



**HAL**  
open science

# Modélisation multi-échelle et analyse expérimentale du comportement de composites à matrice thermoplastique renforcés fibres de verre sous sollicitations dynamiques modérées

Nadia Achour

► **To cite this version:**

Nadia Achour. Modélisation multi-échelle et analyse expérimentale du comportement de composites à matrice thermoplastique renforcés fibres de verre sous sollicitations dynamiques modérées. Mécanique des matériaux [physics.class-ph]. Ecole nationale supérieure d'arts et métiers - ENSAM, 2017. Français. NNT : 2017ENAM0062 . tel-01873504

**HAL Id: tel-01873504**

**<https://pastel.hal.science/tel-01873504>**

Submitted on 13 Sep 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Ecole doctorale n° 432 : Sciences des Métiers de l'ingénieur

## Doctorat ParisTech

# THÈSE

pour obtenir le grade de docteur délivré par

**l'École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers**

**Spécialité " Mécanique des Matériaux "**

*présentée et soutenue publiquement par*

**Nadia ACHOUR**

le 22 décembre 2017

## **Modélisation Multi-échelles et analyse expérimentale du comportement de composites à matrice thermoplastique renforcées en fibres de verre sous sollicitations dynamiques modérées**

Directeur de thèse : **Fodil MERAGHNI**

Co-encadrement de la thèse : **Joseph FITOUSSI**

### **Jury**

**Mme Hélène DUMONTET**, Professeur, MISES, UPMC Sorbonne Universités

**M. Mostapha TARFAOUI**, Professeur, IRDL, ENSTA Bretagne

**M. Yves REMOND**, Professeur, INSIS, Ecole Européenne de Chimie, Polymères et Matériaux

**M. Fodil MERAGHNI**, Professeur, LEM3 ENSAM Arts et Métiers ParisTech

**M. Joseph FITOUSSI**, Maître de Conférences, PIMM Arts et Métiers ParisTech

**M. George CHATZSIGEORGIOU**, Chargé de Recherche, LEM3 Arts et Métiers ParisTech

**M. Jean François VITTORI**, Ingénieur, RENAULT

**M. Yves CHEMISKY**, Maître de Conférences, LEM3 ENSAM Arts et Métiers ParisTech

**M. Lucas PASSEMARD**, Ingénieur, RENAULT

Président/  
Rapporteur  
Rapporteur  
Examinateur  
Examinateur  
Examinateur  
Examinateur  
Examinateur  
Invité  
Invité

T  
H  
È  
S  
E



*Je dédie cette thèse à mes parents,  
Abla et Laroussi,  
Sans qui rien n'aurait été possible...*

## REMERCIEMENTS

*Contrairement à ce qu'on peut imaginer, une thèse, ce n'est pas la contribution d'une mais de plusieurs personnes de manières complémentaires et je souhaiterais à travers ces quelques mots faire part de ma gratitude envers tous ceux et celles qui ont participé de près ou de loin à cette aventure.*

*Je souhaiterais tout d'abord remercier les membres du jury, qui ont accepté d'examiner et juger ce travail. Je vous remercie pour le temps consacré à mon travail, pour les commentaires et échanges constructifs lors de la soutenance.*

*J'exprime ma plus grande reconnaissance à mon directeur de thèse Fodil MERAGHNI qui m'a accueilli dans son labo, fait confiance durant ces années et qui a su équilibrer subtilement exigence et tolérance à mon égard.*

*Je voudrais remercier Joseph FITOUSSI, et Jean François VITTORI pour leur encadrement, la confiance et l'autonomie qu'ils m'ont accordée.*

*Je tiens également à exprimer ma gratitude envers George CHATZIGEORGIOU non seulement pour son accompagnement scientifique, mais également pour sa patience et son implication. Je voudrais également remercier Lucas PASSEMARD qui est à l'origine de ce projet.*

*Je n'oublie pas mes collègues du LEM3, je pense à Kevin et mes question de 5 minutes qui finissent en journées... je pense à Laurent, et mes demandes de dernières minutes, aux Francis<sup>2</sup>, à Clément, Nicolas, Yves, Pascal, Aziz, Soraya, Nada, les 2 Paul, Dimitri, merci pour leur bonne humeur, pour leur aide et pour les discussion scientifiques ou pas autour du café... et bon courage aux prochains !*

*Merci également aux membres du PIMM, à Michel Bocquet, pour son implication, à Patrick Mureau, aux 2 Amine, Mohammad, Hassen.*

*Je tiens également à remercier David Hamel pour m'avoir accueilli dans son équipe et mes collègues de Renault, Olivier, les deux Jean Baptiste, Patrick, Sebastien, Yassin, Cécile, Alain, Reynald, Amelie et Pablo.*

*Enfin mes derniers remerciement et pas des moindres vont à ma famille pour leur soutien sans faille, leur patiente et leur aide logistique... (Eh oui faire sa thèse entre Paris et Metz avec des enfants ça s'organise !).*

*Je remercie du fond du cœur mes sœurs Naima, Dalinda, Fatima et Sarah pour leur soutien, pour le temps consacré à mes enfants et les séances de babysitting récurrentes !*

*Je ne saurais assez remercier mon mari, Kevin pour sa patience, son soutien inconditionnel, son amour et pour avoir accepté de me suivre dans cette aventure avec tous les sacrifices que ça a impliqué.*

*Merci à Iliana, Lina et Emran, mes ptits bout' pour leur amour et leur joie !*

*Enfin, je pense que les mots ne suffisent pas pour exprimer ma gratitude envers mes parents qui m'ont permis d'en arriver là aujourd'hui, merci d'avoir cru en moi, même lorsque je doutais moi-même et merci pour votre amour. Merci pour tout !*

## SOMMAIRE

Introduction Générale .....	1
1. Chapitre 1 : Constituants du matériau et Microstructures induite par le procédé de mise en œuvre ....	7
1.1. Introduction.....	9
1.2. Renforts : les fibres de verre .....	9
1.3. Matrice : polypropylène .....	10
1.3.1. Propriétés physico-chimiques .....	10
1.3.2. Comportement mécanique des polymères semi cristallins .....	16
1.4. Le PPGF : composites thermoplastiques chargés en fibres courtes .....	19
1.4.1. Injection du composite .....	19
1.4.2. Mesures tomographiques .....	22
1.5. Conclusions.....	28
2. Chapitre 2 : caractérisation expérimentale.....	30
2.1. Introduction.....	32
2.2. Caractérisation dynamique des matériaux .....	32
2.2.1. Dispositifs d'essai et de mesures.....	34
2.2.2. Optimisation des géométries d'éprouvettes pour les essais dynamiques de traction .....	37
2.2.3. Préparation des échantillons.....	41
2.2.4. Caractérisation du comportement dynamique de la matrice polypropylène .....	41
2.2.5. Caractérisation du comportement dynamique du PPGF .....	44
2.2.6. Influence du taux de fibre .....	48
2.3. Analyse des mécanismes d'endommagement .....	52
2.3.1. Introduction.....	52
2.3.2. Protocole et moyens d'essai.....	53
2.3.3. Observations microscopiques et analyses .....	54
2.4. Conclusion .....	59
3. Chapitre 3 : Modélisation multi-échelles et endommagement du PPGF .....	61
3.1. Modélisation des composites thermoplastiques renforcés .....	63
3.1.1. Principe de la modélisation multi-échelle .....	63
3.1.2. Modèles d'homogénéisation : revue bibliographique .....	68

3.1.3.	Choix du modèle micromécanique.....	83
3.2.	Loi de comportement des différentes phases .....	83
3.2.1.	Phase de fibre .....	84
3.2.2.	Phase de matrice.....	84
3.2.3.	Modélisation de l'endommagement.....	87
3.3.	Machine d'essais virtuels .....	93
3.4.	Conclusion .....	94
4.	Chapitre 4 : implémentation numérique des lois de comportement, identification et validation expérimentale.....	96
4.1.	Introduction.....	98
4.2.	Implémentation de la loi viscoplastique du polypropylène.....	98
4.2.1.	Implémentation implicite par algorithme de retour radial .....	98
4.2.2.	Détermination du module tangent.....	103
4.2.3.	Identification des paramètres .....	108
4.2.4.	Validation du modèle par comparaison aux courbes expérimentales .....	110
4.3.	Implémentation du modèle d'endommagement des interfaces via le modèle à inclusions enrobées .....	111
4.3.1.	Principe des inclusions enrobées.....	111
4.3.2.	Implémentation de la loi de comportement endommageable de l'interface et des fibres .....	114
4.4.	Implémentation du modèle multi échelles de Mori Tanaka.....	115
4.4.1.	Algorithme d'implémentation.....	115
4.4.2.	Fichiers d'entrée de la routine SMART+.....	118
4.4.3.	Identification des paramètres .....	119
4.5.	Validation du modèle par comparaisons aux courbes expérimentales.....	121
4.6.	Sensibilité du modèle à la microstructure .....	124
4.7.	Machine d'essais virtuels .....	129
4.8.	Modélisation macroscopique .....	130
4.9.	Conclusion .....	132
5.	Chapitre 5 : simulation numérique d'impact sur structure et validation par essais crash à faible énergie.....	135
5.1.	Introduction.....	137
5.2.	Validation de faisabilité du modèle élasto-viscoplastique DSGZ de la matrice pour le calcul d'impacts.....	137

5.3.	Validation quasi statique de la machine d'essais virtuels sur poutre à croisillons.....	141
5.3.1.	Géométrie et microstructure.....	142
5.3.2.	Protocole d'essai et résultats expérimentaux .....	143
5.3.3.	Simulation numérique .....	144
5.4.	Validation dynamique de la machine d'essais virtuels sur gouttière. ....	149
5.4.1.	Géométrie et microstructure.....	149
5.4.2.	Protocole d'essai et résultats expérimentaux .....	150
5.4.3.	Simulation numérique .....	152
5.5.	Conclusion .....	157
	Conclusion générale.....	160
	Perspectives.....	164
	Liste des figures .....	167
	Liste des tableaux.....	171
	Bibliographie.....	172

## Introduction Générale

La volonté de réduire leur impact environnemental et les normes européennes de plus en plus restrictives sur les émissions de CO<sub>2</sub> conduisent les constructeurs automobiles à concevoir des véhicules de plus en plus légers. En effet, plus le véhicule est léger moins il consomme de carburant et moins il émettra de CO<sub>2</sub>. La réduction de masse est rendu possible non seulement par l'optimisation des géométries des composants mais surtout par l'allègement des véhicules à iso performance. Cet allègement est réalisable en partie grâce à l'utilisation de matériaux composites à matrice polymère en remplacement des métalliques. La production de structures légères et résistantes s'avère donc un enjeu critique permettant aux constructeurs et aux équipementiers automobile de répondre aux exigences de sécurité et d'environnement. A l'horizon 2020, le niveau d'émission de CO<sub>2</sub> des véhicules devra passer de 135g/km à 95g/km. Pour atteindre cet objectif, l'industrie automobile prévoit d'accroître le développement et l'utilisation de composants en matériaux composites afin d'alléger les véhicules tout en gardant des propriétés thermomécaniques optimales.

Introduis dans les années 80 dans l'industrie automobile, l'utilisation de matériaux composites dans ce secteur connaît une croissance exponentielle. Initialement réservés aux pièces de décor, ils prennent peu à peu place pour des pièces structurelles telles que les hayons ou les poutres d'absorption de choc. Ainsi, la capacité d'absorption d'énergie des composites, nettement supérieure à celle des métaux, leur permet de répondre favorablement aux critères des réglementations liées à la sécurité des passagers et des piétons.

Parmi ces composites, ceux à matrices polymères semi-cristallines thermoplastiques connaissent un intérêt croissant par rapport aux thermodurcissables notamment par leur facilité et leur rapidité de mise en œuvre pour des pièces à géométries complexes. Ils sont des candidats de premiers choix notamment par leurs masses volumiques (1g/cm<sup>3</sup>) nettement inférieures à celle de l'acier (7,8g/cm<sup>3</sup>) ou celle de l'aluminium (2,7 g/cm<sup>3</sup>), leurs résistances à la corrosion, ainsi que par leurs capacités d'absorption d'énergie et leurs propriétés mécaniques voire thermomécaniques.

Toutefois, leur utilisation dans les pièces de structures reste tributaire de la capacité des BE à modéliser leur comportement sous chargement complexe en intégrant leur interaction rhéologie-microstructure et enfin à simuler leur réponse dans les codes de calculs par EF. En effet, leur comportement non linéaire, leur sensibilité à la température et à la vitesse de déformation ainsi que le caractère anisotrope de leur microstructure induite par le procédé de fabrication, implique le développement de nouvelles équations constitutives pour modéliser de manière prédictive le comportement des matériaux. De nombreux travaux scientifiques portent sur la caractérisation et la modélisation de tels matériaux en régime quasi-statique or on dénombre peu d'informations sur leur comportement en chargement dynamique ou cyclique. C'est pourtant un aspect primordial pour la prédiction de leur comportement lors des simulations d'impact notamment pour l'obtention

de certifications de leur tenue au choc en relation avec la microstructure avec en toile de fond les phénomènes locaux de déformation (rhéologie) et d'endommagement.

Dans ce sens, dans des pièces telles que les hayons de voiture, des analyses DMTA ont montré que le comportement local d'un même matériau pouvait posséder des rigidités pouvant passer du simple au double selon la zone de prélèvement de l'échantillon comme l'illustre la Figure 0-1.

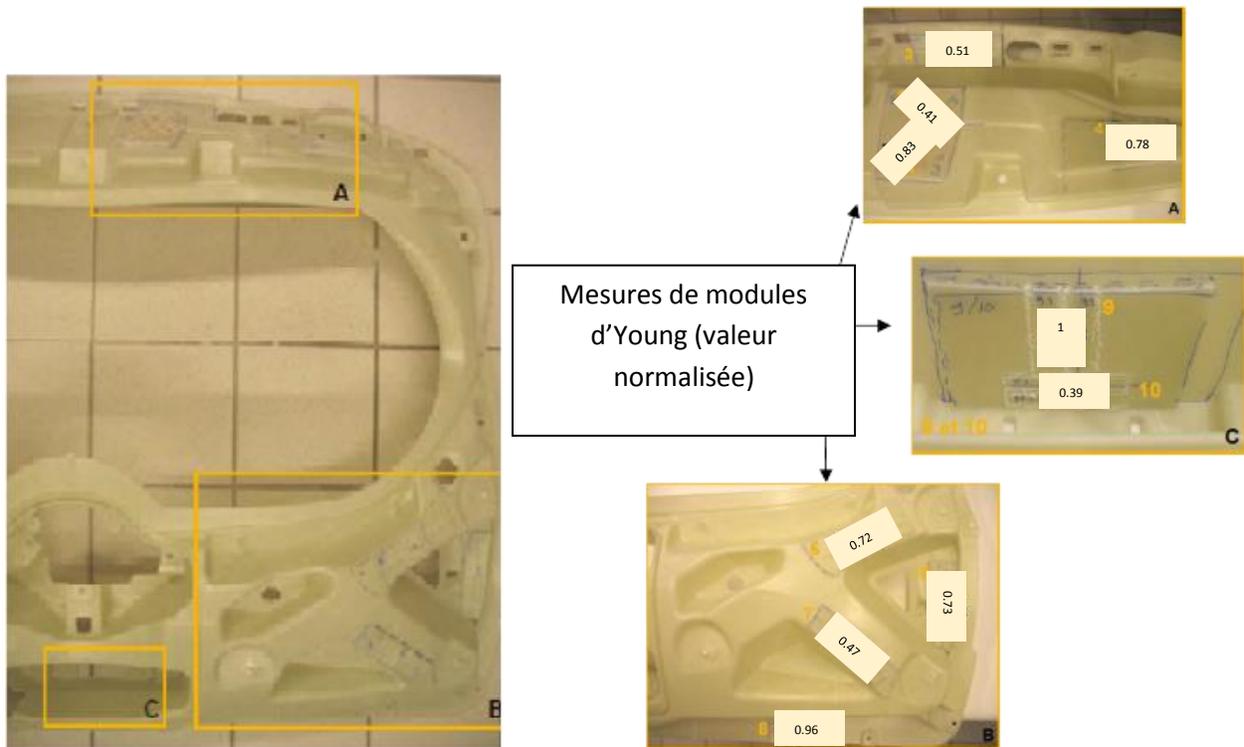


Figure 0-1 : Mesures de modules de Young dans un hayon polypropylène chargé en fibres de verres : Variabilité spatiale des propriétés mécaniques induite par les effets de microstructure générée lors du procédé d'injection de la pièce.

Il est donc nécessaire de s'orienter vers des modèles capables d'intégrer cette variabilité de microstructure au sein d'un même matériau et de l'impacter sur la réponse globale de la structure notamment sous chargement dynamique.

Pour répondre à ces enjeux, le présent projet de thèse qui s'inscrit dans le cadre d'une collaboration entre RENAULT, l'équipe SMART du laboratoire LEM3 (LEM3-UMR CNRS 7239) et le laboratoire PIMM (UMR CNRS 8006) a été mis en place. Il se focalise sur le développement d'outils robustes à fort contenu physique dédiés à la modélisation du comportement en dynamique de composites renforcés en fibres de verres courtes. En effet, dans une volonté de maîtriser toute la chaîne de conception d'une pièce composite en partant de la microstructure induite par le

procédé d'injection jusqu'à la simulation par éléments finis, il est intégré à une boucle méthodologique définie par différentes étapes :

- Une première étape qui consiste à maîtriser le procédé de fabrication et l'analyse de la microstructure induite.
- Une seconde étape permet de définir expérimentalement les paramètres influents sur le comportement mécanique du matériau composite aux différentes échelles microscopiques et macroscopiques.
- La troisième étape intègre les résultats précédents dans une modélisation incluant les variabilités de microstructures dans la réponse mécanique du matériau
- La quatrième étape consiste à implémenter cette modélisation dans des outils numériques aisément assimilables dans les processus industriels de calculs de structures.
- La cinquième étape permet de valider le choix de modélisation par comparaison numérique/ expérimentale de sollicitations sur structures
- La dernière étape consiste à optimiser les résultats numériques afin de déterminer la microstructure à injecter qui permet d'atteindre les objectifs en termes de propriétés mécaniques ou énergétiques fixés. Cette dernière partie n'est pas couverte par les présents travaux.

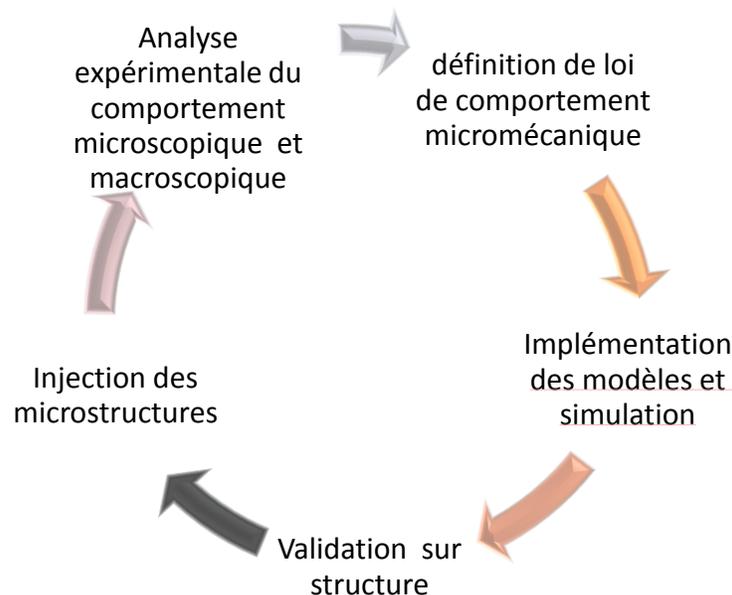


Figure 0-2: méthodologie de mise en place d'outils de conception de matériaux composites incluant la variabilité de microstructure

En conséquence, conformément à cette méthodologie, le présent travail de thèse est axé sur deux aspects :

- Le premier porte sur l'analyse de la microstructure complexe induite par le procédé d'injection ainsi que la caractérisation expérimentale du comportement en dynamique du polypropylène chargé en fibres de verres courtes ayant différentes concentrations de renfort.
- Le second aspect est le développement d'un modèle multi-échelles capable de prendre en compte l'hétérogénéité de la microstructure des matériaux constitutifs ainsi que l'influence de la vitesse dans le comportement mécanique global du composite. Ce modèle est par la suite utilisé comme machine d'essais virtuels pour générer des courbes d'identification des modèles macroscopiques utilisables dans les codes de calculs de structures.

Ainsi le présent mémoire est structuré autour de cinq chapitres :

Le premier chapitre de cette thèse vise à introduire le matériau utilisé qu'est le PPGF : Un composite à fibres courtes constitué d'une matrice polypropylène renforcée en fibres de verres. La connaissance précise du comportement des matériaux constitutifs du composite ainsi que la description microstructurale du matériau sont indispensables pour une modélisation qui prend en compte les phénomènes à l'échelle mésoscopique du matériau. La microstructure est étudiée à l'aide d'investigations qualitatives et quantitatives par microscopie et par micro-tomographie à rayons X en vue de déterminer les géométries et l'architecture des différentes phases du matériau.

Le second chapitre porte sur l'analyse thermomécanique expérimentale du matériau. Une campagne d'essais dynamiques est menée pour des vitesses de déformation allant du quasi statique à  $258\text{s}^{-1}$  sur la matrice thermoplastique et le composite. L'objectif étant d'identifier les dépendances du matériau vis-à-vis de la vitesse de déformation, du taux de fibres ainsi que de la température. Le comportement mécanique est analysé en traction. La complexité des essais dynamiques a requis une étude préalable d'optimisation de géométries d'éprouvettes. Les mécanismes d'endommagement sont identifiés à l'aide d'essais de flexion in situ sous microscope électronique à balayage.

Les deux premiers chapitres ont apporté une analyse fine et précise de la microstructure du matériau (élancement, taille des fibres, orientations) et des différentes dépendances observées. Ainsi dans le troisième chapitre, une revue de la littérature conduit au choix de la modélisation du comportement du composite et justifie le recours à une approche multi-échelles incrémentale. Cette méthode permet de déterminer les propriétés macroscopiques du comportement du composite à partir de celle des différentes phases qui le constituent. Le comportement de la matrice polymère est modélisé par un modèle phénoménologique élasto-viscoplastique : le DSGZ. L'endommagement est quant à lui introduit de manière locale à travers la décohésion de l'interface fibre matrice.

Le quatrième chapitre est consacré à l'implémentation des modèles précédemment introduits dans la librairie open source SMART+ (Smart Materials Algorithms and Research Tools) développée au sein de l'équipe SMART du laboratoire LEM3. La validation des modèles implémentés est effectuée par dialogue entre les résultats obtenus par des essais mécaniques et des résultats numériques du modèle DSGZ ainsi que du modèle de Mori-Tanaka incrémental. Les paramètres des modèles sont identifiés par une méthode inverse de recalage. La validation sur différents taux de fibres, vitesses et températures montre la capacité du modèle ainsi développé à prendre en compte et à capturer tous ces phénomènes. Le modèle micromécanique ainsi développé a pour finalité d'être utilisé comme machine d'essais virtuels qui alimente les modèles macroscopiques pour le calcul de structures dans les codes de calculs.

Enfin, le cinquième chapitre porte sur la validation des modèles formulés pour traduire le comportement de la matrice et du composite sur des mini structures. La machine d'essais virtuels est utilisée afin de déterminer une loi élasto-viscoplastique macroscopique permettant de simuler la réponse globale de mini structures. La simulation est validée au travers d'une comparaison du modèle avec des essais statiques et dynamiques sur démonstrateurs fournis par RENAULT.

Le manuscrit s'achève par les conclusions de ce travail ainsi que ses perspectives académiques et industrielles.

*Ce travail est réalisé dans le cadre d'une convention CIFRE entre l'ANRT, RENAULT et le laboratoire LEM3 de l'ENSAM.*



---

## Chapitre 1 : Constituants du matériau et Microstructures induite par le procédé de mise en œuvre

1.1.	Introduction.....	9
1.2.	Renforts : les fibres de verre .....	9
1.3.	Matrice : polypropylène.....	10
1.3.1.	Propriétés physico-chimiques .....	10
1.3.2.	Comportement mécanique des polymères semi cristallins .....	16
1.4.	Le PPGF : composites thermoplastiques chargés en fibres courtes.....	19
1.4.1.	Injection du composite.....	19
1.4.2.	Mesures tomographiques .....	22
1.5.	Conclusions.....	28

*Ce chapitre est consacré à la présentation du matériau composite de l'étude et de sa microstructure gouvernant le comportement macroscopique. Il s'agit du polypropylène chargé en fibres de verres orientées aléatoirement (PPGF) obtenu par procédé d'injection. Des prérequis généraux sur son comportement, ses propriétés et ses limites ainsi que ceux de ses constituants sont présentés. Une brève revue du procédé d'injection et de la microstructure induite est par la suite introduite. Enfin, des échantillons de PPGF à des taux de fibres de 30%, 40% et 60% en masse sont prélevés et leur microstructure est observée par microtomographie puis analysée de manière qualitative et quantitative. Cette dernière permettra de déterminer les données d'entrées qui vont alimenter la modélisation multi échelles développée dans le cadre du travail de thèse.*



---

## 1.1. Introduction

Les matériaux composites à matrice organique connaissent un engouement certain dans l'industrie automobile. Constitués en général d'une matrice polymère et de renforts fibreux, ils ont progressivement et potentiellement remplacé les matériaux métalliques depuis les années 80 dans beaucoup de pièces structurelles notamment grâce à leur faible densité comparée à celles des métaux, leur capacité d'absorption de chocs et leur facilité de mise en œuvre.

On peut séparer les composites fibreux en deux catégories : les composites à fibres longues et ceux à fibres courtes. C'est généralement la deuxième catégorie que l'on retrouve sur les pièces automobiles pour des applications structurelles et c'est dans cette catégorie que se trouve le matériau de cette étude : le PPGF40. La nature de la matrice, le procédé de fabrication, la taille des fibres, leurs orientations, leurs concentrations sont autant de facteurs influents sur le comportement mécanique des composites et leur anisotropie en particulier dans les phases d'endommagement.

Ce chapitre a pour objectif la présentation de la microstructure du PPGF40 et de ses constituants. Une analyse par microtomographie aux rayons X permet d'obtenir des informations microstructurales pertinentes sur les propriétés géométriques des fibres et leur arrangement au sein du composite. La structure en cœur-peau induite par le procédé d'injection est observée sur des échantillons à des taux de fibres de 30%, 40% et 60%. Les propriétés des matériaux et des microstructures caractérisées dans ce chapitre permettront de poser les hypothèses d'une modélisation prédictive des matériaux dans le chapitre 3. En effet, les travaux menés s'attachent à prendre en considération la microstructure et son impact sur la réponse macroscopique du composite notamment en termes d'endommagement et d'effet de vitesse de déformation.

## 1.2. Renforts : les fibres de verre

Les renforts assurent la tenue mécanique des matériaux composites. Leur rigidité est très largement supérieure à celle de la matrice. Les renforts en fibres de verre représentent 95% des renforts de matériaux composites pour l'industrie automobile. Ce sont les fibres les plus communément utilisées dans les produits de grande diffusion en raison de leur faible coût et de leurs propriétés mécaniques intéressantes. Elles sont obtenues en portant à ébullition le verre à température de fusion jusqu'à faire disparaître les bulles. Celui-ci est étiré à grande vitesse jusqu'à se transformer en filaments. Les filaments sont ensuite protégés par un ensimage puis enroulés en bobines ou coupés aux dimensions souhaitées et séchés.

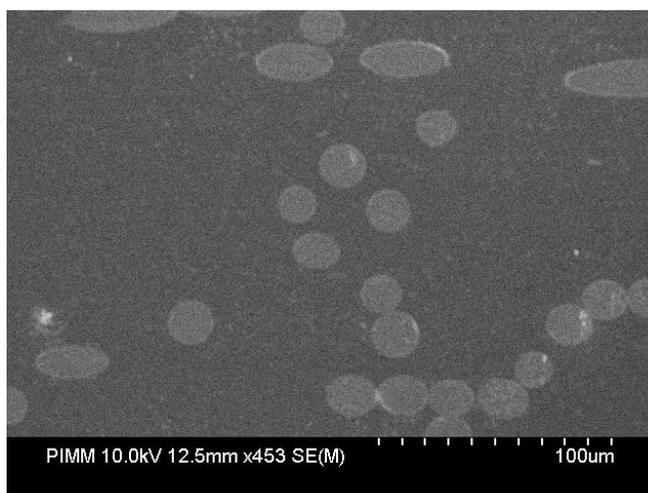
Les fibres de verre utilisées dans le cadre de ces travaux sont de type E. Leur comportement est élastique linéaire fragile. Leurs caractéristiques sont données en Tableau 1-1.

### *Fibres de verre E*

diamètre	15-20 $\mu\text{m}$
densité	2,54 $\text{g/cm}^3$
Module de traction	72 GPa
Déformation à rupture	4,7 %
Contrainte à rupture en traction	3400 MPa
Coefficient de poisson	0,22
Module de Young	1585 MPa

*Tableau 1-1 : propriétés des fibres de verre E*

Les fibres de verre possèdent une longueur de 10mm avant injection et un diamètre moyen de 15 à 20 $\mu\text{m}$  observé par microscope électronique à balayage (MEB).



*Figure 1-1 : observation microscopique des tailles de fibres*

## 1.3. Matrice : polypropylène

### 1.3.1. Propriétés physico-chimiques

Dans un composite, le rôle de la matrice polymère est d'assurer le transfert de charge entre les renforts, de les maintenir et de donner une forme au matériau. On peut classer les polymères selon trois catégories : les thermoplastiques (TP), les thermodurcissables (TD) et les élastomères :

- Les thermoplastiques ne sont pas réticulés. Leurs macromolécules se présentent sous forme de chaînes linéaires ou ramifiées. L'augmentation de la température engendre la mobilité des chaînes macromoléculaires conduisant ainsi au ramollissement du polymère. Puis lors du refroidissement, elles se bloquent : le polymère se fige. Cette transformation est réversible mais a tendance à dégrader le matériau [1]. Le matériau obtenu a des liaisons faibles de type de Van Der Waals. Pour le procédé d'injection, les matériaux thermoplastiques sont mis en œuvre à partir de l'état fondu au-dessus de la température de fusion  $T_m$  (semi cristallins) ou de la température vitreuse  $T_g$  (amorphes). Ils constituent 80% de la production mondiale de plastiques.
- Les thermodurcissables sont fortement réticulés. Leurs macromolécules se présentent sous forme de réseau tridimensionnel qui lors du chauffage, ou en présence d'un catalyseur, se pontent via des liaisons chimiques fortes : le polymère durcit de façon définitive [1]. Enfin, contrairement aux thermoplastiques, ils ne possèdent pas de point de fusion.
- Les élastomères quant à eux, sont faiblement réticulés. Ils sont obtenus à partir de polymères linéaires ayant des liaisons secondaires extrêmement faibles, considérés comme des liquides très visqueux. Leur principale caractéristique est leur grande déformabilité qui peut dépasser 1000% [2]. On peut les considérer comme des thermodurcissables faiblement pontés.

Dans le cas des composites à matrice organique, on considère en général les deux premières catégories dont les principales différences sont répertoriées dans le Tableau 1-2.

<b>Matrice</b>	Thermodurcissables	Thermoplastiques
<b>Etat de base</b>	Liquide visqueux à polymériser	Solide prêt à l'emploi
<b>Stockage</b>	Réduit	Illimité
<b>Mouillabilité des renforts</b>	Aisée	Difficile
<b>Moulage</b>	Chauffage continu	Chauffage + refroidissement
<b>Cycle</b>	Long (polymérisation)	Court
<b>Tenue au choc</b>	Limitée	Assez bonne
<b>Tenue thermique</b>	Meilleure	Réduite (sauf nouveau TP)
<b>Chutes et déchets</b>	Perdus ou utilisés en charges	Recyclables
<b>Conditions de travail</b>	Emanations de solvants	Propreté

Tableau 1-2 : principales différences entre (TP) et (TD) [1]

---

Le polypropylène est un copolymère thermoplastique semi cristallin issu de la famille des polyoléfines. On trouve cet état semi cristallin uniquement dans les polymères. Leur abondance est due principalement à la facilité de leur mise en forme et leurs excellentes propriétés mécaniques largement maîtrisées par la variation des paramètres de mise en œuvre [3]. Ils sont composés d'une phase amorphe, où les molécules sont disposées de manière aléatoire, et une phase cristalline, où elles sont ordonnées et réparties de manière périodique. La structure moléculaire du polypropylène est présentée en Figure 1-2. Les liaisons sont faibles, de type Van der Waals.

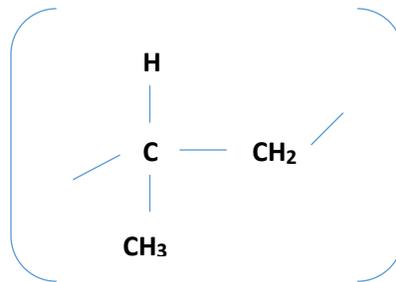


Figure 1-2: motif élémentaire de molécule de polypropylène

La cristallisation du polymère se produit dans une plage de température délimitée par la température de fusion  $T_m$  (propre à la phase cristalline) et la température de transition vitreuse (propre à la phase amorphe). Les phases cristallines et amorphes se distinguent par les propriétés suivantes :

- La phase cristalline possède un volume spécifique plus faible et une rigidité plus importante que la phase amorphe. L'arrangement des chaînes moléculaires dans cette phase se fait sous forme de lamelles. Elle est également caractérisée par la présence d'une température de fusion.
- La phase amorphe, donne au matériau un aspect de liquide figé. Elle ne possède pas de point de fusion mais une température de transition vitreuse ( $T_g$ ), à partir de laquelle on passe d'un état solide à un état caoutchouteux.

La phase cristalline du polypropylène consiste en des structures lamellaires disposées de manière radiale à partir d'un point de départ central (germe) comme illustré en Figure 1-3. Ce type de structures est appelé sphérolites qui sont fortement liées aux propriétés mécaniques globales du matériau par leurs proportions. Cette structure est systématiquement observée lors d'une cristallisation statique. Lors d'une cristallisation sous écoulement, le nombre de germes augmente et la taille des sphérolites diminue.

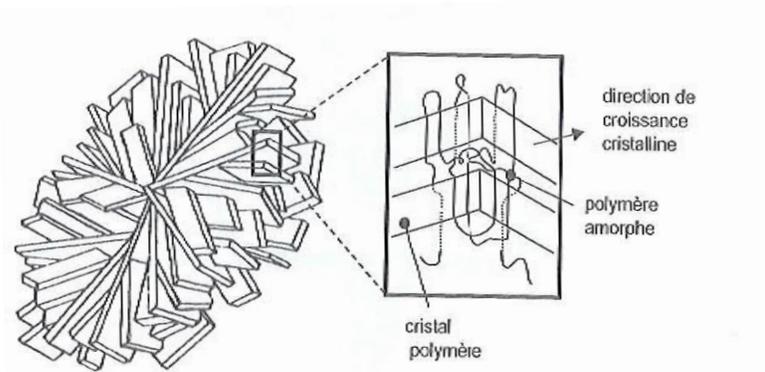


Figure 1-3 : morphologie sphérolitique [4]

Une autre caractéristique importante des polymères est leur dépendance à la température. On définit ainsi la transition vitreuse (transition du second ordre) qui est un phénomène, associé à la phase amorphe du matériau. Il régit le comportement des polymères en fonction de la température de la zone amorphe. Ce phénomène délimite le passage du comportement solide au comportement liquide. En dessous de la  $T_g$ , les mouvements des chaînes sont réduits, le matériau se trouve donc dans un état vitreux. Inversement, au-dessus de la  $T_g$ , leur mouvement est plus aisé. La transition vitreuse conditionne ainsi le domaine d'utilisation du matériau. Cette dernière peut être mesurée par analyse mécanique thermodynamique (DMTA).

Les essais DMTA ont pour but de mesurer les propriétés viscoélastiques d'un matériau à une température donnée. Les variations du module d'Young complexe et du facteur d'amortissement permettent de déterminer les transitions que subissent les matériaux polymères en fonction de la température. On définit ainsi le module complexe :  $E^* = E' + iE''$ , avec  $E'$  (module de conservation), le module en phase qui représente la composante élastique et  $E''$  (module de perte) est le module en quadrature de phase par rapport à la contrainte qui représente la composante visqueuse. Le rapport des deux composantes définit la tangente de l'angle des pertes :  $\tan(\delta) = E''/E'$ . Ce rapport traduit la dissipation d'énergie du matériau.

Les mesures se font à l'aide d'un viscoanalyseur : On applique une sollicitation dynamique sinusoïdale à un échantillon du matériau à analyser qui permet de caractériser les phénomènes de relaxation associés aux transitions du matériau. Selon le type de matériau et la géométrie de l'échantillon, plusieurs sollicitations peuvent être envisagées : flexion 3 points, torsion, cisaillement. Dans le cadre de ces travaux, des essais DMTA sont effectués sur des éprouvettes prélevées dans une zone au centre de la plaque afin de garantir la répétabilité des résultats en s'affranchissant des effets de bord dus à l'injection.

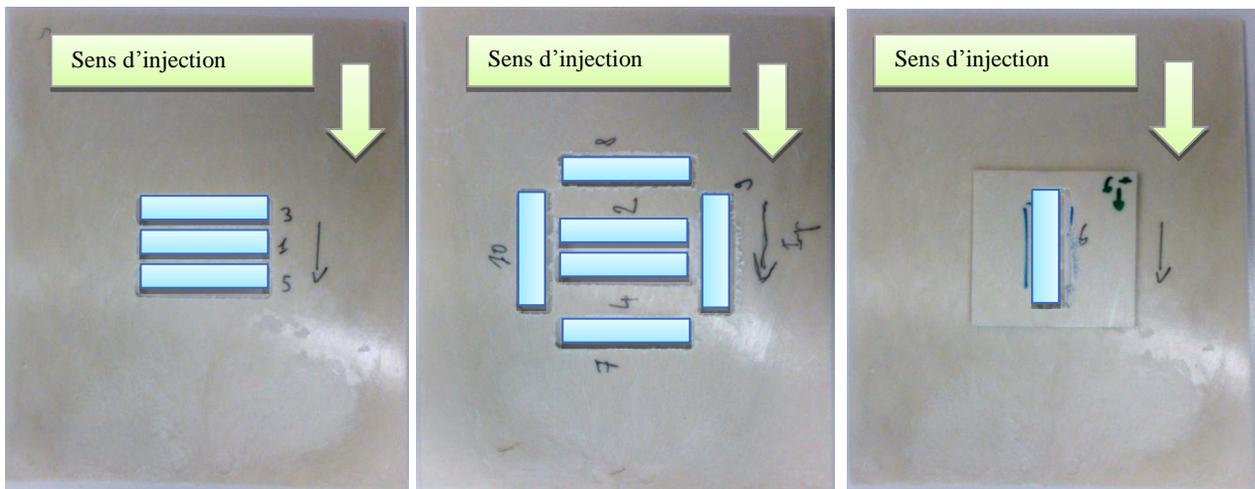


Figure 1-4 : éprouvettes de DMTA

Une sollicitation sinusoïdale est appliquée en flexion 3 points libres sur l'échantillon d'épaisseur 3mm et de largeur 10mm placé en appui sur le porte échantillon ( $l=48\text{mm}$ ). Les mesures de la raideur et du déphasage de la réponse de l'échantillon permettent de calculer le module élastique  $E'$  (module de Young) et le facteur d'amortissement interne  $\tan(\delta)$ . Les mesures sont réalisées à basse fréquence (0.01Hz) afin que les valeurs de module soient comparables à celles des caractérisations quasi statiques de type ISO 178 et à 10Hz pour l'approche vibratoire. Les essais sont réalisés à l'aide d'un viscoanalyseur RSA3.

Principaux réglages sur l'appareil :

Taux de déformation dynamique :  $2.E-4$  - Fréquence : 0.01Hz. Distance entre appuis : 48 mm - Température : 23°C.

orientation	Polypropylène seul (MPa)	PPGF30 (MPa)	PPGF40 (MPa)	PPGF60 (MPa)
Sens longitudinal	$1612 \pm 6\%$	$2885 \pm 6\%$	$3663 \pm 6\%$	$5088 \pm 8\%$
Sens transverse	$1785 \pm 3\%$	$4853 \pm 6\%$	$6775 \pm 1\%$	$9216 \pm 6\%$
% d'écart entre les deux directions	10%	41%	46%	45%

Tableau 1-3 : moyennes des mesure des modules  $E'$  sur 3 éprouvettes par essais DMTA à basses fréquences

Le Tableau 1-3 synthétise les mesures de modules  $E'$  mesurés par DMTA à basse fréquence. Les résultats montrent une anisotropie du comportement dans tous les matériaux analysés. L'écart entre les modules est plus prononcé dans les cas de polypropylène chargé en fibres de verre (41% à 46%

d'écart). La faible anisotropie de la matrice sera négligée dans la suite de ces travaux, seule celle due aux fibres sera considérée. Cette dernière est principalement due au procédé de fabrication qui est présenté dans la suite de ce chapitre.

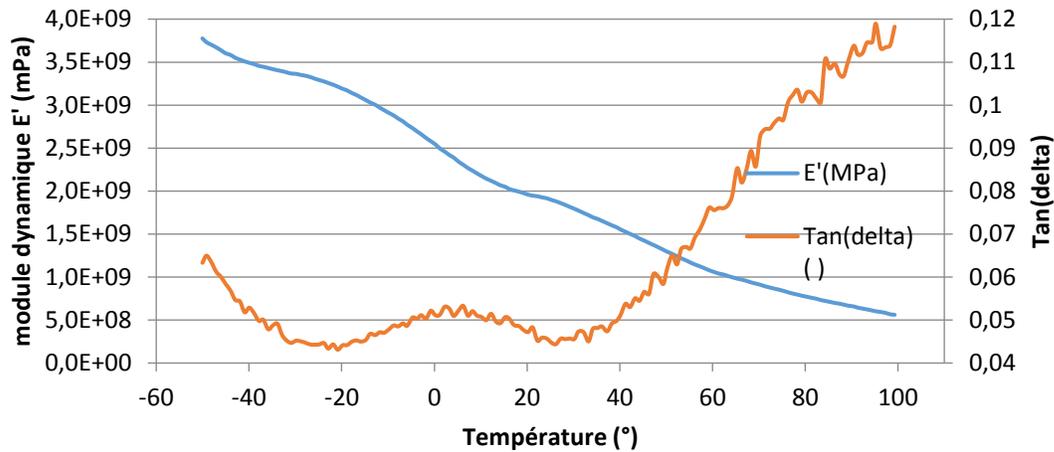


Figure 1-5 : résultats d'analyses DMTA du polypropylène à 10Hz

La Figure 1-5 représente les résultats du module dynamique et du facteur d'amortissement sur une plage de température allant de  $-60^{\circ}\text{C}$  à  $100^{\circ}\text{C}$ . Les courbes obtenues permettent de situer la température de transition vitreuse à  $5^{\circ}\text{C}$ . Ce résultat montre que le comportement à la température ambiante serait globalement visqueux justifiant ainsi le choix d'un modèle viscoplastique pour traduire la rhéologie de la matrice polypropylène dans le cadre de ce travail. On observe également une phase élastomérique pour des températures inférieures à  $-60^{\circ}\text{C}$ . Finalement, les propriétés du polypropylène sont synthétisées en Tableau 1-4.

	<i>Polypropylène</i>
<b>densité</b>	0.95
<b>Module d'Young à <math>20^{\circ}</math></b>	1600 MPa
<b>Contrainte à rupture</b>	35-45 MPa
<b>Allongement à rupture</b>	25%-40%
<b>Température de fusion</b>	$145^{\circ}$ - $165^{\circ}$
<b>Température de transition vitreuse (Tg)</b>	$5^{\circ}$

Tableau 1-4 : propriétés du polypropylène

### 1.3.2. Comportement mécanique des polymères semi cristallins

Le comportement mécanique macroscopique des polymères est non seulement dépendant des phases amorphes et cristallines qui le constituent, mais aussi de l'arrangement structural de ces phases (par les conditions de mise en œuvre), de la vitesse de déformation, ainsi que de la température de sollicitation.

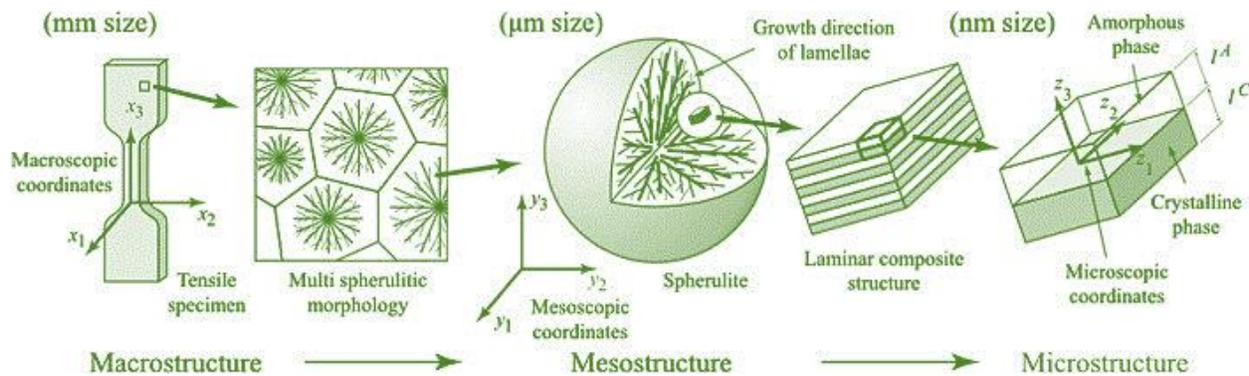


Figure 1-6 : les différentes échelles dans les polymères semi cristallins [5]

La Figure 1-6 présente les différentes échelles présentes dans les polymères semi-cristallins. Lors de sollicitations en traction, la phase amorphe se déforme et s'oriente dans le sens de sollicitation suivie par la phase cristalline. A l'échelle du sphérolite, ces phénomènes induisent une fragmentation des lamelles cristallines qui basculent dans la direction de traction. Les zones cristallisées fragmentées en petits blocs restent reliées par des macromolécules amorphes également orientées dans le sens de sollicitation. Dans la zone de striction, la morphologie devient fibrillaire et n'a plus rien en commun avec la morphologie sphérolitique initiale.

Parallèlement à cela, un autre type de déformation est observé : les craquelures (crazing) qui sont parfois considérées comme de l'endommagement, elles se développent perpendiculairement à la direction de traction. Ce type de déformation est un phénomène de cavitation et est donc accompagné d'une variation de volume. Dans le cas des polymères semi cristallins, ces craquelures prennent généralement naissance dans la zone amorphe du matériau, le plus souvent au centre des sphérolites et se développent suivant un trajet inter lamellaire [4].

A l'échelle macroscopique, le comportement d'un polymère est complexe et fortement dépendant non seulement des éléments qui le constituent mais également de son environnement et des conditions de sollicitation. Ainsi, on peut retrouver des polymères avec un comportement

viscoplastique, viscoélastique, élasto-viscoplastique, ou encore endommageable. Ces comportements résultent de la combinaison de plusieurs caractères :

- Élastique réversible : ce type de comportement est prépondérant aux très faibles déformations ou aux basses températures pour des vitesses de sollicitation élevées.
- Viscoplastique irréversible : ce caractère est dépendant du temps et est valable aux températures et vitesses de déformations élevées.
- Elasto-viscoplastique : ce caractère inclue les deux précédents et est valable pour des températures intermédiaires, supérieures à la température de transition vitreuse. Il est dépendant de la température et de la vitesse de déformation.

Malgré cette diversité de comportement, on observe des composantes communes (Figure 1-7) qui seront plus ou moins prononcées selon les matériaux et l'environnement de sollicitation.

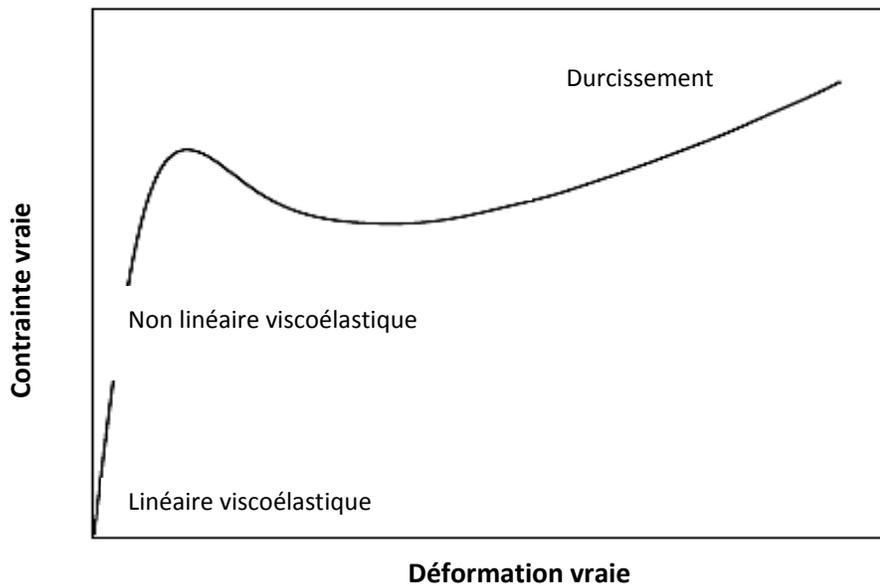


Figure 1-7 : schéma du comportement macroscopique des polymères

Initialement, on observe une composante viscoélastique linéaire qui prévaut aux basses températures, pour des vitesses élevées ou pour de faibles chargements. Avec l'augmentation du chargement, le comportement devient progressivement non linéaire viscoélastique jusqu'à atteindre la contrainte maximale (yielding). Pour de grandes déformations, la viscoplasticité devient prédominante et un adoucissement apparaît pour les polymères amorphes (il est en général absent pour les semi cristallins). Cet adoucissement est caractérisé par la diminution de la résistance du matériau et précède l'écroutissage débutant avec la striction qui se manifeste par le rétrécissement de la zone de déformation du matériau à une faible section. L'écroutissage s'effectue dans tout le matériau et est accompagné de la réorganisation de la structure : les sphérolites se

---

rompent, les molécules s'orientent dans le sens de traction et la structure du matériau devient fibrillaire. La nouvelle structure confère au matériau une augmentation de sa résistance : c'est le durcissement, dernière étape avant la rupture finale.

Le comportement mécanique des polymères semi cristallins est largement répandu dans la littérature. Trois approches sont communément adoptées selon l'échelle choisie pour la modélisation des polymères :

- Une approche dite physique qui se base sur l'activation thermique des molécules [6], [7].
- Une approche micromécanique qui se base sur le comportement des différentes phases du matériau pour prédire le comportement global. [8], [9] [10].
- Une approche phénoménologique qui se base sur l'identification de données expérimentales pour déterminer les réponses contrainte /déformation.

Les approches classiques sont de type phénoménologique, généralement constituées par des associations de composants rhéologiques élémentaires tels que ressorts élastiques ou amortisseurs visqueux. Dans leurs travaux sur du polypropylène isotactique, Lai et al [11] adoptent une approche viscoélastique avec un modèle phénoménologique sans écoulement plastique et une viscosité décrite par un modèle non linéaire. Le comportement du matériau est bien représenté pour des sollicitations à faibles contraintes. Les principaux inconvénients de ce type d'approches sont le grand nombre de paramètres, la difficulté à décrire les comportements complexes et à étendre les modèles en trois dimensions [12].

Temimi-Maaref [13] décrit le comportement du polypropylène par une loi de comportement élastique linéaire endommageable à faibles déformations et viscoplastique écrouissable endommageable en grandes déformations. Dans leurs travaux, Miled et al [14] ont développé un modèle viscoélastique, viscoplastique afin de reproduire le comportement d'un polyéthylène haute densité. Plus récemment, Praud et al [15], ont développé un modèle visco-élastique viscoplastique endommageable validé sur le polymère semi cristallin PA66.

Dans le cas de cette étude, le choix d'une modélisation par modèle d'homogénéisation pour le composite, impose un modèle phénoménologique pour les phases qui le constituent, y compris pour la matrice. Le modèle ici considéré pour la matrice est le modèle DSGZ des noms de ses auteurs [16]. C'est un modèle élasto-viscoplastique issu de quatre autres précédents modèles phénoménologiques qui permet de prendre en compte les différentes étapes du comportement du polymère ainsi que sa dépendance vis-à-vis de la vitesse de déformation et de la température. Par ailleurs, l'endommagement présent dans les matériaux polymères n'est pas prépondérant dans cette étude. En effet, ce dernier est mesurable uniquement en décharge, or la sollicitation en dynamique rapide est monotone et ne fait pas intervenir de décharge. Toutefois ses effets durant le chargement sont pris en compte par le modèle DSGZ. La reformulation générale en trois dimensions et l'identification expérimentale du modèle DSGZ menées dans le cadre du présent travail de thèse seront présentées au chapitre 3.

## 1.4. Le PPGF : composites thermoplastiques chargés en fibres courtes

Le matériau composite utilisé dans le cadre de ces travaux est un polypropylène chargé en fibres de verres (PPGF) issu du mélange de granulés de polypropylène fabriqué par Styron chargé en fibres de verres longues avec un taux massique de 60% et une longueur de 6 à 12 mm dans le matériau, et des granulés de polypropylène pur. Il est obtenu par procédé d'injection.

### 1.4.1. Injection du composite

#### 1.4.1.1. Procédé d'injection

La fabrication de matériaux composites thermoplastiques par procédés d'injection (Figure 1-8) est une méthode très largement utilisée dans l'industrie automobile. Elle présente l'intérêt de produire des pièces à géométries complexe à des cadences élevées. Les matériaux sont reçus sous forme de granulés de polymères chargés en fibres à 60% en masse d'une part et de granulés de polymères seuls d'autre part. Le mélange des deux lors du procédé d'injection permet d'obtenir le taux de fibres souhaité. Les granulés sont introduits dans la machine d'injection au travers d'une trémie d'alimentation et chauffés jusqu'à atteindre leur température de fusion lors de leur extrusion au travers d'une vis sans fin. La température est contrôlée le long de la vis afin de fluidifier le polymère sans le brûler. Le composite ainsi obtenu est injecté sous pression dans le moule.

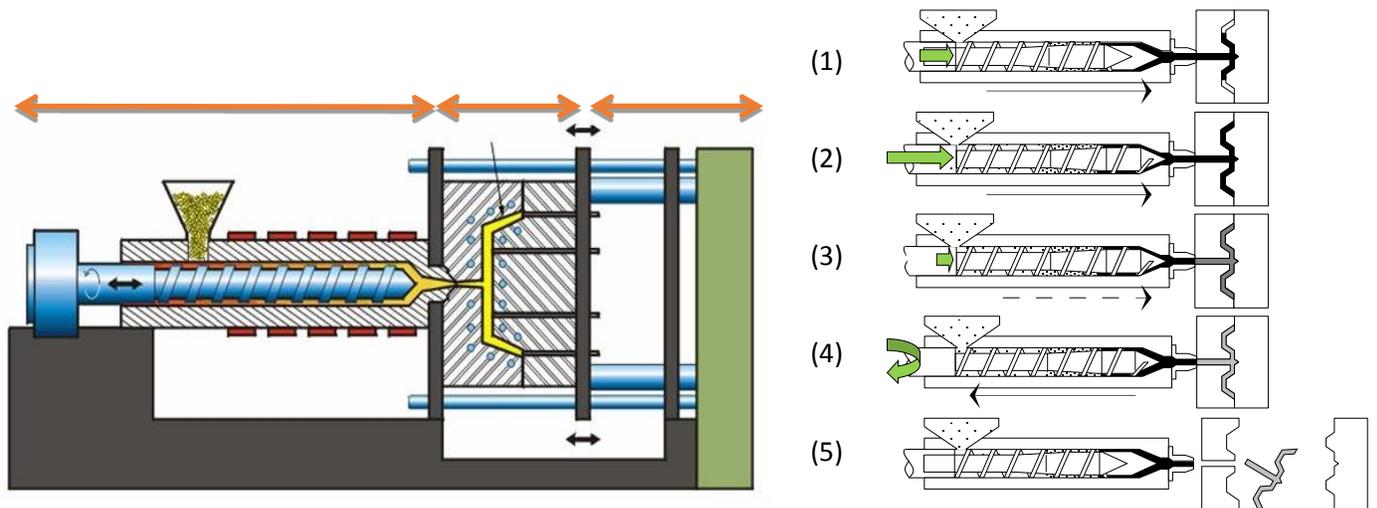


Figure 1-8: procédé de fabrication par injection. (1) remplissage ; (2) compactage ; (3) refroidissement ; (4) refroidissement-dosage ; (5) éjection

Dans le cas de ces travaux, les composites sont injectés en nappe sous forme de plaques de dimension 240mmx210mmx3mm. Les paramètres d'injection pour les plaques de matrice et de composites sont donnés dans le Tableau 1-5.

	PP	PP GFL
T° moule (°C)	25-30	50-60
T° matière (°C)	215-230	240-255
Vitesse injection (cm <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> )	100	66
Pression d'injection (bar)	670	GF 30% :907
		GF 40% : 1129
		GF 60% : 1721

Tableau 1-5 : paramètres d'injection des plaques

#### 1.4.1.2. Microstructure induite par le procédé d'injection

L'injection des polymères chargés en fibres courtes peut induire une microstructure complexe en termes d'orientation des fibres et de leur distribution dans l'épaisseur illustrée en Figure 1-9 . Dans le cas d'une injection en nappe de plaques, la microstructure est dite à effet « cœur-peau » classiquement représentée par 5 couches dans l'épaisseur (2 couches de peau, 2 couches intermédiaires et une couche de cœur) [17] :

- Une zone de peau avec une orientation aléatoire des fibres due à l'effet fontaine. La matière est ramenée vers les parois froides du moule où les fibres vont être figées avec une orientation désordonnée avant que le cisaillement n'ait eu le temps de les orienter dans le sens de l'écoulement [18], [19], [20]. Souvent, à cause des temps d'injection très courts et de la faible conductivité des polymères, cette couche est très mince et difficilement identifiable par observation par rapport aux autres zones. L'épaisseur de cette couche dépend de la vitesse de refroidissement (température du moule) [21].
- Une zone intermédiaire avec une orientation des fibres dans la direction principale d'écoulement due au cisaillement important qui s'y développe [18].
- Une zone de cœur, où l'orientation des fibres se fait de manière perpendiculaire à la direction d'injection. Ceci est dû à 2 facteurs que sont :

- i. la présence d'un écoulement élongationnel autour du seuil d'injection qui va aligner les fibres perpendiculairement à la direction d'écoulement (cette orientation est, par ailleurs, complètement indépendante de l'orientation initiale des fibres dans les canaux d'alimentation).
- ii. la conservation, au centre, de cette orientation transverse tout le long de la cavité du fait du cisaillement pratiquement nul, [19], [20], [22]. L'existence d'un profil de vitesse plat dans la cavité, par exemple, va aider à la conservation de l'orientation transverse des fibres dans le reste de la cavité sans créer de réorientation. Si l'une ou l'autre de ces conditions n'est pas respectée, les fibres du cœur vont être plus ou moins alignées dans la direction d'écoulement.

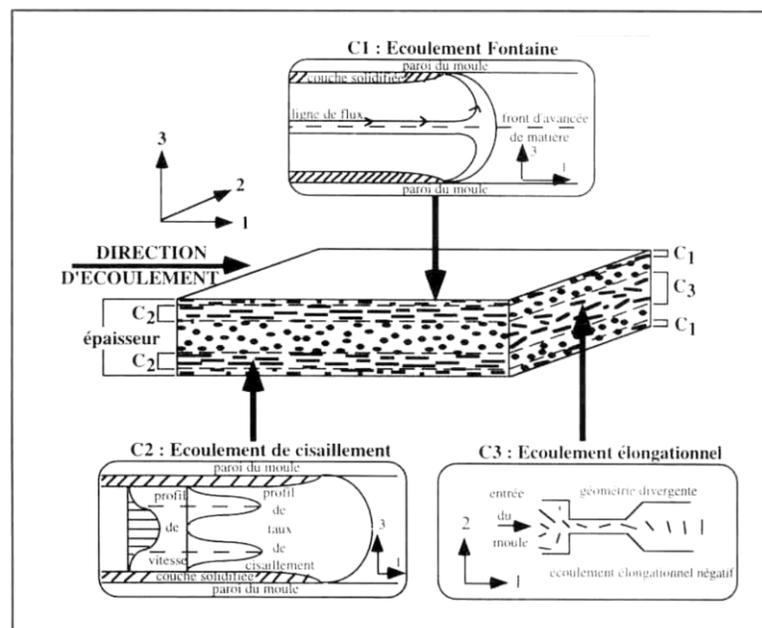


Figure 1-9 : structure cœur-peau dans les composites injectés [23]

#### 1.4.1.3. Influence des paramètres d'injection sur la microstructure du composite

La structure finale du composite injecté en nappe a fait l'objet de différents travaux. Ceux-ci ont mis en évidence la structure appelée cœur-peau présentée précédemment ainsi que les différents éléments pouvant influencer sur la structure finale :

- La vitesse : Plusieurs recherches ont montré que l'augmentation de la vitesse d'injection entraîne une augmentation de la taille de la zone de cœur. Inversement, une réduction de la vitesse entraîne une diminution de la taille de cœur ou modifie l'orientation des fibres

---

[24]. En effet, aux faibles vitesses, l'effet fontaine affecte une zone plus étendue de la peau et diminue donc la zone de cœur [25].

- La pression de maintien : L'absence d'un temps de maintien suffisant augmente l'épaisseur de la zone de cœur et provoque l'agglomération de la zone de fibre [26], [27].
- La température du moule: L'influence de la température du moule suit la même logique que celle de la vitesse d'injection : plus elle est faible, plus la taille de cœur l'est aussi [28], [22].
- La concentration de fibre : Dans une étude réalisée sur du PP (chargé à 10, 20, 30 et 40%), [29] il a été montré que l'épaisseur du cœur augmente avec le taux de fibre. De plus, pour un propylène chargé à moins de 10% de fibre de verre, l'effet cœur peau disparaît [17]. Il est à noter que dans cette même étude, des essais ont été menés pour valider l'influence des paramètres précédents. L'étude conclut sur une insensibilité du polypropylène chargé à ces différents paramètres.
- Seuils d'injection : la présence des seuils gouverne l'orientation initiale des fibres qui sont transportées au cours de l'écoulement dans la couche de cœur car le taux de cisaillement y est pratiquement nul. Lorsque les seuils d'injection sont le siège d'écoulements élongationnels, la couche de cœur est caractérisée par des fibres orientées dans la direction transverse à l'écoulement [17].

La microstructure des thermoplastiques injectés est le fruit d'une combinaison de tous ces paramètres variables malgré le processus d'injection qui reste identique. Ainsi, il est primordial d'analyser de manière fine la microstructure obtenue selon les paramètres d'injection, les matières premières utilisées et les dimensions des fibres. Ces dernières années des outils de simulations numériques du procédé d'injection ont été développés (Moldflow, etc...) afin de prédire la microstructure de pièces injectées.

Dans le cadre de cette étude, la microstructure est analysée par microtomographie aux rayons X sur des échantillons prélevés dans les plaques injectées. En effet, malgré les efforts entrepris pour simuler les microstructures, une étude interne à RENAULT a montré que les écarts entre les microstructures réelles et simulées restent encore trop importants pour ce type d'approche.

