



HAL
open science

Etude de stratégies de gestion énergétique en temps réel à l'échelle multizone

Marie Frapin

► **To cite this version:**

Marie Frapin. Etude de stratégies de gestion énergétique en temps réel à l'échelle multizone. Energie électrique. Université Paris sciences et lettres, 2018. Français. NNT : 2018PSLEM069 . tel-02173698

HAL Id: tel-02173698

<https://pastel.hal.science/tel-02173698>

Submitted on 4 Jul 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE DE DOCTORAT

de l'Université de recherche Paris Sciences et Lettres
PSL Research University

Préparée à MINES ParisTech

Étude de stratégies de gestion énergétique en temps réel à l'échelle multizone

École doctorale n°432 SCIENCES DES MÉTIERS DE L'INGÉNIEUR

Spécialité ÉNERGÉTIQUE ET PROCÉDÉS

COMPOSITION DU JURY :

Prof. Vincent LEMORT,
Thermodynamics Laboratory, University of Liège,
Rapporteur

Dr. Frédéric WURTZ, Directeur de recherche
CNRS, G2ELab, Grenoble-INP, Rapporteur

Prof. Joseph VIRGONE,
CETHIL, INSA Lyon, Président

Prof. Monica SIROUX,
GCE, INSA Strasbourg, Membre du jury

Prof. Nicolas PETIT,
CAS, MINES ParisTech PSL, Membre du jury

Dr. Christophe GOBIN,
VINCI Construction France, Membre du jury

Dr. Bruno PEUPOORTIER, HDR
CES, MINES ParisTech PSL, Membre du jury

Dr. Patrick SCHALBART,
CES, MINES ParisTech PSL, Invité

Dr. François CHAPLAIS,
CAS, MINES ParisTech PSL, Invité

Soutenue par **Marie FRAPIN**

le 21 septembre 2018

Dirigée par **Bruno PEUPOORTIER**

Co-Dirigée par **Patrick SCHALBART**

et **François CHAPLAIS**



Remerciements

Tout d'abord, merci à mes encadrants. Merci Bruno pour m'avoir donné l'opportunité de réaliser cette thèse et les moyens de la concrétiser. Merci Patrick pour la rigueur que tu m'as inculquée et le temps consacré à nos échanges. Et enfin merci François pour la confiance et le soutien que tu m'a accordés.

Merci aux rapporteurs et aux membres du jury pour m'avoir fait l'honneur de leur présence le jour de la soutenance et pour tous les conseils et perspectives apportés.

Merci à Paul Malisani et Pierre Carpentier pour leurs explications sur l'optimisation des grands systèmes qui m'ont été d'une grande utilité.

Merci à l'équipe ETB (Thomas, Simon, Guillaume, Marie-Lise, Charlotte, Michaël, Mija, Hassan, Lorena, Durca, Long, Charbel, Charles, Eric, Fabio et tous les autres) et plus particulièrement à Maxime qui a suivi de près cette thèse et qui a su m'encourager.

Merci à l'équipe Dopamines et aux membres du CES pour tous les moments passés à vos côtés. Plus particulièrement merci à Alice, Christina, Hâla, Iran, Matthildi, Afif, Egoï et Sahar qui ont illuminés mes journées à Palaiseau. Merci également à Stéphanie pour les conseils de présentation qui ont été bénéfiques jusqu'au bout.

Merci à Cyril, le meilleur des collocs, pour m'avoir assuré un régime alimentaire sain et varié, pour m'avoir toujours soutenue et pour avoir confectionné un magnifique pot de thèse. Merci à Jéjé, le plus invité des invités, pour queeeah? Merci à Rocco, camarade de la formation "construire son projet professionnel", avec qui je souhaite construire bien plus. Et enfin merci à mes parents, mes sœurs et mes beaux sur qui je peux toujours compter.

Table des matières

Remerciements	1
Introduction	16
Positionnement du sujet	16
Objectifs scientifiques	17
Démarche proposée	18
Résultats attendus	18
1 État de l'art	19
1.1 Introduction	20
1.2 Potentiel de gestion énergétique à l'échelle de l'îlot de bâtiments	20
1.2.1 Gestion de la demande énergétique	20
1.2.2 Gestion des sources d'énergie décentralisées	25
1.2.3 Stockage de l'énergie : une source de flexibilité	27
1.2.4 Conclusion sur le potentiel de gestion énergétique à l'échelle de l'îlot de bâtiments	30
1.3 Régulation des bâtiments	31
1.3.1 Les systèmes de régulation sans modèle de bâtiment	32
1.3.2 Les systèmes de régulation avec modèle de bâtiment	32
1.4 Principe de la commande prédictive	34
1.4.1 Principe de la commande optimale	34
1.4.2 Méthodes de résolution de la commande optimale	35
1.5 Résolution de la commande optimale à l'échelle des grands systèmes	37
1.5.1 Approche de résolution centralisée	38

1.5.2	Approche décentralisée	38
1.5.3	Approche décomposée-coordonnée	39
1.5.4	Méthodes de décomposition-coordination dans le cas d'un couplage par les commandes	40
1.5.5	Décomposition-coordination dans le cas de l'existence de variables d'interconnexion	47
1.5.6	Conclusion	51
2	Modèles et algorithmes nécessaires à la régulation multizone	53
2.1	Introduction	54
2.2	Modèle thermique dynamique des bâtiments	55
2.2.1	Maillage et formulation du modèle thermique dynamique associé à une zone thermique sous COMFIE	55
2.2.2	Formulation des modèles thermiques de zone pour la recherche décomposée-coordonnée de la commande optimale	58
2.2.3	Formulation du modèle thermique pour la recherche centralisée de la commande optimale	63
2.3	Modèle de climat	66
2.4	Modèle d'occupation	66
2.5	Recherche de la commande optimale monozone	67
2.5.1	Principe des méthodes de pénalisation intérieure	68
2.5.2	Algorithme de commande optimale monozone	68
2.6	Conclusion	70
3	Prise en compte d'une contrainte de confort sur la variation de la température	72
3.1	Introduction	73
3.2	Recherche de la commande optimale monozone avec prise en compte d'une contrainte sur la variation de la température	73
3.2.1	Énoncé du problème de commande optimale	73
3.2.2	Changement de variable et reformulation du problème de commande optimale	75
3.2.3	Minimisation de l'hamiltonien	76
3.2.4	Algorithme de commande optimale monozone avec prise en compte d'une contrainte sur la variation de la température	78

3.3	Application à un cas d'étude	79
3.3.1	Présentation du cas d'étude	79
3.3.2	Sollicitations extérieures	79
3.3.3	Sollicitations intérieures	79
3.3.4	Contraintes	80
3.3.5	Tarif de l'électricité	81
3.3.6	Implémentation de l'algorithme	81
3.3.7	Résultats	82
3.4	Conclusion	95
4	Stratégies de gestion énergétique en temps réel à l'échelle bizona, cas de l'existence de couplages thermiques entre zones	97
4.1	Introduction	99
4.2	Énoncé du problème de commande optimale bizona global	100
4.2.1	Critère d'optimisation	100
4.2.2	Contrainte dynamique	100
4.2.3	Contraintes d'état	101
4.2.4	Contraintes de commande	101
4.3	Algorithme centralisé de résolution du problème de commande optimale bizona	101
4.3.1	Méthode de pénalisation intérieure	101
4.3.2	Application du principe du minimum de Pontryagin	102
4.3.3	Description de l'algorithme centralisé	103
4.4	Algorithmes décomposés-coordonnés de résolution du problème de commande optimale bizona	105
4.4.1	Algorithme 1 : algorithme décomposé-coordonné par les prix	106
4.4.2	Algorithme 2 : algorithme décomposé-coordonné par relaxation de l'estimation de la température de la zone adjacente	116
4.4.3	Algorithme 3 : algorithme décomposé-coordonné par les prédictions	121
4.5	Comparaison des algorithmes sur un exemple pédagogique	126
4.5.1	Présentation de l'exemple pédagogique	126
4.5.2	Résultats de la comparaison des algorithmes	131
4.6	Application de la commande optimale bizona à un cas d'étude	134
4.6.1	Présentation du cas d'étude	134

4.6.2	Réduction du modèle thermique	136
4.6.3	Résultats de l'application de la commande optimale	142
4.6.4	Réinjection dans le modèle complet	145
4.7	Application de la commande prédictive bizona à un cas d'étude	151
4.7.1	Observateur asymptotique	151
4.7.2	Définition du régulateur	156
4.7.3	Fonctionnement de la commande prédictive	157
4.7.4	Résultats de l'application de la commande prédictive	159
4.8	Extension à quatre zones	162
4.8.1	Présentation du cas d'étude	163
4.8.2	Application de la commande prédictive	163
4.9	Conclusion du chapitre	164
5	Stratégie de gestion énergétique en temps réel à l'échelle bizona, avec partage de la ressource	166
5.1	Introduction	167
5.2	Énoncé du problème de commande optimale bizona	168
5.3	Algorithme centralisé	168
5.4	Algorithmes décomposés-coordonnés	170
5.4.1	Énoncé du problème de commande optimale décomposé-coordonné	170
5.4.2	Algorithme 1 : algorithme décomposé-coordonné par les prix	171
5.4.3	Algorithme 2 : algorithme décomposé-coordonné par relaxation de l'estimation du profil de puissance de la zone voisine	175
5.5	Application de la commande prédictive bizona à un cas d'étude	178
5.5.1	Présentation du cas d'étude	178
5.5.2	Résultats de l'application de la commande optimale	179
5.5.3	Résultats de l'application de la commande prédictive	184
5.6	Combinaison des deux types de couplages	186
5.6.1	Résultats de l'application de la commande prédictive avec les deux types de couplage	186
5.6.2	Application à un cas de climatisation	187
5.6.3	Minimisation des émissions de CO_2	190
5.6.4	Perspective de prise en compte d'une contrainte sur la variation de la température	194

5.6.5	Extension à quatre zones	196
5.7	Conclusion	199
Conclusion générale		200
	Bilan du travail réalisé	200
	Perspectives	202
A Annexe : réduction équilibrée		215
A.1	Concepts de commandabilité et d’observabilité	215
A.1.1	Commandabilité	215
A.1.2	Observabilité	216
A.2	Principe de la réalisation équilibrée	216
A.3	Principe de la réduction équilibrée	217
B Annexe : réduction décomposée		219
C Annexe : analyse de l’horizon d’optimisation		224
D Annexe : résultats de l’application de la commande prédictive dans le cas de quatre zones avec couplages thermiques		226
E Annexe : variation de la température dans le cas de la climatisation		231

Table des figures

1.1	Modulation de la charge, schéma inspiré de Gellings (1985)	21
1.2	Classification des services énergétiques, inspiré de Abras (2009)	23
1.3	Demande électrique selon le type de programme BPC, schéma inspiré de Ramchurn <i>et al.</i> (2011)	24
1.4	Approches de la DSR : distribuée à gauche et centralisé à droite	25
1.5	Exemple d' <i>Energy hub</i> avec un transformateur, un cogénérateur, un refroidisseur à absorption, un échangeur de chaleur, une batterie et un ballon de stockage d'eau chaude (Geidl <i>et al.</i> , 2007)	26
1.6	Temps de décharge (autonomie) en fonction de la puissance pour différentes technologies de stockage (IFPEN)	27
1.7	Les systèmes de stockage thermique (Heier <i>et al.</i> , 2015)	29
1.8	Schéma du problème de gestion énergétique	31
1.9	Fonctionnement de la commande prédictive	33
1.10	Schéma de l'approche centralisée	38
1.11	Schéma de l'approche décentralisée	39
1.12	Schéma de l'approche décomposée-coordonnée	39
1.13	Principe de la décomposition-coordination par les prix	43
1.14	Principe de la décomposition-coordination par les quantités	45
1.15	Principe de la décomposition-coordination par les prédictions	47
2.1	Bilan thermique sur la maille du côté de la zone considérée	59
2.2	Bilan thermique sur une maille intermédiaire de la paroi	60
2.3	Bilan thermique sur la maille du côté de la zone adjacente	61
2.4	Bilan thermique sur la maille du côté de la zone 2	64

2.5	Algorithme de commande optimale monozone	70
3.1	Minimisation de l'hamiltonien	77
3.2	Conditions météorologiques	80
3.3	Apports internes	80
3.4	Comparaison des profils de puissance optimaux obtenus avant et après le changement de la variable de commande	83
3.5	Comparaison des profils de température résultants de l'application des profils de puissance optimaux obtenus avant et après le changement de la variable de commande	84
3.6	Variation de la température suivant différentes périodes d'opération (courbes bleues), contrainte maximale de variation de la température (courbes oranges) et contrainte minimale de variation de la température (courbes jaunes) (cas du changement de commande, aucune contrainte sur la variation de la température n'est pour le moment considérée)	86
3.7	Comparaison des profils de puissance optimaux obtenus avec et sans prise en compte d'une contrainte sur la variation de la température (cas 1, contrainte équivalente 15 minutes)	88
3.8	Comparaison des profils de température résultants de l'application des profils de puissance optimaux obtenus avec et sans prise en compte d'une contrainte sur la variation de la température (cas 1)	89
3.9	Comparaison des profils de température résultants de l'application des profils de puissance optimaux obtenus avec et sans prise en compte d'une contrainte sur la variation de la température, zoom sur le premier jour d'optimisation	89
3.10	Variation de la température suivant différentes périodes d'opération (courbes bleues), contraintes minimales (courbes jaunes) et contraintes maximales (courbes oranges) (cas 1)	91
3.11	Comparaison des profils de puissance optimaux obtenus avec et sans prise en compte d'une contrainte sur la variation de la température (cas 2)	92
3.12	Comparaison des profils de température résultants de l'application des profils de puissance optimaux obtenus avec et sans prise en compte d'une contrainte sur la variation de la température (cas 2)	93
3.13	Variation de la température suivant différentes périodes d'opération (courbes bleues), contraintes minimales (courbes jaunes) et contraintes maximales (courbes oranges)(cas 2)	95
4.1	Algorithme de résolution du PCO centralisé	105

4.2	Algorithme décomposé-coordonné par les prix	112
4.3	Algorithme décomposé-coordonné par les prix avec incrémentation de la pénalisation intérieure à chaque itération de la décomposition-coordination	115
4.4	Algorithme décomposé-coordonné par relaxation de l'estimation de la température de la zone adjacente	120
4.5	Algorithme décomposé-coordonné par les prédictions	125
4.6	Exemple pédagogique : modèle centralisé	126
4.7	Exemple pédagogique : modèle décomposé-coordonné	127
4.8	Sollicitations extérieures	128
4.9	Sollicitations intérieures	129
4.10	Consignes de température minimales des zones bureaux (1) et logements (2)	130
4.11	Comparaison des profils de puissance optimaux de la zone bureaux	132
4.12	Comparaison des profils de puissance optimaux de la zone logements	133
4.13	Comparaison des profils de température résultant de l'application des profils de puissance optimaux de la zone bureaux	133
4.14	Comparaison des profils de température résultant de l'application des profils de puissance optimaux de la zone logements	134
4.15	Cas d'étude bizona, modèle centralisé	135
4.16	Cas d'étude bizona, modèle décomposé	135
4.17	Réponses fréquentielles de la température de la zone bureaux des différents modèles (réduits aux ordres 5, 6, 7 et 8, non réduit) à la puissance de chauffage de la zone bureaux, réduction centralisée	137
4.18	Réponses fréquentielles de la température de la zone logements des différents modèles (réduits aux ordres 5,6,7 et 8, non réduit) à la puissance de chauffage de la zone logements, réduction centralisée	138
4.19	Réponses fréquentielles de la température de la zone bureaux des différents modèles (réduits aux ordres 5, 6, 7 et 8, non réduit) à la température extérieure, réduction centralisée	139
4.20	Réponses fréquentielles de la température de la zone logements des différents modèles (réduits aux ordres 5, 6, 7 et 8, non réduit) à la température extérieure, réduction centralisée	140
4.21	Réponses fréquentielles de la température de la zone bureaux des différents modèles (réduits aux ordres 5, 6, 7 et 8, non réduit) au rayonnement extérieur traversant les vitres de la zone bureaux, réduction centralisée	141

4.22 Réponses fréquentielles de la température de la zone logements des modèles (réduits aux ordres 5, 6, 7 et 8, non réduit) au rayonnement extérieur traversant les vitres de la zone logements, réduction centralisée	141
4.23 Profils de puissance optimaux de la zone bureaux obtenus avec les algorithmes centralisé et décomposé-coordonné par les prédictions	143
4.24 Profils de puissance optimaux de la zone logements obtenus avec les algorithmes centralisé et décomposé-coordonné par les prédictions	144
4.25 Profils de température de la zone bureaux résultant de l'application des profils de puissance optimaux obtenus avec les algorithmes centralisé et décomposé-coordonné par les prédictions	144
4.26 Profils de température de la zone logements résultant de l'application des profils de puissance optimaux obtenus avec les algorithmes centralisé et décomposé-coordonné par les prédictions	145
4.27 Comparaison des profils de température de la zone bureaux obtenus avec différents ordres de réduction du modèle centralisé	148
4.28 Comparaison des profils de température de la zone logements obtenus avec différents ordres de réduction du modèle centralisé	148
4.29 Comparaison des profils de température de la zone bureaux obtenus avec différents ordres de réduction du modèle décomposé	149
4.30 Comparaison des profils de température de la zone logements obtenus avec différents ordres de réduction du modèle décomposé	149
4.31 Schéma d'imbrication de l'observateur	151
4.32 Schéma bloc de l'observateur d'état	152
4.33 Comparaison entre états réels et états estimés de la zone bureaux, modèle décomposé	154
4.34 Comparaison entre états réels et états estimés de la zone logements, modèle décomposé	155
4.35 Comparaison entre états réels et états estimés, modèle centralisé	156
4.36 Application de la commande prédictive	159
4.37 Application de la commande prédictive avec les approches centralisée et décomposée-coordonnée, profils de puissance de la zone bureaux	160
4.38 Application de la commande prédictive avec les approches centralisée et décomposée-coordonnée, profils de puissance de la zone logements	161
4.39 Application de la commande prédictive avec les approches centralisée et décomposée-coordonnée, profils de température de la zone bureaux	161

4.40	Application de la commande prédictive avec les approches centralisée et décomposée-coordonnée, profils de température de la zone logements	162
4.41	Présentation du cas d'étude à quatre zones	163
5.1	Définition de l'espace des commandes admissibles	169
5.2	Somme des profils de puissance optimaux sans partage de la ressource et tracés des limites de puissance maximale utilisées par la suite	179
5.3	Profils de puissance totale obtenus avec les algorithmes décomposés-coordonnés (profils superposés) dans le cas où la contrainte couplante vaut 400 kW	180
5.4	Profils de puissance totale obtenus avec les algorithmes décomposés-coordonnés (profils superposés) dans le cas où la contrainte couplante vaut 350 kW	181
5.5	Profils de puissance totale obtenus avec les algorithmes décomposés-coordonnés (profils superposés) dans le cas où la contrainte couplante vaut 300 kW	181
5.6	Profils de puissance de la zone bureaux obtenu avec l'algorithme 2 suivant différentes valeurs de u_{tot}	182
5.7	Profils de puissance de la zone logements obtenu avec l'algorithme 2 suivant différentes valeurs de u_{tot}	183
5.8	Profils de température de la zone bureaux obtenu avec l'algorithme 2 suivant différentes valeurs de u_{tot}	183
5.9	Profils de temperature de la zone logements obtenu avec l'algorithme 2 suivant différentes valeurs de u_{tot}	184
5.10	Somme des profils de puissance obtenus lors de l'application de la commande prédictive suivant l'approche décomposée-coordonnée dans le cas du partage de la ressource	185
5.11	Profil de puissance totale obtenu avec l'algorithme décomposé-coordonné dans le cadre de l'application de la commande prédictive lorsque la puissance totale disponible vaut 300 kW et en présence de transferts thermiques entre les zones	187
5.12	Sollicitations extérieures pour le cas de climatisation	188
5.13	Profil de l'inverse de la puissance totale obtenue avec l'algorithme décomposé-coordonné dans le cadre de l'application de la commande prédictive à un cas de climatisation	189
5.14	Profil d'émissions de CO_2 équivalent et tarif de l'électricité au cours de la semaine considérée	191

5.15	Profil de puissance totale obtenu avec l'algorithme décomposé-coordonné dans le cas où le critère d'optimisation consiste à minimiser les émissions de CO_2	193
5.16	Profil de température de la zone bureaux obtenu avec l'algorithme décomposé-coordonné dans le cas où le critère d'optimisation consiste à minimiser les émissions de CO_2	193
5.17	Profil de température de la zone logements obtenu avec l'algorithme décomposé-coordonné dans le cas où le critère d'optimisation consiste à minimiser les émissions de CO_2	194
5.18	Variation de la température suivant différentes périodes (courbes bleues), contrainte maximale de variation de la température (courbes oranges), contrainte minimale de variation de la température (courbes jaunes) et périodes d'occupation (aires grisées) de la zone bureaux (chauffage)	195
5.19	Variation de la température suivant différentes périodes (courbes bleues), contrainte maximale de variation de la température (courbes oranges), contrainte minimale de variation de la température (courbes jaunes) et périodes d'occupation (aires grisées) de la zone logements (chauffage) . . .	196
5.20	Présentation du cas d'étude à quatre zones	197
5.21	Profils de puissance totale obtenu avec l'algorithme décomposé-coordonné dans le cas de 4 zones	198
B.1	Réponses fréquentielles de la température de la zone bureaux des différents modèles (réduits aux ordres 1, 2, 3 et 4, non réduit) à la puissance de chauffage de la zone bureaux, réduction décomposée	219
B.2	Réponses fréquentielles de la température de la zone logements des différents modèles (réduits aux ordres 1, 2, 3 et 4, non réduit) à la puissance de chauffage de la zone logements, réduction décomposée	220
B.3	Réponses fréquentielles de la température de la zone bureau des différents modèles (réduits aux ordres 1, 2, 3 et 4, non réduit) à la température extérieure, réduction décomposée	221
B.4	Réponses fréquentielles de la température de la zone logement des différents modèles (réduits aux ordres 1, 2, 3 et 4, non réduit) à la température extérieure, réduction décomposée	221
B.5	Réponses fréquentielles de la température de la zone bureaux des différents modèles (réduits aux ordres 1, 2, 3 et 4, non réduit) au rayonnement solaire traversant les vitres de la zone bureaux, réduction décomposée	222

B.6	Réponses fréquentielles de la température de la zone logements des différents modèles (réduits aux ordres 1, 2, 3 et 4, non réduit) au rayonnement solaire traversant les vitres de la zone logements, réduction décomposée . . .	223
C.1	Séquences de commandes optimales selon différents horizon d'optimisation de la zone bureaux (graphique de gauche) et la zone logement (graphique de droite)	225
D.1	Application de la commande prédictive à la zone bureaux 1 avec les approches centralisée et décomposée-coordonnée, profils de puissance	227
D.2	Application de la commande prédictive à la zone bureaux 2 avec les approches centralisée et décomposée-coordonnée, profils de puissance	227
D.3	Application de la commande prédictive à la zone logements 1 avec les approches centralisée et décomposée-coordonnée, profils de puissance	228
D.4	Application de la commande prédictive à la zone logements 2 avec les approches centralisée et décomposée-coordonnée, profils de puissance	228
D.5	Application de la commande prédictive à la zone bureaux 1 avec les approches centralisée et décomposée-coordonnée, profils de température	229
D.6	Application de la commande prédictive à la zone bureaux 2 avec les approches centralisée et décomposée-coordonnée, profils de température	229
D.7	Application de la commande prédictive à la zone logements 1 avec les approches centralisée et décomposée-coordonnée, profils de température	230
D.8	Application de la commande prédictive à la zone logements avec les approches centralisée et décomposée-coordonnée, profils de température	230
E.1	Variation de la température suivant différentes périodes (courbes bleues), contrainte maximale de variation de la température (courbes oranges), contrainte minimale de variation de la température (courbes jaunes) et périodes d'occupation (aires grisées) de la zone bureaux (climatisation)	232
E.2	Variation de la température suivant différentes périodes (courbes bleues), contrainte maximale de variation de la température (courbes oranges), contrainte minimale de variation de la température (courbes jaunes) et périodes d'occupation (aires grisées) de la zone logements (climatisation)	233

Liste des tableaux

2.1	Définitions et dimensions des matrices du système d'équations (2.1)	57
2.2	Définitions et dimensions des matrices du système d'équations (2.14)	65
3.1	Variations maximales de la température en fonction de la durée d'opération (ASHRAE 55-1992)	73
3.2	Tarifs de l'électricité	81
3.3	Comparaison des résultats avec et sans stratégie d'effacement	85
3.4	Comparaison des résultats avec et sans stratégie d'effacement	87
3.5	Comparaison des résultats avec et sans prise en compte de la contrainte sur la variation de la température (cas 1)	90
3.6	Comparaison des résultats avec et sans prise en compte de la contrainte (3.23) sur la variation de la température (cas 2)	93
4.1	Tarifs de l'électricité	130
4.2	Résultats de la comparaison des algorithmes sur un exemple pédagogique	134
4.3	Comparaison des résultats obtenus avec les algorithmes centralisé (C) et décomposé-coordonné (DC) par les prédictions pour les zone bureaux (zone 1) et logements (zone 2)	145
4.4	Résultats centralisé obtenus à partir de différents ordres de réduction	146
4.5	Résultats décomposé-coordonné obtenus à partir de différents ordres de réduction	146
4.6	Résultats de l'algorithme centralisé après réinjection dans le modèle complet pour les zones bureaux (zone 1) et logements (zone 2)	150
4.7	Résultats de l'algorithme décomposé-coordonné après réinjection dans le modèle complet pour les zones bureaux (zone 1) et logements (zone 2)	150

4.8	Résultats de l'application de la commande prédictive avec les approches centralisée (C) et décomposée-coordonnée (DC) pour les zones bureaux (zone 1) et logements (zone 2)	162
4.9	Résultats de l'application de la commande prédictive avec les approches centralisée (C) et décomposée-coordonnée (DC) pour les zones bureaux 1 et 2 (zone 1 et zone 2) et logements 1 et 2 (zone 3 et zone 4)	164
5.1	Comparaison, en minutes, des temps de calcul de l'algorithme centralisé (C), décomposé-coordonné 1(DC 1), et décomposé-coordonné 2 (DC 2) . . .	184
5.2	Résultats de l'application de la commande prédictive avec l'approche décomposée-coordonnée pour les zones bureaux (zone 1) et logements (zone 2) dans le cas d'un partage de la ressource	185
5.3	Résultats de l'application de la commande prédictive avec l'approche décomposée-coordonnée (DC) pour les zones bureaux (zone 1) et logements (zone 2) en présence des couplages thermiques et avec un partage de la ressource	187
5.4	Résultats de l'application de la commande prédictive avec l'approche décomposée-coordonnée (DC) pour les zones bureaux (zone 1) et logements (zone 2) dans le cas de la climatisation	190
5.5	Comparaison des résultats de l'application de la commande prédictive avec l'approche décomposée-coordonnée pour les zones bureaux 1 et 2 (zone 1 et zone 2) et logements 1 et 2 (zone 3 et zone 4)	198
C.1	Analyse de sensibilité sur l'horizon d'optimisation de la zone bureaux (zone 1) et de la zone logements (zone 2)	225

Introduction

Positionnement du sujet

Le cinquième rapport du GIEC (Groupe d’experts Intergouvernemental sur l’Évolution du Climat) conclut « *Les activités humaines, notamment l’usage des énergies fossiles, a conduit à une hausse exceptionnelle de la concentration des gaz à effet de serre transformant le climat à un rythme jamais vu par le passé* » (Caroli, 2013). En 2016, les secteurs résidentiel et tertiaire représentaient 47 % de la consommation en énergie finale de la France métropolitaine (Ministère de la transition écologique et solidaire, 2018). Cette même année, 75 millions de tonnes de CO_2 étaient émises par ces deux secteurs, ce qui correspond à 22 % des émissions de CO_2 de la France métropolitaine (INSEE, 2017). La mise en place, pour les secteurs résidentiel et tertiaire, d’actions d’efficacité énergétique constitue un levier d’action notable pour réduire à la fois l’usage des énergies fossiles et les émissions de CO_2 . Un premier type d’action peut être mené en phase de conception ou de rénovation des bâtiments en conférant à ces derniers des enveloppes et des systèmes performants. Un second type d’action peut être envisagé en phase d’utilisation des bâtiments, il s’agit de mettre en place une gestion optimisée des flux énergétiques : pilotage des installations de chauffage, ventilation et climatisation, gestion de l’éclairage, sensibilisation des consommateurs (Connaissance des énergies, 2011).

En s’intéressant de plus près à la gestion des flux énergétiques, on remarque qu’il existe d’importants déséquilibres entre l’offre et la demande électrique. Ces déséquilibres s’expliquent dans un premier temps par la thermo-sensibilité accrue du réseau électrique français¹ qui entraîne une pointe de consommation électrique aux alentours de 19h en hiver. Cette pointe de consommation résulte de la mise en service simultanée de nombreux appareils électriques : chauffage, appareils électroniques, éclairage, cuisson (RTE France, 2016). L’été, une pointe journalière, liée à la mise en service d’appareils de refroidissement est également observée aux alentours de 13h, elle est cependant moins importante qu’en

1. La thermo-sensibilité caractérise l’évolution des consommations en fonction de la température

hiver. Pour faire face à ces pointes de consommation, les fournisseurs d'électricité activent des moyens de production émettant davantage de CO_2 (fioul, charbon).

La loi Grenelle 1 prévoit, d'ici à 2020, d'atteindre 23 % d'Énergies Renouvelables (EnR) dans le mix énergétique français (Légifrance, 2016) entraînant l'intensification du recours aux sources d'EnR décentralisées et intermittentes (énergie solaire, énergie éolienne). Ce recours constitue une seconde source de déséquilibre pour le réseau électrique. Pour contrer les déséquilibres entre l'offre et la demande électrique et ainsi réduire l'usage des énergies fossiles et les émissions de CO_2 , il convient d'étudier des stratégies de gestion en temps réel. Cela permet d'adapter la gestion électrique locale de manière optimale par rapport aux contraintes extérieures et à l'évolution du bâti. En effet, dans une configuration où la production électrique est centralisée et bien connue, l'approche non dynamique de la gestion de la demande présente déjà des limites et conduit à des mesures d'effacement. Ces limites sont d'autant plus importantes lorsqu'il faut gérer l'intégration au réseau de sources d'énergies renouvelables davantage fluctuantes. La transition du réseau actuel vers un réseau intelligent nécessite la mise en place d'une gestion dynamique de la demande (Muller *et al.*, 2015). Une gestion optimisée des flux énergétiques nécessite l'utilisation de systèmes intelligents pour la mesure, le contrôle et la régulation. L'utilisation de ces systèmes intelligents est maintenant envisageable grâce au développement des réseaux intelligents (Farhangi, 2010).

