



Etude des séries temporelles en imagerie satellitaire SAR pour la détection automatique de changements

Guillaume Quin

► To cite this version:

Guillaume Quin. Etude des séries temporelles en imagerie satellitaire SAR pour la détection automatique de changements. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. Télécom ParisTech, 2014. Français. ⟨NNT : 2014ENST0003⟩. ⟨tel-02127637⟩

HAL Id: tel-02127637

<https://pastel.hal.science/tel-02127637v1>

Submitted on 13 May 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization



EDITE - ED 130

Doctorat ParisTech

THÈSE

pour obtenir le grade de docteur délivré par

TELECOM ParisTech

Spécialité « Signal et Images »

présentée et soutenue publiquement par

Guillaume QUIN

le 27 Janvier 2014

Étude des séries temporelles en imagerie satellitaire SAR

pour la détection automatique de changements

Directeur de thèse : **Jean-Marie NICOLAS**

Co-encadrement de la thèse : **Béatrice PINEL-PUYSSÉGUR et Philippe LOREAUX**

Jury

M. Philippe RÉFRÉGIER, Professeur, Institut Fresnel, Marseille

M. Grégoire MERCIER, Professeur, Telecom Bretagne, Brest

M. Emmanuel TROUVÉ, Professeur, LISTIC, Polytech Annecy-Chambéry

Mme. Florence TUPIN, Professeur, Telecom ParisTech, Paris

M. Jean-Marie NICOLAS, Professeur, Telecom ParisTech, Paris

Mme. Béatrice PINEL-PUYSSÉGUR, Ingénieur de Recherche, CEA/DAM, Arpajon

M. Philippe LOREAUX, Ingénieur de Recherche, CEA/DAM, Arpajon

M. Thierry FERRANDO, Analyste Image, CEA Centre DAM, Arpajon

Président

Rapporteur

Rapporteur

Examineur

Directeur de Thèse

Encadrant

Co-Encadrant

Invité

TELECOM ParisTech

école de l'Institut Mines-Télécom - membre de ParisTech

46 rue Barrault 75013 Paris - (+33) 1 45 81 77 77 - www.telecom-paristech.fr

Résumé

Cette thèse présente la méthode de détection de changements MIMOSA (Method for generalized Means Ordered Series Analysis). Cette nouvelle méthode permet de détecter automatiquement des changements entre couples ou séries temporelles d'images SAR. En effet, grâce aux moyennes temporelles, le nombre d'images en jeu n'importe plus puisque seulement deux moyennes différentes sont comparées de sorte à détecter les changements (par exemple moyenne géométrique et moyenne quadratique). De ce fait, les grands volumes de données disponibles de nos jours sont exploitables plus facilement puisque l'information utile est «résumée» dans les moyennes. Le seul paramètre de la détection est le taux de fausses alarmes obtenu dans le résultat, ce qui rend son analyse plus intuitive. Les cartes de changements fournies par MIMOSA sont de très bonne qualité en comparaison à celles fournies par d'autres méthodes. De nombreux tests ont été mis en place pour constater la robustesse de la méthode MIMOSA face aux problèmes les plus souvent rencontrés, comme une mauvaise calibration radiométrique, ou encore un mauvais recalage. Une interface graphique a de plus été développée autour de MIMOSA, incorporant de nombreux outils de préparation et traitement des données, ainsi que des outils d'analyse des résultats.

Abstract

This PhD thesis presents the MIMOSA (Method for generalized Means Ordered Series Analysis) change detection method. This new technique can automatically detect changes between SAR image pairs or within time series. Indeed, thanks to the temporal means, the number of involved images doesn't matter because only two different means are compared to detect the changes (for example, the geometric and quadratic means). Thus, large data volumes can be processed easily, since the useful information is condensed within the temporal means. The only change detection parameter is the false alarm rate that will be obtained in the result, which makes it easier to analyse. The change maps provided by the MIMOSA method are very good compared to other methods. Several tests have been performed in order to quantify the robustness of the method facing the most common problems, like image misregistration or radiometric calibration errors. A graphical user interface has also been developed for MIMOSA, including many useful tools to prepare and process SAR data, but also several analysis tools.

Remerciements

Je souhaite remercier mon directeur de thèse Jean-Marie Nicolas pour avoir partagé avec moi son goût pour les sciences et sa curiosité, dépassant de très loin le domaine de l'imagerie radar. Un grand merci pour toutes ces discussions passionnantes, ainsi que pour les sages conseils apportés tout au long de cette thèse. Je n'oublierai pas les bricolages de réflecteurs radar, les «graffitis» dans des images SAR, et encore moins la chasse au pixel en plein Paris !

Merci à Béatrice Pinel-Puysségur pour son implication dans ma thèse, sa gentillesse et sa bonne humeur quotidienne, les conseils techniques toujours justes, les relectures et corrections minutieuses, et bien d'autres. Merci d'avoir su me transmettre la rigueur scientifique que je tente encore aujourd'hui d'appliquer.

Merci à Philippe Loreaux pour son amitié et son soutien pendant ces 5 années. Entre autres, je n'oublierai pas les heures passées à régler les RAC en plein hiver, celles passées à travailler dans la bonne humeur, ou encore celles passées à discuter moto... Trop fort !

Merci à Marc, digne successeur sur la question des réflecteurs radar, et cher voisin pendant deux ans. Merci pour ta bonne humeur et tes super blagues. Merci d'avoir partagé ma galère dans IDL... Et maintenant : bon courage pour ta thèse !

Merci à Thierry Ferrando pour son aide précieuse lors du développement de l'interface de MIMOSA, et pour avoir été un des premiers à y croire...

Je souhaite remercier l'ensemble des membres du laboratoire TSE pour m'avoir accueilli lors de mes deux années de CFA, et m'avoir offert un cadre idéal pour ensuite y effectuer ma thèse. Je n'oublierai pas les innombrables discussions du café du matin, et encore moins les blagues du vendredi ! Très bonne continuation à Arnaud, définitivement. Bon courage à Cyrielle pour la fin de sa thèse, et surtout bonne chance pour la suite !

Enfin, je souhaite remercier ma famille pour son soutien et pour avoir eu le courage de relire ce manuscrit.

À Sophie,

Table des matières

1	Présentation de la Thèse et du manuscrit	13
1.1	Contexte	13
1.2	Aperçu des travaux effectués	15
1.2.1	Expérience de métrologie : suivi de réflecteurs radar par interférométrie	15
1.2.2	Développement de la méthode MIMOSA pour la détection de changements	16
1.3	Organisation du manuscrit et conseils de lecture	17
1.3.1	Le corps du texte	17
1.3.2	Les annexes	18
1.4	Liste des images présentées dans ce manuscrit	18
2	État de l’art en détection de changements par imagerie SAR	19
2.1	Contexte	20
2.1.1	Exemples d’applications de l’imagerie SAR	20
2.1.2	Définition d’un changement	20
2.1.3	Bilan	25
2.2	État de l’art en détection de changements par images SAR	26
2.2.1	Compositions colorées	26
2.2.2	Rapport et Log–Rapport d’amplitudes	28
2.2.3	Analyse Multi-échelles	29
2.2.4	Analyse en sous-blocs	29
2.2.5	Utilisation des Log-cumulants	29
2.2.6	Mesure de similarité	30
2.2.7	Lois Gamma bivariées	31
2.2.8	Utilisation des concepts de la théorie de l’information	31
2.2.9	Maximum de vraisemblance	31
2.2.10	Mesure de déformation par interférométrie	33
2.2.11	Analyse de la cohérence entre images	34
2.2.12	Analyse jointe de la cohérence et de la variation d’amplitude	35
2.3	Bilan du chapitre	37
3	Utilisation des moyennes spatiales et temporelles pour l’imagerie SAR	39
3.1	Moyennes : Définitions et propriétés	40
3.1.1	Généralités sur les moyennes et exemples de 4 moyennes usuelles	40
3.1.2	Moyenne de Hölder (Power Mean)	42
3.1.3	Moyenne de Lehmer	45
3.2	Propriétés statistiques des «super-images»	45
3.2.1	Cas particulier de la loi Gamma	46
3.2.2	Cas particulier de la loi de Rayleigh–Nakagami	52
3.2.3	Tableaux de synthèse	57

3.3	Quelques applications des moyennes temporelles ou spatiales	57
3.3.1	Mise en évidence de cibles stables avec des moyennes temporelles	59
3.3.2	Sensibilité des super-images arithmétiques à la calibration radiométrique	66
3.3.3	Méthode de calibration radiométrique par maximisation de la vraisemblance	69
3.3.4	Calcul d'images multi-vues géométriques et comparaison avec le cas classique utilisant la moyenne arithmétique	72
3.4	Application des moyennes à la détection de changements	74
3.4.1	Interprétations des différentes moyennes sur des séries d'images SAR	74
3.4.2	Lien entre les moyennes et quelques méthodes de détection de changements	77
3.5	Bilan du chapitre	82
4	MIMOSA : Un outil de détection de changements	85
4.1	Cadre général et hypothèses	86
4.1.1	Recalage et calibration des images	86
4.1.2	Modèle de bruit multiplicatif	86
4.1.3	Estimation des paramètres des lois en amplitude	88
4.1.4	Représentation en Scatter-Plot	89
4.2	Méthode de détection de changements entre couples d'images	93
4.2.1	Calcul de la pdf $p(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_n)$: Cas d'images indépendantes	93
4.2.2	Calcul de la pdf $p(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_n)$: Introduction du modèle multiplicatif	97
4.2.3	Principe de la détection de changements	101
4.2.4	Détermination automatique des seuils de détection	102
4.2.5	Résultats sur deux images CARABAS-II, et comparaison qualitative	104
4.2.6	Comparaison quantitative entre MIMOSA, le Log-Rapport et la mesure de similarité (images CARABAS-II)	106
4.2.7	Résultat qualitatif sur deux images TerraSAR-X	110
4.3	La «morphologie rigoureuse» : une extension de la méthode MIMOSA pour les couples d'images	111
4.3.1	Principe	112
4.3.2	Résultats	113
4.4	Méthode de détection de changements pour des triplets d'images	113
4.4.1	Principe général	114
4.4.2	Génération de la composition colorée	115
4.4.3	Exemples de résultats avec 3 images TerraSAR-X	117
4.5	Méthode de détection de changements pour séries temporelles d'images SAR	117
4.5.1	Calcul théorique de la pdf $p(\mathcal{M}_0, \dots, \mathcal{M}_{N-1})$: Cas d'images indépendantes	117
4.5.2	Calcul théorique de la pdf $p(\mathcal{M}_0, \dots, \mathcal{M}_{N-1})$: Introduction du modèle multiplicatif	120
4.5.3	Calcul théorique de la pdf $p(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_n)$: Introduction du modèle multiplicatif	122
4.5.4	Détermination du seuil de détection	127
4.5.5	Exemples de détection de changements sur séries temporelles	129
4.5.6	Prise en compte d'une nouvelle image dans la série temporelle	132
4.6	Bilan du chapitre	133
5	MIMOSA : Tests de sensibilité	135
5.1	Évaluation du modèle du signal en amplitude (Loi de Fisher)	136
5.1.1	Comportement théorique	136
5.1.2	Comportement pratique	137
5.2	Respect du taux de fausses alarmes <i>a priori</i>	142

5.3	Sensibilité au recalage entre images	145
5.3.1	Cas d'un couple d'images	145
5.3.2	Cas d'une série temporelle	152
5.4	Étude de l'apport du rééchantillonnage des images lors du recalage	156
5.5	Sensibilité à la calibration radiométrique des images	160
5.5.1	Cas d'un couple d'images	160
5.5.2	Cas d'une série temporelle	166
5.6	Utilisation de différents capteurs SAR	174
5.6.1	ALOS PALSAR	174
5.6.2	ERS-1 et ERS-2	174
5.6.3	ENVISAT ASAR	174
5.7	Utilisation d'images filtrées, multi-vues ou suréchantillonnées	176
5.7.1	Filtres spatiaux	177
5.7.2	Images Multi-vues	180
5.7.3	Images suréchantillonnées par Zeropadding	185
5.8	Bilan du chapitre	188
6	MIMOSA : Classification temporelle de changements	191
6.1	Contexte	191
6.2	Compositions colorées avec différentes moyennes temporelles	193
6.3	Utilisation des moyennes de Lehmer	196
6.4	Analyse de profils temporels d'amplitude	197
6.4.1	Profils temporels simulés «sans changements»	197
6.4.2	Profils réels «sans changements»	200
6.4.3	Profils temporels simulés «avec changements»	202
6.4.4	Profils temporels réels «avec changements»	204
6.5	Opérateur de classification de changements	204
6.6	Bilan du chapitre	207
7	Conclusions et perspectives	209
7.1	Les moyennes temporelles	209
7.2	La méthode MIMOSA	210
7.3	Les tests de la méthode MIMOSA	211
7.4	L'«outil» MIMOSA : Implémentation et interface graphique	213
7.5	La classification des changements	215
A	Interface graphique de MIMOSA	217
A.1	Avant propos	217
A.2	Installation de MIMOSA	218
A.3	Outils de création/modification de piles d'images	219
A.3.1	Création de piles d'images	219
A.3.2	Calibration radiométrique	220
A.3.3	Recalage	220
A.4	Outils de visualisation	222
A.4.1	Visualisation d'images	222
A.4.2	Visualisation de moyennes temporelles	223
A.4.3	Visualisation de films de changements	223
A.5	Outils de détection de changements	224
A.5.1	Traitement rapide (simplifié)	225

A.5.2	Traitement fin : Méthode MIMOSA	226
A.5.3	Création d'une étude	235
A.5.4	Poursuite d'une étude	236
A.6	Fonctionnalités complémentaires	237
A.6.1	Gestion des préférences	237
A.6.2	Aide	237
A.7	Gestion des versions de MIMOSA	237
A.8	Interface graphique de CIAO	238
B	Statistiques des images SAR	239
B.1	Rappel d'outils statistiques	239
B.2	Expressions des différentes distributions évoquées dans ce manuscrit	240
B.3	Modèles de signal pour l'imagerie SAR	241
B.3.1	Modèle de Speckle	241
B.3.2	Modèle de signal basé sur le bruit multiplicatif	243
B.3.3	Les limites des modèles	245
C	Fonctions et lois de Meijer	247
C.1	Définition des « lois de Meijer » : un formalisme unique pour l'imagerie RSO	247
C.2	Propriétés des lois de Meijer	248
C.3	Log-moments et log-cumulants des lois de Meijer	249
C.4	Évaluation numérique des fonctions de Meijer	250
D	Expérience de validation des réflecteurs RAC	251
D.1	Contexte de l'expérience	252
D.2	Description de l'expérience	253
D.2.1	Les réflecteurs utilisés (RAC)	253
D.2.2	Configuration du réseau de réflecteurs	253
D.2.3	Le dispositif de contrôle des déplacements des réflecteurs	255
D.2.4	Les images TerraSAR-X	257
D.2.5	Protocole de déplacement des réflecteurs mobiles	257
D.3	Calcul des déplacements en considérant des couples d'images	258
D.3.1	Principe général de la Méthode «DInSAR» (<i>Differential Interferometry Synthetic Aperture Radar</i>)	258
D.3.2	Principe de la mesure de déplacement	258
D.3.3	Exemple de mesure de déplacement relatif	261
D.3.4	Analyse des résultats issus de la méthode DInSAR	263
D.4	Calcul des déplacements en considérant la série temporelle	267
D.4.1	Étapes préliminaires au calcul des déplacements des réflecteurs	268
D.4.2	Méthode «STUN» (<i>Spatio Temporal Unwrapping Network</i>)	271
D.4.3	Méthode «STUN + DInSAR»	286
D.5	Bilan technique de l'expérience	289
D.5.1	Les réflecteurs RAC	289
D.5.2	Apport des Permanent Scatterers	289
D.5.3	Apport des séries temporelles	290
D.5.4	Perspectives de développement	290
D.6	Conclusions	291
D.7	Étude de la précision de mesure en fonction de la direction du déplacement	292
D.7.1	Précision accessible avec un seul mode d'acquisition	293

D.7.2	Précision accessible avec deux modes d'acquisition	294
D.7.3	Reconstitution du mouvement en 3D	298
D.8	Couples interférométriques	299
D.9	Images d'amplitude	299

Chapitre 1

Présentation de la Thèse et du manuscrit

Sommaire

1.1	Contexte	13
1.2	Aperçu des travaux effectués	15
1.2.1	Expérience de métrologie : suivi de réflecteurs radar par interférométrie	15
1.2.2	Développement de la méthode MIMOSA pour la détection de changements	16
1.3	Organisation du manuscrit et conseils de lecture	17
1.3.1	Le corps du texte	17
1.3.2	Les annexes	18
1.4	Liste des images présentées dans ce manuscrit	18

1.1 Contexte

La thèse présentée dans ce manuscrit traite de détection automatique de changements à l'aide d'images satellites radar successives. Par exemple, un changement peut être un bâtiment nouvellement construit, voire détruit, mais aussi des déplacements de véhicules d'une image à l'autre, ou de tout autre matériel détectable par imagerie satellite. La détection de changements par satellites est née du désir d'observation à distance d'un site où il n'est pas possible de se rendre physiquement, ou pour automatiser le suivi. Selon les applications, les observateurs bénéficient par exemple de la grande étendue des images satellites pour couvrir une large zone en une seule fois, mais peuvent aussi bénéficier de la discrétion des satellites pour observer sans se démasquer.

Dans cette thèse, nous nous concentrerons uniquement sur l'utilisation de satellites Radar à Synthèse d'Ouverture (RSO, ou SAR pour *Synthetic Aperture Radar*). Ces satellites se différencient des satellites les plus connus du grand public que sont les satellites optiques, qui fournissent des images semblables à des photos aériennes. Les images fournies par les satellites RSO sont de nature différente. En effet, les satellites RSO disposent d'une antenne leur permettant d'envoyer une onde électromagnétique en direction du sol et d'en recevoir le signal réfléchi après aller-retour dans l'atmosphère. Selon les satellites, les antennes peuvent prendre plusieurs formes, mais sont généralement de grandes plaques de dimensions métriques. Nous ne rentrerons pas ici dans les détails de la technique permettant de former une image à l'aide d'une antenne radar. Toutefois, mentionnons simplement que les satellites RSO utilisent le fait qu'ils sont en déplacement lors de la formation de l'image (appelée synthèse d'ouverture) pour simuler une antenne plus grande, leur permettant d'obtenir une meilleure résolution. D'un point de vue purement photométrique,

les satellites radar forment des images à l'aide d'un «capteur de flux», tandis que les satellites optiques forment des images à l'aide d'un «capteur d'image». Les images RSO sont donc formées de façon non intuitive, contrairement aux images optiques dont certaines sont acquises par des capteurs comparables à un oeil humain. Les satellites radar sont le plus souvent héliosynchrones, mais jamais géostationnaires. Ils volent à des altitudes variant généralement entre 500 et 800km. Leurs vitesses de déplacement sont de l'ordre de 7km/s le long d'orbites proches d'un axe nord-sud.

La particularité des images RSO est qu'elles sont à pixels complexes, c'est à dire avec un module et un argument (appelés amplitude et phase). La valeur de l'amplitude est liée à la «force» du signal rétrodiffusé par le sol. Plus les objets au sol seront de nature à renvoyer le signal vers le satellite, plus l'amplitude sera grande. Au contraire, des zones absorbant les ondes radar, ou les réfléchissant dans une autre direction que celle du satellite correspondront dans l'image à une faible amplitude. Nous pouvons mentionner que l'intensité (carré de l'amplitude) est souvent utilisée de façon préférentielle à l'amplitude, sans conséquences sur l'interprétation des images. La phase de chaque pixel est liée au temps d'aller retour de l'onde entre le sol et le satellite. Puisque la phase est un nombre compris entre $-\pi$ et $+\pi$, il n'est pas possible à l'aide d'une seule image de mesurer la distance entre le satellite et le sol. Cependant, à l'aide de deux images, il est possible en comparant les phases de mesurer une éventuelle variation de cette distance. C'est le principe de l'interférométrie radar, technique très utilisée, permettant de mesurer les déformations du sol sur de larges étendues. Les images RSO n'ont pas vocation à être représentées en couleur¹, on représente le plus souvent l'unique bande disponible (amplitude ou intensité) en noir et blanc. La phase d'une image est extrêmement difficile à analyser seule. De plus, les images RSO présentent une géométrie très différente des images optiques traditionnelles, leur interprétation est plus difficile.

Les ondes radar présentent des longueurs d'onde de l'ordre du cm, pouvant varier de 3 à 20 cm environ selon les satellites. Sans parler de principe d'acquisition et de synthèse d'image, la longueur d'onde détermine généralement la résolution finale de l'image. Pour les satellites actuels, plus la longueur d'onde est petite, plus la résolution est fine (plus la taille des pixels au sol est petite). La longueur d'onde du satellite détermine également l'interprétation qu'il est possible de faire de l'image d'amplitude. En effet, l'interaction entre la matière formée par les éléments de la scène et le rayonnement formé par l'onde radar est entièrement déterminée par la longueur d'onde. Les mécanismes de formation d'image ainsi que ceux régissant la rétrodiffusion de l'onde radar sont complexes. De ce fait, la modélisation du signal dans les images RSO se fait le plus souvent de manière statistique.

Dans un contexte de détection de changements, les satellites optiques ou RSO apportent un regard sur la terre entière à distance (c'est le principe même de la télédétection). Les temps de revisite réguliers permettent d'acquérir des images à des intervalles fixes et de faire un suivi de zones d'intérêt sur de longues périodes et de grandes étendues. De nombreuses applications sont couvertes par la détection de changements. Celles ci seront détaillées dans le prochain chapitre. Ce sont traditionnellement les satellites optiques qui sont le plus utilisés pour la détection de changements, puisque l'interprétation des images est plus explicite. Cependant, lors des dernières années, l'amélioration de la résolution des satellites RSO, ainsi que l'augmentation de leur nombre permet de couvrir la surface de la terre avec une meilleure finesse et avec un temps de revisite plus court. De ce fait, l'imagerie RSO vient progressivement rattraper son retard et compléter l'imagerie optique.

Du fait de leurs natures différentes, les imageries optique et RSO apportent des informations complémentaires en termes de changements détectés. En effet, certains changements ne sont

1. Les images optiques «panchromatiques» sont également représentées en échelle de gris.

déTECTABLES qu'avec un seul type de satellite. L'exemple le plus simple et le plus couramment employé est que les satellites optiques sont limités par la présence de nuages, alors que les satellites RSO y sont quasi insensibles. De ce fait, les satellites radar sont parfois les seuls qu'il est possible d'utiliser dans l'urgence en cas de crise si la scène à observer est sous couvert nuageux. Notons également que les satellites RSO peuvent acquérir des images la nuit, alors que les satellites optiques ont besoin du soleil pour éclairer la scène.

Plusieurs méthodes de détection de changements existent pour l'imagerie RSO, parmi lesquelles certaines sont très performantes et donc très utilisées. Ces méthodes consistent à comparer deux images (ou plus), et à déterminer en quels pixels se situent les changements. Ces méthodes se basent toutes sur un certain critère de différence permettant de distinguer les évolutions «normales» du signal entre deux acquisitions successives, et celles plus importantes, attribuées aux «vrais changements». Généralement, chaque méthode convient à un type d'application particulier. En effet, il est rare par exemple qu'une méthode développée pour détecter des changements très ponctuels parvienne à détecter correctement des changements étendus, et inversement.

L'augmentation du nombre de satellites, ainsi que la demande croissante d'images augmentent considérablement le volume de données à analyser chaque jour. De ce fait, l'interprétation des images doit être rapide. Le rôle des méthodes automatiques de détection de changements est alors de faciliter le travail des opérateurs analysant les résultats.

La thèse présentée dans ce manuscrit vient compléter les travaux déjà effectués dans le domaine de la détection de changements par images RSO. Elle vient plus particulièrement répondre au problème qu'est le traitement automatique de grands volumes d'images. Elle propose une nouvelle méthode basée sur la notion de moyenne temporelle, généralisant ainsi le nombre d'images en jeu et permettant de détecter automatiquement des changements selon un seul paramètre : le taux de fausses alarmes obtenu dans le résultat.

1.2 Aperçu des travaux effectués

1.2.1 Expérience de métrologie : suivi de réflecteurs radar par interférométrie

Les débuts de cette thèse ont été consacrés à l'exploitation d'une expérience d'interférométrie radar commencée les années précédentes dans le cadre de ma formation d'ingénieur. Il est possible résumer ce travail en deux points :

- L'implémentation d'une méthode de mesure des déformations du sol par interférométrie, basée sur la notion de points fiables dans les séries temporelles d'images SAR. Une méthode robuste a donc été implémentée dans la chaîne de calcul radar du CEA, et validée par des données synthétiques et réelles.
- La conception et la réalisation d'un réflecteur radar capable d'être utilisé pour former un point de mesure de déformation à l'aide de la méthode de calcul développée en parallèle. Le réflecteur final est un objet métallique d'environ 1m en forme de double coin de cube, maintenant breveté et validé par l'expérience.

Ce travail, entièrement détaillé dans l'annexe D de ce manuscrit, m'a permis de démarrer une réflexion approfondie sur la notion de changement dans une image SAR.

Cette expérience unique ainsi que ses résultats ont fait l'objet de nombreuses présentations, d'une publications dans la revue «Choc Avancées» du CEA, ainsi qu'une publication dans IEEE/TGRS. Par ailleurs, le réflecteur développé a été breveté, en plus de faire actuellement l'objet d'un transfert de technologie.

1.2.2 Développement de la méthode MIMOSA pour la détection de changements

La principale partie de cette thèse concerne la détection de changements. Pour ceci, les travaux ont débuté par des études statistiques des images, ainsi que des moyennes temporelles. Ils ont permis d'obtenir des résultats théoriques très intéressants, avec des applications aux données réelles. Le chapitre 3, concernant l'étude des moyennes et de leurs propriétés statistiques dresse les bases du modèle de la méthode de détection de changements développée.

Cette approche nous a permis de développer la méthode MIMOSA (Method for generalized Means Ordered Series Analysis), qui est une nouvelle méthode automatique permettant de détecter des changements entre couples d'images, aussi bien que dans des séries temporelles d'images. L'unification des deux domaines vient de l'emploi des moyennes temporelles dont la méthode tire son nom. Le principe est simple : quel que soit le nombre d'images, il s'agit de comparer deux moyennes temporelles différentes (par exemple moyenne géométrique et moyenne quadratique). En l'absence de changement, les deux moyennes seront semblables, tandis qu'en présence de changement, les moyennes seront différentes. La détection automatique des changements s'appuie sur un modèle théorique développé lors de cette thèse. Ce modèle transpose le comportement du speckle dans les images au comportement des moyennes temporelles, permettant ainsi de définir un seuil de détection basé uniquement sur la notion de fausse alarme. La méthode MIMOSA permet en effet de détecter des changements en fixant *a priori* le taux de fausses alarmes. Dans ce manuscrit, nous avons distingué la détection pour les couples, triplets et séries temporelles. Un effort particulier a été porté sur l'obtention d'expressions littérales de sorte à optimiser les calculs et à permettre une implémentation facile par le lecteur.

Suite au développement de la méthode MIMOSA, celle-ci a été testée à l'aide de jeux de données variés. Tous les jeux de données utilisés sont des jeux réels, les cas rencontrés correspondent donc à des cas possibles dans la réalité. Les différents jeux test ont été choisis selon des critères particuliers de sorte à couvrir le plus de configurations possibles. La méthode a donc été testée avec différents types de satellites comme ALOS, ENVISAT, ERS, TerraSAR-X ou encore COSMO SkyMed, correspondant à toute la gamme de satellites radar qu'il est possible de rencontrer à l'heure actuelle. Les problèmes les plus fréquents ont été abordés de manière paramétrique de sorte à en mesurer l'influence. Par exemple, il arrive souvent que le recalage d'images soit une étape délicate, la sensibilité de MIMOSA au recalage a donc été testée à l'aide de jeux volontairement mal recalés. De même, la question de la calibration radiométrique est très importante lorsque l'on souhaite comparer les valeurs d'amplitude dans deux images différentes. Une mauvaise calibration a donc été simulée de sorte à quantifier la tolérance de MIMOSA à ce sujet. Pour terminer ces tests de sensibilité à la méthode MIMOSA, l'utilisation d'images filtrées, multi-vues ou suréchantillonnées a finalement été testée. Tous les tests de sensibilité effectués ont permis de montrer que la méthode MIMOSA montrait une bonne robustesse à l'ensemble des problématiques de l'imagerie SAR. Mentionnons également que tous les tests effectués ont été réalisés en parallèle avec des couples d'images, mais aussi dans le cas de séries temporelles, renforçant encore la couverture des tests effectués.

Lors des développements et des tests de MIMOSA, les moyennes temporelles ont également révélé un grand potentiel dans la classification des changements. Notons bien qu'il s'agit ici de classification temporelle des changements et non de segmentation spatiale comme c'est souvent le cas lorsque le terme classification est employé dans le domaine de l'imagerie satellite. La classification des changements distingue ici différents types de changements temporels, comme par exemple ceux de nature marginale ou régulière au cours de la série temporelle.

Le développement de la méthode de détection de changements à proprement parler s'est accompagné du développement d'une interface graphique englobant l'outil MIMOSA, mais aussi

un grand nombre de fonctionnalités développées spécialement pour préparer les données à traiter et analyser les résultats. Le développement de cette interface s'est effectué en IDL, de sorte à générer un nouveau menu sous ENVI, ainsi qu'un outil autonome distribuable sans ENVI à l'aide de la machine virtuelle IDL. Les fonctions de préparation des images à la détection de changements incorporent des fonctions d'importation de données recalées, mais aussi une interface avec les outils de recalage de Telecom ParisTech. Des outils additionnels de recalage ont été spécialement développés et inclus dans l'interface de MIMOSA de sorte à pouvoir traiter à l'intérieur même de l'outil des images mal recalées. Les modules de recalage utilisent la corrélation d'amplitude ou bien la maximisation de la cohérence interférométrique avant de ré-échantillonner finement les images SAR. Un module de calibration radiométrique automatique a également été spécialement développé et inclus, de sorte à corriger un éventuel biais de calibration. Les outils de détection de changements à proprement parler permettent de traiter des couples, triplets ou séries temporelles d'images, mais aussi de réaliser des études de suivi de site. Il est en effet possible de reprendre une étude où elle avait été stoppée lors de l'arrivée d'une nouvelle image. Les résultats apportés par cette nouvelle image sont alors automatiquement fusionnés à l'étude en cours. Divers outils permettent également d'analyser les résultats fournis par MIMOSA. Cette interface (cf. annexe A) a été développée en lien avec des utilisateurs, permettant ainsi un retour sur expérience et son amélioration constante.

Ces travaux ont donné lieu à de nombreuses présentations, à la publication de trois articles de conférence (un à EUSAR 2012 et deux lors du GRETSI 2013), ainsi qu'un article dans IEEE/TGRS.

1.3 Organisation du manuscrit et conseils de lecture

1.3.1 Le corps du texte

Pour faciliter la lecture, les points clefs sont matérialisés par la présence de balises de ce type :



Plus que de simples informations, ces balises désirent attirer l'attention du lecteur sur les points les plus importants. Ces balises présentent souvent des résultats importants, ou des remarques permettant une compréhension approfondie du problème abordé.

Nous détaillons ci dessous les différents chapitres de cette thèse :

- Le chapitre 2 présente l'état de l'art en détection de changements, en se focalisant seulement sur les principales approches. Des parallèles sont esquissés avec la méthode MIMOSA décrite dans ce manuscrit. Ce chapitre est très important dans la lecture de ce manuscrit car il dresse également les principes de la détection de changements et tente de définir toutes les notions complexes qui y sont associées.
- Le chapitre 3 présente les résultats des travaux effectués lors de cette thèse sur les moyennes temporelles. Bien que ce soit une partie avant tout théorique, un soin particulier a été porté à la mise en application des différentes propriétés décrites (La méthode MIMOSA en est le premier exemple dans le chapitre suivant). Bien que les notions abordées soient abstraites, ce chapitre prépare les bases de la méthode MIMOSA.
- Le chapitre 4 est le chapitre principal, il décrit la méthode MIMOSA dans son intégralité. Tous les éléments nécessaires à la détection de changements pour des couples ou séries temporelles sont exposés. Cette partie est ponctuée de nombreux exemples et aborde le problème progressivement.
- Le chapitre 5 regroupe tous les tests effectués à propos de la sensibilité de MIMOSA. Ce chapitre comporte un grand nombre d'informations, compte tenu du très grand nombre de tests effectués. Il existe souvent des similitudes entre les parties concernant les couples et les séries

Capteur	Zone	Nombre	Chapitre(s)
TerraSAR-X	Vallons (France)	2	2
TerraSAR-X	Serre-Ponçon (France)	12	3
TerraSAR-X	Arabie Saoudite	2	4
TerraSAR-X	Port de Sendai (Japon)	7/9	4, 5, 6
TerraSAR-X	Centrale thermique de Sendai (Japon)	7/9	4, 5
TerraSAR-X	Zone d'habitations de Sendai (Japon)	7/9	4
TerraSAR-X	Base aérienne de Sendai (Japon)	7/9	4
TerraSAR-X	Le Bourgeat (France)	13	5
CARABAS-II	Vedsten (Suède)	2	4
COSMO-SkyMed	Gare de St-Gervais (France)	39	4, 6
COSMO-SkyMed	Le Bourgeat (France)	39	5
COSMO-SkyMed	St-Gervais sud (France)	39	5
COSMO-SkyMed	Argentières (France)	39	5
ALOS PALSAR	Haïti	2	5
ERS-1/ERS-2	Arcachon (France)	2	5
ENVISAT	Mont Fuji (Japon)	2	5

TABLE 1.1: Liste des images présentées dans ce manuscrit.

temporelles sur lesquelles des tests semblables ont été effectués. Les résultats fournis dans ce chapitre permettent de donner un ordre de grandeur des tolérances de la méthode MIMOSA lorsque l'on se trouve dans un cas semblable.

- Le dernier chapitre (6) est plus concis, car il se contente d'ouvrir des portes à l'usage des moyennes temporelles vers la classification des changements. Il concerne uniquement le cas des séries temporelles. Les résultats exposés ici sont présentés de manière très synthétique de sorte à former un point de départ pour d'éventuels futurs travaux sur le sujet.

1.3.2 Les annexes

- L'annexe A présente l'interface de l'outil MIMOSA ainsi que toutes ses fonctionnalités. Ce chapitre peut être vu comme un manuel d'installation et d'utilisation de MIMOSA. De nombreux conseils sont en effet donnés pour mener à bien une détection de changements pertinente.

- L'annexe B prend la forme d'un formulaire de statistiques regroupant les notions utilisées au cours de ce manuscrit. Ce chapitre se veut par nature très synthétique et permet au lecteur de se référer à des points précis (définitions, propriétés, etc.).

- L'annexe C présente la définition des lois de Meijer utilisées dans la méthode MIMOSA. Notons que seulement le strict minimum est abordé au sujet des fonctions et lois de Meijer.

- L'annexe D présente les travaux effectués en début de thèse à propos de l'expérience de suivi de réflecteurs radar par interférométrie.

1.4 Liste des images présentées dans ce manuscrit

Nous présentons dans le tableau 1.1 la synthèse des nombreux jeux d'images utilisés dans cette thèse. Nous bénéficions d'une large palette de capteurs, mais aussi de types de terrains et d'applications.

Chapitre 2

État de l'art en détection de changements par imagerie SAR

Sommaire

2.1	Contexte	20
2.1.1	Exemples d'applications de l'imagerie SAR	20
2.1.2	Définition d'un changement	20
2.1.3	Bilan	25
2.2	État de l'art en détection de changements par images SAR	26
2.2.1	Compositions colorées	26
2.2.2	Rapport et Log-Rapport d'amplitudes	28
2.2.3	Analyse Multi-échelles	29
2.2.4	Analyse en sous-blocs	29
2.2.5	Utilisation des Log-cumulants	29
2.2.6	Mesure de similarité	30
2.2.7	Lois Gamma bivariées	31
2.2.8	Utilisation des concepts de la théorie de l'information	31
2.2.9	Maximum de vraisemblance	31
2.2.10	Mesure de déformation par interférométrie	33
2.2.11	Analyse de la cohérence entre images	34
2.2.12	Analyse jointe de la cohérence et de la variation d'amplitude	35
2.3	Bilan du chapitre	37

Résumé du chapitre

Avant de détailler dans les parties ultérieures la méthode développée dans cette thèse, ce chapitre dresse l'état de l'art en détection de changements à l'aide d'images SAR. Des exemples d'applications sont tout d'abord proposés, justifiant l'intérêt de tels travaux. La définition de «changement» dans une image est ensuite abordée afin d'en séparer les différentes causes, et de mettre en valeur le défi que représente la détection de changement à l'aide d'images (quel que soit le capteur utilisé). Différentes méthodes de détection existantes dans le cas de l'imagerie SAR sont ensuite décrites et comparées.

2.1 Contexte

2.1.1 Exemples d’applications de l’imagerie SAR

L’imagerie satellitaire SAR est largement utilisée afin d’étudier des phénomènes naturels entraînant des modifications dans les images. En effet, les passages réguliers des satellites au dessus d’une même zone géographique permettent l’acquisition de séries d’images et de suivre ainsi l’évolution du site d’intérêt. Quelques exemples sont cités ci-dessous et tentent de parcourir plusieurs domaines différents.

Un premier domaine où l’imagerie SAR est utilisée est la surveillance environnementale, comme par exemple le suivi des forêts [1], de l’agriculture ou de la végétation, ou encore le suivi de la glace en mer [2]. Dans ce domaine, des outils de classification spatiale peuvent être mêlés à des outils de détection de changements temporels. Ces applications profitent des larges emprises des images, qui permettent de mener les études sur de vastes zones géographiques.

Un second domaine où l’imagerie SAR est très largement utilisée est celui des catastrophes naturelles. Nous pouvons par exemple citer le cas des tsunamis [3], celui des inondations [4], ou encore des séismes [5]. Dans ce domaine, ce sont principalement les outils de mesure de déformation de la surface du sol, et de détection de changements qui sont utilisés. Le plus souvent, des cartes de dégâts sont produites à partir des cartes de changements. Ces cartes peuvent être utilisées par les autorités pour organiser les secours et la reconstruction. Ces applications profitent parfois du fait que les images SAR peuvent être acquises même en présence de nuages au dessus de la zone souhaitée. De ce fait, ce sont parfois les seules images disponibles en cas de crise.

Un troisième domaine de prédilection pour l’imagerie SAR est celui de la détection de changements d’origine humaine. Ce domaine peut, entre autres, concerner l’urbanisme [6] ou encore l’industrie [7]. Dans ce cas, ce sont principalement les outils de détection de changements qui sont utilisés. Pour certaines applications d’observation d’activité à distance, les images SAR sont très appréciées car elles permettent des acquisitions de jour comme de nuit, contrairement aux images optiques. Le fait que la présence de nuages ne gêne pas l’acquisition de l’image est également un avantage par rapport aux images optiques. Nous pouvons aussi mentionner que l’interférométrie est parfois utilisée pour mettre en évidence une activité humaine souterraine.



L’utilisation des images SAR pour la détection de changements prend progressivement de l’importance depuis l’apparition des satellites haute résolution. Historiquement, les satellites optiques ont toujours fourni des images de meilleure résolution et plus faciles à interpréter qu’une image SAR. De ce fait, Les images optiques étaient largement préférées aux images SAR, moins résolues et plus difficiles à interpréter. De nos jours, les résolutions sont devenues quasiment comparables^a. Le problème de l’interprétation des images SAR reste cependant entier et est souvent réservé aux experts. La complémentarité des images SAR par rapport aux images optiques justifie cependant l’effort d’interprétation.

^a. Le très récent mode «Staring Spotlight» de TerraSAR-X permet de réaliser des images avec une résolution de 30cm.

2.1.2 Définition d’un changement

Tout au long de ce manuscrit, nous allons rencontrer la notion de «changement». Avant de commencer, il est très important de préciser ce que signifie cette notion plus subtile qu’elle ne le semble dans le contexte de l’imagerie SAR. Tout d’abord, le mot «changement» admet de nombreux synonymes, comme modification, transformation, variation, évolution, altération, remplacement, etc. Le changement est une notion complexe liée à la notion d’observable ou de

mesure. Dans le cas de l'imagerie en général (pas seulement les satellites SAR), nous verrons qu'il s'agit surtout de préciser la nature et la source des modifications observées sur les images pour définir le changement.

Définir ce qu'est un changement entre deux dates dans une scène est relativement simple si l'on ne parle pas d'imagerie. En considérant qu'une scène est constituée d'une surface support et d'objets disposés sur celle-ci, nous pouvons distinguer très schématiquement plusieurs types de changements :

- déformation ou modification de la surface support,
- disparition d'un objet,
- apparition d'un nouvel objet,
- déplacement ou modification d'un objet,
- etc.

Cet exemple très schématique est bien sûr trop simple pour décrire la complexité d'une scène réelle. De plus, il ne fait pas intervenir le fait que l'on observe la scène à l'aide d'une image et qu'il n'est pas possible de la «visiter» : l'image se limite à un unique point de vue. En effet, analyser une scène à l'aide d'une image peut être perturbant car nous sommes habitués à évoluer dans un univers à trois dimensions, et à pouvoir contourner les objets pour en déterminer la nature.

Pour mieux mettre en évidence cette particularité, nous allons maintenant lister certains points qu'il est bon d'avoir à l'esprit si l'on souhaite détecter des changements dans une scène à partir d'images de celle-ci. En effet, de nombreux facteurs extérieurs à la scène elle-même peuvent modifier l'apparence des images et ainsi les rendre dissemblables d'une acquisition à l'autre, même si aucun changement n'a eu lieu. Ces commentaires seront généraux et pourront s'appliquer à de nombreux domaines où la détection de changements est pratiquée. Des études [8] ont d'ailleurs rapproché diverses disciplines incluant l'imagerie satellitaire, la surveillance civile, le domaine médical (du diagnostic et du traitement), ainsi que le sondage sous-marin. Des points communs ont été mis en avant dans les méthodes de détection, aussi bien que dans les défis que représentent une détection de changement dans chacun des domaines.

Nous présentons en figure 2.1 un diagramme séparant les causes possibles de modification de la radiométrie¹ d'une image entre deux acquisitions. Nous pouvons distinguer trois causes principales :

1. Causes liées aux conditions d'acquisition de l'image (angle de prise de vue, éclairement, météo, etc.),
2. Causes liées aux traitements effectués sur l'image (filtrage, recalage, etc.),
3. Causes liées aux changements dans la scène (naturels ou d'origine humaine).

Les conditions atmosphériques :

En considérant que le capteur d'image se situe à une certaine distance de la scène, ou même dans l'espace pour le cas des satellites, il faut considérer que l'image a été formée après un transport d'une onde électromagnétique dans l'atmosphère. Dans le cas des satellites optiques, nous pourrions remarquer que les images sont sensibles aux nuages. Des zones entières peuvent donc être cachées par un nuage sur une image, rendant alors impossible toute comparaison avec une autre image dépourvue de nuages. La figure 2.2 montre des images optiques où des nuages sont présents, et où nous pouvons constater qu'ils forment parfois un masque opaque. Les satellites radar ne sont pas sensibles aux nuages présents dans l'atmosphère de la même manière. Les nuages n'apparaissent en effet pas directement sur les images radar, tout se passe comme s'ils étaient «transparents». L'effet des nuages (ou de la teneur en eau de l'atmosphère) se retrouve

1. équivalent aux valeurs de l'image.

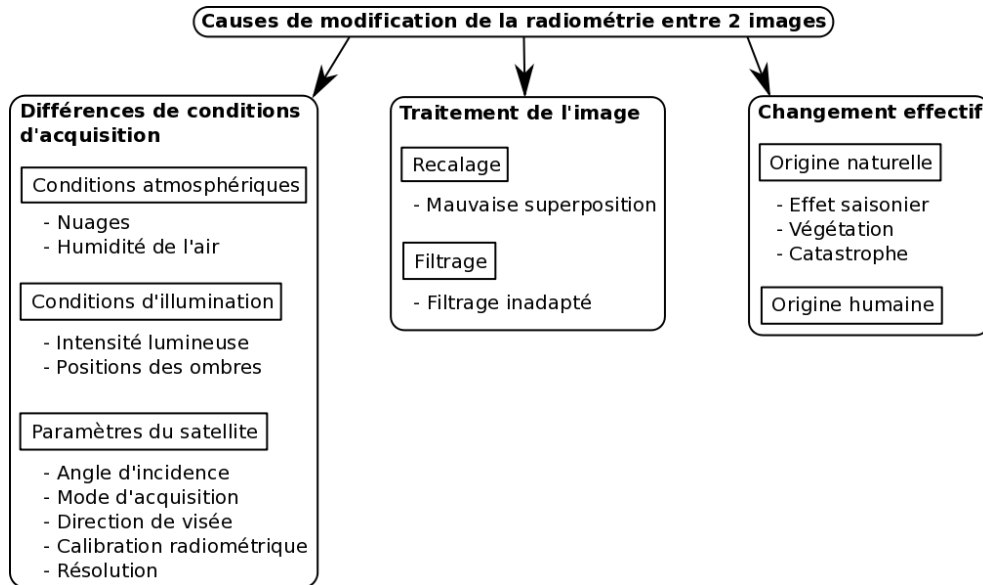


FIGURE 2.1: Causes possibles d'évolution de l'aspect d'une image satellite, que ce soit une image optique ou une image radar.

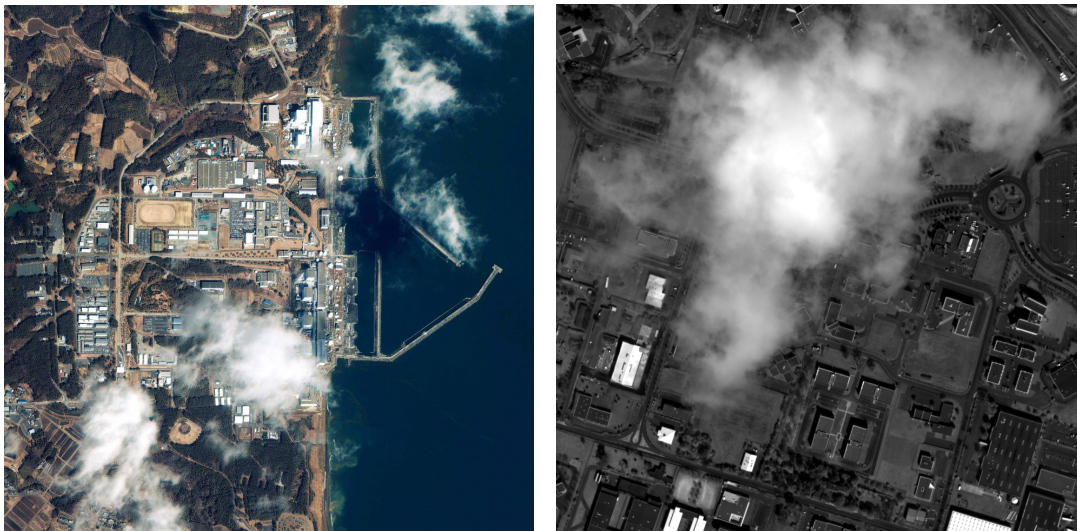


FIGURE 2.2: À gauche : Image optique GeoEye sur la centrale de Fukushima (Japon) – 11/03/2011, comportant des nuages masquant certaines zones. À droite : Image Quickbird sur Toulouse (France) – 2010.

cependant dans la phase d'une image radar, sous forme de différences de temps de parcours de l'onde.

Les conditions d'illumination :

Dans le cas de l'imagerie optique, la source d'illumination de la scène est le soleil. En simplifiant, l'image optique enregistre donc la couleur et la luminosité de la scène selon un certain angle de prise de vue et sous des conditions d'éclairement du soleil particulières. Si les deux acquisitions d'images sur la scène ne sont pas effectuées dans les mêmes conditions d'illumination par le soleil, les ombres des objets ne seront naturellement pas aux mêmes endroits dans les images. Ainsi,

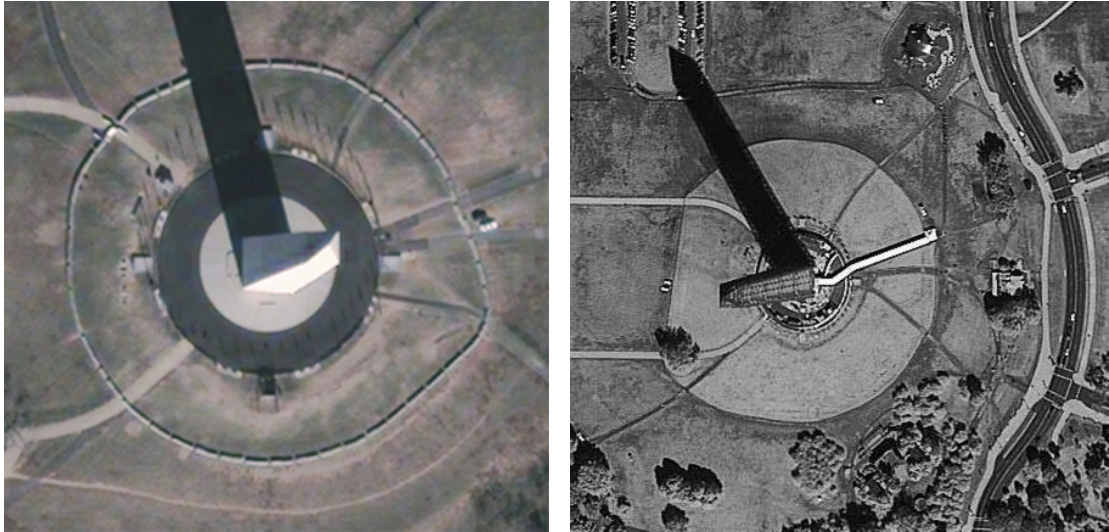


FIGURE 2.3: À gauche : Image Quickbird sur Washington, fortement dépendante de la position du soleil du fait de la présence d'ombres. Image Ikonos sur la même scène. Notons que les dates d'acquisition sont très différentes, ainsi que les positions des satellites.

même si la scène n'a subi aucun changement, les images seront différentes au niveau de ces ombres. La figure 2.3 présente un exemple de scène fortement sensible aux conditions d'illumination du fait de la présence d'ombres.

Dans le cas de l'imagerie radar, la source d'illumination est le satellite lui-même. Ainsi, les conditions d'éclairement par le soleil n'influent pas sur les images, rendant possibles les acquisitions radar la nuit. Des ombres apparaissent dans les images radar uniquement du fait des propriétés géométriques de la scène qui dispose de zones non éclairées par l'onde radar car elles sont cachées par un objet disposé entre elles et le satellite. Si le satellite occupe la même position lors de plusieurs acquisitions, les ombres seront situées aux mêmes endroits dans les images, les rendant comparables.

Les paramètres du satellite :

Dès lors que l'on fait l'image d'une scène, et ceci quel que soit le capteur utilisé (appareil photo au sol, drone, satellite optique, satellite radar, ...), l'environnement 3D de la scène subit une projection en deux dimensions pour être contenu dans la matrice de pixels formant l'image. Cette projection dépend bien sûr de l'angle de prise de vue de l'image. Ainsi, une notion de perspective apparaît, et une interprétation visuelle est toujours nécessaire pour imaginer la scène en trois dimensions. Une conséquence évidente de cette perspective est que tous les côtés des objets ne peuvent pas être représentés sur l'image. Certaines faces seront bien sûr cachées, et il existera nécessairement des zones aveugles. De ce fait, si deux images sont acquises selon des angles de prise de vue différents, les images seront différentes même si la scène n'a pas changé car des parties différentes des objets constituant la scène seront visibles. La figure 2.4 illustre les effets d'angle de prise de vue sur une même scène en imagerie optique (le problème est similaire en imagerie radar). Nous observons sur cette figure que les façades des tours présentes dans les images ne sont pas les mêmes selon l'angle de prise de vue.

La résolution des images :

L'image est formée de pixels correspondant à une certaine dimension caractéristique dans l'espace de la scène. Ainsi, on parlera de résolution métrique si la taille des pixels correspond à une



FIGURE 2.4: Couple Stéréo d'images Ikonos acquises sur la ville de San Diego en Californie (07/02/2000, ©GeoEye), illustrant des effets géométriques dûs aux deux angles de prise de vue différents. Les deux images ayant été acquises à moins d'une minute d'intervalle, les ombres des bâtiments au sol sont identiques pour les deux images.

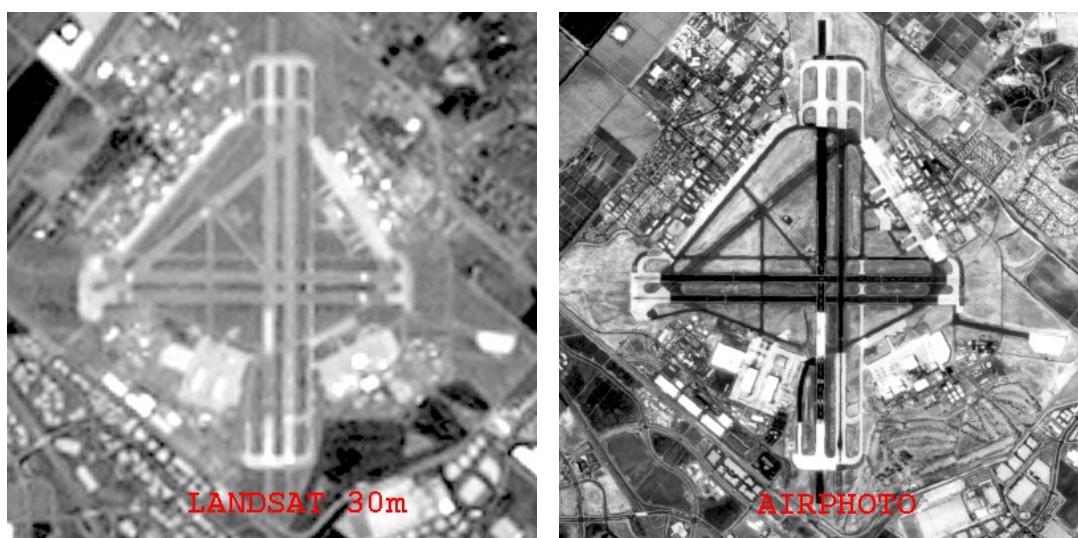


FIGURE 2.5: Aéroport imagé à l'aide de deux capteurs différents. À gauche : Image Landsat à 30 m de résolution. À droite : Photo aérienne haute résolution.

dimension proche du mètre dans la scène. La résolution d'une image va déterminer ce qu'il est possible d'observer dans celle-ci. En effet, ne seront détectables que les changements de dimension suffisante pour modifier un pixel dans l'image. La figure 2.5 compare deux images d'une même scène à deux résolutions différentes. On constate alors que pour effectuer une détection de changements pertinente, il faut utiliser deux images de résolution comparable.

Le recalage entre images :

Afin de pouvoir comparer deux images pixel à pixel, il convient de les rendre le plus superposables possible. Cette étape est appelée recalage. Le recalage entre deux images consiste à projeter une image dans la géométrie de l'autre, comme si les deux images avaient été acquises dans les mêmes

conditions et du même point de vue. Sans rentrer dans les détails des techniques de recalage, il est important de mesurer la difficulté d'un tel exercice lorsque les deux images sont acquises dans des conditions très différentes (comme par exemple les images Stéréo présentées en figure 2.4). Ainsi, il n'est pas rare que des erreurs de recalage plus ou moins importantes interviennent, ce qui peut rendre les images localement dissemblables.

Les changements effectifs :

Parmi les changements effectifs pouvant intervenir dans une scène, nous pouvons distinguer les changements naturels des changements d'origine humaine. Les effets saisonniers liés à la végétation, ou encore les catastrophes naturelles sont à distinguer des activités humaines. Il existe bien sûr une multitude de changements possibles, nous n'en dresserons pas une liste.

La seule notion importante dans la notion de «changement», et la définition que l'on s'en fait, est liée à la recherche de la détection d'un type de changements bien particulier. Par exemple, il est parfois difficile de distinguer les changements d'origine humaine des changements naturels lorsque l'on ne dispose pas de connaissance préalable du terrain observé.

De plus, il est courant de rechercher à détecter un type très particulier de changement. Prenons par exemple la recherche de nouvelles constructions de bâtiments dans une zone urbaine. Cet exercice difficile consistera à séparer les modifications de l'image dues aux multiples activités dans une zone urbaine, comme les divers changements de positions de véhicules, des changements que l'on souhaite observer. Tout changement détecté qui ne répond pas au type de changement recherché est qualifié de «fausse alarme». En conclusion, nous pouvons dire que la notion de changement, et donc la notion de fausse alarme sont subjectives, ou au moins contextuelles.

2.1.3 Bilan



Considérons, dans ce bilan uniquement, que toutes les causes de changements dans les images sont parfaitement compensées, mis à part les «changements effectifs» décrits dans la figure 2.1. Nous dressons ci-dessous un bilan des causes de changements possibles d'une image à l'autre, et précisons que la notion de changement est subjective puisqu'elle est liée à ce que l'on souhaite détecter.

- La notion de changement est intrinsèquement liée au type d'images utilisées et ce qu'elle permet d'observer. En effet, chaque type d'image observe une scène d'une façon bien spécifique. Pour prendre un exemple net, une image optique ne ressemble pas à une image radar car le procédé de construction de l'image est radicalement différent. De ce fait, le type de changement observable ne sera absolument pas semblable selon le type d'imagerie utilisé (radar, optique, infrarouge, multi/hyperspectral, etc.).
- Nous pouvons également remarquer que le type de changements observable dépend fortement du niveau de détail de l'image. Un niveau de détail élevé permet de détecter un très grand nombre de changements. Cependant, un utilisateur pourra préférer une vision plus globale et ne trouvera pas du tout pertinente la détection de changements effectuée à une échelle très fine.
- Lorsque les changements sont détectés par une méthode informatique, une carte de changements est généralement fournie. La notion de «fausse alarme» est introduite pour illustrer que la méthode a détecté un changement alors que rien ne s'est passé. Sachant bien sûr qu'un changement ne peut être détecté que si une variation significative de la radiométrie de l'image est intervenue entre les deux acquisitions², il y a bien eu un changement et le terme de «fausse alarme» est mal choisi. La notion de fausse alarme est en effet liée au type de changement que l'on souhaite détecter. Par exemple, lorsque l'on cherche à détecter des changements d'origine

2. Ceci revient à supposer que la méthode fonctionne.

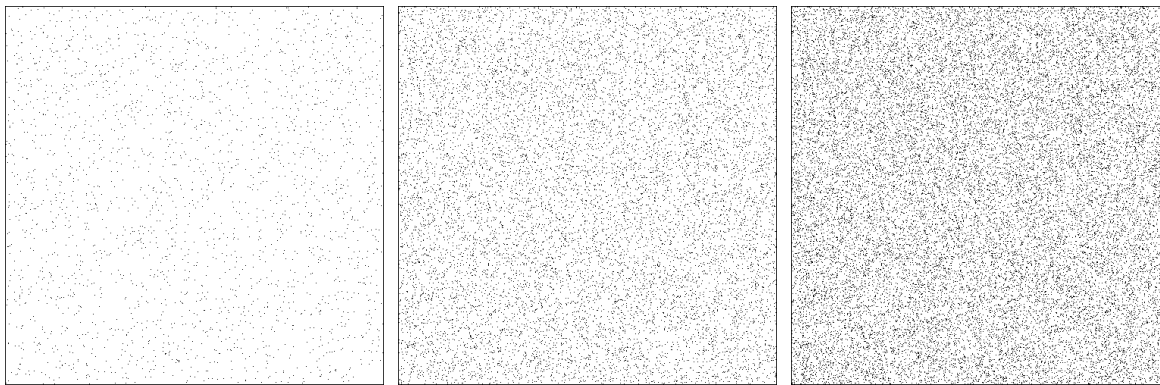


FIGURE 2.6: Cartes de changements fictifs 500×500 pixels répartis aléatoirement, où un taux de fausses alarmes a été simulé (fausses alarmes en noir). De gauche à droite : 1%, 5% et 10%.

humaine, les détections correspondant à des changements naturels dus à la végétation environnante sont qualifiés de fausses alarmes pour la simple raison qu'ils sont indésirables. Cependant, les changements d'origine naturelle sont inévitables, il faut donc accepter leur présence, même s'ils gênent l'interprétation. Nous présentons en figure 2.6 trois cartes de changements dans lesquelles des taux de fausses alarmes particuliers ont été simulés (respectivement 1%, 5% et 10%) alors qu'aucun changement n'aurait dû être détecté³. Nous constatons que même 1% de fausses alarmes apparaît dans cette image 500×500 comme un nuage de points très désagréable visuellement.

- Il faut enfin différencier la détection de changements supervisée (Supervised Change Detection) de la détection de changements non-supervisée (Unsupervised). La détection de changements non supervisée est une détection binaire sans classification des changements. Elle s'effectue la plupart du temps lorsque l'on ne dispose pas de vérité terrain. La détection supervisée s'attache à créer des classes de changements à partir d'une connaissance du terrain observé. Pour reprendre le cas des fausses alarmes de végétation au paragraphe précédent, le terme «fausse alarme» n'aurait plus lieu d'être si ces détections peuvent être identifiées comme issues de la végétation et séparées de la classe des changements humains recherchés.

2.2 État de l'art en détection de changements par images SAR



Cette section représente le cœur de ce chapitre. Elle dresse en effet une liste non exhaustive des nombreuses approches présentes dans la littérature concernant les techniques de détection de changements entre images SAR. Les techniques appliquées aux images optiques ne seront pas développées. Les méthodes existantes dans la littérature présentées ici seront développées dans leurs grandes lignes de sorte à permettre la comparaison avec la méthode développée lors de cette thèse.

2.2.1 Compositions colorées

La méthode classique pour détecter des changements entre images SAR est l'utilisation de compositions colorées entre les amplitudes des images. Cette méthode n'utilise pas la phase des images SAR, mais uniquement l'amplitude. La composition colorée permet de comparer deux

3. Ici, toutes les détections sont des fausses alarmes. Le taux de fausses alarmes représente donc la proportion de points noirs sur les figures

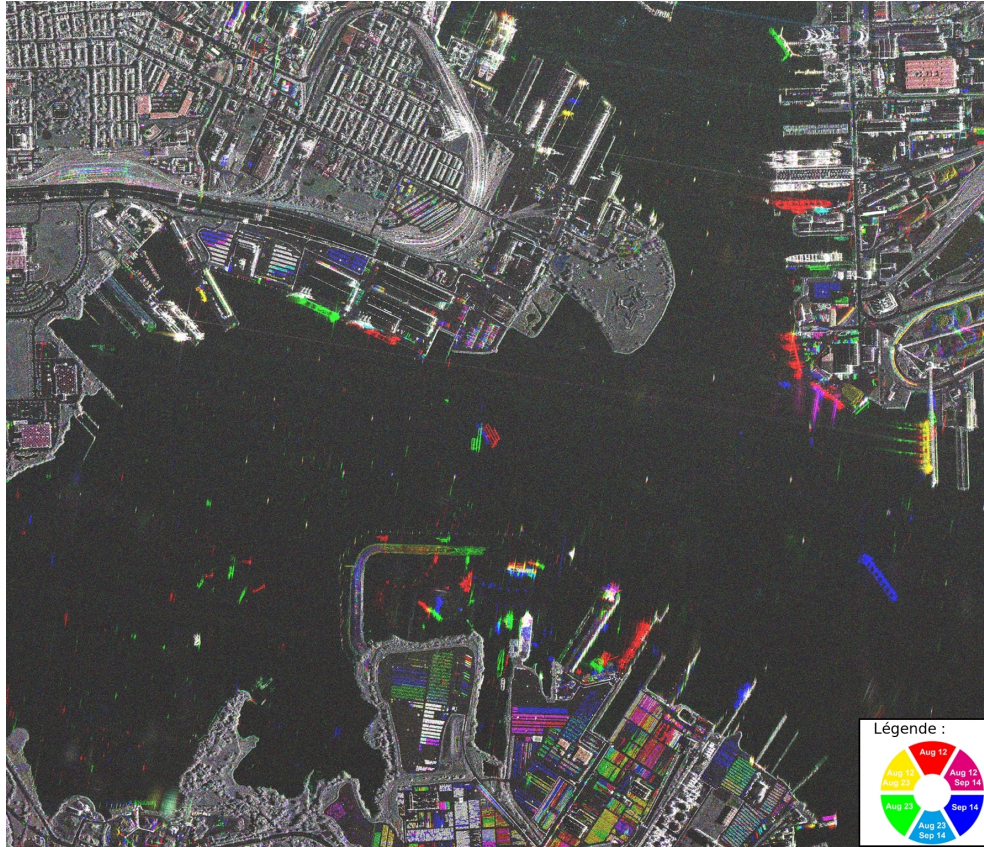


FIGURE 2.7: Composition colorée utilisant trois images TerraSAR-X sur le port de Baltimore acquises en 2009. Canal rouge : 12/08, canal vert : 23/08, canal bleu : 14/09. Les zones de changements entre les trois dates sont les zones colorées selon la légende indiquée, les zones n'ayant pas subi de changements apparaissent en échelle de gris. ©ASTRIUM.

images, voire trois images simultanément. La détection de changements est alors uniquement visuelle et manuelle. C'est de loin la méthode la plus simple à mettre en œuvre et la plus largement utilisée. Elle est très facilement mise en œuvre puisque la plupart des outils de visualisation ou de traitement d'image permettent de réaliser de telles compositions colorées.

La composition colorée consiste à introduire dans chacun des trois canaux d'une image couleur RGB les trois amplitudes des images SAR que l'on souhaite comparer⁴. Les zones où les amplitudes sont semblables dans les trois images apparaissent en échelle de gris. Les zones de changements apparaissent colorées. L'analyse de la couleur visible sur la composition permet de définir le type de changement et les images concernées. Par exemple, la couleur rouge signifie que seule la première image, introduite dans le canal rouge, est brillante à cet endroit. La couleur jaune (= rouge + vert) signifie que les images introduites dans les canaux rouge et vert sont toutes deux brillantes à cet endroit par rapport à l'image introduite dans le canal bleu. Nous présentons en figure 2.7 un exemple de composition colorée réalisée à l'aide de trois images TerraSAR-X sur le port de Baltimore.

Nous constatons qu'une composition colorée permet des interprétations très simples des changements, cependant cette représentation présente certains désavantages. L'aspect visuel de la composition dépend en effet très fortement de l'égalisation des trois images, qui est un point cri-

4. Nous rencontrons aussi le cas où seulement deux images sont utilisées. Dans ce cas, la même image est introduite dans deux canaux.

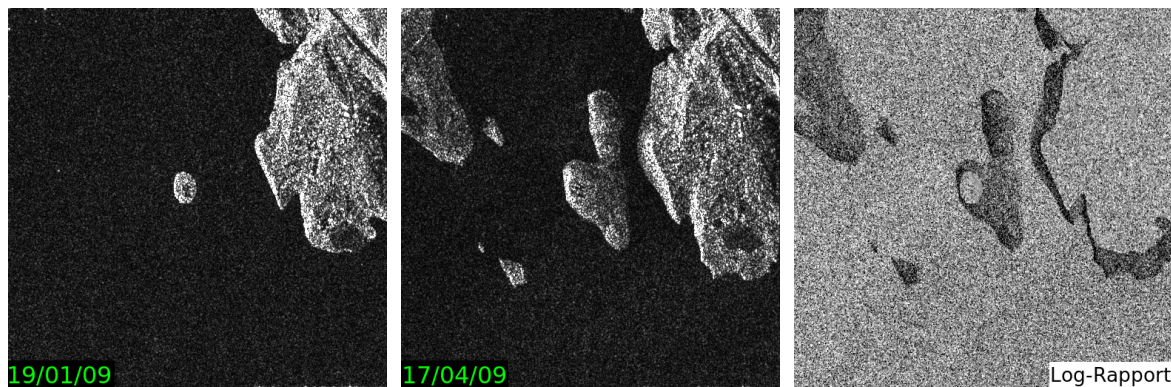


FIGURE 2.8: À gauche et au centre : Images d'amplitudes TerraSAR-X acquises sur le lac de Serre-Ponçon laissant apparaître une variation du niveau du lac. À droite : Log-Ratio des images d'amplitude laissant apparaître en noir les zones de changements sur les rives à cause des variations du niveau du lac.

tique pour les images SAR ⁵. Nous observons en effet des zones complètement saturées à cause des trop fortes valeurs d'amplitude (en blanc dans la composition colorée représentée en figure 2.7), ainsi qu'un aspect très granuleux dans les zones de faibles valeurs d'amplitude.

2.2.2 Rapport et Log-Rapport d'amplitudes

Après la différence, un des premiers opérateurs introduit pour comparer deux images est le rapport des images d'amplitudes, puis le logarithme de ce rapport [9]. Dans la littérature, le Log-Rapport est en effet généralement préféré au rapport simple afin d'en diminuer les fortes variations. Le rapport ou Log-Rapport est de plus préféré à la différence entre amplitudes car il est moins sensible aux effets de calibration radiométrique. De plus, les changements relatifs sont aussi bien détectés dans les hautes et basses amplitudes, contrairement au cas de l'opérateur de différence. Un autre avantage du rapport est qu'il conduit à une gestion naturelle du bruit multiplicatif présent dans les images SAR [9]. L'opérateur Log-Rapport est largement utilisé et peut d'ailleurs être adapté à des approches variées, comme par exemple les Chaînes de Markov [10], entre autres.

Soient X et Y deux images d'amplitude, alors le Log-Ratio associé LR est défini par :

$$LR = \log \left(\frac{X}{Y} \right). \quad (2.1)$$

Le logarithme utilisé dans l'équation 2.1 est généralement le logarithme népérien. Nous présentons en figure 2.8 un exemple d'image de Log-Ratio pour deux images d'amplitudes sur le lac de Serre-Ponçon acquises avec TerraSAR-X.

Nous constatons sur la figure 2.8 que les zones dont l'amplitude a changé d'une acquisition à l'autre apparaissent clairement en noir sur l'image de Log-Ratio. Il est possible de déterminer automatiquement le seuil à appliquer au log-rapport [11]. Cependant, nous constatons que l'image de Log-Rapport est très bruitée sur la figure 2.8 car aucun filtre de speckle n'a été utilisé sur les images. En effet, un filtrage spatial du speckle est nécessaire pour pouvoir appliquer cette technique, sous peine d'obtenir un très grand nombre de fausses alarmes. Cette nécessité est un

5. L'égalisation et l'affichage d'une image quelconque sur un écran est un problème complexe dès lors que la dynamique des données natives se fait sur plus de 255 niveaux, comme la plupart des images optiques ou des images SAR.

désavantage certain, sachant qu’un filtrage dégrade nécessairement l’information contenue dans les images [12]. Une réponse à cet inconvénient est présentée dans le paragraphe suivant.

2.2.3 Analyse Multi-échelles

Le processus de détection de changements contient souvent une première étape de préparation des données comme par exemple un filtrage spatial des images d’amplitude afin d’en réduire le bruit (comme c’est le cas avec le Log-Rapport mentionné précédemment). Une fois les images filtrées, la méthode de détection de changements est appliquée sur des données en pleine résolution. De nombreux filtres spatiaux existent pour réduire le speckle dans une image SAR, le filtre Frost [13], Lee [14], Kuan [15], Γ -MAP [16, 17] et Γ -WMAP [18]. Malgré leur caractère adaptatif, ils dégradent le niveau de détail des images, causant ainsi une perte d’informations notable [12].

Pour éviter cette perte d’informations, l’analyse multi-échelles [12] étudie les changements sous différentes résolutions spatiales. L’image de Log-Ratio (cf. partie 2.2.2) du couple considéré est transformée sous de multiples échelles, de la moins résolue à la plus résolue. Chaque résolution est caractérisée par un compromis différent entre résolution et niveau de bruit. Les résultats sont ensuite fusionnés de sorte à prendre en compte les changements sous toutes les échelles, de la moins résolue à la plus résolue.

2.2.4 Analyse en sous-blocs

L’analyse multi-échelle ne doit pas être confondue avec le découpage en sous-blocs [3], qui consiste à traiter l’image zone par zone. En effet, des problèmes se posent lorsque l’on cherche à effectuer une détection de changements sur une très large zone géographique, ou sur la totalité d’une image, comme une limite de mémoire ou la nécessité d’utiliser un seuil variable selon le contexte local changeant. Il est alors possible de découper en sous-images la large zone que l’on souhaite étudier. Ce découpage en sous-blocs pose un certain nombre de problèmes, plus particulièrement si l’on envisage de traiter chaque sous-image de façon indépendante. Les seuils de détection de changements sont alors supposés être identiques pour tous les sous-blocs, sous peine de causer des difficultés d’interprétation du point de vue de la quantification des changements. De plus, une erreur de la méthode de détection de changements conduirait à des résultats imprécis dans tout le sous-bloc. Il est aussi possible que certaines zones ne présentent pas de changements, ce qui peut perturber le fonctionnement de certains algorithmes qui ne savent pas traiter le cas où il n’y a pas de changements. De ce fait, le seuil de sélection des changements doit être appliqué de façon globale sur toute l’image. Sa détermination passe par l’étude des sous-blocs et d’une recombinaison des multiples seuils obtenus pour chacun des sous-blocs en un seuil unique pour l’image entière [3]. Seuls certains blocs sont pris en compte pour déterminer le seuil appliqué sur l’image complète, ce sont généralement ceux présentant la plus forte probabilité de changements [3].

2.2.5 Utilisation des Log-cumulants

Une manière d’estimer la variabilité temporelle d’une série d’images SAR est de modéliser la texture de petits volumes spatiotemporels⁶ correspondant à des profils temporels de petits voisinages spatiaux [19]. La loi suivie par les intensités dans ce volume peut être modélisée. En tant que signal de speckle pleinement développé, un modèle possible est la loi Gamma [19]. En

6. volumes spatiotemporels = *voxels*

définissant L le nombre de look équivalent et μ la valeur moyenne, la loi Gamma pour l'intensité u s'écrit :

$$\mathcal{G}[\mu, L](u) = \frac{1}{\Gamma(L)} \frac{L}{\mu} \left(\frac{Lu}{\mu} \right)^{L-1} \exp \left(-\frac{Lu}{\mu} \right). \quad (2.2)$$

Grâce à la transformée de Mellin, les distributions définies sur \mathbb{R}^+ comme la loi Gamma sont bien modélisées par les fonctions caractéristiques et les cumulants de deuxième espèce [20]. À partir des log-moments \tilde{m}_k , nous pouvons alors définir le deuxième et troisième log-cumulants $\tilde{\kappa}_2$ et $\tilde{\kappa}_3$ pour la loi Gamma, qui ne dépendent que du nombre de look équivalent L (et pas de μ) :

$$\tilde{\kappa}_2 = \tilde{m}_2 - \tilde{m}_1^2 = \Psi'(L) = \Psi(1, L), \quad (2.3)$$

$$\tilde{\kappa}_3 = 2\tilde{m}_1^3 - 3\tilde{m}_1\tilde{m}_2 + \tilde{m}_3 = \Psi''(L) = \Psi(2, L). \quad (2.4)$$

Les fonctions Ψ' et Ψ'' sont les premières et secondes dérivées de la fonction Digamma Ψ , aussi appelées fonctions Polygamma. Notons que le nombre de look équivalent L peut être connu en théorie à partir des paramètres de la synthèse de l'image SAR [19].

En comparant les valeurs des deuxième et troisième log-cumulants $\tilde{\kappa}_2$ et $\tilde{\kappa}_3$ à leur valeur théorique, respectivement $\Psi'(L)$ et $\Psi''(L)$, il est possible de détecter des particularités de texture dans les voxels considérés [19]. Ainsi, en présence d'inhomogénéités spatiales ou temporelles, le second log-cumulant sera systématiquement supérieur à sa valeur théorique $\Psi'(L)$. En ce qui concerne le troisième log-cumulant, la présence d'inhomogénéités spatio-temporelle peut aussi bien créer des valeurs inférieures ou supérieures à la valeur théorique. Ainsi, la présence d'une valeur particulièrement faible conduira à la relation $\tilde{\kappa}_3 < \Psi''(L)$, correspondant à une distributions «tête lourde» (nombreuses valeurs faibles). La présence d'une valeur très élevée conduira à la relation $\tilde{\kappa}_3 > \Psi''(L)$, correspondant à une distributions «queue lourde» (nombreuses valeurs élevées).

Il faut noter que dans cette technique, ce sont les discontinuités spatiales et temporelles qui sont détectées en même temps. Il n'est cependant pas possible de distinguer automatiquement ces deux sources. Ainsi, cette technique s'adapte difficilement à la détection de changements temporels puisque leur interprétation est très difficile dans les zones hétérogènes spatialement.

2.2.6 Mesure de similarité

La mesure de similarité exploite l'évolution des statistiques locales d'une image entre deux dates. Les distributions d'amplitudes sont estimées sur des voisinages de l'image et leur évolution temporelle est ensuite analysée pour localiser des changements [21]. L'estimation des distributions est faite à partir des cumulants des voisinages [21], calculés jusqu'à l'ordre 4 (respectivement moyenne, variance, kurtosis, skewness, évalués directement grâce aux moments d'ordre 1 à 4).

La distance de Kullback-Leibler [22] est utilisée pour étudier les variations des distributions entre les deux dates considérées. Une version symétrique de cette distance est préférée pour estimer le critère de différence entre les distributions. Une expression littérale de la distance entre images est fournie dans [21]. Elle n'utilise que les 4 premiers cumulants des voisinages glissants, ce qui permet une évaluation rapide de la similarité.

La mesure de similarité permet naturellement une analyse de type multi-échelles (cf. partie 2.2.3). Selon la taille du voisinage glissant sur lequel les distributions sont estimées, le critère

de différence entre images sera plus ou moins résolu. En choisissant une taille de fenêtre importante, un changement devra cependant être important au regard des autres échantillons du voisinage pour être significatif. Contrairement aux autres techniques multi-échelles développées [12], aucune opération de sous-échantillonnage n'est effectuée, sans risque de dégrader les données.

Nous pouvons cependant remarquer que l'estimation des distributions requiert un certain nombre d'échantillons afin de fournir un résultat significatif ($\approx 5 \times 5$ pixels au minimum). Ainsi, la mesure de similarité est limitée par cette estimation et ne peut traiter les données dans leur pleine résolution.

2.2.7 Lois Gamma bivariées



Cette méthode se rapproche de la méthode décrite dans cette thèse. La description qui en est faite ici est très brève. Le parallèle entre la méthode basée sur les lois gamma bivariées et la méthode développée dans cette thèse est présenté dans la partie 4.2.2. Il s'avère qu'une étape de calcul de la méthode développée dans cette thèse est une généralisation de l'expression utilisée dans [23, 24].

La méthode de détection de changements basée sur les lois gamma bivariées est décrite dans [23, 24, 25]. Cette méthode performante permet de détecter des changements entre deux images SAR. Pour ceci, elle considère de petits voisinages spatiaux sur lesquels l'information mutuelle relative à la loi gamma bivariée associée est analysée et seuillée de sorte à détecter les éventuels changements. Cette méthode montre de très bons résultats sur des changements de texture. Cependant, le modèle de la loi Gamma employé peut ne pas toujours convenir, notamment dans les zones urbaines. De plus, l'utilisation de voisinages spatiaux limite encore une fois la résolution des résultats, et dédie plutôt cette méthode à la détection de changements de texture étendus.

2.2.8 Utilisation des concepts de la théorie de l'information



Tout comme la méthode précédente concernant les lois gamma bivariées, la méthode utilisant les concepts de la théorie de l'information peut elle aussi être rapprochée de la méthode développée dans cette thèse.

Cette méthode est basée sur un indicateur d'hétérogénéité, dans [26, 27, 28], le scatter-plot entre 2 images (équivalent à un histogramme 2D) est tracé puis lissé. Un opérateur de clustering est alors appliqué de sorte à différencier les clusters associés aux changements et ceux où les amplitudes sont similaires. Notons que dans [29], la méthode est plus aboutie et permet de détecter efficacement des changements de faible taille. Cependant, aucun processus automatique n'est proposé.

2.2.9 Maximum de vraisemblance

La maximisation de la vraisemblance est une méthode statistique classique utilisée pour estimer les paramètres d'une densité de probabilité associée à des échantillons. Dans [30], cet outil est adapté au problème de la détection de changements dans une série temporelle d'images SAR. En conservant les notations de [30], considérons une série temporelle de M images. Deux hypothèses sont alors formulées :

- (a) Il y a une fluctuation temporelle inconnue des intensités de régions de l'image,
- (b) il n'y a pas de fluctuation temporelle.

Ces deux hypothèses mènent à deux tests de maximum de vraisemblance qui sont comparés afin de détecter des changements. Considérant le modèle de la loi Gamma en intensité pour modéliser les valeurs d'intensité dans la série temporelle, nous pouvons écrire la densité de probabilité conjointe d'une région de N pixels dans la série temporelle de M images :

$$p_z(z|(a)) = \prod_{n=1}^N \prod_{i=1}^M \frac{1}{\Gamma(L)} \left(\frac{L}{\mu_i}\right)^L z_{n,i}^{L-1} \exp\left(-\frac{Lz_{n,i}}{\mu_i}\right), \quad (2.5)$$

où $z_{n,i}$ représente l'intensité du pixel n (de la zone de N pixels) dans l'image i (de la série temporelle de M images), et μ_i représente l'intensité moyenne de la zone considérée dans les images, dont l'estimateur est défini par :

$$\mu_i = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N z_{n,i}. \quad (2.6)$$

Le test de maximum de vraisemblance associé à l'hypothèse (a) est obtenu en remplaçant les paramètres inconnus (les valeurs μ_i) dans la fonction de vraisemblance⁷ par leur estimation donnée ci-dessus [30], ainsi nous obtenons :

$$\max_{\{\mu_i\}} \{p_z(z|(a))\} = \left(\frac{\left(\frac{NL}{e}\right)^L}{\Gamma(L)}\right)^{NM} \prod_{i=1}^M \frac{\prod_{n=1}^N z_{n,i}^{L-1}}{\left(\sum_{n=1}^N z_{n,i}\right)^{NL}}. \quad (2.7)$$

De sorte à générer un test équivalent concernant l'hypothèse (b), il convient de définir la densité de probabilité conjointe associée au cas où toutes les régions partagent la même intensité moyenne μ :

$$p_z(z|(b)) = \prod_{i=1}^M \frac{1}{\Gamma(L)^N} \left(\frac{L}{\mu}\right)^{NL} \left(\prod_{n=1}^N z_{n,i}^{L-1}\right) \exp\left(-\sum_{i=1}^M \frac{L}{\mu} \sum_{n=1}^N z_{n,i}\right), \quad (2.8)$$

où l'intensité moyenne μ partagée par les zones est définie par :

$$\mu = \frac{1}{NM} \sum_{i=1}^M \sum_{n=1}^N z_{n,i}. \quad (2.9)$$

De même que pour l'hypothèse (a), le test de maximum de vraisemblance associé à l'hypothèse (b) est obtenu en remplaçant les paramètres inconnus (la valeur μ) dans la fonction de vraisemblance par leur estimation donnée ci-dessus [30], ainsi on obtient :

$$\max_{\{\mu\}} \{p_z(z|(b))\} = \left(\frac{\left(\frac{NLM}{e}\right)^L}{\Gamma(L)}\right)^{NM} \frac{\prod_{i=1}^M \prod_{n=1}^N z_{n,i}^{L-1}}{\left(\sum_{i=1}^M \sum_{n=1}^N z_{n,i}\right)^{NLM}}. \quad (2.10)$$

Afin de détecter les changements dans les images, c'est à dire choisir entre l'hypothèse (a) qui correspond à un changement et l'hypothèse (b) qui correspond à absence de changement, le

7. La fonction de vraisemblance est assimilée à la densité de probabilité conjointe prise aux valeurs des échantillons

rapport entre leurs tests est considéré [30], ce qui définit le GLRT (Generalized Likelihood Ratio Test). C'est à dire le rapport entre les équations 2.7 et 2.10 :

$$\text{GLRT} = \frac{\max_{\{\mu\}} \{p_z(z|(b))\}}{\max_{\{\mu_i\}} \{p_z(z|(a))\}} = \frac{\prod_{i=1}^M \left(\sum_{n=1}^N z_{n,i} \right)^{NL}}{\left(\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \sum_{n=1}^N z_{n,i} \right)^{NLM}} \leq 1. \quad (2.11)$$

En définissant les valeurs moyennes des zones dans les images par $\eta_i = \sum_{n=1}^N z_{n,i}$, et au facteur de puissance NL près, il est possible de définir le GLRT comme le rapport entre moyenne géométrique et moyenne arithmétique des valeurs η_i :

$$\text{GLRT} = \Lambda = \frac{\sqrt[M]{\prod_{i=1}^M \eta_i}}{\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \eta_i} \leq 1. \quad (2.12)$$

Dans [30] le GLRT est calculé sur une fenêtre carrée contenant N pixels glissant sur la pile d'images, et comparé à un seuil λ fixe afin de détecter les changements selon la condition :

$$\Lambda < \lambda \Leftrightarrow \text{Changement}. \quad (2.13)$$

Nous constatons un effet multi-échelle possible en choisissant la valeur de N , liée à la taille de la fenêtre. Rien n'interdit de fixer $N = 1$, et de traiter le même pixel le long de la série temporelle sans considérer de voisinages spatiaux, ce qui permet d'éviter de mélanger changements temporels et hétérogénéité spatiale. Aucune méthode automatique n'est proposée dans [30] afin de sélectionner au mieux le paramètre λ ⁸.

Remarque :

Le rapport entre moyenne géométrique et moyenne arithmétique d'échantillons d'amplitude (ou d'intensité) d'images SAR a déjà été employé dans [31, 32, 33, 34] en tant qu'estimateur spatial (et non temporel) de l'hétérogénéité des images. Nous pouvons également noter qu'une autre approche basée sur la maximisation de la vraisemblance a été développée afin de détecter des variations abruptes (de type fonction de Heaviside, ou «step function») dans les profils temporels d'images SAR [35].

2.2.10 Mesure de déformation par interférométrie

La notion de changement dépendant du domaine d'étude, une déformation du sol est par conséquent un changement aux yeux d'un sismologue étudiant un séisme ou lors de la recherche d'activité souterraine induisant un mouvement du sol. L'interférométrie radar permet la mesure de déformation du sol dans la mesure où l'on dispose d'au moins deux images interférométrisables. Des images sont dites interférométrisables si elles ont été acquises par le même capteur dans des conditions très proches en termes d'angle d'incidence, longueur d'onde, mode d'acquisition et résolution. L'étape de recalage est alors facilitée par rapport au cas général car les géométries des deux images sont déjà proches avant recalage. Si on génère un interférogramme différentiel à l'aide d'un MNT (Modèle Numérique de Terrain) et des données orbitales des deux acquisitions, il est possible de mesurer les déformations du sol projetées le long de la ligne de visée du satellite. Le spécialiste peut alors déduire l'activité souterraine à l'aide des mouvements de surface.

8. Attention, la notation a été conservée en accord avec [30], mais λ n'est bien sûr pas la longueur d'onde

Les applications liées à la détection de changements visées par la mesure de déformation par interférométrie sont multiples :

- Étude des séismes [36],
- étude des volcans [37],
- suivi des glaciers [38],
- suivi des nappes phréatiques [39],
- pompage du pétrole [40],
- activité minière souterraine [41, 42],
- constructions souterraines [43, 44],
- etc.

La détection de changements par mesure de déformation ne concerne bien sûr qu'un type bien particulier de changements, ceux qui induisent des déformations de la surface du sol. La mesure de déformation n'est pas toujours possible dans les images à cause du phénomène de décorrélation spatiale ou temporelle, toute l'étendue des images n'est pas toujours exploitable. Pour terminer, il est important de noter que la mesure de déformation par interférométrie radar est une projection vectorielle de la déformation effective le long de la ligne de visée du satellite. Ainsi, si la déformation s'effectue dans un plan perpendiculaire à la direction de visée du satellite, elle sera invisible dans l'interférogramme.

2.2.11 Analyse de la cohérence entre images

L'analyse de la cohérence interférométrique est liée au calcul de l'interférogramme entre deux images SAR complexes A et B , en effet la cohérence est le module de l'interférogramme multi-vue. La cohérence interférométrique γ mesurée sur un voisinage de N pixels est définie par [45] :

$$\gamma = \left| \frac{\sum_{i=1}^N A_i B_i^*}{\sqrt{\sum_{i=1}^N |A_i|^2 \sum_{i=1}^N |B_i|^2}} \right|. \quad (2.14)$$

où A_i et B_i représentent les valeurs complexes des N pixels du voisinage considéré, le plus souvent rectangulaire ou carré.

Par construction, la cohérence interférométrique est un nombre réel compris entre 0 et 1. Une faible cohérence signifie que les images ne sont pas comparables sur ce voisinage⁹. Une faible cohérence correspond à une phase interférométrique bruitée, pauvre en information. Par opposition, une forte cohérence correspond à une phase interférométrique représentative et porteuse d'information fiable.

Une perte de cohérence (ou de ressemblance) entre deux images peut avoir plusieurs causes, les plus importantes sont les décorrélations géométriques et temporelles :

1. Géométrique : liée aux différences de prise de vues (Baseline),
2. Temporelle : effets naturels liés aux changements dans les images (végétation, etc.).



Une perte de cohérence n'entraîne pas nécessairement une modification de l'amplitude. Il est en effet possible de détecter si un champ a été labouré par analyse de la perte de cohérence, alors que l'amplitude est restée constante [45]. La cohérence interférométrique porte en effet une information plus subtile que l'amplitude, elle ne permet pas de déduire un changement de texture à l'échelle de la longueur d'onde non visible sur l'amplitude.

9. littéralement, pas «cohérentes», au sens premier du terme

Un avantage de l'analyse de la cohérence est qu'elle est indépendante de la calibration radiométrique des images (cf. équation 2.14). Cependant, le calcul de la cohérence nécessite un bon recalage ainsi qu'une configuration interférométrique entre le couple d'images concernées.

Finalement, détecter des changements dans une carte de cohérence revient à détecter les zones où la cohérence est anormalement faible. L'analyse d'une carte de cohérence est parfois très difficile car plusieurs sources de perte de cohérence s'ajoutent aux changements, comme par exemple la décorrélation temporelle naturelle¹⁰ ou géométrique. De plus, il n'est pas rare que la cohérence soit très basse partout. Si les deux images sont trop espacées temporellement ou que les deux images n'ont pas été acquises dans des conditions interférométriques, la carte de cohérence sera totalement inexploitable. Nous pouvons cependant mentionner l'exception que forment les zones désertiques où la cohérence est conservée sur de très longues durées du fait de la faible activité naturelle, tout comme sur certains ouvrages tels que les barrages.

2.2.12 Analyse jointe de la cohérence et de la variation d'amplitude

Il existe une représentation colorée simple utilisant à la fois images d'amplitudes et l'image de cohérence. Cette composition colorée consiste à introduire les deux images d'amplitude dans les canaux rouges et verts d'une image couleur, tandis que la cohérence interférométrique est introduite dans le canal bleu. Cette composition colorée est par exemple utilisée dans [46]. Voici quelques voies d'interprétation d'une telle image :

- rouge : cohérence faible et $\text{image}_1 > \text{image}_2$ (Changement),
- vert : cohérence faible et $\text{image}_2 > \text{image}_1$ (Changement),
- jaune : cohérence faible et $\text{image}_1 \approx \text{image}_2$ (Changement indétectable avec amplitude),
- du bleu au blanc : cohérence élevée et $\text{image}_1 \approx \text{image}_2$ (Pas de changement).

Nous pouvons également citer l'existence d'autres compositions colorées formant un mélange entre les images d'amplitude et l'image de cohérence. Par exemple, la méthode CoVAmCoh [47] (Coefficient of Variation–Amplitude–Coherence) consiste à générer une image RGB de la sorte :

- Canal rouge : Covariance entre amplitudes¹¹,
- Canal vert : Amplitude moyenne (vraisemblablement une moyenne arithmétique),
- Canal bleu : Cohérence interférométrique.

Nous pouvons également citer la méthode ILU (Interferometric Land Use) [49] qui diffère de la méthode CoVAmCoh en remplaçant la covariance dans le canal rouge par une différence pixel à pixel, voire le minimum des deux valeurs d'amplitude. Les deux méthodes sont comparées dans [47].

Toutes les représentations différentes utilisant à la fois les images d'amplitude et l'image de cohérence fournissent des informations fines sur la nature des changements. Cependant, il n'existe aucune méthode automatique permettant de traiter un tel produit. Ainsi, l'analyse de compositions colorées est toujours uniquement visuelle et sujette à l'interprétation d'un expert.



Une variation de l'amplitude avec conservation de la cohérence est possible. Nous illustrons ce phénomène (rare) sur la figure 2.9 où nous présentons une composition colorée entre deux images TerraSAR–X Stripmap sur la zone de Vallons (Alpes), ainsi que la carte de cohérence associée. Nous observons que la cohérence est forte sur deux champs alors que leur amplitude varie dans la composition colorée. Nous avons juxtaposé l'image optique de la même scène ainsi qu'une vue du sol (Google Streetview) sur un de ces champs. Nous constatons qu'il est formé de végétation très rase (en tout cas à la date de prise de vue de la photo au sol).

10. Dans la mesure où la décorrélation naturelle n'est pas considérée comme un changement.

11. équivalent à l'indice de dispersion D_A sur 2 images (cf. [48])

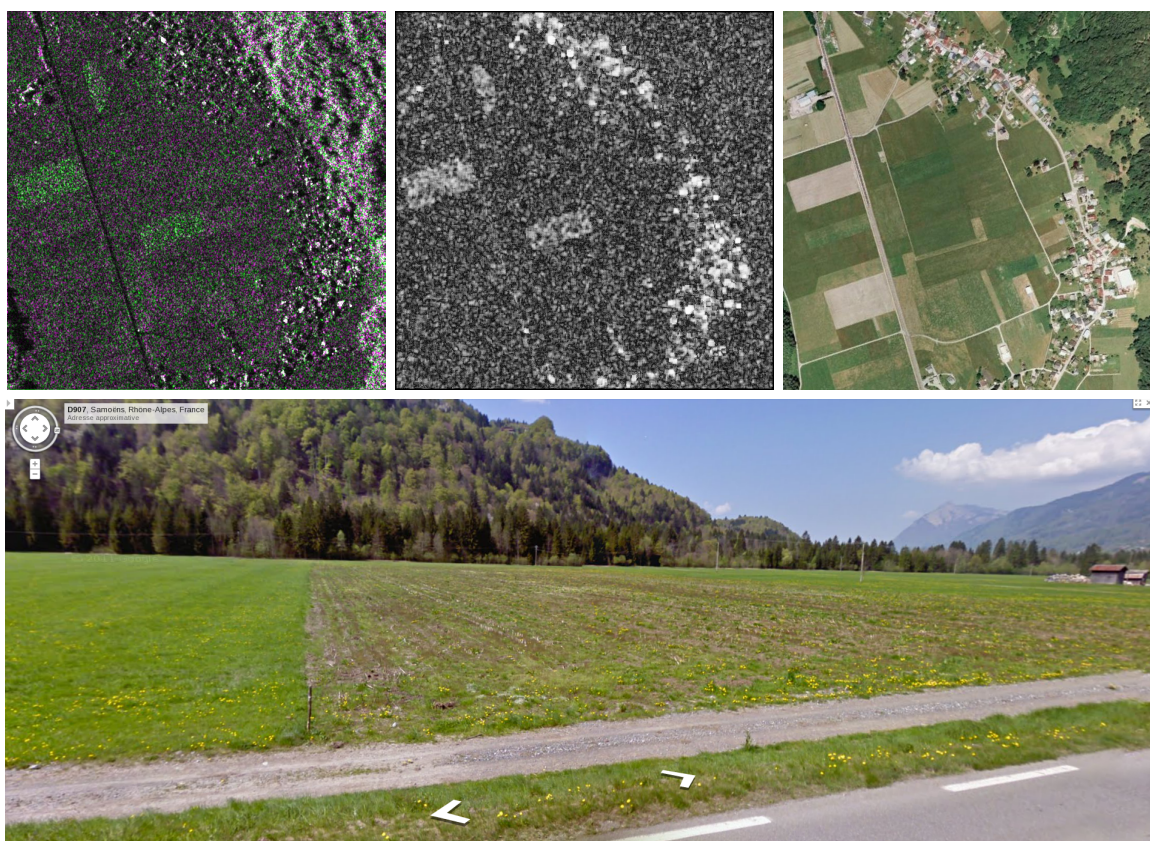


FIGURE 2.9: Exemple de conservation de la cohérence malgré un changement d'amplitude entre deux images. En haut, de gauche à droite : Composition colorée, cohérence interférométrique, image optique. En bas : Vue au sol de la zone (Google Streetview).

2.3 Bilan du chapitre

Nous avons vu que la notion de changement était relativement délicate à définir, mais qu'elle était liée à ce que nous appelons «fausse alarme». Nous avons vu que la définition du changement dépendait de l'application, mais aussi de l'échelle à laquelle on se place.

Il existe deux grandes familles de techniques de détection de changements à l'aide d'images SAR. Certaines méthodes utilisent uniquement l'amplitude des images, alors que d'autres utilisent également la phase. L'avantage de l'utilisation de l'amplitude seule est qu'elle permet des interprétations visuelles des changements, puisqu'ils sont alors reliés à un changement d'aspect de l'image. En configuration interférométrique, il est cependant recommandé d'utiliser systématiquement l'amplitude et la phase afin de procéder à une détection de changements, puisque l'image de cohérence et l'interférogramme sont porteurs d'informations inaccessibles à l'amplitude seule, comme illustré dans les parties précédentes.

Nous avons constaté que plusieurs approches existent pour détecter des changements à l'aide des images d'amplitude. La méthode utilisant le Log-Rapport est la plus simple et la plus utilisée, car elle répond aux besoins principaux des utilisateurs. En effet, la comparaison de deux images uniquement peut parfois suffire. De plus, une mauvaise calibration radiométrique ne pose plus problème grâce au rapport entre images. Dans la suite de cette thèse, nous confronterons nos résultats avec ceux obtenus à l'aide du Log-Rapport.

Deux méthodes feront l'objet d'une attention particulière dans ce manuscrit : Celle utilisant la théorie de l'information, et celle utilisant le test GLRT. En effet, nous constaterons que la méthode développée dans cette thèse généralise l'union de ces deux méthodes, tout en procédant de manière beaucoup plus aboutie et proche de la vraie nature du signal.

Chapitre 3

Utilisation des moyennes spatiales et temporelles pour l'imagerie SAR

Sommaire

3.1 Moyennes : Définitions et propriétés	40
3.1.1 Généralités sur les moyennes et exemples de 4 moyennes usuelles	40
3.1.2 Moyenne de Hölder (Power Mean)	42
3.1.3 Moyenne de Lehmer	45
3.2 Propriétés statistiques des «super-images»	45
3.2.1 Cas particulier de la loi Gamma	46
3.2.2 Cas particulier de la loi de Rayleigh–Nakagami	52
3.2.3 Tableaux de synthèse	57
3.3 Quelques applications des moyennes temporelles ou spatiales	57
3.3.1 Mise en évidence de cibles stables avec des moyennes temporelles	59
3.3.2 Sensibilité des super-images arithmétiques à la calibration radiométrique	66
3.3.3 Méthode de calibration radiométrique par maximisation de la vraisemblance	69
3.3.4 Calcul d'images multi-vues géométriques et comparaison avec le cas classique utilisant la moyenne arithmétique	72
3.4 Application des moyennes à la détection de changements	74
3.4.1 Interprétations des différentes moyennes sur des séries d'images SAR	74
3.4.2 Lien entre les moyennes et quelques méthodes de détection de changements	77
3.5 Bilan du chapitre	82

Résumé du chapitre

Ce chapitre présente les résultats théoriques et pratiques obtenus lors de cette thèse suite aux travaux sur les moyennes. Il dresse avant tout les bases théoriques indispensables à la méthode de détection de changements développée dans cette thèse. Il présente notamment l'utilisation de moyennes temporelles comme un outil de détection de changements dédié à l'imagerie SAR. Les propriétés statistiques des «super-images» sont également présentées, en lien avec les moyennes spatiales, et en révèlent des propriétés très intéressantes. Finalement, les moyennes temporelles sont liées aux méthodes existantes de détection de changements, pour montrer qu'elles font en fait déjà partie intégrante des méthodes de calcul les plus usuelles.

3.1 Moyennes : Définitions et propriétés

3.1.1 Généralités sur les moyennes et exemples de 4 moyennes usuelles

Définitions des 4 moyennes usuelles

Il existe différentes moyennes, correspondant généralement chacune à une application particulière. La plus commune de toutes est la moyenne arithmétique. Nous pouvons aussi citer les moyennes harmonique, géométrique et quadratique. Nous verrons par la suite qu'il existe de nombreuses autres moyennes aux propriétés intéressantes. Nous nous intéresserons plus particulièrement à une généralisation incluant sous une unique écriture toutes les moyennes précédemment citées.

Pour commencer, nous allons nous intéresser aux moyennes les plus communes, c'est à dire la moyenne harmonique, géométrique, arithmétique et quadratique. Nous définissons la **moyenne harmonique** \mathcal{MH} de deux variables x et y dans \mathbb{R}^+ comme :

Définition 3.1 :

$$\mathcal{MH}[x, y] = \begin{cases} \frac{2}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}} & , \text{ si } x > 0 \text{ et } y > 0 \\ 0 & , \text{ si } x = 0 \text{ ou } y = 0 \end{cases} \quad (3.1)$$

Nous définissons la **moyenne géométrique** \mathcal{MG} de deux variables x et y dans \mathbb{R}^+ comme :

Définition 3.2 :

$$\mathcal{MG}[x, y] = \sqrt{xy}. \quad (3.2)$$

Nous définissons la **moyenne arithmétique** \mathcal{MA} de deux variables x et y dans \mathbb{R}^+ comme :

Définition 3.3 :

$$\mathcal{MA}[x, y] = \frac{x + y}{2}. \quad (3.3)$$

Nous définissons la **moyenne quadratique** \mathcal{MQ} de deux variables x et y dans \mathbb{R}^+ comme :

Définition 3.4 :

$$\mathcal{MQ}[x, y] = \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{2}}. \quad (3.4)$$

Ces dernières moyennes présentent des propriétés intéressantes. Il existe en effet une relation d'ordre fondamentale entre ces quatre moyennes. Cette relation classique, aussi appelée inégalité arithmético-géométrique, est à la base de nombreux raisonnements dans la suite et notamment à la base de la détection de changements.

Propriété 3.5 :

$$\forall (x, y) \in (\mathbb{R}^+)^2, \mathcal{MQ}[x, y] \geq \mathcal{MA}[x, y] \geq \mathcal{MG}[x, y] \geq \mathcal{MH}[x, y]. \quad (3.5)$$

Démonstration éq. 3.5 :

Cette dernière inégalité est appelée inégalité arithmético-géométrique. Il existe au moins 74 démonstrations différentes de cette propriété [50], datant pour les premières de 1901, jusqu'à nos jours. Les démonstrations utilisent pour la plupart la notion de fonction convexe. \square

Nous pouvons remarquer que le passage à l'exponentielle ou au logarithme des variables x et y permet par exemple un passage de la moyenne géométrique vers la moyenne arithmétique, et inversement.

Propriété 3.6 :

$$\mathcal{MG}[e^x, e^y] = \exp(\mathcal{MA}[x, y]). \quad (3.6)$$

Démonstration éq. 3.6 :

$$\mathcal{MG}[e^x, e^y] = \sqrt{e^x e^y} = (e^{x+y})^{\frac{1}{2}} = e^{\frac{x+y}{2}} = e^{\mathcal{MA}[x, y]}. \quad \square$$

Propriété 3.7 :

$$\mathcal{MA}[\ln(x), \ln(y)] = \ln(\mathcal{MG}[x, y]). \quad (3.7)$$

Démonstration éq. 3.7 :

$$\mathcal{MA}[\ln(x), \ln(y)] = \frac{\ln(x) + \ln(y)}{2} = \frac{\ln(xy)}{2} = \ln\left((xy)^{\frac{1}{2}}\right) = \ln(\sqrt{xy}) = \ln(\mathcal{MG}[x, y]). \quad \square$$

Interprétations des moyennes usuelles

Il existe des interprétations des moyennes usuelles, correspondant à quelques cas pratiques. Selon la configuration, la moyenne de deux quantités n'est pas toujours la moyenne arithmétique comme pourrait le prédire à tort l'intuition. Prenons par exemple le cas d'un trajet de longueur $D = 2 \cdot d$, dont la première moitié de longueur d est parcourue à la vitesse $v_1 = 10 \text{ km.h}^{-1}$, et la seconde à la vitesse $v_2 = 20 \text{ km.h}^{-1}$. La vitesse moyenne v_{moy} au cours du trajet n'est pas 15 km.h^{-1} (moyenne arithmétique) comme ce cas simple peut le laisser penser.

En effet, la première moitié du parcours a été effectuée en une durée $t_1 = \frac{d}{v_1}$, la seconde a été effectuée en une durée $t_2 = \frac{d}{v_2}$. Ainsi la vitesse moyenne du parcours longueur D et de durée $T = t_1 + t_2$ s'écrit :

$$v_{\text{moy}} = \frac{D}{T} = \frac{2d}{t_1 + t_2} = \frac{2d}{\frac{d}{v_1} + \frac{d}{v_2}} = \frac{2}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}} = \mathcal{MH}[v_1, v_2]. \quad (3.8)$$

C'est donc la moyenne harmonique qui convient à ce cas précis, et non la moyenne arithmétique. La vitesse moyenne lors du parcours est donc $13,33 \text{ km.h}^{-1}$, et pas 15 km.h^{-1} .

Considérons maintenant un autre parcours, également séparé en deux parties. La différence avec le cas précédent est que, cette fois ci, c'est la durée du parcours qui est séparée en deux parties égales de durée t (et non plus en longueur), sa durée totale est donc $T = 2t$. La première distance d_1 est parcourue avec la vitesse $v_1 = 10 \text{ km.h}^{-1}$, tandis que la seconde distance d_2 est parcourue à la vitesse $v_2 = 20 \text{ km.h}^{-1}$. On a donc $d_1 = v_1 t$ et $d_2 = v_2 t$, la durée totale du parcours est alors $D = d_1 + d_2$. La vitesse moyenne v_{moy} est donc donnée par :

$$v_{\text{moy}} = \frac{D}{T} = \frac{d_1 + d_2}{2t} = \frac{v_1 t + v_2 t}{2t} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \mathcal{MA}[v_1, v_2]. \quad (3.9)$$

Dans ce cas précis, la vitesse moyenne est bien donnée par la moyenne arithmétique, soit 15 km.h^{-1} .

La moyenne géométrique possède une interprétation géométrique, d'où elle tire son nom. Considérons un rectangle de côtés a et b . Son aire \mathcal{A} est donnée par $\mathcal{A} = a \cdot b$. La moyenne géométrique entre a et b correspond au côté c du carré qui possède également l'aire \mathcal{A} . Dans ce cas on a en effet $\mathcal{A} = c^2$, qui impose la condition :

$$\mathcal{A} = c^2 = a \cdot b \Leftrightarrow c = \sqrt{ab} = \mathcal{MG}[a, b]. \quad (3.10)$$

La moyenne quadratique (ou RMS¹) possède également une interprétation géométrique. Considérons encore une fois un rectangle de côtés a et b . Sa diagonale d est donnée par le

1. Root Mean Square

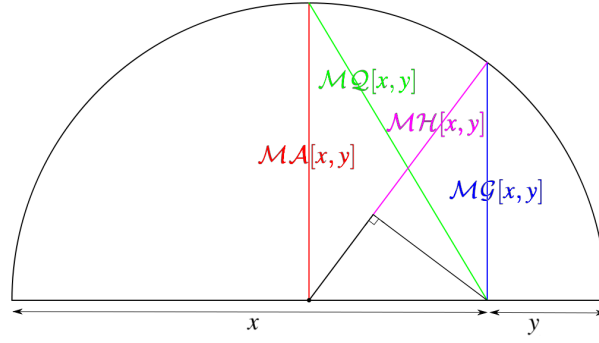


FIGURE 3.1: Interprétation graphique des moyennes usuelles entre x et y . Les quatre moyennes suivantes sont représentées : moyenne harmonique \mathcal{MH} , moyenne géométrique \mathcal{MG} , moyenne arithmétique \mathcal{MA} et moyenne quadratique \mathcal{MQ} .

théorème de Pythagore, soit $d^2 = a^2 + b^2$. La moyenne quadratique entre a et b correspond au côté c du carré ayant la même diagonale d . Dans le cas du carré on a en effet $d^2 = c^2 + c^2 = 2c^2$. Ceci impose la relation suivante :

$$d^2 = 2c^2 = a^2 + b^2 \Leftrightarrow c^2 = \frac{a^2 + b^2}{2} \Leftrightarrow c = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}} = \mathcal{MQ}[a, b]. \quad (3.11)$$

Il existe aussi une unification géométrique de ces interprétations, comme l'illustre la figure 3.1.

3.1.2 Moyenne de Hölder (Power Mean)

La moyenne de Hölder, ou «Power Mean» est une généralisation naturelle des moyennes précédentes citées au paragraphe 3.1.1. C'est une moyenne qui dépend d'un paramètre n qui va régir son comportement. La **moyenne de Hölder** est définie de la sorte :

Définition 3.12 :

$$\forall n \in \mathbb{R}, \mathcal{M}_n[x, y] = \begin{cases} \sqrt[n]{\frac{x^n + y^n}{2}} & , \text{ si } n \in \mathbb{R}^* \\ \sqrt{xy} & , \text{ si } n = 0 \end{cases} \quad (3.12)$$

Il existe une relation fondamentale de symétrie pour la moyenne de Hölder :

Propriété 3.13 :

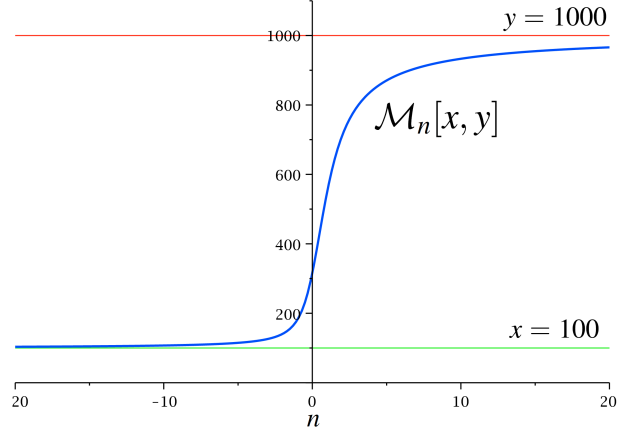
$$\forall n \in \mathbb{R}, \forall (x, y) \in (\mathbb{R}^+)^2, \mathcal{M}_n[x, y] = \mathcal{M}_n[y, x]. \quad (3.13)$$

Nous pouvons constater que selon les valeurs de n , la moyenne de Hölder est identique à certaines moyennes particulières. Nous pouvons en effet écrire les relations suivantes :

$$\begin{cases} \mathcal{M}_{-1}[x, y] = \mathcal{MH}[x, y] \\ \mathcal{M}_0[x, y] = \mathcal{MG}[x, y] \\ \mathcal{M}_1[x, y] = \mathcal{MA}[x, y] \\ \mathcal{M}_2[x, y] = \mathcal{MQ}[x, y] \end{cases} \quad \left(\lim_{n \rightarrow 0} \mathcal{M}_n[x, y] = \mathcal{MG}[x, y] \right) \quad (3.14)$$



Nous pouvons remarquer que le paramètre n peut bien sûr être réel et non entier, il existe donc une infinité de moyennes différentes. Dans la pratique, comme dans la méthode de détection de changements développée lors de cette thèse, seules des valeurs particulières de n sont considérées, le plus souvent par soucis de simplicité.

FIGURE 3.2: $\mathcal{M}_n[100, 1000]$ pour $n \in [-20; 20]$

La figure 3.2 présente l'évolution de la moyenne de Hölder entre 100 et 1000 en fonction de n . Nous constatons une asymétrie entre la partie où n est négatif et la partie où n est positif. Nous assimilons ce comportement à un «pouvoir aspirateur» des faibles valeurs pour $n < 0$ plus marqué que celui des fortes valeurs pour $n > 0$.

Nous pouvons observer que la courbe présentée en figure 3.2 correspond à une fonction croissante. La relation d'ordre présentée en équation 3.5 se généralise en effet par la relation suivante dans le cas de la moyenne de Hölder :

Propriété 3.15 :

$$\forall n \in \mathbb{R}, \quad \frac{\partial \mathcal{M}_n[x, y]}{\partial n} \geq 0. \quad (3.15)$$

Démonstration éq. 3.15 :

Cette dernière expression est équivalente à la formulation :

$$\forall (m, n) \in \mathbb{R}^2 \text{ tels que } m \geq n, \quad \mathcal{M}_m[x, y] \geq \mathcal{M}_n[x, y]. \quad (3.16)$$

Cette formulation est appelée Inégalité de la moyenne de Hölder (ou “Power Mean Inequality”). Il existe plusieurs démonstration de ce théorème [50], traitant tour à tour de cas particuliers pour les valeurs de m et n , ou utilisant l'inégalité de Jensen. \square

Nous pouvons écrire :

$$\frac{\partial \mathcal{M}_n[x, y]}{\partial n} = \left(\frac{1}{2} x^n + \frac{1}{2} y^n \right)^{n-1} \left(-\frac{\ln \left(\frac{1}{2} x^n + \frac{1}{2} y^n \right)}{n^2} + \frac{\frac{1}{2} x^n \ln(x) + \frac{1}{2} y^n \ln(y)}{n \left(\frac{1}{2} x^n + \frac{1}{2} y^n \right)} \right). \quad (3.17)$$

Nous constatons que la valeur de la moyenne de Hölder pour $n = 0$ est un point de symétrie pour les ordres $-n$ et $+n$:

Propriété 3.18 :

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad \mathcal{M}_{-n}[x, y] \mathcal{M}_{+n}[x, y] = xy \Leftrightarrow \mathcal{M}_0[x, y] = \sqrt{\mathcal{M}_{-n}[x, y] \mathcal{M}_{+n}[x, y]}. \quad (3.18)$$

De même, les deux propriétés suivantes peuvent être établies :

Propriété 3.19 :

$$\frac{\mathcal{M}_{+n}[x, y]}{\mathcal{M}_{-n}[x, y]} = \mathcal{M}_{+n} \left[\sqrt{\frac{y}{x}}, \sqrt{\frac{x}{y}} \right]^2. \quad (3.19)$$

Propriété 3.20 :

$$\frac{\mathcal{M}_{+n}[x, y]}{\mathcal{M}_0[x, y]} = \mathcal{M}_{+n} \left[\sqrt{\frac{y}{x}}, \sqrt{\frac{x}{y}} \right]. \quad (3.20)$$

Nous constatons sur la figure 3.2 un comportement de saturation asymptotique pour $n \rightarrow \pm\infty$. Nous avons en effet les deux propriétés suivantes :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \mathcal{M}_n[x, y] = \max\{x, y\}. \quad (3.21)$$

$$\lim_{n \rightarrow -\infty} \mathcal{M}_n[x, y] = \min\{x, y\}. \quad (3.22)$$



Ces deux dernières propriétés sont généralement suivies par toutes les moyennes généralisées dépendant d'un paramètre (comme la moyenne de Lehmer qui sera présentée au paragraphe 3.1.3). Dans la cas présent, n permet d'aller du minimum vers le maximum des deux variables en jeu. Cette propriété se généralisera lorsque le nombre de variables dont nous considérerons la moyenne sera supérieur à 2.

Comme pour le cas de deux variables, les définitions précédentes peuvent s'étendre facilement au cas d'une série à N variables. Notons T une série temporelle de N échantillons x_i :

$$T = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}. \quad (3.23)$$

Dans la cas d'un nombre d'échantillons N quelconque, la moyenne de Hölder d'indice n est définie par :

Définition 3.24 :

$$\mathcal{M}_n[T] = \sqrt[n]{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^n}. \quad (3.24)$$

Nous pouvons tout de suite déduire de la dernière définition que la moyenne de Hölder ne tient pas compte de l'ordre des échantillons qu'elle fusionne. Ainsi, dans les parties suivantes où l'ordre pourra avoir une importance, il faudra faire appel à des opérateurs extérieurs pour introduire la notion d'ordre parmi les échantillons.

Les propriétés suivantes sont également respectées dans le cas d'un nombre quelconque d'échantillons :

$$\forall n \in \mathbb{R}, \quad \frac{\partial \mathcal{M}_n[T]}{\partial n} \geq 0, \quad (3.25)$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \mathcal{M}_n[T] = \max\{T\}, \quad (3.26)$$

$$\lim_{n \rightarrow -\infty} \mathcal{M}_n[T] = \min\{T\}. \quad (3.27)$$

Remarque :

Même dans le cas d'un grand nombre d'échantillons, une très faible valeur parmi d'autres plus grandes aura un fort pouvoir «aspirateur» pour des valeurs de $n < 0$.

La moyenne de Hölder dispose d'une propriété intéressante liée à l'associativité. Découpons tout d'abord la suite d'échantillons en sous groupes de taille égale k :

$$T = \{\{x_1, \dots, x_k\}, \{x_{k+1}, \dots, x_{2k}\}, \dots, \{x_{N-k+1}, \dots, x_N\}\}. \quad (3.28)$$

La moyenne des échantillons peut alors se décomposer en sous-blocs :

Propriété 3.29 :

$$\mathcal{M}_n[T] = \mathcal{M}_n[\mathcal{M}_n[x_1, \dots, x_k], \mathcal{M}_n[x_{k+1}, \dots, x_{2k}], \dots, \mathcal{M}_n[x_{N-k+1}, \dots, x_N]]. \quad (3.29)$$

Démonstration éq. 3.29 :

Cette propriété découle du fait que la moyenne de Hölder est une moyenne quasi-arithmétique [50]. Elle vérifie donc les propriétés de partitionnement correspondant à la propriété 3.29. \square

3.1.3 Moyenne de Lehmer

La moyenne de Lehmer [51, 52] est une autre moyenne généralisée. La moyenne de Lehmer d'ordre k d'une série temporelle de N échantillons $T = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ est définie par :

$$\mathcal{L}_k[T] = \frac{x_1^{k+1} + \dots + x_N^{k+1}}{x_1^k + \dots + x_N^k} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^{k+1}}{\sum_{i=1}^N x_i^k}. \quad (3.30)$$

Remarque :

La moyenne de Lehmer, comme la moyenne de Hölder, est un cas particulier de moyennes encore plus générales, les moyennes de Gini [53].

Nous pouvons remarquer plusieurs propriétés de la moyenne de Lehmer vis à vis des moyennes usuelles :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{L}_{-\infty} = \min \\ \mathcal{L}_{-1} = \text{Moyenne Harmonique} \\ \mathcal{L}_{-\frac{1}{2}} = \text{Moyenne Géométrique} \\ \mathcal{L}_0 = \text{Moyenne Arithmétique} \\ \mathcal{L}_1 = \text{Moyenne «Contraharmonique»} \\ \mathcal{L}_{+\infty} = \max \end{array} \right. \quad (3.31)$$

Toutes les propriétés des moyennes de Lehmer ne seront pas détaillées ici. Nous reviendrons sur les moyennes de Lehmer plus tard dans ce manuscrit, lors de leur application au cas de la classification de changements temporels.

3.2 Propriétés statistiques des «super-images»



Dans cette partie, nous décrivons les propriétés des moyennes géométriques, arithmétiques et quadratiques vis à vis d'images suivant des lois Gamma (Image SAR en intensité) ou Rayleigh–Nakagami (Image SAR en amplitude).

Traditionnellement, la communauté travaille avec des données en intensité et utilise par conséquent la bien connue loi Gamma. L'usage quasi-systématique de la moyenne arithmétique découle de propriétés très particulières de la loi Gamma vis à vis de l'addition, rendant plus simple du point de vue essentiellement calculatoire l'utilisation conjointe de lois Gamma et de moyennes arithmétiques.

Dans cette partie, nous constaterons cependant que d'autres usages sont possibles, comme travailler avec des données en amplitude ou utiliser d'autres moyennes que la moyenne arithmétique, menant à des résultats très intéressants sans grande difficulté calculatoire supplémentaire.

3.2.1 Cas particulier de la loi Gamma

Dans cette sous-partie, nous allons étudier les propriétés statistiques de moyennes temporelles d'images (ou «super-images») suivant une loi Gamma $\mathcal{G}[\mu, L]$. Rappelons ici l'expression de la loi Gamma, correspondant à la loi d'échantillons SAR en intensité sur une zone de texture homogène caractérisée par le paramètre μ :

$$\mathcal{G}[\mu, L](x) = \frac{L}{\mu\Gamma(L)} \left(\frac{Lx}{\mu}\right)^{L-1} e^{-\frac{Lx}{\mu}}. \quad (3.32)$$

Il est possible d'exprimer la loi $\mathcal{MA}_{\mathcal{G}[\mu, L]}[N]$ suivie par la moyenne arithmétique de N échantillons suivant une loi Gamma [54]. C'est également une loi Gamma, car la loi Gamma vérifie le théorème d'addition :

$$\mathcal{MA}_{\mathcal{G}[\mu, L]}[N](z) = \mathcal{G}[\mu, NL](z). \quad (3.33)$$

Il est alors possible de calculer le moment d'ordre 1 d'une super-image arithmétique :

$$\forall N \in \mathbb{N}^*, m_{1, \mathcal{MA}} = \int_0^{+\infty} x \cdot \mathcal{G}[\mu, NL](x) dx = \mu. \quad (3.34)$$

Nous constatons que pour le cas de la loi Gamma, le moment d'ordre 1 d'une super-image calculée avec une moyenne arithmétique est égal au paramètre μ de la loi Gamma. De la même façon, son moment d'ordre 2 s'exprime par :

$$m_{2, \mathcal{MA}} = \int_0^{+\infty} x^2 \cdot \mathcal{G}[\mu, NL](x) dx = \mu^2 \left(\frac{NL+1}{NL}\right). \quad (3.35)$$

Nous constatons que lorsque le nombre d'images utilisées pour calculer la super-image augmente, le moment d'ordre 2 tend alors vers μ^2 . Disposant des deux premiers moments, nous pouvons calculer l'écart type σ associé :

$$\sigma_{\mathcal{MA}} = \sqrt{m_2 - m_1^2} = \frac{\mu}{\sqrt{NL}}. \quad (3.36)$$

Nous constatons que l'écart type de la super-image décroît quand le nombre d'images utilisées pour la calculer augmente. En effet, les valeurs tendent à se concentrer autour de la valeur $m_1 = \mu$.

La loi $\mathcal{MG}_{\mathcal{G}[\mu,L]}[N]$ suivie par la moyenne géométrique de N échantillons suivant une loi Gamma s'exprime comme une fonction de Meijer [54] (cf. Annexe C). Son expression est la suivante :

$$\mathcal{MG}_{\mathcal{G}[\mu,L]}[N](z) = N \left(\frac{L}{\mu\Gamma(L)} \right)^N z^{N-1} \overline{G}_{0,N}^{N,0} \left(\left(\frac{L}{\mu} \right)^N z^N \left| \underbrace{L-1, \dots, L-1}_N ; \cdot \right. \right). \quad (3.37)$$



Les fonctions de Meijer sont une famille de fonction spéciales peu répandues, mais néanmoins très utilisées dans ce manuscrit. La dernière expression 3.37 marque leur première apparition au cours du texte.

Les fonctions de Meijer sont très utiles en imagerie RSO. En effet, elles permettent de gérer naturellement les nombreuses opérations multiplicatives du domaine, notamment le bruit multiplicatif, lorsqu'elles sont couplées à la convolution de Mellin. Elle doivent uniquement être vues comme un outil de simplification des calculs malgré leur apparente complexité. Tous les éléments nécessaires à la compréhension du texte sont présentés en annexe C.

La fonction caractéristique de deuxième espèce de la moyenne géométrique de N échantillons suivant une loi Gamma s'exprime comme [54] :

$$\phi_z(s) = \left(\frac{\mu}{L} \right)^{s-1} \left(\frac{\Gamma\left(\frac{s+NL-1}{N}\right)}{\Gamma(L)} \right)^N. \quad (3.38)$$

Comme $\phi_z(s)$ est aussi la fonction génératrice des moments, les moments d'ordre 1 et 2 s'expriment directement par :

$$m_{1,\mathcal{MG}} = \phi_z(s=2) = \frac{\mu}{L} \left(\frac{\Gamma\left(\frac{NL+1}{N}\right)}{\Gamma(L)} \right)^N \leq \mu. \quad (3.39)$$

$$m_{2,\mathcal{MG}} = \phi_z(s=3) = \left(\frac{\mu}{L} \right)^2 \left(\frac{\Gamma\left(\frac{NL+2}{N}\right)}{\Gamma(L)} \right)^N. \quad (3.40)$$

L'écart type associé $\sigma_{\mathcal{MG}} = \sqrt{m_2 - m_1^2}$ n'admet pas d'expression littérale simple. Nous constatons cependant que le moment d'ordre 1 de la super-image géométrique n'est pas égal à μ comme c'est le cas pour la super-image arithmétique. En effet, la moyenne géométrique crée un décalage vers les faibles valeurs, ce qui explique que $m_{1,\mathcal{MG}} \leq \mu$.

Remarque :

Connaissant l'expression littérale du moment d'ordre 1 de la super-image géométrique, il est possible d'appliquer un facteur de correction de sorte que son moment d'ordre 1 $m_{1,\mathcal{MG}}$ soit égal à μ . Il suffit pour cela de multiplier la super-image géométrique par le facteur de correction f_{cor} , défini par :

$$f_{\text{cor}} = L \left(\frac{\Gamma(L)}{\Gamma\left(\frac{NL+1}{N}\right)} \right)^N. \quad (3.41)$$

Afin de vérifier les précédentes expressions, nous procédons à un calcul de super-images à partir d'images suivant une même loi Gamma. Pour ceci, il est nécessaire de procéder à un tirage

aléatoire suivant une loi Gamma prédéfinie. Cette opération nécessite le calcul de l'inverse de la fonction de répartition de la loi Gamma afin d'utiliser les générateurs de lois uniformes courants.

La fonction de répartition de la loi Gamma est définie par :

$$F_{\mathcal{G}[\mu, L]}(x) = \int_0^x \mathcal{G}[\mu, L](t) dt. \quad (3.42)$$

Après simplification, la fonction de répartition fait apparaître une fonction **M** de Whittaker :

$$F_{\mathcal{G}[\mu, L]}(x) = \frac{x e^{-\frac{Lx}{2\mu}} \left(\left(\frac{L}{\mu} \right)^{\frac{L}{2}} x^{\frac{L-1}{2}} \mathbf{M} \left(\frac{L}{2}, \frac{L}{2} + \frac{1}{2}, \frac{Lx}{\mu} \right) + \left(\frac{L}{\mu} \right)^L (L+1) x^{L-1} e^{-\frac{Lx}{2\mu}} \right)}{\Gamma(2+L)}. \quad (3.43)$$

Il est cependant possible de simplifier cette fonction à l'aide de la propriété suivante, liant la fonction M de Whittaker et la fonction hypergéométrique ${}_1F_1$:

$$\mathbf{M}(\nu_1, \nu_2, z) = e^{-\frac{z}{2}} \frac{1}{z^{\frac{1}{2} + \nu_2}} {}_1F_1 \left(\left[\frac{1}{2} + \nu_2 - \nu_1 \right], [1 + 2\nu_2], z \right). \quad (3.44)$$

Dans notre cas, nous avons $\nu_1 = \frac{L}{2}$ et $\nu_2 = \frac{L}{2} + \frac{1}{2}$. De ce fait, nous obtenons une simplification menant à une fonction hypergéométrique ${}_1F_1$:

$$\mathbf{M} \left(\frac{L}{2}, \frac{L}{2} + \frac{1}{2}, \frac{Lx}{\mu} \right) = {}_1F_1 \left([1], [L+2], \frac{Lx}{\mu} \right). \quad (3.45)$$

Or, la fonction hypergéométrique associée peut s'exprimer sous une forme simple n'utilisant que des fonctions usuelles (fonction Gamma et fonction Gamma incomplète) :

$${}_1F_1 \left([1], [L+2], \frac{Lx}{\mu} \right) = \frac{-\left(\frac{Lx}{\mu} \right)^{-L} e^{\frac{Lx}{\mu}} \mu \left(-\Gamma(2+L) + \Gamma \left(L+1, \frac{Lx}{\mu} \right) L + \Gamma \left(L+1, \frac{Lx}{\mu} \right) \right)}{Lx}. \quad (3.46)$$

Il est donc possible d'obtenir une expression littérale de la fonction de répartition $F_{\mathcal{G}[\mu, L]}(x)$ ne faisant intervenir que des fonctions usuelles, donc facilement manipulable numériquement et informatiquement. Rappelons qu'il est cependant nécessaire d'inverser cette fonction afin de pouvoir l'utiliser pour procéder à des tirages aléatoires. Cette fonction n'admettant pas d'inverse simple, nous utilisons une méthode itérative pour l'inverser.

À partir de l'inverse de la fonction de répartition $F_{\mathcal{G}[\mu, L]}^{-1}(x)$, un tirage de N variable suivant une loi Gamma s'obtient en utilisant un tirage uniforme U de N variables comprises entre 0 et 1 par la relation :

$$F_{\mathcal{G}[\mu, L]}^{-1}(U). \quad (3.47)$$



Tout comme le cas de la loi Gamma \mathcal{G} ci-dessus, le calcul des fonctions de répartition des lois Gamma inverse \mathcal{GI} , Rayleigh–Nakagami \mathcal{RN} et Rayleigh–Nakagami inverse $\mathcal{RN}\mathcal{I}$ mènent également à une fonction de Whittaker qu'il est possible de simplifier sous forme de fonctions usuelles. De ce fait, il est également possible par une méthode itérative d'inverser ces fonctions de répartition afin de réaliser des tirages aléatoires selon des lois \mathcal{GI} , \mathcal{RN} ou $\mathcal{RN}\mathcal{I}$.

Nous représentons en figure 3.3 une image simulée selon une loi Gamma de paramètres $\mu = 100$ et $L = 2$. En figure 3.4, nous présentons l'histogramme de cette image simulée comparé

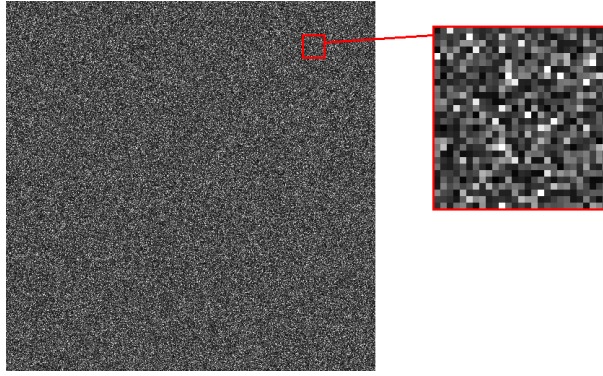


FIGURE 3.3: Image 512×512 aléatoire, simulée à partir d'une loi Gamma $\mathcal{G}[\mu = 100, L = 2]$.

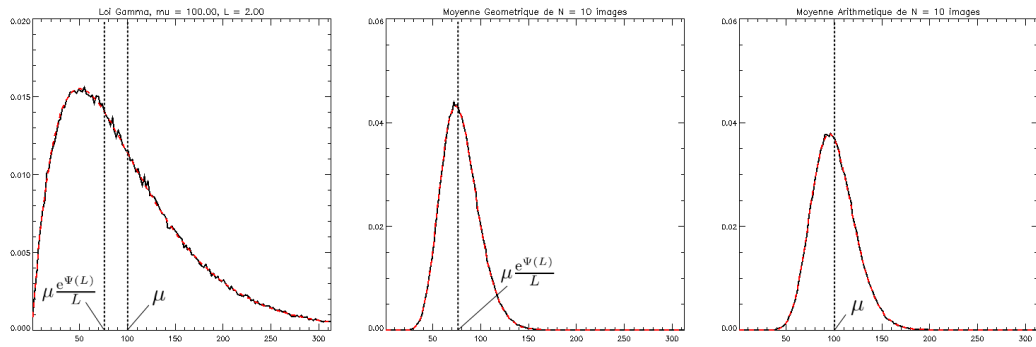


FIGURE 3.4: En trait plein noir : Observation. En pointillés rouges : théorie. À gauche : Loi Gamma $\mathcal{G}[\mu = 100, L = 2]$. Au milieu (resp. À droite) : Moyenne géométrique (resp. arithmétique) de 10 images suivant la loi Gamma $\mathcal{G}[\mu = 100, L = 2]$. L'accord entre observations et théorie est excellent.

à la loi Gamma souhaitée, ainsi que les histogrammes des super-images géométriques et arithmétiques calculées à partir de 10 images suivant la même loi Gamma. Nous constatons que les histogrammes observés pour les super-images concordent très bien avec les lois calculées à partir des expressions 3.33 et 3.37.

De même, nous constatons que les deux premiers moments, ainsi que l'écart type observés concordent très bien avec les valeurs théoriques. Un récapitulatif des valeurs est donné dans le tableau 3.1. Nous constatons que l'écart type de la moyenne géométrique temporelle est plus faible que l'écart type de la moyenne arithmétique. Ceci peut s'observer sur la figure 3.4, où l'histogramme de la super-image moyenne géométrique est plus localisé que celui de la moyenne arithmétique. De plus, nous constatons que le moment d'ordre 1 de la moyenne arithmétique correspond bien au paramètre μ de la loi Gamma générée dans la pile des 10 images, tandis que le moment d'ordre 1 de la moyenne géométrique est plus faible.