#### 1.4.2. Mesures tomographiques

Contrairement aux appareils de microscopie classique qui permettent d'observer des surfaces en 2D, la microtomographie à rayons X permet de visualiser l'intérieur de la structure en 3D et s'affranchi des écarts dus à la préparation des échantillons. Le champ d'application peut varier

d'une structure de l'ordre du millimètre à quelques centimètres. Cette méthode de mesure non destructive est communément utilisée pour analyser les orientations de fibres dans les matériaux composites [30] [31] [32] [33] [34].

Le dispositif expérimental présenté en Figure 1-10 est composé d'un émetteur à rayons X, d'une plateforme mobile et de détecteurs mobiles. L'échantillon est soumis à une émission de rayons X qui pénètrent la pièce selon le coefficient d'absorption de celle-ci. Cette absorption est fonction de la densité du matériau et de son épaisseur.

L'intensité de l'absorption est perçue par le détecteur puis traduite par une échelle en niveau de gris en allant du blanc pour les densités les plus élevées au noir pour les densités les plus faibles. On obtient alors l'image d'une section de l'objet. Pour obtenir plusieurs coupes, la plateforme sur laquelle est maintenue l'objet est en rotation afin d'avoir des coupes à 360° qui permettent de reconstruire à l'aide d'un logiciel de traitement d'image, le volume de l'échantillon.

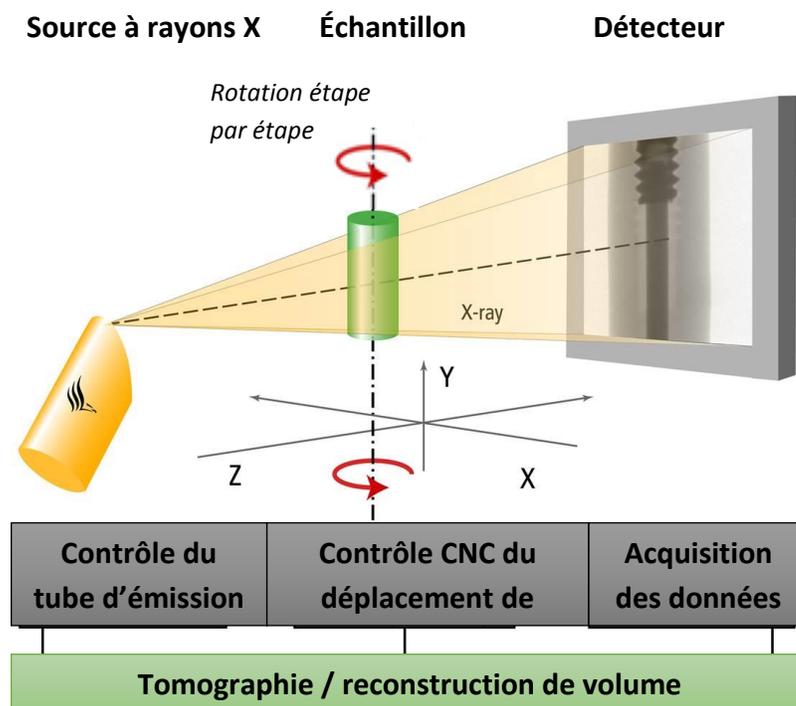


Figure 1-10 : Principe de fonctionnement de la microtomographie à rayons X

La microtomographie est couramment utilisée en mécanique des matériaux. Ici son objectif principal est de permettre l'analyse de l'hétérogénéité de la microstructure au sein du composite. Un échantillon a préalablement été observé au MEB afin d'avoir un ordre de grandeur de la taille des fibres pour définir la résolution nécessaire aux prises de vue du tomographe. Les fibres font

20 micromètre ( $\mu\text{m}$ ) en moyenne, il est donc nécessaire de travailler avec une résolution inférieure à  $5 \mu\text{m}$ .

Les échantillons utilisés pour les mesures tomographiques sont des échantillons de dimension  $10\text{mm} \times 3\text{mm} \times 3\text{mm}$  prélevés selon la Figure 1-11 sur les plaques injectées de PPGF30, PPGF40 et PPGF60. Les mesures sont effectuées au sein du laboratoire LEM3/UMR CNRS 7239 et au Technocentre RENAULT. Les paramètres d'acquisitions sont fixés afin d'obtenir une résolution de  $2\mu\text{m}$ . Trois éprouvettes sont prélevées et analysées pour chaque matériau afin de prendre en compte les éventuels écarts dus à la position de l'éprouvette dans la plaque injectée.

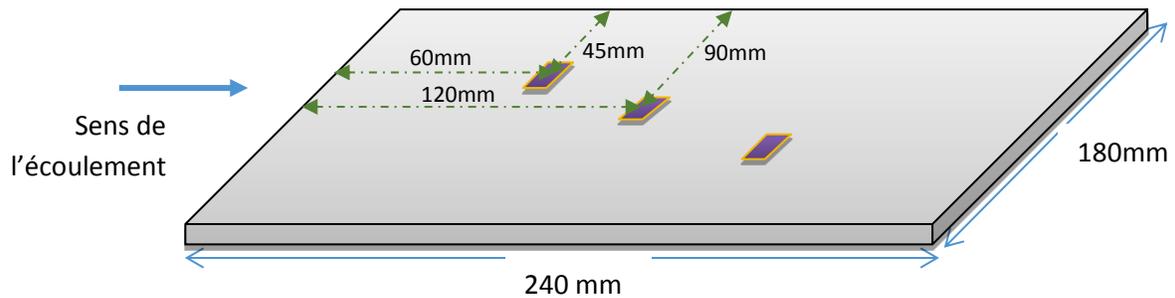


Figure 1-11 : prélèvement des échantillons de microtomographie

#### 1.4.2.1. Résultats de la microtomographie

##### 1.4.2.1.1. Cas du PPGF30



Figure 1-12 : visualisation de la microstructure en cœur peau du PPGF30 avec une orientation des fibres dans le sens de l'écoulement dans les zones de peau et une orientation orthogonale au sens d'injection dans la zone de cœur (le sens de l'écoulement est représenté par les flèches)

---

La microstructure du PPGF30 observée par microtomographie est représentée en Figure 1-12. La structure cœur peau y est présente avec une zone de cœur où les fibres sont orientées dans la direction perpendiculaire au sens de l'écoulement. Cette zone représente en moyenne 15% de l'épaisseur de la plaque. Les fibres dans les zones de peau sont quant à elles orientées dans le sens de l'écoulement. Réunies, les zones de peau représentent en moyenne 83% de l'épaisseur totale.

#### 1.4.2.1.2. Cas du PPGF40

Dans le cas du PPGF40 l'analyse micro tomographique mène aux résultats présentés en Figure 1-13. On observe nettement les zones de cœur et de peau. Seules les zones en surface qui représentent environ 1% de l'épaisseur sont difficiles à observer. La zone de cœur est plus dense que les autres zones avec une fraction volumique de fibres de 30% quand dans la zone de peau elle ne dépasse pas les 20%. Les zones de peau réunies représentent près de 77% de l'épaisseur du matériau. Il s'agit donc des zones les plus importantes de la structure. On observe que la zone de cœur est plus importante en taille que celle observée pour le PPGF30.



*Figure 1-13 : visualisation de la microstructure en cœur-peau du PPGF40 avec une orientation des fibres dans le sens de l'écoulement dans les zones de peau et une orientation orthogonale au sens d'injection dans la zone de cœur (le sens de l'écoulement est représenté par les flèches)*

L'utilisation du module X-fiber du logiciel Aviso a permis d'isoler les fibres de la matrice et ainsi de quantifier l'orientation des fibres dans le matériau et leur proportion. L'analyse de ces résultats est synthétisée en Tableau 1-6.

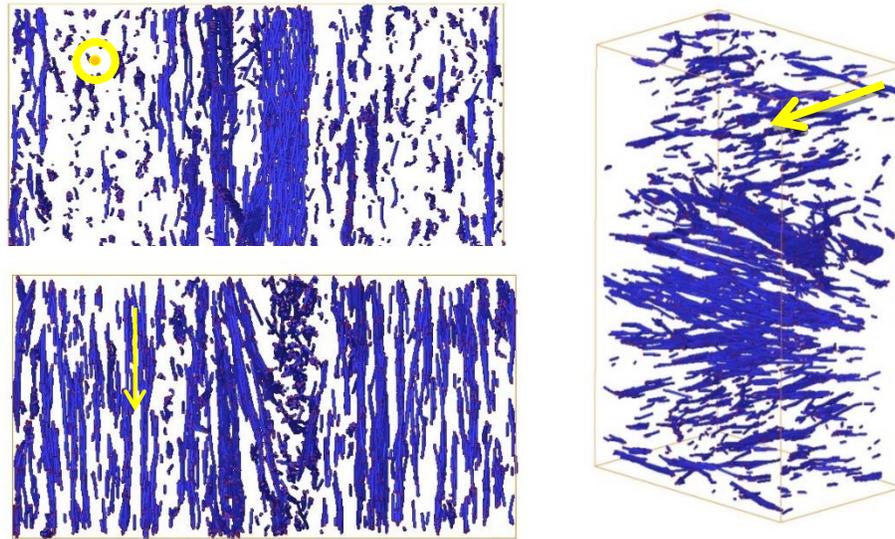


Figure 1-14 : Analyse tomographique : orientation des fibres dans le PGF40, résultats X-fiber permettant d'isoler les fibres et d'extraire les différentes orientations

#### 1.4.2.1.3. Cas du PPGF60

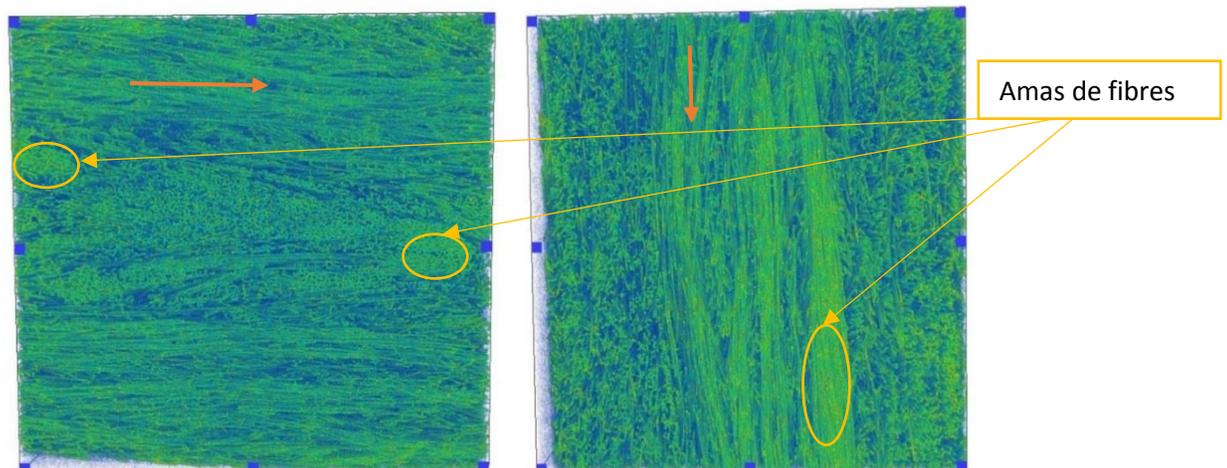


Figure 1-15 : visualisation de la microstructure en cœur-peau du PPGF60 avec une orientation des fibres dans le sens de l'écoulement dans les zones de peau et une orientation orthogonale au sens d'injection dans la zone de cœur (le sens de l'écoulement est représenté par les flèches orange). Visualisation d'amas de fibres.

Dans le cas du PPGF60, la densité en fibres des différentes zones de cœur et de peau est relativement similaire. De même, l'épaisseur de cœur atteint un tiers de l'épaisseur. En raison

d'une fraction volumique élevée, les fibres sont réunies sous formes d'amas. Les zones de concentrations de contraintes augmentent et induisent des contraintes internes importantes et un gauchissement des plaques. La représentation de la microstructure du PPGF60 est donnée en Figure 1-15.

#### 1.4.2.1.4. Synthèse

matériaux	Nombre de zone	Epaisseur de zone %	Orientation principale / au sens de l'écoulement	Concentration de fibres
<b>PPGF30</b>	5	1	aléatoire	0.1
		42	0°	0.14
		15	90°	0.23
		40	0°	0.15
		1	aléatoire	0.1
<b>PPGF40</b>	5	1	aléatoire	0.1
		39	0°	0.2
		22	90°	0.29
		37	0°	0.2
		1	aléatoire	0.1
<b>PPGF60</b>	3	32	0°	0.29
		34	90°	0.33
		34	0°	0.31

Tableau 1-6: Synthèse des microstructures observées par microtomographie

On observe bien la structure cœur-peau due à l'effet fontaine lors de l'écoulement avec deux zones de peaux orientées dans le sens de l'écoulement et une zone de cœur orientée de manière perpendiculaire au sens de l'écoulement. Dans tous les cas, les zones de peau sont les zones les plus importantes. Dans le cas du PP chargé à 30% en fibres, les proportions des différentes zones sont comparables à celles que l'on trouve dans la littérature. Cependant plus la fraction volumique de fibres augmente, plus la proportion de la zone du cœur augmente, notamment pour le matériau chargé à 60% où la proportion du cœur atteint un tiers de l'épaisseur. De plus, pour ce dernier, dans la zone de cœur, les fibres ne sont plus totalement alignées et constituent des amas sous forme de « boucles ». La zone de cœur est également plus dense en fibres que celles des peaux sauf pour le cas du PP chargé à 60% où la densité de fibres est à peu près uniforme dans l'épaisseur.

---

## 1.5. Conclusions

Dans cette partie, nous nous sommes attachés à présenter les matériaux constitutifs et leur arrangement au sein du composite. Une étude bibliographique a été menée sur le comportement et la modélisation des polymères semi cristallins tel que le polypropylène. La fabrication du matériau composite par procédé d'injection mène à une microstructure complexe qui dans le cas d'écoulements en nappe se caractérise par un arrangement des fibres orientées en différentes couches selon l'épaisseur du matériau appelée structure cœur-peau. La zone de peau est la zone la plus importante de la structure avec une orientation des fibres dans le sens de l'écoulement. La zone de cœur augmente avec l'augmentation du taux de fibre. La microstructure en cœur-peau observée par microtomographie couplée à la viscosité de la matrice devrait mener à un comportement global du matériau composite de type élasto-viscoplastique anisotrope. Ceci est confirmé par une campagne d'essais dynamiques présentée en chapitre 2. Les données de microstructures obtenues par microtomographie permettront de définir les entrées du modèle multi échelles développé dans ce travail de thèse.



---

## Chapitre 2 : caractérisation expérimentale

2.1.	Introduction.....	32
2.2.	Caractérisation dynamique des matériaux .....	32
2.2.1.	Dispositifs d'essai et de mesures.....	34
2.2.2.	Optimisation des géométries d'éprouvettes pour les essais dynamiques de traction .....	37
2.2.3.	Préparation des échantillons.....	41
2.2.4.	Caractérisation du comportement dynamique de la matrice polypropylène .....	41
2.2.5.	Caractérisation du comportement dynamique du PPGF .....	44
2.2.6.	Influence du taux de fibre .....	48
2.3.	Analyse des mécanismes d'endommagement.....	52
2.3.1.	Introduction.....	52
2.3.2.	Protocole et moyens d'essai.....	53
2.3.3.	Observations microscopiques et analyses .....	54
2.4.	Conclusion .....	59

*Ce chapitre se focalise sur le comportement mécanique du matériau composite de l'étude. Dans un premier temps, une caractérisation thermomécanique est menée sur la matrice polypropylène afin de déterminer l'influence de la vitesse de sollicitation et de la température sur son comportement. Par la suite, le comportement du composite est analysé et notamment sa sensibilité aux effets de vitesse et de microstructure traduite par la fraction volumique des fibres. Enfin, les mécanismes d'endommagement et leurs cinétiques sont mis en évidence à l'aide d'essais in situ sous MEB.*



---

## 2.1. Introduction

Dans le chapitre précédent, la microstructure du matériau composite et les différentes phases du matériau ont été présentées. Dans ce chapitre, c'est le comportement mécanique qui est analysé tant au niveau de la matrice polymère semi-cristalline qu'au niveau du matériau composite. L'objectif principal est de caractériser les propriétés mécaniques du matériau qui serviront de base à l'identification et la validation des modèles de lois de comportement non linéaires formulées pour la matrice et le composite. En particulier, les influences de la vitesse de déformation et du taux de fibres sont ici analysées. Dans un premier temps, la géométrie des éprouvettes est optimisée afin de pallier aux phénomènes vibratoires et de propagation d'ondes de choc dans l'éprouvette engendrés par le chargement dynamique. Par la suite, des essais de traction sont effectués sur la matrice seule en faisant varier la vitesse et la température de sollicitation. Le même type d'essai est réalisé sur le composite en faisant varier la vitesse et le taux de fibre. Enfin, les mécanismes d'endommagement qui interviennent dans le comportement du polypropylène chargé à 40% en fibres de verres sont identifiés par essai de flexion in situ sous microscope électronique à balayage (MEB).

## 2.2. Caractérisation dynamique des matériaux

La notion de comportement dynamique est vaste et les phénomènes intervenants lors des essais sont de différentes natures selon la gamme de vitesse associée. Au sens strict, on parle de sollicitation dynamique lorsque la structure (ou l'échantillon) est soumise à la présence de variations spatio-temporelles des champs de déformations ou de contraintes. Par abus de langage, on appelle comportement dynamique la réponse des matériaux sous sollicitation rapide au-delà de  $10^{-1}\text{s}^{-1}$ .

Il est possible de distinguer plusieurs domaines dans le régime dynamique. On parle en général de trois zones de vitesse et les essais de caractérisations qui leurs sont adaptés :

- **Le régime dynamique lent** se caractérise par des vitesses de déformation allant de  $10^{-1}\text{s}^{-1}$  à  $1\text{ s}^{-1}$ . Proche du régime quasi statique, les sollicitations associées sont de type chute d'objets. Les essais peuvent être effectués à l'aide de machines hydrauliques, pneumatiques ou mécaniques.
- **Le régime dynamique moyen** est défini par des vitesses de déformation comprises entre  $1\text{ s}^{-1}$  et  $500\text{ s}^{-1}$ . Les sollicitations associées sont de type crash et les essais sont réalisés à l'aide de machines hydrauliques ou pneumatiques.
- **Le régime de dynamique rapide** concerne des sollicitations à des vitesses de déformation supérieures à  $500\text{s}^{-1}$ . Les essais sont effectués à l'aide de barres de Hopkinson, d'impact ou d'explosion.

En dehors des essais de caractérisation dont fait l'objet le présent chapitre, il existe de nombreux essais sur structures ou sous-structures. Les premiers visent à créer la base de données permettant

---

d'identifier les lois de comportement, les seconds permettent de valider ces dernières ainsi que la fonctionnalité des structures.

Dans les présents travaux, c'est le comportement dans les régimes quasi statique, lent et moyen qui est analysé pour des vitesses allant du quasi statique à  $258s^{-1}$ . Dans la suite de ce travail, les termes « dynamique », « intermédiaire » ou « rapide » se référeront aux vitesses de sollicitations comprises entre  $10^{-1}$  et  $258s^{-1}$ .

Les études expérimentales avec des taux de déformation élevés sur les thermoplastiques renforcés en fibres présentent certaines difficultés. On ne recense que peu d'études sur le comportement dynamique de ces matériaux. Paradoxalement, la connaissance de leurs caractéristiques mécaniques devient de plus en plus indispensable, notamment pour alimenter de manière fiable et précise les logiciels de calculs en dynamique. En effet, leur utilisation est de plus en plus accrue en industrie et plus particulièrement dans l'industrie automobile, où la maîtrise de leur comportement au choc ou lors de crash est un enjeu crucial en termes de sécurité des passagers et de réglementation. Ces deux dernières décennies ont vu ainsi se développer un intérêt pour la caractérisation du comportement dynamique de ces matériaux [35] [36] [37] [38].

Des travaux menés sur un copolymère éthylène-propylène renforcé à 40% en fibres de verres [36], pour des vitesses allant de  $5.10^{-4} s^{-1}$  à  $200 s^{-1}$  a montré que les propriétés élastiques du matériau étaient dépendantes de la vitesse de déformation. En effet, il a été observé qu'une augmentation de la vitesse implique une augmentation modérée du module d'Young. Celle-ci est prononcée en termes de contraintes seuil ou à rupture. Sur ce composite à matrice copolymère, l'effet de vitesse s'est manifesté également par le retardement de l'apparition de l'endommagement et une réduction de la cinétique d'endommagement à l'interface fibre-matrice due à une micro-plastification locale autour des renforts accrue sous sollicitation dynamique.

Du polypropylène chargé en fibres de verre [37], a également fait l'objet de travaux de recherche pour des vitesses allant de  $10^{-1} s^{-1}$  à  $100 s^{-1}$ . Il a été constaté une augmentation de la contrainte à la rupture avec l'augmentation de la vitesse de déformation ainsi qu'une saturation des effets visqueux : les phénomènes viscoélastiques tendent à disparaître et les seuils de viscoplasticité sont retardés. Ce constat reste cohérent sur le plan rhéologique car l'augmentation de la vitesse de déformation tend à augmenter les propriétés mécaniques du matériau qui devient plus rigide.

Enfin, une étude sur du polypropylène et du polybutane chargés en fibres de verre a été menée pour des taux de déformation allant du quasi statique à  $174s^{-1}$  [38]. Elle a montré que l'augmentation du taux de déformation induit une augmentation de la rigidité du matériau.

En résumé, les principaux effets de l'augmentation de la vitesse de déformation observés dans la littérature sont synthétisés ci-dessous :

- Une augmentation de la contrainte à la rupture [35] [36] [37] [38].
- Une augmentation du module élastique [35] [36].

- 
- Une augmentation des contraintes seuils d'endommagement ou de viscoplasticité [36] [37].
  - Une augmentation de la résistance à la traction (saturation des effets visqueux) [35] [38] [37].
  - Un retardement dans l'apparition de l'endommagement [36].
  - Une réduction de la cinétique de microfissuration [36].
  - Une évolution de la déformation à la rupture qui est positive dans le cas de rupture à température ambiante et négative pour des températures allant de 50° à 100° [35].

Dans la gamme de vitesses de déformations étudiées et contrairement aux essais quasi-statiques, l'état uniforme des champs de contraintes et de déformations dans l'éprouvette, permettant d'accéder au comportement représentatif du matériau, n'est pas systématiquement atteint dès le début de l'essai. En effet, les effets d'inerties provoquent des ondes mécaniques de traction compression qui vont se propager et induire un chargement transitoire caractérisé par des oscillations perturbant le chargement uniforme souhaité. Ce dernier ne sera atteint que si le temps nécessaire à l'amortissement des ondes de contraintes, qui provoquent le déséquilibre des forces, est court par rapport au temps pendant lequel l'éprouvette est sollicitée. C'est pourquoi, il est nécessaire de mettre en œuvre des moyens d'optimisation d'essais tels que l'intégration de joints d'amortissement ainsi que des ruptures d'impédance dans le système mécanique. Ces dernières peuvent être introduites à travers l'adaptation de la géométrie des éprouvettes. On peut ainsi espérer minimiser au maximum les perturbations induites par les ondes de chocs générées lors des essais dynamiques. Toutefois, une phase de dynamique transitoire est inévitable au tout début de l'essai. L'objectif est donc de la limiter au tout début de la phase d'élasticité du matériau.

### 2.2.1. Dispositifs d'essai et de mesures

Les essais de traction sont effectués pour des vitesses allant du quasi statique à 200s<sup>-1</sup>. Les essais quasi statiques sont effectués à l'aide d'une machine de traction Zwick équipée d'une cellule de force de 10 KN avec un pilotage réalisé en vitesse imposée. Les mesures des déformations sont effectuées par corrélation d'image à l'aide du logiciel Vick2D. Cette technique de mesure de déplacement, très connue et utilisée [39] [40] [41] [42], consiste à comparer les points d'images texturées d'un matériau prises par une caméra à différents moments de la déformation avec ceux de l'image de l'état initial ou à l'image précédente. Ainsi on peut mesurer l'évolution des champs de déplacement et en déduire numériquement par dérivation les champs de déformation. Le motif doit être aléatoire afin de distinguer différents motifs dans la zone d'intérêt. Afin de « coder » les surfaces des échantillons, on applique un mouchetis sur la surface de l'éprouvette.

Le logiciel de corrélation va discrétiser l'image et mesurer le déplacement de ses nœuds entre l'image de référence et l'image déformée à travers la variation de niveaux de gris : il va rechercher de façon itérative le déplacement qu'il faut appliquer à l'image de référence pour maximiser une

fonction d'inter-corrélation (ou autre) entre elle et l'image déformée. La Figure 2-1 illustre les résultats en termes de champs de déformations obtenus pour un essai de traction par corrélation d'images.

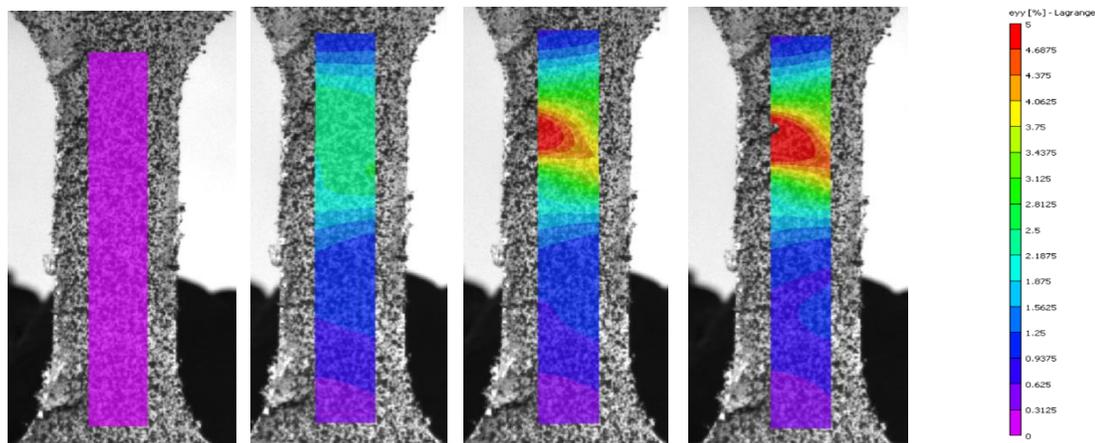


Figure 2-1 : calcul des champs de déformation par corrélation d'images

Les essais dynamiques, quant à eux, sont réalisés sur une machine de traction à grande vitesse servo-hydraulique Schenk Hydropuls VHS 5020. Le pilotage s'effectue en vitesse de déplacement imposée. Les efforts sont mesurés à l'aide d'un capteur de force piézoélectrique d'une capacité de 5 tonnes situé entre la traverse et le mors supérieur. Grâce au système de lancement de type tube – coulisseau présenté en Figure 2-2, l'équipement permet d'atteindre une vitesse maximale de déplacement de 20 m/s.

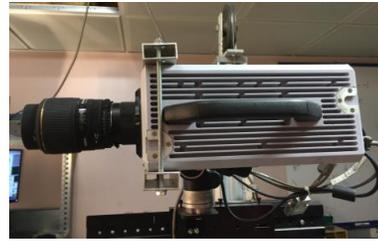
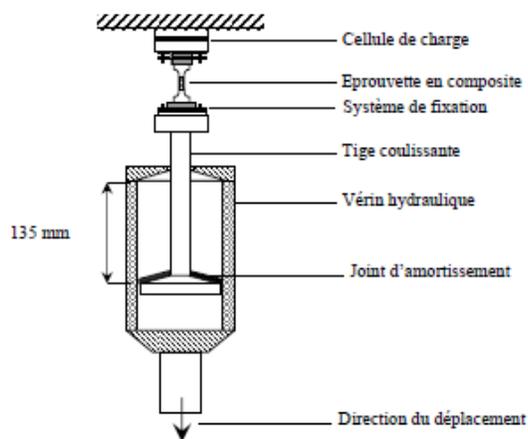


Figure 2-2 : schéma du dispositif d'essai

Le système de lancement tube-coulisseau permet d'atteindre la vitesse de consigne lors de la phase d'accélération du vérin sur une course pouvant atteindre 135mm avant la mise en charge de l'échantillon. En fin de course, le tube et le coulisseau sont en contact et induisent la mise en tension de l'échantillon. Un joint en nitrile d'une épaisseur de 1.5mm est utilisé comme joint amortisseur entre la tige et le vérin.

La déformation de la surface de l'échantillon est mesurée par une méthode sans contact de suivi de marqueurs à l'aide d'une caméra à grande vitesse dont la vitesse d'acquisition atteint 250 000 images par seconde. Deux marques circulaires sont déposées aux extrémités de la zone utile de l'échantillon à une distance de 8mm à 9mm environ et correspondent à la longueur initiale (de référence) à partir de laquelle la déformation est déterminée comme présenté en Figure 2-3.

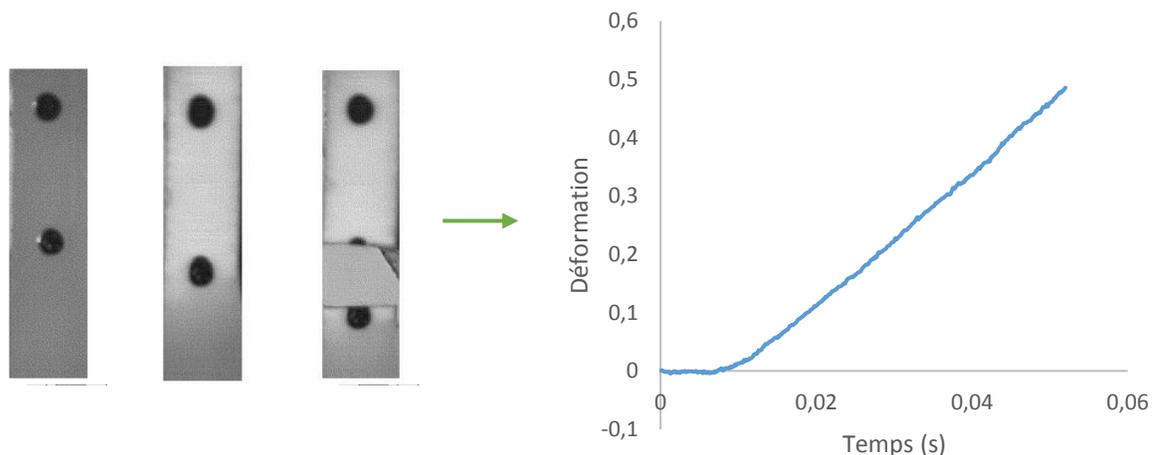


Figure 2-3 : Mesure de la déformation par suivi de marqueurs

---

Le traitement d'image est réalisé à l'aide du logiciel ImageJ. Il mesure le déplacement du centre géométrique de chaque marque à chaque pas d'acquisition et permet de calculer la distance les séparant. Cette distance amoindrie de la distance initiale entre les deux marques correspond alors à l'allongement de la zone utile de référence et permet de déterminer la déformation moyenne entre les deux marques.

### 2.2.2. Optimisation des géométries d'éprouvettes pour les essais dynamiques de traction

La méthode utilisée pour optimiser les éprouvettes d'essais est identique à celle développée par Jendli [43] [44]. L'objectif est d'atteindre une distribution de déformation uniforme au début de l'étape de chargement et d'obtenir une vitesse de déformation constante lors de la phase stable de montée en charge. L'optimisation des éprouvettes s'effectue ainsi en 4 étapes [43] et est représentée en Figure 2-4.

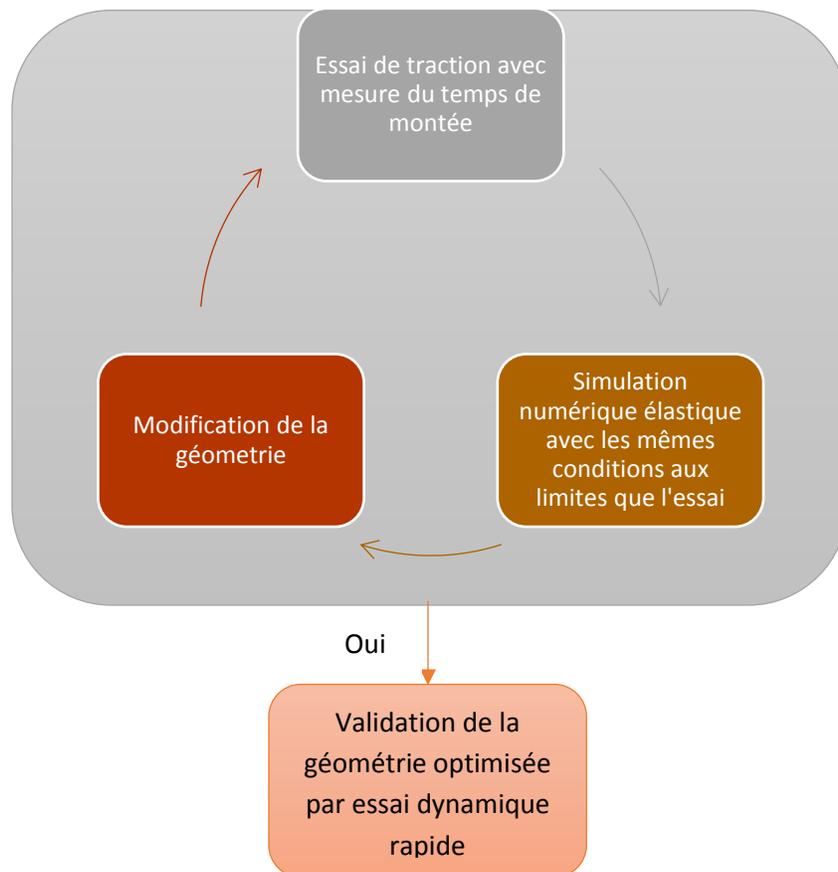
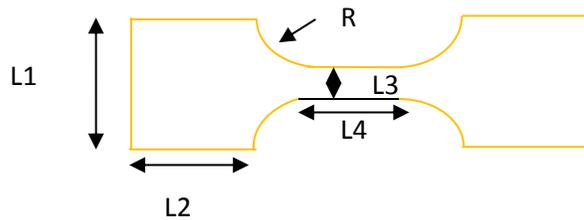


Figure 2-4 : processus d'optimisation par simulation numérique des géométries d'éprouvettes

Tout d'abord, un essai de traction est effectué à l'aide du dispositif expérimental présenté en Figure 2-2. Le déplacement induit aux extrémités de l'éprouvette est mesuré. Le joint peut amortir une partie de l'onde en fonction de sa nature, de son épaisseur et de la vitesse de l'essai. La première étape a pour objectif d'estimer le temps de montée qui correspond au temps nécessaire à l'écrasement du joint. Une fois ce temps évalué, un calcul numérique est effectué en appliquant les conditions limites et plus particulièrement la vitesse imposée afin de calculer la réponse dynamique de l'éprouvette. En se basant sur les résultats numériques et en supposant que l'éprouvette se comporte comme un solide élastique anisotrope, une procédure itérative d'optimisation est effectuée sur les paramètres géométriques L1, L2, L3 et R présentés ci-dessous :



Ces paramètres sont ainsi définis afin de réduire la durée de la phase dynamique transitoire liée aux propagations des ondes et d'obtenir des champs de contraintes et de déformations uniformes pour des temps très faibles devant le temps d'essai. Enfin, un essai grande vitesse vient valider la nouvelle géométrie optimisée.

Les simulations sont effectuées sur éprouvettes haltères sous le logiciel de calcul de structures Abaqus explicite afin de prendre en compte explicitement les effets d'inertie. La carte matériau introduite correspond à une loi élastique anisotrope possédant les modules de Young du PPGF40 donnés en Tableau 1-3 et un coefficient de poisson de 0.35. Il est à noter que le fait de ne pas considérer une phase de déformation non-linéaire est une démarche conservatrice dans la mesure où toute grande déformation vue par le système aura pour effet un amortissement des ondes.

L'éprouvette est représentée par 3624 éléments solides. Les conditions limites reproduisent celle de l'essai avec un côté encasté et une vitesse de déplacement imposée de l'autre côté atteinte au bout du temps de montée déterminée expérimentalement tel que décrit plus haut. A titre de simplification, une augmentation linéaire de la vitesse est assumée jusqu'au temps de montée à partir duquel elle devient constante.

Deux résultats sont systématiquement relevés et comparés pour chaque variation d'un paramètre de la géométrie. Le premier est la vitesse de déformation relevée au centre de l'éprouvette : celle-ci doit dépasser  $150 \text{ s}^{-1}$  pour les plus grandes vitesses de déplacement imposées. Le second est le champ des contraintes le long de l'éprouvette : il doit être « homogène » dans la zone utile pour une valeur maximum la plus faible possible. On impose comme critère d'homogénéité un rapport de 90% entre la valeur de la contrainte moyenne dans la zone utile et la valeur de la contrainte maximum présente dans cette même zone. Les Figure 2-5 et Figure 2-6 illustrent les résultats de

simulation numérique d'un essai de traction pour une vitesse de sollicitation de  $4\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$  correspondant à une vitesse de déformation de  $181\text{s}^{-1}$ .

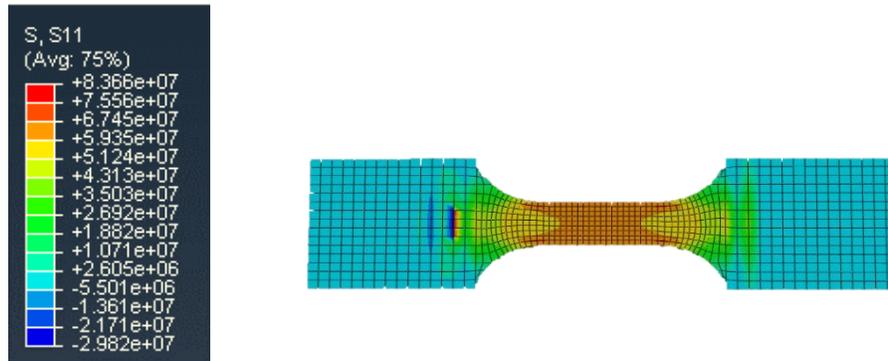


Figure 2-5 : Distribution de la contrainte longitudinale  $S_{11}$  calculée pour l'échantillon optimisé et sollicité à  $4\text{m/s}$

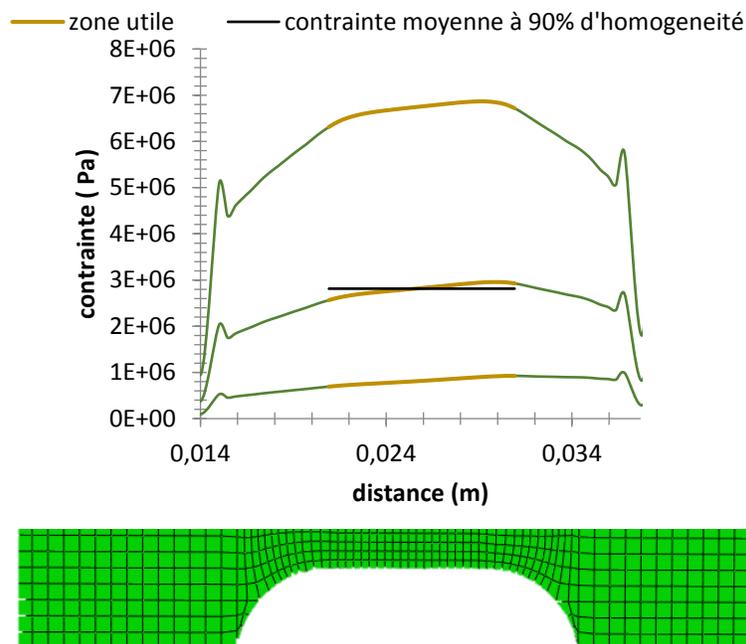


Figure 2-6 : Distribution des contraintes mécaniques lors des trois premiers pas de chargement (chaque courbe représentant un pas de chargement) et propagation de l'onde mécaniques

La Figure 2-6 présente le profil de contrainte longitudinal le long de la ligne centrale de l'éprouvette. Les premiers pas de chargement permettent de distinguer la propagation de l'onde mécanique dans l'éprouvette. On y observe la stabilisation du profil de contrainte au voisinage de  $2.8\text{MPa}$ .

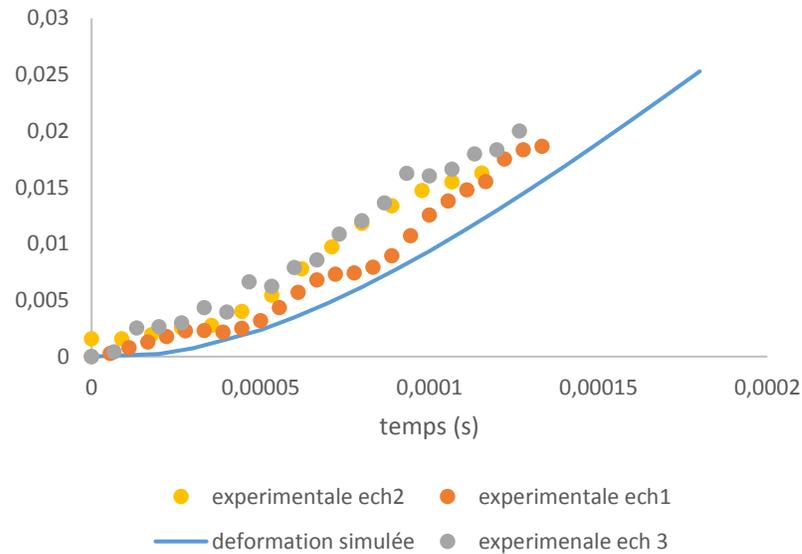


Figure 2-7 : Comparaison de l'évolution de la déformation au sein de l'éprouvette entre la simulation et les essais pour une vitesse de sollicitation de 4m/s

Par ailleurs, la déformation obtenue par simulation numérique est comparée à celles expérimentales réalisées à la même vitesse de chargement. En effet, les propriétés mécaniques recueillies dans les simulations doivent être représentatives du comportement du matériau étudié afin de valider le processus d'optimisation. La vitesse de déformation correspondante à cette simulation est de  $188s^{-1}$ . La Figure 2-7 montre que la simulation numérique reproduit fidèlement l'évolution de la vitesse de déformation expérimentale. On peut par ailleurs noter sur certains essais quelques oscillations autour de la pente moyenne. Ces dernières sont dues au mode propre de vibration de la masse accrochée à la traverse du haut correspondant au mors supérieur. Une simulation de cette masse accrochée permettrait d'optimiser encore mieux l'essai dynamique. Toutefois, au vue des résultats déjà obtenus, on peut considérer que la géométrie optimisée peut être utilisée pour la caractérisation dynamique du matériau. Les dimensions optimisées dans les présents travaux sont données en Tableau 2-1. On peut notamment remarquer la valeur faible du rayon de raccordement. C'est en effet à travers la diminution brutale de la surface de l'échantillon qu'est produite une rupture d'impédance mécanique permettant de piéger les ondes.

	<b>L1 (mm)</b>	<b>L2 (mm)</b>	<b>L3 (mm)</b>	<b>R (mm)</b>	<b>L4 (mm)</b>
PPGF	13	15	5	6	10
PP	15	15	5	12	10

Tableau 2-1 : dimensions de géométrie optimisée pour le composite et la matrice

### 2.2.3. Préparation des échantillons

Les éprouvettes de PPGF et de matrice sont issues de plaques injectées en nappe dans les conditions présentées en chapitre 1. Afin de s'affranchir des effets de bord, une zone utile a été définie pour le polypropylène chargé en fibres. Les éprouvettes de PPGF ont été découpées par jet d'eau dans cette zone selon trois orientations par rapport au sens de l'injection :  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  et  $90^\circ$  comme illustré en Figure 2-8. Dans le cas du polypropylène seul, le comportement est considéré isotrope, une seule direction ( $0^\circ$ ) a été retenue.

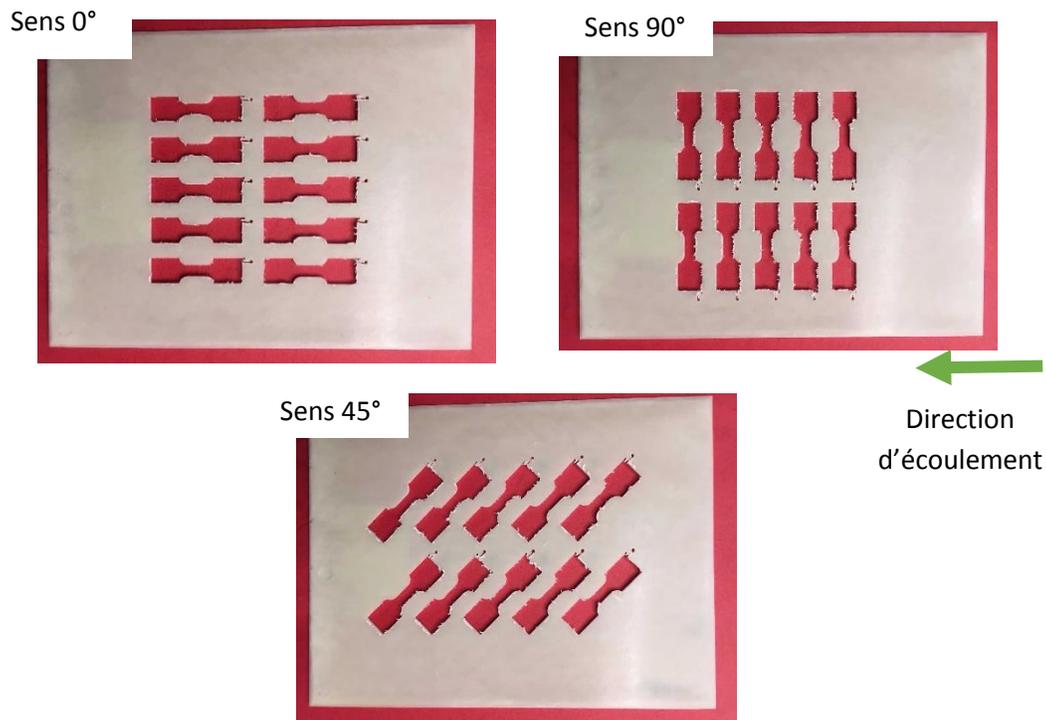


Figure 2-8 : découpe des éprouvettes de traction

### 2.2.4. Caractérisation du comportement dynamique de la matrice polypropylène

La matrice polypropylène joue un rôle majeur dans le comportement global du composite PPGF. Ainsi, afin de mieux comprendre le comportement du composite d'une part et d'identifier une loi de comportement de la matrice d'autre part, des essais sont réalisés sur le polypropylène seul.

Le comportement mécanique du polypropylène est sensiblement dépendant de la vitesse de sollicitation. Pour chaque vitesse de sollicitation, trois à cinq échantillons sont testés. La vitesse de déformation est mesurée en traçant la pente dans la zone stabilisée de la courbe de déformation comme illustré en Figure 2-9.

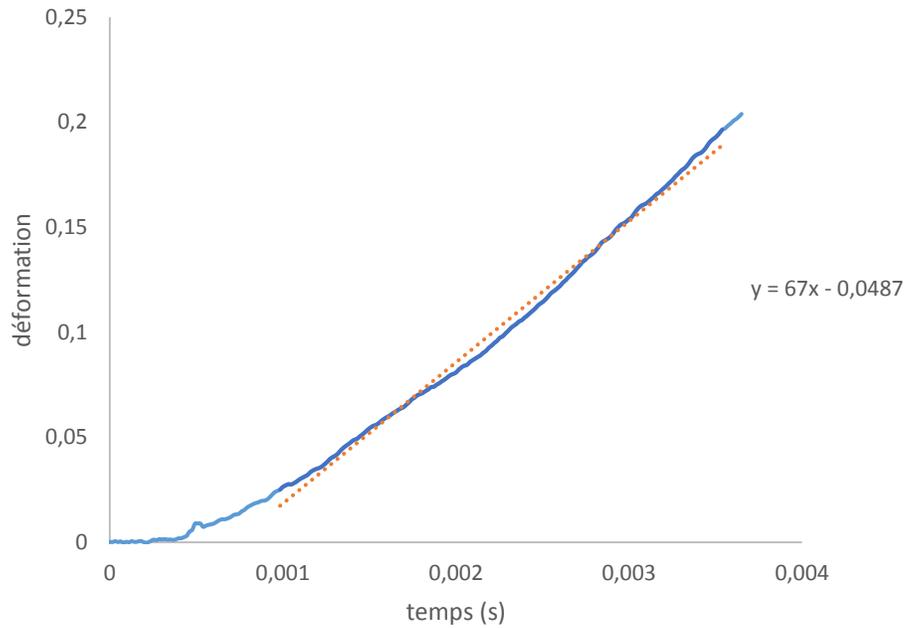


Figure 2-9: mesure de la vitesse de déformation par calcul de la pente dans la zone stable de la courbe

Les résultats en termes de contraintes et de déformation à différentes vitesses sont présentés en Figure 2-10. Les contraintes vraies et déformations vraies sont ici utilisées afin de prendre en compte la réduction de section.

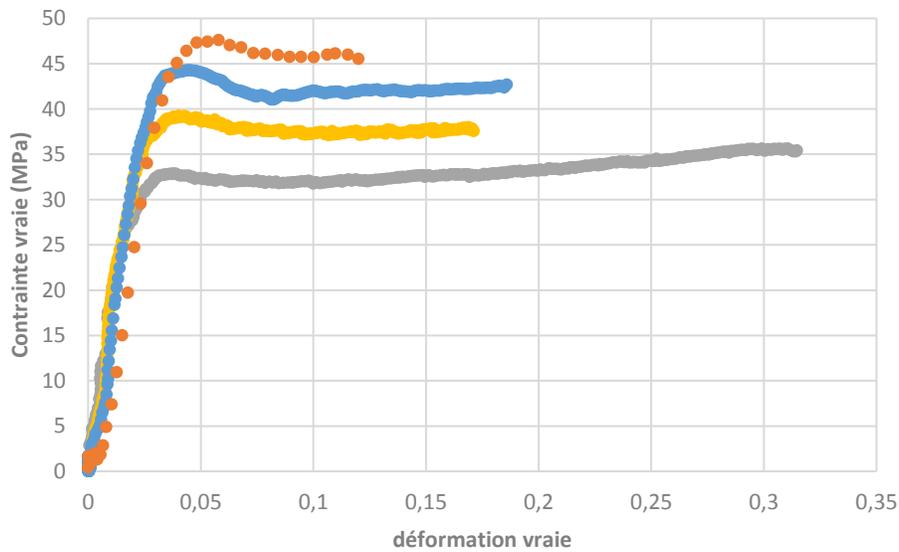


Figure 2-10 : courbes de contraintes déformations sur le polypropylène seul à différentes vitesses de déformations

Les résultats montrent que l'augmentation de la vitesse de déformation induit un retard dans l'apparition de la zone plastique, une augmentation des contraintes seuils de plasticité et des contraintes à rupture. La déformation à rupture, quant à elle, a tendance à diminuer avec l'augmentation de la vitesse de déformation et passe ainsi de 31% pour un essai à une vitesse de  $0.92s^{-1}$  à une déformation de 12% pour un essai à  $258s^{-1}$ .

L'évolution des propriétés mécaniques du polypropylène en fonction de la vitesse sont synthétisés dans le Tableau 2-2.

Vitesse de déformation ( $s^{-1}$ )	0.92	24	64.77	258
<b>E (MPa)</b>	1636 ± 6 %	1622 ± 5%	1730 ± 11%	1724 ± 16 %
<b><math>\sigma_{max}</math> (MPa)</b>	35.62 ± 5 %	39.22 ± 6%	44.27 ± 5%	47.60 ± 5%
<b><math>\epsilon_{max}</math> (%)</b>	31.47 ± 7 %	17.13 ± 4%	19.59 ± 9 %	11.99 ± 15 %

*Tableau 2-2 : Evolution des propriétés mécaniques en fonction de la vitesse de déformation*

Des essais en température ont été rendus possibles à travers la fabrication d'une enceinte isolant les deux mors et l'échantillon et un chauffage par air chaud. Un thermocouple est placé à plusieurs endroits de la zone utile afin de vérifier l'homogénéité et la stabilité de la température. Ainsi, la sensibilité à la température a également été mise en évidence à travers des essais de traction effectués pour une vitesse de déformation quasi-constante et comprise entre  $24s^{-1}$  et  $24.5s^{-1}$ . Les réponses en contrainte-déformation sont illustrées en Figure 2-11.

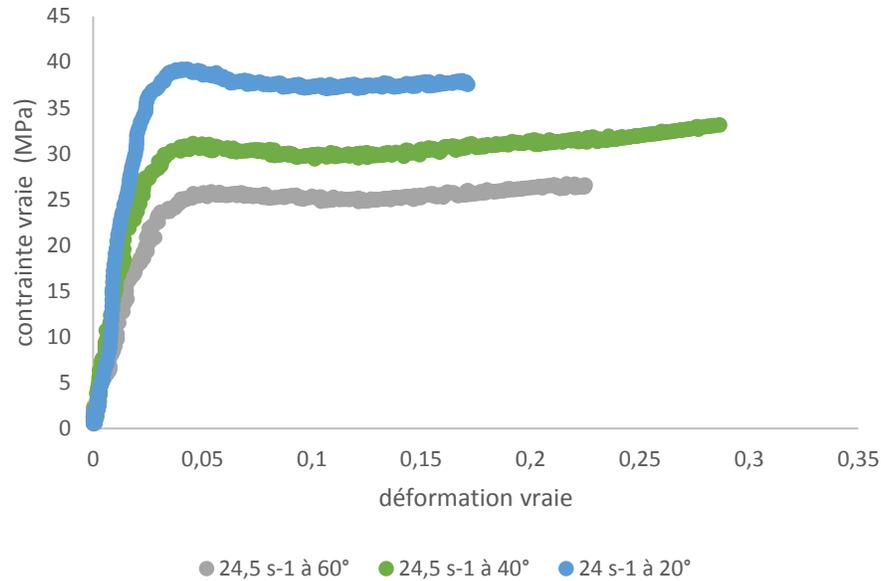


Figure 2-11 : courbes de traction à différentes températures du polypropylène

De façon prévisible, la température influe, de manière inverse à la vitesse de déformation, sur le comportement du polypropylène avec en sus une influence sur le module élastique qui est moins évidente dans le cas de la variation de la vitesse.

### 2.2.5. Caractérisation du comportement dynamique du PPGF

La microstructure anisotrope en cœur peau du composite implique inéluctablement un comportement mécanique anisotrope. C'est pourquoi les essais sont réalisés selon trois directions par rapport à la direction d'injection : 0° (sens longitudinal), 45° et 90° (sens transverse). Les essais sont effectués sur le matériau de base de cette étude, autrement dit le polypropylène chargé à 40% en fibres de verres (PPGF40). Pour chaque vitesse de sollicitation 3 à 6 échantillons sont testés. Les courbes de traction pour chaque vitesse de sollicitation sont données en Figure 2-12. Les contraintes nominales sont ici utilisées car la déformation apparente n'excède pas 5%.

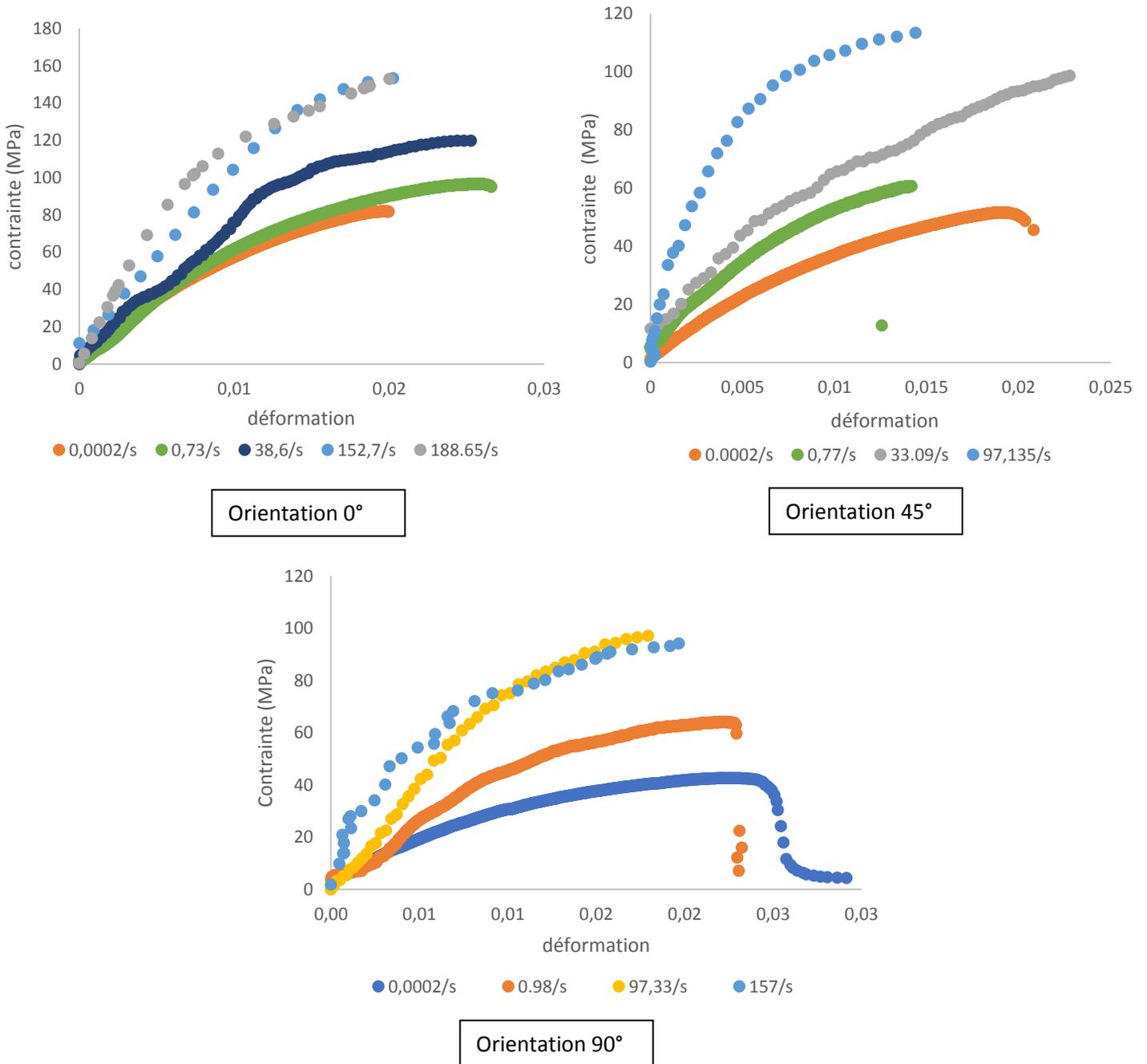


Figure 2-12 : courbes de traction sur le PPGF40 à différentes vitesses de déformations

Les résultats expérimentaux montrent que la déformation à rupture est environ 10 fois inférieure à celle du polypropylène non chargé et cela indépendamment de la vitesse de sollicitation. Par ailleurs, pour trois orientations testées, il est clair que l'augmentation de la vitesse de déformation

engendre une augmentation de la rigidité du matériau et des contraintes au seuil et à la rupture. Les modules d'Young mesurés en sens longitudinal sont plus élevés que ceux en sens transverse et en sens 45. Ceci s'explique par l'orientation des fibres au sein du matériau. En effet, les observations par microtomographie à rayons X ont montré une orientation privilégiée des fibres dans le sens d'écoulement (sens longitudinal) de la matrice lors du procédé d'injection. L'augmentation de la vitesse de déformation engendre également un retard dans l'apparition de la non-linéarité du comportement. Ceci est traduit par une augmentation des contraintes seuils de non-linéarité ainsi que des contraintes ultimes.

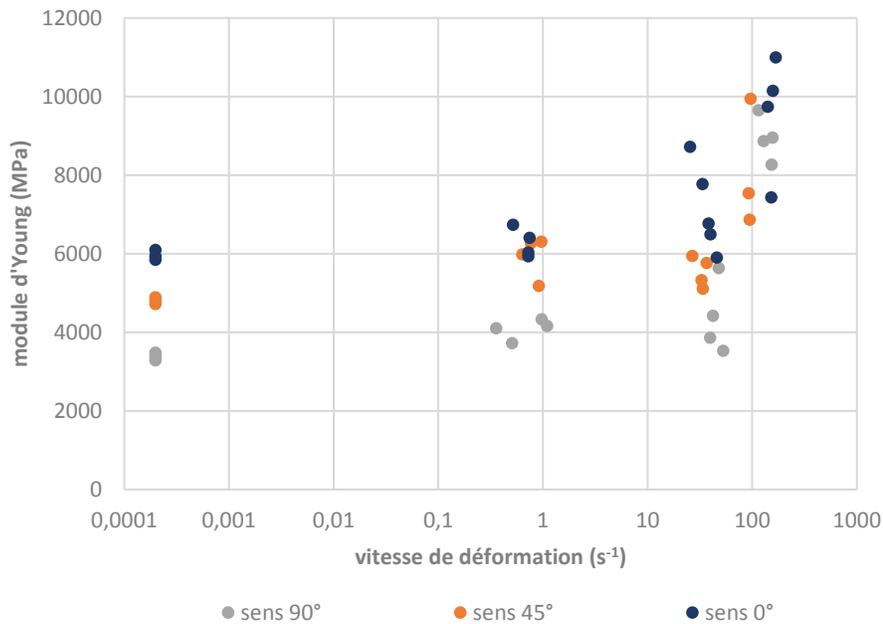


Figure 2-13: Evolution des modules d'Young dans les trois orientations (0°, 45° et 90°) en fonction de la vitesse de déformation

Les Figure 2-14 à 2-15 illustrent l'évolution des propriétés mécaniques dans les trois orientations en fonction de la vitesse de déformation sur tous les essais effectués.