Pour faciliter la transition énergétique vers la réduction des énergies fossiles, la réduction des émissions de CO_2 et l'intégration croissante de sources d'énergie renouvelables, il convient d'étudier des stratégies de gestion en temps réel permettant d'adapter la gestion énergétique locale de manière optimale par rapport aux contraintes extérieures et intérieures. Des leviers d'action supplémentaires existent à l'échelle de l'îlot, par exemple la mutualisation des productions et des consommations, voire le stockage d'énergie.

Objectifs scientifiques

La détermination d'une stratégie de gestion prenant en compte, sur un horizon de temps donné, les possibilités de mutualisation des consommations et des productions entre différents bâtiments d'un îlot nécessite de disposer de modèles appropriés. Ces modèles peuvent être utilisés pour élaborer un processus de commande prédictive qui consiste à mettre à jour la stratégie de gestion à adopter en fonction des données d'observation (retour d'état) des bâtiments et des prévisions actualisées. La validation de cette approche sur une étude de cas constitue également un objectif.

Démarche proposée

Des modèles seront développés pour prendre en compte la mutualisation des consommations dans le cadre de la gestion énergétique à l'échelle d'un bâtiment multizone mêlant les usages résidentiel et tertiaire. Cette échelle constitue une première étape vers celle de l'îlot urbain.

Les modèles obtenus à l'échelle multizone seront réduits afin de permettre la gestion en temps réel, qui impose certaines contraintes de temps de calcul. A partir des résultats obtenus par une méthode d'optimisation de référence (méthode « centralisée »), des méthodes plus rapides adaptées aux contraintes opérationnelles seront étudiées : les méthodes de décomposition-coordination. Les stratégies résultantes seront comparées à la stratégie de référence de manière à évaluer la variation de la fonction de coût, qu'il s'agit de minimiser. Des contraintes en terme de confort (niveau et vitesse de variation des températures) seront prises en compte.

Résultats attendus

Les connaissances apportées en matière de contrôle-commande de systèmes complexes aideront à élaborer des stratégies de gestion en temps réel à l'échelle d'un îlot urbain, qui pourront par la suite donner lieu à une valorisation avec des partenaires industriels.

État de l'art

Sommaire

1.1	Introduction	20
1.2	Potentiel de gestion énergétique à l'échelle de l'îlot de bâtiments	20
1.2.1	Gestion de la demande énergétique	20
1.2.2	Gestion des sources d'énergie décentralisées	25
1.2.3	Stockage de l'énergie : une source de flexibilité	27
1.2.4	Conclusion sur le potentiel de gestion énergétique à l'échelle de l'îlot de bâtiments	30
1.3	Régulation des bâtiments	31
1.3.1	Les systèmes de régulation sans modèle de bâtiment	32
1.3.2	Les systèmes de régulation avec modèle de bâtiment	32
1.4	Principe de la commande prédictive	34
1.4.1	Principe de la commande optimale	34
1.4.2	Méthodes de résolution de la commande optimale	35
1.5	Résolution de la commande optimale à l'échelle des grands systèmes	37
1.5.1	Approche de résolution centralisée	38
1.5.2	Approche décentralisée	38
1.5.3	Approche décomposée-coordonnée	39
1.5.4	Méthodes de décomposition-coordination dans le cas d'un couplage par les commandes	40
1.5.5	Décomposition-coordination dans le cas de l'existence de variables d'interconnexion	47
1.5.6	Conclusion	51

1.1 Introduction

À l'échelle d'un îlot de bâtiments, la gestion énergétique implique une gestion raisonnée à la fois de la production et du stockage, de la distribution et enfin de la consommation de l'énergie (Lagorse *et al.*, 2010). Hermanns et Wiechmann (2013) distinguent deux modèles de gestion énergétique. Le premier modèle consiste à avoir une production énergétique qui suit la demande énergétique. Ce modèle est le plus employé : la production énergétique est dimensionnée de manière à satisfaire les fluctuations de la demande. Le second modèle consiste à avoir une consommation énergétique qui suit la production énergétique qui peut être difficilement contrôlable (intermittence des énergies solaires et éoliennes).

Le second modèle de gestion énergétique, qui peut favoriser la transition vers l'intégration des ENR, requiert une plus grande flexibilité. La première partie de cet état de l'art concerne le potentiel de gestion énergétique à l'échelle de l'îlot de bâtiments, il s'agit d'étudier le potentiel de flexibilité de la demande et de la production à cette échelle. Ce premier état de l'art permet de cibler le problème de gestion énergétique auquel nous nous intéresserons par la suite.

La seconde partie de l'état de l'art concerne les méthodes de gestion énergétique en temps réel (ou régulation) des bâtiments. Parmi ces méthodes, le principe de la commande prédictive se détache. Ce principe consiste à définir la stratégie de gestion énergétique optimale sur un horizon de temps donné puis à la mettre à jour à partir de nouvelles données de prédictions (données météorologiques, données d'occupation). La définition d'une stratégie de gestion énergétique optimale passe par la résolution d'un problème d'optimisation continu également appelé problème de commande optimale. L'îlot de bâtiments pouvant être qualifié de grand système, la mise au point d'une méthode de résolution d'un problème de commande optimale adaptée à cette échelle est nécessaire. Différentes approches de résolution d'un tel problème sont alors décrites pour clôturer cet état de l'art.

1.2 Potentiel de gestion énergétique à l'échelle de l'îlot de bâtiments

1.2.1 Gestion de la demande énergétique

1.2.1.1 *Demand Side Response (DSR)*

Gellings (1985) définit le *Demand Side Management (DSM)* comme un ensemble de stratégies qui conduit à une modification du profil de charge électrique du consommateur. Parmi ces stratégies, les principales constituent la *Demand Side Response (DSR)* (ou gestion active de la demande). La DSR correspond à un ensemble de stratégies d'effacement dont l'objectif est de lisser le profil de charge électrique. La Figure 1.1 illustre les trois

formes de modulation du profil de charge électrique recherchées par la DSM (écrêtage, remplissage des creux, report de la demande).

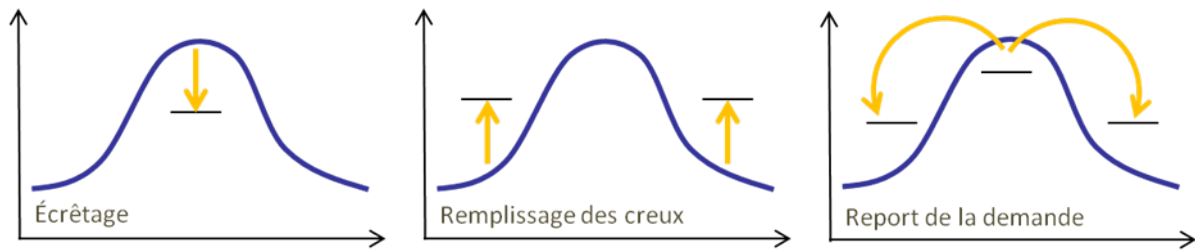


Figure 1.1 – Modulation de la charge, schéma inspiré de Gellings (1985)

- Écrêtage (*Peak clipping*) : cette modulation consiste à diminuer la pointe de consommation électrique grâce au report à court terme d'un usage tel que la réfrigération, le chauffage, la climatisation ou la ventilation. L'écrêtage influence peu les usagers.
- Remplissage des creux (*Valley filling*) : cette modulation consiste à remplir les heures creuses afin de lisser la courbe de charge.
- Report de la demande (*Load shifting*) : cette modulation consiste à reporter un usage sur la journée, sous la contrainte que la demande doit être entièrement satisfaite dans la journée.

Dans un article sur l'application de la DSR aux smart grids, Siano (2014) souligne l'importance de la DSR dans l'implémentation des smart grids. Pour les raisons évoquées dans l'introduction, c'est-à-dire face à l'intensification du recours aux énergies renouvelables et la présence de pointes de consommation électrique.

1.2.1.2 Stratégies existantes de la DSR

Pour parvenir à moduler la charge, il existe diverses stratégies de la DSR. Elles peuvent être classées en deux catégories :

- *Time-Based DSR* : ces stratégies sont basées sur une variation du prix de l'électricité au cours du temps. Le prix de l'électricité peut varier de façon statique (ex : programme *Time-Of-Use* (TOU), où deux coûts de l'électricité sont fixés, un pour la période de pic et un autre pour la période hors pic) ou de façon dynamique (*programmed Real Time Pricing* (RTP), où le prix de l'électricité est mis à jour suivant un pas de temps considéré). Les programmes RTP requièrent une attention particulière du consommateur ; Allcott (2011) étudie l'application d'un programme RTP dans le cas résidentiel, les consommateurs réagissent en évitant les excédents de consommation pendant les heures de pointe sans consommer davantage pendant les heures creuses. Plus particulièrement, des programmes *Day-Ahead RTP* (DA-RTP) qui permettent d'informer les consommateurs des prix pour le jour suivant sont également à l'étude (Jiang et Fei, 2011).

- *Incentive-Based DSR* : ces stratégies sont basées sur des paiements incitatifs versés au consommateur si ce dernier parvient à effacer sa consommation aux moments où le réseau est saturé. Ces stratégies peuvent inclure des pénalités si le consommateur ne parvient pas à effacer sa consommation aux moments souhaités par le gestionnaire de réseau. Ces stratégies sont généralement utilisées dans les secteurs commerciaux et industriels.

1.2.1.3 Applications de la DSR

Lorsque plusieurs fonctions sont représentées (habitats, bureaux, commerces) au sein d'un même quartier ou bâtiment, on parle de mixité fonctionnelle. En urbanisme, la mixité fonctionnelle est recherchée pour favoriser « les courtes distances » dans le cadre du développement de la ville durable. Puisque cette thèse s'intéresse aux stratégies de gestion énergétique à l'échelle d'un îlot de bâtiments pouvant inclure plusieurs fonctionnalités, dans cette partie sont traitées les possibilités d'application de la gestion de la demande énergétique suivant la fonctionnalité du bâtiment.

1.2.1.4 Application au secteur résidentiel

Les stratégies de DSR appliquées au secteur résidentiel sont essentiellement des *Time-Based DSR* (Aduda *et al.*, 2016). Dans le cadre de l'étude d'un système domotique multi-agent pour la gestion de l'énergie dans l'habitat, Abras (2009) classe les services énergétiques utilisés dans le secteur résidentiel (cf. Figure 1.2). Un service énergétique correspond au résultat d'une transformation d'énergie par un équipement afin de répondre à un besoin de l'utilisateur. Parmi ces services sont distingués les services permanents (ils interviennent sur tout l'horizon d'un plan d'affectation de ressources énergétiques) et les services temporaires caractérisés par une durée et un temps d'exécution. Pour chacune de ces catégories, les services pilotables peuvent être différenciés des services non pilotables. Pour les premiers, il est possible de modifier à distance l'instant de leur démarrage (lave-linge, lave-vaisselle) ou leur consigne de fonctionnement (chauffage, climatisation). Pour les seconds, il n'est pas possible de modifier leur régime de fonctionnement (téléviseur, ordinateur).

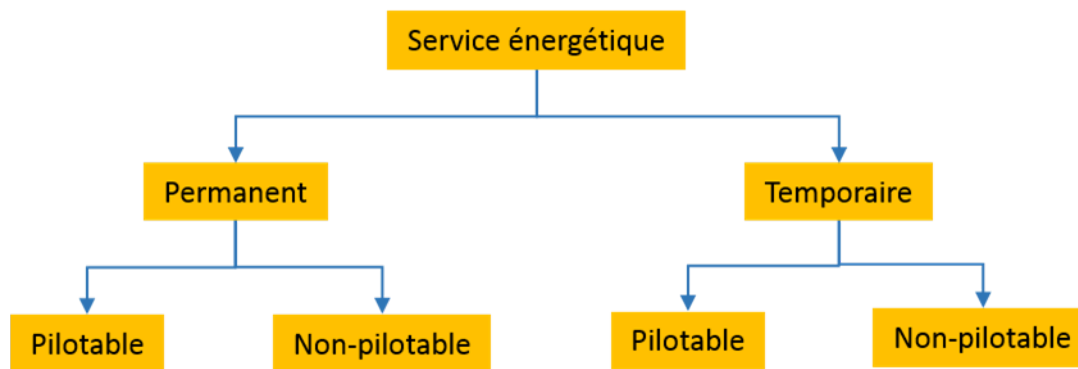


Figure 1.2 – Classification des services énergétiques, inspiré de Abras (2009)

Da Silva (2011) propose une analyse de la flexibilité des usages électriques résidentiels. Le chauffage électrique apparaît comme l'équipement présentant le plus grand potentiel, cependant ce potentiel dépend essentiellement de l'inertie (capacité de stockage) du bâtiment (Favre, 2013 ; Da Silva, 2011).

1.2.1.5 Application aux commerces et aux bureaux

Le profil de consommation des commerces et des bureaux est plus régulier que celui des bâtiments résidentiels et essentiellement dépendant des conditions météorologiques et de l'occupation (Lazos *et al.*, 2014). Pour une application aux commerces et aux bureaux, les stratégies du type incentive-based sont plus largement employées (Aduda *et al.*, 2016 ; Vardakas *et al.*, 2015).

Comparativement aux bâtiments résidentiel, Aduda *et al.* (2016) soulignent une marge de manœuvre plus faible pour l'application des stratégies de DSR à ce type de bâtiment. Cela est dû à des charges liées aux usages des commerces et des bureaux qui peuvent être difficilement reportées. Divers travaux montrent cependant l'intérêt de l'application de stratégies de DSR aux commerces (Yin *et al.*, 2010) et aux bureaux (Puchegger, 2015) notamment pour des applications thermiques.

Les systèmes de climatisation présentent un potentiel en terme de gestion de la demande, la plupart des études portent cependant sur le secteur du tertiaire. En effet, dans ce secteur, les caractéristiques des systèmes et de leur utilisation diffèrent de celles du secteur résidentiel. Puchegger (2015) génère des profils de charge propres aux bâtiments de bureaux qui dépendent des profils stochastiques d'occupation et météorologique. Ces profils de charge sont ensuite utilisés pour étudier le pré-refroidissement des bureaux pendant les périodes creuses et le contrôle des appareils électriques. L'auteur parvient à une réduction du coût annuel de près de 20 %. Yin *et al.* (2010) abaissent le pic de consommation de 15 à 30 % avec le pré-refroidissement d'un bâtiment commercial.

1.2.1.6 Application à un ensemble de bâtiments

Ramchurn *et al.* (2011) compare la demande en électricité de 500 habitations lors de l'application de trois types de programmes basés sur la tarification de l'électricité. Le premier programme considère un tarif fixe de l'électricité. Le second programme appelé *Time-Of-Use* tient compte de deux tarifs de l'électricité, l'un pendant la période de pic et l'autre pendant la période hors-pic. Le troisième programme considère un coût réel de l'électricité (RTP) qui est mis à jour toutes les 30 minutes (cf. Figure 1.3). Lors de l'application du programme TOU et dans une moindre mesure lors de l'application du programme RTP, les consommateurs modulent leur consommation énergétique de manière similaire ce qui conduit à la création de nouveaux pics au cours de la journée.

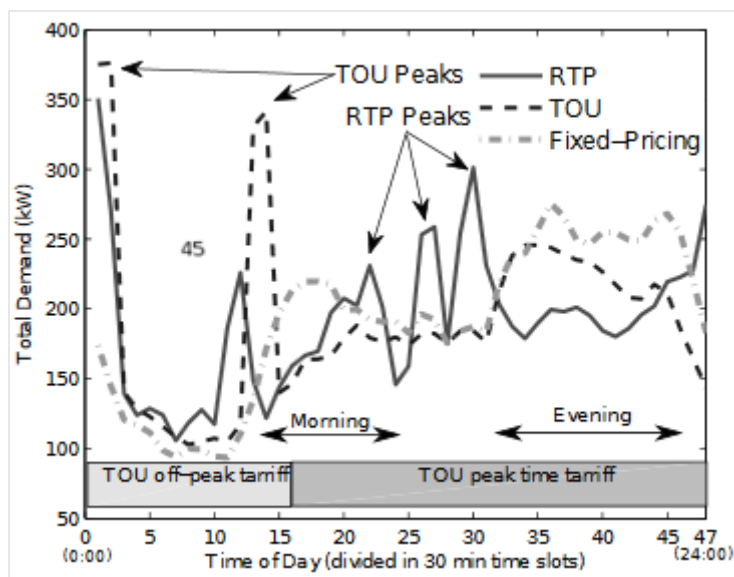


Figure 1.3 – Demande électrique selon le type de programme BPC, schéma inspiré de Ramchurn *et al.* (2011)

Da Silva (2011) applique une stratégie d'effacement de la pointe de consommation sur un ensemble de 250 bâtiments. Pour tous les bâtiments, la stratégie d'effacement est appliquée au chauffage électrique uniquement entre 18h et 20h. La remise en marche simultanée de tous les équipements de chauffage entraîne un pic de puissance et conduit à une perte de foisonnement, caractéristique aux groupes de bâtiments. Il s'agit de l'effet « *load pickup* », essentiellement dépendant du temps de coupure des appareils et de la température extérieure (Agneholm et Daalder, 2000).

Les travaux mentionnés dans cette section soulignent la limite de l'application d'une stratégie de DSR unique pour un ensemble de bâtiments. Pour ne pas déplacer dans le temps les pointes de consommation, il est possible d'appliquer des stratégies de DSR différentes d'un bâtiment à l'autre. Une coordination de ces stratégies est alors nécessaire afin d'éviter la formation de nouveaux pics de consommation et de tendre vers une courbe

de charge globale lissée. Deux approches sont alors envisageables suivant le niveau auquel sont prises les décisions relatives à l'application de la DSR :

- Approche centralisée : dans le cas d'une approche centralisée de la DSR, un régulateur central décide de l'implémentation et de la coordination de la stratégie de DSR (cf. Figure 1.4). Les consommateurs participent donc à la stratégie de DSR de façon individuelle. La taille du système à considérer est importante ce qui complexifie son pilotage et sa régulation. Da Silva (2011) propose dans une approche centralisée de la DSR des effacements tournants ou foisonnés. L'application de stratégies d'effacements foisonnés permet de réduire la reprise de charge (ré-enclenchement des systèmes après la périodes d'effacement) de 50 % dans son cas d'étude.
- Approche distribuée : dans le cas d'une approche distribuée, le fournisseur envoie un signal tarifaire aux consommateurs. Par un retour d'état de la part de l'ensemble des systèmes (présents chez les usagers), l'agrégateur coordonne la demande énergétique (cf. Figure 1.4).

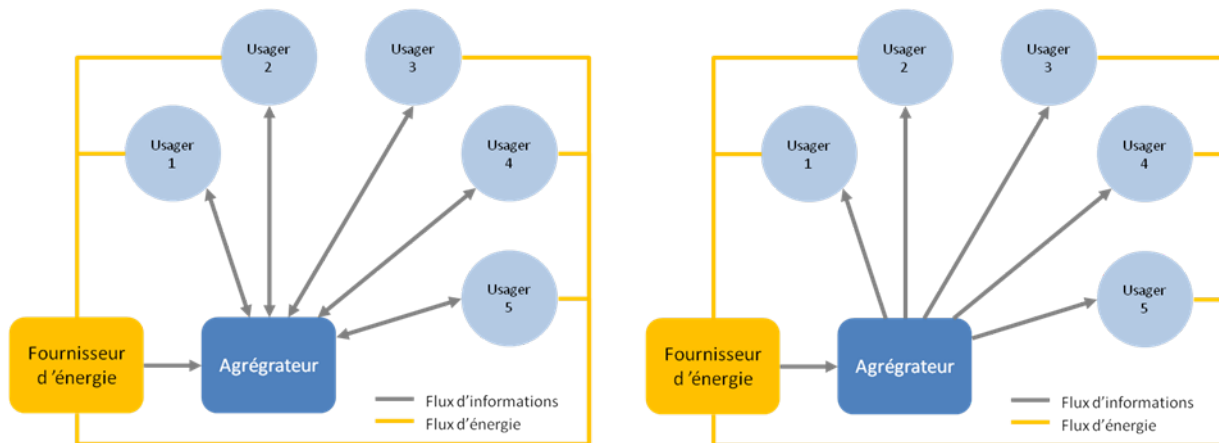


Figure 1.4 – Approches de la DSR : distribuée à gauche et centralisée à droite

1.2.2 Gestion des sources d'énergie décentralisées

Les énergies liées à une production décentralisée sont généralement l'énergie solaire, l'énergie éolienne, la biomasse, la cogénération et la petite hydraulique. Un *Multi-Energy-System* (MES) est un système qui combine et qui gère le recours à plusieurs sources d'énergie. Parmi les concepts développés pour intégrer les sources d'énergie décentralisées on retrouve les *Energy Hub*, les *Microgrids* et les *Virtual Power Plants* (VPP).

1.2.2.1 Concept d'*Energy hub*

Un *Energy hub* est une unité dans laquelle différentes énergies peuvent être converties, conditionnées et stockées. Cette unité représente une interface entre les différentes productions d'énergie (centralisées et décentralisées) qui constituent les entrées de l'unité

et les consommateurs qui caractérisent les sorties de l'unité (cf. Figure 1.5). Les sorties et les entrées du modèle sont reliées par une matrice qui tient compte des interactions et des couplages énergétiques entre les composants du système.

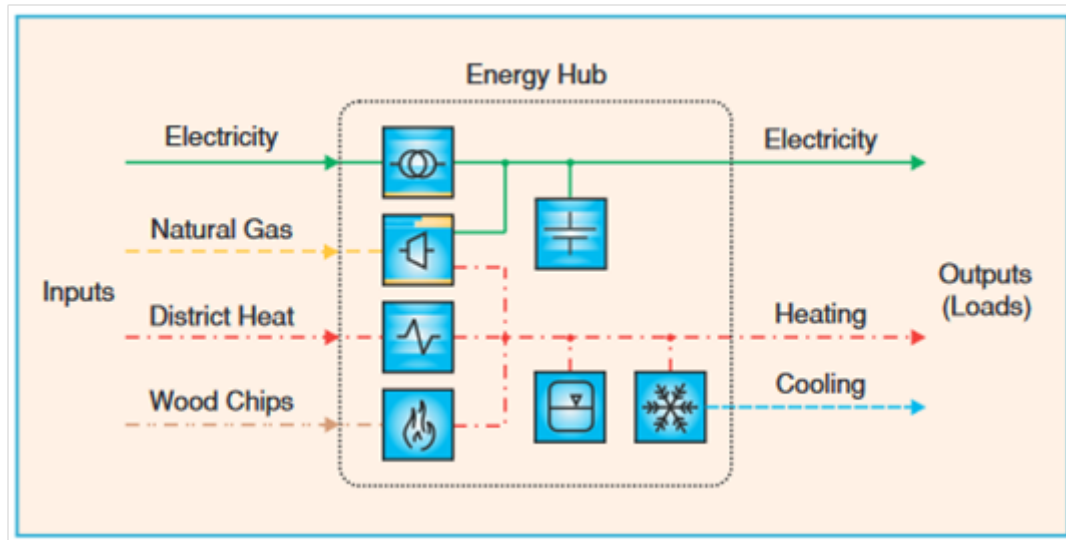


Figure 1.5 – Exemple d'*Energy hub* avec un transformateur, un cogénérateur, un refroidisseur à absorption, un échangeur de chaleur, une batterie et un ballon de stockage d'eau chaude (Geidl *et al.*, 2007)

Orehounig *et al.* (2014) définissent un *Energy hub* qui permet d'évaluer et d'optimiser la gestion des flux énergétiques provenant des différentes sources de production à la fois centralisée et distribuée. Ce modèle prend en compte la conversion, la transformation, la distribution et le stockage de l'énergie à l'échelle du bâtiment et du quartier. Les résultats obtenus dans le cas d'un village Suisse ont montré une réduction de plus de 80 % des émissions de CO_2 et une augmentation de l'autonomie énergétique de plus de 60 %.

1.2.2.2 Concept de *Virtual Power Plant (VPP)*

Le concept de *Virtual Power Plants (VPP)*, ou centrale électrique virtuelle, a été instauré pour améliorer l'intégration des sources d'énergie renouvelable décentralisées (ou distribuées). Une VPP permet d'agréger la capacité de plusieurs sources d'énergie renouvelable décentralisées pour augmenter leur visibilité et leur contrôle par le gestionnaire de réseau (Pudjianto *et al.*, 2007). Une VPP peut également intégrer un ensemble de systèmes de stockages ou de charges contrôlables décentralisées susceptibles d'apporter de la flexibilité au réseau (Saboori *et al.*, 2011).

1.2.2.3 Micro réseaux

L'architecture d'un micro réseau est basée sur un ou plusieurs régulateurs qui coordonnent la planification de la production et de la demande par l'optimisation d'une

fonction objectif (ex : minimisation d'un coût énergétique, maximisation de l'utilisation de la production décentralisée) sous certaines contraintes (ex : confort des occupants). Par exemple, Marnay *et al.* (2008) optimisent l'utilisation à l'échelle d'un bâtiment de la tri-génération dans un micro réseau. Jiang et Fei (2011) minimisent le coût énergétique d'un micro réseau intégrant une source de production éolienne et des systèmes de micro cogénération associés à certains bâtiments.

1.2.3 Stockage de l'énergie : une source de flexibilité

Le stockage de l'énergie représente une source de flexibilité pour les réseaux énergétiques. Il contribue au lissage de la courbe de charge, au traitement de l'intermittence des énergies éolienne et solaire et constitue une réserve permettant de pallier les déséquilibres existants entre la demande et la production énergétique. IFP Energies Nouvelles (IFPEN) classe les différentes technologies de stockage en fonction de leur puissance et de leur temps de décharge (cf. Figure 1.6). Le Stockage Gravitaire par Pompage (Station de Transfert d'Énergie par Pompage, STEP), le stockage d'énergie par air comprimé (Compressed Air Energy Storage, CAES) et le stockage sous forme de chaleur (stockage d'énergie thermique) permettent la gestion de fortes puissances sur de longues périodes. À l'échelle d'un ensemble de bâtiments, les technologies de stockage de l'énergie généralement rencontrées pour la gestion énergétique sont les batteries et le stockage thermique.

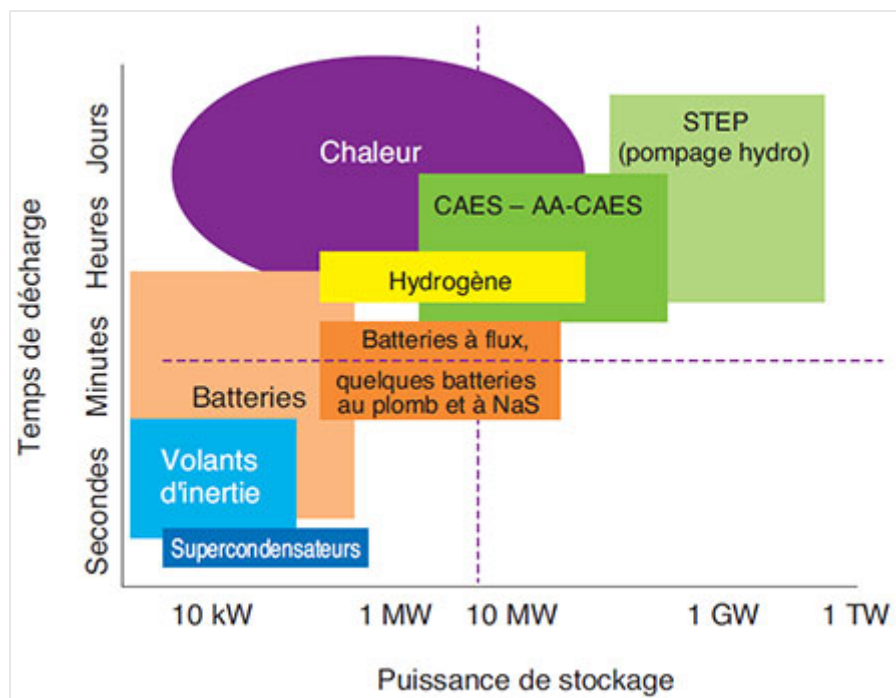


Figure 1.6 – Temps de décharge (autonomie) en fonction de la puissance pour différentes technologies de stockage (IFPEN)

1.2.3.1 Batteries

Les batteries sont essentiellement employées pour la gestion énergétique des bâtiments afin de faciliter l'intégration des EnR. Par exemple, Boynuegri *et al.* (2013) utilisent des batteries pour stocker l'énergie électrique produite par des panneaux photovoltaïques, tandis que Tasdighi *et al.* (2012) les utilisent pour stocker l'énergie d'une centrale de micro cogénération et de panneaux photovoltaïques afin d'alimenter les systèmes de chauffage, ventilation et climatisation (CVC) d'un bâtiment résidentiel intelligent. Jiang et Fei (2011) emploient également des batteries pour stocker l'énergie éolienne dans le cadre de la gestion énergétique d'un micro réseau reliant plusieurs bâtiments résidentiels. De nombreux travaux portent sur l'utilisation des batteries des véhicules électriques comme moyen de stockage pour la gestion énergétique des bâtiments (Wang *et al.*, 2012 ; Galus *et al.*, 2010). Il s'agit du concept de *Vehicle-to-Grid* (V2G, « du véhicule au réseau»). Ce concept prévoit de charger les batteries des véhicules électriques pendant la nuit ou les heures creuses et de réinjecter l'électricité stockée dans le réseau pendant les périodes de pointe. Cela nécessite la mise en place d'un système de communication entre le véhicule et le réseau électrique.

1.2.3.2 Stockage thermique

Harb *et al.* (2014) s'intéressent à la gestion des flux électrique et thermique d'un quartier de Bottrop (Allemagne). Cette étude fait intervenir des productions décentralisées et intermittentes (énergie solaire, énergie éolienne). Une comparaison des technologies de stockage énergétique est également réalisée et d'un point de vue économique, les technologies de stockage thermique sont préférées. Heier *et al.* (2015) font un état de l'art des systèmes de stockage thermique utilisés pour les bâtiments. L'ensemble des technologies étudiées dans cet article est présenté à la Figure 1.7. Les systèmes de stockage thermique se divisent en deux grandes catégories que sont les systèmes de stockage thermique passif et les systèmes de stockage thermique actif. Ces deux catégories sont explicitées par la suite.

