



**HAL**  
open science

**Modélisation multiéchelle du comportement et de  
l'endommagement de composites tissés 3D.  
Développement d'outils numériques d'aide à la  
conception des structures tissées.**

Quentin Roirand

► **To cite this version:**

Quentin Roirand. Modélisation multiéchelle du comportement et de l'endommagement de composites tissés 3D. Développement d'outils numériques d'aide à la conception des structures tissées.. Matériaux. Université Paris sciences et lettres, 2017. Français. NNT : 2017PSLEM036 . tel-01777979

**HAL Id: tel-01777979**

**<https://pastel.hal.science/tel-01777979>**

Submitted on 25 Apr 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THÈSE DE DOCTORAT

de l'Université de recherche Paris Sciences et Lettres  
PSL Research University

Préparée à MINES ParisTech

## Modélisation multiéchelle du comportement et de l'endommagement de composites tissés 3D. Développement d'outils numériques d'aide à la conception des structures tissées.

École doctorale n°432

SCIENCES ET MÉTIERS DE L'INGÉNIEUR

**Spécialité** SCIENCES ET GÉNIE DES MATÉRIAUX

Soutenue par **Quentin ROIRAND**  
le 8 novembre 2017

Dirigée par **Alain THIONNET**  
et **Lucien LAIARINANDRASANA**



### COMPOSITION DU JURY :

Thierry J. MASSART  
Président/Rapporteur, ULB Brussels

Frédéric LAURIN  
Rapporteur, Onera

Stepan LOMOV  
Examineur, KU Leuven

Hélène WELEMANE  
Examineur, ENI Tarbes

Hervé MATHIEU  
Examineur, Cobra Europe SA

Alain THIONNET  
Examineur, Mines ParisTech

Lucien LAIARINANDRASANA  
Examineur, Mines ParisTech



Le danger, ce n'est pas ce qu'on ignore, c'est ce que l'on tient pour certain et qui ne l'est pas.

---

*Mark Twain*





# Remerciements

Le travail présenté dans ce mémoire a été réalisé au Centre des Matériaux de l'Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris dans le cadre d'un contrat Cifre avec la société Cobra Europe SA.

En premier lieu, je tiens à remercier les membres du jury d'avoir accepté de lire, examiner et de rapporter ces travaux. La qualité et la pertinence de leur analyse ont donné lieu, lors de la soutenance, à des discussions très enrichissantes. Plus particulièrement, je remercie Frédéric Laurin d'avoir rapporté ce manuscrit et Thierry J. Massart d'avoir endossé le rôle exigeant de rapporteur mais aussi celui de président du jury. Je tiens également à remercier Hélène Weleman et Stepan Lomov pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail.

Je souhaite également exprimer toute ma reconnaissance envers mes directeurs de thèse Alain Thionnet et Lucien Laiarinandrasana. Je remercie Alain pour le soutien et la confiance qu'il m'a accordés. Son expérience, son sens critique et son recul sur la thématique des composites m'a permis d'aller plus loin notamment sur l'approche probabiliste de la rupture. Un grand merci à Lucien pour son encadrement au quotidien, sa disponibilité, son rire communicatif et de m'avoir initié à la culture malgache. Je le remercie également pour les discussions scientifiques qui ont été parfois passionnées mais toujours dans la bonne humeur. Merci encore à vous deux pour votre encadrement.

Toujours dans l'encadrement, mais cette fois non officiel, je tiens à remercier le personnel du Centre des Matériaux qui a participé de près ou de loin à mes travaux de thèse. Pour commencer, je tiens à exprimer toute ma gratitude à Djamel Missoum-Benziane pour son aide sur *Z-Set* avec le développement de "plugins" mais également pour les nombreux moments de convivialité partagés. Merci à David Ryckelynck de m'avoir fait découvrir la réduction de modèle, Odile Adam pour avoir eu le courage et la gentillesse de vérifier les références bibliographiques, Julie Heurtel pour les essais minutieux sur fibres, le service informatique (Olivier, Grégory et Mickael),... C'est l'ensemble du personnel qui constitue la richesse scientifique et humaine du Centre des Matériaux.

Ensuite, je tiens à remercier chaleureusement les doctorants qui m'ont accompagné pendant ma thèse et qui ont grandement contribué à rendre cette expérience agréable. En voici la liste non exhaustive, peu précise et non triée : Francis, Tibs, Nico, Juanito, Pap, Nate, Hayat, Mariem, Tzz, Gui, Clém, Momo, Vicki, Judith, Ln, Fabien, Flo, Vince, Sicong, Chao...

Enfin, je termine en adressant mes plus profonds remerciements à mes parents, mes frères et au reste de ma famille pour leur soutien inconditionnel.



# Table des matières

<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
Contexte . . . . .	1
Objectifs et démarche de l'étude . . . . .	2
Organisation du manuscrit . . . . .	3
<b>Partie I COMPOSITES ET MATÉRIAUX, PRÉSENTATION ET DÉFINITION</b>	<b>7</b>
<b>Chapitre 1 Les composites tissés et les matériaux de l'étude</b>	<b>9</b>
1.1 Généralités sur les matériaux composites . . . . .	10
1.2 Les composites textiles . . . . .	11
1.2.1 Notions et définitions . . . . .	11
1.2.2 Tissus bidimensionnels . . . . .	13
1.2.3 Tissus tridimensionnels . . . . .	14
1.2.4 Avantages et inconvénients des composites tissés . . . . .	14
1.3 Nomenclature des tissus . . . . .	16
1.4 La bande transporteuse . . . . .	18
1.4.1 Fonctionnement et sollicitations . . . . .	18
1.4.2 Composition . . . . .	21
1.4.3 Fabrication d'une bande . . . . .	21
1.5 Les matériaux de l'étude . . . . .	23
1.5.1 Les torons en fibres thermoplastiques . . . . .	23
1.5.2 Les fibres PA66 . . . . .	24
1.5.3 Les fibres PET . . . . .	25
1.5.4 La matrice et le revêtement PVC . . . . .	26
1.5.5 Le revêtement en élastomère . . . . .	27
1.6 Le composite tissé interlock 2,5D . . . . .	29
<b>Chapitre 2 Notations, repères et choix de l'échelle de travail</b>	<b>35</b>
2.1 Description générale de la structure étudiée et choix des échelles d'étude . . . . .	36
2.1.1 Description de la géométrie de la structure . . . . .	36
2.1.2 Description des matériaux et des échelles de description possibles . . . . .	37

## Table des matières

2.1.3	Choix des échelles de travail et justification de l'emploi d'une analyse de type multiéchelle . . . . .	39
2.2	Repère d'anisotropie des matériaux à l'échelle mésoscopique . . . . .	41
2.2.1	Cas général . . . . .	41
2.2.2	Les matériaux massifs . . . . .	43
2.2.3	Les matériaux composites unidirectionnels . . . . .	43
2.2.4	Les matériaux composites tissés . . . . .	43
2.3	Position des repères d'anisotropie à l'échelle macroscopique . . . . .	46
2.3.1	Hypothèse sur la stratification des matériaux de la structure . . . . .	46
2.3.2	La structure à l'échelle structurale . . . . .	46
2.3.3	La structure à l'échelle macroscopique . . . . .	47
2.4	Notations pour le calcul multiéchelle . . . . .	48
2.4.1	Échelle macroscopique . . . . .	48
2.4.2	Échelle mésoscopique. Cas général . . . . .	50
2.4.3	Échelle mésoscopique. Cas des matériaux composites tissés . . . . .	51
<b>Partie II ÉTUDE EXPÉRIMENTALE</b>		<b>53</b>
<b>Chapitre 3 Caractérisation mécanique de la bande à l'échelle macroscopique</b>		<b>55</b>
3.1	Objectifs . . . . .	56
3.2	Procédure expérimentale . . . . .	56
3.2.1	L'éprouvette de traction . . . . .	56
3.2.2	Dispositif expérimental . . . . .	57
3.3	Essais de traction monotone uniaxiale . . . . .	57
3.3.1	Caractéristiques des essais . . . . .	57
3.3.2	Résultats . . . . .	58
3.4	Essais de traction cyclique uniaxiale . . . . .	59
3.4.1	Caractéristiques de l'essai . . . . .	59
3.4.2	Résultats . . . . .	59
<b>Chapitre 4 Caractérisation mécanique des constituants de la carcasse</b>		<b>63</b>
4.1	Objectifs . . . . .	64
4.2	Caractérisation mécanique des fibres . . . . .	64
4.2.1	Les fibres thermoplastiques . . . . .	64
4.2.2	Procédure expérimentale . . . . .	66
4.2.3	Essais de traction . . . . .	68
4.3	Distribution statistique de la contrainte à rupture des fibres PET . . . . .	69
4.3.1	Distribution des contraintes à rupture des fibres PET . . . . .	69
4.3.2	Distribution statistique de Weibull . . . . .	71
4.4	Caractérisation mécanique des fils . . . . .	76
4.4.1	Les assemblages de fibres . . . . .	76
4.4.2	Procédure expérimentale . . . . .	77
4.4.3	Résultats . . . . .	80
4.5	Caractérisation mécanique de la matrice PVC . . . . .	82
4.5.1	Descriptif de l'essai . . . . .	82

4.5.2	Résultats . . . . .	82
4.6	Caractérisation mécanique des constituants. Synthèse . . . . .	83
<b>Chapitre 5</b>	<b>Caractérisation de la dégradation de la bande</b>	<b>87</b>
5.1	Objectif et démarche . . . . .	88
5.2	Matériau sain . . . . .	89
5.2.1	Échelle macroscopique . . . . .	89
5.2.2	Échelle mésoscopique . . . . .	89
5.3	Matériau dégradé . . . . .	94
5.3.1	Échelle macroscopique . . . . .	94
5.3.2	Échelle mésoscopique . . . . .	94
5.4	Synthèse . . . . .	97
<b>Partie III</b>	<b>OPTIMISATION NUMÉRIQUE DES COMPOSITES</b>	
<b>TISSÉS</b>		<b>99</b>
<b>Chapitre 6</b>	<b>Identification du comportement mécanique des constituants</b>	<b>101</b>
6.1	Objectif . . . . .	102
6.2	<i>Z-set</i> . . . . .	102
6.3	Lois de comportement . . . . .	102
6.3.1	La matrice PVC . . . . .	102
6.3.2	Les fils PA66 et PET . . . . .	103
6.4	Identification et justification des paramètres . . . . .	105
6.4.1	La matrice PVC . . . . .	105
6.4.2	Les fils PA66 et PET . . . . .	106
6.5	Repères locaux numériques . . . . .	108
<b>Chapitre 7</b>	<b>Modélisation de la rupture des fils par une approche locale</b>	<b>111</b>
7.1	La modélisation des matériaux composites tissés 3D . . . . .	112
7.1.1	Propriétés mécaniques . . . . .	112
7.1.2	Mécanismes de dégradation . . . . .	113
7.2	Variable déclenchant l'endommagement et critère de rupture . . . . .	113
7.2.1	Présentation et justifications . . . . .	113
7.2.2	Algorithme et implémentation . . . . .	114
7.3	Application sur une cellule élémentaire . . . . .	117
7.3.1	Conditions aux limites . . . . .	118
7.3.2	Résultats . . . . .	118
<b>Chapitre 8</b>	<b>Paramètres d'optimisation</b>	<b>123</b>
8.1	Principe de l'étude . . . . .	124
8.2	Propriétés matériaux . . . . .	125
8.3	Paramètres architecturaux . . . . .	126
8.3.1	Distance inter-fils . . . . .	127
8.3.2	Embuvage . . . . .	129
8.3.3	Rayon du fil . . . . .	130

## Table des matières

8.3.4	Taux volumique de fil . . . . .	132
8.3.5	Combinaisons de paramètres . . . . .	133
8.4	Synthèse . . . . .	135
<b>Chapitre 9</b>	<b>Optimisation : Applications sur architectures</b>	<b>139</b>
9.1	Objectifs . . . . .	140
9.2	Maillages . . . . .	140
9.2.1	L'interlock 2,5D . . . . .	141
9.2.2	La famille 'Straight Warp' . . . . .	142
9.2.3	Comparaison des architectures . . . . .	144
9.2.4	Interzones des architectures . . . . .	144
9.3	Lois de comportement . . . . .	149
9.4	Conditions aux limites . . . . .	149
9.4.1	Traction . . . . .	149
9.4.2	Flexion et traction . . . . .	149
9.5	Applications sur l'interlock 2,5D . . . . .	151
9.6	Comparaison avec les autres architectures . . . . .	156
9.6.1	Traction . . . . .	157
9.6.2	Flexion et traction . . . . .	159
9.7	Cohésion suivant l'épaisseur des architectures . . . . .	161
9.8	Synthèse . . . . .	162
<b>Partie IV</b>	<b>ORIGINALITÉS NUMÉRIQUES SUR LES COMPO-</b>	
<b>SITES TISSÉS</b>		<b>165</b>
<b>Chapitre 10</b>	<b>Approche probabiliste de la rupture des fils</b>	<b>167</b>
10.1	Traitement probabiliste de la rupture . . . . .	168
10.1.1	Objectif . . . . .	168
10.1.2	Implémentation et statistique de Weibull . . . . .	168
10.2	Application sur une cellule élémentaire . . . . .	171
10.2.1	Objectif et principe de l'étude . . . . .	171
10.2.2	Résultats . . . . .	173
10.3	Application sur l'interlock 2.5D . . . . .	176
10.3.1	Objectif et principe . . . . .	176
10.3.2	Résultats . . . . .	176
10.4	Synthèse . . . . .	180
<b>Chapitre 11</b>	<b>Prise en compte de la cavitation de la matrice</b>	<b>183</b>
11.1	Objectif de l'étude . . . . .	184
11.2	La cavitation . . . . .	184
11.2.1	Description . . . . .	184
11.2.2	Choix du modèle . . . . .	185
11.2.3	Le modèle Gurson-Tvergaard-Needleman (GTN) . . . . .	186
11.3	Applications . . . . .	189
11.3.1	Identification des coefficients d'un modèle GTN simplifié . . . . .	189

11.3.2	Cellule élémentaire . . . . .	190
11.3.3	Interlock 2,5D . . . . .	195
11.4	Synthèse . . . . .	197
<b>Chapitre 12</b>	<b>La réduction de modèles : applications sur les composites tissés</b>	<b>201</b>
12.1	Objectif et démarche . . . . .	202
12.2	La réduction de modèles . . . . .	202
12.2.1	Introduction . . . . .	202
12.2.2	Utilisation de la méthode d'Hyper-Réduction (HR) . . . . .	203
12.3	Applications . . . . .	204
12.3.1	Identification inverse . . . . .	204
12.3.2	Fatigue . . . . .	209
12.4	Synthèse . . . . .	214
<b>Conclusions générales</b>		<b>217</b>
Contexte, objectifs et démarche adoptée . . . . .		217
Résultats . . . . .		217
Perspectives . . . . .		221
<b>Bibliographie</b>		<b>225</b>





# Introduction générale

## Contexte

Les composites tissés, depuis les dernières décennies, font une avancée importante comme matériaux utilisés pour des pièces de structure dans de nombreux secteurs industriels. Le développement de ces composites architecturés réside dans leurs grandes libertés de conception qui offrent la possibilité de proposer un composite adapté aux besoins spécifiques d'une structure. Cependant, la complexité architecturale de ces matériaux induit des propriétés, des comportements ainsi que des endommagements très difficiles à prédire.

Industriellement, la caractérisation mécanique de ces composites est réalisée à l'aide de campagnes expérimentales impliquant des coûts financiers et humains conséquents. Pour le dimensionnement de la structure, il est réalisé en ajoutant d'importants coefficients de sécurité aux propriétés mécaniques obtenues expérimentalement. Concernant l'optimisation d'un composite tissée pour un application spécifique, elle est souvent limitée à quelques architectures car elle nécessite également, pour chaque prototype, un grand nombre d'essais. Le caractère 'sur mesure' des composites tissés n'est alors que rarement exploité.

Afin d'éviter de surdimensionner les structures et de limiter les coûts des campagnes expérimentales, le développement d'outils prédictifs permettant de caractériser le comportement et l'endommagement d'un composite tissé devient nécessaire. C'est dans cette optique, et avec Cobra Europe comme partenaire industriel, que s'inscrivent ces travaux de thèse.

Le groupe Cobra Europe conçoit et produit des bandes transporteuses, destinées au transport de marchandises, pour les industries minières (voir Fig. 1), agricoles et agroalimentaires. Ses bandes transporteuses sont des structures stratifiées résultant de l'assemblage d'un composite tissé protégé par des revêtements en élastomère. Les bandes transporteuses, montées sur un convoyeur, sont soumises à de nombreuses sollicitations thermo-mécaniques combinant principalement des efforts de traction, de flexion et d'impacts.

Cette application industrielle sur les bandes transporteuses permet de délimiter, pour la problématique scientifique générale, un cadre en termes de matériaux, de conditions environnementales et de sollicitations. De plus, cette application bénéficie également, avec les thèses de B. Piezel [Piezel, 2010] et de W. Trabelsi [Trabelsi, 2013], de travaux de recherche offrant une base expérimentale conséquente, des outils de modélisation ainsi qu'une meilleure compréhension des mécanismes d'endommagement. Ces résultats constituent les premières briques

## Introduction générale

nécessaires au développement d'outils prédictifs permettant de caractériser le comportement et l'endommagement d'un composite tissé.



**FIGURE 1** – *Convoyeur utilisé dans une mine de fond ©2016 COBRA Group.*

## Objectifs et démarche de l'étude

L'objectif principal de l'étude est le développement d'outils prédictifs permettant de caractériser, par simulation numérique, le comportement mécanique et l'endommagement d'architectures tissées afin d'obtenir, pour une application donnée, un composite tissé optimisé. La démarche pour répondre à cet objectif se compose des étapes suivantes :

- caractériser le comportement mécanique du composite tissé de l'étude expérimentale et celui de ses constituants ;
- identifier les mécanismes d'endommagement pour les sollicitations considérées ;
- définir un critère responsable de l'endommagement et permettant de classer les architectures ;
- créer un modèle d'endommagement utilisant le critère et permettant de prédire la dégradation ultime d'un composite tissé ;
- évaluer l'influence des paramètres matériaux et architecturaux sur le critère ;
- proposer des architectures optimisées et les comparer avec le composite tissé expérimental.

Afin de réaliser ces étapes, une approche expérimentale et numérique multiéchelle est adoptée. En effet, le composite tissé, comme pièce de structure, est soumis à des sollicitations macroscopiques mais le comportement et l'endommagement à cette échelle sont dépendants de l'hétérogénéité du composite qui est observable uniquement à l'échelle mésoscopique.

En ce qui concerne les autres travaux de ce manuscrit, ils s'intéressent à l'amélioration de la modélisation numérique de l'endommagement des composites tissés ainsi qu'à la réduction des temps de calculs par éléments finis.

## Organisation du manuscrit

Le manuscrit de thèse comprend 12 chapitres qui s'organisent dans 4 grandes parties. Le nombre important de chapitres s'explique par la volonté de faciliter l'accès à l'information souhaitée. De plus, toujours dans cette optique, un plan ainsi qu'une introduction exposant les objectifs et les thèmes abordés sont présentés en début de chaque chapitre.

La première partie, nommée 'Composites et matériaux, présentations et définitions', présente le cadre général de l'étude. Après une introduction aux composites tissés, l'application industrielle est présentée afin de décrire le composite tissé expérimental, les différents matériaux le constituant mais également les principales sollicitations soumises aux bandes transporteuses (*Chapitre 1*). L'emploi d'une approche multiéchelle est ensuite justifié à travers le cadre conceptuel de l'étude qui aborde des définitions, des notations ainsi qu'une description de la structure des matériaux composites à différentes échelles (*Chapitre 2*).

La deuxième partie, 'Étude expérimentale', s'intéresse à la caractérisation mécanique du comportement et de l'endommagement du composite expérimental, l'*interlock 2.5D*. La base expérimentale, issue des travaux de B. Piezel [Piezel, 2010] pour les échelles macroscopique (*Chapitre 3*) et mésoscopique (*Chapitre 4*), constitue des éléments indispensables pour identifier le comportement des matériaux dans la modélisation numérique du composite tissé. Cette base expérimentale est enrichie dans cette thèse, à l'échelle microscopique (*Chapitre 4*), avec des essais unitaires sur les fibres composant le renfort tissé afin d'obtenir des données d'entrée pour l'approche fiabiliste de la rupture. Pour les sollicitations considérées, les mécanismes d'endommagement ont été révélés à l'échelle mésoscopique avec la tomographie aux rayons X effectuée sur des microstructures saine et dégradée [Trabelsi, 2013] [Laiarinandrasana *et al.*, 2016b] (*Chapitre 5*). L'étude expérimentale, réalisée en grande partie dans les travaux précédents, correspond aux deux premières étapes de la démarche nécessaire pour atteindre l'objectif principal de la thèse.

La troisième partie, appelée 'Optimisation numérique des composites tissés', s'intéresse aux autres étapes de la démarche pour obtenir un composite tissé optimisé. Cette partie commence avec l'identification numérique du comportement non linéaire et/ou orthotrope de chacun des constituants du composite (*Chapitre 6*). Ensuite, après avoir justifié le choix d'un critère de rupture en contrainte, un modèle permettant de prédire la dégradation ultime d'un composite, en coupant numériquement les fils de renforts, est présenté et testé sur une cellule élémentaire (*Chapitre 7*). Puis, afin d'obtenir un composite tissé optimisé, l'influence des différents paramètres matériaux et architecturaux sur le critère de rupture est évaluée avec une campagne de calculs par éléments finis sur des cellules élémentaires (*Chapitre 8*). Enfin, en utilisant le modèle d'endommagement développé, des architectures 'optimisées' pour les deux cas de sollicitations considérées sont comparées avec l'*interlock 2.5D* en termes de rigidité et d'endommagement (*Chapitre 9*).

La quatrième et dernière partie, intitulée 'Originalités numériques sur les composites tissés' regroupent les travaux amenant à une modélisation du comportement mécanique des composites tissés plus réaliste ou moins coûteuse en temps de calcul. Pour la modélisation plus réaliste, les améliorations concernent l'introduction d'une approche fiabiliste sur le critère de rupture (*Chapitre 10*) et la prise en compte d'autres mécanismes d'endommagement du

## Introduction générale

composite avec la cavitation de la matrice (*Chapitre 11*). Quant au coût de la modélisation par éléments finis des composites tissés, l'objectif est de réduire les temps des calculs afin d'identifier, par exemple, des propriétés matériaux par méthode inverse ou de simuler des sollicitations de fatigue. Cette problématique est abordée en utilisant, sur les simulations numériques, des techniques de réduction de modèles (*Chapitre 12*).

Enfin, une synthèse nommée 'Conclusions générales' est effectuée en rappelant les objectifs et les principaux résultats. Des perspectives envisageables à cette étude sont finalement proposées.





## **Première partie**

# **COMPOSITES ET MATÉRIAUX, PRÉSENTATION ET DÉFINITION**





## Chapitre 1

# Les composites tissés et les matériaux de l'étude

*Ce chapitre joue le rôle d'introduction aux matériaux composites et plus spécialement aux composites tissés en abordant des notions et définitions propres au milieu textile. Une nomenclature permettant de décrire précisément les architectures tissées complexes est également présentée. Ensuite, un descriptif détaillé de la bande transporteuse est réalisé, allant de son environnement à sa fabrication, et permettant d'introduire et de comprendre l'ensemble des matériaux constituant la bande. Enfin, un intérêt particulier est porté à l'organisation architecturale du renfort textile, l'angle interlock 2,5D, composant avec la matrice, la carcasse de la bande transporteuse de l'étude expérimentale.*

### Sommaire

1.1	Généralités sur les matériaux composites . . . . .	10
1.2	Les composites textiles . . . . .	11
1.2.1	Notions et définitions . . . . .	11
1.2.2	Tissus bidimensionnels . . . . .	13
1.2.3	Tissus tridimensionnels . . . . .	14
1.2.4	Avantages et inconvénients des composites tissés . . . . .	14
1.3	Nomenclature des tissus . . . . .	16
1.4	La bande transporteuse . . . . .	18
1.4.1	Fonctionnement et sollicitations . . . . .	18
1.4.2	Composition . . . . .	21
1.4.3	Fabrication d'une bande . . . . .	21
1.5	Les matériaux de l'étude . . . . .	23
1.5.1	Les torons en fibres thermoplastiques . . . . .	23
1.5.2	Les fibres PA66 . . . . .	24
1.5.3	Les fibres PET . . . . .	25
1.5.4	La matrice et le revêtement PVC . . . . .	26
1.5.5	Le revêtement en élastomère . . . . .	27
1.6	Le composite tissé interlock 2,5D . . . . .	29

## 1.1 Généralités sur les matériaux composites

La course à la performance de nombreux secteurs d'activités (aéronautique et spatiale, automobile, énergie ...) nécessite l'utilisation de nouveaux matériaux. Les industries de hautes technologies développent ainsi des matériaux permettant de répondre aux nouvelles exigences alliant souvent légèreté et performance. Les matériaux composites présentent une bonne alternative aux alliages ou super alliages métalliques. En effet, ils offrent, pour une densité équivalente, des performances supérieures aux métaux ou alliages classiques.

Un matériau est qualifié de 'composite' lorsqu'il est constitué d'au moins deux phases. Il est donc par définition hétérogène. Un matériau composite est structurellement composé d'une matrice et de renforts (fibres, billes, copeaux, charges ...). Les renforts assurent la tenue mécanique tandis que la matrice assure la cohésion de la structure. La matrice permet aussi la transmission des efforts vers les renforts. Le terme "composite", n'apportant aucun indice sur sa structure interne ou sur la nature des constituants, ne suffit pas à la caractérisation d'un matériau. Il existe ainsi de nombreuses familles de matériaux composites. Dans cette étude, seule la famille des matériaux composites à fibres sera considérée.

Dans les matériaux composites à fibres, deux types de renforts sont distingués : les fibres discontinues et les fibres continues. Les fibres discontinues du composite sont courtes ( $< \text{mm}$ ) ou longues ( $> \text{mm}$ ) et, en général, dispersées de manière aléatoire au sein de la matrice. Cette répartition ne permet pas d'obtenir des directions privilégiées aux fibres donnant au composite un comportement isotrope. Cependant, les procédés de mises en formes, de ces composites à fibres discontinues, peuvent provoquer une certaine orientation des fibres et donc un comportement anisotrope. Les matériaux composites à fibres continues sont qualifiés de matériaux architecturés. Dans ces composites les renforts se présentent sous formes de fibres continues orientées permettant d'obtenir, selon une ou plusieurs directions, des performances mécaniques élevées. Parmi ces matériaux architecturés, deux catégories se différencient : les composites unidirectionnels (UD) et les composites textiles. Les unidirectionnels (UD) possèdent des fibres continues parallèles. L'empilement de couches d'unidirectionnels, possédant des orientations différentes, permet de réaliser un stratifié (Fig. 1.1). Les composites textiles, quant-à eux, présentent des architectures plus complexes. Les renforts, bi ou tri-dimensionnels, qualifiés de nappes sont des tissés, des tricotés, des tressés ou des cousus. Le stratifié peut aussi être formé par la superposition de plusieurs nappes de renforts textiles en lieu et place des couches d'unidirectionnels. Pour les deux configurations, couches ou nappes, les plis successifs sont, en général, orientés différemment (classiquement  $0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $-45^\circ$ ). Le nombre de plis varie de quelques uns à plusieurs dizaines de couches ou nappes.

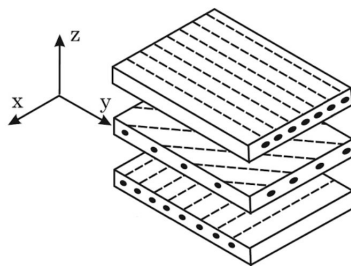


FIGURE 1.1 – Schéma d'empilement de couches formant un stratifié [Barbero, 2010].

## 1.2 Les composites textiles

Les composites textiles, depuis les dernières décennies, font une avancée importante dans l'industrie [Bannister, 2001]. Ces composites architecturés possèdent de grandes libertés de conception avec différentes techniques de fabrication possibles, comme le tissage [Mouritz *et al.*, 1999], le tricotage [Leong *et al.*, 2000], le tressage [Bilisik, 2012], l'aiguilletage [Chen *et al.*, 2016] ou la couture [Mouritz *et al.*, 1997]. Ces possibilités d'arrangements structurelles des renforts permettent d'obtenir un composite "sur mesure". Cependant, l'architecture complexe de ces matériaux induit des propriétés et des comportements très spécifiques et difficiles à modéliser. Dans ce travail de thèse, les composites textiles seront exclusivement associés aux tissés.

### 1.2.1 Notions et définitions

**La fibre :** la fibre est un monofilament possédant un rapport géométrique longueur sur rayon très important. C'est l'élément structurel le plus fin d'un composite textile.

**La mèche :** la mèche (ou le filament) est un groupement parallèle de fibres. Le nombre de fibres peut varier mais il est, en général, de l'ordre de la centaine.

**Le toron :** le toron est un assemblage torsadé de mèches. Pour être qualifié de toron, les mèches parallèles et juxtaposées doivent ensuite être enroulées en hélice autour de l'axe longitudinal permettant d'assurer une cohésion à l'ensemble.

**Le fil :** le fil est un regroupement filé ou torsadé de fibres. Selon l'arrangement des fibres, il peut être qualifié de mèche ou de toron.

**Les fils de chaîne :** les fils de chaîne sont les fils possédant la même orientation que la direction de défilement du tissu dans le métier à tisser. Ils se trouvent par conséquent toujours dans le sens de la longueur du tissu.

**Les fils de liage :** les fils de liage sont une famille de fils de chaîne permettant d'assurer la cohésion dans son épaisseur d'un tissu 3D.

**Les fils de renfort :** les fils de renforts sont aussi une famille de fils de chaîne utilisés pour les composites tissés 3D. Ils sont colinéaires à la direction chaîne et ne présentent aucune ondulation.

**Les fils de trame :** les fils de trame sont les fils perpendiculaires aux fils de chaîne et se trouvent dans la largeur du tissu.

**La couche :** une couche caractérise les renforts unidirectionnels au sein d'un pli. Les tangentes locales des fibres sont contenues dans un plan unique formant ainsi une couche de renforts.

**La nappe :** une nappe caractérise les renforts tissés au sein d'un pli. Les tangentes locales des fibres sont, en moyenne (mais pas localement), contenues dans un plan unique.

**Le pli :** le pli est une couche ou une nappe de renforts noyée dans une matrice. Un empilement de plusieurs plis forme un stratifié.

**Le plan des renforts :** Au sein d'un pli, pour des couches ou des nappes, le plan des renforts représente le plan moyen géométrique des tangentes locales.

**L'armure :** l'armure d'un tissu est le mode d'entrecroisement des fils de chaîne et des fils de trame et représente le dessin périodique du tissu.

**L'embuvage :** la notion d'embuvage caractérise l'ondulation des fils dans un tissu. Cette ondulation provient du croisement des fils de chaîne avec les fils de trame consommant ainsi de la longueur de fils. La longueur d'un tissu ( $L_{tissu}$ ) dans le sens chaîne est donc toujours inférieure à la longueur des fils ( $L_{fil}$ ) de chaîne utilisée. Cette différence est l'embuvage  $e$  et s'exprime en % (1.1).

$$e = \frac{L_{fil} - L_{tissu}}{L_{tissu}} \times 100. \quad (1.1)$$

L'embuvage est théoriquement toujours strictement supérieur à 0% pour les tissus alors qu'il est de 0% pour les renforts unidirectionnels (UD), c'est à dire avec des fils possédant un alignement parfait avec le plan du renfort.

**Le facteur d'ondulation :** le facteur d'ondulation  $F_{ondulation}$  [Cox *et al.*, 1994] décrit le même phénomène d'ondulation que l'embuvage mais sous la forme d'un rapport (1.2).

$$F_{ondulation} = \frac{L_{fil}}{L_{tissu}}. \quad (1.2)$$

**Volume de fils :** le volume de fils  $V_{fils}$  est défini par le nombre unitaire de fils multiplié par le volume unitaire d'un fil.

**Volume de fibres :** le volume de fibres  $V_{fibres}$  est défini par le nombre unitaire de fibres multiplié par le volume unitaire d'une fibre. Le volume de fibres est toujours inférieur au volume de fils. Cette différence s'explique par la création de porosités, générée par l'empilement géométrique des fibres pour constituer un fil. D'un point de vue théorique, le rapport de volume maximal  $V_{fibres}/V_{fils}$  est de 90,69 % avec un arrangement hexagonal parfait.

### 1.2.2 Tissus bidimensionnels

Les tissus bidimensionnels (2D) sont constitués de l'entrelacement périodique et orthogonal de deux réseaux de fils, les fils de chaîne et les fils de trame, constituant un seul pli de tissage (Fig. 1.2). Il existe plusieurs types d'armures parmi lesquels trois grandes familles de tissus se distinguent (Fig. 1.3) :

- le satin  $n$  possède une armure dont chaque fil de trame passe alternativement au dessus et en dessous de  $n-1$  fils de chaîne. Ces tissus, souples et déformables, sont fréquemment utilisés pour réaliser des pièces complexes ;
- concernant le sergé  $n \times m$ , chaque fil de chaîne passe au dessus de  $n$  fils de trame et chaque fil de trame passe au dessus de  $m$  fils de chaîne. Les décrochements ou points de liage successifs sont décalés afin de former une diagonale. Ces tissus sont denses et souples ;
- le taffetas constitue l'armure la plus simple. Chaque fil de chaîne passe alternativement au dessus puis en dessous de chaque fil de trame. Ces entrecroisements induisent une faible flexibilité du tissu et complique ainsi l'utilisation du taffetas pour des structures complexes. Le taffetas est un cas particulier du sergé avec  $n = m = 1$ .

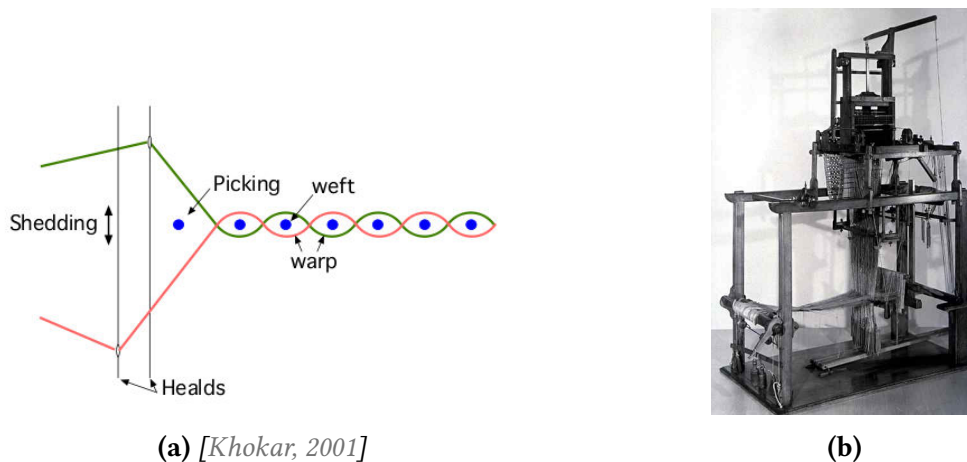


FIGURE 1.2 – Schéma (a) et photo (b) d'un métier à tisser Jacquard 2D.

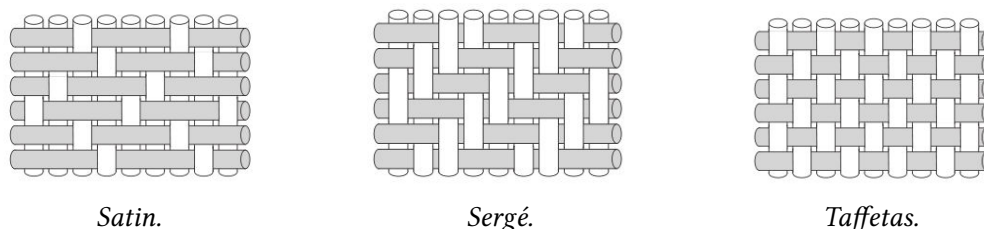
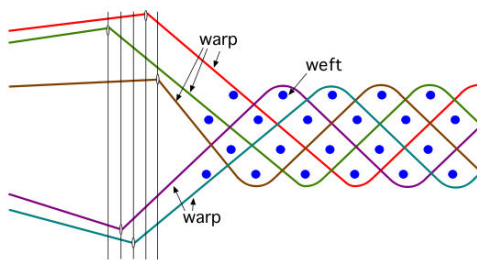


FIGURE 1.3 – Armures des principaux tissus bidimensionnels [El-Hage, 2006].

### 1.2.3 Tissus tridimensionnels

Les tissus tridimensionnels (3D) consistent à entrelacer des réseaux de fils de chaîne et de trame. Afin de garantir une cohésion du tissu dans l'épaisseur, des nappes de fils de chaîne lient une partie ou l'ensemble des différentes couches de fils de trame (Fig. 1.4 (a)). La fabrication de ces tissus 3D est réalisée à l'aide d'une métier à tisser Jacquard 3D (Fig. 1.4 (b)) qui possède, au contraire d'une machine 2D, plusieurs ensouples permettant ainsi d'avoir plusieurs fils de chaîne dans l'épaisseur.



(a) [Khokar, 2001]



(b) [Mouritz et al., 1999]

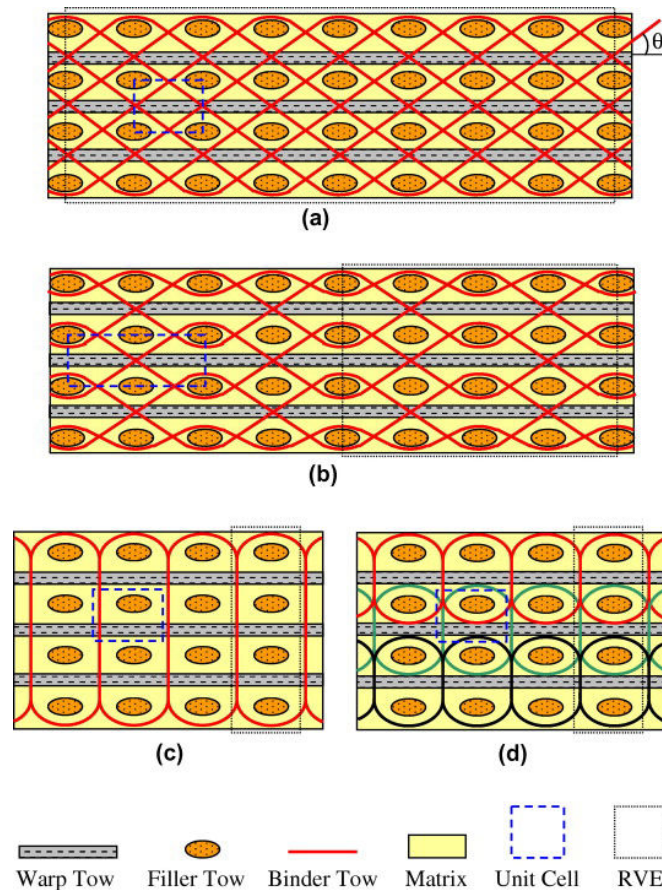
FIGURE 1.4 – Schéma (a) et photo (b) d'un métier à tisser Jacquard 3D.

Les tissus 3D, dans le domaine des composites, sont plus couramment appelés interlocks [Mouritz et al., 1999] [Kamiya et al., 2000] [Lomov et al., 2000]. Les possibilités d'arrangements de fils pour ces interlocks 3D sont immenses et offrent un nombre quasi illimité d'architectures [Hu, 2008]. Cependant, plusieurs catégories peuvent se distinguer :

- le tissu angle interlock 3D (Fig. 1.5 (a)) : Ce tissu possède une famille de fils de chaîne (fils de liage) traversant l'ensemble de l'épaisseur et formant un angle  $\theta$  avec la direction chaîne avec  $0^\circ < \theta < 90^\circ$  ;
- le tissu angle interlock 2,5D (Fig. 1.5 (b)) : Dans ce tissu, les fils de liage possédant un angle  $\theta$  (avec  $0^\circ < \theta < 90^\circ$ ) avec la direction chaîne ne traversent pas l'ensemble de l'épaisseur mais au minimum deux couches de trame.
- le tissu orthogonal interlock 3D (Fig. 1.5 (c)) : Cette catégorie d'interlock possède aussi des fils de liage traversant l'ensemble de l'épaisseur mais, à la différence de l'angle interlock 3D, ces fils de liage sont orthogonaux à la direction chaîne ;
- le tissu orthogonal interlock 2,5D (Fig. 1.5 (d)) : Pour ce tissu, les fils de liage sont aussi orthogonaux à la direction chaîne mais, au contraire de l'orthogonal interlock 3D, les fils de liage ne traversent pas l'épaisseur.

### 1.2.4 Avantages et inconvénients des composites tissés

Les composites tissés présentent l'avantage d'avoir des performances mécaniques très intéressantes pour des sollicitations hors-plans. Comparés aux composites unidirectionnels, les



**FIGURE 1.5** – Schémas des principales catégories d'interlocks : angle 3D (a), angle 2,5D (b), orthogonal 3D (c) et orthogonal 2,5D (d) [Ansar et al., 2011].

composites tissés possèdent une meilleure tenue face à ce type de sollicitations et en particulier pour les chocs et les impacts [Greenhalgh et Hiley, 2003][Bahei-El-Din et Zikry, 2003]. Ces chocs et impacts provoquent aussi des délaminages importants sur les stratifiés UD mais aussi sur les tissés 2D [Kim et Sham, 2000]. En effet, comme pour les stratifiés d'unidirectionnels, les tissés 2D n'assurent aucune cohésion, à l'exception de la matrice, entre d'éventuelles empilements de plis ou couches. En revanche, les tissés 3D possèdent des fils selon les différents vecteurs d'un repère orthogonal permettant ainsi d'obtenir une architecture avec une bonne résistance dans ses trois directions. Ces architectures 3D permettent d'augmenter la résistance dans l'épaisseur du composite, de limiter le délaminage [Baucom et Zikry, 2005] et d'augmenter la résistance à l'impact [Chou *et al.*, 1992]. De plus, les composites tissés et plus spécialement les tissés 3D présentent une meilleure tolérance aux défauts que les composites UD. Cox *et al.* l'expliquent par des mécanismes de redistribution des efforts par frottement grandement améliorés par l'ondulation des fils et la présence de fils dans les trois directions assurant la cohésion du composite mais aussi un effet de serrage dans l'épaisseur [Cox *et al.*, 1996].

Malgré ses nombreux avantages, les composites tissés bénéficient de performances mécaniques inférieures aux stratifiés UD dans le plan des fibres (module d'Young et de cisaillement) pour une fraction volumique de fibres équivalente. Ce résultat s'explique par l'ondulation des fils dans les composites tissés [Cox et Flanagan, 1997][Lomov *et al.*, 2009].



Enfin, les connaissances et les techniques développées par l'industrie textile permettent de réaliser des pièces structurales possédant des architectures complexes provoquant ainsi une réduction des coûts d'assemblage.

### 1.3 Nomenclature des tissus

Les tissus peuvent présenter des architectures très complexes. Afin de décrire précisément le motif du tissu, une nomenclature claire et stricte est indispensable. Les tissus bidimensionnels peuvent être décrits de manière simple à l'aide d'un échiquier. La position des fils de chaîne par rapport au fil de trame est définie par un code couleur noir et blanc : si la case est noircie, le fil de chaîne est au dessus sinon il est en dessous. Cette description n'étant pas applicable au tissu tridimensionnel, Lomov *et al.* [Lomov *et al.*, 2007] ont développé un codage matriciel permettant de décrire ces tissus. Ce codage permet de définir la topologie de l'architecture du tissu en décrivant l'ondulation de chaque fil de chaîne.

Avec cette nomenclature, l'architecture du composite est décomposée en trois différentes zones : des zones de chaîne (warp zone, notées WaZ), des zones de trame (weft zone, notées WeZ) et des interzones de trame (notées IZ). Ces zones sont complémentaires au repère d'observation du motif tissé. Ce repère est défini par trois vecteurs : le vecteur  $\vec{x}_1$  est colinéaire à la direction des fils de chaîne, le vecteur  $\vec{x}_2$  est colinéaire à la direction des fils de trames et le vecteur  $\vec{x}_3$  résulte du produit vectoriel  $\vec{x}_1 \wedge \vec{x}_2$  formant ainsi un repère orthonormé.

Les zones de chaîne *WaZ* sont constituées des différents plans verticaux contenant les fils de chaîne. Ces plans verticaux sont engendrés par la base  $(\vec{x}_1, \vec{x}_3)$ . Les zones de chaîne sont définies par  $(WaZ-i)$  avec  $1 \leq i \leq n_c$ ,  $n_c$  correspond au nombre de zones de chaîne. L'indexation de la valeur  $i$  est une fonction croissante de l'abscisse de l'axe  $(\vec{x}_2)$ . Dans chacune des *WaZ*, les fils de chaîne sont repérés par un entier  $p$ . L'indexation commence à 1 au niveau de la valeur maximum de l'axe  $(\vec{x}_3)$ . Un fil de chaîne peut donc être repéré de manière unique avec le couple  $(WaZ-i, p)$ .

Les zones de trame *WeZ* sont constituées des différents plans verticaux contenant les fils de chaîne. Ces plans verticaux sont engendrés par la base  $(\vec{x}_2, \vec{x}_3)$ . Les zones de trame sont définies par  $(WeZ-j)$  avec  $1 \leq j \leq n_t$ ,  $n_t$  correspond au nombre de zones de trame. L'indexation de la valeur  $j$  est une fonction croissante de l'abscisse de l'axe  $(\vec{x}_1)$ . Dans chacune des *WeZ*, les fils de chaîne sont repérés par un entier  $q$ . L'indexation commence à 1 au niveau de la valeur maximum de l'axe  $(\vec{x}_3)$ . Un fil de chaîne peut donc être repéré de manière unique avec le couple  $(WeZ-j, q)$ .

Les interzones sont les différents plans horizontaux entre les couches de fils de trame. Elles sont donc engendrées par la base  $(\vec{x}_1, \vec{x}_2)$  et définies par  $(IZ-l)$  avec  $0 \leq l \leq n_t$ . L'indexation de  $l$  commence par 0 au niveau de la valeur maximum de l'axe  $(\vec{x}_3)$ .

L'ensemble de ces zones permet de situer de manière unique la position d'un fil de chaîne dans l'amure du tissu. Cependant, l'orientation de ces fils n'est pas précisée. Afin d'y remédier, six types de position du fil de chaîne dans une interzone sont distingués [Thionnet *et al.*, 2016]. Ces positions sont décrites par la dérivée première et seconde de la ligne moyenne d'un fil de chaîne. Les fils peuvent rencontrer les configurations suivantes :

- droit (D);
- monotone ascendant (MA);
- monotone descendant (MD);
- concave (B);
- convexe (C);
- absence de fil (-).

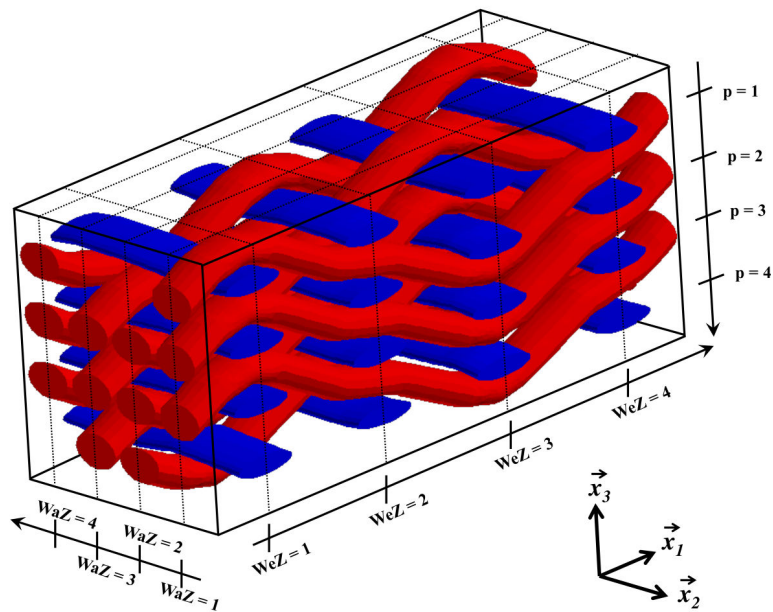


FIGURE 1.6 – Zone de chaîne, de trame et interzones

Pour modéliser l'ensemble du tissu, une matrice est réalisée pour chaque interzone ( $IZ-l$ ). Pour une interzone, le positionnement du fil de chaîne est décrit à l'aide des différents types de position, aux intersections des différentes zones ( $WaZ-i$ ) et ( $WeZ-j$ ), avec  $1 \leq i \leq n_c$  et  $1 \leq j \leq n_t$ .

Interzone ( $IZ-l$ )	( $WeZ-1$ )	...	( $WeZ-n_t$ )
( $WaZ-n_c$ )			
⋮			
( $WaZ-1$ )			

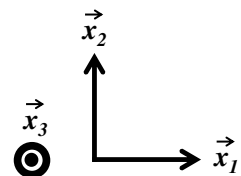


TABLE 1.1 – Schématisation d'une interzone ( $IZ-l$ ).

## 1.4 La bande transporteuse

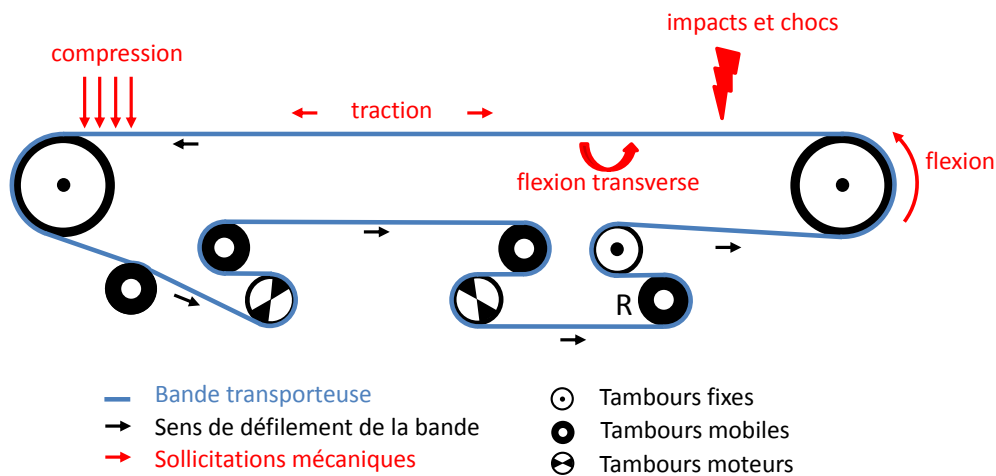
Une bande transporteuse est un élément d'un dispositif, appelé convoyeur, destiné au transport de marchandises de manière continue entre un point *A* et un point *B* (Fig. 1.7). Ce système de transport présente des applications variées allant de l'industrie minière (minerai, charbon, sable ...) à l'industrie agroalimentaire (cartons, bacs, aliments ...).



**FIGURE 1.7** – *Serie de convoyeurs transportant du phosphate entre les villes marocaines de Boukraa et Laâyoune distantes de 96 km.*

### 1.4.1 Fonctionnement et sollicitations

La bande transporteuse est positionnée sur une structure constituée de rouleaux et de tambours montés sur un châssis métallique. L'ensemble doit supporter le poids de la bande ainsi que la charge des marchandises transportées. La bande, assimilable à une courroie, peut avoir un trajet horizontal ou incliné. Ce parcours de la bande est défini par les rouleaux et les tambours qui assurent les changements de direction de la bande transporteuse. L'entraînement en rotation de la bande est lui généré par un ou plusieurs tambours moteurs. La Figure 1.8 montre un schéma du principe de fonctionnement d'une bande transporteuse sur un convoyeur. Les deux grands tambours fixes, qualifiés de tambours de tête, représentent le début et la fin du parcours du convoyeur. Les tambours mobiles permettent de régler la tension de la bande afin de garantir une traction optimale des tambours moteurs. Enfin, le couple de tambours fixe et mobile noté *R* permet d'assurer une réserve de bande.



**FIGURE 1.8** – Schéma de principe d'une bande sur un convoyeur.

Lors de son utilisation, la bande transporteuse est soumise à des sollicitations qui sont, à la fois très variées, mais aussi dépendantes des conditions de fonctionnement. En effet, selon les secteurs d'activités et les normes en vigueur, les contraintes mécaniques et environnementales sont nombreuses. Une liste non exhaustive est présentée ci-dessous :

#### Les contraintes mécaniques (Fig. 1.8) :

- traction : afin de garantir l'entraînement de la bande par les tambours moteurs, la bande est soumise à une tension longitudinale d'environ 10% de sa contrainte à rupture en traction ;
- flexion : la bande est également soumise à des efforts de flexion dans la direction longitudinale (sens chaîne). Ces efforts sont provoqués par le passage de la bande au niveau des tambours et rouleaux. L'intensité des efforts de flexion est directement lié aux diamètres des rouleaux et des tambours utilisés ;
- flexion transverse : des efforts de flexion dans la direction transverse (sens trame) sont appliqués sur la bande lorsqu'elle fonctionne en auge. La mise en auge est la mise en forme semi-circulaire de la bande, dans sa largeur, par un système de rouleaux (Fig. 1.9). Elle permet ainsi de maintenir le chargement sur la bande durant le convoyage ;
- compression : la compression est causée par le chargement que la bande transporte lorsqu'elle passe au niveau de rouleaux. L'intensité de la compression va dépendre de la charge ainsi que de la granulométrie des marchandises convoyées ;
- impacts et chocs : les impacts et les chocs proviennent du chargement vertical sur la bande. Ces sollicitations mécaniques dépendent du type de marchandises transportées et notamment de leur forme et de leur masse. Le châssis du convoyeur, et plus précisément

le positionnement des rouleaux au niveau de la réception des marchandises, joue aussi un rôle important sur l'endommagement de la bande ;

- abrasion : l'abrasion de la surface de la bande résulte évidemment des impacts et chocs ainsi que de la compression mais peu aussi venir d'autres facteurs (mauvais alignement des rouleaux, racleurs mal adaptés, environnement défavorable ...).



**FIGURE 1.9** – Mise en auge d'une bande transporteuse à l'aide d'un système de rouleaux  
©2016 COBRA Group.

#### **Les contraintes environnementales :**

- antistatique : pour des raisons de sécurité (Norme ISO 284), et surtout pour le transport de produits inflammables, les bandes doivent présenter des propriétés antistatiques afin d'éviter la création d'une flamme ou d'une étincelle ;
- ignifuge : la résistance au feu est normalisée (Norme ISO 340) et caractérise la capacité de la bande à minimiser la propagation du feu.
- température : selon leur application, les bandes peuvent être soumises à des températures élevées ou négatives affectant les propriétés du ou des matériaux constituant la bande ;
- contact alimentaire, gras : pour une utilisation agricole ou agroalimentaire, la bande transporteuse doit bénéficier d'un revêtement satisfaisant les exigences de sécurité alimentaire quand les produits transportés sont en contact avec la bande. De plus, une bande sans revêtement adapté gonfle et se déforme au contact de matières grasses (animales ou végétales).

### 1.4.2 Composition

Une bande transporteuse est composée d'un ou de plusieurs matériaux. Cependant, le cas du mono matériau reste assez limité et utilisé pour des applications agroalimentaires. Dans la majorité des cas, la bande transporteuse est un matériau composite hétérogène. Elle est constituée d'une carcasse, qui assure l'essentiel des propriétés mécaniques, et d'un revêtement qui protège la carcasse des contraintes du milieu de fonctionnement (Fig. 1.10). La carcasse est un renfort qui peut être : un tissé 2D, un stratifié (UD ou tissé 2D) ou un tissé 3D. Les matériaux utilisés pour les renforts sont des polymères, des céramiques mais aussi des métaux. Le revêtement, quant-à lui, est composé, en général, d'un élastomère de type caoutchoutique ou d'un polymère souple ou encore d'une combinaison des deux premiers. L'ensemble, revêtement et carcasse, doit néanmoins conserver une certaine souplesse afin de passer à travers les rouleaux et éventuellement se mettre en auge.

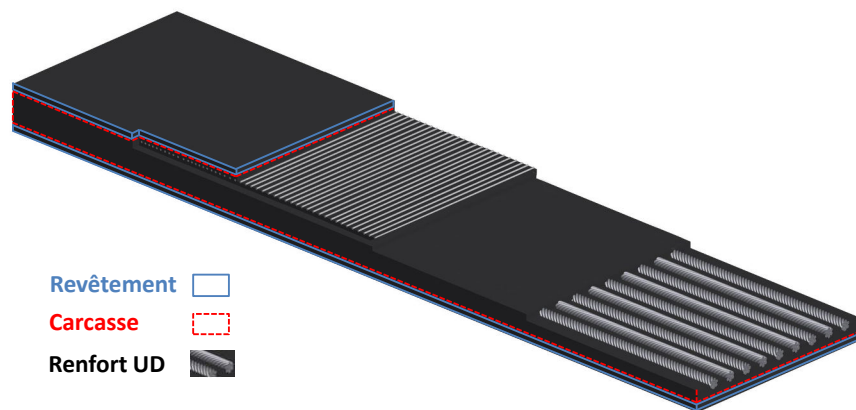


FIGURE 1.10 – Schéma d'une bande transporteuse avec sa carcasse protégée par un revêtement.

### 1.4.3 Fabrication d'une bande

La fabrication d'une bande transporteuse comprend plusieurs étapes allant, du choix du renfort au jonctionnement, afin de réaliser une bande sans fin. Selon le secteur d'activité et les choix effectués, le processus de fabrication peut varier. Cependant, les étapes suivantes sont généralement présentes :

#### Imprégnation

L'imprégnation consiste à imprégner le renfort d'une matrice afin de créer la carcasse composite de la bande. Cette opération permet d'assurer une cohésion ainsi qu'une tenue au renfort mais aussi d'obtenir une meilleure adhérence entre la carcasse et le revêtement. Dans l'industrie des convoyeurs, cette étape peut être réalisée par trempage, par raclage ou par contact avec des rouleaux [Schindler et Hauser, 2004].



### Calandrage

L'opération de calandrage a pour objectif d'assembler la carcasse et le revêtement. Le revêtement se présente sous la forme de feuillets qui vont passer, avec la carcasse, entre deux cylindres éventuellement chauffant. La pression exercée par les deux cylindres sur l'ensemble va permettre de solidariser la carcasse et le revêtement et de former la bande. Plusieurs opérations de calandrage peuvent être nécessaires.

### Vulcanisation

La vulcanisation est un procédé chimique entraînant la réticulation d'un élastomère avec un agent vulcanisant [Petitet et Barquins, 2008]. À l'état brut, l'élastomère ne possède que des liaisons faibles (forces de van der Waals), la vulcanisation va permettre la création de ponts entre les chaînes moléculaires (liaisons fortes) assurant notamment une amélioration des propriétés élastiques. Le revêtement, avant vulcanisation, est un mélange cru obtenu après malaxage d'un élastomère avec plusieurs ingrédients dont au moins un agent vulcanisant. Les autres ingrédients permettent, par exemple d'accélérer le procédé chimique, de colorer, de ramollir ou encore d'augmenter la résistance à certaines problématiques fonctionnelles (feu, acides, humidité ...). La vulcanisation est une étape indispensable afin d'obtenir un revêtement avec les propriétés souhaitées (mécaniques, thermiques, électriques ...).

### Jonctionnement

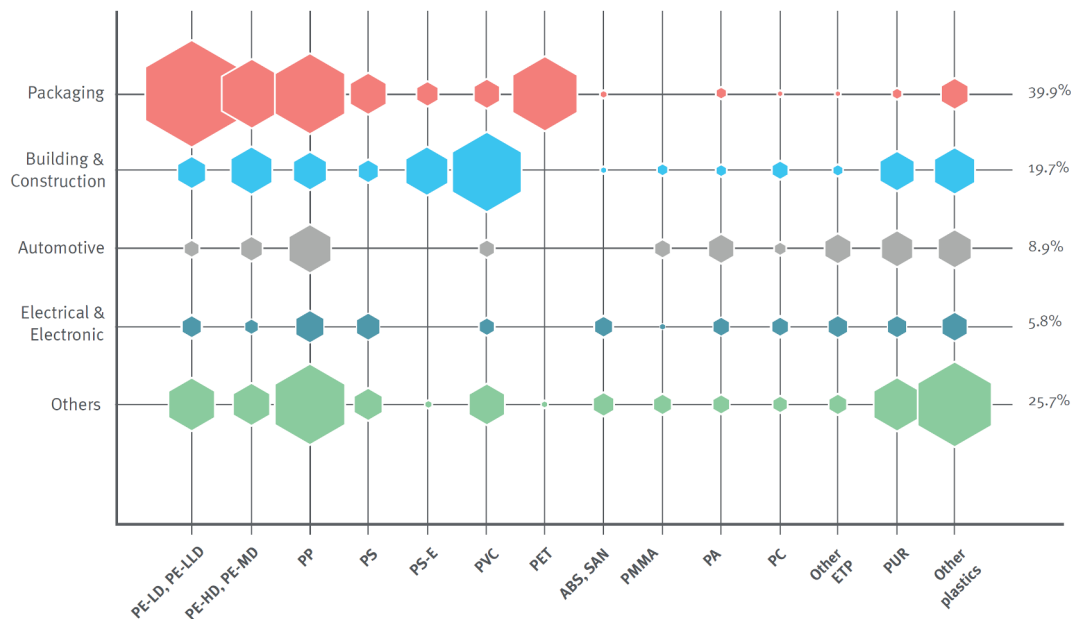
A cette étape, la bande est sous la forme d'un rouleau de plusieurs centaines de mètres. Toutefois, sur un convoyeur, la bande est sans fin et peut mesurer plusieurs kilomètres. Il est donc nécessaire de pouvoir réaliser un jonctionnement entre les extrémités d'une ou plusieurs bandes. La jonction peut être chimique (vulcanisation, polymérisation) ou mécanique (agrafage, visage ou couture) mais constitue, dans tous les cas, un point faible de la bande transporteuse [Roessner, 2010].



FIGURE 1.11 – Jonction de bandes transporteuses par agrafage.

## 1.5 Les matériaux de l'étude

L'ensemble des matériaux utilisés dans ce travail sont des polymères. En effet, ils composent l'ensemble de la bande (Section 1.6) soumis à l'étude expérimentale en allant de la carcasse (matrice et renfort) au revêtement. Les matériaux polymères, qui se trouvent aussi dans l'ensemble des secteurs d'activités (Fig. 1.12), peuvent se décomposer en trois grandes familles : les thermoplastiques, les thermodurcissables et les élastomères. Les matériaux présentés dans cette section seront aussi ceux employés dans l'ensemble des études numériques et quelle que soit l'architecture des renforts. Par conséquent, les fils de chaînes et de trames seront toujours et respectivement en fibres PET et PA66 alors que la matrice sera en PVC.



**FIGURE 1.12** – Demande européenne de matières plastiques classées selon le type de polymère [PlasticsEurope, 2016].

### 1.5.1 Les torons en fibres thermoplastiques

Les renforts, qu'ils soient de chaîne ou de trame, sont des torons constitués de fibres thermoplastiques. Pour rappel, les thermoplastiques sont des polymères passant, de manière réversible, d'un état solide à un état malléable. La transformation d'état peut être, théoriquement, répétée à l'infini sans dégradation du matériau. Cette propriété, combinée à la forte dépendance d'un thermoplastique à la température procure, au matériau, une grande facilité de mise en œuvre ainsi qu'un recyclage aisé. En ce qui concerne les fibres, elles se présentent sous la forme d'un filament possédant un rapport longueur sur diamètre, pour les fibres continues, tendant vers l'infini. Le faible diamètre d'une fibre, de l'ordre de plusieurs dizaines de  $\mu\text{m}$ , permet de produire des mèches, puis des torons qui vont ensuite être facilement tissés afin de réaliser des structures 2D ou 3D.

La production de fibres thermoplastiques est essentiellement réalisée par les procédés de filage/étirage d'un polymère fondu. Selon la filière utilisée pour le filage, un ou plusieurs trous,



le résultat sera une bobine d'une fibre unitaire ou un multifilament composé de plusieurs fibres. Ce processus d'élaboration va entraîner une orientation des propriétés mécaniques des fibres. En effet, comparées aux matériaux massifs, les fibres vont posséder une résistance à la rupture et un module d'Young plus importants dans la direction de filage/étirage [Mahendrasingam *et al.*, 1999]. Ces propriétés seront cependant inférieures dans les directions transverses. L'élongation à rupture sera, quant-à elle, réduite dans toutes les directions. Ces phénomènes s'expliquent par une orientation privilégiée des chaînes et des lamelles cristallines réorganisant la structure isotrope du polymère semi-cristallin en structure orientée. Plusieurs auteurs, dont D. C. Prevorsek *et al.* [Prevorsek *et al.*, 1977] et C. Oudet [Oudet, 1986], ont proposé des modèles définissant une organisation structurale des fibres thermoplastiques. Les performances des procédés sur l'orientation structurale sont fortement dépendantes de la température et du taux d'étirage [Prevorsek *et al.*, 1973].

Afin de constituer les fils des renforts, les fibres unitaires sont réunies parallèlement pour former des mèches. Ces mèches sont ensuite torsadées afin de réaliser un toron. Le toron obtenu est un fil défini par son taux de fibre ainsi que son pas de torsion (nombre de tours par mètre). Le comportement du fil est dépendant du mode et du niveau d'assemblage des fibres [Lechat, 2007].

### 1.5.2 Les fibres PA66

Le polyamide 66 (PA66) ou poly(hexaméthylène adipamide) est un polymère semi-cristallin qui résulte de la polycondensation d'une diamine et d'un diacide (Fig. 1.13). La synthèse du polymère [Vouyiouka *et al.*, 2005] s'effectue en deux étapes : la synthèse du sel de nylon 66 puis la polymérisation de celui-ci. La synthèse du sel de Nylon 66, l'adipate d'hexaméthylènediamine, est réalisée via la réaction entre deux monomères, l'hexaméthylènediamine et l'acide adipique. La polymérisation consiste à abaisser la teneur en eau de la solution aqueuse de sel de nylon précédemment obtenue.

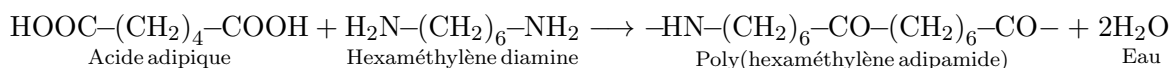
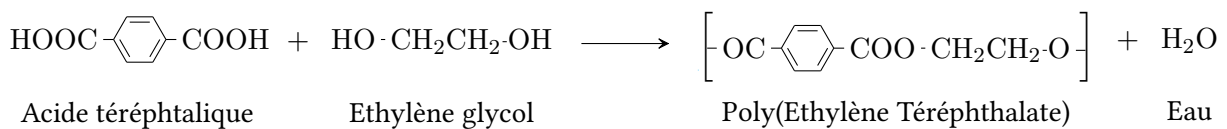


FIGURE 1.13 – Synthèse du PA66 par polycondensation de deux monomères.

Les fibres de PA66 obtenues par filage/étirage présentent, pour des fibres de synthèse, une haute résistance à la traction, à l'abrasion ainsi qu'une bonne stabilité dimensionnelle. De plus, ces fibres possèdent de bonnes propriétés thermiques avec un point de fusion à 260 °C. Cependant, les propriétés mécaniques des fibres de PA66 sont dépendantes du taux d'orientation structurale, des conditions de chargements, de la température, des Ultra-Violets (UV) et surtout de l'hygrométrie. Cette sensibilité à l'humidité s'explique par l'établissement de ponts d'hydrogène entre deux groupements, fortement polaires, carbonyle (C = O) et amide (N-H). Les conséquences sur la température de transition vitreuse  $T_g$  sont importantes avec, par exemple, le passage d'une  $T_g$ , mesurée par DSC, de 46 °C (0 % d'humidité relative) à -37 °C (100 %) [Brandrup *et al.*, 1999].

### 1.5.3 Les fibres PET

Le poly(éthylène téréphtalate) (PET) est un polymère thermoplastique issu de l'industrie pétrolière. Il appartient à la famille des polyesters par la présence dans sa chaîne principale de plusieurs groupes esters,  $-O-CO-$ . La synthèse du PET peut se décomposer en deux phases (Fig. 1.14). La première est le processus d'estérification entre l'acide téréphtalique et l'éthylène glycol produisant un oligomère linéaire ainsi que de l'eau. La seconde phase est un processus de polycondensation consistant à faire polymériser l'oligomère linéaire jusqu'à obtenir un PET avec la masse molaire souhaitée. Selon sa composition et ses paramètres de mise en œuvre, le PET peut être amorphe ou semi-cristallin. En effet, un refroidissement violent va produire un PET amorphe et transparent alors qu'un refroidissement lent va produire un PET semi-cristallin. L'addition, lors de la polycondensation, de germes de cristallisation permet aussi d'obtenir une phase cristalline.



**FIGURE 1.14** – Synthèse du PET par polycondensation de l'acide téréphtalique avec l'éthylène glycol.

Les fibres PET, comme les fibres PA66, sont produites par un procédé de filage/étirage qui leur confère une orientation des propriétés mécaniques. Les fibres PET possèdent un module d'Young plus élevé que les fibres PA66. Cette différence provient de la structure moléculaire du PET qui possède, au contraire du PA66, des noyaux aromatiques (benzéniques) induisant une plus grande rigidité des chaînes moléculaires. La faible flexibilité résultante se traduit par une déformation à rupture inférieure. Une comparaison des propriétés mécaniques est présentée dans le tableau ci-dessous (Tab 1.2). Les fibres de PET sont très peu sensible à l'humidité avec un faible taux d'absorption d'eau 0,5 %. L'influence de l'humidité sur la  $T_g$  pour ce polymère est négligeable. Les fibres PET possèdent également une bonne stabilité chimique avec une haute résistance aux réactions d'oxydoréduction.

Désignation	Module d'Young (GPa)	Contrainte à rupture (MPa)	Déformation à rupture (%)
PET	< 18	800 à 1200	7 à 30
PA66	< 5	500 à 1200	17 à 30

**TABLE 1.2** – Propriétés mécaniques des fibres PET et PA66 [Brandrup et al., 1999].

### 1.5.4 La matrice et le revêtement PVC

#### Le polychlorure de vinyle (PVC)

Le polychlorure de vinyle, plus communément appelé PVC, est un polymère, amorphe ou légèrement cristallin, de la famille des thermoplastiques. La synthèse du PVC est obtenue par polymérisation radicalaire d'un monomère, le chlorure de vinyle (Fig. 1.15) constitué à plus (50 %) de chlorure de sodium. Le PVC peut être synthétisé par différents procédés de polymérisation. Le procédé le plus utilisé est la polymérisation en suspension représentant près de (80 %). Les autres procédés, qui consistent aussi à une polymérisation en milieu dispersé, sont les polymérisations en émulsion (12 %) et en masse (8 %). À la fin de la polymérisation, le PVC apparaît sous la forme d'une poudre composée de particules possédant des dimensions allant de 5 à 180  $\mu\text{m}$  de diamètre selon le procédé utilisé pour la synthèse [Ausseur, 1999].

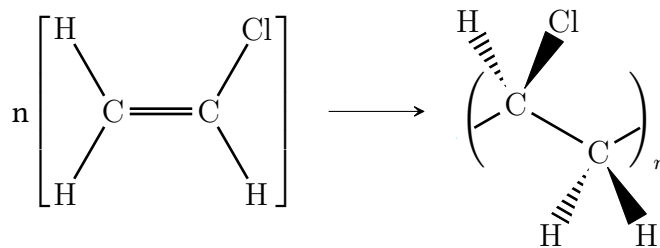


FIGURE 1.15 – Synthèse du PVC par polymérisation du monomère chlorure de vinyle.

La poudre de PVC synthétisée doit ensuite subir plusieurs étapes pour disposer de propriétés intéressantes. La première étape est la pré-gélification, qui consiste à mélanger dynamiquement la poudre de PVC avec des additifs qui vont s'agglomérer par friction. Les additifs utilisés sont des lubrifiants, des plastifiants, des pigments ou encore des charges [Kresta, 2012]. La deuxième étape est la gélification du mélange qui va rendre, à l'aide de sollicitations thermique et mécanique (cisaillement), le polymère homogène et abaisser sa viscosité pour faciliter sa mise en œuvre. Selon la formulation choisie (nature des additifs et masse moléculaire du PVC), différents grades de PVC sont obtenus. Deux grandes familles se distinguent : le PVC souple et le PVC rigide. Le PVC rigide offre une rigidité et une résistance à l'abrasion intéressante et est majoritairement employé pour la réalisation de profilés ou de tuyaux. Le PVC souple, aussi appelé PVC plastifié, doit son nom à la présence de plastifiants dans sa formulation. Ces plastifiants vont apporter la souplesse au matériau en espaçant les chaînes moléculaires diminuant ainsi les forces de liaison. Le PVC souple est utilisé, par exemple, dans la confection de nombreux revêtements (outils, tissus, mobiliers...).

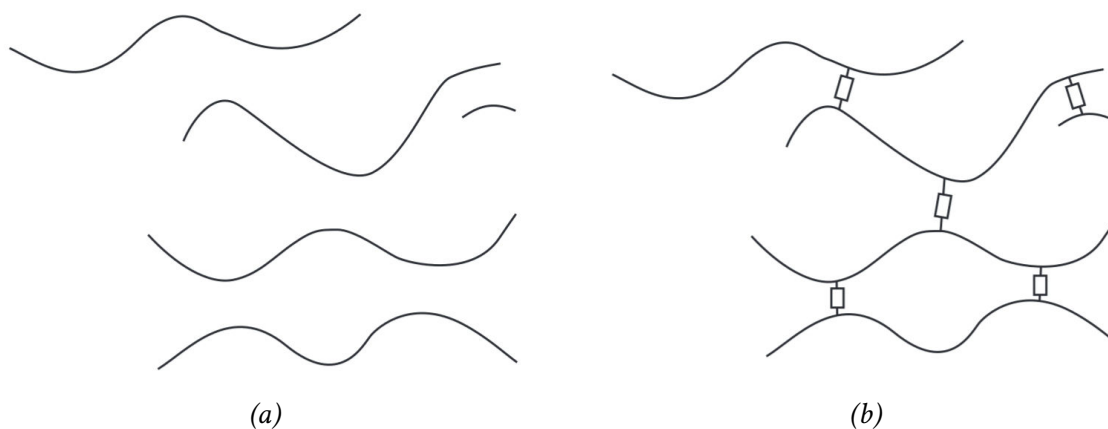
#### Le PVC de l'étude

Dans le cadre de cette étude, plusieurs grades de PVC souple avec plus ou moins de charges sont employés. Le premier est utilisé pour l'imprégnation du renfort et constitue la matrice de la carcasse. Le second, sous forme massive, permet d'offrir une meilleure adhérence entre le revêtement en élastomère et la carcasse. Le choix du PVC apporte aussi à la bande ses qualités ignifuges [Mousa *et al.*, 2005] qui peuvent être indispensables selon le secteur d'activité. De plus, le prix de ce matériau et sa mise en œuvre maîtrisée sont des avantages supplémentaires.

### 1.5.5 Le revêtement en élastomère

#### Les élastomères

Les élastomères sont des polymères qui, par définition, présentent une importante aptitude à se déformer de manière élastique (de 200 à 1000 %). Ils sont issus de la réticulation par vulcanisation d'un polymère amorphe (de l'ordre de 30 %), linéaire ou ramifié, avec un mélange d'additifs (agent vulcanisant, plastifiants, charges ...) permettant l'obtention d'un réseau tridimensionnel insoluble (Fig. 1.16). Cette structure tridimensionnelle combinée avec une température de transition vitreuse très faible (inférieure à  $-50\text{ }^{\circ}\text{C}$ ) va fournir à l'élastomère une grande déformabilité élastique à température ambiante. Ces élastomères naturels ou synthétiques présentent cependant l'inconvénient d'être difficile à mettre en œuvre à cause de cette même structure tridimensionnelle [Curchod, 1984].



**FIGURE 1.16** – Structures des chaînes d'un polymère thermoplastique (a) et d'un élastomère réticulé (b) [Biron, 2012].

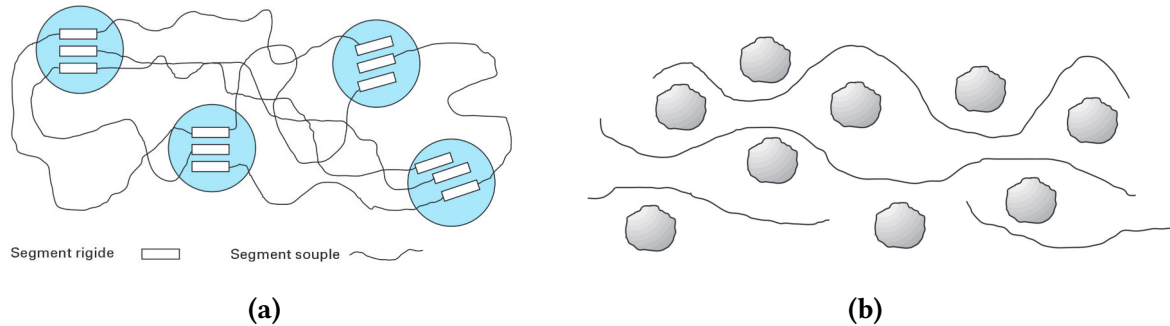
#### Les élastomères thermoplastiques (TPE)

Dans les années 60, une classe alternative d'élastomère apparaît, les élastomères thermoplastiques (TPE). Ces TPE, constitués d'un ou plusieurs polymères, présentent des propriétés similaires aux élastomères conventionnels mais ne nécessitent pas de vulcanisation. Les TPE bénéficient aussi, comme tous les thermoplastiques, d'une facilité de mise en œuvre ainsi qu'une bonne recyclabilité. Ces nombreux avantages s'expliquent par le fait qu'à leur température de mise en œuvre, les propriétés des élastomères conventionnels disparaissent.

Les TPE, au contraire des élastomères vulcanisés, n'ont pas de réseau tridimensionnel mais possèdent, à l'état solide, un arrangement structural composé d'au moins deux phases non-miscibles. Le principe est d'associer une phase souple apportant l'élasticité à une phase rigide constituant les nœuds de réticulation. La phase souple doit disposer d'une  $T_g$  largement inférieure à la température d'utilisation souhaitée alors que la phase rigide doit avoir une  $T_g$  équivalente ou supérieure. D'un point de vue structure, ces phases peuvent provenir de deux modèles distincts : les TPE copolymères à blocs et les TPE formés par mélange de polymères.

Pour les TPE copolymères à blocs, les phases souples et rigides sont des segments qui appartiennent à la même macromolécule (Fig. 1.17 (a)). Les propriétés de cette catégorie de TPE

vont dépendre des longueurs de segments, de l'organisation et du rapport entre les segments rigides et souples. En ce qui concerne les TPE formés par mélange de polymères, la phase rigide est un polymère thermoplastique dispersé dans une phase élastomère souple, vulcanisé ou non (Fig. 1.17 (b)). Les propriétés de ces TPE vont résulter de la taille des particules de la phase rigide, de la vulcanisation ou non de l'élastomère ou encore du rapport entre les phases souple et rigide.



**FIGURE 1.17** – Structures caractéristiques des TPE copolymères à blocs (a) et des TPE formés par mélange de polymères (b) [Biron, 2012].

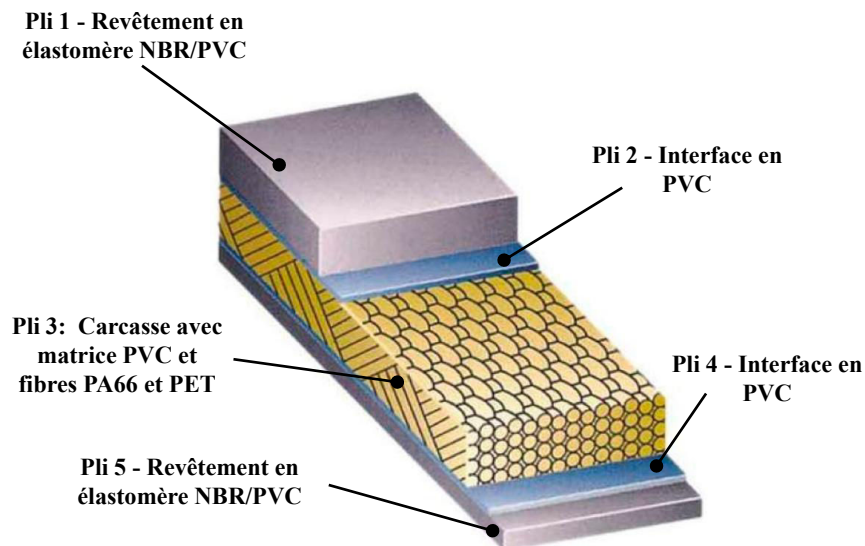
### L' élastomère de l'étude

Le matériau utilisé comme revêtement, pour la bande transporteuse, est un élastomère thermo-plastique formé par mélange de polymères. La phase rigide est constituée de polychlorure de vinyle (PVC) alors que la phase souple est un élastomère, le caoutchouc nitrile (NBR). L'incorporation du PVC dans le caoutchouc nitrile améliore ses propriétés mécaniques et chimiques et notamment sa capacité ignifuge. Le caoutchouc nitrile est un polymère qui bénéficie d'un caractère polaire offrant, à l'élastomère NBR/PVC, une bonne résistance par rapport aux hydrocarbures et aux huiles [Ismail *et al.*, 2004].

## 1.6 Le composite tissé interlock 2,5D

La bande transporteuse, observée dans cette étude et précédemment par B. Piezel [Piezel, 2010] et W. Trabelsi [Trabelsi, 2013], est un matériau composite d'une épaisseur de 14 mm. Elle est constituée d'un revêtement et d'une carcasse présentant un renfort textile 3D. A l'échelle macroscopique, la bande peut se décomposer en 5 plis (Fig. 1.18) :

- pli 1 : le revêtement en élastomère NBR/PVC constitue le pli extérieur en contact avec les marchandises transportées. Son épaisseur est de 2 mm ;
- pli 2 : ce pli, de 1 mm d'épaisseur, en polychlorure de vinyle massif (PVC) joue le rôle d'interface entre le revêtement (pli 1) et la carcasse (pli 2). Son objectif est d'assurer une meilleure adhérence entre les plis 1 et 3 ;
- pli 3 : le pli 3 est la carcasse de la bande et possède une épaisseur de 9 mm. Il est constitué d'un renfort textile angle interlock 2,5D imprégné par une matrice en PVC. Les fils de chaînes sont composés de fibres PET alors que les fils de trame sont en fibres PA66 ;
- plis 4 et 5 : les plis 4 et 5 sont respectivement identiques aux plis 2 et 1 en termes de matériaux et de fonctions. Cependant, ils possèdent des épaisseurs inférieures : 0,7 mm pour le pli 4 et 1,3 mm pour le pli 5. Cette différence se justifie par des sollicitations extérieures moindres de ce côté de la bande qui n'entre pas en contact direct avec les marchandises.



**FIGURE 1.18** – Présentation des différents plis de la bande transporteuse à l'échelle macroscopique.

À l'échelle mésoscopique, le renfort textile, un angle interlock 2,5D, se révèle au sein de la carcasse (pli 3). L'architecture de ce renfort tissé, et plus particulièrement son motif périodique, a été présentée à de nombreuses reprises. Le travail de C. El Hage [El-Hage, 2006] peut être cité par exemple. Cependant, afin de décrire plus précisément le renfort et son endommagement, la nomenclature développée par Lomov *et al.* [Lomov *et al.*, 2007] et enrichie par Thionnet *et al.* [Thionnet *et al.*, 2016] a été utilisée (voir section 1.3). La justification du choix de cette nomenclature sera complétée au cours du manuscrit.

Avec cette nomenclature, la cellule périodique identifiée peut se décomposer en 4 zones de chaîne (notées  $WaZ - i$  avec  $1 \leq i \leq 4$ ) et 4 zones de trame (notées  $WeZ - j$  avec  $1 \leq j \leq 4$ ) (Fig. 1.19 (a)). Les  $WaZ$  sont constituées de 3 nappes de fils de chaîne alors que les  $WeZ$  sont constituées de 4 couches de fils de trame. Ces 4 couches de fils de trame sont positionnées sur des plans horizontaux (notés  $p$  avec  $p = 1, 2, 3, 4$ ) engendrant la création de 5 interzones (notées  $Iz - l$  avec  $0 \leq l \leq 4$ ) (Fig. 1.19). Les positions et les orientations des fils de chaîne sont ensuite définies, pour chaque interzone, dans une matrice (Tab. 1.3). Pour rappel, les différentes configurations possibles pour les fils de chaîne dans l'interzone sont :

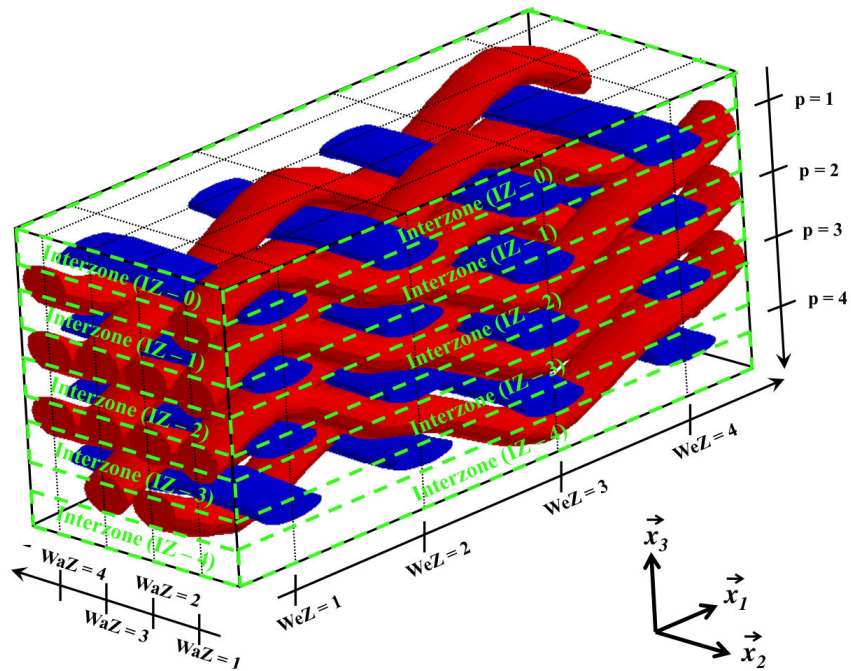
- droit (D);
- monotone ascendant (MA);
- monotone descendant (MD);
- concave (B);
- convexe (C);
- absence de fil ( ).

Dans la suite du manuscrit, l'étude se focalisera essentiellement sur la carcasse (pli 3) de la bande transporteuse qui sera plus communément appelée le composite tissé. Les autres plis de la bande, étant homogènes à l'échelle mésoscopique, ne présentent aucune possibilité d'optimisation architecturale et seront mis de côté.

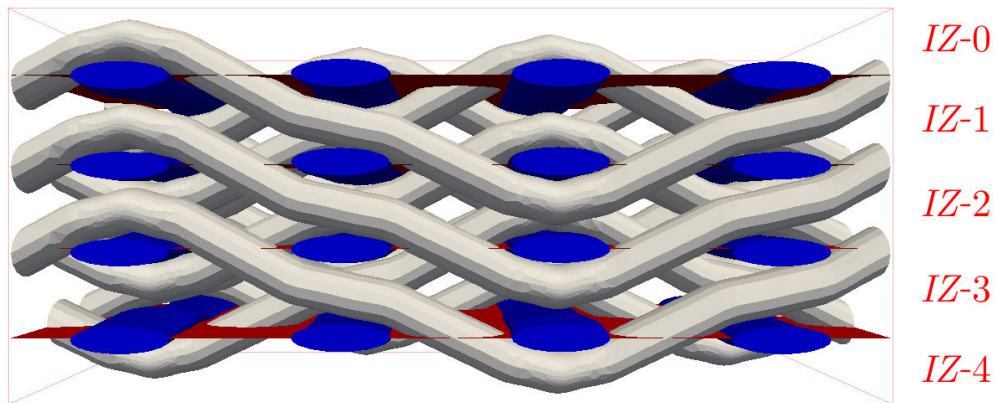
Interzone (IZ-0)	(WeZ-1)	(WeZ-2)	(WeZ-3)	(WeZ-4)
(WaZ-4)				B
(WaZ-3)		B		
(WaZ-2)			B	
(WaZ-1)	B			
Interzone (IZ-1)	(WeZ-1)	(WeZ-2)	(WeZ-3)	(WeZ-4)
(WaZ-4)	MD		MA	B
(WaZ-3)	MA	B	MD	
(WaZ-2)		MA	B	MD
(WaZ-1)	B	MD		MA
Interzone (IZ-2)	(WeZ-1)	(WeZ-2)	(WeZ-3)	(WeZ-4)
(WaZ-4)	MD	C	MA	B
(WaZ-3)	MA	B	MD	C
(WaZ-2)	C	MA	B	MD
(WaZ-1)	B	MD	C	MA
Interzone (IZ-3)	(WeZ-1)	(WeZ-2)	(WeZ-3)	(WeZ-4)
(WaZ-4)	MD	C	MA	
(WaZ-3)	MA		MD	C
(WaZ-2)	C	MA		MD
(WaZ-1)		MD	C	MA
Interzone (IZ-4)	(WeZ-1)	(WeZ-2)	(WeZ-3)	(WeZ-4)
(WaZ-4)		C		
(WaZ-3)				C
(WaZ-2)	C			
(WaZ-1)			C	

**TABLE 1.3** – Synthèse des interzones (IZ- $l$ ),  $l = 0, 1, 2, 3, 4$ ) du renfort angle interlock 2,5D.





(a)



(b)

FIGURE 1.19 – Définition des interzones de l'angle interlock 2,5D étudié.

