HAL open science

Instrumentation optimale pour le suivi des performances énergétiques d'un procédé industriel

Hala Rameh

To cite this version:

Hala Rameh. Instrumentation optimale pour le suivi des performances énergétiques d'un procédé industriel. Energie électrique. Université Paris sciences et lettres, 2018. Français. NNT : 2018PSLEM032 . tel-02170805

HAL Id: tel-02170805

https://pastel.hal.science/tel-02170805

Submitted on 2 Jul 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE DE DOCTORAT

de l'Université de recherche Paris Sciences et Lettres
PSL Research University

Préparée à MINES ParisTech

Instrumentation Optimale pour le Suivi des Performances Energétiques d'un Procédé Industriel

Ecole doctorale n°432

SCIENCES DES MÉTIERS DE L'INGÉNIEUR

Spécialité ÉNERGÉTIQUE ET PROCÉDÉS

COMPOSITION DU JURY :

M. RENEAUME Jean-Michel
Professeur, Université de Pau et des Pays de l'Adour, Rapporteur

M. FEIDT Michel
Professeur Emérite, Université de Lorraine - Nancy, Rapporteur

M. EL KHOURY Khalil
Professeur, Université Libanaise, Président

Mme. THERY HETREUX Raphaele
Maitre de conférences, ENSIACET - Toulouse, Examinatrice

M. GOURLIA Jean-Paul
Docteur, ALLICE - Lyon, Examinateur

M. TRAN Cong-Toan
Docteur, PSL - Mines ParisTech, Examinateur

M. ZOUGHAIB Assaad
Professeur, PSL – Mines ParisTech, Examinateur

Soutenue par Hala **RAMEH**
Le 07 Novembre 2018

Dirigée par Assaad **ZOUGHAIB**
et Cong-Toan **TRAN**

« We should be taught not to wait for Inspiration to start a thing.

Action always generates Inspiration.

Inspiration seldom generates Action. »

- ***Frank Tibolt***

Au terme de ma thèse, je tiens à remercier toutes les personnes qui, par leurs conseils, leurs suggestions ou par leur simple présence ont permis de rendre mon travail aussi instructif et efficace que plaisant.

Je remercie surtout mon directeur de thèse, Professeur Assaad ZOUGHAIB. Je le remercie pour son suivi, ses conseils toujours avisés et sa confiance manifeste. Grace à son agréable personnalité et son support scientifique, j'ai été encouragée à dépasser tout obstacle rencontré.

J'exprime également ma gratitude à mon co-encadrant de thèse, Cong-Toan TRAN pour son aide et sa disponibilité. Nos discussions m'ont donné des axes de réflexions utiles pour mon parcours.

Je remercie mes deux rapporteurs, Prof. Jean Michel RENEAUME et Prof. Michel FEIDT, d'avoir accepté de juger mon travail. Je remercie également Mme. Raphaele THERY HETREUX, Dr. Jean Paul GOURLIA et Prof. Khalil EL KHOURY d'avoir accepté de faire partie de mon jury de thèse.

Je n'oublie bien évidemment pas mes collègues au CES. Je les remercie chaleureusement pour tous les agréables moments passés ensemble. Je remercie en particulier Boutros, Christina, Marie, Matthildi, Sylvain, Iran, Egoi, Rami et Rodrigo pour leurs soutiens continus.

Je remercie mes amis au Liban qui, malgré la distance, n'ont pas arrêté de me soutenir et de m'encourager, notamment Joelle, Karen, Marwa, Farah et Karine. Je remercie également ceux en France, qui m'ont accompagné pendant cette aventure et m'ont offert le soutien et l'encouragement, notamment Jessy, Rebecca, Tony, Charbel, Rim, Rodolf et Christiane.

Enfin, je tiens à remercier chaleureusement mon père, ma mère, mon frère et ma sœur pour leur confiance, leur encouragement quotidien et leur amour infini. Je vous aime plus que tout au monde. Cette thèse est la vôtre.

Table des Matières

Table des figures ix
Table des tableaux xi
Nomenclature xiii
Introduction générale 1
Chapitre 1 : Contexte énergétique et positionnement 3
1.1 Le changement climatique 3
1.1.1 L'équilibre climatique 3
1.1.2 Les évolutions passées et les projections 4
1.1.3 Les grands sommets sur le climat avant la COP21 6
1.1.4 La COP21 – 21ème conférence des Nations unies sur les changements climatiques 7
1.1.5 Les politiques climatiques en France 7
1.2 L'amélioration de l'efficacité énergétique dans l'industrie en France 9
1.2.1 L'efficacité énergétique 9
1.2.2 L'audit énergétique obligatoire pour les grandes entreprises 9
1.2.3 Les étapes de réalisation d'un audit énergétique 11
1.2.4 Le besoin d'instrumentation 12
1.3 Positionnement de la thèse 13
1.4 Etat de l'art 14
1.4.1 Classification des variables 14
1.4.2 Les différents objectifs de l'instrumentation d'un procédé 16
1.4.3 Le choix de l'instrumentation optimale 18
1.4.4 Conclusions - Etat de l'art 23
1.5 Motivation de la thèse et ambitions scientifiques 24
Chapitre 2 : Méthode de référence pour la génération des schémas d'instrumentation valides 26
2.1 Introduction 26
2.2 Description du procédé 26
2.2.1 Assemblage des composants 26
2.2.2 Modélisation du procédé 27
2.2.3 Classification des variables 28
2.2.4 Solution recherchée 29
2.3 Validité d'une combinaison de capteurs 30
2.3.1 Représentation du système d'équations 30
2.3.2 Définition de la matrice d'interaction 31
2.3.3 Les cas possibles 32
2.3.4 Vérification des sous-systèmes d'équations 33
2.3.4.1 Enumération de toutes les combinaisons d'équations 33
2.3.4.2 Vérification d'une combinaison d'équations 34
2.3.4.3 Réduction du nombre de combinaisons d'équations 36
2.3.5 Importance des coefficients aléatoires R_i 38

2.4 Méthode de référence 39
2.4.1 Arbre de recherche 40
2.4.2 Vérification des schémas d'instrumentation par étage 41
2.4.3 Parallélisation des calculs 43
2.5 Application : Pasteurisateur de lait 46
2.5.1 Les composants unitaires 47
2.5.2 Bilan énergétique 47
2.5.3 Paramètres d'entrée du modèle 48
2.5.4 Résultats 48
2.6 Application : Concentrateur d'amidon 52
2.6.1 Description du procédé 52
2.6.2 Bilans masse et énergie par composants 52
2.6.2.1 Echangeur de chaleur sans changement de phase 52
2.6.2.2 Echangeur de chaleur avec changement de phase côté froid 53
2.6.2.3 Vanne de détente isenthalpique 53
2.6.2.4 Séparateur vapeur-liquide 53
2.6.3 Paramètres d'entrée du modèle 54
2.6.4 Résultats 55
2.7 Conclusions du chapitre 56
Chapitre 3 : Méthodes séquentielles pour la génération des schémas d'instrumentation valides 58
3.1 Introduction 58
3.2 Limitations de la méthode directe 58
3.3 Réarrangement de la matrice d'interaction 59
3.4 Méthode d'approximation zone supérieure 61
3.4.1 Principe de la méthode 61
3.4.2 Application 63
3.5 Méthode séquentielle – le bas vers le haut – 64
3.5.1 Principe de la méthode 64
3.5.2 Application 67
3.5.3 Flexibilité de la méthode 73
3.6 Méthode séquentielle – le haut vers le bas – 74
3.6.1 Principe de la méthode 74
3.6.2 Application 76
3.7 Application : Concentrateur d'amidon 79
3.7.1 Réarrangement de la matrice d'interaction 79
3.7.2 Méthode d'approximation zone supérieure 80
3.7.3 Méthode séquentielle – le bas vers le haut – 81
3.7.4 Méthode séquentielle – le haut vers le bas – 85
3.7.5 Comparaison des deux approches de la méthode séquentielle 88
3.8 Conclusions du chapitre 89
Chapitre 4 : Evaluation des incertitudes des schémas d'instrumentation 90
4.1 Introduction 90

4.2 Outils de simulation 91
4.3 Méthode de Monte Carlo 92
4.4 Méthode de dérivées numériques 94
4.5 Application : concentrateur d'amidon 95
4.6 Le manuscrit de l'article 95
4.7 Conclusions du chapitre 121
Chapitre 5 : Application à un cas industriel 122
5.1 Introduction 122
5.2 Présentation du procédé 122
5.3 Modélisation du procédé 123
5.3.1 Le tunnel de passage des produits 125
5.3.2 L'évaporateur 125
5.3.3 La bouteille BP 126
5.3.4 La bouteille MP 127
5.3.5 Le compresseur à vis 128
5.3.6 Le compresseur à pistons 129
5.3.7 Le condenseur 130
5.3.8 Le point de mélange 131
5.3.9 Le point de séparation 131
5.3.10 La vanne 132
5.4 Assemblage du modèle 132
5.5 Classification des variables 133
5.6 Réarrangement de la matrice d'interaction brute et simulation 135
5.7 Simplification du système d'équations 137
5.8 Réarrangement de la matrice d'interaction simplifiée et simulation 139
5.9 Optimisation coût et précision 144
5.9.1 Données sur les capteurs 145
5.9.2 La modélisation du procédé sur Dymola 145
5.9.3 Calcul du coût et de l'incertitude des schémas d'instrumentation 148
5.10 Conclusions du chapitre 151
Conclusions et Perspectives 152
A. Conclusions 152
B. Perspectives 153
Références 155

Table des figures

Figure 1. 1 : Principe de l'effet de serre [ADE12] 3
Figure 1. 2 : Anomalies observées de températures moyennes en surface, combinant les terres émergées et les océans, de 1850 à 2012 tirées de 3 ensembles de données [GIE13] 4
Figure 1. 3 : Mesures des concentrations atmosphériques en CO_2 à Mauna Loa (en rouge) et au pôle sud (en noir) [GIE13] 4
Figure 1. 4 : La contribution des activités humaines à l'augmentation des quantités de GES [CC] 5
Figure 1. 5 : Evolution de la température annuelle en France (écart de la référence 1981-2010) [MET] 7
Figure 1. 6 : Les émissions des gaz à effet de serre par secteur en France en 1990 et 2013 [ZEA17] 8
Figure 1. 7 : Économies d'énergie estimées à partir de l'efficacité énergétique en France [EEI17] 9
Figure 1. 8 : Estimation des économies d'énergie cumulées par secteur en France entre 2000 et 2015 [EEI17] ... 9
Figure 1. 9 : Exemple d'optimisation énergétique d'un poste de consommation [NEP] 10
Figure 1. 10 : Nature des activités des entreprises concernées par l'audit énergétique obligatoire et déclarées sur la plateforme de l'ADEME [DAI18] 10
Figure 1. 11 : Top 3 des préconisations avec les gains les plus importants d'après les entreprises ayant déposé leur dossier d'audit énergétique [DAI] 11
Figure 1. 12 : La première étape de l'audit permettant d'établir le synoptique énergétique du site 11
Figure 1. 13 : Exemples d'appareils de mesures intrusifs [ATE14] 12
Figure 1. 14 : Exemples d'appareils de mesures non intrusifs [ATE14] 13
Figure 1. 15 : Diagramme des opérations d'un procédé de 5 opérations et 6 flux échangés 15
Figure 1. 16 : Graphe du procédé présenté à la figure 1.15 15
Figure 1. 17 : Macro-matrice initiale décrivant un procédé étudié 19
Figure 1. 18 : Arbre de recherche des solutions [BAG97] où $q_i = 1$ si le capteur mesurant l'i-ème variable est actif, et $q_i = 0$ sinon 21

Figure 2. 1 : Pasteurisateur à 4 sections 27
Figure 2. 2 : Classement des grandeurs définissant le système d'équations d'un procédé 28
Figure 2. 3 : Représentation de l'objectif d'un schéma d'instrumentation recherché 29
Figure 2. 4 : Bilan d'équilibre d'un procédé contenant 4 nœuds et 10 flux orientés 30
Figure 2. 5 : Deux échangeurs de chaleur en série 31
Figure 2. 6 : Arbre d'énumération de tous les sous-systèmes pour un procédé décrit par 5 équations 34
Figure 2. 7 : La fonction de vérification quand le nombre de variables résiduelles est supérieur au nombre d'équations 35
Figure 2. 8 : Arbre d'énumération de toutes les combinaisons de capteurs d'un procédé à 5 variables mesurables 40
Figure 2. 9 : Vérification par étage des schémas d'instrumentation possibles 41
Figure 2. 10 : Nouvelle combinaison de variables mesurables à tester englobant une combinaison de variables déjà vérifiée et trouvée valide 41
Figure 2. 11 : La méthode de référence (ou méthode directe) 42
Figure 2. 12 : Fonction pour la vérification d'un groupe de combinaisons 44
Figure 2. 13 : Décomposition en 8 sous-groupes des branches de l'arbre de recherche, au 2ème étage d'un procédé à 10 variables mesurables 45
Figure 2. 14 : Méthode directe parallélisée 46
Figure 2. 15 : Le pasteurisateur de lait 46
Figure 2. 16 : Concentrateur d'amidon 52

Figure 3. 1: Réarrangement de la matrice d'interaction d'un procédé 59

Figure 4. 1 : Les erreurs des résultats des schémas de capteurs obtenus par la méthode séquentielle comparés à celles des meilleurs 44 schémas non repérés de la méthode de référence non repérés 95

Figure 5. 1: Schéma de la salle de machines de production frigorifique à l'ammoniac 123
Figure 5. 2: Représentation du procédé de production frigorifique à l'ammoniac 124
Figure 5. 3: Schéma du tunnel de passage des produits 125
Figure 5. 4: Schéma de l'évaporateur 125
Figure 5. 5: Schéma de la bouteille basse pression 127
Figure 5. 6: Schéma de la bouteille moyenne pression 128

Figure 5. 7: Schéma du compresseur à vis 129
Figure 5. 8: Schéma du compresseur à vis 129
Figure 5. 9: Schéma du condenseur 130
Figure 5. 10: Schéma du point de mélange 131
Figure 5. 11: Schéma du point de séparation 131
Figure 5. 12: Schéma de la vanne 132
Figure 5. 13 : Répartition des coûts des 2008 schémas d'instrumentation valides 148
Figure 5. 14 : Courbe Pareto Prix/Incertitude des 76 schémas d'instrumentation les plus précis 149

Table des tableaux

Tableau 1. 1 : Évolution projetée de la moyenne de la température de l'air à la surface du globe et de l'élévation du niveau moyen des mers pour le milieu et la fin du XXIe siècle par rapport à la période de référence 1986-2005 [GIE13] 5
Tableau 1. 2 : Matrice d'incidence relative au graphe du procédé présenté à la figure 1.16 15

Tableau 2. 1 : L'évaluation des combinaisons d'équations de l'exemple des 2 échangeurs de chaleur en série .. 38
Tableau 2. 2 : Matrice d'interaction du pasteurisateur de lait 48
Tableau 2. 3 : Les schémas d'instrumentation possible pour le pasteurisateur de lait 49
Tableau 2. 4 : Nombre de schémas d'instrumentation où les variables mesurables sont présentes pour le pasteurisateur de lait 49
Tableau 2. 5 : Les équations ayant permis de valider les schémas d'instrumentation du pasteurisateur de lait ... 50
Tableau 2. 6 : Les variables observées ou mesurées pour chaque schéma d'instrumentation possible pour le pasteurisateur de lait 51
Tableau 2. 7 : Nombre de vérifications requises pour résoudre le problème d'instrumentation du pasteurisateur de lait 51
Tableau 2. 8 : La matrice d'interaction du concentrateur d'amidon 54
Tableau 2. 9 : Nombre de vérifications requises pour résoudre le problème d'instrumentation du concentrateur d'amidon 55
Tableau 2. 10 : Les 6 solutions consistant en 7 capteurs pour le problème d'instrumentation du concentrateur d'amidon 56
Tableau 2. 11 : Les équations ayant permis de valider les 6 schémas d'instrumentation consistant en 7 capteurs du concentrateur d'amidon 56
Tableau 2. 12 : Les variables observées ou mesurées pour chacun des 6 schémas d'instrumentation consistant en 7 capteurs du concentrateur d'amidon 56

Tableau 3. 1 : Evolution du nombre de vérifications nécessaires avec l'augmentation de la taille du procédé 58
Tableau 3. 2 : Matrice d'interaction réarrangée du pasteurisateur de lait 60
Tableau 3. 3 : L'évaluation des combinaisons d'équations de la zone supérieure de la matrice d'interaction du pasteurisateur de lait 63
Tableau 3. 4 : Les 6 solutions du problème du pasteurisateur de lait – approximation zone supérieure Z1 64
Tableau 3. 5 : Problème d'instrumentation défini par la zone Z2 68
Tableau 3. 6 : Les 15 combinaisons de variables à observer de la zone Z5 68
Tableau 3. 7 : Statistiques des résolutions des 32 problèmes d'instrumentation Z1' 70
Tableau 3. 8 : Les 30 schémas d'instrumentation possibles pour le pasteurisateur de lait sans vérification du nombre de capteurs – méthode le bas vers le haut – 71
Tableau 3. 9 : Les 5 schémas d'instrumentation de 4 capteurs relatifs à la première solution obtenue du Tableau 3.8 71
Tableau 3. 10 : Les 7 schémas d'instrumentation de 6 capteurs relatifs à la quatrième solution obtenue du Tableau 3.8 72
Tableau 3. 11 : Les 6 schémas d'instrumentation de 5 capteurs relatifs à la cinquième solution obtenue du Tableau 3.10 72
Tableau 3. 12 : Les solutions perdues lors du découplage du problème 72
Tableau 3. 13 : Comparaison entre la méthode de référence et la méthode séquentielle –le bas vers le haut– pour le pasteurisateur de lait 73
Tableau 3. 14 : Les ensembles Z1g et Z1d de chaque solution du problème Z1 avec la méthode séquentielle – le haut vers le bas – 77
Tableau 3. 15 : Comparaison entre la méthode de référence et la méthode séquentielle –le haut vers le bas– pour le pasteurisateur de lait 79
Tableau 3. 16 : La matrice d'interaction réarrangée du concentrateur d'amidon 79
Tableau 3. 17 : Statistiques du nombre de sous-systèmes d'équations étudiés pour chacune des compilations de la zone Z2 81
Tableau 3. 18 : Le nombre total de variables et le nombre de variables mesurables ainsi que le nombre de schémas de capteurs appartenant aux cas 2 et 3 pour chacune des compilations de la zone Z1' 83
Tableau 3. 19 : Statistiques du nombre de combinaisons de capteurs à étudier pour chacune des compilations de la zone Z1' 83
Tableau 3. 20 : Les solutions identifiées par la méthode séquentielle pour le concentrateur d'amidon 84

Tableau 3. 21 : Les ensembles Z1g et Z1d des 16 solutions du problème Z1 du concentrateur d'amidon résolu avec la méthode séquentielle – le haut vers le bas – 86
Tableau 3. 22 : Statistiques du nombre de sous-systèmes d'équations étudiés pour chacune des compilations de la zone Z2 86
Tableau 3. 23 : Comparaison entre les deux approches de la méthode séquentielle pour l'exemple du concentrateur d'amidon quand les variables requises sont Q_1, Q_2 et Q_3 87
Tableau 3. 24 : Comparaison entre les deux approches de la méthode séquentielle pour l'exemple du concentrateur d'amidon quand les variables requises sont Q_1, Q_2, Q_3, x_C et x_D 88

Tableau 5. 1: Matrice d'interaction brute du procédé de production frigorifique 134
Tableau 5. 2: Matrice d'interaction réarrangée du procédé de production frigorifique brut 136
Tableau 5. 3: Comparaison entre les deux approches de la méthode séquentielle appliquées à la matrice brute du procédé de production frigorifique 137
Tableau 5. 4: Matrice d'interaction du système d'équations simplifié 139
Tableau 5. 5 : Matrice d'interaction réarrangée du système d'équations simplifié 140
Tableau 5. 6 : Statistiques du nombre de sous-systèmes d'équations étudiés pour chacune des compilations de la zone Z2 141
Tableau 5. 7 : Caractéristiques des appareils de mesure disponibles 143
Tableau 5. 8 : Appareil de mesures choisis pour mesurer les variables mesurables ainsi que la valeur nominale de ces variables et leur écarts-type 144
Tableau 5. 9 : Les schémas d'instrumentation les plus pertinents 150

Nomenclature

B1	Bibliothèque regroupant les détails de calcul de l'approche – le bas vers le haut –
B2	Bibliothèque regroupant les détails de calcul de la fonction inverse appliquée aux résultats de la méthode séquentielle
B3	Bibliothèque regroupant les détails de calcul de l'approche – le haut vers le bas –
C_{R_mes}	Nombre de combinaisons des variables requises mesurables
C_{ss_eq}	Nombre total de sous-systèmes d'équations d'un procédé
$C_{ss_valides}$	Nombre de sous-systèmes d'équations valides d'un procédé où toutes les variables requises sont non mesurables
$C^{i}_{ss_valides}$	Nombre de sous-systèmes d'équations valides d'une combinaison de variables requises mesurées E_i
C^{i}_{etage}	Nombre de schémas de capteurs de l'étage i de l'arbre de recherche
C_{poss}	Nombre total de schémas de capteurs de l'arbre de recherche
C_{poss_sup}	Nombre de schémas d'instrumentations à vérifier si le problème d'instrumentation est défini par la zone Z1
$C_{ss_eq_sup}$	Nombre total de sous-systèmes d'équations si le problème d'instrumentation est défini par la zone Z1
$C_{ss_valides_sup}$	Nombre de sous-systèmes d'équations valides quand le problème d'instrumentation est défini par la zone Z1
$C_{ss_eq_bas}$	Nombre total de sous-systèmes d'équations si le problème d'instrumentation est défini par la zone Z2
C_{Z5}	Nombre de combinaisons des variables de la zone Z5
C_u	Une combinaison de variables de la zone Z5 parmi les C_{Z5} possibles
C_v	Une combinaison parmi les N_{C_u} solutions pour observer les variables de la combinaison C_u dans la zone Z2
C_t	Une combinaison parmi les N_{C_v} solutions pour observer les variables requises d'un problème d'instrumentation Z1'
C_i	Une combinaison de capteurs parmi les N_{sol} solutions trouvées
C_j	Une combinaison fille de C_i consistant en N_{capt} -1 capteurs
C_{sol}	Nombre de solutions retenues de la méthode séquentielle après la vérification par la fonction inverse

C_p	Une combinaison parmi les N_{C_p} solutions pour observer les variables requises dans la zone Z1
C_r	Une combinaison parmi les N_{Z1d} combinaisons trouvées
C_i	Coût d'un schéma d'instrumentation i valide
c_m	Coût du $m^{ième}$ capteur servant à mesurer la variable m d'un schéma d'instrumentation i valide
E	Ensemble des grandeurs d'un procédé
E_1	Ensemble des variables mesurables
E_2	Ensemble des variables non mesurables
E_{R_mes}	Ensemble des combinaisons des variables requises mesurables
E_i	Une combinaison de variables requises parmi celles de E_{R_mes}
$\bar{E}_i$	La combinaison des variables requises n'appartenant pas à E_i
E_{Z1g}	Les variables de C_p appartenant à $Z1_g$
E_{Z1d}	Les variables de C_p appartenant à $Z1_d$
M	Taille de l'échantillon dans la méthode de Monte-Carlo
N_{comp}	Nombre de composants d'un procédé
$N^i_{eq_comp}$	Nombre d'équations décrivant le $i^{ème}$ composant
$N^i_{var_comp}$	Nombre de variables décrivant le $i^{ème}$ composant
N_{eq}	Nombre d'équations décrivant tout le procédé
N_{var}	Nombre de variables décrivant tout le procédé
N_{mes}	Nombre de variables mesurables d'un procédé
$N_{\overline{mes}}$	Nombre de variables non mesurables d'un procédé
N_R	Nombre de variables requises d'un procédé
$N_{\bar{R}}$	Nombre de variables non requises d'un procédé
N_{i_eq}	Nombre d'équations dans un sous-système d'équations considéré
N_{nul}	Nombre de colonnes nulles éliminées pour un sous-système d'équations correspondant à l'application d'un schéma d'instrumentation précis
N_{R_mes}	Nombre de variables requises mesurables d'un procédé

$N_{R_\overline{mes}}$	Nombre de variables requises non mesurables d'un procédé
N_{verif}	Nombre de vérifications nécessaires lors de l'application de la méthode directe
N_{cas2}	Nombre de schémas de capteurs composé de X_{max} variables mesurables
N_{cas3}	Nombre de schémas de capteurs composé d'un nombre inférieur à X_{max} variables mesurables
$N_{sub\text{-}gr}$	Nombre de sous-groupes à considérer lors de la parallélisation des calculs
$N^{i}_{comb_gr}$	Nombre de combinaisons de variables mesurables à étudier dans le sous-groupe i parmi les $N_{sub\text{-}gr}$ sous-groupes
N_{sup}	Nombre d'équations de la partie supérieure de la matrice d'interaction réarrangée
N_{inf}	Nombre d'équations de la partie inférieure de la matrice d'interaction réarrangée
N_{Z1}	Nombre de variables de la zone Z1 de la matrice d'interaction réarrangée
N_{Z2}	Nombre de variables de la zone Z2 de la matrice d'interaction réarrangée
N_{Z5}	Nombre de variables de la zone Z5 de la matrice d'interaction réarrangée
N_{mes_Z1}	Nombre de variables mesurables de la zone Z1 de la matrice d'interaction réarrangée
N_{verif_sup}	Nombre de vérifications nécessaires lors de l'application de la méthode directe si le problème d'instrumentation est défini par la zone Z1
N_{cas2_sup}	Nombre de schémas de capteurs composé de X_{max} variables mesurables si le problème d'instrumentation est défini par la zone Z1
N_{cas3_sup}	Nombre de schémas de capteurs composé d'un nombre inférieur à X_{max} variables mesurables si le problème d'instrumentation est défini par la zone Z1
N_{C_u}	Nombre de schémas de capteurs possibles pour observer les variables de la combinaison C_u dans la zone Z2
N_{C_v}	Nombre de schémas de capteurs possibles pour observer les variables requises d'un problème d'instrumentation Z1'
N_{sol}	Nombre de solutions de la méthode séquentielle avant la vérification par la fonction inverse
N_{capt}	Nombre de capteurs utilisés dans la combinaison C_i
N_{mes_Z2}	Nombre de variables mesurables de la zone Z2 de la matrice d'interaction réarrangée

$N_{verif_Z2_schéma}$	Nombre de vérifications nécessaires pour une résolution de Z2
$N_{verif_total_Z2}$	Nombre total de toutes les vérifications nécessaires pour toutes les résolutions de Z2
N_{var}^{i}	Nombre de variables dans un problème d'instrumentation i traité
N_{mes}^{i}	Nombre de variables mesurables dans un problème d'instrumentation i traité
N_{cas2}^{i}	Nombre de schémas de capteurs composé de X_{max} variables mesurables dans un problème d'instrumentation i traité
N_{cas3}^{i}	Nombre de schémas de capteurs composé d'un nombre inférieur à X_{max} dans un problème d'instrumentation i traité
Nb_{type}^{i}	Nombre de problèmes d'instrumentation d'un même type i
$N_{verif_total_Z1}$	Nombre total de toutes les vérifications nécessaires pour toutes les résolutions de Z1
$N_{verif_inverse_schéma}$	Nombre de vérifications nécessaires pour un schéma avec la méthode inverse
$N_{verif_inverse}$	Nombre total de vérifications nécessaires avec la méthode inverse
N_{Z1_g}	Le nombre de colonnes à gauche dans la zone Z1 non communes avec la zone Z2
N_{Z1_d}	Le nombre de colonnes à droite dans la zone Z1 communes avec la zone Z2
$N_{mes_Z1_g}$	Nombre de variables mesurables de $Z1_g$
$N_{mes_Z1_d}$	Nombre de variables mesurables de $Z1_d$
N_{C_p}	Nombre de solutions identifiées lors de la résolution de la zone Z1 avec l'approche – le haut vers le bas –
N_{Z1d_sol}	Nombre de solutions pour observer les variables de l'ensemble E_{Z1d} lors de la résolution de la zone Z2 avec l'approche – le haut vers le bas –
Nbr_{Z2}^{i}	Nombre de compilations de la zone Z2 pour des problèmes de même type i
N_m	Nombre de capteurs utilisés dans un schéma d'instrumentation i valide
N_{sim}	Nombre de simulations du modèle du procédé pour l'évaluation de la précision des variables requises
P_k	Valeur nominale de la $k^{ième}$ valeur requise
R_i	Coefficients aléatoires de la matrice d'interaction
w	Le nombre de variables de la zone Z5 observées en ajoutant les capteurs de C_v à la zone Z2
X_{mes}	Nombre de variables mesurées d'un schéma d'instrumentation

$X_{\overline{mes}}$	Nombre de variables non mesurées d'un schéma d'instrumentation
X_{max}	Nombre maximal de variables mesurées d'un schéma d'instrumentation
$X_{\max_sup}$	Nombre maximal de capteurs à ajouter si le problème d'instrumentation est défini par la zone Z1
X_{max_Z2}	Nombre maximal de variables mesurées pour chaque résolution de la zone Z2
X_{max_Z1}	Nombre maximal de variables mesurées pour chaque résolution de la zone Z1
x_i	L'$i^{ième}$ valeur mesurée d'un schéma d'instrumentation
y_k	La $k^{ième}$ valeur requise d'un problème d'instrumentation
Z1	Zone supérieure non nulle de la matrice d'interaction
Z2	Zone inférieure non nulle de la matrice d'interaction
Z3	Zone supérieure nulle de la matrice d'interaction
Z4	Zone inférieure nulle de la matrice d'interaction
Z5	Zone regroupant les colonnes communes de Z1 et Z2
Z1'	Problème d'instrumentation dérivé de la zone Z1 avec moins de variables considérées avec l'approche – le bas vers le haut –
$Z1_g$	Les colonnes à gauche dans la zone Z1 non communes avec la zone Z2
$Z1_d$	Les colonnes à droite dans la zone Z1 communes avec la zone Z2
σ_k	Ecart type de la $k^{ième}$ valeur requise

Introduction générale

De nos jours, on remarque un accroissement de l'intérêt de la société envers l'audit énergétique, qui est une démarche ayant pour objectif l'identification des possibilités d'amélioration de l'efficacité énergétique. Cet intérêt est renforcé par la règlementation concernant les secteurs du bâtiment, du transport et de l'industrie. Par le présent travail, on se concentre sur les procédés industriels et la nécessité de la mise en place d'un schéma d'instrumentation permettant d'analyser la situation énergétique par la mesure, directe ou indirecte, des grandeurs physiques intervenant dans les bilans.

Les schémas d'instrumentation habituellement mis en place sur les sites industriels ont pour mission d'assurer la stabilité opératoire et fonctionnelle des procédés en y intégrant les critères de qualité des produits, le respect des normes environnementales ou encore la sécurité du site industriel. Ils n'apportent pas, en général, toutes les informations indispensables à une connaissance des paramètres utiles pour une expertise et un établissement des indicateurs énergétiques des procédés.

Ainsi, des mesures supplémentaires sont souvent nécessaires. La difficulté réside dans la recherche d'un schéma d'instrumentation permettant une bonne expertise énergétique des procédés, sans pour autant avoir un excès d'informations superflus qui pourrait induire des coûts supplémentaires inutiles.

Quel que soit le niveau d'exigence recherché, le nombre des solutions possibles de l'instrumentation d'un procédé industriel est très grand; la sélection ne peut se faire que par rapport à des notions d'observabilité de paramètres clés, à des contraintes de précision voire à des considérations économiques lorsque des solutions alternatives sont disponibles. Toutes ces contraintes font que la solution optimale soit loin d'être évidente et compliquent la recherche du meilleur choix des grandeurs physiques à mesurer.

Plusieurs méthodes présentées dans la littérature ont été développées pour résoudre le problème d'instrumentation d'un procédé industriel, mais rares sont celles qui ont réussi à réduire le temps de calcul d'une manière pertinente. De même, rares sont celles qui permettent de formuler le problème d'une façon générique, en supposant un assemblage de composants qui permet automatiquement de générer les équations qui décrivent le procédé. Dans ce contexte, cette thèse a pour objectif de proposer une méthodologie générique permettant d'identifier un schéma d'instrumentation dans les procédés industriels, de manière pertinente et optimale.

Le premier chapitre de ce manuscrit présente le contexte énergétique global de la thèse avant de montrer l'importance de l'efficacité énergétique dans l'industrie. Ensuite, il présente la problématique du besoin d'instrumentation sur les sites. Puis, une revue bibliographique est établie sur les travaux effectués concernant le choix des schémas de capteurs optimaux répondant à plusieurs critères. La thèse a pour but de proposer une méthodologie adaptée à l'application de l'audit énergétique. Cette méthodologie est constituée de deux étapes. La première étape est détaillée dans les deuxième et troisième chapitres de ce manuscrit, et la deuxième étape constitue le quatrième chapitre.

Le deuxième chapitre introduit la formulation du problème d'instrumentation étroitement liée à la classification des variables qui décrivent le procédé. Le problème étant combinatoire, plusieurs combinaisons de capteurs vont être testées. Le cœur de la méthodologie qui concerne la validation de ces schémas de capteurs, est exposé. Le verrou lié au temps de calcul est rencontré. D'où le troisième chapitre qui permet d'introduire plusieurs briques méthodologiques remédiant à cet inconvénient. Suite à cette première étape de la méthodologie, plusieurs schémas de capteurs valides seront identifiés. Toutes ces méthodes sont appliquées sur deux cas d'étude de moyenne et grande taille, et les résultats sont comparés et analysés.

Le quatrième chapitre traite l'évaluation des critères d'optimisation des schémas d'instrumentation faisables. Un calcul de coût et de précision est mené. Le problème étudié lors de la propagation des incertitudes des mesures est un problème de taille variable suivant le schéma d'instrumentation adopté. Une méthode de modélisation flexible des composants de chaque procédé est utilisée, permettant ainsi l'automatisation des calculs. Deux méthodes d'évaluation des incertitudes sont comparées et appliquées sur un exemple de taille moyenne.

Le cinquième et dernier chapitre de ce manuscrit consiste à appliquer les deux étapes de la méthodologie sur un cas d'étude industriel. Le cas d'étude vise à valider l'intérêt de l'application de la méthodologie pour des cas réels. Les résultats sont exposés et analysés et mettent en évidence le choix intéressant de schémas d'instrumentation qui peuvent être appliqués dans ce site industriel.

A la fin de ce manuscrit l'ensemble des résultats est synthétisé dans une conclusion et des perspectives sont proposées permettent de donner le point de départ à de prochains travaux.

Chapitre 1 : Contexte énergétique et positionnement

1.1 Le changement climatique

Le réchauffement climatique est un sujet qui fait de plus en plus la une des actualités du monde entier. Une prise de conscience, à l'échelle internationale, est intervenue après le 5ème rapport du GIEC (Groupe d'experts Intergouvernemental sur l'Evolution du Climat) en 2013 [GIE13], confirmant un réchauffement climatique sans équivoque et sans précédent, dont les impacts s'observent dès aujourd'hui. Seule une coopération au niveau international pourra permettre d'éviter les scénarios négatifs et leurs conséquences sur la terre.

1.1.1 L'équilibre climatique

L'Organisation météorologique mondiale définit le climat comme étant l'ensemble d'éléments caractérisant l'état moyen de l'atmosphère (températures, précipitations, ensoleillement, humidité de l'air, vitesse des vents, etc.). Le climat de la terre résulte principalement de trois facteurs qui sont l'énergie solaire, l'effet de serre et les circulations atmosphériques et océaniques [CNR11]. Les gaz à effet de serre, principalement la vapeur d'eau et le dioxyde de carbone, sont des gaz présents naturellement dans l'atmosphère. Grâce à un échange constant de rayonnement infrarouge entre la surface de la terre et ces gaz, l'effet de serre naturel permet de maintenir la température moyenne de la planète à 15°C, assurant ainsi les conditions climatiques permettant de rendre possible la vie sur la terre.

Or, cet équilibre naturel risque d'être déstabilisé par les émissions croissantes des gaz à effet de serre (surtout le CO_2), dues aux activités humaines, menant ainsi à des concentrations croissantes de ces gaz dans l'atmosphère. De ce fait, un plus grand pourcentage des rayonnements infrarouges reste confiné dans l'atmosphère et n'arrivent plus à échapper vers l'espace, provoquant un réchauffement climatique (Figure 1.1). Par conséquent, une notion de danger est associée à l'effet de serre désormais intensifié.

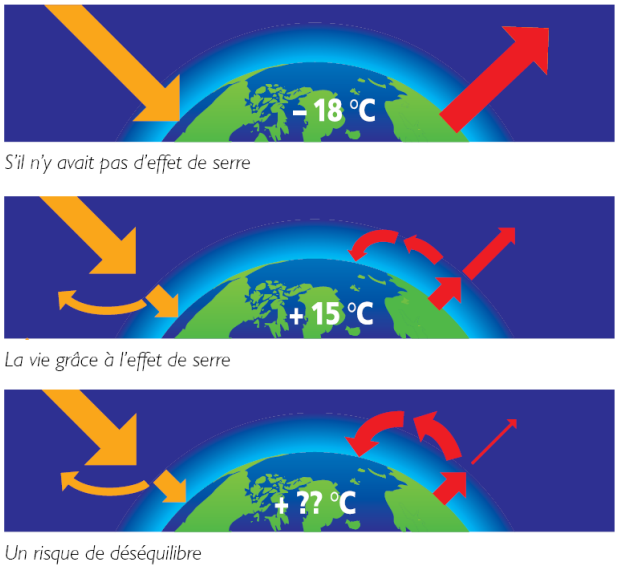


Figure 1. 1 : Principe de l'effet de serre [ADE12]

1.1.2 Les évolutions passées et les projections

Le Groupe d'experts Intergouvernemental sur l'Evolution du Climat (GIEC) a été fondé en 1988 pour fournir des évaluations scientifiques sur les changements climatiques, leurs causes et leurs conséquences potentielles, ainsi que pour proposer des stratégies pour limiter leurs impacts négatifs [IPC13]. Dans son cinquième rapport (en 2013), le groupe de travail I du GIEC montre que la hausse des températures s'est accélérée ces dernières années et ses conséquences sont alarmantes [GIE13] :

- La température moyenne du globe en surface (terres et océans) a augmenté de 0,85°C entre 1880 et 2012 (Figure 1.2). Chacune des trois dernières décennies (1980-1990 / 1990-2000 / 2000-2010) a été plus chaude que toutes les autres décennies depuis 1850 ;

- La fonte de la cryosphère des diverses régions du monde c'est accélérée. Par exemple, en Antarctique, la perte moyenne de la calotte glacière entre 2002 et 2011 était cinq fois plus importante que celle entre 1992 et 2001 ;

- La hausse du niveau des mers de 19 centimètres entre 1901 et 2010, et presque une fois et demi plus rapide depuis 20 ans, par rapport au siècle dernier.

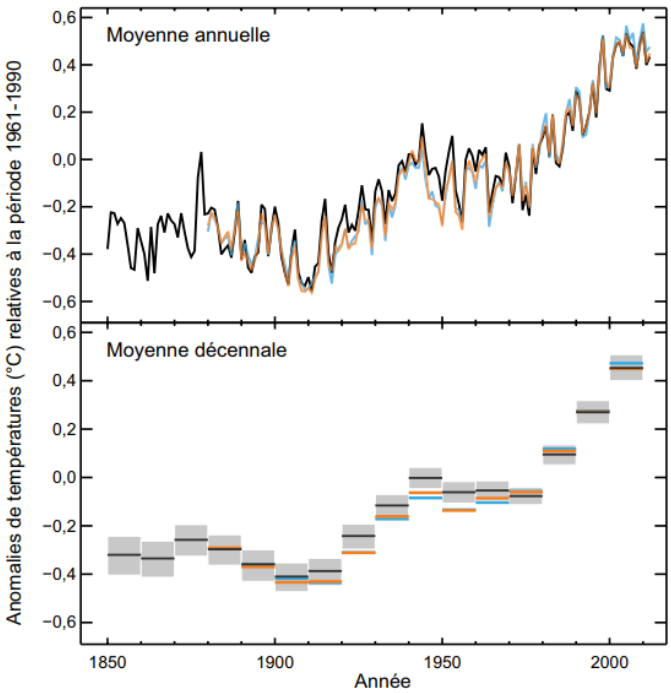


Figure 1. 2 : Anomalies observées de températures moyennes en surface, combinant les terres émergées et les océans, de 1850 à 2012 tirées de 3 ensembles de données [GIE13]

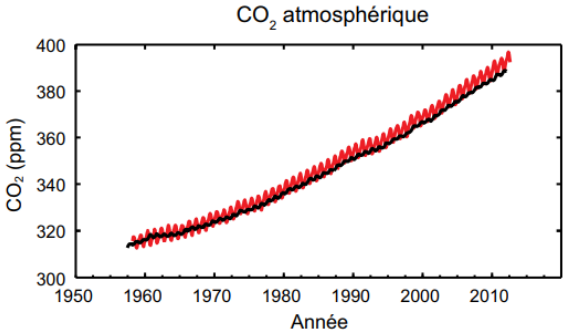


Figure 1. 3 : Mesures des concentrations atmosphériques en CO_2 à Mauna Loa (en rouge) et au pôle sud (en noir) [GIE13]

Ce changement climatique provient essentiellement de la grande augmentation des concentrations atmosphériques en gaz à effet de serre (dioxyde de carbone, méthane, protoxyde d'azote et halo-carbones) après la seconde révolution industrielle (Figure 1.3). Les activités humaines dont principalement l'utilisation des combustibles fossiles (charbon, pétrole et gaz naturel), ont mené à des émissions de gaz à effet de serre de plus en plus importantes (Figure 1.4). Ainsi, l'homme a certainement joué un rôle primordial dans ce réchauffement progressif du climat : selon le GIEC, il y a plus de 95% de chances qu'il existe un lien direct entre les activités humaines et l'accroissement de températures dans le monde.

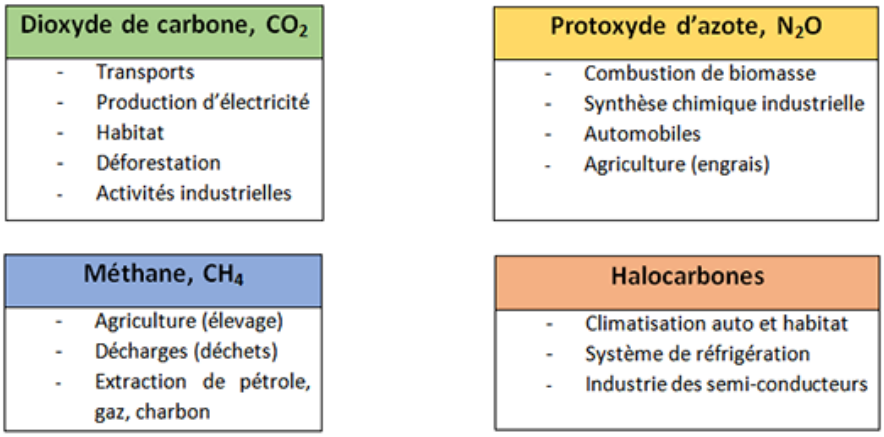


Figure 1. 4 : La contribution des activités humaines à l'augmentation des quantités de GES [CC]

Le cinquième rapport du GIEC, s'est projeté dans le futur en étudiant quatre scénarios possibles: RCP2.6, RCP4.5, RCP6.0 et RCP8.5.

		2046–2065		2081–2100	
	Scénario	moyenne	plage *probable*[c]	moyenne	plage *probable*[d]
Évolution de la température moyenne à la surface du globe (°C)[a]	RCP2,6	1,0	0,4 à 1,6	1,0	0,3 à 1,7
	RCP4,5	1,4	0,9 à 2,0	1,8	1,1 à 2,6
	RCP6,0	1,3	0,8 à 1,8	2,2	1,4 à 3,1
	RCP8,5	2,0	1,4 à 2,6	3,7	2,6 à 4,8
	Scénario	moyenne	plage *probable*[c]	moyenne	plage *probable*[d]
Élévation du niveau moyen des mers (m)[b]	RCP2,6	0,24	0,17 à 0,32	0,40	0,26 à 0,55
	RCP4,5	0,26	0,19 à 0,33	0,47	0,32 à 0,63
	RCP6,0	0,25	0,18 à 0,32	0,48	0,33 à 0,63
	RCP8,5	0,30	0,22 à 0,38	0,63	0,45 à 0,82

Tableau 1. 1 : Évolution projetée de la moyenne de la température de l'air à la surface du globe et de l'élévation du niveau moyen des mers pour le milieu et la fin du XXIe siècle par rapport à la période de référence 1986-2005 [GIE13]

RCP2.6 est le scénario le plus optimiste, dit « sobre », supposant une réduction considérable des émissions de gaz à effet de serre dans le monde, contrairement au scénario RCP8.5 dit « émetteur », qui est le plus pessimiste, supposant une prolongation des émissions actuelles. Ainsi, des projections pour la fin du XXIe siècle, montrent que sans actions (scénario RCP8.5), la température de la surface du globe pourrait augmenter de 4,8°C (Tableau 1.1). En fait, un tel réchauffement climatique pourra entraîner beaucoup d'impacts globaux au niveau environnemental ainsi qu'au niveau de l'activité socio-économique [BOU00] et par la suite, les écosystèmes naturels ainsi que l'humanité risquent

d'endurer beaucoup d'effets négatifs. Les deux menaces essentielles seront : La fonte des glaciers polaires qui pourra induire une forte élévation du niveau moyen des mers, jusqu'à 82 cm suivant le scénario RCP8.5 (Tableau 1.1) et ainsi affecter les basses terres côtières à travers des inondations ; et les vagues de chaleur et les évènements météorologiques extrêmes qui seront capables de causer des impacts catastrophiques. Les effets de ces changements climatiques auront aussi des répercussions négatives sur la biodiversité, l'agriculture, la santé, l'économie, la gestion de l'eau, le transport, l'énergie, ... Or, si des actions sont prises par les divers états, la hausse de température pourra être limitée à maximum +2°C, et les effets du changement climatique seront plutôt supportables.

Les gouvernements du monde conscients de ces dangereuses conséquences que pourra produire un réchauffement climatique élevé, se sont réunis dans le cadre de diverses conférences internationales pour partager les connaissances et trouver des stratégies communes visant à limiter les émissions de gaz à effet de serre dans la planète.

1.1.3 Les grands sommets sur le climat avant la COP21

Le Sommet de la terre de Rio s'est tenu en 1992. C'est un des premiers grands rassemblements des chefs d'états où la Convention-Cadre des Nations Unies sur les Changements Climatiques (CCNUCC) a été adoptée [UNF]. Les 162 gouvernements ayant signés cette convention se sont engagés pour mettre en œuvre des stratégies visant à stabiliser les émissions des gaz à effet de serre de façon collective et concertée, y compris une mobilisation des ressources financières nécessaires pour soutenir les pays en voie de développement. Cette convention est entrée en action en 1994 et, depuis 1995, des sommets dédiés aux questions climatiques dits «Conférences des Parties» (Conferences Of Parties ou COP en anglais) sont organisés chaque année.

Le Protocole de Kyoto en 1997 (COP3) est venu prolonger la CCNUCC, en précisant des objectifs sur les émissions des gaz à effet de serre [CDE]. Les états engagés se sont mis un objectif de réduction moyenne des émissions de 5% pour la période 2008-2012 par rapport aux niveaux de 1990 (-6% pour le Japon et -8% pour l'Union européenne). Cet accord n'a pas été ratifié par les États-Unis comptant quand même 25% des émissions globales.

Le sommet de Copenhague qui s'est tenu en 2009 (COP15) avait pour ambition de préciser les objectifs de la période suivante (2013-2017) pour pouvoir lutter efficacement contre les changements climatiques. Malgré l'échec de cette COP à réaliser sa finalité, l'objectif de 2°C a été reconnu, se situant à l'interface des sciences et de la politique. Il est nécessaire de ne pas dépasser 2°C de réchauffement climatique à la fin du XXIe siècle, par rapport aux niveaux de l'ère préindustrielle, pour ne pas causer des conséquences graves et irréversibles à la planète. D'après le GIEC, pour y arriver, il faut diminuer les émissions de gaz à effet de serre de 40% à 70% d'ici à 2050 par rapport à 1990, et atteindre une économie quasiment neutre en carbone durant la deuxième partie du siècle. De nouveaux objectifs de réductions de ces émissions ont été fixés par les états d'ici 2020 (-17% pour les États-Unis et -20% pour l'Union européenne). Par contre, aucune sanction n'a été prévue en cas de non-respect des objectifs, vu que la Chine (1e plus gros émetteur de CO_2 en 2009) et les États-Unis (2e émetteur de CO_2 en 2009) ainsi que la Russie se sont opposés à la mise en place de tels accords contraignants [CDE].

L'accord de Doha en 2012 (COP18) a permis de prolonger le Protocole de Kyoto sur une seconde période d'engagement 2013-2020 (Kyoto 2). L'ambition d'adopter un accord global avec une contrainte juridique concernant le climat est repoussée jusqu'en 2015.

1.1.4 La COP21 – 21ème conférence des Nations unies sur les changements climatiques

La COP 21 s'est tenue à Paris entre le 30 novembre et 12 décembre 2015. Ce fut un grand succès car, pour la première fois, les 195 états réunis ont réussi à aboutir à un accord unanime pour le climat, liant les sphères politiques, économiques et sociales. Laurent Fabius, qui était le président de cette COP et ministre des Affaires étrangères et du Développement international de la France à l'époque, a affirmé que « L'accord est nécessairement équilibré: différencié, juste, durable, dynamique, et juridiquement contraignant » [GOV].

L'accord de Paris a souligné de nouveau l'importance du maintien du seuil de hausse de température au-deçà de 2°C d'ici à 2100, par rapport à la température de l'ère préindustrielle, et même au-deçà de 1,5°C si les efforts de réductions des émissions des gaz à effet de serre sont renforcés. Les engagements des différents états seront révisés tous les 5 ans, à partir des bilans des actions nationales, avec une vision d'être encore plus ambitieux dans le futur. De même, cet accord prévoit qu'un montant de 100 milliards de dollars par an soit mobilisé de la part des pays les plus développés et versé aux populations les plus démunies afin de les aider à lutter contre le réchauffement climatique [CDE].

Le 4 novembre 2016, l'Accord de Paris est entré en vigueur, puisque le seuil nécessaire a été franchi : ratification par minimum 55 pays couvrant au moins 55% des émissions de gaz à effet de serre du monde.

Réussir à réaliser ces ambitions de limitations du réchauffement de la planète, exige la mise en place par les États de plans d'actions de grande envergure à tous les niveaux.

1.1.5 Les politiques climatiques en France

En France, la température atmosphérique a connu une augmentation moyenne de l'ordre de 0.8°C au cours du siècle précédent (Figure 1.5). L'année 2017 a été parmi les 5 années les plus chaudes de son histoire.

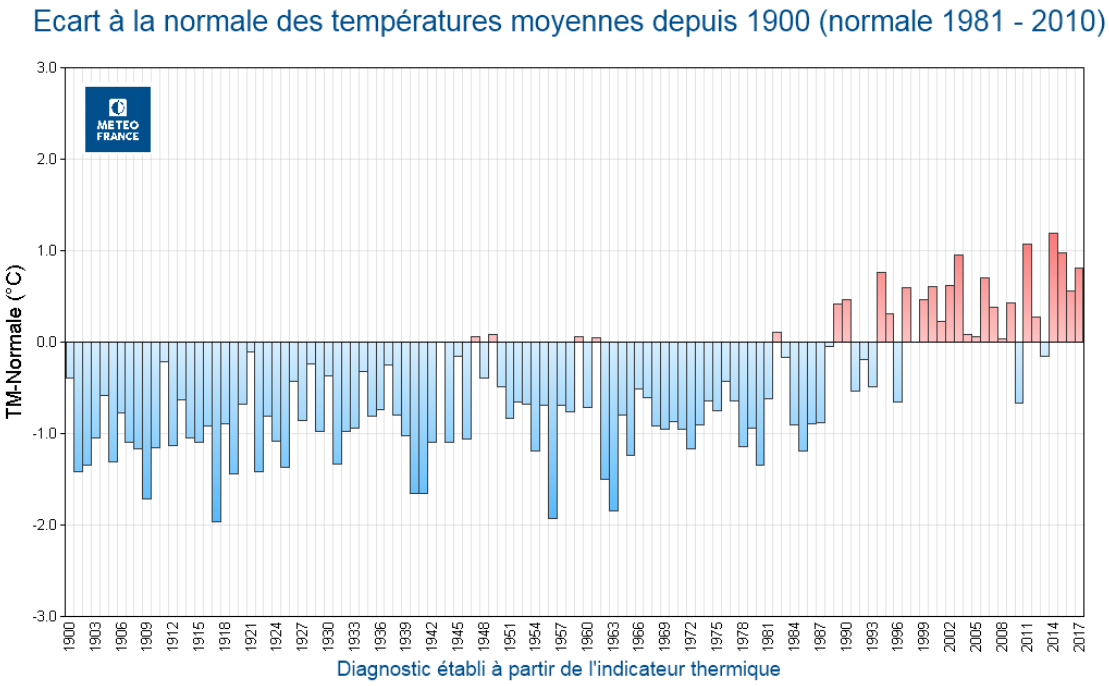


Figure 1. 5 : Evolution de la température annuelle en France (écart de la référence 1981-2010) [MET]

Face à ce réchauffement climatique, la France, par la voix de ces présidents de la République, a toujours été engagée au niveau international, dans les divers sommets au monde, pour souligner l'importance d'agir pour lutter contre le changement climatique. En parallèle, plusieurs actions ont été prises, faisant de la France un pays exemplaire en matière de dynamisme pour la réduction des émissions de CO_2. En effet, c'est un des pays industrialisés les moins émetteurs des gaz à effet de serre par habitant [GOV15].

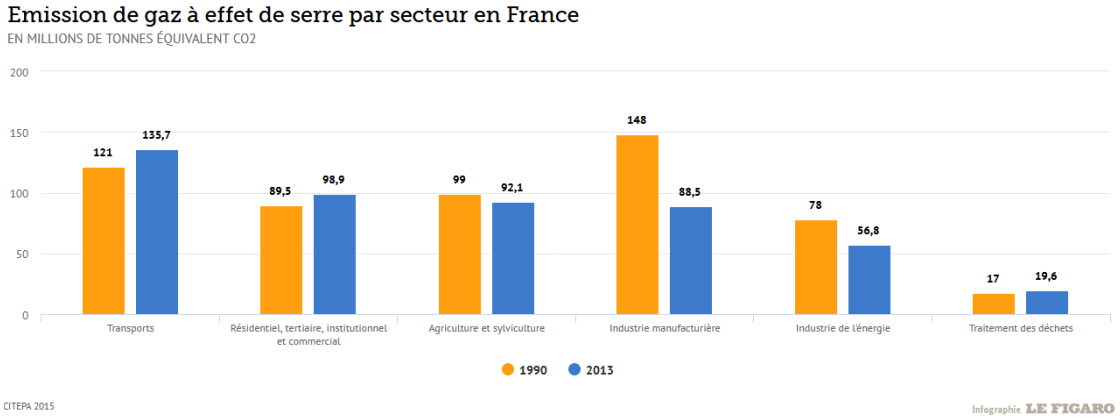


Figure 1. 6 : Les émissions des gaz à effet de serre par secteur en France en 1990 et 2013 [ZEA17]

Les émissions de gaz à effet de serre en France se répartissent sur plusieurs secteurs d'activités (Figure 1.6). Presque 80% de ces émissions proviennent de l'utilisation de l'énergie, et le reste est issu du secteur de l'agriculture. En 2013, ces émissions ont été 11 % inférieures à leur niveau de 1990. Diverses stratégies sont mises en place pour réussir à réduire encore plus ces émissions dans les années à suivre.

Ainsi, dans le cadre de la loi relative à la transition énergétique pour la croissance verte publiée au Journal Officiel du 18 août 2015 [LTE], la France vise à réduire ses émissions de 40% d'ici 2030, par rapport aux niveaux de 1990, et de 75 % d'ici 2050 [GOV]. Plus précisément, pour la période 2015-2028, les ambitions vers une économie bas-carbone (Stratégie Nationale Bas Carbone - SNBC) se reflètent à partir des attentes dans les divers secteurs d'activités émettant du CO_2:

- Secteur du bâtiment : Réduction de 54 % des émissions à travers des constructions à énergie positive ou très basse consommation d'énergie, des réhabilitations écologiques et des rénovations énergétiques des bâtiments… ;
- Secteur du transport : Réduction de 29% des émissions en limitant les consommations des véhicules et en développant des nouvelles technologies moins polluantes… ;
- Secteur de l'agriculture : Réduction de 12 % des émissions grâce à une mobilisation collective pour l'agro-écologie [AGR08];
- Secteur de l'industrie manufacturière et de l'énergie : Réduction de 24 % des émissions en favorisant l'économie circulaire permettant un recyclage ou une réutilisation des produits, une récupération d'énergie et une augmentation de l'efficacité énergétique des procédés, de même qu'en intégrant des énergies renouvelables ;
- Secteur de la gestion des déchets : Réduction de 33 % des émissions en limitant les gaspillages alimentaires, en luttant contre l'obsolescence programmée, et en promouvant le réemploi et la valorisation des déchets.

1.2 L'amélioration de l'efficacité énergétique dans l'industrie en France

Le secteur de l'industrie (industrie manufacturière et industrie de l'énergie) compte 30% des émissions de gaz à effet de serre en France en 2013 (Figure 1.6). Ce pourcentage élevé implique la nécessité d'une mobilisation d'un effort réel pour réduire les émissions dans ce secteur. Le gouvernement, concerné par une réduction efficace des émissions dans ces secteurs, a adopté des mesures règlementaires ayant vocation à en favoriser l'efficacité énergétique.

1.2.1 L'efficacité énergétique

L'efficacité énergétique devient un domaine de recherche incontournable dans la communauté scientifique internationale notamment du fait de son importance dans la lutte contre les crises énergétiques actuelles et futures. C'est un outil qui permettra de réduire la consommation d'énergie primaire permettant en même temps à une réduction des émissions de gaz à effet de serre de manière rentable et, ainsi contribuer à l'atténuation du changement climatique.

Réussir à faire des économies d'énergie est un axe primordial de la transition énergétique (Figures 1.7 et 1.8). Ceci permettra d'atteindre les objectifs de long terme, comme le maintien d'un prix de l'énergie compétitif, l'assurance de la sécurité d'approvisionnement, la préservation de la santé humaine et de l'environnement et la garantie de la cohésion sociale et territoriale en assurant l'accès de tous à l'énergie [LTE].

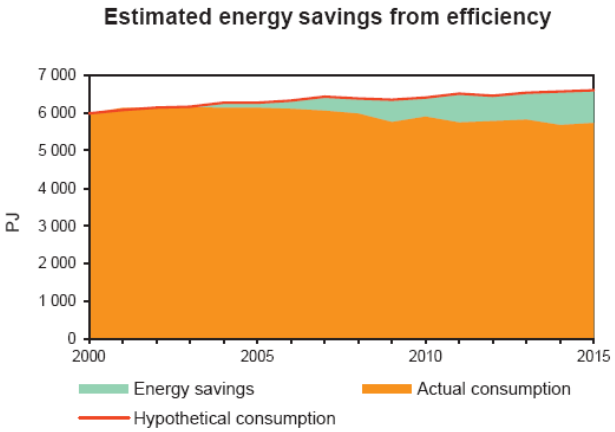


Figure 1. 7 : Économies d'énergie estimées à partir de l'efficacité énergétique en France [EEI17]

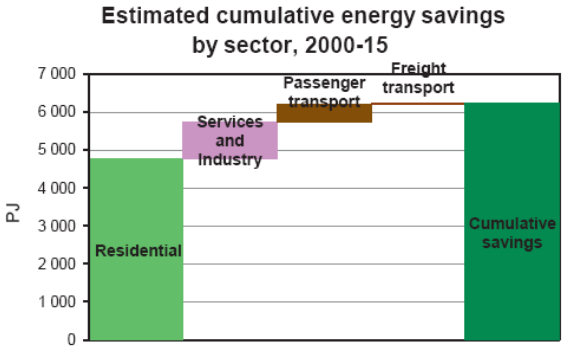


Figure 1. 8 : Estimation des économies d'énergie cumulées par secteur en France entre 2000 et 2015 [EEI17]

Il faut donc exploiter tous les gisements d'économies d'énergie possibles, pour une meilleure efficacité énergétique dans tous les secteurs. A cet effet, la stratégie Europe 2020, vise d'ici 2020, de réduire de 20% les émissions des gaz à effet de serre, d'élargir la part des énergies renouvelables jusqu'à 20% et d'augmenter de 20% l'efficacité énergétique.

1.2.2 L'audit énergétique obligatoire pour les grandes entreprises

En ce qui concerne le secteur industriel, les enjeux d'efficacité énergétique sont assez variables et permettent d'engendrer une diminution importante de la facture énergétique, ainsi qu'une amélioration de la performance économique des sites.

Dans ce contexte, la loi du 16 juillet 2013 impose aux entreprises de plus de 250 salariés ou celles dont le chiffre d'affaires annuel excède 50 millions d'euros ou ayant un total de bilan de plus de 43 millions d'euros, la réalisation d'un audit énergétique couvrant au moins 80% des factures

énergétiques de leurs activités exercées en France, soit d'être certifiée ISO 50 001 sur au moins 80% de leurs factures énergétiques [ECO]. Aussi, en application de la directive 2012/27/UE du 25 octobre 2012 relative à l'efficacité énergétique au niveau européen, cet audit doit être actualisé tous les quatre ans.

La norme EN 16247-1 adoptée en septembre 2012 précise qu'un audit énergétique, auparavant dit diagnostic énergétique, est défini comme un « examen et analyse méthodologique de l'usage et de la consommation énergétique d'un site, bâtiment, système ou organisme ayant pour objet d'identifier les flux énergétiques et les potentiels d'amélioration de l'efficacité énergétique en définissant les actions nécessaires à la réalisation de ces économies et d'en rendre compte ». Ainsi, l'audit constitue la phase initiale et essentielle pour assurer la meilleure stratégie des actions de maîtrise de l'énergie. Il est basé sur une étude détaillée de tous les postes de consommation énergétique, permettant ainsi de mettre en évidence les gisements d'économies d'énergie, et d'aider à la décision sur les actions et les investissements qui pourront être envisagés pour les exploiter d'une façon optimale, du point de vue du coût, pour les entreprises (Figure 1.9).

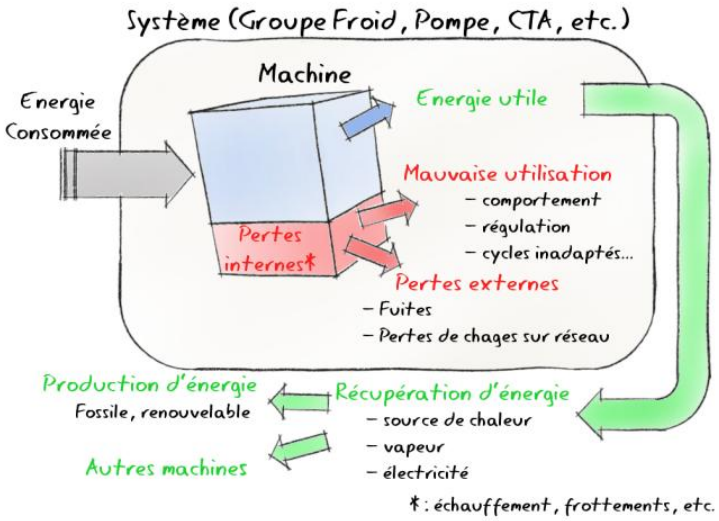


Figure 1. 9 : Exemple d'optimisation énergétique d'un poste de consommation [NEP]

Dans le cas d'un site industriel, la consommation d'énergie n'est pas liée, comme dans le cas d'un bâtiment, aux seules exigences de confort comme l'éclairage, le chauffage, la climatisation, la ventilation, etc. car il existe dans ce cas des procédés consommateurs de chaleur ou de froid ou d'énergie mécanique, et alors les enjeux d'économie d'énergie sont très importants. Les factures énergétiques pourront être réduites entre 10% et 25% suivant le périmètre d'application de l'audit énergétique [ATE14].

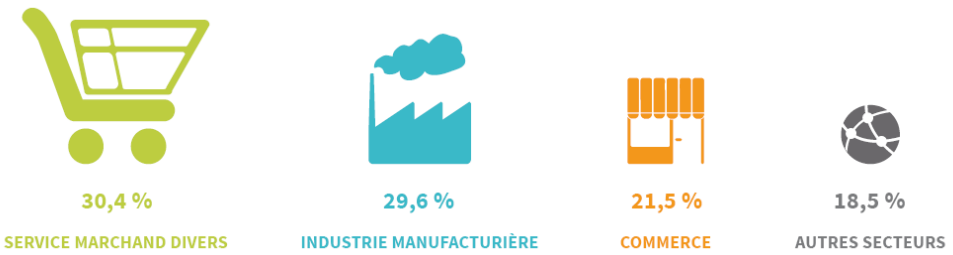


Figure 1. 10 : Nature des activités des entreprises concernées par l'audit énergétique obligatoire et déclarées sur la plateforme de l'ADEME [DAI18]

En France, l'ADEME est mandatée par le Ministère en charge de l'énergie pour mettre à disposition une plateforme de recueil des audits, environ 5 000 entreprises sont concernées par la règlementation sur l'audit énergétique obligatoire, se répartissant sur plusieurs domaines d'activités (Figure 1.10). Plus que 70% de ces entreprises, ont déjà finalisé leur dépôt de dossier affirmant leur conformité, et reste moins que 3% d'entreprises qui n'ont toujours pas initialisé leur démarche de dépôt de dossier [DAI18]. Il est intéressant de souligner que les entreprises ayant déposé leur dossier, ont préconisé les interventions sur la production et distribution de vapeur, sur le procédé et la production et distribution du froid, comme étant les plus efficaces pour les gains en efficacité énergétique (Figure 1.11).

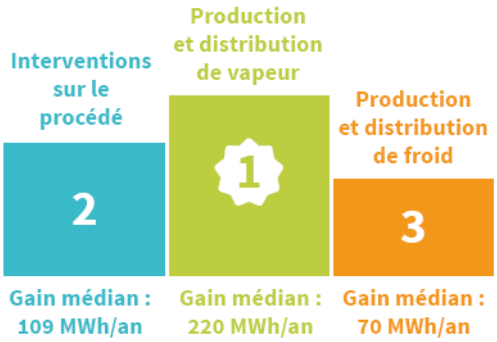


Figure 1. 11 : Top 3 des préconisations avec les gains les plus importants d'après les entreprises ayant déposé leur dossier d'audit énergétique [DAI]

1.2.3 Les étapes de réalisation d'un audit énergétique

La réalisation d'un audit énergétique permet l'identification des potentiels d'amélioration de l'efficacité énergétique du site. Ceci nécessite une démarche en trois étapes. Au début, une analyse préalable du site servira à développer une vision globale des procédés et une connaissance plus ou moins détaillée d'un certain nombre d'indicateurs énergétiques comme les flux échangés, les puissances… (Figure 1.12).

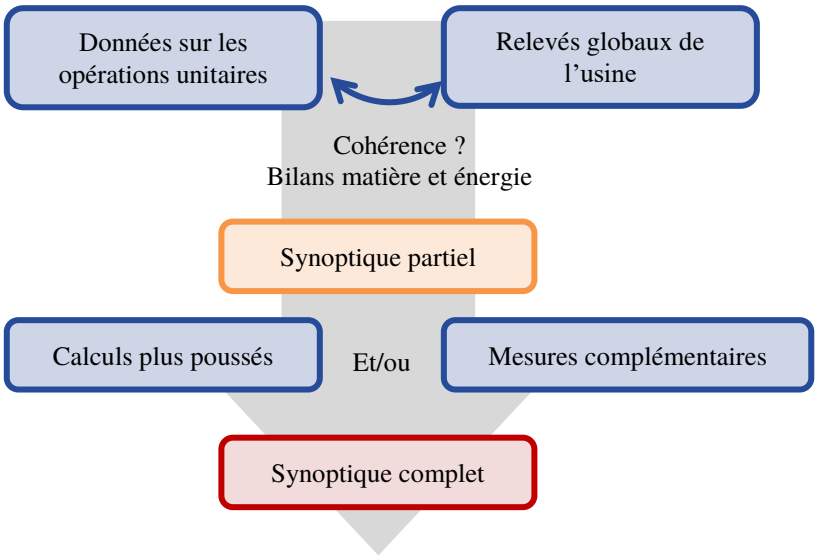


Figure 1. 12 : La première étape de l'audit permettant d'établir le synoptique énergétique du site

Une visite du site permettra de comprendre le fonctionnement détaillé des installations. Généralement, les grandeurs déjà mesurées sur site ne permettent pas d'établir un synoptique complet du procédé audité, pour cela une campagne de mesures sur le site sera menée, et devra être à des coûts relativement faibles. Ensuite, l'auditeur étudiera tout ou une partie de l'ensemble des postes de consommation d'énergie pour aboutir à une analyse détaillée des gisements d'économies d'énergie. Des simulations numériques permettront d'établir les bilans de matières et d'énergie. Ceux-ci sont nécessaires pour l'évaluation du potentiel de récupération de chaleur par des méthodologies d'intégration énergétique et par l'analyse exergétique. Enfin, des solutions énergétiques seront proposées et des actions nécessaires seront mises en œuvre, selon le budget de l'entreprise, pour optimiser le fonctionnement des divers procédés.

1.2.4 Le besoin d'instrumentation

Durant la première étape de l'audit, l'auditeur cherche à mieux comprendre les procédés concernés. L'analyse de leurs performances énergétiques implique la connaissance des grandeurs physiques impliquées dans les bilans de masse et d'énergie. L'instrumentation habituellement mise en place sur les sites industriels a pour fonction d'assurer la stabilité opératoire et fonctionnelle des procédés en y intégrant les critères de qualité des produits, le respect des normes environnementales ou encore la sécurité du site industriel. Ils n'apportent pas, en général, toutes les informations indispensables à une connaissance des paramètres utiles pour une expertise énergétique des procédés, le plus souvent à cause de contraintes économiques. Ainsi, des mesures supplémentaires seront nécessaires pour l'auditeur, et par conséquent, l'établissement d'un réseau de capteurs complémentaire est requis.

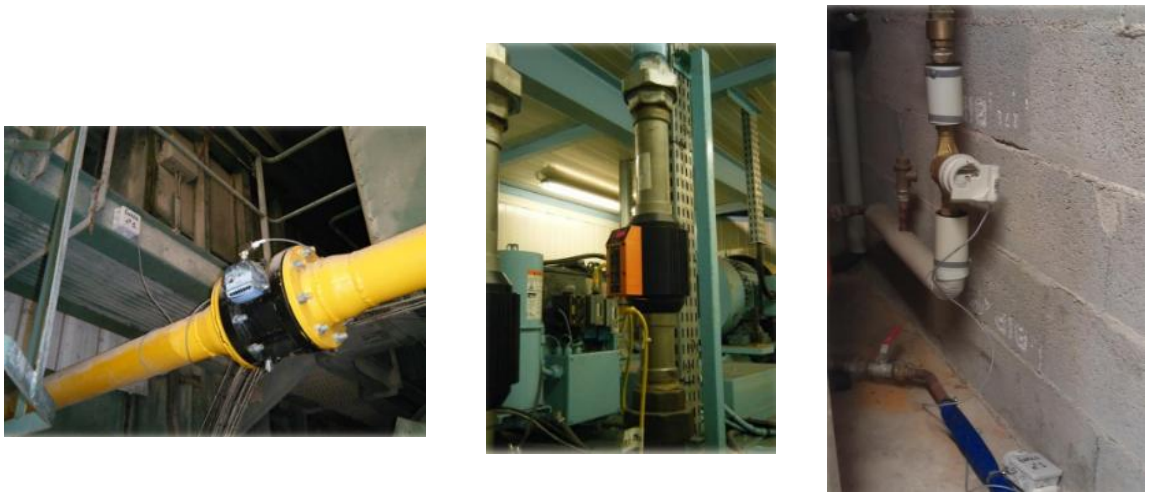


Figure 1. 13 : Exemples d'appareils de mesures intrusifs [ATE14]

Plusieurs grandeurs physiques pourront être sujettes à des mesures physiques sur le site, pour compléter le diagnostic énergétique du site [ATE14] : des mesures de températures des fluides, de débits (de gaz, de liquide, de vapeur…), de pression ainsi que des mesures de puissances électriques (moteurs, compresseurs d'air…). Plusieurs technologies d'appareils de mesures sont disponibles. On distingue les mesures intrusives (Figure 1.13) qui s'appuient sur l'utilisation de capteurs physiquement présents et directement en contact avec le milieu où s'effectue la mesure, et les mesures non intrusives (Figure 1.14) qui n'impactent pas l'intégrité du composant sur lequel elles sont installées.

Le choix de ces appareils de mesures va dépendre des conditions topologiques du site, ainsi que de leur coût et précision de la mesure.