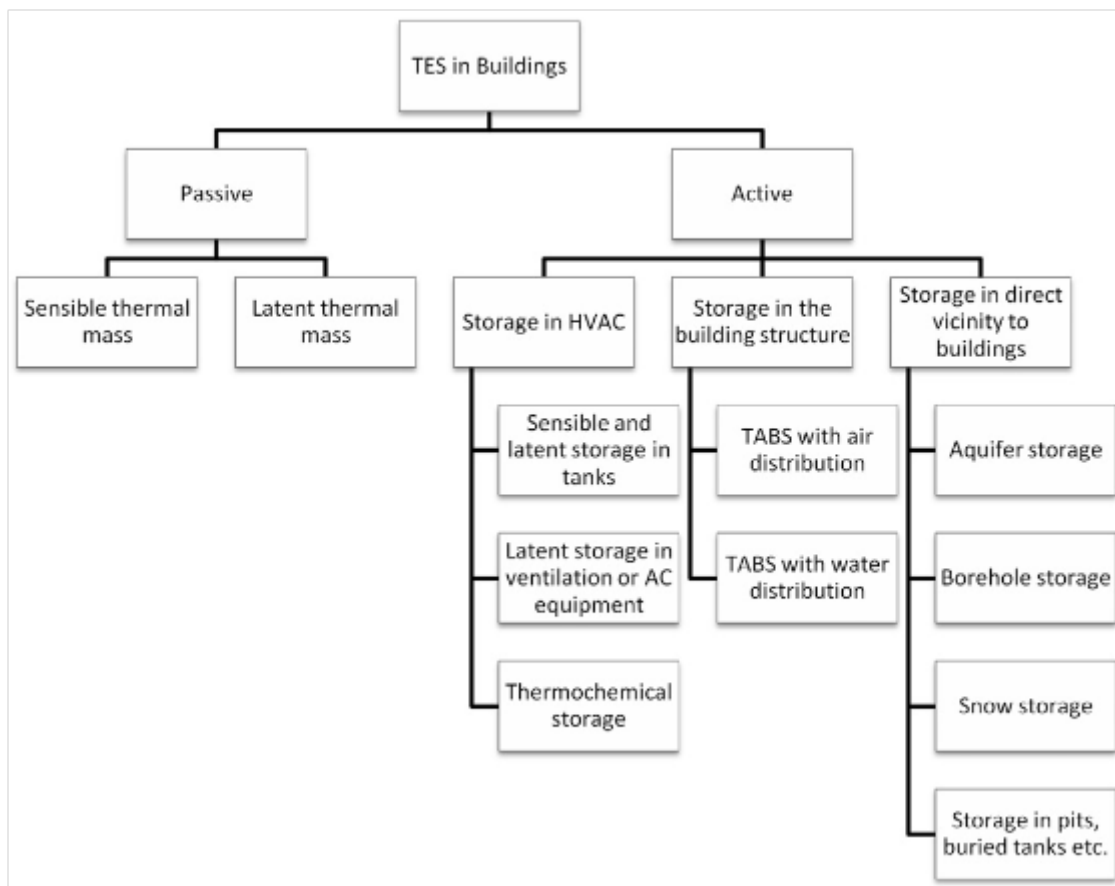


Figure 1.7 – Les systèmes de stockage thermique (Heier *et al.*, 2015)

Deux types de stockage thermique passif sont recensés : l’inertie des bâtiments et les matériaux à changement de phase.

L’inertie thermique d’un bâtiment représente sa capacité à stocker et à restituer de la chaleur. Les bâtiments comportant une forte inertie peuvent stocker davantage d’énergie et ainsi augmenter la flexibilité du réseau. Favre (2013) compare le comportement de trois bâtiments similaires qui diffèrent par leur inertie (faible, intermédiaire et forte). L’énergie totale stockée dans le bâtiment à forte inertie est trois fois plus importante que celle stockée dans le bâtiment à faible inertie. Pour un bâtiment à forte inertie, l’étude montre qu’il est possible d’effacer l’ensemble des heures pleines et des heures de pointe en stockant l’énergie au cours des heures creuses. Robillart (2015) efface totalement la consommation pendant les heures pleines et de pointe d’un bâtiment résidentiel énergétiquement performant grâce à l’utilisation de l’inertie thermique. La chaleur est stockée dans le bâtiment et peut être ensuite restituée pendant les heures où le tarif de l’électricité est moins intéressant. Enfin, Le Dréau et Heiselberg (2016) comparent, pour des bâtiments avec des inerties différentes les possibilités de moduler la charge dédiée au chauffage. Avec une faible inertie, la modulation peut être réalisée sur des courtes périodes allant de 2 à 5 h. Ces périodes peuvent dépasser 24 h pour un bâtiment à forte inertie. Les auteurs alertent cependant

sur le risque de surchauffe dans le second cas lorsque des systèmes de régulation classique (cf. §1.3.1) sont employés.

Les Matériaux à Changement de Phase (MCP) constituent une seconde méthode de stockage passif. De par leur capacité à changer d'état dans une plage de température restreinte, les MCP peuvent également stocker de la chaleur pour la restituer par la suite. L'utilisation de MCP dans le cas d'un bâtiment résidentiel soumis à une tarification dynamique de l'électricité permet de déplacer la charge électrique liée au chauffage et par conséquent de limiter la pointe de consommation (Qureshi *et al.*, 2011).

Comme illustré à la Figure 1.7, il existe de nombreuses technologies de stockage thermique actif applicables aux bâtiments. La plus commune de ces technologies est l'utilisation de réservoir d'eau pour le stockage de l'eau chaude sanitaire (ECS) et pour la production de chauffage. Xu *et al.* (2012) minimisent le coût énergétique annuel d'un bâtiment de bureaux comportant un ensemble de systèmes de production (cogénération, panneaux photovoltaïques, capteurs solaires thermiques, système de climatisation). Plusieurs systèmes de stockage sont étudiés (batteries, réservoir d'eau, accumulateur de chaleur et accumulateur de froid), et les résultats montrent qu'une combinaison de systèmes de stockage thermique (réservoir d'eau, accumulateur de froid) permet de faire des économies d'énergie (entre 10 et 30 % selon les villes étudiées) en comparaison avec l'usage de batteries. De plus, les batteries présentent une durée de vie plus courte et des impacts environnementaux plus conséquents.

1.2.4 Conclusion sur le potentiel de gestion énergétique à l'échelle de l'îlot de bâtiments

Cette première partie de l'état de l'art met en avant le champ des actions possibles en termes de gestion énergétique à l'échelle d'un ensemble de bâtiments. Dans le cadre de cette thèse, ce champ d'action est réduit à la gestion de la demande énergétique liée aux applications de chauffage et de climatisation. Pour des raisons économiques et pratiques, l'inertie des bâtiments est essentiellement utilisée comme moyen de stockage énergétique. L'utilisation de l'inertie des bâtiments a déjà fait ses preuves dans le cadre de la gestion énergétique des bâtiments (cf. § 1.2.3.2). Le problème de gestion énergétique étudié pour la suite de ces travaux est schématisé à la Figure 1.8. Les sollicitations intérieures et extérieures, présentes sur le graphique, seront abordées dans le chapitre 2.

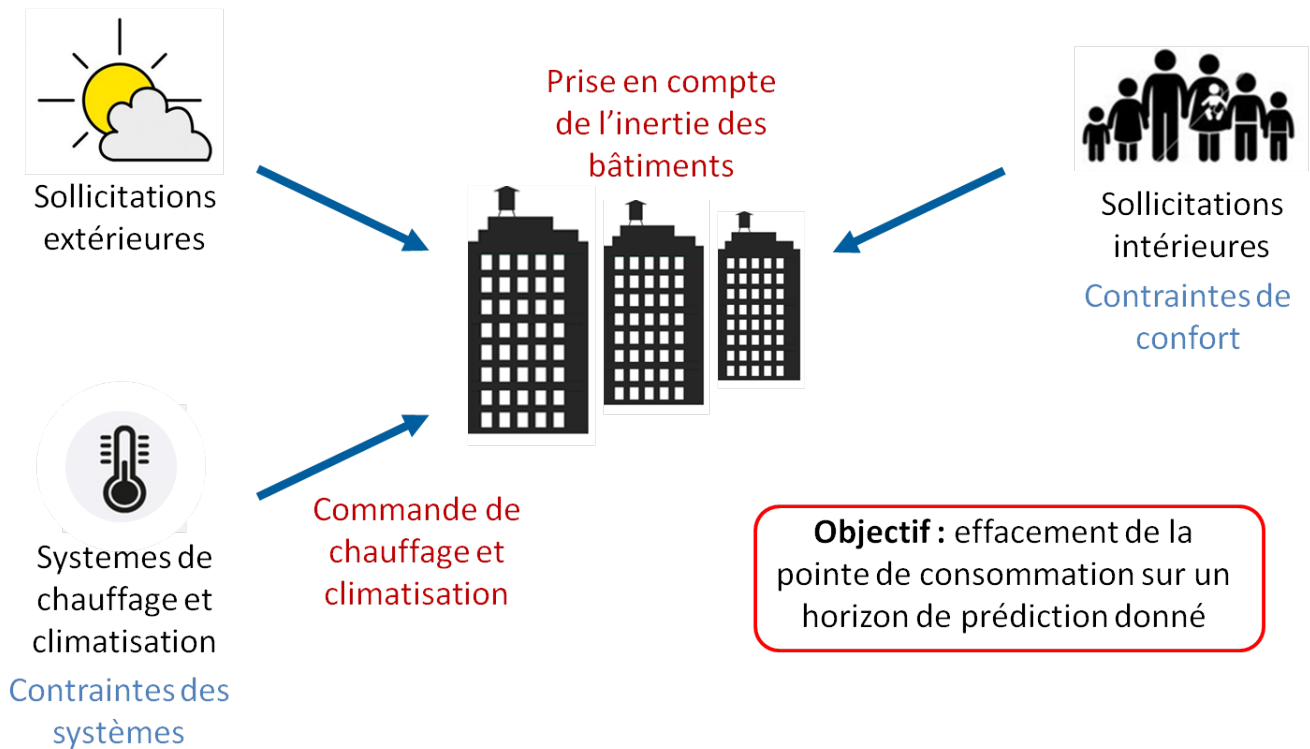


Figure 1.8 – Schéma du problème de gestion énergétique

Bien que moins développé dans cette section, le potentiel de gestion énergétique qui est lié aux sources d'énergie décentralisées et aux systèmes de stockage est abordé. Mise à part l'utilisation de l'inertie des bâtiments, les autres formes de stockage de l'énergie sont exclus de ces travaux de thèse. Ils constituent cependant une perspective intéressante dans le cadre de futurs travaux. La section qui suit porte sur les méthodes de recherche de la stratégie de gestion énergétique en temps réel des bâtiments.

1.3 Régulation des bâtiments

Une stratégie de gestion énergétique est définie comme une séquence de commandes (ex : puissance de chauffage, puissance de climatisation) à appliquer au cours du temps sur un système donné (ex : bâtiment ou ensemble de bâtiments). La séquence de commande optimale permettant sur un horizon de temps fixé de répondre à un objectif en satisfaisant d'éventuelles contraintes est recherchée. Pour ce faire, deux systèmes sont à distinguer :

- Le système physique : il s'agit du système sur lequel est appliquée la gestion énergétique. Il est composé des éléments suivants :
 - le bâtiment (ou l'ensemble de bâtiments) et ses différents systèmes (ex : chauffage, climatisation) sur lesquels la régulation est appliquée ;
 - les occupants qui imposent des contraintes de confort à l'origine du besoin de définir une stratégie de gestion énergétique ;

- les sollicitations (ex : météorologie, émission de chaleur par les occupants et leurs activités).
- Le système de régulation : il s’agit du système qui détermine la stratégie de gestion énergétique. Il est composé des éléments suivants :
 - la fonction objectif (ou critère) qui constitue l’objectif de la régulation (ex : minimisation de la facture énergétique, minimisation de la consommation énergétique);
 - la commande qui caractérise l’entité pilotée de manière à atteindre l’objectif de la régulation (ex : chauffage, climatisation);
 - les contraintes qui peuvent être liées au système physique (ex : température de confort, comportement thermique des bâtiments) ou imposées par le système de régulation (ex : puissance de chauffage limitée).

1.3.1 Les systèmes de régulation sans modèle de bâtiment

Les systèmes de régulation classiques sont constitués d’un ensemble de régulateurs locaux de type TOR (« Tout-Ou-Rien »), P (proportionnel), PI (proportionnel intégral) ou PID (proportionnel intégral dérivé). Leur objectif consiste à maintenir le confort des occupants en assurant une température de consigne minimale (chauffage) et éventuellement maximale (climatisation) au cours du temps. La simplicité d’implémentation des régulateurs classiques constitue leur atout majeur. Cependant, ces régulateurs ne peuvent pas assurer des objectifs tels que la réduction de la facture énergétique ou la prise en compte de système de stockage ou de production qui nécessitent une prise de décision quantitative et anticipée.

Les systèmes de régulation avancés, appelés BIEMS (*Building Intelligent Energy Management Systems*), constituent une première alternative aux systèmes de régulation classiques. Le fonctionnement des BIEMS s’appuie sur diverses techniques d’observation pouvant être adaptées à l’échelle de l’îlot urbain telles que les réseaux de neurones (Ferreira *et al.*, 2012) ou la logique floue (Marvuglia *et al.*, 2014). Les BIEMS permettent une régulation simple, adaptative et performante sans avoir recours à un modèle thermique du bâtiment.

1.3.2 Les systèmes de régulation avec modèle de bâtiment

Les systèmes de régulation classiques et avancés déterminent la meilleure action à prendre dans une situation donnée. La commande prédictive, qui constitue une seconde alternative aux systèmes de régulation classiques, suit une approche totalement différente qui consiste à déterminer un plan d’action (une séquence de commande) optimal mis à jour régulièrement à partir de nouvelles prévisions et mesures du système physique. La

Figure 1.9 présente le principe de la commande prédictive. La première étape consiste à calculer la trajectoire optimale sur un premier horizon allant de l'instant initial t_{i_1} à l'instant final t_{f_1} (cf. Figure 1.9, graphique de gauche). La seconde étape consiste à appliquer une première séquence de la trajectoire optimale puis à calculer de nouveau la trajectoire optimale sur un second horizon allant de l'instant initial t_{i_2} à l'instant final t_{f_2} à partir des nouvelles mises à jour (cf Figure 1.9, graphique de droite). Contrairement aux systèmes de régulation présentés au paragraphe précédent, l'application de la commande prédictive tient compte des états actuels et futurs du système physique (le bâtiment) et nécessite d'avoir recours à un modèle thermique du bâtiment. Ces travaux se limitent à la modélisation déterministe des bâtiments. Lim et Zhai (2017) passent en revue quelques études qui proposent d'intégrer les incertitudes dans la modélisation des bâtiments à grande échelle (modélisation stochastique). Cependant, ces études présentent des limites (temps de calcul élevés, accessibilité réduite aux données des bâtiments, processus de calibrage flou).

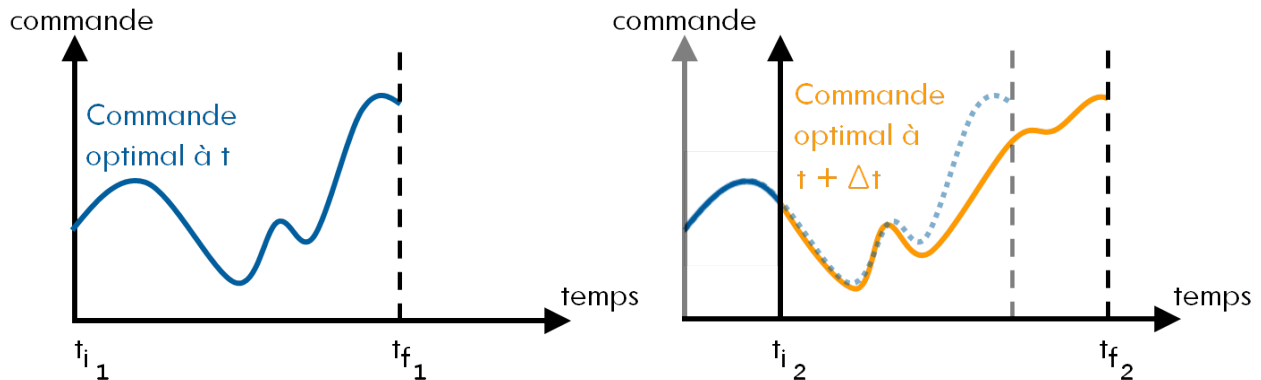


Figure 1.9 – Fonctionnement de la commande prédictive

L'utilisation de la commande prédictive dans les bâtiments a longtemps été pénalisée par le coût élevé de la technologie nécessaire à son implémentation et la difficulté d'obtention d'un modèle mathématique du bâtiment satisfaisant. Cependant l'évolution des moyens de calculs a permis l'utilisation de la commande prédictive dans de nombreuses applications industrielles (Qin et Badgwell, 2003) et notamment dans le secteur du bâtiment.

Favre (2013), Chen *et al.* (2013) et Robillart (2015) montrent l'intérêt d'utiliser, à l'échelle monozone, la commande prédictive dans un contexte d'effacement des consommations électriques de pointe. Grâce à une tarification variable de l'électricité (objectif de minimisation de la facture électrique) en utilisant la masse (la capacité thermique) du bâtiment comme moyen de stockage.

À l'échelle d'un bâtiment multizone, Morosan *et al.* (2010) gèrent la transition entre périodes d'occupation et d'inoccupation des différentes zones avec la commande prédictive en faisant intervenir l'inertie du bâtiment. L'étude intègre les transferts thermiques au sein

des murs existants entre zones contiguës. Lamoudi (2012) utilise également la commande prédictive pour la gestion multizone d'une production multi-énergie : gaz (chaudière) et électricité (pompe à chaleur) avec une tarification de l'électricité variable au cours du temps. Morosan *et al.* (2011) gère un problème de commande prédictive multizone et multi-énergie en intégrant les couplages thermiques entre zones contiguës.

Enfin, à l'échelle d'un ensemble de bâtiments, Pflaum *et al.* (2014) et Staino *et al.* (2016) partagent une ressource avec la commande prédictive.

Toutes ces études bénéficient du développement de nombreux outils de simulation thermique des bâtiments rendant l'application de la commande prédictive plus accessible (EnergyPlus¹, ESP-r², Pléiades+COMFIE³, TRNSYS⁴).

1.4 Principe de la commande prédictive

Selon le principe de la commande prédictive, la séquence de commande optimale à appliquer à un système dynamique est déterminée par la résolution, à chaque période d'échantillonnage, d'un problème de commande optimale. Un problème de commande optimale consiste à minimiser (ou maximiser) un critère de performance (fonction coût) sous d'éventuelles contraintes d'état et/ou de commande.

Dans le cadre de cette thèse, le problème de commande optimale consiste à déterminer la commande de chauffage qui minimise la facture énergétique. La résolution du problème de commande optimale doit tenir compte des contraintes de confort des occupants (contraintes d'état) et des contraintes de puissances de chauffage disponibles (contraintes de commande).

Cette partie est dédiée au principe de la commande optimale ainsi qu'aux méthodes de résolution de cette dernière.

1.4.1 Principe de la commande optimale

Mathématiquement, le problème de commande optimale consiste à minimiser une fonction coût (ou critère d'optimisation) qui peut prendre la forme suivante :

$$\min_{u \in U_{ad}} \left[J(u) = \int_{t_0}^{t_f} L(x(t), u(t)) dt \right] \quad (1.1)$$

sous la contrainte dynamique :

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \quad (1.2)$$

1. <https://energyplus.net>

2. <http://www.esru.strath.ac.uk/Programs/ESP-r.htm>

3. <http://www.izuba.fr/>

4. <http://www.trnsys.com/>

et la condition initiale :

$$x(0) = x_0 \tag{1.3}$$

avec :

- u : la commande du système ;
- U_{ad} : l'ensemble des commandes admissibles ;
- J : la fonction coût (ou critère d'optimisation) ;
- L : une fonction à valeur réelle régulière de ses arguments ;
- t_0 : l'instant initial ;
- t_f : l'instant final ;
- x : l'état du système optimisé ;
- f : la fonction qui permet d'obtenir la variation de l'état à partir de l'état et de la commande qui lui est appliquée ;
- x_0 : l'état initial du système optimisé.

Ainsi, le problème de commande optimal consiste à trouver la commande u et l'état associé x qui sont solutions de l'équation (1.2) et qui minimisent le critère intégral (1.1). Pour résoudre un tel problème, deux approches sont utilisées, la première est basée sur le principe du minimum de Pontryagin et la seconde sur le principe de la programmation dynamique de Bellman. La seconde approche n'est pas envisagée dans le cadre de ces travaux pour des raisons de temps de calcul et d'encombrement mémoire. Trélat (2005) distingue deux types de méthodes numériques en contrôle optimal : les méthodes indirectes et les méthodes directes. Ces deux méthodes sont explicitées dans les sections suivantes.

1.4.2 Méthodes de résolution de la commande optimale

1.4.2.1 Méthodes de résolution directes

Les méthodes directes consistent à transformer le problème de commande optimale en un problème d'optimisation non-linéaire en dimension finie (problème d'optimisation paramétrique où l'état et la commande sont discrétisés). À la connaissance de l'auteur, l'ensemble des travaux concernant la recherche de la commande prédictive d'un bâtiment multizone ou d'un ensemble de bâtiments sont résolus avec une méthode directe (Morosan *et al.*, 2010 ; Lamoudi, 2012 ; Morosan *et al.*, 2011 ; Pflaum *et al.*, 2014 ; Staino *et al.*, 2016)). Il existe une infinité de variantes des méthodes directes, telles que la méthode du gradient conjugué, les méthodes de pénalisation ou la méthode SQP (Sequential Quadratic Programming) pour les cas avec contraintes.

1.4.2.2 Méthodes de résolution indirectes

Les méthodes de résolution indirectes sont basées sur le principe du minimum de Pontryagin qui constitue une condition nécessaire (mais non suffisante) d'optimalité. Malisani (2012) définit le principe du minimum de Pontryagin de la façon suivante : si la commande $u \in U_{ad}$ et sa trajectoire associée x sont solutions du problème de commande optimale sur l'intervalle de temps $[t_0, t_f]$, alors il existe une application $p : [t_0, t_f] \rightarrow \mathbb{R}^n$ absolument continue appelée état adjoint tel que les égalités suivantes soient vérifiées :

$$\dot{x}(t) = \frac{\partial}{\partial p} \mathcal{H}(x(t), u(t), p(t)) = f(x(t), u(t)) \quad (1.4)$$

$$x(t_0) = x_0 \quad (1.5)$$

$$\dot{p}(t) = -\frac{\partial}{\partial x} \mathcal{H}(x(t), u(t), p(t)) \quad (1.6)$$

$$p(t_f) = 0 \quad (1.7)$$

$$u(t) \in \arg \min_{v \in U_{ad}} \mathcal{H}(x(t), v, p(t)) \quad (1.8)$$

avec \mathcal{H} l'hamiltonien du système qui est défini de la manière suivante :

$$\mathcal{H}(x(t), u(t), p(t)) = L(x(t), u(t)) + p(t)^T f(x(t), u(t)) \quad (1.9)$$

L'assertion (1.8) permet d'exprimer la commande en fonction de l'état et de l'état adjoint :

$$u(t) = \Gamma(x(t), p(t)) \quad (1.10)$$

Il s'agit alors de résoudre les équations (1.6) et (1.8) sur x et p qui forment un problème aux deux bouts avec la condition initiale (1.5) et la condition finale (1.7). Ce problème aux deux bouts peut être résolu par une méthode de tir. La méthode de tir consiste à transformer le problème aux deux bouts en un problème à un bout en supposant connue la valeur de l'état adjoint à l'instant t_0 . Le problème se réduit alors au problème de Cauchy⁵ suivant :

$$\dot{x} = f(x(t), \Gamma(x(t), p(t))) \quad (1.11)$$

5. Un problème de Cauchy est un problème constitué d'une équation différentielle dont on recherche une solution vérifiant une certaine condition initiale

$$x(t_0) = x_0 \tag{1.12}$$

$$\dot{p} = - \frac{\partial \mathcal{H}(x(t), \Gamma(x(t), p(t)), p(t))}{\partial x} \tag{1.13}$$

$$p(t_0) = p_0 \tag{1.14}$$

Pour assurer la condition finale (1.7), il faut alors chercher le zéro d'une fonction qui peut être obtenu par une méthode de Newton.

Les méthodes de collocation sont également basées sur le principe du minimum de Pontryagin. Les solutions des équations du problème aux deux bouts sont discrétisées en N points de maillage. La méthode consiste à trouver le zéro d'une fonction de manière à assurer les valeurs de l'état $x(t)$ et de l'état adjoint $p(t)$ aux nœuds du maillage. Les méthodes de collocation intègrent généralement des techniques de raffinement de maillage de manière à assurer un bon compromis entre précision et taille du problème. Ce dernier point constitue un avantage par rapport aux méthodes directes qui présentent des inconvénients tels que la lourdeur des calculs liés à la dimension du problème et une précision moyenne (Trélat, 2005). De plus, les méthodes de collocation sont plus faciles à mettre en œuvre que les méthodes de tir (Malisani, 2012). Ainsi, dans le cadre de ces travaux de thèse, une méthode de résolution indirecte du problème de commande optimale est envisagée. Cela constitue une nouveauté dans le cadre de la mise en place de la commande prédictive d'un ensemble multizone.

1.5 Résolution de la commande optimale à l'échelle des grands systèmes

Les grands systèmes sont des systèmes complexes du point de vue de leur modélisation et de leur optimisation numérique. Les systèmes suivants peuvent être qualifiés de grands systèmes (Carpentier et Cohen, 2017) :

- les systèmes qui présentent un grand nombre de variables et de contraintes ;
- les systèmes qui font intervenir des sous-systèmes interconnectés ;
- les systèmes qui mettent en jeu des phénomènes à plusieurs échelles de temps ;
- les systèmes qui sont commandés par plusieurs décideurs à la fois.

Un îlot de bâtiments remplit les caractéristiques des grands systèmes notamment celle d'un système qui fait intervenir des sous-systèmes interconnectés. Dans le cadre de la gestion énergétique des bâtiments, le système physique qui caractérise le bâtiment multizone ou un ensemble de bâtiments peut être décomposé en un ensemble de sous-systèmes

physiques, les zones thermiques. Deux types de couplages entre zones thermiques peuvent être distingués :

- un partage d'une ressource commune entre différentes zones thermiques ;
- des transferts thermiques entre zones.

Pour résoudre un problème de commande optimale à cette échelle, il existe trois approches. L'approche de résolution centralisée, l'approche de résolution décentralisée et l'approche de résolution décomposée-coordonnée. Ces trois approches sont décrites l'une après l'autre dans la suite de cette section.

1.5.1 Approche de résolution centralisée

L'approche centralisée consiste à résoudre un unique problème de commande optimale qualifié de global (cf. Figure 1.10). La résolution tient compte du système physique et du système de régulation dans leur intégralité.

Une technique de résolution globale peut s'avérer contraignante en termes de temps de calcul et présente une flexibilité réduite (une modification du système physique ou du système de régulation entraîne une modification complète du problème de commande optimale global).

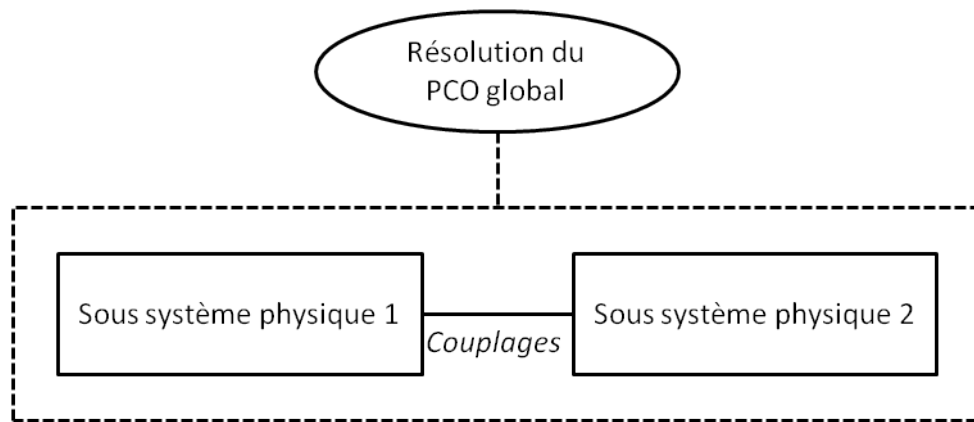


Figure 1.10 – Schéma de l'approche centralisée

1.5.2 Approche décentralisée

Une première alternative à l'approche centralisée consiste à résoudre de manière indépendante un ensemble de sous-problèmes de commande optimale locaux associés à chaque sous-système (cf. Figure 1.11). Les sous-systèmes, plus petits et homogènes, sont alors plus faciles à traiter. Les optimisations locales ne permettent cependant pas d'atteindre « l'optimum collectif » (ou optimum global) lorsque les sous-problèmes sont couplés.

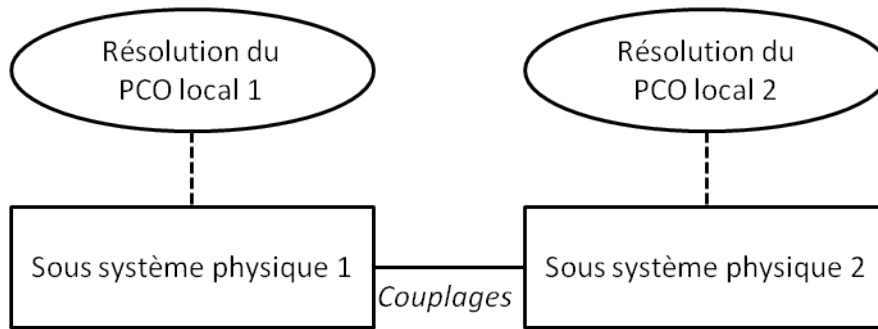


Figure 1.11 – Schéma de l'approche décentralisée

1.5.3 Approche décomposée-coordonnée

Pour rechercher « l'optimum collectif », une coordination entre les sous-problèmes peut intervenir à un niveau hiérarchique supérieur (cf. Figure 1.12), on parle alors de méthodes de décomposition-coordination. La coordination a pour objectif d'assurer les couplages. Cette approche rappelle l'approche distribuée de la DSR (cf. § 1.2.1.6) où l'agrégateur réseau réalise la coordination.