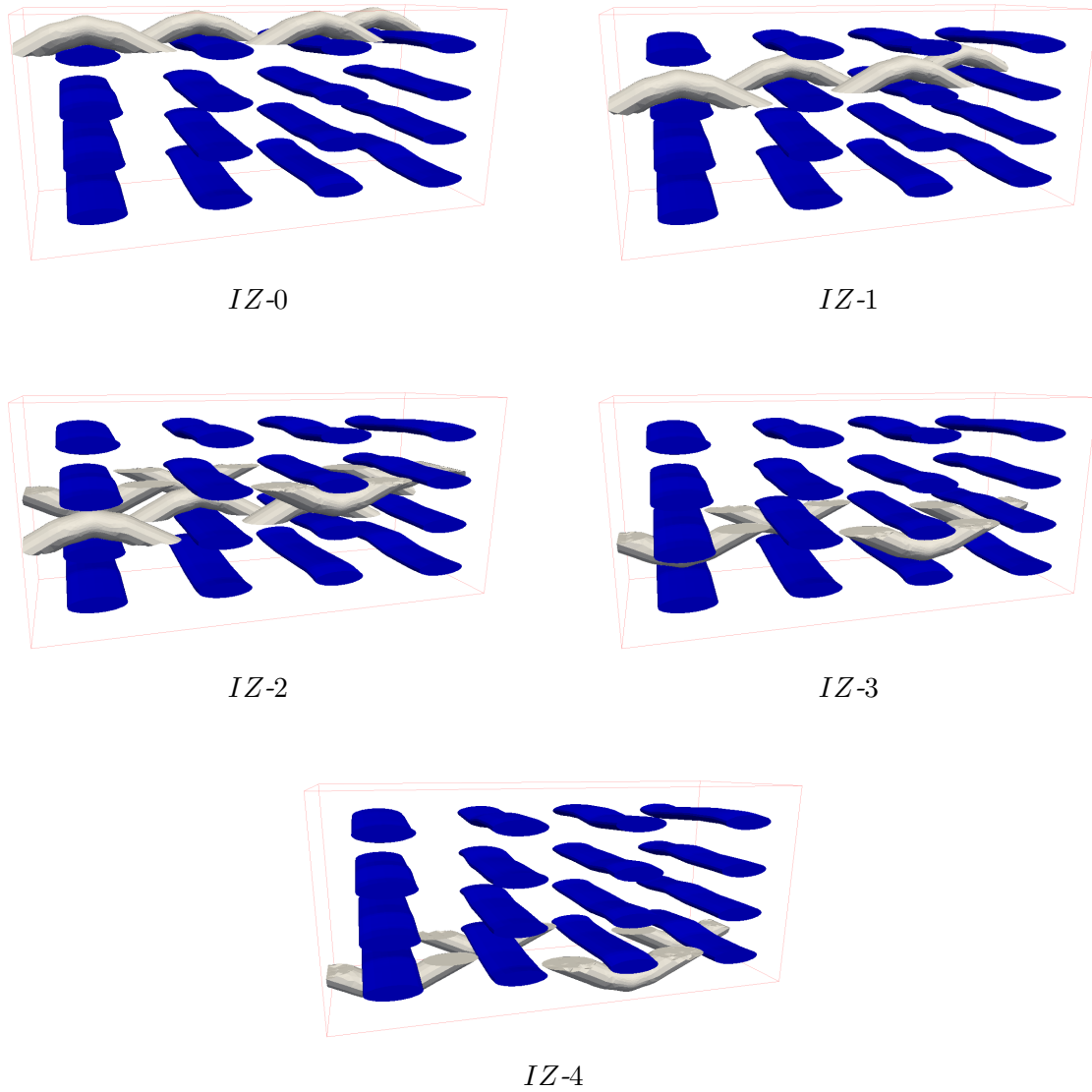


FIGURE 1.20 – Configurations concave et convexe dans les interzones de l'interlock 2.5D.



## Chapitre 2

# Notations, repères et choix de l'échelle de travail

*Ce chapitre décrit de manière très générale le cadre conceptuel de l'étude. Ce cadre permet de répondre à la problématique industrielle la plus générale, mais également donne la possibilité, dans une démarche de proposition et d'amélioration de produits, d'étudier des structures d'une constitution différente de celles qui sont actuellement existantes.*

### Sommaire

2.1	Description générale de la structure étudiée et choix des échelles d'étude . . .	36
2.1.1	Description de la géométrie de la structure . . . . .	36
2.1.2	Description des matériaux et des échelles de description possibles .	37
2.1.3	Choix des échelles de travail et justification de l'emploi d'une analyse de type multiéchelle . . . . .	39
2.2	Repère d'anisotropie des matériaux à l'échelle mésoscopique . . . . .	41
2.2.1	Cas général . . . . .	41
2.2.2	Les matériaux massifs . . . . .	43
2.2.3	Les matériaux composites unidirectionnels . . . . .	43
2.2.4	Les matériaux composites tissés . . . . .	43
2.3	Position des repères d'anisotropie à l'échelle macroscopique . . . . .	46
2.3.1	Hypothèse sur la stratification des matériaux de la structure . . . .	46
2.3.2	La structure à l'échelle structurale . . . . .	46
2.3.3	La structure à l'échelle macroscopique . . . . .	47
2.4	Notations pour le calcul multiéchelle . . . . .	48
2.4.1	Échelle macroscopique . . . . .	48
2.4.2	Échelle mésoscopique. Cas général . . . . .	50
2.4.3	Échelle mésoscopique. Cas des matériaux composites tissés . . . .	51

## 2.1 Description générale de la structure étudiée et choix des échelles d'étude

### 2.1.1 Description de la géométrie de la structure

Soit  $S$ , une structure en mouvement dans l'espace physique modélisé par un espace affine euclidien à 3 dimensions, noté  $\varepsilon^3$ , auquel est associé le repère  $R^{(0)} = (O^{(0)}, \vec{x}_1^{(0)}, \vec{x}_2^{(0)}, \vec{x}_3^{(0)})$ .  $B^{(0)} = (\vec{x}_1^{(0)}, \vec{x}_2^{(0)}, \vec{x}_3^{(0)})$  désigne sa base orthonormée directe et  $O^{(0)}$  son origine. Le vecteur  $\vec{x}_3^{(0)}$  est aligné, au signe près, avec le champ de Pesanteur local. Ce repère, qualifié de repère d'observation, est associé à un référentiel possédant la propriété d'être galiléen, permettant ainsi d'appliquer les Principes de la Mécanique ou de la Physique. Le repère  $R^{(0)}$ , qui définit donc le repère de dérivation, est également celui utilisé comme repère de projection.

La structure considérée est assimilée à une géométrie de type coque stratifiée (Fig. 2.1), possédant les caractéristiques suivantes :

- la géométrie de la structure est comprise entre deux surfaces  $s_0$  et  $s_n$ . La surface  $s_n$  est localement homothétique de la surface  $s_0$ . Ces surfaces sont séparées par une distance petite au regard des autres longueurs caractéristiques de la structure. La surface  $s_0$  est supposée régulière induisant, pour chacun de ses points  $M$ , l'existence d'un plan tangent unique  $(\pi(M))$  et d'un vecteur unitaire orthogonal  $\vec{n}(M)$ , orienté de  $s_0$  vers  $s_n$ . La surface moyenne, comprise entre  $s_0$  et  $s_n$ , est notée  $s^{(m)}$  ;
- entre les surfaces  $s_0$  et  $s_n$ , il existe  $(n - 1)$  autres surfaces  $(s_p)_{p=1, \dots, n-1}$  numérotées dans l'ordre croissant, homothétiques de  $s_0$  ;
- le domaine, compris entre les surfaces  $s_{p-1}$  et  $s_p$  ( $p = 1, \dots, n$ ), est appelé le pli  $p$  (il y a donc  $n$  plis entre  $s_0$  et  $s_n$ ). La surface moyenne du pli  $p$  est notée  $s_p^{(m)}$ .

La distance séparant  $s_0$  et  $s_n$  étant petite, il peut être finalement estimé, qu'au premier ordre, toutes les surfaces sont identiques. Ainsi, si cela est nécessaire, la géométrie de la structure considérée pourra être assimilée à la surface régulière  $s^{(m)}$ , avec  $(\pi(M))$ , le plan tangent unique en  $M$  et  $\vec{n}(M)$  le vecteur unique unitaire orthogonal, orienté de  $s_0$  vers  $s_n$ .

Sans pour l'instant amener plus de justifications, il est défini, au point  $M$ , un repère local orthonormé direct noté  $R_\pi(M)$ . Le vecteur  $\vec{n}(M)$  ayant déjà été déterminé, il est utilisé pour construire le repère défini par  $R_\pi(M) = (M, \vec{\alpha}(M), \vec{\beta}(M), \vec{n}(M))$ . Par voie de conséquence, le couple  $(\vec{\alpha}(M), \vec{\beta}(M))$ , est une base du plan  $(\pi(M))$ . Cependant une infinité de choix reste possible pour ce couple. Il sera vu, dans l'application qui sera faite, que des données physiques et plus particulièrement les propriétés mécaniques orienteront le choix des  $\vec{\alpha}(M)$  et  $\vec{\beta}(M)$ . La base de  $R_\pi(M)$  est notée  $B_\pi(M) = (\vec{\alpha}(M), \vec{\beta}(M), \vec{n}(M))$ .

Cette description de la structure est valable à tout instant. Plus précisément, si au cours du temps, la structure considérée vient à se déformer, sa géométrie à l'instant  $t$  obéira toujours à la précédente description.

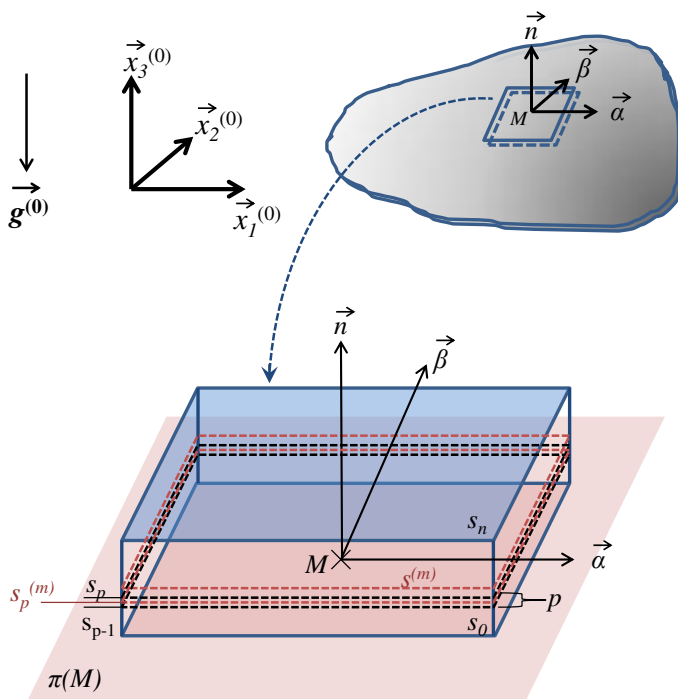


FIGURE 2.1 – Schématisation d'une structure de type coque stratifiée

La constitution particulière de la structure considérée (stratifiée, matériaux composites anisotropes) fait qu'il est pertinent de décrire la structure à différentes échelles afin d'en faciliter son analyse. Les différentes échelles seront décrites ultérieurement car le nombre ou la finesse de ces échelles sont guidés par les matériaux susceptibles d'être présents au sein de la structure considérée.

### 2.1.2 Description des matériaux et des échelles de description possibles

La géométrie de la structure construite à partir de plis reflète un arrangement particulier des matériaux de la structure : chaque pli étant constitué d'un matériau. Dans notre cas, les matériaux possibles sont :

- des matériaux à base du même polymère. Dans la suite, ces matériaux seront appelés des matériaux massifs ;
- des matériaux à base d'unidirectionnel de fibres continues noyées dans une matrice polymère. Dans la suite, ces matériaux seront appelés des composites unidirectionnels ;
- des matériaux à base de tissu imprégné de matrice polymère, dont les fils sont constitués de fibres continues noyées dans une matrice polymère. Dans la suite, ces matériaux seront appelés des composites tissés.

Il est important de signaler que la caractéristique, homogène ou hétérogène d'un matériau, est directement dépendante de l'échelle d'observation. Afin de définir ces échelles, les ordres de grandeurs des différents constituants de la structure sont utilisés. Pour la bande transporteuse (Fig. 2.2), les ordres de grandeurs des dimensions caractéristiques sont :

- d'une molécule ou d'un atome est inférieure ou égale à  $10^{-9}$  m ;
- d'une fibre (le rayon de sa section droite), présente au sein d'un unidirectionnel, ou bien, au sein des fils d'un tissu est  $10^{-6}$  m ;
- d'un fil (le rayon de sa section droite) constituant un tissu est  $10^{-3}$  m ;
- d'un pli (son épaisseur) est  $10^{-2}$  m ;
- de la structure est  $10^0$  m.

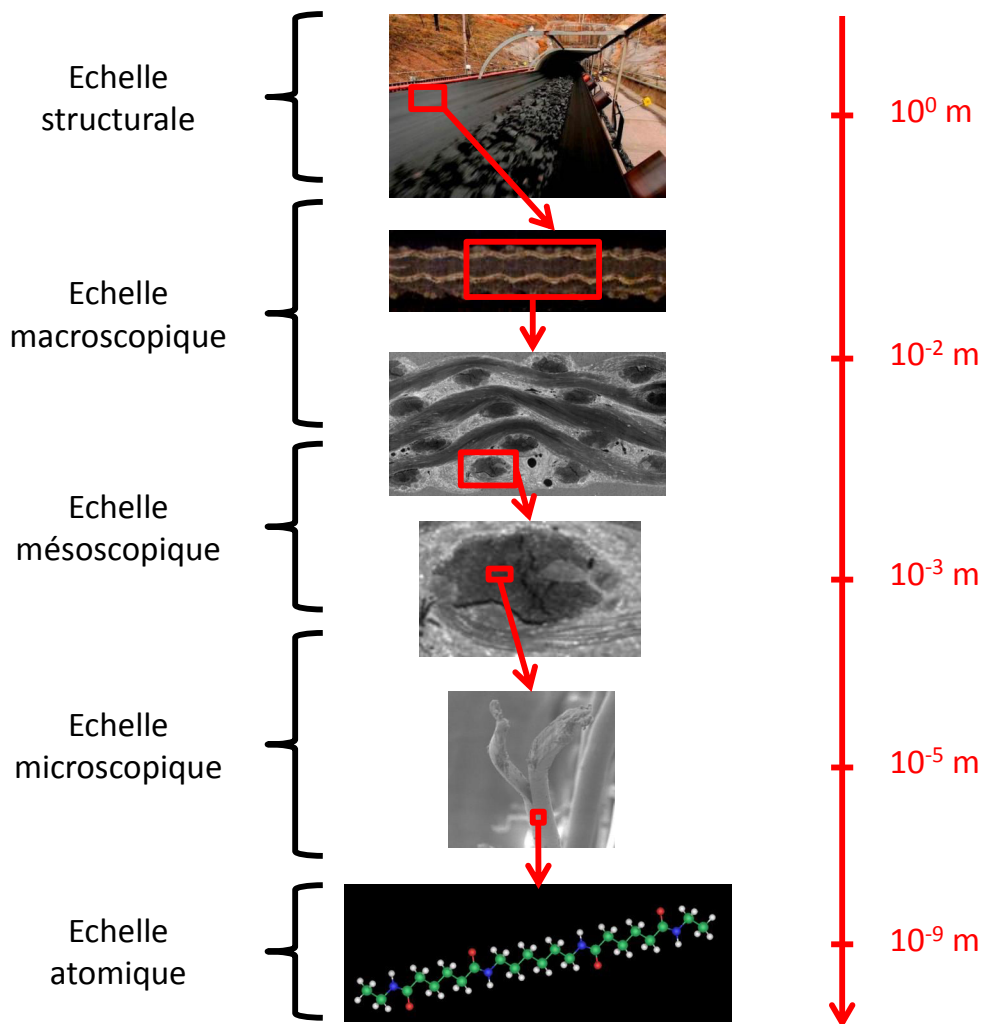


FIGURE 2.2 – Échelles d'organisation de la bande.

Les échelles associées à ces grandeurs (Fig. 2.2) sont :

- l'échelle atomique, qui est l'échelle capable de distinguer les molécules de polymère ;
- l'échelle microscopique, qui voit :
  - . les fibres et la matrice des composites unidirectionnels comme des matériaux homogènes ;
  - . les fibres constituant les fils et la matrice des composites tissés comme des matériaux homogènes ;

À cette échelle, les matériaux massifs sont aussi vus comme des matériaux homogènes ;

- l'échelle mésoscopique, qui est l'échelle capable de distinguer les fils d'un tissu mais pas les fibres qui les constituent. Ainsi, elle voit :
  - . les composites unidirectionnels comme des matériaux homogènes ;
  - . les fils et la matrice des composites tissés comme des matériaux homogènes ;
  - . les matériaux massifs comme des matériaux homogènes ;
- l'échelle macroscopique, qui voit les plis de la stratification comme étant constitués d'un matériau homogène ;
- l'échelle structurale, qui ne voit pas les plis de la stratification et qui voit donc la stratification comme un matériau homogène.

Le caractère isotrope ou anisotrope n'est ici pas très important. Il n'est donc pas précisé, d'autant que pour l'échelle structurale, par exemple, la connaissance exacte de la constitution de la stratification est nécessaire pour amener cette précision supplémentaire. À l'exception de l'échelle atomique, toutes les échelles peuvent être qualifiées d'échelle du continu, au sens où, la notion de Volume Élémentaire Représentatif (VER) peut être définie.

### 2.1.3 Choix des échelles de travail et justification de l'emploi d'une analyse de type multiéchelle

L'ordre de grandeur d'une dimension caractéristique d'un phénomène important à prendre en compte dans l'endommagement de la structure est :

- $10^{-6}$  m pour la fissuration matricielle et la rupture des fibres (qui est la cause de la rupture des fils d'un composite tissé et la cause de la rupture d'un composite unidirectionnel). La prise en compte de ces phénomènes nécessite une analyse faite à l'échelle microscopique ;
- $10^{-3}$  m pour la rupture des fils d'un tissu. La prise en compte de ces phénomènes nécessite une analyse faite à l'échelle mésoscopique.

Par conséquent, les échelles structurale et macroscopique sont trop grossières pour amener une réponse satisfaisante aux problèmes de structures que l'on rencontre classiquement. Les



phénomènes de dégradation qui doivent être pris en compte pour appréhender correctement la tenue mécanique de la structure sont invisibles à ces échelles.

Pour l'échelle microscopique, il est admis, par expérience, que des calculs de structure réalisés par la Méthode des Éléments Finis ne sont pas vraiment possibles. En effet, la discrétisation, à cette échelle, conduit à un nombre de degrés de liberté trop important entraînant des temps prohibitifs avec les puissances de calculs actuelles.

L'échelle mésoscopique semble donc mieux adaptée. Toutefois, comme pour l'échelle microscopique, la discrétisation qu'elle nécessite conduit à un nombre de degrés de liberté trop important pour un calcul sur structure.

Enfin, l'échelle atomique, qui est le niveau d'hétérogénéité le plus fin accessible à l'heure actuelle, permet de découvrir la nature moléculaire de chaque constituant des matériaux. À cette échelle, les simulations numériques se résument à la réalisation de calculs ab-initio de dynamique moléculaire. Bien que, comme son nom l'indique, les données nécessaires à cette échelle sont réduites au minimum, elle est, dans notre cas, inenvisageable car les temps de calculs seraient exorbitants. Ainsi, aucune échelle ne semble pouvoir convenir.

Les matériaux composites, et en particulier ceux à base de tissus, sont des matériaux hétérogènes dont la description peut se décliner sur une vaste gamme d'échelles. Cette interdépendance entre échelle et hétérogénéité entraîne des difficultés dans la réalisation de calculs de structures avec de tels matériaux. L'établissement, pour ces matériaux, d'un modèle pertinent doit tenir compte de leur constitution : mais cela est souvent complexe, voire impossible. Dans cette problématique des matériaux hétérogènes, des techniques de modélisation innovantes ont vu le jour dans les années 80 [Suquet, 1982] [Léné, 1984] : les processus multiéchelles. Ces techniques, basées sur des concepts théoriques généraux, sont propices à l'utilisation du calcul numérique intensif. L'apparition conjointe des calculateurs (de plus en plus puissants) a favorisé leur développement pour les rendre désormais quasiment incontournables pour l'étude de matériaux hétérogènes [Feyel et Chaboche, 2000] et particulièrement des matériaux composites. Une approche de ce type est donc parfaitement appropriée aux composites tissés. Elle permet de décrire la morphologie d'un tissu, ses phases constitutives et ses interfaces, tout en permettant l'acquisition de résultats fins dans des délais de temps raisonnables. Ce type d'approche numérique rend possible la prédiction de la réponse mécanique d'une structure composite et la compréhension des mécanismes et phénomènes locaux, sous différentes sollicitations.

Cette méthodologie considère classiquement 2 échelles. Dans notre cas, les échelles macroscopique et mésoscopique, décrites précédemment, ont été choisies pour les raisons suivantes :

- pour prévoir la rupture de la structure : cette ruine est causée par la rupture des plis. Donc, l'échelle macroscopique est bien adaptée. Cette échelle voit les plis de la structure constitués de matière continue homogène et éventuellement anisotrope ;
- la rupture des plis est provoquée :
  - . dans les plis de composite tissé, par les ruptures des fils (souvent de chaîne). Bien que la rupture des fils soient dues à la rupture des fibres du fil, l'échelle microscopique est trop fine. L'échelle mésoscopique semble bien adaptée car les fils sont visibles ;

- . dans les plis de composite unidirectionnel, par les ruptures des fibres qui induisent la ruine du pli. Mais comme pour les fils, l'échelle microscopique est trop fine. La rupture de ces plis est donc considérée à l'échelle mésoscopique.

Cependant, des modélisations multiéchelles macroscopique/microscopique, qui utilisent des approches multiéchelles simplifiées [Blassiau, 2005] ou non [Durville, 2007], existent et donnent d'excellents résultats pour des structures composites à base d'unidirectionnels seuls. Toutefois, ici, la structure est susceptible de contenir des composites tissés, ajoutant de la complexité au problème. Le choix de ces échelles pour les structures de l'étude, avec une discrétisation réaliste à l'échelle microscopique de l'ensemble des fibres, est pour l'heure inenvisageable. Néanmoins certains travaux sont à noter, comme ceux de D. Durville [Durville, 2010] [Durville, 2011], où des calculs sont menés sur des fibres à l'échelle microscopique mais avec un nombre de fibres restreints (<1000) et une discrétisation limitée de chaque fibre (32 éléments).

Schématiquement, le processus multiéchelle résout, dans un premier temps, un calcul à l'échelle macroscopique sur la structure considérée. À cette étape, les matériaux sont vus à l'échelle macroscopique. Puis dans un second temps, pour chaque point de la structure, il résout un calcul sur le VER du matériau correspondant au point, à l'échelle mésoscopique, en utilisant comme sollicitations les états macroscopiques de contraintes et de déformations. C'est l'étape de localisation. À cette étape, les matériaux sont vus à l'échelle mésoscopique. Et dans un dernier temps, le processus multiéchelle va calculer les nouvelles propriétés du matériau, à l'échelle macroscopique, par homogénéisation des propriétés mécaniques du VER.

Le choix d'un processus multiéchelle induit des propriétés matériaux adaptées à chaque échelle choisie. Les ingrédients nécessaires pour définir ces propriétés sont présentés dans la suite du chapitre.

## 2.2 Repère d'anisotropie des matériaux à l'échelle mésoscopique

### 2.2.1 Cas général

La structure considérée est formée, à l'échelle macroscopique, par des matériaux anisotropes (composites à base de fibres continues). Cette anisotropie induit une difficulté supplémentaire qui n'existe pas dans un calcul de structure où les matériaux constitutifs, de la structure étudiée, sont isotropes (à l'échelle choisie). En effet, la seule donnée des coefficients présents dans les lois de comportement pour la réalisation d'un calcul peut, à l'échelle macroscopique, ne pas être suffisante. Cette insuffisance s'explique par la constitution anisotrope supposée des plis qui montre des directions privilégiées. Par conséquent, quelle que soit l'échelle à laquelle est structure est observée, ces directions privilégiées doivent apparaître dans la modélisation de la structure.

Pour rappel, le choix d'une échelle, pour un calcul multiéchelle, impose que le VER d'un matériau, vu à cette échelle, soit constitué de matière homogène pouvant être potentiellement anisotrope. Ainsi, si cette échelle de travail ne permet pas de voir, de manière géométrique, les

directions privilégiées, alors ces directions seront implicitement incluses dans les propriétés du matériau anisotrope nécessaires à cette échelle. Obligatoirement, cela se traduit par l'association d'un repère, dit repère d'anisotropie, au matériau anisotrope considéré. Ce repère peut être choisi arbitrairement, mais généralement, il est construit à l'aide des directions privilégiées qui apparaissent en regardant le matériau à une échelle inférieure à celle de travail, et qui permet de distinguer sa constitution matérielle.

Ce repère permet ainsi d'évaluer et d'exprimer les propriétés mécaniques du matériau anisotrope considéré, nécessaires à l'échelle macroscopique. À cette échelle, la réalisation d'un calcul de structure doit inclure, comme données descriptives du comportement du matériau anisotrope, les coefficients présents dans la loi de comportement mais également, en chaque point de la structure, la position de la base du repère d'anisotropie par rapport à la base du repère de projection. Pour le calcul, le repère de projection est noté  $R^{(0)}$ . Il est réalisée, usuellement, par les angles d'Euler (précession, nutation, rotation propre) symbolisés respectivement par les lettres  $\psi$ ,  $\theta$ ,  $\varphi$ . Dans le cas de la structure considérée, la géométrie volumique de type coque, qui est supposée, permet de simplifier la construction de ces repères locaux en l'appuyant sur l'existence d'une géométrie simplifiée surfacique  $s^{(m)}$  avec, en chaque point  $M$ , le plan  $(\pi(M))$  et le repère  $R_\pi(M) = (M, \vec{\alpha}(M), \vec{\beta}(M), \vec{n}(M))$ . Pour positionner la base  $B_\pi(M)$  par rapport à la base  $B^{(0)}$ , les 3 angles d'Euler usuels, ici notés  $(\psi_\pi(M), \theta_\pi(M), \varphi_\pi(M))$ , sont nécessaires.

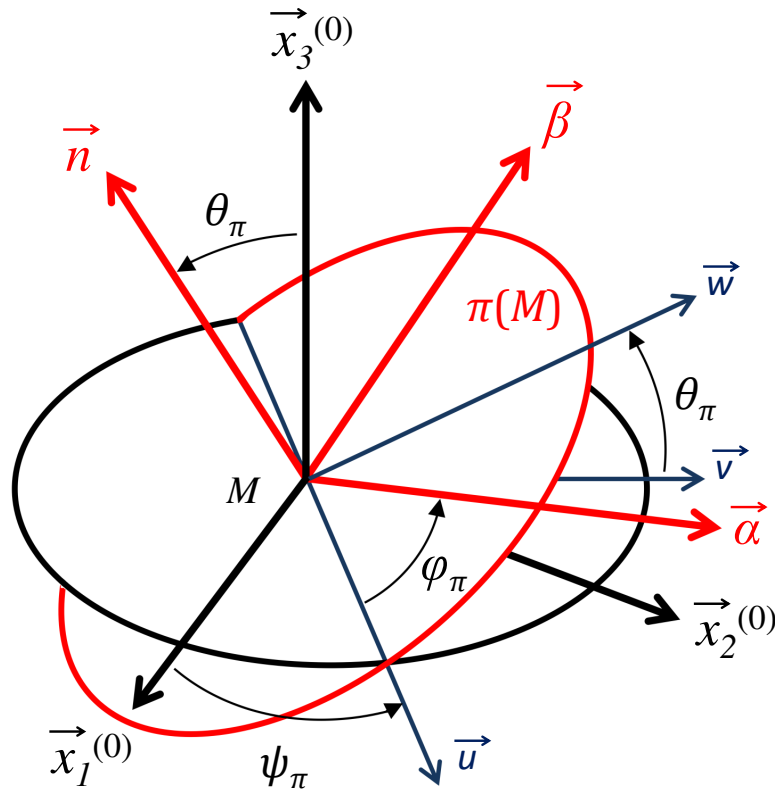


FIGURE 2.3 – Définition des angles d'Euler

À l'échelle macroscopique, chacun de ces matériaux est vu comme homogène et, à l'exception du massif, anisotrope. La définition d'un repère d'anisotropie est donc nécessaire. En se plaçant dans le cadre le plus général, un repère d'anisotropie, indistinctement baptisé  $R$ , est associé à chacun de ces matériaux. L'origine du repère est notée  $O$  et sa base orthonormée directe  $B = (\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3)$ . Suivant les cas, le repère  $R$  sera ensuite précisé.

### 2.2.2 Les matériaux massifs

Un regard sur le matériau massif, à l'échelle atomique, montre qu'il est constitué des mêmes molécules/atomes arrangés aléatoirement pour les polymères amorphes. Le VER d'un tel matériau est donc vu, à toutes les échelles du continu, comme constitué de matière homogène et isotrope. En ce qui concerne les polymères semi-cristallins, ils présentent, jusqu'à l'échelle microscopique, des zones cristallines ordonnées et orientées. Cependant, à l'échelle mésoscopique, ils sont considérés homogènes et statistiquement isotropes. N'importe quel repère peut donc être pris comme repère d'anisotropie pour les échelles mésoscopique, macroscopique et structurale. Le repère d'anisotropie associé au VER du matériau massif est noté  $R^{(iso)}$ ,  $O^{(iso)}$  étant son origine et  $B^{(iso)} = (\vec{x}_1^{(iso)}, \vec{x}_2^{(iso)}, \vec{x}_3^{(iso)})$  désignant sa base prise comme étant orthonormée directe. Dans ces conditions, le comportement de ce matériau présente une monoclinicité d'axe  $(\vec{x}_3^{(iso)})$ , en particulier.

L'historique thermo-mécanique du polymère (amorphe ou semi-cristallin), engendré par exemple, par le processus de fabrication, peut rendre le matériau anisotrope dès l'échelle atomique. Dans notre cas, les matériaux massifs sont considérés, à partir de l'échelle mésoscopique, comme homogènes et isotropes.

### 2.2.3 Les matériaux composites unidirectionnels

Un regard sur le composite unidirectionnel, à l'échelle microscopique, permet de découvrir la microstructure fibreuse du matériau. Aux échelles supérieures, cette microstructure fibreuse du matériau devient invisible. Le VER d'un matériau composite unidirectionnel, à l'échelle mésoscopique et à l'échelle macroscopique, est donc vu comme constitué de matière homogène mais anisotrope. Le repère d'anisotropie, associé au VER du composite unidirectionnel, est noté  $R^{(uni)}$ ,  $O^{(uni)}$  étant son origine et  $B^{(uni)} = (\vec{x}_1^{(uni)}, \vec{x}_2^{(uni)}, \vec{x}_3^{(uni)})$  désignant sa base prise comme étant orthonormée directe. L'observation du matériau, à l'échelle microscopique, montre que les fibres longues d'un composite unidirectionnel sont toutes alignées dans la même direction. Le vecteur  $\vec{x}_1^{(uni)}$  est pris colinéaire à la direction des fibres. Les fibres sont toutes contenues dans des plans parallèles à un plan unique. Le vecteur  $\vec{x}_3^{(uni)}$  est pris colinéaire à la direction orthogonale à ce plan. Le vecteur  $\vec{x}_2^{(uni)}$  est alors  $\vec{x}_2^{(uni)} = \vec{x}_3^{(uni)} \wedge \vec{x}_1^{(uni)}$ . Dans ces conditions, le comportement du composite unidirectionnel présente une monoclinicité d'axe  $(\vec{x}_3^{(uni)})$ . En général, les matériaux composites unidirectionnels sont orthotropes (9 modules d'élasticité indépendants) ou bien isotropes transverses d'axe  $(\vec{x}_1^{(uni)})$  (5 modules d'élasticité indépendants).

### 2.2.4 Les matériaux composites tissés

Les matériaux composites tissés sont constitués de manière très générale par :

- des couches de fils de chaîne ;

- des nappes de fils de chaîne ;
- des couches de fils de trame ;
- des nappes de fils de trame.

Un regard sur le composite tissé, à l'échelle mésoscopique, permet de découvrir la méso-structure tissée du matériau. À l'échelle supérieure (macroscopique), la mésostructure tissée du matériau devient invisible. Le VER d'un matériau composite tissé, à l'échelle macroscopique, est vu comme constitué de matière homogène mais anisotrope. Le repère d'anisotropie, associé au VER du composite tissé, est noté  $R^{(tissu)}$ ,  $O^{(tissu)}$  désignant son origine et  $B^{(tissu)} = (\vec{x}_1^{(tissu)}, \vec{x}_2^{(tissu)}, \vec{x}_3^{(tissu)})$  désignant sa base prise comme étant orthonormée directe. Les plans moyens des nappes et des couches sont tous parallèles à un plan unique. Le vecteur  $\vec{x}_3^{(tissu)}$  est pris colinéaire à la direction orthogonale à ce plan. Le vecteur  $\vec{x}_1^{(tissu)}$  est pris colinéaire à la direction moyenne de tous les fils de chaîne. Le vecteur  $\vec{x}_2^{(tissu)}$  est alors  $\vec{x}_2^{(tissu)} = \vec{x}_3^{(tissu)} \wedge \vec{x}_1^{(tissu)}$ . Il est aussi supposé que le vecteur  $\vec{x}_2^{(tissu)}$  coïncide avec à la direction moyenne de tous les fils de trame. Dans le cas contraire, l'anisotropie du matériau homogène peut induire des couplages nuisibles. En général, la direction des fils de chaîne est orthogonale à la direction des fils de trame. Cependant, des configurations plus complexes peuvent exister. Par exemple, la direction donnée par le vecteur  $\vec{x}_1^{(tissu)}$  peut résulter de l'existence de deux familles de direction de fils de chaîne, orientées symétriquement par rapport à cette direction. Cette configuration peut aussi être retrouvée pour les fils de trame. Dans ces conditions, le comportement du composite tissé présente une monoclinicité d'axe ( $\vec{x}_3^{(tissu)}$ ). Malgré leur architecture complexe, ces matériaux sont généralement proche d'être, voire exactement, orthotropes.

À l'échelle mésoscopique, l'ondulation des fils de chaîne et de trame est visible. Cette description géométrique pourrait suffire si le matériau constitutif des fils était isotrope et non, constitués d'un assemblage, plus ou moins complexe, de fibres. À l'échelle mésoscopique, bien qu'ils soient vus comme constitués de matière homogène, cette matière est anisotrope, et plus généralement, isotrope transverse. Il est donc nécessaire de définir en chaque point de ces fils, un repère local d'anisotropie, qui doit être positionné dans le repère  $R^{(tissu)}$  (pris implicitement comme le repère de projection pour l'analyse à l'échelle mésoscopique du composite tissé), car les vecteurs  $\vec{x}_1^{(tissu)}$  et  $\vec{x}_2^{(tissu)}$  n'indiquent en général, pas ces directions locales d'anisotropie.

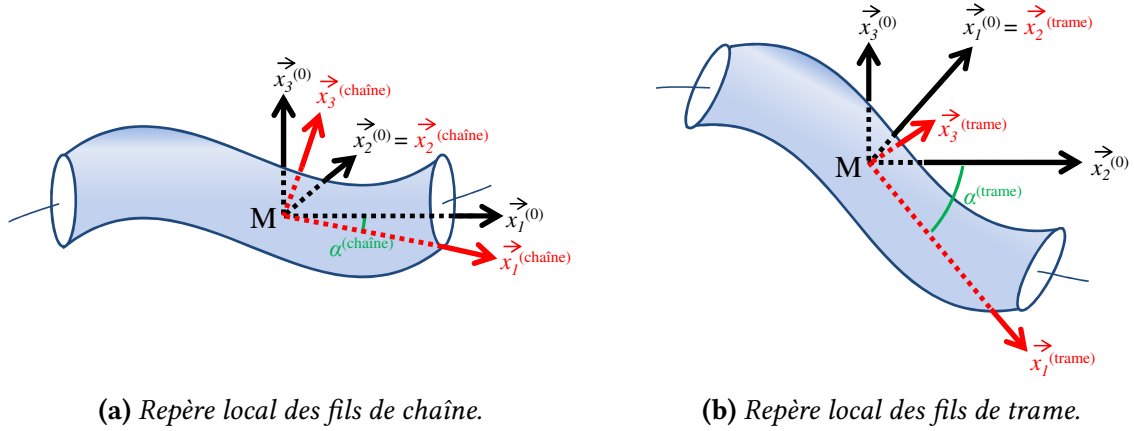
Par conséquent, pour un fil de chaîne identifié, un repère local est défini (Fig. 2.4 (a)). Ce repère est défini en chaque point  $M$  de sa ligne moyenne. Il est noté  $R^{(chaîne)}(M)$ , avec le point  $M$  comme origine. Sa base orthonormée directe est notée  $B^{(chaîne)}(M) = (\vec{x}_1^{(chaîne)}(M), \vec{x}_2^{(chaîne)}(M), \vec{x}_3^{(chaîne)}(M))$ . Les angles d'Euler usuels ( $\psi^{(chaîne)}(M), \theta^{(chaîne)}(M), \varphi^{(chaîne)}(M)$ ) permettent de mettre en coïncidence  $B^{(tissu)}$  et  $B^{(chaîne)}(M)$ . Pour un fil constitué de matière isotrope transverse, seul le vecteur  $\vec{x}_1^{(chaîne)}(M)$  est important. Dans le cas où le fil de chaîne considéré est orthogonal à la direction ( $\vec{x}_2^{(tissu)}$ ), le  $\vec{x}_2^{(chaîne)}(M)$  est pris colinéaire à  $\vec{x}_2^{(tissu)}$ . Les autres vecteurs  $\vec{x}_1^{(chaîne)}(M)$  et  $\vec{x}_3^{(chaîne)}(M)$  se déduisent alors respectivement de  $\vec{x}_1^{(tissu)}$  et  $\vec{x}_3^{(tissu)}$  par une rotation, en  $M$ , d'angle  $\alpha^{(chaîne)}(M) = (\widehat{\vec{x}_1^{(tissu)}, \vec{x}_1^{(chaîne)}(M)})$ . Cet angle est défini comme l'angle que fait la tangente à la ligne moyenne du fil, en  $M$ , avec la direction

orientée par  $\vec{x}_1^{(tissu)}$ . Les angles d'Euler, pour les fils de chaîne, sont définis comme :

$$\psi^{(chaîne)}(M) = \frac{\pi}{2}, \theta^{(chaîne)}(M) = 2\pi - \alpha^{(chaîne)}(M), \varphi^{(chaîne)}(M) = \frac{3\pi}{2}$$

Comme pour les fils de chaîne, un repère local est construit pour chaque fil de trame (Fig. 2.4 (b)). Ce repère est défini en chaque point  $M$  de sa ligne moyenne. Il est noté  $R^{(trame)}(M)$  et il a pour origine le point  $M$ . Sa base orthonormée directe est notée  $B^{(trame)}(M) = (\vec{x}_1^{(trame)}(M), \vec{x}_2^{(trame)}(M), \vec{x}_3^{(trame)}(M))$ . Les angles d'Euler usuels ( $\psi_{trame}(M), \theta_{trame}(M), \varphi_{trame}(M)$ ) permettent de mettre en coïncidence  $B^{(tissu)}$  et  $B^{(trame)}(M)$ . Pour un fil constitué de matière isotrope transverse, seul le vecteur  $\vec{x}_2^{(chaîne)}(M)$  est important. Dans le cas où le fil de trame considéré est orthogonal à la direction  $(\vec{x}_1^{(tissu)})$ , le  $\vec{x}_2^{(trame)}(M)$  est pris colinéaire à  $-\vec{x}_1^{(tissu)}$ . Les autres vecteurs  $\vec{x}_1^{(trame)}(M)$  et  $\vec{x}_3^{(trame)}(M)$  se déduisent respectivement de  $\vec{x}_2^{(tissu)}$  et  $\vec{x}_3^{(tissu)}$  par une rotation, en  $M$ , d'angle  $\alpha_{trame}(M) = (\widehat{\vec{x}_2^{(tissu)}, \vec{x}_2^{(trame)}(M)})$ . Cet angle est défini comme l'angle que fait la tangente à la ligne moyenne, en  $M$  avec la direction orientée par  $\vec{x}_2^{(tissu)}$ . Les angles d'Euler, pour les fils de trame, sont définis comme :

$$\psi_{trame}(M) = 0, \theta_{trame}(M) = \alpha_{trame}(M), \varphi_{trame}(M) = \frac{\pi}{2}$$



**FIGURE 2.4** – Repères locaux des fils positionnés par rapport au repère local du tissu.

Il y a autant de repères locaux qu'il y a de fils de chaîne et de fils de trame. La distinction entre ces repères n'a pas été faite et les repères ont été présentés de manière générale. Toutefois, si la mention et la distinction de chaque repère devient nécessaire, alors pour un fil identifié au sein d'une nomenclature par la symbolique  $IdF$ , la notation du repère devient  $R^{(chaîne/IdF)}(M)$  ou bien  $R^{(trame/IdF)}(M)$ . Cette notation est également valable pour toutes les autres grandeurs (origine, base, vecteurs, angles...).

## 2.3 Position des repères d'anisotropie à l'échelle macroscopique

### 2.3.1 Hypothèse sur la stratification des matériaux de la structure

Soit  $S^{(strat)}$ , une structure stratifiée constituée par l'empilement quelconque de  $a$  plis de composites tissés différents ou non, de  $b$  plis de composites unidirectionnels différents ou non et de  $c$  plis de matériaux massifs différents ou non. Cette définition est prise de telle sorte que le troisième vecteur de tous les repères d'anisotropie (notés auparavant pour chaque type de matériau,  $\vec{x}_3^{(iso)}$ ,  $\vec{x}_3^{(uni)}$ ,  $\vec{x}_3^{(tissu)}$ ) soit identique pour tous les matériaux. En revanche, les bases dans le plan orthogonal ne sont, a priori, pas confondues.

### 2.3.2 La structure à l'échelle structurale

L'analyse de la structure  $S^{(strat)}$  est réalisée par rapport au repère  $R^{(0)} = (O^{(0)}, \vec{x}_1^{(0)}, \vec{x}_2^{(0)}, \vec{x}_3^{(0)})$  (supposé galiléen). Ce repère est également choisi, pour l'analyse à l'échelle macroscopique, comme repère de projection. Afin de faciliter la description de la structure à l'échelle macroscopique, un passage préalable, par l'échelle structurale, est réalisé.

L'échelle structurale est l'échelle qui voit la structure stratifiée constituée d'un matériau homogène anisotrope. Le repère d'anisotropie est noté  $R^{(strat)}$ , pour lequel  $O^{(strat)}$  désigne l'origine et  $B^{(strat)} = (\vec{x}_1^{(strat)}, \vec{x}_2^{(strat)}, \vec{x}_3^{(strat)})$  la base orthonormée directe. L'ordre de grandeur des longueurs est le mètre.

Au sein de la structure, le repère  $R^{(strat)}$  prend une orientation qui dépend du point  $M$  considéré. Cette dépendance est notée  $R^{(strat)}(M) : R^{(strat)}(M) = (M, B^{(strat)}(M))$  avec  $B^{(strat)}(M) = (\vec{x}_1^{(strat)}(M), \vec{x}_2^{(strat)}(M), \vec{x}_3^{(strat)}(M))$ .

La géométrie, de la structure au repos, est telle que sa surface moyenne admet, en chaque point  $M$ , un repère local  $R_\pi(M) = (M, \vec{\alpha}(M), \vec{\beta}(M), \vec{n}(M))$ . Le positionnement de la base  $B^{(strat)}(M)$  est alors choisi par rapport à la base  $B_\pi(M)$  en donnant les 3 angles d'Euler usuels, notés  $(\psi^{(strat)}(M), \theta^{(strat)}(M), \varphi^{(strat)}(M))$ .

Finalement, à l'échelle structurale, dans le cas le plus général, la donnée des propriétés du matériau nécessitent :

- le repère  $R_\pi(M)$ , positionné par rapport à  $R^{(0)}$  avec les angles  $(\psi_\pi(M), \theta_\pi(M), \varphi_\pi(M))$  ;
- le repère  $R^{(strat)}$  positionné par rapport à  $R_\pi(M)$  avec les angles  $(\psi^{(strat)}(M), \theta^{(strat)}(M), \varphi^{(strat)}(M))$ .

La constitution stratifiée, du VER du matériau de la structure à l'échelle structurale, présente une monoclinicité d'axe ( $\vec{x}_3^{(strat)}$ ), et suppose, localement, que  $\vec{x}_3^{(strat)}(M) = \vec{n}(M)$ . Ainsi, il est judicieux de prendre  $B^{(strat)}(M) = (\vec{x}_1^{(strat)}(M), \vec{x}_2^{(strat)}(M), \vec{x}_3^{(strat)}(M) = \vec{n}(M))$ . Dans ce cas, pour positionner la base  $B^{(strat)}(M)$  par rapport à la base  $B_\pi(M)$ , un seul angle, noté  $\gamma(M)$ , est nécessaire :  $\gamma(M) = (\vec{\alpha}(M), \vec{x}_1^{(strat)}(M))$ . Si les données physiques du problème

conduisent à la possibilité de choisir en plus  $\vec{\alpha}(M) = \vec{x}_1^{(strat)}(M)$  et  $\vec{\beta}(M) = \vec{x}_2^{(strat)}(M)$  alors  $R_\pi(M)$  et  $R^{(strat)}(M)$  sont confondus. Finalement, à l'échelle structurale, dans ce cas particulier, la donnée des propriétés du matériau nécessitent seulement le repère  $R^{(strat)}(M)$  positionné par rapport à  $R^{(0)}$  avec les angles  $(\psi^{(strat)}(M), \theta^{(strat)}(M), \varphi^{(strat)}(M))$ .

Cependant, comme il l'a été précédemment montré, cette échelle est trop grossière pour amener une réponse satisfaisante aux problèmes de structures que l'on rencontre classiquement. En effet, les phénomènes de dégradation qui doivent être pris en compte, afin d'appréhender correctement la tenue mécanique de la structure, sont invisibles à cette échelle. Pourtant, elle sert d'appui à l'échelle macroscopique justifiant ainsi sa présence.

### 2.3.3 La structure à l'échelle macroscopique

L'échelle macroscopique voit l'organisation stratifiée de la structure. Cette échelle est aussi qualifiée d'échelle du stratifié. Les longueurs caractéristiques de cette échelle sont de l'ordre du centimètre. Les matériaux, qui constituent les plis du stratifié, peuvent être des matériaux anisotropes. L'association d'un repère d'anisotropie est donc nécessaire. Pour le pli  $p$ , le repère d'anisotropie du VER de son matériau homogène constitutif est défini par  $R^{(p)} = (O^{(p)}, \vec{x}_1^{(p)}, \vec{x}_2^{(p)}, \vec{x}_3^{(p)})$ . En fonction des cas,  $R^{(p)} = R^{(iso)} / R^{(uni)} / R^{(tissu)}$ .

Au sein de la structure, dans le repère  $R^{(0)}$  pris comme repère de projection, chaque repère  $R^{(p)}$  prend une orientation qui dépend du point  $M$  considéré. Cette dépendance est notée  $R^{(p)}(M) : R^{(p)}(M) = (M, B^{(p)}(M))$  avec  $B^{(p)}(M) = (\vec{x}_1^{(p)}(M), \vec{x}_2^{(p)}(M), \vec{x}_3^{(p)}(M))$ .

Les hypothèses géométriques, qui ont été faites, permettent d'affirmer que chaque pli est assimilable à sa surface moyenne. Ces mêmes hypothèses définissent la surface moyenne de chaque pli comme identique à la surface moyenne du stratifié pour laquelle, en chaque point  $M$ , l'existence du repère  $R^{(strat)}(M) = (M, B^{(strat)}(M))$  est vérifiée. Pour cette raison, la base  $B^{(p)}(M)$  est positionnée par rapport à la base  $B^{(strat)}(M)$  avec les 3 angles d'Euler usuels, notés  $(\psi^{(p)}(M), \theta^{(p)}(M), \varphi^{(p)}(M))$ .

Finalement, à l'échelle macroscopique, dans le cas le plus général, dans le repère  $R^{(0)}$  pris comme repère de projection, la donnée des propriétés des matériaux nécessitent :

- le repère  $R_\pi(M)$  positionné par rapport à  $R^{(0)}$  avec les angles  $(\psi_\pi(M), \theta_\pi(M), \varphi_\pi(M))$  ;
- le repère  $R^{(strat)}(M)$  positionné par rapport à  $R_\pi(M)$  avec les angles  $(\psi^{(strat)}(M), \theta^{(strat)}(M), \varphi^{(strat)}(M))$  ;
- chaque repère  $R^{(p)}(M)$  positionné par rapport à  $R^{(strat)}(M)$  avec  $(\psi^{(p)}(M), \theta^{(p)}(M), \varphi^{(p)}(M))$ .

La constitution du matériau homogène, de chaque pli, présente une monoclinicité d'axe  $(\vec{x}_3^{(p)})$ , et suppose, localement, que  $\vec{x}_3^{(p)}(M) = \vec{n}(M)$ . Ainsi, il est judicieux de prendre  $B^{(strat)}(M) = (\vec{x}_1^{(strat)}(M), \vec{x}_2^{(strat)}(M), \vec{x}_3^{(strat)}(M) = \vec{n}(M))$ . Dans ce cas, pour positionner la base  $B^{(strat)}(M)$  par rapport à la base  $B_\pi(M)$ , un seul angle, noté  $\gamma(M)$ , est nécessaire :  $\gamma(M) = (\vec{\alpha}(M), \widehat{\vec{x}_1^{(strat)}(M)})$ . Ensuite, pour positionner la base  $B^{(p)}(M)$  par rapport à la base  $B^{(strat)}(M)$ , un seul angle, noté



$\gamma^{(p)}(M)$ , est nécessaire :  $\gamma^{(p)}(M) = (\widehat{\vec{x}_1^{(strat)}(M)}, \vec{x}_1^{(p)}(M))$ . Si les données physiques du problème conduisent à la possibilité de choisir en plus  $\vec{\alpha}(M) = \vec{x}_1^{(strat)}(M)$  et  $\vec{\beta}(M) = \vec{x}_2^{(strat)}(M)$  alors  $R_\pi(M)$  et  $R^{(strat)}(M)$  sont confondus. Finalement, à l'échelle macroscopique, dans ce cas particulier, dans le repère  $R^{(0)}$  pris comme repère de projection, la donnée des propriétés des matériaux nécessitent :

- le repère  $R^{(strat)}(M)$  positionné par rapport à  $R^{(0)}$  avec les angles  $(\psi^{(strat)}(M), \theta^{(strat)}(M), \varphi^{(strat)}(M))$  ;
- chaque repère  $R^{(p)}(M)$  positionné par rapport à  $R^{(strat)}(M)$  avec l'angle  $\gamma^{(p)}(M)$ .

Comme pour l'échelle structurale, il a été reconnu, notamment par expérience, que cette échelle est trop grossière pour amener une réponse satisfaisante aux problèmes de structures classiquement rencontrés. En effet, les phénomènes de dégradation qui doivent être pris en compte pour appréhender correctement la tenue mécanique de la structure sont, à l'exception du délaminage entre plis, invisibles à cette échelle. Cependant, elle devient pertinente, lorsqu'elle est couplée avec une échelle plus fine. Dans cette étude, c'est l'échelle mésoscopique qui a été choisie. Ces deux échelles vont se coupler dans le cadre d'une approche multiéchelle.

## 2.4 Notations pour le calcul multiéchelle

### 2.4.1 Échelle macroscopique

Un calcul à l'échelle macroscopique travaille par rapport au repère  $R^{(0)} = (O^{(0)}, \vec{x}_1^{(0)}, \vec{x}_2^{(0)}, \vec{x}_3^{(0)})$  : c'est le repère de dérivation supposé galiléen. Dans ce repère, pris aussi comme repère de projection, un point  $M$  est repéré par ses coordonnées cartésiennes  $(X_i^{(0)})_{i=1,2,3}$  et les champs respectivement de déplacement, de contraintes et de déformations sont notés :

- $\vec{U}^{(0)}(M) = (U_i^{(0)}(M))_{i=1,2,3}$  ;
- $\Sigma^{(0)}(M) = (\Sigma_{ij}^{(0)}(M))_{i,j=1,2,3}$  ;
- $E^{(0)}(M) = (E_{ij}^{(0)}(M))_{i,j=1,2,3}$ .

La loi de comportement élastique linéaire est écrite  $\Sigma^{(0)}(M) = c^{(0)}(M) \times E^{(0)}(M)$  ou de manière équivalente  $E^{(0)}(M) = C^{(0)}(M) \times \Sigma^{(0)}(M)$ , où les tenseurs de rigidité et de souplesse sont respectivement  $c^{(0)}(M) = (c_{ijkl}^{(0)}(M))_{i,j,k,h=1,2,3}$  et  $C^{(0)}(M) = (C_{ijkl}^{(0)}(M))_{i,j,k,h=1,2,3}$ , avec les symétries usuelles.

Les bases principales des contraintes et des déformations sont respectivement notées  $b_\Sigma^{(0)}(M) = (\vec{p}_1^{(0)}(M), \vec{p}_2^{(0)}(M), \vec{p}_3^{(0)}(M))$  et  $b_E^{(0)}(M) = (\vec{q}_1^{(0)}(M), \vec{q}_2^{(0)}(M), \vec{q}_3^{(0)}(M))$ . En raison de la symétrie des tenseurs des contraintes et des déformations, les bases  $b_\Sigma^{(0)}(M)$  et  $b_E^{(0)}(M)$  peuvent être choisies comme étant orthonormées directes. Les contraintes et les déformations principales sont respectivement notées  $(\Sigma_I^{(0)}(M), \Sigma_{II}^{(0)}(M), \Sigma_{III}^{(0)}(M))$  et  $(E_I^{(0)}(M), E_{II}^{(0)}(M), E_{III}^{(0)}(M))$ .

Ces valeurs sont rangées, en valeurs absolues, par ordre décroissant. Ainsi, par exemple,  $\vec{p}_1^{(0)}(M)$  est le vecteur propre qui correspond à la plus grande valeur propre  $\Sigma_I^{(0)}(M)$  du tenseur des contraintes.

Il peut être pratique d'utiliser d'autres repères de projection. Par exemple, le repère  $R^{(strat)}(M)$  positionné par rapport à  $R_\pi(M)$  avec les angles  $(\psi^{(strat)}(M), \theta^{(strat)}(M), \varphi^{(strat)}(M))$ . Avec  $R^{(strat)}(M)$  comme repère de projection, les champs respectivement de déplacement, de contraintes et de déformations sont notés :

- $\vec{U}^{(strat)}(M) = (U_i^{(strat)}(M))_{i=1,2,3}$  ;
- $\Sigma^{(strat)}(M) = (\Sigma_{ij}^{(strat)}(M))_{i,j=1,2,3}$  ;
- $E^{(strat)}(M) = (E_{ij}^{(strat)}(M))_{i,j=1,2,3}$ .

La loi de comportement élastique linéaire est écrite  $\Sigma^{(strat)}(M) = c^{(strat)}(M) \times E^{(strat)}(M)$  ou de manière équivalente  $E^{(strat)}(M) = C^{(strat)}(M) \times \Sigma^{(strat)}(M)$ , où les tenseurs de rigidité et de souplesse sont respectivement  $c^{(strat)}(M) = (c_{ijkh}^{(strat)}(M))_{i,j,k,h=1,2,3}$  et  $C^{(strat)}(M) = (C_{ijkh}^{(strat)}(M))_{i,j,k,h=1,2,3}$ . Attention :  $c^{(strat)}$  et  $C^{(strat)}$ , ne désignent pas respectivement les tenseurs de rigidité et souplesse de la stratification vue comme homogène.

Compte tenu de la spécificité stratifiée de la structure, l'analyse du calcul doit être effectuée dans le repère local de chaque pli. Le choix de ce repère permet de comprendre comment les états de contrainte et de déformation se répartissent dans les renforts des matériaux, et ainsi répondre, par exemple, aux questions suivantes :

- le pli  $p$  est-il judicieusement orienté pour reprendre les efforts auxquels il est soumis ?
- les états de contrainte et de déformation dans le pli  $p$  risquent-ils de le faire rompre ?

Ainsi, la restriction des différentes grandeurs physiques peut être facilement analysée dans chacun des plis  $p$  par l'utilisation de chaque repère  $R^{(p)}(M)$  positionné par rapport à  $R^{(strat)}(M)$  avec  $(\psi^{(p)}(M), \theta^{(p)}(M), \varphi^{(p)}(M))$ . Avec  $R^{(p)}(M)$  comme repère de projection, les champs respectivement de déplacements, de contraintes et de déformations sont notés :

- $\vec{U}^{(p)}(M) = (U_i^{(p)}(M))_{i=1,2,3}$  ;
- $\Sigma^{(p)}(M) = (\Sigma_{ij}^{(p)}(M))_{i,j=1,2,3}$  ;
- $E^{(p)}(M) = (E_{ij}^{(p)}(M))_{i,j=1,2,3}$ .

La loi de comportement élastique linéaire est écrite  $\Sigma^{(p)}(M) = c^{(p)}(M) \times E^{(p)}(M)$  ou de manière équivalente  $E^{(p)}(M) = C^{(p)}(M) \times \Sigma^{(p)}(M)$ , où les tenseurs de rigidité et de souplesse sont respectivement  $c^{(p)}(M) = (c_{ijkh}^{(p)}(M))_{i,j,k,h=1,2,3}$  et  $C^{(p)}(M) = (C_{ijkh}^{(p)}(M))_{i,j,k,h=1,2,3}$ . Attention :  $c^{(p)}(M)$  et  $C^{(p)}(M)$ , correspondent aux tenseurs de rigidité et de souplesse du pli  $p$  vue comme homogène en  $M$ . La dépendance par rapport à  $M$  ne doit pas être enlevée, car elle indique qu'elle est susceptible d'évoluer en raison de la présence des mêmes phénomènes physiques existant en tout point  $M$ , mais qui n'évoluent pas forcément de manière identique d'un point à l'autre. Pour réaliser l'analyse de l'état d'un pli  $p$  identifié, la notation allégée se note :

- $\vec{U}^{(p)}(M) = \vec{U}(M) = (U_i(M))_{i=1,2,3}$  ;
- $\Sigma^{(p)}(M) = \Sigma(M) = (\Sigma_{ij}(M))_{i,j=1,2,3}$  ;
- $E^{(p)}(M) = E(M) = (E_{ij}(M))_{i,j=1,2,3}$  ;
- $c^{(p)}(M) = c(M) = (c_{ijkh}(M))_{i,j,k,h=1,2,3}$  et  $C^{(p)}(M) = C(M) = (C_{ijkh}(M))_{i,j,k,h=1,2,3}$ .

## 2.4.2 Échelle mésoscopique. Cas général

L'étape de localisation (faite en tout point  $M$  de l'échelle macroscopique) du procédé multi-échelle ramène, à l'échelle mésoscopique, les grandeurs macroscopiques du point  $M$ . En raison du caractère stratifié de la structure, l'analyse s'effectue, à l'échelle mésoscopique, pli par pli. Pour le pli  $p$ , l'analyse est réalisée dans le repère d'anisotropie du pli  $p$ , avec  $R^{(p)}$  pris comme repère de projection. Pour un pli identifié, ce repère, noté auparavant  $R$ , devient selon le matériau (massif, composite unidirectionnel ou composite tissé) du pli  $p$   $R = R^{(iso)} / R^{(uni)} / R^{(tissu)}$ .

Finalement,  $\Sigma^{(p)}(M)$  ou  $E^{(p)}(M)$  sollicite au point macroscopique  $M$ , le VER du matériau du pli  $p$  vu à l'échelle mésoscopique. Le VER est vu, à cette échelle, comme un assemblage structural de constituants élémentaires supposés homogènes. La mention du point  $M$  n'est pas indispensable, dans la mesure, où l'influence de l'échelle macroscopique dans l'échelle mésoscopique ne se traduit qu'au travers des champs macroscopiques en  $M$ , qui sont symboliquement, les conditions aux limites du problème à résoudre à l'échelle mésoscopique.

L'analyse de la structure à l'échelle mésoscopique travaille, pour chaque pli  $p$ , par rapport au repère de dérivation  $R = (O, \vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3)$ , qui est également pris comme repère de projection. Dans ce repère, à cette échelle, un point  $M$  est repéré par ses coordonnées cartésiennes  $(x_i)_{i=1,2,3}$  et les champs respectivement de déplacements, de contraintes et de déformations sont notés :

- $\vec{u}(M) = (u_i(M))_{i=1,2,3}$  ;
- $\sigma(M) = (\sigma_{ij}(M))_{i,j=1,2,3}$  ;
- $\varepsilon(M) = (\varepsilon_{ij}(M))_{i,j=1,2,3}$ .

La loi de comportement élastique linéaire est écrite  $\sigma(M) = a(M) \times \varepsilon(M)$  ou de manière équivalente  $\varepsilon(M) = A(M) \times \sigma(M)$ , où les tenseurs de rigidité et de souplesse sont respectivement  $a(M) = (a_{ijkh}(M))_{i,j,k,h=1,2,3}$  et  $A(M) = (A_{ijkh}(M))_{i,j,k,h=1,2,3}$ , avec les symétries usuelles. Les sollicitations macroscopiques appliquées au VER sont notées  $\Sigma$  et  $E$ .

Les bases principales des contraintes et des déformations sont respectivement notées  $b_\sigma(M) = (\vec{p}_1(M), \vec{p}_2(M), \vec{p}_3(M))$  et  $b_\varepsilon(M) = (\vec{q}_1(M), \vec{q}_2(M), \vec{q}_3(M))$ . Les contraintes et les déformations principales sont respectivement notées  $(\sigma_I(M), \sigma_{II}(M), \sigma_{III}(M))$  et  $(\varepsilon_I^{(0)}(M), \varepsilon_{II}^{(0)}(M), \varepsilon_{III}^{(0)}(M))$ . Ces valeurs sont rangées par ordre décroissant. Ainsi, par exemple,  $\vec{p}_1(M)$  est le vecteur propre qui correspond, au point  $M$ , à la plus grande valeur propre  $\sigma_I(M)$  du tenseur des contraintes en  $M$ .

### 2.4.3 Échelle mésoscopique. Cas des matériaux composites tissés

Pour les matériaux massifs et composites unidirectionnels, les notations précédentes suffisent car, la matière est vue, à l'échelle mésoscopique, comme homogène. En revanche, pour les composites tissés, à l'échelle mésoscopique, les fils de chaîne et de trame sont visibles. Et bien qu'ils soient vus comme constitués de matière homogène, ils sont néanmoins anisotropes. Cela a motivé la création des repères locaux (pour chaque fil, et en chacun de ses points)  $R^{(chaîne)}(M)$  et  $R^{(trame)}(M)$ . Ces repères peuvent donc être pris comme repère de projection. Dans ces repères, les champs respectivement de contraintes et de déformations, en un point  $M$ , sont notés :

- $\sigma^{(chaîne)}(M) = (\sigma_{ij}^{(chaîne)}(M))_{i,j=1,2,3}$  ;
- $\varepsilon^{(chaîne)}(M) = (\varepsilon_{ij}^{(chaîne)}(M))_{i,j=1,2,3}$ .

La loi de comportement élastique linéaire est écrite  $\sigma^{(chaîne)}(M) = a^{(chaîne)}(M) \times \varepsilon^{(chaîne)}(M)$  ou de manière équivalente  $\varepsilon^{(chaîne)}(M) = A^{(chaîne)}(M) \times \sigma^{(chaîne)}(M)$ , où les tenseurs de rigidité et de souplesse sont respectivement  $a^{(chaîne)}(M) = (a_{ijkh}^{(chaîne)}(M))_{i,j,k,h=1,2,3}$  et  $A^{(chaîne)}(M) = (A_{ijkh}^{(chaîne)}(M))_{i,j,k,h=1,2,3}$ , avec les symétries usuelles.

Comme pour les repères, si la mention et la distinction de chaque fil devient nécessaire, alors pour un fil identifié au sein d'une nomenclature par la symbolique  $IdF$ , la notation des grandeurs devient, par exemple,  $a^{(chaîne/IdF)}(M)$ .

Dans ce chapitre, le cadre conceptuel de l'étude a été présenté. Les différents matériaux, pouvant constituer la structure, ont été présentés ainsi que les différentes échelles auxquelles ils appartiennent. De plus, afin de prendre en compte les sollicitations de la structure mais aussi les phénomènes de dégradation de la structure, une approche multiéchelle, utilisant les échelles macroscopique et mésoscopique, a été proposée. Devant le caractère hétérogène, anisotrope et multiéchelle de la structure, un certain nombre de repères a été défini. Enfin, un système de notation, pour le calcul multiéchelle, a été introduit permettant d'avoir une distinction claire entre les contraintes et les déformations des différentes échelles utilisées.



**Deuxième partie**

**ÉTUDE EXPÉRIMENTALE**



## Chapitre 3

# Caractérisation mécanique de la bande à l'échelle macroscopique

*Ce chapitre présente les résultats des essais mécaniques effectués, sur la bande transporteuse, dans le cadre de la thèse de B. Piezel [Piezel, 2010]. A l'échelle macroscopique, la bande, vue comme un matériau stratifié homogène, a été caractérisée par des essais de traction monotone et cyclique suivant les directions longitudinale (chaîne) et transverse (trame).*

### Sommaire

3.1	Objectifs . . . . .	56
3.2	Procédure expérimentale . . . . .	56
3.2.1	L'éprouvette de traction . . . . .	56
3.2.2	Dispositif expérimental . . . . .	57
3.3	Essais de traction monotone uniaxiale . . . . .	57
3.3.1	Caractéristiques des essais . . . . .	57
3.3.2	Résultats . . . . .	58
3.4	Essais de traction cyclique uniaxiale . . . . .	59
3.4.1	Caractéristiques de l'essai . . . . .	59
3.4.2	Résultats . . . . .	59



### 3.1 Objectifs

Les résultats expérimentaux, rassemblés dans ce chapitre, ont été réalisés sur la bande transporteuse dans le cadre de la thèse de B. Piezel [Piezel, 2010]. Par ailleurs, seuls les résultats nécessaires pour notre étude numérique seront présentés. À l'échelle macroscopique, la bande est considérée comme un matériau stratifié homogène mais anisotrope. L'anisotropie, observable à cette échelle, s'explique par la présence du renfort tissé au sein de la carcasse de la bande même s'il n'est pas visible à cette échelle.

Les essais expérimentaux sur la bande ont pour objectifs d'identifier les principales caractéristiques du comportement mécanique de la bande, mais aussi de fournir des données permettant d'accéder à certaines propriétés des constituants. En effet, via une modélisation multiéchelle, une identification peut être effectuée, par méthode inverse, afin d'obtenir une estimation de certaines propriétés des constituants, non accessibles à l'échelle mésoscopique. Afin de répondre à ces objectifs, des essais de traction monotone uniaxiale suivant les directions longitudinale (chaîne) et transverse (trame) sont présentés. De plus, afin de modéliser la déformation rémanente d'une bande transporteuse, des essais de traction cyclique uniaxiale sont également exposés.

### 3.2 Procédure expérimentale

#### 3.2.1 L'éprouvette de traction

Le type d'éprouvette pour réaliser les essais de traction uniaxiale, monotone et cyclique, sont des éprouvettes haltères planes. Ces éprouvettes ont été prélevées directement dans une bande suivant les directions chaîne et trame. Pour obtenir une tolérance raisonnable sur les dimensions mais aussi limiter les contraintes résiduelles, les prélèvements ont été effectués par découpe au jet d'eau hyperbare. D'un point de vue géométrique, l'éprouvette présente une zone utile de 40 mm de longueur pour 25 mm de largeur (Fig. 3.1). Ces dimensions ont été choisies afin d'avoir, au minimum, un motif périodique de la bande selon les directions chaîne et trame, qui sont respectivement de 20 mm et de 8 mm mais répondent également à la norme ISO-283 [ISO:283, 2007].

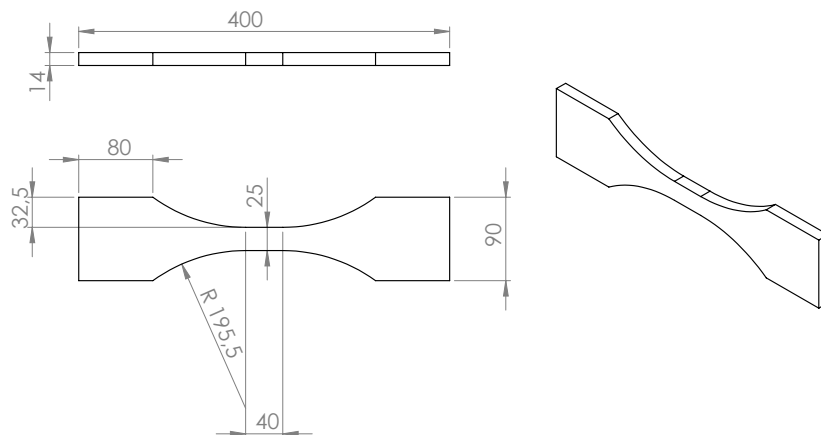


FIGURE 3.1 – Géométrie de l'éprouvette de traction (dimensions en mm).

### 3.2.2 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental est constitué d'une machine d'essais mécanique de type servo-hydraulique et de son instrumentation. La machine a été utilisée pour l'ensemble des essais de traction uniaxiale sur la bande transporteuse, qu'ils soient monotones ou cycliques. Le montage de l'éprouvette sur la machine a été réalisé à l'aide de deux mors hydrauliques (Fig. 3.2). La mesure de la déformation, dans la zone utile et pour les deux directions, a été effectuée par un extensomètre à lames.



**FIGURE 3.2** – Dispositif de serrage de l'éprouvette haltère avec ses deux mors hydrauliques [Piezel, 2010].

## 3.3 Essais de traction monotone uniaxiale

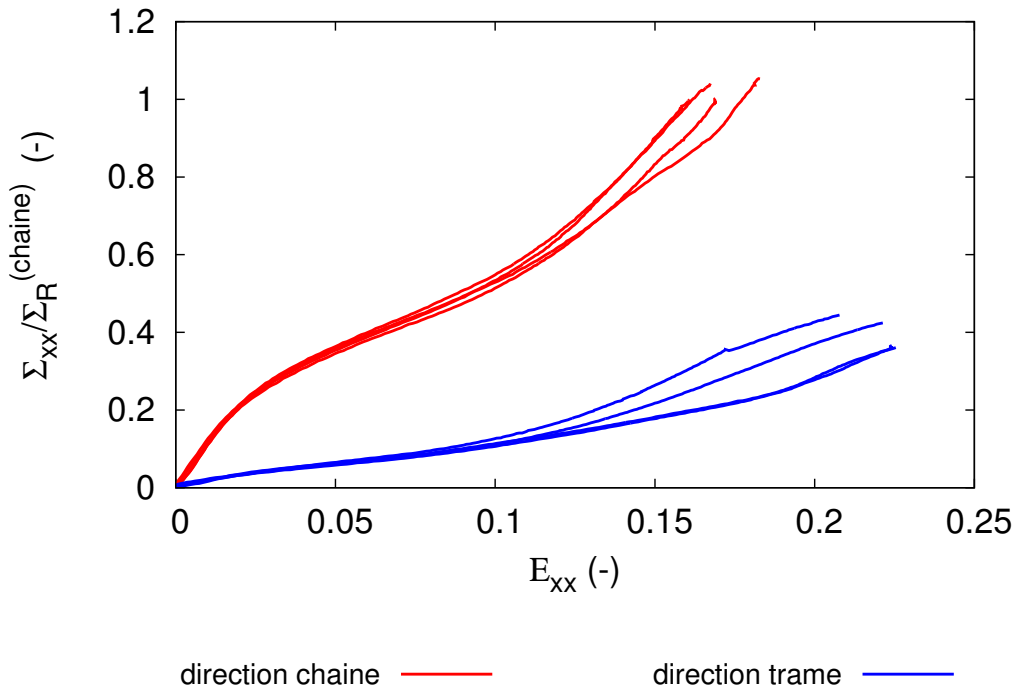
### 3.3.1 Caractéristiques des essais

Les essais de traction monotone uniaxiale ont été réalisés à déplacement imposé. La vitesse de sollicitation, mesurée par un capteur LVDT (Linear Variable Differential Transformer), a été fixée à 100 mm/min qui est la vitesse recommandée par la même norme ISO-283 [ISO:283, 2007] pour la caractérisation des bandes transporteuses, pour ce type d'éprouvette. Cette norme préconise aussi un minimum de 3 essais pour chaque direction. Un total de 8 essais a donc été réalisé, 4 pour la direction trame et 4 pour la direction chaîne.

De plus, afin de caractériser la contraction transversale de la bande, la campagne expérimentale a été complétée par quatre autres essais, deux dans chaque direction. Ces essais disposent d'un deuxième extensomètre permettant ainsi d'avoir des informations dans la direction de sollicitation mais aussi dans la direction transverse.

### 3.3.2 Résultats

Les résultats, obtenus par B. Piezel, illustrés par les courbes de traction conventionnelles apparaissent sur la figure 3.3. Les courbes conventionnelles représentent l'évolution de la contrainte nominale en fonction de la déformation nominale. La contrainte nominale est définie par le rapport :  $\Sigma_{XX} = \frac{F}{S_0}$ , avec  $F$  la force appliquée en N et  $S_0$  la section initiale de l'éprouvette en  $\text{mm}^2$ . Pour la déformation nominale, elle est déterminée par le rapport :  $E_{XX} = \frac{\Delta l}{L_0}$ , avec  $\Delta l$  l'allongement mesuré par l'extensomètre et  $L_0$  sa base de mesure. Les courbes font état d'un comportement linéaire suivie par deux non-linéarités. Cette allure générale est identique pour les directions chaîne et trame. Les essais montrent cependant une rigidité supérieure en tout point de la direction chaîne par rapport à la direction trame, révélant ainsi une importante anisotropie du composite stratifié.



**FIGURE 3.3** – Courbes normalisées par la contrainte à rupture dans la direction chaîne  $\Sigma_R^{chaîne}$  des essais de traction monotone uniaxiale suivant les directions chaîne et trame.

Concernant les essais pour mesurer la contraction transverse de la bande lors d'une sollicitation en traction, ils ont seulement permis d'estimer les coefficients de poisson de la bande suivant les directions chaîne et trame. En effet, des difficultés expérimentales ont été rencontrées pour la mesure de la déformation par le capteur transverse avec l'apparition, en cours d'essai, de fils sortant de l'éprouvette et perturbant ainsi la mesure. Le coefficient de Poisson est défini, pour la direction chaîne par :  $\nu_{XY} = -\frac{E_{YY}}{E_{XX}}$  et pour la direction trame par :  $\nu_{YX} = -\frac{E_{XX}}{E_{YY}}$ .  $E_{XX}$  et  $E_{YY}$  représentent respectivement les déformations selon les directions chaîne et trame. Les principales caractéristiques de la bande sont regroupées dans la table 3.1.

Direction	Module d'Young (GPa)	$\Sigma_R / \Sigma_R^{(chaîne)}$ (-)	Déformation à rupture (%)	Coefficient de Poisson
Chaîne	1,1	1,0	16 - 18	0,17 - 0,2
Trame	0,17	0,4	21 - 22	0,21 - 0,24

TABLE 3.1 – Propriétés mécaniques de la bande transporteuse selon les directions chaîne et trame.

## 3.4 Essais de traction cyclique uniaxiale

### 3.4.1 Caractéristiques de l'essai

Les essais de traction cyclique ont été pilotés à force imposée avec une fréquence de 0,1 Hz. Le choix de cette fréquence faible s'explique avec l'apparition de phénomènes d'auto échauffement pour des fréquences plus élevées. Pour ce type de matériau, une augmentation de la température diminue fortement les propriétés mécaniques conduisant à une ruine plus rapide du matériau en fatigue [Bernasconi et Kulin, 2009]. Cette dépendance entre fatigue et température, liée par les propriétés d'auto échauffement du matériau, est également employées pour estimer la durée de vie des matériaux métalliques [Munier *et al.*, 2014], des élastomères [Le Saux *et al.*, 2010] mais aussi des composites à matrice polymère [Jegou *et al.*, 2013]. Pour les deux directions, chaîne et trame, les contraintes maximales appliquées représentent respectivement 10 %, 30 %, 50 % et 60 % des contraintes à rupture en traction, de la direction testée. En ce qui concerne le rapport de charge  $R$ , il est fixé à 0,1 à l'exception des essais à 10 % de la contrainte à rupture où il est égal à 0,2. Pour rappel, lors d'un essai de traction cyclique, le rapport de charge  $R$ , défini par  $R = \frac{F_{max}}{F_{min}}$ , est toujours positif afin d'empêcher l'éprouvette de rentrer en compression, évitant ainsi tous risques de flambement. Ces conditions expérimentales correspondent à celles préconisées par la norme ISO 9856 [ISO:9858, 2003] pour la détermination de l'allongement élastique et permanent des bandes transporteuses.

### 3.4.2 Résultats

Les résultats des essais sont présentés sur les figures 3.4 et 3.5. Les courbes montrent, pour différents rapports de charge, l'évolution de la déformation rémanente en fonction du nombre de cycles. La déformation rémanente est définie à la fin de chaque cycle et représente la déformation non réversible instantanément. Elle se distingue seulement de la déformation permanente par l'absence du recouvrement dû au comportement visqueux du matériau. L'allure des courbes, pour les deux directions, mettent en évidence la présence de deux régimes. Le premier est qualifié de transitoire car la vitesse d'évolution de la déformation varie de manière significative. Le deuxième régime, appelé stationnaire, présente une faible et constante évolution de la déformation rémanente. Les courbes indiquent également qu'une augmentation de la charge appliquée conduit à un rallongement de la durée du régime transitoire. Ce phénomène a notamment été observé sur des élastomères [Robisson, 2000]. D'un point de vue industriel, la déformation rémanente est un véritable problème. En effet, la bande, pouvant mesurer plusieurs kilomètres, subit un allongement considérable lors du régime transitoire. Et, afin de maintenir une bonne tension, l'exploitant est contraint de couper une partie de la bande.

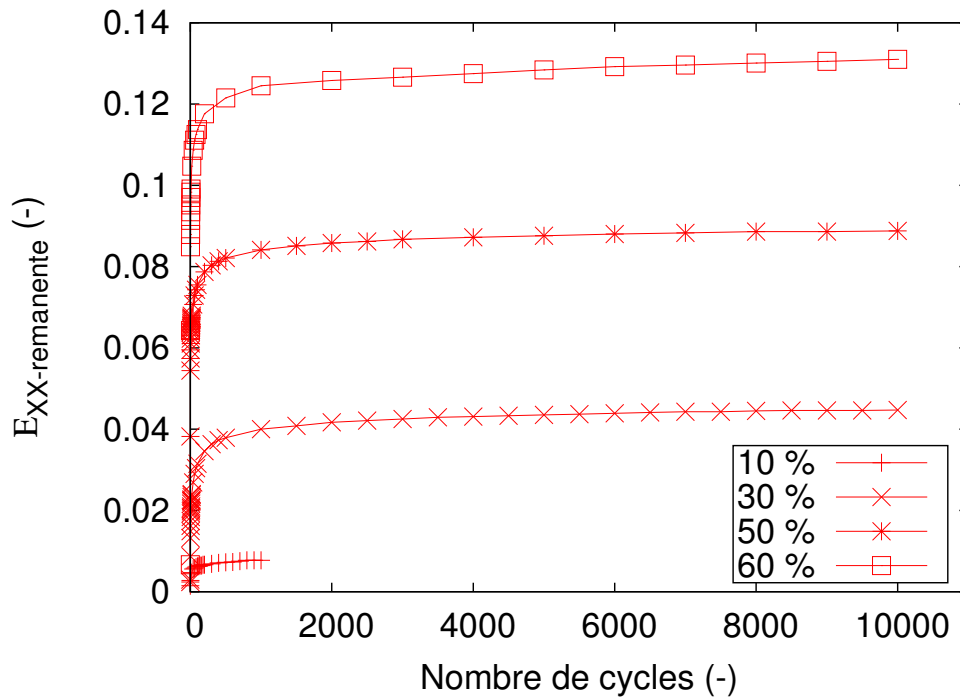


FIGURE 3.4 – Évolution de la déformation rémanente en fonction du nombre de cycle suivant la direction chaîne pour différents niveaux de la contrainte à rupture.

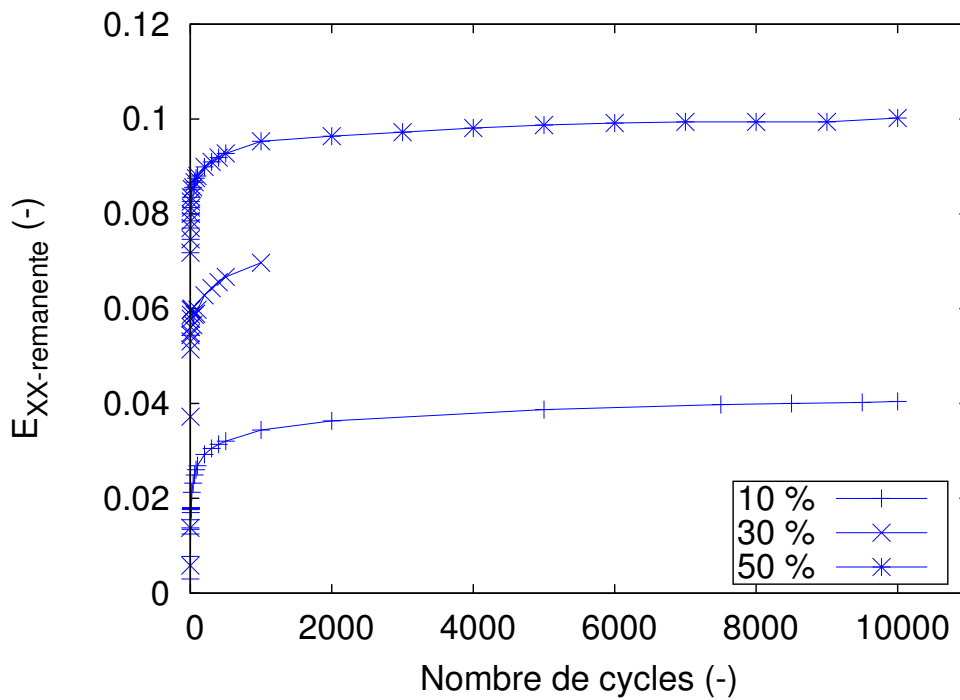


FIGURE 3.5 – Évolution de la déformation rémanente en fonction du nombre de cycle suivant la direction trame pour différents niveaux de la contrainte à rupture.





## Chapitre 4

# Caractérisation mécanique des constituants de la carcasse

*Ce chapitre expérimental présente aussi des résultats d'essais mécaniques effectués dans la thèse de B. Piezel [Piezel, 2010], mais à l'échelle mésoscopique. À cette échelle, les constituants de la carcasse, comme les fils de chaîne, les fils de trame et la matrice PVC, sont révélés. Cette étude a pour principal objectif d'identifier et de caractériser le comportement des constituants de la carcasse qui sont nécessaires pour la modélisation multiéchelle du composite. De plus, dans cette thèse, des essais supplémentaires ont été réalisés afin de compléter la base expérimentale existante. Ces essais sur fibres, opérés à l'échelle microscopique, serviront comme données d'entrée pour l'approche probabiliste de la rupture de fils, mais permettront aussi, de mieux comprendre le comportement mésoscopique des fils.*

### Sommaire

4.1	Objectifs . . . . .	64
4.2	Caractérisation mécanique des fibres . . . . .	64
4.2.1	Les fibres thermoplastiques . . . . .	64
4.2.2	Procédure expérimentale . . . . .	66
4.2.3	Essais de traction . . . . .	68
4.3	Distribution statistique de la contrainte à rupture des fibres PET . . . . .	69
4.3.1	Distribution des contraintes à rupture des fibres PET . . . . .	69
4.3.2	Distribution statistique de Weibull . . . . .	71
4.4	Caractérisation mécanique des fils . . . . .	76
4.4.1	Les assemblages de fibres . . . . .	76
4.4.2	Procédure expérimentale . . . . .	77
4.4.3	Résultats . . . . .	80
4.5	Caractérisation mécanique de la matrice PVC . . . . .	82
4.5.1	Descriptif de l'essai . . . . .	82
4.5.2	Résultats . . . . .	82
4.6	Caractérisation mécanique des constituants. Synthèse . . . . .	83



## 4.1 Objectifs

L'objectif de ce chapitre expérimental est d'identifier et de caractériser le comportement des constituants de la carcasse. Ce travail permettra ensuite d'obtenir les paramètres des lois de comportement choisies pour les constituants et ainsi de réaliser des modélisations numériques multiéchelles. Les essais, présentés à l'échelle mésoscopique, ont été réalisés par B. Piezel [Piezel, 2010]. Cette échelle permet l'observation des différents constituants de la carcasse, qui est vue comme un matériau hétérogène. Des essais ont donc été effectués sur les fils de chaîne, les fils de trame et la matrice.

Afin de mieux comprendre le comportement des fils thermoplastiques, une étude bibliographique a été réalisée sur les fibres composant les fils. Cette étude a été enrichie par des essais sur fibres unitaires effectués à l'échelle microscopique. Ces essais sur fibres viennent compléter la base expérimentale, sur les constituants, issue des travaux de B. Piezel [Piezel, 2010]. Cette base expérimentale sera présentée ici, via des essais à l'échelle mésoscopique sur les fils du renfort tissé et sur la matrice PVC. Enfin, une campagne d'essais supplémentaires sur fibres a été ajoutée afin de déterminer une distribution statistique de la contrainte à rupture des fibres PET. Ces essais sur fibres, opérés à l'échelle microscopique, serviront comme données d'entrée pour l'approche probabiliste de la rupture des fils de chaîne.

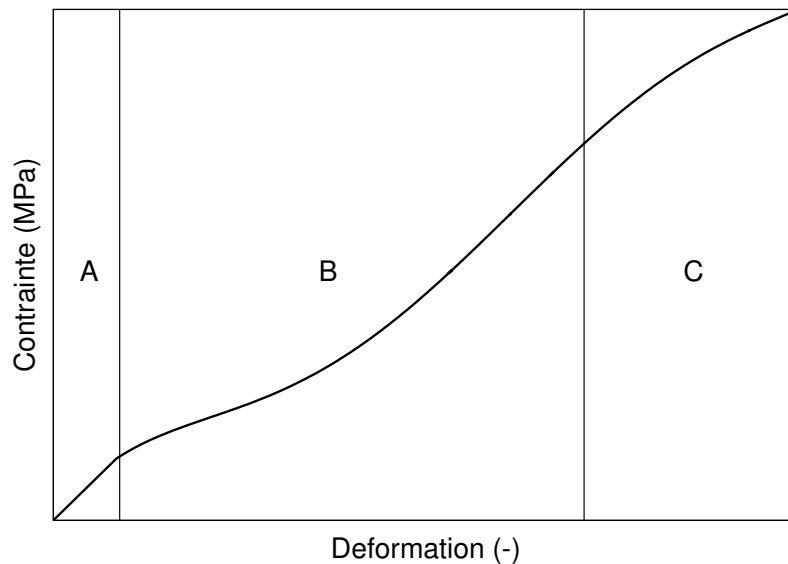
## 4.2 Caractérisation mécanique des fibres

### 4.2.1 Les fibres thermoplastiques

Le renfort tissé de notre étude est composé de fils en fibres PET ou PA66. Ces fibres, même si elles ne sont pas prises en compte dans la modélisation multiéchelle, jouent le rôle principal dans le comportement mésoscopique des fils. À cette échelle, le fil est vu comme un matériau homogène. Il présente cependant une forte anisotropie résultant du mode d'assemblage des fibres mais aussi de l'anisotropie des fibres elles-mêmes. L'anisotropie des fibres provient du procédé de fabrication. En effet, le procédé induit un gradient cœur/peau des propriétés physiques et mécaniques de la fibre. Ce phénomène a été, par exemple, caractérisé par Hagege *et al.* [Hagege *et al.*, 1979] sur des fibres aramides par microscopie électronique en transmission (MET). Un gradient de contraintes résiduelles entre le cœur et la peau a aussi été mis en évidence par Marcellan [Marcellan *et al.*, 2003] sur des fibres PA66. En effet, avec des essais in situ de microspectrométrie Raman, une variation progressive des contraintes résiduelles dans la section de la fibre a été relevée. Cependant, un simple traitement thermique à la  $T_g$  peut permettre la relaxation de ces contraintes résiduelles [Herrera-Ramirez, 2004].