Figure 1. 14 : Exemples d'appareils de mesures non intrusifs [ATE14]

1.3 Positionnement de la thèse

Par le présent travail, on se concentre sur les procédés industriels et la nécessité de la mise en place d'un schéma d'instrumentation permettant d'analyser leur situation énergétique. Destinée aux professionnels de l'audit, cette méthodologie aide à identifier l'instrumentation nécessaire pour compléter le bilan synoptique énergétique d'une usine à travers un schéma de capteurs adapté représentant le meilleur compromis entre la précision (maitrise de l'incertitude) et les coûts de l'instrumentation.

Pour ce faire, les concepts issus de la connaissance des procédés industriels ou encore de l'instrumentation doivent s'allier pour répondre à tous les besoins cités précédemment : expertise énergétique sous des contraintes de précision pour les paramètres clés et des contraintes économiques pour l'instrumentation globale. Cette tâche est d'autant plus compliquée à cause de la taille des problèmes à traiter et de la nature non linéaire des phénomènes physiques rencontrés. Plus précisément, la méthodologie recherchée devrait satisfaire les besoins suivants :

- Elle permet de trouver une instrumentation optimale selon plusieurs critères. Les critères considérés seront : l'observabilité des paramètres clés, le coût économique et la précision des mesures ;
- Elle est capable de traiter les procédés à taille usuelle (plus que 30 variables à considérer) pour un temps de résolution raisonnable ;
- Elle prend en compte la nature non-linéaire des phénomènes physiques en question (le bilan énergétique du procédé) ;
- Elle est adaptée à une instrumentation supplémentaire d'un procédé existant, mais aussi à une conception d'un nouveau procédé ;
- Elle propose une bibliothèque de composants à assembler pour décrire le procédé étudié ;
- Elle permet de résoudre le problème d'une façon générique.

1.4 Etat de l'art

Le problème de l'instrumentation optimale dans les usines n'est pas récent. De nombreuses études ont été menées, depuis presque un demi-siècle, pour pouvoir définir les mesures nécessaires dans les procédés, permettant ainsi d'obtenir toutes les données nécessaires répondant à plusieurs finalités, citons, le contrôle des procédés, l'évaluation de la qualité des produits, la détection des défaillances du système…

1.4.1 Classification des variables

En général, les procédés peuvent être décrits par des équations qui lient les différentes variables. Ces équations représentent l'équilibre de masse, d'énergie et des composants du procédé. La classification de ses variables joue un rôle primordial dans le choix des points de mesures. Soit E l'ensemble des grandeurs présentes dans un procédé, et N_{var} le nombre des éléments de E. Cet ensemble peut être divisé en 2 sous-ensembles disjoints : E_1 formé de N_{mes} variables mesurables par l'ajout d'un capteur (les températures, les pressions, les débits…) et E_2 composé des autres variables qui ne peuvent pas être directement mesurées pour des raisons économiques, techniques ou technologiques. Donc l'ensemble E_2 contient $N_{\overline{mes}}$ variables, tel que :

$$E = E_1 \cup E_2 \; avec \; E_1 \cap E_2 = \emptyset \qquad \textbf{1.1}$$

$$N_{var} = N_{mes} + N_{\overline{mes}} \qquad \textbf{1.2}$$

Pour un certain schéma d'instrumentation appliqué à un procédé, X_{mes} variables de E_1 seront mesurées, de sorte que :

$$0 < X_{mes} \leq N_{mes} \qquad \textbf{1.3}$$

Ainsi, pour ce choix d'instrumentation, $X_{\overline{mes}}$ variables ne sont pas mesurées avec :

$$X_{\overline{mes}} = N_{var} - X_{mes} \geq N_{\overline{mes}} \qquad \textbf{1.4}$$

Ces variables non mesurées pourront être déduites des relations qui les lient à d'autres variables mesurées, selon si le choix d'instrumentation le rend possible ou pas. Ceci permet d'introduire la notion d'observabilité des variables non mesurées, bien expliquée dans la littérature. Par exemple, selon **Kretsovalis et Mah** (1987) [KRE87-A] : en considérant un procédé où les points de mesures sont choisis, si le sous-ensemble de contraintes-équations est solvable par rapport aux variables non mesurées présentes, alors ces quantités sont dites observables. Ainsi, une variable non mesurée à partir d'un certain choix d'instrumentation, peut être observable (déterminable) ou non observable.

En ce qui concerne les variables mesurées, elles seront classées en deux catégories à partir de la notion de redondance. Selon **Kretsovalis et Mah** (1987) [KRE87-A], si une mesure peut être supprimée sans rendre la variable associée non observable, alors la mesure est dite redondante. Si toutes les variables mesurées du procédé ne sont pas redondantes, une valeur unique sera associée à ces variables, ainsi qu'aux variables non mesurées déterminables par le système d'équations présent. Mais, si certaines variables mesurées sont redondantes, et comme les mesures sont rarement très exactes, une contradiction entre les mesures et les valeurs déduites par le système d'équations pourra émerger. Il en résulte qu'une variable mesurée redondante doit être réconciliée, c.à.d. ajustée [BAG02-A]. Il existe deux types de redondance : matérielle si plusieurs capteurs sont mis en place pour mesurer une même grandeur, et logicielle ou analytique dans le cas où un modèle mathématique liant l'ensemble des variables doit être satisfait.

Les premières avancées sur la classification des variables, concernaient l'étude des systèmes linéaires généralement représentés par des graphes de procédés [DEO74] qui exprimaient surtout

l'équilibre massique. Ces graphes sont formés par des nœuds et des arcs orientés. Les nœuds représentent habituellement les unités, les réservoirs et les jonctions du procédé, alors que les arcs traduisent les flux échangés. Un nœud dit « Environnement » est ajouté, servant à rendre le graphe du procédé cyclique. Le procédé acquiert ces entrées de l'« Environnement », et y renvoie ces produits. Ainsi la Figure 1.16 montre le graphe du procédé dérivé de son diagramme des opérations de la Figure 1.15.

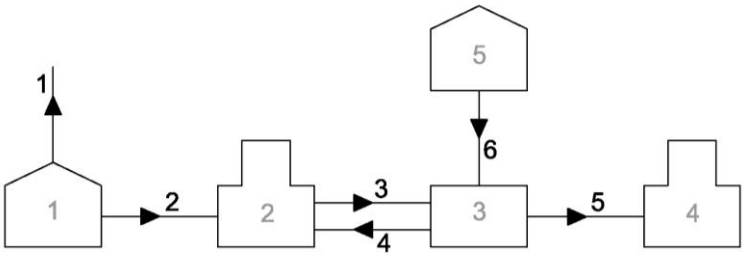


Figure 1. 15 : Diagramme des opérations d'un procédé de 5 opérations et 6 flux échangés

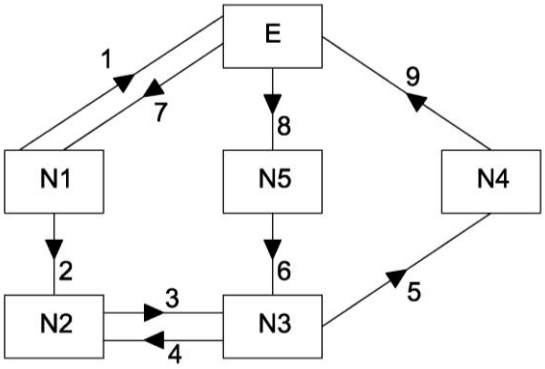


Figure 1. 16 : Graphe du procédé présenté à la figure 1.15

Une matrice d'incidence est aussi utilisée pour représenter un procédé. Les lignes de cette matrice correspondent aux nœuds du graphe du procédé, et les colonnes correspondent à ces arcs. Ainsi, la matrice d'incidence représentant la Figure 1.16 est montrée dans le Tableau 1.2. L'élément de la *i*-ème ligne et *j*-ème colonne de cette matrice est égal à *+1* si le flux *j* est entrant dans l'unité *i*, *-1* si le flux *j* est sortant de l'unité *i* et *0* si le flux *j* n'intervient pas dans l'unité *i*.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
N1	-1	-1					1		
N2		1	-1	1					
N3			1	-1	-1	1			
N4					1				-1
N5						-1		1	

Tableau 1. 2 : Matrice d'incidence relative au graphe du procédé présenté à la figure 1.16

Václaveck (1969) [VAC69-A] [VAC69-B] a appliqué les concepts de la théorie des graphes pour développer l'algorithme CLASS visant la classification des variables en se basant sur le diagramme des opérations du procédé. Ainsi, pour un procédé où un réseau de capteurs est installé, un schéma d'équilibre réduit (RBS « reduced balance scheme ») est tracé permettant d'éliminer les nœuds recevant des entrées non mesurées, ou renvoyant des produits non mesurés. Le classement des

grandeurs mesurées en redondantes ou non redondantes est ainsi moins dense. Aussi, chaque schéma d'équilibre réduit relatif à une variable non mesurée (considérée comme étant mesurée à ce stade seulement) permettra de vérifier si cette variable non mesurée est observable (déterminable) ou non observable, ainsi que d'identifier les variables mesurées non redondantes mais indispensables pour observer la variable non mesurée en question. Il a montré que la condition nécessaire et suffisante pour qu'un flux non mesuré soit non observable, dans le cas de flux à un seul paramètre (c.à.d. caractérisé soit par son débit soit par sa concentration, mais pas les 2 en même temps) , est qu'il soit sur un chemin passant d'un flux externe à un autre, ou dans un cycle où tous les flux ne sont pas mesurés.

Romagnoli et Stephanopoulos (1980) [ROM80] ont développé un algorithme qui permet la classification des variables en se basant sur le graphe du procédé où un schéma d'instrumentation est déjà défini. Suite à cette classification, ils ont pu estimer les variables non mesurées et rectifier celles mesurées à travers la réconciliation des données.

Mah et al (1976) [MAH76] se sont aussi servis des concepts de la théorie des graphes pour développer des techniques d'amélioration des estimations des grandeurs présentes dans un procédé, en utilisant les données statistiques ainsi que des données topologiques du procédé étudié. **Stanley et Mah** (1981) [STA81-A] [STA81-B] ont expliqué l'importance des concepts d'observabilité et de redondance pour caractériser la performance des estimateurs de données dans un procédé, et ils ont présenté deux algorithmes de classification des différentes variables mesurées et non mesurées, qui ont été complétés par **Kretsovalis et Mah** (1987,1988) [KRE87-A] [KRE88-A] [KRE88-B]. La solution consistait à construire plusieurs ensembles de sous-graphes et les tester par rapport aux théorèmes établis sur l'observabilité des variables non mesurées et la redondance de celles mesurées.

Crowe (1989) [CRO89] a présenté un algorithme pour la classification des variables en se basant sur la méthode de projection de matrices développée par **Crowe et al** (1983) [CRO83] pour les cas linéaires, et par **Crowe** (1986) [CRO86] pour les cas non linéaires.

Gomolka et al (1992) [GOM92] proposent d'étudier l'observabilité des variables d'un procédé en analysant la structure du graphe, plus précisément à partir de l'analyse de la matrice cyclique associée à ce graphe. Ainsi, **Turbatte et al** (1993) [TUR93] ont pu établir des règles de classification des variables mesurées et non mesurées, en se basant sur le nombre de variables mesurées par cycle.

Ces notions d'observabilité et de redondance vont orienter le choix optimal des points de mesure dans un procédé selon les objectifs qui conduisent à la conception de l'instrumentation de ce procédé.

1.4.2 Les différents objectifs de l'instrumentation d'un procédé

Lors de la conception d'un schéma d'instrumentation, plusieurs objectifs peuvent être considérés, citons : le coût de l'instrumentation, l'estimabilité des grandeurs, la précision des estimations, la fiabilité des estimations des variables clés, la précision résiduelle et la disponibilité des estimations des variables clés, la détection et la résilience des erreurs grossières. Ces notions seront détaillées par la suite.

Le coût représente les investissements requis pour l'installation des nouveaux appareils d'instrumentation, le coût de leur maintenance régulière, et toute autre dépense liée à l'utilisation de ces appareils. Ce coût peut être annualisé.

L'estimabilité des grandeurs a été introduite par **Bagajewicz et Sanchez** (1999) [BAG99-A]. Une variable estimable est soit mesurée, soit non mesurée mais observable. Cette notion a permis d'unifier

les définitions: un certain degré d'estimabilité des variables pourra être visé lors de la conception d'un schéma d'instrumentation, sans devoir préciser le degré de redondance des variables mesurées et le degré d'observabilité des variables non mesurées. Un système a un degré de redondance *k* quand au moins *k* équations d'équilibre linéairement indépendantes peuvent être écrites en utilisant les variables mesurées seulement. Une variable observable non mesurée a un degré d'observabilité *O* si elle reste observable après élimination de toutes les combinaisons de *O-1* mesures et devient inobservable si au moins une combinaison de *O* est éliminée. Ainsi, Ils ont défini les « schémas d'instrumentation minimaux » où l'estimabilité recherchée pour chaque variable est d'ordre 1, et les « schémas d'instrumentation sous-minimaux » où une estimabilité d'ordre supérieur ou égal à 1 est recherchée pour certaines variables seulement, et les autres variables peuvent rester on observables.

La précision des estimations des variables clés est souvent reflétée par leurs écarts types. Ces variables clés sont les variables que le concepteur choisi à priori, soit pour préciser que leurs valeurs doivent être absolument connues contrairement à d'autres grandeurs dont les valeurs ne sont pas absolument requises [MAD92-A], soit pour rechercher un certain niveau de précision préétabli pour ces variables [BAG97].

Le concept de fiabilité de l'estimation d'une variable a été introduit par **Ali et Narasimhan** (1993) [ALI93]. C'est la probabilité de pouvoir estimer la variable, pour un réseau de capteurs donné, en prenant en compte les probabilités de défaillance des capteurs. Ce concept est applicable aux variables mesurées et non mesurées. Pour une variable mesurée redondante, la fiabilité de son estimation est supérieure à la probabilité de non défaillance du capteur qui la mesure.

La disponibilité des estimations des variables, la précision résiduelle, la détectabilité et la résilience des erreurs grossières décrivent la robustesse du schéma d'instrumentation [BAG03]. En fait, les erreurs de mesures peuvent être classées en deux catégories : les erreurs aléatoires et les erreurs grossières. Les erreurs aléatoires sont principalement dues à des facteurs temporaux et spatiaux stochastiques liés au processus de mesure [COU03]. Alors qu'une erreur grossière est une mesure dans laquelle l'erreur ne suit pas la distribution statistique de la masse des données [ALB96]. Ces erreurs grossières se propageront dans l'incertitude des résultats de la surveillance de la performance, donc, afin d'obtenir des estimations satisfaisantes des variables, elles doivent être détectées et éliminées à l'aide des techniques de traitement des données [GUO16].

La disponibilité des estimations des variables est une propriété qui rend les valeurs des variables disponibles avec un certain niveau de précision, après la détection d'erreurs grossières et l'élimination des mesures correspondantes [BAG97]. Lorsqu'une mesure redondante présente un biais et est éliminée, le degré de redondance et la précision de toutes les variables diminuent. La précision résiduelle d'un schéma d'instrumentation est définie comme sa capacité à garantir un certain niveau de précision des variables clés présélectionnées lorsque des erreurs grossières sont détectées et que les mesures correspondantes sont éliminées [BAG03].

La capacité du réseau à détecter k erreurs grossières est appelée détectabilité d'erreur de l'ordre k. Il est possible de choisir une taille seuil d'erreur grossière pour chaque variable et demander que les erreurs supérieures à ce seuil soient détectées par le réseau avec un certain niveau de confiance statistique [BAG03]. Plusieurs techniques de la littérature ont été développées pour isoler et identifier ces erreurs grossières, citons les travaux de **Romagnoli et Stephanopoulos** (1981) [ROM81], **Mah et Tamhane** (1982) [MAH82] et **Bagajewicz et Jiang** (1998) [BAG98].

La résilience est une propriété qui limite l'impact des erreurs grossières non détectées. Comme ces dernières peuvent corrompre les résultats de la réconciliation des données, la variation de la précision des variables clés en présence d'erreurs grossières non détectées est ainsi limitée [BAG97].

Traditionnellement le coût était utilisé comme fonction objective pour la conception des schémas d'instrumentation. Ainsi le problème d'optimisation le plus général est [BAG02-A]:

$$\begin{array}{ll} & \textit{Minimum \{coût total\}} \\ \textit{Avec des contraintes sur :} & \left\{ \begin{array}{l} \textit{- l'estimabilité des variables clés} \\ \textit{- la précision des variables clés} \\ \textit{- la fiabilité des variables clés} \\ \textit{- la robustesse vis-à-vis des erreurs grossières des variables clés} \end{array} \right. \end{array} \qquad \mathbf{1.5}$$

Ce modèle complet permet de filtrer les données relativement bonnes pour des fins de surveillance et éventuellement de contrôle du procédé.

1.4.3 Le choix de l'instrumentation optimale

Václveck et Loučka (1976) [VAC76] sont parmi les premiers à explorer le problème d'instrumentation. Ils ont introduit l'algorithme CHOIX qui s'appuie sur l'algorithme CLASS développé par **Václaveck** (1969) [VAC69-A]. Cet algorithme appliqué aux graphes des procédés, a pour entrée une première classification des variables en mesurables et non mesurables et une seconde classification des variables en requises ou non requises selon les finalités des calculs. Cet algorithme qui peut être appliqué aux schémas d'équilibre où les flux peuvent être décrit par plusieurs paramètres (masse, concentrations…), permet d'identifier un choix de l'instrumentation adaptée aux conditions d'observabilité préétablies.

Koglin (1975) [KOG75] a décrit une procédure de conception heuristique pour définir le schéma d'instrumentation permettant d'estimer les variables d'intérêt à précision optimale, appelée méthode d'élimination séquentielle. Partant d'un schéma où tous les points de mesure du système sont supposés actifs, des mesures sont retirées systématiquement. A un stade donné, la mesure dont la suppression provoque la moindre augmentation de la fonction d'optimisation représentant la précision des variables d'intérêt, sans aucune violation des contraintes des limites supérieures de ces précisions, est choisie pour suppression. L'élimination des mesures est arrêtée soit lorsque l'élimination de toute mesure restante provoque une violation de contraintes ou lorsqu'un certain nombre de mesures choisi a priori est atteint. Cette méthode ne permet pas de modéliser directement les contraintes économiques, ni d'être sûr de trouver un optimum global du problème.

Kretsovalis et Mah (1987) [KRE87-B] ont appliqué une stratégie basée sur l'algèbre linéaire. Ils ont développé une recherche combinatoire pour incorporer des mesures dans un système linéaire observable. Une fonction objective composée de la moyenne pondérée des coûts de mesures et de l'erreur des estimations a été minimisée.

Pour trouver un schéma d'instrumentation à coût minimal avec des exigences d'observabilité sur les variables clés, **Madron et Veverka** (1992) [MAD92-A] ont proposé une approche basée sur des éliminations de Gauss-Jordan. En partant d'une macro-matrice représentant le modèle mathématique du procédé (les bilans de matière qui sont linéaires), et d'un choix préalable de grandeurs mesurées, avec réarrangement des colonnes selon la mesurabilité des différentes grandeurs (Figure 1.17), de multiples éliminations Gauss-Jordan sont appliquées et des changements de colonnes au besoin, pour

ne pas tomber sur des pivots nuls, privilégiant les mesures les plus faciles ou à bas coût. Par la suite, des sous-matrices nulles sont repérées si possible et ainsi la macro-matrice réduite trouvée servira pour la résolution du problème de réconciliation des grandeurs mesurées et après, pour la détermination des grandeurs requises non mesurées.

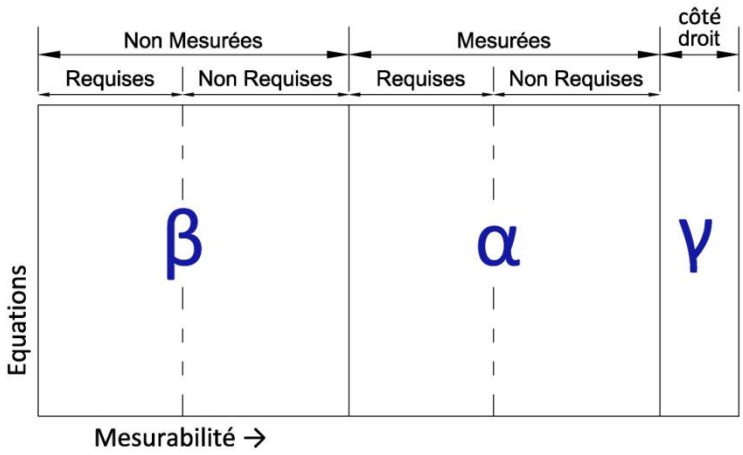


Figure 1. 17 : Macro-matrice initiale décrivant un procédé étudié

Afin de trouver une solution qui pourra être considérée comme un optimum local du point de vue du coût et aussi du point de vue de la précision, une méthode d'optimisation analogue à la recherche directe dans les graphes de **Madron et Výborný** (1983) [MAD83] a été utilisée. Tous les schémas d'instrumentation de distance 1 du schéma de base déjà trouvé sont évalués vis-à-vis de la fonction objectif concernant la précision. Ce sont des schémas où une seule variable mesurée est remplacée par une autre non mesurée. Si on a I_r variables requises (clés) et σ_i est l'écart-type de la i-ème variables requise, la fonction objective ϕ représentant l'erreur quadratique moyenne sera :

$$\Phi = [\ \sum_{i=1}^{I_r} \sigma_i^2\ /\ I_r\ ]^{1/2} \qquad \textbf{1.6}$$

Ainsi, cet algorithme permet de trouver l'optimum local des deux fonctions objectif visées. Comme ils l'ont souligné dans leur publication, la recherche systématique d'une solution optimale implique une augmentation très importante de l'horizon de recherche selon la taille du problème. **Madron** (1992) [MAD92-B] présente les détails de cette procédure basée sur la théorie des graphes.

Dans le même esprit, **Mazzour et Héraud** (1997) [MAS97] et **Héraud et al** (1998) [HER98] ont étudié l'observabilité et la redondance des variables d'un procédé représenté par sa structure. En partant de l'instrumentation déjà installée, le vecteur des variables est subdivisé en deux parties : la première contenant les variables déjà mesurées et la seconde contenant les variables non mesurées classées en ordre décroissant de coût de mesure. En conséquence, la matrice d'incidence sera aussi subdivisée en deux parties. En appliquant l'algorithme du pivot sur la deuxième partie de cette matrice, sa plus large partie sera écrite sous forme de matrice identité. La multiplication de la matrice globale décomposée, par une matrice régulière permet de trouver une forme canonique particulière de la matrice d'incidence et ainsi d'étudier l'observabilité et la redondance des variables, de même que de déterminer les mesures à ajouter pour une observabilité globale du système. Ce choix de mesures supplémentaires sera optimal du point de vue coût puisqu'un classement des variables par ordre décroissant de coût des mesures a été fait à priori.

Ali et Narasimhan (1993) [ALI93] ont développé l'algorithme SENNET pour trouver un schéma d'instrumentation à nombre de capteurs minimal assurant l'observabilité minimale de toutes les variables (les variables mesurables ne peuvent être estimées qu'à travers leurs mesures, et les variables non mesurées sont estimées d'une seule façon) et la meilleure fiabilité du système. En

partant du graphe du procédé en régime permanent, la stratégie consiste à choisir un arbre couvrant (Spanning Tree) du graphe et de placer les capteurs sur les cordes correspondantes [DEO74]. Ensuite, la fiabilité de chaque variable est calculée : pour celles mesurées, leur fiabilité est égale à la probabilité de non défaillance du capteur correspondant, et pour les variables non mesurées, c'est le produit des fiabilités des variables mesurées qui permettent de l'estimer. Comme une chaîne est aussi solide que son maillon le plus faible, la fiabilité du schéma d'instrumentation est la fiabilité minimale parmi toutes les variables.

Pour trouver le schéma d'instrumentation de meilleure fiabilité, il va falloir donc énumérer tous les arbres couvrants du graphe du procédé, et évaluer leur fiabilité. Plusieurs algorithmes de la littérature permettent d'énumérer ces arbres couvrants, citons **Aho et al** (1974) [AHO74], **Deo** (1974) [DEO74] et **Nijenhuis et Wilf** (1978) [NIJ78]. Le nombre total d'arbres couvrant peut être très large avec l'augmentation du nombre d'unités du graphe du procédé, pour cela, une approche itérative a été utilisée visant à trouver un optimum local, tout en se basant sur des lemmes de la théorie des graphes pour améliorer la fiabilité du système à chaque itération.

En 1995, **Ali et Narasimhan** [ALI95] ont développé l'algorithme généralisé GSENNET, qui permet d'étendre leur approche aux systèmes où la redondance matérielle et analytique des estimations est recherchée. De même, cet algorithme permet de prendre en considération des spécifications sur certaines variables. Certaines variables peuvent par exemple ne pas être importantes pour le contrôle du procédé et par conséquent non nécessairement requises et peuvent rester non observables et, certaines variables peuvent ne pas être mesurables pour des raisons techniques ou économiques. En 1996 [ALI96], ils ont aussi traité les problèmes d'instrumentation pour les procédés bilinéaires représentés par des graphes. Leur étude était limitée aux réseaux de capteurs non redondants.

Les procédés bilinéaires ont aussi été étudiés par **Ragot et al** (1992) [RAG92] dans le but d'assurer l'observabilité de toutes les variables. Ils ont montré qu'un système bilinéaire peut être étudié en considérant une succession de systèmes linéaires.

Luong et al (1994) [LUO94] et **Maquin et al** (1994,1995) [MAQ94] [MAQ95-A] [MAQ95-B] se sont basés sur les règles d'observabilité et de redondance de **Turbatte et al** (1993) [TUR93] pour définir leur méthode de recherche des schémas d'instrumentation répondant à des critères de coût, d'observabilité, de redondance et de fiabilité. La première étape consistait à trouver le schéma d'instrumentation avec le coût minimal, assurant une observabilité d'ordre supérieur ou égal à 1 pour les variables requises au contrôle, à partir d'une investigation exhaustive des cycles du graphe du procédé. Il faut noter que ces cycles ne dépendent que de la structure du graphe, et non pas du système de mesure étudié. Ensuite, des mesures ont été ajoutées pour assurer la redondance de certaines variables pré-choisies et la fiabilité du système.

Une autre approche basée sur la théorie des graphes a été présentée par **Meyer et al** (1994) [MEY94] pour trouver un schéma d'instrumentation avec un nombre minimal de capteurs, assurant l'observabilité totale ou partielle du procédé. Une énumération exhaustive des cycles du graphe est proposée afin d'atteindre l'estimabilité d'ordre 1 des flux. Un algorithme par séparation et évaluation a permis de réduire les champs de recherche, et ainsi le temps de calcul nécessaire pour trouver le schéma d'instrumentation optimal du point de vue coût pour les problèmes d'instrumentation présentés par **Madron et Veverka** (1992) [MAD92-A].

Bagajewicz (1997) [BAG97] est parti de la théorie des graphes et des approches d'algèbre linéaire pour présenter une formulation MINLP (Mixed Integer Non Linear Programming) du problème d'optimisation et obtenir un schéma d'instrumentation à coût optimal sujet à des contraintes d'observabilité, de précision et de robustesse. Ainsi, pour un procédé décrit par une matrice d'incidence, il applique un algorithme de recherche par arborescence (Figure 1.18), où le coût d'instrumentation est croissant en ajoutant des nœuds. A chaque nœud, l'observabilité des variables clés est vérifiée et leurs précisions sont évaluées. Le critère d'arrêt du développement d'une branche est l'atteinte d'un nœud faisable vu que ceux d'après consisteront en des solutions plus coûteuses, et d'autres branches seront ensuite testées. La difficulté principale de sa procédure est la dépendance de la taille du problème de réconciliation des données, du vecteur des variables binaires **q** (dont un élément *i* est égal à *1* si l'*i*-ème variable est mesurée et *0* sinon), et donc ne permettant pas d'utiliser les techniques de séparation et évaluation. Une extension à ce modèle pour pouvoir choisir entre plusieurs instruments de mesure pour une certaine variable, a également été faite [BAG00-A].

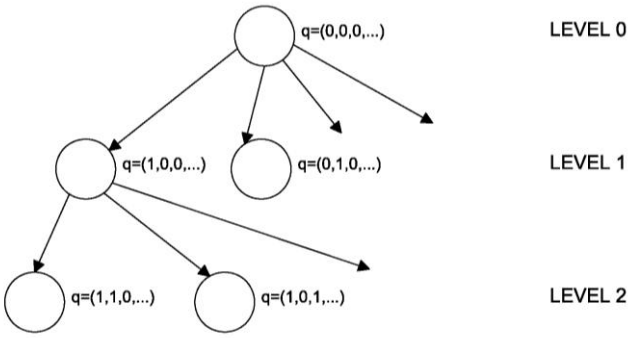


Figure 1. 18 : Arbre de recherche des solutions [BAG97] où q_i = 1 si le capteur mesurant l'i-ème variable est actif, et q_i = 0 sinon

Bagajewicz et Sanchez (1999) [BAG99-A] [BAG99-B] ont établi la dualité entre le modèle coût-minimal sujet à des contraintes de précision et le modèle précision-maximale sujet à des contraintes de coût, pour la conception ou la révision des schémas d'instrumentation. Cette dualité a été principalement établie par **Tuy** (1987) [TUY87]. Ils ont ainsi pu conclure que ces deux problèmes sont équivalents : la solution de l'un, est la solution de l'autre et vice versa. Dans un article suivant [BAG00-B], cette équivalence a été aussi démontrée entre la fiabilité et le coût, ce qui a permis d'utiliser l'approche d'énumération par arborescence pour résoudre des problèmes de fiabilité où le coût de l'instrumentation est considéré explicitement.

Chmielewski et al. (1999,2001 et 2002) [CHM99] [CHM01] [CHM02] ont reformulé le problème posé par **Bagajewicz** (1997) [BAG97] à l'aide d'une technique d'inégalité matricielle linéaire (Linear Matrix Inequality ou LMI) qui est convexe et permet aux contraintes d'être écrites d'une façon explicite par rapport aux variables binaires, en ajoutant un faux capteur supposé avoir une variance infinie et un coût nul pour les variables non mesurées. Ceci a donc permis l'application des algorithmes de séparation et d'évaluation pour trouver les solutions optimales du point de vue coût et précision. Cette formulation peut être appliquée à des procédés linéaires en régime stationnaire ainsi que dynamique. **Bagajewicz et Cabrera** (2002) [BAG02-B] ont présenté une formulation MILP (Mixed Integer Linear Programming) alternative du problème d'optimisation qui suppose aussi l'emploi de faux capteurs pour les variables non mesurées. Bien que ces méthodes aient permis de trouver les solutions optimales pour les systèmes de taille petite, elles restent numériquement inefficaces pour la résolution du problème d'optimisation de taille moyenne (entre 19 et 39 grandeurs décrivant le procédé) et grande (plus que 40 variables) [NGU08].

Une autre formulation MILP du problème de conception de schéma d'instrumentation a été proposée par **Kelly et al** [KEL08]. En utilisant le complément de Schur trouvé au cœur de l'élimination gaussienne et de la factorisation de Cholesky, pour la réduction directe de la matrice et les calculs de covariance et de classification des variables, trouvés dans les approches de réconciliation des données, de régression et de régularisation de Kelly, il est possible d'optimiser efficacement le coût de l'instrumentation tenant compte à la fois de l'estimabilité et de la variabilité en tant que contraintes au cours de la recherche avec les méthodes de séparation et évaluation du MILP.

Gala et Bagajewicz (2006) [GAL06-A] ont réussi à réduire le temps de calcul du problème d'optimisation de taille moyenne en appliquant une méthode de recherche par arborescence basée sur des coupes du graphe décrivant le procédé. Chaque coupe est définie par un ensemble d'arrêtes, tel que, une fois éliminées, le graphe est divisé en deux sous-graphes disjoints. **Kretsovalis et Mah** (1987) [KRE87-B] avaient souligné que chaque coupe correspond à un ensemble de variables pour lesquelles une équation d'équilibre massique regroupant plusieurs unités peut être écrite, et donc, le nombre de coupes contenant une certaine variable est le nombre d'équations d'équilibre massique qui contiennent cette variable. Ainsi **Gala et Bagajewicz** ont prouvé que les combinaisons de coupes sont plus efficaces à parcourir que les combinaisons de capteurs, en termes de temps de calcul. Ensuite, ils ont utilisé une technique de décomposition des graphes (2006b) [GAL06-B] qui a permis une réduction du nombre de coupes conduisant à des temps de calculs plus abordables. Pour chaque sous-graphe, le nombre de coupes est plus petit que celui des coupes du graphe initial, et ensuite toutes les coupes du graphe initial seront générées par des opérations de somme de coupes (Ring-Sum operations).

Nguyen et Bagajewicz (2008) [NGU08] ont adapté ces méthodes à des problèmes non linéaires en proposant une méthode de recherche par arborescence basée sur les équations. Ils ont comparé 4 méthodes :

- la méthode dite «Toutes variables» (*All variables*) qui est la méthode directe introduite par **Bagajewicz** (1997) [BAG97];
- la méthode dite «Inversée-Toutes variables» (*Inverted All variables*) qui parcours l'arbre de recherche d'une façon inverse : elle commence par tester une combinaison où tous les capteurs sont présents et élimine ceux non nécessaires en remontant dans l'arbre ;
- La méthode dite «Toutes équations» (*All equations*) basée sur des coupes-équations du graphe biparti, où deux rangées de nœuds sont utilisées : d'un côté les variables et de l'autre côté les équations du système, des arrêtes lient les variables aux équations où elles sont présentes. Les contraintes sont linéarisées autour des conditions d'opérations nominales ;
- La méthode dite «Equations décomposées» (*Decomposed equations*) qui divise le graphe biparti représentant le système et ainsi réduit le nombre total de coupes-équations et par conséquent le temps de calcul est plus petit.

Pour des problèmes de taille petite et moyenne, la méthode « équations décomposées » était efficace, mais pour des problèmes de grande taille où le nombre de variables requises est élevé, la méthode « Inversée -Toutes variables » était la plus adaptée. Le temps de calcul était encore élevé pour les problèmes à grande échelle, des approches informatiques parallèles ont ensuite été appliquées (2011) [NGU11] et elles se sont révélées plus efficaces mais toujours pas suffisantes pour la résolution des problèmes non linéaires de grande échelle.

Les auteurs des références énumérées ci-dessus ont tous opté pour des approches déterministes. D'autres auteurs ont exploité certaines approches stochastiques.

Sen et al (1998) [SEN98] ont suggéré un algorithme génétique couplé aux concepts de la théorie des graphes pour optimiser un seul critère comme le coût, la fiabilité ou la précision de l'estimation, pour des réseaux de capteurs linéaires non redondants et en utilisant un nombre minimal de capteurs. Ainsi, les opérations de sélection, croisement et mutation ont été définies de façon à respecter le passage d'un arbre couvrant à un autre (condition identifiée dans la littérature pour le choix des schémas d'instrumentation **- Ali et Narasimhan** (1993) [ALI93]), et générer des solutions faisables.

Carnero et al (2001) [CAR01] ont introduit une approche évolutive se basant sur l'application des algorithmes génétiques et de l'algèbre linéaire, pour trouver un schéma d'instrumentation optimal avec un nombre minimal de capteurs, permettant d'observer toutes les variables non mesurées, pour des application sur les réseaux linéaires non redondants. Un algorithme d'optimisation multi-objectif « Non-dominated Sorting Procedure » a été implémenté pour résoudre les problèmes de positionnement de capteurs multicritères où un front de Pareto de solutions optimales doit être trouvé.

Heyen et al. (2002) [HEY02-A] et **Heyen et Gerkens** (2002) [HEY02-B] ont proposé un algorithme pour concevoir un réseau de capteurs redondant à coût optimal, avec des contraintes de précision préétablies sur les variables clés. Ils ont étudié des problèmes à grande échelle, qui ne se limitent pas aux contraintes linéaires (les bilans d'énergie pourront être présentés). Le modèle du procédé est implémenté en utilisant le logiciel de réconciliation de données Vali 3, et une fois simulé, la matrice Jacobienne du modèle sera disponible (le modèle étant dérivé et linéarisé autour des conditions nominales de fonctionnement en régime permanent). Une optimisation pour le choix des types et des positions des capteurs dans le procédé, est réalisée au moyen d'algorithmes génétiques.

Kotecha et al. (2007,2008) [KOT07] [KOT08] ont résolu le problème d'instrumentation en utilisant la programmation par contraintes qui est basée sur un arbre de recherche énumératif utilisant une technique de propagation des contraintes pour réduire le domaine des variables.

En 2013, **Nguyen et Bagajewicz** [NGU13] se sont basés sur leurs travaux précédents [NGU08] pour présenter une méthode de recherche heuristique locale afin de trouver une solution optimale en partant d'un ensemble de solutions sous-optimales trouvées par la méthode «Toutes équations». La méthode consiste à développer l'arbre de recherche de la méthode «Toutes équations» jusqu'à ce qu'un certain nombre prédéfini de nœuds soit exploré, ou jusqu'à atteinte d'un certain temps de calcul. Les « bonnes solutions » seront identifiées. Ensuite, une méthode heuristique de deux étapes est appliquée en vue d'identifier une meilleure solution qui pourra être très probablement la vraie solution optimale.

He et Ma (2014) [HE14] ont adopté une approche d'optimisation de colonnes de fourmis multi-objective pour concevoir un réseau de capteurs pour un problème linéaire non redondant.

1.4.4 Conclusions - Etat de l'art

Principalement, les différents auteurs ont traité le problème d'instrumentation à travers deux types d'approches, une matricielle (Crowe, Madron et Veverka, Mazzour et Héraud, Kelly et al, Heyen et Gerkens, etc.) et une graphique (Mah et al, Ali et Narasimhan, Maquin et al, Gala et Bagajewicz, etc.).

Plusieurs briques méthodologiques sont ainsi identifiées pour la résolution du problème d'instrumentation posé. Nous citons :

- Les méthodes d'éliminations séquentielles (Koglin) partant d'un schéma d'instrumentation où toutes les variables sont mesurées et enchainant des éliminations progressives, très consommatrices en temps de calcul ;
- Les méthodes du pivot pour le réarrangement des équations et des variables de la matrice (Madron et Veverka, Mazzour et Héraud) et ainsi la classification des variables et l'optimisation des choix des points de mesure dépendant d'un choix initial de schéma de capteurs ;
- Les méthodes graphiques basées sur les cycles du graphe représentant le procédé (Ali et Narasimhan, Maquin et al) pour le choix des mesures aussi dépendant d'un choix initial de schéma de capteurs ;
- Les arbres de recherches basées sur des mesures individuelles (Bagajewicz) ou des coupes du graphe regroupant un ensemble de mesures (Gala et Bagajewicz) qui garantissent l'optimalité mais sont très consommatrices en temps de calcul ;
- La décomposition de la matrice représentant le procédé pour traiter des problèmes de taille réduite (Gala et Bagajewicz) qui sont résolus plus rapidement mais cette méthode reste insuffisante pour les problèmes d'échelle réelle ;
- La linéarisation des équations autour des valeurs nominales pour traiter les procédés décrit par des équations non linéaires (Heyen et al, Nguyen et Bagajewicz) ;
- Les approches mathématiques permettant une formulation explicite d'un problème d'optimisation (Chmielewski et al, Kelly et al) incluant certaines restrictions lors de la formulation du modèle à traiter ;
- Les parallélisations des calculs (Nguyen et Bagajewicz) pour gagner en temps de calculs.

Il faut noter que la majorité de ces méthodes cherche un schéma d'instrumentation où les mesures sont redondantes et ensuite, les techniques de réconciliation de données vont permettre d'améliorer la précision des résultats, ou détecter les erreurs grossières, etc.

1.5 Motivation de la thèse et ambitions scientifiques

Cette thèse aborde le problème de la conception de schéma d'instrumentation pour des besoins de l'audit énergétique. Ce schéma doit permettre de trouver la valeur de tous les indicateurs énergétiques choisis par l'expert menant l'audit énergétique de l'usine, d'une façon précise et optimale du point de vue du coût de l'instrumentation proposée. Le réseau de capteurs recherché doit permettre une bonne expertise énergétique de ces procédés, sans engendrer un excès d'informations inutiles pouvant entraîner des coûts supplémentaires (les valeurs des variables qui ne font pas partie de l'ensemble des indicateurs énergétiques ne doivent pas être obligatoirement connues).

Par conséquent, un schéma d'instrumentation avec un ensemble de capteurs juste suffisant pour répondre aux contraintes d'observabilité des variables clés, doit être identifié. En d'autres termes, on cherche un schéma d'instrumentation sous-minimal où le degré d'estimabilité des variables est plus petit ou égal à 1 (sans redondance de mesures). Etant bi-objectif, plusieurs solutions seront possibles, laissant à l'expert le choix du compromis prix-précision qui lui semble le meilleur.

Cette méthode visera aussi à être générique : comme la plupart des procédés sont formés par des composants similaires (opérations unitaires), la méthode devra permettre une aisance de la formulation du modèle en décrivant le procédé par ses opérations unitaires et par la suite la mise en place du système d'équations reflétant les relations entre les diverses grandeurs.

La particularité du problème par rapport aux travaux précédents de la littérature ne permet pas une réutilisation directe d'une des approches proposées :

- Problème souvent non linéaire ;
- Le système d'équations est généré lors de la description du procédé ;
- L'observabilité recherchée n'est pas totale et la redondance n'est pas souhaitée.

Ainsi, les travaux menés dans cette thèse s'inspireront de certaines briques méthodologiques décrites ci-avant tout en construisant une démarche propre. Le problème d'optimisation sera découplé. La première partie du travail (cf. chapitres 2 et 3) consistera à trouver l'ensemble des combinaisons de capteurs valides à placer sur le site, mesurant certaines ou toutes les grandeurs mesurables de façon à observer tous les indicateurs énergétiques. Tout en s'inspirant des briques méthodologiques de la littérature, le verrou du temps de calcul pour les problèmes de moyenne et grande taille, non résolu dans la littérature, sera abordé. La seconde partie consistera à évaluer, pour chaque combinaison valide de capteurs, le coût de l'instrumentation correspondante, de même que les précisions des estimations des variables clés (cf. chapitre 4). Le coût est calculé par une fonction objective linéaire et simple. Néanmoins, la précision nécessite un travail plus complexe. Vu que les schémas d'instrumentation valides sont tous sous-minimaux, les variables observées vont varier de l'un à l'autre. Le modèle permettant la propagation des incertitudes va varier aussi. Et donc le problème de propagation des incertitudes nécessite d'être bien formulé et automatisé.

Un exemple de petite taille et un autre de taille moyenne seront présentés dans les chapitres 2, 3 et 4, tout en détaillant l'implémentation des méthodologies proposées. Et enfin, un exemple industriel de grande taille sera présenté dans le chapitre 5.

Chapitre 2 : Méthode de référence pour la génération des schémas d'instrumentation valides

2.1 Introduction

L'audit énergétique est bien plus qu'un diagnostic de performance énergétique. C'est une méthodologie qui doit permettre, à partir d'une analyse détaillée des données réelles, d'établir les propositions d'amélioration de l'utilisation d'énergie sous certaines contraintes économiques. Pour ce faire, les indicateurs énergétiques doivent être déterminés. Ce sont des quantités que l'expert menant l'audit énergétique juge essentielles pour analyser le procédé et aider à la conception de solutions d'amélioration de l'efficacité énergétique.

Le plus simple est, évidemment, de mesurer ces quantités d'intérêt. Or cela n'est pas toujours possible à cause des difficultés technologiques (présence de quantités non mesurables par l'ajout d'un capteur), techniques (impossibilité de mettre un capteur à l'endroit voulu) ou économiques (capteurs très chers). Un schéma d'instrumentation devrait être identifié de façon à permettre la déduction de tous les indicateurs énergétiques et pouvoir ainsi compléter le diagnostic du site. Ce schéma recherché ne doit pas être redondant en mesurant des quantités supplémentaires, pour respecter les contraintes économiques. La méthodologie recherchée identifiera un schéma d'instrumentation optimal en termes de coût et précision, avec un nombre minimum de capteurs.

Ce chapitre détaille la méthode de référence pour trouver tous les choix possibles de schémas d'instrumentation que l'expert pourra mettre en œuvre, et qui répondent à son objectif d'identification de toutes les variables requises qui sont les indicateurs énergétiques. Cette méthode sera ensuite illustrée par 2 exemples d'application.

2.2 Description du procédé

La première étape de la recherche des schémas d'instrumentation valides d'un procédé industriel est la bonne description du procédé. Ceci implique une énumération des équations le décrivant d'une façon concise, ainsi que la classification de toutes les quantités présentes.

2.2.1 Assemblage des composants

Les procédés sont en général décrits par un assemblage de N_{comp} composants (ou opérations unitaires). Pour chaque composant, les bilans de masse et d'énergie sont établis afin de faire le diagnostic énergétique de ce procédé.

Chaque composant i ($1 \leq i \leq N_{comp}$) sera décrit par $N^i_{eq_comp}$ équations et $N^i_{var_comp}$ variables. Une fois assemblé, le modèle du procédé est de N_{eq} équations de N_{var} variables, tel que :

$$N_{eq} = \sum_{i=1}^{N_{comp}} N^i_{eq_comp} \tag{2.1}$$

$$N_{var} < \sum_{i=1}^{N_{comp}} N^i_{var_comp} \tag{2.2}$$

Les équations d'assemblage ne paraîtront pas dans le modèle final du procédé mais elles vont permettre d'éliminer les variables dupliquées entre les composants.

Pour illustrer cette idée, on considère l'exemple suivant. Une usine agro-alimentaire peut avoir recours à un procédé de pasteurisation du lait. La pasteurisation est une opération d'élimination des micro-organismes pathogènes par augmentation puis baisse contrôlées de la température du produit, selon un barème défini (couple temps-température). L'enjeu du traitement thermique ainsi imposé est de réduire la quantité de ces organismes à un niveau sans risque pour la santé publique, tout en conservant les qualités organoleptiques du produit (saveur, texture). Dans un cycle classique de pasteurisation, les étapes de montée en température (jusqu'à 78°C) et de refroidissement (jusqu'à 7°C) sont assez rapides pour éviter la prolifération bactérienne, qui est favorisée entre 20 et 50°C. Le temps intermédiaire de maintien en température dépend essentiellement du format (volume, emballage…) et de la composition des produits pasteurisés. Le procédé de pasteurisation appliqué à un flux continu est assimilable à un réseau d'échangeurs. Les pasteurisateurs ont recours à plusieurs sections d'échangeurs thermiques à contre-courants régénératifs.

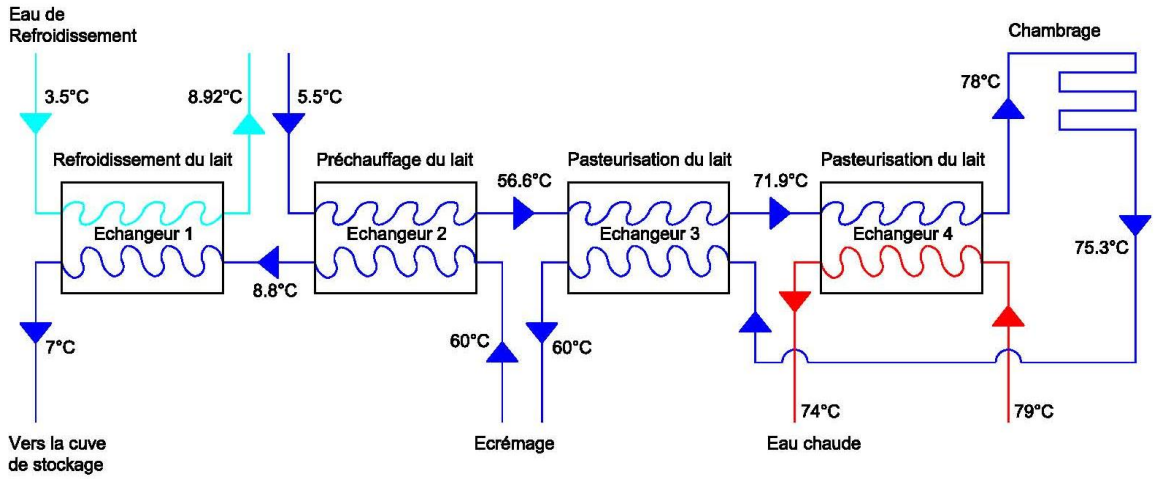


Figure 2. 1 : Pasteurisateur à 4 sections

Le pasteurisateur à 4 sections représenté par la Figure 2.1 est modélisé par un assemblage de 4 échangeurs thermiques et un chambrage. Une fois le modèle assemblé, des équations supplémentaires vont permettre d'éliminer des variables dupliquées. Par exemple, le même débit de lait circule entre les divers échangeurs, la température de sortie du lait du 2ème échangeur (côté froid) est la même température d'entrée du lait dans le 3ème échangeur (côté froid)… Le modèle global de ce pasteurisateur de lait consistera en un ensemble d'équations et de variables non dupliquées (la Section 2.5 détaillera le traitement du problème d'instrumentation de ce procédé).

2.2.2 Modélisation du procédé

Une fois que les points de mesure ont été choisis sur le site, les capteurs seront placés et permettront de déterminer les valeurs des variables mesurées. Après, il va falloir modéliser le procédé en attribuant aux variables mesurées leurs valeurs et les équations permettront de déterminer les valeurs des variables requises.

Le langage MODELICA est un langage de modélisation multi-physique. Il utilisé pour modéliser et simuler des systèmes multi-physiques dans différents secteurs dont l'automobile, la robotique, les processus... Il permet une modélisation orientée objet. Cette dernière propriété du langage est

particulièrement intéressante puisqu'elle correspond à la description des procédés par assemblage d'opérations unitaires. Ce langage, open source, est implémenté par plusieurs logiciels open source et propriétaires. Nous avons choisi de créer les modèles représentant les procédés industriels étudiés via le logiciel Dymola car son interface est simple et son solveur est adapté aux calculs physiques que nous devrons amener [DYM].

Une bibliothèque de composants peut ainsi être créée. Tout composant unitaire est modélisé une seule fois, et quand il est ajouté à un modèle, il faudra juste attribuer à chaque quantité mesurée sa valeur correspondante pour adapter le composant au cas étudié. Après, les assemblages permettent la transmission des flux et de leurs propriétés entre les composants liés. Des bibliothèques contenant des composants pour les systèmes mécaniques, électriques, thermiques, thermodynamiques… sont déjà disponibles dans Dymola.

Aussi, une bibliothèque des différents liquides et gaz rencontrés en industrie avec une description de leurs propriétés thermodynamiques est fournie par ce logiciel (et d'autres librairies pourront être ajoutées), permettant une aisance de modélisation supplémentaire.

En plus, les modèles écris en MODELICA sont acausaux, ce qui permet une réutilisation facile des composants développés pour diverses conditions de données d'entrée et de sortie du modèle. Une approche de construction du modèle est dite causale, si elle oriente les calculs. Les variables sont affectées par ordre bien défini dans le modèle : si une affectation requiert un ensemble d'entrées, elles doivent toutes être affectées avant. Ce type d'approche est adapté quand les mêmes variables sont calculées au cours des simulations, il sera possible d'orienter la mise en équations en fonction des entrées et sorties bien définies. Alors que dans le cas d'une approche acausale de construction du modèle, toutes les équations sont listées, et l'outil de calcul extrait une séquence calculable [FUR]. Ce qui est plus adapté à nos cas d'études, où différents schémas d'instrumentation pourront être mis en œuvre altérant les entrées et sorties des modèles, et par conséquence l'ordre et la causalité des équations (cf. Chapitre 4). En fait, pour un schéma d'instrumentation qu'on peut adopter, les variables mesurées et les variables calculées vont être différentes des autres schémas, et donc la structure des équations doit permettre cette flexibilité de calcul.

Pour toutes ces raisons, le langage MODELICA et l'outil Dymola ont été choisis pour modéliser les procédés sujets du problème d'instrumentation.

2.2.3 Classification des variables

Suite à la modélisation du procédé, le système d'équations représentant le procédé sera établi, et toutes les variables seront identifiées (des températures, des pressions, des débits, des puissances échangées...). Le problème d'instrumentation étant étroitement lié au problème de classification des quantités, ces variables seront classées, et 4 sous-groupes de grandeurs seront identifiés (Figure 2.2).

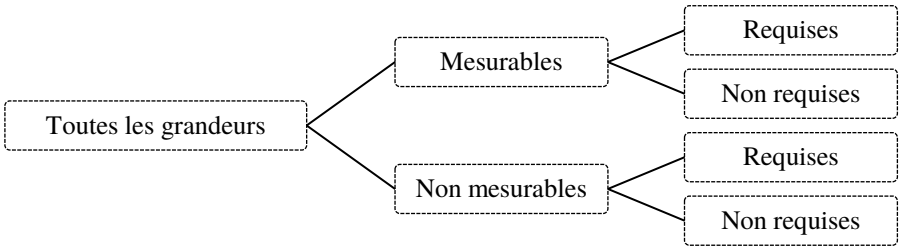


Figure 2. 2 : Classement des grandeurs définissant le système d'équations d'un procédé

Certaines grandeurs peuvent être déterminées par des mesures directes à l'aide de capteurs installés sur site, elles sont dites les variables mesurables, alors que d'autres grandeurs ne peuvent être observées qu'à partir des équations qui les relient à d'autres grandeurs elles-mêmes mesurées, ce sont les variables non mesurables. De même, toutes les variables sont classées par l'expert réalisant l'audit énergétique en deux catégories : l'une constituée des grandeurs qu'il juge requises pour lui permettre une bonne expertise énergétique du procédé, ce sont les indicateurs énergétiques qui seront dits les variables requises, et l'autre catégorie regroupant les grandeurs dont les valeurs ne lui sont pas absolument requises, dites les variables non requises.

On distinguera N_{mes} variables mesurables et $N_{\overline{mes}}$ variables non mesurables, ainsi que N_R variables requises et $N_{\bar{R}}$ variables non requises avec :

$$N_{var} = N_{mes} + N_{\overline{mes}} \tag{2.3}$$
$$N_{var} = N_R + N_{\bar{R}} \tag{2.4}$$

2.2.4 Solution recherchée

L'objectif de la première étape de notre étude est de concevoir un schéma d'instrumentation où un nombre minimum de mesures est choisi pour pouvoir déterminer toutes les variables requises (i.e. les rendre observables). Nous rappelons qu'une variable est considérée observée si elle est mesurée ou si elle peut être déduite à partir du système d'équations qui la lie à d'autres variables mesurées.

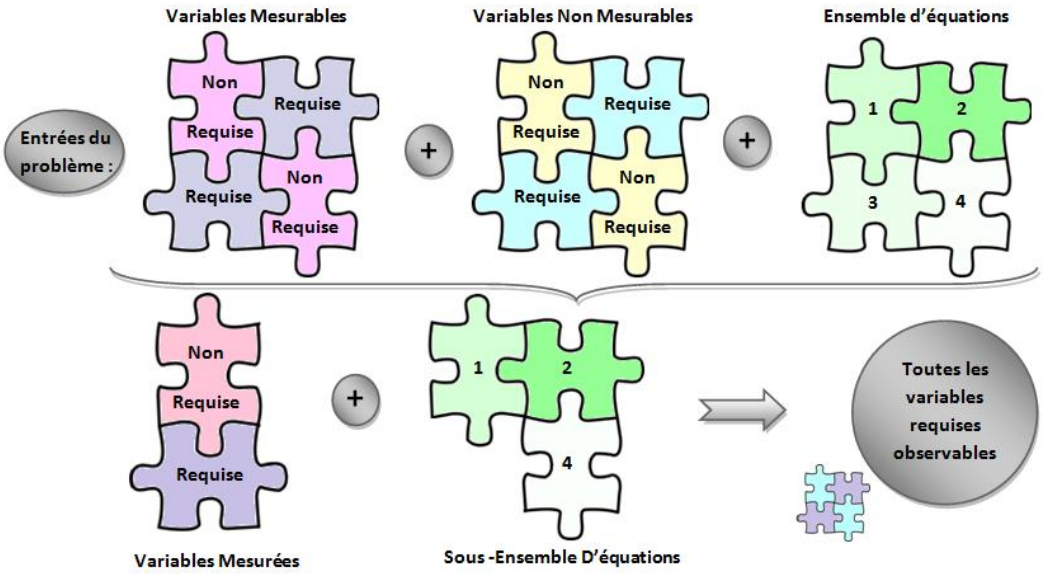


Figure 2. 3 : Représentation de l'objectif d'un schéma d'instrumentation recherché

Ceci est un problème combinatoire. Toutes les combinaisons de capteurs mesurant certaines ou toutes les variables mesurables, seront des solutions candidates. Celles valides sont celles où toutes les variables requises sont observées, sans avoir un excès de mesures qui pourra mener à des coûts supplémentaires. Des variables non requises peuvent rester non observées puisqu'on ne s'intéresse pas à l'observabilité totale du système. Donc, pour chaque combinaison valide de capteurs, un sous-système d'équations utiles est repéré : toutes les variables requises sont présentes dans ce système et sont soit directement mesurées, soit déterminées ainsi qu'un ensemble minimal de variables non requises et non mesurées.

2.3 Validité d'une combinaison de capteurs

Un schéma d'instrumentation proposé consiste en un ensemble de variables mesurables de telle manière que X_{mes} variables seront mesurées avec :

$$1 \leq X_{mes} \leq N_{mes} \tag{2.5}$$

Une évaluation devra être menée pour préciser si ce schéma d'instrumentation répond aux objectifs d'observabilité, et peut par conséquent être considéré valide.

2.3.1 Représentation du système d'équations

Pour pouvoir mener ces vérifications, il va falloir analyser le système d'équations décrivant le procédé. Une représentation matricielle de ces équations est la plus adaptée pour ce but.

Si toutes les équations étudiées étaient linéaires, comme dans le cas d'un bilan massique, une écriture matricielle aurait représenté les relations réelles entre les variables.

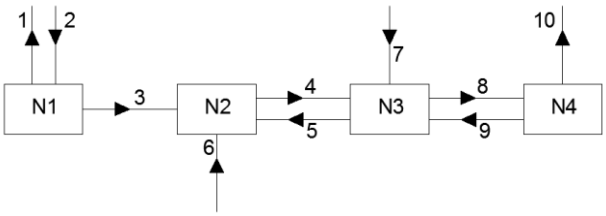


Figure 2. 4 : Bilan d'équilibre d'un procédé contenant 4 nœuds et 10 flux orientés

Soit le bilan d'équilibre schématisé par la Figure 2.4. Quatre équations lient les dix débits massiques présents : ce sont les bilans des débits entrants et sortants de chaque nœud. Ainsi la matrice 2.8 permet de visualiser ces relations: Un élément *(i; j)* de cette matrice égal à 1 signifie que le débit *j* est entrant dans le nœud *i*, un élément *(i; j)* égal à -1 signifie que le débit *j* est sortant du nœud *i*, et un élément nul *(i; j)* signifie que le débit *j* n'intervient pas dans le nœud *i*.

$$\begin{array}{c|cccccccccc|} & \dot{m}_1 & \dot{m}_2 & \dot{m}_3 & \dot{m}_4 & \dot{m}_5 & \dot{m}_6 & \dot{m}_7 & \dot{m}_8 & \dot{m}_9 & \dot{m}_{10} \\ \textit{Nœud 1} & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \textit{Nœud 2} & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \textit{Nœud 3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ \textit{Nœud 4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 \end{array} \tag{2.6}$$

Cependant, les procédés visés par l'audit énergétique sont en général décrits par des équations non linéaires traduisant l'équilibre énergétique du système en plus de l'équilibre massique. Pour représenter ces relations en une écriture matricielle, une linéarisation des équations est demandée. Cette linéarisation sera compliquée dans certains cas où les relations entre les variables ne sont pas explicites et sont plutôt complexes, comme dans le cas de la relation permettant de calculer la valeur de l'enthalpie en un point en fonction de la pression et de la température d'un fluide en état monophasique, ou la relation permettant de calculer la valeur de l'enthalpie en un point en fonction de la pression et du titre vapeur d'un fluide en état diphasique.

Or, pour trouver les schémas d'instrumentation qui permettent de mesurer ou de calculer les indicateurs énergétiques du procédé, il est possible de se passer de cette linéarisation. La base cette première étape de recherche des schémas de capteurs possibles est une étude de la solvabilité du système (en faveur des variables requises). Par conséquent, une analyse de la structure d'une matrice

représentative des différentes équations pourra être adoptée sans devoir passer par l'étape de linéarisation. Et ensuite, une fois que les schémas d'instrumentation valides seront repérés, les quantités mesurées seront affectées par les valeurs fournies par les capteurs installés sur site, et à partir de Dymola, le modèle est simulé pour trouver les valeurs des quantités requises.

2.3.2 Définition de la matrice d'interaction

Notre étude sera basée sur une matrice qui représentera les équations du procédé dite la matrice d'interaction. Cette matrice reflètera les vraies relations pour l'ensemble des équations linéaires rencontrées et ne reflètera que les liens entre les variables pour l'ensemble des équations non linéaires rencontrées. Ainsi, si l'équation *i* est non linéaire, un élément non nul (*i; j*) implique que la variable *j* est présente dans l'équation *i*, et un élément nul (*i; j*) signifie que l'équation *i* ne contient pas la variable *j*. Cette matrice sera utilisée pour tester la validité d'un schéma d'instrumentation proposé.

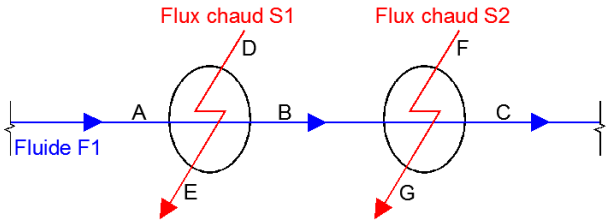


Figure 2. 5 : Deux échangeurs de chaleur en série

Deux échangeurs de chaleur en série sont illustrés par un modèle simplifié pour des fins d'explication (Figure 2.5), le système d'équations (toutes non linéaires) les représentant est:

$$\begin{aligned}
&1^{\text{ère}}\ \text{Equation} : Q_1 = \dot{m}_{F1}\, Cp_{F1}\,(T_B - T_A)\\
&2^{\text{ème}}\ \text{Equation} : Q_1 = \dot{m}_{S1}\, Cp_{S1}\,(T_D - T_E)\\
&3^{\text{ème}}\ \text{Equation} : Q_2 = \dot{m}_{F1}\, Cp_{F1}\,(T_C - T_B)\\
&4^{\text{ème}}\ \text{Equation} : Q_2 = \dot{m}_{S2}\, Cp_{S2}\,(T_F - T_G)
\end{aligned} \tag{2.7}$$

Ce problème d'instrumentation est décrit par 4 équations et 12 variables (toutes les Cp_i sont supposées des constantes connues et représentent les chaleurs spécifiques des fluides). Les variables du système sont les puissances thermiques échangées (Q_1 et Q_2: requises non mesurables), les débits massiques ($\dot{m}_{F1}$, $\dot{m}_{S1}$ et $\dot{m}_{S2}$: mesurables non requises) et les températures (T_A, T_B, T_C, T_D, T_E, T_F et T_G: mesurables non requises). La matrice d'interaction correspondante est:

$$\begin{array}{c|cccccccccccc|}
 & Q_1 & \dot{m}_{F1} & T_A & T_B & \dot{m}_{S1} & T_D & T_E & Q_2 & T_C & \dot{m}_{S2} & T_F & T_G \\
1^{\text{ère}}\ Eq & R_1 & R_3 & R_5 & R_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
2^{\text{ème}}\ Eq & R_2 & 0 & 0 & 0 & R_8 & R_9 & R_{10} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
3^{\text{ème}}\ Eq & 0 & R_4 & 0 & R_7 & 0 & 0 & 0 & R_{11} & R_{13} & 0 & 0 & 0 \\
4^{\text{ème}} Eq & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_{12} & 0 & R_{14} & R_{15} & R_{16}
\end{array} \tag{2.8}$$

Où chaque R_k est un nombre aléatoire positif. Ces nombres aléatoires ne sont pas tous choisis égaux à 1 puisqu'ils serviront plus tard pour évaluer la singularité d'un sous-système d'équations étudié (cf. Section 2.3.5).

2.3.3 Les cas possibles

Si X_{mes} variables sont mesurées, leurs colonnes correspondantes dans la matrice d'interaction seront éliminées, comme ces dernières ne seront plus des inconnues. Le système résiduel est donc de N_{eq} équations de $(N_{var} - X_{mes})$ variables, et sa solvabilité par rapport aux variables requises doit être vérifiée. Trois cas peuvent survenir :

1er cas) Le nombre d'équations est supérieur au nombre des inconnues résiduelles: Dans ce cas, une réconciliation des données est exigée pour résoudre le système d'équations, puisqu'une redondance des valeurs est obtenue. Or cela ne tombe pas dans le cadre de notre objectif, puisqu'un schéma d'instrumentation avec un nombre minimum de capteurs est recherché : le nombre de capteurs doit être juste suffisant pour observer toutes les variables requises.

Par exemple, pour le problème d'instrumentation défini dans la section 2.2.3, si on considère un schéma d'instrumentation proposant de mesurer les grandeurs $\dot{m}_{F1}$, $\dot{m}_{S1}$,T_A, T_B, T_C, T_D, T_E,T_F et T_G, le système résiduel est :

$$\begin{array}{r|ccc|} & Q_1 & Q_2 & \dot{m}_{S2} \\ 1^{ère}\ Eq & R_1 & 0 & 0 \\ 2^{ème}\ Eq & R_2 & 0 & 0 \\ 3^{ème}\ Eq & 0 & R_{11} & 0 \\ 4^{ème} Eq & 0 & R_{12} & R_{14} \end{array} \tag{2.9}$$

C'est un système de 4 équations et 3 variables : deux équations servent à déduire la valeur de la variable Q_1. Toutefois, les mesures des capteurs ne sont pas 100% précises, les valeurs de Q_1 calculées à partir de chacune de ces deux équations ne seront pas exactement les mêmes. Une réconciliation des données basée sur les incertitudes des appareils de mesures permettra de corriger les valeurs des variables mesurées ainsi que celles des variables déduites.

Les combinaisons de capteurs qui conduisent à des systèmes "surdéterminés" n'entrent pas dans les champs de notre étude, et par conséquent elles ne seront pas prises en considération. De cette manière, le nombre maximal de capteurs possibles sera limité à X_{max} :

$$X_{max} = minimum\ \{N_{var} - N_{eq};\ N_{mes}\} \tag{2.10}$$

2ème cas) Le nombre d'équations est égal au nombre des inconnues résiduelles: Toutes les variables, qu'elles soient requises ou pas, sont observables, sauf si le système d'équations est singulier.

Quand le système d'équations n'est pas singulier, une telle combinaison de capteurs permet une observabilité totale du système et est valide. Par exemple, pour le problème d'instrumentation défini dans la section 2.3.2, si un schéma d'instrumentation proposant de mesurer les grandeurs $\dot{m}_{F1}$, $\dot{m}_{S1}$,T_A, T_B, T_C, T_D, T_F et T_G est considéré, le système résiduel est :

$$\begin{array}{r|cccc|} & Q_1 & T_E & Q_2 & \dot{m}_{S2} \\ 1^{ère}\ Eq & R_1 & 0 & 0 & 0 \\ 2^{ème}\ Eq & R_2 & R_{10} & 0 & 0 \\ 3^{ème}\ Eq & 0 & 0 & R_{11} & 0 \\ 4^{ème}\ Eq & 0 & 0 & R_{12} & R_{14} \end{array} \tag{2.11}$$

C'est un système de 4 équations et 4 variables. Le déterminant calculé avec les coefficients aléatoires R_i est le plus probablement différent de zéro car les lignes et les colonnes de cette matrice résiduelle ne sont pas dépendantes. Il est très peu probable avec ces coefficients aléatoires R_i, de tomber sur un déterminant nul menant à considérer cette matrice singulière. Toutes ces inconnues (dont les 2 variables choisies comme étant requises) peuvent être déterminées, et l'objectif d'observabilité est atteint. Ce schéma d'instrumentation est un choix valide à retenir.

Alors que, pour ce même problème d'instrumentation, si un schéma d'instrumentation proposant de mesurer les grandeurs $\dot{m}_{F1}$, $\dot{m}_{S1}$,T_A, T_B, T_D, T_E, T_F et T_G est considéré, le système résiduel est :

$$\begin{array}{r|cccc|} & Q_1 & Q_2 & T_C & \dot{m}_{S2} \\ 1^{ère}\ Eq & R_1 & 0 & 0 & 0 \\ 2^{ème}\ Eq & R_2 & 0 & 0 & 0 \\ 3^{ème}\ Eq & 0 & R_{11} & R_{13} & 0 \\ 4^{ème} Eq & 0 & R_{12} & 0 & R_{14} \end{array} \tag{2.12}$$

C'est un système de 4 équations et 4 variables. Les deux premières équations permettent de calculer la valeur de la variable requise Q_1 (après une réconciliation de données) et les deux autres équations ne permettent pas de calculer la valeur de la variable requise Q_2, ni les valeurs des 2 autres variables $\dot{m}_{S2}$ et T_C (2 équations à 3 inconnues). Donc, ce schéma d'instrumentation n'est pas un choix valide. Ceci est détecté par le calcul du déterminant de cette matrice résiduelle 2.12 qui sera égal à zéro et reflète un système singulier (2 lignes liées).

3ème cas) Le nombre d'équations est inférieur au nombre des inconnues résiduelles: Ce sera le cas de la majorité des combinaisons étudiées ($1 \leq X_{mes} < N_{var} - N_{eq}$). Il ne sera pas possible d'observer toutes les inconnues. Cependant, une analyse supplémentaire doit être effectuée pour vérifier l'existence d'un sous-système d'équations qui conduit à observer toutes les grandeurs requises non mesurées: chaque grandeur requise doit être soit mesurée via le réseau de capteurs suggéré, soit déterminée à partir d'un sous-système d'équations. Cette analyse supplémentaire sera détaillée dans la section suivante.

2.3.4 Vérification des sous-systèmes d'équations

Quand le nombre d'équations est inférieur au nombre des variables, c'est possible de pouvoir déterminer la valeur de certaines inconnues à partir d'un sous-ensemble d'équations. Si toutes les variables requises sont observées, le schéma d'instrumentation étudié est retenu, en plus du sous-système d'équations qui servira plus tard dans le calcul des incertitudes (cf. Chapitre 4).

2.3.4.1 Enumération de toutes les combinaisons d'équations

D'abord, il faut énumérer toutes les combinaisons d'équations, qui vont définir tous les sous-systèmes d'équations possibles présents. Il est possible de considérer des sous-systèmes composés d'une seule équation, ceux composés de deux équations, …, ou ceux combinant ($N_{eq} - 1$) équations. Le nombre total des sous-systèmes d'équations est donné par la somme binomiale:

$$C_{ss_eq} = \sum_{k=1}^{N_{eq}-1} \binom{N_{eq}}{k} \tag{2.13}$$

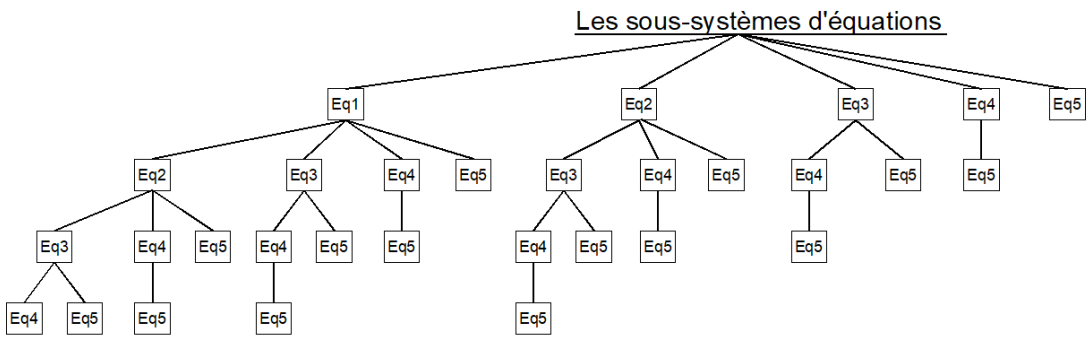


Figure 2. 6 : Arbre d'énumération de tous les sous-systèmes pour un procédé décrit par 5 équations

Par exemple, la Figure 2.6 montre un arbre d'énumération de tous les sous-systèmes d'équations d'un procédé décrit par 5 équations : 5 sous-systèmes d'une seule équation, 10 sous-systèmes de 2 équations, 10 sous-systèmes de 3 équations et 5 sous-systèmes de 4 équations.