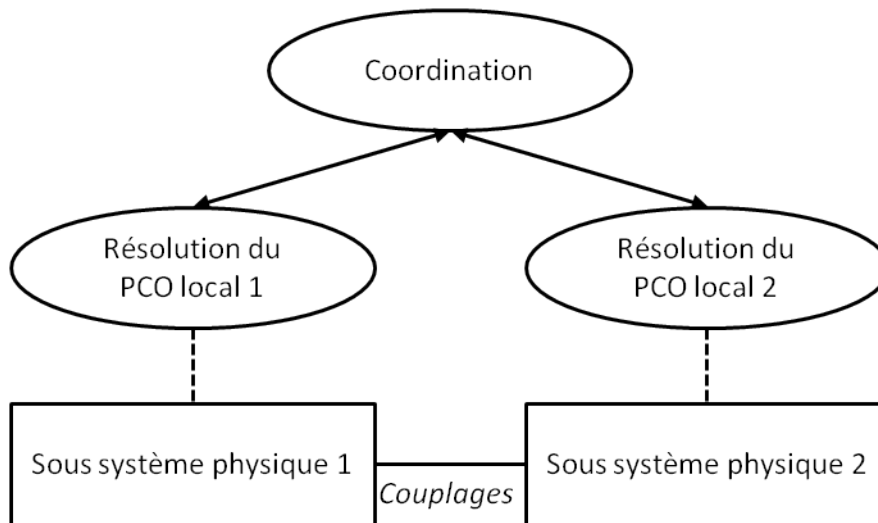


Figure 1.12 – Schéma de l'approche décomposée-coordonnée

Il existe plusieurs méthodes pour résoudre un problème de commande optimale selon une approche décomposée-coordonnée :

- la méthode de décomposition-coordination par les prix ;
- la méthode de décomposition-coordination par les quantités ;
- la méthode de décomposition-coordination par les prédictions.

Bien que le principe de ces méthodes soit identique dans le cas d'un partage de la ressource et dans le cas de transferts thermiques entre zones, les deux cas sont exposés séparément dans la suite de ce chapitre. En effet, le cas du partage de la ressource correspond à un cas où les commandes associées aux deux zones thermiques sont contraintes

à ne pas dépasser une limite commune ; nous parlerons de couplage par les commandes. Le cas des transferts thermiques correspond au cas où les systèmes dynamiques des deux zones thermiques sont couplés. Ainsi, des sorties de sous-systèmes interviennent en tant qu'entrées d'autres sous-systèmes ; nous parlerons de l'existence de variables d'interconnexion. La formulation des algorithmes de décomposition-coordination dans les deux cas présente des distinctions qu'il est important de relever pour une meilleure compréhension.

1.5.4 Méthodes de décomposition-coordination dans le cas d'un couplage par les commandes

Dans cette section concernant la décomposition-coordination dans le cas d'un couplage par les commandes, les méthodes de décomposition-coordination par les prix, par les quantités et par les prédictions sont détaillées.

Remise en contexte

Dans le cadre de la gestion énergétique multizone, ces méthodes seront utilisées afin de minimiser la facture électrique de chauffage d'un ensemble de zones en sachant que la puissance de chauffage globale est limitée.

1.5.4.1 Formulation du problème de commande optimale

Pour décrire les différentes méthodes de décomposition-coordination dans le cas d'un couplage par les commandes, nous considérons le problème d'optimisation suivant :

$$\min_{u_i \in U_{i,ad}} \sum_{i=1}^N J_i(u_i) \quad (1.15)$$

avec le critère d'optimisation suivant :

$$J_i(u_i) = \int_{t_0}^{t_f} L_i(x_i(t), u_i(t)) dt \quad (1.16)$$

sous la contrainte de couplage (ou contrainte couplante) suivante :

$$\sum_{i=1}^N \Theta_i(u_i) = \theta \quad (1.17)$$

où :

- N correspond au nombre de sous-systèmes ;
- $u_i \in \mathbb{R}^{n_i}$ correspond à la commande associée au sous-système i ;

- $U_{i_{ad}}$, un sous-ensemble convexe fermé de \mathbb{R}^{n_i} , correspond à l'espace des commandes admissibles du sous-système i ;
- $J_i : \mathbb{R}^{n_i} \rightarrow \mathbb{R}$ correspond à la fonction coût associée au sous-système i ;
- $\Theta_i : \mathbb{R}^{n_i} \rightarrow \mathbb{R}^m$ correspond au membre de gauche de la contrainte couplante (1.17) associé au sous-système i
- $\theta \in \mathbb{R}^m$ correspond au membre de droite de la contrainte couplante (1.17).

Chacune des variables u_i par rapport à laquelle on minimise dans l'équation (1.15) appartient à une partie convexe fermée $U_{i_{ad}} \in \mathbb{R}^{n_i}$. Ainsi, le vecteur $u = (u_1, \dots, u_N)$ appartient lui aussi à un ensemble convexe fermé $U_{ad} = U_{1_{ad}} \times \dots \times U_{N_{ad}}$ contenu dans \mathbb{R}^n (avec $n = (n_1, \dots, n_N)$). Le fait que l'ensemble U_{ad} des contraintes non explicites⁶ se mette sous la forme d'un produit cartésien définit une « décomposition naturelle » de la variable u sous la forme (u_1, \dots, u_N) .

Le coût $J(u) = \sum_{i=1}^N J_i(u_i)$ et la contrainte $\Theta(u) = \sum_{i=1}^N \Theta_i(u_i) - \theta$ sont additifs par rapport à la décomposition de la variable de commande u .

Remise en contexte

$\sum_{i=1}^N J_i(u_i)$ correspond à la facture énergétique globale que l'on cherche à minimiser, u_i correspond à la puissance injectée dans la zone i (commande sur laquelle on agit) et la contrainte $\sum_{i=1}^N \Theta_i(u_i) = \theta$ qui peut également être traitée comme une inégalité^a, symbolise le fait que la somme des puissances est inférieure à une puissance maximale disponible.

^a. Par souci de clarté, seul le cas d'une contrainte couplante égalité est détaillé ici, le raisonnement est identique dans le cas d'une inégalité

1.5.4.2 Méthode de décomposition-coordination par les prix

Le principe de la décomposition-coordination par les prix consiste à laisser chaque sous-système optimiser son propre coût qui est désormais constitué du coût $J_i(u_i)$ et d'un coût induit par la coordination $\langle \lambda, \Theta_i(u_i) \rangle$, où λ est un vecteur de prix associé à la contrainte couplante et $\langle \cdot, \cdot \rangle$ est le produit scalaire dans \mathbb{R}^m .

Le problème d'optimisation associé à l'unité i dans le cadre de la décomposition par les prix prend alors la forme suivante :

$$\min_{u_i \in U_{i_{ad}}} J_i(u_i) + \int_{t_0}^{t_f} \langle \lambda, \Theta_i(u_i) \rangle dt \quad (1.18)$$

6. Les contraintes $u_i \in U_{i_{ad}}$ sont qualifiées ici de non explicites puisqu'elles sont découplées. Elles peuvent représenter des contraintes de fonctionnement propres à chaque unité u .

À partir d'un algorithme itératif, le prix λ est ajusté à la baisse ou à la hausse, par un algorithme de gradient, suivant que $\sum_{i=1}^N \Theta_i(u_i)$ est inférieur ou supérieur à la ressource disponible θ (1.17).

Pour justifier l'algorithme de décomposition-coordination par les prix, on définit le Lagrangien du problème d'optimisation global associé au critère (1.15) et à la contrainte (1.17) comme suit :

$$\mathcal{H}(u_1, \dots, u_N, \lambda) = \sum_{i=1}^N L_i(x_i, u_i) + \langle \lambda, \Theta_i(u_i) \rangle \quad (1.19)$$

Proposition : $u^* = (u_1^*, \dots, u_N^*)$ est solution de (1.15) sous la contrainte (1.17) si et seulement si il existe λ tel que :

$$\mathcal{H}(u^*, \lambda^*) = \min_{u \in U_{ad}} \max_{\lambda \in \mathbb{R}^m} \mathcal{H}(u, \lambda) \quad (1.20)$$

Sous les conditions d'existence d'un point selle⁷, le couple optimal (u^*, λ^*) vérifie également l'équation suivante :

$$\mathcal{H}(u^*, \lambda^*) = \max_{\lambda \in \mathbb{R}^m} \min_{u \in U_{ad}} \mathcal{H}(u, \lambda) \quad (1.21)$$

Algorithme de décomposition-coordination par les prix

L'algorithme de décomposition-coordination par les prix consiste à mettre en œuvre l'algorithme d'Uzawa (Uzawa, 1989) sur le Lagrangien du problème initial. Pour une itération k donnée, cet algorithme se décompose en deux étapes, une étape de décomposition qui permet de résoudre le problème « min » de l'équation (1.21) avec, dans le cadre de ces travaux, une méthode de résolution indirecte (cf § 1.4.2.2). Puis une étape de coordination qui permet de résoudre le problème « max » de l'équation (1.21), avec un pas de gradient sur le prix λ .

- **Décomposition :** résolution des N sous-problèmes indépendants avec le prix $\lambda^{(k)}$ fixé :

$$\min_{u_i \in U_{i_{ad}}} L_i(x_i, u_i) + \langle \lambda^{(k)}, \Theta_i(u_i) \rangle \quad (1.22)$$

La solution optimale du i -ème sous-problème est notée $u_i^{(k+1)}$

- **Coordination :** mise à jour du prix λ pour l'itération suivante :

$$\lambda^{(k+1)} = \lambda^{(k)} + \rho_\lambda \left(\sum_{i=1}^N \Theta_i(u_i^{(k+1)}) - \theta \right) \quad (1.23)$$

avec ρ_λ un pas adapté à la coordination.

7. Si l'ensemble U_{ad} et le critère J sont convexes et si Θ est affine

La contrainte couplante est satisfaite à la convergence du processus itératif sur le prix λ . La Figure (1.13) permet de schématiser le mécanisme d'échange d'informations entre les sous-systèmes et l'unité de coordination.

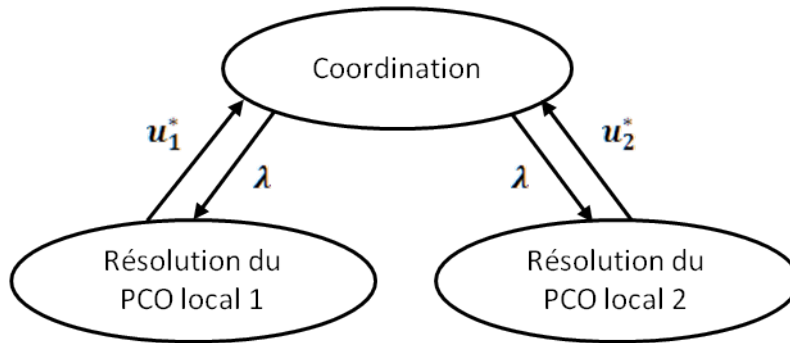


Figure 1.13 – Principe de la décomposition-coordination par les prix

Remise en contexte

L'algorithme de décomposition-coordination par les prix permet, grâce à un prix revu à la hausse^a au fil des itérations, d'inciter « chacune des zones » à respecter la contrainte de puissance globale limitée tout en minimisant sa propre fonction de coût.

a. le prix serait revu à la hausse ou à la baisse dans le cas d'une contrainte coulante égalité, mais dans le cas d'un partage de la ressource, la contrainte couplante est une contrainte inégalité.

1.5.4.3 Méthode de décomposition-coordination par les quantités

Dans le cas du partage d'une ressource commune, la méthode de décomposition-coordination par les quantités consiste à attribuer à chaque unité i une quantité $v_i \in \mathbb{R}^m$. Au moyen d'un algorithme itératif, ce sont cette fois les quantités v_i associées à chaque unité i qui sont mises à jour de manière à tendre vers le respect de la contrainte globale :

$$\sum_{i=1}^N v_i - \theta = 0 \quad (1.24)$$

Il s'agit de résoudre pour chaque unité i , le sous-problème d'optimisation suivant :

$$\min_{u_i \in U_{i_{ad}}} J_i(u_i) \quad (1.25)$$

sous la contrainte :

$$\Theta_i(u_i) - v_i = 0 \quad (1.26)$$

Le vecteur $v = (v_1, \dots, v_N)$ est appelé allocation, l'allocation vérifie la contrainte :

$$\sum_{i=1}^N v_i = \theta \quad (1.27)$$

Pour résoudre (1.25) sous (1.26) on définit cette fois-ci le Lagrangien du problème d'optimisation associé à la zone i . Il prend la forme suivante :

$$\mathcal{H}_i(u_i, \lambda_i) = L_i(x_i, u_i) + \mu_i^T (\Theta_i(u_i) - v_i) \quad (1.28)$$

avec μ_i le multiplicateur de Lagrange (également nommé prix marginal) associé à la contrainte (1.26).

Sous l'hypothèse de l'existence d'un point selle (cf. § 1.5.4.2), le couple optimal (u_i^*, μ_i^*) vérifie (cf. § 1.5.4.2) :

$$\mathcal{H}_i(u_i^*, \mu_i^*) = \max_{\mu_i \in \mathbb{R}} \min_{u_i \in U_{i_{ad}}} \mathcal{H}_i(u_i, \mu_i) \quad (1.29)$$

Pour trouver le couple optimal, on fixe dans un premier temps μ_i . On peut alors résoudre $\min_{u_i \in U_{i_{ad}}} \mathcal{H}_i(u_i, \mu_i)$. μ_i est ensuite mis à jour par un algorithme de gradient jusqu'à convergence (stabilisation des μ_i).

Lemme : L'optimum global correspondant au critère (1.15) sous la contrainte (1.17) est atteint quand tous les prix marginaux μ_i^* sont égaux entre eux.

À l'étape de coordination, il est alors nécessaire de faire une mise à jour de l'allocation v de manière à faire tendre les μ_i vers une valeur commune.

$$v_i^{(k+1)} = v_i^{(k)} + \rho_v \left(\mu_i^{(k+1)} - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \mu_j^{(k+1)} \right) \quad (1.30)$$

La coordination consiste alors à mettre à jour l'allocation v en réduisant l'écart entre chaque μ_i et la moyenne des μ_i de manière à faire tendre tous les μ_i vers une valeur commune.

Algorithme de décomposition-coordination par les quantités

Comme pour la décomposition-coordination par les prix, pour une itération k donnée, l'algorithme de décomposition-coordination par les quantités se décompose en deux étapes, une étape de décomposition et une étape de coordination :

- **Décomposition :** résolution des N sous-problèmes indépendants avec l'allocation $v^{(k)} = (v_1^{(k)}, \dots, v_N^{(k)})$ fixée :

$$\min_{u_i \in U_{i_{ad}}} J_i(u_i) \quad (1.31)$$

sous la contrainte ;

$$\Theta_i(u_i) - v_i^{(k)} = 0 \quad (1.32)$$

Le multiplicateur optimal associé à la contrainte du $i^{\text{ème}}$ sous-problème est noté $\mu_i^{(k+1)}$.

- **Coordination** : mise à jour de l'allocation $v_i^{(k)}$ à l'itération (k) de l'algorithme du gradient projeté.

$$v_i^{(k+1)} = v_i^{(k)} + \rho_v \left(\mu_i^{(k+1)} - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \mu_j^{(k+1)} \right) \quad (1.33)$$

avec ρ_v un pas adapté à la coordination.

L'allocation est mise à jour afin de réduire les écarts entre les différents μ_i jusqu'à la convergence du processus itératif qui a lieu lorsque les multiplicateurs sont égaux entre eux. La Figure 1.14 permet de schématiser le mécanisme d'échange d'informations entre les sous-systèmes et l'unité de coordination dans le cas de la décomposition-coordination par les quantités. Le sens de circulation des informations est l'inverse de celui du cas de la coordination par les prix.

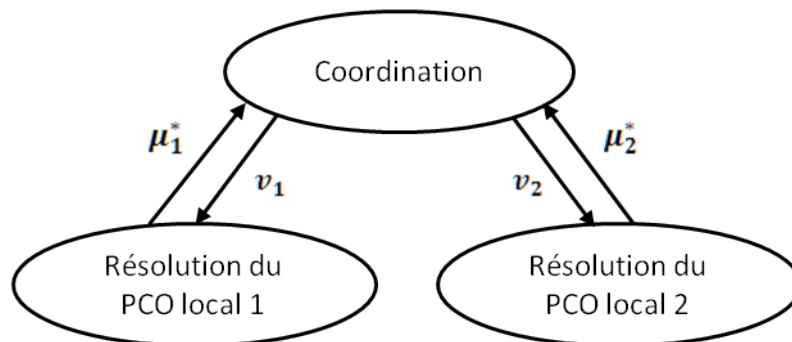


Figure 1.14 – Principe de la décomposition-coordination par les quantités

Remise en contexte

Dans le cadre de la décomposition-coordination par les quantités appliquée à la gestion du chauffage, l'unité de coordination alloue à chaque zone thermique une puissance disponible. La résolution, à l'étape de décomposition, des problèmes de commande optimale locaux permet de fournir à l'unité de coordination une information (le prix marginal) indiquant la gêne occasionnée (ou non occasionnée) par la limitation de la puissance qui a été attribuée à chaque zone thermique. Dans une logique d'optimum collectif, la convergence est assurée lorsque tous les prix marginaux (toutes les gênes occasionnées) sont égaux.

1.5.4.4 Méthode de décomposition-coordination par les prédictions

La méthode de décomposition-coordination par les prédictions a été introduite par Mesarovic *et al.* (1970) sous le nom de « *Interaction Prediction Principle* ». En plus de la décomposition de l'espace des commandes, la décomposition-coordination par les prédictions nécessite une décomposition de l'espace de la contrainte couplante. L'ensemble \mathbb{R}^m est décomposé en N sous-ensemble \mathbb{R}^{m_i} . En notant θ_i , la projection de θ sur \mathbb{R}^{m_i} et Θ_{ji} la composition de l'application Θ_j et de la projection de \mathbb{R}^m dans \mathbb{R}^{m_i} , la contrainte couplante (1.17) devient :

$$\sum_{i=1}^N \Theta_{ji}(u_i) = \theta_j, \quad j = 1, \dots, N \quad (1.34)$$

Chaque sous-système i doit réaliser le complément, noté Θ_{ii} , à θ_i par rapport à la somme des prédictions réalisées par les autres unités z_i :

$$\Theta_{ii} = \theta_i - z_i \quad (1.35)$$

Le sous-système i produit également θ_j ($j \neq i$) en quantité Θ_{ji} pour les unités j . Un prix λ_j est ajouté de manière à tenir compte de ces quantités dans la résolution du problème associé à l'unité i . À l'échelle de la zone i , le problème prend la forme suivante :

$$\min_{u_i \in U_{i_{ad}}} \left(J_i(u_i) + \sum_{j \neq i} \langle \lambda_j, \Theta_{ji}(u_i) \rangle \right) \quad (1.36)$$

sous l'égalité (1.35).

L'algorithme le plus naturel par rapport à la méthode de décomposition-coordination par les prédictions est un algorithme de points fixes. À l'itération k de l'algorithme de décomposition-coordination, le problème associé à l'unité i est résolu à partir des prédictions $(z_i^{(k)}, \lambda_i^{(k)})$ et permet de récupérer la commande optimale et le multiplicateur optimal associé à la contrainte (1.35) respectivement noté u_i^* et μ_i^* . Les prédictions peuvent ensuite être mises à jour à partir des équations suivantes :

$$z_i^{(k+1)} = \sum_{j \neq i} \Theta_{ij}(u_j^*) \quad (1.37)$$

$$\lambda_i^{(k+1)} = \mu_i^* \quad (1.38)$$

Une relaxation sur le couple $(z_i^{(k)}, \lambda_i^{(k)})$ est envisageable pour améliorer la convergence. Il s'agit de remettre à jour les prédictions de la manière suivante :

$$z_i^{(k+1)} = z_i^{(k)} + \rho_z \left(\sum_{j \neq i} \Theta_{ij}(u_j^*) - z_i^{(k)} \right) \quad (1.39)$$

$$\lambda_i^{(k+1)} = \lambda_i^{(k)} + \rho_\lambda(\mu_i^* - \lambda_i^{(k)}) \quad (1.40)$$

Algorithme de décomposition-coordination par les prédictions

- **Décomposition** : résolution des N sous-problèmes indépendants avec les prédictions $(z_i^{(k)}, \lambda_i^{(k)})$ fixées :

$$\min_{u_i \in U_{i_{ad}}} \left(J_i(u_i) + \sum_{j \neq i} \langle \lambda_j^{(k+1)}, \Theta_{ji}(u_i) \rangle \right) \quad (1.41)$$

sous

$$\Theta_{ii} = \theta_i - z_i^{(k)} \quad (1.42)$$

La solution optimale du $i^{\text{ème}}$ sous-problème est notée $u_i^{(k+1)}$, le multiplicateur optimal associé à la contrainte (1.42) est noté $\mu_i^{(k+1)}$.

- **Coordination** : mise à jour des prédictions pour l'itération suivante :

$$z_i^{(k+1)} = z_i^{(k)} + \rho_z \left(\sum_{j \neq i} \Theta_{ij}(u_j^*) - z_i^{(k)} \right) \quad (1.43)$$

$$\lambda_i^{(k+1)} = \lambda_i^{(k)} + \rho_\lambda(\mu_i^* - \lambda_i^{(k)}) \quad (1.44)$$

La Figure 1.15 permet de schématiser le mécanisme d'échange d'informations entre les sous-systèmes et l'unité de coordination dans le cas de la décomposition-coordination par les prédictions.

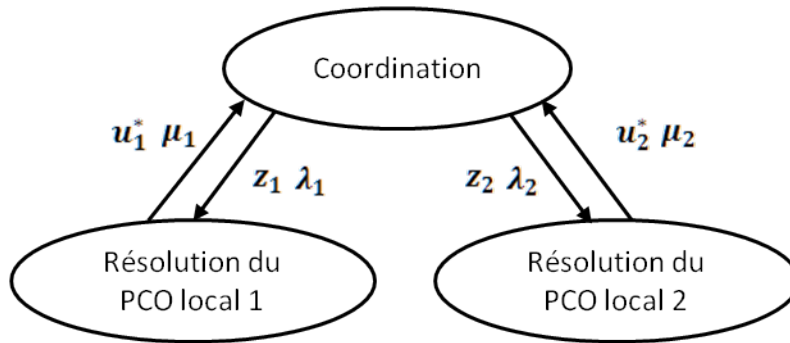


Figure 1.15 – Principe de la décomposition-coordination par les prédictions

1.5.5 Décomposition-coordination dans le cas de l'existence de variables d'interconnexion

Cette section concerne la décomposition-coordination dans le cas de l'existence d'une variable d'interconnexion entre les sous-systèmes.

Remise en contexte

Cette méthode permet de traiter le cas où les zones thermiques présentent des systèmes dynamiques couplés (comme le cas où des transferts thermiques ont lieu à travers une paroi entre deux zones contiguës).

1.5.5.1 Formulation du problème de commande optimale

On considère le problème d'optimisation suivant :

$$\min_{u \in U_{ad}} \left[J(u) = \int_{t_0}^{t_f} (L(x(t), u(t))) dt \right] \quad (1.45)$$

sous la dynamique suivante :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (1.46)$$

où :

- $x \in \mathbb{R}^m$ correspond au vecteur d'état.
- $u \in \mathbb{R}^n$ correspond au vecteur de commande.
- t_0 correspond à l'instant initial.
- t_f correspond à l'instant final.
- A, B sont des matrices de dimensions appropriées.

On fait l'hypothèse que x et u sont décomposables en n composantes ($x_i \in \mathbb{R}^{m_i}$, $i = 1, \dots, N$ et $u_i \in \mathbb{R}^{n_i}$, $i = 1, \dots, N$). Il est alors possible d'écrire :

$$\dot{x}_i(t) = A_{ii}x_i(t) + B_{ii}u_i(t) + w_i(t) \quad (1.47)$$

Par souci de clarté, pour la suite du chapitre, on s'exempte du temps t dans l'écriture des équations. La variable d'interconnexion w_i est définie par :

$$w_i = \sum_{j \neq i} (A_{ij}x_j + B_{ij}u_j), \quad i = 1, \dots, N \quad (1.48)$$

L'équation (1.47) définit, pour tout i , l'application suivante :

$$x_i = P_i(u_i, w_i) \quad (1.49)$$

En utilisant l'équation (1.49), l'équation (1.48) peut se réécrire comme suit :

$$w_i = \sum_{j \neq i} Q_{ij}(u_j, w_j), \quad i = 1, \dots, N \quad (1.50)$$

On peut alors redéfinir le problème d'optimisation global (ou centralisé) comme le problème de minimisation suivant :

$$\min_{u_i \in U_{iad}, w_i \in \mathbb{R}^{m_i}} \sum_{i=1}^n J_i(u_i, w_i) \quad (1.51)$$

avec la contrainte dynamique (1.47) associée à chaque sous-système i et sous les contraintes couplantes (1.50).

1.5.5.2 Méthode de décomposition-coordination par les prix

En attribuant le prix λ_i à chaque contrainte (1.50), le critère d'optimisation (1.51) devient :

$$\min_{u_i \in U_{iad}, w_i \in \mathbb{R}^{m_i}} \left(\sum_{i=1}^N J_i(u_i, w_i) + \sum_{j \neq i} \left\langle \lambda_j, \sum_{j \neq i} Q_{ij}(u_j, w_j) - w_i \right\rangle \right) \quad (1.52)$$

Algorithme de décomposition-coordination par les prix

L'algorithme de décomposition-coordination dans le cas de l'existence de variables d'interconnexion entre les sous-problèmes présente une structure similaire à l'algorithme de décomposition-coordination par les prix présenté dans le cas de partage d'une ressource (cf. § 1.5.4.2). Pour une itération k donnée, cet algorithme se décompose en deux étapes, une étape de décomposition et une étape de coordination :

- **Décomposition** : résolution des N sous-problèmes indépendants avec le prix $\lambda_i^{(k)}$ fixé :

$$\min_{u_i \in U_{iad}, w_i \in \mathbb{R}^{m_i}} \left(J_i(u_i, w_i) + \sum_{i=1}^N \left\langle \lambda_i^{(k)}, Q_{ji}(u_i, w_i) \right\rangle - \left\langle \lambda_i^{(k)}, w_i \right\rangle \right) \quad (1.53)$$

La solution du $i^{\text{ème}}$ sous-problème est notée $(u_i^{(k+1)}, w_i^{(k+1)})$.

- **Coordination** : mise à jour des prix pour l'itération suivante :

$$\lambda_i^{(k+1)} = \lambda_i^{(k)} + \rho_\lambda \left(\sum_{j \neq i} Q_{ij}(u_j^{(k+1)}, w_j^{(k+1)}) - w_i^{(k+1)} \right) \quad (1.54)$$

1.5.5.3 Méthode de décomposition-coordination par les quantités

Dans le cas de l'existence d'une variable d'interconnexion, on définit pour chaque unité, un vecteur allocation qui prend la forme suivante :

$$v_i = \begin{pmatrix} v_{1i} \\ \vdots \\ v_{Ni} \end{pmatrix} \quad (1.55)$$

Afin de vérifier la contrainte de couplage (1.50), l'allocation associée à l'unité i doit vérifier l'équation suivante :

$$\sum_{j=1}^N v_{ij} = 0 \quad (1.56)$$

Algorithme de décomposition-coordination par les quantités

L'algorithme de décomposition-coordination par les quantités dans le cas de l'existence d'une variable d'interconnexion prend la forme suivante :

- **Décomposition** : résolution des N sous-problèmes indépendants :

$$\min_{u_i \in U_i^{ad}, w_i \in \mathbb{R}^{m_i}} J_i(u_i, w_i) \quad (1.57)$$

sous :

$$-w_i = v_{ii}^{(k)} \quad (1.58)$$

$$Q_{ji}(u_i, w_i) = v_{ji} \quad (1.59)$$

Le multiplicateur optimal associé à la contrainte (1.58) est noté $\mu_{ii}^{(k+1)}$ et celui associé à la contrainte (1.59) pour $j \neq i$ est noté $\mu_{ji}^{(k+1)}$.

- **Coordination** : mise à jour de l'allocation v pour l'itération suivante :

$$v_{ji}^{(k+1)} = v_{ji}^{(k)} + \rho_v \left(\mu_{ji}^{(k)} - \frac{1}{N} \sum_{l=1}^N \mu_{jl}^{(k)} \right) \quad (1.60)$$

1.5.5.4 Méthode de décomposition-coordination par les prédictions

Algorithme de décomposition-coordination par les prédictions

L'algorithme de décomposition-coordination par les prédictions dans le cas de l'existence d'une variable d'interconnexion consiste à traiter une partie de la contrainte couplante (1.50) par les quantités et l'autre par les prix. L'algorithme de décomposition-coordination par les prédictions prend la forme suivante :

- **Décomposition** : À $v_i^{(k)}$ et $\lambda_j^{(k)}$ fixés, le sous-problème associé à l'unité i prend la forme suivante :

$$\min_{u_i \in U_i^{ad}, w_i \in \mathbb{R}^{m_i}} J_i(u_i, w_i) + \sum_{j \neq i} \langle \lambda_j^{(k)}, Q_{ji}(u_i, w_i) \rangle \quad (1.61)$$

sous :

$$-w_i = -v_i^{(k)} \quad (1.62)$$

Le multiplicateur μ_i^{k+1} associé à la contrainte (1.62) est requis pour l'étape de coordination. Or cette contrainte, qui impose explicitement la valeur de w_i , n'a pas réellement besoin d'être traitée par dualité lors de la résolution du sous-problème i . Dans le cas de la résolution des problèmes de commande optimale suivant le principe du minimum de Pontryagin, le multiplicateur $\mu_i^{(k+1)}$ peut être directement déduit de l'état adjoint (Carpentier et Cohen, 2017). La résolution du sous-problème i permet d'obtenir $u_i^{(k+1)}$ et $\mu_i^{(k+1)}$.

