 1999.
- [7] N. D. Sims, P. V. Bayly, and K. A. Young, "Piezoelectric sensors and actuators for milling tool stability lobes," *J. Sound Vib.*, vol. 281, no. 3–5, pp. 743–762, Mar. 2005.
- [8] Y. Altıntaş and E. Budak, "Analytical Prediction of Stability Lobes in Milling," *CIRP Ann. - Manuf. Technol.*, vol. 44, no. 1, pp. 357–362, 1995.
- [9] Sébastien Seguy, Gilles Dessein, Lionel Arnaud, and Tamas Insperger, "Chatter control by spindle speed variation in high-speed milling," *ICSAAM 2009*, Sep. 2009.
- [10] G. Quintana and J. Ciurana, "Chatter in machining processes: A review," *Int. J. Mach. Tools Manuf.*, vol. 51, no. 5, pp. 363–376, mai 2011.
- [11] A. Preumont, *Vibration Control of Active Structures*, vol. 179. Dordrecht: Springer Netherlands, 2011.
- [12] M. Wang and R. Fei, "Chatter suppression based on nonlinear vibration characteristic of electrorheological fluids," *Int. J. Mach. Tools Manuf.*, vol. 39, no. 12, pp. 1925–1934, 1999.
- [13] Deqing Mei, Tianrong Kong, Albert J. Shih, and Zichen Chen, "Magnetorheological fluid-controlled boring bar for chatter suppression," *Journal of Materials Processing Technology 209 (2009)*.
- [14] D. Sathianarayanan, L. Karunamoorthy, J. Srinivasan, G. S. Kandasami, and K. Palanikumar, "Chatter Suppression in Boring Operation Using Magnetorheological Fluid Damper," *Mater. Manuf. Process.*, vol. 23, no. 4, pp. 329–335, avril 2008.
- [15] M. Simnofske and J. Hesselbach, "The Increase of the Dynamic and Static Stiffness of a Grinding Machine," pp. 23–30, Jan. 2006.
- [16] R. Neugebauer, B. Denkena, and K. Wegener, "Mechatronic Systems for Machine Tools," *CIRP Ann. - Manuf. Technol.*, vol. 56, no. 2, pp. 657–686, Jan. 2007.
- [17] J. Monnin, F. Kuster, and K. Wegener, "Optimal control for chatter mitigation in milling—Part 1: Modeling and control design," *Control Eng. Pract.*, vol. 24, pp. 156–166, Mar. 2014.
- [18] G. P. O'Neal, B.-K. Min, Z. J. Pasek, and Y. Koren, "Integrated Structural/Control Design of Micro-Positioner for Boring Bar Tool Insert," *J. Intell. Mater. Syst. Struct.*, vol. 12, no. 9, pp. 617–627, Sep. 2001.
- [19] G. Park, M. T. Bement, D. A. Hartman, R. E. Smith, and C. R. Farrar, "The use of active materials for machining processes: A review," *Int. J. Mach. Tools Manuf.*, vol. 47, no. 15, pp. 2189–2206, Dec. 2007.