2.3.4.2 Vérification d'une combinaison d'équations

Pour un schéma d'instrumentation proposé, où X_{mes} variables sont mesurées, $(N_{var} - X_{mes})$ variables sont résiduelles. Les C_{ss_eq} sous-systèmes d'équations sont parcourus pour explorer les grandeurs qui peuvent être observées. Pour chaque sous-système de N_{i_eq} équations considérées $(N_{i_eq} < N_{eq})$, cette vérification consiste à :

1) Isoler les équations considérées par ce sous-système dans la matrice d'interaction ;
2) Enlever les colonnes nulles quand elles existent, puisque leurs variables correspondantes ne font plus partie du système posé. Si N_{nul} colonnes sont éliminées, le sous-système étudié consistera en N_{i_eq} équations et $(N_{var} - X_{mes} - N_{nul})$ variables ;
3) Si le nombre d'équations considérées reste supérieur au nombre de variables restantes, passer à la vérification du sous-système d'équations suivant ;
4) Si le nombre d'équations considérées est égal au nombre de variables restantes, et que le système n'est pas singulier, cette combinaison d'équations a permis de rendre observables les variables non mesurées qui sont toujours présentes dans ce sous-système d'équations. Il faut vérifier si toutes les variables requises qui n'ont pas été mesurées par le schéma d'instrumentation proposé, sont parmi ces variables observées. Si c'est le cas, la combinaison de capteurs étudiée est valide puisqu'elle répond à l'objectif d'observabilité recherché, et cette vérification (parcours des sous-systèmes possibles) s'arrête. Ce schéma de capteurs est retenu ainsi que le sous-système d'équations qui a validé ce choix. Si les variables requises non mesurées ne sont pas toutes observées, il faut passer à la vérification du sous-système d'équations suivant ;
5) Si tous les systèmes d'équations sont parcourus, et qu'aucun n'a permis d'observer toutes les variables requises non mesurées, on peut déduire que ce schéma d'instrumentation est non valide.

En d'autres termes, un schéma de capteurs est étudié dans le but de vérifier si les variables mesurées sont suffisantes pour déterminer les valeurs de toutes les variables requises non mesurées. Or le nombre des inconnues résiduelles surpasse le nombre total des équations du système, donc une observabilité totale de toutes les variables n'est pas possible et il y a recours à une fonction de vérification. Les sous-systèmes d'équations sont énumérés et testés. Pour le j-ième sous-système étudié, si le nombre d'équations considérées est égal au nombre d'inconnues impliquées, alors ces

dernières sont toutes observables pour cette combinaison de capteurs. Ensuite la fonction s'assure que toutes les variables requises sont parmi les variables non mesurées rendues observables par ce sous-système d'équations, ou que certaines variables requises sont déjà mesurées et le reste de ces variables requises est parmi les variables non mesurées rendues observables. Au cas où toutes les variables requises sont observables et/ou mesurées, la combinaison de capteurs étudiée est valide, et le parcours des combinaisons des sous-systèmes d'équations prend fin, pour passer à la vérification d'une autre combinaison de capteurs (Figure 2.7).

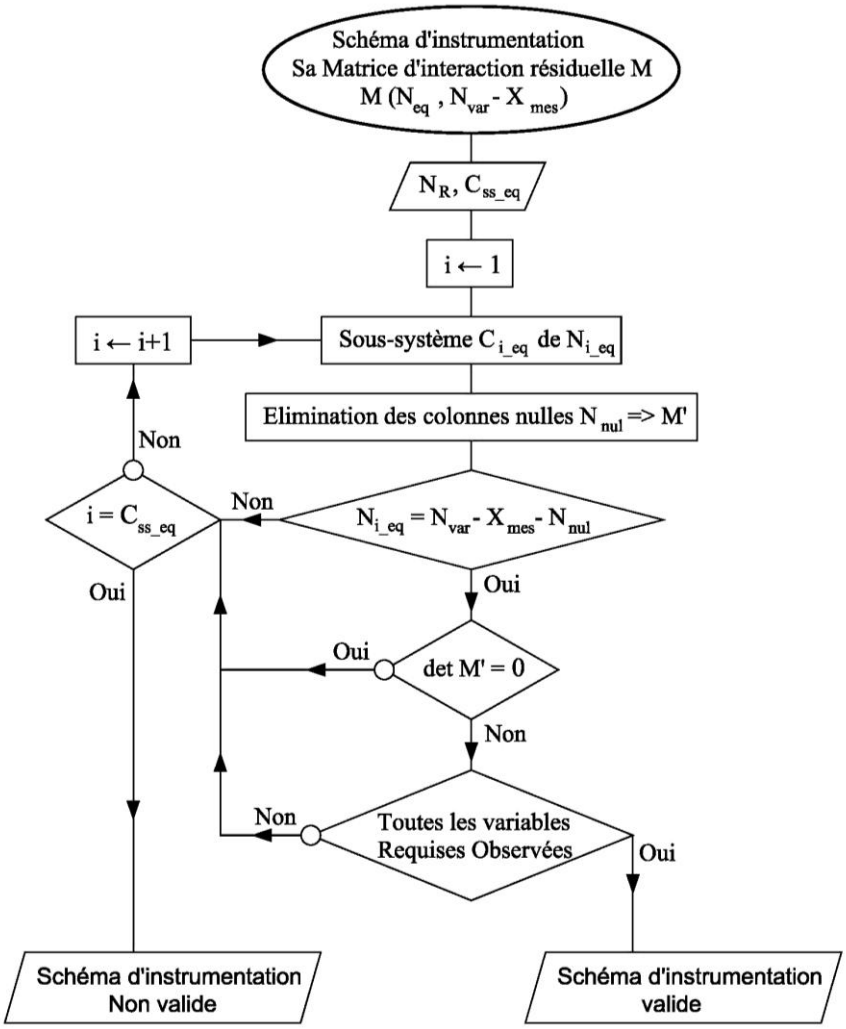


Figure 2. 7 : La fonction de vérification quand le nombre de variables résiduelles est supérieur au nombre d'équations

Par exemple, en considérant le problème d'instrumentation défini dans la section 2.2.3, pour un schéma d'instrumentation proposant de mesurer les grandeurs $\dot{m}_{F1}$, $\dot{m}_{S1}$,T_A, T_C, T_D et T_E le système résiduel est de 4 équations et 6 variables:

$$\begin{array}{c|cccccc|} & Q_1 & T_B & Q_2 & \dot{m}_{S2} & T_F & T_G \\ 1^{ère}\,Eq & R_1 & R_6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2^{ème}\,Eq & R_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3^{ème}\,Eq & 0 & R_7 & R_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 4^{ème}Eq & 0 & 0 & R_{12} & R_{14} & R_{15} & R_{16} \end{array} \tag{2.14}$$

Comme le nombre d'inconnues est supérieur au nombre d'équations, il faut passer à la fonction de vérification. 14 sous-systèmes d'équations seront parcourus :

- 4 sous-systèmes d'une seule équation ;
- 6 sous-systèmes de 2 équations ;
- 4 sous-systèmes de 3 équations.

Soit le sous-système composé de la 2ème et 4ème équation :

$$\begin{array}{c|cccccc|} & Q_1 & T_B & Q_2 & \dot{m}_{S2} & T_F & T_G \\ 2^{ème}\ Eq & R_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4^{ème} Eq & 0 & 0 & R_{12} & R_{14} & R_{15} & R_{16} \end{array} \tag{2.15}$$

La colonne correspondante à la variable T_B est nulle, donc elle est éliminée. Le système résiduel consiste en 2 équations et 5 variables, donc il n'est pas entièrement observable, et ne sera pas retenu.

Soit le sous-système composé des trois premières équations :

$$\begin{array}{c|cccccc|} & Q_1 & T_B & Q_2 & \dot{m}_{S2} & T_F & T_G \\ 1^{ère}\ Eq & R_1 & R_6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2^{ème}\ Eq & R_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3^{ème}\ Eq & 0 & R_7 & R_{11} & 0 & 0 & 0 \end{array} \tag{2.16}$$

Les colonnes correspondantes aux variables $\dot{m}_{S2}$, T_F et T_G sont nulles, donc elles seront éliminées. Le système résiduel consiste en 3 équations et 3 variables (Q_1, Q_2 et T_B) et n'est pas singulier. Ces trois variables peuvent désormais être déterminées. Les 2 variables requises (Q_1 et Q_2) sont alors observées et le schéma d'instrumentation testé est un choix valide à retenir, associé au sous-système d'équations correspondant.

2.3.4.3 Réduction du nombre de combinaisons d'équations

L'analyse de la solvabilité d'un schéma de capteurs se base sur une énumération exhaustive de tous les sous-systèmes d'équations présents et de leurs vérifications successives. Or, il est possible de prédire que certaines combinaisons d'équations ne conduiront certainement pas à l'observabilité de toutes les variables requises, et sont inutiles à notre étude. C'est le cas des combinaisons d'équations qui ne comprennent pas toutes les variables requises non mesurées. Une démarche permettant de filtrer ces sous-systèmes inutiles, permettra de réduire le nombre C_{ss_eq} de sous-systèmes à vérifier et par conséquence, réduire le temps nécessaire pour tester la validité d'un schéma d'instrumentation considéré.

Si toutes les variables requises sont non mesurables, il faudra faire ce filtrage une seule fois, et il sera valable pour tous les schémas de capteurs testés. Ensuite, pour chaque schéma d'instrumentation, la liste des sous-systèmes à étudier sera attribuée, pour mener la vérification de sa validité. Le filtrage des sous-systèmes est résumé par les étapes suivantes :

1) Pour chaque équation, identifier toutes les variables requises non mesurables ;
2) Générer toutes les combinaisons d'équations définissant tous les sous-systèmes possibles ;
3) Pour chaque sous-système :

a) Regrouper les variables requises non mesurables de toutes les équations considérées par ce sous-système ;
b) Vérifier que toutes les variables requises non mesurables du problème d'instrumentation initial sont présentes :
    - Si c'est le cas, garder ce sous-système ;
    - Si ce n'est pas le cas, rejeter ce sous-système.

Ainsi, les sous-systèmes ne conduisant surement pas à la détermination de toutes les variables requises du problème d'instrumentation, seront rejetées, et $C_{ss_valides}$ sous-systèmes d'équations valides sont gardés.

Si une ou plusieurs variables requises sont mesurables, il va falloir refaire ce filtrage pour chaque schéma d'instrumentation étudié. Suivant si ces variables requises sont mesurées ou pas, la liste des sous-systèmes contenant toutes les variables requises non mesurées est modifiée. Ensuite, pour chaque schéma d'instrumentation, les variables requises non mesurées sont identifiées, et la liste des sous-systèmes à étudier sera attribuée pour mener la vérification détaillée à la section 2.3.4.2.

Notons $\mathrm{N}_{\mathrm{R_mes}}$ le nombre de variables requises mesurables et $\mathrm{N}_{\mathrm{R_\overline{mes}}}$ le nombre de variables requises non mesurables avec :

$$N_{\mathrm{R}} = N_{\mathrm{R_mes}} + N_{\mathrm{R_\overline{mes}}} \tag{2.17}$$

Le nombre de combinaisons de variables requises mesurables est $C_{\mathrm{R_mes}}$, et ces combinaisons sont groupées dans l'ensemble $E_{\mathrm{R_mes}}$, avec :

$$C_{R_mes} = \sum_{k=1}^{N_{\mathrm{R_mes}}} \binom{N_{\mathrm{R_mes}}}{k} \tag{2.18}$$

C_{R_mes} filtrages sont menés pour les cas où les variables requises mesurées sont celles de la combinaison $E_i \in E_{\mathrm{R_{mes}}}$ avec $1 \leq i \leq C_{R_mes}$. Les étapes de chaque filtrage sont:

1) Identifier toutes les variables requises de la combinaison E_i ;
2) Trouver l'ensemble des variables requises non présentes dans la combinaison E_i et les regrouper dans un nouvel ensemble $\bar{E}_i$;
3) Pour chaque équation, identifier toutes les variables requises appartenant à $\bar{E}_i$;
4) Générer toutes les combinaisons d'équations définissant tous les sous-systèmes possibles ;
5) Pour chaque sous-système :
    a) Regrouper les variables requises de $\bar{E}_i$ de toutes les équations considérées ;
    b) Vérifier que toutes les variables requises de $\bar{E}_i$ sont présentes dans ce sous-système:
        - Si c'est le cas, garder ce sous-système ;
        - Si ce n'est pas le cas, rejeter ce sous-système ;
6) Ainsi $C^i_{ss_valides}$ sous-systèmes d'équations valides sont gardés pour cette combinaison de variables requises E_i.

Quand le nombre d'équations du procédé N_{eq} est élevé, chaque filtrage nécessitera un temps considérable. Si en plus le nombre de filtrages nécessaires C_{R_mes} est élevé, on peut choisir de réaliser ce filtrage des sous-systèmes une seule fois pour tous les schémas de capteurs à tester. Le critère pour classer un sous-système comme inutile est alors la non-présence de toutes les variables requises non mesurables. Ainsi ce nouvel ensemble trié de sous-systèmes sera valable pour tous les schémas de

capteurs testés. Dans ce cas, quand toutes les variables requises sont mesurables, tous les sous-systèmes d'équations sont considérés. Cependant si le nombre de variables requises non mesurables est supérieur à 1, la méthode de filtrage est la même méthode utilisée quand aucune variable requise n'est mesurable.

N°	Combinaisons d'équations			Variables requises présentes		Validité
1 :	Eq.**1**			Q_1		**Rejetée**
2 :	Eq.**2**			Q_1		**Rejetée**
3 :	Eq.**3**			Q_2		**Rejetée**
4 :	Eq.**4**			Q_2		**Rejetée**
5 :	Eq.**1**	Eq.**2**		Q_1		**Rejetée**
6 :	Eq.**1**	Eq.**3**		Q_1	Q_2	**Gardée**
7 :	Eq.**1**	Eq.**4**		Q_1	Q_2	**Gardée**
8 :	Eq.**2**	Eq.**3**		Q_1	Q_2	**Gardée**
9 :	Eq.**2**	Eq.**4**		Q_1	Q_2	**Gardée**
10 :	Eq.**3**	Eq.**4**		Q_2		**Rejetée**
11 :	Eq.**1**	Eq.**2**	Eq.**3**	Q_1	Q_2	**Gardée**
12 :	Eq.**1**	Eq.**2**	Eq.**4**	Q_1	Q_2	**Gardée**
13 :	Eq.**1**	Eq.**3**	Eq.**4**	Q_1	Q_2	**Gardée**
14 :	Eq.**2**	Eq.**3**	Eq.**4**	Q_1	Q_2	**Gardée**

Tableau 2. 1 : L'évaluation des combinaisons d'équations de l'exemple des 2 échangeurs de chaleur en série

En reprenant l'exemple des deux échangeurs en série de la section 2.2.3, on peut noter que toutes les variables requises sont non mesurables, donc le filtrage est fait une seule fois. Le Tableau 2.1 montre les variables requises non mesurables présente dans chaque sous-système étudié.

Parmi 14 combinaisons d'équations définissant les 14 sous-systèmes possibles, seuls 8 sous-systèmes seront gardés. Cette étape est essentielle surtout dans les procédés décrits par un grand nombre d'équations, puisqu'elle permet une réduction considérable du champ de recherche de la fonction de vérification des combinaisons où le nombre de variables résiduelles, après le choix des mesures, surpasse celui des équations du procédé.

2.3.5 Importance des coefficients aléatoires R_i

Des coefficients aléatoires ont été utilisés dans la définition de la matrice d'interaction pour représenter les équations non linéaires. En fait, ces coefficients permettent d'éviter la détection de faux systèmes singuliers.

Supposons que le problème des 2 échangeurs en série était décrit par 6 équations : les 4 équations déjà définies (Eq 2.7), et en plus les 2 équations suivantes :

$$Q_1 = U\,S_1\,\frac{(T_E - T_B) - (T_D - T_A)}{\ln\frac{(T_E - T_B)}{(T_D - T_A)}}$$
$$Q_2 = U\,S_2\,\frac{(T_G - T_C) - (T_F - T_B)}{\ln\frac{(T_G - T_C)}{(T_F - T_B)}} \qquad (2.19)$$

Où U est le coefficient d'échange de chaleur global entre les fluides [en W/m^2-K] supposé le même pour les deux échangeurs, et S_1 et S_2 sont les surfaces d'échange de chacun des 2 échangeurs

[en m^2]. U, S_1 et S_2 sont supposés des constantes. Dans ce cas, la matrice d'interaction correspondante sera:

$$
\begin{array}{r|cccccccccccc|}
 & Q_1 & \dot{m}_{F1} & T_A & T_B & \dot{m}_{S1} & T_D & T_E & Q_2 & T_C & \dot{m}_{S2} & T_F & T_G \\
1^{ère}\ Eq & R_1 & R_3 & R_5 & R_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
2^{ème}\ Eq & R_2 & 0 & 0 & 0 & R_8 & R_9 & R_{10} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
3^{ème}\ Eq & 0 & R_4 & 0 & R_7 & 0 & 0 & 0 & R_{11} & R_{13} & 0 & 0 & 0 \\
4^{ème} Eq & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_{12} & 0 & R_{14} & R_{15} & R_{16} \\
5^{ème} Eq & R_{17} & 0 & R_{18} & R_{19} & 0 & R_{20} & R_{21} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
6^{ème}\ Eq & 0 & 0 & 0 & R_{22} & 0 & 0 & 0 & R_{23} & R_{24} & 0 & R_{25} & R_{26}
\end{array}
\tag{2.20}
$$

Les variables requises sont Q_1 et Q_2. Pour un schéma d'instrumentation proposant de mesurer les grandeurs $\dot{m}_{F1}$, T_A, T_B, T_F et T_G le système résiduel est de 6 équations et 7 variables (3ème cas où le nombre d'inconnues est supérieur au nombre d'équations) :

$$
\begin{array}{r|ccccccc|}
 & Q_1 & \dot{m}_{S1} & T_D & T_E & Q_2 & T_C & \dot{m}_{S2} \\
1^{ère}\ Eq & R_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
2^{ème}\ Eq & R_2 & R_8 & R_9 & R_{10} & 0 & 0 & 0 \\
3^{ème}\ Eq & 0 & 0 & 0 & 0 & R_{11} & R_{13} & 0 \\
4^{ème} Eq & 0 & 0 & 0 & 0 & R_{12} & 0 & R_{14} \\
5^{ème} Eq & R_{17} & 0 & R_{20} & R_{21} & 0 & 0 & 0 \\
6^{ème}\ Eq & 0 & 0 & 0 & 0 & R_{23} & R_{24} & 0
\end{array}
\tag{2.21}
$$

Soit le sous-système composé des équations 1,3 et 6 :

$$
\begin{array}{r|c\boxed{ccc}c\boxed{c}}
 & Q_1 & \dot{m}_{S1} & T_D & T_E & Q_2 & T_C & \dot{m}_{S2} \\
1^{ère}\ Eq & R_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
3^{ème}\ Eq & 0 & 0 & 0 & 0 & R_{11} & R_{13} & 0 \\
6^{ème}\ Eq & 0 & 0 & 0 & 0 & R_{23} & R_{24} & 0
\end{array}
\tag{2.22}
$$

Les colonnes correspondantes aux variables $\dot{m}_{S1}$, T_D, T_E et $\dot{m}_{S2}$ sont nulles, donc elles seront éliminées. Le système résiduel consiste en 3 équations et 3 variables (Q_1, Q_2 et T_C). Comme les R_i sont toutes des valeurs aléatoires, le déterminant calculé de la matrice a peu de chances d'être nul, et le système n'est pas déduit comme étant singulier. Ce qui est vrai, puisque la résolution de ces 3 équations en fonction des variables mesurées va permettre de calculer les valeurs des trois inconnues résiduelles. Les 2 variables requises (Q_1 et Q_2) sont alors observées et le schéma d'instrumentation testé est un choix valide à retenir, associé au sous-système d'équations correspondant. Alors que, si les valeurs de R_i étaient toutes égales à 1, le déterminant calculé aurait été égal à zéro, et ce choix valide de schémas d'instrumentation n'aurait pas été détecté. D'où l'importance des nombres aléatoires choisis dans la matrice d'interaction.

2.4 Méthode de référence

La section 2.3 expose comment vérifier si une combinaison de capteurs proposée répond à l'objectif d'observabilité des variables requises du problème d'instrumentation. Cette section décrira la méthode de référence (ou méthode directe) pour trouver toutes les combinaisons de capteurs valides.

2.4.1 Arbre de recherche

La façon la plus simple et directe pour trouver toutes les combinaisons de capteurs valides est de tester toutes les combinaisons de capteurs possibles, et ensuite retenir celles qui répondent à l'objectif d'observabilité des variables requises. Cette recherche exhaustive des schémas d'instrumentation valides est possible en développant un arbre de recherche à partir de toutes les variables mesurables du procédé.

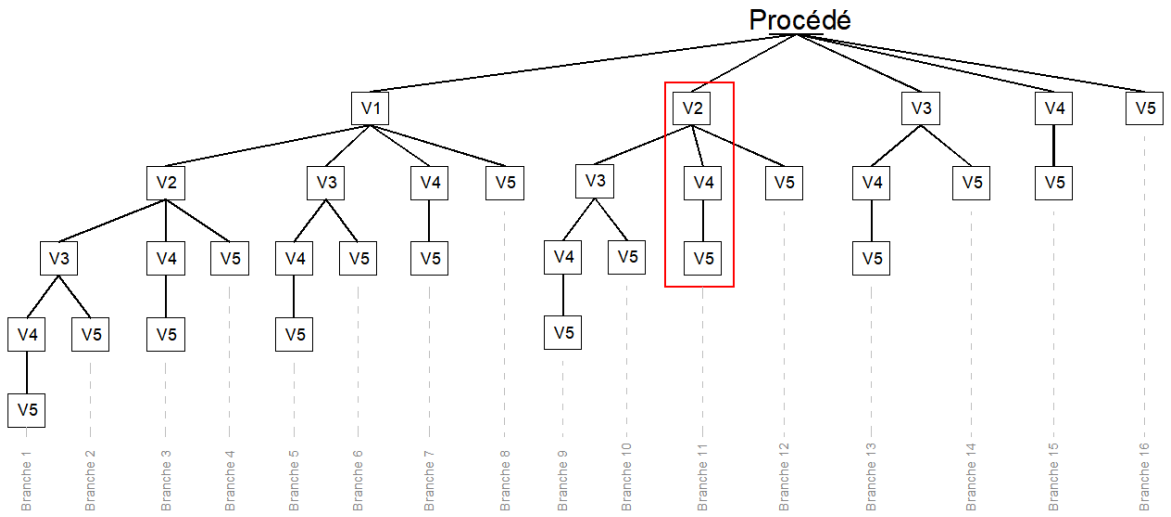


Figure 2. 8 : Arbre d'énumération de toutes les combinaisons de capteurs d'un procédé à 5 variables mesurables

Chaque nœud de l'arbre représente une variable à mesurer parmi les N_{mes} variables mesurables du procédé. Chaque branche permet de définir un nombre fini de schémas d'instrumentation égal au nombre de nœuds de cette branche, chacun constitué d'un nombre différent de capteurs. Supposons un procédé où 5 variables sont mesurables, l'arbre d'énumération de toutes les combinaisons de capteurs est présenté dans la Figure 2.8. Cet arbre est composé de 16 branches. La 11ème branche par exemple, est formée de 3 variables mesurables, et permet de définir 3 schémas d'instrumentation :

- 1er schéma = {V2} avec une seule variable à mesurer, et défini à partir du premier étage de l'arbre seulement;
- 2ème schéma = {V2, V4} de 2 variables à mesurer, et défini à partir du premier et deuxième étages de l'arbre ;
- 3ème schéma = {V2, V4, V5} de 3 variables à mesurer, et défini à partir des trois étages de cette branche.

Ainsi, le nombre de schémas de capteurs défini par branche est variable.

Le nombre de schéma de capteurs C_{etage}^{i} par étage i est donné par le coefficient binomial :

$$C_{etage}^{i} = \binom{N_{mes}}{i} \tag{2.23}$$

Et le nombre maximal d'étages développés est celui du nombre maximal de capteurs admissibles X_{max} (défini à la section 2.3.1). Ainsi les combinaisons possibles de capteurs sont au total C_{poss} combinaisons avec :

$$C_{poss} = \sum_{i=1}^{X_{max}} \binom{N_{mes}}{i} \tag{2.24}$$

C'est le nombre de schémas d'instrumentation qu'il faut tester.

2.4.2 Vérification des schémas d'instrumentation par étage

Nous allons procéder à la vérification des schémas d'instrumentation par étage. Le premier étage de l'arbre est une énumération de toutes les variables mesurables du procédé. Ainsi, une seule variable mesurable est supposée mesurée par schéma d'instrumentation proposé. La fonction de vérification est appliquée pour vérifier la validité de chaque schéma d'instrumentation, c.à.d. s'assurer que ce schéma (consistant en une seule variable mesurée pour ce premier étage de l'arbre) permet de rendre observables toutes les variables requises définies à priori par l'expert menant l'audit énergétique du procédé. Si un ou plusieurs schémas d'instrumentation s'avèrent valides, la recherche s'arrête pour ces branches car les autres combinaisons de la même branche sont forcément redondantes, et un deuxième étage de l'arbre est développé pour les autres branches.

Le deuxième étage de l'arbre est maintenant exploité pour les branches non arrêtées : c'est le groupe des combinaisons de deux variables mesurables. La fonction de vérification va permettre d'identifier les nouveaux schémas d'instrumentation valides. Et ainsi de suite, pour les autres étages de l'arbre, des variables mesurables sont ajoutées tant qu'un schéma d'instrumentation valide n'a pas été trouvé. En d'autres termes, en passant d'un étage de l'arbre au suivant, un capteur sera ajouté à la fois à chaque combinaison invalide, jusqu'à ce qu'un réseau de capteurs valide soit trouvé ou que le nombre d'étages maximal soit atteint (Figure 2.9).

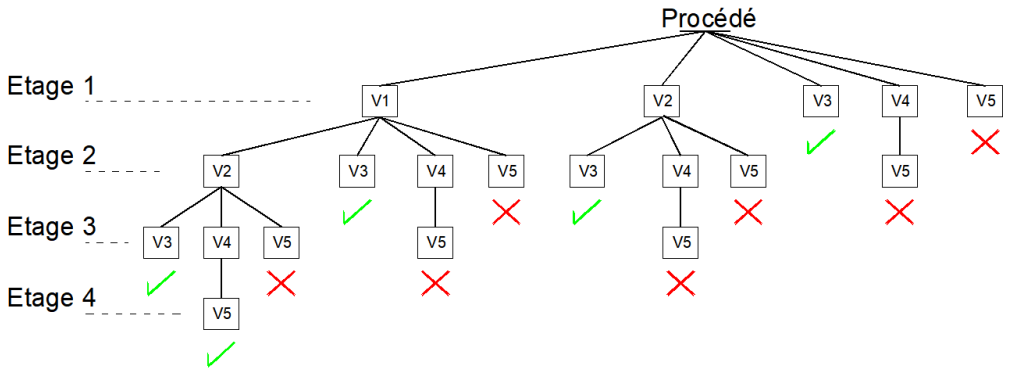


Figure 2. 9 : Vérification par étage des schémas d'instrumentation possibles

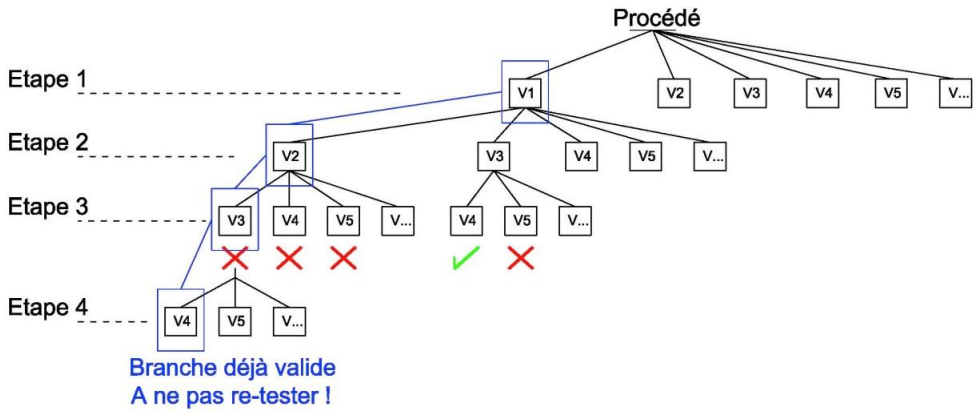


Figure 2. 10 : Nouvelle combinaison de variables mesurables à tester englobant une combinaison de variables déjà vérifiée et trouvée valide

Donc, les variables à mesurer ont été ajoutées suivant un plan horizontal, en s'assurant qu'une combinaison n'est testée qu'une seule fois dans les différentes branches de l'arbre du même niveau. Les combinaisons de variables mesurables valides trouvées sont ainsi de taille croissante. Or, il est possible d'obtenir les combinaisons de variables mesurables qui englobent d'autres déjà vérifiées et trouvées valides.

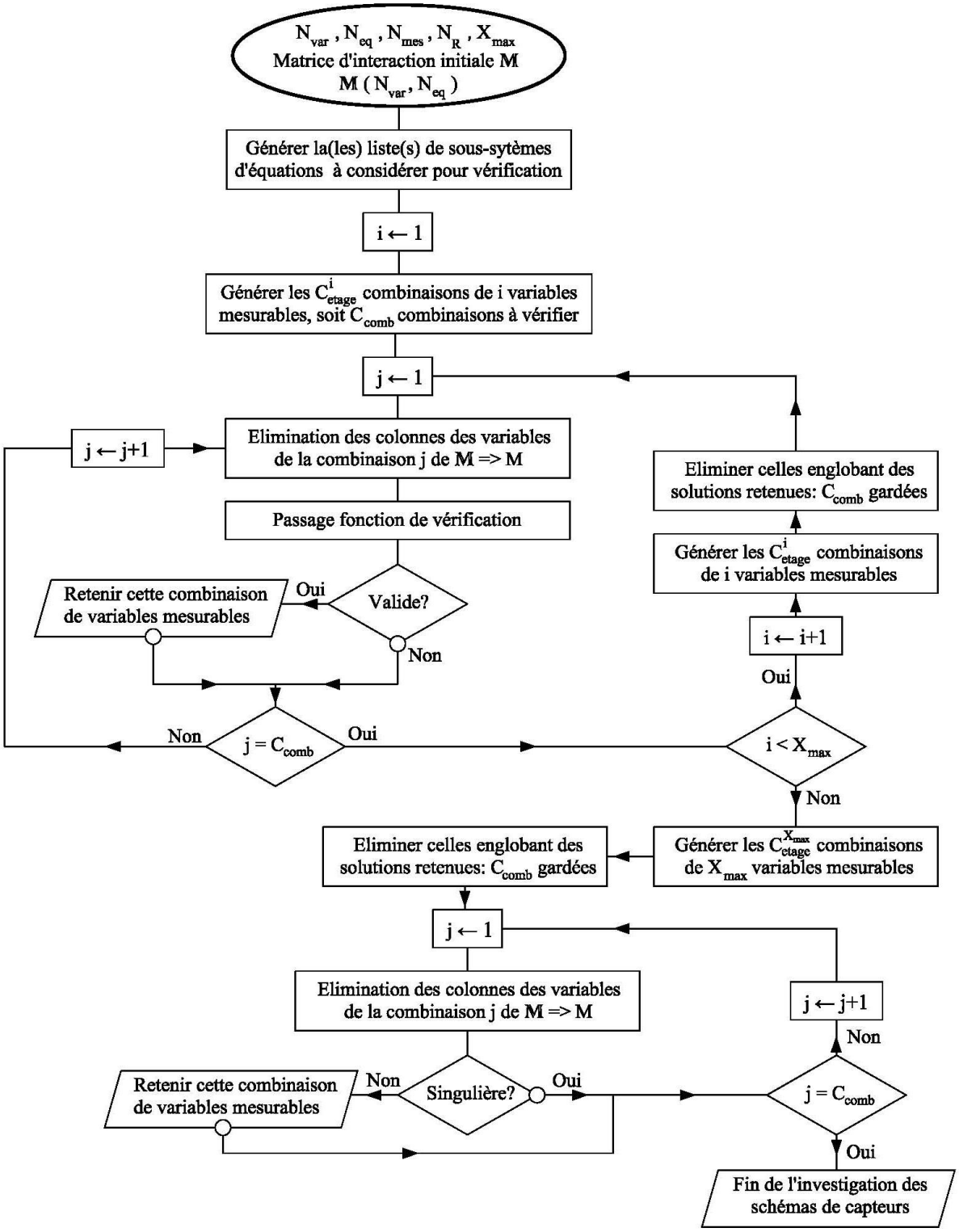


Figure 2. 11 : La méthode de référence (ou méthode directe)

Dans l'exemple de la Figure 2.10, si la combinaison {V1, V3, V4} est constatée valide, il ne sera plus nécessaire de tester toute extension de cette combinaison pouvant être rencontrée dans le développement de nouvelles branches de taille supérieure. Ceci est le cas de la combinaison {V1, V2, V3, V4} qui est certainement valide, et qui engendre des coûts supplémentaires par rapport à la combinaison {V1, V3, V4} aussi valide et avec un capteur en moins.

Ainsi, la méthodologie proposée prend en considération ces combinaisons équivalentes : une fois une nouvelle combinaison est proposée, avant de la tester, une fonction permet de vérifier si elle englobe une combinaison déjà valide, et si c'est le cas, cette nouvelle combinaison ne subit pas une vérification, et le développement de la branche en question s'arrête pour les étages de l'arbre qui vont suivre. D'une part ceci évite le passage à la fonction de vérification qui peut avoir besoin d'un temps considérable, et d'autre part, d'un point de vue des résultats, ces combinaisons équivalentes n'apportent pas de gain en termes de précision sauf si on désire effectuer une réconciliation des données (ce qui n'est pas le cas), et par contre en termes de coût, surement la solution avec le moins de capteurs est la solution la plus intéressante.

La figure 2.11 représente l'organigramme de la méthode directe. Le nombre de vérifications nécessaires N_{verif} pour trouver tous les schémas d'instrumentations valides, si toutes les variables requises sont non mesurables, est de :

$$N_{verif} = N_{cas2} + N_{cas3}\, C_{ss_valides} \tag{2.25}$$

Où N_{cas2} est le nombre de combinaisons avec un nombre de capteur maximal X_{max} (vérification du 2ème cas présenté dans la section 2.3.3), et N_{cas3} est le nombre de combinaisons avec un nombre de capteurs inférieur à X_{max} et donc nécessitant la vérification des sous-systèmes d'équations valides pour analyser l'observabilité des variables requises.

2.4.3 Parallélisation des calculs

La méthode de référence ainsi présentée comporte un appel conséquent à la fonction de vérification lors de l'analyse combinatoire. Pour chaque étage de l'arbre, plusieurs vérifications indépendantes sont réalisées. Des techniques de parallélisation de calcul ont été appliquées dans la vérification de la faisabilité de schémas d'instrumentation consistant en un même nombre de variables (au même étage de l'arbre de recherche) afin de réduire le temps de calcul pour les procédés de taille moyenne ou grande. Cette pratique est largement répandue aujourd'hui pour optimiser divers algorithmes mathématiques et statistiques car elle tire parti de la puissance de calcul offerte par les processeurs multi cœurs. « *La plupart des processeurs utilisés aujourd'hui sont multi-cœurs et donnent le meilleur d'eux même quand ils sont programmés avec des techniques de parallélisation. Si vous n'utilisez pas des fonctionnalités optimisées pour des multi-cœurs, il y a même de grandes chances pour que vos applications s'exécutent plus lentement* » avertit **David Cassell**, Product Marketing Manager, NAG (Numerical Algorithms Group) [BIO].

Un calcul parallèle consiste à faire travailler simultanément plusieurs processeurs sur des données stockées dans une mémoire partagée, afin d'avoir des calculs plus rapides. Cela ne peut être réalisé que si l'ensemble de la tâche peut être décomposé en sous-tâches complètement indépendantes distribuées aux processeurs disponibles. Les tâches attribuées à chaque processeur doivent être réparties de manière plus ou moins égale, pour bénéficier de la plus grande efficacité de ces calculs, de sorte que les temps d'attente soient optimisés.

Supposons qu'on vise à savoir le nombre d'occurrence d'un mot dans un livre. Ses pages pourront être distribuées sur plusieurs processeurs pour vérifier le passage du mot visé, puisque la vérification

d'une page est complètement indépendante de la vérification des autres pages. Une fois que le nombre d'occurrence est obtenu pour chaque ensemble de pages, les résultats sont additionnés.

Dans les problèmes d'instrumentation, ces techniques de parallélisation ont été utilisées, notamment par **Nguyen et Bagajewicz** (2011) [NGU11]. Une stratégie similaire a été adoptée dans notre méthodologie.

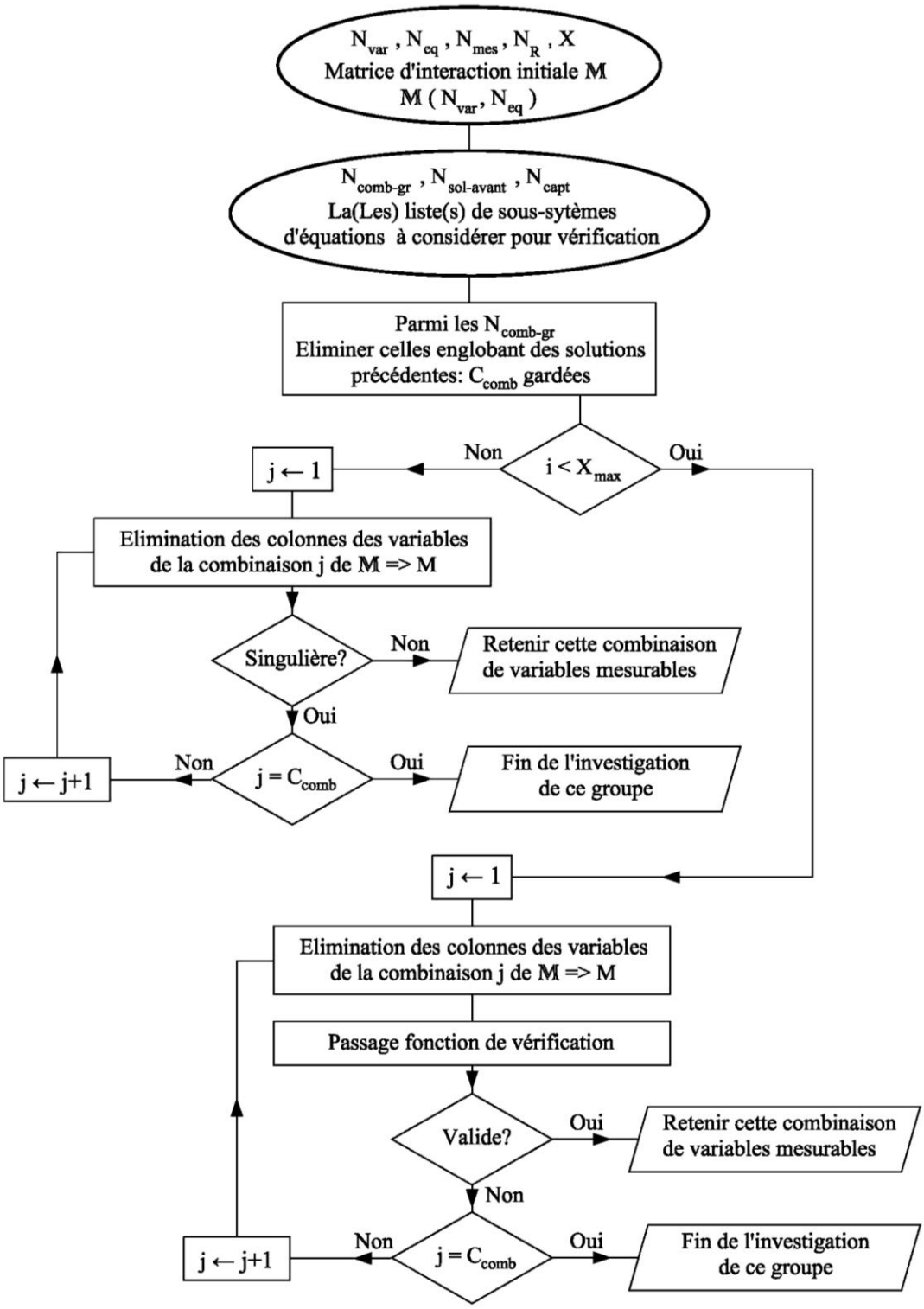


Figure 2. 12 : Fonction pour la vérification d'un groupe de combinaisons

En effet, à chaque niveau de l'arbre de recherche, toutes les combinaisons de capteurs consistent en un même nombre de grandeurs à mesurer, et la vérification de chaque combinaison est indépendante de celle des autres combinaisons. Il faut noter que la vérification d'une combinaison de *n* capteurs n'est pas indépendante de la vérification des combinaisons de *n-1* capteurs (celles de l'étage précédent de l'arbre de recherche) pour deux raisons. Premièrement, si une combinaison de capteurs *n-1* s'avère valide, la branche correspondante n'est plus développée car il n'est pas nécessaire d'ajouter de nouveaux capteurs qui entraîneraient des coûts supplémentaires. Deuxièmement, il faut s'assurer qu'on ne vérifie pas une extension d'une solution trouvée (comme explique la section précédente). Pour ces raisons, la parallélisation se fait pour chaque étage de l'arbre de recherche, mais pas sur l'ensemble des combinaisons à tester.

A chaque étage de l'arbre de recherche, toutes les branches possibles sont générées et divisées en $N_{sub\text{-}gr}$ sous-groupes de branches. Le choix du nombre de sous-groupes dépendra de la capacité de l'ordinateur. Si nous supposons qu'un niveau de l'arbre consiste en C^{i}_{etage} combinaisons de variables mesurables, nous pouvons trouver deux entiers a et b, tels que:

$$C^{i}_{etage} = a\, N_{sub\text{-}gr} + b \tag{2.26}$$

Alors le nombre de combinaisons attribuées à chaque sous-groupe sera $N^{i}_{comb_gr}$:

$$\begin{aligned} N^{i}_{comb_gr} &= a \text{ si } i \in \{1, N_{sub\text{-}gr} - 1\} \\ N^{i}_{comb_gr} &= a + b \text{ si } i = N_{sub\text{-}gr} \end{aligned} \tag{2.27}$$

Chaque sous-groupe sera traité indépendamment des autres sous-groupes. Au début les $N^{i}_{comb_gr}$ combinaisons de variables mesurables d'un certain sous-groupe traité *i*, sont filtrées de manière à éliminer celles englobant d'autres solutions déjà trouvées. Ensuite, le reste des combinaisons fera l'objet des vérifications de l'observabilité de toutes les variables requises. Des combinaisons valides seront retenues. Lorsque les vérifications sont terminées dans tous les sous-groupes, les combinaisons valides sont regroupées et ajoutées aux combinaisons valides déjà trouvées aux étages précédents de l'arbre. Ainsi il sera possible de passer à l'étage suivant de l'arbre. Cette procédure de parallélisation permettra un gain de temps considérable (Figure 2.14).

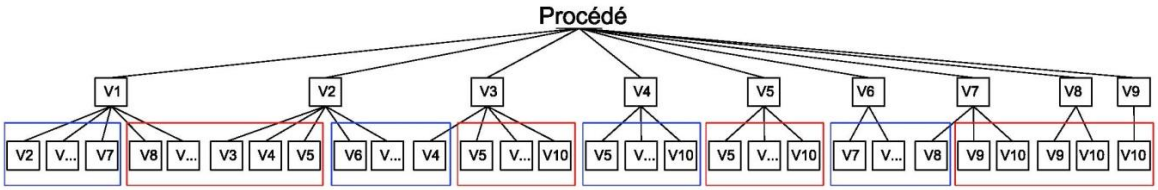


Figure 2. 13 : Décomposition en 8 sous-groupes des branches de l'arbre de recherche, au 2ème étage d'un procédé à 10 variables mesurables

Nous utilisons une architecture à 4 cœurs (4 cœurs réels et jusqu'à 4 cœurs virtuels). A chaque étage de l'arbre de recherche, toutes les branches qui nécessitent une extension sont générées: si leur nombre est supérieur à 40, elles sont divisées en 8 sous-groupes de branches (Figure 2.13). Nous avons choisi de paralléliser le calcul lorsque le nombre de combinaisons est supérieur à 40, car pour un petit nombre de branches, le calcul est assez rapide et ne nécessite pas de parallélisation.

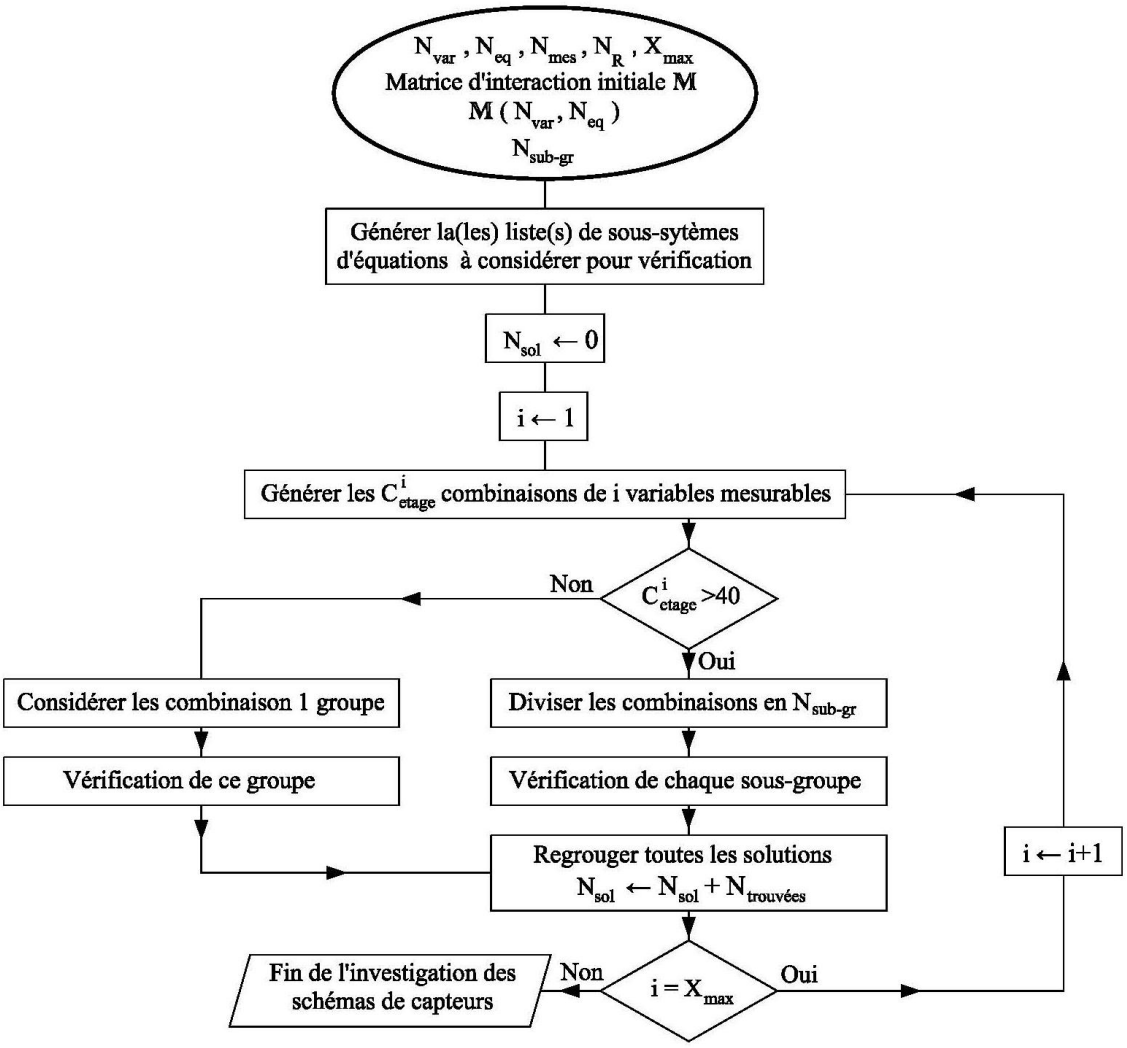


Figure 2. 14 : Méthode directe parallélisée

2.5 Application : Pasteurisateur de lait

Le procédé de pasteurisation du lait a été introduit à la section 2.2.1. Si les données de températures et de débits de ce procédé n'étaient pas connues, le problème d'instrumentation posé serait de trouver les puissances échangées dans les échangeurs 1 et 4 qui sont considérées comme étant les indicateurs énergétiques de ce procédé.

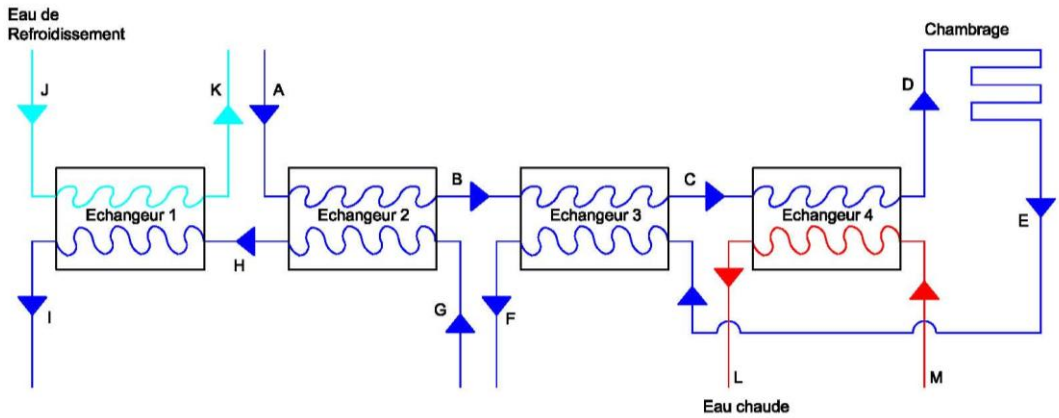


Figure 2. 15 : Le pasteurisateur de lait

2.5.1 Les composants unitaires

Chaque échangeur de chaleur pourra être décrit au plus simple par 2 équations (les équations permettant le calcul de la puissance échangée du côté froid et du côté chaud) et 7 variables (la puissance échangée Q, les températures d'entrée et de sortie du côté froid et du côté chaud et les débits massiques des flux froid et chaud), tel que :

$$\begin{aligned} 1^{\text{ère}} \text{ Equation : } Q &= \dot{m}_{froid}\, Cp_{froid}\, (T_{sortie_froid} - T_{entrée_froid}) \\ 2^{\text{ème}} \text{ Equation : } Q &= -\dot{m}_{chaud}\, Cp_{chaud}\, (T_{sortie_chaud} - T_{entrée_chaud}) \end{aligned} \tag{2.28}$$

Dans le cas spécifique du pasteurisateur de lait, nous sommes menés à modéliser deux types d'échangeurs. Le premier type est modélisé à l'aide des 2 équations et 7 variables ci-dessus. C'est le cas des échangeurs 1 et 4. Le second type concerne les échangeurs 2 et 3. Comme le même débit de lait circule entre les 2 côtés froid et chaud, les trois équations et 7 variables décrivant cet échangeur seront :

$$\begin{aligned} 1^{\text{ère}} \text{ Equation : } Q &= \dot{m}_{fluide}\, Cp_{fluide}\, \Delta T_{Ex} \\ 2^{\text{ème}} \text{ Equation : } \Delta T_{Ex} &= T_{sortie_chaud} - T_{entrée_chaud} \\ 2^{\text{ème}} \text{ Equation : } \Delta T_{Ex} &= T_{sortie_froid} - T_{entrée_froid} \end{aligned} \tag{2.29}$$

Enfin le chambrage, qui est le lieu où le temps de séjour du lait à haute température est suffisant pour neutraliser les germes, consiste, sur l'aspect énergétique, en un refroidissement du lait par déperdition:

$$\Delta T_{chambrage} = T_{entrée_chambrage} - T_{sortie_chambrage} \tag{2.30}$$

2.5.2 Bilan énergétique

Une fois assemblé, le système d'équations décrivant ce procédé de petite taille est le suivant :

$$\begin{aligned} Q_1 &= \dot{m}_{JK}\, Cp_{eau_refr}\, (T_K - T_J) \\ Q_1 &= -\dot{m}_{lait}\, Cp_{lait}\, (T_I - T_H) \\ Q_2 &= \dot{m}_{lait}\, Cp_{lait}\, \Delta T_{Ex2} \\ \Delta T_{Ex2} &= T_B - T_A \\ \Delta T_{Ex2} &= T_G - T_H \\ Q_3 &= \dot{m}_{lait}\, Cp_{lait}\, \Delta T_{Ex3} \\ \Delta T_{Ex3} &= T_C - T_B \\ \Delta T_{Ex3} &= T_E - T_F \\ Q_4 &= \dot{m}_{lait_AF}\, Cp_{lait}\, (T_D - T_C) \\ Q_4 &= -\dot{m}_{ML}\, Cp_{eau_chaude}\, (T_L - T_M) \\ \Delta T_{chambrage} &= T_D - T_E \end{aligned} \tag{2.31}$$

Où :

- Q_1, Q_2, Q_3 et Q_4 sont les puissances échangées dans chacun des échangeurs ;
- $\dot{m}_{JK}$ et $\dot{m}_{ML}$ sont respectivement les débits de l'eau de refroidissement et de l'eau chaude ;

- Cp_{eau_refr} et Cp_{eau_chaude} sont respectivement les chaleurs spécifiques de l'eau de refroidissement et de l'eau chaude (constantes) ;
- $\dot{m}_{lait}$ est le débit de lait qui circule entre les points A et F, et les points G et I ;
- Cp_{lait} est la chaleur spécifique du lait (constante) ;
- T_A, T_B, T_C, T_D, T_E, T_F, T_G, T_H, T_I, T_J, T_K, T_L et T_M sont les températures aux différents points considérés ;
- ΔT_{Ex2}, ΔT_{Ex3} et $\Delta T_{chambrage}$ sont respectivement les différences de température au niveau de l'échangeur 2, de l'échangeur 3 et du chambrage.

Le modèle global de ce pasteurisateur de lait consistera alors en 11 équations et 23 variables : 4 puissances échangées dans les 4 échangeurs, 3 débits massiques (le débit de circulation du lait, celui de l'eau de refroidissement et celui de l'eau chaude), 13 températures aux entrées et sorties des échangeurs et du chambrage, et 3 différences de température aux niveaux des échangeurs 2 et 3 et du chambrage.

2.5.3 Paramètres d'entrée du modèle

Les variables choisies comme étant requises sont Q_1 et Q_4. Les variables mesurables sont les débits $\dot{m}_{JK}$, $\dot{m}_{ML}$et $\dot{m}_{lait}$, ainsi que toutes les températures. Au total 16 variables sont mesurables. La matrice d'interaction correspondante à ce procédé est construite (Tableau 2.2), Où chaque R_i est un nombre aléatoire positif.

Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	$\dot{m}_{JK}$	$\dot{m}_{ML}$	$\dot{m}_{lait}$	T_A	T_B	T_C	T_D	T_E	T_F	T_G	T_H	T_I	T_J	T_K	T_L	T_M	ΔT_{Ex2}	ΔT_{Ex3}	$\Delta T_{ch.}$
R_1	0	0	0	R_2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	R_3	R_4	0	0	0	0	0
R_5	0	0	0	0	0	R_6	0	0	0	0	0	0	0	R_7	R_8	0	0	0	0	0	0	0
0	R_9	0	0	0	0	R_{10}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	R_{11}	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	R_{18}	0	0	0	R_{19}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	R_{20}	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	R_{27}	0	0	R_{28}	0	0	R_{29}	R_{30}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	R_{31}	0	R_{32}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	R_{33}	R_{34}	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

Tableau 2. 2 : Matrice d'interaction du pasteurisateur de lait

2.5.4 Résultats

La méthode de référence va permettre de trouver tous les schémas de capteurs qui rendent observables les deux variables requises Q_1 et Q_4.

Le nombre maximal de variables mesurées X_{max} pour un schéma de capteurs proposé est :

$$X_{max} = minimum\{N_{var} - N_{eq} = 12;\ N_{mes} = 16\} = 12 \tag{2.32}$$

L'arbre de recherche correspondante à ce problème d'instrumentation consistera en 13 étages combinant les 16 variables mesurables : au premier étage 16 schémas de capteurs sont testés, au

deuxième étage 120 schémas de capteurs, au troisième étage 560 schémas de capteurs, …, au 11ème étage 4368 schémas de capteurs et au 12ème étage 1820 schémas de capteurs. Au total, 64838 schémas d'instrumentation possibles seront sujets à des vérifications ; une observabilité totale du système est vérifiée pour 1820 schémas (ceux de l'étage 12), et pour le reste la contrainte d'observabilité ne concerne que les variables requises.

La vérification de l'observabilité partielle du système requiert la vérification des 2046 sous-systèmes d'équations. Comme toutes les variables requises sont non mesurables, un seul filtrage de ces sous-systèmes est fait pour toutes les combinaisons de variables mesurages, conduisant à 1151 sous-systèmes d'équations à vérifier.

La méthode directe permet de trouver les 27 schémas de capteurs que l'expert menant l'audit énergétique pourra adopter, en 1800 secondes (30 minutes). Juste 0.04% des schémas testés sont valides.

	Les variables à mesurer									
Sch. 1	$\dot{m}_{lait}$	T_C	T_D	T_H	T_I					
Sch. 2	$\dot{m}_{JK}$	$\dot{m}_{lait}$	T_C	T_D	T_J	T_K				
Sch. 3	$\dot{m}_{ML}$	$\dot{m}_{lait}$	T_H	T_I	T_L	T_M				
Sch. 4	$\dot{m}_{JK}$	$\dot{m}_{ML}$	T_J	T_K	T_L	T_M				
Sch. 5	$\dot{m}_{JK}$	T_C	T_D	T_H	T_I	T_J	T_K			
Sch. 6	$\dot{m}_{lait}$	T_B	T_D	T_E	T_F	T_H	T_I			
Sch. 7	$\dot{m}_{ML}$	T_C	T_D	T_H	T_I	T_L	T_M			
Sch. 8	$\dot{m}_{lait}$	T_A	T_B	T_C	T_D	T_G	T_I			
Sch. 9	$\dot{m}_{ML}$	$\dot{m}_{lait}$	T_A	T_B	T_G	T_I	T_L	T_M		
Sch. 10	$\dot{m}_{lait}$	T_A	T_B	T_D	T_E	T_F	T_G	T_I		
Sch. 11	$\dot{m}_{lait}$	T_A	T_C	T_D	T_E	T_F	T_G	T_I		
Sch. 12	$\dot{m}_{JK}$	$\dot{m}_{lait}$	T_B	T_D	T_E	T_F	T_J	T_K		
Sch. 13	$\dot{m}_{lait}$	T_A	T_D	T_E	T_F	T_G	T_H	T_I		
Sch. 14	$\dot{m}_{JK}$	T_B	T_D	T_E	T_F	T_H	T_I	T_J	T_K	
Sch. 15	$\dot{m}_{ML}$	T_B	T_D	T_E	T_F	T_H	T_I	T_L	T_M	
Sch. 16	$\dot{m}_{JK}$	T_A	T_B	T_C	T_D	T_G	T_I	T_J	T_K	
Sch. 17	$\dot{m}_{ML}$	T_A	T_B	T_C	T_D	T_G	T_I	T_L	T_M	
Sch. 18	$\dot{m}_{ML}$	T_A	T_B	T_D	T_E	T_F	T_G	T_I	T_L	T_M
Sch. 19	$\dot{m}_{JK}$	T_A	T_B	T_D	T_E	T_F	T_G	T_I	T_J	T_K
Sch. 20	$\dot{m}_{ML}$	T_A	T_C	T_D	T_E	T_F	T_G	T_I	T_L	T_M
Sch. 21	$\dot{m}_{ML}$	$\dot{m}_{lait}$	T_A	T_C	T_E	T_F	T_G	T_I	T_L	T_M
Sch. 22	$\dot{m}_{JK}$	T_A	T_C	T_D	T_E	T_F	T_G	T_I	T_J	T_K
Sch. 23	$\dot{m}_{ML}$	T_A	T_D	T_E	T_F	T_G	T_H	T_I	T_L	T_M
Sch. 24	$\dot{m}_{JK}$	$\dot{m}_{lait}$	T_A	T_D	T_E	T_F	T_G	T_H	T_J	T_K
Sch. 25	$\dot{m}_{JK}$	$\dot{m}_{lait}$	T_A	T_D	T_E	T_F	T_G	T_I	T_J	T_K
Sch. 26	$\dot{m}_{ML}$	$\dot{m}_{lait}$	T_A	T_D	T_E	T_F	T_G	T_I	T_L	T_M
Sch. 27	$\dot{m}_{JK}$	T_A	T_D	T_E	T_F	T_G	T_H	T_I	T_J	T_K

Tableau 2. 3 : Les schémas d'instrumentation possible pour le pasteurisateur de lait

Nombre de schémas	$\dot{m}_{JK}$	$\dot{m}_{ML}$	$\dot{m}_{lait}$	T_A	T_B	T_C	T_D	T_E	T_F	T_G	T_H	T_I	T_J	T_K	T_L	T_M
	11	11	14	17	11	11	23	17	17	17	11	23	11	11	11	11

Tableau 2. 4 : Nombre de schémas d'instrumentation où les variables mesurables sont présentes pour le pasteurisateur de lait

Ces 27 schémas d'instrumentation valides sont regroupés dans le tableau 2.3, dont :

- 1 schéma d'instrumentation de 5 capteurs ;
- 3 schémas d'instrumentation de 6 capteurs ;
- 4 schémas d'instrumentation de 7 capteurs ;
- 5 schémas d'instrumentation de 8 capteurs ;
- 4 schémas d'instrumentation de 9 capteurs ;
- 10 schémas d'instrumentation de 10 capteurs.

Comme tous ces schémas d'instrumentation sont formés par un nombre de capteurs inférieur à X_{max} , une observabilité partielle est obtenue pour chaque sous-système. Les variables observées en cas d'application d'un certain schéma de capteurs sont présentées dans le tableau 2.6, et les équations ayant permis cette observabilité sont montrées dans le tableau 2.5.

Le nombre des vérifications nécessaires pour résoudre ce problème d'instrumentation est de 7.25×10^7 combinaisons (Tableau 2.7).

Les équations requises pour résoudre le problème d'instrumentation							
Sch. 1	*Eq. 2*	*Eq. 9*					
Sch. 2	*Eq. 1*	*Eq. 9*					
Sch. 3	*Eq. 2*	*Eq. 10*					
Sch. 4	*Eq. 1*	*Eq. 10*					
Sch. 5	*Eq. 1*	*Eq. 2*	*Eq. 9*				
Sch. 6	*Eq. 2*	*Eq. 7*	*Eq. 8*	*Eq. 9*			
Sch. 7	*Eq. 2*	*Eq. 9*	*Eq. 10*				
Sch. 8	*Eq. 2*	*Eq. 4*	*Eq. 5*	*Eq. 9*			
Sch. 9	*Eq. 2*	*Eq. 4*	*Eq. 5*	*Eq. 10*			
Sch. 10	*Eq. 2*	*Eq. 4*	*Eq. 5*	*Eq. 7*	*Eq. 8*	*Eq. 9*	
Sch. 11	*Eq. 2*	*Eq. 4*	*Eq. 5*	*Eq. 7*	*Eq. 8*	*Eq. 9*	
Sch. 12	*Eq. 1*	*Eq. 7*	*Eq. 8*	*Eq. 9*			
Sch. 13	*Eq. 2*	*Eq. 4*	*Eq. 5*	*Eq. 7*	*Eq. 8*	*Eq. 9*	
Sch. 14	*Eq. 1*	*Eq. 2*	*Eq. 7*	*Eq. 8*	*Eq. 9*		
Sch. 15	*Eq. 2*	*Eq. 7*	*Eq. 8*	*Eq. 9*	*Eq. 10*		
Sch. 16	*Eq. 1*	*Eq. 2*	*Eq. 4*	*Eq. 5*	*Eq. 9*		
Sch. 17	*Eq. 2*	*Eq. 4*	*Eq. 5*	*Eq. 9*	*Eq. 10*		
Sch. 18	*Eq. 2*	*Eq. 4*	*Eq. 5*	*Eq. 7*	*Eq. 8*	*Eq. 9*	*Eq. 10*
Sch. 19	*Eq. 1*	*Eq. 2*	*Eq. 4*	*Eq. 5*	*Eq. 7*	*Eq. 8*	*Eq. 9*
Sch. 20	*Eq. 2*	*Eq. 4*	*Eq. 5*	*Eq. 7*	*Eq. 8*	*Eq. 9*	*Eq. 10*
Sch. 21	*Eq. 2*	*Eq. 4*	*Eq. 5*	*Eq. 7*	*Eq. 8*	*Eq. 10*	
Sch. 22	*Eq. 1*	*Eq. 2*	*Eq. 4*	*Eq. 5*	*Eq. 7*	*Eq. 8*	*Eq. 9*
Sch. 23	*Eq. 2*	*Eq. 4*	*Eq. 5*	*Eq. 7*	*Eq. 8*	*Eq. 9*	*Eq. 10*
Sch. 24	*Eq. 1*	*Eq. 4*	*Eq. 5*	*Eq. 7*	*Eq. 8*	*Eq. 9*	
Sch. 25	*Eq. 1*	*Eq. 2*	*Eq. 4*	*Eq. 5*	*Eq. 7*	*Eq. 8*	*Eq. 9*
Sch. 26	*Eq. 2*	*Eq. 4*	*Eq. 5*	*Eq. 7*	*Eq. 8*	*Eq. 9*	*Eq. 10*
Sch. 27	*Eq. 1*	*Eq. 2*	*Eq. 4*	*Eq. 5*	*Eq. 7*	*Eq. 8*	*Eq. 9*

Tableau 2. 5 : Les équations ayant permis de valider les schémas d'instrumentation du pasteurisateur de lait

	Les variables observées																
Sch. 1	Q_1	Q_4	$\dot{m}_{lait}$	T_C	T_D	T_H	T_I										
Sch. 2	Q_1	Q_4	$\dot{m}_{JK}$	$\dot{m}_{lait}$	T_C	T_D	T_J	T_K									
Sch. 3	Q_1	Q_4	$\dot{m}_{ML}$	$\dot{m}_{lait}$	T_H	T_I	T_L	T_M									
Sch. 4	Q_1	Q_4	$\dot{m}_{JK}$	$\dot{m}_{ML}$	T_J	T_K	T_L	T_M									
Sch. 5	Q_1	Q_4	$\dot{m}_{JK}$	$\dot{m}_{lait}$	T_C	T_D	T_H	T_I	T_J	T_K							
Sch. 6	Q_1	Q_4	$\dot{m}_{lait}$	T_B	T_C	T_D	T_E	T_F	T_H	T_I	ΔT_{Ex3}						
Sch. 7	Q_1	Q_4	$\dot{m}_{ML}$	$\dot{m}_{lait}$	T_C	T_D	T_H	T_I	T_L	T_M							
Sch. 8	Q_1	Q_4	$\dot{m}_{lait}$	T_A	T_B	T_C	T_D	T_G	T_H	T_I	ΔT_{Ex2}						
Sch. 9	Q_1	Q_4	$\dot{m}_{ML}$	$\dot{m}_{lait}$	T_A	T_B	T_G	T_H	T_I	T_L	T_M	ΔT_{Ex2}					
Sch. 10	Q_1	Q_4	$\dot{m}_{lait}$	T_A	T_B	T_C	T_D	T_E	T_F	T_H	T_I	ΔT_{Ex2}	ΔT_{Ex3}				
Sch. 11	Q_1	Q_4	$\dot{m}_{lait}$	T_A	T_B	T_C	T_D	T_E	T_F	T_G	T_H	T_I	ΔT_{Ex2}	ΔT_{Ex3}			
Sch. 12	Q_1	Q_4	$\dot{m}_{JK}$	$\dot{m}_{lait}$	T_B	T_C	T_D	T_E	T_F	T_J	T_K	ΔT_{Ex3}					
Sch. 13	Q_1	Q_4	$\dot{m}_{lait}$	T_A	T_B	T_C	T_D	T_E	T_F	T_G	T_H	T_I	ΔT_{Ex2}	ΔT_{Ex3}			
Sch. 14	Q_1	Q_4	$\dot{m}_{JK}$	$\dot{m}_{lait}$	T_B	T_C	T_D	T_E	T_F	T_H	T_I	T_J	T_K	ΔT_{Ex3}			
Sch. 15	Q_1	Q_4	$\dot{m}_{ML}$	$\dot{m}_{lait}$	T_B	T_C	T_D	T_E	T_F	T_H	T_I	T_L	T_M	ΔT_{Ex3}			
Sch. 16	Q_1	Q_4	$\dot{m}_{JK}$	$\dot{m}_{lait}$	T_A	T_B	T_C	T_D	T_G	T_H	T_I	T_J	T_K	ΔT_{Ex2}			
Sch. 17	Q_1	Q_4	$\dot{m}_{ML}$	$\dot{m}_{lait}$	T_A	T_B	T_C	T_D	T_G	T_H	T_I	T_L	T_M	ΔT_{Ex2}			
Sch. 18	Q_1	Q_4	$\dot{m}_{ML}$	$\dot{m}_{lait}$	T_A	T_B	T_C	T_D	T_E	T_F	T_G	T_H	T_I	T_L	T_M	ΔT_{Ex2}	ΔT_{Ex3}
Sch. 19	Q_1	Q_4	$\dot{m}_{JK}$	$\dot{m}_{lait}$	T_A	T_B	T_C	T_D	T_E	T_F	T_G	T_H	T_I	T_J	T_K	ΔT_{Ex2}	ΔT_{Ex3}
Sch. 20	Q_1	Q_4	$\dot{m}_{ML}$	$\dot{m}_{lait}$	T_A	T_B	T_C	T_D	T_E	T_F	T_G	T_H	T_I	T_L	T_M	ΔT_{Ex2}	ΔT_{Ex3}
Sch. 21	Q_1	Q_4	$\dot{m}_{ML}$	$\dot{m}_{lait}$	T_A	T_B	T_C	T_E	T_F	T_G	T_H	T_I	T_L	T_M	ΔT_{Ex2}	ΔT_{Ex3}	
Sch. 22	Q_1	Q_4	$\dot{m}_{JK}$	$\dot{m}_{lait}$	T_A	T_B	T_C	T_D	T_E	T_F	T_G	T_H	T_I	T_J	T_K	ΔT_{Ex2}	ΔT_{Ex3}
Sch. 23	Q_1	Q_4	$\dot{m}_{ML}$	$\dot{m}_{lait}$	T_A	T_B	T_C	T_D	T_E	T_F	T_G	T_H	T_I	T_L	T_M	ΔT_{Ex2}	ΔT_{Ex3}
Sch. 24	Q_1	Q_4	$\dot{m}_{JK}$	$\dot{m}_{lait}$	T_A	T_B	T_C	T_D	T_E	T_F	T_G	T_H	T_J	T_K	ΔT_{Ex2}	ΔT_{Ex3}	
Sch. 25	Q_1	Q_4	$\dot{m}_{JK}$	$\dot{m}_{lait}$	T_A	T_B	T_C	T_D	T_E	T_F	T_G	T_H	T_I	T_J	T_K	ΔT_{Ex2}	ΔT_{Ex3}
Sch. 26	Q_1	Q_4	$\dot{m}_{ML}$	$\dot{m}_{lait}$	T_A	T_B	T_C	T_D	T_E T_E	T_F	T_G	T_H	T_I	T_L	T_M	ΔT_{Ex2}	ΔT_{Ex3}
Sch. 46	Q_1	Q_4	$\dot{m}_{JK}$	$\dot{m}_{lait}$	T_A	T_B	T_C	T_D	T_E T_E	T_F	T_G	T_H	T_I	T_J	T_K	ΔT_{Ex2}	ΔT_{Ex3}

Tableau 2. 6 : Les variables observées ou mesurées pour chaque schéma d'instrumentation possible pour le pasteurisateur de lait

Procédé	Pasteurisateur de lait
Nombre d'équations N_{eq}	11
Nombre de variables N_{var}	23
Nombre de variables mesurables N_{mes}	16
Nombre maximal de capteurs à ajouter X_{max}	12
Nombre de schémas d'instrumentation à tester N_{poss}	64 838
Nombre de schémas d'instrumentation avec un nombre maximal de capteurs N_{cas2}	1 820
Nombre de schémas d'instrumentation où les sous-systèmes d'équations sont examinés N_{cas3}	63 018
Nombre de sous-systèmes d'équations $N_{ss\text{-}eq}$	2 046
Nombre de sous-systèmes d'équations valides $N_{ss\text{-}valides}$	1 151
Nombre total de vérifications requises N_{verif}	72 535 538

Tableau 2. 7 : Nombre de vérifications requises pour résoudre le problème d'instrumentation du pasteurisateur de lait

2.6 Application : Concentrateur d'amidon

Le paragraphe précédent a traité un cas simple de procédé de petite taille, où la méthode directe a permis de trouver tous les schémas de capteurs qui pourront être adoptés en un temps de calcul raisonnable. Ce paragraphe présentera un concentrateur d'amidon (procédé de taille moyenne).

2.6.1 Description du procédé

Nous allons considérer un concentrateur d'amidon simplifié qui vise à concentrer une solution d'eau amidonnée, obtenue après cuisson de pomme de terre dans une usine agro-alimentaire, en éliminant un pourcentage d'eau (Figure 2.16). Tout d'abord, le produit est chauffé, ensuite il subit une détente à travers la vanne et le débit devient diphasique. Il est chauffé de nouveau avant d'entrer dans le séparateur vapeur-liquide. Enfin, la part liquide séparée est refroidie.