- **Coordination** :

$$v_i^{(k+1)} = v_i^{(k)} + \rho_v \left(\sum_{j \neq i} Q_{ij}(u_j^{(k+1)}, v_j^{(k)}) - v_i^{(k)} \right) \quad (1.63)$$

et

$$\lambda_i^{(k+1)} = \lambda_i^{(k)} + \rho_\lambda \left(\mu_i^{k+1} - v_i^{(k)} \right) \quad (1.64)$$

1.5.6 Conclusion

Pour conclure, afin d'inciter la demande énergétique à suivre la production, il est possible de moduler la charge des applications thermiques (chauffage et climatisation) en utilisant l'inertie des bâtiments comme moyen de stockage. Pour parvenir à une telle modulation de la charge, la commande prédictive constitue une méthode de régulation pertinente puisqu'elle permet une prise de décision quantitative et anticipée.

La commande prédictive passe par la résolution répétée d'un problème de commande optimale. Différentes approches de résolution d'un tel problème à l'échelle des grands systèmes ont été énumérées. Parmi ces approches, l'approche décomposée-coordonnée apparaît plus pertinente que l'approche centralisée pour des questions relatives aux temps de calcul et à la flexibilité. L'approche décomposée-coordonnée semble également plus appropriée que l'approche décentralisée puisque cette dernière ne permet pas d'intégrer les couplages pouvant exister entre les différentes zones thermiques. Ainsi, l'approche décomposée-coordonnée sera privilégiée. La stratégie sera tout de même calculée selon l'approche centralisée qui, par hypothèse, constituera une référence.

Il existe trois méthodes de décomposition-coordination :

- la décomposition-coordination par les prix ;

- la décomposition-coordination par les quantités ;
- la décomposition-coordination par les prédictions.

Pour le cas du couplage sur les commandes, la méthode de décomposition par les quantités permet de respecter à chaque étape de décomposition la contrainte qui couple les sous-problèmes de commande optimale, ce qui n'est pas le cas de la méthode de décomposition-coordination par les prix qui n'assure le respect de la contrainte de couplage qu'à la convergence. Cependant, la méthode de décomposition-coordination par les quantités nécessite d'extraire à chaque étape de décomposition-coordination les prix marginaux. Cela ajoute une étape d'optimisation supplémentaire par rapport à la méthode par les prix, et à fortiori entraîne des temps de calcul plus importants. Il en est de même pour la méthode de décomposition-coordination par les prédictions. Ainsi, pour ce type de couplage, la méthode par les prix semble la plus adaptée.

Pour le cas de l'existence de variables d'interaction, la conclusion est la même concernant le choix de la méthode de décomposition-coordination par les prix ou de la méthode de décomposition-coordination par les prédictions. Cependant, dans ce second cas, le prix marginal associé à la méthode par les prédictions peut être déduit de l'état adjoint directement calculé par la résolution du problème aux deux bouts. Ainsi, cette approche est à étudier pour la suite de ces travaux.

Modèles et algorithmes nécessaires à la régulation multizone

Sommaire

2.1	Introduction	54
2.2	Modèle thermique dynamique des bâtiments	55
2.2.1	Maillage et formulation du modèle thermique dynamique associé à une zone thermique sous COMFIE	55
2.2.2	Formulation des modèles thermiques de zone pour la recherche décomposée-coordonnée de la commande optimale	58
2.2.3	Formulation du modèle thermique pour la recherche centralisée de la commande optimale	63
2.3	Modèle de climat	66
2.4	Modèle d'occupation	66
2.5	Recherche de la commande optimale monozone	67
2.5.1	Principe des méthodes de pénalisation intérieure	68
2.5.2	Algorithme de commande optimale monozone	68
2.6	Conclusion	70

2.1 Introduction

L’objectif de ce chapitre est de présenter les modèles et l’algorithme sur lesquels sont basés ces travaux de thèse. La méthode de régulation sélectionnée dans le chapitre 1 est la commande prédictive. Cette méthode nécessite un modèle thermique dynamique des bâtiments, le modèle COMFIE a été retenu (cf. § 2.2.1). Depuis sa création à MINES ParisTech dans les années 1990, COMFIE a été soumis à plusieurs protocoles de validation dont une comparaison entre plusieurs logiciels (CoDyBa, COMFIE, EnergyPlus, PHPP et TRNSYS) sur un bâtiment de la plateforme INCAS de l’Institut National de l’Energie Solaire (Brun *et al.*, 2009). Les résultats de cette comparaison sont cohérents entre eux, notamment ceux concernant la température de l’air et les besoins de chauffage qui nous intéressent dans le cadre de ces travaux.

D’après l’état de l’art du chapitre 1, le problème de commande optimale nécessaire à la mise en place de la commande prédictive peut être abordé, dans le cas multizone, suivant une approche centralisée ou une approche décomposée-coordonnée. Le modèle COMFIE est tout d’abord adapté à la résolution décomposée-coordonnée du problème de commande optimale (cf. § 2.2.2) puis à la résolution centralisée du problème de commande optimale (cf. § 2.2.3).

Les modèles thermiques dynamiques décomposé-coordonné et centralisé nécessitent la connaissance de trois types de données :

- les données météorologiques (température extérieure et rayonnement solaire) ;
- les données d’occupation ;
- les profils de chauffage (ou de climatisation) à injecter dans chacune des zones.

Les données météorologiques constituent des données d’entrée du modèle thermique dynamique considéré (sollicitations extérieures). En pratique, des données de station météorologique pourraient être utilisées (éventuellement adaptées) pour mettre à jour les données météorologiques nécessaires au calcul de la commande optimale sur l’horizon d’optimisation. Cependant, pour le développement des algorithmes de recherche de la commande optimale multizone, le choix est porté sur l’utilisation d’une année TRY (*Test Reference Year*) de référence (cf. § 2.3).

Le rôle des données d’occupation est double. D’une part, elles définissent le confort des occupants à respecter ; il s’agit d’un aspect important puisque c’est la recherche du confort qui motive la régulation. D’autre part, elles intègrent des données d’entrée du modèle thermique dynamique considéré (sollicitations intérieures regroupant la chaleur métabolique des occupants et la puissance dissipée par les appareils électriques). Il est question de modélisation de l’occupation dans le paragraphe 2.4.

Enfin, un algorithme de recherche de la commande optimale a montré son efficacité pour la gestion du chauffage d’un bâtiment monozone (Malisani *et al.*, 2016 ; Robillart, 2015 ; Robillart *et al.*, 2018b). Cet algorithme utilise une méthode de résolution indirecte

(cf. Chapitre 1) et une méthode de pénalisation intérieure pour la prise en compte des contraintes de confort et de commande (cf. § 2.5). L'intérêt de ces travaux consiste à adapter la résolution à l'échelle multizone afin de déterminer les profils de chauffage (ou de climatisation) à injecter dans chacune des zones dans une logique d'effacement des consommations de pointe.

2.2 Modèle thermique dynamique des bâtiments

2.2.1 Maillage et formulation du modèle thermique dynamique associé à une zone thermique sous COMFIE

La formulation du modèle thermique dynamique associé à une zone thermique sous COMFIE prend la forme d'un système matriciel obtenu à partir des bilans énergétiques réalisés à l'échelle de chaque maille composant la zone. Le maillage se fait en distinguant trois domaines (Munaretto, 2014 ; Munaretto *et al.*, 2018) : le domaine fluide (air intérieur), le domaine solide (parois) et le domaine mixte (surfaces entre les parois et l'air). Ainsi, pour une zone thermique, il en résulte cinq types de mailles :

- la maille d'air ;
- la maille située du côté intérieur d'une paroi ;
- la maille située du côté extérieur d'une paroi en contact avec l'extérieur ;
- la maille située du côté extérieur d'une paroi en contact avec une autre zone thermique ;
- les mailles situées entre les mailles intérieure et extérieure d'une paroi, ou mailles intermédiaires.

Un mailleur automatique a été développé dans le cadre de la plateforme COMFIE¹. Le maillage résultant permet de respecter au mieux l'hypothèse suivant laquelle la température est considérée uniforme dans chaque maille. L'air et le mobilier sont regroupés au sein d'une unique maille. En ce qui concerne le maillage des parois, la méthodologie employée est la suivante :

- cas d'une paroi sans isolant :
 - cloison légère : une maille unique ;
 - cloison lourde : n mailles. Une raison géométrique, r relie l'épaisseur des mailles successives (si e est l'épaisseur de la maille du côté intérieur de la paroi, la maille suivante a pour épaisseur $r.e$ et ainsi de suite) ;
- cas d'une paroi avec isolant :

1. Source : <http://www.izuba.fr/logiciel/pleiadescomfie>

- partie de la paroi située du côté intérieur à l'isolant : n mailles reliées entre elles par une raison géométrique r ;
- partie de la paroi située du côté extérieur à l'isolant : une maille unique que la paroi soit légère ou lourde.

Il n'y a pas de maille propre aux isolants car on considère que leur capacité thermique est faible par rapport à celle des autres matériaux. Par conséquent, la capacité de l'isolant est répartie équitablement sur les mailles situées de part et d'autre de l'isolant.

Une comparaison avec diverses valeurs de n et r a été réalisée. Une valeur de $n = 3$ suffit pour obtenir un résultat quasiment identique à celui obtenu avec le modèle de référence ($n = 20$). La raison géométrique influence peu le résultat ; par défaut, elle est prise égale à trois.

Une fois le maillage défini, un bilan thermique est réalisé sur chacune des mailles. Pour une zone thermique i , l'ensemble des équations résultant des bilans sont mises sous la forme matricielle (2.1). Lorsque deux zones sont contiguës, le système matriciel associé à chacune des zones contient l'ensemble des mailles de la paroi séparant les deux zones ; il y a recouvrement (Blanc, 1991).

$$\begin{cases} \dot{T}_i = A_i.T_i + B_i.U_i \\ Y_i = C_i.T_i + D_i.U_i \end{cases} \quad (2.1)$$

avec :

- T , le champ discrétisé des températures ;
- A , la matrice des termes d'échanges entre mailles multipliée par l'inverse de la matrice des capacités ;
- B , la matrice des termes d'échanges entre mailles et sollicitations multipliée par l'inverse de la matrice des capacités ;
- U , le vecteur des sollicitations ;
- Y , le vecteur des sorties ;
- C , la matrice reliant les sorties aux températures des mailles ;
- D , la matrice reliant les sorties aux sollicitations.

Le Tableau 2.1 définit les différentes matrices du système d'équations (2.1) et renseigne leur dimension avec les notations suivantes :

- m_i : le nombre de mailles de la zone i ;
- s_i : le nombre de sollicitations s'appliquant sur la zone i ;
- z_i : le nombre de zones contiguës à la zone i .

Tableau 2.1 – Définitions et dimensions des matrices du système d'équations (2.1)

Notation	Définition	Dimension
T	Champ discrétisé des températures	$(m_i, 1)$
A	Matrice des termes d'échanges entre mailles multipliée par l'inverse de la matrice des capacités	(m_i, m_i)
B	Matrice des termes d'échanges entre mailles et sollicitations multipliée par l'inverse de la matrice des capacités	(m_i, s_i)
U	Vecteur des sollicitations	$(s_i, 1)$
Y	Vecteur des sorties	$(z_i + 1, 1)$
C	Matrice reliant les sorties aux températures des mailles	$(z_i + 1, m_i)$
D	Matrice reliant les sorties aux sollicitations	$(z_i + 1, s_i)$

Lorsqu'une zone thermique ne présente pas de contiguïté avec une autre zone, le vecteur des sorties compte une unique composante, la température de la zone. Si i et j sont les indices associés à deux zones contiguës, le système matriciel de la zone i compte une sortie supplémentaire dans le vecteur Y_i . Cette sortie supplémentaire est qualifiée de température adjacente, elle constitue une entrée pour la zone voisine j et apparaît alors dans son vecteur des sollicitations U_j . Son expression est donnée dans le paragraphe 2.2.2.3.

La simulation de ce modèle nécessite de connaître trois types de sollicitations :

- les apports internes résultants des émissions de chaleur émises par les occupants et par les équipements ;
- les données météorologiques concernant la température extérieure et le rayonnement solaire.
- la puissance de chauffage (ou de climatisation) à injecter dans chaque zone thermique.

Les apports internes et les données météorologiques sont contenues dans le vecteur des sollicitations U_i . La nécessité de connaître ces deux types de sollicitations justifie les paragraphes sur le modèle de climat (§ 2.3) et celui sur le modèle d'occupation (§ 2.4).

La puissance de chauffage (ou de climatisation) à injecter dans chacune des zones fait l'objet d'une recherche des profils de puissance permettant, grâce à une tarification variable de l'électricité, d'effacer les consommations de pointe. Un algorithme de recherche du profil de puissance optimale d'un bâtiment monozone est présenté au paragraphe 2.5. L'intérêt de ces travaux consiste à adapter cet algorithme à l'échelle multizone.

2.2.2 Formulation des modèles thermiques de zone pour la recherche décomposée-coordonnée de la commande optimale

Dans le cadre de la recherche de la commande de chauffage optimale multizone deux approches de résolution sont envisageables lorsqu'il existe des couplages thermiques entre les zones :

- La première approche, dite de décomposition-coordination, consiste à résoudre des problèmes de commande optimale à l'échelle des zones thermiques. Les modèles thermiques utilisés dans le cadre de la recherche décomposée-coordonnée de la commande optimale découlent de ceux obtenus avec le modèle COMFIE. Leur formulation est détaillée dans la suite de ce paragraphe.
- La seconde approche consiste à considérer l'ensemble multizone dans son intégralité et à résoudre un unique problème de commande optimale. Le modèle thermique centralisé est obtenu en couplant les modèles de zones. Sa formulation est détaillée au paragraphe suivant (§ 2.2.3).

Le couplage entre deux zones contiguës a lieu au niveau de la paroi intermédiaire. L'adaptation des modèles thermiques de zone pour la recherche décomposée-coordonnée de la commande optimale est réalisée au niveau des mailles de cette paroi. Ainsi, avant de passer à la formulation des modèles thermiques de zone pour l'approche décomposée-coordonnée, les bilans thermiques réalisés sous COMFIE pour chacune des mailles d'une paroi intermédiaire entre une zone 1 et 2 sont détaillés.

La raison géométrique influence peu le résultat (cf. § 2.2), pour la suite de ce chapitre, on la considère égale à l'unité au sein de la paroi intermédiaire. En effet, cela facilitera le couplage des modèles thermiques dynamiques de zone pour l'approche centralisée.

2.2.2.1 Bilan thermique sur la maille de la paroi du côté de la zone considérée

La maille de la paroi située du côté intérieur de la zone considérée échange d'une part par convection et par rayonnement avec l'ambiance intérieure et d'autre part par conduction avec la maille intermédiaire de la paroi. Elle reçoit également une partie du flux solaire incident transmis par les vitrages. La Figure 2.1 permet d'illustrer les échanges ayant lieu au niveau de cette maille avec les notations suivantes :

- m_1 : la maille de la paroi située du côté intérieur ;
- m_2 : la maille intermédiaire de la paroi ;
- T_{zone_1} : la température de l'ambiance intérieure de la zone considérée (la zone 1 en l'occurrence) ;
- T_{m_i} : la température de la maille m_i ;
- C_{m_i} : la capacité thermique de la maille m_i ;

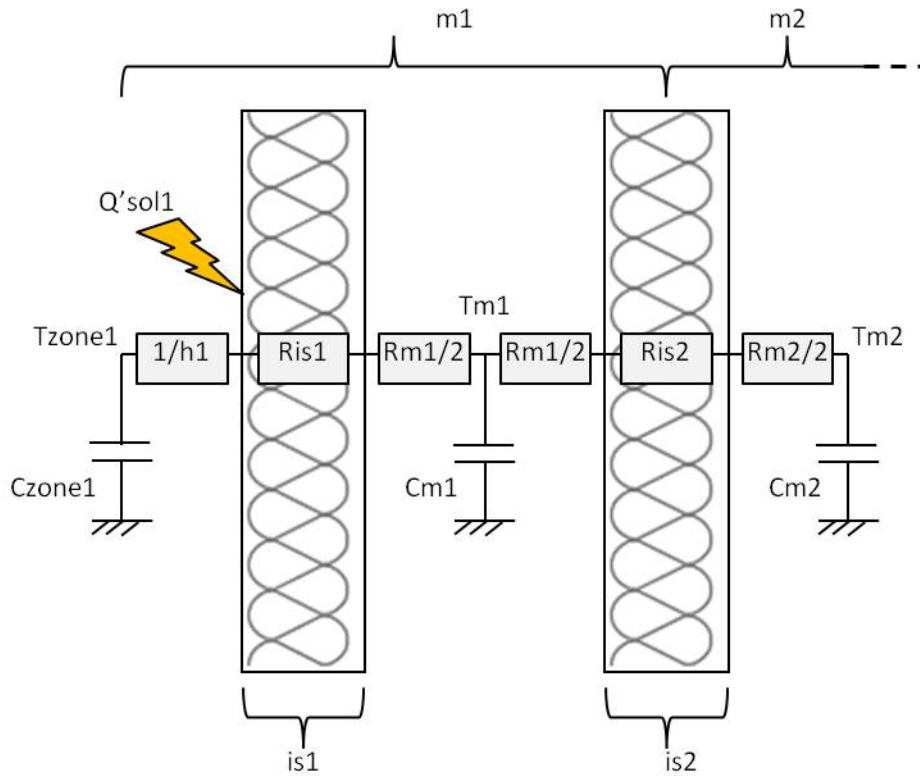


Figure 2.1 – Bilan thermique sur la maille du côté de la zone considérée

- Q'_{sol1} : le flux solaire net restant dans la zone 1 ;
- is_1 : l'isolant éventuel entre l'ambiance intérieure et la maille située côté intérieur de la paroi ;
- is_2 : l'isolant éventuel entre la maille située du côté intérieur et la maille intermédiaire ;
- R_{m_i} : la résistance associée au composant de la maille m_i (hors isolant) ;
- R_{is_j} : la résistance associée au composant de l'isolant is_j ;
- S : la surface de la paroi intermédiaire ;
- S_{opaque_1} : la surface totale des parois opaques de la zone 1 ;
- h_1 : le coefficient combinant les transferts radiatifs et convectifs à la surface de la paroi du côté de la zone 1.

Le bilan thermique sur la maille de la paroi du côté intérieur s'écrit de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
C_{m_1} \cdot \dot{T}_{m_1} = & \frac{S}{1/h_1 + R_{is_1} + R_{m_1}/2} \cdot (T_{zone_1} - T_{m_1}) \\
& + \frac{S}{R_{m_1}/2 + R_{is_2} + R_{m_2}/2} \cdot (T_{m_2} - T_{m_1}) \\
& + \frac{S/S_{opaque_1}}{1 + h_1(R_{is_1} + R_{m_1}/2)} \cdot Q'_{sol_1}
\end{aligned} \tag{2.2}$$

2.2.2.2 Bilan thermique sur la maille intermédiaire de la paroi

La Figure 2.2 permet de schématiser la maille intermédiaire d'une paroi avec les notations supplémentaires suivantes :

- m_3 : la maille située côté extérieur par rapport à la maille intermédiaire ;
- is_3 : l'isolant éventuel entre la maille intermédiaire et la maille intermédiaire située du côté extérieur de la maille intermédiaire ;

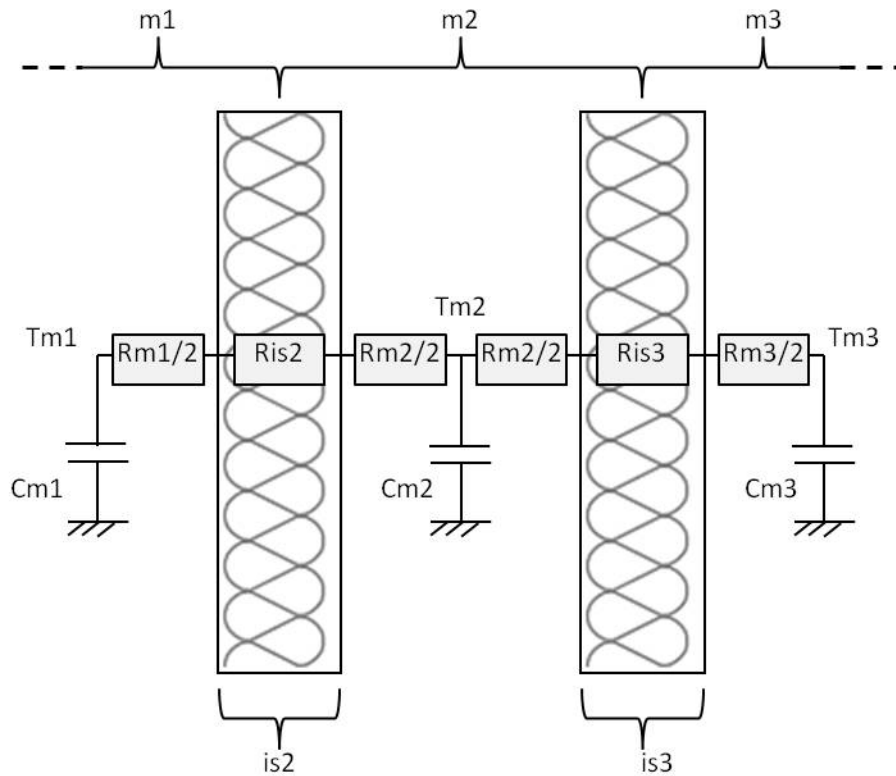


Figure 2.2 – Bilan thermique sur une maille intermédiaire de la paroi

Le bilan thermique sur la maille intermédiaire s'écrit de la manière suivante :

$$C_{m_2} \cdot \dot{T}_{m_2} = \frac{S}{R_{m_1}/2 + R_{is_2} + R_{m_2}/2} \cdot (T_{m_1} - T_{m_2}) + \frac{S}{R_{m_2}/2 + R_{is_3} + R_{m_3}/2} \cdot (T_{m_3} - T_{m_2}) \quad (2.3)$$

2.2.2.3 Bilan thermique sur la maille de la paroi du côté de la zone adjacente

La Figure 2.3 permet de schématiser la maille de la paroi située du côté de la zone adjacente avec les notations supplémentaires suivantes :

- T_{adj_2} : la température adjacente de la zone 2 (variable de sortie de la zone 2) ;
- is_4 : l'isolant éventuel entre la maille située du côté de la zone adjacente et l'ambiance intérieure ;
- S_{opaque_2} : la surface totale des parois opaques de la zone 2 ;
- h_2 : le coefficient combinant les transferts radiatifs et convectifs à la surface de la paroi du côté de la zone 2.

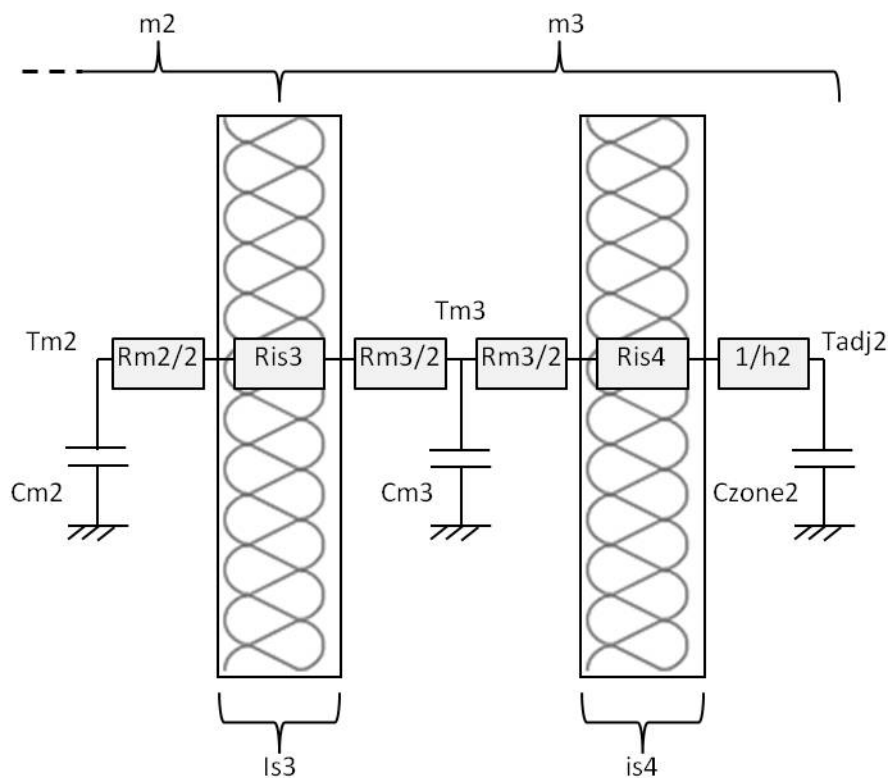


Figure 2.3 – Bilan thermique sur la maille du côté de la zone adjacente

Le bilan thermique sur la maille de la paroi du côté de la zone adjacente s'écrit :

$$C_{m_3} \cdot \dot{T}_{m_3} = \frac{S}{R_{m_2}/2 + R_{is_3} + R_{m_3}/2} \cdot (T_{m_2} - T_{m_3}) + \frac{S}{R_{m_3}/2 + R_{is_4} + 1/h_2} \cdot (T_{adj_2} - T_{m_3}) \quad (2.4)$$

avec :

$$T_{adj_2} = T_{zone_2} + \frac{1}{h_2 S_{opaque_2}} Q'_{sol_2} \quad (2.5)$$

2.2.2.4 Modèle thermique décomposé-coordonné

Comme mentionné dans le paragraphe 2.2.1, le système matriciel associé à chaque zone du modèle COMFIE est le suivant :

$$\begin{cases} \dot{T}_i = A_i \cdot T_i + B_i \cdot U_i \\ Y_i = C_i \cdot T_i + D_i \cdot U_i \end{cases} \quad (2.6)$$

Le vecteur des sorties Y_i est constitué de deux composantes :

$$Y_i = \begin{pmatrix} T_{zone_i} \\ T_{adj_i} \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

Le produit matriciel $B_i U_i$ peut quand à lui se décomposer comme suit :

$$B_i \cdot u_i = B_{u_i} \cdot u_i + B_{Soll_i} \cdot Soll_i + B_{adj_i} \cdot T_{adj_j} \quad (2.8)$$

avec :

- B_{u_i} , la composante de la matrice B_i liée à la puissance de chauffage u_i ;
- B_{Soll_i} , la composante de la matrice B_i lié aux sollicitations extérieures et intérieure (hors puissance de chauffage) $Soll_i$;
- B_{adj_i} , la composante de la matrice B_i liée à la température de la zone adjacente T_{adj_j} .

Compte tenue de l'expression de T_{adj_j} présentée à l'équation (2.5), le produit matriciel $B_i u_i$ peut se réécrire sous la forme :

$$B_i \cdot u_i = B_{u_i} \cdot u_i + B_{Soll_i} \cdot Soll_i + B_{adj_i} \cdot T_{zone_j} + B_{adj_i} \frac{1}{h_2 S_{opaque}} \cdot Q'_{sol_j} \quad (2.9)$$

Dans le cadre de la recherche de la commande de chauffage optimale, on considère qu'il est possible d'agir sur la température de la zone adjacente $T_{zone_{\bar{i}}}$ mais pas sur le flux

solaire net restant dans la zone voisine. Ainsi les sollicitations extérieures s'appliquant sur la zone i (le flux solaire net restant dans la zone adjacent inclus) sont regroupées de la manière suivante :

$$B'_{Soll_i} \cdot Soll'_i = B_{Soll_i} \cdot Soll_i + B_{adj_i} \cdot Q'_{sol_j} \quad (2.10)$$

Ainsi, le modèle thermique associé à la zone i pour la recherche décomposée-coordonnée de la commande optimale est formulé de la manière suivante :

$$\begin{cases} \dot{T}_i = A_i \cdot T_i + B_{u_i} \cdot u_i + B'_{Soll_i} \cdot Soll'_i + B_{adj_i} \cdot T_{zone_j} \\ Y'_i = C'_i \cdot T_i \end{cases} \quad (2.11)$$

avec le vecteur Y'_i qui est constitué d'une unique composante qui correspond à la température de zone T_{zone_i} . Et C'_i , la première ligne de la matrice C_i permettant d'exprimer T_{zone_i} en fonction de T_i .

Dans la suite du document, on s'exempte de l'apostrophe dans l'expression du système (2.11) de manière à simplifier son écriture. Ainsi, on obtient le système suivant :

$$\begin{cases} \dot{T}_i = A_i \cdot T_i + B_{u_i} \cdot u_i + B_{Soll_i} \cdot Soll_i + B_{adj_i} \cdot T_{zone_i} \\ Y_i = C_i \cdot T_i \end{cases} \quad (2.12)$$

2.2.3 Formulation du modèle thermique pour la recherche centralisée de la commande optimale

La formulation du modèle centralisé se fait en couplant les modèles associés à chaque zone thermique. Ce couplage est réalisé en reprenant le bilan thermique sur la maille de la paroi du côté de la zone 2 et en exprimant T_{adj_2} par son expression dans l'équation (2.5). Ce bilan est illustré à la Figure 2.4.