Concernant le comportement en traction, les fibres thermoplastiques possèdent trois domaines correspondant à différents mécanismes de déformations dans la microstructure. Une schématisation idéale du comportement en traction uniaxiale pour une fibre, PA66 ou PET, est présentée sur la Figure 4.1. Le premier domaine, noté A, est linéaire et s'explique, dans la littérature [Heuvel *et al.*, 1992], par l'accommodation de la phase amorphe isotrope avec le désenchevêtrement du réseau macromoléculaire. Le second domaine, noté B, se traduit par une augmentation progressive de la rigidité de la fibre. Ce phénomène est attribué, dans un premier temps, à l'orientation des macromolécules de la phase amorphe isotrope. Puis, dans

un second temps, à l'orientation des phases cristallines dans la direction de sollicitation, et enfin, à la nucléation et la croissance de cristallites. Les explications, sur le durcissement du domaine B, sont similaires pour les fibres PET [Gorlier *et al.*, 2001] et les fibres PA66 [Marcellan *et al.*, 2006]. Le dernier domaine, noté C, correspondant au fléchissement du module tangent, est associé à des mécanismes d'endommagement. Ces phénomènes irréversibles sont identifiés comme des ruptures de chaînes moléculaires [Peterlin, 1975] [Oudet, 1986] [Marcellan *et al.*, 2003] et plus particulièrement celles inter-connectant les zones cristallines.



**FIGURE 4.1** – Schématisation du comportement en traction d'une fibre thermoplastique.

Les fibres thermoplastiques possèdent ainsi un comportement complexe au contraire des fibres céramiques qui bénéficient, de manière générale, d'un comportement élastique linéaire. Une synthèse des principales propriétés mécaniques, issues d'essais de traction sur fibres unitaires de PA66 et PET, est présentée dans le tableau 4.1. Les essais ont été réalisés à  $21 \pm 2^\circ\text{C}$  et une humidité relative de  $50 \pm 5\%$ . Des conditions similaires sont indispensables afin de comparer différents essais et spécialement la température, qui joue un rôle prépondérant sur les propriétés mécaniques [Le Clerc, 2006].

Désignation	Référence	Module d'Young (GPa)	Contrainte à rupture (MPa)	Déformation à rupture (%)
PET	[Le Clerc, 2006]	12 - 14	950 - 1100	12,1 - 19,5
	[Herrera-Ramirez, 2004]	$\approx 11$	$\approx 1000$	$\approx 12$
	[Lechat, 2007]	10,1 - 10,3	1200 - 1280	12,1 - 16,6
	[Brandrup <i>et al.</i> , 1999]	< 18	800 - 1200	7 - 30
PA66	[Le Clerc, 2006]	4,5 - 5,7	1020 - 1080	11,5 - 16,2
	[Herrera-Ramirez, 2004]	4,7 - 4,8	1100 - 1190	21 - 24
	[Marcellan, 2003]	3,85 - 4,15	610 - 680	25 - 40
	[Brandrup <i>et al.</i> , 1999]	< 5	500 - 1200	17 - 30

**TABLE 4.1** – Propriétés mécaniques en traction uniaxiale de fibres unitaires PET et PA66.

### 4.2.2 Procédure expérimentale

**La machine d'essai** Les essais de traction ont été réalisés sur une machine d'essais mécaniques sur fibres développée au Centre des Matériaux. Cette machine est issue de l'amélioration de 'The universal fiber tester' développé, dans les années 70, par Bunsell et Hearle [Bunsell et Hearle, 1971]. Cette machine permet d'effectuer, en température, des essais de traction, de fatigue, de fluage ou encore de relaxation. Dans notre cas, c'est-à-dire pour des essais de traction uniaxiale, la machine d'essai apparaît dans sa configuration la plus simple avec, par exemple, l'absence de pot vibrant ou d'enceinte chauffante. La partie mécanique de la machine (Fig. 4.2) se compose alors, d'un mors 'fixe' lié au bâti et d'un mors 'mobile' relié, par l'intermédiaire d'un capteur de force, à un chariot. Le capteur de force est une cellule de charge Sensotec de 250 g, étalonnée de 0 à 100 g, avec une précision de 0,01 g. Le déplacement du chariot est assuré par une vis sans fin, elle même, mise en rotation par un moteur pas à pas. Le suivi de l'allongement de l'échantillon est effectué par un capteur LVDT (Linear Voltage Displacement Transducer), étalonné sur une plage de  $\pm 5$  mm, avec une précision de 50  $\mu$ m.

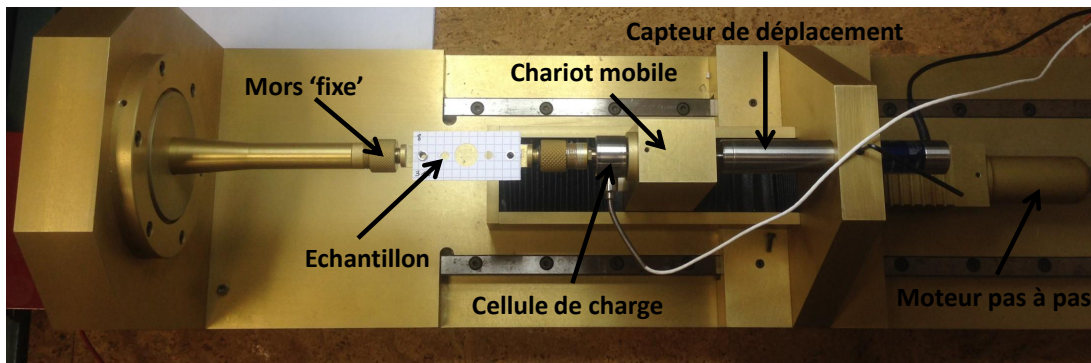


FIGURE 4.2 – Machine d'essais mécaniques sur fibres unitaires.

**Les échantillons** Les fibres polymères de PET et PA66, extraites des fils, possèdent des diamètres compris entre 20 et 30  $\mu$ m. Cette taille d'éprouvette ne permet pas d'utiliser les moyens classiques de fixation (mors hydrauliques, goupilles ...). Afin de répondre à cette problématique, la fibre à tester est fixée sur un papier 'Bristol' avec de la colle néoprene (Fig. 4.3). La distance, entre les deux points de colle, est la longueur de jauge de l'éprouvette. Elle est notée  $l_0$  et mesurée pour chaque éprouvette. Le papier 'Bristol' possède également, dans l'axe de la fibre, deux autres trous permettant, via des goupilles, de positionner l'échantillon sur la machine.

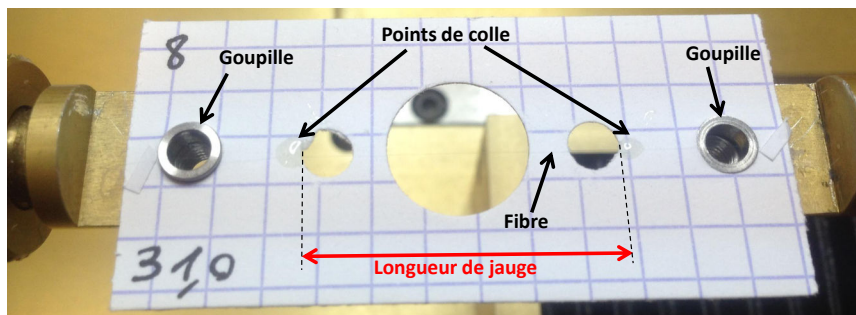


FIGURE 4.3 – Positionnement de l'échantillon sur la machine d'essai.

Enfin, afin d'exercer la sollicitation mécanique uniquement sur la fibre, le papier 'Bristol' est coupé par carbonisation (Fig. 4.4). Cette opération, réalisée avec une dénudeuse thermique, permet de limiter les efforts sur la fibre et de garantir le maintien en place de l'échantillon.

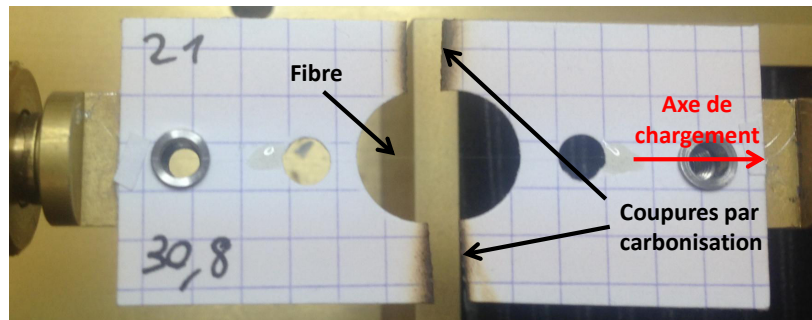


FIGURE 4.4 – Échantillon pendant l'essai de traction uniaxiale.

**La mesure du diamètre** La connaissance du diamètre des fibres est nécessaire pour passer de la force, relevée par la cellule de charge, à la contrainte nominale. Ce passage permet ainsi de comparer, entre elles, des fibres possédant différents diamètres. La mesure du diamètre est effectuée, pour chaque fibre, par quatre mesures le long de la fibre. La valeur moyenne de ces mesures a été utilisée pour calculer la section transversale. Devant la très faible variabilité du diamètre le long de la fibre, ce choix n'aura qu'une faible influence sur les valeurs des contraintes à rupture qui seront utilisées pour l'approche probabiliste (Chapitre 10). D'un point de vue technique, les diamètres des fibres ont été mesurés par un Mitutoyo LSM-6000, qui est un multifaisceau laser. Le fonctionnement de cet appareil consiste à mesurer la durée de la perturbation, exercée par la fibre, pendant le balayage du faisceau laser. La durée de l'interruption du signal est dépendante de la taille de la fibre, mais aussi de sa nature, via son indice de réfraction. Afin d'obtenir une précision optimale ( $\pm 0,1 \mu\text{m}$ ), il est donc nécessaire d'étalonner l'appareil à l'aide d'une fibre de même nature possédant un diamètre connu et voisin. La fibre étalon est mesurée précisément au Microscope Electronique à Balayage (MEB).

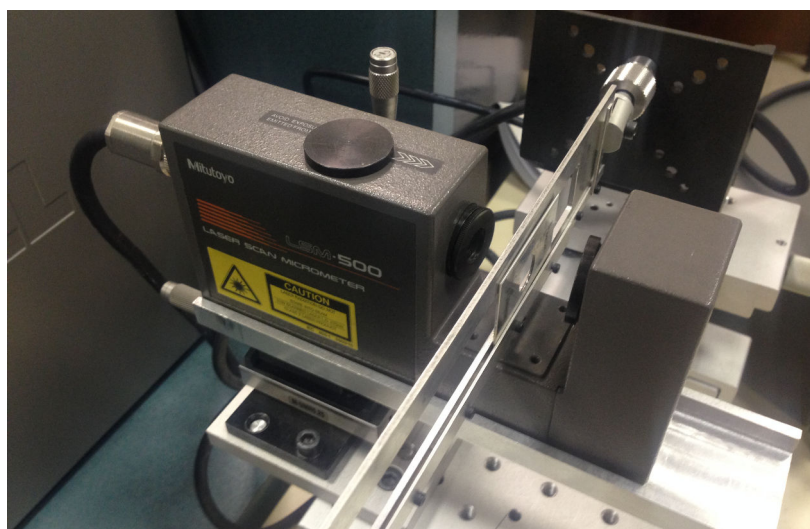


FIGURE 4.5 – Multifaisceau laser Mitutoyo permettant de mesurer le diamètre d'une fibre.

### 4.2.3 Essais de traction

**Conditions d'essais** L'ensemble des essais de traction sur fibres a été réalisé dans une salle climatisée possédant une humidité relative de  $50 \pm 5 \%$  et une température de  $20 \pm 1 \text{ }^\circ\text{C}$ . Les essais ont été pilotés en déplacement chariot avec une vitesse de  $30 \text{ mm/min}$ . Dans notre cas, pour une longueur de jauge d'environ  $30 \text{ mm}$ , la vitesse de déformation est de  $100 \%$ /min.

**Résultats** Les résultats des essais de traction sur les fibres PET et PA66 apparaissent respectivement sur les figures 4.6 et 4.7. Elles montrent l'évolution de la contrainte nominale en fonction de la déformation nominale. Pour rappel, la contrainte nominale est définie par :  $\sigma_{xx} = \frac{F}{S_0}$  et la déformation nominale par :  $\varepsilon_{xx} = \frac{\Delta l}{l_0}$ . L'allure des courbes de traction est conforme aux résultats, exposés précédemment, avec la présence des trois domaines. En ce qui concerne les principales caractéristiques mécaniques, elles sont également en adéquation avec les valeurs issues de la littérature. En effet, les fibres PET et PA66 possèdent respectivement un allongement à rupture de l'ordre de  $16 \%$  et  $24 \%$  ainsi qu'une contrainte à rupture d'environ  $1000 \text{ MPa}$  et  $1200 \text{ MPa}$ . Cependant, ces valeurs ne sont données qu'à titre indicatif car, d'après la littérature [Oudet, 1986][Vève, 1987][Ponnouradjou, 1998], un minimum de 30 essais de traction, pour chaque type de fibres, est nécessaire pour obtenir une valeur moyenne des propriétés mécaniques avec un intervalle de confiance satisfaisant.

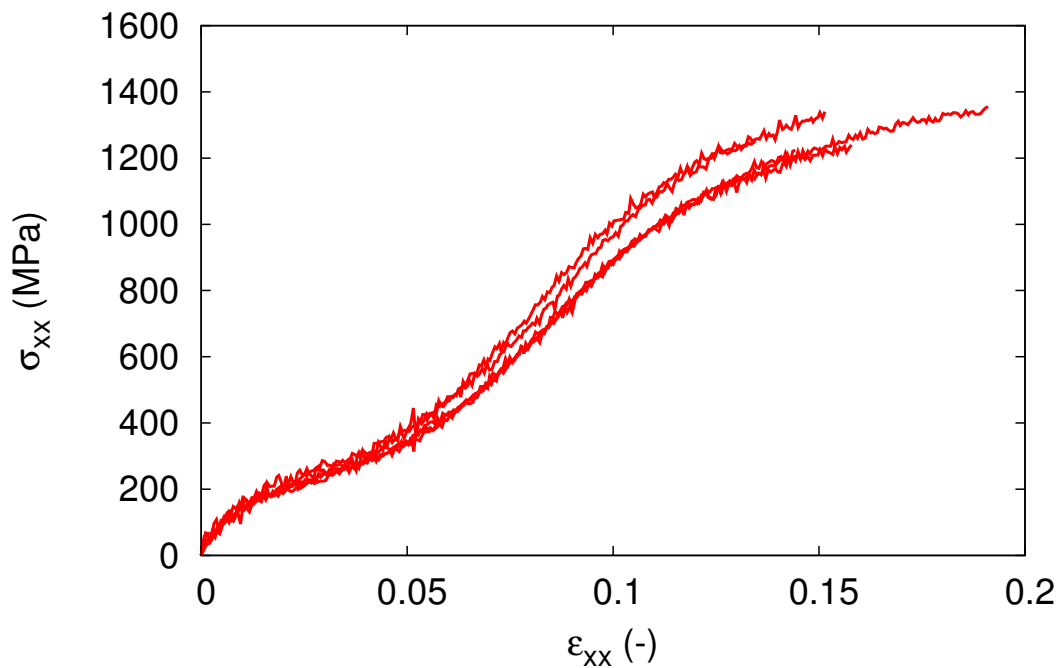


FIGURE 4.6 – Courbes de traction nominale de fibres PET.

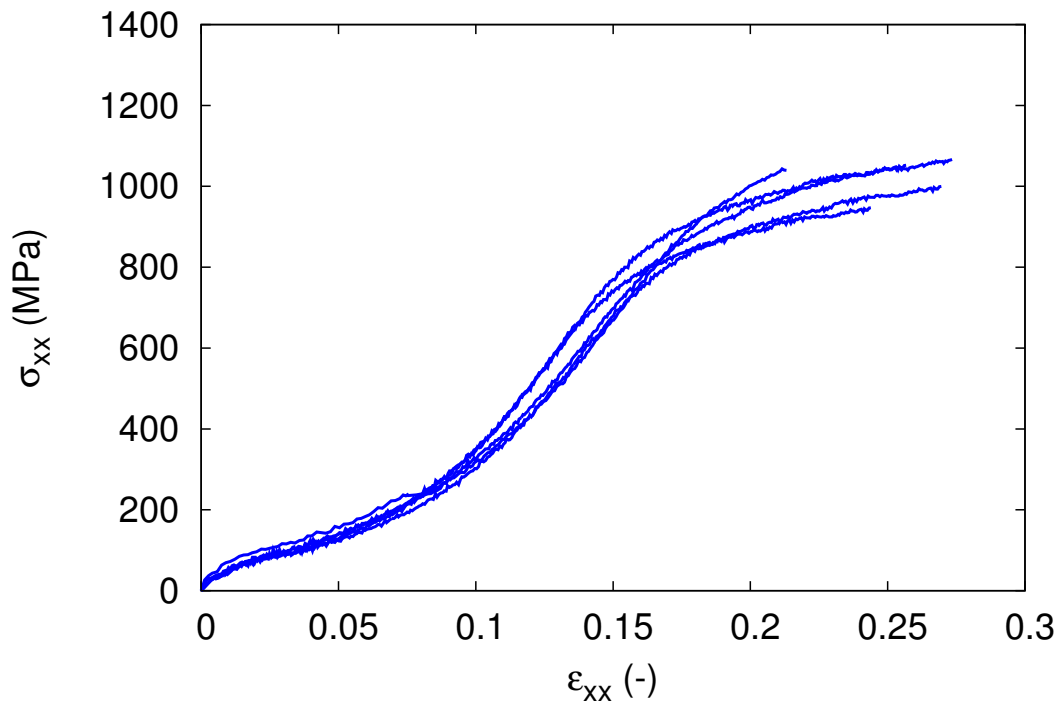


FIGURE 4.7 – Courbes de traction nominale de fibres PA66.

## 4.3 Distribution statistique de la contrainte à rupture des fibres PET

L'objectif de cette campagne expérimentale est la détermination d'une distribution des contraintes à rupture pour les fibres PET qui constituent les fils de chaîne. Pour les sollicitations considérées, il sera montré dans le chapitre 5 que la dégradation ultime du composite est guidée par la rupture des fils de chaîne et, par conséquent, de ces fibres PET. Pour obtenir un échantillon représentatif, un minimum de 30 essais a été effectué avec la procédure expérimentale présentée précédemment. Les résultats obtenus, par la définition d'une loi de probabilité, serviront de données d'entrée pour l'approche numérique probabiliste.

### 4.3.1 Distribution des contraintes à rupture des fibres PET

#### Distribution des diamètres

Les grandeurs statistiques, résultant de la mesure des diamètres des fibres PET, sont résumées dans la table 4.2. Elles montrent un faible espacement entre les valeurs moyenne et médiane indiquant un certain centrage de la distribution (Fig. 4.8). Devant l'importance de l'écart type relatif pour la section (carré de l'écart type relatif du diamètre), environ 40 %, le choix d'un diamètre moyen pour le calcul des contraintes à rupture est exclu. Le diamètre de chaque fibre est donc mesuré. En ce qui concerne la variation du diamètre le long d'une fibre, elle a été prise en compte, en moyennant, quatre mesures réalisées le long de la fibre. Cependant, la dispersion de ces mesures est de l'ordre de la précision de l'appareil de mesure ( $\pm 0,1 \mu\text{m}$ ).

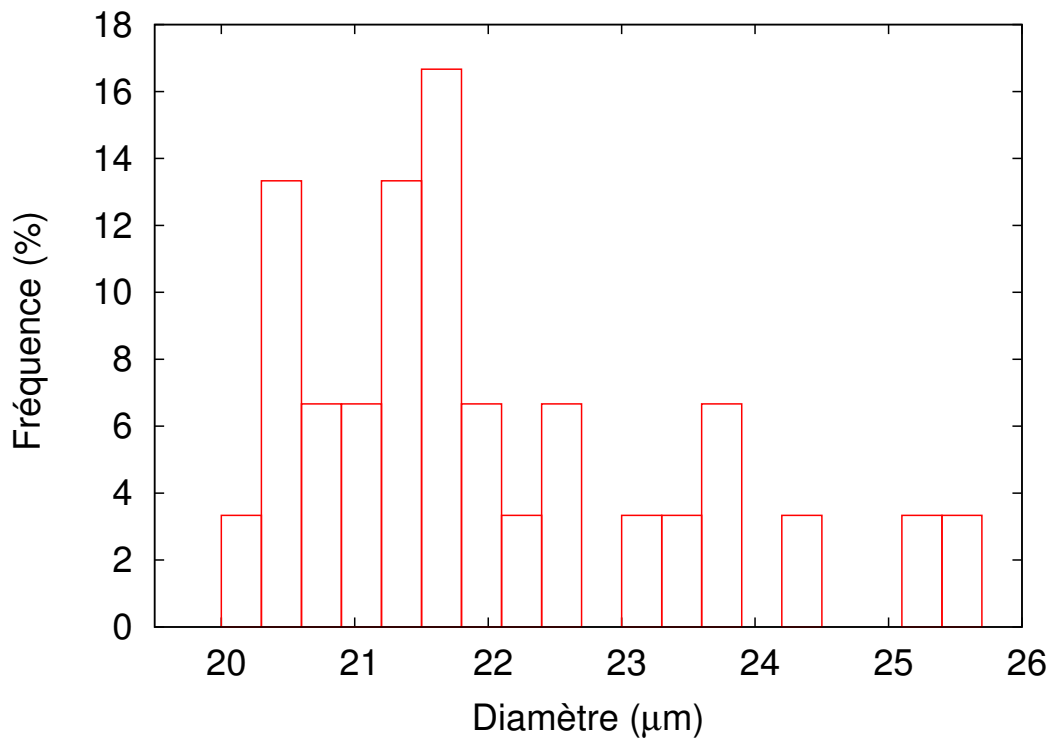


FIGURE 4.8 – Distribution des diamètres de fibres PET.

**Distribution des forces à rupture**

La distribution des forces à rupture apparaît, en bleu, sur la figure 4.9. L’allure de cette distribution est similaire à celle des diamètres. Pour les principales grandeurs statistiques (Tab. 4.2), la moyenne de la force à rupture est de 51,0 g avec un écart type relatif de 10,4 %.

**Distribution des contraintes à rupture**

Les contraintes à rupture résultent de la normalisation des forces à rupture par le section des fibres correspondantes. La distribution de ces contraintes apparaît, en rouge, sur la figure 4.9. Elle montre une évolution de l’allure de la distribution, par rapport à celle des forces à rupture, avec un centrage plus marqué autour de la valeur moyenne de 1286,3 MPa (Tab. 4.2). De plus, l’écart type relatif, appelé aussi coefficient de variation, est presque deux fois inférieur à celui de la force à rupture avec 5,6 % contre 10,4 %. Les valeurs des contraintes à ruptures sont proches de celles obtenues par C. Lechat [Lechat, 2007], où les valeurs étaient comprises entre 1200 et 1280 MPa.

	Moyenne	Médiane	Écart type	Écart type relatif (%)	Min	Max
Diamètre (µm)	22,2	21,8	1,4	6,3	20,5	25,8
Force à rupture (g)	51,0	50,0	5,3	10,4	43,9	64,6
Contrainte à rupture (MPa)	1286,3	1287,4	72,6	5,6	1132	1416

TABLE 4.2 – Principales grandeurs statistiques des fibres PET.



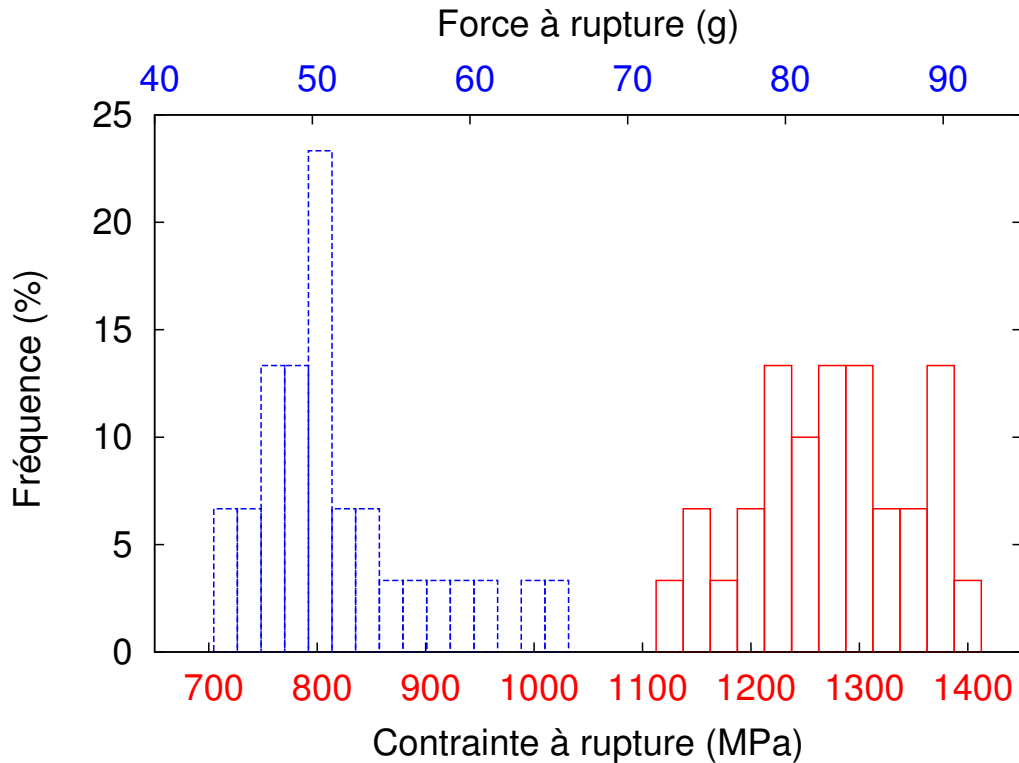


FIGURE 4.9 – Distributions des contraintes et des forces à rupture des fibres PET.

### 4.3.2 Distribution statistique de Weibull

#### Généralités et applications

Le modèle de Weibull [Weibull, 1951], appelé aussi théorie du maillon le plus faible, est un modèle statistique et empirique permettant de prendre en compte l'aspect aléatoire de la rupture. Cette approche a déjà été très largement utilisée pour les matériaux fragiles où la distribution des défauts joue un rôle prépondérant dans la ruine du matériau, voir par exemple [Trustum et Jayatilaka, 1979] [Sutcu, 1989] [Baxevanakis *et al.*, 1993]. Pour les matériaux polymères ductiles, comme les fibres PET, le choix de représenter la distribution des contraintes à rupture par un modèle mérite d'être justifié, même si son utilisation se retrouve dans la littérature [Zureick *et al.*, 2006] [Marcellan, 2003]. Afin de déterminer si l'échantillon des valeurs des contraintes à rupture suit bien une loi de Weibull, un test de 'Kolmogorov-Smirnov' [Massey Jr, 1951] est effectué.

L'utilisation du modèle de Weibull pour cette étude repose sur les hypothèses suivantes :

- la fibre est considérée comme une chaîne formée de maillons, la rupture d'un maillon entraîne la ruine de la chaîne ;
- tous les maillons, soumis à la contrainte  $\sigma$ , obéissent à la même loi de probabilité de rupture  $p_R(\sigma)$  ;
- les contraintes à rupture  $\sigma_R$  des maillons sont considérées comme des variables indépendantes ;



- la chaîne, considéré homogène, est soumise à un chargement uniaxial impliquant un état de contrainte uniforme dans chaque maillon.

La probabilité de rupture d'un maillon est noté  $p_R$ , et celle d'une chaîne constituée de  $n$  maillons est noté  $P_R$ . La probabilité de survie de la chaîne, notée  $(1 - P_R)$ , est égale au produit des probabilités de survie de chaque maillon défini comme  $(1 - p_R)^n$ . Pour une contrainte  $\sigma$ , la probabilité de rupture d'une chaîne s'écrit donc :

$$P_R(\sigma) = 1 - (1 - p_R(\sigma))^n \quad (4.1)$$

Par définition, les lois de probabilité  $P_R$  et  $p_R$  vérifient les conditions suivantes :

- $P_R$  et  $p_R$  sont des fonctions croissantes, continues et positives ;
- $\lim_{\sigma \rightarrow 0} P_R(\sigma) = 0$  et  $\lim_{\sigma \rightarrow \infty} P_R(\sigma) = 1$  ;
- $\lim_{\sigma \rightarrow 0} p_R(\sigma) = 0$  et  $\lim_{\sigma \rightarrow \infty} p_R(\sigma) = 1$ .

$P_R(\sigma)$  peut alors s'écrire :

$$P_R(\sigma) = 1 - \exp(n \ln(1 - p_R(\sigma))) \quad (4.2)$$

ou encore :

$$P_R(\sigma) = 1 - \exp\left(\frac{V_0}{V} f(\sigma)\right) \quad (4.3)$$

où  $V_0$  désigne l'élément de volume d'un maillon et  $V$  le volume d'une chaîne avec  $V = nV_0$ . Afin de respecter les propriétés de la loi de probabilité  $p_R$ , précédemment énumérées, la fonction  $f$  est définie comme :

- $f$  est une fonction décroissante, continue et négative ;
- $f(\sigma) = 0$  si et seulement si  $P_R(\sigma) = 0$  ;
- $f(\sigma) = -\infty$  si et seulement si  $P_R(\sigma) = 1$ .

Pour une approche statistique de la rupture, la fonction  $f$  a été choisie arbitrairement par Weibull comme la fonction puissance suivante :

$$f(\sigma) = - \left( \frac{\sigma - \sigma_s}{\sigma_0} \right)^m, \text{ pour } \sigma > \sigma_s \quad (4.4)$$

où :

$m$  : module de Weibull ou paramètre de forme, il représente la dispersion des contraintes à rupture ;

$\sigma_0$  : facteur d'échelle, exprimé en MPa ;

$\sigma_s$  : contrainte seuil, en dessous de cette valeur, la probabilité cumulée de rupture est nulle, c'est-à-dire pour  $\sigma < \sigma_s$ ,  $P_R(\sigma) = 0$ .

L'expression générale de la loi de probabilité  $P_R$  s'écrit :

$$P_R = 1 - \exp \left( -\frac{V_0}{V} \left( \frac{\sigma - \sigma_s}{\sigma_0} \right)^m \right) \quad (4.5)$$

En pratique, cette loi de probabilité cumulée est, généralement, utilisée de manière simplifiée, en considérant  $\sigma_s$  comme nulle et en fixant  $\frac{V_0}{V} = 1$ . Le choix de ce rapport, réalisé par convention, s'explique par le caractère discutable de l'identification de  $V_0$  qui possède un sens physique, si et seulement si, il est égale au Volume Élémentaire Représentatif de la rupture. L'expression prend alors la forme suivante :

$$P_R = 1 - \exp \left( -\left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^m \right) \quad (4.6)$$

### Identification expérimentale des paramètres

Pour cette étude, l'expression de loi de Weibull employée (Équation 4.6) est dépendante de seulement deux paramètres, le module de Weibull  $m$  et le facteur d'échelle  $\sigma_0$ . L'identification de ses paramètres est effectuée à l'aide des 30 essais à rupture expérimentaux sur fibres.

La démarche d'identification des paramètres débute par le classement, dans un ordre croissant, des contraintes à rupture expérimentales des  $N$  fibres testées. Une fois classées, elles sont notées  $\sigma_{Ri}$ , avec  $i$  compris entre 1 et  $N$ . La probabilité cumulée à rupture expérimentale, notée  $P_{Ri}$ , est construite en associant à chaque valeur  $\sigma_{Ri}$  une probabilité de rupture  $P_R(i)$ . La valeur est déterminée par  $P_R(i) = i/(N + 1)$ . Pour la fibre  $i$  rompue, les valeurs  $\sigma_{Ri}$  et  $P_R(i)$  vérifient donc les équations suivantes :  $\sigma_{R(i-1)} < \sigma_{Ri} < \sigma_{R(i+1)}$  et  $P_{R(i-1)} < P_{Ri} < P_{R(i+1)}$ .

Ensuite, la démarche se poursuit en appliquant deux fois la fonction logarithme sur l'équation 4.6, qui devient alors :

$$\ln(-\ln(1 - P_R)) = m \ln(\sigma_R) - m \ln(\sigma_0) \quad (4.7)$$

L'identification des paramètres de Weibull est finalement réalisée par une régression linéaire, utilisant la méthode des moindres carrés, sur les  $N$  couples  $[\ln(\sigma_{Ri}), \ln(-\ln(1 - P_{Ri}))]$ . Le facteur de forme  $m$  correspond alors à la pente de la droite. Pour le facteur d'échelle  $\sigma_0$ , il est directement lié à l'ordonnée à l'origine de la droite.

### Résultats et justifications

Les distributions cumulées de rupture obtenues expérimentalement sont confrontées à celles du modèle de Weibull, avec les paramètres identifiés ( $m=20,3$  et  $\sigma_0=1320,1$  MPa), sur la figure 4.10. Elles montrent une bonne corrélation visuelle entre l'allure de la courbe issue du modèle de Weibull et les points expérimentaux.

Dans le but de confirmer ce résultat, un test de validité d'hypothèse de 'Kolmogorov-Smirnov' ('K-S') [Birnbbaum, 1952] est mené. Il doit permettre de statuer sur la représentativité d'une loi de Weibull, pour décrire la distribution des contraintes à rupture observée expérimentalement. Pour le test, la fonction de répartition empirique des contraintes expérimentales

est notée  $F_n$ , et celle de la loi de Weibull est notée  $F$ . Le principe du test est simple et consiste à mesurer l'écart maximum entre ces deux fonctions de répartition (Équation 4.8).

$$d = \max |F_n(x) - F(x)| \quad (4.8)$$

Dans notre cas, la plus grande valeur de  $d$ , correspondant à l'écart maximum entre les deux distributions, est de 0,078. Cette valeur confirme que les valeurs des deux distributions sont proches mais ne permet pas de confirmer qu'elles suivent la même loi. La *p-value* [Gibbons et Pratt, 1975] associée au test  $d$  est donc utilisée. Pour cela, deux hypothèses sont formulées :

- H0 (Hypothèse nulle) : la distribution expérimentale suit une loi de Weibull ;
- H1 (Hypothèse alternative) : la distribution expérimentale ne suit pas une loi de Weibull.

Entrainant par la même occasion, deux risques :

- R1 (Risque de première espèce) : l'hypothèse H0 est rejetée alors qu'elle est vraie ;
- R2 (Risque de seconde espèce) : l'hypothèse H0 est retenue alors qu'elle est fautive.

La *p-value* représente la probabilité du risque de première espèce. Pour confirmer que la distribution de Weibull est appropriée, le risque de seconde espèce doit être le plus faible possible, et par conséquent, le risque de première espèce doit être le plus fort possible et ainsi tendre vers 1. En effet, l'augmentation du risque de première espèce réduit la zone d'acceptation de H0. Pour la loi de Weibull identifiée, la *p-value* du test 'K-S' est de 0,993, signifiant qu'il y a 99,3 % de chance que H0 soit rejetée, bien que H0 soit vrai. L'hypothèse nulle H0 est donc acceptée confirmant qu'une loi de Weibull est bien adaptée, pour décrire la distribution des contraintes à rupture expérimentales.

L'intervalle de confiance de cette distribution théorique est directement lié à la taille de l'échantillon [Khalili et Kromp, 1991] [Thomason, 2013]. Pour notre échantillon de 30 essais, un intervalle de confiance à 90 %, obtenu par 'bootstrap' [Efron et Tibshirani, 1986], est tracé (Fig. 4.11). Cette technique consiste à simuler un grand nombre d'échantillons, similaires à celui de référence. Ces échantillons sont obtenus par la méthode de Monte-Carlo en utilisant les paramètres estimés de la loi de Weibull. L'intervalle de confiance à 90 % est ensuite, simplement délimité, par les percentiles 5 % et 95 % de la distribution bootstrap, qui doit compter, un minimum d'un millier de simulations pour être représentative.

Par ailleurs, les valeurs identifiées pour les paramètres de Weibull sont également en adéquation avec la littérature. En effet, le module de Weibull  $m$  est, pour ce type de fibres polymères, de l'ordre de 20 [Marcellan *et al.*, 2003] [Colomban *et al.*, 2006]. Un tel module, ou facteur de forme, traduit une faible dispersion des défauts au regard des matériaux qualifiés de fragiles. Les valeurs de  $m$  pour des fibres céramiques sont essentiellement comprises entre 4 et 10 [Meyers et Chawla, 1999] [Blassiau *et al.*, 2006a]. Il est à noter, que la vitesse de déformation et la longueur de jauge peuvent jouer un rôle sur les valeurs des paramètres de Weibull. Par exemple, Marcellan [Marcellan, 2003] a observé qu'une augmentation de la vitesse de déformation avait tendance à augmenter la dispersion  $m$  de la distribution et diminuer le facteur d'échelle  $\sigma_0$ . En revanche, Hitchon et Phillips [Hitchon et Phillips, 1979] ont remarqué qu'une diminution de la longueur de jauge se traduisait par une augmentation du facteur d'échelle  $\sigma_0$ .

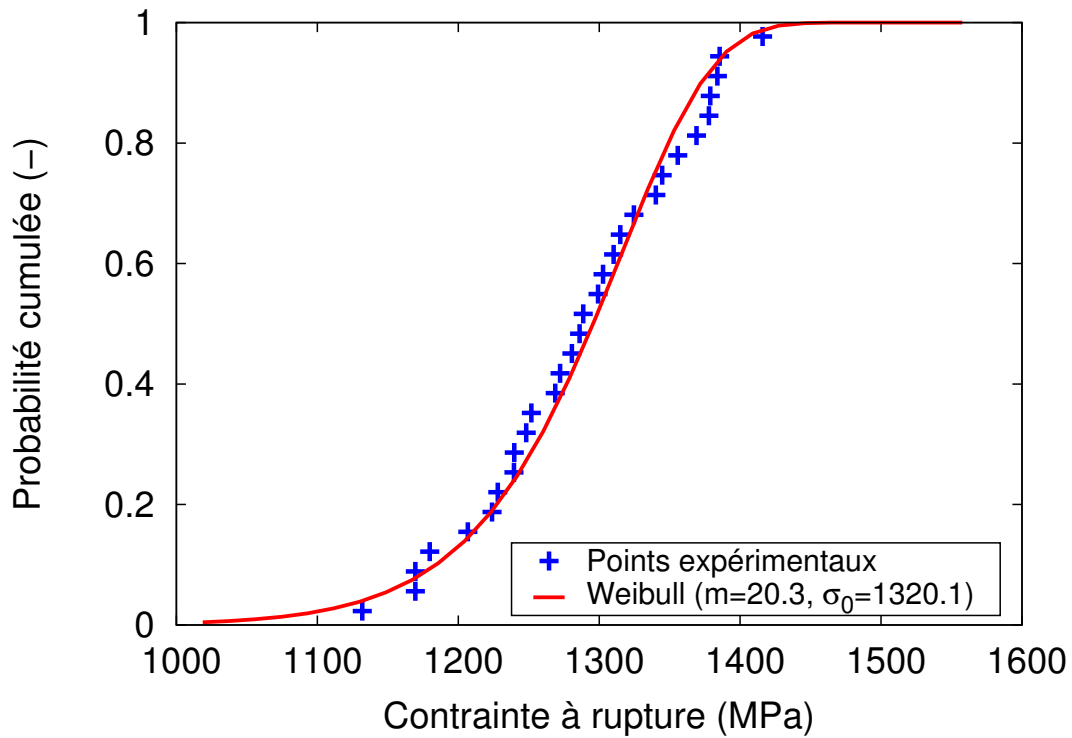


FIGURE 4.10 – Comparaison des contraintes à rupture expérimentales et celles prévues par le modèle de Weibull.

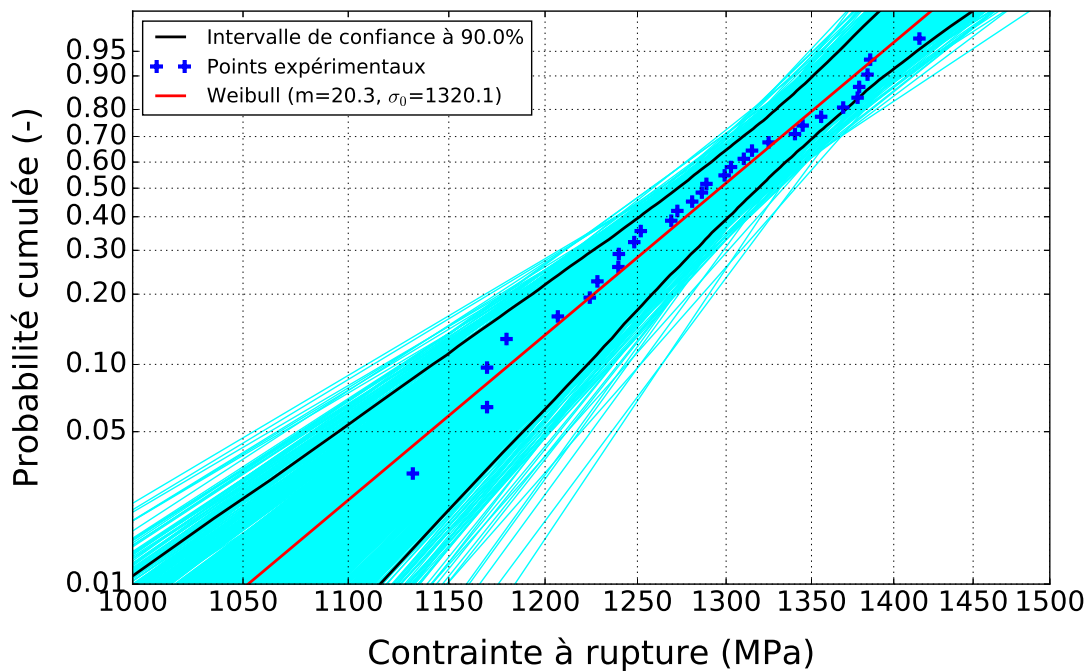


FIGURE 4.11 – Comparaison logarithmique entre les résultats expérimentaux et la fonction de densité cumulée de Weibull avec son intervalle de confiance à 90 % généré à l'aide des simulations bootstrap (courbes turquoise).

## 4.4 Caractérisation mécanique des fils

### 4.4.1 Les assemblages de fibres

Les renforts, utilisés dans le composite textile, sont des fils constitués de fibres PA66 pour les fils de trame, et de fibres PET pour les fils de chaîne. Même si le comportement de ces fibres a été identifié, il n'est pas suffisant pour caractériser précisément les propriétés mécaniques des fils. En effet, le comportement d'un fil est dépendant du type d'assemblage de fibres dont il est constitué. Par exemple, Lechat [Lechat, 2007] a observé que plus l'assemblage des fibres devient complexe, plus la raideur et la force à rupture diminuent (Fig. 4.12). Les courbes de traction montrent cependant une allure similaire au comportement d'une fibre unitaire avec la présence des trois différents domaines. Les écarts de propriétés mécaniques peuvent s'expliquer par un chargement non uniforme des fibres résultant d'une dispersion des longueurs de fibres, ou encore, par l'angle de torsion introduit par maintenir la cohésion de l'assemblage. En fixant  $\alpha$ , l'angle de l'hélice résultant de la torsion, Hearle *et al.* quantifie la diminution de la résistance à rupture avec l'expression  $\cos^2(\alpha)$  [Hearle *et al.*, 1969]. Des travaux plus récents, comme ceux de Rao et Farris [Rao et Farris, 2000], montrent une diminution plus importante de la résistance à rupture qu'avec l'expression précédente. De plus, le type et la composition des fibres semblent aussi avoir une incidence sur l'évolution du module normalisé (Fig. 4.13). En revanche, pour un angle d'hélice de  $0^\circ$ , l'ensemble des études montrent que le niveau d'assemblage n'a aucun effet.

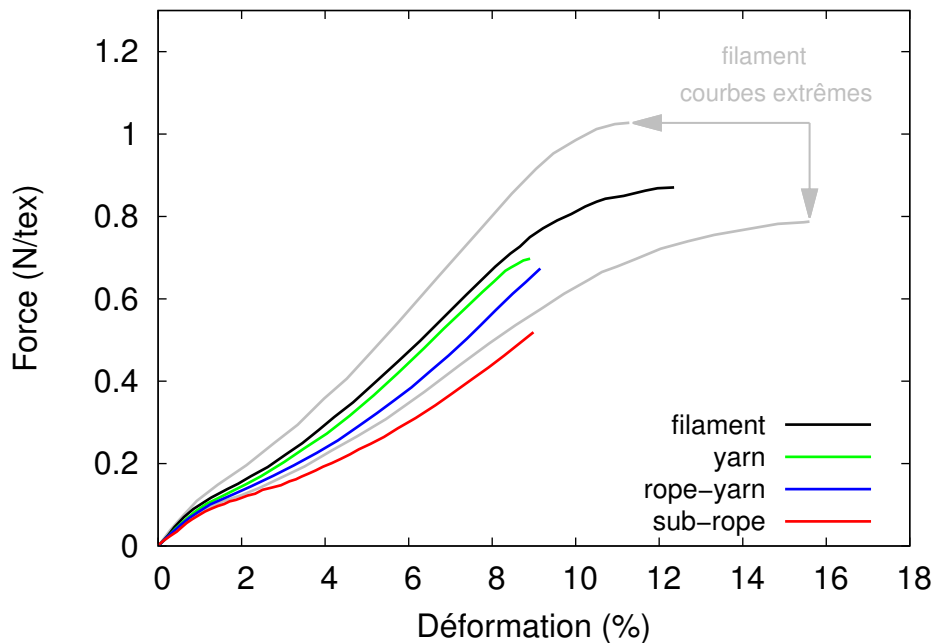


FIGURE 4.12 – Courbes de traction de différents niveaux d'assemblage de fibres PET [Lechat, 2007].

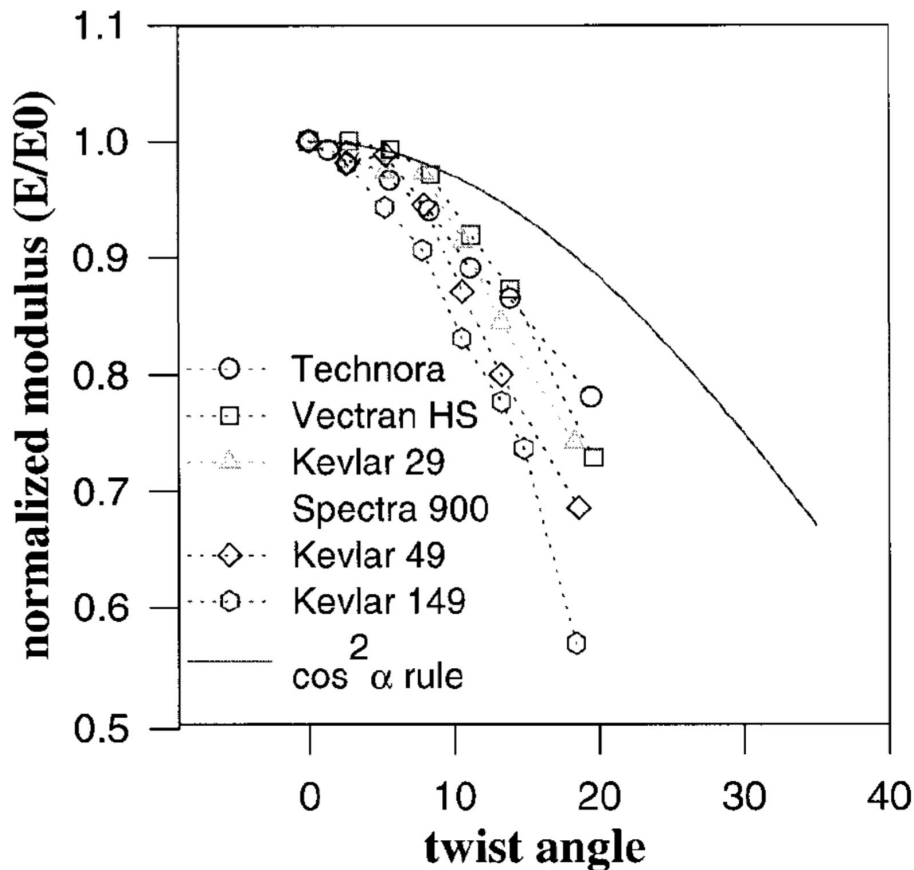


FIGURE 4.13 – Influence de l'angle d'hélice sur le comportement d'un toron [Rao et Farris, 2000].

#### 4.4.2 Procédure expérimentale

Les essais de traction sur les fils (chaîne et trame) ont été effectués, selon l'axe des fils, sur une machine d'essai à vérin mécanique. Les éprouvettes étant directement les fils, un système de cabestans a été utilisé pour positionner correctement les fils et ainsi éviter la rupture du fils dans les fixations (Fig. 4.14). La machine a été pilotée, pour les essais de traction uniaxiale, en déplacement imposé. La force a été mesurée à l'aide d'une cellule de charge. Pour l'allongement, c'est un extensomètre à clip, fixé directement sur le fil, qui a été utilisé. L'ensemble des essais a été réalisé à température et humidité ambiante.

##### Vitesses d'essai

Les essais de traction, uniaxiale et monotone, ont été réalisés avec des vitesses de déplacement imposées de 20, 100 et 300 mm/min. La vitesse est mesurée à l'aide d'un capteur LVDT et représente celle du déplacement vérin.

##### Section des fils

Afin de pouvoir relier la force à la contrainte, la section des fils doit encore être estimée. Les fils étant des assemblages de fibres, une mesure précise est délicate. De plus, dans la modélisation numérique multiéchelle, c'est le comportement homogénéisé du fil à l'échelle mésoscopique qui est utilisé. Pour l'obtenir expérimentalement, l'ensemble microscopique, constitué

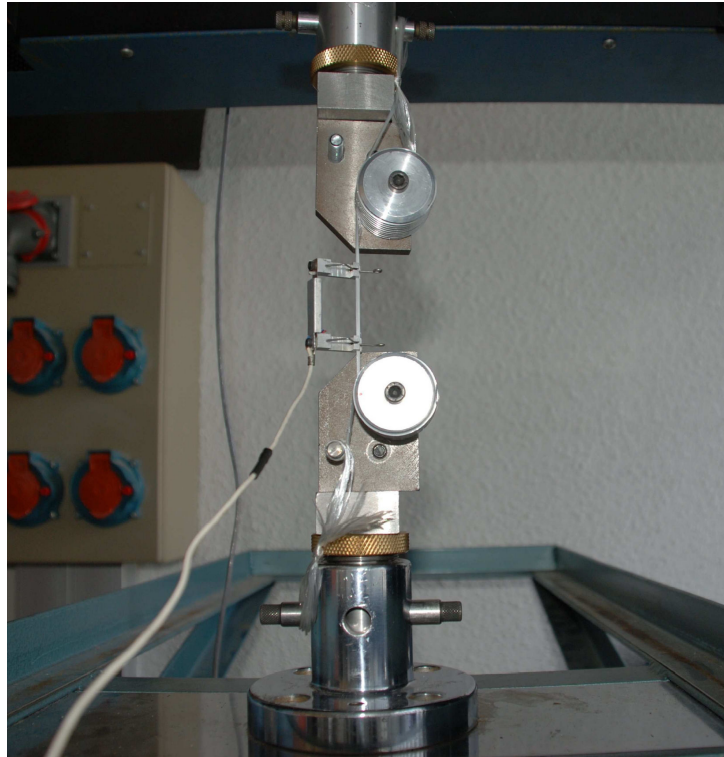


FIGURE 4.14 – Dispositif expérimental pour un essai sur fil.

des fibres et du vide entre-elles, doit être pris en compte. La section apparente du fil a donc été choisie à la place de la section effective. La section moyenne apparente des fils a directement été mesurée, par analyse d'image, à partir de coupes transversales du matériau composite [Piezel, 2010]. Les sections sont fixées respectivement à  $1,54 \text{ mm}^2$  et  $1,18 \text{ mm}^2$  pour les fils de chaîne et de trame.

Afin d'observer l'importance du choix de la section apparente, la section effective a été mesurée dans ce travail. D'un point de vue mathématique, la section effective représente le nombre de fibres multiplié par la section de chaque fibre. Les fils étant constitués d'un grand nombre de fibres, le diamètre moyen a été utilisé pour calculer une section moyenne. En ce qui concerne la détermination du nombre de fibres, elle a été effectuée par analyse d'image sur des fils observés au microscope optique. Pour le fil de chaîne, en PET, environ 2300 fibres ont été identifiées (Fig. 4.15) conduisant à une section effective de  $0,89 \text{ mm}^2$ , pour un diamètre moyen de  $22,2 \mu\text{m}$ . Pour le fil de trame, afin de limiter les erreurs pouvant provenir de la présence de filaments de coton (Fig. 4.16 (b)), l'observation a été effectuée sur deux fils juxtaposés. Même si ces filaments de coton ne sont pas mécaniquement pris en compte, ils participent à l'augmentation de la section apparente du fil. Leurs présences s'expliquent d'un point de vue fonctionnel, car ils sont sensés permettre une meilleure adhérence du fil de trame avec la matrice. Individuellement, chaque fil de trame, est formé d'environ 800 fibres continues PA66 et de 2 filaments de fibres longues de coton (Fig. 4.16 (a)). La section effective du fil de trame, en fibres PA66 de diamètre moyen de  $28 \mu\text{m}$ , est de  $0,49 \text{ mm}^2$ .



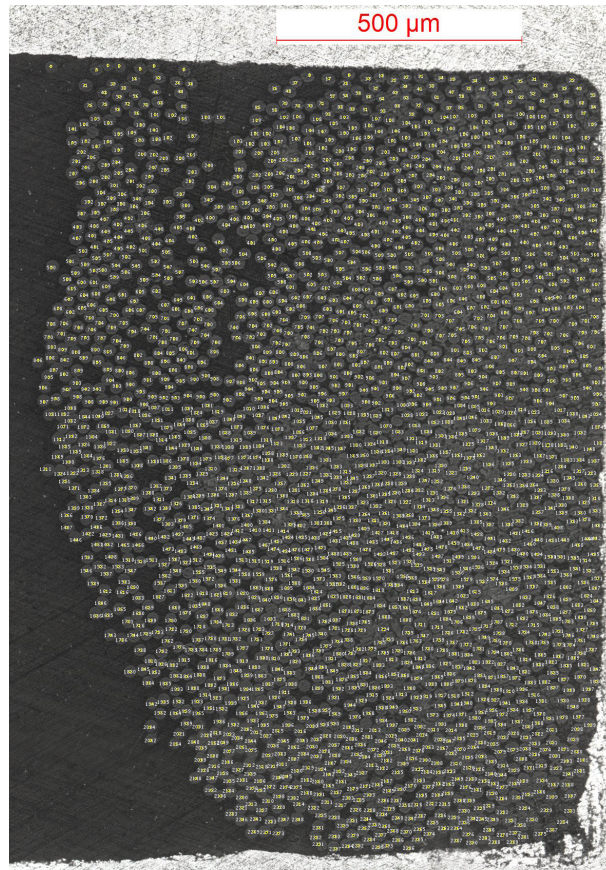


FIGURE 4.15 – Observations microscopiques de fibres PET dans un fil de chaîne.

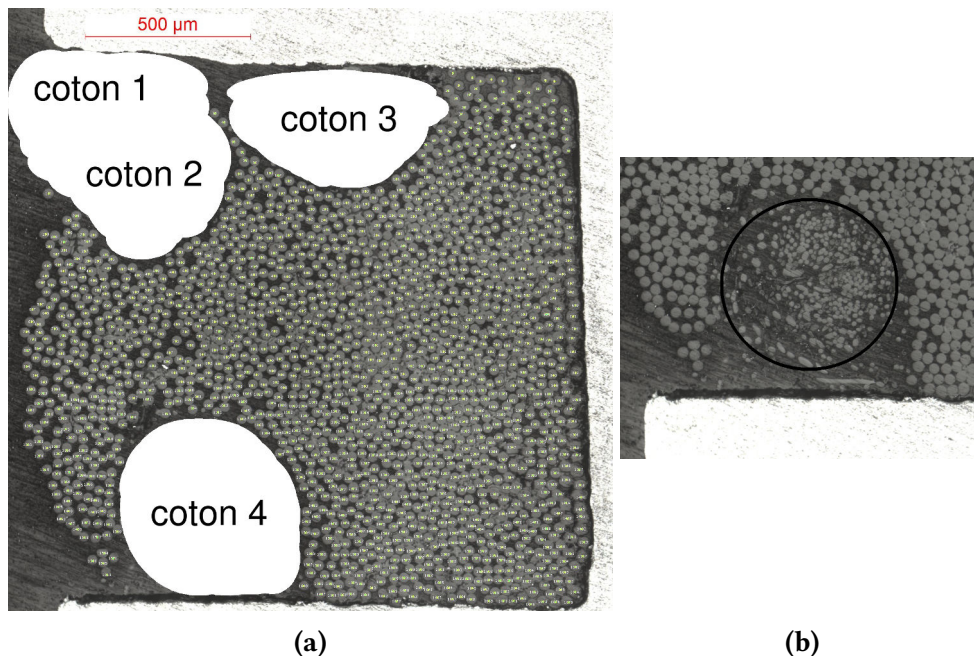
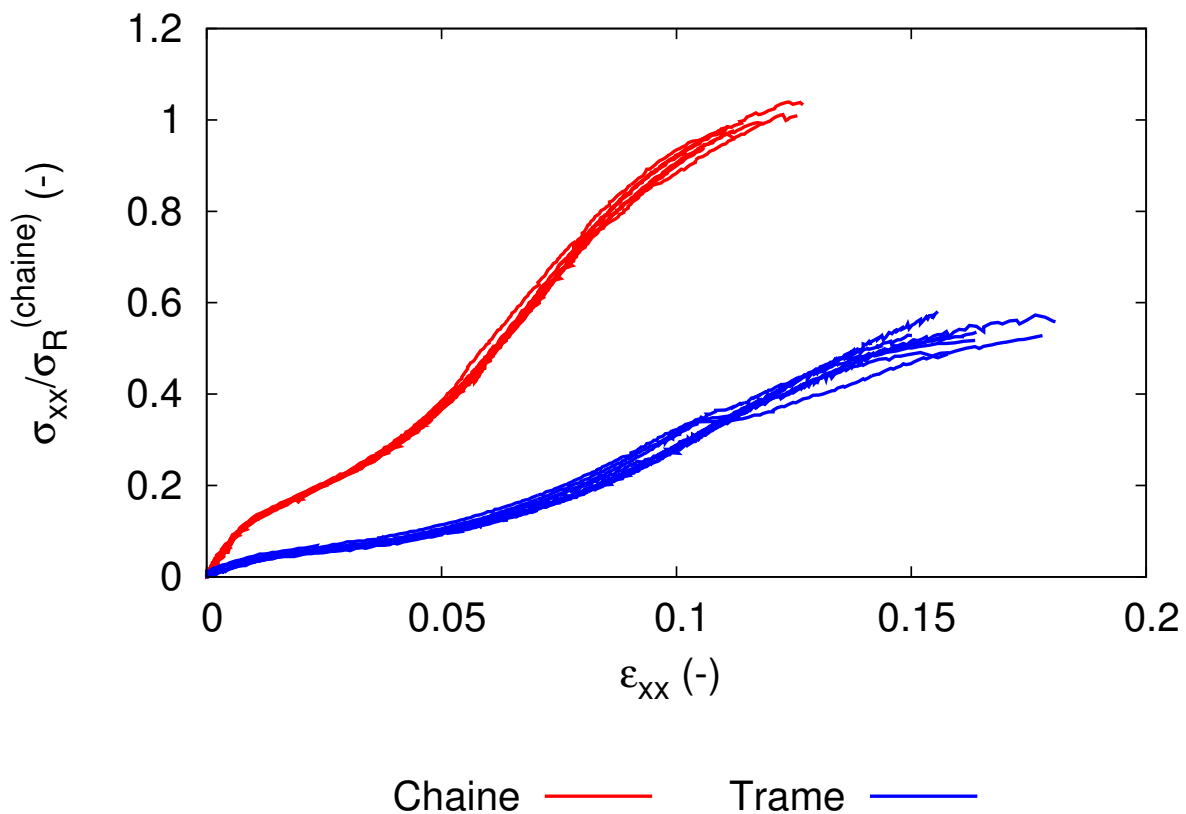


FIGURE 4.16 – Observations microscopiques de fibres PA66 dans un fil de trame (a) et visualisation du filament ‘coton 4’ (b).



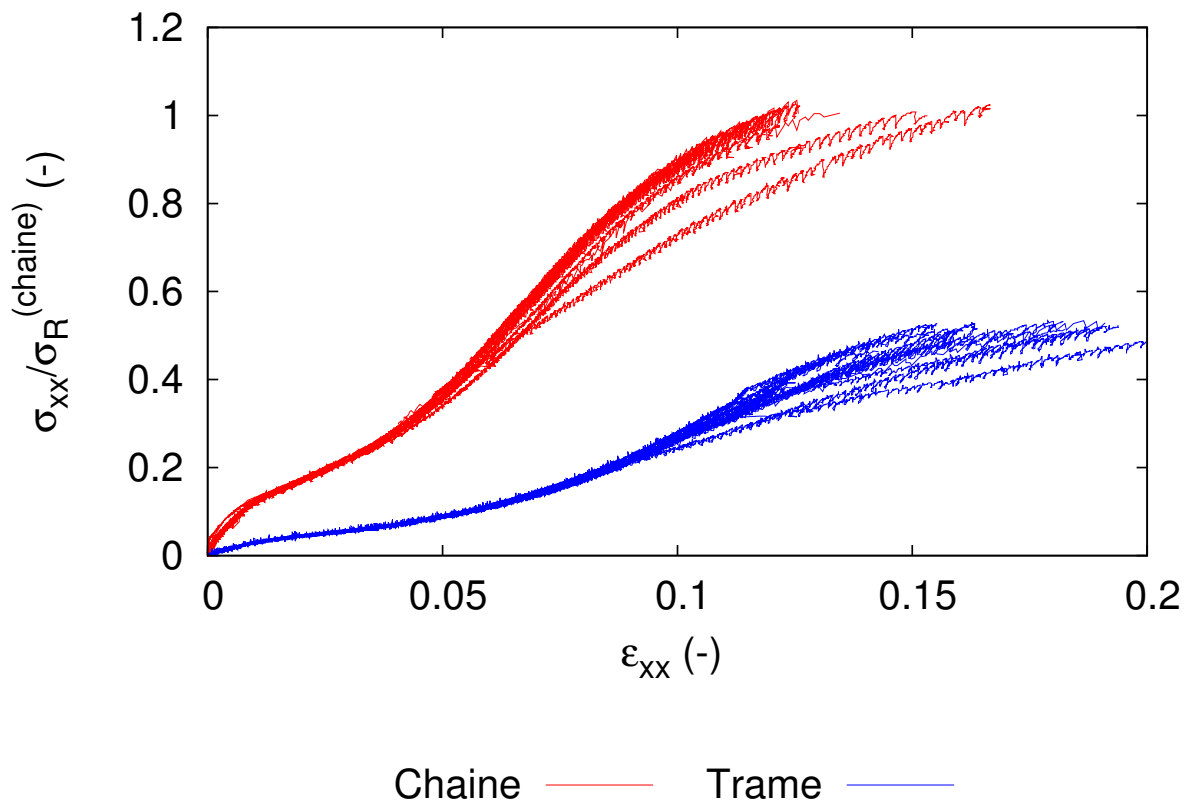
### 4.4.3 Résultats

Les résultats des essais de traction, pour une vitesse de déformation de 100 mm/min, sont présentés sur la figure 4.17. Les courbes, exprimant la contrainte nominale en fonction de la déformation nominale, montrent une allure similaire aux essais sur fibres unitaires. En effet, les trois domaines de déformations observables sur les fibres se retrouvent aussi dans les fils. Les déformations expérimentales à rupture sont respectivement, pour les fils de chaîne et de trame d'environ 12 % et 16 %. Les différences avec celles des fibres unitaires, respectivement 16 % et 24 %, peuvent se justifier par les résultats trouvés dans la littérature comme l'angle de l'hélice, qui est proche de 14° pour les deux fils. Cependant, les valeurs des contraintes à rupture, pour les fils de chaîne et trame, sont très éloignées avec respectivement 52 % et 35 % des valeurs obtenues pour des fibres correspondantes. Ces écarts sont trop conséquents pour s'expliquer uniquement par les raisons précédemment énoncées. En revanche, ils s'expliquent, assez facilement, par les différences entre les sections apparentes et effectives pour calculer la contrainte.



**FIGURE 4.17** – Courbes de traction conventionnelles des fils de chaîne en PET et de trame en PA66 pour une vitesse de déformation de 100 mm/min.

Les essais réalisés aux autres vitesses de déformation, 20 et 300 mm/min, n'ont pas permis de révéler expérimentalement des tendances. Pourtant, le comportement visqueux des polymères est directement lié à la vitesse de déformation, et il est admis, que plus la vitesse de déformation est grande, plus le comportement du matériau devient rigide [Richeton *et al.*, 2006]. Pour les fils testés, cette dépendance est noyée dans la dispersion expérimentale, qui s'observe facilement sur les courbes des essais à 20 mm/min (Fig. 4.18).



**FIGURE 4.18** – Courbes de traction conventionnelles des fils de chaîne en PET et de trame en PA66 pour une vitesse de déformation de 20 mm/min.

L'analyse des essais de traction à 20 mm/min a néanmoins permis d'observer la présence d'oscillations sur les courbes expérimentales. Ces oscillations, correspondant à des sauts de contrainte, sont assimilées à la rupture de fibres dans le fil. Le nombre et l'amplitude qui a, de plus, tendance à augmenter avec l'intensité de la charge, semblent indiquer que la rupture de fibres se produit par paquet. En effet, pour les fils de chaîne, une oscillation proche de la rupture représente un saut d'environ 20 N concordant mathématiquement à la coupure d'un paquet de 40 fibres. Pour rappel (voir table 4.2), la force moyenne à rupture d'une fibre PET est de 0,5 N. Une détermination quantitative, à partir de ces courbes (Fig. 4.18), d'une distribution à rupture des fibres paraît encore compliquée au vu des incertitudes liées à la précision du capteur de force, à d'éventuelles glissements du fil ou encore au chargement non uniforme des fibres. Des techniques de mesures expérimentales, comme l'émission acoustique, pourraient permettre de compter plus précisément le nombre de fibres rompues au sein d'un fil mais la mesure locale du niveau de contrainte reste discutable [Hamstad et Moore, 1986].

## 4.5 Caractérisation mécanique de la matrice PVC

### 4.5.1 Descriptif de l'essai

Les éprouvettes utilisées pour caractériser le PVC constituant la matrice, ont été prélevées dans une plaque de PVC massif. Cette plaque présente la même composition ainsi que les mêmes conditions de mise en œuvre que le PVC de la matrice. La géométrie des éprouvettes apparaît sur la Figure 4.19. Elle présente une zone utile de 30 mm de longueur et une section de  $225 \text{ mm}^2$  ( $15 \times 15 \text{ mm}^2$ ). Devant la souplesse du PVC de la matrice, avec un taux de plastifiants de l'ordre de 50 %, l'usinage a également été réalisé par découpe au jet d'eau.

Les essais de traction ont été réalisés sur une machine MTS de type servo-hydraulique. Le pilotage des essais a été effectué à déplacement imposé avec une vitesse de 10 mm/min. Ce déplacement global est mesuré par des capteurs LVDT. La mesure de la déformation, dans la zone utile, a été fournie par un extensomètre laser. Ce type d'extensomètre utilise la réflexion de faisceaux laser sur deux emplacements réfléchissants situés sur l'échantillon, constituant la base de mesure. Le déplacement des zones réfléchissantes sera ensuite capté par des caméras. Les essais ont été effectués à température ambiante avec une humidité relative d'environ 50 %.

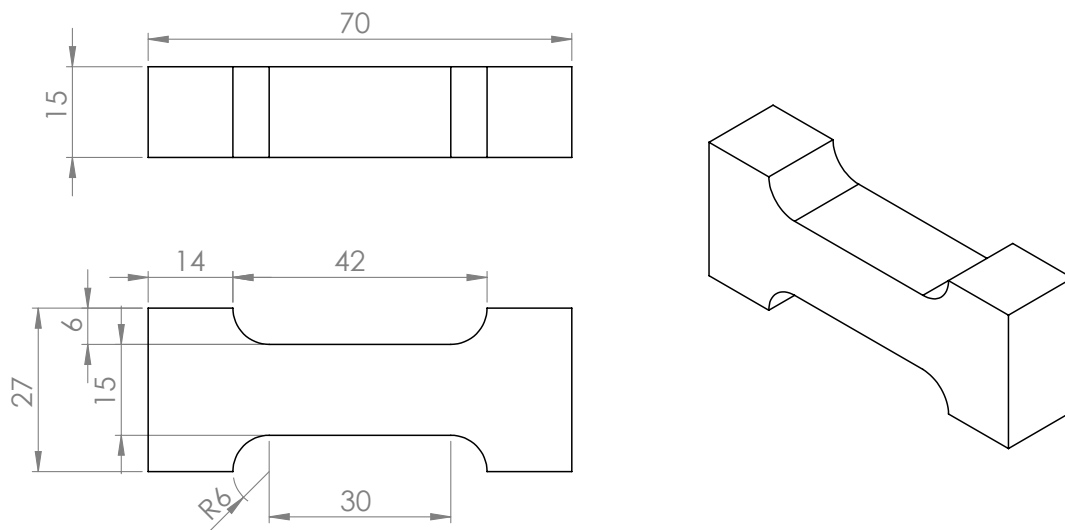


FIGURE 4.19 – Géométrie de l'éprouvette de traction en mm.

### 4.5.2 Résultats

La courbe de traction monotone du PVC, provenant des essais de traction réalisés par B. Piezel [Piezel, 2010], est présentée sur la Figure 4.20. Elle montre l'évolution de la contrainte nominale en fonction de la déformation nominale. L'allure de la courbe montre un comportement avec deux parties distinctes. La première partie est linéaire jusqu'à environ 20 % de déformation nominale alors que la deuxième est non-linéaire jusqu'à la rupture de l'éprouvette, vers 100 % de déformation. Le module d'Young du PVC, issu de la partie linéaire, est

d'environ 7,2 MPa. Comparé aux modules d'Young des renforts, le PVC de la matrice possède une très faible rigidité et un important allongement à rupture. Ces caractéristiques permettent à la bande de se déformer et de suivre ainsi les trajectoires imposées par le convoyeur (passages de rouleaux et mise en auge). L'utilisation d'un PVC rigide, c'est-à-dire sans plastifiant, n'aurait pas permis cette flexibilité. En effet, le PVC rigide possède un module d'Young de l'ordre de 2 GPa [Gomez, 1984]. L'influence du module d'Young de la matrice sur le comportement du composite est étudié dans la partie sur l'optimisation numérique des composites tissés.

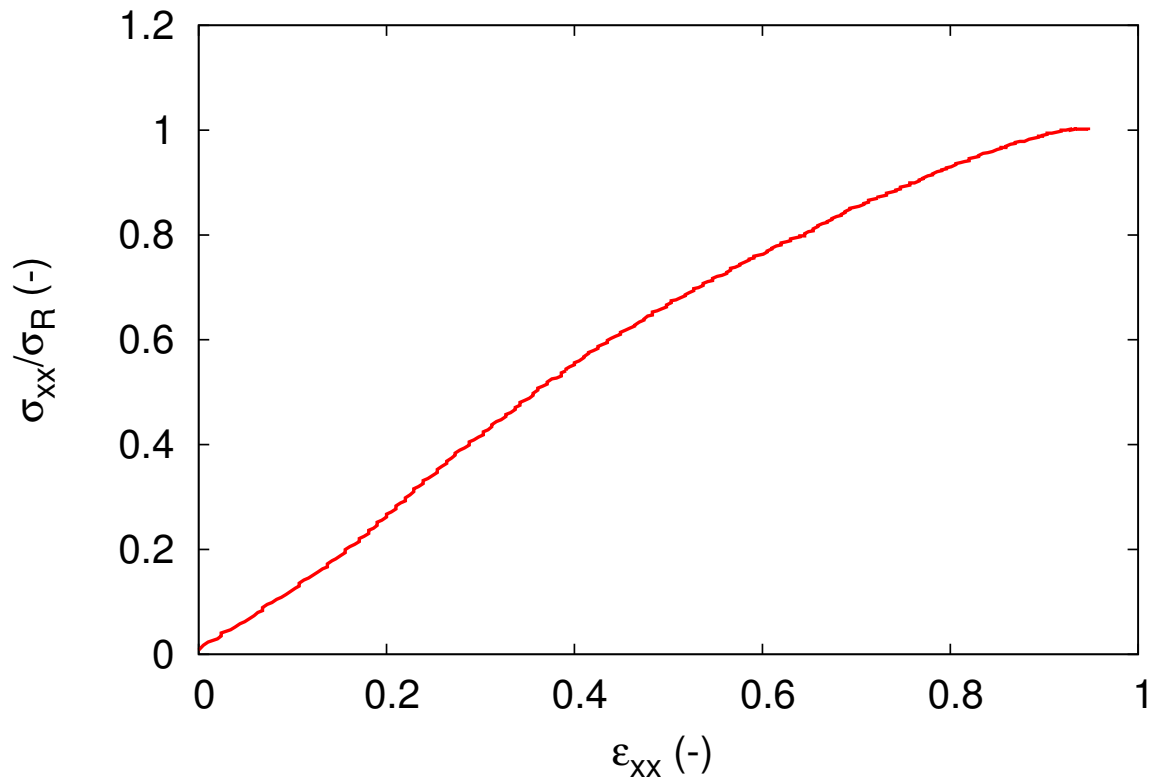


FIGURE 4.20 – Courbe de traction conventionnelle du PVC constituant la matrice.

## 4.6 Caractérisation mécanique des constituants. Synthèse

Les essais de traction, sur fibres PET et PA66, ainsi que la bibliographie associée ont permis de mieux comprendre le comportement non linéaire, composé de trois domaines, des fils de renfort. Les essais sur fils ont révélé, en plus des principales propriétés mécaniques, que la rupture des fibres dans les fils se produit en paquet et n'apparaît qu'à partir d'un certain seuil.

Par ailleurs, une campagne expérimentale sur les contraintes à rupture des fibres PET a été menée. Cette campagne a fourni, à l'aide d'une loi de Weibull, une distribution probabiliste des contraintes à ruptures des fibres qui servira de données d'entrée à l'approche numérique probabiliste de la rupture des fils de chaîne.

De plus, le comportement de la matrice, présumé isotrope et non linéaire, a été déterminé à l'aide d'essais de traction sur éprouvettes lisses. Enfin, les principaux résultats expérimentaux, sur les matériaux constituant la carcasse à l'échelle mésoscopique, sont synthétisés dans la table 4.3. Les résultats pour les fibres PET et PA66, composant respectivement les fils de chaîne et de trame, sont résumés dans la table 4.4.

Constituants	Matériau	Module d'Young (MPa)	$\sigma_R/\sigma_R^{(chaîne)}$ (%)	$\varepsilon_R$ (%)
Fil chaîne	PET	7900	100	11-12
Fil trame	PA66	2300	55	15-18
Matrice	PVC	7,2	0,95	100

**TABLE 4.3** – Propriétés mécaniques des constituants de la carcasse, à l'échelle mésoscopique, issues des essais de B. Piezel [Piezel, 2010].

Matériau	Module d'Young (GPa)	$\sigma_R$ (MPa)	$\varepsilon_R$ (%)	Weibull	
				m	$\sigma_0$ (MPa)
PET	$\approx 15$	1290	$\approx 16$	20,3	1320,1
PA66	$\approx 6$	$\approx 1000$	$\approx 24$	/	/

**TABLE 4.4** – Propriétés mécaniques des fibres, à l'échelle microscopique, composant les fils de chaîne et de trame.





## Chapitre 5

# Caractérisation de la dégradation de la bande

*Ce chapitre s'intéresse aux mécanismes de dégradation de la bande transporteuse et plus particulièrement à ceux de la carcasse. L'observation, réalisée sur des échantillons sains et dégradés de la bande, a été effectuée aux échelles macroscopique et mésoscopique. L'utilisation de la Tomographie aux rayons X a permis de révéler l'architecture du renfort tissé et les défauts de mise en œuvre sur les échantillons sains. En ce qui concerne les échantillons dégradés, cette technique a mis en évidence les mécanismes ultimes de dégradation de la bande [Laiarinandrasana et al., 2016b].*

### Sommaire

---

5.1	Objectif et démarche . . . . .	<b>88</b>
5.2	Matériau sain . . . . .	<b>89</b>
5.2.1	Échelle macroscopique . . . . .	89
5.2.2	Échelle mésoscopique . . . . .	89
5.3	Matériau dégradé . . . . .	<b>94</b>
5.3.1	Échelle macroscopique . . . . .	94
5.3.2	Échelle mésoscopique . . . . .	94
5.4	Synthèse . . . . .	<b>97</b>

---



## 5.1 Objectif et démarche

L'objectif de ce chapitre est d'identifier les mécanismes de dégradation du composite tissé constituant la carcasse de la bande transporteuse. Expérimentalement, ces mécanismes dépendent des conditions de chargement, de l'architecture interne du composite mais aussi de l'échelle d'observation. Dans cette étude, les travaux menés se limitent aux sollicitations principales de la bande avec la traction dans le sens chaîne et la flexion provoquée par le passage des rouleaux.

A l'échelle mésoscopique, pour la traction, les mécanismes de dégradation ont déjà été identifiés [John *et al.*, 2001] [Lomov *et al.*, 2008] [Couégnat *et al.*, 2010] et comportent les étapes suivantes :

- fissurations matricielles et des torons transverses selon l'axe des fils ;
- décohésions aux interfaces fils/matrice ;
- fissuration des fils longitudinaux perpendiculairement à leur axe provoquant la ruine du composite.

Afin d'évaluer l'influence de la flexion et de localiser les sites d'amorçages de la rupture des fils de chaîne pour notre architecture, les matériaux, sain et dégradé, ont été observés également à l'échelle mésoscopique. Une technique qualifiée de non destructive a été employée, la tomographie aux rayons X. Cette technique n'étant pas au cœur de la thèse, seul le concept est présenté (Fig. 5.1). Pour plus d'informations le lecteur peut, par exemple, s'orienter sur des œuvres tel que [Baruchel *et al.*, 2000] [Maire *et al.*, 2001] [Salvo *et al.*, 2003] [Moffat *et al.*, 2008]. En sciences des matériaux, le principe de la Tomographie aux rayons X repose sur l'acquisition d'un ensemble de projections (radiographies) selon différentes positions angulaires de l'échantillon. Les contrastes observées sur les projections 2D par le détecteur, correspondent aux différences d'intensités transmises mesurées qui varient linéairement avec la densité du matériau. La relation entre l'intensité transmise et la densité du matériau est décrite par la loi de Beer-Lambert. La tomographie aux rayons X permet donc uniquement de voir des contrastes de densité au sein d'un matériau hétérogène, à l'échelle d'observation. La représentation tridimensionnelle du volume scanné peut être obtenue par différentes techniques, les deux plus utilisées sont la rétro-projection filtrée, et les algorithmes de reconstructions algébriques. En ce qui concerne la résolution spatiale de cette technique, allant du nm au m, elle résulte d'un grand nombre de paramètres allant des caractéristiques de la source des rayons X aux propriétés du détecteur. Les sources de rayonnement sont, pour les tomographes de laboratoire, des tubes à rayons X mais des sources plus intenses et cohérentes existent et permettent d'atteindre les résolutions nanométriques [Morgeneyer *et al.*, 2014] et d'imager les interfaces dans des matériaux à faible gradient de densité, les synchrotrons.

Les observations aux rayons X ont été réalisées, lors de la thèse de W. Trabelsi [Trabelsi, 2013], sur le tomographe de laboratoire de l'institut Navier de L'École des Ponts ParisTech. Cependant, l'analyse et le dépouillement des données expérimentales ont été renouvelés dans cette étude. Les volumes reconstruits présentent une résolution de  $8\ \mu\text{m}$  par pixel, permettant seulement une identification qualitative des différents constituants. Par ailleurs, la carcasse étant composée exclusivement de polymères, les contrastes de densité entre les matériaux sont faibles rendant l'analyse quantitative encore plus compliquée.

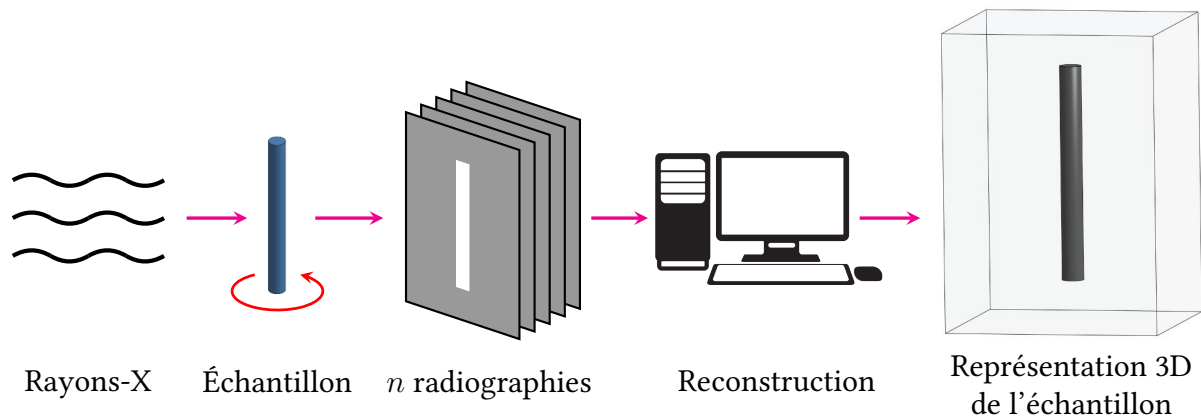


FIGURE 5.1 – Schéma de principe de la tomographie aux rayons X.

## 5.2 Matériau sain

### 5.2.1 Échelle macroscopique

À cette échelle, seul le revêtement de la bande est visible. Les autres plis de la stratification du composite ne sont pas accessibles sans dégrader la bande. Visuellement, le revêtement de la bande présente un aspect lisse et uniforme.

### 5.2.2 Échelle mésoscopique

L'observation de la bande, et plus particulièrement de la carcasse, est réalisée par tomographie aux rayons X. Cette méthode d'analyse a permis de visualiser, sans aucune dégradation, l'état initial du composite. Le volume de l'échantillon considéré est de  $24,8 \times 6,6 \times 9,3 \text{ mm}^3$ . L'arrangement spatial, au sein de la matrice, des couches de fils trame et les nappes de fils chaîne est ainsi révélé, au même titre que les défauts de fabrication présents à cette échelle.

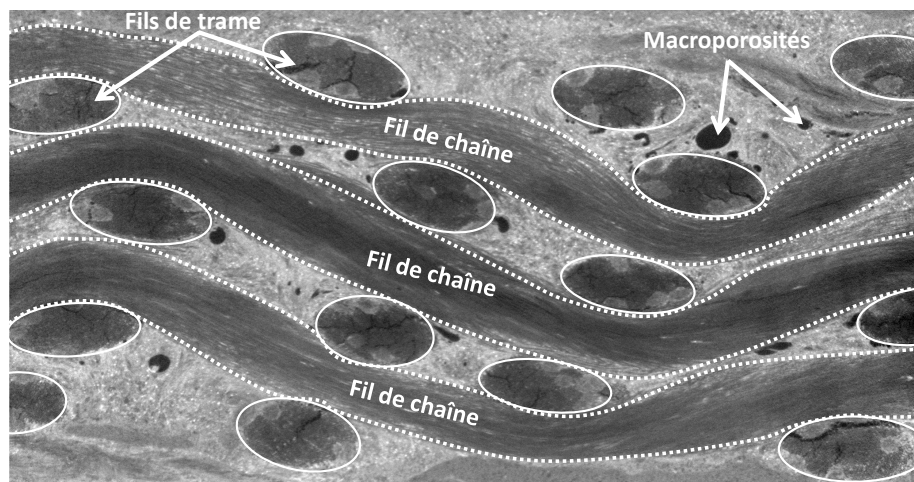


FIGURE 5.2 – Coupe virtuelle suivant la direction trame révélant les défauts de la carcasse.

La figure 5.2 montre une coupe virtuelle de la carcasse, suivant la direction trame, permettant l'observation du renfort textile et de la matrice. Pour cet échantillon, les défauts, provenant de la fabrication et de l'élaboration de la bande, sont nombreux. D'un point de vue architectural, l'alignement des fils de chaîne et de trame est imparfait conduisant à des trajectoires de fils dans les couches et nappes irrégulières par rapport au schéma théorique (voir figure 1.19 du chapitre 1). De plus, suivant leur abscisse curviligne, la section des fils du renfort est variable avec une tendance elliptique pour les fils de trame et circulaire pour ceux de chaîne (Fig. 5.3 et 5.4).

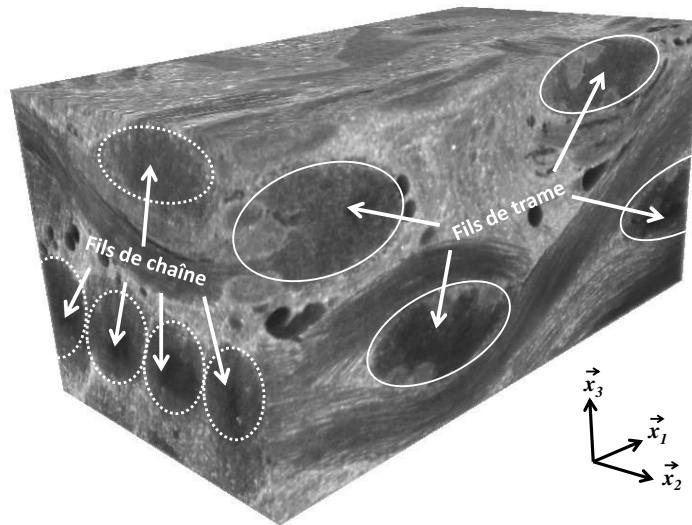


FIGURE 5.3 – Rendu volumique tridimensionnel révélant l'architecture interne de la carcasse.

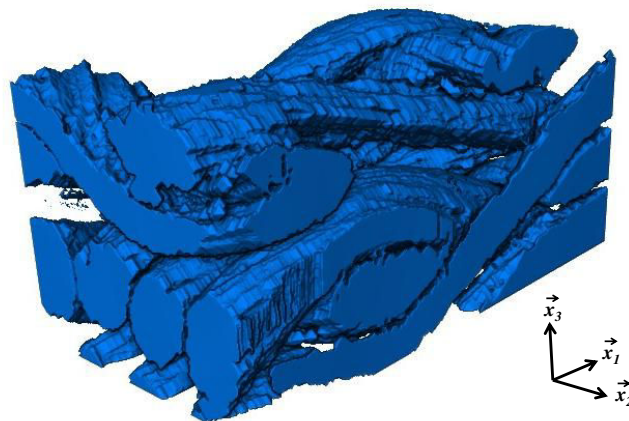
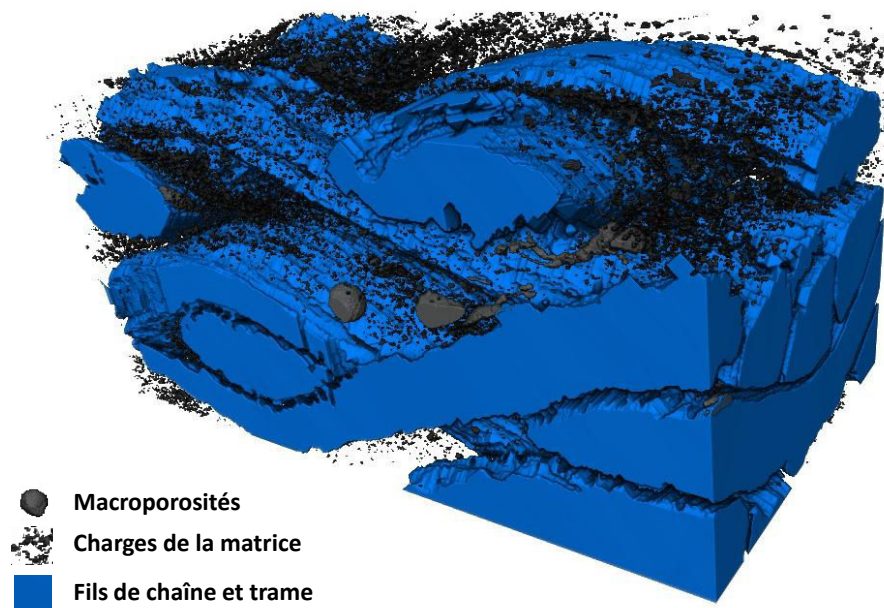


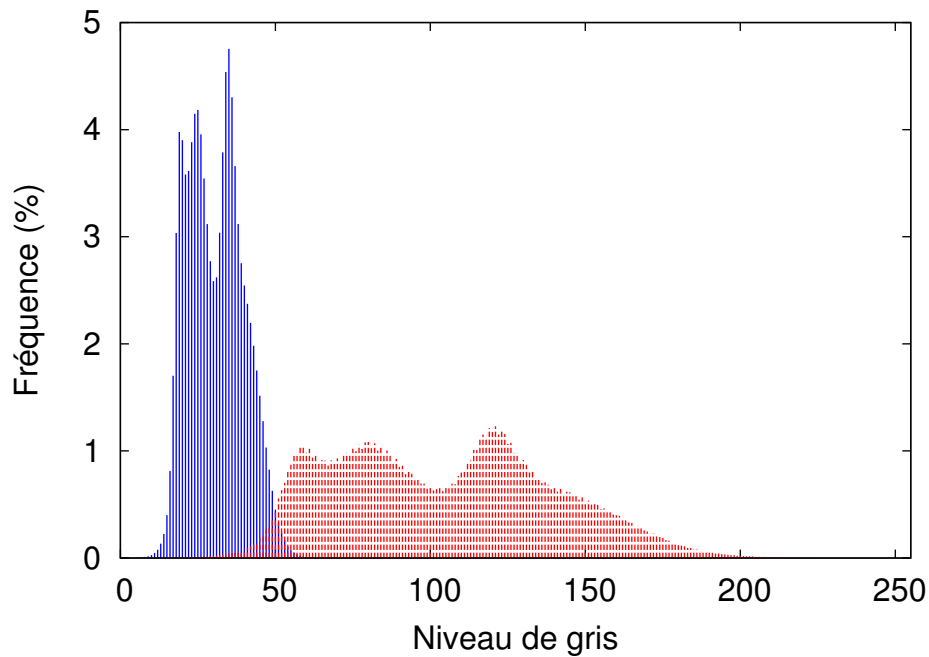
FIGURE 5.4 – Volume segmenté présentant l'architecture du renfort textile (fils de chaîne et trame confondus).