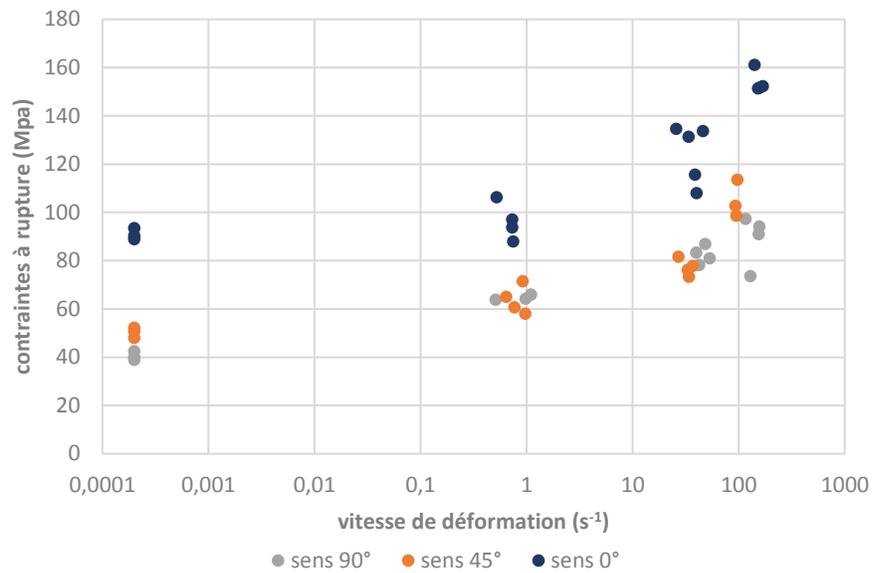


Figure 2-14 : Evolution des contraintes à rupture dans les trois orientations (0°, 45° et 90°) en fonction de la vitesse de déformation

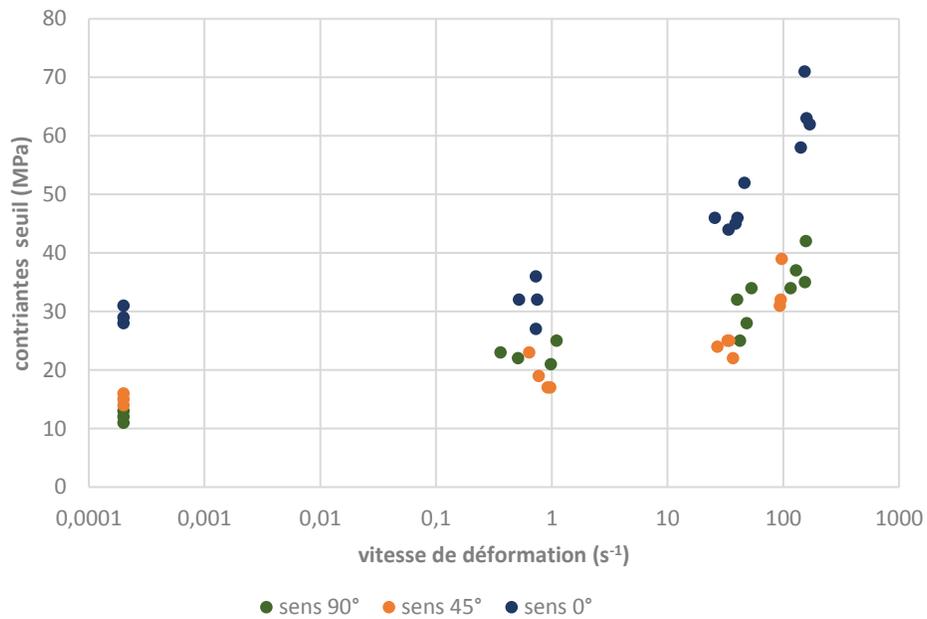


Figure 2-15 : Evolution des contraintes seuil dans les trois orientations (0°, 45° et 90°) en fonction de la vitesse de déformation

Il apparait clairement que la tendance d'évolution des propriétés mécaniques est similaire dans les trois directions. On distingue deux zones d'évolution remarquables pour les contraintes seuil et le

modules de rigidité. Une première comprise entre les vitesses de déformations quasi statiques et  $1s^{-1}$  caractérisée par une augmentation lente des propriétés mécaniques et une seconde à partir de  $1s^{-1}$  caractérisée par une évolution plus rapide de ces caractéristiques. Pour des vitesses de l'ordre de  $150s^{-1}$ , les contraintes seuil sont multipliées par 2 à 3 fois leur valeur en quasi statiques. Le même constat peut être fait pour les contraintes à ruptures. De même, les modules d'Young sont 1.5 à 2.5 fois supérieurs à ceux en quasi statique avec une sensibilité à la vitesse plus marquée en sens transverse. Par ailleurs, on constate que les seuils de non linéarité sont compris entre 28% et 51% des contraintes ultimes avec une tendance croissante avec la vitesse de déformation.

### 2.2.6. Influence du taux de fibre

Afin de déterminer l'influence du taux de fibre sur les réponses du composite en chargement dynamique, des essais de traction à différentes vitesses ont été effectués sur du polypropylène chargé à 30% (PPGF30) et à 60% (PPGF60) en fibres de verre. Les essais sont menés pour des orientations à  $0^\circ$  et à  $90^\circ$  dans les mêmes conditions que celles définies pour le PPGF40. L'évolution des modules en fonction du taux de fibres sont présentés en Figure 2-16 et Figure 2-17.

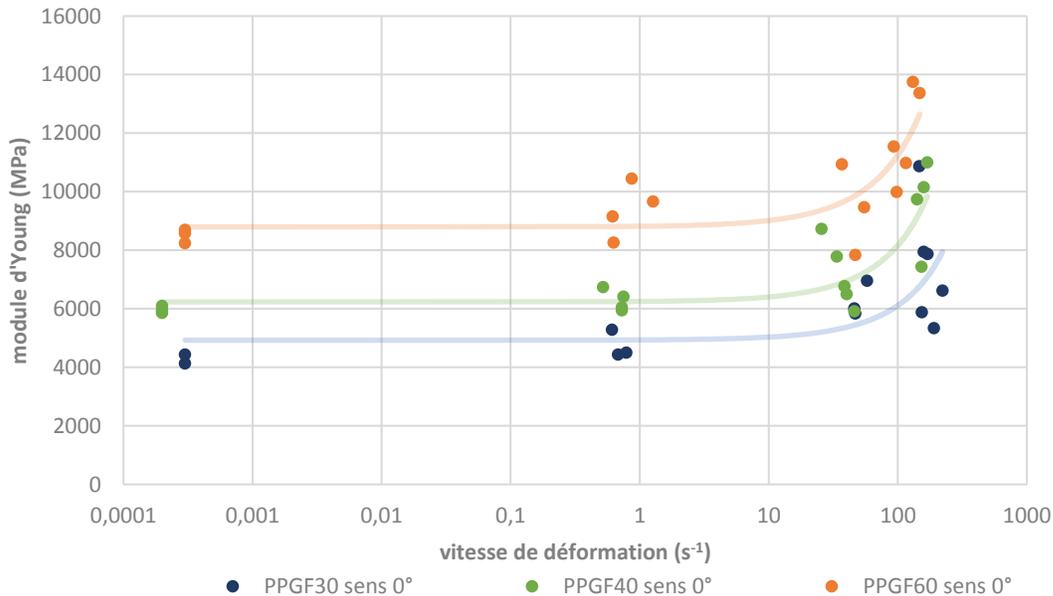


Figure 2-16 : Evolution des modules d'Young en fonction de la vitesse de déformation à différents taux de fibres en sens longitudinal

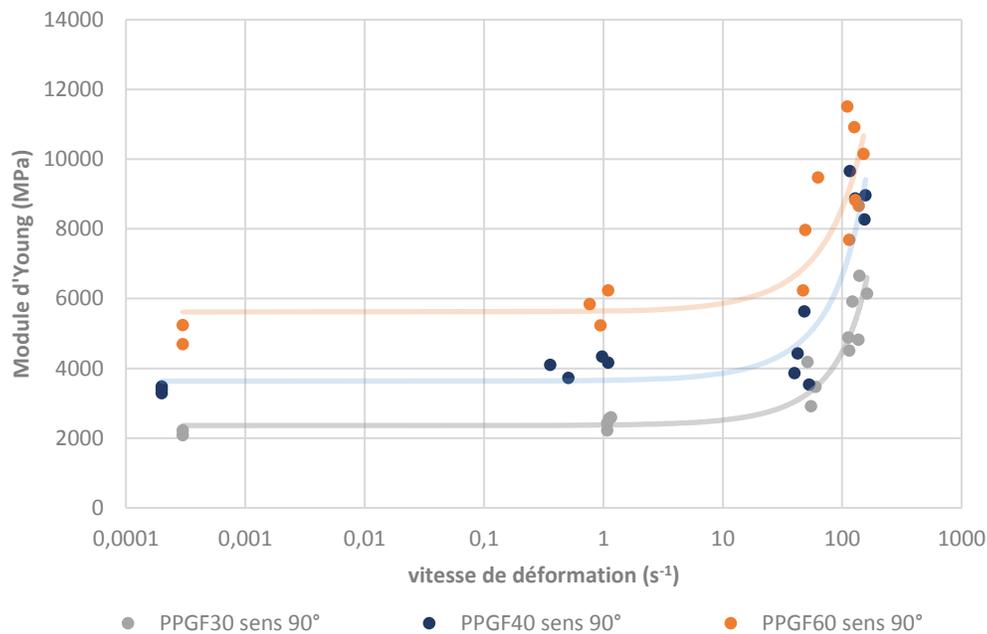


Figure 2-17 : Evolution du module d'Young en fonction de la vitesse de déformation à différents taux de fibres en sens transverse

Comme attendu, les résultats montrent que les modules d'Young augmentent avec le taux de fibres. Ce qui est prévisible car la rigidité des fibres est beaucoup plus importante que celle de la matrice. Les évolutions des modules d'Young suivent la même allure selon les trois taux de fibres. Dans les trois cas, on peut retrouver cette séparation en deux zones : une première zone avec une évolution lente de la variation du module d'Young puis une seconde avec une variation plus rapide. De plus, une dispersion plus importante est observée dans le cas du polypropylène chargé à 60%. Celle-ci est due à la microstructure qui est plus dispersée dans le cas du PPGF60. Par ailleurs, l'évolution des contraintes seuils est représentée en Figure 2-18. Les mêmes tendances sont observées.

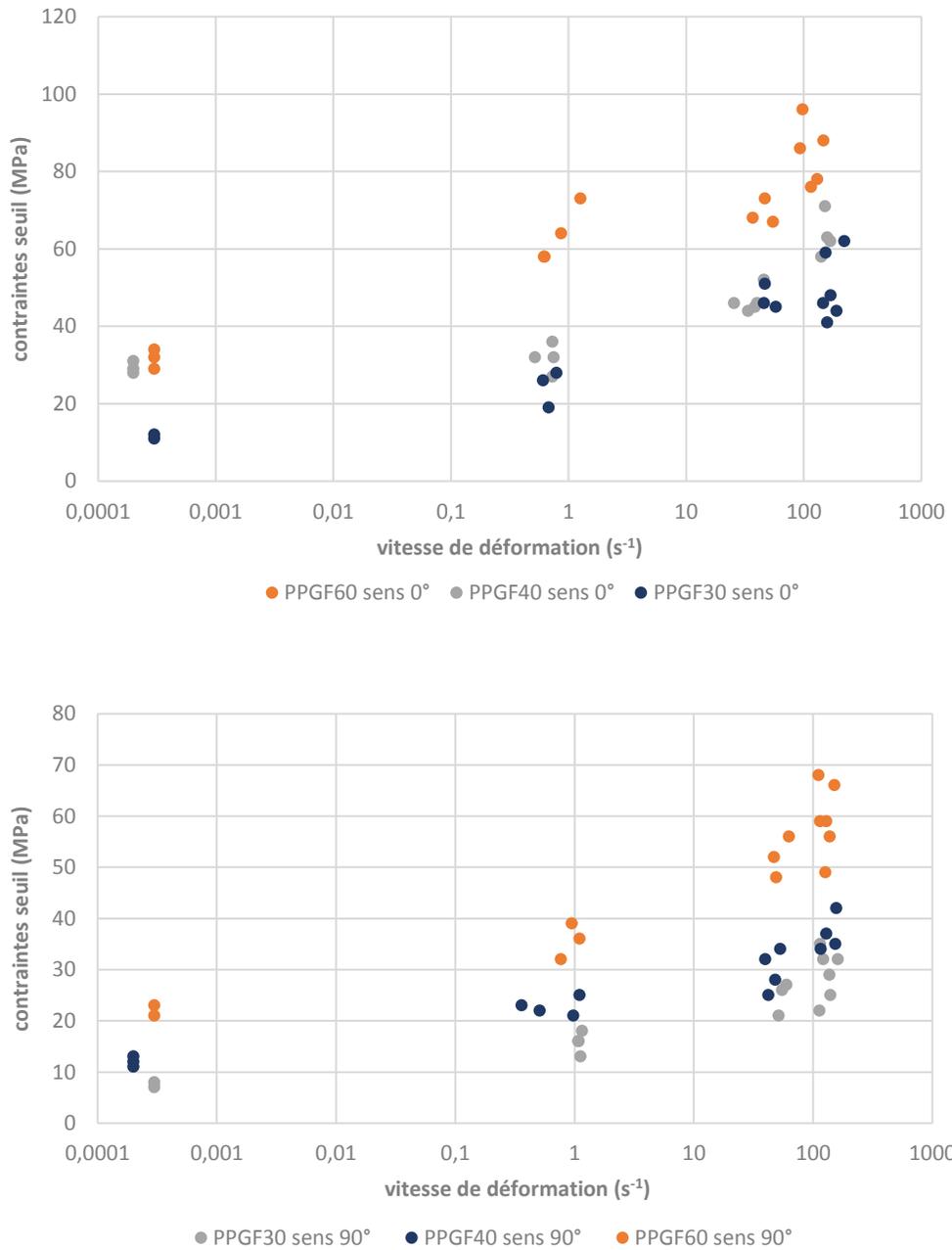


Figure 2-18 : Evolution des contraintes seuils en fonction de la vitesse de déformation à différents taux de fibres en sens transverse (figure du bas) et sens longitudinal (figure du haut)

Le taux de fibres influe également sur les contraintes seuils. En effet, celles-ci augmentent avec l'augmentation du taux de fibres. Leur évolution en fonction de la vitesse de déformation est également affectée, elle présente une croissance plus importante avec l'augmentation du taux de fibres. Finalement, ce sont les contraintes ultimes qui sont présentées en Figure 2-19.

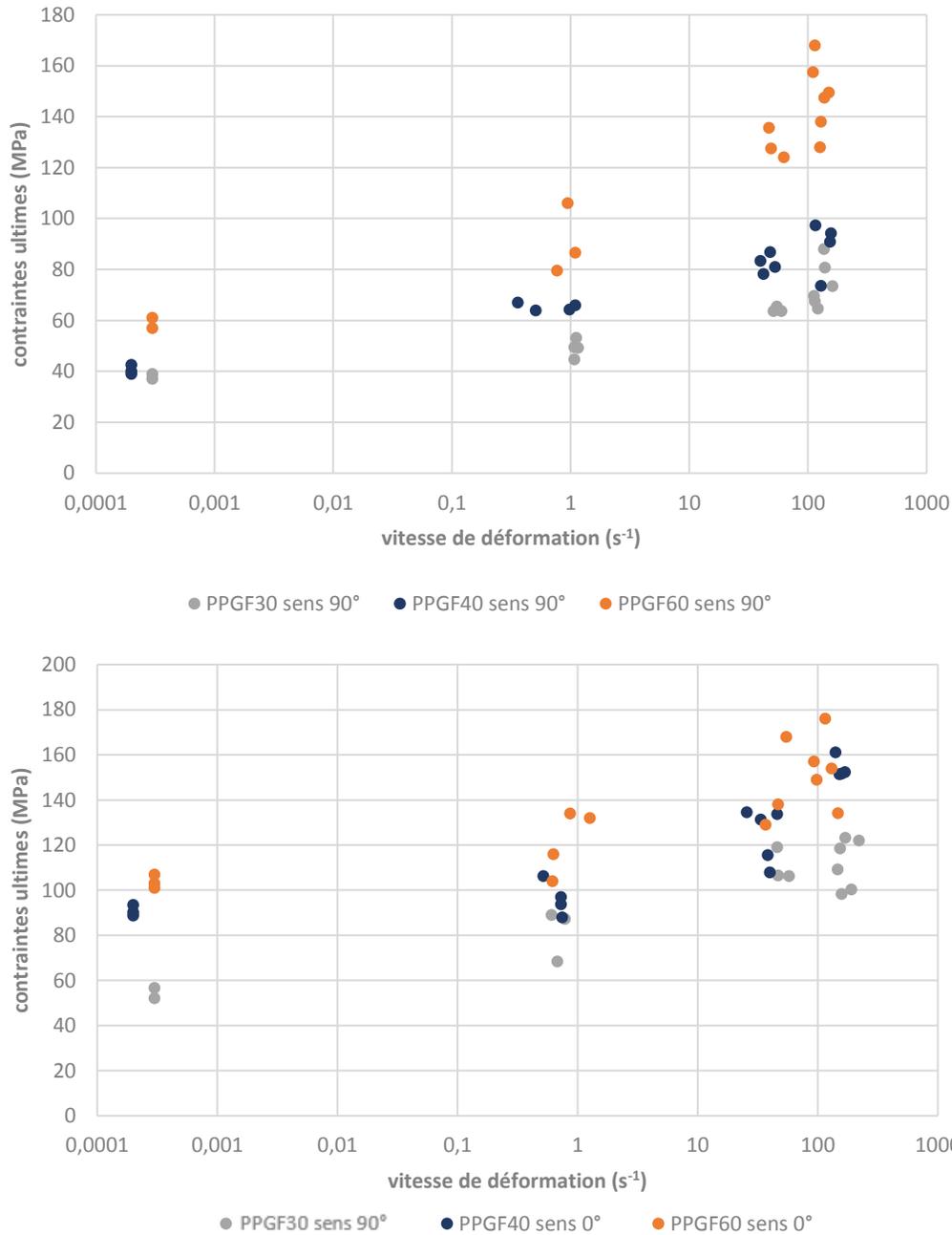


Figure 2-19 : Evolution des contraintes ultimes en fonction de la vitesse de déformation à différents taux de fibres en sens longitudinal (figure du bas) et transverse (figure du haut)

---

De même que les autres propriétés mécaniques, les contraintes à rupture augmentent avec le taux de fibres. Les allures des évolutions restent proches mais dans le cas des éprouvettes en sens longitudinal, on remarque que l'écart entre les contraintes à différents taux de fibres tend à se resserrer avec la vitesse de déformation tandis qu'en sens transverse cet écart tend plutôt à s'accroître.

Finalement, les propriétés élastiques et en régime non linéaire sont fortement affectées par la vitesse de déformation. En effet, elles tendent à s'accroître et ce, indépendamment du taux de renfort. Les contraintes traduisant les seuils d'endommagement ou de non linéarité et les contraintes à rupture peuvent atteindre 2 à 3 fois celles relevées en quasi statique. Les écarts de mesures constatés dans les essais sont inhérents à la variabilité de la microstructure qui caractérise les polymères chargés en fibres courtes obtenus par méthode d'injection. Le taux de fibres augmente également les propriétés mécaniques mais leur allure en fonction de la vitesse reste sensiblement la même.

## 2.3. Analyse des mécanismes d'endommagement

### 2.3.1. Introduction

Soumis à une sollicitation mécanique, les matériaux composites se dégradent et plusieurs mécanismes d'endommagement sont mis en jeu à des échelles différentes. Le développement de cet endommagement intervient assez tôt au sein des matériaux composites : les premiers apparaissent à l'échelle microscopique lorsque les contraintes locales ont atteint la limite de rupture d'un des constituants. Les microfissures qui se développent sont trop confinées pour entraîner la ruine du matériau. La conséquence étant le développement d'un nombre important de microfissures par coalescence et accumulation avant la rupture finale du matériau. Pour les composites à fibres courtes, trois types d'endommagement sont susceptibles de se produire au niveau microscopique :

- La fissuration matricielle : les défauts ou porosités présents dans la matrice sont le siège de microfissures qui se développent et se propagent selon la direction perpendiculaire à la direction principale de sollicitation (dans le cas d'une sollicitation en traction). La propagation des fissures peut aussi entraîner une décohésion de l'interface fibre-matrice ou la rupture de fibres.
- La rupture de fibre : elle se produit lorsque la contrainte appliquée excède localement la contrainte à la rupture de la fibre.

- 
- La décohésion interfaciale : les deux mécanismes précédemment cités s'accompagnent généralement de la rupture de l'interface fibre-matrice. Cette décohésion est associée à la qualité d'adhésion entre les surfaces. Ainsi, pour une interface résistante, la fissuration initiée dans la matrice conduit à la rupture de fibres sans décohésion de l'interface ou à la rupture de la matrice tout autour de l'interface. Inversement pour une interface peu résistante, la fissuration conduit à la décohésion de l'interface fibre matrice sans qu'il y ait rupture de fibres.

Au niveau macroscopique, l'endommagement se traduit par une baisse progressive de raideur suivie de la ruine du matériau.

L'analyse de ces mécanismes locaux d'endommagement et de déformation se fait communément par des essais in situ sous microscope électronique à balayage (MEB) [34] [49] [50]. L'intérêt de ce type d'essais est de pouvoir observer en temps réel les mécanismes d'endommagement qui interviennent lors du chargement, leur seuil et leur cinétique d'évolution. Des essais in situ peuvent également être effectués au sein d'un microtomographe [34] [33] [51] et permettent de suivre l'évolution de l'endommagement non pas uniquement sur la tranche de l'éprouvette mais également en volume dans le cœur du matériau. Des essais de traction in situ dans un microtomographe ont ainsi été effectués au sein du laboratoire LEM3 mais les temps d'acquisition des images sont supérieurs au temps de relaxation du polypropylène chargé à 40% en fibres de verre et ne permettent donc pas de suivre correctement l'évolution de l'endommagement.

Dans cette partie, on se propose donc de déterminer les mécanismes d'endommagement qui interviennent dans le PPGF ainsi que leur cinétique d'apparition à travers un essai quasi statique de flexion in situ sous MEB.

### 2.3.2. Protocole et moyens d'essai

L'essai de flexion in situ consiste en un essai quatre points pilotés en effort à l'aide d'une platine de micro-traction Deben d'une capacité de 5000N avec une course maximale de 20 mm sur laquelle un mors de flexion quatre point est installé. Ce dernier présente un entraxe entre les appuis de 30 mm et est présenté en Figure 2-20. La platine est installée dans un MEB Hitachi 4008 qui permet d'observer des échantillons sous faibles tensions (0.5V) sans métallisation préalable. Toutefois dans le cadre de ces travaux les échantillons ont tout de même été métallisés à l'or afin d'améliorer la résolution des images acquises. Les dimensions de l'éprouvette sont de 40x10x2.8mm. La zone d'observation se situe sur la tranche de l'éprouvette.

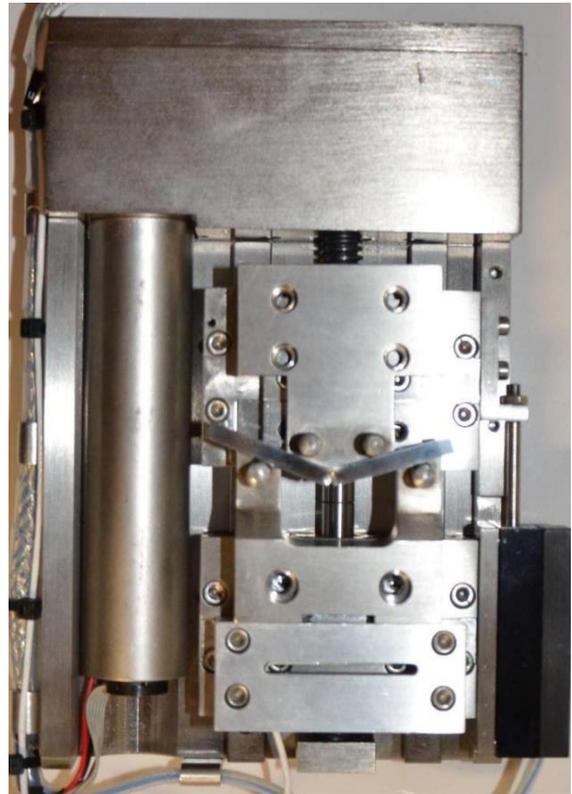
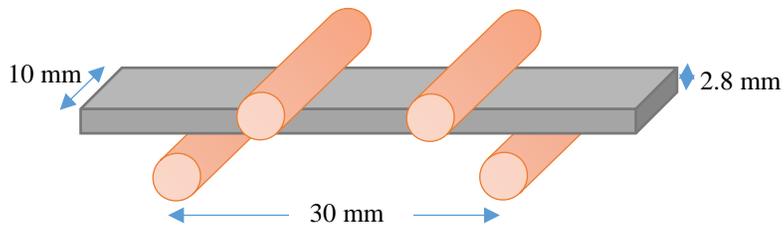


Figure 2-20 : montage de flexion in situ quatre point

L'essai de flexion est interrompu à des efforts préalablement définis et fixés pour permettre l'observation in situ et l'acquisition des images. Afin de réduire les effets de relaxation du matériau, les observations sont limitées à trois minutes en maintenant la charge jusqu'à atteindre la charge à rupture ( $N_{max}$ ).

### 2.3.3. Observations microscopiques et analyses

La Figure 2-21 illustre les observations effectuées à l'état initial. La matrice ne présente pas de défauts initiaux et les fibres sont majoritairement saines. Dans la zone de cœur, où la densité de fibre est la plus élevée, on observe quelques fibres fissurées initialement (environ 5%) principalement dues au procédé de fabrication. Les interfaces observées sont également saines, il n'y a pas de décohésion observée ou de défauts dans l'interface.

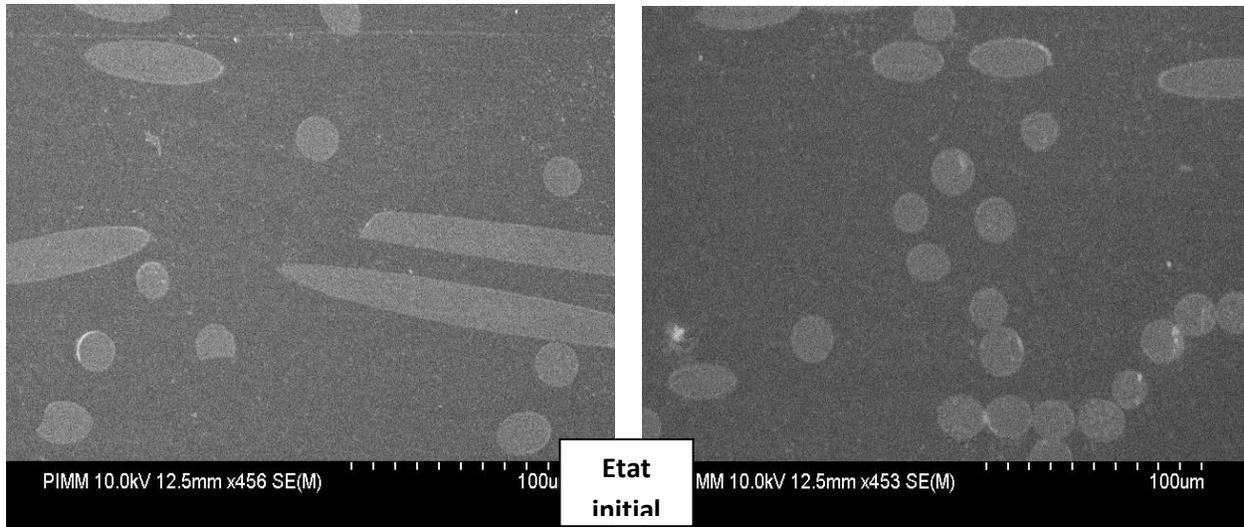


Figure 2-21 : échantillon observé sous MEB à l'état initial.

Avant 34% d'effort à rupture, aucun endommagement n'est observé. A 35%, de rares défauts s'initient au niveau des interfaces comme présenté en Figure 2-213. Autour des fibres observées dans la longueur, les défauts sont principalement observés en pointe de fibre. Dans celles observées en coupe, c'est dans les zones de proximité avec d'autres fibres qu'elles apparaissent.

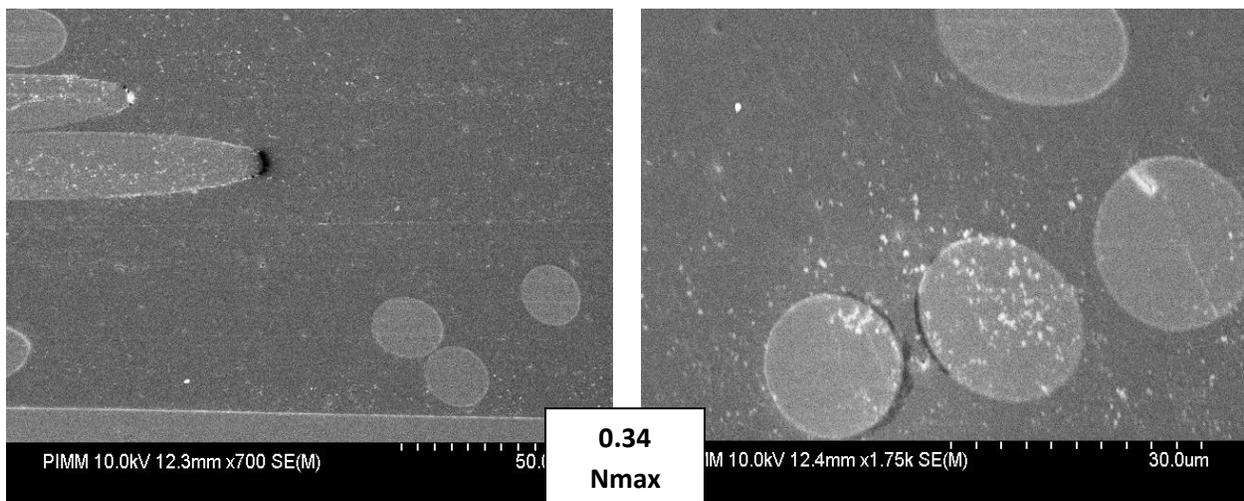


Figure 2-22 : échantillon observé sous MEB à 35% d'effort à rupture

A 50% d'effort à rupture, les initiations de défauts se multiplient comme on peut l'observer en Figure 2-23. Les fissures des fibres endommagées lors de l'injection dans la vis d'extrusion qui étaient jusqu'à lors fermées s'ouvrent. La matrice quant à elle, commence à s'endommager en bord d'interfaces déjà endommagées. Toutefois cet endommagement reste très faible.

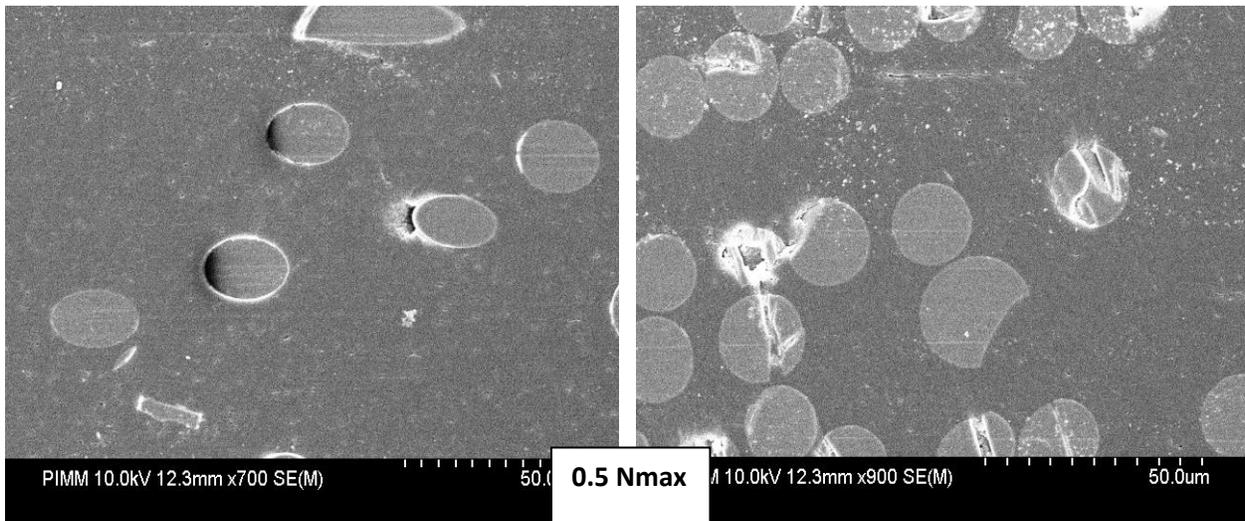


Figure 2-23: échantillon observé sous MEB à 50% d'effort à rupture

A 67% d'effort à rupture, la plupart des interfaces de fibres présentent des défauts. Un faible nombre de fibres commence à se déchausser. L'endommagement se propage dans la matrice proche et entre les interfaces comme on peut le voir en Figure 2-24.

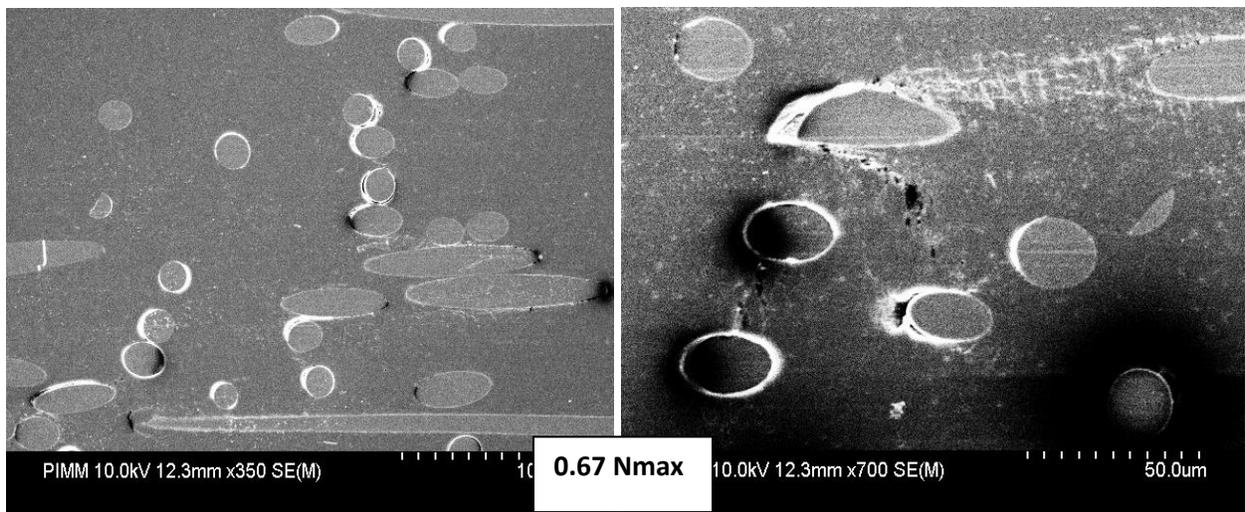


Figure 2-24 : échantillon observé sous MEB à 67% d'effort à rupture

A 84% d'effort à rupture, presque toutes les interfaces sont endommagées de manière plus ou moins importante. Les micro fissurations matricielles se multiplient et se propagent. Quelques fibres se rompent, d'autres se déchaussent comme l'illustre la Figure 2-25.

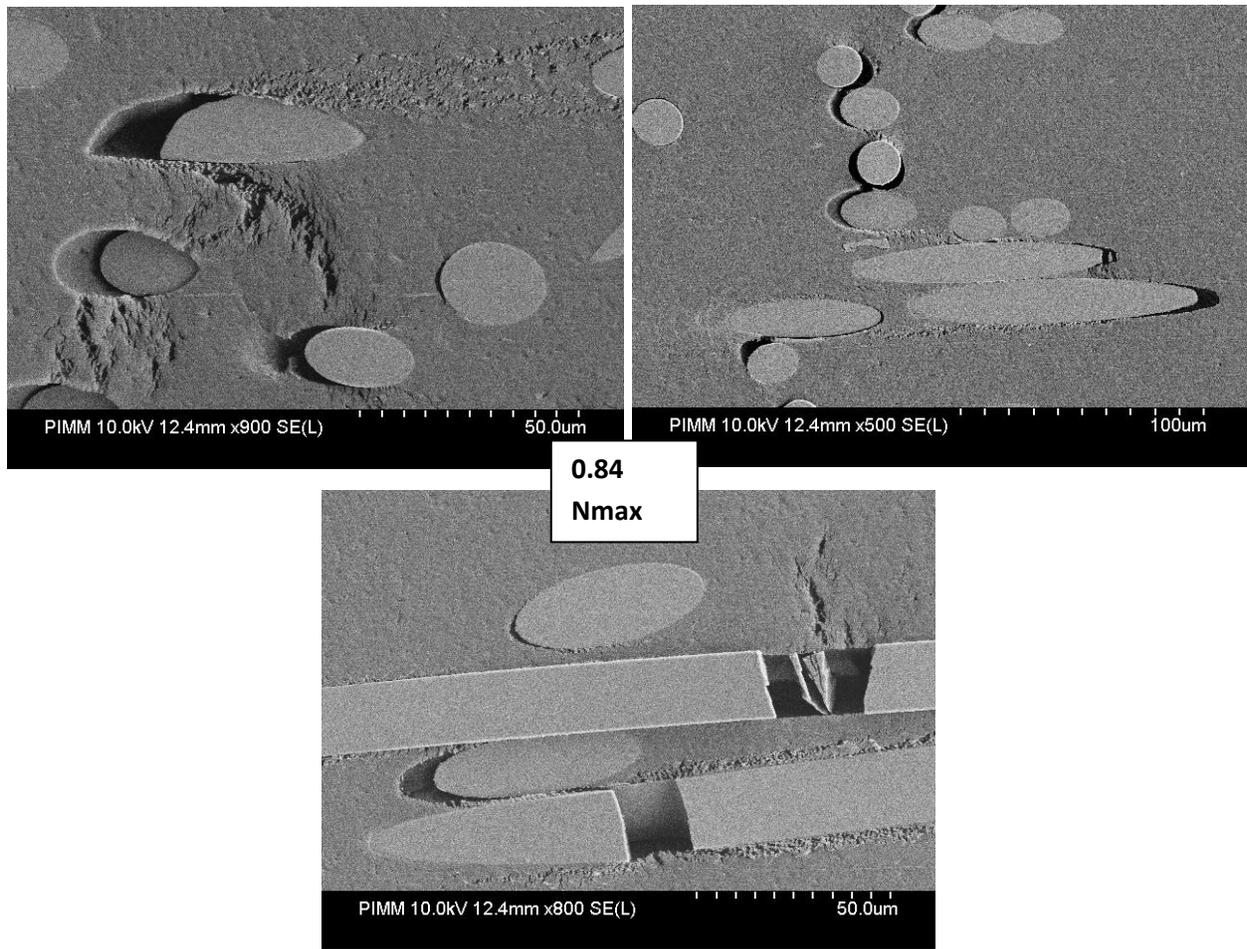


Figure 2-25 : échantillon observé au MEB à 84% d'effort à rupture

Enfin, à 99% d'effort à rupture, la microfissuration matricielle devient importante et mène à des ruptures macroscopiques de la matrice par coalescence. La plupart des fibres sont déchaussées. La rupture de fibres reste très peu observée dans l'échantillon. L'ensemble de ces mécanismes combinés mènent in fine à la ruine du matériau comme le montre la Figure 2-26.

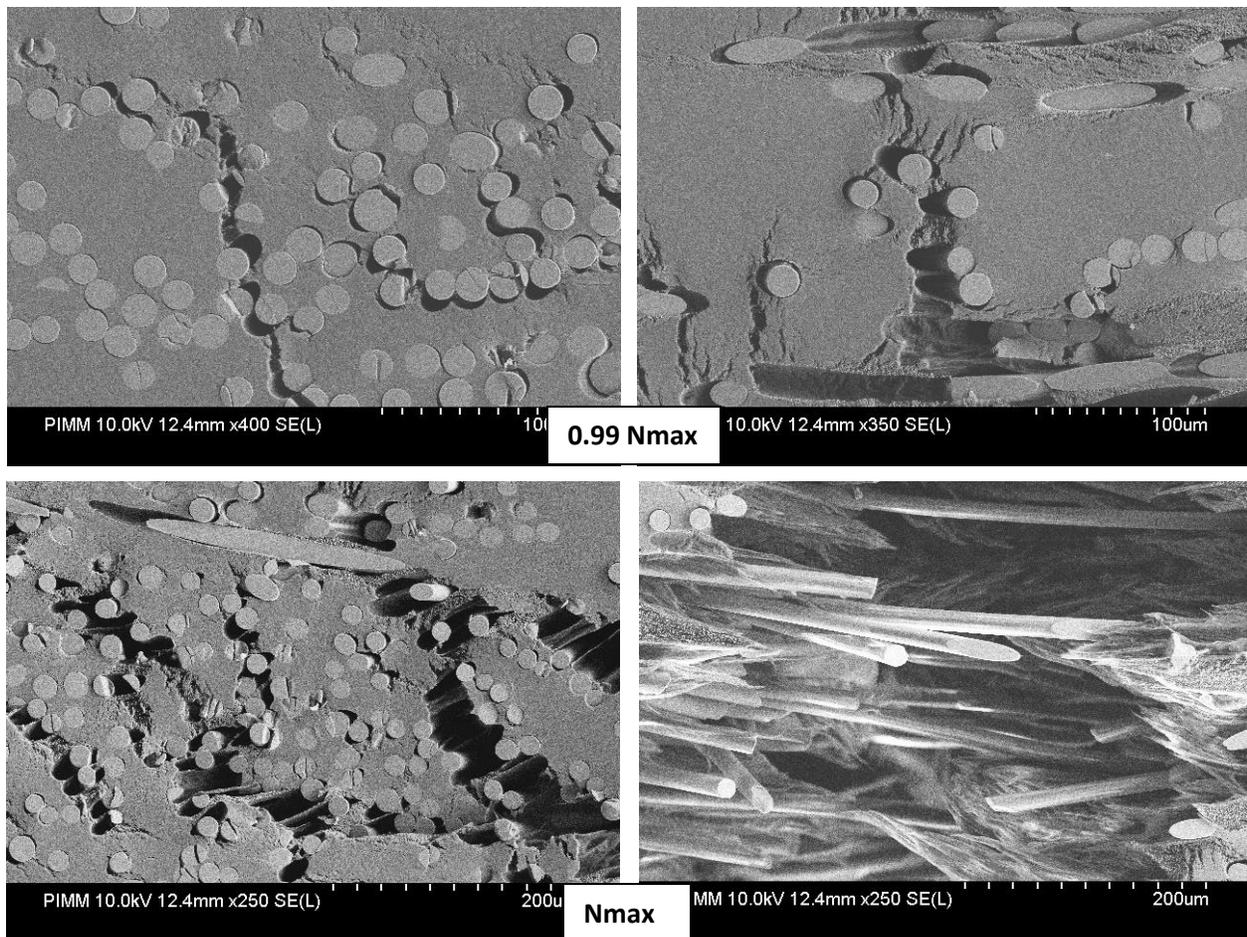


Figure 2-26 : échantillon observé au MEB à 99% à rupture (figures du haut) et à rupture (figures du bas)

Il ressort de cette analyse des mécanismes d'endommagement que le phénomène prépondérant observé au cours de cet essai est la dégradation de l'interface fibre matrice. C'est le phénomène qui intervient en premier dans le processus d'endommagement. Il s'accumule et réduit ainsi les efforts transmis aux fibres. La matrice reprend ces efforts, et des microfissurations se développent. Lorsque la majorité des interfaces est rompue et les fibres ainsi déchaussées, la matrice ne pouvant pas supporter les efforts reportés par les fibres endommagées, elle se fissure et le matériau est rompu macroscopiquement. Le phénomène de rupture de fibres quant à lui est très peu observé pour ce matériau. Ces conclusions amènent à négliger ce phénomène dans la modélisation qui sera effectuée dans le chapitre 3 et à concentrer le modèle sur l'endommagement de l'interface fibre matrice.

---

## 2.4. Conclusion

Dans ce chapitre, une investigation expérimentale a été menée sur la matrice polypropylène et sur le matériau composite afin de caractériser leurs comportements lors de sollicitations dynamiques. Une optimisation des géométries d'éprouvettes haltères de traction est réalisée afin d'une part de pallier aux effets de structures qui se manifestent par des ondes mécaniques longitudinales lors de l'essai à grande vitesse et d'autre part de minimiser le temps nécessaire à l'uniformisation des champs de contraintes et de déformations. Les essais dynamiques ont montré une forte sensibilité de la matrice et du composite aux effets de vitesse. Dans le cas de la matrice, il a été montré que les contraintes à ruptures augmentent avec l'augmentation de la vitesse de déformation. En passant d'une vitesse de  $0.92 \text{ s}^{-1}$  à  $258 \text{ s}^{-1}$ , le module d'Young est également affecté mais de manière moins marquée avec une augmentation de 10% environ contre 35% pour les contraintes ultimes. La déformation maximale diminue sensiblement avec la vitesse de déformation. Des essais en température sur la matrice ont montré une influence inverse à celle de la vitesse de sollicitation et une sensibilité du module plus marquée.

Par ailleurs, les essais dynamiques sur le composite présentent également une forte sensibilité à la vitesse de sollicitation. La variation des taux de fibres a montré que les évolutions des caractéristiques mécaniques suivaient les mêmes tendances indépendamment du taux de fibres considéré. Les contraintes seuils, le module d'Young et les contraintes à rupture sont également fortement impactés par la vitesse de déformation. Les contraintes caractéristiques sont multipliées par 2 à 3 en passant du quasi-statique à  $150 \text{ s}^{-1}$ .

Pour compléter l'analyse du comportement dynamiques des matériaux de l'étude, il aurait été intéressant de réaliser des essais de cisaillement et de compression notamment afin de mettre en évidence une éventuelle dissymétrie entre le comportement en traction et compression qui peut être prise en compte par le modèle DSGZ choisi pour modéliser la matrice. Des essais multi-axiaux auraient aussi été pertinents. Toutefois, les moyens expérimentaux à disposition de l'étude n'ont pas permis d'investiguer cette piste.

Une analyse des mécanismes d'endommagement a été réalisée par essai in situ sous MEB de flexion quatre points. On a montré que l'endommagement est initié en bord de fibre au niveau de l'interface fibre matrice pour un effort correspondant à 35% de l'effort à rupture. C'est le phénomène prépondérant des mécanismes d'endommagement. Ce dernier se propage dans la matrice et induit des microfissurations. Seul le phénomène de ruptures de fibres est peu observé.

Ces résultats expérimentaux vont servir de base à l'indentification, la validation et le choix de la modélisation multi échelles présentée en chapitre 3. Ainsi, la modélisation de l'endommagement dans le prochain chapitre se focalisera sur la dégradation de l'interface fibre matrice.



---

## Chapitre 3 : Modélisation multi-échelles et endommagement du PPGF

3.1.	Modélisation des composites thermoplastiques renforcés .....	63
3.1.1.	Principe de la modélisation multi-échelle .....	63
3.1.1.1.	La représentation.....	64
3.1.1.2.	La localisation.....	64
3.1.1.3.	L'homogénéisation.....	65
3.1.2.	Modèles d'homogénéisation : revue bibliographique .....	68
3.1.2.1.	Bornes de Voigt et Reuss .....	68
3.1.2.2.	Approche d'Eshelby.....	69
3.1.2.3.	Méthode des solutions diluées .....	72
3.1.2.4.	Modèles auto cohérents.....	72
3.1.2.5.	Bornes de Hashin et Shtrikman.....	75
3.1.2.6.	Modèle de Mori Tanaka.....	76
3.1.2.7.	Homogénéisation en mécanique non linéaire .....	77
3.1.3.	Choix du modèle micromécanique.....	83
3.2.	Loi de comportement des différentes phases .....	83
3.2.1.	Phase de fibre .....	84
3.2.2.	Phase de matrice.....	84
3.2.3.	Modélisation de l'endommagement.....	87
3.2.3.1.	Revue bibliographique .....	87
3.2.3.2.	Loi d'évolution d'endommagement de type Weibull .....	89
3.2.3.3.	Phase d'enrobage .....	92
3.3.	Machine d'essais virtuels.....	93
3.4.	Conclusion .....	94

*Dans ce chapitre, le principe de modélisation multi échelles est introduit ainsi que les méthodes d'homogénéisations classiques. Le choix du modèle de Mori Tanaka implique l'utilisation de modèles locaux phénoménologiques pour les différentes phases constituant le matériau. Le choix de cette modélisation micromécanique permettra de prendre en compte la microstructure du matériau à travers ces différentes phases. Les*

---

*équations constitutives des phases utilisées dans le modèle multi échelles sont présentées. Les fibres sont décrites par un comportement isotrope, la matrice est modélisée par un modèle élasto-viscoplastique et l'endommagement est introduit à travers un critère local de rupture à l'interface fibre matrice suivant la forme d'une loi de Weibull. Cette approche est introduite dans une machine d'essais virtuels dont l'implémentation fera l'objet du chapitre suivant.*

---

### 3.1. Modélisation des composites thermoplastiques renforcés

La modélisation des thermoplastiques renforcés en fibres courtes est un enjeu majeur dans le développement de tels matériaux dans l'industrie automobile. Ainsi, plusieurs approches ont été proposées ces dernières années pour répondre à cette problématique. Les modèles macroscopiques fondés sur des approches phénoménologiques classiques issues de la modélisation des matériaux métalliques ont vite montré leurs limites notamment par leur incapacité à prendre en compte la variabilité du comportement mécanique due à la microstructure du composite. La modélisation multi échelles permet de palier à cette difficulté en prenant en considération la microstructure hétérogène des composites fibreux. En effet une stratégie de modélisation par transition d'échelles prend en compte non seulement les comportements locaux des différents constituants du matériau composite mais également leurs propriétés géométriques et spatiales.

Dans cette partie, le principe de la modélisation multi échelles est tout d'abord présenté après une synthèse des différentes méthodes d'homogénéisations. Les équations constitutives du modèle de Mori Tanaka sont introduites. Et le choix du modèle utilisé dans le cadre de cette étude est justifié. Les équations constitutives des différentes phases sont ensuite détaillées dans le cadre d'une formulation non linéaire incrémentale.

#### 3.1.1. Principe de la modélisation multi-échelle

La prise en compte des différents constituants et la microstructure d'un matériau hétérogène est indispensable à la construction d'un modèle prédictif de son comportement global. Ainsi, depuis les années 20, de nombreuses recherches ont été menées en vue de la prise en compte de l'hétérogénéité dans le comportement macroscopique des matériaux.

La modélisation par changement d'échelles repose sur la substitution d'un milieu homogène équivalent (MHE) à un milieu hétérogène, elle permet ainsi cette prise en compte des hétérogénéités aux échelles pertinentes. Le comportement macroscopique du matériau est estimé par l'analyse des propriétés des différentes phases qui le constituent. La modélisation relie les phénomènes microscopiques au comportement macroscopique en remplaçant un milieu hétérogène par un milieu homogène « en moyenne » équivalent. Les relations entre les deux échelles sont fixées sur un « Volume Élémentaire Représentatif » (VER). Ce volume doit être assez petit par rapport à la taille de la structure pour que les sollicitations qu'il subit soient macroscopiquement homogènes et assez grand par rapport à la taille des hétérogénéités afin que les résultats restent inchangés pour un volume plus grand.

3 étapes caractérisent généralement le changement d'échelle :

- La représentation : définition des phases constitutives du matériau, de leur répartition spatiale, de leur géométrie, et de leur comportement mécanique.
- La localisation : modélisation mécanique et définition des relations entre champs locaux et grandeurs macroscopiques.
- L'homogénéisation : détermination du comportement effectif par moyenne des contraintes et déformations. On détermine ainsi le lien entre l'échelle micro et macro.

#### 3.1.1.1. *La représentation*

Cette étape consiste en la définition du milieu étudié, ses constituants (phases), leur répartition et leur comportement mécanique. Chacun de ces constituants est considéré comme un milieu homogène. Les phases sont classées par « familles », regroupant au sein d'une même famille les renforts possédant la même géométrie, la même orientation, et le même comportement mécanique. On définit également ici le VER (Volume Élémentaire Représentatif) avec ses caractéristiques :

- $d$  : représente la taille caractéristique des hétérogénéités
- $l$  : taille du VER
- $L$  : taille de la structure

Le VER doit respecter le principe de séparation des échelles, autrement dit,  $L \gg l$  et  $l \gg d$ . La détermination du VER se fait de manière statistique. En effet, deux volumes élémentaires avec des géométries différentes peuvent être des VER si macroscopiquement, leur comportement est le même.

Dans le cas des matériaux plastiques renforcés en fibres courtes, les caractéristiques des différentes phases de la microstructure qui seront à prendre en compte sont dans la définition du milieu : le rapport de forme, la distribution des orientations des fibres, leur fraction volumique ainsi que leurs propriétés mécaniques.

#### 3.1.1.2. *La localisation*

Cette étape permet de relier les champs mécaniques locaux aux sollicitations mécaniques appliquées sur le contour du VER. On établit, ainsi, les relations de passage de l'échelle macroscopique à l'échelle microscopique. La moyenne volumique  $\langle a \rangle_v$  d'un champ  $a(\underline{x})$  en tout point de coordonnées  $\underline{x}$  d'un volume  $V$  est définie par :

$$\langle a \rangle_v = \frac{1}{|V|} \int_v a(\underline{x}) dV \quad (3.1)$$

On définit les tenseurs de rigidité et de souplesse notés respectivement  $\mathbf{C}$  et  $\mathbf{S}$  :

$$\langle \underline{\underline{\sigma}} \rangle_v = \mathbf{C} : \langle \underline{\underline{\varepsilon}} \rangle_v \quad \langle \underline{\underline{\varepsilon}} \rangle_v = \mathbf{S} : \langle \underline{\underline{\sigma}} \rangle_v \quad (3.2)$$

Par la suite on notera  $V$  le volume du VER,  $\partial V$  son contour, et  $\mathbf{n}$  la normale extérieure à  $\partial V$ . On définit  $\underline{\underline{\varepsilon}}(\mathbf{x})$  et  $\underline{\underline{\sigma}}(\mathbf{x})$  deux tenseur d'ordre 2 traduisant respectivement les champs de déformations et de contraintes microscopiques. Par la suite on notera  $\underline{\underline{E}}$ , le tenseur des déformations et  $\underline{\underline{\Sigma}}$  le tenseur des contraintes macroscopiques sur  $V$  comme étant les moyennes volumiques respectivement de  $\underline{\underline{\varepsilon}}(\mathbf{x})$  et  $\underline{\underline{\sigma}}(\mathbf{x})$  :

$$\underline{\underline{E}} = \langle \underline{\underline{\varepsilon}} \rangle_v \quad \underline{\underline{\Sigma}} = \langle \underline{\underline{\sigma}} \rangle_v \quad (3.3)$$

On définit également deux tenseurs d'ordre 4 : le tenseur de localisation des déformations, noté  $\mathbf{A}$  et le tenseur de concentration des contraintes noté  $\mathbf{B}$  par les relations suivantes :

$$\underline{\underline{\sigma}}(\mathbf{x}) = \mathbf{B}(\mathbf{x}) : \underline{\underline{\Sigma}} \quad \underline{\underline{\varepsilon}}(\mathbf{x}) = \mathbf{A}(\mathbf{x}) : \underline{\underline{E}} \quad (3.4)$$

Au vu des définitions précédentes, les tenseurs de localisation et de concentration doivent vérifier les égalités suivantes :

$$\langle \mathbf{A} \rangle_v = \mathbf{I} \quad \langle \mathbf{B} \rangle_v = \mathbf{I} \quad (3.5)$$

Où  $\mathbf{I}$  désigne la tenseur identité du quatrième ordre.

### 3.1.1.3. L'homogénéisation

Cette étape est la dernière du processus, elle a pour objectif de déterminer les relations entre les contraintes et les déformations macroscopiques afin de déterminer les propriétés effectives du matériau homogène équivalent. Concrètement, dans le cas d'un comportement élastique, il s'agit de calculer le tenseur d'élasticité effectif, d'ordre 4, et noté  $\mathbf{C}_{eff}$ , du VER. Deux approches peuvent être utilisées pour définir ce tenseur : l'approche mécanique, et l'approche énergétique. Le tenseur de rigidité  $\mathbf{C}_{eff}$  est alors donné par les relations suivantes :

Approche mécanique :

$$\underline{\underline{\Sigma}} = \mathbf{C}_{eff}^{meca} : \underline{\underline{E}} \quad (3.6)$$

Approche énergétique :

$$\langle \frac{1}{2} \underline{\underline{\varepsilon}} : \underline{\underline{C}}(\underline{\underline{x}}) : \underline{\underline{\varepsilon}} \rangle = \frac{1}{2} \underline{\underline{E}} : \underline{\underline{C}}_{eff}^{ener} : \underline{\underline{E}} \quad (3.7)$$

L'équivalence entre les deux approches est établie par la condition de Hill qui stipule que le travail macroscopique doit être égal à la moyenne du travail microscopique [52] :

$$\langle \underline{\underline{\varepsilon}} : \underline{\underline{\sigma}} \rangle_v = \underline{\underline{E}} : \underline{\underline{\Sigma}} \quad (3.8)$$

Par la suite, on ne présentera que de l'approche mécanique. Par conséquent, le tenseur  $\underline{\underline{C}}_{eff}^{meca}$  sera noté de manière réduite :  $\underline{\underline{C}}_{eff}$ . Plusieurs conditions aux limites vérifient la condition de Hill. Dans la littérature [53] deux types de conditions limites reviennent souvent : les conditions homogènes sur le contour et les conditions périodiques. Il est également possible d'imposer des conditions mixtes portant sur les contraintes et les déformations à la fois [15]. Dans notre cas nous allons nous intéresser aux conditions homogènes sur le contour.

Condition de déformations homogènes :

La condition de déformation homogène consiste à appliquer une déformation  $\underline{\underline{u}}(\underline{\underline{x}})$  sur la surface extérieure  $\partial V$  du VER tel que:

$$\underline{\underline{u}}(\underline{\underline{x}}) = \langle \underline{\underline{\varepsilon}}(\underline{\underline{x}}) \rangle \cdot \underline{\underline{x}} = \underline{\underline{E}} \cdot \underline{\underline{x}} \quad (3.9)$$

Avec

$$\underline{\underline{E}} = \langle \underline{\underline{\varepsilon}} \rangle_v \quad (3.10)$$

Condition de contrainte homogène : Cette condition consiste à imposer un vecteur contrainte  $\underline{\underline{t}}$  sur le contour tel que :

$$\underline{\underline{t}}(\underline{\underline{x}}) = \langle \underline{\underline{\sigma}}(\underline{\underline{x}}) \rangle \cdot \underline{\underline{n}} = \underline{\underline{\Sigma}} \cdot \underline{\underline{n}} \quad (3.11)$$

Avec

$$\underline{\underline{\Sigma}} = \langle \underline{\underline{\sigma}} \rangle_v \quad (3.12)$$

En théorie, le VER est assez grand pour que les conditions aux limites n'influent pas sur son comportement moyen. En pratique, les résultats obtenus sur des volumes élémentaires varient selon les conditions limites mais convergent dès lors que ces volumes augmentent et se rapprochent de la taille du VER. [54] [55] .

Expression des tenseurs de rigidité et de souplesse apparents :

$$\underline{\underline{\Sigma}} = \langle \underline{\underline{\sigma}} \rangle_v = \langle \underline{\underline{C}} : \underline{\underline{\varepsilon}} \rangle_v = \langle \underline{\underline{C}} : \underline{\underline{A}} \rangle_v : \underline{\underline{E}} = \underline{\underline{C}}_{eff} : \underline{\underline{E}} \quad (3.13)$$

$$\underline{\underline{E}} = \langle \underline{\underline{\varepsilon}} \rangle_v = \langle \underline{\underline{S}} : \underline{\underline{\sigma}} \rangle_v = \langle \underline{\underline{S}} : \underline{\underline{B}} \rangle_v : \underline{\underline{\Sigma}} = \underline{\underline{S}}_{eff} : \underline{\underline{\Sigma}} \quad (3.14)$$

En raisonnant sur les (p) phases constituant le matériau considéré, où m (correspond à p=0) sera l'indice dédiée à la matrice et i sera celui dédié aux familles de fibres. «  $f_j$  » Désigne la fraction volumique de la phase  $i$ . On peut écrire :

$$\underline{\underline{\Sigma}} = \sum_{p=0}^n f_p \langle \underline{\underline{\sigma}} \rangle_p = f_m \langle \underline{\underline{\sigma}} \rangle_m + \sum_{i=1}^n f_i \langle \underline{\underline{\sigma}} \rangle_i \quad (3.15)$$

$$\underline{\underline{E}} = \sum_{p=0}^n f_p \langle \underline{\underline{\varepsilon}} \rangle_p = f_m \langle \underline{\underline{\varepsilon}} \rangle_m + \sum_{i=1}^n f_i \langle \underline{\underline{\varepsilon}} \rangle_i \quad (3.16)$$

On obtient donc :

$$\underline{\underline{\Sigma}} = f_m \langle \underline{\underline{\sigma}} \rangle_m + \sum_{i=1}^n f_i \langle \underline{\underline{\sigma}} \rangle_i = \underline{\underline{C}}_m f_m \langle \underline{\underline{\varepsilon}} \rangle_m + \sum_{i=1}^n \underline{\underline{C}}_i f_i \langle \underline{\underline{\varepsilon}} \rangle_i \quad (3.17)$$

$$= \underline{\underline{C}}_m \underline{\underline{E}} + \sum_{i=1}^n (\underline{\underline{C}}_i - \underline{\underline{C}}_m) f_i \langle \underline{\underline{\varepsilon}} \rangle_i = \underline{\underline{C}}_m \underline{\underline{E}} + \underline{\underline{E}} \sum_{i=1}^n (\underline{\underline{C}}_i - \underline{\underline{C}}_m) f_i \underline{\underline{A}}_i \quad (3.18)$$

et

$$\underline{\underline{E}} = f_m \langle \underline{\underline{\varepsilon}} \rangle_m + \sum_{i=1}^n f_i \langle \underline{\underline{\varepsilon}} \rangle_i = \underline{\underline{S}}_m f_m \langle \underline{\underline{\sigma}} \rangle_m + \sum_{i=1}^n \underline{\underline{S}}_i f_i \langle \underline{\underline{\sigma}} \rangle_i \quad (3.19)$$

$$= \underline{\underline{S}}_m \underline{\underline{\Sigma}} + \sum_{i=1}^n (\underline{\underline{S}}_i - \underline{\underline{S}}_m) f_i \langle \underline{\underline{\sigma}} \rangle_i = \underline{\underline{S}}_m \underline{\underline{\Sigma}} + \underline{\underline{\Sigma}} \sum_{i=1}^n (\underline{\underline{S}}_i - \underline{\underline{S}}_m) f_i \underline{\underline{B}}_i \quad (3.20)$$

Soit pour les tenseurs de rigidité et de souplesse :

$$\underline{\underline{C}}_{eff} = \underline{\underline{C}}_m + \sum_{i=1}^n (\underline{\underline{C}}_i - \underline{\underline{C}}_m) f_i \underline{\underline{A}}_i \quad (3.21)$$

$$\underline{\underline{S}}_{eff} = \underline{\underline{S}}_m + \sum_{i=1}^n (\underline{\underline{S}}_i - \underline{\underline{S}}_m) f_i \underline{\underline{B}}_i \quad (3.22)$$

Ces relations sont communes à tous les modèles micromécaniques. C'est la détermination des tenseurs de localisation des déformations  $\underline{\underline{A}}_i$  et de concentration des contraintes  $\underline{\underline{B}}_i$  qui diffèrent selon les modèles. La figure ci-dessous schématise la démarche de la modélisation multi-échelles.