Le bilan thermique de la maille de la paroi du côté de la zone 2 s'écrit alors :

$$\begin{aligned} C_{m_3} \cdot \dot{T}_{m_3} &= \frac{S}{R_{m_2}/2 + R_{is_3} + R_{m_3}/2} \cdot (T_{m_2} - T_{m_3}) \\ &+ \frac{S}{R_{m_3}/2 + R_{is_4} + 1/h_2} \cdot (T_{zone_2} - T_{m_3}) \\ &+ \frac{S/S_{opaque_2}}{1 + h_2 \cdot (R_{is_4} + R_{m_3}/2)} \cdot Q'_{sol_2} \end{aligned} \quad (2.13)$$

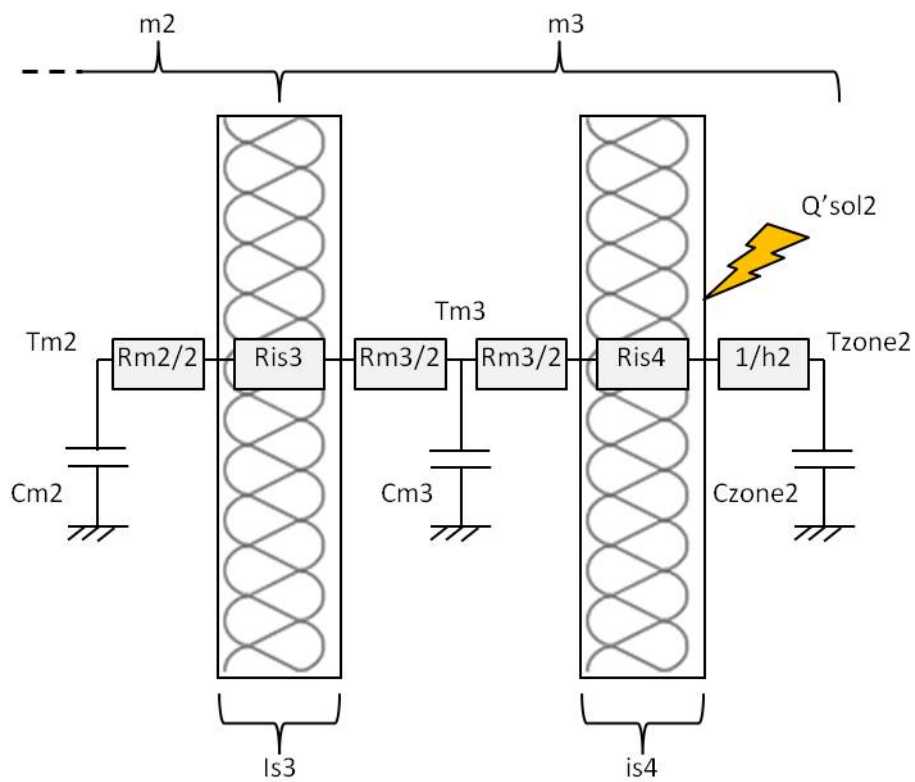


Figure 2.4 – Bilan thermique sur la maille du côté de la zone 2

Ainsi, en raccordant les mailles de la paroi intermédiaire à celle de la zone 2 on obtient le modèle thermique centralisé suivant :

$$\begin{cases} \dot{T} = A.T + B.U \\ Y = C.T \end{cases} \quad (2.14)$$

Le Tableau 2.2 présente les définitions et les dimensions des matrices du système d'équations (2.14).

Tableau 2.2 – Définitions et dimensions des matrices du système d'équations (2.14)

Notation	Définition	Dimension
T	Champ discrétisé des températures	$(m, 1)$
A	Matrice des termes d'échanges entre mailles multipliée par l'inverse de la matrice des capacités	(m, m)
B	Matrice des termes d'échanges entre mailles et sollicitations multipliée par l'inverse de la matrice des capacités	(m, s)
U	Vecteur des sollicitations	$(s, 1)$
Y	Vecteur des sorties	$(z, 1)$
C	Matrice reliant les sorties aux températures des mailles	(z, m)

Dans le Tableau 2.2, m correspond au nombre de mailles de l'ensemble multizones, s correspond au nombre de sollicitations qui s'appliquent sur le bâtiment et z correspond au nombre de zones. Dans le système centralisé, il n'y a plus de redondance des mailles de la paroi intermédiaire². Si cette dernière contient m_p mailles, alors le système comportera $m = m_1 + m_2 - m_p$ mailles (avec m_i le nombre de mailles associée à la zone i dans le système).

Dans le cas centralisé, le vecteur des sollicitations U contient :

- la puissance de chauffage u_1 associée à la zone 1 ;
- la puissance de chauffage u_2 associée à la zone 2 ;
- les sollicitations extérieures U_{ext} (température extérieure, flux solaires sur les parois opaques, flux solaires entrants dans chaque zone par les vitrages).

2. Les systèmes dynamiques associés à chaque zone sous COMFIE intègrent la totalité des mailles de la paroi intermédiaire, on parle de recouvrement

La distinction des puissances de chauffage et des sollicitations extérieures conduit à départager le produit matriciel $B.U$ de la manière suivante :

$$B.U = B_{u_1}.u_1 + B_{u_2}.u_2 + B_{Soll}.Soll \quad (2.15)$$

où B_{u_i} correspond à la colonne de la matrice des sollicitations B associée à la puissance de chauffage de la zone i et B_{Soll} correspond aux colonnes de la matrices B associées aux sollicitations extérieures et intérieures (hors puissances de chauffage).

2.3 Modèle de climat

Le modèle thermique dynamique du bâtiment nécessite de connaître les sollicitations météorologiques qui s'appliquent sur le bâtiment. Le choix est porté sur l'utilisation d'une année de référence (TRY, *Test Reference Year*) qui prend la forme d'un fichier de données climatiques horaires relatives à une année de référence parfois réelle mais généralement artificielle.

2.4 Modèle d'occupation

Vorger (2014) distingue les modèles d'occupation stochastiques et les modèles déterministes. Les modèles stochastiques permettent d'établir le comportement des occupants en fonction des conditions de l'environnement à partir de données d'observations et de statistiques. Les modèles déterministes envisagent le confort thermique³ comme un ensemble de conditions à respecter. Dans ce cas, deux approches sont envisageables. La première approche, dite statique, a été développée par Fanger (1967) en considérant que le confort thermique est assuré lorsque d'une part le bilan thermique chez l'homme est équilibré et que d'autre part, la température moyenne de la peau et la sudation sont situées dans les limites du confort. La seconde approche ajoute les capacité d'adaptation climatique et la capacité d'interaction de l'occupant avec son environnement (Dear et Brager, 1998 ; Nicol et Humphreys, 2002).

L'utilisation du modèle stochastique impliquerait l'usage d'un modèle de commande prédictive stochastique, ce qui sort du cadre de la thèse. Le choix se porte alors vers un modèle déterministe de l'occupation. Les approches statique et adaptative présentées ci-dessus présentent des limites, notamment en termes de robustesse et de qualité des prévisions (Vorger, 2014). Une alternative consiste à considérer des scénarios définis par l'utilisateur (présence des occupants, consignes de chauffage et de climatisation, apports internes) et possiblement affinés par des données d'observation sur site.

3. Les confort visuel et acoustique, et la qualité de l'air n'étant pas considérés dans la suite de ces travaux

2.5 Recherche de la commande optimale monozone

Ces travaux de thèse se basent sur un algorithme de résolution d'un problème de commande optimale développé par Malisani *et al.* (2016). Dans un contexte d'effacement des consommations de pointe, cet algorithme a été utilisé pour rechercher la commande de chauffage minimisant la facture énergétique à l'échelle d'un bâtiment monozone (Robillart, 2015). Dans ces travaux, le critère d'optimisation utilisé est le suivant :

$$\min_{u \in U_{ad}} \left[J(u) = \int_{t_0}^{t_f} C_{elec}(t) \cdot u(t) dt \right] \quad (2.16)$$

avec :

- u : la commande du système (puissance de chauffage) ;
- U_{ad} : l'ensemble des commandes admissibles ;
- C_{elec} : le tarif de l'électricité. Ce dernier est variable dans le temps, un tarif de l'électricité élevé pendant les heures de pointes conduit à une solution optimale favorisant les consommations de chauffage en dehors de ces périodes.

Le bâtiment monozone est soumis à la dynamique suivante (contrainte dynamique dans le vocabulaire des automaticiens) :

$$\begin{cases} \dot{T}(t) = A.T(t) + B_u \cdot u(t) + B_{Soll} \cdot Soll(t) \\ Y(t) = C.T(t) = T_{zone}(t) \end{cases} \quad (2.17)$$

avec les notations de la partie 2.2.

Outre la contrainte dynamique, le problème de commande optimale est soumis à des contraintes portant sur la température (contrainte d'état). Afin d'assurer le confort des occupants, la température de la zone doit être comprise entre une température minimale et une température maximale à chaque instant t :

$$T_{min} \leq T_{zone}(t) \leq T_{max} \quad (2.18)$$

L'inégalité (2.18) peut être reformulée en fonction de l'état T :

$$T_{min} \leq C.T(t) \leq T_{max} \quad (2.19)$$

À cette contrainte s'ajoute une contrainte sur la puissance de chauffage (contrainte de commande). Cette dernière permet d'assurer les limitations du système de chauffage en le contraignant à respecter une puissance minimale et une puissance maximale :

$$u_{min} \leq u_{zone} \leq u_{max} \quad (2.20)$$

L'intégration des contraintes d'état et de commande est réalisée grâce à une méthode de pénalisation intérieure. Ainsi, cette section est décomposée en deux sous-parties, la première concerne les méthodes de pénalisation intérieure (cf. § 2.5.1) et la deuxième présente l'algorithme de recherche la commande optimale monozone (cf. § 2.5.2) .

2.5.1 Principe des méthodes de pénalisation intérieure

Le principe des méthodes de pénalisation consiste à pénaliser la fonction coût $J(u)$ par une fonction « barrière » qui augmente fortement quand la solution approche la contrainte. Pour une contrainte d'état de la forme $g(T(t)) \leq 0$, la fonction coût pénalisée s'écrit :

$$\min_{u \in U_{ad}} \left[J(u) + \varepsilon \int_{t_0}^{t_f} \gamma_g(T(t)) dt \right] \quad (2.21)$$

où γ prend la forme suivante :

$$\gamma(s) = \begin{cases} \frac{1}{s^{n+1}} \text{ avec } n \in \mathbb{R}^+ \forall s > 0 \\ 0 \text{ sinon} \end{cases} \quad (2.22)$$

Le problème pénalisé n'est désormais plus contraint. La solution du problème pénalisé tend vers celle du problème non pénalisé à mesure que le paramètre ε décroît vers 0 (Trélat, 2005). En considérant que le cas monozone présente deux contraintes de la forme $g(T(t)) \leq 0$ (une pour chacune des inégalités de l'équation 2.19) , le problème pénalisé 2.21 prend la forme suivante :

$$\min_{u \in U_{ad}} \left[J(u) + \varepsilon \int_{t_0}^{t_f} [\gamma_g(C.T - T_{min}) + \gamma_g(T_{max} - C.T)] dt \right] \quad (2.23)$$

Il est à noter que pour pouvoir utiliser les méthodes de pénalisation intérieure, il faut s'assurer que la trajectoire initiale soit comprise dans l'intervalle des contraintes $[T_{min}, T_{max}]$.

2.5.2 Algorithme de commande optimale monozone

L'algorithme proposé par Malisani *et al.* (2016) propose également de prendre en compte les contraintes de commande avec une méthode de pénalisation intérieure. La contrainte dynamique permet d'avoir un état T continu ce qui n'est pas le cas de la commande u qui peut être discontinue et ainsi franchir la « barrière » de pénalisation intérieure. Pour empêcher cela, une fonction de saturation Φ est utilisée (Graichen et Petit, 2009). Cette fonction permet le changement de variable $u = \Phi(\nu)$ permettant de passer d'une variation de ν sur l'ensemble \mathbb{R} à une variation de u sur l'intervalle ouvert U_{ad} . Typiquement, cela peut être réalisé à partir de la fonction tangente hyperbolique. En

notant γ_u la fonction de pénalisation portant sur la contrainte de commande, le problème pénalisé prend la forme suivante :

$$\min_{\nu \in \mathbb{R}} \left[J(u) + \varepsilon \int_{t_0}^{t_f} [\gamma_g(C.T - T_{min}) + \gamma_g(T_{max} - C.T) + \gamma_u \circ \Phi(\nu)] dt \right] \quad (2.24)$$

L'hamiltonien du problème pénalisé prend alors la forme suivante :

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_\varepsilon(T, \nu, p) = & C_{elec} \cdot \Phi(\nu) + p^T (A.T + B_u \cdot \psi(\nu) + B_{Soll} Soll) \\ & + \varepsilon [\gamma_g(D.T - T_{min}) + \gamma_g(T_{max} - D.T) + \gamma_u \circ \Phi(\nu)] \end{aligned} \quad (2.25)$$

L'algorithme de commande optimale monozone, schématisé à la Figure 2.5 est défini par les trois étapes détaillées ci-dessous.

Étape 0 : initialisation

- L'état $T(t)$ est initialisé de manière à respecter la contrainte (2.19) $\forall t \in [t_0, t_f]$.
- L'état adjoint $p(t)$ est initialisé à 0, $\forall t \in [t_0, t_f]$.
- La suite décroissante $(\varepsilon_n)_{1 \leq n \leq N}$ est définie et l'on fixe $\varepsilon = \varepsilon_0$.

Étape 1 : application du principe de minimum de Pontryagin

- ν^* est obtenu en minimisant l'hamiltonien. Il doit vérifier l'assertion suivante :

$$\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \nu}(\nu^*) = 0 \quad (2.26)$$

- La commande optimale vérifie $u^* = \Phi(\nu^*)$.

Le problème aux deux bouts à résoudre est le suivant :

$$\begin{cases} \dot{T}(t) = A.T(t) + B_u \cdot u^*(t) + B_{Soll} \cdot Soll(t) \\ \dot{p}(t) = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial T}(T(t), u^*(t), p(t)) \end{cases} \quad (2.27)$$

sous la condition initiale $T(t_0) = x_0$ et la condition finale $p(t_f) = 0$.

Étape 2 : incrémentation

- Si $n = N$, l'algorithme a convergé.
- Sinon, ε est incrémenté et l'algorithme reprend à l'étape 1 avec les nouvelles valeurs de l'état $T(t)$ et de l'état adjoint $p(t)$.

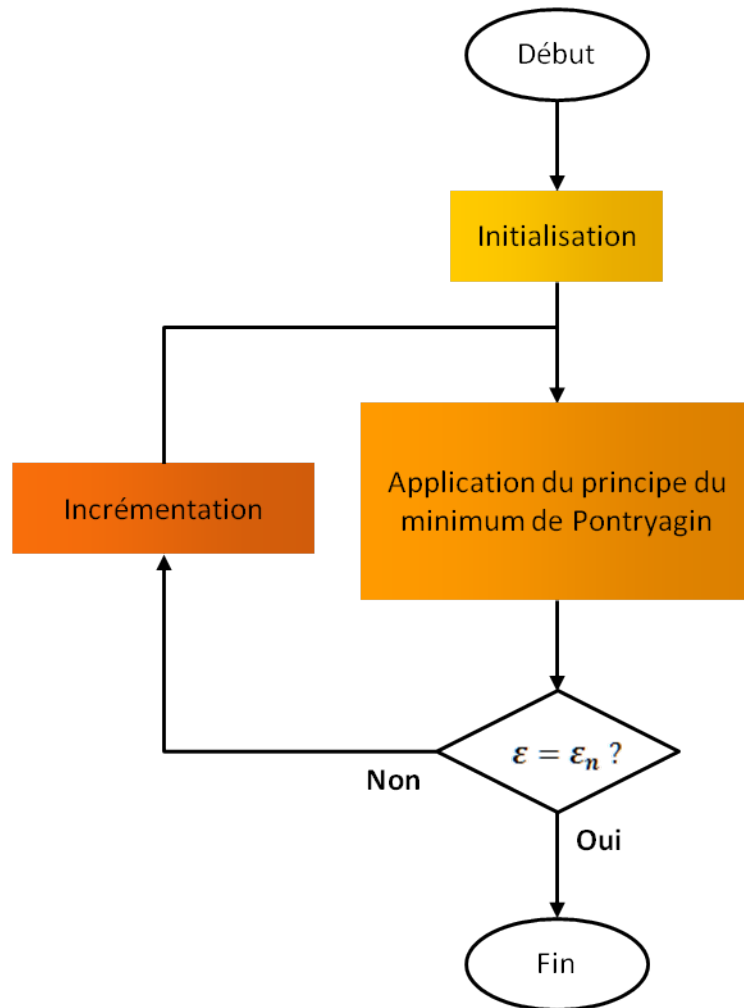


Figure 2.5 – Algorithme de commande optimale monozone

2.6 Conclusion

Le problème de commande optimale nécessaire à la mise en place de la commande prédictive peut être abordé, dans le cas multizone, suivant une approche centralisée ou une approche décomposée-coordonnée. Quelle que soit l'approche considérée, un modèle thermique dynamique adapté basé sur le modèle COMFIE a été présenté dans ce chapitre. Les modèles correspondant à chaque approche seront par la suite employés dans les chapitres 4 et 5.

Pour prévoir la commande optimale sur un horizon de temps donné, les données météorologiques et d'occupation sont indispensables afin d'anticiper les sollicitations intérieures et extérieures utilisées comme entrées des modèles thermiques dynamiques. Une approche déterministe associant le confort des occupants au respect des températures de consignes est envisagée.

Enfin, un algorithme permettant de résoudre un problème de commande optimale monozone a été présenté. Il est basé sur une méthode de résolution continue utilisant une méthode de pénalisation intérieure pour la prise en compte des contraintes. L'un des principaux points de ces travaux de thèse consiste à utiliser cet algorithme en le combinant avec les méthodes d'optimisation des grands systèmes présentées dans le chapitre 1 afin de mettre au point la commande prédictive à l'échelle multizone.

Prise en compte d'une contrainte de confort sur la variation de la température

Sommaire

3.1	Introduction	73
3.2	Recherche de la commande optimale monozone avec prise en compte d'une contrainte sur la variation de la température	73
3.2.1	Énoncé du problème de commande optimale	73
3.2.2	Changement de variable et reformulation du problème de commande optimale	75
3.2.3	Minimisation de l'hamiltonien	76
3.2.4	Algorithme de commande optimale monozone avec prise en compte d'une contrainte sur la variation de la température	78
3.3	Application à un cas d'étude	79
3.3.1	Présentation du cas d'étude	79
3.3.2	Sollicitations extérieures	79
3.3.3	Sollicitations intérieures	79
3.3.4	Contraintes	80
3.3.5	Tarif de l'électricité	81
3.3.6	Implémentation de l'algorithme	81
3.3.7	Résultats	82
3.4	Conclusion	95

3.1 Introduction

Dans le cas d'un bâtiment à forte inertie, l'effacement de la consommation de chauffage pendant les heures de pointe peut être obtenu en préchauffant le bâtiment pendant les heures creuses. Le préchauffage des bâtiments est à l'origine de variations de la température qui peuvent impacter le confort des occupants. La norme ASHRAE 55-1992 définit les variations maximales de la température pour des durées d'opération données, elles sont récapitulées dans le Tableau 3.1.

Tableau 3.1 – Variations maximales de la température en fonction de la durée d'opération (ASHRAE 55-1992)

Période	15 min	30 min	1 h	2 h	4 h
Variation maximale de la température (°C)	1,1	1,7	2,2	2,8	3,3

Comme mentionné dans le chapitre 2 (cf. § 2.4), le modèle d'occupation utilisé envisage le confort thermique comme un ensemble de conditions à respecter. Dans le travail réalisé à l'échelle monozone par Robillart (2015) (cf. § 2.5), les conditions de confort sont jugées respectées lorsque la température de zone appartient à l'intervalle de température $[T_{min}, T_{max}]$.

Dans ce chapitre, les conditions de confort à respecter sont élargies afin de veiller à ce que les variations de la température de zone respectent la norme ASHRAE 55-1992. Pour ce faire, le problème de commande optimale monozone est adapté pour permettre la prise en compte d'une nouvelle contrainte sur la variation de la température (cf. § 3.2). Le nouvel algorithme de commande optimale est ensuite appliqué au cas d'étude monozone déjà utilisé dans les travaux de Robillart (2015) (3.3).

3.2 Recherche de la commande optimale monozone avec prise en compte d'une contrainte sur la variation de la température

3.2.1 Énoncé du problème de commande optimale

3.2.1.1 Critère d'optimisation

Le principe de la commande optimale est de trouver une loi de commande qui minimise (ou maximise) un critère sur un horizon de temps. Dans le cadre de la gestion énergétique, il s'agit de minimiser la facture électrique liée au chauffage en agissant sur la puissance

de chauffage :

$$\min_{u \in U_{ad}} \left[J(u(t)) = \int_{t_0}^{t_f} C_{elec}(t)u(t) dt \right] \quad (3.1)$$

avec :

- u : la puissance à injecter dans l'ensemble monozone ;
- U_{ad} : l'espace des puissances admissibles ;
- t_0 : l'instant initial ;
- t_f : l'instant final ;
- C_{elec} : le tarif de l'électricité.

3.2.1.2 Contrainte dynamique

Le comportement thermique de l'ensemble monozone est caractérisé par le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \dot{T}(t) = A.T(t) + B_u.u(t) + B_{Soll}.Soll(t) \\ Y(t) = C.T(t) \end{cases} \quad (3.2)$$

avec :

- T : le vecteur d'état comportant les températures des mailles ;
- $Soll$: le vecteur des sollicitations intérieures et extérieures (hors puissance de chauffage) ;
- Y : le vecteur des sorties comportant la température intérieure T_{zone} ;
- A, B_u, B_{Soll} et C : des matrices de dimensions appropriées.

Le système d'équations (3.2) représente une contrainte dynamique du problème de commande optimale. Cette contrainte assure le respect du comportement thermique dynamique de l'ensemble bizona.

3.2.1.3 Contraintes de confort

Pour assurer le confort des occupants, deux types de contraintes sont considérés. La première a pour objectif d'assurer, à chaque instant, que la température intérieure de chaque zone soit comprise entre une valeur minimale T_{min} et une valeur maximale T_{max} :

$$T_{min} \leq T_{zone}(t) \leq T_{max} \quad (3.3)$$

D'après le système d'équations (3.2), l'équation (3.3) peut être reformulée suivant l'état T :

$$T_{min} \leq C.T(t) \leq T_{max} \quad (3.4)$$

Le second type de contraintes d'état correspond à la prise en compte d'une nouvelle contrainte de confort sur la variation de la température de zone. Cette contrainte a pour objectif d'assurer, à chaque instant, que la variation de la température intérieure de la zone soit comprise entre une valeur minimale r_{min} et une valeur maximale r_{max} :

$$r_{min} \leq \dot{T}_{zone}(t) \leq r_{max} \quad (3.5)$$

À l'instar de la première contrainte d'état considérée, l'équation (3.5) peut être reformulée suivant la dérivée de l'état \dot{T} :

$$r_{min} \leq C \cdot \dot{T}(t) \leq r_{max} \quad (3.6)$$

Le remplacement, dans la contrainte (3.6), de la variation de l'état \dot{T} par son expression dans le système d'équations (3.2) donne :

$$r_{min} \leq C \cdot (A \cdot T(t) + B_u \cdot u(t) + B_{Soll} \cdot Soll(t)) \leq r_{max} \quad (3.7)$$

3.2.1.4 Contrainte de commande

La contrainte de commande caractérise la limite du système de chauffage électrique. Elle a pour objectif d'assurer, à chaque instant, que la puissance à injecter respecte une valeur minimale u_{min} et une valeur maximale u_{max} :

$$u_{min} \leq u(t) \leq u_{max} \quad (3.8)$$

L'intervalle $[u_{min}, u_{max}]$ correspond à l'ensemble U_{ad} défini au paragraphe 3.2.1.1.

3.2.2 Changement de variable et reformulation du problème de commande optimale

Dans le modèle de recherche de la commande optimale monozone présenté dans le chapitre 2 (cf. § 2.5), les contraintes d'état et de commande sont intégrées via une méthode de pénalisation intérieure. La nouvelle contrainte d'état (3.7) dépend à la fois de la commande u et de l'état T . Pour parer à cela, une astuce consiste à considérer u comme un état et à définir une nouvelle variable de commande z correspondant à la variation temporelle de u . Ainsi, la nouvelle contrainte d'état (3.7) dépend désormais des états u et T . Le critère (3.1) est remplacé par :

$$\min_{z \in Z_{ad}} \left[J(u(t)) = \int_{t_0}^{t_f} C_{elec}(t) u(t) dt \right] \quad (3.9)$$

Une nouvelle contrainte dynamique est ajoutée, elle caractérise la variation de la nouvelle commande z en fonction de la variable d'état u :

$$z(t) = \dot{u}(t) \quad (3.10)$$

La contrainte (3.8) devient une contrainte d'état et une nouvelle contrainte de commande est ajoutée au problème. Cette nouvelle contrainte consiste à borner la variation de la puissance entre une valeur minimale z_{min} et une valeur maximale z_{max} :

$$z_{min} \leq z(t) \leq z_{max} \quad (3.11)$$

L'intervalle $[z_{min}, z_{max}]$ est noté Z_{ad} .

3.2.3 Minimisation de l'hamiltonien

L'hamiltonien du problème de commande optimale monozone reformulé pour la prise en compte d'une contrainte de confort sur la variation de température est le suivant :

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_\varepsilon(T, u, z, p_T, p_u) &= C_{elec}.u + p_T^T.(A.T + B_u.u + B_{Soll}.Soll) + p_u^T.z \\ &+ \varepsilon_T [\gamma(C.T - T_{min}) + \gamma(T_{max} - C.T)] \\ &+ \varepsilon_{\dot{T}} [\gamma(C.(A.T + B_u.u + B_{Soll}.Soll) - r_{min}) \\ &+ \gamma(r_{max} - C.(A.T + B_u.u + B_{Soll}.Soll))] \\ &+ \varepsilon_u [\gamma(u - u_{min}) + \gamma(u_{max} - u)] \end{aligned} \quad (3.12)$$

avec :

- p_T , l'état adjoint associé à l'état T ;
- p_u , l'état adjoint associé à l'état u .

Pour ne pas alourdir l'écriture de l'hamiltonien, le temps n'apparaît pas dans l'équation (3.12). D'après le principe du minimum de Pontryagin, l'optimum $(T^*, u^*, z^*, p_T^*, p_u^*)$ vérifie :

$$(T^*, u^*, z^*, p_T^*, p_u^*) = \min_{z \in Z_{ad}} \mathcal{H}_\varepsilon(T^*, u^*, z, p_T^*, p_u^*) \quad (3.13)$$

Le minimum de $\mathcal{H}_\varepsilon(T^*, u^*, z, p_T^*, p_u^*)$, vérifie :

$$\frac{\partial \mathcal{H}_\varepsilon}{\partial z}(T^*, u^*, z^*, p_T^*, p_u^*) = 0 \quad (3.14)$$

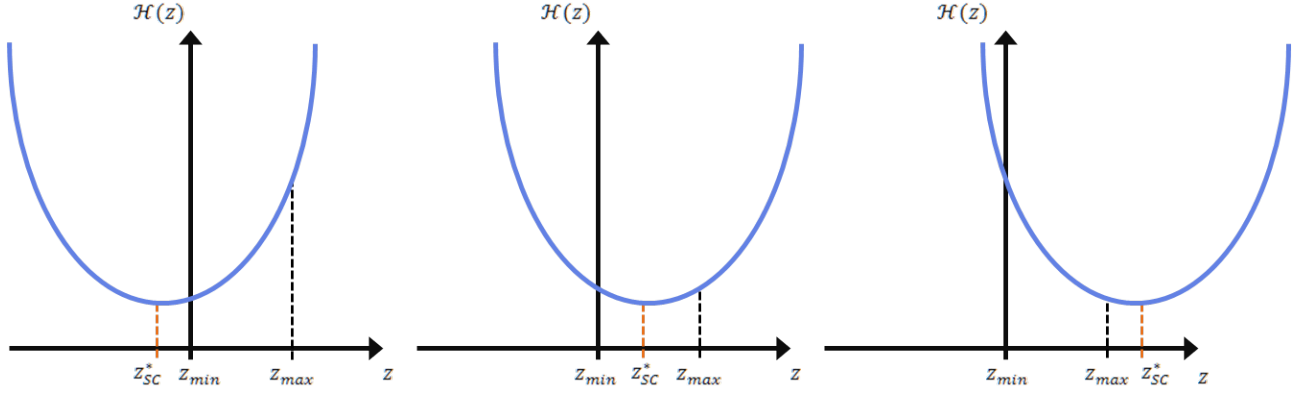


Figure 3.1 – Minimisation de l'hamiltonien

Pour simplifier la résolution de (3.14), un petit terme quadratique est ajouté dans l'expression de l'hamiltonien \mathcal{H}_ε qui devient :

$$\begin{aligned}
 \mathcal{H}_\varepsilon(T, u, z, p_T, p_u) &= C_{elec}.u + \alpha.z^2 + p_T^T.(A.T + B_u.u + B_{Soll}.Soll) + p_u^T.z \\
 &+ \varepsilon_T [\gamma(C.T - T_{min}) + \gamma(T_{max} - C.T)] \\
 &+ \varepsilon_{\dot{T}} [\gamma(C.(A.T + B_u.u + B_{Soll}.Soll) - r_{min})] \\
 &+ \gamma(r_{max} - C.(A.T + B_u.u + B_{Soll}.Soll)) \\
 &+ \varepsilon_u [\gamma(u - u_{min}) + \gamma(u_{max} - u)]
 \end{aligned} \tag{3.15}$$

Le coefficient α , est dimensionné de manière à ne pas influencer le coût $C_{elec}(t).u(t)$.

Ainsi, l'hamiltonien est un polynôme du second degré en z . Sans prendre en compte la contrainte (3.11) portant sur z , la valeur de z qui minimise l'hamiltonien z_{SC}^* (SC pour Sans Contrainte « sur z ») prend la forme suivante :

$$z_{SC}^*(t) = -\frac{p_u(t)}{2\alpha} \tag{3.16}$$

α étant pris positif, la parabole décrivant la variation de l'hamiltonien en fonction de z est tournée vers le haut. z^* est soit z_{SC}^* soit une borne de l'intervalle Z_{ad} . Pour définir z^* , la procédure suivante est suivie (cf. figure 3.1) :

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \text{Si } z_{SC}^* < z_{min} \text{ alors } z^* = z_{min} \\
 \text{Si } z_{min} \leq z_{SC}^* \leq z_{max} \text{ alors } z^* = z_{SC}^* \\
 \text{Si } z_{max} < z_{SC}^* \text{ alors } z^* = z_{max}
 \end{array} \right. \tag{3.17}$$

3.2.4 Algorithme de commande optimale monozone avec prise en compte d'une contrainte sur la variation de la température

L'algorithme de commande optimale qui prend en compte une contrainte sur la variation de la température est décrit par les trois étapes présentées ci-dessous.

Étape 0 : initialisation

- Les états $T(t)$ et $u(t)$ sont initialisés de manière à respecter les contraintes (3.4), (3.7) et (3.8) $\forall t \in [t_0, t_f]$.
- Les états adjoints $p_T(t)$ et $p_u(t)$ sont initialisés à 0, $\forall t \in [t_0, t_f]$.
- Les suites décroissantes $(\varepsilon_{T_n})_{1 \leq n \leq N}$, $(\varepsilon_{\dot{T}_n})_{1 \leq n \leq N}$ et $(\varepsilon_{u_n})_{1 \leq n \leq N}$ sont définies et l'on fixe $\varepsilon_T = \varepsilon_{T_0}$, $\varepsilon_{\dot{T}} = \varepsilon_{\dot{T}_0}$ et $\varepsilon_u = \varepsilon_{u_0}$.