- [20] C. Brecher, D. Manoharan, U. Ladra, and H.-G. Köpken, "Chatter suppression with an active workpiece holder," *Prod. Eng.*, vol. 4, 2010.
- [21] J. L. Dohner *et al.*, "Mitigation of chatter instabilities in milling by active structural control," *Sandia Natl. Lab. SAND2001-3031*, 2001.
- [22] H.-T. Zhang, Z. Chen, and H. Ding, "Adaptive LQR Control to Attenuate Chatters in Milling Processes," presented at the Proceedings of the 6th International Conference on Intelligent Robotics and Applications - Volume 8103, 2013, pp. 525–534.
- [23] Carl R. Knospe and Roger L. Fittro, "Control of a High Speed Machining Spindle via μ -Synthesis," *Proceedings of the 1997 IEEE International Conference on Control Applications; Hartford, CT, USA; ; 5 October 1997 through 7 October 1997; Code 47385*.
- [24] Heidenhain, "Dynamic Efficiency-Working Efficiently and with Process Reliability." Sep-2013.
- [25] C. R. Knospe, "Active magnetic bearings for machining applications," *Control Eng. Pract.*, vol. 15, no. 3, pp. 307–313, Mar. 2007.
- [26] Dr. Mickaël Lallart, "Vibration control." SCIYO, Sep-2010.
- [27] Dongming Liu and John W. Sutherland, "Active Vibration Abatement in a Turning Process by applying a Magnetostrictively Actuated Tool Holder." ASME 1998.
- [28] F. Aggogeri *et al.*, "Design of piezo-based AVC system for machine tool applications," *Mech. Syst. Signal Process.*, vol. 36, no. 1, pp. 53–65, Mar. 2013.
- [29] Okko H. Bosgra, Huibert Kwakernaak, and Gjerrit Meinsma, "Design methods for control systems." DISC, 2002-2001.
- [30] Caroline Bérard, Jean Marc Biannic, and David Saussié, "La commande multivariable," 2012.
- [31] Gilles Duc and Stéphane Font, "Commande H_∞ et μ analyse (des outils pour la robustesse)," *Hermes Sci.*, 1999.
- [32] D. Aalazard, "Régulation LQ/LQG." .
- [33] Pierre Apkarian, "Éléments de la théorie de la commande robuste." .
- [34] R. P. H. Faassen, N. van de Wouw, J. A. J. Oosterling, and H. Nijmeijer, "Prediction of regenerative chatter by modelling and analysis of high-speed milling," *Int. J. Mach. Tools Manuf.*, vol. 43, no. 14, pp. 1437–1446, Nov. 2003.
- [35] E. Budak and Y. Altintas, "Analytical prediction of chatter stability in milling—part I: general formulation," *J. Dyn. Syst. Meas. Control*, vol. 120, no. 1, pp. 22–30, 1998.
- [36] Y. Altintas, G. Stepan, D. Merdol, and Z. Dombovari, "Chatter stability of milling in frequency and discrete time domain," *CIRP J. Manuf. Sci. Technol.*, vol. 1, no. 1, pp. 35–44, Jan. 2008.
- [37] Timoshenko, S., Young, D.H., and Weaver, W, *Vibration Problems in Engineering*. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1974.
- [38] Alper Erturk and Daniel J. Inman., *Piezoelectric Energy Harvesting*, First Edition. John Wiley & Sons, 2011.
- [39] Singiresu S. Rao, "Continuous Systems," in *Mechanical Vibrations*, Fifth Edition., University of Miami: Prentice Hall, p. ch8 699–768.
- [40] P. Borne, G. Dauphin-Tanguy, J.P. Richard, F. Rotella, and I. Zambettakis, *Modélisation et Identification des Processus*, Technip, vol. tome 1.
- [41] T. Insperger and G. Stepan, "Semi-discretization method for delayed systems," *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 55 (5), pp. 503–518, 2002.
- [42] P. M. Young, M. P. Newlin, and J. C. Doyle, "Practical computation of the mixed μ problem," in *1992 American Control Conference*, 1992, pp. 2190–2194.
- [43] P. M. Young and J. C. Doyle, "Computation of μ ; with real and complex uncertainties," in *29th IEEE Conference on Decision and Control*, 1990, pp. 1230–1235 vol.3.