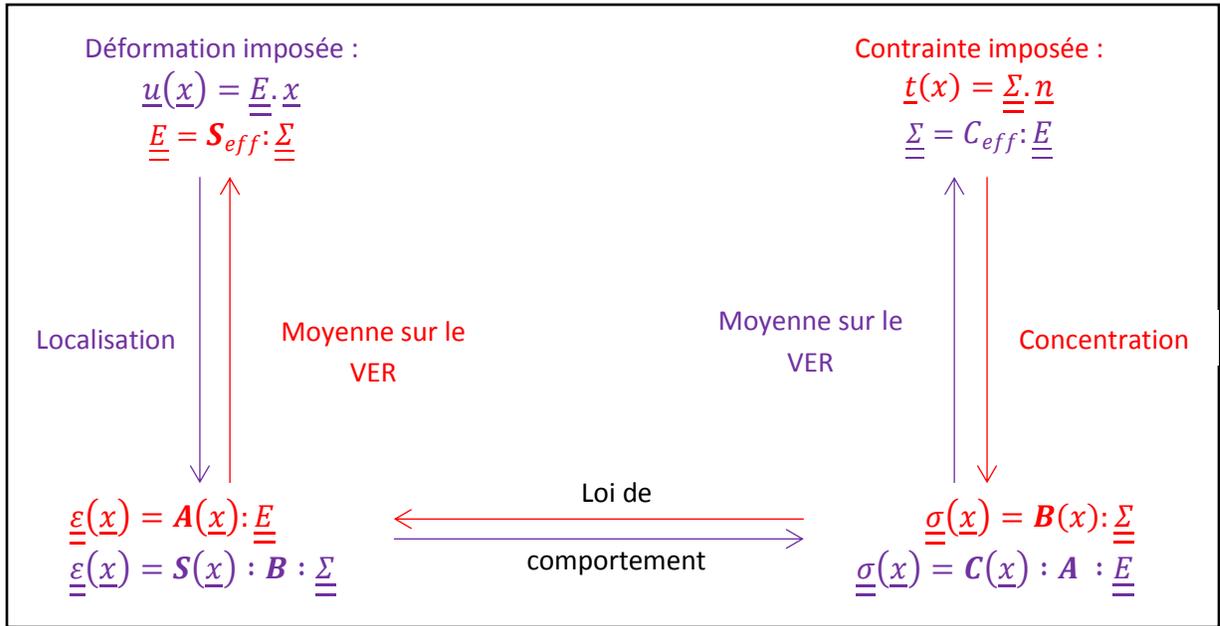


Figure 3-1 : synthèse de la démarche de modélisation multi-échelles

Le tracé mauve schématise la démarche lorsqu'on impose une déformation et que l'on cherche à déterminer le tenseur de rigidité apparent. Le tracé rouge schématise la démarche lorsqu'on impose une contrainte et que l'on cherche à déterminer le tenseur de souplesse apparent.

### 3.1.2. Modèles d'homogénéisation : revue bibliographique

#### 3.1.2.1. Bornes de Voigt et Reuss

La modélisation du comportement des matériaux basée sur la mécanique des milieux continus a commencé dans les années 20 avec les bornes de Voigt et Reuss.

La borne de Voigt est basée sur une approche en déformation. L'hypothèse émise est que la déformation est constante dans toutes les phases  $p$  du matériau. On suppose que cette déformation est égale à la déformation macroscopique imposée. Autrement dit :

$$\underline{\varepsilon}_p = \underline{E} \quad (3.23)$$

Le tenseur de localisation des déformations est alors simplifié et est égal au tenseur unité :

$$\underline{A} = \underline{I} \quad (3.24)$$

La borne de Reuss quant à elle, est une approche en contrainte. On considère ici que c'est la contrainte qui est constante dans toutes les phases du matériau. En raisonnant de manière analogue

à la borne de Voigt, la Borne de Reuss impose que cette contrainte soit égale à la contrainte macroscopique imposée :

$$\underline{\underline{\sigma_p}} = \underline{\underline{\Sigma}} \quad (3.25)$$

Cette fois ci c'est le tenseur de concentration des contraintes qui est égal au tenseur identité :

$$\mathbf{B} = \mathbf{I} \quad (3.26)$$

Les approches de Voigt et Reuss nous donnent les bornes supérieure et inférieure du comportement équivalent. On notera quand même que pour des rigidités de la matrice et du renfort très différentes, ces bornes nous donnent un intervalle trop large pour la rigidité effective du matériau.

### 3.1.2.2. Approche d'Eshelby

La plupart des modèles envisagés par la suite découlent de l'approche d'Eshelby [56] qui a résolu ce qu'on appelle le « problème de l'inclusion » concernant une inclusion ellipsoïdale noyée dans une matrice infinie isotrope. Cette approche consiste à relier la déformation libre qu'aurait subie l'inclusion hors de la matrice, à la déformation qu'elle subit lorsqu'elle est plongée dans la matrice. Eshelby étendra par la suite cette approche à une hétérogénéité, qui contrairement à l'inclusion, a des propriétés différentes de la matrice.

#### 3.1.2.2.1. Problème de l'inclusion homogène.

Soit une inclusion ellipsoïdale  $I$  noyée dans une matrice homogène infinie de rigidité  $\mathbf{C}$ . On suppose les propriétés mécaniques de l'inclusion sont identiques à celles de la matrice. On impose à l'inclusion une déformation libre (eigenstrain), identique à celle qu'elle subirait hors de la matrice (ex : déformation thermique, plastique...), notée  $\varepsilon^L$ . On cherche à déterminer la déformation  $\varepsilon^i$  à l'équilibre qui existe dans la matrice et dans l'inclusion.

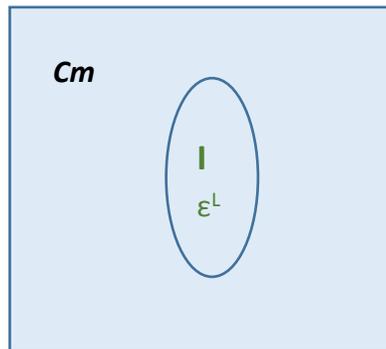


Figure 3-2 : schéma du problème de l'inclusion homogène

Eshelby a montré que cette déformation était liée à la déformation libre via un tenseur d'ordre 4 nommé ensuite tenseur d'Eshelby [56] et dont l'équation générale, basée sur le tenseur de Green, est explicitée dans tous les ouvrages de micromécanique, en particulier dans le livre de Mura [57]:

$$\underline{\underline{\varepsilon}}_i = \mathbf{S}^{esh} : \underline{\underline{\varepsilon}}_L = -\underline{\underline{P}} : \underline{\underline{\tau}} \quad (3.27)$$

Avec  $\underline{\underline{\tau}} = -\mathbf{C}_m : \underline{\underline{\varepsilon}}_L$  nommé « contrainte de polarisation », elle est associée à la déformation libre, et  $\mathbf{P} = \mathbf{S}^{esh} : \mathbf{C}_m^{-1}$ , tenseur d'interaction de Hill. Les équations de comportement s'écrivent :

$$\begin{cases} \underline{\underline{\sigma}}_m = \mathbf{C}_m : \underline{\underline{\varepsilon}} & \text{dans la matrice} \\ \underline{\underline{\sigma}}^i = \mathbf{C}_m : (\underline{\underline{\varepsilon}}^i - \underline{\underline{\varepsilon}}_L) = \mathbf{C}_m : (\mathbf{S}^{esh} - \mathbf{I}) : \underline{\underline{\varepsilon}}_L = \mathbf{C}_m : \underline{\underline{\varepsilon}}^i + \underline{\underline{\tau}} & \text{dans l'inclusion} \end{cases} \quad (3.28)$$

Si on soumet la matrice à une contrainte  $\Sigma^0$  ou une déformation  $E^0$  à l'infini. Les expressions deviennent (expressions valable également pour une inclusion hétérogène) :

- Pour une déformation imposée :

$$\underline{\underline{\varepsilon}}^i = E^0 + \mathbf{S}^{esh} : \underline{\underline{\varepsilon}}_L = E^0 - \underline{\underline{P}} : \underline{\underline{\tau}} \quad (3.29)$$

- Pour une contrainte imposée :

$$\underline{\underline{\sigma}}^i = \Sigma^0 + \mathbf{C}_m : (\mathbf{S}^{esh} - \mathbf{I}) : \underline{\underline{\varepsilon}}_L \quad (3.30)$$

On en déduit la « loi d'interaction » qui introduit le tenseur d'influence de Hill noté  $\mathbf{C}^*$ , symétrique, défini positif, qui caractérise la réponse de la matrice à la déformation libre qui lui est imposée par l'inclusion. Ce tenseur dépend exclusivement de la géométrie de l'inclusion et du tenseur de rigidité  $\mathbf{C}$  :

$$\underline{\underline{\sigma}}^i - \Sigma^0 = \underbrace{\mathbf{C}_m : (\mathbf{I} - (\mathbf{S}^{esh})^{-1})}_{-\mathbf{C}^*} : (\underline{\underline{\varepsilon}}^i - E^0) \quad (3.31)$$

#### 3.1.2.2.2. Problème hétérogène

Eshelby a montré que le problème hétérogène était similaire au problème homogène. En effet, on impose que le tenseur de contrainte  $\tau$  qui apparaît dans le problème homogène induit une hétérogénéité de contrainte équivalente au problème hétérogène.

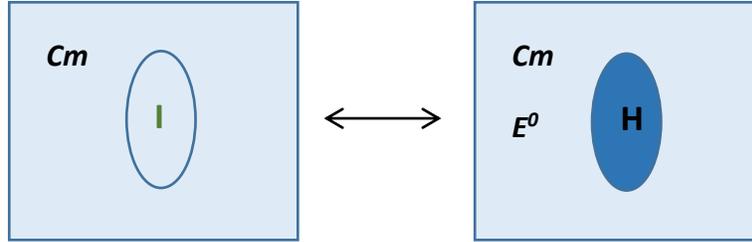


Figure 3-3 : équivalence du problème hétérogène et du problème homogène avec une déformation libre

On considère cette fois ci une hétérogénéité ellipsoïdale  $H$  de matrice de rigidité  $C^H$  et de déformation à l'équilibre  $\underline{\underline{\varepsilon}}^H$ , noyée dans une matrice infinie de rigidité  $C$ . Les équations de comportement dans le problème hétérogène et homogène sont données par :

$$\begin{cases} \underline{\underline{\sigma}}^m = C_m : \underline{\underline{\varepsilon}}^m & \text{dans la matrice} \\ \underline{\underline{\sigma}}^H = C^H : \underline{\underline{\varepsilon}}^H = C_m : \underline{\underline{\varepsilon}}^H + (C^H - C_m) : \underline{\underline{\varepsilon}}^H & \text{dans l'hétérogénéité} \\ \underline{\underline{\sigma}}^i = C_m : \underline{\underline{\varepsilon}}^i - C_m : \underline{\underline{\varepsilon}}^L & \text{dans l'inclusion homogène} \end{cases} \quad (3.32)$$

Si les deux problèmes sont équivalents, on peut écrire l'égalité suivante qui nous permet de déterminer l'expression de la déformation libre dans le cas de l'hétérogénéité :

$$\begin{aligned} C_m : \underline{\underline{\varepsilon}}^H + (C^H - C_m) : \underline{\underline{\varepsilon}}^H &= C_m : \underline{\underline{\varepsilon}}^H - C_m : \underline{\underline{\varepsilon}}^L \\ \Leftrightarrow (C^H - C_m) : \underline{\underline{\varepsilon}}^H &= -C_m : \underline{\underline{\varepsilon}}^L \\ \Leftrightarrow -(C_m)^{-1} : (C^H - C_m) : \underline{\underline{\varepsilon}}^H &= \underline{\underline{\varepsilon}}^L \end{aligned} \quad (3.33)$$

On impose une déformation sur le contour. L'expression de la déformation dans l'hétérogénéité, en remplaçant  $\underline{\underline{\varepsilon}}^L$  par son expression, devient :

$$\underline{\underline{\varepsilon}}^H = E^0 + S^{esh} : \underline{\underline{\varepsilon}}^L$$

$$\begin{aligned}
\underline{\underline{\varepsilon}}^H &= E^0 + \mathbf{S}^{esh} : -(\mathbf{C}_m)^{-1} : (\mathbf{C}^H - \mathbf{C}_m) : \underline{\underline{\varepsilon}}^H \\
\Leftrightarrow E^0 &= \left( \mathbf{I} + \mathbf{S}^{esh} : (\mathbf{C}_m)^{-1} : (\mathbf{C}^H - \mathbf{C}_m) \right) : \underline{\underline{\varepsilon}}^H \\
\Leftrightarrow \underline{\underline{\varepsilon}}^H &= (\mathbf{I} + \mathbf{S}^{esh} : (\mathbf{C}_m)^{-1} : (\mathbf{C}^H - \mathbf{C}_m))^{-1} : E^0
\end{aligned} \tag{3.34}$$

Qui peut se réécrire en fonction du tenseur d'interaction de Hill :

$$\underline{\underline{\varepsilon}}^H = \underbrace{(\mathbf{I} + \mathbf{P} : (\mathbf{C}^H - \mathbf{C}_m))^{-1}}_{\mathbf{A}^H} : E^0 \tag{3.35}$$

On identifie ainsi le tenseur de localisation  $\mathbf{A}^H$ . Dans certains cas particuliers, la résolution du problème permet d'avoir des solutions analytiques pour  $\mathbf{A}^H$ ,  $\mathbf{P}$ ,  $\mathbf{S}^{esh}$ ,  $\mathbf{C}^*$ . En effet, le tenseur d'Eshelby n'est facilement calculable que dans le cas où l'inclusion est de type isotrope ou isotrope transverse avec une certaine géométrie. Le problème de l'hétérogénéité sera la source de plusieurs modèles d'homogénéisation en élasticité linéaire, dont « la méthode des solutions diluées », « le modèle de Mori Tanaka », « les bornes de Hashin et Shtrikman » et « les solutions auto cohérentes » qui seront présentés par la suite.

### 3.1.2.3. Méthode des solutions diluées

Lorsque la fraction volumique des hétérogénéités est très faible, on peut directement appliquer le résultat d'Eshelby en considérant que les interactions entre les phases sont négligeables. Autrement dit, que chaque phase est traitée comme si elle était seule noyée dans la matrice. Cette méthode nommée méthode des solutions diluées consiste donc à appliquer le résultat hétérogène d'Eshelby à chacune des inclusions (fibres ...)  $i$  pour obtenir le tenseur de localisation de chaque phase et en déduire le tenseur de rigidité effectif qui s'écrit alors :

$$\begin{aligned}
\mathbf{A}_i &= \mathbf{A}^H = (\mathbf{I} + \mathbf{S}^{esh} : (\mathbf{C}_m)^{-1} : (\mathbf{C}^i - \mathbf{C}_m))^{-1} \\
\mathbf{C}_{eff} &= \mathbf{C}^{SD} = \mathbf{C}_m + \sum_{i=1}^n (\mathbf{C}_i - \mathbf{C}_m) f_i : (\mathbf{I} + \mathbf{S}^{esh} : (\mathbf{C}_m)^{-1} : (\mathbf{C}^i - \mathbf{C}_m))^{-1}
\end{aligned} \tag{3.36}$$

### 3.1.2.4. Modèles auto cohérents

#### 3.1.2.4.1. Modèle auto cohérent classique

Le modèle auto cohérent est applicable lorsqu'aucune des phases  $i$  n'a de rôle prépondérant (Autrement dit pas de matrice). Chacune des phases est assimilée à une inclusion noyée dans le milieu homogène équivalent MHE. On repart donc des mêmes équations que pour les solutions

diluées sauf que le tenseur d'Eshelby est évalué pour une « matrice homogène isotrope » (ce qui n'est pas toujours le cas) de propriété  $\mathbf{C}^{AC}$ . Le problème devient implicite car les tenseurs  $\mathbf{A}_i$  vont dépendre du tenseur de rigidité effectif (inconnu du problème)  $\mathbf{C}^{AC}$  qui va lui-même dépendre des tenseurs  $\mathbf{A}_i$ . La résolution se fait donc numériquement par une méthode itérative :

$$\mathbf{A}_i = (\mathbf{I} + \mathbf{S}^{esh} : (\mathbf{C}^{AC})^{-1} : (\mathbf{C}^i - \mathbf{C}^{AC}))^{-1}$$

$$\mathbf{C}_{eff} = \mathbf{C}^{AC} = \sum_{i=0}^n \mathbf{C}_i f_i : (\mathbf{I} + \mathbf{S}^{esh} : (\mathbf{C}^{AC})^{-1} : (\mathbf{C}^i - \mathbf{C}^{AC}))^{-1} \quad (3.37)$$

Dans le cas d'un composite avec fibre et matrice :

$$\mathbf{C}_{eff} = \mathbf{C}^{AC} = \mathbf{C}_m + \sum_{i=1}^n (\mathbf{C}_i - \mathbf{C}_m) f_i : (\mathbf{I} + \mathbf{S}^{esh} : (\mathbf{C}^{AC})^{-1} : (\mathbf{C}^i - \mathbf{C}^{AC}))^{-1} \quad (3.38)$$

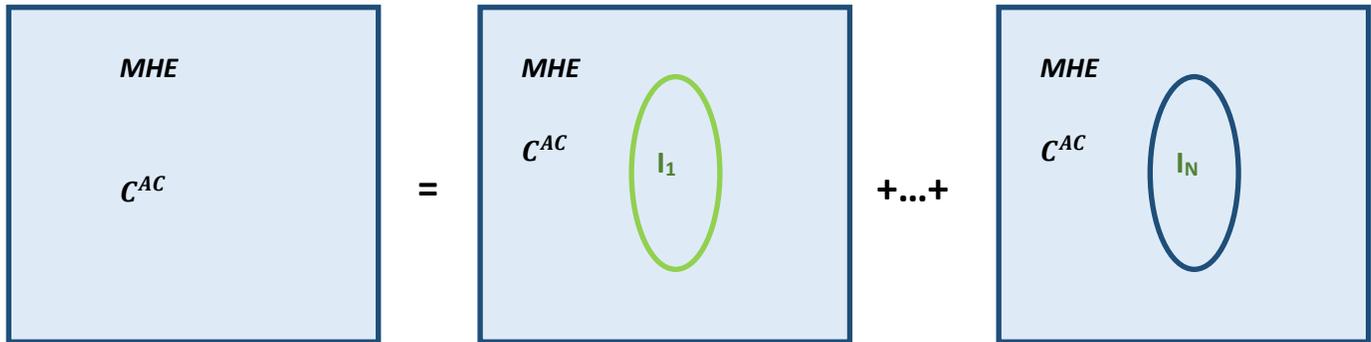


Figure 3-4 : principe du modèle auto cohérent où chaque phase est noyée dans le MHE inconnu

#### 3.1.2.4.2. Modèle auto cohérent généralisé

Le modèle auto-cohérent à trois phases, développé par Christensen et Lo [58] reprenant les travaux de Hashin et Shtrikman, propose une estimation des modules d'élasticité dans le cas de composites à inclusions sphériques. A l'origine, Hashin et Strikman considèrent un milieu hétérogène constitué de particules sphériques dispersées de manière isotrope dans une matrice. Les particules sont entourées d'une couronne (enrobage) concentrique de matrice en respectant les proportions réelles de chaque phase du composite. Hashin [59] détermine alors une expression du module de compressibilité effectif du milieu.

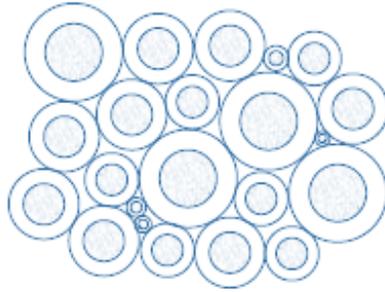


Figure 3-5 : modèle des sphères de Hashin [59]

Christensen et Lo [58] reprennent le modèle des sphères de Hashin en l'adaptant à une approche auto cohérente. Pour cela l'assemblage des sphères composites est remplacé par une sphère composite noyée dans un milieu possédant les propriétés du milieu homogène équivalent (MHE) recherché.

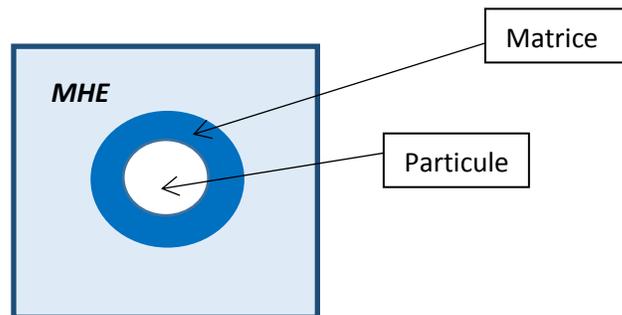


Figure 3-6 : schéma du modèle à 3 phases [58]

Le module de compressibilité obtenu est identique à celui calculé par Hashin dans le cadre de l'assemblage des sphères composites. Ce modèle a par la suite été étendu par Hervé et Zaoui [60] dans le cas de composites à  $n$  phases. Le milieu est modélisé par une sphère à  $n$  couches correspondant aux  $n$  phases (où la  $n^{\text{ième}}$  représente la matrice) plongée dans un milieu infini possédant les propriétés du milieu homogène équivalent. Chacune des phases est supposée posséder un comportement isotrope. Ce modèle est appelé modèle auto cohérent généralisé ou modèle  $(n+1)$  phases.

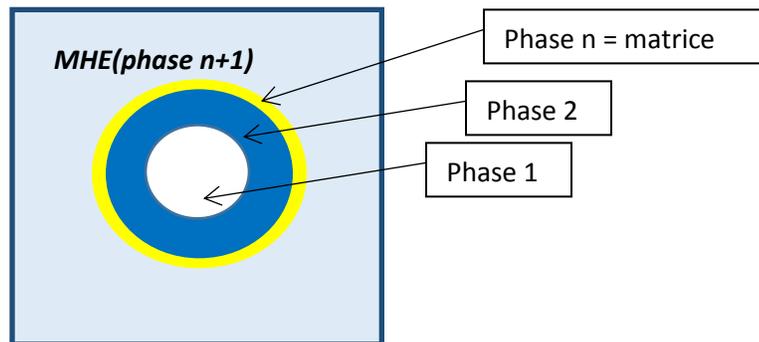


Figure 3-7 : Schéma du modèle auto-cohérent généralisé - modèle à  $(n+1)$  phases

Son module de compressibilité est obtenu par récurrence :

$$K_n^{ACG} = K_n + \frac{R_{n-1}^3 / R_n^3}{\frac{1}{K_{n-1}^{ACG} - K_n} + \frac{3(R_n^3 - R_{n-1}^3)}{R_n^3 (3K_n + 4G_n)}} \quad (3.39)$$

Avec  $R_n$ , le rayon de la sphère extérieure de la phase  $n$ ,  $K_n$ , le module d'élasticité et  $G_n$ , le module de cisaillement de cette phase  $n$ . Le module de cisaillement quant à lui est obtenu par la racine positive de l'équation du second degré suivante :

$$A \left( \frac{G_n^{ACG}}{G_n} \right)^2 + B \left( \frac{G_n^{ACG}}{G_n} \right) + C = 0 \quad (3.40)$$

Avec  $A$ ,  $B$  et  $C$ , des coefficient dépendants de  $R_n$ , du coefficient de poisson et de  $G_{n-1}^{ACG}$ .

*Remarque : le cas où  $n=2$  aboutit au même résultat que le modèle à 3 phases de Christensen et Lo.*

### 3.1.2.5. Bornes de Hashin et Shtrikman

Les bornes de Hashin et Shtrikman [61] reposent sur un principe proche du modèle auto cohérent à la différence que le MHE est remplacé par un milieu de substitution dont les propriétés sont connues. La matrice de substitution (milieu de référence) se voit affecter successivement les propriétés de la phase la plus rigide pour la borne supérieure ou de la plus souple pour la borne inférieure. La borne supérieure s'obtient en affectant à la matrice le tenseur de rigidité  $\mathbf{C}^{max}$ . Le tenseur de localisation s'écrit donc :

$$\mathbf{A}_i^+ = (\mathbf{I} + \mathbf{S}^{esh} : (\mathbf{C}^{max})^{-1} : (\mathbf{C}^i - \mathbf{C}^{max}))^{-1} \quad (3.41)$$

Le tenseur de rigidité effectif supérieur s'écrit :

$$\mathbf{C}_{eff}^{max} = \mathbf{C}^{HS+} = \sum_{i=0}^n \mathbf{C}_i f_i : (\mathbf{I} + \mathbf{S}^{esh} : (\mathbf{C}^{max})^{-1} : (\mathbf{C}^i - \mathbf{C}^{max}))^{-1} \quad (3.42)$$

De même pour la borne inférieure, on affecte à la matrice le tenseur de rigidité  $\mathbf{C}^{min}$  :

$$\mathbf{A}_i^- = (\mathbf{I} + \mathbf{S}^{esh} : (\mathbf{C}^{min})^{-1} : (\mathbf{C}^i - \mathbf{C}^{min}))^{-1} \quad (3.43)$$

Le tenseur de rigidité effectif s'écrit :

$$\mathbf{C}_{eff}^{min} = \mathbf{C}^{HS-} = \sum_{i=0}^n \mathbf{C}_i f_i : (\mathbf{I} + \mathbf{S}^{esh} : (\mathbf{C}^{min})^{-1} : (\mathbf{C}^i - \mathbf{C}^{min}))^{-1} \quad (3.44)$$

Soit dans le cas de notre composite :

$$\begin{aligned}\mathbf{C}_{eff}^{min} &= \mathbf{C}^{HS-} = \mathbf{C}_m + \sum_{i=1}^n (\mathbf{C}_i - \mathbf{C}_m) f_i : (\mathbf{I} + \mathbf{S}^{esh} : (\mathbf{C}^{min})^{-1} : (\mathbf{C}^i - \mathbf{C}^{min}))^{-1} \\ \mathbf{C}_{eff}^{max} &= \mathbf{C}^{HS+} = \mathbf{C}_m + \sum_{i=1}^n (\mathbf{C}_i - \mathbf{C}_m) f_i : (\mathbf{I} + \mathbf{S}^{esh} : (\mathbf{C}^{max})^{-1} : (\mathbf{C}^i - \mathbf{C}^{max}))^{-1}\end{aligned}\quad (3.45)$$

Les bornes de Hashin et Shtrikman nous donnent un encadrement plus fin des propriétés du matériau que celles de Voigt et Reuss.

### 3.1.2.6. *Modèle de Mori Tanaka*

Le modèle développé initialement par Mori et Tanaka [62], concernait un matériau contenant une grande quantité d'inclusions de mêmes propriétés que de celles de la matrice. Il a par la suite été étendu aux matrices contenant des hétérogénéités par Wakashima [63] puis a été clarifié par Benveniste [64].

Ce modèle qui découle également de l'approche d'Eshelby se distingue par la prise en compte des interactions des inclusions. On considère que les hétérogénéités, réparties de manière isotrope, sont noyées dans une matrice infinie soumise, à l'infini, à la déformation moyenne de la matrice. Le tenseur de localisation  $\mathbf{A}^H$  obtenu dans la résolution du problème hétérogène d'Eshelby permet de relier chacune des inclusions à la déformation moyenne de la matrice in situ :

$$\langle \underline{\underline{\varepsilon}}_i \rangle = \mathbf{T}_i : \langle \underline{\underline{\varepsilon}}_m \rangle \quad (3.46)$$

Avec :

$$\mathbf{T}_i = \mathbf{A}^H = (\mathbf{I} + \mathbf{S}^{esh} : (\mathbf{C}_m)^{-1} : (\mathbf{C}^i - \mathbf{C}_m))^{-1} \quad (3.47)$$

Avec la relation de la moyenne volumique des déformations sur chaque phase  $p$ , on a :

$$\underline{\underline{E}} = \sum_{p=0}^n f_p \langle \underline{\underline{\varepsilon}} \rangle_p = \sum_{p=0}^n f_p \mathbf{T}_p : \langle \underline{\underline{\varepsilon}} \rangle_m \quad (3.48)$$

$\langle \underline{\underline{\varepsilon}} \rangle_m$  Étant constante, on peut écrire :

$$\langle \underline{\underline{\varepsilon}} \rangle_m = (\sum_{p=0}^n f_p \mathbf{T}_p)^{-1} : \underline{\underline{E}} = \mathbf{A}_m : \underline{\underline{E}} \quad (3.49)$$

On a donc pour les fibres :

$$\langle \underline{\underline{\varepsilon}}_i \rangle = \mathbf{T}_i : \langle \underline{\underline{\varepsilon}}_m \rangle = \mathbf{T}_i : \mathbf{A}_m : \underline{\underline{E}} = \mathbf{T}_i : (\sum_{i=1}^n f_i \mathbf{T}_i)^{-1} : \underline{\underline{E}} = \mathbf{A}_i : \underline{\underline{E}} \quad (3.50)$$

Le tenseur de rigidité homogénéisé d'après l'équation devient :

$$C_{eff} = C^{MT} = C_m + \sum_{i=1}^n (C_i - C_m) f_i : T_i : \left( \sum_{j=1}^n f_j T_j \right)^{-1} \quad (3.51)$$

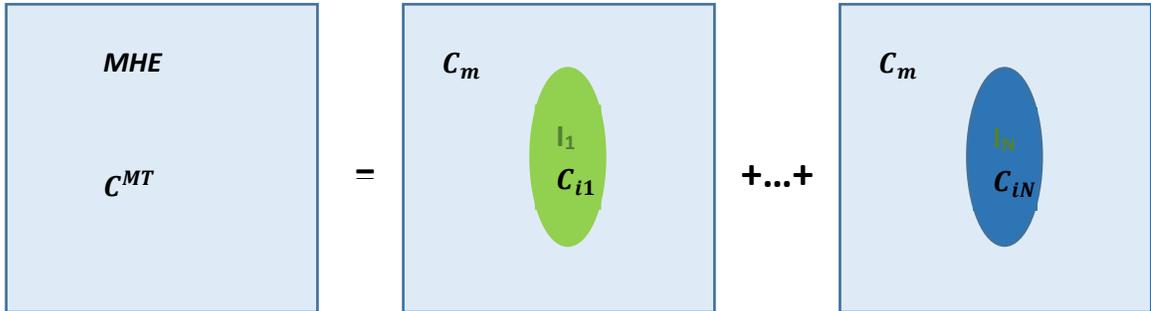


Figure 3-8 : principe du modèle de Mori Tanaka

Les interactions entre les différentes phases du matériau étant prises en compte de manière simplifiée, cette méthode n'est théoriquement valable que pour les fractions volumiques de fibres inférieures à 30%.

### 3.1.2.7. Homogénéisation en mécanique non linéaire

L'homogénéisation de matériaux non linéaires repose sur la linéarisation des lois constitutives de chaque phase afin de pouvoir appliquer les modèles d'homogénéisation développés en élasticité linéaire. Ces approches permettent d'approximer le comportement non linéaire de chaque phase en leur affectant des propriétés linéarisées (sur un incrément de calcul) associées à leurs contraintes ou déformations moyennes. Plusieurs approches ont été développées dans cette perspective, nous présenterons de manière non exhaustive quelques-unes de ces méthodes.

#### 3.1.2.7.1. Approche en champs de transformations (Transformed Field Analysis)

La méthode d'analyse par champs de transformations a été initialement proposée par Dvorak [65]. Elle consiste à supposer que les champs de contraintes et de déformations sont homogènes par phase. Cette méthode a notamment été utilisée pour modéliser le comportement de matériaux thermo-viscoplastiques, endommageable... La principale hypothèse du modèle est que la déformation plastique est uniforme par morceau :

Si l'on considère un VER d'un matériau hétérogène occupant un volume  $V$  pouvant lui-même être divisé en sous domaines  $V_r$  ( $r=1, 2, \dots, N$ ). Le champ de déformations anélastiques  $\underline{\underline{\varepsilon}}^{an}(x)$  est uniforme dans chaque sous domaine  $V_r$ . Autrement dit :

$$\underline{\underline{\varepsilon}}^{an}(x) = \sum_{r=1}^N \underline{\underline{\varepsilon}}_r^{an}(x) \chi^{(r)}(x) \quad (3.52)$$

Avec  $\chi^{(r)}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in V_r \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$

Remarque : une phase peut contenir plusieurs sous volumes mais un sous volume ne peut appartenir qu'à une phase.

Les relations entre les champs de déformations et de contraintes globaux et locaux s'écrivent alors [65] [66] dans chaque sous domaine :

$$\begin{aligned} \underline{\underline{\varepsilon}}_r &= \mathbf{A}_r \underline{\underline{E}} + \sum_{j=1}^m \mathbf{D}_{ij} : \underline{\underline{\varepsilon}}_j^{an} \\ \underline{\underline{\sigma}}_r &= \mathbf{B}_r \underline{\underline{\Sigma}} + \sum_{j=1}^m \mathbf{F}_{ij} : \mathbf{C}_j : \underline{\underline{\varepsilon}}_j^{an} \end{aligned} \quad (3.53)$$

Avec  $\mathbf{A}_r$  et  $\mathbf{B}_r$  les tenseurs de localisation et de concentration déterminés dans le cadre de l'élasticité linéaire,  $\mathbf{F}_{ij}$  et  $\mathbf{D}_{ij}$  les tenseurs d'influence des déformations anélastiques du sous domaine  $i$  sur le sous domaine  $j$  qui peuvent se calculer numériquement. Cette méthode est bien représentative de la réponse en contrainte – déformation à condition que le nombre de sous domaines choisi soit suffisant. Néanmoins son hypothèse de base sur l'homogénéité de la déformation plastique par phase peut être contestée. De plus, il a été reconnu à plusieurs reprises que pour des matériaux hétérogènes non linéaires, il faut recourir à une division relativement dense des phases en sous volumes : ce qui implique un nombre de variables internes élevé et donc un temps de calcul qui peut rapidement être prohibitif. Afin de palier à cette difficulté, une approche d'analyse par champs de transformation non uniforme (NTFA) qui est une extension de la (TFA) a été développée. Cette fois ci, les déformations inélastiques sont définies par :

$$\underline{\underline{\varepsilon}}^{an}(x) = \sum_{r=1}^N \underline{\underline{\varepsilon}}_r^{an}(x) \theta^{(r)}(x) \quad (3.54)$$

Les fonctions  $\theta^{(r)}$ , appelés modes plastiques, sont à définir par l'utilisateur, elles peuvent s'étendre à plusieurs sous volumes mais doivent être contenues dans une seule phase. La comparaison des deux approches est présentée en [67]. On notera également que la réponse de la NTFA est entièrement dépendante des modes plastiques et donc de l'utilisateur et du domaine d'utilisation.

### 3.1.2.7.2. Approche par transformation en Laplace Carson

L'homogénéisation par transformation en Laplace Carson est classiquement utilisée pour modéliser le comportement des matériaux hétérogènes viscoélastiques [68] [69] [70] [71] [72]. En effet, dans l'espace de Laplace, le produit de convolution se réduit à une simple contraction. On transforme ainsi un problème viscoélastique en problème élastique fictif dans l'espace de Laplace. Les modèles d'homogénéisation sont alors applicables à ce matériau fictif. Les propriétés

viscoplastiques du matériau réel sont obtenues par transformée inverse du résultat du problème fictif.

La transformée de Laplace Carson d'une fonction  $f$  est définie par :

$$\mathcal{C}[f(x, t)] = f^*(x, p) = p \int_0^{\infty} e^{-pt} f(x, t) dt \quad (3.55)$$

Pour  $p > 0$

Si l'on prend un matériau hétérogène multiphasique dont les phases obéissent à une loi de comportement du type :

$$\varepsilon_p(t) = \mathbf{S}(t) \sigma_p(0) + \int_0^t \mathbf{S}(t - \tau) : \dot{\sigma}_p(\tau) d\tau \quad (3.56)$$

Avec

$$\mathbf{S}(t) = \mathbf{S}^{el} + \mathbf{S}^{ve}(t) \quad (3.57)$$

Avec  $\mathbf{S}^{el}$  et  $\mathbf{S}^{ve}$ , respectivement les tenseurs de souplesse élastiques et viscoélastiques de la phase  $p$ . Après transformation en Laplace Carson, l'équation du comportement devient :

$$\varepsilon^* = \mathbf{C}^* \cdot \sigma^* \quad (3.58)$$

Enfin pour obtenir les propriétés dans l'espace-temps réel, on procède à l'inversion du résultat du problème écrit dans l'espace de Laplace Carson. Mis à part dans de rares cas simples où l'inversion peut se faire analytiquement par calcul de l'intégrale de Bromwich, cette inversion se fait de manière numérique. La plupart des travaux reposent sur un développement en série des fonctions temporelles recherchées [73]. L'une de ces méthodes classiquement utilisée est la méthode de collocation développée par Schapery.

L'inconvénient de cette méthode réside dans le fait que pour chaque cas de chargement, différentes intégrales analytiques doivent être formulées pour estimer les champs moyens locaux au sein de chaque phase et la réponse globale du matériau. Ainsi le comportement global ne peut pas être introduit dans les codes éléments finis pour calculs de structures [74].

### 3.1.2.7.3. Approche en champs moyens

Les premiers travaux concernant la linéarisation de matériaux élasto-plastiques ont été effectués par Kröner, Il étend le modèle autocohérent à des polycristaux [53]. Il considère que chaque phase se comporte comme une inclusion ellipsoïdale uniformément plastifiée, subissant une déformation plastique libre  $\varepsilon^P$  et noyée dans une matrice infinie, subissant également une déformation plastique

libre  $E^p$  et possédant les propriétés du MHE, également uniformément plastifié. La résolution du problème d'Eshelby s'écrit alors comme suit :

$$\underline{\underline{\sigma}}_i - \underline{\underline{\Sigma}} = \mathbf{C} : (\mathbf{I} - \mathbf{S}^{esh}) : (\underline{\underline{E}}^p - \underline{\underline{\varepsilon}}^p) \quad (3.59)$$

Kröner suppose que les interactions entre les différentes phases sont purement élastiques, ce qui conduit à une réponse trop raide du matériau.

### *Formulation incrémentale de Hill*

Toujours dans le cadre de l'élasto-plasticité, Hill [75] reprend le problème posé par Kröner et propose de linéariser le comportement local de chaque phase par une formulation incrémentale de la loi d'écoulement. Pour cela, il introduit un module tangent instantané élasto-plastique supposé uniforme. On a donc pour chaque phase p du matériau :

$$\underline{\underline{\dot{\sigma}}}_p = \mathbf{L}_p : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_p \quad (3.60)$$

Avec  $L_p$  l'opérateur tangent de la phase p correspondant à l'état de déformation moyen  $\varepsilon_p$ .

La résolution se fait sur chaque phase du matériau et dépend de l'état du matériau à un instant t et du type de chargement. Le problème se ramène à un problème d'homogénéisation linéaire incrémental : l'état local étant connu à chaque incrément de calcul, sa résolution se fait comme pour un problème linéaire [53]. Dans le cas d'un matériau soumis à une vitesse de déformation  $\dot{E}^0$  imposée, la vitesse de déformation dans chaque phase est donnée par :

$$\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_p = \mathbf{A}_p^t : \underline{\underline{\dot{E}}}^0 \quad (3.61)$$

Avec et  $A_p$  le tenseur de localisation des vitesses de déformation dans chaque phase déterminé à chaque incrément par un des modèle d'homogénéisation de l'élasticité linéaire. La vitesse de contraintes macroscopique devient :

$$\underline{\underline{\dot{\Sigma}}} = \sum_{p=0}^n f_p \langle \underline{\underline{\dot{\sigma}}}_p \rangle = \sum_{p=0}^n f_p \langle \mathbf{A}_p : \mathbf{C}_p^t \rangle : \underline{\underline{\dot{E}}}^0 = \mathbf{L}_{eff} : \underline{\underline{\dot{E}}}^0 \quad (3.62)$$

Avec  $L_{eff}$  le module tangent effectif.

Cette approche reste néanmoins limitée par le fait que l'équation implicite demande une mise en œuvre numérique assez lourde. Elle sera reprise de manière simplifiée par beaucoup de schémas utilisant la linéarisation par phases, notamment pour des matériaux composites à deux phases.

---

### Formulation sécante

En reprenant les travaux de Hill et Kröner, plusieurs auteurs se sont intéressés à la linéarisation de lois de comportement par une approche sécante [76] [77] [78]. La formulation sécante sur chaque phase du matériau s'écrit :

$$\underline{\underline{\sigma}}_p = \mathbf{C}^{sec}_p : \underline{\underline{\varepsilon}}_p \quad (3.63)$$

Où  $M_p$  est le module sécant de la phase p. Dans le cas de matériaux isotropes, il est donné par :

$$\mathbf{C}^{sec}_p = 3k'\mathbf{J} + 2\mu'\mathbf{K} \quad (3.64)$$

$$\text{Avec } \begin{cases} \mathbf{J} = \frac{1}{3} i \otimes i \\ \mathbf{K} = \mathbf{I} - I^{vol} \\ \mu' = \frac{\underline{\underline{\sigma}}_{eq}}{3\underline{\underline{\varepsilon}}_{eq}} \\ \underline{\underline{\sigma}}_{eq} = \sqrt{\frac{2}{3} \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\sigma}}} \\ \underline{\underline{\varepsilon}}_{eq} = \sqrt{\frac{2}{3} \underline{\underline{\varepsilon}} : \underline{\underline{\varepsilon}}} \end{cases}$$

Où  $k'$  et  $\mu'$  sont respectivement les modules de compression et de cisaillement. De manière générale on détermine  $\mathbf{C}^{sec}$  en posant (sans sommation sur les indices i et j) :

$$\mathbf{C}^{sec}_{ijkl} = \frac{\underline{\underline{\sigma}}_{ij}}{\underline{\underline{\varepsilon}}_{ij}} \mathbf{I}_{ijkl} \quad (3.65)$$

### Formulation affine

Plus récemment, Masson [79] proposent une méthode de linéarisation affine en viscoplasticité qui utilise le module tangent sous une forme non incrémentale. En effet, pour résoudre le problème par la méthode tangente, il faut procéder de manière incrémentale : ce qui peut rapidement devenir couteux. La méthode affine consiste à remplacer le comportement non linéaire, pour une déformation de référence  $\varepsilon_p$ , par un comportement linéarisé caractérisé par un module tangent  $\mathbf{C}_p^{tan}$  et une précontrainte  $\tau^0$  :

$$\sigma = \mathbf{C}_p^{tan(0)} : \varepsilon + \tau^0 \quad (3.66)$$

Avec  $\underline{\underline{C}}_p^{tan(0)} = \frac{d\sigma_p}{d\varepsilon_p}$ , le module tangent pour la déformation de référence.

Et  $\tau^0 = \sigma^{(0)} - \underline{\underline{C}}_p^{tan(0)} : \underline{\underline{\varepsilon}}_p^{(0)}$ , l'ordonnée à l'origine correspondante. La formulation affine est donc constituée des équations précédentes en supposant une déformation homogène par phase.

### Formulation tangente

Une autre approche d'homogénéisation en mécanique non linéaire consiste à dériver la loi de comportement par rapport au temps :

$$\underline{\underline{\dot{\sigma}}}_p = \underline{\underline{C}}_p^{tan} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_p \quad \underline{\underline{C}}_p^{tan} = \frac{d\sigma_p}{d\varepsilon_p} \quad (3.67)$$

Avec  $\underline{\underline{C}}_p^{tan}$  le module tangent de la phase p. Dans le cas de phases isotropes ce module est donné par [52]:

$$\underline{\underline{C}}_p^{tan} = 3k'\mathbf{J} + 2\mu'\mathbf{K} + 2\frac{d\mu'}{d\varepsilon_{eq}}\underline{\underline{\varepsilon}}_{eq}\mathbf{L} \quad (3.68)$$

Avec :

$$\mathbf{L} = \frac{2}{3} \frac{1}{\varepsilon_{eq}^2} (\hat{\varepsilon} \otimes \hat{\varepsilon}) \quad \underline{\underline{\hat{\varepsilon}}} = \frac{\underline{\underline{\varepsilon}}_d}{\varepsilon_{eq}} \quad (3.69)$$

Le principe de la méthode tangente est donné, dans le cas 1D, par le schéma ci-dessous :

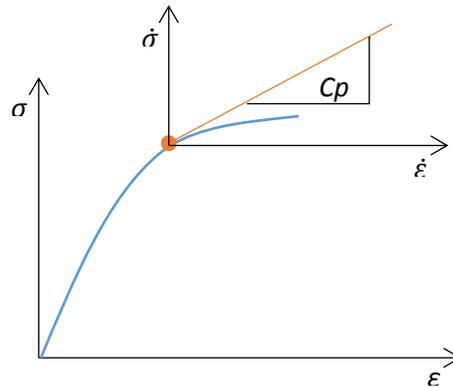


Figure 3-9 : Schéma de la méthode tangente

La modélisation tangente n'est pas applicable théoriquement dans le cas de l'élasto-viscoplasticité. En effet, en elasto-viscoplasticité, il n'y a pas de correspondance une à une entre la contrainte et la vitesse de déformation au travers d'un module tangent comme il peut y en avoir

---

en élastoplasticité. Néanmoins dans un cadre numérique, si l'on considère des incréments finis de contrainte et de déformation, un opérateur tangent algorithmique dérivant de la linéarisation des équations discrétisées dans le temps peut être utilisé [80].

### 3.1.3. Choix du modèle micromécanique

Dans le cadre de ces travaux, en raison du caractère élasto-viscoplastique de la matrice et de l'étude bibliographique menée ci-dessus, une modélisation micromécanique non linéaire par champs moyens est la plus adaptée. La linéarisation est effectuée de manière incrémentale par méthode tangente.

Le choix du modèle d'homogénéisation repose sur sa capacité à prendre en compte les propriétés mécaniques et géométriques du composite. Le modèle à bornes de Voigt et Reuss, n'est que très peu sensible aux aspects microstructuraux. En effet, il ne considère que les fractions volumiques et les tenseurs de rigidité de chaque phase. De manière plus générale, les modèles à bornes n'apportent qu'un encadrement des propriétés effectives. Les modèles qui découlent de l'approche d'Eshelby considèrent une géométrie ellipsoïdale des renforts. La solution diluée ne prend pas en compte les interactions entre les renforts et à ce titre ne peut être utilisée que pour des fractions volumiques très faibles. Les modèles auto cohérent et de Mori Tanaka sont les modèles ayant le champ d'application le plus large en raison de leur meilleure estimation pour des forts taux de renfort. Toutefois, le modèle de Mori Tanaka est le plus apte à décrire le comportement du PPGF. En effet, il possède l'avantage de distinguer une phase de matrice dans laquelle sont noyés les renforts contrairement à la méthode auto cohérente qui ne fait pas de distinction entre ses phases. De plus, les expressions des tenseurs de rigidité sont déterminées de manière implicite dans le modèle auto cohérent, ce qui rend son estimation plus délicate à manipuler que le modèle de Mori Tanaka. Au vu de ces conclusions, c'est donc naturellement le modèle de Mori Tanaka qui est retenu dans la suite de ces travaux.

## 3.2. Loi de comportement des différentes phases

Le VER du matériau étudié comporte  $(2N+1)$  phases, avec  $N$  le nombre de phases (inclusions) qui traduit le nombre de familles d'orientation. La matrice correspond à la phase non orientée. Chaque orientation est attribuée à deux phases : la famille de fibre et son enrobage. Les lois constitutives de chaque phase sont introduites ci-après.

### 3.2.1. Phase de fibre

Les familles de fibres de verres sont modélisées par une loi élastique linéaire isotrope. Elle est définie par 2 paramètres : son module de Young  $E$  et son coefficient de poisson  $\nu$ . Son module de rigidité s'exprime en fonction des coefficients de Lamé  $\lambda$  et  $\mu$  donnés par :

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (3.70)$$

Le tenseur de rigidité est identique au module tangent dans le cas présent :

$$L = L_t = \begin{bmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda + 2\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2\mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2\mu \end{bmatrix} \quad (3.71)$$

Les équations constitutives sont données par :

$$\sigma = L\varepsilon \quad d\sigma = L_t d\varepsilon \quad (3.72)$$

Dans le cas du PPGF40, leur fraction volumique est définie à 21 et leur rapport de forme est défini à 50. Ces données sont issues des résultats de tomographies et d'observations microscopiques présentées en chapitre 1.

### 3.2.2. Phase de matrice

La matrice polypropylène étant un polymère semi cristallin avec un comportement élasto-viscoplastique, sa loi de comportement est modélisée à travers un modèle phénoménologique nommé DSGZ [16] par ses auteurs. Ce modèle a été développé en tirant profit de quatre précédentes approches que sont le modèle de Johnson-Cook [81], le modèle de G'Sell-Jonas [82], le Modèle de Matsuoka [83] et le modèle de Brooks [84] afin de modéliser le comportement de polymères semi cristallin et vitreux en viscoplasticité.

Le modèle de Johnson-Cook [81] est un modèle développé pour décrire le comportement plastique des métaux ductiles, sur une plage de déformation allant de  $10^{-3}$  à  $10^5 \text{ s}^{-1}$ . Largement utilisé dans les codes de calculs, il permet de prendre en considération les effets de vitesse et de température. Il est donné par :

$$\sigma = (C_1 + C_2 \varepsilon^N)(1 + C_3 \ln \dot{\varepsilon})(1 - \hat{\theta}^M) \quad (3.73)$$

Avec  $\sigma$ , la contrainte équivalente,  $\varepsilon$ , la déformation plastique équivalente,  $\dot{\varepsilon}$  la vitesse de déformation plastique équivalente,  $\hat{\theta}$  la température réduite,  $C_1, C_2, C_3, N, M$ , les constantes du modèle.

L'association avec le modèle de G'Sell-Jonas [82] a l'avantage d'intégrer les effets de la viscoélasticité et de la viscoplasticité dans une même équation. Son expression est donnée par :

$$\sigma = K e^{h\varepsilon^2} (1 - e^{-W\varepsilon}) (\dot{\varepsilon})^m e^{\frac{a}{T}} \quad (3.74)$$

Avec  $\sigma$ , la contrainte équivalente,  $\varepsilon$ , la déformation plastique équivalente,  $\dot{\varepsilon}$  la vitesse de déformation plastique équivalente,  $T$  la température absolue,  $K, a, W, h$  les constantes du modèle. L'intégration du modèle de Matsuoka [83] dans les équations constitutives permet, quant à elle, de modéliser le comportement de polymères vitreux. En effet, elle permet d'intégrer les effets de viscoélasticité non linéaire, d'élasticité et d'adoucissement :

$$\sigma = E^0 e^{-C\varepsilon} \varepsilon e^{-(\varepsilon/\dot{\varepsilon}\tau)^\beta} \quad (3.75)$$

Avec  $\sigma$ , la contrainte équivalente,  $\varepsilon$ , la déformation plastique équivalente,  $\dot{\varepsilon}$  la vitesse de déformation plastique équivalente,  $\tau$  le temps de relaxation effectif associé à la température et  $C, E^0, \beta$  les constantes du modèle. Une forme simplifiée de cette équation est utilisée afin de décrire le saut de comportement à la limite élastique des polymères vitreux. Elle est donnée par une fonction  $u$  de la forme :

$$u(\varepsilon) = \varepsilon e^{-(\varepsilon/\dot{\varepsilon}\tau)} \quad (3.76)$$

Enfin, le modèle de Brooks [84], est un modèle constitutif pour les matériaux dynamiquement recristalisables. Il est donné par :

$$\sigma = K \lambda_{zz}^m \{ \lambda_0 \cdot \lambda_{zz}^q + [1 - \lambda_0 \cdot \lambda_{zz}^q] \cdot e^{-\alpha\varepsilon} \} \cdot (1 - e^{-\beta\varepsilon}) \quad (3.77)$$

Où ,

$$\lambda_{zz} = \dot{\varepsilon} \cdot e^{\left(\frac{Q}{RT}\right)} \quad (3.78)$$

Avec  $\sigma$ , la contrainte équivalente,  $\varepsilon$ , la déformation plastique équivalente,  $\dot{\varepsilon}$  la vitesse de déformation équivalente,  $T$  la température absolue,  $K, m, \lambda_0, q, \alpha, \beta, Q$  les constantes du modèle. Le modèle DSGZ considère uniquement le terme :

$$\{ \lambda_0 \cdot \lambda_{zz}^q + [1 - \lambda_0 \cdot \lambda_{zz}^q] \cdot e^{-\alpha\varepsilon} \} \cdot (1 - e^{-\beta\varepsilon}) \quad (3.79)$$

Si la déformation augmente, ce terme va approcher exponentiellement, à partir de la valeur initiale, le régime permanent de valeur  $\lambda_0 \cdot \lambda_{zz}^q$ . Si on remplace cette valeur initiale de 1 par une expression qui décrit la déformation initiale et que la valeur en régime permanent est remplacée par une expression capable de décrire les grandes déformations des polymères, alors un modèle constitutif capable de décrire simultanément la viscoélasticité et la viscoplasticité peut être développé. Le modèle uniaxial DSGZ proposé à partir des précédentes expressions, s'écrit :

$$\sigma = K \left\{ f(\varepsilon) + \left[ \frac{\varepsilon \cdot e^{\left(1 - \frac{\varepsilon}{c_3 \cdot h(\dot{\varepsilon}, T)}\right)}}{c_3 \cdot h(\dot{\varepsilon}, T)} - f(\varepsilon) \right] \cdot e^{[\ln(g(\dot{\varepsilon}, T)) - c_4] \cdot \varepsilon} \right\} \cdot h(\dot{\varepsilon}, T) \quad (3.80)$$

Où,

$$\begin{aligned} f(\varepsilon) &= (e^{-c_1 \cdot \varepsilon} + e^{c_2}) (1 - e^{-\alpha \varepsilon}) \\ h(\dot{\varepsilon}, T) &= (\dot{\varepsilon})^m e^{\frac{a}{T}} \end{aligned} \quad (3.81)$$

Et  $g(\dot{\varepsilon}, T)$  est la forme adimensionnée de  $h(\dot{\varepsilon}, T)$ .

Le modèle compte 8 paramètres que l'on obtient par des essais thermomécaniques : 3 essais au minimum sont nécessaires pour l'obtention de ces paramètres. La procédure de calibration est donnée en [16]. Dans une poursuite de leurs travaux, [85] étendent le modèle au cas tridimensionnel par la règle d'écoulement de Von Mises. La généralisation à trois dimensions de lois de comportement passe en général par le choix de grandeurs équivalentes [16] en intégrant l'histoire de chargement. C'est le cas par exemple de la déformation et de la vitesse de déformation qui sont prises en compte via les grandeurs équivalentes  $\bar{\varepsilon}$  et  $\dot{\bar{\varepsilon}}$  que l'on définit généralement, pour une particule située initialement en  $x_0$ , par :

$$\bar{\varepsilon}(x(x_0, t)) = \int_{t_0}^t \dot{\bar{\varepsilon}}(x(x_0, \tau)) d\tau \quad (3.82)$$

De même, on peut calculer la contrainte sous la forme de la contrainte équivalente au sens de Von Mises. Un modèle uniaxial peut donc être étendu à un cadre tridimensionnel à travers une généralisation réalisée par l'extension de la règle d'écoulement de Von Mises au cadre tridimensionnel. Si on suppose que  $[S_{ij}]$  et  $[\dot{\varepsilon}_{ij}]$  sont respectivement la partie déviatorique pure du tenseur de contraintes et la partie déviatorique du tenseur du taux de déformation, alors on peut écrire les quantités équivalentes suivantes :

• la contrainte équivalente :

$$\sigma = \sqrt{\frac{3}{2}} (S_{ij} : S_{ij}) \quad (3.83)$$

- la vitesse de déformation plastique équivalente :

$$\dot{\varepsilon} = \sqrt{\frac{3}{2}(\dot{e}_{ij} : \dot{e}_{ij})} \quad (3.84)$$

La déformation équivalente plastique est trouvée en intégrant la vitesse de déformation plastique équivalente :

$$\varepsilon = \int_0^t \dot{\varepsilon} dt \quad (3.85)$$

Une loi de comportement donnée explicitement ou implicitement par une équation comme celles développées précédemment décrit la relation entre les trois quantités équivalentes. La règle d'écoulement généralisé de Von Mises pourra être donc utilisée pour décrire la relation instantanée tridimensionnelle décrivant la déformation plastique des polymères comme étant :

$$[S_{ij}] = \frac{2\sigma}{3\dot{\varepsilon}} [\dot{e}_{ij}] \quad (3.86)$$

Cette équation suppose que le matériau soit insensible à la pression hydrostatique, ce qui n'est pas vraiment le cas pour les polymères. Par ailleurs, l'anisotropie induite dans le matériau est rarement prise en compte. La généralisation tridimensionnelle est donc loin d'être triviale. Cependant, ces deux facteurs sont ici négligés et cette généralisation reste valable dans le cas de chargements monotones avec un effet de vitesse de déformation tels que des impacts.

L'écriture implicite du modèle DSGZ et la détermination du module tangent consistant associé dans le cadre de ces travaux a fait l'objet d'un article [86] dont les détails d'implémentation numérique seront présentés en chapitre 4.

### 3.2.3. Modélisation de l'endommagement

#### 3.2.3.1. *Revue bibliographique*

De nombreux auteurs se sont intéressés aux mécanismes d'endommagement des composites à microstructures aléatoires et des polymères chargés en fibres. En effet, la compréhension des processus d'endommagement au sein des matériaux est primordiale à leur modélisation. Leur microstructure hétérogène induit localement de forts gradients de contraintes et de déformations, notamment dans les zones chargées ou de transfert de charge comme les interfaces.

L'investigation expérimentale, présentée dans le chapitre deux, va dans ce sens. Elle a montré que l'endommagement du matériau débute aux extrémités de fibre avec, pour la majorité des cas, une initiation en pointe de fibre. Ce dernier se propage le long de l'interface fibre-matrice jusqu'à générer une décohésion des interfaces fibres-matrice. Il s'étend ensuite à travers la matrice et se termine rapidement par la ruine du matériau à travers une percolation des microfissures de la

---

matrice. Les ruptures de fibres, quant à elles, sont relativement rares. La dégradation de l'interface fibre matrice est donc au cœur de l'endommagement du composite et peut être considérée comme le mécanisme d'endommagement prépondérant des PPGF.

La prise en compte des mécanismes d'endommagement se fait généralement par la définition d'un critère de rupture qui permet ensuite d'alimenter une loi d'évolution de rupture. Les mécanismes d'endommagement dans les matériaux composites et plus particulièrement ceux relatifs aux interfaces ont fait l'objet de nombreuses études.

Dans ses travaux, Lee [87], développe un modèle d'endommagement pour composites à fibres discontinues orientées aléatoirement en présence de microfissures. Il utilise un modèle de décohesion interfaciale progressif faisant évoluer de manière probabiliste le taux de fibres saines en fibres partiellement décollées (debonded fibers) à l'aide d'une fonction de type Weibull. Les fibres décollées sont modélisées par création d'une nouvelle phase dédiée avec des propriétés différentes des fibres saines, notamment une capacité de charge plus faible. Shabana [88] reprend les travaux de Togho et Cho [89] qui proposent une approche élastoplastique pour modéliser l'endommagement dans un composite chargé en fibres courtes. Ils étudient l'évolution du champ de contraintes élastique et l'évolution de la capacité de charge entre les fibres saines et les fibres rompues à travers une approche d'endommagement par fissuration pilotée par une loi de Weibull. Shabana y introduit les effets thermiques pour des résultats plus précis sur un composite en verre époxyde.

Krairi et Doghri [90] introduisent plus récemment un endommagement défini par des « weak spot » situés en pointe de fibres. Ces derniers influent sur la dégradation des propriétés mécaniques et sur la déformation plastique. Une bonne corrélation entre les données expérimentales et la simulation numérique est observée mais la physique des mécanismes d'endommagement n'est pas directement intégrée.

Fitoussi et al [91] et Meraghni et al [92] ont défini un critère de rupture de l'interface fibre-matrice pour un composite à fibres courtes implémenté dans un modèle multi-échelles. Il est basé sur les contraintes locales normales et tangentielles de l'interface. Ils définissent ainsi un critère de type coulomb qui associe de façon linéaire la contrainte normale et tangentielle à travers l'équation :

$$\sigma + \beta\tau = R \quad (3.87)$$

Les paramètres  $\beta$  et  $R$  sont caractéristiques de l'interface fibre matrice. L'écriture elliptique (formulation quadratique) du critère est donnée par :

$$\left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{\tau_0}\right)^2 = 1 \quad (3.88)$$

Les variables  $\sigma_0$  et  $\tau_0$  correspondent aux contraintes normales et tangentielles de rupture de l'interface. Les fibres et la matrice ayant des propriétés différentes, il en résulte un saut de contrainte à l'interface et donc une nécessité de calcul des champs de contraintes dont la résolution théorique a été effectuée par Meraghni et al [92] en posant  $\sigma^{int}$  et  $\sigma^{ext}$  les champs de contraintes à l'interface respectivement du côté du renfort et de la matrice.

En un point  $i$  de l'interface, le vecteur de contraintes  $\sigma^v$  est égale à la projection de  $\sigma^{ext}$  sur la normale à l'interface  $n$ . En raison de la condition de continuité de la contrainte normale à l'interface, il est également égal à la projection de  $\sigma^{int}$  sur la normale à l'interface  $n$ . Le champ de contraintes dans le renfort étant continu, il est donc projeté sur la normale  $n$ . La contrainte normale  $\sigma$  est alors obtenue par double projection et celle tangentielle  $\tau$  en découle :

$$\begin{aligned}\sigma^v &= \sigma_i^{ext} n_i \\ \sigma &= \sigma_{ij}^{int} n_i n_j \\ \tau &= \sqrt{\|\sigma^v\|^2 - \sigma^2}\end{aligned}\tag{3.89}$$

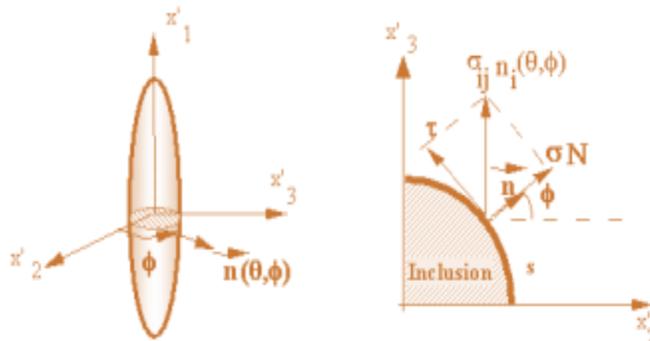


Figure 3-10 : Calcul des contraintes normales et tangentielles à l'interface [92]

Dans ses travaux sur les composites SMC, Jendli [93] utilise également ce critère. Il l'intègre par la suite dans une loi d'évolution de type Weibull afin de déterminer un pourcentage de rupture de l'interface.

De même, dans les travaux de Despringre [48], la modélisation en fatigue de l'interface fibre matrice d'un PA66 est effectuée au travers du même critère de rupture intégré cette fois ci dans une loi d'évolution cumulative de type normale afin de rester valable dans le cas du comportement en décharge.

### 3.2.3.2. Loi d'évolution d'endommagement de type Weibull

De manière analogue à la démarche de Jendli [93] et de Despringre [48], l'intégration de l'endommagement du composite se fait à travers l'interface fibre matrice à l'aide d'une loi d'évolution cumulative de type Weibull. Le critère de rupture est similaire au critère développé par Meraghni et al. [92] Toutefois afin de prendre en considération le fait que toutes les fibres d'une même famille ne s'endommagent pas simultanément, nous y avons introduit deux paramètres,  $\mu$ , et  $\gamma$  :

$$\left(\frac{\sigma}{\mu\sigma_0}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{\gamma\tau_0}\right)^2 \quad (3.90)$$

Son expression est donnée par l'équation suivante :

$$\dot{d} = \alpha(1 - d)\left(1 - e^{-\left(\left(\frac{\sigma}{\mu\sigma_0}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{\gamma\tau_0}\right)^2\right)^m}\right) \quad (3.91)$$

Où  $\sigma$  et  $\tau$  correspondent aux contraintes normales et tangentielles de l'interface fibre matrice. Les variables  $m$ ,  $\alpha$ ,  $\mu$ , et  $\gamma$  sont les paramètres de la loi d'évolution, et  $d$  et  $\dot{d}$  représentent respectivement la variable d'endommagement et le taux d'endommagement.