Étape 1 : application du principe du minimum de Pontryagin

- $z^*(t)$ est obtenu en résolvant l'équation (3.16) et en suivant la procédure (3.17).
- Le problème aux deux bouts à résoudre est le suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{T}(t) = A.T(t) + B_u.u(t) + B_{Soll}.Soll(t) \\ \dot{u}(t) = z^*(t) \\ \dot{p}_T(t) = -A^T(t).p_T(t) - \varepsilon_T.C^T.[\gamma'(C.T(t) - T_{min}) - \gamma'(T_{max} - C.T(t))] \\ \quad - \varepsilon_{\dot{T}}.(C.A)^T.[\gamma'(C.(A.T(t) + B_u.u(t) + B_{Soll}.Soll(t) - r_{min}) \\ \quad - \gamma'(r_{max} - C.(A.T(t) + B_u.u(t) + B_{Soll}.Soll(t)))] \\ \dot{p}_u(t) = -C_{elec} - B_u^T.p_T(t) - \varepsilon_u.[\gamma'(u(t) - u_{min}) - \gamma'(u_{max} - u(t))] \\ \quad - \varepsilon_{\dot{T}}.(C.B_u)^T.[\gamma'(C.(A.T(t) + B_u.u(t) + B_{Soll}.Soll(t) - r_{min}) \\ \quad - \gamma'(r_{max} - C.(A.T(t) + B_u.u(t) + B_{Soll}.Soll(t)))] \end{array} \right. \quad (3.18)$$

sous les conditions initiales $T(t_0) = x_0$ et $u(t_0) = u_0$ et les conditions finales $p_T(t_f) = 0$ et $p_u(t_f) = 0$.

Étape 2 : incrémentation

- Si $n = N$, l'algorithme a convergé.
- Sinon, ε_T , $\varepsilon_{\dot{T}}$ et ε_u sont incrémentés et l'algorithme reprend à l'étape 1 avec les nouvelles valeurs des états $T(t)$ et $u(t)$ et des états adjoints $p_T(t)$ et $p_u(t)$.

3.3 Application à un cas d'étude

3.3.1 Présentation du cas d'étude

L'algorithme présenté dans le paragraphe 3.2.4 est appliqué au même cas d'étude que celui des travaux de Robillart (2015). Il s'agit de la maison I-BB (Béton Banché) de la plateforme INCAS de l'INES. D'une architecture simple et compacte, la maison présente une surface de 90 m² répartie sur deux étages. Grâce notamment à une forte isolation, à de très faibles ponts thermiques et à des vitrages performants, la maison répond aux critères du label « PassivHaus ».

3.3.2 Sollicitations extérieures

Pour une période d'échantillonnage de la commande prédictive de 24 h, Robillart (2015) considère qu'un horizon d'optimisation de trois jours constitue un bon compromis entre temps de calcul et précision. Ainsi un horizon d'optimisation de trois jours est conservé dans ce chapitre.

Les conditions météorologiques considérées pour la résolution du problème de commande optimale sur l'horizon d'optimisation retenu sont représentatives d'une période froide d'un mois de janvier de la zone H1c. La température extérieure et les apports solaires sont représentés à la figure 3.2.

3.3.3 Sollicitations intérieures

Les sollicitations intérieures (ou apports internes) comprennent la chaleur métabolique des occupants et la chaleur dissipée par les appareils électriques. Une famille de 4 personnes est considérée. Le bâtiment est supposé occupé à 100 % avant 8h et après 18h et à 50 % le reste de la journée. Pour chaque occupant, une chaleur métabolique de 80 W est considérée. Les apports internes sont présentés à la Figure 3.3.

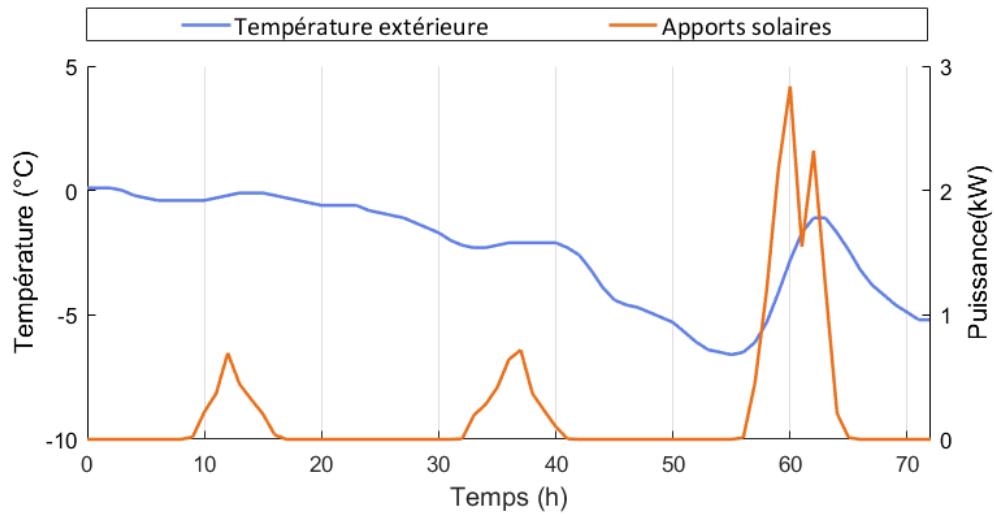


Figure 3.2 – Conditions météorologiques

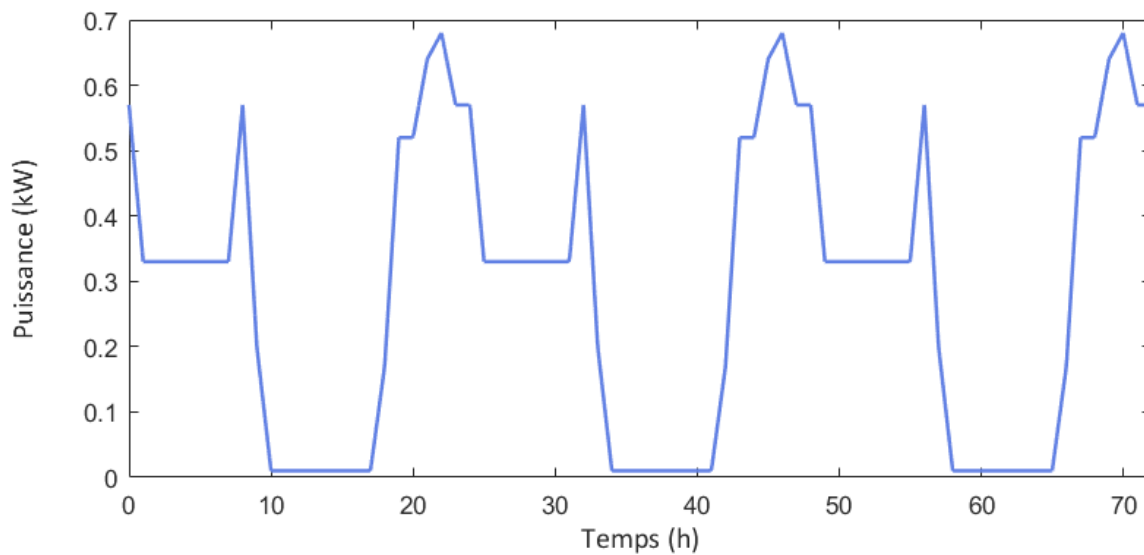


Figure 3.3 – Apports internes

3.3.4 Contraintes

Les contraintes sur l'état (ou contraintes de confort) sont les suivantes :

- La température de la zone doit être comprise entre 19 °C (T_{min}) et 24 °C (T_{max}).
- Les valeurs des variations maximales de la température sont discutées dans la partie concernant les résultats (cf. § 3.3.7).
- La puissance de chauffage doit être comprise entre 0 W (u_{min}) et 5 000 W (u_{max}).

La contrainte de commande est la suivante :

- La dérivée de la variation de la puissance de chauffage est considérée comprise entre $-5\,000\text{ W/s}$ (z_{min}) et $+5\,000\text{ W/s}$ (z_{max}). Cette contrainte a lieu d'être uniquement pour faciliter la résolution numérique du problème aux deux bouts.

3.3.5 Tarif de l'électricité

Deux tarifs de l'électricité sont proposés en France en fonction de l'heure de la journée (heures creuses et heures pleines). Dans l'optique d'effacer la consommation électrique de pointe, un troisième prix du kilowattheure (kWh) d'électricité est considéré, il s'agit du tarif d'heure de pointe qui correspond au prix du kWh pendant les heures pleines multiplié par deux. Les tarifs de l'électricité selon les moments de la journée sont exposés dans le Tableau 3.2.

Tableau 3.2 – Tarifs de l'électricité

	Heures creuses	Heures pleines	Heures de pointe
Horaires	0h-9h	9h-17h/22h-0h	17h-22h
Prix du kWh en €	0,0864	0,1275	0,2550

3.3.6 Implémentation de l'algorithme

Les caractéristiques de l'ordinateur utilisé pour l'implémentation de l'algorithme sont les suivantes :

- Système d'exploitation : Windows 7 professionnel ;
- Fréquence : 2,80 GHz ;
- RAM : 32 Go ;
- Nombre de cœur : 8.

Le logiciel Matlab est utilisé, et plus particulièrement la routine « *bvp5c* » permet de résoudre le problème aux deux bouts par une méthode de collocation.

La fonction de pénalisation considérée est la suivante :

$$\gamma(s) = \begin{cases} \frac{1}{s^{1.1}} \quad \forall s > 0 \\ 0 \quad \text{sinon} \end{cases} \quad (3.19)$$

Le terme alpha est prix égal à 10^{-8} . Les suites décroissantes $(\varepsilon_{T_n})_{1 \leq n \leq N}$ et $(\varepsilon_{u_n})_{1 \leq n \leq N}$ convergent respectivement vers $\varepsilon_{T_N} = 10^{-7}$ et $\varepsilon_{u_N} = 10^{-7}$ qui sont les valeurs considérées

dans la résolution initiale (Robillart, 2015). La valeur de la suite $\varepsilon_{\dot{T}_N}$ est discutée dans la partie concernant les résultats (cf. § 3.3.7).

3.3.7 Résultats

Comme mentionné dans le paragraphe 3.2.2, le problème u initialement commandé en puissance est, pour permettre la prise en compte d'une contrainte sur la variation de la température, désormais commandé avec la dérivée de la puissance z . La première partie de cette section permet de valider ce changement de commande (cf. § 3.3.7.1). La seconde partie est dédiée à la prise en compte de cette nouvelle contrainte d'état sur la variation de la température (cf. § 3.3.7.4). Deux cas sont étudiés dans cette seconde partie :

- Cas 1 : la valeur de la contrainte sur la variation de la température correspond à celle définie par la norme ASHRAE pour une période d'opération de 15 minutes. Ramenée en seconde pour la résolution du problème de commande optimale, il s'agit de la valeur la moins contraignante.
- Cas 2 : la valeur de la contrainte sur la variation de la température correspond à celle définie par la norme ASHRAE pour une période d'opération de 4 heures. Il s'agit de la valeur la plus contraignante.

3.3.7.1 Validation du changement de commande

L'intérêt de cette section consiste à vérifier que la solution obtenue en résolvant le problème de commande optimale commandé avec la dérivée de la puissance de chauffage est proche de celle obtenue en résolvant le problème de commande optimale initiale (commandé directement avec la puissance de chauffage). Aucune contrainte sur la variation de la température n'est pour le moment prise en compte. L'hamiltonien du problème de commande optimale est le suivant :

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_\varepsilon(T, u, z, p_T, p_u) &= C_{elec} \cdot u + \alpha z^2 + p_T^T (A \cdot T + B_u \cdot u + B_{Soll} \cdot Soll) + p_u^T z \\ &+ \varepsilon_T [\gamma(C \cdot T - T_{min}) + \gamma(T_{max} - C \cdot T)] \\ &+ \varepsilon_u [\gamma(u - u_{min}) + \gamma(u_{max} - u)] \end{aligned} \quad (3.20)$$

Cela revient à changer l'étape 1 de l'algorithme de commande optimale présenté au paragraphe 3.2.4 comme suit :

Étape 1 : application du principe de minimum de Pontryagin

- $z^*(t)$ est obtenu en résolvant l'équation (3.16) et en suivant la procédure (3.17).
- Le problème aux deux bouts à résoudre est le suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{T}(t) = A.T(t) + B_u.u(t) + B_{Sol}.Soll(t) \\ \dot{u}(t) = z^*(t) \\ \dot{p}_T(t) = -A^T(t).p_T(t) - \varepsilon_T.C^T.[\gamma'(C.T(t) - T_{min}) - \gamma'(T_{max} - C.T(t))] \\ \dot{p}_u(t) = -C_{elec} - B_u^T.p_T(t) - \varepsilon_u.[\gamma'(u(t) - u_{min}) - \gamma'(u_{max} - u(t))] \end{array} \right. \quad (3.21)$$

sous les conditions initiales $T(t_0) = x_0$ et $u(t_0) = u_0$ et les conditions finales $p_T(t_f) = 0$ et $p_u(t_f) = 0$.

La Figure 3.4 présente les profils de puissance obtenus avant et après le changement de la variable de commande. Dans les deux cas, pour minimiser la facture électrique, les consommations ont majoritairement lieu pendant les heures creuses excepté pour le troisième jour d'optimisation où une effet de bord est observable. Aucune anticipation pour le préchauffage n'est réalisée au delà de l'horizon d'optimisation considéré, cela explique l'effet de bord final.

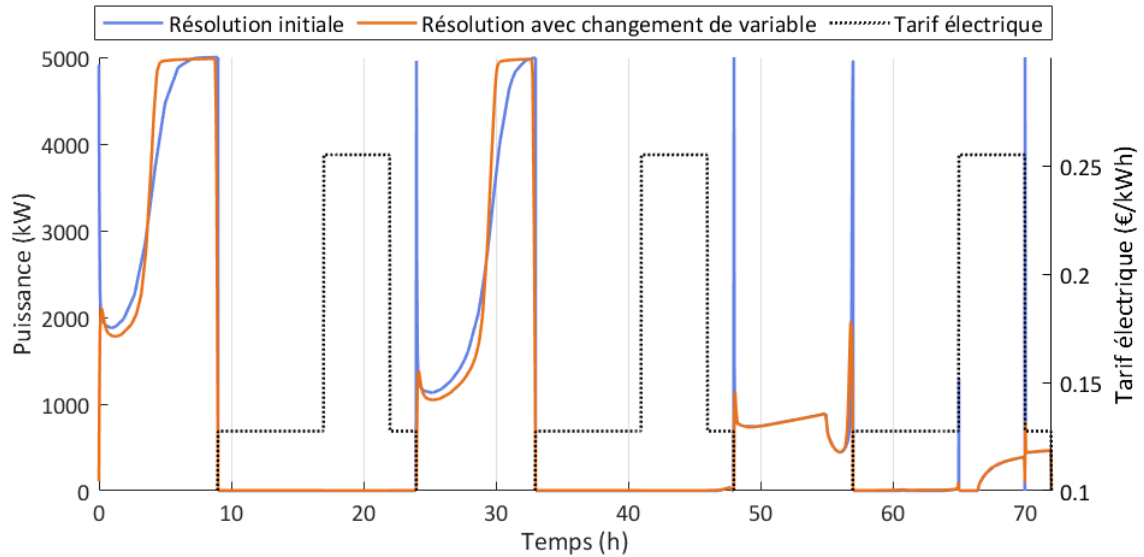


Figure 3.4 – Comparaison des profils de puissance optimaux obtenus avant et après le changement de la variable de commande

Le préchauffage du bâtiment pendant les heures creuses est accompagné d'une augmentation de la température visible sur la Figure 3.5 qui présente les profils de température résultant de l'application des profils de puissance optimaux obtenus avant et après le changement de la variable de commande.

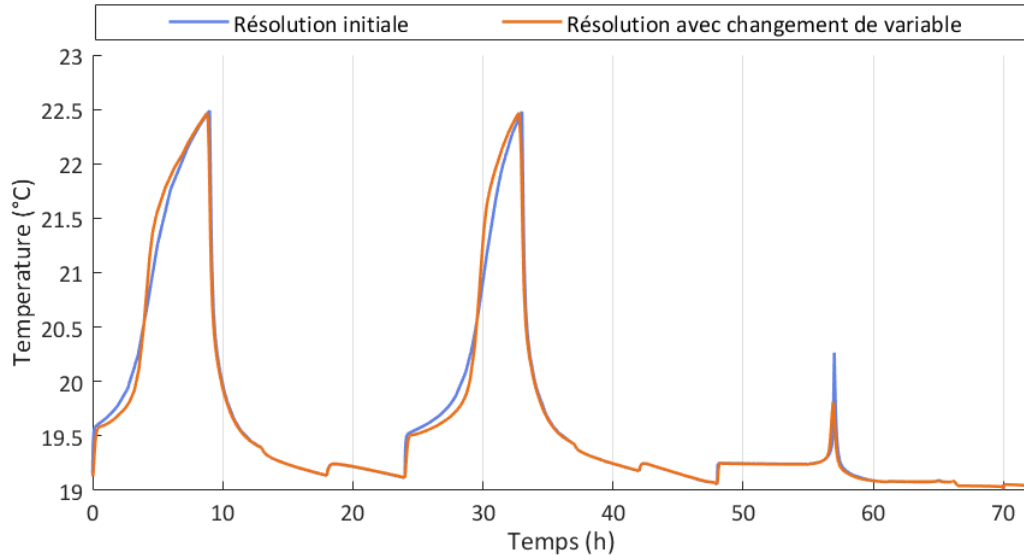


Figure 3.5 – Comparaison des profils de température résultants de l'application des profils de puissance optimaux obtenus avant et après le changement de la variable de commande

Pour les deux premiers jours d'optimisation, la température du bâtiment atteint un maximum d'environ 21,5°C à la fin des heures creuses, la chaleur emmagasinée pendant cette période permet d'assurer le respect de la consigne de température minimale pendant les heures pleines et de pointe. Cependant, cette chaleur est restituée de manière lente d'où la décroissance rapide de la température de l'air intérieur au début des heures pleines. Des différences existent entre les profils de puissance optimaux et les profils de température avant et après le changement de la variable de commande. Elles peuvent être expliquées par :

- l'ajout du terme quadratique αz^2 (bien que peu influent par rapport à $C_{elec}(t).u(t)$, le terme quadratique pénalise les variations importantes de la puissance limitant ainsi les pics de puissance) ;
- la prise en compte de la contrainte de commande (dans la résolution initiale, la fonction pénalité portant sur la contrainte de commande prenait la forme d'un sinus hyperbolique ce qui n'est plus le cas avec la nouvelle méthode de résolution).

Le tableau 3.3 permet de comparer les résultats avant et après le changement de la variable de commande. Pour chacun des cas, la variation du coût est calculée en considérant comme référence le coût obtenu lorsqu'aucune stratégie d'effacement n'est recherchée. Les deux méthodes de résolution permettent une réduction de la facture énergétique d'environ 24 %.

Tableau 3.3 – Comparaison des résultats avec et sans stratégie d'effacement

	Résolution initiale	Résolution avec changement de variable
Variation du coût (%)	-24,2	-24,2
Effacement des heures pleines (%)	-95,7	-95,2
Effacement des heures de pointe (%)	-90,0	-89,7

L'effacement des heures pleines (respectivement des heures de pointe) correspond à la différence entre la consommation qui a lieu pendant les heures pleines (respectivement pendant les heures de pointe) résultant de la résolution du problème de commande optimale et la consommation qui a lieu pendant les heures pleines (respectivement les heures de pointe) lorsque aucune stratégie d'effacement n'est recherchée. L'effacement des heures pleines et de pointe est légèrement meilleur avant le changement de la commande mais les différences sont inférieures à 1 point d'indice et donc jugées négligeables.

Ainsi, si les profils de puissance optimaux présentent des allures différentes avant et après le changement de la commande, ce dernier impacte très peu les résultats en ce qui concerne la réduction de la facture électrique et les effacements des heures pleines et de pointe. Cette comparaison avant et après le changement de la commande permet également de valider la valeur de α qui a été considérée.

La Figure 3.6 présente les variations de la température pour des durées d'opération allant de 4 heures à 1 seconde. Ces variations de la température résultent de l'application des profils de puissance optimaux obtenus à partir de la résolution du problème de commande optimal avec changement de la variable de commande. La variation maximale de la température n'est pas donnée pour une période opérative de 1 seconde dans la norme ASHRAE 55-1992 (cf. Tableau 3.1). Dans ce cas, la contrainte de variation maximale considérée dans la figure 3.6 est celle correspondant à une période d'opération de 15 minutes rapportées à 1 seconde (soit $1,22 \times 10^{-3}$ °C). La Figure 3.6 montre des dépassements de la variation maximale de la température pour les durées d'opération allant de 1 heure à 1 seconde. Les dépassements ont exclusivement lieu lorsque la température intérieure décroît au début des heures pleines. Cela est lié à la limitation des consommations de chauffage pendant ces heures à cause de la tarification plus élevée à partir des heures pleines. Ces dépassements résultent donc directement de la stratégie d'effacement des heures pleines et de pointe. Ces dépassements justifient l'ajout dans le paragraphe suivant d'une contrainte sur la variation de la température.

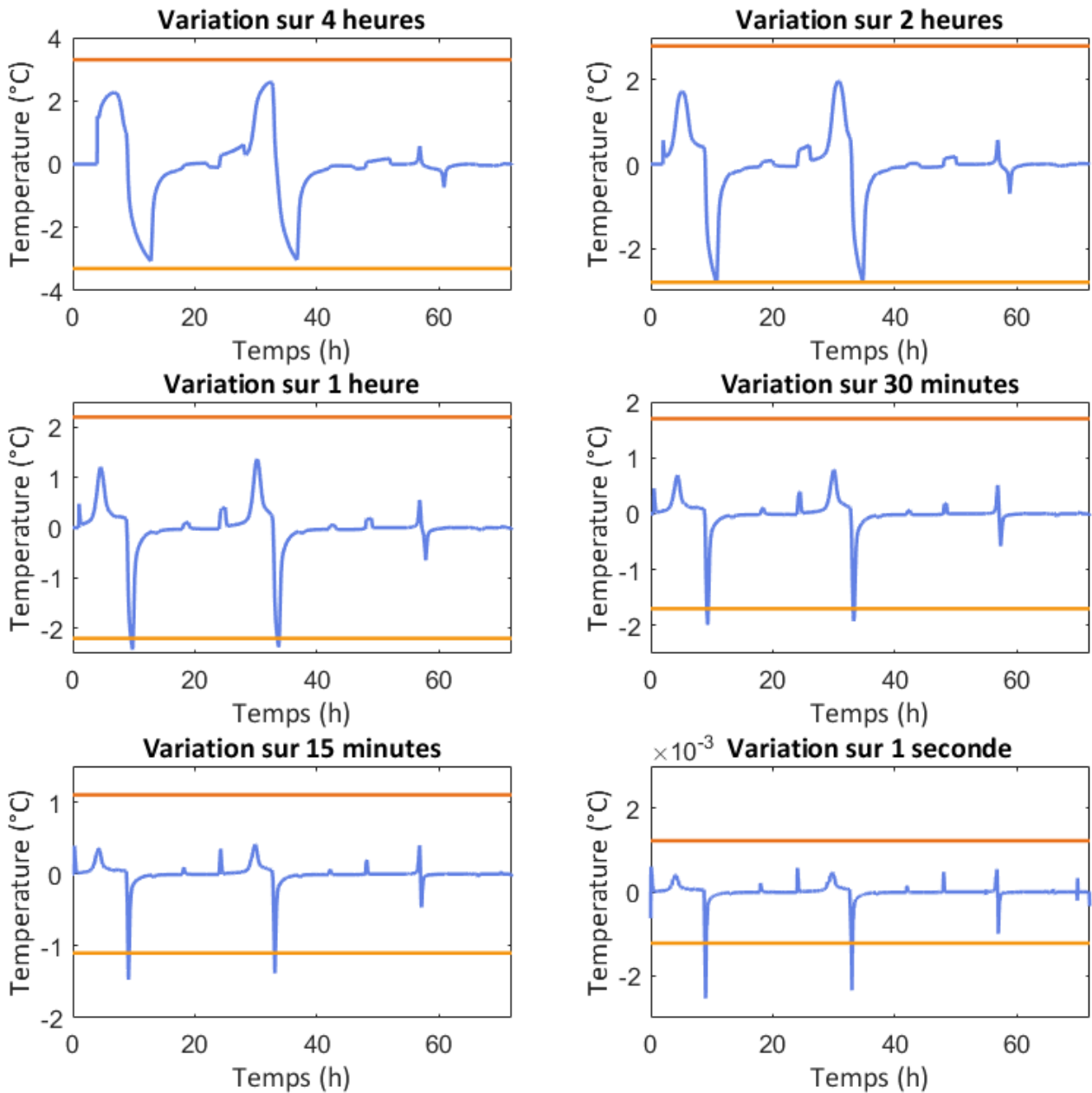


Figure 3.6 – Variation de la température suivant différentes périodes d'opération (courbes bleues), contrainte maximale de variation de la température (courbes oranges) et contrainte minimale de variation de la température (courbes jaunes) (cas du changement de commande, aucune contrainte sur la variation de la température n'est pour le moment considérée)

3.3.7.2 Valeur initiale de la puissance de chauffage

Avant d'aborder la prise en compte de la nouvelle contrainte, une étude sur le choix de la puissance initiale de chauffage est réalisée. En effet, avec le changement de commande, il est nécessaire d'estimer la valeur de la puissance initiale $u(t = t_0)$ qui est désormais un état. Le Tableau 3.4 permet de comparer les résultats en termes de variation du coût et d'effacements des heures pleines et de pointe selon différentes valeurs de la puissance de chauffage initiale. Si les valeurs logiques de 0 W et 5 000 W ne sont pas présentées dans ce tableau, cela est lié au fait qu'il est plus facile d'initialiser le problème en s'éloignant un minimum des contraintes (en l'occurrence de puissance minimale et de puissance maximale). Les différences se jouent au centième près, on peut alors considérer que le choix de la puissance initiale n'impacte pas les résultats.

Tableau 3.4 – Comparaison des résultats avec et sans stratégie d'effacement

Puissance initiale	100	1000	2000	3000	4000	4900
Variation du coût (%)	-24,15	-24,13	-24,12	-24,14	-24,12	-24,13
Effacement des heures pleines (%)	-95,18	-95,18	-95,19	-95,18	-95,18	-95,18
Effacement des heures de pointe (%)	-89,64	-89,64	-89,65	-89,65	-89,67	-89,66

3.3.7.3 Prise en compte d'une contrainte sur la variation de la température, cas 1 (contrainte à 15 minutes)

La norme propose un ensemble de valeurs possibles pour r_{min} et r_{max} . Dans un premier temps, le choix est porté sur la valeur la moins contraignante. Il s'agit de celle correspondant à une période d'opération de 15 minutes. Convertie en seconde par une règle de trois, la contrainte (3.5) prend alors les valeurs suivantes :

$$-1,22 \times 10^{-3} \leq \dot{T}_{zone} \leq +1,22 \times 10^{-3} \quad (3.22)$$

La Figure 3.7 présente les profils de puissance optimaux avec et sans la contrainte sur la variation de la température. La Figure 3.8 présente les profils de température résultants de l'application des profils de puissance optimaux avec et sans la prise en compte de la contrainte sur la variation de la température. Les profils de puissance et de température sont très proches. Un zoom sur le premier jour, présenté à la Figure 3.9, permet de visualiser davantage la prise en compte de la contrainte sur la variation de la température. En effet, pour limiter la décroissance rapide de la température qui a lieu au début des heures pleines, le profil de température observé avec la prise en compte de la contrainte sur la variation de la température est légèrement moins abrupte que celui observé sans la prise en compte de la contrainte sur la variation de la température. Pour

compenser cela, le préchauffage dans le cas avec la prise en compte de la contrainte sur la variation commence en amont de celui dans le cas sans la prise en compte de la contrainte sur la variation de la température. En dessous de $\varepsilon_{T_N=10-12}$, le profil de puissance optimal ne varie quasiment plus. On considère alors que l'on s'est rapproché au plus près de l'optimum.