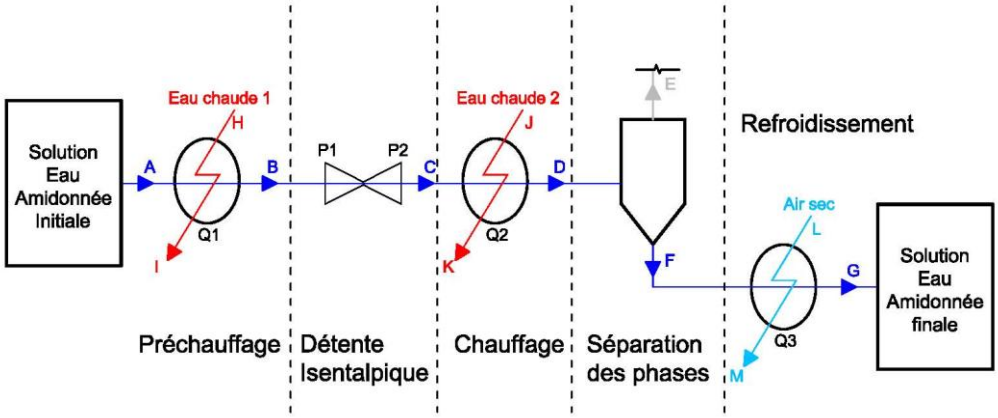


Figure 2. 16 : Concentrateur d'amidon

2.6.2 Bilans masse et énergie par composants

Quatre composants sont requis pour construire le modèle de ce procédé :

- Un échangeur de chaleur sans changement de phase pour les deux côtés chaud et froid pour la phase de préchauffage et la phase de refroidissement;
- Un échangeur de chaleur avec changement de phase seulement du côté froid pour la phase de chauffage;
- Une vanne de détente isenthalpique ;
- Un séparateur vapeur-liquide.

2.6.2.1 Echangeur de chaleur sans changement de phase

La puissance échangée Q entre les côtés chaud et froid est calculée par les relations suivantes :

$$\begin{aligned} Q &= \dot{m}_{froid}\,(h_{sortie_froid} - h_{entrée_froid}) \\ Q &= -\dot{m}_{chaud}\,(h_{sortie_chaud} - h_{entrée_chaud}) \end{aligned} \tag{2.33}$$

Où chaque enthalpie h_i est donnée en fonction de la pression et de la température de chaque point i considéré: $h_i\{P_i\,;\,T_i\}$, et les débits des flux froid et chaud sont respectivement $\dot{m}_{froid}$ et $\dot{m}_{chaud}$. Ainsi, pour être plus explicite, quatre équations sont ajoutées :

$$
\begin{aligned}
h_{sortie_froid} &= fonction\ (P_{froid}\ ;\ T_{sortie_froid}) \\
h_{entrée_froid} &= fonction\ (P_{froid}\ ;\ T_{entrée_froid}) \\
h_{sortie_chaud} &= fonction\ (P_{chaud}\ ;\ T_{sortie_chaud}) \\
h_{entrée_chaud} &= fonction\ (P_{chaud}\ ;\ T_{entrée_chaud})
\end{aligned}
\tag{2.34}
$$

2.6.2.2 Echangeur de chaleur avec changement de phase côté froid

La puissance échangée Q entre les côtés chaud et froid est calculée par les relations suivantes :

$$
\begin{aligned}
Q &= \dot{m}_{froid}\ (h_{sortie_froid} - h_{entrée_froid}) \\
Q &= -\dot{m}_{chaud}\ (h_{sortie_chaud} - h_{entrée_chaud})
\end{aligned}
\tag{2.35}
$$

Où les enthalpies h_{sortie_chaud} et $h_{entrée_chaud}$ sont données en fonction de la pression du côté chaud et des températures respectives de sortie et d'entrée du flux chaud. Alors que les enthalpies h_{sortie_froid} et $h_{entrée_froid}$ sont données en fonction de la pression du côté froid et des titres vapeur x_{sortie_froid} et $x_{entrée_froid}$ de sortie et d'entrée respectifs du flux froid. Alors, les équations ajoutées sont :

$$
\begin{aligned}
h_{sortie_chaud} &= fonction\ (P_{chaud}\ ;\ T_{sortie_chaud}) \\
h_{entrée_chaud} &= fonction\ (P_{chaud}\ ;\ T_{entrée_chaud}) \\
h_satur_vap_{froid} &= fonction\ (P_{froid}) \\
h_satur_liq_{froid} &= fonction\ (P_{froid}) \\
x_{sortie_froid} &= \frac{h_{sortie_froid} - h_satur_liq_{froid}}{h_satur_vap_{froid} - h_satur_liq_{froid}} \\
x_{entrée_froid} &= \frac{h_{entrée_froid} - h_satur_liq_{froid}}{h_satur_vap_{froid} - h_satur_liq_{froid}}
\end{aligned}
\tag{2.36}
$$

2.6.2.3 Vanne de détente isenthalpique

Au niveau de la vanne, une chute de pression est constatée :

$$
\Delta P = P_{entrée-vanne} - P_{sortie-vanne} \tag{2.37}
$$

Avec :

$$
h_{entrée_vanne} = h_{sortie_vanne} \tag{2.38}
$$

2.6.2.4 Séparateur vapeur-liquide

Le débits du flux diphasique entrant avec un titre de vapeur *x*, sera divisé en deux débits vapeur et liquide :

$$
\begin{aligned}
\dot{m}_{vapeur} &= \dot{m}_{entrée}\ x_{entrée} \\
\dot{m}_{liquide} &= (1 - x_{entrée})\ \dot{m}_{entrée}
\end{aligned}
\tag{2.39}
$$

Les enthalpies de sortie du côté vapeur et du côté liquide sont respectivement les enthalpies de saturation vapeur et liquide du flux en fonction de la pression du séparateur :

$$h_{sortie_vapeur} = h_satur_vap_{séparateur} = fonction\ (P_{séparateur}\ )$$
$$h_{entrée_vapeur} = h_satur_liq_{séparateur} = fonction\ (P_{séparateur}\ ) \tag{2.40}$$

La température du flux (en entrée et en sortie) est celle de saturation de ce flux à la pression régissant ce séparateur.

$$T_{séparateur} = T_{saturation}\ (P_{séparateur}\ ) \tag{2.41}$$

2.6.3 Paramètres d'entrée du modèle

Une fois assemblé et réduit, ce procédé est décrit par 16 équations et 32 variables :

$$\begin{gathered}
Q_1 = \dot{m}_{HI}\ (\ h_H\ \{P_{HI}, T_H\} -\ h_I\ \{P_{HI}, T_I\}\ ) \\
Q_1 = \dot{m}_{AD}\ (h_B - h_A) \\
h_B = \text{fonction}\ \{P_1, T_B\} \\
h_A = \text{fonction}\ \{P_1, T_A\} \\
\Delta P = P_1 - P_2 \\
Q_2 = \dot{m}_{JK}\ (\ h_J\ \{P_{JK}, T_J\} -\ h_K\ \{P_{JK}, T_K\}\ ) \\
Avec :\ h_C = h_B \\
Q_2 = \dot{m}_{AD}\ (h_D - h_C) \\
x_C = \frac{h_C - h_satur_liq\{P_2\}}{h_satur_vap\{P_2\} - h_satur_liq\{P_2\}} \\
x_D = \frac{h_D - h_satur_liq\{P_2\}}{h_satur_vap\{P_2\} - h_satur_liq\{P_2\}} \\
\dot{m}_E = \dot{m}_{AD}\ x_D \\
\dot{m}_{FG} = (1 - x_D)\ \dot{m}_{AD} \\
h_F = h_satur_liq\{P_2\} \\
Q_3 = \dot{m}_{LM}\ (\ h_M\ \{P_{LM}, T_M\} -\ h_L\ \{P_{LM}, T_L\}\ ) \\
Q_3 = \dot{m}_{FG}\ (h_F - h_G) \\
h_G = \text{fonction}\ \{P_2, T_G\} \\
T_F = T_{saturation}\ \{\ P_2\ \}
\end{gathered} \tag{2.42}$$

Q_1	$\dot{m}_{HI}$	P_{HI}	T_H	T_I	$\dot{m}_{AD}$	h_A	$h_B = h_C$	P_1	T_A	T_B	ΔP	P_2	Q_2	$\dot{m}_{JK}$	P_{JK}	T_J	T_K	h_D	x_C	x_D	$\dot{m}_E$	$\dot{m}_{FG}$	h_F	Q_3	$\dot{m}_{LM}$	P_{LM}	T_L	T_M	h_G	T_F	T_G
#	#	#	#	#																											
#					#	#	#																								
							#	#		#																					
						#		#	#																						
								-1			1	1																			
													#	#	#	#	#														
					#		#						#					#													
							#					#							#												
												#						#		#											
					#															#	#										
					#															#		#									
												#											#								
																								#	#	#	#	#			
																						#	#	#					#		
												#																	#		#
												#																		#	

Tableau 2. 8 : La matrice d'interaction du concentrateur d'amidon

Les variables choisies comme étant requises sont les trois puissances échangées Q_1 ,Q_2 et Q_3. Les variables mesurables sont les débits des deux flux d'eau chaude et de l'air sec $\dot{m}_{HI}$, $\dot{m}_{JK}$ et $\dot{m}_{LM}$, ainsi que le débit d'entrée de l'eau amidonnée $\dot{m}_{AD}$ et les débits séparés liquide et vapeur $\dot{m}_{FG}$ et $\dot{m}_{E}$. Aussi, toutes les pressions et toutes les températures sont considérées mesurables. Au total 21 variables sont mesurables et 3 sont requises. La matrice d'interaction correspondante à ce procédé est montrée dans le tableau 2.8, où les # représentent des nombres aléatoires.

2.6.4 Résultats

La méthode de référence a été appliquée pour identifier tous les schémas de capteurs permettant d'observer les 3 puissances échangées.

Le nombre maximal de variables mesurées X_{max} pour un schéma de capteurs proposé est :

$$X_{max} = minimum\{ N_{var} - N_{eq} = 16;\ N_{mes} = 21\} = 16 \tag{2.43}$$

L'arbre de recherche correspondante à ce problème d'instrumentation consistera en 16 étages combinant les 21 variables mesurables : au premier étage 21 schémas de capteurs sont testés, au deuxième étage 210 schémas de capteurs, au troisième étage 1330 schémas de capteurs, …, au 15ème étage 54 264 schémas de capteurs et au 16ème étage 20 349 schémas de capteurs. Au total, 2 089 604 schémas d'instrumentation possibles seront sujets à des vérifications ; une observabilité totale du système est vérifiée pour 20 349 schémas (ceux de l'étage 16), et pour le reste la contrainte d'observabilité ne concerne que les variables requises.

La vérification de l'observabilité partielle du système requiert la vérification des 65 534 sous-systèmes d'équations. Comme toutes les variables requises sont non mesurables, un seul filtrage de ces sous-systèmes est fait pour toutes les combinaisons de variables mesurages, conduisant à 27 647 sous-systèmes d'équations à vérifier (42% du nombre initial de sous-systèmes).

Procédé	Concentrateur d'amidon
Nombre d'équations N_{eq}	16
Nombre de variables N_{var}	32
Nombre de variables mesurables N_{mes}	21
Nombre maximal de capteurs à ajouter X_{max}	16
Nombre de schémas d'instrumentation à tester N_{poss}	2 089 604
Nombre de schémas d'instrumentation avec un nombre maximal de capteurs N_{cas2}	20 349
Nombre de schémas d'instrumentation où les sous-systèmes d'équations sont examinés N_{cas3}	2 069 255
Nombre de sous-systèmes d'équations $N_{ss\text{-}eq}$	65 534
Nombre de sous-systèmes d'équations valides $N_{ss\text{-}valides}$	27 647
Total de vérifications requises N_{verif}	~ 5.72×10^{10}

Tableau 2. 9 : Nombre de vérifications requises pour résoudre le problème d'instrumentation du concentrateur d'amidon

Le nombre de vérifications requises pour résoudre ce problème d'instrumentation est très large (Tableau 2.9). Le temps de calcul nécessaire pour trouver les 172 schémas d'instrumentation valides, permettant d'observer toutes les variables requises est 2×10^6 secondes, soit 24 jours. Juste 0.009% des schémas testés se sont avérés valides, dont :

- 6 schémas d'instrumentation de 7 capteurs (Tableau 2.10, Tableau 2.11, Tableau 2.12) ;

- 54 schémas d'instrumentation de 10 capteurs ;
- 2 schémas d'instrumentation de 11 capteurs ;
- 4 schémas d'instrumentation de 12 capteurs ;
- 106 schémas d'instrumentation de 13 capteurs.

Les variables à mesurer							
Sch. 1	$\dot{m}_{AD}$	P_1	T_A	T_B	P_2	$\dot{m}_{FG}$	T_G
Sch. 2	$\dot{m}_{AD}$	P_1	T_A	T_B	$\dot{m}_{FG}$	T_F	T_G
Sch. 3	$\dot{m}_{AD}$	P_1	T_A	T_B	P_2	$\dot{m}_E$	T_G
Sch. 4	$\dot{m}_{AD}$	P_1	T_A	T_B	$\dot{m}_E$	T_F	T_G
Sch. 5	P_1	T_A	T_B	P_2	$\dot{m}_E$	$\dot{m}_{FG}$	T_G
Sch. 6	P_1	T_A	T_B	$\dot{m}_E$	$\dot{m}_{FG}$	T_F	T_G

Tableau 2. 10 : Les 6 solutions consistant en 7 capteurs pour le problème d'instrumentation du concentrateur d'amidon

Les équations requises pour résoudre le problème d'instrumentation											
Sch. 1	*Eq. 2*	*Eq. 3*	*Eq. 4*	*Eq. 7*	*Eq. 9*	*Eq. 11*	*Eq. 12*	*Eq. 14*	*Eq. 16*		
Sch. 2	*Eq. 2*	*Eq. 3*	*Eq. 4*	*Eq. 7*	*Eq. 9*	*Eq. 11*	*Eq. 12*	*Eq. 14*	*Eq. 15*	*Eq. 16*	
Sch. 3	*Eq. 2*	*Eq. 3*	*Eq. 4*	*Eq. 7*	*Eq. 9*	*Eq. 10*	*Eq. 11*	*Eq. 12*	*Eq. 14*	*Eq. 16*	
Sch. 4	*Eq. 2*	*Eq. 3*	*Eq. 4*	*Eq. 7*	*Eq. 9*	*Eq. 10*	*Eq. 11*	*Eq. 12*	*Eq. 14*	*Eq. 15*	*Eq. 16*
Sch. 5	*Eq. 2*	*Eq. 3*	*Eq. 4*	*Eq. 7*	*Eq. 9*	*Eq. 10*	*Eq. 11*	*Eq. 12*	*Eq. 14*	*Eq. 16*	
Sch. 6	*Eq. 2*	*Eq. 3*	*Eq. 4*	*Eq. 7*	*Eq. 9*	*Eq. 10*	*Eq. 11*	*Eq. 12*	*Eq. 14*	*Eq. 15*	*Eq. 16*

Tableau 2. 11 : Les équations ayant permis de valider les 6 schémas d'instrumentation consistant en 7 capteurs du concentrateur d'amidon

Les variables observées																	
Sch. 1	Q_1	$\dot{m}_{AD}$	h_A	h_B	P_1	T_A	T_B	P_2	Q_2	h_D	x_D	$\dot{m}_{FG}$	Q_3	h_G	T_G		
Sch. 2	Q_1	$\dot{m}_{AD}$	h_A	h_B	P_1	T_A	T_B	P_2	Q_2	h_D	x_D	$\dot{m}_{FG}$	Q_3	h_G	T_F	T_G	
Sch. 3	Q_1	$\dot{m}_{AD}$	h_A	h_B	P_1	T_A	T_B	P_2	Q_2	h_D	x_D	$\dot{m}_E$	$\dot{m}_{FG}$	Q_3	h_G	T_G	
Sch. 4	Q_1	$\dot{m}_{AD}$	h_A	h_B	P_1	T_A	T_B	P_2	Q_2	h_D	x_D	$\dot{m}_E$	$\dot{m}_{FG}$	Q_3	h_G	T_F	T_G
Sch. 5	Q_1	$\dot{m}_{AD}$	h_A	h_B	P_1	T_A	T_B	P_2	Q_2	h_D	x_D	$\dot{m}_E$	$\dot{m}_{FG}$	Q_3	h_G	T_G	
Sch. 6	Q_1	$\dot{m}_{AD}$	h_A	h_B	P_1	T_A	T_B	P_2	Q_2	h_D	x_D	$\dot{m}_E$	$\dot{m}_{FG}$	Q_3	h_G	T_F	T_G

Tableau 2. 12 : Les variables observées ou mesurées pour chacun des 6 schémas d'instrumentation consistant en 7 capteurs du concentrateur d'amidon

2.7 Conclusions du chapitre

La méthode de référence (ou méthode directe) a permis de trouver tous les schémas d'instrumentation que l'expert menant l'audit énergétique pourra adopter pour compléter le synoptique global du procédé. Pour des procédés de taille petite, ces solutions d'instrumentation ont été trouvées avec des temps de calculs raisonnables. Alors que, à partir d'une taille croissante du procédé, ces temps de calculs ont augmenté exponentiellement. Ceci est dû au nombre de vérifications croissant, nécessaire pour tester la validité d'un schéma d'instrumentation :

1) Quand le nombre de variables mesurables augmente, le nombre de schémas de capteurs à vérifier augmente aussi : en passant d'un procédé de petite taille (pasteurisateur de lait : 11 équations et 23 variables dont 16 sont mesurables) à un procédé de taille moyenne (concentrateur d'amidon : 16 équations et 32 variables dont 21 sont mesurables), le nombre de combinaisons de capteurs à vérifier est passé de 6.5×10^4 à 2.09×10^6, soit 32 fois plus de combinaisons à vérifier ;

2) Quand le nombre d'équations augmente, le nombre de sous-systèmes d'équations à vérifier pour la grande majorité des schémas de capteurs augmente énormément : en passant d'un procédé de petite taille (pasteurisateur de lait : 11 équations) à un procédé de taille moyenne (concentrateur d'amidon : 16 équations), le nombre de sous-systèmes à vérifier est passé de 2046 à 65 534, soit 32 fois plus de sous-systèmes à vérifier.

Donc, avec un nombre d'équations augmenté de 145%, et un nombre de variables mesurables augmenté de 131%, la taille du problème est augmentée de 102 400%.

Or, les vérifications des schémas d'instrumentation sont optimisées de façon que, l'arbre n'est développé que pour les combinaisons déclarées non valides, et les nouvelles combinaisons subissent un test pour s'assurer qu'elles ne sont pas redondantes par rapport aux autres déjà trouvées. De même, le nombre de sous-systèmes d'équations a été optimisé de façon à éliminer les sous-systèmes qui ne permettront surement pas d'observer les variables requises non mesurées. Aussi, une parallélisation des vérifications des combinaisons d'un même étage de l'arbre de recherche a été effectuée, divisant le temps de calcul nécessaire par un facteur important. Mais le temps de calcul nécessaire pour résoudre les problèmes d'instrumentation de moyenne et grande taille reste inabordable. Ce qui rend cette méthode non adaptée aux procédés de taille moyenne ou grande.

Pour ces procédés, la méthodologie proposée est pratiquement non directement applicable et les ingénieurs préfèreront une approche par essai erreur qui permettra de proposer des schémas faisables sans garantie d'optimalité. Il faut donc chercher à réduire le temps de calcul du problème, pour les procédés de taille moyenne ou grande, en trouvant des méthodes permettant de dépasser les inconvénients de la méthode directe. Le développement d'une méthodologie rigoureuse et adaptée aux conditions de nos cas d'étude, est nécessaire et permettra alors de trouver les indicateurs énergétiques avec des temps de calcul abordables. Cette méthodologie est l'objet du chapitre 3.

Chapitre 3 : Méthodes séquentielles pour la génération des schémas d'instrumentation valides

3.1 Introduction

La méthode directe exposée dans le chapitre précédent intègre les concepts de la recherche par arborescence largement connue et exploitée dans la littérature pour les problèmes de réseau de capteurs. Cette méthode, qui permet de trouver toutes les solutions d'un problème d'instrumentation posé, a été optimisée comme présenté au chapitre précédent. Mais, elle a une limitation importante en termes de temps de calculs. Pour des problèmes de taille industrielle (plus que 10 équations et 20 variables), les calculs sont très longs, ce qui rend inefficace la recherche de la solution optimale du problème à travers un arbre dont les nœuds représentent des capteurs à ajouter (à chaque passage à un étage supplémentaire de l'arbre de recherche, un capteur est ajouté pour tester la validité de cette combinaison de capteurs). Cette méthode sera utilisée comme référence pour tester la performance des méthodes alternatives développées.

Ce chapitre exposera plusieurs briques méthodologiques permettant d'accélérer le temps de calcul considérablement pour trouver des schémas d'instrumentation assurant l'observabilité de toutes les variables requises. Les avantages et les limitations de ces méthodes seront exposés et comparés.

3.2 Limitations de la méthode directe

L'application de la méthode directe implique un grand nombre de vérifications. Ce nombre augmente exponentiellement avec l'augmentation de la taille du procédé étudié (Tableau 3.1).

Procédé	PR1	PR2	PR3	PR4
Nombre d'équations N_{eq}	3	5	10	20
Nombre de variables N_{var}	7	12	26	40
Nombre de variables mesurables N_{mes}	6	9	20	30
Nombre maximal de capteurs à ajouter X_{max}	4	7	16	20
Nombre de schémas d'instrumentation à tester N_{poss}	56	501	$\sim 10^6$	$\sim 10^9$
Nombre de schémas d'instrumentation avec un nombre maximal de capteurs N_{cas2}	15	36	4 845	$\sim 3\times 10^7$
Nombre de schémas d'instrumentation où les sous-systèmes d'équations sont examinés N_{cas3}	41	465	$\sim 10^6$	$\sim 10^9$
Nombre de sous-systèmes d'équations $N_{ss\text{-}eq}$	6	30	1022	$\sim 10^6$
Nombre de sous-systèmes d'équations valides $N_{ss\text{-}valides}$	≤ 6	≤ 30	≤ 1022	$\leq 10^6$
Nombre total de vérifications requises N_{verif}	≤ 261	≤ 13986	$\leq 10^{12}$	$\leq 10^{18}$

Tableau 3. 1 : Evolution du nombre de vérifications nécessaires avec l'augmentation de la taille du procédé

En général, les procédés qu'on vise étudier sont décrits par un nombre d'équations supérieur à 10, et un nombre de variables supérieur à 20. Donc, le nombre de vérifications nécessaires pour trouver

les schémas d'instrumentation faisables est trop important, et par la suite, le temps de calcul nécessaire devient long et incompatible avec une application industrielle de la méthodologie.

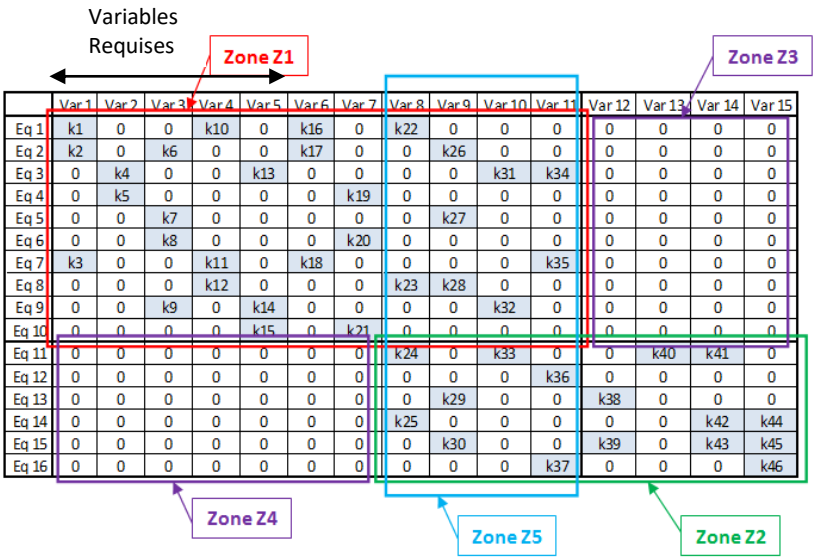
De ce fait, la méthode directe n'est pas convenable en dehors du champ d'application des problèmes de petites tailles, et d'autres méthodes doivent être investies. Nous avons développé des méthodes alternatives qui cherchent à repérer des sous-problèmes de taille réduite, dont la résolution est beaucoup plus rapide, pour ensuite combiner les différents résultats obtenus. Ces méthodes s'appuieront sur la méthode de référence pour résoudre les sous-problèmes repérés.

3.3 Réarrangement de la matrice d'interaction

Les matrices d'interaction décrivant les procédés industriels sont creuses dans la majorité des cas étudiés puisque la plupart des variables vont intervenir dans un petit nombre d'équations. Les approches développées visent à profiter de cette propriété. Un réarrangement de la matrice d'interaction est effectué pour regrouper les zones nulles autant que possible, ce qui facilitera l'analyse de cette matrice, comme plusieurs zones quasi indépendantes pourront être repérées. Ensuite, des sous-problèmes de taille réduite seront résolus par la méthode directe.

Les grandeurs requises, qui sont d'intérêt principal, seront regroupées dans la partie gauche supérieure de la matrice d'interaction. Ainsi, la première étape consiste à déplacer toutes les équations, ne contenant pas de variables requises, vers le bas de la matrice. Par conséquent, nous identifions deux parties distinctes de la matrice: une partie supérieure constituée de toutes les équations où toutes les variables requises sont présentes (N_{sup} équations) et une partie inférieure où aucune variable requise n'est présente (N_{inf} équations).

$$N_{var} = N_{sup} + N_{inf} \tag{3.1}$$



	Var 1	Var 2	Var 3	Var 4	Var 5	Var 6	Var 7	Var 8	Var 9	Var 10	Var 11	Var 12	Var 13	Var 14	Var 15
Eq 1	k1	0	0	k10	0	k16	0	k22	0	0	0	0	0	0	0
Eq 2	k2	0	k6	0	0	k17	0	0	k26	0	0	0	0	0	0
Eq 3	0	k4	0	0	k13	0	0	0	0	k31	k34	0	0	0	0
Eq 4	0	k5	0	0	0	0	k19	0	0	0	0	0	0	0	0
Eq 5	0	0	k7	0	0	0	0	0	k27	0	0	0	0	0	0
Eq 6	0	0	k8	0	0	0	k20	0	0	0	0	0	0	0	0
Eq 7	k3	0	0	k11	0	k18	0	0	0	0	k35	0	0	0	0
Eq 8	0	0	0	k12	0	0	0	k23	k28	0	0	0	0	0	0
Eq 9	0	0	k9	0	k14	0	0	0	0	k32	0	0	0	0	0
Eq 10	0	0	0	0	k15	0	k21	0	0	0	0	0	0	0	0
Eq 11	0	0	0	0	0	0	0	k24	0	k33	0	0	k40	k41	0
Eq 12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	k36	0	0	0	0
Eq 13	0	0	0	0	0	0	0	0	k29	0	0	k38	0	0	0
Eq 14	0	0	0	0	0	0	0	k25	0	0	0	0	0	k42	k44
Eq 15	0	0	0	0	0	0	0	0	k30	0	0	k39	0	k43	k45
Eq 16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	k37	0	0	0	k46

Figure 3. 1: Réarrangement de la matrice d'interaction d'un procédé

Ainsi, 5 zones sont repérées (Figure 3.1):

1. La zone Z1 d'intérêt principal puisqu'elle contient toutes les variables requises et quelques autres variables non requises (un total de N_{Z1} variables) ;
2. La zone Z2 assemblant les équations reliant uniquement les variables non requises (un total de N_{Z2} variables) ;
3. La zone Z3 constituées des zéros regroupés dans la partie droite supérieure de la matrice (un total de $N_{var} - N_{Z1}$ colonnes) ;
4. La zone Z4 constituées des zéros regroupés dans la partie gauche inférieure de la matrice (un total de $N_{var} - N_{Z2}$ colonnes) ;
5. La zone Z5 reliant les parties inférieure et supérieure de la matrice d'interaction à partir de N_{Z5} variables, avec :

$$N_{Z_5} \leq \text{minimum}\ \{N_{Z_1}, N_{Z_2}\} \tag{3.2}$$

La présence de la zone Z5 permet de rendre ces N_{Z5} variables communes des zones Z1 et Z2 interdépendantes.

Si on reprend l'exemple du pasteurisateur de lait de la section 2.2.1, la matrice réarrangée est la donnée par le tableau 3.2.

Q_1	Q_4	$\dot{m}_{JK}$	$\dot{m}_{ML}$	T_I	T_J	T_K	T_L	T_M	$\dot{m}_{lait}$	T_C	T_D	T_H	Q_2	Q_3	T_A	T_B	T_E	T_F	T_G	ΔT_{Ex2}	ΔT_{Ex3}	$\Delta T_{ch.}$
$\mathbf{R_1}$	0	$\mathbf{R_2}$	0	0	$\mathbf{R_3}$	$\mathbf{R_4}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\mathbf{R_5}$	0	0	0	$\mathbf{R_8}$	0	0	0	0	$\mathbf{R_6}$	0	0	$\mathbf{R_7}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	$\mathbf{R_{27}}$	0	0	0	0	0	0	0	$\mathbf{R_{28}}$	$\mathbf{R_{29}}$	$\mathbf{R_{30}}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	$\mathbf{R_{31}}$	0	$\mathbf{R_{32}}$	0	0	0	$\mathbf{R_{33}}$	$\mathbf{R_{34}}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\mathbf{R_{10}}$	0	0	0	$\mathbf{R_9}$	0	0	0	0	0	0	$\mathbf{R_{11}}$	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	**1**	**-1**	0	0	0	**1**	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	**1**	0	0	0	0	0	0	**-1**	**1**	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\mathbf{R_{19}}$	0	0	0	0	$\mathbf{R_{18}}$	0	0	0	0	0	0	$\mathbf{R_{20}}$	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	**-1**	0	0	0	0	0	**1**	0	0	0	0	**1**	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	**-1**	**1**	0	0	**1**	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	**-1**	0	0	0	0	0	**1**	0	0	0	0	**1**

Tableau 3. 2 : Matrice d'interaction réarrangée du pasteurisateur de lait

Ainsi :

- $N_{sup} = 4$;
- $N_{inf} = 7$;
- $N_{Z1} = 13$ (La zone Z3 est constituée de 10 colonnes nulles);
- $N_{Z2} = 14$ (La zone Z4 est constituée de 9 colonnes nulles);
- $N_{Z5} = 4$.

3.4 Méthode d'approximation zone supérieure

3.4.1 Principe de la méthode

La première façon pour résoudre ce problème d'instrumentation d'une façon approximative, et beaucoup plus rapide que la méthode directe, consiste à négliger toute la zone inférieure ne contenant pas de variables requises. Cette approximation a été adoptée par plusieurs auteurs notamment par **Nguyen et Bagajewicz** (2008) [NGU08] qui proposent d'énumérer toutes les équations d'un problème et ensuite rejeter celles ne contenant pas des variables clés.

Ainsi, le problème d'instrumentation consistant uniquement en la zone Z1 de la matrice d'interaction initiale, est un problème de taille réduite, défini par :

- Un nombre d'équations égal à N_{sup} ;
- Un nombre de variables égal à N_{Z1} ;
- Les mêmes N_R variables requises du problème d'instrumentation initial ;
- Un nombre de variables mesurables égal à N_{mes_Z1} (les variables initialement classées comme mesurables de la zone Z1).

Cette taille réduite va permettre une résolution plus rapide du problème puisque le nombre de vérifications requises a été largement réduit. Ceci est dû à deux raisons. Premièrement, le nombre de schémas d'instrumentation C_{poss_sup} à vérifier est généralement plus petit que celui du problème initial (C_{poss} combinaisons possibles de capteurs) puisque le nombre de variables mesurables a diminué en excluant celles n'appartenant pas à la zone Z1:

$$C_{poss_sup} = \sum_{i=1}^{X_{\max_sup}} \binom{N_{mes_Z1}}{i} < C_{poss} = \sum_{i=1}^{X_{max}} \binom{N_{mes}}{i} \tag{3.3}$$

Où :

$$X_{\max_sup} = minimum\ \{N_{Z1} - N_{sup};\ N_{mes_Z1}\} \tag{3.4}$$

Deuxièmement, le nombre de sous-systèmes d'équations à vérifier, pour étudier l'observabilité des variables requises, chaque fois où le nombre d'inconnues résiduelles est supérieur au nombre total d'équations du problème, est largement réduit. Les $C_{ss_eq_sup}$ combinaisons de 1 à $N_{sup} - 1$ équations parmi les N_{sup} équations de la zone Z1, sont filtrées pour conserver seulement celles contenant toutes les variables requises non mesurées. Le nombre de sous-systèmes d'équations retenus pour les vérifications est $C_{ss_valides_sup}$, avec:

$$C_{ss_eq_sup} = \sum_{i=1}^{N_{sup}-1} \binom{N_{sup}}{i} \tag{3.5}$$

$$C_{ss_valides_sup} \leq C_{ss_eq_sup} \tag{3.6}$$

Le nombre total N_{verif_sup} de vérifications nécessaires pour résoudre le problème réduit est :

$$N_{verif_sup} = N_{cas2_sup} + N_{cas3_sup}\, C_{ss_valides_sup} \tag{3.7}$$

Où N_{cas2_sup} est le nombre de combinaisons avec un nombre de capteur maximal X_{max_sup}, et N_{cas3_sup} est le nombre de combinaisons avec un nombre de capteurs inférieur à X_{max_sup} et donc nécessitant la vérification des sous-systèmes d'équations valides pour analyser l'observabilité des variables requises.

Il faut souligner que, si le problème était considéré en entier, un plus grand nombre $C_{ss_valides}$ de sous-systèmes d'équations aura été nécessaire pour vérifier l'observabilité des variables requises, et menant à un nombre de vérifications totales beaucoup plus large.

En fait, l'ensemble comprenant les $C_{ss_valides_sup}$ sous-systèmes d'équations valides de la zone Z1 ainsi qu'un sous-système regroupant toutes les équations de la zone Z1 sera dit l'ensemble de base des $C_{ss_valides}$ sous-systèmes d'équations valides du problème d'instrumentation entier. Autrement dit, pour trouver l'ensemble des sous-systèmes d'équations à vérifier pour résoudre le problème d'instrumentation initial, il va falloir considérer en plus des $C_{ss_valides_sup} + 1$ combinaisons de base, des extensions de ses sous-systèmes où des combinaisons des équations de la zone Z2 sont ajoutées.

Par conséquent, le nombre des sous-systèmes d'équations valides du problème d'instrumentation entier peut être déduit à partir du nombre de sous-systèmes d'équations valides de la zone Z1 par la relation suivante :

$$C_{ss_valides} = \left(C_{ss_valides_sup} + 1\right)\left(C_{ss_eq_bas} + 2\right) - 1 \tag{3.8}$$

Où $C_{ss_eq_bas}$ est le nombre de combinaisons de 1 à $N_{inf} - 1$ équations parmi les N_{inf} équations de la zone Z2:

$$C_{ss_eq_bas} = \sum_{i=1}^{N_{inf}-1} \binom{N_{inf}}{\mathrm{i}} \tag{3.9}$$

Dès lors, pour trouver les $\mathrm{C}_{\mathrm{ss_valides}}$ sous-systèmes d'équations valides du problème d'instrumentation initial, il faudra, soit énumérer tous les $\mathrm{C}_{\mathrm{ss_eq}}$ sous-systèmes d'équations possibles et garder ceux qui contiennent toutes les variables requises non mesurées (opération qui requiert un temps de calcul non négligeable avec un nombre élevé d'équations), soit à partir des $C_{ss_valides_sup}$ sous-systèmes d'équations valides de la zone Z1:

1) Trouver l'ensemble des équations de base déduit de l'étude des équations de la zone Z1 ;
2) Enumérer les $C_{ss_eq_bas}$ combinaisons des équations de la zone Z2 ;
3) Ajouter à ces combinaisons un système où toutes les équations de la zone Z2 sont considérées pour former un ensemble dit l'ensemble secondaire d'équations ;
4) Combiner chacune des combinaisons de l'ensemble de base à toutes les combinaisons de l'ensemble secondaire ;
5) Rejeter celle combinant toutes les équations du problème d'instrumentation.

Cette méthode suggérée pour la déduction de tous les systèmes d'équations valides du problème d'instrumentation traité en entier est beaucoup plus rapide que celle de l'énumération exhaustive de tous les sous-systèmes d'équations et leur vérification, puisqu'ainsi les vérifications ne concernent que les combinaisons des équations de la partie supérieure de la matrice.

3.4.2 Application

En reprenant la matrice réarrangée du problème d'instrumentation du pasteurisateur de lait de la section 3.3, et en isolant la zone Z1, le problème d'instrumentation réduit consiste en :

- Un nombre d'équations N_{sup} égal à 4 ;
- Un nombre de variables N_{Z1} égal à 13 ;
- Un nombre de variables requises N_R égal à 2 ;
- Un nombre de variables mesurables N_{mes_Z1} égal à 11.

L'arbre de recherche correspondante à ce problème d'instrumentation réduit consistera en 9 étages combinant les 11 variables mesurables. Au total, 2035 schémas d'instrumentation possibles seront sujets à des vérifications (3.14% des 64 838 schémas d'instrumentation vérifiés par la méthode directe) ; une observabilité totale du système est vérifiée pour 55 schémas (ceux de l'étage 9), et pour le reste la contrainte d'observabilité ne concerne que les variables requises.

Le nombre total de sous-systèmes d'équations possibles est :

$$C_{ss_eq_sup} = \sum_{k=1}^{3} \binom{4}{k} = 14 \tag{3.10}$$

Le tableau 3.3 représente le filtrage des sous-systèmes d'équations utilisés lors des vérifications de l'observabilité des deux variables requises qui sont non mesurées Q_1 et Q_4 : 8 sous-systèmes d'équations sont retenus parmi les 14 sous-systèmes d'équations possibles ($C_{ss_valides_sup}$ = 8).

N°	Combinaisons d'équations			Variables requises présentes		Validité
1 :	Eq.**1**			Q_1		**Rejetée**
2 :	Eq.**2**			Q_1		**Rejetée**
3 :	Eq.**3**			Q_4		**Rejetée**
4 :	Eq.**4**			Q_4		**Rejetée**
5 :	Eq.**1**	Eq.**2**		Q_1		**Rejetée**
6 :	Eq.**1**	Eq.**3**		Q_1	Q_4	**Gardée**
7 :	Eq.**1**	Eq.**4**		Q_1	Q_4	**Gardée**
8 :	Eq.**2**	Eq.**3**		Q_1	Q_4	**Gardée**
9 :	Eq.**2**	Eq.**4**		Q_1	Q_4	**Gardée**
10 :	Eq.**3**	Eq.**4**		Q_4		**Rejetée**
11 :	Eq.**1**	Eq.**2**	Eq.**3**	Q_1	Q_4	**Gardée**
12 :	Eq.**1**	Eq.**2**	Eq.**4**	Q_1	Q_4	**Gardée**
13 :	Eq.**1**	Eq.**3**	Eq.**4**	Q_1	Q_4	**Gardée**
14 :	Eq.**2**	Eq.**3**	Eq.**4**	Q_1	Q_4	**Gardée**

Tableau 3. 3 : L'évaluation des combinaisons d'équations de la zone supérieure de la matrice d'interaction du pasteurisateur de lait

Alors que, si le problème d'instrumentation était considéré en entier, le nombre $C_{ss_valides}$ de sous-systèmes d'équations retenus est:

$$C_{ss_eq_bas} = \sum_{k=1}^{6} \binom{7}{k} = 126 \tag{3.11}$$

$$C_{ss_valides} = (8+1)(126+2) - 1 = 1151 \tag{3.12}$$

Donc, pour le problème d'instrumentation de taille réduite, juste 11% des 1151 sous-systèmes d'équations valides du problème d'instrumentation entier, sont à considérer. Il faut noter que les 1151 sous-systèmes d'équations valides sont soit trouvés par énumération et vérification de toutes les combinaisons des N_{eq} équations du problème d'instrumentation, soit déduits en combinant un premier ensemble consistant en toutes les combinaisons d'équations de base identifiées par étude de la zone Z1 (non rejetées du Tableau 3.3) auxquelles on ajoute une combinaison de toutes les équations de la zone Z1, avec l'ensemble de toutes les combinaisons secondaires des équations de la zone Z2 (ce sont les combinaisons de 1 à 6 équations de ceux de la zone Z2), et enfin excluant le sous-système consistant en toutes les équations du problème.

Le nombre total de vérifications requises pour résoudre le problème d'instrumentation réduit est :

$$N_{verif_sup} = 55 + 2035 \times 8 = 16\,335 \tag{3.13}$$

Ce n'est que 0.02% du nombre de vérifications requises pour résoudre le problème d'instrumentation initial.

	Les variables à mesurer							
Sch. 1	$\dot{m}_{lait}$	T_C	T_D	T_H	T_I			Sch. 1 des solutions du problème initial
Sch. 2	$\dot{m}_{JK}$	$\dot{m}_{lait}$	T_C	T_D	T_J	T_K		Sch. 2 des solutions du problème initial
Sch. 3	$\dot{m}_{ML}$	$\dot{m}_{lait}$	T_H	T_I	T_L	T_M		Sch. 3 des solutions du problème initial
Sch. 4	$\dot{m}_{JK}$	$\dot{m}_{ML}$	T_J	T_K	T_L	T_M		Sch. 4 des solutions du problème initial
Sch. 5	$\dot{m}_{JK}$	T_C	T_D	T_H	T_I	T_J	T_K	Sch. 5 des solutions du problème initial
Sch. 6	$\dot{m}_{ML}$	T_C	T_D	T_H	T_I	T_L	T_M	Sch. 7 des solutions du problème initial

Tableau 3. 4 : Les 6 solutions du problème du pasteurisateur de lait – approximation zone supérieure Z1

Après résolution par la méthode de référence du problème d'instrumentation réduit, 6 solutions sont trouvées en 10 secondes (≪1800 secondes pour résoudre le problème initial). Ces 6 solutions font partie des 27 schémas trouvés lors de la résolution du problème initial (Tableau 3.4). Ainsi, cette approximation appliquée à ce problème a permis de trouver presque 22% de toutes les solutions possibles d'instrumentation.

3.5 Méthode séquentielle – le bas vers le haut –

3.5.1 Principe de la méthode

La méthode approximative décrite dans la section précédente est rapide mais ne prends pas en compte toutes les équations du procédé. Elle aurait été suffisante pour résoudre le problème d'instrumentation, si la zone Z5 qui connecte les deux parties supérieure et inférieure de la matrice d'interaction n'existait pas. La présence de cette zone Z5 implique une interdépendance des zones Z1 et Z2. Or, si toutes les variables de la zone Z5 ou juste une partie de ces variables peuvent être observées, il est possible de trouver une solution du problème d'instrumentation de la zone Z1 désormais réduite (moins d'inconnues). Par conséquent, la méthodologie décrite dans cette section suggère d'observer les variables de la zone Z5 à travers les équations de la zone Z2, et ensuite de résoudre le problème d'instrumentation défini par la zone Z1 ainsi réduite. Et comme on commence les calculs par la partie basse de la matrice vers la partie haute, la méthode est appelée « approche le bas vers le haut ».

Les variables de la zone Z2 sont soit mesurables (si un capteur peut être ajouté sur le site pour mesurer la valeur de la variable correspondante), soit non mesurables, et dans les deux cas, elles n'ont pas été initialement définies par l'expert comme étant des variables requises. De nouvelles exigences d'observabilité seront imposées par cette méthode séquentielle proposée.

Au début, il faut définir un ensemble initialement vide qui regroupera les solutions totales. Aussi, une bibliothèque B1 initialement vide est définie, qui permettra de garder en mémoire les résultats des calculs réalisées. Ensuite, toutes les combinaisons de variables de la zone Z5 sont énumérées. Le total C_{Z5} de ces combinaisons est donné par la somme des coefficients binomiaux:

$$C_{Z5} = \sum_{k=1}^{N_{Z5}} \binom{N_{Z5}}{k} \tag{3.14}$$

Pour chaque combinaison C_u parmi les C_{Z5} combinaisons possibles, la construction de la solution est détaillée comme suit:

Etape 1 : Isoler la zone Z2 et la considérer comme un problème d'instrumentation indépendant avec en entrée: les conditions de mesurabilité prédéfinies pour toutes les variables de cette zone Z2, et les variables de la combinaison C_u supposées requises ;

Etape 2 : Résoudre le problème d'instrumentation ainsi posé par la méthode directe parallélisée décrite dans le chapitre 2 (énumération arborescente parallélisée combinée à la fonction de vérification). Le résultat de ce calcul est un ensemble de combinaisons de variables de la zone Z2 qu'il faut mesurer afin d'observer les variables supposées requises de C_u. Un total de N_{C_u} combinaisons sera identifié ;

Etape 3 : Pour chaque combinaison C_v parmi les N_{C_u} combinaisons identifiées :

a) Déterminer toutes les variables observées de la zone Z2 si cette combinaison C_v de capteurs est appliquée, et identifier les *w* variables qui appartiennent à la zone Z5 ;
b) Isoler la zone Z1 et éliminer les *w* colonnes correspondantes aux variables observées de la zone Z5 identifiées à l'étape (a) parce que ces variables sont désormais connues. Un nouveau système Z1' est défini comme un nouveau problème d'instrumentation avec en entrée: les conditions de mesurabilité et d'observabilité prédéfinies pour les variables restantes ;
c) Résoudre le nouveau problème d'instrumentation Z1' par la méthode directe parallélisée décrite dans le chapitre 2. Le résultat de ce calcul est un ensemble de combinaisons de variables de la zone Z1' qu'il faut mesurer afin d'observer les variables initialement choisies comme requises par l'expert. Un total de N_{C_v} combinaisons sera identifié ;
d) Combiner chaque combinaison C_t parmi les N_{C_v}combinaisons identifiées avec C_v ;
e) Ajouter les solutions trouvées à l'ensemble des solutions totales.

Au fur et à mesure de l'évolution des calculs, des éléments sont ajoutés à la bibliothèque B1. En fait, à chaque passage par l'étape (3c), un nouvel élément à 3 attributs est ajouté. Son premier attribut est l'ensemble des *w* variables observées de la zone Z5, identifiées à l'étape (3a). Le deuxième attribut correspond à la combinaison C_v étudiée à cette étape (3) et qui est un résultat du calcul à l'étape (2). Le troisième attribut énumère les N_{C_v} solutions trouvées à cette étape (3c).

Pour ne pas refaire les mêmes calculs à plusieurs reprises, cette bibliothèque est examinée à différentes étapes du calcul. Deux cas de redondance de calcul sont essentiellement vérifiés.

Premièrement, il faut prendre en compte qu'il est possible au début de l'étape (3) de tomber sur une combinaison C_v de variables de la zone Z2 déjà rencontrée avec une combinaison C_u précédente. Autrement dit, pour observer une combinaison C_{u1} ou une autre combinaison C_{u2} de variables de la zone Z5, la même combinaison C_v de variables de la zone Z2 peut être mise en œuvre. Dans ce cas, l'étape (3) a déjà été conduite pour cette combinaison C_v. Ceci dit, au début de l'étape (3), il faut vérifier que la combinaison C_v n'est identique à aucun deuxième attribut de tous les éléments déjà ajoutés à la bibliothèque B1. Si ce n'est pas le cas (c.à.d. on est tombé sur une combinaison C_v déjà étudiée), il faut passer directement à la combinaison C_v suivante.

Deuxièmement, il est possible à l'étape (3b) d'obtenir une combinaison C_v conduisant à un système Z1' déjà étudié: les mêmes variables appartenant à la zone Z5 sont observées avec une combinaison C_{v1} ou une autre combinaison C_{v2} de variables mesurées de la zone Z2. Ceci dit, avant de procéder à l'étape (3b), il faut vérifier que l'ensemble des w variables observées de la zone Z5 et identifiées à l'étape (2a), n'est identique à aucun premier attribut de tous les éléments déjà ajoutés à la bibliothèque B1. Si ce n'est pas le cas (c.à.d. on a obtenu un système Z1' déjà étudié pour un élément e de la bibliothèque), l'étape (3c) n'est pas reconduite pour le même sous-problème particulier Z1'. Les solutions de ce dernier sont stockées dans le troisième attribut de l'élément e identifié. Dans ce cas, la combinaison C_v étudiée est ajoutée au deuxième attribut de cet élément e, et un passage direct à l'étape (3d) permettra de combiner les solutions déjà trouvées du problème d'instrumentation Z1' à la combinaison C_v étudiée. Ensuite, ces combinaisons sont ajoutées à l'ensemble des solutions totales.

Suite à ces multiples résolutions de problèmes de tailles plus petites que celle du problème initial, de nombreuses solutions ont été ajoutées à l'ensemble des solutions totales. Un tri doit être effectué pour éliminer tous les doublons, conduisant à N_{sol} schémas de capteurs possibles. Enfin, ces solutions sont post-traitées pour s'assurer de leur optimalité en termes de nombre de capteurs. Les solutions identifiées ont été obtenues en combinant les solutions de deux problèmes distincts. Bien que les réseaux de capteurs obtenus soient optimaux pour chaque problème considéré seul, ils ne sont pas nécessairement optimaux pour l'ensemble du problème d'instrumentation. Une vérification par une méthode inverse est effectuée pour valider le nombre de capteurs de chaque solution trouvée.

Pour une combinaison C_i parmi les N_{sol} solutions :

1) Soit N_{capt} le nombre de capteurs associés à cette combinaison C_i ;
2) Générer les N_{capt} combinaisons de $N_{capt} - 1$ capteurs parmi les N_{capt} capteurs présents ;
3) Pour chaque combinaison C_j parmi les N_{capt} nouvelles combinaisons :
    a) Considérer le problème d'instrumentation initial décrit par sa matrice d'interaction, avec les conditions de mesurabilité et d'observabilité définies initialement pour toutes les variables présentes ;
    b) Eliminer les variables de la combinaison C_j de la matrice d'interaction ;
    c) A partir de la fonction de vérification, examiner la présence d'un sous-système d'équations permettant d'observer toutes les variables requises non mesurées par C_j :
        i. Si les contraintes d'observabilité ne sont atteintes pour aucun sous-système d'équations testés, négliger cette combinaison C_j ;

ii. Si les contraintes d'observabilité sont atteintes pour un sous-système d'équations testé, cette combinaison C_j est sauvegardée.

4) Si une ou plusieurs combinaisons C_j ont été reportées, on peut conclure que la combinaison mère C_i est une combinaison avec un nombre de capteurs supérieur à celui suffisant pour atteindre les objectifs d'observabilité de la méthodologie. Donc, la combinaison mère C_i est rejetée. Ensuite, toutes les combinaisons reportées C_j seront elles-mêmes soumises à la même procédure de vérification en passant par les 4 étapes décrites ci-dessus.

Au début de l'étape 3 de cette fonction inverse, il va falloir vérifier que la combinaison C_j n'a pas été étudiée auparavant : Il est possible qu'une combinaison de $N_{capt} - 1$ capteurs soit générée à partir de deux combinaisons différentes de N_{capt} capteurs. Dans ce cas, l'algorithme passe directement à la vérification de la prochaine combinaison $\mathrm{C_j}$.

Pour ce faire, une bibliothèque initialement vide B2 est définie au début de l'application de cette méthode inverse, et permettra de garder en mémoire les combinaisons testées. A la fin de chaque passage par l'étape (3c), un nouvel élément à 2 attributs est ajouté à B2. Son premier attribut est le nombre de capteurs de la combinaison étudiée et le second attribut correspond à la combinaison C_j. Ceci dit, avant de procéder à l'étape (3a), il faut vérifier si la combinaison à étudier, n'est identique à aucun second attribut de tous les éléments déjà ajoutés à la bibliothèque B2. Si ce n'est pas le cas (c.à.d. on est tombé sur une combinaison déjà étudiée), les étapes (3a), (3b) et (3c) ne sont pas reconduites pour cette même combinaison, et elle n'est plus retenue, et il y aura un passage à la vérification de la prochaine combinaison C_j.

Cette fonction inverse récursive finalisera la recherche de solutions en reportant C_{sol} réseaux de capteurs réalisables avec :

$$C_{sol} \leq N_{sol} \tag{3.15}$$

3.5.2 Application

Soit le problème de pasteurisateur de lait, avec sa matrice d'interaction réarrangée obtenue à la section 3.3. La zone Z5 est définie par 4 variables, le nombre de combinaisons de ces variables est :

$$C_{Z5} = \sum_{k=1}^{4} \binom{4}{k} = 15 \tag{3.16}$$

Ainsi, 15 problèmes d'instrumentation définis par la zone Z2 où les conditions d'observabilité sont variables (grandeurs à observer), seront nécessaires pour l'application de la méthode séquentielle – le bas vers le haut –. Chacun de ces 15 problèmes d'instrumentation est défini par la matrice d'interaction du Tableau 3.5 (7 équations et 14 variables dont 9 sont mesurables).

Le nombre maximal de capteurs à ajouter pour chaque résolution du problème d'instrumentation Z2 est :

$$X_{\max_Z2} = minimum\ \{N_{Z2} - N_{inf} = 7;\ N_{mes_Z2} = 9\} = 7 \tag{3.17}$$

Var.1	Var.2	Var.3	Var.4	Var.5	Var.6	Var.7	Var.8	Var.9	Var.10	Var.11	Var.12	Var.13	Var.14
$\dot{m}_{lait}$	T_C	T_D	T_H	Q_2	Q_3	T_A	T_B	T_E	T_F	T_G	ΔT_{Ex2}	ΔT_{Ex3}	$\Delta T_{ch.}$
$\mathbf{R_{10}}$	0	0	0	$\mathbf{R_9}$	0	0	0	0	0	0	$\mathbf{R_{11}}$	0	0
0	0	0	0	0	0	$\mathbf{R_{12}}$	$\mathbf{R_{13}}$	0	0	0	$\mathbf{R_{14}}$	0	0
0	0	0	$\mathbf{R_{16}}$	0	0	0	0	0	0	$\mathbf{R_{15}}$	$\mathbf{R_{17}}$	0	0
$\mathbf{R_{19}}$	0	0	0	0	$\mathbf{R_{18}}$	0	0	0	0	0	0	$\mathbf{R_{20}}$	0
0	$\mathbf{R_{22}}$	0	0	0	0	0	$\mathbf{R_{21}}$	0	0	0	0	$\mathbf{R_{23}}$	0
0	0	0	0	0	0	0	0	$\mathbf{R_{24}}$	$\mathbf{R_{25}}$	0	0	$\mathbf{R_{26}}$	0
0	0	$\mathbf{R_{35}}$	0	0	0	0	0	$\mathbf{R_{36}}$	0	0	0	0	$\mathbf{R_{37}}$

Tableau 3. 5 : Problème d'instrumentation défini par la zone Z2

N°	Combinaisons de variables de Z2			
1 :	Var.1	Var.2	Var.3	Var.4
2 :	Var.1			
3 :	Var.2			
4 :	Var.3			
5 :	Var.4			
6 :	Var.1	Var.2		
7 :	Var.1	Var.3		
8 :	Var.1	Var.4		
9 :	Var.2	Var.3		
10 :	Var.2	Var.4		
11 :	Var.3	Var.4		
12 :	Var.1	Var.2	Var.3	
13 :	Var.1	Var.2	Var.4	
14 :	Var.1	Var.3	Var.4	
15 :	Var.2	Var.3	Var.4	

Tableau 3. 6 : Les 15 combinaisons de variables à observer de la zone Z5

Ainsi, pour chaque résolution, l'arbre de recherche correspondante consistera en 7 étages combinant les 9 variables mesurables. Au total, 501 schémas d'instrumentation possibles seront sujets à des vérifications (dont N_{cas2} = 36 schémas). Pour chaque compilation u, les variables supposées requises sont celles de la combinaison C_u (Tableau 3.6) et le nombre de combinaisons d'équations à considérer à chaque passage par la fonction de vérification est de $C_{ss_eq_sup}$ (toutes les variables requises sont mesurables, donc ce nombre ne va pas être réduit) :

$$C_{ss_eq_sup} = \sum_{k=1}^{6} \binom{7}{k} = 126 \tag{3.18}$$

Donc, le nombre de vérifications nécessaires pour chaque résolution est de :

$$N_{verif_Z2_schéma} = 36 + 126 \times (501 - 36) = 58\,626 \tag{3.19}$$

Soit un nombre de vérifications total égal à :

$$N_{verif_total_Z2} = N_{verif_Z2_schéma} \times 15 = 879\ 390 \quad (3.20)$$

Soit la première compilation de la zone Z2 où toutes les variables de la zone Z5 sont supposées requises. En appliquant la méthode de référence parallélisée, 6 solutions sont trouvées en 7 secondes (une de 4 capteurs, deux de 3 capteurs et trois de 7 capteurs). Pour l'ensemble de ces solutions, toutes les variables de la zone Z5 sont nécessairement observées. Le système Z1' dans ce cas est le système le plus réduit qu'on va rencontrer puisque toutes les colonnes de la zone Z5 sont éliminées : Z1' est constitué de 4 équations et 9 variables dont 2 sont requises et 7 sont mesurables. Dans ce cas, 119 combinaisons de capteurs doivent être testées, et 8 combinaisons d'équations sont évaluées lors du passage par la fonction de vérification. Deux solutions pour ce problème d'instrumentation réduit sont trouvées par la méthode de référence parallélisée en moins d'une seconde (une d'un capteur et une de 3 capteurs). La bibliothèque B1, où 3 attributs correspondent à chaque élément ajouté, est initialisée par son premier élément. Le premier attribut de ce premier élément consistera en la totalité des variables de la zone Z5 qui sont toutes désormais observées. Son deuxième attribut groupera les 6 schémas de capteurs trouvés comme solution de la zone Z2. Son troisième attribut consistera en les 2 solutions du système Z1'. Ensuite, ces 2 solutions stockées dans le troisième attribut du premier élément sont combinées à chacune des 6 solutions stockées dans le deuxième attribut du premier élément. Et ainsi, les 12 combinaisons de capteurs obtenues seront les premières à être ajoutées à l'ensemble des solutions totales du problème d'instrumentation complet.

En ce qui concerne la deuxième compilation de la zone Z2, seule la première variable sera considérée requise. En appliquant la méthode de référence parallélisée à ce nouveau problème d'instrumentation, une seule solution constituée d'un seul capteur est trouvée en 7 secondes. Cette solution n'est identique à aucune de celles permettant l'observabilité de toutes les variables de la zone Z5 et trouvées par la première compilation de la zone Z2. Donc, pour cette dernière, une étude de l'observabilité des variables, quand cette variable est mesurée, va permettre d'identifier les *w* variables observées et appartenant à la zone Z5. Dans ce cas, seule la variable mesurée est observée. Pour cette solution, la colonne correspondante à la variables observée est éliminée de la zone Z1 pour déduire le système Z1'. La résolution de ce système réduit abouti à 4 solutions. Un nouvel élément est ajouté à la bibliothèque B1, où les 4 solutions sont associées à l'observabilité de la variable en question (le premier et le deuxième attribut de cet élément consisteront en la variable mesurée, et le troisième attribut regroupera ces quatre solutions trouvées). Aussi, ces 4 solutions sont combinées avec la variable mesurée, et ces combinaisons sont ajoutées à l'ensemble des solutions totales du problème d'instrumentation complet.

En ce qui concerne la troisième compilation de la zone Z2, seule la deuxième variable sera considérée requise. En appliquant la méthode de référence parallélisée, 3 solutions sont trouvées en 7 secondes (une d'un capteur, une de 3 capteurs et une de 5 capteurs). Toutes ces solutions, ne sont identiques à aucune des combinaisons du deuxième attribut des 2 éléments déjà ajoutés à la bibliothèque B1. Donc, pour chaque solution *v* parmi ces dernières, une étude de l'observabilité des variables, quand cette combinaison de capteurs est appliquée, va permettre d'identifier les *w* variables observées et appartenant à la zone Z5. Pour la première solution *v1*, seule la variable mesurée est observée (non identique à un ensemble de variables déjà observées), alors que pour la deuxième solution *v2*, 5 variables de la zone Z5 sont observées (non identique à un ensemble de variables déjà observées), et pour la troisième solution *v3*, 9 variables de la zone Z5 sont observées (non identique à un ensemble de variables déjà observées). Donc, pour chacune de ces trois solutions, les colonnes correspondantes aux variables observées sont éliminées pour déduire le système Z1'. La résolution du système réduit Z1' correspondant à *v1* abouti à 3 solutions, celle du système réduit Z1' correspondant

à *v2* abouti à 6 solutions et celle système réduit Z1' correspondant à *v3* abouti à 6 solutions aussi. Trois éléments sont donc ajoutés à la bibliothèque B1. Les combinaisons solutions du système Z1' correspondant à chacune des 3 solutions, sont combinées à ces solutions, pour être ensuite ajoutées à l'ensemble des solutions totales du problème d'instrumentation complet.

En ce qui concerne la quatrième compilation de la zone Z2, seule la troisième variable sera considérée requise. En appliquant la méthode de référence parallélisée à ce nouveau problème d'instrumentation, une seule solution constituée d'un seul capteur mesurant cette variable requise est trouvée en 7 secondes. Cette solution n'est identique à aucune des combinaisons du deuxième attribut des 5 éléments déjà ajoutés à la bibliothèque B1. Seule la variable mesurée est observée, et donc sa colonne est éliminée de la zone Z1 pour déduire le système Z1'. La résolution de ce système réduit abouti à 6 solutions. Un nouvel élément est ajouté à la bibliothèque B1, et 6 combinaisons sont ajoutées à l'ensemble des solutions totales du problème d'instrumentation complet.

En ce qui concerne la cinquième compilation de la zone Z2, seule la quatrième variable sera considérée requise. En appliquant la méthode de référence parallélisée, 3 solutions sont trouvées en 7 secondes, une de 1 capteur, une de 3 capteurs et une de 5 capteurs et toutes non identiques à des solutions déjà trouvées. Donc, pour chaque solution *v* parmi ces dernières, une étude de l'observabilité des variables, quand cette combinaison de capteurs est appliquée, va permettre d'identifier les *w* variables observées et appartenant à la zone Z5. Pour la première solution *v1*, seule la variable mesurée est observée (non identique à un ensemble de variables déjà observées), alors que pour la deuxième solution *v2*, 5 variables de la zone Z5 sont observées (non identique à un ensemble de variables déjà observées), et pour la troisième solution *v3*, 9 variables de la zone Z5 sont observées (identique à un ensemble de variables déjà observées : 5ème élément de B1). Donc, pour les deux premières solutions, le système Z1' est déduit et compilés pour trouver 6 solutions à chaque reprise. Deux éléments sont ajoutés à B1 et 12 solutions à l'ensemble des solutions totales du problème d'instrumentation complet. Alors que pour la solution *v3*, cette combinaison de variables mesurables trouvée est ajoutée au deuxième attribut du cinquième élément de B1, et elle est combinée aux 6 solutions stockées dans le troisième attribut du cinquième élément de B1, pour être ensuite ajoutées à l'ensemble des solutions totales du problème d'instrumentation complet.

Et ainsi de suite, les 15 compilations de la zone Z2 se succèdent, pour trouver 190 schémas d'instrumentation suite à 32 compilations de systèmes Z1' (Tableau 3.7).

	N^i_{var}	N^i_{mes}	N^i_{poss}	N^i_{cas2}	N^i_{cas3}	$C_{ss_valides_sup}$	Nombre de problèmes Nb^i_{type}
Type. 1	9	7	119	21	98	8	1
Type. 2	10	8	246	28	218	8	12
Type. 3	11	9	7	36	475	8	13
Type. 4	12	10	8	45	967	8	6

Tableau 3. 7 : Statistiques des résolutions des 32 problèmes d'instrumentation Z1'

Le nombre de vérifications nécessaires à toutes les résolutions de problèmes d'instrumentation Z1' est :

$$N_{verif_total_Z1} = \sum_{i=1}^{4} Nb^i_{type}(N^i_{cas2} + C_{ss_valides_sup}\ N^i_{cas3}) = 117\ 583 \quad (3.21)$$

Ces schémas sont réduits à 30 schémas d'instrumentation après filtrage des doublons et des solutions redondantes (Tableau 3.8). Cette démarche est terminée en 220 secondes (< 1800 secondes pour la méthode directe).

	Les variables à mesurer									
Sch. 1	$\dot{m}_{lait}$	T_C	T_D	T_H	T_I					
Sch. 2	$\dot{m}_{JK}$	$\dot{m}_{lait}$	T_C	T_D	T_J	T_K				
Sch. 3	$\dot{m}_{ML}$	$\dot{m}_{lait}$	T_H	T_I	T_L	T_M				
Sch. 4	$\dot{m}_{JK}$	$\dot{m}_{ML}$	$\dot{m}_{lait}$	T_J	T_K	T_L	T_M			
Sch. 5	$\dot{m}_{JK}$	$\dot{m}_{ML}$	T_C	T_J	T_K	T_L	T_M			
Sch. 6	$\dot{m}_{JK}$	T_C	T_D	T_H	T_I	T_J	T_K			
Sch. 7	$\dot{m}_{ML}$	T_C	T_D	T_H	T_I	T_L	T_M			
Sch. 8	$\dot{m}_{lait}$	T_B	T_D	T_E	T_F	T_H	T_I			
Sch. 9	$\dot{m}_{JK}$	$\dot{m}_{ML}$	T_D	T_J	T_K	T_L	T_M			
Sch. 10	$\dot{m}_{JK}$	$\dot{m}_{ML}$	T_H	T_J	T_K	T_L	T_M			
Sch. 11	$\dot{m}_{lait}$	T_A	T_B	T_C	T_D	T_G	T_I			
Sch. 12	$\dot{m}_{lait}$	T_A	T_C	T_D	T_E	T_F	T_G	T_I		
Sch. 13	$\dot{m}_{lait}$	T_A	T_D	T_E	T_F	T_G	T_H	T_I		
Sch. 14	$\dot{m}_{lait}$	T_A	T_B	T_D	T_E	T_F	T_G	T_I		
Sch. 15	$\dot{m}_{JK}$	$\dot{m}_{lait}$	T_B	T_D	T_E	T_F	T_J	T_K		
Sch. 16	$\dot{m}_{ML}$	$\dot{m}_{lait}$	T_A	T_B	T_G	T_I	T_L	T_M		
Sch. 17	$\dot{m}_{JK}$	$\dot{m}_{ML}$	T_B	T_F	T_G	T_J	T_K	T_L	T_M	
Sch. 18	$\dot{m}_{JK}$	T_B	T_D	T_E	T_F	T_H	T_I	T_J	T_K	
Sch. 19	$\dot{m}_{ML}$	T_B	T_D	T_E	T_F	T_H	T_I	T_L	T_M	
Sch. 20	$\dot{m}_{JK}$	$\dot{m}_{ML}$	T_A	T_B	T_G	T_J	T_K	T_L	T_M	
Sch. 21	$\dot{m}_{JK}$	T_A	T_B	T_C	T_D	T_G	T_I	T_J	T_K	
Sch. 22	$\dot{m}_{ML}$	T_A	T_B	T_C	T_D	T_G	T_I	T_L	T_M	
Sch. 23	$\dot{m}_{JK}$	$\dot{m}_{lait}$	T_A	T_D	T_E	T_F	T_G	T_H	T_J	T_K
Sch. 24	$\dot{m}_{JK}$	T_A	T_D	T_E	T_F	T_G	T_H	T_I	T_J	T_K
Sch. 25	$\dot{m}_{ML}$	T_A	T_D	T_E	T_F	T_G	T_H	T_I	T_L	T_M
Sch. 26	$\dot{m}_{JK}$	T_A	T_C	T_D	T_E	T_F	T_G	T_I	T_J	T_K
Sch. 27	$\dot{m}_{ML}$	$\dot{m}_{lait}$	T_A	T_C	T_E	T_F	T_G	T_I	T_L	T_M
Sch. 28	$\dot{m}_{ML}$	T_A	T_C	T_D	T_E	T_F	T_G	T_I	T_L	T_M
Sch. 29	$\dot{m}_{JK}$	T_A	T_B	T_D	T_E	T_F	T_G	T_I	T_J	T_K
Sch. 30	$\dot{m}_{ML}$	T_A	T_B	T_D	T_E	T_F	T_G	T_I	T_L	T_M

Tableau 3. 8 : Les 30 schémas d'instrumentation possibles pour le pasteurisateur de lait sans vérification du nombre de capteurs – méthode le bas vers le haut –

Ensuite, ces solutions sont post-traitées pour s'assurer de leur optimalité en termes de nombre de capteurs. Par exemple, la première solution trouvée du Tableau 3.8 consiste en 5 capteurs. Les 5 combinaisons de 4 capteurs sont énumérées (Tableau 3.9). Le problème d'instrumentation complet est repris. Chacune de ces combinaisons est testée à travers la fonction de vérification, pour savoir si elle est elle-même une combinaison de capteurs valide ou pas. Dans ce cas, toutes ces 5 combinaisons ne se sont pas avérées suffisantes pour répondre aux contraintes d'observabilité du problème complet. Donc, la solution mère est une solution optimale en termes de nombre de capteurs, et elle est gardée.

	Les variables à mesurer				Validité de la combinaison
Combinaison 1	$\dot{m}_{lait}$	T_C	T_D	T_H	*Non valide*
Combinaison 2	$\dot{m}_{lait}$	T_C	T_D	T_I	*Non valide*
Combinaison 3	$\dot{m}_{lait}$	T_C	T_H	T_I	*Non valide*
Combinaison 4	$\dot{m}_{lait}$	T_D	T_H	T_I	*Non valide*
Combinaison 5	T_C	T_D	T_H	T_I	*Non valide*

Tableau 3. 9 : Les 5 schémas d'instrumentation de 4 capteurs relatifs à la première solution obtenue du Tableau 3.8

Par contre, si on considère la quatrième solution obtenue formée de 7 capteurs, les 7 combinaisons de 6 capteurs sont énumérées dans le Tableau 3.10. En reprenant le problème d'instrumentation complet, et passant par la fonction de vérification, la 5ème combinaison du Tableau 3.10 s'avère valide, et toutes les autres s'avèrent non valides. Dans ce cas, la 4ème solution du Tableau 3.8, est substituée par la combinaison-fille 5 du Tableau 3.10. De nouveau, les 6 combinaisons de 5 variables à mesurer (2ème génération) sont énumérées dans le Tableau 3.11. Mais, toutes ces 5 combinaisons ne se sont pas avérées suffisantes pour répondre aux contraintes d'observabilité du problème complet. Donc la combinaison-fille 5 du Tableau 3.10 est celle qui est gardée.

	Les variables à mesurer						Validité de la combinaison
Combinaison 1	$\dot{m}_{JK}$	$\dot{m}_{ML}$	$\dot{m}_{lait}$	T_J	T_K	T_L	*Non valide*
Combinaison 2	$\dot{m}_{JK}$	$\dot{m}_{ML}$	$\dot{m}_{lait}$	T_J	T_K	T_M	*Non valide*
Combinaison 3	$\dot{m}_{JK}$	$\dot{m}_{ML}$	$\dot{m}_{lait}$	T_J	T_L	T_M	*Non valide*
Combinaison 4	$\dot{m}_{JK}$	$\dot{m}_{ML}$	$\dot{m}_{lait}$	T_K	T_L	T_M	*Non valide*
Combinaison 5	$\dot{m}_{JK}$	$\dot{m}_{ML}$	T_J	T_K	T_L	T_M	*Valide*
Combinaison 6	$\dot{m}_{JK}$	$\dot{m}_{lait}$	T_J	T_K	T_L	T_M	*Non valide*
Combinaison 7	$\dot{m}_{ML}$	$\dot{m}_{lait}$	T_J	T_K	T_L	T_M	*Non valide*

Tableau 3. 10 : Les 7 schémas d'instrumentation de 6 capteurs relatifs à la quatrième solution obtenue du Tableau 3.8

	Les variables à mesurer					Validité de la combinaison
Combinaison 1	$\dot{m}_{JK}$	$\dot{m}_{ML}$	T_J	T_K	T_L	*Non valide*
Combinaison 2	$\dot{m}_{JK}$	$\dot{m}_{ML}$	T_J	T_K	T_M	*Non valide*
Combinaison 3	$\dot{m}_{JK}$	$\dot{m}_{ML}$	T_J	T_L	T_M	*Non valide*
Combinaison 4	$\dot{m}_{JK}$	$\dot{m}_{ML}$	T_K	T_L	T_M	*Non valide*
Combinaison 5	$\dot{m}_{JK}$	T_J	T_K	T_L	T_M	*Non valide*
Combinaison 6	$\dot{m}_{ML}$	T_J	T_K	T_L	T_M	*Non valide*

Tableau 3. 11 : Les 6 schémas d'instrumentation de 5 capteurs relatifs à la cinquième solution obtenue du Tableau 3.10

	Les variables à mesurer									
Sch. 25	$\dot{m}_{JK}$	$\dot{m}_{lait}$	T_A	T_D	T_E	T_F	T_G	T_I	T_J	T_K
Sch. 26	$\dot{m}_{ML}$	$\dot{m}_{lait}$	T_A	T_D	T_E	T_F	T_G	T_I	T_L	T_M

Tableau 3. 12 : Les solutions perdues lors du découplage du problème

Ainsi, à la fin de cette démarche inverse, 25 solutions sont trouvées en presque 40 secondes. Ces 25 solutions sont parmi les 27 solutions identifiées par la méthode directe appliquée au problème initial (Section 2.5.4). Les solutions 25 et 26 ont été perdues lors du découplage du problème (Tableau 3.12). En fait, ces deux combinaisons valides suggèrent de mesurer les mêmes variables de la zone Z2 : $\dot{m}_{lait}$ et T_D de la zone Z5, et T_E, T_F et T_G n'appartenant pas à la zone Z5. Si ces variables sont mesurées, les variables observées dans cette zone Z2 seront : $\dot{m}_{lait}$ et T_D de la zone Z5, et Q_3, T_E, T_F, T_G, ΔT_{Ex3}et ΔT_{Ex3} n'appartenant pas à la zone Z5. Or, pour rendre observable la variable T_D (variable 1 de la zone Z2), la seule configuration suggérée était de la mesurer, la rendant la seule observée. De même, pour rendre observable la variable $\dot{m}_{lait}$ (variable 3 de la zone Z2), la seule configuration suggérée était aussi de la mesurer, la rendant la seule observée. Et pour rendre observable ces 2 variables $\dot{m}_{lait}$ et T_D en même temps, il fallait mesurer ces 2 variables, les rendant les seules observées. Comme pour ces 3 conditions d'observabilité, aucune configuration de capteurs ne suggère mesurer les 5 variables $\dot{m}_{lait}$, T_D, T_E, T_F et T_G, les solutions 25 et 26 ont été perdues lors de ce découplage du problème initial. Il faut noter que cette perte de solutions est aléatoire suivant la matrice d'interaction et sa décomposition en plusieurs zones.