- [44] I. R. Petersen and R. Tempo, "Robust control of uncertain systems: Classical results and recent developments," *Automatica*, vol. 50, no. 5, pp. 1315–1335, mai 2014.
- [45] G. Genta, "Continuous systems: Transmission shafts," in *Dynamics of Rotating Systems*, Springer US, 2005, pp. 201–226.
- [46] Adriano A.G.Siqueira, Marco H.Terra and Marcel Bergerman "Robust Control of Robots: Fault Tolerant Approaches", Springer US, 2011.
- [47] David R.Martinez, Terry D.Hinnerichs and James M.Redmond, "Vibration control for precision manufacturing using piezoelectric actuators", Stuctural Dyamics and Vibration Control Department, MS0439, Sandia National Laboratories, Albuquerque in Journal Of Intelligent Material Systems and Structures , March 1996
- [48] Haym Benaroya and Mark L.Nagurka,"Mechanical Vibration: Analysis, Uncertainties, and Control", Third Edition, CRC Press, 10 juin 2009.
- [49] Dario Piga, Computation of the Structured Singular Value via Moment LMI Relaxations, the IEEE Transactions on Automatic Control
- [50] Xinhua Long, Hao Jiang, Guang Meng, "Active Vibration Control for Peripheral Milling Processes", Journal of Materials Processing Technology, (2013)660-670.
- [51] Jiankun Hu, Christian Bohn, H.R.Wu, "Systematic H_∞ weighting function selection and its application to the real-time control of a vertical take-off aircraft", Control Engineering Practice 8 (2000) 241-252 .
- [52] Hamid Ladjal, Jean-Luc Hanus, Antoine Ferreira, " H_∞ Robustification Control of Existing Piezoelectric-Stack Actuated Nanomanipulators", PRISME Institut, ENSI de Bourges.
- [53] B.Yang,"Modal Controllability and Observability of General Mechanical Systems", Journal of Vibration and Acoustics, October 1995.
- [54] Arkadiusz Mystkowski, " μ Synthesis Control of Flexible Modes Of AMB Rotor", Bialystok University of Technology, Poland, Acta Mechanica et Automatica, vol4 (2010)
- [55] Guillem Quintana, Joaquim Ciurana, Daniel Teixidor,"A new experimental methodology for identification of stability lobes diagram in milling operations", International Journal of Machine Tools &Manufacture 48 (2008) 1637-1645.
- [56] Amir Rashid, Cornel Mihai Nicolescu,"Active Vibration Control in Palletised Workholding System for Milling", International Journal of Machine Tools & Manufacture 46 (2006) 1626-1636.
- [57] Mato Fruk, Goran Vujisic, Tomislav Spoljaric,"Parameter Identification of Transfer Functions using Matlab", Department of Electrical Engineering, the Polytechnic of Zagreb, Croatia.
- [58] Qilin Fu, Amir Rashid, Cornel Mihai Nicolescu,"Improving Machining Performance Against Regenerative Tool Chatter Through Adaptive Normal Pressure At the Tool Clamping Interface", Journal of Machine Engineering, Vol 13, 2013.
- [59] S. Voronina, V.Babitsky, A.Meadows,"Modelling of Autoresonant Control of Ultrasonic Transducer for Machining Applications", ENOC 2008, Saint Petersburg, Russia, June, 30-July, 4 2008.
- [60] Rodrigo F.A. Marques, Domingos A.Rade and Sebastiao S.Cunha Jr,"Assessment of an Active Dynamic Vibration Absorber", Federal University of Uberlandia-School of Mechanical Engineering, Brazil.
- [61] F. Nitzsche, D. G. Zimecik, V. K. Wickramasinghe and C. Yong,"Control Laws for an Active Tunable Vibration Absorber Designed for Rotor Blade Damping Augmentation", The Aeronautical Journal, January 2004.
- [62] A. Harms, B. Denkena, N. Lhermet,"Tool Adaptor for Active Vibration Control in Turning Operations", 9th International Conference on New Actuators, 14-16 June 2004, Germany.

- [63] Paul-Eric Dupuis, "Essais de Vibrations -Mesures et Exploitations des Résultats", Article Techniques de l'ingénieur bm5160, 2000.
- [64] A. Ganguli, A. Deraemaeker, I. Romanescu, M. Horodincu, A. Preumont, "Simulation and Active Control Of Chatter in Milling via a Mechatronic Simulator", Journal of Vibration and Control, 817-848, 2006.
- [65] Y. Altintas, M. Eynian, H. Onozuka, "Identification of Dynamic Cutting Force Coefficients and Chatter Stability with Process Damping", CIRP Annals-Manufacturing Technology 57 (2008) 371-374.
- [66] Bernard Garnier, "Contrôle Actif des Vibrations", Article Techniques de l'ingénieur R 6 200 1-18.
- [67] Iker Mancisidor, Jokin Munoa, Rafael Barcena, Xabier Mendizabal, "Mechatronic Spindle Head for Chatter Suppression in Heavy Duty Operations", The 16th International Conference on Machine Design and Production, June 30-July 3, 2014, Turkey.
- [68] Y. Altintas, J. H.Ko, "Chatter Stability of Plunge Milling", Annals of the CIRP Vol. 55/1/2006.
- [69] Nicolas Vallet, Sandrine Le Mentec, Frédéric Armanet, "Amortissement en machines-outils: Définition d'un démonstrateur", Rapport du Cetim le 4 juillet 2013.
- [70] Gianni Campatelli, Lorenzo Salles, Antonio Scippa, "Design of an active workpiece holder", 9th International Conference on Axiomatic Design - ICAD 2015.
- [71] Georges Venizelos, "Vibrations des structures: Mesure, analyse modale, modélisation", Ellipses Edition, 2011.
- [72] H. Diken, "Vibration Control of a Rotating Euler-Bernoulli Beam", Journal of Sound and Vibration (2000), 541-551.
- [73] Chung-Feng, Jeffrey Kuo and Shu-Chyuan Lin, "Modal Analysis and Control of a Rotating Euler-Bernoulli Beam. Part 1: Control System Analysis and Controller Design", Mathematical and Computer Modelling Vol 27, Issue 5, pp 75-92, 1998.
- [74] Abdou-Fadel BOUKARI, "Modélisation des actionneurs piézoélectriques pour le contrôle des systèmes complexes", Thèse de doctorat de l'Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers soutenue le 23 septembre 2010 aux Arts et Métiers ParisTech-Centre d'Aix-en-Provence.
- [75] Chung-Feng, Jeffrey Kuo and Shu-Chyuan Lin, "Discretization and computer simulation of a rotating Euler-Bernoulli beam", Mathematics and Computers in Simulation 52 (2000) 121- 135.
- [76] P.Borne, G.Dauphin-Tanguy, J.P.Richard, F.Rotella, and I.Zambettakis, *Modélisation et Identification des Processus*, Technip, vol. tome2.
- [77] John Doyle, Bruce Francis, Allen Tannenbaum, "Feedback Control Theory", Macmillan Publishing Co., 1990.
- [78] Sébastien Seguy, "De l'adaptation à la variation continue de la vitesse de broche afin de contrôler le broutement en fraisage de parois minces: modélisations et études expérimentales", Thèse de doctorat de l'Université de Toulouse soutenue le 3 décembre 2008.
- [79] Christophe Corbier, "Contribution à l'estimation robuste de modèles dynamiques: Application à la commande de systèmes dynamiques complexes", Thèse de doctorat en Automatique soutenue en 2012 aux Arts et Métiers ParisTech, centre d'Aix-en-Provence au laboratoire LSIS équipe INSM.