L'endommagement de l'interface va nécessairement affecter le transfert de charge de la matrice aux renforts. En effet, lorsque le matériau s'endommage, les fibres se décolent progressivement de la matrice et la surface liant les deux phases du matériau se réduit. La transmission des efforts et donc réduite. Le transfert de charge entre les différentes phases a été étudié par Cox qui a abouti au Shear Lag Model (SLM) [94].

$$\frac{\partial^2 \sigma(f)_z}{\partial z^2} - \beta^2 \sigma(f)_z = -\beta^2 \sigma(\infty)_z$$

$$\beta = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{2G_A^{(1)}}{E_A^{(2)} \ln\left(\frac{s}{R}\right)}} \quad (3.92)$$

Avec  $R$  le rayon de la fibre,  $s$  la distance moyenne entre deux fibres,  $E_A$  le module axial de traction de la fibre et  $G_A$  celui de cisaillement. Les travaux de Cox ont été analysés par Nairn qui démontre que la variable  $\beta$  basé sur les travaux de McCartney et de Nayfeh est plus appropriée.

$$\beta^2 = \frac{2}{R^2 E_A^{(1)} E_A^{(2)}} \left( \frac{E_A^{(1)} V_f^{(1)} + E_A^{(2)} V_f^{(2)}}{\frac{V_f^{(2)}}{4G_A^{(1)}} + \frac{1}{2G_A^{(2)}} \left( \frac{1}{V_f^{(2)}} \ln\left(\frac{1}{V_f^{(1)}}\right) - 1 - \frac{V_f^{(2)}}{2} \right)} \right) \quad (3.93)$$

Avec  $V_f$  la fraction volumique associée soit à la fibre (1) soit à la matrice (2). C'est cette dernière écriture qui a été utilisée par Despringre [48] pour caractériser la réduction du transfert de charges à travers celle du facteur de forme pour la modélisation de l'endommagement de l'interface de PA66 chargé en fibres de verre et c'est celle que nous utilisons dans le présent travail.

Afin de résoudre l'équation différentielle du SLM, il est nécessaire de déterminer des conditions aux limites. Dans le cas de l'utilisation du SLM dans des configurations d'endommagement, Despringre [48] a montré numériquement que la décohésion interfaciale s'initie généralement en pointe de fibre. On peut donc faire l'hypothèse que la contrainte en bout de fibre est nulle. On en déduit une contrainte dans chaque section exprimée par l'équation :

$$\frac{\sigma(f)_z}{\sigma(\infty)_z} = 1 - \frac{\cosh \beta z}{\cosh \beta \frac{l}{2}} \quad (3.94)$$

Avec  $z$  l'abscisse et  $l$  la longueur de la fibre. Le taux de transfert de charge moyen peut ainsi être calculé en intégrant l'équation le long de la fibre :

$$\Psi_0 = \frac{2}{l} \int_0^{\frac{l}{2}} 1 - \frac{\cosh \beta z}{\cosh \beta \frac{l}{2}} dz = 1 - \frac{2 \tanh \beta \frac{l}{2}}{\beta l} \quad (3.95)$$

En remplaçant  $\beta$  par  $\beta' = r\beta$ , on s'affranchit des dimensions des fibres. L'écriture du transfert de charge devient dépendante uniquement de son facteur de forme  $\alpha$  et s'exprime :

$$\alpha = \frac{l}{2R}$$

$$\Psi_0 = 1 - \frac{\tanh \alpha \beta'}{\alpha \beta'} \quad (3.96)$$

Afin de prendre en compte la réduction des efforts transmis à travers la décohésion des fibres, la variable d'endommagement précédemment définie, vient moduler le facteur de forme. En effet, la fibre en se décollant voit son facteur de forme diminuer avec l'endommagement de l'interface. On suppose que l'endommagement correspond directement à cette diminution. Ainsi le transfert de charge  $\Psi(d)$  peut s'écrire :

$$\Psi(d) = 1 - \frac{\tanh(1-d)\alpha \beta'}{(1-d)\alpha \beta'} \quad (3.97)$$

Le modèle d'homogénéisation assurant déjà le calcul de contraintes dans les différentes phases, le SLM se doit d'être utilisé de manière relative afin de ne traduire que la réduction du transfert de

charge. Ainsi, ce dernier est normé par  $\Psi_0$ . Le taux de transfert de charge moyen  $\Psi$  s'exprime alors :

$$\Psi(d) = \frac{(1-d)\alpha \beta' - \tanh(1-d)\alpha \beta'}{(1-d)\alpha \beta' - (1-d)\tanh \alpha \beta'} \quad (3.98)$$

Le taux de transfert de charge évolue de manière relativement faible pour un endommagement allant jusqu'à 75% environ comme l'illustre la Figure 3-11. Au-delà de 75% d'endommagement la diminution du transfert de charge s'accélère pour finir à 0. Cette occurrence a peu de probabilité de survenir dans la mesure où la diminution du taux de transfert de charge diminue la contrainte dans la fibre dont la variable d'endommagement est dépendante.

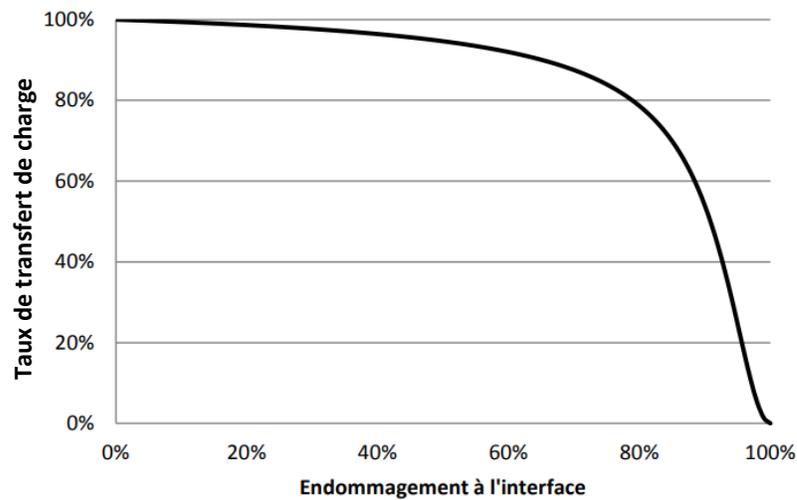


Figure 3-11 : Évolution du taux de transfert de charge en fonction de l'endommagement [48]

### 3.2.3.3. Phase d'enrobage

L'endommagement précédemment décrit sera donc intégré à travers une phase d'enrobage comprise entre la fibre et la matrice. Il est modélisé à travers une phase d'enrobage qui correspond à l'interface dans la structure du matériau. L'évolution de l'endommagement suit une loi cumulative de type Weibull définie par l'expression (3.91). La variable d'endommagement  $d$  affecte non seulement les propriétés de l'enrobage mais également le transfert de charge en modulant l'aspect ratio des fibres.

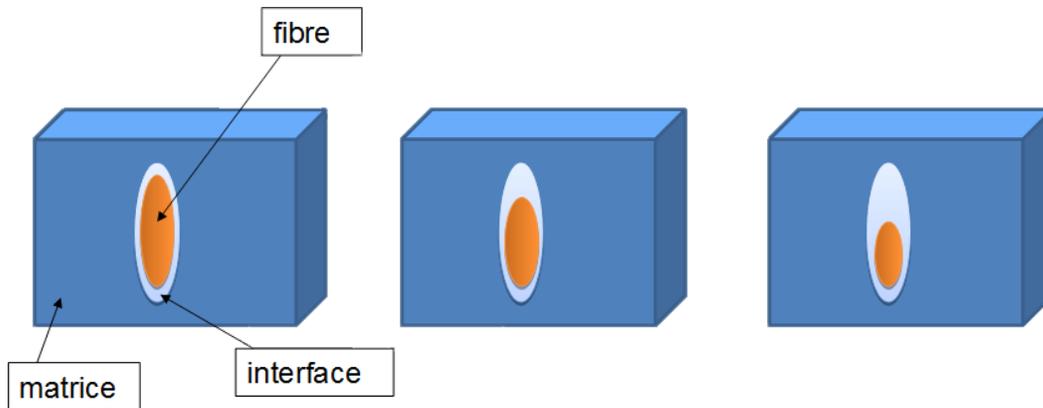


Figure 3-12 : Schéma de la modélisation par enrobage

Les familles d'enrobage sont modélisées par une loi élastique linéaire isotrope endommageable. Chaque famille de fibre possède un enrobage associé avec le même rapport de forme (aspects ratio). Les équations constitutives sont données par :

$$\sigma = (1 - d)L\varepsilon$$

$$\dot{d} = \alpha(1 - d)\left(1 - e^{-\left(\left(\frac{\sigma}{\mu\sigma_0}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{\nu\tau_0}\right)^2\right)^m}\right) \quad (3.99)$$

### 3.3. Machine d'essais virtuels

Industriellement, le modèle micromécanique ainsi développé n'a pas pour finalité d'être utilisé directement pour le calcul de structures pour des pièces complexes sous sollicitations crash en raison de son utilisation trop coûteuse en temps de calculs. Ce modèle micromécanique est donc introduit comme machine d'essais virtuels dédiée à l'identification de lois de comportement macroscopiques implémentées dans les codes de calculs. Ainsi le fort contenu physique du modèle micromécanique est préservé mais implicitement utilisé dans le calcul de structures.

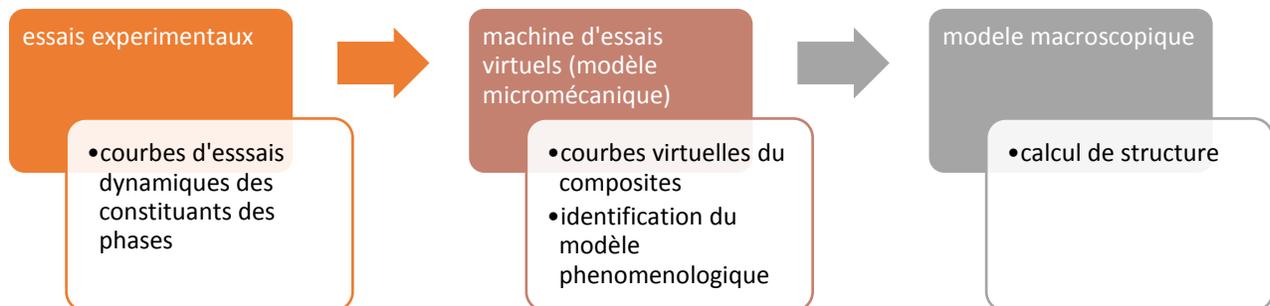


Figure 3-13 : démarche industrielle : machine d'essais virtuels

### 3.4. Conclusion

Une présentation des différentes approches de modélisation multi-échelles a été menée afin de choisir le modèle le plus adéquat au composite de l'étude : le PPGF40. Potentiellement, le modèle de Mori Tanaka est identifié comme le candidat idéal à cette modélisation en raison de sa capacité à prendre en compte les interactions entre les fibres noyées dans une matrice aux propriétés distinctes. Les fibres sont supposées linéaires élastiques. La matrice quant à elle est modélisée à l'aide d'une loi élasto-viscoplastique sensible aux effets de vitesse et de température. L'analyse expérimentale des mécanismes d'endommagement a montré que ceux-ci étaient principalement présent dans la zone d'interface fibre matrice. Celle-ci est modélisée à l'aide d'une phase intermédiaire entre la matrice et la fibre. L'endommagement interfacial affecte ainsi non seulement le comportement de l'interface mais également le transfert de charge progressif entre la matrice et les fibres. Le comportement de la zone d'interface est décrit alors à l'aide d'une loi élastique endommageable dont le module tangent est linéairement dépendant de la variable d'endommagement calculée à l'interface fibre matrice. Le schéma de la synthèse de la démarche est présenté en Figure 3-14.

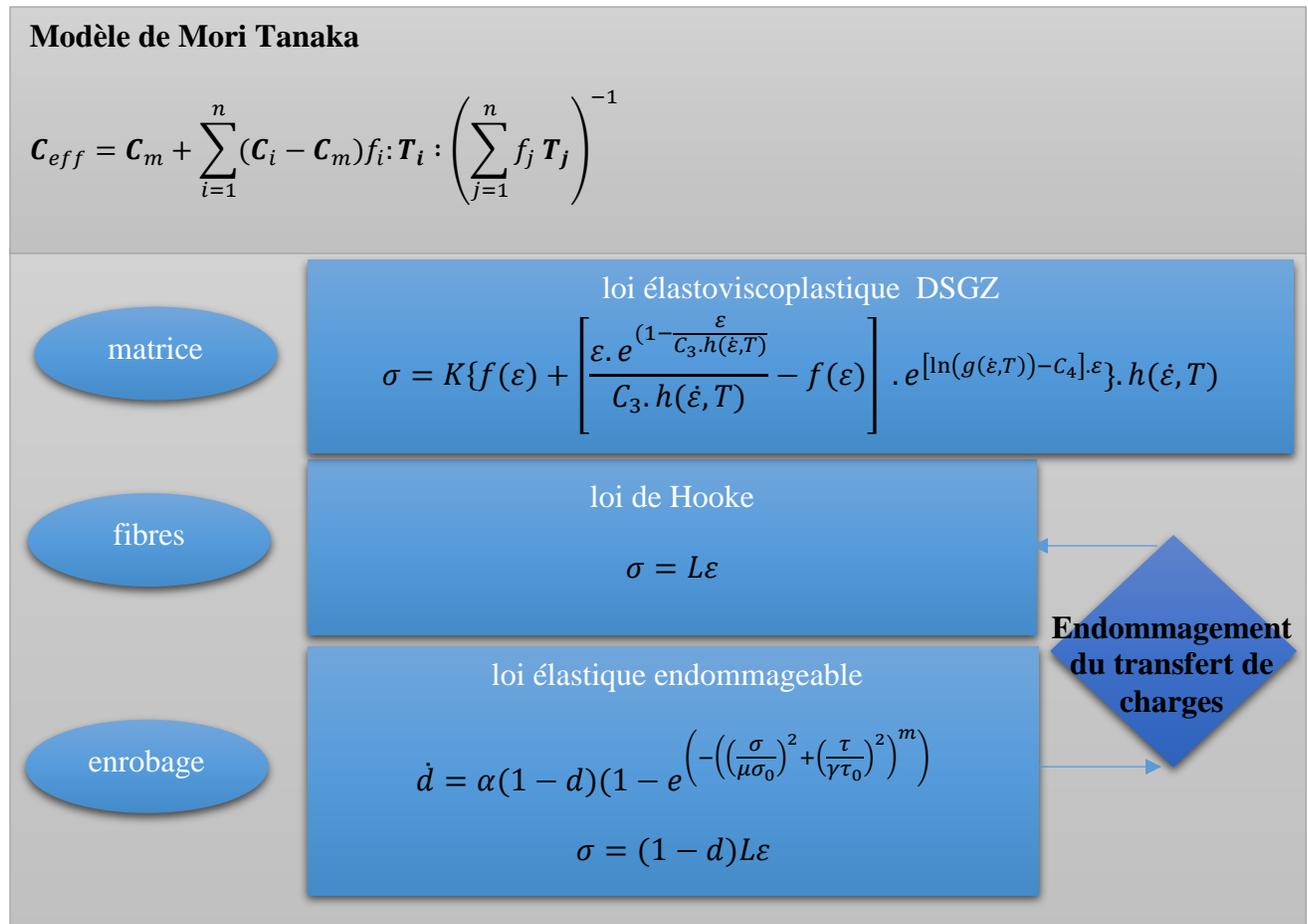


Figure 3-14 : schéma général du modèle multi-échelles développé



---

## Chapitre 4 : implémentation numérique des lois de comportement, identification et validation expérimentale

4.1.	Introduction.....	98
4.2.	Implémentation de la loi viscoplastique du polypropylène.....	98
4.2.1.	Implémentation implicite par algorithme de retour radial .....	98
4.2.2.	Détermination du module tangent.....	103
4.2.3.	Identification des paramètres .....	108
4.2.4.	Validation du modèle par comparaison aux courbes expérimentales .....	110
4.3.	Implémentation du modèle d'endommagement des interfaces via le modèle à inclusions enrobées .....	111
4.3.1.	Principe des inclusions enrobées.....	111
4.3.2.	Implémentation de la loi de comportement endommageable de l'interface et des fibres .	114
4.4.	Implémentation du modèle multi échelles de Mori Tanaka.....	115
4.4.1.	Algorithme d'implémentation.....	115
4.4.2.	Fichiers d'entrée de la routine SMART+.....	118
4.4.3.	Identification des paramètres .....	119
4.5.	Validation du modèle par comparaisons aux courbes expérimentales.....	121
4.6.	Sensibilité du modèle à la microstructure .....	124
4.7.	Machine d'essais virtuels.....	129
4.8.	Modélisation macroscopique .....	130
4.9.	Conclusion .....	132

*Ce chapitre présente les méthodes d'implémentations numériques des lois de comportement et d'endommagement formulées dans le chapitre précédent. Ces modèles de comportement interviennent dans l'élaboration de la machine d'essais virtuels dédiée à la simulation du comportement non-linéaire global sur la base de la microstructure du matériau composite. Les paramètres sont identifiés tant au niveau microscopique que macroscopique. Une validation est effectuée à chaque étape d'identification pour minimiser les erreurs de modélisation. Une extension du modèle DSGZ aux matériaux anisotropes est également proposée.*



---

## 4.1. Introduction

Le modèle défini dans la section précédente est implémenté dans une structure de programmation orientée objet, en langage C++ qui comporte un solveur, un module d'identification et une librairie, rassemblés sous la dénomination SMART+ et développés au sein de l'équipe SMART/LEM3 [48]. La librairie SMART+ permet de modéliser le comportement mécanique d'un VER indépendamment des codes de calcul de structures et est utilisée dans ces travaux de thèse comme machine d'essais virtuels permettant d'ingérer différents effets sur le comportement global du composite dont les effets de microstructures et la vitesse de déformation.

Dans cette partie, l'implémentation des différentes phases du composite et le schéma global du modèle de Mori Tanaka sont présentés, identifiés et validés par comparaison aux essais mécaniques. Dans un second temps, une analyse de sensibilité est menée afin de déterminer l'influence des différents paramètres du modèle sur le comportement du composite.

Cette implémentation sous forme de routine permet d'utiliser le modèle multi échelles comme machine d'essais virtuels capable de générer des courbes permettant d'identifier le comportement des composites à différentes microstructures, vitesses et températures pour des modèles macroscopiques phénoménologiques. Un modèle phénoménologique anisotrope fondé sur le modèle DSGZ et un critère de plasticité de Hill est proposé.

## 4.2. Implémentation de la loi viscoplastique du polypropylène

### 4.2.1. Implémentation implicite par algorithme de retour radial

L'implémentation du modèle DSGZ est disponible dans la littérature sous forme explicite [95]. Toutefois, pour son utilisation dans un modèle multi échelles, il est nécessaire de déterminer le module tangent à chaque incrément de temps. L'écriture explicite ne permet pas l'accès à cette information, il est donc nécessaire de se tourner vers un schéma implicite [86]. Accordement aux équations constitutives du DSGZ présentées dans le chapitre 3 en (3.80), la contrainte peut être exprimée par :

$$\sigma(\varepsilon, \dot{\varepsilon}, T) = K[\mathbb{f}(\varepsilon) + [\mathbb{q}(\varepsilon, \dot{\varepsilon}, T) - \mathbb{f}(\varepsilon)]\mathbb{r}(\varepsilon, \dot{\varepsilon}, T)]\mathbb{h}(\dot{\varepsilon}, T) \quad (4.1)$$

Avec

$$\mathbb{f}(\varepsilon) = [e^{-c_1\varepsilon} + \varepsilon^{c_2}][1 - e^{-\alpha\varepsilon}], \quad \mathbb{h}(\dot{\varepsilon}, T) = \dot{\varepsilon}^m e^{\frac{a}{T}}$$

$$\mathbb{q}(\varepsilon, \dot{\varepsilon}, T) = \frac{\varepsilon e^{[1 - \frac{\varepsilon}{C_3 \ln(\dot{\varepsilon}, T)]}}}{C_3 \ln(\dot{\varepsilon}, T)}, \quad r(\varepsilon, \dot{\varepsilon}, T) = e^{[\ln(\ln(\dot{\varepsilon}, T)) - C_4] \varepsilon} \quad (4.2)$$

Dans ce qui suit, la procédure numérique considère les processus isothermes. L'implémentation numérique de matériaux non linéaires est couramment basée sur un algorithme par retour radial de prédiction-correction piloté en déformation [96].

Dans un premier temps, les déformations plastiques sont supposées nulles, seules les déformations élastiques sont considérées. C'est l'étape de prédiction élastique : l'incrément de déformation issu de l'analyse par éléments finis est considéré élastique :

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}^e \quad (4.3)$$

Dans un second temps, la déformation totale est supposée constante et l'erreur en contrainte est corrigée par l'introduction d'une déformation plastique : c'est l'étape de correction plastique. Ainsi, à ce stade :

$$\dot{\varepsilon}^p = \dot{p} \Lambda^p \quad (4.4)$$

Avec  $\dot{p} = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\varepsilon}^p : \dot{\varepsilon}^p}$  et  $\Lambda^p$ , le tenseur de direction d'écoulement, donnée classiquement en viscoplasticité par :

$$\Lambda^p = \frac{3}{2} \eta \quad \text{avec } \eta = \frac{s}{\bar{\sigma}} \quad (4.5)$$

La contrainte déviatorique  $s$ , et la déformation déviatorique  $e$  sont donnés respectivement par :

$$s = \sigma - \frac{1}{3} \text{tr}(\sigma) \mathbf{I}, \quad e = \varepsilon - \frac{1}{3} \text{tr}(\varepsilon) \mathbf{I}, \quad (4.6)$$

Et  $\bar{\sigma}$  la contrainte équivalente de Von Mises est donné comme second invariant du tenseur  $s$  des contraintes déviatoriques par :

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2} s : s} \quad (4.7)$$

Cette étape nécessite l'intégration numérique des équations d'évolution de la déformation plastique ainsi que l'identification du module tangent. Plusieurs méthodes d'implémentations existent et sont détaillées dans la littérature et plus particulièrement dans [96] pour des matériaux plastiques et viscoplastiques ou [97], [98] pour des alliages à mémoires de forme. Pour des matériaux anisotropes, il est possible d'utiliser l'algorithme « Closest Point Projection (CPP) » ou l'algorithme « Convex Cutting Plane (CCP) ». Dans le cadre de ces travaux, c'est l'algorithme par

retour radial qui est considéré en raison du comportement isotrope de la matrice. Cet algorithme est robuste et permet d'accéder au module tangent consistant [99].

Si l'on considère le schéma d'intégration implicite d'Euler, la valeur d'une quantité donnée,  $x$ , est actualisée à partir du pas précédent,  $n$ , au pas actuel,  $n+1$ , par l'équation :

$$x^{(n+1)} = x^{(n)} + \Delta x^{(n+1)} \quad (4.8)$$

Une telle relation implicite est résolue de manière itérative, jusqu'à ce que  $x^{(n+1)}$  ait convergé, par la relation :

$$x^{(n+1)(k+1)} = x^{(n+1)(k)} + \delta x^{(n+1)(k)} \quad (4.9)$$

Avec

$$\Delta x^{(n+1)(k+1)} = \Delta x^{(n+1)(k)} + \delta x^{(n+1)(k)} \quad (4.10)$$

Ainsi en utilisant cette méthode on peut écrire l'équation de contrainte-déformation de manière incrémentale au pas  $n+1$  :

$$\Delta \sigma^{(n+1)} = \mathbf{C} : [\Delta \varepsilon^{(n+1)} - \Delta \varepsilon^p{}^{(n+1)}] \quad (4.11)$$

Sous cette forme incrémentale, l'incrément de la contrainte est calculé à l'étape de prédiction plastique au pas actuel  $n+1$  et la contrainte est actualisée à la fin de chaque itération  $k+1$  est donnée par :

$$\sigma^{(n+1)(k+1)} = \sigma^{(n)} + \mathbf{C} : [\Delta \varepsilon^{(n+1)} - \Delta \varepsilon^p{}^{(n+1)(k+1)}] \quad (4.12)$$

Dans cette expression, il est important de noter que durant l'étape de prédiction plastique, l'incrément d'itération  $(k+1)$  de la déformation totale n'évolue pas. De plus, pour chaque pas de chargement, les incréments de temps  $(n+1)$  de la déformation totale et de la température sont donnés par le solveur et sont donc connus. Cela implique que pendant l'itération de correction, la déformation totale actuelle et la température restent constants, soit :

$$\delta \varepsilon^{(n+1)(k)} = 0, \quad \delta T^{(n+1)(k)} = 0 \quad (4.13)$$

Le rôle de l'algorithme de prédiction plastique est de déterminer l'état de contrainte actuel. Cela nécessite l'intégration de l'équation d'évolution de la déformation plastique  $\varepsilon^p$  donnée par l'équation (4.4). Le critère de plasticité du modèle DSGZ est donné par l'équation :

$$\Phi^p_{(\sigma,p,\dot{p},T)} = \bar{\sigma} - \sigma_{y(p,\dot{p},T)} \leq 0 \quad (4.14)$$

Avec  $\sigma_y$  donnée par les relations suivantes où la déformation  $\varepsilon$  et le taux de déformation  $\dot{\varepsilon}$  sont remplacés respectivement par  $p$  et  $\dot{p}$  :

$$\sigma(p, \dot{p}, T) = K[f(p) + [q(p, \dot{p}, T) - f(p)]r(p, \dot{p}, T)]\ln(\dot{p}, T) \quad (4.15)$$

Avec

$$f(p) = [e^{-c_1 p} + p^{c_2}][1 - e^{-\alpha p}], \quad \ln(\dot{p}, T) = \dot{p}^m e^{\frac{a}{T}}$$

$$q(p, \dot{p}, T) = \frac{p e^{\left[1 - \frac{p}{c_3 \ln(\dot{p}, T)}\right]}}{c_3 \ln(\dot{p}, T)}, \quad r(p, \dot{p}, T) = e^{[\ln(\ln(\dot{p}, T)) - c_4]p} \quad (4.16)$$

Si l'inéquation (4.14) est satisfaite, pour un taux de déformation plastique effectif nul, la solution élastique donnée par l'étape de prédiction élastique est acceptable et est retournée au solver pour le prochain incrément de temps (n+1). Dans le cas contraire, il est nécessaire de faire évoluer les variables internes inélastiques à travers la prédiction plastique. Le processus est terminé lorsque  $\Phi^p$  est jugé assez proche de zéro.

La variable interne scalaire sur laquelle l'algorithme de retour radial sera basé s'écrit de manière itérative :

$$\begin{aligned} \dot{p}^{(n+1)(k+1)} &= \dot{p}^{(n+1)(k)} + \delta \dot{p}^{(n+1)(k)}, \\ \delta p^{(n+1)(k)} &= \delta \dot{p}^{(n+1)(k)} \Delta t, \\ \Delta p^{(n+1)(k+1)} &= \dot{p}^{(n+1)(k+1)} \Delta t = \Delta p^{(n+1)(k)} + \delta \dot{p}^{(n+1)(k)} \Delta t \end{aligned} \quad (4.17)$$

Avec  $\Delta t$  l'incrément de temps.

L'algorithme par retour radial peut maintenant être appliqué. En effet, en utilisant la méthode d'intégration implicite d'Euler présentée, le système d'équations de prédiction plastique s'écrit au pas de temps (n+1) :

$$\begin{aligned} \Delta p^{(n+1)} &= \dot{p}^{(n+1)} \Delta t, \quad \Lambda^p = \frac{3}{2} \eta, \\ \Delta \varepsilon^p{}^{(n+1)} &= \frac{3}{2} \dot{p}^{(n+1)} \Delta t \eta^{(n+1)}, \quad \eta^{(n+1)} = \frac{s^{(n+1)}}{\bar{\sigma}^{(n+1)}} \\ \Delta s^{(n+1)} &= 2\mu [\Delta \varepsilon^{(n+1)} - \Delta \varepsilon^p{}^{(n+1)}] \\ \Delta \sigma^{(n+1)} &= \Delta s^{(n)} + k \operatorname{tr}(\Delta \varepsilon^{(n+1)}) \mathbf{I} \\ \Phi^p{}^{(n+1)} &= \bar{\sigma}^{(n+1)} - \sigma_y^{(n+1)} \leq 0 \end{aligned} \quad (4.18)$$

Afin de résoudre numériquement ce système, il faut définir les variables de prédiction « trial » connues :

$$\Delta\sigma^{trial(n+1)} = \Delta s^{trial(n+1)} + k \operatorname{tr}(\Delta\varepsilon^{(n+1)})\mathbf{I} \quad (4.19)$$

Avec

$$\Delta s^{trial(n+1)} = 2\mu\Delta e^{(n+1)}$$

Et

$$\Phi^p{}^{trial(n+1)} = \bar{\sigma}^{trial(n+1)} - \sigma_y^{trial(n+1)} = \sqrt{\frac{3}{2} [s^{trial(n+1)}; s^{trial(n+1)}]} \quad (4.20)$$

En combinant ces deux dernières équations, en supposant que  $s^{trial(n)} = s^{(n)}$  et  $\sigma^{trial(n)} = \sigma^{(n)}$  et sachant que  $e = e^e + e^p$ , on montre aisément que :

$$\begin{aligned} s^{trial(n+1)} &= s^{(n)} + 2\mu\Delta e^{(n+1)} = s^{(n+1)} + 2\mu\Delta\varepsilon^p{}^{(n+1)} \\ &= [\bar{\sigma}^{(n+1)} + 3\mu\dot{p}^{(n+1)}\Delta t]\eta^{(n+1)} \\ \sigma^{(n+1)} &= \sigma^{trial(n+1)} - 3\mu\dot{p}^{(n+1)}\Delta t\eta^{(n+1)} \end{aligned} \quad (4.21)$$

Il ressort maintenant de manière claire que  $s^{trial(n+1)}$  et  $s^{(n+1)}$  ont la même direction. On peut ainsi identifier  $\eta^{(n+1)}$  par la relation :

$$\eta^{(n+1)} = \frac{s^{trial(n+1)}}{\bar{\sigma}^{trial(n+1)}} \quad (4.22)$$

Avec

$$\bar{\sigma}^{trial(n+1)} = \bar{\sigma}^{(n+1)} + 3\mu\dot{p}^{(n+1)}\Delta t \quad (4.23)$$

Lorsque les déformations plastiques apparaissent,  $\Phi^p{}^{(n+1)} = 0$ . En introduisant la relation (4.23) dans les équations d'évolution (4.18), on définit un système d'équations non linéaires :

$$\begin{aligned} \Phi^p{}^{(n+1)} &= \bar{\sigma}^{trial(n+1)} - 3\mu\dot{p}^{(n+1)}\Delta t - \sigma_y^{(n+1)} = 0 \\ p^{(n+1)} &= p^{(n)} + \dot{p}^{(n+1)}\Delta t \end{aligned} \quad (4.24)$$

Ce système est résolu à l'aide d'un schéma d'intégration de Newton Raphson. Dans ce dernier, un incrément supplémentaire ( $m^*$ ) est introduit et permet de résoudre de manière itérative l'équation suivante :

$$\dot{p}^{(n+1)(m^*+1)} \Delta t = \dot{p}^{(n+1)(m^*)} \Delta t - \frac{\Phi^{p(n+1)(m^*)}}{\Phi^{p'(n+1)(m^*)}} \quad (4.25)$$

Avec

$$\begin{aligned} \Phi^{p(n+1)(m^*)} &= \bar{\sigma}^{trial(n+1)} - 3\mu \dot{p}^{(n+1)(m^*)} \Delta t - \sigma_y^{(n+1)(m^*)} \\ \Phi^{p'(n+1)(m^*)} &= \frac{1}{\Delta t} \frac{\partial \Phi^{p(n+1)(m^*)}}{\partial \dot{p}^{(n+1)(m^*)}} = -[3\mu + h^{(n+1)(m^*)}] \\ h^{(n+1)(m^*)} &= \frac{\partial \sigma_y^{(n+1)(m^*)}}{\partial p^{(n+1)(m^*)}} + \frac{\partial \sigma_y^{(n+1)(m^*)}}{\partial \dot{p}^{(n+1)(m^*)}} \frac{1}{\Delta t} \end{aligned} \quad (4.26)$$

La variable interne  $\dot{p}$  est alors actualisée à chaque incrément par la relation suivante :

$$p^{(n+1)(m^*+1)} = p^{(n)} + \dot{p}^{(n+1)(m^*+1)} \Delta t \quad (4.27)$$

Lorsque  $|\Phi^{p(n+1)(m^*)}|$  est inférieur à la tolérance fixée, le schéma d'intégration se termine et les contraintes sont calculées selon l'équation (4.15) et la déformation plastique est obtenue par la relation suivante :

$$\varepsilon^{p(n+1)} = \varepsilon^{p(n)} + \frac{3}{2} \dot{p}^{(n+1)} \Delta t \eta^{(n+1)} \quad (4.28)$$

#### 4.2.2. Détermination du module tangent

Une fois les contraintes et déformations déterminées, il est nécessaire d'estimer le module tangent à chaque incrément qui sera indispensable à l'utilisation du modèle dans un schéma multi échelles. Ce dernier est obtenu par linéarisation de l'algorithme par retour radial détaillé précédemment [100]. L'approche utilisée est similaire à celle présentée par [99] pour des matériaux élastoplastiques. La notation indicielle et la sommation d'Einstein sont utilisées dans ce qui suit. Les équations constitutives s'écrivent alors :

$$\begin{aligned} \Delta \sigma_{ij}^{(n+1)} &= 2\mu \Delta \varepsilon_{ij}^{(n+1)} + \left[ \kappa - \frac{2}{3} \mu \right] \Delta \varepsilon_{kk}^{(n+1)} \delta_{ij} - 2\mu \Delta \varepsilon_{ij}^{p(n+1)} \\ &= 2\mu \Delta \varepsilon_{ij}^{(n+1)} + \left[ \kappa - \frac{2}{3} \mu \right] \Delta \varepsilon_{kk}^{(n+1)} \delta_{ij} - 3\mu \eta_{ij}^{(n+1)} \dot{p}^{(n+1)} \Delta t \end{aligned} \quad (4.29)$$

Avec  $\delta_{ij}$  le tenseur delta de Kronecker. En divisant par  $\Delta \varepsilon_{ij}^{(n+1)}$ , les équations s'écrivent :

$$\begin{aligned} \frac{\Delta\sigma_{ij}^{(n+1)}}{\Delta\varepsilon_{kl}^{(n+1)}} &= 2\mu \frac{1}{2} [\delta_{il}\delta_{jk} + \delta_{ik}\delta_{jl}] + \left[ \kappa - \frac{2}{3}\mu \right] \delta_{ij}\delta_{kl} - 3\mu\dot{p}^{(n+1)}\Delta t \frac{\partial\eta_{ij}^{(n+1)}}{\partial\Delta\varepsilon_{kl}^{(n+1)}} \\ &\quad - 3\mu \frac{\dot{p}^{(n+1)}}{\partial\Delta\varepsilon_{kl}^{(n+1)}} \eta_{ij}^{(n+1)} \Delta t \end{aligned} \quad (4.30)$$

En introduisant l'équation (4.21) :

$$\frac{\partial\eta_{ij}^{(n+1)}}{\partial\Delta\varepsilon_{kl}^{(n+1)}} = \frac{\partial\eta_{ij}^{(n+1)}}{\partial S_{pq}^{trial(n+1)}} \frac{\partial S_{pq}^{trial(n+1)}}{\partial\Delta\varepsilon_{kl}^{(n+1)}} = 2\mu \frac{\partial\eta_{ij}^{(n+1)}}{\partial S_{pq}^{trial(n+1)}} \frac{\partial\Delta e_{pq}^{(n+1)}}{\partial\Delta\varepsilon_{kl}^{(n+1)}} \quad (4.31)$$

Avec :

$$\frac{\partial\Delta e_{pq}^{(n+1)}}{\partial\Delta\varepsilon_{kl}^{(n+1)}} = \frac{\partial\Delta\varepsilon_{pq}^{(n+1)}}{\partial\Delta\varepsilon_{kl}^{(n+1)}} - \frac{1}{3} \frac{\partial\Delta\varepsilon_{ii}^{(n+1)}}{\partial\Delta\varepsilon_{kl}^{(n+1)}} \delta_{pq} = \frac{1}{2} [\delta_{pl}\delta_{qk} + \delta_{pk}\delta_{ql}] - \frac{1}{3} \delta_{pq}\delta_{kl} \quad (4.32)$$

et,

$$\begin{aligned} \frac{\partial\eta_{ij}^{(n+1)}}{\partial S_{pq}^{trial(n+1)}} &= \frac{\partial}{\partial S_{pq}^{trial(n+1)}} \left( \frac{S_{ij}^{trial(n+1)}}{\bar{\sigma}^{trial(n+1)}} \right) \\ &= \frac{\frac{1}{2} [\delta_{ip}\delta_{jq} + \delta_{iq}\delta_{jp}]}{\bar{\sigma}^{trial(n+1)}} - \frac{3}{2} S_{ij}^{trial(n+1)} \frac{S_{kl}^{trial(n+1)} \frac{1}{2} [\delta_{kp}\delta_{lq} + \delta_{kq}\delta_{lp}]}{[\bar{\sigma}^{trial(n+1)}]^3} \\ &= \frac{1}{\bar{\sigma}^{trial(n+1)}} \left[ \frac{1}{2} [\delta_{ip}\delta_{jq} + \delta_{iq}\delta_{jp}] - \frac{3}{2} \eta_{ij}^{(n+1)} \eta_{pq}^{(n+1)} \right] \end{aligned} \quad (4.33)$$

En introduisant ces deux dernières équations dans la relation (4.31), celle-ci devient :

$$\begin{aligned} \frac{\partial\eta_{ij}^{(n+1)}}{\partial\Delta\varepsilon_{kl}^{(n+1)}} &= \frac{2\mu}{\bar{\sigma}^{trial(n+1)}} \left[ \frac{1}{2} [\delta_{pl}\delta_{qk} + \delta_{pk}\delta_{ql}] - \frac{1}{3} \delta_{pq}\delta_{kl} \right] \times \left[ \frac{1}{2} [\delta_{ip}\delta_{jq} + \delta_{iq}\delta_{jp}] \right. \\ &\quad \left. - \frac{3}{2} \eta_{ij}^{(n+1)} \eta_{pq}^{(n+1)} \right] \\ &= \frac{2\mu \left[ \frac{1}{2} [\delta_{il}\delta_{jk} + \delta_{ik}\delta_{jl}] - \frac{1}{3} \delta_{ij}\delta_{kl} \right] - 3\mu\eta_{ij}^{(n+1)}\eta_{kl}^{(n+1)}}{\bar{\sigma}^{trial(n+1)}} \end{aligned} \quad (4.34)$$

Cette dernière relation est cohérente car le terme  $\eta_{ij}^{(n+1)}\eta_{pp}^{(n+1)}\delta_{kl}$  est nul. En dérivant l'écriture du critère de plasticité par l'incrément de déformation total, les relations (4.24) donnent :

$$\frac{\partial \Phi^{p(n+1)}}{\partial \Delta \varepsilon_{kl}^{(n+1)}} = \frac{\partial \bar{\sigma}^{trial(n+1)}}{\partial \Delta \varepsilon_{kl}^{(n+1)}} - 3\mu \frac{\partial \dot{p}^{(n+1)}}{\partial \Delta \varepsilon_{kl}^{(n+1)}} \Delta t - \frac{\partial \sigma_y^{(n+1)}}{\partial p^{(n+1)}} \frac{\partial p^{(n+1)}}{\partial \Delta \varepsilon_{kl}^{(n+1)}} - \frac{\partial \sigma_y^{(n+1)}}{\partial \dot{p}^{(n+1)}} \frac{\partial \dot{p}^{(n+1)}}{\partial \Delta \varepsilon_{kl}^{(n+1)}} = 0$$

$$\frac{\partial p^{(n+1)}}{\partial \Delta \varepsilon_{kl}^{(n+1)}} = \frac{\partial \dot{p}^{(n+1)}}{\partial \Delta \varepsilon_{kl}^{(n+1)}} \Delta t \quad (4.35)$$

Par ailleurs, la combinaison des équations (4.19) et (4.32) permet d'écrire :

$$\frac{\partial \bar{\sigma}^{trial(n+1)}}{\partial \Delta \varepsilon_{kl}^{(n+1)}} = \frac{2 \frac{3}{2} S_{pq}^{trial(n+1)} \frac{\partial S_{pq}^{trial(n+1)}}{\partial \Delta \varepsilon_{kl}^{(n+1)}}}{2 \bar{\sigma}^{trial(n+1)}} = 3\mu \frac{S_{kl}^{trial(n+1)}}{\bar{\sigma}^{trial(n+1)}} = 3\mu \eta_{kl}^{(n+1)} \quad (4.36)$$

De plus, l'équation (4.35) mène à :

$$\frac{\partial \dot{p}^{(n+1)}}{\partial \Delta \varepsilon_{kl}^{(n+1)}} = \frac{\eta_{kl}^{(n+1)}}{\left[ 1 + \frac{1}{3\mu} \frac{\partial \sigma_y^{(n+1)}}{\partial p^{(n+1)}} \right] \Delta t + \frac{1}{3\mu} \frac{\partial \sigma_y^{(n+1)}}{\partial \dot{p}^{(n+1)}}} \quad (4.37)$$

En utilisant la relation précédente et la (4.34), l'équation du module tangent consistant est donnée par :

$$\frac{\Delta \sigma_{ij}^{(n+1)}}{\Delta \varepsilon_{kl}^{(n+1)}} = \kappa \delta_{ij} \delta_{kl} + 2\mu \left[ 1 - \frac{3\mu \dot{p}^{(n+1)} \Delta t}{\bar{\sigma}^{trial(n+1)}} \right] \left[ \frac{1}{2} [\delta_{il} \delta_{jk} + \delta_{ik} \delta_{jl}] - \frac{1}{3} \delta_{ij} \delta_{kl} \right]$$

$$- 3\mu \left[ \frac{\Delta t}{\left[ 1 + \frac{1}{3\mu} \frac{\partial \sigma_y^{(n+1)}}{\partial p^{(n+1)}} \right] \Delta t + \frac{1}{3\mu} \frac{\partial \sigma_y^{(n+1)}}{\partial \dot{p}^{(n+1)}}} - \frac{3\mu \dot{p}^{(n+1)} \Delta t}{\bar{\sigma}^{trial(n+1)}} \right] \eta_{ij}^{(n+1)} \eta_{kl}^{(n+1)} \quad (4.38)$$

Finalement, à l'aide de l'équation (4.24) il peut s'écrire :

$$\frac{\partial \Delta \sigma^{(n+1)}}{\partial \Delta \varepsilon^{(n+1)}} = \lambda^* I \otimes I + \mu^* [I \bar{\otimes} I + I \underline{\otimes} I] + \left[ \frac{h}{1 + \frac{h}{3\mu}} - 3\mu^* \right] \eta^{(n+1)} \otimes \eta^{(n+1)} \quad (4.39)$$

Avec

$$\mu^* = \mu \frac{\sigma_y^{(n+1)}}{\bar{\sigma}_y^{trial(n+1)}}, \quad \lambda^* = k - \frac{3}{2}\mu, \quad h = \frac{\partial \sigma_y^{(n+1)}}{\partial \dot{p}^{(n+1)}} \frac{1}{\Delta t} \quad (4.40)$$

De plus, les symboles  $I\bar{\otimes}I$  et  $I\underline{\otimes}I$  sont des tenseurs d'ordre quatre qui expriment les deux produits dyadiques (tensoriels) spéciaux du tenseur d'identité que l'on peut également exprimer en notation indicielle par :

$$[I\bar{\otimes}I]_{ijkl} = \delta_{ij}\delta_{kl}, \quad [I\underline{\otimes}I]_{ijkl} = \delta_{il}\delta_{jk} \quad (4.41)$$

Dans le cas de l'algorithme d'implémentation du modèle DSGZ les équations des dérivées de la contrainte en fonction des variables scalaires plastiques  $p$  et  $\dot{p}$  sont nécessaires. Elles sont données par :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_y}{\partial p} &= K \left[ \frac{\partial f}{\partial p} + \left[ \frac{q_l}{p} - \frac{q_l}{C_3 \ln} - \frac{\partial f}{\partial p} \right] r + [q_l - f] \frac{r}{p} \ln r \right] \ln \\ \frac{\partial \sigma_y}{\partial \dot{p}} &= \frac{Km}{\dot{p}} \left[ q_l \left[ \frac{p}{C_3 \ln} - 1 + p \right] - fp \right] r \ln + \frac{m\bar{\sigma}}{\dot{p}} \end{aligned} \quad (4.42)$$

Avec

$$\frac{\partial f}{\partial p} = [-C_1 e^{-C_1 p} + C_2 p^{C_2 - 1}] [1 - e^{\alpha p}] + [e^{-C_1 p} + p^{C_2}] \alpha e^{\alpha p} \quad (4.43)$$

Il est important de noter que la stabilité numérique de l'algorithme par retour radial est garantie uniquement si le critère de plasticité  $\Phi^p$  est convexe au regard de ses paramètres [99]. Dans le modèle DSGZ, bien que la convexité ne soit pas assurée pour certains paramètres spécifiques, toutes les analyses effectuées dans le cadre de ces travaux de thèse ont convergé sans soulever de difficulté.

Pour finir, Le schéma en Figure 4-1 synthétise les différentes étapes de l'implémentation par algorithme de retour radial.

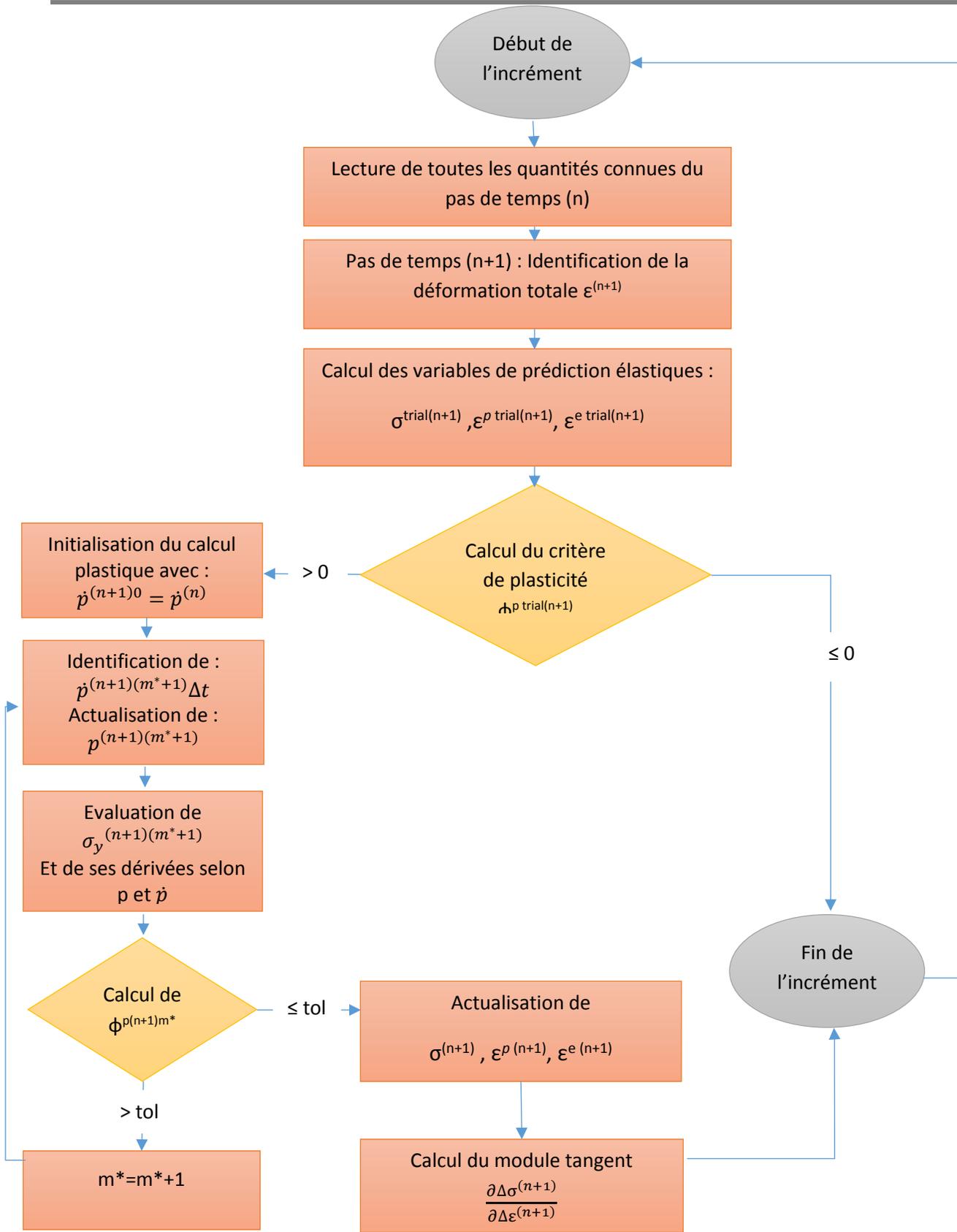


Figure 4-1 : schéma d'intégration par algorithme de retour radial pour le modèle DSGZ décrivant le comportement viscoplastique en l'occurrence le polypropylène étudié.

### 4.2.3. Identification des paramètres

L'implémentation du modèle DSGZ par l'algorithme de retour radial a été effectuée d'une part dans SMART+ pour alimenter la machine d'essais virtuels mais également dans le programme de calcul par éléments finis ABAQUS sous forme d'une routine UMAT. Cette dernière implémentation a été opérée afin que le modèle DSGZ puisse être utilisé comme modèle phénoménologique pour les polymères non chargés. Les détails de la méthode de développement d'une UMAT sont détaillés en [101].

L'identification des paramètres du modèle peut être effectuée selon la méthode présentée par Duan et al [16] en utilisant des points spécifiques sur trois différentes courbes d'essais de traction. Dans le cadre de ces travaux, c'est une routine basée sur une méthode inverse qui est utilisée. Implémentée sous le logiciel Matlab, elle combine un algorithme génétique et l'algorithme de Levenberg Marquart [42]. Le principal intérêt de cette méthode est d'éviter les minimas locaux. La fonction coût qui lui est associée est donnée par l'expression suivante :

$$C(p) = \frac{\sum_{i=1}^{np} (\sigma_{th}^i(p) - \sigma_{exp}^i)^2}{\sum_{i=1}^{np} (\sigma_{exp}^i)^2} \quad (4.44)$$

Avec  $\sigma_{th}$  et  $\sigma_{exp}$  respectivement les contraintes théoriques et expérimentales, ( $p$ ) le vecteur des paramètres à identifier et ( $np$ ) le nombre de données expérimentales. L'identification est menée à l'aide de trois courbes issues d'essais en traction effectués à des vitesses de déformation allant du quasi statique à  $200s^{-1}$  et à des températures différentes. La procédure d'identification ainsi développée exploite tous les points expérimentaux de la zone plastique des trois courbes expérimentales : soit 200 points pour chaque courbe de contrainte-déformation. Toutes les zones de chaque courbe sont considérées avec la même pondération. Le Tableau 4-1 synthétise les paramètres identifiés :

$C_1[-]$	$C_2[-]$	$C_3[s^m]$	$C_4[-]$	$K[MPa.s^m]$	$m[-]$	$a[Kelvin]$	$A[-]$
0.435	1.661	0.1	94.863	0.84	0.056	1085.935	201.926

Tableau 4-1 : paramètres identifiés par l'algorithme génétique de Matlab. Matériau étudié : Polypropylène

Dans la Figure 4-2, les courbes simulées à différentes vitesses et températures à l'aide des paramètres identifiés sont comparées aux courbes obtenues par calcul théorique en une dimension ainsi qu'aux courbes expérimentales correspondantes.

Avec l'augmentation de la déformation, une diminution des contraintes est observée. Elle apparaît après la contrainte maximale et est associée à la réduction de la section de l'éprouvette. Sous l'hypothèse de matériaux incompressibles et en raison des déformations viscoplastiques, ce phénomène est corrigé en utilisant les contraintes et déformations vraies dont les relations sont données par les équations :

$$\varepsilon = \ln(1 + \varepsilon_n), \quad \sigma = \sigma_n(1 + \varepsilon_n) \quad (4.45)$$

Avec  $\varepsilon_n$  et  $\sigma_n$  respectivement les déformations et contraintes nominales (au sens de l'ingénieur). Toutefois, il est à noter que durant les essais thermomécaniques sur le polymère de l'étude (Polypropylène), jusqu'à une déformation de 3%, aucune localisation des déformations n'est observée. Pour des déformations plus élevées, où les « local necking » sont plus importants, une approche différente devra être utilisée afin d'estimer les courbes de contraintes déformations vraies [102] [103].

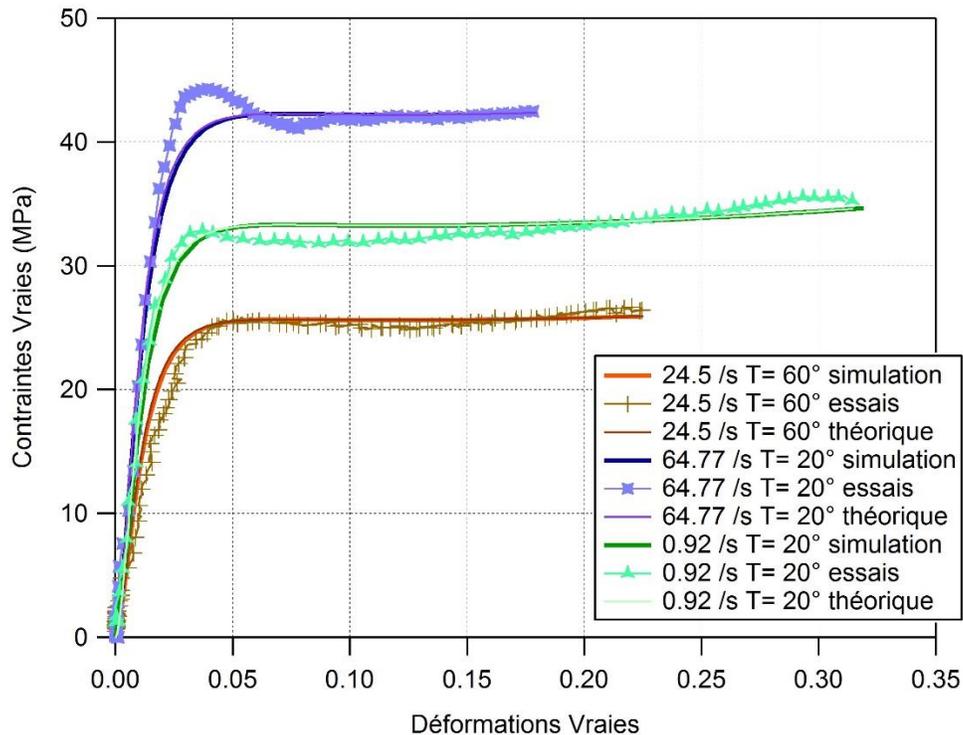


Figure 4-2: comparaison entre les courbes d'essais, obtenues pour trois vitesses de déformation et deux températures, utilisées pour l'identification du modèle DSGZ, les courbes simulées et les courbes issues d'un calcul analytique. Matériau étudié : Polypropylène

Comme attendu, les courbes issues de la simulation numérique employant l'algorithme par retour radial proposé ainsi que celles issues du calcul en une dimension coïncident parfaitement. Par ailleurs, les résultats de simulation montrent une bonne concordance avec les courbes issues des essais thermomécaniques. Toutefois, pour de vitesses de sollicitations élevées, un saut de

contrainte apparaît sur les courbes expérimentales lors de la transition entre le régime élastique et le régime plastique. Ce gap n'est pas pris en compte par le modèle DSGZ dans la simulation mais l'écart reste acceptable dans la mesure où sa valeur maximale observée entre les résultats expérimentaux et simulés n'excède pas 8% en termes de contraintes. De plus, il est important de rappeler que le modèle DSGZ en soi est capable de prendre en compte ce gap et l'adoucissement qui s'en suit pour les matériaux semi cristallins : il suffit de pondérer de manière plus importante les premiers points de la zone plastique, mais cela aurait pour conséquence une dégradation de la description du phénomène de durcissement qui apparaît par la suite.

#### 4.2.4. Validation du modèle par comparaison aux courbes expérimentales

Une fois les paramètres identifiés, la validation du modèle DSGZ en formulation 3D implicite est effectuée en utilisant d'autres courbes d'essais de traction à différentes vitesses de déformation (24s-1, 27s-1 et 258s-1) et différentes températures (20°C, 23°C et 40°C).

La comparaison des résultats expérimentaux, du calcul théorique en une dimension et des simulations est présentée en Figure 4-3.

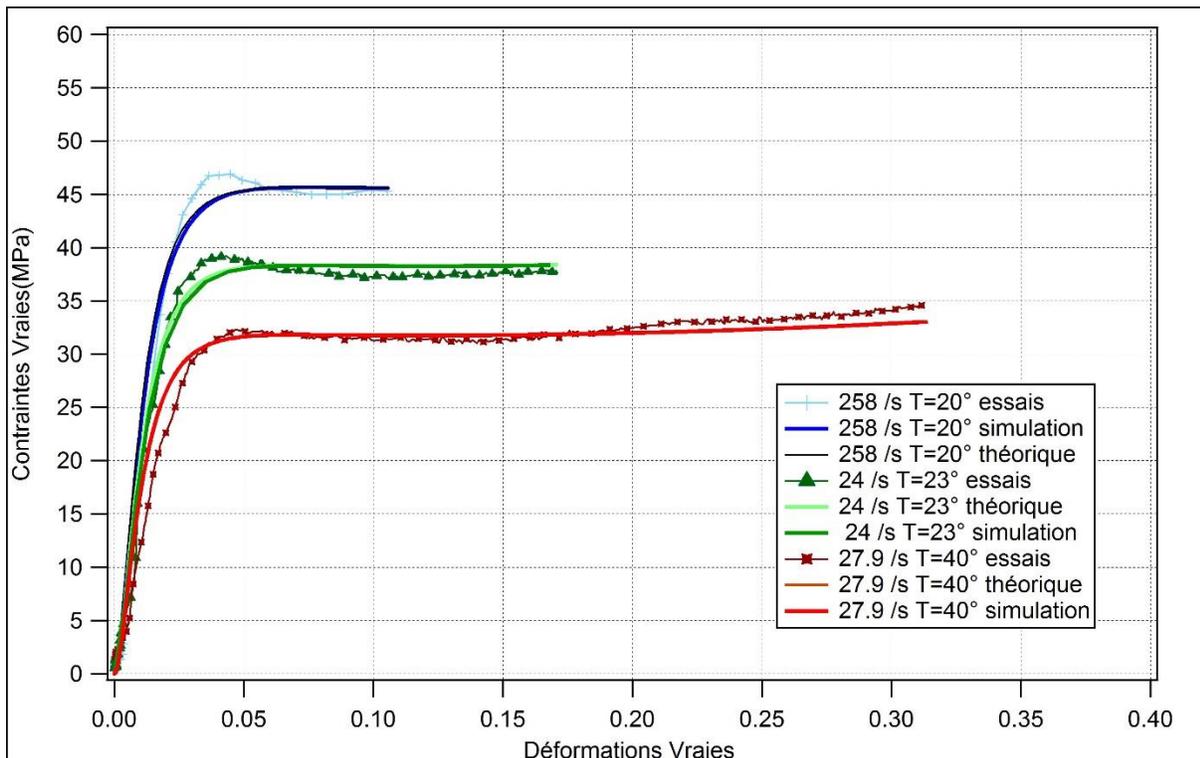


Figure 4-3 : courbes de validation du modèle DSGZ (pour trois vitesses et deux températures) par comparaison des résultats simulés avec les courbes expérimentales et celles issues du calcul analytique en 1D. Matériau étudié : Polypropylène

De la même manière que pour la comparaison effectuée à l'étape de l'identification, les courbes analytiques en une dimension et les courbes simulées présentent le même comportement et présentent tous deux une bonne concordance avec les résultats expérimentaux. Encore une fois le modèle ne capture pas précisément la zone d'adoucissement du comportement du polypropylène. Toutefois la différence relative maximale entre les résultats expérimentaux et les courbes simulées n'excèdent pas 8% de différence en termes de contraintes. Le modèle est ainsi validé afin d'être utilisé pour simuler le comportement viscoplastique de la matrice PP dans le modèle multi-échelles de Mori Tanaka exploité pour le composite PPGF.

### 4.3. Implémentation du modèle d'endommagement des interfaces via le modèle à inclusions enrobées

#### 4.3.1. Principe des inclusions enrobées

L'interface observée de manière expérimentale concentre la grande majorité du comportement endommageable du composite. Cherkaoui et al [104] ont développé une approche analytique qui permet de prendre en compte cette interface à travers une phase d'enrobage dans le modèle d'homogénéisation de type auto cohérent. Cette méthode considère des interactions non seulement entre les différentes phases indépendamment, soit l'enrobage, la fibre et la matrice, mais également des interactions entre la matrice et l'ensemble enrobage plus fibre.