Le nombre de vérifications nécessaires pour cette fonction inverse est calculé à partir du nombre de sous-systèmes d'équations valides du système en entier (les 11 équations). Le nombre de sous-systèmes d'équations valides est calculé à la section 2.5.4 et est égal à 1151. Parmi les 30 schémas d'instrumentation testés, 24 se sont avérés optimaux en nombre de capteurs, pour ces schémas le nombre de vérifications nécessaires est de :

$$N_{verif_inverse_schéma} = (N_{capt} - 1)C_{ss_valides} \tag{3.22}$$

Où N_{capt} est le nombre de capteurs vérifiés pour ce schéma d'instrumentation.

Et pour 6 autres schémas d'instrumentation redondants :

- 4 schémas de 7 capteurs avaient 1 capteur supplémentaire : la vérification des 7 schémas de 6 capteurs a révélé un schéma valide, et par la suite la vérification des 6 schémas d'instrumentation de 5 capteurs n'a révélé aucun valide ;
- 2 schémas de 9 capteurs avaient 3 capteurs supplémentaires : la vérification des 9 schémas de 8 capteurs a révélé 3 schémas valides, dont pour chacun, la vérification des 8 schémas de 7 capteurs a révélé 2 schémas valides, dont pour chacun, la vérification des 7 schémas de 6 capteurs a révélé 1 schéma valide, dont la vérification des 6 schémas d'instrumentation de 5 capteurs n'a révélé aucun valide.

Donc au total, et tenant compte qu'une même combinaison de capteurs n'est vérifiée qu'une seule fois, 298 schémas d'instrumentations ont été testé aux 1151 sous-systèmes d'équations valides et le nombre de vérification total de la méthode inverse est de :

$$N_{verif_inverse} = 298 \times 1151 = 342\,998 \tag{3.23}$$

Ainsi, en ce qui concerne cette méthode séquentielle – le bas vers le haut –, le nombre de vérifications nécessaires est de :

$$N_{verif} = N_{verif_total_Z1} + N_{verif_total_Z2} + N_{verif_inverse} = 1\,339\,971 \tag{3.24}$$

Le tableau 3.13 montre une comparaison entre cette méthode et la méthode de référence.

	Méthode de référence	Méthode séquentielle – le bas vers le haut –
Nombre de vérifications maximal N_{verif}	72 535 538	1 339 971
Temps de calcul nécessaire	1800 secondes	260 secondes
Nombre de résultats	27	25

Tableau 3. 13 : Comparaison entre la méthode de référence et la méthode séquentielle –le bas vers le haut– pour le pasteurisateur de lait

3.5.3 Flexibilité de la méthode

La méthode séquentielle décrite dans la section 3.5.1, suggère résoudre C_{Z5} fois le système Z2, en variant à chaque fois les variables supposées requises, et selon les résultats, des systèmes Z1' sont considérés. Si le nombre de variables de la zone Z5 est élevé et/ou le nombre d'équations de cette

zone est élevé, le temps de calculs sera long. Par exemple, si cette zone Z5 est composée de 10 variables, la zone Z2 sera compilée 1023 fois, et si la zone Z5 est composée de 15 variables, la zone Z2 sera compilée 32767 fois… L'utilisateur pourra, dans des cas pareils, choisir de limiter l'exploitation des C_{Z5} combinaisons de variables requises de la zone Z2. Ainsi, il pourra résoudre la zone Z2 une seule fois, en supposant toutes les variables de la zone Z5 requises, et par la suite, résoudre le système Z1' le pus réduit où toutes les variables de la zone Z5 sont éliminées. Aussi, il pourra choisir, de réduire la taille du système Z1' à une limite de son choix, en jouant sur le nombre minimal de variables à supposer requises. De cette façon, le nombre de compilations de la zone Z2 est réduit, mais aussi la taille du système Z1', rendant ses divers compilations plus rapides.

Ceci dit, cette méthode offre à l'utilisateur une flexibilité pour pouvoir contrôler le temps de calcul en fonction de la taille des problèmes, au risque de perdre certains schémas de capteurs faisables.

En reprenant, l'exemple du pasteurisateur de lait, et limitant la compilation de la zone Z2 à une seule fois, en supposant que les 4 variables de la zone Z5 sont requises, 12 solutions sont trouvées en 16 secondes : 6 solutions de 8 capteurs et 6 solutions de 10 capteurs. En passant à la validation du nombre de capteurs de chaque solution trouvée à partir de la fonction inverse, 9 solutions optimales sont gardées :

- 1 solution de 5 capteurs ;
- 1 solution de 6 capteurs ;
- 2 solutions de 7 capteurs ;
- 4 solutions de 8 capteurs ;
- 1 solution de 10 capteurs.

Ce sont les solutions 1, 2, 6, 8, 10, 11, 12, 13 et 24 obtenues par la méthode de référence appliquée au problème complet (Section 2.5.4).

3.6 Méthode séquentielle – le haut vers le bas –

3.6.1 Principe de la méthode

La méthode séquentielle – le bas vers le haut – décrite dans la section précédente a permis un gain important en temps de calcul. Néanmoins, certaines compilations de la zone Z2 n'étaient pas nécessaires puisque les mêmes variables étaient mesurées, et les mêmes variables étaient observées. Donc, nous avons développé une autre approche de résolution de ce problème d'instrumentation, limitant le nombre de compilations des zones Z1 et Z2.

L'approche séquentielle – le haut vers le bas – consiste à commencer par la résolution de la zone Z1 où toutes les variables requises sont présentes, mais en altérant les hypothèses de mesurabilité des variables de ce problème d'instrumentation. Pour pouvoir prendre en considération les équations de la zone Z2 dans la recherche du réseau de capteurs optimal, toutes les variables de la zone Z5, qu'elles soient mesurables ou pas à la base, seront supposer mesurables.

Si on divise les colonnes de la zone Z1 en 2 parties :

- $Z1_g$: les colonnes à gauche, non communes avec la zone Z2, comptant N_{Z1_g} variables;

- $Z1_d$: les colonnes à droite, communes avec la zone Z2, comptant N_{Z1_d} variables.

Le nombre total de variables mesurables dans la zone Z1 est N_{mes_Z1}. La partie gauche comprend $N_{mes_Z1_g}$ variables mesurables, et la partie droite comprend $N_{mes_Z1_d}$ variables mesurables, tel que :

$$N_{mes_Z1_g} + N_{mes_Z1_d} = N_{mes_Z1} \tag{3.25}$$

Ainsi, le problème d'instrumentation consistant en la zone Z1 de la matrice d'interaction initiale sera défini par :

- Un nombre d'équations égal à N_{sup} ;
- Un nombre de variables égal à N_{Z1} ;
- Les mêmes N_R variables requises du problème d'instrumentation initial ;
- Un nombre de variables mesurables égal à $N_{mes_Z1_g} + N_{Z1_d}$ en supposant que toutes les variables de $Z1_d$ sont mesurables (noter que ce nombre est supérieur ou égal à N_{mes_Z1}).

Ce problème d'instrumentation ainsi posé est résolu par la méthode directe parallélisée décrite dans le chapitre 2 (énumération arborescente parallélisée combinée à la fonction de vérification). Le résultat de ce calcul est un ensemble de combinaisons de variables de la zone Z1 qu'il faut mesurer afin d'observer les variables supposées requises du problème. Un total de N_{C_p} combinaisons sera identifié. Or ces combinaisons ne peuvent pas être appliquées directement, puisqu'elles contiennent certaines variables non mesurables à la base, appartenant à la zone $Z1_d$. Pour cela, des résolutions successives de problèmes d'instrumentation définis par la zone Z2 permettront de proposer des schémas d'instrumentation complets faisables.

Au début, il faut définir un ensemble initialement vide qui regroupera les solutions totales. Aussi, une bibliothèque initialement vide B3 est définit, qui permettra de garder en mémoire les résultats des calculs réalisées. Pour chaque combinaison C_p parmi les N_{C_p} combinaisons possibles, la construction de la solution finale est détaillée comme suit:

Etape 1 : Identifier toutes les variables à mesurer appartenant à la zone $Z1_g$, et les grouper dans un ensemble de variables E_{Z1g}, et identifier toutes les variables à mesurer appartenant à la zone $Z1_d$, et les grouper dans un ensemble de variables E_{Z1d} ;

Etape 2 : Si l'ensemble E_{Z1d} est vide, ajouter la combinaison C_p à l'ensemble des solutions totales directement ;

Etape 3 : Si l'ensemble E_{Z1d} n'est pas vide :

a) Isoler la zone Z2 et la considérer comme un problème d'instrumentation indépendant avec en entrée: les conditions de mesurabilité prédéfinies pour toutes les variables de cette zone Z2, et les variables de l'ensemble E_{Z1d} supposées requises ;
b) Résoudre le problème d'instrumentation ainsi posé par la méthode directe parallélisée décrite dans le chapitre 2 (énumération arborescente parallélisée combinée à la fonction de vérification). Le résultat de ce calcul est un ensemble de combinaisons de variables de la zone Z2 qu'il faut mesurer afin d'observer les variables supposées requises de l'ensemble E_{Z1d}. Un total de N_{Z1d_sol} combinaisons sera identifié ;
c) Si l'ensemble E_{Z1g} n'est pas vide, combiner chaque combinaison C_r parmi les N_{Z1d_sol} combinaisons identifiées avec l'ensemble E_{Z1g} et les ajouter à l'ensemble des

solutions totales, et si cet ensemble E_{Z1g} est vide, ajouter les N_{Z1d_sol} combinaisons trouvées à l'ensemble des solutions totales directement.

Au fur et à mesure de l'évolution des calculs, des éléments sont ajoutés à la bibliothèque B3. En fait, à chaque passage par l'étape (3b), un nouvel élément à 2 attributs est ajouté. Son premier attribut est l'ensemble E_{Z1d} des variables à supposer requises lors de la résolution de la zone Z2, identifié à l'étape (1). Le second attribut énumère les N_{Z1d_sol} solutions trouvées à cette étape (3b).

Pour ne pas refaire les mêmes calculs à plusieurs reprises, cette bibliothèque B3 est examinée au début de l'étape (3). Il faut prendre en compte qu'il est possible de trouver un ensemble E_{Z1d} de variables à supposer requises lors de la résolution de la zone Z2, déjà rencontré avec une combinaison C_p précédente. Autrement dit, une combinaison C_{p1} ou une autre combinaison C_{p2} solutions de la zone Z1, impliquent la mesure du même ensemble E_{Z1d} de variables appartenant à la zone $Z1_d$. Ceci dit, avant de procéder à l'étape (3a), il faut vérifier que l'ensemble E_{Z1d} des variables de la zone $Z1_d$ identifié à l'étape (1), n'est identique à aucun premier attribut de tous les éléments déjà ajoutés à la bibliothèque B3. Si ce n'est pas le cas (c.à.d. on a identifié un ensemble E_{Z1d} déjà étudié pour un élément *e* de la bibliothèque), les étapes (3a) et (3b) ne sont pas reconduites pour les mêmes conditions d'observabilité du problème d'instrumentation défini par la zone Z2. Les solutions de la compilation de la zone Z2 en supposant les variables de l'ensemble E_{Z1d} requises, sont stockées dans le second attribut de l'élément *e* identifié. Dans ce cas, un passage direct à l'étape (3c) permettra de combiner les solutions déjà trouvées pour ce problème d'instrumentation à l'ensemble E_{Z1g} repéré à l'étape (1). Ensuite, ces combinaisons sont ajoutées à l'ensemble des solutions totales.

Suite à ces multiples résolutions de problèmes définis par la zone Z2 de même taille, de nombreuses solutions ont été ajoutées à l'ensemble des solutions totales. Un tri doit être effectué pour éliminer tous les doublons, conduisant à N_{sol} schémas de capteurs possibles. Enfin, ces solutions sont post-traitées par la fonction inverse décrite à la section 3.5.1 pour s'assurer de leur optimalité en termes de nombre de capteurs, pour déduire C_{sol} schémas de capteurs valides.

Cette méthode séquentielle – le haut vers le bas – a l'avantage de devoir effectuer un nombre de compilations inférieur à celui nécessaire avec la méthode séquentielle – le bas vers le haut – puisque la zone Z1 est résolue une seule fois, et la zone Z2 est résolue au maximum autant de fois qu'il y a des solutions de la zone Z1. Mais, la résolution de la zone Z1 ne va pas toujours être très rapide. En fait, si les variables de la zone $Z1_d$ ne sont pas toutes mesurables à la base, l'arbre de recherche des combinaisons valides va largement augmenter de taille, et le temps de calcul nécessaire pour sa résolution va aussi largement augmenter, par rapport à la résolution d'un problème d'instrumentation défini par la zone Z1' qui a déjà un nombre plus petit de variables puisqu'au moins une variable de cette zone $Z1_d$ est éliminée.

3.6.2 Application

Soit le problème de pasteurisateur de lait, avec sa matrice d'interaction réarrangée obtenue à la section 3.3. La zone Z1 est définie par 13 variables, dont 9 appartiennent à la zone $Z1_g$ et 4 appartiennent à la zone $Z1_d$. Les 4 variables de la zone $Z1_d$ ($\dot{m}_{lait}$, T_C, T_D et T_H) sont toutes déjà mesurables, donc les conditions de mesurabilité à appliquer lors de la résolution de la zone Z1 isolée ne seront pas altérées. Ce problème est résolu dans la section 3.4.2 et 6 solutions de schémas de

capteurs sont trouvées dans le Tableau 3.3 en 10 secondes ($N_{verif_total_Z1}$ = 16 635). Les ensembles $Z1_g$ et $Z1_d$ identifiés pour chaque solution sont donnés par le Tableau 3.14.

	L'ensemble $Z1_g$						*L'ensemble $Z1_d$*			
Sch. 1	T_I						$\dot{m}_{lait}$	T_C	T_D	T_H
Sch. 2	$\dot{m}_{JK}$	T_J	T_K				$\dot{m}_{lait}$	T_C	T_D	
Sch. 3	$\dot{m}_{ML}$	T_I	T_L	T_M			$\dot{m}_{lait}$	T_H		
Sch. 4	$\dot{m}_{JK}$	$\dot{m}_{ML}$	T_J	T_K	T_L	T_M	--			
Sch. 5	$\dot{m}_{JK}$	T_I	T_J	T_K			T_C	T_D	T_H	
Sch. 6	$\dot{m}_{ML}$	T_I	T_L	T_M			T_C	T_D	T_H	

Tableau 3. 14 : Les ensembles Z1g et Z1d de chaque solution du problème Z1 avec la méthode séquentielle – le haut vers le bas –

En ce qui concerne la première résolution de la zone Z2 relative au premier schéma d'instrumentation trouvé, toutes les variables de la zone $Z1_d$ sont supposées requises. Dans ce cas, 501 schémas d'instrumentation sont testés (comme pour tous les calculs de cette zone Z2 car le nombre de variables mesurables est fixe) avec 126 sous-systèmes d'équations (comme pour toutes les compilations de cette zone Z2 car toutes les variables de la zone Z5 sont mesurables) et 6 solutions sont trouvées en 7 secondes (une de 4 capteurs, deux de 6 capteurs et trois de 7 capteurs). Le premier élément est ajouté à la bibliothèque B3 : son premier attribut est l'ensemble de toutes les variables de la zone $Z1_d$, et son second attribut est l'ensemble des 6 solutions trouvées par ce calcul. Ces 6 combinaisons sont ensuite combinées à T_I, et ajoutées à l'ensemble des solutions totales.

En ce qui concerne la deuxième résolution de la zone Z2 relative au deuxième schéma d'instrumentation trouvé, les 3 variables $\dot{m}_{lait}$, T_C et T_D sont supposées requises. Cet ensemble de variables n'a pas été étudié avec le premier élément de B3. Suite à la résolution de ce système par la méthode directe, 3 solutions ont été trouvées en 7 secondes (une de 3 capteurs, une de 5 capteurs et une de 7 capteurs). Le deuxième élément est ajouté à la bibliothèque B3 : son premier attribut est l'ensemble des 3 variables appartenant à la zone $Z1_d$ et supposées requises pour ce calcul ($\dot{m}_{lait}$, T_C et T_D) et son second attribut est l'ensemble des 3 solutions trouvées. Ces 3 combinaisons sont ensuite combinées aux 3 variables de la zone $Z1_g$ ($\dot{m}_{JK}$, T_J et T_K), et ajoutées à l'ensemble des solutions totales.

En ce qui concerne la troisième résolution de la zone Z2 relative au troisième schéma d'instrumentation trouvé, les 2 variables $\dot{m}_{lait}$ et T_H sont supposées requises. Cet ensemble de variables n'a pas été étudié avec les deux éléments déjà ajoutés à B3. Suite à la résolution de ce système par la méthode directe, 3 solutions ont été trouvées en 7 secondes (une de 2 capteurs, une de 4 capteurs et une de 6 capteurs). Le troisième élément est ajouté à la bibliothèque B3 : son premier attribut est l'ensemble des 2 variables appartenant à la zone $Z1_d$ et supposées requises pour ce calcul ($\dot{m}_{lait}$ et T_H) et son second attribut est l'ensemble des 3 solutions trouvées. Ces 3 combinaisons sont ensuite combinées aux 4 variables de la zone $Z1_g$ ($\dot{m}_{ML}$, T_I, T_L et T_M), et ajoutées à l'ensemble des solutions totales.

Le quatrième schéma d'instrumentation trouvé ne comprend aucune variable appartenant à la zone $Z1_d$, donc il est directement ajouté à l'ensemble des solutions totales.

En ce qui concerne la quatrième résolution de la zone Z2 relative au cinquième schéma d'instrumentation trouvé, les 3 variables T_C, T_D et T_H sont supposées requises. Cet ensemble de

variables n'a pas été étudié avec les trois éléments de B3. Suite à la résolution de ce système par la méthode directe, 6 solutions ont été trouvées en 7 secondes (une de 3 capteurs, deux de 5 capteurs et trois de 6 capteurs). Le quatrième élément est ajouté à la bibliothèque B3 : son premier attribut est l'ensemble des 3 variables appartenant à la zone $Z1_d$ et supposées requises pour ce calcul (T_C, T_D et T_H) et son second attribut est l'ensemble des 3 solutions trouvées. Ces 3 combinaisons sont ensuite combinées aux 4 variables de la zone $Z1_g$ ($\dot{m}_{JK}$, T_I, T_j et T_K), et ajoutées à l'ensemble des solutions totales.

Les variables de la zone $Z1_d$ du sixième schéma d'instrumentation sont celles du quatrième élément de la bibliothèque B3. le calcul de la zone Z2 n'est pas donc nécessaire puisque ces solutions sont stockées dans le second attribut du quatrième élément de B3. Donc, ces solutions sont combinées avec les 4 variables de la zone $Z1_g$ ($\dot{m}_{ML}$, T_I, T_L et T_M) et ces trois solutions sont ajoutées à l'ensemble des solutions totales.

Pour chacune des 4 résolutions de la zone Z2, le même nombre de vérifications était nécessaire :

$$N_{verif_Z2_schéma} = 36 + 126 \times (501 - 36) = 58\,626 \tag{3.26}$$

Soit un nombre de vérifications total égal à :

$$N_{verif_total_Z2} = N_{verif_Z2_schéma} \times 4 = 234\,504 \tag{3.27}$$

Donc, en utilisant cette méthode, 5 résolutions de sous-problèmes par la méthode directe ont été effectués (une compilation de la zone Z1 et quatre compilations de la zone Z2) pour trouver 25 schémas d'instrumentation (aucun doublon ou solution redondante n'a été trouvé) en 35 secondes (<220 secondes par la méthode séquentielle – le bas vers le haut – et ≪1800 secondes pour la méthode directe).

Ensuite, ces 25 solutions sont post-traitées. Aucune intervention n'a été nécessaire puisque toutes les solutions se sont avérées optimales en termes de nombre de capteurs (24 secondes). Ces 25 solutions sont parmi les 27 solutions identifiées par la méthode directe appliquée au problème initial (Section 2.5.4), et exactement les mêmes trouvées avec la méthode séquentielle – bas vers le haut – (Section 3.5.2). Les solutions 25 et 26 ont été perdues lors du découplage du problème en appliquant les deux approches de la méthode séquentielle (Tableau 3.12).

Le nombre de vérifications nécessaires pour cette fonction inverse est calculé à partir du nombre de sous-systèmes d'équations valides du système en entier. En tenant compte qu'une même combinaison de capteurs n'est vérifiée qu'une seule fois, 199 schémas d'instrumentations ont été testé aux 1151 sous-systèmes d'équations valides et le nombre de vérification total de la méthode inverse est de :

$$N_{verif_inverse} = 199 \times 1151 = 229\,049 \tag{3.28}$$

Ainsi, en ce qui concerne cette méthode séquentielle – le haut vers le bas –, le nombre de vérifications nécessaires est de :

$$N_{verif} = N_{verif_total_Z1} + N_{verif_total_Z2} + N_{verif_inverse} = 480\,188 \tag{3.29}$$

Le tableau 3.15 montre une comparaison entre cette méthode et la méthode de référence.

	Méthode de référence	Méthode séquentielle – le haut vers le bas –
Nombre de vérifications maximal N_{verif}	72 535 538	480 188
Temps de calcul nécessaire	1800 secondes	59 secondes
Nombre de résultats	27	25

Tableau 3. 15 : Comparaison entre la méthode de référence et la méthode séquentielle –le haut vers le bas– pour le pasteurisateur de lait

3.7 Application : Concentrateur d'amidon

Ce paragraphe reprendra l'exemple du concentrateur d'amidon (taille moyenne) introduit dans la Section 2.6 pour appliquer les méthodes séquentielles introduites dans ce chapitre. L'objectif est de les comparer avec la méthode de référence dont les résultats sont déjà présentés dans la section 2.6. Le procédé est décrit par 16 équations de 32 variables dont 21 sont mesurables et 3 sont choisies comme étant requises.

3.7.1 Réarrangement de la matrice d'interaction

La matrice d'interaction qui traduit les relations entre les variables décrivant ce procédé est montrée au Tableau 2.7. Les trois variables requises sont les trois puissances échangées Q_1 ,Q_2 et Q_3. Elles sont présentes dans 6 équations, donc :

- $N_{sup} = 6$;
- $N_{inf} = 10$.

Q_1	Q_2	Q_3	$\dot{m}_{HI}$	P_{HI}	T_H	T_I	$\dot{m}_{JK}$	P_{JK}	T_J	T_K	$\dot{m}_{LM}$	P_{LM}	T_L	T_M	$\dot{m}_{AD}$	h_A	$h_B = h_C$	h_D	$\dot{m}_{FG}$	h_F	h_G	P_1	T_A	T_B	ΔP	P_2	x_C	x_D	$\dot{m}_E$	T_F	T_G
#			#	#	#	#																									
#															#	#	#														
	#						#	#	#	#																					
	#														#		#	#													
		#									#	#	#	#																	
		#																	#	#	#										
																#						#				#					
																	#					-1			1	1					
																	#									#	#				
																		#								#		#			
															#													#	#		
															#				#									#			
																				#						#					
																										#				#	
																					#					#					#

Tableau 3. 16 : La matrice d'interaction réarrangée du concentrateur d'amidon

Un réarrangement des colonnes de cette matrice pour regrouper les zones nulles permettra d'identifier la taille des 5 zones (Tableau 3.16) :

- N_{Z1} = 22 (La zone Z1 est constituée de 6 équations et 22 variables et la zone Z3 est constituée de 10 colonnes nulles) ;
- N_{Z2} = 17 (La zone Z2 est constituée de 10 équations et 17 variables et la zone Z4 est constituée de 15 colonnes nulles) ;
- N_{Z5} = 7 (7 variables sont communes aux deux zones supérieure et inférieure dont 2 sont mesurables).

3.7.2 Méthode d'approximation zone supérieure

Cette méthode consiste à isoler la zone Z1, et considérer un problème d'instrumentation réduit qui consiste en :

- Un nombre d'équations N_{sup} égal à 6 ;
- Un nombre de variables N_{Z1} égal à 22 ;
- Un nombre de variables requises N_R égal à 3 ;
- Un nombre de variables mesurables N_{mes_Z1} égal à 14.

Le nombre maximal de capteurs à ajouter est :

$$X_{max} = minimum\ \{N_{var} - N_{eq} = 16;\ N_{mes} = 14\} = 14 \tag{3.30}$$

Ainsi, l'arbre de recherche correspondante à ce problème d'instrumentation réduit consistera en 14 étages combinant les 14 variables mesurables. Au total, 16 383 schémas d'instrumentation possibles seront sujets à des vérifications (0.8% des 2 089 604 schémas d'instrumentation vérifiés par la méthode directe) et la contrainte d'observabilité ne concerne que les variables requises pour tous ces schémas puisqu'une observabilité totale ne sera possible en aucun cas.

Le nombre total de sous-systèmes d'équations possibles est :

$$C_{ss_eq_sup} = \sum_{k=1}^{5} \binom{6}{k} = 62 \tag{3.31}$$

Les trois variables requises sont non mesurables, donc un seul filtrage de ces sous-systèmes d'équations est réalisé, et 26 sous-systèmes sont retenus ($C_{ss_valides_sup}$ = 26). Quand le problème d'instrumentation était considéré en entier, le nombre $C_{ss_valides}$ de sous-systèmes d'équations retenus était:

$$C_{ss_eq_bas} = \sum_{k=1}^{9} \binom{10}{k} = 1022 \tag{3.32}$$

$$C_{ss_valides} = (26+1)(1022+2) - 1 = 27\,647 \tag{3.33}$$

Donc, pour le problème d'instrumentation de taille réduite, juste 0.1% des 27 647 sous-systèmes d'équations valides du problème d'instrumentation entier, sont à considérer.

Le nombre total de vérifications requises pour résoudre le problème d'instrumentation réduit est :

$$N_{verif_sup} = 16\,383 \times 26 = 425\,958 \tag{3.34}$$

Ce n'est que 0.0007% du nombre de vérifications requises pour résoudre le problème d'instrumentation initial.

Après résolution de ce problème d'instrumentation réduit par la méthode de référence, une seule solution est trouvée en 19 secondes ($\ll 2 \times 10^6$ secondes pour résoudre le problème initial). Cette solution consiste à mesurer 12 variables parmi les 14 variables mesurables : $\dot{m}_{HI}$, $\dot{m}_{JK}$, $\dot{m}_{LM}$, P_{HI}, P_{JK}, P_{LM}, T_H, T_I, T_J, T_K, T_L et T_M. Cette solution est parmi les 184 schémas d'instrumentation possibles trouvés lors de la résolution du problème initial. Néanmoins, cette méthode approximative n'as pas permis de trouver un nombre de schémas de capteurs parmi lesquels l'expert pourra choisir selon les critères de coût et de précision.

3.7.3 Méthode séquentielle – le bas vers le haut –

Cette méthode consiste à prendre en compte toutes les équations du procédé, en vue d'obtention de plus de choix de schémas d'instrumentation à adopter. Ceci dit, la zone Z2 sera résolue en premier par la méthode de référence, en imposant différentes conditions d'observabilité sur les variables de la zone Z5, et ensuite, un système réduit Z1' sera résolu par la méthode de référence.

La zone Z5 de la matrice d'interaction réarrangée du concentrateur de lait est définie par 7 variables, le nombre de combinaisons de ces variables est :

$$C_{Z5} = \sum_{k=1}^{7} \binom{7}{k} = 127 \tag{3.35}$$

Ainsi, 127 compilations de la zone Z2 seront nécessaires pour l'application de la méthode séquentielle – le bas vers le haut –, et pour chacune, une combinaison différente de variables de la zone Z5 sera considérée l'ensemble de variables requises. Ce problème d'instrumentation Z2 est défini par une matrice d'interaction formée de 10 équations et 17 variables dont 9 sont mesurables. A chaque résolution, des combinaisons entre une et 7 variables parmi les 9 variables mesurables seront considérées (N_{poss} = 501 schémas de capteurs possibles dont N_{cas2} = 36 schémas de capteurs où une observabilité totale du système est étudiée et N_{cas3} = 465), et un nombre variable de sous-systèmes d'équations seront étudiés au passage par la fonction de vérification (Tableau 3.17), dépendant de la combinaison de variables requises considérée, tel que :

- Un nombre minimal de 47 sous-systèmes d'équations étudiés ;
- Un nombre maximal de 1022 sous-systèmes d'équations étudiés;
- Une moyenne de 277 sous-systèmes d'équations étudiés.

Nombre de sous-systèmes d'équations ($C^i_{ss_valides}$)	47	63	95	127	191	255	383	511	767	1022
Nombre de compilations de la zone Z2 (Nbr^i_{Z2})	4	4	16	16	24	24	16	16	4	3

Tableau 3. 17 : Statistiques du nombre de sous-systèmes d'équations étudiés pour chacune des compilations de la zone Z2

Le nombre de total de vérifications faites pour résoudre ces 127 problèmes d'instrumentation Z2 est :

$$N_{verif_total_Z2} = 36 \times 127 + 465 \times \sum_{i=1}^{10} C_{ss_valides}^{i} \; Nbr_{Z2}^{i} = 16\,341\,882 \tag{3.36}$$

Ensuite, suivant les solutions trouvées du problème Z2, un nombre fini de compilations d'un système réduit Z1' est nécessaire. Ce problème d'instrumentation est défini par une matrice d'interaction formée de 6 équations et un nombre de variables adapté à chaque cas:

- Un nombre maximal de 21 variables (au moins une variable de la zone Z5 est observée suite à la résolution de la zone Z2) ;
- Un nombre minimal de 15 variables (au plus toutes les variables de la zone Z5 sont observées suite à la résolution de la zone Z2).

Aussi, le nombre de variables mesurables sera variable :

- Un nombre maximal de 14 variables mesurables (aucune des 2 variables mesurables de la zone Z5 n'est observée suite à la résolution de la zone Z2) ;
- Un nombre minimal de 12 variables (les 2 variables mesurables de la zone Z5 sont observées suite à la résolution de la zone Z2).

Comme les variables requises sont fixes, un seul filtrage est requis pour les sous-systèmes d'équations étudiés à chaque passage par la fonction de vérification. Au total 26 sous-systèmes sont retenus parmi les 62 sous-systèmes d'équations possibles.

En fonction des solutions de la zone Z2, 47 évaluations d'un problème réduit Z1' étaient nécessaires. Le nombre de combinaisons de capteurs à étudier était variable (Tableaux 3.18et 3.19), avec :

- Un nombre minimal de 4016 combinaisons de capteurs à étudier ;
- Un nombre maximal de 16 383 combinaisons de capteurs à étudier ;
- Une moyenne de 9059 combinaisons de capteurs à étudier.

Le nombre de total de vérifications faites pour résoudre ces 47 problèmes d'instrumentation Z1' est :

$$N_{verif_total_Z1'} = \sum_{i=1}^{47} (N_{cas2}^{i} + 26 \; N_{cas3}^{i}) = 11\,048\,989 \tag{3.37}$$

Suite à toutes les compilations nécessaires de sous-problèmes identifiés, le nombre total de vérifications nécessaires était de :

$$N_{verif} = N_{verif_total_Z2} + N_{verif_total_Z1'} = 27\,390\,871 \sim 2.74 \times 10^{7} \tag{3.38}$$

Ce n'est que 0.05 % du nombre de vérifications nécessaires pour résoudre le problème d'instrumentation global par la méthode de référence.

Enfin 126 schémas de capteurs possibles ont été identifiés en 3500 secondes (presque 1 heure). Ces résultats sont post-traités par la fonction inverse pour s'assurer de leur optimalité en termes de

nombres de capteurs. Enfin, 55 schémas d'instrumentation sont retenus en 4250 secondes. Au total, cette méthodologie a nécessité 7750 secondes (presque 2 heures 10 minutes), donc 0.4 % du temps de calcul requis avec la méthode de référence.

	N_{var}^{i}	N_{mes}^{i}	N_{poss}^{i}	N_{cas2}^{i}	N_{cas3}^{i}		N_{var}^{i}	N_{mes}^{i}	N_{poss}^{i}	N_{cas2}^{i}	N_{cas3}^{i}
Sim. 1	15	12	4016	220	3796	Sim. 25	19	14	16382	14	16368
Sim. 2	21	13	8191	0	8191	Sim. 26	20	13	8191	0	8191
Sim. 3	20	12	4095	0	4095	Sim. 27	19	13	8191	1	8190
Sim. 4	21	14	16383	0	16383	Sim. 28	19	13	8191	1	8190
Sim. 5	21	14	16383	0	16383	Sim. 29	18	12	4095	1	4094
Sim. 6	18	12	4095	1	4094	Sim. 30	19	13	8191	1	8190
Sim. 7	21	13	8191	0	8191	Sim. 31	18	13	8190	13	8177
Sim. 8	21	14	16383	0	16383	Sim. 32	16	12	4082	66	4016
Sim. 9	20	14	16383	1	16382	Sim. 33	19	13	8191	1	8190
Sim. 10	20	13	8191	0	8191	Sim. 34	18	13	8190	13	8177
Sim. 11	19	12	4095	0	4095	Sim. 35	16	12	4082	66	4016
Sim. 12	20	13	8191	0	8191	Sim. 36	16	12	4082	66	4016
Sim. 13	19	12	4095	0	4095	Sim. 37	19	13	8191	1	8190
Sim. 14	20	13	8191	0	8191	Sim. 38	19	14	16382	14	16368
Sim. 15	19	13	8191	1	8190	Sim. 39	18	14	16368	91	16277
Sim. 16	17	12	4094	12	4082	Sim. 40	19	13	8191	1	8190
Sim. 17	20	14	16383	1	16382	Sim. 41	18	13	8190	13	8177
Sim. 18	17	12	4094	12	4082	Sim. 42	19	13	8191	1	8190
Sim. 19	20	13	8191	0	8191	Sim. 43	18	13	8190	13	8177
Sim. 20	20	14	16383	1	16382	Sim. 44	18	13	8190	13	8177
Sim. 21	19	14	16382	14	16368	Sim. 45	17	13	8177	78	8099
Sim. 22	17	12	4094	12	4082	Sim. 46	18	13	8190	13	8177
Sim. 23	20	13	8191	0	8191	Sim. 47	17	13	8177	78	8099
Sim. 24	20	14	16383	1	16382						

Tableau 3. 18 : Le nombre total de variables et le nombre de variables mesurables ainsi que le nombre de schémas de capteurs appartenant aux cas 2 et 3 pour chacune des compilations de la zone Z1'

Nombre de combinaisons de capteurs (N_{sposs}^{i})	4016	4082	4094	4095	8177	8190	8191	16368	16382	16383
Nombre de compilations de la zone Z1' ($Nbr_{Z1'}^{i}$)	1	3	3	5	2	6	16	1	3	7

Tableau 3. 19 : Statistiques du nombre de combinaisons de capteurs à étudier pour chacune des compilations de la zone Z1'

Les 55 schémas d'instrumentation trouvés font partie des 184 schémas d'instrumentation identifiés par la méthode de référence (Tableau 3.20) :

- Les 6 schémas d'instrumentation de 7 capteurs ont tous été identifiés ;
- 24 de 59 schémas d'instrumentation de 10 capteurs sont été identifiés ;
- Les 2 schémas d'instrumentation de 11 capteurs ont été identifiés ;
- Les 4 schémas d'instrumentation de 12 capteurs ont été identifiés ;
- 19 de 113 schémas d'instrumentation de 13 capteurs sont identifiés.

	Les variables à mesurer												
Sol.1	$\dot{m}_{AD}$	$\dot{m}_{FG}$	P_1	T_A	T_B	P_2	T_G						
Sol.2	$\dot{m}_{AD}$	$\dot{m}_{FG}$	P_1	T_A	T_B	T_F	T_G						
Sol.3	$\dot{m}_{AD}$	P_1	T_A	T_B	P_2	$\dot{m}_E$	T_G						
Sol.4	$\dot{m}_{AD}$	P_1	T_A	T_B	$\dot{m}_E$	T_F	T_F						
Sol.5	$\dot{m}_{FG}$	P_1	T_A	T_B	P_2	$\dot{m}_E$	T_G						
Sol.6	$\dot{m}_{FG}$	P_1	T_A	T_B	$\dot{m}_E$	T_F	T_G						
Sol.7	$\dot{m}_{LM}$	P_{LM}	T_L	T_M	$\dot{m}_{AD}$	$\dot{m}_{FG}$	P_1	T_A	T_B	P_2			
Sol.8	$\dot{m}_{LM}$	P_{LM}	T_L	T_M	$\dot{m}_{AD}$	$\dot{m}_{FG}$	P_1	T_A	T_B	T_F			
Sol.9	$\dot{m}_{LM}$	P_{LM}	T_L	T_M	$\dot{m}_{AD}$	P_1	T_A	T_B	P_2	$\dot{m}_E$			
Sol.10	$\dot{m}_{LM}$	P_{LM}	T_L	T_M	$\dot{m}_{AD}$	P_1	T_A	T_B	$\dot{m}_E$	T_F			
Sol.11	$\dot{m}_{LM}$	P_{LM}	T_L	T_M	$\dot{m}_{FG}$	P_1	T_A	T_B	P_2	$\dot{m}_E$			
Sol.12	$\dot{m}_{LM}$	P_{LM}	T_L	T_M	$\dot{m}_{FG}$	P_1	T_A	T_B	$\dot{m}_E$	T_F			
Sol.13	$\dot{m}_{HI}$	P_{HI}	T_H	T_I	$\dot{m}_{AD}$	$\dot{m}_{FG}$	P_1	T_A	P_2	T_G			
Sol.14	$\dot{m}_{HI}$	P_{HI}	T_H	T_I	$\dot{m}_{AD}$	$\dot{m}_{FG}$	P_1	T_A	T_F	T_G			
Sol.15	$\dot{m}_{HI}$	P_{HI}	T_H	T_I	$\dot{m}_{AD}$	P_1	T_A	P_2	$\dot{m}_E$	T_G			
Sol.16	$\dot{m}_{HI}$	P_{HI}	T_H	T_I	$\dot{m}_{AD}$	P_1	T_A	$\dot{m}_E$	T_F	T_G			
Sol.17	$\dot{m}_{HI}$	P_{HI}	T_H	T_I	$\dot{m}_{FG}$	P_1	T_A	P_2	$\dot{m}_E$	T_G			
Sol.18	$\dot{m}_{HI}$	P_{HI}	T_H	T_I	$\dot{m}_{FG}$	P_1	T_A	$\dot{m}_E$	T_F	T_G			
Sol.19	$\dot{m}_{HI}$	P_{HI}	T_H	T_I	$\dot{m}_{AD}$	$\dot{m}_{FG}$	P_1	T_B	P_2	T_G			
Sol.20	$\dot{m}_{HI}$	P_{HI}	T_H	T_I	$\dot{m}_{AD}$	$\dot{m}_{FG}$	P_1	T_B	T_F	T_G			
Sol.21	$\dot{m}_{HI}$	P_{HI}	T_H	T_I	$\dot{m}_{AD}$	P_1	T_B	P_2	$\dot{m}_E$	T_G			
Sol.22	$\dot{m}_{HI}$	P_{HI}	T_H	T_I	$\dot{m}_{AD}$	P_1	T_B	$\dot{m}_E$	T_F	T_G			
Sol.23	$\dot{m}_{HI}$	P_{HI}	T_H	T_I	$\dot{m}_{FG}$	P_1	T_B	P_2	$\dot{m}_E$	T_G			
Sol.24	$\dot{m}_{HI}$	P_{HI}	T_H	T_I	$\dot{m}_{FG}$	P_1	T_B	$\dot{m}_E$	T_F	T_G			
Sol.25	$\dot{m}_{JK}$	P_{JK}	T_J	T_K	$\dot{m}_{AD}$	$\dot{m}_{FG}$	P_1	T_A	P_2	T_G			
Sol.26	$\dot{m}_{JK}$	P_{JK}	T_J	T_K	$\dot{m}_{AD}$	$\dot{m}_{FG}$	P_1	T_A	T_F	T_G			
Sol.27	$\dot{m}_{JK}$	P_{JK}	T_J	T_K	$\dot{m}_{AD}$	P_1	T_A	P_2	$\dot{m}_E$	T_G			
Sol.28	$\dot{m}_{JK}$	P_{JK}	T_J	T_K	$\dot{m}_{AD}$	P_1	T_A	$\dot{m}_E$	T_F	T_G			
Sol.29	$\dot{m}_{JK}$	P_{JK}	T_J	T_K	$\dot{m}_{FG}$	P_1	T_A	P_2	$\dot{m}_E$	T_G			
Sol.30	$\dot{m}_{JK}$	P_{JK}	T_J	T_K	$\dot{m}_{FG}$	P_1	T_A	$\dot{m}_E$	T_F	T_G			
Sol.31	$\dot{m}_{HI}$	P_{HI}	T_H	T_I	$\dot{m}_{JK}$	P_{JK}	T_J	T_K	$\dot{m}_{FG}$	P_2	T_G		
Sol.32	$\dot{m}_{HI}$	P_{HI}	T_H	T_I	$\dot{m}_{JK}$	P_{JK}	T_J	T_K	$\dot{m}_{FG}$	T_F	T_G		
Sol.33	$\dot{m}_{HI}$	P_{HI}	T_H	T_I	$\dot{m}_{JK}$	P_{JK}	T_J	T_K	$\dot{m}_{AD}$	P_2	$\dot{m}_E$	T_G	
Sol.34	$\dot{m}_{HI}$	P_{HI}	T_H	T_I	$\dot{m}_{JK}$	P_{JK}	T_J	T_K	$\dot{m}_{AD}$	$\dot{m}_E$	T_F	T_G	
Sol.35	$\dot{m}_{JK}$	P_{JK}	T_J	T_K	$\dot{m}_{LM}$	P_{LM}	T_L	T_M	$\dot{m}_{AD}$	P_1	T_A	T_B	
Sol.36	$\dot{m}_{HI}$	P_{HI}	T_H	T_I	$\dot{m}_{JK}$	P_{JK}	T_J	T_K	$\dot{m}_{LM}$	P_{LM}	T_L	T_M	
Sol.37	$\dot{m}_{HI}$	P_{HI}	T_H	T_I	$\dot{m}_{LM}$	P_{LM}	T_L	T_M	$\dot{m}_{AD}$	$\dot{m}_{FG}$	P_1	T_A	P_2
Sol.38	$\dot{m}_{HI}$	P_{HI}	T_H	T_I	$\dot{m}_{LM}$	P_{LM}	T_L	T_M	$\dot{m}_{AD}$	$\dot{m}_{FG}$	P_1	T_A	T_F
Sol.39	$\dot{m}_{HI}$	P_{HI}	T_H	T_I	$\dot{m}_{LM}$	P_{LM}	T_L	T_M	$\dot{m}_{AD}$	P_1	T_A	P_2	$\dot{m}_E$
Sol.40	$\dot{m}_{HI}$	P_{HI}	T_H	T_I	$\dot{m}_{LM}$	P_{LM}	T_L	T_M	$\dot{m}_{AD}$	P_1	T_A	$\dot{m}_E$	T_F
Sol.41	$\dot{m}_{HI}$	P_{HI}	T_H	T_I	$\dot{m}_{LM}$	P_{LM}	T_L	T_M	$\dot{m}_{FG}$	P_1	T_A	P_2	$\dot{m}_E$
Sol.42	$\dot{m}_{HI}$	P_{HI}	T_H	T_I	$\dot{m}_{LM}$	P_{LM}	T_L	T_M	$\dot{m}_{FG}$	P_1	T_A	$\dot{m}_E$	T_F
Sol.43	$\dot{m}_{HI}$	P_{HI}	T_H	T_I	$\dot{m}_{LM}$	P_{LM}	T_L	T_M	$\dot{m}_{AD}$	$\dot{m}_{FG}$	P_1	T_B	P_2
Sol.44	$\dot{m}_{HI}$	P_{HI}	T_H	T_I	$\dot{m}_{LM}$	P_{LM}	T_L	T_M	$\dot{m}_{AD}$	$\dot{m}_{FG}$	P_1	T_B	T_F
Sol.45	$\dot{m}_{HI}$	P_{HI}	T_H	T_I	$\dot{m}_{LM}$	P_{LM}	T_L	T_M	$\dot{m}_{AD}$	P_1	T_B	P_2	$\dot{m}_E$
Sol.46	$\dot{m}_{HI}$	P_{HI}	T_H	T_I	$\dot{m}_{LM}$	P_{LM}	T_L	T_M	$\dot{m}_{AD}$	P_1	T_B	$\dot{m}_E$	T_F
Sol.47	$\dot{m}_{HI}$	P_{HI}	T_H	T_I	$\dot{m}_{LM}$	P_{LM}	T_L	T_M	$\dot{m}_{FG}$	P_1	T_B	P_2	$\dot{m}_E$
Sol.48	$\dot{m}_{HI}$	P_{HI}	T_H	T_I	$\dot{m}_{LM}$	P_{LM}	T_L	T_M	$\dot{m}_{FG}$	P_1	T_B	$\dot{m}_E$	T_F
Sol.49	$\dot{m}_{JK}$	P_{JK}	T_J	T_K	$\dot{m}_{LM}$	P_{LM}	T_L	T_M	$\dot{m}_{FG}$	P_1	T_A	T_B	$\dot{m}_E$
Sol.50	$\dot{m}_{JK}$	P_{JK}	T_J	T_K	$\dot{m}_{LM}$	P_{LM}	T_L	T_M	$\dot{m}_{AD}$	$\dot{m}_{FG}$	P_1	T_A	P_2
Sol.51	$\dot{m}_{JK}$	P_{JK}	T_J	T_K	$\dot{m}_{LM}$	P_{LM}	T_L	T_M	$\dot{m}_{AD}$	$\dot{m}_{FG}$	P1	T_A	T_F
Sol.52	$\dot{m}_{JK}$	P_{JK}	T_J	T_K	$\dot{m}_{LM}$	P_{LM}	T_L	T_M	$\dot{m}_{AD}$	P_1	T_A	P_2	$\dot{m}_E$
Sol.53	$\dot{m}_{JK}$	P_{JK}	T_J	T_K	$\dot{m}_{LM}$	P_{LM}	T_L	T_M	$\dot{m}_{AD}$	P_1	T_A	$\dot{m}_E$	T_F
Sol.54	$\dot{m}_{JK}$	P_{JK}	T_J	T_K	$\dot{m}_{LM}$	P_{LM}	T_L	T_M	$\dot{m}_{FG}$	P_1	T_A	P_2	$\dot{m}_E$
Sol.55	$\dot{m}_{JK}$	P_{JK}	T_J	T_K	$\dot{m}_{LM}$	P_{LM}	T_L	T_M	$\dot{m}_{FG}$	P_1	T_A	$\dot{m}_E$	T_F

Tableau 3. 20 : Les solutions identifiées par la méthode séquentielle pour le concentrateur d'amidon

3.7.4 Méthode séquentielle – le haut vers le bas –

Cette deuxième approche de la méthode séquentielle consiste aussi à prendre en compte toutes les équations du procédé, en vue d'obtention de plus de choix de schémas d'instrumentation à adopter, mais en imposant des contraintes supplémentaires. Alors que l'approche – le bas vers le haut – traite le problème en imposant des conditions d'observabilité sur les variables de la zone Z5, l'approche – le haut vers le bas – débute par une imposition des conditions de mesurabilité sur les variables de la zone Z5 pour résoudre la zone Z1, et ensuite une imposition des conditions d'observabilité de ces variables, pour résoudre la zone Z2. Ceci dit, toutes les variables de la zone Z5, qu'elles soient initialement déclarées mesurables ou pas, seront supposées mesurables. Une résolution de la zone Z1 avec ces nouvelles hypothèses et les conditions d'observabilité initiales du problème, permettra de trouver un ensemble de schémas de capteurs à adopter pour observer les variables requises initialement définies. Ensuite, chaque solution sera traitée seule. L'ensemble des variables de cette solution appartenant à la zone Z5, sera supposé requis pour la résolution de la zone Z2 avec les conditions initiales de mesurabilité. Un ensemble de combinaisons de capteurs sera identifié, et combiné avec l'ensemble de variables de la solution traitée n'appartenant pas à la zone Z5. Ces solutions combinées seront ajoutées à l'ensemble des solutions totales.

La zone Z1 de la matrice d'interaction réarrangée du concentrateur d'amidon est définie par 6 équations et 22 variables, tel que :

- 15 appartiennent à la zone $Z1_g$ (dont 12 sont mesurables) ;
- 7 appartiennent à la zone $Z1_d$ (dont 2 sont mesurables).

Donc, le problème d'instrumentation à résoudre consiste en :

- Un nombre d'équations égal à 6;
- Un nombre de variables égal à 22 ;
- Les mêmes 3 variables requises du problème d'instrumentation initial ;
- Un nombre de variables mesurables égal à 12 + 7 = 19.

Le nombre maximal de capteurs à ajouter est :

$$X_{\max_Z1} = minimum\ \{N_{Z1} - N_{sup} = 16;\ N_{mes_Z1_g} + N_{Z1_d} = 19\} = 16 \tag{3.39}$$

Ainsi, l'arbre de recherche correspondante à ce problème d'instrumentation consistera en 16 étages combinant les 19 variables supposées mesurables. Au total, 524 096 schémas d'instrumentation possibles seront sujets à des vérifications, dont 969 pour lesquels l'observabilité totale du système est étudiée, et pour le reste la contrainte d'observabilité ne concerne que les variables requises.

Le nombre total de sous-systèmes d'équations possibles est :

$$C_{ss_eq_sup} = \sum_{k=1}^{5} \binom{6}{k} = 62 \tag{3.40}$$

Les trois variables requises sont non mesurables, donc un seul filtrage de ces sous-systèmes d'équations est réalisé, et 26 sous-systèmes sont retenus ($C_{ss_valides_sup}$ = 26).

Le nombre total de vérifications requises pour résoudre le problème d'instrumentation réduit est :

$$N_{verif_total_Z1} = 969 + 523\,127 \times 26 = 13\,602\,271 \quad (3.41)$$

Ainsi 16 solutions de schémas de capteurs sont trouvées en presque 300 secondes. Les ensembles $Z1_g$ et $Z1_d$ identifiés pour chaque solution sont donnés par le Tableau 3.21.

	L'ensemble $Z1_g$				*L'ensemble $Z1_d$*							
Sol.1	-	-	-	-	$\dot{m}_{AD}$	h_A	h_B	h_D	$\dot{m}_{FG}$	h_F	h_G	
Sol.2	$\dot{m}_{LM}$	P_{LM}	T_L	T_M	$\dot{m}_{AD}$	h_A	h_B	h_D				
Sol.3	$\dot{m}_{HI}$	P_{HI}	T_H	T_I	$\dot{m}_{AD}$	h_A	h_D	$\dot{m}_{FG}$	h_F	h_G		
Sol.4	$\dot{m}_{HI}$	P_{HI}	T_H	T_I	$\dot{m}_{AD}$	h_B	h_D	$\dot{m}_{FG}$	h_F	h_G		
Sol.5	$\dot{m}_{HI}$	P_{HI}	T_H	T_I	h_A	h_B	h_D	$\dot{m}_{FG}$	h_F	h_G		
Sol.6	$\dot{m}_{JK}$	P_{JK}	T_J	T_K	$\dot{m}_{AD}$	h_A	h_B	$\dot{m}_{FG}$	h_F	h_G		
Sol.7	$\dot{m}_{JK}$	P_{JK}	T_J	T_K	$\dot{m}_{AD}$	h_A	h_D	$\dot{m}_{FG}$	h_F	h_G		
Sol.8	$\dot{m}_{JK}$	P_{JK}	T_J	T_K	h_A	h_B	h_D	$\dot{m}_{FG}$	h_F	h_G		
Sol.9	$\dot{m}_{HI}$	P_{HI}	T_H	T_I	$\dot{m}_{JK}$	P_{JK}	T_J	T_K	$\dot{m}_{FG}$	h_F	h_G	
Sol.10	$\dot{m}_{HI}$	P_{HI}	T_H	T_I	$\dot{m}_{LM}$	P_{LM}	T_L	T_M	$\dot{m}_{AD}$	h_A	h_D	
Sol.11	$\dot{m}_{HI}$	P_{HI}	T_H	T_I	$\dot{m}_{LM}$	P_{LM}	T_L	T_M	$\dot{m}_{AD}$	h_B	h_D	
Sol.12	$\dot{m}_{HI}$	P_{HI}	T_H	T_I	$\dot{m}_{LM}$	P_{LM}	T_L	T_M	h_A	h_B	h_D	
Sol.13	$\dot{m}_{JK}$	P_{JK}	T_J	T_K	$\dot{m}_{LM}$	P_{LM}	T_L	T_M	$\dot{m}_{AD}$	h_A	h_B	
Sol.14	$\dot{m}_{JK}$	P_{JK}	T_J	T_K	$\dot{m}_{LM}$	P_{LM}	T_L	T_M	$\dot{m}_{AD}$	h_A	h_D	
Sol.15	$\dot{m}_{JK}$	P_{JK}	T_J	T_K	$\dot{m}_{LM}$	P_{LM}	T_L	T_M	h_A	h_B	h_D	
Sol.16	$\dot{m}_{HI}$	P_{HI}	T_H	T_I	$\dot{m}_{JK}$	P_{JK}	T_J	T_K	$\dot{m}_{LM}$	P_{LM}	T_L	T_M

Tableau 3. 21 : Les ensembles Z1g et Z1d des 16 solutions du problème Z1 du concentrateur d'amidon résolu avec la méthode séquentielle – le haut vers le bas –

Comme montre le Tableau 3.21, le 16ème schéma d'instrumentation trouvé est directement ajouté à l'ensemble des solutions totales puisqu'aucune de ces variables n'appartient à la zone $Z1_g$. L'ensemble des variables de la zone $Z1_g$ est le même pour les solutions 6 et 7, aussi pour les solutions 5 et 8, et pour les solutions 10 et 14, et les solutions 12 et 15, ce qui implique une seule évaluation du système Z2 pour chacun de ces 4 couples. Donc, nous pouvons constater que seulement 11 résolutions de la zone Z2 des 127 résolutions faites avec l'approche séquentielle – le bas vers le haut – étaient pertinentes pour le calcul (seulement 9 % de ces simulations).

Nombre de sous-systèmes d'équations ($C^i_{ss_valides}$)	47	63	95	191	255	383
Nombre de compilations de la zone Z2 (Nbr^i_{Z2})	2	1	2	2	2	2

Tableau 3. 22 : Statistiques du nombre de sous-systèmes d'équations étudiés pour chacune des compilations de la zone Z2

Chaque problème d'instrumentation Z2 est défini par une matrice d'interaction formée de 10 équations et 17 variables dont 9 sont mesurables. A chaque résolution, des combinaisons entre une et 7 variables parmi les 9 variables mesurables seront considérées (N_{poss} = 501 schémas de capteurs possibles dont N_{cas2} = 36 schémas de capteurs où une observabilité totale du système est étudiée et N_{cas3} = 465), et un nombre variable de sous-systèmes d'équations seront étudiés au passage par la fonction de vérification (Tableau 3.22), dépendant de la combinaison de variables requises considérée (parmi les 15 combinaisons de la zone $Z1_g$ du Tableau 3.21), tel que :

- Un nombre minimal de 47 sous-systèmes d'équations étudiés ;

- Un nombre maximal de 383 sous-systèmes d'équations étudiés;
- Une moyenne de 183 sous-systèmes d'équations étudiés.

Le nombre de total de vérifications faites pour résoudre ces 11 problèmes d'instrumentation Z2 est :

$$N_{verif_total_Z2} = 36 \times 11 + 465 \times \sum_{i=1}^{10} C_{ss_valides}^{i} \; Nbr_{Z2}^{i} = 932\,721 \tag{3.42}$$

Suite à toutes les compilations nécessaires de sous-problèmes identifiés, le nombre total de vérifications nécessaires était de :

$$N_{verif} = N_{verif_total_Z2} + N_{verif_total_Z1} = 14\,534\,992 \sim 1.45 \times 10^{7} \tag{3.43}$$

Ce n'est que 0.025 % du nombre de vérifications nécessaires pour résoudre le problème d'instrumentation global par la méthode de référence, et presque la moitié du nombre de vérifications nécessaires pour résoudre le problème d'instrumentation par l'approche séquentielle –le bas vers le haut–.

Enfin 55 schémas de capteurs possibles ont été identifiés en 420 secondes (7 minutes). Ces résultats sont post-traités par la fonction inverse. Aucune intervention n'a été nécessaire puisque toutes les solutions se sont avérées optimales termes de nombre de capteurs et ces 55 schémas d'instrumentation sont retenus en 2450 secondes. Ce sont exactement les mêmes 55 schémas trouvés par l'approche séquentielle – le bas vers le haut –. Au total, cette méthodologie a nécessité 2870 secondes (presque 50 minutes), donc 0.14 % du temps de calcul requis avec la méthode de référence, et presque 40 % du temps de calcul requis avec l'approche séquentielle – le bas vers le haut –.

Variables requises : Q_1 , Q_2 et Q_3	Méthode séquentielle	
	Le bas vers le haut	Le haut vers le bas
Nombre de compilations zone Z2	127	11
Nombre d'équations N_{eq_Z2}	10	10
Nombre de variables N_{var_Z2}	17	17
Nombre de variables mesurables N_{mes_Z2}	9	9
Nombre de variables requises N_{R_Z2}	Entre 1 et 7	3,4 ou 7
Nombre de schémas d'instrumentation à tester N_{poss_Z2}	501	501
Nombre de sous-systèmes d'équations valides $N_{ss\text{-}valides_Z2}$	En moyenne 277	En moyenne 183
Nombre total de vérifications requises $N_{verif_total_Z2}$	16 341 882	932 721
Nombre de compilations zone Z1	47	1
Nombre d'équations N_{eq_Z1}	6	6
Nombre de variables N_{var_Z1}	Entre 15 et 21	22
Nombre de variables mesurables N_{mes_Z1}	Entre 12 et 14	19
Nombre de variables requises N_{R_Z1}	3	3
Nombre de schémas d'instrumentation à tester N_{poss_Z1}	En moyenne 9059	524 096
Nombre de sous-systèmes d'équations valides $N_{ss\text{-}valides_Z1}$	26	26
Nombre total de vérifications requises $N_{verif_total_Z1}$	11 048 989	13 602 271
Nombre total de vérifications requises N_{verif}	27 390 871	14 534 992

Tableau 3. 23 : Comparaison entre les deux approches de la méthode séquentielle pour l'exemple du concentrateur d'amidon quand les variables requises sont Q_1, Q_2 et Q_3

3.7.5 Comparaison des deux approches de la méthode séquentielle

Nous remarquons que les deux approches de la méthode séquentielle permettent toujours d'obtenir les mêmes résultats : les mêmes schémas de capteurs valides sont identifiés, puisque la même décomposition du problème et le même esprit de traitement de données sont adoptés.

Pour cet exemple du concentrateur d'amidon, l'approche – le bas vers le haut – a nécessité plus de vérifications et donc plus de temps de calcul que l'approche – le haut vers le bas – qui était plus directe pour trouver les résultats recherchés (Tableau 3.23). Ceci revient au fait que suite au réarrangement de la matrice d'interaction en faveur des variables requises choisies par l'expert, la zone Z2 déduite est de taille plus grande que celle de la zone Z1 et que la zone commune Z5 est de petite taille. Ce qui fait que la seule résolution requise de la zone Z1 en supposant requises toutes les variables de la zone Z5, n'a pas nécessité beaucoup plus de temps de calcul que les 47 résolutions des zones Z1 réduite. Et comme le nombre de résolutions de la zone Z2 est beaucoup plus restreint suivant cette stratégie de résolution – le haut vers le bas –, beaucoup de temps de calcul a été gagné par rapport à la stratégie – le bas vers le haut –.

Variables requises : Q_1, Q_2, Q_3, x_C et x_D	Méthode séquentielle	
	Le bas vers le haut	Le haut vers le bas
Nombre de compilations zone Z2	31	14
Nombre d'équations N_{eq_Z2}	6	6
Nombre de variables N_{var_Z2}	11	11
Nombre de variables mesurables N_{mes_Z2}	6	6
Nombre de variables requises N_{R_Z2}	Entre 1 et 6	Entre 1 et 5
Nombre de schémas d'instrumentation à tester N_{poss_Z2}	62	62
Nombre de sous-systèmes d'équations valides $N_{ss\text{-}valides_Z2}$	En moyenne 18	En moyenne 19
Temps moyen de résolution	0.05 secondes	0.05 secondes
Nombre total de vérifications requises $N_{verif_total_Z2}$	31 098	14 924
Nombre de compilations zone Z1	11	1
Nombre d'équations N_{eq_Z1}	10	10
Nombre de variables N_{var_Z1}	Entre 21 et 24	26
Nombre de variables mesurables N_{mes_Z1}	Entre 15 et 17	19
Nombre de variables requises N_{R_Z1}	5	5
Nombre de schémas d'instrumentation à tester N_{poss_Z1}	En moyenne 41 612	524 096
Nombre de sous-systèmes d'équations valides $N_{ss\text{-}valides_Z1}$	188	188
Temps moyen de résolution	181 secondes	2350 secondes
Nombre total de vérifications requises $N_{verif_total_Z1}$	85 453 348	98 348 845
Nombre total de vérifications requises N_{verif}	85 484 446	98 363 769
Temps total de résolution	2000 secondes	2350 secondes
Nombre de solutions	147	124

Tableau 3. 24 : Comparaison entre les deux approches de la méthode séquentielle pour l'exemple du concentrateur d'amidon quand les variables requises sont Q_1, Q_2, Q_3, x_C et x_D

Or, si un autre choix de variables requises était fait par l'expert : Q_1, Q_2, Q_3, x_C et x_D, la matrice réarrangée aurait pris une autre forme :

- N_{sup} = 10;

- N_{inf} = 6;
- N_{Z1} = 26 (La zone Z3 est constituée de 6 colonnes nulles);
- N_{Z2} = 11 (La zone Z4 est constituée de 21 colonnes nulles);
- N_{Z5} = 4.

La zone Z2 est maintenant de taille plus petite que celle de la zone Z1, et ainsi, le nombre de vérifications nécessaires par l'approche – le haut vers le bas – est bien supérieur au nombre de vérifications nécessaires par l'approche – le bas vers le haut – (Tableau 3.24). La seule simulation de la zone Z1 avec l'approche – le haut vers le bas – suggère un problème d'instrumentation avec un nombre élevé de variables mesurables, et par conséquent un nombre très large de schémas de capteurs à vérifier. Ceci va nécessiter un temps de calcul beaucoup plus élevé que celui de l'ensemble des 11 simulations de la zone Z1 avec l'approche – le bas vers le haut – où le nombre moyen de schémas de capteurs à considérer n'est que 8% du nombre de schémas de capteurs à considérer avec l'approche – le haut vers le bas –.

3.8 Conclusions du chapitre

Ce chapitre a permis d'introduire plusieurs briques méthodologiques pour la résolution du problème d'instrumentation décomposé, permettant un gain important en termes de temps de calcul. L'approximation zone supérieure permet de trouver assez rapidement un nombre de schémas de capteurs à adopter, mais toutes les équations de la partie inférieure seront négligées, et le risque de ne pas tomber sur le meilleur choix d'instrumentation est élevé. L'approche séquentielle par contre, profite de la décomposition de la matrice réarrangée pour définir plusieurs sous-problèmes d'instrumentation de tailles réduites, dont la résolution est beaucoup plus rapide que celle du problème initial. L'ensemble de toutes les équations et toutes les variables est exploité, pour augmenter les chances de trouver le meilleur schéma d'instrumentation à adopter, malgré le risque de perte de certaines solutions par découplage du problème.

Les deux approches de la méthode séquentielles permettent de trouver les mêmes schémas de capteurs valides et permettant d'observer les variables requises choisies par l'expert. Quand la taille de la zone Z1 est presque identique à celle de la zone Z2 ou même plus petite que celle la zone Z2, l'approche – le haut vers le bas – est plus directe et permet de trouver les solutions plus rapidement. Alors que l'approche séquentielle – le bas vers le haut – est plus avantageuse quand la zone Z2 est de taille plus petite que celle la zone Z1. De plus, cette dernière approche est assez flexible : pour de problèmes de taille plus grande, il est possible de limiter les calculs en choisissant l'intervalle de nombres de variables à supposer requises durant la résolution de la zone Z2, pour ainsi limiter le nombre de résolutions successives de sous-problèmes d'instrumentation.

Chapitre 4 : Evaluation des incertitudes des schémas d'instrumentation

4.1 Introduction

Les chapitres précédents détaillent des méthodes pour trouver une liste de schémas d'instrumentation faisables permettant d'observer toutes les variables requises choisies par l'expert qui mène l'audit énergétique. Ces méthodes permettent de limiter les champs de recherche du schéma de capteurs optimal qu'il va falloir considérer sur le site, en vue de recueillir toutes les informations indispensables pour rechercher des solutions d'efficacité énergétique pour le site industriel étudié.

Le choix du schéma d'instrumentation optimal dépend de deux contraintes : une contrainte économique représentée par le coût de l'ensemble des capteurs qu'il va falloir ajouter au site, et une autre contrainte sur la qualité de l'information obtenue représentée par la précision des valeurs calculées ou mesurées des variables requises puisque les mesures ne sont jamais parfaites.

Le calcul de coût C_i d'un schéma d'instrumentation valide est simple et rapide, il suffit d'additionner les prix des N_m différents capteurs considérés :

$$C_i = \sum_{m=1}^{N_m} c_m \tag{4.1}$$

Où c_m est le prix du $m^{\text{ième}}$ capteur qui sert à mesurer la variable *m*.

Néanmoins, le calcul de la précision de ces schémas de capteurs est plutôt complexe. Les capteurs sont des dispositifs généralement caractérisés par leur précision. Par conséquent, les valeurs affichées des grandeurs mesurées ne sont pas exactes, et par la suite les valeurs calculées des quantités observées mais non mesurées ne le sont pas aussi. Selon le choix des quantités mesurées et la précision des capteurs par lesquels ces dernières sont mesurées, différents niveaux de précision des variables observées sont obtenus. L'erreur φ assimilée à chaque schéma d'instrumentation va être calculée en fonction des erreurs obtenues sur les valeurs des variables requises [MAD92-A] :

$$\Phi = \left[\left(\sum_{k=1}^{N_R}\left(100\frac{\sigma_k}{P_k}\right)^2\right)/N_R\right]^{1/2} \tag{4.2}$$

Où N_R est le nombre de variables requises, P_k et σ_k sont respectivement la valeur moyenne et l'écart type de la $k^{\text{ième}}$ quantité requise. Si cette $k^{\text{ième}}$ quantité requise est mesurée, σ_k est l'écart type du capteur qui donne sa valeur P_k, alors que si cette $k^{\text{ième}}$ quantité est estimée (calculée à partir des relations qui la lient à des variables mesurées), σ_k dépend des incertitudes de toutes les grandeurs mesurées impliquées dans la détermination de cette quantité considérée, et P_k est sa valeur calculée. Les erreurs de mesures doivent donc être propagées dans le système d'équations représentant le procédé pour pouvoir calculer l'écart-type des variables requises non mesurées. Comme ce système d'équations est en général implicite et non linéaire, le calcul de l'erreur assimilée à chaque schéma d'instrumentation valide est fortement non linéaire. Le procédé étant modélisé sur Dymola, il est possible de propager les incertitudes des mesures par des méthodes numériques.

Ce chapitre exposera deux approches qui serviront à évaluer l'incertitude des variables requises suite à l'implémentation de chacun des schémas d'instrumentation valides trouvés : la méthode de Monte-Carlo et la formulation des dérivées numériques. Il faut préciser que pour évaluer des incertitudes par les méthodes numériques, il sera nécessaire au début, pour chaque schéma d'instrumentation étudié, d'adapter le système d'équations et de variables de ce procédé modélisé sur Dymola. Cette adaptation devra être automatisée pour permettre une évaluation automatisée et efficace des incertitudes de tous les schémas d'instrumentation valides.

Les deux objectifs de ce chapitre seront l'automatisation de l'adaptation du modèle du procédé pour chaque schéma d'instrumentation étudié, et ensuite l'évaluation des incertitudes des variables requises. Ce chapitre est présenté sous forme d'un manuscrit soumis au journal Computer & Chemical Engineering (cf. Section 4.6). Par la suite, nous résumons les points principaux du manuscrit.

4.2 Outils de simulation

Plusieurs schémas d'instrumentation valides sont déterminés par les méthodes détaillées au chapitre précédent. Comme les contraintes d'observabilité pour valider une combinaison de capteurs ne concernaient que les variables requises, chacun de ces schémas permet d'observer les variables qu'il suppose mesurer, toutes les variables requises et un certain nombre de variables non requises et non mesurées. L'ensemble des équations décrivant le procédé a rarement été adopté en entier. Les différentes combinaisons de capteurs ont été jugées valides grâce à différents sous-systèmes d'équations repérés avec la fonction de vérification, impliquant différentes variables (cf. Section 2.5.4).

Le problème à résoudre pour trouver les valeurs des variables requises pour chaque schéma d'instrumentation valide est donc de taille variable : juste certaines équations et certaines variables sont à considérer pour chacun. De ce fait, le modèle représentant le procédé devra être modifié autant de fois qu'il y a des solutions valides, pour pouvoir évaluer la précision de chacune. Le nombre de solutions n'étant pas faible, il n'est pas pratique de recréer à chaque fois un nouveau modèle qui lui soit adapté. Une automatisation de ces modifications est donc nécessaire.

Le procédé étudié est modélisé par composants sur Dymola (cf. Section 2.2.2). Chaque composant est décrit par un ensemble de variables et d'équations. Ces modèles de composants unitaires devront être flexibles pour permettre d'activer certaines équations et certaines variables en fonction du schéma d'instrumentation étudié. De plus, cette flexibilité devra être exploitée d'une façon automatisée pour générer autant de modèles du procédé que le nombre de schémas de capteurs valides, et ensuite les simuler sur Dymola.

La librairie Modelica Buildings présente un package Python "Buildingspy" qui peut être utilisé à de nombreuses fins, dont le pilotage des simulations Modelica utilisant Dymola. Avec "Buildingspy" il est possible de coder un programme sur Python pour simuler un modèle créé sur Dymola et rapporter les sorties de la simulation, ou même de simuler un modèle en variant les valeurs de ses paramètres et rapporter les sorties des différentes simulations... Ceci dit, les composants unitaires des procédés créés sur Dymola peuvent être modélisés en ajoutant des paramètres permettant de contrôler les équations et les variables. Un seul modèle du procédé sera créé sur Dymola, et par la suite, il sera manipulé via Python en utilisant le package "Buildingspy", pour être adapté aux différentes résolutions de problèmes d'instrumentation relatifs aux différents schémas de capteurs identifiés.

Ainsi, lors de la modélisation du procédé dans Dymola, toutes les variables sont déclarées et toutes les équations sont listées. Trois ensembles de paramètres binaires permettront de contrôler le modèle en fonction du schéma d'instrumentation considéré. Les valeurs de ces paramètres binaires seront affectées à partir de Python en fonction des ensembles de capteurs/équations/variables actifs de chaque solution (ces ensembles sont reportés à la fin de la méthode directe ou de la méthode séquentielle):

- Le premier ensemble de paramètres binaires contrôle les quantités mesurables: si une variable est mesurée dans le réseau de capteurs considéré, son paramètre sera égal à 1 (c'est un capteur actif);
- Le second ensemble contrôle les équations: si une équation fait partie du sous-système qui valide le réseau de capteurs considéré, son paramètre sera égal à 1 (c'est une équation active);
- Le troisième ensemble contrôle toutes les variables: si une variable est présente dans le sous-système d'équations qui valide le réseau de capteurs considéré, son paramètre sera égal à 1 (c'est une variable active).

Aussi, un quatrième ensemble de paramètres réels permettra de préciser les valeurs des quantités mesurées. En effet, l'incertitude d'une variable calculée dépend des valeurs des variables mesurées, et ces valeurs seront variées pour pouvoir effectuer la propagation des erreurs de mesure dans le modèle.

Ainsi, pour chaque schéma de capteurs valide identifié, le modèle principal du procédé sera modifié de façon à garder seulement les variables et les équations du sous-système qu'il l'a validé. De même, chaque variable mesurée sera affectée par une valeur précise. Et le système à résoudre sera un système où le nombre d'inconnues est égal au nombre d'équations. C'est donc un système solvable, et les valeurs des variables requises pourront être reportées (cf. le manuscrit de l'article pour représenter ces idées par un exemple).