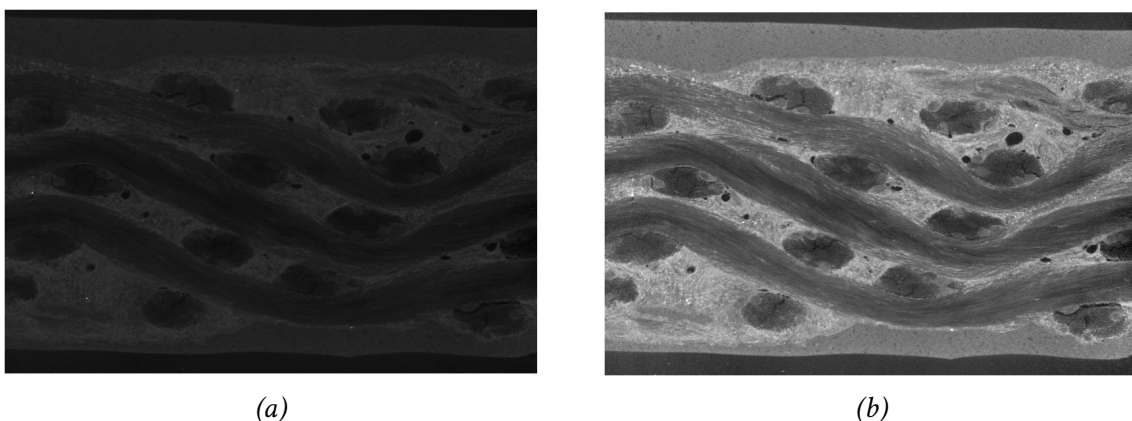
**FIGURE 5.5** – Volume segmenté avec la présence de trois phases distinctes : le renfort textile, les macroporosités et les charges présentes dans la matrice.

Les figures 5.4 et 5.5 présentent des volumes segmentés des différents constituants. La segmentation consiste à partitionner l'ensemble des pixels d'une image selon différents groupes. En science des matériaux, chaque groupe correspond à une phase du matériau hétérogène. Par exemple, dans les milieux poreux, la segmentation, ou binarisation car seulement deux phases sont en présence, consiste à regrouper les pixels représentant la porosité et la matière selon deux groupes distincts. Les techniques de segmentation sont nombreuses et dépendent exclusivement de l'interprétation souhaitée de l'image. Une des plus simples est le seuillage qui comporte plusieurs méthodes (détection de vallées, minimisation de la variance, seuillage entropique, méthode du pourcentage ...). Dans ces méthodes, la segmentation est réalisée en utilisant exclusivement l'histogramme de la distribution de niveau de gris. Cette technique est notamment efficace quand un pic de l'histogramme est strictement attribué à un groupe ou une phase. Pour le volume étudié, l'histogramme de niveau de gris (Fig. 5.6) ne présente pas un ensemble de pics attribuable à chacune des phases. Le résultat de la segmentation est alors approximatif (Fig. 5.8) et s'explique aisément par les faibles écarts de densité entre les différents polymères constituant la carcasse. De plus, les fils étant secs, c'est-à-dire constitués de fibres et de vide, la densité locale du fil varie de celle de l'air (pour des pores supérieurs à la résolution de  $8\ \mu\text{m}$ ) à celle des fibres PA66 et PET. Une multitude d'autres techniques [Harralick et Shapiro, 1985] de segmentation existent, la détection de régions [Cheng *et al.*, 2015], les techniques de croissance de régions [Adams et Bischof, 1994] ou encore de reconnaissances morphologiques [Meyer et Beucher, 1990] peuvent être citées pour exemple. Pour les images tomographiques aux rayons X, la segmentation a été réalisée avec les outils présents dans le logiciel Avizo® édité par la société FEI. Une segmentation satisfaisante des renforts n'a pas pu être réalisée avec l'utilisation d'un seul outil malgré les outils comme le 'Watershed' ou encore le 'Propagating Contour'. Le 'Watershed', ou Ligne de partage des eaux, est une technique [Mangan et Whitaker, 1999] de reconnaissance morphologique qui simule l'inondation de l'image

en considérant le niveau de gris comme un relief typographique. Le ‘Propagating Contour’ est une technique hybride [Chu et Aggarwal, 1993] qui combine la détection des contours avec la croissance de régions. Les difficultés de la segmentation des constituants avec ces outils sont issues des mêmes raisons évoquées pour la technique de seuillage. La segmentation des fils, de chaîne et trame, a donc été effectuée en utilisant plusieurs outils mais surtout en corrigeant manuellement la segmentation de chaque image 2D. Le rendu volumique tridimensionnel du renfort textile apparaît sur la figure 5.4.

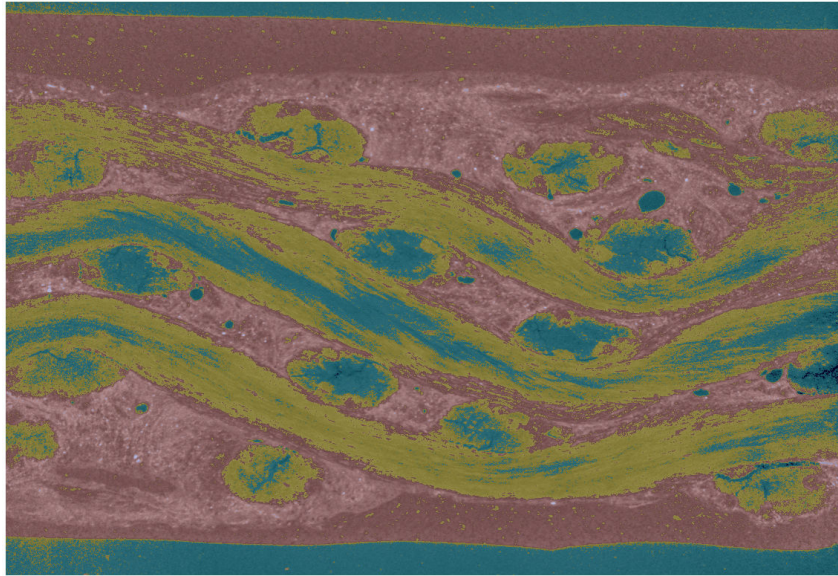


**FIGURE 5.6** – Distributions du niveau de gris en 8 bits, recouvrant l’ensemble du spectre visible en 16 bits (en bleu) et centrée sur le pic pour une meilleure visualisation des matériaux polymères (en rouge).



**FIGURE 5.7** – Coupes virtuelles en 8 bits (a) et 16 bits (b) utilisant les distributions de niveau de gris présentées sur la figure 5.6 avec les histogrammes bleu et rouge correspondant respectivement aux images (a) et (b).





**FIGURE 5.8** – Segmentation approximative des différentes phases par une technique de seuillage.

En revanche, les macroporosités et les charges présentes dans la matrice ont été facilement segmentées avec une technique de seuillage (Fig. 5.5). Les macroporosités sont les amas de pixels noir (niveau de gris proche de 0) et les charges sont les pixels clairs dans la matrice (niveau de gris proche de 255) (Fig. 5.3). En ce qui concerne les microporosités et les charges inférieures à  $8\ \mu\text{m}$ , la résolution des images est insuffisantes pour les détecter. À l'aide d'observations MEB [Piezel, 2010], B. Piezel a montré que la taille de ces charges varie de quelques  $\mu\text{m}$  à  $200\ \mu\text{m}$ . D'un point de vue mécanique, ces charges représentent des sites potentiels de germination de cavités entraînant une dégradation plus rapide de la matrice [Ognedal *et al.*, 2014].

L'observation de la distribution du niveau de gris, recouvrant l'ensemble du spectre visible (histogramme bleu sur la figure 5.6), a révélé l'existence de pixels possédant un niveau de gris proche de 255. En attribuant, avec l'aide du même histogramme, un niveau de gris moyen pour les polymères à 35, une densité de 9 peut être estimée de ces pixels clairs. En effet, en prenant une densité d'environ 1,25 pour les polymères, la linéarité de la loi de Beer-Lambert permet d'évaluer simplement la densité de ces pixels par un produit en croix. Une telle densité correspondrait alors à une contamination de la bande, pendant la fabrication, par des particules métalliques. Le nombre de ces particules reste très faible représentant seulement  $3 \times 10^{-5}\%$  du volume étudié.

## 5.3 Matériau dégradé

La dégradation du matériau a été prise en compte pour deux types de sollicitations, la traction monotone à rupture et les conditions réelles de chargement de la bande (traction et flexion cycliques).

### 5.3.1 Échelle macroscopique

À cette échelle, la traction monotone à rupture, selon la direction chaîne, ne révèle que peu d'informations concernant la dégradation de la bande. La rupture est localisée et coupe en deux la bande, perpendiculairement à la direction de sollicitation. Pour les conditions réelles, l'échantillon expertisé a été prélevé dans une bande présentant des bosses rectilignes à la surface du revêtement. Des essais de traction, réalisés par l'industriel, ont montré une diminution comprise entre 14 % et 35 % de la charge à rupture. D'autres dégradations peuvent être observées sur les bandes transporteuses comme la perforation du revêtement. Ces perforations proviennent d'impacts, liés aux marchandises transportées (minerai, pierre ...), ou encore de l'usure suite à des frottements répétés. Cependant ce type de dégradation, n'affectant pas la carcasse de la bande ne seront pas pris en compte comme une des sollicitations principales de la bande.

### 5.3.2 Échelle mésoscopique

#### Traction monotone à rupture

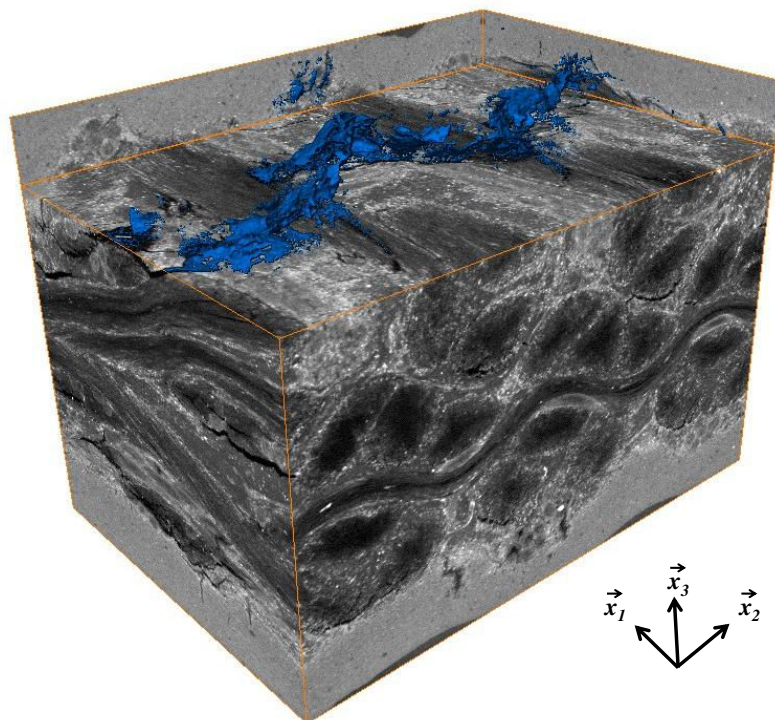
Pour ce chargement, les mécanismes de dégradation de ce composite tissé sont typiques d'une rupture en traction monotone. Les fils de chaîne sont coupés 'en avalanche' entraînant une ruine instantanée de l'ensemble des interzones du composite [Trabelsi, 2013] [Laiarinandrasana *et al.*, 2016b]. De plus, les faciès de rupture, observés par B. Piezel [Piezel, 2010] des fils de chaîne et de la matrice, sont caractéristiques d'une rupture ductile.

#### Traction et flexion cyclique

Pour les principales sollicitations, l'échantillon expertisé présente seulement des défauts de surface présents sur les deux faces du revêtement. Pour accéder à l'état de dégradation du renfort sans augmenter l'endommagement, la tomographie aux rayons X a été de nouveau employée. La segmentation des différents constituants du volume dégradé présente les mêmes difficultés que pour le matériau sain. En effet, les densités proches des matériaux, les fils composés de fibres et du vide ainsi que la résolution, ne permettent pas d'obtenir une segmentation automatique satisfaisante. La segmentation de la dégradation a donc été essentiellement réalisée manuellement.

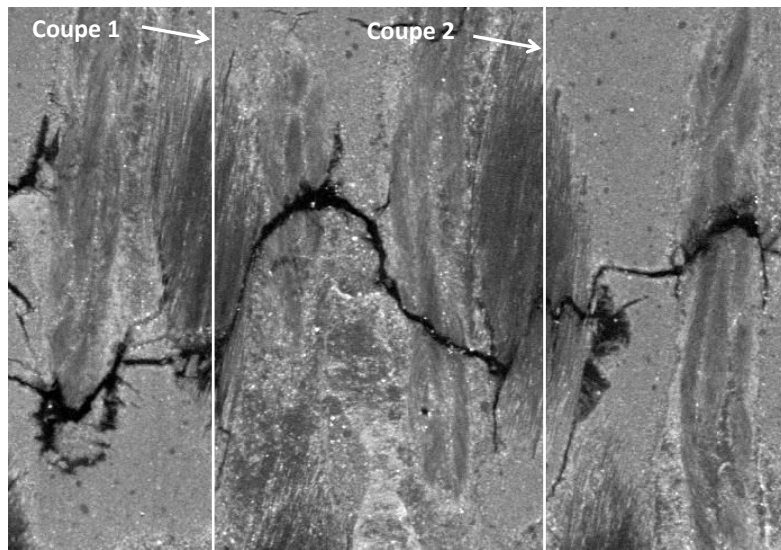
L'analyse des images de tomographie a permis de révéler des fissures sous le revêtement en élastomère. Elles sont transverses à l'axe de traction et par conséquent également colinéaires au moment de flexion cyclique. Ces fissures, aussi perpendiculaires par rapport aux fils de chaîne, expliquent les reliefs observés sur le revêtement à l'échelle macroscopique. La figure 5.9 montre la forme de la fissure traversant l'ensemble de l'échantillon dans la couche 2 mais seulement superficiellement la couche 3 (Fig. 5.10). Pour rappel (voir Fig. 1.18), la couche 2 de la bande est l'interface en PVC entre le revêtement (couche 1) et la carcasse qui est la couche 3.

Des coupes virtuelles, orthogonales à la direction trame, ont été effectuées afin de déterminer la profondeur des fissures dans la carcasse (couche 3). Ces coupes (Fig. 5.11) montrent que les fils appartenant à l'interzone ( $IZ-0$ ) sont complètement rompus. La rupture est localisée au niveau des bosses (parties concaves) de cette interzone. De plus, l'axe de la fissure est orthogonal à la direction chaîne. Cette dégradation se retrouve également sur l'autre face de la bande, où la couche 4 est fissurée et la couche 3 présente également des fissures superficielles. En revanche, les coupures de fils dans l'interzone ( $IZ-4$ ) sont moins profondes et localisées au niveau des creux (parties convexes) (Fig. 5.11). Pour les autres interzones, ( $IZ-1$ ), ( $IZ-2$ ) et ( $IZ-3$ ), l'ensemble des fils de chaîne sont intacts. La localisation de la dégradation de la carcasse (couche 3) dans les interzones extrêmes ( $IZ-0$ ) et ( $IZ-4$ ) s'explique par la tension supplémentaire, sur ces interzones, provoquée alternativement par la flexion cyclique. Les différences de dégradation entre ( $IZ-0$ ) et ( $IZ-4$ ) peuvent se justifier par plusieurs raisons. La première est la fréquence d'enroulement de la bande des faces autour des rouleaux. En effet, sur un tour complet de convoyeur, deux tensions supplémentaires, due à la flexion, sont transmises à la face en contact avec les minerais (côtés ( $IZ-0$ )). Les différences de nombres et de fréquences de sollicitations en fatigue des interzones peut avoir une influence sur la rupture des asymétriques fils de chaîne des ( $IZ-0$ ) et ( $IZ-4$ ). La deuxième raison de l'asymétrie de la dégradation est la présence sur le convoyeur, où la bande a été dégradée, d'un rouleau de faible diamètre. En effet, plus le diamètre d'un rouleau est petit, plus la courbure est grande et induit des efforts de flexion importants. Le petit rouleau, sollicitant uniquement en traction ( $IZ-0$ ), provoque une dégradation plus forte de ( $IZ-0$ ) par rapport à ( $IZ-4$ ).

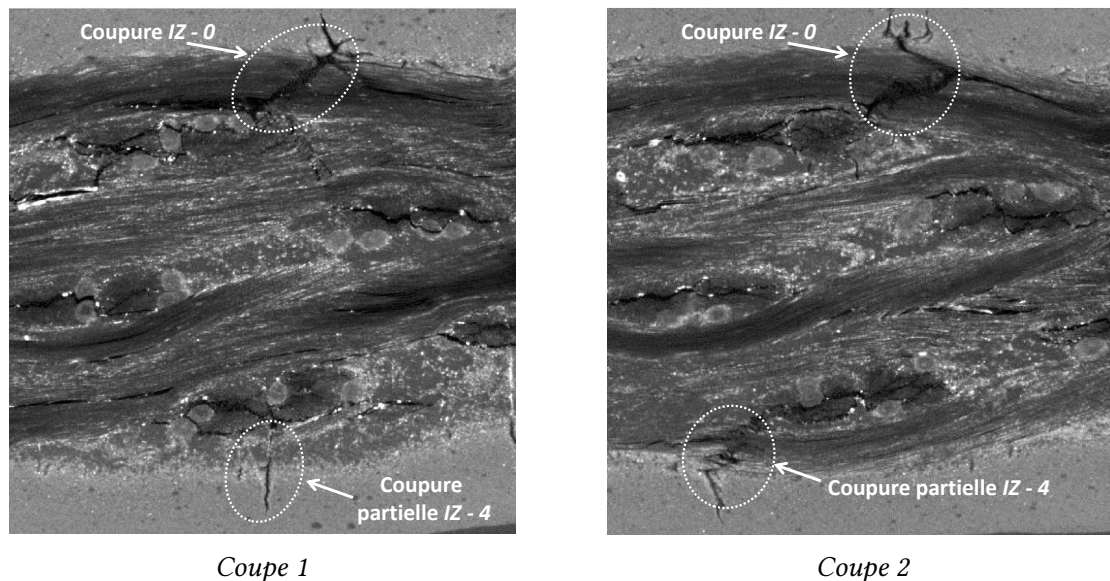


**FIGURE 5.9** – Rendu volumique du matériau dégradé avec la présence d'une fissure (en bleu), perpendiculaire à la direction chaîne, traversant la couche 2 et partiellement la couche 3.





**FIGURE 5.10** – Coupe virtuelle dans la couche 3, parallèle à la surface de la bande montrant la fissuration de (IZ - 0).



**FIGURE 5.11** – Coupes virtuelles selon les axes présentés figure 5.10, perpendiculaire à la direction trame montrant la dégradation de la bande dans son épaisseur.

Les observations tomographiques ont révélé d'autres mécanismes de dégradation comme la fissuration longitudinale des fils de trame ainsi que la décohésion aux interfaces fils/matrice (Fig. 5.11). Néanmoins, ces mécanismes, typiques de la dégradation en traction monotone, n'entraînent pas la ruine du composite tissé mais contribuent à la diminution des performances. De plus, les micrographies ont également mis en évidence une dégradation prononcée de la matrice se traduisant par des fissurations matricielles. Ces fissures proviennent de la germination de nouvelles cavités, formées autour des charges, de la croissance de l'ensemble des cavités et enfin, de leurs coalescences.

## 5.4 Synthèse

L'observation des échantillons sain et endommagé, à l'échelle macroscopique, ne permet pas de révéler des informations sur la microstructure interne de la carcasse et de son endommagement. Afin de remédier à ce problème, les échantillons ont été observés, à l'échelle mésoscopique, par tomographie aux rayons X. Cette technique présente l'avantage d'obtenir, avec une précision micrométrique, un rendu tridimensionnel de l'échantillon sans dégrader le matériau.

L'analyse des images tomographiques du matériau sain a dévoilé la véritable microstructure de la bande issue de la fabrication. L'étude s'est particulièrement intéressée au cœur de la bande, la carcasse (couche 3), en identifiant notamment les différents défauts de mise en œuvre. Ils sont d'ordre architecturaux (défauts d'alignement des fils de chaîne et trame), géométriques (variation de la section des fils selon leur abscisse curviligne) ou encore sous la forme d'inclusions (particules métalliques) ou de porosités.

En traction monotone, les analyses post-mortem à l'échelle mésoscopique ont confirmé les mécanismes de dégradation identifiés dans la littérature [John *et al.*, 2001] [Lomov *et al.*, 2008] [Couégnat *et al.*, 2010]. En ce qui concerne les sollicitations principales de la bande, la traction et la flexion cyclique, les observations tomographiques ont révélé l'ensemble des dégradations mésoscopiques. Elles ont notamment expliqué la présence des reliefs, à la surface de la bande, par la rupture de fils de chaîne situés sous le revêtement. De plus, avec le concept d'interzone enrichi [Thionnet *et al.*, 2016], la rupture des fils de chaîne, responsable de la dégradation ultime du composite, a pu être décrite précisément [Laiarinandrasana *et al.*, 2016b]. L'ensemble des fils de chaîne des interzones ( $IZ-0$ ) et ( $IZ-4$ ) ont été respectivement coupés entièrement et partiellement. Cette différence de dégradation a été expliquée par le caractère asymétrique du chargement en flexion (fréquences et courbures différentes). En revanche, pour les deux interzones, les surfaces de fissuration des fils sont perpendiculaires aux axes des fils et sont localisées aux niveaux des bosses et des creux. Les analyses ont également mis en évidence d'autres types de dégradation pouvant être responsables de la chute de la contrainte à rupture de la bande. Ces dégradations sont la fissuration longitudinale des fils de trame, la décohésion aux interfaces fils/matrice ainsi que la fissuration matricielle.

Afin de répondre à l'objectif de la thèse, qui est l'optimisation d'architecture de composites tissés, des simplifications ont été effectuées pour la modélisation numérique. Les choix réalisés, concernant les défauts de mise en œuvre, la géométrie idéalisée ou le caractère cyclique de la flexion, sont présentés et justifiés dans la Troisième Partie, optimisation numérique des composites tissés.



**Troisième partie**

**OPTIMISATION NUMÉRIQUE DES  
COMPOSITES TISSÉS**



## Chapitre 6

# Identification du comportement mécanique des constituants

*Ce chapitre se focalise sur le comportement mécanique des constituants à l'échelle mésoscopique. Après une brève présentation de la suite logicielle Z-set, les lois de comportement des différents constituants sont présentées et justifiées. L'identification des paramètres de ces lois est ensuite réalisée à l'aide de la base expérimentale mais aussi de l'identification effectuée dans les thèses précédentes [Piezel, 2010] [Trabelsi, 2013], par méthode inverse. De plus, un outil numérique optimisé pour Z-set est également présenté. Il permet de prendre en compte le caractère orthotrope, et plus particulièrement isotrope transverse, des fils de chaîne et de trame, en définissant et réactualisant des repères locaux pour chaque point d'intégration.*

### Sommaire

---

6.1	Objectif . . . . .	<b>102</b>
6.2	Z-set . . . . .	<b>102</b>
6.3	Lois de comportement . . . . .	<b>102</b>
6.3.1	La matrice PVC . . . . .	102
6.3.2	Les fils PA66 et PET . . . . .	103
6.4	Identification et justification des paramètres . . . . .	<b>105</b>
6.4.1	La matrice PVC . . . . .	105
6.4.2	Les fils PA66 et PET . . . . .	106
6.5	Repères locaux numériques . . . . .	<b>108</b>

---

## 6.1 Objectif

À l'échelle mésoscopique, tous les constituants sont vus comme homogènes. La nature fibreuse des fils n'est ainsi pas révélée, au contraire de l'architecture du composite tissé. L'influence de l'architecture sur le comportement du matériau composite est l'intérêt principal de cette thèse. Le rôle des lois de comportement devient donc secondaire dans cette étude car, comme elles sont identiques pour toutes les architectures testées, elles n'ont pas d'effet sur les conclusions liées à l'optimisation de la structure interne des composites tissés. Cependant, le choix des lois de comportement et leurs identifications ont été effectués de manière la plus représentative possible du matériau étudié avec les données expérimentalement disponibles, aux échelles mésoscopique et macroscopique.

## 6.2 *Z-set*

L'ensemble des simulations et des développements numériques, dans le cadre de cette thèse, ont été effectués avec la suite logicielle *Z-set*, développée conjointement par l'École des Mines ParisTech et l'ONERA. Ce logiciel a pour fonction principale de réaliser des simulations numériques par éléments finis pour l'analyse de structure. La suite logicielle est cependant composée de plusieurs modules pouvant aussi fonctionner indépendamment permettant ainsi l'interfaçage avec d'autres codes éléments finis. Les différents modules sont :

- *Z-mat* qui est une large librairie de lois de comportement permettant également l'écriture de nouveaux modèles ;
- *Z-sim* qui est un outil offrant des simulations rapides sur un volume élémentaire représentatif sans utiliser les éléments finis ;
- *Z-opt* qui permet d'optimiser les paramètres d'une loi de comportement en diminuant l'écart entre les résultats de la simulation et l'expérience ;
- *Z-post* qui est un outil permettant de réaliser le post-traitement de données provenant de calculs par éléments finis ;
- *Z-cracks* qui est un module donnant la possibilité, avec des techniques de remaillage d'introduire une fissure discrète dans un maillage et éventuellement de la faire propager ;
- *Zébulon* qui est le solveur éléments finis de la suite *Z-set*. Il est spécialement adapté à la résolution de problèmes mécaniques non linéaires [Besson et Foerch, 1997] [Besson et al., 2009].

## 6.3 Lois de comportement

### 6.3.1 La matrice PVC

La matrice PVC du composite a été étudiée, sur le matériau massif, avec des essais de traction monotone. Le comportement observé est considéré isotrope et admet deux domaines, un domaine linéaire et un autre où le module apparent diminue jusqu'à la rupture du matériau.

L'influence de la viscosité du matériau n'a pas été prise en compte. La matrice est donc modélisée à l'aide d'une loi de comportement élastoplastique. La déformation peut alors s'exprimer sous la forme :

$$\underline{\underline{\varepsilon}}^{(matrice)} = \underline{\underline{\varepsilon}}^e + \underline{\underline{\varepsilon}}^p \quad (6.1)$$

avec  $\underline{\underline{\varepsilon}}^e$  et  $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$  les tenseurs de déformation respectivement élastique et plastique.

Dans le domaine élastique, la relation entre  $\underline{\underline{\varepsilon}}$  et le tenseur de contrainte, noté  $\underline{\underline{\sigma}}$ , est définie linéairement par la loi de Hooke comme :

$$\underline{\underline{\sigma}}^{(matrice)} = \underline{\underline{a}}^{(matrice)} : \underline{\underline{\varepsilon}}^e \quad (6.2)$$

où  $\underline{\underline{a}}^{(matrice)}$  est le tenseur de rigidité. Pour un matériau isotrope, ce tenseur d'ordre 4 dépend uniquement des constantes  $E$  et  $\nu$  correspondant respectivement au module d'Young et au coefficient de Poisson. Le passage entre les domaines élastique et plastique est défini, pour le critère de Von Misès, par la fonction seuil  $f$  suivante :

$$f(\underline{\underline{\sigma}}, R)^{(matrice)} = J(\underline{\underline{\sigma}}) - R^{(matrice)} \quad (6.3)$$

où  $J$  est le second invariant du tenseur des contraintes  $\underline{\underline{\sigma}}$ . Pour la variable scalaire  $R$ , elle correspond à la contrainte d'écoulement plastique qui est dépendante de la limite d'élasticité initiale du matériau  $R_0$ , et de la loi de durcissement, fonction de la déformation plastique cumulée  $p$ . Pour la matrice PVC,  $R$  est définie par :

$$R(p)^{(matrice)} = R_0 + Q(1 - e^{-bp}) \quad (6.4)$$

avec  $Q$  et  $b$ , les paramètres matériaux caractérisant le durcissement isotrope non linéaire de la matrice PVC.

### 6.3.2 Les fils PA66 et PET

Les essais de traction monotone réalisés sur les fils de chaîne et trame ont mis en évidence un comportement non linéaire. De plus, l'allure de la réponse en traction, similaire à celles des fibres PET et PA66, peut se décomposer en trois domaines :

- un domaine linéaire ;
- un domaine caractérisé par le durcissement du fil selon deux étapes avec une diminution puis une augmentation de la rigidité ;
- un dernier domaine correspondant à la diminution du module tangent et associé à des mécanismes d'endommagement.

Le dernier domaine concernant l'endommagement des fils n'est pas pris en compte par la loi de comportement. La modélisation de ce domaine est réalisée à l'aide d'un critère de rupture dans la suite du manuscrit. Les deux autres domaines ont été modélisés par l'intermédiaire d'une loi de comportement élastoplastique non linéaire avec un double durcissement. Le caractère visqueux des fils n'a pas été défini suite à l'absence de tendance observée, pour



différentes vitesses, sur le comportement des fils (partie 4.4.3). Comme pour la matrice, la déformation s'exprime alors sous la forme :

$$\underline{\underline{\varepsilon}}^{(chaîne/trame)} = \underline{\underline{\varepsilon}}^e + \underline{\underline{\varepsilon}}^p \quad (6.5)$$

avec  $\underline{\underline{\varepsilon}}^e$  et  $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$  les tenseurs de déformation respectivement élastique et plastique.

Dans le domaine élastique, la relation entre  $\underline{\underline{\varepsilon}}$  et le tenseur de contrainte, noté  $\underline{\underline{\sigma}}$ , est toujours définie par la loi de Hooke comme :

$$\underline{\underline{\sigma}}^{(chaîne/trame)} = \underline{\underline{a}}^{(chaîne/trame)} : \underline{\underline{\varepsilon}}^e \quad (6.6)$$

où  $\underline{\underline{a}}^{(chaîne/trame)}$  représente le tenseur de rigidité isotrope transverse. Avec la notation usuelle de Voigt, le tenseur peut s'écrire sous la forme d'une matrice composée de 6 constantes différentes dont 5 indépendantes. Pour les fils de chaîne et trame, l'axe de révolution d'isotropie est  $\vec{x}_1^{(chaîne/trame)}$ . La matrice de rigidité s'écrit alors :

$$\underline{\underline{a}}^{(chaîne/trame)} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{12} & 0 & 0 & 0 \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} & 0 & 0 & 0 \\ a_{12} & a_{23} & a_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{a_{22}-a_{23}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{44} \end{pmatrix}$$

Le critère de plasticité, associé à la fonction seuil  $f$  pour les fils, est le critère anisotrope de R. Hill [Hill, 1979]. Pour un matériau orthotrope, la fonction seuil  $f$  s'écrit alors :

$$f(\underline{\underline{\sigma}}, R)^{(chaîne/trame)} = [F(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + G(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + H(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + 2L\sigma_{12}^2 + 2M\sigma_{23}^2 + 2N\sigma_{13}^2]^{0.5} - R \quad (6.7)$$

où  $F, G, H, L, M$  et  $N$  sont les paramètres du critère avec :

$$F = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{(\sigma_{22}^y)^2} + \frac{1}{(\sigma_{33}^y)^2} - \frac{1}{(\sigma_{11}^y)^2} \right] \quad (6.8)$$

$$G = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{(\sigma_{33}^y)^2} + \frac{1}{(\sigma_{11}^y)^2} - \frac{1}{(\sigma_{22}^y)^2} \right] \quad (6.9)$$

$$H = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{(\sigma_{11}^y)^2} + \frac{1}{(\sigma_{22}^y)^2} - \frac{1}{(\sigma_{33}^y)^2} \right] \quad (6.10)$$

$$L = \frac{1}{2(\sigma_{23}^y)^2} \quad (6.11)$$

$$M = \frac{1}{2(\sigma_{31}^y)^2} \quad (6.12)$$

$$N = \frac{1}{2(\sigma_{12}^y)^2} \quad (6.13)$$

où  $\sigma_{i,j=1,2,3}^y$  représentent respectivement les limites d'élasticité et de cisaillement. L'isotropie transverse d'axe  $\vec{x}_1^{(chaîne/trame)}$  des fils du renfort induit des égalités entre les paramètres  $G$  et  $H$  ainsi qu'entre  $M$  et  $N$ . Le nombre de paramètres descend alors à 4, dont 3 sont indépendants.

Enfin, pour modéliser les deux étapes de durcissement, la contrainte d'écoulement plastique  $R$  bénéficie, en plus d'une exponentielle inverse, d'une fonction exponentielle [Lafarge, 2004] [Boisot, 2009]. Cette deuxième fonction permet de décrire l'augmentation du module tangent présent lors du durcissement des fils du renfort tissé. Elle s'exprime pour les fils de chaîne et de trame sous la forme :

$$R(p)^{(chaîne/trame)} = R_0 + Q(1 - e^{-bp}) + A(e^{Bp} - 1) \quad (6.14)$$

avec  $Q$ ,  $b$ ,  $A$  et  $B$  les paramètres matériaux caractérisant le double durcissement non linéaire pour les fils de chaîne et trame.

## 6.4 Identification et justification des paramètres

### 6.4.1 La matrice PVC

Au sein du composite, la matrice PVC est soumise à des chargements multiples. En effet, pour une sollicitation du composite en traction monotone, la matrice est en traction mais également confinée par les fils de chaîne et trame. Le comportement des polymères peut être très dépendant de l'état de contrainte et posséder ainsi des comportements différents en traction et compression [Spitzig et Richmond, 1979]. Par ailleurs, les propriétés mécaniques entre un matériau massif et celui composant la matrice d'un composite peuvent également présenter des différences provenant de la mise en œuvre du matériau (porosité, historique thermique et mécanique, confinement ...). Avec uniquement des essais sur le PVC massif en traction monotone, l'identification des paramètres a été ajustée par méthode inverse [Kavanagh et Clough, 1971].

Pour une identification des paramètres rhéologiques, la méthode inverse consiste à représenter un système par une loi de comportement avec des paramètres décrivant entièrement le système. Ces paramètres n'étant pas toujours accessibles par une mesure directe, l'objectif est alors d'identifier les valeurs des paramètres en confrontant la réponse de la loi de comportement avec les valeurs observables mesurées du système.

Pour la matrice PVC, les constantes élastiques sont issues des identifications par méthode inverse réalisées dans les thèses précédent ce travail [Piezel, 2010][Trabelsi, 2013]. L'identification, effectuée sur une cellule périodique simplifiée du composite, prend en compte indirectement des phénomènes non modélisés dans l'étude numérique comme les défauts de mise en œuvre observés par Tomographie aux rayons X. De plus, comme la réponse mécanique macroscopique du composite résulte de celles des différents constituants, l'identification par méthode inverse ne présente par une unicité des solutions. Les propriétés obtenues par cette méthode peuvent ainsi s'éloigner de la réalité. Cependant, aucune autre méthode n'offre de meilleure estimation de ces paramètres matériaux.

Module d'Young (MPa)	Coefficient de Poisson	$R_0$ (MPa)	$Q$	$b$
150	0,4	10	2,8	12

TABLE 6.1 – Coefficients pour la loi de comportement de la matrice PVC.

### 6.4.2 Les fils PA66 et PET

L'identification des paramètres des lois de comportement des fils est différente de celle de la matrice. En effet, dans le composite et pour les chargements étudiés, les fils de chaîne, en fibres PET, sont uniquement soumis à un état de contrainte de traction uniaxiale [Laiarindrasana *et al.*, 2016b]. Pour les fils de trame en fibres PA66, ils sont soumis à un chargement plus complexe mais le comportement transverse des fils est très faible mécaniquement. En effet, La cohésion du fil dans les directions transverses est seulement assurée par l'angle de l'hélice du fil. La modélisation du comportement des fils s'est donc attachée principalement à ses propriétés longitudinales. L'identification de ses paramètres a été simplement réalisée sur les essais de traction des fils de chaîne et de trame. Les différentes vitesses de sollicitation expérimentale n'ayant pas permis de relever l'influence de la viscosité, il a été choisi d'utiliser la vitesse intermédiaire de 100 mm/min pour l'identification. Les jeux de paramètres optimisés pour les deux types de fils apparaissent dans la table 6.2. La comparaison des essais de traction dans la direction longitudinale, entre les résultats expérimentaux et numériques pour les fils en fibres PET et PA66, sont présentés respectivement sur les figures 6.1 et 6.2. Ces figures montrent un très bon accord entre les courbes expérimentales et numériques jusqu'à l'apparition de l'endommagement des fils. La modélisation de l'endommagement sera ultérieurement pris en compte par une approche locale de la rupture [Lemaitre, 1986].

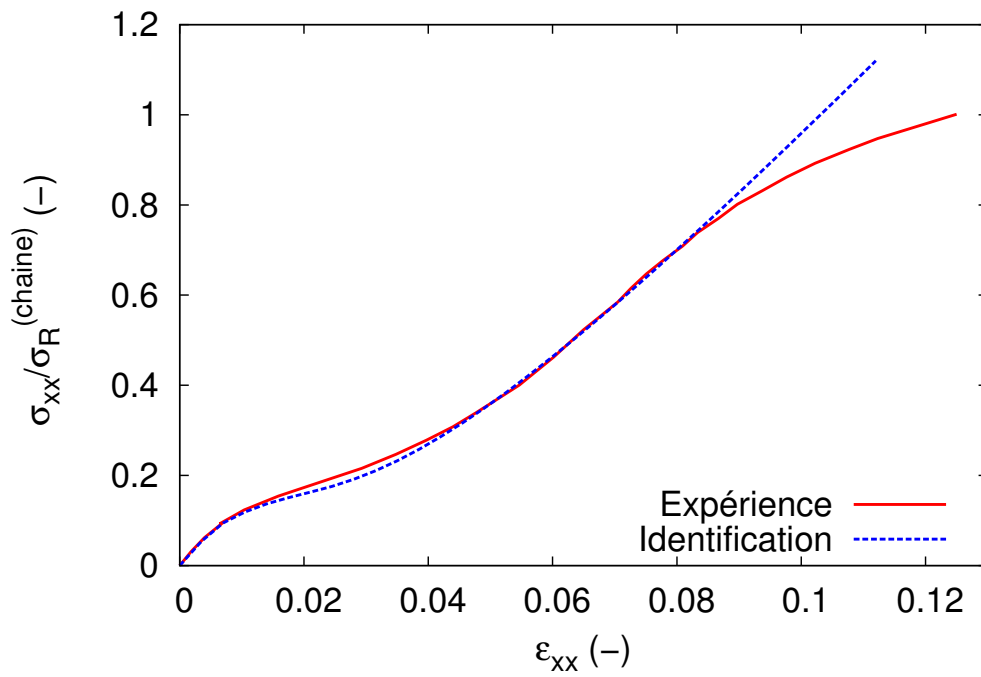
	$a_{11}$ (GPa)	$R_0$ (MPa)	$Q$	$b$	$A$	$B$
Fil de chaîne	10	60	47	360	7,7	135
Fil de trame	4	6,0	15	400	9,0	69

TABLE 6.2 – Identification des coefficients pour les lois de comportement, dans la direction longitudinale, des fils de chaîne et de trame.

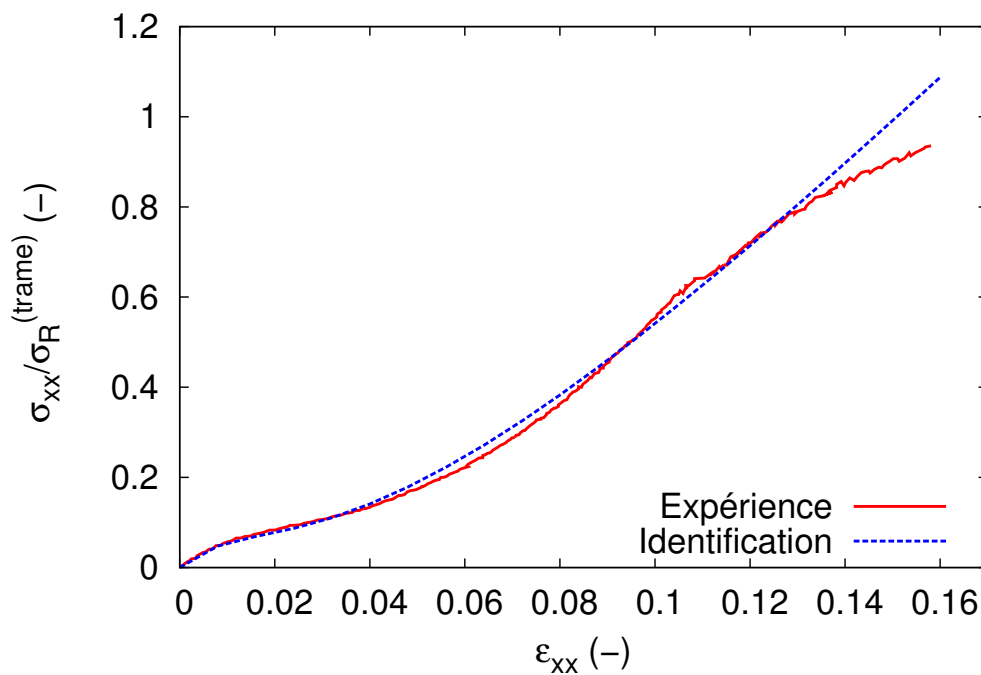
En ce qui concerne les autres coefficients de la matrice de rigidité, ils ont été obtenus, comme pour la matrice, par méthode inverse et sont issus des travaux de W. Trabelsi où le comportement des fils étaient élastiques orthotropes [Trabelsi, 2013]. Les valeurs apparaissent dans la table 6.3 et montrent un comportement élastique faible dans la direction transverse avec, par exemple, un module d'élasticité proche de celui de la matrice.

	$a_{11}$ (GPa)	$a_{22}$ (GPa)	$a_{44}$ (GPa)	$a_{12}$ (MPa)	$a_{23}$ (MPa)
Fil de chaîne	10	0,1	3	8	4
Fil de trame	4	0,04	1	6	3

TABLE 6.3 – Coefficients de la matrice de rigidité des fils de chaîne et de trame.



**FIGURE 6.1** – Comparaison du comportement longitudinal expérimental et identifié du fil de chaîne en fibres PET.



**FIGURE 6.2** – Comparaison du comportement longitudinal expérimental et identifié du fil de trame en fibres PA66.

L'identification des paramètres de Hill, pour un matériau isotrope transverse, requiert des essais de traction suivant les directions longitudinale et transverse mais aussi des essais de cisaillement dans les deux différents plans d'orthotropie. Cependant, pour un fil sec constitué de fibres, l'ensemble de ces essais n'est pas réalisable. Les coefficients du critère de Hill ont donc été choisis arbitrairement mais, avec comme contrainte, la conservation de la limite d'élasticité dans la direction longitudinale du fil. De plus, les coefficients ont été identifiés afin d'obtenir, pour les fils de chaîne et de trame, des limites d'élasticité et de cisaillement inférieures dans la direction transverse. Les résultats de l'identification apparaissent dans la table 6.4.

	$F$ (MPa <sup>-2</sup> )	$G=H$ (MPa <sup>-2</sup> )	$L$ (MPa <sup>-2</sup> )	$M=N$ (MPa <sup>-2</sup> )
Fil de chaîne	1	2	0,1	0,8
Fil de trame	1	2	0,1	0,8

TABLE 6.4 – Coefficients du critère d'anisotropie de Hill pour les fils de chaîne et trame.

## 6.5 Repères locaux numériques

Dans le chapitre 2, il a été montré que même si le fil est considéré comme homogène à l'échelle mésoscopique, un repère local noté  $R^{chaîne/trame}(M)$ , en chaque point  $M$  du fil, est nécessaire. Pour rappel, les raisons en sont le caractère isotrope transverse des fils cumulé avec leurs ondulations. De plus, au cours du chargement, l'ondulation des fils subit des variations. Par exemple, pour un composite tissé sollicité en traction dans la direction chaîne, l'ondulation des fils de chaîne va diminuer. En effet, les fils de chaîne vont, au cours du chargement, avoir tendance à s'aligner parallèlement à la direction de sollicitation. En revanche, l'ondulation des fils de trame va augmenter [Gasser *et al.*, 2000]. Les repères locaux  $R^{chaîne/trame}(M)$  doivent donc être réactualisés au cours du chargement.

Dans le cadre de la thèse de B Piezel [Piezel, 2010], un préprocesseur (programme Fortan) a été développé afin de calculer l'angle de la tangente en chaque point  $M$  de la fibre neutre du fil de chaîne par rapport à  $\vec{x}_1^{(tissu)}$ . Cet angle, correspondant à  $\theta^{(chaîne)}(M)$  et valant  $2\pi - \alpha^{(chaîne)}(M)$ , est estimé comme le seul qui varie parmi les trois angle d'Euler. Les repères locaux matériaux  $R^{loc(chaîne)}(M)$  sont alors définis par :

- $\vec{x}_1^{loc(chaîne)}(M)$  est égal à  $\vec{x}_1^{(chaîne)}(M)$  et forme un angle  $\theta^{(chaîne)}(M)$  avec  $\vec{x}_1^{(tissu)}$  ;
- $\vec{x}_2^{loc(chaîne)}(M)$  est égal à  $\vec{x}_2^{(chaîne)}(M)$  et est colinéaire à  $\vec{x}_2^{(tissu)}(M)$  ;
- $\vec{x}_3^{loc(chaîne)}(M)$  résulte des deux autres axes et équivaut à  $\vec{x}_3^{(chaîne)}(M)$ .

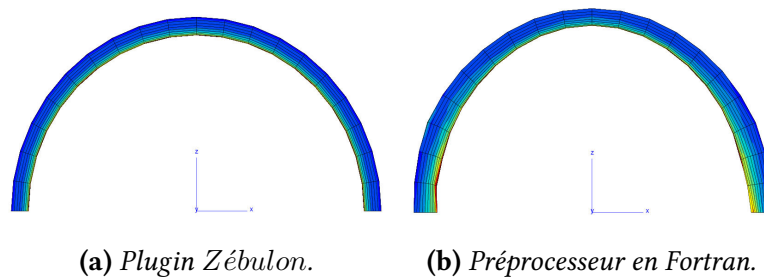
L'orientation des fils de trame est considéré sans ondulation et constante pendant le chargement. Le repère  $R^{loc(trame)}(M)$  est alors simplement construit par une rotation de 90° autour de l'axe  $\vec{x}_3^{(tissu)}$ .

La procédure de réactualisation du  $R^{loc(chaîne)}(M)$  développée a été automatisée par W. Trabelsi [Trabelsi, 2013] car elle nécessitait l'arrêt de la simulation numérique, le calcul du nouvel angle  $\theta^{(chaîne)}(M)$  puis la relance de la simulation.

Néanmoins, la procédure améliorée permet seulement de prendre en compte l'ondulation des fils de chaîne dans le plan formé par les vecteurs  $\vec{x}_1^{(tissu)}$  et  $\vec{x}_3^{(tissu)}$ . Un nouvel outil a donc été développé dans cette thèse. Le principe est de positionner, dans l'espace, le vecteur  $\vec{x}_1^{loc(chaine/trame)}$  de manière colinéaire à la tangente locale de la fibre neutre du fil en chaque point  $M$ . Les matériaux considérés étant isotropes transverses selon l'axe du fil, le positionnement de ce vecteur est suffisant pour avoir un  $R^{loc(chaine/trame)}$  valide en chaque point  $M$ . Cependant, pour simplifier la construction du repère, le vecteur  $\vec{x}_2^{loc(chaine/trame)}$  est pris arbitrairement dans le plan formé par les vecteurs  $\vec{x}_1^{(tissu)}$  et  $\vec{x}_3^{(tissu)}$ . Enfin, le vecteur  $\vec{x}_3^{loc(chaine/trame)}$  est construit à l'aide des vecteurs  $\vec{x}_1^{loc(chaine/trame)}$  et  $\vec{x}_2^{loc(chaine/trame)}$ .

L'outil est un plugin *Zébulon*, programmé en C++, permettant un interfaçage optimal avec la suite *Z-set*. Un repère  $R^{loc(chaine/trame)}$  est défini pour chaque point d'intégration des éléments composant le fil. À l'intérieur d'un élément, des repères locaux différents peuvent ainsi exister. Le calcul de l'angle de la tangente locale, pour chaque point d'intégration, est effectué en réalisant un projeté orthogonal sur la fibre neutre du fil. Afin de tester l'outil et de le comparer à l'ancienne procédure, une simulation numérique modélisant un demi tube a été effectuée. Le matériau choisi est évidemment isotrope transverse selon la direction circonférentielle du tube. Les simulations montrent une déformation parfaitement symétrique pour le plugin *Zébulon* alors qu'une dissymétrie est observable pour le préprocesseur, issu des précédentes études, en fortran. Par ailleurs, le temps de calcul, pour le cas test, est largement inférieur pour le plugin *Zébulon* (13 s contre 373 s). Cependant, pour des calculs demandant plus de ressources, cette différence est plus négligeable car les temps que le solveur passe à réactualiser les repères locaux deviennent minimes devant le calcul d'un pas de temps. Cette réactualisation des repères locaux est nécessaire car les lois de comportement utilisées sont formulées sous l'Hypothèse des Petites Perturbations. L'utilisation d'un formalisme du mouvement en grandes déformations aurait permis de se passer de la réactualisation des repères locaux mais son emploi présente également quelques inconvénients comme :

- des temps de calcul considérablement rallongés et une interprétation des résultats potentiellement complexe ;
- un tel formalisme n'est pas forcément justifié, car les déformations restent petites ;
- et enfin, la réactualisation opérée par le formalisme en grandes déformations peut être largement sous-estimée comme l'ont montré les travaux de B. Hagege [Hagege, 2004].



**FIGURE 6.3** – Comparaison entre le plugin *Zébulon* et le préprocesseur en Fortran lors de la simulation numérique d'un demi tube sous pression interne.



## Chapitre 7

# Modélisation de la rupture des fils par une approche locale

*Ce chapitre s'intéresse à la modélisation des mécanismes de dégradation des composites tissés et particulièrement des fils composant le renfort. Après une étude succincte des modèles présents dans la littérature, une approche locale de la rupture des fils est présentée et justifiée [Roirand et al., 2017]. Cette approche a ensuite été implémentée dans le code Z-set. Enfin, une application avec le modèle développé est réalisée sur une cellule élémentaire périodique.*

### Sommaire

---

7.1	La modélisation des matériaux composites tissés 3D . . . . .	112
7.1.1	Propriétés mécaniques . . . . .	112
7.1.2	Mécanismes de dégradation . . . . .	113
7.2	Variable déclenchant l'endommagement et critère de rupture . . . . .	113
7.2.1	Présentation et justifications . . . . .	113
7.2.2	Algorithme et implémentation . . . . .	114
7.3	Application sur une cellule élémentaire . . . . .	117
7.3.1	Conditions aux limites . . . . .	118
7.3.2	Résultats . . . . .	118

---



## 7.1 La modélisation des matériaux composites tissés 3D

À cause de leur géométrie interne complexe, le comportement des matériaux composites textiles est difficile à prédire. En effet, les propriétés mécaniques et les mécanismes de dégradation de ces matériaux, à l'échelle macroscopique, sont dépendants des hétérogénéités (architecture du renfort tissé, porosité, fissures, charges ...) aux échelles mésoscopique et microscopique. Afin de répondre à cette problématique multiéchelle, une présentation générale des modèles permettant de prédire le comportement des composites tissés est proposée.

### 7.1.1 Propriétés mécaniques

La modélisation des composites tissés 3D a été initiée avec des approches analytiques afin d'estimer les principales propriétés élastiques macroscopiques [Dow *et al.*, 1987]. Ces modèles, souvent issus des tissés 2D [Ishikawa et Chou, 1982] [Naik et Shembekar, 1992], ne permettent pas de prendre efficacement en compte l'influence des architectures complexes comme les tissés 3D. Par la suite, des modèles numériques ont été développés, comme l'OAM pour 'Orientation Averaging Method' [Lagzdins *et al.*, 1992] ou le 'Binary model' [Cox et Dadkhah, 1995], pour essayer d'identifier les propriétés élastiques. D'autres approches ont également été employées pour prendre en compte l'échelle mésoscopique du composite comme les modèles 'Meso-Volume' [Bogdanovich, 1992] et '3D-Mosaic' [Bogdanovich, 2000]. Le concept de ces modèles est de décrire le Volume Elementaire Représentatif, ou VER, comme l'assemblage de blocs homogènes mais anisotropes. Ces différents modèles reposent sur une description trop simplifiée du renfort textile et ne permettent donc pas de prendre en compte l'apparition de la dégradation au sein des tissus à l'échelle mésoscopique.

Depuis une dizaine d'années, les progrès dans le domaine de l'informatique ont permis de réaliser, par la méthode des éléments finis, des simulations numériques multiéchelles prenant en compte l'architecture mésoscopique (ou microscopique [Durville, 2007]) du composite. Les différents fils (ou fibres) au sein d'un VER y sont ainsi modélisés de manière discrète par l'intermédiaire d'un maillage. Les propriétés mécaniques du composite tissé sont ensuite obtenues par homogénéisation à l'aide d'un calcul éléments finis. La principale difficulté de cette approche réside dans la réalisation d'un maillage représentatif de la microstructure du composite. Dans cet objectif, des logiciels spécialisés ont été développés comme Wisetex [Verpoest et Lomov, 2005] ou Texgen [Sherburn, 2007]. Néanmoins, une modélisation plus précise du renfort tissé reste un domaine de recherche très actif [Stig et Hallström, 2012] [Green *et al.*, 2014].

Enfin, une dernière approche existe et concerne les simulations multiéchelles de type FE<sup>2</sup> [Feyel et Chaboche, 2000] [Feyel, 2003]. Cette approche, également liée aux progrès de l'informatique et notamment au calcul parallèle, permet de considérer simultanément les échelles macroscopique et microscopique. Plus précisément, elle consiste à réaliser un calcul éléments finis à l'échelle macroscopique où le comportement de chaque point d'intégration résulte d'un calcul, à l'échelle microscopique, prenant en compte la microstructure et les lois de comportement des différentes phases. L'inconvénient de ce type d'approche est le coût en temps de calcul et en espace mémoire qui est, en général, prohibitif pour des applications sur des composites tissés. Toutefois, des approches FE<sup>2</sup> simplifiées permettent de réduire fortement les temps de calcul [Thionnet *et al.*, 2009].

### 7.1.2 Mécanismes de dégradation

En ce qui concerne les mécanismes de dégradation des composites tissés 3D, deux différentes approches sont utilisées. La première approche utilise des critères de rupture, à l'échelle macroscopique, et se place au niveau des plis ou des couches du composite. Les critères de ruptures peuvent être énergétiques (Tsai-Hill [Hill, 1948], Tsai-Wu [Tsai et Wu, 1971] ou Hoffman [Hoffman, 1967]) ou 'phénoménologiques' en distinguant les différents mécanismes de dégradation des composites (Hashin [Hashin et Rotem, 1973] amélioré par Sun [Sun, 1996] et Puck [Puck et Schürmann, 1998], ou LaRC03\* (2-D) [Davila *et al.*, 2005] et LaRC04 (3-D) [Pinho *et al.*, 2005]). Pour ces deux types de critère, l'état de dégradation du composite est binaire, respectivement dégradé ou sain si le critère est atteint ou non.

La seconde se base sur une approche locale de la mécanique de la rupture qui s'appuie sur la mécanique des milieux continus. Elle permet ainsi de modéliser l'évolution de la dégradation dans le composite par l'intermédiaire de variables d'endommagement. Cette approche peut se séparer en deux familles. Une des familles prend en charge la dégradation du composite, à l'échelle macroscopique, en faisant varier les propriétés mécaniques du composite comme le module d'Young [Ladeveze, 1989]. Les travaux les plus récents, issus de cette famille, sont les modèles ODM [Laurin, 2015] (Onera Damage Model) CMO (Composites à Matrice Organique) et CMC (Composites à Matrice Céramique). Le modèle ODM-CMO permet, par exemple, de prendre en compte la réponse macroscopique jusqu'à la rupture pour des chargements de traction [Marcin, 2010], de fatigue [Rakotoarisoa, 2013], de compression [Hurmane, 2015] ou encore d'impacts [Elias, 2015]. L'autre famille s'occupe directement des mécanismes physiques de dégradation aux échelles mésoscopique et microscopique, comme la cavitation, la fissuration ou encore la délamination. Les modèles issus d'une approche locale de la rupture, pour les composites laminés et tissés, connaissent un large succès dans leur développement depuis une dizaine d'années. Des travaux comme [Bahei-El-Din *et al.*, 2004], [Greve et Pickett, 2006], [Maimí *et al.*, 2007a], [Maimí *et al.*, 2007b], [Gorbatikh *et al.*, 2007], [Grail, 2013], [Cousigné *et al.*, 2013] ou [Martín-Santos *et al.*, 2014] peuvent être cités pour exemples.

## 7.2 Variable déclenchant l'endommagement et critère de rupture

### 7.2.1 Présentation et justifications

Les mécanismes expérimentaux de dégradation, pour le composite tissé, ont été présentés dans le chapitre 5 pour deux types de sollicitations. Même si la dégradation du composite est différente selon la sollicitation, elle est néanmoins guidée par la rupture des fils de chaîne qui est admise comme la seule responsable de la rupture ultime du composite [Laiarinandrasana *et al.*, 2016b].

La modélisation des mécanismes de dégradation du composite, pour les sollicitations étudiées, s'est focalisée alors exclusivement sur la rupture des fils de chaîne. Afin de prendre en compte l'architecture du renfort tissé, une approche locale de la rupture a été employée.

\*. LaRC signifie Langley Research Center.

Cette approche nécessite une variable interne, située à l'échelle mésoscopique, qui guide la dégradation des fils de chaîne.

Pour répondre à cette problématique, une analyse complète par éléments finis des champs de contraintes et déformations a été effectuée et a confirmé les résultats déjà obtenus pour le même composite tissé [Trabelsi, 2013] [Laiarinandrasana *et al.*, 2016b]. Il a été conclu que la plus grande contrainte principale en valeur absolue, notée  $\sigma_I$ , était la variable conduisant aux mécanismes de dégradation à l'échelle des fils, et par conséquent, à la rupture du composite pour un chargement dans la direction chaîne. Les différentes raisons justifiant ce choix sont présentées ci-dessous :

- les fils de chaîne sont soumis à un état de contrainte uniaxiale correspondant à  $\sigma_I$  induisant par la même occasion  $\sigma_{II} = \sigma_{III} \simeq 0$  ;
- le vecteur propre, noté  $\vec{p}_1$ , et correspondant à la plus grande valeur propre  $\sigma_I$  du tenseur des contraintes, est systématiquement colinéaire à l'axe des fils de chaîne. Ainsi, pour un fil de chaîne donné, le vecteur  $\vec{p}_1$  associé à ce fil suit parfaitement l'ondulation de la fibre neutre du fil ;
- les surfaces des fissures des fils de chaîne, observées expérimentalement, sont perpendiculaires aux vecteurs  $\vec{p}_1$  ;
- la valeur maximale de  $\sigma_I$  dans un fil de chaîne est située au niveau des bosses et des creux (parties concaves et convexes du fil). Cette localisation est conforme avec les analyses tomographiques aux rayons X qui situent également la rupture des fils de chaîne dans ces zones.

Numériquement, l'approche locale de la rupture, utilisant  $\sigma_I$  comme variable qui déclenche l'endommagement, est réalisée par érosion d'éléments. Cette technique consiste à créer une fissure ou une cavité dans le maillage éléments finis en considérant comme 'cassés' les éléments dépassant une valeur critique. En réalité, pour des raisons de conditions aux limites et d'instabilités numériques, ces éléments 'cassés' se sont pas supprimés du calcul mais un comportement élastique, avec un module d'Young quasiment nul, leur est affecté.

### 7.2.2 Algorithme et implémentation

Afin de réaliser des simulations numériques avec le critère de rupture  $\sigma_R$ , un algorithme a été implémenté, sous la forme d'un plugin, dans le solveur *Zébulon* de la suite logiciel *Z-set*. Le principe de cet algorithme est de comparer systématiquement la valeur  $\sigma_I$ , de chaque point d'intégration, à la valeur du critère de rupture, noté  $\sigma_R$ , à la fin de chaque incrément. Cependant, la discrétisation en temps, du calcul par la méthode des éléments finis, nécessite de prendre certaines précautions et de considérer plusieurs scénarios (Fig. 7.1).

Avant d'utiliser l'algorithme, il est nécessaire de lui affecter un groupe d'éléments au sein du maillage. Il est à noter que différents groupes peuvent être également utilisés avec une ou plusieurs valeurs du critère  $\sigma_R$ . L'algorithme, lancé une fois le chargement macroscopique de l'instant  $t$  effectué, débute alors avec le calcul des contraintes principales pour chaque

point d'intégration. Afin d'optimiser le temps de calcul, ces valeurs ne sont pas calculées sur l'ensemble du maillage mais uniquement sur le groupe d'éléments affectés. La plus grande contrainte principale  $\sigma_I$  est ensuite comparée, pour chaque point d'intégration, à la valeur de  $\sigma_R$  à laquelle est ajoutée une tolérance, notée  $\delta_{\sigma_R}$ . Cette tolérance, fixée par l'utilisateur, permet de contrôler l'influence du pas de temps, noté  $\delta_t$ . À partir de ce point, différents scénarios sont possibles :

- $\sigma_I > \sigma_R + \delta_{\sigma_R}$  : les conditions de chargement sont supérieures au point de rupture des éléments affectés par le critère  $\sigma_R$ . L'incrément n'est pas validé et un chargement, correspondant au nouvel instant  $t$ , est appliqué. La valeur de  $t$  est calculée en ajoutant au dernier incrément validé, noté  $t_{t-1}$ , la moitié du pas de temps actuel  $\delta_t$ . Néanmoins, la présence de zones de concentration de contraintes, telles que des fissures ou des cavités, peut entraîner un découpage à l'infini du pas de temps  $\delta_t$ . Pour résoudre ce problème, il a été introduit un pas de temps critique, noté  $\delta_t^{critique}$ , qui est aussi fixé par l'utilisateur. Deux possibilités s'offrent alors :
  - $\delta_t > \delta_t^{critique}$  : l'incrément n'est pas validé et le calcul commence un nouvel incrément  $t$  égale à  $t_{t-1} + (\delta_t/2)$  ;
  - $\delta_t < \delta_t^{critique}$  : l'algorithme continue comme si  $\sigma_I < \sigma_R + \delta_{\sigma_R}$ .
- $\sigma_I < \sigma_R + \delta_{\sigma_R}$  : pour chaque élément, le pourcentage de points d'intégration ayant dépassé  $\sigma_R$ , noté  $P_{int}^{élément}$ , est comparé avec un pourcentage critique défini par l'utilisateur, noté  $P_{int}^{critique}$ . Cette comparaison donne, à nouveau, deux possibilités :
  - $P_{int}^{élément} > P_{int}^{critique}$  : les éléments concernés sont érodés et un comportement élastique avec un module d'Young de 1 Pa et un coefficient de Poisson de 0,3 leur est attribué. Un rechargement local des forces est ensuite effectué au même instant  $t$  afin de trouver un nouvel état d'équilibre. L'algorithme est alors appliqué en boucle jusqu'à ce qu'aucun nouvel élément ne soit érodé ;
  - $P_{int}^{élément} < P_{int}^{critique}$  : si aucun élément n'est érodé, l'incrément est validé et le calcul continue à l'instant  $t$  suivant avec  $t = t + \delta_t$ .

Cet algorithme, utilisant une technique d'érosion d'éléments, présente l'avantage de ne requérir aucune information sur la cinétique de rupture et de ne pas prendre en compte la dégradation du matériau par une approche discrète. Cette dernière d'approche consiste à créer une discontinuité au sein du maillage en dédoublant les nœuds se trouvant sur la surface de fissure [Grail, 2013] [Laiarinandrasana *et al.*, 2016b]. Le dédoublement des nœuds peut être réalisé manuellement dès la construction du maillage ou *a posteriori* en utilisant un outil de remaillage automatique comme *Z-cracks*. Pour l'approche discrète comme pour celle développée, une dépendance à la taille de maille est à noter. Cette dépendance est caractéristique de l'ensemble des modèles utilisant une approche locale de la rupture et favorise la voie au développement de méthodes dites 'non locales' [Lorentz et Andrieux, 2003] notamment pour le cas de la déchirure ductile [Bargellini *et al.*, 2009].

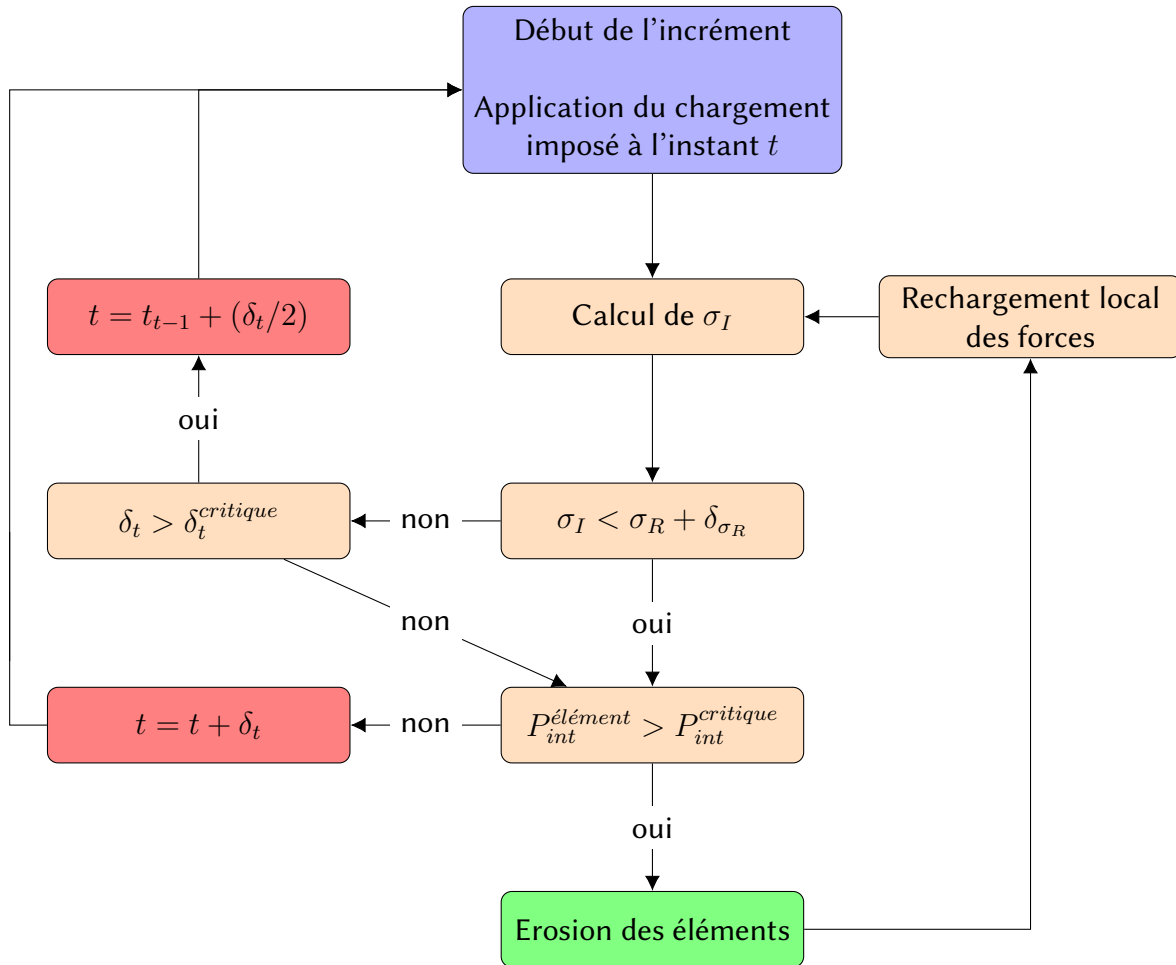
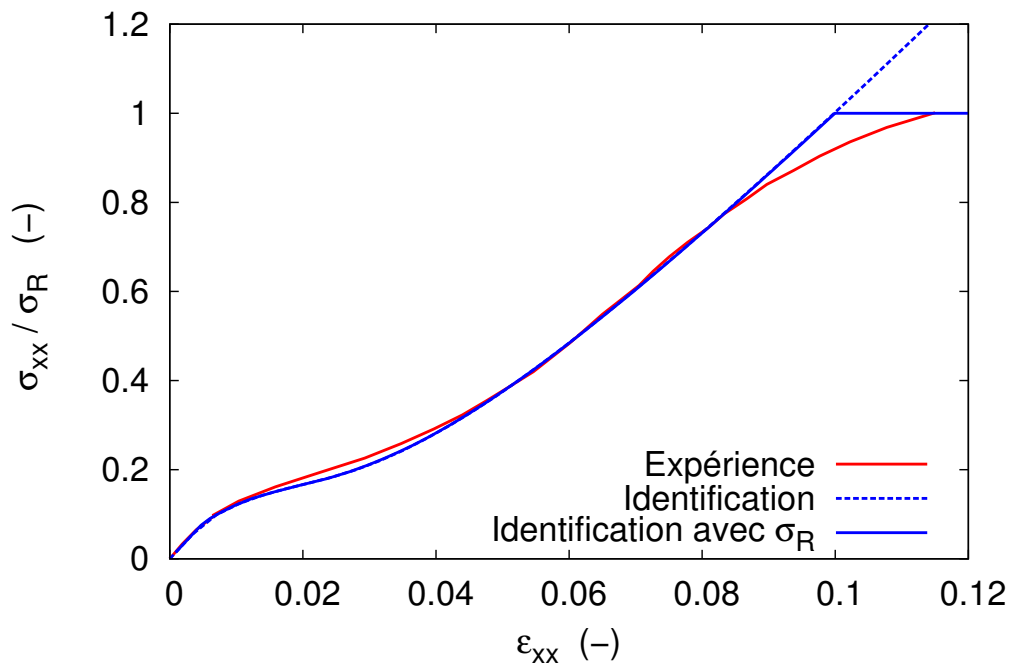


FIGURE 7.1 – Schéma de principe de l’algorithme permettant la coupure des fils.

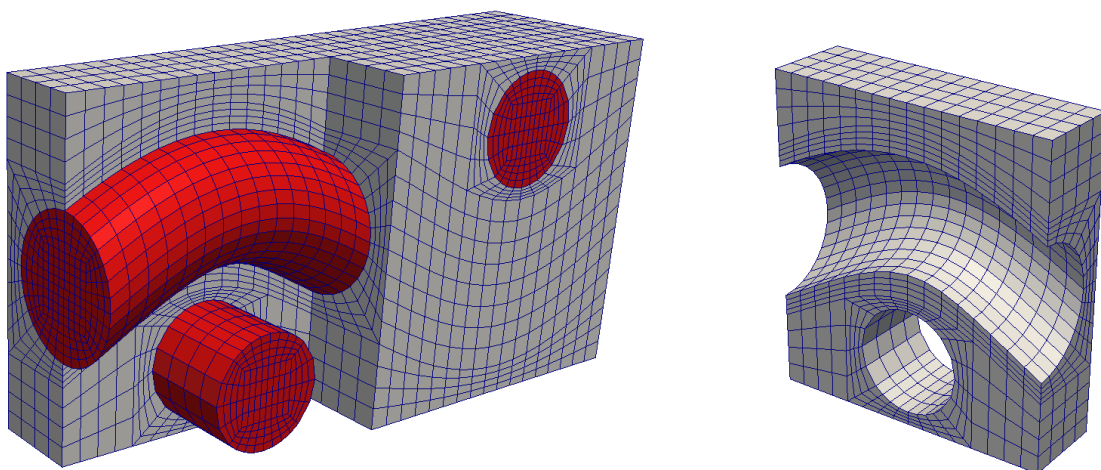
Pour appliquer cette méthode à la dégradation des fils de chaîne, en fibre PET, il reste à définir la valeur critique de la variable déclenchant l’endommagement  $\sigma_I$ . Le critère de rupture  $\sigma_R$  a été déterminé avec les essais expérimentaux de traction uniaxiale effectués sur les fils de chaîne. Dans ces essais, comme les fils sont soumis à état de contrainte uniaxial, la contrainte mésoscopique  $\sigma_{XX}$  est également équivalente à  $\sigma_I$ . Le critère  $\sigma_R$  prend alors la valeur moyenne de la contrainte à rupture des fils de chaîne  $\sigma_R^{(chaîne)}$ . La figure 7.2 montre le comportement expérimental longitudinal du fil chaîne et la modélisation numérique associée avec et sans l’utilisation du critère de rupture  $\sigma_R$ . Pour le comportement du matériau utilisé dans la simulation, la loi identifiée pour le fil de chaîne a été appliquée. Pour rappel, cette loi est élastique orthotrope avec un durcissement double non linéaire et bénéficie d’un critère de plasticité également orthotrope. Les calculs éléments finis ont été réalisés sur un maillage possédant la longueur utile de l’extensomètre employé pour l’essai expérimental et comportant 450 éléments dans la section. Concernant le pilotage de l’essai numérique, il est opéré en force imposée, ce qui explique le plateau, d’équation  $y = 1$ , observé à la fin de la simulation avec  $\sigma_R$ .



**FIGURE 7.2** – Comparaison du comportement longitudinal expérimental et numérique, d'un fil de chaîne, normalisés par  $\sigma_R$ .

### 7.3 Application sur une cellule élémentaire

Le plugin *Zébulon* implémenté a été testé sur une cellule élémentaire. Cette cellule (Fig. 7.3) est périodique et possède un fil de chaîne et deux fils de trame noyés dans une matrice. Le fil de chaîne présente un embuvage alors que les fils de trame sont droits. Les comportements de ces constituants sont ceux identifiés dans le chapitre 6.



**FIGURE 7.3** – Maillage éléments finis de la cellule élémentaire.

### 7.3.1 Conditions aux limites

Le motif de la cellule élémentaire étant périodique, les conditions de périodicité utilisées dans le cadre de la théorie de l'homogénéisation en mécanique [Suquet, 1982] [Sanchez-Palencia, 1983] [Léné, 1984] sont appliquées à la cellule. Ainsi, le vecteur de déplacement  $\vec{u}$  s'écrit sous la forme :

$$\begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{XX} & E_{XY} & E_{XZ} \\ E_{XY} & E_{YY} & E_{YZ} \\ E_{XZ} & E_{YZ} & E_{ZZ} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix}$$

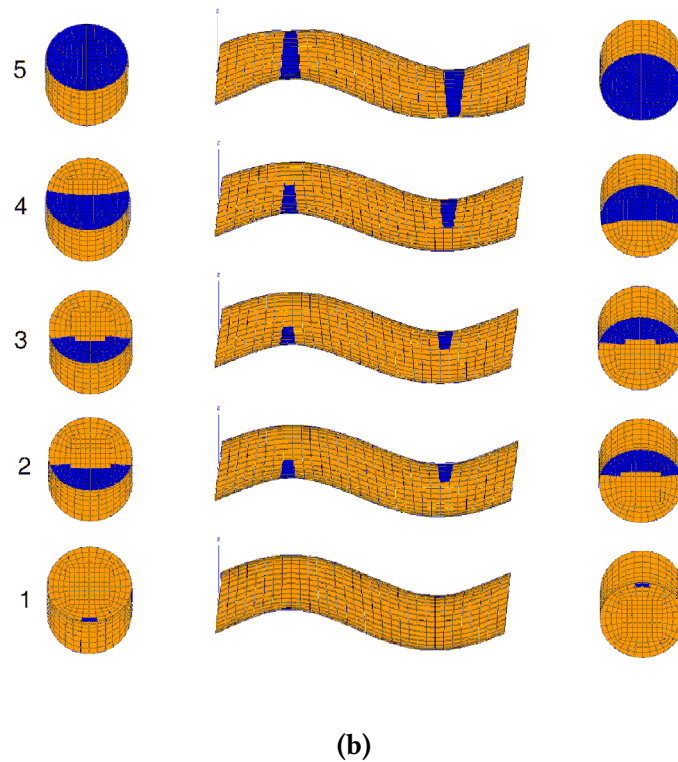
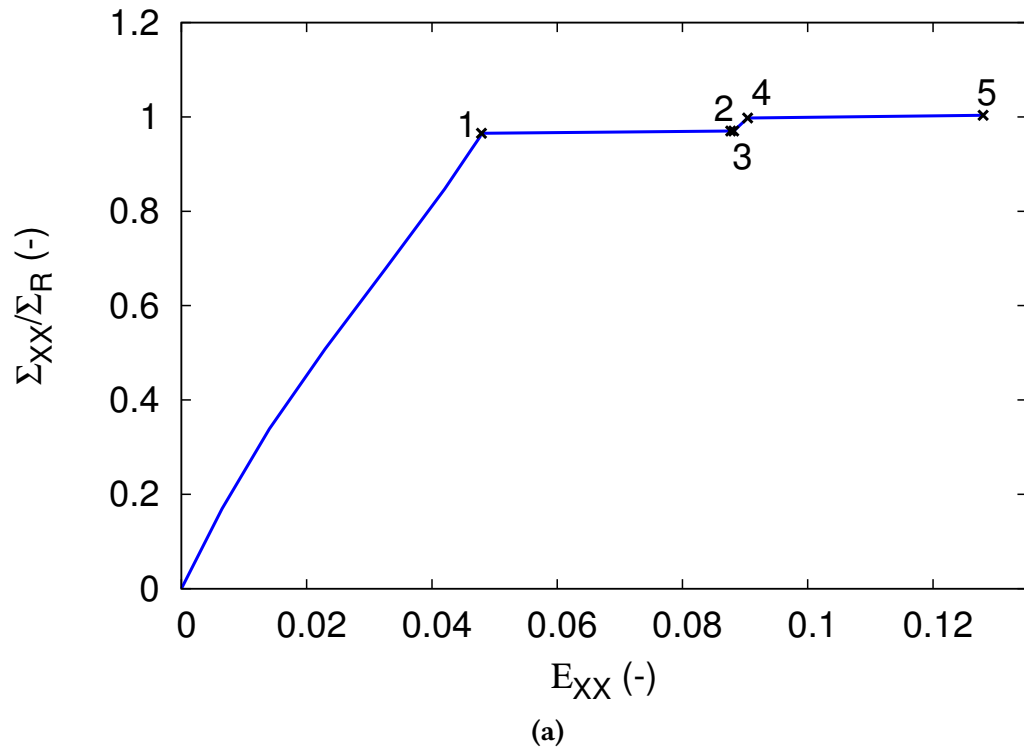
où le vecteur  $\vec{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix}$  désigne le vecteur de fluctuations périodiques.

L'application de cette méthode pour les éléments finis requiert une périodicité aux interfaces du maillage. Cette périodicité est imposée aux nœuds en vis-à-vis, qui sont les nœuds équivalents par translation selon le vecteur de périodicité associé, en reliant de manière linéaire les composantes du vecteur  $\vec{v}$ .

Pour le chargement de la cellule élémentaire avec le solveur *Zébulon*, il peut être réalisé par les méthodes de l'élément périodique sollicité en contrainte ou déformation moyennes imposées [Dirrenberger, 2012]. Pour la cellule élémentaire, la sollicitation est réalisée en contrainte moyenne imposée selon la direction chaîne. Cette sollicitation est la seule modélisée car elle est l'unique responsable des ruptures de fils de chaîne qui entraînent la dégradation ultime de la bande transporteuse. La contrainte macroscopique associée est notée  $\Sigma_{XX}$ .

### 7.3.2 Résultats

Les résultats de la simulation, sur la cellule élémentaire périodique, en utilisant le critère  $\sigma_R$  apparaissent sur la figure 7.4. Le comportement macroscopique exprimant la contrainte  $\Sigma_{XX}$  en fonction de la déformation  $E_{XX}$  est observable sur la figure 7.4 (a). Plusieurs niveaux de chargement, numérotés de 1 à 5, sont également repérés sur la courbe. Ces numéros correspondent aux différents états de dégradation du fil de chaîne lors du chargement de la cellule. La figure 7.4 (b) présente cette dégradation avec des vues de profils et des coupes du fil de chaîne pour les différents niveaux de chargement. Les éléments érodés sont affichés en bleus et présentent une symétrie parfaite pendant l'évolution de l'endommagement qui est localisé aux niveaux des parties concave et convexe du fil de chaîne. L'érosion d'éléments, traduisant la coupure du fil de chaîne, provoque une perte de rigidité macroscopique de la cellule élémentaire. À partir du niveau de chargement 5, le fil de chaîne est coupé en deux endroits. Les surfaces de ruptures associées sont perpendiculaires à la direction de sollicitation comme cela avait été observé expérimentalement. La cellule élémentaire est alors considérée comme rompue même si elle possède encore la rigidité de la matrice.



**FIGURE 7.4** – Comportement macroscopique dans la direction chaîne de la cellule élémentaire avec le critère de rupture  $\sigma_R$  (a) et la dégradation du fil de chaîne associé avec les éléments érodés en bleus (b).



Le critère  $\sigma_R$ , basé sur une approche locale de rupture, a permis de simuler la dégradation d'une cellule élémentaire sollicitée dans la direction chaîne. En effet, le mécanisme de dégradation conduisant à la ruine ultime du composite a été modélisé. Les résultats montrent des caractéristiques similaires aux observations expérimentales en termes de localisations et d'orientations de la coupure du fil de chaîne. Afin de confirmer ces premières conclusions, le critère  $\sigma_R$  est appliqué, dans le chapitre 9, à une cellule périodique représentant l'architecture du renfort tissé de la bande transporteuse pour les deux types de chargement étudiés expérimentalement.





## Chapitre 8

# Paramètres d'optimisation

*L'objectif de ce chapitre est d'observer l'influence des paramètres architecturaux et matériaux des composites tissés sur la valeur maximale de la plus grande contrainte principale ( $\sigma_I^{max}$ ) des fils de chaîne. Cette variable est responsable de la dégradation ultime des composites tissés 3D, sollicités en traction suivant la direction chaîne, et représente donc un bon indicateur de performance. À l'aide d'un grand nombre de calculs éléments finis, les principaux effets des paramètres sur  $\sigma_I^{max}$  ont pu être révélés et offrent ainsi des pistes pour la conception d'architectures optimisées.*

### Sommaire

---

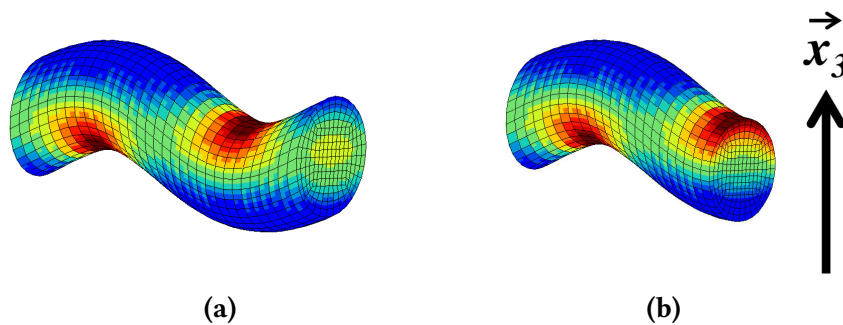
8.1	Principe de l'étude . . . . .	124
8.2	Propriétés matériaux . . . . .	125
8.3	Paramètres architecturaux . . . . .	126
8.3.1	Distance inter-fils . . . . .	127
8.3.2	Embuvage . . . . .	129
8.3.3	Rayon du fil . . . . .	130
8.3.4	Taux volumique de fil . . . . .	132
8.3.5	Combinaisons de paramètres . . . . .	133
8.4	Synthèse . . . . .	135

---

## 8.1 Principe de l'étude

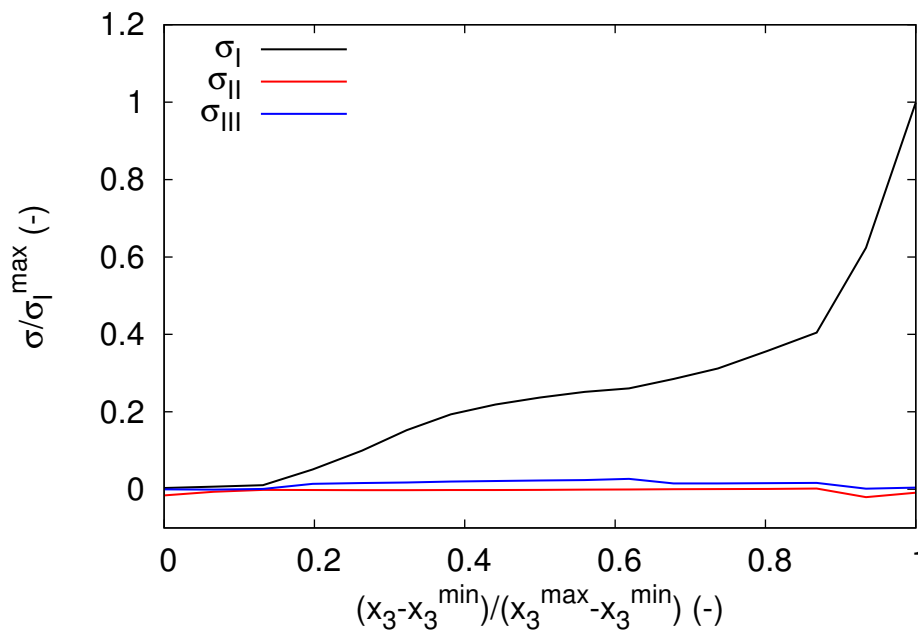
Les bandes transporteuses étant constituées de tissus 3D complexes, l'optimisation d'architecture devient compliquée. Afin de simplifier l'optimisation, cette étude numérique se concentre sur la décomposition des différents paramètres architecturaux et matériaux composant les bandes et, plus particulièrement, de leurs influences sur la variable déclenchant l'endommagement  $\sigma_I$ . Il a été montré, dans le chapitre précédent, que cette grandeur est responsable, pour une sollicitation dans la direction chaîne, de la coupure des fils de chaîne et par conséquent de la dégradation ultime du composite. La valeur maximale de la plus grande contrainte principale dans le fil de chaîne, notée  $\sigma_I^{max}$ , est donc choisie pour comparer les différents jeux des paramètres testés numériquement. Pour l'architecture, les paramètres observés sont la distance entre les fils de chaîne et de trame, le taux volumique ainsi que le rayon et l'embuvage du fil de chaîne. En ce qui concerne les matériaux utilisés, les simulations numériques se sont focalisées sur le rapport de module d'Young entre le fil de chaîne et la matrice. Une étude systématique des différents paramètres a été effectuée afin d'observer leurs influences sur la valeur normalisée de  $\sigma_I^{max}$ .

Les simulations numériques, effectuées par la méthode des éléments finis, ont été réalisées à l'aide du solveur *Zébulon*. En revanche, l'ensemble des maillages a été accompli avec la plateforme *Salomé* [Ribes et Caremoli, 2007]. Ce logiciel libre a été utilisé car il permet, via des scripts en langage *Python*, de réaliser des maillages paramétrables. Ainsi, un nombre important de cellules élémentaires a pu être testé pour les différents paramètres architecturaux.



**FIGURE 8.1** – Localisation de la valeur  $\sigma_I^{max}$  au niveau de la bosse et creux (a), et gradient de contrainte  $\sigma_I$  dans la section du fil au niveau du creux (b).