Dans ses travaux menés au sein de l'équipe SMART/LEM3, Despringre [48] modifie le modèle et l'étend aux cas de géométries de fibres et d'enrobages non homothétiques dans un schéma d'homogénéisation de Mori Tanaka. L'approche repose sur l'introduction de nouveaux tenseurs d'interaction dans le schéma d'homogénéisation exprimés par les équations suivantes où l'exposant  $i$  se réfère à une fibre,  $c$  à un enrobage et  $\mathbf{S}$  le tenseur d'Eshelby propre à chaque phase:

$$\begin{aligned}
 T_i(L_0)_{ijkl} &= S_{ijmn}^i(L_{mnkl}^0)^{-1} & T_i(L_c)_{ijkl} &= S_{ijmn}^i(L_{mnkl}^c)^{-1} \\
 T_c(L_0)_{ijkl} &= S_{ijmn}^c(L_{mnkl}^0)^{-1} & T_c(L_c)_{ijkl} &= S_{ijmn}^c(L_{mnkl}^c)^{-1} \quad (4.46)
 \end{aligned}$$

Avec ces nouveaux tenseurs d'interaction, les déformations moyennes des inclusions et des enrobages sont données par :

$$\varepsilon^i = \bar{\varepsilon} - [T_c(L_0)(L_i - L_0) + \frac{c_c}{c_i} T_i(L_0)(L_c - L_0) T_i(L_c)(L_i - L_c) + \frac{c_c}{c_i} (T_i(L_c) - T_i(L_0))(L_i - L_c)] \varepsilon^i + [I + T_i(L_0)(L_c - L_0)] [T_c(L_c) - T_i(L_c)] (L_i - L_c) \varepsilon^i$$

$$\varepsilon^c = \varepsilon^i + \left[ T_i(L_c) - \frac{c_i}{c_c} (T_c(L_c) - T_i(L_c)) \right] (L_i - L_c) \varepsilon^i \quad (4.47)$$

Avec  $c$  représentant la fraction volumique de la phase considérée. Ces relations sont considérées lorsque les inclusions et leurs enrobages possèdent des géométries non homothétiques. Dans le cas d'inclusions enrobées homothétiques, les relations (4.46) se simplifient en raison des égalités suivantes :

$$\begin{aligned} T_i(L_0) &= T_c(L_0) \\ T_i(L_c) &= T_c(L_c) \end{aligned} \quad (4.48)$$

Ainsi les déformations moyennes peuvent s'écrire alors comme suit :

$$\begin{aligned} \varepsilon^i &= \bar{\varepsilon} - [T_i(L_0)(L_i - L_0) + \frac{c_c}{c_i} T_i(L_0)(L_c - L_0) T_i(L_c)(L_i - L_c) + \frac{c_c}{c_i} (T_i(L_c) - T_i(L_0))(L_i - L_c)] \varepsilon^i \\ \varepsilon^c &= \varepsilon^i + T_i(L_c)(L_i - L_c) \varepsilon^i \end{aligned} \quad (4.49)$$

En découle alors des tenseurs de localisation  $A$  qui viennent remplacer ceux du modèle de Mori Tanaka. Ces tenseurs sont donnés pour les inclusions et les enrobages dans le cas non homothétique par les relations suivantes :

$$\begin{aligned} A_i &= \left[ I + [T_c(L_0)(L_i - L_0) - [I + T_i(L_0)(L_c - L_0)] [T_c(L_c) - (T_i(L_c))](L_i - L_c) + \frac{c_c}{c_i} [T_i(L_0)(L_c - L_0) T_i(L_c) + (T_i(L_c) - T_i(L_0))](L_i - L_c) \right]^{-1} \\ A_c &= \left[ I + \left[ T_i(L_c) - \frac{c_i}{c_c} (T_c(L_c) - T_i(L_c)) \right] (L_i - L_c) \right] A_i \end{aligned} \quad (4.50)$$

Et dans le cas de géométries homothétiques par les relations :

$$\begin{aligned} A_i &= \left[ I + [T_i(L_0)(L_i - L_0) + \frac{c_c}{c_i} [T_i(L_0)(L_c - L_0) T_i(L_c) + (T_i(L_c) - T_i(L_0))](L_i - L_c) \right]^{-1} \\ A_c &= [I + T_i(L_c)(L_i - L_c)] A_i \end{aligned} \quad (4.51)$$

Ces équations sont basées sur une approximation des couches minces et supposent une fraction volumique faible des enrobages par rapport à celle des inclusions [48]. Par ailleurs, il a été montré que ces équations restent valables pour des fractions volumiques d'enrobage inférieures ou égales à 1.5% [48]. Au-delà, une erreur de convergence apparaît. Despringre [48] modifie alors le modèle en considérant que la fraction volumique de l'enrobage impacte l'interaction entre la phase d'inclusion et celle de l'enrobage. Les équations des déformations et des tenseurs de localisation s'écrivent alors dans le cas non homothétique [48] :

$$\begin{aligned}\varepsilon^i &= \bar{\varepsilon} - [T_c(L_0)(L_i - L_0) + \frac{c_c}{c_i + c_c} T_i(L_0)(L_c - L_0)T_i(L_c)(L_i - L_c) + \frac{c_c}{c_i + c_c} (T_i(L_c) \\ &\quad - T_i(L_0))(L_i - L_c)]\varepsilon^i + [I + T_i(L_0)(L_c - L_0)][T_c(L_c) - T_i(L_c)](L_i - L_c)\varepsilon^i \\ \varepsilon^c &= \varepsilon^i + \left[ T_i(L_c) - \frac{c_i + c_c}{c_c} (T_c(L_c) - T_i(L_c)) \right] (L_i - L_c)\varepsilon^i\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}A_i &= \left[ I + [T_c(L_0)(L_i - L_0) - [I + T_i(L_0)(L_c - L_0)][T_c(L_c) - (T_i(L_c))](L_i - L_c) \right. \\ &\quad \left. + \frac{c_c}{c_i + c_c} [T_i(L_0)(L_c - L_0)T_i(L_c) + (T_i(L_c) - T_i(L_0))](L_i - L_c) \right]^{-1}\end{aligned}$$

$$A_c = \left[ I + \left[ T_i(L_c) - \frac{c_i + c_c}{c_c} (T_c(L_c) - T_i(L_c)) \right] (L_i - L_c) \right] A_i \quad (4.52)$$

Et dans le cas de géométries homothétiques :

$$\begin{aligned}\varepsilon^i &= \bar{\varepsilon} - [T_i(L_0)(L_i - L_0) + \frac{c_c}{c_i + c_c} T_i(L_0)(L_c - L_0)T_i(L_c)(L_i - L_c) + \frac{c_c}{c_i + c_c} (T_i(L_c) \\ &\quad - T_i(L_0))(L_i - L_c)]\varepsilon^i\end{aligned}$$

$$\varepsilon^c = \varepsilon^i + T_i(L_c)(L_i - L_c)\varepsilon^i$$

$$A_i = \left[ I + [T_i(L_0)(L_i - L_0) + \frac{c_c}{c_i + c_c} [T_i(L_0)(L_c - L_0)T_i(L_c) + (T_i(L_c) - T_i(L_0))](L_i - L_c) \right]^{-1}$$

$$A_c = [I + T_i(L_c)(L_i - L_c)]A_i \quad (4.53)$$

---

Les interactions entre les phases d'enrobage, la matrice et les fibres ainsi définies, il est désormais possible d'implémenter la loi de comportement qui régit cet enrobage.

#### 4.3.2. Implémentation de la loi de comportement endommageable de l'interface et des fibres

La phase d'enrobage qui correspond à l'interface fibre matrice est décrite par une loi de comportement élastique endommageable. A l'état initial, elle possède les mêmes propriétés élastiques que la matrice polymère. Ces propriétés seront ensuite dégradées de manière linéaire avec l'évolution de la variable d'endommagement à l'interface. En effet, l'endommagement crée indéniablement au sein de l'interface des défauts, des microfissures. Ces dernières sont prises en compte à travers une dégradation isotrope des propriétés de l'enrobage. Sa contrainte, à chaque pas de temps est donnée par la relation :

$$\Delta\sigma = L_t^c \Delta\varepsilon \quad (4.54)$$

Avec

$$L_t^c = (1 - d)L_0 \quad (4.55)$$

Comme présenté en chapitre 3, la variable d'endommagement vient également affecter le comportement des fibres en dégradant le taux de transfert de charge à travers une diminution de l'aspect ratio de la fibre. Les fibres de verre possèdent un comportement élastique isotrope. Les contraintes à chaque pas de temps de la famille de fibre associée à l'enrobage endommagé est donnée à chaque pas de temps par :

$$\Delta\sigma = L_t^i \Delta\varepsilon \quad (4.56)$$

Avec

$$L_t^i = \psi(d)L_0^i \quad (4.57)$$

Et  $\psi$ , le taux de transfert de charge associé à l'endommagement de l'enrobage  $d$  à travers les équations du Shear Lag Model présentées en chapitre 3.

## 4.4. Implémentation du modèle multi échelles de Mori Tanaka

### 4.4.1. Algorithme d'implémentation

Les paragraphes précédents ont permis de déterminer les équations d'implémentation des différentes phases du composite. Ces dernières sont ici introduites dans un modèle d'homogénéisation par transition d'échelles de Mori Tanaka. Ce modèle permet de décrire la réponse non-linéaire à l'échelle macroscopique du matériau. Le modèle est implémenté sous forme de « Meta-Umat » qui fait appel à d'autres Umat dans lesquelles sont implémentées les différentes phases du composite. Ceci est rendu possible grâce à une implémentation en C++ orientée objet qui permet de traiter les résultats en termes de contraintes et de module tangent de chaque phase comme des variables utilisables dans la Meta-Umat de Mori Tanaka.

L'implémentation de la Meta-Umat est effectuée à travers une méthode incrémentale par module tangent similaire à celle utilisée par Lagoudas et al. [105] pour des phases élastoplastiques et par [48] pour des phases viscoélastiques endommageable. Les équations micromécaniques présentées en chapitre 3 sont appliquées à chaque incrément. La description de la méthode d'intégration ci-dessous est inspirée des travaux menés au sein de l'équipe [48].

Ainsi, la première étape consiste approximer la déformation de chaque phase comme étant élastique et est exprimée dans le repère du VER. Le module tangent de chaque phase est calculé selon la loi de comportement associé à la phase correspondante.

Dans un second temps, le calcul de convergence associé au schéma d'homogénéisation de Mori Tanaka incrémental commence. Un tenseur d'Eshelby est calculé numériquement pour chaque phase à chaque itération dont la méthode d'intégration est donnée en [105]. Il est donné en notation indicielle et en fonction du tenseur de Green  $\mathbf{G}$  par [56] et [106]:

$$S_{ijkl} = \frac{1}{8\pi} L_{0mnkl} \int_{-1}^1 d\zeta_3 \int_0^{2\pi} [G_{imjn}(\bar{\xi}) + G_{jmin}(\bar{\xi})] dw \quad (4.58)$$

Avec

$$G_{ijkl}(\bar{\xi}) = \bar{\xi}_k \bar{\xi}_l \frac{Z_{ij}(\bar{\xi})}{R(\bar{\xi})}, \quad \bar{\xi}_i = \frac{\zeta_i}{a_i},$$

$$\zeta_1 = \sqrt{1 - \zeta_3} \cos(w), \quad \zeta_2 = \sqrt{1 - \zeta_3^2} \sin(w),$$

$$Z_{ij}(\bar{\xi}) = \epsilon_{mnl} K_{m1} K_{n2} K_{l3}, \quad R(\bar{\xi}) = \frac{1}{2} \epsilon_{ikl} \epsilon_{jmn} K_{km} K_{ln}, \quad K_{ik} = L_{0ijkl} \bar{\xi}_j \bar{\xi}_l, \quad (4.59)$$

Où  $\zeta_3$  et  $w$  représentent des variables d'intégration,  $L_0$  le tenseur de rigidité du milieu infini,  $\epsilon$  le tenseur de permutation et  $a_i$  le demi axe ellipsoïdal selon l'axe  $x_i$ . Une méthode de quadrature de gauss est alors utilisée pour calculer le tenseur d'Eshelby :

$$S_{ijkl} = \frac{1}{8\pi} \sum_{p=1}^P \sum_{q=1}^Q L_{0mnkl} [G_{imjn}(w_q, \zeta_{3,p}) + G_{jmin}(w_q, \zeta_{3,p})] W_{pq} \quad (4.60)$$

Avec  $W_{pq}$ , les coefficients de poids, P et Q les nombres de points d'intégration respectifs de  $\zeta_3$  et  $w$ . Dans l'algorithme, ces valeurs sont apportées par l'utilisateur comme propriétés de la loi de comportement du VER. Dans cette écriture, (S) est exprimé dans le repère local de la phase.

La troisième étape consiste au calcul des tenseurs d'interaction  $T$  donnés par les équations (4.46). Il est évident qu'une rotation devra être effectuée du repère local vers le repère global pour exprimer les tenseurs d'interaction et l'incrément de déformation.

Les tenseurs de localisation  $A$  en déformation du modèle de Mori Tanaka et les déformations de chaque phase ( $r$ ) sont ensuite calculés dans le repère global.

Une nouvelle rotation est effectuée afin que l'incrément de déformation de chaque phase soit déterminé dans son repère local. Les lois de comportement de chaque phase implémentées dans des Umat distinctes sont alors appelées pour calculer la réponse en contrainte de chaque phase  $r$  et le module tangent associé. Ce dernier est défini à l'aide d'une méthode semi implicite afin de prévenir une éventuelle instabilité de l'algorithme dont l'écriture à l'itération  $i$  est donnée par la relation ci-dessous :

$$L_r^{(i)} = (1 - \mathbb{H})L_r^{(i-1)} + \mathbb{H}L_r^{(i)} \quad (4.61)$$

Avec  $\mathbb{H}$  un coefficient compris entre 0 et 1. Cette méthode ralentit l'algorithme mais permet de stabiliser sa convergence accordement au critère donné par :

$$\frac{\|\Delta \varepsilon_m^{i+1} - \Delta \varepsilon_m^i\|}{\Delta \varepsilon_m^i} \leq D \quad (4.62)$$

Pour finir, la dernière étape consiste en la rotation des modules tangents dans le repère global. Lorsque le critère de convergence est atteint ou le nombre d'itération dépasse une valeur prédéterminée, la boucle de convergence s'arrête et le module effectif du VER est calculé ainsi que le champ de contraintes effectif. Les contraintes actualisées et les différentes variables internes sont renvoyées au « solver » et marquent la fin de l'UMAT de Mori Tanaka pour le pas considéré.

Le schéma de la méthode d'homogénéisation est donné en Figure 4-4 avec  $r$  désignant toutes les phases,  $i$  les inclusions,  $c$  les phases d'enrobages et l'indice  $0$  indique la phase de matrice.

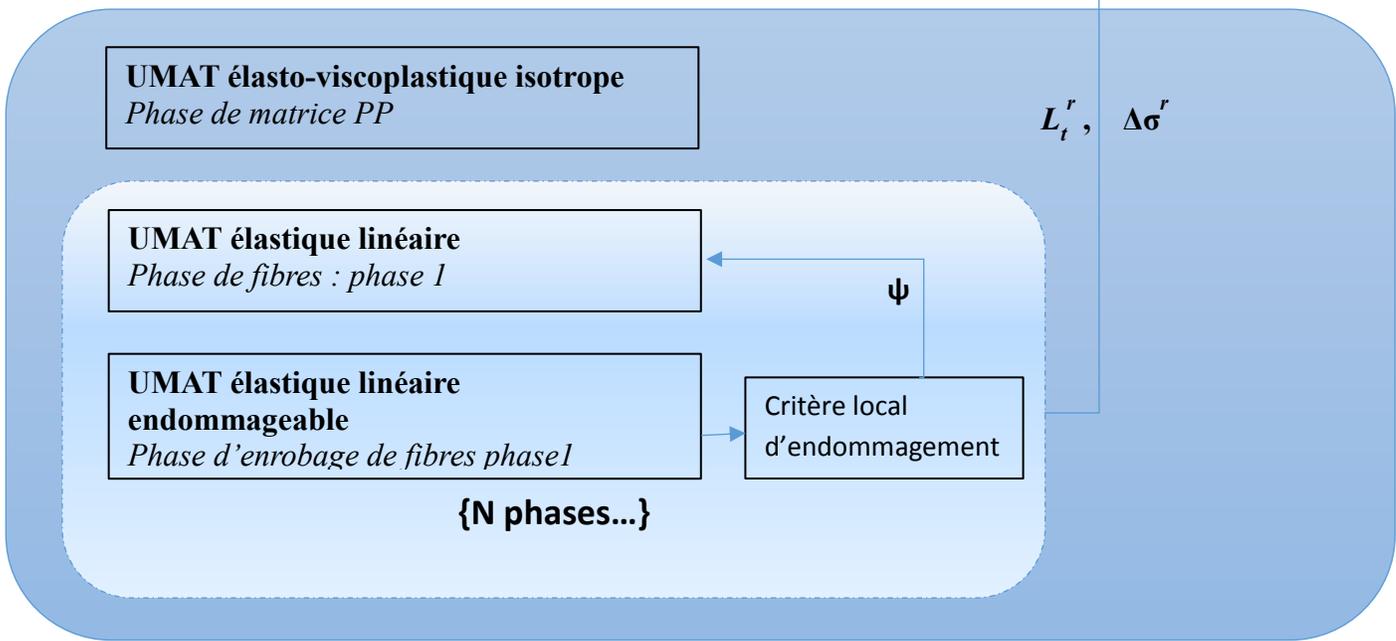
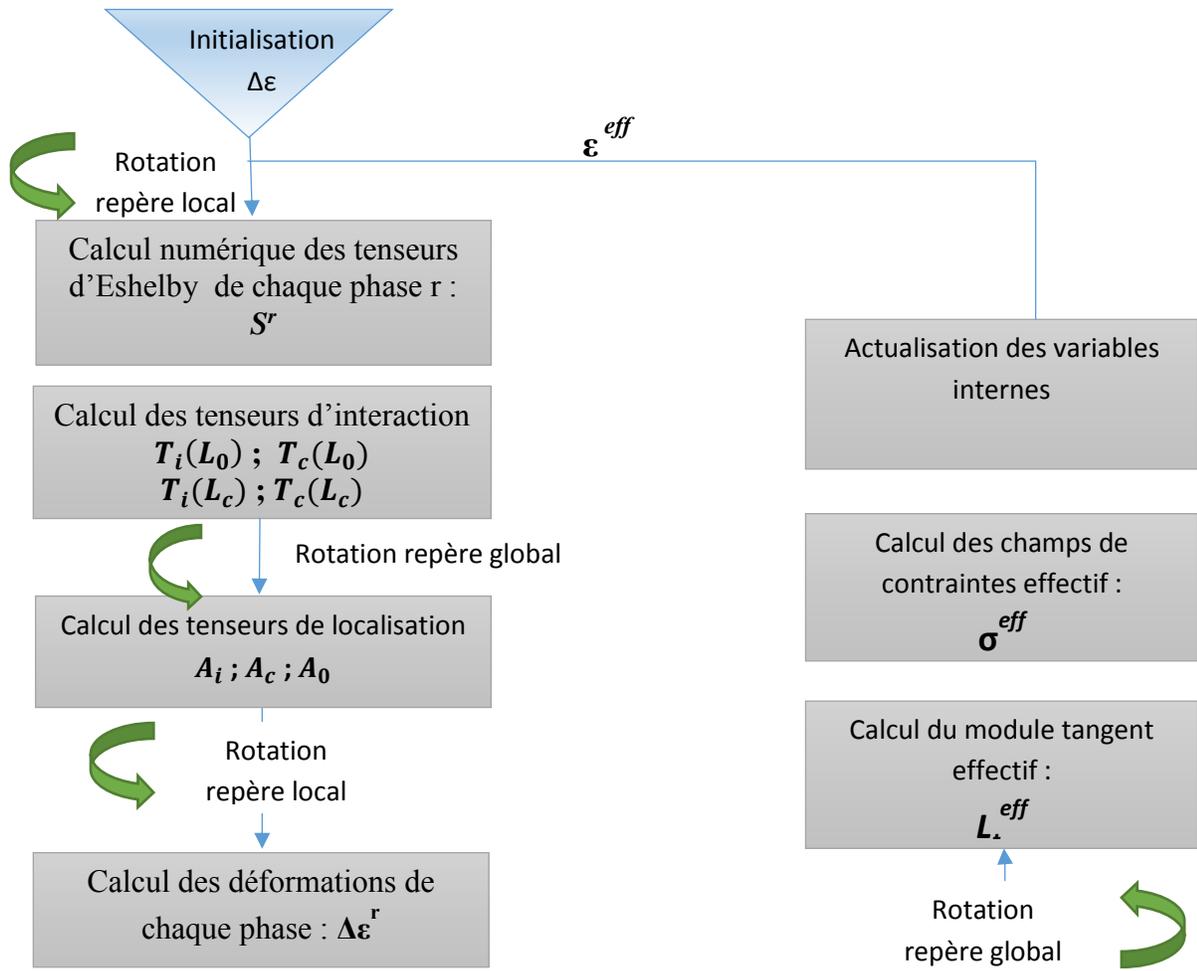


Figure 4-4 : Schéma d'implémentation du modèle multi-échelles de Mori Tanaka permettant de décrire le comportement du composite viscoplastique-endommageable à inclusions enrobées

---

#### 4.4.2. Fichiers d'entrée de la routine SMART+

L'outil SMART+ [48] développé au sein de l'équipe SMART du laboratoire LEM3 est une librairie de routines implémentées en langage C++ orienté objet, composées de plusieurs parties:

- Le module « solver » qui regroupe la routine de calcul à l'échelle du VER des différentes lois de comportement et des routines (UMAT) contenant les différentes lois de comportement développées au sein de l'équipe SMART. Celles-ci peuvent être :
  - o Des UMAT simples ou lois de comportement.
  - o Des méta-UMAT qui sont des lois micromécaniques qui font appel à d'autre UMAT
- Le module « identification » qui permet d'identifier les lois de comportement implémentées dans le module « solver ».
- Des librairies de lois d'endommagement, de fonctions mathématiques, de fonctions liées à la mécanique des milieux continus.

Les données d'entrées du modèle sont introduites séparément selon leur nature :

- Un premier fichier permet de définir les conditions de chargement de la simulation. Notamment, la température initiale, les contraintes ou déformations imposées, la durée de simulation, le pas de temps et le type de chargement (monotone, sinusoïdal ou incrémental).
- Un second fichier regroupe les variables des modèles de comportement des différentes phases du composite et leurs propriétés microstructurales. A savoir, le numéro de phase, le nombre de variables internes, le nombre de paramètres de la loi de comportement associée à la phase, les valeurs de ces paramètres, le numéro de phase dont elles sont éventuellement l'enrobage, leur orientation, leur fraction volumique, les demi-axes des ellipsoïdes, les orientations des ellipsoïdes.
- Un troisième fichier contient les paramètres de la loi de comportement globale du VER, le modèle de Mori Tanaka. C'est dans ce fichier que le nombre de phases est indiqué ainsi que le nombre de points d'intégration.
- Un dernier fichier permet de définir les informations que l'on souhaite exporter (variables internes, contraintes, déformations...) lors des calculs qui peuvent être extraites tant au niveau du VER qu'au niveau de chaque phase individuellement.

#### 4.4.3. Identification des paramètres

La matrice élasto-viscoplastique ayant déjà été identifiée de manière indépendante, il reste à identifier les six paramètres du modèle d'endommagement. Ces derniers sont identifiés à l'aide du module d'identification présent dans SMART+. Ce module développé au sein de l'équipe SMART combine une méthode par algorithme génétique à une méthode d'optimisation de Levenberg Marquardt (dont les équations constitutives sont détaillées en [48]). L'intérêt de l'utilisation d'un tel module est son interaction directe avec le solveur et les logiciels de calculs de structures tels que le code EF Abaqus. En effet, le processus d'identification ne peut pas se faire de manière analytique en une dimension comme dans le cas de la matrice. Dans le cas du composite, il est nécessaire de passer par l'étape de résolution des équations constitutives du modèle au niveau du VER. Les paramètres sont identifiés à l'aide de trois courbes de traction uniaxiales à différentes vitesses du composite PPGF40 orientées en sens longitudinal et en sens transversal.

<b>Phase</b>	<b>Fraction volumique</b>	<b>Rapport de forme</b>	<b>Comportement</b>	<b>Module (MPa)</b>
<b>Matrice</b>	0.685	1	Elasto-viscoplastique DSGZ	1627
<b>Fibre 0°</b>	0.11	50	élastique	72000
<b>Enrobage 0°</b>	0.055	50	Elastique endommageable	1627
<b>Fibre 45°</b>	0.02	50	élastique	72000
<b>Enrobage 45°</b>	0.01	50	Elastique endommageable	1627
<b>Fibre 90°</b>	0.06	50	élastique	72000
<b>Enrobage 90°</b>	0.03	50	Elastique endommageable	1627
<b>Fibre 135°</b>	0.02	50	élastique	72000
<b>Enrobage 135°</b>	0.01	50	Elastique endommageable	1627

*Tableau 4-2: paramètres correspondant à la microstructure du PP/GFL40 en sens long*

Les hypothèses de microstructures prises en compte dans les simulations sont déterminées par analyses microtomographiques ( $\mu$ CT) présentées en chapitre 1. Le Tableau 4-2 présente les

paramètres de la microstructure du PPGF40 orienté en sens long. Les propriétés en sens traverse sont obtenus par rotation des angles des fibres et des enrobages de 90°. Les dimensions de la géométrie des éprouvettes de traction sont identiques à celles des essais exploités pour l'identification de la matrice polypropylène présentée plus haut.

Les variables de la loi de comportement du modèle d'endommagement identifiées sont présentées en Tableau 4-3.

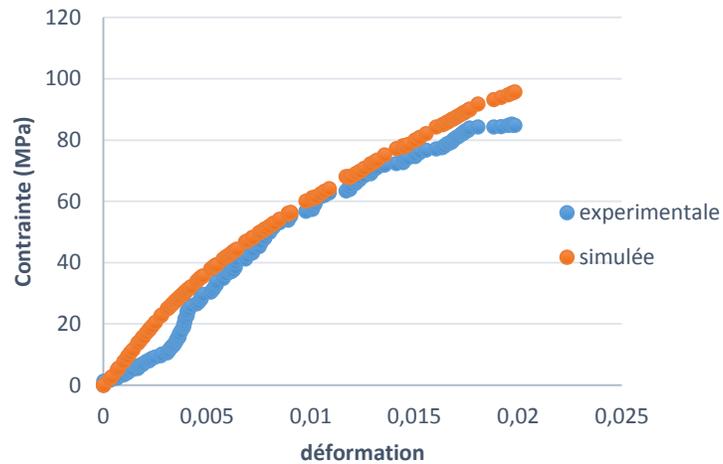
$\sigma_0$	$\tau_0$	$\mu$	$\gamma$	$\alpha$	$m$
1,3	0,86	3	1,7	$1,5 \cdot 10^4$	2,7

Tableau 4-3: paramètres identifiés de la loi d'endommagement de l'enrobage

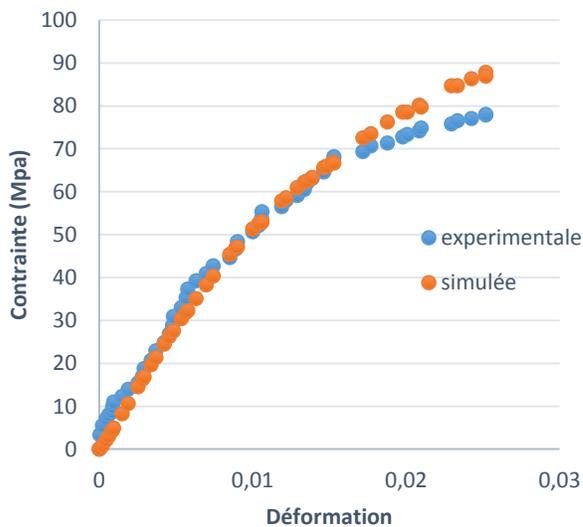
Les courbes de traction simulées à l'aide de la routine SMART+ et expérimentales ayant servis à l'identification sont données en Figure 4-5. Les résultats présentent une bonne concordance entre les courbes simulées et les courbes expérimentales. Les écarts maximums constatés sont d'environ 12% en termes de contraintes sauf pour la courbe en sens long à  $153s^{-1}$  où l'écart est de 23%. Toutefois cet écart ne concerne qu'un seul point de la courbe juste avant la rupture macroscopique de l'éprouvette. On peut donc considérer que la corrélation entre les deux courbes reste très bonne.

Le modèle multi-échelles ainsi développé reproduit de manière fiable le comportement anisotrope élasto-viscoplastique du matériau composite PPGF40.

**Traction sens long**  
 $\dot{\epsilon} : 0.6s^{-1}$



**Traction sens travers**  
 $\dot{\epsilon} : 46.5s^{-1}$



**Traction sens long**  
 $\dot{\epsilon} : 153s^{-1}$

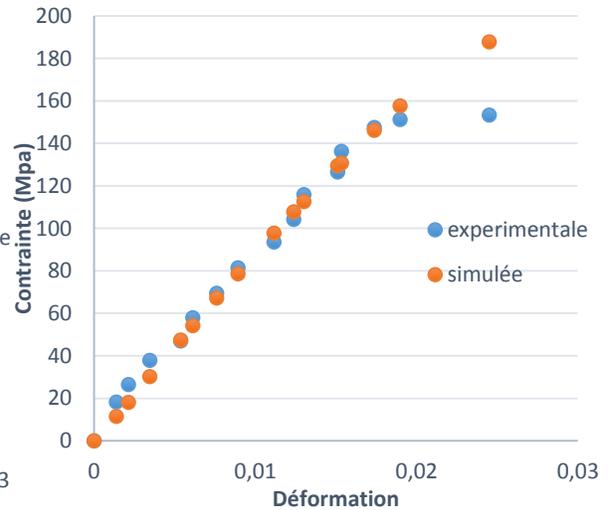


Figure 4-5: comparaison des courbes expérimentales et simulées pour l'identification des paramètres d'endommagement du PP/GF40

#### 4.5. Validation du modèle par comparaisons aux courbes expérimentales

Le modèle de Mori Tanaka en régime viscoplastique-endommageable à inclusions enrobées identifié dans le paragraphe précédent a été validé par comparaison sur d'autres courbes de traction pour des vitesses de déformation allant de  $0.95s^{-1}$  à  $75s^{-1}$  et pour des orientations des éprouvettes

en sens longitudinal et transversal. Les résultats obtenus sont présentés en Figure 4-6 dans le cas du PPGF40.

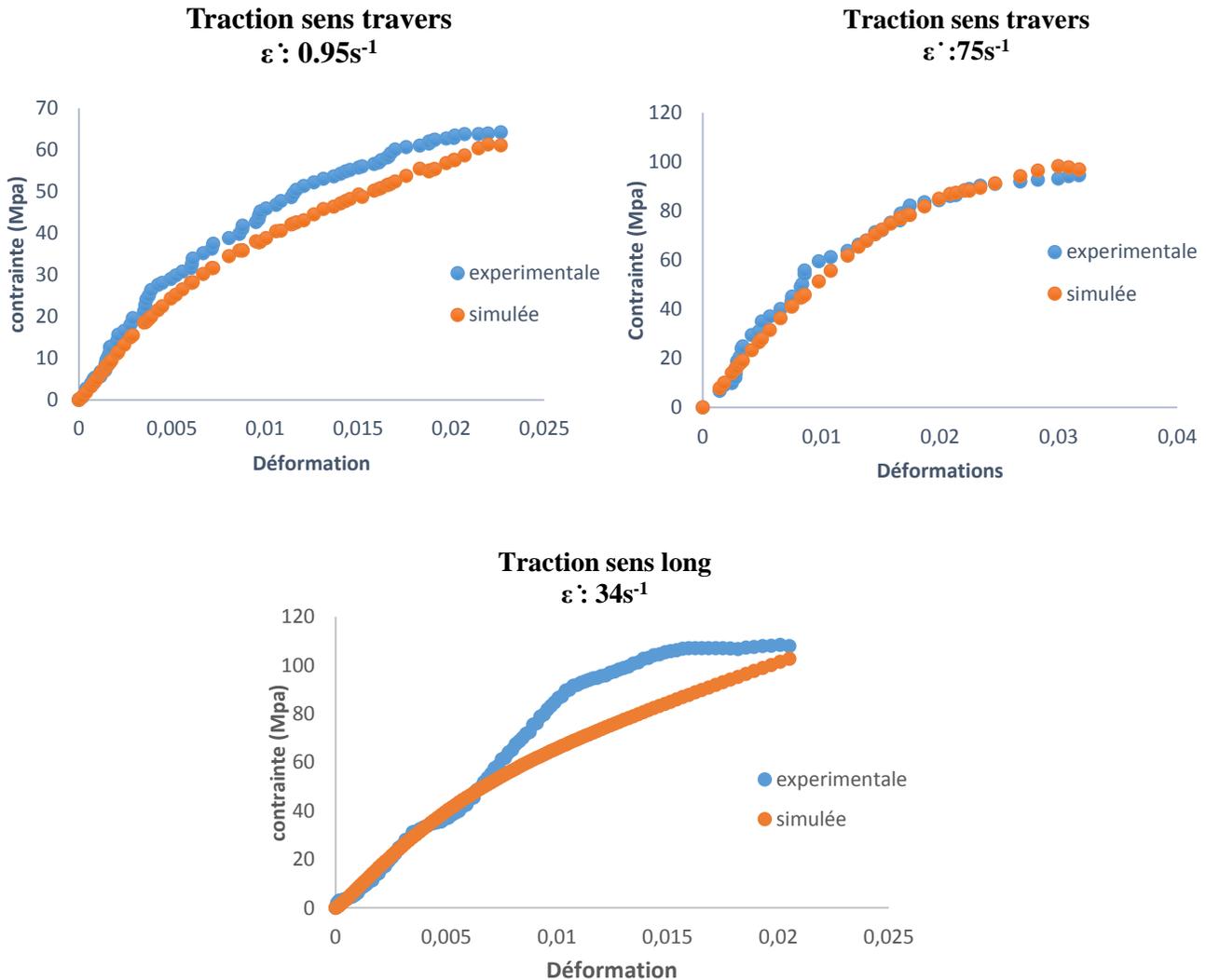


Figure 4-6 : comparaison des essais de tractions sur PPGF40 aux résultats simulés pour validation du modèle multi échelles de Mori Tanaka endommageable

La comparaison des courbes simulées et celles expérimentales montrent une bonne concordance pour les essais à  $0.95s^{-1}$  et à  $75s^{-1}$  en sens travers avec des écarts inférieurs à 13% en termes de contraintes. Dans le cas de la comparaison des courbes à  $34s^{-1}$  en sens long, cet écart monte à 20% mais d'une part cela reste dans la plage de dispersion des essais et d'autre part, l'allure de la courbe expérimentale se distingue des essais aux autres vitesses dans le sens où l'endommagement apparaît plus tardivement et présente une inflexion plus importante de la courbe.

Par ailleurs, pour valider la sensibilité du modèle développé, des simulations de validation ont également été menées sur du polypropylène chargé à 30% en fibres de verres. De même que pour le PPGF40, quatre familles de fibres correspondant à celles observées en microtomographie ont été considérées dans le modèle multi échelles. Leur répartition en sens longitudinal est celle donnée en Tableau 4-4.

<b>Phase</b>	<b>Fraction volumique</b>	<b>Rapport de forme</b>	<b>Comportement</b>	<b>Module (MPa)</b>
<b>Matrice</b>	0.775	1	Elasto-viscoplastique DSGZ	1627
<b>Fibre 0°</b>	0.09	50	élastique	72000
<b>Enrobage 0°</b>	0.045	50	Elastique endommageable	1627
<b>Fibre 45°</b>	0.01	50	élastique	72000
<b>Enrobage 45°</b>	0.005	50	Elastique endommageable	1627
<b>Fibre 90°</b>	0.04	50	élastique	72000
<b>Enrobage 90°</b>	0.02	50	Elastique endommageable	1627
<b>Fibre 135°</b>	0.01	50	élastique	72000
<b>Enrobage 135°</b>	0.005	50	Elastique endommageable	1627

*Tableau 4-4 : paramètres correspondant à la microstructure du PP/GF30 en sens long*

Deux simulations sont effectuées, l'une à  $1.1s^{-1}$  en sens transverse et l'autre à  $58s^{-1}$  en sens longitudinal. Les résultats sont comparés aux courbes expérimentales en Figure 4-7.

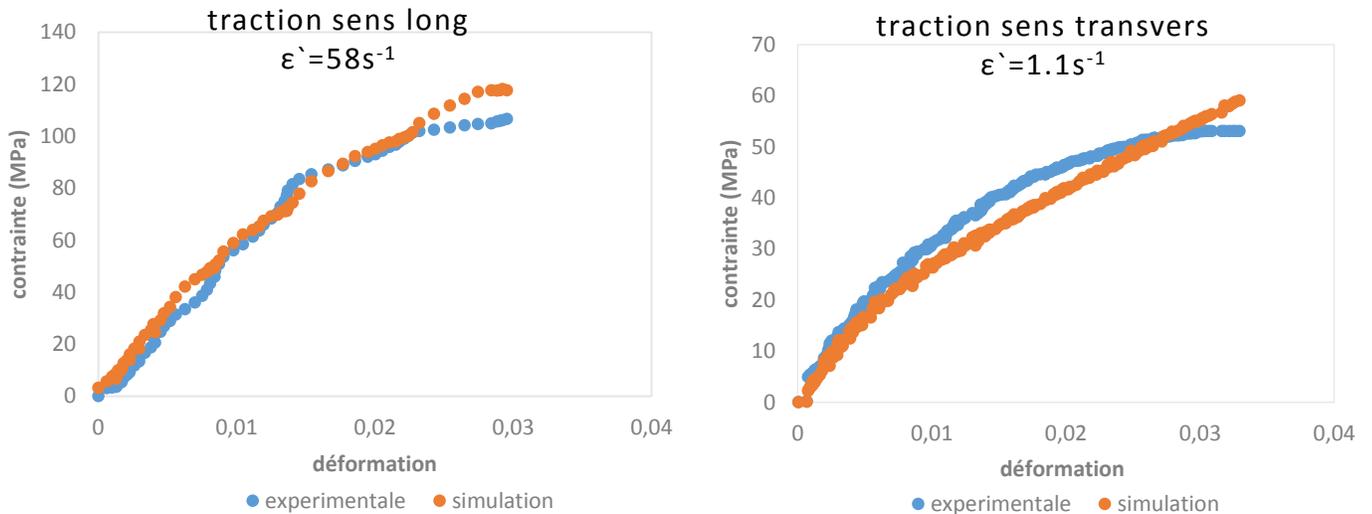


Figure 4-7 : comparaison des essais de tractions sur PPGF30 aux résultats simulés pour validation du modèle multi échelles de Mori Tanaka endommageable

Les résultats montrent une bonne concordance entre la simulation et les courbes expérimentales. Dans le cas du sens long, l'allure de la courbe simulée suit la même tendance que celle expérimentale jusqu'à une contrainte de 100MPa environ, puis elle s'en écarte mais l'écart maximal mesuré en termes de contraintes ne dépasse pas 12%. Dans le cas de la comparaison en sens transverse, l'allure de la courbe simulée se superpose à la courbe expérimentale jusqu'à une contrainte de 20MPa environ. Le seuil de non linéarité est identique aux deux courbes mais les allures diffèrent dans la zone non linéaire. Encore une fois, cet écart reste acceptable car les propriétés mécaniques restent dans la zone de dispersion des essais avec un écart de contrainte maximal ne dépassant pas 11%. Le modèle a ainsi démontré sa capacité à prendre en compte les différentes variabilités de la microstructure que sont l'orientation, le taux de fibres, la vitesse de déformation qui influent de manière considérable sur le comportement global du composite.

#### 4.6. Sensibilité du modèle à la microstructure

Le matériau étudié possède une forte dépendance à la microstructure, notamment aux géométries, aux fractions volumiques des inclusions et de leurs orientations. Dans cette partie on se propose d'exposer l'influence de ces différents paramètres microstructuraux sur la réponse globale du VER dans le modèle multi-échelles précédemment développé. Le jeu de paramètres de référence utilisé est identique à celui du PPGF40 en sens longitudinal réel donné en Tableau 4-2. Les simulations sont pilotées en déformation avec une vitesse de déformation choisie arbitrairement de  $0.05s^{-1}$ .

Avant de mener cette étude de sensibilité, une attention est portée sur l'indépendance du modèle au nombre d'incrément. En effet, le recours à une implémentation incrémentale nécessite de porter une attention particulière à ce paramètre afin de s'assurer que le comportement du matériau n'en dépende pas. Une variation du nombre d'incrément de 10 à 500 a été effectuée sur la simulation de référence. Les résultats sont représentés en Figure 4-8.

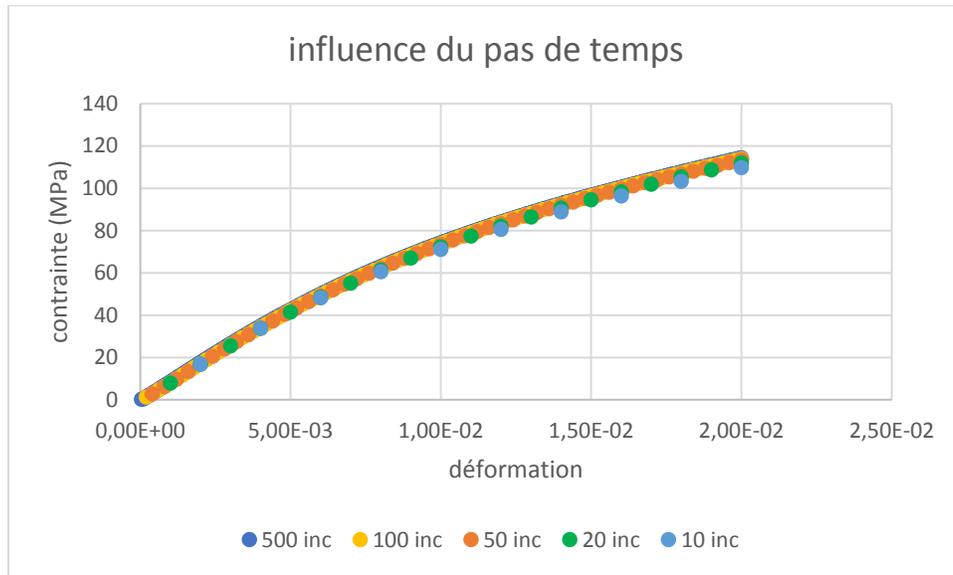


Figure 4-8 : influence du pas de temps sur le comportement global du composite

Les résultats montrent une insensibilité du modèle au pas de temps dès 10 incrément. En effet, l'écart relatif maximal observé entre une simulation effectuée à 10 incrément et celle à 500 incrément reste inférieure à 1% en termes de contraintes. Notons tout de même que, pour toutes les simulations effectuées par la suite, le nombre d'incrément est fixé à 100. Ce qui correspond à titre informatif à un temps de calcul de 20 secondes.

Le premier paramètre analysé est le rapport de forme ( $l/d$ ) des inclusions. En effet, ce paramètre joue un rôle de rang un sur le comportement effectif du composite. Lorsque les fibres sont plus longues, la décohérence de l'interface affecte moins le transfert de charges aux fibres comme en témoigne la Figure 4-9. Le taux de transfert donné est uniquement celui d'une famille de fibres orientées en sens long par souci de clarté.

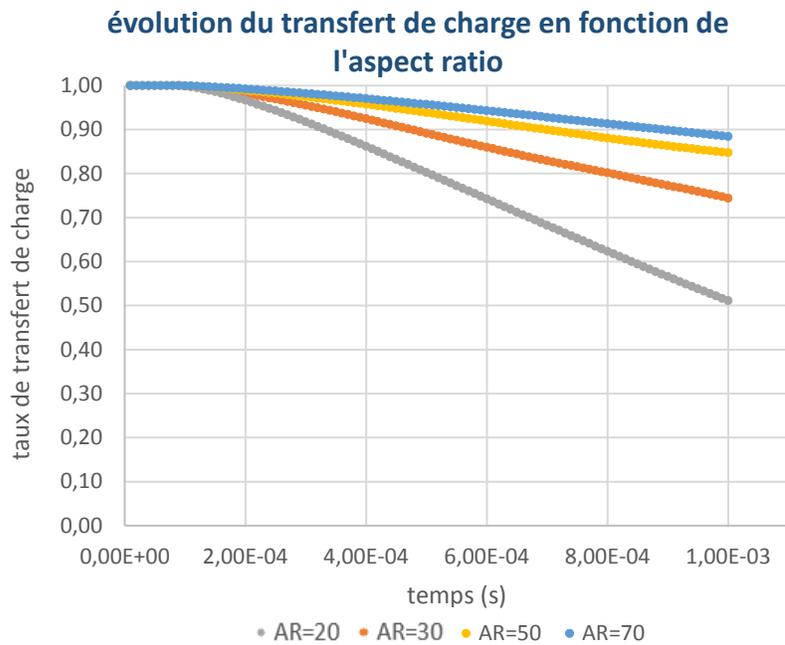


Figure 4-9 : évolution du transfert de charge en fonction de l'aspect ratio pour une famille d'inclusions

Ainsi, bien que le niveau de contraintes aux interfaces soit plus faible, les effets de l'endommagement sont plus importants avec un rapport de forme faible comme le montre la Figure 4-10.

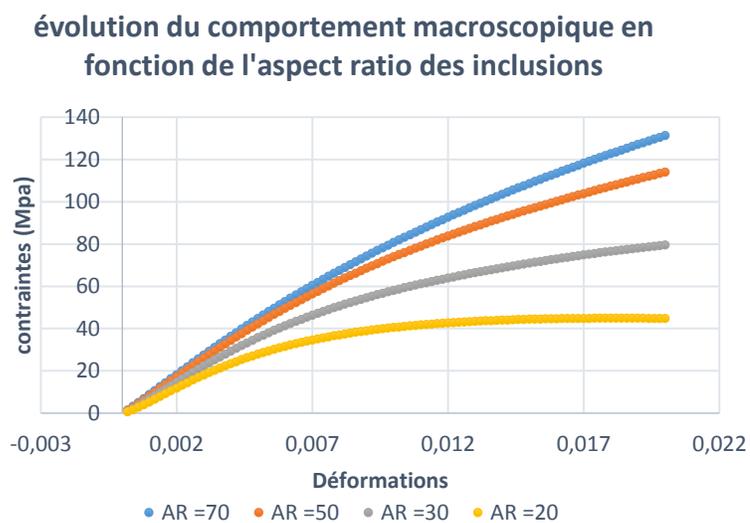


Figure 4-10 : réponse macroscopique en fonction de l'aspect ratio des inclusions

De même, la fraction volumique des fibres, joue également un rôle prépondérant dans le comportement non linéaire macroscopique du composite. Son influence est illustrée par des simulations effectuées pour des taux de fibres volumiques de 21% et de 10%. La répartition des familles de fibres et des enrobages est donnée en Tableau 4-5.

<i>concentration</i>	<i>taux de fibres : 21%</i>	<i>taux de fibres : 10%</i>
<b>Matrice</b>	0,685	0,85
<b>Fibre 0°</b>	0,11	0,0523
<b>Enrobage 0°</b>	0,055	0,0261
<b>Fibre 45°</b>	0,02	0,0095
<b>Enrobage 45°</b>	0,01	0,0048
<b>Fibre 90°</b>	0,06	0,0286
<b>Enrobage 90°</b>	0,03	0,0143
<b>Fibre 135°</b>	0,02	0,0095
<b>Enrobage 135°</b>	0,01	0,0048

*Tableau 4-5:taux de fibres des différentes phases du composite lorsque le taux de fibres évolue*

Conformément à ce qui était attendu, les propriétés mécaniques du composites sont plus importantes avec un taux de fibre plus élevé comme l'illustre la Figure 4-11.

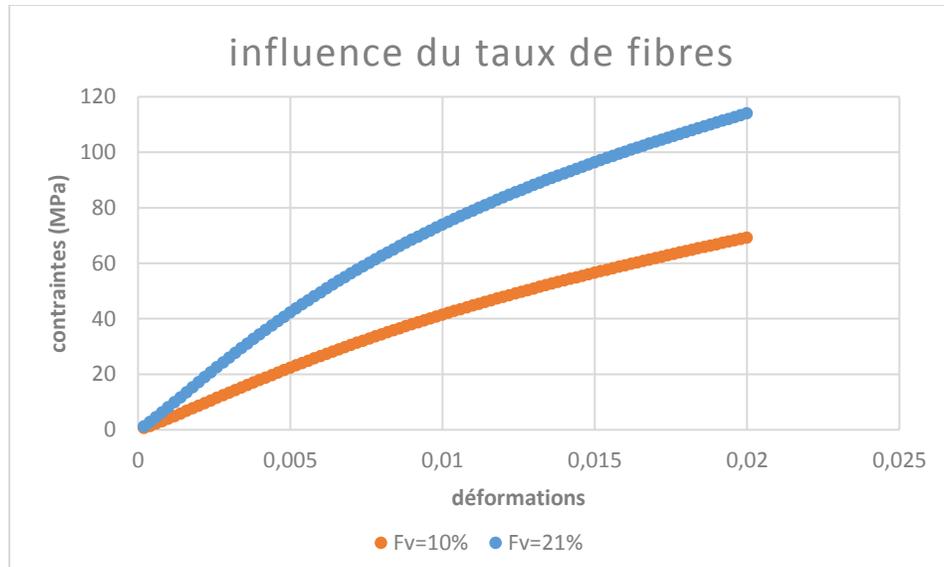


Figure 4-11 : réponse macroscopique en fonction du taux de fibres

En divisant par deux la fraction volumique de fibres, la contrainte maximale a diminué de 40%. Ceci s'explique principalement par la différence de module de rigidité entre la matrice et les fibres qui est environ 50 fois plus importante.

Enfin le dernier aspect microstructural important mis en évidence est l'orientation des fibres dans la matrice par rapport à la direction de chargement. Deux orientations sont simulées : celle de référence (longitudinale) dont la répartition des orientations des familles de fibres est donnée en Tableau 4-5 et une seconde (orthogonale) dont la répartition des familles de fibres est perpendiculaire à l'orientation de référence. Les résultats de simulations sont donnés en Figure 4-12.

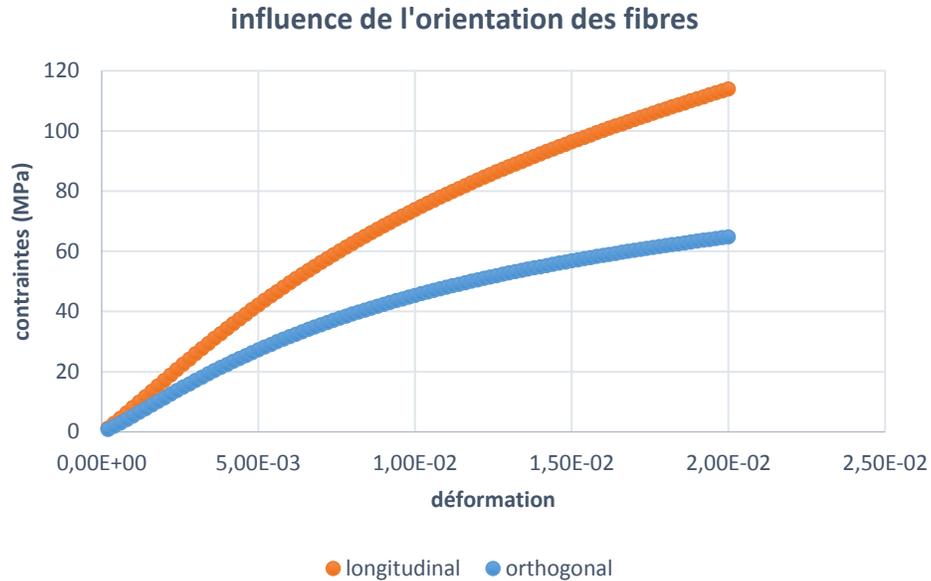


Figure 4-12 : réponse macroscopique en fonction de l'orientation des fibres

Expérimentalement, lorsque la sollicitation imposée n'est pas celle de l'axe principale du composite (axe dans lequel le taux de fibres est le plus important), les propriétés mécaniques du composite sont réduites. La Figure 4-12 montre que cet effet est pris en compte dans le modèle développé.

Pour conclure, cette présentation de la sensibilité du modèle aux aspects microstructuraux que sont le rapport de forme, la fraction volumique des fibres et leur orientation montre la capacité du modèle à intégrer ces différents facteurs dans le comportement mécanique du matériau composite.

#### 4.7. Machine d'essais virtuels

L'utilisation directe du modèle micromécanique précédemment développé dans les codes de calculs de structures en industrie serait très couteuse en temps de calcul et en ressources. En effet, les calculs se faisant souvent non pas sur un VER mais sur des ensembles de pièces, il est difficile d'effectuer un calcul micromécanique direct à chaque point d'intégration. L'approche proposée dans le cadre de cette thèse est d'utiliser le modèle micromécanique en amont des calculs de structures. C'est le principe de la machine d'essais virtuels présentée en Figure 4-13.

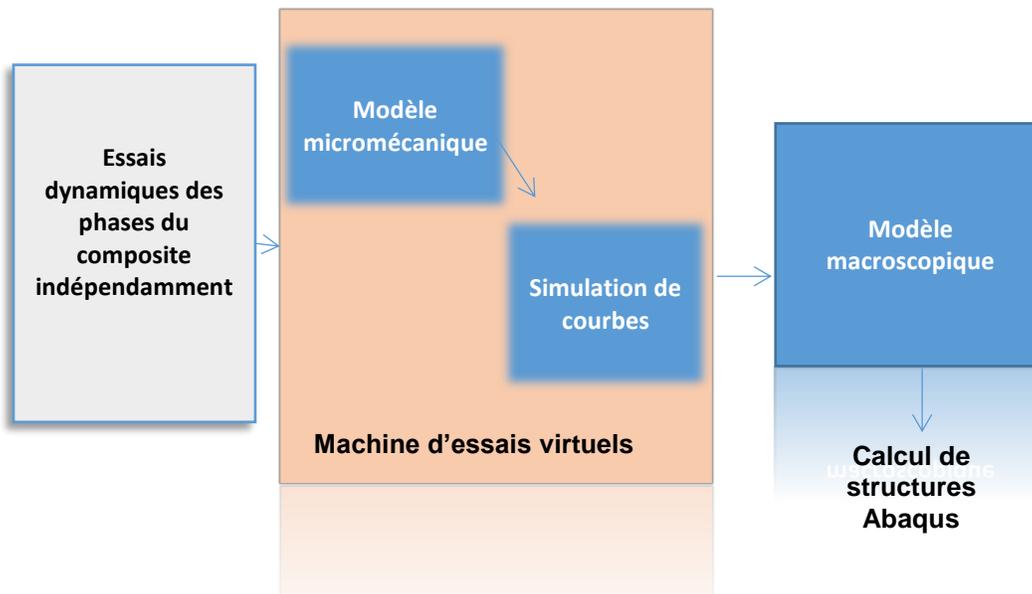


Figure 4-13: principe de la machine d'essais virtuels et son interaction avec le calcul de structures

En ayant les informations de la microstructure d'une pièce à simuler, celle-ci peut être séparée en plusieurs zones possédant un comportement moyen homogène par zone. Il est alors possible d'affecter à chaque zone un comportement dépendant de sa microstructure dont les paramètres de la loi de comportement homogène associée à la pièce sont identifiés par le modèle micromécanique.

Le modèle phénoménologique utilisé dans les calculs de structure intègre alors implicitement les propriétés de la microstructure du composite sans les inconvénients de l'utilisation d'un modèle micromécanique.

Il est également important de noter que la détermination des différentes zones a été effectuée de manière expérimentale dans ces travaux. Toutefois, des logiciels de simulation de microstructures tels que *Modflow*, sous réserve de la précision de la microstructure simulée, pourraient être intégrés au processus afin de définir ces zones de manière numérique sans passer par l'analyse tomographique. Cela permettrait un gain de temps considérable et donc une industrialisation plus aisée de l'outil.

#### 4.8. Modélisation macroscopique

La machine d'essais virtuels présentée permet de simuler les données d'entrées nécessaires à l'identification des paramètres de la loi de comportement macroscopique. En effet dans le cadre

de ces travaux, le modèle DSGZ a été élargi aux comportements viscoplastiques orthotropes. La prise en compte de l'anisotropie est rendue possible à l'aide d'une fonction de charge de Hill donnée par l'équation (4.63).

$$\Phi = \frac{\sigma_{11}^2}{A^2} + \frac{\sigma_{22}^2}{B^2} + \frac{\sigma_{33}^2}{C^2} + \frac{\sigma_{12}^2}{D^2} + \frac{\sigma_{13}^2}{E^2} + \frac{\sigma_{23}^2}{F^2} - 1 \quad (4.63)$$

Afin de prendre en compte la vitesse de déformation, les paramètres  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E$  et  $F$ , du critère de Hill ne sont pas constants mais sont des fonctions de  $p$ ,  $\dot{p}$  et  $T$ . Enfin, la méthode d'intégration par « *convexe cutting plan* » est utilisée. En effet, le modèle implémenté ici est un modèle pour des chargements dynamiques rapides. Ainsi l'implémentation explicite se fait sous forme de VUMAT dans le code de calcul ABAQUS. L'intérêt de l'implémentation par *convexe cutting plan* est sa rapidité de calcul dans la mesure où l'obtention du module tangent n'est pas nécessaire. Le schéma d'intégration du modèle est donné en Figure 4-14.

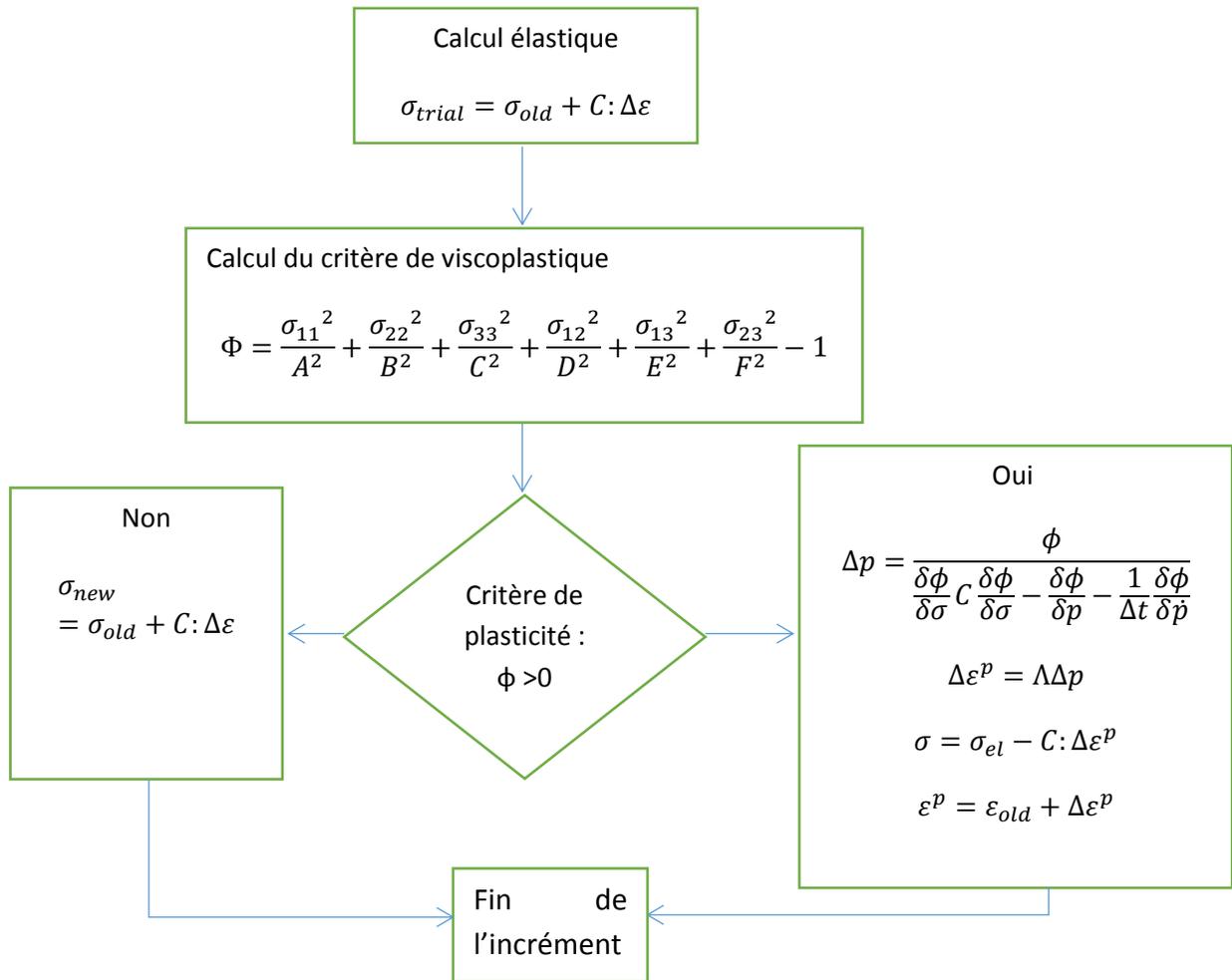


Figure 4-14 : schéma d'intégration explicite du modèle DSGZ anisotrope

---

Le modèle macroscopique développé pose toutefois deux difficultés :

- La première est due à son implémentation qui est nécessairement sous forme de Vumat car son utilisation pour des simulations en régime dynamique impose une intégration explicite du modèle. Il est à noter que le schéma explicite de la Vumat n'est pas encore pris en compte par le module d'identification de la routine SMART+.
- La seconde est due à son utilisation finale. En effet, le nombre de paramètres bien qu'identifiables à travers une machine d'essais virtuels restent trop importants pour utilisation industrielle.

E raison des deux difficultés citées précédemment et afin de tester le concept de calcul par modèle homogénéisé, nous avons utilisé une loi tabulée identifiée par la machine d'essais virtuels à différentes vitesses et déformations, et combinée à un critère de Hill, afin de valider le modèle développé par comparaison avec des essais sur des mini-structures. C'est l'objectif du chapitre 5 consacré à la validation des modélisations par transition d'échelles et les stratégies associées sur des cas de composants automobiles.

#### 4.9. Conclusion

Dans ce chapitre, l'implémentation des modèles constitutifs de la machine d'essais virtuels a été présentée. Chaque modèle est codé indépendamment grâce à une implémentation en langage C++ dans l'outil Smart+. Cet outil regroupe tous les modèles de comportement, des bibliothèques de fonctions mathématiques et de mécanique des matériaux qui permettent une implémentation plus efficace. Un solveur permet d'effectuer les simulations au niveau d'un VER et un module d'identification permet de déterminer par méthode inverse les paramètres des modèles implémentés.

La matrice élasto-viscoplastique représentée par le modèle DSGZ, a été implémentée selon un schéma d'intégration implicite à l'aide d'un algorithme par retour radial. L'identification a été effectuée à l'aide d'une routine Matlab utilisant un algorithme génétique couplé à une méthode de Levenberg Marquardt. Trois essais de traction uniaxiale sur du polypropylène à différentes vitesses et températures ont permis de déterminer les paramètres du modèle. Une validation a été effectuée au niveau du VER pour la matrice par comparaison à d'autres courbes d'essais thermomécaniques. Les comparaisons entre les courbes simulées et les courbes expérimentales ont montré de bonnes concordances avec des écarts maximums en termes de contraintes inférieurs à 8%.

L'endommagement des interfaces a été intégré au schéma d'homogénéisation micromécanique de Mori Tanaka à l'aide du modèle à inclusions enrobées. La loi de comportement traduisant ces interfaces est élastique endommageable. Son paramètre d'endommagement de type Weibull évolue de manière isotrope. Il a été intégré de manière cumulative par un schéma d'intégration

---

implicite. Le rapport de forme des fibres associées à l'enrobage dégradé est également affecté à travers une diminution du taux de transfert de charge calculé à chaque pas de temps sur la base du Shear Lag Model. Les paramètres qui régissent la variable d'endommagement ont été identifiés par méthode inverse à l'aide du module présent dans Smart+. Trois courbes d'essais de tractions sur un composite chargé à 40% en masse de fibres de verre ont permis de déterminer ces paramètres. De même que pour la matrice polypropylène, une validation au niveau du VER a été effectuée. L'influence de la microstructure sur le comportement global du composite a été mise en évidence à travers une analyse de sensibilité.

Enfin, le modèle micromécanique formulé avec l'endommagement des enrobages est utilisé sous forme de machine d'essais virtuels destinée à une utilisation industrielle. Le but est de générer des courbes de contraintes déformations qui vont permettre d'identifier des modèles phénoménologiques macroscopiques implémentés dans les codes de calculs de structures.

Le modèle DSGZ uniaxial a également été étendu en trois dimensions aux matériaux anisotropes à travers l'incorporation d'un critère de plasticité de Hill. Implémentée de manière explicite sous forme de Vumat pour le logiciel de calcul Abaqus, Son utilisation n'a toutefois pas été retenue en raison des difficultés engendrées par son identification et le nombre de ses paramètres pour une utilisation industrielle. Ainsi dans le chapitre suivant, une loi tabulée anisotrope combinée avec un critère de Hill a été choisie comme modèle phénoménologique en vue de valider la stratégie de modélisation dans le cadre d'un calcul de structures en régimes quasi-statique et dynamique sur structures.