4.3 Méthode de Monte Carlo

L'évaluation de l'erreur relative de chaque schéma d'instrumentation valide, nécessite le calcul de l'écart type de toutes les variables requises. En général, ces variables ne sont pas toutes mesurées. Elles sont calculées à travers le système d'équations décrivant le procédé. Or, ce système d'équations est d'habitude fortement non linéaire et implicite (des équations impliquant par exemple les enthalpies calculées suivant l'état du fluide soit en fonction de la pression et de la température, soit en fonction de la pression et du titre vapeur). La méthode la plus appropriée pour estimer les incertitudes des variables requises dans ce type de problème est la méthode de Monte Carlo basée sur la propagation des distributions de probabilité des grandeurs mesurées.

Soit un système d'équations de m équations, où N_m variables sont mesurées. La méthode de Monte Carlo suggère de générer N_m échantillons aléatoires de taille M reflétant les distributions de probabilité de chaque grandeur mesurée. Le système d'équations est résolu (c.à.d. on simule le modèle via Dymola) M fois en considérant à chaque reprise i, l'i-ème valeur de tous les échantillons ($1 \leq i \leq M$). Les M valeurs obtenues de chacune des variables requises sont reportées, et les distributions de ces dernières sont ainsi tracées pour déduire la valeur moyenne et l'écart-type. Les résultats de cette méthode sont les plus précis et les plus fiables quand le nombre des échantillons choisi est suffisamment large [JCG01].

Il faut préciser que le calcul de la propagation des erreurs se base sur des valeurs nominales des variables mesurables. Connaissant les valeurs de certaines variables mesurables connues sur le site, et considérant une estimation des valeurs des autres variables en consultant les experts du site, les valeurs nominales de toutes les variables du système sont obtenues. Cet état d'équilibre trouvé n'est pas nécessairement l'état réel du procédé, néanmoins, tant que les valeurs supposées restent proches des valeurs réelles, le calcul des erreurs des résultats reste acceptable.

Pour chaque schéma d'instrumentation valide, le calcul de l'erreur relative se résume comme suit:

Etape 1 : Modifier le modèle initial du procédé pour s'adapter au cas étudié (en modifiant les valeurs des paramètres binaires définissant les variables mesurées, ainsi que les équations et les variables actives) ;

Etape 2 : En fonction du schéma d'instrumentation, certaines variables requises peuvent être déjà mesurées, alors leur incertitude est connue. Le reste des variables requises constitue d'ensemble des variables dont l'incertitude est recherchée ;

Etape 3 : Choisir le nombre de simulations M;

Etape 4 : En supposant que les distributions des variables mesurées sont des distributions normales autour de leur valeur nominale avec un écart-type égal à l'écart-type de mesure des capteurs correspondants, générer un vecteur de M valeurs de chaque grandeur mesurée, reflétant sa distribution associée ;

Etape 5 : Le modèle sera simulé M fois: pour chaque simulation i, le 4ème ensemble de paramètres est affecté par les valeurs de l'i-ème élément de chaque vecteur correspondant à une grandeur mesurée. Les valeurs des quantités requises non mesurées sont rapportées à chaque simulation ;

Etape 6 : M valeurs sont reportées pour chaque variable requise non mesurée permettant de calculer sa valeur moyenne et son écart-type.

Etape 7 : L'erreur relative du schéma de capteurs étudié sera calculée à partir de l'équation 4.2, en remplaçant les écart-type et les valeurs moyennes des variables requises mesurées par ceux de leurs capteurs correspondants, et les écart-type et les valeurs nominales des variables requises non mesurées par les valeurs trouvées à l'étape 6.

Le nombre d'échantillons M a un effet majeur sur les résultats obtenus, plus il est large, plus on est sûr de bien refléter l'aspect aléatoire des erreurs de mesure. Ce nombre peut être choisi à priori, ou de manière adaptative, autrement dit, avec le progrès des simulations, une vérification continue des tolérances numériques requises est menée jusqu'à ce que les différents résultats se stabilisent au sens statistique [JCGM102]. Nous pouvons considérer que les critères d'arrêt sont la variation relative de la moyenne et la variation relative de l'écart-type de chacune des variables requises. Par conséquent, de nouveaux essais sont menés jusqu'à atteindre une très faible variation relative entre deux séries consécutives. Un nombre maximum d'essais peut être choisi pour éviter les boucles infinies.

Cependant, les simulations de Monte Carlo nécessitent des temps de calcul assez long (même lorsque la méthode adaptative est appliquée) compte tenu du temps de calcul non négligeable nécessaire pour chaque simulation en fonction de la taille du procédé. De plus, ces simulations doivent être reprises pour tous les schémas d'instrumentation valides. Cet inconvénient limite l'intérêt d'application de cette méthode quand le procédé considéré est de taille moyenne, ou quand le nombre de schémas d'instrumentation valides est élevé (cf. le manuscrit de l'article pour représenter ces idées par un exemple).

4.4 Méthode de dérivées numériques

Une méthode alternative pour calculer l'écart type des variables requises est la méthode des dérivées numériques. Le calcul des dérivées partielles des grandeurs requises en fonction de chacune des grandeurs mesurées se fait en développant le modèle du procédé suivant une série de Taylor et en considérant les termes du premier ordre seulement. Cette approximation est valide puisque les distributions des grandeurs d'entrée sont supposées être des distributions normales avec de écarts-types faibles et qu'il n'y a pas de corrélation entre les variables mesurées.

Ainsi, pour un système d'équations où N_m variables sont mesurées, la dérivée partielle $\frac{\partial y_k}{\partial x_i}$ de la k-ième variable requise y_k par rapport à une variable mesurée x_i ($1 \leq i \leq N_m$) est calculée numériquement :

$$\frac{\partial y_k}{\partial x_i} = \frac{P_{k,x_i} - P_k}{h_{x_i}} \tag{4.3}$$

Où h_{x_i} est une très petite variation de la variable mesurée x_i, h_{x_i} sera considérée égale à $\sigma_{x_i}/1000$ où σ_{x_i} est l'écart type correspondant à cette variable. P_k est la valeur nominale de la variable requise y_k quand le modèle est simulé en remplaçant toutes les variables mesurées par leur valeurs nominales et P_{k,x_i} est la valeur de la variable requise y_k quand le modèle est simulé en ajoutant h_{x_i} à la valeur nominale de la variable mesurée x_i.

Pour chaque schéma d'instrumentation valide, le calcul de l'erreur relative se résume comme suit:

Etape 1 : Modifier le modèle initial du procédé pour être adapté au cas étudié (en modifiant les valeurs des paramètres binaires définissant les variables mesurées, ainsi que les équations et les variables actives) ;

Etape 2 : Déterminer le nombre de variables mesurées N_m et leur attribuer leur valeurs nominales ;

Etape 3 : Déterminer les variables requises dont les écart-type sont recherchés ;

Etape 4 : Simuler le modèle pour trouver les valeurs nominales P_k de toutes les variables requises ;

Etape 5 : N_m autres simulations seront nécessaires pour trouver les dérivées partielles de chacune des variables requises par rapport aux N_m variables mesurées à partir de l'équation 4.3 ;

Etape 6 : L'écart-type σ_k de chaque variable requise y_k est calculé comme suit :

$$\sigma_k^2 = \sum_{i=1}^{N_m} \left(\frac{\partial y_k}{\partial x_i}\right)^2 \sigma_{x_i}^2 \tag{4.4}$$

Etape 7 : L'erreur relative du schéma de capteurs étudié sera calculée à partir de l'équation 4.2, en remplaçant les écart-type et les valeurs moyennes des variables requises mesurées par ceux de leurs capteurs correspondants, et les écart-type et les valeurs nominales des variables requises non mesurées par les valeurs trouvées aux étapes 4 et 6.

De cette façon, le nombre de simulations N_{sim} du modèle pour un réseau de capteurs étudié est réduit de manière significative à $N_m + 1$, et l'évaluation de tous les systèmes d'instrumentation est

possible en quelques minutes ou quelques heures pour des problèmes de moyenne ou grande échelles (cf. le manuscrit de l'article pour représenter les idées présentées par un exemple).

4.5 Application : concentrateur d'amidon

Dans l'article joint à ce chapitre, le problème d'instrumentation du concentrateur d'amidon est exposé. Les erreurs en pourcentage des 55 schémas d'instrumentation trouvés par la méthode séquentielle sont évaluées par les méthodes de Monte-Carlo adaptative et des dérivées numériques. Les résultats obtenus valident le choix de la méthode des dérivées numériques pour évaluer les incertitudes des schémas de capteurs obtenus pour les problèmes industriels rencontrés. Cette méthode permet d'obtenir des résultats assez précis avec un temps de calcul très réduit par rapport à la méthode Monte-Carlo adaptative très précise mais très consommatrice en temps de calcul.

On note que, pour ce problème de concentrateur d'amidon de taille moyenne utilisé pour illustrer toutes les méthodologies décrites au cours des chapitres, 107 schémas d'instrumentation ont été perdu en passant par la méthode séquentielle à cause du découplage du problème. Dans l'article présenté à la section suivante, l'évaluation des incertitudes a seulement concerné les 55 schémas d'instrumentation trouvés par la méthode séquentielle. Une évaluation des incertitudes des 107 schémas non trouvés par la méthode séquentielle montre une distribution des erreurs entre 2.67% pour le schéma de capteurs le plus précis et 71,21% pour le schéma de capteurs le moins précis. La figure 4.1 montre la distribution des erreurs en pourcentage des 55 schémas d'instrumentation identifiés par la méthode séquentielle (minimum 3.24% et maximum 7.62%), comparés à la distribution des meilleurs 44 schémas d'instrumentation de la méthode de référence parmi les 107 non identifiés par la méthode séquentielle (minimum 2.67% et maximum 11.79%). Statistiquement, pour ce problème d'instrumentation spécifique, on retrouve tous les 55 schémas d'instrumentation de la méthode séquentielle parmi les meilleurs résultats de la méthode de référence.

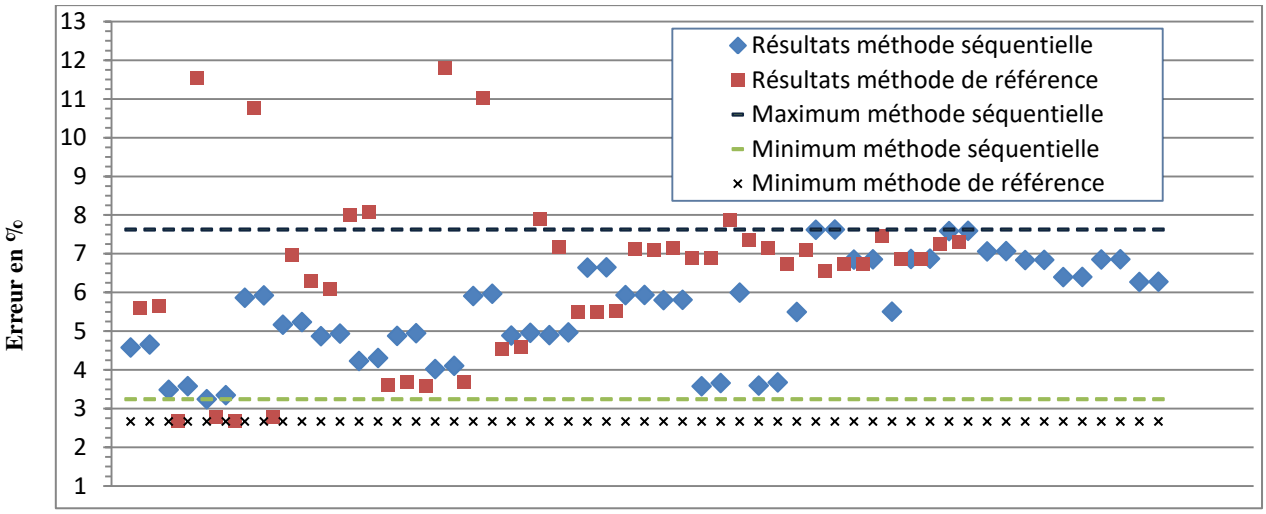


Figure 4. 1 : Les erreurs des résultats des schémas de capteurs obtenus par la méthode séquentielle comparés à celles des meilleurs 44 schémas non repérés de la méthode de référence non repérés

4.6 Le manuscrit de l'article

A Sequential Approach for Sensor Networks Design in Process Plants

Hala Rameh [a], Cong-Toan Tran [a], Assaad Zoughaib [a]

[a]*Centre for Energy efficiency of Systems (CES), Mines ParisTech, PSL Research University, 5 rue Léon Blum, Palaiseau, 91120, France*

Abstract

Energy efficiency is becoming an essential field of research in the international scientific community, particularly because of its importance in the fight against current and future energy crises. Companies are now investing in energy audits that allow a better efficiency of their processes. Additional measures are usually needed to determine all the energy indicators. In our work, we introduce two complementary methods aiming to find all the sensor networks that fulfill this purpose. The direct parallelized method is based on an exhaustive search that leads to finding all feasible sensor networks, but is very time consuming. The sequential method identifies many smaller size problems that are solved much faster via the direct parallelized method, then the results are post-treated and a set of valid sensor networks is reported. The important gain in the computational time makes the sequential method the most suitable for this problem, regardless of the loss of some solutions. The next step is to compare the precision of those found instrumentation schemes. Since the studied system consists on a set of implicit nonlinear equations, the Monte Carlo Simulation should be used to propagate the uncertainty of measurements. This method serves to evaluate the exact precision of the feasible sensor networks, but requires long calculations. Hence, an alternative method that is the numerical derivatives formulation is considered. This method gives less precise outputs but is much faster than the Monte Carlo Simulation. The advantages of those two methods will be demonstrated on a starch concentrator (medium size problem).

Keywords: Sensor network, Observability, Combinatorial search, uncertainty propagation, Monte-Carlo simulation.

1. Introduction

Companies in the industrial sector have an increasing interest for the energy audit which allows identifying significant energy savings. In the first stage of an energy audit, a preliminary analysis of the site will serve to develop a clear understanding of the processes and a more or less detailed knowledge of the key performance indicators like the heat usage, the electrical consumption, etc... Usually, the quantities that are already measured on site do not make it possible to establish a complete energy and mass balances of the audited process, for that a campaign of measurements should be carried out on site. The number of possible solutions of the instrumentation problem is very large; the selection can be done in relation to notions of observability of key performance indicators, precision constraints and economic considerations. A variable is considered observable if it is measured, or if it is unmeasured but it can be calculated from the equations that link it to the existing measurements.

The problem of optimal positioning of instrumentation in the industry is not recent. Numerous studies have been carried out, for almost half a century, to define the points of measurements in the processes in order to obtain all the necessary data that respond to the goals of control of the processes, evaluation of the product quality, detection of system failures... Based on the concepts of the graph theory, Václaveck and Loucka (1976) introduced an algorithm to choose measurement placement in a balanced structure, with requirements on the observability of variables. Kretsovalis and Mah (1987, 1988) applied a strategy based on linear algebra. They developed a combinatorial search to incorporate or remove measures from an observable linear system. In order to find a low-cost

instrumentation scheme where some variables are classified as necessarily required, Madron and Veverka (1992) proposed an approach based on the prearrangement of the incidence matrix representing the process and multiple Gauss-Jordan eliminations. Similarly, Mazzour and Héraud (1997) studied the observability of the system by applying the row reduction on the decomposed rearranged incidence matrix, and thus they defined the additional required instrumentation. Later, Wailly & Héraud (2005, 2008) used the Groëbner bases to design reliable sensor networks. Ali and Narasimhan (1993, 1995) presented an iterative approach based on the lemmas on the graph theory; they studied the spanning trees of the graph representing the process. Luong et al. (1994) investigated all the graph cycles to find a sensor network with minimum cost that assures observability of all the required variables of the process. Also, Meyer et al. (1994) developed a methodology based on the study of graph cycles. They used branch and bound methods to reduce the computation time needed to find the cost optimal instrumentation scheme.

Bagajewicz (1997) proposed a mathematical programming formulation for linear problems, based on graph theory and linear algebra. A tree where nodes represent measured variables is developed; observability and precision of variables are evaluated until all constraints are satisfied. Chmielewski et al. (2002) reformulated the problem using a linear matrix inequalities technique, allowing them to apply branch and bound methods. Gala and Bagajewicz (2006a) found that developing a tree where the nodes represent cutsets instead of single measurements, and the branches represent a combination of cutsets, helps reducing the computation time efficiently without altering the results. Then, they suggested decomposing the initial process diagram (2006b), and thus reducing the total number of cutsets leading to a very effective computation time. Nguyen and Bagajewicz (2008) compared four methods to solve non-linear problems: a traditional tree search where the nodes represent measurements (All Variables method), an inverted tree search (Inverted All Variables method), a tree search based on linearized equations which is the adaptation of the cutsets from the linear case (All Equations), and a tree search based on decomposed bipartite graph (Decomposed Equations). The Decomposed Equations method proved to be the best adapted for small and medium scale problems, and the Inverted All Variables method was the most suitable for large scale problems. Computational times were further reduced by applying parallel computing approaches (Nguyen and Bagajewicz (2011)).

Apart from the deterministic approaches, other authors have opted for stochastic strategies. Sen et al. (1998) developed a genetic algorithm to optimize one objective. The operations of selection, crossover and mutation were coupled with the notions of the graph theory. Carnero et al. (2001) suggested an evolutionary technique based on linear algebra to find an optimal instrumentation with minimum number of sensors and leading to a full observability of the system. Heyen et al. (2002) studied large scale nonlinear problems using genetic algorithms. Kotecha et al. (2007) used constraint programming to reduce the domain of variables. He and Ma (2014) solved the instrumentation problem for linear nonredundant sensor networks via a multi-objective ant colony optimization approach.

For control purposes related to the application of an energy audit, the needed instrumentation diagram must allow a good energy expertise of the processes, without engendering an excess of unnecessary information that could result in additional costs. Hence, the thought network must contain a minimum set of sensors. In order to elaborate a generic method, processes will be described by components developed in dedicated flowsheeting software similar to the process simulators. Linking different components will engender the set of equations representing the studied process. Those equations are in general nonlinear because they express the mass and energy balances. Linearization techniques can be avoided, by analyzing the structure of the model. Valid instrumentations schemes that respond to the observability constraints of the problem should be found without running the simulation. Then, the process can be simulated using its exact developed model to determine all required variables.

In our previous work, the design problem of a minimal non-redundant sensor network was tackled (Rameh et al. (2017)). Two methods were introduced to find instrumentation layers that lead to

observing all required quantities and thus, complete the energy analysis of the process. The novelty of these methods, compared to the literature work cited earlier, lies in the fact that they analyze the problem solvability, for a proposed instrumentation scheme, based on an interaction matrix that represents the non-linear system of equations without solving it. A given set of sensors is considered feasible if a sub-system of equations, where all the required variables are observable, can be found. The direct method uses a tree search that enumerates and tests all the combinations of measurable variables. Hence, all possible sensor networks are determined. However the computational time is very large, even when a parallelized approach is implemented. On the other hand, the sequential method allows a fast computation of the instrumentation layers. The rearrangement and the decomposition of the interaction matrix lead to solving multiple smaller scale problems resulting in an efficient reduction in computational time (3.6% of initial computational time for the studied case of starch concentrator). Although some possible valid combinations of sensors were lost, the best solutions in terms of the required number of sensors were identified, and thus, the sequential method was chosen as the more suitable method for the aforementioned instrumentation problem.

In this article, the sequential method is further detailed. The choice of an optimal instrumentation scheme between those identified by the sequential method is based on two objectives: the cost of the instrumentation layer and the precision of the required variables. The cost function is linear and easy to compute, while the precision function is complicated due to the implicit form of the system of equations representing the process. Thus, the process will be modeled in Modelica language using Dymola as a solver. Two approaches will serve to evaluate the precision of key parameters: the Monte-Carlo simulation that is very precise but time consuming and the numerical derivative formulation which is fast but less precise. Those methods will be applied on a starch concentrator (medium size problem), and the results will be compared.

2. Sequential sensor networks determination algorithm

Industrial processes are described by a set of quantities linked via mass and energy balances. Some of these quantities can be determined by direct measurements (temperatures, pressures, etc...), and other quantities cannot be measured but they can still be estimated by the equations that connect them to other known quantities. Also, all those quantities can be classified by the expert carrying out the energy audit into two categories: one consisting of the quantities he deems necessary to his work, and the other including those whose values are not absolutely required. A feasible sensor network is defined as a combination of measurable quantities that make all required quantities observable (i.e. determinable). The first step of the developed methodology aims to find feasible sensor networks, and the second step consists on choosing the optimal one in terms of cost and precision.

2.1 Direct method

As the instrumentation problem is combinatorial, tree search methods have been chosen to enumerate the different combinations of measurable variables. The direct method consists on an exhaustive search of the tree of measurable variables of the process to generate all possible sensor networks. Each node of the tree represents a measurable variable and each branch represents a finite number of combinations of measurable variables equal to the number of its nodes. If we consider a process of 5 measurable variables, the tree that will serve as a base for the direct method is shown in Figure 1. The branch {V2, V3, V4, V5} defines 4 possible sensor networks: {V2}, {V2, V3}, {V2, V3, V4} and {V2, V3, V4, V5}

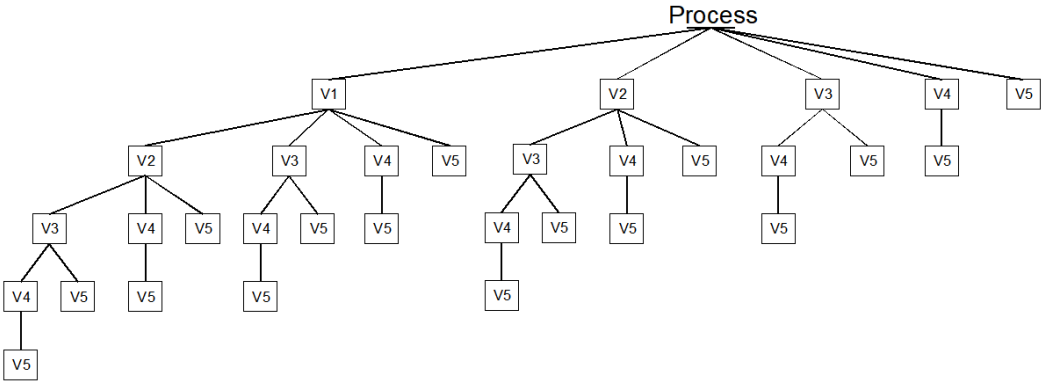


Figure 1: A tree that enumerates the combinations of 5 measurable variables

Once generated, the combinations of sensors are tested to check their feasibility. The tree is conquered by horizontal levels: first each measurable variable is supposed a distinguished network and tested, then the combinations of two measurable variables are tested, later the combinations of three measurable variables… If a combination is found to be feasible, the next levels of the branch are no longer evaluated, for they represent extensions of a valid instrumentation scheme.

2.2 Verification of a combination of sensors

Our study is based on the interaction matrix of the process. This matrix only reflects the links between the variables: a non-zero element (i; j) implies that the equation i contains the variable j, and a zero element (i; j) means that the equation i does not contain the variable j.

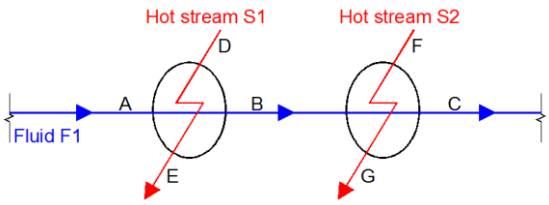


Figure 2: Two heat exchangers in series

If we take the example of two heat exchangers in series (Figure 2) illustrated by a simplified model for the purpose of explanation, then the corresponding system of equations representing this process is:

$$\begin{aligned} &1^{st}\text{ Equation : } Q_1 = \dot{m}_{F1}\, Cp_{F1}\,(T_B - T_A) \\ &2^{nd}\text{ Equation : } Q_1 = \dot{m}_{S1}\, Cp_{S1}\,(T_D - T_E) \\ &3^{rd}\text{ Equation : } Q_2 = \dot{m}_{F1}\, Cp_{F1}\,(T_C - T_B) \\ &4^{th}\text{ Equation : } Q_2 = \dot{m}_{S2}\, Cp_{S2}\,(T_F - T_G) \end{aligned} \tag{1}$$

This instrumentation problem is described by 4 equations and 12 variables (All Cp_i are supposed known constants and represent the specific heat of the flows). The considered variables are heat powers (Q_1 and Q_2: Required non measurable), flow rates ($\dot{m}_{F1}$, $\dot{m}_{S1}$ *and* $\dot{m}_{S2}$: Non required measurable) and temperatures (T_A, T_B, T_C, T_D, T_E, T_F and T_G: Non required measurable). The interaction matrix is:

$$
\begin{array}{c|cccccccccccc|}
 & Q_1 & \dot{m}_{F1} & T_A & T_B & \dot{m}_{S1} & T_D & T_E & Q_2 & T_C & \dot{m}_{S2} & T_F & T_G \\
1^{st}\ Eq & R_1 & R_3 & R_5 & R_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
2^{nd}\ Eq & R_2 & 0 & 0 & 0 & R_8 & R_9 & R_{10} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
3^{rd}\ Eq & 0 & R_4 & 0 & R_7 & 0 & 0 & 0 & R_{11} & R_{13} & 0 & 0 & 0 \\
4^{th}\ Eq & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_{12} & 0 & R_{14} & R_{15} & R_{16}
\end{array}
\tag{2}
$$

Where each R_k is a random positive number. Those numbers will serve in the evaluation of the singularity of interaction matrix.

For a studied sensor network consisting of N_i quantities to be measured, their corresponding columns are dismissed because those quantities are now supposedly known. The remaining system is analyzed. Three cases can arise:

1) If the number of columns left (unmeasured variables) is equal to the number of equations, all the unknown quantities, whether required or not can be determined, unless the matrix is singular. All the variables are observable and this sensor network is considered feasible. The singularity of the interaction matrix is evaluated by calculating its determinant. If it is equal to zero, then this instrumentation scheme is rejected ;
2) If the number of columns left (unmeasured variables) is less than to the number of equations, reconciliation techniques are needed to find the solution of the system of equations. This doesn't fall in our scope: this sensor network is not taken into consideration. Hence, the maximum number of possible sensors in an instrumentation scheme will be set to N_{max}:

$$N_{max} = N_{var} - N_{eq} \tag{3}$$

   Where N_{var} is the total number of variables in the N_{eq} equations describing the process ;
3) If the number of columns left is more than the number of equations, it won't be possible to observe all the unknown quantities. A tree search method is applied to check the existence of a sub-system of equations that leads to observing all unmeasured required quantities : each required quantity must be measured via the suggested sensor network, or determined via a subsystem of equations.

To illustrate this 3rd case, let's consider a suggested sensor network for the instrumentation problem of Figure 2, defined by $\{\dot{m}_{F1}, T_A, \dot{m}_{S1}, T_D, T_E, T_C\}$. If the columns corresponding to the supposed measured quantities are excluded, the remaining system is:

$$
\begin{array}{c|ccccccc|}
 & Q_1 & T_B & Q_2 & \dot{m}_{S2} & T_F & T_G \\
1^{st}\ Eq & R_1 & R_6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
2^{nd}\ Eq & R_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
3^{rd}\ Eq & 0 & R_7 & R_{11} & 0 & 0 & 0 \\
4^{th}\ Eq & 0 & 0 & R_{12} & R_{14} & R_{15} & R_{16}
\end{array}
\tag{4}
$$

This system of equation cannot be solved, but the subsystem consisting on the 1st, 2nd and 3rd equation is, because it is composed of 3 equations and 3 variables (Q_1, T_B and Q_2). Hence, measuring the 6 quantities of the proposed sensor network, made Q_1, T_B and Q_2 observable. Therefore the two required variables (Q_1 and Q_2) are determined, and this tested instrumentation scheme is feasible.

2.3 Limitation of the direct method

When applying the direct method to solve the instrumentation problem, the computational time increased exponentially with the size of the process. This is due to the exponential increase in the number of verifications needed (Table 1). If we suppose that N_{mes} variables can be measured by adding a sensor on site ($N_{mes} \leq N_{var}$), then the number N_{poss} of possible sensor networks that will be tested is the total number of combinations of 1 to N_{max} sensors:

$$N_{poss} = \sum_{k=1}^{N_{max}} \binom{N_{mes}}{k} \tag{5}$$

From which, N_{case1} sensor networks that fall in the case 1 (Number of equations is equal to the number of unmeasured variables), and the rest of the sensor networks fall in the case 3 (Number of equations is less than the number of unmeasured variables), and are of a total of N_{case3} possible sensor networks:

$$N_{case1} = \binom{N_{mes}}{N_{max}} \tag{6}$$

$$N_{case3} = \sum_{k=1}^{N_{max}-1} \binom{N_{mes}}{k} \tag{7}$$

For each instrumentation scheme that falls in the case 3, the subsystems of equations must be investigated as explained in the section 2.1. The number $N_{sub\text{-}eq}$ of subsystems is the total number of combinations of 1 to N_{eq}-1 equations:

$$N_{sub\text{-}eq} = \sum_{k=1}^{N_{eq}-1} \binom{N_{eq}}{k} \tag{8}$$

This number $N_{sub\text{-}eq}$ of subsystems can be further reduced, if all the combinations of equations that don't contain all the required not measurable variables were dismissed, because certainly, they won't respond to the observability requirements of the problem. This reduction is dependent on the choice of the required variables in each problem, and cannot be generalized. Hence, the maximum total number of verifications needed N_{verif} is:

$$N_{verif} = N_{case1} + N_{case3}\, N_{sub\text{-}eq} \tag{9}$$

Accordingly, the number of needed verifications increases exponentially when the number of equations and/or the number of measurable variables increases.

Process	PR1	PR2	PR3	PR4
Number of equations N_{eq}	3	5	10	20
Total number of variables N_{var}	7	12	26	40
Number of measurable variables N_{mes}	6	9	20	30
Number of possible sensor networks N_{poss}	56	501	$\sim 10^6$	$\sim 10^9$
Number of sensor networks where the sub-systems of equations are investigated N_{case3}	41	465	$\sim 10^6$	$\sim 10^9$
Number of sub-systems of equations $N_{sub\text{-}eq}$	6	30	1022	$\sim 10^6$
Total number of verifications needed N_{verif}	261	13986	$\sim 10^{12}$	$\sim 10^{18}$

Table 1: Evolution of the number of needed verifications with the size of the process

2.4 Parallel computation

Parallelization techniques were applied in the feasibility verification of the instrumentation schemes in order to reduce the computation time. This practice is widespread today to optimize various mathematical and statistical algorithms because it takes advantage of the computing power offered by the multi-core processors. A parallel computation consists of simultaneously making several processors work on data stored in a shared memory, in order to have faster calculations. This can only be achieved if the entire task can be broken down into completely independent subtasks to be distributed to the available processors. The jobs allocated to each processor must be distributed in a more or less equal way, to benefit from the greater efficiency of these calculations, so that the waiting times are optimized. In instrumentation problems, these parallelization techniques have been used, notably by Nguyen and Bagajewicz (2011). A similar strategy was adopted in our methodology.

In fact, at each level of the search tree, all the combinations of sensors consist on the same number of quantities to be measured, and the verification of each combination is independent of that of the other combinations. It should be noted that the verification of a combination of *n* sensors is not independent of the verification of the combinations of *n-1* sensors (those of the previous level of the search tree). If a combination of *n-1* sensors is found to be feasible, the correspondent branch is no further developed because there is no need to keep adding new sensors that would entail extra costs.

At each level of the search tree, all the possible branches are generated and divided into $N_{sub\text{-}gr}$ subgroups of branches (Figure 3). The choice of the number of subgroups will depend on the capacity of the computer. If we suppose that a level of the tree consists on N_{level} combinations, we can find two integers *a* and *b*, such that:

$$N_{level} = a\, N_{sub\text{-}gr} + b \tag{10}$$

Then the number of combinations assigned to each subgroup *i* will be $N^{i}_{comb_gr}$:

$$\begin{aligned} N^{i}_{comb_gr} &= a \text{ if } i \in \{1, N_{sub\text{-}gr} - 1\} \\ N^{i}_{comb_gr} &= a + b \text{ if } i = N_{sub\text{-}gr} \end{aligned} \tag{11}$$

Each subgroup will be treated independently of other subgroups. When the verifications are completed in the $N_{sub\text{-}gr}$ subgroups, feasible combinations are identified, and the next level of the tree is generated. This parallelization procedure will allow a considerable time saving.

However, even after the application of those parallelization techniques, the computational time needed to solve the medium size problem via the direct tree search method, is very large (Rameh et al (2017)). A new sequential method is developed and aims to solve reduced size problems and thus, have much faster computations.

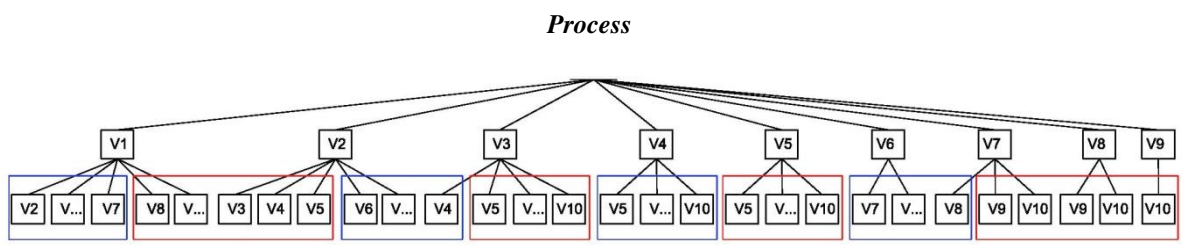


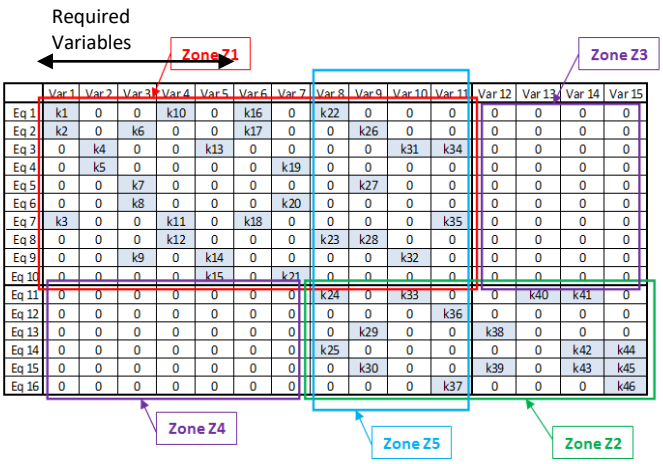
Figure 3: Decomposition of the studied branches of the search tree into 8 subgroups to apply parallel computing

2.5 Rearrangement of the interaction matrix

The interaction matrices of industrial processes are usually sparse because most of the variables of the process are present in a small number of equations. A rearrangement of the matrix can regroup the null zones as much as possible, and helps in its analysis.

The required quantities, which are of main interest, will be grouped in the left upper side of the interaction matrix. So, the first step is to move all equations, with no required variables present, to the bottom of the matrix. Hence, we identify two separate parts of the matrix: an upper part consisting of all the equations where all the required variables are present and a lower part where no required variable is present. Next, the columns are exchanged and placed in the following order (from the left to the right of the matrix):

1) The columns representing the required variables ;
2) The columns representing the non-required variables that are only present in the equations of the upper part of the matrix ;
3) The columns representing the non-required variables that are present in both lower and upper parts of the matrix ;
4) The remaining columns representing the non-required variables that are only present in the equations of the lower part of the matrix.



	Var 1	Var 2	Var 3	Var 4	Var 5	Var 6	Var 7	Var 8	Var 9	Var 10	Var 11	Var 12	Var 13	Var 14	Var 15
Eq 1	k1	0	0	k10	0	k16	0	k22	0	0	0	0	0	0	0
Eq 2	k2	0	k6	0	0	k17	0	0	k26	0	0	0	0	0	0
Eq 3	0	k4	0	0	k13	0	0	0	0	k31	k34	0	0	0	0
Eq 4	0	k5	0	0	0	0	k19	0	0	0	0	0	0	0	0
Eq 5	0	0	k7	0	0	0	0	0	k27	0	0	0	0	0	0
Eq 6	0	0	k8	0	0	0	k20	0	0	0	0	0	0	0	0
Eq 7	k3	0	0	k11	0	k18	0	0	0	0	k35	0	0	0	0
Eq 8	0	0	0	k12	0	0	0	k23	k28	0	0	0	0	0	0
Eq 9	0	0	k9	0	k14	0	0	0	0	k32	0	0	0	0	0
Eq 10	0	0	0	0	k15	0	k21	0	0	0	0	0	0	0	0
Eq 11	0	0	0	0	0	0	0	k24	0	k33	0	0	k40	k41	0
Eq 12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	k36	0	0	0	0
Eq 13	0	0	0	0	0	0	0	0	k29	0	0	k38	0	0	0
Eq 14	0	0	0	0	0	0	0	k25	0	0	0	0	0	k42	k44
Eq 15	0	0	0	0	0	0	0	0	k30	0	0	k39	0	k43	k45
Eq 16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	k37	0	0	0	k46

Figure 4: Rearranged interaction matrix where five zones were spotted

Thus, 5 zones are spotted (Figure 4): zone Z1 of main interest for containing all the required variables and some other non-required variables (a total of N_{Z_1} variables), zone Z2 assembling the equations connecting only non-required variables (a total of N_{Z_2} variables), zones Z3 and Z4 consisting of the grouped zeros, and zone Z5 connecting the lower and upper parts of the interaction matrix with a total of N_{Z_5} variables:

$$N_{Z_5} \leq \text{minimum}\ \{N_{Z_1}, N_{Z_2}\} \tag{12}$$

The existence of the zone Z5 is the reason why the zone Z2 cannot be neglected in our study; those common variables make the two parts of the matrix interdependent.

2.6 Sequential resolution algorithm

Zone Z5 connects the upper and the lower parts of the interaction matrix. If some or all of its variables, can be observable, we can assume that a solution of the instrumentation problem is limited

to the reduced zone Z1. Therefore, the methodology suggests starting by observing the variables of zone Z5 through the equations of the zone Z2, and then solving the instrumentation problem defined by the zone Z1 only.

The variables of the zone Z2 are either measurable (if a sensor can be added on site to measure their value) or not measurable, and in both cases, they weren't initially defined as required variables. New observability requirements will be imposed.

All the combinations of variables of zone Z5 are enumerated. The total number C_{Z_5} of these combinations is given by the sum of binomial coefficients:

$$C_{Z_5} = \sum_{k=1}^{N_{Z_5}} \binom{N_{Z_5}}{k} \tag{13}$$

For each combination C_u among the C_{Z_5} possible combinations, the detailed implementation of the solution construction is shown as follows:

Step 1 : Isolate zone Z2, and consider it as an independent instrumentation problem with inputs: the predefined measurability conditions for all the variables, and the variables of the combination C_u assumed to be required ;

Step 2 : Solve the instrumentation problem via a parallelized tree search enumeration combined with the verification function. The result is a set of combinations of variables of the zone Z2 to measure in order to observe the set-to-be required variables of C_u. A total of N_{C_u} combinations will be identified ;

Step 3 : For each combination C_v among the N_{C_u} identified combinations:

a) Determine all observed variables of zone Z2 if this combination C_v of sensors is applied, and specify those which belong to zone Z5 ;
b) Isolate zone Z1 and eliminate the columns corresponding to the observed variables of zone Z5 identified in the step (a). A new system Z1' is concluded as another instrumentation problem with inputs: the predefined measurability and observability conditions for the remaining variables ;
c) Solve the instrumentation problem via a parallelized tree search enumeration combined with the verification function. The result is a set of combinations of variables of the zone Z1' to measure in order to observe the predefined required variables of the initial problem. A total of N_{C_v} combinations will be identified ;
d) Combine each combination C_t among the N_{C_v} identified with C_v ;
e) Add the found solutions to the feasible set of solutions of the initial problem.

It should be taken into consideration that it is possible in step (3), to come across a combination C_v of variables of the zone Z2 that was already found with a previous C_u: to observe a combination C_{u1} or another combination C_{u2} of variables of the zone Z5, the same combination C_v of variables of the zone Z2 can be implemented. In this case, the step (3) has been already concluded for this combination C_v, so the algorithm goes directly to the next C_v. Similarly, it is possible in step (3b) to come across a combination C_v that leads to an already studied system Z1': the same variables belonging to zone Z5 are observed with the combination C_{v1} or another combination C_{v2} of measurable variables of the zone Z2. In this case, the algorithm having kept in memory the solution of this particular sub-problem Z1', will directly go to step (3d).

Following these multiple smaller size problem solving, many solutions were added to the feasible set of instrumentation schemes. A sorting must be done to eliminate all duplicates, leading to N_{sol}

possible sensor networks. Finally, these solutions are post-treated to make sure of their optimality. The identified solutions were obtained by combining the solutions of two studied problems. Although they are optimal for each problem considered as a single entity, they are not necessarily optimal for the entire instrumentation problem. Verification is conducted through an inverse method. For each combination C_i among the N_{sol} solutions:

1) Let N_{sen} be the number of sensors associated with this combination C_i ;
2) Generate the N_{sen} combinations of N_{sen} -1 sensors among the N_{sen} present sensors ;
3) For each combination C_j among the suggested N_{sen} new combinations :
    a) Consider the initial instrumentation problem, described by the interaction matrix, with the predefined measurability and observability conditions for all the variables ;
    b) Eliminate the variables of the combination C_j from the system ;
    c) Check via the verification function if this new system meets the observability objectives of the problem :
        i. If the observability objectives are not achieved, dismiss this combination C_j ;
        ii. If the observability objectives are met, this combination C_j is reported.
4) If one or more combinations C_j were reported, it can be concluded that the parent combination C_i is a combination with a number of sensors greater than that sufficient to achieve the objectives of the methodology. Thus, the parent combination C_i is dismissed. Then, all the reported combinations C_j will themselves be subject to the same verification procedure by going through the steps described above.

At the start of step 3, verification is made to make sure that the combination C_j wasn't studied before. It is possible that a combination of N_{sen} -1 sensors is generated from two different combinations of N_{sen} sensors. In this case, the algorithm goes directly to the verification of the next C_j.

This recursive inverse function will finalize the search of solutions by reporting C_{sol} feasible sensor networks.

3. Uncertainty evaluation of a sensor network

3.1 Measurement errors

Sensors are devices that are usually characterized by their precision. Consequently the given values of the measured quantities and the calculated values of the observed but not measured quantities are not exact. Depending on the choice of the measured quantities, and the precision of the chosen sensors, different levels of precision of the observed variables are achieved.

In the studied industrial cases, the precision of the required variables of the process will have to be evaluated for several feasible sensor networks identified by the sequential method, in order to choose an optimal sensor network. The objective function representing the error of the result Φ is of the form:

$$\Phi = \left[\left(\sum_{k=1}^{N_R}\left(100\frac{\sigma_k}{P_k}\right)^2\right)/N_R\right]^{1/2} \tag{14}$$

Where N_R is the number of required quantities, P_k and σ_k are the mean value and the standard deviation of the kth required quantity. If this k^{th} required quantity is measured, σ_k is the standard deviation of the sensor that gives its value P_k , whereas if this k^{th} quantity is estimated, σ_k depends on the standard deviations of all the measured quantities involved in the estimation of this considered quantity, and P_k is its estimated value. The measurements errors must be propagated into the system of equations representing the process, that is implicit and most of the time nonlinear. Hence, this

objective function is strongly nonlinear and numerical methods were chosen to evaluate the precision of the feasible instrumentation schemes.

3.2 Simulation tools

The DYMOLA software is used to model and simulate multi-physicals systems. It is based on the MODELICA modeling language which is open source. We have chosen to create the models representing the studied industrial processes via Dymola because its interface is simple and adapted for the implicit form of equations that we encounter. Also, the models can be developed from components since the Modelica language is object oriented. Hence, a library of components can be created and used for current and future simulations of processes.

The process will be modeled by linking single components on Dymola, and the precision of the required variables will be evaluated for each identified instrumentation scheme. However, those combinations of sensors were judged feasible through different subsystems of equations that have allowed observing all the required variables. Hence, the involved equations and variables change for each considered case, and the problem is of variable size. Since the number of solutions isn't very small, it is not practical to recreate every time a new model suitable for each of the tested solutions.

The Modelica Buildings Library presents a Python package "buildingspy" that can be used for many purposes of which running Modelica simulations using Dymola. This package provides functions to report simulation outputs, plot results, and simulate a model with many different parameter values with or without recompilation… This being said, we can adjust the way of modeling the components on Dymola, to be able to manipulate the system of equations via Python using the "buildingspy" package.

To automate the evaluation of the precision of sensor networks, a general model of the process will be developed in Dymola. It will consist on all the equations and variables of the problem that have already defined the interaction matrix. Python is used to monitor the model, i.e. to enable or disable the equations/variables to be considered according to the studied instrumentation scheme. The sets of active equations/variables for each solution are a result of the sequential methodology.

Hence, when the process is modeled in Dymola, all the quantities are declared, and all the equations are listed. Three sets of binary parameters will monitor the system of equations depending on the considered instrumentation scheme; their values will be assigned depending of the sets of active equations/variables of each solution:

- The first set of binary parameters controls the measurable quantities only: if the correspondent quantity is measured in the considered sensor network, then its correspondent parameter is given a value of 1, and if not, this parameter will be equal to zero ;
- The second set controls all the equations: if the correspondent equation is a part of the subsystem that leads to the solution for this particular sensor network, then its correspondent parameter is given a value of 1 ;
- The third set controls all the quantities: if the correspondent quantity is present in the subsystem of equations that leads to the solution for this particular sensor network, then its correspondent parameter is given a value of 1.

Also, a fourth set of real parameters will monitor the values of the measured quantities. Those values will be variable in the error propagation algorithm (sections 3.3 and 3.4).

In conclusion, for a certain instrumentation scheme, the values for the three binary sets, as well as the values of the measured quantities that were assigned via Python, will adjust the model in Dymola consequently:

- If a variable is measured (its correspondent parameter in the first set is equal to 1), the equation that sets its value will be activated (the assignment of this value is explained in sections 3.3 and 3.4) ;
- If an equation is present in the studied subsystem (its correspondent parameter in the second set is equal to 1), it will be enabled in the model;
- If a variable is not present in the considered subsystem of equations (its correspondent parameter in the second set is equal to 0), an equation setting its value to a random number will be activated: this step ensures that all declared variables are given values via the model, and therefore no errors will be detected. Those random values were only assigned to non-required non observed variables and thus, their values aren't of interest.

For example, the 8 solutions of the process described by Figure 2 are presented in the Table 2, and the considered equations and quantities, present in the subsystem that validates each solution, are shown in the Table 3. These two tables are the outputs of the direct method for small size problems, or the sequential method for medium scale problems.

Instrumentation scheme Number	Measured quantities					
N°1	$\dot{m}_{F1}$	T_A	T_B	T_C		
N°2	$\dot{m}_{F1}$	T_A	T_B	$\dot{m}_{S2}$	T_F	T_G
N°3	$\dot{m}_{F1}$	T_A	$\dot{m}_{S1}$	T_D	T_E	T_C
N°4	$\dot{m}_{F1}$	T_A	T_C	$\dot{m}_{S2}$	T_F	T_G
N°5	$\dot{m}_{F1}$	T_B	$\dot{m}_{S1}$	T_D	T_E	T_C
N°6	T_A	T_B	$\dot{m}_{S1}$	T_D	T_E	T_C
N°7	T_A	T_B	T_C	$\dot{m}_{S2}$	T_F	T_G
N°8	$\dot{m}_{S1}$	T_D	T_E	$\dot{m}_{S2}$	T_F	T_G

Table 2: Solutions of the instrumentation problem of Figure 2

Number	Considered equations			Considered quantities								
N°1	1st Eq	3rd Eq		Q_1	$\dot{m}_{F1}$	T_A	T_B	Q_2	T_C			
N°2	1st Eq	4th Eq		Q_1	$\dot{m}_{F1}$	T_A	T_B	Q_2	$\dot{m}_{S2}$	T_F	T_G	
N°3	1st Eq	2nd Eq	3rd Eq	Q_1	$\dot{m}_{F1}$	T_A	T_B	$\dot{m}_{S1}$	T_D	T_E	Q_2	T_C
N°4	1st Eq	3rd Eq	4th Eq	Q_1	$\dot{m}_{F1}$	T_A	T_B	Q_2	T_C	$\dot{m}_{S2}$	T_F	T_G
N°5	2nd Eq	3rd Eq		Q_1	$\dot{m}_{F1}$	T_B	$\dot{m}_{S1}$	T_D	T_E	Q_2	T_C	
N°6	1st Eq	2nd Eq	3rd Eq	Q_1	$\dot{m}_{F1}$	T_A	T_B	$\dot{m}_{S1}$	T_D	T_E	Q_2	T_C
N°7	1st Eq	3rd Eq	4th Eq	Q_1	$\dot{m}_{F1}$	T_A	T_B	Q_2	T_C	$\dot{m}_{S2}$	T_F	T_G
N°8	2nd Eq	4th Eq		Q_1	$\dot{m}_{S1}$	T_D	T_E	Q_2	$\dot{m}_{S2}$	T_F	T_G	

Table 3: The considered equations and variables for each of the solutions of the instrumentation problem of Figure 2

If we take the first instrumentation scheme found as a solution of the process of Figure 2, the evaluated system of equations in Dymola will consist of:

$$
\begin{aligned}
Q_1 &= \dot{m}_{F1}\, Cp_{F1}\,(T_B - T_A) \\
Q_2 &= \dot{m}_{F1}\, Cp_{F1}\,(T_C - T_B) \\
\dot{m}_{F1} &= \text{« measured value of } \dot{m}_{F1} \text{ »} \\
T_A &= \text{« measured value of } T_A \text{ »} \\
T_B &= \text{« measured value of } T_B \text{ »} \\
T_C &= \text{« measured value of } T_C \text{ »} \\
\dot{m}_{S1} &= \text{« random value »} \\
\dot{m}_{S2} &= \text{« random value »} \\
T_D &= \text{« random value »} \\
T_E &= \text{« random value »} \\
T_F &= \text{« random value »} \\
T_G &= \text{« random value »}
\end{aligned}
\tag{15}
$$

And if the third instrumentation scheme found as a solution of the process of Figure 2 is to be evaluated, the system of equations in Dymola will consist of:

$$
\begin{aligned}
Q_1 &= \dot{m}_{F1}\, Cp_{F1}\,(T_B - T_A) \\
Q_1 &= \dot{m}_{S1}\, Cp_{S1}\,(T_D - T_E) \\
Q_2 &= \dot{m}_{F1}\, Cp_{F1}\,(T_C - T_B) \\
\dot{m}_{F1} &= \text{« measured value of } \dot{m}_{F1} \text{ »} \\
T_A &= \text{« measured value of } T_A \text{ »} \\
\dot{m}_{S1} &= \text{« measured value of } \dot{m}_{S1} \text{ »} \\
T_D &= \text{« measured value of } T_D \text{ »} \\
T_E &= \text{« measured value of } T_E \text{ »} \\
T_C &= \text{« measured value of } T_C \text{ »} \\
\dot{m}_{S2} &= \text{« random value »} \\
T_F &= \text{« random value »} \\
T_G &= \text{« random value »}
\end{aligned}
\tag{16}
$$

3.3 Implementation of the Monte-Carlo simulation

The quantities that need to be observed via a system of equations can be grouped into a vector called vector measurand. According to the International Vocabulary of Metrology (JCGM200), a measurand is a quantity intended to be measured. We are dealing with a multivariate model because the number of outputs (measurands) is greater than one (JCGM102). The general form of this measurement model is the equations that link the output variables **Y** (vector measurand) to input variables **X** (vector of measured quantities):

$$
\begin{aligned}
&h_1(Y_1, \dots, Y_{N_Y}, X_1, \dots, X_{N_X}) = 0 \\
&h_2(Y_1, \dots, Y_{N_Y}, X_1, \dots, X_{N_X}) = 0 \\
&\dots \\
&h_m(Y_1, \dots, Y_{N_Y}, X_1, \dots, X_{N_X}) = 0
\end{aligned}
\tag{17}
$$

Where m is the number of equations of the model, N_Y is the number of the output quantities and N_X is the number of input quantities.

The system of equations for a studied process is usually strongly nonlinear and implicit. The most suitable method to estimate uncertainties of the vector measurand is the Monte Carlo Method (MCM). The results of the MCM are in general the most accurate and reliable being based on the propagation of the probability distributions of the input quantities (Figure 5).

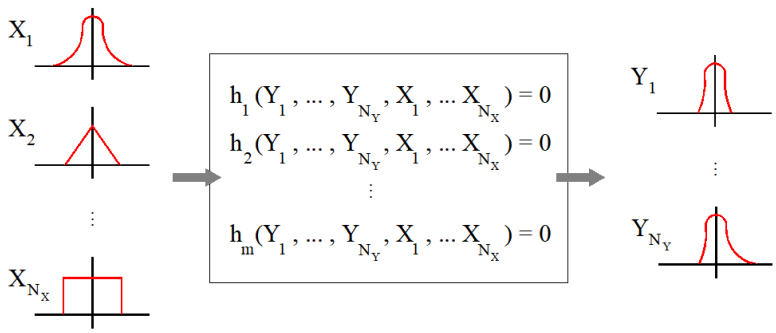


Figure 5: Propagation of distributions in a multivariate model where NX is the number of input quantities, NY is the number of output quantities and m is the number of equations linking all the quantities

In the instrumentation problems that we encounter, the quantities are not just divided into two subgroups: input quantities and output quantities (Figure 6). A subsystem of equations links some considered quantities among all the available quantities. Thus the variables are classified into 5 categories: the measured required variables, the measured but not required variables, the unmeasured required variables, the unmeasured but not required variables and the variables that weren't considered in the correspondent subsystem of equations, and will not be observed. The standard deviation of the measured variables is the standard deviation of the sensor that will be installed to measure this quantity, and the propagation of the distributions of those variables (the inputs) will serve to find the distributions of all the unmeasured variables (the outputs) present in the studied subsystem of equations. Therefore, all the standard deviations of the required variables, whether measured or not are found, and the error of this instrumentation scheme is calculated via the equation 14.

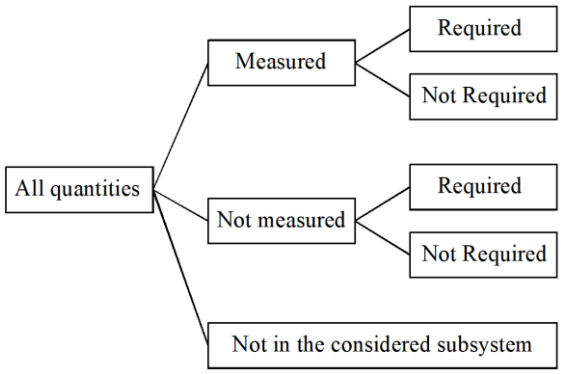


Figure 6: Classification of the quantities for a studied instrumentation scheme

Applying the MCM to evaluate the precision of a studied sensor network can be summarized in the following steps:

Step 1 : Define the model to be considered in the study. In this step, the procedure described in the section 3.2 is used to adjust the global model of the process, and maintain only the equations that have helped to validate the proposed sensor network and the variables that were measured or can be observed via those equations ;

Step 2 : Define the required variables whose standard deviations are being investigated ;

Step 3 : Select a number M of trials to be considered in the Monte Carlo calculations. The greater this number, the better the convergence of the results: the calculations based on random sampling will represent better the results if a sufficiently large number of trials is conducted. The GUM

Supplement 1 (JCGM101) precise that the value of M must be very large compared to $1/(1-p)$ where $100p\%$ is the selected coverage probability ($\geq 10^4/(1-p)$ for example) ;

Step 4 : Assuming that the distributions of the measured quantities are normal distributions around their nominal expected values with a standard deviation equal to the standard deviation of the corresponding sensors, generate a vector of M values for each measured quantity, reflecting the associated distribution ;

Step 5 : The model will be simulated M times: for each simulation i, the values of the measured quantities are taken as the ith values of the generated vectors of random values of the measured quantities. This is done via python: the 4th set of parameters is affected by the values of the measured variables for each simulation. The values of the required but not measured quantities are reported at each simulation ;

Step 6 : Find the mean value and the standard deviation of each required but not measured quantity ;

Step 7 : Calculate the error assigned to this instrumentation scheme via the equation 14.

It is possible to avoid choosing the number of trials M a priori. The GUM Supplement 1 (JCGM101) suggests selecting M adaptively as the trials progress. A continuous verification of the numerical tolerances of the results is carried out, and M is increased progressively till a stabilization of the results of interest in the statistical sense. We can consider the stopping criterions to be the relative variation of the expectation and the relative variation of the standard deviation of each of the required variables. Hence, new trials are conducted until reaching a very small relative variation between two consecutive sets (the set of M-1 values of the measured variables and the set of M values). A maximum number of trials can be chosen to avoid infinite loops. The adaptive Monte Carlo simulation gives a very good and faster estimate of the required variables and their standard deviations. Its main advantages are the control of the quality of the results and the reduction of the needed computational time.

However, the Monte Carlo calculations are very time consuming (even when the adaptive method is applied) because the needed time for each simulation is relatively large depending on the size of the process. The model is simulated many times for each valid instrumentation scheme found. If M is chosen very large, or the stopping criterions are very strict, this operation could take days and months for a medium or large scale process, where more than 20 instrumentation schemes are investigated.

3.4 Numerical derivative method

An alternative method to calculate the standard deviation of the required variables is the numerical derivative method. It is possible to propagate the uncertainties of the input quantities by expanding the measurands model in a Taylor series and considering the first order terms only. This approximation was adopted as the distributions of the input quantities are supposed normal distributions with small standard deviations.

The standard deviation σ_{k} of a measurand (a required unmeasured variable $\mathrm{y_k}$) will be calculated as follows:

$$\sigma_k^2 = \sum_{i=1}^{N_m} \left(\frac{\partial \mathrm{y_k}}{\partial \mathrm{x_i}}\right)^2 \sigma_{\mathrm{x_i}}^2 \tag{18}$$

Where N_m is the number of measured variables $\mathrm{x_i}$ in the considered instrumentation scheme, $\sigma_{\mathrm{x_i}}$ is the standard deviation of the ith measured variable and $\frac{\partial \mathrm{y_k}}{\partial \mathrm{x_i}}$ is the partial derivative of the required unmeasured variable $\mathrm{y_k}$ with respect to the measured variable $\mathrm{x_i}$.

The partial derivatives of y_k with respect to each of the measured variables x_i is calculated numerically:

$$\frac{\partial y_k}{\partial x_i} = \frac{P_{k,x_i} - P_k}{h_{x_i}} \tag{19}$$

Where h_{x_i} is a very small variation of the concerned variable x_i, P_k is the nominal value of the required unmeasured variable y_k when the model of the process is simulated with respect to all the nominal values of the measured quantities and P_{k,x_i} is the value of y_k resulting from the simulation of the process with h_{x_i} added to the variable x_i.

Applying the numerical derivative formulation to evaluate the precision of a studied sensor network can be summarized in the following steps:

Step 1 : Define the model to be considered in the study. In this step, the procedure described in the section 3.2 is used to adjust the global model of the process, and maintain only the equations that have helped to validate the proposed sensor network and the variables that were measured or can be observed via those equations ;

Step 2 : Determine the number of measured variables N_m in this sensor network and assign each of them its nominal value ;

Step 3 : Precise the unmeasured required variables whose standard deviations are being investigated ;

Step 4 : Find the nominal values P_k of each required unmeasured variable by simulating the model with respect to all the nominal values of the measured quantities ;

Step 5 : Another N_m simulations of the model will be conducted. For each measured variable x_i, the model will be simulated considering the nominal values of all the other measured quantities, and the value of this measured quantity x_i will be its nominal value increased by a small step h_{x_i} that we chose to be equal to $\sigma_{x_i}/1000$. The value P_{k,x_i} of each required unmeasured quantity is reported. The partial derivative of each required variable with respect to x_i is calculated via the equation 19 ;

Step 6 : Once all partial derivatives where calculated, the standard deviation of each required unmeasured variable is calculated via the equation 18.

This way, the number of simulations N_{sim} of the model for one studied sensor network is reduced significantly, and evaluation of all the instrumentation schemes is possible in minutes or hours for medium or large scales problems:

$$N_{sim} = N_m + 1 \tag{21}$$

3.5 Comparison of the methods

Variable	Nominal Value	Standard Deviation
$\dot{m}_{F1}$	1.389 kg/s	0.02 kg/s
T_A	20°C	0.4°C
T_B	60°C	1.2°C
T_C	90°C	1.8°C
Cp_{F1}	4180 J/kg.K	-
$Cp_{S1} = Cp_{S2}$	2100 J/kg.K	-

Table 4: The nominal values and standard deviations of the measured quantities and constants of the first instrumentation scheme found in the Table 2 as a solution for the instrumentation problem of Figure 2

Let's consider the first instrumentation scheme found as a solution of the process of Figure 2, with the nominal values of the measured quantities and their standard deviations shown in the Table 4.

The evaluation of the values of the required variables P_1 and P_2 were conducted via the three above described methods:

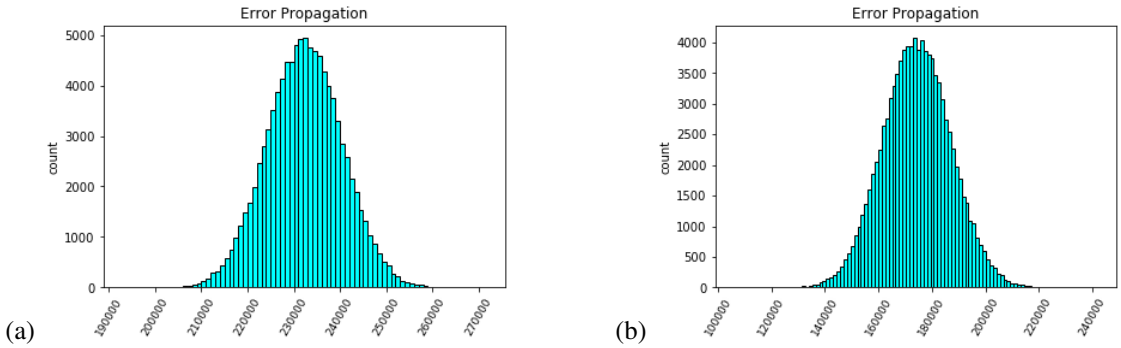
- Monte Carlo simulation with $M = 10^5$ trials (Figure 7) ;
- Adaptive Monte Carlo simulation with a chosen stopping criterion of 0.001% of relative variation of the mean value and the standard deviation of the required quantities (Figure 8) ;
- Numerical derivative formulation.

The comparison of the results is shown in Table 5.

	Monte Carlo	Adaptive Monte Carlo	Numerical Derivatives
Number of simulations	100 000	7 300	5
Time needed	4500 seconds	30 seconds	<< 1 second
Value of Q_1	232.22 KW	232.18 KW	232.24 KW
Standard deviation of Q_1	8.09 KW	8.15 KW	8.07 KW
Percentage of variation of Q_1	$Q_1 \pm 3.5\%$	$Q_1 \pm 3.51\%$	$Q_1 \pm 3.47\%$
Value of Q_2	174.17 KW	174.32 KW	174.48 KW
Standard deviation of Q_2	12.87 KW	12.92 KW	12.81 KW
Percentage of variation of Q_2	$Q_2 \pm 7.4\%$	$Q_2 \pm 7.41\%$	$Q_2 \pm 7.34\%$

Table 5: A comparison between the results of the 3 described methods in evaluating the precision of the required variables of the process of Figure 2 when the first instrumentation scheme found in the Table 2 is applied

Although the quality of the results cannot be controlled with the numerical derivative method, the evaluation of the precision of the instrumentations scheme is fast and gives satisfying results when the distributions of the input variables are normal with relatively small standard deviations. The set of best instrumentations schemes in terms of precision can be identified.



Variable Q_1 (bin size = 1000) Variable Q_2 (bin size = 1300)

Figure 7: Probability density function of the required variables Q_1 (a) and Q_2 (b) in Watt given via a Monte Carlo simulation of $M = 10^5$ trials

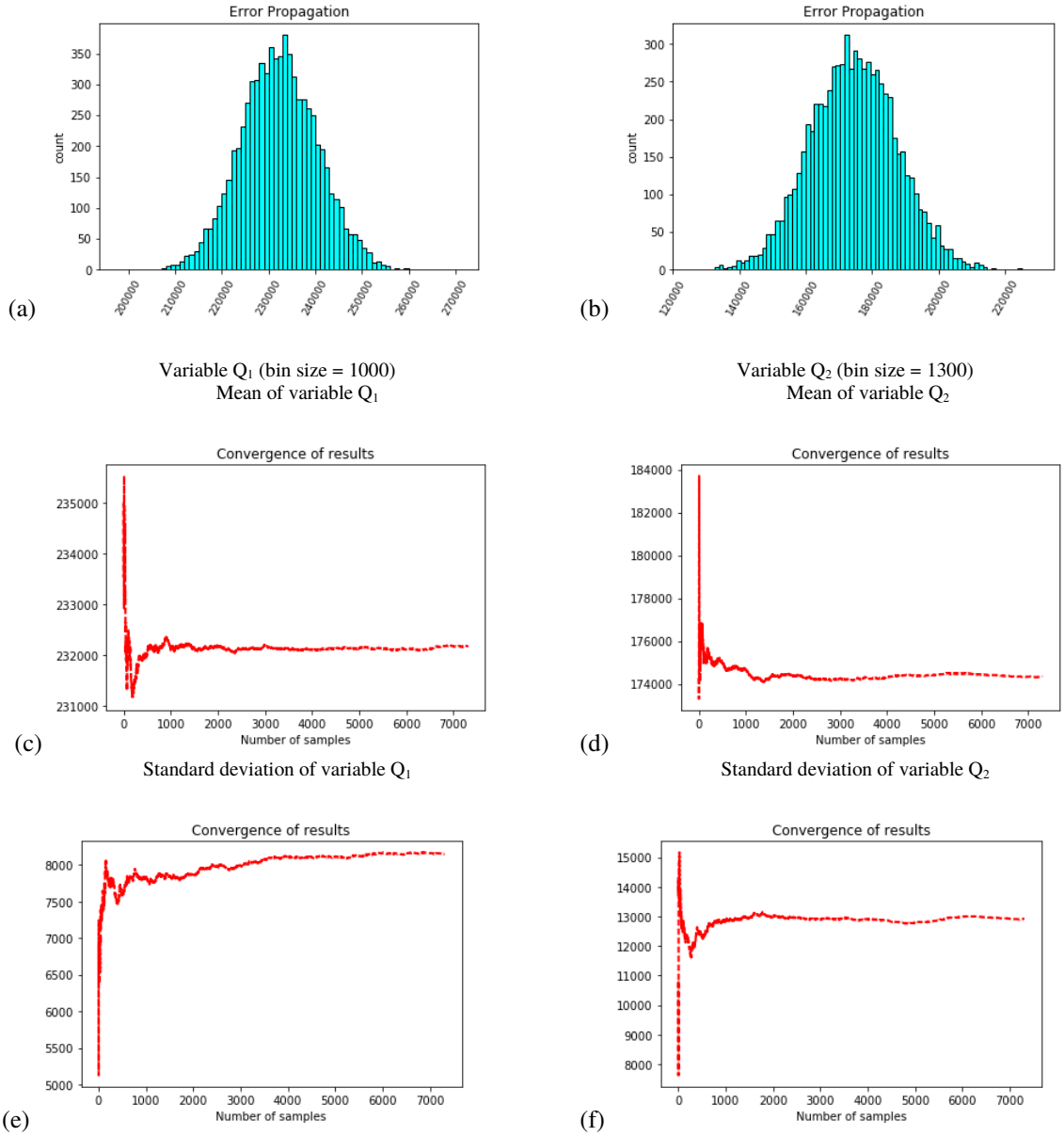


Figure 8: Probability density function of the required variables Q_1 (a) and Q_2 (b) in Watt given via an adaptive Monte Carlo simulation that converged after M = 7300 trials, and the convergence of their mean value (c, d) and standard deviation (e, f)

4. Medium size process case study

The proposed algorithms were implemented in a Python 3.6.2 program running on a 3.4 GHz Intel Cole i7-6700 CPU, 16 GB PC computer.

Let's consider a starch concentrator which aims to concentrate starched water (Figure 8). First the product is preheated, and then it is expanded via the valve. After the isentalpic flash, the flow is in two phase. It is heated again before entering into the vapor-liquid separator. The liquid part is then cooled.

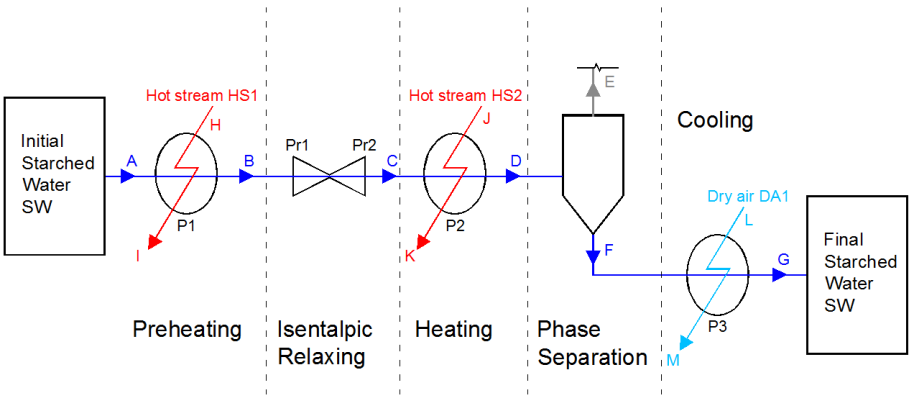


Figure 9: Illustration of a starch concentrator

The simplified model of starch concentrator is as follows:

$$
\begin{gathered}
Q_1 = \dot{m}_{HS1}\ (\text{specificEnthalpy}\ (P_{HS1}, T_H) - \text{specificEnthalpy}\ (P_{HS1}, T_I)\ ) \\
Q_1 = \dot{m}_{AD}\ (h_B - h_A) \\
h_B = \text{specificEnthalpy}\ (P_1, T_B) \\
h_A = \text{specificEnthalpy}\ (P_1, T_A) \\
\text{deltaPressure} = P_1 - P_2 \\
Q_2 = \dot{m}_{HS2}\ (\text{specificEnthalpy}\ (P_{HS2}, T_J) - \text{specificEnthalpy}\ (P_{HS2}, T_K) \\
Q_2 = \dot{m}_{AD}\ (h_D - h_C) \\
h_C = h_B \\
\text{vaporQuality(C)} = \frac{h_C - bubbleEnthalpy(P_2)}{dewEnthalpy(P_2) - bubbleEnthalpy(P_2)} \\
\text{vaporQuality (D)} = \frac{h_D - bubbleEnthalpy(P_2)}{dewEnthalpy(P_2) - bubbleEnthalpy(P_2)} \\
\dot{m}_E = \dot{m}_{AD}\ \text{vaporQuality (D)} \\
\dot{m}_{FG} = (1 - \text{vaporQuality (D)}\ )\ \dot{m}_{AD} \\
h_F = bubbleEnthalpy(P_2) \\
Q_3 = \dot{m}_{DA1}\ (\text{specificEnthalpy}\ (P_{DA1}, T_M) - \text{specificEnthalpy}\ (P_{DA1}, T_L) \\
Q_3 = \dot{m}_{FG}\ (h_F - h_G) \\
h_G = \text{specificEnthalpy}\ (P_2, T_G) \\
P_2 = \text{saturationPressure}\ (T_F\ )
\end{gathered}
\tag{22}
$$

Where:

- Q_1, Q_2 and Q_3 are the heat powers exchanged in the steps of preheating, heating, and cooling. Those three quantities are required and not measurable ;
- $\dot{m}_{HS1}$, $\dot{m}_{HS2}$, $\dot{m}_{DA1}$ are respectively the flowrates of the hot streams HS1and HS2, and the dry air DA1. These quantities are not required and measurable ;
- $\dot{m}_{AD}$ is the flowrate of the initial starched water, that was separated into $\dot{m}_E$ as vapor stream, and $\dot{m}_{FG}$ as the flowrate of the final starched water. All three flowrates are not required and measurable ;
- T_A, T_B, T_F, T_G, T_H, T_I, T_J, T_K, T_L and T_M are the temperatures at those points, not required and measurable ;
- h_A, ($h_B = h_C$), h_D, h_F and h_G are the enthalpies of the flow at those points, not required and not measurable ;

- vaporQuality(C) and vaporQuality(D) are the vapor qualities at C and D, not required and not measurable ;
- P_1 and P_2 are the pressure levels before and after the expansion, not required and measurable ;
- deltaPressure is the drop of pressure in the valve, not required and not measurable ;
- P_{HS1}, P_{HS2} and P_{DA1} are the pressure levels of the hot streams HS1and HS2, and the dry air DA, not required and measurable ;
- specificEnthalpy (Pressure, Temperature) is the function that takes as input the level of pressure and the temperature of a fluid, and returns its enthalpy ;
- bubbleEnthalpy (Pressure) is the function that takes as input the level of pressure of a fluid, and returns its bubble enthalpy ;
- dewEnthalpy (Pressure) is the function that takes as input the level of pressure of a fluid, and returns its dew enthalpy.