Nous pouvons observer l'effet du nombre d'images N sur l'allure des histogrammes des super-images sur la figure 3.5. Nous constatons que l'augmentation du nombre d'images génère un regroupement des données autour d'une valeur centrale. Pour la moyenne arithmétique, cette valeur est μ . Pour la moyenne géométrique, cette valeur centrale tend à diminuer avec le nombre d'images pour atteindre la valeur limite définie par :

$$\lim_{N \rightarrow +\infty} m_{1, \mathcal{MG}} = \lim_{N \rightarrow +\infty} \frac{\mu}{L} \left(\frac{\Gamma(\frac{NL+1}{N})}{\Gamma(L)} \right)^N = \mu \frac{e^{\Psi(L)}}{L}, \quad (3.48)$$

Grandeur	Observation	Valeur théorique
m_1 Image Loi Gamma	100.113	100.0 ($= \mu$)
$m_{1,\mathcal{MA}}$	100.113	100.0 ($= \mu$)
$m_{2,\mathcal{MA}}$	10520.563	10500.0
$\sigma_{\mathcal{MA}}$	22.314	22.361
$m_{1,\mathcal{MG}}$	78.932	78.760
$m_{2,\mathcal{MG}}$	6619.795	6591.398
$\sigma_{\mathcal{MG}}$	19.734	19.706

TABLE 3.1: Comparatif entre les grandeurs observées et leurs valeurs théoriques pour un tirage de loi Gamma $\mathcal{G}[\mu = 100, L = 2]$ sur 10 images utilisées pour calculer les super-images géométriques et arithmétiques. On constate une bonne prédiction des valeurs observées.

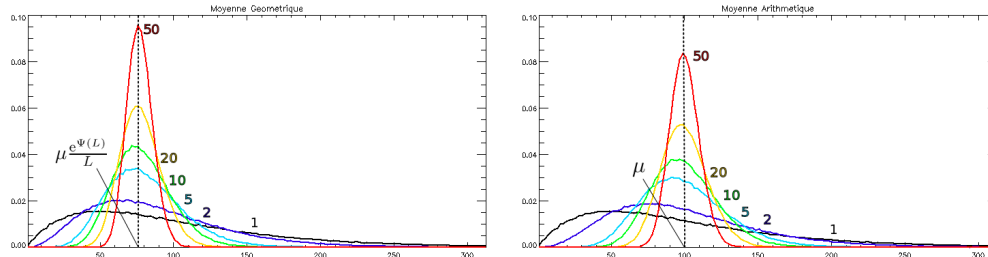


FIGURE 3.5: À gauche (resp. droite) : histogrammes d'une super-image calculée avec une moyenne géométrique (resp. arithmétique) entre 1, 2, 5, 10, 20 et 50 images suivant une même loi Gamma $\mathcal{G}[\mu = 100, L = 2]$ (Cette loi Gamma correspond au cas d'une des images).

où Ψ est la fonction Digamma, définie par :

$$\Psi : x \mapsto \frac{d}{dx} \ln(\Gamma(x)) = \frac{\frac{d}{dx} \Gamma(x)}{\Gamma(x)}. \quad (3.49)$$

Remarque :

La précédente expression correspond à la **moyenne de deuxième espèce** [54] de la loi de Gamma :

$$\tilde{m} = e^{\tilde{m}_1} = \exp \left(\int_0^{+\infty} \ln(u) \mathcal{G}[\mu, L](u) du \right) = \mu \frac{e^{\Psi(L)}}{L}, \quad (3.50)$$

où \tilde{m}_1 est le premier log-moment.

En complément à l'équation 3.48, nous pouvons rajouter que :

$$\frac{e^{\Psi(L)}}{L} \leq \left(\frac{\Gamma\left(\frac{NL+1}{N}\right)}{\Gamma(L)} \right)^N \leq L. \quad (3.51)$$

Nous présentons en figure 3.6 l'allure de la fonction $L \mapsto \frac{e^{\Psi(L)}}{L}$ pour L variant de 0 à 10 afin de constater que le moment d'ordre 1 de la super-image moyenne géométrique est toujours plus petit que μ , quelle que soit la valeur L .

Pour $L = 2$ et $\mu = 100$, la limite du moment d'ordre 1 de la super-image moyenne géométrique est donnée par $\mu \frac{e^{\Psi(2)}}{2} \approx 0.76 \cdot \mu \approx 73.31$. C'est en effet le comportement observé sur la figure 3.5, à gauche, où l'histogramme de la super-image géométrique tend à se centrer autour d'une valeur proche de 75.

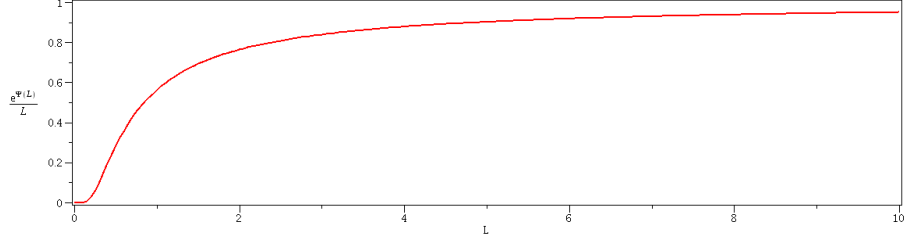


FIGURE 3.6: Tracé de la fonction $L \mapsto \frac{e^{\Psi(L)}}{L}$ pour $L \in [0, 10]$ (Lien entre la limite du moment d'ordre 1 d'une super-image géométrique quand $N \rightarrow +\infty$ et le paramètre μ de la loi Gamma initiale).



D'un point de vue informatique, les fonctions de Meijer sont parfois délicates à évaluer. Dans le cas de la loi suivie par la moyenne géométrique de N lois Gamma, le nombre de paramètres dans la fonction de Meijer est égal au nombre d'images N (cf. équation 3.37). De ce fait, plus le nombre d'images augmente, plus la complexité d'évaluation augmente. Pour le cas de la moyenne arithmétique, le problème ne se pose pas. En effet, la loi suivie par la moyenne arithmétique de N lois Gamma reste une loi Gamma.

Les log-cumulants d'ordre 2 et 3, respectivement $\tilde{\kappa}_2$ et $\tilde{\kappa}_3$, peuvent également être étudiés. Les log-cumulants de $\mathcal{G}[\mu, L]$ s'expriment selon les relations suivantes [54] :

$$\begin{cases} \tilde{\kappa}_{1,\mathcal{G}} = \ln(\mu) + \Psi(L) - \ln(L) \\ \tilde{\kappa}_{2,\mathcal{G}} = \Psi(1, L) \\ \tilde{\kappa}_{r,\mathcal{G}} = \Psi(r-1, L), \quad \forall r > 1 \end{cases} \quad (3.52)$$

où $\Psi(r, L)$ est la fonction Polygamma, c.a.d la dérivée r -ième de la fonction Digamma.

Nous avons vu à la relation 3.33 que la loi suivie par la moyenne arithmétique de N lois Gamma est aussi une loi Gamma. Les log-cumulants de la super-image moyenne arithmétique sont donc de même forme que ceux d'une loi Gamma simple, en remplaçant simplement le paramètre N par $N \cdot L$. Ainsi, nous obtenons les expressions des log-cumulants de la super-image moyenne arithmétique :

$$\begin{cases} \tilde{\kappa}_{1,\mathcal{MA}} = \ln(\mu) + \Psi(NL) - \ln(NL) \\ \tilde{\kappa}_{2,\mathcal{MA}} = \Psi(1, NL) \\ \tilde{\kappa}_{r,\mathcal{MA}} = \Psi(r-1, NL), \quad \forall r > 1 \end{cases} \quad (3.53)$$

Les log-cumulants de la super-image moyenne géométrique s'expriment simplement en fonction des log-cumulants de la loi Gamma, on a en effet la relation suivante [54] :

$$\tilde{\kappa}_{r,\mathcal{MG}} = \left(\frac{1}{N}\right)^{r-1} \tilde{\kappa}_{r,\mathcal{G}}. \quad (3.54)$$

De ce fait, nous obtenons directement les deux log-cumulants $\tilde{\kappa}_{2,\mathcal{MG}}$ et $\tilde{\kappa}_{3,\mathcal{MG}}$:

$$\begin{cases} \tilde{\kappa}_{2,\mathcal{MG}} = \frac{\Psi(1, L)}{N} \\ \tilde{\kappa}_{3,\mathcal{MG}} = \frac{\Psi(2, L)}{N^2} \end{cases} \quad (3.55)$$

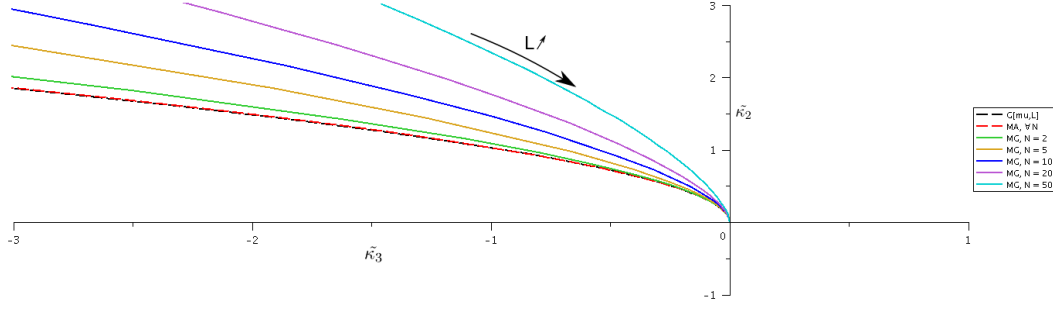


FIGURE 3.7: Diagrammes $\tilde{\kappa}_2 - \tilde{\kappa}_3$ pour la loi Gamma, ainsi que pour la super image arithmétique (MA) et pour les super-images géométriques (MG) avec $N = 2, 5, 10, 20$ et 50 images.

i Que ce soit pour la loi Gamma, ou les super-images de moyennes géométriques ou arithmétiques, les log-cumulants $\tilde{\kappa}_2$ et $\tilde{\kappa}_3$ ne dépendent pas du paramètre μ . Ainsi, lorsque l'on tracera le diagramme $\tilde{\kappa}_2 - \tilde{\kappa}_3$, les courbes seront simplement paramétrées par la valeur L qui jouera le rôle d'abscisse curviligne (cf. figure 3.7).

Nous représentons en figure 3.7 le diagramme $\tilde{\kappa}_2 - \tilde{\kappa}_3$ pour la loi Gamma, comparé à ceux de la super image arithmétique et ceux des super-images géométriques avec 2, 5, 10, 20 et 50 images. Nous constatons que le diagramme $\tilde{\kappa}_2 - \tilde{\kappa}_3$ pour la super-image de moyenne arithmétique est superposé à celui de la loi Gamma initiale, quel que soit le nombre d'images N . La courbe n'est simplement pas parcourue de la même façon, car le paramètre curviligne L dans le cas de la loi Gamma devient $N \cdot L$ dans le cas d'une super-image arithmétique avec N images. Nous constatons cependant que le diagramme $\tilde{\kappa}_2 - \tilde{\kappa}_3$ pour la super-image géométrique dépend du nombre d'images N utilisées. Nous observons sur la figure 3.7 que les courbes s'écartent de celles de la loi Gamma lorsque le nombre d'images N augmente.

3.2.2 Cas particulier de la loi de Rayleigh–Nakagami

Dans cette sous-partie, nous allons cette fois-ci étudier les propriétés statistiques des super-images issues d'une série temporelle suivant une loi de Rayleigh–Nakagami $\mathcal{RN}[\mu, L]$. Rappelons ici l'expression de la loi de Rayleigh–Nakagami, correspondant à la loi d'échantillons SAR en amplitude sur une zone de texture homogène caractérisée par le paramètre μ :

$$\mathcal{RN}[\mu, L](x) = \frac{2\sqrt{L}}{\mu\Gamma(L)} \left(\frac{\sqrt{L}x}{\mu} \right)^{2L-1} e^{-\frac{Lx^2}{\mu^2}}. \quad (3.56)$$

Contrairement à la loi Gamma, le moment d'ordre 1 de la loi de Rayleigh–Nakagami n'est pas égal au paramètre μ . Nous donnons ci-dessous l'expression du moment d'ordre 1 de la loi de Rayleigh–Nakagami :

$$m_{1,\mathcal{RN}} = \mu \frac{\Gamma(L + \frac{1}{2})}{\sqrt{L}\Gamma(L)}. \quad (3.57)$$

Il est possible d'exprimer la loi $\mathcal{MQ}_{\mathcal{RN}[\mu,L]}[N]$ suivie par la moyenne quadratique de N échantillons suivant une loi de Rayleigh–Nakagami (cf. partie 4.5.3) :

$$\mathcal{MQ}_{\mathcal{RN}[\mu,L]}[N](z) = \mathcal{RN}[\mu, NL](z). \quad (3.58)$$

La fonction caractéristique d'une loi de Rayleigh–Nakagami est donnée par [55] :

$$\phi_{\mathcal{RN}}(s) = \mu^{s-1} \frac{\Gamma\left(\frac{s-1}{2} + L\right)}{L^{\frac{s-1}{2}} \Gamma(L)}. \quad (3.59)$$

De ce fait, la fonction caractéristique de la moyenne quadratique de N lois de Rayleigh–Nakagami est directement donnée par :

$$\phi_{\mathcal{MQ},N,\mathcal{RN}\mathcal{I}}(s) = \mu^{s-1} \frac{\Gamma\left(\frac{s-1}{2} + NL\right)}{(NL)^{\frac{s-1}{2}} \Gamma(NL)}. \quad (3.60)$$

Ainsi, nous pouvons donner les expressions des moments d'ordre 1 et 2 de la moyenne quadratique de N lois de Rayleigh–Nakagami :

$$\begin{cases} m_{1,\mathcal{MQ},N,\mathcal{RN}\mathcal{I}} = \mu \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2} + NL\right)}{\sqrt{NL} \Gamma(NL)} \\ m_{2,\mathcal{MQ},N,\mathcal{RN}\mathcal{I}} = \mu^2, \forall N, \forall L \end{cases} \quad (3.61)$$

Connaissant les deux premiers moments, l'écart type est donc directement connu, il n'admet cependant pas d'expression simple. Nous pouvons également remarquer que lorsque le nombre d'images augmente, le moment d'ordre 1 de la moyenne quadratique tend vers μ :

$$\lim_{N \rightarrow +\infty} m_{1,\mathcal{MQ},N,\mathcal{RN}\mathcal{I}} = \mu. \quad (3.62)$$

La loi $\mathcal{MG}_{\mathcal{RN}[\mu,L]}[N]$ suivie par la moyenne géométrique de N échantillons suivant une loi de Rayleigh–Nakagami s'exprime à l'aide d'une fonction de Meijer [54]) :

$$\mathcal{MG}_{\mathcal{RN}[\mu,L]}[N](x) = \frac{2N}{x\Gamma(L)^N} \bar{G}_{0,N}^{N,0} \left(\frac{x^{2N} L^N}{\mu^{2N}} \left| \begin{matrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ L, \dots, L & \cdot & \cdot \end{matrix} \right. \right). \quad (3.63)$$

Connaissant la fonction caractéristique de la loi de Rayleigh–Nakagami, l'expression $\phi_{\mathcal{MG},N,\mathcal{RN}\mathcal{I}}$ de la fonction caractéristique de la moyenne géométrique de N images suivant une même loi de Rayleigh–Nakagami s'en déduit directement :

$$\phi_{\mathcal{MG},N,\mathcal{RN}\mathcal{I}}(s) = \left(\phi_{\mathcal{RN}}\left(\frac{s+N-1}{N}\right) \right)^N = \frac{\mu^{s-1} \Gamma\left(\frac{1}{2} \frac{s-1+2NL}{N}\right)^N}{\Gamma(L)^N L^{\frac{s}{2}-\frac{1}{2}}}. \quad (3.64)$$

De ce fait, les deux premiers moments de la moyenne géométrique découlent naturellement :

$$\begin{cases} m_{1,\mathcal{MG},N,\mathcal{RN}\mathcal{I}} = \mu \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2} \frac{2NL+1}{N}\right)^N}{\sqrt{L} \Gamma(L)^N} \\ m_{2,\mathcal{MG},N,\mathcal{RN}\mathcal{I}} = \mu^2 \frac{\Gamma\left(\frac{NL+1}{N}\right)^N}{L \Gamma(L)^N} \end{cases} \quad (3.65)$$

Nous pouvons de plus exprimer la limite du premier moment lorsque le nombre d'images tend vers l'infini (à comparer avec l'expression 3.48) :

$$\lim_{N \rightarrow +\infty} m_{1,\mathcal{MG},N,\mathcal{RN}\mathcal{I}} = \lim_{N \rightarrow +\infty} \mu \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2} \frac{2NL+1}{N}\right)^N}{\sqrt{L} \Gamma(L)^N} = \mu \frac{e^{\frac{\Psi(L)}{2}}}{\sqrt{L}}. \quad (3.66)$$

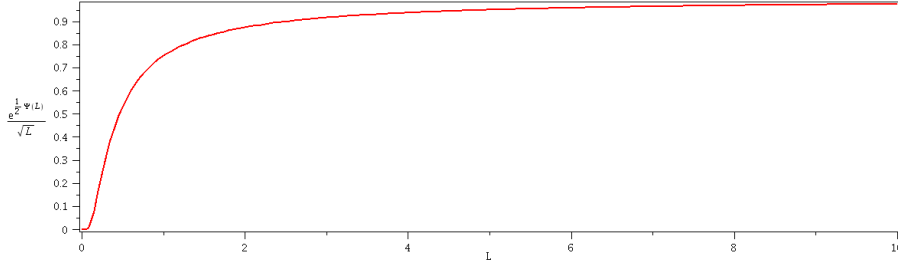


FIGURE 3.8: Tracé de la fonction $L \mapsto \frac{e^{\frac{\Psi(L)}{2}}}{\sqrt{L}}$ pour $L \in]0, 10]$ (lien entre la limite du moment d'ordre 1 d'une super-image géométrique quand $N \rightarrow +\infty$ et le paramètre μ de la loi de Rayleigh–Nakagami initiale).

Remarque :

La précédente expression correspond à la moyenne de deuxième espèce [54] de la loi de Rayleigh–Nakagami :

$$\tilde{m} = e^{\tilde{m}_1} = \exp \left(\int_0^{+\infty} \ln(u) \mathcal{RN}[\mu, L](u) du \right) = \mu \frac{e^{\frac{\Psi(L)}{2}}}{\sqrt{L}}, \quad (3.67)$$

où \tilde{m}_1 est le premier log-moment.

Nous pouvons également mentionner que pour le cas de la loi Gamma, le moment d'ordre 1 de la super-image moyenne arithmétique tendait vers la moyenne de deuxième espèce de la loi Gamma. Les comportements entre Loi Gamma et moyenne arithmétique sont donc similaires à ceux reliant loi de Rayleigh–Nakagami et moyenne quadratique.

Nous présentons en figure 3.8 l'allure de la fonction $L \mapsto \frac{e^{\frac{\Psi(L)}{2}}}{\sqrt{L}}$ pour L variant de 0 à 10.

Connaissant les deux premiers moments, il est encore une fois possible d'exprimer l'écart type sous forme littérale, cependant il n'admet pas de forme simple.

Afin de vérifier les précédentes expressions, nous allons simuler une série temporelle d'images suivant une même loi de Rayleigh–Nakagami. Pour ceci, comme pour le cas précédent de la loi Gamma, nous devons calculer l'inverse de la fonction de répartition de la loi de Rayleigh–Nakagami. La fonction de répartition $F_{\mathcal{RN}}$ de la loi de Rayleigh–Nakagami est définie par :

$$F_{\mathcal{RN}[\mu, L]}(x) = \int_0^x \mathcal{RN}[\mu, L](t) dt. \quad (3.68)$$

Après simplification, la fonction de répartition fait apparaître une fonction **M** de Whittaker :

$$F_{\mathcal{RN}[\mu, L]}(x) = \frac{e^{\frac{-Lx^2}{\mu^2}} \left(\frac{\sqrt{L}}{\mu} \right)^{2L} \left(x^L \left(\frac{L}{\mu^2} \right)^{-\frac{1}{2}L} \mathbf{M} \left(\frac{1}{2}L, \frac{1}{2}L + \frac{1}{2}, \frac{Lx^2}{\mu^2} \right) e^{\frac{1}{2} \frac{Lx^2}{\mu^2}} + x^{2L} + Lx^{2L} \right)}{\Gamma(L+2)}. \quad (3.69)$$

D'après les notations de l'équation 3.44, nous avons ici $\nu_1 = \frac{L}{2}$ et $\nu_2 = \frac{L}{2} + \frac{1}{2}$. De ce fait, nous obtenons une simplification menant à une fonction hypergéométrique ${}_1F_1$:

$$\mathbf{M} \left(\frac{L}{2}, \frac{L}{2} + \frac{1}{2}, \frac{Lx^2}{\mu^2} \right) = {}_1F_1 \left([1], [L+2], \frac{Lx^2}{\mu^2} \right). \quad (3.70)$$

Or, la fonction hypergéométrique associée peut s'exprimer sous une forme simple n'utilisant

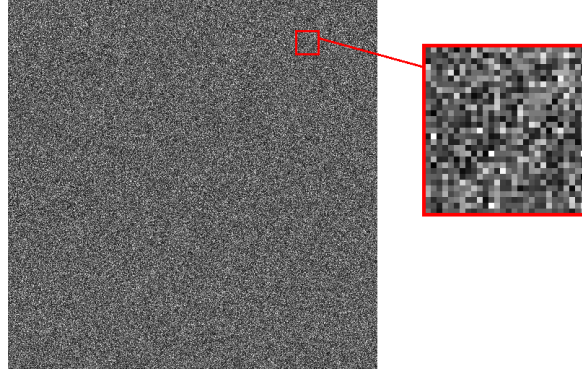


FIGURE 3.9: Image 512×512 aléatoire, simulée à partir d'une loi de Rayleigh–Nakagami $\mathcal{RN}[\mu = 100, L = 1]$.

que des fonctions usuelles (fonction Gamma et fonction Gamma incomplète), comme c'était déjà le cas dans la partie précédente pour la loi Gamma :

$${}_1F_1\left([1], [L+2], \frac{Lx^2}{\mu^2}\right) = \frac{-\left(\frac{Lx^2}{\mu^2}\right)^{-L} e^{\frac{Lx^2}{\mu^2}} \mu^2 \left(-\Gamma(2+L) + \Gamma\left(L+1, \frac{Lx^2}{\mu^2}\right) L + \Gamma\left(L+1, \frac{Lx^2}{\mu^2}\right)\right)}{Lx^2}. \quad (3.71)$$

Il est donc encore une fois possible d'obtenir une expression littérale de la fonction de répartition $F_{\mathcal{RN}[\mu, L]}(x)$ ne faisant intervenir que des fonctions usuelles, donc facilement manipulable numériquement et informatiquement. Cette fonction n'admettant cependant pas d'inverse simple, nous utilisons une méthode itérative pour l'inverser.

À partir de l'inverse de la fonction de répartition $F_{\mathcal{RN}[\mu, L]}^{-1}(x)$, un tirage de N variables suivant une loi de Rayleigh–Nakagami s'obtient en utilisant un tirage uniforme U de N variables comprises entre 0 et 1 par la relation :

$$F_{\mathcal{RN}[\mu, L]}^{-1}(U). \quad (3.72)$$

Nous représentons en figure 3.9 une image simulée selon une loi Rayleigh–Nakagami de paramètres $\mu = 100$ et $L = 1$. En figure 3.10, nous présentons l'histogramme de cette image simulée comparé à la loi de Rayleigh–Nakagami souhaitée, ainsi que les histogrammes des super-images géométriques et quadratiques calculées à partir de 10 images suivant la même loi de Rayleigh–Nakagami. Nous constatons que les histogrammes observés pour les super-images concordent très bien avec les lois calculées à partir des expressions 3.58 et 3.63.

De plus, les deux premiers moments, ainsi que l'écart type observés concordent très bien avec les valeurs théoriques. Un récapitulatif des valeurs est donné dans le tableau 3.2.

Nous pouvons observer l'effet du nombre d'images N sur l'allure des histogrammes des super-images sur la figure 3.11. Nous constatons que l'augmentation du nombre d'images génère un regroupement des données autour d'une valeur centrale. Pour la moyenne quadratique, cette valeur est μ . Pour la moyenne géométrique, cette valeur est donnée par $\mu \frac{e^{\frac{\Psi(L)}{2}}}{\sqrt{L}}$.

Pour $L = 1$ et $\mu = 100$, la limite du moment d'ordre 1 de la super-image moyenne géométrique de lois de Rayleigh–Nakagami est donnée par $\mu \frac{e^{\frac{\Psi(L)}{2}}}{\sqrt{L}} \approx 0.75 \cdot \mu \approx 75$. C'est en effet le comportement observé sur la figure 3.11, à gauche, où l'histogramme de la super-image géométrique tend à se centrer autour d'une valeur proche de 75.

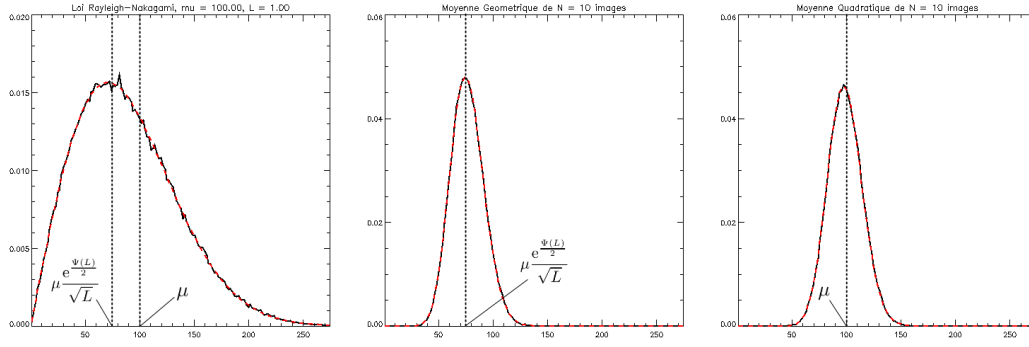


FIGURE 3.10: En trait plein noir : Observation. En pointillés rouges : théorie. À gauche : Loi de Rayleigh–Nakagami $\mathcal{RN}[\mu = 100, L = 1]$. Au milieu (resp. À droite) : Moyenne géométrique (resp. quadratique) de 10 images suivant la loi de Rayleigh–Nakagami $\mathcal{RN}[\mu = 100, L = 1]$. L'accord entre observations et théorie est excellent.

Grandeur	Observation	Valeur théorique
m_1 Image Loi Rayleigh–Nakagami	88.71	88.62
$m_{1,\mathcal{MQ}}$	98.87	98.75
$m_{2,\mathcal{MQ}}$	10022.53	10000.00 ($= \mu^2$)
$\sigma_{\mathcal{MQ}}$	15.72	15.71
$m_{1,\mathcal{MG}}$	76.53	76.45
$m_{2,\mathcal{MG}}$	6084.98	6073.05
$\sigma_{\mathcal{MG}}$	15.10	15.11

TABLE 3.2: Comparatif entre les grandeurs observées et leurs valeurs théoriques pour un tirage de loi de Rayleigh–Nakagami $\mathcal{RN}[\mu = 100, L = 1]$ sur 10 images utilisées pour calculer les super-images géométriques et quadratiques. Une bonne prédiction des valeurs est observée.

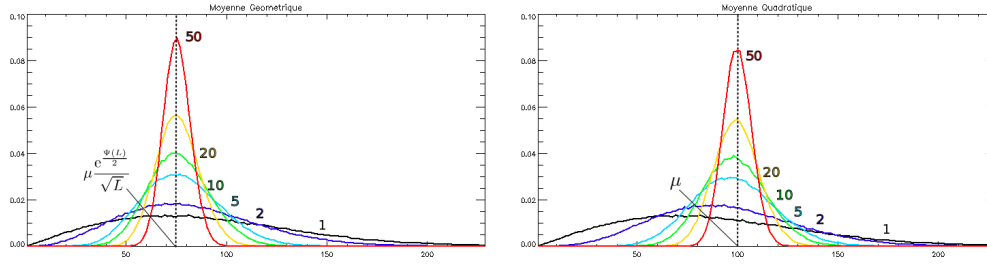


FIGURE 3.11: À gauche (resp. droite) : histogrammes d'une super-image calculée avec une moyenne géométrique (resp. quadratique) entre 1, 2, 5, 10, 20, et 50 images suivant une même loi de Rayleigh–Nakagami $\mathcal{RN}[\mu = 100, L = 1]$ (Cette loi correspond au cas à 1 image).

Les log-cumulants de $\mathcal{RN}[\mu, L]$ s'expriment selon les relations suivantes [54] :

$$\begin{cases} \tilde{\kappa}_{1,\mathcal{RN}} = \frac{1}{2} (\ln(\mu) + \Psi(L) - \ln(L)) \\ \tilde{\kappa}_{2,\mathcal{RN}} = \frac{1}{4} \Psi(1, L) \\ \tilde{\kappa}_{r,\mathcal{RN}} = \left(\frac{1}{2}\right)^r \Psi(r-1, L), \quad \forall r > 1 \end{cases} \quad (3.73)$$

D'après le fait que la moyenne quadratique de N lois de Rayleigh–Nakagami est également une loi de Rayleigh–Nakagami (cf. équation 3.58), nous pouvons directement écrire l'expression

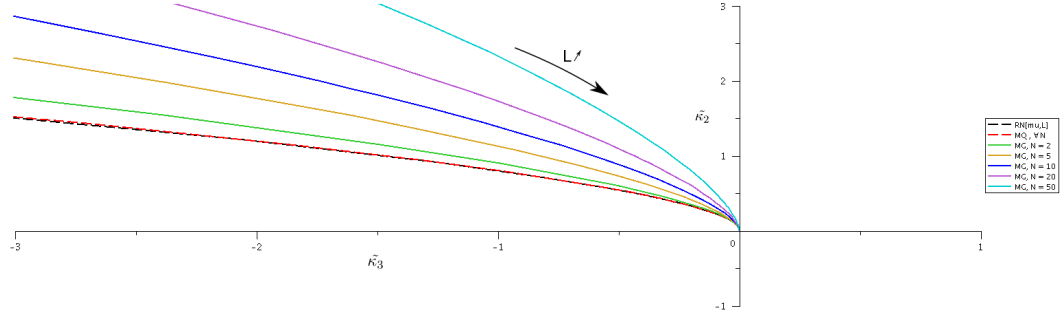


FIGURE 3.12: Diagrammes $\tilde{\kappa}_2 - \tilde{\kappa}_3$ pour la loi de Rayleigh-Nakagami, ainsi que pour la super image Quadratique (MQ) et pour les super-images géométriques (MG) avec $N = 2, 5, 10, 20$ et 50 images.

des log-cumulants de la super-image quadratique en remplaçant L par NL :

$$\begin{cases} \tilde{\kappa}_{1,\mathcal{MQ},\mathcal{RN}} = \frac{1}{2} (\ln(\mu) + \Psi(NL) - \ln(NL)) \\ \tilde{\kappa}_{2,\mathcal{MQ},\mathcal{RN}} = \frac{1}{4} \Psi(1, NL) \\ \tilde{\kappa}_{r,\mathcal{MQ},\mathcal{RN}} = \left(\frac{1}{2}\right)^r \Psi(r-1, NL), \quad \forall r > 1 \end{cases} \quad (3.74)$$

D'après la relation 3.54, nous pouvons directement écrire l'expression des log-cumulants d'ordre 2 et 3 de la super-image géométrique, puisqu'ils se déduisent des log-cumulants de la loi de Rayleigh-Nakagami :

$$\begin{cases} \tilde{\kappa}_{2,\mathcal{MG},\mathcal{RN}} = \frac{\Psi(1, L)}{4N} \\ \tilde{\kappa}_{3,\mathcal{MG},\mathcal{RN}} = \frac{\Psi(2, L)}{8N^2} \end{cases} \quad (3.75)$$

Nous représentons en figure 3.12 le diagramme $\tilde{\kappa}_2 - \tilde{\kappa}_3$ pour la loi de Rayleigh-Nakagami, comparé à ceux de la super image quadratique et ceux des super-images géométriques avec 2, 5, 10, 20 et 50 images. Nous constatons que le diagramme $\tilde{\kappa}_2 - \tilde{\kappa}_3$ pour la super-image de moyenne quadratique est superposé à celui de la loi de Rayleigh-Nakagami initiale, quel que soit le nombre d'images N . Nous pouvons remarquer que ce phénomène est comparable à la moyenne arithmétique de lois Gamma superposée à la loi Gamma dans le diagramme présenté en figure 3.7. De même, la courbe n'est simplement pas parcourue de la même façon, car le paramètre curviligne L dans le cas de la loi de Rayleigh-Nakagami devient ici $N \cdot L$ dans le cas d'une super-image quadratique avec N images. Nous constatons cependant que le diagramme $\tilde{\kappa}_2 - \tilde{\kappa}_3$ pour la super-image géométrique dépend du nombre d'images N utilisées. Nous observons sur la figure 3.7 que les courbes s'écartent de celles de la loi de Rayleigh-Nakagami lorsque le nombre d'images N augmente pour se rapprocher de l'axe vertical.

3.2.3 Tableaux de synthèse

Dans cette sous-partie, nous rappelons sous forme synthétique les principaux résultats énoncés dans la partie 3.2. Le résumé est contenu dans le tableau 3.3 pour le cas de la loi Gamma et dans le tableau 3.4 pour le cas de la loi de Rayleigh-Nakagami.

3.3 Quelques applications des moyennes temporelles ou spatiales

Grandeur	Moy. Géométrique	Moy. Arithmétique
Loi	$N \left(\frac{L}{\mu\Gamma(L)} \right)^N z^{N-1} \bar{G}_{0,N}^{N,0} \left(\left(\frac{L}{\mu} \right)^N z^N \mid \underbrace{L-1, \dots, L-1}_N ; \cdot \right)$	$\mathcal{G}[\mu, NL](z)$
$\phi(s)$	$\left(\frac{\mu}{L} \right)^{s-1} \left(\frac{\Gamma\left(\frac{s+NL-1}{N}\right)}{\Gamma(L)} \right)^N$	$\mu^{s-1} \frac{\Gamma(L+s-1)}{L^{s-1}\Gamma(L)}$
m_1	$\frac{\mu}{L} \left(\frac{\Gamma\left(\frac{NL+1}{N}\right)}{\Gamma(L)} \right)^N$	μ
m_2	$\left(\frac{\mu}{L} \right)^2 \left(\frac{\Gamma\left(\frac{NL+2}{N}\right)}{\Gamma(L)} \right)^N$	$\mu^2 \left(\frac{1+NL}{NL} \right)$
σ		$\frac{\mu}{NL}$
$\lim_{N \rightarrow \infty} m_1$	$\mu \frac{e^{\Psi(L)}}{L} = \tilde{m} = e^{\tilde{m}_1}$	μ
$\tilde{\kappa}_2$	$\frac{\Psi(1, L)}{N}$	$\Psi(1, NL)$
$\tilde{\kappa}_3$	$\frac{\Psi(2, L)}{N^2}$	$\Psi(2, NL)$

TABLE 3.3: Synthèse des propriétés statistiques des super-images (Lois GAMMA).

Grandeur	Moy. Géométrique	Moy. Quadratique
Loi	$\frac{2N}{x\Gamma(L)^N} \bar{G}_{0,N}^{N,0} \left(\frac{x^{2N} L^N}{\mu^{2N}} \mid \underbrace{L, \dots, L}_N ; \cdot \right)$	$\mathcal{RN}[\mu, NL](z)$
$\phi(s)$	$\frac{\mu^{s-1} \Gamma\left(\frac{1}{2} \frac{s-1+2NL}{N}\right)^N}{\Gamma(L)^N L^{\frac{s}{2}-\frac{1}{2}}}$	$\mu^{s-1} \frac{\Gamma\left(\frac{s-1}{2} + NL\right)}{(NL)^{\frac{s-1}{2}} \Gamma(NL)}$
m_1	$\mu \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2} \frac{2NL+1}{N}\right)^N}{\sqrt{L} \Gamma(L)^N}$	$\mu \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2} + NL\right)}{\sqrt{NL} \Gamma(NL)}$
m_2	$\mu^2 \frac{\Gamma\left(\frac{NL+1}{N}\right)^N}{L \Gamma(L)^N}$	μ^2
$\lim_{N \rightarrow \infty} m_1$	$\mu \frac{e^{\frac{\Psi(L)}{2}}}{\sqrt{L}} = \tilde{m} = e^{\tilde{m}_1}$	μ
$\tilde{\kappa}_2$	$\frac{\Psi(1, L)}{4N}$	$\frac{1}{4} \Psi(1, NL)$
$\tilde{\kappa}_3$	$\frac{\Psi(2, L)}{8N^2}$	$\frac{1}{8} \Psi(2, NL)$

TABLE 3.4: Synthèse des propriétés statistiques des super-images de (Lois de RAYLEIGH-NAKAGAMI).



Les exemples cités dans cette partie ne concernent pas directement la méthode de détection de changements qui occupe le cœur de cette thèse. Ce sont des applications générales des moyennes, proposées ici à titre illustratif de sorte à montrer leur potentiel dans des domaines variés. La première partie traite de moyennes spatiales, tandis que la suivante traite des moyennes temporelles, montrant ainsi l'étendue des applications des moyennes à explorer.

3.3.1 Mise en évidence de cibles stables avec des moyennes temporelles

Nous avons montré dans la partie précédente que le moment d'ordre 1 de la super-image moyenne géométrique de N images suivant une même loi Gamma est inférieur au paramètre μ de cette loi Gamma. En effet, la moyenne géométrique possède un «pouvoir aspirateur vers le zéro» qui tend à privilégier les faibles valeurs. De ce fait, la moyenne géométrique assombrit les zones homogènes par rapport à la moyenne arithmétique qui les maintient au niveau de leur moment d'ordre 1 : μ .

Considérons maintenant une scène homogène suivant une loi Gamma $\mathcal{G}[\mu, L]$. Générons une série temporelle de N images indépendantes suivant cette même loi Gamma, et introduisons dans cette scène des cibles et structures aux propriétés stables temporellement. Nous choisissons des cibles et structures suivant une loi uniforme sur un intervalle restreint prédéfini $[w_1, w_2]$.

La loi uniforme sur un intervalle $[w_1, w_2]$ tel que $0 < w_1 < w_2$ est définie par :

$$U_{[w_1, w_2]}(x) = \frac{H(x - w_1) - H(x - w_2)}{w_2 - w_1}, \quad (3.76)$$

où H représente la fonction Heaviside.

Sa fonction caractéristique de seconde espèce (sa transformée de Mellin) s'écrit :

$$\phi_{[w_1, w_2]}(s) = \frac{w_1^s H(w_1) - w_2^s H(w_2)}{s(w_1 - w_2)} = \frac{w_1^s - w_2^s}{s(w_1 - w_2)}. \quad (3.77)$$

De ce fait, les moments de la loi uniforme s'expriment par :

$$m_{r, [w_1, w_2]} = \phi_{[w_1, w_2]}(s = r + 1) = \frac{w_1^{r+1} - w_2^{r+1}}{(r + 1)(w_1 - w_2)}. \quad (3.78)$$

Ainsi, les deux premiers moments s'expriment par :

$$\begin{cases} m_{1, [w_1, w_2]} &= \frac{w_1 + w_2}{2} \\ m_{2, [w_1, w_2]} &= \frac{w_1^2 + w_2^2 + w_1 w_2}{3} \end{cases} \quad (3.79)$$

Notons que le moment d'ordre 1 représente bien le milieu du segment $[w_1, w_2]$. Le moment d'ordre 2 vérifie bien la propriété classique des distributions uniformes. Étant donnés les deux premiers moments, l'écart type de la distribution uniforme est alors donné par :

$$\sigma_{[w_1, w_2]} = \frac{\sqrt{3}(w_2 - w_1)}{6}. \quad (3.80)$$

La fonction caractéristique de seconde espèce de la moyenne géométrique de N échantillons suivant une même loi uniforme $U_{[w_1, w_2]}$ est donnée par :

$$\phi_{\mathcal{MG}, [w_1, w_2]}(s) = \left(\phi_{[w_1, w_2]} \left(\frac{s + N - 1}{N} \right) \right)^N = \left(\frac{N \left(w_1^{\frac{s+N-1}{N}} - w_2^{\frac{s+N-1}{N}} \right)}{(s + N - 1)(w_1 - w_2)} \right)^N. \quad (3.81)$$

Ainsi, il est possible de donner l'expression du moment d'ordre 1 de la moyenne géométrique en fonction du nombre d'échantillons N :

$$m_{1,\mathcal{MG},[w_1,w_2]} = \phi_{\mathcal{MG},[w_1,w_2]}(s=2) = \left(\frac{N \left(w_1^{\frac{N+1}{N}} - w_2^{\frac{N+1}{N}} \right)}{(N+1)(w_1 - w_2)} \right)^N. \quad (3.82)$$

Par construction de la moyenne, nous avons nécessairement la propriété suivante :

$$\forall N, w_1 \leq m_{1,\mathcal{MG},[w_1,w_2]} \leq w_2. \quad (3.83)$$

Lorsque le nombre N d'images utilisées pour la moyenne géométrique augmente, le moment d'ordre 1 tend vers :

$$m_{1,\mathcal{MG}_\infty,[w_1,w_2]} = \lim_{N \rightarrow +\infty} m_{1,\mathcal{MG},[w_1,w_2]} = \frac{1}{e} (w_1^{w_1} w_2^{-w_2})^{\frac{1}{w_1 - w_2}}. \quad (3.84)$$

Remarque :

La dernière expression est une moyenne géométrique pondérée. En effet, la moyenne géométrique de N variables $\{x_1, \dots, x_n\}$ pondérées par N poids $\{w_1, \dots, w_n\}$ est définie par :

$$\mathcal{MG}_{\text{pond}}(x, w) = \left(\prod_{i=1}^N x_i^{w_i} \right)^{\frac{1}{\sum_{i=1}^N w_i}}. \quad (3.85)$$

Ainsi, $m_{1,\mathcal{MG}_\infty,[w_1,w_2]}$ est proportionnel à la moyenne géométrique pondérée de $\{w_1, w_2\}$, pondéré par les facteurs $\{w_1, -w_2\}$.

Exprimons maintenant la loi suivie par la moyenne arithmétique de N échantillons suivant une même loi uniforme $U_{[w_1,w_2]}$. Pour ceci, nous allons tout d'abord exprimer la loi suivie par la somme de N fonctions porte sur $[-\pi, \pi]$, dont le spectre est par conséquent un simple sinus cardinal.

La loi suivie par la somme de N variables aléatoires suivant une loi uniforme sur $[-\pi, \pi]$ s'exprime par la convolution (de Fourier) successive des N lois uniformes. Convoluer dans le domaine direct correspond à multiplier dans le domaine de Fourier. De ce fait, la loi L_N suivie par la somme de N variables aléatoires suivant une loi uniforme sur $[-\pi, \pi]$ s'exprime par la transformée de Fourier inverse du produit de N sinus cardinaux :

$$L_N(t) = \frac{1}{2\pi} \text{TF}^{-1} \left[\underbrace{\text{sinc}(w) \times \dots \times \text{sinc}(w)}_N \right] (t). \quad (3.86)$$

Nous représentons en figure 3.13 l'allure de la fonction L_N pour différentes valeurs de N . La valeur $N = 1$ fait apparaître la loi uniforme initiale. Nous constatons que la convolution de deux créneaux ($N = 2$) correspond bien à un triangle et que ce n'est qu'à partir de trois convolutions que la loi n'est plus composée de segments. Nous remarquons qu'à chaque convolution, le support de la loi augmente. Ainsi, le support de la loi pour N images est $[-N\pi, N\pi]$. Nous présentons

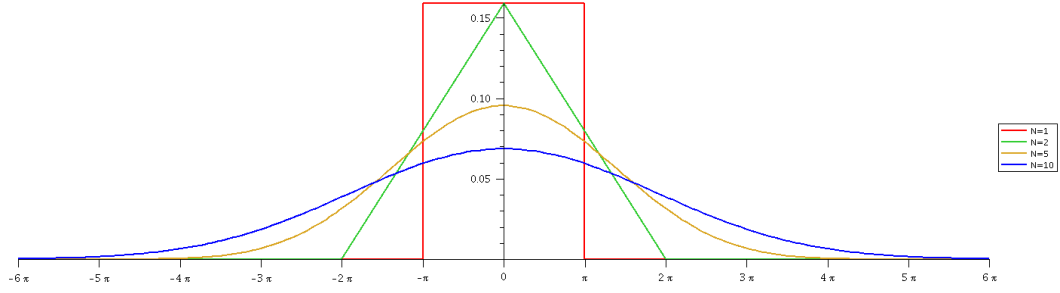


FIGURE 3.13: Loi L_N suivie par la somme de N variables aléatoires suivant la loi uniforme sur $[-\pi, \pi]$ (cas où $N = 1$). Nous représentons la loi suivie par la somme de $N = 2$ sur $[-2\pi, 2\pi]$, $N = 5$ sur $[-5\pi, 5\pi]$ et $N = 10$ sur $[-10\pi, 10\pi]$.

ci-dessous les expressions littérales de L_N pour les premières valeurs de N :

$$\begin{cases} L_1(t) = \frac{H(t + \pi) - H(t - \pi)}{2\pi} \\ L_2(t) = \frac{-(-t - 2\pi)H(t - 2\pi) - (-t - 2\pi)H(t + 2\pi) - 2tH(t)}{2\pi \cdot 2\pi} \\ L_3(t) = \frac{-(-t + 3\pi)^2H(t - 3\pi) + 3(-t + \pi)^2H(t - \pi) - 3(t + \pi)^2H(t + \pi) + (t + 3\pi)^2H(t + 3\pi)}{8\pi^2 \cdot 2\pi} \\ L_4(t) = \dots \end{cases} \quad (3.87)$$

Nous remarquons que les précédentes expressions ne font apparaître que des fonctions de Heaviside H , translatées et pondérées par des polynômes de degré $N - 1$. Nous remarquons qu'il existe une certaine symétrie dans les expressions ci-dessus et que les facteurs en jeu peuvent facilement être identifiés. Grâce à cette observation, on peut trouver une expression générale à L_N :

$$L_N(t) = \frac{1}{2\pi} \text{TF}^{-1} [\text{sinc}^N(w)](t) = \frac{\sum_{i=1}^N (-1)^{N-i} \binom{N}{N-i} (t + (2i - N)\pi)^{N-1} H(t + (2i - N)\pi)}{2\pi \cdot \pi^{N-1} (2N - 2)!!}, \quad (3.88)$$

où $(.)!!$ est la fonction **double factorielle**.

La loi $L_{\mathcal{MA},N}$, suivie par la moyenne arithmétique de N variables suivant une loi uniforme sur $[-\pi, \pi]$ est donc directement donnée par :

$$L_{\mathcal{MA},N} = N \cdot L_N(N \cdot t). \quad (3.89)$$

Nous représentons en figure 3.14 l'allure de la fonction $L_{\mathcal{MA},N}$ pour différentes valeurs de N . Nous constatons que cette loi est maintenant contenue dans l'intervalle $[-\pi, \pi]$ quel que soit N .

Afin d'obtenir la loi $\mathcal{MA}_{[w_1, w_2],N}$ suivie par la moyenne arithmétique de N échantillons suivant une loi uniforme sur $[w_1, w_2]$, il faut simplement dilater et translater la précédente loi $L_{\mathcal{MA},N}$ de sorte à la projeter dans l'intervalle $[w_1, w_2]$. Ainsi, nous pouvons écrire :

$$\mathcal{MA}_{[w_1, w_2],N}(t) = \frac{2\pi}{w_2 - w_1} L_{\mathcal{MA},N} \left(\frac{2\pi \left(t - w_1 - \frac{w_2 - w_1}{2} \right)}{w_2 - w_1} \right). \quad (3.90)$$

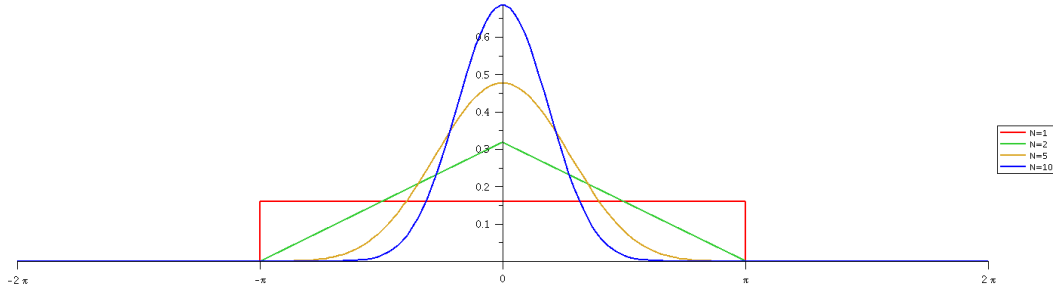


FIGURE 3.14: Loi $L_{\mathcal{MA},N}$ suivie par la moyenne arithmétique de N variables aléatoires suivant la loi uniforme sur $[-\pi, \pi]$ (cas où $N = 1$). Nous représentons la loi suivie par la moyenne arithmétique de $N = 2, 5$ et 10 variables.

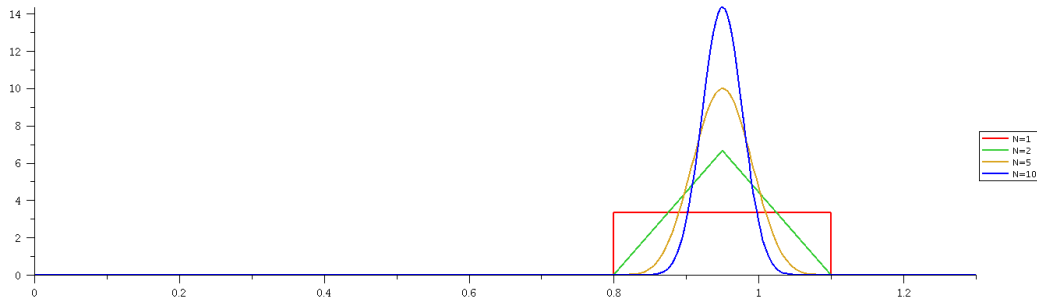


FIGURE 3.15: Loi $\mathcal{MA}_{[w_1, w_2], N}$ suivie par la moyenne arithmétique de N variables aléatoires suivant la loi uniforme sur $[w_1, w_2] = [0.8, 1.1]$ (cas où $N = 1$). Nous représentons la loi suivie par la moyenne arithmétique de $N = 2, 5$ et 10 variables.

Nous représentons en figure 3.15 l'allure de $\mathcal{MA}_{[w_1, w_2], N}$ pour différentes valeurs de N , pour un intervalle $[w_1, w_2] = [0.8, 1.1]$ fixé. Nous constatons bien évidemment que toutes les valeurs de la moyenne arithmétique restent comprises dans l'intervalle de départ des variables, soit ici $[w_1, w_2] = [0.8, 1.1]$ dans la figure 3.15.

Nous constatons que le milieu de l'intervalle $[w_1, w_2]$ joue un rôle important lorsque l'on calcule la moyenne arithmétique, et ceci quel que soit le nombre d'échantillons ou d'images N utilisés. En effet, comme l'illustre bien la figure 3.15, les valeurs semblent se resserrer vers le milieu de l'intervalle. Nous pouvons en effet écrire l'expression du moment d'ordre 1 $m_{1, \mathcal{MA}, [w_1, w_2]}$ de la moyenne arithmétique de N échantillons suivant une loi uniforme sur l'intervalle $[w_1, w_2]$:

$$\forall N \in \mathbb{N}^*, m_{1, \mathcal{MA}, [w_1, w_2]} = \frac{w_1 + w_2}{2}. \quad (3.91)$$

Considérons à nouveau la scène homogène formée de pixels suivant une loi Gamma $\mathcal{G}[\mu, L]$, dans laquelle des cibles suivant une loi uniforme ont été placées. Notons N_f le nombre de pixels formant le fond suivant une loi Gamma, et N_c le nombre de cibles suivant une loi homogène. La loi L_s de la scène globale est alors une mixture entre les deux lois de chacun de ses composants, pondérée selon les proportions de chacun :

$$L_s(t) = \frac{N_f}{N_f + N_c} \mathcal{G}[\mu, L](t) + \frac{N_c}{N_f + N_c} U_{[w_1, w_2]}(t). \quad (3.92)$$

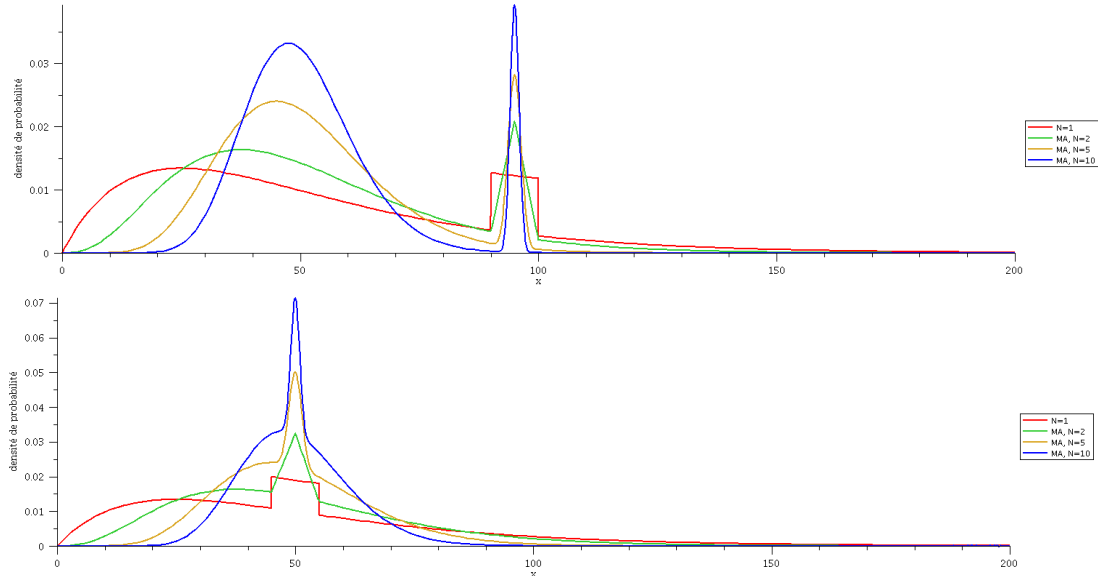


FIGURE 3.16: Lois suivies par la moyenne arithmétique de scènes composées d'un fond de $N_f = 100$ pixels suivant une loi Gamma $\mathcal{G}[\mu = 50, L = 2]$, et de $N_c = 10$ cibles suivant une loi uniforme. En haut : Avec une loi uniforme dans l'intervalle $[90, 100]$. En bas : Avec une loi uniforme dans l'intervalle $[45, 55]$, c'est à dire centré sur $\mu = 50$.

Remarque :

La dernière expression est simplement une moyenne arithmétique pondérée des deux lois en jeu, dont les coefficients de pondération sont les nombres de pixels représentant chacune des lois. En effet, la moyenne arithmétique de N variables $\{x_1, \dots, x_n\}$ pondérées par N poids $\{w_1, \dots, w_n\}$ est définie par :

$$\mathcal{MA}_{\text{pond}}(x, w) = \frac{1}{\sum_{i=1}^N w_i} \cdot \sum_{i=1}^N w_i x_i. \quad (3.93)$$

Considérons que cette scène est reproduite de façon indépendante N fois. Temporellement, les pixels situés dans la zone de fond suivent alors une loi Gamma $\mathcal{G}[\mu, L]$. De même, la loi temporelle suivie par un pixel situé dans une des cibles est $U_{[w_1, w_2]}$. De ce fait, la moyenne arithmétique temporelle de cette série temporelle ainsi générée suit la loi $L_{s, \mathcal{MA}, N}$ suivante :

$$L_{s, \mathcal{MA}, N}(t) = \frac{N_f}{N_f + N_c} \mathcal{G}[\mu, NL](t) + \frac{N_c}{N_f + N_c} \mathcal{MA}_{[w_1, w_2], N}(t), \quad (3.94)$$

qui utilise simplement les expressions des équations 3.33 et 3.90.

Nous représentons en figure 3.16 l'allure de la loi $L_{s, \mathcal{MA}, N}$ pour différentes valeurs de N ainsi que différentes valeurs de N_f , N_c , w_1 et w_2 . Dans tous les cas, la moyenne arithmétique du fond resserre les échantillons autour de la valeur μ (cf. eq 3.34), et maintient les échantillons cibles suivant une loi uniforme à l'intérieur de l'intervalle de départ.

Selon la position de l'intervalle $[w_1, w_2]$ par rapport à la valeur μ , nous pouvons observer des comportements différents sur la super-image arithmétique. Par exemple, si l'intervalle $[w_1, w_2]$ est centré autour de μ , la loi de la moyenne arithmétique verra tous ses échantillons (cible et fond confondus) se centrer autour de la valeur μ . De ce fait, les cibles seront confondues dans le fond. Par comparaison, si l'intervalle $[w_1, w_2]$ n'est pas centré sur la valeur μ , l'histogramme de la super-image de moyenne arithmétique laisse apparaître deux pics distincts lorsque le nombre d'images N augmentera, rendant les cibles visibles sur le fond.

De la même manière, par le calcul de la super-image géométrique, les pixels correspondant aux cibles moyennées temporellement auront toujours des valeurs comprises dans l'intervalle $[w_1, w_2]$ de départ, alors que le fond tendra à se centrer autour de $\mu \frac{e^{\Psi(L)}}{L}$ (cf. équation 3.48). De ce fait, selon la position de l'intervalle $[w_1, w_2]$ par rapport à la valeur particulière $\mu \frac{e^{\Psi(L)}}{L}$, des comportements différents peuvent être observés sur la super-image géométrique. Par exemple, si l'intervalle $[w_1, w_2]$ est centré autour de $\mu \frac{e^{\Psi(L)}}{L}$, la loi de la moyenne géométrique verra tous ses échantillons (cible et fond confondus) se centrer autour de la valeur $\mu \frac{e^{\Psi(L)}}{L}$. De ce fait, les cibles seront confondues dans le fond. Par comparaison, si l'intervalle $[w_1, w_2]$ n'est pas centré sur la valeur $\mu \frac{e^{\Psi(L)}}{L}$, l'histogramme de la super-image de moyenne géométrique laissera cette fois-ci apparaître deux pics distincts lorsque le nombre d'images N augmentera, rendant cette fois-ci les cibles visibles sur le fond.

Nous illustrons ce phénomène sur la figure 3.17, où nous comparons des scènes selon les critères discutés ci-dessus.

Nous présentons en figure 3.18 un cas de figure très intéressant qui distingue les super-images géométriques des super-images arithmétiques. Nous avons vu dans le cas précédent que selon l'intervalle $[w_1, w_2]$ choisi, les cibles pouvaient être révélées par une des deux moyennes et noyées dans le fond par l'autre :

- Si $[w_1, w_2] \approx [\mu - \epsilon, \mu + \epsilon]$, les cibles sont révélées uniquement par la moyenne géométrique et paraissent plus brillantes que le fond.
- Si $[w_1, w_2] \approx [\mu \frac{e^{\Psi(L)}}{L} - \epsilon, \mu \frac{e^{\Psi(L)}}{L} + \epsilon]$, les cibles sont révélées uniquement par la moyenne arithmétique et paraissent plus sombres que le fond.

Si nous centrons maintenant l'intervalle $[w_1, w_2]$ entre ces deux valeurs particulières, par exemple autour de leur moyenne arithmétique $\frac{\mu}{2} \left(1 + \frac{e^{\Psi(L)}}{L}\right)$, nous constatons que les deux moyennes font apparaître les cibles. De plus, nous observons une inversion du contraste selon la super-image considérée. Les cibles apparaissent en effet plus brillantes que le fond sur la moyenne géométrique et plus sombres que le fond sur la moyenne arithmétique (cf. figure 3.18). Dans cette partie, nous avons donc mis en évidence que l'utilisation d'une moyenne plutôt qu'une autre menait à des résultats différents selon le comportement temporel de la pile d'images. De ce fait, l'estimation de la texture de la scène à l'aide d'une moyenne temporelle doit se faire en sachant que la moyenne utilisée (géométrique ou arithmétique) dispose de certaines propriétés qui peuvent mettre en évidence (ou non) certains comportements.

Remarque :

L'inversion de contraste peut être observée avec des données en amplitude, suivant une loi $\mathcal{RN}[\mu, L]$. Pour ceci, il suffit de procéder selon le modèle suivant :

- Si la loi uniforme est centrée sur μ , le calcul de la super-image quadratique ne fera pas apparaître les cibles alors qu'elles apparaîtront plus brillantes que le fond sur la super-image géométrique.
- Si la loi uniforme est centrée sur $\mu \frac{e^{\frac{\Psi(L)}{2}}}{\sqrt{L}}$, le calcul de la super-image géométrique ne fera pas apparaître les cibles alors qu'elles apparaîtront plus sombres que le fond sur la super-image quadratique.
- Si la loi uniforme est centrée entre les deux valeurs μ et $\mu \frac{e^{\frac{\Psi(L)}{2}}}{\sqrt{L}}$, les deux super-images feront apparaître les cibles et nous observerons une inversion de contraste : les cibles seront plus brillantes que le fond sur la moyenne géométrique et plus sombres que le fond sur la moyenne quadratique.

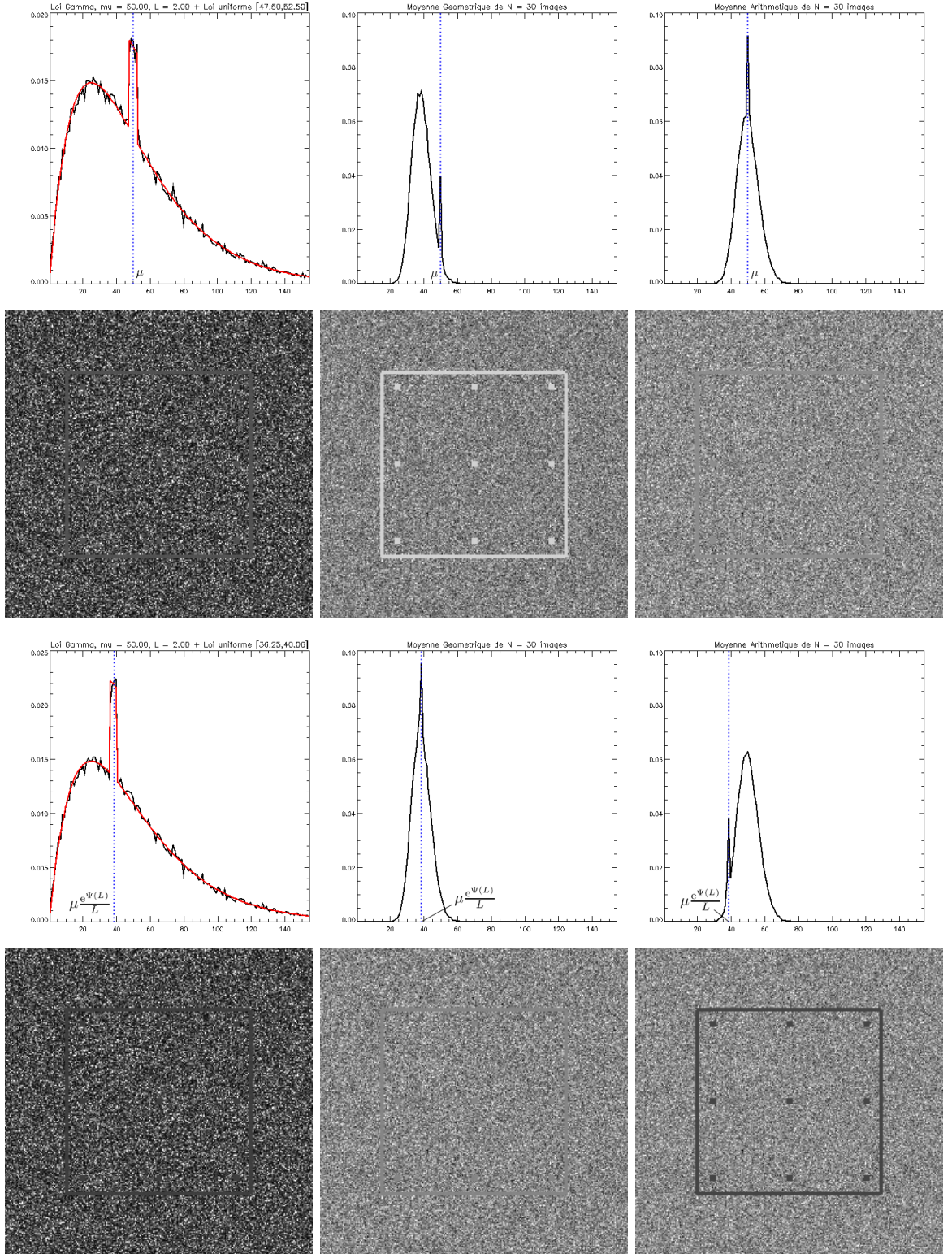


FIGURE 3.17: Super-images (30 images 256×256) d'une scène homogène suivant une loi Gamma, dans laquelle sont réparties des cibles suivant une loi uniforme. Les lois sont suivies aussi bien spatialement que temporellement dans la série temporelle. En haut : Loi homogène centrée sur le paramètre μ de la loi Gamma. En bas : Loi homogène centrée sur $\mu \frac{e^{\Psi(L)}}{L}$. À gauche : une image de la série temporelle et son histogramme. Au milieu : Super-image géométrique et son histogramme. À droite : Super-image arithmétique et son histogramme.

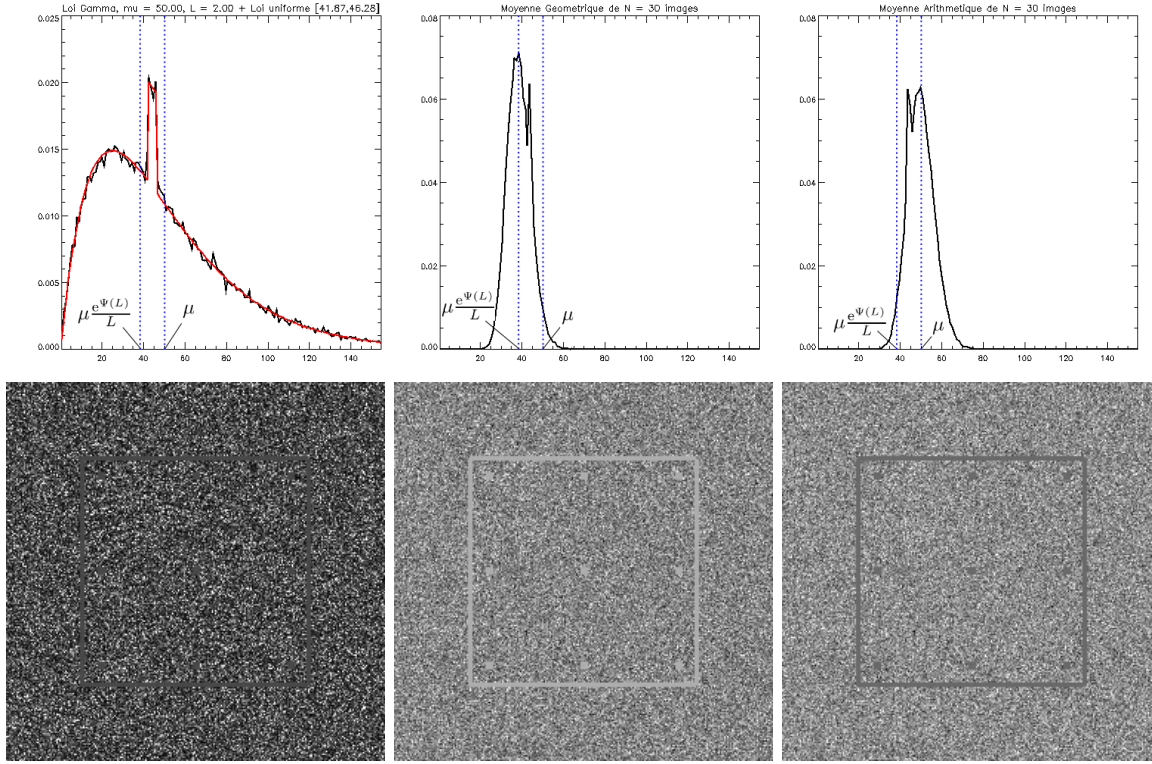


FIGURE 3.18: Super-images (30 images 256×256) d'une scène homogène suivant une loi Gamma, dans laquelle sont réparties des cibles suivant une loi uniforme. Les lois sont suivies aussi bien spatialement que temporellement dans la série temporelle. La loi homogène est centrée sur la moyenne arithmétique entre μ et $\mu \frac{e^{\Psi(L)}}{L}$. On constate alors une inversion du contraste entre les cibles et le fond selon que l'on considère la super-image géométrique ou arithmétique.

3.3.2 Sensibilité des super-images arithmétiques à la calibration radiométrique

La calibration radiométrique est *a priori* indispensable, car elle permet de rendre les images d'amplitude d'une série temporelle comparables entre elles. C'est un sujet qui dépend de nombreux facteurs liés tout d'abord au contenu de l'image et aux conditions d'acquisition, mais également à la façon dont les données de l'image sont introduites dans un fichier informatique. Pour éviter les phénomènes de saturation et pour utiliser au mieux la précision et la dynamique accessibles par le format de fichier choisi, des gains sont appliqués au signal SAR. Ainsi, pour retrouver la donnée initiale, il faut appliquer un gain correctif (ou facteur de calibration), la plupart du temps fourni dans les meta-données de l'image.

Ces facteurs de calibration sont susceptibles de varier d'une image à l'autre, même pour des images acquises sur la même zone. Selon les capteurs, il est possible d'observer différents comportements. Pour le satellite TerraSAR-X ou son jumeau TanDEM-X, les facteurs de calibration varient très faiblement, voire sont strictement identiques d'une image à l'autre. Pour la constellation de satellites COSMO-SkyMed, au contraire, il n'est pas rare d'observer des variations de gain d'un facteur 4 entre des images acquises sur une même zone. De plus, il n'est pas rare que les facteurs de calibration présents dans les meta-données des images ne suffisent pas à les rendre

comparables².

Dans cette partie, nous allons étudier l'effet d'une mauvaise calibration radiométrique d'une série temporelle sur le calcul de super-images. Considérons une série temporelle calibrée de N images $T_c = \{x_1, \dots, x_N\}$ et ses N facteurs de calibration associés $\Lambda = \{\lambda_1, \dots, \lambda_N\}$. La série temporelle non calibrée T_{nc} que nous observons est donc le produit de T_c par Λ :

$$T_{nc} = \Lambda T_c = \{\lambda_1 x_1, \dots, \lambda_N x_N\}. \quad (3.95)$$

Remarque :

À l'aide des facteurs de calibration Λ fournis dans les meta-données des images, il est donc possible de calibrer la série temporelle T_{nc} que nous observons au départ, afin d'obtenir sa version calibrée T_c par simple division :

$$T_c = \frac{T_{nc}}{\Lambda}. \quad (3.96)$$

Dans la suite, nous allons travailler avec une série temporelle non calibrée, afin d'étudier les effets de cette mauvaise calibration sur le calcul de moyennes temporelles. La moyenne géométrique \mathcal{MG}_{nc} de la série temporelle non calibrée s'exprime par :

$$\mathcal{MG}_{nc} = \left(\prod_{i=1}^N \lambda_i x_i \right)^{\frac{1}{N}} = \left(\prod_{i=1}^N \lambda_i \right)^{\frac{1}{N}} \cdot \left(\prod_{i=1}^N x_i \right)^{\frac{1}{N}}. \quad (3.97)$$

Nous pouvons remarquer que la précédente expression fait apparaître la moyenne géométrique de la série temporelle calibrée \mathcal{MG}_c , définie par :

$$\mathcal{MG}_c = \left(\prod_{i=1}^N x_i \right)^{\frac{1}{N}}. \quad (3.98)$$

Ainsi, moyenne géométrique de la série temporelle non calibrée et moyenne géométrique de la série temporelle calibrée ne diffèrent que par un coefficient multiplicatif qui est la moyenne géométrique des coefficients de calibration :

$$\mathcal{MG}_{nc} = \left(\prod_{i=1}^N \lambda_i \right)^{\frac{1}{N}} \cdot \mathcal{MG}_c. \quad (3.99)$$



De ce fait, quels que soient les facteurs de calibration Λ appliqués sur une série temporelle, le résultat du calcul de la moyenne géométrique temporelle ne différera que par un coefficient multiplicatif. Ainsi, la super-image géométrique aura toujours le même aspect, quelle que soit la calibration de la série temporelle. Nous pouvons considérer que la moyenne géométrique est «indépendante de la calibration radiométrique».

2. Même après application des facteurs de calibration issus des meta-données, les valeurs moyennes relevées dans les différentes images sont toujours très différentes les unes des autres et montrent donc une mauvaise calibration.

Considérons maintenant d'autres moyennes. La moyenne généralisée d'ordre k de la série temporelle non calibrée, notée $\mathcal{M}_{k,nc}$, s'exprime par :

$$\mathcal{M}_{k,nc} = \sqrt[k]{\frac{\sum_{i=1}^N (\lambda_i x_i)^k}{N}}. \quad (3.100)$$

Considérons, par comparaison avec le cas de la moyenne géométrique, la moyenne généralisée d'ordre k de la série temporelle calibrée, notée $\mathcal{M}_{k,c}$, s'exprimant par :

$$\mathcal{M}_{k,c} = \sqrt[k]{\frac{\sum_{i=1}^N x_i^k}{N}}. \quad (3.101)$$

Nous constatons que $\mathcal{M}_{k,nc}$ ne peut être reliée à $\mathcal{M}_{k,c}$ par un simple coefficient multiplicatif, les coefficients λ_i jouent le rôle de poids et font donc de $\mathcal{M}_{k,nc}$ une moyenne généralisée pondérée. Ainsi, le calcul d'une super-image à l'aide d'une autre moyenne que la moyenne géométrique sera perturbé par une mauvaise calibration radiométrique entre les images. Cette perturbation prendra la forme d'une pondération différente entre les différentes images dans la pile temporelle. En effet, il est possible d'écrire l'équation 3.100 sous la forme suivante :

$$\mathcal{M}_{k,nc} = \sqrt[k]{\frac{\sum_{i=1}^N \lambda_i^k \cdot \sum_{i=1}^N \lambda_i^k x_i^k}{N \cdot \sum_{i=1}^N \lambda_i^k}} = \underbrace{\sqrt[k]{\frac{\sum_{i=1}^N \lambda_i^k}{N}}}_{\mathcal{M}_k[\{\lambda_1, \dots, \lambda_N\}]} \cdot \underbrace{\sqrt[k]{\frac{\sum_{i=1}^N \lambda_i^k x_i^k}{\sum_{i=1}^N \lambda_i^k}}}_{\mathcal{M}_k[\{x_1, \dots, x_N\}], \text{ pondérée par } \{\lambda_1^k, \dots, \lambda_N^k\}}. \quad (3.102)$$

D'après la dernière expression, la super-image \mathcal{M}_k d'une pile non calibrée correspond, à un facteur multiplicatif près, à la moyenne de Hölder d'ordre k des images calibrées, pondérée par les facteurs de calibration élevés à la puissance k . Nous pouvons alors exprimer la moyenne arithmétique (Moyenne de Hölder d'ordre $k = 1$) d'une pile temporelle non calibrée de la sorte :

$$\mathcal{MA}_{nc} = \mathcal{M}_{1,nc} = \frac{\sum_{i=1}^N \lambda_i}{N} \cdot \frac{\sum_{i=1}^N \lambda_i x_i}{\sum_{i=1}^N \lambda_i} \propto \frac{\sum_{i=1}^N \lambda_i x_i}{\underbrace{\sum_{i=1}^N \lambda_i}_{\text{Moyenne arithmétique des } \{x_i\}, \text{ pondérée par les } \{\lambda_i\}}}. \quad (3.103)$$

Contrairement à la moyenne géométrique, la moyenne arithmétique est perturbée par une mauvaise calibration entre images. En effet, dans le calcul de la moyenne, les images subissent une pondération dont la valeur correspond à leur facteur de calibration. Il est donc possible qu'une image bénéficie d'un poids fort alors qu'elle ne le mérite pas, pénalisant ainsi la qualité de la moyenne arithmétique finale.



Le résultat important de cette sous-partie est l'insensibilité de la moyenne géométrique face à une mauvaise calibration entre images. Cette particularité la différencie de toutes les autres moyennes comportant des opérations additives comme la moyenne arithmétique, qui sont par conséquent sensibles à la calibration radiométrique. Un exemple de série temporelle mal calibrée sera présenté dans la partie 5.5.2.

3.3.3 Méthode de calibration radiométrique par maximisation de la vraisemblance



Cette méthode originale exploite la notion de moyenne temporelle pour calibrer automatiquement une série temporelle d'images SAR en amplitude ou en intensité. Nous montrons que la notion de maximum de vraisemblance associée au modèle statistique le plus courant pour les images SAR fait apparaître naturellement les moyennes temporelles. C'est un des principaux intérêts de cette partie. Un exemple d'utilisation de cette technique sera présenté dans la partie 5.5.2.

Nous avons vu dans la partie précédente que la calibration radiométrique était indispensable à tout problème où des amplitudes issues de différentes images doivent être comparées. Nous proposons ici une méthode pour calibrer les images *a posteriori*, sans utiliser les meta-données issues du capteur. Soit une pile de N images I_n ($n \in [1, N]$), où chaque image I_n est composée de M pixels notés $x_{ij,n}$. Considérons que ces images souffrent d'un problème de calibration, il faut donc chercher un gain λ_n spécifique à chaque image de sorte à les rendre comparables entre elles. Considérons alors une position sur la scène, elle est caractérisée par les indices (i, j) des pixels de la pile d'images. On a donc en cette position un ensemble de N valeurs : $(x_{ij,1}, x_{ij,2}, x_{ij,3}, \dots, x_{ij,N})$. À cause de la mauvaise calibration, ces N valeurs $x_{ij,n}$ correspondent à une mesure entachée d'un problème de gain. La réalité physique est décrite par un ensemble de N valeurs $y_{ij,n}$ «calibrées» telles que :

$$x_{ij,n} = \lambda_n \cdot y_{ij,n}, \quad (3.104)$$

où l'on ne connaît pas *a priori* les valeurs de gain λ_n .

Sur une scène naturelle, et en présence de chatoiement pleinement développé, on peut supposer que, pour une position (i, j) , les valeurs $(y_{ij,1}, y_{ij,2}, y_{ij,3}, \dots, y_{ij,N})$ suivent une loi de Rayleigh dont le paramètre μ_{ij} ne dépend que de la position (i, j) . Notons ici que nous considérons des statistiques temporelles. On a donc, pour la probabilité de la valeur $y_{ij,n}$:

$$p_y(y_{ij,n}) = \frac{2}{\mu_{ij}} \left(\frac{y_{ij,n}}{\mu_{ij}} \right) e^{-\left(\frac{y_{ij,n}}{\mu_{ij}} \right)^2}. \quad (3.105)$$

On en déduit la probabilité de tirer les valeurs $(x_{ij,1}, x_{ij,2}, x_{ij,3}, \dots, x_{ij,N})$:

$$p_x(x_{ij,n}) = \frac{2}{\lambda_n \mu_{ij}} \left(\frac{x_{ij,n}}{\lambda_n \mu_{ij}} \right) e^{-\left(\frac{x_{ij,n}}{\lambda_n \mu_{ij}} \right)^2}. \quad (3.106)$$

Avec les N images, en un pixel donné, on peut calculer la log-vraisemblance «temporelle» de ce tirage temporel de N valeurs :

$$\mathcal{V}_t = \sum_{n=1}^N \log(p_x(x_{ij,n})). \quad (3.107)$$

On cherche alors les $\hat{\mu}_{ij}$ maximisant cette log-vraisemblance, la première étape consiste donc à exprimer \mathcal{V}_t sous sa forme développée :

$$\mathcal{V}_t = \sum_{n=1}^N \log(2) + \sum_{n=1}^N \log(x_{ij,n}) - 2 \sum_{n=1}^N \log(\lambda_n \mu_{ij}) - \sum_{n=1}^N \left(\frac{x_{ij,n}}{\lambda_n \mu_{ij}} \right)^2. \quad (3.108)$$

En annulant la dérivée de la dernière équation par rapport à une valeur particulière μ_{ij} , nous obtenons :

$$0 = \sum_{n=1}^N \frac{2}{\mu_{ij}} - \sum_{n=1}^N \frac{2x_{ij,n}^2}{\mu_{ij}^3 \lambda_n^2} = \frac{2N}{\mu_{ij}} - \sum_{n=1}^N \frac{2x_{ij,n}^2}{\mu_{ij}^3 \lambda_n^2}. \quad (3.109)$$

De ce fait, la valeur estimée $\hat{\mu}_{ij}$ doit vérifier la relation suivante :

$$\hat{\mu}_{ij} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \left(\frac{x_{ij,n}}{\lambda_n} \right)^2}. \quad (3.110)$$

Nous remarquons que $\hat{\mu}_{ij}$ correspond donc à une moyenne quadratique temporelle sur la pile (i, j) dépendée par les λ_n , c'est à dire les images calibrées. Considérons maintenant la log-vraisemblance «spatiale» :

$$\mathcal{V}_s = \sum_{i,j}^M \log(p_x(x_{ij,n})). \quad (3.111)$$

On cherche alors les $\hat{\lambda}_n$ maximisant cette log-vraisemblance, la première étape consiste donc à exprimer \mathcal{V}_s sous sa forme développée (analogue à la précédente version «temporelle») :

$$\mathcal{V}_s = \sum_{i,j}^M \log(2) + \sum_{i,j}^M \log(x_{ij,n}) - 2 \sum_{i,j}^M \log(\lambda_n \mu_{ij}) - \sum_{i,j}^M \left(\frac{x_{ij,n}}{\lambda_n \mu_{ij}} \right)^2. \quad (3.112)$$

En annulant la dérivée de la dernière équation par rapport à une valeur particulière λ_n , nous obtenons :

$$0 = \sum_{i,j}^M \frac{2}{\lambda_n} - \sum_{i,j}^M \frac{2x_{ij,n}^2}{\lambda_n^3 \mu_{i,j}^2} = \frac{2M}{\lambda_n} - \sum_{i,j}^M \frac{2x_{ij,n}^2}{\lambda_n^3 \mu_{i,j}^2}. \quad (3.113)$$

De ce fait, la valeur estimée $\hat{\lambda}_n$ doit vérifier la relation suivante :

$$\hat{\lambda}_n = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{i,j}^M \left(\frac{x_{ij,n}}{\mu_{i,j}} \right)^2}. \quad (3.114)$$

Nous remarquons que les $\hat{\lambda}_n$ correspondent à une moyenne quadratique spatiale sur l'image n divisée par μ_{ij} .

Nous avons donc maintenant un système couplé non séparable qu'il convient de résoudre à l'aide d'un algorithme itératif pour trouver les inconnues $\hat{\mu}_{ij}$ et $\hat{\lambda}_n$. Connaissant les solutions $\hat{\lambda}_n^{(k)}$ et $\hat{\mu}_{ij}^{(k)}$ à l'étape k , on en déduit :

$$\hat{\mu}_{ij}^{(k+1)} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \left(\frac{x_{ij,n}^{(k)}}{\hat{\lambda}_n^{(k)}} \right)^2}. \quad (3.115)$$

Algorithme 1 Auto-calibration radiométrique (Images d'intensité : Loi Gamma)

Entrée : Pile temporelle d'images $x(i, j, t)$ (N_{images} images de N_{pixels} pixels)
Initialisation : $\lambda(t) = \{1, \dots, 1\}$ (Vecteur de N_{images} éléments)

pour $n = 1 \rightarrow N_{\text{itérations}}$ **faire**

1 – Estimation de $\mu(i, j)$ pour chaque pixel (i, j) le long de la pile temporelle :

pour $(i, j) \in \text{Images}$ **faire**

$$\mu(i, j) = \frac{1}{N_{\text{images}}} \sum_{t=1}^{N_{\text{images}}} \frac{x(i, j, t)}{\lambda(t)}$$

fin pour

2 – Estimation de $\lambda(t)$ pour chaque image t de la pile temporelle :

pour $t = 1 \rightarrow N_{\text{images}}$ **faire**

$$\lambda(t) = \frac{1}{N_{\text{pixels}}} \sum_{(i,j) \in \text{Image}(t)} \frac{x(i, j, t)}{\mu(i, j)}$$

fin pour

(3 – Éventuellement, normaliser les $\lambda(t)$ pour fixer l'un d'entre eux à 1)

fin pour

Sorties : Image $\mu(i, j)$ et vecteur $\lambda(t)$

$$\hat{\lambda}_n^{(k+1)} = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{i,j} \left(\frac{x_{ij,n}^{(k)}}{\hat{\mu}_{ij}^{(k)}} \right)^2}. \quad (3.116)$$

On initialise le système en posant $\hat{\lambda}_n^{(0)} = 1 \forall n$. Il est aussi possible de rajouter la contrainte $\lambda_1 = 1$, ce qui revient à corriger les images hormis la première. L'expérience montre que cet algorithme converge très vite (2 ou 3 itérations). Nous présentons l'algorithme itératif dans le pseudo code 2. Son homologue dans le cas de données en intensité, dont le détail n'est pas donné ici, est simplement donné dans le pseudo-code 1 (où les moyennes quadratiques sont simplement remplacées par des moyennes arithmétiques, et où la loi de Rayleigh est remplacée par la loi Gamma).

Les sorties de cet algorithme de calibration radiométrique sont :

- Les N valeurs λ_n . Pour calibrer les images, il faut diviser l'image n par le facteur λ_n associé.
- La carte $\hat{\mu}_{ij}$, qui correspond à une «image de texture». Dans le cas de données en amplitude, c'est en fait la moyenne quadratique temporelle des images calibrées. Pour le cas des données en intensité, $\hat{\mu}_{ij}$ correspond à la moyenne arithmétique temporelle des images calibrées.

Algorithme 2 Auto-calibration radiométrique (Images d'amplitude : Loi de Rayleigh)**Entrée :** Pile temporelle d'images $x(i, j, t)$ (N_{images} images de N_{pixels} pixels)**Initialisation :** $\lambda(t) = \{1, \dots, 1\}$ (Vecteur de N_{images} éléments)**pour** $n = 1 \rightarrow N_{\text{itérations}}$ **faire**1 – Estimation de $\mu(i, j)$ pour chaque pixel (i, j) le long de la pile temporelle :**pour** $(i, j) \in \text{Images}$ **faire**

$$\mu(i, j) = \sqrt{\frac{1}{N_{\text{images}}} \sum_{t=1}^{N_{\text{images}}} \frac{x(i, j, t)^2}{\lambda(t)^2}}$$

fin pour2 – Estimation de $\lambda(t)$ pour chaque image t de la pile temporelle :**pour** $t = 1 \rightarrow N_{\text{images}}$ **faire**

$$\lambda(t) = \sqrt{\frac{1}{N_{\text{pixels}}} \sum_{(i, j) \in \text{Image}(t)} \frac{x(i, j, t)^2}{\mu(i, j)^2}}$$

fin pour(3 – Éventuellement, normaliser les $\lambda(t)$ pour fixer l'un d'entre eux à 1)**fin pour****Sorties :** Image $\mu(i, j)$ et vecteur $\lambda(t)$ **3.3.4 Calcul d'images multi-vues géométriques et comparaison avec le cas classique utilisant la moyenne arithmétique**

Considérons la loi Gamma $\mathcal{G}[\mu, L]$, correspondant à la réponse en intensité d'un sol homogène, définie sous forme de loi de Meijer (cf. partie C) par :

$$\mathcal{G}[\mu, L](x) = \frac{1}{\Gamma(L)} \frac{L}{\mu} \left(\frac{Lx}{\mu} \right)^{L-1} e^{-\frac{Lx}{\mu}} = \mathcal{LM}_{0,1}^{1,0} \left(x \left| \begin{array}{c} \cdot \\ L \end{array} ; \begin{array}{c} \cdot \\ \mu \end{array} \right. \right). \quad (3.117)$$

On montre facilement que la moyenne arithmétique de N échantillons (ou pixels) suivant une loi Gamma suit également une loi Gamma, notée ici $\mathcal{MA}[N]$, et qui s'exprime comme :

$$\mathcal{MA}[N](z) = \mathcal{G}[\mu, NL](z) = \mathcal{LM}_{0,1}^{1,0} \left(z \left| \begin{array}{c} \cdot \\ NL \end{array} ; \begin{array}{c} \cdot \\ \mu \end{array} \right. \right). \quad (3.118)$$

La moyenne géométrique de N échantillons suivant une même loi Gamma s'exprime sous la forme de la loi de Meijer suivante [54], notée ici $\mathcal{MG}[N]$:

$$\mathcal{MG}[N](z) = Nz^{N-1} \mathcal{LM}_{0,N}^{N,0} \left(z^N \left| \underbrace{\begin{array}{c} \cdot \\ L, \dots, L \end{array}}_N ; \begin{array}{c} \cdot \\ \mu^N \end{array} \right. \right). \quad (3.119)$$

L'opération classique de « multi-vue » a pour but de réduire le bruit présent dans les images RSO. On calcule une image multi-vue en effectuant des moyennes spatiales sur de petits voisinages de dimensions $A \times B$. Les dimensions de l'image obtenue sont alors respectivement réduites

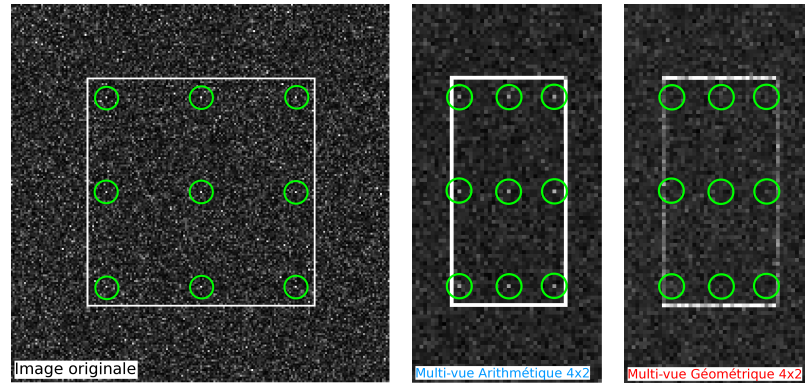


FIGURE 3.19: De gauche à droite : Image 200×200 suivant une loi Gamma $\mathcal{G}[\mu = 100, L = 2]$ dans laquelle ont été introduites des cibles ponctuelles (entourées en vert) et des structures linéaires de forte valeur ≈ 2000 ; Image multi-vue Arithmétique avec facteur 4×2 ; Image multi-vue Géométrique avec facteur 4×2 .

d'un facteur A et B en colonnes et en lignes. Sa résolution s'en trouve également dégradée dans les mêmes proportions, mais le bruit y est plus faible que dans l'image originale.

C'est classiquement la moyenne arithmétique qui est utilisée pour cette opération de débruitage des images en intensité. Nous proposons ici de comparer les effets de ce calcul classique (ou « multi-vue arithmétique ») et d'un calcul utilisant la moyenne géométrique. On parlera alors d'image « multi-vue géométrique ». Notons que dans [33], le rapport entre moyenne géométrique et moyenne arithmétique (calculées sur des voisinages glissants) est utilisé comme mesure d'homogénéité spatiale. Considérons une image RSO en intensité simulée selon une loi Gamma $\mathcal{G}[\mu = 100, L = 2]$, correspondant à la réponse d'un sol homogène. Nous introduisons dans cette scène des éléments de forte intensité (≈ 2000) de sorte à créer des cibles ponctuelles et des structures géométriques (cf. figure 3.19). Les valeurs choisies ici pour l'exemple respectent des cas observables dans la réalité. Nous représentons en figure 3.19 les images multi-vues arithmétiques et géométriques pour un facteur 4×2 (leurs dimensions sont donc 50×100 pixels). Le calcul de ces images révèle un comportement différent vis à vis des cibles de forte valeur. Nous constatons que les cibles ponctuelles sont toujours visibles dans l'image multi-vue arithmétique, alors qu'elles ont disparu dans l'image multi-vue géométrique. De même, les structures linéaires semblent également noyées dans le fond par la moyenne géométrique, alors qu'elles apparaissent encore clairement avec la moyenne arithmétique.

Nous représentons en figure 3.20 les histogrammes et lois de probabilités théoriques (cf. équations 3.117, 3.118 et 3.119 avec $N = 8$) de l'image originale et des images multi-vues arithmétique et géométrique présentées en figure 3.19. Nous observons un très bon accord entre histogrammes observés et lois de probabilités théoriques, montrant la validité des lois de Meijer et notamment de l'équation 3.119.

Nous avons montré que l'emploi des « lois de Meijer » définies ici permettait de regrouper sous une même écriture la quasi totalité des lois de probabilité utilisées en imagerie RSO. De plus, nous avons montré que les lois de Meijer permettaient d'exprimer simplement la loi suivie par la moyenne géométrique. Une application est le calcul d'images multi-vues à l'aide de la moyenne géométrique et la comparaison au cas classique où le calcul se fait à l'aide d'une moyenne arithmétique. Nous avons observé des différences intéressantes, mais on ne peut dégager de critère objectif permettant un choix unique et universel. Aussi laissons nous à l'utilisateur le choix de la moyenne à employer en fonction de l'effet souhaité.

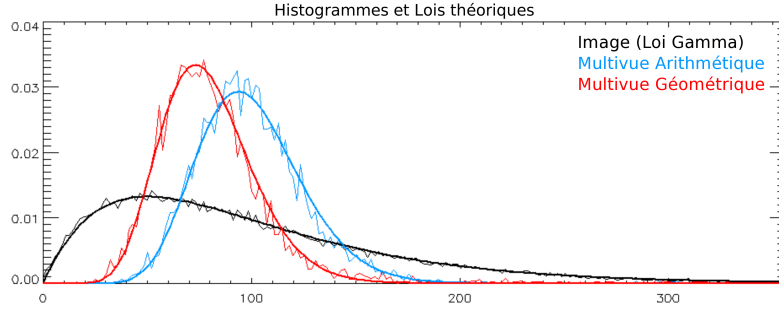


FIGURE 3.20: Histogrammes (trait fin) et Lois de probabilités théoriques (trait épais) suivies par les trois images présentées en figure 3.19.

3.4 Application des moyennes à la détection de changements

3.4.1 Interprétations des différentes moyennes sur des séries d'images SAR

Lorsque l'on dispose de séries temporelles d'images SAR, nous avons vu qu'une technique classique pour générer une image contenant moins de bruit est la sommation d'images, ce qui permet la génération de «super-images» conservant la résolution initiale. Il est par exemple possible de calculer la moyenne arithmétique des intensités de toutes les images pour obtenir une intensité moyenne contenant moins de bruit qu'une seule image.

Nous proposons ici une approche originale consistant à utiliser d'autres moyennes. Dans la partie 3.1.2, nous avons défini la moyenne de Hölder d'une série d'échantillons (cf. équation 3.24). Nous proposons donc de calculer la moyenne d'une série temporelle d'images SAR à l'aide de la moyenne de Hölder, ceci pour différentes valeurs du paramètre n (cf. équation 3.24³).

Considérons pour exemple une série temporelle d'images TerraSAR-X acquises sur le barrage de Serre-Ponçon dans le sud de la France. Nous représentons en figure 3.21 les 12 images d'amplitude considérées.

La zone sélectionnée se situe en bordure du lac de retenue du barrage de Serre-Ponçon. Les changements principaux d'une image à l'autre sont dûs aux variations du niveau de l'eau entre les différentes acquisitions. Ces variations peuvent être dues à des effets saisonniers ou à des remplissages différents du lac de retenue selon l'utilisation qui est faite de l'eau. Ces variations du niveau de l'eau laissent apparaître plus ou moins de rive en bordure du lac. Nous constatons par exemple que le niveau de l'eau est plus haut le 09/09/2008 que le 17/04/2009. Nous pouvons également constater différents aspects de la surface de l'eau selon la date d'acquisition, ceci peut être dû aux conditions climatiques variables pouvant générer un clapot à la surface de l'eau en présence de vent par exemple.

Nous représentons en figure 3.22 différentes moyennes temporelles de cette pile de 12 images d'amplitude pour différentes moyennes de Hölder (Différentes valeurs du paramètre n). Nous constatons que les différentes moyennes ont des aspects très différents.

Comme énoncé dans la partie 3.1.2, la moyenne de Hölder appliquée à une série temporelle permet en faisant varier n d'osciller du minimum de la série vers la valeur maximale. Ainsi, $\mathcal{M}_{-\infty}$ et $\mathcal{M}_{+\infty}$ représentent respectivement la valeur minimale et maximale prises par chaque pixel au cours des 12 images.

Nous constatons que la moyenne géométrique, arithmétique ou quadratique améliore la lisibilité des images d'origine. L'image moyenne associée laisse apparaître des détails de texture qui

$$3. \mathcal{M}_n[T] = \sqrt[n]{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^n}$$

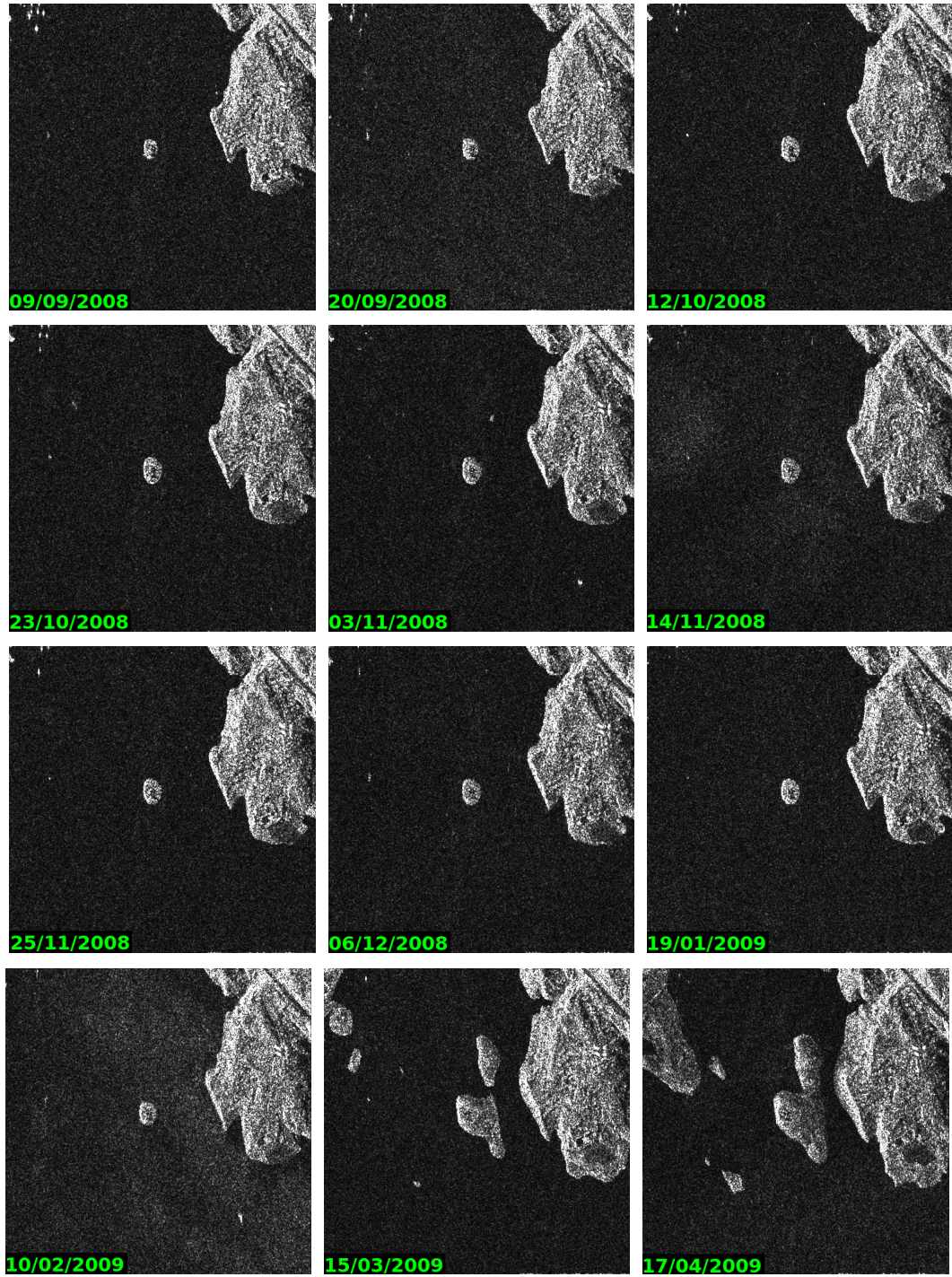


FIGURE 3.21: 12 images d'amplitude sur le lac de Serre-Ponçon (Sud de la France). Les dates d'acquisition sont indiquées en vert sur chaque imagerie

étaient noyés dans le bruit de chaque image particulière.

Nous constatons que selon la valeur de n , l'allure de l'image moyenne est très différente. Pour les valeurs de $n < 0$, ce sont les faibles valeurs d'amplitude qui vont être dominantes et assombrir le pixel moyen. Pour les valeurs de $n > 0$, ce sont cette fois-ci les fortes valeurs d'amplitude qui vont être dominantes et attirer le pixel moyen vers le maximum de la série. Ainsi, sur l'image moyenne \mathcal{M}_1 , nous pouvons distinguer une image rémanente des zones de terre émergées dans les

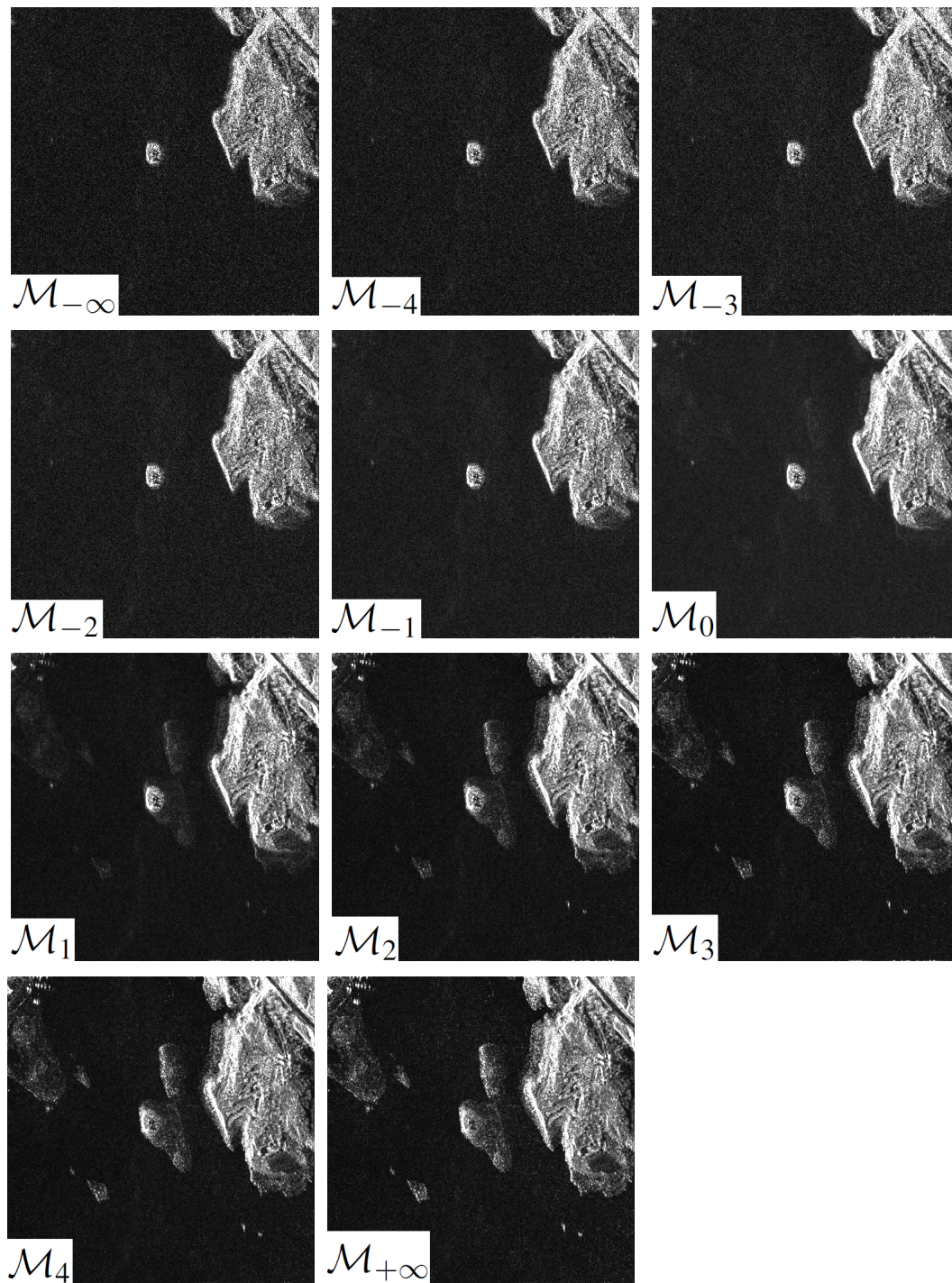


FIGURE 3.22: Moyennes de Hölder temporelles calculées à partir des 12 images d'amplitude présentées en figure 3.21. La valeur du paramètre n de la moyenne de Hölder est indiqué sur chaque image avec la notation \mathcal{M}_n .

deux dernières images (15/03/2009 et 17/04/2009). Bien que ces zones brillantes n'apparaissent que 2 fois sur 12, elles sont clairement visibles sur l'image moyenne. Concernant les valeurs de $n < 0$, nous constatons que l'effet «aspirateur» des faibles valeurs fait tendre rapidement l'image moyenne vers l'image minimum.

3.4.2 Lien entre les moyennes et quelques méthodes de détection de changements

Lien avec la méthode du maximum de vraisemblance

Il existe un lien mathématique entre les méthodes de maximum de vraisemblance (cf. partie 2.2.9) et les moyennes généralisées comme la moyenne de Hölder. Nous nous attacherons à l'explicitier dans cette partie.

Nous avons vu dans les parties précédentes que la moyenne de Hölder est une fonction croissant vis-à-vis du paramètre n et que la valeur $n = 0$ joue un rôle central naturel. Si l'on souhaite comparer deux moyennes de Hölder, nous pouvons définir le rapport de deux moyennes pour des valeurs de n différentes.

Commençons par définir le rapport dit «symétrique» de deux moyennes de Hölder (cf. propriété 3.19), dans le cas de deux variables x et y :

$$\forall n \in \mathbb{R}^+, \mathcal{R}_n[x, y] = \frac{\mathcal{M}_{+n}[x, y]}{\mathcal{M}_{-n}[x, y]} = \mathcal{M}_{+n} \left[\sqrt{\frac{y}{x}}, \sqrt{\frac{x}{y}} \right]^2. \quad (3.120)$$

Cette définition peut s'étendre au cas d'une série temporelle T de la sorte :

$$\forall n \in \mathbb{R}^+, \mathcal{R}_n[T] = \frac{\mathcal{M}_{+n}[T]}{\mathcal{M}_{-n}[T]}. \quad (3.121)$$

En utilisant la propriété énoncée dans l'équation 3.15, il est possible d'écrire directement une propriété du rapport symétrique :

$$\forall n \in \mathbb{R}, \mathcal{R}_n[T] \geq 1. \quad (3.122)$$

Nous pouvons également définir un rapport «asymétrique» de deux moyennes de Hölder (cf. propriété 3.20), dans le cas de deux variables x et y :

$$\forall n \in \mathbb{R}^+, \mathcal{R}_n^a[x, y] = \frac{\mathcal{M}_{+n}[x, y]}{\mathcal{M}_0[x, y]} = \mathcal{M}_{+n} \left[\sqrt{\frac{y}{x}}, \sqrt{\frac{x}{y}} \right]. \quad (3.123)$$

Cette définition peut bien sur s'étendre au cas d'une série temporelle T :

$$\forall n \in \mathbb{R}^+, \mathcal{R}_n^a[T] = \frac{\mathcal{M}_{+n}[T]}{\mathcal{M}_0[T]}. \quad (3.124)$$

Le rapport de moyennes asymétrique $\mathcal{R}_1^a = \frac{\mathcal{M}_1}{\mathcal{M}_0} = \frac{\mathcal{M}_A}{\mathcal{M}_G}$ est identique au critère utilisé dans [30, 35]. En effet, un critère de maximum de vraisemblance $\Lambda = \text{GLRT}$ (Generalized Likelihood Ratio Test) est défini par la relation $\Lambda = \frac{\mathcal{M}_G}{\mathcal{M}_A}$ (avec les notations de [30, 35]). Nous pouvons donc écrire avec nos notations :

$$\text{GLRT} = \Lambda = \frac{1}{\mathcal{R}_1^a}. \quad (3.125)$$

Les moyennes généralisées proposent donc un cadre généralisateur au GLRT. En effet, Nous pouvons par exemple utiliser le rapport \mathcal{R}_n^a pour des valeurs de n différentes de 1.

Remarque :

Dans [30, 35], le GLRT est utilisé pour détecter des changements dans une pile temporelle d'images. Pour ce faire, le GLRT est comparé à un seuil λ fixe, indépendant de \mathcal{MG} et \mathcal{MA} :

$$\Lambda = \frac{\mathcal{MG}}{\mathcal{MA}} < \lambda \Leftrightarrow \text{Changement.} \quad (3.126)$$

Nous verrons que la méthode que nous proposons dans cette thèse va plus loin en introduisant une dépendance de λ selon les valeurs de \mathcal{MG} et \mathcal{MA} . Cette dépendance est indispensable pour prendre en compte de façon rigoureuse le modèle de bruit multiplicatif dans les images SAR.

Lien avec le Log-Rapport

Une fois le rapport symétrique et asymétrique de moyennes généralisées défini, il est également possible de définir le logarithme de ce rapport, par analogie avec le cas du Log-Rapport présenté en partie 2.2.2. Nous allons voir dans cette partie qu'il existe un lien mathématique entre le Log-Rapport traditionnel présenté dans la partie 2.2.2 et les moyennes généralisées. De plus, nous verrons que les moyennes généralisées proposent un formalisme naturel à l'extension de la notion de Log-Rapport aux séries temporelles.

Définissons tout d'abord le Log-Rapport «symétrique» de moyennes généralisées pour deux variables x et y :

$$\forall n \in \mathbb{R}^+, \mathcal{LR}_n[x, y] = \ln(\mathcal{R}_n[x, y]). \quad (3.127)$$

Par composition de fonctions croissantes, il est possible d'écrire directement :

$$\forall n \in \mathbb{R}^+, \frac{\partial \mathcal{LR}_n[x, y]}{\partial n} \geq 0. \quad (3.128)$$

En utilisant les propriétés énoncées dans la partie 3.1.2, il est possible d'écrire la relation suivante :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \mathcal{LR}_n[x, y] = \ln \left(\frac{\max\{x, y\}}{\min\{x, y\}} \right) = \left| \ln \left(\frac{x}{y} \right) \right|. \quad (3.129)$$

L'équation précédente montre le lien mathématique entre les moyennes généralisées et l'opérateur traditionnel en détection de changements qu'est le Log-Rapport. La figure 3.23 montre l'évolution de $\mathcal{LR}_n[100, 1000]$ en fonction de n et fait apparaître la propriété énoncée dans l'équation 3.129.

Nous pouvons également définir le Log-Rapport «asymétrique» de moyennes généralisées pour deux variables x et y :

$$\forall n \in \mathbb{R}^+, \mathcal{LR}_n^a[x, y] = \ln(\mathcal{R}_n^a[x, y]). \quad (3.130)$$

Par composition de fonctions croissantes, il est possible d'écrire directement :

$$\forall n \in \mathbb{R}^+, \frac{\partial \mathcal{LR}_n^a[x, y]}{\partial n} \geq 0. \quad (3.131)$$

Nous pouvons remarquer que pour le cas à deux variables, nous pouvons écrire une relation simple entre les Log-Rapports de moyennes généralisées symétriques et asymétriques :

$$\forall n \in \mathbb{R}^+, \mathcal{LR}_n^a[x, y] = \frac{1}{2} \mathcal{LR}_n[x, y]. \quad (3.132)$$

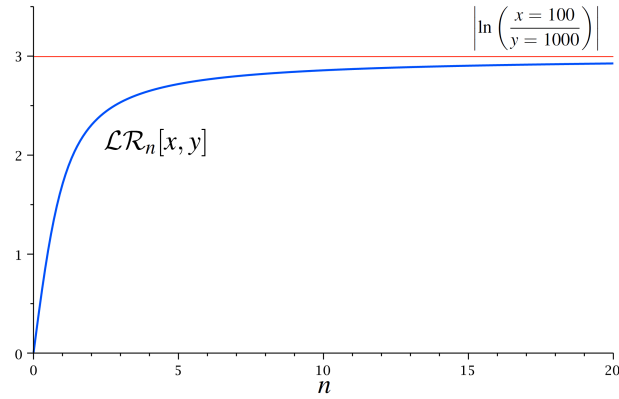


FIGURE 3.23: Évolution du Log-Rapport $\mathcal{LR}_n[100, 1000]$, $n \in [0; 20]$. En rouge : Log-Rapport entre 100 et 1000.

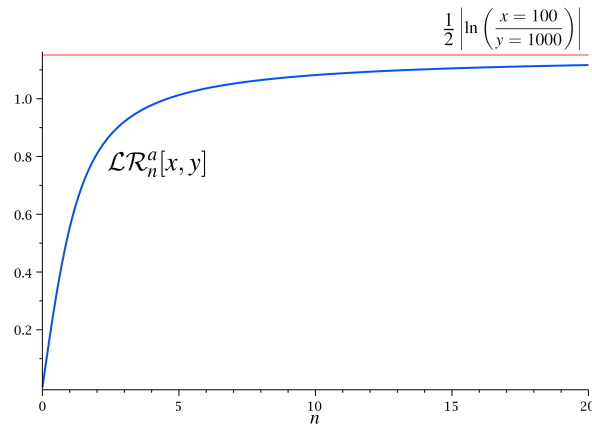


FIGURE 3.24: Évolution du Log-Rapport $\mathcal{LR}_n^a[100, 1000]$, $n \in [0; 20]$. En rouge : $\frac{1}{2}$ Log-Rapport entre 100 et 1000.

En utilisant les propriétés énoncées dans la partie 3.1.2 et la relation présentée dans l'équation 3.132, il est possible d'écrire la relation suivante :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \mathcal{LR}_n^a[x, y] = \ln \left(\frac{\max\{x, y\}}{\sqrt{xy}} \right) = \frac{1}{2} \left| \ln \left(\frac{x}{y} \right) \right|. \quad (3.133)$$

L'équation précédente montre là aussi le lien mathématique entre les moyennes généralisées et l'opérateur traditionnel en détection de changements qu'est le Log-Rapport. La figure 3.24 montre l'évolution de $\mathcal{LR}_n^a[100, 1000]$ en fonction de n et fait apparaître la propriété énoncée dans l'équation 3.133.

Nous présentons en figure 3.25 les Log-Rapports symétriques de moyennes généralisées \mathcal{LR}_1 et \mathcal{LR}_∞ , comparés au Log-Rapport traditionnel.

Nous constatons que la même information de changement est visible sur les trois images. Le Log-Rapport traditionnel $\log \frac{x}{y}$ prend bien sûr des valeurs négatives ou positives, ce qui rend l'allure de l'image de droite différente de celle des deux autres sur la figure 3.25 uniquement à cause de l'égalisation. Nous pouvons en effet écrire la relation :

$$\ln \left(\frac{x}{y} \right) = \text{sgn}(x - y) \mathcal{LR}_\infty[x, y]. \quad (3.134)$$

L'intérêt de définir deux Log-Rapports (symétrique et asymétrique) de moyennes généralisées

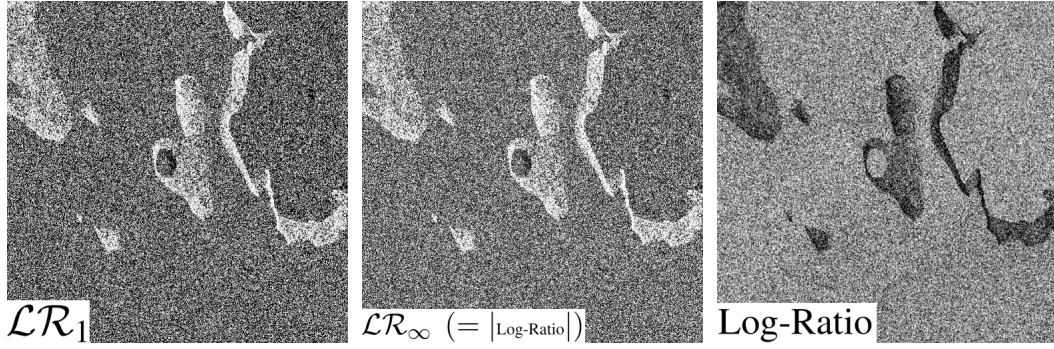


FIGURE 3.25: Log–Rapports symétriques de moyennes généralisées avec 2 images (19/01/2009 et 17/04/2009). À gauche : \mathcal{LR}_1 , les zones de changements apparaissent en blanc. Les zones plus stables apparaissent plus sombres. Au milieu : \mathcal{LR}_∞ , les zones de changements apparaissent également en blanc. Les zones plus stables apparaissent plus sombres. À droite : Log–Rapport traditionnel où les changements apparaissent ici en noir.

s'illustre dans le cas des séries temporelles. Nous pouvons en effet définir par extension des définitions précédentes des Log–Rapports de moyennes généralisées pour des séries temporelles. Grâce aux moyennes, il est donc possible de généraliser les approches traditionnelles par Log–Rapport sur deux images aux séries temporelles.

Définissons tout d'abord le Log–Rapport «symétrique» de moyennes généralisées pour une série temporelle T :

$$\forall n \in \mathbb{R}^+, \mathcal{LR}_n[T] = \ln(\mathcal{R}_n[T]). \quad (3.135)$$

Par composition de fonctions croissantes, il est possible d'écrire directement :

$$\forall n \in \mathbb{R}^+, \frac{\partial \mathcal{LR}_n[T]}{\partial n} \geq 0. \quad (3.136)$$

En utilisant les propriétés énoncées dans la partie 3.1.2, il est possible d'écrire la relation suivante :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \mathcal{LR}_n[T] = \ln \left(\frac{\max\{T\}}{\min\{T\}} \right). \quad (3.137)$$

Nous pouvons également définir le Log–Rapport «asymétrique» de moyennes généralisées pour une série temporelle T :

$$\forall n \in \mathbb{R}^+, \mathcal{LR}_n^a[T] = \ln(\mathcal{R}_n^a[T]). \quad (3.138)$$

Par composition de fonctions croissantes, il est possible d'écrire directement :

$$\forall n \in \mathbb{R}^+, \frac{\partial \mathcal{LR}_n^a[T]}{\partial n} \geq 0. \quad (3.139)$$

Nous pouvons remarquer que pour le cas des séries temporelles, la relation présentée dans l'équation 3.132 n'est plus valable.

Nous présentons en figure 3.26 le Log–Rapport symétrique et asymétrique sur la série temporelle de 12 images présentée précédemment (cf. figure 3.21). Nous constatons que les deux images ont un aspect assez différent, l'image $\mathcal{LR}_3 = \frac{\mathcal{M}_3}{\mathcal{M}_{-3}}$ est en effet moins lisse que l'image $\mathcal{LR}_3^a = \frac{\mathcal{M}_3}{\mathcal{M}_0}$. Ceci est dû à l'utilisation de la moyenne \mathcal{M}_{-3} dans le calcul de \mathcal{LR}_3 . Nous constatons en effet que

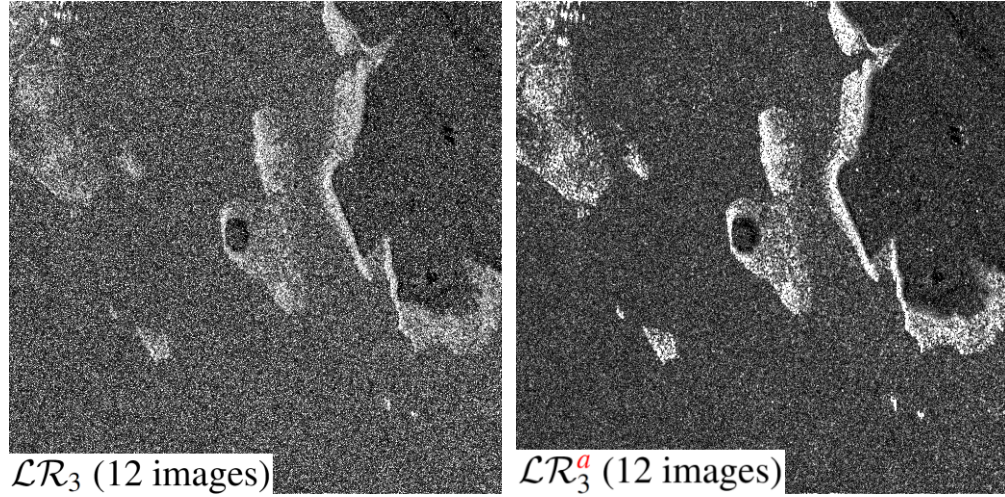


FIGURE 3.26: À gauche : \mathcal{LR}_3 . À droite : \mathcal{LR}_3^a sur la série temporelle de 12 images sur le lac de Serre-Ponçon (cf. figure 3.21). Les zones de changements cumulés au cours des 12 images apparaissent en blanc. Les zones plus stables apparaissent plus sombres.

la moyenne \mathcal{M}_{-3} présente un aspect bruité sur la figure 3.22. Nous avons déjà observé ce phénomène d'«aspiration» par les faibles valeurs pour les ordres n négatifs. Cette particularité nous fera préférer le Log-Rapport asymétrique au Log-Rapport symétrique de moyennes généralisées.

Les moyennes généralisées permettent donc bien de définir une extension naturelle du Log-Rapport utilisé avec deux images, fournissant un indicateur de changement sur des séries temporelles, à l'image du Log-Rapport sur deux images.

Comparaison avec le GLRT

Nous pouvons noter qu'il existe un lien entre le log-rapport traditionnellement utilisé pour les paires d'images et les moyennes temporelles. En effet, considérons deux images x_1 et x_2 . Définissons le Log-Rapport LR comme suit :

$$LR = \ln \left(\frac{x_1}{x_2} \right). \quad (3.140)$$

Considérons alors le test GLRT sur ces deux images, noté comme suit :

$$GLRT = \frac{x_1 + x_2}{2\sqrt{x_1 x_2}} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{x_1}{x_2}} + \sqrt{\frac{x_2}{x_1}} \right). \quad (3.141)$$

D'après l'équation 3.140, nous pouvons écrire :

$$\frac{x_1}{x_2} = \exp \left(\frac{LR}{2} \right). \quad (3.142)$$

En combinant la dernière expression avec l'équation 3.141, nous obtenons alors :

$$GLRT = \frac{\exp \left(\frac{LR}{2} \right) + \exp \left(-\frac{LR}{2} \right)}{2} = \cosh \left(\frac{LR}{2} \right). \quad (3.143)$$

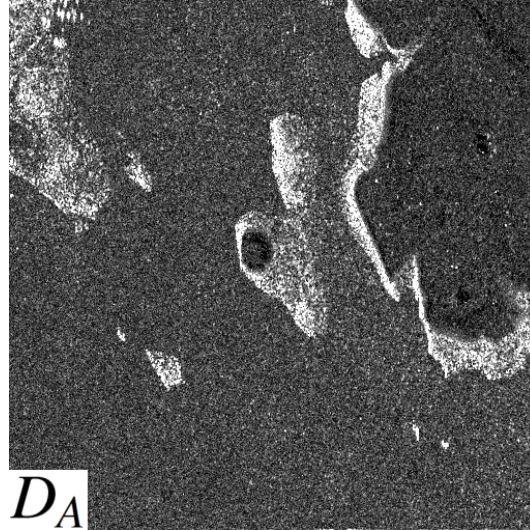


FIGURE 3.27: Indice de dispersion calculé sur la série temporelle de 12 images présentée en figure 3.21. Nous constatons la ressemblance avec \mathcal{LR}_3^a illustré en figure 3.26.



La dernière expression montre que le log-rapport est équivalent au rapport entre moyenne arithmétique et moyenne géométrique (le GLRT) pour deux images. En effet, puisque la fonction cosh est strictement croissante sur $[0, +\infty[$, il y a bien bijection entre carte de Log-Rapport en valeur absolue (la plus souvent utilisée) et carte de GLRT. De ce fait, il est possible d'obtenir exactement les mêmes cartes de changements avec le log-rapport et avec le GLRT sur deux images.

Lien avec l'indice de dispersion

Nous pouvons aussi citer l'existence de l'indice de dispersion temporelle D_A , utilisé généralement pour la détection des Permanent Scatterers dans des séries d'images SAR [48]. L'indice de dispersion est défini à partir de la moyenne (arithmétique) des échantillons m_A et de l'écart type associé σ_A par la relation [48] :

$$D_A = \frac{\sigma_A}{m_A}. \quad (3.144)$$

Ainsi, plus la zone est stable au cours de la série temporelle, plus l'indice de dispersion sera faible. Plus la zone aura une amplitude variable au cours de la série temporelle, plus l'indice de dispersion sera fort. Ce critère permet donc également de détecter des changements cumulés dans une série temporelle. Nous présentons en figure 3.27 l'indice de dispersion calculé sur les 12 images précédemment utilisées. Nous pouvons constater que son aspect est très proche du Log-Rapport asymétrique de moyennes généralisées.

3.5 Bilan du chapitre

Lors de ce chapitre, nous avons traité des moyennes temporelles et spatiales pour l'imagerie SAR. Le but était de présenter les résultats théoriques indispensables à la mise en place de la méthode MIMOSA. Nous avons montré qu'il était possible d'exprimer sous forme simple toutes les caractéristiques des moyennes nécessaires à leur compréhension. Nous avons également passé en revue quelques unes des nombreuses applications des moyennes temporelles et spatiales, liées

dans les cas traités ici au contenu des images ou à des questions de calibration radiométrique. En effet, nous avons étudié les propriétés des images «multi-vues» (moyennes spatiales), et présenté une méthode de calibration radiométrique de séries temporelles utilisant la notion de moyenne temporelle.

Nous avons également calculé les lois suivies par les moyennes géométriques, arithmétiques ou quadratiques d'images suivant des lois classiques en imagerie SAR. L'utilisation des fonctions de Meijer a entre autres montré son potentiel dans l'expression des moyennes géométriques.

Nous avons montré que les moyennes étaient en fait déjà au cœur de l'imagerie SAR sans pour autant que ce point ait été mis en avant dans la littérature. En effet, nous avons pu mettre en parallèle plusieurs méthodes de détection de changements existantes avec les moyennes. Nous avons montré que les moyennes permettaient même parfois de généraliser ces outils à de grands nombres d'images (le Log-Rapport par exemple).

Les moyennes temporelles sont donc un outil simple mais très puissant pour traiter de grands volumes de données, comme le sont les longues séries temporelles d'images SAR. Dans le prochain chapitre, nous allons définir une méthode de détection de changements entièrement basée sur la notion de moyenne temporelle, permettant de regrouper sous un unique formalisme la détection de changements entre paires d'images et la détection de changements au cours de séries temporelles.

Chapitre 4

MIMOSA : Un outil de détection de changements

Sommaire

4.1	Cadre général et hypothèses	86
4.1.1	Recalage et calibration des images	86
4.1.2	Modèle de bruit multiplicatif	86
4.1.3	Estimation des paramètres des lois en amplitude	88
4.1.4	Représentation en Scatter-Plot	89
4.2	Méthode de détection de changements entre couples d'images	93
4.2.1	Calcul de la pdf $p(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_n)$: Cas d'images indépendantes	93
4.2.2	Calcul de la pdf $p(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_n)$: Introduction du modèle multiplicatif	97
4.2.3	Principe de la détection de changements	101
4.2.4	Détermination automatique des seuils de détection	102
4.2.5	Résultats sur deux images CARABAS-II, et comparaison qualitative	104
4.2.6	Comparaison quantitative entre MIMOSA, le Log-Rapport et la mesure de similarité (images CARABAS-II)	106
4.2.7	Résultat qualitatif sur deux images TerraSAR-X	110
4.3	La «morphologie rigoureuse» : une extension de la méthode MI-MOSA pour les couples d'images	111
4.3.1	Principe	112
4.3.2	Résultats	113
4.4	Méthode de détection de changements pour des triplets d'images	113
4.4.1	Principe général	114
4.4.2	Génération de la composition colorée	115
4.4.3	Exemples de résultats avec 3 images TerraSAR-X	117
4.5	Méthode de détection de changements pour séries temporelles d'images SAR	117
4.5.1	Calcul théorique de la pdf $p(\mathcal{M}_0, \dots, \mathcal{M}_{N-1})$: Cas d'images indépendantes	117
4.5.2	Calcul théorique de la pdf $p(\mathcal{M}_0, \dots, \mathcal{M}_{N-1})$: Introduction du modèle multiplicatif	120
4.5.3	Calcul théorique de la pdf $p(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_n)$: Introduction du modèle multiplicatif	122
4.5.4	Détermination du seuil de détection	127
4.5.5	Exemples de détection de changements sur séries temporelles	129
4.5.6	Prise en compte d'une nouvelle image dans la série temporelle	132
4.6	Bilan du chapitre	133

Résumé du chapitre

Dans ce chapitre, la méthode MIMOSA (Method for generalized Means Ordered Series Analysis) de détection de changements automatique pour séries temporelles d'images SAR est exposée en détails. Cette méthode est basée sur la notion de moyennes temporelles. Elle permet de comparer aussi bien des paires d'images que de longues séries temporelles.

4.1 Cadre général et hypothèses

4.1.1 Recalage et calibration des images

Nous ne détaillerons pas ici les méthodes permettant de recalcr deux images radar entre elles. Le recalage est supposé être une étape préliminaire à la détection de changements. Nous pourrions simplement mentionner que le recalage déterminera la pertinence de la détection de changements et qu'un mauvais recalage pourra bien sûr générer des fausses alarmes. Meilleur sera le recalage, meilleurs seront les résultats de détection de changements.

Les images doivent également être calibrées radiométriquement entre elles. Cette condition est indispensable dans la mesure où la détection de changements se base sur une étude statistique des images. Les valeurs d'amplitude doivent en effet être comparables d'une image à l'autre, c'est à dire porter le même sens.

Les effets de la calibration radiométrique ainsi que du recalage seront étudiés en détails dans le chapitre 5, dans lequel des décalages artificiels et des biais de calibration seront introduits dans des couples et des séries temporelles d'images.



La méthode MIMOSA, telle qu'elle est proposée dans son implémentation sous le logiciel ENVI, dispose de fonctionnalités de recalage, ainsi que de calibration radiométrique. Trois modules distincts associés à trois méthodes de recalage différentes ont été développés dans le but de pouvoir recalcr n'importe quel type d'images, et ainsi garantir la pertinence des résultats. De même, un module de calibration radiométrique automatique a été développé de sorte à pouvoir calibrer aussi bien des couples d'images que des séries temporelles.

4.1.2 Modèle de bruit multiplicatif

L'outil de détection de changements décrit dans cette partie nécessite un cadre formel dans la modélisation du signal issu d'un pixel SAR. Pour ceci, nous allons tout d'abord étudier la nature du bruit présent dans les images SAR.

Les images SAR contiennent un bruit appelé speckle, généré par l'illumination cohérente du sol par le satellite. Le phénomène de speckle est d'ailleurs largement présent en optique ou imagerie cohérente [56]. La particularité de ce bruit est qu'il est de nature multiplicative. Les zones à fort coefficient de radiodiffusion (brillantes dans les images d'amplitude) seront davantage bruitées que les zones sombres, contrairement aux images optiques où le bruit est de nature additive, sans préférence sur la nature du signal bruité.