Annexe A

Résolution du problème H_∞ standard par équations de Riccati

Cette méthode, aussi connue sous le nom d'algorithme de Glover-Doyle, est apparue à la fin des années 80. Elle reste aujourd'hui la méthode de résolution la plus utilisée. Soit le système représenté par la Figure 168 montrant la plant $P(s)$ et le contrôleur $K(s)$:

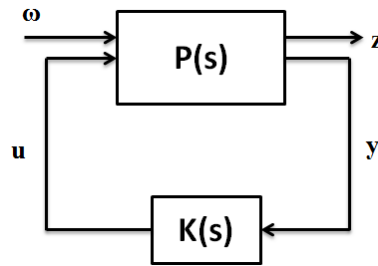


Figure 168 Problème H_∞ standard

La plant $P(s)$ a deux entrées ; une entrée interne u (commande) et une entrée externe ω (perturbation) mais aussi deux sorties ; le signal de sortie mesuré y et le signal à réguler z . On décrit ce système par cette représentation d'état :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B_1\omega + B_2u \\ z = C_1x + D_{11}\omega + D_{12}u \\ y = C_2x + D_{21}\omega + D_{22}u \end{cases}$$

On suppose que

$$D_{12} \in R^{p_1 \times m_2}, D_{21} \in R^{p_2 \times m_1}$$

Avec $m_1 \geq p_2$, $p_1 \geq m_2$ et n (ordre de $P(s)$) est la taille de A .

La solution par variable d'état n'est applicable que sous les hypothèses suivantes :

H1) (A, B_2, C_2) est stabilisable et détectable. Cette condition est nécessaire et suffisante pour l'existence d'un compensateur qui stabilise le système de manière interne.

H2) Les matrices D_{12} et D_{21} sont de plein rang.

H3)
$$\text{rang} \begin{pmatrix} j\omega I - A & -B_2 \\ C_1 & D_{12} \end{pmatrix} = n + m_2$$

Et
$$\text{rang} \begin{pmatrix} j\omega I - A & B_1 \\ -C_2 & D_{21} \end{pmatrix} = n + p_2$$

$$\forall \omega \in R.$$

Ces deux dernières hypothèses sont appelées hypothèses de régularité. Ensuite, on a les hypothèses simplificatrices dites de « normalisation » :

$$H4) D_{12}^T(D_{12}, C_1) = (I, 0) \quad \text{et} \quad D_{21}(D_{21}^T, B_1^T) = (I, 0)$$

$$H5) D_{22} = 0 \quad \text{et} \quad D_{11} = 0$$

On peut toujours satisfaire H4 et H5 par des changements de variables appropriés.

Sous les hypothèses H1-H5 ci-dessus, il existe un compensateur $K(s)$ qui stabilise le système de manière interne et assure $\|lft(P(s), K(s))\|_\infty < \gamma$ si et seulement si :

i) Les équations de Riccati

$$A^T X + XA + X(\gamma^{-2} B_1 B_1^T - B_2 B_2^T)X + C_1^T C_1 = 0$$

$$AY + YA^T + Y(\gamma^{-2} C_1^T C_1 - C_2^T C_2)Y + B_1 B_1^T = 0$$

Ont des solutions stabilisantes X_∞ et Y_∞ respectivement.

ii) Ces solutions vérifient de plus

$X_\infty \geq 0$, $Y_\infty \geq 0$ et $\rho(X_\infty Y_\infty) < \gamma^2$ où ρ désigne le module de la plus grande valeur propre.