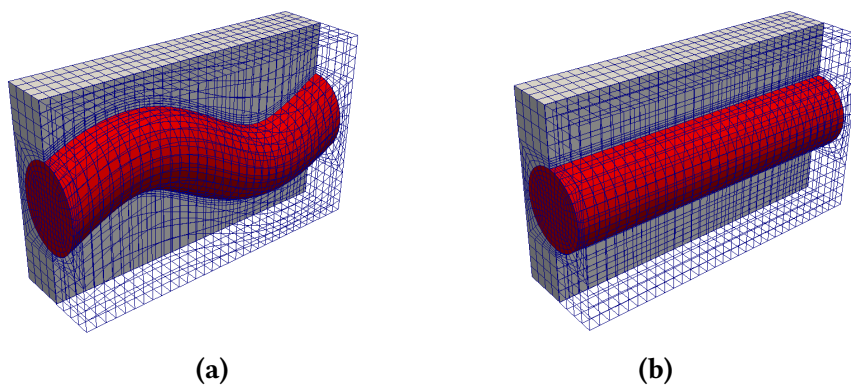
Pour l'ensemble des cellules présentant un embuvage du fil de chaîne, la valeur de  $\sigma_I^{max}$  est localisée dans les sections aux niveaux de la bosse et du creux (voir Fig. 8.1 (a)). Un gradient de  $\sigma_I$  est également présent dans ses sections comme le montre la figure 8.1 (b). La courbe de la figure 8.2 révèle également ce gradient et confirme l'état de traction uniaxial fil avec des valeurs de  $\sigma_{II}$  et  $\sigma_{III}$  presque nulles. Un gradient de contrainte implique, dans un calcul éléments finis, une dépendance de la valeur de  $\sigma_I^{max}$  à la taille des éléments du fil de chaîne. En effet, plus la taille de l'élément est petite, plus le gradient de contrainte est important et entraîne une valeur de  $\sigma_I^{max}$  forte. Ce phénomène de longueur caractéristique est une des principales problématiques liées aux approches locales de la rupture [Bažant, 1999]. Dans cette étude, les fils des différents maillages possèdent exactement le même nombre d'éléments et donc des tailles de mailles très proches. En revanche, pour les cellules dont le fil de chaîne ne présente pas d'ondulation, la valeur de  $\sigma_I$  est constante dans le fil.



**FIGURE 8.2** – Évolution des contraintes principales en fonction de la coordonnée  $x_3$  normalisée dans la section transverse.

## 8.2 Propriétés matériaux

Les calculs menés sur l'influence des propriétés mécaniques ont été effectués sur une cellule élémentaire. Cette cellule est composée d'un seul fil de chaîne, noyé dans la matrice, présentant le même embuvage de 7,25 % que ceux des fils de chaîne du composite interlock 2.5D de l'étude. De plus, la fraction volumique du fil de chaîne est également identique et vaut 26 %. Le maillage éléments finis est présenté sur la figure (Fig. 8.3 (a)). Le motif et le maillage étant périodiques, les conditions aux limites et le mode de chargement en contrainte macroscopique  $\Sigma_{XX}$  sont identiques à l'application sur la cellule élémentaire réalisée dans le chapitre 7.



**FIGURE 8.3** – Maillages de la cellule élémentaire avec un embuvage de 7,25 % (a) et de la cellule unidirectionnelle (b) pour l'observation des propriétés matériaux sur  $\sigma_I^{\max}$ .

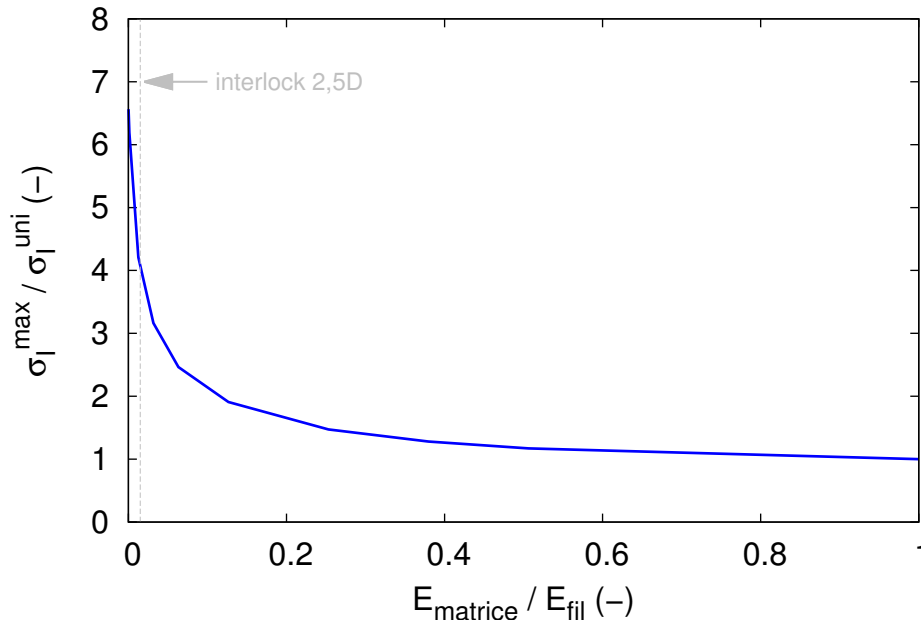
Concernant les propriétés mécaniques de la matrice et du fil de chaîne, l'étude s'est limitée au comportement respectivement élastique et élastique isotrope transverse. De cette manière, le comportement mécanique des constituants est indépendant de l'intensité du chargement macroscopique appliqué. De plus, afin de comparer les différents rapports de module d'Young entre la matrice et le fil, la valeur de  $\sigma_I^{max}$  a été normalisée par la  $\sigma_I^{uni}$  qui correspond à la valeur  $\sigma_I^{max}$  pour un fil de chaîne dans une cellule élémentaire unidirectionnelle. Cette cellule est composée d'un fil de chaîne sans ondulation et présente le même taux volumique de fil (Fig. 8.3 (b)). Il existe ainsi, pour chaque couple de rapport de module d'Young, une valeur de  $\sigma_I^{max}$  à laquelle lui est associée une valeur  $\sigma_I^{uni}$ . La nécessité de normaliser  $\sigma_I^{max}$  par une cellule unidirectionnelle, pour comparer les différents rapports de modules, est la raison de l'absence de fil de trame dans la cellule élémentaire. Même si les valeurs de  $\sigma_I^{uni}$  ont été obtenues par simulations numériques, il est à noter qu'une simple utilisation des lois de mélange [Berthelot, 1992] aurait permis d'obtenir une très bonne estimation des valeurs de  $\sigma_I^{uni}$ .

Pour l'ensemble des simulations numériques effectuées, la contrainte macroscopique imposée  $\Sigma_{XX}$  est prise volontairement faible avec 10 MPa. Ce choix s'explique par la volonté de conserver la microstructure initiale de la cellule élémentaire et, plus particulièrement, d'avoir une variation négligeable de l'embuage au cours du chargement. La figure 8.4 montre l'évolution de contrainte  $\sigma_I^{max}$  normalisée par  $\sigma_I^{uni}$  pour différents rapports de modules d'Young entre la matrice et le fil de chaîne. La courbe révèle qu'une diminution de la valeur du rapport  $E_{matrice}/E_{fil}$  augmente la valeur de la contrainte normalisée  $\sigma_I^{max}$ . Cette tendance devient de plus en plus forte quand le rapport de module d'Young tend vers 0. D'un point de vue mécanique, avec notre critère de la rupture  $\sigma_R$ , il devient alors intéressant de ne pas concevoir un composite tissé avec un rapport de module d'Young trop faible car la concentration de contrainte  $\sigma_I^{max}/\sigma_I^{uni}$ , causée par l'embuage, est fortement augmentée. En ce qui concerne le rapport de module d'Young utilisé pour l'étude du composite interlock 2,5D, la valeur  $\sigma_I^{max}/\sigma_I^{uni}$  est de l'ordre de 4.

### 8.3 Paramètres architecturaux

Les renforts tissés présentent des architectures complexes comprenant un grand nombre de paramètres. L'étude numérique menée s'est focalisée exclusivement sur les principaux paramètres architecturaux influençant le comportement mécanique du composite dans la direction chaîne et, plus particulièrement, la valeur de  $\sigma_I^{max}$ . Dans ce cas, les différents paramètres sont :

- l'embuage, définissant l'ondulation globale du fil de chaîne ;
- le rayon de courbure du fil caractérisant l'ondulation locale du fil ;
- le nombre de fils de chaîne ;
- le rayon des fils de chaîne ;
- la distance entre les fils de chaîne et trame ;
- le taux volumique de fil de chaîne.



**FIGURE 8.4** – Évolution de la contrainte normalisée  $\sigma_I^{max}$ , dans le fil de chaîne, en fonction du rapport entre les modules d'Young de la matrice et du fil de chaîne.

L'ensemble de ces paramètres architecturaux jouent un rôle sur la valeur de  $\sigma_I^{max}$  pour une sollicitation dans la direction chaîne. Néanmoins, certains d'entre eux sont redondants et seulement quatre paramètres sont suffisants pour l'étude numérique. En effet, le nombre de fils peut être déterminé en fixant le taux volumique, le rayon et l'embuvage du fil. Pour le rayon de courbure, il est défini par l'embuvage et le rayon du fil. Ainsi, en ce qui concerne les paramètres architecturaux, l'étude numérique s'est concentrée sur l'embuvage du fil de chaîne, son rayon, son taux volumique et, enfin, la distance entre les fils de chaîne et trame.

Pour les simulations numériques, les conditions de périodicité sont appliquées et les cellules élémentaires sont sollicitées en contrainte macroscopique moyenne imposée  $\Sigma_{XX}$ . Pour les lois de comportement des constituants, elles sont identiques à celles définies dans le chapitre 6. Les fils possèdent un comportement élastique isotrope transverse avec un critère de plasticité anisotrope et un durcissement double non linéaire. En ce qui concerne la matrice, elle bénéficie d'un comportement isotrope élastoplastique.

### 8.3.1 Distance inter-fils

La première étude, sur les paramètres architecturaux, est réalisée sur des cellules élémentaires composées d'un fil de chaîne et de deux fils de trame. La seule différence entre les cellules est la distance, noté  $d$ , entre le fil de chaîne et le fil de trame (Fig. 8.5). Le fil de chaîne est fixe et présente un embuvage de 7,25 % et un taux volumique de 26 % conformément à l'interlock 2,5D. La position des fils de trame varie, pour chacun des cas, selon la distance  $d$ . Le taux volumique des fils de trame est également identique à l'interlock 2,5D et vaut 10 %.

Les résultats dévoilant l'influence de la distance  $d$  sur la valeur de  $\sigma_I^{max}$  sont présentés sur la figure 8.6. Les courbes expriment, selon l'axe des ordonnées, la  $\sigma_I^{max}$  normalisée à l'aide des valeurs extrêmes de  $\sigma_I^{max}$ , notées  $\sigma_I^{max(M)}$  et  $\sigma_I^{max(m)}$ , des différentes cellules élémentaires



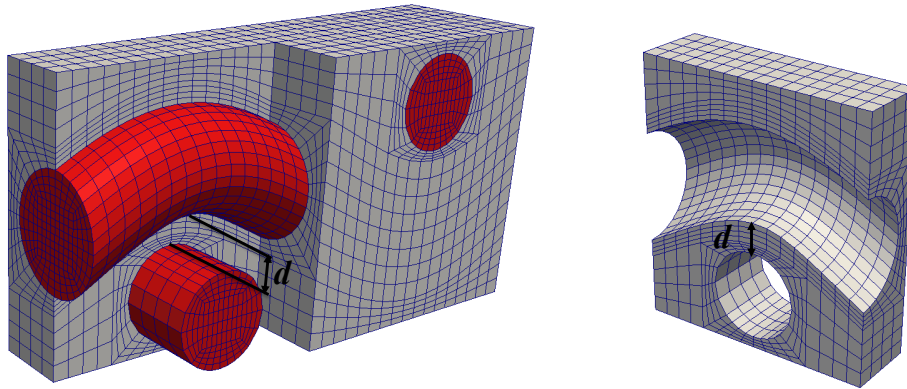


FIGURE 8.5 – Maillage d'une cellule élémentaire et illustration de la distance  $d$  séparant les fils de chaîne et trame.

testées. Pour l'axe des abscisses, le principe de la normalisation est identique avec l'utilisation des valeurs maximale et minimale de la distance  $d$  qui sont notées  $d_{max}$  et  $d_{min}$ . Les courbes montrent alors que plus la distance  $d$  est faible plus la valeur de  $\sigma_I^{max}$  est importante. En effet, une proximité réduite entre les fils de chaîne et trame entraîne un confinement de la matrice qui se traduit par une augmentation locale de la contrainte  $\sigma_I$  dans le fil chaîne. Le critère de rupture  $\sigma_R$  est alors atteint plus rapidement et l'endommagement du fil de chaîne, menant à la rupture du composite, arrive prématurément. Il est à noter qu'aucune influence de l'intensité du chargement macroscopique  $\Sigma_{XX}$  n'a été relevée.

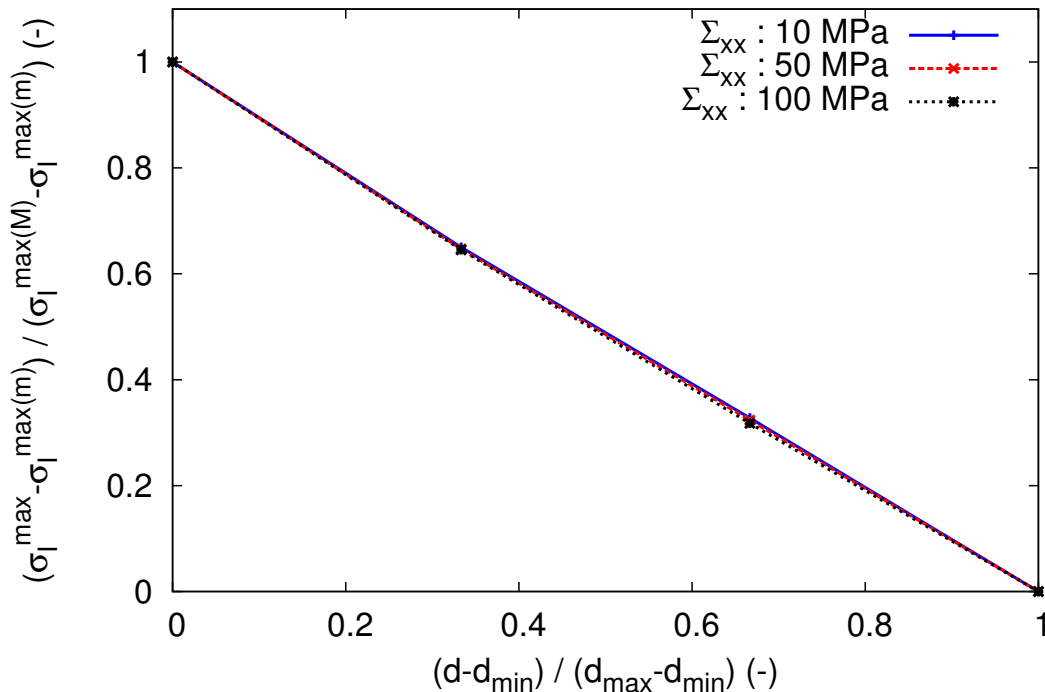
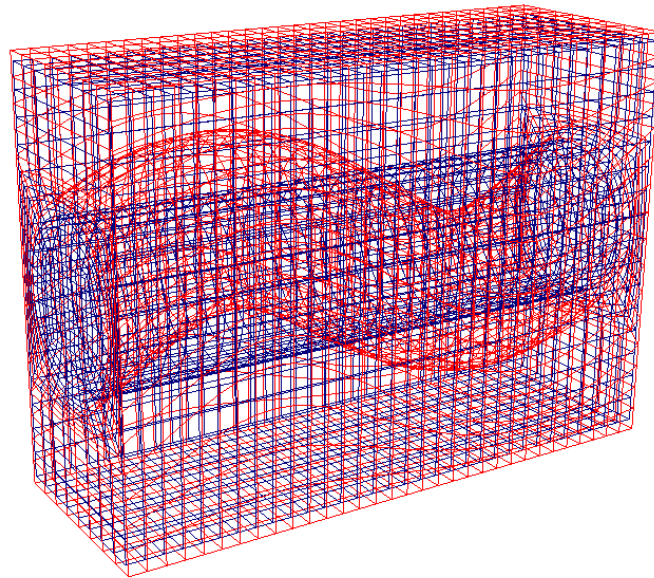


FIGURE 8.6 – Évolution de la contrainte normalisée de  $\sigma_I^{max}$  en fonction de la distance  $d$  normalisée entre les fils de chaîne et trame.

### 8.3.2 Embuvage

L'influence de l'embuvage du fil de chaîne sur  $\sigma_I^{max}$  a été déterminée pour différentes valeurs d'embuvage. Les cellules élémentaires associées possèdent, comme sur la figure 8.3, un seul fil de chaîne noyé dans la matrice. L'embuvage de ce fil varie de 0 % à 9,23 %, alors que pour l'ensemble des cellules, le diamètre vaut 1,4 mm et le taux volumique du fil est fixé à 26 %.



**FIGURE 8.7** – Superposition des maillages présentant un embuvage de 9,23 % (en rouge) et 0 % (en bleu).

Les résultats, montrant l'effet de l'embuvage sur  $\sigma_I^{max}$ , apparaissent sur la figure 8.8. Les courbes continues expriment la valeur  $\sigma_I^{max}$  normalisé par  $\sigma_I^{uni}$  en fonction de l'embuvage du fil de chaîne et pour différents niveaux de chargement macroscopique  $\Sigma_{XX}$ . L'ensemble de ces courbes révèlent qu'un accroissement de l'embuvage provoque une augmentation de la valeur normalisée de  $\sigma_I^{max}$ . De plus, cette tendance est amplifiée avec des chargements macroscopique  $\Sigma_{XX}$  plus conséquents. Pour  $\Sigma_{XX}$  valant respectivement 20 MPa et 50 MPa, la cellule élémentaire présentant les mêmes caractéristiques que l'interlock 2,5D voit le rapport  $\sigma_I^{max}/\sigma_I^{uni}$  passer de 3,8 à 6. Ce phénomène s'explique par la modification de l'ondulation du fil au cours du chargement, mais surtout, par le comportement non linéaire du fil de chaîne. Par ailleurs, la figure 8.8 présente également des lignes discontinues horizontales. Ces lignes, associées au chargement macroscopique  $\Sigma_{XX}$  correspondant, symbolisent la limite du début de la dégradation, du fil de chaîne, si le critère  $\sigma_R$  avait été utilisé. En d'autres termes, c'est le moment où la valeur de  $\sigma_I^{max}$  atteint la valeur du critère de rupture  $\sigma_R$  fixée pour le fil de chaîne à 650 MPa. Ainsi, par exemple, pour un chargement de 50 MPa, la dégradation du fil de chaîne apparaîtra si l'embuvage est supérieur à 3,5 %.

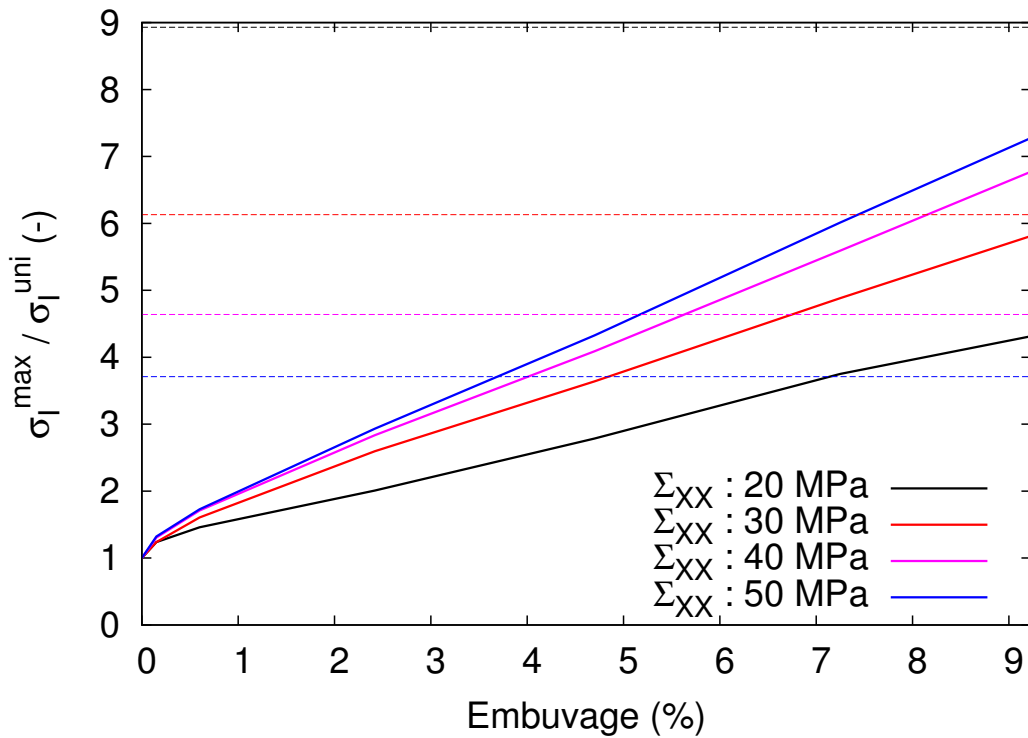


FIGURE 8.8 – Évolution de la contrainte  $\sigma_I^{max}$ , normalisée par  $\sigma_I^{uni}$ , en fonction de l'embuvage du fil de chaîne pour plusieurs niveaux de  $\Sigma_{XX}$ .

### 8.3.3 Rayon du fil

Comme pour l'embuvage, les cellules élémentaires utilisées pour quantifier l'effet du rayon du fil de chaîne sur  $\sigma_I^{max}$  possèdent un seul fil de chaîne avec un taux volumique de 26 %. En revanche, l'embuvage est fixé pour les cellules à 7,25 %. En ce qui concerne les rayons du fil, l'amplitude est comprise entre 0,45 mm et 0,75 mm (Fig. 8.9).

Les effets du rayon sur la contrainte  $\sigma_I^{max}$  sont présentés sur la figure 8.10. Les courbes continues expriment, pour différents niveaux de chargement macroscopique  $\Sigma_{XX}$ , la valeur  $\sigma_I^{max}$  normalisée par  $\sigma_I^{uni}$  en fonction du rayon du fil de chaîne. La tendance observée varie selon la valeur de  $\Sigma_{XX}$  imposée. Pour  $\Sigma_{XX}$  valant 20 MPa, la valeur de  $\sigma_I^{max}$  augmente avec celle du rayon alors que l'inverse se produit pour les chargements macroscopiques de 40 MPa et 50 MPa. En revanche, pour  $\Sigma_{XX}$  égale à 30 MPa, l'influence du rayon est négligeable. En prenant en compte le critère  $\sigma_R$ , le fil de chaîne serait cependant dégradé pour les  $\Sigma_{XX}$  de 40 MPa et 50 MPa. En effet, les lignes discontinues symbolisant toujours la limite du début de la dégradation sont, dans ces deux cas, inférieures aux courbes continues associées. Pour les matériaux de l'étude, ces niveaux de contrainte ne sont donc pas réalisables. L'inversion de la tendance, observée pour une  $\Sigma_{XX}$  de 20 MPa, est induite par l'évolution de l'ondulation du fil de chaîne pendant le chargement.

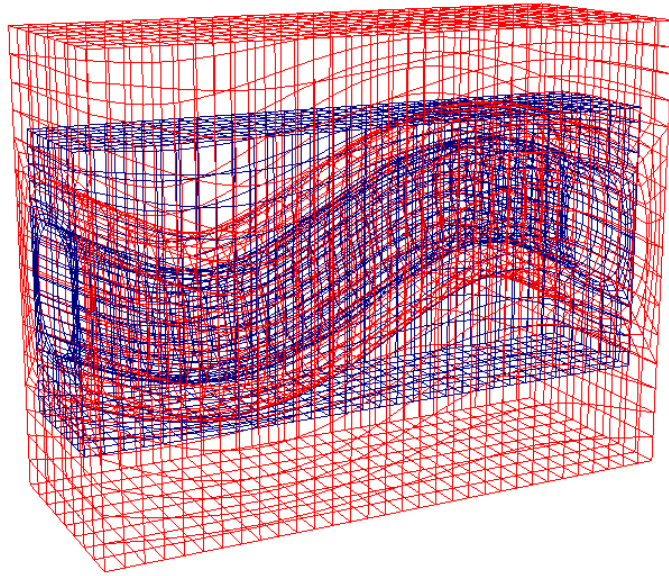


FIGURE 8.9 – Superposition des maillages présentant un rayon du fil de chaîne de 0,45 mm (en rouge) et 0,75 mm (en bleu).

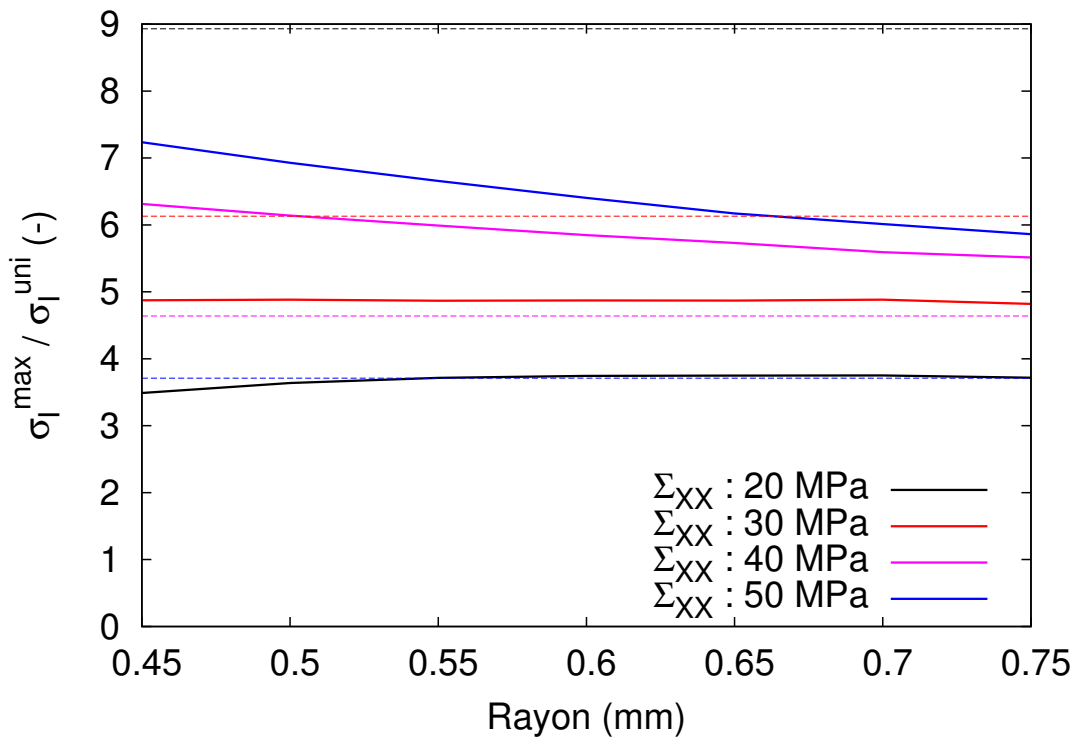
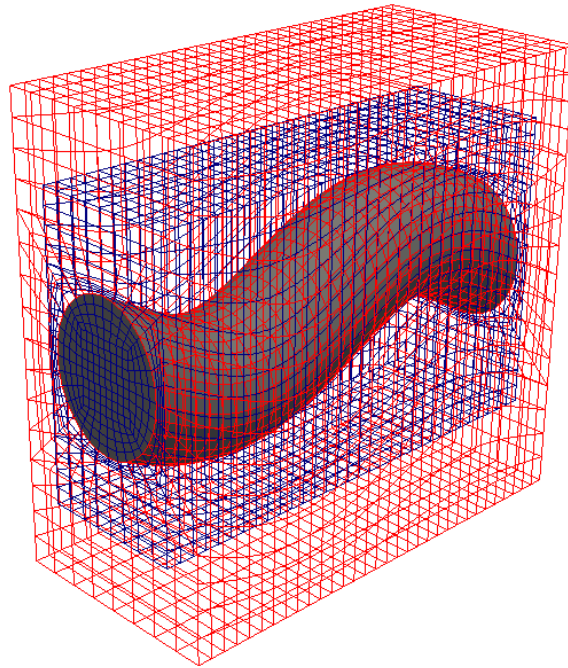


FIGURE 8.10 – Évolution de la contrainte  $\sigma_I^{max}$ , normalisée par  $\sigma_I^{uni}$ , en fonction du rayon du fil de chaîne pour plusieurs niveaux de  $\Sigma_{XX}$ .

### 8.3.4 Taux volumique de fil

Concernant le taux volumique du fil de chaîne, la présence de l'embuvage rend les lois de mélange [Berthelot, 1992] inutilisables. Des cellules élémentaires présentant des taux volumiques de 14 %, 20 %, 26 % et 32 % ont donc été modélisées. L'embuvage et le rayon du fil de chaîne sont identiques pour l'ensemble des cellules et valent respectivement 7,25 % et 0,7 mm. Afin de conserver ces valeurs et de modifier seulement le taux volumique, les dimensions extérieures de la cellule sont modifiées comme le montre la figure 8.11 pour les taux volumiques extrêmes de fil de chaîne.



**FIGURE 8.11** – Superposition des maillages présentant un taux volumique de chaîne de 14 % (en rouge) et 32 % (en bleu).

La figure 8.12 expose l'influence du taux volumique de fil de chaîne sur la valeur de  $\sigma_I^{max}$ . Les courbes continues montrent, pour différents niveaux de chargement macroscopique  $\Sigma_{XX}$ , la valeur  $\sigma_I^{max}$  normalisée par  $\sigma_I^{uni}$  en fonction du taux volumique de fil de chaîne. Les résultats indiquent qu'une augmentation du taux volumique de fil de chaîne provoque une légère diminution du rapport  $\sigma_I^{max}/\sigma_I^{uni}$ . Sans la présence de l'embuvage, ce rapport serait pour les différents taux volumiques égal à 1. La figure 8.12 comporte également, comme pour les autres paramètres architecturaux, des courbes discontinues qui expriment encore la limite du début de la dégradation du fil de chaîne pour les quatre niveaux de chargement. Ainsi, avec le critère  $\sigma_R$  fixé à 650 MPa et un fil de chaîne présentant un embuvage de 7,25 % et un rayon de 0,7 mm, aucune des cellules testées ne peut résister à une contrainte macroscopique de 50 MPa. En revanche pour une  $\Sigma_{XX}$  de 30 MPa et 40 MPa, un taux volumique de respectivement 21 % et 31 % est suffisant pour ne détecter aucune dégradation au sein du fil de chaîne.

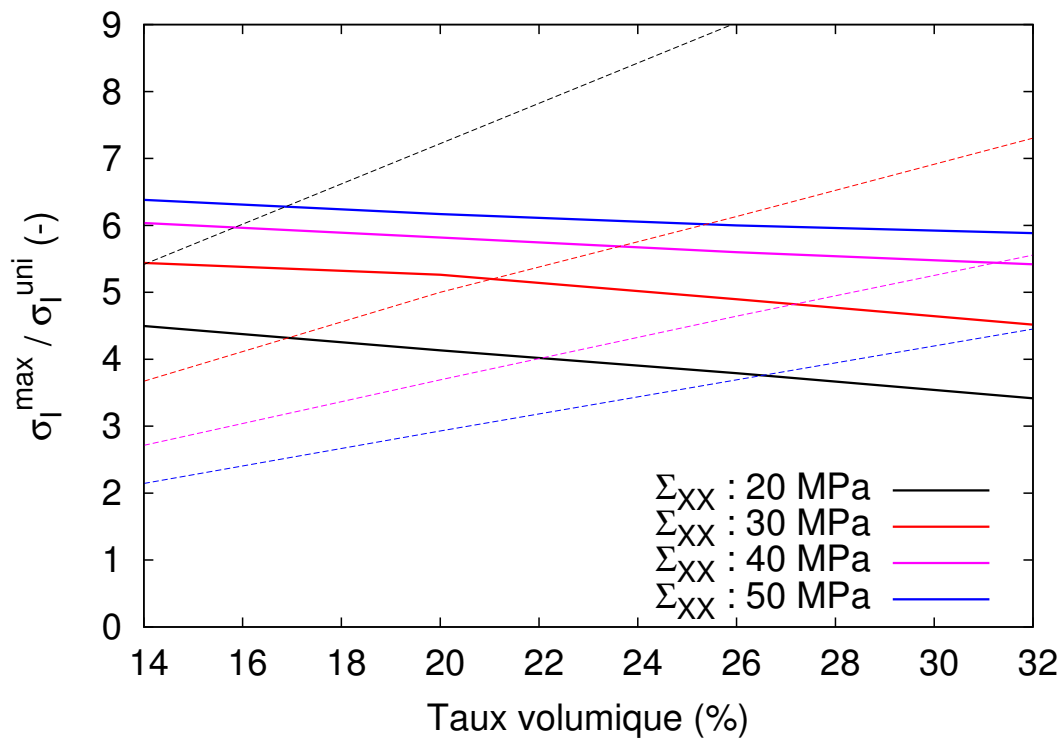


FIGURE 8.12 – Évolution de la contrainte  $\sigma_I^{max}$ , normalisée par  $\sigma_I^{uni}$ , en fonction du taux volumique de fil de chaîne pour plusieurs niveaux de  $\Sigma_{XX}$ .

### 8.3.5 Combinaisons de paramètres

Cette dernière étude numérique, sur les cellules élémentaires, compare simultanément l'influence du rayon et de l'embuvage du fil de chaîne sur les valeurs normalisées de la contrainte  $\sigma_I^{max}$  mais aussi de la déformation macroscopique  $E_{XX}$ . Cette dernière permet de quantifier l'effet des paramètres architecturaux sur la rigidité de la cellule et donc du composite. De plus, cette comparaison a été réalisée pour des taux volumiques de fil de 14 %, 20 %, 26 % et 32 %. Elle permet ainsi d'avoir une vue globale sur l'influence de ces différents paramètres. La contrainte macroscopique  $\Sigma_{XX}$  appliquée est fixée 20 MPa afin de ne pas dépasser la valeur du critère de rupture  $\sigma_R$ .

Dans l'ensemble des calculs éléments finis, la valeur maximale de  $\sigma_I^{max}$  a atteint 610 MPa pour la cellule présentant un taux volumique de 14 %, un rayon de 0,75 mm et un embuvage de 9,23 %. Sur la figure 8.13, les graphes confirment les tendances des paramètres sur  $\sigma_I^{max}$  qui avaient été précédemment observées individuellement. Ainsi, une augmentation de l'embuvage et du taux volumique de fil provoque un accroissement du rapport  $\sigma_I^{max} / \sigma_I^{uni}$ . Pour le rayon du fil, une diminution induit une légère baisse de la valeur du rapport qui est visible uniquement pour des valeurs élevées de l'embuvage du fil. Cependant, cette influence du rayon est dépendante de l'intensité du chargement de  $\Sigma_{XX}$  comme cela a été montré sur la figure 8.10.

Par ailleurs, la figure 8.14 montre l'influence des ces mêmes paramètres mais sur la déformation macroscopique  $E_{XX}$ . Afin de comparer ces résultats, la valeur de  $E_{XX}$  est normalisée



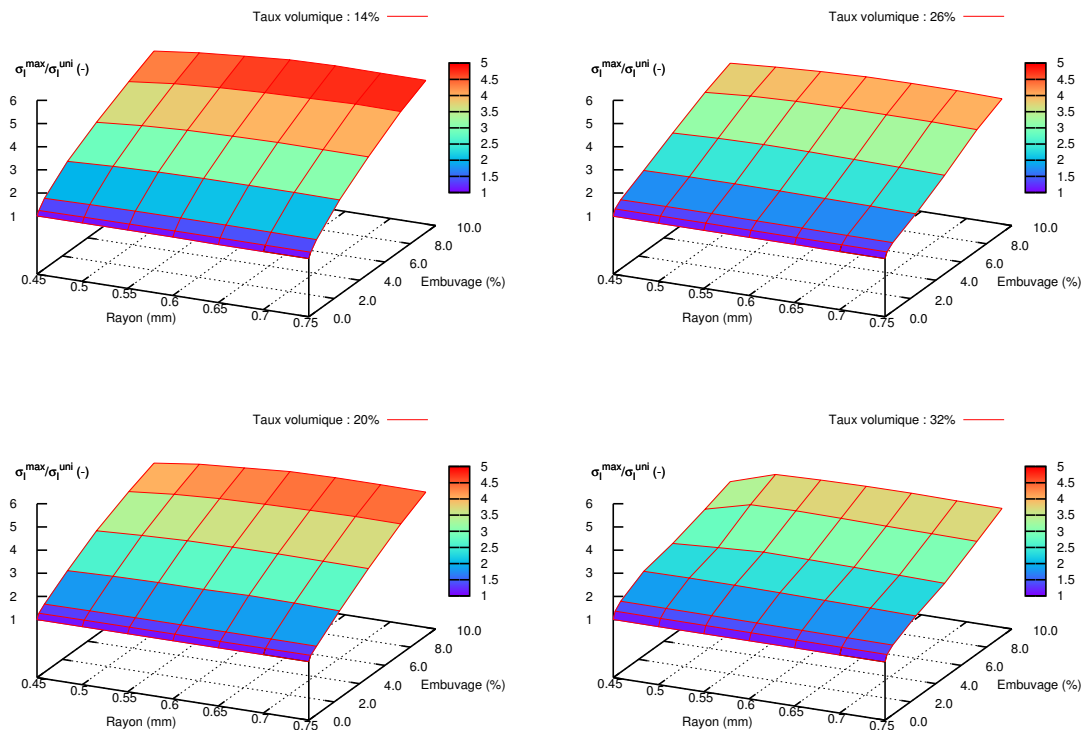


FIGURE 8.13 – Évolution de la contrainte  $\sigma_I^{max}$ , normalisée par  $\sigma_I^{uni}$ , en fonction de l'embuvage, du taux volumique et du rayon du fil de chaîne pour une  $\Sigma_{XX}$  de 20 MPa.

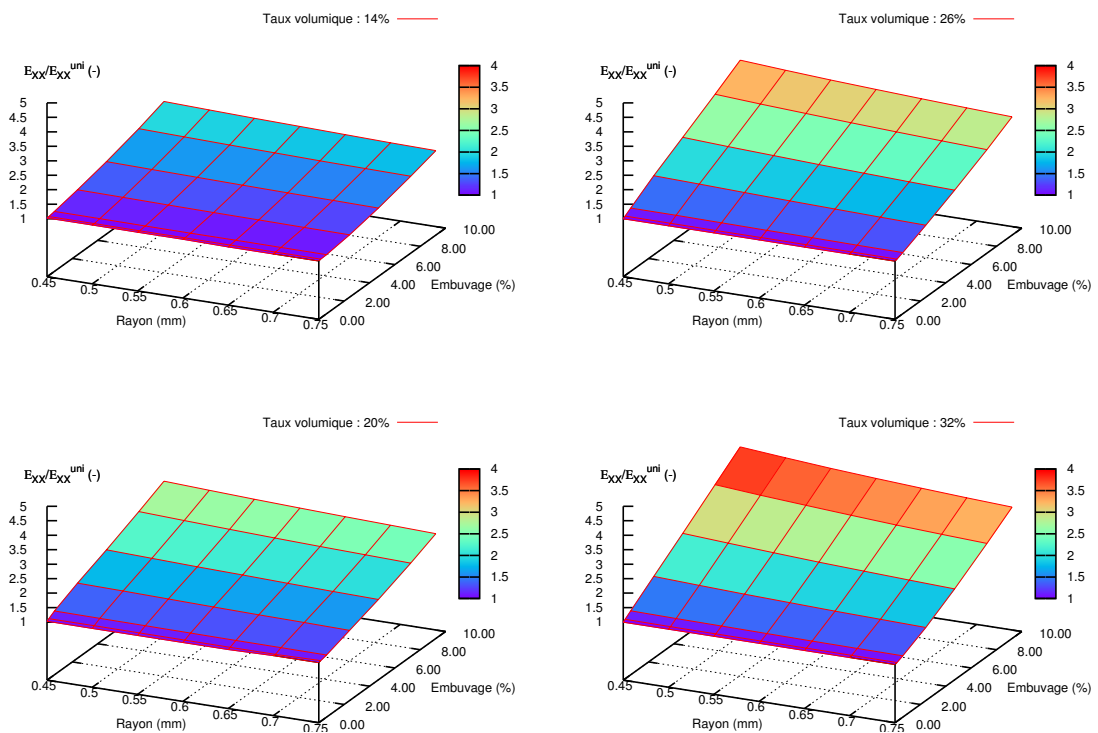


FIGURE 8.14 – Évolution de la déformation  $E_{XX}$ , normalisée par  $E_{XX}^{uni}$ , en fonction de l'embuvage, du taux volumique et du rayon du fil de chaîne pour une  $\Sigma_{XX}$  de 20 MPa.

par  $E_{XX}^{uni}$  qui correspond à la déformation macroscopique d'une cellule possédant le même taux volumique de fil et le même rayon mais avec un embuvage fixe de 0 %. Les différents graphiques révèlent une perte de rigidité de la cellule quand l'embuvage, le rayon ou le taux volumique augmente. Le cumul de ces paramètres peut provoquer une forte augmentation du rapport  $E_{XX}/E_{XX}^{uni}$ . En effet, pour une cellule élémentaire présentant un rayon de 0,45 mm, un embuvage de 9,23 % et un taux volumique de 32 %, la déformation  $E_{XX}$  est quatre fois supérieure à une cellule possédant un taux identique mais avec un embuvage de 0 % et un rayon de 0,75 mm.

## 8.4 Synthèse

Dans ce chapitre, un nombre important de simulations numériques a été mené sur des cellules élémentaires afin de déterminer l'influence des paramètres architecturaux et matériaux sur la valeur de  $\sigma_I^{max}$ . L'ensemble des calculs éléments finis, à l'exception des cellules unidirectionnelles, ont confirmé que la valeur de  $\sigma_I^{max}$  était localisée au niveau des creux et des bosses du fil de chaîne. Pour les cellules unidirectionnelles, qui présentent évidemment un embuvage de 0 %, la contrainte  $\sigma_I$  est uniforme dans le fil chaîne. La table 8.1 synthétise les tendances obtenues sur les différentes cellules qui possèdent par ailleurs le même nombre d'éléments. Ces résultats montrent une faible influence du rayon du fil et de la distance entre le fil de chaîne et de trame par rapport aux autres paramètres architecturaux. En effet, l'embuvage et le taux de fil sont les deux principaux paramètres influençant la valeur de  $\sigma_I^{max}$ . En ce qui concerne le rapport de module d'Young, une différence importante entre les modules provoque une forte augmentation de la variable  $\sigma_I^{max}$ . Cette tendance devient même exponentielle quand le rapport de module tend vers 0.

Paramètres	Variation	$\sigma_I^{max}/\sigma_I^{uni}$	$E_{XX}/E_{XX}^{uni}$
Rapport de modules d'Young	-	++	++
Embuvage	+	+++	+++
Rayon du fil	+	$\approx (+/-)$	-
Distance interfils	+	-	$\approx (-)$
Taux volumique	+	--	++

**TABLE 8.1** – Synthèse de l'effet des paramètres matériaux et architecturaux sur les grandeurs normalisées de  $\sigma_I^{max}$  et  $E_{XX}$ .

Dans ce travail de thèse, une architecture optimisée dans la direction chaîne est définie par sa capacité à résister au plus grand chargement  $\Sigma_{XX}$  sans que la contrainte locale  $\sigma_I$  ne dépasse la valeur du critère de rupture  $\sigma_R$  des fils de chaîne. La réponse issue des résultats de ce chapitre se dirige vers des composites unidirectionnels. En effet, l'optimisation des principaux paramètres indique que l'embuvage doit être nul, comme l'unidirectionnel, alors que le taux volumique et la distance interfils doivent être grands. Or, l'accroissement de cette distance induit une augmentation de l'épaisseur du composite et donc de l'embuvage. Pour le taux volumique de fil, les taux des composites tissés 3D sont bien inférieurs à ceux pouvant être obtenus dans les composites unidirectionnels.



Néanmoins, les sollicitations réelles et complexes (voir Fig. 1.8) des bandes transporteuses nécessitent l'emploi de renfort tissé 3D. Par exemple, l'assemblage de deux bandes, par agrafage, demande une bonne transmission des efforts entre les fils de chaîne et de trame qui s'effectue seulement par l'entrelacement des fils et donc par l'embuvage. De plus, cette entrelacement dans l'épaisseur du composite permet d'obtenir un matériau présentant de meilleurs performances par rapport aux impacts [Chou *et al.*, 1992]. L'embuvage offre également, avec le rapport de module d'Young (Tab. 8.1), une flexibilité au matériau composite qui lui permet, dans le cadre des bandes transporteuses, de passer les différents rouleaux du convoyeur ou encore de se mettre en position d'auge. Par conséquent, un compromis doit être trouvé entre les conclusions apportées par cette étude paramétrique et la nécessité d'avoir un renfort tridimensionnel. La solution explorée, dans le chapitre suivant, est l'utilisation de renforts 3D de la famille 'Straight Warp'. Ces renforts présentent deux organisations de fils de chaîne avec des couches de fils unidirectionnels et des nappes de fils traversant l'épaisseur du composite.





## Chapitre 9

# Optimisation : Applications sur architectures

*Ce chapitre se concentre sur l'optimisation de composites tissés en comparant, pour des sollicitations dans la direction chaîne le comportement et la dégradation de plusieurs architectures. Bénéficiant des résultats du chapitre précédent sur les paramètres d'optimisation, des architectures 'optimisées' ont été maillées en plus du composite de l'étude expérimentale. Pour ce dernier, l'interlock 2.5D, les mécanismes et les cinétiques obtenus numériquement, en coupant les fils de chaîne avec le critère  $\sigma_R$ , sont comparés aux observations expérimentales réalisées sur la dégradation du composite pour les deux cas de chargement. Enfin, l'utilisation de renforts tissés pour les bandes transporteuses a été justifiée en comparant, avec un composite unidirectionnel, la cohésion selon l'épaisseur des architectures.*

### Sommaire

9.1	Objectifs . . . . .	140
9.2	Maillages . . . . .	140
9.2.1	L'interlock 2,5D . . . . .	141
9.2.2	La famille 'Straight Warp' . . . . .	142
9.2.3	Comparaison des architectures . . . . .	144
9.2.4	Interzones des architectures . . . . .	144
9.3	Lois de comportement . . . . .	149
9.4	Conditions aux limites . . . . .	149
9.4.1	Traction . . . . .	149
9.4.2	Flexion et traction . . . . .	149
9.5	Applications sur l'interlock 2,5D . . . . .	151
9.6	Comparaison avec les autres architectures . . . . .	156
9.6.1	Traction . . . . .	157
9.6.2	Flexion et traction . . . . .	159
9.7	Cohésion suivant l'épaisseur des architectures . . . . .	161
9.8	Synthèse . . . . .	162

## 9.1 Objectifs

Le premier objectif de ce chapitre est de modéliser et de comparer le renfort de l'étude expérimentale, l'*interlock 2, 5D*, avec des architectures optimisées de la famille 'Straight Warp'. Cette famille de renforts, proposée par l'industriel, est constituée d'une couche de fils de chaîne sans embuvage et de nappes de fils de chaîne traversant l'épaisseur du composite. Le renfort possède ainsi des paramètres architecturaux optimisés avec des fils de chaîne sans embuvage, mais aussi les avantages caractéristiques des renforts tissés 3D avec des nappes de fil de chaîne. Afin de comparer les différentes architectures, des calculs par éléments finis sur des cellules périodiques des différentes architectures ont été effectués pour des chargements de traction monotone et de flexion/traction monotone. Pour chaque VER, le comportement mécanique a été analysé en prenant en compte les échelles macroscopique et mésoscopique par l'intermédiaire des courbes  $\Sigma_{XX}$  en fonction de  $E_{XX}$  et de l'approche locale de la rupture des fils de chaîne conduisant, pour les sollicitations considérées, à la dégradation ultime du composite. Le second objectif de ce chapitre consiste à confronter et valider les cinétiques de dégradation de l'*interlock 2, 5D* obtenues numériquement à celles issues des observations expérimentales pour les deux cas de chargement. Enfin, le dernier objectif consiste à justifier l'absence de considération pour les renforts unidirectionnels comme architecture pour les bandes transporteuses.

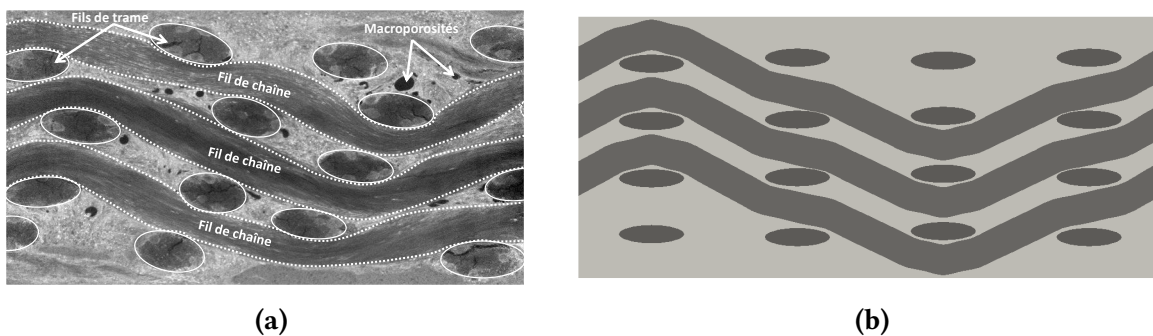
## 9.2 Maillages

Une modélisation réaliste par un maillage éléments finis des composites tissés soulève encore de nombreuses difficultés (variabilités de l'architecture, de la section des fils ou encore des contacts entre les fils). En effet, malgré le développement de modèles [Hivet et Boisse, 2005] [Couégnat, 2008] [Stig, 2012] et de logiciels spécialisés comme Wisetex [Verpoest et Lomov, 2005] ou Texgen [Sherburn, 2007], la génération d'une cellule périodique demeure un domaine de recherche très actif. Pour plus de détails, le lecteur peut se référer à la thèse de G. Grail [Grail, 2013] où un état de l'art des différents modèles et techniques a été effectué.

Dans le cadre de cette étude, la modélisation numérique des architectures a été réalisée avec des maillages éléments finis idéalisés. En effet, la trajectoire de la ligne moyenne des fils est parfaite et appartient à un seul plan, la section transversale des fils est constante et une distance entre les fils est imposée afin de faciliter la génération du maillage. La figure 9.1 montre une coupe virtuelle de l'architecture réelle obtenue par tomographie et une autre coupe qui représente sa modélisation numérique idéalisée. Les simplifications effectuées peuvent cependant se justifier pour les raisons les suivantes :

- l'objectif de l'étude est de comparer les effets de l'architecture et non de modéliser le plus parfaitement possible une microstructure réelle ;
- la microstructure réelle présente un grand nombre d'irrégularités au niveau de l'architecture (Fig. 9.1 (a)) qui induisent la perte de la périodicité du motif élémentaire. La définition d'une cellule périodique pour le composite n'est plus instantanée et demande une étude statistique.

- l'utilisation ou le développement de modèle pour arriver à un VER réaliste est très consommatrice en temps ;
- l'absence de données expérimentales ne permet pas de comparer les nouvelles architectures numériques avec les microstructures des composites tissés réelles ;
- même si expérimentalement la section des fils est variable, le nombre de fibres dans une section est identique le long du fil ;
- et enfin, le procédé de fabrication peut jouer un rôle prépondérant dans l'architecture finale obtenue.



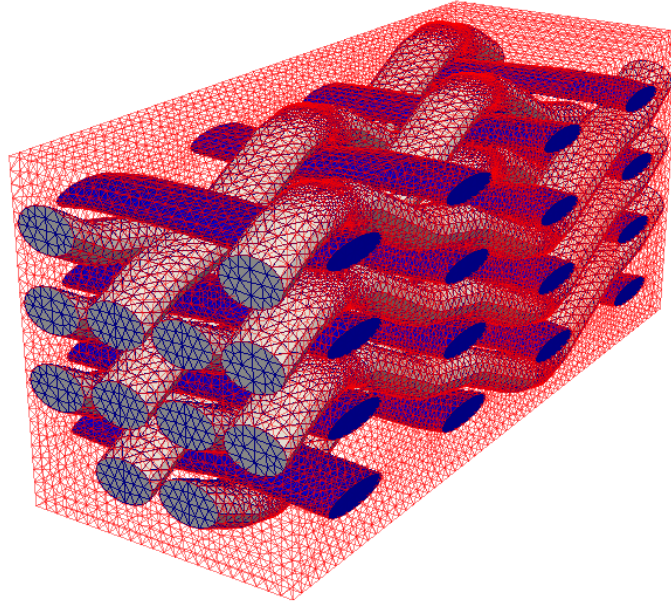
**FIGURE 9.1** – Comparaison entre l'architecture réelle issue d'une coupe tomographique (a) et une coupe du maillage utilisé pour la modélisation numérique (b).

Les architectures qui ont été modélisées numériquement, par des maillages éléments finis, appartiennent aux familles de composites tissés 'Interlock' et 'Straight Warp'. Pour la première famille, l'architecture comporte des nappes de fils de chaîne et des couches de fils de trame. Pour la famille 'Straight Warp', elle est constituée de couches et de nappes de fils de chaînes et des couches de fils de trame. Trois différentes architectures de cette dernière famille ont été examinées. Pour ces deux familles, la périodicité du motif des architectures est seulement en 2D selon les directions chaînes et trames.

### 9.2.1 L'interlock 2,5D

L'*interlock 2,5D* modélisé présente la même architecture que le composite interlock testé expérimentalement. Le motif périodique identifié est composé de 12 fils de chaîne (4 nappes de 3 fils) et de 16 fils de trame (4 couches de 4 fils). Le maillage idéalisé de l'architecture et de ses constituants est observable sur la figure 9.2. D'un point de vue technique, la ligne moyenne des différents fils a été obtenue avec le logiciel libre Texgen alors que le maillage a été généré avec la plateforme libre *Salomé*. Le maillage comporte environ 200 000 nœuds et 1 000 000 d'éléments. Concernant les paramètres architecturaux, l'emboîtement des fils de chaîne est de 7,25 % alors que les fils de trame sont droits. Pour les taux volumiques, le pourcentage de chaîne est de 26 % et celui de trame est de 9,7 %. Ces taux sont inférieurs à ceux de la structure réelle, qui est affichée à 50 % en ajoutant les pourcentages des deux familles de fils. Cet écart s'explique par le choix, précédemment justifié, d'utiliser un maillage idéalisé et de ne pas prendre en compte les variabilités microstructurales.

Afin de solliciter le VER avec des chargements périodiques, le maillage est également périodique. La périodicité a été assurée en générant seulement la moitié des faces en vis à vis qui sont ensuite copiées et translatées pour créer des faces opposées parfaitement identiques.



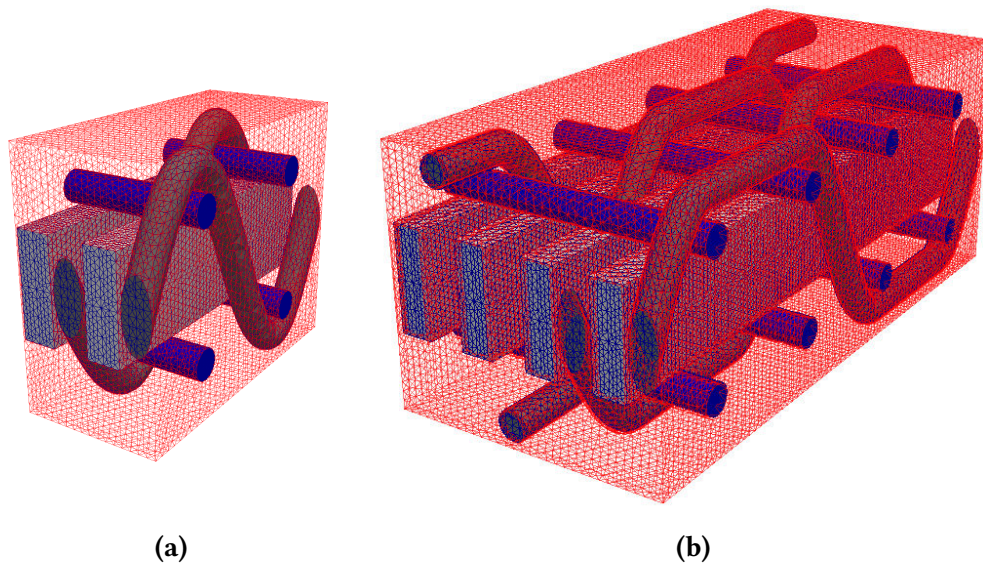
**FIGURE 9.2** – Maillage du composite tissé interlock 2,5D avec les fils de chaîne (en gris) et de trame (en bleu) dans la matrice (en rouge transparent).

### 9.2.2 La famille ‘Straight Warp’

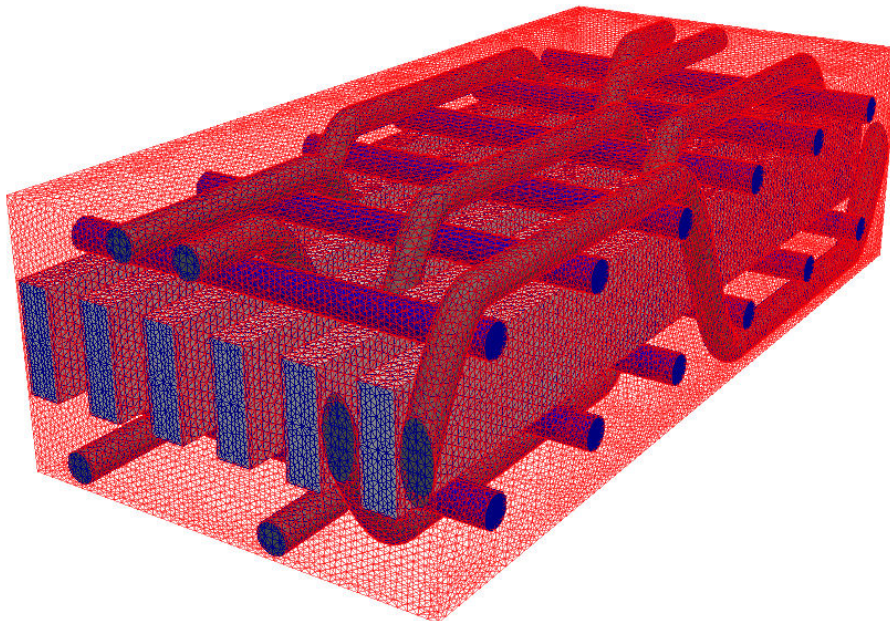
La famille ‘Straight Warp’, pour les sollicitations dans la direction chaîne considérées, possède des architectures présentant des paramètres optimisés selon l’étude menée sur les cellules élémentaires. Afin de vérifier cette hypothèse, trois architectures de cette famille ont été modélisées numériquement. Les VER correspondants à ces architectures ont été exclusivement maillés avec la plateforme *Salomé*. Les maillages sont présentés sur les figures 9.3 et 9.4.

Pour cette famille de composite tissée, les fils disposés en couches dans la direction chaîne et ne présentant donc pas d’ondulation, sont appelés les fils de chaîne. Les autres fils, disposés en nappes et qui ondulent dans l’épaisseur du composite sont les fils de liage. Ces fils permettent de garantir la cohésion du composite en apportant une résistance mécanique dans l’épaisseur. Les différences entre les trois VER se limitent aux fils de liage et plus particulièrement aux nombres de fils de trame que chaque fil de liage saute par couche. Ainsi, pour les trois maillages nommés *SW1*, *SW2* et *SW3*, chaque fil de liage saute respectivement 1, 2 et 3 fils de trame (voir Fig. 9.3 et 9.4). Les conséquences sur les tailles des VER sont grandes car il faut, par exemple, trois fois plus de fils pour avoir une cellule périodique pour l’architecture *SW3* que pour *SW1*. Afin de garder la même discrétisation, les maillages *SW1*, *SW2* et *SW3* possèdent respectivement 250 000, 750 000 et 1 400 000 éléments car les fils disposent, selon le type (chaîne, liage et trame), exactement les mêmes dimensions. Dans les trois cas, les taux volumiques de fils de chaîne et de trame sont identiques et valent respectivement 19,8 % et 4 % car ces fils ne présentent pas d’embuvage. Pour les différentes architectures, l’embuvage





**FIGURE 9.3** – Maillages des composites tissés ‘Straight Warp’ SW1 (a) et SW2 (b) avec les fils de chaîne (en gris clair), de liage (en gris foncé) et de trame (en bleu) dans la matrice (en rouge transparent).



**FIGURE 9.4** – Maillage du composite tissé ‘Straight Warp’ SW3 avec les fils de chaîne (en gris) et de trame (en bleu), de liage (en gris foncé) dans la matrice (en rouge transparent).

des fils de liage est compris entre 78 % et 26 % conduisant ainsi à des taux volumiques pour ces fils de 5,2 %, 6,2 % et 7,4 % pour les maillages SW1, SW2 et SW3. Par ailleurs, les trois maillages de la famille ‘Straight Warp’ possèdent une enveloppe extérieure périodique réalisée avec la même technique que pour l’*interlock 2, 5D*.



### 9.2.3 Comparaison des architectures

Les 4 architectures, appartenant aux familles ‘Interlock 2,5D’ et ‘Straight Warp’, ont été modélisées en utilisant des maillages éléments finis périodiques représentant chacune des architectures. Les principaux paramètres des maillages sont présentés dans la table 9.1. L’embuvage moyen des fils, dans la direction chaîne, est compris entre 5,4 % et 21,3 % pour les ‘Straight Warp’ alors qu’il vaut 7,23 % pour l’*interlock 2, 5D*. L’encadrement de l’embuvage moyen de ce dernier par *SW2* et *SW3* permet de prendre en compte l’effet du motif de l’architecture et non seulement celui de l’embuvage. En ce qui concerne les taux volumiques de fils de liages et de chaîne, ils sont très proches et même identique pour les maillages *interlock 2, 5D* et *SW2*. Pour le taux volumique de trame, il est plus de deux fois supérieur pour l’*interlock 2, 5D* que pour les autres architectures. Enfin, les différents maillages périodiques sont constitués d’éléments tétraédriques dont la quantité varie entre 250 000 et 1 400 000 selon le nombre de fils nécessaires pour constituer un VER périodique.

Paramètres	<i>Interlock 2, 5D</i>	<i>SW1</i>	<i>SW2</i>	<i>SW3</i>
Embuvage chaîne (%)	7,23	0	0	0
Embuvage liage (%)	-	78,15	69,53	26,05
Embuvage moyen direction chaîne (%)	7,23	21,3	16,6	5,4
Taux volumique chaîne (%)	26	19,8	19,8	19,8
Taux volumique liage (%)	-	7,4	6,2	5,2
Taux volumique chaîne et liage (%)	26	27,2	26	25
Embuvage trame (%)	0	0	0	0
Taux volumique trame (%)	9,8	4,0	4,0	4,0
Nombre d’éléments (en millions)	1,0	0,25	0,75	1,4

TABLE 9.1 – Synthèse des principaux paramètres des maillages *Interlock 2,5D*, *SW1*, *SW2* et *SW3*.

### 9.2.4 Interzones des architectures

Les interzones des quatre architectures maillées ont été définies afin de faciliter le dépouillement des résultats numériques pour les deux sollicitations. En effet, le concept d’interzone [Thionnet *et al.*, 2016] [Laiarinandrasana *et al.*, 2016b], présenté dans le chapitre 1 et utilisé dans le chapitre 5, représente un outil intéressant pour décrire la dégradation des composites tissés quand celle-ci est guidée par la rupture des fils de chaîne. Pour rappel, les interzones permettent de situer de manière unique la position et l’orientation des fils dans la direction chaîne. Sur la table 9.2 figurent les 5 interzones, déjà présentées dans le chapitre 1, du renfort *interlock 2, 5D*.

Pour la famille ‘Straight Warp’, les architectures possèdent seulement 2 couches de fils de trame et, par conséquent, 3 interzones notées *IZ-l* avec  $l = 0, 1, 2, 3, 4$ . Pour les *WaZ* et les *WeZ*, leurs nombres sont respectivement reliés à ceux des fils de chaîne et de trame pour constituer un VER de l’architecture. Ainsi, pour les architectures *SW1*, *SW2* et *SW3*, le nombre de *WaZ* est respectivement de 4, 8 et 12 alors que le nombre de *WeZ* est respectivement de 2, 4 et 6. Les différentes interzones des renforts tissés *SW1*, *SW2* et *SW3* sont affichées sur les tables 9.3, 9.4 et 9.5.

<b>Interzone (IZ-0)</b>	(WeZ-1)	(WeZ-2)	(WeZ-3)	(WeZ-4)
(WaZ-4)				B
(WaZ-3)		B		
(WaZ-2)			B	
(WaZ-1)	B			
<b>Interzone (IZ-1)</b>	(WeZ-1)	(WeZ-2)	(WeZ-3)	(WeZ-4)
(WaZ-4)	MD		MA	B
(WaZ-3)	MA	B	MD	
(WaZ-2)		MA	B	MD
(WaZ-1)	B	MD		MA
<b>Interzone (IZ-2)</b>	(WeZ-1)	(WeZ-2)	(WeZ-3)	(WeZ-4)
(WaZ-4)	MD	C	MA	B
(WaZ-3)	MA	B	MD	C
(WaZ-2)	C	MA	B	MD
(WaZ-1)	B	MD	C	MA
<b>Interzone (IZ-3)</b>	(WeZ-1)	(WeZ-2)	(WeZ-3)	(WeZ-4)
(WaZ-4)	MD	C	MA	
(WaZ-3)	MA		MD	C
(WaZ-2)	C	MA		MD
(WaZ-1)		MD	C	MA
<b>Interzone (IZ-4)</b>	(WeZ-1)	(WeZ-2)	(WeZ-3)	(WeZ-4)
(WaZ-4)		C		
(WaZ-3)				C
(WaZ-2)	C			
(WaZ-1)			C	

**TABLE 9.2** – Synthèse des interzones ((IZ- $l$ ),  $l = 0, 1, 2, 3, 4$ ) du renfort interlock 2,5D.

Interzone (IZ-0)	(WeZ-1)	(WeZ-2)
(WaZ-4)		
(WaZ-3)		B
(WaZ-2)		
(WaZ-1)	B	
Interzone (IZ-1)	(WeZ-1)	(WeZ-2)
(WaZ-4)	D	D
(WaZ-3)		
(WaZ-2)	D	D
(WaZ-1)		
Interzone (IZ-2)	(WeZ-1)	(WeZ-2)
(WaZ-4)		
(WaZ-3)	C	
(WaZ-2)		
(WaZ-1)		C

**TABLE 9.3** – Synthèse des interzones ((IZ- $l$ ),  $l = 0, 1, 2$ ) du renfort SW1.

Interzone ( <i>IZ-0</i> )	( <i>WeZ-1</i> )	( <i>WeZ-2</i> )	( <i>WeZ-3</i> )	( <i>WeZ-4</i> )
( <i>WaZ-8</i> )				
( <i>WaZ-7</i> )	B			B
( <i>WaZ-6</i> )				
( <i>WaZ-5</i> )		B	B	
( <i>WaZ-4</i> )				
( <i>WaZ-3</i> )			B	B
( <i>WaZ-2</i> )				
( <i>WaZ-1</i> )	B	B		
Interzone ( <i>IZ-1</i> )	( <i>WeZ-1</i> )	( <i>WeZ-2</i> )	( <i>WeZ-3</i> )	( <i>WeZ-4</i> )
( <i>WaZ-8</i> )	D	D	D	D
( <i>WaZ-7</i> )				
( <i>WaZ-6</i> )	D	D	D	D
( <i>WaZ-5</i> )				
( <i>WaZ-4</i> )	D	D	D	D
( <i>WaZ-3</i> )				
( <i>WaZ-2</i> )	D	D	D	D
( <i>WaZ-1</i> )				
Interzone ( <i>IZ-2</i> )	( <i>WeZ-1</i> )	( <i>WeZ-2</i> )	( <i>WeZ-3</i> )	( <i>WeZ-4</i> )
( <i>WaZ-8</i> )				
( <i>WaZ-7</i> )		C	C	
( <i>WaZ-6</i> )				
( <i>WaZ-5</i> )	C			C
( <i>WaZ-4</i> )				
( <i>WaZ-3</i> )	C	C		
( <i>WaZ-2</i> )				
( <i>WaZ-1</i> )			C	C

**TABLE 9.4** – Synthèse des interzones ( $(IZ-l), l = 0, 1, 2$ ) du renfort SW2.

Interzone (IZ-0)	(WeZ-1)	(WeZ-2)	(WeZ-3)	(WeZ-4)	(WeZ-5)	(WeZ-6)
(WaZ-12)						
(WaZ-11)			B	D	B	
(WaZ-10)						
(WaZ-9)	D	B				B
(WaZ-8)						
(WaZ-7)	B				B	D
(WaZ-6)						
(WaZ-5)		B	D	B		
(WaZ-4)						
(WaZ-3)				B	D	B
(WaZ-2)						
(WaZ-1)	B	D	B			

Interzone (IZ-1)	(WeZ-1)	(WeZ-2)	(WeZ-3)	(WeZ-4)	(WeZ-5)	(WeZ-6)
(WaZ-12)	D	D	D	D	D	D
(WaZ-11)						
(WaZ-10)	D	D	D	D	D	D
(WaZ-9)						
(WaZ-8)	D	D	D	D	D	D
(WaZ-7)						
(WaZ-6)	D	D	D	D	D	D
(WaZ-5)						
(WaZ-4)	D	D	D	D	D	D
(WaZ-3)						
(WaZ-2)	D	D	D	D	D	D
(WaZ-1)						

Interzone (IZ-2)	(WeZ-1)	(WeZ-2)	(WeZ-3)	(WeZ-4)	(WeZ-5)	(WeZ-6)
(WaZ-12)						
(WaZ-11)	D	C				C
(WaZ-10)						
(WaZ-9)			C	D	C	
(WaZ-8)						
(WaZ-7)		C	D	C		
(WaZ-6)						
(WaZ-5)	C				C	D
(WaZ-4)						
(WaZ-3)	C	D	C			
(WaZ-2)						
(WaZ-1)				C	D	C

TABLE 9.5 – Synthèse des interzones ((IZ-l), l = 0, 1, 2) du renfort SW3.

## 9.3 Lois de comportement

Les lois de comportement utilisées pour les constituants des différentes architectures sont celles identifiées dans le chapitre 6. Les fils de chaîne et de liage sont donc constitués de fibres PET, les fils de trame de fibres PA66 alors que la matrice est en PVC. Les fils dans les directions chaîne et trame bénéficient ainsi d'un comportement orthotrope pour le domaine élastique et le critère de plasticité et d'un comportement isotrope non linéaire avec un double durcissement du matériau. L'orthotropie des fils et le formalisme des lois sous l'Hypothèse des Petites Perturbations obligent l'utilisation des repères locaux pour l'ensemble des fils du renfort. Pour la matrice, le comportement est toujours élastoplastique isotrope avec un durcissement non linéaire.

En ce qui concerne la dégradation des matériaux composites modélisés, l'utilisation du critère de rupture  $\sigma_R$  a été uniquement affectée aux fils de chaîne et de liage quand ils sont présents au sein de l'architecture. Pour des sollicitations dans la direction chaîne en traction monotone et en traction/flexion combinées, il a été montré expérimentalement que la dégradation ultime du composite tissé est guidée par la rupture des fils de chaîne [Laiarinandrasana *et al.*, 2016b]. Les autres matériaux du composite, la matrice et les fils de trame, ne présentent ainsi aucun endommagement dans la modélisation numérique.

## 9.4 Conditions aux limites

Les conditions aux limites pour les simulations éléments finis utilisent le caractère périodique des maillages et des motifs des architectures modélisées. De plus, les maillages ont été sollicités sous 2 types de chargements dans la direction chaîne, en traction et traction/flexion combinées.

### 9.4.1 Traction

La traction dans la direction chaîne représente le chargement nécessaire pour assurer l'entraînement de la bande sur le convoyeur. Dans l'industrie des bandes transporteuses, la valeur de cette tension est utilisée pour sélectionner la bande adaptée. En effet, le choix est effectué en prenant une bande dont la contrainte nécessaire à l'entraînement vaut 10 % de la contrainte à rupture de la bande. Les simulations numériques ont donc été réalisées en contrainte macroscopique moyenne imposée  $\Sigma_{XX}$  en utilisant les mêmes conditions aux limites périodiques que pour les calculs effectués, dans les chapitres 7 et 8, sur des cellules élémentaires. En ce qui concerne du chargement  $\Sigma_{XX}$ , il est opéré jusqu'à la rupture des fils de chaîne et, par l'association de dégradation effectuée, du composite tissé.

### 9.4.2 Flexion et traction

Le chargement combiné de flexion et traction permet de reproduire la sollicitation précédente pour l'entraînement de la bande mais, en prenant également en compte, le passage de la bande à travers les rouleaux du convoyeur. Cette sollicitation de flexion provoque un gradient de contrainte allant, en fonction de l'épaisseur dans le composite, de la traction à la compression suivant la direction chaîne. Ce champ de contrainte hétérogène vient s'ajouter au champ

uniforme, à l'échelle macroscopique, de la traction uniaxiale monotone (voir Fig. 9.5). L'intensité du gradient de contrainte induit par la flexion est directement lié aux rayons des rouleaux composant le convoyeur. Ainsi, suivant le niveau de chargement en traction uniaxiale et le rayon du rouleau traversé, la partie de la bande côté rouleau peut éventuellement se retrouver en compression. Pour les calculs éléments finis, un rouleau d'un rayon de 225 mm est utilisé. D'un point de vue mécanique, la flexion engendrée par l'enroulement de la bande autour de ce rouleau représente le cas le plus défavorable. En effet, pour ce type de bande [ISO:3684, 1990], c'est le rayon minimum d'un rouleau et donc le gradient de contrainte maximum pour la bande en flexion. Concernant le chargement monotone en traction, il est effectué jusqu'à la rupture du composite tissé.

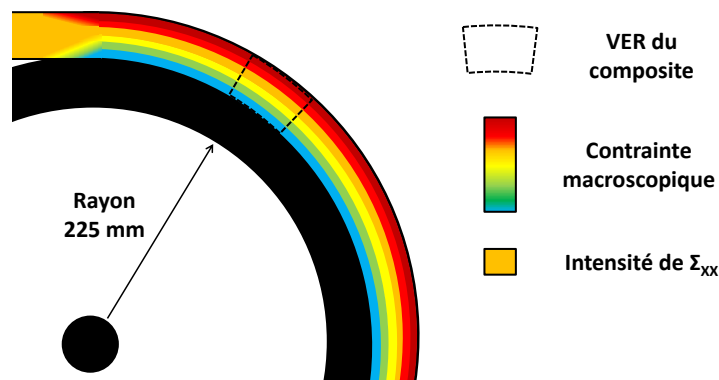
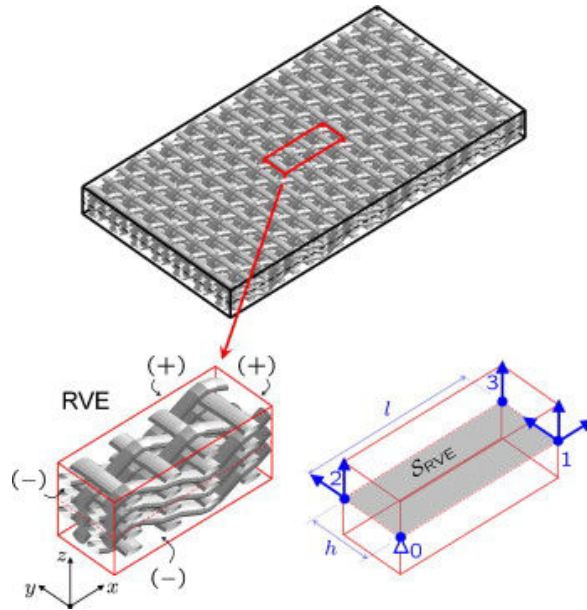


FIGURE 9.5 – Schéma du gradient de contrainte macroscopique de la bande induit par la traction  $\Sigma_{xx}$  et la flexion causée par le passage d'un rouleau.

L'application par éléments finis de ce chargement complexe a été réalisée à l'aide d'un outil multiéchelle développé à l'Université Libre de Bruxelles par Mercatoris et Massart [Mercatoris et Massart, 2009] [Massart *et al.*, 2011a] [Massart *et al.*, 2011b]. Le VER est assimilé à une structure de type coque mince définie par une surface de référence et une épaisseur. La sollicitation souhaitée est imposée au VER en considérant, avec les hypothèses cinématiques de 'Kirchhoff-Love', les tenseurs macroscopiques de déformation et de courbure équivalents aux moyennes respectives, des tenseurs locaux de déformation et courbure, de la surface de référence. Concernant les conditions périodiques, la formulation est de type coque [Mistler *et al.*, 2007] et permet ainsi de piloter le VER avec le déplacement des 4 nœuds composant les coins de la surface de référence (voir Fig. 9.6). Les efforts tranchants ou de compressions suivant l'épaisseur du VER ne sont donc pas modélisables. Cependant, cet outil présente l'avantage de travailler avec une discrétisation volumique identique à celle utilisée pour la traction uniaxiale. Des travaux utilisant cette méthode de sollicitation sur des composites tissés 3D ont déjà fait l'objet de publications [Piezel *et al.*, 2012] [Laiarinandrasana *et al.*, 2016b] [Roirand *et al.*, 2017].

En raison du nombre et de l'agencement des rouleaux du convoyeur, la flexion de la bande est cyclique et alterne entre des sollicitations de traction et de compression pour les différentes interzones. L'alternance de ces sollicitations n'est pas prise en compte car, pour chacune des architectures, les interzones sont équivalentes, par symétrie selon le plan moyen du VER, en terme de nombre, de position et d'orientation des fils de chaîne.



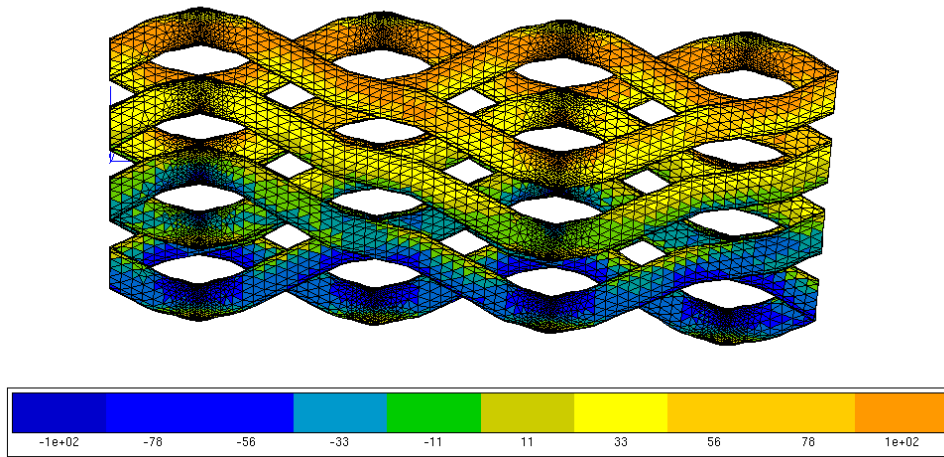
**FIGURE 9.6** – VER d'un composite tissé 3D, noté RVE, avec sa surface de référence associée, notée  $S_{RVE}$ , et ses 4 nœuds permettant de solliciter la structure [Piezel et al., 2012].

## 9.5 Applications sur l'interlock 2,5D

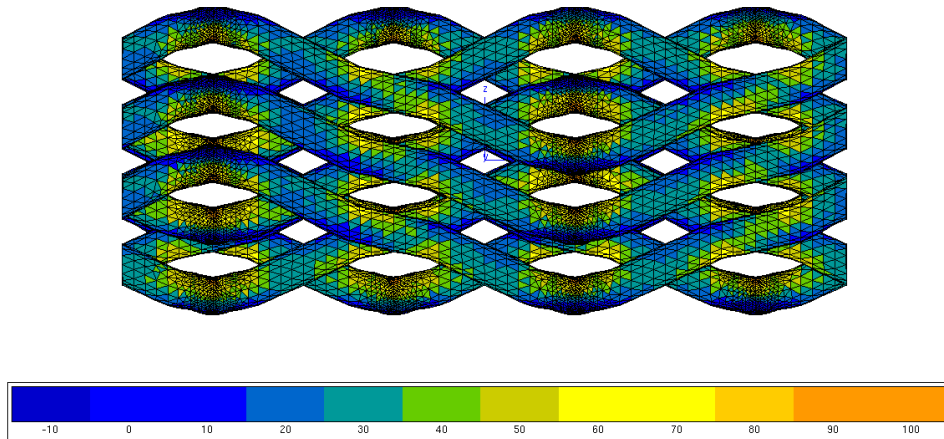
Les simulations numériques ont été réalisées sur le maillage représentant l'*interlock 2,5D* de l'étude, en utilisant le solveur éléments finis *Zébulon*. Le principal dessein de ces simulations est de comparer les cinétiques de rupture des fils de chaîne, conduisant à la dégradation ultime du composite, obtenues expérimentalement (Chapitre 5) par rapport à celles issues des calculs éléments finis. Pour les deux types de chargement, la rupture des fils de chaîne a été modélisée par le critère de rupture  $\sigma_R$  en utilisant une approche locale (Chapitre 7). La comparaison a été ensuite effectuée en utilisant le concept d'interzone permettant de décrire efficacement la rupture des fils de chaîne. Par ailleurs, malgré le caractère idéalisé du maillage, le comportement macroscopique du VER a également été comparé aux essais de traction expérimentaux effectués sur la bande.

Pour les deux types de sollicitations, la traction est croissante monotone jusqu'à la rupture d'au moins une interzone. La différence de chargement réside alors, dans le cas de la flexion combinée avec la traction, par l'ajout d'un gradient de contrainte macroscopique qui varie selon la position dans l'épaisseur du composite. Chronologiquement, dans la simulation, le chargement en flexion est préalablement appliqué à celui de traction afin d'observer uniquement l'influence de ce gradient. À l'échelle mésoscopique, ce gradient de contrainte se traduit par des écarts, selon les interzones, entre les valeurs de  $\sigma_I$  dans les fils de chaîne. La figure 9.7 révèle les effets de ce gradient sur la contrainte principale  $\sigma_I$  dans le cas de la flexion imposée par un rouleau de rayon 225 mm. Les fils de l'interzone *IZ-0* sont en traction alors que ceux de *IZ-4* sont en compression. Les valeurs extrêmes de  $\sigma_I$  sont localisées dans ces interzones et, plus particulièrement, aux niveaux des bosses de *IZ-0* pour  $\sigma_I^{max}$  et des creux de *IZ-4* pour  $\sigma_I^{min}$ . En revanche, dans le cas d'une traction uniaxiale dans la direction chaîne, les distributions des valeurs de  $\sigma_I$  sont identiques dans les interzones (Fig. 9.8). Ainsi, la valeur de  $\sigma_I^{max}$  est présente aux niveaux des bosses et des creux des fils de chaîne des différentes interzones.





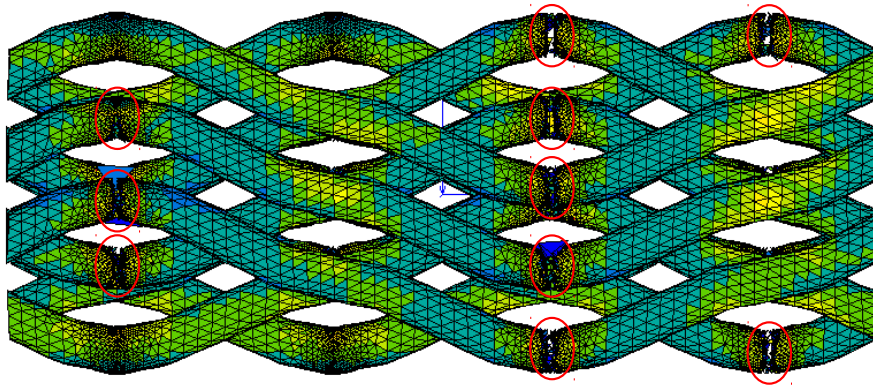
**FIGURE 9.7** – Effet de la flexion maximale de la bande, avec un rouleau de rayon 225 mm, sur la distribution de la contrainte principale  $\sigma_1$  dans les fils de chaîne du composite *interlock 2, 5D*.



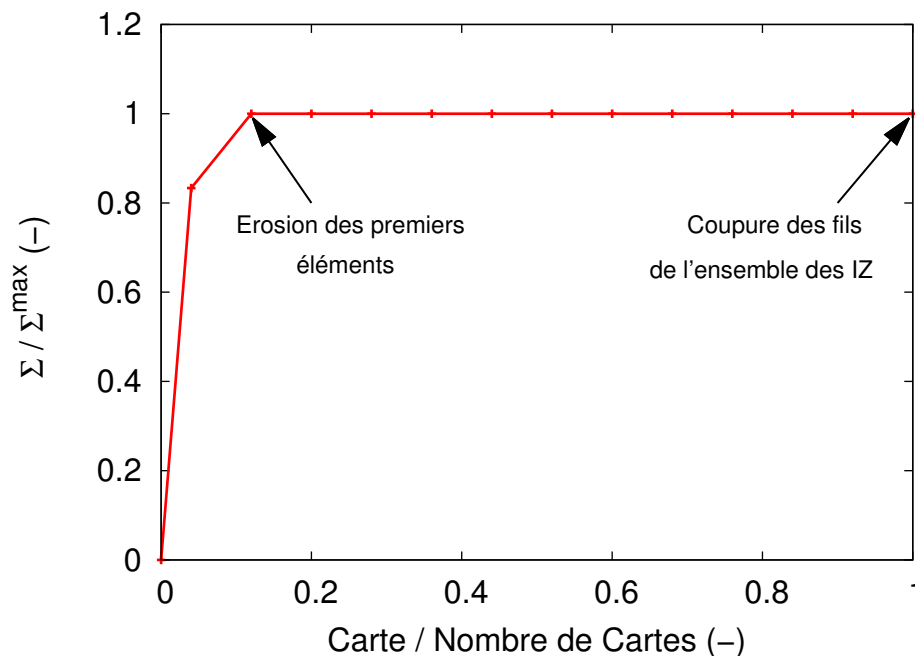
**FIGURE 9.8** – Effet de la traction de la bande sur la distribution de la contrainte principale  $\sigma_1$  dans les fils de chaîne du composite *interlock 2, 5D*.

Dans le cas de la traction uniaxiale, le chargement est poursuivi jusqu'à la dégradation ultime du composite avec la rupture des fils de chaîne. La figure 9.9 montre la déformée de la cellule périodique à l'ultime étape de la simulation avec la rupture de l'ensemble des fils de chaîne. Dans chacune des interzones, les fils de chaîne présentent des fissures orthogonales à la direction de sollicitation. La localisation et l'initiation des fissures apparaissent aux niveaux des bosses et des creux des différentes interzones. La corrélation du chargement macroscopique avec la cinétique de coupures des fils, visible sur la figure 9.10, indique que l'endommagement du premier élément survient au même niveau de chargement macroscopique que la coupure de l'ensemble des interzones. L'observation de cette cinétique est possible grâce à l'utilisation, en abscisse de la courbe, de la 'Carte normalisée' qui permet de montrer, au même incrément de sollicitation, les érosions successives des éléments causées par les rechargements locaux des forces effectués après chaque érosion. Pour l'*interlock 2, 5D* en traction uniaxiale, la rupture des fils de chaîne se produit donc 'en avalanche'. Ce résultat est conforme aux simulations réalisées où la coupure du fil a été effectuée manuellement par dédoublement des

nœuds [Laiarinandrasana *et al.*, 2016b]. Dans ces calculs, il a été montré que la coupure des fils d'une interzone entraînent, par transfert de charge, la coupure de l'ensemble des interzones et donc une rupture 'en avalanche' des fils de chaîne. Le défaut de cette méthode, au contraire de celle présentée dans ce travail, est la nécessité de connaître la cinétique et le chemin de dégradation pour simuler une fissure virtuelle dans le matériau composite. Néanmoins, pour les deux modélisations de coupures de fils de chaîne, le procédé de dédoublement des nœuds a permis de modéliser les cinétiques et les mécanismes d'endommagement observés expérimentalement dans le chapitre 5.