Dans toute la suite, nous supposons que les images contiennent une texture que multiplie un bruit. Ainsi, en notant t la valeur de la texture et s_x la valeur du bruit, le pixel bruité peut s'écrire :

$$x = t \cdot s_x. \quad (4.1)$$

Un modèle classique pour le bruit dans les images SAR en intensité est une loi Gamma normalisée ($\mu = 1$). La loi suivie par la variable s_x s'écrit donc :

$$p_{s_x}(s_x) = \mathcal{G}[1, L] = \frac{L}{\Gamma(L)} (Ls_x)^{L-1} e^{-Ls_x}. \quad (4.2)$$

La loi suivie par les pixels de l'image, connaissant la valeur de la texture, s'écrit simplement :

$$p_x(x|t) = \frac{1}{t} p_{s_x}\left(\frac{x}{t}\right). \quad (4.3)$$

En prenant en compte la loi suivie par la texture $p_t(t)$, nous pouvons alors définir la loi $p_x(x)$ suivie par les pixels de l'image :

$$p_x(x) = \int_0^{+\infty} p_x(x|t) p_t(t) dt = \int_0^{+\infty} p_{s_x}\left(\frac{x}{t}\right) p_t(t) \frac{dt}{t}. \quad (4.4)$$

Nous reconnaissons alors dans la précédente expression une convolution de Mellin $\hat{\star}$, nous pouvons en effet noter :

$$p_x = p_{s_x} \hat{\star} p_t. \quad (4.5)$$

Un modèle largement utilisé en imagerie SAR consiste à supposer que la texture suit également une loi Gamma de paramètres μ et M :

$$p_t(t) = \mathcal{G}[\mu, M](t) = \frac{1}{\Gamma(M)} \frac{M}{\mu} \left(\frac{Mt}{\mu}\right)^{M-1} e^{-\frac{Mt}{\mu}}. \quad (4.6)$$

On montre alors facilement que la loi suivie par l'image en intensité est une loi $\mathcal{K}[\mu, L, M]$. Nous pouvons en effet écrire :

$$\mathcal{K}[\mu, L, M] = \mathcal{G}[1, L] \hat{\star} \mathcal{G}[\mu, M]. \quad (4.7)$$

Nous pouvons aussi utiliser la loi Gamma Inverse $\mathcal{GI}[\mu, M]$ pour définir la texture [57]. Dans ce cas l'image en intensité suit une loi de Fisher $\mathcal{F}[\mu, L, M]$:

$$\mathcal{F}[\mu, L, M](x) = [\mathcal{G}[1, L] \hat{\star} \mathcal{GI}[\mu, M]](x) = \frac{L\Gamma(L+M)}{M\mu\Gamma(L)\Gamma(M)} \frac{\left(\frac{Lx}{M\mu}\right)^{L-1}}{\left(1 + \frac{Lx}{M\mu}\right)^{L+M}}. \quad (4.8)$$

En ce qui concerne les données en amplitude, le raisonnement reste le même que pour le cas des données en intensité. Cependant, les distributions associées au bruit et à la texture diffèrent.

Le speckle dans le cas des données en amplitude sera modélisé par une loi de Rayleigh–Nakagami normalisée $\mathcal{RN}[1, L]$ (l'équivalent de la loi Gamma dans le domaine de l'amplitude). Un premier modèle considérera également une loi de Rayleigh–Nakagami pour la texture : $\mathcal{RN}[\mu, M]$. Dans ce cas, la loi obtenue pour les pixels de l'image est une loi \mathcal{K}_A (Loi \mathcal{K} en amplitude) :

$$\mathcal{K}_A[\mu, L, M] = \mathcal{RN}[1, L] \hat{\star} \mathcal{RN}[\mu, M]. \quad (4.9)$$

Si maintenant on considère une loi de Rayleigh–Nakagami inverse $\mathcal{RN}\mathcal{I}[\mu, M]$ pour la texture (l'équivalent de la loi Gamma Inverse dans le domaine de l'amplitude), nous obtenons alors la loi de Fisher en amplitude :

$$\mathcal{F}_A[\mu, L, M](x) = [\mathcal{RN}[1, L] \star \mathcal{RN}\mathcal{I}[\mu, M]](x) = \frac{2\Gamma(L+M)}{\mu\Gamma(L)\Gamma(M)} \sqrt{\frac{L}{M}} \frac{\left(\sqrt{\frac{L}{M}} \frac{x}{\mu}\right)^{2L-1}}{\left(1 + \left(\sqrt{\frac{L}{M}} \frac{x}{\mu}\right)^2\right)^{L+M}}. \quad (4.10)$$

La loi de Fisher est très utilisée pour les zones hétérogènes [57]. C'est une loi que nous utiliserons largement par la suite car elle permet de modéliser un grand nombre de textures différentes, de la végétation aux zones urbaines. Elle est équivalente par un jeu de notation à la loi \mathcal{G}^0 décrite dans [58]. Dans un prochain chapitre, nous validerons ce modèle de signal en amplitude.

Dans toute la suite, nous travaillerons avec les données en amplitude et non en intensité. Ce choix n'influe pas sur la pertinence ou la nature des résultats. Travailler en amplitude ou intensité est équivalent ¹.

4.1.3 Estimation des paramètres des lois en amplitude

L'estimation des paramètres des lois en amplitude a pour but de trouver la meilleure fonction qui correspond à l'histogramme en amplitude d'une image. En d'autres termes, en reprenant le modèle de bruit multiplicatif décrit dans la partie 4.1.2, il s'agit de trouver les paramètres μ , L et M de la loi de Fisher qui modélise au mieux la distribution d'amplitude dans l'image.

Il existe différentes méthodes d'estimation de ces trois paramètres [55]. Nous pouvons par exemple citer la méthode de maximum de vraisemblance, la méthode des moments, ou la méthode des log-moments [55]. Le principe général de toutes ces méthodes est l'expression sous forme de système de grandeurs caractéristiques des distributions comme par exemple les moments, les log-moments, ou encore les log-cumulants en fonction des paramètres μ , L et M de la loi de Fisher. Il s'agit alors de résoudre ce système pour aboutir aux valeurs estimées $\hat{\mu}$, \hat{L} et \hat{M} de la loi de Fisher.

Les différentes méthodes présentent certains inconvénients particuliers que nous ne ferons que citer ici. Nous pouvons par exemple mentionner que la méthode du maximum de vraisemblance suppose que la loi de probabilité dont on cherche à approcher les paramètres soit dérivable, ce qui n'est pas toujours le cas. La méthode des moments impose de calculer les trois premiers moments pour une loi à trois paramètres (comme la loi de Fisher). Même si ce calcul est toujours possible en pratique avec des échantillons bornés, un problème se pose avec les lois à queue lourde où les moments d'ordre élevé n'existent pas nécessairement. Nous pouvons également noter que la pertinence des estimations dépend fortement du nombre d'échantillons d'amplitude à disposition. Ce critère est assez limitant pour la majorité des méthodes d'estimation, et donne l'avantage à la méthode des log-cumulants qui donne de bons résultats avec peu d'échantillons.

Il existe une mesure de la performance de ces méthodes d'estimation, nous parlerons alors de variance d'estimateurs [55]. Plus la variance de ces estimateurs est faible, meilleure est l'estimation des paramètres.

La méthode que nous avons retenue est la méthode des log-cumulants [55]. Elle présente l'avantage d'aboutir à une estimation satisfaisante des paramètres de la loi de Fisher, même dans

1. C'est le cas si on adopte le formalisme des statistiques de Mellin.

le cas d'un faible nombre d'échantillons. Dans le cas d'une loi de Fisher en amplitude, la méthode des log-cumulants met en relation les deuxième et troisième log-cumulants $\tilde{\kappa}_2$ et $\tilde{\kappa}_3$ avec L et M sous forme d'un système à deux équations et deux inconnues [55] :

$$\begin{cases} 4\tilde{\kappa}_2 &= \Psi(1, L) + \Psi(1, M) \\ 8\tilde{\kappa}_3 &= \Psi(2, L) - \Psi(2, M) \end{cases} \quad (4.11)$$

Il est possible de mettre en œuvre une résolution numérique rapide de ce système par une approche itérative [55]. Nous obtenons alors une estimation des paramètres L et M .

La méthode des log-cumulants permet ensuite d'obtenir une expression explicite du paramètre μ en fonction du premier log-cumulant et des paramètres L et M précédemment estimés [55] d'après l'équation :

$$2\tilde{\kappa}_1 = \log(\mu^2) + (\Psi(L) - \log(L)) - (\Psi(M) - \log(M)). \quad (4.12)$$



Expérimentalement, nous observons que la variance des estimations faites à l'aide de la méthode des log-cumulants est très proche des bornes de Cramer–Rao associées [55] (définissant leur limite inférieure). Nous observons aussi une bonne robustesse de l'estimation dans des cas variés.

Dans la suite, nous verrons que nous pourrions procéder à deux types d'estimations distinctes :

1. Estimation de μ , L et M sur une image seule.
2. Estimation de μ , L et M sur une série temporelle entière comme s'il s'agissait d'une seule image.

Dans les deux cas, la méthode d'estimation des paramètres μ , L et M utilise les trois premiers log-cumulants des images. Les équations et systèmes sont alors exactement les mêmes. La seule différence réside dans le fait que les log-cumulants sont d'une part estimés sur une seule image, ou sur l'union des échantillons contenus dans la série temporelle comme s'il s'agissait d'une unique image.

4.1.4 Représentation en Scatter–Plot



Cette partie présente l'outil de base de la méthode MIMOSA : le Scatter–plot. Elle permet de comprendre la stratégie mise en place pour détecter des changements. Cette partie procède en deux étapes distinctes. Tout d'abord, le cas sans changement est étudié, puis vient le cas avec changements temporels. Les différences observées entre les deux cas sont celles qui sont exploitées par MIMOSA pour détecter les changements.

Nous avons observé dans la partie 3.1.2 que la moyenne de Hölder d'images d'amplitudes pouvait prendre différents aspects selon la valeur du paramètre n qui la définit. Nous en avons déduit que ces différences correspondaient aux changements temporels, et avons déduit que comparer les moyennes temporelles permettait de détecter des changements dans une série temporelle. Un moyen de comparer deux images (ou ici, les deux images moyennes) est la représentation en «Scatter–Plot». Dans cette partie, nous détaillons les spécificités de cette représentation qui seront utiles pour la suite. En effet, la méthode MIMOSA travaille uniquement sur le scatter–plot entre deux moyennes temporelles différentes afin de détecter les changements.

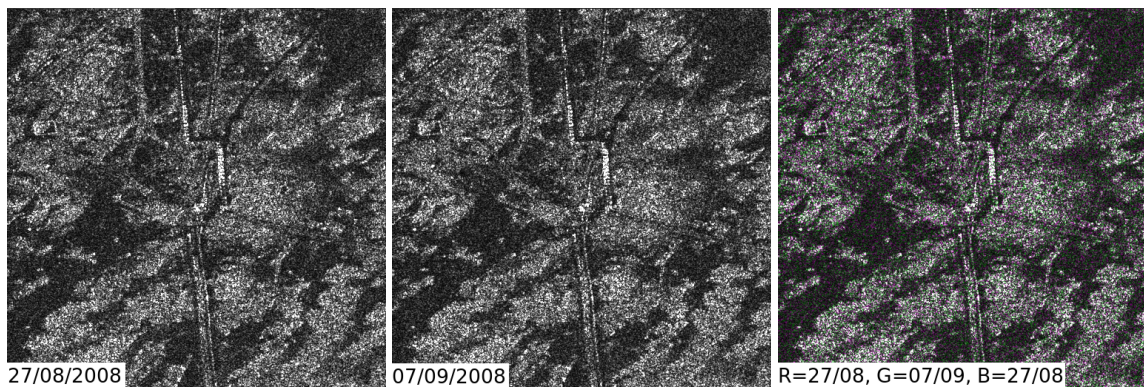


FIGURE 4.1: Images d'amplitude TerraSAR-X sur une zone désertique en Arabie Saoudite, sans changements. À gauche : 27/08/2008. Au milieu : 07/09/2008. À droite : Composition RGB, (R=27/08, G=07/09, B=27/08).

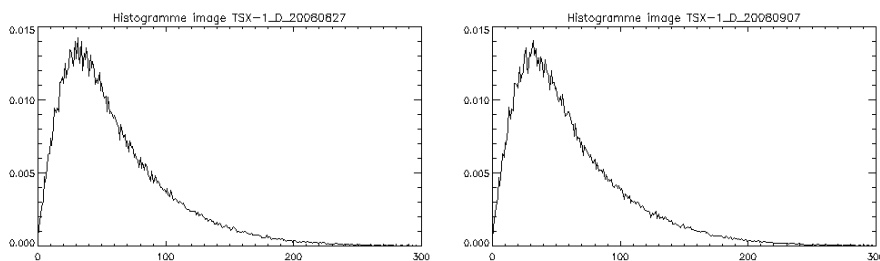


FIGURE 4.2: Histogrammes en amplitude des deux images présentées en figure 4.1. Les deux images suivent des distributions similaires.

Cas d'un couple d'images sans changements temporels

Nous allons pour le moment considérer deux images d'amplitude TerraSAR-X acquises dans une zone désertique en Arabie Saoudite. Ces deux images d'amplitude sont représentées en figure 4.1, nous constatons qu'elles sont très similaires et qu'elles ne font apparaître aucun changement notable dû à une activité humaine et que les changements naturels sont très limités. Les deux images partagent donc la même texture sous-jacente, comme le laisse paraître la composition colorée entre les deux images présentée en figure 4.1 qui ne fait apparaître aucun point vivement coloré. Les histogrammes associés aux deux distributions en amplitude sont présentés en figure 4.2, nous constatons également qu'ils sont très similaires.

Nous présentons en figure 4.3 le scatter-plot entre les deux images d'amplitude que nous considérons. Le scatter plot est constitué d'autant de points qu'il y a de pixels dans chacune des images. Chaque point correspond donc au même pixel dans les deux images, son abscisse et son ordonnée sont données par les deux valeurs d'amplitudes dans les deux images. Chaque axe est donc associé à une image. Ainsi, un point sur la diagonale $y = x$ correspond à un pixel dont les amplitudes sont égales dans les deux images (c'est à dire, pas de changement temporel). Par opposition, un point hors diagonale correspond à un pixel dont les amplitudes sont différentes entre des deux acquisitions. Ainsi, plus les points sont localisés près de la diagonale $y = x$ dans le scatter-plot, plus les images sont semblables sur ce pixel.

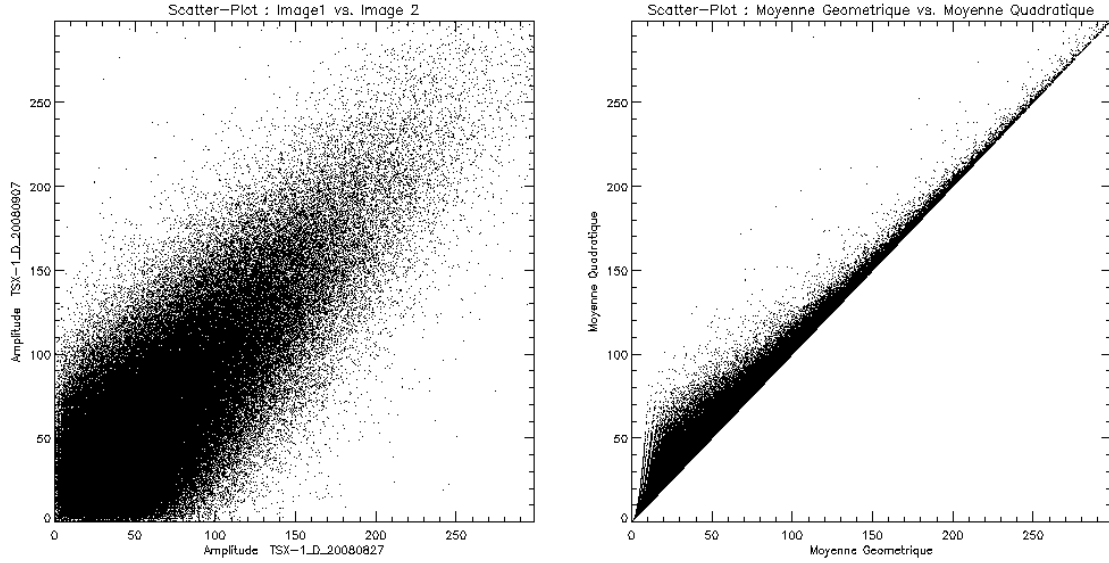


FIGURE 4.3: Scatter-plots d'images sans changements. À gauche : Scatter-plot permettant de comparer les deux images d'amplitude présentées en figure 4.1. Chaque point correspond à un couple de pixels dans les deux images d'amplitude. À droite : Scatter-plot entre la moyenne géométrique et la moyenne quadratique des deux images d'amplitude. Chaque point correspond à un couple de pixels dans les deux moyennes.

Remarque :

Pour une image SAR, il est incorrect de dire que tous les points localisés hors diagonale dans le scatter-plot correspondent à des pixels de changements. En effet, il existe un étalement naturel des points dans le scatter-plot, simplement dû au speckle dans les images (qui diffère entre deux images dès lors que les deux trajectoires sont différentes). Cet étalement est présent même sans changements de texture. Cette répartition est celle que l'on observe dans la figure 4.3, à gauche. De ce fait, détecter un changement revient à localiser des points dans le scatter-plot qui sont «trop loin» de la diagonale, en gardant une certaine tolérance et en prenant en compte la distribution normale des points en cas d'absence de changement ^a.

^a. C'est le principe de MIMOSA, détaillé par la suite



De façon évidente, le Scatter-plot entre deux images ne permet pas de comparer directement davantage d'images entre elles, puisque seulement deux axes sont disponibles. Afin de comparer un plus grand nombre d'images en une seule fois et à l'aide d'une représentation 2D intuitive, nous utilisons le scatter-plot entre deux moyennes temporelles différentes.

Dans cette partie, nous ne considérerons pour le moment que les moyennes temporelles entre deux images (les moyennes de séries temporelles sont présentées dans une partie ultérieure). Nous présentons en figure 4.3, à droite, le scatter-plot entre la moyenne géométrique \mathcal{M}_0 et la moyenne quadratique \mathcal{M}_2 les deux images d'amplitude considérées jusqu'à présent. Nous observons que tous les points sont situés au dessus de la diagonale principale $\mathcal{M}_0 = \mathcal{M}_2$, ceci est dû à la relation d'ordre fondamentale entre les différentes moyennes $\mathcal{M}_2 \geq \mathcal{M}_0$ (inégalité arithmético-géométrique, cf. équation 3.5, ou encore 3.15).

De même que pour le scatter-plot entre des deux images, le scatter-plot entre les deux moyennes temporelles fait apparaître un étalement des points caractéristique hors de la diagonale, même en l'absence de changement comme c'est le cas ici. Rappelons que cette allure est

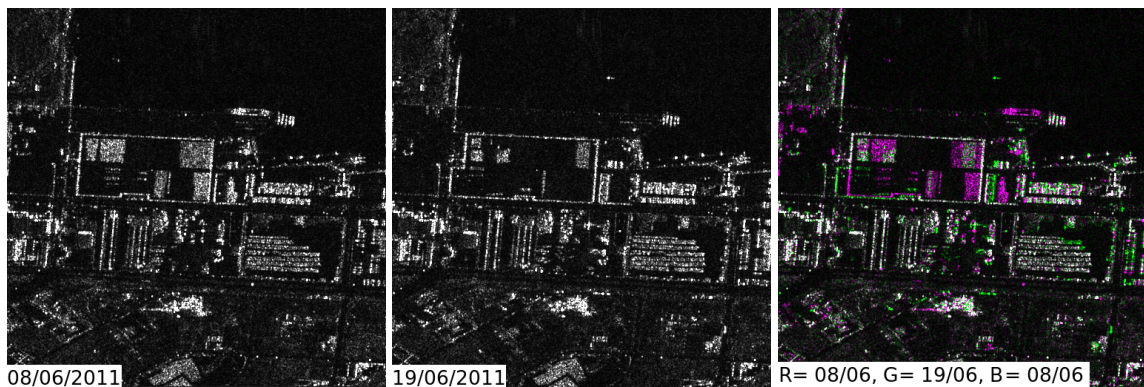


FIGURE 4.4: Images d'amplitude TerraSAR-X avec changements. À gauche : 08/06/2011. Au milieu : 19/06/2011. À droite : Composition RGB, (R=08/06, G=19/06, B=08/06). Les zones de changements apparaissent en vert ou magenta (cf. zones entourées en vert/magenta dans le scatter-plot en figure 4.6).

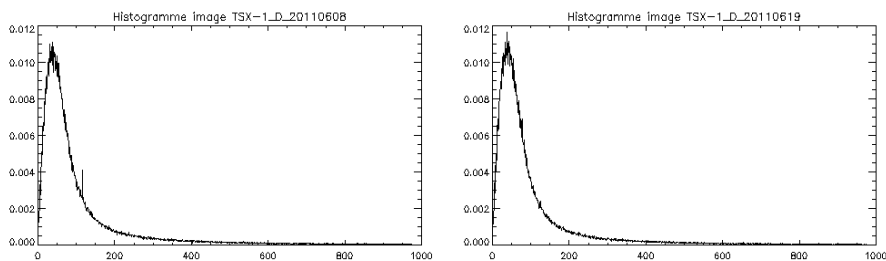


FIGURE 4.5: Histogrammes en amplitude des deux images présentées en figure 4.4. Les deux images suivent des distributions quasi-similaires malgré les changements présents.

normale, et qu'il faudra en tenir compte lors de la détection de changements. En effet, détecter des changements à l'aide du scatter-plot entre deux moyennes temporelles reviendra à localiser les points du diagramme trop éloignés de la diagonale principale, et hors du nuage de points correspondant aux cas «sans changement».

En guise de comparaison, et pour mieux comprendre le fonctionnement du scatter-plot entre moyennes temporelles, nous allons maintenant considérer deux images faisant apparaître des changements temporels.

Cas d'un couple d'images avec changements temporels

Considérons deux images TerraSAR-X acquises sur une zone industrielle portuaire à Sendai (Japon), faisant apparaître des changements temporels dûs à l'activité humaine (mouvements de containers, etc.). Nous présentons ces deux images en figure 4.4, ainsi qu'une composition RGB permettant de mieux mettre en évidence les mouvements de containers sur le port. Les histogrammes des deux images d'amplitude sont présentés en figure 4.5, nous constatons qu'ils sont assez similaires malgré la présence de changements.

Nous présentons maintenant en figure 4.6 le scatter-plot entre les deux images et le scatter-plot entre les deux moyennes temporelles (géométrique et quadratique) des images. Nous pouvons observer que l'allure de ces scatter-plots «avec changements» est très différente de celle des scatter-plots «sans changements» présentés en figure 4.3. Nous constatons en effet la présence de faisceaux de points hors de la diagonale des scatter-plots. Dans le scatter-plot entre les deux images, deux faisceaux distincts sont visibles, correspondant respectivement aux changements de

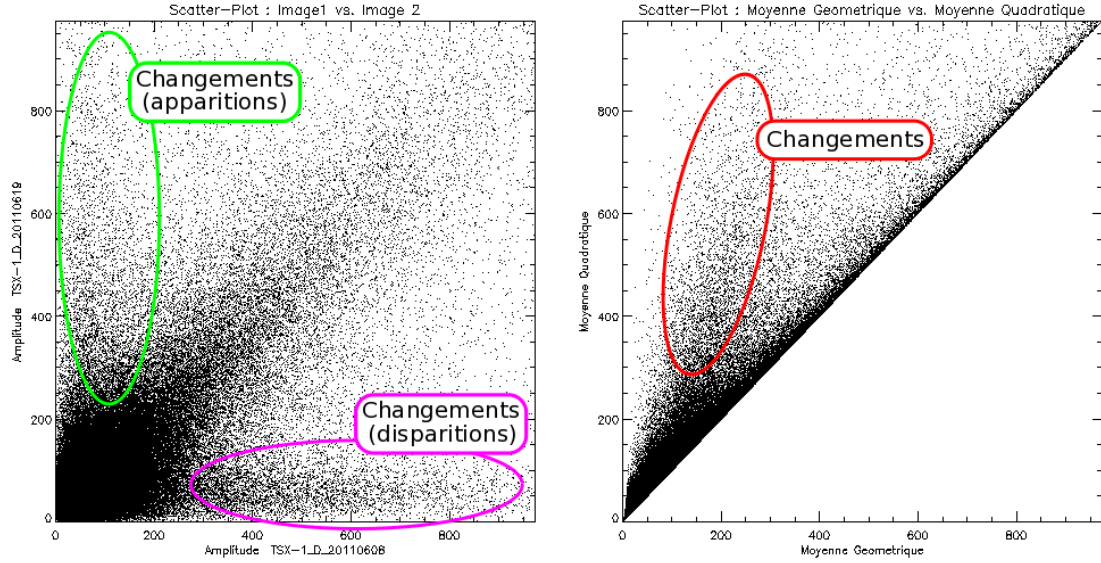


FIGURE 4.6: Scatter-plots d'images avec changements. À gauche : Scatter-plot permettant de comparer les deux images d'amplitude présentées en figure 4.4. Chaque point représente un couple de pixels dans les deux images d'amplitude. Les deux faisceaux de points hors diagonale correspondant aux changements sont indiqués par les deux ellipses dont la couleur respecte la composition RGB entre les images (cf. Fig. 4.4, droite). À droite : Scatter-plot entre la moyenne géométrique et la moyenne quadratique des deux images d'amplitude. Les pixels de changements sont entourés en rouge, ils correspondent aux pixels rouges sur la composition colorée entre moyennes en figure 4.7.

type apparition (amplitude plus grande dans la seconde image) et disparition (amplitude plus faible dans la seconde image).

Le scatter-plot entre les deux images moyennes présente lui aussi un faisceau de point hors diagonale, cependant unique. Les changements de type apparition et disparition sont donc confondus dans ce même faisceau². Ce faisceau correspond aux points apparaissant en rouge dans la composition colorée entre les deux moyennes temporelles présentée en figure 4.7, c'est à dire les changements. Nous pouvons donc conclure que le scatter-plot entre deux moyennes temporelles différentes fait apparaître les changements ayant eu lieu entre les deux images d'amplitude. En présence de changements, un faisceau de points s'extraît du nuage de points principal correspondant à tous les pixels n'ayant pas subi de réel changement (mais uniquement l'impact du speckle).



De ce fait, nous pouvons d'ores et déjà établir schématiquement une stratégie de détection de changements automatique à partir du scatter-plot :

- 1)- Estimer l'aspect qu'aurait le scatter-plot en l'absence de changements,
- 2)- Comparer le scatter-plot réel au scatter-plot modélisé «sans changements».

4.2 Méthode de détection de changements entre couples d'images

4.2.1 Calcul de la pdf $p(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_n)$: Cas d'images indépendantes

2. Les moyennes ne permettent pas de prendre en compte l'ordre chronologique des images

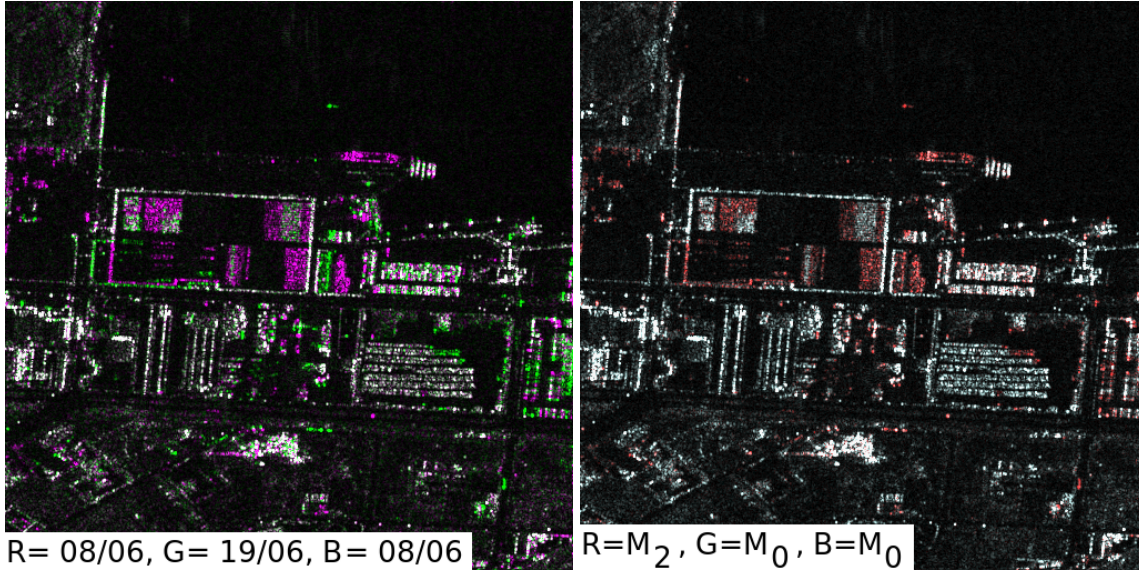


FIGURE 4.7: À gauche (pour rappel) : composition colorée entre images. À droite : Composition colorée entre la moyenne quadratique \mathcal{M}_2 et la moyenne géométrique \mathcal{M}_0 des deux images présentées en figure 4.4 ($R=\mathcal{M}_2$, $G=\mathcal{M}_0$, $B=\mathcal{M}_0$). Les zones apparaissant en rouge sont les zones de changements, où $\mathcal{M}_2 > \mathcal{M}_0$ (cf. zone cerclée de rouge dans le scatter-plot en figure 4.6).



Les résultats obtenus dans cette partie 4.2.1 ne sont pas ceux qui sont utilisés dans la méthode MIMOSA. En effet, pour la méthode, les images ne sont pas supposées indépendantes. L'intérêt de cette partie est de présenter sous une forme simplifiée la stratégie de calcul adoptée pour le cas où les images ne seront plus indépendantes (présenté en partie 4.2.2).

Le Scatter-Plot $(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_2)$ présenté dans la partie précédente (4.1.4) s'interprète comme la densité de probabilité conjointe $p(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_2)$, entre \mathcal{M}_0 et \mathcal{M}_2 . En effet, la densité de point dans une zone du scatter-plot peut être interprétée comme une densité de probabilité. Pour l'instant et pour simplifier, nous allons considérer deux images décorréliées. Ce n'est que dans la partie suivante (4.2.2) que nous introduirons la notion de bruit multiplicatif et le partage de texture entre images. Cette présente partie a pour but d'expliciter le changement de variable entre les images et leurs moyennes.

Nous menons le calcul dans un cas général $(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_n)$, où $n \in \mathbb{R}^+$. Ce choix sera justifié par la suite dans le cas des séries temporelles où il ne sera possible que de traiter le cas $(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_2)$.

Considérons tout d'abord deux variables aléatoires indépendantes, x et y , suivant respectivement les lois $p_x(x)$ et $p_y(y)$. La densité de probabilité conjointe entre les variables x et y est donc définie par le produit des lois marginales de chaque variable :

$$p_{xy}(x, y) = p_x(x) \cdot p_y(y). \quad (4.13)$$

Nous considérons deux moyennes temporelles que nous écrivons sous la forme de moyennes de Hölder :

$$\begin{cases} \mathcal{M}_0 = \sqrt{xy} \\ \mathcal{M}_n = \sqrt[n]{\frac{x^n + y^n}{2}} \end{cases} \quad (4.14)$$

Ce dernier système s'inverse, et ses solutions (x_1, y_1) et (x_2, y_2) (dans \mathbb{R}^+) s'écrivent :

$$\begin{cases} (x_1, y_1) = \left(\frac{\mathcal{M}_0^2}{\left(\mathcal{M}_n^n + \sqrt{\mathcal{M}_n^{2n} - \mathcal{M}_0^{2n}}\right)^{\frac{1}{n}}}, \left(\mathcal{M}_n^n + \sqrt{\mathcal{M}_n^{2n} - \mathcal{M}_0^{2n}}\right)^{\frac{1}{n}} \right) \\ (x_2, y_2) = \left(\frac{\mathcal{M}_0^2}{\left(\mathcal{M}_n^n - \sqrt{\mathcal{M}_n^{2n} - \mathcal{M}_0^{2n}}\right)^{\frac{1}{n}}}, \left(\mathcal{M}_n^n - \sqrt{\mathcal{M}_n^{2n} - \mathcal{M}_0^{2n}}\right)^{\frac{1}{n}} \right) \end{cases} \quad (4.15)$$

Les variables x et y jouant des rôles symétriques, nous devons de plus prendre en compte le couple de solutions correspondant à inverser x et y : (y_1, x_1) et (y_2, x_2) . Nous devons cependant garder à l'esprit la condition forte liée à la notion de moyenne qui impose un ordre entre les différentes grandeurs en jeu ici. À la condition $x \leq y$, et en utilisant la relation fondamentale présentée en équation 3.15, nous pouvons écrire :

$$\forall n \in \mathbb{R}^+, x \leq \mathcal{M}_0 \leq \mathcal{M}_n \leq y. \quad (4.16)$$

Pour respecter cette dernière condition, certaines solutions présentées à l'équation 4.15 sont impossibles, c'est le cas du couple (x_2, y_2) qui ne respecte pas la condition 4.16 :

$$\begin{cases} x_2 = \frac{\mathcal{M}_0^2}{\left(\mathcal{M}_n^n - \sqrt{\mathcal{M}_n^{2n} - \mathcal{M}_0^{2n}}\right)^{\frac{1}{n}}} \\ y_2 = \left(\mathcal{M}_n^n - \sqrt{\mathcal{M}_n^{2n} - \mathcal{M}_0^{2n}}\right)^{\frac{1}{n}} \end{cases} \Leftrightarrow y \leq \mathcal{M}_n \text{ (ce qui est impossible!)} \quad (4.17)$$

Ainsi, nous ne retiendrons que les nouvelles solutions (x_1, y_1) et (x_2, y_2) suivantes, pour lesquelles nous remarquons la symétrie $x_1 = y_2$ et $x_2 = y_1$:

$$\begin{cases} x_1 = \frac{\mathcal{M}_0^2}{\left(\mathcal{M}_n^n + \sqrt{\mathcal{M}_n^{2n} - \mathcal{M}_0^{2n}}\right)^{\frac{1}{n}}} \\ y_1 = \left(\mathcal{M}_n^n + \sqrt{\mathcal{M}_n^{2n} - \mathcal{M}_0^{2n}}\right)^{\frac{1}{n}} \\ x_2 = \left(\mathcal{M}_n^n + \sqrt{\mathcal{M}_n^{2n} - \mathcal{M}_0^{2n}}\right)^{\frac{1}{n}} \\ y_2 = \frac{\mathcal{M}_0^2}{\left(\mathcal{M}_n^n + \sqrt{\mathcal{M}_n^{2n} - \mathcal{M}_0^{2n}}\right)^{\frac{1}{n}}} \end{cases} \quad (4.18)$$

Nous cherchons à exprimer la densité de probabilité conjointe $p(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_n)$, entre \mathcal{M}_0 et \mathcal{M}_n . Pour ceci nous allons procéder au changement de variable suivant :

$$(x, y) \rightarrow (\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_n). \quad (4.19)$$

Ce changement de variable passe par le calcul du Jacobien du système, qui s'exprime par définition comme le déterminant de la matrice Jacobienne du système, calculé aux valeurs (x_i, y_i)

solutions du système :

$$J_n(x_i, y_i) = \det \left(\begin{array}{cc} \frac{\partial \mathcal{M}_0[x, y]}{\partial x} & \frac{\partial \mathcal{M}_0[x, y]}{\partial y} \\ \frac{\partial \mathcal{M}_n[x, y]}{\partial x} & \frac{\partial \mathcal{M}_n[x, y]}{\partial y} \end{array} \right) \bigg|_{x=x_i, y=y_i} \quad (4.20)$$

Par définition, la densité de probabilité conjointe $p(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_n)$ peut s'écrire à partir de $p_{xy}(x, y)$ et du Jacobien de la transformation associée en utilisant les solutions (x_i, y_i) du système :

$$p(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_n) = \sum_{i=1}^2 \frac{p_{xy}(x_i, y_i)}{|J_n(x_i, y_i)|} = \sum_{i=1}^2 \frac{p_x(x_i)p_y(y_i)}{|J_n(x_i, y_i)|}. \quad (4.21)$$

En prenant en compte les solutions (x_i, y_i) présentées dans l'équation 4.18, nous pouvons écrire facilement :

$$p(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_n) = \frac{p_{xy}(x_1, y_1)}{|J_n(x_1, y_1)|} + \frac{p_{xy}(x_2, y_2)}{|J_n(x_2, y_2)|} = \frac{p_x(x_1)p_y(y_1)}{|J_n(x_1, y_1)|} + \frac{p_x(x_2)p_y(y_2)}{|J_n(x_2, y_2)|}. \quad (4.22)$$

Pour simplifier cette dernière expression, nous pouvons utiliser une notion fondamentale de symétrie dans la moyenne en général et la moyenne de Hölder (cf. équation 3.13) :

$$\forall n \in \mathbb{R}, \forall (x, y) \in (\mathbb{R}^+)^2, \mathcal{M}_n[x, y] = \mathcal{M}_n[y, x]. \quad (4.23)$$

Ainsi, en remarquant que le jacobien est donc également symétrique vis à vis des variables x et y , nous pouvons donc écrire :

$$\forall n \in \mathbb{R}, \forall (x, y) \in (\mathbb{R}^+)^2, J_n(x_i, y_i) = J_n(y_i, x_i). \quad (4.24)$$

De ce fait, si les deux variables x et y suivent la même loi de distribution, c'est à dire si $\forall x \in \mathbb{R}^+, p_x(x) = p_y(x)$ ($\Leftrightarrow p_{xy}(x, y) = p_{xy}(y, x)$), la densité de probabilité conjointe $p(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_n)$ peut s'écrire sous la forme simple :

$$p(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_n) = 2 \frac{p_{xy}(x_1, y_1)}{|J_n(x_1, y_1)|}. \quad (4.25)$$

Remarque :

Nous pouvons noter que dans la pratique, nous connaissons les valeurs de x et y puisque ce sont les images d'amplitude que nous traitons. Les moyennes \mathcal{M}_0 et \mathcal{M}_n associées à chaque couple de pixels x et y sont alors calculées. De ce fait, lorsque que l'on cherche à calculer la densité de probabilité conjointe $p(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_n)$ pour des valeurs particulières \mathcal{M}_0 et \mathcal{M}_n issues d'un couple de pixels x et y , il suffit d'appliquer la formule suivante :

$$p(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_n) = 2 \frac{p_{xy}(x, y)}{|J_n(x, y)|}. \quad (4.26)$$

Dans le cas où les deux images ne suivent pas la même loi, c'est à dire $p_{xy}(x, y) \neq p_{xy}(y, x)$, l'équation 4.21 devient :

$$p(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_n) = \frac{p_{xy}(x, y) + p_{xy}(y, x)}{|J_n(x, y)|}. \quad (4.27)$$

Considérons le cas particulier où x et y suivent respectivement les lois de Fisher différentes $\mathcal{F}[\mu_x, L_x, M_x](x)$ et $\mathcal{F}[\mu_y, L_y, M_y](y)$. Choisissons de travailler avec $n = 2$, ainsi $\mathcal{M}_n = \mathcal{M}_2 = \mathcal{MQ}$, la moyenne quadratique. Le Jacobien de la transformation s'écrit alors :

$$J_2(x_i, y_i) = \det \left(\begin{array}{cc} \frac{y}{2\sqrt{xy}} & \frac{x}{2\sqrt{xy}} \\ \frac{y}{2\sqrt{\frac{x^2+y^2}{2}}} & \frac{x}{2\sqrt{\frac{x^2+y^2}{2}}} \end{array} \right) \Big|_{x=x_i, y=y_i} \quad (4.28)$$

Ainsi, la densité de probabilité conjointe $p(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_2)$ s'écrit :

$$p(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_2) = \frac{\mathcal{F}[\mu_x, L_x, M_x](x)\mathcal{F}[\mu_y, L_y, M_y](y) + \mathcal{F}[\mu_x, L_x, M_x](y)\mathcal{F}[\mu_y, L_y, M_y](x)}{|J_2(x, y)|}. \quad (4.29)$$

Nous avons traité ce premier cas simple où les deux images étaient non corrélées de sorte à aborder le problème de changement de variable de la façon la plus simple possible. Cependant, dans la pratique les images ne sont pas aléatoires et se ressemblent d'une prise de vue à l'autre. Dans la partie suivante nous allons donc prendre en compte cette ressemblance par l'introduction d'une texture sous-jacente fixe sur laquelle va agir un bruit multiplicatif : le speckle.

4.2.2 Calcul de la pdf $p(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_n)$: Introduction du modèle multiplicatif

Nous allons maintenant prendre en compte le modèle multiplicatif décrit dans la partie 4.1.2, sous l'hypothèse d'absence de changement (c'est à dire que la texture reste inchangée). Avec les mêmes notations que la partie 4.1.2, considérons deux variables (ou images) x et y définies par :

$$\begin{cases} x = t \cdot s_x \\ y = t \cdot s_y \end{cases} \quad (4.30)$$

Nous noterons $p_t(t)$ la distribution suivie par la texture t , ainsi que $p_{s_x}(s_x)$ et $p_{s_y}(s_y)$ les distributions respectivement suivies par les bruits s_x et s_y . Le système que nous considérons est toujours le même que dans la partie précédente, ce qui permet d'écrire :

$$\begin{cases} \mathcal{M}_0 = \sqrt{xy} = t \cdot \sqrt{s_x s_y} \\ \mathcal{M}_n = \sqrt[n]{\frac{x^n + y^n}{2}} = t \cdot \sqrt[n]{\frac{s_x^n + s_y^n}{2}} \end{cases} \quad (4.31)$$

Nous allons commencer par chercher à exprimer la densité de probabilité conditionnelle conjointe $p(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_n|t)$ entre \mathcal{M}_0 et \mathcal{M}_n , connaissant la valeur de la texture t . Pour ceci, nous allons appliquer la même démarche que dans le cas d'images indépendantes en utilisant les distributions d'images $p_x(x|t)$ et $p_y(y|t)$ au lieu de $p_x(x)$ et $p_y(y)$.

En tenant compte du système 4.30, nous pouvons définir les densités de probabilités conditionnelles de x et y , connaissant la valeur de la texture t :

$$\begin{cases} p_x(x|t) = \frac{1}{t} p_{s_x} \left(\frac{x}{t} \right) \\ p_y(y|t) = \frac{1}{t} p_{s_y} \left(\frac{y}{t} \right) \end{cases} \quad (4.32)$$

Dans ce cas, la densité de probabilité conditionnelle conjointe $p_{xy}(x, y|t)$ entre x et y , connaissant la valeur de la texture t s'écrit :

$$p_{xy}(x, y|t) = p_x(x|t) \cdot p_y(y|t) = \frac{1}{t^2} p_{s_x}\left(\frac{x}{t}\right) p_{s_y}\left(\frac{y}{t}\right). \quad (4.33)$$

Remarque :

Le fait de fixer la texture t permet d'écrire $p_{xy}(x, y|t) = p_x(x|t) \cdot p_y(y|t)$. En effet, pour une texture t donnée, les deux images $x = t \cdot s_x$ et $y = t \cdot s_y$ ne diffèrent plus que par les variables s_x et s_y qui sont bien indépendantes et permettent d'exprimer la loi jointe $p_{xy}(x, y|t)$ comme le produit des lois marginales $p_x(x|t)$ et $p_y(y|t)$.

Afin de déterminer la densité de probabilité conjointe $p_{xy}(x, y)$ entre x et y , il faut prendre en compte la distribution $p_t(t)$:

$$p_{xy}(x, y) = \int_0^{+\infty} p_{xy}(x, y|t) p_t(t) dt. \quad (4.34)$$

En utilisant le Jacobien de la même façon que pour le cas d'images indépendantes (cf. équation 4.27), il est donc possible d'écrire directement :

$$p(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_n) = \frac{p_{xy}(x, y) + p_{xy}(y, x)}{|J_n(x, y)|} = \frac{2p_{xy}(x, y)}{|J_n(x, y)|}. \quad (4.35)$$

avec, après simplification :

$$J_n(x, y) = \frac{\mathcal{M}_n[x, y] (y^n - x^n)}{2\mathcal{M}_0[x, y] (x^n + y^n)}. \quad (4.36)$$

Afin de donner une expression littérale à la dernière équation, supposons tout d'abord que les lois suivies par le speckle dans les deux images soient identiques, en notant $p_{s_x}(s) = p_{s_y}(s) = p_s(s)$. Cette hypothèse est raisonnable dans la mesure où les images sont acquises par le même capteur dans des conditions similaires. Dans le cas de notre modèle de signal, la loi de Fisher, la texture est modélisée par une loi de Rayleigh–Nakagami inverse $p_t(t) = \mathcal{RN}\mathcal{I}[\mu, M](t)$ et le speckle est modélisé par une loi de Rayleigh–Nakagami normalisée $p_s(s) = \mathcal{RN}[1, L](s)$. Nous pouvons alors écrire sous forme intégrale l'expression de la pdf $p_{xy}(x, y)$ en utilisant les distributions $\mathcal{RN}\mathcal{I}$ et \mathcal{RN} :

$$p_{xy}(x, y) = \int_0^{+\infty} \mathcal{RN}[1, L]\left(\frac{x}{t}\right) \mathcal{RN}[1, L]\left(\frac{y}{t}\right) \mathcal{RN}\mathcal{I}[\mu, M](t) \frac{dt}{t^2}. \quad (4.37)$$

En développant la précédente expression et en séparant les termes indépendants de t de l'intégrale, il est possible d'écrire la dernière équation sous la forme simplifiée :

$$p_{xy}(x, y) = \frac{8(xy)^{2L-1} L^{2L} (\mu^2 M)^M}{\Gamma(L)^2 \Gamma(M)} \int_0^{+\infty} t^{-B} e^{-\frac{A}{t^2}} dt, \quad (4.38)$$

où :

$$B = 2(2L + M) + 1 \quad \text{et} \quad A = \mu^2 \left(L \left(\frac{x^2 + y^2}{\mu^2} \right) + M \right). \quad (4.39)$$

Une expression littérale de l'intégrale présentée en équation 4.38 s'obtient dans [59], pp. 342, eq. 3.478.1, d'après la relation intéressante suivante :

$$\int_0^{+\infty} t^{-B} e^{-\frac{A}{t^2}} dt = \frac{1}{2} A^{\frac{1-B}{2}} \Gamma\left(\frac{B-1}{2}\right). \quad (4.40)$$

Ainsi, nous pouvons directement écrire :

$$\int_0^{+\infty} t^{-B} e^{-\frac{A}{t^2}} dt = \frac{1}{2} A^{-(2L+M)} \Gamma(2L+M). \quad (4.41)$$

En combinant les équations 4.38 et 4.41, nous obtenons finalement l'expression littérale de $p_{xy}(x, y)$:

$$p_{xy}(x, y) = \frac{4 (xy)^{2L-1} L^{2L} (\mu^2 M)^M A^{-(2L+M)} \Gamma(2L+M)}{\Gamma(L)^2 \Gamma(M)}. \quad (4.42)$$

avec $A = \mu^2 \left(L \left(\frac{x^2+y^2}{\mu^2} \right) + M \right)$.

Remarque :

Cette dernière expression peut être vue comme une généralisation d'une loi Gamma Bivariée [23, 24, 25] dans le cas où la texture ne serait pas homogène. La limite quand $M \rightarrow +\infty$ (texture homogène pour la loi de Fisher) de $p_{xy}(x, y)$ est en effet strictement équivalente à une loi Gamma Bivariée.

Pour donner suite à cette remarque et en guise de démonstration, rappelons que les lois Gamma Bivariées (ou *Bivariate Gamma Distributions* (BGD)) sont définies dans [25], et qu'elles sont appliquées au problème de la détection de changements dans [23, 24]. Considérons $p_{xy}(x, y)$, dans le cas d'une texture homogène ($M \rightarrow \infty$). La limite associée peut se calculer en utilisant [60], pp. 257, eq. 6.1.46 et [60], pp. 70, eq. 4.2.21. Nous obtenons alors :

$$\lim_{M \rightarrow +\infty} p_{xy}(x, y) = \frac{4 (xy)^{2L-1} \left(\frac{L}{\mu^2} \right)^{2L} \exp \left[-\frac{L(x^2+y^2)}{\mu^2} \right]}{\Gamma(L)^2}. \quad (4.43)$$

Nous identifions la dernière équation comme le produit de deux lois de Rayleigh–Nakagami :

$$\lim_{M \rightarrow +\infty} p_{xy}(x, y) = \mathcal{RN}[\mu, L](x) \cdot \mathcal{RN}[\mu, L](y). \quad (4.44)$$

Considérons alors deux nouvelles variables aléatoires X et Y , correspondant respectivement à x^2 and y^2 . Après un simple changement de variable utilisant un opérateur Jacobien, nous obtenons :

$$p_{XY}(X, Y) = \frac{p_{xy}(\sqrt{X}, \sqrt{Y})}{|4\sqrt{XY}|}. \quad (4.45)$$

De ce fait, nous avons transformé l'expression 4.43 du domaine de l'amplitude vers le domaine de l'intensité, afin de respecter le choix de [23, 24] :

$$\lim_{M \rightarrow +\infty} p_{XY}(X, Y) = \frac{(XY)^{L-1} \left(\frac{L}{\mu^2} \right)^{2L} \exp \left[-\frac{L(X+Y)}{\mu^2} \right]}{\Gamma(L)^2}. \quad (4.46)$$

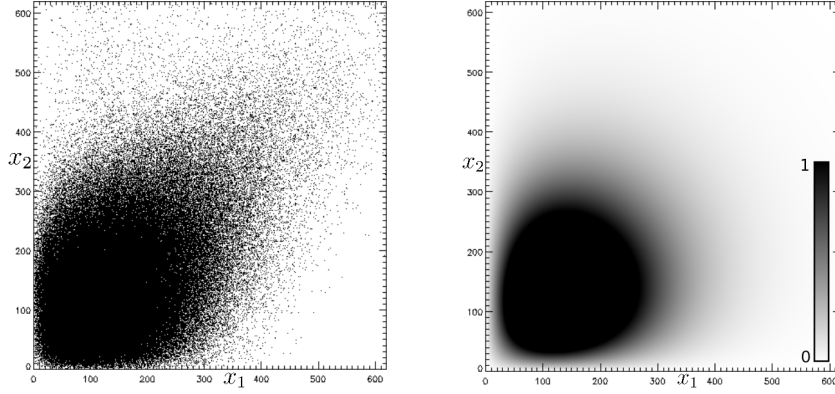


FIGURE 4.8: À gauche : scatter-plot observé entre deux images réelles en amplitude (Images CARABAS—II). À droite : pdf conjointe calculée à partir des paramètres de la loi de Fisher suivie par les images.

Nous pouvons remarquer que cette dernière expression est strictement identique à celle présente dans [23, 24] en posant $q = L$ et $p_1 = p_2 = \sqrt{p_{12}} = \frac{\mu^2}{L}$, de sorte à respecter les notations de la définition des « MoBGD (Monosensor Bivariate Gamma Distribution) ». De plus, nous pouvons remarquer qu'il est possible d'identifier la dernière expression comme le produit de deux lois Gamma :

$$\lim_{M \rightarrow +\infty} p_{XY}(X, Y) = \mathcal{G}[\mu^2, L](X) \cdot \mathcal{G}[\mu^2, L](Y). \quad (4.47)$$

Nous présentons en figure 4.8 l'allure de la pdf $p_{XY}(X, Y)$ comparée au scatter-plot associé. Nous constatons un bon accord entre l'observation (le scatter-plot) et la pdf calculée à partir des paramètres de la loi de Fisher suivie par les images.



Nous avons précédemment mentionné que le scatter-plot pouvait s'interpréter comme une densité de probabilité conjointe. En effet, la densité de points dans une zone du scatter-plot s'interprète comme une probabilité conjointe de ces coordonnées. Plus particulièrement, l'échelle de gris artificiellement créée par la représentation en scatter-plot peut être comparée à l'échelle de gris d'une pdf conjointe, comme c'est le cas en figure 4.8.

Nous pouvons remarquer qu'il n'est pas possible de détecter correctement des changements à l'aide d'un simple seuil sur la pdf conjointe. En effet, les points situés sur la diagonale (c'est à dire les pixels ayant la même valeur dans les deux images) seraient alors détectés comme changements si ils sont de valeur très élevée ou très faible. Ceci est simplement dû au fait que la probabilité conjointe contient encore une notion de probabilité liée au modèle de texture qui prédit que les valeurs très faibles et très élevées sont rares. Nous verrons par la suite qu'un autre outil est nécessaire pour une détection de changements pertinente.

Suite à cette comparaison intéressante avec les lois Gamma Bivariées, il est possible de donner une expression littérale de la pdf conjointe $p(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_n)$ pour le cas à deux images x et y :

$$p(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_n) = \frac{8(xy)^{2L-1} L^{2L} (\mu^2 M)^M A^{-(2L+M)} \Gamma(2L+M)}{|J_n(x, y)| \Gamma(L)^2 \Gamma(M)}. \quad (4.48)$$

Définissons immédiatement la densité de probabilité conditionnelle notée $p(\mathcal{M}_n | \mathcal{M}_0)$:

$$p(\mathcal{M}_n | \mathcal{M}_0) = \frac{p(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_n)}{\int_{\mathcal{M}_0}^{+\infty} p(\mathcal{M}_0, z) dz}. \quad (4.49)$$

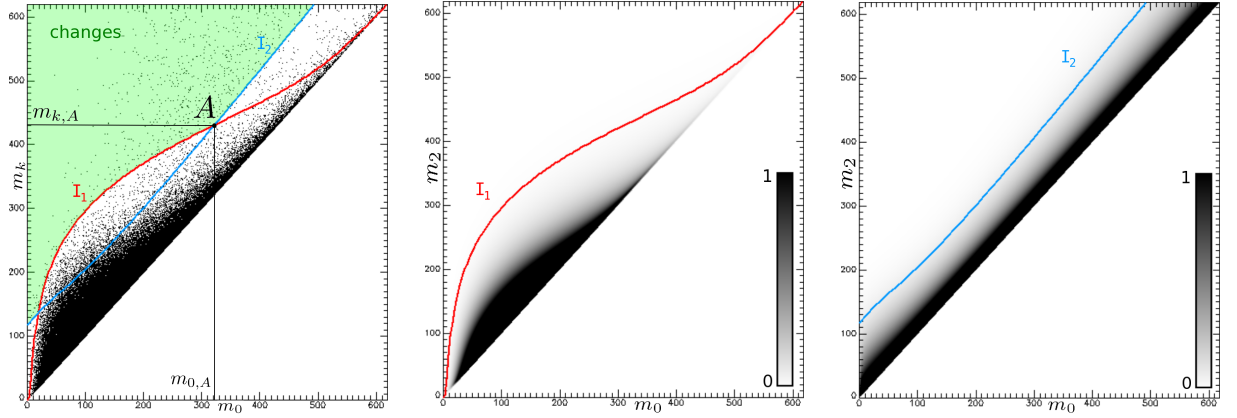


FIGURE 4.9: À gauche : Scatter-plot observé entre les deux moyennes \mathcal{M}_0 et \mathcal{M}_2 pour deux images réelles (Images CARABAS-II). Au milieu : pdf conjointe calculée à partir des paramètres de la loi de Fisher suivie par les images. À droite : pdf conditionnelle.

Nous représentons en figure 4.9 le scatter-plot observé entre les moyennes \mathcal{M}_0 et \mathcal{M}_2 pour deux images, ainsi que les pdf conjointes et conditionnelles associées.

Comme dans le cas où nous comparions simplement les images à l'aide du scatter-plot, nous constatons que l'allure du scatter-plot entre deux moyennes correspond encore à la pdf conjointe. Nous pourrions alors envisager de n'utiliser que cette pdf conjointe afin de détecter les changements. Définissons alors une ligne de niveau I_1 de valeur λ_1 dans la pdf conjointe (cf. Fig. 4.9), correspondant à la valeur seuil pour la détection de changements. Les pixels de changements seraient alors situés au dessus de cette ligne de niveau dans le scatter-plot. Nous constatons que cette ligne de niveau se rapproche très rapidement de la diagonale pour les couples de moyennes aux valeurs élevées. Ceci pose problème, car ces couples seraient détectés comme changements alors qu'ils sont proches de la diagonale et ne correspondent donc pas à des changements.

De la même manière que la pdf conjointe entre deux images, la pdf conjointe entre deux moyennes contient une notion de probabilité «absolue» en terme de valeur à proprement parler, liée au modèle de texture qui prédit que les valeurs très élevées et très faibles sont rares. La pdf conjointe ne suffit donc pas à prédire si la différence observée entre deux moyennes est acceptable ou non.

Si nous nous intéressons à l'allure de la pdf conditionnelle, nous observons qu'elle semble prédire une différence entre moyennes relativement indépendante de leur valeur. Définissons alors la ligne de niveau I_2 de valeur λ_2 associée à la pdf conditionnelle (cf. Fig. 4.9). Si nous cherchons à détecter les changements à l'aide d'un simple seuil sur la probabilité conditionnelle, la détection revient à sélectionner les pixels du scatter-plot situés au dessus de la ligne I_2 .

Remarque :

La représentation en deux dimensions de la pdf conditionnelle est à considérer avec précautions. La pdf conditionnelle $p(\mathcal{M}_n|\mathcal{M}_0)$ est en effet une fonction à une seule variable (ici \mathcal{M}_n) et dépendant d'un paramètre (ici \mathcal{M}_0).

4.2.3 Principe de la détection de changements

Nous définissons l'absence de changement \mathcal{H}_0 par la validation de l'un de ces deux critères :

1. Les deux moyennes sont proches l'une de l'autre, le point associé dans le scatter-plot est donc proche de la diagonale, quelque soit sa distance à l'origine.
2. Le point du scatter-plot est situé dans une zone de haute densité de probabilité d'après la pdf conjointe, c'est à dire dans l'étalement naturel des points dû au speckle.

Le cas de changement \mathcal{H}_1 se définit alors par la négation de ces critères. Pour être défini comme changement, une paire de moyennes doit donc vérifier simultanément les deux propriétés suivantes pour être choisie comme changement :

1. Les deux moyennes sont éloignées l'une de l'autre, le point associé dans le scatter-plot est donc éloigné de la diagonale, quelque soit sa distance à l'origine.
2. Le point du scatter-plot est situé dans une zone de faible densité de probabilité d'après la pdf conjointe, c'est à dire hors de l'étalement naturel des points dû au speckle.



De façon plus formelle, nous pouvons résumer la décision par :

$$\begin{aligned}\mathcal{H}_0 : p_{m_0 m_k}(m_0, m_k) &\geq \lambda_1 \quad \vee \quad p_{m_k|m_0}(m_k|m_0) \geq \lambda_2, \\ \mathcal{H}_1 : p_{m_0 m_k}(m_0, m_k) &< \lambda_1 \quad \wedge \quad p_{m_k|m_0}(m_k|m_0) < \lambda_2.\end{aligned}\tag{4.50}$$

Les deux lignes de niveau I_1 et I_2 définies par λ_1 et λ_2 forment donc une paire de guides, utiles pour segmenter le scatter-plot observé pour délimiter les changements. Il nous faut maintenant définir comment choisir automatiquement les seuils λ_1 et λ_2 en fonction du taux de fausses alarmes *a priori* souhaité. Ceci est l'objet de la partie suivante.

4.2.4 Détermination automatique des seuils de détection

La méthode MIMOSA admet un unique paramètre à la détection de changements : le «taux de fausses alarmes *a priori*». Ce taux de fausse alarme est lié à la position du guide I_1 dans la pdf conjointe. En effet, puisque la pdf conjointe a été évaluée dans l'hypothèse d'absence de changement, les détections qui lui sont associées correspondent aux fausses détections (fausses alarmes), et aux vraies non détections :

- Le taux de fausses alarmes est défini comme l'intégrale de la portion de pdf conjointe située au dessus du guide I_1 .
- Le taux de vraies non détections est défini comme l'intégrale de la portion de pdf conjointe située en dessous du guide I_1 .

Définissons le taux de fausses alarmes *a priori* τ_{FA} , dont la valeur sera choisie par l'utilisateur. La valeur de λ_1 associée est alors calculée selon la relation suivante :

$$\tau_{FA} = \iint_{p_{m_0 m_k}(m_0, m_k) < \lambda_1} p_{m_0 m_k}(m_0, m_k) dm_0 dm_k.\tag{4.51}$$

De façon pratique, l'utilisateur choisit une valeur de taux de fausses alarmes *a priori* (typiquement, 1% à 10%). Pour déterminer la valeur λ_1 , et donc la position du guide I_1 correspondant, la pdf conjointe est évaluée sur une fenêtre 1000×1000 pour des valeurs de m_0 et m_k variant entre 0 et $10 \times \mu$ où μ est le paramètre de la loi de Fisher suivie par l'union des images. L'estimation de λ_1 est alors réalisée par une méthode itérative classique (balayage et dichotomie). Nous avons constaté que la taille de la fenêtre d'évaluation de la pdf ainsi que les bornes de ses axes ici définies permettent des estimations très précises.

À ce stade, il est possible de sélectionner les pixels dont la valeur de probabilité conjointe est inférieure à λ_1 . De façon pratique, la valeur de la pdf conjointe est évaluée en tout point et

comparée à λ_1 . Cette opération est en effet tolérable d'un point de vue numérique puisque nous disposons d'une expression explicite rapide à calculer (cf. equation 4.48). Nous verrons par la suite que la pdf conjointe n'est pas évaluée en tout point pour des raisons de temps de calcul.

Une fois que ce premier guide I_1 a été placé, la seconde étape de la détermination automatique des seuils de détection est donc le placement du guide I_2 . Nous avons précédemment mentionné que le guide I_1 montrait ses limites pour les valeurs de texture les moins probables, c'est à dire les très faibles valeurs ainsi que les très fortes valeurs. Ce sont donc pour ces valeurs extrêmes que le second guide I_2 doit prendre le relais de I_1 .

Afin de définir où doit agir I_2 , nous devons délimiter les points extrêmes de la texture. Considérons donc la distribution relative à la texture, $\mathcal{RN}\mathcal{I}[\mu, M]$. Le paramètre M régit l'hétérogénéité de cette distribution. Plus M est grand, plus la loi est centrée sur la valeur μ . Plus M est petit, plus la loi prédit une distribution hétérogène des données de texture. Afin de déterminer quelle est la proportion β de la loi correspondant aux valeurs extrêmes (par exemple, la queue de distribution), nous proposons ci-dessous un modèle empirique simple en fonction du paramètre M :

$$\beta = p_{\min} + (p_{\max} - p_{\min}) \exp\left(-\frac{M}{M_c}\right), \quad (4.52)$$

où p_{\min} et p_{\max} représentent les proportions minimales et maximales, et où M_c permet d'ajuster l'effet du paramètre de forme M . Ces valeurs sont fixées à $p_{\min}=0.03$ (3%), $p_{\max}=0.1$ (10%), et $M_c=1$. Ce jeu de valeurs donne de bons résultats pour des configurations très variées.

Nous constatons que selon ce modèle empirique simple, β est compris entre p_{\min} et p_{\max} . Plus M est grand, plus la proportion se rapproche de la proportion minimale fixée. Plus M est faible, plus la proportion se rapproche de la proportion maximale fixée. Ce dernier modèle permet de fixer quelle est la proportion des données de texture aux valeurs extrêmes. Il permet donc de définir où doit agir le guide I_2 .

Considérons alors la fonction de répartition de la texture, notée ici R :

$$R[\mu, M](y) = \int_0^y \mathcal{RN}\mathcal{I}[\mu, M](z) dz. \quad (4.53)$$

Il n'existe pas d'expression littérale simple de cette dernière expression. De ce fait, dans la pratique, la fonction de répartition de la texture est estimée par une méthode d'intégration discrète. Les caractéristiques de cette intégration sont adaptées systématiquement aux caractéristiques de la fonction à intégrer de sorte à garantir la meilleure précision d'évaluation³.

La valeur limite $m_{0,A}$ à partir de laquelle le guide I_2 doit entrer en jeu à la place de I_1 est définie par la relation implicite suivante :

$$R[\mu, M](m_{0,A}) = 1 - \beta. \quad (4.54)$$

La valeur $m_{0,A}$ définit l'abscisse du point d'intersection A entre les deux guides I_1 et I_2 dans le scatter-plot. L'ordonnée de ce point est directement connue grâce à la relation $\lambda_1 = p_{m_0 m_k}(m_{0,A}, m_{k,A})$. Connaissant les coordonnées du point d'intersection $A = (m_{0,A}, m_{k,A})$, il est donc possible de donner une expression explicite du second seuil de détection λ_2 :

$$\lambda_2 = p_{m_k|m_0}(m_{k,A}|m_{0,A}). \quad (4.55)$$

Dans la pratique, le fait que la définition de λ_2 fasse intervenir des relations implicites et donc plusieurs estimations itératives, ou méthodes numériques discrètes, ne pose pas de problème de

3. La précision d'évaluation est toujours un paramètre des fonctions d'évaluation.

rigueur ou de temps de calcul. En effet, toutes les estimations se font sur des fonctions à l'allure «maîtrisée»⁴, et donc numériquement stables. Par conséquent, toutes les méthodes sont adaptées pour garantir la meilleure précision finale sans augmenter le temps de calcul. De plus, l'estimation de λ_1 et λ_2 n'est faite qu'une seule et unique fois lors de la détection de changements.

Remarque :

La détection de changements se faisant à l'aide des deux guides I_1 et I_2 , le taux de fausses alarmes *a priori* n'est pas uniquement l'intégrale de la portion de pdf conjointe située au dessus de I_1 , mais l'intégrale de la portion située à la fois au dessus de I_1 et I_2 , par conséquent plus faible que la valeur de taux de fausses alarmes souhaitée. De ce fait, le taux de fausses alarmes *a priori* choisi par l'utilisateur doit être considéré comme le taux de fausses alarmes «maximal» *a priori*.

Dans la pratique, la valeur de la pdf conditionnelle n'est pas évaluée en chaque pixel des images pour des raisons de temps de calcul. La ligne de niveau est alors tracée dans le scatter-plot puis interpolée à la précision suffisante de sorte à délimiter chaque point du scatter-plot.

4.2.5 Résultats sur deux images CARABAS-II, et comparaison qualitative

Nous présentons en figure 4.10 des données distribuées publiquement dans le cadre d'un challenge de détection de changements [61]. Ce jeu de données contient à l'origine 24 images d'amplitude CARABAS-II acquises durant une campagne à Vidsel (Suède) en 2002. Au cours de cette campagne d'acquisition d'images SAR aéroportées, des véhicules militaires ont été disposés sur le site. Ces différents types de véhicules ainsi que l'environnement dans lequel ils ont été disposés est visible en figure 4.10. Les données fournies n'ont pas été re-traitées, aucune opération de recalage ou de filtrage spatial n'a été effectuée.

Nous présentons en figure 4.11 les histogrammes des deux imagerie CARABAS utilisées ici. Nous constatons que les deux images sont bien modélisées par des lois de Fisher.

Remarque :

Le paramètre M de la seconde image est plus faible que celui de la première image, ce qui peut laisser penser que la présence des cibles dans l'imagerie crée une hétérogénéité de texture visible dans les paramètres statistiques. Ceci montre l'extrême fidélité de l'estimation au sens des log-cumulants.

Nous présentons en figure 4.12 les résultats obtenus avec MIMOSA pour un taux de fausses alarmes *a priori* fixé à 0.2%. Nous constatons que tous les véhicules ont correctement été détectés. De plus, nous observons un très faible nombre de détections parasites dans la végétation environnante. Nous pouvons observer que la composition colorée ne permettait pas de faire d'interprétations claires à cause des problèmes classiques d'égalisation.

À titre informatif, nous présentons en figure 4.13 les résultats obtenus sur l'intégralité des images où nous pouvons aussi distinguer les changements de type disparition (en magenta) non visibles dans les zooms présentés jusqu'ici. La pertinence des résultats est identique en traitant des imagerie centrées sur les cibles ou les images entières.

D'autres équipes de recherche ont traité les mêmes données que celles présentées ici (cf.[61, 62, 63, 64, 65, 66, 67]). De ce fait, une comparaison qualitative devient possible entre ces résultats et les résultats obtenus avec MIMOSA :

- Dans les résultats fournis par [61, 62, 64, 67], des filtres morphologiques sont appliqués aux cartes de changements de sorte à ne faire ressortir que les cibles ponctuelles parmi

4. L'implémentation des recherches itératives est adaptée à la forme des différentes fonctions en jeu. Les précisions de calcul sont systématiquement déterminées à l'avance et adaptées au problème.

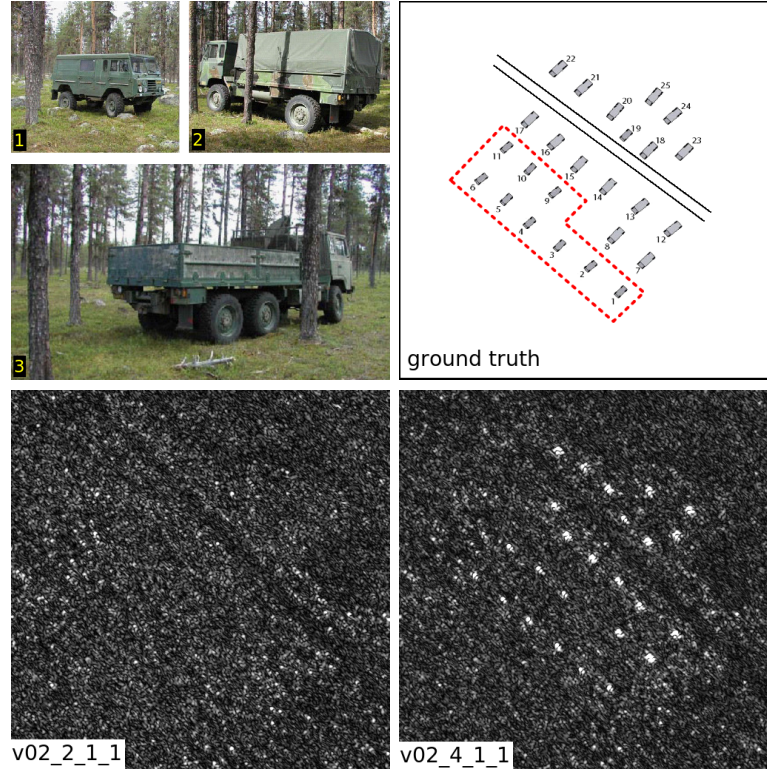


FIGURE 4.10: En haut à gauche : Trois types de véhicules utilisés. En haut à droite : Vérité terrain concernant le placement des différents véhicules. Les plus petits véhicules sont entourés en rouge. En bas : zoom dans les images d'amplitude CARABAS-II. L'image v02_4_1_1 permet d'observer les cibles brillantes que forment les véhicules.

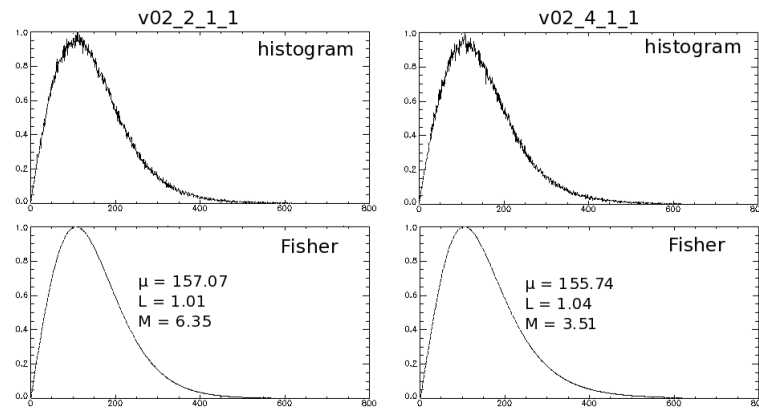


FIGURE 4.11: En haut : Histogrammes normalisés des images présentées en figure 4.10. En bas : Lois de Fisher estimées sur les images dont les paramètres sont inscrits à côté de la courbe.

les nombreuses fausses détections. Rappelons que ce n'est pas le cas pour MIMOSA, où les résultats montrent un faible taux de fausses alarmes malgré une bonne révélation des changements.

- Dans [65], aucune carte binaire n'est fournie, mais seulement le rapport entre les amplitudes des images.
- Dans [63, 66], certains véhicules ne sont pas détectés, notamment les plus petits (ceux cerclés de rouge en figure 4.12, et correctement détectés par MIMOSA).

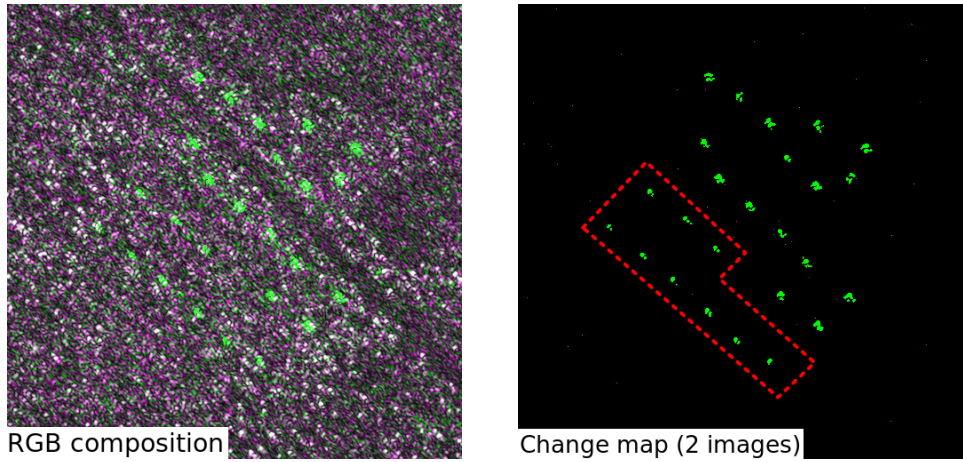


FIGURE 4.12: À gauche : Zoom sur la composition RGB entre les deux images d'amplitude. À droite : Zoom sur la carte de changements générée par MIMOSA.

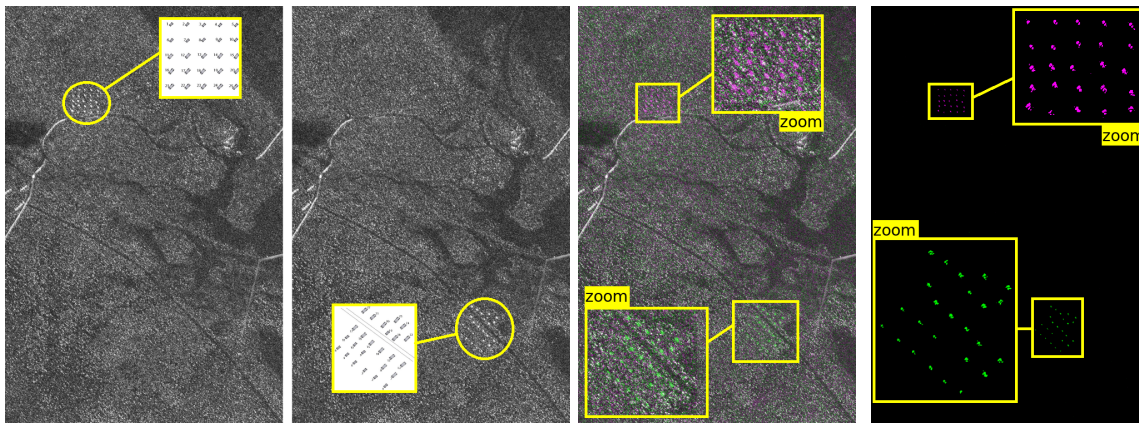


FIGURE 4.13: De gauche à droite : Images d'amplitude, Composition colorée entre images d'amplitude, résultat fourni par MIMOSA.

- Dans les résultats fournis par [63, 66, 67], ce sont les formes et tailles des différents véhicules qui ne sont pas respectées, alors qu'elles sont bien respectées avec MIMOSA.

Pour ces différentes raisons, nous constatons que les résultats fournis par MIMOSA sont qualitativement plus satisfaisants. L'objet de la prochaine partie est de dresser une comparaison quantitative entre la méthode MIMOSA et deux autres méthodes de la littérature.

4.2.6 Comparaison quantitative entre MIMOSA, le Log-Rapport et la mesure de similarité (images CARABAS-II)

Afin de fournir une comparaison quantitative entre MIMOSA et d'autres méthodes, nous proposons de comparer les résultats du détecteur classique log-rapport ainsi que la mesure de similarité [21]. Pour ceci, nous avons défini une carte binaire de changements utilisée comme vérité terrain afin de confronter numériquement les détections de changements. Nous présentons cette carte binaire en figure 4.14 à gauche. Nous nous sommes limités au cas du Log-Rapport car il est non seulement le détecteur le plus répandu, mais c'est aussi le plus simple à implémenter sans trahir les subtilités des autres méthodes lors de la rédaction des codes informatiques. Pour la

mesure de similarité, nous avons utilisé l'implémentation présente dans l'Orfeo ToolBox (OTB) ⁵. Nous avons fixé la taille des fenêtres de mesure de similarité à 35×35 pixels en référence à la taille conseillée dans [21]. Nous avons constaté que cette dimension convenait très bien au cas présent.

Nous définissons ci-dessous les règles classiques de comptage des détections :

- Détection dans une zone de changement = vraie détection (TP=*true positive*).
- Non détection dans une zone de changement = fausse non détection (FN=*false negative*).
- Détection hors d'une zone de changement = fausse détection (FP=*false positive*).
- Non détection hors d'une zone de changement = vraie non détection (TN=*true negative*).

Nous définissons le taux de vrais positifs (TPR=*true positive rate*), ou sensibilité, ainsi que le taux de fausses alarmes (FPR=*false positive rate*) par ⁶ :

$$\begin{cases} \text{TPR} = \frac{\text{TP}}{\text{TP} + \text{FN}}, \\ \text{FPR} = \frac{\text{FP}}{\text{FP} + \text{TN}}. \end{cases} \quad (4.56)$$

où TP, FN, FP et TN représentent les nombres de chaque type de détection.

Nous présentons en figure 4.14 à droite les courbes ROC (TPR en fonction de FPR) obtenues en faisant varier les seuils de détection des trois méthodes Log-Rapport, mesure de similarité (abrégée KL sur la figure pour «Kullback Liebler», en référence à cette distance utilisée dans la méthode), et MIMOSA.

Nous constatons que la courbe ROC associée à la méthode MIMOSA est toujours au dessus de la courbe ROC du détecteur Log-Rapport, ce qui montre *a priori* que la méthode MIMOSA donne de meilleurs résultats. Cependant, nous pouvons observer que la courbe ROC associée à la mesure de similarité vient rapidement dépasser les deux autres courbes, pour saturer à un taux de vraies détections proche de 1. Ce comportement pourrait laisser penser que les détections seraient bien plus pertinentes avec la méthode de mesure de similarité. Cependant, l'observation des cartes de changements associées révèle que l'analyse des seules courbes ROC peut être trompeuse, et que l'aspect des cartes de changements peut ne pas du tout convenir à un analyste image alors que les scores prévus par la courbe ROC sont très bons.

Dans le cas présent, la carte de vérité terrain a été générée en accord avec des spécialistes de l'analyse d'images. Une bonne marge a été prise autour des zones de changements, sans conséquence sur la comparaison des méthodes. En effet, l'allure de la vérité terrain détermine uniquement les valeurs absolues des performances des méthodes, mais ne modifie en rien le classement des différentes méthodes les unes par rapport aux autres. Dans le cas présent, la définition de zones de changements plus petites aurait diminué le nombre de fausses non détections (ici largement sur-évalué à cause de la marge prise autour des changements), et aurait par conséquent augmenté de façon significative les performances absolues des deux méthodes. Dans ce paragraphe, seule la comparaison entre méthodes est pertinente, au même titre qu'une courbe ROC présentée seule n'a pas de sens si elle n'est pas comparée à celle d'un autre détecteur sur le même graphique, en utilisant la même carte de vérité terrain, et les mêmes règles de quantification des détections.

Pour illustrer visuellement les différences en termes de pertinence de détection entre le Log-Rapport, la mesure de similarité, et MIMOSA, nous présentons en figure 4.15 les cartes de

5. Disponible gratuitement, distribuée par le CNES

6. Nous adoptons ici une approche de type «pixel» et non «objet».

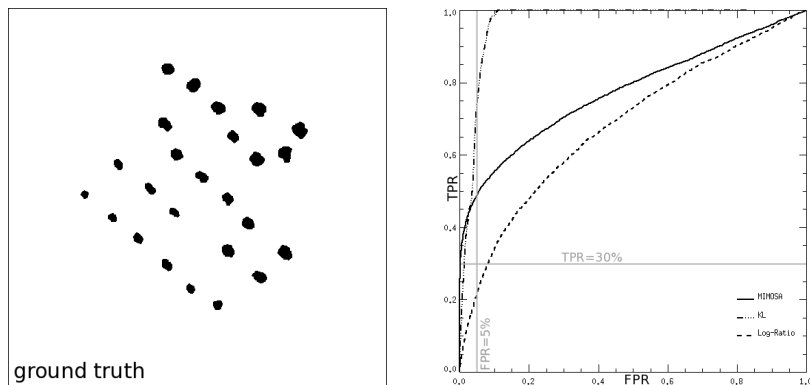


FIGURE 4.14: À gauche : Carte de vérité terrain où les changements sont représentés en noir. À droite : Courbe ROC de la méthode MIMOSA (trait plein), comparée au détecteur Log-Rapport (pointillés constants), et à la mesure de similarité (abrégiée «KL», représentée en pointillés alternés).

changements obtenues avec chacune des trois méthodes pour des taux de fausses alarmes identiques ($FPR=5\%$), ainsi que pour des taux de vrais positifs identiques ($TPR=30\%$). Ces scores sont des mesures globales sur l'image. Pour une analyse plus fine, chaque cible s'est également vue attribuer un score particulier, représentant son taux de remplissage d'après la vérité terrain. Ces scores sont indiqués à côté de chaque cible sur les résultats fournis dans la figure 4.15. Ils sont écrits en rouge si le taux de remplissage de la cible est inférieur à 20%, et en bleu si ce taux de remplissage est supérieur à 20%. Un score de 1 signifie que toute la surface de la cible est recouverte par des détections, tandis qu'un score de 0 signifie qu'aucune détection n'est présente sur sa surface.

- Fixons le taux de fausses alarmes (FPR) à 5% pour les trois méthodes (ligne du haut sur la figure 4.15, correspond à l'iso-ligne $FPR=5\%$ sur la courbe ROC présentée en figure 4.14). Nous constatons que les trois cartes associées aux trois méthodes ont des allures très différents. Les cartes associées à MIMOSA et au Log-Rapport présentent certains points communs. Cependant, nous constatons que les taux de remplissage des cibles sont bien meilleurs avec la méthode MIMOSA. La carte de changements fournie par la mesure de similarité présente un très faible nombre de détections ponctuelles. Cependant, en observant les taux de remplissage de chaque cible, nous constatons que certaines d'entre elles sont complètement vides, tandis que d'autres sont saturées. De plus, lorsqu'une cible est saturée, elle est souvent matérialisée par une détection de forme carrée dont les dimensions correspondent au double de celles des fenêtres utilisées dans la mesure de similarité.

- Fixons maintenant le taux de vraies détections (TPR) à 30% pour les trois méthodes (ligne du bas sur la figure 4.15, correspond à l'iso-ligne $TPR=30\%$ sur la courbe ROC présentée en figure 4.14). Nous observons que les trois cartes ont des aspects très différents. Les cartes de changements associées à MIMOSA et au Log-Rapport présentent des taux de remplissage comparables pour les différentes cibles, bien qu'un léger avantage revienne à MIMOSA. Cependant, la carte fournie par la méthode du Log-Rapport montre une grande présence de fausses détections autour des cibles, alors que la carte fournie par MIMOSA présente un très faible nombre de détections ponctuelles autour des cibles, leur permettant d'être très clairement révélées. La carte de changements fournie par la méthode de mesure de similarité montre qu'un grand nombre de cibles sont totalement vides. Le taux de vraies détections de 30% est donc atteint de façon moyenne sur l'ensemble des cibles, bien que certaines d'entre elles soient complètement vides, et que d'autres soient saturées. Il est donc très difficile de prévoir l'aspect d'une carte de change-

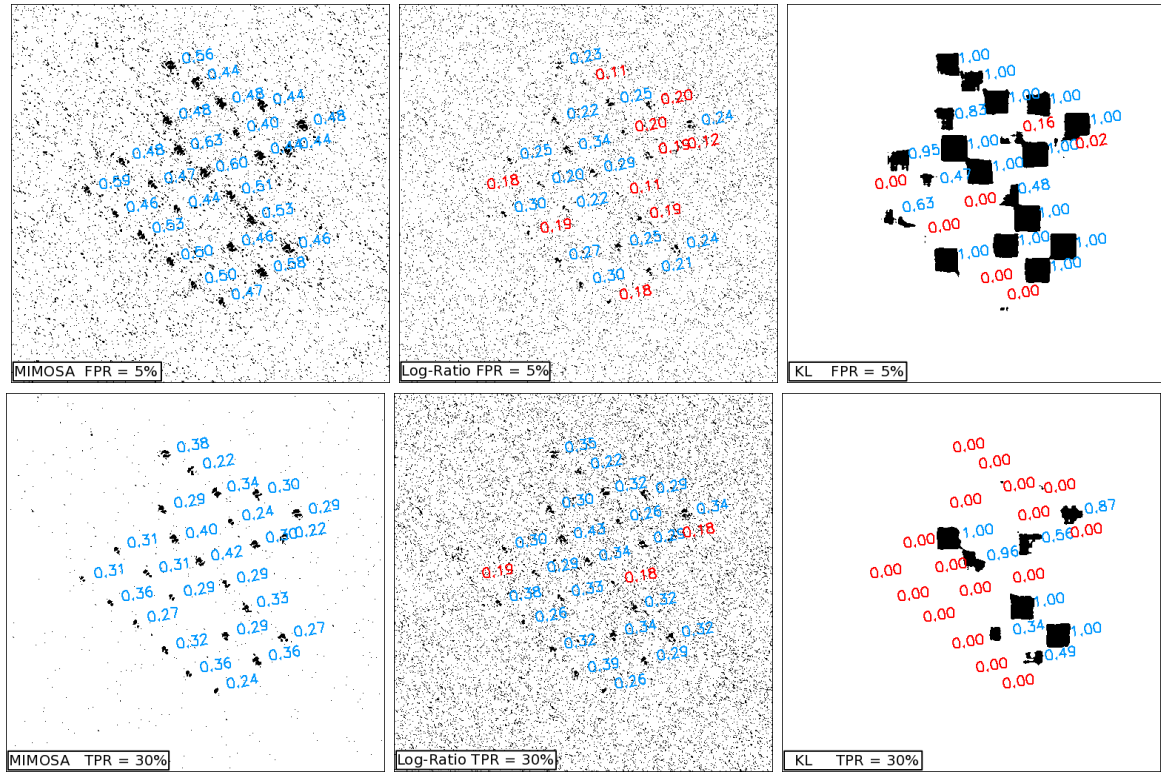


FIGURE 4.15: Cartes de changements binaires obtenues avec la méthode MIMOSA (à gauche), le Log-Rapport (au milieu), et la mesure de similarité (à droite). En haut : Taux de fausses alarmes TFA fixé à 5%. En bas : Taux de vraies détections TPR fixé à 30%. Les taux de remplissages de chaque cible sont indiqués en rouge si inférieur à 20%, et en bleu sinon.

ments à partir des seules données fournies par une courbe ROC, car celles-ci ne renseignent pas sur la localisation préférentielle des changements, ou s'ils ont tendance à apparaître sous forme de patches (comme c'est le cas pour la mesure de similarité), ou de façon ponctuelle (comme c'est le cas pour MIMOSA ou le Log-Rapport).



Conclusion de la comparaison quantitative des performances de MIMOSA, du Log-Rapport, et de la mesure de similarité :

Nous avons constaté que la comparaison quantitative de méthodes de détection de changements ne pouvait se limiter à la simple analyse de courbes ROC. En effet, alors que les courbes ROC prédisaient de meilleures performances avec la mesure de similarité, c'est bien la méthode MIMOSA qui montre les cartes de changements les plus satisfaisantes en terme d'analyse des changements. Ces différences observées proviennent certainement de la nature des détecteurs comparés ici. En effet, la comparaison entre MIMOSA et le Log-Rapport montre un accord entre positions relatives des courbes ROC et pertinence des cartes de changements. La courbe ROC de MIMOSA est au dessus de celle du Log-Rapport, ce qui correspond bien au fait que les cartes de changements soient meilleures avec MIMOSA. Cependant, la méthode de mesure de similarité appartient à une autre famille de détecteurs puisqu'elle ne fonctionne pas pixel à pixel, mais qu'elle agit sur des fenêtres. De ce fait, la courbe ROC ne suffit pas à classer la pertinence des cartes de changements sans analyse de la carte elle-même. Ce sont donc bien les cartes fournies par MIMOSA qui permettent les meilleures analyses.

4.2.7 Résultat qualitatif sur deux images TerraSAR-X

Nous présentons maintenant un autre exemple de détection de changements, cette fois ci entre deux images TerraSAR-X acquises sur une zone portuaire près de Sendai (Japon). Nous présentons ces données en figure 4.16 où nous pouvons également observer une image optique de la zone pour permettre une analyse plus fine. La carte de changements montre de très bons résultats, permettant d'associer clairement les changements détectés à des éléments présents sur l'image optique. La zone 1 correspond à des containers entreposés temporairement à cet endroit suite au tsunami, et ayant disparu dans la seconde image. La zone 2 représente une zone où des voitures endommagées sont entreposées. Le changement de type apparition détecté montre l'augmentation de leur nombre et l'organisation de leur empilement. Nous retrouvons des analyses similaires dans les zones 3 et 4 où des containers sont apparus en zone 3 et ont disparu en zone 4. La zone 5 montre l'emplacement d'un bateau apparu dans la seconde image SAR, mais absent à la date de l'image optique.

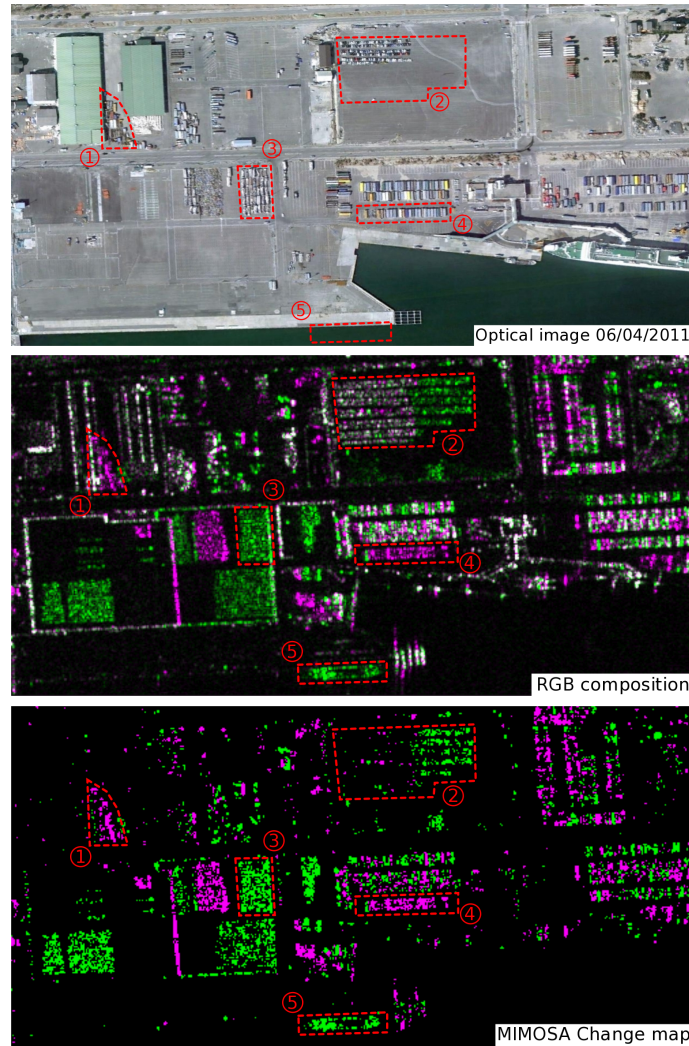


FIGURE 4.16: De bas en haut : Image optique (Google Earth) du port de Sendai – 06/04/2011), Composition colorée entre deux images d'amplitude TerraSAR-X (06/05/2011 – 08/06/2011), carte de changements obtenue avec MIMOSA (taux de fausses alarmes *a priori* = 1%). Les zones entourées en rouge correspondent à des containers (1, 3 and 4), à des voitures (2) et à un bateau (5).

4.3 La «morphologie rigoureuse» : une extension de la méthode MIMOSA pour les couples d'images



Cette partie présente une extension de la méthode MIMOSA dans le cas des paires d'images. Elle décrit une étape supplémentaire optionnelle après la détection des changements effectuée avec la méthode décrite dans la partie 4.2. Le but de cette étape optionnelle est de mieux couvrir la surface des changements lorsqu'ils sont étendus spatialement et non ponctuels.

De façon générale, les techniques de détection de changements pixel à pixel (comme MIMOSA) ne sont pas parfaitement adaptées à la détection des changements étendus. De tels changements sont souvent matérialisés par des nuages denses de détections ponctuelles, mais pas

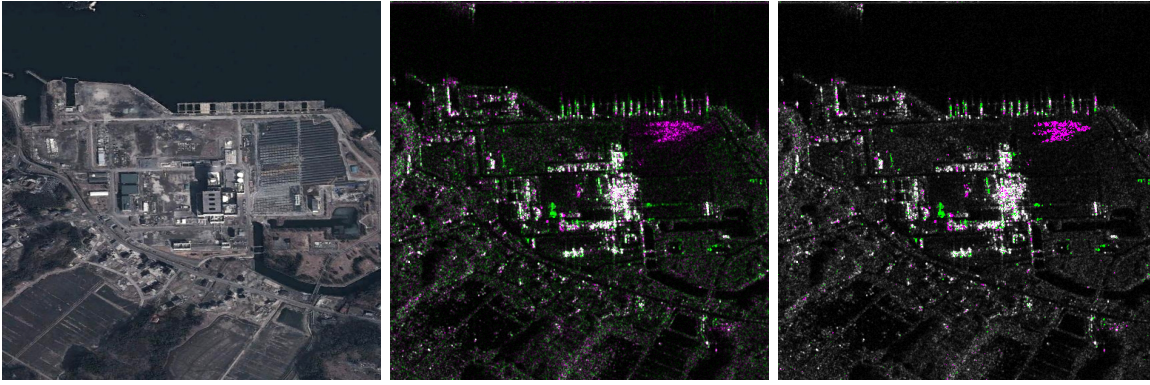


FIGURE 4.17: À gauche : Image optique sur une centrale thermique au Japon près de Sendai. Au milieu : Composition RGB entre deux images d’amplitude TerraSAR-X stripmap acquises le 17/05/2011 et le 28/05/2011. À droite : Carte de changements superposée à la moyenne géométrique des deux images (taux de fausses alarmes *a priori* fixé à 1%).

comme des nappes continues. Ce sont les techniques utilisant des voisinages spatiaux (comme la mesure de similarité) qui donnent souvent les meilleurs résultats sur des changements étendus, en réalisant un compromis sur la mauvaise détection des changements de petite dimension. La technique proposée ici permet à la méthode MIMOSA de détecter les changements étendus sans avoir recours à des voisinages spatiaux, et donc sans détériorer la pertinence des détections sur les changements de petite dimension.

Cette technique ayant été mise en évidence à la fin de cette thèse, cette partie est malheureusement très courte. Elle mériterait de plus amples investigations compte tenu des performances obtenues.

4.3.1 Principe

Pour illustrer le rôle des deux guides utilisés par MIMOSA dans le scatter-plot pour détecter les changements, nous allons considérer une exemple utilisant deux images TerraSAR-X stripmap acquises sur une centrale thermique au Japon près de Sendai. La figure 4.17 illustre la zone étudiée à l’aide d’une composition colorée entre les deux images d’amplitude utilisées ainsi qu’une image optique (Google Earth). Nous représentons également la carte de changements obtenue avec MIMOSA pour un taux de fausses alarmes *a priori* fixé à 1%, superposée à la moyenne géométrique des deux images.

Nous représentons en figure 4.18 la mise en correspondance entre les différentes zones du scatter-plot (selon les positions des deux guides I_1 et I_2), et une carte de changements. Nous adoptons le code couleur suivant :

- Gris : Zone sous I_1 et I_2 .
- Blanc : Zone au dessus de I_1 et I_2 , qui correspond aux changements détectés par MIMOSA.
- Bleu⁷ : Zone au dessus de I_1 , mais sous I_2 du côté proche de l’origine.
- Rouge : Zone au dessus de I_1 , mais sous I_2 du côté des fortes valeurs.
- Vert : Zone au dessus de I_2 , mais sous I_1 .

Nous observons que les zones rouges sur la carte centrale en figure 4.18 correspondent bien aux zones brillantes, le plus souvent saturées dans la composition RGB. Nous pouvons observer quelques rares pixels bleus dans la zone de mer en haut de l’image. Ils sont ici très marginaux,

7. Attention, de très petite dimension sur la figure 4.18.

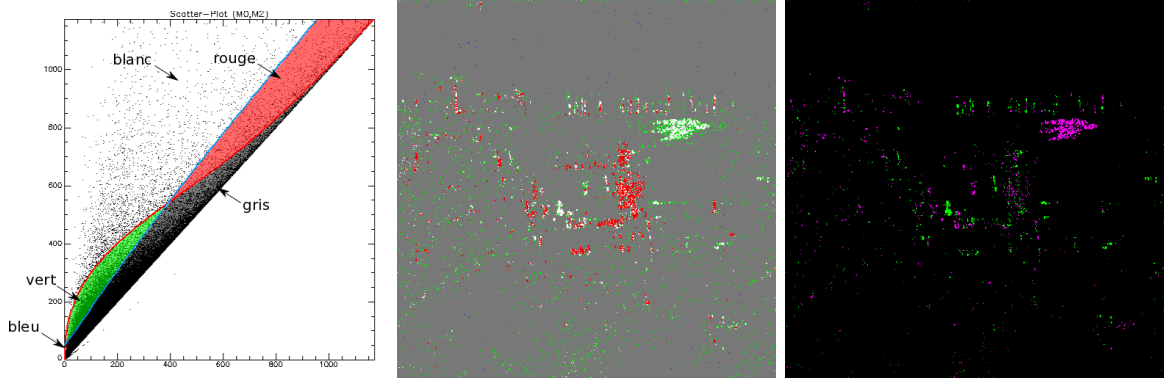


FIGURE 4.18: À gauche et au centre : Scatter-plot associé aux données présentées en figure 4.17 dont les zones colorées correspondent aux points de l'image centrale présentée ici. À droite : Carte de changements obtenue avec MIMOSA.

mais peuvent être plus fortement représentés dans certaines images comportant des problèmes de quantification des faibles valeurs d'amplitude. Les zones vertes représentent les pixels contenus entre le guide I_1 et I_2 bordant la zone où les changements sont détectés. Dans cette zone se mélangent des «vrais changements» avec des pixels au speckle intense (donc faiblement probable), qu'il est difficile de différencier à l'aide d'une segmentation rigide du scatter-plot telle qu'elle est effectuée dans MIMOSA. Nous constatons cependant que les changements détectés par MIMOSA (points blancs) sont très souvent bordés de ces points verts, si bien qu'ils forment parfois une couronne autour des changements. De ce fait, nous pouvons envisager de compléter la détection de changements par l'ajout de ces points adjacents aux changements détectés initialement par MIMOSA. De ce fait, la segmentation du scatter-plot se fait à l'aide d'une frontière souple.

Cette opération de «morphologie rigoureuse»⁸ permet de rétablir le lien entre l'espace du scatter-plot et l'espace de l'image, initialement brisé par la nature du scatter-plot⁹.

4.3.2 Résultats

Nous présentons en figure 4.19 la comparaison entre les cartes de changements avec et sans l'opération de morphologie. Le taux de fausses alarmes *a priori* est fixé à 1%. Nous constatons que les changements obtenus après l'opération de morphologie rigoureuse se présentent davantage sous forme de nappes continues dans les zones où les changements sont étendus. Nous présentons un second exemple en figure 4.20, où nous constatons que la morphologie rigoureuse permet de détecter de façon très satisfaisante des changements étendus difficiles à percevoir à l'aide des cartes brutes. Le taux de fausses alarmes *a priori* est fixé à 5%.

4.4 Méthode de détection de changements pour des triplets d'images

8. Le terme «rigoureuse» souhaite opposer cette technique aux techniques usuelles de morphologie travaillant en aveugle.

9. L'observation du scatter-plot ne permet pas de déduire l'aspect des images. Seule les variations des valeurs sont observables, et non l'agencement spatial des pixels.

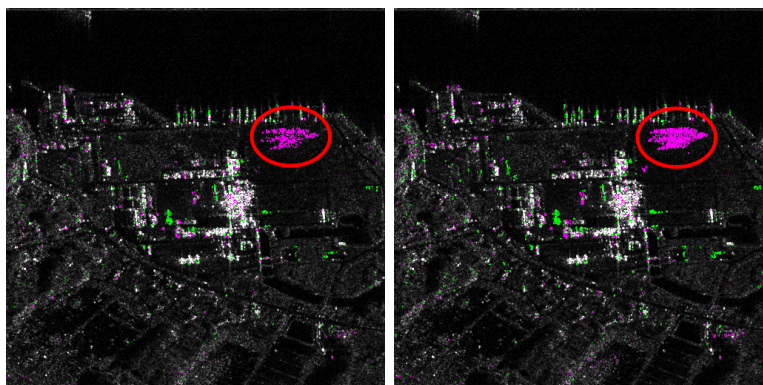


FIGURE 4.19: Comparaison entre cartes de changements superposées à image moyenne. À gauche : carte brute. À droite : carte après morphologie rigoureuse. Une zone bénéficiant de la morphologie est entourée en rouge.

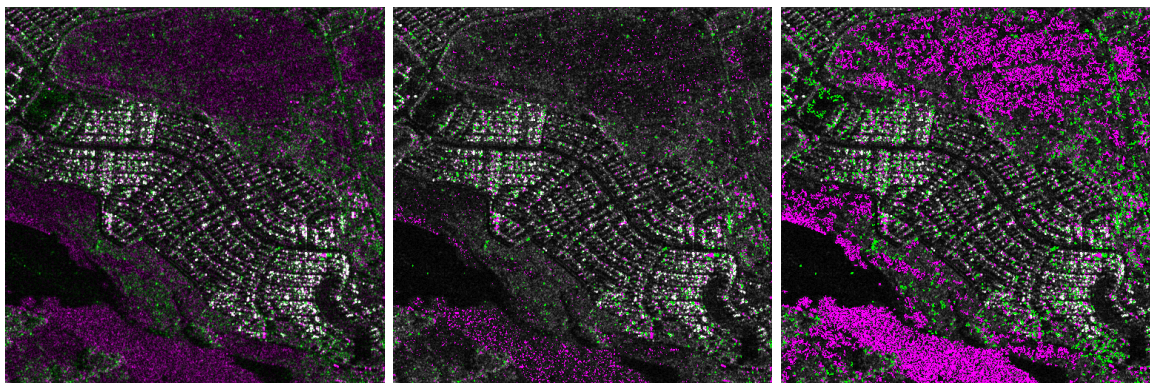


FIGURE 4.20: De gauche à droite : Composition RGB, carte de changements initiale, carte de changements après morphologie rigoureuse.



Cette partie présente une méthode d’affichage de résultats de détection de changements entre trois images. La méthode utilisée est la méthode MIMOSA telle qu’elle a été décrite dans la partie précédente pour les paires d’images. Elle est simplement appliquée aux trois couples d’images qu’il est possible de former en disposant de trois images. L’originalité de cette partie réside donc dans le mode de représentation de la carte de changements entre les trois images à partir des résultats fournis pour chacun des couples. Cette représentation s’inspire de la classique composition colorée en reprenant ses codes couleurs en accord avec des photo-interprètes.

4.4.1 Principe général

Lorsque l’on dispose de trois images, il est courant de recourir à des compositions colorées afin de détecter des changements. Cette technique consiste à générer une unique image RGB, dont chaque canal correspond à chacune des trois images dont nous disposons. L’analyse de telles images est souvent complexe, sachant que l’information contenue dans trois images différentes y est concentrée. De plus, des effets d’égalisation peuvent cacher des changements du fait de leur trop faible ou trop forte amplitude. Afin de palier cet inconvénient, nous proposons de

générer des cartes d'allure similaire, mais dont les changements auraient été détectés par la méthode MIMOSA. De ce fait, les compositions colorées s'interprètent de la même façon en ce qui concerne les codes de mélanges de couleurs.

Considérons trois images acquises successivement, notées respectivement x_1 , x_2 et x_3 . La première étape consiste à appliquer la méthode MIMOSA dédiée aux couples d'images exposée dans la partie 4.2 aux trois couples qu'il est possible de former à l'aide de ces trois images. Ainsi, nous obtenons trois cartes binaires de changements entre les couples $(1, 2)$, $(2, 3)$ et $(3, 1)$, notées respectivement b_{12} , b_{23} et b_{31} . Considérons que ces cartes prennent la valeur 1 pour un changement et 0 en l'absence de changement. Il est alors possible de donner un signe à ces trois cartes afin de faire apparaître des caractères de disparition ou d'apparition d'éléments brillants dans le cas d'un changement. Notons c_{12} , c_{23} et c_{31} ces cartes «classifiées». Cette opération peut être réalisée simplement de la sorte :

$$\begin{cases} c_{12} = \frac{x_2 - x_1}{|x_2 - x_1|} b_{12} \\ c_{23} = \frac{x_3 - x_2}{|x_3 - x_2|} b_{23} \\ c_{31} = \frac{x_1 - x_3}{|x_1 - x_3|} b_{31} \end{cases} \quad (4.57)$$

En considérant que l'image j est postérieure à l'image i , les cartes classifiées c_{ij} prennent alors trois valeurs possibles :

$$\begin{cases} c_{ij} = +1 & \text{si changement de type Apparition} \Leftrightarrow x_j > x_i \\ c_{ij} = -1 & \text{si changement de type Disparition} \Leftrightarrow x_j < x_i \\ c_{ij} = 0 & \text{si pas de changement} \end{cases} \quad (4.58)$$

Considérons que nous souhaitons générer une carte colorée de changements analogue à la composition colorée RVB ($R = x_1$, $V = x_2$, $B = x_3$). La gestion des couleurs affichées se base sur l'étude des trois valeurs c_{12} , c_{23} et c_{31} .

4.4.2 Génération de la composition colorée

La gestion des couleurs affichées passe par l'étude du triplet (c_{12}, c_{23}, c_{31}) , comme l'indique le tableau 4.4.2. Nous avons représenté dans le tableau 4.4.2 tous les cas de figure possibles pour le triplet (c_{12}, c_{23}, c_{31}) . L'interprétation des couleurs est donnée ci-dessous :

- Les trois couleurs primaires rouge, vert et bleu (respectivement RGB (255, 0, 0), RGB (0, 255, 0) et RGB (0, 0, 255)) correspondent aux cas où une seule image se distingue des deux autres par son amplitude supérieure au niveau de ce changement. Ainsi, du rouge apparaîtra au niveau d'un changement si l'amplitude de la première image y est supérieure à celle des deux autres images (où les amplitudes sont supposées semblables).
- Les trois couleurs secondaires Cyan, Magenta et Jaune, respectivement RGB (0, 255, 255), RGB (255, 0, 255) et RGB (255, 255, 0), correspondent aux cas où une seule image se distingue des deux autres par son amplitude inférieure au niveau de ce changement. Ainsi, du Cyan apparaîtra au niveau d'un changement si l'amplitude de la première image y est plus faible que dans les deux autres (où les amplitudes sont supposées semblables).
- Les six couleurs tertiaires RGB (255, 127, 0), RGB (255, 0, 127), RGB (0, 127, 255), RGB (0, 255, 127), RGB (127, 0, 255) et RGB (127, 255, 0) sont proposées pour des raisons esthétiques et correspond au cas où les trois images ont des valeurs différentes, leur interprétation est cependant difficile puisqu'il est parfois difficile de les distinguer des autres couleurs. Néanmoins, nous constatons que leur présence crée un réel confort visuel dans

Résidu	c_{12}	c_{23}	c_{31}	$x_1 \ x_2 \ x_3 \ (x_1)$	R	G	B	Nom & couleur
0	0	0	0	•••○	0	0	0	noir
0	-1	0	+1	•••○	255	0	0	rouge
0	+1	-1	0	•••○	0	255	0	vert
0	0	+1	-1	•••○	0	0	255	bleu
0	+1	0	-1	•••○	0	255	255	cyan
0	-1	+1	0	•••○	255	0	255	magenta
0	0	-1	+1	•••○	255	255	0	jaune
-1	-1	0	0	•••○	255	0	127	rose
-1	0	-1	0	•••○	127	255	0	vert chartreuse
-1	0	0	-1	•••○	0	127	255	azur
-1	+1	-1	-1	•••○	0	255	127	vert printemps
-1	-1	+1	-1	•••○	127	0	255	violet
-1	-1	-1	+1	•••○	255	127	0	orange
+1	+1	0	0	•••○	0	255	127	vert printemps
+1	0	+1	0	•••○	127	0	255	violet
+1	0	0	+1	•••○	255	127	0	orange
+1	-1	+1	+1	•••○	255	0	127	rose
+1	+1	-1	+1	•••○	127	255	0	vert chartreuse
+1	+1	+1	-1	•••○	0	127	255	azur
-2	0	-1	-1	—	100	100	100	gris
-2	-1	0	-1	—	100	100	100	gris
-2	-1	-1	0	—	100	100	100	gris
+2	0	+1	+1	—	100	100	100	gris
+2	+1	0	+1	—	100	100	100	gris
+2	+1	+1	0	—	100	100	100	gris
-3	-1	-1	-1	—	100	100	100	gris
+3	+1	+1	+1	—	100	100	100	gris

TABLE 4.1: Code couleur selon les valeurs du triplet (c_{12}, c_{23}, c_{31}) .

les cartes de changements.

Dans le tableau 4.4.2 sont représentés les résidus associés à chaque triplet (c_{12}, c_{23}, c_{31}) . En les regroupant par valeurs identiques, nous constatons que les résidus forment des familles distinctes :

- Les résidus nuls forment la famille des changements où une seule image diffère des deux autres. Ils correspondent alors aux couleurs primaires et secondaires.
- Les résidus de valeur absolue =1 forment la famille des changements où les trois images diffèrent. Ils correspondent aux couleurs tertiaires.
- Les résidus de valeur absolue =2 ou 3 forment une famille de cas impossibles ou hautement suspects. Dans la pratique, ces cas sont rarissimes.

Afin de mieux comprendre, nous avons représenté l'allure du profil temporel pouvant avoir généré le triplet de changements correspondant sous forme schématique. Les trois points noirs représentent les valeurs des trois images, tandis que le quatrième point blanc représente la copie de la première image afin de faciliter la visualisation du changement c_{31} . Nous avons également représenté l'allure et le nom de chacune des couleurs pouvant être générées par MIMOSA. Nous

constatons que certaines couleurs tertiaires sont très proches des couleurs secondaires. Le plus souvent, ce sont ces couleurs qui servent d'interface entre deux autres couleurs, créant un effet de fondu à l'écran. Par exemple, un bleu azur s'intercalera entre un bleu et un cyan pour donner un dégradé progressif.

4.4.3 Exemples de résultats avec 3 images TerraSAR-X

Nous présentons en figure 4.21 un exemple de résultat de détection de changements entre trois images sur la même zone portuaire présentée précédemment dans le cas d'un couple d'images. Les trois images en jeu ont été acquises le 06/05/2011, 08/06/2011 et 19/06/2011. Nous observons sur la composition colorée qu'une grande variété de couleurs apparaît, parfois difficiles à distinguer du fait de l'égalisation. La carte de changements proposée par MIMOSA respecte fidèlement les changements visibles dans la composition colorée. Le taux de fausses alarmes est très faible, notamment dans les zones sombres (sur l'eau par exemple). Nous pouvons observer que les couleurs apparaissant sur la carte générée par MIMOSA selon le tableau 4.4.2 suivent bien celles que l'on peut observer sur la composition colorée, tout en améliorant très clairement la lisibilité. Les couleurs visibles sont en effet beaucoup plus vives dans la carte de changements générée par MIMOSA et permettent donc une analyse plus claire et plus sûre. La carte de changements superposée à l'image moyenne géométrique des trois images permet de localiser précisément les changements. La présence des couleurs tertiaires apporte un vrai confort visuel et permet de lisser les transitions d'une couleur à l'autre sans pour autant dénaturer les détections.

Remarque :

À l'usage, nous constatons qu'il est souvent difficile d'analyser une telle carte, même avec une certaine habitude, sans y ajouter une légende claire rappelant les différentes combinaisons colorées possibles. Il faut au minimum rappeler les couleurs primaires (rouge, vert, bleu), ainsi que les couleurs secondaires (jaune, magenta et cyan). En première approche, les couleurs tertiaires apportent surtout un confort visuel.

4.5 Méthode de détection de changements pour séries temporelles d'images SAR



Cette partie concerne la détection de changements au cours de séries temporelles d'images SAR. Elle doit être vue comme une généralisation du modèle exposé dans le cas de paires d'images. Ici, le nombre d'images N est donc supérieur à 2.

4.5.1 Calcul théorique de la pdf $p(\mathcal{M}_0, \dots, \mathcal{M}_{N-1})$: Cas d'images indépendantes



Les résultats obtenus dans cette partie 4.5.1 ne sont pas ceux qui sont utilisés dans la méthode MIMOSA pour les séries temporelles. En effet, pour la méthode, les images ne sont pas supposées indépendantes. Tout comme nous avons procédé pour le cas des paires d'images, l'intérêt de cette partie est de présenter sous une forme simplifiée la stratégie de calcul adoptée pour le cas où les images ne seront plus indépendantes (présenté en partie 4.5.3).

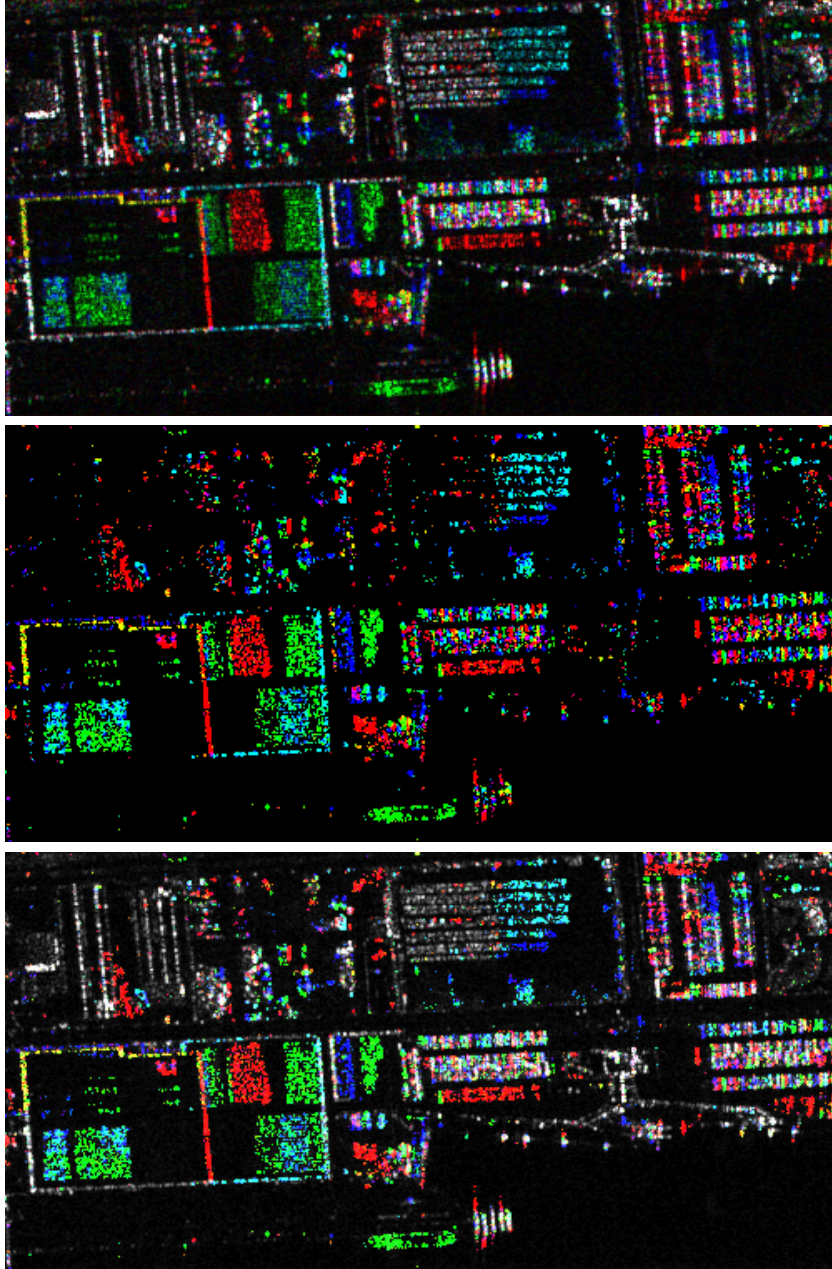


FIGURE 4.21: De bas en haut : Composition colorée entre trois images d'amplitude TerraSAR-X (R 06/05/2011 – G 08/06/2011 – B 19/06/2011), carte de changements obtenue avec MIMOSA (taux de fausses alarmes *a priori* = 1%), carte de changements superposée à la moyenne géométrique des 3 images.

Considérons N variables aléatoires indépendantes dans \mathbb{R}^+ , notées $\{a_i\}_{i \in \llbracket 1, N \rrbracket}$. Chaque variable a_i suit une loi différente, que nous noterons $p_{a_i}(a_i)$. La densité de probabilité conjointe entre les variables indépendantes $\{a_i\}_{i \in \llbracket 1, N \rrbracket}$, notée $p_{a_1 \dots a_N}(x_1, \dots, x_N)$ s'écrit donc :

$$p_{a_1 \dots a_N}(a_1, \dots, a_N) = p_{a_1}(a_1) \cdot \dots \cdot p_{a_N}(a_N) = \prod_{i=1}^N p_{a_i}(a_i). \quad (4.59)$$

Nous pourrions simplifier directement cette expression en considérant que toutes les variables

suivent la même loi de distribution p_a , ainsi nous écrirons :

$$p_{a_1 \dots a_N}(a_1, \dots, a_N) = p_a(a_1) \cdot \dots \cdot p_a(a_N) = \prod_{i=1}^N p_a(a_i). \quad (4.60)$$

Dans le cas à deux variables, nous avons considéré les deux moyennes \mathcal{M}_0 et \mathcal{M}_n . Par extension nous devons ici considérer N moyennes différentes puisque nous avons N variables. Nous choisissons pour exemple de considérer les N moyennes $\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_1, \dots, \mathcal{M}_{N-1}$. Nous discuterons par la suite de l'importance du choix des moyennes utilisées.

Le système que nous considérerons s'écrit dans le cas de N variables sous la forme :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{M}_0 = \mathcal{M}_0 [\{a_i\}_{i \in \llbracket 1, N \rrbracket}] = \sqrt[N]{\prod_{i=1}^N a_i} \\ \mathcal{M}_2 = \mathcal{M}_2 [\{a_i\}_{i \in \llbracket 1, N \rrbracket}] = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N a_i^2} \\ \dots = \dots = \dots \\ \mathcal{M}_k = \mathcal{M}_k [\{a_i\}_{i \in \llbracket 1, N \rrbracket}] = \sqrt[k]{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N a_i^k} \\ \dots = \dots = \dots \end{array} \right. \quad (4.61)$$

Nous allons maintenant procéder à un changement de variables sur le modèle de celui effectué en partie 4.2.1 avec deux variables, mais cette fois avec N variables. Pour ceci nous devons également utiliser un opérateur Jacobien et connaître les solutions du système. Dans la pratique, nous connaissons toutes les valeurs des variables $\{a_i\}_{i \in \llbracket 1, N \rrbracket}$ puisque ce sont les valeurs amplitudes lues dans les images et sur lesquelles nous cherchons à détecter des changements. Toutes les moyennes $\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_1, \dots, \mathcal{M}_{N-1}$ sont ensuite calculées, donc connues.

Une solution du système est formée d'une liste de N valeurs d'amplitudes. L'ensemble des solutions $\{\{b_i\}_{i \in \llbracket 1, N \rrbracket} / \mathcal{M}_0 = \mathcal{M}_0[\{b_i\}], \dots, \mathcal{M}_{N-1} = \mathcal{M}_{N-1}[\{b_i\}]\}$ du système 4.61 se déduit à partir d'une solution particulière, par les $N!$ permutations possibles dans la liste $\{a_i\}_{i \in \llbracket 1, N \rrbracket}$. Le jacobien du système 4.61 est donc défini par :

$$J(\{b_i\}) = \det \left(\begin{array}{ccc} \frac{\partial \mathcal{M}_0[\{a_i\}]}{\partial a_1} & \dots & \frac{\partial \mathcal{M}_0[\{a_i\}]}{\partial a_N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \mathcal{M}_{N-1}[\{a_i\}]}{\partial a_1} & \dots & \frac{\partial \mathcal{M}_{N-1}[\{a_i\}]}{\partial a_N} \end{array} \right) \bigg|_{\{a_i\}_{i \in \llbracket 1, N \rrbracket} = \{b_i\}_{i \in \llbracket 1, N \rrbracket}} \quad (4.62)$$

La densité de probabilité conjointe entre les N moyennes $\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_1, \dots, \mathcal{M}_{N-1}$ est alors définie par :

$$p_{\mathcal{M}_0 \dots \mathcal{M}_{N-1}}(\mathcal{M}_0, \dots, \mathcal{M}_{N-1}) = \underbrace{\sum_{\{b_i\}_{i \in \llbracket 1, N \rrbracket}} \frac{p_{b_1 \dots b_N}(b_1, \dots, b_N)}{|J(\{b_i\})|}}_{N! \text{ termes pour les } N! \text{ solutions } \{b_i\}_{i \in \llbracket 1, N \rrbracket}}. \quad (4.63)$$

La somme écrite ci-dessus prend en compte les $N!$ combinaisons possibles dans la liste des solutions à partir de la solution particulière connue $\{a_i\}_{i \in \llbracket 1, N \rrbracket}$. En constatant que le Jacobien est

invariant par permutation de l'ordre des variables $\{b_i\}$ et en supposant que toutes les variables suivent la même distribution p_a (cf. équation 4.60), il est possible d'écrire :

$$p_{\mathcal{M}_0 \dots \mathcal{M}_{N-1}}(\mathcal{M}_0, \dots, \mathcal{M}_{N-1}) = \frac{N!}{|J(\{a_i\})|} \prod_{i=1}^N p_a(a_i). \quad (4.64)$$

Considérons le cas particulier où les N images suivent une même loi de Fisher $\mathcal{F}[\mu, L, M]$. Selon ce modèle, nous pouvons donner une expression littérale de la densité de probabilité conjointe entre $\mathcal{M}_0, \dots, \mathcal{M}_{N-1}$ pour le cas où les images suivent une même loi de Fisher $\mathcal{F}[\mu, L, M]$:

$$p_{\mathcal{M}_0 \dots \mathcal{M}_{N-1}}(\mathcal{M}_0, \dots, \mathcal{M}_{N-1}) = \frac{N!}{|J(\{a_i\})|} \prod_{i=1}^N \mathcal{F}[\mu, L, M](a_i). \quad (4.65)$$

4.5.2 Calcul théorique de la pdf $p(\mathcal{M}_0, \dots, \mathcal{M}_{N-1})$: Introduction du modèle multiplicatif



Cette partie représente le cœur de la méthode MIMOSA pour des séries temporelles. Ce sont les résultats et expressions exposés au cours de cette partie qui sont utilisés pour détecter les changements.

Considérons maintenant N variables dans \mathbb{R}^+ , notées $\{a_i\}_{i \in [1, N]}$. Ces variables sont reliées entre elles par une texture commune notée t , de distribution $p_t(t)$. Nous appliquerons donc pour chaque image un bruit multiplicatif s_i de loi $p_{s_i}(s_i)$ à cette texture selon les relations :

$$\begin{cases} a_1 &= t s_1 \\ a_2 &= t s_2 \\ \dots &= \dots \\ a_{N-1} &= t s_{N-1} \end{cases} \quad (4.66)$$

Nous pouvons alors modifier le système 4.61 en prenant en compte le modèle de bruit multiplicatif :

$$\left\{ \begin{array}{lll} \mathcal{M}_0 &= \mathcal{M}_0 [\{a_i\}_{i \in [1, N]}] &= t \sqrt[N]{\prod_{i=1}^N s_i} \\ \mathcal{M}_1 &= \mathcal{M}_1 [\{a_i\}_{i \in [1, N]}] &= t \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N s_i \\ \mathcal{M}_2 &= \mathcal{M}_2 [\{a_i\}_{i \in [1, N]}] &= t \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N s_i^2} \\ \dots &= \dots &= \dots \\ \mathcal{M}_k &= \mathcal{M}_k [\{a_i\}_{i \in [1, N]}] &= t \sqrt[k]{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N s_i^k} \\ \dots &= \dots &= \dots \\ \mathcal{M}_{N-1} &= \mathcal{M}_{N-1} [\{a_i\}_{i \in [1, N]}] &= t \sqrt[N-1]{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N s_i^{N-1}} \end{array} \right. \quad (4.67)$$

Nous allons commencer par chercher à exprimer la densité de probabilité conjointe conditionnelle $p_{\mathcal{M}_0 \dots \mathcal{M}_{N-1}}(\mathcal{M}_0, \dots, \mathcal{M}_{N-1}|t)$, connaissant la valeur de la texture t , à partir des probabilités conditionnelles $p_{a_i}(a_i|t)$:

$$\forall i \in \llbracket 1, N \rrbracket, p_{a_i}(a_i|t) = \frac{1}{t} p_{s_i} \left(\frac{a_i}{t} \right). \quad (4.68)$$

Considérons tout d'abord que la loi régissant la distribution du bruit multiplicatif est la même pour toutes les images de la série temporelle, nous la noterons p_s :

$$\forall i \in \llbracket 1, N \rrbracket, p_{s_i}(s_i) = p_s(s_i). \quad (4.69)$$

Ainsi, il est possible d'écrire l'expression de la densité de probabilité conjointe $p_{a_1 a_2 \dots a_N}(a_1, \dots, a_N|t)$ entre les différentes variables $\{a_i\}_{i \in \llbracket 1, N \rrbracket}$, connaissant la valeur de la texture t :

$$p_{a_1 a_2 \dots a_N}(a_1, \dots, a_N|t) = \prod_{i=1}^N p_{a_i}(a_i|t) = \frac{1}{t^N} \prod_{i=1}^N p_s \left(\frac{a_i}{t} \right). \quad (4.70)$$

À l'aide du Jacobien défini en équation 4.62, et l'expression donnée en équation 4.64, il est possible d'exprimer la densité de probabilité conjointe $p_{\mathcal{M}_0 \dots \mathcal{M}_{N-1}}(\mathcal{M}_0, \dots, \mathcal{M}_{N-1}|t)$ des N moyennes $(\mathcal{M}_0, \dots, \mathcal{M}_{N-1})$, connaissant la valeur de la texture t :

$$p_{\mathcal{M}_0 \dots \mathcal{M}_{N-1}}(\mathcal{M}_0, \dots, \mathcal{M}_{N-1}|t) = \frac{N!}{|J(\{a_i\})|} p_{a_1 a_2 \dots a_N}(a_1, \dots, a_N|t). \quad (4.71)$$

En utilisant l'équation 4.71, nous pouvons alors écrire directement :

$$p_{\mathcal{M}_0 \dots \mathcal{M}_{N-1}}(\mathcal{M}_0, \dots, \mathcal{M}_{N-1}|t) = \frac{N!}{|J(\{a_i\})|} \frac{1}{t^N} \prod_{i=1}^N p_s \left(\frac{a_i}{t} \right). \quad (4.72)$$

Tout comme dans les cas précédents, pour s'affranchir de la connaissance de la valeur de la texture t , il est nécessaire d'intégrer la dernière expression en prenant en compte la distribution de la texture. Ainsi, la densité de probabilité conjointe $p_{\mathcal{M}_0 \dots \mathcal{M}_{N-1}}(\mathcal{M}_0, \dots, \mathcal{M}_{N-1})$ des N moyennes $(\mathcal{M}_0, \dots, \mathcal{M}_{N-1})$ s'écrit :

$$p_{\mathcal{M}_0 \dots \mathcal{M}_{N-1}}(\mathcal{M}_0, \dots, \mathcal{M}_{N-1}) = \int_0^{+\infty} p_{\mathcal{M}_0 \dots \mathcal{M}_{N-1}}(\mathcal{M}_0, \dots, \mathcal{M}_{N-1}|t) p_t(t) dt. \quad (4.73)$$

La dernière expression nous permet alors d'écrire facilement :

$$p_{\mathcal{M}_0 \dots \mathcal{M}_{N-1}}(\mathcal{M}_0, \dots, \mathcal{M}_{N-1}) = \frac{N!}{|J(\{a_i\})|} \int_0^{+\infty} p_t(t) \prod_{i=1}^N p_s \left(\frac{a_i}{t} \right) \frac{dt}{t^N}. \quad (4.74)$$

Considérons le modèle multiplicatif construit sur la loi de Fisher en amplitude décrit dans la partie 4.1.2. Considérons que toutes les images de la série temporelle suivent la même loi de Fisher $\mathcal{F}[\mu, L, M]$, ainsi la texture suivra une loi de Rayleigh–Nakagami inverse $\mathcal{RN}\mathcal{I}[\mu, M]$ et le bruit multiplicatif une loi de Rayleigh–Nakagami normalisée $\mathcal{RN}[1, L]$. Dans ce cas précis, nous pouvons alors écrire l'expression de la densité de probabilité conjointe entre les N moyennes de la sorte :

$$p_{\mathcal{M}_0 \dots \mathcal{M}_{N-1}}(\mathcal{M}_0, \dots, \mathcal{M}_{N-1}) = \frac{N!}{|J(\{a_i\})|} \int_0^{+\infty} \mathcal{RN}\mathcal{I}[\mu, M](t) \prod_{i=1}^N \mathcal{RN}[1, L] \left(\frac{a_i}{t} \right) \frac{dt}{t^N}. \quad (4.75)$$

Calcul numérique de l'intégrale 4.75

Nous notons encore une fois que cette dernière expression fait apparaître une intégrale qui n'admet pas d'expression analytique. Afin de procéder à une intégration numérique rigoureuse, nous devons étudier la fonction suivante :

$$f : t \mapsto \frac{1}{t^N} \mathcal{RN}\mathcal{I}[\mu, M](t) \prod_{i=1}^N \mathcal{RN}[1, L] \left(\frac{a_i}{t} \right). \quad (4.76)$$

Sur le même modèle que l'étude menée dans le cas de deux variables, il est possible d'exprimer la valeur de l'abscisse t_{max} correspondant au maximum de la fonction f à partir des valeurs d'amplitude $\{a_i\}_{i \in \llbracket 1, N \rrbracket}$:

$$t_{max} = \sqrt{2} \frac{\sqrt{(2M + 2NL - 1) \left(\mu^2 M + L \sum_{i=1}^N a_i^2 \right)}}{2M + 2NL - 1}. \quad (4.77)$$

Connaissant l'abscisse du maximum de la fonction et son allure générale, il est donc possible de procéder à une intégration numérique adaptative précise.

4.5.3 Calcul théorique de la pdf $p(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_n)$: Introduction du modèle multiplicatif

L'expression présentée en équation 4.75 ne permet pas une détection de changements facile. Il est en effet souhaitable de réduire le nombre de variables étudiées (*i.e.* le nombre d'images) à un nombre inférieur. La représentation en deux dimensions du scatter-plot $(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_n)$ nécessite de réduire le nombre de variables présentes dans l'expression de la pdf conjointe $p_{\mathcal{M}_0 \dots \mathcal{M}_{N-1}}(\mathcal{M}_0, \dots, \mathcal{M}_{N-1})$ à deux variables par une suite de $(N-1) - 1$ intégrations successives. Cette étape pose problème sous deux aspects. Premièrement, compte tenu de la complexité potentielle du calcul si le nombre d'images N devient très grand, une telle suite d'intégrations serait très difficile à mener. De plus, les intégrations supposent la connaissance des densités de probabilités de chaque moyenne \mathcal{M}_0 à \mathcal{M}_{N-1} , respectivement $p(\mathcal{M}_0)$ à (\mathcal{M}_{N-1}) . Nous verrons par la suite que ce calcul n'est en fait possible facilement que pour les deux moyennes \mathcal{M}_0 et \mathcal{M}_2 . Nous proposons dans cette partie de donner une approximation de la densité de probabilité conjointe $p(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_2)$ dans le cas d'une série temporelle de N images. Ce choix découle d'une facilité de calcul exposée par la suite. Pour ceci, considérons le système suivant :

$$\begin{cases} \mathcal{M}_0 = \mathcal{M}_0 [\{a_i\}_{i \in \llbracket 1, N \rrbracket}] = t \sqrt[N]{\prod_{i=1}^N s_i} = t \mathcal{M}_0 [\{s_i\}_{i \in \llbracket 1, N \rrbracket}] \\ \mathcal{M}_2 = \mathcal{M}_2 [\{a_i\}_{i \in \llbracket 1, N \rrbracket}] = t \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N s_i^2} = t \mathcal{M}_2 [\{s_i\}_{i \in \llbracket 1, N \rrbracket}] \end{cases} \quad (4.78)$$

La loi suivie par la texture t est connue, c'est la loi de Rayleigh–Nakagami inverse $p_t(t) = \mathcal{RN}\mathcal{I}[\mu, M](t)$. Notons respectivement $p_{\mathcal{M}_0}$ et $p_{\mathcal{M}_2}$ les lois suivies par $\mathcal{M}_0 [\{s_i\}_{i \in \llbracket 1, N \rrbracket}]$ et $\mathcal{M}_2 [\{s_i\}_{i \in \llbracket 1, N \rrbracket}]$. Ainsi, il est possible d'écrire directement :

$$\begin{cases} p(\mathcal{M}_0|t) = \frac{1}{t} p_{\mathcal{M}_0} \left(\frac{\mathcal{M}_0}{t} \right) \\ p(\mathcal{M}_2|t) = \frac{1}{t} p_{\mathcal{M}_2} \left(\frac{\mathcal{M}_2}{t} \right) \end{cases} \quad (4.79)$$

C'est à cette étape qu'intervient une approximation dans le calcul. Faute de pouvoir mener le calcul dans le cas réel où nous savons que les deux moyennes \mathcal{M}_0 et \mathcal{M}_2 sont corrélées, nous allons supposer que les deux moyennes sont indépendantes. Nous posons alors :

$$\hat{p}(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_2|t) \triangleq p(\mathcal{M}_0|t)p(\mathcal{M}_2|t) = \frac{1}{t^2} p_{\mathcal{M}_0} \left(\frac{\mathcal{M}_0}{t} \right) p_{\mathcal{M}_2} \left(\frac{\mathcal{M}_2}{t} \right). \quad (4.80)$$



Les deux moyennes $\mathcal{M}_0 [\{s_i\}_{i \in \llbracket 1, N \rrbracket}]$ et $\mathcal{M}_2 [\{s_i\}_{i \in \llbracket 1, N \rrbracket}]$ ne sont respectivement représentées que par leur densité de probabilité respective. De ce fait, aucune contrainte n'empêche donc la moyenne géométrique d'être supérieure à la moyenne quadratique.