L'existence de solutions stabilisantes traduit la contrainte $\|lft(P(s), K(s))\|_\infty < \gamma$ alors que les conditions de positivité assurent la stabilité interne du système.

CONTROLE ACTIF DES VIBRATIONS EN FRAISAGE

Cette thèse commence avec un état de l'art des domaines d'études importants pour notre objectif (différentes techniques usuelles de réduction des vibrations en usinage, méthodes de contrôle actif) avant de valider le principe de contrôle actif du fraisage en se plaçant en repère fixe. On a alors développé un modèle d'état d'une poutre d'Euler Bernoulli perturbée en un point et corrigée en un autre via un actionneur piézoélectrique. Ce modèle a permis d'obtenir plusieurs compensateurs, suivant différentes stratégies de commande. Nous avons par la suite procédé, d'un point de vue expérimental, à l'étude sur un dispositif similaire à notre besoin d'un point de vue de l'actionnement et des ordres de grandeurs (amplification mécanique, gamme de fréquences etc.). Les stratégies de commande robustes que nous avons développé pour pouvoir atténuer les déplacements vibratoires de cette poutre ont conduit à des résultats concluants présentés dans le même chapitre, d'abord en simulation (qui nous a permis une étude comparative), avec ou sans la présence du processus d'usinage, puis expérimentalement. La robustesse de ces stratégies de commande a été étudiée (en simulation) en ajoutant des incertitudes au modèle étudié de différentes manières. Ensuite, nous avons identifié le modèle du système étudié, déterminé les correcteurs correspondants et testé ces derniers sur notre banc d'essai pour valider le bon fonctionnement des différentes stratégies de contrôle utilisées tout le long de cette thèse. Enfin, pour préparer un déploiement de ces stratégies en repère tournant (porte-outil de contrôle actif), nous avons modélisé et implémenté les mêmes démarches pour le cas où l'actionnement se situe en repère tournant et concerne deux axes simultanément, situés dans le plan XY du porte-outil. Nous avons d'abord étudié les vibrations transversales d'une poutre en rotation dans le cas général avant de négliger les phénomènes d'inertie et gyroscopique. En effet, on s'intéresse au contrôle actif du fraisage particulièrement dans les applications de finition, là où on utilise des outils longs de faibles diamètres. Les nouvelles expressions des deux fonctions de transfert de notre système usinant ont été déterminées pour obtenir sa représentation d'état, clé du contrôle actif. La projection du processus de coupe sur le repère tournant est indispensable pour effectuer les simulations du fraisage via le porte outil actif. Ce dernier chapitre met en relief les perspectives de cette thèse, à savoir le contrôle actif du fraisage quelque soit le type de l'opération ou du diamètre de l'outil avec un porte outil mécatronique destiné pour ce genre d'opérations.

Mots clés : contrôle actif, mécatronique, vibrations, usinage,

CONTROL FOR VIBRATION PHENOMENA IN MECHANICAL MACHINING ABSTRACT

This thesis deals with the fields of study which are important for our objective (different usual vibration reduction techniques in machining, active control methods) before validating the principle of active control of milling in a fixed reference. We then developed a state space model of an Euler Bernoulli beam excited at one point and corrected in another one by a piezoelectric actuator. This model allowed us to obtain several compensators, according to different control strategies. We then proceeded from an experimental point of view to study a device similar to our need from an actuating point of view and levels of magnitude (mechanical amplification, frequency range, etc.). The robust control strategies that we have developed to attenuate the vibratory displacements of this beam have led to conclusive results presented in the same chapter, first in simulation (which allowed us a comparative study), with and without the cutting process and then experimentally. The robustness of these control strategies was studied (in simulation) by adding uncertainties to the model in different ways. Then we have identified the model of the system, calculated the corresponding compensators and tested them on the test bench in order to validate the good functioning of the different control strategies used in this thesis. Finally, in order to use these strategies in rotating reference (active control tool holder), we have modeled and implemented the same steps for the case where the actuation is located in rotating reference and concerns two axes simultaneously, located in the XY plane of the tool holder. We first studied the transverse vibrations of a rotating beam in the general case before neglecting the inertia and gyroscopic phenomena. Actually, we are interested in the active control of milling, particularly in finishing applications, where long tools of small diameters are used. The new expressions of the two transfer functions of the system have been determined to obtain its state space representation, key of the active control. Projection of the cutting process on the rotating reference is essential to perform milling simulations with the active tool holder. This last chapter highlights the prospects of this thesis, that is the active control of the milling for all kinds of milling operations as well as for different tools with a mechatronic tool holder aimed for this kind of operation.

Keywords : active control, mechatronics, chatter, Turning