---

## Chapitre 5 : simulation numérique d'impact sur structure et validation par essais crash à faible énergie

5.1. Introduction.....	137
5.2. Validation de faisabilité du modèle élasto-viscoplastique DSGZ de la matrice pour le calcul d'impacts.....	137
5.3. Validation quasi statique de la machine d'essais virtuels sur poutre à croisillons.....	141
5.3.1. Géométrie et microstructure.....	142
5.3.2. Protocole d'essai et résultats expérimentaux .....	143
5.3.3. Simulation numérique .....	144
5.4. Validation dynamique de la machine d'essais virtuels sur gouttière. ....	149
5.4.1. Géométrie et microstructure.....	149
5.4.2. Protocole d'essai et résultats expérimentaux .....	150
5.4.3. Simulation numérique .....	152
5.5. Conclusion .....	157

*Afin de démontrer les capacités prédictives et d'analyser la pertinence de la machine d'essais virtuels développée, différentes validations sont effectuées sur des structures simples. La première est une validation de la faisabilité du modèle de la matrice dans le cas test d'une plaque impactée selon la norme ASTM D3763. Les deux validations suivantes sont effectuées sur le matériau composite PPGF40. La seconde confrontation essai/simulation consiste en la validation de la machine d'essais virtuels sur un essai quasi statique sur poutres caisson à croisillons en PPGF40. Enfin la dernière validation est une simulation d'impact à une vitesse de 5m/s sur une gouttière, représentative d'un composant automobile. Les simulations de ces essais sont effectuées dans le code de calculs de structures Abaqus avec les différentes lois constitutives développées et implémentées dans le cadre du travail de thèse.*



---

## 5.1. Introduction

Le modèle micromécanique développé a été validé à l'échelle du VER dans le chapitre précédent. Dans cette partie, c'est à l'échelle de la structure que sa pertinence est démontrée. Plusieurs simulations numériques de validation sont alors menées aux différentes échelles du modèle micromécanique.

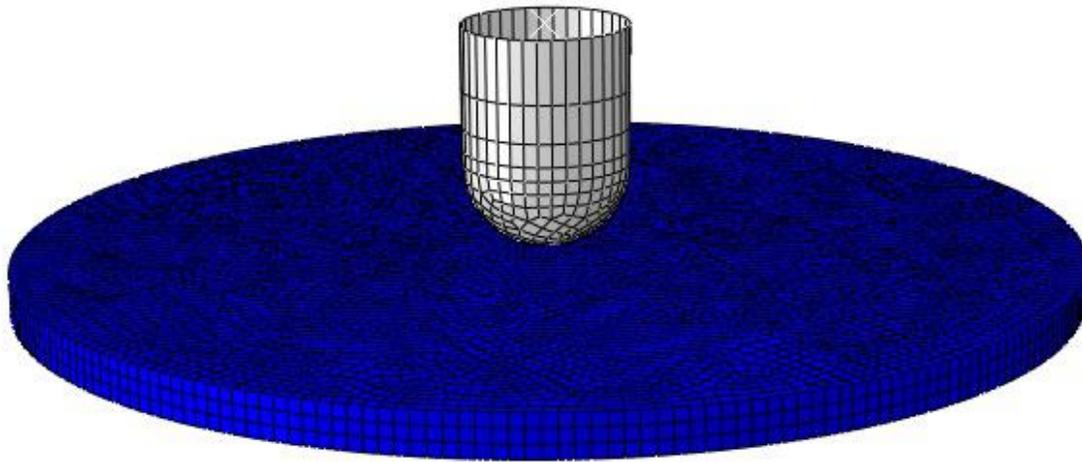
Dans un premier temps, une étude de faisabilité est menée afin de déterminer la capacité prédictive du modèle élasto-viscoplastique de la matrice (DSGZ) à simuler la réponse d'une structure sous un chargement d'impact et cela à travers un calcul implicite.

La seconde validation expérimentale est effectuée à travers une simulation quasi statique d'un essai de flexion trois points sur une poutre à croisillons. Les résultats issus de la méthode de caractérisation par machine d'essais virtuels sont comparés à ceux des résultats issus des essais expérimentaux et de la modélisation utilisée actuellement au sein de RENAULT

Enfin la dernière simulation est effectuée en chargement dynamique sur une structure « gouttière » et modélise un essai d'impact par catapulte à une vitesse de 5m/s. les résultats sont confrontés à ceux issus des essais d'impact effectués au sein de RENAULT et de ceux issus de la modélisation actuellement utilisée au sein de RENAULT.

## 5.2. Validation de faisabilité du modèle élasto-viscoplastique DSGZ de la matrice pour le calcul d'impacts

Le Modèle DSGZ intégré sous schéma implicite présenté en chapitre 4 et formulé pour prédire le comportement de la matrice polymère a été implémenté sous forme de routine utilisateur Umat pour le code de calculs Abaqus. Dans cette partie, nous nous proposons d'illustrer sa capacité à simuler le comportement du polymère sous chargement dynamique. La simulation est effectuée sur une géométrie définie par la norme ASTM D3763 pour les essais d'impacts multiaxiaux. Cette dernière consiste à lancer un impacteur cylindrique avec un embout sphérique sur un disque encastré en son bord [95]. La Figure 5-1 illustre le modèle éléments finis de la simulation d'impact multiaxial utilisé dans le code de calculs Abaqus.



*Figure 5-1 : Modèle Eléments Finis de la norme ASTM D3763 utilisée dans Abaqus*

L'impacteur est discrétisé par des éléments de coque 2D (shell) et est considéré comme solide non déformable et infiniment rigide. Un déplacement de 4 mm lui est imposé avec une vitesse de 2m/s dans l'axe vertical tandis que ses autres degrés de liberté sont bloqués. Le disque polymère, considéré comme viscoplastique à l'aide du modèle DSGZ, est défini par des éléments solides à intégration réduite de type C3D20R. Par ailleurs, le contour extérieur du disque est encasté. Le contact est défini par la fonction « général contact » du code Abaqus avec un coefficient de frottement entre le disque et l'impacteur égal à 0.0001. Les paramètres traduisant le comportement viscoplastique du matériau du disque en polypropylène sont ceux identifiés en chapitre 4 et donnés en Tableau 4-1. La Figure 5-2 montre la réponse simulée en termes de contraintes équivalente au sens du critère de Von Mises sur la partie inférieure du disque à différents pas de temps.

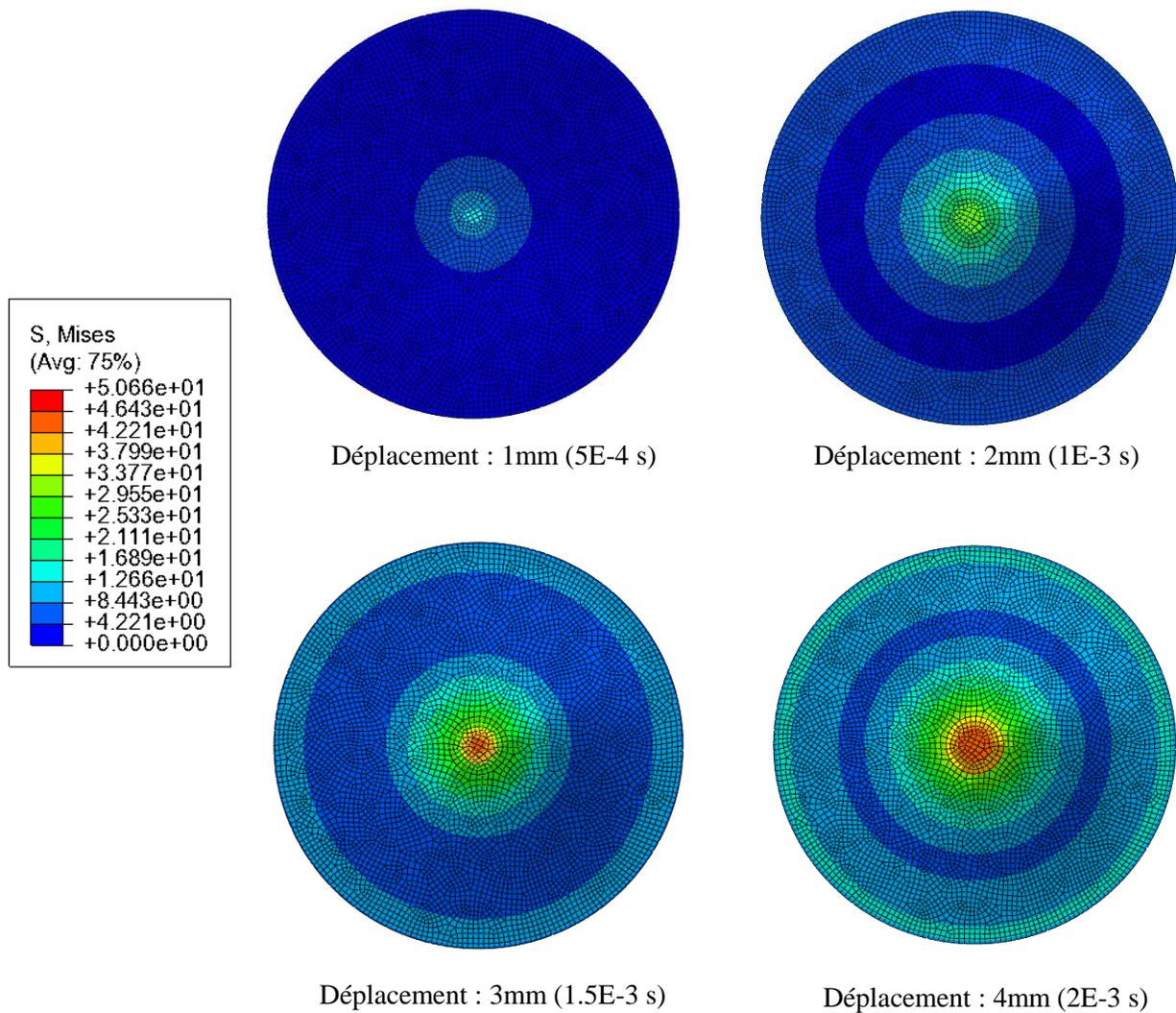


Figure 5-2 : champs de contraintes de Von Mises sur la partie inférieure du disque à différents pas de temps

Comme on peut s’y attendre, la contrainte maximale est localisée au centre du disque. Les efforts d’impact, quant à eux, sont donnés en fonction du déplacement de l’impacteur et sont illustrés en Figure 5-3. Par ailleurs, la Figure 5-4 donne l’évolution de la dissipation viscoplastique en fonction du temps. Ces deux courbes présentent des allures similaires à celles issues des travaux de Duan et al [95] en intégration explicite.

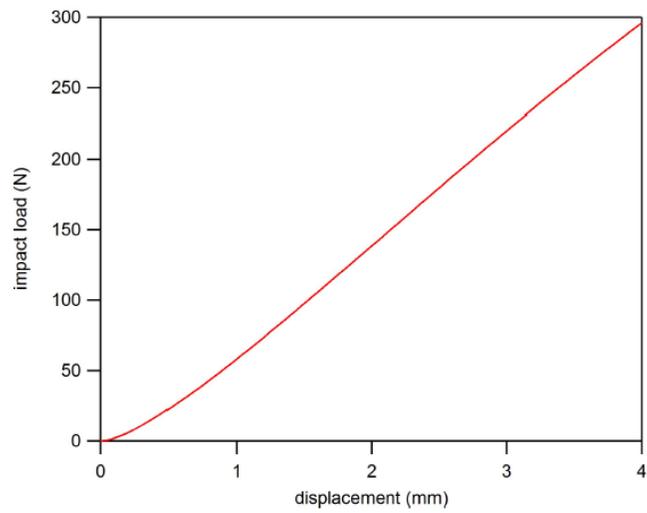


Figure 5-3 : évolution des efforts en fonction du déplacement de l'impacteur

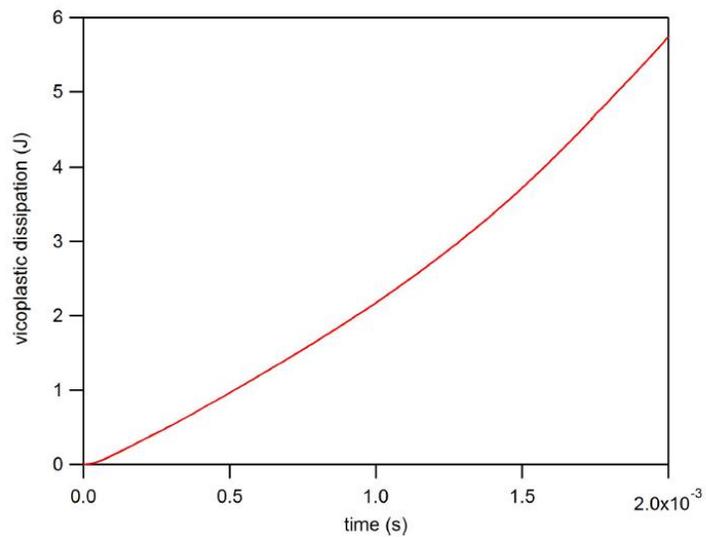


Figure 5-4 : évolution de la dissipation viscoplastique en fonction du temps

Enfin, une attention est portée sur la convergence du calcul. En effet, plus le nombre d'itérations est faible pour atteindre la convergence du calcul, plus le modèle développé est stable.

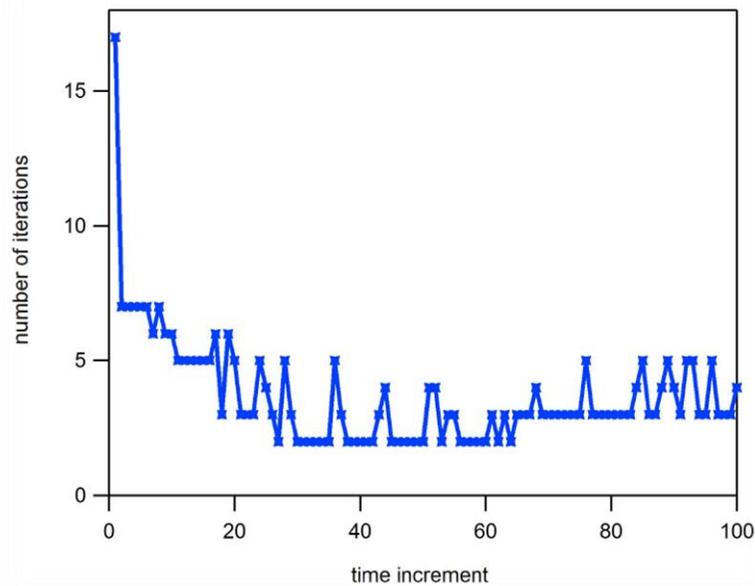


Figure 5-5 : évolution du nombre d'itérations par incrément en fonction du temps

La simulation est effectuée avec un temps total de simulation de 0.002s avec 100 incréments. Comme l'illustre la Figure 5-5, le nombre d'itérations décroît de manière très rapide et atteint un minimum de deux itérations par incréments.

Pour conclure, cette simulation a permis de montrer la faculté du modèle DSGZ implicite développé à simuler les réponses de structures sous un chargement en dynamique rapide. Les prédictions en termes d'évolution des efforts, de contraintes, et en termes d'énergie sont cohérentes et présentent les tendances obtenues dans la littérature [95] en utilisant un calcul explicite. L'avantage du modèle implicite dans la simulation de la matrice réside dans sa capacité à estimer le module tangent consistant indispensable à son utilisation dans le modèle micromécanique de Mori Tanaka.

### 5.3. Validation quasi statique de la machine d'essais virtuels sur poutre à croisillons.

Le premier essai de validation est un essai de flexion en régime quasi statique sur poutres caissons à croisillons en composite PPGF40. L'essai est effectué en chargement de flexion trois points. L'intérêt de la poutre caissons à croisillons réside dans sa géométrie. En effet, elle est dotée de renforts, qui peuvent s'apparenter à ceux que l'on retrouve dans un hayon de véhicule.

### 5.3.1. Géométrie et microstructure

La poutre à croisillons analysée est une mini structure de polypropylène chargé en fibres de verres courtes. La pièce est injectée selon les conditions d'injection standard présentés en chapitre 1 et illustrée en Figure 5-6.



Figure 5-6 : vue de côté de la poutre à croisillons

Comme tous les composites fibreux injectés, elle possède une structure en cœur-peau dont la microstructure a été analysée par microtomographie à rayons X. Les dimensions totales de la poutre sont de 500x50x50mm. Les observations de la microstructure ont été effectuées sur des éprouvettes prélevées en cinq endroits différents de la structure dans des conditions similaires aux analyses effectuées en chapitre 1. Les positions des échantillons 2, 3 et 5 sont données en Figure 5-7. Celles des échantillons 1 et 4 ne sont pas visibles car elles sont situées au niveau des renforts de la poutre.

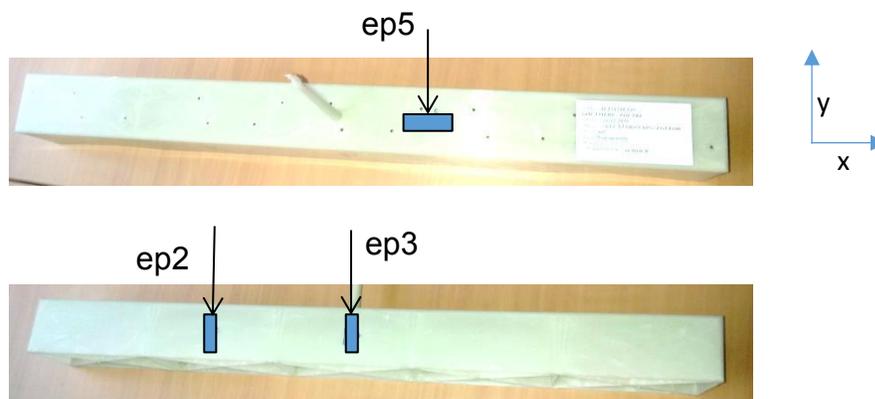


Figure 5-7 : position des échantillons prélevés pour analyses tomographiques

Les analyses par tomographie ont permis de déterminer les orientations, les géométries et les fractions volumiques des fibres dans chaque échantillon correspondant à une zone dans la poutre

à croisillon. La géométrie des fibres observées est identique à celle des fibres issues des plaques injectées avec un rapport de forme ( $l/d$ ) de 50 en moyenne. Ces dernières sont réparties en quatre familles d'orientations ( $0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$  et  $135^\circ$ ) dans le repère local de l'échantillon. Ces familles d'orientations constituent les phases du modèle multi-échelles. La proportion de chaque famille de fibre (phase) est donnée en Tableau 5-1.

Orientation	Echantillon 1	Echantillon 2	Echantillon 3	Echantillon 4	Echantillon 5
$0^\circ$	12.7	11.8	12.8	10.9	12.4
$45^\circ$	1.6	1.3	1.5	1.2	1.9
$90^\circ$	7.9	6.9	8.1	7.3	8.3
$135^\circ$	1.4	0.9	1.6	1.4	1.5

Tableau 5-1: taux de fibres des familles d'orientations dans les échantillons de poutre à croisillons

Ainsi la fraction volumique moyenne des fibres est de 23% avec une répartition des familles d'orientations proche de celle observées sur plaques. De plus, les échantillons présentent une répartition de familles de fibres proches les uns des autres. Seules les orientations dans le repère global de la structure sont différentes. Ainsi, pour la simulation, on considère d'une zone à l'autre que seule l'orientation des familles de fibres change, les autres paramètres du modèle relatifs à la microstructure restent identiques.

### 5.3.2. Protocole d'essai et résultats expérimentaux

L'essai de validation est effectué au sein du Technocentre RENAULT. Il s'agit d'un essai de flexion trois points piloté en déplacement. Ce dernier est imposé au centre de la structure par un appui-couteau à une vitesse de 2mm/min. L'éprouvette est posée sur deux appuis simples avec un entraxe de 300mm. La vitesse de déplacement du couteau est assez faible pour négliger les effets d'inertie. Le schéma d'essai est donné en Figure 5-8.

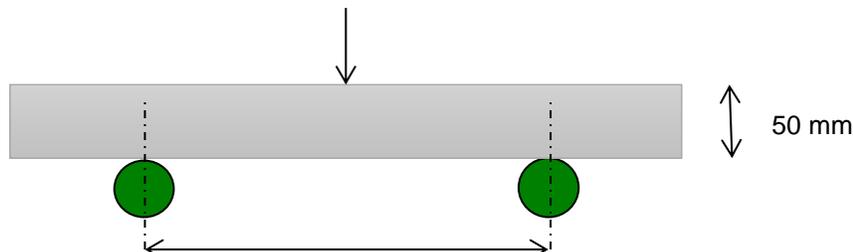


Figure 5-8: essai de flexion trois point sur poutre à croisillons

Lors des essais mécaniques, les efforts et les déplacements sont mesurés au niveau du couteau. Les essais sont effectués sur 6 échantillons. Les résultats en quasi statique sont exprimés en termes de courbes effort-déplacement. Ils sont donnés en Figure 5-9.

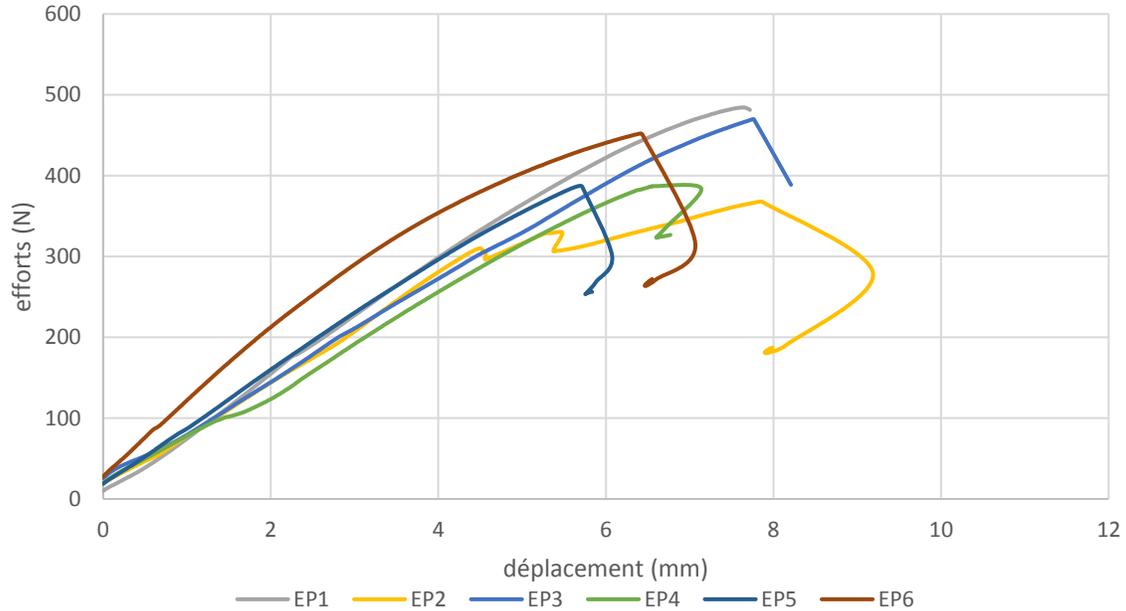


Figure 5-9 : courbe d'efforts des essais quasi statiques de flexion trois point sur poutre à croisillons

Les essais de flexion présentent un effort à rupture en moyenne de  $424.24 \pm 14\%$  correspondant à un déplacement à rupture de  $7. \text{mm} \pm 18.4\%$ . Ces résultats seront comparés aux simulations dans le prochain paragraphe.

### 5.3.3. Simulation numérique

La modélisation des essais de flexion sur poutre à croisillons est effectuée sur le logiciel Abaqus de calcul par éléments finis. Deux modèles sont analysés :

- Le premier (modèle 1) consiste à simuler l'essai à l'aide de la loi macroscopique disponible actuellement au sein de RENAULT. C'est une loi tabulée élastoplastique isotrope avec prise en compte de l'effet de vitesse.
- Le second (modèle 2) consiste à simuler l'essai à l'aide d'une loi tabulée anisotrope élastoviscoplastique issue de la machine d'essais virtuels et des résultats microtomographiques.

Cette loi anisotrope permet de tenir compte de la variabilité spatiale de la microstructure dans la poutre. L'anisotropie est alors introduite à travers un critère de Hill en exploitant la fonction « potentiel » proposée par le code Abaqus et dont les paramètres identifiés sont donnés en Tableau 5-2 :

<b>R11</b>	<b>R22</b>	<b>R33</b>	<b>R12</b>	<b>R13</b>	<b>R23</b>
1	0.67	0.396	0.2	0.13	0.13

Tableau 5-2 : paramètres du critère " potentiel" dans le code de calcul Abaqus

Le modèle éléments finis de la structure est donné en Figure 5-10. Les appuis et le couteau sont représentés par des éléments rigide non déformables de type « Shell ». La structure est représentée par 1641 éléments coques de types S4R

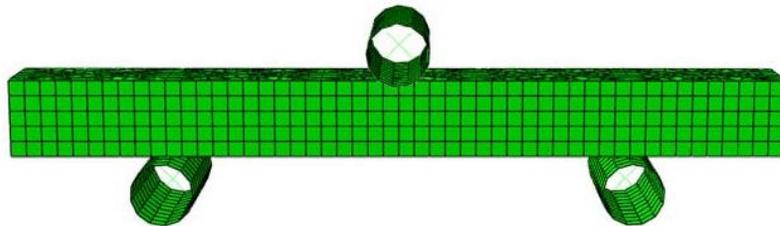


Figure 5-10 : modèle élément fini de la poutre à croisillons

Le matériau de la structure est modélisé par la loi élastoplastique actuellement utilisée par RENAULT dans le cas 1 sur toute la structure. Dans le second cas, la structure est divisée en trois sections pour prendre en compte les différentes orientations de la microstructure comme illustrés en Figure 5-11. La première section intègre les bords droits et gauches de la structure. La seconde section est composée des renforts et la troisième section représente le côté supérieur de la poutre à croisillons. Chaque section est orientée en concordance avec les résultats obtenus par microtomographie.

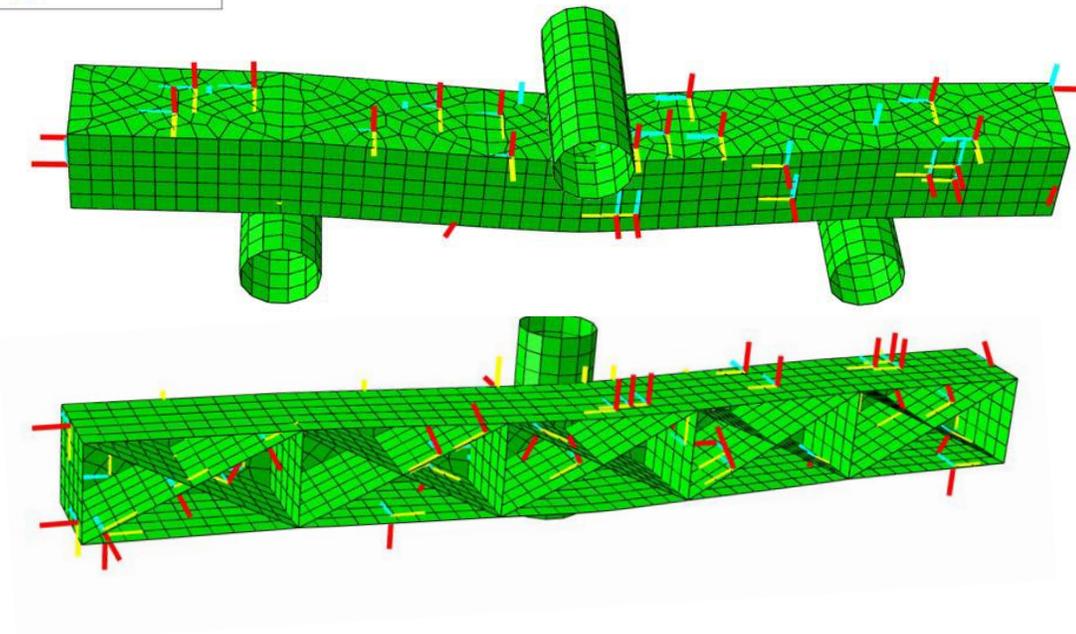
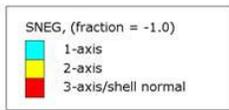


Figure 5-11 : visualisation des orientations du matériau dans la structure

Les courbes d'efforts déplacement mesurés sur le couteau sont données en Figure 5-12

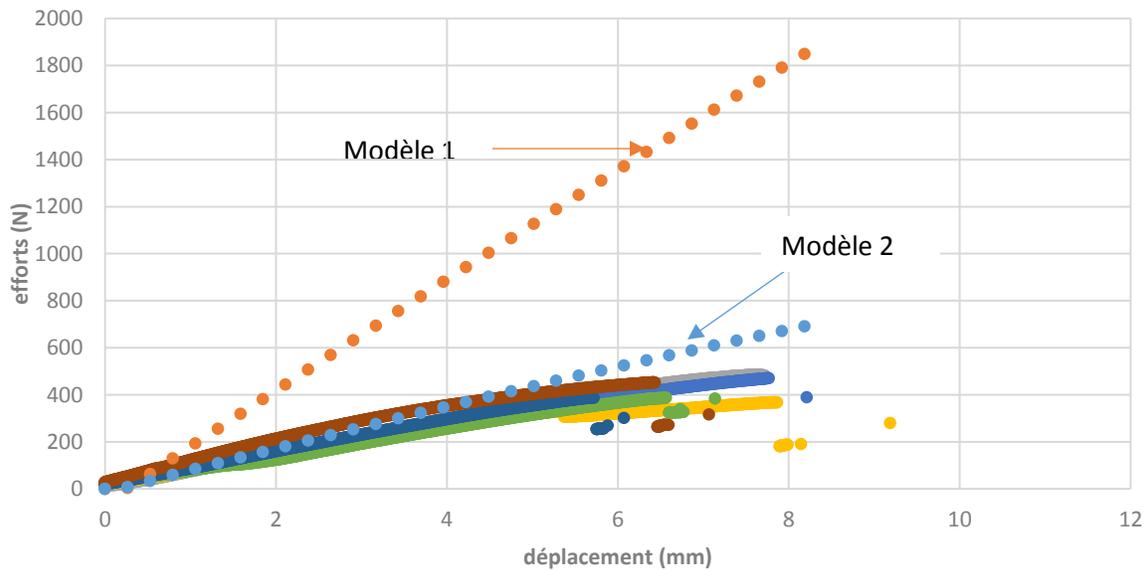


Figure 5-12 : Comparaison des courbes d'effort déplacement obtenues expérimentalement et par simulations numérique de l'essai de flexion sur poutre caissons à croisillons

Le modèle 1 présente une réponse en termes d'effort presque deux fois supérieure au modèle issu de la machine d'essais virtuels. Si l'on s'intéresse à l'effort de rupture on remarque que pour le déplacement à rupture de 7 mm les efforts du premier modèle sont de 1552N tandis que ceux du second modèle sont de 589 N. L'ancien modèle possède ainsi un effort à rupture supérieur de 266% à celui mesuré expérimentalement. La prédiction de l'effort maximale au moyen du nouveau modèle est 39% supérieure à la moyenne des efforts à rupture issus des courbes expérimentales. Par ailleurs, les résultats montrent que la courbe issue du modèle multi échelles est à l'intérieur de la zone de dispersion des courbes expérimentales jusqu'à une valeur de déplacement de 5.5 mm environs soit une valeur très proche de celle mesurée lors de la rupture de la poutre et qui s'étend de 5.7mm à 7.8mm. Cet écart pourrait être réduit avec une représentation plus complète de la microstructure à l'aide notamment de logiciel de simulation de microstructures en intégrant d'avantage la variabilité de la microstructure sur l'épaisseur de la structure (effet cœur-peau) caractérisant les composites injectée et à matrice en polymère semi-cristallins.

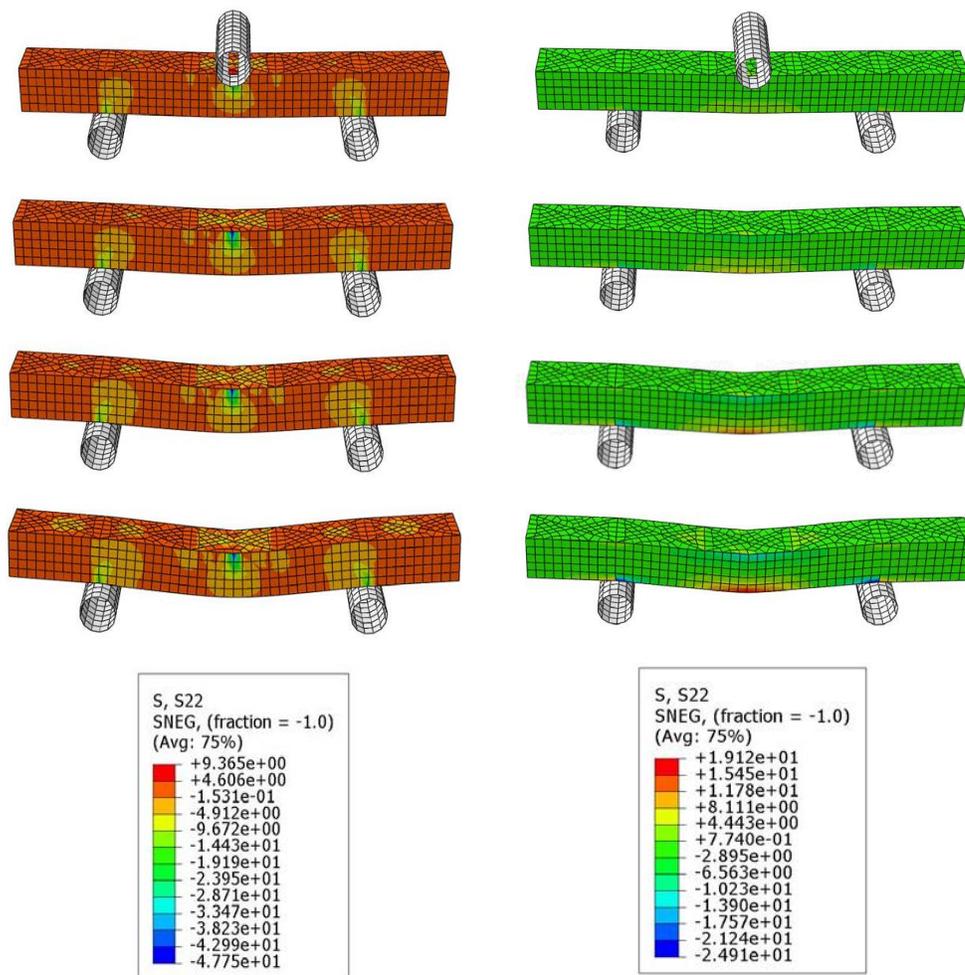


Figure 5-13 : comparaison des contraintes S22 obtenus pour les deux simulations : ancien modèle à gauche et nouveau modèle à droite

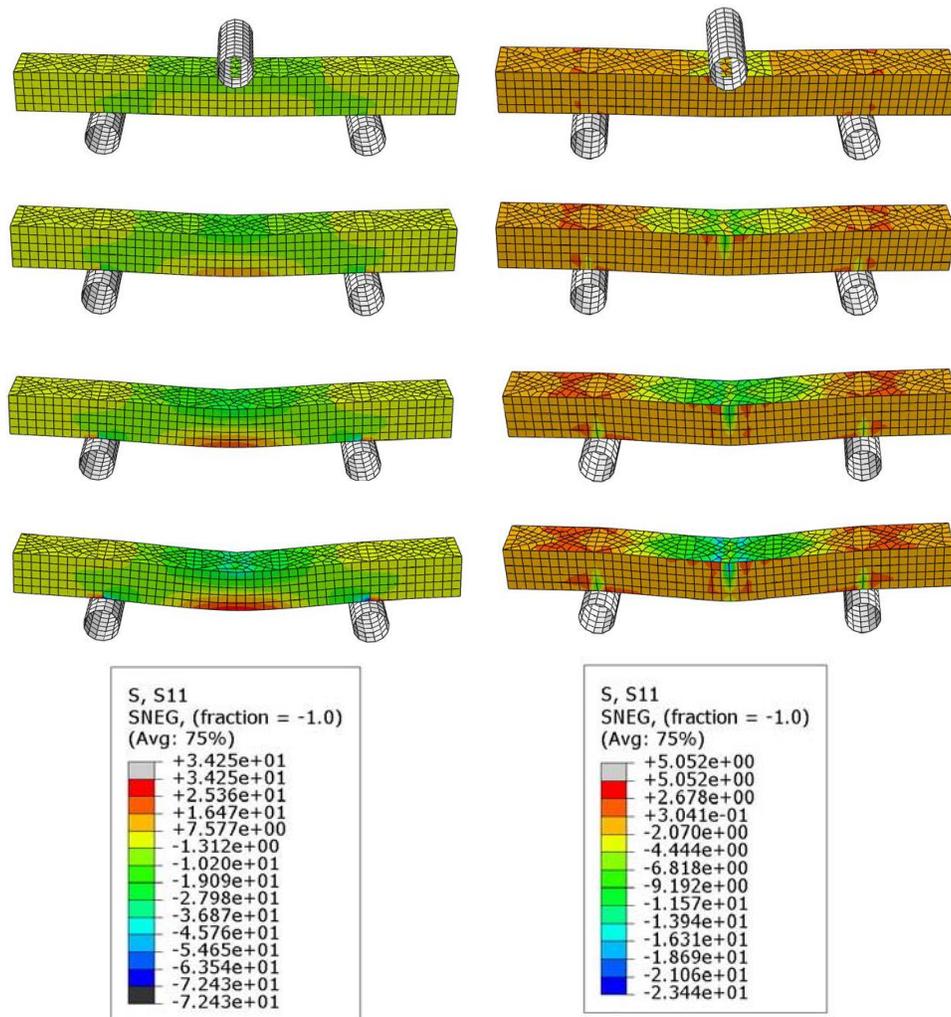


Figure 5-14 : comparaison des contraintes S11 obtenus pour les deux simulations : ancien modèle à gauche et nouveau modèle à droite

Par ailleurs, les composantes S22 et S11 de contraintes des deux modèles à différents pas de temps sont comparés respectivement en Figure 5-13 et Figure 5-14.

Les répartitions des composantes S11 et S22 des contraintes dans la structure sont complémentent différentes selon le modèle utilisé. Dans le cas du modèle 1, la contrainte S11 maximale se situe au centre de la structure avec un maximum de 34.5 MPa tandis que dans le cas de la simulation avec le modèle 2 proposé, elle n'est pas localisée dans une zone unique et n'atteint que 2.67MPa. De même, la contrainte minimale S11 (de compression) est environ trois fois plus importante en valeur absolue que celle du modèle proposé avec cette fois ci une zone de localisation, au centre de la structure sur la face supérieure et au niveau des appuis, similaire aux deux modèles.

---

Inversement, dans le cas de la composante S22 des contraintes, le modèle proposé présente une concentration des contraintes au centre la structure avec un maximum de 19 MPa qui n'est pas reproduite par le modèle 1 qui ne présente qu'une contrainte maximale de 9MPa et non localisée. Par ailleurs, la contrainte minimale S22 (de compression) est environ deux fois plus importante en valeur absolue que celle du nouveau modèle. Elle se concentre au niveau du centre de la structure et des appuis tandis que la simulation avec le nouveau modèle est localisée uniquement au niveau des appuis. Ces différences s'expliquent par la prise en compte des différentes zones orientées de la structure dans le nouveau modèle qui ne l'est pas dans le cas de l'ancien modèle. Par ailleurs, la simulation utilisant l'ancien modèle qui par son hypothèse de matériau isotrope caractérisé par les propriétés en sens longitudinal du matériau, tend à rigidifier le matériau.

Enfin, le modèle issu de la machine d'essais virtuels ainsi utilisé a été validé en quasi-statique et a permis de réduire drastiquement l'écart entre les résultats expérimentaux et ceux numériques en termes d'efforts avec un gain en termes de précision de 227%.

#### 5.4. Validation dynamique de la machine d'essais virtuels sur gouttière.

Le second essai de validation à l'échelle du composite est un essai dynamique de catapulte sur une gouttière représentative des zones de structures automobiles sans renforts tels que le centre du hayon. Cet essai a été choisi car il s'agit du cas test et de validation dynamique utilisé au sein de Renault. La géométrie choisie est une gouttière standard utilisée pour caractériser les matériaux en dynamique.

##### 5.4.1. Géométrie et microstructure

La gouttière est une structure semi-cylindrique de dimensions 57x20x7cm avec une épaisseur de 3mm. De même que précédemment, sa microstructure est analysée par microtomographie sur quatre échantillons prélevés à différents endroits de la structure. Les zones prélevées sont représentées en Figure 5-15.

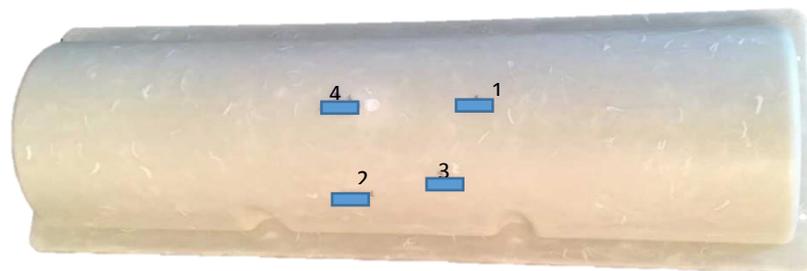


Figure 5-15 : zone de prélèvement des échantillons pour microtopographie sur gouttière

Les analyses tomographiques ont permis de déterminer les propriétés des familles de fibres présentes dans chaque échantillon. Ces dernières sont réparties en quatre familles d'orientations ( $0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$  et  $135^\circ$ ) dans le repère local de l'échantillon. La proportion de chaque famille de fibres est donnée en Tableau 5-3.

Orientation	Echantillon 1	Echantillon 2	Echantillon 3	Echantillon 4
$0^\circ$	11.7%	12.5%	11.6%	10.8%
$45^\circ$	1.3%	1.5%	1.1%	1.3%
$90^\circ$	8.4%	7.8%	7.7%	6.9%
$135^\circ$	1.5%	1.6%	0.9%	1.4%

Tableau 5-3: répartition des familles de fibres dans les échantillons prélevés sur gouttière

Ainsi, la fraction volumique moyenne des fibres dans la structure est de 22%. Les résultats de cette analyse sont très proches de ceux issus des analyses effectuées sur plaques. La machine d'essais virtuels développée est capable d'intégrer la variabilité de la microstructure sur l'épaisseur du matériau pour traduire cet effet cœur peau en générant une loi de comportement par zone. Les comportements de chaque zone pourraient être ainsi modélisés dans les codes de calculs de structures en considérant différents plis dans l'épaisseur à l'aide des outils notamment présent dans Abaqus ou Pamcrash.

#### 5.4.2. Protocole d'essai et résultats expérimentaux

Les essais dynamiques sont réalisés sur une catapulte horizontale de choc. Le principe de l'essai catapulte consiste à impacter la structure « gouttière » à l'aide d'un impacteur guidé par un chariot propulsé à 5m/s. la décélération du chariot est laissée libre après propulsion La gouttière est immobile et encastrée à ses extrémités sur un capteur de force. L'impacteur possède une géométrie cylindrique avec un embout sphérique d'une masse de 21kg. Le montage d'essai est présenté en Figure 5-16. L'énergie cinétique mise en jeu est alors de 263J.

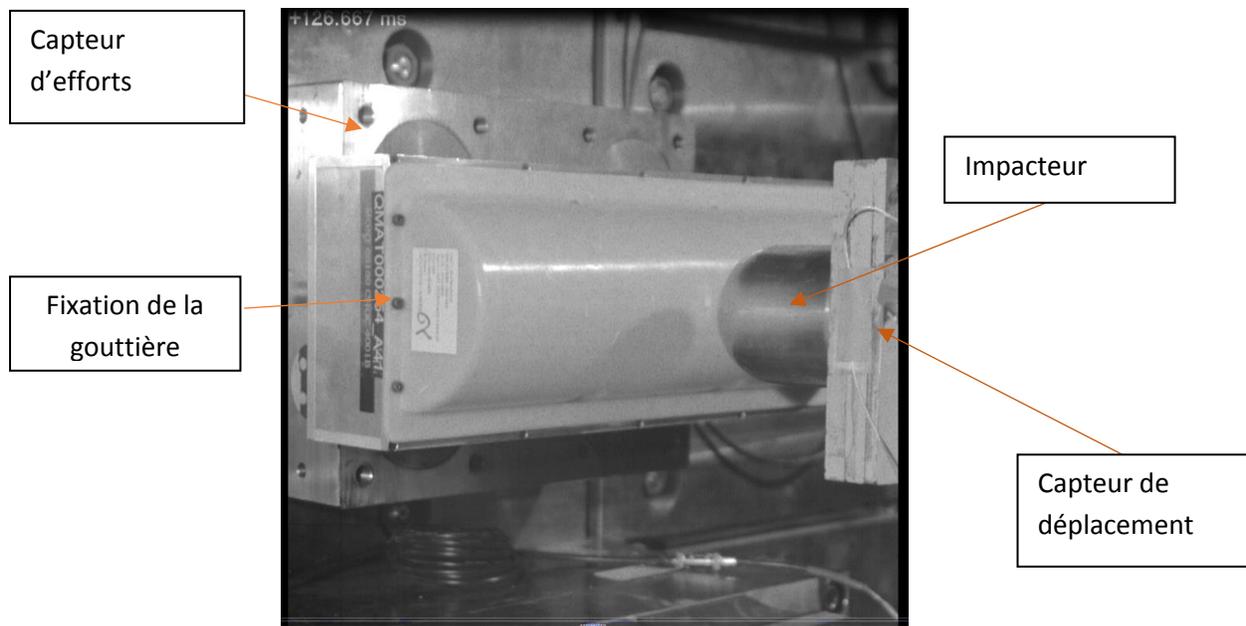


Figure 5-16 : montage d'essai catapulte

Les essais sont effectués sur cinq structures « gouttières ». Les résultats en termes de réponses effort-déplacement sont présentés en Figure 5-17.

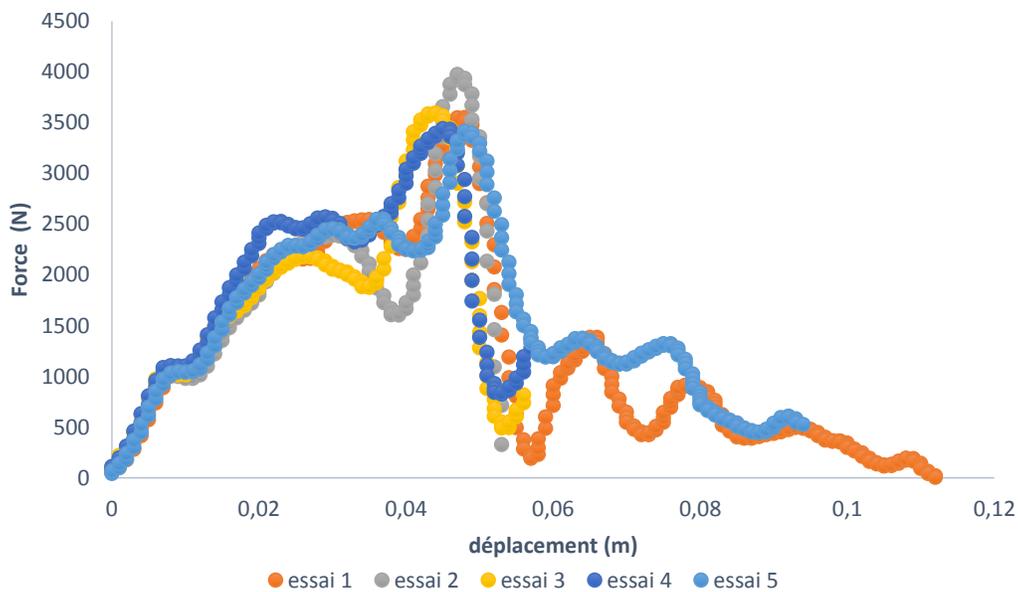


Figure 5-17 : courbes d'efforts déplacement des essais dynamiques sur gouttières

La rupture apparaît pour un déplacement moyen de  $0.046\text{m} \pm 1.96\%$ . L'effort à rupture moyen mesuré est de 3596 N avec un écart type de 6%. Ainsi, les six essais présentent une bonne répétabilité. Les résultats en termes d'énergies sont également mesurés et exposés en Figure 5-18.

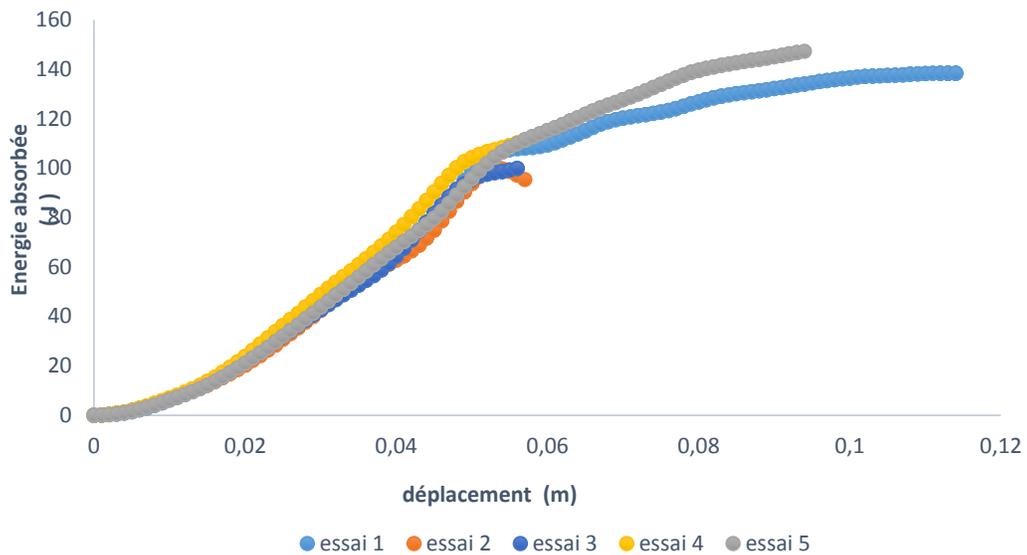


Figure 5-18 : énergie absorbée mesurée sur les essais d'impacts sur gouttière

L'énergie moyenne absorbée au cours des cinq essais d'impact est de 86 J avec un écart type de 7%. Ces résultats en termes d'efforts et d'énergies absorbées seront comparés aux simulations dans le paragraphe suivant. Les dommages subis par la gouttière se concentrent uniquement dans la zone centrale de la structure comme présenté en Figure 5-19.



Figure 5-19 : gouttière impactée à une vitesse de sollicitation de 5m/s

#### 5.4.3. Simulation numérique

La simulation des essais catapulte sur gouttière est effectuée à l'aide du code de calculs Abaqus explicite. De même que pour la simulation de structure en quasi statique, deux lois de comportements sont comparées. Le premier est la loi tabulée actuellement disponible au sein de RENAULT pour les calculs d'impacts et la seconde est celle identifiée au moyen de la machine

d'essais virtuels fondée sur la modélisation micromécanique. En raison de la symétrie de la structure, la simulation est effectuée sur une demi-structure présentée en Figure 5-20 et discrétisée par 1780 éléments coques (shell) quadratiques de type S4R.

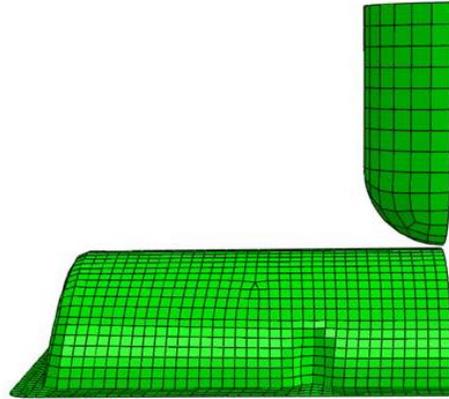


Figure 5-20 : modèle numérique d'impact sur gouttière

La durée de l'impact en simulation est fixée à 0.018s. Le contact entre l'impacteur et la structure est pris en compte à l'aide des éléments de contact et de la fonction « surface to surface contact » avec des propriétés de type « hard contact ». La vitesse de l'impacteur est fixée à 5m/s. L'impacteur est discrétisé par des éléments coques et possède un comportement de solide non déformable infiniment rigide. Les conditions aux limites sont présentées en Figure 5-21 : la gouttière est encastree à son extrémité et des conditions de symétrie sont imposées au centre de la structure.

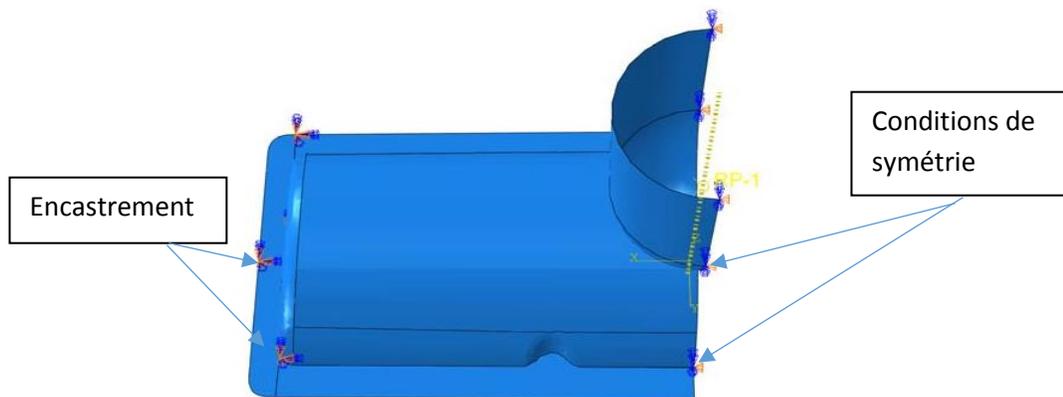


Figure 5-21 : conditions aux limites des simulations d'impacts sur gouttière

La simulation ayant été effectuée sur la demi structure, les résultats en termes d'énergie de déformation sont multipliés par deux afin d'être comparés aux essais sur structure entière. Ils sont présentés en Figure 5-22.

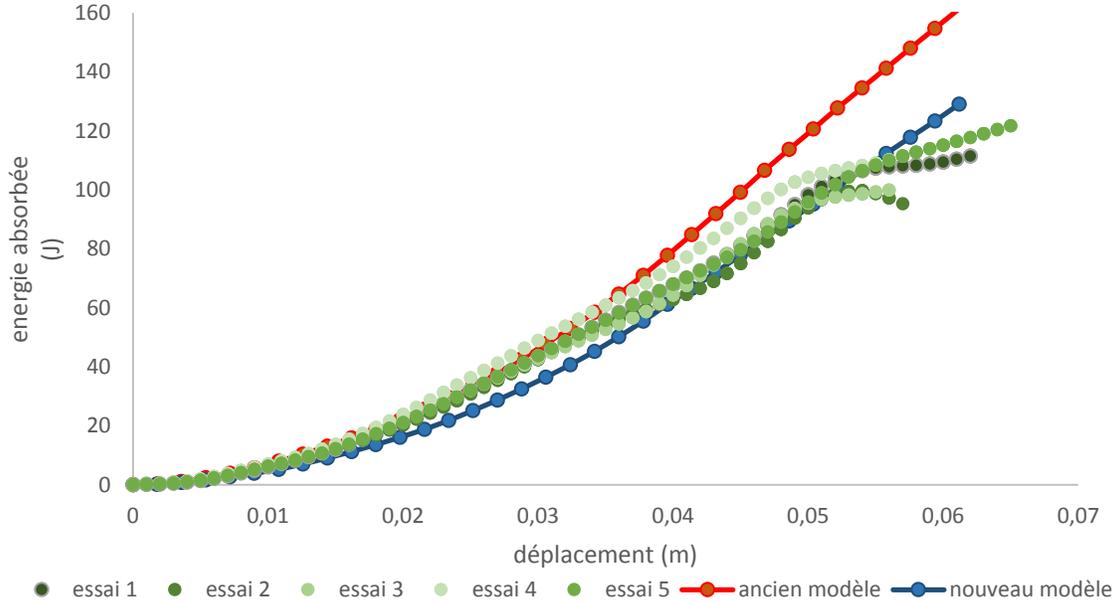


Figure 5-22: comparaison des énergies absorbées lors des essais et simulations d'impact sur gouttière

Les énergies sont calculées par intégration des courbes de contrainte-déformation. Les courbes issues des deux simulations correspondent jusqu'à un déplacement de 0.04m puis celle obtenue avec le modèle 1 diverge par rapport aux courbes expérimentales tandis que celle du nouveau modèle proposé reste fidèle aux courbes de réponses obtenues expérimentalement. Ainsi, pour un déplacement à rupture de 0.046 m l'énergie absorbée estimée par la simulation fondée sur l'ancien modèle, est de 107J, soit 24% de plus que l'énergie moyenne absorbée au cours des essais. Le nouveau modèle présente une énergie à rupture de 84 Joule qui correspond à 3% de moins que l'énergie moyenne expérimentale mais qui reste tout de même à l'intérieur de la zone de dispersion des résultats expérimentaux.

Les résultats en termes d'efforts sont donnés en Figure 5-23. Ils sont également multipliés par deux afin d'être comparés à ceux des essais expérimentaux.

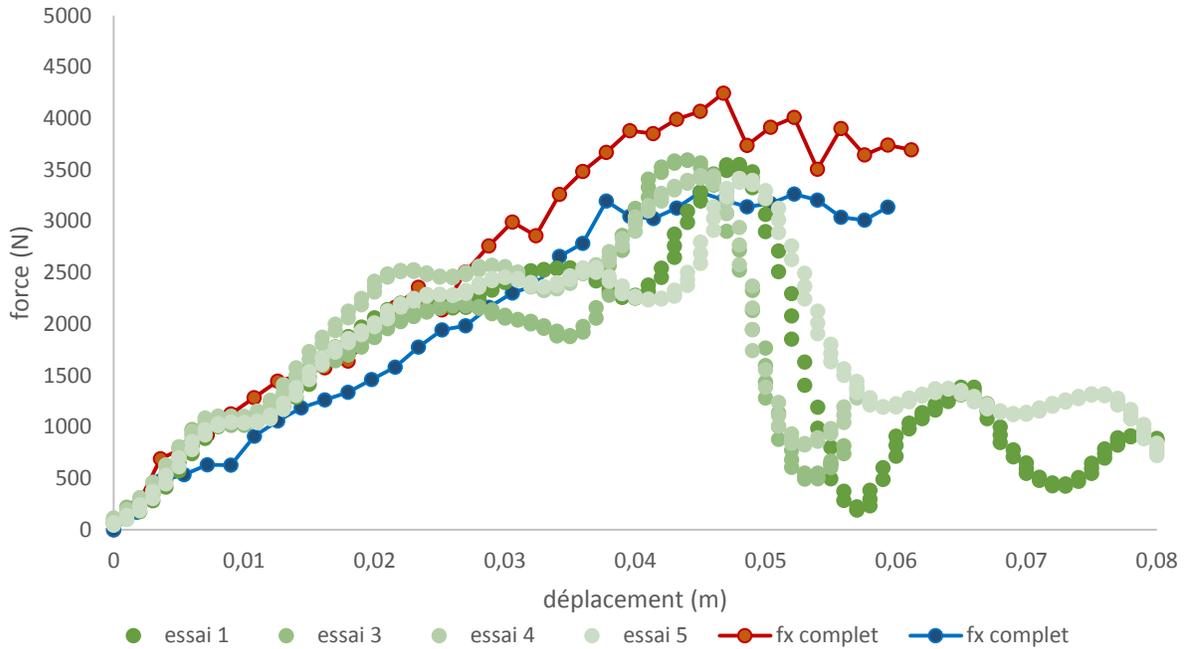


Figure 5-23 : efforts mesurés lors des simulations d'impacts sur gouttière

A la rupture, les efforts maximaux mesurés sur les courbes simulées à l'aide du modèle 1 ont une valeur moyenne de 4244N tandis que ceux issus du nouveau modèle proposé présentent une moyenne de 3207N. Une fois encore les résultats de simulations du nouveau modèle sont plus représentatifs du comportement réel de la structure avec un écart en termes d'efforts par rapport aux essais de 11% contre 18% pour le modèle 1.

Les résultats des deux simulations en termes de composantes S11 des contraintes au sein de la structure sont présentés en Figure 5-24.

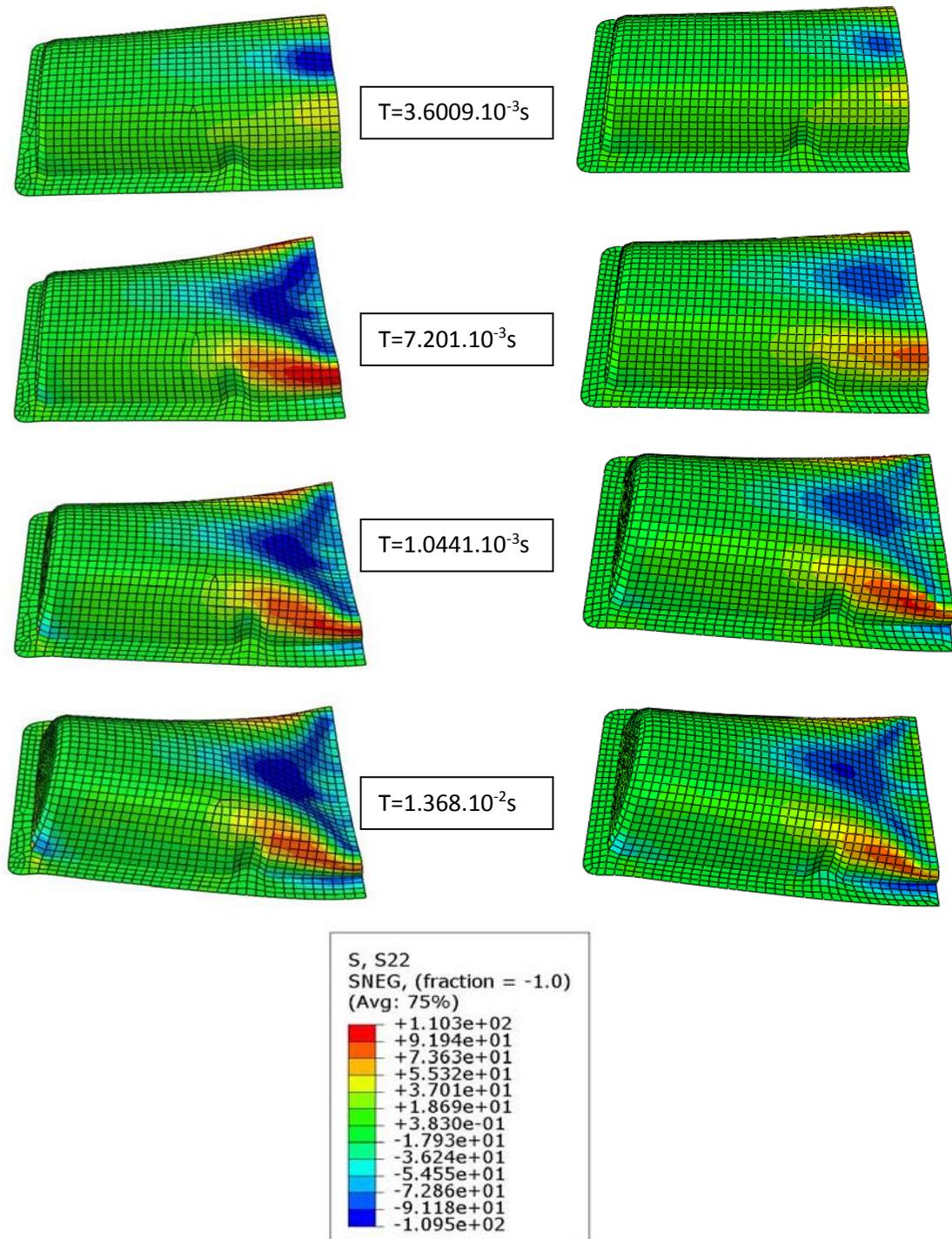


Figure 5-24 : évolutions de la composante S22 des contraintes en fonction du déplacement dans les deux cas de simulation : à gauche l'ancien modèle, à droite le nouveau modèle

---

Cette comparaison montre que dans les deux cas, la zone contrainte se concentre au niveau du centre de la structure et des appuis. Toutefois, le champ de contraintes diffère et les valeurs sont plus importantes dans le cas du modèle 1. Ceci s'explique une fois encore par la prise en compte intrinsèque de la microstructure anisotrope et par la visco-dépendance du comportement du matériau. Toutefois, la différence est moins marquée ici que dans le cas de la poutre à croisillon. Ceci s'explique par le fait que l'effet de structure qui est pris en compte dans le nouveau modèle proposé et qui influe fortement sur la réponse globale des essais est beaucoup plus présent dans une structure telle que la poutre à croisillons que dans la gouttière.