Il est alors possible d'exprimer la densité de probabilité conjointe $p(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_2)$ par simple intégration, connaissant la loi suivie par la texture :

$$\hat{p}(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_2) = \int_0^{+\infty} \hat{p}(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_2|t) p_t(t) dt = \int_0^{+\infty} \frac{1}{t^2} p_{\mathcal{M}_0} \left(\frac{\mathcal{M}_0}{t} \right) p_{\mathcal{M}_2} \left(\frac{\mathcal{M}_2}{t} \right) p_t(t) dt, \quad (4.81)$$

où $\hat{p}(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_2)$ est un estimateur de la densité de probabilité $p(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_2)$. Nous constaterons que l'hypothèse faite en équation 4.80 semble tout à fait défendable en comparant $\hat{p}(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_2)$ au scatter-plot associé.

Afin d'obtenir une expression littérale de cette densité de probabilité, il est nécessaire d'exprimer les deux lois $p_{\mathcal{M}_0}$ et $p_{\mathcal{M}_2}$. Ce problème revient à calculer la loi suivie par la moyenne géométrique et la loi suivie par la moyenne quadratique de N variables suivant une loi de Rayleigh–Nakagami $\mathcal{RN}[1, L]$. Nous allons maintenant détailler les deux calculs de façon séparée dans les deux parties suivantes 4.5.3 et 4.5.3.

Calcul de la loi suivie par la moyenne quadratique de N lois de Rayleigh–Nakagami

Rappelons tous d'abord l'expression de la moyenne quadratique de N variables :

$$\mathcal{M}_2[\{s_i\}_{i \in \llbracket 1, N \rrbracket}] = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N s_i^2}. \quad (4.82)$$

Nous allons considérer la moyenne quadratique de N variables comme la succession de trois étapes élémentaires :

1. élévation au carré des variables,
2. calcul de la moyenne arithmétique de ces variables élevées au carré,
3. calcul de la racine carrée de ce dernier terme.

La considération de ces différentes étapes élémentaires va nous permettre de calculer facilement la loi suivie par la moyenne quadratique. Pour ceci, considérons la variable aléatoire S , correspondant aux tirages de speckle dans les N images successives, dont les valeurs sont $\{s_i\}_{i \in \llbracket 1, N \rrbracket}$. Selon le modèle de bruit multiplicatif que nous utilisons, la variable S suit une loi de Rayleigh–Nakagami $p_s(s) = \mathcal{RN}[1, L](s)$. Ainsi, la variable aléatoire S^2 suit donc une loi Gamma, en notant p_{s^2} la loi suivie par S^2 , on peut écrire :

$$p_{s^2}(y) = \mathcal{G}[1, L](y). \quad (4.83)$$

En effet, si on considère deux variables aléatoires x et y telles que $y = x^2$ et où x suit une loi de Rayleigh–Nakagami $p_x(x) = \mathcal{RN}[\mu, L](x)$, alors la loi p_y suivie par la variable y s'écrit :

$$p_y(y) = \mathcal{G}[\mu^2, L](y). \quad (4.84)$$

Nous avons vu qu'il est possible de calculer la loi suivie par la moyenne arithmétique de N variables suivant une loi Gamma puisque la loi Gamma vérifie en effet le «théorème d'addition»¹⁰. C'est pour cette propriété rare que nous avons choisi la moyenne quadratique \mathcal{M}_2 dans cette partie, afin de faciliter les calculs. En effet, si l'on considère N variables aléatoires suivant une loi $\mathcal{G}[\mu, L]$, alors la moyenne arithmétique de ces N variables suit la loi suivante [54], notée $p_{\mathcal{MA}[z]}$:

$$p_{\mathcal{MA}[z]}(z) = \mathcal{G}[\mu, NL](z). \quad (4.85)$$

En notant $p_{\mathcal{MA}[s^2]}$ la loi suivie par la moyenne arithmétique des variables S^2 , il est possible d'écrire :

$$p_{\mathcal{MA}[s^2]}(z) = \mathcal{G}[\mu^2, NL](z). \quad (4.86)$$

La dernière étape du calcul de la moyenne quadratique est le passage à la racine carrée de ce dernier terme. Pour ceci, il suffit d'utiliser la propriété fondamentale liant les lois $p_x(x)$ et $p_y(y)$ de deux variables aléatoires vérifiant la propriété $x = y^\alpha$:

$$p_y(y) = \alpha y^{\alpha-1} p_x(y^\alpha). \quad (4.87)$$

Cette dernière propriété nous permet d'écrire l'expression de la loi suivie par la moyenne quadratique de N variables suivant une loi de Rayleigh–Nakagami $\mathcal{RN}[\mu, L]$, notée $p_{\mathcal{MQ}[s]}$:

$$p_{\mathcal{MQ}[s]}(z) = 2z\mathcal{G}[\mu^2, NL](z^2). \quad (4.88)$$

Ainsi, nous pouvons donner l'expression de la loi $p_{\mathcal{M}_2}$, dans notre cas où $\mu = 1$:

$$p_{\mathcal{M}_2}(z) = 2z\mathcal{G}[1, NL](z^2). \quad (4.89)$$

Calcul de la loi suivie par la moyenne géométrique de N lois de Rayleigh–Nakagami

Le calcul de la loi suivie par la moyenne géométrique de N variables suivant une loi de Rayleigh–Nakagami n'implique plus des sommes comme dans le cas précédent, mais des produits. Le produit de variables aléatoires peut être étudié à l'aide de la notion de transformée de Mellin et la convolution de Mellin [55]. Afin de simplifier les notations et les calculs, nous allons utiliser le formalisme des fonctions et lois de Meijer [54] (cf. annexe C).

Rappelons tous d'abord l'expression de la moyenne géométrique de N variables :

$$\mathcal{M}_0[\{s_i\}_{i \in [1, N]}] = \sqrt[N]{\prod_{i=1}^N s_i}. \quad (4.90)$$

Nous pouvons remarquer qu'il est possible de travailler avec des lois Gamma au lieu des lois de Rayleigh–Nakagami par le jeu d'écriture suivant :

$$\mathcal{M}_0[\{s_i\}_{i \in [1, N]}] = \sqrt[2N]{\prod_{i=1}^N s_i^2}. \quad (4.91)$$

10. Le théorème d'addition de la loi Gamma dit que la somme de variables suivant une loi Gamma suit encore une loi Gamma.

Nous allons considérer la moyenne géométrique de N variables comme la succession de trois étapes élémentaires :

1. élévation des variables au carré,
2. calcul du produit des variables élevées au carré,
3. calcul de la racine $2N^{\text{ième}}$ de ce dernier terme.

Tout comme dans le cas précédent du calcul de la loi suivie par la moyenne arithmétique, la considération de ces trois étapes élémentaires va nous permettre de calculer facilement la loi suivie par la moyenne géométrique.

En adoptant le formalisme des fonctions de Meijer, nous pouvons écrire la loi de Rayleigh–Nakagami sous forme de fonction de Meijer [54] :

$$\mathcal{RN}[\mu, L](x) = \frac{2\sqrt{L}}{\mu\Gamma(L)} \bar{G}_{0,1}^{1,0} \left(\left(\frac{x\sqrt{L}}{\mu} \right)^2 \middle| \begin{matrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ L - \frac{1}{2} & \cdot & \cdot \end{matrix} \right). \quad (4.92)$$

L'élévation des variables au carré mène à une loi Gamma $\mathcal{G}[\mu^2, L]$, tout comme dans le cas précédent. En utilisant le formalisme de Meijer, nous pouvons écrire :

$$\mathcal{G}[\mu^2, L](x) = \mathcal{LM}_{0,1}^{1,0} \left(x \middle| \begin{matrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ L & \cdot & \cdot \end{matrix}, \mu^2 \right). \quad (4.93)$$

Ainsi, la variable aléatoire S^2 suit donc la loi de Meijer :

$$\mathcal{LM}_{0,1}^{1,0} \left(x \middle| \begin{matrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ L & \cdot & \cdot \end{matrix}, 1 \right). \quad (4.94)$$

Le produit de N lois $\mathcal{G}[\mu^2, L]$ suit la loi de Meijer :

$$\mathcal{LM}_{0,N}^{N,0} \left(x \middle| \underbrace{\begin{matrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ L, \dots, L \end{matrix}}_N; \cdot, \mu^{2N} \right). \quad (4.95)$$

Le produit des N variables S^2 suit alors la loi de Meijer :

$$\mathcal{LM}_{0,N}^{N,0} \left(x \middle| \underbrace{\begin{matrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ L, \dots, L \end{matrix}}_N; \cdot, 1 \right). \quad (4.96)$$

Le passage à la racine $2N^{\text{ième}}$ utilise simplement la relation 4.87, ainsi la loi suivie par la moyenne géométrique de N lois Gamma $\mathcal{G}[\mu, L]$ s'écrit :

$$2Nx^{2N-1} \mathcal{LM}_{0,N}^{N,0} \left(x^{2N} \middle| \underbrace{\begin{matrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ L, \dots, L \end{matrix}}_N; \cdot, \mu^{2N} \right). \quad (4.97)$$

Par définition des lois de Meijer, il est possible d'écrire :

$$2Nx^{2N-1} \mathcal{LM}_{0,N}^{N,0} \left(x^{2N} \middle| \underbrace{\begin{matrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ L, \dots, L \end{matrix}}_N; \cdot, \mu^{2N} \right) = \frac{2N}{x\Gamma(L)^N} \frac{x^{2N} L^N}{\mu^{2N}} \bar{G}_{0,N}^{N,0} \left(\frac{x^{2N} L^N}{\mu^{2N}} \middle| \underbrace{\begin{matrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ L-1, \dots, L-1 \end{matrix}}_N; \cdot \right). \quad (4.98)$$


Nous pouvons alors écrire :

$$\frac{2N}{x\Gamma(L)^N} \frac{x^{2N} L^N}{\mu^{2N}} \bar{G}_{0,N}^{N,0} \left(\frac{x^{2N} L^N}{\mu^{2N}} \left| \underbrace{L-1, \dots, L-1}_N ; \cdot \right. \right) = \frac{2N}{x\Gamma(L)^N} \bar{G}_{0,N}^{N,0} \left(\frac{x^{2N} L^N}{\mu^{2N}} \left| \underbrace{L, \dots, L}_N ; \cdot \right. \right). \quad (4.99)$$

De ce fait, nous pouvons donner l'expression littérale de la loi $p_{\mathcal{M}_0}$, dans notre cas où $\mu = 1$:

$$p_{\mathcal{M}_0}(z) = \frac{2N}{z\Gamma(L)^N} \bar{G}_{0,N}^{N,0} \left(z^{2N} L^N \left| \underbrace{L, \dots, L}_N ; \cdot \right. \right). \quad (4.100)$$

Expression littérale de la pdf conjointe $\hat{p}(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_2)$

 L'expression intégrale approchée $\hat{p}(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_2)$ est présentée en équation 4.81. À l'aide des expressions littérales de $p_{\mathcal{M}_2}$ et $p_{\mathcal{M}_0}$ respectivement présentées en équation 4.89 et 4.100, il est maintenant possible de donner l'expression littérale de $\hat{p}(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_2)$.

Nous présentons ci dessous l'expression littérale de la pdf $\hat{p}(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_2)$:

$$\hat{p}(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_2) \propto \mathcal{M}_2^{2NL-1} \mathcal{M}_0^N \left(NL\mathcal{M}_2^2 + M\mu^2 \right)^{-\frac{N+1}{2} - NL - M} \cdot \bar{G}_{0,N}^{N,0} \left(\left(\frac{NL\mathcal{M}_0^2}{NL\mathcal{M}_2^2 + M\mu^2} \right)^N \left| \underbrace{L - \frac{N+1}{2N}, \dots, L - \frac{N+1}{2N}}_N ; \cdot \right. \right) \quad (4.101)$$

avec :

$$\begin{aligned} \{U_N\} &= \left\{ \dots, \underbrace{\frac{-7}{2N}, \frac{-5}{2N}, \frac{-3}{2N}, \frac{-1}{2N}}_{\frac{N}{2}}, \underbrace{\frac{1}{2N}, \frac{3}{2N}, \frac{5}{2N}, \frac{7}{2N}}_{\frac{N}{2}}, \dots \right\} \quad , \text{ si } N \text{ est pair} \\ \{U_N\} &= \left\{ \dots, \underbrace{\frac{-8}{2N}, \frac{-6}{2N}, \frac{-4}{2N}, \frac{-2}{2N}}_{\frac{N-1}{2}}, 0, \underbrace{\frac{2}{2N}, \frac{4}{2N}, \frac{6}{2N}, \frac{8}{2N}}_{\frac{N-1}{2}}, \dots \right\} \quad , \text{ si } N \text{ est impair} \end{aligned} \quad (4.102)$$

Cette expression a été obtenue heuristiquement en observant les expressions correspondant à différentes valeurs de N successives obtenues à l'aide de Maple, puis en généralisant les termes. Une démonstration par récurrence serait bien évidemment possible. Son évaluation numérique nécessite l'implémentation des fonctions de Meijer dans le cas où seulement une ou deux des quatre listes de paramètres sont utilisées, plus particulièrement celles qui s'expriment sous la forme :

$$\bar{G}_{0,N}^{N,0} \left(x \left| \begin{array}{c} \cdot \\ b_1, \dots, b_N \end{array} ; \cdot \right. \right) = \frac{1}{2i\pi} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \prod_{j=1}^N \Gamma(b_j - s) x^s ds, \quad (4.103)$$

ou encore :

$$\bar{G}_{N,N}^{N,N} \left(x \left| \begin{array}{c} a_1, \dots, a_N \\ b_1, \dots, b_N \end{array} ; \cdot \right. \right) = \frac{1}{2i\pi} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \prod_{j=1}^N \Gamma(b_j - s) \prod_{j=1}^N \Gamma(1 - a_j + s) x^s ds. \quad (4.104)$$

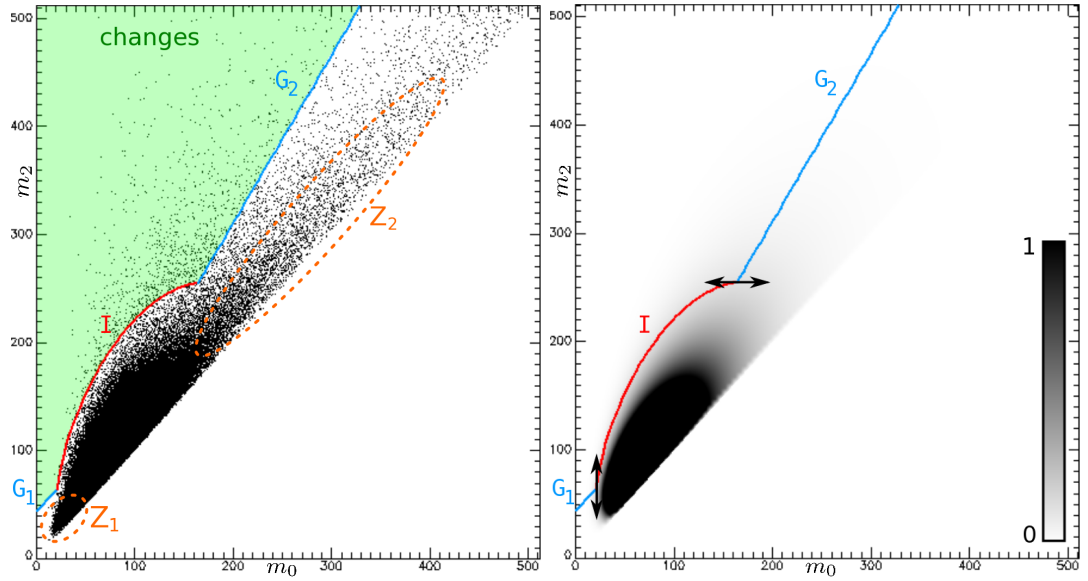


FIGURE 4.22: À gauche : Scatter-plot correspondant aux moyennes quadratiques et géométriques de 7 images. À droite : pdf conjointe correspondante estimée à partir des données.

Ces deux dernières expressions peuvent être évaluées simplement par des méthodes d'intégration discrètes, sachant que la fonction Γ est une fonction classique disponible par défaut dans IDL et dans la plupart des bibliothèques standard. Le choix du paramètre « c » est cependant une étape délicate, il semble que les valeurs négatives soient cependant préférables, tout en vérifiant les conditions d'existence des fonctions Γ .



Bien que fonction standard sous Maple, il n'existe pas de bibliothèque pour IDL ou C/C++ proposant une implémentation des fonctions de Meijer. L'implémentation des fonctions de Meijer sous IDL a été réalisée pour MIMOSA dans leur version adaptée au problème présenté ici, et pas sous leur forme générale. Une bibliothèque pour C/C++ a également été ébauchée lors de cette thèse.

Nous présentons en figure 4.22 une pdf conjointe ainsi que le scatter-plot des images correspondantes qui correspondent à une série temporelle de 7 images TerraSAR-X (sur le jeu de données de la base aérienne de Sendai au Japon). Nous constatons que la distribution de points dans le scatter-plot est bien respectée par la forme de la pdf conjointe représentée ici. Nous constatons que l'allure du scatter-plot entre moyennes estimées sur une série temporelle est très différente de celle du scatter-plot entre deux moyennes de couples d'images. Dans le scatter-plot de série temporelle, les points semblent beaucoup plus resserrés et semblent délaissier la diagonale du diagramme. Ce comportement n'est pas spécifique à l'exemple présenté ici, il est représentatif de ce que l'on observe le plus souvent. Nous pouvons observer que la diagonale est moins peuplée que dans le cas des couples d'images, aussi bien du côté des fortes valeurs, mais aussi du côté de l'origine du repère. En effet, dans le scatter-plot entre moyennes de couples d'images, le nuage de point semblait atteindre l'origine du repère, tandis que dans le cas présent avec les séries temporelles, il y a un net écart entre le début du nuage de points et l'origine du repère.

4.5.4 Détermination du seuil de détection

Le seuil de détection de changements est lié au taux de fausses alarmes *a priori* estimé à partir de la pdf conjointe $p(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_2)$. De la même manière que pour les couples d'images, considérons

une courbe de niveau I sur la pdf conjointe. Considérons alors l'iso-valeur λ associée, telle que le long de la ligne de niveau I , nous ayons $p(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_2) = \lambda$.

La détermination de la valeur λ est effectuée en plusieurs étapes simples. Une fois le taux de fausses alarmes *a priori* τ_{FA} défini par l'utilisateur, la pdf conjointe est estimée numériquement sur une fenêtre 1000×1000 pour des valeurs de moyenne géométrique et quadratique variant de 0 à $10 \times \mu$ où μ est le paramètre de la loi de Fisher estimée sur les échantillons en amplitude de l'union des images de la série temporelle. Nous avons constaté que ces paramètres d'estimation formaient un très bon compromis entre vitesse de calcul et précision d'estimation. À l'aide d'une méthode itérative simple, on estime la valeur λ pour laquelle l'intégrale de la pdf sur ses valeurs inférieures à λ correspond au taux de fausses alarmes :

$$\tau_{\text{FA}} = \iint_{p(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_2) < \lambda} \hat{p}(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_2) d\mathcal{M}_0 d\mathcal{M}_2. \quad (4.105)$$

À ce stade, nous sommes en mesure de placer sur la pdf et le scatter-plot la ligne de niveau I . Cependant, cette ligne de niveau forme une boucle autour des valeurs maximales de la pdf. Elle ne suffit donc pas à elle seule à sélectionner les changements correctement. Nous constatons en effet sur la figure 4.22 qu'une courbe de niveau sélectionnerait les points situés sur la diagonale du scatter-plot aux valeurs très faibles (zone Z_1 sur la figure 4.22) et aux valeurs élevées (zone Z_2 sur la figure 4.22).

Pour faire en sorte que les points situés dans les zones Z_1 et Z_2 ne soient pas détectés comme changements, nous allons maintenant définir des guides supplémentaires à la ligne de niveau I . Dans les cas des couples d'images, nous avons utilisé la pdf conditionnelle, calculée à partir de la pdf conjointe par intégration le long d'une colonne (la moyenne géométrique était fixée). Dans le cas présent, il n'est pas envisageable d'estimer la pdf conditionnelle à partir de la pdf conjointe pour séries temporelles compte tenu de sa complexité. Bien que les fonctions de Meijer présentent des propriétés intéressantes vis à vis de l'intégration, il n'a pas été possible d'obtenir une expression littérale de la pdf conditionnelle dans le cas des séries temporelles. De plus, rappelons ici que la pdf conjointe contient des approximations qui la rendent impropre à tout calcul d'intégration dédié à l'estimation de la pdf conditionnelle. De ce fait, des guides complémentaires seront définis de façon la plus simple possible à partir de la ligne de niveau I .

Définissons les deux guides supplémentaires notés G_1 et G_2 , respectivement dédiés aux faibles et fortes valeurs d'amplitude moyenne (en bleu sur la figure 4.22) :

- G_1 est un segment parallèle à la diagonale, liant l'axe des ordonnées au point à partir duquel I devient verticale.
- G_2 est une droite passant par l'origine du repère et par le point à partir duquel I devient horizontale.

Il n'existe pas d'interprétation physique des tangentes verticales et horizontales de I , de ce fait et de part leur forme, la définition de G_1 et G_2 est empirique.

Nous avons représenté sur la figure 4.22 à droite les positions des tangentes verticales et horizontales de la courbe de niveau I à partir desquelles les deux guides G_1 et G_2 sont définis. Ces lieux particuliers ont été choisis pour plusieurs raisons. Premièrement, les tangentes horizontales et verticales sont très faciles à localiser numériquement sur la ligne de niveau I . De plus, ces positions correspondent à des lieux où la courbe de niveau se rapproche de l'axe diagonal, ce que nous souhaitons éviter. Le guide G_1 aurait pu être défini comme le segment qui passe par l'origine du repère, mais nous avons constaté qu'il générerait souvent des fausses détections dans les très faibles valeurs dans cette configuration. Nous avons constaté à l'usage que sa définition actuelle sous forme de segment parallèle à la diagonale permettait d'éviter toute détection parasite dans

les zones de très faibles valeurs. Cependant, nous pouvons noter que le guide G_1 concerne en général une très faible minorité de points.

Le guide G_2 a un rôle plus important et concerne généralement un grand nombre de points. Sa définition est très délicate, le fait qu'il soit défini sous forme linéaire le rapproche de la sélection effectuée dans la méthode GLRT (Maximum de vraisemblance), où le rapport entre moyenne arithmétique et géométrique est comparée à un seuil¹¹. Le GLRT est alors équivalent à la sélection des points situés au dessus d'une droite passant par l'origine dans le scatter-plot entre moyenne géométrique et arithmétique. Ici nous utilisons également une droite, mais dans le scatter-plot entre moyenne géométrique et quadratique. La forme de ce guide a donc été adaptée ici pour convenir aux observations effectuées dans la pratique et garantir les meilleures performances de détection pour une simplicité optimale.



La définition des guides G_1 et G_2 détaillée ci-dessus est empirique et se veut donc la plus simple possible. Par conséquent, d'autres guides plus complexes sont envisageables, sans pour autant qu'ils semblent nécessaires. La définition simple proposée ici fait suite aux observations effectuées sur un grand nombre de cas pratiques avec des configurations variées en termes de contenu d'images, de capteurs, et d'intensité des changements. Dans tous les cas rencontrés, les performances de détection de MIMOSA dans sa version présentée ici sont très bonnes.

Dans la pratique, la ligne de niveau I est évaluée de façon discrète, puis les points particuliers où elle devient horizontale et verticale sont localisés. Une fois cette étape effectuée, chaque pixel de la scène est passé en revue. Selon la valeur de la moyenne géométrique, le guide correspondant lui est appliqué (G_1 , la ligne I interpolée, ou G_2).

4.5.5 Exemples de détection de changements sur séries temporelles

Résultats avec 7 images TerraSAR-X sur Sendai (Japon)

Considérons une série temporelle de 7 images TerraSAR-X acquises en mode Stripmap sur une base aérienne proche de la ville de Sendai (Japon). Nous présentons en figure 4.23 une image optique de la zone ainsi que la composition colorée à base de moyennes des 7 images utilisées pour prévisualiser les changements dans le cas d'une série temporelle. Nous avons limité le calcul à une zone de 512×512 pixels.

Nous pouvons constater que la plupart des changements présents (apparaissant en rouge sur la composition colorée) correspondent à des mouvements d'hélicoptères ou de matériel militaire (véhicules de transport, etc.) à différents endroits de la base. Nous présentons en figure 4.24 la carte de changements binaire obtenue avec MIMOSA avec un taux de fausses alarmes fixé à 5%. Le scatter-plot et la pdf correspondante sont ceux qui ont déjà été présentés dans la partie précédente en figure 4.22. Nous constatons sur la carte de changements que tous les hélicoptères sont bien détectés comme changements au cours de la série temporelle, ainsi que les divers autres véhicules. Nous pouvons observer le faible taux de détections parasites dans la végétation ainsi que sur les pistes de la base. Les zones très hétérogènes situées dans les coins de l'imagette sont également bien prises en compte par le modèle, nous pouvons en effet observer que les détections sont très pertinentes.

Nous pouvons observer que la carte de changements superposée à l'image de moyenne géométrique de la pile est très efficace en termes d'analyse des changements. Il n'y a en effet aucun problème de projection des résultats puisque le fond et la carte de changements sont issues des

11. La détection des changements avec GLRT consiste à sélectionner les points situés au dessus d'une droite passant par l'origine dans le scatter-plot entre moyenne géométrique et arithmétique.

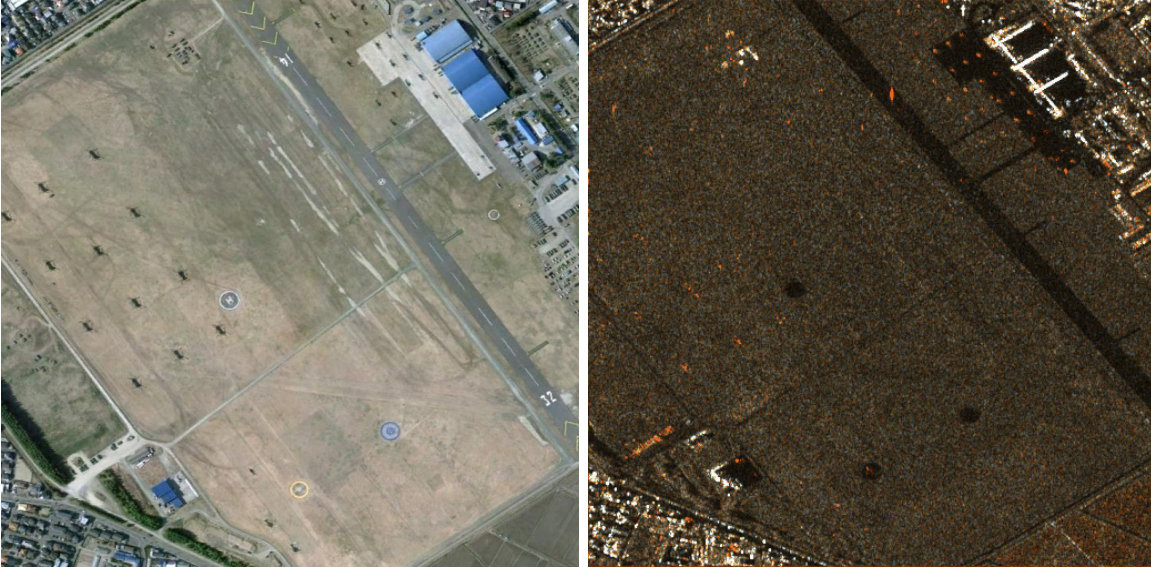


FIGURE 4.23: À gauche : Image optique (Google Earth). À droite : Composition colorée à base de moyennes des 7 images d'amplitude recalées ($R=\mathcal{M}_4$, $G=\mathcal{M}_0$, $B=\mathcal{M}_{-4}$).

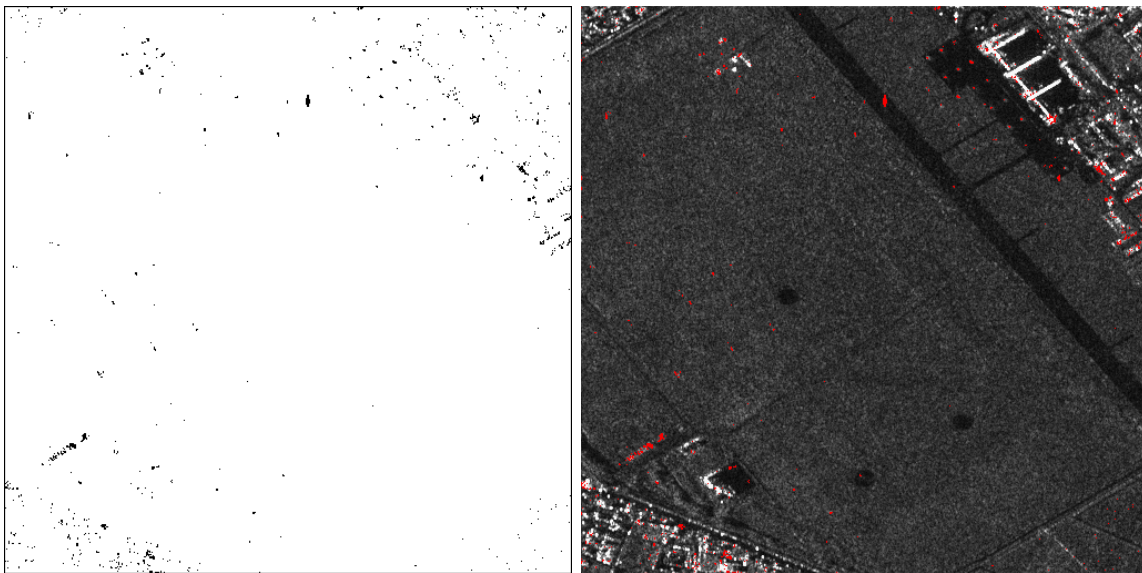


FIGURE 4.24: À gauche : Carte de changements cumulés sur les 7 images (en noir) obtenue avec MIMOSA pour un taux de fausses alarmes *a priori* fixé à 5%. À droite : Carte de changements (en rouge) superposée à la moyenne géométrique des 7 images d'amplitude.

mêmes données. Nous pouvons cependant remarquer que les petits changements sont parfois difficiles à distinguer. De ce fait, il est bon d'analyser en parallèle les deux types de produits présentés en figure 4.24.

Nous présentons en figure 4.25 la carte de changements obtenue avec MIMOSA orthorectifiée et superposée par transparence à une image optique de la scène¹². Nous pouvons alors facilement mettre en correspondance chaque changement détecté par MIMOSA avec un objet au sol, comme les différents hélicoptères (zones B et D en figure 4.25) ou les véhicules stationnés (zones A et C

12. Toutes les images sont géoréférencées.

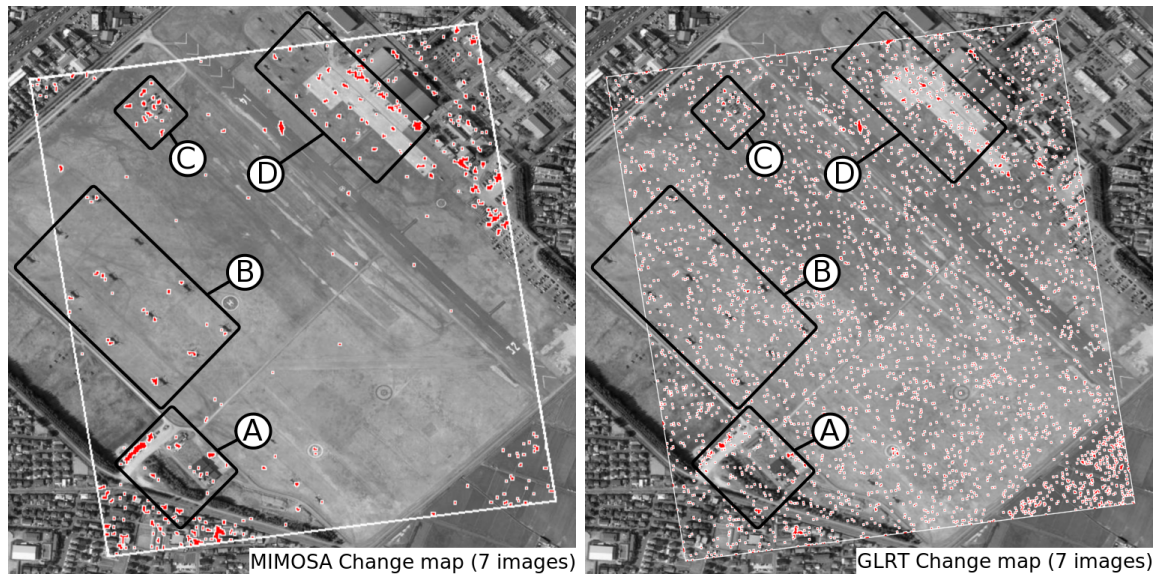


FIGURE 4.25: Carte de changements orthorectifiées et superposées à une image optique. Les changements sont représentés en rouge cerclés de blanc pour la lisibilité. À gauche : Méthode MIMOSA. À droite : Méthode GLRT.

en figure 4.25). Les interprétations possibles peuvent alors être très poussées. Pour comparaison, nous avons représenté de la même façon une carte de changements obtenue avec la méthode GLRT. Le seuil pour le rapport entre moyenne arithmétique et géométrique a été fixé à 1.6, représentant alors le meilleur résultat visuel. Nous pouvons constater que le GLRT génère un très grand nombre de détections parasites dans la végétation. Rappelons que le principe de détection de cette méthode revient à détecter comme changements les points situés au dessus d'une droite passant par d'origine (ici de pente 1.6) dans le scatter-plot entre moyenne géométrique et arithmétique. De ce fait, la partie dense du nuage de points correspondant ici aux valeurs intermédiaires de végétation est traversée, générant des fausses détections en très grand nombre. Nous pouvons cependant remarquer que le taux de vraies détections semble relativement élevé. En effet, les changements sont bien détectés aussi bien dans les zones brillantes que les zones sombres. Le problème est que ces détections sont noyées dans un tapis de fausses alarmes, les rendant inexploitable.

Remarque :

Dans le cas présent, l'orthorectification du résultat en géométrie radar vers la géométrie de l'image optique est une étape relativement simple puisque la base aérienne étudiée se situe sur un terrain très plat. En présence de relief, ou dans une zone urbaine à cause des bâtiments, la mise en correspondance entre changements détectés sur une image radar et éléments présents dans une image optique est une étape très difficile, voire impossible selon les angles de prise de vue. Ceci nécessiterait une très bon modèle numérique de terrain (MNT), voire un modèle numérique d'élévation (MNE) comportant les bâtiments. De plus, il nous faut mettre en garde l'utilisateur qui superpose des résultats de détection de changement obtenus avec des images radar sur une image optique, car deux interprétations physiques très différentes se cotoient, rendant les confusions possibles entre optique et radar.



FIGURE 4.26: À gauche : Image optique (Google Earth). À droite : Composition colorée à base de moyennes des 39 images d’amplitude COSMO SkyMed recalées ($R=M_4$, $G=M_0$, $B=M_{-4}$).

Résultats avec 39 images COSMO–SkyMed sur St. Gervais (Alpes, France)

Nous présentons en figure 4.26 la zone de St. Gervais (Alpes) sous forme d’une image optique et d’une composition colorée à base de moyennes. Nous utilisons ici 39 images d’amplitude COSMO–SkyMed recalées et calibrées radiométriquement. La zone est centrée sur la gare de St. Gervais autour de laquelle de nombreux changements ont eu lieu au cours de la série temporelle. Nous présentons en figure 4.27 les résultats obtenus avec MIMOSA pour un taux de fausses alarmes *a priori* fixé à 3%. Nous représentons la carte de changements binaire seule, et superposée à la moyenne géométrique des 39 images pour faciliter les interprétations. Nous constatons que la carte de changements présente un très faible nombre de détections isolées dans les zones de végétation autour de la gare. De même, les changements détectés dans les zones habitées (très hétérogènes dans les images) semblent pouvoir être associés à des changements ayant lieu entre les bâtiments. Il est également possible d’observer la construction d’un nouveau parking au centre de l’image, ainsi que les zones de garage SNCF sur la droite de l’image.

4.5.6 Prise en compte d’une nouvelle image dans la série temporelle



Cette partie présente une technique pour prendre en compte une nouvelle image dans une série temporelle sans la traiter dans son intégralité. Cette méthode profite des propriétés des moyennes temporelles et permet le suivi de site au long cours en limitant le volume de données à traiter. Cette technique a un grand intérêt dans un cadre opérationnel.

Nous avons constaté jusqu’à présent que les moyennes temporelles permettaient de visualiser de gros volumes d’images en les condensant. De plus, la méthode MIMOSA permet de détecter des changements ayant eu lieu dans une série temporelle à l’aide de seulement deux moyennes. De ce fait, lorsque l’on dispose d’une importante quantité d’images, le volume de données nécessaire à la détection de changements n’est au final que le double d’une image¹³, quelle que soit la longueur de la série. Dans cette partie, nous montrons qu’il est possible de prendre en compte

13. En considérant que le fichier contenant une image moyenne fait la même taille qu’un fichier image

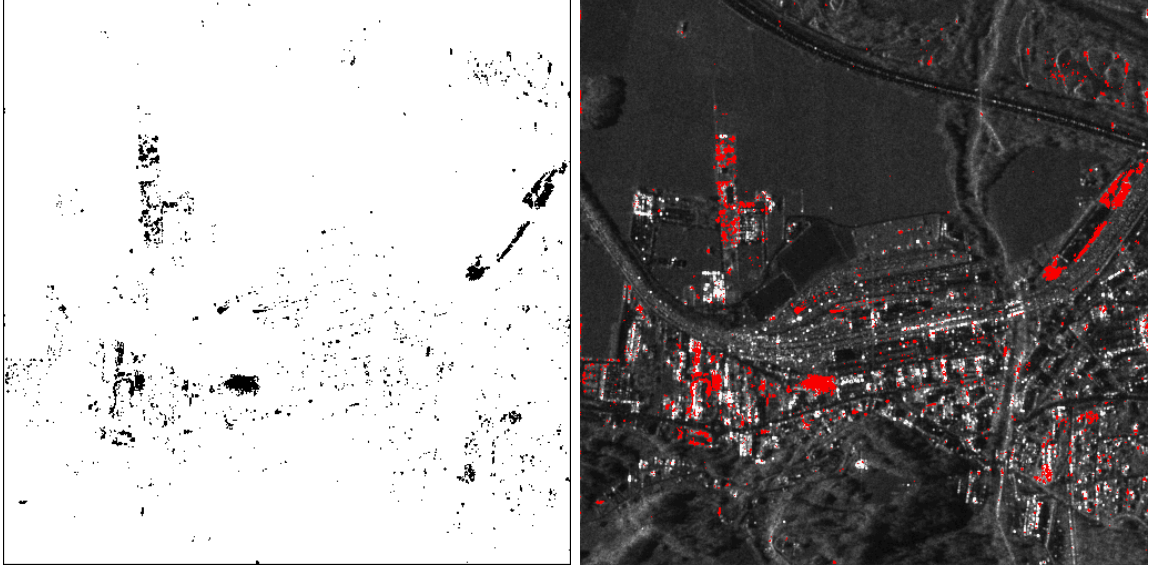


FIGURE 4.27: À gauche : Carte de changements cumulés sur les 39 images (en noir) obtenue avec MIMOSA pour un taux de fausses alarmes *a priori* fixé à 3%. À droite : Carte de changements (en rouge) superposée à la moyenne géométrique des 39 images d'amplitude.

l'arrivée d'une nouvelle image sans traiter à nouveau toutes les autres images, permettant ainsi un gain de temps significatif très utile dans un cadre opérationnel.

En effet, considérons une série temporelle de N images, ainsi que ses deux moyennes temporelles associées $m_{0,N}$ et $m_{2,N}$, respectivement la moyenne géométrique et la moyenne quadratique de ces N images d'archive. L'arrivée d'une nouvelle image x_{N+1} nécessite de calculer les nouvelles moyennes $m_{0,N+1}$ et $m_{2,N+1}$. Il est facile de montrer que :

$$m_{0,N+1} = \sqrt[N+1]{m_{0,N}^N x_{N+1}}, \quad (4.106)$$

et :

$$m_{2,N+1} = \sqrt{\frac{Nm_{2,N}^2 + x_{N+1}^2}{N+1}}. \quad (4.107)$$

Notons que l'actualisation des moyennes existantes à l'aide de la nouvelle image revient à calculer des moyennes pondérées où la moyenne existante se voit attribuer le poids N et où la nouvelle image se voit attribuer le poids 1. Pour effectuer une détection de changements sur la nouvelle série temporelle, il est envisageable dans un premier temps de prendre en compte les paramètres de Fisher μ , L et M estimés sur la série précédente en supposant que l'introduction de la nouvelle image ne change rien. Cette hypothèse semble vérifiée en pratique avec des séries temporelles comportant une dizaine d'images.

4.6 Bilan du chapitre

Dans ce chapitre, nous avons présenté la méthode MIMOSA, contribution principale de cette thèse. Nous avons donné toutes les expressions littérales nécessaires à l'implémentation de la méthode MIMOSA par le lecteur. Nous avons plus particulièrement différencié le cas à deux images, et le cas des séries temporelles. Pour le cas des couples d'images, nous avons mené le calcul

des densités de probabilité conjointe et conditionnelle, de sorte à modéliser au mieux le scatter-plot entre la moyenne géométrique et la moyenne quadratique des deux images d'amplitude. Nous avons montré qu'il était possible de définir des «guides» dans le scatter-plot à partir de deux seuils reliés au taux de fausses alarmes souhaité dans le résultat. De ce fait, la détection des changements devient automatique.

Pour le cas des couples d'images, nous avons présenté une extension de la technique de détection utilisant une «morphologie rigoureuse» permettant d'étendre les changements détectés sans appliquer de filtre morphologique au résultat.

Dans le cas des séries temporelles, nous avons établi une expression approchée de la densité de probabilité conjointe entre la moyenne géométrique et la moyenne quadratique. La détection de changements est également basée sur l'utilisation de guides appliqués au scatter-plot, dont la position dépend du taux de fausses alarmes souhaité dans le résultat.

Nous avons également souligné le fait que le volume de données était très grandement réduit grâce à l'utilisation des moyennes temporelles, permettant sous un unique formalisme de traiter couples et séries temporelles dans un temps réduit grâce à l'efficacité des méthodes mises en place, et des expressions littérales obtenues.

En dernier lieu, nous avons souligné le fait qu'il est possible de mettre à jour les moyennes temporelles à l'aide d'une nouvelle image sans même retraiter toute la série temporelle. De ce fait, dans une utilisation opérationnelle, la méthode MIMOSA permet de limiter grandement le volume de données.

Chapitre 5

MIMOSA : Tests de sensibilité

Sommaire

5.1	Évaluation du modèle du signal en amplitude (Loi de Fisher)	136
5.1.1	Comportement théorique	136
5.1.2	Comportement pratique	137
5.2	Respect du taux de fausses alarmes <i>a priori</i>	142
5.3	Sensibilité au recalage entre images	145
5.3.1	Cas d'un couple d'images	145
5.3.2	Cas d'une série temporelle	152
5.4	Étude de l'apport du rééchantillonnage des images lors du recalage	156
5.5	Sensibilité à la calibration radiométrique des images	160
5.5.1	Cas d'un couple d'images	160
5.5.2	Cas d'une série temporelle	166
5.6	Utilisation de différents capteurs SAR	174
5.6.1	ALOS PALSAR	174
5.6.2	ERS-1 et ERS-2	174
5.6.3	ENVISAT ASAR	174
5.7	Utilisation d'images filtrées, multi-vues ou suréchantillonnées	176
5.7.1	Filtres spatiaux	177
5.7.2	Images Multi-vues	180
5.7.3	Images suréchantillonnées par Zeropadding	185
5.8	Bilan du chapitre	188

Résumé du chapitre

Ce chapitre présente une série de tests visant à évaluer les performances de la méthode MIMOSA en situations opérationnelles, ainsi qu'avec des images en provenance de différents capteurs (TerraSAR-X, COSMO-SkyMed, ALOS, ERS, ENVISAT). Les différentes perturbations apportées aux données sont celles les plus classiquement rencontrées lors de «cas difficiles». Nous nous attachons par exemple à étudier l'effet d'un mauvais recalage sur les résultats de MIMOSA. Nous étudions également l'effet d'une mauvaise calibration radiométrique entre les images.



Conseil de lecture :

Toutes les parties de ce chapitre étant indépendantes, l'ordre de leur lecture n'importe pas. En effet, le but de ce chapitre est avant tout de regrouper des «cas de référence» les plus variés possible.

5.1 Évaluation du modèle du signal en amplitude (Loi de Fisher)

Comme exposé au chapitre précédent, la méthode MIMOSA utilise un modèle du signal en amplitude, la loi de Fisher, afin de prédire le comportement des images dans l'hypothèse d'absence de changements. Suite à cela, les pixels au comportement ne respectant pas ce cadre sont détectés comme changements. Ainsi, la pertinence de la détection est d'autant plus mauvaise que le modèle statistique du signal en amplitude ne reflète pas la réalité des images.

La loi de Fisher suppose que la texture suit une loi de Rayleigh–Nakagami inverse et que le bruit de speckle suit une loi de Rayleigh–Nakagami normalisée. Dans un premier temps, nous établirons les comportements théoriques attendus avec le modèle de Fisher. Dans un second temps, nous observerons ce qu'il en advient en pratique.

5.1.1 Comportement théorique

Nous avons déjà vu (Chapitre 4, partie 4.1.2) que la loi de Fisher en amplitude $\mathcal{F}_A[\mu, L, M]$ peut s'exprimer comme une convolution de Mellin entre une loi de Rayleigh–Nakagami inverse $\mathcal{RN}\mathcal{I}[\mu, M]$ représentant la texture de l'image, et une loi de Rayleigh–Nakagami normalisée $\mathcal{RN}[1, L]$ représentant le bruit de speckle :

$$\mathcal{F}_A[\mu, L, M] = \mathcal{RN}[1, L] \hat{\star} \mathcal{RN}\mathcal{I}[\mu, M] \quad (5.1)$$

Considérons une série temporelle ne faisant pas apparaître de changements. Notons μ_F , L_F et M_F les trois paramètres de la loi de Fisher correspondant aux échantillons des images de la série temporelle. Afin de vérifier la pertinence du modèle de la loi de Fisher, nous pouvons tout d'abord vérifier que la texture suit bien une loi $\mathcal{RN}\mathcal{I}[\mu_F, M_F]$.

Estimer la texture d'une image SAR revient à s'affranchir du bruit de speckle pour en révéler l'aspect débruité. La méthode la plus simple et rigoureuse pour estimer la texture d'une scène est le calcul d'une moyenne temporelle (à condition bien sûr que l'on dispose d'une série temporelle). Dans le cas où l'on ne dispose pas de série temporelle, des méthodes de filtrage spatial du speckle existent. Cependant, les résultats de ces filtrages sont le plus souvent moins représentatifs de la texture réelle de la scène car ils dégradent le plus souvent la résolution. En effet, le problème du débruitage d'images SAR est très complexe car la seule donnée accessible, l'amplitude, est le produit entre la valeur de la texture que l'on cherche à estimer et le bruit de speckle, qui est par nature inconnu.

Considérons la moyenne quadratique temporelle de N échantillons d'amplitude $\{x_i\}_{i \in \llbracket 1, N \rrbracket} = t \cdot \{s_i\}_{i \in \llbracket 1, N \rrbracket}$ suivant une loi de Fisher, dont la texture t est constante au cours du temps et où seules les valeurs de speckle $\{s_i\}_{i \in \llbracket 1, N \rrbracket}$ les distinguent :

$$\mathcal{M}_2[\{x_i\}_{i \in \llbracket 1, N \rrbracket}] = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2} = t \cdot \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N s_i^2} \quad (5.2)$$

Nous reconnaissons dans la dernière expression la moyenne quadratique des N échantillons de speckle suivant une loi de Rayleigh–Nakagami, déjà étudiée dans la partie 4.5.3. Ainsi, la loi $p_{\mathcal{M}_2[x]}$ suivie par la moyenne quadratique des N valeurs d'amplitude peut s'écrire comme la convolution de Mellin entre la loi $p_t = \mathcal{RN}\mathcal{I}[\mu, M]$ suivie par la texture, et la loi $p_{\mathcal{M}_2[s]}(z) = 2z\mathcal{G}[1, NL](z^2) = \mathcal{RN}[1, NL](z)$ suivie par la moyenne des valeurs de speckle :

$$p_{\mathcal{M}_2[x]} = p_t \hat{\star} p_{\mathcal{M}_2[s]} = \mathcal{RN}\mathcal{I}[\mu, M] \hat{\star} \mathcal{RN}[1, NL] = \mathcal{F}_A[\mu, NL, M], \quad (5.3)$$

La figure 5.1 présente l'allure de la distribution $p_{\mathcal{M}_2[s]}$ pour différents nombres d'images dans la moyenne temporelle. Nous constatons que lorsque le nombre d'image augmente, la moyenne des valeurs de speckle tend à se centrer autour de la valeur 1, soit un «Mellin-dirac»¹ noté $\delta_{\mathcal{M}}$:

$$\lim_{N \rightarrow +\infty} p_{\mathcal{M}_2[s]}(z) = \lim_{N \rightarrow +\infty} 2z\mathcal{G}[1, NL](z^2) = \delta_{\mathcal{M}} \quad (5.4)$$

Ainsi, lorsque l'on calcule une moyenne temporelle, le speckle disparaît progressivement au fil des nouvelles images ajoutées dans la moyenne pour révéler la valeur de la texture sous-jacente. De ce fait, lorsque N augmente, la loi suivie par la moyenne temporelle des amplitudes tend théoriquement vers la loi $p_t = \mathcal{RN}\mathcal{I}[\mu, M]$:

$$\lim_{N \rightarrow +\infty} p_{\mathcal{M}_2[x]} = \mathcal{RN}\mathcal{I}[\mu, M] \hat{\star} \delta_{\mathcal{M}} = \mathcal{RN}\mathcal{I}[\mu, M] \quad (5.5)$$

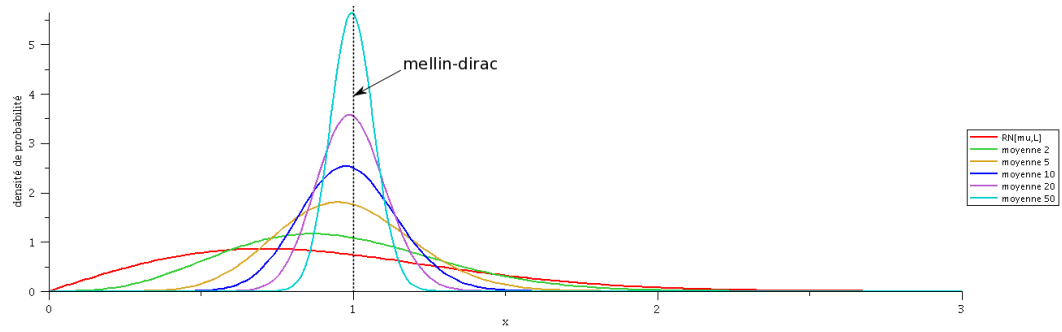


FIGURE 5.1: Distribution de Speckle $\mathcal{RN}[\mu = 1, L = 1]$ et distributions $p_{\mathcal{M}_2[s]}$ des moyennes temporelle de speckle pour $N = 2, 5, 10, 20, 50$ échantillons (Moyenne quadratique). Nous constatons la convergence des distributions de speckle moyens vers un Mellin-Dirac centré sur la valeur 1 lorsque le nombre d'échantillons augmente.

Si le modèle de Fisher est valide, en calculant la moyenne quadratique d'une pile temporelle d'amplitudes, la loi de l'image moyenne résultante doit donc théoriquement s'approcher d'une loi de Rayleigh-Nakagami $\mathcal{RN}\mathcal{I}[\mu, M]$. Ce comportement théorique est illustré dans les figures 5.2, 5.3 et 5.4. Dans ces trois figures, la loi suivie par la moyenne temporelle d'images suivant une loi de Fisher est comparée à la loi $\mathcal{RN}\mathcal{I}[\mu, M]$. Nous constatons que lorsque le nombre d'images utilisées dans la moyenne augmente, la loi suivie par l'image moyenne se rapproche de la loi de texture de images, $\mathcal{RN}\mathcal{I}[\mu, M]$. Les trois figures sont distinguées par le paramètre M utilisé. Rappelons ici que le paramètre M régit l'homogénéité ou l'hétérogénéité de la texture sous-jacente des images. Plus M est grand (respectivement faible), plus la texture est homogène (respectivement hétérogène). Nous constatons paradoxalement que la loi suivie par la moyenne temporelle converge d'autant plus lentement vers la loi de la texture que les images sont hétérogènes.

Dans la partie suivante, nous allons étudier le comportement pratique d'une série temporelle vis à vis de ce modèle d'amplitude.

5.1.2 Comportement pratique

Considérons une série temporelle de 39 images COSMO-SkyMed recalées et calibrées radiométriquement sur la zone de Chamonix. Nous considérons une petite zone centrée sur Le Bourgeat. Les Paramètres des lois de Fisher estimées sur chacune des 39 images sont présentés dans le tableau 5.1. Nous pouvons constater la bonne calibration à la vue des paramètres qui

1. Le «Mellin Dirac» est l'élément neutre de la convolution de Mellin.

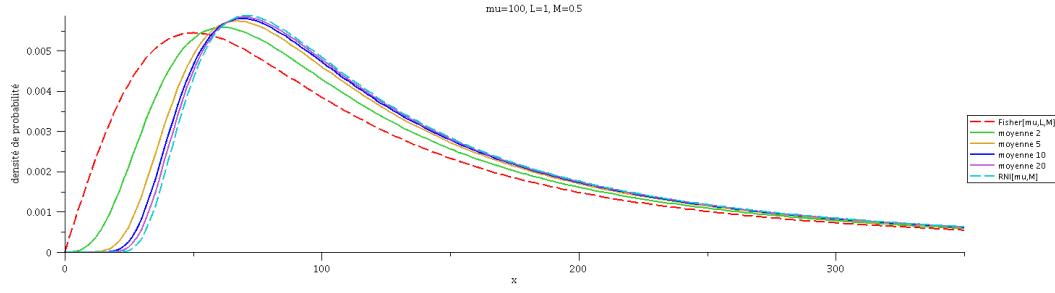


FIGURE 5.2: Loi de Fisher $\mathcal{F}_A[\mu = 100, L = 1, M = 0.5]$ et moyennes temporelles de 2, 5, 10 et 20 images comparées à la loi $\mathcal{RN}[\mu = 100, M = 0.5]$.

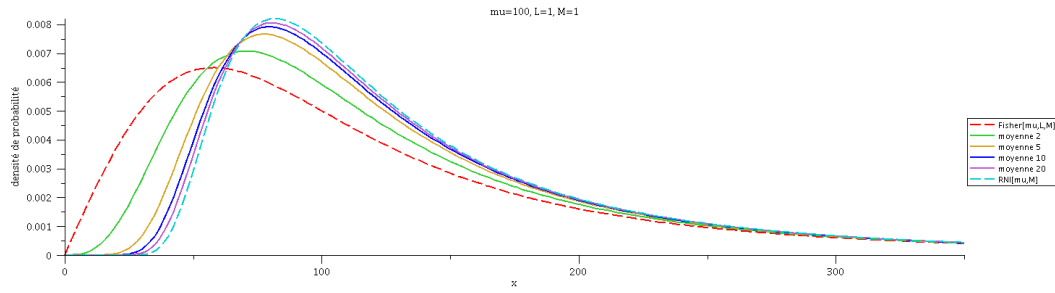


FIGURE 5.3: Loi de Fisher $\mathcal{F}_A[\mu = 100, L = 1, M = 1]$ et moyennes temporelles de 2, 5, 10 et 20 images comparées à la loi $\mathcal{RN}[\mu = 100, M = 1]$.

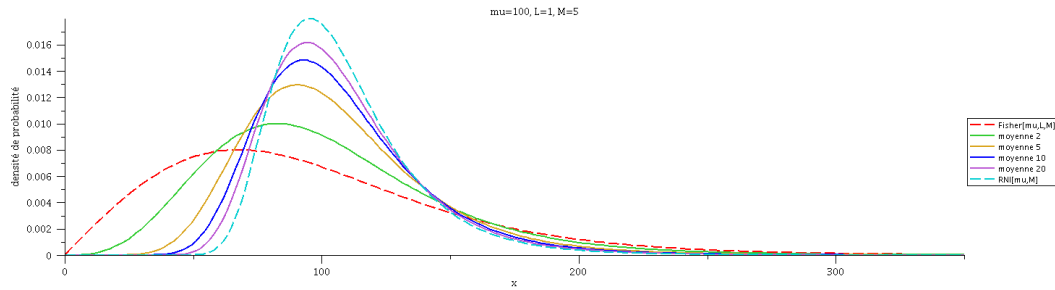


FIGURE 5.4: Loi de Fisher $\mathcal{F}_A[\mu = 100, L = 1, M = 5]$ et moyennes temporelles de 2, 5, 10 et 20 images comparées à la loi $\mathcal{RN}[\mu = 100, M = 5]$.

varient peu d'une image à l'autre. Les paramètres estimés sur l'union des 39 images représentent un compromis entre toutes les valeurs particulières.

Nous prendrons comme estimateur de texture la moyenne quadratique. En divisant chaque image par la moyenne quadratique en amplitude de la pile, nous obtenons les «images de speckle» théoriques, qui devraient suivre une loi de Rayleigh–Nakagami normalisée de paramètre $\mu_{\text{speckle}} = 1$ et de paramètre L_{speckle} correspondant à celui estimé dans la loi de Fisher. Nous présentons dans les deux colonnes de droite du tableau 5.1 les paramètres de la loi de Rayleigh–Nakagami estimée par la méthode des log–cumulants sur chacune de ces «images de speckle». Nous constatons que leurs paramètres μ_{speckle} sont systématiquement très proches de 1 et que leurs paramètres L_{speckle} sont corrélés avec les paramètres L de la loi de Fisher de l'image, comme l'illustre la figure 5.5 où nous traçons les deux quantités L_{speckle} et L côte à côte.

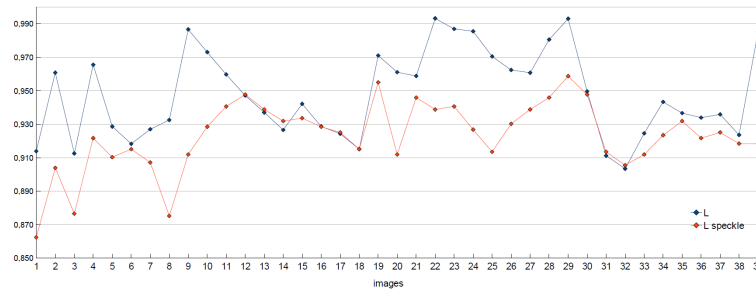


FIGURE 5.5: En bleu : Paramètre L de la loi de Fisher estimée sur chacune des images. En rouge : Paramètre L de la loi de Rayleigh–Nakagami estimée sur les «images de speckle».

Nous représentons en figure 5.6 une des images de la pile, ainsi que la moyenne quadratique de ces 39 images en amplitude. Une «image de speckle» générée en divisant une image par la moyenne quadratique est également représentée. Nous constatons que cette image de speckle semble assez homogène mis à part au niveau des zones de changements. En effet, la moyenne quadratique est représentative de la texture de la scène uniquement si il n'y a pas changement. Nous constatons que l'histogramme de cette image de speckle correspond à une loi de Rayleigh–Nakagami normalisée $\mathcal{RN}[\mu = 0,977, L = 0,862]$, lui même proche de la loi $\mathcal{RN}[\mu = 1, L = 0,914]$ supposée par la loi de Fisher, comme l'illustre la figure 5.7.



FIGURE 5.6: À gauche : Image d'amplitude COSMO–SkyMed du 12/03/2009. Au centre : Moyenne quadratique des 39 images de la pile. À droite : Image d'amplitude du 12/03/2009 divisée par la moyenne quadratique de la pile.

image	μ	L	M	μ_{speckle}	L_{speckle}
1	74,660	0,914	1,715	0,977	0,862
2	73,867	0,961	1,564	0,983	0,904
3	66,682	0,913	1,447	0,895	0,877
4	72,894	0,965	1,437	0,982	0,922
5	74,514	0,929	1,478	0,989	0,910
6	75,291	0,918	1,483	0,992	0,915
7	73,769	0,927	1,531	0,973	0,907
8	73,030	0,933	1,457	0,987	0,875
9	75,348	0,987	1,751	0,988	0,912
10	73,955	0,973	1,529	0,983	0,929
11	74,694	0,960	1,484	0,990	0,941
12	74,898	0,947	1,441	0,992	0,948
13	73,280	0,937	1,360	0,982	0,939
14	74,288	0,927	1,399	0,988	0,932
15	74,532	0,942	1,416	0,994	0,934
16	69,502	0,929	1,379	0,929	0,929
17	74,619	0,924	1,404	0,994	0,925
18	73,678	0,915	1,368	0,987	0,915
19	71,677	0,971	1,533	0,943	0,955
20	74,567	0,961	1,666	0,978	0,912
21	75,100	0,959	1,517	0,989	0,946
22	75,648	0,993	1,700	0,989	0,939
23	74,942	0,987	1,575	0,991	0,941
24	75,859	0,985	1,707	0,993	0,927
25	74,938	0,970	1,647	0,987	0,914
26	74,941	0,962	1,556	0,989	0,930
27	75,268	0,961	1,532	0,992	0,939
28	74,833	0,981	1,480	0,998	0,946
29	76,390	0,993	1,501	1,015	0,959
30	75,620	0,950	1,430	1,004	0,948
31	73,326	0,911	1,331	0,987	0,914
32	73,399	0,903	1,335	0,988	0,905
33	71,700	0,925	1,338	0,970	0,912
34	74,401	0,943	1,339	1,009	0,923
35	74,809	0,937	1,408	0,997	0,932
36	73,558	0,934	1,385	0,987	0,922
37	73,371	0,936	1,412	0,980	0,925
38	73,909	0,924	1,410	0,985	0,918
39	77,120	0,985	1,548	1,031	0,918
Global :	74,197	0,942	1,482	-	-

TABLE 5.1: Dans les 3 colonnes de gauche : Paramètres μ , L et M de la loi de Fisher estimée sur chacune des 39 images COSMO–SkyMed sur Le Bourgeat. Dans les 2 colonnes de droite : Paramètres μ_{speckle} et L_{speckle} de chaque image divisée par la moyenne quadratique de la pile.

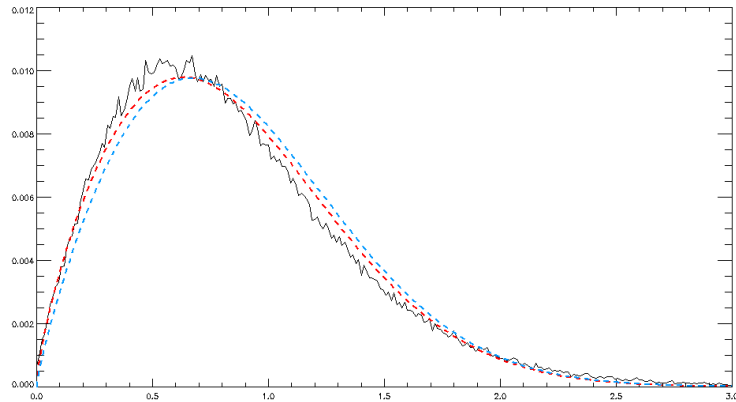


FIGURE 5.7: En trait fin noir : Histogramme de l'«image de speckle» présentée en figure 5.6 à droite. En trait pointillés rouge : Loi de Rayleigh–Nakagami $\mathcal{RN}[\mu = 0,977, L = 0,862]$ estimée par méthode log–cumulants. En trait pointillés bleus : Loi de Rayleigh–Nakagami $\mathcal{RN}[\mu = 1, L = 0,914]$ supposée par la loi de Fisher.



Mis à part sur les zones de changements, nous constatons donc que diviser une image de la pile par la moyenne quadratique de la pile permet d'obtenir une image dans laquelle il n'est plus possible de reconnaître les motifs spatiaux^a, et qui semble suivre une loi proche de celle qu'est supposé suivre le speckle.

^a. Les rares motifs spatiaux visibles sont dus aux changements.

Le modèle de Fisher prédit que si les images suivent une loi de Fisher $\mathcal{F}_A[\mu, L, M]$, alors la texture suit une loi de Rayleigh–Nakagami inverse $\mathcal{RN}\mathcal{I}[\mu, M]$. Nous tentons de vérifier cette hypothèse en calculant la moyenne quadratique d'un nombre croissant d'images dans la série, d'une seule image aux 39 disponibles ici. Nous présentons ces résultats en figure 5.8 où nous comparons ces histogrammes d'images moyennes à la loi de Fisher suivie par les images et la loi de Rayleigh–Nakagami inverse supposée modéliser la texture. Nous constatons que les histogrammes des images moyennes tendent vers un histogramme limite très lisse faisant apparaître des modes invisibles dans l'histogramme d'une seule image. Ce comportement n'est pas du tout modélisable par une seule loi du type $\mathcal{RN}\mathcal{I}$. De ce fait, nous constatons que la loi théorique de la texture ne fait que modéliser de façon approximative l'histogramme de la moyenne quadratique.



L'histogramme d'une image SAR débruitée ne dépend que de son contenu. Il est très improbable que les différentes brillances de points soient distribuées selon une des lois classiques comme la loi de Rayleigh–Nakagami inverse utilisées en imagerie SAR pour modéliser une texture. La seule façon de s'approcher de la forme de cet histogramme, fondamentalement déterministe, est de segmenter l'image en zones aux caractéristiques statistiques semblables avant de regrouper les lois. Le caractère «bi-mode» observé sur la figure 5.8 vient justement du fait que la scène contient deux zones principales : la rivière au centre (formant le mode de faible valeur) et les zones de végétation autour.

Nous présentons en figure 5.9 trois autres exemples similaires sur d'autres zones de ces 39 images COSMO–SkyMed. Nous constatons systématiquement que l'histogramme de la texture fait apparaître des modes bien précis correspondant au contenu des images débruitées. Nous constatons également que la loi théorique suivie par la texture s'approche de cet histogramme limite, ce qui explique les bons résultats obtenus avec MIMOSA malgré cet écart dans le modèle.

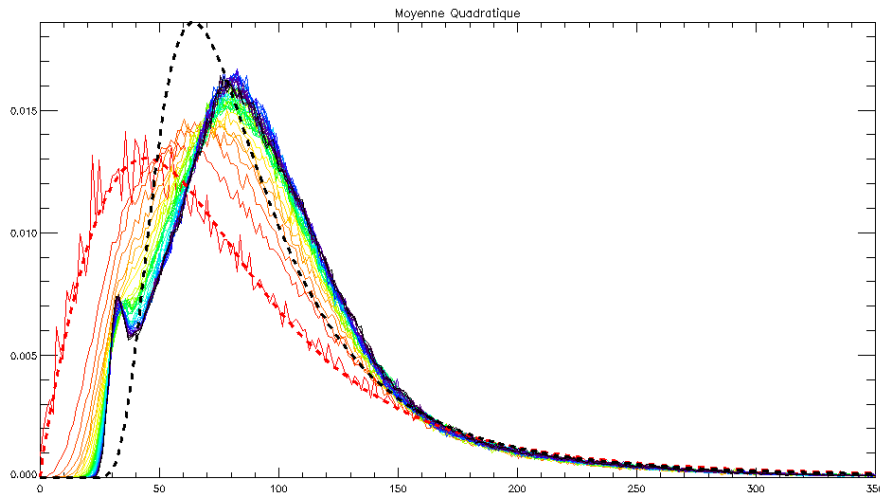


FIGURE 5.8: En trait pointillés épais rouge : Loi de Fisher estimée sur l'ensemble des images $\mathcal{F}_A[\mu = 74.197, L = 0.942, M = 1.482]$. En trait pointillés épais noir : Loi de Rayleigh-Nakagami inverse (texture) $\mathcal{RN}\mathcal{I}[\mu = 74.197, M = 1.482]$ supposée par le modèle de Fisher. Les traits fins allant du rouge au bleu foncé représentent les histogrammes des images moyennes quadratique pour un nombre croissant d'images (de 1 jusqu'à 39).

Bilan de l'évaluation du modèle de signal en amplitude :

- La texture d'une image SAR présente un histogramme qu'il n'est pas toujours possible d'approcher à l'aide des fonctions classiquement utilisées, comme la loi de Rayleigh-Nakagami. En effet, nous avons observé que la loi supposée suivie par la texture n'était qu'une modélisation globale du réel histogramme de la texture. Les bons résultats obtenus avec MIMOSA pour les séries temporelles montrent cependant que ce biais entre le modèle de texture et son réel comportement n'est pas critique pour la détection de changements. La seule possibilité pour modéliser finement la texture est la prise en compte d'une segmentation spatiale des images, où l'on formerait des zones aux statistiques semblables.



La prise en compte de classes statistiques segmentant l'images en différentes zones est proposée par l'interface de MIMOSA. Le calcul est alors mené de façon indépendante sur chacune des classes, les résultats de détection de changements sur chacune des classes sont ensuite regroupés en fin de calcul.

5.2 Respect du taux de fausses alarmes *a priori*

La méthode MIMOSA admet comme unique paramètre d'entrée un «taux de fausses alarmes *a priori*». Dans cette partie, nous allons confronter cette valeur consigne aux taux de fausses alarmes mesurés dans les résultats. Rappelons ici que le seuil de détection de MIMOSA pour deux images est estimé à partir de la pdf conjointe entre les deux moyennes temporelles en jeu (le plus souvent moyenne géométrique et quadratique). Ainsi, la ligne de niveau associée I_1 est placée dans le scatter-plot selon le taux de fausses alarmes donnée en entrée. Une seconde ligne de niveau I_2 est alors utilisée pour détecter les changements. Nous avons déjà mentionné que l'intervention de cette seconde sélection faisait diminuer le nombre de changements détectés. Par conséquent, le taux de fausses alarmes *a priori* donné en entrée n'est qu'indicatif, et doit être considéré comme un taux de fausses alarmes maximal.

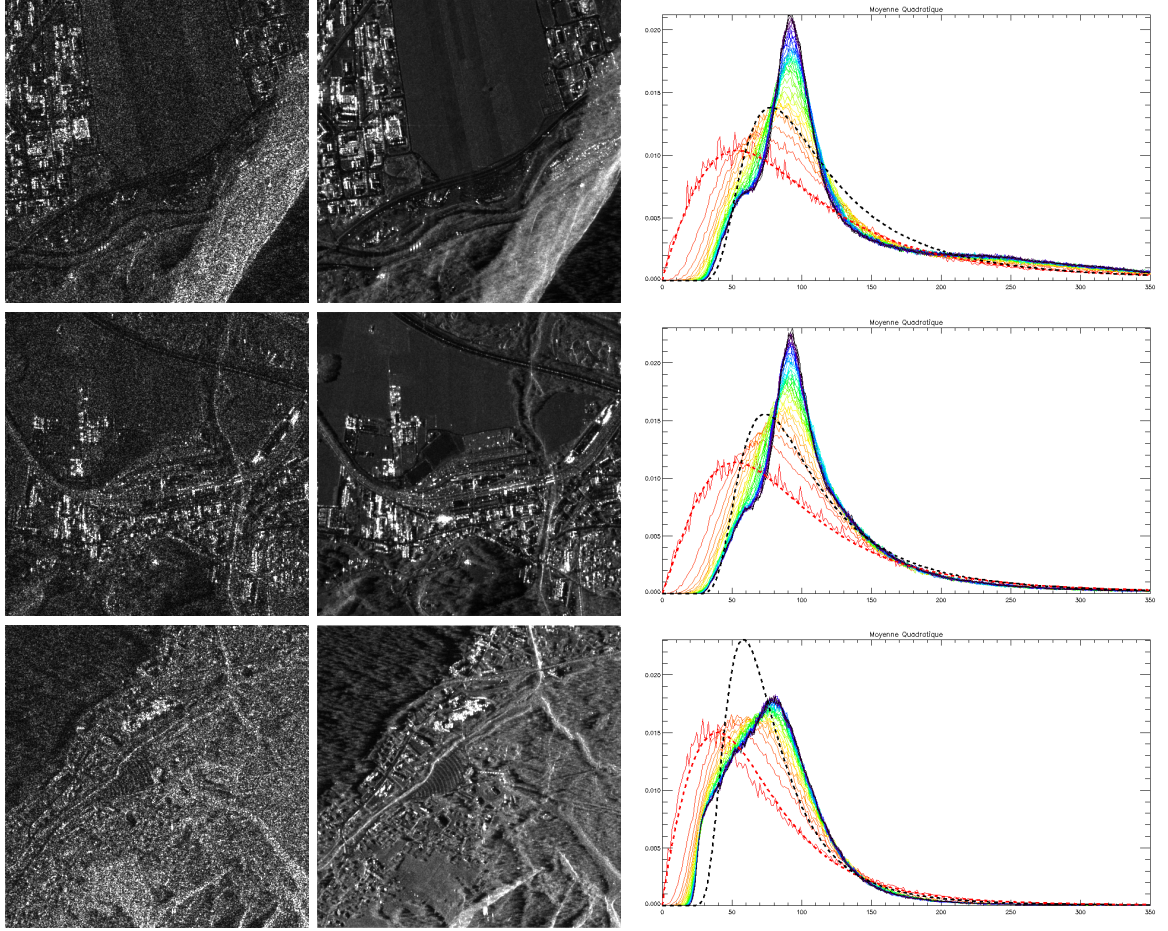


FIGURE 5.9: Exemples sur d'autres zones (De haut en bas : St. Gervais, Gare de St. Gervais, Argentière).   gauche : Image d'amplitude COSMO-SkyMed du 12/03/2009. Au centre : Moyenne quadratique des 39 images de la pile.   droite : Histogrammes des moyennes compar es à la loi de Fisher initiale et la loi suppos e être suivie par la texture.

Pour cette étude, nous allons considérer une zone dépourvue de changements, déjà pr sent e dans la partie 4.1.4 en figure 4.1. Nous utilisons ici deux images TerraSAR-X Stripmap acquises sur une zone désertique en Arabie Saoudite. Nous avons constaté que cette zone désertique ne présentait quasiment aucun changement visible. La cohérence y est en effet exceptionnellement  lev e, et l'amplitude reste quasi-constante. Par conséquent, nous pouvons considérer que chaque détection est une «fausse alarme». Ainsi, nous pouvons facilement confronter la valeur de taux de fausses alarmes *a priori* donn e en entrée au taux de fausses alarmes effectif mesuré sur les cartes de changements.

Nous avons fait varier le taux de fausses alarmes *a priori* entre 1 et 99% par pas de 1%. Nous présentons en figure 5.10 le taux de fausses alarmes donné en entrée de MIMOSA comparé au taux de détections (assimil es à des fausses alarmes) mesuré dans les cartes de changements. Nous avons également représenté le taux de détections issues de la pdf conjointe seulement (avec guide I_1 , mais sans I_2) en guise de comparaison annexe.

Nous constatons que le taux de fausses alarmes effectif est toujours plus faible que le taux de fausses alarmes *a priori*. Ceci concorde avec l'interprétation déjà propos e du taux de fausses alarmes *a priori*, qui suggère qu'il faut le considérer comme une valeur maximale dans les résultats. Néanmoins, nous constatons que les écarts sont parfois importants. Nous distinguons en

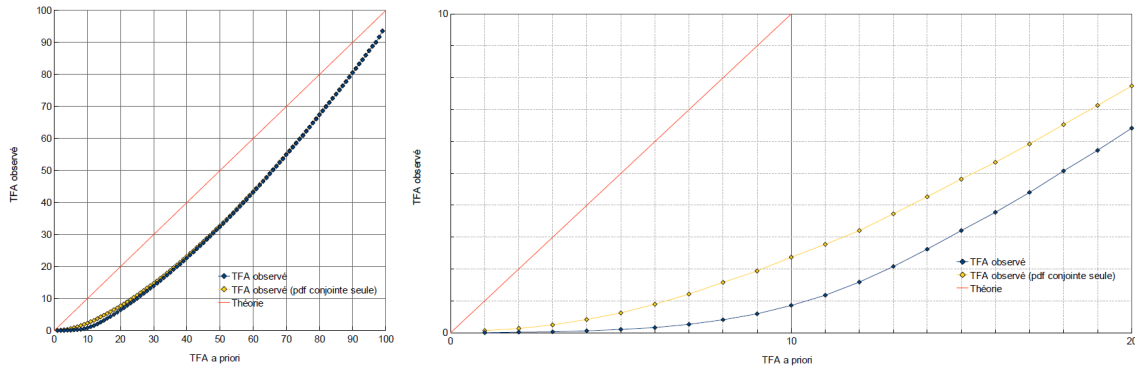


FIGURE 5.10: **(Zone désertique)** Taux de fausses alarmes mesuré en fonction du taux de fausses alarmes *a priori* (en %). En rouge : Théorie. En bleu : MIMOSA complet avec guides I_1 et I_2 . En jaune : Guide I_1 seul. À gauche : Ensemble des valeurs explorées pendant le test. À droite : Zoom autour des valeurs 10 à 20% pour le taux de fausses alarmes *a priori*.

effet deux régimes différents. Pour des valeurs de taux de fausses alarmes *a priori* variant entre 0 et environ 10%, nous constatons que le taux de fausses détections dans les cartes de changements est très faible en comparaison avec la valeur cible. Nous constatons en effet sur la courbe de droite en figure 5.10 que le taux de fausses détections observé reste inférieur à 1% pour des taux de fausses alarmes *a priori* allant jusqu'à 10%. Le second régime apparaît pour des valeurs de taux de fausses alarmes *a priori* supérieures à 10%. Dans ce cas, l'écart entre consigne et observation varie entre 10 et 20%, pour se réduire pour les très forts taux de fausses détections.

Nous présentons en figure 5.11 les mêmes résultats, obtenus cette fois avec les images TerraSAR-X sur Le Bourgeat. Nous supposons encore une fois que les «vrais changements» sont en quantité négligeable dans l'image et que toutes les détections peuvent par conséquent être considérées comme des fausses alarmes. Nous constatons que la courbe du taux de fausses alarmes observé suit beaucoup mieux la courbe de taux de fausses alarmes *a priori* donné en entrée de MIMOSA. En effet, nous observons sur la figure 5.11 que la courbe bleue suit de très près la consigne en rouge.

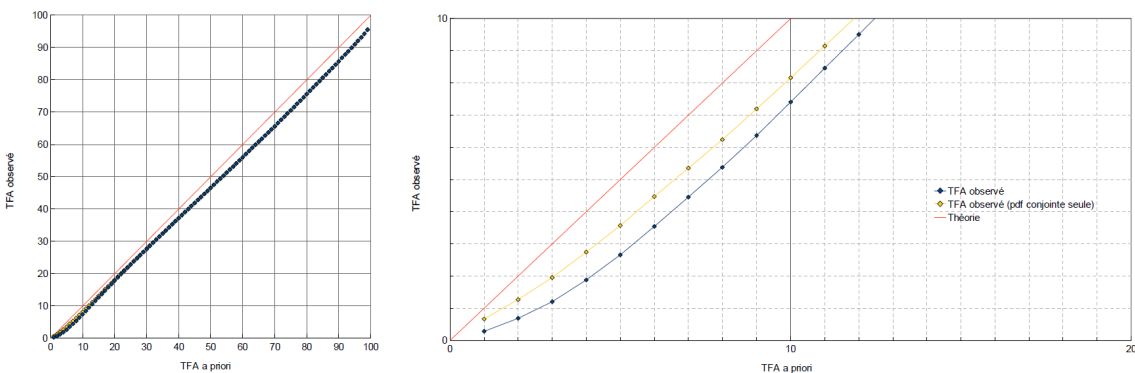


FIGURE 5.11: **(Zone naturelle non désertique)** Taux de fausses alarmes mesuré en fonction du taux de fausses alarmes *a priori* (en %). En rouge : Théorie. En bleu : MIMOSA complet avec guides I_1 et I_2 . En jaune : Guide I_1 seul. À gauche : Ensemble des valeurs explorées pendant le test. À droite : Zoom autour des valeurs 10 à 20% pour le taux de fausses alarmes *a priori*.

Nous pouvons expliquer ces différences de comportement par le modèle considéré par MIMOSA. La pdf conjointe entre les deux moyennes est modélisée à partir des paramètres μ , L

et M de la loi de Fisher modélisant au mieux l'union des échantillons contenus dans les deux images. Nous supposons alors que les paramètres μ et M ne concernent que la texture, et que le paramètre L ne concerne que le speckle. Du point de vue de la pdf, nous pouvons distinguer chacun des rôles des paramètres de la loi de Fisher :

- Le paramètre μ «localise» les valeurs maximales de la pdf autour d'une valeur particulière, généralement proche de μ .
- Le paramètre L , relatif au speckle, détermine l'étalement de la pdf hors de la diagonale. Plus L est grand, plus la pdf prévoit une localisation proche de la diagonale (c'est à dire peu de changements), et inversement.
- Le paramètre M , relatif à la texture, détermine l'étalement de la pdf le long de la diagonale. Plus M est grand, plus la pdf est concentrée autour du point de coordonnées (μ, μ) (c'est à dire que la zone modélisée est très homogène), et inversement.

Nous illustrons ces différents rôles dans la figure 5.12, où nous présentons la pdf estimée dans le cas de lois de Fisher différentes où seuls L et M varient.

Avec MIMOSA, l'estimation des paramètres de la loi de Fisher est réalisée sur l'union des échantillons contenus dans les images, et ne prend pas en compte un quelconque ordre entre les deux images du couple. Nous supposons ensuite que les statistiques spatiales correspondent aux statistiques temporelles. Le speckle temporel qui introduit la variation temporelle d'amplitude est en fait estimé sur une grandeur spatiale. De ce fait, il est possible dans certains cas que le speckle temporel ne suive pas les mêmes lois que le speckle spatial.

Dans le cas de la zone désertique, le speckle temporel est beaucoup plus faible que le speckle spatial, les images sont en effet davantage «hétérogènes spatialement» que «changeantes temporellement». Le paramètre L estimé sur les données spatiales prédit donc un speckle temporel plus fort qu'il ne l'est en réalité (L est sous-estimé). De ce fait, la pdf conjointe prévoit un étalement des points dans le scatter-plot hors de la diagonale plus important qu'il ne l'est en réalité dans le scatter-plot observé. De ce fait, en donnant une consigne de taux de fausses alarmes *a priori*, le taux de fausses alarmes effectif est beaucoup plus faible. C'est ce que nous constatons sur la figure 5.10.

Dans le cas de la zone naturelle non désertique, la végétation est changeante temporellement (chute des feuilles, pousse de l'herbe, etc.), sans pour autant changer de nature. Chaque parcelle conserve en effet ses caractéristiques principales (type d'arbres, épaisseur du couvert végétal, etc.). De ce fait, il est tout à fait possible qu'une zone change d'aspect temporellement dans des proportions qui correspondent à celles des variations d'aspect spatiales entre deux zones de végétation de mêmes caractéristiques. Dans ce cas, nous pouvons comprendre que les images sont aussi «hétérogènes spatialement» que «changeantes temporellement». Les échantillons d'une zone homogène dans une image sont alors représentatifs de ceux que l'on peut trouver dans un même pixel temporel. De ce fait, le paramètre L estimé modélise mieux les variations temporelles prévues par la pdf, ayant pour conséquence que la pdf décrive mieux l'étalement de points observé dans le scatter-plot. Le taux de fausses alarmes *a priori* est alors plus représentatif du taux de fausses alarmes observé, comme c'est le cas en figure 5.11.

5.3 Sensibilité au recalage entre images

5.3.1 Cas d'un couple d'images

La détection de changements effectuée par MIMOSA s'effectue le long des profils temporels de chaque pixel de la série temporelle considérée. De ce fait, il est impératif que chaque pixel représente bien la même zone géographique dans chacune des images afin que le suivi de l'évolution temporelle de l'amplitude du pixel considéré ait un sens. Un bon recalage est donc par

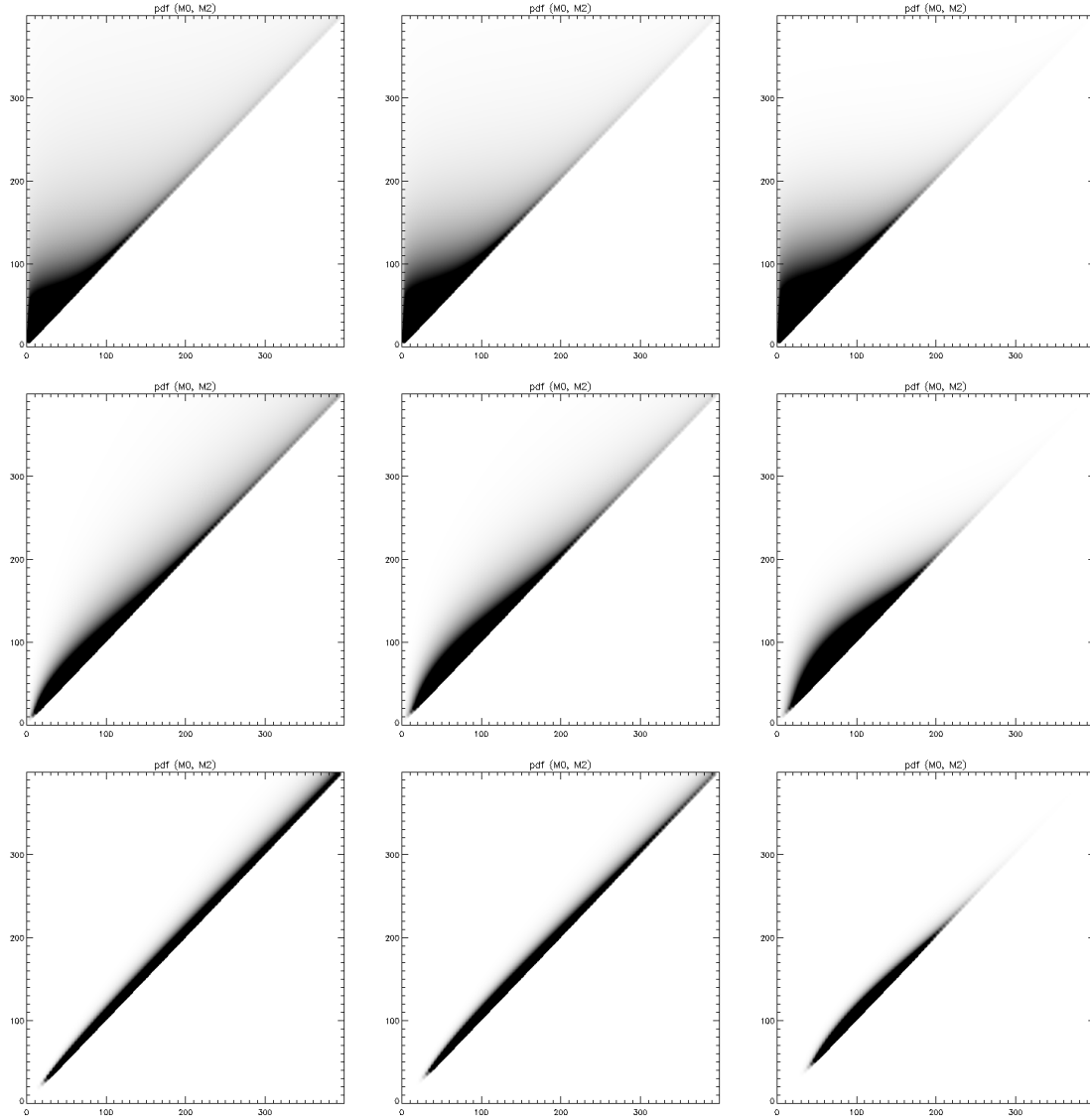


FIGURE 5.12: pdf conjointe $p(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_2)$ pour une loi de Fisher $\mathcal{F}_A[\mu = 100, L, M]$. De haut en bas : $L = 0.3, 1, 5$. De gauche à droite : $M = 0.3, 1, 5$.

conséquent nécessaire afin de permettre une détection de changements pertinente. L'objet de cette section est l'étude de la sensibilité de la détection de changements effectuée par MIMOSA vis à vis d'un mauvais recalage entre les images. Nous nous limiterons dans cette partie l'étude au cas d'un couple d'images. Le cas des séries temporelles sera traité dans la partie suivante.



Notons que le recalage d'images est une problématique très importante en détection de changements pour toutes les méthodes dites «pixel à pixel» (comme MIMOSA). En effet, puisque que l'on ne considère pas de voisinages spatiaux, l'effet néfaste d'un mauvais recalage ne peut pas être naturellement réduit par cet effet de fenêtrage.

Afin de tester la sensibilité de MIMOSA au recalage, nous choisissons un ensemble de 5 «scènes test» aux caractéristiques variées afin de déterminer l'origine et la localisation des fausses alarmes générées par un mauvais recalage. Les mêmes conclusions ont pu être tirées de chacun des tests. Par soucis de synthèse, nous ne présenterons donc que les résultats issus d'une seule

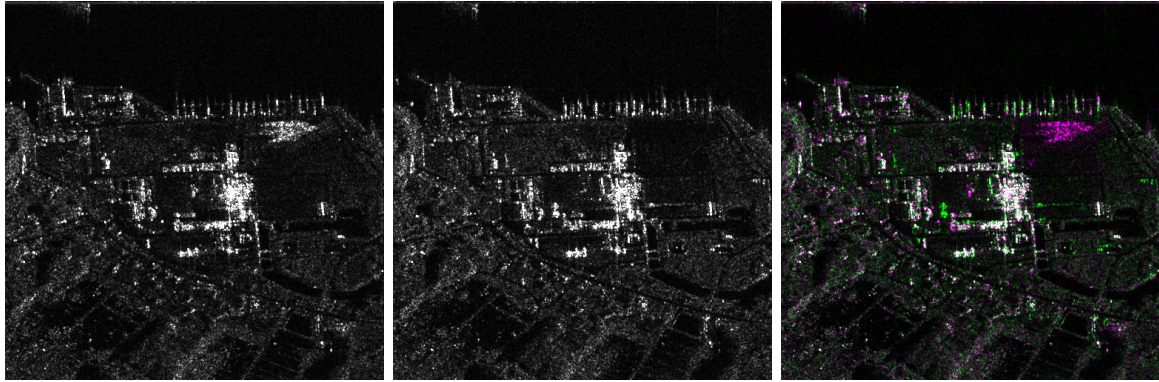


FIGURE 5.13: Zone test sur une centrale thermique dans la zone de Sendai (Japon). Images d'amplitude, avec TerraSAR-X en mode Stripmap. À gauche : 17/05/2011. Au milieu : 28/05/2011. À droite : Composition RGB entre les images d'amplitude.

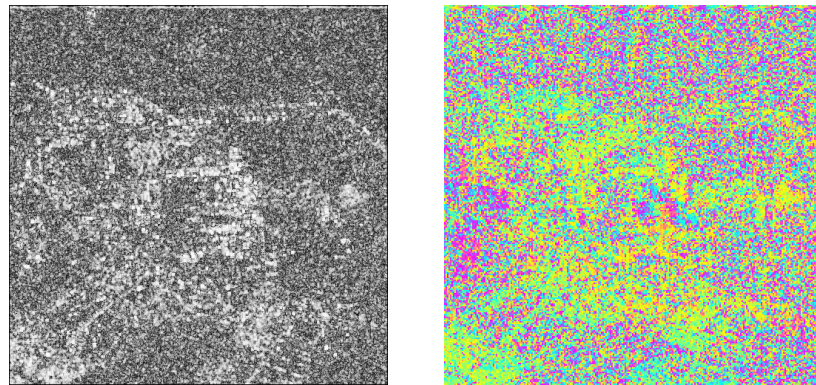


FIGURE 5.14: À gauche : Cohérence interférométrique entre les deux images. À droite : Phase interférométrique (Compensée des effets orbitographiques).

zone. La zone que nous considérons est une centrale thermique dans la zone de Sendai au Japon. Nous utilisons deux images TerraSAR-X Stripmap acquises respectivement le 17/05/2011 et le 28/05/2011. Nous présentons l'amplitude de ces deux images recalées en figure 5.13. La composition RGB entre les deux images d'amplitude également présentée en figure 5.13 montre la présence de changements très nets entre les deux acquisitions. La cohérence entre ces deux images ainsi que la phase interférométrique sont représentées en figure 5.14.

Nous présentons en figure 5.15 le résultat de détection de changements obtenu avec MIMOSA pour un taux de fausses alarmes *a priori* de 1%. Le scatter-plot représenté est pourvu des lignes de niveau indiquant les pixels détectés comme changements. La carte de changements a été représentée seule, permettant ainsi de distinguer chaque changement détecté, mais également superposée à la moyenne géométrique entre les deux images. Cette représentation facilite grandement les interprétations des changements. La carte de changements superposée à l'image de moyenne géométrique s'interprète alors comme la composition colorée classique présentée plus tôt en figure 5.13. Elle est cependant plus simple à interpréter car le bruit coloré n'est pas présent.

Dans la suite de cette série de tests sur la sensibilité au recalage, nous allons considérer les résultats présentés en figure 5.15 comme ceux de référence. Dans la suite, l'image acquise le 17/05/2011 ne sera pas modifiée, tandis que nous imposerons des translations artificielles à la seconde image acquise le 28/05/2011. Nous imposerons des décalages verticaux et horizontaux par pas de 1/10 pixel, pour des décalages allant jusqu'à 3 pixels. Nous avons en effet constaté

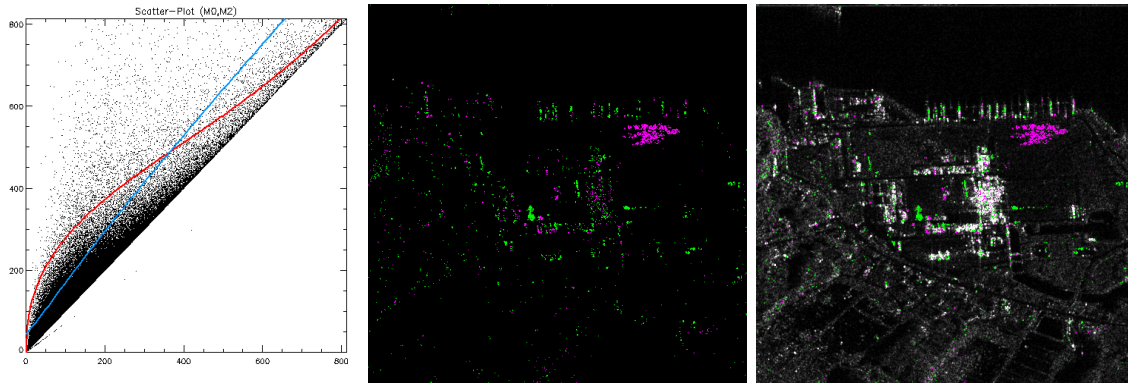


FIGURE 5.15: À gauche : Scatter-plot ($\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_2$) et lignes de niveau. Au milieu : Carte de changements. À droite : Carte de changements superposée à la moyenne géométrique entre les images.

qu'un pas plus fin ne permettait pas de tirer de conclusions plus intéressantes, sachant que le recalage initial est déjà effectué avec une précision de cet ordre. De même, nous avons estimé qu'un décalage de 3 pixels était un décalage facilement observable à l'oeil nu, et donc représentant une bonne limite haute. Notons que pour un observateur averti, il est possible de déceler des erreurs de recalage beaucoup plus faibles, de l'ordre de 0.25 pixels.

Le décalage de la seconde image est réalisé dans l'espace de Fourier, en modulant sa transformée de Fourier par la rampe de phase adaptée à la translation souhaitée dans l'espace réel. Cette méthode de rééchantillonnage est la plus coûteuse, mais la plus rigoureuse. Au cours de ces tests, nous étudions une série de paramètres :

1. Les paramètres de la loi de Fisher estimée sur les images,
2. le nombre de changements :
 - le nombre total,
 - les apparitions seulement,
 - les disparitions seulement.
3. le nombre de nouveaux changements par rapport à la carte de référence présentée en figure 5.15 :
 - les apparitions,
 - les disparitions.

Nous présentons en figure 5.16 les paramètres des lois de Fisher estimées sur les images pour des décalages horizontaux et verticaux. Puisque la première image n'est pas modifiée, ses paramètres propres restent constants. Nous observons que selon le décalage, les paramètres de la seconde image varient légèrement. Nous observons également un effet cyclique de période 1 pixel, correspondant à ce que pour un même décalage à un pixel près, les échantillons présents dans l'image sont exactement les mêmes. L'amplitude de variation des trois paramètres de la loi de Fisher estimés pour l'image subissant des translations est cependant très faible. De même, nous constatons que les paramètres de la loi de Fisher estimée sur l'union des deux images sont peu impactés par les modifications de la seconde image. De ce fait, nous pourrions considérer que les paramètres du calcul MIMOSA sont quasi-identiques pour tous les décalages imposés.

Les courbes présentées en figure 5.16 montrent que l'estimation des paramètres de la loi de Fisher n'est pas un indicateur de mauvais recalage. Puisque les paramètres de la loi de Fisher estimée sur l'union des deux images ne varient pas en fonction du décalage imposé à la seconde image, la détection de changements se fait avec les mêmes guides sur le scatter-plot (qui lui varie selon le décalage).

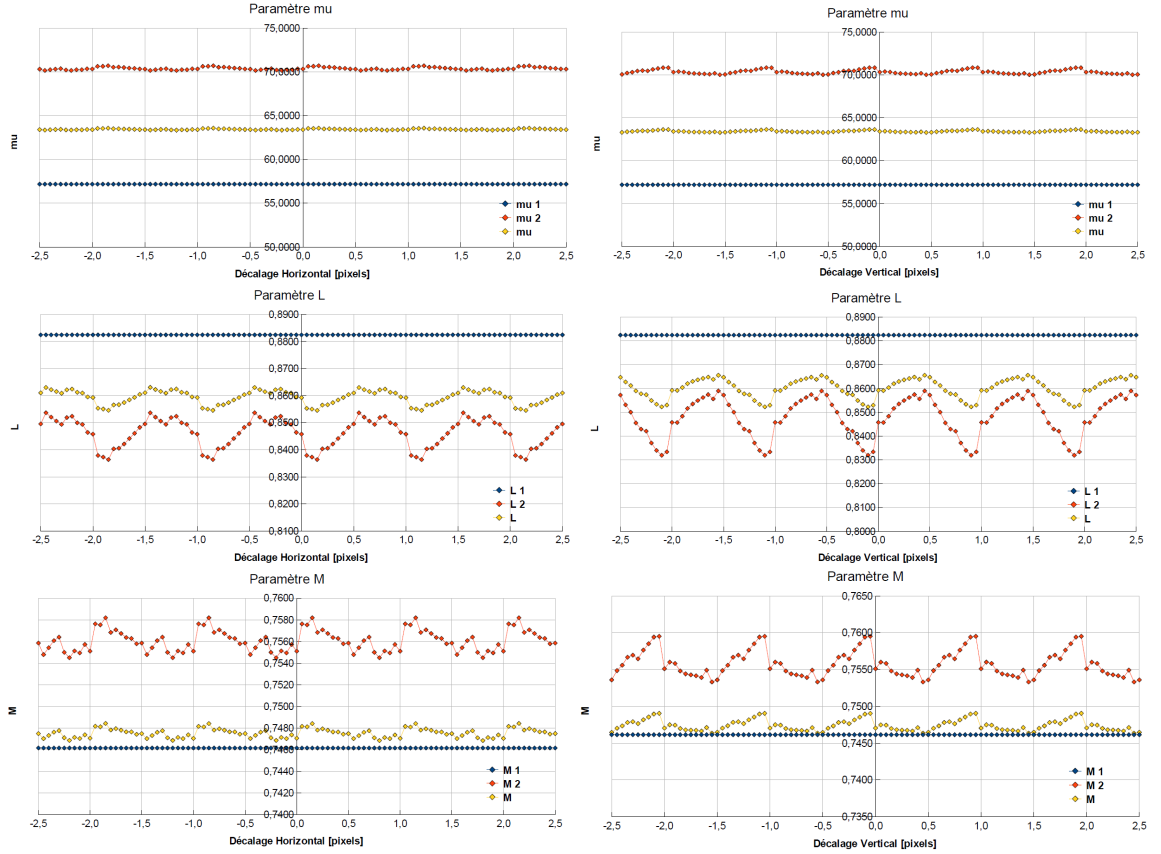


FIGURE 5.16: Paramètres μ , L , M des lois de Fisher estimées sur des deux images considérées en fonction du décalage horizontal (colonne de gauche) ou vertical (colonne de droite) imposé à l'image 2. Les trois paramètres μ_1 , L_1 et M_1 correspondent à l'image 1 (courbes en bleu). Les trois paramètres μ_2 , L_2 et M_2 correspondent à l'image 2 (courbes en rouge). Les trois paramètres μ , L et M correspondent à l'union des deux images (courbes en jaune).

Nous représentons en figures 5.17 et 5.18 le nombre de changements détectés, respectivement en fonction du décalage horizontal ou vertical imposé. La partie droite des figures représente le nombre de nouveaux changements par rapport à la carte de référence.

Remarque :

Les nombres précis de changements n'ont pas d'importance ici, ils sont en effet dépendants de la zone étudiée ainsi que de sa taille. Nous nous attacherons seulement aux critères indépendants des caractéristiques propres à chaque zone et observés sur tous les cas test étudiés dans cette étude de sensibilité au recalage.

Nous observons que la courbe représentant le nombre de changements total, aussi bien que celles représentant le nombre de changements de type apparition ou disparition se présentent sous une forme symétrique. Nous observons la présence d'un minimum pour une certaine valeur de décalage proche de 0. Nous pouvons supposer que la présence d'un décalage entre la position de ce minimum et la valeur de décalage imposé nulle indique que les images considérées comme référence présentaient un léger biais de recalage. Cet effet est davantage marqué en figure 5.18 à gauche, où le minimum semble se trouver aux alentours d'un décalage vertical de 0.25 pixel. Le biais de décalage horizontal semble s'élever à -0.1 pixel.

L'allure générale de ces courbes, assez plates au niveau de leur minimum, suggère une bonne

tolérance au recalage pour des valeurs inférieures à $1/2$ pixel. En effet, il est préférable que le nombre de changements n'explode pas pour une très faible erreur de recalage.

Les courbes représentant le nombre de nouveaux changements (partie droite des figures 5.17 et 5.18) indiquent l'apparition en proportions comparables de détection de type apparition et de type disparition. Ce constat est commun à toutes les zones étudiées.

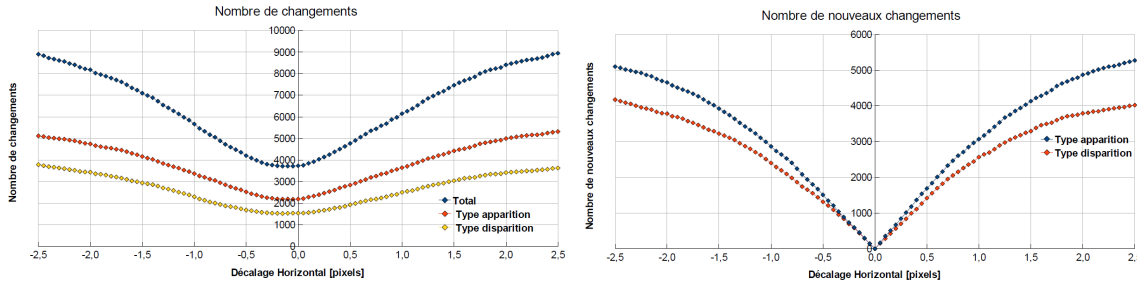


FIGURE 5.17: À gauche : Nombre de changements détectés en fonction du décalage horizontal imposé à l'image 2. À droite : nombre de nouveaux changements par rapport à la carte de référence pour un décalage nul, en fonction du décalage horizontal imposé.

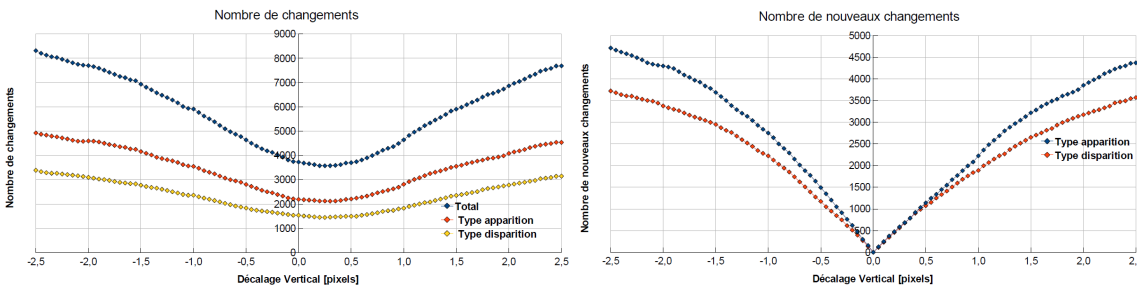


FIGURE 5.18: À gauche : Nombre de changements détectés en fonction du décalage vertical imposé à l'image 2. À droite : nombre de nouveaux changements par rapport à la carte de référence pour un décalage nul, en fonction du décalage vertical imposé.

Pour une meilleure compréhension, nous représentons maintenant en deux dimensions les résultats obtenus avec MIMOSA en fonction des décalages horizontaux et verticaux imposés à la seconde image. La figure 5.19 montre l'évolution des paramètres de la loi de Fisher estimée sur l'union des deux images en fonction du décalage imposé. Nous observons sur les trois diagrammes qu'un motif régulier apparaît avec une période d'un pixel dans les deux directions du plan. Ces figures sont cependant à analyser avec précautions : la présence de minimum ou maximum local n'indique cependant pas que les images sont bien recalées ou mal recalées.

Nous présentons maintenant en figure 5.20 à gauche le nombre total de changements détectés en fonction du décalage imposé. Nous constatons la présence d'un minimum aux alentours des valeurs de décalages horizontaux et verticaux de -0.1 et 0.25 pixel, déjà mentionnés plus tôt. Nous constatons une dissymétrie du motif en fonction de la direction verticale et horizontale. En effet, le motif prend une forme allongée le long de la direction verticale qui pourrait suggérer une meilleure tolérance au niveau du recalage dans cette direction. Cependant, cette dissymétrie est uniquement due aux caractéristiques spatiales de la scène, et non à une différence de sensibilité de la scène au recalage selon une direction ou une autre. Pour le prouver, nous illustrons en figure 5.20 à droite la fonction de corrélation entre les deux images afin de la comparer au nombre de changements détectés.

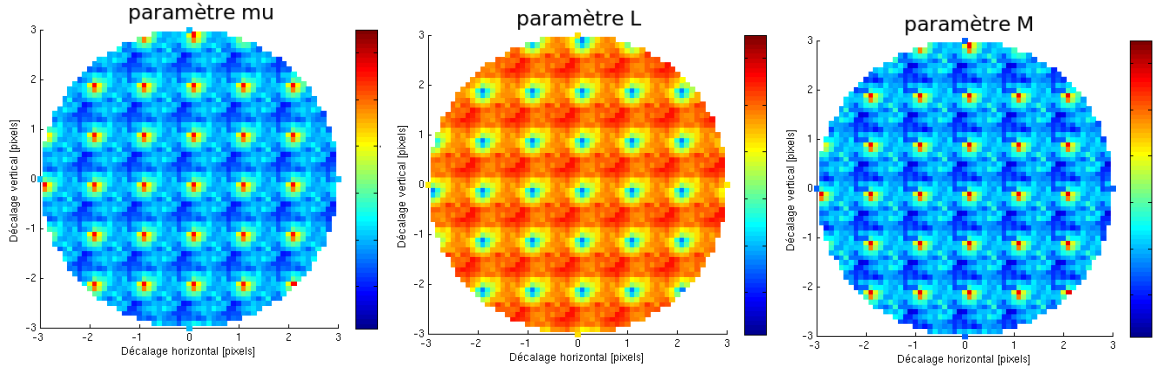


FIGURE 5.19: Paramètres μ , L , M des lois de Fisher estimées sur des deux images considérées en fonction du décalage imposé à l'image 2.

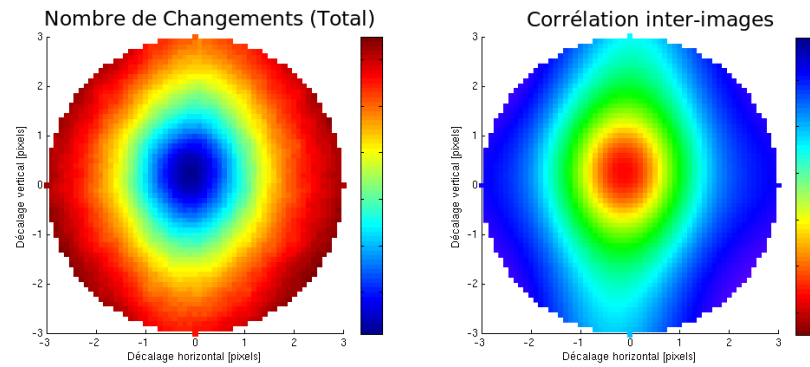


FIGURE 5.20: À gauche : Nombre total de changements détectés en fonction du décalage imposé à l'image 2. À droite : corrélation inter-images.

Remarque :

La fonction de corrélation entre deux images s'obtient par le produit conjugué de leurs transformées de Fourier respectives, puis transformée de Fourier inverse, et enfin calcul du module. Elle représente une corrélation pour des décalages pixeliques. Pour obtenir une résolution sub-pixelique, et plus particulièrement ici $1/10$ pixel, nous avons suréchantillonné préalablement les images d'un facteur 10 par zeropadding. Sur cette image suréchantillonnée, nous avons finalement sélectionné uniquement les pixels centraux correspondant aux décalages $[-3, +3]$ pixels.

Nous observons que la fonction de corrélation révèle aussi cette allure allongée selon la direction verticale. De plus, nous observons également le même décalage par rapport au centre du repère qui confirme que les images prises pour référence semblent présenter un léger biais de recalage initial.

Nous présentons en figures 5.21 et 5.22 les résultats obtenus pour un décalage horizontal d'un pixel (première ligne des figures). Nous constatons que ce décalage n'a pas d'effet clairement visible sur la composition colorée. Cependant, nous constatons une nette perte de cohérence, ainsi qu'une dégradation de l'allure de la phase interférométrique. Nous pouvons toutefois remarquer que des motifs sont toujours visibles sur l'interférogramme malgré ce décalage «important» d'un pixel. Ceci montre que la corrélation inter-pixels dans une même image est très présente, même à l'échelle d'un pixel. Les résultats de détection de changements obtenus par MIMOSA montrent une augmentation du nombre de changements au niveau des structures géométriques présentant de forts gradients spatiaux dans la direction du décalage imposé (ici horizontale). Nous pouvons surtout constater que les zones homogènes ne sont pas sensibles à cette erreur de recalage. Les

résultats obtenus pour un décalage vertical d'un pixel sont représentés en deuxième ligne des figures 5.21 et 5.22.

Les figures 5.21 et 5.22 présentent également les résultats obtenus avec MIMOSA pour des décalages horizontaux et verticaux de 3 pixels (sur les deux lignes du bas des figures). Nous observons dans les deux cas que la composition colorée laisse clairement apparaître le mauvais recalage entre les images. De même, nous constatons alors que la cohérence est totalement perdue et que l'interférogramme est totalement détruit. Nous pouvons observer que pour de tels décalages, le nombre de points présents sur la diagonale du scatter-plot diminue. Les points ont tendance à se regrouper près de l'origine et à s'écarter de la diagonale. Cependant, la position et la forme des guides ne s'adaptent pas à l'allure de ce scatter-plot. Nous pouvons remarquer que l'allure des cartes de changements obtenues pour des décalages importants est très caractéristique. Nous observons en effet que deux motifs identiques semblent se juxtaposer l'un à côté de l'autre, séparés de la valeur du décalage entre images. Cette observation permet de détecter visuellement un mauvais recalage à partir d'une carte de changements à l'allure suspecte.

Nous représentons en figure 5.23 la moyenne arithmétique des gradients spatiaux des deux images d'amplitude initiales, pour les directions verticales et horizontales. Nous constatons que ces cartes de «gradients moyens» ressemblent fortement aux cartes de changements obtenues lorsque les images sont mal recalées. Ces cartes confirment le fait que l'apparition de fausses alarmes se fait de façon préférentielle dans les zones présentant de forts gradients spatiaux comme des structures brillantes sur un fond sombre. Les zones homogènes sont pour leur part peu impactées par un mauvais recalage.

Bilan de l'étude de sensibilité au recalage entre deux images :

Nous dressons ci-dessous un bilan de cette étude de sensibilité au recalage sous forme de points clés résumant les principales conclusions.

- Nous pouvons évaluer la tolérance de MIMOSA à un mauvais recalage à environ 0.5 pixel. Ceci est un très bon point car les méthodes de recalage sont une étape critique des chaînes de traitement SAR, en particulier pour les capteurs SAR «première génération». La plupart des méthodes classiques permettent un recalage à une précision meilleure que 0.5 pixel.
- La sensibilité au recalage est liée à la corrélation entre les images.
- Les fausses alarmes dues à un mauvais recalage apparaissent préférentiellement dans les zones à forts gradients spatiaux. Les zones homogènes sont le plus souvent épargnées.
- L'allure caractéristique de la carte de changements peut révéler la présence d'un mauvais recalage, ainsi que sa nature si celui-ci est important.
- Un décalage d'un pixel n'est pas toujours facilement observable sur une composition colorée entre images d'amplitude.
- Observer des franges dans un interférogramme n'est pas non plus une garantie de bon recalage (dans la limite d'un pixel pour TerraSAR-X).

5.3.2 Cas d'une série temporelle

Après avoir étudié l'effet d'un mauvais recalage entre deux images dans la partie précédente, nous étudions ici l'effet d'un recalage approximatif dans une série temporelle. Lorsque nous traitons une série temporelle, la problématique du recalage devient fondamentalement différente. En effet, il se peut que la scène étudiée évolue beaucoup entre la première et la dernière image de la série. De ce fait, un bon recalage est parfois difficile à atteindre entre toutes les images de la série du fait de la décorrélation temporelle. Il est souvent nécessaire de prendre en compte une redondance dans les méthodes de recalage de séries temporelles afin d'utiliser au mieux

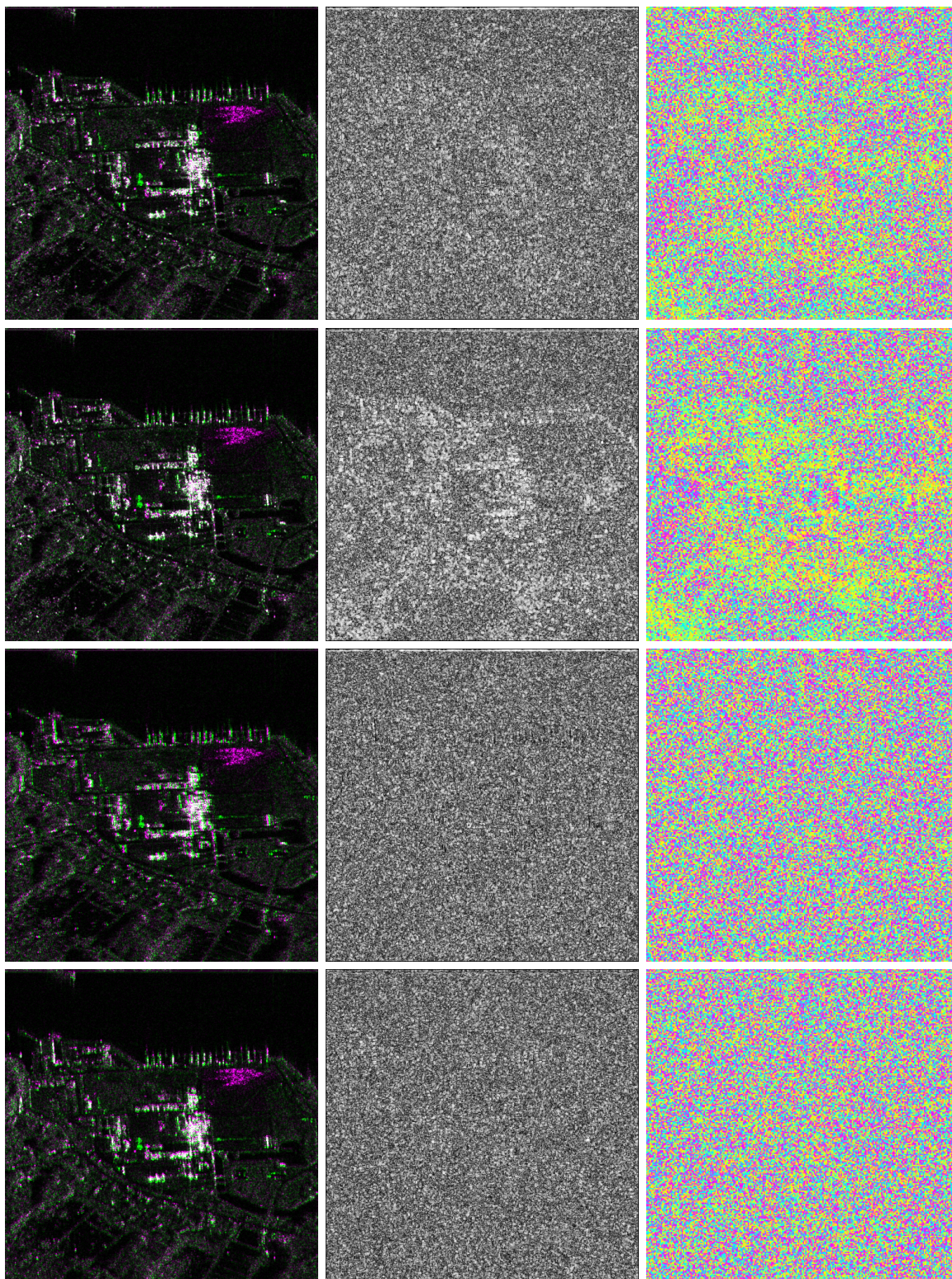


FIGURE 5.21: De haut en bas : Décalage horizontal de 1 pixel, vertical de 1 pixel, horizontal de 3 pixels, vertical de 3 pixels. À gauche : Composition RGB. Au milieu : Cohérence interférométrique entre les deux images. À droite : Phase interférométrique (Compensée des effets orbitographiques).

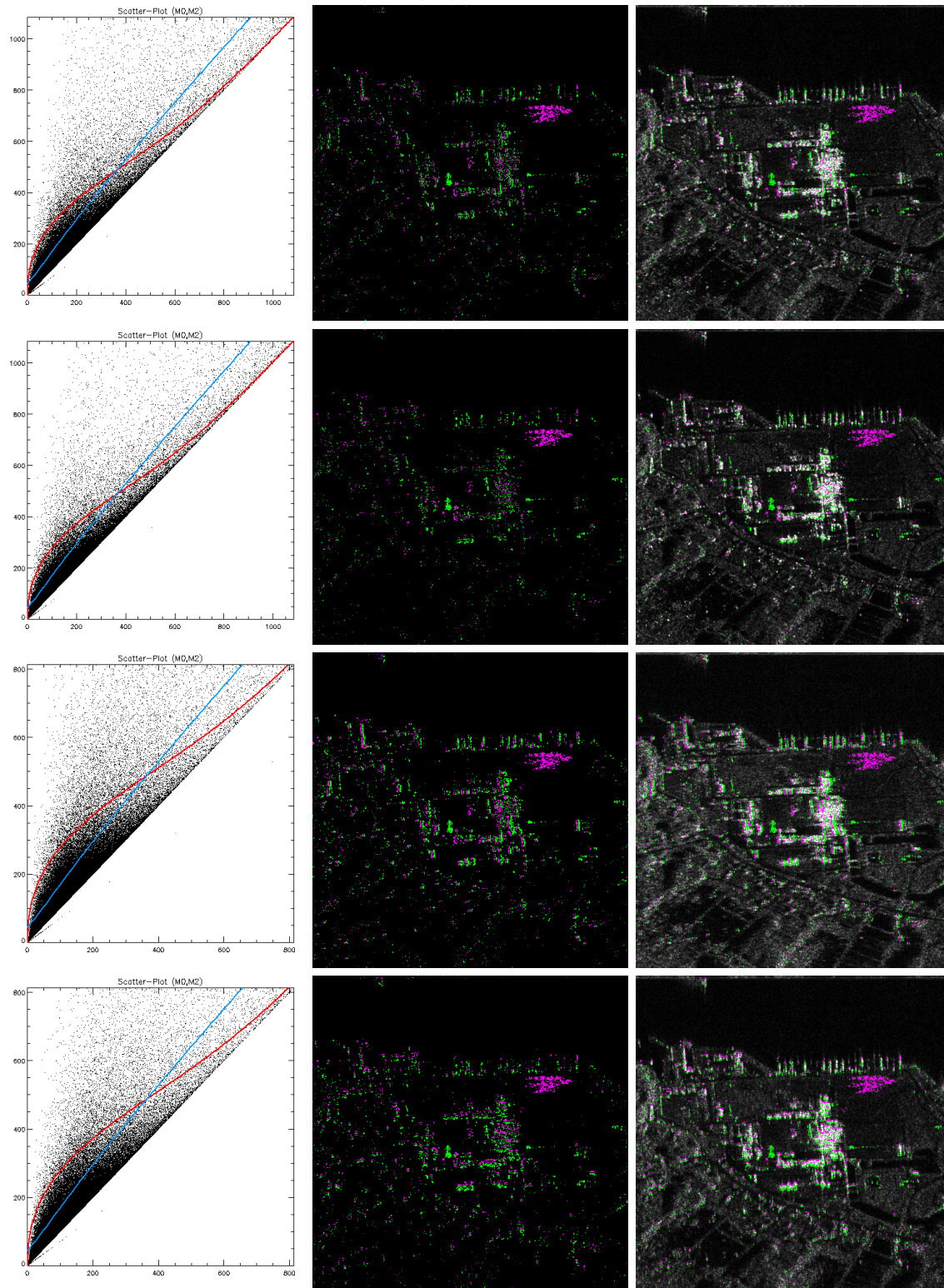


FIGURE 5.22: De haut en bas : Décalage horizontal de 1 pixel, vertical de 1 pixel, horizontal de 3 pixels, vertical de 3 pixels. À gauche : Scatter-plot (M_0, M_2) et lignes de niveau (cf. 5.15). Au milieu : Carte de changements. À droite : Carte de changements superposée à la moyenne géométrique entre les images.

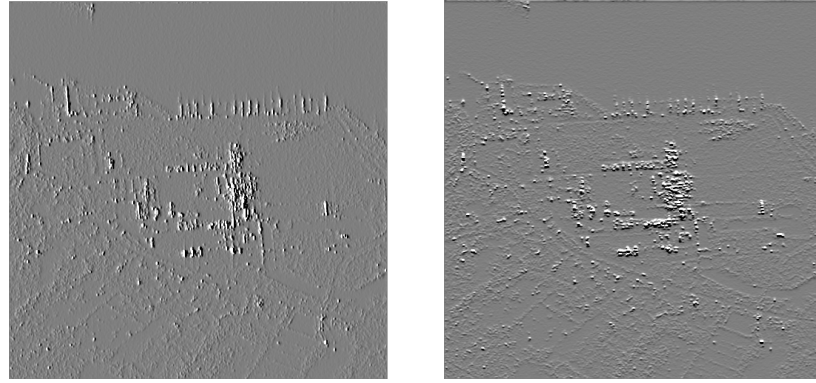


FIGURE 5.23: Moyenne arithmétique des gradients des amplitudes des deux images initiales, indiquant les positions préférentielles des fausses alarmes dues à un mauvais recalage dans la direction considérée. À gauche : gradient horizontal. À droite : gradient vertical.

les images les mieux corrélées reliant deux images très différentes qu'il aurait été impossible de recaler convenablement sans les images intermédiaires.

Lorsque nous avons étudié l'effet du recalage entre deux images, nous nous étions limités au cas d'une translation qu'il était alors facile de quantifier. Dans le cas d'une série temporelle, nous nous contenterons encore une fois de ne considérer que des translations résiduelles entre images. Toutefois, nous n'en spécifierons pas les valeurs précises pour chaque couple d'images. Sachant qu'une méthode de recalage est souvent caractérisée par la précision subpixel qu'elle est capable d'atteindre, nous introduirons ici des biais de recalage aléatoires dont nous préciserons uniquement **l'écart type (en pixels)**.

Pour effectuer ces tests, nous considérons une série temporelle de 13 images TerraSAR-X sur Le Bourgeat (près de Chamonix, Alpes). Nous présentons en figure 5.24 les résultats obtenus sur cette pile d'images avec un taux de fausses alarmes de 5 %. Notons que le recalage initial de la série temporelle est excellent (< 0.1 pixel).

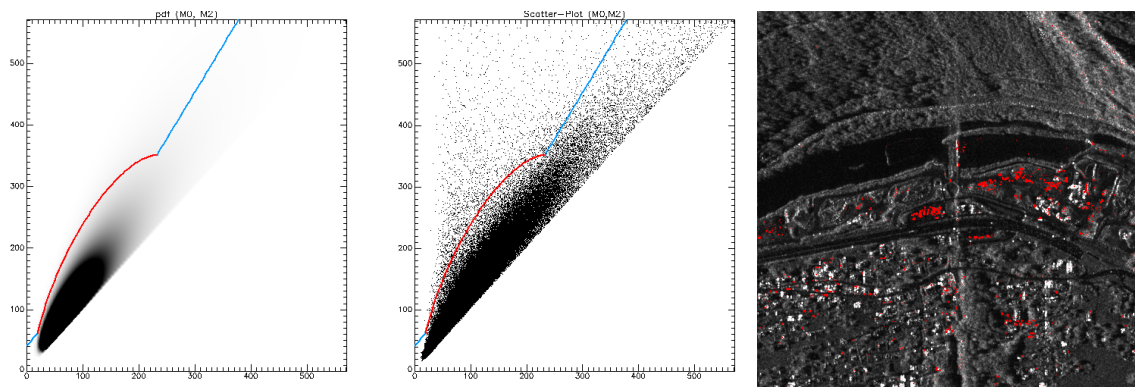


FIGURE 5.24: Résultats de détection de changements sur 13 images TerraSAR-X sur Le Bourgeat pour un recalage optimal (résultat de référence). De gauche à droite : pdf conjointe et lignes de niveau, scatter-plot et lignes de niveau, carte de changements (en rouge) superposée à la moyenne géométrique des 13 images. Le taux de fausses alarmes est fixé à 5%.

Au cours des tests, nous avons introduit artificiellement des biais de recalage sous forme de translations aléatoires en termes de directions. Nous avons précisément contrôlé l'écart type des biais de recalage en le faisant varier par pas de 0.1 pixel jusqu'à un écart type maximal de 3 pixels. Au cours des tests, les mêmes paramètres ont été conservés pour la détection de changements.

Un taux *a priori* de fausses alarmes de 5 % a été conservé. Nous présentons en figure 5.25 les résultats de détection de changements obtenus sur les piles mal recalées pour des biais de 0.5, 1, 1.5 et 3 pixels.

Comme dans le cas à deux images, l'application de translations aux images ne modifie pas leurs statistiques en amplitude. Les paramètres des lois de Fisher estimées sur chacune des images ainsi que sur l'union des échantillons sont donc inchangés par rapport à ceux estimés lors de la détection de changements de référence où le recalage était considéré comme optimal. De ce fait, la pdf estimée est identique pour toutes les valeurs d'écart type de décalage. La sélection des changements se fait donc avec les mêmes lignes de niveaux, seule l'allure du scatter-plot se trouve modifiée par l'introduction d'un mauvais recalage. Nous constatons en effet sur la figure 5.25 que le scatter-plot voit son nombre de points sur la diagonale diminuer avec l'amplitude des décalages introduits. Le nuage de points tend à s'écarter de la diagonale et à se redresser. Nous constatons l'effet du mauvais recalage sur la moyenne géométrique représentée en fond de la carte de changements. Un flou intense apparaît avec les décalages importants, qui empêche de distinguer les détails de la scène. Nous constatons encore une fois que les fausses alarmes dues au mauvais recalage sont principalement localisées au niveau des zones de forts gradients spatiaux. Ces zones, contenant par exemple des points brillants sur un fond sombre, génèrent des amas de changements imprécis dont la taille est liée à l'erreur de recalage. Nous pouvons aussi observer la délocalisation de changements à cause d'une erreur de recalage. Les fausses détections sont le plus souvent concentrées en bordure des points brillants sur fond sombre, jusqu'à parfois former des anneaux autour des structures brillantes.

Les zones homogènes sont pour leur part moins impactées par l'effet d'un mauvais recalage. En effet, de part leur nature homogène, leur valeur est constante sur une certaine surface et tolère donc un mauvais recalage sans génération de fausses détections.

Nous présentons en figure 5.26 le nombre de changements détectés dans la pile d'images en fonction de l'écart type des décalages introduits, ainsi que le nombre de différences entre la carte de référence et la carte obtenue avec les images mal recalées. Nous observons que le nombre de changements détectés présente un plateau intéressant pour les faibles valeurs d'écart type de décalage. Ce plateau montre une certaine tolérance à un mauvais recalage avant de générer un nombre significatif de fausses alarmes. Le nombre de différences avec la carte de référence présente un comportement relativement linéaire pour les faibles erreurs de recalage.

Bilan de l'étude de sensibilité au recalage d'une série temporelle :

- Nous pouvons évaluer la tolérance de MIMOSA à un mauvais recalage à environ 1/3 de pixel au cours d'une série temporelle. Cette précision permet de se contenter de la plupart des méthodes de recalage.
- Les fausses alarmes dues à un mauvais recalage apparaissent préférentiellement dans les zones à forts gradients spatiaux. Les zones homogènes sont le plus souvent épargnées.
- L'allure floue de la moyenne géométrique peut révéler la présence d'un mauvais recalage

5.4 Étude de l'apport du rééchantillonnage des images lors du recalage



Le but de cette partie est la comparaison des résultats obtenus avec des imagerie grossièrement recalées au pixel près et les mêmes imagerie recalées finement avec une précision subpixel.

Nous avons vu dans la partie précédente que la méthode MIMOSA disposait d'une tolérance d'environ 0.5 pixel vis à vis d'un mauvais recalage entre deux images. Si nous considérons deux

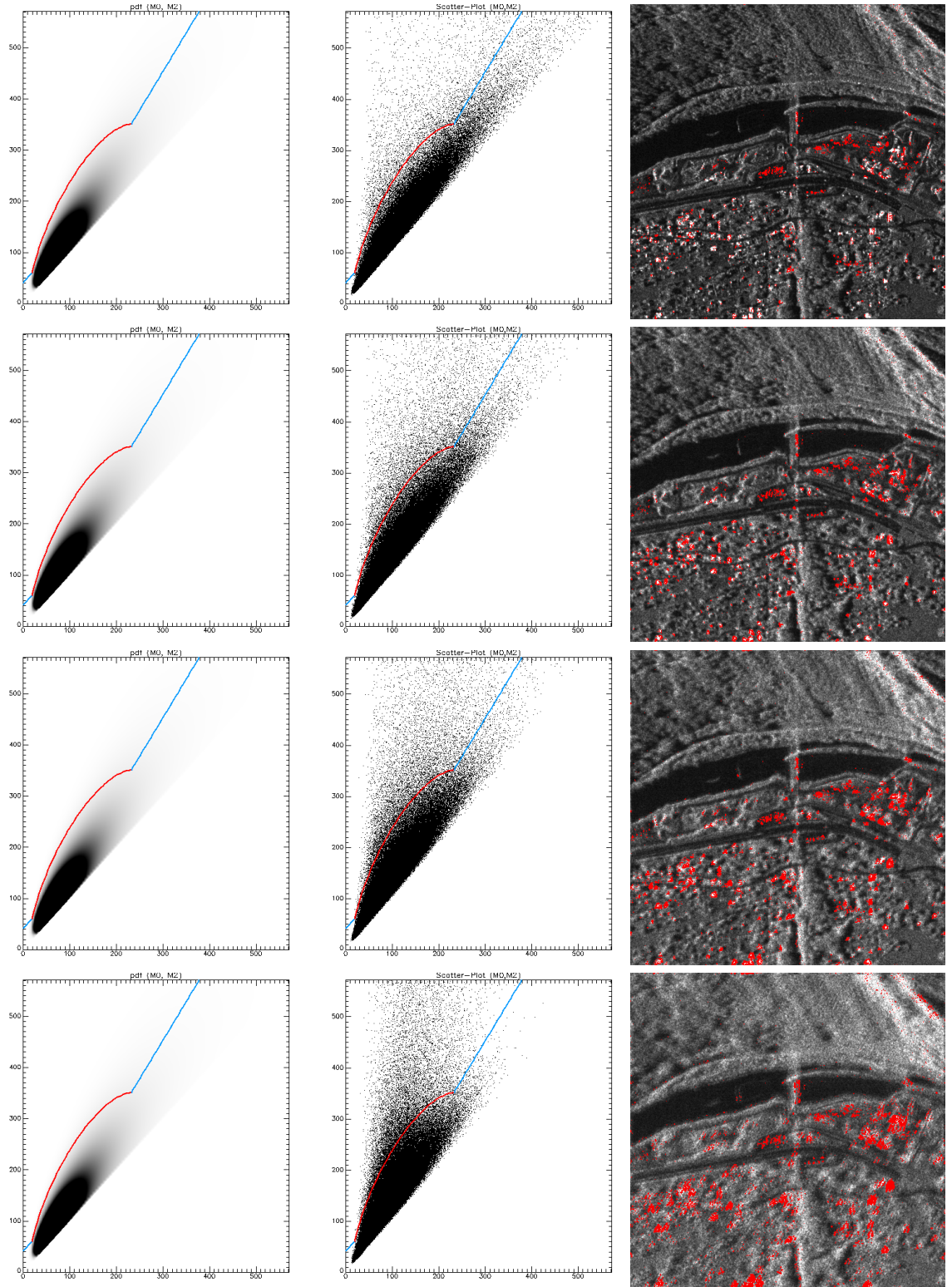


FIGURE 5.25: Résultats de détection de changements sur 13 images TerraSAR-X sur Le Bourgeat pour des décalages d'écart type (de haut en bas) 0.5, 1, 1.5 et 3 pixels. De gauche à droite : pdf conjointe et lignes de niveau, scatter-plot et lignes de niveau, carte de changements (en rouge) superposée à la moyenne géométrique des 13 images. Le taux de fausses alarmes est fixé à 5%.