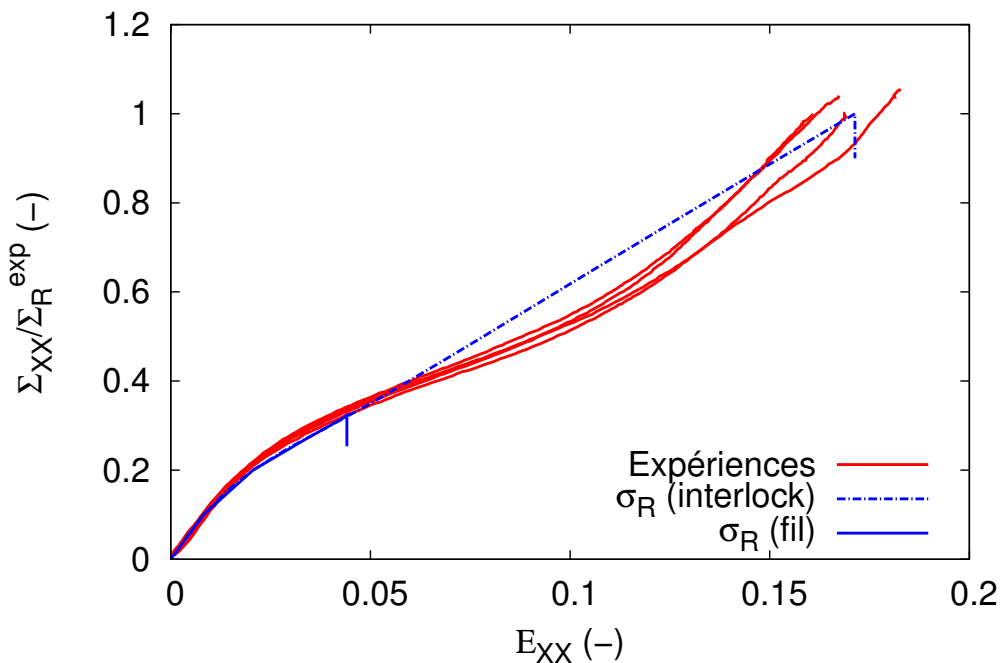


**FIGURE 9.9** – Dégradation ultime du composite tissé interlock 2,5D, en traction uniaxiale, avec la rupture 'en avalanche' des fils de chaque interzone.



**FIGURE 9.10** – Cinétique de la dégradation des fils de chaîne du VER, par calcul éléments finis, lors du chargement macroscopique de traction.

Au sujet du comportement macroscopique du composite *interlock 2, 5D* sollicité en traction monotone croissante, il est comparé aux essais expérimentaux sur la figure 9.11. Les courbes montrent une concordance satisfaisante entre les résultats expérimentaux et les simulations numériques pour une déformation macroscopique  $E_{XX}$  inférieure à 5 %. Cette bonne corrélation des courbes, pour des valeurs  $E_{XX}$  inférieures à 5 %, provient de l'identification par méthode inverse des constantes élastiques et, plus particulièrement, celles de la matrice [Piezel, 2010] [Trabelsi, 2013]. En effet, dans ces études, les constantes de la matrice ont été choisies afin d'obtenir un accord parfait entre l'expérimental et la simulation numérique pour la partie élastique linéaire du composite tissée.

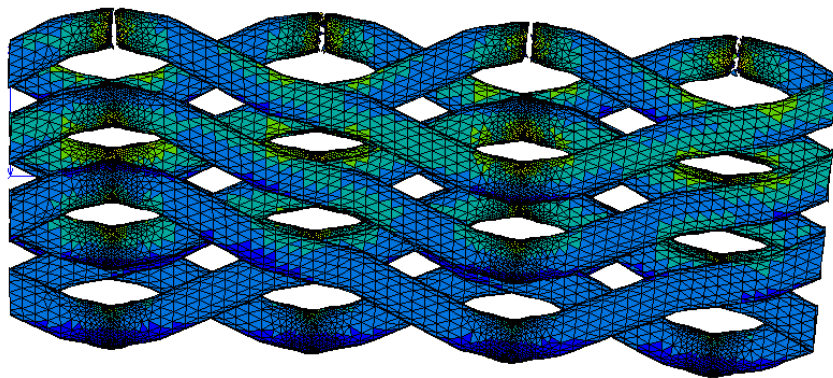


**FIGURE 9.11** – Comparaison des courbes macroscopiques contrainte/déformation, dans la direction chaîne, entre les essais expérimentaux et les simulations numériques avec dégradation des fils de chaîne pour des  $\sigma_R$  identifiés sur l'*interlock 2.5D* et sur le fil de chaîne.

Pour des niveaux supérieures de déformation, et notamment pour l'endommagement du composite, des écarts plus ou moins importants, selon l'identification réalisée du critère  $\sigma_R$ , sont observables entre le comportement expérimental et les modélisations numériques de l'*interlock 2, 5D*. En utilisant, pour  $\sigma_R$  la valeur issue de l'essai expérimental du fil de chaîne en traction uniaxiale, la dégradation ultime intervient prématurément avec 33 % de la contrainte macroscopique à rupture des essais expérimentaux atteinte. En revanche, en identifiant  $\sigma_R$  directement sur le comportement de l'*interlock 2, 5D*, la modélisation numérique de l'endommagement possède, en plus de la cinétique de rupture, un comportement macroscopique en adéquation avec les résultats expérimentaux. Une différence entre les courbes est néanmoins visible au niveau de l'inflexion du comportement expérimental avec écart maximal situé à  $E_{XX}$  égale 10 %. Pour pouvoir respecter numériquement cette inflexion, la prise en compte d'autres

mécanismes dégradation du composite, comme l'endommagement de la matrice, semble nécessaire. En effet, même si ces mécanismes ne sont pas responsables de la dégradation ultime, ils contribuent à la réponse macroscopique du composite. Pour revenir à la simulation numérique avec le critère  $\sigma_R$  identifié expérimentalement sur le fil de chaîne, la différence de contraintes macroscopiques à rupture peut s'expliquer par le caractère idéalisé de l'architecture du VER. Cette idéalisation aboutit à des variations, par rapport à l'expérimental, des taux volumiques de fils, des distances entre les fils, des trajectoires de fil et des embuvages locaux. Or, l'influence de ces paramètres sur la valeur de  $\sigma_I^{max}$ , qui mène à la rupture des fils de chaîne, est considérable (voir Chapitre 8) et peut ainsi expliquer la dégradation plus rapide du composite dans le calcul éléments finis. De plus, les limites du modèle utilisée pour couper les fils avec une approche locale est également un facteur permettant d'interpréter cet écart. En effet, comme il l'a été précédemment évoqué, ce type d'approche locale possède une dépendance par rapport à la taille de maille. Une taille de maille similaire a donc été fixée pour les fils de chaîne des différents VER pour ne pas être pénalisé par cette dépendance lors de la comparaison des architectures.

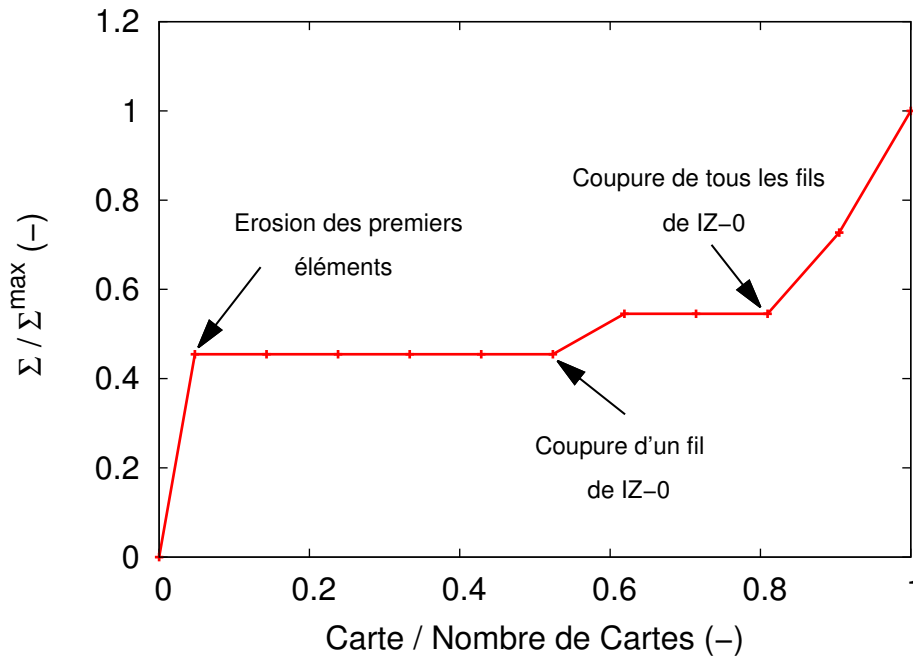
Pour le deuxième cas de chargement, la sollicitation de traction est appliquée à la suite de la flexion causée par le passage de la bande sur un rouleau de 225 mm. Ce chargement complémentaire de traction est obligatoire pour causer la rupture des fils car la courbure maximale imposée à la bande induit seulement une valeur de  $\sigma_I^{max}$  de 19 % de  $\sigma_R$ . En revanche, l'hétérogénéité de  $\sigma_I$  suivant les interzones, causée par cette flexion (Fig. 9.7), provoque une localisation différente de l'endommagement des fils de chaîne par rapport au chargement de traction uniaxiale pure. En effet, pour le chargement de flexion combinée à la traction, seuls les fils de chaîne appartenant à l'interzone  $IZ-0$  sont coupés (voir Fig. 9.12). Ces coupures sont situées aux niveau des bosses des fils et possèdent une orientation orthogonale par rapport à l'axe longitudinal des fils. Ces résultats sont en adéquation avec les observations expérimentales réalisées à l'aide des images tomographiques aux rayons X.



**FIGURE 9.12** – Dégradation du composite tissé interlock 2,5D, en flexion combinée avec de la traction, avec la rupture des fils de l'interzone  $IZ-0$ .

Concernant la cinétique des coupures de fils en fonction du chargement macroscopique, elle est indiquée sur la figure 9.13. L'érosion du premier élément entraîne ainsi, pour le même niveau de chargement, la coupure d'un fil de l'interzone  $IZ-0$ . Pour couper les autres fils

de cette interzone, une augmentation du niveau de contrainte macroscopique est nécessaire. Ensuite, malgré la coupure de l'ensemble des fils de *IZ-0* et les reports de charges vers les fils des autres interzones, la dégradation du composite s'arrête. Ces résultats sont en accord avec l'étude précédemment réalisée [Laiarinandrasana *et al.*, 2016b] où la coupure des fils de l'interzone *IZ-0* ont été coupés manuellement, les reports de charges exercés sur les autres fils des interzones étaient également insuffisant pour causer la rupture 'en avalanche' des autres interzones. Pour continuer la dégradation du composite *interlock 2, 5D*, une forte et nouvelle augmentation de la sollicitation en traction est alors indispensable.



**FIGURE 9.13** – Cinétique de la dégradation des fils de chaîne du VER, par calcul éléments finis, lors du chargement macroscopique de flexion combinée avec de la traction.

Les coupures des fils de chaîne ont été modélisées numériquement à l'aide d'une approche locale utilisant le critère  $\sigma_R$ . Les cinétiques et les mécanismes de dégradation du composite tissé *interlock 2, 5D* montrent une bonne corrélation avec les résultats expérimentaux. En effet, pour les deux cas de chargement, l'orientation et localisation des coupures sur les fils et dans les interzones sont identiques aux observations optiques et tomographiques.

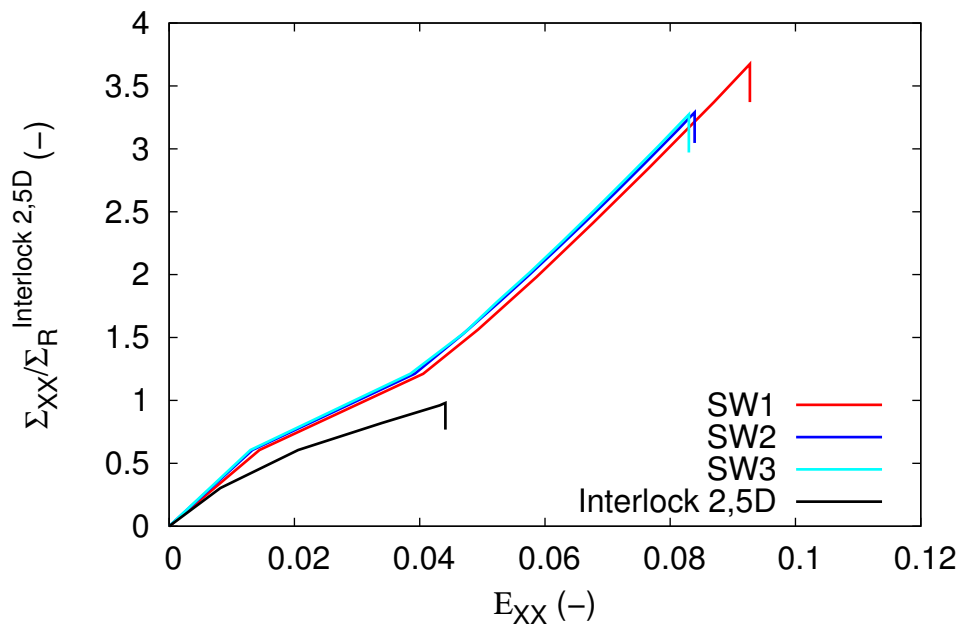
## 9.6 Comparaison avec les autres architectures

Pour des chargements de traction et de flexion/traction combinés, le comportement macroscopique des différentes architectures modélisées est comparé en termes de rigidité et de contrainte à rupture. Pour rappel, dans la direction chaîne, le composite est considéré comme ayant subi une dégradation ultime quand tous les fils de chaîne sont coupés. La coupure des fils est assurée, comme dans les études numériques précédentes, avec l'approche locale de la rupture développée qui utilise  $\sigma_I$  et le critère  $\sigma_R$  [Roirand *et al.*, 2017]. Les simulations vont donc également permettre, pour les architectures 'optimisées', d'observer les cinétiques de rupture pour les deux sollicitations.



### 9.6.1 Traction

Le chargement de traction appliqué sur les architectures est effectué en contrainte imposée jusqu'à la dégradation ultime du composite. Dans les simulations et d'un point de vue macroscopique, la rupture du composite se traduit alors par une chute brutale de la contrainte macroscopique. La figure 9.14 présente la courbe normalisée de contrainte et déformation macroscopique jusqu'à rupture des 4 architectures modélisées. En ce qui concerne la rigidité, les composites tissé 'Straight Warp' sont presque identiques et possèdent une raideur supérieure à l'*interlock 2.5D*. Les écarts de rigidité entre les deux familles de tissus s'expliquent par la présence pour les architectures 'Straight Warp', dans l'interzone *IZ-1*, de fils de chaîne sans embuvage. En effet, même si l'embuvage moyen des fils dans la direction chaîne (chaîne et liage) est supérieure pour *SW1* et *SW2* par rapport à l'*interlock 2.5D* (voir Tab. 9.1), ce sont les fils de chaîne de l'interzone *IZ-1* qui reprennent l'essentiel du chargement en traction dans la direction chaîne. Les fils de liage des interzones *IZ-0* et *IZ-2* permettent néanmoins d'assurer la cohésion du composite et de répondre aux sollicitations hors-plan. D'après l'étude sur les paramètres d'optimisation (Chapitre 8), le taux volumique de fils dans la direction chaîne est également un paramètre pouvant influencer sur la rigidité macroscopique du composite. Cependant, des taux volumiques identiques ont été volontairement choisis afin de s'affranchir de ce paramètre.

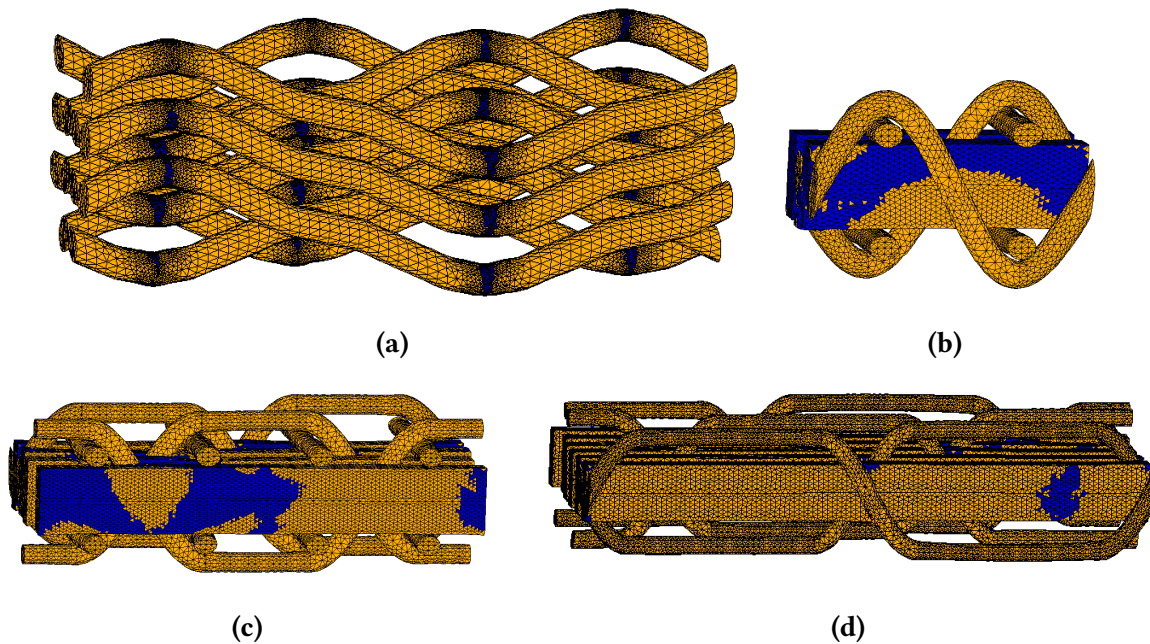


**FIGURE 9.14** – Comparaison du comportement macroscopique en traction uniaxiale des architectures modélisées.

Pour les contraintes à rupture issues des simulations numériques, les 'Straight Warp' possèdent des valeurs entre 3 et 4 fois supérieures à l'*interlock 2.5D*. La raison de cette différence est identique à celle de la rigidité et se résume à l'embuvage des fils de chaîne. En effet, pour l'*interlock 2.5D*, l'ondulation de ces fils induit une concentration des contraintes, et notamment de  $\sigma_I$ , aux niveaux des bosses et des creux du fils conduisant à une rupture plus rapide

du composite. En revanche, dans le cas des ‘Straight Warp’ et pour une sollicitation de traction dans la direction chaîne, les fils qui reprennent l’essentiel des efforts ne possèdent aucun embuvage. Le reste des efforts est réparti entre la matrice et les fils de liage. Et même si le rôle des fils de liage en traction est limité, il est important de noter que les différences de contrainte à rupture entre *SW1* et *SW2* et *SW3* ne peuvent s’expliquer qu’avec le taux volumique de ces fils qui vaut respectivement 7,2, 6,2 et 5,2 %.

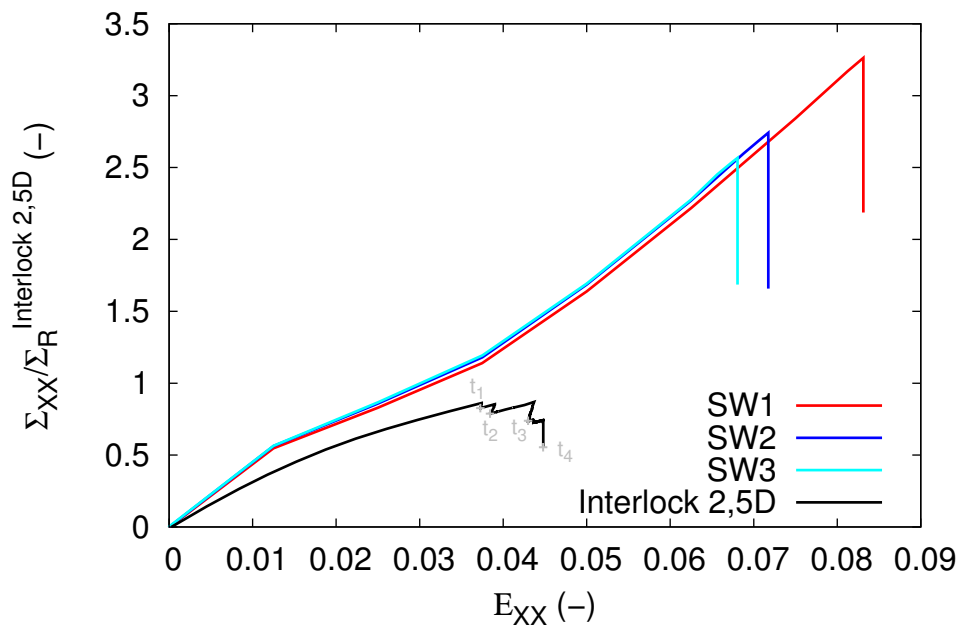
La figure 9.15 montre, pour les 4 architectures, la localisation ainsi que la cinétique de coupure des fils de chaîne menant à la dégradation ultime du composite. Les ‘Straight Warp’, comme pour l’*interlock 2.5D*, présentent une rupture ‘en avalanche’ des fils de chaîne. Le critère de rupture  $\sigma_R$  est également appliqué aux fils de liage qui possèdent le même comportement que les fils de chaîne. Néanmoins, après la coupure de l’ensemble des fils de chaîne, la convergence du calcul n’est pas suffisante pour continuer avec la coupure des fils de liage. Toutefois, au regard des niveaux de reports de charges ainsi que des proportions de fils de liage et de chaîne, il ne fait peu de doute quant à la rupture, également ‘en avalanche’, des fils de liage après ceux de chaîne. La localisation de l’endommagement des fils de chaîne pour les ‘Straight Warp’, au contraire de l’*interlock 2.5D* décrit en détail précédemment, n’est pas prévisible. Ce phénomène s’explique par l’absence d’embuvage des fils des chaîne qui ne provoque pas d’hétérogénéités suffisantes de la valeur de  $\sigma_I$  dans les fils pour localiser l’endommagement dans une zone précise.



**FIGURE 9.15** – Endommagement, en traction uniaxiale, des fils de chaîne des architectures *interlock 2.5D* (a), *SW1* (b), *SW2* (c) et *SW3* (d) avec les éléments érodés en bleu.

### 9.6.2 Flexion et traction

Le chargement de flexion combiné à de la traction est, dans les simulations numériques, identique à celui utilisé pour l'application sur l'*interlock 2.5D*. La sollicitation de flexion, représentant le passage d'un rouleau de 225 mm, est d'abord imposée pour toutes les architectures. Puis, le chargement de traction monotone croissant dans la direction chaîne est appliqué jusqu'à la rupture du composite. La figure 9.16 expose seulement, pour les différentes architectures, le comportement macroscopique de traction. Cette simplification est possible car la courbure imposée par la flexion est identique et appliquée avant le chargement de traction. Avant le début de l'endommagement, les courbes montrent des rigidités macroscopiques semblables à celles observées pour ces mêmes composites sollicités exclusivement en traction uniaxiale. En effet, les architectures de la famille 'Straight Warp' possèdent toujours une rigidité identique et qui est supérieure à l'*interlock 2.5D*. Pour les valeurs des contraintes à rupture en traction, la hiérarchie entre les architectures est toujours respectée mais une légère baisse, par rapport au cas de chargement sans flexion, est à noter. Ce résultat s'explique par les efforts provenant de la flexion dans les fils de chaîne. Pour les 'Straight Warp', par exemple, l'interzone *IZ-0* est soumis à un effort supplémentaire de traction alors que *IZ-2* à de la compression. Par contre, dans *IZ-1*, les fils sont assujettis, par la flexion, à de la traction pour la partie supérieure (coté *IZ-0*) et à de la compression pour la partie inférieure (coté *IZ-2*). La contrainte additionnelle de traction provoque ainsi une diminution de la contrainte macroscopique à rupture pour les architectures *SW1*, *SW2*, *SW3* et *interlock 2.5D* de respectivement 11, 17, 22 et 14 %.

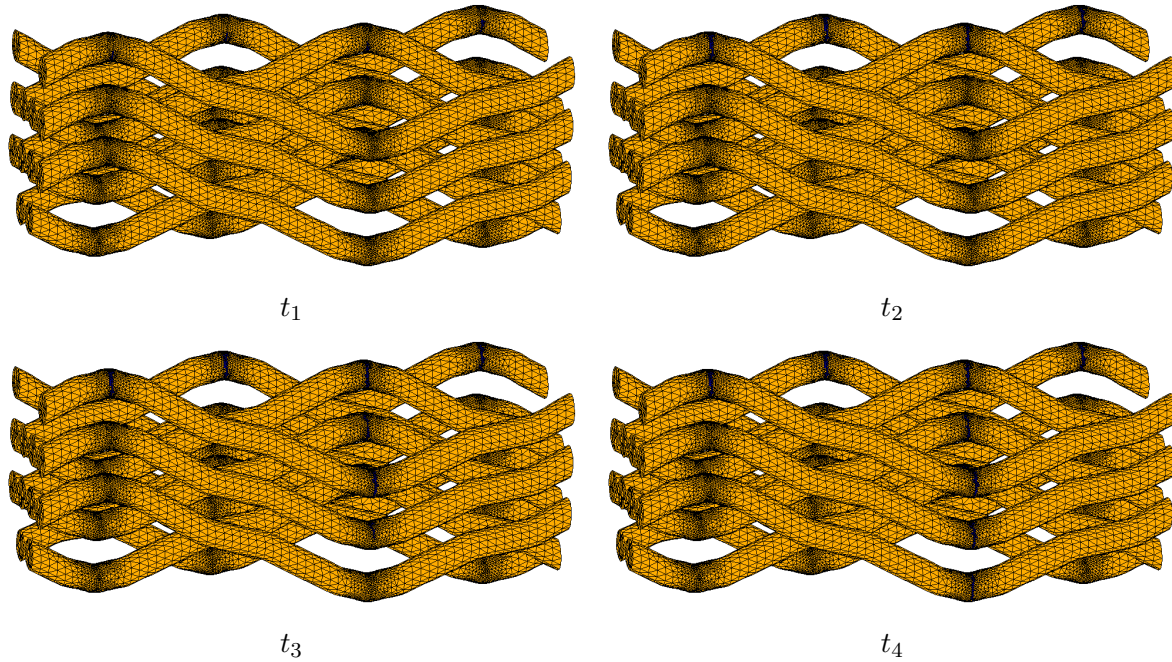


**FIGURE 9.16** – Comparaison du comportement macroscopique de traction des architectures modélisées pour le chargement de flexion combiné à la traction.

L'analyse du comportement macroscopique en traction (Fig. 9.16) avec la localisation de

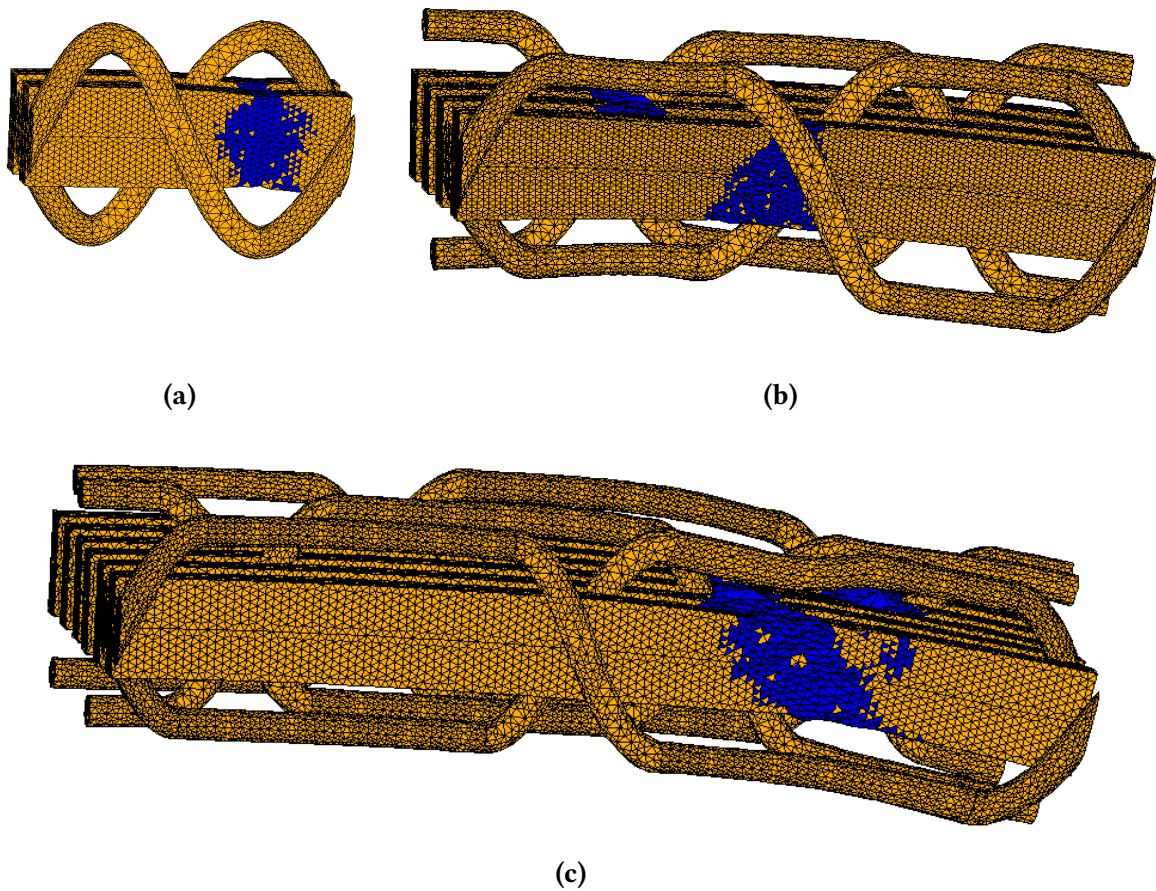


l'endommagement des fils de chaîne (Fig. 9.17 et 9.18) permettent de décrire, pour ce chargement complexe, les cinétiques de rupture des différentes architectures. Pour l'*interlock 2.5D*, les mécanismes de dégradation ont déjà été observés et ont montré une coupure progressive des fils de chaîne qui commence par *IZ-0* et qui nécessite, pour endommager les autres interzones, une augmentation de chargement. La figure 9.17 expose, à l'échelle mésoscopique, les 4 étapes clés de la cinétique de coupure des fils de chaîne. La correspondance de ces étapes avec le chargement macroscopique apparaît sur la figure 9.14.



**FIGURE 9.17** – Cinétique d'endommagement, en flexion combinée à de la traction, des fils de chaîne de l'*interlock 2.5D* avec les éléments érodés en bleu pour les incréments du chargement macroscopique  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$  et  $t_4$ .

Pour *SW1*, *SW2*, *SW3*, la coupure des fils est brutale et se produit en 'avalanche'. La coupure des fils, au contraire de l'*interlock 2.5D*, commence au niveau de *IZ-1* et non de *IZ-0*. Cette différence résulte des écarts importants de rigidité entre les interzones qui dépendent de l'ondulation des fils de chaîne ou de liage présents dans ces interzones (voir Tab. 9.1, 9.3, 9.4 et 9.5). Concernant la forme, l'orientation ainsi que la localisation des fissures dans les interzones, elles dépendent, comme pour le chargement de traction uniaxiale, de l'ondulation des fils dans la direction chaîne. En effet, pour *interlock 2.5D*, les fissures se situent aux niveaux des bosses et des creux selon l'interzone et sont orthogonales à la direction de sollicitation en traction. Au contraire pour les 'Straight Warp', l'absence d'embuvage dans l'interzone *IZ-0*, qui est endommagée en premier, provoque une localisation 'numérique' moins précise des fissures des fils qui restent néanmoins perpendiculaires à la direction du chargement en traction.



**FIGURE 9.18** – Endommagement, en flexion combinée à de la traction, des fils de chaîne des architectures SW1 (b), SW2 (c) et SW3 (d) avec les éléments érodés en bleu.

## 9.7 Cohésion suivant l'épaisseur des architectures

L'étude menée sur les paramètres d'optimisation architecturaux, dans le chapitre 8, a révélé que l'absence d'embuvage des fils de chaîne conduisait à des performances supérieures en traction. Cependant, à cause des sollicitations complexes de la bande, les composites unidirectionnels ne représentent pas une solution viable. En effet, l'absence de fils dans l'épaisseur induit une faible cohésion du composite dans cette direction. L'objectif de cette étude est de comparer les performances selon l'épaisseur des 4 architectures modélisées mais également de vérifier la faible cohésion d'un composite unidirectionnel, spécialement par rapport aux 'Straight Warp', qui possèdent également une couche de fils sans embuvage.

Les simulations numériques ont été effectuées en traction monotone croissante suivant l'épaisseur du composite. La figure 9.19 montre le comportement macroscopique en traction, suivant l'épaisseur, des différentes architectures modélisées et d'un composite unidirectionnel. Les résultats montrent une rigidité nettement supérieure des composites tissés par rapport au composite unidirectionnel confirmant l'importance de la présence d'un fil suivant l'épaisseur. Les courbes signalent également que les architectures de la famille 'Straight Warp' sont plus performant pour ce type de sollicitation. Malgré la présence de fils de chaîne sans embuvage (interzone *IZ-0*), ces architectures possèdent une bonne cohésion dans l'épaisseur grâce aux

fils de liage. Pour les différences de rigidité entre les ‘Straight Warp’, elles résultent de la position des fils de liage qui sautent pour *SW1*, *SW2* et *SW3* respectivement 1, 2 et 3 fils de trame. Ces configurations géométriques confèrent à *SW1* un embuvage plus élevé des fils de liage par rapport aux autres architectures entraînant alors des performances supérieures selon l’épaisseur du composite.

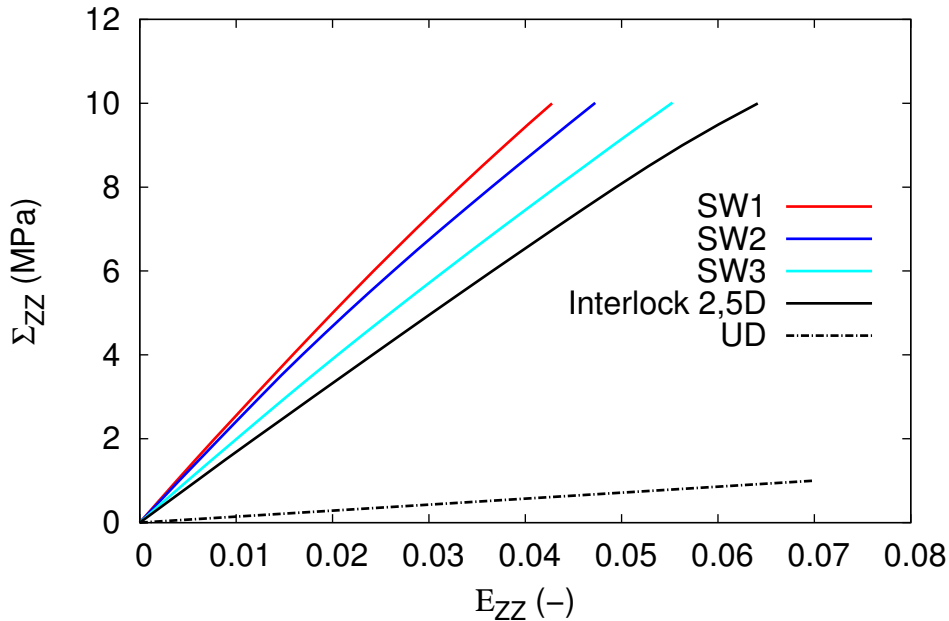


FIGURE 9.19 – Comparaison du comportement macroscopique de traction, dans l’épaisseur du composite, des architectures modélisées et d’un composite UD.

## 9.8 Synthèse

Dans ce chapitre, le composite tissé de l’étude expérimentale, l’*interlock 2.5D*, ainsi que des architectures de la famille des ‘Straight Warp’ ont été modélisées par l’intermédiaire de maillages éléments finis. Cette famille de composites tissés affiche, selon les résultats du chapitre 8, des paramètres optimisés pour un chargement de traction. Afin de confirmer ces résultats préliminaires, une comparaison des architectures a été effectuée pour des sollicitations de traction mais également de flexion combinée avec de la traction. Pour rappel, ces conditions de chargement sont représentatives d’une bande sollicitée par les tambours moteurs (traction) et qui subit un changement de direction en passant par un rouleau (flexion).

Avant de confronter les comportements macroscopiques des différentes architectures, la modélisation de la rupture des fils par une approche locale a été testée sur l’*interlock 2.5D* et comparée avec les résultats expérimentaux. Pour les deux cas de chargement, les coupures des fils de chaînes sont perpendiculaires à la direction de chargement et localisées aux niveaux des bosses et des creux conformément aux observations expérimentales. De plus, les cinétiques de rupture des interzones ont également été trouvées en parfaite adéquation avec les analyses

tomographiques. En effet, la coupure des interzones se produit en avalanche pour la traction pure alors qu'elle est progressive et commence, pour la flexion combinée à la traction, par l'interzone  $IZ-0$ .

En ce qui concerne la modélisation du comportement macroscopique, un accord satisfaisant a été trouvé avec les résultats expérimentaux en identifiant le critère  $\sigma_R$  sur le comportement macroscopique de l'*interlock 2.5D*. La prise en compte des autres mécanismes d'endommagement pourrait néanmoins aboutir à une meilleure superposition des courbes macroscopiques expérimentales et numériques. Dans ce cadre, le chapitre 11 propose une amélioration en se consacrant, en plus de la coupure des fils de chaîne, à l'endommagement ductile de la matrice.

L'identification directe du critère  $\sigma_R$  sur les essais expérimentaux menés sur le fil de chaîne a montré en revanche un écart conservatif important entre la contrainte à rupture macroscopique expérimentale et celle du calcul éléments finis. Les raisons de cette différence peuvent provenir du caractère idéalisé de la microstructure, de la dépendance à la taille des mailles du modèle utilisé pour la coupure des fils ou encore du taux de fil de chaîne, qui est inférieur dans la simulation numérique.

Afin de comparer les différentes architectures idéalisées de manière objective, les taux et les diamètres des fils ainsi que les tailles des mailles sont similaires (voir 9.1). Pour les deux cas de chargement, les simulations numériques ont montré que les architectures 'Straight Warp' possédaient des rigidités et des contraintes à rupture macroscopiques supérieures à l'*interlock 2.5D*. Ces résultats s'expliquent par la présence dans une interzone,  $IZ-1$  pour les 'Straight Warp' modélisés, de fils de chaîne n'affichant aucune ondulation. Cette interzone offre aux 'Straight Warp' les mêmes avantages que les composites unidirectionnels mais avec la présence des fils de liages, ce type de renfort tissé bénéficie également d'une bonne cohésion dans l'épaisseur. Pour conclure sur la contrainte à rupture macroscopique et la rigidité, pour les deux types de sollicitations, l'architecture *SW1* est la plus performante et, par conséquent, la mieux optimisée pour constituer le renfort tissé d'une bande transporteuse.



**Quatrième partie**

**ORIGINALITÉS NUMÉRIQUES SUR LES  
COMPOSITES TISSÉS**



## Chapitre 10

# Approche probabiliste de la rupture des fils

*Ce chapitre s'intéresse à la modélisation de la coupure des fils de chaîne en prenant en compte une distribution statistique des contraintes à rupture des fibres PET. Pour cela, une approche probabiliste, s'appuyant sur l'algorithme du modèle déterministe, est présentée et implémentée dans le code Z-set. Cette approche consiste à introduire numériquement, par une loi de Weibull et un processus de Monte-Carlo, une valeur de contrainte à rupture différente en chaque point d'intégration du fil de chaîne. Après avoir testé cette approche sur une cellule élémentaire, elle est appliquée à l'interlock 2.5D afin d'observer son influence sur la dégradation ultime du composite.*

### Sommaire

---

10.1	Traitement probabiliste de la rupture . . . . .	<b>168</b>
10.1.1	Objectif . . . . .	168
10.1.2	Implémentation et statistique de Weibull . . . . .	168
10.2	Application sur une cellule élémentaire . . . . .	<b>171</b>
10.2.1	Objectif et principe de l'étude . . . . .	171
10.2.2	Résultats . . . . .	173
10.3	Application sur l'interlock 2.5D . . . . .	<b>176</b>
10.3.1	Objectif et principe . . . . .	176
10.3.2	Résultats . . . . .	176
10.4	Synthèse . . . . .	<b>180</b>

---



## 10.1 Traitement probabiliste de la rupture

### 10.1.1 Objectif

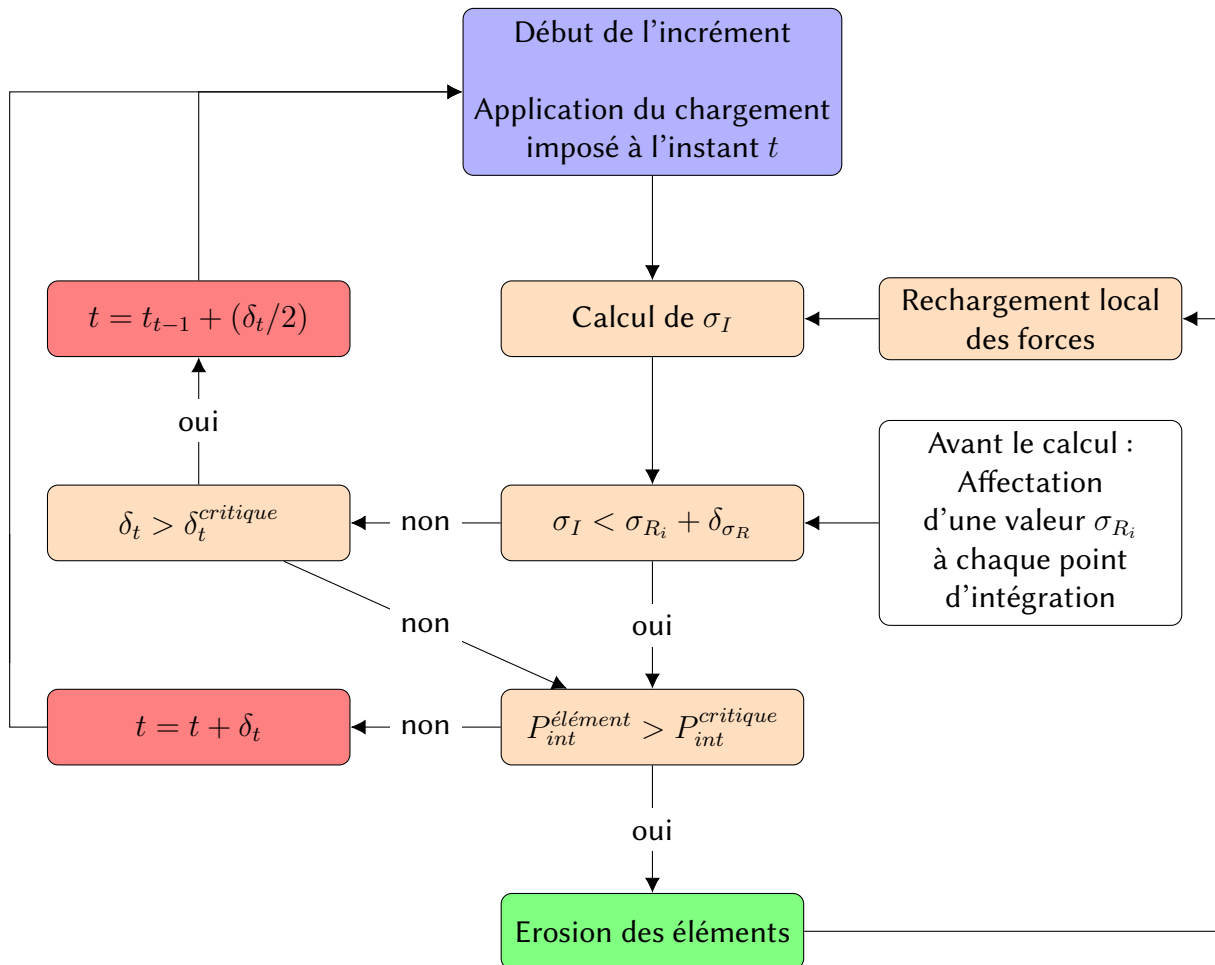
Dans les chapitres précédents, la rupture des fils de chaîne responsable de la dégradation ultime du composite a été effectuée par une approche locale avec un critère  $\sigma_R$  déterministe. Dans cette modélisation de la rupture, le fil par l'intermédiaire de ses points d'intégration possède une unique valeur de la contrainte à rupture. Cette valeur a été identifiée à l'aide d'essais expérimentaux sur les fils de chaîne composés de fibres PET. L'étude expérimentale, à l'échelle microscopique, sur les fibres PET a montré que les valeurs des contraintes à rupture des fibres ne sont pas fixes mais répondent à une distribution de Weibull. L'objectif de ce chapitre est de prendre en compte cette distribution statistique dans l'approche locale de la rupture des fils de chaîne et d'observer son influence sur la réponse macroscopique du composite.

La prise en compte de la nature statistique de la rupture des fibres dans le comportement d'un composite unidirectionnel a été proposée en premier par Rosen avec un modèle analytique [Rosen, 1964]. Avec le développement des moyens de calcul, Kong [Kong, 1979] a amélioré ce modèle en proposant une approche numérique qui introduit une simulation de Monte Carlo dans le modèle de Rosen pour calculer la rupture des fibres dans le composite. Plus récemment, cette méthode a été intégrée dans des approches multiéchelles prenant en compte, par des calculs éléments finis en 2D [Baxevanakis, 1994] ainsi qu'en 3D [Blassiau *et al.*, 2006a] [Blassiau *et al.*, 2006b], la rupture des fibres à l'échelle microscopique afin d'estimer, à l'échelle macroscopique, la contrainte à rupture du composite unidirectionnel. L'approche probabiliste développée reprend les principes de cette méthode multiéchelle mais avec comme application les composites tissés 3D.

### 10.1.2 Implémentation et statistique de Weibull

L'approche probabiliste, qui a été implémentée dans le code de calcul *Zébulon*, est basée sur le même algorithme que la modélisation déterministe de la rupture des fils. En effet, le principe est identique et compare, à chaque fin d'incrément et pour chaque point d'intégration, la valeur de  $\sigma_I$  à celle du critère de rupture  $\sigma_R$  (voir Fig. 10.1). Cependant, dans l'approche probabiliste, des valeurs différentes du critère de rupture, notées  $\sigma_{R_i}$ , sont affectées aux points d'intégration. Ces valeurs peuvent être quelconques ou, comme dans cette étude, répondre à une distribution statistique et être aléatoirement distribuées à chaque point d'intégration par un processus de Monte Carlo. Pour les points d'intégration dont la valeur de  $\sigma_I$  dépassent celles des différents  $\sigma_{R_i}$ , la procédure d'érosion d'éléments est appliquée et les éléments affectés sont considérés comme 'cassés'. Comme pour l'approche probabiliste, un rééquilibrage des efforts est effectué après l'érosion des éléments et des sécurités pour la gestion du pas de temps sont toujours appliquées à l'aide des variables  $\delta_{\sigma_R}$  et  $\delta_t^{critique}$  qui ont été présentées dans le chapitre 7.

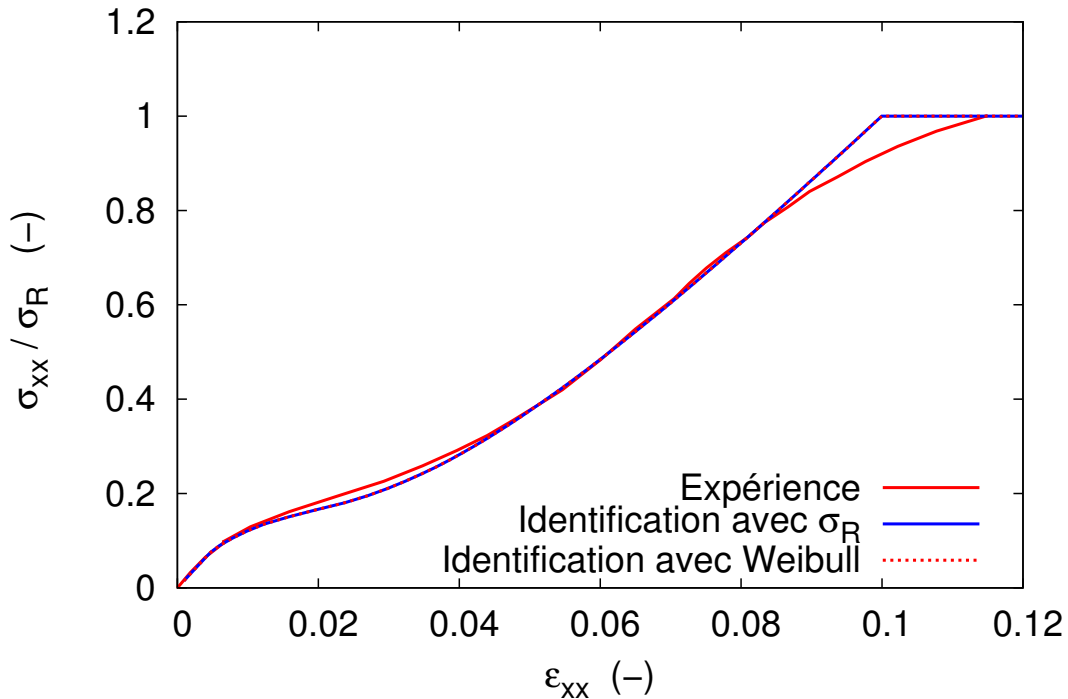
Afin d'appliquer cette approche probabiliste sur les fils de chaîne, la définition d'une distribution statistique des contraintes à rupture  $\sigma_{R_i}$  est nécessaire. Dans le chapitre 4, il a été constaté que la rupture des fibres de PET constituant les fils de chaîne suit une distribution de Weibull. L'identification des paramètres à l'aide des données expérimentales a conduit à un module  $m$ , ou facteur de forme, de 20,3 et à un facteur d'échelle  $\sigma_0$  de 1320 MPa. Ces valeurs ont été obtenues pour une longueur de jauge de 30 mm. Ce paramètre expérimental



**FIGURE 10.1** – Schéma de principe de l’algorithme de l’approche probabiliste pour la coupure des fils.

peut influencer les valeurs de contrainte à rupture, spécialement pour les matériaux fragiles où la rupture est conditionnée par la présence d’un défaut. Ainsi, plus la longueur de jauge est importante plus la probabilité de présence d’un défaut est forte et, par conséquent, plus la contrainte à rupture est faible [Berger et Jeulin, 2003]. L’influence de la longueur de jauge dans la comparaison entre les valeurs expérimentales et numériques a été résolue par Baxevanakis et al. [Baxevanakis et al., 1993]. Dans leur étude menée sur des composites unidirectionnels avec des fibres de carbone, la longueur de jauge est prise en compte en affectant la même contrainte à rupture sur un élément ‘statistique’ qui possède la même longueur que la jauge. Cet élément ‘statistique’ peut être composé d’un ou plusieurs éléments selon le raffinement du maillage. Néanmoins, pour des fibres possédant une rupture faisant intervenir une grande déformation plastique, l’effet de la longueur de jauge sur les résultats expérimentaux est minime. Avec un module  $m$  de 20,3, caractéristique des matériaux polymères ductiles [Marcellan et al., 2003] [Colomban et al., 2006], l’influence de la longueur de jauge sur la contrainte à rupture des fibres PET a donc été négligée. Le facteur d’échelle  $\sigma_0$  reste donc inchangé par rapport à ce paramètre et demeure proche de la valeur moyenne des contraintes à rupture observée sur les fibres PET. Ainsi, chacune des valeurs de  $\sigma_{R_i}$  affectées aux points d’intégration du fil de

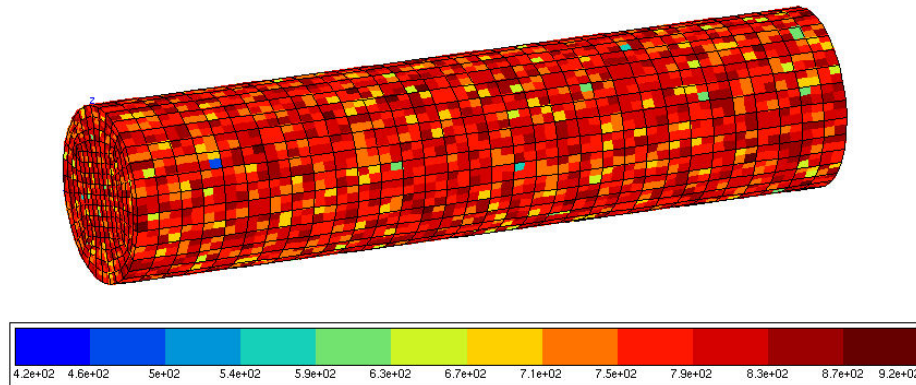
chaîne correspondrait à la probabilité de rupture d'une fibre PET. Cependant, l'utilisation des paramètres identifiés pour définir les  $\sigma_{R_i}$  des points d'intégration n'est pas directe. En effet, l'identification de la loi de Weibull a été réalisée sur la section effective d'une fibre, or dans le composite, ce n'est pas la section effective qui est utilisée mais la section apparente du fil. Cette différence entre les sections effective et apparente du fil de chaîne, valant respectivement  $0,88 \text{ mm}^2$  et  $1,54 \text{ mm}^2$ , nécessite un ajustement du facteur d'échelle  $\sigma_0$ . Cette ajustement a été accompli en comparant le comportement expérimental du fil de chaîne avec sa modélisation numérique utilisant l'approche probabiliste. Dans les calculs éléments finis, le module  $m$  est fixé 20,3 et le paramètre  $\sigma_0$  joue la variable d'ajustement permettant de superposer au mieux les courbes. La comparaison entre le comportement expérimental d'un fil de chaîne et les simulations numériques utilisant une approche déterministe, avec un  $\sigma_R$  fixe et égale à  $\sigma_R^{(chaîne)}$ , ou une approche probabiliste avec le jeu de paramètre optimisé ( $m=20,3$ ,  $\sigma_0=810 \text{ MPa}$ ) est présentée sur la figure 10.2. Une autre identification aurait été également possible en utilisant le rapport entre les sections effective et apparente qui aurait conduit à un  $\sigma_0$  de 754 MPa.



**FIGURE 10.2** – Comparaison du comportement longitudinal expérimental d'un fil de chaîne avec les modélisations numériques possédant un critère de rupture déterministe ou statistique.

La figure 10.3 montre la distribution des contraintes à rupture  $\sigma_{R_i}$  utilisée dans la simulation numérique de l'essai de traction du fil de chaîne. Alors que le nombre de fibres PET constituant le fil de chaîne est de 2300, le maillage du fil ne possède, dans sa section, que 192 points d'intégration. Une valeur de  $\sigma_{R_i}$ , associée à un point d'intégration, ne correspond donc pas à une seule fibre mais à un paquet d'environ 12 fibres. Concernant la représentativité d'un VER utilisant ce type d'approche, Baxevanakis [Baxevanakis, 1994] a trouvé, pour un calcul

2D, qu'un VER possédant 6 fibres donnait une valeur constante de la moyenne de la contrainte à rupture. Pour les calculs 3D, Blassiau [Blassiau, 2005] a étendu ce principe en supposant que le VER 3D, pour un matériau isotrope transverse, devait être constitué de  $6 \times 6 = 36$  fibres parallèles. Blassiau a également confirmé cette hypothèse par des simulations numériques où aucune influence significative de la taille du VER n'a été relevée à partir de 32 fibres. Le VER utilisé pour la simulation numérique du fil de chaîne est donc assumé représentatif.



**FIGURE 10.3** – Distribution des contraintes à rupture  $\sigma_{R_i}$  aux points d'intégration, dans un fil constitué de fibres PET, répondant à la loi de Weibull possédant les paramètres  $m=20,3$  et  $\sigma_0=810$  MPa.

## 10.2 Application sur une cellule élémentaire

### 10.2.1 Objectif et principe de l'étude

L'utilisation d'une approche probabiliste sur le fil de chaîne en traction uniaxiale a montré, pour une taille de VER suffisante, la convergence de la contrainte macroscopique à rupture vers une valeur unique et identique à l'approche déterministe. Cependant, au sein d'un composite tissé, un gradient de contrainte est observable au sein des fils de chaîne qui sont responsables, dans la direction chaîne, de la dégradation ultime du composite. L'objectif de cette étude consiste alors à analyser l'influence d'une approche probabiliste, par rapport à une approche déterministe, sur la cinétique et la contrainte à rupture d'un composite tissé 3D.

Afin de répondre à cet objectif en couvrant l'ensemble des scénarios possibles, un grand nombre de simulations numériques est nécessaire. Pour cela, les calculs éléments finis ont été réalisés sur une cellule élémentaire périodique (voir Fig. 10.4). Cette cellule est composée d'un fil de chaîne et deux fils de trame noyés dans une matrice. De plus, elle est considérée comme représentative de l'*interlock 2.5D* car elle possède les mêmes taux volumiques de fils et le même embuvage pour le fil de chaîne. L'unique différence entre les calculs se trouve

alors dans l'affectation aléatoire de la distribution statistique aux points d'intégration. Pour l'ensemble des essais, les paramètres de la loi de Weibull sont identiques mais les valeurs  $\sigma_{R_i}$  et leur affectation sont uniques en utilisant une nouvelle graine de tirage pour le processus de Monte-Carlo. La figure 10.5 montre deux distributions aléatoires des contraintes à rupture  $\sigma_{R_i}$  aux points d'intégration du fil de chaîne. Par ailleurs, les fils de chaîne possèdent, dans leur section, le même nombre de points d'intégration que le fil utilisé pour effectuer l'identification du paramètre  $\sigma_0$  de la loi de Weibull.

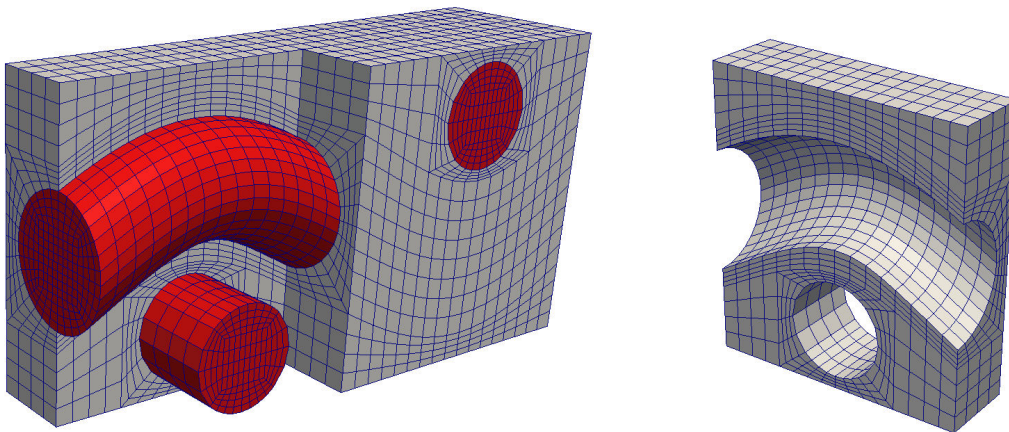


FIGURE 10.4 – Cellule élémentaire périodique pour les approches déterministe et probabiliste.

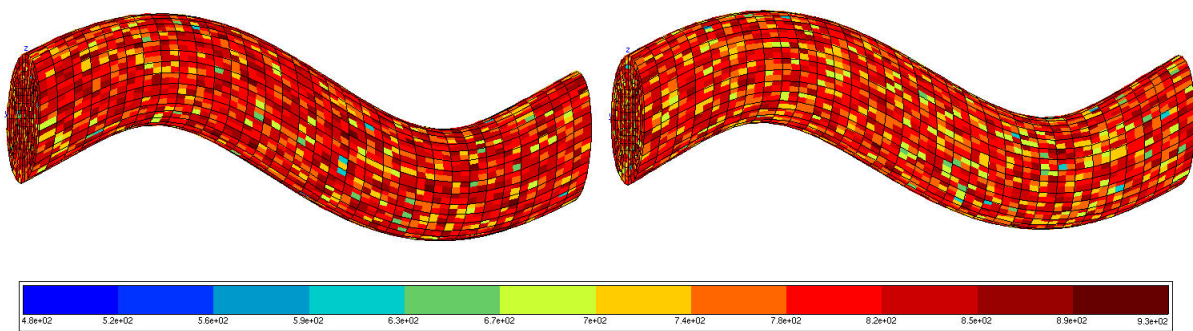
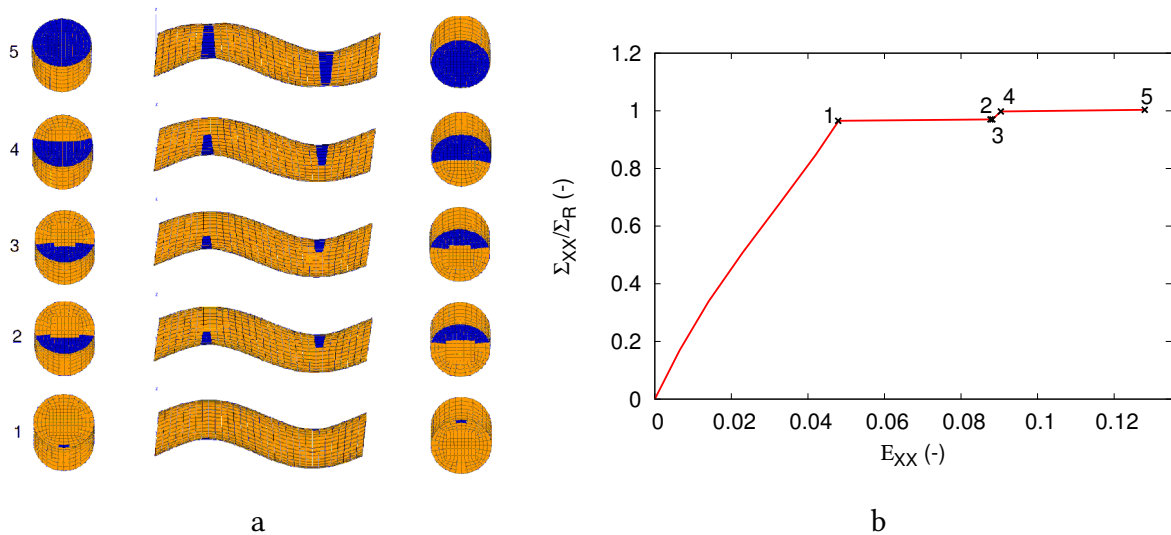


FIGURE 10.5 – Exemples de distribution, aux points d'intégration, des contraintes à rupture  $\sigma_{R_i}$  dans le fil de chaîne.

### 10.2.2 Résultats

Les résultats des simulations numériques effectuées sur la cellule élémentaire périodique sont présentés sur les figures 10.6, 10.7, 10.8 et 10.9. Les graphes labellisés (b) expriment, suivant la direction chaîne, la contrainte macroscopique en fonction de la déformation de la cellule élémentaire. Les nombres présents sur les courbes illustrent, à l'échelle macroscopique, les différentes étapes de la dégradation du composite pendant le calcul. Les images labellisées (a) montrent l'endommagement du fil de chaîne se trouvant à l'intérieur de la cellule. La colonne centrale représente une vue de côté du fil de chaîne alors que la première et la troisième colonnes sont, respectivement, des vues en coupe aux niveaux de la bosse et du creux du fil. Concernant l'évolution de la coupure du fil, elle est organisée en lignes en respectant les numéros des différentes étapes de l'endommagement observées sur la courbe macroscopique correspondante.

Afin d'avoir une référence pour comparer les résultats de l'approche probabiliste, le comportement macroscopique ainsi que la dégradation du fil de chaîne utilisant l'approche déterministe sont rappelés sur la figure 10.6. Les images montrant l'érosion des éléments, pour une valeur de  $\sigma_R$  identique à chaque point d'intégration, ont révélé une parfaite symétrie de l'endommagement au cours du chargement. En effet, l'initiation (étape 1), la propagation (étapes 2 à 4) de la coupure ainsi que la rupture du fil (étape 5) se produisent simultanément aux niveaux de la bosse et du creux. Les deux coupures sont également parfaitement orthogonales à la direction chaîne. Concernant le comportement macroscopique  $\Sigma_{XX}$  de la cellule, l'initiation de la coupure du fil survient à 96 % de la valeur dégradation ultime du composite  $\Sigma_R$ .

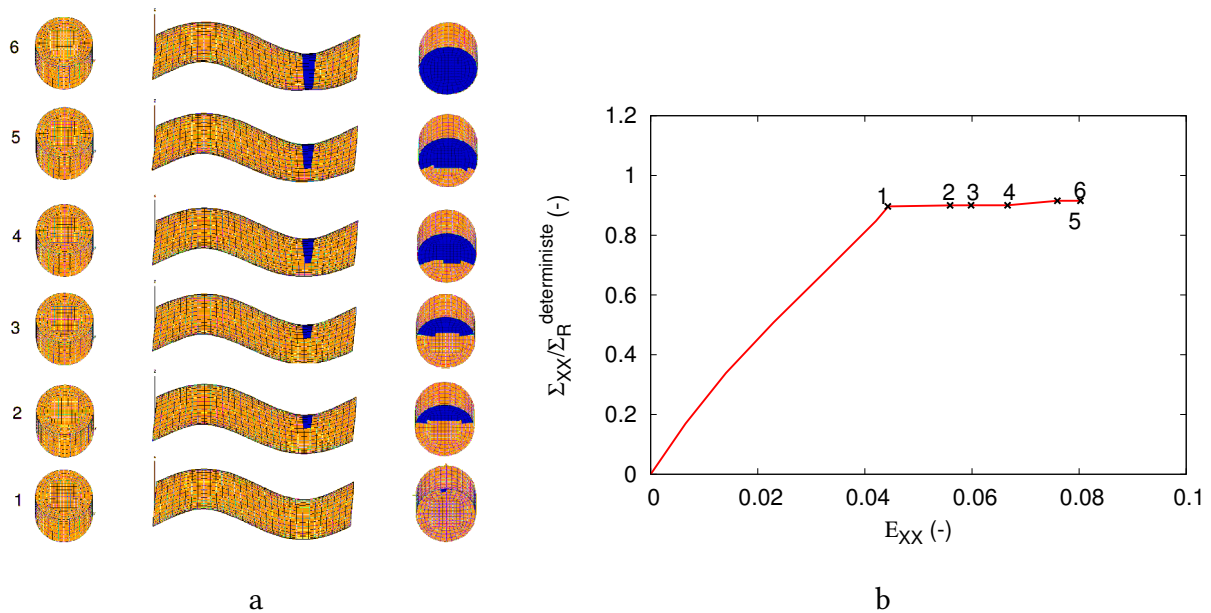


**FIGURE 10.6** – Cinétique de la coupure du fil de chaîne pour l'approche déterministe avec les éléments érodés en bleu (a) et la courbe macroscopique correspondante exprimant la contrainte normalisée en fonction de la déformation (b).

Pour l'approche probabiliste, des cinétiques de coupures du fil de chaîne différentes ont été observées traduisant une perte de symétrie de la dégradation du fil. Parmi une centaine de calculs éléments finis possédant la même loi de Weibull mais avec un tirage et une affectation

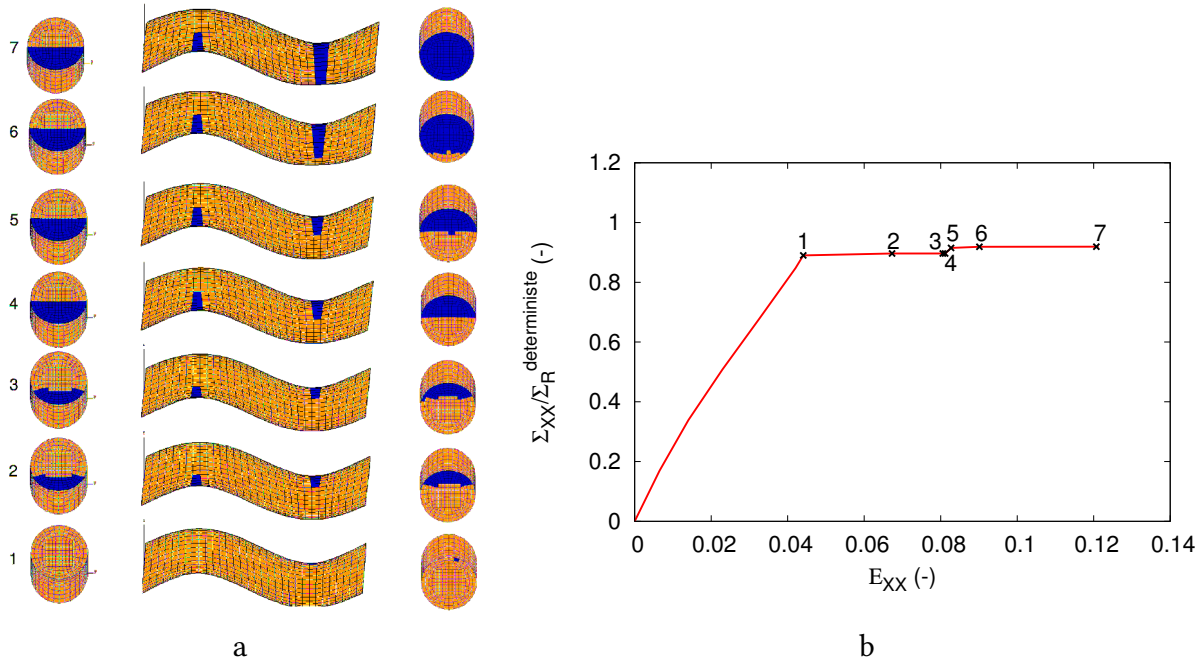


différente des valeurs de  $\sigma_{R_i}$ , 3 cas ont été sélectionnés. Le comportement et la cinétique de dégradation de ces simulations numériques apparaissent sur les figures 10.7, 10.8 et 10.9. La figure 10.7 (a) montre une dégradation asymétrique du fil de chaîne avec une coupure uniquement localisée au niveau du creux alors que la section au niveau de la bosse est intact. Pour le cas de la figure 10.8 (a), l'initiation ainsi que les vitesses d'avancements des coupures ne sont pas synchronisées entre la bosse et le creux. Enfin, la figure 10.8 (a) dévoile, comme pour l'approche déterministe, des coupures complètes du fil de chaîne aux niveaux de la bosse et du creux. Cependant, dans ce cas, ces coupures ne sont pas symétriques en termes d'initiation, de propagation et d'orientation. Au niveau du creux, la coupure est parfaitement perpendiculaire à la direction de chargement et appartient à une seule section d'élément. Pour la coupure située au niveau de la bosse, elle est légèrement inclinée par rapport à la direction de chargement et appartient donc à plusieurs sections d'éléments. Au sujet du comportement macroscopique des 3 cas étudiés, les valeurs de  $\Sigma_{XX}$  pour l'initiation et la dégradation ultime du composite sont légèrement inférieures aux valeurs obtenues avec l'approche déterministe.

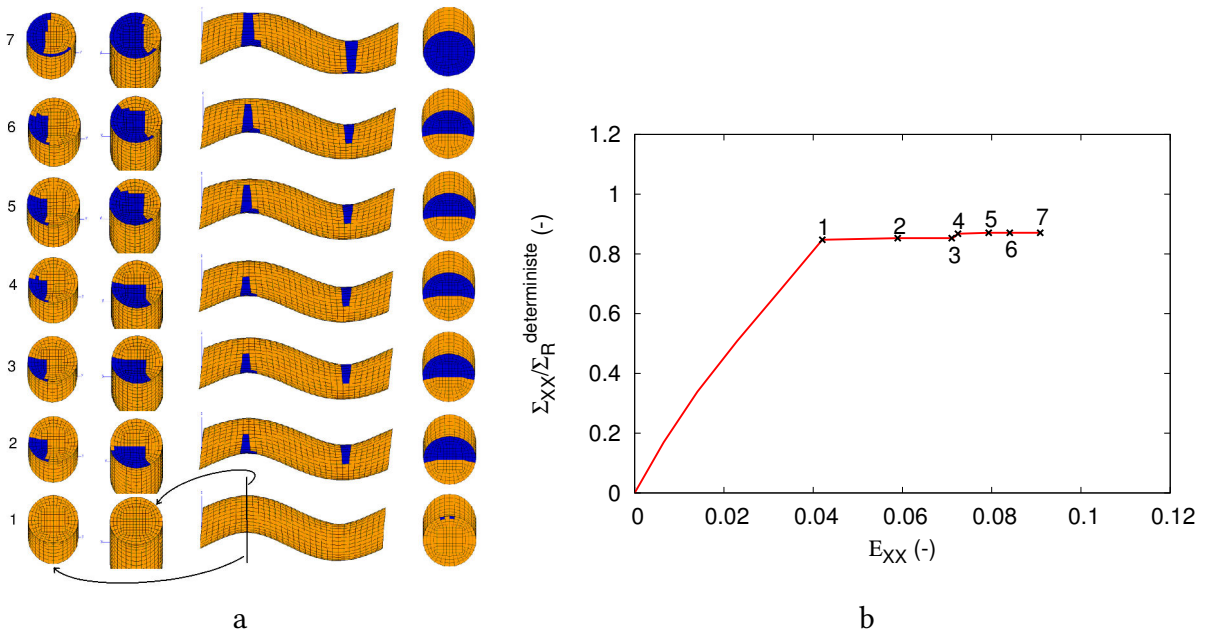


**FIGURE 10.7** – Coupure d'un seul côté du fil de chaîne pour l'approche probabiliste (a) et la courbe macroscopique correspondante exprimant la contrainte, normalisée par la valeur déterministe de  $\Sigma_R$ , en fonction de la déformation (b).

Les résultats, présentés ci-dessus et dans [Roirand *et al.*, 2017], ont montré l'aptitude de l'approche probabiliste à capturer plusieurs modes de rupture d'un fil de chaîne. Néanmoins, la dégradation du fil est toujours localisée aux niveaux de la bosse et/ou du creux à cause du fort gradient de contrainte présent et de la faible dispersion des valeurs de  $\sigma_{R_i}$  des fibres PET avec un module de Weibull  $\sigma_0$  de 20,3. Les configurations obtenues apparaissent plus réalistes au regard des observations tomographiques où les coupures des fils n'observent pas de parfaites symétries.



**FIGURE 10.8** – Coupure d’un côté et initiation de l’autre côté du fil de chaîne pour l’approche probabiliste (a) et la courbe macroscopique correspondante exprimant la contrainte, normalisée par la valeur déterministe de  $\Sigma_R$ , en fonction de la déformation (b).



**FIGURE 10.9** – Coupures non symétriques des deux côtés du fil de chaîne pour l’approche probabiliste (a) et la courbe macroscopique correspondante exprimant la contrainte, normalisée par la valeur déterministe de  $\Sigma_R$ , en fonction de la déformation (b).



## 10.3 Application sur l'interlock 2.5D

### 10.3.1 Objectif et principe

Pour le composite *interlock 2.5D* sollicité en traction, avec l'approche déterministe, la coupure des fils de chaîne de l'ensemble des interzones se produit 'en avalanche'. L'étude sur la cellule élémentaire a montré que l'approche probabiliste jouait un rôle sur la cinétique de coupure du fil de chaîne, qui ne présente plus une symétrie parfaite, et sur la valeur de la contrainte à rupture macroscopique. L'objectif de cette étude sur l'*interlock 2.5D* consiste à observer l'influence de l'approche probabiliste sur la cinétique de rupture des fils de chaîne, des interzones et, par conséquent, sur la valeur de la contrainte à rupture du composite.

Comme pour l'application sur la cellule élémentaire, le principe de l'étude réside dans le lancement de plusieurs calculs éléments finis utilisant l'approche probabiliste. Pour chacune des simulations numériques, une distribution aléatoire des contraintes à rupture  $\sigma_{R_i}$ , respectant la même loi de Weibull, est réalisée aux points d'intégration des fils de chaîne par un processus de Monte-Carlo. La figure 10.10 montre un exemple de distribution des valeurs  $\sigma_{R_i}$  dans les fils de chaîne du maillage *interlock 2.5D*.

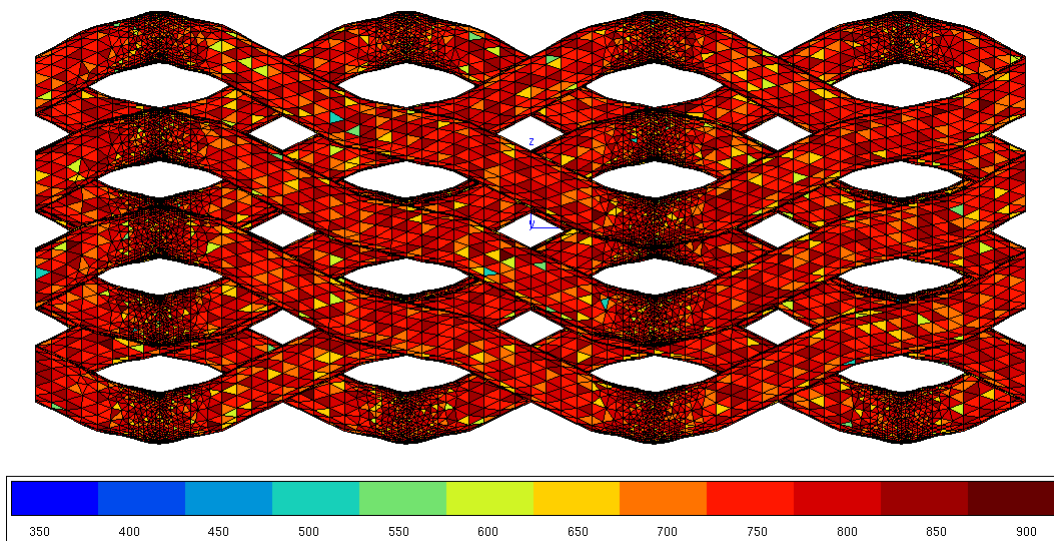


FIGURE 10.10 – Distribution, aux points d'intégration, des contraintes à rupture  $\sigma_{R_i}$  dans les fils de chaîne de l'*interlock 2.5D*.

### 10.3.2 Résultats

Les résultats de l'approche probabiliste sur l'*interlock 2.5D* proviennent de 30 simulations numériques différentes. Au contraire de l'approche déterministe, où la rupture des interzones se produit en 'avalanche' au même niveau de contrainte macroscopique, la coupure des fils de chaîne appartenant aux interzones peut être progressive et intervenir à plusieurs niveaux de chargement. Pour chacun des calculs éléments finis réalisés, les valeurs macroscopiques de la

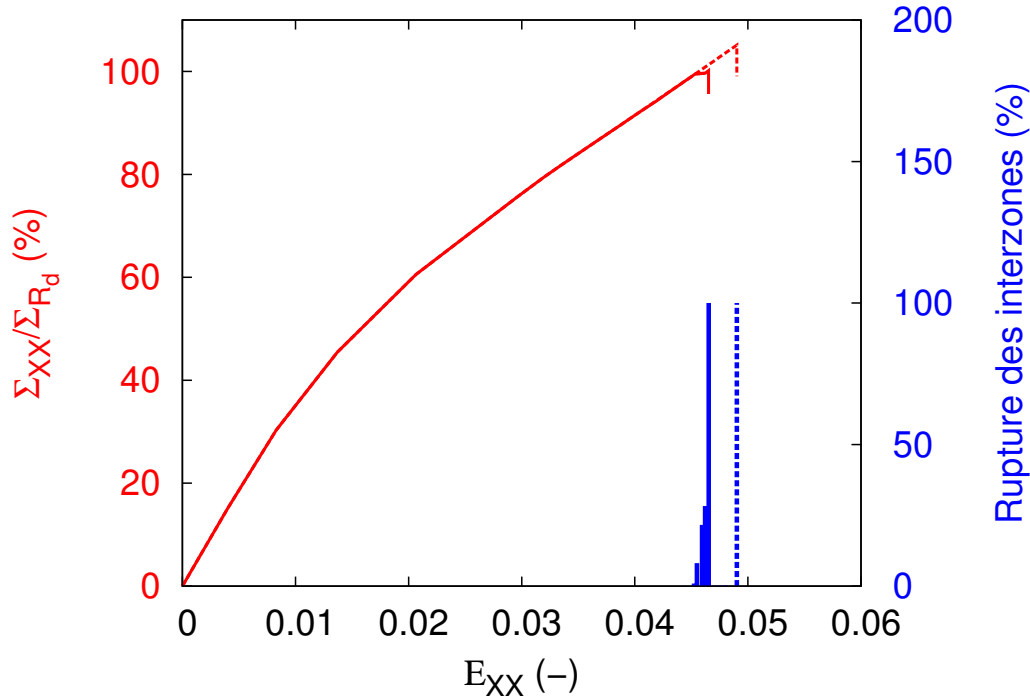
contrainte d'amorçage et de rupture ont été relevées. La contrainte à l'amorçage correspond à la valeur de la contrainte macroscopique quand le premier élément, appartenant aux fils de chaîne, est érodé. Concernant la contrainte à rupture, elle représente la valeur macroscopique de la contrainte de dégradation ultime du composite qui se traduit dans le calcul par la coupure de l'ensemble des fils de chaîne des interzones. Les principales grandeurs statistiques, issues de ces contraintes et normalisées par la contrainte à rupture obtenue par l'approche déterministe  $\Sigma_{R_d}$ , sont observables sur la table 10.1.

	Moyenne (% de $\Sigma_{R_d}$ )	Médiane (% de $\Sigma_{R_d}$ )	Écart type relatif (%)	Min (% de $\Sigma_{R_d}$ )	Max (% de $\Sigma_{R_d}$ )
Contrainte à l'amorçage	97,09	98,39	5,34	82,45	101,94
Contrainte à rupture	104,09	104,39	1,48	100,15	106,79
Différence entre amorçage et rupture	7,00	5,67	65,80	2,88	22,67

**TABLE 10.1** – Principales grandeurs statistiques, normalisées par  $\Sigma_{R_d}$ , de la dégradation numérique de l'interlock 2.5D en utilisant une approche probabiliste.

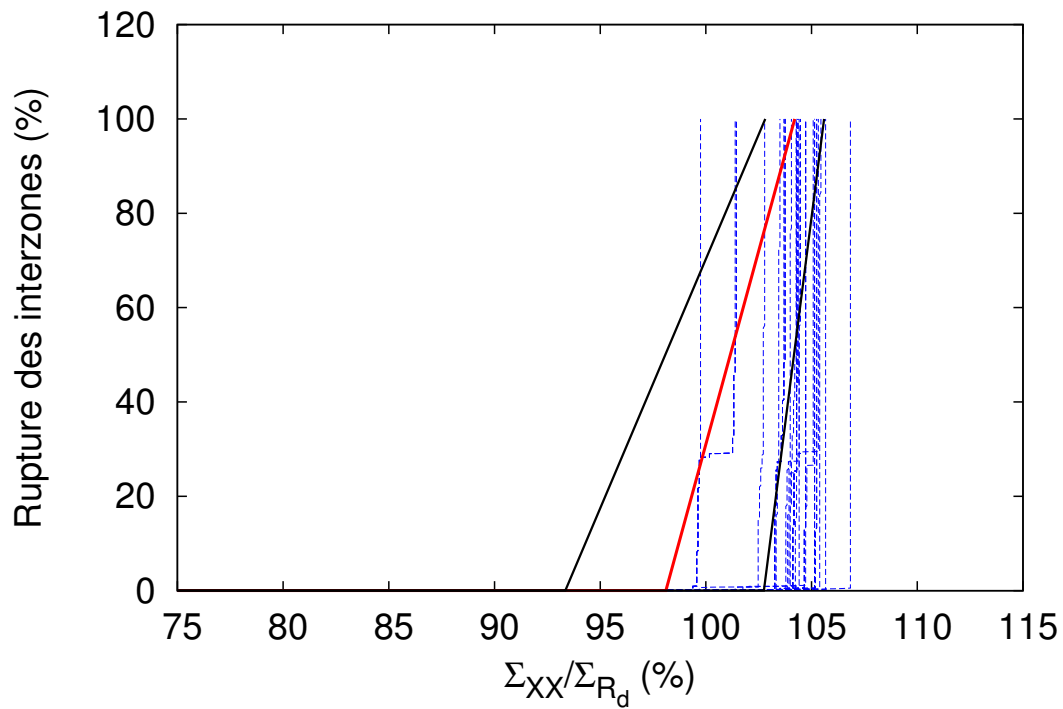
En comparaison avec l'approche déterministe où une contrainte à rupture unique avait été trouvée, la valeur moyenne de la contrainte à rupture est légèrement supérieure avec 104,09 % de  $\Sigma_{R_d}$ . Cette valeur normalisée de la contrainte moyenne à rupture possède néanmoins une bonne représentativité de l'ensemble des simulations avec un écart type relatif de seulement 1,48 %. Pour la contrainte à l'amorçage, l'écart type relatif est plus important avec 5,34 % par rapport à la valeur moyenne de 97,09 % de  $\Sigma_{R_d}$ . Cette plus forte dispersion sur l'amorçage que sur la rupture provient de la présence ou non, aux niveaux des points d'intégration des creux et des bosses, des valeurs les plus faibles de la distribution statistique de Weibull. Les conséquences de ce phénomène sont considérables sur la cinétique entre l'amorçage et la rupture du composite. En effet, l'écart type de la différence entre l'amorçage et la rupture est de 65,80 % pour une moyenne de 7 % de  $\Sigma_{R_d}$ . Cependant, un amorçage rapide n'est pas pour autant synonyme d'une rupture prématurée des fils de chaîne et donc du composite. La figure 10.11 présente deux simulations numériques qui possèdent respectivement la plus faible, en traits continus, et la plus grande différence, en traits pointillés, entre les contraintes normalisées à l'amorçage et à rupture. Les courbes, en rouge, exposent le comportement macroscopique suivant la direction de chargement exprimé par la contrainte  $\Sigma_{XX}$  normalisée par  $\Sigma_{R_d}$  en fonction de la déformation  $E_{XX}$ . Les histogrammes bleus révèlent le pourcentage d'éléments érodés, nécessaire à la rupture de l'ensemble des interzones, en fonction de la déformation  $E_{XX}$ . Pour la simulation présentant l'écart maximum de 22,67 % de  $\Sigma_{R_d}$  entre l'amorçage et la rupture, le premier élément érodés arrive pour un chargement de  $\Sigma_{XX}/\Sigma_{R_d}$  de 82,45 % et la coupure de l'ensemble des interzones se produit à 105 %. L'endommagement n'est cependant pas visible, sur l'histogramme et la courbe de traction, jusqu'à la contrainte à rupture car seulement 0,25 % des éléments nécessaires pour conduire à la dégradation ultime du composite ont été érodés. En résumer, malgré l'érosion de quelques éléments, la coupure des interzones se produit de manière subite à  $\Sigma_{XX}/\Sigma_{R_d}$  égale à 105,120 %. Pour le cas où l'écart de contrainte est faible entre l'amorçage et la rupture avec 2,88 %, la cinétique de coupure des fils apparaît paradoxalement plus progressive. En effet, après les premiers éléments érodés pour une  $\Sigma_{XX}/\Sigma_{R_d}$  de

96,73 %, la coupure des fils de chaîne se produit à plusieurs niveaux de chargement comme le dévoile l'histogramme et la courbe en traits continus bleus de la figure 10.11.

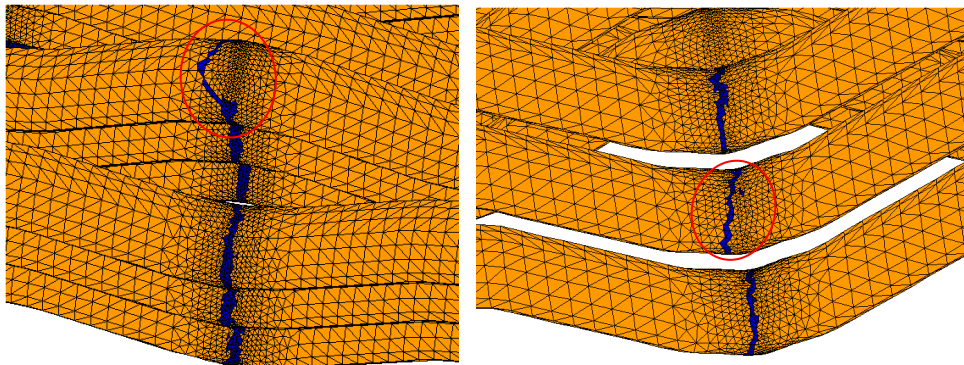


**FIGURE 10.11** – Comparaison du comportement macroscopique et de la cinétique de rupture des interzones pour des distributions possédant respectivement la plus faible (traits continus) et la plus grande (traits pointillés) différence entre les contraintes à l’amorçage et à rupture.

Les résultats des simulations numériques utilisant l’approche probabiliste, sur l’*interlock 2.5D*, ont montré une faible dispersion de 5,34 % de la contrainte à l’amorçage et une très faible de celle à rupture avec un écart type relatif de 1,48 % (voir Fig. 10.12). Cependant en réalisant la même étude statistique sur les écarts entre l’amorçage et la rupture de chacun des calculs, la dispersion devient très importante et atteint 65,80 %. Malgré ces écarts conséquents, la coupure des différentes interzones intervient dans la majorité des calculs à niveau de chargement unique comme l’indique la figure 10.12. Dans ces calculs, l’amorçage de la rupture représente seulement l’érosion de quelques éléments qui possèdent une valeur très faible de la contrainte à rupture  $\sigma_{R_i}$ . Au niveau du comportement macroscopique, l’influence de cette endommagement n’est pas visible. La dégradation ultime de l’*interlock 2.5D* apparaît alors similaire à la rupture en ‘avalanche’ de l’approche déterministe. De plus, l’endommagement des interzones est également localisé aux niveaux des creux et des bosses des fils de chaîne où un fort gradient de contrainte est présent. En revanche, même si les fissures dans les fils de chaîne sont, en moyenne, orthogonales à la direction de sollicitation, elles peuvent posséder localement des orientations plus aléatoires comme le montre la figure 10.13.



**FIGURE 10.12** – Cinétiques de rupture des interzones en fonction de la contrainte macroscopique pour l'ensemble des simulations (bleu) ainsi que l'interpolation linéaire entre les contraintes moyennes à l'amorçage et à la rupture (rouge) et leurs écarts types (noir).