Q_1	$\dot{m}_{HS1}$	P_{HS1}	T_H	T_I	$\dot{m}_{AD}$	h_A	$h_B = h_C$	P_1	T_A	T_B	DeltaPr.	P_2	Q_2	$\dot{m}_{HS2}$	P_{HS2}	T_J	T_K	h_D	x_C	x_D	$\dot{m}_E$	$\dot{m}_{FG}$	h_F	Q_3	$\dot{m}_{DA1}$	P_{DA1}	T_L	T_M	h_G	T_F	T_G
#	#	#	#	#																											
#					#	#	#																								
							#	#		#																					
						#		#	#																						
								#			#	#																			
													#	#	#	#	#														
					#		#						#					#													
							#					#							#												
												#						#		#											
					#															#	#										
					#																	#									
												#											#								
																						#	#	#					#		
												#																			#
												#																		#	

Table 5: The interaction matrix of the starch concentrator where all # represent random numbers

Q_1	Q_2	Q_3	$\dot{m}_{HS1}$	P_{HS1}	T_H	T_I	$\dot{m}_{HS2}$	P_{HS2}	T_J	T_K	$\dot{m}_{DA1}$	P_{DA1}	T_L	T_M	$\dot{m}_{AD}$	h_A	$h_B = h_C$	h_D	$\dot{m}_{FG}$	h_F	h_G	P_1	T_A	T_B	DeltaPr.	P_2	x_C	x_D	$\dot{m}_E$	T_F	T_G
#			#	#	#	#																									
#															#	#	#														
	#						#	#	#	#																					
	#														#		#	#													
		#									#	#	#	#																	
		#																	#	#	#										
															#							#				#		#			
																	#					#				#		#			
																		#				#				#			#		
															#													#	#		
																		#										#			
															#													#			
															#															#	
																															#

Table 6: The rearranged interaction matrix of the starch concentrator where all # represent random numbers

This process is a medium size problem described by 16 equations and 32 variables of which 3 are required and 21 are measurable. The interaction matrix is presented in the Table 5, and its rearranged form is presented in Table 6.

Hence, the zone Z1 is of 6 equations and 22 variables, the zone Z2 is of 10 equations and 17 variables, of which 7 variables are common to the two zones and forming the zone Z5.

If we want to apply the direct method, the total number of verifications needed is around 5.72×10^6 verifications (Table 7).

Direct Method	
Process	Starch concentrator
Number of equations N_{eq}	16
Total number of variables N_{var}	32
Number of measurable variables N_{mes}	21
Maximum number of sensors N_{max}	16
Number of possible sensor networks N_{poss}	2 089 604
Number of sensor networks where the sub-systems of equations are investigated N_{case3}	2 069 255
Number of sub-systems of equations $N_{sub\text{-}eq}$	65 534
Number of valid sub-systems of equations $N_{sub\text{-}eq\text{-}valid}$	27 647
Total number of verifications needed $N_{verif\text{-}needed}$	~ 5.72×10^6

Table 7: Number of verifications if the direct method is applied to solve the instrumentation problem of the starch concentrator

We are using a 4-core architecture (4 real cores and up to 4 virtual cores). At each level of the search tree, all the possible branches are generated: if their number is greater than 40, they are divided into 8 subgroups of branches. We have chosen to parallelize the computation when the number of combinations is greater than 40, since for small numbers of branches the calculation is fast enough and does not require parallelization.

The estimated time needed to solve this problem via the parallelized direct method is around 2×10^6 seconds (24 days). Thus, the sequential method will be used to find the possible sensors networks which enable observing all required variables.

Sequential Method		
Process	Zone Z2	Zone Z1'
Number of equations N_{eq}	10	6
Total number of variables N_{var}	17	< 22
Number of measurable variables N_{mes}	9	≤ 14
Maximum number of sensors N_{max}	7	≤ 14
Number of possible sensor networks N_{poss}	501	≤ 15 954
Number of sensor networks where the sub-systems of equations are investigated N_{case3}	465	≤ 15 954
Number of sub-systems of equations $N_{sub\text{-}eq}$	1 022	62
Number of valid sub-systems of equations $N_{sub\text{-}eq\text{-}valid}$	≤ 1 022	62
Number of verifications needed N_{verif}	≤ 475 266	≤ 989 148

Table 8: Number of verifications needed for each zone Z2 and zone Z1' solved via the sequential method to solve the instrumentation problem of the starch concentrator

The total number of combinations of the variables of the zone Z5 is C_{Z_5} = 127 combinations. For each of those combinations, the zone Z2 will be isolated and a new instrumentation problem is solved (Table 8). Consequently, the identified zone Z1' will be solved, and the results will be combined.

The sequential method was applied, and 126 possible sensor networks were identified as solutions to this instrumentation problem in around 5700 seconds. The final verifications via the recursive function lead to 55 feasible instrumentation schemes with minimum number of sensors, in around 5200 seconds. In conclusion, 3 hours were enough to find 55 possible sensor networks for the starch concentrator problem where the exchanged heat powers were the required variables, of which:

- 6 instrumentations schemes consisting of 7 sensors ;
- 24 instrumentations schemes consisting of 10 sensors ;
- 2 instrumentations schemes consisting of 11 sensors ;
- 4 instrumentations schemes consisting of 12 sensors ;
- 19 instrumentations schemes consisting of 13 sensors.

To evaluate the precision of those sensor networks, the results of the adaptive Monte Carlo simulation were compared to those of the numerical derivative formulation. The nominal values of the measurable variables and their standard deviation are given in Table 9.

Variable	Nominal Value	Standard Deviation	Variable	Nominal Value	Standard Deviation
$\dot{m}_{HS1}$	5 kg/s	0.005 kg/s	T_A	313.15 K	0.3 K
$\dot{m}_{HS2}$	5 kg/s	0.005 kg/s	T_B	363.1 K	0.3 K
$\dot{m}_{DA1}$	14.5 kg/s	0.005 kg/s	T_F	318.95 K	0.3 K
$\dot{m}_{AD}$	1 kg/s	0.005 kg/s	T_G	298.05 K	0.3 K
$\dot{m}_{E}$	0.166 kg/s	0.005 kg/s	T_H	368.15 K	0.3 K
$\dot{m}_{FG}$	0.834 kg/s	0.005 kg/s	T_I	358.20 K	0.3 K
P_1	10^5 Pa	500 Pa	T_J	333.15 K	0.3 K
P_2	10^4 Pa	50 Pa	T_K	323.00 K	0.3 K
P_{HS1}	10^5 Pa	500 Pa	T_L	288.15 K	0.3 K
P_{HS2}	10^5 Pa	500 Pa	T_M	293.15 K	0.3 K
P_{DA1}	10^5 Pa	500 Pa			

Table 9: The nominal values and standard deviations of the measurable quantities of the instrumentation problem of starch concentrator

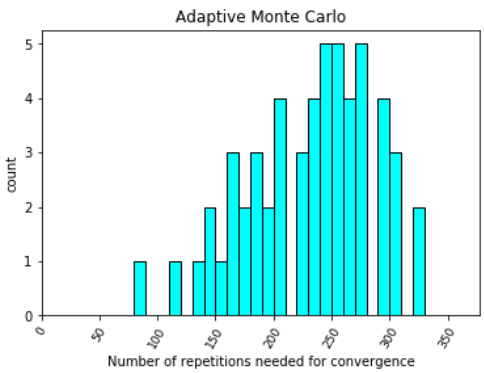


Figure 10: The variation of the number of simulations needed to convergence in the application of the adaptive Monte Carlo simulation to propagate the uncertainties for the 55 feasible instrumentation schemes

The stopping criterion for the adaptive Monte Carlo simulation was set to be a relative variation of the means and standard deviations of all the required variables less than 0.1%. For each evaluated instrumentation scheme, different numbers of simulations were required, with a minimum of 84

simulations, and a maximum of 328 simulations (Figure 10). The total time needed to evaluate all the instrumentations schemes was around 22 hours (a total of 12677 simulations required).

On the other hand, the numerical derivative method finished the evaluation of the errors of all the feasible instrumentation schemes in just one hour. A total of 654 simulations were sufficient (5% of those needed with the adaptive Monte Carlo calculations).

The error of each feasible sensor network was calculated using the equation 14. Thus, given the percentage of variation of each of the required variables, the error of the ith feasible instrumentation scheme was calculated as follow:

$$\emptyset_i = \left[\left(\left(100\frac{\sigma_{Q1}^i}{P_{Q1}^i}\right)^2 + \left(100\frac{\sigma_{Q2}^i}{P_{Q2}^i}\right)^2 + \left(100\frac{\sigma_{Q3}^i}{P_{Q3}^i}\right)^2\right)/3\right]^{1/2} \tag{23}$$

As it can be seen in Figure 11, the calculated errors via the numerical derivative method are mostly very close to those evaluated via the adaptive Monte Carlo method. If we suppose that the relative error in percentage E_i between the results given by the two methods for the ith solution is given by the formula:

$$E_i = 100\,\frac{\emptyset_i^{AMC} - \emptyset_i^{ND}}{\emptyset_i^{AMC}} \tag{24}$$

Where, $\emptyset_i^{AMC}$ is the error of the ith solution given by the Adaptive Monte Carlo Method, and $\emptyset_i^{ND}$ is the error of the ith solution given by the Numerical Derivative Method.

The smallest relative error is 0.06% for the 16th solution, and the largest relative error is 9.13% for the 14th solution, with an average of 3.65% and a standard deviation of 2.53% of relative error for all the solutions.

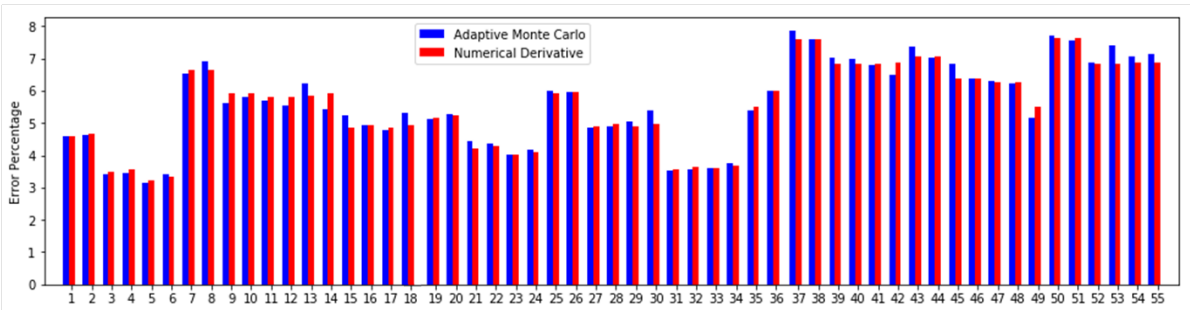


Figure11: Comparison between the Monte Carlo method and the numerical derivative method of the calculated error percentage for each feasible instrumentation scheme

	Measured Variables											
Sol. 5	P_1	T_A	T_B	P_2	$\dot{m}_E$	$\dot{m}_{FG}$	T_G					
Sol. 6	P_1	T_A	T_B	$\dot{m}_E$	$\dot{m}_{FG}$	T_F	T_G					
Sol. 3	$\dot{m}_{AD}$	P_1	T_A	T_B	P_2	$\dot{m}_E$	T_G					
Sol. 4	$\dot{m}_{AD}$	P_1	T_A	T_B	$\dot{m}_E$	T_F	T_G					
Sol. 31	$\dot{m}_{HS1}$	P_{HS1}	T_H	T_I	P_2	$\dot{m}_{HS2}$	P_{HS2}	T_J	T_K	$\dot{m}_{FG}$	T_G	
Sol. 32	$\dot{m}_{HS1}$	P_{HS1}	T_H	T_I	$\dot{m}_{HS2}$	P_{HS2}	T_J	T_K	$\dot{m}_{FG}$	T_F	T_G	
Sol. 33	$\dot{m}_{HS1}$	P_{HS1}	T_H	T_I	$\dot{m}_{AD}$	P_2	$\dot{m}_{HS2}$	P_{HS2}	T_J	T_K	$\dot{m}_E$	T_G
Sol. 34	$\dot{m}_{HS1}$	P_{HS1}	T_H	T_I	$\dot{m}_{AD}$	$\dot{m}_{HS2}$	P_{HS2}	T_J	T_K	$\dot{m}_E$	T_F	T_G

Table 10: The best 8 solutions in terms of precision

	Measured Variables												
Sol. 51	$\dot{m}_{AD}$	P_1	T_A	$\dot{m}_{HS2}$	P_{HS2}	T_J	T_K	$\dot{m}_{FG}$	$\dot{m}_{DA1}$	P_{DA1}	T_L	T_M	T_F
Sol. 38	$\dot{m}_{HS1}$	P_{HS1}	T_H	T_I	$\dot{m}_{AD}$	P_1	T_A	$\dot{m}_{FG}$	$\dot{m}_{DA1}$	P_{DA1}	T_L	T_M	T_F
Sol. 50	$\dot{m}_{AD}$	P_1	T_A	P_2	$\dot{m}_{HS2}$	P_{HS2}	T_J	T_K	$\dot{m}_{FG}$	$\dot{m}_{DA1}$	P_{DA1}	T_L	T_M
Sol. 37	$\dot{m}_{HS1}$	P_{HS1}	T_H	T_I	$\dot{m}_{AD}$	P_1	T_A	P_2	$\dot{m}_{FG}$	$\dot{m}_{DA1}$	P_{DA1}	T_L	T_M

Table 11: The worst 4 solutions in terms of precision

The best 8 solutions (Table 10) and the worst 4 solutions (Table 11) in terms of precision found with MCM were identically found with the numerical derivative method.

5. Conclusions

In this paper, the sequential method to find possible instrumentation schemes for industrial processes was detailed. It is based on a rearrangement of the interaction matrix representing the process that allows identifying smaller size problems with fast computational time. Hence, solutions of the instrumentation problem are found for medium size problems in a reasonable time unlike the case of application of the direct method. The process is then modelled in a way that permits to adapt its equations and variables to each suggested sensor network, to be able to evaluate the precision of the results without having to create a new model for each instrumentation scheme. The Monte Carlo simulation is the most accurate method to propagate the uncertainties of the measurements. However, large computational times are needed, so it was replaced by the numerical derivative method as the distributions of the input quantities are considered normal with small standard deviations. This method ensures a fast evaluation of the precision of each instrumentation scheme, and gives results that are very close to the ones produced by the MCM, allowing an efficient sorting of the sensor networks in terms of precision. An additional evaluation of the cost of those feasible instrumentation schemes will allow the achievement of a multi-objective instrumentation diagram design for the processes.

6. Acknowledgments

This work was supported by the French Government, managed by the National Research Agency ANR, under the Investments for the Future program, reference ANR-10-IEED-0012-03.

7. References

Ali Y., Narasimhan S., 1993, Sensor Network Design for Maximizing Reliability of Linear Processes, AIChE Journal, Vol. 39, No. 5, pp. 820-828.

Ali Y., Narasimhan S., 1995, Redundant Sensor Network Design for Linear Processes, AIChE Journal, Vol. 41, No. 10, pp. 2237-2249.

Bagajewicz M., 1997, Design and Retrofit of Sensor Networks in Process Plants, AIChE Journal, Vol. 43, No. 9, pp. 2300-2306.

Carnero M., Hernandez J., M. Sanchez, Bandoni A., 2001, An Evolutionary Approach for the Design of Nonredundant Sensor Networks, Industrial & Engineering Chemistry Research, Vol. 47, pp. 5578-5584.

Chmielewski D., Palmer T., Manousiouthakis V., 2002, On the Theory of Optimal Sensor Placement, AIChE Journal, Vol. 48, No. 5, pp. 1001-1012.

Gala M., Bagajewicz M., 2006a, Rigorous Methodology for the Design and Upgrade of Sensor Networks Using Cutsets, Industrial & Engineering Chemistry Research, Vol. 45, pp. 6679-6686.

Gala M., Bagajewicz M., 2006b, Efficient Procedure fir the Design and Upgrade of Sensor Networks Using Cutsets and Rigorous Decomposition, Industrial & Engineering Chemistry Research, Vol. 45, pp. 6687-6697.

He Y.J., Ma Z.F., 2014, Optimal Design of Linear Sensor Networks for Process Plants: A Multi-Objective Ant Colony Optimization Approach, Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems, Vol. 135, pp. 37-47.

Heyen G., Dumont M.N., Kalitventzeff B., 2002, Computer-Aided Design of Redundant Rensor Networks, Computer Aided Chemical Engineering, Vol. 10, pp. 685-690.

JCGM 101:2008- Evaluation of Measurement Data – Supplement 1 to the "Guide to the Expression of Uncertainty in Measurements" – Propagation of Distributions Using a Monte Carlo Method, Joint Committee for Guides in Metrology, 2008.

JCGM 102:2011- Evaluation of Measurement Data – Supplement 2 to the "Guide to the Expression of Uncertainty in Measurements" – Extension to any Number of Output Quantities, Joint Committee for Guides in Metrology, 2011.

JCGM 200:2012- International Vocabulary of Metrology – Basic and General Concepts and Associated Terms (VIM), Joint Committee for Guides in Metrology, 2012.

Kotecha P. R., Bhushan M., Gudi R. D., 2007, Constraint Programming Based Robust Sensor Network Design, Industrial & Engineering Chemistry Research, Vol. 42, No. 9, pp. 2115–2121.

Kretsovalis A., Mah R., 1987, Effect of Redundancy on Estimation Accuracy in Process Data Reconciliation, Chemical Engineering Science, Vol. 46, No. 18, pp. 5985–5999.

Kretsovalis A., Mah R., 1988, Observability and Redundancy Classification in Generalized Process Networks – I Theorems, Computers & Chemicals Engineering, Vol. 12, No. 7, pp. 671–687.

Kretsovalis A., Mah R., 1988, Observability and Redundancy Classification in Generalized Process Networks – II Algorithms, Computers & Chemicals Engineering, Vol. 12, No. 7, pp. 689–703.

Luong M., Maquin D., Huynh C.T., Ragot J., 1994, Observability, Redundancy, Reliability and Integrated Design of Measurement systems, Proceedings of 2nd IFAC Symposium on Intelligent Components and Instrument Control Applications, SICICA '94, Budapest Hungary.

Madron F., Veverka V., 1992, Optimal Selection of Measuring Points in Complex Plants by Linear Models, AIChE Journal, Vol. 38, No. 2, pp. 227–236.

Mazzour E.H., Héraud N., 1997, Observability and Measurement Placement, IFAC Proceedings Volume, Vol. 30, No. 21, pp. 239–248.

Meyer M., Le Lann J.M., Koehret B., Enjalbert M., 1994, Optimal Selection of Sensor Location on a Complex Plant using a Grapg Oriented Approach, Computers & Chemicals Engineering, Vol. 18, Suppl. 1, pp. s535–s540.

Nguyen D., Bagajewicz M., 2008, Design of Nonlinear Sensor Networks for Process Plants, Industrial & Engineering Chemistry Research, Vol. 47, pp. 5529–5542.

Nguyen D., Bagajewicz M., 2011, Parallel Computing Approaches to Sensor Network Design Using the Value Paradigm, Computers & Chemicals Engineering, Vol. 35, No. 6, pp. 1119–1134.

Rameh H., Tran C.T., Zoughaib A., Evans M.A., Gourlia J.P., 2017, Optimal Sensor Network Design to Monitor the Energy Performances of a Process Plant, Computers Aided Chemical Engineering, Vol. 40, pp. 1507–1512.

Sen S., Narasimhan S., Deb K., 1998, Sensor Network Design of Linear Processes Using Genetic Algorithms, Computers & Chemical Engineering, Vol. 22, No. 3, pp. 385–390.

Vaclaveck V., Loucka M., 1976, Selection of Measurements Necessary to Achieve Multicomponent Mass Balances in Chemical Plants, Chemical Engineering Science, Vol. 31, pp. 1199-1205.

Wailly O., Héraud N., 2005, Cost-Optimal Design of Reliable Sensor Networks Extended to Multi-Linear System, Computers & Chemicals Engineering, Vol. 29, Issue 5, pp. 1082-1087.

Wailly O., Héraud N., Malasse O., 2008, Design of Instrumentation in Process Plants Using Groëbner Bases, Computers & Chemicals Engineering, Vol. 32, Issue 10, pp. 2179-2188.

4.7 Conclusions du chapitre

L'objectif de ce chapitre était l'évaluation des incertitudes des schémas d'instrumentation valides trouvés soit par la méthode directe, soit par la méthode séquentielle. Or, pour ce faire, divers modèles de différentes structures devraient être ajustés, puisque le système de variables et d'équations permettant de valider une solution est variable selon chaque schéma de capteurs valide. Une méthode de modélisation spéciale a été introduite permettant de rendre le modèle du procédé très flexible et ajustable pour s'adapter à toutes les structures des solutions trouvées. Ainsi, les modèles représentant chaque solution sont obtenus, et prêts pour l'évaluation de l'incertitude des variables requises.

Deux méthodes pour l'évaluation des incertitudes sont introduites. La simulation de Monte Carlo est la méthode la plus précise permettant d'obtenir les résultats les plus fiables caractérisant la précision de chaque schéma d'instrumentation valide. Cependant, des temps de calcul importants sont nécessaires puisque le nombre d'essais est élevé. Une méthode de Monte Carlo adaptive permet de limiter ce nombre d'essais en arrêtant les simulations quand les variations des caractéristiques des séries générées se stabilisent. Mais le temps de calcul nécessaire pour évaluer l'incertitude de tous les schémas d'instrumentation valides était toujours élevé. Pour remédier à cet inconvénient, la méthode des dérivées numériques a été utilisée. L'emploi de cette méthode est justifié par les distributions des grandeurs d'entrée qui sont considérées des distributions normales avec de faibles écarts-types. Cette méthode assure une évaluation rapide de la précision de chaque schéma d'instrumentation et les résultats obtenus sont assez proches de ceux trouvés par la méthode de Monte Carlo adaptive. De ce fait, la méthode des dérivées numériques a été choisie pour effectuer un tri efficace des réseaux de capteurs valides en termes de précision. Une évaluation supplémentaire du coût de ces systèmes d'instrumentation valides permettra le choix d'un schéma d'instrumentation multi-objectif à adopter pour observer les variables requises de ce procédé.

Chapitre 5 : Application à un cas industriel

5.1 Introduction

Le chapitre 1 de cette thèse met en contexte le travail présenté. Il montre la nécessité de développer une méthodologie pour le choix d'un schéma d'instrumentation optimal en termes de coût et de précision, permettant de déterminer la valeur de tous les indicateurs énergétiques d'un procédé étudié pour ensuite procéder à l'étude des possibilités d'amélioration de son efficacité énergétique. La thèse apporte des éléments méthodologiques pour répondre à cette problématique.

Cette méthodologie est constituée de deux étapes. La première, présentée dans les chapitres 2 et 3, permet d'identifier un ensemble de schémas de capteurs assurant l'observabilité de toutes les variables d'intérêt. La nouveauté de ces méthodes, comparée à la littérature citée dans le premier chapitre, réside dans le fait de l'analyse la solvabilité du problème, pour un schéma d'instrumentation testé, en fonction des seules contraintes d'observabilité. Ceci est mené en se basant sur une matrice d'interaction représentant le système d'équations non linéaire, sans devoir le résoudre. La méthode de référence proposée dans le chapitre 2, est accélérée en décomposant le problème en un ensemble de problèmes à taille réduite. Cette approche séquentielle est présentée au chapitre 3. Des schémas d'instrumentation valides assurant l'observabilité des variables d'intérêts sont ainsi déterminés. La deuxième étape de la méthodologie, permet de propager les incertitudes de mesures dans chaque schéma de capteurs identifié, pour évaluer les précisions des variables d'intérêt non mesurées. Le calcul des coûts de chaque réseau d'instrumentation étant une fonction linéaire simple, les paires prix-précision de chaque solution sont ainsi connues. Après, en examinant la courbe Pareto prix-précision, l'expert menant l'audit énergétique pourra choisir un schéma d'instrumentation optimal.

Jusqu'à ce point de la thèse, ces étapes ont été appliquées sur des exemples de petite et moyenne tailles. Le but de ce chapitre est de traiter un cas industriel de grande taille en appliquant toutes les étapes de la méthodologie, et discutant les résultats obtenus.

5.2 Présentation du procédé

La méthodologie proposée est appliquée à un procédé de production de froid à température négative dans une usine agro-alimentaire visant la production de légumes surgelés. Les produits frais arrivent sur le site. Ils sont pelés si nécessaire pour supprimer leurs peaux, et lavés par immersion et agitation dans des bassins remplis d'eau fraîche. Ensuite, ces produits subissent un blanchiment par aspersion d'eau chaude, et/ou injection de vapeur d'eau, pour ensuite être pré-refroidit à travers un circuit d'air forcé par des ventilateurs. Ensuite, un deuxième refroidissement est assuré par de l'eau glacée à 4°C pulvérisée sur les produits. Par la suite, un passage dans les tunnels de surgélation permet la congélation et une baisse de la température des produits jusqu'à -15°C. A la fin, les produits surgelés sont stockés dans des chambres froides.

L'objectif de l'étude est d'élaborer un bilan de la situation énergétique actuelle de la production frigorifique bi étagée à l'ammoniac alimentant les tunnels de surgélation, pour quantifier les potentiels d'économies d'énergie et définir les futures actions permettant d'élaborer une stratégie d'efficacité énergétique.

Comme le montre la Figure 5.1, le froid est produit par l'intermédiaire d'une salle de machines formée de compresseurs à vis et de compresseurs à pistons, d'évaporateurs, de condenseurs et de bouteilles à différents niveaux de pression (système bi étagé).

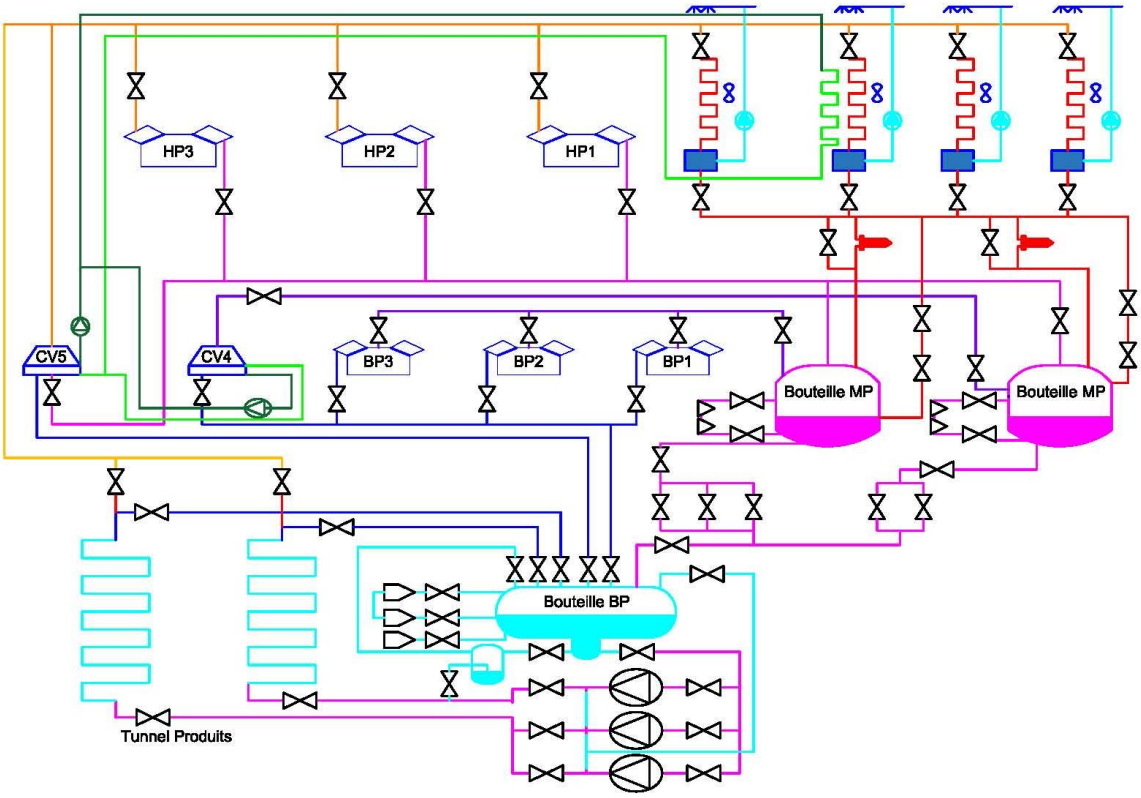


Figure 5. 1: Schéma de la salle de machines de production frigorifique à l'ammoniac

L'ammoniac à l'état gazeux présent dans la bouteille BP à basse pression, est aspiré par un groupe de 3 compresseurs à pistons « BP1, BP2 et BP3 » et par les compresseurs à vis « CV4 » et « CV5 » (CV5 étant bi-étagé), pour être transporté à la bouteille MP à moyenne pression. Ensuite l'ammoniac gazeux présent dans cette dernière est aspiré par un groupe de 3 compresseurs à pistons « HP1, HP2 et HP3 » ainsi que par le compresseur à vis « CV5 », et transporté à l'entrée du condenseur où sa température chute et l'ammoniac passe à l'état liquide. Il sera détendu (passage à un état diphasique) et transporté de nouveau à la bouteille MP à moyenne pression. Par la suite, l'ammoniac liquide présent dans cette dernière subit une deuxième détente (passage à un état diphasique) et sera transporté à la bouteille BP à basse pression. Cet ammoniac liquide permettra de refroidir l'air circulant dans l'évaporateur, ce qui va permettre par conséquent de surgeler les produits traversant les tunnels de surgélation (l'ammoniac en sortie de l'évaporateur est en état diphasique). Il faut noter que l'humidité contenue dans l'air et la quantité de l'eau transportée par les produits à surgeler entraine la formation de givre sur les évaporateurs, d'où un système de retour de vapeur chaude de l'ammoniac (provenant des compresseurs à haute pression) est utilisé pour assurer le dégivrage de ces batteries.

5.3 Modélisation du procédé

Un modèle représentatif sera considéré pour la suite de l'étude de ce procédé de production frigorifique à l'ammoniac (Figure 5.2). Les compresseurs « BP1, BP2 et BP3 » ainsi que le compresseur « CV4 » seront regroupés en un seul composant (compresseur à vis) permettant une

compression de BP à MP. Le compresseur à vis « CV5 » sera représenté en 2 étages : « Comp. 5 BP » pour son premier étage à basse pression (compression de BP à MP) et « Comp. 5 HP » pour son second étage à haute pression (compression de MP à HP). De même, les compresseurs « HP1, HP2 et HP3 » seront regroupés en un seul composant (compresseur à pistons) permettant une compression de MP à HP. Des points de mélange et de séparation seront ajoutés pour faciliter la mise en équation.

Dix composants unitaires sont requis pour assembler le modèle de ce procédé : un tunnel de passage des produits, un évaporateur, deux réservoirs de séparation liquide vapeur, un compresseur à vis refroidi par l'huile, un compresseur à pistons, un condenseur, un point de mélange, un point de séparation et une vanne. La pompe de circulation de l'ammoniac liquide entre le réservoir BP et l'évaporateur, n'est pas représentée dans ce schéma mais son effet (débit) sera déduit du calcul.

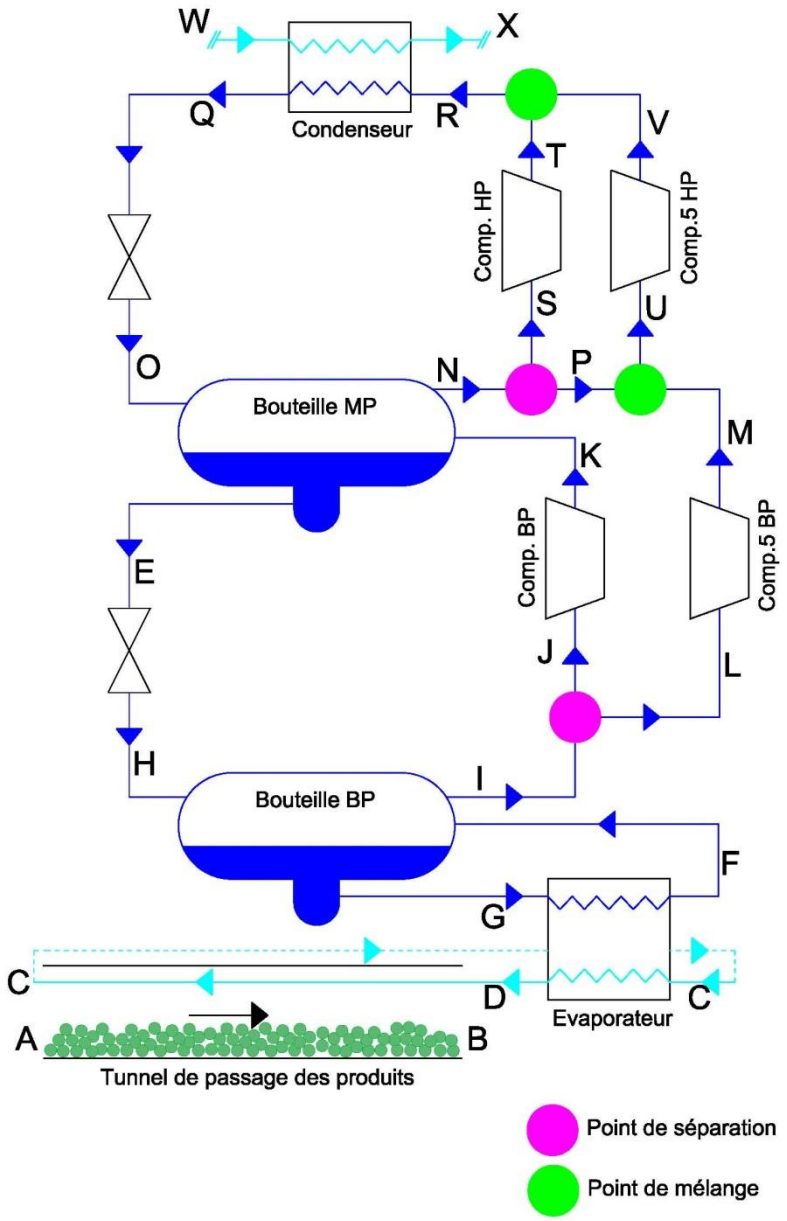


Figure 5. 2: Représentation du procédé de production frigorifique à l'ammoniac

5.3.1 Le tunnel de passage des produits

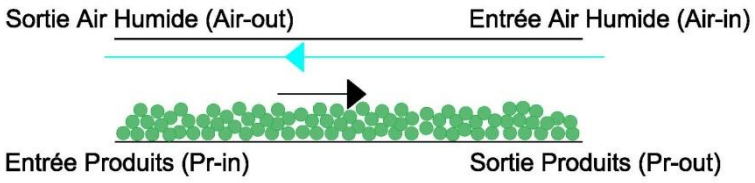


Figure 5. 3: Schéma du tunnel de passage des produits

Le passage des produits par ce tunnel permet de les surgeler. Cette surgélation est caractérisée par la puissance échangée Q entre l'air humide froid et les produits, calculée par les relations 5.1. Noter qu'une partie de l'eau entrainée par les produits est évaporée et emportée par l'air froid, en conséquence l'humidité de l'air humide augmente. La variation de la masse de produit est négligée.

$$\begin{aligned} Q = \dot{m}_{air}\big[\, Cp_{air}\left(T_{Air_out} - T_{Air_in}\right) + Cp_{vap} Ha_{Air_in}\left(T_{Air_out} - T_{Air_in}\right) + \\ h_{fg_vap}\left(Ha_{Air_out} - Ha_{Air_in}\right)\big] \\ Q = -\dot{m}_{Pr}\left(h_{\mathrm{Pr}_out} - h_{\mathrm{Pr}_in}\right) \end{aligned} \tag{5.1}$$

Où :

- $\dot{m}_{air}$ et $\dot{m}_{Pr}$ sont respectivement les débits de l'air sec et des produits ;
- T_{air_in} et T_{air_out} sont respectivement les températures sèches de l'air à l'entrée et à la sortie du tunnel ;
- Ha_{air_in} et Ha_{air_out} sont respectivement les humidités absolues de l'air à l'entrée et à la sortie du tunnel ;
- h_{fg_vap} est l'enthalpie de vaporisation de la vapeur à la pression partielle de la vapeur ;
- h_{Pr_in} et h_{Pr_out} sont respectivement les enthalpies d'entrée et de sortie des produits du tunnel, calculées en fonction des températures d'entrée et de sortie (T_{Pr_in} et T_{Pr_out}) à Pression atmosphérique :

$$\begin{aligned} h_{\mathrm{Pr}_in} &= fonction\left(P_{\mathrm{atm}}, T_{\mathrm{Pr}_in}\right) \\ h_{\mathrm{Pr}_out} &= fonction\left(P_{\mathrm{atm}}, T_{\mathrm{Pr}_out}\right) \end{aligned} \tag{5.2}$$

5.3.2 L'évaporateur

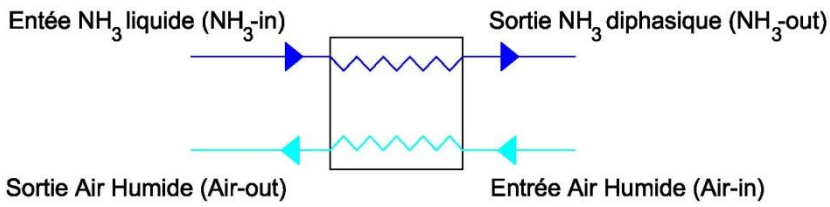


Figure 5. 4: Schéma de l'évaporateur

Lors du passage de l'air humide dans l'évaporateur, une partie de la vapeur d'eau est condensée (givre) et on suppose que le givre a la même température de l'air sec en sortie de l'échangeur. Alors, la puissance échangée Q entre l'ammoniac et l'air humide est donnée par les relations suivantes :

$$\begin{aligned} Q = & -\dot{m}_{air}\left[Cp_{air}\left(T_{Air_out} - T_{Air_in}\right) + Cp_{vap} Ha_{Air_in}\left(T_{Air_out} - T_{Air_in}\right) + \right. \\ & \left. h_{fg_sol}\left(Ha_{Air_out} - Ha_{Air_in}\right)\right] \\ Q = & \ \dot{m}_{NH_3}\left(h_{NH_3_out} - h_{NH_3_in}\right) \end{aligned} \tag{5.3}$$

Où :

- $\dot{m}_{air}$ et $\dot{m}_{NH_3}$ sont respectivement les débits de l'air sec et de l'ammoniac ;
- T_{air_in} et T_{air_out} sont respectivement les températures sèches de l'air à l'entrée et à la sortie de l'évaporateur ;
- Ha_{air_in} et Ha_{air_out} sont respectivement les humidités absolues de l'air à l'entrée et à la sortie de l'évaporateur ;
- h_{fg_sol} est l'enthalpie de givrage de la vapeur ;
- $h_{NH_3_in}$ est l'enthalpie d'entrée de l'ammoniac liquide dans l'évaporateur, calculée en fonction de sa pression (BP) et son état (liquide saturé) et $h_{NH_3_out}$ est l'enthalpie de sortie de l'ammoniac diphasique de l'évaporateur, calculée en fonction de sa pression (BP) et de son titre-vapeur ($x_{NH_3_out}$) (en fait, en présence de la bouteille BP, le système autorise que le fluide n'est que partiellement évaporé dans l'évaporateur) :

$$\begin{aligned} h_satvap_{P_{basse}} &= fonction\ (P_{basse}) \\ h_satliq_{P_{basse}} &= fonction\ (P_{basse}) \\ h_{NH_3_in} &= h_satliq_{P_{basse}} \\ x_{NH_3_out} &= \frac{h_{NH_3_out} - h_satliq_{P_{basse}}}{h_satvap_{P_{basse}} - h_satliq_{P_{basse}}} \end{aligned} \tag{5.4}$$

Où $h_satvap_{P_{basse}}$ et $h_satliq_{P_{basse}}$ sont les enthalpies de saturation liquide et vapeur de l'ammoniac à la BP.

Une équation supplémentaire permet de modéliser le taux de formation de la glace $\dot{m}_{glace}$:

$$\dot{m}_{glace} = \dot{m}_{air}\left(Ha_{Air_in} - Ha_{Air_out}\right) \tag{5.5}$$

5.3.3 La bouteille BP

Dans notre cas d'étude, le débit est le même à la sortie NH_3 liquide et à l'entrée NH_3 diphasique. En conséquence, le débit en sortie NH_3 gazeux est égal à celui en entrée diphasique. Un bilan énergétique de cette bouteille à pression BP se traduit par l'équation :

$$\dot{m}_{NH_3_froid}\left(h_{NH_3_out_froid} - h_{NH_3_in_froid}\right) = -\dot{m}_{NH_3_chaud}\left(h_{NH_3_out_chaud} - h_{NH_3_in_chaud}\right) \tag{5.6}$$

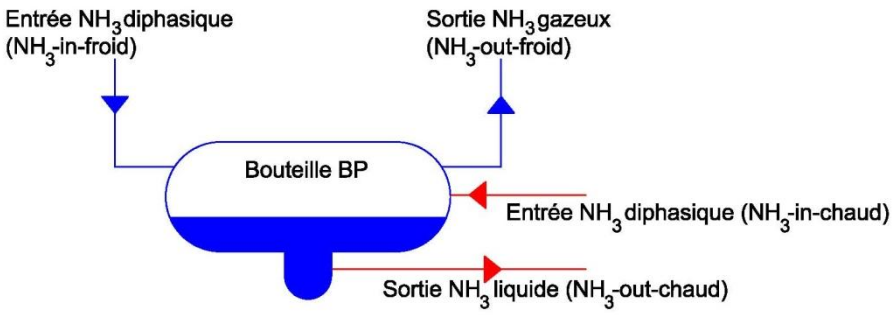


Figure 5. 5: Schéma de la bouteille basse pression

Où :

- $\dot{m}_{NH_3_chaud}$ et $\dot{m}_{NH_3_froid}$ sont respectivement les débits de l'ammoniac des deux côtés chaud et froid ;
- $h_{NH_3_out_chaud}$ est l'enthalpie de sortie de l'ammoniac liquide saturé de la bouteille, calculée en fonction de sa pression BP, et $h_{NH_3_in_chaud}$ est l'enthalpie d'entrée de l'ammoniac diphasique côté chaud dans la bouteille, calculée en fonction de sa pression (BP) et de son titre-vapeur $(x_{NH_3_in_chaud})$:

$$h_satvap_{P_{basse}} = fonction\ (P_{basse})$$
$$h_satliq_{P_{basse}} = fonction\ (P_{basse}\ )$$
$$h_{NH_3_out_chaud} = h_satliq_{P_{basse}} \tag{5.7}$$
$$x_{NH_3_in_chaud} = \frac{h_{NH_3_in_chaud} - h_satliq_{P_{basse}}}{h_satvap_{P_{basse}} - h_satliq_{P_{basse}}}$$

Avec $h_satvap_{P_{basse}}$ et $h_satliq_{P_{basse}}$ sont les enthalpies de saturation liquide et vapeur de l'ammoniac à la pression basse BP.

- $h_{NH_3_out_froid}$ est l'enthalpie saturante de sortie de l'ammoniac gazeux de la bouteille, calculée en fonction de sa pression (BP), et $h_{NH_3_in_froid}$ est l'enthalpie d'entrée de l'ammoniac diphasique côté froid dans la bouteille, calculée en fonction de sa pression (BP) et de son titre-vapeur $(x_{NH_3_in_froid})$:

$$h_{NH_3_out_froid} = h_satvap_{P_{basse}}$$
$$x_{NH_3_in_froid} = \frac{h_{NH_3_in_froid} - h_satliq_{P_{basse}}}{h_satvap_{P_{basse}} - h_satliq_{P_{basse}}} \tag{5.8}$$

5.3.4 La bouteille MP

Cette bouteille est similaire à la bouteille BP à la seule différence de l'entrée de l'ammoniac gazeux (entrée 1) issu du refoulement des compresseurs à basse pression.

Les bilans de masse et d'énergie de cette bouteille à pression MP se traduisent par les équations:

$$\dot{m}_{NH_3_in_1} + \dot{m}_{NH_3_in_2} = \dot{m}_{NH_3_out_1} + \dot{m}_{NH_3_out_2} \tag{5.9}$$

$$\dot{m}_{NH_3_in_1}\, h_{NH_3_in_1} + \dot{m}_{NH_3_in_2}\, h_{NH_3_in_2} = \dot{m}_{NH_3_out_1}\, h_{NH_3_out_1} + \dot{m}_{NH_3_out_2}\, h_{NH_3_out_2}$$

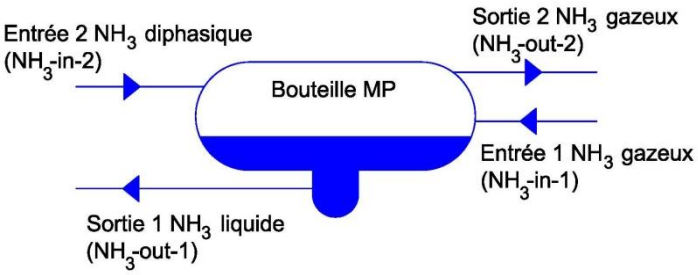


Figure 5. 6: Schéma de la bouteille moyenne pression

Où :

- $\dot{m}_{NH_3_in_1}$ et $\dot{m}_{NH_3_in_2}$ sont respectivement les deux débits de l'ammoniac aux entrées 1 et 2 de la bouteille ;
- $\dot{m}_{NH_3_out_1}$ et $\dot{m}_{NH_3_out_2}$ sont respectivement les deux débits de l'ammoniac aux sorties 1 et 2 de la bouteille ;
- $h_{NH_3_out_1}$ est l'enthalpie saturante de l'ammoniac liquide à la sortie 1 de la bouteille, calculée en fonction de sa pression (MP), $h_{NH_3_out_2}$ est l'enthalpie saturante de l'ammoniac gazeux à la sortie 2 de la bouteille, calculée en fonction de sa pression (MP) $h_{NH_3_in_1}$ est l'enthalpie de l'ammoniac gazeux à l'entrée 1 de la bouteille, calculée en fonction de sa pression (MP) et sa température $(T_{NH_3_in_1})$, et $h_{NH_3_in_2}$ est l'enthalpie de l'ammoniac diphasique à l'entrée 1 de la bouteille, calculée en fonction de sa pression (MP) et de son titre-vapeur $(x_{NH_3_in_2})$:

$$\begin{aligned} h_{NH_3_in_1} &= fonction\ (P_{moy}\ ;\ T_{NH_3_in_1}) \\ h_satvap_{P_{moy}} &= fonction\ (P_{moy}) \\ h_satliq_{P_{moy}} &= fonction\ (P_{moy}\ ) \\ h_{NH_{3_{out_1}}} &= h_satliq_{P_{moy}} \\ h_{NH_3_out_2} &= h_satvap_{P_{moy}} \\ x_{NH_3_in_2} &= \frac{h_{NH_3_in_2} - h_satliq_{P_{moy}}}{h_satvap_{P_{moy}} - h_satliq_{P_{moy}}} \end{aligned} \tag{5.10}$$

Avec $h_satvap_{P_{moy}}$ et $h_satliq_{P_{moy}}$ sont les enthalpies de saturation liquide et vapeur de l'ammoniac à la pression MP.

5.3.5 Le compresseur à vis

La puissance « utile » Q du compresseur peut être calculée de deux façons :

$$\begin{aligned} Q &= \dot{m}_{NH_3}\ (h_{NH_{3_{out}}} - h_{NH_{3_{in}}}) \\ Q &= Eff_{comp} Q_{elec} - \dot{m}_{huile} Cp_{huile} (T_{huile_out} - T_{huile_in}) \end{aligned} \tag{5.11}$$

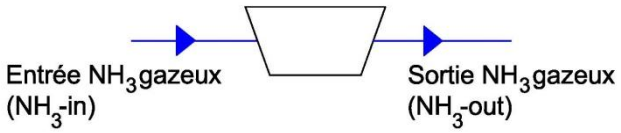


Figure 5. 7: Schéma du compresseur à vis

Où :

- $\dot{m}_{NH_3}$ est le débit aspiré de l'ammoniac ;
- $h_{NH_3_in}$ et $h_{NH_3_out}$ sont respectivement les enthalpies d'entrée et de sortie de l'ammoniac du compresseur, calculées en fonction des températures d'entrée et de sortie ($T_{NH_3_in}$ et $T_{NH_3_out}$) et des pressions respectives ($P_{NH_3_in}$ et $P_{NH_3_out}$) :

$$h_{NH_3_in} = fonction\ (P_{NH_3_in}, T_{NH_3_in})$$
$$h_{NH_3_out} = fonction\ (P_{NH_3_out}, T_{NH_3_out}) \quad (5.12)$$

- Eff_{comp} est le rendement électrique du compresseur ;
- Q_{elec} est la puissance électrique consommée par le compresseur ;
- $\dot{m}_{huile}$, Cp_{huile}, T_{huile_in} et T_{huile_out} sont les propriétés de l'huile circulant dans le compresseur.

5.3.6 Le compresseur à pistons

Comme le compresseur n'utilise pas un refroidissement par huile, sa puissance Q peut être calculée de deux façons :

$$Q = \dot{m}_{NH_3}\ (h_{NH_{3out}} - h_{NH_{3in}})$$
$$Q = Eff_{comp} Q_{elec} \quad (5.13)$$

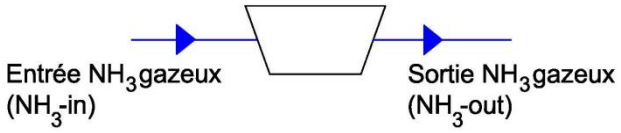


Figure 5. 8: Schéma du compresseur à vis

Où :

- $\dot{m}_{NH_3}$ est le débit aspiré de l'ammoniac ;
- $h_{NH_3_in}$ et $h_{NH_3_out}$ sont respectivement les enthalpies d'entrée et de sortie de l'ammoniac du compresseur, calculées en fonction des températures d'entrée et de sortie ($T_{NH_3_in}$ et $T_{NH_3_out}$) et des pressions respectives ($P_{NH_3_in}$ et $P_{NH_3_out}$) :

$$h_{NH_3_in} = fonction\ (P_{NH_3_in}, T_{NH_3_in})$$
$$h_{NH_3_out} = fonction\ (P_{NH_3_out}, T_{NH_3_out}) \quad (5.14)$$

- Eff_{comp} est le rendement électrique du compresseur ;
- Q_{elec} est la puissance électrique consommée par le compresseur.

5.3.7 Le condenseur

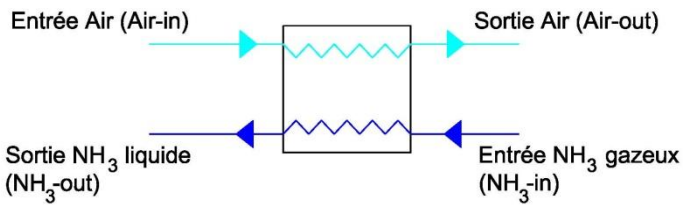


Figure 5. 9: Schéma du condenseur

La puissance échangée Q entre l'ammoniac et l'air humide est donnée par les relations suivantes :

$$Q = \dot{m}_{air}\ Cp_{air}(T_{Air_out} - T_{Air_in})$$
$$Q = -\dot{m}_{NH_3}\ (h_{NH_3_out} - h_{NH_3_in}) \quad (5.15)$$

Où :

- $\dot{m}_{air}$ et $\dot{m}_{NH_3}$ sont respectivement les débits de l'air et de l'ammoniac ;
- T_{air_in} et T_{air_out} sont respectivement les températures de l'air à l'entrée et à la sortie du condenseur;
- $h_{NH_3_in}$ est l'enthalpie d'entrée de l'ammoniac gazeux dans le condenseur, calculée en fonction de sa pression (HP) et sa température ($T_{NH_3_in}$), et $h_{NH_3_out}$ est l'enthalpie de sortie de l'ammoniac liquide du condenseur, calculée en fonction de sa pression (HP) et sa température ($T_{NH_3_out}$):

$$h_{NH_3_in} = fonction\ (P_{haute}\ ;\ T_{NH_3_in})$$
$$h_{NH_3_out} = fonction\ (P_{haute}\ ;\ T_{NH_3_out}) \quad (5.16)$$

Si on s'intéresse à observer séparément la désurchauffe et la chaleur latente, ce bilan énergétique pourra aussi être écrit de la façon suivante :

$$Q = \dot{m}_{air}\ Cp_{air}(T_{Air_out} - T_{Air_in})$$
$$h_satvap_{P_{haute}} = fonction\ (P_{haute})$$
$$Q = \dot{m}_{NH_3}\ (h_satvap_{P_{haute}} - h_{NH_3_out}) + Q_{désurchauffe} \quad (5.17)$$
$$Q_{désurchauffe} = \dot{m}_{NH_3}\ (h_{NH_3_in} - h_satvap_{P_{haute}})$$

Avec $h_satvap_{P_{haute}}$ étant l'enthalpie de saturation vapeur de l'ammoniac à la pression haute HP.

5.3.8 Le point de mélange

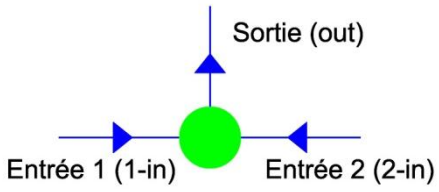


Figure 5. 10: Schéma du point de mélange

Les bilans de masse et d'énergie de ce point de mélange sont traduits par les équations:

$$\begin{aligned} \dot{m}_{1_in} + \dot{m}_{2_in} &= \dot{m}_{out} \\ \dot{m}_{1_in}\, h_{1_in} + \dot{m}_{2_in}\, h_{2_in} &= \dot{m}_{out}\, h_{out} \end{aligned} \tag{5.18}$$

Où :

- $\dot{m}_{1_in}$ et $\dot{m}_{2_in}$ sont respectivement les deux débits de l'ammoniac aux entrées 1 et 2 du point de mélange ;
- $\dot{m}_{out}$ est le débit de l'ammoniac à la sortie du point de mélange ;
- h_{1_in}, h_{2_in} et h_{out} sont respectivement les enthalpies de l'ammoniac gazeux aux entrées 1 et 2 et à la sortie du point de mélange, calculées en fonction de la pression $P_{mélange}$ à ce point de mélange et de leurs températures respectives:

$$\begin{aligned} h_{1_in} &= fonction\ (P_{mélange}\ ;\ T_{1_in}) \\ h_{2_in} &= fonction\ (P_{mélange}\ ;\ T_{2_in}) \\ h_{out} &= fonction\ (P_{mélange}\ ;\ T_{out}) \end{aligned} \tag{5.19}$$

5.3.9 Le point de séparation

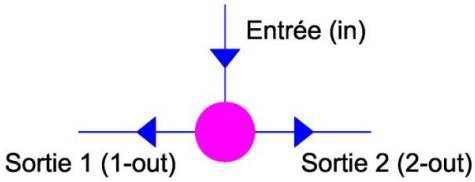


Figure 5. 11: Schéma du point de séparation

Le bilan de masse de ce point de séparation est traduit par l'équation:

$$\dot{m}_{in} = \dot{m}_{1_out} + \dot{m}_{2_out} \tag{5.20}$$

Où :

- $\dot{m}_{in}$ est le débit de l'ammoniac à l'entrée du point de séparation ;

- $\dot{m}_{1_out}$ et $\dot{m}_{2_out}$ sont respectivement les débits de l'ammoniac aux sorties 1 et 2 du point de séparation.

Avec :

$$h_{in} = h_{1_out} = h_{2_out} \tag{5.21}$$

5.3.10 La vanne

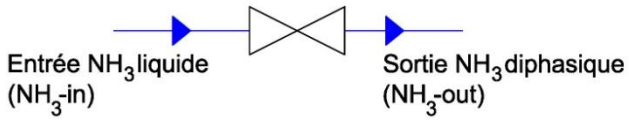


Figure 5. 12: Schéma de la vanne

Au niveau de la vanne, une chute de pression est constatée :

$$\Delta P = P_{NH_3_in} - P_{NH_3_out} \tag{5.22}$$

Avec :

$$h_{NH_3_in} = h_{NH_3_out} \tag{5.23}$$

5.4 Assemblage du modèle

Une fois assemblé, de nouvelles équations vont permettre d'assurer la bonne connexion de tous les composants. A la fin, le modèle réduit sans variables redondantes de ce procédé est décrit par le système d'équations suivant :

$$\begin{gathered}
(1) Q_{surgélation} = \dot{m}_{CD}\left[\, Cp_{air}(T_C - T_D) + Cp_{vap} Ha_D\,(T_C - T_D) + h_{fg_vap}\,(Ha_C - Ha_D)\,\right] \\
(2): Q_{surgélation} = -\dot{m}_{AB}\,(h_B - h_A) \\
(3)\ h_A = fonction\,(P_{atm},\ T_A) \\
(4)\ h_B = fonction\,(P_{atm},\ T_B) \\
(5)\ Q_{surgélation} = \dot{m}_{FG}\,(h_F - h_G) \\
(6)\ h_G = h_satliq_{P_{basse}} \\
(7)\ x_F = \frac{h_F - h_satliq_{P_{basse}}}{h_satvap_{P_{basse}} - h_satliq_{P_{basse}}} \\
Avec : h_satvap_{P_{basse}} = fonction\,(P_{basse}) \\
Avec : h_satliq_{P_{basse}} = fonction\,(P_{basse}) \\
(8)\ \dot{m}_{glace} = \dot{m}_{CD}\,(Ha_C - Ha_D) \\
(9)\ \dot{m}_{FG}\,(h_F - h_G) = -\dot{m}_{EI}\,(h_I - h_H) \\
(10)\ h_I = h_satvap_{P_{basse}} \\
(11)\ \dot{m}_{EI} = \dot{m}_{JK} + \dot{m}_{LM}
\end{gathered} \tag{5.24}$$

$$Avec : h_I = h_J = h_L$$

$$(12) Q_{Comp.BP} = \dot{m}_{JK} (h_K - h_J)$$

$$(13) h_K = fonction (P_{moy} ; T_K)$$

$$(14) Q_{Comp.BP} = Eff_{comp} Q_{elec,Comp.BP} - \dot{m}_{huile,Comp.BP} Cp_{huile} (T_{huileout,Comp.BP} - T_{huilein,Comp.BP})$$

$$(15) Q_{Comp5.BP} = \dot{m}_{LM} (h_M - h_L)$$

$$(16) h_M = fonction (P_{moy} ; T_M)$$

$$(17) Q_{Comp.5BP} = Eff_{comp} Q_{elec,Cp5.BP} - \dot{m}_{huile,Cp.5BP} Cp_{huile} (T_{huile_out,Cp.5BP} - T_{huile_in,CP5.BP})$$

$$Avec : h_E = h_H$$

$$(18) \dot{m}_{JK} + \dot{m}_{RO} = \dot{m}_{EI} + \dot{m}_N$$

$$(19) \dot{m}_{JK} h_K + \dot{m}_{RO} h_O = \dot{m}_{EI} h_E + \dot{m}_N h_N$$

$$(20) h_E = h_satliq_{P_{moy}}$$

$$(21) h_N = h_satvap_{P_{moy}}$$

$$Avec : h_O = h_Q$$

$$(22) \dot{m}_N = \dot{m}_{ST} + \dot{m}_P$$

$$Avec : h_N = h_S = h_P$$

$$(23) \dot{m}_P + \dot{m}_{LM} = \dot{m}_{UV}$$

$$(24) \dot{m}_P h_P + \dot{m}_{LM} h_M = \dot{m}_{UV} h_U$$

$$(25) h_U = fonction (P_{moy} ; T_U)$$

$$(26) Q_{Comp.HP} = \dot{m}_{ST} (h_T - h_S)$$

$$(27) h_T = fonction (P_{haute} ; T_T)$$

$$(28) Q_{Comp.HP} = Eff_{comp} Q_{elec,Comp.HP}$$

$$(29) Q_{Comp5.HP} = \dot{m}_{UV} (h_V - h_U)$$

$$(30) h_V = fonction (P_{haute} ; T_V)$$

$$(31) Q_{Cp.5HP} = Eff_{comp} Q_{elec,Cp5.HP} - \dot{m}_{huile,Cp.5HP} Cp_{huile} (T_{huile_out,Cp.5HP} - T_{huile_in,Cp5.HP})$$

$$(32) \dot{m}_{UV} + \dot{m}_{ST} = \dot{m}_{RO}$$

$$(33) \dot{m}_{UV} h_V + \dot{m}_{ST} h_T = \dot{m}_{RO} h_R$$

$$(34) Q_{condenseur} = \dot{m}_{WX} Cp_{air} (T_X - T_W)$$

$$(35) Q_{condenseur} = \dot{m}_{RO} (h_satvap_{P_{haute}} - h_Q) + Q_{désurchauffe}$$

$$(36) Q_{désurchauffe} = \dot{m}_{RO} (h_R - h_satvap_{P_{haute}})$$

$$Avec : h_satvap_{P_{haute}} = fonction (P_{haute})$$

$$(37) h_R = fonction (P_{haute} ; T_R)$$

$$(38) h_Q = fonction (P_{haute} ; T_Q)$$

5.5 Classification des variables

Après assemblage, le procédé est représenté par 38 équations et 66 variables dont :

	Eq.38	Eq.37	Eq.36	Eq.35	Eq.34	Eq.33	Eq.32	Eq.31	Eq.30	Eq.29	Eq.28	Eq.27	Eq.26	Eq.25	Eq.24	Eq.23	Eq.22	Eq.21	Eq.20	Eq.19	Eq.18	Eq.17	Eq.16	Eq.15	Eq.14	Eq.13	Eq.12	Eq.11	Eq.10	Eq.9	Eq.8	Eq.7	Eq.6	Eq.5	Eq.4	Eq.3	Eq.2	Eq.1
Q(surg.)																																		■			■	■
ṁ(CD)																															■							
T(C)																																						
T(D)																																						
Ha(C)																															■							
Ha(D)																															■							
ṁ(AB)																																					■	
h(A)																																				■	■	
h(B)																																			■		■	
T(A)																																				■		
T(B)																																			■			
ṁ(FG)																														■				■				
h(F)																														■		■		■				
h(G)																														■			■	■				
P(basse)																													■			■	■					
x(F)																																■						
ṁ(glace)																															■							
ṁ(EI)																				■	■							■		■								
h(E)=h(H)																			■	■										■								
h(I)=h(J)=h(L)																								■			■		■	■								
ṁ(JK)																				■	■						■	■										
ṁ(LM)															■	■								■				■										
Q(Comp.BP)																									■		■											
h(K)																				■						■	■											
P(moy.)														■				■	■				■			■												
T(K)																										■												
Q(elec,Cp.BP)																									■													
ṁ(huile,Cp.BP)																									■													
T(huile-in,Cp.BP)																									■													
T(huile-out,Cp.BP)																									■													
Q(Comp5.BP)																						■		■														
h(M)															■								■	■														
T(M)																							■															
Q(elec,Cp5.BP)																						■																
ṁ(huile,Cp5.BP)																						■																
T(huile-in,Cp5.BP)																						■																
T(huile-out,Cp5.BP)																						■																
ṁ(RO)		■	■			■	■													■	■																	
ṁ(N)																	■			■	■																	
h(O)=h(Q)	■		■																	■																		
h(N)=h(S)=h(P)													■		■			■		■																		
ṁ(ST)						■	■						■				■																					
ṁ(P)															■	■	■																					
ṁ(UV)						■	■			■					■	■																						
h(U)										■				■	■																							
T(U)														■																								
Q(Comp.HP)											■		■																									
h(T)						■						■	■																									
P(haute)	■	■	■		■				■			■																										
T(T)												■																										
Q(elec,Cp.HP)											■																											
Q(Comp5.HP)								■		■																												
h(V)						■			■	■																												
T(V)									■																													
Q(elec,Cp5.HP)								■																														
ṁ(huile,Cp5.HP)								■																														
T(huile-in,Cp5.HP)								■																														
T(huile-out,Cp5.HP)								■																														
h(R)		■			■	■																																
T(R)					■																																	
Q(cond.)			■	■																																		
ṁ(WX)				■																																		
T(W)				■																																		
T(X)				■																																		
Q(désurchauffe)		■	■																																			
T(Q)	■																																					

Tableau 5. 1: Matrice d'interaction brute du procédé de production frigorifique

- 19 températures toutes mesurables par l'ajout de capteurs sur site ;
- 16 débits massiques dont 11 sont mesurables et 5 non mesurables pour des raisons techniques ($\dot{m}_{CD}$, $\dot{m}_{LM}$, $\dot{m}_{N}$, $\dot{m}_{P}$ et $\dot{m}_{UV}$).
- 14 enthalpies toutes non mesurables, et juste observables à l'aide des relations définies ;

- 2 humidités absolues mesurables ;
- un titre-vapeur non mesurable et juste calculable à l'aide de relations définies (les deux autres titres vapeurs à la sortie des deux vannes, n'ont pas été retenus lors de l'assemblage du modèle, puisque leurs valeurs ne sont pas d'intérêt et le calcul des enthalpies est possible à partir des pressions en amont) ;
- 3 pressions toutes mesurables ;
- 11 puissances dont 4 puissances électriques mesurables.

Les variables choisies comme étant requises par l'expert menant l'audit énergétique de ce cas industriel, sont les quatre puissances des groupes de compresseurs pour des fins de contrôle de la facture électrique, le titre-vapeur au point F pour comprendre l'état physique de l'ammoniac à la sortie de l'évaporateur, et la température au point R à l'entrée du condenseur qui permet de déterminer la quantité de chaleur qui peut être récupérée dans le condenseur. Au total, on traite un problème d'instrumentation avec 6 variables requises et 39 variables mesurables.

Le tableau 5.1 traduit la matrice d'interaction brute de ce procédé de production frigorifique.

5.6 Réarrangement de la matrice d'interaction brute et simulation

Suite à la définition du système d'équations décrivant ce procédé et au choix des variables requises, le réarrangement de sa matrice d'interaction brute mène à la définition des zones : Elles sont présentes dans 3 zones de variables et 2 groupes d'équations, donc (Tableau 5.2):

- N_{sup} = 10 équations ;
- N_{inf} = 28 équations ;
- N_{Z1} = 34 (La zone Z1 est constituée de 6 équations et 34 variables et la zone Z3 est constituée de 32 colonnes nulles)
- N_{Z2} = 47 (La zone Z2 est constituée de 28 équations et 47 variables et la zone Z4 est constituée de 19 colonnes nulles);
- N_{Z5} = 15 (15 variables sont communes aux deux zones supérieure et inférieure).

La taille de la zone Z2 est plus grande que celle de la zone Z1, mais le nombre de variables non mesurables de la zone Z5 est élevé (11 variables non mesurables parmi les 15 variables formant la zone Z5). Si la méthode séquentielle – le haut vers le bas – était choisie pour résoudre ce problème d'instrumentation, le nombre de combinaisons de capteurs à vérifier pour la seule résolution de la zone Z1 est très élevé. Le temps nécessaire pour résoudre cette zone Z1 seulement (et non pas tout le problème d'instrumentation) par cette approche – le haut vers le bas – est estimé à 58 jours par extrapolation du temps de calcul nécessaire pour vérifier les combinaisons de 1 à 4 capteurs. Le nombre maximal de combinaisons de capteurs à vérifier pour un problème Z1 posé avec la méthode séquentielle – bas vers le haut – est 220 fois plus petit que le nombre de combinaisons de capteurs à vérifier pour cette seule compilation de la zone Z1 en supposant toutes les variables de la zone commune Z5 mesurables. Ceci est dû au grand nombre de variables non mesurables présentes dans la zone Z5. Et, en ce qui concerne la résolution de la zone Z2, le nombre d'équations est très élevé, et ainsi le nombre de sous-systèmes à vérifier à chaque passage par la fonction de vérification est très élevé, ce qui fait que le temps de calcul nécessaire pour une seule résolution de cette zone Z2 est de plusieurs mois (Tableau 5.3).

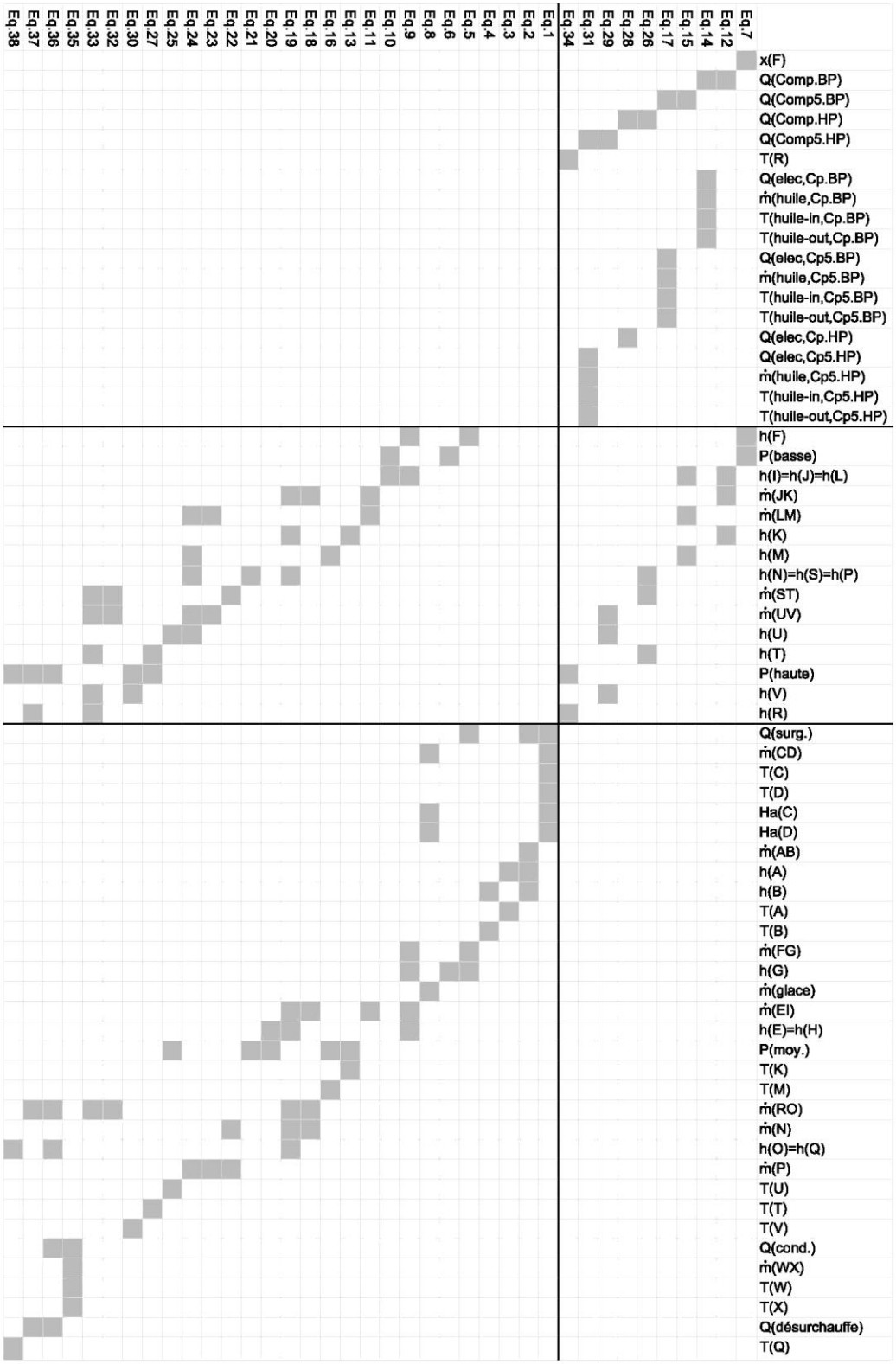


Tableau 5. 2: Matrice d'interaction réarrangée du procédé de production frigorifique brut

	Méthode séquentielle	
	Bas vers le haut	Haut vers le bas
Nombre de compilations zone Z2	32 767	≪ 32 767
Nombre d'équations N_{eq_Z2}	28	28
Nombre de variables N_{var_Z2}	47	47
Nombre de variables mesurables N_{mes_Z2}	24	24
Nombre de variables requises N_{R_Z2}	Entre 1 et 16	Selon Résultats Z1
Nombre de schémas d'instrumentation à tester N_{poss_Z2}	33 486 025	33 486 025
Nombre de sous-systèmes d'équations possibles $N_{ss\text{-}eq_Z2}$	≤ 268 435 454	≤ 268 435 454
Nombre de compilations zone Z1	≫ 1	1
Nombre d'équations N_{eq_Z1}	10	10
Nombre de variables N_{var_Z1}	Entre 19 et 33	34
Nombre de variables mesurables N_{mes_Z1}	Entre 14 et 18	29
Nombre de variables requises N_{R_Z1}	6	6
Nombre de schémas d'instrumentation à tester N_{poss_Z1}	Entre 14 912 et 258 118	536 843 070
Nombre de sous-systèmes d'équations valides $N_{ss\text{-}valides_Z1}$	161	161

Tableau 5. 3: Comparaison entre les deux approches de la méthode séquentielle appliquées à la matrice brute du procédé de production frigorifique

Par conséquent, la résolution du problème posé de cette façon requiert un temps de calcul inabordable et une reformulation du problème est nécessaire.