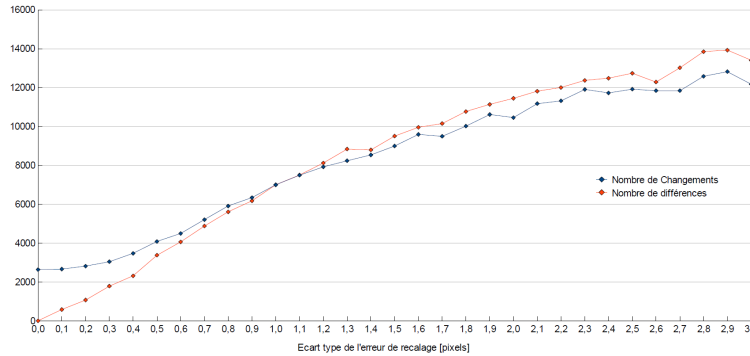


FIGURE 5.26: En bleu : Nombre de changements détectés en fonction de l'écart type des décalages introduits entre les images TerraSAR-X sur Le Bourgeat. En rouge : Nombre de différences avec la carte de référence.

images SAR acquises sur la même zone dans des conditions interférométriques, nous pouvons approximer l'opération de recalage à une simple translation si la zone étudiée est très petite (par exemple 500×500 pixels). Sans rééchantillonnage d'images, mais seulement par décalage entier des lignes et colonnes, il est possible d'atteindre une précision de recalage de 0.7 pixel. En effet, la plus proche position voisine entière d'une position subpixelique se trouve au maximum à une distance de $\sqrt{2}/2 \approx 0.7$ pixels (c'est à dire la demi-diagonale de pixel).

Considérons donc deux imagerie TerraSAR-X de la même zone que celle étudiée dans la partie précédente. Ces deux imagerie complexes ont simplement été découpées dans deux images TerraSAR-X, sans subir de rééchantillonnage ou de décalage subpixelique. Le recalage de précision «pixelique» est une opération très aisée et rapide. Pour plus de rapidité, il a été réalisé en minimisant la différence entre amplitudes plutôt que par une opération de corrélation. Les biais de translation résiduels mesurés *a posteriori* par corrélation d'amplitude sont de -0.27 pixel horizontalement et 0.32 pixel verticalement. Ces deux imagerie recalées grossièrement, ainsi que la composition colorée associée, sont présentées en figure 5.27 en haut. Les résultats obtenus avec MIMOSA sur ces images grossièrement recalées sont présentés en figure 5.28 en haut.

Afin d'obtenir un point de comparaison, nous présentons en figure 5.27 en bas les deux imagerie précédemment utilisées, cette fois recalées de façon subpixelique (1/64 pixel). Les translations résiduelles ont été évaluées par corrélation d'amplitude, le rééchantillonnage a ensuite été effectué dans l'espace de Fourier. Nous constatons que la composition colorée générée avec les images recalées subpixeliquement est quasi semblable à celle générée avec les images recalées grossièrement.

Nous présentons en figure 5.28 en bas les résultats obtenus avec MIMOSA. Nous constatons que ce résultat obtenu avec les images recalées de façon subpixel est bien entendu meilleur que celui précédemment présenté. Toutefois, nous pouvons constater que le résultat obtenu avec les images grossièrement recalées donnait des informations tout à fait pertinentes sur les changements.

Bilan de l'étude de l'apport du rééchantillonnage lors du recalage :

- L'étape de rééchantillonnage associée à un recalage subpixel est bien sûr préférable pour la pertinence des résultats. Cependant, avec des images interférométriques, nous avons constaté qu'il est possible de se passer de l'étape de rééchantillonnage à la condition que les zones étudiées soient de faibles dimensions et que le terrain soit relativement plat. Il faudra alors accepter une légère dégradation de la pertinence des résultats, compensée par un gain de temps notable. Pour des images qui ne seraient pas acquises en conditions

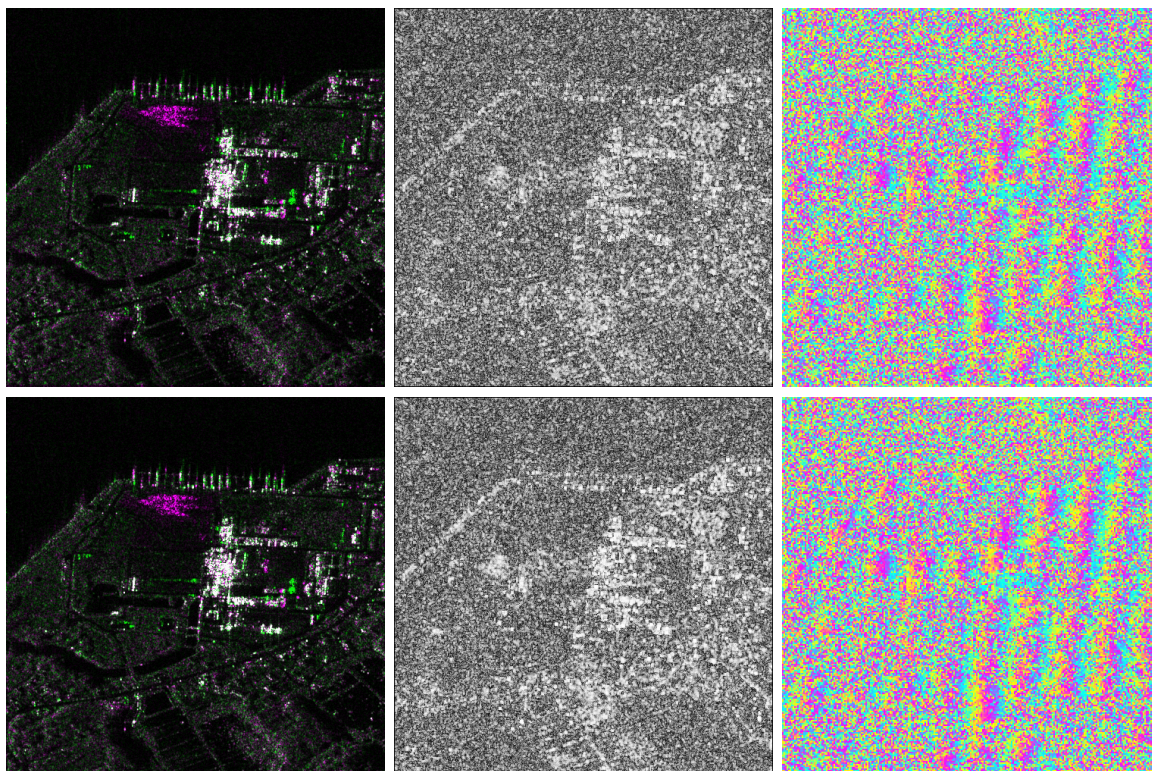


FIGURE 5.27: **En haut : Recalage grossier sans rééchantillonnage (translation résiduelle de -0.27 pixel horizontalement et 0.32 pixel verticalement). En bas : Recalage fin subpixelique** À gauche : Composition RGB. Au milieu : Cohérence interférométrique entre les deux images. À droite : Phase interférométrique.

interférométriques et/ou acquises sur des zones à fort relief, le rééchantillonnage est par contre incontournable lors du recalage.

- Le rééchantillonnage intervient une fois que les décalages entre images à recaler ont été mesurés, c'est l'étape de superposition. Il existe différentes techniques qui sont toujours un compromis entre rigueur et rapidité. Dans une perspective opérationnelle² où le temps de calcul se doit d'être court, il peut être envisageable de ne pas rééchantillonner les images afin de gagner un temps précieux.
- Il arrive parfois que les images SAR ne soient pas fournies sous forme complexe. N'ayant accès qu'à l'amplitude et pas à la phase, un bon rééchantillonnage devient très difficile, voire impossible. Nous avons montré ici qu'un rééchantillonnage par «plus proche voisin» pouvait être envisagé pour de telles image, et que les résultats obtenus étaient proches de ceux qui auraient pu être obtenus par rééchantillonnage fin.

2. Le terme opérationnel désigne ici un usage qui sort du cadre de la recherche.

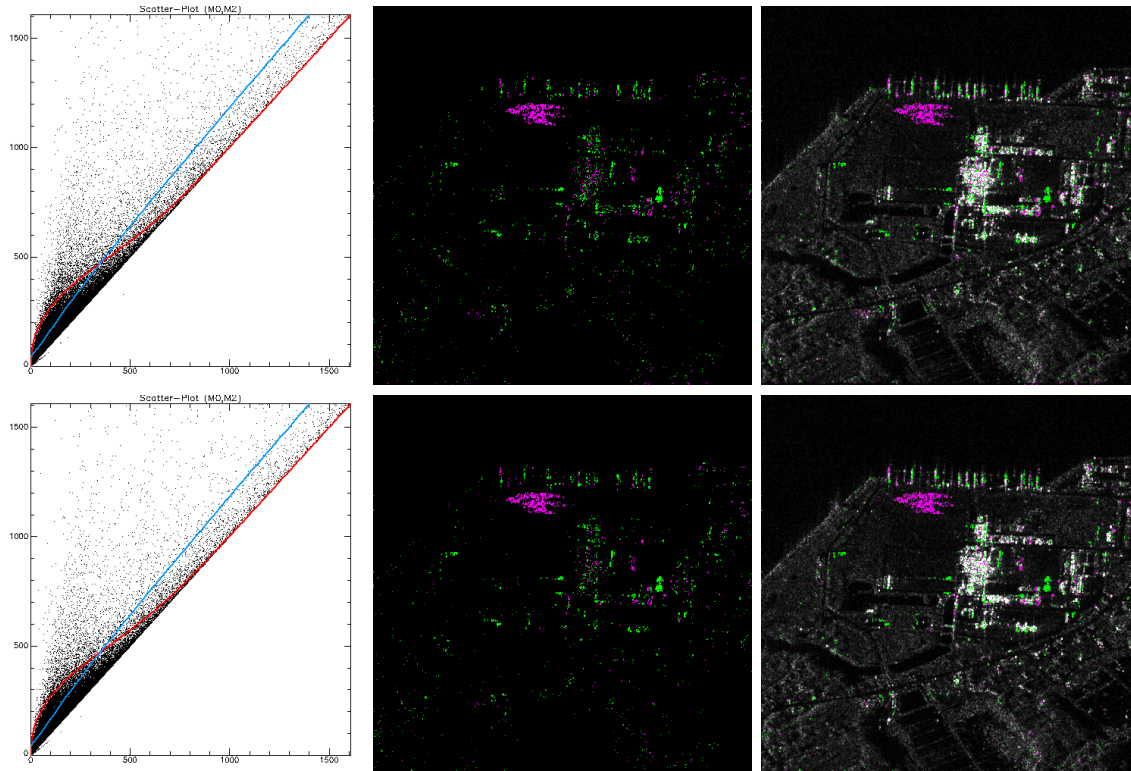


FIGURE 5.28: **En haut : Recalage grossier sans rééchantillonnage (translation résiduelle de -0.27 pixel horizontalement et 0.32 pixel verticalement). En bas : Recalage fin subpixelique** À gauche : Scatter-plot ($\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_2$) et lignes de niveau. Au milieu : Carte de changements. À droite : Carte de changements superposée à la moyenne géométrique entre les images.

5.5 Sensibilité à la calibration radiométrique des images

5.5.1 Cas d'un couple d'images

Détecter un changement entre deux images SAR en se basant sur le suivi de l'amplitude revient à détecter une variation «anormale» de cette amplitude. Cette opération de comparaison d'amplitudes nécessite que les deux valeurs numériques aient été générées selon le même processus, afin de les rendre **comparables**. Il est en effet courant que l'amplitude des images SAR soit recalibrée d'une image à l'autre par l'application d'un simple gain multiplicatif déterminé à l'aide de plusieurs paramètres liés, entre autres, aux conditions d'acquisition et à l'encombrement des données dans le fichier informatique image lui même.

Il est possible de procéder à une calibration des images en se basant sur les informations fournies dans les métadonnées des images. Selon le capteur (TerraSAR-X, COSMO-SkyMed, etc.), le gain à appliquer aux données en amplitude pour les calibrer doit être calculé d'une façon spécifique. Il n'est pas rare de constater des variations d'amplitude moyenne très importantes entre deux images d'une même zone, notamment pour les capteurs COSMO-SkyMed³.

Certaines méthodes de détection de changements ne sont pas sensibles à la calibration radiométrique entre images. Nous pouvons par exemple citer le Log-Ratio, en remarquant le fait que cet argument est souvent invoqué pour justifier sa définition et son usage. Nous allons constater

3. Entre deux images d'une même zone géographique acquises à deux dates différentes, il est possible de constater des amplitudes moyennes variant d'un facteur supérieur à 3, voire 4.

dans la suite de cette partie qu'une mauvaise calibration radiométrique peut entraîner la présence de fausses alarmes avec la méthode MIMOSA. Nous verrons cependant qu'il suffit alors de procéder à une simple calibration radiométrique *a posteriori* des données pour retrouver les pleines performances de la méthode.

Pour mener à bien cette étude de sensibilité de MIMOSA vis à vis de la calibration radiométrique des images, nous allons considérer la même zone test que dans la partie précédente où la sensibilité au recalage était évaluée. Encore une fois, nous avons mené ces tests sur 5 zones aux caractéristiques variées. Nous n'en présentons qu'une seule par souci de synthèse, sachant que chaque zone a mené aux mêmes conclusions. Au cours des tests, nous avons appliqué un facteur multiplicatif, que nous appelons ici «facteur de calibration» à la seconde image. La première image n'a pas été modifiée. Nous avons fait varier le facteur de calibration de 0.4 à environ 2.5, de sorte à balayer une large gamme telle que l'on peut en rencontrer sur les images actuelles. Nous avons observé que les effets pertinents n'intervenaient pas pour des facteurs de calibration supérieurs à ceux choisis ici, et qu'il n'était donc pas nécessaire d'appliquer des facteurs de calibration très grands.

Au cours de ces tests, nous étudions la même série de paramètres que pour l'étude de sensibilité au recalage : les paramètres de la loi de Fisher estimée sur les images, le nombre de changements, ainsi que le nombre de nouveaux changements par rapport à la carte de référence.

Nous présentons tout d'abord en figure 5.29 les paramètres des lois de Fisher estimées sur chacune des images séparément, ainsi que sur l'union des deux (les paramètres utilisés par MIMOSA pour modéliser la pdf). Nous avons juxtaposé les courbes correspondantes de sorte à pouvoir interpréter la variation des valeurs pour toute la gamme des facteurs de calibration explorée. L'échelle linéaire a volontairement été conservée pour les facteurs inférieurs à 1 de sorte à faciliter la lecture.

Comme attendu, nous observons que les paramètres L_2 et M_2 ne sont pas modifiés lorsqu'un facteur multiplicatif est appliqué à l'image 2. Seul le paramètre μ_2 est modifié. Nous constatons que l'évolution de μ_2 est proportionnelle au facteur de calibration imposé.

En effet, considérons une image notée A , à laquelle nous appliquons le facteur multiplicatif λ . Les transformations opérées sur les log-moments de l'image sont résumées ci-dessous :

$$\left\{ \begin{array}{l} A \rightarrow \lambda A \\ \tilde{m}_1 \rightarrow \tilde{m}_1 + \ln(\lambda) \\ \tilde{m}_2 \rightarrow \tilde{m}_2 + \ln(\lambda)^2 + 2 \ln(\lambda) \tilde{m}_1 \\ \tilde{m}_3 \rightarrow \tilde{m}_3 + \ln(\lambda)^3 + 3 \ln(\lambda) \tilde{m}_2 + 3 \ln(\lambda)^2 \tilde{m}_1 \end{array} \right. \quad (5.6)$$

Compte tenu des relations entre les log-moments et les log-cumulants, il est possible de résumer les transformations apportées aux log-cumulants lorsqu'un facteur multiplicatif λ est appliqué à une image A :

$$\left\{ \begin{array}{l} A \rightarrow \lambda A \\ \tilde{\kappa}_1 \rightarrow \tilde{\kappa}_1 + \ln(\lambda) \\ \tilde{\kappa}_2 \rightarrow \tilde{\kappa}_2 \text{ (inchangé)} \\ \tilde{\kappa}_3 \rightarrow \tilde{\kappa}_3 \text{ (inchangé)} \end{array} \right. \quad (5.7)$$

Nous constatons que seul le premier log-cumulant est modifié lorsque l'image se voit appliquer un facteur multiplicatif. Les deux log-cumulants $\tilde{\kappa}_2$ et $\tilde{\kappa}_3$ sont insensibles au gain appliqué à l'image. Sachant que l'estimation des paramètres L et M de la loi de Fisher se fait uniquement à l'aide de ces deux derniers log-cumulants, L et M ne varient donc pas avec le gain appliqué à l'image.

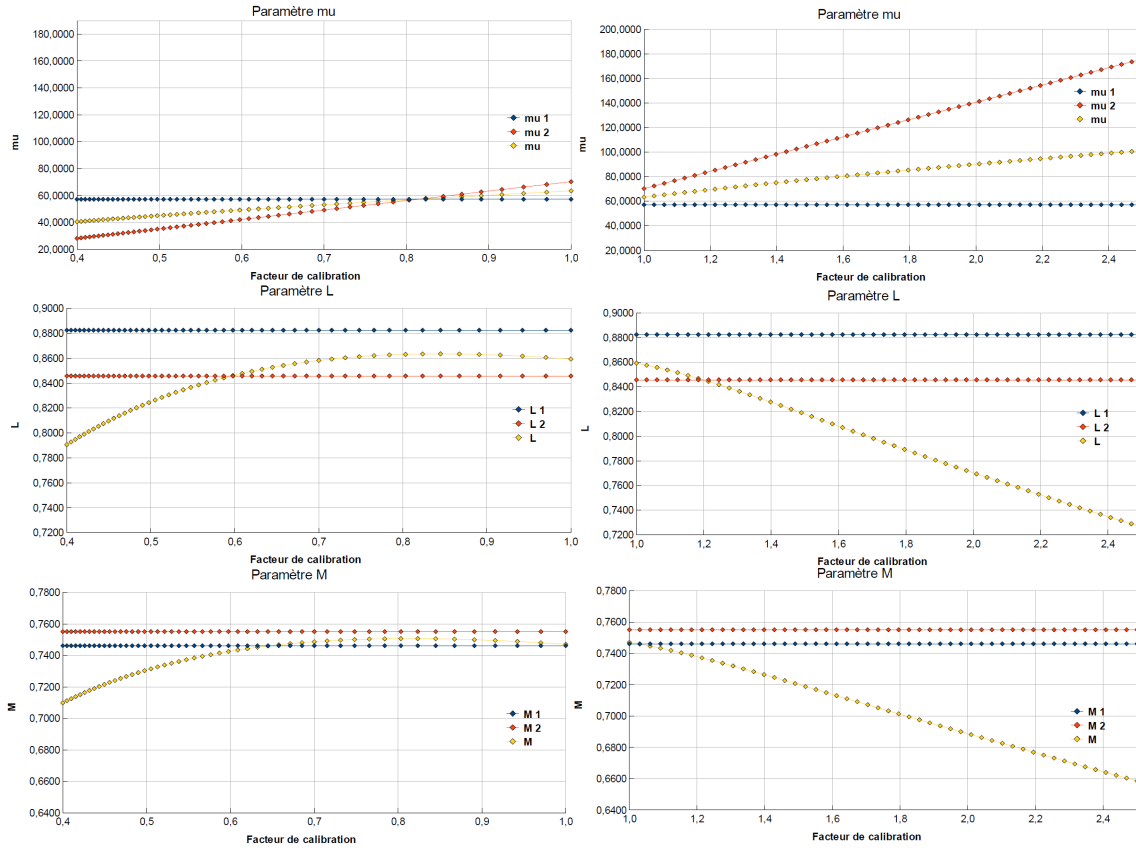


FIGURE 5.29: Paramètres μ , L , M des lois de Fisher estimées sur chacune des images séparément, ainsi que sur l'union des deux, en fonction du facteur de calibration imposé. Colonne de gauche : Facteurs inférieurs à 1. Colonne de droite : Facteurs supérieurs à 1.

Notons ici μ , L et M les paramètres de la loi de Fisher estimée sur l'image originale. Rappelons que le paramètre μ s'exprime par la relation :

$$\tilde{\kappa}_1 = \ln(\mu) + (\Psi(L) - \ln(L)) - (\Psi(M) - \ln(M)) \quad (5.8)$$

En notant μ_λ , $L_\lambda (= L)$ et $M_\lambda (= M)$ les paramètres de la loi de Fisher estimée sur l'image multipliée par le facteur λ , nous pouvons écrire la relation suivante :

$$\tilde{\kappa}_1 + \ln(\lambda) = \ln(\mu_\lambda) + (\Psi(L_\lambda) - \ln(L_\lambda)) - (\Psi(M_\lambda) - \ln(M_\lambda)) \quad (5.9)$$

En soustrayant les deux dernières équations, nous obtenons l'expression de μ_λ en fonction de λ et μ , montrant la relation de proportionnalité constatée :

$$\mu_\lambda = \lambda\mu \quad (5.10)$$

Ceci nous permet de résumer l'impact sur les paramètres de la loi de Fisher de l'application d'un gain λ à une image A :

$$\begin{cases} A \rightarrow \lambda A \\ \mu \rightarrow \lambda\mu \\ L \rightarrow L \text{ (inchangé)} \\ M \rightarrow M \text{ (inchangé)} \end{cases} \quad (5.11)$$

Nous constatons en figure 5.29 sur les deux graphes représentant le paramètre μ que le paramètre estimé sur l'union des deux images est toujours un compromis entre ceux estimés séparément sur chacune des deux images. Nous constatons sur les graphes concernant les paramètres L et M que les paramètres estimés sur l'union des deux images ne sont pas forcément compris entre ceux estimés sur chacune des deux images séparément. En effet, pour des facteurs de calibration très différents de 1, nous observons que L et M décroissent fortement et deviennent respectivement inférieurs à L_1 et L_2 ou à M_1 et M_2 . Il n'est cependant pas possible de donner l'expression littérale des paramètres μ , L et M estimés sur l'union des deux images afin de prédire leur variation selon le facteur de calibration.

Afin de mettre en évidence cette difficulté, considérons deux images A et B de mêmes dimensions, on montre que les log-moments de l'union $A \cup B$ s'expriment comme la moyenne arithmétique des log-moments de chacune des deux images :

$$\tilde{m}_{k,A \cup B} = \frac{\tilde{m}_{k,A} + \tilde{m}_{k,B}}{2} \quad (5.12)$$

Considérons que $B = \lambda A$. Dans ce cas, les moments de l'union $A \cup B$ peuvent s'exprimer en fonction des log-moments de l'image A et de λ :

$$\begin{cases} \tilde{m}_{1,A \cup B} = \tilde{m}_{1,A} + \frac{1}{2} \ln(\lambda) \\ \tilde{m}_{2,A \cup B} = \tilde{m}_{2,A} + \frac{1}{2} \ln(\lambda)^2 + \ln(\lambda) \tilde{m}_{1,A} \\ \tilde{m}_{3,A \cup B} = \tilde{m}_{3,A} + \frac{1}{2} \ln(\lambda)^3 + \frac{3}{2} \ln(\lambda) \tilde{m}_{2,A} + \frac{3}{2} \ln(\lambda)^2 \tilde{m}_{1,A} \end{cases} \quad (5.13)$$

Il en est de même pour les log-cumulants :

$$\begin{cases} \tilde{\kappa}_{1,A \cup B} = \tilde{\kappa}_{1,A} + \frac{1}{2} \ln(\lambda) \\ \tilde{\kappa}_{2,A \cup B} = \tilde{\kappa}_{2,A} + \frac{1}{4} \ln(\lambda)^2 \\ \tilde{\kappa}_{3,A \cup B} = \tilde{\kappa}_{3,A} \end{cases} \quad (5.14)$$

L'estimation des paramètres μ , L et M de la loi de Fisher se fait par la résolution itérative d'un système (utilisant $\tilde{\kappa}_{1,A \cup B}$, $\tilde{\kappa}_{2,A \cup B}$ et $\tilde{\kappa}_{3,A \cup B}$) dont il n'est pas possible d'écrire les solutions sous forme explicite. Ainsi, même dans ce cas simple, il n'est pas possible de donner l'expression littérale des paramètres μ , L et M estimés sur l'union des deux images.

Faisons l'hypothèse supplémentaire que $L_A = M_A$, nous avons donc $L_A = M_A = L_B = M_B$ et $\lambda = \frac{\mu_B}{\mu_A}$. Nous pouvons alors écrire :

$$\begin{cases} \tilde{\kappa}_{1,A \cup B} = \tilde{\kappa}_{1,A} + \frac{1}{2} \ln(\lambda) = \ln(\mu_{A \cup B}) + [\Psi(L_{A \cup B}) - \ln(L_{A \cup B})] - [\Psi(M_{A \cup B}) - \ln(M_{A \cup B})] \\ \tilde{\kappa}_{1,A} = \ln(\mu_A) + \underbrace{[\Psi(L_A) - \ln(L_A)] - [\Psi(M_A) - \ln(M_A)]}_{=0} \end{cases} \quad (5.15)$$

Nous pouvons alors écrire :

$$\mu_{A \cup B} = \sqrt{\mu_A \mu_B} \exp([\Psi(M_{A \cup B}) - \ln(M_{A \cup B})] - [\Psi(L_{A \cup B}) - \ln(L_{A \cup B})]) \quad (5.16)$$

Cette dernière expression (qui correspond à un cas particulier où $L_A = M_A = L_B = M_B$) fait apparaître la moyenne géométrique entre μ_A et μ_B .

En observant les trois paires de courbes, nous constatons la présence d'un point particulier situé (ici) au niveau du facteur de calibration 0.81 environ. Les courbes de μ_1 , μ_2 et μ se croisent, tandis que les courbes représentant les paramètres L et M de la loi de Fisher atteignent leur maximum. Sachant que les paramètres L et M peuvent être assimilés à des paramètres d'hétérogénéité statistique, ce facteur de calibration correspond au facteur qui minimise l'hétérogénéité de l'union des échantillons contenus dans les images.

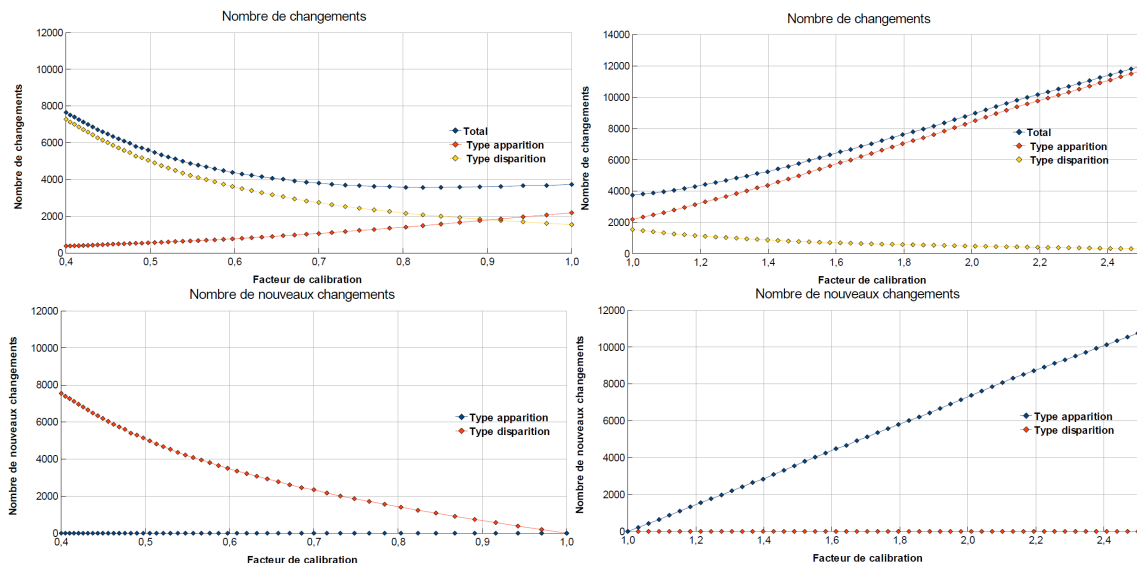


FIGURE 5.30: En haut (respectivement, en bas) : Nombre de changements détectés (respectivement, nombre de nouveaux changements détectés par rapport à la carte de référence) en fonction du facteur de calibration imposé. Colonne de gauche : Facteurs inférieurs à 1. Colonne de droite : Facteurs supérieurs à 1.

La calibration radiométrique ne peut pas toujours être effectuée *a posteriori* à partir des données de l'image. En effet, calibrer deux images à partir des données qu'elles contiennent perd son sens dès que l'on accepte la présence systématique de changements. Par exemple, si deux images sont dites calibrées si leur valeur moyenne (moment d'ordre 1) est identique, la calibration sera biaisée si la scène présente des changements intenses. Un moyen de calibrer des images SAR est donc d'utiliser en aveugle les meta-données fournies. Ayant cependant constaté que ces données ne suffisaient souvent pas à obtenir des images aux données comparables, le développement de techniques de calibration à partir des données observées est alors inévitable.

Calibrer les images de sorte à obtenir $\mu_1 = \mu_2$ est une des nombreuses possibilités avec le fait d'égaliser les moments, les log-moments, etc. Aucune méthode de « calibration *a posteriori* » ne semble cependant justifiée plus qu'une autre. De plus, il n'existe pas de point d'accord entre les différentes méthodes. Fixer $\mu_1 = \mu_2$ n'équivaut pas à égaliser les moments ou les log-moments des deux images. Notons en effet qu'égaliser le moment d'ordre 1 dans les images correspond à fixer ici un facteur de calibration de 0,83, tandis qu'égaliser les moments d'ordre 2 (moyenne arithmétique des carrés) revient à fixer un facteur égal à 0,77. Bien qu'elles ne soient pas équivalentes, toutes les méthodes de calibration *a posteriori* semblent néanmoins proches.

Nous présentons également en figure 5.30 le nombre de changements détectés en fonction du facteur de calibration introduit, ainsi que le nombre de nouveaux changements par rapport à la carte de référence (facteur de calibration = 1). Nous constatons que lorsque le facteur de calibration est supérieur à 1, c'est à dire que les valeurs augmentent dans la seconde image, le nombre de détection de type apparition augmente au détriment des disparitions dont le nombre tend vers zéro. Nous observons alors que seulement de nouveaux changements de type apparition sont présents, aucun nouveau changement de type disparition n'est engendré par l'augmentation du facteur de calibration appliqué à la seconde image. Nous observons l'effet inverse pour les facteurs de calibration inférieurs à 1.

Nous observons un croisement entre les courbes représentant le nombre de changements de type apparition et disparition, pour un facteur de calibration légèrement supérieur à 0,9. Ce

croisement matérialise uniquement le facteur de calibration qui correspond à la génération d'un nombre égal de détections de type apparition et de type disparition. Il ne peut en aucun cas être relié à une bonne ou mauvaise calibration radiométrique entre les images. Le nombre relatif de changements de chaque type est en effet uniquement déterminé par les événements ayant eu lieu d'une acquisition à l'autre et ne peut pas être utilisé pour qualifier une bonne ou mauvaise détection.

Nous observons cependant que le nombre de changements total (apparitions et disparitions) semble trouver un minimum pour un facteur de calibration proche de 0.81, soit la valeur précédemment mentionnée, correspondant à l'endroit où les courbes de μ_1 , μ_2 et μ se croisent. Cette valeur de facteur de calibration minimise donc le nombre de changements détectés. Nous pouvons supposer qu'elle représente une bonne calibration radiométrique entre les images.

Nous pouvons remarquer que l'interférogramme ou la carte de cohérence ne sont pas sensibles à la calibration radiométrique des images. Cette propriété connue est un avantage certain. Nous pouvons également noter que l'aspect de la composition colorée générée à partir des images d'amplitude des deux images ne dépend que de l'égaliisation des valeurs représentées. De ce fait, la calibration radiométrique entre images n'influe pas sur son aspect.

Nous présentons en figure 5.31, en haut, les résultats obtenus avec MIMOSA pour un facteur de calibration fixé à 2. Nous observons la présence majoritaire de changements de type apparition (en vert), dont une grande partie peut être considérée comme des fausses alarmes. Les changements de type disparition qui persistent sont ceux de forte intensité. Nous observons que le nombre de points présents sur la diagonale du scatter-plot est plus faible que pour des facteurs de calibration proches de 1.

Les résultats obtenus pour un facteur de calibration fixé à 0,5 sont représentés en figure 5.31, en bas. Nous constatons cette fois-ci la présence majoritaire de changements de type disparition (en magenta). Tout comme dans le cas précédent, les changements de type apparition qui persistent sont ceux de forte intensité.

Nous présentons maintenant en figure 5.32 les résultats obtenus pour un facteur de calibration fixé à 0,81 (facteur pour lequel $\mu_1 = \mu_2$), comparés au cas obtenu avec les images originales où le facteur de calibration était neutre, c'est à dire fixé à 1. Nous constatons que l'introduction du facteur 0,81 améliore l'aspect de la carte de changements. En effet, nous observons alors un nombre plus faible de fausses alarmes dans la végétation autour de la centrale. Nous observons également que les changements de type disparition sont mieux détectés, comme le montre la densité de points supérieure dans la zone de changements correspondant aux panneaux solaires.

Bilan de l'étude de sensibilité à la calibration radiométrique entre deux images :

- Nous avons constaté que les paramètres des lois de Fisher estimées sur chacune des images ainsi que l'union des deux permettaient de déduire si les images sont correctement calibrées. Nous pouvons estimer qu'une calibration consiste à maximiser les paramètres L et M estimés sur l'union des deux images, où à égaliser les paramètres de forme $\mu_1 = \mu_2$ estimés sur chacune des deux images.
- Nous avons remarqué qu'une mauvaise calibration radiométrique entre images introduisait des fausses alarmes dont le type dépend du déséquilibre entre images. Si la seconde image se voit attribuer un gain trop fort (respectivement trop faible), les fausses alarmes les plus probables seront de type apparition (respectivement disparition).
- Nous devons noter que la présence majoritaire de changements d'un certain type par rapport à l'autre ne permet pas à elle seule d'affirmer que les images sont mal calibrées. Le nombre de changements de chaque type que nous devrions observer dépend uniquement des modifications ayant eu lieu entre les deux acquisitions. La présence exclusive de changements d'un type particulier est tout à fait possible dans la réalité.

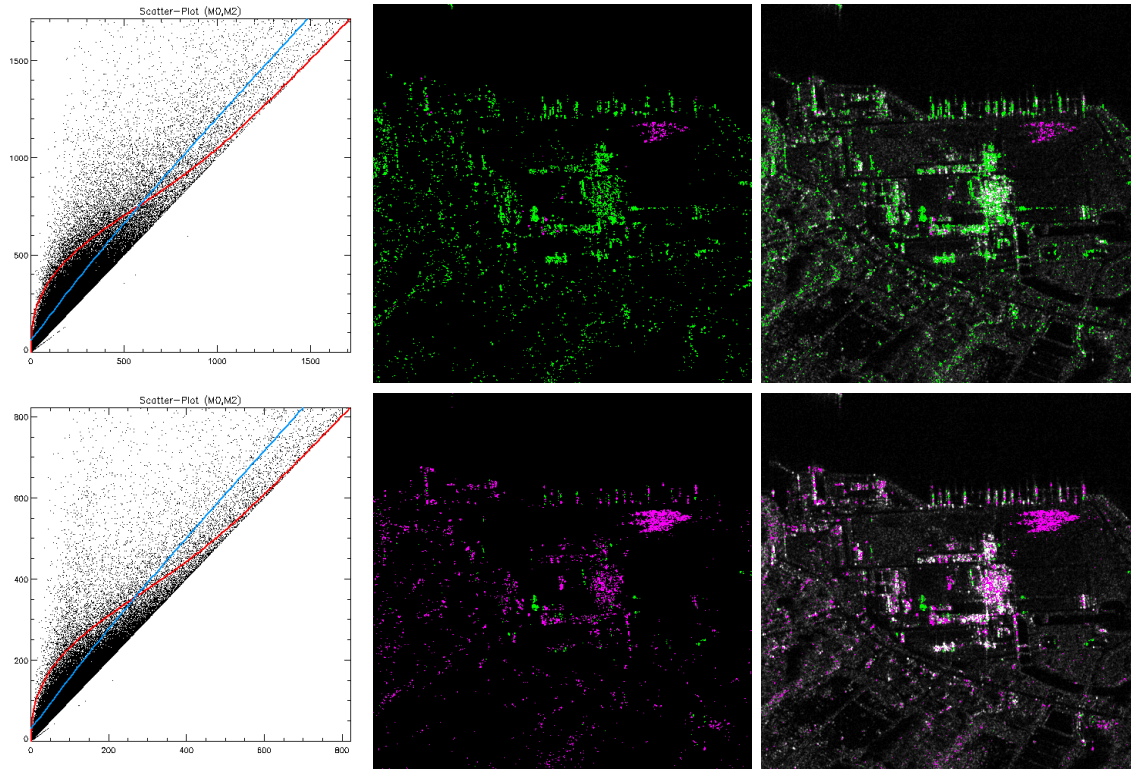


FIGURE 5.31: **En haut : Facteur calibration = 2. En bas : Facteur calibration = 0,5.**
 À gauche : Scatter-plot $(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_2)$ et lignes de niveau. Au milieu : Carte de changements. À droite : Carte de changements superposée à la moyenne géométrique entre les images.

- Nous avons constaté qu'une calibration *a posteriori* des images améliorerait les résultats de détection si les images présentaient un biais de calibration initial. Nous avons utilisé ici une méthode consistant à obtenir le même paramètre de forme $\mu_1 = \mu_2$ dans les lois de Fisher estimées sur chacune des deux images. D'autres méthodes de calibration sont possibles, comme par exemple égaliser les moments des images, dans la mesure où toutes les méthodes de calibration *a posteriori* donnent des résultats proches les uns des autres.

5.5.2 Cas d'une série temporelle

Éléments théoriques



L'objet de cette courte partie théorique est de prédire l'effet d'une mauvaise calibration radiométrique sur le scatter-plot.

Considérons une série temporelle calibrée de N images $T_c = \{x_1, \dots, x_N\}$, ainsi que ses N facteurs de calibration associés $\Lambda = \{\lambda_1, \dots, \lambda_N\}$. La série temporelle non calibrée T_{nc} que nous observons est $T_{nc} = \Lambda T_c = \{\lambda_1 x_1, \dots, \lambda_N x_N\}$. Pour évaluer l'effet d'une mauvaise calibration radiométrique sur le scatter-plot $(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_2)$, considérons la moyenne géométrique ainsi que la moyenne quadratique des échantillons non calibrés observés.

Nous avons vu dans la partie 3.3.2 que la moyenne géométrique était «indépendante» de la calibration radiométrique des images, sachant qu'elle ne différera que par un facteur multiplicatif selon les valeurs des facteurs de calibration. La moyenne Quadratique est sensible à la calibration,

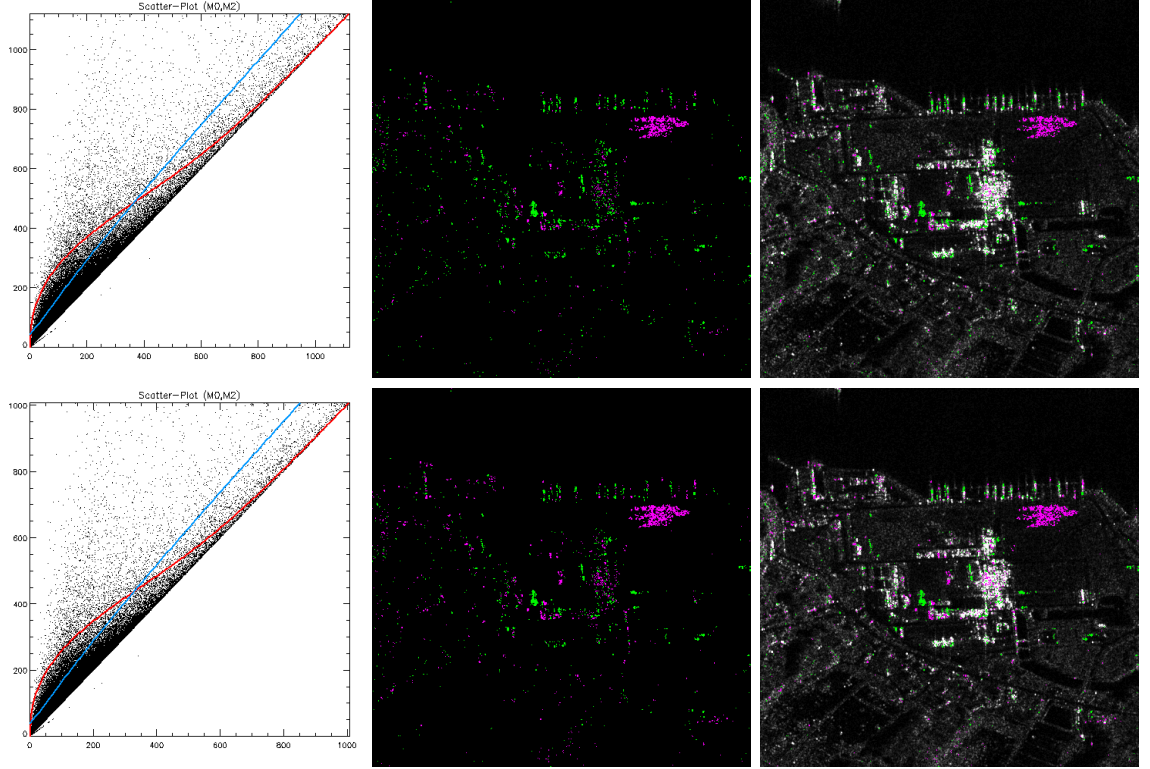


FIGURE 5.32: **En haut : Facteur calibration = 1. En bas : Facteur calibration = 0,81.**
 À gauche : Scatter-plot $(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_2)$ et lignes de niveau. Au milieu : Carte de changements. À droite : Carte de changements superposée à la moyenne géométrique entre les images.

puisque qu'elle se ressent comme une pondération entre images.

Les moyennes géométrique et quadratique s'expriment respectivement comme :

$$\begin{cases} \mathcal{M}_0(\{x_i\}) = \left(\prod_{i=1}^N \lambda_i x_i \right)^{\frac{1}{N}} \\ \mathcal{M}_2(\{x_i\}) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \lambda_i^2 x_i^2} \end{cases} \quad (5.17)$$

Supposons l'absence totale de changements dans la série calibrée, c'est à dire que toutes les images aient la même valeur : $\forall i, x_i = x$. Ce cas correspond à se placer sur la diagonale du scatter-plot des images calibrées. Dans ce cas, les moyennes géométrique et quadratique s'expriment comme :

$$\begin{cases} \mathcal{M}_0(\{x_i\}) = x \cdot \left(\prod_{i=1}^N \lambda_i \right)^{\frac{1}{N}} = x \cdot \mathcal{M}_0(\{\lambda_i\}) \\ \mathcal{M}_2(\{x_i\}) = x \cdot \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \lambda_i^2} = x \cdot \mathcal{M}_2(\{\lambda_i\}) \end{cases} \quad (5.18)$$

De ce fait, dans le scatter-plot des images non calibrées, la pente moyenne α de l'enveloppe inférieure du scatter-plot est donnée par le rapport entre moyenne quadratique et moyenne

Image	m_1	$\sqrt{m_2}$	μ	L	M
CSKS2_A_20090312	134.34550	209.06298	100.96720	0.93818117	1.2364380
CSKS2_A_20090920	122.31107	184.42055	91.917270	0.94586888	1.2296317
CSKS2_A_20100110	162.58343	234.72620	122.98393	1.00356560	1.2620210
CSKS2_A_20100603	122.14788	188.97749	87.011233	0.94197401	1.1149795
CSKS2_A_20100619	117.70653	181.19632	83.570259	0.94744558	1.1119918
CSKS2_A_20100806	149.03210	239.35552	112.26479	0.93468892	1.2368709
CSKS2_A_20100907	82.342810	130.30872	60.175773	0.94240680	1.1700135
CSKS2_A_20101126	166.91803	242.78020	133.23936	0.98374964	1.4154446
CSKS2_A_20110622	101.97481	165.00702	73.503337	0.94200860	1.1454258
CSKS2_A_20110825	142.84696	221.32814	105.89713	0.96320761	1.2064115
CSKS2_A_20111215	50.680488	77.484212	38.476456	0.92782447	1.2498513
Global :	-	-	88.424148	0.85911807	1.1083944

TABLE 5.2: Paramètres des images **non calibrées**. Nous présentons le moment d'ordre 1 m_1 , la moyenne quadratique spatiale $\sqrt{m_2}$, ainsi que les paramètres μ , L et M de la loi de Fisher.

géométrique des facteurs de calibration :

$$\alpha = \frac{\mathcal{M}_2(\{\lambda_i\})}{\mathcal{M}_0(\{\lambda_i\})} \quad (5.19)$$



Cette pente α matérialise l'effet d'une décalibration sur le scatter-plot. Elle permet d'exprimer l'écartement des points hors de la diagonale observé lorsque les images sont mal calibrées entre elles.

Exemple pratique avec 11 images COSMO–SkyMed mal calibrées

Afin d'illustrer l'effet d'une mauvaise calibration radiométrique dans une série temporelle, nous considérons maintenant 11 images COSMO–SkyMed sur la zone de St. Gervais près de Chamonix. Nous listons dans le tableau 5.2 les paramètres estimés sur les différentes images en amplitude avant la calibration radiométrique. Pour chaque image, nous présentons le moment d'ordre 1 m_1 , la moyenne quadratique spatiale $\sqrt{m_2}$, ainsi que les paramètres μ , L et M de la loi de Fisher. Nous observons des variations très importantes des différents paramètres entre les différentes images initiales non calibrées. De plus, rappelons les meta-données fournies dans les images COSMO–SkyMed ne permettent pas de calibrer correctement les images.

Nous présentons en figure 5.33, à gauche, les histogrammes de ces 11 images non calibrées. Nous constatons de grands écarts entre les histogrammes, bien que les images aient été acquises au même endroit et avec le même capteur CSK2⁴.

En appliquant la méthode de calibration radiométrique décrite dans la partie 3.3.2 (algorithme 2), nous obtenons les facteurs de calibration suivants pour les 11 images :

$$\lambda = [1.07, 0.96, 1.33, 0.96, 0.90, 1.18, 0.64, 1.38, 0.79, 1.12, 0.41] \quad (5.20)$$

La calibration consiste à diviser chaque image par son facteur de calibration. Nous présentons en figure 5.33, à droite, les histogrammes de ces 11 images maintenant calibrées radiométriquement. Contrairement aux histogrammes précédents, les histogrammes des images calibrées sont

4. La constellation COSMO–SkyMed (CSK) est composée de 4 satellites

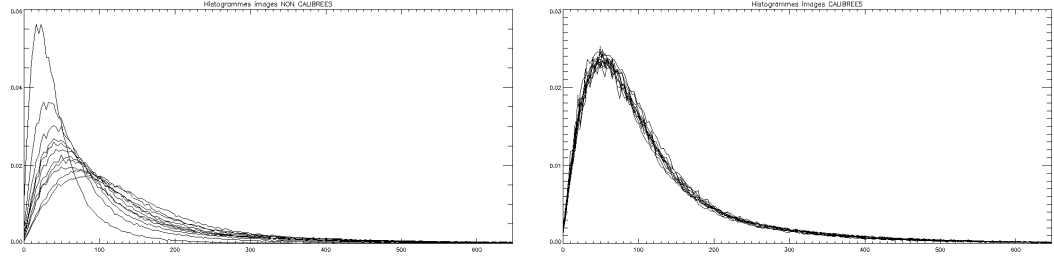


FIGURE 5.33: À gauche : Histogrammes des 11 images initiales non calibrées. À droite : Histogrammes des 11 images après calibration radiométrique.

Image	m_1	$\sqrt{m_2}$	μ	L	M
CSKS2_A_20090312	125.31906	195.01640	94.183392	0.93818117	1.2364380
CSKS2_A_20090920	126.93149	191.38721	95.389533	0.94586888	1.2296317
CSKS2_A_20100110	122.50975	176.87072	92.670767	1.00356560	1.2620210
CSKS2_A_20100603	127.64758	197.48619	90.928909	0.94197401	1.1149795
CSKS2_A_20100619	130.61044	201.06049	92.731887	0.94744558	1.1119918
CSKS2_A_20100806	126.52360	203.20535	95.309296	0.93468892	1.2368709
CSKS2_A_20100907	129.23145	204.51069	94.441791	0.94240681	1.1700135
CSKS2_A_20101126	121.13607	176.19090	96.694717	0.98374964	1.4154446
CSKS2_A_20110622	129.73032	209.91864	93.509479	0.94200860	1.1454258
CSKS2_A_20110825	127.85329	198.09684	94.781829	0.96320761	1.2064115
CSKS2_A_20111215	124.21985	189.91681	94.307289	0.92782447	1.2498513
Global :	-	-	94.018437	0.95159887	1.2083380

TABLE 5.3: Paramètres des images **calibrées**. Nous présentons le moment d'ordre 1 m_1 , la moyenne quadratique spatiale $\sqrt{m_2}$, ainsi que les paramètres μ , L et M de la loi de Fisher.

pratiquement superposés. Nous présentons dans le tableau 5.3 les paramètres des images calibrées. Nous constatons cette fois-ci un accord global entre les différentes images. Nous pouvons constater que les paramètres L et M des lois de Fisher estimées sur chacune des images sont inchangés après calibration radiométrique. Cette observation avait déjà été faite dans le cas de deux images. Il faut cependant noter qu'après calibration radiométrique, les trois paramètres μ , L et M de la loi de Fisher estimée sur l'union des échantillons contenus dans les images ont été modifiés après la calibration radiométrique.

En appliquant l'équation 5.19 à la liste des paramètres de calibration cités ci-dessus, nous obtenons $\alpha \approx 1.092$. Nous présentons en figure 5.34 les scatter-plots $(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_2)$ entre les images non calibrées à gauche et les images calibrées à droite. Nous avons représenté en pointillés rouges la droite de pente $\alpha \approx 1.092$ et constatons qu'elle correspond bien à l'enveloppe inférieure du nuage de points dans le cas où les images ne sont pas calibrées. Après calibration radiométrique par méthode de maximum de vraisemblance, nous constatons que le nuage de points se rapproche de la diagonale du scatter-plot, représentée ici en trait plein bleu.

Nous présentons en figure 5.35 les cartes de changements obtenues avec MIMOSA pour les images non calibrées et les images calibrées. Nous constatons que les différences entre les deux résultats sont importantes malgré les apparences. Nous pouvons en effet noter la diminution significative du nombre de fausses détections dans la zone de repliement située en bas à droite de l'image lorsque les images sont correctement calibrées. Nous observons également que certains changements n'avaient pas été détectés avec les images mal calibrées, comme l'illustre la

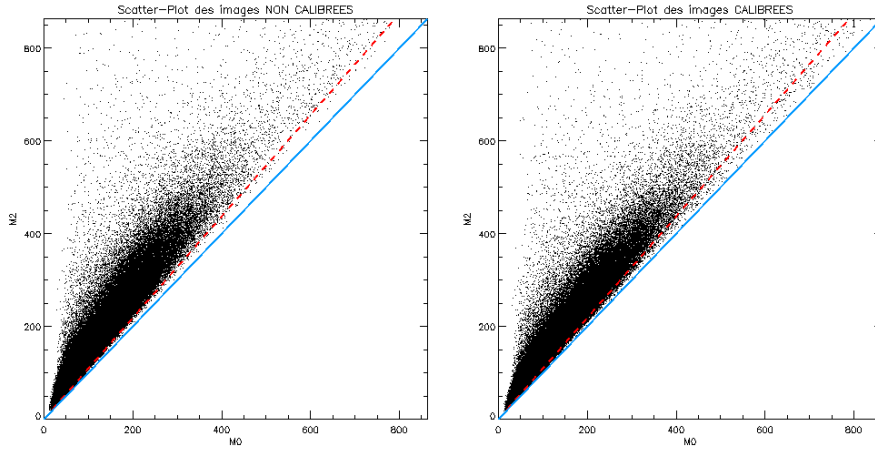


FIGURE 5.34: À gauche : Scatter-plot $(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_2)$ des images non calibrées. À droite : Scatter-plot $(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_2)$ des images après calibration. En pointillés rouges, on observe la droite de pente 1.09 représentant l'enveloppe inférieure du scatter-plot due à la mauvaise calibration.

figure 5.35.

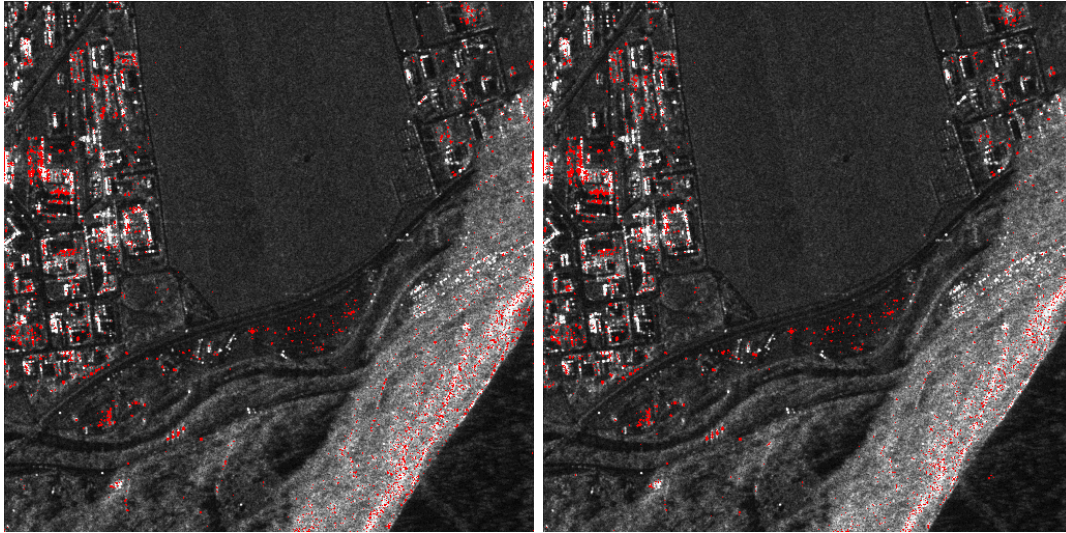


FIGURE 5.35: Cartes de changements (en rouge) superposées à la moyenne géométrique de la pile. À gauche : Images non calibrées. À droite : Images calibrées.

Étude paramétrique sur 13 images TerraSAR-X initialement calibrées

Après ce cas pratique réalisé avec des images COSMO-SkyMed, nous allons réaliser une étude paramétrique à l'aide d'images TerraSAR-X sur la même zone que celle utilisée pour étudier les effets du recalage sur une série temporelle. Cette fois-ci, au lieu de contrôler les décalages entre images, nous allons introduire artificiellement des facteurs de calibration aléatoires dont nous contrôlerons les caractéristiques.

Au cours des tests, nous allons générer des suites de facteurs de calibration centrés autour de la valeur 1 (en termes de moyenne arithmétique) afin de conserver les mêmes ordres de grandeur dans les différents cas. Le paramètre caractéristique d'une liste de facteurs de calibration sera le rapport maximal possible, noté r_{\max} , entre le plus grand facteur possible et le plus petit. Nous

allons faire varier r_{\max} entre 1 et 4 par pas de 0,1. Nous listons ci-dessous les quatre étapes simples nécessaires à l'obtention de telles suites de facteurs de calibration :

1. Tirage d'une série de N valeurs selon une loi uniforme entre 0 et +1,
2. Multiplication de la série par $r_{\max} - 1$,
3. Ajout de la valeur +1 à la série,
4. Division par la moyenne arithmétique de la série.

Nous présentons en figure 5.36 les résultats obtenus pour des valeurs de $r_{\max} = 1.0, 2.9, 3.3$ et 3.9. Nous constatons que la mauvaise calibration radiométrique des images n'a aucun effet sur la moyenne géométrique. En revanche, plus les facteurs de calibration sont différents les uns des autres, plus nous constatons l'apparition de fausses détections ou fausses non-détections dans la carte de changement. En effet, pour mieux comprendre, considérons deux exemples :

- Il y a présence d'un changement marginal, brillant par rapport aux autres images, dans une seule image de la série calibrée. Si cette image en question se voit affecter un facteur de calibration qui en réduit la valeur, il se peut que ce changement ne soit pas détecté, c'est donc une fausse non détection.
- Il n'y a pas changement dans la série calibrée. Il est alors possible que des facteurs de calibration amplifient les (petites) différences d'amplitude entre les images et fassent franchir le seuil de changement à la suite de valeurs d'amplitude (déjà proche du seuil). C'est une fausse détection.

Malgré tout, nous pouvons observer la présence de nombreuses fausses détections dans les zones brillantes, comme par exemple les zones de repliement sur le relief.

Les scatter-plots représentés en figure 5.36 illustrent bien l'écartement caractéristique du nuage de points par rapport à la diagonale en présence d'une mauvaise calibration. Nous constatons que l'hétérogénéité des données créée par la mauvaise calibration est transmise aux paramètres de la loi de Fisher estimée sur l'union des images, comme l'illustre la figure 5.37, où sont représentés les trois paramètres μ , L et M en fonction de r_{\max} . Nous constatons en effet que les paramètres L et M liés à l'homogénéité des données décroissent avec l'augmentation des disparités entre facteurs de calibration introduits. Ceci a pour effet de redresser la pdf à la manière du scatter-plot. De ce fait, les effets d'une mauvaise calibration sont pris en compte dans la détection de changements faite par MIMOSA, bien sûr dans une certaine mesure puisque des fausses alarmes apparaissent. Rappelons ici qu'un mauvais recalage ne modifiant pas les données, aucune marge de manœuvre n'était laissée à MIMOSA pour le compenser.

Nous ne pouvons rien dire de la faible décroissance du paramètre μ observée avec l'augmentation de r_{\max} . En effet, μ est le seul paramètre dépendant de la moyenne des facteurs de calibration introduits. En multipliant tous les facteurs de calibration par la même valeur, les paramètres L et M sont inchangés, contrairement au paramètre μ qui est alors directement proportionnel au gain appliqué aux facteurs de calibration. De ce fait, cette décroissance du paramètre μ avec r_{\max} illustre uniquement le fait que conserver la même moyenne arithmétique pour tous les jeux de facteurs de calibration n'est pas le critère garantissant la constance du paramètre μ estimé sur l'union des images.



Du fait du caractère déterministe des changements dans la série temporelle, deux jeux différents de facteurs de calibration avec la même valeur de r_{\max} peuvent générer des cartes de changements totalement différentes. L'étude des conséquences d'une mauvaise calibration doit donc se faire avec précautions.

Nous présentons en figure 5.38 le nombre de changements et nombre de différences avec la carte de référence en fonction du paramètre r_{\max} . Nous constatons que ces deux quantités

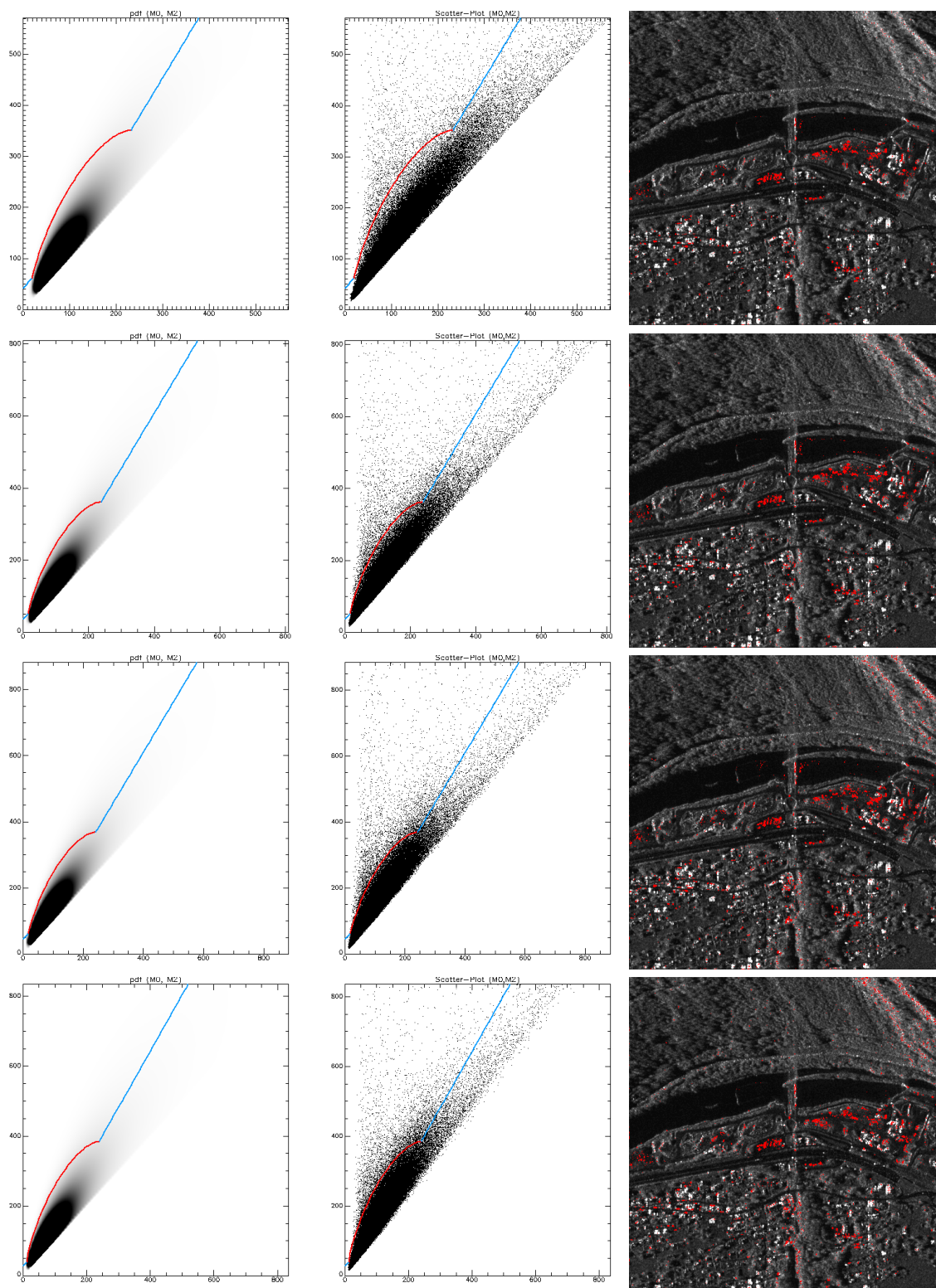


FIGURE 5.36: Cartes de changements obtenues pour des valeurs de r_{\max} fixés à 1.0, 2.9, 3.3 et 3.9 de haut en bas. De gauche à droite : pdf conjointe et lignes de niveau, scatter-plot et lignes de niveau, carte de changements (en rouge) superposée à la moyenne géométrique des 13 images. Le taux de fausses alarmes est fixé à 5%.

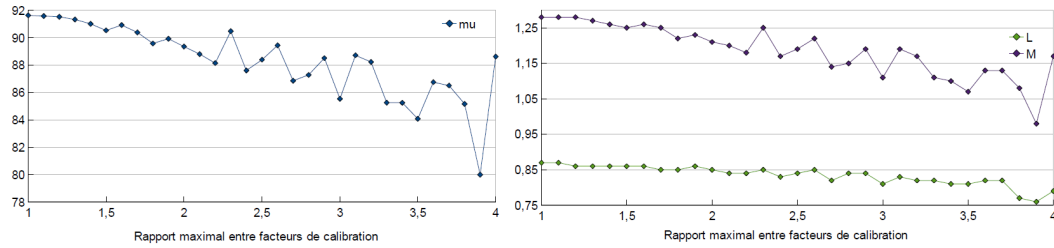


FIGURE 5.37: Paramètres μ , L et M de la loi de Fisher estimée sur l'union des images en fonction du paramètre r_{\max} . À gauche : μ . À droite : L et M .

croissent de façon assez linéaire avec r_{\max} . Le caractère bruité pour des facteurs de calibration très différents entre eux est dû au caractère déterministe des changements par rapport aux valeurs appliquées à chaque image. Il ne faut donc pas en tenir compte et ne considérer que la tendance globale des courbes.

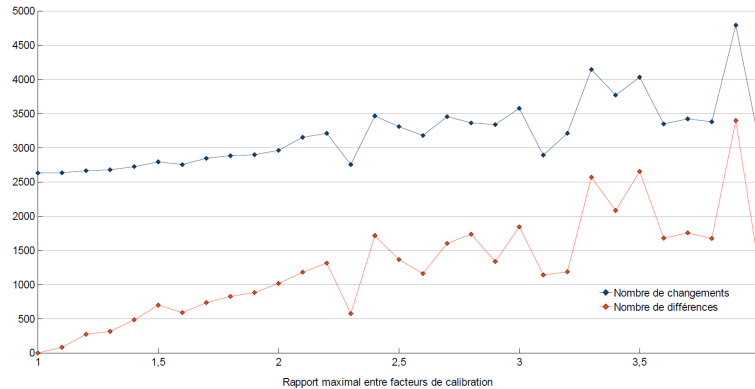


FIGURE 5.38: Nombre de changements et nombre de différences avec la carte de référence en fonction du paramètre r_{\max} .

Bilan de l'étude de sensibilité à la calibration radiométrique dans une série temporelle :

1. Une mauvaise calibration radiométrique peut être détectée en observant les moments des images, ou en comparant leurs histogrammes.
2. L'effet d'une mauvaise calibration radiométrique se manifeste de façon très caractéristique sur le scatter-plot par l'apparition d'une enveloppe inférieure au nuage de points sous forme de droite passant par l'origine (différente de la droite $y = x$). La pente de cette droite est directement liée aux valeurs des facteurs de calibration entre images.
3. Une mauvaise calibration radiométrique génère des fausses détections aussi bien que des fausses non détections.
4. La position des fausses alarmes ou fausses non détections dépend entièrement des valeurs spécifiques des facteurs de calibration de chaque image.

5.6 Utilisation de différents capteurs SAR



Il ne s'agit pas ici d'effectuer des détections de changements entre des images issues de capteurs différents, nous nous limitons au cas monocapteur. La majorité des exemples présentés dans ce manuscrit utilise des capteurs en bande X (TerraSAR-X/TanDEM-X, COSMO-SkyMed). Ici, la méthode MIMOSA est testée sur différents couples d'images issues de capteurs en bande C (ERS, ENVISAT) et en bande L (ALOS), afin de vérifier que les modèles en amplitude sont toujours valides. Le modèle statistique utilisé dans MIMOSA (la loi de Fisher) s'adapte en théorie aux images en bande C et L, même si ses facultés de modélisation de scènes très hétérogènes sont le plus souvent utilisées pour les images très haute résolution obtenues avec la bande X.

Dans la suite, nous allons présenter des résultats obtenus avec des images ALOS PALSAR, ERS 1 et 2, ainsi qu'ENVISAT ASAR. Des imagerie grossièrement recalées ont été découpées dans les produits natifs, puis importées sous forme de fichiers *.ima à l'aide du menu de MIMOSA sous ENVI (cf. Annexe A). Ces imagerie ont été calibrées radiométriquement, puis recalées finement à l'aide de la même boîte à outils développée autour de MIMOSA. L'opération globale ne prend que quelques minutes pour chaque couple.

5.6.1 ALOS PALSAR

Nous présentons en figure 5.39 les résultats obtenus avec deux images ALOS PALSAR en bande L ($\lambda \approx 23\text{cm}$) dont la résolution est ici décimétrique. Ces images ont été acquises sur une zone portuaire à Haïti le 09/03/2009 et le 25/01/2010. Les changements visibles sont dus à l'activité humaine. Nous constatons que les histogrammes sont bien modélisés par des lois de Fisher, malgré un léger biais causé par la présence de plusieurs classes statistiques dans l'image (mer et côte). La carte de changements est en bon accord avec la composition colorée, elle présente un taux de détections parasites faible, ce qui permet des interprétations claires.

5.6.2 ERS-1 et ERS-2

Nous présentons en figure 5.40 les résultats obtenus avec deux images ERS-1 et ERS-2 en bande C ($\lambda \approx 5,3\text{cm}$) dont la résolution est ici d'environ $4\text{m} \times 8\text{m}$. Ces images ont été acquises sur un aéroport situé près d'Arcachon en France les 24 et 25 Janvier 2000. Très peu de changements sont visibles, comme l'illustre la composition colorée. Nous constatons que les histogrammes sont bien modélisés par des lois de Fisher, nous constatons que la zone est assez homogène. La carte de changements est en bon accord avec la composition colorée, les quelques changements sont alors bien détectés. Nous constatons qu'ils sont localisés majoritairement sur l'aéroport. Le taux de détection parasites dans les zones de végétation est très faible.

5.6.3 ENVISAT ASAR

Nous présentons en figure 5.40 les résultats obtenus avec deux images ENVISAT ASAR en bande C ($\lambda \approx 5,3\text{cm}$) dont la résolution est ici d'environ $4\text{m} \times 8\text{m}$. Ces images ont été acquises sur une zone portuaire près du Mont Fuji au Japon le 14/03/2011 et 13/04/2011. Nous observons un grand nombre de changements sur la zone portuaire. Nous constatons que les histogrammes sont bien modélisés par des lois de Fisher, malgré un biais encore une fois causé par la présence d'eau très sombre (comme pour les images ALOS présentées en figure 5.39). La carte de changements est en bon accord avec la composition colorée, nous constatons que les changements sont bien détectés

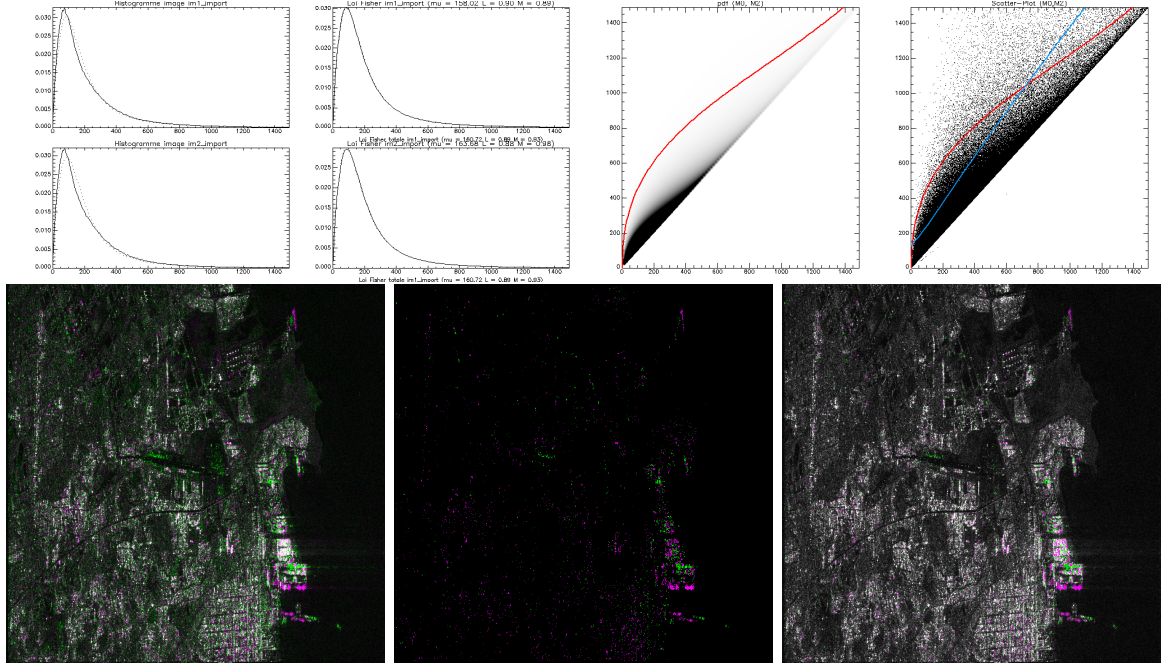


FIGURE 5.39: Résultats obtenus avec deux images ALOS (PALSAR) acquises à Haïti le 09/03/2009 et le 25/01/2010. En haut (de gauche à droite) : Histogrammes, pdf conjointe et scatter-plot. En bas (de gauche à droite) : Composition RGB, carte de changements MIMOSA, Carte de changements superposée à image moyenne géométrique. Le taux de fausses alarmes *a priori* est fixé à 1%.

quel que soit leur contexte radiométrique (mer homogène et sombre, ou zone urbaine/industrielle hétérogène et brillante).

Bilan de l'utilisation de capteurs variés :

Les quelques exemples considérés dans cette partie suggèrent que la méthode MIMOSA développée à l'aide de la loi de Fisher permet également de traiter des données en bande C ou en bande L. Nous observons en effet les mêmes comportements qu'avec la bande X, traitée majoritairement dans ce manuscrit. D'autres tests seraient cependant nécessaires pour confirmer que la méthode MIMOSA convient également aux bandes C et L sans modifications.

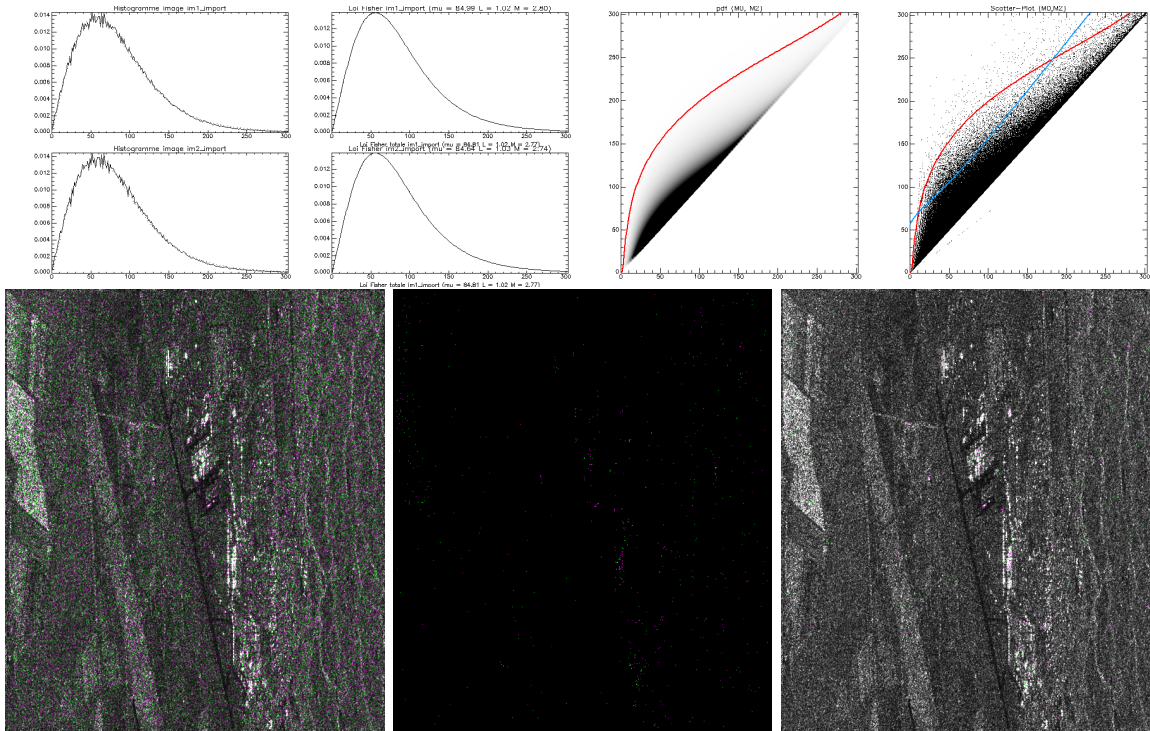


FIGURE 5.40: Résultats obtenus avec deux images ERS-1 et 2, acquises dans la zone d’Arcachon les 24 et 25 Janvier 2000. En haut (de gauche à droite) : Histogrammes, pdf conjointe et scatter-plot. En bas (de gauche à droite) : Composition RGB, carte de changements MIMOSA, Carte de changements superposée à image moyenne géométrique. Le taux de fausses alarmes *a priori* est fixé à 1%.

5.7 Utilisation d’images filtrées, multi-vues ou suréchantillonnées

Rappelons que la méthode MIMOSA est conçue pour fonctionner **sans filtrage spatial des données**. Les modèles statistiques à la base de la détection de changements supposent en effet de traiter des données radar «naturelles». Le filtrage spatial des données est une opération courante en imagerie SAR, elle a pour but de réduire le speckle pour lisser les images et les rendre plus facilement interprétables. Le filtre idéal fait apparaître la texture de l’image en faisant disparaître le bruit multiplicatif de speckle. Seule la moyenne temporelle peut s’approcher rigoureusement de la texture d’une scène. Tous les autres filtres spatiaux introduisent des biais non modélisables. Nous pouvons distinguer deux grandes familles de filtres spatiaux :

1. Les filtres spatiaux ne dégradant pas la résolution, comme les moyennes glissantes, les filtres de Lee, Kuan, Frost, Gamma, Gamma Map, etc.
2. Les filtres spatiaux dégradant la résolution, comme les opérations de multi-vues (*multi-look*).

Adaptatifs ou non, la grande majorité des filtres présentent l’inconvénient de modifier les statistiques des images. De ce fait, une image SAR filtrée n’est plus une «vraie image SAR». Néanmoins, l’usage des filtres de speckle est tellement répandu que nous avons envisagé le fait que la méthode MIMOSA soit utilisée avec des images filtrées malgré le fait que le modèle ne soit plus adapté. En effet, nous pouvons mentionner un certain nombre d’avantages du filtrage spatial :

- Un grand nombre de filtres sont disponibles et facilement implémentables.

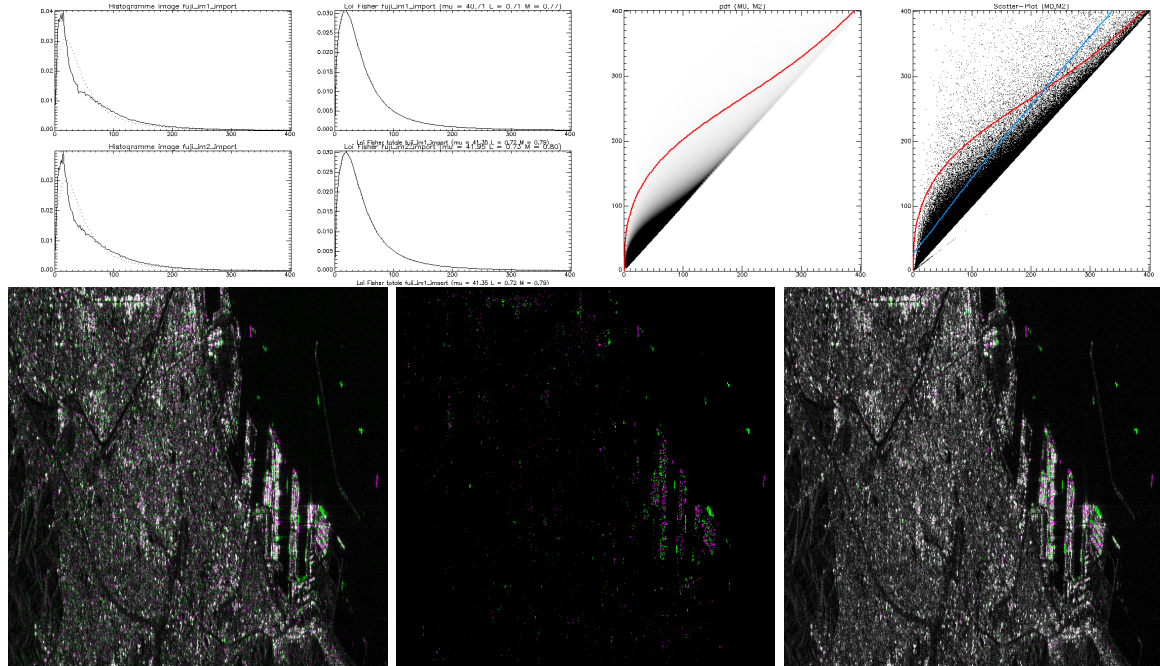


FIGURE 5.41: Résultats obtenus avec deux images ENVISAT, acquises dans la zone du Mont Fuji (Japon) le 14/03/2011 et 13/04/2011. En haut (de gauche à droite) : Histogrammes, pdf conjointe et scatter-plot. En bas (de gauche à droite) : Composition RGB, carte de changements MIMOSA, Carte de changements superposée à image moyenne géométrique. Le taux de fausses alarmes *a priori* est fixé à 1%.

- Le lissage du speckle rend plus facile les interprétations visuelles.
- Le taux de fausses alarmes de type «point isolé» devrait être plus faible, puisque la scène est lissée et que ces points aberrants tendent à disparaître.
- Dans le cas d'une opération de multi-vue, l'effet d'un mauvais recalage s'estompe très rapidement.
- Il est possible d'obtenir un effet multi-échelles selon le niveau de détails conservé.
- Les données ne sont parfois disponibles que sous cette forme.



Dans cette partie, nous allons donc tout de même tester la méthode MIMOSA avec des données ayant subi un filtrage spatial, afin d'évaluer l'adaptation de MIMOSA et l'impact du filtrage sur les résultats. La méthode MIMOSA est laissée en l'état, sans chercher à prendre en compte la nature des images filtrées dans le modèle de signal. Dans un premier temps, nous allons étudier les filtres spatiaux, puis nous étudierons les images multi-vues.

5.7.1 Filtres spatiaux

Considérant que le filtrage des images pour l'utilisation avec MIMOSA n'est pas recommandé, nous n'allons pas mener une étude comparative entre différents filtres spatiaux. À titre d'exemple, nous allons uniquement considérer le filtre Frost, reconnu pour ses performances en imagerie SAR. Le principe du filtre Frost est de s'adapter aux statistiques locales de la scène afin de conserver les détails des zones hétérogènes, tout en lissant davantage les zones homogènes. Pour ceci, l'image est en fait convoluée par une exponentielle décroissante centrée sur le pixel considéré, dont la forme dépend de la variance locale de la scène comparée à sa valeur moyenne. Les statistiques locales sont mesurées sur de petits voisinages (typiquement 3×3 , 5×5 ou 11×11). Nous obtenons

donc un effet de moyenne locale. Nous présentons en figure 5.42 les compositions colorées réalisées à l'aide des images originales et avec les images filtrées (Frost fenêtre 3×3). Nous constatons que le Filtre de Frost conserve bien les détails de l'image dans les zones hétérogènes. Cependant, ce filtre a tendance à «étaier» les points brillants. Nous présentons également en figure 5.42 les histogrammes des images d'amplitude. Nous constatons que les histogrammes des images filtrées prennent des formes non modélisables par une loi de Fisher, tout comme c'était le cas lors du calcul d'une moyenne temporelle. En effet, même si le filtre de Frost n'est pas parfait, il tend tout de même à se rapprocher de la texture de la scène. Dans les images originales, les lois de Fisher estimées avaient à peu près les mêmes paramètres $\mu \approx 90$, $L \approx 0.9$ et $M \approx 1.3$. Dans les images filtrées, nous constatons que le paramètre μ n'a pratiquement pas évolué. Cependant, paramètres L et M ont augmenté (cf. lois sur les histogrammes). Ceci correspond à des images à la texture plus homogène et au speckle davantage centré sur la valeur 1.

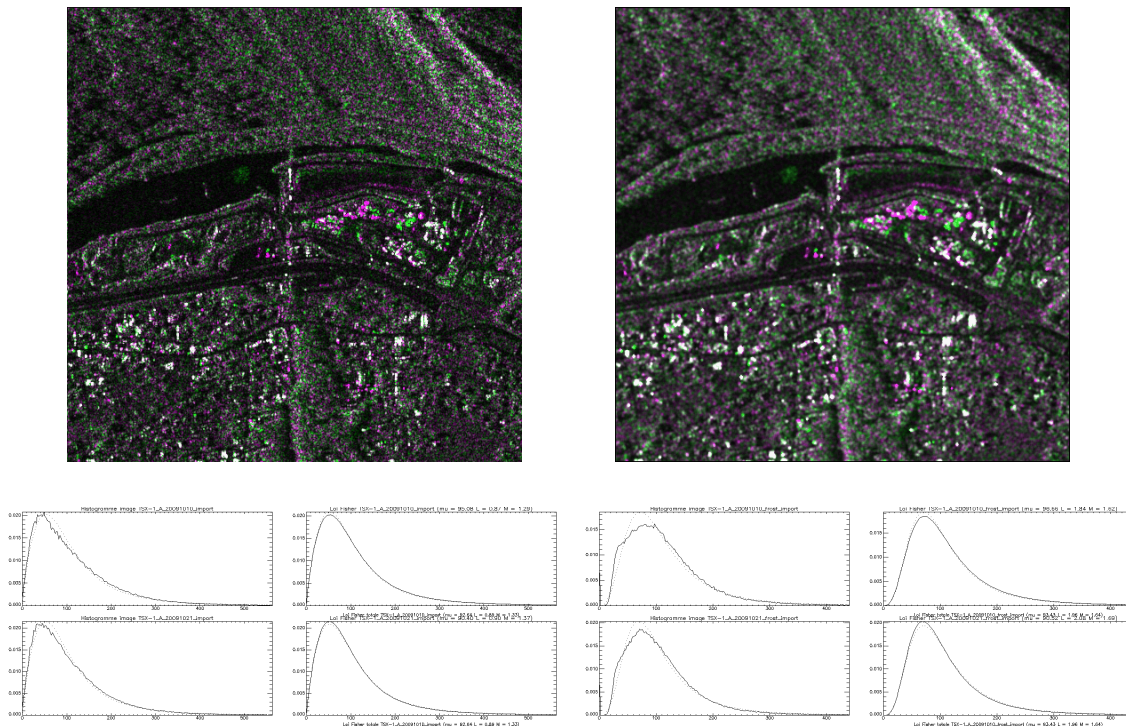


FIGURE 5.42: À gauche : Images originales. À droite : Images filtrées (Frost 3×3). En haut : Compositions colorées avec images d'amplitude. En bas : Histogrammes et lois de Fisher.

Nous présentons en figure 5.43 les pdf conjointes et scatter-plots entre moyenne géométrique et moyenne quadratique des deux paires d'images originales et filtrées. Nous constatons que leurs aspects sont très différents entre images filtrées ou non, mais que chaque pdf modélise bien le scatter-plot qui lui correspond. Nous constatons que le scatter-plot des images filtrées est plus fin et localisé près de la diagonale que le scatter-plot des images originales. Ceci correspond au fait que le paramètre L est plus grand pour les images filtrées⁵. La détection a été effectuée avec le même taux de fausses alarmes *a priori* fixé à 1%. Nous constatons sur les cartes de changements présentées en figure 5.43 que les changements semblent à première vue être bien détectés à l'aide des images filtrées. La carte obtenue avec les images filtrées semble en effet plus lisse, que des changements aux bords arrondis et un faible taux de détections parasites de type monopixel dans la végétation ou dans le repliement. Cependant, seuls les changements étendus

5. Voir la figure 5.25 pour observer l'effet des paramètres L et M sur l'allure du scatter-plot

sur plusieurs pixels semblent systématiquement conservés, il est donc possible de manquer des changements en filtrant les images de la sorte.

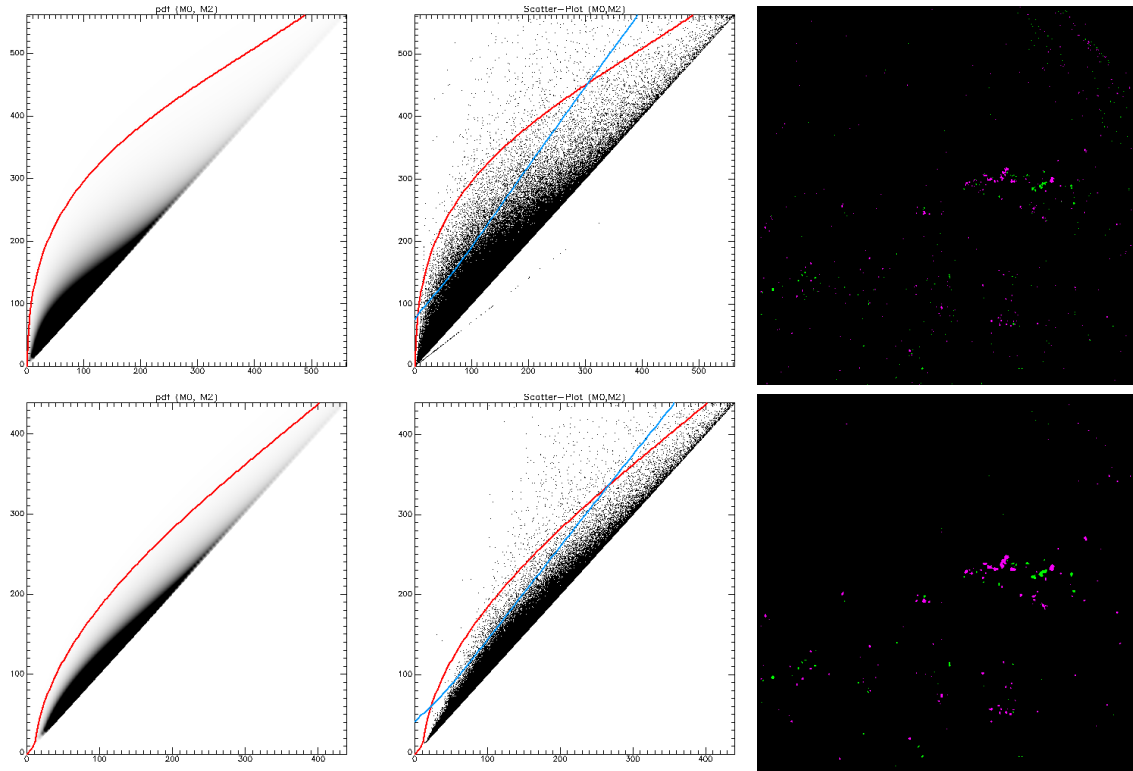


FIGURE 5.43: En haut : Images originales. En bas : Images filtrées (Frost 3×3). gauche à droite : pdf conjointes, scatter-plots et cartes de changements.

Nous présentons en figure 5.44 des résultats analogues sur une zone déjà présentée dans ce manuscrit (zone portuaire de Sendai au Japon avec mouvements de containers). Nous constatons dans ce cas que le filtrage semble assez bénéfique dans la mesure où les changements apparaissent comme des nappes continues et non comme des amas de points (ou des nappes trouées) comme pour les images originales. Cependant, nous pouvons noter que tous les changements de très petite taille ont disparu.

Bilan de l'utilisation de filtres spatiaux avant MIMOSA :

- Même si les images filtrées ne suivent plus des statistiques prévues par la loi de Fisher, la méthode MIMOSA semble tout de même capable de fournir des résultats pertinents avec des images filtrées (par le filtre Frost, avec une taille de fenêtre 3×3).
- Nous avons constaté que le filtrage avait pour conséquence de lisser la carte de changements, si bien que la carte obtenue avec les données filtrées semble presque être un produit de traitement morphologique de la carte obtenue avec les données originales. L'aspect visuel des cartes de changements avec images filtrées semble généralement meilleur que pour les données initiales (contours lisses, nappes uniformes, peu de points isolés, etc.). Cependant, nous avons constaté que les plus petits changements pouvaient être supprimés, et que les formes des changements détectés devenaient grossières.
- Nous avons utilisé uniquement le filtre de Frost, il est possible que d'autres filtres de speckle ne permettent pas d'obtenir d'aussi bons résultats. De même, en faisant varier les paramètres du filtre Frost, il est possible que l'image soit «trop filtrée» et que les résultats ne soient plus représentatifs.

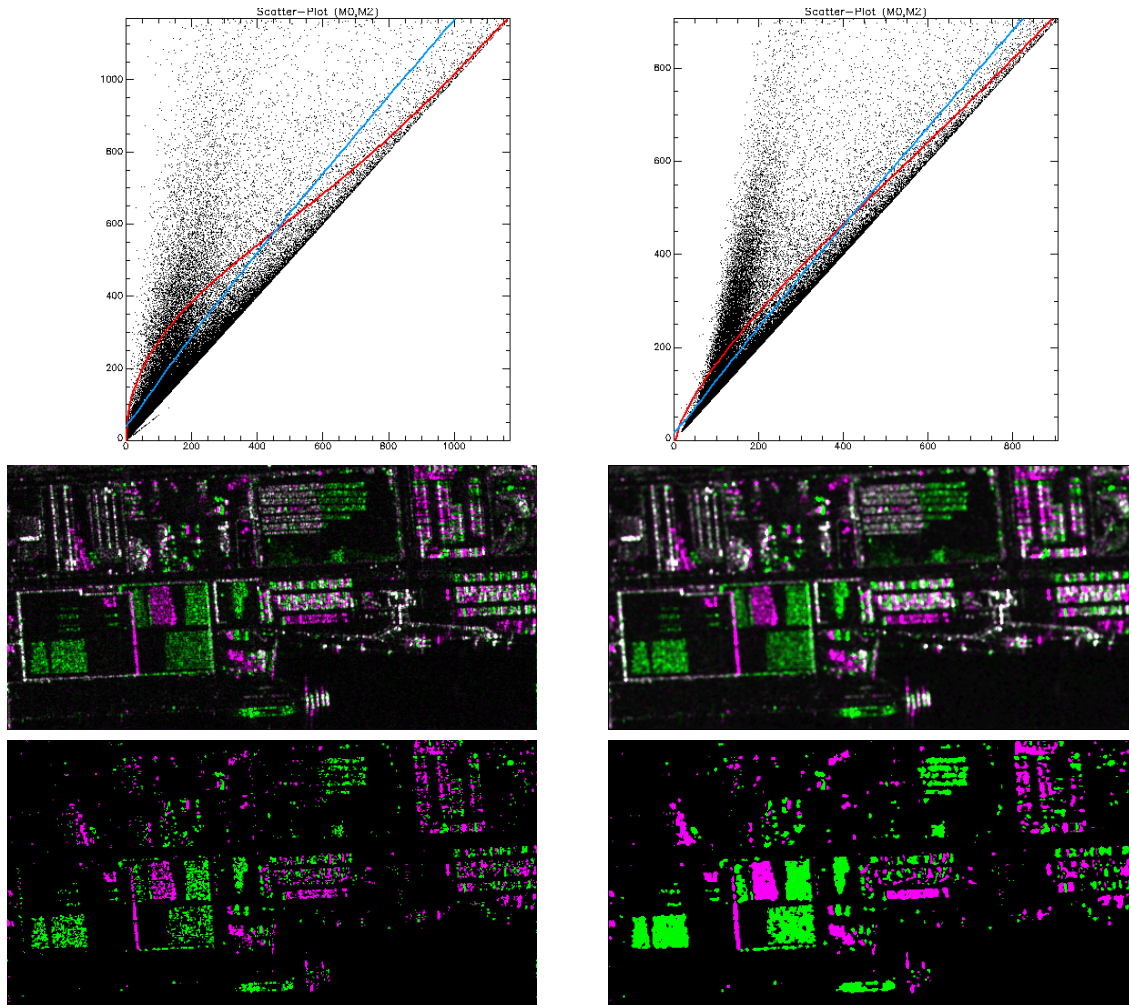


FIGURE 5.44: À gauche : Images originales. À droite : Images filtrées (Frost 3×3). De haut en bas : scatter-plots, compositions RGB et cartes de changements.

- Compte tenu du modèle adopté par MIMOSA, l'utilisateur doit savoir qu'il n'est pas rigoureux de filtrer les images. Nous recommandons de conserver les données originales pour effectuer une détection de changements⁶.

5.7.2 Images Multi-vues

Dans cette partie, nous allons étudier l'utilisation d'images multi-vues (ou *multilook*) avec MIMOSA. Les images multi-vues sont des produits classiques de traitement en imagerie SAR. Le cas le plus courant est le calcul de moyennes locales des images en amplitude ou en intensité sur de petits voisinages de taille fixée. Les propriétés statistiques des images multi-vues arithmétiques et géométriques ont été établies dans la partie 3.3.4. Nous avons constaté que selon le type de moyenne utilisée, l'image multi-vue présentait différentes caractéristiques statistiques. Dans le cas présent, nous allons tester la méthode MIMOSA avec ces deux types d'images multi-vues.

6. Pour le moment, aucun filtre de speckle n'est proposé dans la boîte à outils entourant MIMOSA dans ENVI, même si un grand nombre de filtres a été déjà implémenté en plus du filtre de Frost.

Remarque :

Dans le cas de données en amplitude, il nous faut en fait parler d'image «multi-vue quadratique», puisque les échantillons sont moyennés selon une moyenne quadratique (la moyenne arithmétique est réservée aux données en intensité).

Dans le cas de la détection de changements, l'utilisation des images multi-vues au lieu des images en pleine résolution peut être motivée par diverses raisons, notamment :

- La totalité de l'image doit être traitée, et c'est seulement la position des changements (supposés importants) dans l'image qui compte. Les détails importent donc peu, et ne seraient de toutes façons pas exploités un à un.
- L'échelle souhaitée pour les changements est beaucoup plus grande que la résolution naturelle des images.
- Les images sont très bruitées, et les filtres de speckle ne suffisent pas.
- Le recalage est mauvais (les images multi-vues apportent une grande tolérance à ce sujet).
- etc.

Éléments de théorie sur les images multi-vues

Considérons un voisinage spatial de dimensions $m \times n = N$ sur une image suivant un modèle de bruit multiplicatif. Notons x_i les échantillons en amplitude résultant du produit entre une texture t_i et un bruit de speckle s_i . Dans ce cas, un pixel y de l'image multi-vue géométrique est obtenu par la relation :

$$y = \sqrt[N]{\prod_{i=1}^N t_i s_i} = \sqrt[N]{\prod_{i=1}^N t_i} \sqrt[N]{\prod_{i=1}^N s_i} \quad (5.21)$$

Nous constatons dans l'équation ci-dessus qu'un pixel d'une image multi-vue géométrique peut s'interpréter comme le produit entre la moyenne géométrique de la texture et la moyenne géométrique du speckle sur le voisinage considéré. Le modèle multiplicatif entre texture et speckle se conserve donc sous forme de produit entre moyenne de texture et moyenne de speckle dans l'image multi-vue géométrique. Pour comparaison, avec les mêmes notations, un pixel y de l'image multi-vue quadratique est obtenu par la relation :

$$y = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i^2 s_i^2} \neq \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i^2} \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N s_i^2} \quad (5.22)$$

Nous constatons qu'un pixel de l'image multi-vue quadratique ne peut pas être vu comme le produit entre la moyenne quadratique de la texture et la moyenne quadratique du speckle. Le «modèle multiplicatif» n'est donc pas conservé. Nous pouvons déduire des deux dernières expressions que l'image multi-vue géométrique est plus proche d'une image SAR naturelle qu'une image multi-vue classique (quadratique pour les données en intensité, ou arithmétique pour les données en intensité), puisqu'elle est encore le résultat entre un terme de texture moyenne et un terme de speckle moyen.



Dans le cas de données en intensité, la moyenne arithmétique utilisée pour calculer la moyenne spatiale des échantillons ne conserve pas non plus le «modèle multiplicatif», comme l'illustre l'équation ci-dessous :

$$y = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i s_i \neq \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N s_i \quad (5.23)$$

Si nous sommes capables d'exprimer la loi $p_{N,t}$ suivie par la moyenne géométrique d'échantillons de texture, et la loi $p_{n,s}$ suivie par la moyenne géométrique des valeurs de speckle, d'après l'équation 5.21, la loi suivie par l'image multi-vue géométrique s'obtient par la convolution de Mellin $p_{N,t} \hat{\star} p_{n,s}$. Dans le cas des moyennes temporelles, nous avons souvent supposé que la texture restait constante au cours du temps, c'est à dire que nous notions $t_i = t \forall i$. Dans ce cas, toutes les moyennes de Hölder (moyennes géométriques, arithmétiques et quadratiques comprises) se décomposaient comme le produit entre la texture t et la moyenne des valeurs de speckle temporel. Dans le cas du calcul des images multi-vues, supposer que la texture est constante revient à ne considérer que des zones homogènes spatialement. Cette hypothèse est cependant beaucoup trop forte, il nous faut donc considérer que la texture varie spatialement selon une loi connue p_t .

Considérons le modèle de la loi de Fisher où la texture suit une loi de Rayleigh–Nakagami inverse $\mathcal{RN}\mathcal{I}[\mu, M]$ et où le speckle suit une loi de Rayleigh–Nakagami normalisée $\mathcal{RN}[1, L]$. Nous avons déjà calculé la loi suivie par la moyenne géométrique de N variables suivant une loi $\mathcal{RN}[1, L]$ dans la partie 4.5.3, c'est la loi notée ici $p_{\mathcal{MG}[s]}$:

$$z \mapsto \frac{2N}{z\Gamma(L)^N} \overline{G}_{0,N}^{N,0} \left(z^{2N} L^N \left| \underbrace{L, \dots, L}_N ; \cdot \right. \right) = 2N z^{2N-1} \mathcal{LM}_{0,N}^{N,0} \left(z^{2N} \left| \underbrace{L, \dots, L}_N ; \cdot \right. , \mu^{2N} \right) \quad (5.24)$$

Nous allons procéder de même pour le calcul de la loi suivie par N échantillons suivant une loi $\mathcal{RN}\mathcal{I}[\mu, M]$. Nous allons décomposer le calcul en trois étapes successives :

1. élévation des variables au carré,
2. calcul du produit des variables élevées au carré,
3. calcul de la racine $2N^{\text{ième}}$ de ce dernier terme.

Si la variable t suit une loi $\mathcal{RN}\mathcal{I}[\mu, M]$, alors la variable t^2 suit la loi $\mathcal{GI}[\mu^2, M]$, qui s'exprime comme la loi de Meijer suivante :

$$z \mapsto \mathcal{LM}_{1,0}^{0,1} \left(z \left| \begin{matrix} M ; \cdot \\ \cdot ; \cdot \end{matrix} \right. , \mu^2 \right) \quad (5.25)$$

D'après les propriétés des lois de Meijer, le produit de N variables t^2 suivant cette loi de Meijer suit la loi de Meijer s'exprimant comme :

$$z \mapsto \mathcal{LM}_{N,0}^{0,N} \left(z \left| \begin{matrix} \underbrace{M, \dots, M}_N ; \cdot \\ \cdot ; \cdot \end{matrix} \right. , \mu^{2N} \right) \quad (5.26)$$

Le passage à la racine $2N^{\text{ième}}$ utilise simplement la relation 4.87, ainsi la loi suivie par la moyenne géométrique de N variables suivant une loi $\mathcal{RN}\mathcal{I}[\mu, M]$ s'écrit :

$$p_{\mathcal{MG}[t]} : z \mapsto 2N z^{2N-1} \mathcal{LM}_{N,0}^{0,N} \left(z^{2N} \left| \begin{array}{c} \underbrace{M, \dots, M}_N ; \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{array} \right. , \mu^{2N} \right) \quad (5.27)$$

De ce fait, la loi suivie par l'image multivue-géométrique s'exprime comme la convolution de Mellin entre les lois $p_{\mathcal{MG}[t]}$ et $p_{\mathcal{MG}[s]}$ présentées dans les équations 5.27 et 5.24. Notons à ce stade que l'opération de multi-vue géométrique peut être décomposée comme :

$$y = \sqrt[2N]{\prod_{i=1}^N t_i^2 s_i^2} = \sqrt[2N]{\prod_{i=1}^N t_i^2} \sqrt[2N]{\prod_{i=1}^N s_i^2} \quad (5.28)$$

La dernière expression et les propriétés des lois de Meijer vis à vis de la convolution de Mellin nous permettent d'écrire directement l'expression de la loi suivie par l'image multi-vue géométrique si l'image initiale suit une loi de Fisher $\mathcal{F}_A[\mu, L, M]$:

$$z \mapsto 2N z^{2N-1} \mathcal{LM}_{N,N}^{N,N} \left(z^{2N} \left| \begin{array}{c} \underbrace{M, \dots, M}_N ; \cdot \\ \underbrace{L, \dots, L}_N ; \cdot \end{array} \right. , \mu^{2N} \right) \quad (5.29)$$

Remarque :

La dernière expression peut être comparée à l'expression de la loi de Fisher sous forme de loi de Meijer :

$$\mathcal{F}_A[\mu, L, M](z) = \mathcal{LM}_{1,1}^{1,1} \left(z \left| \begin{array}{c} M ; \cdot \\ L ; \cdot \end{array} \right. , \mu \right) \quad (5.30)$$

Nous constatons en effet que les paramètres L et M jouent des rôles similaires dans les équations 5.29 et 5.30.

D'après la définition des lois de Meijer, l'expression de la loi suivie par l'image multi-vue géométrique (d'une image suivant une loi de Fisher $\mathcal{F}_A[\mu, L, M]$) peut s'écrire sous la forme :

$$z \mapsto \frac{L^N}{\mu^{2N} M^N \Gamma(M)^N \Gamma(L)^N} \bar{G}_{N,N}^{N,N} \left(\frac{L^N}{\mu^{2N} M^N} z^{2N} \left| \begin{array}{c} \underbrace{-M, \dots, -M}_N ; \cdot \\ \underbrace{L-1, \dots, L-1}_N ; \cdot \end{array} \right. \right) \quad (5.31)$$



Nous disposons à ce stade des expressions des lois suivies par l'image multi-vue géométrique, ainsi que par sa texture et par le speckle moyen supposés. Il serait alors possible de reprendre les calculs effectués dans la partie 4.2.2 en remplaçant dans l'équation 4.37 les expressions alors utilisées par la texture et le speckle (respectivement une loi $\mathcal{RN}\mathcal{I}[\mu, M]$ et une loi $\mathcal{RN}[1, L]$) par les expressions obtenues ci-dessus en équations 5.27 et 5.24. Cependant, nous ne poursuivrons pas dans cette voie dans ce manuscrit compte tenu de la complexité des calculs comparée à la marginalité de l'usage qui pourrait en être fait. Le cas d'une autre moyenne telle que la moyenne quadratique ou la moyenne arithmétique classiquement utilisées pour les opérations de multi-vue ne permet pas de retrouver une décomposition multiplicative entre texture et speckle dans l'image multi-vue. De ce fait, la méthode MIMOSA ne pourrait pas être adaptée avec un autre type d'images multi-vues que celles utilisant la moyenne géométrique.

Tests de MIMOSA sur images multi-vues réelles

Dans la suite de cette sous-partie, nous allons appliquer la méthode MIMOSA telle qu'elle est présentée dans ce manuscrit à des images multi-vues afin d'observer l'adaptation du modèle de Fisher aux statistiques des images multi-vues. Pour ceci, considérons une zone de 2500×2500 pixels sur la zone portuaire de Sendai au Japon (TerraSAR-X Stripmap descendant). Afin d'observer l'étendue de cette zone, nous présentons en figure 5.45 la composition colorée entre les images multi-vues géométriques 2×2 juxtaposée à une image optique projetée dans la même géométrie. Nous observons la présence d'un grand nombre de changements dus au tsunami ayant balayé la zone avant l'acquisition de la seconde image TerraSAR-X.



FIGURE 5.45: À gauche : Composition colorée entre images multi-vues géométriques 2×2 (20/10/2010 – 12/03/2011). À droite : Image optique de la zone.

Nous avons calculé les images multi-vues géométriques et quadratiques pour des facteurs de réduction 2×2 et 5×5 . Nous avons alors appliqué la méthode MIMOSA avec un taux de fausses alarmes *a priori* fixé à 1% pour toutes les configurations. Nous présentons en figure 5.46, 5.47 et 5.48 trois zooms sur des zones d'intérêt dans l'image. Chacune de ces figures permet de comparer les résultats de détection obtenus avec les images originales, ainsi que les images multi-vues géométriques et quadratiques pour les deux facteurs de réduction 2×2 et 5×5 . Nous constatons que les changements semblent correctement détectés à l'aide des images multi-vues, qu'elles soient quadratiques ou géométriques. Nous observons que certains changements ont disparu sur les cartes générées avec les images multi-vues géométriques, notamment les changements de plus petite taille. Nous pouvons en effet noter que le calcul d'une image multi-vue géométrique a tendance à favoriser les zones sombres et à noyer les points brillants isolés. Nous avons illustré ce phénomène dans la partie 3.3.4 où nous avons simulé des images contenant des cibles brillantes ponctuelles. Nous pouvons observer que la différence entre résultats obtenus avec images multi-vues géométriques et quadratiques est surtout visible pour le facteur de réduction 5×5 . Pour le facteur de réduction 2×2 , les cartes de changements sont très similaires. Nous pouvons cependant noter que certains changements ne sont détectés qu'avec les images multi-vues géométriques.

Bilan de l'utilisation d'images multi-vues avec MIMOSA :

- Bien que les images multi-vues ne suivent pas une loi de Fisher, les résultats obtenus avec

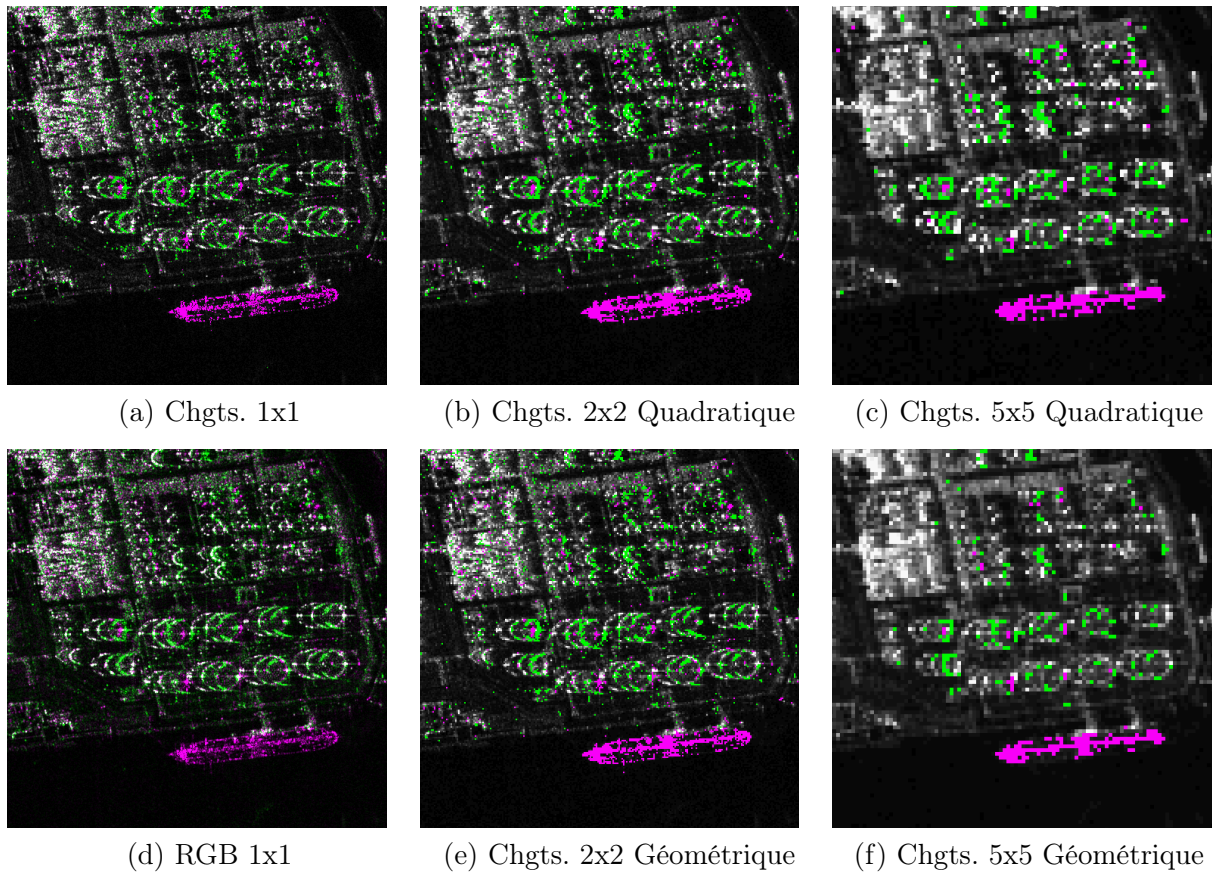


FIGURE 5.46: Zoom sur une zone contenant des cuves de stockage de carburant, ainsi qu'un quai où un bateau était accosté dans l'image du 20/10/2010.

les images multi-vues géométriques ou quadratiques semblent en accord avec les résultats obtenus avec les images initiales.

- Bien que les images multi-vues géométriques conservent le modèle multiplicatif, cet avantage sur les images multi-vues quadratiques ne se traduit pas clairement dans la pertinence visuelle des cartes de changements. En effet, l'effet de la moyenne géométrique spatiale (disparition de cibles ponctuelles) n'est pas forcément souhaitable.

5.7.3 Images suréchantillonnées par Zeropadding

Le suréchantillonnage peut être utilisé pour «améliorer» la résolution d'une image. Plusieurs méthodes existent pour traiter des images aux données complexes comme les images SAR (bi-linéaire, zeropadding, etc.). Le suréchantillonnage ne permet cependant pas de zoomer à l'infini dans une image, il est le plus souvent destructif et génère des effets qui peuvent être mal interprétés. Dans une utilisation raisonnable, nous verrons qu'il peut cependant être utile pour séparer deux points très proches, voire indiscernables.

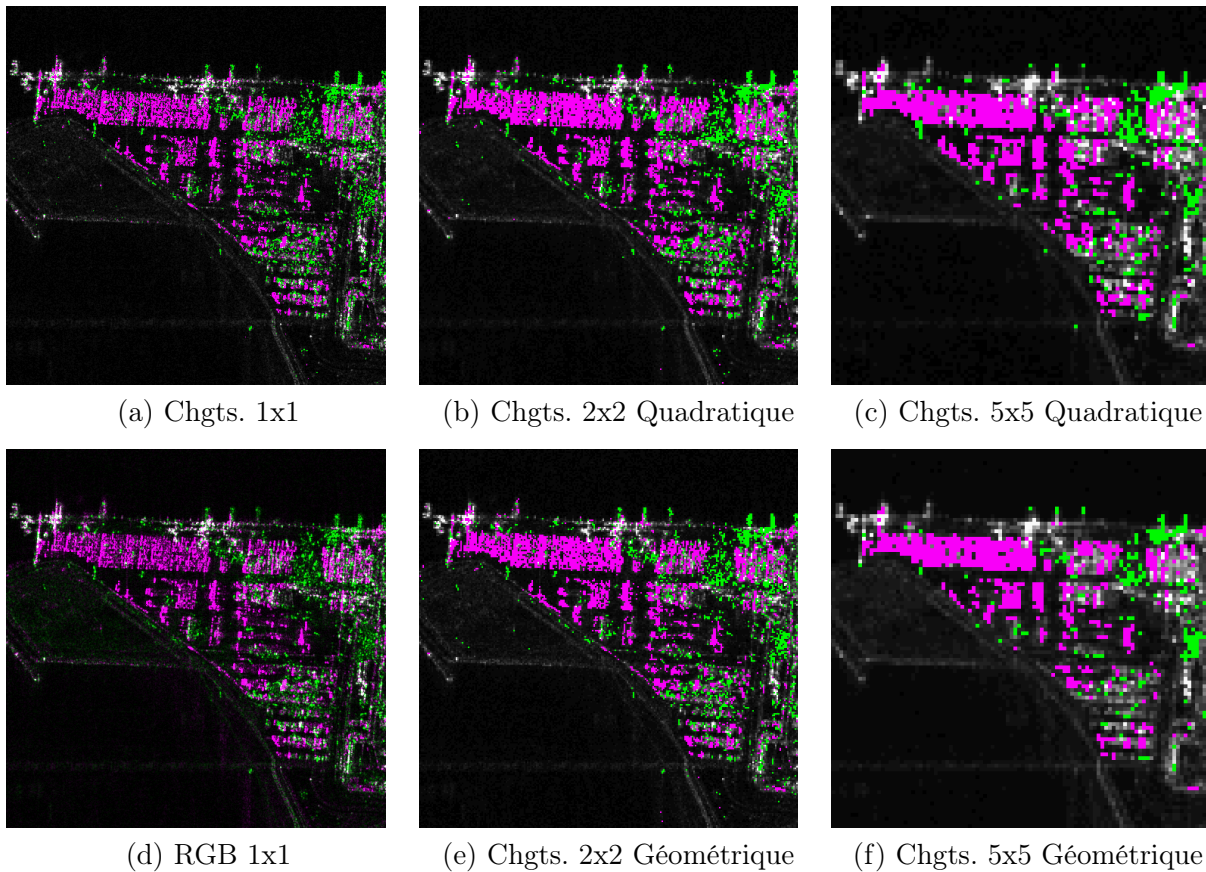


FIGURE 5.47: Zoom sur une zone de stockage de containers. Nous observons qu'ils ont été entassés sur la droite de l'image après le passage du tsunami.



Les modèles statistiques des données SAR en amplitude (ou en intensité) sont le plus souvent basés sur le fait que le speckle est pleinement développé. C'est le modèle des cibles ponctuelles utilisé par Goodman [56, 68]. Le speckle est alors pleinement développé si la cellule de résolution est assez grande pour accueillir un grand nombre de cibles élémentaires. C'est seulement ce grand nombre de cibles qui permet l'utilisation du théorème central limite assurant que les parties réelles et imaginaires de la réponse complexe de la cellule suivent des lois gaussiennes (cf. annexe B), permettant d'obtenir ainsi la bien connue loi Gamma en intensité. Suréchantillonner les données avec des facteurs importants rend cette hypothèse discutable. Nous pouvons considérer qu'un facteur 2 est une limite raisonnable pour des images TerraSAR-X Stripmap.

Le suréchantillonnage par zeropadding consiste à entourer de valeurs nulles la transformée de Fourier d'une image, puis à en calculer la transformée inverse. La taille de la transformée de Fourier ainsi bordée de zéros définit la taille de l'image suréchantillonnée. Cette technique de suréchantillonnage est la plus rigoureuse au sens de Shannon, et très bien adaptée aux données complexes. Nous proposons ici d'étudier l'effet d'un tel suréchantillonnage sur la détection de changements par MIMOSA. Considérons pour ceci deux images TerraSAR-X stripmap acquises sur la zone de Chamonix, plus précisément sur une sablière près du Bourgeat, déjà présentée dans ce manuscrit. Nous allons appliquer un facteur de suréchantillonnage de 2 puis 4 aux données. Nous avons constaté que les paramètres des lois de Fisher estimées sur les données suréchantillonnées sont semblables à ceux estimés sur les données originales pour des facteurs 2

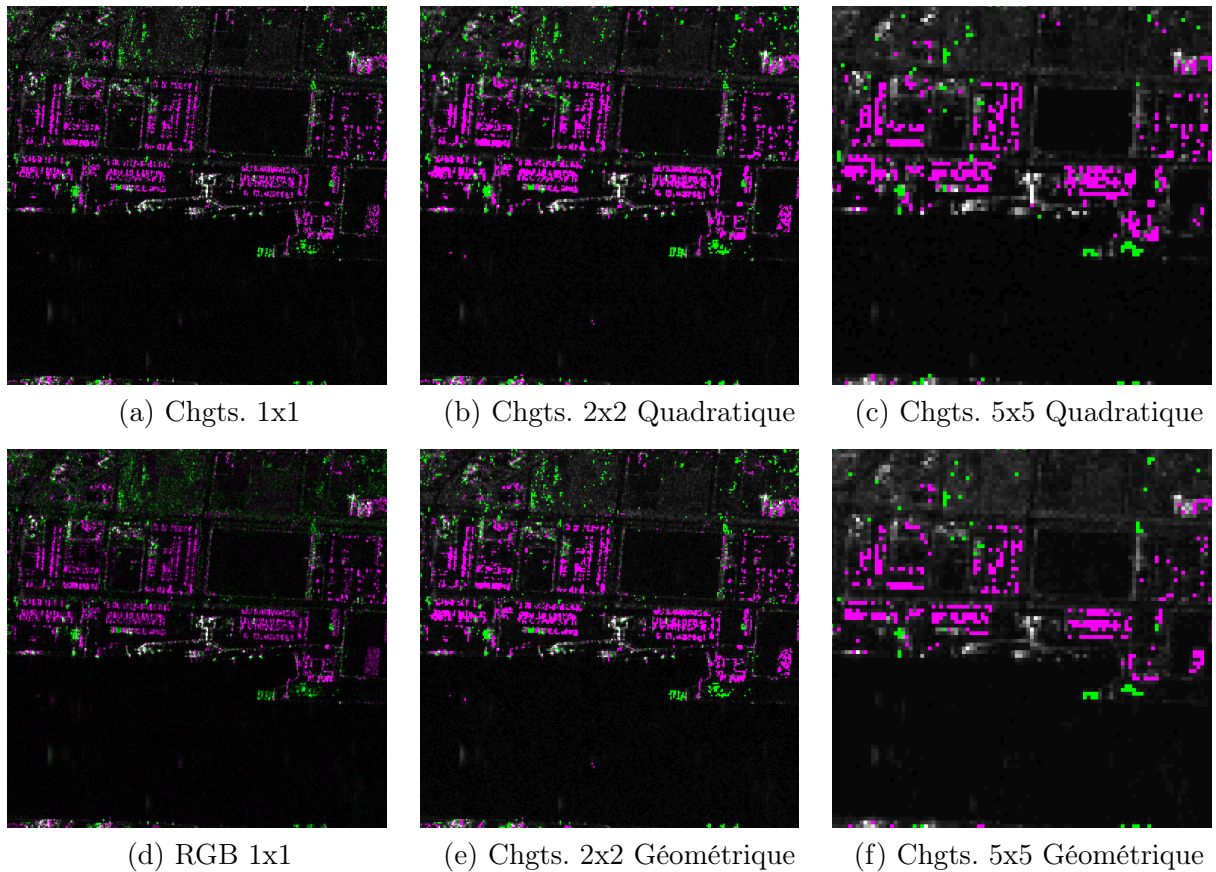


FIGURE 5.48: Zoom sur une zone de stockage de containers. Nous constatons qu'ils ont été emportés par le tsunami.

et 4.

Nous présentons en figure 5.49 les résultats obtenus avec des données suréchantillonnées par zéropadding comparées aux données originales. Pour ceci, nous comparons les compositions colorées et les cartes de changements superposées aux images moyennes pour les images originales, ainsi que pour les images avec un zéropadding d'un facteur $\times 2$ et $\times 4$.

Nous constatons que les cartes de changement obtenues avec les données suréchantillonnées sont en accord avec les cartes obtenues avec les données originales. Le suréchantillonnage des données ne semble rien apporter en termes de détections pures, mis à part un aspect plus lisse de la carte de changements. Les changements détectés sont en effet de forme plus arrondie par rapport aux résultats originaux, rendant les comparaisons de tailles plus faciles et les représentations plus agréables à l'oeil.



Pour certaines applications où les méthodes de détection de changements ne sont utilisées que comme aide à l'analyse, la forme des changements n'importe pas. Le rôle de la méthode de détection de changements se limite à indiquer des zones où des changements sont présents. L'étude précise de la forme et nature des changements est réalisée manuellement par analyse locale de la scène. De ce fait, utiliser le suréchantillonnage par zéropadding n'est pas utile dans ce cas.

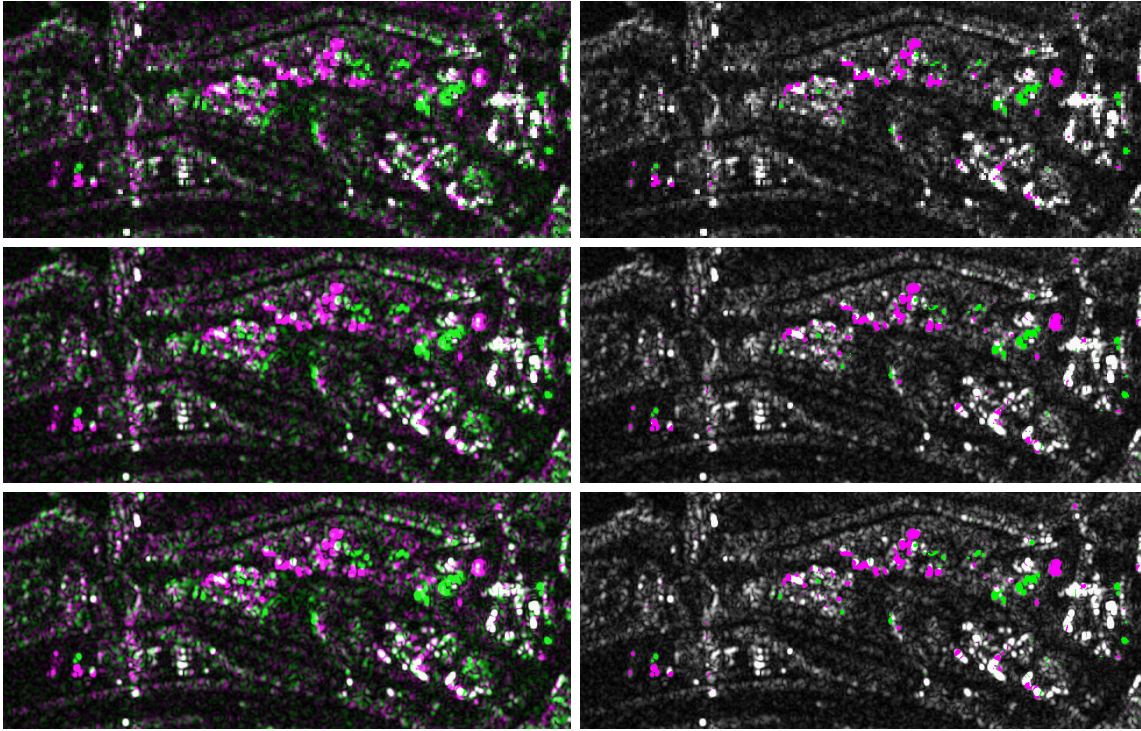


FIGURE 5.49: À gauche : Composition RGB. À droite : Carte de changements superposée à image moyenne géométrique. De haut en bas : Images originales, Zeropadding $\times 2$, Zeropadding $\times 4$.

Bilan de l'utilisation d'images suréchantillonnées par zeropadding :

- Les paramètres de Fisher estimés sur les images suréchantillonnées sont quasi-identiques à ceux des images originales. Les scatter-plot avec données suréchantillonnées présentent des distributions de points semblables aux données initiales. De plus, les résultats obtenus avec les images suréchantillonnées sont en accord avec les résultats initiaux.
- Les changements détectés sont en accord avec les changements détectés avec les données originales. Seule leur forme devient plus arrondie. Nous pouvons mentionner qu'il est alors plus facile de comparer la taille de deux changements voisins, et que la représentation peut être plus agréable.
- Nous avons remarqué que le suréchantillonnage permettait parfois de discerner deux changements confondus dans le même pixel dans les images originales.

5.8 Bilan du chapitre

Dans ce chapitre, nous avons soumis la méthode MIMOSA à des tests faisant intervenir des situations opérationnelles. En effet, nous avons successivement évalué la sensibilité de la méthode au mauvais recalage entre images, aussi bien dans le cas de couples ou séries temporelles. Ensuite, nous avons évalué l'impact d'une mauvaise calibration radiométrique entre les images du couple ou de la série temporelle utilisée. Dans chaque cas, nous avons constaté que la méthode permettait une tolérance suffisante pour être utilisée dans des cas réels variés.

Nous avons également vérifié que le taux de fausses alarmes souhaité dans le résultat, seul paramètre de la détection automatique, était en effet respecté. Ceci est un point important pour l'interprétation des résultats. Ensuite, nous avons appliqué la méthode MIMOSA à différentes

images issues de différents capteurs en bande L, C ou X. Nous avons constaté que les résultats étaient systématiquement pertinents, montrant de ce fait la souplesse du modèle mis en place.

En dernier lieu, l'application de MIMOSA a été appliquée à des images filtrées ou suréchantillonnées, c'est à dire des images ne respectant pas le modèle statistique des images SAR. De façon générale, la méthode MIMOSA fait preuve d'une grande souplesse face à ces images filtrées, en produisant toujours des résultats pertinents ne trahissant pas ceux obtenus sur les images initiales non filtrées.

Chapitre 6

MIMOSA : Classification temporelle de changements

Sommaire

6.1	Contexte	191
6.2	Compositions colorées avec différentes moyennes temporelles	193
6.3	Utilisation des moyennes de Lehmer	196
6.4	Analyse de profils temporels d’amplitude	197
6.4.1	Profils temporels simulés «sans changements»	197
6.4.2	Profils réels «sans changements»	200
6.4.3	Profils temporels simulés «avec changements»	202
6.4.4	Profils temporels réels «avec changements»	204
6.5	Opérateur de classification de changements	204
6.6	Bilan du chapitre	207

Résumé du chapitre

Ce chapitre présente l’utilisation de moyennes temporelles comme un outil de classification de changements temporels dédié à l’imagerie SAR. Il doit être vu comme un chapitre d’ouverture établissant des perspectives sur l’usage des moyennes temporelles. Il présente un opérateur simple permettant de classer les changements préalablement détectés par MIMOSA selon plusieurs caractéristiques statistiques.

6.1 Contexte

Dans ce chapitre, nous proposons une ouverture de l’utilisation des moyennes pour classer les changements temporels préalablement détectés par MIMOSA (ou une autre méthode). Ce chapitre est une ouverture sur l’analyse des séries temporelles à l’aide des moyennes, il dresse le cadre de travaux de recherche qui peuvent faire l’objet des perspectives de ce manuscrit.



Insistons ici sur le fait que le terme «classification» est souvent employé pour désigner une notion spatiale, où une image est segmentée en différentes classes d’équivalence. Dans le cas présent, il s’agit de classification temporelle de changements, où les changements ayant eu lieu dans une série temporelle sont distingués en plusieurs classes, ou types différents.

Jusqu'à présent, nous avons utilisé les moyennes temporelles pour détecter si un couple d'images ou une série temporelle comportait des changements et pour les localiser. Nous allons maintenant nous concentrer sur les séries temporelles. Nous proposons une approche pour aller plus loin après la détection et analyser la nature des changements à l'aide de moyennes temporelles, sans étudier directement les profils temporels d'amplitude. En effet, lorsqu'une détection de changements est effectuée entre deux images, la carte de changements binaire est très simple à interpréter. En gardant les notations et codes couleurs utilisés dans ce manuscrit, nous pouvons résumer les règles d'interprétation d'un changement comme suit :

- Un pixel vert correspond à une valeur d'amplitude plus grande dans la seconde image (la plus récente),
- un pixel magenta correspond à une valeur plus faible dans la seconde image,
- le fond noir correspond aux zones n'ayant pas changé.

Nous pouvons simplement remarquer que l'écart en amplitude n'est pas représenté dans la carte binaire de changements, qui est par nature saturée. Il n'est donc pas possible de savoir si le changement est très intense ou non à partir de cette seule carte. Néanmoins, cette information n'est pas systématiquement utilisée, et son absence ne pose pas vraiment problème à l'interprétation. Dans le cas d'une série temporelle, les changements détectés sont des changements cumulés le long de la série temporelle. Aucune notion d'ordre ou de chronologie n'est conservée par les moyennes temporelles. De ce fait, la carte de changements est également binaire, et ne renseigne que sur la présence ou non d'un changement au cours de la série temporelle. Avec cette représentation, il n'est donc pas possible de savoir quelle est l'image de la série temporelle ayant engendré le changement, ou même si plusieurs images sont en jeu, sauf en analysant manuellement le profil temporel d'amplitude au niveau de chaque pixel de changement.