**FIGURE 10.13** – Coupures de fils de chaîne (éléments érodés en bleu), réalisées avec l'approche probabiliste, présentant localement des orientations non orthogonales à la direction de chargement.

## 10.4 Synthèse

Dans ce chapitre, une approche probabiliste de la rupture des fils chaîne a été implémentée dans le code *Zébulon*. Le principe est similaire à l'approche déterministe où la dégradation ultime du composite est guidée par la rupture des fils de chaîne et, plus particulièrement, par la comparaison entre  $\sigma_I$  et une valeur critique, noté  $\sigma_R$ . Cependant pour l'approche probabiliste, la valeur de  $\sigma_R$  n'est pas unique et varie selon une distribution statistique pour chaque point d'intégration. Dans cette étude, la distribution répond à une loi de Weibull qui a été identifiée sur les contraintes à rupture expérimentales des fibres PET composant les fils de chaîne. L'affectation aux points d'intégration des contraintes à rupture, notées  $\sigma_{R_i}$ , est effectuée par un processus de Monte Carlo.

Des simulations numériques, utilisant cette approche probabiliste, ont été menées sur une cellule élémentaire ainsi que sur une cellule périodique de *interlock 2.5D*. Les résultats des calculs éléments finis ont montré, à l'échelle mésoscopique, la capacité du modèle à obtenir plusieurs modes de coupure du fil de chaîne qui sont assumés plus réalistes, par rapport à l'approche déterministe, au regard des observations tomographiques réalisées. Par ailleurs, même si des écarts importants ont été relevés entre les valeurs des contraintes d'amorçage et de rupture, la coupure de l'ensemble des interzones menant à la dégradation ultime du composite intervient aux niveaux des bosses et des creux et, dans la majorité des cas, durant un intervalle de chargement très limité. Pour une sollicitation de traction uniaxiale, l'approche probabiliste conduit à un endommagement peu progressif proche de la rupture en 'avalanche' de l'approche déterministe. Il est cependant important de signaler que ce résultat est dépendant de l'intensité des gradients de contrainte à l'intérieur de la cellule périodique mais surtout de la distribution statistique des valeurs de  $\sigma_{R_i}$ . En effet, les fibres polymères étant ductiles, elles possèdent des  $\sigma_{R_i}$  moins dispersées que des matériaux plus fragiles comme les fibres céramiques où le module de Weibull est compris entre 5-10 [Blassiau *et al.*, 2008] alors qu'il est de 20,3 pour les fibres PET testées expérimentalement. L'utilisation de fibres céramiques pourrait alors entraîner une dispersion plus importante des contraintes à rupture macroscopiques du composite et, éventuellement, localiser en dehors des bosses et des creux l'endommagement des fils de chaîne.





## Chapitre 11

# Prise en compte de la cavitation de la matrice

*Dans les chapitres précédents, la modélisation numérique de la dégradation dans les composites tissés, sollicités en traction dans la direction chaîne, s'est limitée à la coupure des fils de chaîne. Ce chapitre s'intéresse à la faisabilité de modéliser la cavitation de la matrice supposée préalable à la coupure des fils. Après avoir justifié le choix du modèle de Gurson-Tvergaard-Needleman (GTN) pour simuler numériquement l'endommagement matriciel, une identification des paramètres du modèle a été effectuée. Avec le modèle GTN obtenu, des calculs éléments finis ont été réalisés, sur une cellule élémentaire, afin de tester le couplage des deux modèles d'endommagement. Enfin, une application a été effectuée sur la cellule périodique de l'interlock 2.5D. Les courbes macroscopiques ( $\Sigma$ ,  $E$ ) expérimentales et numériques ont été comparées.*

### Sommaire

11.1	Objectif de l'étude . . . . .	184
11.2	La cavitation . . . . .	184
11.2.1	Description . . . . .	184
11.2.2	Choix du modèle . . . . .	185
11.2.3	Le modèle Gurson-Tvergaard-Needleman (GTN) . . . . .	186
11.3	Applications . . . . .	189
11.3.1	Identification des coefficients d'un modèle GTN simplifié . . . . .	189
11.3.2	Cellule élémentaire . . . . .	190
11.3.3	Interlock 2,5D . . . . .	195
11.4	Synthèse . . . . .	197



## 11.1 Objectif de l'étude

Dans les chapitres précédents, la simulation numérique de dégradation du composite s'est limitée à la coupure des fils de chaîne. Ce mécanisme de rupture est supposé être responsable, pour une sollicitation de traction dans la direction chaîne, de la dégradation ultime du composite. Les résultats des simulations numériques, obtenus avec cette approche sur l'*interlock 2.5D*, sont en adéquation avec les observations expérimentales en termes de cinétique et de contrainte à rupture. Néanmoins, des écarts ont été relevés dans la partie non linéaire du comportement macroscopique notamment au niveau des inflexions des courbes ( $\Sigma$ ,  $E$ ). Afin d'y remédier, il est proposé de modéliser d'autres mécanismes d'endommagement présents dans les composites tissés 3D. L'objectif consiste alors en la possibilité de prendre en compte, en plus de la coupure des fils de chaîne, les autres mécanismes d'endommagement. Pour le composite *interlock 2.5D* et le chargement considéré, d'autres dégradations sont la fissuration longitudinale des fils de trame, la décohésion aux interfaces fils/matrice et la fissuration matricielle. Cependant, devant l'absence de matrice dans les fils (fibres sèches), qui sont composés uniquement de vide et de fibres PET ou PA66, seule la fissuration matricielle a été prise en compte. En effet l'influence de la décohésion aux interfaces et de la fissuration transverse des torons est assumée significative sur le comportement macroscopique si, et seulement si, les fils possèdent une cohésion mécanique dans la direction transverse. Dans cette étude, la modélisation de la dégradation du composite, à l'échelle mésoscopique, s'est alors limitée à la coupure des fils de chaîne et à la cavitation de la matrice.

## 11.2 La cavitation

La modélisation de l'endommagement matriciel est dépendant du comportement de la matrice PVC. Dans les conditions d'utilisation de notre étude, en termes de vitesse de déformation et de température, la matrice PVC possède un comportement non linéaire où l'endommagement est caractérisé par la cavitation [Malvik, 2011] [Ognedal, 2012]. Afin de choisir un modèle permettant de décrire ce phénomène, une présentation générale des mécanismes de la cavitation et des différents modèles existants est effectuée. En ce qui concerne la simulation numérique de la coupure des fils, elle est traitée sur l'*interlock 2.5D* dans le chapitre 9.

### 11.2.1 Description

La cavitation est un mécanisme de déformation plastique\* pouvant engendrer la rupture ductile d'un matériau. Elle peut être décrite par trois phases successives :

- la **germination** est la création de cavités, lors d'une déformation plastique, autour d'un défaut ponctuel ou d'une inclusion. Les sites de création des cavités sont ainsi dépendants de la composition et de la microstructure interne du matériau. Pour les polymères, la germination peut naître, par exemple, de la scission de chaîne moléculaire [Castagnet, 1998] [Galeski, 2003], de la cavitation à l'intérieur d'un renfort caoutchoutique [Bai *et al.*, 2005] ou encore de la décohésion entre la matrice et une inclusion [Delhaye *et al.*, 2010]. Pour la matrice de l'*interlock 2.5D*, le matériau utilisé est un PVC possédant beaucoup

---

\*. Note : la notion de plastique est exclusivement associée au caractère irréversible de la déformation.

d'additifs et de charges. Pour ce type de matériau, les charges les plus utilisées sont le carbonate de calcium ( $CaCO_3$ ) devant le dioxyde de titane ( $TiO_2$ ) [Grossman, 2008]. Ces charges ou particules rigides présentes dans la matrice vont être à l'origine de la germination des cavités par décohérence de la matrice et des charges [Ognedal, 2012]. Dans le chapitre 5, les images tomographiques ont permis de révéler, dans le matériau non endommagé, la présence d'un grand nombre de ces particules ;

- le phase de **croissance** caractérise l'augmentation du volume des cavités. L'orientation et la taille de ces cavités sont fortement influencées par la contrainte hydrostatique de tension [Laiarinandrasana *et al.*, 2012]. Pour les polymères, même si les cavités ne sont pas visibles à l'échelle macroscopique, la cavitation peut se manifester par un blanchiment en surface. Ce phénomène s'explique par la présence de petites cavités qui vont modifier localement l'indice de réfraction de la lumière du matériau de base, c'est l'effet de Fresnel [Katz et Milewski, 1978].
- enfin, la **coalescence** des cavités qui est le dernier stade de cavitation. Elle se matérialise par le regroupement des cavités provenant de la rupture des ligaments les séparant. La rupture d'un ligament peut se produire par striction et/ou par la formation d'une seconde population de cavités dans le ligament qui vont croître et coalescer. Le résultat de la coalescence est la création d'une fissure macroscopique pouvant être caractérisée géométriquement par une longueur, largeur et hauteur critiques.

### 11.2.2 Choix du modèle

L'intérêt de modéliser la cavitation de la matrice réside dans la volonté de pouvoir créer, dans les simulations numériques, des fissurations matricielles mésoscopiques affectant le comportement macroscopique du composite. Pour cela, le modèle doit prendre en compte la croissance des cavités de manière à amorcer et faire propager des fissures dans la matrice du composite.

Dans ce cadre, le choix s'oriente vers un modèle micro-mécanique couplé pour décrire l'endommagement. Ces modèles [Besson, 2010], fondés sur une description diffuse de l'endommagement, associent l'endommagement physique à une variable interne du modèle. Pour la cavitation, cette variable s'exprime par le taux de porosité. Le couplage entre l'endommagement et le comportement du matériau, réalisé par la surface de charge, permet de prendre en compte l'adoucissement du matériau. En ce qui concerne l'évolution de la porosité, elle est définie par des lois représentant la germination, la croissance ou la coalescence des cavités.

Ces modèles, développés initialement pour la mécanique des sols puis les matériaux métalliques, sont issus de la mécanique des milieux poreux qui prend en compte, en travaillant à l'échelle des pores, la microstructure du matériau. Le premier modèle micro-mécanique traitant de l'endommagement ductile a été développé par Gurson [Gurson, 1977]. La surface macroscopique de plasticité est obtenue à partir de l'analyse limite d'une sphère. La cellule élémentaire considérée, à l'échelle microscopique, est composée d'une cavité sphérique à l'intérieur d'une matrice rigide parfaitement plastique. Dans ce modèle, seul le mécanisme de croissance des cavités est considéré. Les cavités sont présentes et vont avoir une croissance isotrope jusqu'à atteindre une porosité critique. Afin de prendre en compte l'ensemble des phases de la cavitation (germination, croissance et coalescence), Tvergaard et Needleman [Tvergaard,

1982] [Tvergaard et Needleman, 1984] ont amélioré le modèle de Gurson en changeant la définition du critère de plasticité. Le modèle modifié est plus communément appelé GTN pour Gurson-Tvergaard-Needleman. Récemment, et notamment au Centre des Matériaux, le modèle GTN a été adapté aux matériaux polymères et a fait l'objet de nombreuses applications. Les travaux suivants peuvent être cités pour exemple [Lafarge, 2004] [Boisot, 2009] [Devilliers, 2011] [Ricard, 2013] [Cayzac *et al.*, 2013].

Devant l'expérience acquise sur le modèle GTN et sa capacité à pouvoir simuler la croissance des cavités pouvant mener à la propagation d'une fissure dans la matrice, il a été naturellement choisi pour modéliser, au sein du composite, l'endommagement de la matrice par cavitation.

Enfin, il est à noter qu'en modélisant, à l'échelle microscopique, la cavité dans le maillage éléments finis, les calculs en mécanique des milieux poreux permettent de prendre en compte plus précisément l'influence de la forme d'une cavité [Steenbrink *et al.*, 1997]. Cependant, comme ils sont effectués sur une cellule élémentaire, l'application n'est pas envisageable pour un calcul, à l'échelle mésoscopique, sur composite. Néanmoins, pour un matériau homogène à cette échelle, cette approche permet d'observer localement la déformation plastique autour d'une cavité et de suivre l'évolution de sa forme en fonction du chargement. Ce type de calcul a, par exemple, été utilisé pour mieux comprendre les changements de volume à l'échelle macroscopique d'un PVC, en considérant les charges comme des cavités [Kemal *et al.*, 2009] ou comme des particules rigides [Ognedal *et al.*, 2014].

### 11.2.3 Le modèle Gurson-Tvergaard-Needleman (GTN)

Pour simuler la dégradation de la matrice, les calculs éléments finis ont utilisé une version étendue du modèle Gurson-Tvergaard-Needleman (GTN) [Gurson, 1977] [Tvergaard, 1982] [Tvergaard et Needleman, 1984]. Cette version, proposée et implémentée dans le code *Z-set* [Besson *et al.*, 2001], introduit une contrainte scalaire effective, notée  $\sigma_*$ . Le critère de plasticité, ou modèle GTN, s'exprime alors sous la forme :

$$\Phi(\underline{\Sigma}, \sigma_*, f_*) = \frac{\Sigma_{eq}^2}{\sigma_*^2} + 2q_1 f_* \cosh\left(\frac{q_2 \Sigma_{kk}}{2\sigma_*}\right) - (1 + q_1^2 f_*^2) \quad (11.1)$$

avec :

- $\underline{\Sigma}$  : tenseur des contraintes macroscopiques (matrice et porosité) ;
- $\Sigma_{eq}$  : contrainte macroscopique équivalente de von Mises ;
- $\sigma_*$  : contrainte scalaire effective ;
- $f_*$  : porosité effective ;
- $q_1$  et  $q_2$  : paramètres (ou fonctions) matériaux de la cavitation ;
- $\Sigma_{kk}$  :  $tr(\underline{\Sigma})$ .

Le potentiel d'écoulement plastique, noté  $\phi$ , est alors défini comme :

$$\phi = \sigma_* - R(p) \quad (11.2)$$

avec  $R$  la contrainte d'écoulement plastique du matériau sain et  $p$  la déformation plastique. Dans cette expression, l'utilisation de la contrainte d'écoulement  $R(p)$  à la place de la limite d'élasticité  $\sigma_0$  permet la prise en compte du durcissement du matériau. Cependant, le matériau étant poreux, la déformation plastique, dépendante de la porosité  $f$ , est différente de la déformation plastique cumulée des matériaux sains. Elle est ainsi appelée déformation plastique effective  $\tilde{p}$ . En appliquant la règle de normalité et en identifiant la dissipation plastique microscopique égale à la dissipation macroscopique, la variable  $p$ , supposée isotrope, est définie par la loi d'évolution suivante :

$$\dot{\tilde{E}}_p = (1 - f)\dot{p} \frac{\partial \Phi}{\partial \tilde{\Sigma}} = (1 - f)\dot{p} \frac{\partial \sigma_*}{\partial \tilde{\Sigma}} \quad (11.3)$$

La porosité  $f$  est introduite dans le modèle GTN par la fonction bilinéaire  $f_*$  [Tvergaard et Needleman, 1984] qui permet d'obtenir des évolutions différentes de la porosité selon les phases de croissance ou de coalescence des cavités (voir Eq. 11.4). Lors de la coalescence, l'augmentation de la porosité étant localisée dans la future surface de rupture, elle est plus endommageante que lors de la croissance, où la variation de volume (variable scalaire) est accélérée par le biais de la pente  $\delta$ . La figure 11.1 illustre la fonction  $f_*$  par rapport aux phases de croissance et de coalescence des cavités.

$$f_* = \begin{cases} f & \text{si } f \leq f_c \\ f_c + \delta(f - f_c) & \text{si } f > f_c \end{cases} \quad (11.4)$$

avec  $f_c$  la porosité critique marquant le début de la phase de coalescence et  $\delta$  un coefficient matériau.

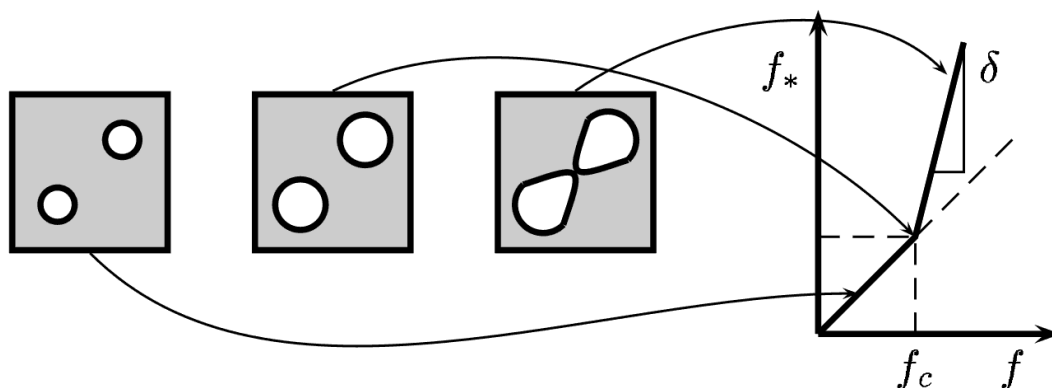


FIGURE 11.1 – Illustration de la fonction  $f_*$  [Tanguy, 2001].

En ce qui concerne l'évolution de la porosité  $f$  avant la coalescence, elle résulte de la croissance des cavités existantes mais également de la germination de nouvelles cavités. L'évolution de la porosité peut ainsi être décomposée comme :

$$\dot{f} = \dot{f}_{germination} + \dot{f}_{croissance} \quad (11.5)$$

La loi d'évolution de la germination doit fournir deux informations essentielles, la cinétique de déclenchement de la germination et la quantité de cavités formées. Pour une germination par décohésion entra la matrice et les inclusions [Zhang *et al.*, 2000], la loi d'évolution peut s'exprimer sous la forme :

$$\dot{f}_{germination} = B_n \dot{\sigma}_{eff} + A_n \dot{p} \quad (11.6)$$

avec  $\dot{\sigma}_{eff} = \alpha \dot{\Sigma}_{eq} + \beta \dot{\Sigma}_{kk}$  où  $\alpha$  et  $\beta$  sont des paramètres matériau quantifiant respectivement l'effet de la partie déviatorique et sphérique du tenseur des contraintes sur la décohésion des inclusions. Pour  $B_n$  et  $A_n$ , ils représentent l'intensité de germination contrôlée respectivement par la contrainte et la déformation. Il est à noter qu'en remplaçant une inclusion par une cavité, la loi de germination ne respecte pas le principe de conservation de la masse.

Pour la croissance, sa loi d'évolution (Eq. 11.7) s'appuie, en revanche, sur le principe de conservation de la masse. En considérant la matrice incompressible, la variation de volume macroscopique causée par la déformation plastique est directement reliée à la croissance des cavités.

$$\dot{f}_{croissance} = (1 - f) tr \dot{\underline{E}}_p \quad (11.7)$$

La viscosité du matériau est prise en compte dans le modèle GTN à l'aide d'une loi de Norton s'exprimant sous la forme :

$$\dot{p} = \dot{\varepsilon}_0 \left( \frac{\phi}{K} \right)^n \quad (11.8)$$

avec  $K$  et  $n$  comme paramètres du matériau et  $\dot{\varepsilon}_0 = 1.s^{-1}$ .

Enfin, le modèle GTN est dépendant d'un dernier paramètre pour simuler la rupture ductile, la distance caractéristique  $l_c$ . Dans la littérature, cette valeur est souvent associée aux irrégularités microstructurales intervenant dans le processus de cavitation. Pour un matériau présentant des inclusions, la distance caractéristique peut être assimilée à l'espacement moyen entre les inclusions. Dans l'approche locale présentée du modèle GTN, cette distance caractéristique est représentée directement par la taille de des éléments. Afin d'éviter cette influence, des versions dites 'non-locales' ont été développées en implantant la notion de distance caractéristique dans la procédure de délocalisation [Lorentz et Andrieux, 2003].

## 11.3 Applications

### 11.3.1 Identification des coefficients d'un modèle GTN simplifié

L'identification de l'ensemble des paramètres du modèle GTN nécessite une grande base expérimentale et ses simulations numériques associées. Devant l'insuffisance de données sur la cavitation de la matrice PVC, le modèle GTN a été simplifié en ne considérant qu'une partie des paramètres (voir Tab. 11.1).

$q_1$	$q_2$	$f_0$	germination				coalescence		viscosité		$l_c$
			$A_n$	$B_n$	$\alpha$	$\beta$	$f_c$	$\delta$	$K$	$n$	

TABLE 11.1 – Coefficients du modèle GTN.

La simplification, effectuée sur le modèle GTN, est de considérer l'endommagement par cavitation uniquement dépendant de la phase de croissance des cavités. Les phases de germination et de coalescence ne sont donc pas prises en compte dans l'évolution de la porosité. Cette simplification est réalisée dans une majorité des études avec le modèle GTN car les paramètres décrivant la germination et la coalescence sont difficiles à déterminer. Pour les aciers, par exemple, les paramètres décrivant la germination sont essentiellement issus des premiers travaux de Tvergaard et Needleman [Tvergaard et Needleman, 1984]. La germination des cavités, par décohésion entre la matrice et les inclusions, est alors modélisée en considérant le taux volumique d'inclusions comme de la porosité initiale, notée  $f_0$ . Pour des matériaux possédant une faible adhésion de la matrice et des charges, comme pour le PVC renforcée en particules de carbonate de calcium [Kemal *et al.*, 2009], cette approche est facilement justifiable.

En ce qui concerne la coalescence, elle se produit instantanément à la valeur de la porosité critique  $f_c$  de la porosité  $f$  avec  $f_* = f$ . Avec cette simplification, l'endommagement créé par l'érosion d'éléments est donc réalisé quand la porosité  $f$  de l'élément atteint la porosité critique  $f_c$ . Ce modèle GTN emploie ainsi 6 paramètres dont 5 indépendants car  $f_c = 1/q_1$ . Les paramètres à identifier sont résumés dans le tableau 11.2.

$q_1$	$q_2$	$f_0$	viscosité	
			$K$	$n$

TABLE 11.2 – Coefficients du modèle GTN simplifié.

Pour l'identification, les paramètres retenus doivent permettre d'étudier la compatibilité des différents mécanismes d'endommagement simulés numériquement. La détermination de la porosité initiale s'est appuyée sur la thèse d'Ognedal [Ognedal, 2012] qui, pour un matériau PVC massif, a estimé la porosité  $f_0$  à 24%. Cette valeur a été déterminée en analysant les surfaces d'inclusions et de cavités de faciès de rupture obtenues par cryo-fractographie.

Le passage d'un taux surfacique de porosité à un taux volumique est effectué par le principe de Delesse [Weibel et Elias, 1967]. Pour l'*interlock 2.5D*, l'analyse des observations tomographiques a révélé que le composite possédait des défauts de mise en forme conduisant, pour la matrice PVC, à la présence de porosités macroscopiques. Une détermination quantitative de  $f_0$  par tomographie aux rayons X n'est pas envisagée car la résolution de cette technique est, en général, supérieure à la taille moyenne initiale des cavités. Pour la matrice PVC de l'étude, la porosité initiale  $f_0$  a donc été réévaluée à 30 % pour prendre en compte les défauts macroscopique de la matrice PVC.

Plus récemment, des études, utilisant des éprouvettes Axisymétriques Entaillées (AE) et la tomographie aux rayons X, ont permis d'observer localement l'évolution de la forme et de la distribution des cavités [Morgeneyer *et al.*, 2014] [Laiarinandrasana *et al.*, 2016a] [Poulet *et al.*, 2016]. Avec ce type d'information, il est, par exemple, possible de comparer les variations locales de la porosité avec celles obtenues numériquement avec le modèle GTN [Boisot *et al.*, 2011] [Cayzac *et al.*, 2012] [Selles *et al.*, 2016].

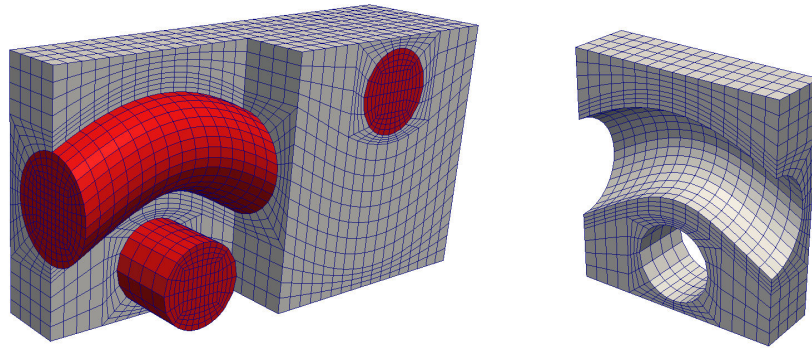
Pour les paramètres restants, l'identification a été réalisée par méthode inverse sur une cellule élémentaire. Cette prise de liberté concernant le modèle est assumée car l'intérêt de cette étude réside davantage dans la faisabilité du couplage des modèles d'endommagement locaux que dans l'identification réaliste des paramètres de la cavitation de la matrice PVC. Les paramètres  $q_1$  et  $q_2$  ont donc été choisis afin de capturer les différentes phases de dégradation de la matrice. Pour cela, une identification par méthode inverse a été réalisée sur la cellule élémentaire représentative de l'*interlock 2.5D* pour obtenir, comme dans les observations expérimentales, le développement de la fissuration matricielle avant la rupture des fils de chaîne. Pour cela, le paramètre  $q_1$  a été fixé à 1,9, ce qui correspond à une porosité critique  $f_c$  d'environ 53 %. Pour le paramètre  $q_2$ , il varie entre de 0,55 à 0,35 selon une fonction tangente hyperbolique dépendant de la plasticité. L'introduction d'une fonction pour le paramètre  $q_2$  permet de limiter l'influence de la triaxialité des contraintes sur la cavitation pour des taux de déformation élevés [Lafarge, 2004] [Boisot *et al.*, 2011].

Enfin, les paramètres  $K$  et  $n$  de la viscosité ont été, de manière arbitraire, respectivement fixés à 38 MPa et 10. Les simulations numériques étant réalisées en quasi-statique, l'influence de la viscosité sur le comportement mécanique est négligeable. Néanmoins, la présence d'un terme de viscosité facilite le passage d'éventuelles points singuliers de la loi de comportement, comme celui de l'élasticité à la plasticité, et permet ainsi une meilleure convergence du calcul éléments finis.

### 11.3.2 Cellule élémentaire

La cellule élémentaire utilisée pour réaliser l'identification des paramètres est présentée sur la figure 11.2. Elle est identique à la cellule employée pour tester les approches déterministe et probabiliste de la rupture des fils (Chapitres 7 et 10). Elle est également assumée représentative du VER de l'*interlock 2.5D* car elle possède les mêmes embuvages et taux volumiques de constituants. Dans les simulations numériques effectuées, le modèle GTN est appliqué exclusivement à la matrice. Pour le fil de chaîne, l'endommagement est opéré en utilisant le critère de rupture  $\sigma_R$ . La cellule est sollicitée en traction uniaxiale, dans la direction chaîne, jusqu'à

la rupture du composite. La cinétique de dégradation de cette cellule élémentaire, avec les paramètres identifiés du modèle GTN (voir Tab. 11.3), apparaît sur la figure 11.3.



**FIGURE 11.2** – Maillage de la cellule élémentaire représentative du VER de l'interlock 2.5D.

$q_1$	$q_2$	$f_0$	viscosité	
			$K$	$n$
1,9	0,35-0,55	30%	38	10

**TABLE 11.3** – Coefficients du modèle GTN simplifié.

La figure 11.3 expose 8 stades de la dégradation de la cellule, de l'initiation de l'endommagement à la rupture finale du composite. Afin d'observer l'endommagement, la matrice est en transparence et les fils de chaîne et trame sont de couleur bordeaux. Les éléments érodés par le modèle GTN et l'approche déterministe sont repérés en bleu. La dégradation du composite commence dans la matrice avec les éléments en contacts avec le fil de chaîne (images 1 à 3). Même s'il n'est pas situé à l'interface fil/matrice, l'endommagement, au vu de sa forme et de son positionnement, peut être assimilé à un phénomène de décohésion. Au niveau de sa localisation le long du fil de chaîne, il est limité aux endroits où l'orientation du fil et la direction de sollicitation sont les plus éloignées. À partir de l'image 4, la fissuration se propage progressivement dans la matrice entre les fils de chaîne et les fils de trame. Enfin, pour le dernier stade de l'endommagement (image 8), la coupure du fil de chaîne est amorcée, par l'approche déterministe, au niveau de la bosse. À ce stade, même si le fil de chaîne n'a pas été entièrement coupé, le calcul a été arrêté car le pas de temps diminue fortement. Cependant, il a été montré que la coupure des fils de chaîne, pour ce type de chargement, se produisait de manière soudaine au même niveau de contrainte macroscopique. La cellule élémentaire est donc considérée comme entièrement rompue. La pertinence de la cinétique de cavitation dans la matrice sur ce type de composite reste à démontrer. Seule une observation *in situ* en cours de déformation en tomographie permettrait de le réaliser.



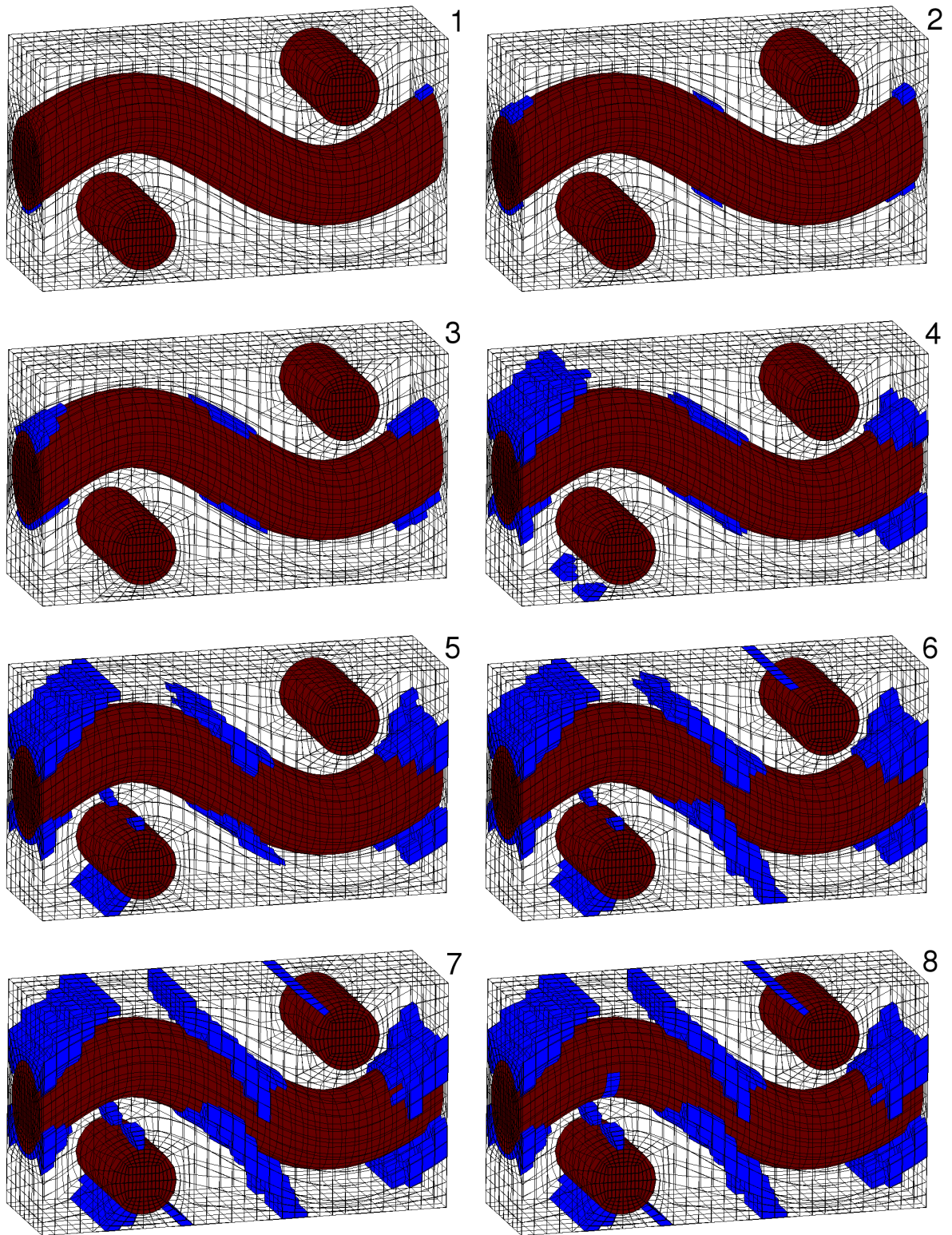
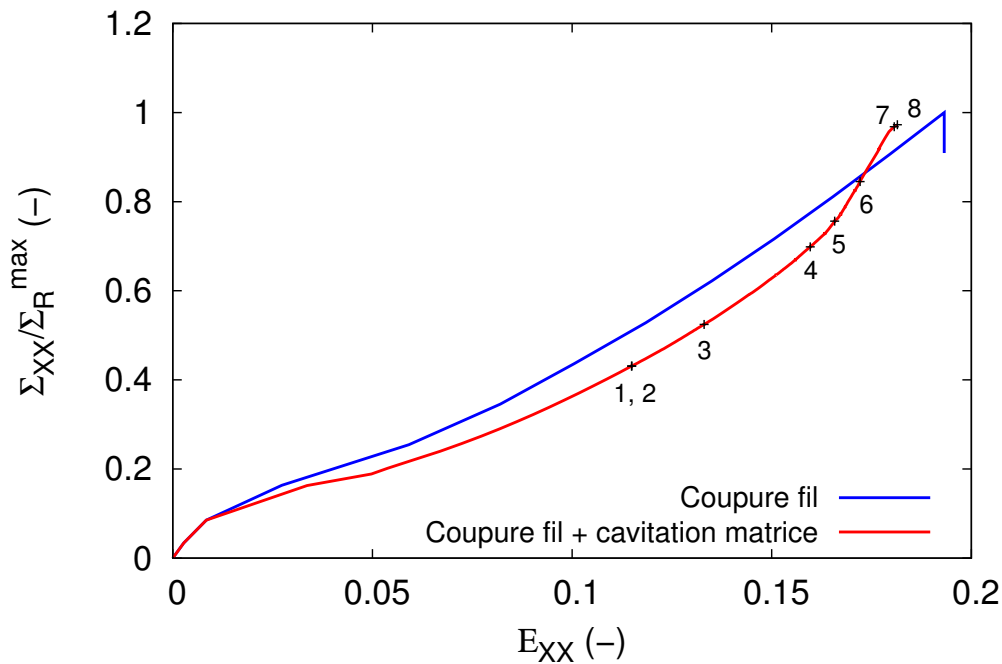


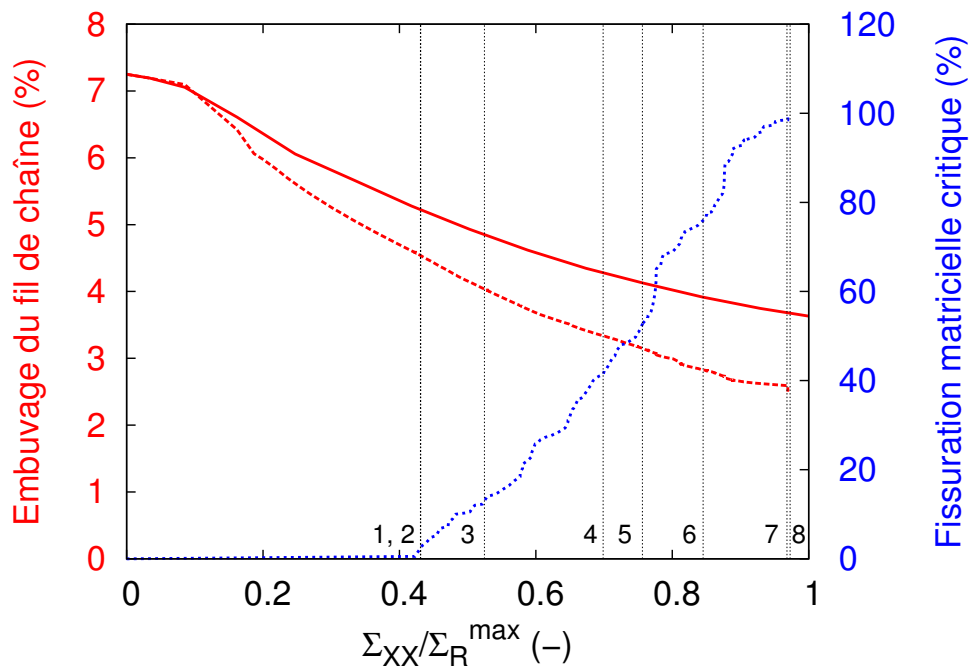
FIGURE 11.3 – Cinétique de dégradation de la cellule élémentaire (découpée en 8 images) par cavitation de la matrice et coupure du fil de chaîne.

Le comportement macroscopique de la cellule est affiché sur la figure 11.4 où sont repérés les 8 stades d'endommagement précédemment présentés. Pour une meilleure compréhension de l'effet de cavitation de la matrice sur le comportement macroscopique de la cellule, une simulation numérique prenant en compte seulement l'endommagement du fil de chaîne est aussi reportée sur la figure 11.4.



**FIGURE 11.4** – Comportement macroscopique de la cellule élémentaire en prenant en compte la coupure du fil avec la cavitation de la matrice, ou seulement, la coupure du fil de chaîne.

Les courbes montrent que la cavitation de la matrice entraîne une diminution de la rigidité macroscopique de la cellule jusqu'à 13 % de déformation. Après ce niveau de déformation, la rigidité augmente par rapport à la simulation numérique sans le modèle GTN. Ces résultats s'expliquent par la compétition entre deux phénomènes affectant le comportement macroscopique de la cellule. Le premier est la cavitation de la matrice qui entraîne, par la porosité initiale  $f_0$ , la croissance des cavités et la fissuration matricielle, une baisse de la rigidité macroscopique. Le second phénomène concerne la diminution de l'embuvage, résultant de l'alignement progressif du fil de chaîne avec la direction de sollicitation, qui va au contraire augmenter la rigidité. Or, comme le montre la figure 11.5, ces deux phénomènes sont liés. En effet, l'endommagement de la matrice, par croissance et coalescence des cavités, va faciliter la diminution de l'embuvage. Ainsi, en comparant avec le cas sans dégradation de la matrice, l'influence de la cavitation est prédominante par rapport à l'alignement du fil de chaîne avant 13 % de déformation. Cette relation s'inverse ensuite à partir de 15 %, et donne finalement une rigidité supérieure au calcul bénéficiant du modèle GTN pour la matrice. En revanche, avec 98 % de la valeur de  $\Sigma_R$  de la simulation sans endommagement matriciel, l'influence du modèle GTN sur la contrainte macroscopique à rupture de la cellule élémentaire est très faible.

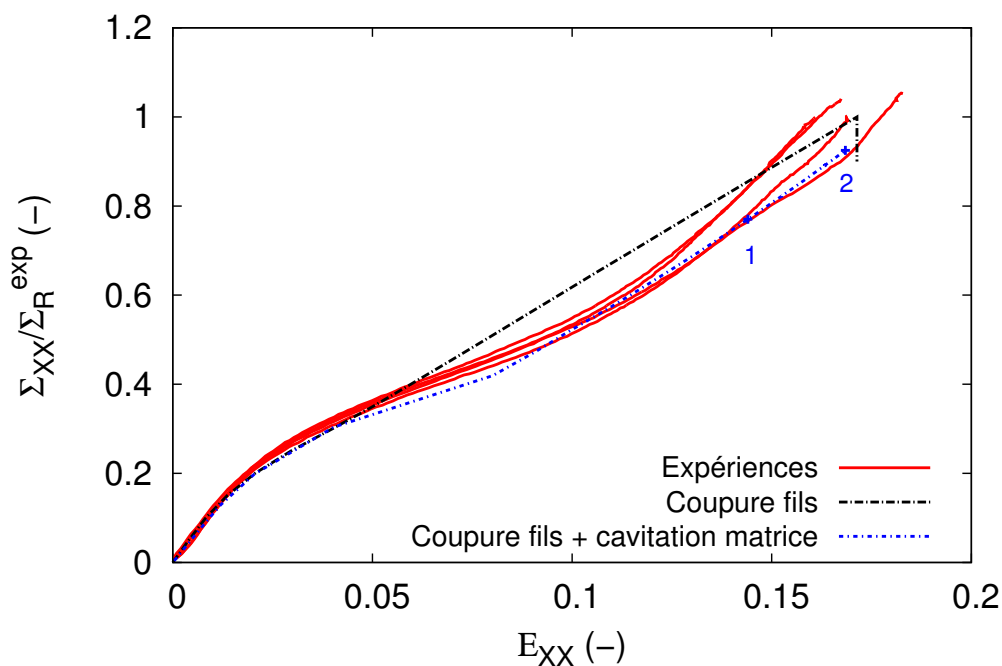


**FIGURE 11.5** – Comparaison de l'embuage, au cours du chargement, en prenant en compte la coupure du fil et la cavitation de la matrice avec l'évolution de la fissuration matricielle critique correspondante (traits pointillés), ou seulement, la coupure du fil de chaîne (trait continu).

Les calculs éléments finis, effectués sur la cellule élémentaire, ont confirmé la faisabilité du couplage entre le modèle GTN pour la matrice et l'approche déterministe pour le fil de chaîne. Après avoir choisi un jeu de coefficients, les simulations numériques ont montré l'influence de la fissuration matricielle sur le comportement macroscopique de la cellule. Cependant, les valeurs des contraintes à rupture, avec ou sans cavitation de la matrice, restent très proches. Ce résultat confirme l'hypothèse que la dégradation ultime d'un composite, sollicité dans la direction chaîne, est guidée par la rupture des fils de chaîne.

### 11.3.3 Interlock 2,5D

L'application réalisée sur l'*interlock 2.5D* utilise les mêmes modèles d'endommagement que la cellule élémentaire. Les fils de chaîne sont ainsi soumis au critère de rupture  $\sigma_R$  alors que la matrice obéit à une dégradation par cavitation avec le modèle GTN. La cellule périodique est sollicitée en traction monotone suivant la direction chaîne du composite tissé. Le comportement mécanique macroscopique issu de cette simulation numérique est présenté sur la figure 11.6. Afin de voir l'influence du modèle GTN, le calcul sans endommagement de la matrice et les résultats expérimentaux apparaissent également sur la figure 11.6. La comparaison des différentes courbes montrent que la prise en compte de l'endommagement de la matrice permet de se rapprocher du comportement macroscopique expérimental de l'*interlock 2.5D*. En effet, le développement de la cavitation de la matrice permet un adoucissement macroscopique du comportement entre 5 % et 10 % de  $\Sigma_{XX}$ . En revanche, devant les coûts de calcul élevés et le découpage de plus en plus fin du pas de temps, la simulation numérique avec le modèle GTN n'a pas pu être menée jusqu'à la dégradation ultime du composite. Néanmoins, l'application sur la cellule élémentaire a montré que le modèle GTN n'avait qu'une très faible influence sur la valeur de la contrainte à rupture  $\Sigma_R$ . Cette valeur peut alors être supposée identique à celle obtenue pour la simulation prenant seulement en compte la rupture des fils de chaîne avec le critère  $\sigma_R$ .

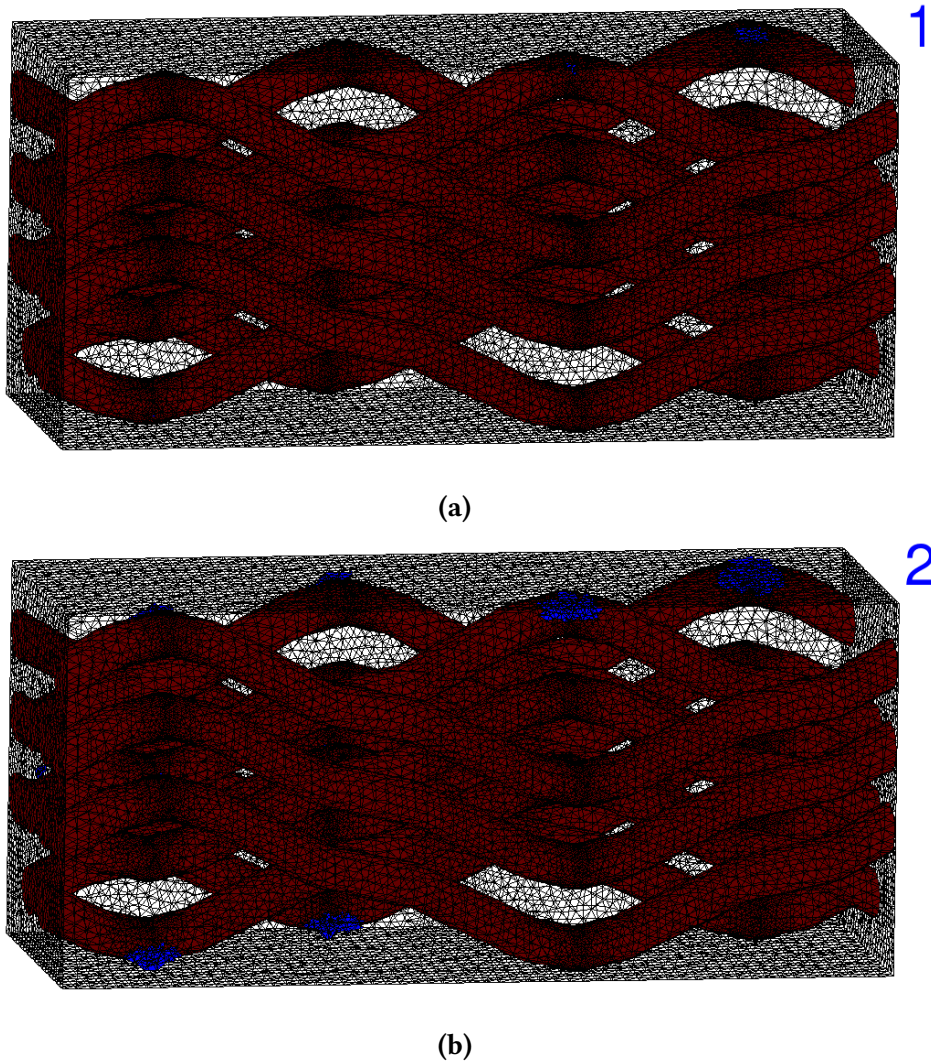


**FIGURE 11.6** – Comparaison du comportement macroscopique expérimental de l'*interlock 2.5D* avec celui de cellule périodique en prenant en compte de la coupure des fils de chaîne et la cavitation de la matrice, ou seulement, la coupure des fils de chaîne.

Au niveau macroscopique, le modèle GTN affecté à la matrice a permis une bonne corrélation du comportement mécanique entre la simulation numérique et les résultats expérimentaux. À l'échelle mésoscopique, le modèle GTN permet de modéliser la fissuration matricielle



au sein du composite en considérant les éléments ayant atteint la porosité critique  $f_c$  comme cassés. Sur la figure 11.7, l'endommagement de la matrice est présenté pour les deux niveaux de chargement macroscopique repérés sur la figure 11.6. L'image (a) montre l'apparition de la fissuration matricielle qui est localisée proche des bosses des fils de chaîne de  $IZ-0$ . Pour l'image (b), elle indique l'état de l'endommagement de la matrice à la fin de la simulation numérique. Par rapport aux observations tomographiques aux rayons X, la cinétique d'endommagement du composite est conforme avec l'apparition de la fissuration matricielle avant la rupture des fils de chaîne. Cependant, le nombre et le volume de fissures générés dans la matrice par la simulation numérique semblent être grandement sous-estimés. Le jeu de paramètres choisi pour le modèle GTN et les simplifications effectuées peuvent expliquer cette différence à l'échelle mésoscopique. Une meilleure identification du comportement de la matrice, avec des essais expérimentaux spécifiques, devrait aboutir à une modélisation plus représentative de la fissuration matricielle.



**FIGURE 11.7** – Dégradation de la cellule périodique de l'interlock 2.5D par fissuration matricielle (en bleu) pour les niveaux de chargement macroscopique 1 (a) et 2 (b) de la figure 11.6.

## 11.4 Synthèse

Dans ce chapitre, la faisabilité d'un couplage entre l'endommagement numérique des fils de chaîne et de la matrice a été étudiée. La rupture numérique des fils, effectuée par érosion d'éléments à l'aide du critère  $\sigma_R$ , permet de modéliser la dégradation ultime d'un composite. En ce qui concerne l'endommagement de la matrice, il est réalisé à l'aide du modèle GTN qui permet de modéliser la dégradation de la matrice par cavitation. Le couplage de ces deux mécanismes de dégradation offre alors la possibilité de se rapprocher du comportement expérimental en prenant en compte la perte de rigidité du composite causée par la cavitation de la matrice mais également de déterminer la contrainte à rupture du composite résultant de la coupure des fils de chaîne.

Des simulations numériques, réalisées sur une cellule élémentaire, ont confirmé la faisabilité du couplage entre les deux mécanismes d'endommagement. Ces calculs éléments finis ont également permis de déterminer un jeu de paramètres pour le modèle GTN. Malgré l'influence de la cavitation de la matrice sur le comportement macroscopique de la cellule, la valeur de la contrainte à rupture reste du même niveau que le calcul avec la coupure des fils pour seul mécanisme de dégradation. Ce résultat confirme l'hypothèse que la dégradation ultime d'un composite, sollicité dans la direction chaîne, est guidée par la rupture des fils de chaîne.

Avec le modèle GTN obtenu, un calcul éléments finis a été effectué sur la cellule périodique de l'*interlock 2.5D* avec les deux mécanismes de dégradation. D'un point de vue macroscopique, l'endommagement du composite par la cavitation de la matrice a permis d'obtenir une meilleure corrélation entre le comportement expérimental et numérique macroscopique. En ce qui concerne l'échelle mésoscopique, la fissuration matricielle obtenue numériquement a montré que les paramètres ou les simplifications du modèle GTN pour la matrice PVC chargée ne sont pas pleinement satisfaisants. Le choix du modèle GTN n'est cependant pas remis en cause pour modéliser la cavitation de la matrice mais une réelle étude d'identification de la cavitation de la matrice paraît indispensable. En revanche, les coûts de calcul élevés, rendent difficilement envisageable, la réalisation d'une identification, par méthode inverse, directement sur la cellule périodique de l'*interlock 2.5D*. En effet, le calcul n'a pas pu être mené jusqu'à la coupure des fils de chaîne car les demandes en ressources, lors la propagation de l'endommagement numérique, sont de plus en plus importantes. Des axes d'améliorations sont néanmoins possibles pour faire diminuer ces coûts et faciliter la convergence du calcul. L'augmentation de la qualité géométrique des éléments du maillage représente, par exemple, un axe d'amélioration important qui permettra, en plus, une meilleure maîtrise de l'influence de la taille de maille sur le modèle GTN. Cependant, comme évoquée aux chapitres 7 et 9, la discrétisation en éléments finis des composites tissés présente de nombreuses difficultés et demeure une thématique de recherche importante. L'utilisation de techniques de réduction de modèle constituent un autre axe d'amélioration possible pour réduire les coûts. Dans le chapitre suivant, ces techniques sont présentées et ont été utilisées sur le composite tissé *interlock 2.5D* à travers deux applications.

Pour cette étude, à cause de l'absence de matrice entre les fibres des fils, la dégradation du composite s'est limitée à la cavitation de la matrice et la coupure des fils de chaîne. Cependant, pour des composites où les fils possèdent une cohésion transverse, d'autres mécanismes

de dégradation peuvent jouer un rôle important dans le comportement mécanique macroscopique. Ainsi, par exemple, la fissuration transverse des torons peut être ajoutée en insérant de manière discrète des fissures par dédoublement de nœuds comme dans les travaux de Grail [Grail, 2013] et Doitrand [Doitrand, 2016]. Pour les décohésions aux interfaces fils/matrice, elles peuvent être modélisées par l'utilisation de zones cohésives. Le couplage numérique, à l'échelle mésoscopique, de l'ensemble des dégradations paraît néanmoins compliqué à cause des coûts de calculs engendrés. Pour prendre en compte l'ensemble des dégradations, des modèles, comme les ODM [Laurin, 2015] (Onera Damage Model), traitent des endommagements, observés à l'échelle mésoscopique, sur un matériau homogénéisé à l'échelle macroscopique. Ces modèles présentent l'avantage d'avoir des coûts de calcul raisonnables et de modéliser un grand nombre de dégradations résultant de différentes sollicitations. Une base expérimentale est cependant nécessaire pour chaque composite et chargement ce qui entraîne, au contraire de l'approche proposée, la perte du caractère prédictif du modèle sur d'autres architectures.







## Chapitre 12

# La réduction de modèles : applications sur les composites tissés

*Afin de prendre en compte l'architecture du tissu, la microstructure du composite tissé doit être discrétisée dans le maillage éléments finis. Cette discrétisation géométrique, à l'échelle mésoscopique, induit alors des coûts de calculs importants. Ce dernier chapitre, avec l'utilisation de la réduction de modèles, propose une réponse à cette problématique. Après une brève introduction aux différentes méthodes de réduction de modèles, la technique d'Hyper-Réduction a été présentée et testée sur le composite tissé interlock 2.D à travers deux applications. La première application s'est focalisée sur la possibilité d'utiliser la réduction de modèles pour l'identification, par méthode inverse, des propriétés matériaux des différents constituants. Pour la seconde, la réduction de modèles a été employée pour simuler numériquement le comportement en fatigue du composite tissé.*

### Sommaire

---

12.1	Objectif et démarche . . . . .	<b>202</b>
12.2	La réduction de modèles . . . . .	<b>202</b>
12.2.1	Introduction . . . . .	202
12.2.2	Utilisation de la méthode d'Hyper-Réduction (HR) . . . . .	203
12.3	Applications . . . . .	<b>204</b>
12.3.1	Identification inverse . . . . .	204
12.3.2	Fatigue . . . . .	209
12.4	Synthèse . . . . .	<b>214</b>

---

## 12.1 Objectif et démarche

Les différents travaux effectués dans les chapitres précédents ont permis de souligner l'influence de l'architecture, à l'échelle mésoscopique, sur le comportement macroscopique des composites tissés. En effet, pour des composites présentant les mêmes constituants, les calculs éléments finis réalisés sur différentes architectures ont montré l'importance de la microstructure sur le comportement mécanique du composite. D'un point de vue numérique, la prise en compte de la microstructure nécessite une discrétisation géométrique, à l'échelle mésoscopique, par un maillage éléments finis des différentes phases du composite. Cette discrétisation induit des maillages possédant de grands nombres d'éléments conduisant à des temps de calculs importants. L'utilisation de ces maillages peut alors devenir problématique pour simuler des essais de fatigue/fluage ou réaliser un grand nombre de simulations afin d'observer, par exemple, l'influence des paramètres matériaux. L'objectif de cette étude consiste à lever ce verrou temporel en appliquant, comme simple utilisateur, des méthodes de réduction de modèles sur des calculs éléments finis de composites tissés.

Avant d'essayer de répondre à l'objectif, une introduction aux méthodes de réduction de modèles est préalablement proposée. Ensuite, les outils présents dans le code *Zébulon* utilisant les méthodes de réduction, développés par Ryckelynck [Ryckelynck, 2005], sont présentés. Enfin, deux applications sur le composite tissé *interlock 2.5D* sont effectuées. La première se concentre sur la prédiction du comportement mécanique d'un composite possédant d'autres propriétés matériaux. Cette approche pourrait alors permettre la réalisation de multiples simulations afin d'identifier directement sur la cellule périodique, par méthode inverse, des paramètres matériaux des constituants. La seconde application s'intéresse à la modélisation du comportement en fatigue du composite tissé.

## 12.2 La réduction de modèles

### 12.2.1 Introduction

Les méthodes de réduction de modèles sont des stratégies numériques employées pour résoudre des équations aux dérivées partielles comme celles utilisées dans les calculs éléments finis pour modéliser le comportement d'un matériau. L'objectif de ces méthodes est de réduire considérablement le coût de la résolution numérique de problèmes paramétrés non linéaires en les simplifiant par un modèle d'ordre réduit (Reduced Order Modeling) (ROM). Ce ROM, basé sur une méthode d'approximation à variables séparées, est construit en projetant les équations aux dérivées partielles sur une base réduite. La taille de cette base réduite doit être nettement inférieure à celle du modèle complet pour obtenir un gain conséquent dans la résolution numérique du problème. Plus précisément, les méthodes d'approximation à variables séparées consistent à décomposer les champs inconnus, qui sont fonction du temps, de l'espace et des paramètres, en une somme finie de termes. La sommation de ces termes peut également s'écrire sous la forme d'un produit de fonctions dépendant d'une seule variable, c'est la réponse du ROM. Par ailleurs, le nombre de termes est aussi appelé ordre du modèle. Lorsque cet ordre tend vers le nombre de degrés de liberté, le modèle d'ordre réduit (ROM) tend alors vers la réponse du modèle complet.

Pour construire le ROM, plusieurs approches sont possibles. La première est dite *a priori* car aucune simulation préliminaire n'est nécessaire. La seconde est dite *a posteriori* car elle utilise des simulations préliminaires pour constituer des échantillons (ou *snapshots* [Sirovich, 1987]) du champ à approcher avant d'en effectuer la décomposition. Enfin, la dernière regroupe des techniques hybrides des deux premières approches. Elles vont, par exemple, enrichir la base réduite avec les simulations effectuées avec le ROM ou à l'inverse corriger, si nécessaire, les prévisions d'une approche *a priori* avec des résultats obtenus par éléments finis avec le modèle complet.

Pour la formulation d'un problème mécanique, les principales méthodes d'approximations sont la méthode *a posteriori* de Décomposition Orthogonales aux valeurs Propres (Proper Orthogonal Decomposition) (POD) [Ganapathysubramanian et Zabarar, 2004] et ses extensions *a priori* : la Réduction A Priori (A Priori Reduction) (APR) [Ryckelynck *et al.*, 2006] et la Décomposition Généralisée aux valeurs Propres (Proper Generalized Decomposition) (PGD) [Chinesta *et al.*, 2011]. Le principe de la méthode POD consiste à extraire, *a posteriori*, les caractères dominants d'observations ou d'échantillons (ou *snapshots*) pour réduire le modèle. Les principaux caractères dominants, appelés aussi modes empiriques, forment la base réduite des champs, qui sont pour la mécanique, les champs des flux et des déplacements.

Plus récemment, des améliorations des méthodes précédentes, en termes de coût de résolution, sont apparues. Ces nouvelles méthodes, qualifiées d'Hyper-Réduites (HR), ne considèrent qu'une partie restreinte du domaine spatial du calcul éléments finis. Le HROM (Hyper Reduce Order Model) est alors constitué en réalisant une sélection parmi les équations du modèle complet discrétisé. Parmi ces méthodes, l'*A Priori Hyper Reduction method* (APHR method) [Ryckelynck, 2005] [Ryckelynck et Missoum Benziane, 2010] a été employée pour réaliser les deux applications numériques. En plus d'être directement disponible dans la suite *Z-set*, la méthode APHR a déjà montré des résultats concluants sur des problèmes paramétriques multidimensionnels [Vincent, 2011] et pour la résolution de problèmes d'optimisation [Cartel, 2011]. Cette méthode de réduction, incrémentale et adaptative, est basée sur la Gappy-POD, qui permet, au contraire de la POD classique, de commencer une simulation sans base réduite. La base est cependant construite et enrichie, au cours de la simulation, par les prévisions du modèle réduit évolutif. Si la précision de ces prévisions est insuffisante, des corrections sont apportées sur la base réduite par des calculs éléments finis effectués sur le domaine spatial réduit.

### 12.2.2 Utilisation de la méthode d'Hyper-Réduction (HR)

Dans cette étude numérique, la méthode APHR est utilisée sur une cellule élémentaire périodique et hétérogène avec des propriétés matériaux non linéaire et également anisotrope pour les fils. Cette complexité importante du problème nécessite, pour une réponse optimale du HROM, l'utilisation de calculs préliminaires pour obtenir des *snapshots* et les matrices de rigidité réduites. La méthode est donc employée dans une approche *a posteriori*. Perdant son caractère *a priori*, la méthode utilisée est alors seulement appelée méthode d'Hyper-Réduction (HR). L'utilisation de la méthode HR peut se composer selon les 4 étapes suivantes :

- la première est la construction de la base réduite initiale des flux et des déplacements qui est réalisée, pendant le calcul éléments finis, par une méthode POD incrémentale ;

- la deuxième étape consiste à visualiser les différents modes empiriques de la base POD construite. La comparaison de ces modes avec les résultats du calcul éléments finis permet d'estimer la pertinence de la base réduite à capter les caractères dominants des différents champs. Ainsi, par exemple, le champs de déplacement du mode de premier ordre doit être représentatif, à un scalaire près, du déplacement du même vecteur dans le calcul éléments finis ;
- l'objectif de la troisième étape est de construire le domaine d'intégration réduit du HROM. C'est la partie Hyper Reduction de la méthode APHR qui permet de réduire, en même temps, le nombre d'inconnues primales et le nombre d'inconnues locales de types variables internes [Ryckelynck, 2009]. Le domaine d'intégration réduit, ou maillage réduit, est généré automatiquement par la méthode APHR afin de respecter la forme des modes empiriques. Cependant, pour observer plus particulièrement une zone d'intérêt ou pour des questions de conditions aux limites ou de dépouillements, il est également possible d'ajouter d'autres éléments au maillage réduit. Par ailleurs, un groupe de nœuds contenant l'ensemble des nœuds de l'interface est automatiquement créé ;
- enfin, la dernière étape utilise les trois premières pour réaliser des simulations numériques hyper-réduites. La sollicitation du maillage réduit est réalisée par des 'pseudo' conditions aux limites de Dirichlet sur le groupe de nœuds de l'interface [Ryckelynck *et al.*, 2016]. Le déplacement de ces nœuds suit l'approximation de la base réduite en fonction des coordonnées calculées sur le maillage réduit.

Il est à noter que la précision et l'efficacité du HROM, par une méthode POD *a posteriori*, sont dépendantes de la pertinence des *snapshots* choisis pour construire la base réduite. Ainsi, même si la sollicitation est réalisée dans la même direction, il est nécessaire de réaliser un calcul éléments finis pour chacune des deux applications. En effet, la base réduite des flux et des déplacements construite avec le calcul, pour l'identification inverse, de traction monotone ne permet pas de capturer, par exemple, les caractères dominants de la décharge d'un cycle qui sont indispensables pour l'application en fatigue.

## 12.3 Applications

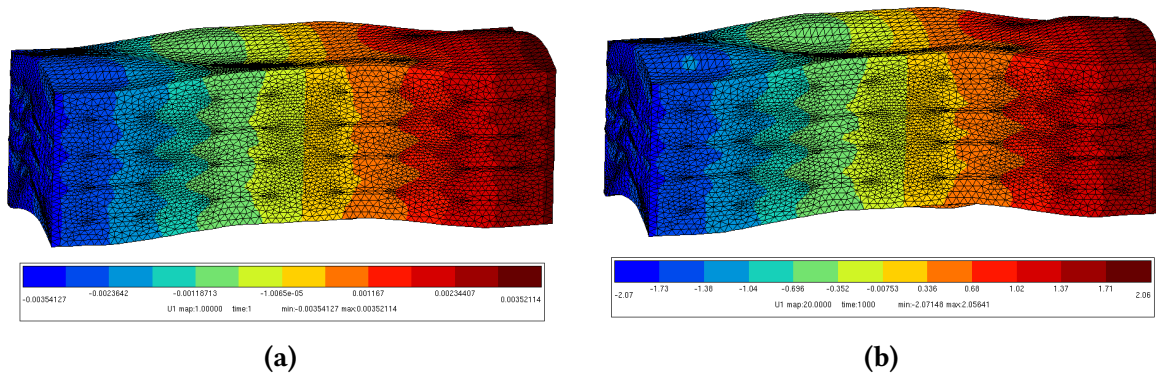
Les deux applications proposées nécessitent la construction de deux modèles hyper-réduits (HROM). Cependant, comme la démarche est identique, l'ensemble des différentes étapes a été seulement présenté pour l'application sur l'identification par méthode inverse.

### 12.3.1 Identification inverse

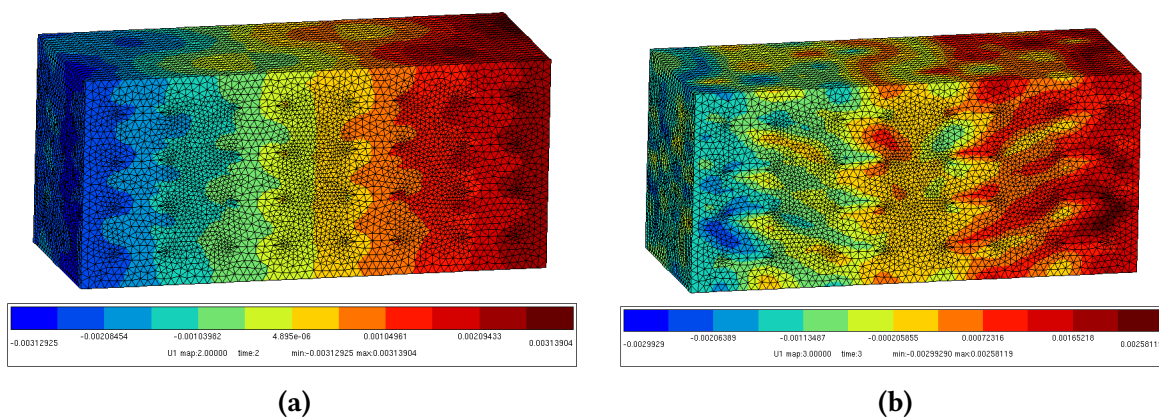
L'objectif de la première application consiste à observer l'influence des paramètres matériaux sur le comportement macroscopique de la cellule périodique de l'*interlock 2.5D*. L'utilisation de la méthode d'Hyper-Réduction (HR) offre, à travers une diminution des coûts de calcul, la possibilité de réaliser un grand nombre de simulations permettant d'optimiser par méthode inverse les paramètres matériaux non accessibles.

Les *snapshots* employés pour construire la base réduite sont issus du calcul utilisant le modèle complet. Ce calcul, effectué sur la cellule périodique de l'*interlock 2.5D*, est réalisé en

traction monotone croissante dans la direction chaîne. Le base réduite, créé par une méthode POD, est composée des champs de déplacements et de flux constituées respectivement de 17 et 19 modes empiriques. Afin de vérifier si le HROM a bien saisi les caractères dominants du modèle éléments finis complet, le premier mode empirique des déplacements suivant la direction de chargement est comparé, sur la figure 12.1, aux résultats du modèle complet. Avec amplification du premier mode empirique par un scalaire, les déformées du HROM et du modèle complet sont similaires. Les faibles écarts qui apparaissent seront diminués par une combinaison des 16 autres modes composant le champs déplacement suivant cette direction. Les deuxième et troisième modes de ce champs sont affichés sans amplification sur la figure 12.2. Pour les modes empiriques des flux, les gradients des contraintes sont localisés dans les fils de chaînes car ce sont eux qui reprennent l'essentiel des sollicitations. La figure 12.3 montrent une bonne corrélation entre les niveaux de contrainte, suivant la direction de sollicitation, dans les fils de chaîne entre le premier mode empirique des flux de la base réduite et le modèle complet. La figure 12.2 expose, selon la même direction, les deuxième et troisième modes du champs des flux.



**FIGURE 12.1** – Comparaison des déplacements selon la direction de chargement entre le premier mode du champs déplacement de la base réduite (a) et le modèle complet (b).



**FIGURE 12.2** – Deuxième (a) et troisième (b) modes du champs déplacement, selon la direction de chargement, de la base réduite.

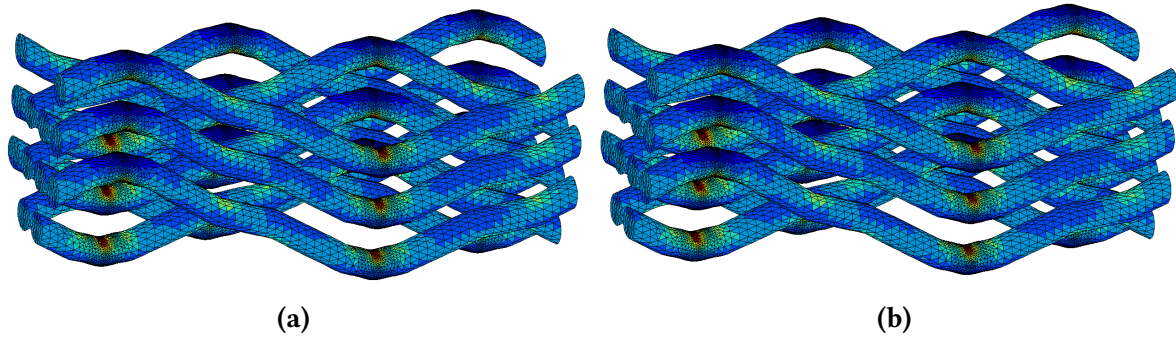


FIGURE 12.3 – Comparaison des niveaux de contrainte selon la direction de chargement entre le premier mode du champs des flux (a) et le modèle complet (b).

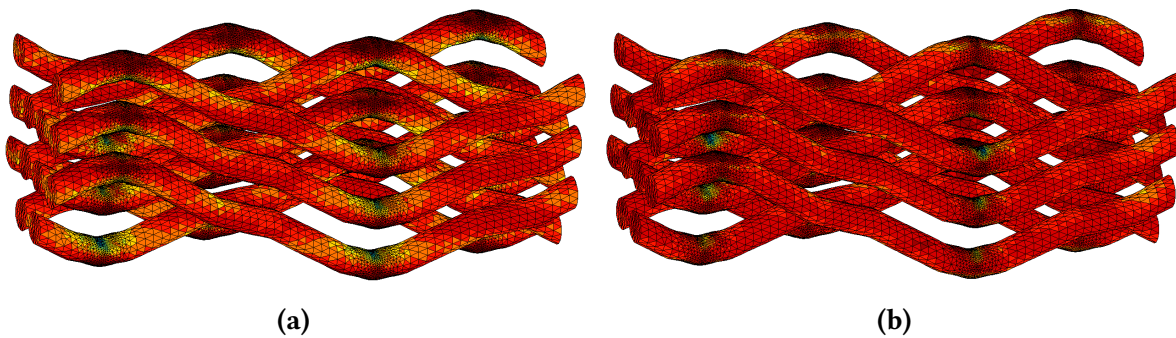
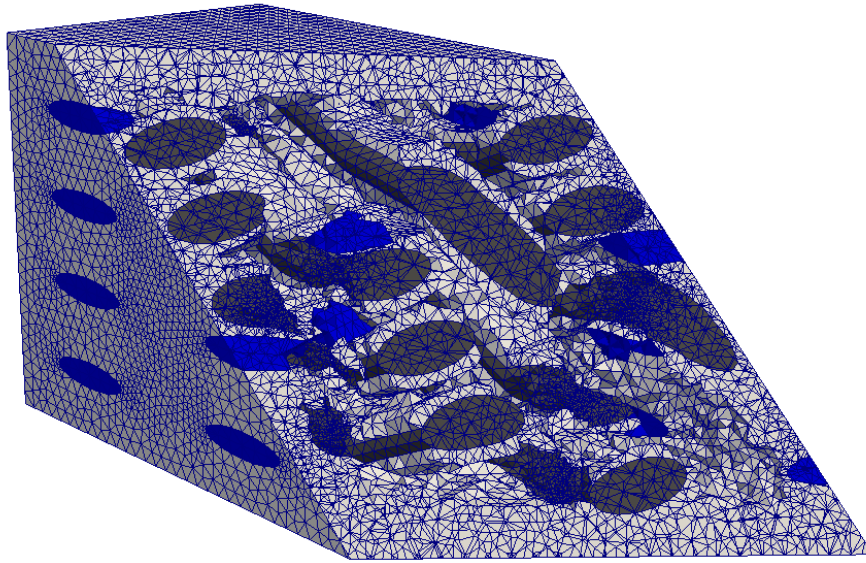


FIGURE 12.4 – Deuxième (a) et troisième (b) modes du champs des flux, selon la direction de chargement, de la base réduite.

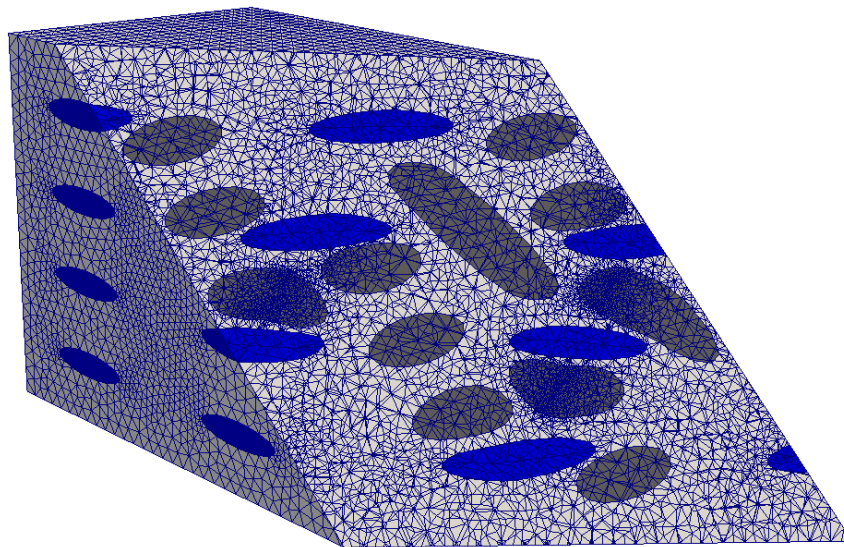
Après avoir généré la base réduite, la méthode HR nécessite la création du maillage réduit. Plus le nombre d'éléments du maillage réduit est limité, plus le calcul d'Hyper-réduction est rapide. Néanmoins, la précision de la réponse du HROM peut être affectée par un maillage trop réduit. Pour la cellule *interlock 2.5D*, la périodicité impose le maintien de l'enveloppe extérieure du maillage alors que la forte hétérogénéité des constituants et l'orthotropie des fils demandent une description assez fine des fils de chaîne. Le maillage réduit, présenté sur la figure 12.5 (a), affiche un compromis intéressant entre précision et réduction des coûts de calcul. Ce maillage possède, par rapport au maillage initial (voir Fig. 12.5 (b)), 65 % du nombre total d'éléments.

La figure 12.6 compare la réponse du HROM avec celle du modèle complet éléments finis. Les courbes du comportement macroscopique, selon la direction de chargement, montrent une corrélation parfaite entre les deux modèles jusqu'à 10 %  $\Sigma_{XX}$ . Après cette valeur, une très faible différence de pentes peut être observée entre le modèle complet et le HROM. En ce qui concerne la diminution des coûts de calculs, le modèle réduit demande environ 20 fois moins de temps *CPU* que pour le calcul complet. Le temps *CPU* représente le cumul du temps passé par les processeurs pour réaliser la simulation numérique. En réalisant les calculs sur un processeur, le modèle HROM permet alors d'effectuer 20 simulations quand le modèle complet n'en réalisera qu'un seul.





(a)

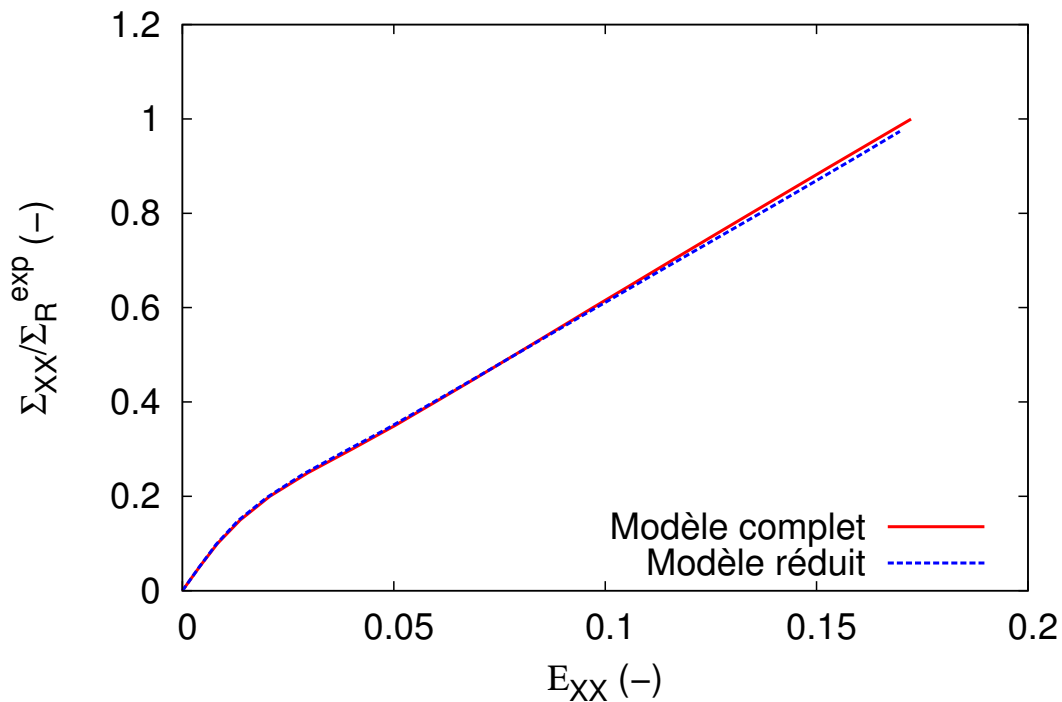


(b)

**FIGURE 12.5** – *Vue en coupe des maillages réduit (a) et complet (b) de la cellule périodique interlock 2.5D (fil de chaîne en gris, de trame en bleu et matrice en gris clair).*

Le modèle HROM, généré par une méthode d'Hyper-Réduction, offre une diminution du coût calcul important et permet de reproduire le comportement du calcul complet éléments finis. Néanmoins, l'intérêt du modèle réside, en utilisant ce gain de temps, dans sa capacité à prédire des simulations numériques similaires à celle utilisée pour créer la base POD. Avec

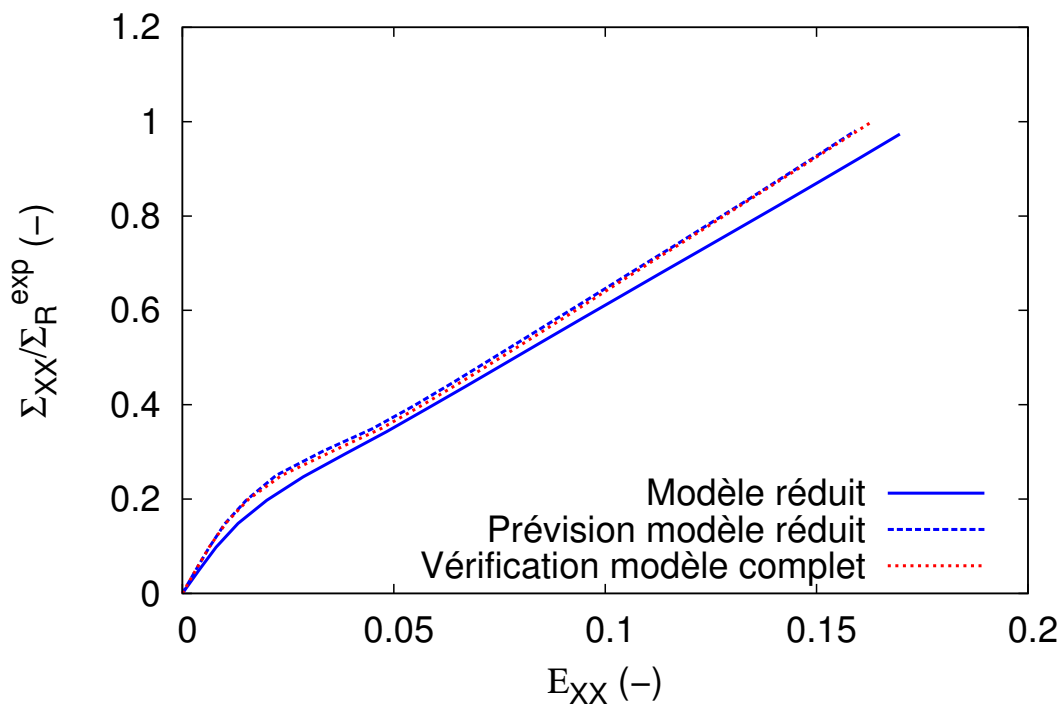




**FIGURE 12.6** – Comparaison entre le modèle complet et le HROM du comportement en traction suivant la direction chaîne du composite *interlock 2.5D*.

une précision suffisante, le modèle réduit peut être employé pour observer l'influence des paramètres matériaux sur la réponse mécanique du composite étudié. De plus, il peut permettre pour des propriétés difficilement mesurables expérimentalement de réaliser leur identification de manière numérique par méthodes inverse. Pour vérifier la capacité du HROM à répondre avec précision à cette problématique, une simulation numérique utilisant ce modèle a été réalisée en doublant la valeur du module d'Young de la matrice. Les réponses du HROM avec ou sans modification du module de la matrice apparaissent sur la figure 12.7. En augmentant les propriétés de la matrice, la prévision du HROM possède bien une rigidité macroscopique dans la direction chaîne supérieure à celle du calcul Hyper-Réduit initial. La justesse de la prédiction du modèle est confirmée par la bonne superposition de la courbe issue de la prévision (trait bleu pointillé) avec la vérification apportée par le modèle complet (trait rouge pointillé) (voir Fig. 12.7). En effet, cette dernière courbe correspond à un calcul éléments finis effectué avec le modèle complet où le module de la matrice a également été multiplié par deux.

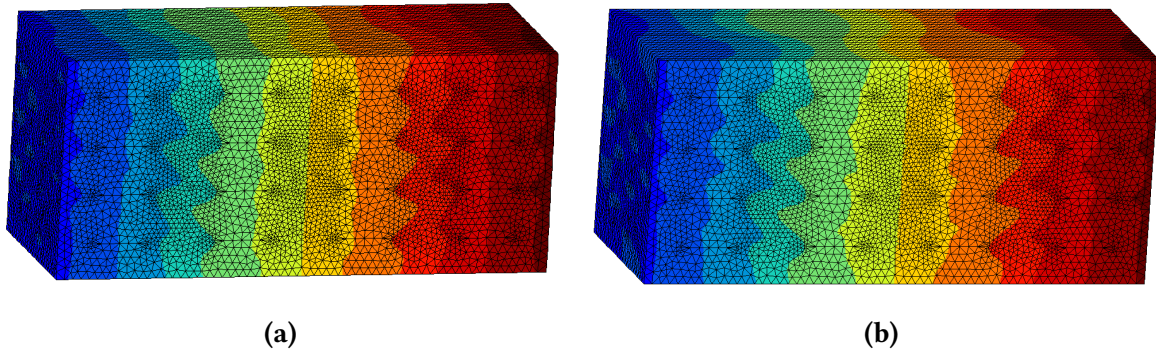
Dans cette étude, l'utilisation d'un HROM a permis d'obtenir une réduction importante du coût calcul en divisant par 20 le temps *CPU* nécessaire pour le calcul éléments finis complet. De plus, le HROM a montré sa capacité à offrir, pour un composite *interlock 2.5D* possédant un module de la matrice différent, une très bonne prédiction du comportement mécanique macroscopique. Ces résultats montrent la capacité du HROM à être utilisé sur des composites complexes pour réaliser une identification par méthode inverse des paramètres matériaux avec des coûts de calculs raisonnables.



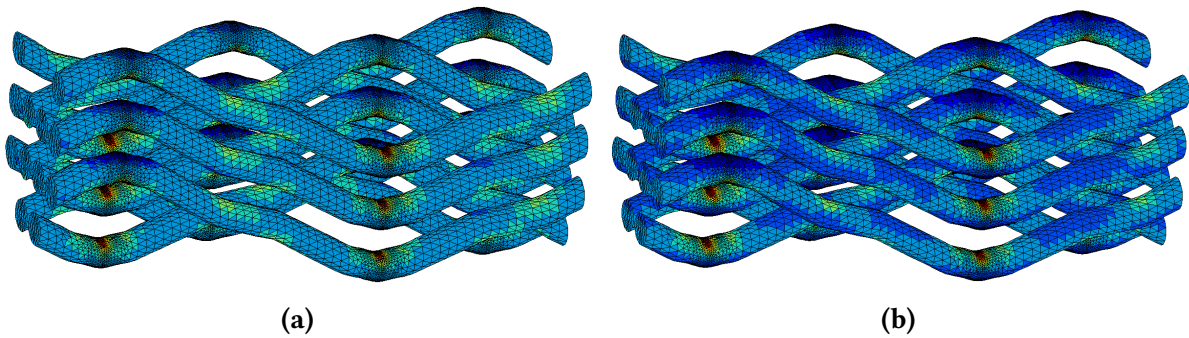
**FIGURE 12.7** – Comparaison, pour le composite *interlock 2.5D*, entre les réponses mécaniques macroscopiques de la prédiction du HROM avec une modification du module de la matrice, de sa vérification par un calcul avec le modèle complet et de la réponse initiale du HROM.

### 12.3.2 Fatigue

Pour l'application en fatigue, l'objectif est d'évaluer la capacité du modèle HR à pouvoir modéliser des essais de fatigue sur un composite tissé. Cette application nécessite un HROM différent de celui employé pour la traction monotone. Pour constituer la base POD du HROM, des *snapshots* sont issus d'un calcul élément finis où 5 cycles de chargement ont été effectués. Ce calcul, utilisant le modèle complet, est réalisé en sollicitant de manière cyclique, suivant la direction chaîne, la cellule périodique du composite *interlock 2.5D*. Les champs de déplacements et de flux de la base POD générée sont alors constitués respectivement de 13 et 111 modes empiriques contre respectivement 17 et 19 pour l'application en traction monotone. Le nombre très différent de modes empiriques entre les deux applications, surtout pour le champ des flux, confirme la nécessité de créer, avec de nouveaux *snapshots*, une base POD dédiée pour l'application en fatigue. Néanmoins, il existe des caractères dominants similaires entre les premiers modes des champs de déplacements et de flux car les deux applications représentent une traction suivant la direction chaîne. Ces similitudes sont perceptibles sur les figures 12.8 et 12.9 qui comparent respectivement, suivant la direction de chargement, les premiers modes des champs de déplacements et de flux.



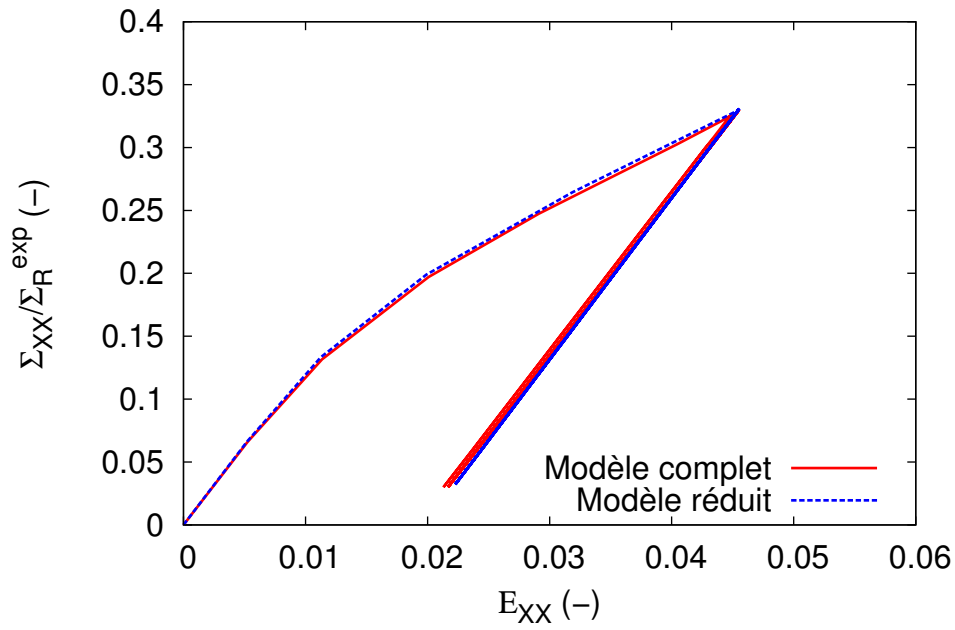
**FIGURE 12.8** – Comparaison des déplacements selon la direction de chargement entre les premiers modes du champs des déplacements issus de la traction cyclique (a) et de la traction monotone (b).