5.7 Simplification du système d'équations

Le grand nombre d'équations et de variables décrivant ce problème rend les méthodes décrites dans le chapitre 3 non applicables directement. Néanmoins, la mise en équations peut être reformulée pour réduire la taille du problème.

En premier lieu, il est possible de substituer chaque enthalpie présente dans les équations, par la relation qui permet de la calculer à partir des pressions, températures (ou titre-vapeur quand le fluide est dans un état diphasique). De cette manière, le nombre d'équations ainsi que le nombre de variables définissant la matrice d'interaction sont réduits de 14. Au total, le système est ainsi décrit par 24 équations et 56 variables (dont 43 mesurables). Cette technique est possible parce que l'enthalpie n'est ni mesurable ni requise dans notre cas d'étude.

Par exemple, les équations 2,3 et 4 seront remplacées par une seule équation:

$$Q_{surgélation} = -\dot{m}_{AB}\ (fonction\{P_{\text{atm}},\ T_{\text{B}}\} - fonction\{P_{\text{atm}},\ T_{\text{A}}\}) \tag{5.25}$$

En second lieu, il est possible de supposer que les 4 puissances des compresseurs, sont mesurables, en conséquence les équations 14, 17 et 31 permettant de trouver la valeur de la puissance du compresseur à partir de la puissance électrique consommée et des propriétés de l'huile circulant dans ce compresseur (pour les compresseurs à vis) seront des équations cachées (c.à.d. ne sont plus prises en compte dans le système d'équation). Une fois que les résultats de la méthode séquentielle sont trouvés, si un schéma d'instrumentation requiert la mesure de la puissance d'un certain compresseur, l'équation qui était cachée sera activée de nouveau et toutes les grandeurs de cette équation seront déclarées à mesurer pour déterminer la valeur de la puissance du compresseur. De

cette manière, le nombre d'équations a été réduit de 4, et le nombre de variables est réduit de 13. Ainsi, le système est décrit par 20 équations et 43 variables (dont 34 mesurables). Noter que cette technique est possible parce que les variables présentes dans ces équations sont toutes mesurables, à part les puissances utiles.

De même, la puissance de surgélation peut aussi être supposée comme étant une grandeur mesurable : l'équation permettant de trouver sa valeur à partir des propriétés des produits passant dans le tunnel de surgélation sera cachée (c'est l'équation qui regroupe les équations 2,3 et 4). Une fois que les résultats de la méthode séquentielle sont trouvés, si un schéma d'instrumentation requiert la mesure de la puissance de surgélation, l'équation qui était cachée sera activée de nouveau et toutes les grandeurs de cette équation (débit des produits, températures d'entrées et de sortie) seront déclarées à mesurer pour déterminer la valeur de la puissance de surgélation. De cette manière, le nombre d'équations a été réduit de 1, et le nombre de variables est réduit de 3. Ainsi, le système est décrit par 19 équations et 40 variables (dont 32 mesurables).

Aussi, la puissance échangée dans le condenseur peut être supposée comme étant une grandeur mesurable : l'équation 34 permettant de trouver sa valeur à partir des propriétés de l'air sera cachée. Une fois que les résultats de la méthode séquentielle sont trouvés, si un schéma d'instrumentation requiert la mesure de la puissance échangée dans le condenseur, l'équation qui était cachée sera activée de nouveau et toutes les grandeurs de cette équation (débit de l'air, températures d'entrées et de sortie) seront déclarées à mesurer pour déterminer la valeur de la puissance du condenseur. De cette manière, le nombre d'équations a été réduit de 1, et le nombre de variables est réduit de 3. Ainsi, le système est décrit par 18 équations et 37 variables (dont 30 mesurables).

Finalement, vu que les niveaux de pression (basse, moyenne et haute) sont présents dans un grand nombre d'équations, et qu'ils sont mesurés et connus sur le site, ils ne seront pas considérés comme variables, mais comme paramètres connus. Donc, au final, le système réduit sera formé de 18 équations et 30 variables (dont 23 mesurables et 6 requises) :

$$
\begin{gathered}
Q_{surgélation} = \dot{m}_{CD}\left[\, Cp_{air}(T_C - T_D) + Cp_{vap} Ha_D\,(T_C - T_D) + h_{fg_vap}\,(Ha_C - Ha_D)\,\right] \\
Q_{surgélation} = \dot{m}_{FG}\ [\, x_F(h_satvap_{P_{basse}} - h_satliq_{P_{basse}}\,] \\
\dot{m}_{glace} = \dot{m}_{CD}\ (Ha_C - Ha_D) \\
\dot{m}_{FG}(x_F(h_satvap_{P_{basse}} - h_satliq_{P_{basse}})\,) = -\,\dot{m}_{EI}\,(h_satvap_{P_{basse}} - h_satliq_{P_{moy}}) \\
\dot{m}_{EI} = \dot{m}_{JK} + \dot{m}_{LM} \\
Q_{Comp.BP} = \dot{m}_{JK}\ (\,fct\,\{P_{moy}\,;\,T_K\} - h_satvap_{P_{basse}}\,) \\
Q_{Comp5.BP} = \dot{m}_{LM}\ (\,fct\,\{P_{moy}\,;\,T_M\} - h_satvap_{P_{basse}}\,) \\
\dot{m}_{JK} + \dot{m}_{RO} = \dot{m}_{EI} + \dot{m}_N \\
\dot{m}_{JK}\,(fct\,\{P_{moy}\,;\,T_K\}) + \dot{m}_{RO}\,(fct\,\{P_{haute}\,;\,T_Q\}) = \dot{m}_{EI}\,h_satliq_{P_{moy}} + \dot{m}_N\,h_satvap_{P_{moy}} \\
\dot{m}_N = \dot{m}_{ST} + \dot{m}_P \\
\dot{m}_P + \dot{m}_{LM} = \dot{m}_{UV} \\
\dot{m}_P\,h_satvap_{P_{moy}} + \dot{m}_{LM}\,(fct\,\{P_{moy}\,;\,T_M\}) = \dot{m}_{UV}\,(fct\,\{P_{moy}\,;\,T_U\}) \\
Q_{Comp.HP} = \dot{m}_{ST}\ (fct\,\{P_{haute}\,;\,T_T\} - h_satvap_{P_{moy}}) \\
Q_{Comp5.HP} = \dot{m}_{UV}\ (fct\,\{P_{haute}\,;\,T_V\} - fct\,\{P_{moy}\,;\,T_U\})
\end{gathered}
\tag{5.26}
$$

$$\dot{m}_{UV} + \dot{m}_{ST} = \dot{m}_{RO}$$

$$\dot{m}_{UV}\,(fct\,\{P_{haute}\,;\,T_V\}) + \dot{m}_{ST}\,(fct\,\{P_{haute}\,;\,T_T\}) = \dot{m}_{RO}\,(fct\,\{P_{haute}\,;\,T_R\})$$

$$Q_{désurchauffe} = \dot{m}_{RO}\,(fct\,\{P_{haute}\,;\,T_R\} - h_satvap_{P_{haute}})$$

$$Q_{condenseur} = \dot{m}_{RO}\,(h_satvap_{P_{haute}} - fct\,\{P_{haute}\,;\,T_Q\}) + Q_{désurhauffe}$$

Et la matrice d'interaction déduite est donnée par le tableau 5.4.

	$Q_{surgélation}$	$\dot{m}_{CD}$	T_C	T_D	Ha_C	Ha_D	$\dot{m}_{FG}$	x_F	$\dot{m}_{glace}$	$\dot{m}_{EI}$	$\dot{m}_{JK}$	$\dot{m}_{LM}$	$Q_{Comp.BP}$	T_K	$Q_{Comp5.BP}$	T_M	$\dot{m}_{RO}$	$\dot{m}_N$	T_Q	$\dot{m}_P$	$\dot{m}_{ST}$	$\dot{m}_{UV}$	T_U	$Q_{Comp.HP}$	T_T	$Q_{Comp5.HP}$	T_V	T_R	$Q_{désurchauffe}$	$Q_{condenseur}$
E1	X	X	X	X	X	X																								
E2	X						X	X																						
E3		X			X	X			X																					
E4							X	X		X																				
E5										X	X	X																		
E6											X		X	X																
E7												X			X	X														
E8										X	X						X	X												
E9										X	X			X			X	X	X											
E10																		X		X	X									
E11												X								X		X								
E12												X				X				X		X	X							
E13																					X			X	X					
E14																						X	X			X	X			
E15																	X				X	X								
E16																	X				X	X			X		X	X		
E17																	X											X	X	
E18																	X		X										X	X

Tableau 5. 4: Matrice d'interaction du système d'équations simplifié

5.8 Réarrangement de la matrice d'interaction simplifiée et simulation

Les six variables choisies comme étant requises par l'expert menant l'audit énergétique sont x_F, $Q_{Comp.BP}$, $Q_{Comp.5BP}$, $Q_{Comp.HP}$, $Q_{Comp5.HP}$ et T_R. Elles sont présentes dans 8 équations, donc :

- N_{sup} = 8;
- N_{inf} = 10.

Un réarrangement des colonnes de la matrice d'interaction du Tableau 5.3 pour regrouper les zones nulles permettra d'identifier la taille des 5 zones de la matrice réarrangée (Tableau 5.5) :

- N_{Z1} = 24 (La zone Z1 est constituée de 8 équations et 24 variables et la zone Z3 est constituée de 10 colonnes nulles);

- N_{Z2} = 23 (La zone Z2 est constituée de 10 équations et 23 variables et la zone Z4 est constituée de 11 colonnes nulles);
- N_{Z5} = 13 (13 variables sont communes aux deux zones supérieure et inférieure).

La taille de la Zone Z1 est plus petite que celle de la zone Z2 et 8 variables de la zone commune Z5 sont mesurables parmi les 11 variables. Donc, la méthode séquentielle – le haut vers le bas – est celle adaptée à la résolution de ce problème d'instrumentation.

Au début, la zone Z1 est isolée. Les variables de cette zone sont divisées en 2 groupes : celles appartenant à la zone communes ($Z1_d$) et celles non appartenant à la zone commune ($Z1_g$) :

- 9 appartiennent à la zone $Z1_g$ (dont 8 sont mesurables) ;
- 11 appartiennent à la zone $Z1_d$ (dont 8 sont mesurables).

	x_F	$Q_{Comp.BP}$	$Q_{Comp5.BP}$	$Q_{Comp.HP}$	$Q_{Comp5.HP}$	T_R	$\dot{m}_{FG}$	T_T	T_V	$Q_{surgélation}$	$\dot{m}_{EI}$	$\dot{m}_{JK}$	$\dot{m}_{LM}$	T_K	T_M	$\dot{m}_{RO}$	$\dot{m}_{ST}$	$\dot{m}_{UV}$	T_U	$Q_{désurchauffe}$	$\dot{m}_{CD}$	T_C	T_D	Hr_C	Hr_D	$\dot{m}_{glace}$	$\dot{m}_N$	T_Q	$\dot{m}_P$	$Q_{condenseur}$
E2	X						X			X																				
E4	X						X				X																			
E6		X										X		X																
E7			X										X		X															
E13				X				X									X													
E14					X				X									X	X											
E16						X		X	X							X	X	X												
E17						X										X				X										
E1										X											X	X	X	X	X					
E3																					X			X	X	X				
E5											X	X	X																	
E8											X	X				X											X			
E9											X	X		X		X											X	X		
E10																	X										X		X	
E11													X					X											X	
E12													X		X			X	X										X	
E15																X	X	X												
E18																X				X								X		X

Tableau 5. 5 : Matrice d'interaction réarrangée du système d'équations simplifié

Des conditions de mesurabilité sont imposées : toutes les variables de la zone commune sont supposées mesurables, donc le problème d'instrumentation à résoudre consiste en :

- Un nombre d'équations égal à 8;
- Un nombre de variables égal à 20 ;
- Les mêmes 6 variables requises du problème d'instrumentation initial ;
- Un nombre de variables mesurables égal à 8 + 11 = 19.

Le nombre maximal de capteurs à ajouter est :

$$X_{\max_Z1} = minimum\ \{N_{var} - N_{eq} = 12\ ;\ N_{mes} = 19\} = 12 \tag{5.27}$$

Ainsi, l'arbre de recherche correspondante à ce problème d'instrumentation consistera en 12 étages combinant les 19 variables supposées mesurables. Au total, 480 491 schémas d'instrumentation possibles seront sujets à des vérifications, dont 50 388 pour lesquels l'observabilité totale du système est étudiée, et pour le reste la contrainte d'observabilité ne concerne que les variables requises.

Le nombre total de sous-systèmes d'équations possibles est :

$$C_{ss_eq_sup} = \sum_{k=1}^{7} \binom{8}{k} = 254 \tag{5.28}$$

Un filtrage de ces sous-systèmes d'équations est réalisé en faveur de la seule variable requise non mesurable (x_F), et 191 sous-systèmes sont retenus ($C_{ss_valides_sup}$ = 191).

Le nombre total de vérifications requises pour résoudre le problème d'instrumentation est :

$$N_{verif_total_Z1} = 50\ 388 + 430\ 103\ \times 191 = 82\ 200\ 061 \tag{5.29}$$

Ainsi 876 solutions de schémas de capteurs sont trouvées en presque 2000 secondes de calcul (≪58 jours de calcul avant la simplification du système d'équations). Les ensembles $Z1_g$ et $Z1_d$ sont identifiés pour chaque solution. Toutes les solutions ont un ensemble $Z1_d$ non nul, donc aucune de ses solutions n'est directement ajoutée à l'ensemble des solutions totales. 238 différentes combinaisons de variables de la zone Z5 sont identifiées, donc 238 différentes simulations de la zone Z2 seront effectuées. Ce n'est que 12% des 2047 simulations nécessaires de la zone Z2 si la méthode séquentielle – le bas vers le haut – était choisie (11 variables appartiennent à Z5 donc les différentes conditions d'observabilité à considérer sont égales à $\sum_{k=1}^{11} \binom{11}{k}$ = 2047).

Chaque problème d'instrumentation Z2 est défini par une matrice d'interaction formée de 10 équations et 21 variables dont 15 sont mesurables. A chaque résolution, des combinaisons entre une et 11 variables parmi les 15 variables mesurables seront considérées (N_{poss} = 32 191 schémas de capteurs possibles dont N_{cas2} = 1365 schémas de capteurs où une observabilité totale du système est étudiée et N_{cas3} = 30 826), et un nombre variable de sous-systèmes d'équations seront étudiés au passage par la fonction de vérification, tel que (Tableau 5.6) :

- Un nombre minimal de 415 sous-systèmes d'équations étudiés ;
- Un nombre maximal de 1022 sous-systèmes d'équations étudiés;
- Une moyenne de 653 sous-systèmes d'équations étudiés.

Nombre de sous-systèmes d'équations ($C^i_{ss_valides}$)	415	447	511	831	895	1022
Nombre de compilations de la zone Z2 (Nbr^i_{Z2})	26	73	36	23	56	24

Tableau 5. 6 : Statistiques du nombre de sous-systèmes d'équations étudiés pour chacune des compilations de la zone Z2

Le nombre de total de vérifications faites pour résoudre ces 238 problèmes d'instrumentation Z2 est :

$$N_{verif_total_Z2} = 1365 \times 238 + 30\,826 \times \sum_{i=1}^{6} C_{ss_valides}^{i}\ Nbr_{Z2}^{i} = 4\,796\,172\,298 \tag{5.30}$$

Toutes ces vérifications nécessitent presque 33 heures de calcul (soit 1.5 jours) et 1099 schémas de capteurs possibles ont été identifiés :

- 2 schémas d'instrumentation de 7 capteurs ;
- 11 schémas d'instrumentation de 8 capteurs;
- 759 schémas d'instrumentation de 9 capteurs ;
- 98 schémas d'instrumentation de 10 capteurs ;
- 61 schémas d'instrumentation de 11 capteurs ;
- 6 schémas d'instrumentation de 12 capteurs ;
- 97 schémas d'instrumentation de 13 capteurs ;
- 43 schémas d'instrumentation de 14 capteurs ;
- 22 schémas d'instrumentation de 15 capteurs.

Il faut noter que à ce stade de la solution du problème, il n'est pas étonnant de tomber sur des schémas d'instrumentation avec un nombre de capteurs supérieur à $X_{\max}$:

$$X_{\max} = minimum\ \{N_{var} - N_{eq} = 30 - 18 = 12\ ;\ N_{mes} = 23\} = 12 \tag{5.31}$$

Ceci est le résultat du couplage des solutions de deux problèmes. Un passage par la fonction inverse permettra de s'assurer de l'optimalité du nombre de capteurs par schéma d'instrumentation trouvé, et par la suite tous les schémas avec un nombre de capteurs supérieur à $X_{\max}$ seront systématiquement filtrés.

Cette vérification par la méthode inverse est faite par rapport aux sous-systèmes d'équations valides de la matrice d'interaction considérée entièrement. Or, ce système est décrit par 18 équations, donc le nombre de sous-systèmes d'équations possibles est :

$$C_{ss_eq} = \sum_{i=1}^{N_{eq}-1} \binom{N_{eq}}{\mathrm{i}} = \sum_{i=1}^{17} \binom{18}{\mathrm{i}} = 262\,142 \tag{5.32}$$

Le filtrage de ces sous-systèmes en faveur de la seule variable non mesurable pourra durer des heures. Ceci dit, on profite du réarrangement de la matrice pour identifier tous les sous-systèmes valides. Soit l'ensemble des sous-systèmes de base, défini par les $C_{ss_eq_haut} = 191$ sous-systèmes d'équations valides de la zone Z1, auxquelles on ajoute un sous-système d'équations consistant en toutes les équations de la zone Z1. Et soit l'ensemble des sous-systèmes secondaires, défini par les combinaisons de 1 à $N_{inf} - 1$ combinaisons d'équations parmi les N_{inf} équations de la zone Z2 avec :

$$C_{ss_eq_bas} = \sum_{i=1}^{N_{inf}-1} \binom{N_{inf}}{\mathrm{i}} = \sum_{i=1}^{9} \binom{10}{\mathrm{i}} = 1022 \tag{5.33}$$

On ajoute à cet ensemble, un sous-système d'équations consistant en toutes les équations de la zone Z2. Pour obtenir l'ensemble des sous-systèmes d'équations valides du problème entier, il suffit de combiner toutes les combinaisons d'équations de l'ensemble de base avec toutes les combinaisons d'équations de l'ensemble secondaire, sans oublier d'éliminer à la fin, la combinaison regroupant toutes les 18 équations présentes. Et ainsi, en quelques secondes, les sous-systèmes d'équations valides sont identifiés, et leur nombre est :

$$C_{ss_valides} = (191 + 1)(1022 + 2) - 1 = 196\,6077 = 75\%\ de\ C_{ss_eq} \tag{5.34}$$

Donc, suite au passage par la fonction inverse, 2008 schémas d'instrumentation trouvés sont retenus en presque 8 jours de calcul :

- 2 schémas d'instrumentation de 7 capteurs ;
- 1541 schémas d'instrumentation de 8 capteurs;
- 392 schémas d'instrumentation de 9 capteurs ;
- 65 schémas d'instrumentation de 10 capteurs ;
- 2 schémas d'instrumentation de 11 capteurs ;
- 6 schémas d'instrumentation de 12 capteurs.

Ce très grand nombre de solutions vient du fait que certaines variables peuvent toujours être mesurées pour remplacer d'autres variables et ainsi un grand nombre de combinaisons sera généré.

Il faut noter que le nombre de capteurs par schéma valide n'est qu'indicatif, puisque 6 capteurs parmi ceux supposés cachent plusieurs variables mesurées :

- Si un schéma de capteurs implique la mesure de la puissance de surgélation $Q_{surgélation}$ qui n'est pas réellement directement mesurable, 3 capteurs sont activés : mesure de T_A, T_B et $\dot{m}_{AB}$;
- Si un schéma implique la mesure des puissances des compresseurs $Q_{Comp.BP}$ et/ou $Q_{Comp5.BP}$ et/ou $Q_{Comp5.HP}$, 4 capteurs sont activés pour chacun : mesure de la puissance électrique, mesure du débits de l'huile et de ses températures d'entrée et de sortie du compresseur ;
- Si un schéma implique la mesure de la puissance du condenseur qui n'est pas réellement directement mesurable, 3 capteurs sont activés : mesure de T_W, T_X et $\dot{m}_{WX}$.

Mesure	Type	Appareil	Prix unitaire	Précision Relative
Débit	Ultrason (liquide et gaz)	Flexim F502	4 353 €	2.1%
	Magneto-inductif (liquide)	SM 2000	800 €	0.3%
	Coriolis (liquide et gaz)	Bronkhorst	3 500 €	0.1%
Température	Dilatation de gaz	Georgin T7100	300 €	0.2%
	Thermomètre pistolet infrarouge	Pyrometre TP7	90 €	1.5%
Humidité	Sonde déportée pour du -25°C	KIMO TH210-R	500 €	1.5%
Puissance électrique	Energie-mètre triphasé	Fluke 1732/EUS	2 536 €	2.0%
	Energie-mètre triphasé	PEAKTECH 4145	2 139 €	3.0%
Masse	Balance	Balance industrielle 3 tonnes	800 €	0.5%

Tableau 5. 7 : Caractéristiques des appareils de mesure disponibles

5.9 Optimisation coût et précision

Suite à l'obtention d'un large ensemble de solutions, l'instrumentation optimale est choisie en fonction du coût et de la précision de ces combinaisons de capteurs obtenues.

Variables	Type Appareil de Mesure	prix	Ecart-type
$\dot{m}_{AB}$	Balance	800 €	0.5%
T_{A}	Dilatation de gaz	300 €	0.2%
T_{B}	Dilatation de gaz	300 €	0.2%
T_{C}	Dilatation de gaz	300 €	0.2%
T_{D}	Dilatation de gaz	300 €	0.2%
Ha_C	Sonde déportée	500 €	1.5%
Ha_D	Sonde déportée	500 €	1.5%
$\dot{m}_{FG}$	Ultrason	4 353 €	2.1%
$\dot{m}_{glace}$	Balance	800 €	0.5%
$\dot{m}_{EI}$	Ultrason	4,353 €	2.1%
$\dot{m}_{JK}$	Ultrason	4 353 €	2.1%
$\dot{m}_{huile,Comp.BP}$	Magneto-inductif	800 €	0.3%
$T_{huile_in,Comp.BP}$	Dilatation de gaz	300 €	0.2%
$T_{huile_out,Comp.BP}$	Dilatation de gaz	300 €	0.2%
$Q_{elec,Comp.BP}$	Energie-mètre triphasé PEAKTECH	2,139 €	3.0%
T_{K}	Dilatation de gaz	300 €	0.2%
$\dot{m}_{huile,Comp5.BP}$	Magneto-inductif	800 €	0.3%
$T_{huile_in,Comp5.BP}$	Dilatation de gaz	300 €	0.2%
$T_{huile_out,Comp5.BP}$	Dilatation de gaz	300 €	0.2%
$Q_{elec,Comp5.BP}$	Energie-mètre triphasé PEAKTECH	2 139 €	3.0%
T_{M}	Dilatation de gaz	300 €	0.2%
$\dot{m}_{RO}$	Ultrason	4 353 €	2.1%
T_{Q}	Dilatation de gaz	300 €	0.2%
$\dot{m}_{ST}$	Ultrason	4 353 €	2.1%
T_{U}	Dilatation de gaz	300 €	0.2%
$Q_{elec,Comp.HP}$	Energie-mètre triphasé PEAKTECH	2 139 €	3.0%
T_{T}	Dilatation de gaz	300 €	0.2%
$\dot{m}_{huile,Comp5.HP}$	Magneto-inductif	800 €	0.3%
$T_{huile_in,Comp5.HP}$	Dilatation de gaz	300 €	0.2%
$T_{huile_out,Comp5.HP}$	Dilatation de gaz	300 €	0.2%
$Q_{elec,Comp5.HP}$	Energie-mètre triphasé PEAKTECH	2 139 €	3.0%
T_{V}	Dilatation de gaz	300 €	0.2%
T_{R}	Dilatation de gaz	300 €	0.2%
$\dot{m}_{WX}$	Magneto-inductif	800 €	0.3%
T_{W}	Dilatation de gaz	300 €	0.2%
T_{X}	Dilatation de gaz	300 €	0.2%

Tableau 5. 8 : Appareil de mesures choisis pour mesurer les variables mesurables ainsi que la valeur nominale de ces variables et leur écarts-type

5.9.1 Données sur les capteurs

Selon le type de la variable mesurable, le Tableau 5.7 résume les données sur les capteurs pouvant être employés pour la mesurer, et le Tableau 5.8 résume le choix de l'expert pour mesurer les variables du procédé étudié.

5.9.2 La modélisation du procédé sur Dymola

Comme expliqué à la section 4.2, la modélisation de l'ensemble des composants unitaires sur Dymola est basée sur des ensembles de variables binaires permettant l'activation et la désactivation des variables et des équations, pour automatiser la génération des modèles correspondants à chaque schéma d'instrumentation, et ainsi automatiser la propagation des incertitudes pour évaluer tous les schémas d'instrumentation valides.

Pour illustrer cette modélisation, on considère comme composant unitaire l'évaporateur introduit à la section 5.3.2. A la base, cet évaporateur est décrit à l'aide 13 variables et 3 équations principales. Pour répondre aux exigences spéciales de flexibilité de mise en équations, sa modélisation consistera en plusieurs étapes :

Etape 1 : Définition de tous les fluides circulant dans ce composant (l'air humide, l'ammoniac et l'eau) ;

Etape 2 : Définition de toutes les variables impliquées (présentes dans le système d'équations principal) :

```
Modelica.SIunits.Power Q_flow    "variable 1";
Modelica.SIunits.MassFlowRate M_flow_air    "variable 2";
Modelica.SIunits.Temperature T_entree_air    "variable 3";
Modelica.SIunits.Temperature T_sortie_air    "variable 4";
Real Hum_entree_air    " variable 5";
Real Hum_sortie_air    " variable 6";
Modelica.SIunits.MassFlowRate Masse_glace    " variable 7";
Modelica.SIunits.MassFlowRate M_flow_ammoniac    " variable  8";
Modelica.SIunits.Pressure P_ammoniac    " variable 9";
Modelica.SIunits.SpecificEnthalpy h_entree_ammoniac   " variable 10";
Modelica.SIunits.SpecificEnthalpy h_sortie_ammoniac   " variable 11";
Real x_sortie_ammoniac   " variable 12";

AmmoniacMedium.SaturationProperties satur_ammoniac;
Modelica.SIunits.SpecificEnthalpy h_l_ammoniac;
Modelica.SIunits.SpecificEnthalpy h_v_ammoniac;
EauMedium.SaturationProperties satur_eau;
Modelica.SIunits.SpecificEnthalpy h_l_eau;
Modelica.SIunits.SpecificEnthalpy h_v_eau;
Modelica.SIunits.SpecificEnthalpy Hfg_eau;

parameter Real P_atm =1e5 "pression atmospherique";
parameter Real Cp_air =1004;
parameter Real Cp_vapeur =1900;
```

Etape 3 : Définition de l'ensemble des paramètres binaires permettant le contrôle des équations :

```
parameter Real eq1= 1 "equation_cote_air";
parameter Real eq2= 0 "equation_cote_ammoniac";
parameter Real eq3= 0 "equation_masse_glace";
```

Etape 4 : Définition de l'ensemble de paramètres binaires permettant le contrôle des variables mesurables (var_i =1 si la variable est mesurée par le schéma d'instrumentation étudié et var_i =0 sinon) :

```
parameter Real var3=1 "activation capteur T_entree_air";
parameter Real var4=1 "activation capteur T_sortie_air";
parameter Real var5=1 "activation capteur Hum_entree";
parameter Real var6=1 "activation capteur Hum_sortie";
parameter Real var7=0 "activation capteur  Masse_glace";
parameter Real var8=0 "activation capteur  M_flow_ammoniac";
parameter Real var9=0 "activation capteur  P_ammoniac";
```

Etape 5 : Définition de l'ensemble de paramètres permettant d'affecter les variables mesurées par des valeurs (pour le calcul de la propagation des incertitudes, ces valeurs seront soit égales à la valeur nominale de la variable concernée, soit égales à des valeurs affectées d'une erreur) :

```
parameter Real val3=273.15 "valeur T_entree_air";
parameter Real val4=248.15 "valeur T_sortie_air";
parameter Real val5=0.7 "valeur Hum_entree";
parameter Real val6=0.5 "valeur Hum_sortie";
parameter Real val7=3.06 "Masse_glace";
parameter Real val8=8 "valeur M_flow_ammoniac";
parameter Real val9=1e5 "P_ammoniac";
```

Etape 6 : Définition de l'ensemble de paramètres permettant le contrôle de la présence de toutes les variables (num_i =1 si la variable est prise en compte par le système d'équations retenu par le schéma d'instrumentation étudié et num_i =0 sinon) :

```
parameter Real num1=1 "existe Q_flow";
parameter Real num2=1 "existe M_flow_air";
parameter Real num3=1 "existe T_entree_air";
parameter Real num4=1 "existe T_sortie_air";
parameter Real num5=1 "existe Hum_entree_air";
parameter Real num6=1 "existe Hum_sortie_air";
parameter Real num7=0 "existe Masse_glace ";
parameter Real num8=0 "existe M_flow_ammoniac";
parameter Real num9=0 "existe P_ammoniac";
parameter Real num10=0 "existe h_entree_ammoniac";
parameter Real num11=0 "existe h_sortie_ammoniac";
parameter Real num12=0 "existe x_sortie_ammoniac ";
```

Etape 7 : Liste des équations qui permettent le lien avec les autres composants unitaires à partir des ports ;

Etape 8 : Liste des équations fixes :

```
satur_ammoniac = AmmoniacMedium.setSat_p(P_ammoniac);
h_l_ammoniac = AmmoniacMedium.bubbleEnthalpy(satur_ammoniac);
h_v_ammoniac = AmmoniacMedium.dewEnthalpy(satur_ammoniac);
satur_eau = AmmoniacMedium.setSat_p(P_atm);
h_l_eau = AmmoniacMedium.bubbleEnthalpy(satur_eau);
h_v_eau = AmmoniacMedium.dewEnthalpy(satur_eau);
Hfg_eau = h_v_eau  - h_l_eau ;
```

Etape 9 : Conditionnement des équations initiales :

```
if eq1 == 1 then
  Q_flow = -M_flow_air*(Cp_air*(T_sortie_air -  T_entree_air) +   Cp_vapeur*  Hum_entree_air
( Hum_sortie_air*T_sortie_air - Hum_entree_air*T_entree_air) +
Hfg_eau*(Hum_sortie_air - Hum_entree_air));
end if;
if eq2 == 1 then
  Q_flow = M_flow_ammoniac*(h_sortie_ammoniac - h_entree_ammoniac);
  h_entree_ammoniac =  h_v_ammoniac  ;
  x_sortie_ammoniac = (h_sortie_ammoniac - h_l_ammoniac)/(h_v_ammoniac -h_l_ammoniac);
```

```
end if;
if eq3 ==1 then
  Mass_glace = M_flow_air*(Hum_entree_air - Hum_sortie_air);
end if;
```

Etape 10 : Ajout d'équations pour affecter aux variables mesurées leurs valeurs correspondantes :

```
if var3 == 1 then
  T_entree_air = val3;
end if;
if var4 == 1 then
  T_sortie_air = val4;
end if;
if var5 == 1 then
  Hum_entree_air = val5;
end if;
if var6 == 1 then
  Hum_sortie_air = val6;
end if;
if var7 == 1 then
  Mass_glace= val7;
end if;
if var8 == 1 then
  M_flow_ammoniac = val8;
end if;
if var9 == 1 then
  P_ammoniac = val9;
end if;
```

Etape 11 : Ajout d'équations pour affecter des valeurs quelconques aux variables non présentes dans le système d'équations retenu :

```
if num1 == 0 then
  Q_flow = 1000;
end if;
if num2 == 0 then
  M_flow_air = 5;
end if;
if num3 == 0 then
  T_entree_air = 273;
end if;
if num4 == 0 then
  T_sortie_air = 253;
end if;
if num5 == 0 then
  Hum_entree_air = 80;
end if;
if num6 == 0 then
  Hum_sortie_air = 50;
end if;
if num7 == 0 then
  Mass_time = 5;
end if;
if num8 == 0 then
  M_flow_ammoniac = 5;
end if;
if num9 == 0 then
  P_ammoniac = 1e5;
end if;
if num10 == 0 then
  h_entree_ammoniac = 1000;
end if;
if num11 == 0 then
  h_sortie_ammoniac = 1000;
end if;
if num12 == 0 then
  x_sortie_ammoniac = 0.8;
end if;
```

Ainsi, les divers paramètres permettront de contrôler la mise en équations de ce composant unitaire, sans devoir modéliser un nouveau composant à chaque fois où les conditions varient. Tous les autres composants sont modélisés de la même façon, et le modèle initial est assemblé.

Il faut noter, que les valeurs des paramètres binaires contrôlant les capteurs, les variables et les équations sont trouvées automatiquement à la fin de l'exécution de la méthode directe ou la méthode séquentielle. Ces méthodes permettent de récupérer 3 tableaux :

- Le tableau 1 dont chaque ligne représente une solution, et les colonnes d'une seule ligne traduisent les numéros des variables à mesurer (suivant leur ordre d'apparition dans la matrice d'interaction non réarrangée) ;
- Le tableau 2 dont chaque ligne représente une solution, et les colonnes d'une seule ligne traduisent les numéros des équations actives pour cette solution (suivant leur ordre d'apparition dans la matrice d'interaction non réarrangée) ;
- Le tableau 3 dont chaque ligne représente une solution, et les colonnes d'une seule ligne traduisent les numéros des variables actives pour cette solution : mesurées et observées (suivant leur ordre d'apparition dans la matrice d'interaction non réarrangée).

Et les valeurs des variables mesurées seront générées à partir du script Python lors du calcul de la propagation des incertitudes.

5.9.3 Calcul du coût et de l'incertitude des schémas d'instrumentation

Le calcul du coût de chaque schéma d'instrumentation trouvé est simple. Il suffit d'additionner les prix de tous les capteurs utilisés. Ainsi, pour les 2008 schémas de capteurs trouvés, les coûts varient entre 8 292 € et 32 382 €. C'est une distribution autour d'un coût moyen de 19 981 € avec un écart-type de 3 637 € (Figure 5.13).

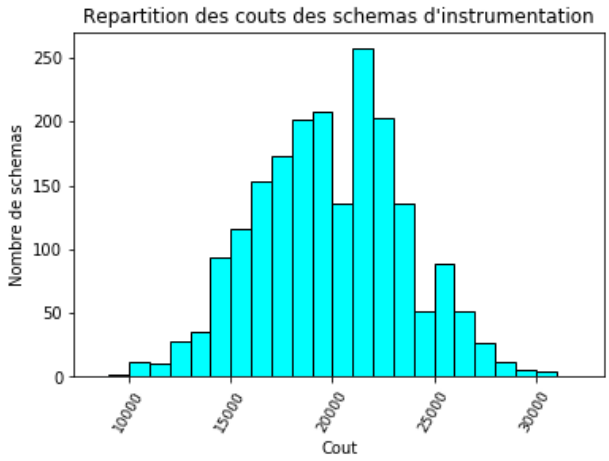


Figure 5. 13 : Répartition des coûts des 2008 schémas d'instrumentation valides

Par contre, le calcul des incertitudes de chaque schéma d'instrumentation valide, est plus complexe, surtout que les modèles du procédé à considérer pour chaque schéma de capteurs valides sont de taille variable. Or, la modélisation des composants sur Dymola de façon flexible, a permis de surmonter cet inconvénient.

Ceci dit, pour chaque schéma d'instrumentation valide, un script Python permettra le pilotage du modèle principal pour correspondre à la structure particulière du schéma étudié. De plus, le script Python servira à varier les valeurs des variables mesurées, selon la méthode des dérivées numériques, pour lancer les calculs sur Dymola, puis récupérer les résultats des diverses compilations et ainsi évaluer l'incertitude de ce schéma de capteurs. En ce qui concerne les valeurs nominales, l'expert a trouvé un état d'équilibre qui est proche du vrai état, en prenant des suppositions liées aux connaissances du site. Ces valeurs serviront pour propager les incertitudes de mesures et évaluer les précisions des schémas d'instrumentation.

L'évaluation de l'incertitude de tous les schémas d'instrumentation trouvés requiert 1 jour et demi de calcul (environ 1 minute de résolution pour chaque schéma). Les incertitudes en pourcentage varient entre 4.6% et plus que 100% (pour les schémas de capteurs les moins précis où les petites variations de certaines valeurs mesurées entrainent beaucoup de variations des valeurs des variables estimées).

La Figure 5.14 montre la courbe Pareto des solutions les plus précises. Les schémas d'instrumentation les plus intéressants à adopter sont ceux définissant la frontière de cette courbe.

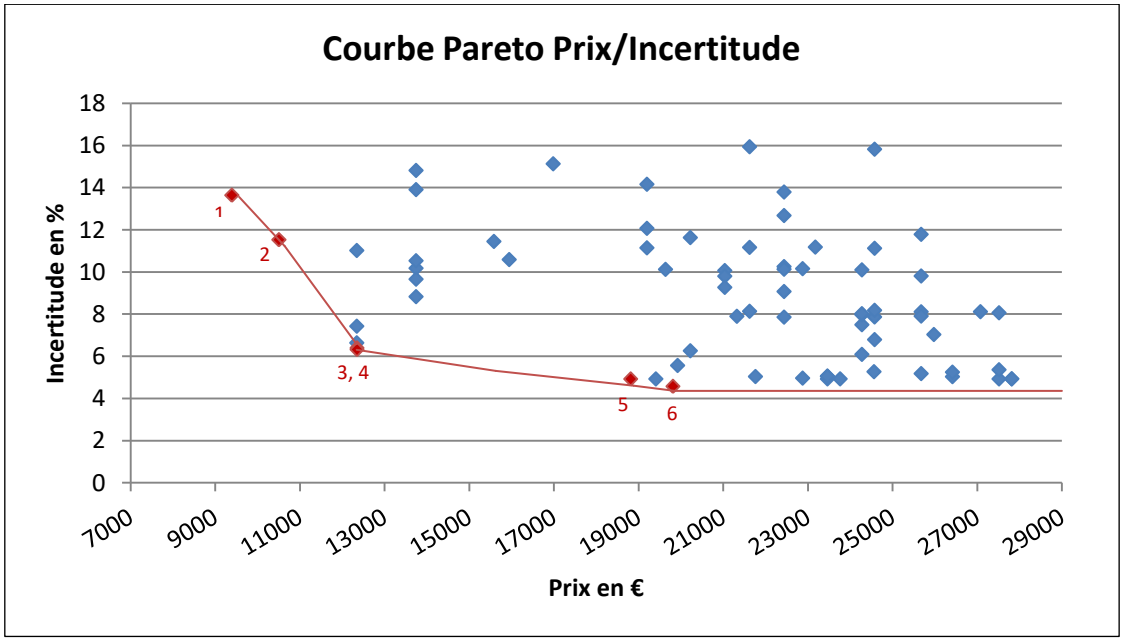


Figure 5. 14 : Courbe Pareto Prix/Incertitude des 76 schémas d'instrumentation les plus précis

Le Tableau 5.9 regroupe quelques schémas d'instrumentation parmi ceux les plus pertinents.

On note que le schéma de capteurs valide le moins cher (8292 €), représente une incertitude élevée de 46% et donc il n'a pas été présenté dans la figure 5.12 qui regroupe l'ensemble des schémas les plus précis. Ce schéma propose de mesurer : $\dot{m}_{FG}$, T_K , T_Q , T_U , $Q_{elec,Comp.HP}$, T_T , T_V et T_R. Les mesures des températures sont celles surtout exploitées pour garantir ce prix bas, mais comme les relations sont fortement non linéaires et que la majorité des équations du système principal est mise en jeu (29 des 38 équations définies à la section 5.4), une grande incertitude est déduite dans les valeurs des variables requises.

Schéma	Variables à mesurer										Prix (€)	Incertitude relative globale (%)
1	$\dot{m}_{FG}$	T_Q	T_K	T_U	T_T	T_V	$\dot{m}_{WX}$	T_X	T_W	$Q_{elec,Comp.HP}$	9392	13.64
2	$\dot{m}_{FG}$	T_Q	$\dot{m}_{JK}$	T_K	T_M	T_U	T_T	T_R			10506	11.43
3	$\dot{m}_{FG}$	T_Q	$\dot{m}_{JK}$	T_K	$\dot{m}_{RO}$	T_U	T_R	$Q_{elec,Comp.HP}$			12345	6.40
4	$\dot{m}_{FG}$	T_Q	T_K	T_M	T_U	T_T	T_R	$Q_{elec,Comp.HP}$			12345	6.31
5	$\dot{m}_{AB}$	T_A	T_B	$Q_{elec,Comp.BP}$		$\dot{m}_{h,Comp.BP}$		$T_{h_out,Comp.BP}$		$T_{h_in,Comp.BP}$	18809	4.93
	$\dot{m}_{FG}$	T_R		$Q_{elec,Comp5.BP}$		$\dot{m}_{h,Comp5.BP}$		$T_{h_out,Comp5.BP}$		$T_{h_in,Comp5.BP}$		
	$Q_{elec,Comp.HP}$			$Q_{elec,Comp5.HP}$		$\dot{m}_{h,Comp5.HP}$		$T_{h_out,Comp5.HP}$		$T_{h_in,Comp5.HP}$		
6	Hr_C	T_C	T_D	$Q_{elec,Comp.BP}$		$\dot{m}_{h,Comp.BP}$		$T_{h_out,Comp.BP}$		$T_{h_in,Comp.BP}$	19809	4.58
	Hr_D		$\dot{m}_{glace}$	$Q_{elec,Comp5.BP}$		$\dot{m}_{h,Comp5.BP}$		$T_{h_out,Comp5.BP}$		$T_{h_in,Comp5.BP}$		
	$\dot{m}_{FG}$	$Q_{elec,Comp.HP}$		$Q_{elec,Comp5.HP}$		$\dot{m}_{h,Comp5.HP}$		$T_{h_out,Comp5.HP}$		$T_{h_in,Comp5.HP}$		

Tableau 5. 9 : Les schémas d'instrumentation les plus pertinents

En ce qui concerne les deux schémas d'instrumentation 5 et 6 les plus précis, ce sont des schémas qui utilisent le minimum d'équations possibles pour le calcul de chacune des variables requises :

- Les valeurs des puissances des compresseurs sont chacune calculées à partir d'une seule équation ;
- La valeur de T_R est directement mesurée ;
- La valeur de x_F est calculée à partir d'une seule équation pour le schéma 5, celle traduisant l'équilibre énergétique de la bouteille basse pression ; et à partir de 5 équations pour le schéma 6 (toutes les équations décrivant l'évaporateur : l'équation permettant de trouver la puissance échangée, avec les deux équations permettant de calculer les enthalpies d'entrée et de sortie de l'ammoniac, et l'équation permettant de trouver le débit de l'air circulant en mesurant la masse de glace dégivrée).

De cette façon, les incertitudes induites sont limitées pour ces 2 schémas d'instrumentation où le calcul des valeurs des variables requises a suivi le parcours le plus direct possible. Néanmoins, les coûts sont élevés puisque quatre puissances électriques doivent être mesurées (4 capteurs de 2139€ chacun), et le débit massique de l'ammoniac dans l'évaporateur (Ultrason : 4353€). Mais ces solutions tombent sous la moyenne des coûts de tous les schémas d'instrumentation valides trouvés, où les mesures impliquant un grand nombre débits massiques parmi les autres variables à mesurer (jusqu'à 5 débits massiques mesurables pour une somme maximale de 21765€ pour mesurer ces 5 débits massiques seulement).

En ce qui concerne les deux schémas d'instrumentation 1 et 2 les moins chers du Tableau 5.18, ce sont des schémas qui limitent les mesures des débits :

- Pour le 1er schéma : une mesure de débit par un capteur Ultrason (4353€), et une mesure de débit par capteur magnéto-inductif (800€) ainsi qu'une limitation des mesures de puissances électriques (une seule mesure à 2139€) pour le premier schéma (total de 7292€ hors les 7 mesures de températures à 300€ chacune) ;

- Pour le 2ème schéma : 2 mesures de débit par un capteur Ultrason (total de 8706€ sans les 6 mesures de températures à 300€ chacune).

La majorité des équations du système est impliquée, ce qui élargit la marge des incertitudes pour calculer la valeur des variables requises. La propagation de erreurs de mesures aura différents effets selon les variables mesurées ce qui permet d'obtenir des marges différentes par schéma de capteurs employé.

Les solutions qui paraissent les plus intéressantes sont celles traduites par les deux schémas d'instrumentation 3 et 4 du Tableau 5.17, avec le meilleur compromis coût/incertitude. Ces deux combinaisons de capteurs impliquent la mesure de 2 débits par un capteur Ultrason (total de 8706€), ainsi qu'une mesure de puissance électrique (une seule mesure à 2139€). Ces mesures étant chères mais permettent de déterminer plus précisément les variables requises que les mesures de températures et induisant ainsi moins de variation des valeurs des variables requises.

5.10 Conclusions du chapitre

Ce chapitre a traité un cas d'étude industriel d'un procédé de production frigorifique à l'ammoniac. C'est un problème d'instrumentation de grande taille. Une procédure de simplification des équations a été nécessaire pour limiter les temps de calcul, sans pour autant avoir un impact sur les résultats obtenus. La méthode séquentielle – le haut vers le bas – a permis de trouver 2008 schémas d'instrumentation possibles valides et le temps de calcul nécessaire était de 11 jours y compris leurs post-traitements et les calculs coût/précision. Ce grand nombre de combinaison n'est pas surprenant vu que plusieurs mesures peuvent être permutées pour calculer la(les) valeur(s) d'une même variable.

Le procédé a été modélisé sur Dymola par composants, en respectant la contrainte de flexibilité attendue pour automatiser le calcul des incertitudes du grand nombre de schéma de capteurs trouvés. Un script Python a été employé pour gérer les divers calculs nécessaires pour évaluer ces incertitudes. Une courbe Pareto a enfin été déduite regroupant l'ensemble des binômes prix/précision des schémas de capteurs, pour permettre le choix du schéma de capteur le plus adapté en fonction des poids relatifs aux 2 objectifs.

Conclusions et Perspectives

A. Conclusions

Les travaux de cette thèse aboutissent à la proposition d'une méthodologie permettant d'identifier les schémas d'instrumentation optimaux (au sens de l'observabilité) à employer dans les sites industriels pour la détermination des grandeurs clés pour la réalisation d'un audit énergétique. Cette méthodologie est composée de deux étapes principales :

- La détermination d'un ensemble de schémas de capteurs valides qui permettent l'observabilité minimale de toutes les variables clés ;
- L'évaluation du coût métrologique et de l'incertitude des schémas valides.

Ces deux étapes constituent les chapitres centraux du manuscrit et sont le cœur des principaux résultats.

En effet, le chapitre 2 a montré la formulation du problème d'instrumentation posé. Un procédé est en général décrit par un ensemble d'équations mettant en relation un ensemble de variables (bilan d'énergie, de masse..). L'expert menant l'audit énergétique de ce procédé a besoin de connaitre les valeurs de certaines variables, dites les variables requises. Les valeurs des autres variables ne doivent pas impérativement être connues. D'autre part, certaines variables peuvent être mesurées en ajoutant des capteurs, et d'autres ne peuvent être déterminées qu'à partir des relations présentes. Comme des mesures directes ne sont pas toujours possibles pour toutes les variables requises, un schéma d'instrumentation optimal en termes de coût et de précision est recherché. Autrement dit, on cherche un ensemble de variables à mesurer, et identifie un ensemble d'équations associé permettant de calculer la valeur des variables requises. L'identification d'un schéma d'instrumentation optimal en nombre de capteurs fait l'objet de la première étape de la méthodologie. Ces schémas doivent permettre l'identification des valeurs des variables requises et d'un nombre minimal d'autres variables nécessaires pour répondre aux objectifs d'observabilité précisés par l'expert. Ceci dit, notre problème est de nature combinatoire. Une méthode de recherche par arbre est présentée permettant de générer les combinaisons par ordre croissant de nombre de capteurs, et de vérifier s'ils permettent d'observer les variables requises. Une fonction étudiant la structure des sous-systèmes d'équations du procédé est responsable des diverses vérifications. Cette méthode détermine tous les schémas d'instrumentations valides.

Cette méthode directe présente un inconvénient majeur : lorsque le procédé augmente de taille (nombre d'équations et/ou nombre de variables augmentent), l'arbre de recherche des combinaisons des variables mesurables et/ou le nombre de sous-systèmes d'équations considérés dans la fonction de vérification augmentent exponentiellement, et en conséquence le temps de calcul augmente exponentiellement. Ceci a mis en relief la nécessité de trouver d'autres méthodes plus appropriées permettant de traiter des problèmes de moyenne et grande taille. Ces méthodes sont l'objet du chapitre 3. Un réarrangement de la matrice représentant le système d'équations rend possible l'identification de plusieurs zones quasi-indépendantes : une zone supérieure regroupant les équations contenant des variables requises, et une zone inférieure regroupant les autres équations. Certaines variables sont communes aux 2 zones. De nouveaux sous-systèmes d'instrumentation sont alors définis et résolus d'une façon séquentielle. Deux approches pour la résolution du problème sont possibles. La première approche, dite – le bas vers le haut –, traite la zone inférieure au début en imposant des conditions

d'observabilité sur les variables communes aux 2 zones, et les systèmes définis sont résolus par la méthode directe. Ensuite, les variables observées sont retirées de la zone supérieure qui est résolue par la méthode directe. Les résultats sont par la suite combinés. La seconde approche, dite – le haut vers le bas –, traite la zone supérieure au début en supposant mesurables toutes les variables communes aux 2 zones, et la résout par la méthode directe. Pour chaque solution, la zone inférieure est considérée comme un problème d'instrumentation où les variables appartenant à la zone commune sont supposées requises, et ce problème est résolu indépendamment. Les solutions sont combinées aux capteurs de la solution de la zone supérieure non appartenant à la zone commune. Les deux approches permettent une résolution beaucoup plus rapide du problème d'instrumentation puisqu'on étudie un nombre de problèmes de petite taille, au lieu de traiter le problème entier. Cependant, certaines solutions ne peuvent pas être trouvées à cause du découplage du problème. La deuxième approche est souvent la plus avantageuse en termes de temps de calcul, sauf si la taille de la zone supérieure est beaucoup plus grande que celle de la zone inférieure avec un nombre élevé de variables non mesurables de la zone commune.

La deuxième partie de la méthodologie est décrite dans le chapitre 4. Les schémas de capteurs valides identifiés sont évalués en termes de coût métrologique et d'incertitude pour choisir celui le plus convenable selon les objectifs économiques et les objectifs de précision de l'expert menant l'audit énergétique. Le calcul des coûts des divers schémas consiste à additionner les coûts de tous les capteurs utilisés. Le calcul de l'incertitude de ces schémas est plus complexe puisque la structure du problème est variable suivant le schéma de capteurs en question. Une définition des composants du procédé à la base de plusieurs paramètres a permis de rendre flexible la modélisation du procédé sur Dymola. Un script Python a été utilisé pour adapter les paramètres selon le schéma considéré et de lancer les calculs pour propager les incertitudes. Deux méthodes ont été comparées : la méthode de Monte Carlo adaptive et la méthode des dérivées numériques. Cette dernière a été choisie puisqu'elle a permis une évaluation très rapide des précisions des schémas de capteurs valides trouvés (gain important en temps de calcul), avec des résultats très proches de ceux obtenus par la méthode de Monte Carlo adaptive considérée comme la méthode la plus précise (faible variation entre les résultats des deux méthodes).

Les étapes de la méthodologie ont été appliquées à un cas d'étude de petite taille et un cas d'étude de taille moyenne tout au long des chapitres 2, 3 et 4. Le chapitre 5 a présenté un cas d'application industriel de grande taille. Malgré la complexité du système d'équations représentant le procédé, la méthodologie développée a permis d'aboutir à l'identification de schémas d'instrumentation valides dans un temps de calcul plutôt abordable. Une évaluation des coûts et des incertitudes a classé ces schémas pour donner à l'expert la possibilité de choix du schéma le plus convenable selon ces attentes. Les résultats sont satisfaisants surtout qu'il existe un grand choix de schémas d'instrumentation valides, et que la prédiction de celui optimal n'est pas du tout évidente.

B. Perspectives

La méthodologie proposée permet de résoudre le problème d'instrumentation posé pour l'audit énergétique mais présente encore des limites ou des faiblesses. C'est le début d'un travail qui doit être complété et amélioré afin d'avoir une méthodologie capable d'être appliquée à tous les problèmes de grande taille en des temps des calculs raisonnables et réduits. Pour ce faire, plusieurs points sont à étudier et compléter au futur :

- Une optimisation du nombre de sous-problèmes Z2 résolus par la méthode séquentielle –le bas vers le haut–, vu que certains ne permettent pas d'aboutir à l'observation de nouveaux ensembles de variables de la zone commune (et des nouvelles résolutions du sous-système Z1), et par la suite le temps de calcul nécessaire pour la résolution de la zone Z2 n'a pas une valeur ajoutée aux résultats ;
- Une investigation des causes de pertes de solutions lors du découplage du problème et des méthodes qui pourront être employées pour y remédier ;
- Une investigation de la possibilité d'identifier davantage de zones nulles dans la matrice d'interaction et par la suite une réduction complémentaire de la taille des problèmes à résoudre ;
- Une automatisation de la génération et de la réduction de la matrice d'interaction suite à la définition du procédé à partir de l'assemblage des matrices représentant des composants unitaires.

Références

[ADE12] Mieux comprendre les phénomènes, les anticiper et s'y adapter, 2012, « www.ademe.fr », [En ligne], Disponible : https://www.ademe.fr/sites/default/files/assets/documents/guide-changement-climatique.pdf

[AGR08] Le projet agro-écologique pour la France, 2008, « www.agriculture.gouv.fr», [En ligne], Disponible : http://agriculture.gouv.fr/le-projet-agro-ecologique-pour-la-france

[AHO74] Aho, A., Hopcroft J., Ullman, J. D., 1974, The design and analysis of computer algorithms, Addison-Wesley, New York

[ALB96] Albuquerque, J., Biegler, L., 1996, Data reconciliation and gross-error detection for dynamic systems, AIChE Journal, Vol. 42, No. 10, pp. 2841-2856

[ALI93] Ali Y., Narasimhan S., 1993, Sensor Network Design for Maximizing Reliability of Linear Processes, AIChE Journal, Vol. 39, No. 5, pp. 820-828

[ALI95] Ali Y., Narasimhan S., 1995, Redundant Sensor Network Design for Linear Processes, AIChE Journal, Vol. 41, No. 10, pp. 2237-2249

[ALI96] Ali Y., Narasimhan S., 1996, Sensor network design for maximizing reliatbility of bilinear processes, Vol. 42, No. 9, pp. 2563-2575

[ATE14] L'audit énergétique en pratique dans les PME, 2014, « www. atee.fr», [En ligne], Disponible : http://atee.fr/sites/default/files/2_audit_energetique_en_pratique_-_optinergie.pdf

[BAG00-A] Bagajewicz, M., 2000, Design and upgrade of process plant instrumentation, Process Plant Instrwnentation. Technomic, PA

[BAG00-B] Bagajewicz, M., Sanchez, M., 2000, Cost optimal design of reliable sensor networks, Computers & Chemical Engineering, Vol.23, No.11-12, pp.1757-1762

[BAG02-A] Bagajewicz M., 2002, A review of techniques for instrumentation design and upgrade in process plants, The Canadian Journal of Chemical Engineering, Vol. 80, pp.3-16

[BAG02-B] Bagajewicz, M., Cabrera, E., 2002, New MILP formulation for instrumentation network design and upgrade, IFAC proceeding volumes, Vo.34, No.27, pp.261-266

[BAG03] Bagajewicz, M., 2003, Cabrera, E., Pareto optimal solutions visualization techniques for multiobjective design and upgrade of instrumentation networks, Industrial & Engineering Chemistry Research, Vol.42, No.21, pp.5195-5203

[BAG97] Bagajewicz M., 1997, Design and Retrofit of Sensor Networks in Process Plants, AIChE Journal, Vol. 43, No. 9, pp. 2300-2306

[BAG98] Bagajewicz, M., Jiang, Q., 1998, Gross error modeling and detection in plant linear dynamic reconciliation,Computers & Chemical Engineering,Vol.22, pp.1789-1810

[BAG99-A] Bagajewicz, M., Sanchez, M., 1999, Design and upgrade of non-redundant and redundant linear sensor networks, AIChE, Vol.45, No.9, pp.1927-1938

[BAG99-B] Duality of sensor network design models for parameter estimation

[BHU08] Bhushan, M., Narasimhan, S., Rengaswamy, R., 2008, Robust sensor network design for fault diagnosis, Computers & Chemical Engineering, Vol.32, No.4-5, pp.1067-1084

[BIO] Numerial Algorithms Group: New Numerical Algorithms for Medical Device Engineers ---Release of The NAG Library for SMP and Multicore [En ligne] https://www.biospace.com/article/releases/-b-numerial-algorithms-group-b-new-numerical-algorithms-for-medical-device-engineers-release-of-the-nag-library-for-smp-and-multicore-/

[BOU00] Bourqe A., 2000, Les changements climatiques et leurs impacts, VertigO - la revue électronique en sciences de l'environnement [En ligne], Vol. 1, Nb. 2

[CAR01] Carnero M., Hernandez J., M. Sanchez, Bandoni A., 2001, An Evolutionary Approach for the Design of Nonredundant Sensor Networks, Industrial & Engineering Chemistry Research, Vol. 47, pp. 5578-5584

[CC] Les gaz à effet de serre, [En ligne], http://www.carboneconseil.fr/effet-de-serre

[CDE] [En ligne], https://www.connaissancedesenergies.org

[CHM01] Chiemeliewsky, D., 2001, Convex methods in sensor placement, IFAC On-Line Fault Detection and Supervision in the Chemical Process Industries, pp.267-272

[CHM02] Chmieliewski, D., Palmer, T., Manousiouthakis, V., 2002, On the theory of optimal sensor placement, AIChE, Vol.48, No.5, pp.1001-1012

[CHM99] Chmieliewski, D., Palmer, T., Manousiouthakis, V., 1999, Cost optimal retrofit of sensor networks with loss estimation accuracy, AlChE Annual Meeting, Dallas

[CNR11] Le Climat de la Terre, 2011, « www.cnrs.fr », [En ligne], https://www.cnrs.fr/cw/dossiers/dosclim/contenu/alternative/alter3_credits.html

[COU03] Courtier, J.C., Giacomo, P., 2003, Vocabulaire de la mesure, Techniques de l'ingénieur, Disponible : https://www.techniques-ingenieur.fr/base-documentaire/archives-th12/archives-instrumentation-et-methodes-de-mesure-tiarb/archive-1/vocabulaire-de-la-mesure-r113/mesurage-d-une-grandeur-r113niv10002.html

[CRO83] Crowe, C., Garcia Campos, Y., Hrymak, A., 1983 Reconciliation of process flow rates by matrix projection – Part I: linear case, AIChE, Vol.29, No.6, pp.881-888

[CRO86] Crowe, C., 1986, Reconciliation of process flow rates by matrix projection – Part II: the nonlinear case, AIChE, Vol.32, No.4, pp.616-623

[CRO89] Crowe, C., 1989, Observability and redundancy of process data for steady state reconciliation, Chemical Engineering Science, Vol.44, No.12, pp.2909-2917

[DAI18] Daill G., Bilan 2017 sur les audits énergétiques Grandes entreprises, 2018, Ademe

[DEO74] Deo, N., 1974, Graph theory with applications to engineering and computer science, Prentice-Hall, Inc. Upper Saddle River, NJ, USA

[DYM] Dymola System Engineering, [En ligne] https://www.3ds.com/fr/produits-et-services/catia/produits/dymola/

[ECO] [En ligne], https://www.ecologique-solidaire.gouv.fr

[EEI17] Energy Efficiency Indicators 2017, « www.iea.org», [En ligne], Disponible : https://www.iea.org/publications/freepublications/publication/EnergyEfficiencyHighlights_2017.PDF

[FUR] Furic, S., Simulation au niveau « système » : vers une approche acausale, [En ligne] http://www.scicos.org/ScicosModelica/Formation/Documentation/causal_acausal.pdf

[GAL06-A] Gala M., Bagajewicz M., 2006a, Rigorous Methodology for the Design and Upgrade of Sensor Networks Using Cutsets, Industrial & Engineering Chemistry Research, Vol. 45, pp. 6679-6686

[GAL06-B] Gala M., Bagajewicz M., 2006b, Efficient Procedure for the Design and Upgrade of Sensor Networks Using Cutsets and Rigorous Decomposition, Industrial & Engineering Chemistry Research, Vol. 45, pp. 6687-6697

[GIE13] Changements climatiques 2013 – Les éléments scientifiques – Contribution du groupe de travail I au cinquième Rapport d'évaluation di Groupe d'experts intergouvernemental sur l'évolution du climat, [En ligne], Disponible : https://www.ipcc.ch/pdf/assessment-report/ar5/wg1/WG1AR5_SPM_brochure_fr.pdf

[GOM92] Gomolka W., Turbatte, H., Maquin D., Ragot J., 1992, Contribution à l'analyse de l'observabilité des systèmes linéaires décrits par des équations de bilan, Revue R.A.I.R.O. A.P.I.I., Vol.26, No.2, pp.69-89

[GOV] [En ligne], http://www.gouvernement.fr

[GOV15] COP21 – Les engagements nationaux de la France, 2015, « www.gouvernement.fr», [En ligne], Disponible : https://www.gouvernement.fr/cop21-les-engagements-nationaux-de-la-france-3403

[GUO16] Guo, S., Liu, P., Li, Z., 2016, Identification and isolability of multiple gross errors in measured data for power plants, Energy, Vol.114, pp.177-187

[HE14] He Y.J., Ma Z.F., 2014, Optimal Design of Linear Sensor Networks for Process Plants: A Multi-Objective Ant Colony Optimization Approach, Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems, Vol.135, pp.37-47

[HER98] Heraud, N., Mazzour, E., Alberti, C., 1998, Observability and sensor positioning for processes described by linear-bilinear equations, Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on Control Applications

[HEY02-A] Heyen G., Dumont M.N., Kalitventzeff B., 2002, Computer-Aided Design of Redundant Rensor Networks, Computer Aided Chemical Engineering, Vol. 10, pp. 685-690

[HEY02-B] Heyen, G., 2002, Applications d'algorithmes génétiques à la synthèse de systèmes de mesures redondants, Système d'Information Modélisation, Optimisation Commande en Génie des Procédés, Toulouse

[IPC13] Intergovernmental panel on climate change, 2013, « www.ipcc.ch», [En ligne], http://www.ipcc.ch/news_and_events/docs/factsheets/FS_what_ipcc_fr.pdf

[JCG01] JCGM 102:2011- Evaluation of Measurement Data – Supplement 2 to the "Guide to the Expression of Uncertainty in Measurements" – Extension to any Number of Output Quantities, Joint Committee for Guides in Metrology, 2011

[KEL08] Kelly, J., Zingier, D., 2008, A new and improved MILP formulation to optimize observability, redundancy and precision for sensor network problems, AIChE, Vol.54, No.5, pp.1282-1291

[KOG75] Koglin, H., 1975, Optimal measuring system for state estimation, Proc. PSCC Conf.

[KOT07] Kotecha P. R., Bhushan M., Gudi R. D., 2007, Constraint Programming Based Robust Sensor Network Design, Industrial & Engineering Chemistry Research, Vol. 42, No. 9, pp. 2115–2121

[KOT08] Kotecha, P., Bhushan, M., Gudi, R., 2008, Design of robust reliable sensor networks using constraints programming, Computers & Chemical Engineering, Vol.32, No.9, pp.2030-2049

[KRE87-A] Kretsovalis A., Mah R., 1987, Effect of Redundancy on Estimation Accuracy in Process Data Reconciliation, Chemical Engineering Science, Vol. 46, No. 18, pp. 5985–5999

[KRE87-B] Kretsovalis A., Mah R., 1987, Effect of Redundancy on Estimation Accuracy in Process Data Reconciliation, Chemical Engineering Science, Vol. 46, No. 18, pp. 5985–5999

[KRE88-A] Krestsobalis, M., Mah, R., 1988, Observability and redundancy classification in generalized process networks – I Theorems, Computers & Chemical Engineering, Vol.12, No.7, pp.671-687

[KRE88-B] Krestsobalis, M., Mah, R., 1988, Observability and redundancy classification in generalized process networks – II Algorithms, Computers & Chemical Engineering, Vol.12, No.7, pp.689-703

[LTE] LOI n° 2015-992 du 17 août 2015 relative à la transition énergétique pour la croissance verte (1), « www.legifrance.gouv.fr», [En ligne], Disponible : https://www.legifrance.gouv.fr/affichTexte.do?cidTexte=JORFTEXT000031044385&dateTexte=20150818

[LUO94] Luong M., Maquin D., Huynh C.T., Ragot J., 1994, Observability, Redundancy, Reliability and Integrated Design of Measurement systems, Proceedings of 2nd IFAC Symposium on Intelligent Components and Instrument Control Applications, SICICA '94, Budapest Hungary

[MAD83] Madron, F., J. VlbornL, 1983, Measurement Placement in Mass Balancing of Complex Chemical Plant, Collection of Czechoslovak Chemical Communications,Vol.33, pp.622

[MAD92-A] Madron F., Veverka V., 1992, Optimal Selection of Measuring Points in Complex Plants by Linear Models, AIChE Journal, Vol. 38, No. 2, pp. 227–236

[MAD92-B] Madron, F., 1992, Process Plant Performance, Measurement Data Processing for Optimization and Retrofits, Ellis Horwood, West Sussex, UK

[MAH76] Mah, R., Stanley, G., Downing, D., Reconciliation and rectification of process flow and inventory data, Industrial & Engineering Chemistry Process Design and Development, Vol. 15, pp.175-183

[MAH82] Mah, R., Tamhane, A., 1982, Detection of Gross Errors in Process Data, AlChE, V.28, pp.828

[MAQ94] Maquin, D., Luong, M., Ragot, J., 1994, Observability analysis and sensor placement, IFAC proceeding volumes, Vol.27, No.5, pp.725-730

[MAQ95-A] Maquin, D., Luong, Par, is, J.M., 1995, Dependability and analytical redundancy, IFAC proceeding volumes, Vol.28, No.12, pp.175-180

[MAQ95-B] Maquin, D., Luong, M., Ragot, J., 1995, Some ideas about the design measurement system, European Control Conference, pp.3178-3183

[MAZ97] Mazzour, E., Heraud, N., 1997, Observability and measurement placement, IFAC New Trends in Design of Control Systems, pp.237-248

[MET] [En ligne], http://www.meteofrance.fr

[MEY94] Meyer, M., Le Lann, J.M., Koehret, B., Enjalbert, M., 1994, Optimal selection of sensor location on a complex plant, using a graph oriented approach, Computers & Chemical Engineering,Vol.19, Suppl.1, pp.S535-S540

[NEP] [En ligne], http://nepsen.fr/profils/industriels/

[NGU08] Nguyen D., Bagajewicz M., 2008, Design of Nonlinear Sensor Networks for Process Plants, Industrial & Engineering Chemistry Research, Vol. 47, pp. 5529–5542

[NGU11] Nguyen D., Bagajewicz M., 2011, Parallel Computing Approaches to Sensor Network Design Using the Value Paradigm, Computers & Chemicals Engineering, Vol. 35, No. 6, pp. 1119–1134

[NGU13] Nguyen D., Bagajewicz M., 2013, Efficient Approximate Methods for the Design and Upgrade of Sensor Networks, Industrial & Engineering Chemistry Research, Vol.52, pp.83-90

[NIJ78] Nijenhuis, A., Wilf, H., 1978, Combinatorial Algorithms for Computers and Calculators, Academic Press, New York

[RAG92] Sensor positioning for processes described by bilinear equations

Ragot, I., Maquin, D., Bloch, G., 1992, Sensor Positioning for Processes Described by Bilinear Equations, Revue Diagnostic et Surete de Fonctionnement, Vol.2, pp.115-132

[ROM80] Romagnoli, J., Stephanopoulos, G., 1980, On the rectification of measurement errors for complex chemical plants, Chemical Engineering Science, Vol.35, No.5, pp.1067-1081

[ROM81] Romagnoli, J., Stephanopoulos, G., 1981, On the rectification of measurement errors for complex chemical plants, Chemical Engineering Science, Vol.35, No.5, pp.1067-1081

[SEN98] Sen S., Narasimhan S., Deb K., 1998, Sensor Network Design of Linear Processes Using Genetic Algorithms, Computers & Chemical Engineering, Vol. 22, No. 3, pp. 385–390

[STA81-A] Stanley, G., Mah, R., 1981, Observability and redundancy in process data estimation, Chemical Engineering Science, Vol 36, No.2, pp.259-272

[STA81-B] Stanley, G., Mah, R., 1981, Observability and redundancy classification in process networks – Theorems and algorithms, Chemical Engineering Science, Vol 36, No.12, pp.1941-1954

[TUR93] Turbatte H., Maquin D., Huynh C. T., Ragot J. 1993, Conception de l'architecture d'un système d'instrumentation - Application à un procédé pétrochimique, Proceedings of the International Conference on Fault Diagnostic, Vol.1, pp. 406-415

[TUY87] Tuy, H., 1987, Convex programs with an additional reverse convex constraints, Journal of optimization theory and applications, Vol.52, pp.462

[UNF] [En ligne], http://unfccc.int/portal_francophone/items/3072.php

[VAC69-A] Vaclavek, V., 1969, Studies on System Engineering II. On the Application of the Calculus of Observations in Calculations of Chemical Engineering Systems, Collection of Czechoslovak Chemical Communications, Vol. 24, pp.364

[VAC69-B] Vaclavek, V., 1969, Studies on system engineering –III Optimal choice of the balance measurements in complicated chemical engineering systems, Collection of Czechoslovak Chemical Communications, Vol. 24, pp.947-955

[VAC76] Vaclaveck V., Loucka M., 1976, Selection of Measurements Necessary to Achieve Multicomponent Mass Balances in Chemical Plants, Chemical Engineering Science, Vol. 31, pp. 1199-1205

[ZEA17] COP23 : quels secteurs économiques émettent le plus de CO2 en France, 2017, « www.lefigaro.fr », [En ligne], http://www.lefigaro.fr/economie/le-scan-eco/dessous-chiffres/2017/11/06/29006-20171106ARTFIG00012-cop23-quels-secteurs-economiques-emettent-le-plus-de-co2-en-france.php

Résumé

L'efficacité énergétique devient un domaine de recherche incontournable dans la communauté scientifique vu son importance dans la lutte contre les crises énergétiques actuelles et futures. L'analyse des performances énergétiques, pour les procédés industriels, nécessite la connaissance des grandeurs physiques impliquées dans les équilibres de masse et d'énergie. D'où la problématique : comment choisir les points de mesure sur un site industriel de façon à trouver les valeurs de tous les indicateurs énergétiques sans avoir des redondances de mesure (respect des contraintes économiques), et en conservant un niveau de précision des résultats ?

La première partie présente la formulation du problème d'instrumentation ayant pour but de garantir une observabilité minimale du système en faveur des variables clés. Ce problème est combinatoire. Une méthode de validation des différentes combinaisons de capteurs a été introduite. Elle est basée sur l'interprétation structurelle de la matrice représentant le procédé. Le verrou de long temps de calcul lors du traitement des procédés de moyenne et grande taille a été levé. Des méthodes séquentielles ont été développées pour trouver un ensemble de schémas de capteurs pouvant être employés, en moins de 1% du temps de calcul initialement requis.

La deuxième partie traite le choix du schéma d'instrumentation optimal. Le verrou de propagation des incertitudes dans un problème de taille variable a été levé. Une modélisation du procédé basée sur des paramètres binaires a été proposée pour automatiser les calculs, et évaluer les incertitudes des schémas trouvés.

Enfin la méthodologie complète a été appliquée sur un cas industriel et les résultats ont été présentés.

Mots Clés

Schéma d'instrumentation, Observabilité, Recherche combinatoire, Parallélisation des calculs, Propagation des incertitudes, Efficacité énergétique, Audit énergétique

Abstract

Energy efficiency is becoming an essential research area in the scientific community given its importance in the fight against current and future energy crises. The analysis of the energy performances of the industrial processes requires the determination of the quantities involved in the mass and energy balances. Hence: how to choose the placement of the measurement points in an industrial site to find the values of all the energy indicators, without engendering an excess of unnecessary information due to redundancies (reducing measurements costs) and while respecting an accepted level of accuracy of the results?

The first part presents the formulation of the instrumentation problem which aims to guaranteeing a minimal observability of the system in favor of the key variables. This problem is combinatory. A method of validation of the different sensors combinations has been introduced. It is based on the structural interpretation of the matrix representing the process. The issue of long computing times while addressing medium and large processes was tackled. Sequential methods were developed to find a set of different sensor networks to be used satisfying the observability requirements, in less than 1% of the initial required computation time.

The second part deals with the choice of the optimal instrumentation scheme. The difficulty of uncertainty propagation in a problem of variable size was addressed. To automate the evaluation of the uncertainty for all the found sensor networks, the proposed method suggested modeling the process based on binary parameters.

Finally, the complete methodology is applied to an industrial case and the results were presented.

Keywords

Sensor Network, Observability, Combinatorial Search, Parallel Computing, Uncertainty Propagation, Energy efficiency, Energy audit