Dans une perspective d'automatisation et pour faciliter le travail d'analyse, nous considérons que l'inspection systématique du profil temporel associé à chaque changement est trop longue, en plus de nécessiter une nouvelle interprétation. De ce fait, nous cherchons à fournir des informations supplémentaires sur la nature des changements détectés sous forme d'une carte colorée, où chaque couleur représente un type de changement particulier. Nous pouvons d'ores et déjà présenter la liste des caractéristiques intéressantes qu'il sera possible de différencier au niveau d'un changement :

- Changement «marginalelement brillant/sombre» : un faible nombre d'images, voire une seule, se distingue de la série temporelle par sa forte/faible valeur d'amplitude par rapport aux autres images de la série.
- Changement «aléatoire, ou régulier» : soit une grande variété de valeurs est présente au cours du profil temporel, soit il y a autant de valeurs fortes que de valeurs faibles.

Pour effectuer une représentation colorée de ces dernières caractéristiques, nous constatons qu'il nous faut opter pour une table de couleurs à trois teintes principales. Notons que la classification est une étape qui succède à la détection. De ce fait, seuls les changements seront traités pour plus de lisibilité.



Lorsque l'on calcule une moyenne temporelle, l'ordre des échantillons n'influe pas sur le résultat. De ce fait, toute information relative à la chronologie entre images est perdue lors du calcul de moyenne. De ce fait, les informations relatives à la forme du profil temporel «chronologique» ne peuvent être que de nature statistique. Du point de vue des moyennes temporelles, il n'est donc pas possible de différencier les cas présentés dans la figure 6.1. C'est pourquoi les informations fournies par les moyennes temporelles sur la nature du changements ayant eu lieu sont basiques.

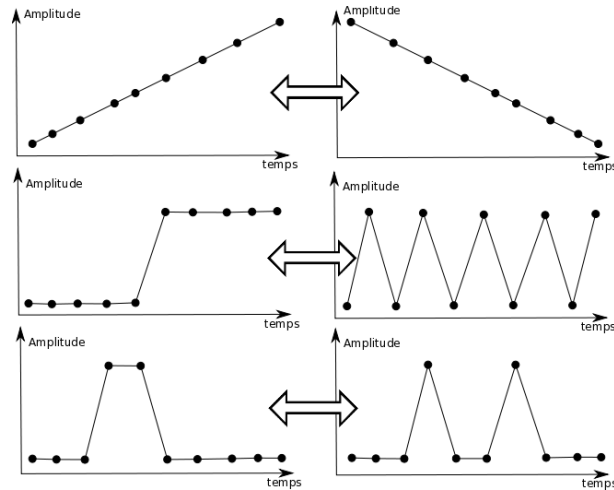


FIGURE 6.1: Équivalence entre profils temporels causée par la disparition de la notion de chronologie (ou d'ordre) dans le calcul d'une moyenne temporelle.

6.2 Compositions colorées avec différentes moyennes temporelles

Lorsque l'on dispose de deux ou trois images, il est possible de former des compositions colorées permettant de visualiser les éventuels changements entre images. Ces compositions classiques utilisent les trois canaux Rouge, Vert et Bleu des images couleur RVB dans lesquels sont introduits chacune des images d'amplitude à comparer. Pour les séries temporelles comportant plus que trois images, il n'est plus possible d'attribuer un canal coloré à chaque image. De ce fait, nous proposons d'utiliser les moyennes temporelles afin de créer trois images moyennes à introduire dans chacun des trois canaux Rouge, Vert et Bleu.

La première possibilité est d'utiliser les mêmes moyennes que pour la détection de changements, c'est à dire la moyenne géométrique et la moyenne quadratique. Dans ce cas, la composition colorée consiste à introduire la moyenne quadratique dans un des canaux (par exemple, Rouge) et la moyenne géométrique dans les deux autres canaux (dans ce cas, le Vert et le Bleu). Nous présentons une composition de ce type en figure 6.2.

Nous constatons que certaines zones de la composition colorée se teintent en rouge alors que d'autres conservent une échelle de gris. Les zones rouges correspondent aux zones de changements temporels, mis en évidence par le fait que la moyenne quadratique est plus élevée que la moyenne géométrique sur ces pixels, donnant alors la teinte rouge. Les pixels apparaissant en échelle de gris correspondent aux zones n'ayant pas changé au cours des 6 images, c'est à dire les zones sur lesquelles les deux moyennes temporelles sont proches.

Il est également possible de réaliser des compositions colorées à l'aide de trois moyennes temporelles différentes pour chacun des trois canaux Rouge, Vert et Bleu. Dans ce manuscrit, nous avons généralement utilisé les trois moyennes de Hölder d'ordre $+k$ (canal rouge), 0 (canal Vert)

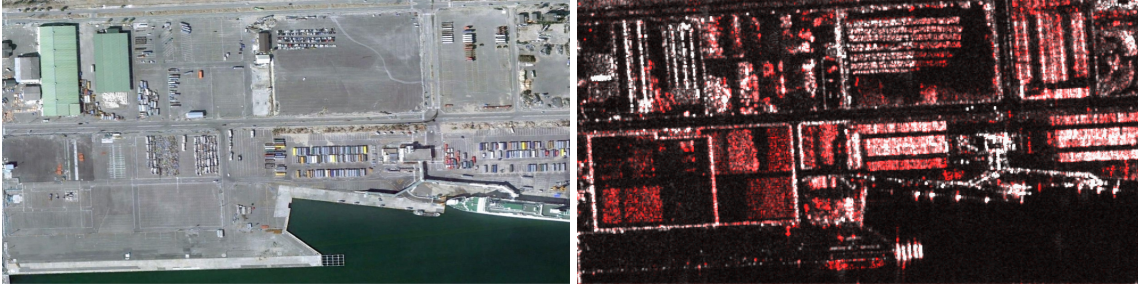


FIGURE 6.2: À gauche : Image optique sur le port de Sendai au Japon (GoogleEarth). À droite : Composition colorée à base de moyennes temporelles sur 6 images TerraSAR-X (R=Moyenne quadratique, G&B=Moyenne géométrique).

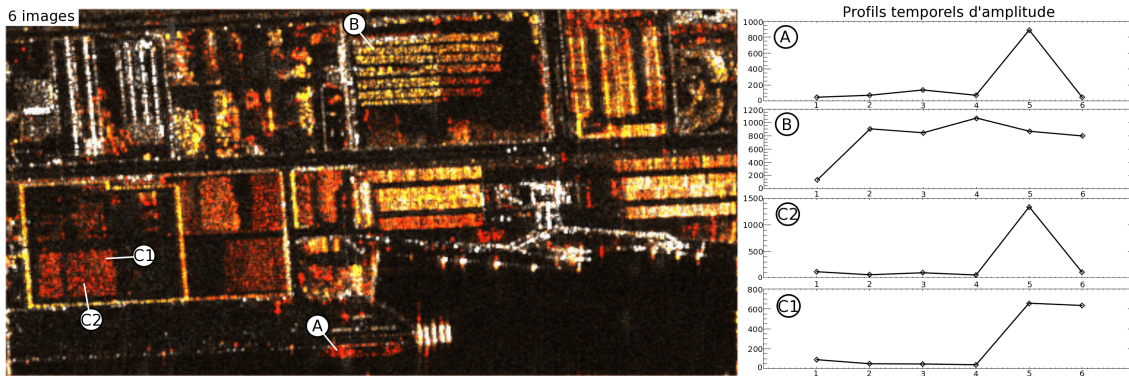


FIGURE 6.3: À gauche : Composition colorée à base de 3 moyennes temporelles ($R=\mathcal{M}_2$, $G=\mathcal{M}_0$, $B=\mathcal{M}_{-2}$). À droite : Profils temporels d'amplitude associées à différentes zones caractéristiques de la composition colorée.

et $-k$ (canal Bleu) avec $k = 2$ ou 4 . De ce fait, nous utilisons trois moyennes au comportement très différent :

- une moyenne favorisant les valeurs élevées dans le canal rouge,
- une moyenne assez «neutre»¹ dans le canal vert,
- une moyenne favorisant les valeurs faibles dans le canal bleu.

Nous présentons en figure 6.3 une telle composition colorée avec $k = 2$. Nous utilisons donc ici la moyenne quadratique (\mathcal{M}_2), la moyenne géométrique (\mathcal{M}_0), ainsi que la moyenne de Hölder \mathcal{M}_{-2} . Nous avons juxtaposé à cette composition colorée des profils temporels correspondant à des zones représentatives dans l'image. Nous constatons que la composition colorée présente trois teintes principales. Les zones apparaissant en nuances de gris correspondent aux pixels sans changements, tandis que les zones rouges (respectivement jaunes) correspondent aux zones de changements marginalement brillants (respectivement sombres).

La zone notée A correspond à un changement dû à la présence d'un bateau uniquement dans la 5^{ème} image. La zone B correspond à un changement dû à l'entassement de véhicules accidentés lors du tsunami à partir de la 2^{ème} image. Les zones C_1 et C_2 sont des zones de stationnement de véhicules occupées à nouveau lors de la 5^{ème} image uniquement pour la zone C_2 et lors des deux dernières images pour la zone C_1 (lors de la reprise d'activité du port suite au tsunami).

1. La moyenne géométrique est considérée ici comme neutre. En effet, même si elle favorise les faibles valeurs, elle le fait avec moins d'intensité que \mathcal{M}_{-k} .

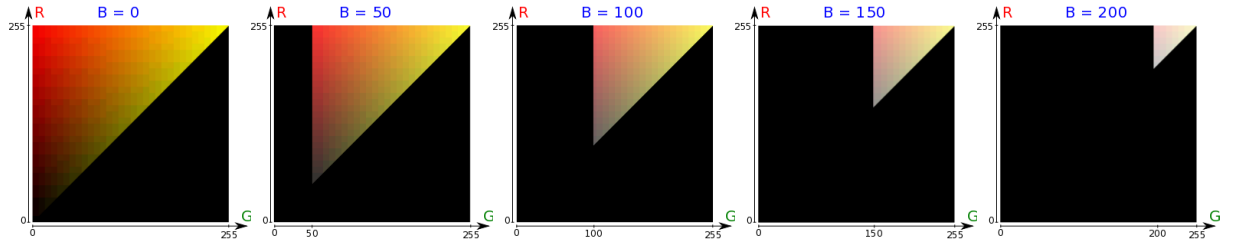


FIGURE 6.4: Couleurs possibles avec trois canaux vérifiant la relation $B \leq G \leq R$ pour différentes valeurs dans le canal B.

Remarque :

L'égalisation de la composition colorée entre moyennes doit se faire de façon globale sur les trois images, et non sur chacune des images considérées seules. Si chaque bande contenant une image est égalisée différemment, les interprétations deviennent impossibles car les relations d'ordre entre moyennes peuvent ne plus être respectées dans les valeurs attribuées aux trois canaux colorés.

En considérant que les trois moyennes sont égalisées sur la même base, la relation d'ordre $\mathcal{M}_{-2} \leq \mathcal{M}_0 \leq \mathcal{M}_2$ impose la relation d'ordre $B \leq G \leq R$ entre les trois bandes de l'image couleur générée. De ce fait, toutes les combinaisons de couleurs ne sont pas possibles. Nous donnons en figure 6.4 des figures permettant d'interpréter la représentation colorée entre trois bandes respectant la relation d'ordre $B \leq G \leq R$. Nous constatons que les couleurs qu'il est possible de générer vont du rouge au jaune en passant par des nuances de gris.

Nous présentons ci-dessous quelques règles d'interprétation :

- Si aucun changement ne s'est produit lors de la série temporelle, les trois moyennes sont proches. De ce fait, les canaux colorés de la composition colorée le sont aussi et génèrent une échelle de gris : $R \approx G \approx B$.
- Si un changement marginalement brillant s'est produit (comme pour la zone A), seule la moyenne \mathcal{M}_2 favorisera cette forte valeur et se détachera nettement des deux autres moyennes \mathcal{M}_0 et \mathcal{M}_{-2} qui se centreront autour de la valeur majoritaire. De ce fait, dans la composition colorée, nous aurons $R \gg G$ et $R \gg B$, donnant une teinte rouge.
- Si un changement marginalement sombre s'est produit (comme pour la zone B), seule la moyenne \mathcal{M}_{-2} favorisera cette faible valeur et se détachera nettement des deux autres moyennes \mathcal{M}_0 et \mathcal{M}_2 qui se centreront autour de la valeur majoritaire. De ce fait, dans la composition colorée, nous aurons $R \approx G$ et $R \gg B$, donnant une teinte jaune.
- Si un changement aléatoire ou régulier se produit, il est possible que les trois moyennes se distinguent. La moyenne \mathcal{M}_{-2} se rapprochera du minimum de la série, tandis que la moyenne \mathcal{M}_2 se rapprochera du maximum. La moyenne \mathcal{M}_0 se situera alors entre les deux, autour d'une valeur centrale. De ce fait, nous aurons une relation marquée $R \gg G \gg B$, produisant une teinte orange.

Nous observons que les zones C_1 et C_2 ne sont pas distinguées visuellement sur la composition colorée, alors que les profils temporels sont différents. Nous observons une perte de contraste très nette dans les cartes colorées présentées en figure 6.4 lorsque les trois canaux se rapprochent de la valeur maximale 255. Ce phénomène de saturation classique des compositions colorées rend les interprétations difficiles dans les zones à très fortes amplitudes.

Bilan de l'utilisation de composition colorées entre moyennes :

- Les compositions colorées entre moyennes temporelles différentes sont une généralisation des

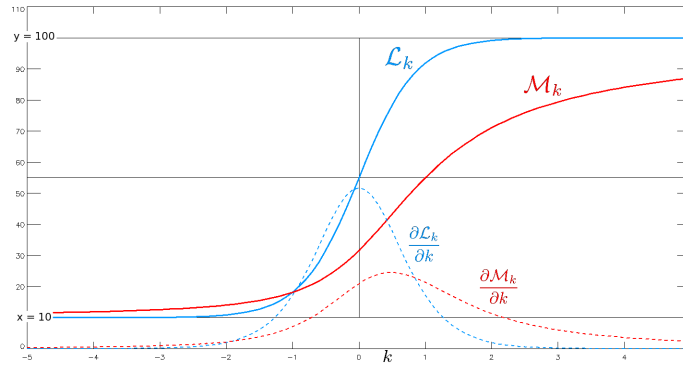


FIGURE 6.5: Comparaison entre $\mathcal{M}_k[10, 100]$ (en rouge) et $\mathcal{L}_k[10, 100]$ (en bleu) pour k variant de -5 à 5. Les dérivées par rapport à l'indice k des deux suites de moyennes sont représentées en traits pointillés.

anaglyphes traditionnels utilisant trois images différentes. Elles ont l'avantage de permettre une détection de changements visuelle entre un grand nombre d'images alors que seulement deux ou trois images peuvent être comparées avec les anaglyphes traditionnels. Cependant, tout comme les compositions colorées classiques, elles sont parfois très difficiles à interpréter, sans oublier que les analyses ne sont pas possibles dans les zones saturées. Un second désavantage est le faible nombre de couleurs qu'il est possible de générer à l'aide de compositions colorées entre bandes respectant une condition d'ordre. Dans notre cas, il est possible d'osciller du rouge au jaune en passant par l'orange, et de générer une échelle de gris. Nous avons pu attribuer à la couleur rouge les changements marginalement brillants, et au jaune les changements marginalement sombres. Le orange attribué aux changements réguliers (ou aléatoires) est cependant difficile à distinguer du rouge ou du jaune lorsque le contraste est faible.



Pour pallier ces désavantages, nous allons définir dans la suite de ce chapitre un classificateur indépendant de toute égalisation dans le but de s'affranchir des problèmes de saturation rencontrés. De plus, nous verrons que cet opérateur permet de distinguer non seulement les zones A et B , mais aussi les zones C_1 et C_2 .

6.3 Utilisation des moyennes de Lehmer

Nous avons déjà vu que la moyenne de Hölder avait tendance à favoriser les faibles valeurs pour les indices négatifs, et à favoriser les fortes valeurs pour les indices positifs. Il en est de même pour la moyenne de Lehmer [51, 52] (cf. équation 3.30 en partie 3.1.3). Cependant, les deux moyennes disposent de comportements différents en ce qui concerne la «vitesse de favorisation» des faibles ou fortes valeurs. En effet, la moyenne de Hölder favorise plus vite les faibles valeurs lorsque l'indice de la moyenne diminue, qu'elle ne favorise les fortes valeurs lorsque l'indice augmente. Pour sa part, la moyenne de Lehmer favorise aussi vite les faibles valeurs qu'elle favorise les fortes valeurs lorsque la valeur absolue de l'indice augmente. Nous illustrons cette propriété en figure 6.5, où nous pouvons comparer les moyennes de Lehmer et de Hölder entre deux valeurs d'amplitude (10 et 100) pour différentes valeurs d'indice k . Nous observons que la moyenne de Lehmer présente un aspect symétrique par rapport à $k = 0$, contrairement à la moyenne de Hölder. Nous constatons cette symétrie en observant la dérivée de la suite de moyennes, également représentée sur la figure 6.5 en traits pointillés.

Considérons une série temporelle de N échantillons $T = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$. Les moyennes de

Hölder et de Lehmer d'ordre k sont respectivement définies par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{M}_k[T] = \sqrt[k]{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^k}, \\ \mathcal{L}_k[T] = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^{k+1}}{\sum_{i=1}^N x_i^k} = \frac{x_1^{k+1} + \dots + x_N^{k+1}}{x_1^k + \dots + x_N^k}. \end{array} \right. \quad (6.1)$$

Les dérivées de ces dernières expressions par rapport à l'indice k sont définies par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \mathcal{M}_k}{\partial k}[T] = \frac{\left(\frac{\sum_{i=1}^N x_i^k}{N}\right)^{\frac{1}{k}} \left(\ln\left(\frac{\sum_{i=1}^N x_i^k}{N}\right) \sum_{i=1}^N x_i^k - \sum_{i=1}^N x_i^k \ln(x_i) k\right)}{k^2 \sum_{i=1}^N x_i^k}, \\ \frac{\partial \mathcal{L}_k}{\partial k}[T] = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^{k+1} \ln(x_i) \sum_{i=1}^N x_i^k - \sum_{i=1}^N x_i^{k+1} \sum_{i=1}^N x_i^k \ln(x_i)}{\left(\sum_{i=1}^N x_i^k\right)^2}. \end{array} \right. \quad (6.2)$$

Cette intéressante propriété de symétrie par rapport à l'indice k de la moyenne de Lehmer nous pousse à l'utiliser plutôt que la moyenne de Hölder pour l'étape de classification des changements. De ce fait, les moyennes de Hölder ne concernent que la partie de détection des changements et ne sont pas utilisées pour leur classification.



Nous avons déjà mentionné que les moyennes de Hölder pouvaient être incrémentées à l'arrivée d'une nouvelle image sans faire appel aux anciennes images d'archive. Pour ceci, les anciennes moyennes temporelles et la nouvelle image suffisent afin de calculer les nouvelles moyennes. Dans le cas des moyennes de Lehmer, il est possible de procéder de même à la condition de stocker le numérateur et le dénominateur de la moyenne de Lehmer. Ce sont ensuite ces numérateurs et dénominateurs qui sont incrémentés séparément afin de calculer la nouvelle moyenne de Lehmer.

6.4 Analyse de profils temporels d'amplitude

6.4.1 Profils temporels simulés «sans changements»

En supposant que le speckle dans une image SAR sur une zone homogène est un processus ergodique, nous pouvons décrire la loi suivie par le profil temporel d'amplitudes de la même façon que la loi suivie spatialement par les échantillons dans une même image. Considérons une zone homogène de valeur de texture μ . En amplitude, c'est le plus souvent la loi de Rayleigh–Nakagami $\mathcal{RN}[\mu, L]$ qui est alors utilisée. Cette loi décrit l'évolution naturelle de valeurs d'amplitude dans une zone homogène de valeur μ , ou l'évolution naturelle des valeurs d'amplitude d'un même pixel dont la texture de valeur μ reste constante au cours du temps.

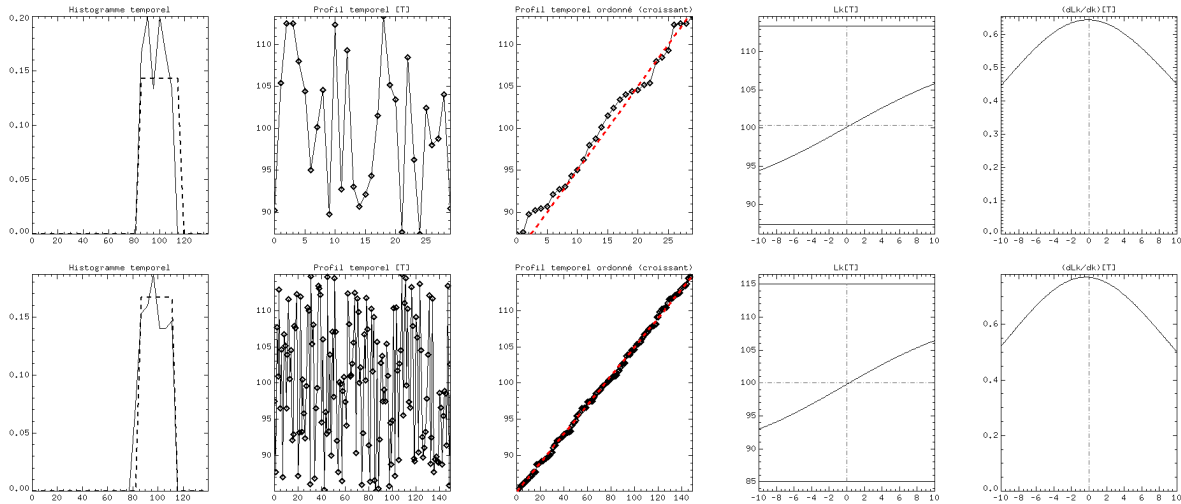


FIGURE 6.6: De bas en haut : Pixel de texture $\mu = 100$ bruité par un speckle suivant une loi uniforme entre 0.85 et 1.15 pour 30 et 150 images. De gauche à droite : Histogramme temporel, profil temporel, profil temporel ordonné auquel la fonction de répartition de la loi en amplitude est superposée (traits rouges pointillés), suite de moyennes \mathcal{L}_k , suite de dérivées $\frac{\partial \mathcal{L}_k}{\partial k}$.



L'ergodicité suppose que le speckle suit la même loi spatialement et temporellement. Ceci correspond au fait que la variété d'échantillons rencontrés temporellement correspond à celle qu'il est possible de rencontrer spatialement dans la zone homogène. En d'autres termes, nous supposons qu'une cellule de résolution peut prendre l'aspect d'une autre dans la zone homogène au cours du temps. Cependant, il faut noter que cette hypothèse n'est pas toujours valide. Dans une zone désertique par exemple, les variations temporelles d'une pile d'amplitude sont beaucoup plus restreintes que la variété d'échantillons qu'il est possible de trouver dans une même zone homogène. C'est ce que nous avons constaté dans la partie 5.2. Toutefois, même si ce n'est pas la même loi qui modélise le comportement spatial et temporel d'une zone homogène, le modèle de Rayleigh–Nakagami reste adapté, seuls ses paramètres μ et L changent.

En première approche, nous présentons en figure 6.6 des profils temporels simulés comportant 30 et 150 échantillons (images) sur un pixel de texture constante $\mu = 100$, que multiplie un bruit de speckle suivant une loi uniforme normalisée. Cette loi uniforme est distribuée entre 0.85 au minimum et 1.15 au maximum. Nous constatons que la forme des profils temporels ordonnés de la plus petite à la plus grande valeur correspond à celle de la fonction de répartition de la loi suivie par le profil temporel d'amplitude. Le profil temporel ordonné prend ici la forme d'un segment de droite, caractéristique des fonctions de répartition des lois uniformes. Nous observons que les suites de moyennes de Lehmer sont symétriques par rapport à la valeur $k = 0$, tout comme la dérivée des moyennes de Lehmer qui prennent la forme d'une cloche centrée en $k = 0$. Nous constatons les mêmes comportements pour tous les nombres d'images simulées.

Nous présentons maintenant en figure 6.7 des profils temporels simulés comportant à nouveau 30 et 150 échantillons (images) sur un pixel de texture constante $\mu = 100$, que multiplie cette fois-ci un bruit de speckle suivant une loi de Rayleigh–Nakagami normalisée $\mathcal{RN}[1, 0.95]$. Dans ce cas aussi, la forme des profils temporels ordonnés peut être prédite par celle de la fonction de répartition des données en amplitude (courbe en pointillés rouges sur la figure 6.7). Nous observons cette fois-ci une variation caractéristique de la suite de moyennes de Lehmer en fonction de k . Contrairement au cas d'un speckle suivant une loi uniforme, la courbe des moyennes de Lehmer n'est plus symétrique par rapport à $k = 0$. Nous observons que les moyennes sont plus

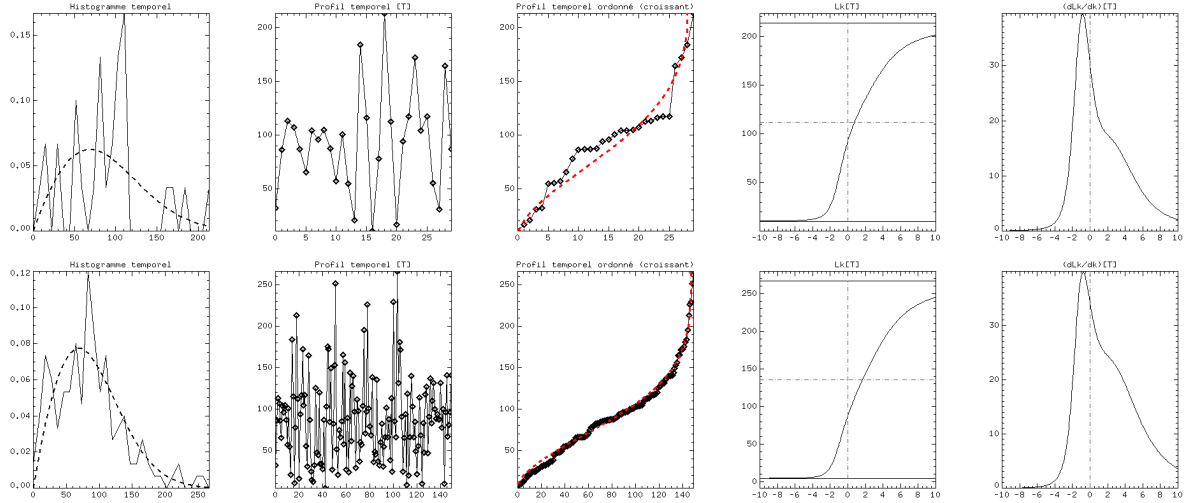


FIGURE 6.7: De bas en haut : Pixel de texture $\mu = 100$ bruité par un speckle suivant une loi $\mathcal{RN}[1, 0.95]$ pour 30 et 150 images. De gauche à droite : Histogramme temporel, profil temporel, profil temporel ordonné auquel la fonction de répartition de la loi en amplitude est superposée (traits rouges pointillés), suite de moyennes \mathcal{L}_k , suite de dérivées $\frac{\partial \mathcal{L}_k}{\partial k}$.

rapidement attirées vers les faibles valeurs que vers les fortes valeurs. De plus, la dérivée révèle un comportement bien spécifique qui se répète pour chaque nombre d'images simulées. Ceci est dû au fait que les très fortes valeurs susceptibles de tirer rapidement les moyennes vers le maximum de la série lorsque k augmente sont plus rares que les très faibles valeurs qui elles, attirent rapidement les moyennes vers le minimum de la série lorsque k diminue.

Nous représentons maintenant en figures 6.8 et 6.9 des simulations analogues à celles respectivement présentées en figures 6.6 et 6.7, mais avec des données plus homogènes (un speckle moins important). En effet, nous utilisons dans le premier cas un speckle suivant une loi uniforme entre 0.95 et 1.05, puis une loi de Rayleigh–Nakagami $\mathcal{RN}[1, 2]$ dans le second cas. Nous constatons que les comportements préalablement observés avec un speckle plus important sont toujours valables ici. Cependant, nous observons que les suites de moyennes et leurs dérivées par rapport à k varient plus lentement. Ceci est dû au fait que les données sont ici davantage centrées autour de la valeur $\mu = 100$.

Bilan de l'observation de profils temporels simulés sans changements :

- Dans le cas présent «sans changements», la dérivée de la courbe des moyennes de Lehmer en fonction de k présente un pic au voisinage de $k = 0$.
- Plus les données sont homogènes, plus la courbe des moyennes de Lehmer en fonction de k est plate.
- Plus les données sont hétérogènes, plus la courbe des moyennes de Lehmer en fonction de k varie rapidement.
- L'observation du profil temporel ordonné peut permettre d'identifier le type de loi suivie par le profil temporel. En effet, nous avons constaté que sa forme correspondait à celle de la fonction de répartition de la loi en question. De ce fait, l'observation d'une courbe en «S» laisse penser qu'il s'agit d'une loi de type Rayleigh–Nakagami ou équivalent², tandis que l'observation d'un segment de droite peut correspondre à une loi uniforme. Il faut cependant remarquer que ces observations ne sont pertinentes que pour un grand nombre

2. «équivalent» désigne ici la famille de distributions à l'allure semblable.

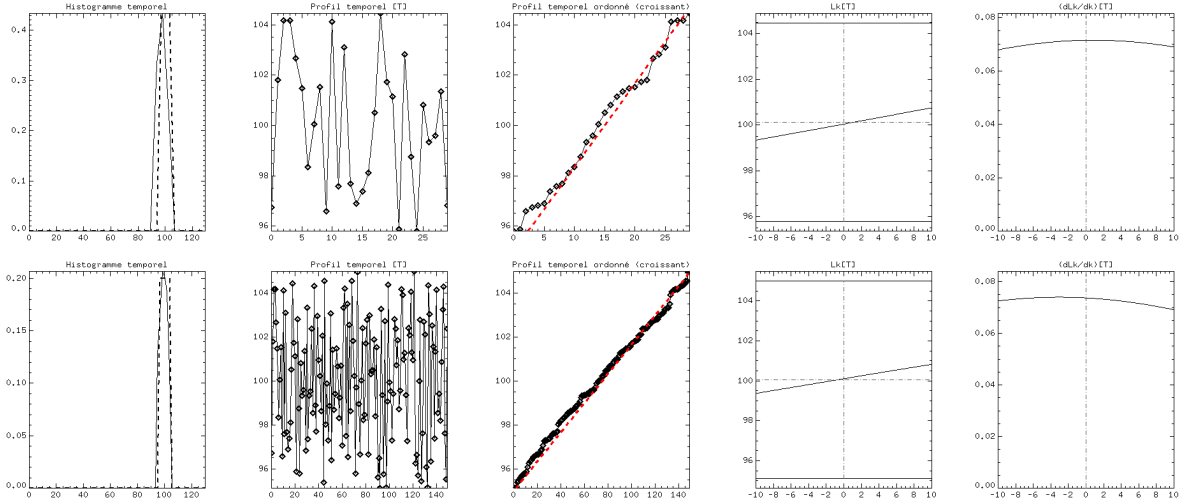


FIGURE 6.8: De bas en haut : Pixel de texture $\mu = 100$ bruité par un speckle suivant une loi uniforme entre 0.95 et 1.05 pour 30 et 150 images. De gauche à droite : Histogramme temporel, profil temporel, profil temporel ordonné auquel la fonction de répartition de la loi en amplitude est superposée (traits rouges pointillés), suite de moyennes \mathcal{L}_k , suite de dérivées $\frac{\partial \mathcal{L}_k}{\partial k}$.

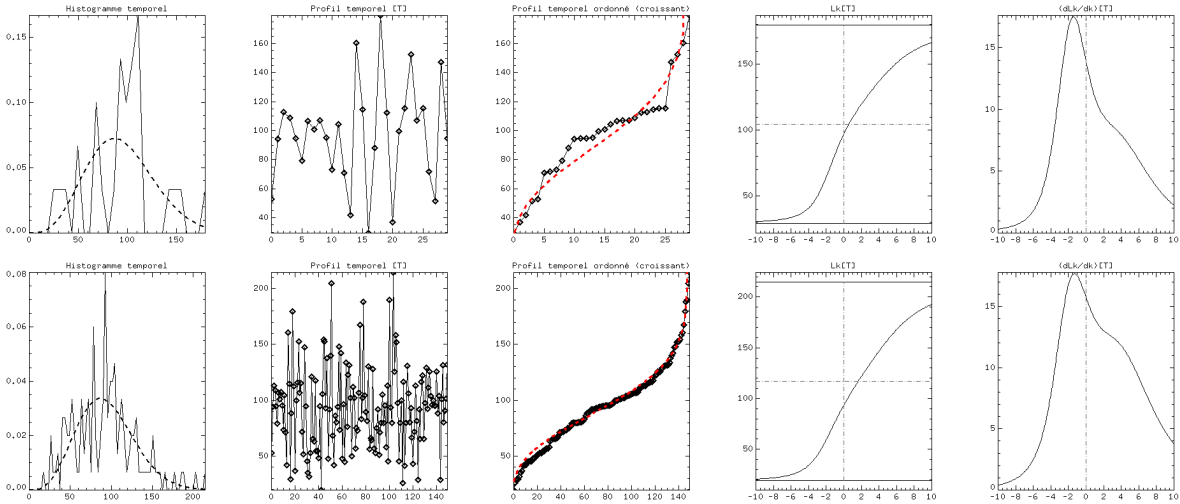


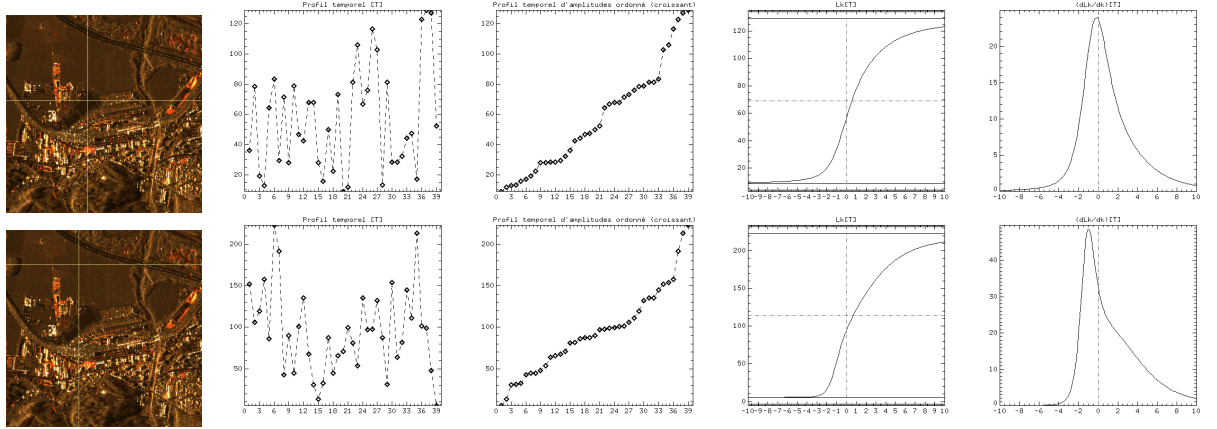
FIGURE 6.9: De bas en haut : Pixel de texture $\mu = 100$ bruité par un speckle suivant une loi $\mathcal{RN}[1, 2]$ pour 30 et 150 images. De gauche à droite : Histogramme temporel, profil temporel, profil temporel ordonné auquel la fonction de répartition de la loi en amplitude est superposée (traits rouges pointillés), suite de moyennes \mathcal{L}_k , suite de dérivées $\frac{\partial \mathcal{L}_k}{\partial k}$.

d'images (au moins supérieur à 10), c'est à dire des profils temporels suffisamment longs. Il est en effet possible d'observer un segment de droite qui n'est en fait que la partie centrale du «S» observable dans le cas de lois de Rayleigh–Nakagami ou équivalent.

6.4.2 Profils réels «sans changements»

Nous allons maintenant comparer les précédentes simulations à des observations faites dans des piles d'images d'amplitude recalées et calibrées radiométriquement sur des zones dépourvues de changements temporels. Pour ceci, nous utilisons une série temporelle de 39 images

Comportement réel majoritaire (sans changements) :



Cas réel rare (sans changements) :

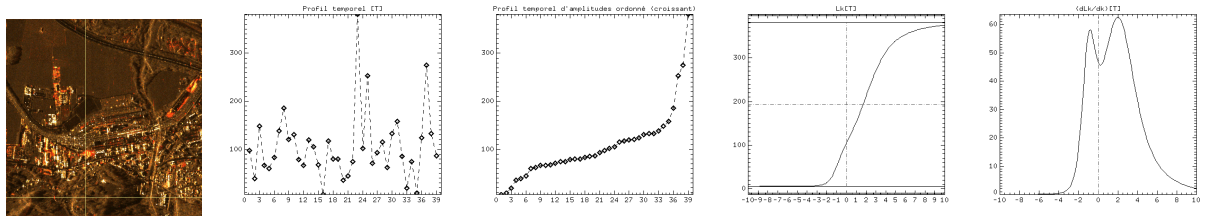


FIGURE 6.10: Exemples de pixels de zones homogènes ou de végétation dépourvues de changements. De gauche à droite : Composition colorée entre moyennes \mathcal{M}_4 , \mathcal{M}_0 et \mathcal{M}_{-4} , profils temporels d'amplitude, profils ordonnés, suites de moyennes de Lehmer \mathcal{L}_k , suites de dérivées $\frac{\partial \mathcal{L}_k}{\partial k}$.

COSMO–SkyMed sur la gare de St. Gervais (Alpes). Nous représentons en figure 6.10 trois profils temporels correspondant à des zones sans changement de type végétation ou zone homogène. Dans les deux premiers cas présentés sur les deux premières lignes, nous observons des comportements comparables à ceux observés dans la figure 6.7 où le speckle était modélisé par une loi de Rayleigh–Nakagami. Ces deux cas représentent la très grande majorité de ceux qu'il est possible de rencontrer.

Les dernier cas présenté en dernière ligne montre des caractéristiques différentes au niveau de la courbe de suites de dérivées. Nous observons en effet la présence de deux pics de part et d'autre de la valeur $k = 0$. Ceci est dû à la présence d'une forte valeur dans la série temporelle (correspondant à l'image 23), ainsi que de très faibles valeurs (correspondant à l'image 16). Ce cas est rare, mais néanmoins présent dans les images.

Nous présentons en figure 6.11 un profil temporel observé sur un point brillant stable de type PS (permanent scatterer). Nous constatons que la courbe de dérivée est plus large que les pics observés pour les pixels de type végétation dans la précédente figure. Ce comportement correspond au speckle moins important sur les pixels de type PS que sur le reste des pixels. Les valeurs sont regroupées autour de la valeur de la texture du PS. Ce comportement avait été observé par simulation lorsque le speckle était centré autour de 1 en figure 6.9.

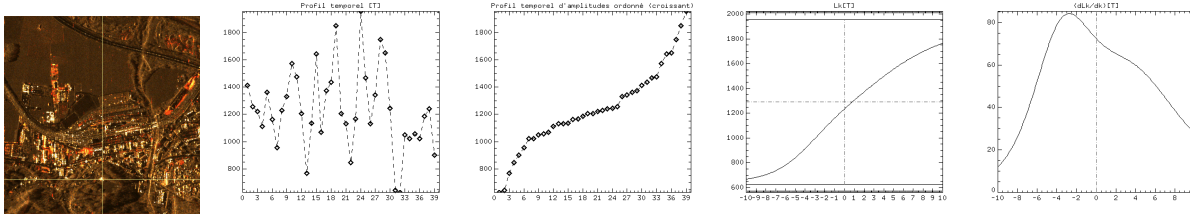


FIGURE 6.11: Exemple de pixel type «Permanent scatterer», par nature sans changement. De gauche à droite : Composition colorée entre moyennes \mathcal{M}_4 , \mathcal{M}_0 et \mathcal{M}_{-4} , profil temporel d'amplitude, profil ordonné, suite de moyennes de Lehmer \mathcal{L}_k , suite de dérivées $\frac{\partial \mathcal{L}_k}{\partial k}$.

6.4.3 Profils temporels simulés «avec changements»

Dans cette partie, nous allons analyser des profils temporels simulés dans lesquels nous allons introduire des changements temporels. Pour ceci, nous allons simuler des séries temporelles de 50 images dans lesquelles la texture pourra prendre deux valeurs différentes. Nous prendrons systématiquement en compte un bruit de speckle multiplicatif suivant une loi de Rayleigh–Nakagami normalisée.

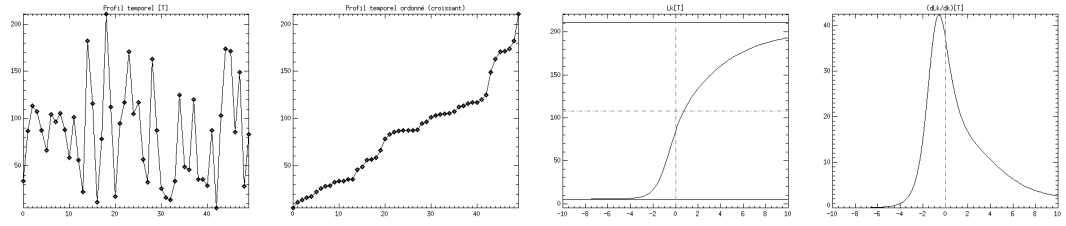
Pour commencer, nous simulons des séries temporelles dans lesquelles nous introduisons des changements marginalement brillants. Nous fixons la valeur de texture de référence faible à 100 et celle des changements à 500. Le bruit multiplicatif de speckle considéré suit une loi de Rayleigh–Nakagami normalisée $\mathcal{RN}[\mu = 1, L = 1]$, dont le paramètre $L = 1$ peut être rencontré dans des zones de type végétation. Nous représentons en figure 6.12 le profil temporel de référence «sans changement» ainsi que trois profils temporels dans lesquels ont respectivement été introduits 1, 5 et 10 changements représentés en rouge sur les courbes. Pour plus de lisibilité, nous avons systématiquement introduit le ou les changements au centre de la série temporelle de sorte à ce qu'ils soient groupés et facilement repérables. Ceci ne change rien aux résultats puisque l'ordre des échantillons n'est pas pris en compte dans les moyennes temporelles (cf. Fig. 6.1).

Le cas de référence présente des caractéristiques similaires à celles observées lors des précédentes simulations semblables. Nous observons que l'introduction de pixels de changements modifie l'aspect des suites de moyennes et des suites de dérivées de moyennes. En effet, nous constatons que l'introduction de changements brillants marginaux a pour effet de décaler vers la droite la position du maximum de la suite de dérivées $\frac{\partial \mathcal{L}_k}{\partial k}$. Plus les changements sont marginaux, plus le pic est décalé vers la droite, c'est à dire vers les valeurs positives de k . Lorsqu'une image est seule à porter une forte valeur, il faut en effet attendre les fortes valeurs de k pour que la moyenne associée tende vers cette forte valeur d'amplitude marginale. À l'inverse, lorsque les changements de forte valeur sont plus nombreux, ils ont naturellement plus de poids dans la série temporelle et font tendre la moyenne de la série temporelle vers leur valeur propre dès les valeurs de k plus faibles.

Nous observons en figure 6.13 le phénomène analogue avec des changements marginalement sombres. Cette fois, le pic de la suite de dérivées $\frac{\partial \mathcal{L}_k}{\partial k}$ se décale vers les valeurs négatives de l'ordre k . De même, plus les images introduisant des changements sont marginales, plus le pic s'éloigne du centre $k = 0$. Ceci s'explique de la même façon que pour le cas marginalement brillant.

Nous présentons en figure 6.14 le cas de changements «réguliers», analogue au cas où il y a autant de faibles valeurs que de fortes valeurs dans la série temporelle. Dans ce cas, le pic observé dans la suite de dérivées $\frac{\partial \mathcal{L}_k}{\partial k}$ se situe au voisinage de $k = 0$. Ce cas particulier représente bien la jonction entre les deux cas où les changements sont marginalement sombres ou brillants. Dans les simulations présentées en figure 6.14, le nombre de changements est constant, mais leur intensité varie. Bien que la position du pic de $\frac{\partial \mathcal{L}_k}{\partial k}$ se situe toujours au voisinage de $k = 0$, la

Cas de référence (sans changements) :



Cas avec changements marginalement brillants :

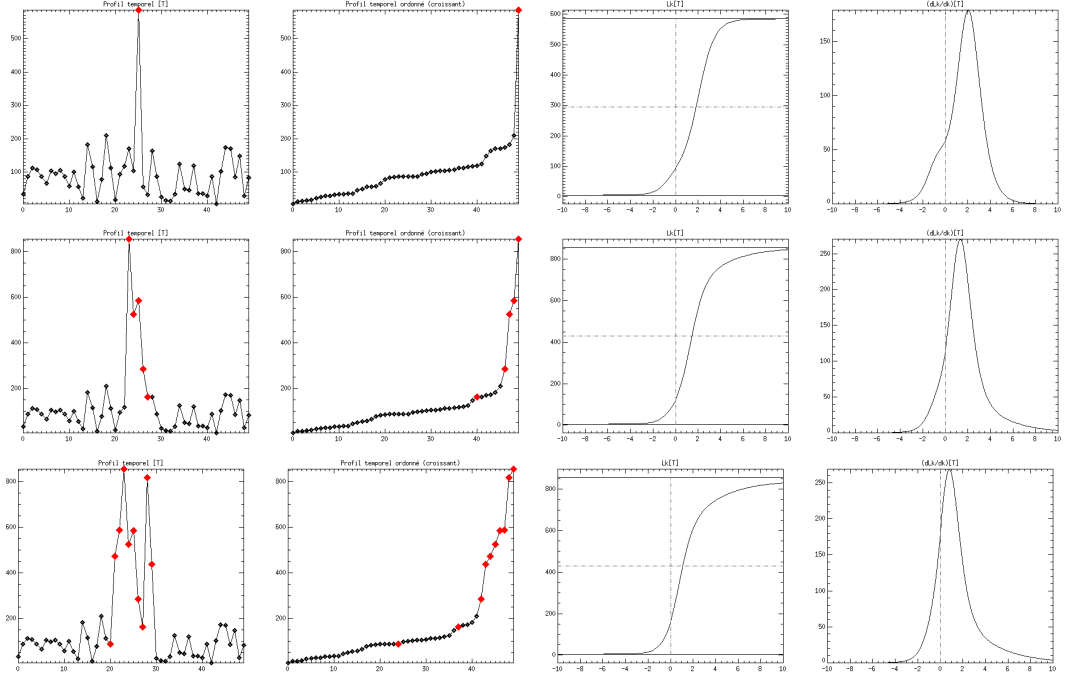


FIGURE 6.12: Séries temporelles de 50 images dont la valeur de texture «sans changement» est fixée à 100 et où la valeur de texture «avec changement» est fixée à 500. Le modèle de bruit multiplicatif est une loi de Rayleigh–Nakagami normalisée $\mathcal{RN}[\mu = 1, L = 1]$. Nous avons respectivement introduit 1, 5 et 10 changements, représentés en rouge.

valeur maximale est d'autant plus grande que les changements sont intenses.

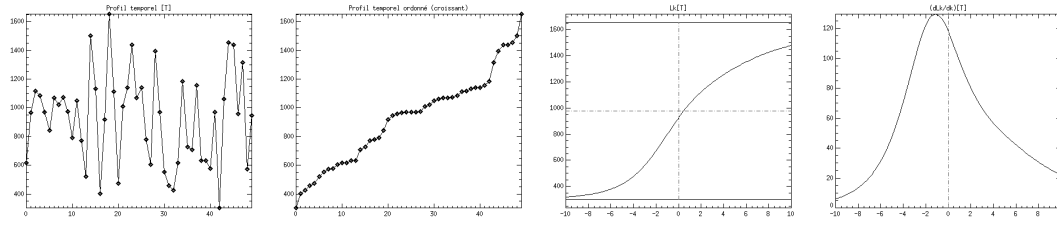


L'interprétation des courbes de suite de moyennes de Lehmer \mathcal{L}_k , et de suite de dérivées $\frac{\partial \mathcal{L}_k}{\partial k}$ est très délicate. En effet, nous avons vu que la position du maximum de $\frac{\partial \mathcal{L}_k}{\partial k}$ pouvait renseigner sur la nature des changements selon les règles suivantes :

- $k < 0 \Leftrightarrow$ changement(s) marginalement sombre(s),
- $k > 0 \Leftrightarrow$ changement(s) marginalement brillant(s),
- $k \approx 0 \Leftrightarrow$ changements réguliers.

Cependant, la notion de «valeur du changement» peut être confondue avec sa marginalité. En effet, deux changements de moyenne intensité ou un unique changement intense peuvent générer une même position du pic de $\frac{\partial \mathcal{L}_k}{\partial k}$. Ce point mériterait d'autres tests à la suite de cette thèse.

Cas de référence (sans changements) :



Cas avec changements marginalement sombres :

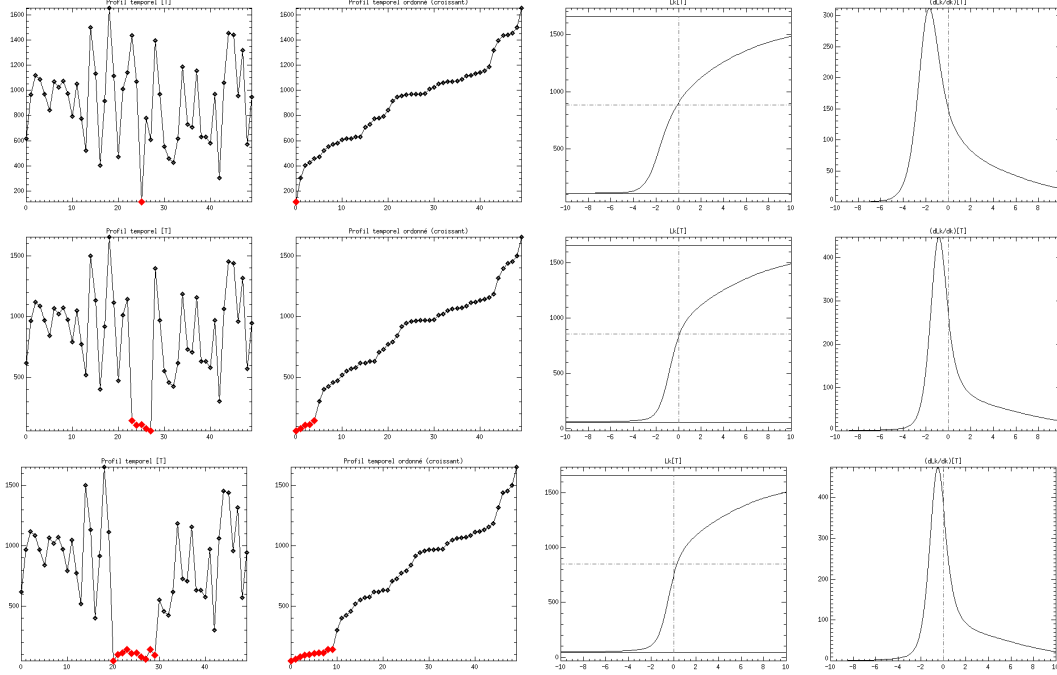


FIGURE 6.13: Séries temporelles de 50 images dont la valeur de texture «sans changement» est fixée à 1000 et où la valeur de texture «avec changement» est fixée à 100. Le modèle de bruit multiplicatif est une loi de Rayleigh–Nakagami normalisée $\mathcal{RN}[\mu = 1, L = 1]$. Nous avons respectivement introduit 1, 5 et 10 changements, représentés en rouge.

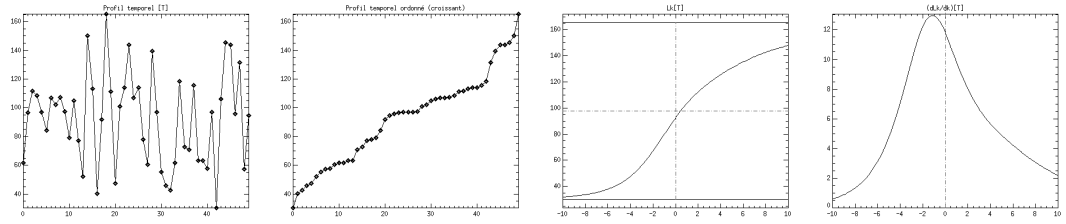
6.4.4 Profils temporels réels «avec changements»

Dans cette partie, nous allons simplement illustrer les simulations présentées dans la précédente partie par des exemples rencontrés dans la réalité. Nous présentons en figure 6.15 un exemple de changement marginalement brillant, ainsi qu’un exemple de changement marginalement sombre. Nous constatons que l’allure des courbes de moyennes de Lehmer \mathcal{L}_k , et de suite de dérivées $\frac{\partial \mathcal{L}_k}{\partial k}$ sont tout à fait semblables à celles obtenues par simulation et présentées en figure 6.12 et 6.13.

6.5 Opérateur de classification de changements

Dans cette partie, nous allons présenter un opérateur de classification de changements basé sur les observations effectuées dans les parties précédentes. Nous avons vu que la position du point d’inflexion de la courbe de \mathcal{L}_k , correspondant à la position du maximum de celle de $\frac{\partial \mathcal{L}_k}{\partial k}$ était

Cas de référence (sans changements) :



Cas avec moitié de changements :

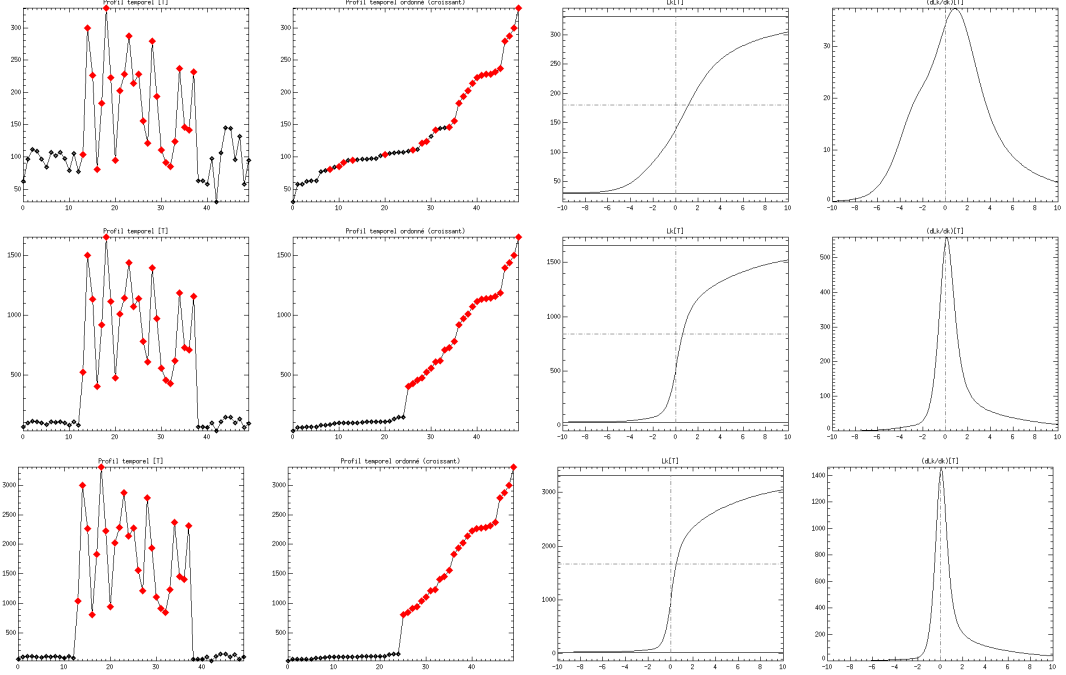


FIGURE 6.14: Séries temporelles de 50 images dont la valeur de texture «sans changement» est fixée à 100 et où la valeur de texture «avec changement» est fixée à 200, 1000 et 2000. Le modèle de bruit multiplicatif est une loi de Rayleigh–Nakagami normalisée $\mathcal{RN}[\mu = 1, L = 1]$. Nous avons introduit 25 changements représentés en rouge.

porteuse d'information sur la nature des changements. Rappelons ici que dans une perspective opérationnelle, nous souhaitons exclure la possibilité de retraiter toutes les images de la série temporelle à chaque fois qu'une nouvelle image arrive, mais plutôt de n'utiliser qu'un faible nombre de moyennes temporelles. De ce fait, pour calculer la position du point d'inflexion de la courbe de \mathcal{L}_k , nous allons utiliser une méthode approchée.

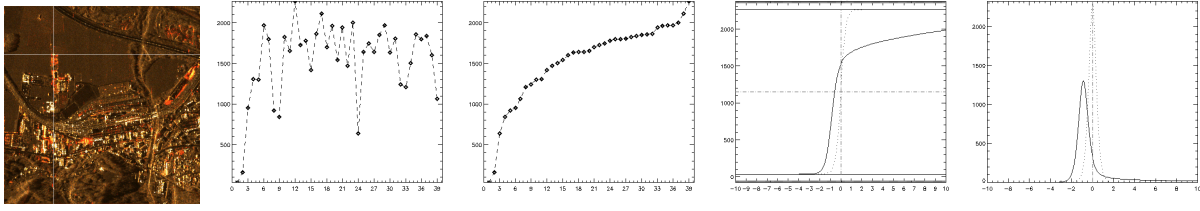
Nous définissons ainsi ζ_k l'opérateur de classification des changements :

$$\zeta_k = \log \left(\frac{l_k + l_{-k}}{2 l_0} \right), \quad (6.3)$$

où $l_0 = \mathcal{L}_0[T]$, $l_k = \mathcal{L}_k[T]$ et $l_{-k} = \mathcal{L}_{-k}[T]$.

Nous présentons en figure 6.16 le schéma de principe de cet opérateur. Les courbes de gauche représentent des simulations de séries temporelles de 30 images dans lesquelles deux valeurs sont possibles : 10 et 100. Nous avons simulé trois cas : le premier comporte une fois seulement la valeur 10, le second comporte une seule fois la valeur 100, tandis que le dernier cas comporte

Changement marginalement sombre :



Changement marginalement brillant :

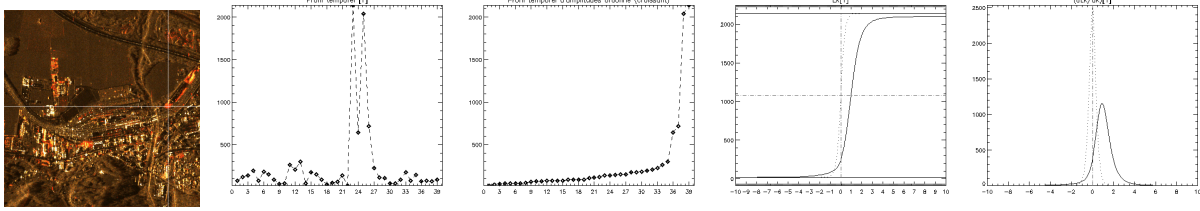


FIGURE 6.15: Exemples de pixels de changements. De gauche à droite : Composition colorée entre moyennes \mathcal{M}_4 , \mathcal{M}_0 et \mathcal{M}_{-4} , profils temporels d'amplitude, profils ordonnés, suites de moyennes de Lehmer \mathcal{L}_k , suites de dérivées $\frac{\partial \mathcal{L}_k}{\partial k}$.

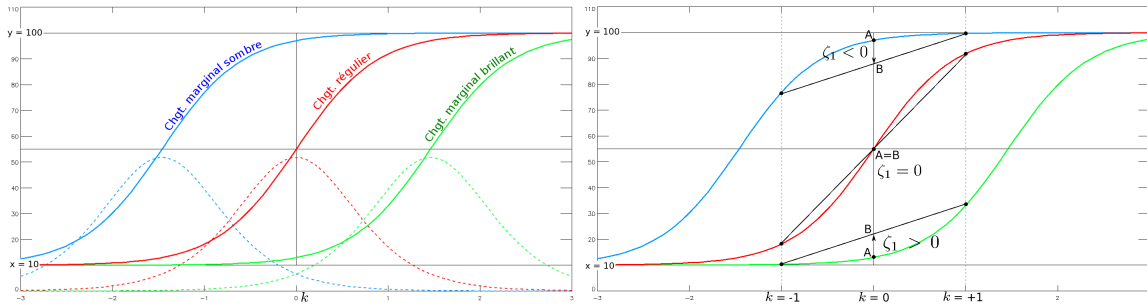


FIGURE 6.16: À gauche : Suites de moyennes de Lehmer sur séries temporelles de 30 images à deux valeurs possibles : 10 et 100 (dérivée en traits pointillés). En bleu : Série comportant une seule fois la valeur 10. En vert : une seule fois la valeur 100. En rouge : Autant de valeurs à 10 que de valeurs à 100. À droite : Schéma de principe de l'opérateur ζ_k .

autant de fois la valeur 10 que la valeur 100. Nous illustrons sur la droite de la figure 6.16 le principe de l'opérateur ζ_k , en donnant une interprétation géométrique. Nous constatons que cet opérateur utilise seulement trois moyennes de sorte à donner une information sur la position du point d'inflexion de la courbe \mathcal{L}_k . De ce fait, nous pouvons énoncer les règles de classification à l'aide de ζ_k :

- $\zeta_k < 0 \Leftrightarrow$ Changement(s) marginalement sombre(s)
- $\zeta_k > 0 \Leftrightarrow$ Changement(s) marginalement brillant(s)
- $\zeta_k \approx 0 \Leftrightarrow$ Changements réguliers

Nous présentons en figure 6.17 les résultats de classification de changements obtenus à l'aide de l'opérateur ζ_k pour $k = 4$ sur la zone du port de Sendai (déjà présentée en figure 6.3). Nous observons que les différents changements de type «marginal brillant» ou «marginal sombre» peuvent clairement être distingués. De plus, les deux zones particulières C_1 et C_2 peuvent parfaitement être distinguées.

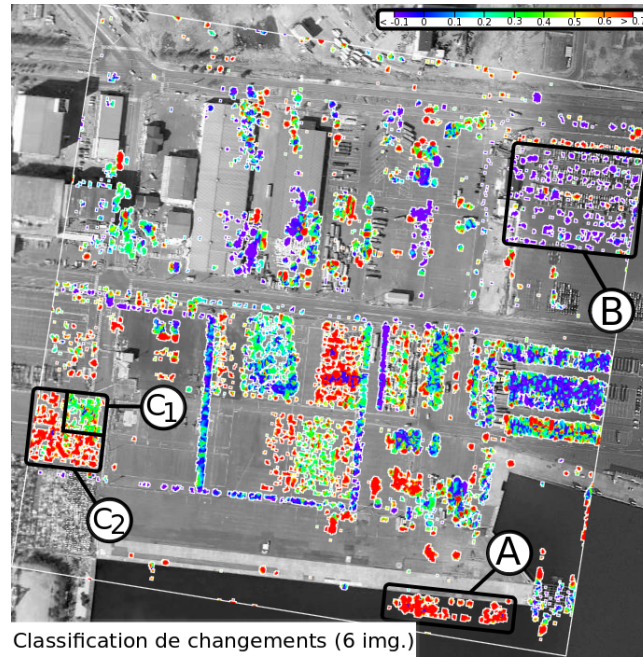


FIGURE 6.17: Résultats de classification de changements à l'aide de l'opérateur ζ_4 sur la zone déjà présentée en figure 6.3. Les résultats sont orthorectifiés et superposés à une image optique de la zone. Les différentes zones matérialisées A, B, C_1 et C_2 reprennent les codes énoncés précédemment.

6.6 Bilan du chapitre

L'opérateur ζ_k présenté dans ce chapitre permet de classer les changements à l'aide de seulement trois moyennes de Lehmer, ce qui est un grand avantage. Nous avons présenté un résultat intéressant sur le port de Sendai, où nous avons montré qu'il était possible de distinguer les changements marginalement brillants, ou marginalement sombres. De plus, nous avons montré qu'il était également possible de différencier deux zones juxtaposées présentant des profils temporels légèrement différents (cf. zones C_1 et C_2 sur figure 6.17). De ce fait, nous avons montré qu'il était possible de s'affranchir de l'étude manuelle des profils temporels.

Cependant, certaines difficultés persistent dans le modèle proposé :

- Une couleur peut correspondre à plusieurs profils temporels différents, puisque la notion d'ordre n'influe pas sur les moyennes.
- La formation de zones de couleur uniformes renseigne sur la nature des changements, mais c'est surtout la juxtaposition de ces différentes couleurs qui est porteuse d'information.

La méthode de classification reste donc à améliorer suite à cette thèse, bien qu'elle montre d'ores et déjà des résultats totalement inédits.

Chapitre 7

Conclusions et perspectives

Sommaire

7.1 Les moyennes temporelles	209
7.2 La méthode MIMOSA	210
7.3 Les tests de la méthode MIMOSA	211
7.4 L'«outil» MIMOSA : Implémentation et interface graphique	213
7.5 La classification des changements	215

Résumé du chapitre

Ce chapitre de conclusion dresse le bilan général de cette thèse en privilégiant cinq points majeurs : l'utilisation des moyennes temporelles dans un outil de détection de changements ; la méthode développée dans cette thèse (MIMOSA) ; les tests de cette méthode ; l'«outil» MIMOSA ; une extension des moyennes temporelles à la classification des changements.

7.1 Les moyennes temporelles

Au cours de cette thèse, nous avons étudié la détection de changements entre images satellites radar à l'aide des moyennes temporelles. Pour ce faire, les propriétés statistiques de ces moyennes ont été étudiées en détails. Nous avons notamment mis au jour des propriétés intéressantes permettant de comprendre les liens entre les différentes moyennes usuelles (par exemple géométrique, arithmétique ou quadratique), et introduire les bases théoriques nécessaires à l'utilisation de ces moyennes. Des applications originales ont également été proposées, comme la détection de cibles stables dans un bruit de speckle, ou encore le calcul d'images multi-vues à l'aide de la moyenne géométrique plutôt que la traditionnelle moyenne arithmétique. Un des résultats importants concernant les moyennes temporelles est tout d'abord qu'il en existe une grande variété, mais qu'elles peuvent se regrouper sous les appellations de moyennes de Hölder ou de moyennes de Lehmer, dont les propriétés sont réglables à l'aide d'un paramètre. De plus, selon la moyenne utilisée (i.e. selon le choix du paramètre de la moyenne), nous avons constaté que le résultat pouvait être différent et que ces différences s'accroissaient au niveau des changements temporels. La transition à la détection de changements basée sur les moyennes temporelles est alors aisée, permettant de définir la méthode MIMOSA (Method for generalized Means Ordered Series Analysis) proposée dans cette thèse.

7.2 La méthode MIMOSA

La méthode de détection de changements proposée dans cette thèse est basée sur la comparaison de deux moyennes temporelles qu'il a fallu choisir avec soin. De ce fait, le résultat ne dépend pas du nombre d'images à comparer, et il est donc possible de traiter des couples d'images aussi bien que des séries temporelles sous un unique formalisme. La méthode MIMOSA utilise un modèle statistique pour décrire le signal en amplitude observé dans les images SAR. Ce modèle est celui de la loi de Fisher, réputée pour être capable de modéliser l'histogramme de zones naturelles homogènes aussi bien que celui de zones urbaines très hétérogènes. C'est essentiellement cette grande souplesse qui a motivé son choix. Les trois paramètres de cette loi sont estimés de façon robuste, et permettent de décrire le comportement «naturel» du bruit de speckle en l'absence de changement. De ce fait, après calcul, il est possible de modéliser le lien susceptible d'exister entre deux moyennes temporelles choisies en l'absence de changement. Cette modélisation passe par le calcul d'une pdf conjointe entre les deux moyennes temporelles en jeu avec l'hypothèse que la texture des images reste la même. Il a été possible d'extraire des expressions littérales aussi bien dans le cas de couples d'images que dans le cas des séries temporelles, qui ont été sélectionnées pour des raisons de calcul. Cette pdf conjointe sert de base à la détection de changements. Pour le cas des couples d'images, elle est entre autres utilisée pour calculer la pdf conditionnelle associée. La détection de changements se fait alors par le seuillage conjoint de la pdf conditionnelle et de la pdf conjointe, dont les valeurs seuils ne sont déterminées que par un unique paramètre : le taux de fausses alarmes *a priori* obtenu dans ce résultat. Nous avons montré dans ce manuscrit que la méthode MIMOSA permettait en effet de prévoir le taux de fausses alarmes, facilitant alors grandement son usage puisque c'est son unique paramètre. Pour les séries temporelles, la pdf conjointe est là aussi la base de la détection de changements. Elle est utilisée pour définir des «guides» jouant le rôle de seuillage à l'aide de la pdf conditionnelle comme c'est le cas pour les paires d'images, mais impossible à calculer dans le cas des séries temporelles. Là aussi, le seul paramètre de la détection de changements est le taux de fausses alarmes *a priori*.

De façon plus générale, l'intérêt des moyennes est très clair lorsqu'il s'agit de traiter de gros volumes de données : elles permettent de le réduire. Nous avons montré qu'il était possible de «condenser» l'information relative aux changements d'une série temporelle dans seulement deux moyennes temporelles. En effet, les détections sont toujours pertinentes, comme si chaque image avait été inspectée séparément. Nous avons également montré qu'il n'était pas nécessaire de traiter à nouveau toute la série temporelle si une nouvelle image arrivait. Il est en effet possible d'incrémenter les deux moyennes temporelles utilisées pour la détection de changements à l'aide de la seule dernière image. Cette particularité fournit une solution sérieuse au traitement de gros volumes d'images et au suivi de site au long terme, et place donc MIMOSA comme un outil véritablement utilisable en situation opérationnelle.



Notre travail mériterait d'être poursuivi selon les pistes suivantes, proposées de la plus importante à la moins importante.

- La morphologie sur le scatter-plot semble être une piste très prometteuse. Son étude mériterait de futurs travaux pour sa généralisation au cas des séries temporelles d'images.
- Pour les paires d'images, deux seuils sont utilisés pour détecter les changements dans MIMOSA¹. Le premier seuil (utilisé sur la pdf conjointe) est estimé directement à l'aide du paramètre d'entrée qu'est le taux de fausses alarmes. Le second seuil (utilisé sur la pdf conditionnelle) est par contre déterminé à partir du premier seuil. Une relation empirique a été proposée pour

1. L'utilisateur ne connaît pas ces seuils qui sont déterminés à l'intérieur de la méthode. Le seul paramètre que l'utilisateur donne en entrée est le taux de fausses alarmes.

lier les deux seuils, montrant toujours de bons résultats. Cependant, des travaux pourraient être envisagés pour lier d'une autre façon les deux seuils utilisés dans MIMOSA.

- Pour les séries temporelles, la forme des guides employés pour remplacer l'usage d'une pdf conditionnelle trop complexe à évaluer pourrait faire l'objet d'études plus approfondies. Pour l'instant, bien que montrant de très bons résultats, il s'agit de guides simples.

- La méthode considère pour l'instant que toutes les images en jeu suivent la même loi de Fisher, et ont donc été acquises par le même capteur (aussi bien pour les couples d'images que pour les séries temporelles). En modifiant légèrement le modèle, il serait possible de procéder à une détection de changements multi-capteurs en introduisant les paramètres des lois de Fisher propres à chaque image dans le calcul de la pdf conjointe.

- Un «mode simplifié» de MIMOSA a été développé pour le cas des couples d'images, il est disponible dans la boîte à outils présente dans l'interface à MIMOSA (cf. annexe A). Ses performances sont étonnantes compte tenu de sa simplicité, et permettent une détection de changements en temps réel (à l'aide d'un seuil variable contrôlé à l'aide d'un curseur). Une étude plus approfondie de cet outil permettrait peut être d'améliorer la méthode MIMOSA elle-même. De plus, il serait intéressant d'étendre ce mode simplifié aux séries temporelles.

7.3 Les tests de la méthode MIMOSA

La méthode MIMOSA a été testée sur un grand nombre de données différentes. Cette thèse est d'ailleurs originale par le grand nombre de jeux de donnée utilisés, ainsi que leur variété aussi bien en termes de capteurs que de contenu. Nous pouvons lister une liste non exhaustive des données sur lesquelles la méthode a été testée :

- TerraSAR-X et/ou TanDEM-X, mode Stripmap ou Spotlight
- COSMO-SkyMed, mode Stripmap ou Spotlight
- CARABAS-II
- ALOS PALSAR
- ERS-1 et 2
- ENVISAT ASAR
- ...

L'ensemble de ces zones étudiées avec ces différents capteurs regroupe une très grande variété de textures et de contenu de scène. Cette thèse s'est en effet attachée à produire un outil fonctionnant pour divers capteurs SAR, sans contrainte sur la nature de la scène. De nombreux tests visant des points précis de MIMOSA ont également été effectués, dont le premier visait à justifier le modèle statistique de la loi de Fisher. Un second test a montré que le paramètre d'entrée (le taux de fausses alarmes) était bien respecté dans les résultats. Nous pouvons également citer les tests visant à évaluer la robustesse de la méthode face à des données mal recalées. En introduisant des biais de recalage connus, nous avons pu quantifier l'apparition de détections alors attribuées au mauvais recalage, et donc quantifier leur impact sur le résultat. Nous avons montré que la méthode MIMOSA pouvait tolérer un mauvais recalage de l'ordre de 1/3 pixel, ce qui correspond largement à la précision standard de toutes les méthodes de recalage existantes. De plus, nous avons montré qu'il était possible de ne pas nécessairement procéder à un rééchantillonnage fin des données lors de l'étape de recalage. En effet, un simple rééchantillonnage par plus proche voisin peut suffire sans pour autant dégrader visuellement les résultats. Ces tests ont été effectués aussi bien avec des couples d'images qu'avec des séries temporelles. La sensibilité de la méthode à la calibration radiométrique a également été testée pour le cas des paires d'images, aussi bien

que pour le cas des séries temporelles. Pour ces tests, des gains ont été artificiellement appliqués à des images de sorte à simuler une mauvaise calibration. Nous avons montré qu’une mauvaise calibration était immédiatement détectable avant même la détection de changements et pouvait alors être compensée efficacement.

Des tests ont ensuite été effectués en lien avec un usage opérationnel tel qu’il est parfois fait des images SAR. Par exemple, il est courant que les images en amplitude ou en intensité soient filtrées spatialement pour lisser le bruit de speckle. À proprement parler, une telle image filtrée n’est plus une vraie image SAR, et ne dispose donc pas des caractéristiques statistiques autour desquelles le modèle de MIMOSA a été construit. Il est alors très intéressant que la méthode MIMOSA donne des résultats tout à fait pertinents pour des images dont le speckle avait été filtré spatialement (filtre Frost). Nous avons en effet pu constater la disparition de certaines détections ponctuelles parasites, et que les détections étaient parfois meilleures lorsqu’il s’agissait de détecter des changements prenant la forme de nappes. En revanche, certains changements de très petite taille ne pouvaient être détectés. En conclusion à ce test, le filtrage est toléré par MIMOSA, même si son usage n’est pas rigoureux. Il faut cependant avoir à l’esprit qu’il peut empêcher la détection de changements dont la taille est proche du pixel.

Toujours pour réduire le bruit de speckle, ou pour réduire le volume des données tout en traitant une large zone, il est courant de calculer des images multi-vues². Les statistiques des images multi-vues sont différentes de celles des images natives. De ce fait, la méthode MIMOSA n’est pas prévue pour les traiter. Cependant, nous avons constaté que l’utilisation d’images multi-vues donne quand même de bons résultats. Les cartes de changements sont en effet fidèles à l’information que contiennent les images multi-vues, et ne trahissent pas l’information de référence présente dans la carte de changement obtenue avec les images natives.

Une dernière série de tests a été réalisée à l’aide d’images suréchantillonnées par zeropadding. Lors d’un tel suréchantillonnage, les hypothèses à la base du modèle statistique du signal en amplitude peuvent être remises en cause (notamment le nombre de diffuseurs, si on se réfère au modèle de Goodman). Nous avons cependant constaté que pour des facteurs de suréchantillonnage de 2 ou 4, la méthode MIMOSA donnait de très bons résultats. De plus, nous avons montré qu’il était même possible de dissocier les deux contributions d’une cible double initialement contenue dans un seul pixel.



Par ordre d’importance, nous listons ci-dessous une série de tests potentiels pouvant venir compléter ceux déjà effectués :

- Un premier test viserait à évaluer dans quelle mesure on peut chercher à détecter des changements entre des images acquises avec des angles d’incidence différents. Ceci a une conséquence directe sur le nombre d’images qu’il est possible d’utiliser et leur fréquence d’acquisition. Dans cette thèse, nous avons toujours utilisé des images interférométriques, limitant alors la fréquence de revisite pour qu’elle reproduise les mêmes conditions d’acquisition. Si une tolérance angulaire est possible, il serait alors possible d’acquérir des images avec une fréquence plus grande. Intuitivement, la sensibilité de la détection de changements dépendra du contenu de la scène et surtout des variations d’altitudes entre les différents objets. Plus la scène sera plate, moins elle sera sensible aux changements d’angles. Par opposition, une scène complexe (urbaine par exemple) variera grandement avec l’incidence, et toute détection de changements sera très difficile si des angles de vue multiples sont utilisés. Des tests préliminaires ont déjà été effectués sur des zones désertiques, fournissant de très bons résultats.
- L’application aux images polarimétriques est une piste intéressante et facile à mettre en oeuvre.

2. Les images multivues sont des images à la résolution dégradée dont chaque pixel est le résultat d’une moyenne spatiale sur un voisinage l’image native. Le speckle y est lissé par effet de moyenne.

En effet, peu de modifications sont nécessaires pour faire fonctionner l'outil MIMOSA sur les différentes bandes d'images polarisées.

7.4 L'«outil» MIMOSA : Implémentation et interface graphique

Une interface graphique a été développée autour de MIMOSA (cf. annexe A). Cette interface a été codée en IDL, tout comme MIMOSA, et permet d'obtenir une interface incluse dans le logiciel ENVI. Un module autonome distribuable sans licence a également été développé. Initialement, cette interface était simplement destinée à utiliser MIMOSA pour produire les résultats présents dans cette thèse. Par la suite, l'interface et ses possibilités se sont considérablement développées pour permettre une utilisation par d'autres utilisateurs. Finalement, le but est donc de transformer la «méthode MIMOSA» en «l'outil MIMOSA», où la méthode en elle-même et les outils qui lui permettent de fonctionner ne sont plus distingués.

L'outil MIMOSA permet de préparer les données à la détection de changements. Pour ceci, il permet le recalage et la calibration radiométrique d'images. Le recalage peut être effectué de diverses manières. Par exemple, il peut être assuré par un appel aux outils de Telecom ParisTech, capables de découper et recalculer une pile d'images SAR à l'aide des données orbitales. Il est également possible de procéder à un recalage par corrélation d'amplitude, ou par maximisation de la cohérence interférométrique si on dispose des données complexes. La calibration radiométrique est assurée par une méthode de maximisation de vraisemblance entièrement automatique (cf. partie 3.3.3). Il est également possible de procéder à l'importation d'images déjà recalées issues d'autres chaînes de calcul (comme la chaîne CIAO du CEA par exemple), puisque les formats de données les plus courants sont pris en compte dans les fonctions d'importation développées spécialement pour MIMOSA. Des modules de visualisation permettent d'analyser les données, ainsi que les résultats de détection de changements.

Les méthodes de détection de changements peuvent être appliquées à des couples d'images aussi bien qu'à des séries temporelles. Des interfaces permettent de sélectionner les images à comparer et des panneaux de commande permettent de régler les paramètres de la détection. L'originalité de l'outil MIMOSA réside dans son mode de fonctionnement en étude. Il est en effet possible de reprendre une étude de site là où elle s'était arrêtée si une nouvelle image est disponible sur la zone. Dans ce cas, toutes les étapes de préparation des données sont effectuées automatiquement, et la détection de changements se poursuit à l'aide de la dernière image. Tous les résultats sont alors incrémentés par cette nouvelle information. De ce fait, il est possible de retracer l'historique d'un site et de visualiser le film des changements ayant eu lieu. Ce mode de fonctionnement est très puissant, il permet entre autres de gérer plusieurs zones d'intérêt dans un même site, et de sélectionner les images à traiter ou non. Tous les résultats sont regroupés sous forme de films de changements, mais sont également présentés automatiquement dans des fichiers au format *.pdf, permettant en un coup d'oeil de dresser un bilan des changements ayant eu lieu sur la zone.

La méthode MIMOSA a été développée en IDL car ce langage a été choisi initialement pour la rapidité de programmation qu'il permet, ainsi que pour son application naturelle au traitement d'images. Tous les codes développés ont bien sûr été optimisés de sorte à minimiser les temps de calcul, avec des gains notables suite aux optimisations. La force de ce langage réside dans la possibilité de manipuler des objets tels que des images sans faire appel à des boucles, alors que c'est souvent inévitable dans d'autres langages. Dans ce cas, il est alors possible de profiter des fonctionnalités parallélisées d'IDL. Cependant, ce n'est pas toujours possible, et il n'est pas rare que les calculs ayant lieu dans MIMOSA soient effectués sur un unique processeur alors qu'il serait possible de les paralléliser. Il existe des fonctions sous IDL permettant de paralléliser des calculs,

mais leur utilisation est délicate. Le portage de MIMOSA dans un langage tel que le C/C++ permettrait de paralléliser les calculs beaucoup plus facilement. Pour l'instant, l'interface a été également développée en IDL, et bénéficie d'un aspect assez austère. Si une implémentation de MIMOSA dans un langage tel que le C/C++ est envisagée, il serait également possible de modifier les interfaces graphiques associées à l'aide, par exemple, de **GTK+** ou **Qt** (logiciels permettant de créer des interfaces graphiques de haut niveau). De façon générale, l'utilisation du C/C++ permettra donc une exécution globalement plus rapide des algorithmes. Le plus important est cependant de disposer de codes écrits dans un langage qui n'est pas propriétaire, et dont la maintenance est assurée au long terme. En effet, nous avons déjà constaté des problèmes de compatibilité entre les différentes versions successives d'IDL, certaines fonctions deviennent obsolètes, et la compatibilité ascendante n'est par conséquent pas toujours assurée. De plus, la gestion des interfaces graphiques sous ENVI/IDL a été totalement remaniée depuis la dernière version ENVI 5.0, forçant à modifier les précédentes stratégies de l'interface de MIMOSA. De plus, de nombreuses bibliothèques de traitement d'image existent pour le C/C++, comme par exemple **openCV**, permettant de retrouver les mêmes fonctionnalités que celles proposées sous IDL.

A posteriori, le développement d'une interface graphique n'est pas un exercice facile, et prend nécessairement un temps qu'il aurait été possible de dédier au développement du cœur de la méthode. Cependant, le gain apporté par une interface graphique est considérable si on considère la facilité d'utilisation qu'elle permet, en augmentant par conséquent le nombre de tests possibles, mais aussi et surtout le retour d'expérience d'autres utilisateurs. C'est par ce biais que le cœur de la méthode a évolué en parallèle de l'interface qui l'accueille. Suite à des demandes ou des remarques d'utilisateurs, la méthode a évolué à de nombreuses reprises entre les différentes versions de l'outil, et les retours ont été extrêmement bénéfiques.



L'outil MIMOSA est un outil dont les sources sont volumineuses et dont les inter-dépendances sont parfois subtiles. La version actuelle est stable et donne de très bonnes performances. Avant toute modification, il est fortement recommandé de mettre en place des tests de non régression. Par ordre de simplicité, nous listons ci-dessous des pistes de développement :

- Dans un premier temps, il serait possible de conserver l'usage d'IDL pour la gestion des interfaces ainsi que pour le flot général des algorithmes. Les optimisations pourraient être apportées par des appels par IDL à des fonctions externes implémentées en C/C++, et dont les exécutables sont accessibles depuis les codes IDL. De ce fait, en remplaçant les points critiques³ actuellement codés en IDL par des fonctions équivalentes en C/C++, le temps de calcul pourrait être considérablement réduit sans besoin de recoder entièrement l'outil MIMOSA. Dans cette optique, 6 mois de travail dans le cadre d'un stage ingénieur suffiraient.

- L'implémentation des fonctions de Meijer en IDL pourrait être améliorée par une étude plus approfondie de leurs propriétés. Il n'existe pas pour le moment de bibliothèque C/C++ proposant une implémentation rapide et fiable des fonctions de Meijer. Toutefois, une version «lente» a été développée en C++ lors de cette thèse, et pourrait servir de base.

- Pour s'affranchir de la dépendance à IDL, le portage en C/C++ de l'ensemble de l'outil, sa parallélisation, ainsi que la réalisation de l'interface associée nécessiteraient environ 9 à 10 mois de travail.

3. Ne souhaitant pas rentrer dans les détails d'implémentation de MIMOSA, les points critiques ne sont pas identifiées dans ce manuscrit. Leur identification est cependant aisée si l'on dispose de l'outil MIMOSA et de son code source.

- L'automatisation des actions du «mode étude» de MIMOSA facilite grandement le travail d'analyse d'image, mais peut être à double tranchant s'il fait perdre l'habitude aux utilisateurs de vérifier la consistance des données. À l'heure actuelle, il n'est pas possible de détecter automatiquement si la dernière image ajoutée à la pile d'archive est de «bonne qualité», ou si elle risque d'introduire des aberrations dans l'historique des changements. Seul un utilisateur peut, en observant l'image, constater qu'elle pose problème. Profitant du fait qu'il s'agit d'un suivi au long terme, il serait possible d'introduire un mode d'apprentissage spécifique à la zone étudiée dans le fonctionnement de MIMOSA. De ce fait, capitalisant les informations relatives à la zone au cours des observations successives (et en utilisant éventuellement un critère de notation fourni par l'utilisateur), un système d'alerte pourrait être mis en place lorsqu'une donnée ou résultat «inhabituel» est rencontré.

7.5 La classification des changements

La question de la classification des changements est abordée lors du dernier chapitre de cette thèse. En effet, une fois que les changements ont été détectés au cours d'une série temporelle, l'utilisateur peut souhaiter en savoir plus sur la nature du changement sans nécessairement inspecter manuellement le profil temporel de chaque pixel. Pour ceci, une méthode très simple a été développée sur la base d'observations et de simulations de séries temporelles comportant des changements aux caractéristiques différentes. L'opérateur proposé permet en effet de distinguer si le changement ayant eu lieu dans la série temporelle est un changement marginalement brillant ou marginalement sombre, ou si le changement est régulier au cours de la série temporelle. Certaines limites de la méthode ont été présentées, et ce principalement dû au fait que ce dernier chapitre pose une nouvelle problématique apparue lors de travail doctoral et laisse un certains nombre de questions «ouvertes».

Bilan général

MIMOSA est ou outil suffisamment mature pour avoir été utilisé dans un contexte opérationnel. De plus, son élaboration permet de grandes possibilités d'évolutions.

Annexe A

Interface graphique de MIMOSA

Sommaire

A.1	Avant propos	217
A.2	Installation de MIMOSA	218
A.3	Outils de création/modification de piles d'images	219
A.3.1	Création de piles d'images	219
A.3.2	Calibration radiométrique	220
A.3.3	Recalage	220
A.4	Outils de visualisation	222
A.4.1	Visualisation d'images	222
A.4.2	Visualisation de moyennes temporelles	223
A.4.3	Visualisation de films de changements	223
A.5	Outils de détection de changements	224
A.5.1	Traitement rapide (simplifié)	225
A.5.2	Traitement fin : Méthode MIMOSA	226
A.5.3	Création d'une étude	235
A.5.4	Poursuite d'une étude	236
A.6	Fonctionnalités complémentaires	237
A.6.1	Gestion des préférences	237
A.6.2	Aide	237
A.7	Gestion des versions de MIMOSA	237
A.8	Interface graphique de CIAO	238

Résumé

Cette partie présente les différentes fonctionnalités de l'interface graphique développée autour de MIMOSA. La boîte à outils développée en parallèle de MIMOSA pour rendre le traitement des images plus simple est également détaillée.

A.1 Avant propos

Le développement de MIMOSA s'est fait entièrement sous IDL. Ce choix a essentiellement été motivé par la facilité de traitement d'images et les fonctionnalités de prototypage rapide proposées par IDL. Au cours des développements du code, et pour en faciliter son utilisation, des fonctionnalités d'affichage ont été développées. À ce stade, il ne s'agissait pas d'une interface, mais plutôt d'aides à l'observation du déroulement de l'algorithme et des affichages de résultats.

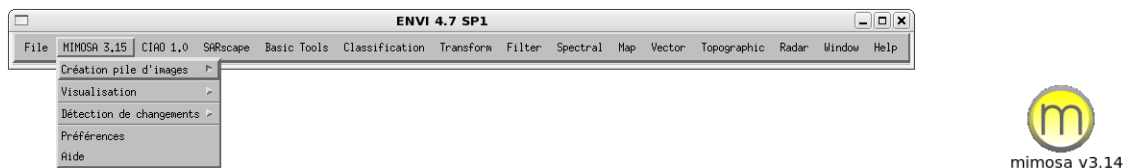


FIGURE A.1: À gauche : Barre de menu ENVI avec menu de MIMOSA v3.14. À droite : Raccourci de bureau MIMOSA.

Le développement d'une interface à proprement parler a ensuite été fait en parallèle des développements du «cœur de la méthode». J'ai alors pu constater que la création d'une interface était un exercice très difficile. Cependant, le temps passé à développer l'interface graphique plutôt qu'à développer des méthodes de traitement a par la suite été largement rentabilisé, essentiellement grâce à la facilité d'utilisation permise par l'interface. De plus, l'utilisation d'un outil par d'autres utilisateurs fait bénéficier de leurs retours d'expérience, de sorte à apporter ici des modifications sur la méthode de détection de changements.

L'interface est bien sûr concentrée autour de la détection de changements. Cependant, d'autres outils ont été développés pour permettre l'utilisation autonome de MIMOSA. Des outils de création de piles d'images ont été développés et intégrés à l'interface, ainsi que divers outils de recalage et de calibration radiométrique. L'interface comporte également des outils de visualisation d'images et de résultats. De ce fait, dans la suite, on parlera de MIMOSA comme l'interface avec tous ses outils additionnels plutôt que la méthode de détection de changements seule.

L'interface se présente sous forme de menu ENVI (versions 4.7 → 5.0), et sous forme d'une application autonome fonctionnant à l'aide de la machine virtuelle IDL-vm. Cette machine virtuelle est disponible gratuitement et sans licence. Que ce soit pour les menus ENVI ou pour la machine virtuelle IDL-vm, l'application MIMOSA et toutes ses fonctions annexes résident alors dans un seul et unique fichier `*.sav` généré par IDL. L'interface à MIMOSA fonctionne aussi bien sous Linux que Windows.

Dans la suite, nous distinguerons les fichiers `menu_envi_mimosa.sav` et `idlv_mimosa.sav`, qui sont respectivement dédiés à créer un menu sous ENVI et à être lancé avec la machine virtuelle d'IDL. Le fichier `menu_envi_mimosa.sav` respecte la syntaxe reconnue par ENVI pour définir des menus et lancer les procédures associées à chacun des menus. Le fichier `idlv_mimosa.sav` contient une petite fenêtre qui prend la forme des menus de façon autonome, sans l'aide d'ENVI.

A.2 Installation de MIMOSA

L'installation de MIMOSA sous ENVI est très simple. Elle consiste à copier l'exécutable `menu_envi_mimosa.sav` dans le dossier `save_add` d'ENVI. L'emplacement de ce dossier est paramétrable dans les préférences d'ENVI. À l'ouverture d'ENVI, le module contenu dans le fichier `menu_envi_mimosa.sav` est chargé et le menu associé apparaît dans la barre ENVI, comme l'illustre la figure A.1 à gauche.

Le lancement de MIMOSA avec la machine virtuelle se fait simplement par la ligne de commande `idl -vm=../../idlv_mimosa.sav`. Sous Linux, il est possible de définir un raccourci (lanceur) de bureau (cf. figure A.1 à droite) pour le menu de MIMOSA sous la machine virtuelle IDL-vm en créant sur le bureau un fichier `mimosa.desktop` contenant :

```
[Desktop Entry]
Version=1.0
Encoding=UTF-8
```

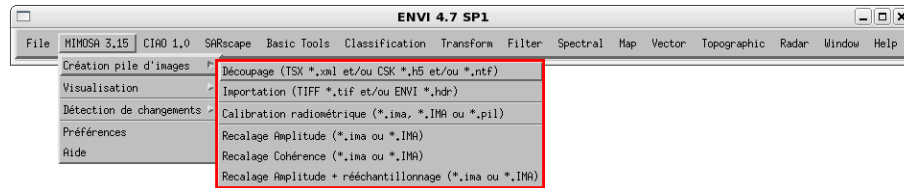


FIGURE A.2: Menu de création et modification de piles d'images. On distingue dans l'encadré rouge les fonctions de création de piles, de calibration radiométrique et de recalage.

```
Name=mimosa
Type=Application
Terminal=true
Name[fr_FR@euro]= mimosa
Exec= idl -vm=../../idlvm_mimosa.sav
Icon[fr_FR@euro]=/../../icone_mimosa.png
Icon=/../../icone_mimosa.png
GenericName[fr_FR@euro]=
```

Dans tous les cas, pour fonctionner, l'exécutable requiert la présence de trois dossiers de fonctionnement propres à MIMOSA : `/help`, `/data` et `/config` qui doivent être situés à côté de l'exécutable `*.sav`, dans le même répertoire. Ces dossiers contiennent respectivement l'aide au format `*.pdf`, les logos et images par défaut, ainsi que les préférences d'utilisation sous forme de fichiers de configuration `*.cfg`.

A.3 Outils de création/modification de piles d'images

Le menu de création et modification de piles d'images est présenté en figure A.2. Les différentes fonctions sont détaillées dans les sous-parties suivantes.

A.3.1 Création de piles d'images

La méthode MIMOSA traite des piles d'images recalées. La première étape de toute étude est donc la création de piles d'images. Pour ceci, plusieurs méthodes sont proposées par MIMOSA :

- Le découpage et recalage par l'utilitaire `decoupeTSXCSK` (développé à Telecom ParisTech)
- L'importation d'images `*.tif` et/ou `envi + *.hdr`

L'outil de découpage permet de sélectionner les images à découper, ainsi qu'à définir les zones à découper par `decoupeTSXCSK`. Ici, l'interface n'est qu'une sur-couche logicielle dont le rôle est de créer et exécuter les fichiers exécutables normalement générés à la main lors de l'utilisation classique de `decoupeTSXCSK`. De ce fait, il est toujours possible d'utiliser l'outil de découpage d'images par lignes de commandes. La pile d'images ainsi découpée est au format `*.IMA`, c'est une pile d'images complexes.

La figure A.3 présente l'interface de sélection des coordonnées de la scène à découper et recaler dans la pile d'images préalablement sélectionnée. Nous distinguons sur le panneau interface les différents paramètres relatifs à l'utilitaire `decoupeTSXCSK`, ainsi que des options permettant de ne procéder qu'à la génération des lignes de commande de l'utilitaire sans les exécuter. Une seconde option permet de lancer le module de visualisation dès le découpage terminé.

Les fonctions d'importation d'images ont été développées dans le but de prendre en compte des images provenant d'autres chaînes de calcul. De ce fait, seuls deux formats très classiques (`*.tif` et/ou `envi + *.hdr`) ont été choisis. Il est aussi bien possible d'importer des images

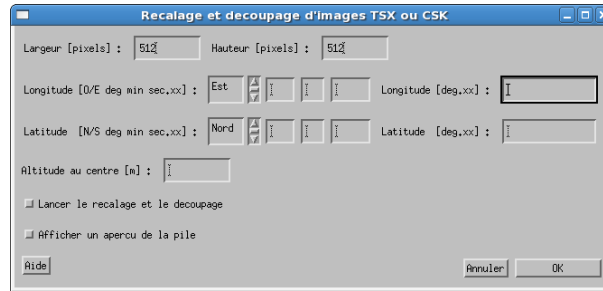


FIGURE A.3: Panneau de sélection des paramètres de découpage et recalage d'une pile d'images avec **decoupeTSXCSK**.

complexes ou des images en amplitude. Selon le type de données, la pile de sortie sera respectivement générée au format ***.IMA** (complexe) ou ***.pil** (amplitude). Il est donc possible d'utiliser les sorties de CIAO (Chaîne Interférométrique rAdar Opérationnelle), l'outil de traitement des images SAR du CEA.

Les piles d'images ainsi générées sont accompagnées d'un fichier ***.label** dans lequel sont contenus les noms de chaque image, ainsi que d'un fichier ***.dim** précisant les dimensions de la pile d'images ainsi que le type de données. Les noms sont générés automatiquement avec **decoupeTSXCSK**. Lors d'une importation, les noms de fichiers sont conservés.

A.3.2 Calibration radiométrique

Un menu de calibration radiométrique est proposé afin de procéder à une calibration des images entre elles, très souvent indispensable avec les données COSMO–SkyMed. La méthode utilisée est celle décrite dans la partie 3.3.3. L'outil permet de calibrer radiométriquement des couples ou séries temporelles d'images complexes. Comme nous l'avons illustré dans la partie 5.5, cette étape de calibration améliore grandement la qualité des détections de changements, elle est donc vivement recommandée si les résultats ne sont pas satisfaisants. Cet outil de calibration est extrêmement rapide, il suffit de quelques secondes pour calibrer une pile d'images.

L'interface consiste simplement en un menu de sélection de fichier ***.IMA** ou ***.pil**. La pile calibrée est automatiquement placée à côté du fichier original, son nom se voit simplement rajouter la chaîne de caractère **«_calib»**, tandis que l'extension reste inchangée.

A.3.3 Recalage

Trois possibilités sont proposées par MIMOSA pour recalrer des piles d'images :

- Corrélation d'amplitude sur petites fenêtres placées à la souris par l'utilisateur, puis application d'une simple translation subpixel pour recalrer les images entre elles. Ce rééchantillonnage simple est effectué dans l'espace de Fourier. Dans le cas d'une série temporelle, l'image de référence est choisie au centre de la série temporelle. Le plus souvent, cette méthode suffit pour les images générées par **decoupeTSXCSK**, les biais de recalage résiduels se résument en effet à de simples translations. Notons que cette méthode peut aussi bien recalrer un couple d'images ou une série temporelle.
- Recherche de la translation résiduelle entre images par maximisation de la cohérence interférométrique. La recherche du maximum est faite par dichotomie autour d'une valeur de décalage grossier évalué par corrélation d'amplitude. Cette méthode peut remplacer la précédente lorsqu'il n'existe pas dans la scène de motif d'amplitude permettant une corrélation précise. Cette méthode peut aussi bien recalrer un couple d'images ou une série temporelle. L'estimation des translations inter-images se fait alors par rapport à

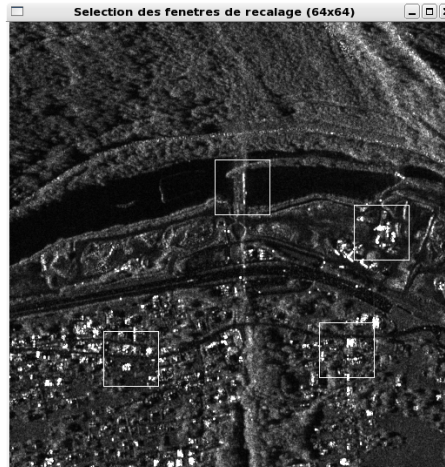


FIGURE A.4: Sélection manuelle des fenêtres de corrélation pour le recalage par corrélation d'amplitude. L'image utilisée en fond est la moyenne géométrique de la pile à recaler (ici 13 images TerraSAR-X sur Le Bourgeat, France).

une unique référence choisie au milieu de la série, mais également pour chaque couple d'images successives. Les translations à appliquer aux images pour recaler la pile sont ensuite estimées au sens des moindres carrés.

- Corrélation d'amplitude sur petites fenêtres placées à la souris par l'utilisateur, puis interpolation des disparités ainsi calculées en quelques points sur toute l'image. Le rééchantillonnage est ensuite effectué par sinus cardinal. Cette méthode est très utile lorsque les deux images à recaler diffèrent d'une transformation plus complexe qu'une simple translation. Notons ici que le rééchantillonnage par sinus cardinal dégrade la qualité statistique des images rééchantillonnées. Ici, il est en effet basé sur des voisinages de 11×11 pixels représentant un bon compromis entre temps de calcul et qualité des images finales. Cette méthode de recalage est très utile lorsque les images ont été acquises dans des zones de fort relief ou lorsque les angles d'incidence diffèrent légèrement, générant des dilatations ou compressions spatiales entre images.

Nous présentons en figure A.4 la phase de sélection de fenêtres de corrélation pour les méthodes de recalage utilisant la corrélation d'amplitude. Pour éviter une corrélation sur toute l'image qui serait très longue, on préfère une corrélation locale de petites imagerie. De ce fait, des facteurs de suréchantillonnage beaucoup plus grands sont possibles en un temps très court, permettant alors une grande précision subpixel dans la corrélation des imagerie. La plupart des algorithmes de recalage fonctionnent ainsi, et placent de façon systématique et régulière de petites fenêtres de corrélation dans l'image. L'inconvénient majeur du placement automatique des fenêtres de corrélation est qu'il est possible de placer une fenêtre dans une zone sans motif capable de fournir une valeur de décalage pertinente (zone homogène, zone de changement, etc.). De ce fait, placer les fenêtres de corrélation à la main permet à l'utilisateur de sélectionner manuellement des zones où la corrélation inter-images sera vraisemblablement bonne. Il est alors bon de sélectionner des zones contenant des cibles ponctuelles, où des motifs géométriques non périodiques permettant une bonne corrélation d'amplitude.

Connaissant la position des fenêtres de corrélation ainsi que les valeurs de décalage associées mesurées par corrélation, il est facile d'interpoler une carte de disparités pour rééchantillonner finement les images à recaler. Si le recalage consiste à appliquer une translation aux images, on considère simplement la moyenne arithmétique des décalages estimés sur les différentes fenêtres de corrélation.

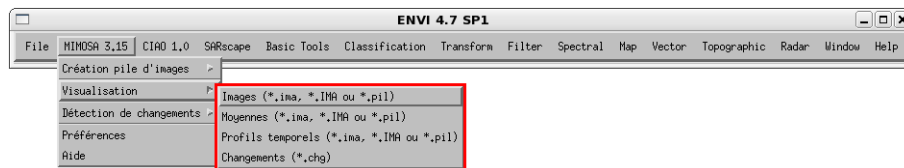


FIGURE A.5: Menu de visualisation. On distingue dans l'encadré rouge les fonctions de visualisation d'images, de moyennes et de changements.

Les trois méthodes de recalage proposées dans les menus de MIMOSA permettent d'adopter différentes stratégies face à un mauvais recalage. Ce sont des méthodes simples et rapides qui permettent de traiter les images en cas de besoin. Les fichiers correspondant aux piles recalées sont placés automatiquement à côté des fichiers originaux, tandis que leur nom est modifié selon l'action effectuée. On ajoute en effet «*_rec_amp*», «*_rec_cohe*» ou «*_rec_sinc*» pour chacune des trois méthodes mentionnées ci-dessus.



Le fait de contrôler automatiquement les noms de fichiers selon les opérations effectuées permet non seulement de savoir quelle opération a subi le fichier, mais aussi l'ordre dans lequel les opérations ont été effectuées. Par exemple, un fichier image terminant par la chaîne de caractères «*_rec_amp_calib*» a subi une étape de recalage par corrélation d'amplitude et application d'une translation, puis une étape de calibration radiométrique.

A.4 Outils de visualisation

Le menu de visualisation est présenté en figure A.5. Les différentes fonctions sont détaillées dans les sous-parties suivantes.

A.4.1 Visualisation d'images

Les menus de MIMOSA disposent d'outils de visualisation de piles d'images. Seule l'amplitude des images est représentée, sur laquelle est superposé le nom de l'image dans le coin bas gauche. Cet outil simple dispose de boutons permettant d'inspecter chacune des images de la pile, ainsi qu'un mode «cinéma» faisant défiler les images les unes après les autres. Le temps d'affichage de chaque image est réglable par l'intermédiaire d'un curseur réglant la vitesse du film. Cet outil permet d'inspecter rapidement le contenu d'une série temporelle, ainsi que de détecter un éventuel mauvais recalage. Nous présentons en figure A.6 à gauche l'allure du module de visualisation d'images.

Par souci de simplicité, aucune fonctionnalité d'égalisation n'est proposée. L'égalisation des images est réalisée automatiquement entre 0 et $m + 3\sigma$, où m et σ sont respectivement la moyenne et l'écart type des données en amplitude. Cette égalisation donne de bons résultats dans la très grande majorité des cas.

Des fonctionnalités additionnelles de ce module de visualisation permettent d'orienter l'image à sa guise par l'intermédiaire de fonctions de «flip» vertical et horizontal, ainsi qu'une fonction de rotation. Il est alors possible d'orienter l'image dans n'importe quelle direction selon ses préférences. Une fonction de zoom permet d'analyser finement l'image sélectionnée. Une commande de capture d'image au format *.png permet également de sauvegarder les images telles qu'elles sont représentées à l'emplacement de son choix.

À l'usage, l'outil de visualisation est surtout utilisé pour vérifier le bon recalage des images entre elles, ainsi que pour visualiser le film des images.

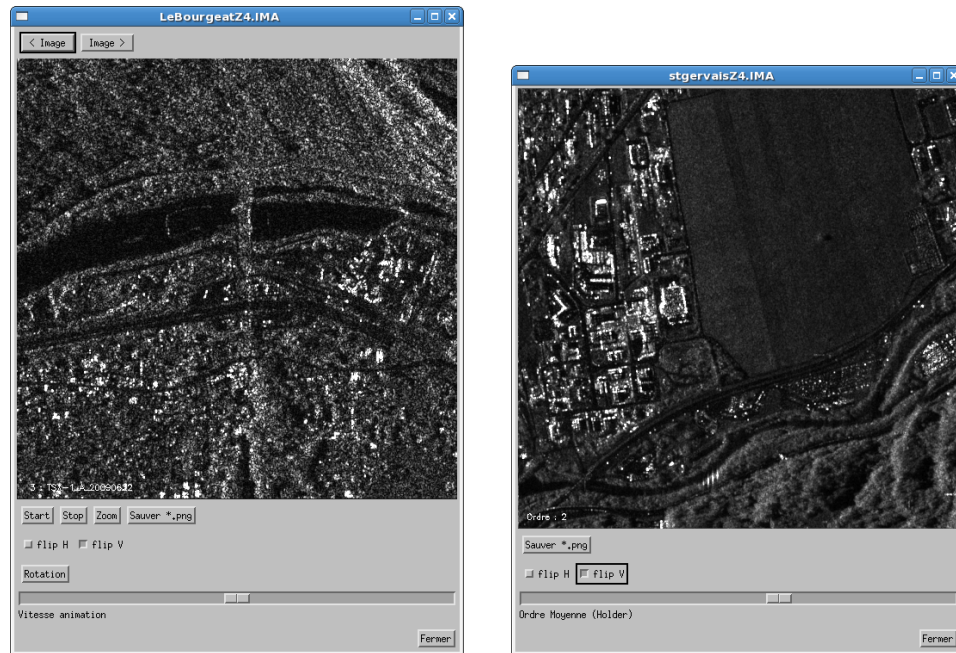


FIGURE A.6: À gauche : Module de visualisation d’images permettant de visionner le film des images recalées (Ici 13 Images TerraSAR–X sur St. Gervais). À droite : Module permettant de visionner les différentes moyennes de Hölder d’une pile d’images. La moyenne observée ici est la moyenne quadratique (ordre 2).

A.4.2 Visualisation de moyennes temporelles

Le module de visualisation de moyennes permet d’observer et comparer différentes moyennes temporelles pour une même pile d’images. Nous le présentons en figure A.6 à droite. La moyenne affichée par défaut est la moyenne géométrique. Elle permet de profiter de l’effet de filtre de speckle des moyennes temporelles. Un curseur permet de faire varier l’ordre de la moyenne de Hölder utilisée. L’ordre est alors indiqué dans le coin bas gauche de l’image. Il est alors possible de voir apparaître et disparaître les zones de changements temporels ayant eu lieu au cours de la série temporelle. Tout comme le menu de visualisation d’images, cet outil dispose de commandes permettant d’orienter l’image et une commande de sauvegarde au format *.png.

À l’usage, nous avons constaté que cet outil était surtout utilisé pour se familiariser avec la scène «débruitée», et ainsi mieux comprendre les images. Il est en effet intéressant de juxtaposer le module de visualisation d’images avec le module de visualisation de moyennes pour une compréhension approfondie des images.

A.4.3 Visualisation de films de changements

Cet outil sert à visualiser les films de changements générés par MIMOSA dans le but de retracer l’historique des changements ayant eu lieu sur un site au cours d’une série temporelle. Nous présentons en figure A.7 à gauche l’allure de ce module de visualisation de changements. Un film de changement est contenu dans un fichier *.chg qui regroupe un fond de carte (généralement la moyenne géométrique de la pile d’images utilisées) et toutes les cartes de changements des couples d’images successives. Par exemple, si la pile traitée comporte 10 images, le film de changements comporte une image de fond et 9 cartes de changements.

Chaque carte de changements est un calque transparent qui vient se superposer à l’image de fond. Ces calques comportent simplement les pixels de changements colorés selon leur type

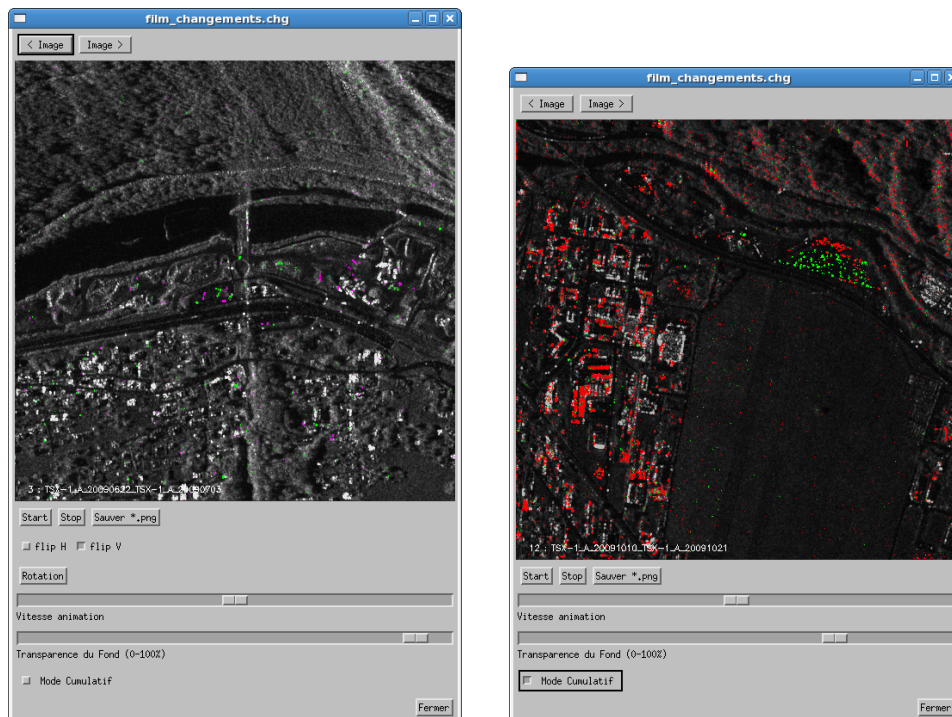


FIGURE A.7: À gauche : Module de visualisation de changements, mode cumulatif désactivé. La carte de changements visualisées correspond aux images du 10/10/2009 et 20/10/2009 (en vert les apparitions et en magenta les disparitions). Le fond est la moyenne géométrique des 13 images de la pile. À droite : mode cumulatif activé. En vert les nouveaux changements dûs au couple encours, et en rouge ceux ayant impliqué des couples d'images antérieures.

(apparitions en vert, disparitions en magenta). Il est possible de faire varier la luminosité du fond à l'aide d'un curseur pour améliorer la visibilité des changements selon ses préférences. La luminosité peut varier du fond noir, permettant de bien visualiser tous les changements, jusqu'à la représentation classique $m + 3\sigma$ de la moyenne géométrique affichée en fond.

Des commandes permettent de faire défiler les cartes de changements de sorte à retracer tout l'historique du site étudié. Un mode «cumulatif» garde en mémoire les changements ayant eu lieu aux dates précédentes de sorte à ne mettre en avant que les changements liés au couple consulté. Dans ce mode cumulatif, tous les pixels de changements aux dates précédentes sont indiqués en rouge, tandis que les nouveaux changements introduits par le couple en cours sont représentés en vert (sans distinction entre apparitions et disparitions). Son effet est représenté en figure A.7 à droite. On constate la présence de nombreux changements dûs aux couples antérieurs à celui visualisé (en rouge). En effet, les 11 cartes de changements précédentes se superposent. Nous pouvons noter que l'activation et la désactivation successive du mode cumulatif permet d'analyser finement la chronologie des événements sur le site.

Tout comme les menus de visualisation d'images et de moyennes, cet outil dispose d'une commande de sauvegarde au format *.png, qui permet de réaliser une copie des données telles qu'elles sont visualisées.

A.5 Outils de détection de changements

Le menu de détection de changements est présenté en figure A.8. Les différentes fonctions sont détaillées dans les sous-parties suivantes.

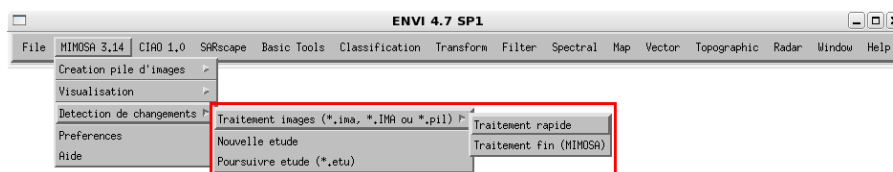


FIGURE A.8: Menu de détection de changements. On distingue les fonctions permettant de traiter une pile d'images, ainsi que celles permettant de créer et continuer une étude de site.

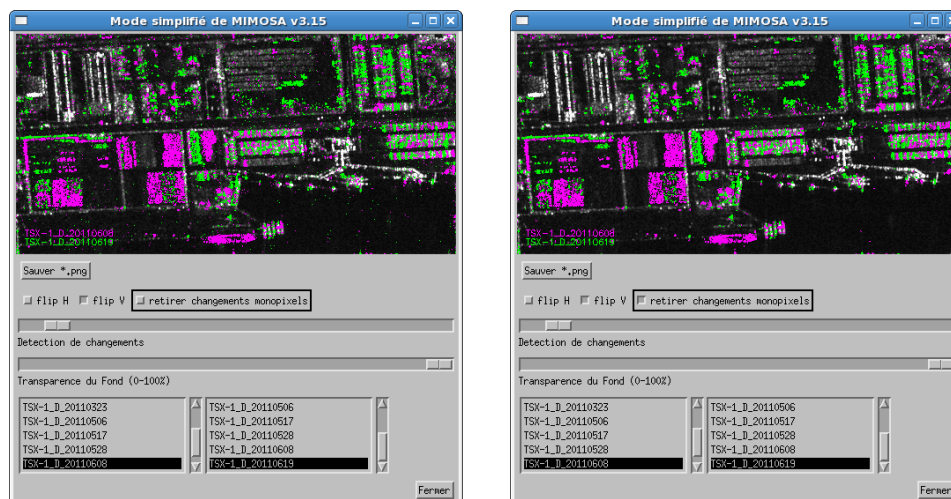


FIGURE A.9: À gauche : Module de détection de changements rapide (approximation de MIMOSA), changements de type mono pixel conservés. À droite : Changements de type mono pixel retirés.

A.5.1 Traitement rapide (simplifié)

Un module de détection de changements «rapide», ou d'«aperçu» de la carte de changements que peut générer MIMOSA a été développé. Le principe de détection est une simplification très grossière de la vraie méthode MIMOSA. Elle consiste ici à ne sélectionner les changements que sur la base de la différence entre moyenne quadratique et moyenne géométrique. Ceci revient à sélectionner les changements à l'aide d'une droite parallèle à la diagonale dans le scatter-plot.



Ce module est destiné à une analyse rapide et préliminaire d'une pile temporelle. Il ne remplace en rien la méthode MIMOSA, qui produit bien sûr des résultats de meilleure qualité. Néanmoins, il s'avère avec l'usage que ce module permet de détecter les couples ne présentant pas de changements importants.

Nous présentons en figure A.9 à gauche l'allure de cette petite interface. Ce module permet de «détecter des changements» entre deux images sélectionnées dans la pile temporelle. La sélection se fait par clic sur le nom de chacune des images dans chacune des deux listes présentées. Une carte de changements faisant apparaître disparitions en magenta et apparition en vert se superpose à un fond (la moyenne géométrique de la pile) dont on peut faire varier la transparence pour améliorer la visibilité. Le seuil de détection est réglé par l'intermédiaire d'un curseur. En agissant sur ce curseur, on affiche donc plus ou moins de changements.

Ce module dispose bien sûr des fonctionnalités de flip horizontal et vertical, et de capture d'écran. Une fonctionnalité intéressante présente dans l'interface est le retrait optionnel des changements de type «pixel isolé». Nous présentons en figure A.9 à droite la carte obtenue lorsque

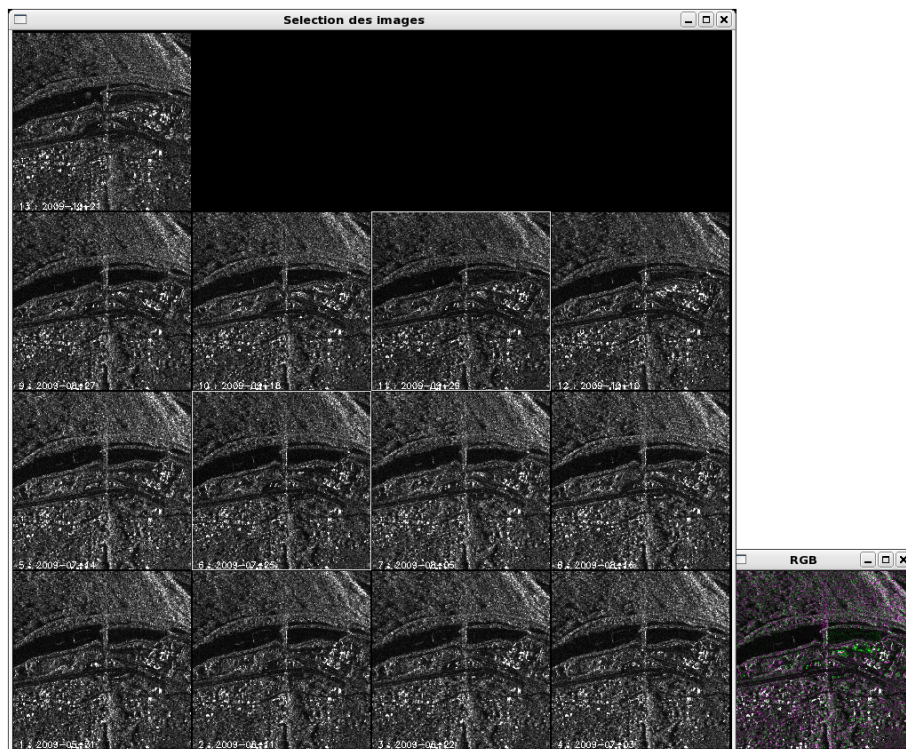


FIGURE A.10: Mosaïque des images contenues dans la pile traitée, dans laquelle deux images ont été sélectionnées (images encadrées en blanc). La composition colorée correspondant aux images sélectionnées est présentée à côté de la mosaïque.

ce retrait des changements mono pixels est activé. Ce mode de retrait des changements mono pixels est très utile car il permet de retirer de nombreuses fausses alarmes générées par les approximations de la méthode de détection de changements adoptée ici. Cependant, il est à utiliser avec précautions car ce post-traitement sur la carte de changements n'a aucune justification théorique. Il est en effet tout à fait possible de retirer une vraie détection n'occupant qu'un pixel.

A.5.2 Traitement fin : Méthode MIMOSA

Lors d'une détection de changements, l'utilisateur choisit une pile d'images au format `*.IMA` ou `*.pil`, et est ensuite invité à choisir quelles sont les images de la pile avec lesquelles il souhaite travailler si la pile sélectionnée comporte plus que deux images. Le choix des images à utiliser pour la détection de changements se fait alors manuellement à l'aide de la souris. La sélection des images se fait par clic sur une mosaïque représentant toutes les images contenues dans la pile. Selon le bouton de la souris utilisé, l'utilisateur sélectionne ou désélectionne l'image sur laquelle il a cliqué. Les rôles des trois boutons de la souris, «clic gauche», «clic molette» et «clic droit» sont rappelés à chaque fois à l'utilisateur. Les images sélectionnées sont cerclées de blanc de sorte à les distinguer des autres. Nous présentons un exemple d'une telle mosaïque en figure A.10.

Selon le nombre d'images sélectionnées, une composition colorée générée adaptée est proposée à l'utilisateur à titre informatif. Si deux ou trois images sont sélectionnées, une composition classique est présentée. Si le nombre d'images sélectionnées est supérieur ou égal à 4, la composition colorée est générée à base de moyennes. Cette composition colorée est visible dans la figure A.10. Nous pouvons noter que la gestion de la chronologie des images est indépendante de l'ordre dans lequel on sélectionne les images.

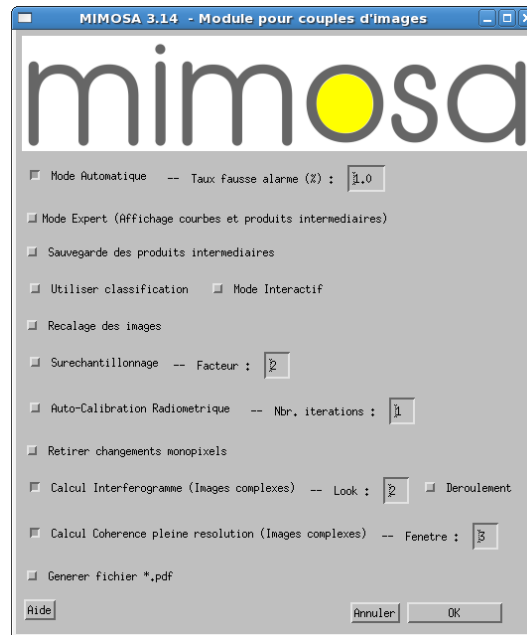


FIGURE A.11: Panneau de paramètres de MIMOSA pour une détection de changements entre couples d'images.

Une fois les images sélectionnées, l'utilisateur lance le calcul à l'aide d'un bouton spécifique de la souris («clic molette»). Selon le nombre d'images sélectionnées, différents modules de MIMOSA sont lancés. Il existe trois modules distincts, traitant exclusivement 2, 3 et $N \geq 4$ images. Ces trois modules disposent d'un panneau de paramétrage propre et sont détaillés dans les parties suivantes.

Cas d'un couple d'images

Nous présentons en figure A.11 le panneau de paramétrage du module de MIMOSA dédié aux couples d'images. Nous détaillons ci-dessous les différents éléments présents dans ce panneau :

- **Mode automatique** : Lorsque ce mode est activé, le calcul se déroule de manière automatique. La détection de changements se base alors sur le taux de fausse alarme donné ci-après. Lorsque l'on ne fonctionne pas en mode automatique, l'utilisateur est amené à positionner manuellement la ligne de niveaux dans le scatter-plot. Cette procédure est longue et généralement moins efficace que le mode automatique.
- **Taux de fausses alarmes** : Valeur cible (en %) du taux de fausses alarmes pour la détection de changements. La valeur par défaut est fixée à 1%, elle correspond à une valeur fournissant des résultats satisfaisants pour des configurations variées.
- **Mode expert** : Lorsque ce mode est activé, des données intermédiaires poussées sont affichées à l'écran lors de la détection de changements (histogrammes, pdf conjointe et conditionnelle, etc.). Ces données sont destinées à l'utilisateur expert uniquement, et ne sont donc pas présentées si ce mode n'est pas activé.
- **Sauvegarde des données intermédiaires** : Si cette option est activée, tous les résultats intermédiaires sont sauvegardés dans l'arborescence de résultats créée par MIMOSA. La liste des fichiers générés lors du calcul est donnée plus loin.
- **Utiliser la classification** : Il est possible de traiter la pile d'images zone par zone si un fichier de classification est fourni à côté des images. Ces fichiers définissent la forme des zones ainsi que le nom associé à chaque zone de l'image. Le calcul se déroule alors

successivement sur chacune des zones de façon totalement indépendante. Les paramètres de chaque zone sont pris en compte pour détecter les changements dans cette zone uniquement. Les résultats sont ensuite fusionnés en juxtaposant les différentes cartes de changements obtenues pour chacune des zones de la classification. Ce mode est utile lorsqu'il existe plusieurs classes distinctes dans les images, comme par exemple de l'eau et une zone urbaine.

- **Mode interactif** : Ce mode informe simplement l'utilisateur qu'il passe d'une zone de classification à l'autre.
- **Recalage des images** : Si cette option est activée, une étape interne de recalage est proposée. Elle correspond au recalage par corrélation d'amplitude et application d'une translation.
- **Suréchantillonnage** : Il est possible de suréchantillonner les données par zeropadding selon le souhait de l'utilisateur. Le suréchantillonnage permet en général d'obtenir des résultats plus nets. Il est cependant à utiliser avec précautions car les statistiques d'une image SAR suréchantillonnée sont différentes d'une image originale.
- **Facteur de suréchantillonnage** : Le facteur de suréchantillonnage par zeropadding est généralement 2 ou 4, mais rarement plus.
- **Auto-calibration radiométrique** : Si cette option est activée, des facteurs de calibration seront appliqués aux images en amplitude de la pile de sorte à ce qu'elles aient toutes le même moment d'ordre 1 (moyenne arithmétique spatiale).
- **Nombre d'itération dans la calibration radiométrique** : Lorsque ce nombre d'itération est plus grand que 1 (valeur par défaut), le calcul recommence à zéro et re-calibre les images, cette fois-ci sans prendre en compte les pixels détectés comme changements. Cette option est utile dans le cas (assez rare, mais néanmoins déjà rencontré) où un changement très intense et spatialement étendu est présent, au point de modifier significativement la valeur du moment des images. Aux itérations suivantes, la calibration se fait donc sur les données situées en dehors de ces changements et permet d'obtenir des résultats plus pertinents. Le nombre d'itérations nécessaires est généralement 2 ou 3.
- **Retirer les changements mono pixels** : Lorsque cette option est sélectionnée, les changements n'occupant qu'un pixel isolé sont retirés de la carte de changements. La carte initiale est bien sûr conservée.
- **Calcul d'interférogramme** : Avec les images complexes, il est possible de calculer un interférogramme. La nature de cet interférogramme dépend des données fournies, l'opération réalisée dans MIMOSA est un simple produit conjugué. Les interférogrammes issus d'images générées avec `decoupeTSXCSK` sont compensées des effets orbitographiques, mais pas des effets topographiques. La phase de l'interférogramme est alors présentée à l'utilisateur dans le but de lui fournir des informations complémentaires, comme par exemple l'observation d'une déformation suspecte.
- **Look de l'interférogramme** : Il est possible de sélectionner un facteur de look de sorte à générer un interférogramme multi-vue.
- **Déroulement de l'interférogramme** : Un module de déroulement d'interférogramme est également proposé. L'interférogramme est alors filtré puis déroulé.
- **Calcul de la cohérence pleine résolution** : Le calcul de la cohérence est la seconde donnée annexe (avec la phase interférométrique) fournie à l'utilisateur si il le souhaite. De ce fait, la carte de cohérence peut éventuellement lui permettre de détecter des changements invisibles à l'aide des images d'amplitude seules. La cohérence est dite à pleine résolution car elle est calculée sur des fenêtres glissantes ne prenant pas en compte les pixels directement adjacents au pixel central de sorte à limiter les effets de corrélation interpixelique.

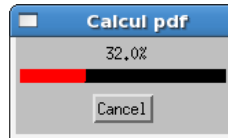


FIGURE A.12: Une des barres de progression de MIMOSA, munie de son bouton «Cancel» pour annuler le calcul. En cas d'annulation, une confirmation de sortie est demandée à l'utilisateur. Il est alors possible de recommencer le calcul avec d'autres paramètres.

- **Taille de la fenêtre pour cohérence** : La taille de la fenêtre par défaut est 3×3 pixels, c'est généralement celle qui permet les meilleures analyses.
- **Générer le fichier *.pdf** : Si cette option est sélectionnée, les différents résultats intermédiaires ainsi que les résultats de détection de changements sont regroupés sous forme d'un fichier *.pdf généré avec \LaTeX . Nous présenterons par la suite de tels résultats de détection de changements mis en forme.

À la validation des paramètres indiqués dans le panneau, un fichier *.log est enregistré à côté des résultats de sorte à garder en mémoire les paramètres utilisés pour le calcul en vue d'une analyse ultérieure. Lors du calcul, l'utilisateur est informé de la progression par des barres de progression disposant de commandes d'annulation. Si l'utilisateur décide d'annuler le calcul en cours, il est possible de quitter MIMOSA ou de recommencer le calcul avec des paramètres différents. Cette possibilité est exposée à l'utilisateur à chaque annulation. Nous présentons en figure A.12 l'allure des barres de progression de MIMOSA. La fonctionnalité d'annulation est très importante dans un tel outil où l'utilisateur est amené à choisir un taux de fausses alarmes. Si l'utilisateur s'aperçoit qu'il n'a pas sélectionné les options souhaitées, il peut alors recommencer immédiatement le calcul sans repasser par les menus.

Nous présentons en figure A.13 l'arborescence des dossiers et fichiers créés par MIMOSA au cours de la détection de changements entre deux images. Cette arborescence est contenue dans un dossier voisin de la pile d'images traitée et comportant les noms des images sélectionnées. Les résultats sont regroupés sous forme de deux dossiers /aux et /resultats voisins du fichier mimosa.log.

Le dossier /aux (à gauche sur la figure A.13) ainsi que son contenu n'apparaît que si l'option de sauvegarde des données intermédiaires est sélectionnée dans le panneau de commande présenté en figure A.11. Dans ce dossier sont alors générés plusieurs sous-dossiers contenant l'image de dispersion et d'écart type, mais aussi les images au format *.tif, le log-rapport ainsi que quelques moyennes temporelles. Ces différents fichiers sont destinés à l'utilisateur expert dans le but d'être analysés par la suite. La sauvegarde de ces données intermédiaires est optionnelle compte tenu du volume potentiel de données générées.

Le dossier /resultats (à droite sur la figure A.13) contient les résultats de la détection de changements ainsi que les différentes données nécessaires à la présentation des résultats (dans un rapport par exemple) :

- **amplitude_xxx.png** : Images d'amplitudes au format PNG. L'égénéralisation est effectuée automatiquement entre 0 et $m + 3\sigma$.
- **analyse_scatter_cond_alone.tif** : Carte de changements détectés avec la pdf conditionnelle seule.
- **analyse_scatter_conj_alone.tif** : Carte de changements détectés avec la pdf conjointe seule.
- **bilan.tex (+ .aux, .log)** : Fichiers \LaTeX créés automatiquement par MIMOSA pour générer le bilan au format PDF.
- **bilan.pdf** : Bilan de détection de changements mis en forme en PDF.

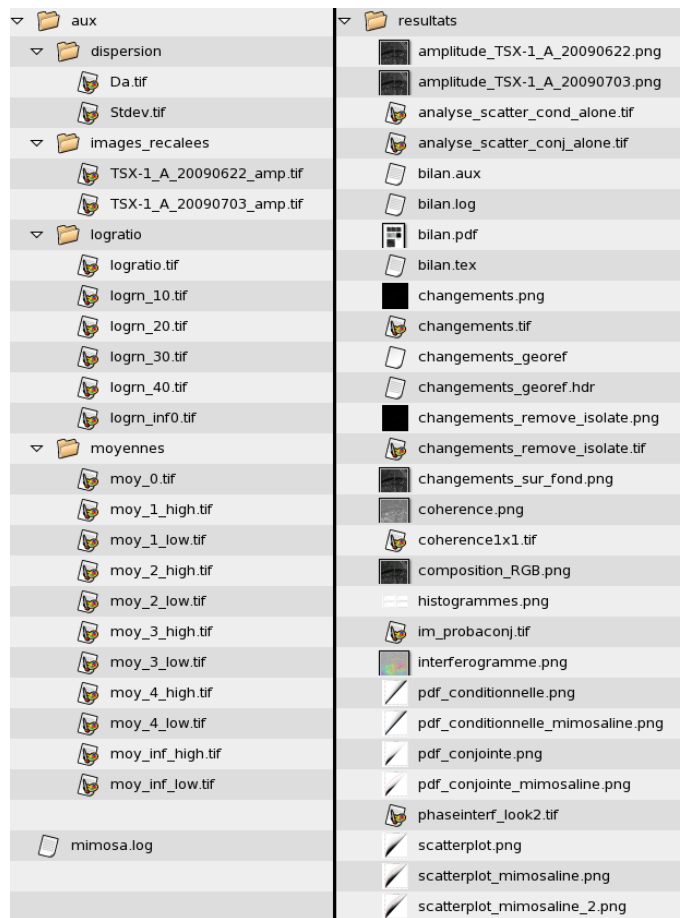


FIGURE A.13: Arborescence de fichiers et dossiers créés par MIMOSA lors de la détection de changements entre 2 images. Les dossiers et fichiers principaux sont `aux/` et `resultats/`, ainsi que `mimosa.log`.