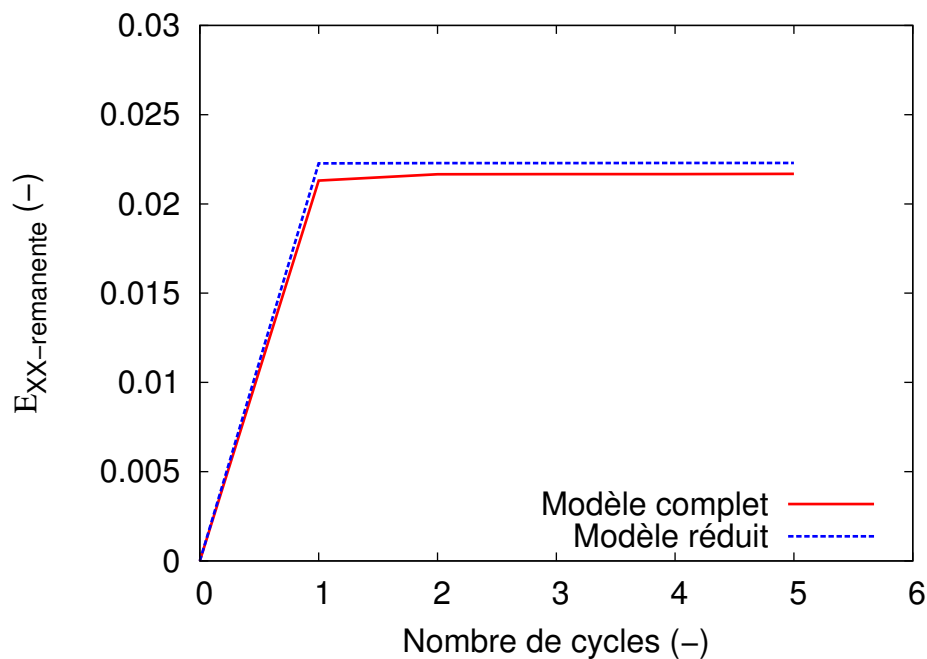
**FIGURE 12.9** – Comparaison du gradient de contrainte selon la direction de chargement entre les premiers modes du champs des flux issus de la traction cyclique (a) et de la traction monotone (b).

En ce qui concerne le maillage Hyper-Réduit, il est identique à celui de la première application en traction monotone (voir Fig. 12.5). Les calculs effectués avec le modèle complet et le HROM sont présentés sur la figure 12.10. Les courbes expriment le comportement macroscopique ( $\Sigma$ ,  $E$ ) de la cellule pour 5 cycles de sollicitation à 30 % de la contrainte à rupture expérimentale dans la direction chaîne. Le rapport de charge  $R$  est fixé à 0,1. La figure 12.10 montre une superposition satisfaisante des courbes entre le modèle complet et le HROM mais offre une faible lisibilité sur les différents cycles du chargement. Pour obtenir une meilleure visibilité sur ces résultats, la figure 12.11 présente la valeur de la déformation rémanente en fonction du cycle. Les courbes exposent une légère sous estimation de la déformation rémanente du HROM par rapport au modèle complet. La stabilisation de cette déformation intervient au premier cycle pour le modèle réduit et au deuxième pour le modèle complet.

Dans le cadre de la traction cyclique, l'utilisation de l'HROM a permis de réduire par 6 le temps  $CPU$  nécessaire pour le modèle complet. En revanche, les lois matériaux utilisées ne permettent pas de modéliser l'évolution du comportement en fatigue du composite tissé. Pour



**FIGURE 12.10** – Comparaison entre le modèle complet et le HROM du comportement en traction cyclique suivant la direction chaîne du composite interlock 2.5D.



**FIGURE 12.11** – Comparaison entre le modèle complet et le HROM du comportement en traction cyclique suivant la direction chaîne du composite interlock 2.5D.

cela, la prise en compte du caractère visqueux et du durcissement cinématique dans les lois de comportement des constituants du composite est indispensable. Afin de tester la capacité du HROM à prendre en compte ce phénomène, la loi de comportement des fils de chaîne a été modifiée en remplaçant un des deux durcissements isotropes par un durcissement cinématique de type Armstrong-Frederick et en ajoutant une loi de Norton pour la viscosité. La fonction seuil s'écrit alors sous la forme :

$$f(\underline{\sigma}, \underline{X}, R)^{(chaîne)} = J(\underline{\sigma} - \underline{X}) + [F(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + G(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + H(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + 2L\sigma_{12}^2 + 2M\sigma_{23}^2 + 2N\sigma_{13}^2]^{0.5} - R \quad (12.1)$$

En prenant les coefficients matériaux constants et le multiplicateur plastique égal à la vitesse de déformation plastique  $\dot{p}$ , l'évolution des variables du durcissement cinématique  $\underline{X}$  et isotrope  $R$  s'écrivent seulement en fonction de  $\dot{p}$  :

$$\dot{\underline{X}} = \frac{2}{3}C\varepsilon^p - D\underline{X}\dot{p} \quad (12.2)$$

$$\dot{R} = b(Q - R)\dot{p} \quad \text{soit} \quad R = R_0 + Q(1 - e^{bp}) \quad (12.3)$$

avec  $C$  et  $D$  deux coefficients pour représenter l'évolution du durcissement cinématique,  $R_0$  la limite d'élasticité initiale et enfin,  $b$  et  $Q$  deux coefficients pour le durcissement isotrope.

La viscosité des fils de chaîne est modélisée à l'aide de la loi de Norton suivante :

$$\dot{p} = \dot{\varepsilon}_0 \left( \frac{\phi}{K} \right)^n \quad (12.4)$$

avec  $K$  et  $n$  comme paramètres du matériau et  $\dot{\varepsilon}_0 = 1.s^{-1}$ .

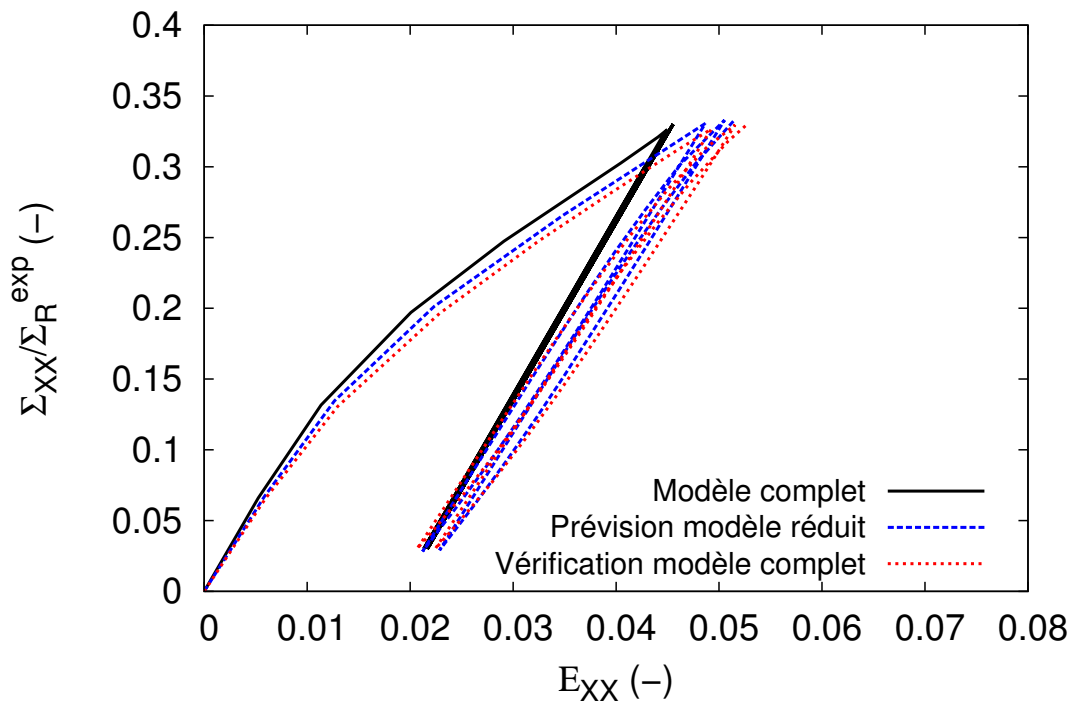
Les paramètres de la loi de comportement des fils de chaîne avec la viscosité et des durcissements isotrope et cinématique apparaissent dans la table 12.1. Pour le critère anisotrope de Hill, les valeurs des coefficients restent identiques à celles identifiées dans le chapitre 6.

$R_0$	Isotrope		Cinématique		Viscosité	
	$b$	$Q$	$C$	$D$	$K$	$n$
60	20	1000	4000	4	15	4

TABLE 12.1 – Nouveaux coefficients de la loi de comportement des fils de chaîne.

Avec cette nouvelle loi de comportement des fils de chaîne, un calcul HROM est réalisé en utilisant la base réduite construite avec le calcul complet indépendant du temps. La courbe de traction cyclique suivant la direction chaîne est comparée au modèle complet sur la figure 12.12. Cette prévision du HROM en traction cyclique, avec la loi des fils de chaîne modifiée, fait apparaître des boucles d'hystérésis et une dépendance au temps. Afin de vérifier la pertinence

de cette prévision, un calcul avec le modèle complet utilisant les mêmes lois de comportement est également affiché sur la figure 12.12. Les courbes des deux simulations possèdent une évolution de la déformation rémanente similaire et des boucles d'hystérésis de forme identique.



**FIGURE 12.12** – *Prévision, en traction cyclique suivant la direction chaîne, du comportement avec le durcissement isotrope et cinématique des fils de chaîne en utilisant la base réduite construite sans viscosité et avec un durcissement exclusivement isotrope.*

Avec le gain de temps *CPU* réalisé par le HROM, il devient alors possible de simuler un nombre important de cycles de fatigue et de comparer, comme sur la figure 12.13, l'évolution de la déformation rémanente expérimentale (voir Chapitre 3) et numérique. Une meilleure modélisation du comportement en fatigue/fluage des différents constituants reste néanmoins indispensable afin d'obtenir un accord parfait entre la courbe expérimentale et numérique. Cependant, ces résultats ouvrent la voie à la prédiction numérique de la déformation rémanente pour d'autres architectures de renforts tissés possédant les mêmes constituants. Dans le secteur des bandes transporteuses, cette information est essentielle car la bande doit toujours être tendue sur le convoyeur afin de garantir une traction optimale.

Pour cette application en fatigue, l'Hyper-Réduction de modèle a offert la possibilité, en prenant en compte la microstructure à l'échelle mésoscopique des composites tissés, d'effectuer des simulations numériques de fatigue avec un grand nombre de cycles. De plus, le HROM a confirmé, au niveau des lois matériaux avec le durcissement cinématique, que son domaine de validité est plus large que le cadre initial de la base réduite.

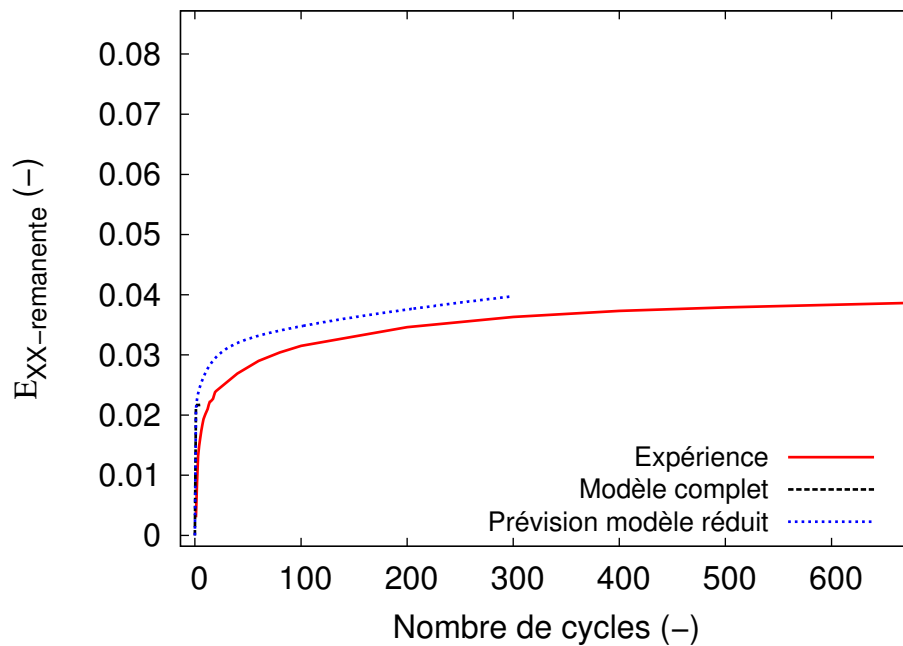


FIGURE 12.13 – Comparaison entre le modèle complet et le HROM du comportement en traction cyclique suivant la direction chaîne du composite *interlock 2.5D*.

## 12.4 Synthèse

La prise en compte de l'architecture du composite pour modéliser le comportement macroscopique nécessite la discrétisation, à l'échelle mésoscopique, de la microstructure du matériau qui entraîne alors des coûts de calculs importants. Dans ce dernier chapitre, l'Hyper-Réduction de modèle a été utilisée sur le composite tissé *interlock 2.5D* afin de diminuer la consommation en temps de ces calculs éléments finis. Cette technique de réduction de modèle commence avec la création d'une base réduite, par une méthode POD incrémentale, des champs de déplacements et de flux. Cette base est réalisée dans une approche *a posteriori* avec des *snapshots* provenant d'un calcul éléments finis préliminaire. Après avoir construit le maillage réduit (ou domaine d'intégration réduit), le HROM (modèle Hyper-Réduit) peut être exploité pour réaliser des calculs moins gourmands en ressources.

La pertinence de l'emploi de cette technique pour les composites tissés a été testée sur deux applications. La première a permis de prédire le comportement, en traction monotone, du composite tissé *interlock 2.5D* avec une matrice ne présentant pas le même module d'Young. La division des temps *CPU* par 20, par rapport au modèle complet, a confirmé l'intérêt de l'Hyper-Réduction de modèle pour réaliser de multiples simulations afin d'identifier, par méthode inverse, des paramètres matériaux. En ce qui concerne la deuxième application, les simulations numériques se sont portées sur la modélisation du comportement en traction cyclique du composite tissé. Dans ce cas, la réduction de modèle a offert la possibilité de réaliser 6 fois plus de cycles pour le même temps *CPU*. De plus, en introduisant de la viscosité et un durcissement cinématique, le HROM a permis de simuler l'évolution de la déformation rémanente pour un grand nombre de cycles. Avec une modélisation plus fine du comportement en

fatigue/fluage des constituants, il devient alors possible de prédire la déformation rémanente pour d'autres types d'architectures tissées. Cette perspective représente l'intérêt principal de la réduction de modèle pour une application en fatigue.

À travers ces deux applications sur le composite *interlock 2.5D*, l'Hyper-Réduction de modèle a affiché des gains de temps de calcul conséquents tout en gardant une précision importante. La relation entre le gain de temps et la précision de la réponse du HROM est étroite et dépend essentiellement de la taille du maillage réduit. Pour les composites, les possibilités d'obtenir une forte réduction des temps de calculs sont plus faibles car l'hétérogénéité et la périodicité du matériau doivent apparaître dans le maillage réduit pour avoir une réponse correcte du HROM. Employé dans une démarche *a posteriori*, la précision de cette technique dépend également de la pertinence du calcul éléments finis utilisé pour construire la base réduite POD. Ainsi, pour l'identification inverse des paramètres matériaux, de grandes variations des propriétés induisent une grande diminution de la précision du HROM. La création de nouvelles bases réduites, à l'aide de *snapshots* issus de calculs éléments finis intermédiaires, est alors indispensable pour utiliser le HROM sur un composite présentant des propriétés matériaux très éloignées de la simulation numérique initiale.





# Conclusions générales

## Contexte, objectifs et démarche adoptée

Les composites tissés 3D possèdent une grande liberté architecturale offrant la possibilité d'obtenir un matériau de structure optimisé pour une application industrielle. La complexité architecturale des renforts tissés entraîne cependant une prédiction difficile du comportement et de l'endommagement de ces matériaux composites. L'étude présentée dans ce manuscrit s'est inscrite pleinement dans cette problématique et a visé à développer des outils prédictifs afin d'obtenir, pour une application, un composite tissé optimisé.

L'application abordée dans cette étude concerne l'industrie des bandes transporteuses. Cette application a permis de définir un cadre scientifique aux travaux en ce qui concerne les matériaux, les architectures tissés et les sollicitations thermo-mécaniques.

Afin de répondre aux objectifs d'optimisation du comportement des composites tissés, une démarche multiéchelle expérimentale et numérique a été adoptée. Cette démarche permet d'appliquer les sollicitations réelles de l'échelle macroscopique tout en prenant en compte, à l'échelle mésoscopique, la géométrie des renforts et les hétérogénéités du matériau qui sont responsables du comportement macroscopique du composite tissé.

## Résultats

### Comportement du composite tissé expérimental interlock 2.5D et de ses constituants.

À l'échelle macroscopique, l'étude expérimentale s'est intéressée au comportement du composite tissé *interlock 2.5D* pour des sollicitations de traction monotone et cyclique suivant les deux directions principales de la bande transporteuse (chaîne et trame). Ces résultats, issus de la thèse de B. Piezel [Piezel, 2010], ont révélé une anisotropie du comportement mécanique entre la direction chaîne et trame du matériau en termes de rigidité, de contrainte à rupture  $\Sigma_R$  et de déformation rémanente.

À l'échelle mésoscopique, les essais expérimentaux ont été effectués sur les constituants du composite. Les résultats, qui proviennent également des travaux de B. Piezel, ont dévoilé le comportement non linéaire et la contrainte à rupture des fils de chaîne en fibres PET, des fils de trame en fibres PA66 et de la matrice en PVC.

À l'échelle microscopique, la base expérimentale a été complétée avec des essais sur les fibres composant les fils de chaîne et de trame. En plus d'expliquer le comportement non li-

## Conclusions générales

néaire et l'anisotropie des fils, cette campagne d'essais a fourni, à l'aide d'une loi de Weibull, une distribution probabiliste des contraintes à rupture des fibres PET.

### Endommagement et cinétique de dégradation du composite tissé interlock 2.5D.

L'endommagement et la cinétique de dégradation du composite tissé ont été déterminés pour deux sollicitations macroscopiques avec le concept d'interzone enrichi [Thionnet *et al.*, 2016]. Pour la première, en traction monotone dans la direction chaîne, la dégradation à l'échelle macroscopique est soudaine et résulte de la rupture en 'avalanche' des fils de chaîne de l'ensemble des interzones. En ce qui concerne l'autre sollicitation, en traction monotone et flexion cyclique, l'endommagement visible à l'échelle macroscopique par une perte de rigidité ne conduit pas forcément à la dégradation ultime du composite. Les dégradations mésoscopiques responsables de l'endommagement ont alors été révélées à l'aide de la tomographie aux rayons X. Ces observations tomographiques ont montré que les fils de chaîne des interzones ( $IZ - 0$ ) et ( $IZ - 4$ ) ont été respectivement coupés entièrement et partiellement. Cette différence de dégradation a été expliquée par le caractère asymétrique du chargement en flexion (fréquences et courbures différentes). En revanche, pour les deux interzones, les surfaces de fissuration des fils sont perpendiculaires aux axes des fils et sont localisées aux niveaux des bosses et des creux [Laiarinandrasana *et al.*, 2016b].

Les analyses ont également mis en évidence d'autres types de dégradation pouvant être responsables de la chute de la rigidité et de la contrainte à rupture du composite. Les dégradations observées sont la fissuration longitudinale des fils de trame, la décohésion aux interfaces fils/matrice ainsi que la cavitation de la matrice.

### Modélisation de la dégradation ultime du composite : $\sigma_I$ et critère de rupture $\sigma_R$ des fils de chaîne.

La modélisation des mécanismes d'endommagement, pour les sollicitations étudiées, s'est focalisée sur la rupture des fils de chaîne, responsable de la dégradation ultime du composite. Afin de prendre en compte l'architecture du renfort tissé, la variable qui déclenche l'endommagement a été choisie, à l'échelle mésoscopique, comme la plus grande contrainte principale en valeur absolue, notée  $\sigma_I$ . Les raisons justifiant ce choix sont résumées ci-dessous :

- les fils de chaîne sont soumis à un état de contrainte uniaxiale correspondant à  $\sigma_I$  induisant par la même occasion  $\sigma_{II} = \sigma_{III} \simeq 0$  ;
- le vecteur propre, noté  $\vec{p}_1$ , et correspondant à la plus grande valeur propre  $\sigma_I$  du tenseur des contraintes, est systématiquement colinéaire à l'axe des fils de chaîne. Ainsi, pour un fil de chaîne donné, le vecteur  $\vec{p}_1$  associé à ce fil suit parfaitement l'ondulation de la fibre neutre du fil ;
- les surfaces des fissures des fils de chaîne, observées expérimentalement, sont perpendiculaires aux vecteurs  $\vec{p}_1$  ;
- la valeur maximale de  $\sigma_I$  dans un fil de chaîne, notée  $\sigma_I^{max}$ , est localisée au niveau des bosses et des creux (parties concaves et convexes du fil). Cette localisation est conforme avec les analyses tomographiques aux rayons X qui ont également situé la rupture des fils de chaîne dans ces zones.

Numériquement, la modélisation de la rupture, utilisant  $\sigma_I$  comme variable d'endommagement, est réalisée par érosion d'éléments. Cette technique consiste à créer une fissure ou une cavité dans le maillage éléments finis en considérant comme 'cassés' les éléments ayant dépassés la valeur critique  $\sigma_R$ .

La modélisation de la dégradation ultime du composite a donc été testée sur l'*interlock 2.5D* et comparée avec les résultats expérimentaux [Roirand *et al.*, 2017]. Pour les deux cas de chargement, les coupures des fils de chaînes sont perpendiculaires à la direction de chargement et localisées aux niveaux des bosses et des creux conformément aux observations expérimentales. De plus, les cinétiques de rupture des interzones ont également été trouvées en parfaite adéquation avec les analyses tomographiques. En effet, la coupure des interzones se produit en avalanche pour la traction pure alors qu'elle est progressive et commence, pour la flexion combinée à la traction, par l'interzone *I*Z-0. Ces résultats témoignent du caractère prédictif de cette modélisation de la dégradation ultime guidée par la rupture des fils de chaîne.

### Influence des paramètres mésoscopiques sur le comportement macroscopique des composites tissés.

Une campagne numérique sur cellules élémentaires a été réalisée afin d'observer l'influence des paramètres matériaux et architecturaux sur le comportement macroscopique du composite. Plus précisément, cette étude a évalué, pour une sollicitation de traction dans la direction chaîne, les effets de ces paramètres sur la valeur de  $\sigma_I^{max}$ , responsable de la dégradation ultime du composite, et sur la déformation macroscopique du composite. Les principales tendances normalisées de ces valeurs sont résumées dans la table 12.2.

Paramètres	Variation	$\sigma_I^{max}/\sigma_I^{uni}$	$E_{XX}/E_{XX}^{uni}$
Rapport de modules d'Young	-	++	++
Embuvaie	+	+++	+++
Rayon du fil	+	$\approx (+/-)$	-
Distance interfils	+	-	$\approx (-)$
Taux volumique	+	--	++

**TABLE 12.2** – Synthèse de l'effet des paramètres matériaux et architecturaux sur les grandeurs normalisées de  $\sigma_I^{max}$  et  $E_{XX}$ .

Avec ces résultats, l'optimisation des paramètres s'est orientée vers des composites unidirectionnels. Néanmoins, les sollicitations réelles et complexes des bandes transporteuses nécessitent l'emploi de renfort tissé 3D afin de garantir une bonne cohésion du composite selon l'épaisseur. Avec l'utilisation de renforts 3D de la famille 'Straight Warp', un compromis a été trouvé entre les conclusions apportées par l'étude paramétrique et la nécessité d'avoir un renfort tridimensionnel. En effet, ces renforts présentent deux organisations de fils de chaîne avec des couches de fils unidirectionnels et des nappes de fils traversant l'épaisseur du composite.

## Conclusions générales

### Architecture optimisée pour l'application industrielle.

Pour les deux cas de chargement, les simulations numériques ont montré que les architectures 'Straight Warp' possèdent des rigidités et des contraintes à rupture macroscopiques supérieures à l'*interlock 2.5D*. Ces résultats s'expliquent par la présence dans une interzone, *IZ-1* pour les 'Straight Warp' modélisés, de fils de chaîne n'affichant aucune ondulation. Cette interzone offre aux 'Straight Warp' les mêmes avantages que les composites unidirectionnels mais avec la présence des fils de liages, ce type de renfort tissé bénéficie également d'une bonne cohésion dans l'épaisseur. Enfin, parmi les 'Straight Warp', l'architecture *SW1* s'est révélée la plus performante pour les deux types de sollicitations et, par conséquent, la plus optimisée pour constituer le renfort tissé d'une bande transporteuse.

### Amélioration de la modélisation de l'endommagement des composites tissés.

La modélisation de l'endommagement des composites tissés et, plus particulièrement, de l'*interlock 2.5D* a ensuite été améliorée avec l'utilisation de nouveaux outils numériques. La première amélioration s'est appuyée sur la modélisation précédente de la dégradation ultime du composite guidée par la rupture des fils de chaîne et, plus particulièrement, par la comparaison entre  $\sigma_I$  et une valeur critique, noté  $\sigma_R$ . La différence réside alors dans la valeur de  $\sigma_R$  qui n'est plus unique mais varie, pour chaque point d'intégration, selon la loi de Weibull identifiée expérimentalement sur les fibres PET. Les résultats des calculs éléments finis ont montré, à l'échelle mésoscopique, la capacité du nouveau modèle à obtenir plusieurs modes de coupure pour les fils de chaîne qui sont, au regard des observations tomographiques réalisées, plus réalistes.

En ce qui concerne la deuxième amélioration, la modélisation s'est intéressée à un autre mécanisme de dégradation dans les composites tissés, la cavitation de la matrice. Cet endommagement a été réalisé à l'aide du modèle de Gurson-Tvergard-Needleman (GTN) permettant de simuler l'évolution de la porosité à l'échelle mésoscopique. En couplant ce mécanisme de dégradation avec celui des fils de chaîne, le comportement macroscopique issu de la simulation numérique a affiché une meilleure corrélation avec le comportement expérimental de l'*interlock 2.5D*. En effet, le calcul éléments finis a pu reproduire la perte de rigidité du composite causée par la cavitation de la matrice mais également la dégradation ultime du composite résultant de la coupure des fils de chaîne.

### Réduction de modèle et composites tissés.

La réduction de modèle, et plus particulièrement l'Hyper-Réduction, a montré des gains de temps de calcul très importants à travers deux applications sur les composites tissés. La première a permis, en divisant par 20 le temps *CPU*, de prédire le comportement du composite tissé *interlock 2.5D*. L'Hyper-Réduction de modèle peut alors permettre de réaliser de multiples simulations afin d'identifier, par méthode inverse, des paramètres matériaux en utilisant le composite discrétisé à l'échelle mésoscopique. Pour la deuxième application, l'Hyper-Réduction a été employée pour simuler le comportement en traction cyclique du composite tissé. Avec une modification des lois de comportement des constituants, la réduction de modèle a permis de simuler l'évolution de la déformation rémanente pour un nombre de cycles 6 fois important qu'avec le modèle complet. Cette technique offre alors la possibilité de prédire

la déformation rémanente d'un composite présentant une autre architecture tissée. La création d'une nouvelle base réduite avec l'architecture discrétisée du nouveau renfort tissé reste néanmoins indispensable.

## Perspectives

Les outils numériques prédictifs présentés dans cette thèse présentent de nombreuses restrictions pour une application à l'ensemble des composites tissés. En effet, certaines hypothèses simplificatrices ont été effectuées afin de modéliser le comportement et l'endommagement mécanique de composites tissés. Ces limitations ouvrent la voie aux perspectives suivantes.

### **Amélioration des maillages éléments finis.**

La discrétisation de l'architecture des composites tissés par des éléments finis représente toujours un point critique de la modélisation. Dans cette étude, les maillages créés sont idéalisés en termes de variabilités microstructurales, de trajets des fils et de taux volumiques. Ces approximations offrent un caractère davantage qualitatif que quantitatif à une architecture réelle. Néanmoins, elles permettent de classer aisément des architectures qui possèdent des taux de fils équivalents. Pour une amélioration de la représentativité du maillage, les travaux de Stig [Stig, 2012] semblent être les plus avancés pour l'optimisation d'architecture. En revanche, même si des améliorations importantes ont été réalisées pour le maillage provenant d'images de tomographie aux rayons X, avec notamment la perte de la voxelisation du maillage [Naouar, 2015], le caractère non prédictif de cette démarche rend son utilisation impossible pour l'optimisation de renforts tissés.

Les modèles employés pour simuler l'endommagement de la matrice ou des fils présentent une dépendance à la taille des éléments. Afin d'améliorer la modélisation des composites tissés, une meilleure maîtrise de la taille des éléments des maillages devient nécessaire. Une autre solution est également envisageable pour résoudre cette dépendance avec les modèles d'endommagements 'non locaux' [Lorentz et Andrieux, 2003]. Ces modèles requièrent néanmoins une variable supplémentaire avec la définition d'une longueur caractéristique.

### **Prise en compte d'autres types de sollicitations.**

L'étude du comportement des composites tissés s'est limitée à des chargements de traction, dans la direction chaîne, combinés ou pas avec une flexion autour d'un axe parallèle à la direction trame. L'utilisation, comme pièces de structure, des composites tissés est beaucoup plus large et d'autres sollicitations mécaniques doivent être prises en compte. Pour l'application industrielle, par exemple, les impacts de marchandises sur la bande transporteuse représentent une sollicitation à considérer dans le dimensionnement du composite tissé et expliquent, en grande partie, l'utilisation de renfort 3D. La base expérimentale doit alors être enrichie avec des essais expérimentaux permettant de caractériser le comportement et les modes de dégradations pour les sollicitations mécaniques retenues. L'emploi des techniques de tomographie aux rayons X semble alors indispensable pour observer l'endommagement aux échelles microscopique et mésoscopique.

Un autre type de sollicitations peut présenter une perspective intéressante dans la prédiction du comportement des composites tissés, les chargements thermo-mécaniques. En effet,

## Conclusions générales

la forte dépendance à la température des matériaux polymères induit un comportement mécanique différent du composite selon la température d'utilisation. Là encore, la prédiction du comportement nécessaire à la phase d'optimisation demande un enrichissement de la base expérimentale.

### **Modélisation plus fine du comportement et de l'endommagement des constituants.**

Les lois de comportement des constituants utilisées dans les simulations numériques ont permis de valider la capacité des outils développés à modéliser le comportement, la dégradation ainsi que la déformation rémanente du composite. Pour certains paramètres (viscosité, durcissement cinématique, cavitation de la matrice...), l'identification des lois a été réalisée sans justifications expérimentales ou par méthode inverse. Ces approximations peuvent entraîner une dissipation de l'influence de l'architecture des renforts mais surtout une diminution de la précision des prédictions des outils. Une identification directe de ces paramètres avec des essais expérimentaux spécifiques devrait considérablement réduire ces approximations. Pour les paramètres difficilement accessibles par les essais expérimentaux, l'identification par méthode inverse demeure la meilleure solution. Dans ce cas, l'emploi de l'Hyper-Réduction de modèle a montré un grand intérêt avec des gains de temps importants.

Enfin, la prise en compte d'autres sollicitations évoquées précédemment devrait imposer une évolution des lois de comportement et d'endommagement des constituants. Pour les lois de comportement, l'évolution se concentrerait sur la dépendance au temps et à la température. En revanche, pour l'endommagement, un état des contraintes plus complexes ( $\sigma_{II}$  et  $\sigma_{III} \neq 0$ ) dans les fils amènerait à la remise en question de la dégradation des fils avec le critère  $\sigma_R$ . Une solution envisageable serait l'utilisation d'un modèle d'endommagement ductile, comme le modèle GTN, également pour les fils. En effet, ce type de modèle possède la spécificité de considérer les parties sphérique et déviatorique du tenseur des contraintes. Cette solution présente cependant un inconvénient avec des temps de calcul supérieurs. Encore une fois, la réponse à cette problématique peut venir de la réduction de modèle qui a montré, pour un matériau homogène à l'échelle de la modélisation, des résultats intéressants avec ce type de modèles d'endommagement [Ryckelynck *et al.*, 2011].







# Bibliographie

- [Adams et Bischof, 1994] ADAMS, R. et BISCHOF, L. (1994). Seeded region growing. *IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence*, 16(6):641–647. (citation à la page 91)
- [Ansar *et al.*, 2011] ANSAR, M., XINWEI, W. et CHOUWEI, Z. (2011). Modeling strategies of 3d woven composites : a review. *Composite structures*, 93(8):1947–1963. (citation à la page 15)
- [Ausseur, 1999] AUSSEUR, D. (1999). Poly (chlorure de vinyle). *Techniques de l'ingénieur. Plastiques et composites*, 2(AM3325):AM3325–1. (citation à la page 26)
- [Bahei-El-Din *et al.*, 2004] BAHEI-EL-DIN, Y., RAJENDRAN, A. et ZIKRY, M. (2004). A micromechanical model for damage progression in woven composite systems. *International journal of solids and structures*, 41(9):2307–2330. (citation à la page 113)
- [Bahei-El-Din et Zikry, 2003] BAHEI-EL-DIN, Y. A. et ZIKRY, M. A. (2003). Impact-induced deformation fields in 2d and 3d woven composites. *Composites science and technology*, 63(7):923–942. (citation à la page 15)
- [Bai *et al.*, 2005] BAI, S.-L., G'SELL, C., HIVER, J.-M. et MATHIEU, C. (2005). Polypropylene/polyamide 6/polyethylene-octene elastomer blends. part 3. mechanisms of volume dilatation during plastic deformation under uniaxial tension. *Polymer*, 46(17):6437 – 6446. (citation à la page 184)
- [Bannister, 2001] BANNISTER, M. (2001). Challenges for composites into the next millennium : a reinforcement perspective. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 32(7):901–910. (citation à la page 11)
- [Barbero, 2010] BARBERO, E. J. (2010). *Introduction to composite materials design*. CRC press. (citation à la page 10)
- [Bargellini *et al.*, 2009] BARGELLINI, R., BESSON, J., LORENTZ, E. et MICHEL-PONNELLE, S. (2009). A non-local finite element based on volumetric strain gradient : application to ductile fracture. *Computational Materials Science*, 45(3):762–767. (citation à la page 115)
- [Baruchel *et al.*, 2000] BARUCHEL, J., BUFFIERE, J.-Y. et MAIRE, E. (2000). *X-ray tomography in material science*. Hermes science publications, Paris. (citation à la page 88)
- [Baucom et Zikry, 2005] BAUCOM, J. et ZIKRY, M. (2005). Low-velocity impact damage progression in woven e-glass composite systems. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 36(5):658–664. (citation à la page 15)
- [Baxevanakis, 1994] BAXEVANAKIS, C. (1994). *Comportement Statistique à rupture des composites stratifiés*. Thèse, Ecole des Mines de Paris. (citation aux pages 168 et 170)
- [Baxevanakis *et al.*, 1993] BAXEVANAKIS, C., JEULIN, D. et VALENTIN, D. (1993). Fracture statistics of single-fibre composite specimens. *Composites science and technology*, 48(1-4):47–56. (citation aux pages 71 et 169)
- [Bažant, 1999] BAŽANT, Z. P. (1999). Size effect on structural strength : a review. *Archive of applied Mechanics*, 69(9):703–725. (citation à la page 124)
- [Berger et Jeulin, 2003] BERGER, M. et JEULIN, D. (2003). Statistical analysis of the failure stresses of ceramic fibres : Dependence of the weibull parameters on the gauge length, diameter variation and fluctuation of defect density. *Journal of Materials Science*, 38:2913–2923. (citation à la page 169)

## Bibliographie

- [Bernasconi et Kulin, 2009] BERNASCONI, A. et KULIN, R. M. (2009). Effect of frequency upon fatigue strength of a short glass fiber reinforced polyamide 6 : a superposition method based on cyclic creep parameters. *Polymer Composites*, 30(2):154–161. (citation à la page 59)
- [Berthelot, 1992] BERTHELOT, J. (1992). *Matériaux composites, comportement mécanique et analyse des structures*. Masson. (citation aux pages 126 et 132)
- [Besson, 2010] BESSON, J. (2010). Continuum models of ductile fracture : a review. *International Journal of Damage Mechanics*, 19(1):3–52. (citation à la page 185)
- [Besson et al., 2009] BESSON, J., CAILLETAUD, G., CHABOCHE, J., FOREST, S. et BLÉTRY, M. (2009). *Non-Linear Mechanics of Materials*. Springer. (citation à la page 102)
- [Besson et Foerch, 1997] BESSON, J. et FOERCH, R. (1997). Large scale object-oriented finite element code design. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 142:165–187. (citation à la page 102)
- [Besson et al., 2001] BESSON, J., STEGLICH, D. et BROCKS, W. (2001). Modeling of crack growth in round bars and plane strain specimens. *International journal of solids and structures*, 38(46-47):8259–8284. (citation à la page 186)
- [Bilisik, 2012] BILISIK, K. (2012). Three-dimensional braiding for composites : A review. *Textile Research Journal*, pages 1414–1436. (citation à la page 11)
- [Birnbaum, 1952] BIRNBAUM, Z. W. (1952). Numerical tabulation of the distribution of kolmogorov's statistic for finite sample size. *Journal of the American Statistical Association*, 47(259):425–441. (citation à la page 73)
- [Biron, 2012] BIRON, M. (2012). *Thermoplastics and thermoplastic composites*. Elsevier. (citation aux pages 27 et 28)
- [Blassiau, 2005] BLASSIAU, S. (2005). *Modélisation des phénomènes microstructuraux au sein d'un composite unidirectionnel carbone/epoxy et prédiction de durée de vie : controle et qualification de réservoirs bobinés*. Thèse de doctorat, MinesParistech. (citation aux pages 41 et 171)
- [Blassiau et al., 2006a] BLASSIAU, S., THIONNET, A. et BUNSELL, A. (2006a). Micromechanisms of load transfer in a unidirectional carbon-fibre epoxy composite due to fibre failures. part 1 : Micromechanisms and 3d analysis of load transfer, the elastic case. *Composite Structures*, 74:303–318. (citation aux pages 74 et 168)
- [Blassiau et al., 2006b] BLASSIAU, S., THIONNET, A. et BUNSELL, A. (2006b). Micromechanisms of load transfer in a unidirectional carbon-fibre epoxy composite due to fibre failures. part 2 : Influence of viscoelastic and plastic matrices on the mechanism of load transfer. *Composite Structures*, 74:319–331. (citation à la page 168)
- [Blassiau et al., 2008] BLASSIAU, S., THIONNET, A. et BUNSELL, A. (2008). Micromechanisms of load transfer in a unidirectional carbon fibre-reinforced epoxy composite due to fibre failures. part 3 : multiscale reconstruction of composite behaviour. *Composite Structures*, 83:312–323. (citation à la page 180)
- [Bogdanovich, 1992] BOGDANOVICH, A. (1992). Spline function aided analysis of inhomogeneous materials and structures. In *Local mechanics concepts for composite material systems*, pages 355–382. Springer-Verlag. (citation à la page 112)
- [Bogdanovich, 2000] BOGDANOVICH, A. (2000). Three-dimensional variational theory of laminated composite plates and its implementation with bernstein basis functions. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 185:279–304. (citation à la page 112)
- [Boisot, 2009] BOISOT, G. (2009). *Mécanismes et modélisation mécanique de la déformation, de l'endommagement et de la rupture du PolyAmide 11 pur et renforcé choc*. Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure des Mines de Paris. (citation aux pages 105 et 186)
- [Boisot et al., 2011] BOISOT, G., LAIARINANDRASANA, L., BESSON, J., FOND, C. et HOCHSTETTER, G. (2011). Experimental investigations and modeling of volume change induced by void growth in polyamide 11. *International Journal of Solids and Structures*, 48:2642–2654. (citation à la page 190)
- [Brandrup et al., 1999] BRANDRUP, J., IMMERGUT, E. et GRULKE, E. A. (1999). Polymer handbook. 1999. A Wiley-Interscience Publication. (citation aux pages 24, 25 et 65)
- [Bunsell et Hearle, 1971] BUNSELL, A. et HEARLE, J. (1971). A mechanism of fatigue failure in nylon fibres. *Journal of Materials Science*, 6(10):1303–1311. (citation à la page 66)

- [Cartel, 2011] CARTEL, S. (2011). *Méthodes numériques de représentation à variables séparées pour la résolution des problèmes paramétriques en mécanique non-linéaire des structures*. Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure des Mines de Paris. (citation à la page 203)
- [Castagnet, 1998] CASTAGNET, S. (1998). *Comportement mécanique du PVDF : compétition entre cavitation et écoulement visqueux*. Thèse de doctorat, Université de Poitiers. (citation à la page 184)
- [Cayzac et al., 2012] CAYZAC, H., LAIARINANDRASANA, L. et JOANNÈS, S. (2012). Experimental investigation and finite element modeling of microstructural composite material. *ECCM 15, Proceeding of European Conference on Composite Materials, Venice, 24-28 juin 2012*. (citation à la page 190)
- [Cayzac et al., 2013] CAYZAC, H., SAI, K. et LAIARINANDRASANA, L. (2013). Damage based constitutive relationships in semi-crystalline polymer by using multi-mechanisms model. *International Journal of Plasticity*, 51:47–64. (citation à la page 186)
- [Chen et al., 2016] CHEN, X., CHEN, L., ZHANG, C., SONG, L. et ZHANG, D. (2016). Three-dimensional needle-punching for composites : A review. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 85:12–30. (citation à la page 11)
- [Cheng et al., 2015] CHENG, M.-M., MITRA, N. J., HUANG, X., TORR, P. H. et HU, S.-M. (2015). Global contrast based salient region detection. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 37(3):569–582. (citation à la page 91)
- [Chinesta et al., 2011] CHINESTA, F., LADEVEZE, P. et CUETO, E. (2011). A short review on model order reduction based on proper generalized decomposition. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 18(4):395–404. (citation à la page 203)
- [Chou et al., 1992] CHOU, S., CHEN, H.-C. et WU, C.-C. (1992). Bmi resin composites reinforced with 3d carbon-fibre fabrics. *Composites science and technology*, 43(2):117–128. (citation aux pages 15 et 136)
- [Chu et Aggarwal, 1993] CHU, C.-C. et AGGARWAL, J. K. (1993). The integration of image segmentation maps using region and edge information. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 15(12):1241–1252. (citation à la page 92)
- [Colomban et al., 2006] COLOMBAN, P., HERRERA RAMIREZ, J., PAQUIN, R., MARCELLAN, A. et BUNSELL, A. R. (2006). Micro-raman study of the fatigue and fracture behaviour of single pa 66 fibres : comparison with single pet and pp fibres. *Engineering Fracture Mechanics*, 73:2463–2475. (citation aux pages 74 et 169)
- [Couégnat, 2008] COUÉGNAT, G. (2008). *Approche multiéchelle du comportement mécanique de matériaux composites à renfort tissé*. Thèse de doctorat, Université Bordeaux 1. (citation à la page 140)
- [Couégnat et al., 2010] COUÉGNAT, G., MARTIN, E. et LAMON, J. (2010). 3d multiscale modeling of the mechanical behavior of woven composite materials. *Ceramic Engineering and Science Proceedings*, 31(2):185–194. (citation aux pages 88 et 97)
- [Cousigné et al., 2013] COUSIGNÉ, O., MONCAYO, D., COUTELLIER, D., CAMANHO, P., NACEUR, H. et HAMPEL, S. (2013). Development of a new nonlinear numerical material model for woven composite materials accounting for permanent deformation and damage. *Composite Structures*, 106:601–614. (citation à la page 113)
- [Cox et Dadkhah, 1995] COX, B. et DADKHAH, M. (1995). The macroscopic elasticity of 3d woven composites. *Journal of Composite Materials*, 29:785–819. (citation à la page 112)
- [Cox et al., 1994] COX, B., DADKHAH, M., MORRIS, W. et FLINTOFF, J. (1994). Failure mechanisms of 3d woven composites in tension, compression, and bending. *Acta Metallurgica et Materialia*, 42(12):3967–3984. (citation à la page 12)
- [Cox et al., 1996] COX, B. N., DADKHAH, M. S. et MORRIS, W. (1996). On the tensile failure of 3d woven composites. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 27(6):447–458. (citation à la page 15)
- [Cox et Flanagan, 1997] COX, B. N. et FLANAGAN, G. (1997). *Handbook of analytical methods for textile composites*. National Aeronautics Space Administration, NASA Contractor report 4750. (citation à la page 15)
- [Curchod, 1984] CURCHOD, J. (1984). *Synthèse, propriétés et technologie des élastomères*. Groupe français d'études et d'applications des polymères. (citation à la page 27)

## Bibliographie

- [Davila *et al.*, 2005] DAVILA, C. G., CAMANHO, P. P. et ROSE, C. A. (2005). Failure criteria for frp laminates. *Journal of Composite materials*, 39(4):323–345. (citation à la page 113)
- [Delhaye *et al.*, 2010] DELHAYE, V., CLAUSEN, A., MOUSSY, F., HOPPERSTAD, O. et OTHMAN, R. (2010). Mechanical response and microstructure investigation of a mineral and rubber modified polypropylene. *Polymer Testing*, 29(7):793 – 802. (citation à la page 184)
- [Devilliers, 2011] DEVILLIERS, C. (2011). *Dégradation chimique du PE et influence sur le comportement, l'endommagement et la rupture en fluage : application à la durabilité des canalisations sous pression*. Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure des Mines de Paris. (citation à la page 186)
- [Dirrenberger, 2012] DIRRENBERGER, J. (2012). *Effective properties of architected materials*. Thèse de doctorat, MinesParistech. (citation à la page 118)
- [Doitrand, 2016] DOITRAND, A. (2016). *Endommagement à l'échelle mésoscopique et son influence sur la tenue mécanique des matériaux composites tissés*. Thèse de doctorat, Université de Bretagne Occidentale. (citation à la page 198)
- [Dow *et al.*, 1987] DOW, N. F., RAMNATH, V. et ROSEN, B. W. (1987). Analysis of woven fabrics for reinforced composite materials. Rapport technique, Materials Sciences Corporation, NASA-CR-178275. (citation à la page 112)
- [Durville, 2007] DURVILLE, D. (2007). Prise en compte du contact-frottement au sein d'une assemblée à grand nombre de fibres pour l'identification des propriétés mécaniques de structures textiles. *Huitième colloque national en Calcul des Structures, Giens, mai 2007, France*. (citation aux pages 41 et 112)
- [Durville, 2010] DURVILLE, D. (2010). Simulation of the mechanical behaviour of woven fabrics at the scale of fibers. *International Journal of Material Forming*, 3(2):1241–1251. (citation à la page 41)
- [Durville, 2011] DURVILLE, D. (2011). Microscopic approaches for understanding the mechanical behaviour of reinforcement in composites. *Composite reinforcements for optimum performance*, pages 461–485. (citation à la page 41)
- [Efron et Tibshirani, 1986] EFRON, B. et TIBSHIRANI, R. (1986). Bootstrap methods for standard errors, confidence intervals, and other measures of statistical accuracy. *Statistical science*, 1:54–75. (citation à la page 74)
- [El-Hage, 2006] EL-HAGE, C. (2006). *Modélisation du comportement élastique endommageable de matériaux composites à renfort tridimensionnel*. Thèse de doctorat de l'Université de Technologie de Compiègne. (citation aux pages 13 et 30)
- [Elias, 2015] ELIAS, A. (2015). *Nocivité des défauts induits par impact pour les structures composites tissées 3D à matrice organique*. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Nantes. (citation à la page 113)
- [Feyel, 2003] FEYEL, F. (2003). A multilevel finite element method (fe2) to describe the response of highly non-linear structures using generalized continua. *Computer Methods in applied Mechanics and engineering*, 192: 3233–3244. (citation à la page 112)
- [Feyel et Chaboche, 2000] FEYEL, F. et CHABOCHE, J.-L. (2000). Fe 2 multiscale approach for modelling the elastoviscoplastic behaviour of long fibre sic/ti composite materials. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 183(3):309–330. (citation aux pages 40 et 112)
- [Galeski, 2003] GALESKI, A. (2003). Strength and toughness of crystalline polymer systems. *Progress in Polymer Science*, 28(12):1643 – 1699. (citation à la page 184)
- [Ganapathysubramanian et Zabarar, 2004] GANAPATHYSUBRAMANIAN, S. et ZABARAS, N. (2004). Design across length scales : a reduced-order model of polycrystal plasticity for the control of microstructure-sensitive material properties. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 193(45):5017–5034. (citation à la page 203)
- [Gasser *et al.*, 2000] GASSER, A., BOISSE, P. et HANKLAR, S. (2000). Mechanical behaviour of dry fabric reinforcements. 3d simulations versus biaxial tests. *Computational Materials Science*, 17(1):7 – 20. (citation à la page 108)
- [Gibbons et Pratt, 1975] GIBBONS, J. D. et PRATT, J. W. (1975). P-values : interpretation and methodology. *The American Statistician*, 29(1):20–25. (citation à la page 74)

- [Gomez, 1984] GOMEZ, I. L. (1984). *Engineering with rigid PVC : processability and applications*, volume 6. CRC Press. (citation à la page 83)
- [Gorbatikh *et al.*, 2007] GORBATIKH, L., IVANOV, D., LOMOV, S. et VERPOEST, I. (2007). On modelling of damage evolution in textile composites on meso-level via property degradation approach. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 38(12):2433–2442. (citation à la page 113)
- [Gorlier *et al.*, 2001] GORLIER, E., HAUDIN, J. et BILLON, N. (2001). Strain-induced crystallization in bulk amorphous pet under uniaxial loading. *Polymer*, 42:9541–9549. (citation à la page 65)
- [Grail, 2013] GRAIL, G. (2013). *Approche multimodèle pour la conception de structures composites à renfort tissé*. Thèse de doctorat, Université d'Orléans. (citation aux pages 113, 115, 140 et 198)
- [Green *et al.*, 2014] GREEN, S., LONG, A., EL SAID, B. et HALLETT, S. (2014). Numerical modelling of 3d woven preform deformations. *Composite Structures*, 108:747–756. (citation à la page 112)
- [Greenhalgh et Hiley, 2003] GREENHALGH, E. et HILEY, M. (2003). The assessment of novel materials and processes for the impact tolerant design of stiffened composite aerospace structures. *Composites part A : applied science and manufacturing*, 34(2):151–161. (citation à la page 15)
- [Greve et Pickett, 2006] GREVE, L. et PICKETT, A. K. (2006). Modelling damage and failure in carbon/epoxy non-crimp fabric composites including effects of fabric pre-shear. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 37(11):1983–2001. (citation à la page 113)
- [Grossman, 2008] GROSSMAN, R. F. (2008). *Handbook of vinyl formulating*. John Wiley & Sons. (citation à la page 185)
- [Gurson, 1977] GURSON, A. L. (1977). Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth : Part i – yield criteria and flow rules for porous ductile media. *Journal of engineering materials and technology*, 99(1):2–15. (citation aux pages 185 et 186)
- [Hagege, 2004] HAGEGE, B. (2004). *Simulation du comportement mécanique des milieux fibreux en grandes transformations : application aux renforts tricotés*. Thèse de doctorat de l'Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers. (citation à la page 109)
- [Hagege *et al.*, 1979] HAGEGE, R., JARRIN, M. et SOTTON, M. (1979). Direct evidence of radial and tangential morphology of high-modulus aromatic polyamide fibres. *Journal of Microscopy*, 115(1):65–72. (citation à la page 64)
- [Hamstad et Moore, 1986] HAMSTAD, M. A. et MOORE, R. L. (1986). Acoustic emission from single and multiple kevlar 49 filament breaks. *Journal of composite materials*, 20(1):46–66. (citation à la page 81)
- [Haralick et Shapiro, 1985] HARALICK, R. M. et SHAPIRO, L. G. (1985). Image segmentation techniques. *Computer vision, graphics, and image processing*, 29(1):100–132. (citation à la page 91)
- [Hashin et Rotem, 1973] HASHIN, Z. et ROTEM, A. (1973). A fatigue failure criterion for fiber reinforced materials. *Journal of composite materials*, 7(4):448–464. (citation à la page 113)
- [Hearle *et al.*, 1969] HEARLE, J. W., GROSBERG, P. et BACKER, S. (1969). *Structural mechanics of fibers, yarns, and fabrics*. Wiley-interscience. (citation à la page 76)
- [Herrera-Ramirez, 2004] HERRERA-RAMIREZ, J.-M. (2004). *Les mécanismes de fatigue dans les fibres thermoplastiques*. Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure des Mines de Paris. (citation aux pages 64 et 65)
- [Heuvel *et al.*, 1992] HEUVEL, H., LUCAS, L., VAN DEN HEUVEL, C. et DE WEIJER, A. (1992). Experimental relations between physical structure and mechanical properties of a huge number of drawn poly (ethylene terephthalate) yarns. *Journal of applied polymer science*, 45(9):1649–1660. (citation à la page 64)
- [Hill, 1948] HILL, R. (1948). A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals. *Proceedings of the Royal Society of London A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 193(1033):281–297. (citation à la page 113)
- [Hill, 1979] HILL, R. (1979). Theoretical plasticity of textured aggregates. *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, 85(01):179–191. (citation à la page 104)

## Bibliographie

- [Hitchon et Phillips, 1979] HITCHON, J. et PHILLIPS, D. (1979). The dependence of the strength of carbon fibres on length. *Fibre science and technology*, 12:217–233. (citation à la page 74)
- [Hivet et Boisse, 2005] HIVET, G. et BOISSE, P. (2005). Consistent 3d geometrical model of fabric elementary cell. application to a meshing preprocessor for 3d finite element analysis. *Finite Elements in Analysis and Design*, 42(1):25–49. (citation à la page 140)
- [Hoffman, 1967] HOFFMAN, O. (1967). The brittle strength of orthotropic materials. *Journal of Composite Materials*, 1(2):200–206. (citation à la page 113)
- [Hu, 2008] HU, J. (2008). *3-D fibrous assemblies : Properties, applications and modelling of three-dimensional textile structures*. Elsevier. (citation à la page 14)
- [Hurmane, 2015] HURMANE, A. (2015). *Analyse par un dialogue essais/calculs de la tenue en compression de structures composites tissées 3D*. Thèse de doctorat, Université de Technologie de Compiègne. (citation à la page 113)
- [Ishikawa et Chou, 1982] ISHIKAWA, T. et CHOU, T.-W. (1982). Stiffness and strength behaviour of woven fabric composites. *Journal of Materials Science*, 17(11):3211–3220. (citation à la page 112)
- [Ismail et al., 2004] ISMAIL, H., YUSOF, A. et al. (2004). Blend of waste poly (vinylchloride)(pvcw)/acrylonitrile butadiene-rubber (nbr) : the effect of maleic anhydride (mah). *Polymer Testing*, 23(6):675–683. (citation à la page 28)
- [ISO :283, 2007] ISO :283 (2007). Full thickness tensile strength, elongation at break and elongation at the reference load. (citation aux pages 56 et 57)
- [ISO :3684, 1990] ISO :3684 (1990). Courroies transporteuses - détermination des diamètres minimaux des tambours. (citation à la page 150)
- [ISO :9858, 2003] ISO :9858 (2003). Conveyors belt - determination of elastic and permanent elongation and calculation of elastic modulus, elongation at break and elongation at the reference load. (citation à la page 59)
- [Jegou et al., 2013] JEGOU, L., MARCO, Y., LE SAUX, V. et CALLOCH, S. (2013). Fast prediction of the wöhler curve from heat build-up measurements on short fiber reinforced plastic. *International Journal of fatigue*, 47:259–267. (citation à la page 59)
- [John et al., 2001] JOHN, S., HERSZBERG, I. et COMAN, F. (2001). Longitudinal and transverse damage taxonomy in woven composite components. *Composites Part B*, 32:659–668. (citation aux pages 88 et 97)
- [Kamiya et al., 2000] KAMIYA, R., CHEESEMAN, B. A., POPPER, P. et CHOU, T.-W. (2000). Some recent advances in the fabrication and design of three-dimensional textile preforms : a review. *Composites science and technology*, 60(1):33–47. (citation à la page 14)
- [Katz et Milewski, 1978] KATZ, H. S. et MILEWSKI, J. V. (1978). *Handbook of fillers and reinforcements for plastics*. Van Nostrand Reinhold Co. (citation à la page 185)
- [Kavanagh et Clough, 1971] KAVANAGH, K. T. et CLOUGH, R. W. (1971). Finite element applications in the characterization of elastic solids. *International Journal of Solids and Structures*, 7(1):11 – 23. (citation à la page 105)
- [Kemal et al., 2009] KEMAL, I., WHITTLE, A., BURFORD, R., VODENITCHAROVA, T. et HOFFMAN, M. (2009). Toughening of unmodified polyvinylchloride through the addition of nanoparticulate calcium carbonate. *Polymer*, 50(16):4066–4079. (citation aux pages 186 et 189)
- [Khalili et Kromp, 1991] KHALILI, A. et KROMP, K. (1991). Statistical properties of weibull estimators. *Journal of materials science*, 26:6741–6752. (citation à la page 74)
- [Khokar, 2001] KHOKAR, N. (2001). 3d-weaving : Theory and practice. *Journal of the Textile Institute*, 92(1):193–207. (citation aux pages 13 et 14)
- [Kim et Sham, 2000] KIM, J.-K. et SHAM, M.-L. (2000). Impact and delamination failure of woven-fabric composites. *Composites Science and Technology*, 60(5):745–761. (citation à la page 15)
- [Kong, 1979] KONG, P. (1979). A monte carlo study of the strength of unidirectional fiber-reinforced composites. *Journal of composite materials*, 13:311–327. (citation à la page 168)
- [Kresta, 2012] KRESTA, J. E. (2012). *Polymer additives*, volume 26. Springer Science & Business Media. (citation à la page 26)

- [Ladeveze, 1989] LADEVEZE, P. (1989). On a damage mechanics approach. *Mechanics and mechanisms of damage in composites and multi-materials*, pages 119–141. (citation à la page 113)
- [Lafarge, 2004] LAFARGE, M. (2004). *Modélisation couplée du comportement et de l'endommagement et critère de rupture dans le domaine de la transition du Polyvinylidifluoré*. Thèse de doctorat, É. (citation aux pages 105, 186 et 190)
- [Lagzdins et al., 1992] LAGZDINS, A., TAMUZS, V., TETERS, G. et KREGERS, A. (1992). *Orientalional averaging in mechanics of solids*. John Wiley. (citation à la page 112)
- [Laiarinandrasana et al., 2016a] LAIARINANDRASANA, L., KLINKOVA, O., NGUYEN, F., PROUDHON, H., MORGENEYER, T. F. et LUDWIG, W. (2016a). Three dimensional quantification of anisotropic void evolution in deformed semi-crystalline polyamide 6. *International Journal of Plasticity*, 83:19–36. (citation à la page 190)
- [Laiarinandrasana et al., 2012] LAIARINANDRASANA, L., MORGENEYER, T. F., PROUDHON, H., NGUYEN, F. et MAIRE, E. (2012). Effect of multiaxial stress state on morphology and spatial distribution of voids in deformed semi-crystalline polymer assessed by x-ray tomography. *Macromolecules*, 45(11):4658–4668. (citation à la page 185)
- [Laiarinandrasana et al., 2016b] LAIARINANDRASANA, L., TRABELSI, W., ROIRAND, Q., BUNSELL, A. R. et THIONNET, A. (2016b). Modelling of failure of woven composites. part 2 : Experimental and numerical justification of the interzone concept. *Applied Composite Materials*, 23:681–705. (citation aux pages 3, 87, 94, 97, 106, 113, 114, 115, 144, 149, 150, 153, 156 et 218)
- [Laurin, 2015] LAURIN, F. (2015). *Transfert vers l'industrie de modèles avancés pour la prévision de la tenue de structures composites aéronautiques*. Habilitation à diriger des recherches, Ecole normale supérieure de Cachan. (citation aux pages 113 et 198)
- [Le Clerc, 2006] LE CLERC, C. (2006). *Mécanismes microstructuraux impliqués dans la fatigue des fibres thermoplastiques*. Thèse de doctorat, MinesParistech. (citation à la page 65)
- [Le Saux et al., 2010] LE SAUX, V., MARCO, Y., CALLOCH, S., DOUDARD, C. et CHARRIER, P. (2010). Fast evaluation of the fatigue lifetime of rubber-like materials based on a heat build-up protocol and micro-tomography measurements. *International Journal of Fatigue*, 32(10):1582–1590. (citation à la page 59)
- [Lechat, 2007] LECHAT, C. (2007). *Comportement mécanique de fibres et d'assemblages de fibres en polyester pour câbles d'amarrage de plates-formes offshore*. Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure des Mines de Paris. (citation aux pages 24, 65, 70 et 76)
- [Lemaitre, 1986] LEMAITRE, J. (1986). Local approach of fracture. *Engineering Fracture Mechanics*, 25(5):523 – 537. (citation à la page 106)
- [Léné, 1984] LÉNÉ, F. (1984). *Contribution à l'étude des matériaux composites et de leur endommagement*. Thèse d'état, Université Paris VI. (citation aux pages 40 et 118)
- [Leong et al., 2000] LEONG, K., RAMAKRISHNA, S., HUANG, Z. et BIBO, G. (2000). The potential of knitting for engineering composites : A review. *Composites Part A : applied science and manufacturing*, 31(3):197–220. (citation à la page 11)
- [Lomov et al., 2008] LOMOV, S., IVANOV, D., TRUONG, T., VERPOEST, I., BAUDRY, F., VANDEN BOSCHE, K. et XIE, H. (2008). Experimental methodology of study of damage initiation and development in textile composites in uniaxial tensile test. *Composites Science and Technology*, 68:2340–2349. (citation aux pages 88 et 97)
- [Lomov et al., 2007] LOMOV, S., IVANOV, D., VERPOEST, I., ZAKO, M., KURASHIKI, T., NAKAI, H. et HIROSAWA, S. (2007). Meso-fe modelling of textile composites : Road map, data flow and algorithms. *Composites Science and Technology*, 67:1870–1891. (citation aux pages 16 et 30)
- [Lomov et al., 2009] LOMOV, S. V., BOGDANOVICH, A. E., IVANOV, D. S., MUNGALOV, D., KARAHAN, M. et VERPOEST, I. (2009). A comparative study of tensile properties of non-crimp 3d orthogonal weave and multi-layer plain weave e-glass composites. part 1 : Materials, methods and principal results. *Composites part a : applied science and manufacturing*, 40(8):1134–1143. (citation à la page 15)
- [Lomov et al., 2000] LOMOV, S. V., GUSAKOV, A., HUYSMANS, G., PRODROMOU, A. et VERPOEST, I. (2000). Textile geometry preprocessor for meso-mechanical models of woven composites. *Composites Science and Technology*, 60(11):2083–2095. (citation à la page 14)



## Bibliographie

- [Lorentz et Andrieux, 2003] LORENTZ, E. et ANDRIEUX, S. (2003). Analysis of non-local models through energetic formulations. *International Journal of Solids and Structures*, 40(12):2905–2936. (citation aux pages 115, 188 et 221)
- [Mahendrasingam *et al.*, 1999] MAHENDRASINGAM, A., MARTIN, C., FULLER, W., BLUNDELL, D., OLDMAN, R., HARVIE, J., MACKERRON, D., RIEKEL, C. et ENGSTRÖM, P. (1999). Effect of draw ratio and temperature on the strain-induced crystallization of poly (ethylene terephthalate) at fast draw rates. *Polymer*, 40(20):5553–5565. (citation à la page 24)
- [Maimí *et al.*, 2007a] MAIMÍ, P., CAMANHO, P. P., MAYUGO, J. et DÁVILA, C. (2007a). A continuum damage model for composite laminates : Part i–constitutive model. *Mechanics of Materials*, 39(10):897–908. (citation à la page 113)
- [Maimí *et al.*, 2007b] MAIMÍ, P., CAMANHO, P. P., MAYUGO, J. et DÁVILA, C. (2007b). A continuum damage model for composite laminates : Part ii–computational implementation and validation. *Mechanics of Materials*, 39(10): 909–919. (citation à la page 113)
- [Maire *et al.*, 2001] MAIRE, E., BUFFIERE, J.-Y., SALVO, L., BLANDIN, J. J., LUDWIG, W. et LETANG, J. (2001). On the application of x-ray microtomography in the field of materials science. *Advanced Engineering Materials*, 3(8):539–546. (citation à la page 88)
- [Malvik, 2011] MALVIK, A. H. (2011). Void growth in calciumcarbonate filled pvc. Mémoire de D.E.A., Norwegian University of Science and Technology. (citation à la page 184)
- [Mangan et Whitaker, 1999] MANGAN, A. P. et WHITAKER, R. T. (1999). Partitioning 3d surface meshes using watershed segmentation. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 5(4):308–321. (citation à la page 91)
- [Marcellan, 2003] MARCELLAN, A. (2003). *Microstructures, micromécanismes et comportement à rupture de fibres PA66*. Thèse de doctorat de l’Ecole des Mines de Paris. (citation aux pages 65, 71 et 74)
- [Marcellan *et al.*, 2006] MARCELLAN, A., BUNSELL, A. R., LAIARINANDRASANA, L. et PIQUES, R. (2006). A multi-scale analysis of the microstructure and the tensile mechanical behaviour of polyamide 66 fibre. *Polymer*, 47(1):367–378. (citation à la page 65)
- [Marcellan *et al.*, 2003] MARCELLAN, A., BUNSELL, A. R., PIQUES, R. et COLOMBAN, P. (2003). Micro-mechanisms, mechanical behaviour and probabilistic fracture analysis of pa 66 fibres. *Journal of materials science*, 38:2117–2139. (citation aux pages 64, 65, 74 et 169)
- [Marcin, 2010] MARCIN, L. (2010). *Behaviour modelling up to rupture of woven fabric composite for a reliable design of structures*. Thèse de doctorat, Université Bordeaux 1. (citation à la page 113)
- [Martín-Santos *et al.*, 2014] MARTÍN-SANTOS, E., MAIMÍ, P., GONZÁLEZ, E. et CRUZ, P. (2014). A continuum constitutive model for the simulation of fabric-reinforced composites. *Composite Structures*, 111:122–129. (citation à la page 113)
- [Massart *et al.*, 2011a] MASSART, T., MERCATORIS, B., BERKE, P. et PIEZEL, B. (2011a). Computational fe2 scheme for heterogeneous shell structures. *Proceeding International Conference on Computer Methods in Mechanics (CMM2011), Warsaw, Poland*. (citation à la page 150)
- [Massart *et al.*, 2011b] MASSART, T., MERCATORIS, B., BERKE, P., PIEZEL, B., LAIARINANDRASANA, L. et THIONNET, A. (2011b). Multi-scale modelling of heterogeneous shell structures. *Computer Assisted Methods in Engineering and Science*, 18:53–71. (citation à la page 150)
- [Massey Jr, 1951] MASSEY JR, F. J. (1951). The kolmogorov-smirnov test for goodness of fit. *Journal of the American Statistical Association*, 46(253):68–78. (citation à la page 71)
- [Mercatoris et Massart, 2009] MERCATORIS, B. et MASSART, T. (2009). Assessment of periodic homogenization-based multiscale computational schemes for quasi-brittle structural failure. *International Journal for Multiscale Computational Engineering*, 7(2):153–170. (citation à la page 150)
- [Meyer et Beucher, 1990] MEYER, F. et BEUCHER, S. (1990). Morphological segmentation. *Journal of visual communication and image representation*, 1(1):21–46. (citation à la page 91)

- [Meyers et Chawla, 1999] MEYERS, M. et CHAWLA, K. (1999). *Mechanical behavior of materials*. Prentice-Hall. (citation à la page 74)
- [Mistler *et al.*, 2007] MISTLER, M., ANTHOINE, A. et BUTENWEG, C. (2007). In-plane and out-of-plane homogenisation of masonry. *Computers & Structures*, 85(17):1321–1330. (citation à la page 150)
- [Moffat *et al.*, 2008] MOFFAT, A., WRIGHT, P., BUFFIÈRE, J.-Y., SINCLAIR, I. et SPEARING, S. M. (2008). Micro-mechanisms of damage in 0 splits in a [90/0] s composite material using synchrotron radiation computed tomography. *Scripta Materialia*, 59(10):1043–1046. (citation à la page 88)
- [Morgeneyer *et al.*, 2014] MORGENEYER, T. F., PROUDHON, H., CLOETENS, P., LUDWIG, W., ROIRAND, Q., LAIARINANDRASANA, L. et MAIRE, E. (2014). Nanovoid morphology and distribution in deformed hdpe studied by magnified synchrotron radiation holotomography. *Polymer*, 55(25):6439–6443. (citation aux pages 88 et 190)
- [Mouritz *et al.*, 1999] MOURITZ, A., BANNISTER, M., FALZON, P. et LEONG, K. (1999). Review of applications for advanced three-dimensional fibre textile composites. *Composites Part A : applied science and manufacturing*, 30:1445–1461. (citation aux pages 11 et 14)
- [Mouritz *et al.*, 1997] MOURITZ, A., LEONG, K. et HERSZBERG, I. (1997). A review of the effect of stitching on the in-plane mechanical properties of fibre-reinforced polymer composites. *Composites Part A : applied science and manufacturing*, 28(12):979–991. (citation à la page 11)
- [Mousa *et al.*, 2005] MOUSA, A., ISHIAKU, U. et MOHD ISHAK, Z. (2005). The effect of prolonged thermo-oxidative ageing on the mechanical properties of dynamically vulcanized poly (vinyl chloride)/nitrile butadiene rubber thermoplastic elastomers. *International Journal of Polymeric Materials and Polymeric Biomaterials*, 55(4):235–253. (citation à la page 26)
- [Munier *et al.*, 2014] MUNIER, R., DOUDARD, C., CALLOCH, S. et WEBER, B. (2014). Determination of high cycle fatigue properties of a wide range of steel sheet grades from self-heating measurements. *International Journal of Fatigue*, 63:46–61. (citation à la page 59)
- [Naik et Shembekar, 1992] NAIK, N. et SHEMBEKAR, P. (1992). Elastic behavior of woven fabric composites : I lamina analysis. *Journal of composite materials*, 26(15):2196–2225. (citation à la page 112)
- [Naouar, 2015] NAOUAR, N. (2015). *Analyse mésoscopique par éléments finis de la déformation de renforts fibreux 2D et 3D à partir de microtomographies X*. Thèse de doctorat, INSA de Lyon. (citation à la page 221)
- [Ognedal, 2012] OGNEDAL, A. (2012). *Large-Deformation Behaviour of Thermoplastics at Various Stress States*. Thesis for the degree of Philosophiae Doctor, Norwegian University of Science and Technology. (citation aux pages 184, 185 et 189)
- [Ognedal *et al.*, 2014] OGNEDAL, A. S., CLAUSEN, A. H., BERSTAD, T., SEELIG, T. et HOPPERSTAD, O. S. (2014). Void nucleation and growth in mineral-filled pvc—an experimental and numerical study. *International Journal of Solids and Structures*, 51(7):1494–1506. (citation aux pages 93 et 186)
- [Oudet, 1986] OUDET, C. (1986). *Contribution à l'étude de l'endommagement par fatigue des fibres de polyester à usage technique*. Thèse de doctorat, Ecole des Mines de Paris. (citation aux pages 24, 65 et 68)
- [Peterlin, 1975] PETERLIN, A. (1975). Structural model of mechanical properties and failure of crystalline polymer solids with fibrous structure. *International Journal of Fracture*, 11(5):761–780. (citation à la page 65)
- [Petitet et Barquins, 2008] PETITET, G. et BARQUINS, M. (2008). *Matériaux caoutchouteux : morphologies, formulations, adhérence, glissance et usure*. PPUR presses polytechniques. (citation à la page 22)
- [Piezel, 2010] PIEZEL, B. (2010). *Comportement et analyse multiéchelle d'un composite à renfort tissé tridimensionnel*. Thèse de doctorat de l'Ecole des Mines de Paris. (citation aux pages 1, 3, 29, 55, 56, 57, 63, 64, 78, 82, 84, 93, 94, 101, 105, 108, 154 et 217)
- [Piezel *et al.*, 2012] PIEZEL, B., MERCATORIS, B., MASSART, T., TRABELSI, W., LAIARINANDRASANA, L. et THIONNET, A. (2012). Bending effect on the risk for delamination at the reinforcement/matrix interface of 3d woven fabric composite using a shell-like rve. *Composite Structures*, 94:2342–2357. (citation aux pages 150 et 151)
- [Pinho *et al.*, 2005] PINHO, S. T., DÁVILA, C. G., CAMANHO, P. P., IANNUCCI, L. et ROBINSON, P. (2005). Failure models and criteria for frp under in-plane or three-dimensional stress states including shear non-linearity. *Rapport NASA TM 2005 213530*, page 64 p. (citation à la page 113)

## Bibliographie

- [PlasticsEurope, 2016] PLASTICSEUROPE (2016). An analysis of european plastics, production, demand and waste data. Rapport technique, Association of Plastics Manufacturers. (citation à la page 23)
- [Ponnouradjou, 1998] PONNOURADJOU, A. (1998). *Microstructure et propriétés mécaniques des fibres PA 6 torsadées et tressés. Etude de l'action de choc successif*. Thèse de doctorat, Ecole des Mines de Paris. (citation à la page 68)
- [Poulet et al., 2016] POULET, P.-A., HOCHSTETTER, G., KING, A., PROUDHON, H., JOANNÈS, S. et LAIARINANDRASANA, L. (2016). Observations by in-situ x-ray synchrotron computed tomography of the microstructural evolution of semi-crystalline polyamide 11 during deformation. *Polymer Testing*, 56:245 – 260. (citation à la page 190)
- [Prevorsek et al., 1973] PREVORSEK, D., HARGET, P., SHARMA, R. et REIMSCHUESSEL, A. (1973). Nylon 6 fibers : changes in structure between moderate and high draw ratios. *Journal of Macromolecular Science, Part B : Physics*, 8(1-2):127–156. (citation à la page 24)
- [Prevorsek et al., 1977] PREVORSEK, D., KWON, Y. et SHARMA, R. d. (1977). Structure and properties of nylon 6 and pet fibres : the effects of crystallite dimensions. *Journal of materials science*, 12(11):2310–2328. (citation à la page 24)
- [Puck et Schürmann, 1998] PUCK, A. et SCHÜRMAN, H. (1998). Failure analysis of frp laminates by means of physically based phenomenological models. *Composites Science and Technology*, 58(7):1045–1067. (citation à la page 113)
- [Rakotoarisoa, 2013] RAKOTOARISOA, C. (2013). *Prévision de la durée de vie en fatigue des composites à matrice organique tissés interlock*. Thèse de doctorat, Université de Technologie de Compiègne. (citation à la page 113)
- [Rao et Farris, 2000] RAO, Y. et FARRIS, R. J. (2000). A modeling and experimental study of the influence of twist on the mechanical properties of high-performance fiber yarns. *Journal of applied polymer science*, 77(9):1938–1949. (citation aux pages 76 et 77)
- [Ribes et Caremoli, 2007] RIBES, A. et CAREMOLI, C. (2007). Salome platform component model for numerical simulation. In *31st Annual International Computer Software and Applications Conference, 2007. COMPSAC 2007.*, volume 2, pages 553–564. IEEE. (citation à la page 124)
- [Ricard, 2013] RICARD, J. (2013). *Approche locale de la rupture dans un thermoplastique semi-cristallin ; Application : le PolyOxyMéthylène : modélisation thermomécanique d'un procédé de vissage-taroudage*. Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris. (citation à la page 186)
- [Richeton et al., 2006] RICHETON, J., AHZI, S., VECCHIO, K., JIANG, F. et ADHARAPURAPU, R. (2006). Influence of temperature and strain rate on the mechanical behavior of three amorphous polymers : characterization and modeling of the compressive yield stress. *International journal of solids and structures*, 43(7):2318–2335. (citation à la page 80)
- [Robisson, 2000] ROBISSON, A. (2000). *Comportement visco-hyperélastique endommgeable d'élastomères (SBR et PU) : prévision de la durée de vie en fatigue*. Thèse de doctorat de l'Ecole des Mines de Paris. (citation à la page 59)
- [Roessner, 2010] ROESSNER, D. (2010). *Contribution à l'étude du comportement mécanique des carcasses textiles de bandes transporteuses, optimisation de la jonction*. Thèse de doctorat, Université de Haute Alsace. (citation à la page 22)
- [Roirand et al., 2017] ROIRAND, Q., MISSOUM-BENZIANE, D., THIONNET, A. et LAIARINANDRASANA, L. (2017). Finite element modelling of woven composite failure modes at the mesoscopic scale : deterministic versus stochastic approaches. *Continuum Mechanics and Thermodynamics*, 29. (citation aux pages 111, 150, 156, 174 et 219)
- [Rosen, 1964] ROSEN, B. W. (1964). Tensile failure of fibrous composites. *AIAA journal*, 2(11):1985–1991. (citation à la page 168)
- [Ryckelynck, 2005] RYCKELYNCK, D. (2005). A priori hyperreduction method : an adaptive approach. *Journal of computational physics*, 202(1):346–366. (citation aux pages 202 et 203)
- [Ryckelynck, 2009] RYCKELYNCK, D. (2009). Hyper-reduction of mechanical models involving internal variables. *International Journal for numerical methods in engineering*, 77(1):75–89. (citation à la page 204)

- [Ryckelynck *et al.*, 2006] RYCKELYNCK, D., CHINESTA, F., CUETO, E. et AMMAR, A. (2006). On the a priori model reduction : overview and recent developments. *Archives of Computational methods in Engineering*, 13(1):91–128. (citation à la page 203)
- [Ryckelynck *et al.*, 2016] RYCKELYNCK, D., LAMPOH, K. et QUILICY, S. (2016). Hyper-reduced predictions for life-time assessment of elasto-plastic structures. *Meccanica*, 51(2):309–317. (citation à la page 204)
- [Ryckelynck et Missoum Benziane, 2010] RYCKELYNCK, D. et MISSOUM BENZIANE, D. (2010). Multi-level a priori hyper-reduction of mechanical models involving internal variables. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 199(17):1134–1142. (citation à la page 203)
- [Ryckelynck *et al.*, 2011] RYCKELYNCK, D., MISSOUM-BENZIANE, D., CARTEL, S. et BESSON, J. (2011). A robust adaptive model reduction method for damage simulations. *Computational Materials Science*, 50(5):1597–1605. (citation à la page 222)
- [Salvo *et al.*, 2003] SALVO, L., CLOETENS, P., MAIRE, E., ZABLER, S., BLANDIN, J., BUFFIÈRE, J.-Y., LUDWIG, W., BOLLER, E., BELLET, D. et JOSSEYOND, C. (2003). X-ray micro-tomography an attractive characterisation technique in materials science. *Nuclear instruments and methods in physics research section B : Beam interactions with materials and atoms*, 200:273–286. (citation à la page 88)
- [Sanchez-Palencia, 1983] SANCHEZ-PALENCIA, E. (1983). Homogenization method for the study of composite media. In *Asymptotic Analysis II, Verhulst F. (eds)*, pages 192–214. Springer. (citation à la page 118)
- [Schindler et Hauser, 2004] SCHINDLER, W. D. et HAUSER, P. J. (2004). *Chemical finishing of textiles*. Elsevier. (citation à la page 21)
- [Selles *et al.*, 2016] SELLES, N., SAINTIER, N. et LAIARINANDRASANA, L. (2016). Voiding mechanisms in semi-crystalline polyamide 6 during creep tests assessed by damage based constitutive relationships and finite elements calculations. *International Journal of Plasticity*, 86:112–127. (citation à la page 190)
- [Sherburn, 2007] SHERBURN, M. (2007). *Geometric and mechanical modelling of textiles*. Thèse de doctorat, University of Nottingham. (citation aux pages 112 et 140)
- [Sirovich, 1987] SIROVICH, L. (1987). Turbulence and the dynamics of coherent structures. i. coherent structures. *Quarterly of applied mathematics*, 45(3):561–571. (citation à la page 203)
- [Spitzig et Richmond, 1979] SPITZIG, W. et RICHMOND, O. (1979). Effect of hydrostatic pressure on the deformation behavior of polyethylene and polycarbonate in tension and in compression. *Polymer Engineering & Science*, 19(16):1129–1139. (citation à la page 105)
- [Steenbrink *et al.*, 1997] STEENBRINK, A., VAN DER GIESSEN, E. et WU, P. (1997). Void growth in glassy polymers. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 45(3):405–437. (citation à la page 186)
- [Stig, 2012] STIG, F. (2012). *3D-woven Reinforcement in Composites*. KTH Engineering Sciences, Thèse de doctorat Stockholm. (citation aux pages 140 et 221)
- [Stig et Hallström, 2012] STIG, F. et HALLSTRÖM, S. (2012). A modelling framework for composites containing 3d reinforcement. *Composite Structures*, 94:2895–2901. (citation à la page 112)
- [Sun, 1996] SUN, C. (1996). Comparative evaluation of failure analysis methods for composite laminates. Rapport technique DOT-FAA-AR 95-109. (citation à la page 113)
- [Suquet, 1982] SUQUET, P. (1982). *Plasticité et homogénéisation*. Thèse d'état, Université Paris VI. (citation aux pages 40 et 118)
- [Sutcu, 1989] SUTCU, M. (1989). Weibull statistics applied to fiber failure in ceramic composites and work of fracture. *Acta Metallurgica*, 37:651–661. (citation à la page 71)
- [Tanguy, 2001] TANGUY, B. (2001). *Modélisation de l'essai Charpy par l'approche locale de la rupture. Application au cas de l'acier 16MND5 dans le domaine de transition*. Thèse de doctorat de l'Ecole des Mines de Paris. (citation à la page 187)
- [Thionnet *et al.*, 2009] THIONNET, A., BUNSELL, A., CAMARA, S. et ALLEN, D. (2009). A simplified fe2 model of fibre failure and consequences applied to the design of composite pressure vessels. *17th international conference on composite materials, Edimburg, Scotland*, page paper B2.1. (citation à la page 112)

## Bibliographie

- [Thionnet *et al.*, 2016] THIONNET, A., TRABELSI, W., ROIRAND, Q., BUNSELL, A. R. et LAIARINANDRASANA, L. (2016). Modelling of failure of woven composites. part 1 : Nomenclature defining the interzone concept. *Applied Composite Materials*, 23:659–679. (citation aux pages 16, 30, 97, 144 et 218)
- [Thomason, 2013] THOMASON, J. (2013). On the application of weibull analysis to experimentally determined single fibre strength distributions. *Composites Science and Technology*, 77:74–80. (citation à la page 74)
- [Trabelsi, 2013] TRABELSI, W. (2013). *Approches multi-échelles d'expérimentation et de modélisation pour prédire la rupture d'un composite textile. Critère de classement des architectures tissées*. Thèse de doctorat, Mines Paristech. (citation aux pages 1, 3, 29, 88, 94, 101, 105, 106, 108, 114 et 154)
- [Trustrum et Jayatilaka, 1979] TRUSTRUM, K. et JAYATILAKA, A. D. S. (1979). On estimating the weibull modulus for a brittle material. *Journal of materials science*, 14:1080–1084. (citation à la page 71)
- [Tsai et Wu, 1971] TSAI, S. W. et WU, E. M. (1971). A general theory of strength for anisotropic materials. *Journal of composite materials*, 5(1):58–80. (citation à la page 113)
- [Tvergaard, 1982] TVERGAARD, V. (1982). On localization in ductile materials containing spherical voids. *International Journal of Fracture*, 18(4):237–252. (citation aux pages 185 et 186)
- [Tvergaard et Needleman, 1984] TVERGAARD, V. et NEEDLEMAN, A. (1984). Analysis of the cup-cone fracture in a round tensile bar. *Acta metallurgica*, 32(1):157–169. (citation aux pages 186, 187 et 189)
- [Verpoest et Lomov, 2005] VERPOEST, I. et LOMOV, S. (2005). Virtual textile composites software wisetex : integration with micro-mechanical, permeability and structural analysis. *Composites Science and Technology*, 65:2563–2574. (citation aux pages 112 et 140)
- [Vève, 1987] VÈVE, J.-C. (1987). *Interprétation microstructurale de l'endommagement par fatigue mécanique des fibres de polyester pour le renforcement des élastomères*. Thèse de doctorat, Ecole des Mines de Paris. (citation à la page 68)
- [Vincent, 2011] VINCENT, F. (2011). *Du modèle matériau à la mécanique des systèmes : étude dynamique d'une liaison souple en silicone chargé de silice*. Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure des Mines de Paris. (citation à la page 203)
- [Vouyiouka *et al.*, 2005] VOUYIOUKA, S., KARAKATSANI, E. et PAPASPYRIDES, C. (2005). Solid state polymerization. *Progress in Polymer science*, 30(1):10–37. (citation à la page 24)
- [Weibel et Elias, 1967] WEIBEL, E. R. et ELIAS, H. (1967). Introduction to stereologic principles. *Quantitative methods in morphology*, Weibel E.R., Elias H. (eds), pages 89–98. (citation à la page 190)
- [Weibull, 1951] WEIBULL, W. (1951). A statistical distribution function of wide applicability. *Journal of Applied Mechanics*, 9:293–296. (citation à la page 71)
- [Zhang *et al.*, 2000] ZHANG, Z., THAULOW, C. et ØDEGÅRD, J. (2000). A complete gurson model approach for ductile fracture. *Engineering Fracture Mechanics*, 67(2):155–168. (citation à la page 188)
- [Zureick *et al.*, 2006] ZUREICK, A.-H., BENNETT, R. M. et ELLINGWOOD, B. R. (2006). Statistical characterization of fiber-reinforced polymer composite material properties for structural design. *Journal of Structural Engineering*, 132(8):1320–1327. (citation à la page 71)



## Résumé

Les composites tissés 3D, à l'aide de leurs grandes libertés de conception, peuvent fournir des propriétés mécaniques adaptées aux besoins spécifiques d'une structure. La complexité architecturale de ces matériaux induit néanmoins des propriétés, des comportements ainsi que des endommagements très difficiles à prédire. Les travaux présentés dans ce manuscrit s'inscrivent directement dans cette problématique et cherchent à développer des outils permettant, par simulation numérique, de prévoir les caractéristiques mécaniques de ce type de matériaux. Afin de répondre à cet objectif, une approche multiéchelle, alliant essais expérimentaux et simulations numériques, a été adoptée. Cette démarche permet, en appliquant des sollicitations réelles, de considérer la géométrie des renforts et les hétérogénéités du matériau, observables à l'échelle mésoscopique, qui sont responsables du comportement macroscopique du composite tissé. Le travail d'investigation expérimentale s'est attaché à caractériser le comportement d'un composite interlock 2,5D et des ses constituants ainsi que les mécanismes et cinétiques de rupture, pour des sollicitations de traction/flexion, grâce à des observations tomographiques aux rayons X et au concept d'interzone. En ce qui concerne la modélisation numérique, un critère de rupture permettant de simuler la dégradation ultime du composite, en coupant les fils de renforts, a été présenté et testé sur une cellule représentative du composite expérimentale. Les résultats en termes de localisations, d'orientations et de cinétiques de l'endommagement sont en accord avec les observations expérimentales. Ensuite, après avoir estimé l'influence des différents paramètres architecturaux sur le critère de rupture avec une campagne de calcul éléments finis, des architectures optimisées, pour les sollicitations considérées, ont pu être proposées et comparées à l'interlock 2,5D. Toujours dans l'optique d'une meilleure prédiction du comportement des composites tissés, les travaux se sont également intéressés à une modélisation plus fine des mécanismes d'endommagement. Une approche fiabiliste a donc été introduite sur le critère de rupture à l'aide d'une distribution statistique de Weibull. De plus, un autre mécanisme d'endommagement a aussi pu être pris en compte dans la modélisation en simulant, avec le modèle GTN (Gurson-Tvergaard-Needleman), la cavitation de la matrice. Enfin, des techniques de réduction de modèle ont été employées pour diminuer le coût calcul de la modélisation multiéchelle afin d'identifier, par exemple, des propriétés matériaux par méthode inverse ou de simuler des essais de fatigue.

## Mots Clés

Composites tissés 3D - Analyse multiéchelle - Mécanismes de rupture - Modélisation éléments finis

## Abstract

With their large flexibility of design, 3D woven composites can provide mechanical properties tailored specifically to structural needs. However, the architectural complexity of woven reinforcements presents serious challenges when predicting properties, behaviours and damage processes. The present work deals with these challenges and seeks to develop numerical tools which are able to foresee the mechanical characteristics of this kind of materials. For this purpose, a multiscale approach, which combines experimental tests and numerical simulations, has been adopted. This approach allows, simultaneously, to take into account the loads and composite behavior, at the macroscopic scale, also the reinforcement geometry and the material heterogeneities which are only visible at the mesoscopic scale. The experimental investigation has been carried out to characterize the behaviour of an 2.5D interlock composite and its constituents. Examinations of the damage mechanisms have also been performed, using tomography and the interzone concept, for this woven composite under loadings in tension and combined tension and bending. With regards to the numerical modeling part, the ultimate degradation of the composite was simulated by cutting the reinforcement yarns with a failure criterion, previously reported, on a 3D representative cell of the experimental composite. For the two kinds of macroscopic loadings, the locations, orientations and kinetics of the damage were found to be fully in agreement with the experimental results. The influence of the architectural parameters on the failure criterion was then evaluated by finite element calculation. Consequently, it has been possible to propose optimized architectures and make a comparison, for the two macroscopic loadings, with the 2.5D interlock woven composite. Still motivated to improve the prediction of the behaviour of woven composites, this work has also been on developing a finer modeling approach to the understanding of damage mechanisms. A stochastic approach was therefore introduced to the failure criterion using a Weibull statistical distribution. In addition, matrix cavitation has also been taken into account in the modelling. This damage mechanism was simulated using the GTN (Gurson-Tvergaard-Needleman) model. Finally, model reduction techniques have been applied to lower the cost of computing multiscale modeling in order to identify, for example, material properties by an inverse method or to simulate fatigue tests.

## Keywords

3D woven composites - Multiscale analysis - Damage mechanisms - Finite element modelling