## 5.5. Conclusion

Ce chapitre a permis de démontrer la validité de la méthode développée au cours de ces travaux de thèse par des comparaisons entre des simulations numériques et des essais sur des structures soumises à des chargements quasi-statiques ou dynamiques.

A l'échelle de la matrice polymère, la capacité du modèle viscoplastique DSGZ, à prédire la réponse globale d'une structure impactée a été montrée au moyen d'une simulation implicite.

Pour le composite PPGF40, deux validations de cas tests ont été réalisées sur deux structures différentes. Ces deux structures ont été choisies afin de faire ressortir au mieux l'utilisation industrielle du modèle et de démontrer les capacités prédictives de la stratégie de modélisation proposée. La première structure a été sollicitée en chargement statique, la deuxième a été soumise à un chargement dynamique. Dans les deux cas, le modèle développé est comparé d'une part aux essais mécaniques et d'autre part au modèle actuellement disponible au sein de RENAULT pour modéliser ce type de matériaux. De même, dans chacune d'entre elle, des échantillons ont été prélevés et analysés par microtomographie afin de caractériser et d'extraire les orientations des fibres qui les composent ainsi que les fractions volumiques associées. Les résultats de la validation en chargement quasi statique ont montré que le modèle développé améliore significativement l'écart obtenu entre les simulations et les résultats expérimentaux en passant d'un écart de 266% à 38% en termes d'effort maximum à rupture. De même que pour la validation en chargement dynamique, les résultats obtenus avec la nouvelle modélisation sont plus représentatifs du comportement « réel » de la structure que les simulations utilisant le modèle actuel. L'écart entre les énergies absorbées simulées et celles estimées sur la base des efforts et déplacements expérimentaux passe de 24% à 3%. Il en ressort également que les effets de structures sont mieux pris en compte dans le modèle développé dans ce travail de thèse.

La machine d'essais virtuels développée a ainsi démontré sa capacité à prédire le comportement de matériaux composites et de simuler la réponse d'une structure en composite PPGF. Cette stratégie de simulation numérique peut être utilisée aisément comme dans ce chapitre pour simuler la réponse globale d'une pièce soumise à un chargement d'impact, mais également de manière

---

inverse en partant d'un niveau d'énergie ou d'efforts afin de déterminer la microstructure idéale et son emplacement dans la pièce afin d'atteindre le niveau d'énergie ou d'effort visés.



---

## Conclusion générale

Le présent travail de thèse a été mené principalement au LEM3 en collaboration avec le PIMM et en partenariat avec le Technocentre RENAULT. Il vise à proposer des outils de calcul de structures dynamiques pour les matériaux composites à renforts fibreux et à améliorer les stratégies de simulations numériques associées. En ce sens, le travail a été mené selon deux axes principaux. Le premier consiste en une investigation expérimentale réalisée sur du polypropylène chargé en fibres de verres à différentes échelles. L'objectif de la première partie portait sur l'analyse et la compréhension de l'influence des paramètres microstructuraux sur le comportement non linéaire dynamique du composite. Elle a permis de mettre en évidence les mécanismes d'endommagement prépondérants et leur relation avec la microstructure du matériau ainsi que leur impact sur le comportement global du composite. En effet, la microstructure aléatoire induite par les procédés de fabrication confère au matériau un comportement anisotrope qui lui est fortement dépendant.

Cette première partie à dominante expérimentale a contribué à alimenter et à développer un second axe dédié à la mise en place d'un outil de simulation numérique sous forme de machine d'essais virtuels basée sur une modélisation multi échelles du comportement non linéaire du composite. En effet, ce type de modélisation possède l'avantage de prendre en compte, dans la réponse mécanique du matériau, la rhéologie des constituants, les aspects microstructuraux et les mécanismes d'endommagement. A travers la modélisation multi-échelles, la machine d'essais virtuels permet de générer des courbes de réponse nécessaires à l'identification des lois de comportements macroscopiques phénoménologiques utilisées dans les codes de calculs de structures. Ainsi, l'influence de la microstructure est prise en compte implicitement dans le calcul sans les inconvénients de ressources et de temps de calcul qu'aurait engendrés l'utilisation d'une modélisation multi échelles directement dans les codes de calculs.

Ce travail de thèse a débuté par une présentation des matériaux constitutifs du composite ainsi que du moyen de fabrication utilisé. En effet, le procédé de fabrication utilisé dans le cadre de ce projet, en l'occurrence le moulage par injection, possède la particularité de produire une structure présentant une microstructure à effet « cœur-peau » où les fibres sont majoritairement alignées dans la direction d'injection sauf dans la zone de cœur où celles-ci lui sont orthogonales. Ainsi une analyse attentive de la microstructure du composite a été menée à travers une investigation par microtomographie afin de quantifier la répartition des fibres, leur longueur et l'influence de leur taux sur la microstructure du composite. Les propriétés visqueuses de la matrice ont également été mises en évidence par analyses DMTA.

Une fois la microstructure caractérisée, une campagne expérimentale a été menée dans le second chapitre afin de déterminer l'influence de la vitesse de déformation, de l'orientation et du taux de fibres sur le comportement dynamique global du matériau. Cette analyse dynamique a été réalisée à travers des essais de traction pour des vitesses allant du quasi statique à  $200\text{s}^{-1}$ . A ces vitesses, il

---

est nécessaire de mettre en place une méthodologie expérimentale fondée sur l'utilisation conjointe d'un joint d'amortissement et d'une optimisation des éprouvettes. Elle permet d'une part de s'affranchir des effets de structures qui se traduisent par la propagation d'ondes de choc et de se focaliser sur le comportement du matériau et d'autre part, d'atteindre des vitesses de déformation élevées stables avec un temps de montée relativement réduit. La déformation a été mesurée par une technique sans contact à l'aide d'une caméra rapide. L'application de la méthodologie expérimentale proposée dans cette étude a permis d'estimer, en fonction de la vitesse de déformation, de l'orientation et du taux de fibre, l'évolution du comportement mécanique en termes de module d'élasticité, de seuil d'endommagement et de caractéristiques ultimes.

Le second aspect de la caractérisation expérimentale visait à mettre en évidence les mécanismes d'endommagement qui interviennent au sein du composite et dont le rôle est important dans son comportement mécanique. Ainsi une étude in-situ au MEB du PPGF40 en chargement monotone a été réalisée afin d'appréhender l'endommagement réel du PPGF40. Il a été conclu que le mécanisme d'endommagement prédominant est la décohésion des interfaces fibre-matrice suivie de la microfissuration de la matrice. Le phénomène de rupture de fibres n'a pas été mis en évidence dans ces observations. Une chronologie d'endommagement a ainsi pu être établie. Celui-ci s'initie en pointe de fibres ou plus généralement dans les zones de fortes concentrations de contraintes locales telles que les zones où les fibres sont proches les unes des autres. Ces décohésions se propagent ensuite le long des interfaces fibre-matrice. A un niveau de contrainte en flexion élevé, des microfissures matricielles apparaissent et se propagent, menant à la ruine du matériau. Ce chapitre clôt la partie expérimentale dont les résultats et observations ont permis de définir les orientations données pour la partie numérique.

La suite du travail a été axée principalement sur la formulation et la détermination des lois d'évolutions à intégrer au modèle de la machine d'essais virtuels. Ainsi, une étude bibliographique a mis en exergue l'intérêt de l'approche micromécanique selon un schéma de Mori Tanaka incrémental. Ce schéma permet, à l'échelle d'un volume élémentaire représentatif, de remplacer le milieu hétérogène caractéristique du matériau composite par un milieu homogène équivalent en restant fidèle aux champs locaux pour chaque phase du composite. Dans le cas du PPGF40, il est constitué de  $(1+2N)$  phases.  $N$  étant le nombre de familles d'orientations nécessaires à la description de la microstructure. Chaque famille d'orientation comprend deux phases : la fibre et son enrobage respectif qui correspond à l'interface fibre-matrice. La phase non orientée correspond à celle de la matrice polypropylène.

Cette dernière a été traduite par un comportement élastoviscoplastique en adéquation avec les caractérisations expérimentales menées dans les chapitres précédents. Elle est décrite par un modèle nommé DSGZ. Ce modèle unidirectionnel a été choisi du fait de sa capacité à reproduire les différentes étapes de comportement de polymères semi-cristallins, et leur sensibilité à la température et à la vitesse de sollicitation. Il a été étendu au cas tridimensionnel et implémenté sous forme implicite à l'aide d'un algorithme par retour radial. Ce dernier permet d'accéder au

---

module tangent consistant indispensable à son incorporation dans un schéma micromécanique tel que le modèle de Mori Tanaka incrémental.

Les fibres et leurs enrobages sont respectivement décrits par des comportements élastiques et élastiques endommageables. En effet, le comportement de l'enrobage est impacté de manière linéaire par l'endommagement de l'interface. Les observations du chapitre 2 ont montré que l'interface joue un rôle majeur dans l'évolution de l'endommagement. C'est pourquoi la modélisation de l'endommagement s'est focalisée sur ce mode d'endommagement dans ces travaux. Ainsi deux phénomènes sont modélisés. Le premier est l'étendue de la décohésion de cette interface à travers une loi probabiliste de type Weibull basée sur un critère de rupture qui est évalué sur l'ensemble des points du contour de l'inclusion afin de déterminer la position de la décohésion initiale en fonction du champ de contraintes au sein de la fibre. Le second phénomène est le transfert de charge entre la matrice et les fibres. L'endommagement déterminé est réutilisé afin de calculer le taux de transfert de charge à travers une approche développée au sein de l'équipe SMART/LEM3 et basée sur l'approche du Shear Lag Model de Cox. L'idée étant de dégrader le taux de transfert de charge à travers la réduction de la surface de contact effective entre la fibre et la matrice au cours du déchaussement. Ce chapitre se termine avec la connexion des lois d'évolution des différentes phases et de l'endommagement avec le modèle micromécanique de Mori Tanaka.

Le quatrième chapitre décrit l'implémentation du modèle micromécanique de la machine d'essais virtuels. Celle-ci est effectuée dans la librairie SMART+ développée au sein de l'équipe SMART du LEM3. Cette librairie contient deux modules. Le premier est le solveur qui permet d'utiliser SMART+ comme un outil de prédiction du comportement à l'échelle d'un VER. Le second est un module d'identification qui permet de déterminer les paramètres de lois constitutives implémentées dans la librairie par une méthode inverse basée sur une combinaison d'un algorithme génétique à celui de la méthode déterministe de type gradient (Levenberg-Marquardt). Ce module a été utilisé pour déterminer les paramètres de la loi d'évolution de l'endommagement sur des courbes expérimentales issues des essais de traction présentés en chapitre 2. Les paramètres de la matrice sont également identifiés mais à travers une routine Matlab développée avant la mise au point du module d'identification de SMART+ et sur laquelle une identification complexe telle que celle du modèle d'endommagement n'aurait pas été possible.

Par la suite, le modèle élastoviscoplastique de la matrice a été validé par comparaison à des essais de traction effectués à différentes vitesses de déformations et températures. Les résultats ont montré que le comportement du polymère est parfaitement décrit par le modèle hormis le saut de contraintes constaté lors du passage de la zone élastique à la zone plastique dans le cas de chargement à grandes vitesses. Toutefois, l'écart en termes de contraintes étant très localisé et inférieur à 10%, il ne modifie en rien les conclusions sur la validité du modèle. Ce dernier a montré

---

sa capacité à reproduire fidèlement l'influence de la température et de la vitesse sur le comportement du polypropylène.

Le modèle multi échelles est également validé sur différentes courbes de tractions à différentes vitesses de déformation, différentes orientations et différents taux de fibres. Cette validation expérimentale a fait ressortir de bonnes corrélations avec des écarts relativement faibles compris dans l'intervalle de dispersion des essais dynamiques.

Enfin, une vérification de l'indépendance du modèle au pas de temps a été menée ainsi qu'une analyse de sensibilité du modèle multi-échelles à l'orientation, au taux de fibres et à leurs géométries. Elle a mis en évidence l'importance de la microstructure dans le comportement global du matériau. Le chapitre clôt ainsi le développement de la machine d'essais virtuels.

Dans le chapitre suivant, trois validations ont été réalisées à l'échelle de mini-structures. La première est une validation de faisabilité à l'échelle de la matrice qui a permis de montrer la capacité du modèle DSGZ implémenté de manière implicite à réaliser des simulations d'impact. Les suivantes ont été effectuées sur le composite PPGF40, avec dans chaque cas des mesures tomographiques ponctuelles afin de caractériser la microstructure du matériau et l'intégrer dans la modélisation. La seconde validation a été effectuée sous chargement quasi statique sur une structure de poutre à croisillons. Cette structure a la particularité de posséder des renforts qu'on retrouve dans certaines pièces automobiles telles que le hayon et permet donc d'introduire un effet de structure dans l'essai réalisé. La machine d'essais virtuels précédemment développée vient alimenter une loi macroscopique anisotrope élastoviscoplastique utilisée dans le logiciel de calcul de structures par éléments finis Abaqus. Les résultats ont été comparés avec d'une part les résultats obtenus avec la méthode de calculs actuellement disponible au sein de RENAULT et d'autre part avec les résultats expérimentaux. Il en ressort que la méthode développée dans le cadre de la thèse, permet de réduire considérablement l'écart entre la simulation et l'expérimental et met en évidence l'intérêt de l'utilisation d'une telle approche. Toutefois, même si l'écart s'est fortement diminué, il pourrait l'être encore plus par une investigation plus fine de la microstructure et notamment dans les zones loin du point d'injection ainsi que dans les zones d'angles des renforts qui n'ont pas été observées. L'utilisation de logiciels de simulation de l'injection et des microstructures associées tels que Moldflow sont de bon concurrents pour une estimation à l'échelle industrielle de la microstructure.

La troisième et dernière validation a été effectuée par simulation d'un essai de crash par catapulte sur une structure dite « gouttière » utilisée pour la validation des lois matériaux au sein de RENAULT. Les résultats en termes d'énergies et d'efforts concordent de manière remarquable avec les résultats expérimentaux. Cette amélioration de la description du comportement de la simulation par rapport aux essais sur les poutres à croisillons pourra être expliquée par deux points: le premier est qu'au vu de la forme de la gouttière, l'effet de structure est moins important que dans la poutre à croisillons et le résultat serait plus aisé à corréliser avec l'expérimental. Le second est que l'hypothèse de microstructure choisie en considérant les mêmes familles de fibres dans

---

tout le matériau est relativement simpliste et l'utilisation de logiciels de simulations du procédé d'injection ou de mesures locales par micro-tomographie de la zone d'injection permettrait de palier à cet écart.

En conclusion, la campagne expérimentale menée sur le polypropylène chargé en fibres de verre a permis de mettre en évidence et de quantifier l'influence de la vitesse de déformation, du taux de fibres et de l'orientation sur le comportement du composite ainsi que les phénomènes d'endommagement qui interviennent. Ces résultats ont permis de développer, identifier et valider un outil prédictif qui ne prend en compte que le minimum nécessaire à une bonne intégration de la microstructure mais fiable et pertinent dans sa capacité à décrire le comportement des composites sous chargement dynamique modéré.

## Perspectives

Le travail effectué au cours de cette thèse est une contribution qui a permis de progresser dans les thématiques de recherche de l'équipe aussi bien au niveau expérimental qu'au niveau de l'outil numérique développé. Néanmoins, plusieurs voies d'amélioration et axes de développement futures peuvent être proposés.

Le premier concerne l'approfondissement des connaissances des mécanismes d'endommagement et l'identification des paramètres du critère de la loi d'évolution de l'endommagement traduite par la loi de Weibull de manière plus physique. En effet, dans le cadre de ces travaux, les paramètres du critère de la loi d'évolution de l'endommagement sont déterminés par méthode inverse. Cela consacre l'avantage d'une identification rapide, facilement utilisable en industrie et dont le résultat final reproduit correctement le comportement mais sans forcément correspondre à une quantité physique réelle. En effet, il n'y a pas d'unicité de solution dans les jeux de paramètres de cette loi. Elle pourrait donc soit être optimisée afin d'avoir un jeu de paramètre « unique » et physiquement cohérent, soit être identifiée par des essais interrompus à différentes vitesses qui permettent de caractériser et quantifier les deux paramètres du critère d'endommagement de manière précise.

Le second porte sur l'approfondissement de la connaissance du comportement du matériau en compression notamment l'éventuelle existence d'une dissymétrie entre le comportement en traction et compression et l'influence de la vitesse de déformation sur celle-ci. Le choix du modèle DSGZ pour modéliser le comportement de la matrice est en ce sens un bon choix car il peut être étendu aux matériaux présentant une telle dissymétrie par une modification du critère de viscoplasticité en adoptant un critère en  $J_2$  et  $J_3$  tel que le critère de Drucker-Prager.

Le troisième axe porte sur le couplage de l'utilisation de la machine d'essais virtuels avec des logiciels de simulation du procédé d'injection de structures dont la fiabilité reste à approfondir. Ce couplage permettrait de s'affranchir des mesures par microtomographie. Cette investigation sur

---

pièce reste couteuse en termes de ressources et de temps de reconstruction et de traitement des données pour s'intégrer pleinement dans une démarche industrielle.

Enfin, le dernier axe de développement consiste à utiliser la machine d'essais virtuels pour une approche dite « material by design ». En effet, dans les présents travaux, le point de départ était la microstructure du matériau et le but était de prédire le comportement du composite. La machine d'essais virtuels était alors utilisée comme outil prédictif du comportement. Une autre approche consiste à utiliser cet outil dans une méthode de retro ingénierie de « material by design » qui consisterai à déterminer les paramètres microstructuraux optimaux à partir des critères objectifs en termes d'absorption d'énergie, de contraintes limites ou de tolérance à l'endommagement.



---

## Liste des figures

FIGURE 0-1 : MESURES DE MODULES DE YOUNG DANS UN HAYON POLYPROPYLENE CHARGE EN FIBRES DE VERRES : VARIABILITE SPATIALE DES PROPRIETES MECANIQUES INDUITE PAR LES EFFETS DE MICROSTRUCTURE GENEREE LORS DU PROCEDE D'INJECTION DE LA PIECE. ....	2
FIGURE 0-2: METHODOLOGIE DE MISE EN PLACE D'OUTILS DE CONCEPTION DE MATERIAUX COMPOSITES INCLUANT LA VARIABILITE DE MICROSTRUCTURE.....	3
FIGURE 1-1 : OBSERVATION MICROSCOPIQUE DES TAILLES DE FIBRES .....	10
FIGURE 1-2: MOTIF ELEMENTAIRE DE MOLECULE DE POLYPROPYLENE .....	12
FIGURE 1-3 : MORPHOLOGIE SPHEROLITIQUE [4] .....	13
FIGURE 1-4 : EPROUVETTES DE DMTA .....	14
FIGURE 1-5 : RESULTATS D'ANALYSES DMTA DU POLYPROPYLENE A 10Hz.....	15
FIGURE 1-6 : LES DIFFERENTES ECHELLES DANS LES POLYMERES SEMI CRISTALLINS [5] .....	16
FIGURE 1-7 : SCHEMA DU COMPORTEMENT MACROSCOPIQUE DES POLYMERES.....	17
FIGURE 1-8: PROCEDE DE FABRICATION PAR INJECTION. (1) REMPLISSAGE ; (2) COMPACTAGE ; (3) REFROIDISSEMENT ; (4) REFROIDISSEMENT-DOSAGE ; (5) EJECTION.....	19
FIGURE 1-9 : STRUCTURE CŒUR- PEAU DANS LES COMPOSITES INJECTES [23].....	21
FIGURE 1-10 : PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT DE LA MICROTOMOGRAPHIE A RAYONS X.....	23
FIGURE 1-11 : PRELEVEMENT DES ECHANTILLONS DE MICROTOMOGRAPHIE.....	24
FIGURE 1-12 : VISUALISATION DE LA MICROSTRUCTURE EN CŒUR PEAU DU PPGF30 AVEC UNE ORIENTATION DES FIBRES DANS LE SENS DE L'ÉCOULEMENT DANS LES ZONES DE PEAU ET UNE ORIENTATION ORTHOGONALE AU SENS D'INJECTION DANS LA ZONE DE CŒUR (LE SENS DE L'ÉCOULEMENT EST REPRESENTE PAR LES FLECHES) .....	24
FIGURE 1-13 : VISUALISATION DE LA MICROSTRUCTURE EN CŒUR PEAU DU PPGF40 AVEC UNE ORIENTATION DES FIBRES DANS LE SENS DE L'ÉCOULEMENT DANS LES ZONES DE PEAU ET UNE ORIENTATION ORTHOGONALE AU SENS D'INJECTION DANS LA ZONE DE CŒUR (LE SENS DE L'ÉCOULEMENT EST REPRESENTE PAR LES FLECHES) .....	25
FIGURE 1-14 : ANALYSE TOMOGRAPHIQUE : ORIENTATION DES FIBRES DANS LE PGF40, RESULTATS X-FIBER PERMETTANT D'ISOLER LES FIBRES ET D'EXTRAIRE LES DIFFERENTES ORIENTATIONS .....	26
FIGURE 1-15 : VISUALISATION DE LA MICROSTRUCTURE EN CŒUR PEAU DU PPGF60 AVEC UNE ORIENTATION DES FIBRES DANS LE SENS DE L'ÉCOULEMENT DANS LES ZONES DE PEAU ET UNE ORIENTATION ORTHOGONALE AU SENS D'INJECTION DANS LA ZONE DE CŒUR (LE SENS DE L'ÉCOULEMENT EST REPRESENTE PAR LES FLECHES ORANGE). VISUALISATION D'AMAS DE FIBRES. 26	
FIGURE 2-1 : CALCUL DES CHAMPS DE DEFORMATION PAR CORRELATION D'IMAGES .....	35
FIGURE 2-2 : SCHEMA DU DISPOSITIF D'ESSAI .....	36
FIGURE 2-3 : MESURE DE LA DEFORMATION PAR SUIVI DE MARQUEURS.....	36
FIGURE 2-4 : PROCESSUS D'OPTIMISATION PAR SIMULATION NUMERIQUE DES GEOMETRIES D'EPROUVETTES.....	37
FIGURE 2-5 : DISTRIBUTION DE LA CONTRAINTE LONGITUDINALE S11 CALCULEE POUR L'ECHANTILLON OPTIMISE ET SOLLICITE A 4M/S.....	39

FIGURE 2-6 : DISTRIBUTION DES CONTRAINTES MECANIQUES LORS DES TROIS PREMIERS PAS DE CHARGEMENT (CHAQUE COURBE REPRESENTANT UN PAS DE CHARGEMENT) ET PROPAGATION DE L'ONDE MECANIQUES.....	39
FIGURE 2-7 : COMPARAISON DE L'EVOLUTION DE LA DEFORMATION AU SEIN DE L'EPROUVETTE ENTRE LA SIMULATION ET LES ESSAIS POUR UNE VITESSE DE SOLLECITATION DE 4M/S.....	40
FIGURE 2-8 : DECOUPE DES EPROUVETTES DE TRACTION .....	41
FIGURE 2-9: MESURE DE LA VITESSE DE DEFORMATION PAR CALCUL DE LA PENSE DANS LA ZONE STABLE DE LA COURBE.....	42
FIGURE 2-10 : COURBES DE CONTRAINTES DEFORMATIONS SUR LE POLYPROPYLENE SEUL A DIFFERENTES VITESSES DE DEFORMATIONS .....	42
FIGURE 2-11 : COURBES DE TRACTION A DIFFERENTES TEMPERATURES DU POLYPROPYLENE .....	44
FIGURE 2-12 : COURBES DE TRACTION SUR LE PPGF40 A DIFFERENTES VITESSES DE DEFORMATIONS .....	45
FIGURE 2-13:EVOLUTION DES MODULES D'YOUNG DANS LES TROIS ORIENTATIONS (0°, 45° ET 90°) EN FONCTION DE LA VITESSE DE DEFORMATION .....	46
FIGURE 2-14 : EVOLUTION DES CONTRAINTES A RUPTURE DANS LES TROIS ORIENTATIONS (0°, 45° ET 90°) EN FONCTION DE LA VITESSE DE DEFORMATION .....	47
FIGURE 2-15 : EVOLUTION DES CONTRAINTES SEUIL DANS LES TROIS ORIENTATIONS (0°, 45° ET 90°) EN FONCTION DE LA VITESSE DE DEFORMATION .....	47
FIGURE 2-16 : EVOLUTION DES MODULES D'YOUNG EN FONCTION DE LA VITESSE DE DEFORMATION A DIFFERENTS TAUX DE FIBRES EN SENS LONGITUDINAL.....	48
FIGURE 2-17 : EVOLUTION DU MODULE D'YOUNG EN FONCTION DE LA VITESSE DE DEFORMATION A DIFFERENTS TAUX DE FIBRES EN SENS TRANSVERSE .....	49
FIGURE 2-18 : EVOLUTION DES CONTRAINTES SEUILS EN FONCTION DE LA VITESSE DE DEFORMATION A DIFFERENTS TAUX DE FIBRES EN SENS TRANSVERSE (FIGURE DU BAS) ET SENS LONGITUDINAL (FIGURE DU HAUT).....	50
FIGURE 2-19 : EVOLUTION DES CONTRAINTES ULTIMES EN FONCTION DE LA VITESSE DE DEFORMATION A DIFFERENTS TAUX DE FIBRES EN SENS LONGITUDINAL (FIGURE DU BAS) ET TRANSVERSE (FIGURE DU HAUT) .....	51
FIGURE 2-21 : MONTAGE DE FLEXION IN SITU QUATRE POINT .....	54
FIGURE 2-22 : ECHANTILLON OBSERVE SOUS MEB A L'ETAT INITIAL. ....	55
FIGURE 2-23 : ECHANTILLON OBSERVE SOUS MEB A 35% D'EFFORT A RUPTURE.....	55
FIGURE 2-24: ECHANTILLON OBSERVE SOUS MEB A 50% D'EFFORT A RUPTURE.....	56
FIGURE 2-25 : ECHANTILLON OBSERVE SOUS MEB A 67% D'EFFORT A RUPTURE.....	56
FIGURE 2-26 : ECHANTILLON OBSERVE AU MEB A 84% D'EFFORT A RUPTURE.....	57
FIGURE 2-27 : ECHANTILLON OBSERVE AU MEB A 99% A RUPTURE (FIGURES DU HAUT) ET A RUPTURE (FIGURES DU BAS).....	58
FIGURE 3-1 : SYNTHESE DE LA DEMARCHE DE MODELISATION MULTI-ECHELLES .....	68
FIGURE 3-2 : SCHEMA DU PROBLEME DE L'INCLUSION HOMOGENE .....	69
FIGURE 3-3 : EQUIVALENCE DU PROBLEME HETEROGENE ET DU PROBLEME HOMOGENE AVEC UNE DEFORMATION LIBRE.....	71
FIGURE 3-4 : PRINCIPE DU MODELE AUTO COHERENT OU CHAQUE PHASE EST NOYEE DANS LE MHE INCONNU .....	73
FIGURE 3-5 : MODELE DES SPHERES DE HASHIN [59].....	74

FIGURE 3-6 : SCHEMA DU MODELE A 3 PHASES [58] .....	74
FIGURE 3-7 : SCHEMA DU MODELE AUTO-COHERENT GENERALISE - MODELE A (N+1) PHASES .....	74
FIGURE 3-8 : PRINCIPE DU MODELE DE MORI TANAKA .....	77
FIGURE 3-9 : SCHEMA DE LA METHODE TANGENTE .....	82
FIGURE 3-10 : CALCUL DES CONTRAINTES NORMALES ET TANGENTIELLES A L'INTERFACE [92].....	89
FIGURE 3-11 : ÉVOLUTION DU TAUX DE TRANSFERT DE CHARGE EN FONCTION DE L'ENDOMMAGEMENT [48].....	92
FIGURE 3-12 : SCHEMA DE LA MODELISATION PAR ENROBAGE .....	93
FIGURE 3-13 : DEMARCHE INDUSTRIELLE : MACHINE D'ESSAIS VIRTUELS .....	93
FIGURE 3-14 : SCHEMA GENERAL DU MODELE MULTI-EHELLES DEVELOPPE.....	94
FIGURE 4-1 : SCHEMA D'INTEGRATION PAR ALGORITHME DE RETOUR RADIAL POUR LE MODELE DSGZ DECRIVANT LE COMPORTEMENT VISCOPLASTIQUE EN L'OCCURRENCE LE POLYPROPYLENE ETUDIE. .....	107
FIGURE 4-2: COMPARAISON ENTRE LES COURBES D'ESSAIS, OBTENUES POUR TROIS VITESSES DE DEFORMATION ET DEUX TEMPERATURES, UTILISEES POUR L'IDENTIFICATION DU MODELE DSGZ, LES COURBES SIMULEES ET LES COURBES ISSUES D'UN CALCUL ANALYTIQUE. MATERIAU ETUDIE : POLYPROPYLENE.....	109
FIGURE 4-3 : COURBES DE VALIDATION DU MODELE DSGZ (POUR TROIS VITESSES ET DEUX TEMPERATURES) PAR COMPARAISON DES RESULTATS SIMULES AVEC LES COURBES EXPERIMENTALES ET CELLES ISSUES DU CALCUL ANALYTIQUE EN 1D. MATERIAU ETUDIE : POLYPROPYLENE .....	110
FIGURE 4-4 : SCHEMA D'IMPLEMENTATION DU MODELE MULTI-EHELLES DE MORI TANAKA PERMETTANT DE DECRIRE LE COMPORTEMENT DU COMPOSITE VISCOPLASTIQUE-ENDOMMAGEABLE A INCLUSIONS ENROBEES.....	117
FIGURE 4-5: COMPARAISON DES COURBES EXPERIMENTALES ET SIMULEES POUR L'IDENTIFICATION DES PARAMETRES D'ENDOMMAGEMENT DU PP/GF40 .....	121
FIGURE 4-6 : COMPARAISON DES ESSAIS DE TRACTIONS SUR PPGF40 AUX RESULTATS SIMULES POUR VALIDATION DU MODELE MULTI EHELLES DE MORI TANAKA ENDOMMAGEABLE .....	122
FIGURE 4-7 : COMPARAISON DES ESSAIS DE TRACTIONS SUR PPGF30 AUX RESULTATS SIMULES POUR VALIDATION DU MODELE MULTI EHELLES DE MORI TANAKA ENDOMMAGEABLE .....	124
FIGURE 4-8 : INFLUENCE DU PAS DE TEMPS SUR LE COMPORTEMENT GLOBAL DU COMPOSITE.....	125
FIGURE 4-9 : EVOLUTION DU TRANSFERT DE CHARGE EN FONCTION DE L'ASPECT RATIO POUR UNE FAMILLE D'INCLUSIONS .....	126
FIGURE 4-10 : REPONSE MACROSCOPIQUE EN FONCTION DE L'ASPECT RATIO DES INCLUSIONS .....	126
FIGURE 4-11 : REPONSE MACROSCOPIQUE EN FONCTION DU TAUX DE FIBRES .....	128
FIGURE 4-12 : REPONSE MACROSCOPIQUE EN FONCTION DE L'ORIENTATION DES FIBRES .....	129
FIGURE 4-13: PRINCIPE DE LA MACHINE D'ESSAIS VIRTUELS ET SON INTERACTION AVEC LE CALCUL DE STRUCTURES.....	130
FIGURE 4-14 : SCHEMA D'INTEGRATION EXPLICITE DU MODELE DSGZ ANISOTROPE .....	131
FIGURE 5-1 : MODELE ELEMENTS FINIS DE LA NORME ASTM D3763 UTILISEE DANS ABAQUS .....	138
FIGURE 5-2 : CHAMPS DE CONTRAINTES DE VON MISES SUR LA PARTIE INFERIEURE DU DISQUE A DIFFERENTS PAS DE TEMPS.....	139
FIGURE 5-3 : EVOLUTION DES EFFORTS EN FONCTION DU DEPLACEMENT DE L'IMPACTEUR.....	140
FIGURE 5-4 : EVOLUTION DE LA DISSIPATION VISCOPLASTIQUE EN FONCTION DU TEMPS.....	140

---

FIGURE 5-5 : EVOLUTION DU NOMBRE D'ITERATIONS PAR INCREMENT EN FONCTION DU TEMPS .....	141
FIGURE 5-6 : VUE DE COTE DE LA POUTRE A CROISILLONS .....	142
FIGURE 5-7 : POSITION DES ECHANTILLONS PRELEVES POUR ANALYSES TOMOGRAPHIQUES.....	142
FIGURE 5-8:ESSAI DE FLEXION TROIS POINT SUR POUTRE A CROISILLONS.....	143
FIGURE 5-9 : COURBE D'EFFORTS DES ESSAIS QUASI STATIQUES DE FLEXION TROIS POINT SUR POUTRE A CROISILLONS .....	144
FIGURE 5-10 : MODELE ELEMENT FINI DE LA POUTRE A CROISILLONS.....	145
FIGURE 5-11 : VISUALISATION DES ORIENTATIONS DU MATERIAU DANS LA STRUCTURE .....	146
FIGURE 5-12 : COMPARAISON DES COURBES D'EFFORT DEPLACEMENT OBTENUES EXPERIMENTALEMENT ET PAR SIMULATIONS NUMERIQUE DE L'ESSAI DE FLEXION SUR POUTRE CAISSONS A CROISILLONS .....	146
FIGURE 5-13 : COMPARAISON DES CONTRAINTES S22 OBTENUS POUR LES DEUX SIMULATIONS : ANCIEN MODELE A GAUCHE ET NOUVEAU MODELE A DROITE .....	147
FIGURE 5-14 : COMPARAISON DES CONTRAINTES S11 OBTENUS POUR LES DEUX SIMULATIONS : ANCIEN MODELE A GAUCHE ET NOUVEAU MODELE A DROITE .....	148
FIGURE 5-15 : ZONE DE PRELEVEMENT DES ECHANTILLONS POUR MICROTOPOGRAPHIE SUR GOUTTIERE .....	149
FIGURE 5-16 : MONTAGE D'ESSAI CATAPULTE .....	151
FIGURE 5-17 : COURBES D'EFFORTS DEPLACEMENT DES ESSAIS DYNAMIQUES SUR GOUTTIERES .....	151
FIGURE 5-18 : ENERGIE ABSORBEE MESUREE SUR LES ESSAIS D'IMPACTS SUR GOUTTIERE.....	152
FIGURE 5-19 : GOUTTIERE IMPACTEE A UNE VITESSE DE SOLLICITATION DE 5M/S .....	152
FIGURE 5-20 : MODELE NUMERIQUE D'IMPACT SUR GOUTTIERE .....	153
FIGURE 5-21 : CONDITIONS AUX LIMITES DES SIMULATIONS D'IMPACTS SUR GOUTTIERE .....	153
FIGURE 5-22: COMPARAISON DES ENERGIES ABSORBEES LORS DES ESSAIS ET SIMULATIONS D'IMPACT SUR GOUTTIERE .....	154
FIGURE 5-23 : EFFORTS MESURES LORS DES SIMULATIONS D'IMPACTS SUR GOUTTIERE .....	155
FIGURE 5-24 : EVOLUTIONS DE LA COMPOSANTE S22 DES CONTRAINTES EN FONCTION DU DEPLACEMENT DANS LES DEUX CAS DE SIMULATION : A GAUCHE L'ANCIEN MODELE, A DROITE LE NOUVEAU MODELE.....	156

---

## Liste des tableaux

TABLEAU 1-1 : PROPRIETES DES FIBRES DE VERRE E.....	10
TABLEAU 1-2 : PRINCIPALES DIFFERENCES ENTRE (TP) ET (TD) [1] .....	11
TABLEAU 1-3 : MOYENNES DES MESURE DES MODULES E' SUR 3 EPROUVETTES PAR ESSAIS DMTA A BASSES FREQUENCES.....	14
TABLEAU 1-4 : PROPRIETES DU POLYPROPYLENE .....	15
TABLEAU 1-5 : PARAMETRES D'INJECTION DES PLAQUES .....	20
TABLEAU 1-6: SYNTHESE DES MICROSTRUCTURES OBSERVEES PAR MICROTOMOGRAPHIE .....	27
TABLEAU 2-1 : DIMENSIONS DE GEOMETRIE OPTIMISEE POUR LE COMPOSITE ET LA MATRICE .....	40
TABLEAU 2-2 : EVOLUTION DES PROPRIETES MECANIQUES EN FONCTION DE LA VITESSE DE DEFORMATION .....	43
TABLEAU 4-1 : PARAMETRES IDENTIFIES PAR L'ALGORITHME GENETIQUE DE MATLAB. MATERIAU ETUDIE : POLYPROPYLENE .....	108
TABLEAU 4-2: PARAMETRES CORRESPONDANT A LA MICROSTRUCTURE DU PP/GFL40 EN SENS LONG..	119
TABLEAU 4-3: PARAMETRES IDENTIFIES DE LA LOI D'ENDOMMAGEMENT DE L'ENROBAGE .....	120
TABLEAU 4-4 : PARAMETRES CORRESPONDANT A LA MICROSTRUCTURE DU PP/GF30 EN SENS LONG....	123
TABLEAU 4-5:TAUX DE FIBRES DES DIFFERENTES PHASES DU COMPOSITE LORSQUE LE TAUX DE FIBRES EVOLUE .....	127
TABLEAU 5-1: TAUX DE FIBRES DES FAMILLES D'ORIENTATIONS DANS LES ECHANTILLONS DE POUTRE A CROISILLONS .....	143
TABLEAU 5-2 : PARAMETRES DU CRITERE " POTENTIEL " DANS LE CODE DE CALCUL ABAQUS .....	145
TABLEAU 5-3: REPARTITION DES FAMILLES DE FIBRES DANS LES ECHANTILLONS PRELEVES SUR GOUTTIERE .....	150

---

## Bibliographie

- [1] M. Reyne, solutions et composites : thermodurcissables et thermoplastiques, JEC publication, 2006.
- [2] C. Oudet, Polymeres, Masson, 1994.
- [3] J. Rault, les polymère solides, Cépadues, 2002.
- [4] S. Etienne et L. David, introduction à la physique des polymeres, Dunod, 2012.
- [5] M. Uchida et N. Tada, «Micro-, meso- to macroscopic modeling of deformation behavior of semi-crystalline polymer,» *international journal of plasticity*, vol. 49, pp. 164-184, 2013.
- [6] A. Drozdov, «Finite elasticity of thermoplastic elastomers,» *Polymer*, vol. 10, n° 147, pp. 3650-3660, 2006.
- [7] A. Drozdov et J. Christiansen, «constitutive equations for the non linear viscoelastic and viscoplastic behavior of thermoplastic elastomers,» *Polymer*, n° 144, pp. 205-226, 2006.
- [8] A. Dahoun, comportement plastique et textures de déformation des polymeres semi-cristallins en traction uniaxiale et en cisaillement simple, Institut National polytechnique de Lorraine, 1992.
- [9] S. Nikolov et I. Doghri, «a micro/macro constitutive model for the small-deformation behavior of polyethylene,» *Polymer*, n° 141, pp. 1883-1891, 2000.
- [10] T. Parenteau, modélisation micromécanique de composites thermoplastiques élastomères à matrice polypropylène, université de bretagne, 2009.
- [11] D. Lai, I. Yakimets et M. Guigon, «a non-linear viscoelastic model developed for semi crystalline polymer deformed at small strains with loading and unloading paths,» *Materials Science and Engineering*, vol. 405, pp. 266-271, 2005.
- [12] N. Brusselle-dupend, D. Lai, X. Feaugas, M. Guigon et M. Clavel, «Experimental characterization and modeling of the uniaxial mechanical behavior of polypropylene before necking,» *Oil and Gaz Science and Technology*, vol. 57, pp. 155-168, 2002.
- [13] N. Temimi-Maaref, Comportement thermomecanique et rupture de polypropylene. etude experimentale et modelisation, thèse de l'Ecole des Mines de Paris, 2006.

- 
- [14] B. Miled, I. Doghri et L. Delannay, «coupled viscoelastic-viscoplastic modeling of homogeneous and isotropic polymers: numerical algorithm and analytical solutions,» *computed methods in applied mechanics and engineering*, n° 1200, pp. 3381-3394, 2011.
- [15] F. Praud, G. Chatzigeorgiou, J. Bikard et F. Meraghni, «Phenomenological multi-mechanisms constitutive modelling for thermoplastic polymers, implicit implementation and experimental validation,» *Mechanics of Materials*, vol. 114, pp. 9-29, 2017.
- [16] Y. Duan, A. Saigal, R. Greif et M. Zimmerman, «a uniform phenomenological constitutive model for glassy and semicrystalline polymers,» *Polymer engineering and science*, vol. 41, n° 18, pp. 1322-1328, 2001.
- [17] A. Megally, Etude et Modelisation de l'orientation des fibres dans des thermoplastiques renforcés, thèse des mines de Paris, 2005.
- [18] R. Bay et C. Tucker, «Fiber orientation in simple injection moulding. part i :Theory and numerical methods,» *Polymer composite*, vol. 13, n° 1317, 1992.
- [19] R. Bay et C. Tucker, «Fiber orientation in simple injection moulding. part ii : Experimental results,» *polymer composite*, vol. 13, n° 1332, 1992.
- [20] M. Gupta et K. Wang, «Fiber orientation and mechanical properties of short fibre reinforced injection moulding composites : simulated and experimental results.,» *polymer composite*, vol. 14, n° 1367, 1993.
- [21] M. Kamal et T. Papathanasiou, «Filling of a complex-shaped mould with a viscoelastic polymer ,part ii : a comparaison with experimental data,» *Polymer engineering sciences*, vol. 33, n° 1410, 1993.
- [22] M. Vincent et J. Agassant, «experimental study and calculation of short glass fibre orientation in centre gated moulded disks,» *Polymer Composite 7*, pp. 73-83, 1986.
- [23] P. Gérard et J. Pabiot, «Maîtrise technologique de la répartition et de l'orientation des fibres dans les pièces injectées en composites thermoplastiques,» *Composites*, n° 120, pp. 71-79, 1997.
- [24] M. Folkes et D. Russel, «orientation effects during the flow of short fiber reinforced thermoplastics,» *Polymer*, 21, pp. 1252-1258, 1980.
- [25] M. Gupta et K. Wang, «fiber orientation effects during the flow of short fiber reinforced thermoplastic,» *Polymer Composite*, 1993.
- [26] R. Bay, C. Tucker et R. David, «Effect of processing on fiber orientation in simple injection moldings,» *ANTEC'89, SPE Technical Papers*, pp. 539-542, 1989.

- 
- [27] M. Darlington, B. Gladwell et G. Smith, «structure and mechanical properties in injection molded disc of glass fibre reinforced polypropylene,» *Polymer*, 18, pp. 1269-1274, 1977.
- [28] P. Bright, F. Crowson et M. Flokes, «a study of the effect of injection speed on fibre orientation in simple moulding of short glass fiber-filled polypropylene,» *journal of material sciences* 13, p. 2497, 1978.
- [29] K. Friedrich, D. Spahr et R. Bailey, «Microstructure and fracture behavior of short and long fiber reinforced polypropylene composite,» *Journal of Material Sciences*, 25, p. 4427, 1990.
- [30] M. Arif, mécanismes d'endommagement du polyamide 66 renforcé par des fibres de verre courtes, soumis a un chargement monotone en fatigue : influence de l'humidité relative et de la microstructure induite par le moulage par injection, metz: école nationale supérieure d'arts et metiers, 2014.
- [31] J. Suuronen, A. Kallonen et M. e. a. Eik, «Analysis of short fibres orientation in steel fibre-reinforced concrete (SFRC) by X-ray tomography,» *journal of material science*, vol. 48, n° 13, pp. 1358-1367, 2013.
- [32] C. N. Eberhard et R. Clarke, «Automated reconstruction of curvilinear fiber from 3D datasets acquired by X-ray microtomography,» *journal of microscopy*, vol. 206, pp. 41-53, 202.
- [33] M. Arif, N. Saintier, F. Meraghni, J. Fitoussi, Y. Chemisky et G. Robert, «Multiscale fatigue damage characterization in short glass fiber reinforced polyamide-66,» *Composites Part B: Engineering*, vol. 61, pp. 55-65, 2014.
- [34] M. F. Arif, F. Meraghni, Y. Chemisky, N. Despringre et G. Robert, «In situ damage mechanisms investigation of PA66/GF30 composite: Effect of relative humidity,» *Composites: Part B: Engineering*, vol. 58, pp. 487-495, 2014.
- [35] Z. Wang, Y. Zhou et P. K. Mallick, «Effects of Temperature and Strain Rate on the Tensile Behavior of Short Fiber Reinforced Polyamide-6,» *Polymer Composites*, vol. 23, pp. 858-871, 2002.
- [36] J. Fitoussi, M. Bocquet et F. Meraghni, «effect of the matrix behavior on the damage of ethylene-propylene glass fiber reinforced composite subjected to high strain rate tension,» *Composites : Part B*, pp. 1181-1191, 2013.
- [37] B. Bonnet, «comportement au choc des materiaux composites pour application automobile,» thèse de l'ecole des mines de Paris, 2005.

- 
- [38] M. Schoßig, C. Bierögel, W. Grellmann et T. Mecklenburg, «Mechanical behavior of glass-fiber reinforced thermoplastic materials under high strain rates,» *Polymer Testing*, vol. 27, p. 893–900, 2008.
- [39] N. Bourgeois, F. Meraghni et T. Ben Zineb, «Measurement of local strain heterogeneities in superelastic shape memory alloys by digital image correlation,» *Physics Procedia*, vol. 10, pp. 4-10, 2010.
- [40] F. Meraghni, H. Nouri, N. Bourgeois, C. Czarnota et P. Lory, «Parameters identification of fatigue damage model for short glass fiber reinforced polyamide (PA6-GF30) using digital image correlation,» *Procedia Engineering*, vol. 10, pp. 2110-2116, 2011.
- [41] H. A. Hussein, *Adaptation de la méthode de corrélation d'images numériques pour la gestion des discontinuités du milieu et de la transformation*, Poitiers: universite de Poitiers, 2014.
- [42] Y. Chemisky, F. Meraghni, N. Bourgeois, S. Cornell, R. Echchorfi et E. Patoor, «Analysis of the deformation paths and thermomechanical parameter identification of a shape memory alloy using digital image correlation over heterogeneous tests,» *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 9697, pp. 13 - 24, 2015.
- [43] J. Fitoussi, F. Meraghni, Z. Jendli, G. Hug et D. Baptiste, «Experimental methodology for high strain-rates tensile behaviour analysis of polymer matrix composites,» *Composite Science and Technologie*, vol. 65, p. 2174–2188, 2005.
- [44] Z. Jendli, «analyse et modelisation multi echelles du comportement mecanique sous sollicitations rapides de composites SMC,» these de doctorat de l'ENSAM, Paris, 2005.
- [45] B. Alcock, N. Cabrera et N.-M. Barkoula, «Low velocity impact performance of recyclable all-polypropylene composites,» *Composites Science and Technology*, vol. 66, p. 1724–1737, 2006.
- [46] M. De Monte, E. Moosbrugger, K. Jaschek et M. Quaresimin, «Multiaxial fatigue behaviour of a short-fibre reinforced - Fatigue and fracture behaviour,» *International Journal of Fatigue*, vol. 32, pp. 17-28, 2010.
- [47] E. Moosbrugger, M. De Monte, K. Jaschek, J. Fleckenstein et A. Büter, «“Multiaxial fatigue behaviour of a short-fibre reinforced polyamide - experiments and calculations,» *Materialwissenschaft und Werkstofftechnik*, vol. 42, pp. 950-957, 2011.
- [48] N. Despringre, *Analyse et modélisation des mécanismes d'endommagement et de déformation en fatigue multiaxiale de matériaux composites : polyamide renforcé par des fibres courtes*, Ecole nationale supérieure d'arts et métiers, 2015.

- 
- [49] a. Bourmaud, G. Ausias, G. Lebrun, M.-L. Tachon et C. Baley, «observation of the structure of a composite polypropylene/flax and damage mechanisms under stress,» *Industrial Crops and Products*, vol. 43, p. 225–236, 2013.
- [50] M. Schoßig, A. Zankel, C. Bierögel et P. Pölt, «ESEM investigations for assessment of damage kinetics of short glass fibre reinforced thermoplastics - Results of in situ tensile tests coupled with acoustic emission analysis.,» *Composites Science and Technology*, vol. 71, n° 13, p. 257–265, 2011.
- [51] F. Cosmi et A. Bernasconi, «Micro-CT investigation on fatigue damage evolution in short fibre reinforced polymers,» *Composites Science and Technology*, vol. 79, pp. 70-76, 2013.
- [52] M. Bornert, *homogénéisation en mécanique des matériaux : matériaux aléatoires élastiques et milieux périodiques*, hermes, 2001.
- [53] M. Bornert, T. Bretheau et P. Gilormini, *Homogénéisation en mécanique des matériaux 2*, paris: Hermes, 2001.
- [54] T. Kanit, S. Forest, I. Galliet, V. Mounoury et D. Jeulin, «Determination of the size of the representative volume element for random composites : statistical and numerical approach,» *International Journal of Solids and Structures*, vol. 40, p. 3647–3679, 2003.
- [55] S. Kari, H. Berger, R. Rodriguez-Ramos et G. U, «Computational evaluation of effective material properties of composites reinforced by randomly distributed spherical particles,» *Composite Structures*, vol. 77, p. 223–231, 2007.
- [56] J. Eshelby, «The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion and related,» *Proceeding of the Royal Society*, vol. A, n° 1421, pp. 376-396, 1957.
- [57] T. Mura, *Micromechanics of Defects in Solids*, Netherlands: Martinus Nijhof, 1987.
- [58] R. Christensen et K. Lo, «Solutions for effective shear properties in three sphere and cylinder models.,» *Journal of the Mechanics and Physics of solids*, vol. 4, n° 127, pp. 315-330, 1979.
- [59] Z. Hashin, «The Elastic Moduli of Heterogeneous Materials,» *Journal of Applied Mechanics*, vol. 29, pp. 143-150, 1962.
- [60] E. Hervé et A. Zaoui, «N-layered inclusion-based micromechanical modeling,» *international journal of engineering sciences*, n° 131, pp. 1-10, 1993.
- [61] Z. Hashin et S. Shtrikman, «A variational approach to the theory of the elastic behaviour of multiphase materials,» *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 11, pp. 127-140, 1963.

- 
- [62] T. Mori et K. Tanaka, «Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions,» *Acta metallica*, n° 121, pp. 571-574, 1973.
- [63] K. Wakashima, M. Otsuka et S. Umekawa, «Thermal expansions of heterogeneous solids containing aligned ellipsoidal inclusions,» *journal of composite material*, vol. 8, n° 1391-404, 1974.
- [64] Y. Benveniste, «A new approach to the application of Mori-Tanaka's theory in composite materials,» *mechanics of materials*, n° 16, pp. 147-157, 1987.
- [65] G. Dvorak, «Transformation fields analysis of inelastic composite materials,» *Proceeding of the Royal Society*, vol. A, n° 1437, pp. 311-327, 1992.
- [66] T. Pottier, Modélisation multiéchelle du comportement et de l'endommagement de composites à matrice métallique, Thèse de doctorat de l'École nationale des ponts et chaussées, 1998.
- [67] Roussette, Analyse par champs de transformation de matériaux élastoviscoplastiques multiphases- application aux combustibles mox, these de doctorat de l'université de la méditerranée Aix -Marseille II, 2005.
- [68] I. Brinson et W. Lin, «Comparison of micromechanics methods for effective properties of multiphase viscoelastic composites,» *Composite Structures*, vol. 41, pp. 353-367, 1998.
- [69] G. Debotton et L. Tevet-Deree, «The response of a fiber-reinforced composite with a viscoelastic matrix phase,» *Journal of composite materials*, vol. 38, p. 1255–1277, 2004.
- [70] Z. Hashin, «Complex moduli of viscoelastic composites – II,» *International journal of solids and structures*, vol. 6, pp. 797-807, 1970.
- [71] R. Masson, Modélisation micromécanique des matériaux hétérogènes en régimes transitoires : contributions en vue de l'étude du vieillissement des structures en service, Université de la Méditerranée - Aix-Marseille II, 2011.
- [72] M. Lévesque, M. D. Gilchrist, N. Bouleau, K. Derrien et D. Baptiste, «Numerical inversion of the Laplace–Carson transform applied to homogenization of randomly reinforced linear viscoelastic media,» *Computational mechanics*, vol. 40, n° 14, pp. 771-789, 2007.
- [73] A. B. R. Rezik, «évaluation de la methode de collocation pour l'homogeneisation en viscoelasticité linéaire,» chez *18ème Congrès Français de Mécanique*, grenoble, 2007.
- [74] Q. H. Vu, R. Brenner, O. Castelnau et H. Moulinec, «Une méthode incrementale pour l'homogeneisation viscoelastique lineaire de polycristaux,» *20 Congrès Français de Mécanique*, Besançon, 2011.

- 
- [75] R. Hill, «Continuum micro-mechanics of elastoplastic polycrystals,» *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 13, 1965.
- [76] M. Berveiller et A. Zaoui, «an extension of the self consistent scheme to plastically-flowing polycrystals,» *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 26, pp. 325-344, 1979.
- [77] J. Hutchinson, «Elastic-plastic behaviour of polycrystalline metals and composites,» *Proceeding of the Royal Society A*, vol. 319, pp. 247-272, 1976.
- [78] G. Tandon et G. Weng, «the overall elastoplastic stress-strain relations of dual phases metal,» *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 38, pp. 419-441, 1990.
- [79] R. Masson, M. Bornert, P. Suquet et A. Zaoui, «An affine formulation for the prediction of the effective properties of nonlinear composites and polycrystals,» *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 48, pp. 1203-1227, 2000.
- [80] I. Doghri, *Mechanics of deformable solids. Linear, nonlinear, analytical and computational aspects*, berlin: springer, 2000.
- [81] G. Johnson et W. Cook, «A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rates, and high temperatures,» *chez 7 th Int Symp. on Ballistics*, la Hague, 1983.
- [82] C. G'Sell et J. Jonas, «Determination of the Plastic Behaviour of Solid Polymer at Constant true strain rate,» *Journal of material science*, n° 114, pp. 583-591, 1979.
- [83] W. Brostow et R. Corneliusen, *failure of plastics*, New york: Macmillan Pub., 1986.
- [84] J. Brooks, «Processing Wrought Nickel and Titanium Superalloys,» *chez Thermomechanical Processing in Theory, Modelling and Practice*, September 1996 .
- [85] Y. Saadouni, «Implémentation d'une loi de comportement pour matrice composite en polymères,» *raport de stage de master de l'ENSAM, Metz*, 2013.
- [86] N. Achour, G. Chatzigeorgiou, F. Meraghni, Y. Chemisky et J. Fitoussi, «Implicit implementation and consistent tangent modulus of a viscoplastic model for polymers,» *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 103, pp. 297-305, 2015.
- [87] H. Lee, «a computationnal approach to the investigation of impact damage evolution in discontinuously reinforced fiber composite,» *computationnal mechanics*, n° 127, pp. 504-512, 2001.
- [88] Y. M. Shabana, «Incremental constitutive equation for discontinuously reinforced composites considering reinforcement damage and thermoelastoplasticity,» *Computational Materials Science*, n° 128, pp. 31-40, 2003.

- 
- [89] Y. Cho, Incremental damage theory of particle or short fiber reinforced composite including reinforcement damage, Shizuoka University, Hamamatsu, Japan, 1997.
- [90] A. Krairi et I. Doghri, «Multi-scale damage model for mechanical High Cycle Fatigue (HCF) of short glass fibre reinforced thermoplastics (SGFRTP),» *5Th Fatigue Design Conference*, 2013.
- [91] J. Fitoussi, G. Gua et D. Baptiste, «Determination of a tridimensionnal failure criterion at the fibre/matrix interface of an organic-matrix/discontinuous reinforcements composite,» *Composites Science and Technology*, vol. 56, pp. 755-760, 1996.
- [92] F. Meraghni, C. Blakeman et M. Benzeggagh, «Effect of interfacial decohesion on stiffness reduction in a random discontinuous-fibre composite containing matrix microcracks,» *Composites Science and Technology*, vol. 56, n° 115, pp. 541-555, 1996.
- [93] Z. Jendli, F. Meraghni, J. Fitoussi et D. Baptiste, «Multi-scales modelling of dynamic behaviour for discontinuous fibre SMC composites, *Composites Science and Technology*,» *Composites Science and Technology*, vol. 69, n° 111, pp. 97-103, 2009.
- [94] H. Cox, «The elasticity and strength of paper on other fibrous materials,» *British Journal of Applied Physics*, vol. 3, p. 72, 1952.
- [95] Y. Duan, A. Saigal, R. Greif et M. A. Zimmerman, «Analysis of Multiaxial Impact Behavior of Polymers,» *Polymer Engineering and Science*, pp. 395-402, 2002.
- [96] M. Ortiz et J. C. Simo, «An analysis of a new class of integration algorithms for elastoplastic constitutive relations,» *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 23, pp. 353-366, 1986.
- [97] M. A. Qidwai et D. C. Lagoudas, «Numerical Implementation of a Shape Memory Alloy Thermomechanical Constitutive Model Using Return Mapping Algorithms,» *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 47, p. 1123-1168, 2000.
- [98] D. J. Hartl, G. Chatzigeorgiou et D. C. Lagoudas, «Three-dimensional modeling and numerical analysis of rate-dependent irrecoverable deformation in shape memory alloys,» *International Journal of Plasticity*, vol. 26, n° 110, pp. 1485-1507, 2010.
- [99] J. C. Simo et T. J. R. Hughes, *Computational Inelasticity*, Springer-Verlag, 1998.
- [100] I. Doghri et A. Ouaar, «Homogenization of two-phase elasto-plastic composite materials and structures. Study of tangent operators, cyclic plasticity and structures,» *International Journal of Solids and Structures*, vol. 40, pp. 1681-1712, 2003.
- [101] A. Rafsanjani, «Writing User Subroutines with ABAQUS,» <http://imechanica.org/>, 2010.

- 
- [102] C. G'Sell et J. Jonas, «Determination of the Plastic Behaviour of Solid Polymer at Constant true strain rate,» *Journal of Material science*, vol. 14, pp. 583-591, 1979.
- [103] C. G'Sell et J. Jonas, «Yield and transient effects during the plastic deformation of solid Polymers,» *Journal of Material science*, vol. 16, pp. 1956-1974, 1981.
- [104] M. Cherkaoui, H. Sabar et M. Berveiller, «Elastic composites with coated reinforcements: a micromechanical approach for nonhomothetic topology,» *International Journal of Engineering Sciences*, vol. 33, n° 116, pp. 829-843, 1995.
- [105] D. C. Lagoudas, A. C. Gavazzi et H. Nigam, «Elastoplastic behavior of metal matrix composites based on incremental plasticity and the Mori-Tanaka averaging scheme,» *Computational Mechanics*, vol. 8, pp. 193-203, 1991.
- [106] A. Gavazzi et D. C. Lagoudas, «On the numerical evaluation of Eshelby's tensor and its application to elastoplastic fibrous composites,» *Computational mechanics*, vol. 7, pp. 13-19, 1990.
- [107] F. Desrumaux, F. Meraghni et M. Benzeggagh, «Generalised Mori-Tanaka scheme to model anisotropic damage using numerical Eshelby tensor,» *Journal of Composite Materials*, vol. 35, pp. 603-624, 2001.



# **Modélisation Multi-échelles et analyse expérimentale du comportement de composites à matrice thermoplastique renforcée en fibres de verre sous sollicitations dynamiques modérées**

## **RESUME :**

Le présent travail de thèse a pour objectif de développer un outil de modélisation par transition d'échelles sous forme de machine d'essais virtuels. Celle-ci, utilisée conjointement aux codes de calculs de structures, permet de déterminer le comportement anisotrope complexe de composites à matrice polypropylène chargés en fibres de verre courtes sous sollicitations dynamiques. La microstructure en cœur-peau induite par le procédé d'injection du matériau est investiguée expérimentalement par  $\mu$ CT. Le comportement dynamique est caractérisé pour des vitesses de déformation allant jusqu'à  $200\text{s}^{-1}$  au moyen d'une méthodologie expérimentale basée sur l'utilisation d'un joint d'amortissement et d'une optimisation des éprouvettes. Les mécanismes d'endommagement sont analysés expérimentalement par essai in situ. Ils mettent en évidence le phénomène d'endommagement prépondérant qui est la décohésion de l'interface fibre matrice. Basé sur ces résultats expérimentaux, l'approche multi échelles développée consiste en une méthode de Mori Tanaka incrémentale appliquée à une matrice élastoviscoplastique et des renforts enrobés intégrant l'évolution de l'endommagement à l'échelle mésoscopique. L'endommagement introduit dans les enrobages perturbe le transfert de charge entre la matrice et les renforts. De plus, la dépendance à la vitesse de déformation, aux orientations et aux taux de fibres du modèle sont corrélés par des essais. La machine d'essais virtuels est validée par modélisation de structures. L'outil prédictif ainsi développé prend en compte le minimum nécessaire à la description de la microstructure tout en étant fiable et pertinent dans la modélisation de composites sous sollicitations dynamiques modérées.

**Mots clés :** thermoplastique, modélisation multi-échelles, fibres de verres courte, élastoviscoplasticité, comportement dynamique

## **Multiscale model and experimental characterization of glass fiber reinforced thermoplastic composite under dynamic loading**

### **ABSTRACT:**

The current work focuses on the development of a micromechanical modeling tool in the form of a virtual test machine which, used with the structural calculation codes, allows to determine the complex anisotropic behavior of polypropylene matrix composites reinforced with short glass fibers under dynamic loading. The core-skin microstructure induced by the material injection process is investigated experimentally by  $\mu$ CT. The dynamic behavior is characterized for strain rates of up to  $200\text{s}^{-1}$  using an experimental methodology based on the use of a damping joint and specimen optimization. The mechanisms of damage are analyzed experimentally by in situ SEM testing. They highlight the importance of the debonding phenomenon in the damage scenario. Based on these experimental results, the multiscale approach developed consists of an incremental Mori Tanaka method applied to an elastoviscoplastic matrix and coated reinforcements integrating the evolution of damage at the mesoscopic scale. The damage introduced into the coatings disturbs the load transfer between the matrix and the reinforcements. In addition, the strain rate, orientation, and fiber rate dependence of the model are correlated by testing. The virtual testing machine is validated by modeling structures. The developed predictive tool thus takes into account the minimum necessary to describe the microstructure while being reliable and relevant in the modeling of composites under moderate dynamic stress.

**Keywords :** thermoplastic, multiscale model, short fiber composite, dynamic behavior, elastoviscoplasticity