- **changements.png** : Carte de changements au format PNG. Les apparitions sont représentées en vert. Les disparitions sont représentées en magenta. Le fond de carte est noir.
- **changements.tif** : Carte de changements dédiés à la visualisation sous ENVI pour analyse/traitement ultérieur.
- **changements_georef (+ .hdr)** : Carte de changements géoréférencée au format ENVI. Les coordonnées des 4 coins de la scène sont récupérés dans le fichier *.xml généré par l'utilitaire `decoupeTSXCSK` lors du découpage de la pile d'images. Ce fichier géoréférencé peut être utilisé pour générer un fichier Google Earth *.kml et ainsi superposer la carte de changements à une image optique.
- **changements_remove_isolate.png** : Carte de changements dont les changements mono pixels ont été retirés.
- **changements_remove_isolate.tif** : Carte de changements dont les changements mono pixels ont été retirés, destinée à la visualisation ou traitement sous ENVI.
- **changements_sur_fond.png** : Carte de changements superposée à la moyenne géométrique des deux images utilisées. Cette représentation est très utile pour analyser les changements.
- **coherence.png** : Carte de cohérence entre les deux images. Cette carte est proposée à l'utilisateur dans le but de détecter des changements n'entraînant pas de modification de

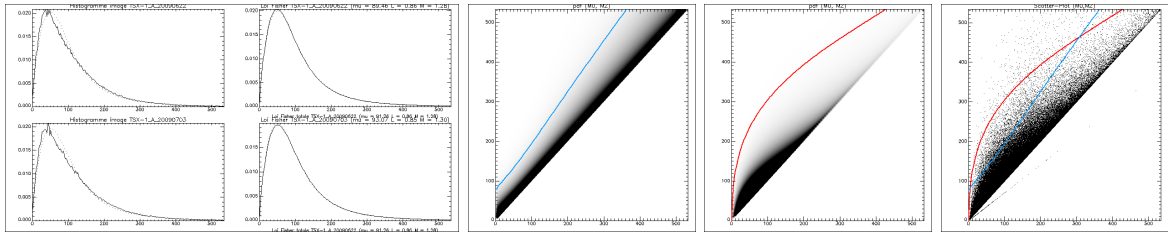


FIGURE A.14: Exemples de figures apparaissant lors du calcul entre 2 images et sauvegardées au format *.png. De gauche à droite : Histogrammes et lois de Fisher, densité de probabilité conditionnelle, densité de probabilité conjointe, scatter-plot avec lignes de niveaux.

l'amplitude.

- **coherence1x1.tif** : Carte de cohérence destinée à l'analyse ou au traitement sous ENVI.
- **composition_RGB.png** : Composition colorée entre les deux images d'amplitude utilisées. L'égalisation est faite image par image (entre 0 et $m + 3\sigma$) et non pas de façon globale. L'image la plus ancienne est introduite dans les canaux rouge et bleu (générant alors la couleur magenta), tandis que l'image la plus récente est introduite dans le canal vert.
- **histogrammes.png** : Histogrammes et lois de Fisher estimées sur les images d'amplitude. Ce fichier est la copie d'écran de la fenêtre présentée à l'utilisateur si le mode expert est sélectionné. L'observation des histogrammes et leur comparaison aux lois de Fisher associées permet d'évaluer si le modèle en amplitude semble convenir. Il est également possible de détecter une mauvaise calibration radiométrique entre images.
- **im_probaconj.tif** : Carte des valeurs de probabilité conjointe en chaque point.
- **interferogramme.png** : Phase interférométrique calculée entre images. La LUT utilisée est cyclique et asymétrique pour permettre une analyse aisée des franges.
- **pdf_conditionnelle.png** : pdf conditionnelle générée si le mode expert est activé.
- **pdf_conditionnelle_mimosaline.png** : pdf conditionnelle sur laquelle est placée la ligne de niveaux associée (en bleu).
- **pdf_conjointe.png** : pdf conjointe générée si le mode expert est activé.
- **pdf_conjointe_mimosaline.png** : pdf conjointe sur laquelle est placée la ligne de niveaux associée (en rouge).
- **phaseinterf_look2.tif** : Phase interférométrique en vue d'une analyse ou traitement ultérieur sous ENVI.
- **scatterplot.png** : Scatter-plot entre les deux moyennes utilisées pour la détection de changements.
- **scatterplot_mimosaline.png** : Scatter-plot sur lequel est superposée la ligne de niveaux correspondant à la pdf conjointe (en rouge).
- **scatterplot_mimosaline_2.png** : Scatter-plot sur lequel sont superposées la ligne de niveaux correspondant à la pdf conjointe (en rouge) et la ligne de niveaux correspondant à la pdf conditionnelle (en bleu).

Lors de l'exécution de la détection de changements, différentes fenêtres apparaissent pour indiquer la progression du calcul et présenter les résultats intermédiaires. Selon les paramètres indiqués par l'utilisateur, différents éléments peuvent apparaître. De plus, ces résultats intermédiaires peuvent être sauvegardés ou non selon les choix de l'utilisateur indiqués dans le panneau initial.

Nous présentons en figure A.14 les histogrammes présentés lors du calcul, ainsi que la densité de probabilité conditionnelle, la densité de probabilité conjointe et le scatter-plot avec leurs lignes de niveaux.

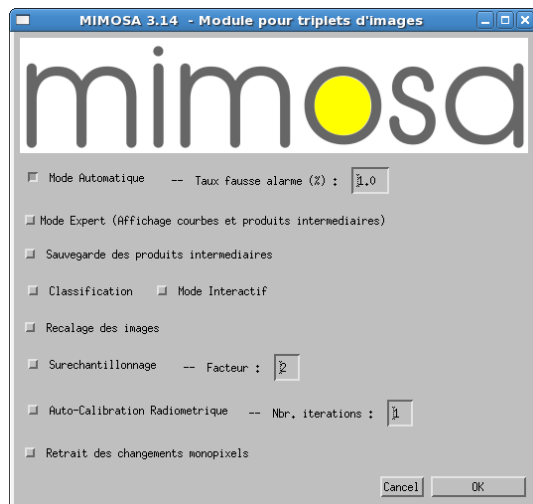


FIGURE A.15: Panneau de paramètres de MIMOSA pour une détection de changements entre 3 images.

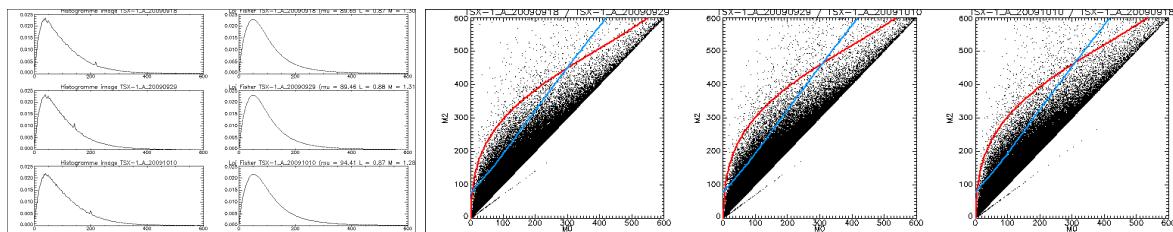


FIGURE A.16: Exemples de figures apparaissant lors du calcul entre trois images et sauvegardées au format *.png. À gauche : Histogrammes et lois de Fisher. À droite : Scatter-plots avec lignes de niveaux regroupés en une figure.

Cas d'un triplet d'images

Nous présentons en figure A.15 le panneau de paramétrage du module de MIMOSA dédié aux couples d'images. Les éléments présents dans ce panneau sont ceux issus du panneau de paramètres destiné aux couples d'images et ont donc déjà été détaillés.

L'arborescence du module pour triplets d'images est semblable à celle précédemment détaillée pour les couples d'images. Le contenu du répertoire `aux/` est identique, ainsi que le contenu du fichier journal `mimosa.log`. Le contenu du répertoire `resultats` est légèrement différent, il accueille en effet un fichier `film_changements.chg` qui contient les cartes de changements entre l'image 1 et 2, puis entre l'image 2 et 3. Ce fichier se visualise avec le module adapté de MIMOSA et permet d'analyser les cartes de changements entre les deux paires d'images successives contenues dans le triplet d'images.

Les histogrammes et pdf sont présentés sous des formes légèrement différentes, comme l'illustre la figure A.16. En effet, les trois histogrammes des trois images en jeu ainsi que les lois de Fisher associées sont regroupés sous une même figure. Les trois scatter-plot des couples 1-2, 2-3 et 3-1 sont eux aussi regroupés sous une même figure, où l'on distingue les courbes de niveaux générées à partir des paramètres de chaque couple.

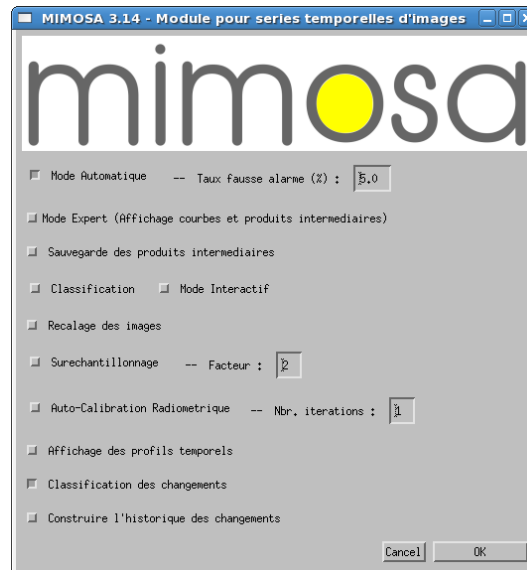


FIGURE A.17: Panneau de paramètres de MIMOSA pour une détection de changements le long d'une série temporelle.

Cas d'une série temporelle

Nous présentons en figure A.17 le panneau de paramétrage du module de MIMOSA dédié aux séries temporelles d'images. La majorité des éléments présents dans ce panneau sont les mêmes que ceux présents dans les panneaux dédiés aux couples et triplets d'images. Les seules différences concernent les deux options suivantes :

- **Affichage des profils temporels** : Affiche au cours du calcul les profils temporels de la pile d'images. L'utilisateur est invité à cliquer sur une composition colorée générée à base de moyennes de sorte à afficher le profil temporel d'amplitude du pixel correspondant. Nous représentons en figure A.18 l'allure de ce module de visualisation de profils temporels. Ce module affiche le profil temporel du pixel sélectionné, ainsi que le profil temporel ordonné de la plus petite à la plus grande valeur¹. Les suites de moyennes de Lehmer ainsi que leurs dérivées sont également représentées de sorte à analyser la marginalité de l'éventuel changement. Ces suites, représentées en trait plein, sont comparées aux suites obtenues en ne considérant que le minimum et le maximum de la série. Cette comparaison permet d'évaluer le caractère aléatoire du profil temporel.
- **Classification des changements** : Si cette option est sélectionnée, une carte de classification est générée d'après la méthode décrite précédemment au chapitre 6.
- **Construire l'historique des changements** : Si cette option est sélectionnée, une fois la fin de la détection de changements sur la série temporelle validée par l'utilisateur, celui-ci est invité à sélectionner des paramètres pour une détection couple par couple le long de la série temporelle. Ainsi, suite au calcul sur la série temporelle de N images, $N - 1$ détections de changements entre couples successifs sont réalisées. Les résultats sont alors stockés dans l'arborescence habituelle, et un film de changement est généré au format *.chg.

L'arborescence générée par une détection de changements le long d'une série temporelle est similaire à celles présentées précédemment.

1. Cette représentation «ordonnée» permet d'analyser le type de loi temporelle, car elle correspond en fait à sa fonction de répartition.

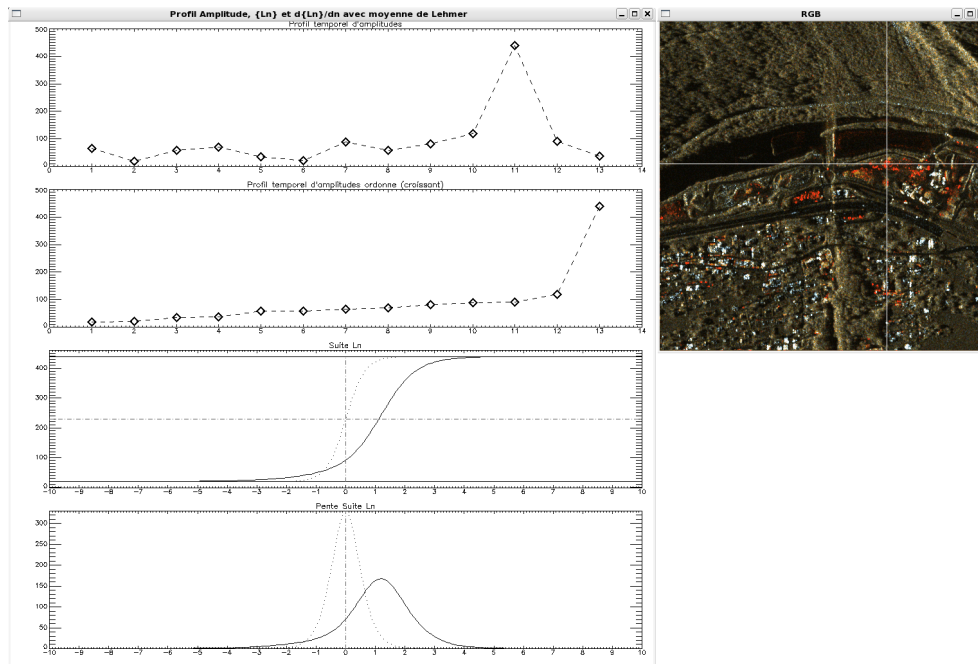


FIGURE A.18: Module d'affichage des profils temporels en amplitude d'une série temporelle d'images. Le pixel sur lequel l'utilisateur a cliqué est matérialisé par la croix blanche dans la composition colorée. Sur la fenêtre de gauche sont représentés (de bas en haut) le profil temporel, le profil temporel ordonné, la suite de moyennes de Lehmer ainsi que sa dérivée (en trait plein la suite correspondant au profil, en pointillés la suite correspondant aux moyennes entre minimum et maximum du profil).

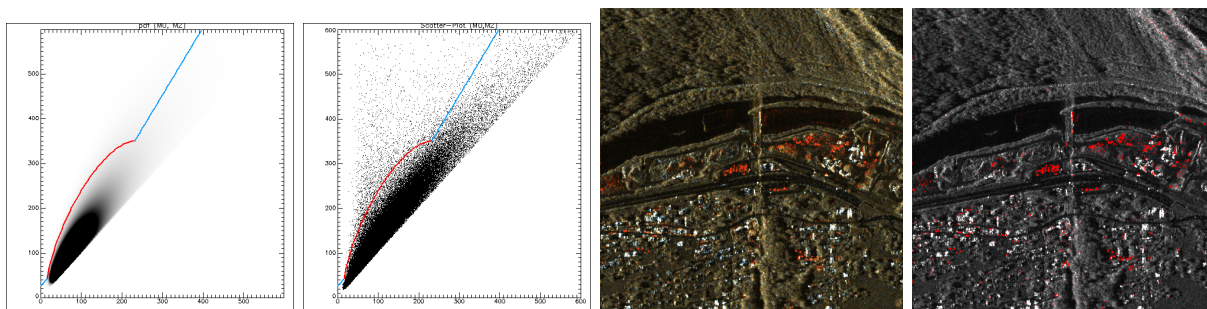


FIGURE A.19: Exemples de figures apparaissant lors du calcul le long d'une série temporelle et sauvegardées au format *.png. De gauche à droite : pdf conditionnelle avec lignes de niveaux, scatter-plot avec lignes de niveaux, composition RGB avec moyennes, carte de changements (en rouge) superposée à la moyenne géométrique de la pile d'images.

Lors du calcul effectué pour détecter les changements dans la série temporelle, différentes fenêtres apparaissent pour informer l'utilisateur de l'avancement du calcul. Par exemple, nous montrons en figure A.19 la composition colorée entre moyennes, ainsi que le scatter-plot et pdf conjointe munies de leurs lignes de niveaux. Nous représentons également le résultat de changements représenté sur fond de moyenne géométrique.

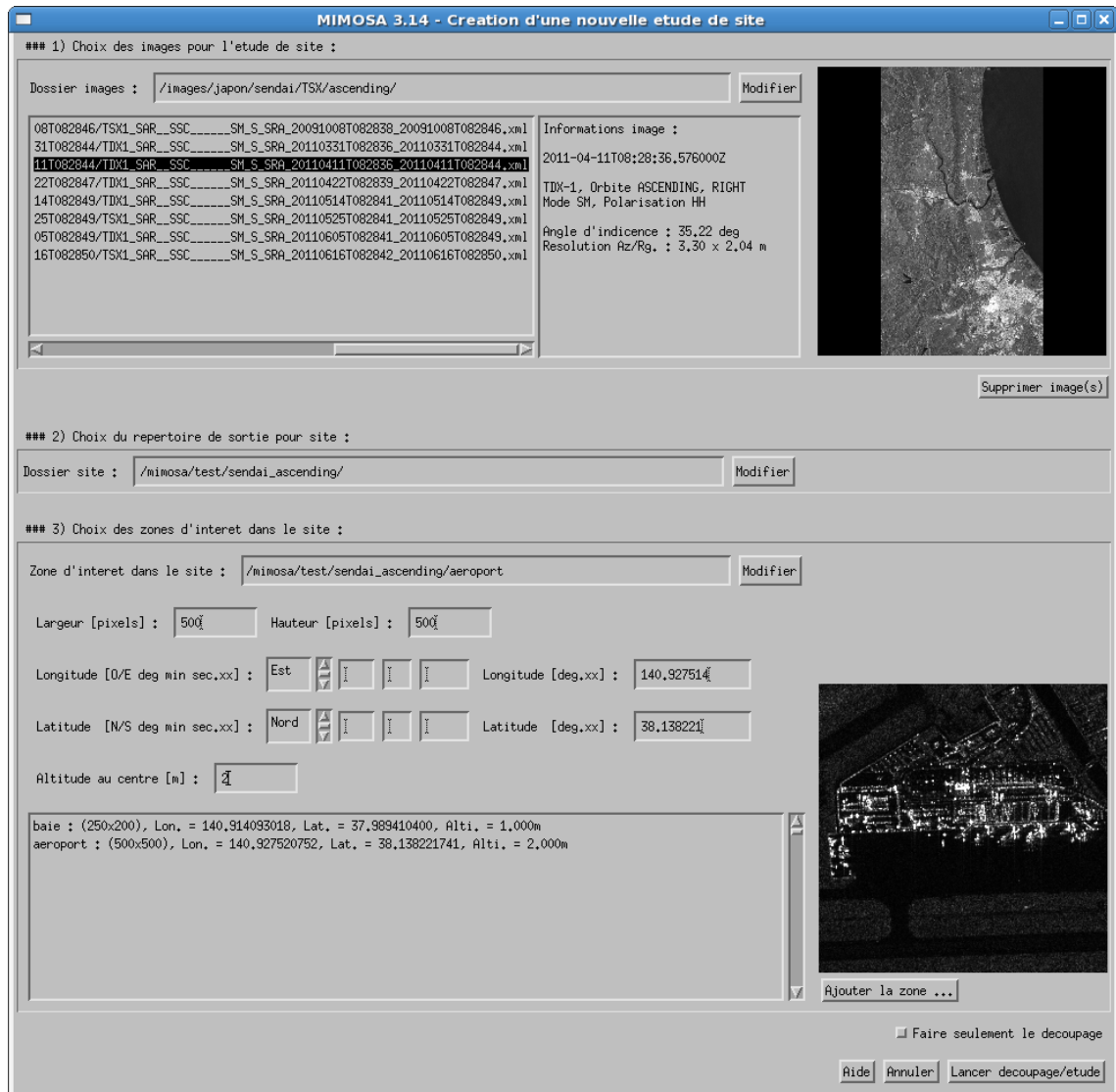


FIGURE A.20: Panneau de création d’une nouvelle étude de site avec MIMOSA. On distingue le panneau de sélection du dossier contenant les images, le panneau de sélection du dossier de résultats, ainsi que le panneau de définition des zones d’intérêt dans le site.

A.5.3 Création d’une étude

Le module le plus abouti de MIMOSA concerne la création d’une étude, destiné à être utilisé dans un cadre opérationnel. Ce module est présenté en figure A.20. Le mode «étude» de MIMOSA est le mode le plus automatique, il gère un dossier contenant des images et dans lequel de nouvelles images sont susceptibles d’arriver au fil du temps. Une fois des zones d’intérêt définies par l’utilisateur, l’étude se déroule automatiquement sur chaque zone. L’arrivée d’une nouvelle image dans le dossier est détaillée dans la partie suivante.

Nous pouvons décomposer la création d’une étude en plusieurs étapes :

1. **Choix des images pour l’étude :** Ce choix est réalisé dans le panneau en haut de la fenêtre en figure A.20. L’utilisateur est invité à sélectionner un répertoire dans lequel sont contenues des images. Une fois ce répertoire sélectionné, MIMOSA lance une recherche de toutes les images SAR contenues dans le dossier et sous-dossiers. La liste de toutes les

images est ensuite présentée à l'utilisateur. Il est alors possible de cliquer sur chacune des images afin d'en afficher les principales informations. Nous pouvons par exemple observer en figure A.20 que l'utilisateur a sélectionné la troisième image de la liste disponible (composée ici de 8 images). Quelques informations concernant la prise de vue sont alors affichées (date, capteur, mode de prise de vue, angle d'incidence, résolution, etc.), ainsi qu'un aperçu de l'image visible dans la petite fenêtre de droite. L'utilisateur peut alors sélectionner une ou plusieurs images selon les critères de son choix de sorte à les supprimer de la liste des images à traiter. Cette fonctionnalité est très utile lorsque des images variées cohabitent dans un même dossier.

2. **Choix du répertoire de sortie pour le site :** Ce répertoire regroupera tous les résultats générés avec ces images. Ici, nous avons 8 images TerraSAR-X ascendantes acquises sur Sendai. Le nom de dossier sélectionné par l'utilisateur est ici `/mimosa/test/sendai_ascending/`.
3. **Choix des zones d'intérêt dans le site :** Il est possible de définir plusieurs zones d'intérêt dans le même site (ici «`sendai_ascending`»), Nous définissons par exemple ici les zones «`baie`» et «`aéroport`». Chaque zone est constituée d'un dossier choisi par l'utilisateur et caractérisé par les coordonnées de la pile d'images correspondante. Nous distinguons en effet un module permettant de définir les paramètres d'un découpage par `decoupeTSXCSK`. Une fois ces paramètres définis, l'utilisateur peut alors cliquer sur «`Ajouter la zone...`» de sorte à lancer le découpage sur la première image de la pile de sorte à obtenir un aperçu rapide du résultat, présenté dans la petite fenêtre en bas à droite (ici l'aéroport de Sendai). Après confirmation, la zone est validée et toutes les images de la pile sont chargées pour le découpage ultérieur.
4. **Lancement du calcul :** Une fois que toutes les zones ont été correctement définies, il est possible de lancer l'étude ou de faire seulement le découpage.

Une détection de changements est alors effectuée sur chacune des zones définies. Au premier lancement de l'étude, la détection de changements est adaptée au nombre d'images déjà présentes dans le dossier. Dans tous les cas, un film de changements est créé en vue d'être complété lors de l'arrivée ultérieure d'images dans le dossier.

Les paramètres d'étude sont regroupés dans un fichier `*.etu` reconnu par MIMOSA. Ce fichier regroupe les images utilisées, les différentes zones d'intérêt, ainsi que les paramètres utilisés pour la détection de changements.

A.5.4 Poursuite d'une étude

Ce mode est dédié à poursuivre une étude précédemment créée si de nouvelles images sont arrivées dans le dossier principal. Le mode de poursuite d'étude prend en compte un fichier `*.etu` qui renseigne sur l'étude commencée. Le dossier des images est alors exploré et les nouvelles images sont détectées. Avant toute opération, une sauvegarde est effectuée. Cette sauvegarde crée une copie du fichier `*.etu` ainsi que des résultats précédents de sorte à ne rien détruire. La sauvegarde porte les mêmes noms que les précédents dossiers/fichiers, simplement complétés par un indicatif horaire.

Une fois ces nouvelles images choisies, l'étude se poursuit automatiquement sans autre intervention de l'utilisateur. Seules les nouvelles images sont découpées et ajoutées aux piles d'images déjà existantes. La détection de changements est ensuite poursuivie de sorte à effectuer les détections de changements manquantes pour compléter les films de changements. Les mêmes paramètres sont conservés pour la détection.

La poursuite d'une étude permet donc de prendre en compte l'arrivée de nouvelles images sans effectuer de calculs inutiles. À la fin de la poursuite d'une étude, un nouveau fichier `*.etu` est créé en vue d'être à nouveau appelé par le mode de poursuite d'étude.

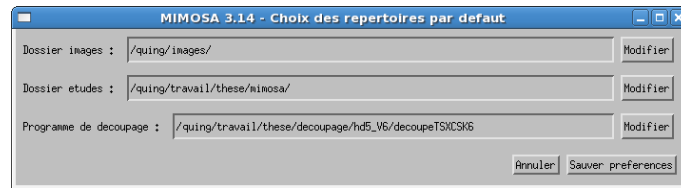


FIGURE A.21: Panneau de gestion des préférences.

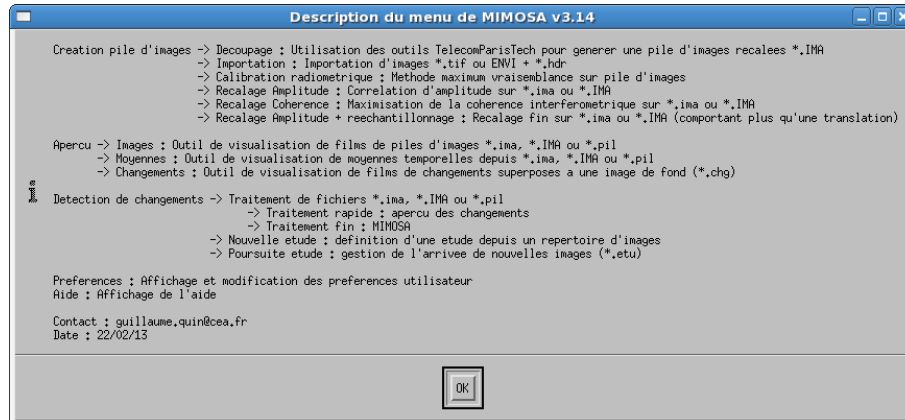


FIGURE A.22: Panneau d'aide présenté par MIMOSA.

A.6 Fonctionnalités complémentaires

A.6.1 Gestion des préférences

Il est possible pour l'utilisateur de garder en mémoire ses répertoires par défaut. Nous présentons en figure A.21 l'allure du panneau de gestion des préférences. Nous nous sommes limités au dossier contenant les images SAR et au dossier de sortie des résultats. Ces dossiers sont en fait les premiers dossiers proposés selon l'action d'ouverture d'une image ou d'écriture d'un résultat dans la fenêtre de navigation dans les dossiers. Il est ensuite possible de naviguer dans l'arborescence de ses fichiers et de choisir l'emplacement plus précis souhaité. La définition de ces dossiers permet de faire gagner du temps lors d'actions répétées et d'accès aux mêmes dossiers.

Il est également possible de sélectionner l'emplacement de l'exécutable `decoupeTSXCSK`. Notons qu'il est également possible de placer simplement son raccourci.

Les paramètres de MIMOSA ainsi définis ou modifiés sont stockés dans un fichier `mimosa.cfg` placé dans le dossier `config/`. Si ce fichier n'existe pas ou que sa forme est invalide (à cause d'une modification intempestive par l'utilisateur par exemple), un nouveau fichier par défaut est créé.

A.6.2 Aide

Une aide succincte est proposée à l'utilisateur dans le menu MIMOSA. Elle est formée d'un descriptif bref des différents menus. Nous présentons en figure A.22 l'allure de ce panneau d'informations. À terme, l'aide pourra être développée sous forme d'un fichier PDF géré par IDL.

A.7 Gestion des versions de MIMOSA

La version courante de MIMOSA est la v3.14. La version 1.xx était entièrement manuelle, tandis que la version v2.xx permettait la détection automatique pour les couples et triplets

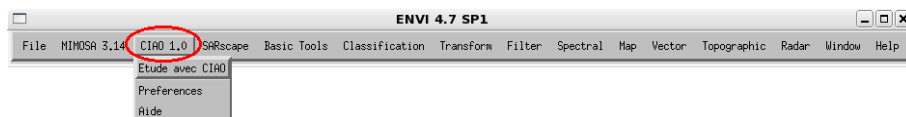


FIGURE A.23: Menu ENVI de CIAO. On distingue la fonction de création d'étude, ainsi que la gestion des paramètres et l'aide.

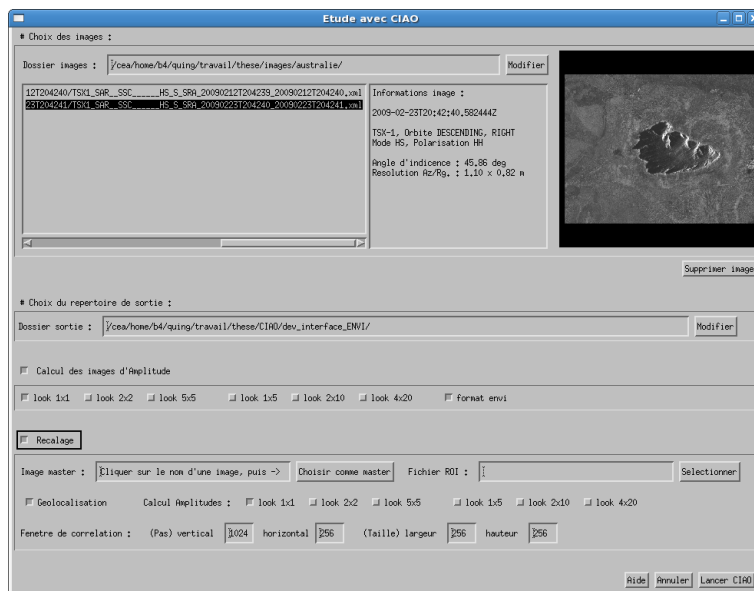


FIGURE A.24: Panneau de création d'une nouvelle étude avec CIAO. On distingue le panneau de sélection du dossier contenant les images, le panneau de sélection du dossier de résultats, .

d'images. La version v3.xx intègre maintenant le calcul automatique pour couples et séries temporelles d'images. La progression dans les sous-versions se faisait dès qu'une fonctionnalité nouvelle apparaissait, comme par exemple la génération du fichier `bilan.pdf` regroupant les résultats apparue en version v3.9. Ces détails ne sont pas listés ici.

A.8 Interface graphique de CIAO

De sorte à pouvoir facilement utiliser les sorties de CIAO (l'outil de traitement SAR du CEA) avec MIMOSA sans changer de mode d'utilisation sous ENVI, une interface graphique a également été développée pour CIAO. Nous présentons en figure A.23 le menu ENVI associé. Elle est uniquement dédiée à préparer les données nécessaires à la détection de changements effectuée par MIMOSA, c'est à dire des images d'amplitude recalées. Nous présentons en figure A.24 l'interface de création d'étude avec CIAO. Cette interface pourra être complétée pour intégrer les autres fonctions de CIAO (Interférométrie, permanent Scatterers, etc.).

Selon les choix de l'utilisateur, il est possible de recalculer les images et de calculer les images d'amplitude associées. Une arborescence est créée, regroupant sous forme claire tous les résultats ainsi générés.

Annexe B

Statistiques des images SAR

Sommaire

B.1 Rappel d'outils statistiques	239
B.2 Expressions des différentes distributions évoquées dans ce manuscrit	240
B.3 Modèles de signal pour l'imagerie SAR	241
B.3.1 Modèle de Speckle	241
B.3.2 Modèle de signal basé sur le bruit multiplicatif	243
B.3.3 Les limites des modèles	245

Résumé

Cette partie précise les principaux outils statistiques utilisés en imagerie SAR mentionnés dans ce manuscrit. Par volonté de synthèse, sa forme se rapproche de celle d'un formulaire. Pour plus de détails sur les outils statistiques, se rapporter à [55]. Dans un second temps, les modèles de signal SAR employés dans la littérature sont exposés.

B.1 Rappel d'outils statistiques

- La convolution de Mellin h entre deux lois f et g est définie par :

$$h(u) = [f \hat{\star} g](u) = \int_0^{+\infty} f(y) \cdot g\left(\frac{u}{y}\right) \frac{dy}{y} = \int_0^{+\infty} g(y) \cdot f\left(\frac{u}{y}\right) \frac{dy}{y}. \quad (\text{B.1})$$

La transformée de Mellin d'une loi est appelée sa **première fonction caractéristique de deuxième espèce**.

- La seconde fonction caractéristique de deuxième espèce ψ d'une distribution s'exprime par :

$$\psi(s) = \log(\phi(s)). \quad (\text{B.2})$$

- La convolution de Mellin $f \hat{\star} g$ correspond à la loi suivie par le produit de deux variables aléatoire suivant les lois f et g .

- «Mellin est à la multiplication ce que Fourier est à l'addition»
- Les moments d'ordre n d'une distribution p sont donnés par :

$$m_n = \int_0^{+\infty} x^n p(x) dx. \quad (\text{B.3})$$

Dans le cas d'une distribution discrète $\{x_1, \dots, x_N\}$, une estimation des moments s'exprime par :

$$\hat{m}_n = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^n. \quad (\text{B.4})$$

- Les moments m_n d'une distribution peuvent être calculés à l'aide de sa première fonction caractéristique de deuxième espèce ϕ :

$$\forall n \in \mathbb{R}^+, m_n = \phi(n+1). \quad (\text{B.5})$$

- Les log-moments d'ordre n d'une distribution p sont donnés par :

$$\tilde{m}_n = \int_0^{+\infty} (\log(x))^n p(x) dx. \quad (\text{B.6})$$

Dans le cas d'une distribution discrète $\{x_1, \dots, x_N\}$, une estimation des log-moments s'exprime par :

$$\hat{\tilde{m}}_n = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \log(x_i)^n. \quad (\text{B.7})$$

- Les log-cumulants d'ordre n d'une distribution s'expriment à partir de la seconde fonction caractéristique de deuxième espèce ψ :

$$\tilde{\kappa}_n = \left. \frac{d^n \psi(s)}{ds^n} \right|_{s=1}. \quad (\text{B.8})$$

- Il existe une relation entre log-moments et premiers log-cumulants :

$$\begin{cases} \tilde{\kappa}_1 = \tilde{m}_1, \\ \tilde{\kappa}_2 = \tilde{m}_2 - \tilde{m}_1^2, \\ \tilde{\kappa}_3 = \tilde{m}_3 - 3\tilde{m}_1\tilde{m}_2 + 2\tilde{m}_1^3, \\ \tilde{\kappa}_4 = \tilde{m}_4 - 4\tilde{m}_1\tilde{m}_3 - 3\tilde{m}_2^2 + 12\tilde{m}_1^2\tilde{m}_2 - 6\tilde{m}_1^4. \end{cases} \quad (\text{B.9})$$

B.2 Expressions des différentes distributions évoquées dans ce manuscrit

- Loi de Rayleigh–Nakagami de paramètres μ, L :

$$\mathcal{RN}[\mu, L](x) = \left(\frac{L}{\mu^2}\right)^L \frac{2}{\Gamma(L)} x^{2L-1} \exp\left[-\frac{Lx^2}{\mu^2}\right]. \quad (\text{B.10})$$

- Loi Gamma de paramètres μ, L :

$$\mathcal{G}[\mu, L](x) = \left(\frac{L}{\mu}\right)^L \frac{x^{L-1}}{\Gamma(L)} \exp\left[-\frac{Lx}{\mu}\right]. \quad (\text{B.11})$$

- Loi de Rayleigh–Nakagami inverse de paramètres μ, M :

$$\mathcal{RN}\mathcal{I}[\mu, M](x) = \frac{2 \left(\frac{\sqrt{M}\mu}{x}\right)^{2M} \exp\left[-\left(\frac{\sqrt{M}\mu}{x}\right)^2\right]}{x\Gamma(M)}. \quad (\text{B.12})$$

- Loi de Fisher en amplitude de paramètres μ , L , M :

$$\mathcal{F}_A[\mu, L, M](x) = \frac{2\Gamma(L+M)}{\Gamma(L)\Gamma(M)} \frac{\sqrt{\frac{L}{M}} \left(\frac{\sqrt{\frac{L}{M}} x}{\mu} \right)^{2L-1}}{\left(1 + \left(\frac{\sqrt{\frac{L}{M}} x}{\mu} \right)^2 \right)^{L+M}}. \quad (\text{B.13})$$

B.3 Modèles de signal pour l'imagerie SAR

La modélisation statistique du signal observé dans une image SAR est un outil de base de l'analyse des images. Il s'agit alors de trouver la fonction ou loi de probabilité qui représente le mieux l'histogramme de l'image. Au travers de la modélisation «idéale» doit paraître une réalité physique reflétant fidèlement le phénomène à la source de la génération d'une image SAR. De ce fait, la modélisation statistique passe par l'étude de l'interaction entre l'onde radar émise par le satellite et le sol, puisque l'image SAR est formée des échos renvoyés par la scène imagée vers le satellite. Il est important de remarquer que faute d'une modélisation parfaite, tous les modèles sont approchés.

De nombreux articles traitent de la modélisation du signal radar en amplitude, ou en intensité. Ces recherches sont très actives depuis les années 1970, si bien qu'il existe à l'heure actuelle une grande variété de modèles différents. Chaque modèle correspond généralement à une application particulière, c'est à dire à un type de scène bien particulier. Cependant, la grande majorité des modèles partagent des bases communes.

Les modèles les plus utilisés sont les modèles paramétriques. Ce sont simplement des fonctions disposant de paramètres à évaluer à partir des données observées dans l'image en visant à ressembler autant que possible à son histogramme. Diverses mesures peuvent alors être utilisées pour évaluer la distance entre la loi et l'histogramme afin d'évaluer la qualité de l'estimation des paramètres.



Les modèles paramétriques s'opposent aux modèles dits «non-paramétriques», basés sur la décomposition de l'histogramme observé comme une somme pondérée de différentes fonctions de base. Ces modèles non-paramétriques sont précis, mais difficiles à mettre en place et lourds en termes de calculs. De ce fait, les modèles non-paramétriques sont peu utilisés.

Nous allons maintenant détailler le mode de construction des différents modèles statistiques du signal SAR.

B.3.1 Modèle de Speckle

Le modèle adopté pour représenter le comportement physique du bruit de speckle est presque toujours toujours même (nous reviendrons sur les rares exceptions). C'est le formalisme de Goodman [56, 68], qui s'appuie sur le modèle des points brillants (diffuseurs) dans une cellule de résolution (pixel).

Voici les hypothèses associées au modèle de **speckle pleinement développé** :

- Chaque cellule de résolution contient un grand nombre de diffuseurs de même nature ($N_d \gg 10$)
- Les réponses des diffuseurs sont indépendantes, mais suivent la même loi
- L'amplitude et la phase de la réponse de chaque diffuseur sont deux variables indépendantes

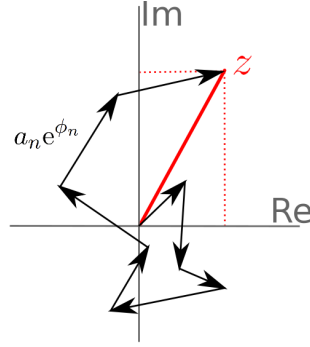


FIGURE B.1: Marche aléatoire dans le plan complexe.

- La phase de chaque diffuseur suit une loi uniforme sur $[0, 2\pi]$
- Il n'y a pas de diffuseur dominant dans les cellule de résolution
- Chaque cellule de résolution est grande par rapport à la taille d'un diffuseur

Associées au théorème de la limite centrale, les conditions listées ci dessus permettent de définir la loi suivie par la réponse de la cellule de résolution [69].



Lorsque la résolution augmente, c'est à dire lorsque la taille du pixel au sol diminue, le nombre de diffuseurs décroît. De ce fait, il existe une limite à partir de laquelle le speckle ne peut plus être considéré comme pleinement développé, car le nombre de diffuseurs devient insuffisant pour appliquer le Théorème de la Limite Centrale. Il est possible d'estimer à une dizaine le nombre minimum de diffuseurs requis pour obtenir un speckle pleinement développé [70]. Il est cependant difficile d'associer une résolution à ce nombre de diffuseurs.

La réponse de chaque pixel d'une image SAR correspond en fait à la somme (complexe) des réponses de chacun des diffuseurs contenus dans le pixel. En respectant les notations de [70], notons N_d le nombre de diffuseurs présents dans les cellules de résolution, et notons a_n et ϕ_n les amplitudes et phases de chacun des diffuseurs. De ce fait, la réponse z du pixel correspondant s'exprime par :

$$z = \sum_{n=1}^{N_d} a_n e^{j\phi_n}. \quad (\text{B.14})$$

Cette somme complexe (ou somme vectorielle) est représentée en figure B.1, où nous pouvons observer le phénomène de **marche aléatoire**.

Les parties réelles et imaginaires de la variable z , respectivement i ("in phase") et q ("quadrature") sont données par :

$$\begin{cases} i = \sum_{n=1}^{N_d} a_n \cdot \cos(\phi_n), \\ q = \sum_{n=1}^{N_d} a_n \cdot \sin(\phi_n). \end{cases} \quad (\text{B.15})$$

D'après les hypothèses de speckle pleinement développé, les deux premiers moments de ces

variables s'obtiennent directement, nous avons en effet :

$$\begin{cases} E(i) = \sum_{n=1}^{N_d} E(a_n) \cdot E(\cos(\phi_n)) = 0, \\ E(q) = \sum_{n=1}^{N_d} E(a_n) \cdot E(\sin(\phi_n)) = 0, \end{cases} \quad (\text{B.16})$$

et :

$$E(i^2) = E(q^2) = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{N_d} E(a_n^2) = \frac{1}{2} R. \quad (\text{B.17})$$

où R est la réflectivité radar, c'est à dire la valeur de texture de la cellule de résolution.

D'après le Théorème de la Limite Centrale (TLC), lorsque N_d est suffisamment grand, les deux variables i et q sont distribuées selon une loi Gaussienne de moyenne nulle et de variance égale à $R/2$:

$$\begin{cases} p(i|R) = \frac{1}{\sqrt{\pi R}} e^{-\frac{i^2}{R}}, \\ p(q|R) = \frac{1}{\sqrt{\pi R}} e^{-\frac{q^2}{R}}. \end{cases} \quad (\text{B.18})$$

De ce fait, on montre que l'amplitude $A = \sqrt{i^2 + q^2}$ suit une loi de Rayleigh :

$$p(A|R) = \frac{2A}{R} e^{-\frac{A^2}{R}}. \quad (\text{B.19})$$

De même, on montre que l'intensité $I = A^2$ suit une loi exponentielle :

$$p(I|R) = \frac{1}{R} e^{-\frac{I}{R}}. \quad (\text{B.20})$$

Si maintenant on considère des images «multi-vues», c'est à dire des images obtenues par un moyennage incohérent de L échantillons indépendants, nous obtenons la fameuse loi Gamma pour les données en intensité :

$$p(I|R, L) = \frac{L}{R\Gamma(L)} \left(\frac{LI}{R}\right)^{L-1} e^{-\frac{LI}{R}}. \quad (\text{B.21})$$

Cette loi modélise l'intensité bruitée d'une zone homogène dont la texture est une constante R , pour un «nombre de Look» L .

Traditionnellement, le speckle est associé à un bruit multiplicatif unitaire. De ce fait, dans le modèle de signal SAR, le speckle est quasi-systématiquement représenté par une loi Gamma de paramètre $R = 1$

B.3.2 Modèle de signal basé sur le bruit multiplicatif

Parmi les modèles paramétriques, il est possible de former différentes familles. La famille la plus représentée est celle basée sur le modèle de produit entre texture t et speckle s :

$$x = t \cdot s. \quad (\text{B.22})$$

En supposant que nous connaissons la valeur de la texture t , la loi de probabilité $p_x(x|t)$ du pixel associé s'exprime en fonction de la loi p_s du speckle par simple changement de variable dans l'équation B.22 :

$$p_x(x|t) = \frac{1}{t} p_s\left(\frac{x}{t}\right). \quad (\text{B.23})$$

Afin de prendre en compte la distribution de texture dans l'image et de s'affranchir de la connaissance de la texture, nous devons considérer la distribution de la texture p_t . Par intégration, nous obtenons alors l'expression de la loi suivie par les pixels de l'image :

$$p_x(x) = \int_0^{+\infty} p_x(x|t) p_t(t) dt = \int_0^{+\infty} \frac{1}{t} p_s\left(\frac{x}{t}\right) p_t(t) dt. \quad (\text{B.24})$$

Nous reconnaissons dans la précédente expression une convolution de Mellin entre les lois de la texture et celle du speckle dans l'image :

$$p_x(x) = \int_0^{+\infty} \underbrace{p_s\left(\frac{x}{t}\right)}_{\text{speckle}} \underbrace{p_t(t)}_{\text{texture}} \frac{dt}{t} = [p_t \star p_s](x). \quad (\text{B.25})$$

Comme nous l'avons mentionné au paragraphe précédent, le speckle est le plus souvent supposé suivre la loi Gamma unitaire ($R = 1$) suivante :

$$\mathcal{G}[1, L](I) = \frac{L}{\Gamma(L)} (LI)^{L-1} e^{-LI}. \quad (\text{B.26})$$

Les différents modèles diffèrent au niveau de la modélisation de la texture sous-jacente de la scène. La loi de l'image est alors calculée à partir du modèle de produit entre la valeur de texture et le bruit de speckle, elle correspond donc à la convolution de Mellin entre les lois de texture et speckle. Selon la loi choisie pour modéliser la texture sous-jacente, il est possible d'obtenir une grande variété de lois différentes. Par exemple, nous pouvons supposer que la texture suit également une loi Gamma, mais de paramètres $[\mu, M]$. Dans ce cas, la loi de l'image est la convolution de Mellin entre deux lois Gamma, nous obtenons une loi $\mathcal{K}[\mu, \mathcal{L}, M]$:

$$\underbrace{\mathcal{K}[\mu, L, M](x)}_{\text{image}} = \underbrace{[\mathcal{G}[\mu, M]]}_{\text{texture}} \star \underbrace{\mathcal{G}[1, L]}_{\text{speckle}}(x). \quad (\text{B.27})$$

La loi de Fisher (ou loi Beta de deuxième espèce) considère que la texture suit une loi Gamma inverse $\mathcal{GI}[\mu, M]$:

$$\underbrace{\mathcal{F}[\mu, L, M](x)}_{\text{image}} = \underbrace{[\mathcal{GI}[\mu, M]]}_{\text{texture}} \star \underbrace{\mathcal{G}[1, L]}_{\text{speckle}}(x). \quad (\text{B.28})$$

Pour le cas en amplitude, il suffit de remplacer la loi Gamma par la loi de Rayleigh–Nakagami et la loi Gamma inverse par la loi de Rayleigh–Nakagami inverse :

$$\underbrace{\mathcal{K}_A[\mu, L, M](x)}_{\text{image}} = \underbrace{[\mathcal{RN}[\mu, M]]}_{\text{texture}} \star \underbrace{\mathcal{RN}[1, L]}_{\text{speckle}}(x). \quad (\text{B.29})$$

et :

$$\underbrace{\mathcal{F}_A[\mu, L, M](x)}_{\text{image}} = \underbrace{[\mathcal{RN}\mathcal{I}[\mu, M]]}_{\text{texture}} \star \underbrace{\mathcal{RN}[1, L]}_{\text{speckle}}(x). \quad (\text{B.30})$$

B.3.3 Les limites des modèles

Le fait de considérer une distribution particulière pour modéliser les valeurs prises par la texture semble en contradiction avec le fait que cette information est fondamentalement déterministe. En effet, l'histogramme d'une image radar «sans bruit» ne dépend que de son contenu et n'a donc aucune raison de suivre une loi particulière. Des modèles basés sur la notion de mixture ont alors été proposés [71, 72]. Ces modèles considèrent plusieurs zones aux propriétés statistiques différentes dans l'image et définissent la loi de l'image comme la somme pondérée des lois des différentes zones.

Sur une image très haute résolution, le speckle ne peut pas être considéré comme pleinement développé. D'autres modèles de speckle existent [73] pour tenter de modéliser le bruit. Dans ce cas, le modèle adopté est une loi Gamma généralisée.

Annexe C

Fonctions et lois de Meijer

Sommaire

C.1 Définition des « lois de Meijer » : un formalisme unique pour l'imagerie RSO	247
C.2 Propriétés des lois de Meijer	248
C.3 Log-moments et log-cumulants des lois de Meijer	249
C.4 Évaluation numérique des fonctions de Meijer	250

Résumé

Cette partie présente brièvement les fonctions et lois de Meijer, ainsi que leurs propriétés principales.

C.1 Définition des « lois de Meijer » : un formalisme unique pour l'imagerie RSO

Cornelis Simon Meijer propose en 1936 la définition des G-fonctions [74], qui se veulent être la forme la plus générale possible des intégrales de Barnes et qui peuvent être vues comme une généralisation des fonctions hypergéométriques. Parmi ces intégrales, un cas présente un grand intérêt en imagerie cohérente : c'est celui où cette expression intégrale est une transformée inverse de Mellin. La fonction de Meijer est alors une fonction définie sur \mathbb{R}^+ et qui s'écrit :

$$\overline{G}_{p,q}^{m,n} \left(x \left| \begin{matrix} a_1, \dots, a_p \\ b_1, \dots, b_q \end{matrix} \right. \right) = \frac{1}{2i\pi} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \frac{\prod_{j=1}^m \Gamma(b_j + s) \prod_{j=1}^n \Gamma(1 - a_j - s)}{\prod_{j=m+1}^q \Gamma(1 - b_j - s) \prod_{j=n+1}^p \Gamma(a_j + s)} x^{-s} ds. \quad (\text{C.1})$$

En effectuant une légère modification typographique pour les fonctions de Meijer, on peut alors écrire cette propriété comme suit [54] à l'aide de la transformée de Mellin inverse \mathcal{M}^{-1} :

$$\overline{G}_{p,q}^{m,n} \left(x \left| \begin{matrix} a_1, \dots, a_n & ; & a_{n+1}, \dots, a_p \\ b_1, \dots, b_m & ; & b_{m+1}, \dots, b_q \end{matrix} \right. \right) = \mathcal{M}^{-1} \left[\frac{\prod_{j=1}^m \Gamma(b_j + s) \prod_{j=1}^n \Gamma(1 - a_j - s)}{\prod_{j=m+1}^q \Gamma(1 - b_j - s) \prod_{j=n+1}^p \Gamma(a_j + s)} \right]. \quad (\text{C.2})$$

Dans le formalisme des statistiques de Mellin (les log-statistiques), on a donc ici une fonction définie sur \mathbb{R}^+ puisqu'elle est une transformée de Mellin inverse. Si la valeur de sa transformée

de Mellin en $s = 1$ est égale à 1, on a alors une densité de probabilité. Ceci permet de définir les « Lois de Meijer » \mathcal{LM} à partir de la définition des fonctions de Meijer, sous la forme :

$$\begin{aligned} \mathcal{LM}_{p,q}^{m,n} \left(x \left| \begin{array}{ll} M_1, \dots, M_n & ; \quad \tilde{L}_{n+1}, \dots, \tilde{L}_p \\ L_1, \dots, L_m & ; \quad \tilde{M}_{m+1}, \dots, \tilde{M}_q \end{array} \right. , \mu \right) = \\ \frac{\prod_{j=n+1}^p \Gamma(\tilde{L}_j) \prod_{j=m+1}^q \Gamma(\tilde{M}_j)}{\prod_{j=1}^m \Gamma(L_j) \prod_{j=1}^n \Gamma(M_j)} \frac{\prod_{j=1}^m L_j \prod_{j=m+1}^q \tilde{M}_j}{\prod_{j=1}^m M_j \prod_{j=n+1}^p \tilde{L}_j} \frac{1}{\mu} \\ \overline{G}_{p,q}^{m,n} \left(\frac{\prod_{j=1}^m L_j \prod_{j=m+1}^q \tilde{M}_j}{\prod_{j=1}^m M_j \prod_{j=n+1}^p \tilde{L}_j} \frac{x}{\mu} \left| \begin{array}{ll} -M_1, \dots, -M_n & ; \quad \tilde{L}_{n+1} - 1, \dots, \tilde{L}_p - 1 \\ L_1 - 1, \dots, L_m - 1 & ; \quad -\tilde{M}_{m+1}, \dots, -\tilde{M}_q \end{array} \right. \right). \end{aligned} \quad (\text{C.3})$$

Grâce aux propriétés de la convolution de Mellin $\hat{\star}$, on montre alors que l'on a :

$$\begin{aligned} \mathcal{LM}_{p,q}^{m,n} \left(x \left| \begin{array}{ll} M_1, \dots, M_n & ; \quad \tilde{L}_{n+1}, \dots, \tilde{L}_p \\ L_1, \dots, L_m & ; \quad \tilde{M}_{m+1}, \dots, \tilde{M}_q \end{array} \right. , \mu \right) = \\ \mathcal{G}[\mu, L_1] \hat{\star} \mathcal{G}[1, L_2] \hat{\star} \dots \hat{\star} \mathcal{G}[1, L_m] \\ \hat{\star} \mathcal{GI}[1, M_1] \hat{\star} \dots \hat{\star} \mathcal{GI}[1, M_n] \\ \hat{\star}^{-1} \mathcal{G}[1, \tilde{L}_{n+1}] \hat{\star}^{-1} \dots \hat{\star}^{-1} \mathcal{G}[1, \tilde{L}_p] \\ \hat{\star}^{-1} \mathcal{GI}[1, \tilde{M}_{m+1}] \hat{\star}^{-1} \dots \hat{\star}^{-1} \mathcal{GI}[1, \tilde{M}_q]. \end{aligned} \quad (\text{C.4})$$

La notation spécifique choisie permet d'appréhender le rôle des différents paramètres. En effet :

- L est le paramètre correspondant à la loi Gamma \mathcal{G} (convolution de Mellin $\hat{\star}$),
- M est le paramètre correspondant à la loi Gamma Inverse \mathcal{GI} (convolution de Mellin $\hat{\star}$),
- \tilde{L} est le paramètre correspondant à la loi Gamma (convolution de Mellin inverse $\hat{\star}^{-1}$),
- \tilde{M} est le paramètre correspondant à la loi Gamma Inverse (convolution de Mellin inverse $\hat{\star}^{-1}$).

L'équation C.4 montre que la quasi totalité des très nombreuses lois de probabilités utilisées en imagerie cohérente (c'est à dire des images perturbées par un bruit multiplicatif) s'expriment comme des lois de Meijer. L'emploi des lois de Meijer permet donc de les regrouper sous une même écriture.

C.2 Propriétés des lois de Meijer

Considérons deux variables aléatoires X et Y suivant respectivement les lois de probabilité p_X et p_Y . Tout comme la convolution de Fourier permet d'exprimer la loi suivie par la somme de ces deux variables aléatoire $X + Y$, la convolution de Mellin permet d'exprimer la loi suivie par le produit $Z = X \cdot Y$, notée ici p_Z :

$$p_Z = p_X \hat{\star} p_Y. \quad (\text{C.5})$$

Définissons alors les deux lois p_X et p_Y par les lois de Meijer suivantes :

$$\begin{aligned} p_X(s) &= \mathcal{LM}_{p,q}^{m,n} \left(s \left| \begin{array}{c} M_{X,1}, \dots, M_{X,n} \\ L_{X,1}, \dots, L_{X,m} \end{array} ; \begin{array}{c} \tilde{L}_{X,n+1}, \dots, \tilde{L}_{X,p} \\ \tilde{M}_{X,m+1}, \dots, \tilde{M}_{X,q} \end{array} , \mu_X \right. \right), \\ p_Y(s) &= \mathcal{LM}_{p',q'}^{m',n'} \left(s \left| \begin{array}{c} M_{Y,1}, \dots, M_{Y,n'} \\ L_{Y,1}, \dots, L_{Y,m'} \end{array} ; \begin{array}{c} \tilde{L}_{Y,n'+1}, \dots, \tilde{L}_{Y,p'} \\ \tilde{M}_{Y,m'+1}, \dots, \tilde{M}_{Y,q'} \end{array} , \mu_Y \right. \right). \end{aligned} \quad (\text{C.6})$$

Dans ce cas, la loi p_Z s'exprime simplement par [54] :

$$p_Z(s) = \mathcal{LM}_{p+p',q+q'}^{m+m',n+n'} \left(s \left| \begin{array}{c} M_{X,1}, \dots, M_{X,n}, M_{Y,1}, \dots, M_{Y,n'} \\ L_{X,1}, \dots, L_{X,m}, L_{Y,1}, \dots, L_{Y,m'} \end{array} ; \begin{array}{c} \tilde{L}_{Y,n'+1}, \dots, \tilde{L}_{X,p}, \tilde{L}_{Y,n'+1}, \dots, \tilde{L}_{Y,p'} \\ \tilde{M}_{X,m+1}, \dots, \tilde{M}_{X,q}, \tilde{M}_{Y,m'+1}, \dots, \tilde{M}_{Y,q'} \end{array} , \mu_X \mu_Y \right. \right). \quad (\text{C.7})$$

De ce fait, nous constatons que les lois de Meijer couplées à la convolution de Mellin s'appliquent bien au modèle de speckle multiplicatif traditionnellement utilisé en imagerie radar. Il est en effet possible de calculer la loi issue du produit entre deux variables dont les lois de probabilité s'expriment comme des lois de Meijer. À titre d'exemple, considérons le cas de la loi de Fisher $\mathcal{F}[\mu, L, M]$ qui suppose que l'image se décompose en une texture suivant une loi Gamma inverse $\mathcal{GI}[\mu, M]$, que multiplie un bruit de speckle normalisé suivant une loi Gamma $\mathcal{G}[1, L]$. Les deux lois $\mathcal{G}[1, L]$ et $\mathcal{GI}[\mu, M]$ s'écrivent sous forme de lois de Meijer comme suit :

$$\begin{aligned} \mathcal{G}[1, L](s) &= \mathcal{LM}_{0,1}^{1,0} \left(s \left| \begin{array}{c} \cdot \\ L \end{array} ; \begin{array}{c} \cdot \\ \cdot \end{array} , 1 \right. \right), \\ \mathcal{GI}[\mu, M](s) &= \mathcal{LM}_{1,0}^{0,1} \left(s \left| \begin{array}{c} M \\ \cdot \end{array} ; \begin{array}{c} \cdot \\ \cdot \end{array} , \mu \right. \right). \end{aligned} \quad (\text{C.8})$$

L'expression de la loi de Fisher $\mathcal{F}[\mu, L, M]$ s'obtient donc par la convolution de Mellin entre les deux lois $\mathcal{G}[1, L]$ et $\mathcal{GI}[\mu, M]$. D'après la relation C.7, son expression sous forme de loi de Meijer s'écrit alors directement [54] sous la forme :

$$\mathcal{F}[\mu, L, M](s) = \{\mathcal{GI}[\mu, M] \hat{\star} \mathcal{G}[1, L]\}(s) = \mathcal{LM}_{1,1}^{1,1} \left(s \left| \begin{array}{c} M \\ L \end{array} ; \begin{array}{c} \cdot \\ \cdot \end{array} , \mu \right. \right). \quad (\text{C.9})$$

C.3 Log-moments et log-cumulants des lois de Meijer

Nous donnons ci dessous les expressions des deux premiers log-cumulants des lois de Meijer, ainsi que leur expression générale [54] :

$$\begin{aligned} \tilde{\kappa}_1 &= \log(\mu) + \sum_{i=1}^m (\Psi(L_i) - \log(L_i)) - \sum_{i=1}^n (\Psi(M_i) - \log(M_i)) \\ &\quad - \sum_{i=n+1}^p (\Psi(\tilde{L}_i) - \log(\tilde{L}_i)) + \sum_{i=m+1}^q (\Psi(\tilde{M}_i) - \log(\tilde{M}_i)) \\ \tilde{\kappa}_2 &= \sum_{i=1}^m \Psi(1, L_i) + \sum_{i=1}^n \Psi(1, M_i) - \sum_{i=n+1}^p \Psi(1, \tilde{L}_i) - \sum_{i=m+1}^q \Psi(1, \tilde{M}_i) \\ \tilde{\kappa}_r &= \sum_{i=1}^m \Psi(r-1, L_i) + (-1)^r \sum_{i=1}^n \Psi(1, M_i) - \sum_{i=n+1}^p \Psi(r-1, \tilde{L}_i) - (-1)^r \sum_{i=m+1}^q \Psi(1, \tilde{M}_i) \end{aligned} \quad (\text{C.10})$$

Malgré l'apparente complexité des lois de Meijer, les expressions des log-cumulants, et donc des log-moments, sont donc relativement simples. De plus, les précédentes expressions montrent l'additivité des log-cumulants des lois de Meijer par convolution de Mellin.

C.4 Évaluation numérique des fonctions de Meijer

Contrairement à ce que leur expression complexe peut laisser penser, les fonctions de Meijer peuvent être évaluées numériquement par des méthodes usuelles. De plus, les lois les plus classiquement employées en imagerie RSO n'utilisent que deux des quatre listes de paramètres disponibles, respectivement (a_1, \dots, a_N) et (b_1, \dots, b_N) en suivant les notations de l'équation C.2. De ce fait, si seulement une liste (a_1, \dots, a_N) ou (b_1, \dots, b_N) est utilisée, nous pouvons simplifier l'équation C.2 comme suit :

$$\begin{aligned} \overline{G}_{0,N}^{N,0} \left(x \left| \begin{array}{c} \cdot \\ b_1, \dots, b_N \end{array} ; \cdot \right. \right) &= \frac{1}{2i\pi} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \prod_{j=1}^N \Gamma(b_j - s) x^s ds, \\ \overline{G}_{N,0}^{0,N} \left(x \left| \begin{array}{c} a_1, \dots, a_N \\ \cdot \end{array} ; \cdot \right. \right) &= \frac{1}{2i\pi} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \prod_{j=1}^N \Gamma(1 - a_j + s) x^s ds. \end{aligned} \quad (\text{C.11})$$

De même, si deux listes de taille égale (a_1, \dots, a_N) et (b_1, \dots, b_N) sont utilisées, nous pouvons écrire :

$$\overline{G}_{N,N}^{N,N} \left(x \left| \begin{array}{c} a_1, \dots, a_N \\ b_1, \dots, b_N \end{array} ; \cdot \right. \right) = \frac{1}{2i\pi} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \prod_{j=1}^N \Gamma(b_j - s) \prod_{j=1}^N \Gamma(1 - a_j + s) x^s ds. \quad (\text{C.12})$$

Ces trois derniers cas regroupent les lois Gamma, Gamma inverse, Rayleigh–Nakagami, Rayleigh–Nakagami inverse, Weibull, K, K inverse, ainsi que la loi de Fisher en amplitude et intensité. Leur évaluation numérique peut se faire par intégration discrète très rapidement, d'autant plus que la fonction Γ est une fonction usuelle disponible dans de nombreux langages. Notons que le choix du paramètre c , représentant la partie réelle de la variable d'intégration s , doit être adapté aux différents paramètres (a_1, \dots, a_N) et (b_1, \dots, b_N) de sorte à vérifier les conditions d'existence de la fonction Γ .

Annexe D

Expérience de validation des réflecteurs RAC

Sommaire

D.1 Contexte de l'expérience	252
D.2 Description de l'expérience	253
D.2.1 Les réflecteurs utilisés (RAC)	253
D.2.2 Configuration du réseau de réflecteurs	253
D.2.3 Le dispositif de contrôle des déplacements des réflecteurs	255
D.2.4 Les images TerraSAR-X	257
D.2.5 Protocole de déplacement des réflecteurs mobiles	257
D.3 Calcul des déplacements en considérant des couples d'images	258
D.3.1 Principe général de la Méthode «DInSAR» (<i>Differential Interferometry Synthetic Aperture Radar</i>)	258
D.3.2 Principe de la mesure de déplacement	258
D.3.3 Exemple de mesure de déplacement relatif	261
D.3.4 Analyse des résultats issus de la méthode DInSAR	263
D.4 Calcul des déplacements en considérant la série temporelle	267
D.4.1 Étapes préliminaires au calcul des déplacements des réflecteurs	268
D.4.2 Méthode «STUN» (<i>Spatio Temporal Unwrapping Network</i>)	271
D.4.3 Méthode «STUN + DInSAR»	286
D.5 Bilan technique de l'expérience	289
D.5.1 Les réflecteurs RAC	289
D.5.2 Apport des Permanent Scatterers	289
D.5.3 Apport des séries temporelles	290
D.5.4 Perspectives de développement	290
D.6 Conclusions	291
D.7 Étude de la précision de mesure en fonction de la direction du déplacement	292
D.7.1 Précision accessible avec un seul mode d'acquisition	293
D.7.2 Précision accessible avec deux modes d'acquisition	294
D.7.3 Reconstitution du mouvement en 3D	298
D.8 Couples interférométriques	299
D.9 Images d'amplitude	299

Résumé

Ce chapitre annexe dresse le bilan d’une expérience de métrologie effectuée lors de la première année de cette thèse, il est totalement indépendant du reste de la thèse. L’expérience consistait à mesurer par interférométrie les déplacements de réflecteurs radar auxquels nous avons imposé des déplacements submillimétriques connus de sorte à évaluer la précision de la technique. Nous montrons qu’il est possible de suivre les réflecteurs avec une précision de 0.4 mm.

D.1 Contexte de l’expérience

Les satellites radar émettant leur propre rayonnement électromagnétique vers le sol, les images acquises correspondent au signal rétro diffusé par le sol vers celui-ci. Ces images dites «SAR» (pour Synthetic Aperture Radar) contiennent en chaque pixel deux types d’informations : l’amplitude et la phase. L’amplitude peut être directement reliée à celle du signal rétro diffusé. La phase contient une information de distance entre le pixel considéré et le satellite.

Une utilisation classique de ce types d’images est la technique d’interférométrie radar pour mesurer les déformations du sol [75, 76]. Elle exploite la différence de phase entre deux images acquises à des dates différentes sur un site d’intérêt pour en déduire une différence de distances, reliée à une déformation du sol. Un des intérêts de cette technique est de permettre de calculer une déformation sur une surface importante.

Cette technique cependant deux limitations majeures. La première est l’influence de l’atmosphère. En effet, l’onde électromagnétique interagit avec l’atmosphère lors de son parcours entre le sol et le satellite, modifiant sa vitesse. Son temps de parcours étant modifié, la phase l’est également. Ceci peut donc conduire à une erreur d’estimation de la mesure de déformation. La deuxième limitation est la décorrélation temporelle. Plus l’écart temporel entre les prises de vue est grand, plus les changements dans un pixel donné seront importants et plus la qualité de la mesure de déformation sera dégradée.

Pour pallier ces deux inconvénients, une technique possible est l’utilisation de Réflecteurs Permanents (*Permanent Scatterers*, ou PS) [48], dont il est possible de suivre le déplacement au cours du temps [48, 77, 78]. Ces réflecteurs permanents existent à l’état naturel, mais il est aussi possible d’en construire. Ces objets particuliers apparaissent brillants dans les images du fait de leurs propriétés géométriques et physiques. Ils permettent des mesures de déformations ponctuelles fiables.

Dans le but d’évaluer la précision de calcul des déplacements de PS par interférométrie radar, nous avons mené une expérience sur un site dédié. Tout d’abord, des réflecteurs d’onde radar appelés RAC (Réflecteurs rAdar CEA) ont été conçus. Leur originalité est de pouvoir être caractérisés comme PS quel que soit la direction de visée du satellite et quel que soit le satellite. L’expérience a consisté à déplacer ces réflecteurs de manière contrôlée entre chaque acquisition d’images radar. Ces valeurs de déplacements ont été comparées avec celles obtenues par traitement des images avec CIAO, la chaîne de traitement radar du CEA. Pour ce faire, un module de détection et de traitement de PS fondé sur des méthodes classiques [75, 48, 77, 78] a été ajouté à CIAO.

Nous commençons par présenter les moyens expérimentaux mis en œuvre. Pour mesurer les déplacements des RAC, nous utilisons tout d’abord deux méthodes classiques. La première est la méthode «DInSAR» (Differential Interferometry using Synthetic Aperture Radar), souvent utilisée pour mesurer des déformations du sol. La seconde est la méthode «STUN» (Spatio Temporal Unwrapping Network), dédiée aux PS (Permanent Scatterers).

Nous proposons une troisième méthode pour mesurer les déplacements des RAC à partir d’images satellite radar. Le principe de cette méthode est de n’utiliser que les avantages des deux

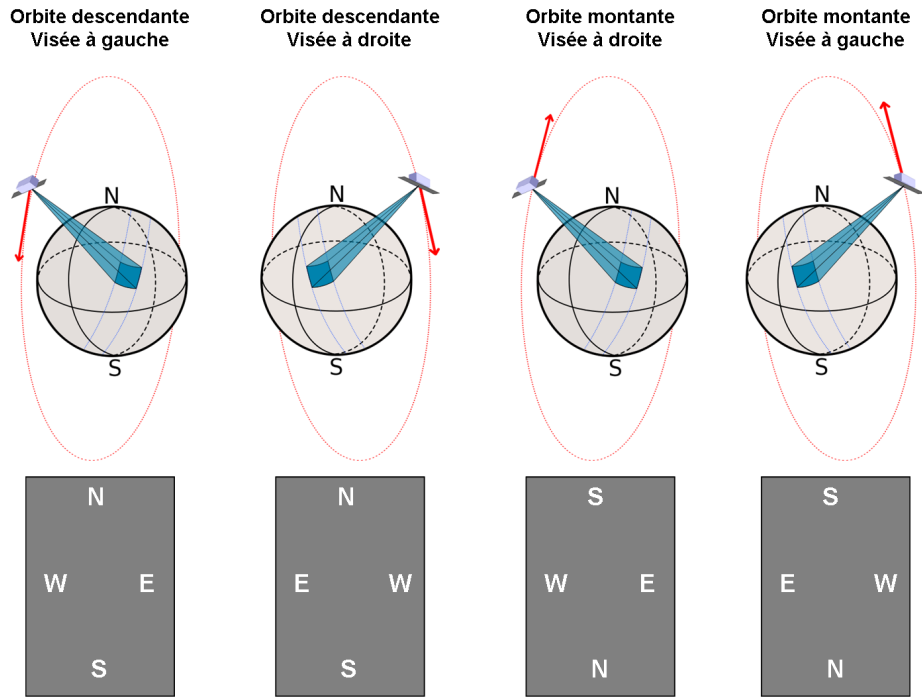


FIGURE D.1: Quatre modes de prise de vue possibles avec un satellite radar. Les positions des points cardinaux dans les images résultantes sont indiquées sous chaque mode de prise de vue.

méthodes DInSAR et STUN. Ces trois méthodes sont détaillées et les résultats obtenus sont analysés.

D.2 Description de l'expérience

D.2.1 Les réflecteurs utilisés (RAC)

Contrairement aux réflecteurs existants [79], nous avons conçu un modèle de réflecteur d'onde radar présentant l'avantage d'être visible quel que soit le mode de prise de vue du satellite (cf. fig. D.1), et quel que soit le satellite radar. Ceci est un avantage considérable pour le calcul de la direction de déplacement du réflecteur. Ce réflecteur est breveté.

Le **RAC (Réflecteur rAdar Cea)** (cf. fig. D.2) est composé de coins de cubes et bénéficie d'une bonne tolérance angulaire pour son orientation vers le satellite, ce qui est un second avantage majeur.

D'autres réflecteurs existent, celui par exemple décrit par Ferretti et al. [79] est en forme de dièdre. Cependant, il est extrêmement sensible à l'alignement vers le satellite et ne tolère qu'un très faible dépointage sous peine d'être invisible sur les images. Ce réflecteur [79] n'est donc exploitable que pour un unique mode de prise de vue et un unique satellite.

D.2.2 Configuration du réseau de réflecteurs

En InSAR (Interferométrie SAR), les mesures de déformation étant effectuées par rapport à une référence, nous avons choisi de garder un réflecteur fixe. Pour garantir la présence d'une référence fiable, nous avons utilisé deux réflecteurs fixes. Trois réflecteurs mobiles ont été utilisés afin de pouvoir appliquer des déplacements d'amplitudes variées.

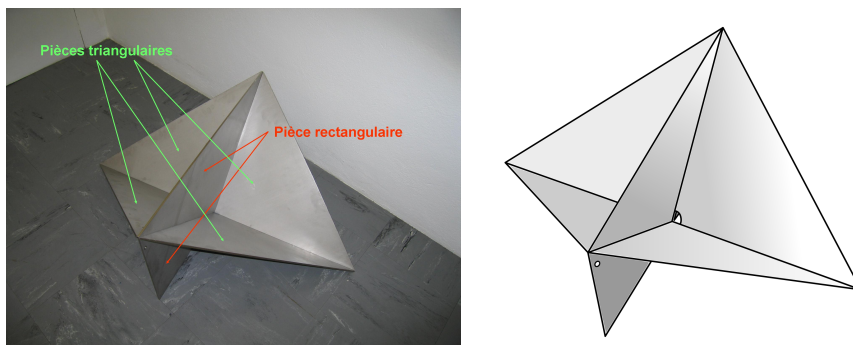


FIGURE D.2: RAC assemblé.

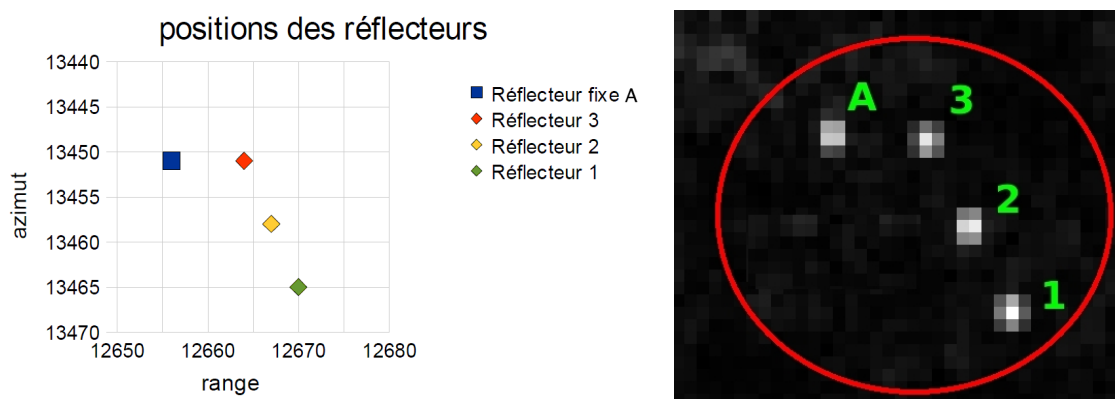


FIGURE D.3: Les trois réflecteurs mobiles sont numérotés de 1 à 3. Le réflecteur de référence est noté A. À gauche : Positions des réflecteurs 1, 2 et 3 par rapport au réflecteur fixe. À droite : Image d'amplitude où les réflecteurs apparaissent comme des points brillants.

Les positions relatives des cinq réflecteurs constituant le dispositif expérimental ont été déterminées selon les trois contraintes ci-dessous.

1. La zone où ont été disposés les réflecteurs se devait d'apparaître sombre sur les images radar afin que les réflecteurs apparaissent comme des points brillants sur un fond sombre. Ceci correspond à un fort rapport signal à bruit entre les réflecteurs et le terrain environnant. Nous constatons sur la figure D.3 que la zone a été choisie de manière adéquate car les réflecteurs apparaissent avec un très fort rapport signal à bruit par rapport au fond.
2. Nous avons choisi une zone stable, de construction ancienne, afin d'éviter des mouvements parasites.
3. Le signal rétrodiffusé par les réflecteurs ne doit pas perturber celui des autres. En effet, le phénomène de diffraction dans les images radar peut générer un transport de signal d'un point brillant à un autre le long de la ligne et de la colonne sur lequel se situe le point brillant.

Nous avons donc mesuré sur l'amplitude d'une image acquise lors d'une campagne de validation des RAC la dimension de la zone d'influence en lignes et en colonnes d'un réflecteur (cf. fig. D.4 et D.5). Pour effectuer une mesure précise, nous avons suréchantillonné l'image d'un facteur 100 et relevé des profils en amplitude dans les directions horizontales et verticales. Nous observons une largeur de 350 pixels et une longueur de 410 pixels sur l'image suréchantillonnée. Ceci correspond, en tenant compte de la résolution des images TerraSAR-X ($2\text{ m} \times 2\text{ m}$ environ), à une longueur de 8,2 m et une largeur de 7 m.

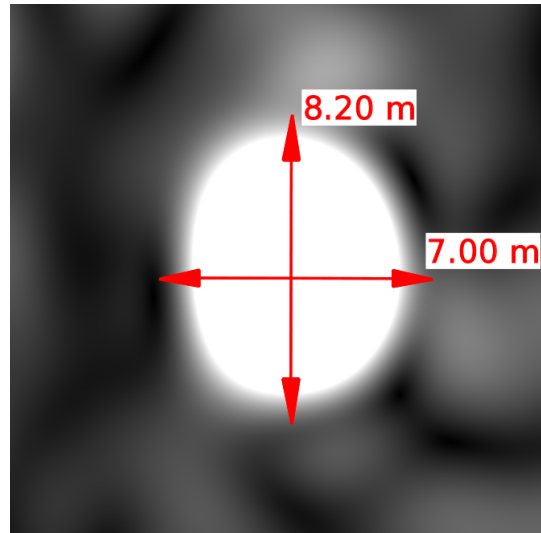


FIGURE D.4: Image d'amplitude d'un RAC, suréchantillonnée d'un facteur 100. Attention, l'image est saturée du fait de la dynamique entre le fond sombre et le réflecteur très brillant. Pour observer le profil exact du réflecteur, se référer à la figure D.5

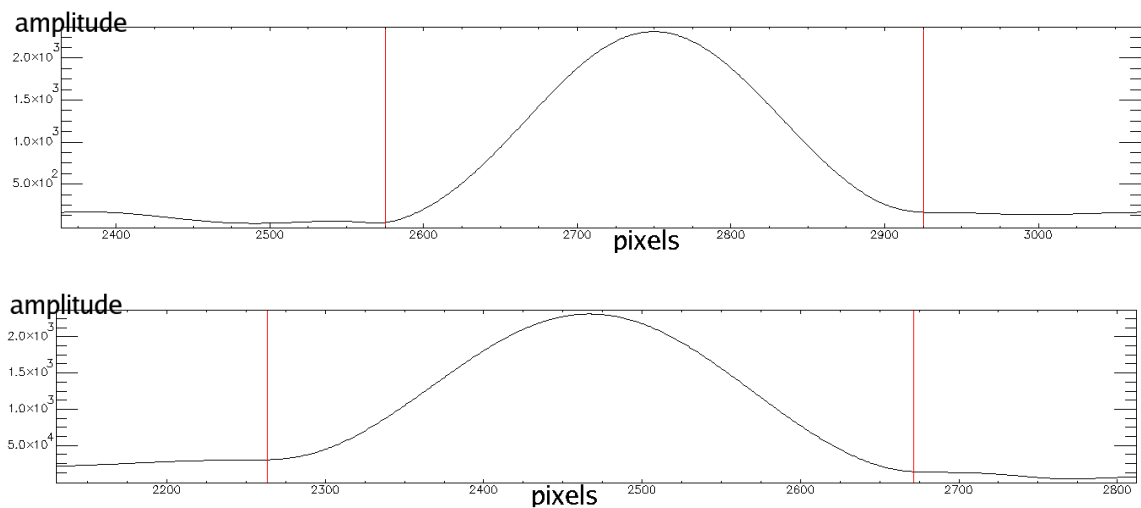


FIGURE D.5: Profils en amplitude de la zone brillante formée par un RAC. En haut : profil horizontal. En bas : Profil vertical. L'abscisse des profils tient compte du facteur de suréchantillonnage (100).

Ainsi, nous avons placé les réflecteurs à au moins 15 m les uns des autres afin d'éviter tout recouvrement. L'alignement des trois réflecteurs mobiles découle directement d'une contrainte structurelle du site d'expérience et n'était pas particulièrement recherché. Plus généralement, aucune configuration particulière n'est privilégiée pour former un réseau de réflecteurs.

D.2.3 Le dispositif de contrôle des déplacements des réflecteurs

Les différents mouvements des trois réflecteurs mobiles sont contrôlés par des tables munies de verniers gradués au 1/100 mm permettant des translations verticales et dans le plan horizontal (cf. fig. D.6).



FIGURE D.6: Dispositif muni de verniers 1/100 mm permettant de déplacer les réflecteurs verticalement et dans le plan horizontal avec une précision de l'ordre de 5/100 mm.

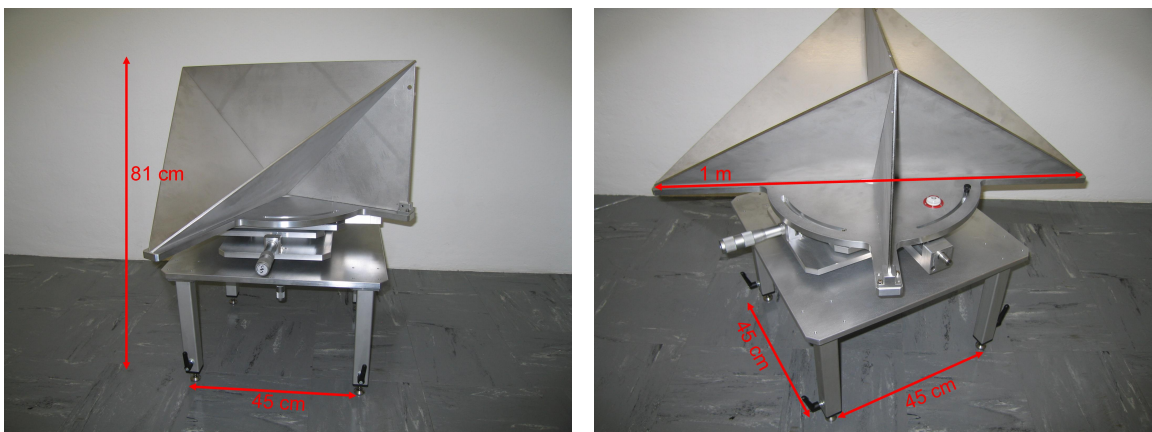


FIGURE D.7: Réflecteur disposé sur la platine de contrôle des déplacements.

Une fois le réflecteur placé sur la platine mobile, l'ensemble pèse environ 80 kg (cf. fig D.7).

Les verniers verticaux disposent d'une course de 60 mm, tandis que les verniers horizontaux disposent d'une course de 80 mm. Comme il est impossible de déplacer l'ensemble du dispositif manuellement sans fausser l'expérience compte tenu des précisions recherchées, nous nous sommes donc limités à des déplacements contenus dans cette gamme. Les tables sont ancrées au sol par l'intermédiaire d'une résine epoxy afin d'éviter tout déplacement des supports au cours de l'expérience.

Les mouvements imposés aux réflecteurs sont contrôlés avec une précision de l'ordre de 5/100 mm. Leur amplitude de déplacement varie de 0,15 mm jusqu'à plusieurs centimètres d'une image à l'autre. C'est la première fois qu'un matériel aussi précis est utilisé pour déplacer des réflecteurs radar. Par exemple, lors de l'expérience menée par Ferretti et al. [79], les déplacements des réflecteurs étaient appliqués avec une précision estimée de 0,3 mm (environ six fois moins bonne), pour une gamme de 0,5 mm à plusieurs centimètres.

Les positions théoriques des réflecteurs sont déterminées uniquement par les positions des verniers. Certaines équipes cherchant à suivre le mouvement de réflecteurs sur un site mobile ont comparé les mesures de déplacements faites par interférométrie avec des mesures faites directement sur le terrain à l'aide de stations totales [80, 81]. La précision annoncée de ce type de matériel n'excédant pas 0,3 à 1,5 mm [80], il n'est pas possible de suivre avec une précision

23/05/2010	25/06/2010
06/07/2010	17/07/2010
28/07/2010	19/08/2010
30/08/2010	10/09/2010
24/10/2010	04/11/2010

TABLE D.1: Liste des 10 acquisitions TerraSAR-X, mode Stripmap ascendant. L'image de référence est l'image acquise le 28/07/2010.

suffisante les déplacements que nous avons appliqués aux réflecteurs dans notre expérience.

D.2.4 Les images TerraSAR-X

Une précédente étude théorique montre que le traitement de 10 images suffit pour obtenir des précisions de mesure de déformation submillimétriques.

Nous avons donc acquis 10 images TerraSAR-X ($\lambda \approx 3,1$ cm) pour l'expérience, de Mai à Novembre 2010. Elles sont toutes ascendantes en mode Stripmap (résolution ≈ 2 m). Les écarts temporels entre deux prises de vue varient de 11 à 44 jours (cf. Tab. D.1). Ces fluctuations sont dues aux contraintes de disponibilités de TerraSAR-X sur cette zone.

Nous pouvons remarquer que l'image du 24/10/2010 a été acquise à l'aide du nouveau satellite TanDEM-X, jumeau de TerraSAR-X, lancé le 21 Juin 2010. C'est la première expérience de ce type avec un capteur haute résolution en bande X.

D.2.5 Protocole de déplacement des réflecteurs mobiles

Les mesures de déformations effectuées par interférométrie radar sont une projection de la déformation réelle sur la ligne de visée du satellite (LOS – *Line Of Sight*). La précision d'estimation du déplacement dépend donc de sa direction relative par rapport à la ligne de visée [82]. La meilleure précision est atteinte lorsque le mouvement est orienté dans la direction de visée du satellite. La précision se dégrade lorsque le mouvement tend vers une direction orthogonale à la ligne de visée (cf. D.7).

L'objectif de l'expérience étant l'estimation de la précision de la mesure de déformation et non pas l'étude de la sensibilité de la direction du déplacement en fonction de la ligne de visée, nous nous sommes placés dans un cas favorable. Nous avons ainsi choisi d'appliquer aux réflecteurs mobiles des mouvements ayant une composante verticale descendante et une composante horizontale vers l'Est. L'angle entre la direction de déplacement et la ligne de visée du satellite est d'environ 18° .

La méthode de calcul que nous utilisons permet d'étudier n'importe quel type de mouvement mais se prête de façon plus simple à l'étude de mouvement à vitesse constante. Les trois réflecteurs mobiles ont donc été déplacés entre chaque image de sorte à simuler des déplacements linéaires dans le temps.



Il est important de noter que nous avons choisi d'appliquer des mouvements aux réflecteurs qui correspondent à un déplacement à vitesse constante mais que cela ne constitue en aucun cas une limitation de la technique. Nous montrerons dans la suite que tout type de mouvement peut être suivi. Le cas de la vitesse constante est le cas le plus simple à traiter et permet de valider la technique pour tout type de mouvement dans le temps.

Nous représentons dans le tableau D.2 les vitesses V appliquées aux trois réflecteurs mobiles numérotés de 1 à 3 (cf. fig.D.3 page 254), ainsi que les incréments horizontaux δ_{E-O} et verticaux

réflecteur n°	1	2	3
V [mm/an]	6,4	19,3	96,5
δ_Z [mm]	0,12	0,36	1,82
δ_{E-O} [mm]	0,15	0,45	2,27

TABLE D.2: Protocole de déplacement des réflecteurs mobiles.

δ_Z appliqués à l'aide des verniers entre chaque image sur une base de 11 jours d'écart temporel. Lorsque l'écart entre deux images successives est différent de 11 jours, l'incrément appliqué a été adapté pour que la vitesse choisie reste constante.

Compte tenu de notre choix d'appliquer des déplacements aux réflecteurs correspondant à des vitesses constantes, nous n'avons pas rompu la linéarité du déplacement afin de simuler des cassures dans les déplacements. De plus, nous n'avons pas procédé à des mesures de répétabilité en laissant fixes les réflecteurs montés sur les platines mobiles pour vérifier que l'immobilité était bien mesurée plusieurs fois. Ceci aurait été possible en disposant d'une plus longue série d'images.

Nous présentons en figure D.8 page 259 les courbes représentant les positions des trois réflecteurs mobiles au cours de l'expérience. Ces courbes montrent l'évolution linéaire du mouvement appliqué à chacun des trois réflecteurs. L'amplitude des déplacements choisie découle de simulations effectuées pour estimer l'ordre de grandeur de la précision accessible. Une des simulations effectuées avant la conduite de l'expérience est décrite plus loin dans ce rapport (cf. § D.4.2), les résultats sont comparés à la réalisation réelle. Une marge de sécurité a été considérée par rapport aux résultats issus de simulations, une gamme de déplacements a donc été explorée autour de la valeur de précision attendue.

D.3 Calcul des déplacements en considérant des couples d'images

D.3.1 Principe général de la Méthode «DInSAR» (*Differential Interferometry Synthetic Aperture Radar*)

Cette méthode consiste à calculer les déplacements des réflecteurs entre deux acquisitions successives [75]. Nous répéterons cette opération entre chaque couple d'images successives afin de reconstruire l'évolution temporelle des déplacements des réflecteurs.

Dans cette partie, nous allons étudier les mouvements des réflecteurs du réseau en n'utilisant que des couples d'images successives. Nous allons évaluer la précision avec laquelle il est possible de mesurer des déplacements relatifs entre réflecteurs.

D.3.2 Principe de la mesure de déplacement

Considérons deux images notées 1 et 2, puis considérons deux réflecteurs notés A et B. Notons $\phi_{A,1}$ et $\phi_{B,1}$ les phases des réflecteurs A et B dans l'image 1, ainsi que $\phi_{A,2}$ et $\phi_{B,2}$ les phases des réflecteurs A et B dans l'image 2.

Si nous calculons l'interférogramme différentiel entre l'image 1 et 2 en choisissant l'image 1 comme image de référence, les phases interférométriques des réflecteurs A et B seront respectivement données par :

$$\Phi_{A,1-2} = \phi_{A,1} - \phi_{A,2} \quad \text{et} \quad \Phi_{B,1-2} = \phi_{B,1} - \phi_{B,2}. \quad (\text{D.1})$$

Les phases dans les interférogrammes différentiels sont compensées des composantes topographiques par la prise en compte d'un Modèle Numérique de Terrain, et compensées des composantes orbitographiques par prise en compte des données géométriques du vol du satellite. Ainsi,

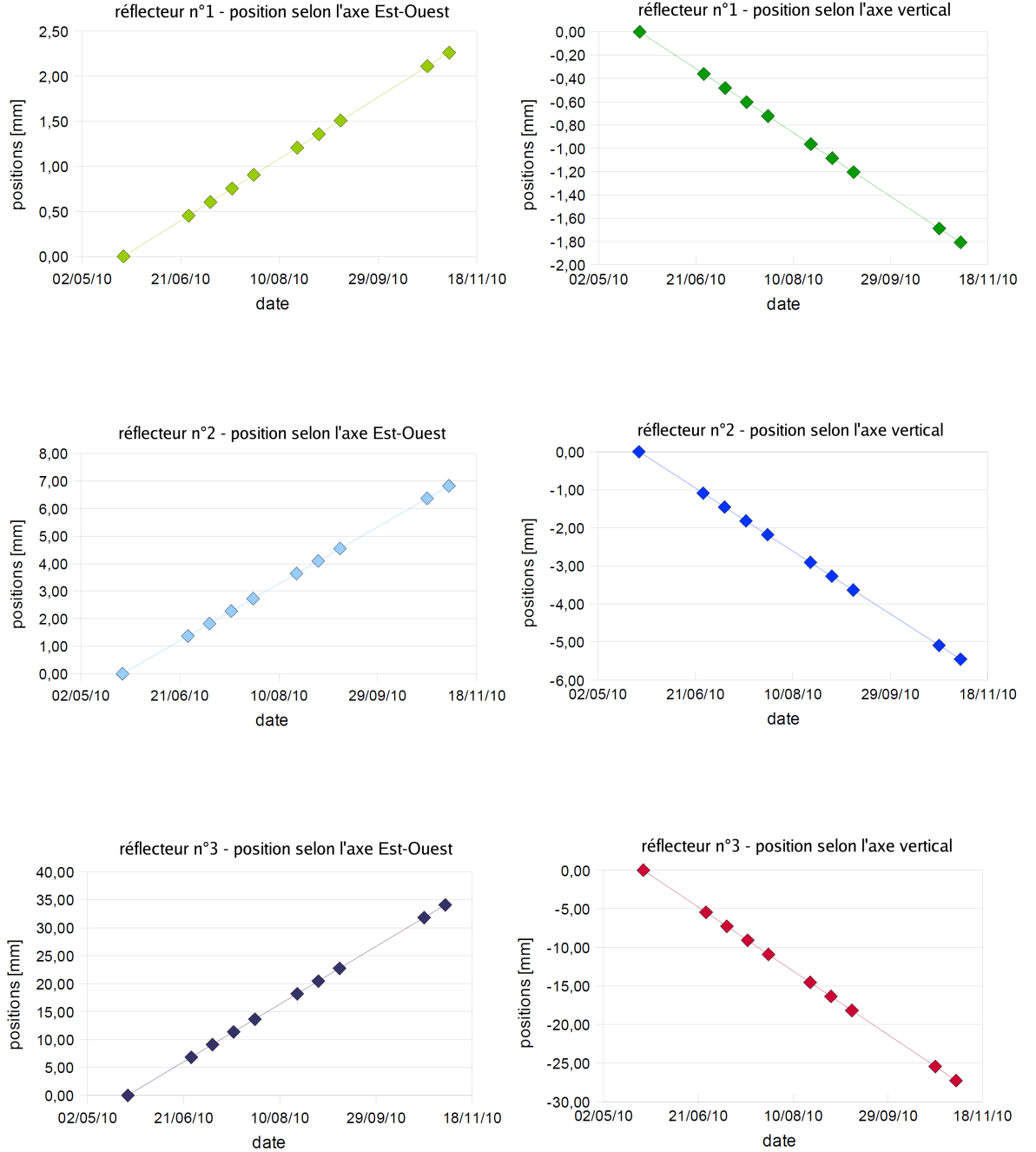


FIGURE D.8: Courbes de positions des réflecteurs mobiles selon les directions verticales et Est-Ouest (positif vers l'Est) en fonction de la date d'acquisition.

les phases interférométriques ne contiennent plus que trois composantes :

$$\Phi_{A,1-2} = \phi_{A,1-2}^{def} + \phi_{A,1-2}^{atmo} + \epsilon_{A,1-2} \quad \text{et} \quad \Phi_{B,1-2} = \phi_{B,1-2}^{def} + \phi_{B,1-2}^{atmo} + \epsilon_{B,1-2}, \quad (D.2)$$

avec :

- $\phi_{A,1-2}^{def}$ et $\phi_{B,1-2}^{def}$ les phases induites par les déformations en A et B entre les deux images 1 et 2,
- $\phi_{A,1-2}^{atmo}$ et $\phi_{B,1-2}^{atmo}$ les phases reliées au parcours de l'onde radar dans l'atmosphère pour atteindre A et B,

- $\epsilon_{A,1-2}$ et $\epsilon_{B,1-2}$ des bruits propres à A et B.

Les phases des interférogrammes étant comprises entre $-\pi$ et $+\pi$, on dit qu'elles sont enroulées. Déterminer la déformation du sol entre deux images nécessite de dérouler la phase de l'interférogramme. Lors d'études interférométriques classiques, la phase de l'interférogramme différentiel est déroulée en considérant l'image dans sa globalité. Il est possible d'appliquer cette technique sur un échantillon de points sélectionnés dans l'image, il s'agit alors de calculer des mouvements relatifs entre couples de points. C'est cette méthode que nous avons appliquée.

Pour étudier le mouvement du point A par rapport au point B entre les images 1 et 2, nous devons considérer la différence de phase interférométrique :

$$\Phi_{A/B,1-2} = \Phi_{A,1-2} - \Phi_{B,1-2}. \quad (\text{D.3})$$

En considérant la décomposition de l'équation (D.2), on obtient :

$$\Phi_{A/B,1-2} = \left(\phi_{A,1-2}^{def} - \phi_{B,1-2}^{def} \right) + \left(\phi_{A,1-2}^{atmo} - \phi_{B,1-2}^{atmo} \right) + (\epsilon_{A,1-2} - \epsilon_{B,1-2}). \quad (\text{D.4})$$

Terme lié à l'atmosphère

Si les deux points A et B considérés sont proches l'un de l'autre (< 500 m [77]), on peut considérer que la composante atmosphérique induite par la traversée de l'atmosphère est semblable pour les deux points. Dans notre cas, les réflecteurs sont éloignés d'au plus 30 m, donc nous pouvons négliger le terme lié à l'atmosphère :

$$\phi_{A,1-2}^{atmo} - \phi_{B,1-2}^{atmo} \approx 0. \quad (\text{D.5})$$

Terme lié au bruit propre

La phase d'un pixel dans une image radar contient une partie déterministe, liée au temps de vol de l'onde radar depuis le satellite, ainsi qu'une partie aléatoire. L'origine de ces variations de phase pour un même pixel entre deux images successives est l'évolution du contenu du pixel. En effet, en considérant que tous les éléments physiques présents dans une cellule de résolution au sol contribuent au signal attribué au pixel, la phase de celui ci dépend de la réponse de chacun des contributeurs élémentaires. Une modification de la rugosité du sol, de sa teneur en eau ou de sa surface, provoque des modifications de la rétrodiffusion de l'onde radar. Si un réflecteur permanent est présent dans la cellule de résolution, il sera le contributeur majoritaire compte tenu de la très forte proportion de l'onde radar qu'il renvoie vers le satellite. Ainsi, le reste du contenu de la cellule de résolution, c'est à dire le sol autour du réflecteur par exemple, n'aura qu'une influence faible sur la phase du pixel. La phase d'un pixel occupé par un réflecteur sera donc très proche de la phase du réflecteur. Cette propriété est illustrée par la figure D.9 [83].

Dans notre expérience, le terme lié au bruit propre peut donc être négligé :

$$\epsilon_{A,1-2} \approx 0 \text{ et } \epsilon_{B,1-2} \approx 0. \quad (\text{D.6})$$

On obtient donc :

$$\Phi_{A/B,1-2} \approx \phi_{A,1-2}^{def} - \phi_{B,1-2}^{def}. \quad (\text{D.7})$$

Il est important de noter que les phases des PS voisins n'interviennent pas dans le calcul de déformation relative entre les deux points A et B. Le calcul du mouvement relatif $\Delta_{A/B,1-2}$ du point A par rapport au point B entre les images 1 et 2 s'effectue simplement par l'opération :

$$\Delta_{A/B,1-2} = \frac{\lambda}{4\pi} \Phi_{A/B,1-2} \approx \frac{\lambda}{4\pi} \left(\phi_{A,1-2}^{def} - \phi_{B,1-2}^{def} \right), \quad (\text{D.8})$$

avec λ la longueur d'onde du satellite. $\Delta_{A/B,1-2} < 0$ si le mouvement de A par rapport à B correspond à un rapprochement vers le satellite.

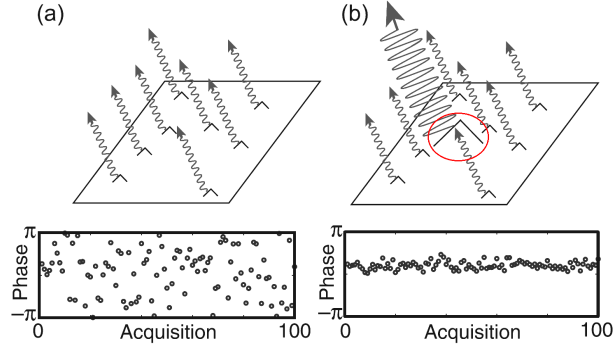


FIGURE D.9: Apport de la présence d'un réflecteur permanent dans un pixel : Stabilisation de la phase autour de celle du réflecteur permanent (entouré de rouge).

Cette équation n'est cependant valable que si le mouvement relatif entre les deux points est inférieur à $\frac{\lambda}{2}$. En effet, tout comme la phase est connue à $2k\pi$ près avec $k \in \mathbb{Z}$, le mouvement relatif est donné à $k\frac{\lambda}{2}$ près. Considérons le problème dans le sens inverse. Si le mouvement relatif du point A par rapport au point B entre l'image 1 et 2 est $k\frac{\lambda}{2}$ avec $k \in \mathbb{Z}$, la variation de différence de phase interférométrique associée est alors $\frac{4\pi}{\lambda} \cdot k\frac{\lambda}{2} = 2k\pi$ à cause de l'aller-retour de l'onde entre le sol et le satellite. Ceci signifie que si un point se déplace de $k\frac{\lambda}{2}$, avec $k \in \mathbb{Z}$, alors aucune variation ne sera visible sur la phase.

Une formulation plus rigoureuse de la déformation relative entre les deux points A et B de l'image 1 à l'image 2 est :

$$\Delta_{A/B,1-2} = \frac{\lambda}{4\pi} \Phi_{A/B,1-2} + k\frac{\lambda}{2} \quad \text{avec } k \in \mathbb{Z}. \quad (\text{D.9})$$

Pour calculer un déplacement sans ambiguïté de $k\frac{\lambda}{2}$, il est nécessaire de connaître l'historique des déplacements. Cet historique des variations s'obtient à l'aide d'une série temporelle. L'avantage d'une approche par série temporelles est donc la possibilité de lever l'ambiguïté dans l'expression du déplacement relatif entre deux points¹.

Pour résumer la démarche dans le type d'étude DInSAR que nous décrivons ici, nous pouvons considérer que le processus est itératif si l'on dispose d'une série d'images. Nous illustrons en figure D.10 le calcul d'un interférogramme entre deux images. Le mouvement ΔZ du réflecteur est alors déterminé entre les deux dates.

Si nous disposons d'une série d'images, il suffit de calculer les interférogrammes entre les différents couples formés par deux images successives et de construire le mouvement du réflecteur par morceaux. Ce principe est illustré en figure D.11.

D.3.3 Exemple de mesure de déplacement relatif

Considérons l'image du 28/07/2010, ainsi que celle acquise 22 jours après (19/08/2010). Nous allons comparer les déplacements théoriques Δ des réflecteurs aux mesures pour ce couple d'images. Si nous notons V la vitesse du réflecteur le long de la ligne de visée du satellite et T

1. C'est le but la méthode STUN [77, 78], qui détermine les entiers $n(t_k) \in \mathbb{Z}$ avec les notations de l'équation (D.13)

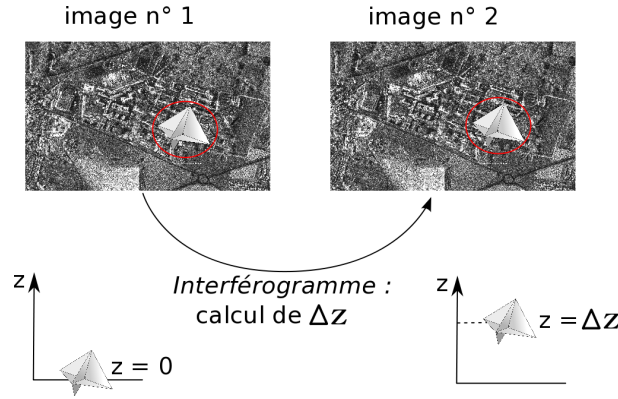


FIGURE D.10: Principe de la mesure de déplacement entre deux images.

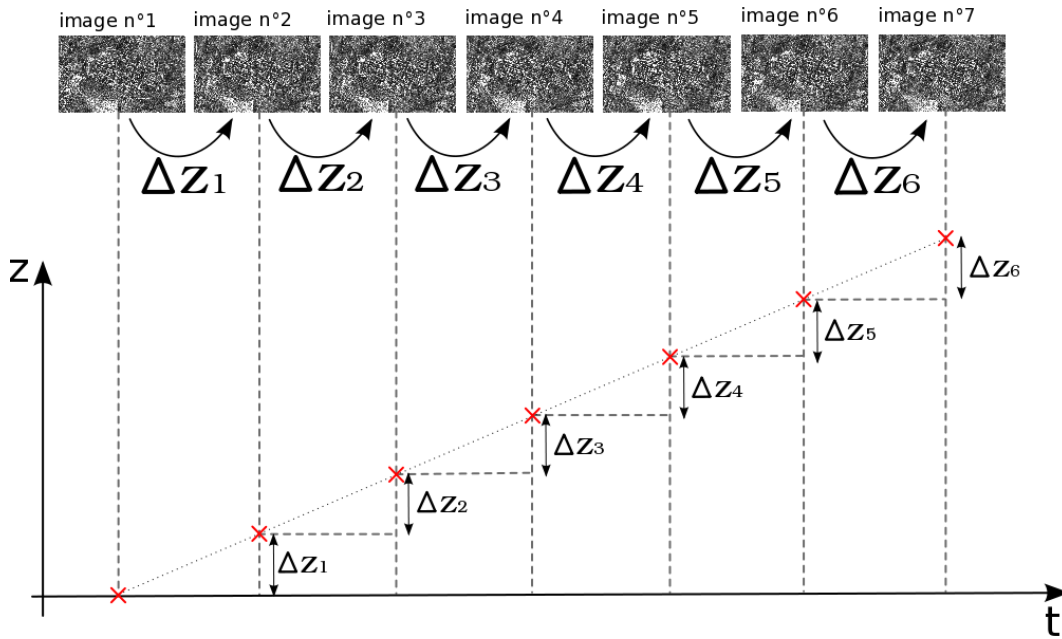


FIGURE D.11: Principe de la reconstruction du mouvement d'un point à partir des déplacements calculés entre des couples d'images se suivant. Cette méthode est valable si

$$\Delta Z_i \leq \frac{\lambda}{2}.$$

l'écart temporel entre deux images, alors :

$$\Delta = VT. \quad (\text{D.10})$$

Nous indiquons dans le tableau D.3 les déplacements théoriques des réflecteurs entre les dates du 28/07/2010 et 19/08/2010, ainsi que les phases interférométriques associées, définies par la relation $\Delta^{\text{théorie}} = \frac{\lambda}{4\pi} \Phi^{\text{théorie}}$.

À partir de l'interférogramme différentiel calculé entre les deux images du couple considéré, nous relevons les phases interférométriques des différents réflecteurs, ce qui nous permet d'obtenir les phases relatives entre réflecteurs mobiles et le réflecteur fixe (cf. Tab. D.3) qui correspondent aux termes $\Phi_{A/B,1-2}$ dans l'équation D.9, permettant de calculer les déplacements mesurés. Nous présentons dans le tableau D.3 les erreurs de mesures de déplacements et un récapitulatif

Réflecteur i	1	2	3
$\Phi^{\text{théorie}}$ [rad]	2,24	0,45	0,15
$\Phi_{i/\text{fixe}, 28/07-19/08}^{\text{mesure}}$ [rad]	2,29	0,43	0,21
$\Delta^{\text{théorie}}$ [mm]	5,52	1,1	0,37
$\Delta_{i/\text{fixe}, 28/07-19/08}^{\text{mesure}}$ [mm]	5,65	1,08	0,51
erreur [mm]	0,13	0,02	0,14

TABLE D.3: Comparaison entre les déplacements théoriques et ceux mesurés par la technique DInSAR décrite dans ce rapport.

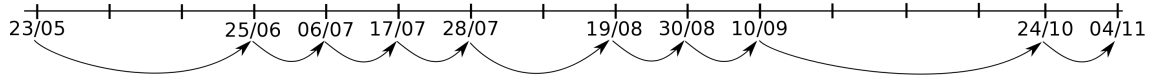


FIGURE D.12: Couples interférométriques formés à partir des couples d'images consécutives.

des mesures. Les déplacements théoriques des réflecteurs ne dépassent pas la valeur critique de $\frac{\lambda}{2} \approx 15$ mm, ainsi la phase ne sera pas enroulée et la relation D.9 sera vérifiée avec $k = 0$.

La tableau D.3 montre une précision d'estimation submillimétrique des mouvements relatifs entre réflecteurs entre deux acquisitions espacées de 22 jours. Ces résultats sont comparables avec ceux obtenus par des expériences similaires [79].

Sur cet exemple, il est possible de suivre avec une précision inférieure à 0,15 mm les mouvements relatifs entre deux réflecteurs. Une limitation de cette technique est la présence de l'ambiguïté dans la mesure de déplacement.

D.3.4 Analyse des résultats issus de la méthode DInSAR

Méthode de calcul des déplacements

Nous avons effectué 9 études entre neuf couples d'images pour suivre les déplacements des réflecteurs au cours du temps (cf. fig. D.12).

Nous avons systématiquement choisi l'image maître comme l'image acquise à la date la plus ancienne dans le couple. L'interférogramme différentiel a alors été calculé à l'aide d'un MNT projeté dans la géométrie de l'image maître correspondante.

Le suivi des déplacements de chaque réflecteur se fait alors sur le modèle de la figure D.11, en sommant les déplacements calculés entre les couples de la série temporelle.

Résultats et analyse

Nous présentons en figure D.13 les déplacements imposés entre chaque couple d'images considéré, comparés aux mesures effectuées à partir de ces couples interférométriques. Chaque date d'acquisition est représentée et les déplacements théoriques entre les différentes dates successives sont comparés aux évaluations faites à partir du couple.

Nous constatons que les estimations sont proches de la théorie. Il semble donc que la précision de mesure ne dépende pas de l'amplitude du déplacement.

Nous présentons en figures D.15 et D.14 les positions des réflecteurs n°1 et 2 déterminées par sommation des déplacements au cours du temps. Nous constatons une légère dérive par rapport à la position théorique, il y a en effet propagation d'erreur de proche en proche. Cependant, cette erreur reste légère et se compense car l'erreur d'évaluation fluctue autour de 0 mm.

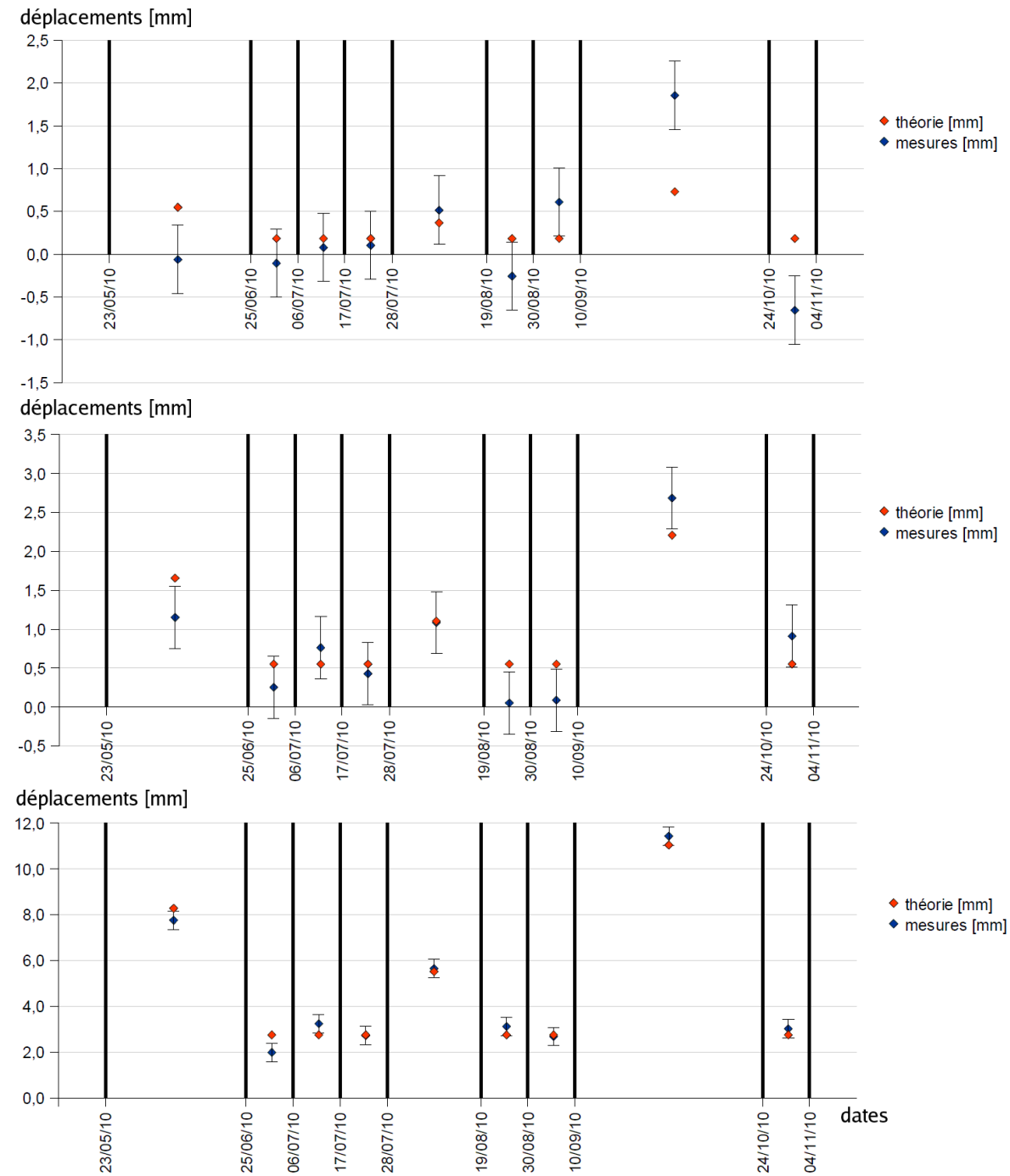


FIGURE D.13: Déplacements le long de la LOS, mesurés par la méthode DInSAR à partir de couples d’images. Chaque acquisition est représentée par une barre noire verticale. Entre chaque paire de barres noires sont comparés les mouvements théoriques (en rouge) et mesurés (en bleu) par la méthode décrite en §D.3.4. Les barres d’erreur indiquées sur les mesures correspondent à $\pm 0,4$ mm. De haut en bas : mesures relatives aux réflecteurs 1 à 3

Nous présentons dans le tableau D.4 les résultats issus du calcul de déformation pour le réflecteur n°3. Nous remarquons dans le tableau D.4 que l’erreur d’évaluation du mouvement atteint des valeurs proches de $\pm \frac{\lambda}{2} = \pm 15.5$ mm. Ceci met en évidence l’ambiguïté de mesure qui

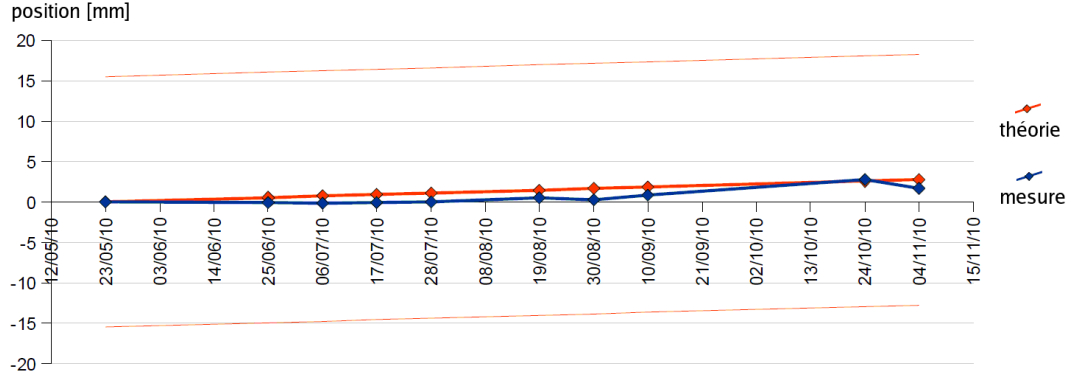


FIGURE D.14: Position du réflecteur n°1 d'après les mesures. Nous présentons en rouge les positions théoriques du réflecteur $\pm \frac{\lambda}{2} = \pm 15.5$ mm. Les mesures sont présentées en bleu.

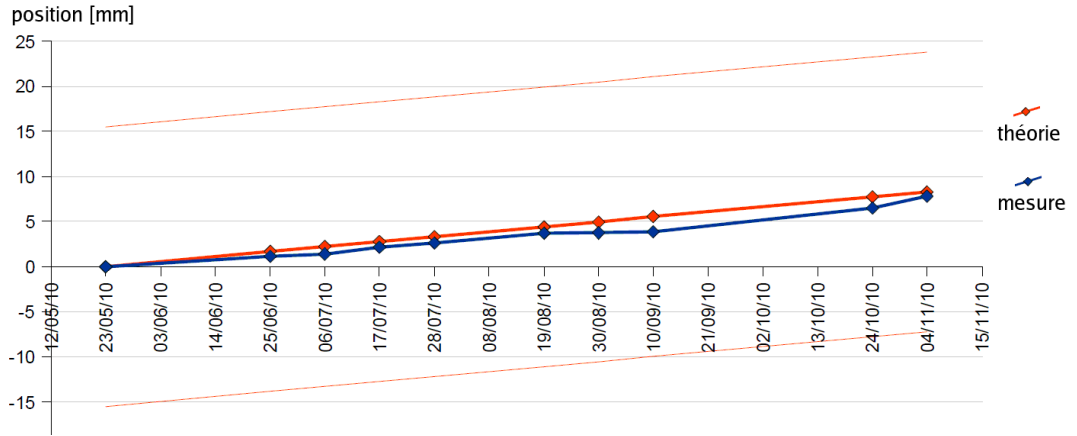


FIGURE D.15: Position du réflecteur n°2 d'après les mesures. Nous présentons en rouge les positions théoriques du réflecteur $\pm \frac{\lambda}{2} = \pm 15.5$ mm. Les mesures sont présentées en bleu.

survient lorsque l'on ne considère que deux images et pas la série temporelle dans sa globalité. Si l'on retranche cette ambiguïté aux erreurs correspondant aux couples 23/05-25/06, 25/06-06/07 et 10/09-24/10, les valeurs des erreurs correspondantes sont de l'ordre de 0,5 mm.

Nous présentons en figure D.16 la courbe reconstruite à l'aide des écarts présentés dans le tableau D.4. Nous constatons des sauts d'amplitude $\pm \frac{\lambda}{2} = \pm 15.5$ mm. La courbe bleue en figure D.16 évolue le long des courbes rouges qui correspondent aux positions théoriques à $\pm \frac{\lambda}{2} = \pm 15.5$ mm près.

Nous présentons dans le tableau D.5 les erreurs commises dans l'évaluation des mouvements des trois réflecteurs mobiles par rapport au réflecteur fixe pour chaque couple interférométrique considéré, en levant l'ambiguïté pour le réflecteur n°3. Nous pouvons noter que pour le cas des réflecteurs n°1 et 2, les valeurs de déplacement évaluées n'étaient pas entachées d'ambiguïté. La moyenne des erreurs absolues est de l'ordre de 0,37 mm. Cette quantité correspond à la précision de la mesure de déplacement absolu. Il semble en effet que cette précision ne dépende pas de l'amplitude de déplacement. Ainsi, une mesure de déplacement quelconque dans la direction de déplacement des réflecteurs serait donnée avec une précision de 0,37 mm.

Couple	T [jours]	Φ [rad]	Δ [mm] ($\frac{\lambda}{2} = 15.5$ mm)	Δ_{th} [mm]	Erreur [mm]
23/05-25/06	33	-3,14	-7,74	8,28	-16,02
25/06-06/07	11	-5,47	-13,50	2,76	-16,26
06/07-17/07	11	1,32	3,25	2,76	0,48
17/07-28/07	11	1,11	2,73	2,76	-0,03
28/07-19/08	22	2,29	5,65	5,52	0,13
19/08-30/08	11	1,27	3,13	2,76	0,37
30/08-10/09	11	1,09	2,68	2,76	-0,08
10/09-24/10	44	-1,65	-4,07	11,04	-15,11
24/10-04/11	11	1,23	3,03	2,76	0,27

TABLE D.4: De gauche à droite : le couple interférométrique considéré, T l'écart temporel entre les deux dates, Φ la phase du réflecteur n°3 relative à celle du réflecteur fixe, Δ le déplacement mesuré à partir de la phase Φ d'après l'équation (D.9) ($\frac{\lambda}{2} = 15.5$ mm), Δ_{th} le déplacement théorique, et finalement l'erreur d'estimation du mouvement.

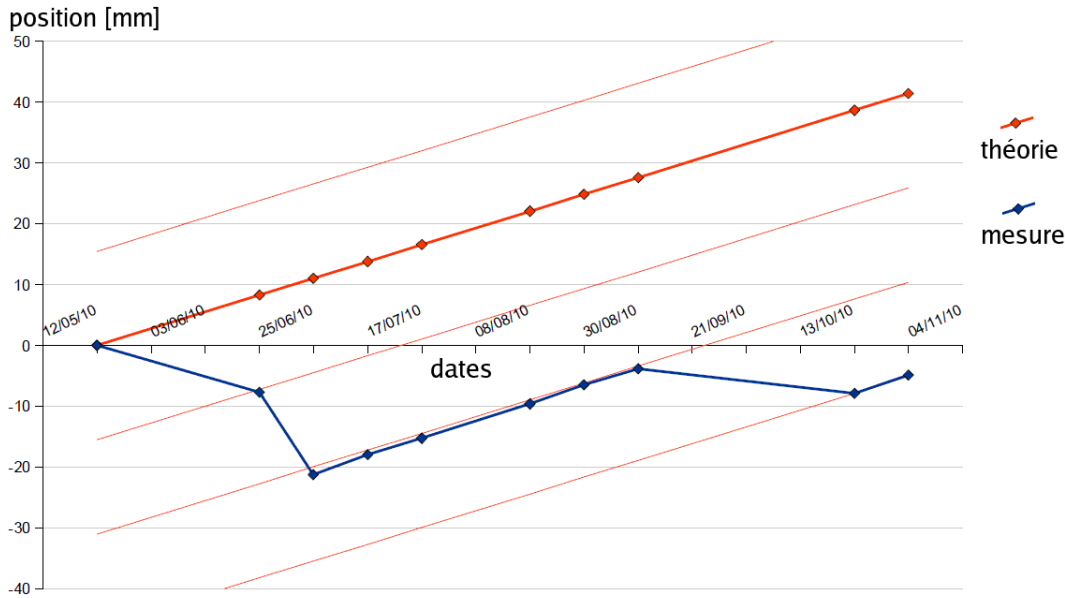


FIGURE D.16: Position du réflecteur n°3 d'après les mesures. Nous présentons en rouge les positions théoriques du réflecteur $\pm \frac{\lambda}{2} = \pm 15.5$ mm. Les mesures sont présentées en bleu. Les droites rouges en trait fin représentent les positions théoriques à $\pm \frac{\lambda}{2} = \pm 15.5$ mm.

Bilan de la méthode DInSAR

La précision accessible dans la mesure de déplacements relatifs entre réflecteurs² est de 0,37 mm, quel que soit l'amplitude du déplacement.

La méthode particulière de calcul de déplacements DInSAR que nous avons décrite dans cette annexe considère des couples d'images consécutives (cf. fig. D.12). Elle a donc l'intérêt de minimiser les écarts temporels.

Nous avons montré qu'une mesure de déplacements relatifs en ne prenant en compte que

2. sans tenir compte de l'ambiguïté $k \frac{\lambda}{2}$ avec $k \in \mathbb{Z}$

Couple	Réflecteur n°3 [mm]	Réflecteur n°2 [mm]	Réflecteur n°1 [mm]
23/05-25/06	$-16,02 + \frac{\lambda}{2} = -0,52$	-0,50	-0,61
25/06-06/07	$-16,26 + \frac{\lambda}{2} = -0,77$	-0,30	-0,29
06/07-17/07	0,48	0,21	-0,10
17/07-28/07	-0,03	-0,12	-0,08
28/07-19/08	0,13	-0,02	0,14
19/08-30/08	0,37	-0,50	-0,44
30/08-10/09	-0,08	-0,46	0,43
10/09-24/10	$-15,11 + \frac{\lambda}{2} = 0,39$	0,47	1,13
24/10-04/11	0,27	0,36	-0,84
Écart type [mm]	0,43	0,38	0,59
Moyenne [mm]	0,34	0,33	0,45

TABLE D.5: Erreurs d'estimation pour les trois réflecteurs, compensées de l'ambiguïté $\pm \frac{\lambda}{2}$. L'écart type des erreurs ainsi que la moyenne des erreurs (en valeur absolue) sont indiqués pour chaque réflecteur.

deux dates était donnée avec une ambiguïté $k\frac{\lambda}{2}$ avec $k \in \mathbb{Z}$, présente dans l'équation (D.9). Cette ambiguïté est levée à l'aide de séries temporelles d'images.

Un inconvénient de la méthode DInSAR est le fait que pour chaque couple interférométrique, le déplacement mesuré est projeté le long de la ligne de visée de l'image maître correspondante. Sachant que la ligne de visée n'est pas toujours la même entre les images, la direction selon laquelle l'amplitude du déplacement est projetée pour chaque interférogramme est légèrement différente. Ainsi, lorsque l'on cumule les déplacements pour suivre le mouvement du point considéré, tous les déplacements ne sont pas projetés sur la même ligne de visée. Il semble cependant, compte tenu des faibles variations d'angle d'incidence, que ces différences de ligne de visée soient quasi-négligeables. Ce très léger biais n'apparaît pas dans le cas où l'on ne considère qu'une seule image maître dans la série temporelle. Dans ce cas, toutes les autres images sont projetées dans la même géométrie que l'image maître et les résultats de mesure de déplacement sont projetés le long de la ligne de visée de l'unique image maître.

D.4 Calcul des déplacements en considérant la série temporelle

La chaîne de calcul interférométrique développée au CEA, appelée CIAO (Chaîne Interférométrique rAdar Opérationnelle), a été utilisée pour toutes les étapes du calcul des déplacements des réflecteurs :

- le recalage des images,
- la sélection des PS,
- la projection du MNT (Modèle Numérique de Terrain),
- le calcul des interférogrammes différentiels,
- le calcul des déplacements des réflecteurs.

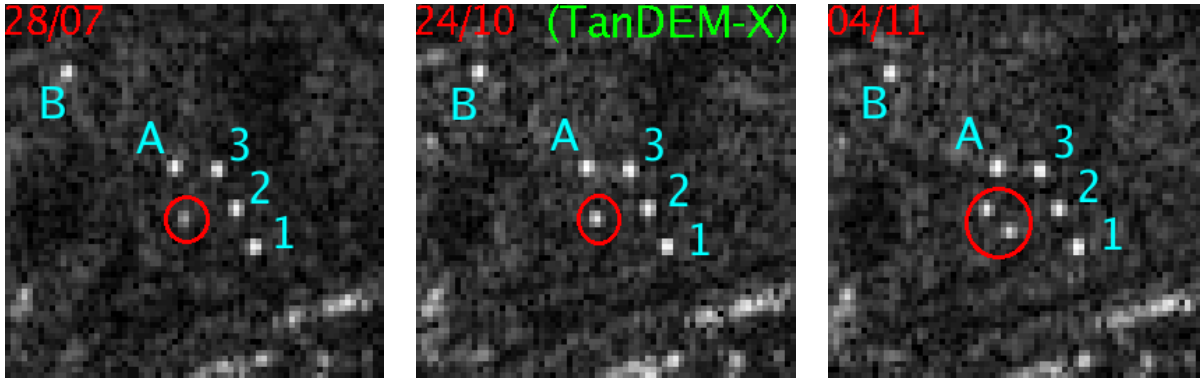


FIGURE D.17: Images d'amplitude centrées sur le réseau de réflecteurs. De gauche à droite : 28/07/2010 (image master) , 24/10/2010 (image TanDEM-X), 04/11/2010. Nous avons entouré en rouge des réflecteurs auxiliaires utilisés pour des tests en parallèle de l'expérience principale.

D.4.1 Étapes préliminaires au calcul des déplacements des réflecteurs

Génération des données de calcul

La première étape est le choix d'une image de référence (ou image maître) dans la série temporelle et le recalage de toutes les autres images sur cette image de référence. Nous verrons plus tard que cette étape à la base de toute étude interférométrique est importante pour la qualité des résultats.

Pour recaler deux images l'une sur l'autre, CIAO utilise en premier lieu la géolocalisation puis une corrélation d'amplitude entre les deux images. Cette étape permet de calculer les disparités entre les deux images afin de pouvoir ré-échantillonner l'image à recaler. Nous avons choisi l'image du 28 Juillet 2010 en tant qu'image de référence. Ce choix est motivé par le fait que sa date d'acquisition la situe environ au milieu de la série temporelle. Ceci permet de minimiser les décorrélation temporelles, c'est à dire de minimiser les modifications dans les images dues à l'écart de temps entre deux images à recaler l'une sur l'autre. Nous obtenons donc après recalage des 9 autres images une série temporelle superposable de 10 images. Nous donnons à titre d'exemple en figure D.17 l'amplitude des images recalées sur l'image de référence.

La méthode utilisée par CIAO nécessite de calculer des interférogrammes différentiels entre l'image master et les autres images de la série. Dans le cas de l'expérience nous avons 10 images, nous calculons donc 9 interférogrammes en utilisant les 9 images recalées. Les composantes topographiques et orbitographiques sont alors compensées dans les interférogrammes. C'est pourquoi nous introduisons un MNT pour compenser le relief de la zone et donc la composante topographique. La composante orbitographique liée aux conditions de prise de vue est compensée à partir des données de vol du satellite pendant les acquisitions. Cette méthode s'applique à des interférogrammes enroulés. Nous présentons en figure D.18 la phase de quelques interférogrammes. On constate que la phase est moins bruitée dans les zones occupées par les réflecteurs : la composante aléatoire y est faible.

Sélection des réflecteurs

Les réflecteurs forment des points brillants dans les images car leur amplitude rétrodiffusée est grande du fait de leur géométrie en coin de cube. De plus, cette valeur d'amplitude varie peu d'une image à l'autre. Ainsi, l'écart type des amplitudes des réflecteurs calculé sur la série temporelle est faible. La méthode de sélection des PS repose sur une étude statistique de l'amplitude des

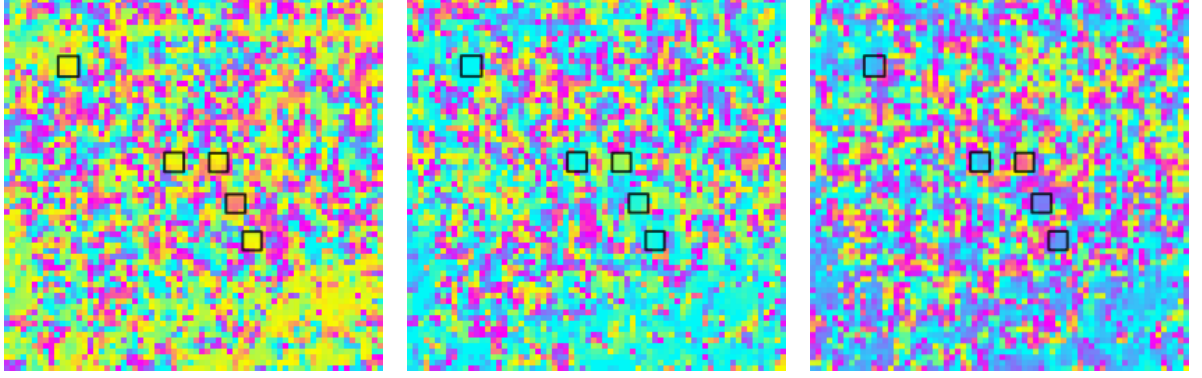


FIGURE D.18: Phase des interférogammes pour trois couples. Les positions des réflecteurs sont indiquées par les carrés noirs. À gauche : 28/07/2010-25/06/2010. Au milieu : 28/07/2010-17/07/2010. À droite : 28/07/2010-19/08/2010.

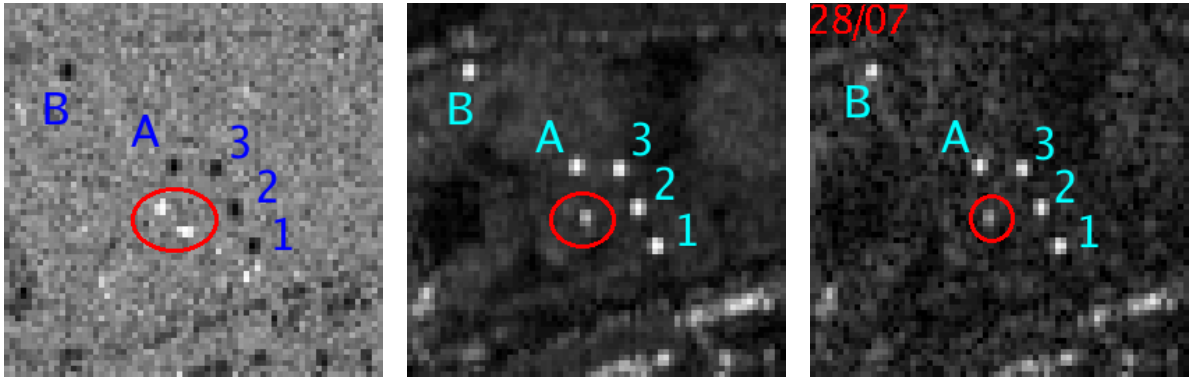


FIGURE D.19: À gauche : Image de dispersion. Au centre : Image d'amplitude moyenne. À droite : Amplitude de l'image de référence pour comparaison avec l'image d'amplitude moyenne. Les réflecteurs apparaissent clairement avec un faible indice de dispersion et une forte valeur d'amplitude moyenne. Les réflecteurs auxiliaires sont entourés en rouge.

images radar au cours de la série temporelle. Le critère utilisé est l'indice de dispersion $D_A = \frac{\sigma_A}{m_A}$ défini comme le rapport entre l'écart type σ_A de l'amplitude et sa valeur moyenne m_A au fil des images [48]. Un indice de dispersion faible indique que l'écart type de l'amplitude est faible devant la moyenne des amplitudes. Un PS est défini comme un point brillant aux caractéristiques de rétrodiffusion stables. En effet, la stabilité statistique de sa phase est liée à la stabilité de son amplitude pour un fort rapport signal à bruit [48], c'est à dire une forte amplitude. Il est donc possible de sélectionner des candidats PS en cherchant les pixels ayant une forte valeur moyenne et un faible indice de dispersion.

Nous représentons en figure D.19 l'image de dispersion ainsi que l'image d'amplitude moyenne associée et l'amplitude de l'image de référence. Nous pouvons constater que l'image d'amplitude moyenne est beaucoup moins bruitée que celle de l'image maître. Ceci est dû au fait que lorsque l'on moyenne temporellement l'amplitude d'un pixel donné, la composante aléatoire s'annule progressivement pour ne laisser paraître que la partie déterministe de l'amplitude. Calculer la moyenne de plusieurs images est une technique courante en imagerie radar pour s'affranchir du bruit. L'image de dispersion est constituée de pixels à la valeur d'autant plus faible que l'amplitude du point considéré varie peu au cours de la série temporelle.

Nous présentons en figure D.20 une coupe horizontale dans l'image d'amplitude moyenne,

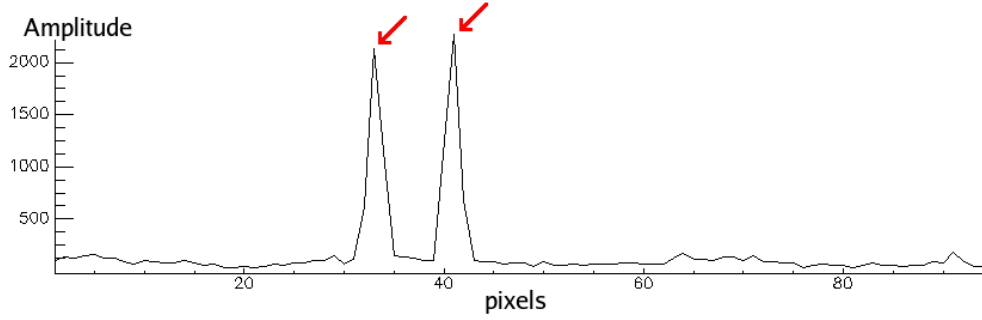


FIGURE D.20: Profil horizontal de l'image d'amplitude moyenne passant par les réflecteurs A et 3. Les deux pics d'amplitude correspondant aux réflecteurs sont indiqués par les flèches rouges.

passant par les réflecteurs A et 3. Nous voyons clairement apparaître les deux réflecteurs sous forme de deux pics distincts et nous pouvons constater que le rapport entre les valeurs d'amplitude du fond et des réflecteurs est grand.

Dans cette expérience, l'indice de dispersion sur les réflecteurs est de l'ordre de 0,05. En comparaison, la dispersion moyenne sur le reste de l'image est de l'ordre de 0,5. Les seuils standards pour sélectionner les PS à l'aide d'images de dispersion sont de l'ordre de 0,25 [48]. Il existe deux méthodes pour sélectionner des PS :

1. le pixel est un PS $\Leftrightarrow D_A \leq D_{max}$
2. le pixel est un PS $\Leftrightarrow D_A \leq D_{max}$ et $m_A \geq m_{min}$

où D_{max} est la dispersion maximale tolérée et m_{min} est l'amplitude moyenne minimale tolérée pour la sélection des PS.

Nous avons détecté les réflecteurs en considérant uniquement les points vérifiant les deux conditions $m_A \geq 2000$ et $D_A \leq 0,05$.

Évolution des phases interférométriques des réflecteurs

La phase contient une information de distance entre le point imagé et le satellite. En calculant un interférogramme, on compare les phases à deux instants différents, ce qui permet de retrouver un éventuel mouvement du point. Lors de l'expérience, en déplaçant les réflecteurs entre deux acquisitions, la distance entre le satellite et le réflecteur a changé à chaque fois, la phase des réflecteurs a donc évolué entre chaque acquisition. Cependant, il est nécessaire de comparer cette évolution à une référence car la phase n'est pas définie de façon absolue. Nous représentons en figure D.21 les phases interférométriques des réflecteurs pour chaque interférogramme. Nous constatons qu'elles suivent une tendance semblable, mais que leur évolution est modifiée à chaque nouvelle image. Notons t_k la date d'acquisition de l'image recalée n°k, $\phi_i(t_k)$ la phase du réflecteur i à la date t_k et $\Phi_i(t_k)$ la phase du réflecteur i dans l'interférogramme calculé entre les dates t_m et t_k . Pour chaque date t_k , la différence de phase pour le réflecteur i par rapport à la date t_m (date de l'image master) s'écrit :

$$\Phi_i(t_k) = \phi_i(t_m) - \phi_i(t_k), \quad (D.11)$$

Il n'est pas possible de donner directement un modèle de déplacement à partir de ces courbes. Les modèles de déplacements doivent en effet être donnés en référence à un point supposé fixe. Ce sera le rôle du réflecteur que nous n'avons pas déplacé. Le calcul des déplacements des réflecteurs mobiles passera d'abord par le calcul des différences de déplacements entre ces réflecteurs et le réflecteur fixe, avant de proposer un modèle de déplacement relatif au réflecteur fixe.

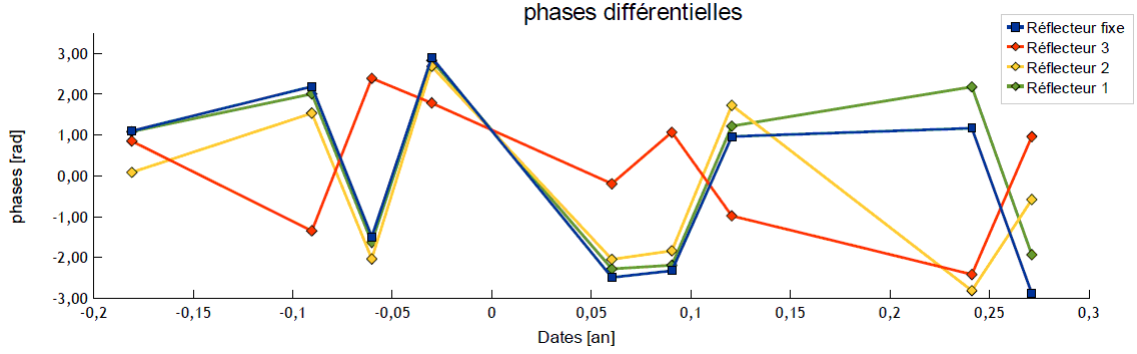


FIGURE D.21: Phases interférométriques enroulées des 4 réflecteurs, c'est à dire $\phi_i(t_k)$ pour $i = 0, 1, 2, 3$ avec les notations de l'équation (D.11).

D.4.2 Méthode «STUN» (*Spatio Temporal Unwrapping Network*)

Principe général

Une seconde méthode de calcul de déplacements consiste à considérer la série temporelle dans son ensemble. Contrairement à la méthode de type DInSAR décrite précédemment, une image de référence unique est sélectionnée et tous les interférogrammes sont alors calculés en référence à cette image. Une étape de déroulement de phase issue d'une méthode originaire du traitement des données GPS est utilisée pour évaluer le mouvement des PS. Un modèle de déformation issu d'une famille regroupant plusieurs types de déplacements est utilisé pour modéliser les observations [77, 78].

Le résultat de cette méthode de calcul est une vitesse exprimée en mm/an [48, 77, 78].

Dans toute la suite, nous prendrons soin de distinguer :

- les mouvements théoriques, définis par le protocole et imposés aux réflecteurs au cours de l'expérience,
- les mouvements observés, c'est à dire les mesures effectuées à partir des images,

Nous considérerons uniquement les quatre réflecteurs présentés en figure D.3 pour plus de clarté lors du détail de la méthode. Ce réseau de quatre réflecteurs est donc composé des trois réflecteurs mobiles et d'un des deux réflecteurs fixes. Nous décrivons les étapes du calcul des déformations en l'illustrant avec les résultats de l'expérience.

Construction du réseau de référence

Un réseau liant les réflecteurs entre eux est calculé afin de former des couples. Ce réseau est appelé *réseau de référence* [77]. Nous représentons en figure D.22 le réseau formé pour l'expérience et un schéma de ce même réseau. On a bien $\frac{n(n-1)}{2} = 6$ liens dans le réseau avec $n = 4$ points.

Calcul des déplacements relatifs entre les réflecteurs

Une fois le réseau de référence créé, les mouvements relatifs entre réflecteurs sont calculés. Ceci s'effectue en comparant leurs phases interférométriques respectives. Nous parlerons donc de double différence de phase puisqu'une phase interférométrique est déjà une différence de phase.

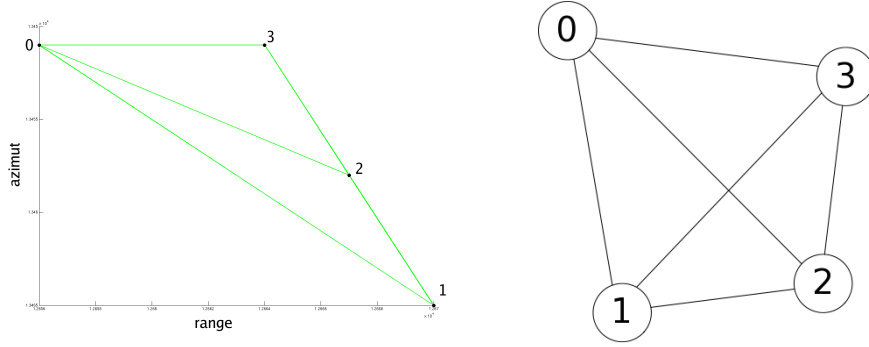


FIGURE D.22: Réseau formé à l'aide de quatre réflecteurs. À gauche : configuration géométrique réelle. Attention, les arcs 1–2, 2–3 et 1–3 sont superposés. À droite : configuration schématique faisant apparaître tous les arcs du réseau.

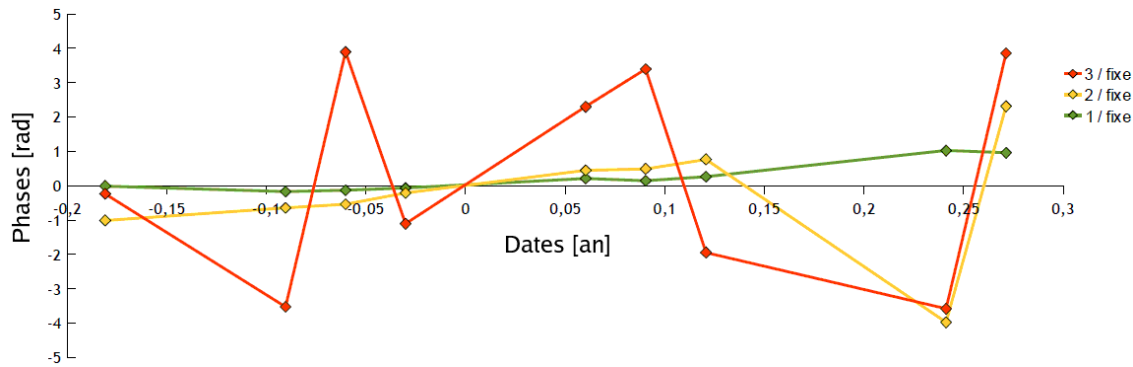


FIGURE D.23: Évolution des phases interférométriques des trois réflecteurs mobiles relativement à celle du réflecteur fixe.

Soit $\Phi_i(t_k)$ la phase du réflecteur i dans l'interférogramme k (calculé entre les dates t_m et t_k), et $\Phi_j(t_k)$ la phase du réflecteur j dans ce même interférogramme. Pour chaque date t_i , la double différence de phase entre le réflecteur i et le réflecteur j (en reprenant les notations de l'équation (D.11) page 270)) à la date t_k s'écrit :

$$\Phi_{i/j}(t_k) = \Phi_i(t_k) - \Phi_j(t_k) = (\phi_i(t_m) - \phi_i(t_k)) - (\phi_j(t_m) - \phi_j(t_k)), \quad (\text{D.12})$$

Nous représentons en figure D.23 l'évolution relative des phases interférométriques entre les réflecteurs mobiles et le réflecteur de référence, c'est à dire $\Phi_{i/0}(t_k)$.

Les données présentées en figure D.23 doivent subir un traitement avant de pouvoir représenter correctement la nature du mouvement. En effet, les phases prennent leurs valeurs entre $-\pi$ et $+\pi$, elles sont dites enroulées. Avant de calculer une déformation, il faut passer par une étape dite de déroulement de la phase, effectuée dans l'algorithme STUN [77, 78] et utilisant la méthode LAMBDA [84] issue du domaine du GPS. Cette étape de déroulement consiste à résoudre le système de 9 équations et 9 inconnues dans notre cas. Notons $\Phi_{i/j,W}$ la phase enroulée, c'est à dire celle présentée en figure D.23 et t_k les 9 dates des images recalées. En notant $\Phi_{i/j,UW}$ la phase déroulée, voici le système à résoudre :

$$\Phi_{i/j,UW}(t_k) = \Phi_{i/j,W}(t_k) + 2n(t_k)\pi. \quad (\text{D.13})$$

Les 9 inconnues du système sont les 9 entiers $n(t_k) \in \mathbb{Z}$ tels que $\Phi_{i/j,UW}$ s'adapte au mieux au modèle.

t_k	23/05	25/06	06/07	17/07	19/08	30/08	10/09	24/10	04/11
$\Phi_{1/0}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\Phi_{2/0}$	0	0	0	0	0	0	0	1	0
$\Phi_{3/0}$	-1	0	-1	0	0	0	1	2	1

TABLE D.6: Récapitulatif des $n(t_k) \in \mathbb{Z}$ calculés par la méthode LAMBDA pour les trois doubles différences de phase $\Phi_{1/0}$, $\Phi_{2/0}$ et $\Phi_{3/0}$.

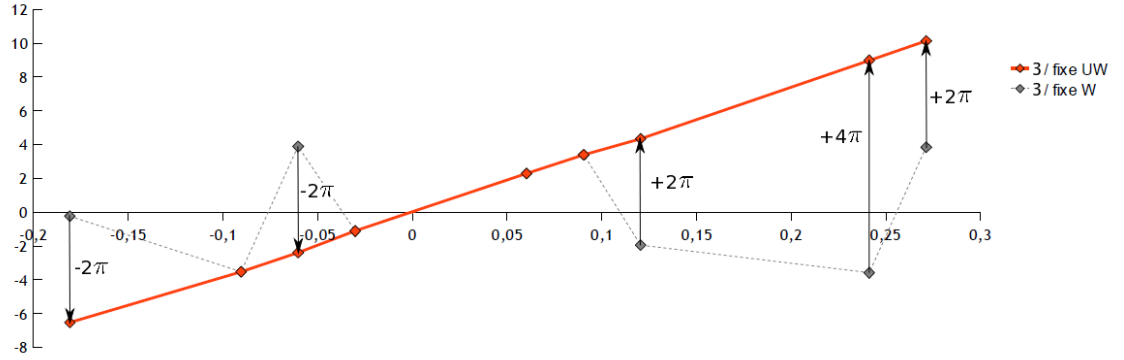


FIGURE D.24: Déroulement appliqué au cas de la double différence de phase $\Phi_{3/0}$. On représente en pointillés gris la phase enroulée et en trait plein rouge la phase déroulée. Les flèches noires représentent les $n(t_k) \in \mathbb{Z}$ relatifs à $\Phi_{3/0}$ (cf. Tab. D.6).

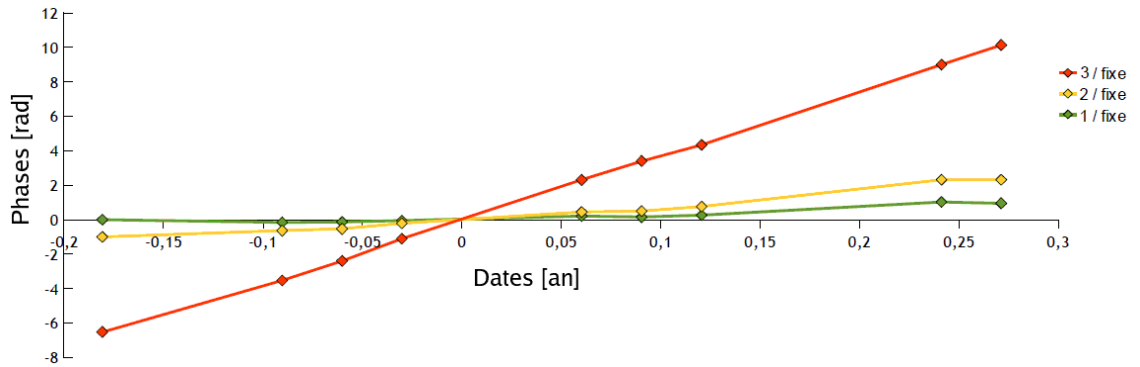


FIGURE D.25: Phases déroulées pour les variations relatives des trois réflecteurs mobiles par rapport au réflecteur fixe.

La méthode LAMBDA utilise un modèle de mouvement parmi des fonctions de base, comme un mouvement constant ou sinusoïdal dans le temps. C'est à partir de ce modèle de mouvement que les entiers $n(t_k)$ sont déterminés de sorte à vérifier au mieux le système (D.13) au sens des moindres carrés.

Nous présentons dans le tableau D.6 la liste des entiers résultant de la méthode STUN. En reportant ces entiers dans le système D.13, on constate que le mouvement des réflecteurs apparaît clairement, la phase a été correctement déroulée, comme le montre la figure D.24, appliquée au réflecteur n°3.

Nous pouvons observer d'après les variations des doubles différences de phases (cf. fig. D.25) que la nature du mouvement est un déplacement à vitesse constante au cours du temps. La méthode LAMBDA donne alors le paramètre du modèle qui approche le mieux la phase déroulée

Couple	1/0	2/0	3/0
V [mm/an]	6,394	19,235	91,676

TABLE D.7: Vitesses relatives calculées par la méthode STUN

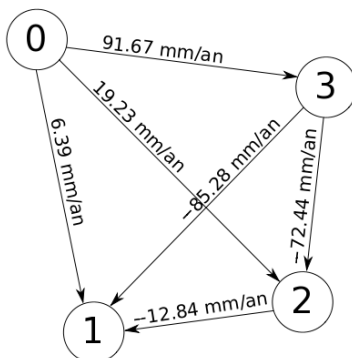


FIGURE D.26: Réseau orienté avec différences de vitesses entre couples de réflecteurs.

au sens des moindres carrés. Dans ce cas, le modèle pour dérouler la phase est un modèle de mouvement régulier, le paramètre représentant le mouvement est donc une vitesse de déplacement. Dans un cas opérationnel, où la nature du mouvement n'est pas connue *a priori*, il est possible de donner une décomposition du mouvement sur plusieurs fonctions de base afin de le représenter au mieux.

Nous présentons dans le tableau D.7 les différences de vitesses entre les trois réflecteurs mobiles et le réflecteur fixe évaluées par la méthode LAMBDA. Le paramètre représentant le mouvement est une différence de vitesses entre deux réflecteurs, c'est à dire la vitesse relative de l'un par rapport à l'autre.

Détection d'erreurs

Une détection d'erreurs est ensuite menée sur le réseau de référence. Cette détection d'erreurs se base sur l'étude des différents mouvements relatifs entre les réflecteurs du réseau. Nous vérifions que toutes les estimations de mouvements relatifs concordent entre les différents réflecteurs. Le principe est de vérifier la nullité des résidus en parcourant des boucles (à trois points) dans le réseau en sommant les différences de mouvement en tenant compte de l'orientation du parcours dans la boucle. Si tous les paramètres ont été correctement estimés, ils doivent naturellement se compenser et fournir un résidu nul. Si le résidu est non nul, au moins un des trois mouvements relatifs présents dans la boucle est mauvais. Former de nombreuses boucles dans le réseau permet de déterminer quels liens entre réflecteurs interviennent trop souvent dans les boucles avec fort résidu et de les éliminer du groupe. Dans le cas de l'expérience, les estimations de mouvements relatifs entre paires de réflecteurs sont très bonnes et aucun résidu n'a dépassé la sensibilité du système de détection d'erreur. Ce seuil adaptatif est calculé à partir de statistiques sur tous les résidus évalués. Ainsi, tous les réflecteurs ont été traités.

Intégration des déplacements relatifs le long du réseau

Connaissant les mouvements relatifs entre paires de réflecteurs, le but est maintenant de prendre en compte ces déplacements relatifs pour déterminer les déplacements des réflecteurs

réflecteur n°	1	2	3
$V^{\text{théorie}}$ [mm/an]	6,4	19,3	96,5
$V_{LOS}^{\text{théorie}}$ [mm/an]	6,08	18,32	91,62
V_{LOS}^{mesure} [mm/an]	6,36	19,14	91,66
ΔV_{LOS} [mm/an]	0,28	0,82	0,04
Erreur relative	4,6 %	4,5 %	< 1 %

TABLE D.8: Vitesses relatives des réflecteurs : comparaison entre vitesses imposées et vitesses mesurées.

mobiles par rapport au réflecteur fixe. Cette étape est une étape d'intégration de différences le long du réseau formé à l'étape précédente. Le fait qu'il existe plusieurs chemins différents pour relier le point de référence à un autre point amène à utiliser une inversion au sens des moindres carrés (cf. système D.15).

Notons δv_{ij} la vitesse du réflecteur i par rapport au réflecteur j et $v_{i/0}$ la vitesse du réflecteur i par rapport au réflecteur fixe 0. Voici une paramétrisation du problème :

$$\begin{bmatrix} \delta v_{01} \\ \delta v_{02} \\ \delta v_{03} \\ \delta v_{12} \\ \delta v_{13} \\ \delta v_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{1/0} \\ v_{2/0} \\ v_{3/0} \end{bmatrix}. \quad (\text{D.14})$$

Nous noterons alors ce système de façon équivalente :

$$\delta v = C v, \quad (\text{D.15})$$

avec :

$$\delta v = \begin{bmatrix} \delta v_{01} \\ \delta v_{02} \\ \delta v_{03} \\ \delta v_{12} \\ \delta v_{13} \\ \delta v_{23} \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad v = \begin{bmatrix} v_{1/0} \\ v_{2/0} \\ v_{3/0} \end{bmatrix}.$$

L'inconnue du système est le vecteur v , une inversion du système D.15 au sens des moindres carrés non pondérés donne directement :

$$\tilde{v} = (C^t C)^{-1} C^t \delta v. \quad (\text{D.16})$$

Notons $V^{\text{théorie}}$ la vitesse réelle, $V_{LOS}^{\text{théorie}}$ sa projection le long de la ligne de visée du satellite, V_{LOS}^{mesure} l'estimation effectuée par la méthode STUN à partir des données et $\Delta V_{LOS} = |V_{LOS}^{\text{théorie}} - V_{LOS}^{\text{mesure}}|$ l'écart entre mesure et théorie. Nous présentons dans le tableau D.8 les résultats de vitesses estimées par l'équation (D.16), comparées aux vitesses réelles.

On note que les vitesses sont évaluées avec une précision inférieure au mm/an, ce qui correspond à une précision inférieure à 5% pour les trois réflecteurs mobiles.

Nous présentons en figure D.27 et D.28 la comparaison entre les mouvements théoriques et ceux issus de l'interpolation donnée par STUN. Ainsi nous comparons la vitesse de variation appliquée en théorie et celle estimée par STUN. Nous constatons un très léger écart (inférieur à 5% en termes de pente) entre les courbes représentant la théorie et celle modélisant le mouvement pour les réflecteurs 1 et 2 alors que pour le réflecteur 3, le modèle est confondu avec la théorie.

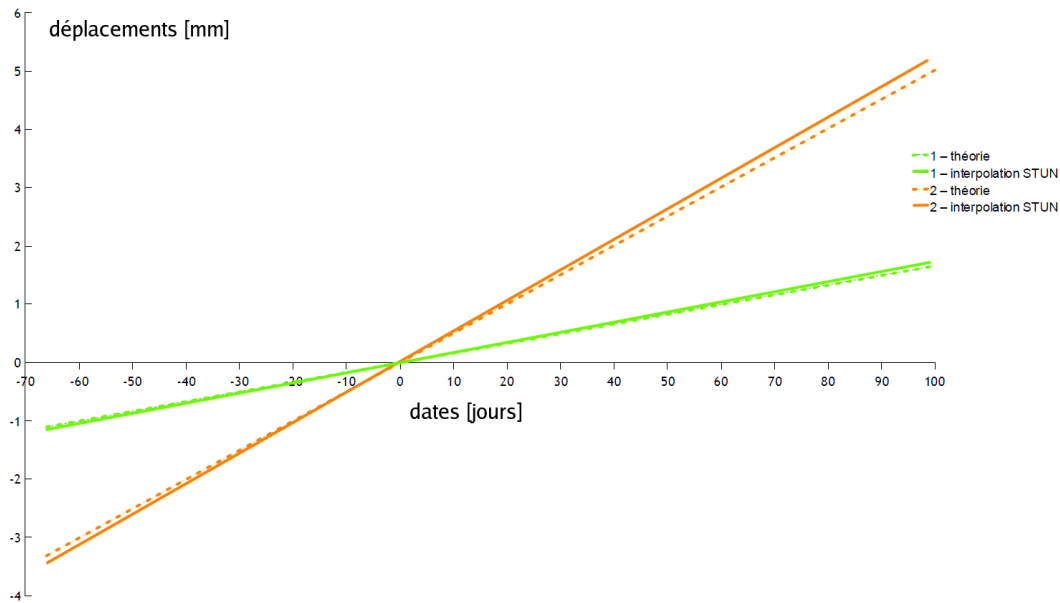


FIGURE D.27: Mouvements théoriques des réflecteurs 1 et 2 comparés à ceux interpolés par STUN sur la base d'un mouvement linéaire. La théorie est présentée en pointillés, l'interpolation en trait plein.

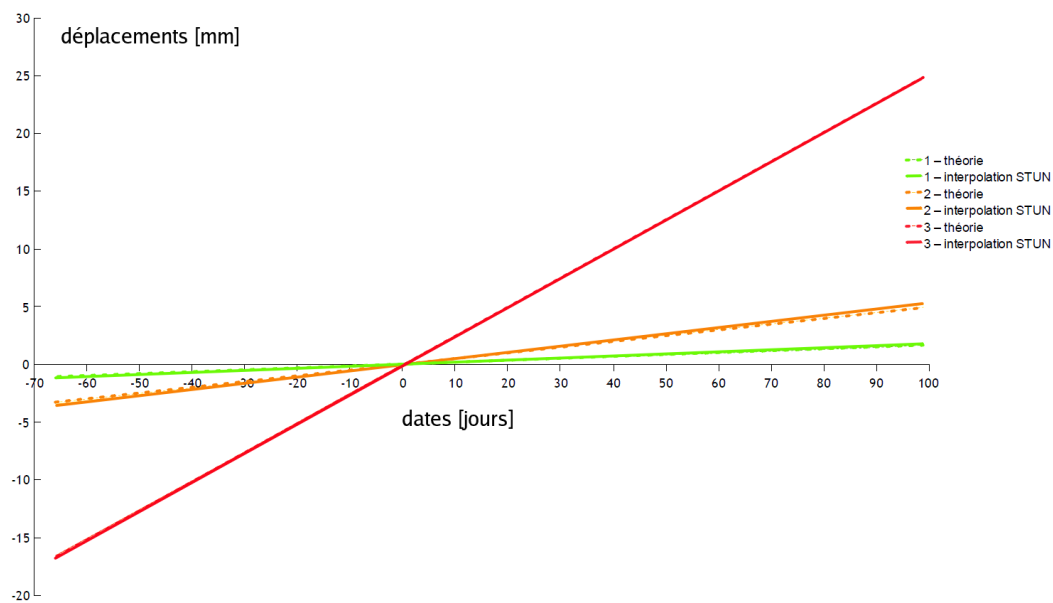


FIGURE D.28: Mouvements théoriques des réflecteurs 1, 2 et 3 comparés à ceux interpolés par STUN sur la base d'un mouvement linéaire. La théorie est présentée en pointillés, l'interpolation en trait plein.

Analyse des résultats issus de la méthode «STUN»

Comparaison avec des données synthétiques modélisant l'expérience

Avant de mettre en place cette expérience de validation, un mode de fonctionnement synthétique a été développé dans CIAO pour préparer l'expérience et pour permettre une validation du

protocole. Le principe est de simuler des variations de phase sur des points à partir de modèles de mouvement donnés, tout en prenant en compte un paramétrage géométrique de prise de vue et un bruit aléatoire dans les données pour s'approcher de la réalité. Il est possible de choisir plusieurs paramètres pour générer ces données :

- Le nombre de PS répartis aléatoirement dans une image,
- le nombre d'interférogrammes ou d'images,
- la distribution temporelle des images ($\Delta T \approx 11$ ou 35 jours par exemple),
- un modèle de mouvement pour chaque PS,
- l'amplitude du bruit (typiquement $\approx 20^\circ$).

On introduit un bruit gaussien aléatoire sur les phases des PS. Ce bruit est décorrélié d'un PS à l'autre et décorrélié d'une acquisition à l'autre pour chaque PS. L'écart type du bruit introduit est 20° [77]. La lecture de ces données synthétiques remplace simplement la lecture des images et des interférogrammes, ainsi que des autres données. Le même traitement que pour des données réelles est ensuite appliqué aux données synthétiques.

Pour générer les données synthétiques relatives à l'expérience, nous avons conservé exactement les mêmes données concernant les dates de prise de vue, les positions relatives des points, ainsi que les caractéristiques de TerraSAR-X. Seules les phases dans les interférogrammes qui ont été déterminées à partir des mouvements théoriques appliqués aux réflecteurs diffèrent du calcul avec les images TerraSAR-X.

Nous présentons en figure D.29 les phases relatives entre les trois réflecteurs mobiles et un réflecteur fixe. Ces courbes sont analogues à celles présentées dans le cas des données réelles en figure D.23. L'écart type du bruit associé est de l'ordre de 20° .

Un exemple d'estimation de la vitesse effectuée par CIAO est présenté en figure D.30. La simulation a été faite dans ce cas avec un bruit de phase d'écart type 20° . Les résultats prédisent une bonne précision d'estimation des mouvements des réflecteurs. On note que l'erreur relative est toujours d'autant meilleure que le déplacement est rapide. La précision d'évaluation des vitesses est inférieure au mm/an, les précisions relatives simulées sont également inférieures à 5%. Il y a donc un bon accord entre la simulation de préparation à l'expérience et l'expérience réelle.

Effet du recalage sur la précision des résultats

Parmi les étapes de préparation des données, une étape critique est le recalage. Il existe plusieurs techniques pour recalibrer deux images l'une sur l'autre. Celle utilisée par CIAO est la corrélation d'amplitude, calculée en différents points des couples d'images afin de déterminer des décalages sub-pixels à appliquer lors de la phase de re-échantillonnage. Entre deux prises de vues, l'environnement au sol change, ce qui rend les images différentes. Le phénomène de chatoiement dû à la rétrodiffusion de l'onde par le sol entraîne un changement d'amplitude et de phase.

Le chatoiement peut se voir comme un phénomène aléatoire, le plus souvent décrit de manière statistique. C'est un bruit multiplicatif, une façon de s'en affranchir est donc de considérer un grand nombre d'images. Une faible modification de la texture du sol peut induire une modification notable de la réponse rétrodiffusée. Par exemple, la teneur en eau du sol peut générer des effets de réflexion spéculaire ou d'absorption, et donc générer une réponse très différente d'une prise de vue à l'autre. De ce fait, l'amplitude d'une même zone peut prendre des aspects différents d'une image à l'autre, comme la figure D.49 page 300 le montre. Ce phénomène est appelé décorrélation temporelle. C'est l'étape de corrélation qui est critique lors du recalage des images. En effet, la corrélation d'amplitude suppose que les deux images soient semblables. Cependant, le chatoiement perturbe le résultat de la corrélation, introduisant potentiellement un biais. Ce biais se répercute lors du re-échantillonnage et perturbe donc la phase et l'amplitude de l'image à recalibrer. Nous pouvons de plus remarquer que des changements induits par les déformations que

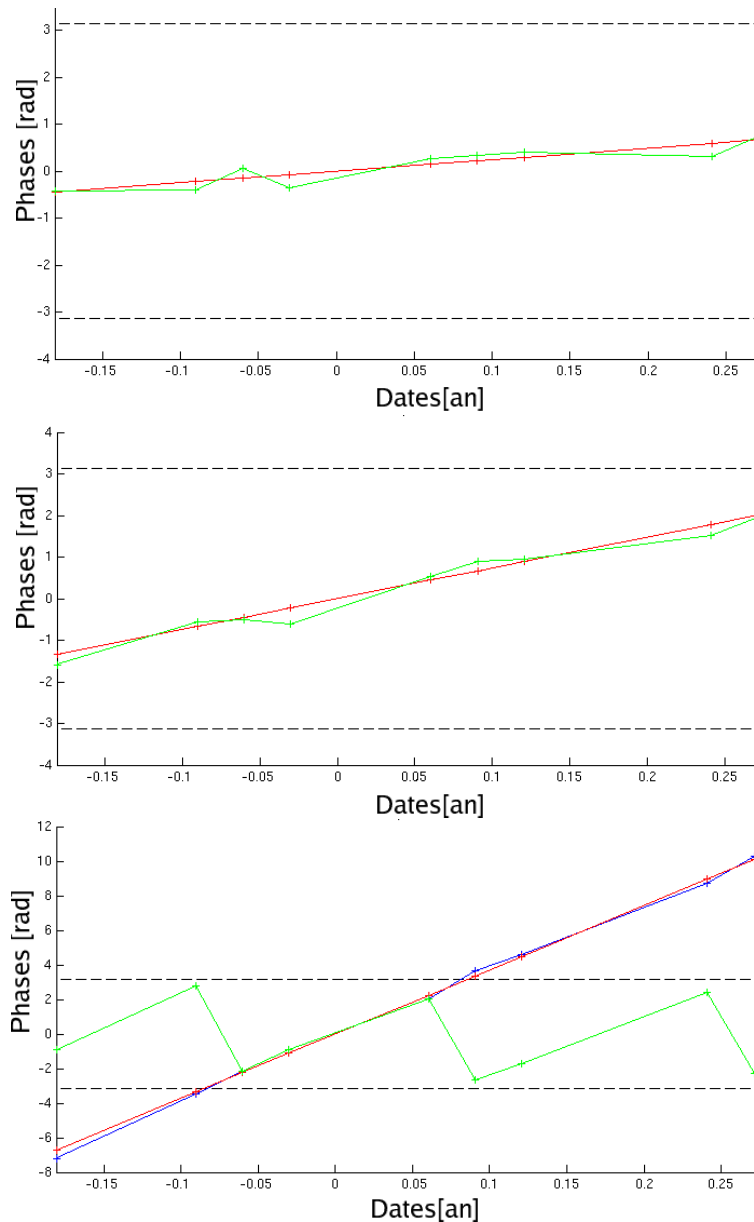


FIGURE D.29: Phases relatives au réflecteur fixe pour les trois réflecteurs mobiles simulés. On représente en rouge la variation théorique, en bleu les données bruitées déroulées (pouvant être confondues avec les courbes vertes si la phase n'est pas enroulée) et en vert les données bruitées enroulées. Nous représentons de haut en bas les courbes relatives aux réflecteurs 1,2 et 3.

nous cherchons à mesurer peuvent être confondus avec des décalages entre images. Autrement dit, les erreurs de recalage induisent des erreurs sur la valeur de la déformation.

Un second effet perturbatif du chatolement pour le recalage d'images vient du fait que l'on cherche généralement à recaler toute la surface de l'image. De nombreuses fenêtres de corrélation sont utilisées pour optimiser le calcul des disparités de l'image à recaler par rapport à l'image de référence. De ce fait, chaque zone de l'image est affectée des biais de corrélation d'amplitude induits par les décorrélation temporelles de tout le reste de l'image.

Il existe d'autres techniques pour recaler deux images. On peut citer par exemple la maximisation de la cohérence, qui consiste à chercher les décalages entre images qui donnent les meilleurs

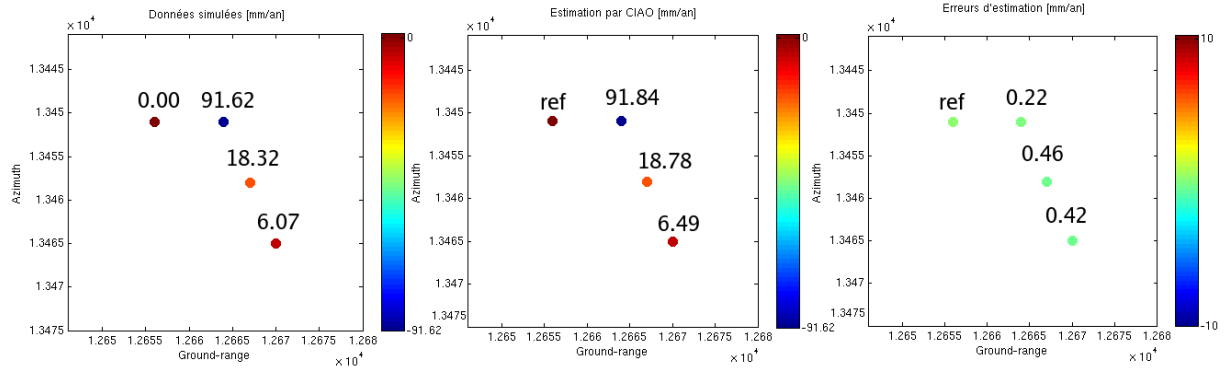


FIGURE D.30: Exemple de résultat de simulation de l'expérience. À gauche : champ de vitesses simulé. Au milieu : Estimation par CIAO. À droite : Erreur d'estimation.

Interférogramme	23/05	26/06	06/07	17/07	19/08	30/08	10/09	24/10	04/11
n°	1	2	3	4	5	6	7	8	9

TABLE D.9: Numérotation des interférogrammes

interférogrammes.

Nous pouvons retenir qu'une amélioration des techniques de recalage utilisées par CIAO ne peut qu'améliorer la qualité et la précision des mesures présentées au cours de ce rapport.

Effet du nombre d'images sur la précision des résultats

Lorsque l'on cherche à étudier le comportement d'un PS sur une courte série d'images, les perturbations singulières induites par le chatoiement dans chaque image peuvent sensiblement perturber le résultat. Disposer d'une longue série d'images permet de tirer profit de l'effet de moyenne. En effet, lors d'une étude par un algorithme de traitement des PS, il est possible de voir progressivement disparaître la perturbation induite par le chatoiement, afin de mieux laisser apparaître le comportement réel du PS considéré.

Nous avons calculé l'évolution de la précision du résultat fourni par l'algorithme STUN en fonction du nombre d'images utilisées. La précision d'estimation des mouvements des PS s'améliore lorsque l'on augmente le nombre d'interférogrammes utilisés. De plus, nous avons montré qu'il existe un seuil minimum dans le nombre d'images afin d'obtenir un résultat satisfaisant. Ce résultat de simulation est présenté en figure D.31.

Afin de vérifier expérimentalement ce résultat, nous avons fait varier le nombre d'interférogrammes pour déterminer le mouvement des trois réflecteurs mobiles. L'image maître est restée l'image acquise le 28/07/2010. Nous avons procédé à des séries de tests pour chaque nombre d'interférogrammes allant de 4 à 9. Pour simplifier les notations, mettons en correspondance d'après le tableau D.9 les interférogrammes avec un numéro.

Il existe en théorie C_9^k façons de n'utiliser que k interférogrammes parmi les 9 dont nous disposons. Cependant, $C_9^4 = C_9^5 = 126$, ce qui nous a poussé à réduire le nombre de combinaisons à la dizaine par nombre d'interférogrammes considérés. Les combinaisons utilisées en fonction du nombre d'interférogrammes sont répertoriées dans la partie D.8 dans le tableau D.14. Pour chaque série de combinaisons, nous avons relevé les écarts absolus entre l'estimation et la théorie. Les valeurs moyennes des erreurs d'estimation sont reportées en figure D.32. On retrouve bien le comportement décroissant de l'erreur avec le nombre d'interférogrammes mis en

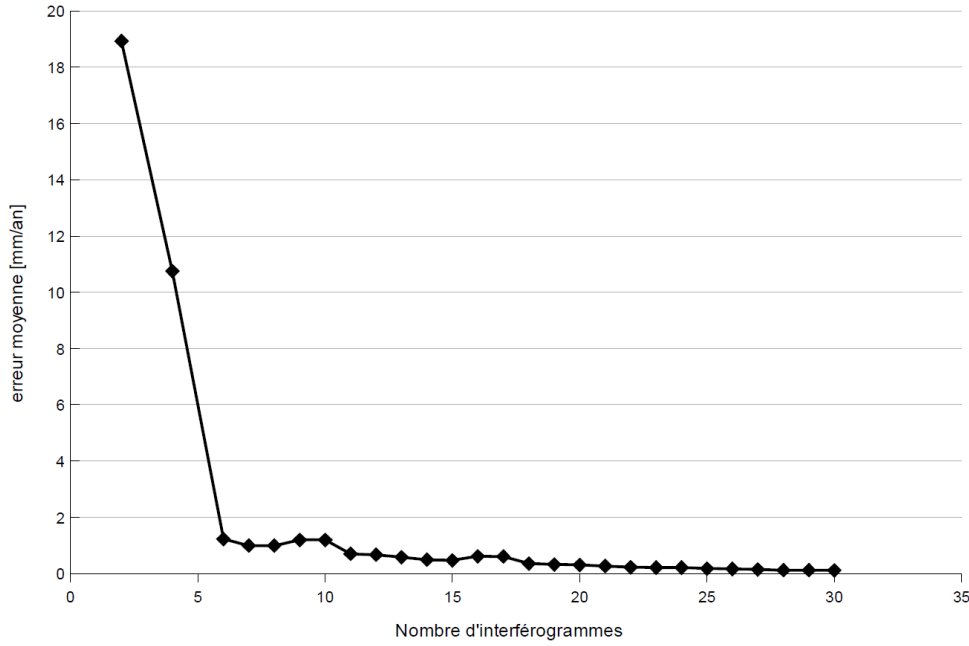


FIGURE D.31: Erreur moyenne d'estimation en fonction du nombre d'interférogrammes sur 1000 PS simulés, pour des vitesses de l'ordre de 5 mm/an, avec un bruit de phase d'écart type 20°.

évidence par simulation (cf. fig. D.31). De plus, on constate que les erreurs tendent à diminuer de façons différentes selon les réflecteurs. Il apparaît en effet que le réflecteur le plus rapide (le n°3) est moins sensible que les autres aux erreurs d'estimation. On peut donc supposer que les variations de phase associées à un mouvement rapide s'extraient mieux du bruit de chatoiement que celles d'un mouvement lent. Il faut en effet garder à l'esprit que faire varier le nombre d'interférogrammes pour évaluer les déplacements revient à retirer des points dans la courbe des figures D.24 et D.25. L'étape de déroulement peut alors devenir critique si la courbe comporte trop peu de points, sachant qu'en plus l'effet de moyenne dû au nombre d'images disparaît.

Effet des PS naturels voisins des réflecteurs sur la précision des résultats

À la vue de la qualité des estimations des déplacements des réflecteurs, nous pouvons considérer qu'ils constituent des PS de bonne qualité. Il est intéressant d'étudier l'impact de l'introduction dans le réseau d'autres PS aux propriétés moins fiables.

Nous devons distinguer deux types de PS induisant une erreur s'ils ne sont pas détectés :

1. les PS de bonne qualité au mouvement mal modélisé par les fonctions de base,
2. les PS de mauvaise qualité dont le mouvement ne peut pas être calculé.

Les PS au mouvement mal modélisé par les fonctions de base utilisées introduisent des biais d'évaluation dans les mouvements relatifs entre paires de PS. Si ces biais sont faibles, il est possible qu'ils ne soient pas détectés lors de la détection d'erreurs dans le réseau et sont alors conservés pour la phase finale d'intégration au sens des moindres carrés. Si tel est le cas, il y aura propagation d'erreurs le long du réseau, modérée toutefois par la redondance de celui-ci.

Selon les seuils que l'on choisit pour détecter les candidats PS à partir de leur valeur moyenne et de leur indice de dispersion, leur qualité et leur nombre varient. Il convient de discuter de la pertinence de la sélection des PS à partir de statistiques sur leur amplitude. En effet, le critère de l'indice de dispersion [48] n'est valable que pour un rapport signal à bruit suffisamment grand.

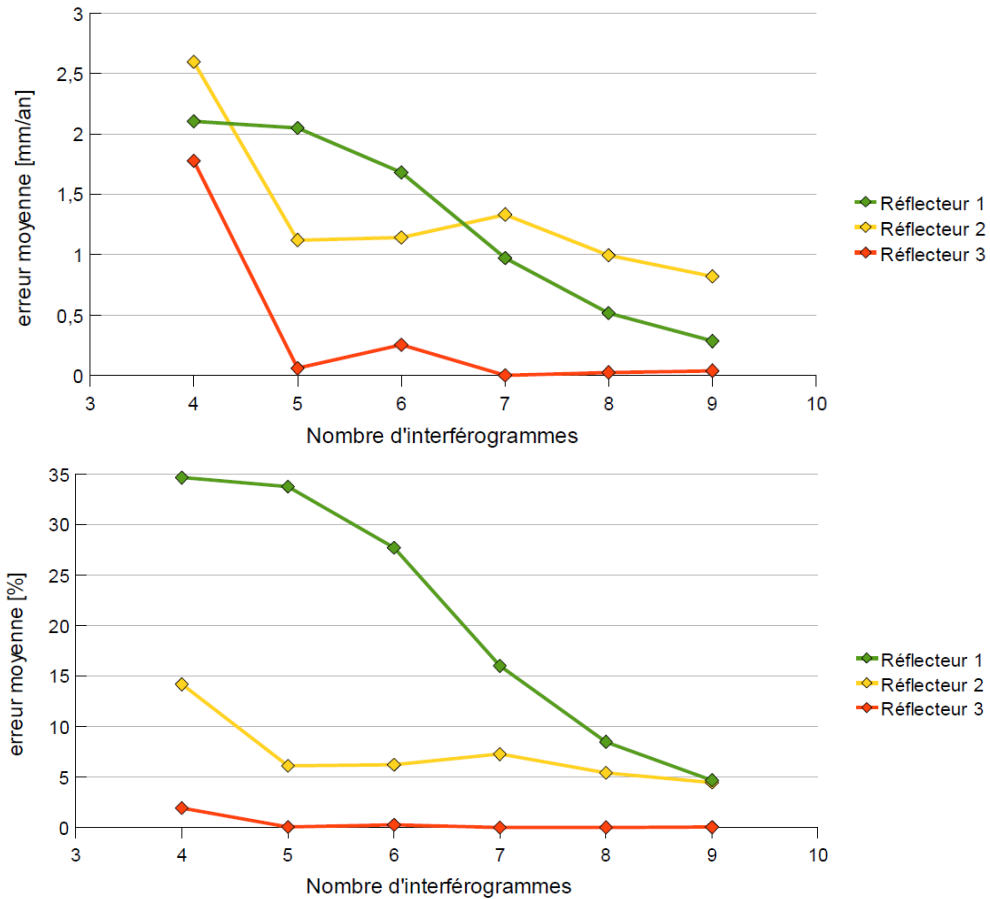


FIGURE D.32: En haut : écarts moyens de vitesse en mm/an. En bas : erreurs moyennes relatives.

En effet, lorsque le rapport signal à bruit est grand, la stabilité de la phase peut s'identifier à la stabilité de l'amplitude [48]. Nous pouvons remarquer qu'un indice de dispersion faible n'implique pas une forte valeur moyenne, tout comme un indice de dispersion élevé n'implique pas une valeur moyenne faible. Il est probable que cet effet de fausse alarme sur la sélection des PS disparaisse avec un plus grand nombre d'images que dans le cas présent. C'est la raison pour laquelle nous sélectionnons des pixels avec un indice de dispersion faible et une valeur moyenne élevée. Si les seuils sont mal choisis, la qualité des PS sélectionnés peut être affectée et de faux candidats peuvent être sélectionnés.

Nous disposons de 10 images, ce qui constitue une liste de 10 réalisations des amplitudes pour chaque pixel de l'image. Calculer des statistiques sur 10 échantillons n'est pas aussi rigoureux que sur de très longues séries d'images. Ainsi, il est possible qu'une proportion des points sélectionnés d'après des critères statistiques sur les images soient de mauvais candidats. La phase de ces PS sera alors potentiellement entachée de bruit et ne reflétera pas le mouvement réel du point. Il s'en suivra de ce fait une mauvaise estimation qui se propagera lors de l'intégration.

Commençons cette étude avec les 10 images de la série par l'élargissement de la zone de sélection des PS pour évaluer les mouvements de PS naturels en plus de ceux des réflecteurs. Nous présentons en figure D.33 le nouveau réseau formé avec les PS voisins du réseau de réflecteur.

On constate en figure D.33 que les réflecteurs du réseau sont reliés à de nombreux PS. La redondance du réseau est relativement élevée. Les estimations des vitesses faites sur les réflec-

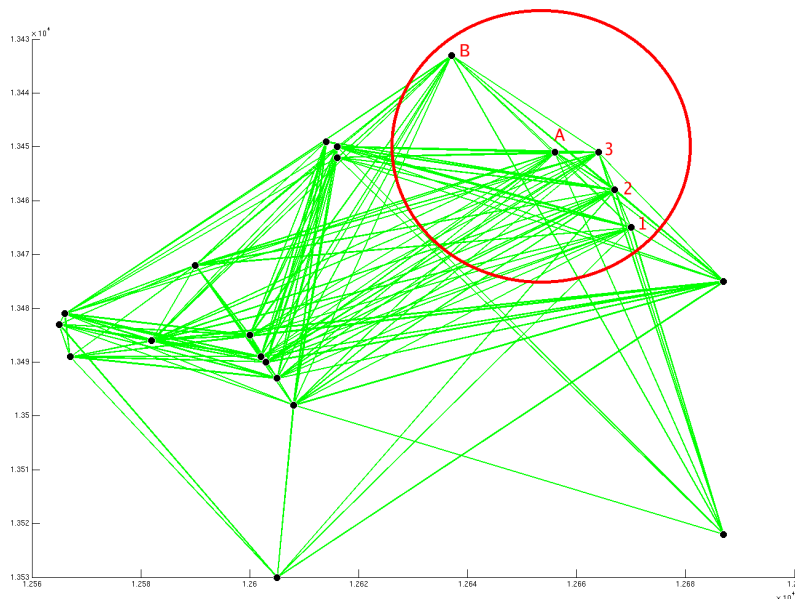


FIGURE D.33: Réseau formé avec le réseau de réflecteurs et des PS voisins, les points noirs représentent les PS, les traits verts représentent les paires de PS dont les mouvements relatifs sont estimés. Les réflecteurs sont entourés en rouge et numérotés comme en figure D.3.

teurs en prenant en compte ces PS voisins sont sensiblement identiques à celles effectuées avec seulement les réflecteurs : la différence est inférieure à 10^{-3} mm/an en valeur absolue. Les seuils de sélection sont restés sélectifs, les PS sélectionnés n'introduisent donc pas d'erreurs. Nous présentons en figure D.34 les phases relatives au réflecteur fixe noté A en figure D.3, pour deux PS particuliers, entourés d'un carré noir sur la figure D.35. Le mouvement du premier a été estimé comme une vitesse linéaire de -0.21 mm/an et le second à +3,18 mm/an. Il n'est cependant pas possible de connaître le déplacement réel de ce PS afin de juger si l'estimation est correcte ou non.

On constate sur la figure D.35 que l'environnement des réflecteurs est stable. En effet, les valeurs de vitesse évaluées restent faibles : seuls les réflecteurs sont mobiles dans l'image.

Effet de la propagation d'erreur dans le réseau

Nous allons maintenant étudier l'effet d'une erreur d'estimation sur un des arcs du réseau lors de l'intégration. À titre d'exemple, nous allons simuler un réseau correspondant à un champ de vitesses nulles, puis nous allons introduire progressivement des arcs mal évalués afin d'étudier la propagation d'erreurs. Pour ceci, nous construisons un réseau régulier de PS, comme illustré sur la figure D.36, afin de faciliter l'analyse de la propagation de l'erreur.

Nous présentons en figure D.37 le résultat de l'intégration où une erreur a été introduite sur un arc horizontal au centre du réseau.

L'amplitude de cette erreur est +1 mm/an, orientée de la gauche vers la droite du réseau. L'erreur maximale alors introduite à l'intégration est de l'ordre de 0,25 mm/an. On constate une propagation locale de l'erreur au sein du réseau sur une échelle d'environ 5 à 6 PS voisins. Au delà de cette distance, l'erreur devient inférieure à 0,05 mm/an (cf. fig. D.38).

Nous représentons en figure D.39 le résultat de l'intégration d'erreurs induites par trois arcs horizontaux aux erreurs d'amplitudes différentes afin d'en comparer les effets.

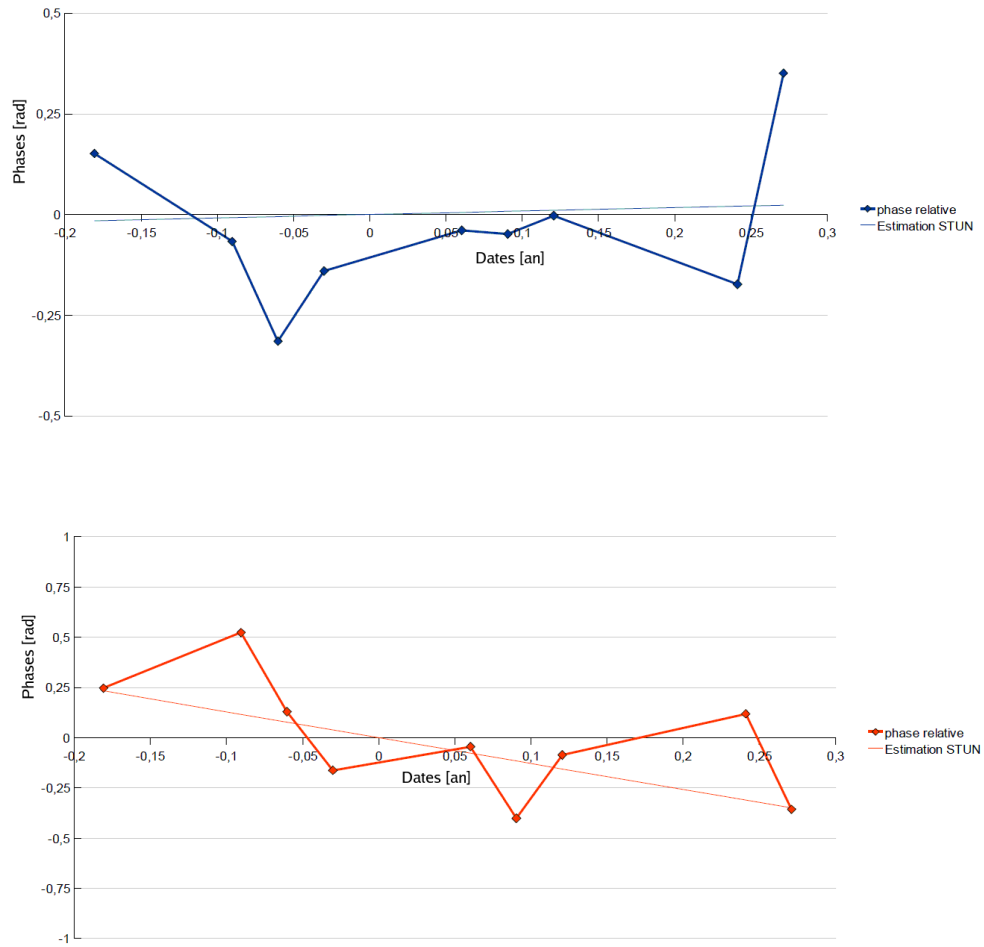


FIGURE D.34: En haut : phase relative du PS dont la composante linéaire de mouvement a été estimée à $-0,21$ mm/an. En bas : phase relative du réflecteur dont la composante linéaire de mouvement a été estimée à $+3,18$ mm/an. Les phases relatives mesurées sont représentées en trait large. La droite issue de l'estimation par l'algorithme STUN est représentée en trait fin sur les deux courbes.

Il est intéressant de noter que la forme du lobe de déformation ne dépend pas de la position du point de référence lors de l'intégration, mais de l'orientation de l'arc mal estimé.

Nous pouvons donc en déduire que la présence d'arcs mal évalués perturbe le réseau dans un rayon d'environ 5 PS. Cependant il est possible que la redondance du réseau diminue cette distance de propagation d'erreur grâce à l'inversion au sens des moindres carrés. En effet, la redondance de la maille carrée est faible en comparaison à celle utilisée en pratique (cf. fig. D.35).

Effet de la Baseline

La Baseline représente la distance entre les deux satellites lors des deux prises de vue utilisées pour générer un interférogramme. Il existe une distance maximale au delà de laquelle il n'est plus possible de calculer un interférogramme dans de bonnes conditions. Cette distance est appelée Baseline critique. Plus généralement, plus la Baseline est grande, plus l'interférogramme est bruité.

Cet effet apparaît dans nos résultats par le biais de la seule image TanDEM-X acquise dans la série temporelle, où la Baseline est la plus grande de toute la série : 324 m. Les estimations

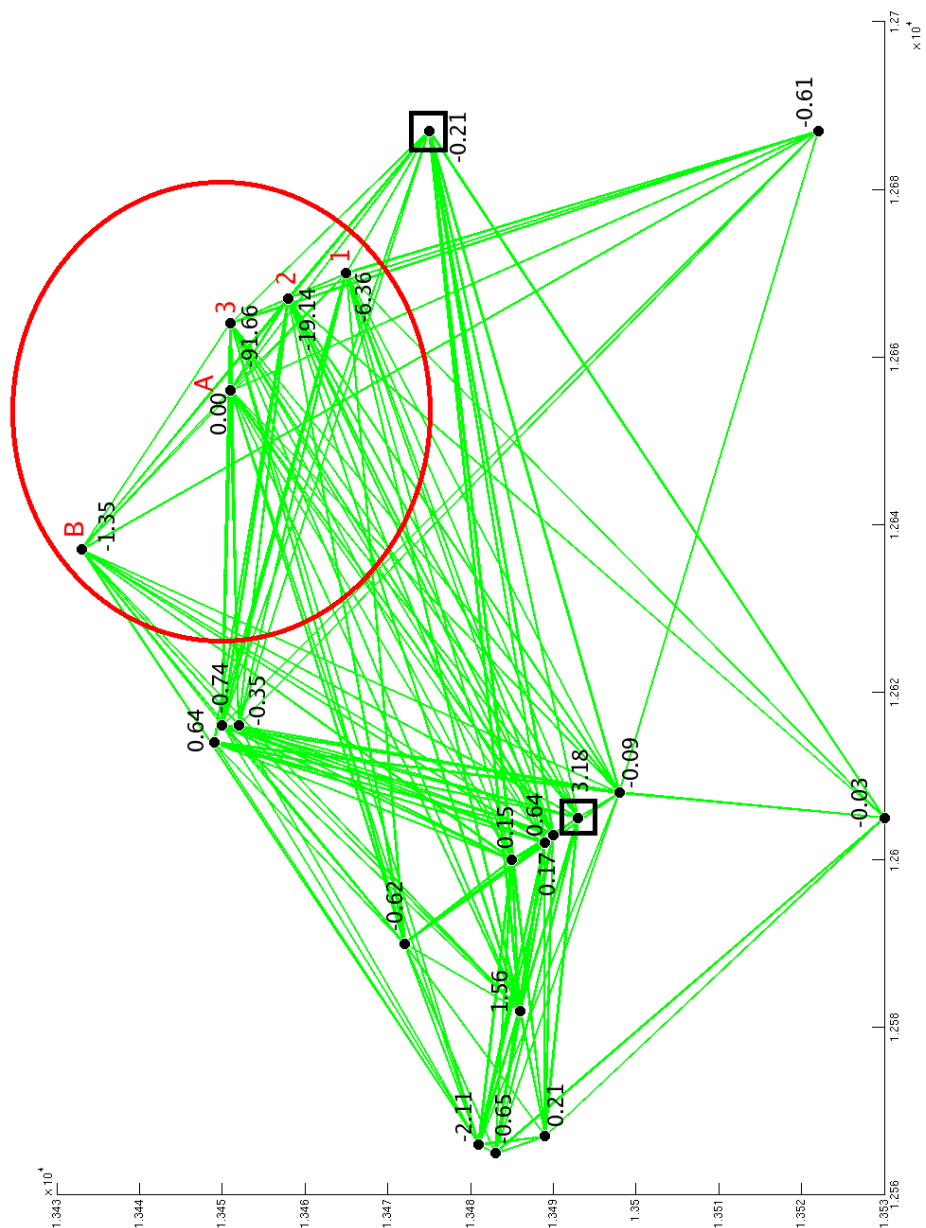


FIGURE D.35: Réseau formé avec le réseau de réflecteurs et des PS voisins, les points noirs représentent les PS, les traits verts représentent les paires de PS dont les mouvements relatifs sont estimés. Les réflecteurs sont entourés en rouge et numérotés comme en figure D.3. Les vitesses estimées [mm/an] par l'algorithme STUN ont été rajoutées à côté des points. Les deux points particuliers présentés en figure D.34 sont entourés par des carrés noirs.

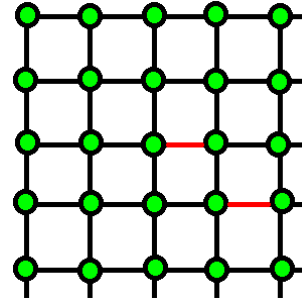


FIGURE D.36: Réseau à maille carrée. Les PS sont représentés par les points verts, les liens entre PS sont représentés en noir. Les liens représentés en rouge sont les liens mal estimés.

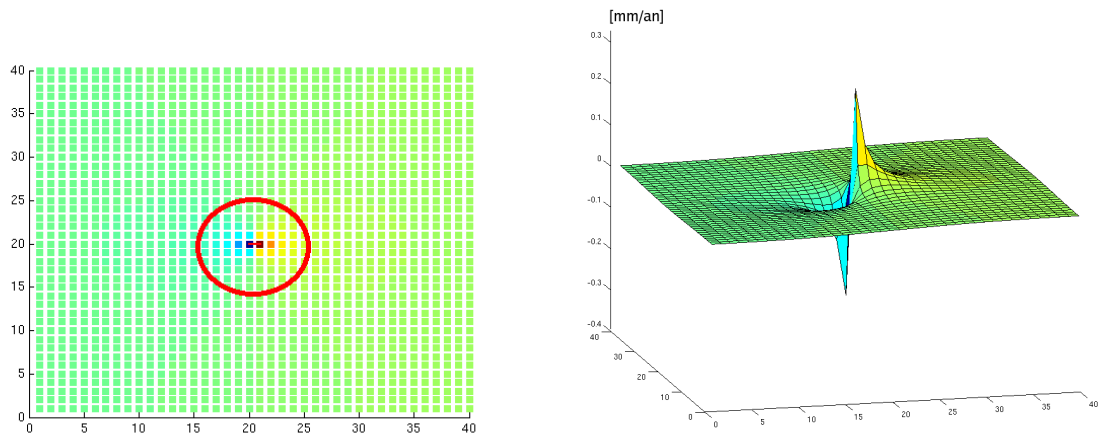


FIGURE D.37: À gauche : Réseau de PS dont la vitesse est représentée en niveau de couleurs. L'arc contenant une erreur est représenté par le trait horizontal rouge reliant les deux PS concernés. L'ellipse rouge indique la zone où l'erreur se propage, pour une précision donnée. À droite : vue 3D de la déformation induite à cause de l'erreur introduite.

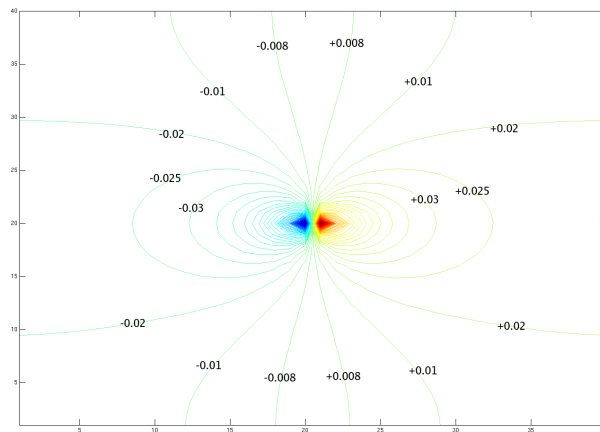


FIGURE D.38: Ligne de niveaux de la déformation introduite dans le réseau de PS d'après la courbe présentée en figure D.37 à droite.

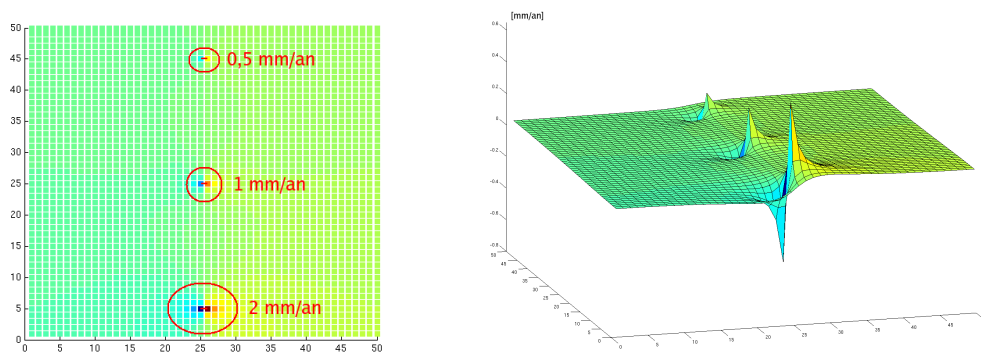


FIGURE D.39: À gauche : Réseau de PS dont la vitesse est représentée en niveau de couleurs.

Les arcs contenant une erreur sont représentés par les traits courts reliant les deux PS concernés. L'amplitude de l'erreur est indiquée en rouge pour chacun des trois arcs. Les ellipses rouges indiquent les zones où l'erreur se propage. À droite : vue 3D de la déformation induite à cause des erreurs introduites.

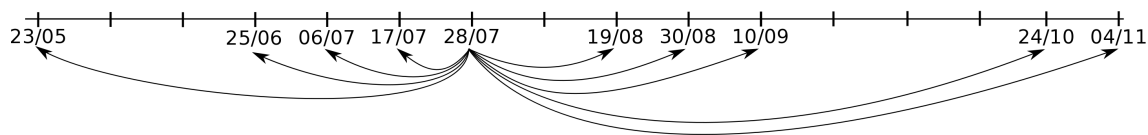


FIGURE D.40: Couples interférométriques formés à partir de l'unique image maîtresse (28/07/2010).

à l'aide de cette image sont moins bonnes que toutes celles effectuées avec les autres images TerraSAR-X.

Remarque : l'erreur d'estimation des déplacements n'est pas due à un manque de qualité du satellite TanDEM-X, mais à la forte Baseline.

Bilan de la méthode STUN

Le cœur de la méthode STUN repose sur la méthode LAMBDA [84], issue du GPS. Cette méthode est une méthode de déroulement de phase à la fois spatiale et temporelle. La notion spatiale intervient grâce au réseau formé parmi les PS et les mouvements relatifs qui sont évalués. La notion temporelle intervient dans le suivi des déformations au cours du temps.

Nous avons montré que la méthode STUN était capable de procéder au déroulement de la phase des réflecteurs afin de déterminer leurs déplacements sans ambiguïté. Dans le cas de l'expérience, le mouvement était régulier, ainsi le paramètre estimé par la méthode STUN était la vitesse de déplacement des réflecteurs. Nous avons montré que l'estimation de la vitesse des réflecteurs par la méthode STUN se fait avec une précision de 5%.

D.4.3 Méthode «STUN + DInSAR»

Principe général

Nous avons appliqué la méthode DInSAR aux données traitées par la méthode STUN. Nous avons considéré une unique image de référence (cf. fig. D.40), contrairement à la méthode DInSAR utilisée dans cette expérience.

La méthode STUN + DInSAR comporte deux étapes distinctes :

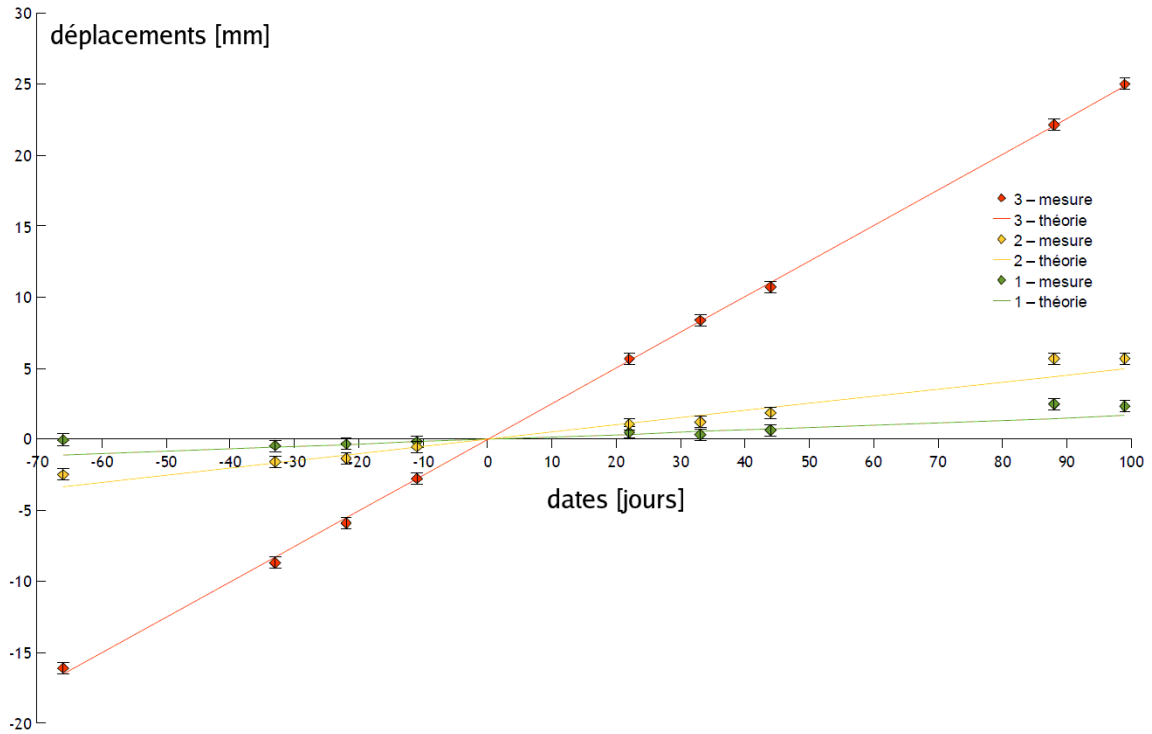


FIGURE D.41: Déplacements pour les trois réflecteurs calculés à partir de la série temporelle avec une seule image de référence. Les déplacements théoriques sont indiqués par les droites en trait plein. Les mesures sont indiquées par les losanges munis de leurs barres d'incertitudes ($\pm 0,35$ mm).

1. Déroulement de phase par la méthode STUN
2. Calcul des déplacements par méthode DInSAR par conversion de la phase déroulée en déplacements

Analyse des résultats issus de la méthode «STUN + DInSAR»

Nous présentons en figure D.41 les positions des réflecteurs au cours du temps calculées à l'aide de la méthode STUN + DInSAR.

Nous présentons dans les tableaux D.10 à D.12 la comparaison entre les déplacements théoriques par rapport à la date du 28/07/2010 et les déplacements évalués par la méthode STUN+DInSAR pour les trois réflecteurs mobiles 1 à 3. Nous constatons que l'écart type de l'erreur est systématiquement inférieure à 0,55 mm, à comparer avec la valeur de 0,7 mm obtenue par Ferretti et al.[79]. En tenant compte de toutes les mesures effectuées sur les trois réflecteurs, nous obtenons un écart type de 0,45 mm.

Remarque : Pour calculer l'écart type de l'erreur, Ferretti et al. prennent en compte l'erreur nulle associée à l'image maître. Ceci a pour conséquence d'améliorer le résultat. Nous avons calculé l'écart type avec les 9 estimations, sans considérer cette valeur nulle qui ne correspond pas à une estimation.

Nous pouvons remarquer que les images du 23/05/2010 et du 24/10/2010 présentent systématiquement des erreurs plus grandes pour les réflecteurs 1 et 2 (phénomène également visible en Tab. D.5 pour les estimations effectuées à partir de couples comportant une de ces deux images). Ceci peut laisser penser à un défaut dans le pré-traitement des images ou à un accident quelconque ayant perturbé les réflecteurs à ces dates précises. Ces dates se distinguent moins

Dates	déplacement effectif [mm]	mesures DInSAR [mm]	Erreur [mm]	
23/05/2010	-1,10	-0,03	-1,06	Écart Type [mm] : 0,49 Moyenne [mm] : 0,37
25/06/2010	-0,55	-0,43	-0,11	
06/07/2010	-0,37	-0,34	-0,02	
17/07/2010	-0,18	-0,17	-0,01	
28/07/2010	0,00	0,00	0,00	
19/08/2010	+0,37	+0,51	-0,15	
30/08/2010	+0,55	+0,33	+0,21	
10/09/2010	+0,73	+0,63	+0,10	
24/10/2010	+1,46	+2,50	-1,03	
04/11/2010	+1,64	+2,34	-0,70	

TABLE D.10: Comparaison entre mesures et vérité terrain pour le réflecteur n°1.

Dates	déplacement effectif [mm]	mesures DInSAR [mm]	Erreur [mm]	
23/05/2010	-3,13	-2,50	-0,81	Écart Type [mm] : 0,58 Moyenne [mm] : 0,43
25/06/2010	-1,65	-1,60	-0,05	
06/07/2010	-1,10	-1,34	+0,23	
17/07/2010	-0,55	-0,52	-0,03	
28/07/2010	0,00	0,00	0,00	
19/08/2010	+1,10	+1,08	+0,02	
30/08/2010	+1,65	+1,20	+0,45	
10/09/2010	+2,21	+1,88	+0,33	
24/10/2010	+4,42	+5,67	-1,25	
04/11/2010	+4,97	+5,68	-0,71	

TABLE D.11: Comparaison entre mesures et vérité terrain pour le réflecteur n°2.

Dates	déplacement effectif [mm]	mesures DInSAR [mm]	Erreur [mm]	
23/05/2010	-16,57	-16,10	-0,47	Écart Type [mm] : 0,30 Moyenne [mm] : 0,23
25/06/2010	-8,28	-8,72	+0,44	
06/07/2010	-5,52	-5,92	+0,40	
17/07/2010	-2,76	-2,75	-0,01	
28/07/2010	0,00	0,00	0,00	
19/08/2010	+5,52	+5,65	-0,13	
30/08/2010	+8,28	+8,37	-0,09	
10/09/2010	+11,04	+10,68	+0,35	
24/10/2010	+22,09	+22,15	-0,06	
04/11/2010	+24,85	+24,99	-0,14	

TABLE D.12: Comparaison entre mesures et vérité terrain pour le réflecteur n°3.

pour le troisième réflecteur, qui dispose d'ailleurs du meilleur écart type d'erreur : 0,30 mm.

En considérant toutes les erreurs d'estimations sur les trois réflecteurs, nous obtenons un écart type de 0,47 mm et une moyenne³ de 0,35 mm.

Nous pouvons remarquer que calculer les interférogrammes à partir d'une série temporelle en ne considérant qu'une seule image maître est un compromis entre simplicité et qualité des mesures. Si le système était constitué de couples interférométriques avec plusieurs images de référence, les mesures seraient de meilleure qualité mais le système serait plus complexe. Considérer une unique image maître simplifie le système au détriment de la qualité des mesures.

Bilan de la méthode STUN + DInSAR

Nous avons utilisé une méthode de traitement hybride entre l'interférométrie classique DInSAR et la méthode STUN. Nous avons premièrement utilisé la méthode STUN afin de dérouler les phases de réflecteurs avant d'utiliser une méthode DInSAR pour mesurer leurs déplacements à partir de la phase déroulée. Cette méthode présente l'avantage de ne générer qu'un faible volume de données.

L'inconvénient de cette méthode est l'utilisation de couples interférométriques avec de grands écarts temporels. Cependant, grâce à la sélection de PS, il est possible de procéder à des mesures sur des points fiables et peu atteints par des phénomènes de décorrélation temporelle. De ce fait, malgré les écarts temporels élevés entre images des couples interférométriques, nous pouvons considérer que la phase est peu perturbée par les changements induits par la décorrélation temporelle.

Nous avons montré qu'il était possible d'évaluer les mouvements des réflecteurs avec une précision de 0,35 mm dans la direction de visée du satellite. Cette précision ne dépend pas de l'amplitude du déplacement, ni de l'écart temporel entre les deux images considérées (cf. fig. D.13, page 264). Les réflecteurs sont peu sensibles à la décorrélation temporelle et les mesures restent fiables au cours du temps, quel que soit l'amplitude du déplacement.

La méthode STUN + DInSAR est la méthode qui semble la plus performante pour le suivi de déformations grâce au faible volume de données qu'elle nécessite et à la précision des résultats accessibles.

D.5 Bilan technique de l'expérience

D.5.1 Les réflecteurs RAC

Les résultats obtenus dans cette expérience bénéficient de la qualité intrinsèque des objets que nous avons conçus. Nous avons constaté que certains points nécessitaient d'être revus en ce qui concerne les réflecteurs en eux-mêmes. En effet, bien que nous ayons choisi de les réaliser en acier inoxydable, ils se sont dégradés avec les intempéries. Il faudra donc envisager d'autres matériaux de construction ou une structure de protection. La fixation au sol par haubans doit également être améliorée pour éviter le phénomène de détente des tendeurs observé au cours de l'expérience. Nous envisageons de passer à un système de fixation par boulonnage dans le sol.

D.5.2 Apport des Permanent Scatterers

La technique d'interférométrie classique appliquée à la mesure de déformation présente certains inconvénients qui sont corrigés par les Permanent Scatterers. En effet, la décorrélation temporelle affecte la qualité des interférogrammes calculés entre deux prises de vue. La mesure

3. en considérant les erreurs en valeur absolue

de déformation déduite de l'interférogramme s'en trouve alors dégradée. Il n'est d'ailleurs pas possible d'évaluer précisément l'erreur induite par la décorrélation temporelle sur les mesures de déformation.

Les Permanent Scatterers, de par leur nature, sont moins sensibles à la décorrélation temporelle. Il s'agit en effet de points aux propriétés stables dans le temps. Les Permanent Scatterers permettent ainsi des études de suivi de déplacement sur de longues durées. Nous pouvons cependant remarquer que l'information issue d'une mesure sur un PS est ponctuelle alors que celle issue d'un interférogramme couvre toute l'image.

La mesure de déformation ponctuelle sur des PS est plus précise que la mesure continue faite par interférométrie classique. Il est donc possible de valider les mesures de déformation issues d'un interférogramme par celles issues de PS pour corriger l'interférogramme par les mesures ponctuelles au niveau des PS et ainsi obtenir une carte de déformation corrigée sur toute l'image.

D.5.3 Apport des séries temporelles

Il est possible de calculer des déformations entre deux dates à l'aide d'un interférogramme différentiel. Cependant, nous avons vu que la mesure était alors donnée avec une ambiguïté (cf. équation (D.9)). Cette ambiguïté ne peut être levée que si l'on dispose d'une série temporelle, ou si le déroulement de l'interférogramme est possible.

Nous pouvons rajouter que l'interférométrie classique donne uniquement le mouvement d'une zone entre deux dates. L'évolution temporelle du mouvement de la zone ne peut être observé que si l'on dispose d'une série temporelle d'images. Aucune évolution du mouvement, comme une accélération par exemple, ne peut être déduite d'un seul interférogramme. Il est nécessaire de disposer d'une série temporelle pour pouvoir observer des variations de tendance dans les déplacements, que ce soit sur toute une zone ou seulement sur des PS. Ainsi, à l'aide d'une série temporelle, il est bien sûr possible de constater une accélération ou une décélération, mais il est également possible de détecter une variation brutale ou une stabilisation.

Précision accessible en fonction de la direction du mouvement

Toute mesure de mouvement à l'aide d'un satellite radar est une projection vectorielle de ce mouvement le long de la ligne de visée du satellite.

La précision d'évaluation d'un déplacement dépend de sa direction par rapport à la ligne de visée du satellite (cf. D.7). Si le mouvement est contenu dans un plan orthogonal à la direction de visée, alors le mouvement sera mal évalué.

Il existe donc des directions de déplacements plus favorables que d'autres selon la direction de visée lors de la prise de vue. Pour évaluer un mouvement quelconque, il faut utiliser au moins trois lignes de visée différentes. Cette méthode fera l'objet de futurs développements.

D.5.4 Perspectives de développement

Méthode de calcul

La méthode STUN peut être améliorée de différentes manières. Il est par exemple possible de considérer plusieurs images maîtresses au lieu d'une seule pour éviter de calculer des interférogrammes entre deux images éloignées temporellement. Il faut noter que l'introduction d'une telle redondance dans la série temporelle augmenterait le volume de données nécessaires au calcul, mais ne pourrait qu'améliorer les résultats.

Une autre amélioration porterait sur la manière de construire le réseau reliant les différents PS sélectionnés. Il est possible d'alléger l'étape d'intégration des mouvements relatifs entre réflecteurs en considérant des réseaux plus petits. En effet, l'inversion au sens des moindres carrés est l'étape

la plus longue du calcul. Ces sous-réseaux pourraient ensuite être reliés entre eux afin de calculer les déplacements de tous les PS.

Restitution 3D du mouvement

La restitution 3D de la direction des déplacements nécessite de combiner plusieurs modes de prise de vue. Il sera alors possible de cartographier avec précision les déplacements selon leur direction, leur sens et leur amplitude.

Détection de discontinuités

La détection d'anomalies lors de l'acquisition d'une nouvelle image s'ajoutant à une série temporelle existante est possible en comparant les déplacements attendus connaissant l'historique des mouvements et ceux effectivement mesurés à l'aide de la nouvelle image. Si les mesures effectuées à l'aide de la nouvelle image diffèrent de la prédiction issue de l'historique des déplacements, il est possible de détecter un changement de régime des mouvements des PS. Ainsi, un changement brutal du mouvement des PS serait détectable lors de l'acquisition d'une nouvelle image.

D.6 Conclusions

Pour mesurer des déformations du sol à l'aide de l'interférométrie radar, une technique est de disposer des réflecteurs sur sa surface. Ces réflecteurs sont ensuite détectés comme PS et leurs déplacements sont mesurés. L'objectif de l'expérience, d'une durée de 6 mois, est l'évaluation de la précision de cette mesure.

Pour atteindre cet objectif, nous avons développé des réflecteurs appelés RAC (**R**éflecteur **r**adar **C**EA) qui ont la propriété d'être visibles quel que soit le satellite radar et le mode de prise de vue. Nous avons ensuite mis en place un réseau d'évaluation constitué de trois RAC mobiles et deux fixes. Les déplacements des réflecteurs mobiles ont été définis et contrôlés par un protocole déduit d'études théoriques réalisées au préalable.

Les déplacements des RAC ont été mesurés avec la méthode implantée dans CIAO. Pour évaluer la précision de la mesure, les déplacements théoriques et mesurés ont été comparés.

Les résultats présentés dans ce rapport montrent qu'il est possible de suivre les déplacements des RAC avec une précision de l'ordre de 0,35 mm dans la direction de la ligne de visée du satellite. De plus, nous avons montré qu'une vitesse de déplacement pouvait être mesurée avec une précision relative inférieure à 5%.

L'expérience a montré que les RAC permettent des mesures fiables sur de longues durées.

Trois méthodes de calcul ont été évaluées et comparées. La méthode classique «DInSAR» a d'abord été utilisée, puis la méthode «STUN» et la méthode «STUN + DInSAR».

- La méthode «DInSAR» présente le désavantage de mesurer la déformation avec une ambiguïté de $\frac{\lambda}{2}$.
- La méthode «STUN» permet de lever l'ambiguïté, mais ne calcule que la vitesse de déplacement.
- La méthode préconisée, «STUN + DInSAR», présente le double avantage de lever l'ambiguïté tout en permettant d'accéder aux déplacements.

Les résultats obtenus par l'expérience confirment les prévisions théoriques effectuées lors des

Nombre de lignes de visée	Informations accessibles
1	<ul style="list-style-type: none"> — Direction : <i>Pas d'information.</i> — Amplitude : Projection le long de la ligne de visée.
2	<ul style="list-style-type: none"> — Direction : <i>Information partielle.</i> — Amplitude : Projection dans le plan formé par les deux lignes de visée.
3	<ul style="list-style-type: none"> — Direction : connue. — Amplitude : connue.

TABLE D.13: Informations accessibles sur la direction et l'amplitude du mouvement en fonction du nombre de lignes de visée utilisées.

phases de préparation de l'expérience et de définition du protocole.

La précision de mesure des déplacements peut être améliorée de plusieurs manières :

- par amélioration de la procédure de recalage des images,
- par l'introduction d'un meilleur modèle numérique de terrain pour le calcul des interférogrammes,
- par l'augmentation du nombre d'images

Il faut donc considérer la précision de 0,35 mm obtenue avec les RAC et la méthode «STUN + DIn-SAR» comme une borne supérieure de l'erreur de la mesure de déformation, l'expérience étant quant à elle transposable et reproductible.

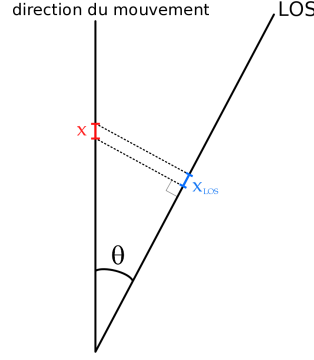
D.7 Étude de la précision de mesure en fonction de la direction du déplacement

Les satellites radar que nous utilisons nous fournissent une information de temps de vol pour chaque pixel. Ce temps de vol correspond à un trajet selon une ligne de visée particulière. Cette ligne de visée est variable d'un satellite à l'autre et varie également pour un même satellite selon le mode d'acquisition. Nous avons présenté en figure D.1 une illustration des quatre modes d'acquisitions possibles. Lorsque l'on utilise deux images acquises dans le même mode pour générer un interférogramme, l'information résultante de déformation du sol est la projection géométrique de la déformation effective le long de la ligne de visée. Par exemple, dans une étude sur des PS dont on cherche à déterminer la vitesse de déplacement, le résultat est la projection de la vitesse effective des PS sur la ligne de visée.

De ce fait, si le déplacement se fait exactement dans la direction de la ligne de visée, la grandeur mesurée sera identique à la grandeur effective. Ainsi, sachant qu'un satellite radar ne peut percevoir que des distances, tout déplacement orthogonal à la ligne de visée ne sera pas perceptible.

Il n'est pas possible de déterminer la direction d'un déplacement à l'aide d'une seule ligne de visée. Le tableau D.13 donne les informations accessibles sur le mouvement en fonction du nombre de lignes de visée utilisées.

Afin de suivre toutes les directions de mouvements possibles, différents modes d'acqui-

FIGURE D.42: Projection du déplacement effectif x sur la ligne de visée.

tion doivent être combinés afin d'obtenir plusieurs lignes de visée sur lesquelles sont projetés les paramètres à évaluer. Ceci permet, avec trois lignes de visée différentes, de déterminer la direction [79, 82] du déplacement ainsi que d'estimer plus finement la valeur du déplacement .

D.7.1 Précision accessible avec un seul mode d'acquisition

Pour un seul mode d'acquisition, nous ne disposons que d'une seule ligne de visée. Ainsi l'information effective est projetée sur une seule direction, comme l'illustre la figure D.42. Notons x le déplacement, x_{LOS} sa projection le long de la ligne de visée et θ l'angle entre la direction du mouvement et la ligne de visée d'après les conventions de la figure D.42. On obtient la relation simple :

$$x_{LOS} = x \cos(\theta). \quad (D.17)$$

Ainsi, lorsque l'on dispose d'une précision δ_{LOS} d'estimation des déplacements se faisant le long de la ligne de visée, un mouvement se faisant dans les conditions décrites dans la figure D.42 est estimé avec une précision δ telle que :

$$\delta = \frac{\delta_{LOS}}{\cos(\theta)}. \quad (D.18)$$

Nous représentons en figure D.43 la courbe représentative de la fonction $\frac{1}{\cos(\theta)}$ pour $\theta \in [0; 90]$. Cette fonction permet de donner la précision de mesure accessible pour un déplacement dans une direction formant un angle θ avec la ligne de visée pour une précision le long de la ligne de visée de 1 mm.

Nous constatons que la précision est brutalement dégradée pour des angles variant entre 70° et 90° . La précision est dégradée d'un facteur 2 pour un angle de 60° par rapport à la ligne de visée. Il apparaît que les directions de déplacement orthogonales à la ligne de visée sont estimés avec une précision très fortement dégradée. Nous représentons en figure D.44 une vue colorée de la précision accessible en fonction de la direction du mouvement mesuré par rapport à la ligne de visée. Dans le cas présenté, l'angle entre la verticale et la ligne de visée est 34° et l'angle de la trace du satellite par rapport au Nord est 8° .

Nous pouvons observer sur la figure D.44 que toute une gamme de directions de déplacement apparaît en rouge sur la sphère. Ces déplacements forment un anneau autour de la sphère et correspondent aux directions orthogonales à la ligne de visée. Ce problème peut être résolu en partie en utilisant plusieurs modes d'acquisition, c'est à dire en disposant de plusieurs lignes de visée différentes.

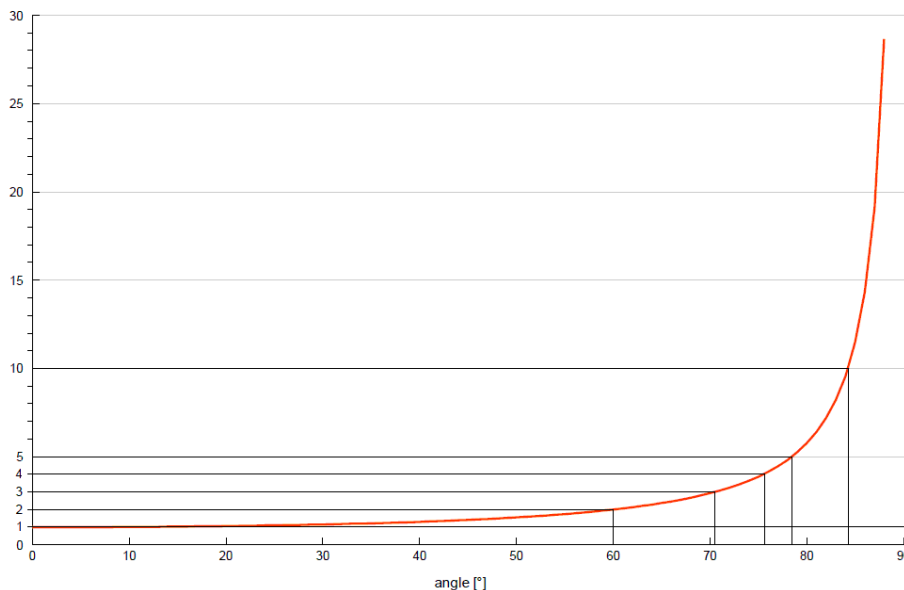


FIGURE D.43: Courbe représentative de la fonction $\frac{1}{\cos(\theta)}$ pour $\theta \in [0; 90^\circ]$.

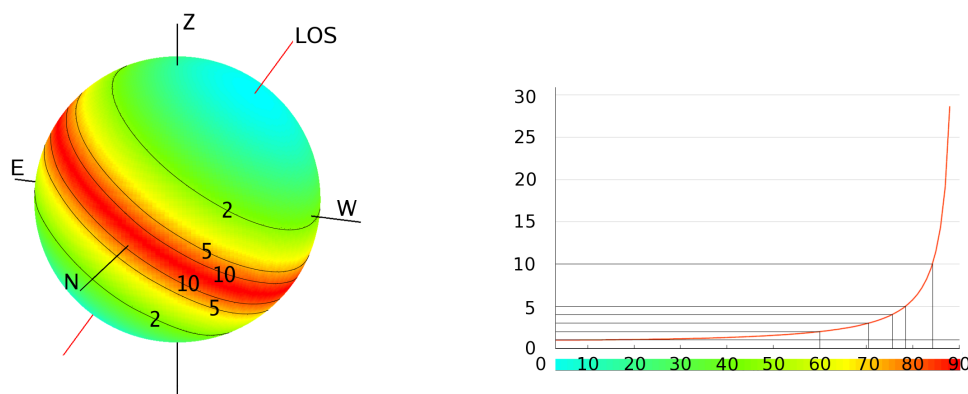


FIGURE D.44: À gauche : sphère colorée en chaque point selon le facteur de dégradation de la précision accessible dans cette direction par rapport à celle dans la ligne de visée. Les axes cardinaux, ainsi que l'axe vertical Z, sont indiqués par les axes noirs. La direction de la ligne de visée (LOS) est indiquée par la ligne rouge. Des lignes de niveaux correspondant aux directions ayant pour pénalité les facteurs 2, 5 et 10 sont représentées sur la sphère. À droite : facteur de dégradation correspondant à l'échelle de couleur. Cette courbe est identique à celle présentée en figure D.43.

Nous présentons en figure D.45 et D.46 deux représentations de la précision accessible selon la direction du mouvement avec un seul mode d'acquisition, pour une précision selon la ligne de visée de 0,35 mm.

D.7.2 Précision accessible avec deux modes d'acquisition

Les réflecteurs RAC que nous avons utilisés ont la propriété d'être visibles aussi bien en mode ascendant que descendant. De ce fait, il aurait été possible de les utiliser de façon similaire pour un mode d'acquisition descendant (avec visée à droite). La précision d'estimation pour un

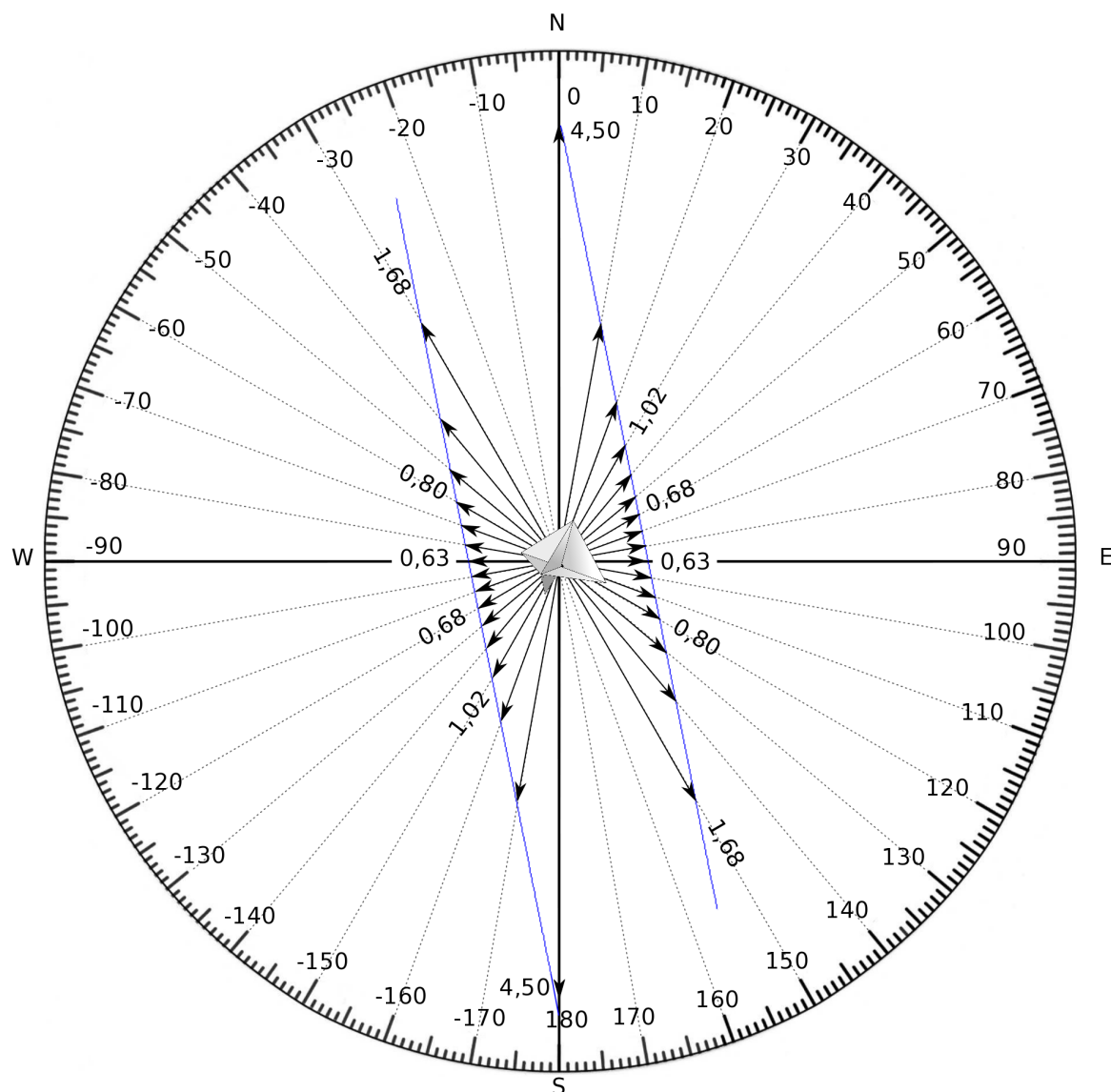


FIGURE D.45: Précision accessible selon la direction du déplacement **dans un plan purement horizontal** avec un couple d'images et **un seul mode d'acquisition**.

déplacement le long de la ligne de visée peut être considérée comme constante, quel que soit la ligne de visée.

Dans ce cas, nous aurions obtenu le résultat de la projection du mouvement des réflecteurs sur les deux lignes de visée. Nous aurions alors pu combiner les résultats de sorte à obtenir les composantes verticale et horizontale du mouvement [79, 82]. Nous pouvons remarquer qu'il est cependant nécessaire d'utiliser au moins trois lignes de visée différentes pour pouvoir donner la direction du mouvement dans l'espace (cf. Tab. D.13).

En utilisant deux lignes de visée différentes pour mesurer un déplacement, la précision de mesure peut être différente entre les deux lignes de visée car la direction du déplacement ne forme pas nécessairement le même angle avec les deux directions de visée. Une estimation sim-

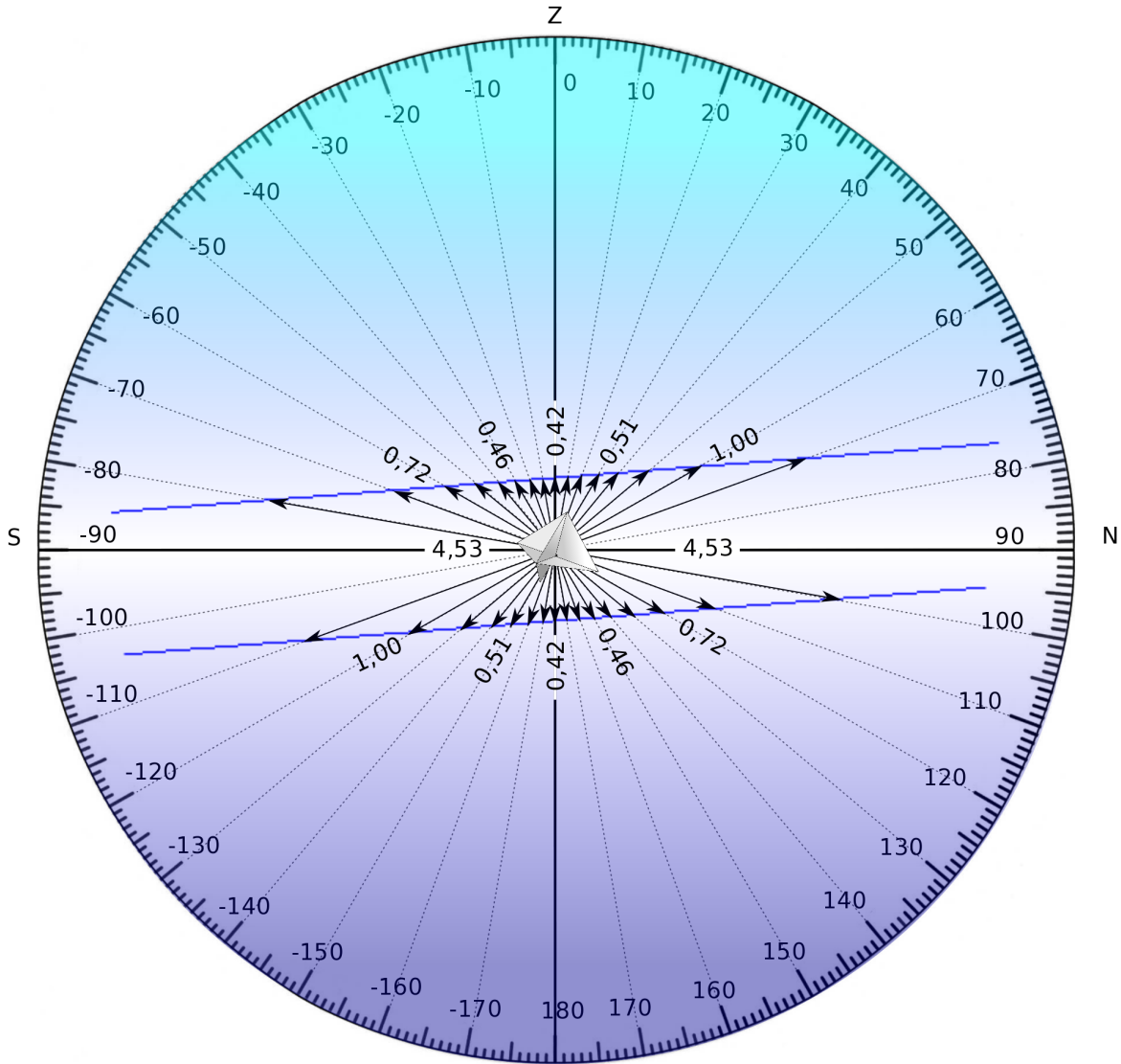


FIGURE D.46: Précision accessible selon la direction du déplacement **dans un plan purement Nord-Sud vertical** avec un couple d'images et **un seul mode d'acquisition**.

plifiée de la précision finalement accessible en combinant les deux lignes de visée peut être la considération de la meilleure précision entre les deux lignes de visée pour chaque direction de mouvement mesuré.

Notons respectivement θ_1 et θ_2 les angles formés par la direction du déplacement et les deux lignes de visée LOS_1 et LOS_2 , $\delta_{LOS} = \delta_{LOS_1} = \delta_{LOS_2}$ les précisions accessibles le long des deux lignes de visée. La précision δ de mesure du déplacement en combinant les deux lignes de visée s'écrit :

$$\delta = \delta_{LOS} \min \left[\frac{1}{\cos(\theta_1)}; \frac{1}{\cos(\theta_2)} \right]. \quad (D.19)$$

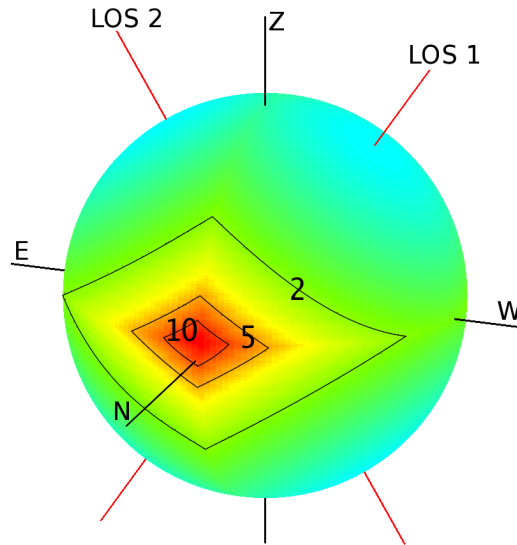


FIGURE D.47: Figure analogue à la sphère colorée présentée en figure D.44 pour le cas de deux lignes de visées différentes.

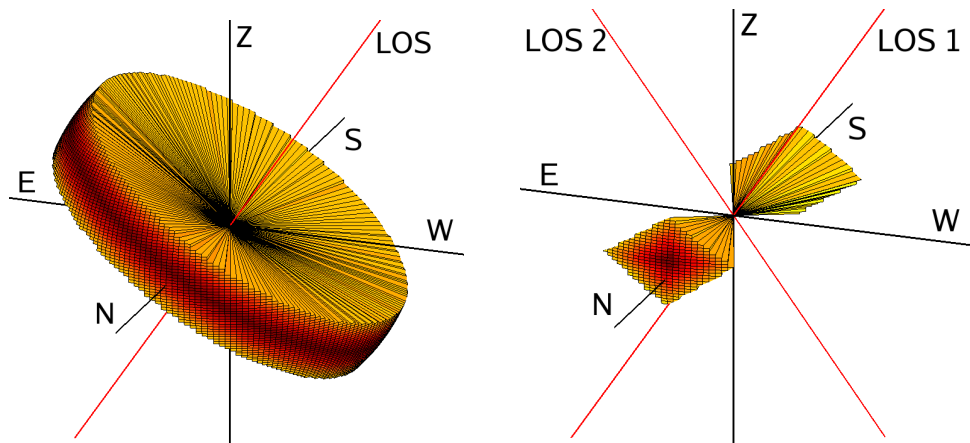


FIGURE D.48: Directions pour lesquelles la précision est dégradée d'un facteur supérieur à 5. À gauche : 1 mode d'acquisition. À droite : deux modes d'acquisition.

Nous représentons en figure D.47 une sphère colorée analogue à celle présentée en figure D.44 pour deux lignes de visée différentes, calculée selon l'équation (D.19).

On constate sur la figure D.47 que la combinaison de deux modes d'acquisition différents fait disparaître l'anneau rouge présent sur la sphère présentée en figure D.44. La combinaison des modes ascendants et descendants permet donc d'accéder avec une bonne précision de mesure à davantage de directions. La direction correspondant à la mesure la plus dégradée se situe aux alentours de la direction Nord-Sud dans le plan horizontal. Cette zone apparaît sous forme d'un losange rouge sur la figure D.47. Des lignes de niveau indiquant les directions correspondant à une dégradation de facteurs 2, 5 et 10 sont indiquées par les lignes noires sur la sphère.

Nous représentons en figure D.48 les directions pour lesquelles la précision est dégradée d'un facteur supérieur à 5. On retrouve bien l'anneau correspondant aux directions critiques pour le cas à un mode d'acquisition et le losange pour le cas à deux modes d'acquisition.

D.7.3 Reconstitution du mouvement en 3D

Nous allons ici montrer la nécessité de disposer de trois lignes de visée distinctes pour déterminer la direction d'un mouvement d'un PS sans connaissance *a priori* et donner une méthode simple pour résoudre le problème [82].

Munissons l'espace d'un repère orthonormé et notons $\vec{d} = (x, y, z)$ le déplacement du PS considéré dans ce repère. Notons $\vec{u}_1 = (a_1, b_1, c_1)$, $\vec{u}_2 = (a_2, b_2, c_2)$, et $\vec{u}_3 = (a_3, b_3, c_3)$ les vecteurs directeurs de trois lignes de visée différentes, respectivement n°1, 2 et 3.

Cas avec 1 seule ligne de visée

Si seule la ligne de visée n°1 est utilisée, alors la seule information accessible est la projection du déplacement sur cette ligne de visée. Notons alors $m_1 = \vec{d} \cdot \vec{u}_1$ la mesure de déplacement projetée le long de la ligne de visée n°1. Nous disposons alors du système à une équation et trois inconnues (x, y et z) suivant :

$$a_1x + b_1y + c_1z = m_1. \quad (\text{D.20})$$

Le système D.20 est sous-déterminé pour les inconnues x, y et z .

Cas avec 3 lignes de visée

Si trois lignes de visée différentes sont combinées, nous avons accès à trois mesures différentes m_1, m_2 et m_3 telles que :

$$\begin{cases} m_1 = \vec{d} \cdot \vec{u}_1, \\ m_2 = \vec{d} \cdot \vec{u}_2, \\ m_3 = \vec{d} \cdot \vec{u}_3. \end{cases} \quad (\text{D.21})$$

Nous disposons alors d'un système de trois équations à trois inconnues :

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = m_1, \\ a_2x + b_2y + c_2z = m_2, \\ a_3x + b_3y + c_3z = m_3. \end{cases} \quad (\text{D.22})$$

Notons alors sous forme matricielle $A = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix}$ et $M = \begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \end{pmatrix}$.

Par inversion au sens des moindres carrés, le déplacement $\vec{d} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ s'obtient par la relation matricielle suivante :

$$\vec{d} = (A^t A)^{-1} A^t M. \quad (\text{D.23})$$

Les trois composantes de \vec{d} sont alors déterminées. Nous pouvons noter que l'introduction de lignes de visée supplémentaires ne fait que contraindre davantage le système (D.22) et ne peut qu'améliorer la précision de l'estimation de la direction du mouvement. Il est possible de pondérer cette inversion à partir de la qualité des mesures m_1, m_2 et m_3 , qui peut être déduite de la qualité des interférogrammes correspondants. Il serait possible de donner un poids plus faible à une mesure faite à partir d'un interférogramme bruité.

Nombre d'interférogrammes	combinaisons
9	1-2-3-4-5-6-7-8-9
8	x-2-3-4-5-6-7-8-9 1-x-3-4-5-6-7-8-9 1-2-x-4-5-6-7-8-9 1-2-3-x-5-6-7-8-9 1-2-3-4-x-6-7-8-9 1-2-3-4-5-x-7-8-9 1-2-3-4-5-6-x-8-9 1-2-3-4-5-6-7-8-x
7	x-2-3-4-5-6-7-8-x 1-x-3-4-5-6-7-8-x x-2-3-4-5-6-7-x-9 1-2-3-x-x-6-7-8-9 1-2-x-4-5-x-7-8-9 1-x-3-4-5-6-x-8-9 1-2-3-4-x-x-7-8-9 1-2-3-x-5-6-x-8-9 1-2-x-4-5-6-7-x-9
6	x-x-3-4-5-6-7-8-x x-2-x-4-5-6-7-8-x x-2-3-x-5-6-7-8-x x-2-3-4-x-6-7-8-x x-2-3-4-5-x-7-8-x x-2-3-4-5-6-x-8-x x-2-3-4-5-6-7-x-x x-x-x-4-5-6-7-8-9 1-2-3-4-5-6-x-x-x

Nombre d'interférogrammes	combinaisons
5	x-x-3-4-5-6-7-x-x x-2-x-4-5-6-x-8-x x-2-3-x-5-x-7-8-x x-x-x-4-5-6-7-8-x x-2-x-x-5-6-7-8-x x-2-3-x-x-6-7-8-x x-2-3-4-x-x-7-8-x x-2-3-4-5-x-x-8-x x-2-3-4-5-6-x-x-x
4	x-x-3-4-5-6-x-x-x x-x-3-4-5-x-7-x-x x-x-3-4-x-6-7-x-x x-x-3-x-5-6-7-x-x x-x-x-4-5-6-7-x-x x-x-x-4-5-6-x-8-x x-x-3-x-5-6-x-8-x x-x-3-4-x-6-x-8-x x-x-3-4-5-x-x-8-x

TABLE D.14: Combinaisons d'interférogrammes utilisés pour l'étude du nombre d'images sur la précision du résultat.

D.8 Couples interférométriques

Nous présentons en figure D.14 les combinaisons d'interférogrammes utilisés pour l'étude du nombre d'images sur la précision du résultat.

D.9 Images d'amplitude

Nous présentons en figure D.49 les images d'amplitude correspondant aux réflecteurs lors de l'expérience.

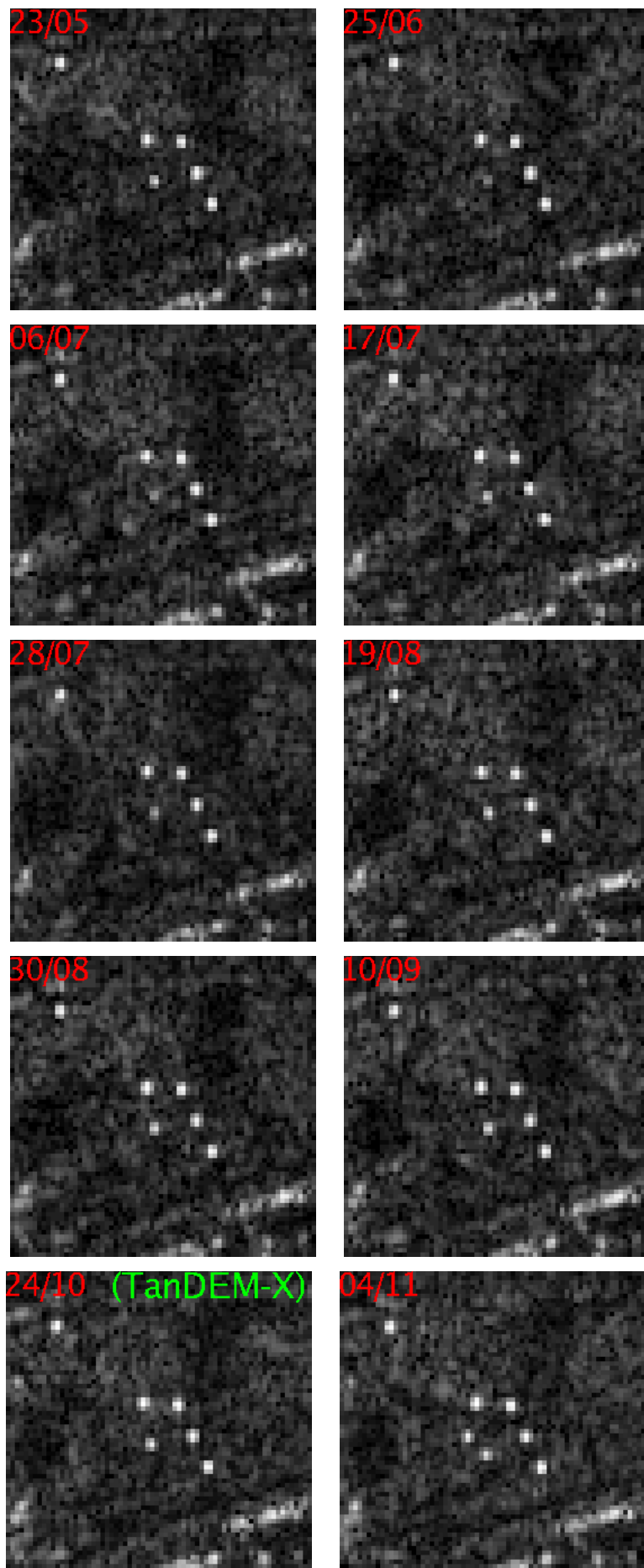


FIGURE D.49: Images d'amplitudes de la série temporelle

Bibliographie

- [1] S. Quegan et al. "Multitemporal ESR SAR analysis applied to forest mapping". *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, Vol. 38, No. 2, March 2000.
- [2] D. Haverkamp et al. "Information fusion for estimation of summer MIZ ice concentration from SAR imagery". *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, Vol. 37, No. 3, May 1999.
- [3] F. Bovolo et al. "A Split-Based Approach to Unsupervised Change Detection in Large-Size Multitemporal Images : Application to Tsunami-Damage Assessment". *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, Vol. 45, No. 6, June 2007.
- [4] D. J. Weydahl et al. "Flood monitoring in Norway using ERS-1 SAR images ". *in Proc., IGARSS*, vol. 1, Lincoln, NE, May 1996.
- [5] D. Brunner et al. "Change detection for earthquake damage assessment in built-up areas using very high resolution optical and SAR imagery". *in Proc., IGARSS 2010*, July 2010.
- [6] P. Gamba et al. "Change Detection of Multitemporal SAR Data in Urban Areas Combining Feature-Based and Pixel-Based Techniques". *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, Vol. 44, No. 10, October 2006.
- [7] F. Bovolo et al. "A Multilevel Approach to Change Detection for Port Surveillance with Very High Resolution SAR Images". *in Proc., Multitemp 2011, Trento, Italy*, 12-14 July 2011.
- [8] R. J. Radke et al. "Image Change Detection Algorithms : A Systematic Survey". *IEEE TRANSACTIONS ON IMAGE PROCESSING*, Vol. 14, No. 3, March 2005.
- [9] E. J. M. Rignot and J. van Zyl. "Change Detection Techniques for ERS-1 SAR Data". *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, Vol. 31, No. 4, July 1993.
- [10] C. Carincotte et al. "Unsupervised Change Detection on SAR Images Using Fuzzy Hidden Markov Chains". *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, Vol. 44, No. 2, February 2006.
- [11] Y. Bazi et al. "An Unsupervised Approach Based on the Generalized Gaussian Model to Automatic Change Detection in Multitemporal SAR Images". *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, Vol. 43, No. 4, April 2005.
- [12] F. Bovolo and L. Bruzzone. "A Detail-Preserving Scale-Driven Approach to Change Detection in Multitemporal SAR Images". *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, Vol. 43, No. 12, December 2005.
- [13] V. S. Frost et al. "A model for radar images and its application to adaptive digital filtering of multiplicative noise". *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, Vol. PAMI-4, No. 2, March 1982.
- [14] J. S. Lee et al. "Digital image enhancement and noise filtering by use of local statistics". *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, Vol. PAMI-2, No. 2, March 1980.

- [15] D. T. Kuan et al. "Adaptive noise smoothing filter for images with signal-dependent noise". *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, Vol. PAMI-7, No. 2, March 1985.
- [16] A. Lopes et al. "Structure detection and statistical adaptive filtering in SAR images". *Int. J. Remote Sens.*, Vol. 41, 1993.
- [17] A. Lopes et al. "Maximum a posteriori speckle filtering and first order texture models in SAR images". in *Proc., IGARSS*, vol. 3, College Park, MD, May 20–24 1990.
- [18] S. Solbø et al. " Γ – WMAP : A statistical speckle filter operating in the wavelet domain". *Int. J. Remote Sens.*, Vol. 25, No. 5, March 2004.
- [19] F. Bujor et al. "Application of the Log-Cumulant to the Detection of Spatiotemporal Discontinuities in Multitemporal SAR Images". *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, Vol. 42, No. 10, October 2004.
- [20] J.-M. Nicolas. "Introduction aux statistiques de deuxième espèce : Applications des logs-moments et des logs-cumulants à l'analyse des lois d'images radar – Introduction to second kind statistics : Application of log-moments and log-cumulants to SAR image distributions analysis". *Trait. Signal*, Vol. 19, No. 3, pp. 139–167, 2002.
- [21] J. Inglada and G. Mercier. "A New Statistical Similarity Measure for Change Detection in Multitemporal SAR Images and Its Extension to Multiscale Change Analysis". *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, Vol. 45, No. 5, May 2007.
- [22] S. Kullback and R. A. Liebler. "On Information and Sufficiency". *Ann. Math. Stat.*, Vol. 22, No. 1, March 1951.
- [23] F. Chatelain, J.-Y. Tournet, J. Inglada, and A. Ferrari. "Bivariate Gamma Distributions for Image Registration and Change Detection". *Image Processing, IEEE Transactions on*, 16(7) :1796 –1806, july 2007.
- [24] F. Chatelain, J.-Y. Tournet, and J. Inglada. "Change Detection in Multisensor SAR Images Using Bivariate Gamma Distributions". *Image Processing, IEEE Transactions on*, 17(3), march 2008.
- [25] N. Balakrishnan S. Kotz and N.L. Johnson. "*Continuous Multivariate Distributions*", 2nd ed. New York : Wiley, 2000, Vol. 1.
- [26] B. Aiazzi et al. "Information-Theoretic Heterogeneity Measurement for SAR Imagery". *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, Vol. 43, No. 3, March 2004.
- [27] L. Alparone et al. "Robust change analysis of SAR data through information-theoretic multitemporal features". *2007 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium, IGARSS 2007*, 23–28 July 2007, Barcelona, Spain, July 2007.
- [28] B. Aiazzi et al. "A robust change detection feature for COSMO-SkyMed detected SAR images". In *2011 6th International Workshop on the Analysis of Multi-temporal Remote Sensing Images (Multi-Temp)*, pages 125 –128, july 2011.
- [29] A. Garzelli, C. Zoppetti, B. Aiazzi, S. Baronti, and L. Alparone. "Robust unsupervised nonparametric change detection of SAR images". In *2012 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS)*, pages 1988 –1991, july 2012.
- [30] P. Lombardo and C. J. Olivier. "Maximum likelihood approach to the detection of changes between multitemporal SAR images". *IEE Proc. Radar, Sonar Navig.*, Vol. 148, No. 4, August 2001.
- [31] C.J. Olivier. "Optimum estimators for SAR clutter". *J. Phys. D, Appl. Phys.*, 1993, 26, pp. 1824–1835.

- [32] P. Lombardo and C.J. Olivier. "Estimation of texture parameters in K-distributed clutter". *IEE Proc., Radar Sonar Navig.*, 1994, 141, (4), pp. 196–204.
- [33] M. Beauchemin, K.P.B. Thomson, and G. Edwards. "The ratio of the arithmetic to the geometric mean : a first-order statistical test for multilook SAR image homogeneity". *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 34(2) :604–606, mar 1996.
- [34] I.H. Woodhouse. "The ratio of the arithmetic to the geometric mean : a cross-entropy interpretation". *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 39(1) :188–189, jan 2001.
- [35] P. Lombardo and T. M. Pellizzerri. "Maximum likelihood Signal Processing Techniques to Detect a Step Pattern of Change in Multitemporal SAR Images". *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, Vol. 40, No. 4, April 2002.
- [36] Ramon F. Hanssen et al. "Deformatiepatroon van de aardbeving van 17 augustus 1999 in Turkije gementen met satelliet radar interferometrie". *Remote Sensing Nieuwsbrief* 90, 42–44, In Dutch, 2000.
- [37] F. Amelung et al. "Widespread uplift and trap door faulting on Galápagos volcanoes observed with radar interferometry". *Nature* 407(6807), 993–996, 2000.
- [38] Joughin I. R. "Estimation of Ice-Sheet Topography and Motion Using Interferometric Synthetic Aperture Radar". *PhD Thesis, University of Washington*, 1995.
- [39] B. Fruneau, J.-P. Rudant, D. Obert, and D. Raymond. Small displacements detected by sar interferometry on the city of paris (france). In *Geoscience and Remote Sensing Symposium, 1999. IGARSS '99 Proceedings. IEEE 1999 International*, volume 4, pages 1943–1945 vol.4, 1999.
- [40] A. Wiesmann, U. Wegmuller, C. Werner, and T. Strozzi. "Subsidence monitoring over oil fields with L-band SAR interferometry". In *2003 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium, 2003. IGARSS '03 Proceedings*, volume 3, pages 1546–1548, july 2003.
- [41] Daqing Ge, Yan Wang, Qiong Hu, Junhai Gao, and Xiaofang Guo. "Using Small Baseline SAR Interferometry to Investigate Land Subsidence Induced by Underground Coal Mining". In *IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium, 2008. IGARSS 2008*, volume 4, pages IV–1201–IV–1204, july 2008.
- [42] Yanmei Zhang, Zaisen Jiang, and Xiao Cheng. "Differential SAR interferometry for mining subsidence detection in rugged terrain". In *2011 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS)*, pages 2204–2207, july 2011.
- [43] P. Berardino, G. Fornaro, G. Franceschetti, R. Lanari, E. Sansosti, and M. Tesauro. "Subsidence effects inside the city of Napoli (Italy) revealed by differential SAR interferometry". In *IEEE 2000 International Geoscience and Remote Sensing Symposium, 2000. Proceedings. IGARSS 2000*, volume 6, pages 2765–2767 vol.6, 2000.
- [44] C. Streck and O. Hellwich. "Retrieval of man-made structures in Siberia with INSAR techniques using ERS-SAR data". In *International Geoscience and Remote Sensing Symposium, 1996. IGARSS '96. 'Remote Sensing for a Sustainable Future'*, volume 3, pages 1836–1838 vol.3, may 1996.
- [45] M. Preiss and N.J.S. Stacy. "Coherent Change Detection : Theoretical Description and Experimental Result". *DSTO-TR-1851*, 2006.
- [46] T. Johnsen. "Coherent change detection in SAR images of harbors with emphasis on findings from container backscattering". In *Radar Conference (RADAR), 2011 IEEE*, pages 118–123, may 2011.

- [47] K. Schulz, D. Brunner, and M. Boldt. "Comparison of covamcoh and ILU image products for interferometric very high resolution SAR image pairs". In *2011 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS)*, pages 313–315, july 2011.
- [48] Alessandro Ferretti et al. "Permanent Scatterers in SAR Interferometry". *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, Vol. 39, No. 1, Janv. 2001.
- [49] Nicholas P. Walker, Stefano Mica, and Henri Laur. "The ERS Interferometric Quick-Look Processor : a Powerful System to Assess and Exploit the ERS Tandem Archive for Land-Use Information Retrieval". In *Proceedings of the 2nd International Workshop on Retrieval of Bio & Geo-physical Parameters from SAR Data for Land Applications, ESA-SP 441, ESTEC*, pages 8–11, 1998.
- [50] P.S. Bullen. *"Handbook of Means and Their Inequalities"*. Mathematics and Its Applications – ISBN 1–4020–1522–4 – ©2003 Kluwer Academic Publisher, 2003.
- [51] Alzer H. "Über Lehmers Mittelwertfamilie". *Elem. Math.*, 43 (1988c), 50–54.
- [52] Lehmer D. H. "On the compounding of certain means". *J. Math. Anal. Appl.*, 36 (1971), 183–200.
- [53] Gini C. "Di una formula comprensiva delle medie". *Metron*, 13, No.2 (1938), 3–22.
- [54] J.-M. Nicolas. "Les distributions de Meijer et leurs propriétés en statistiques de Mellin". *Rapport Telecom Paristech 2011D002*, 2011.
- [55] J.-M. Nicolas. "Application de la transformée de Mellin : étude des lois statistiques de l'imagerie cohérente". *Rapport Telecom Paristech 2006D010*, 2006.
- [56] J. W. Goodman. "Some fundamental properties of Speckle". *Journal of Optical Society American*, 66(11), 1145–1150, 1976.
- [57] C. Tison et al. "A new statistical model for Markovian classification of urban areas in high-resolution SAR images". *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 42(10) :2046 – 2057, oct. 2004.
- [58] Alejandro Cesar Frery et al. "A Model for Extremely Heterogeneous Clutter". *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, Vol. 35, No. 3, May 1997.
- [59] I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik. *"Table of integrals, series and products"*. New York : Academic Press, 1965, 4th ed., edited by Geronimus, Yu.V. (4th ed.); Tseytlin, M.Yu. (4th ed.).
- [60] M. Abramowitz and I. A. Stegun. *"Handbook of Mathematical Functions : with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables"*. Dover Publications (June 1, 1965).
- [61] M. Lundberg et al. "A challenge problem for detection of targets in foliage". *Proc. SPIE Vol. 6237, Algorithms for Synthetic Aperture Radar Imagery XIII*, 2006.
- [62] Lars M.H. Ulander et al. "Performance of VHF-band SAR change detection for wide-area surveillance of concealed ground targets". *Algorithms for Synthetic Aperture Radar Imagery XI, Proceedings of SPIE*, Vol.5427.
- [63] Z. Wei et al. "Change detection of concealed targets using repeat-pass SAR images". In *"1st Asian and Pacific Conference on Synthetic Aperture Radar, 2007. APSAR 2007"*, pages 275–278, nov. 2007.
- [64] W. Ye et al. "A target detection scheme for VHFSAR ground surveillance". *Algorithms for Synthetic Aperture Radar Imagery XV, Proceedings of SPIE*, Vol.6970.
- [65] L. Novak. "FOPEN change detection experiments using CARABAS public release data set". *Algorithms for Synthetic Aperture Radar Imagery XVII, Proceedings of SPIE*, Vol.7699.

- [66] G. Wang et al. "A new SAR image change detection algorithm based on texture feature". In *2011 3rd International Asia-Pacific Conference on Synthetic Aperture Radar (APSAR)*, pages 1–4, sept. 2011.
- [67] W. Ye et al. "Target detection for very high-frequency synthetic aperture radar ground surveillance". *Computer Vision, IET*, 6(2) :101–110, march 2012.
- [68] J. W. Goodman. "Statistical Properties of Laser Speckle Patterns, Laser Speckle and Related Phenomena". *Springer Verlag : Heidelberg, Germany*, pp. 9–75, 1975.
- [69] H. Maitre. "*Traitement des images RSO*". Hermes, 2001.
- [70] C. Henry. "*Détection de points brillants par corrélation complexe entre sous-vues d'une image RSO spatiale*". Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, décembre 2003.
- [71] A.P. Blake, D. Blacknell, and C.J. Oliver. "High resolution SAR clutter textural analysis". In *IEE Colloquium on Recent Developments in Radar and Sonar Imaging Systems : What Next ?*, pages 10/1–10/9, dec 1995.
- [72] J.M. Nicolas and F. Tupin. "Gamma mixture modeled with "second kind statistics" : application to SAR image processing". In *2002 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium, 2002. IGARSS '02*, volume 4, pages 2489–2491 vol.4, june 2002.
- [73] Anastassopoulos V. et al. "High resolution radar clutter statistics". *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 35(1) :43–60, jan 1999.
- [74] H. Bateman. "*Higher transcendental functions*". McGraw-Hill, 1953.
- [75] Ramon F. Hanssen. "*RADAR INTERFEROMETRY – Data Interpretation and Error Analysis*". Springer Editions. ISBN 0-7923-6945-9 ©2001 Kluwer Academic Publisher, 2001.
- [76] D. Massonnet et al. "The displacements field of the Landers earthquake mapped by radar interferometry". *NATURE*, Vol. 364., July 1993.
- [77] Bert M. Kampes. "*RADAR INTERFEROMETRY – Persistent Scatterer Technique*". Springer Editions. ISBN 1-4020-4576-X ©2006 Springer, 2006.
- [78] Bert M. Kampes and Nico Adam. "The STUN algorithm for persistent scatterer interferometry". In *Fringe 2005 Workshop*, 2005.
- [79] Alessandro Ferretti et al. "Submillimeter Accuracy of InSAR Time Series : Experimental Validation". *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, Vol. 45, No. 5, May 2007.
- [80] Gini Ketelaar et al. "Validation of point scatterer phase statistics in multi-pass InSAR". *Proc. of the 2004 ENVISAT & ERS Symposium, Salzburg, Austria*, 2004.
- [81] Jinghui Fan et al. "Monitoring the deformation of landslide with differential SAR interferometry using corner reflectors". *Proc. of SPIE Vol. 7841, 78411I*, 2010.
- [82] S.Sircar et al. "Lateral and subsidence movement estimation using InSAR". In *IEEE GEOSCIENCE AND REMOTE SENSING SYMPOSIUM, IGARSS*, 2004.
- [83] Andrew Hooper et al. "Persistent scatterer interferometric synthetic aperture radar for crustal deformation analysis, with application to volcan Alcedo, Galapagos". *JOURNAL OF GEOPHYSICAL RESEARCH*, Vol. 112, B07407, Juil. 2007.
- [84] P. de Jonge et C. Tiberus. "The LAMBDA method for integer ambiguity estimation : implementation aspects". *Publications of the Delft Geodetic Computing Centre. No. 12*, August 1996.

Étude des séries temporelles en imagerie satellitaire SAR pour la détection automatique de changements

Guillaume QUIN

RESUME : Cette thèse présente la méthode de détection de changements MIMOSA (Method for generalized Means Ordered Series Analysis). Cette nouvelle méthode permet de détecter automatiquement des changements entre couples ou séries temporelles d'images SAR. En effet, grâce aux moyennes temporelles, le nombre d'images en jeu n'importe plus puisque seulement deux moyennes différentes sont comparées de sorte à détecter les changements (par exemple moyenne géométrique et moyenne quadratique). De ce fait, les grands volumes de données disponibles de nos jours sont exploitables plus facilement puisque l'information utile est «résumée» dans les moyennes. Le seul paramètre de la détection est le taux de fausses alarmes obtenu dans le résultat, ce qui rend son analyse plus intuitive. Les cartes de changements fournies par MIMOSA sont de très bonne qualité en comparaison à celles fournies par d'autres méthodes. De nombreux tests ont été mis en place pour constater la robustesse de la méthode MIMOSA face aux problèmes les plus souvent rencontrés, comme une mauvaise calibration radiométrique, ou encore un mauvais recalage. Une interface graphique a de plus été développée autour de MIMOSA, incorporant de nombreux outils de préparation et traitement des données, ainsi que des outils d'analyse des résultats.

MOTS-CLEFS : RSO, détection de changements, moyennes temporelles

ABSTRACT : This PhD thesis presents the MIMOSA (Method for generalized Means Ordered Series Analysis) change detection method. This new technique can automatically detect changes between SAR image pairs or within time series. Indeed, thanks to the temporal means, the number of involved images doesn't matter because only two different means are compared to detect the changes (for example, the geometric and quadratic means). Thus, large data volumes can be processed easily, since the useful information is condensed within the temporal means. The only change detection parameter is the false alarm rate that will be obtained in the result, which makes it easier to analyse. The change maps provided by the MIMOSA method are very good compared to other methods. Several tests have been performed in order to quantify the robustness of the method facing the most common problems, like image misregistration or radiometric calibration errors. A graphical user interface has also been developed for MIMOSA, including many useful tools to prepare and process SAR data, but also several analysis tools.

KEY-WORDS : SAR, change detection, temporal means, MIMOSA