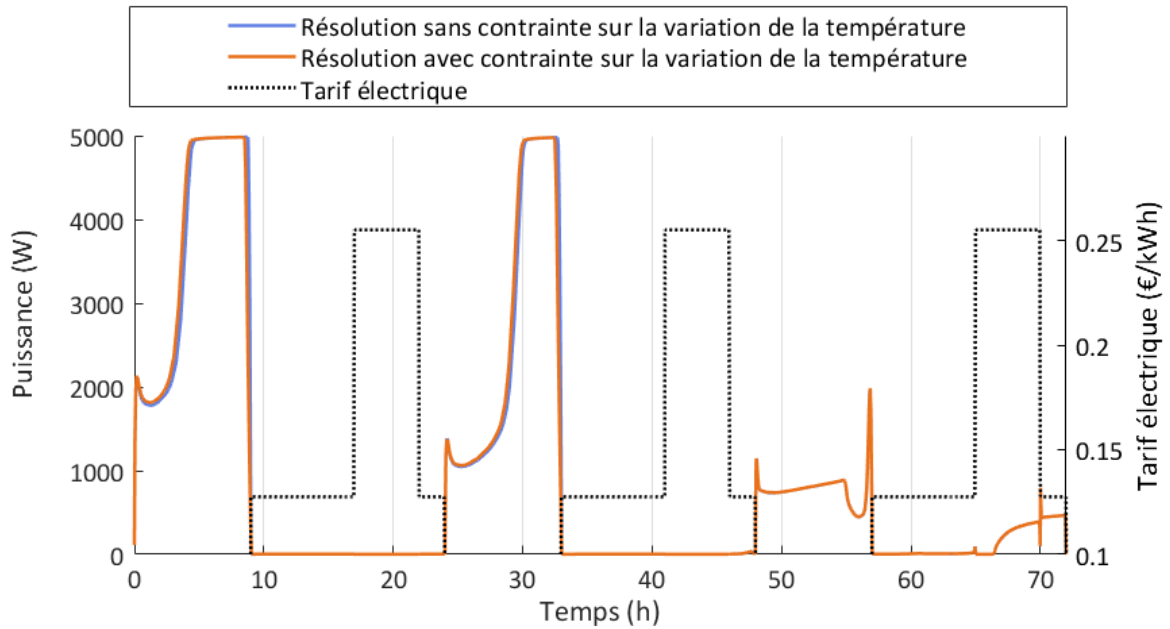


Figure 3.7 – Comparaison des profils de puissance optimaux obtenus avec et sans prise en compte d'une contrainte sur la variation de la température (cas 1, contrainte équivalente 15 minutes)

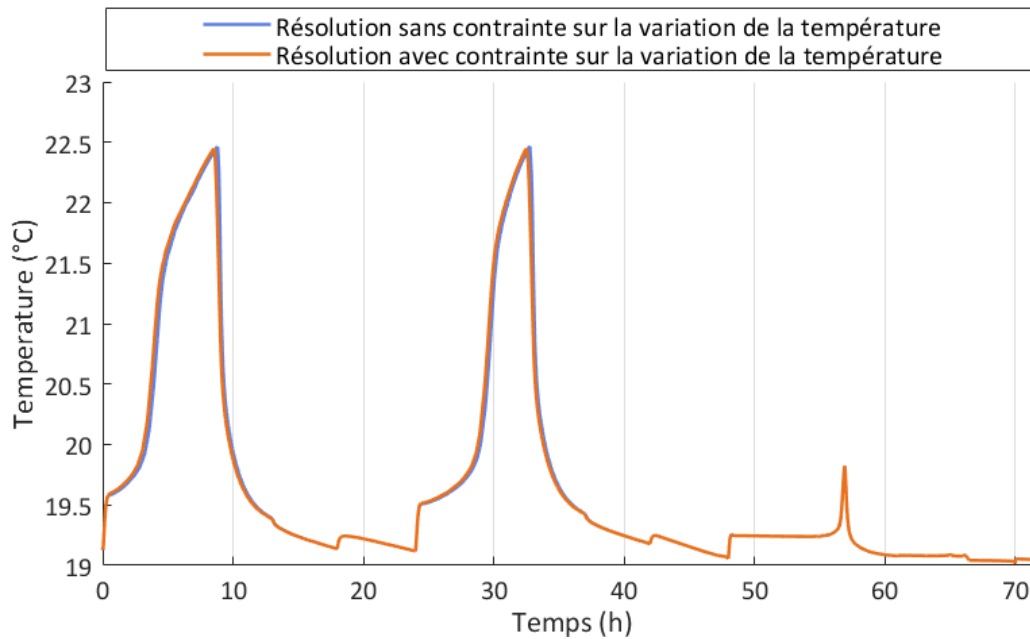


Figure 3.8 – Comparaison des profils de température résultants de l’application des profils de puissance optimaux obtenus avec et sans prise en compte d’une contrainte sur la variation de la température (cas 1)

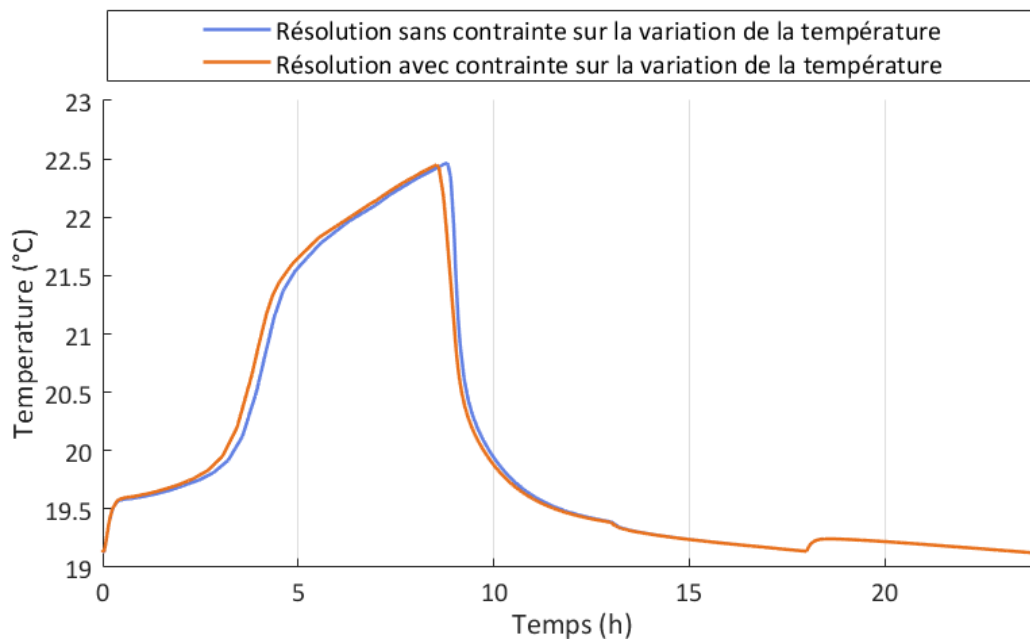


Figure 3.9 – Comparaison des profils de température résultants de l’application des profils de puissance optimaux obtenus avec et sans prise en compte d’une contrainte sur la variation de la température, zoom sur le premier jour d’optimisation

Le Tableau 3.5 récapitule les résultats avec et sans la prise en compte de la contrainte sur la variation de la température. Ces résultats concernent la variation de coût, l’effacement des heures pleines et l’effacement des heures de pointe par rapport au cas où aucune stratégie d’effacement n’est considérée. La prise en compte de la nouvelle contrainte

conduit à une réduction de la facture de chauffage légèrement plus faible de 0,1 points d'indice. Cet écart est négligeable. De même, la prise en compte de la contrainte sur la variation de la température n'impacte pas l'effacement des heures pleines et de pointe. Cependant, le temps de calcul dans le cas où une contrainte sur la variation de la température est considérée est 26 % plus élevé que dans le cas où aucune contrainte sur la variation de la température n'est prise en compte.

Tableau 3.5 – Comparaison des résultats avec et sans prise en compte de la contrainte sur la variation de la température (cas 1)

	Résolution sans prise en compte de la contrainte sur la variation de la température	Résolution avec prise en compte de la contrainte sur la variation de la température
Variation du coût (%)	-24,2	-24,1
Effacement des heures pleines (%)	-95,2	-95,2
Effacement des heures de pointe (%)	-89,7	-89,7

Enfin, la Figure 3.10 présente les variations de la température pour des durées d'opération allant de 4 heures à 1 seconde. Ces variations de la température résultent de l'application des profils de chauffage optimaux obtenus à partir de la résolution du problème de commande optimale avec prise en compte de la contrainte (3.22). Sur la figure, on peut observer que les contraintes pour des durées d'opération de 15 minutes et 1 seconde sont respectées. Puisque la contrainte sur la variation de la température ramenée en secondes correspond exactement à celle définie pour 15 minutes, il n'y a pas de raison que la contrainte pour une durée opérative de 15 minutes ne soit pas respectée. Cependant, pour les durées opératives strictement supérieures à 15 minutes, rien n'assure le respect des contraintes correspondantes, d'où les dépassements pour les périodes d'opération de 30 minutes et de 1 heure.

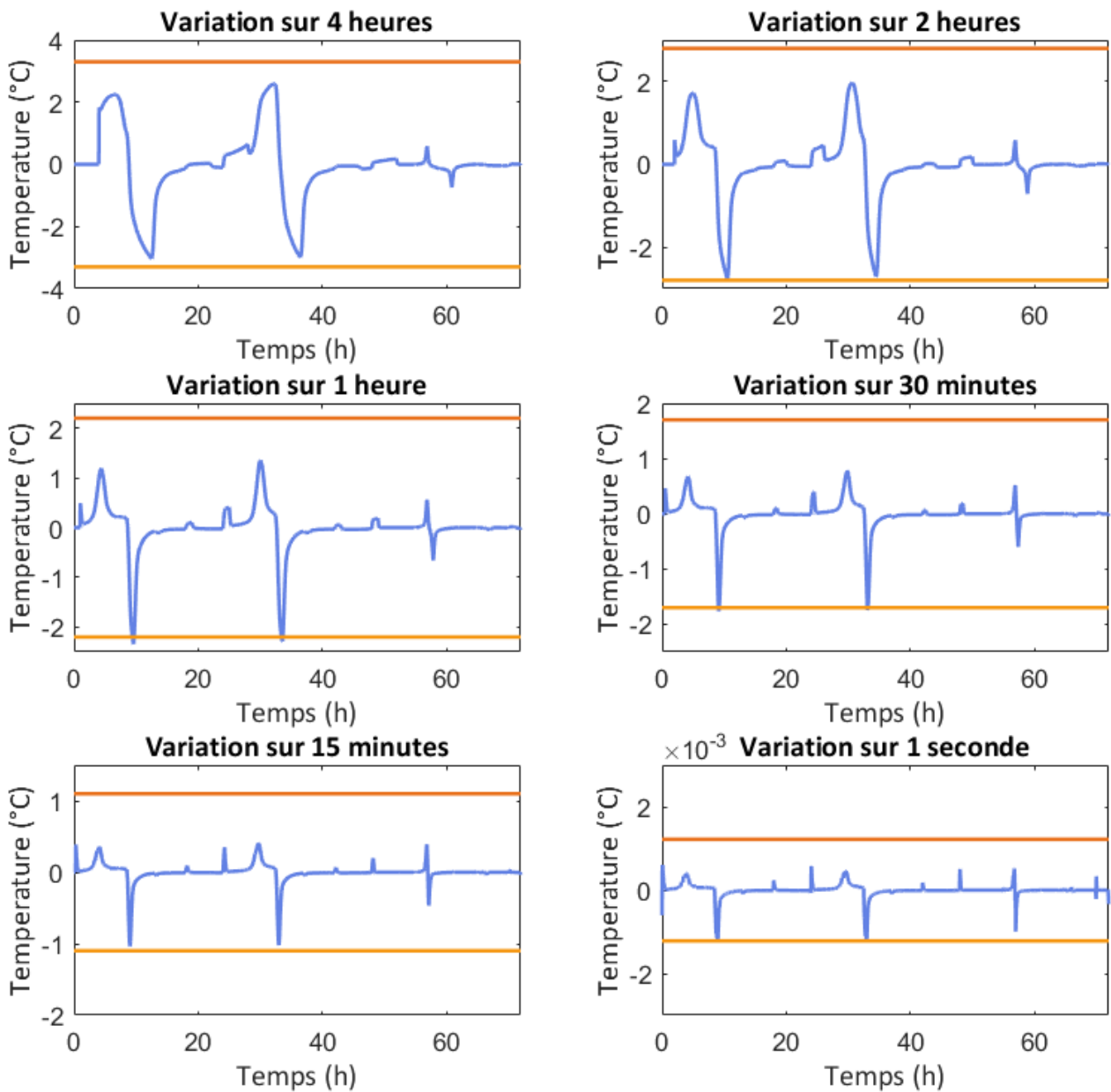


Figure 3.10 – Variation de la température suivant différentes périodes d’opération (courbes bleues), contraintes minimales (courbes jaunes) et contraintes maximales (courbes oranges) (cas 1)

3.3.7.4 Prise en compte d’une contrainte sur la variation de la température, cas 2 (contrainte à 4 heures)

Pour s’assurer que la variation de la température respecte les contraintes pour chacune des périodes d’opération, il faut utiliser la valeur la plus contraignante soit celle corres-

pendant à une période d'opération de 4 heures. Rapportée à 1 seconde, les valeurs de la contrainte (3.5) sont alors les suivantes :

$$-2,29 \times 10^{-4} \leq \dot{T}_{zone} \leq +2,29 \times 10^{-4} \quad (3.23)$$

La Figure 3.11 présente les profils de puissance optimaux obtenus avec et sans la prise en compte de la contrainte sur la variation de la température (3.23). La Figure 3.12 présente les profils de température résultants de l'application des profils de puissance optimaux avec et sans la prise en compte de la contrainte sur la variation de la température (3.23). Les profils de puissance et de température sont assez éloignés d'un cas par rapport à l'autre. La contrainte définie par l'équation (3.23) étant plus forte que celle définie par l'équation (3.22), l'impact de cette dernière est davantage observable. Les montées et les descentes en température sont plus régulières.

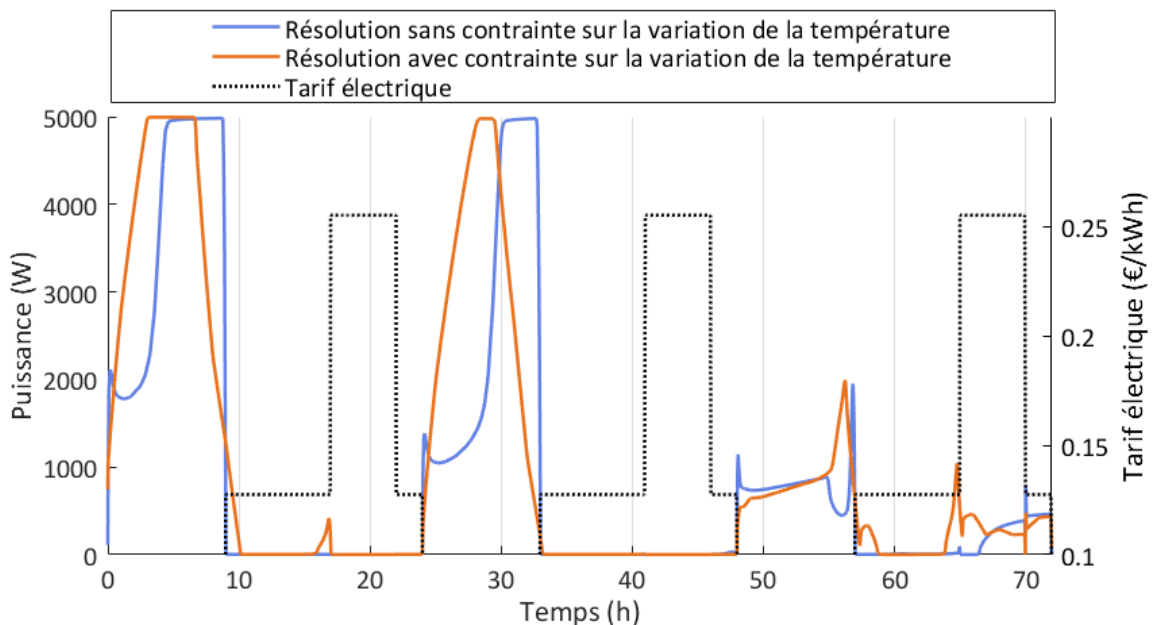


Figure 3.11 – Comparaison des profils de puissance optimaux obtenus avec et sans prise en compte d'une contrainte sur la variation de la température (cas 2)

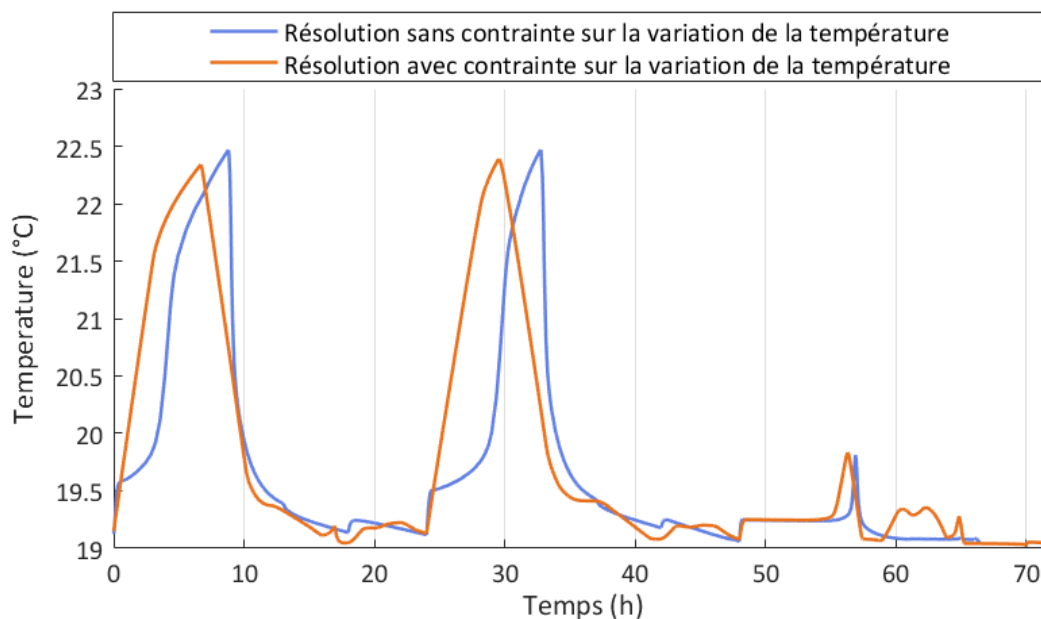


Figure 3.12 – Comparaison des profils de température résultants de l'application des profils de puissance optimaux obtenus avec et sans prise en compte d'une contrainte sur la variation de la température (cas 2)

Les résultats en matière de réduction de la facture de chauffage et d'effacement des heures pleines et de pointe sont présentés dans le Tableau 3.6. Par rapport au cas sans prise en compte d'une contrainte sur la variation de la température, les résultats sont largement dégradés. Avec la prise en compte de la nouvelle contrainte sur la variation de la température 3.23, la réduction de la facture de chauffage s'élève à 13 % contre 24 % sans. Les effacements des heures pleines et de pointe sont également dégradés. En effet, de 95 % de la consommation des heures pleines effacée, on passe à 87 % et d'environ 90 % de la consommation des heures de pointe effacée, on passe à 85 %. Au-delà de la dégradation des résultats, avec la prise en compte de la contrainte sur la variation de la température (3.23) le temps de calcul est 29 fois plus élevé.

Tableau 3.6 – Comparaison des résultats avec et sans prise en compte de la contrainte (3.23) sur la variation de la température (cas 2)

	Résolution sans prise en compte de la contrainte sur la variation de la température	Résolution avec prise en compte de la contrainte sur la variation de la température
Variation du coût (%)	-24,2	-13,0
Effacement des heures pleines (%)	-95,2	-87,0
Effacement des heures de pointe (%)	-89,7	-85,0

La Figure 3.13 présente les variations de la température toujours pour des durées allant de 4 heures à 1 seconde. Ces variations de la température résultent de l'application des profils de chauffage optimaux obtenus à partir de la résolution du problème de commande optimale avec prise en compte de la contrainte (3.23). Pour chacune des durées d'opération, la contrainte de variation maximale définie par la norme ASHRAE 22-1992 est bien respectée. La solution se rapproche fortement des contraintes de variation maximale pour la durée de 1 seconde. Ce n'est cependant plus le cas pour les durées supérieures allant de 15 minutes à 4 heure pour lesquelles les solutions sont très éloignées des contraintes maximales de variation. Le problème est alors trop contraint.

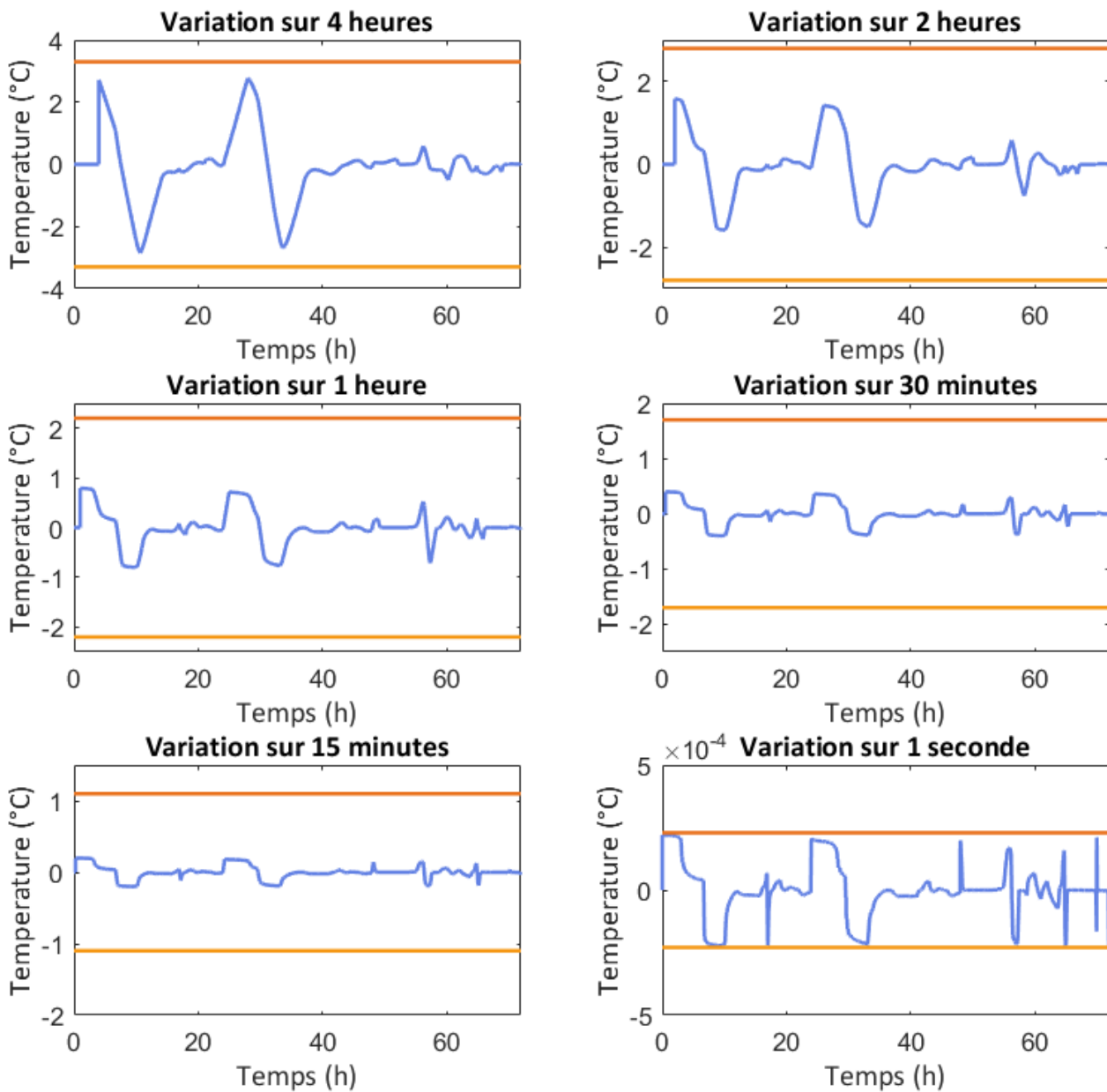


Figure 3.13 – Variation de la température suivant différentes périodes d’opération (courbes bleues), contraintes minimales (courbes jaunes) et contraintes maximales (courbes oranges)(cas 2)

3.4 Conclusion

Ainsi, ce chapitre explique l’implémentation et les résultats de la prise en compte d’une nouvelle contrainte de confort portant sur la variation de la température de la zone. Comme mentionné en introduction de ce chapitre, la norme ASHRAE 55-1992 définit

cinq valeurs de variations maximales de la température en fonction de cinq durées d'opération. Ces valeurs sont plus au moins contraignantes pour la résolution du problème de commande optimale. La valeur la moins contraignante et la valeur la plus contraignante ont été testées. Bien que présentant de bon résultats en ce qui concerne la réduction de la facture de chauffage et l'effacement des heures pleines et de pointe, l'utilisation de la valeur la moins contraignante ne garantit pas le respect de la nouvelle contrainte de confort pour toutes les périodes d'opération. A contrario, l'utilisation de la valeur de la nouvelle contrainte de confort la plus contraignante garantit le respect de cette dernière sur l'ensemble des périodes d'opération mais présente des résultats dégradés par rapport au cas sans contrainte et un temps de calcul considérable.

Une alternative consiste à utiliser la valeur la moins contraignante (contrainte à 15 minutes) et dans le cas où le respect de la contrainte sur la vitesse de variation de la température n'est pas assurée, l'algorithme de recherche de la commande optimale peut être de nouveau résolu avec une contrainte plus forte correspondant à une durée d'opération plus grande. Avant de considérer la valeur de la contrainte pour la durée de quatre heures, celles correspondant aux durées de 30 minutes à deux heures peuvent être considérées.

Stratégies de gestion énergétique en temps réel à l'échelle bizona, cas de l'existence de couplages thermiques entre zones

Sommaire

4.1	Introduction	99
4.2	Énoncé du problème de commande optimale bizona global	100
4.2.1	Critère d'optimisation	100
4.2.2	Contrainte dynamique	100
4.2.3	Contraintes d'état	101
4.2.4	Contraintes de commande	101
4.3	Algorithme centralisé de résolution du problème de commande optimale bizona	101
4.3.1	Méthode de pénalisation intérieure	101
4.3.2	Application du principe du minimum de Pontryagin	102
4.3.3	Description de l'algorithme centralisé	103
4.4	Algorithmes décomposés-coordonnés de résolution du problème de commande optimale bizona	105
4.4.1	Algorithme 1 : algorithme décomposé-coordonné par les prix	106
4.4.2	Algorithme 2 : algorithme décomposé-coordonné par relaxation de l'estimation de la température de la zone adjacente	116
4.4.3	Algorithme 3 : algorithme décomposé-coordonné par les prédictions	121
4.5	Comparaison des algorithmes sur un exemple pédagogique	126
4.5.1	Présentation de l'exemple pédagogique	126
4.5.2	Résultats de la comparaison des algorithmes	131

4.6	Application de la commande optimale bizonne à un cas d'étude	134
4.6.1	Présentation du cas d'étude	134
4.6.2	Réduction du modèle thermique	136
4.6.3	Résultats de l'application de la commande optimale	142
4.6.4	Réinjection dans le modèle complet	145
4.7	Application de la commande prédictive bizonne à un cas d'étude	151
4.7.1	Observateur asymptotique	151
4.7.2	Définition du régulateur	156
4.7.3	Fonctionnement de la commande prédictive	157
4.7.4	Résultats de l'application de la commande prédictive	159
4.8	Extension à quatre zones	162
4.8.1	Présentation du cas d'étude	163
4.8.2	Application de la commande prédictive	163
4.9	Conclusion du chapitre	164

4.1 Introduction

Ce chapitre concerne l'application de la commande prédictive pour la gestion du chauffage d'un bâtiment bizona. Cela constitue une première étape vers la gestion énergétique d'un ensemble multizone (bâtiment ou îlot de bâtiments). Dans ce cas, l'application de la commande prédictive « bizona » consiste à suivre répétitivement les étapes suivantes :

- rechercher les profils de puissance de chauffage optimaux à injecter dans chacune des zones sur un horizon de temps donné ;
- appliquer la première séquence des profils optimaux au bâtiment réel ;
- mettre à jour l'état du bâtiment de manière à initialiser la nouvelle recherche des profils de puissance de chauffage optimaux.

Les profils de puissance de chauffage optimaux correspondent aux profils qui minimisent la facture de chauffage en considérant un tarif variable de l'électricité. Pour les déterminer, il faut résoudre un problème de commande optimal (PCO) « bizona ». Comme indiqué dans le chapitre 1, il existe plusieurs approches de résolution du problème de commande optimale bizona lorsque le profil optimal de chaque zone dépend de celui de l'autre zone. C'est-à-dire dans les deux cas de figure ci-dessous :

- cas n°1 : il existe des couplages thermiques entre les zones du fait de leur contiguïté ;
- cas n°2 : la puissance disponible est partagée entre les zones.

L'approche centralisée permet de résoudre un unique problème de commande optimale. On parlera de problème de commande optimale global ou centralisé. À l'échelle des grands systèmes, cette approche est peu recommandée pour son manque de flexibilité et des temps de calcul importants. Cette approche est cependant réalisée dans ce chapitre puisqu'elle aboutit à l'optimum global (ou centralisé) qui constitue la solution de référence.

L'approche décomposée-coordonnée consiste à diviser le problème de commande optimale bizona en deux sous-problèmes de commande optimale puis à les résoudre en parallèle (étape de décomposition). Les couplages entre les sous-problèmes, négligés pendant l'étape de décomposition, sont ensuite réintégrés au moyen d'itérations avec une étape de coordination.

L'objectif de ce chapitre consiste à adapter la méthode de résolution du problème de commande optimale monozone présentée au chapitre 2 à la résolution centralisée (cf. § 4.3) et décomposée-coordonnée (cf. § 4.4) du problème de commande optimale bizona dans le cas où il existe des couplages thermiques entre les deux zones. Plusieurs algorithmes de décomposition-coordination ont été testés puis comparés sur un exemple pédagogique (cf. § 4.5). L'algorithme de décomposition-coordination par les prédictions des états et des états adjoints a été retenu. Il a ensuite été comparé à l'algorithme centralisé sur un cas d'étude (cf. § 4.6). Puis la comparaison a été étendue à l'application de la commande prédictive (cf. § 4.7).

4.2 Énoncé du problème de commande optimale bizonne global

4.2.1 Critère d'optimisation

Le principe de la commande optimale est de trouver une loi de commande qui minimise (ou maximise) un critère sur un horizon de temps. Dans ce chapitre, il s'agit de minimiser la facture électrique en agissant sur les puissances de chauffages à injecter dans chacune des zones :

$$\min_{u_i \in U_{i_{ad}}} \left[J(u_1(t), u_2(t)) = \int_{t_0}^{t_f} C_{elec}(t) (u_1(t) + u_2(t)) dt \right] \quad (4.1)$$

avec :

- u_i : la puissance à injecter dans la zone i ;
- U_{ad} : l'intervalle des puissances admissibles de la zone i ;
- t_0 : l'instant initial ;
- t_f : l'instant final ;
- C_{elec} : le tarif de l'électricité ;

4.2.2 Contrainte dynamique

L'ensemble bizonne est caractérisé par le système d'équations centralisé défini au chapitre 2 et rappelé ci-dessous :

$$\begin{cases} \dot{T}(t) = A.T(t) + \sum_{i=1}^2 B_i.u_i(t) + B_{Soll}.Soll(t) \\ Y(t) = C.T(t) \end{cases} \quad (4.2)$$

avec :

- T : le vecteur d'état comportant les températures de mailles ;
- $Soll$: le vecteur des sollicitations intérieures et extérieures ;
- Y : le vecteur des sorties comportant les températures intérieures de chaque zone ;
- A, B_i, B_{Soll} et C : des matrices de dimensions appropriées reliant les températures et les sollicitations aux variations des températures et aux sorties.

Le système d'équations (4.2) représente une contrainte dynamique du problème de commande optimale. Cette contrainte assure le respect du comportement thermique dynamique de l'ensemble bizonne.

4.2.3 Contraintes d'état

Pour assurer le confort des occupants, des contraintes d'état sont considérées. Elles ont pour objectif d'assurer, à chaque instant, que la température intérieure de chaque zone est comprise entre une valeur minimale et une valeur maximale :

$$T_{min_i} \leq T_{zone_i}(t) \leq T_{max_i} \quad (4.3)$$

L'équation (4.3) peut être reformulée suivant l'état T :

$$T_{min_i} \leq C_i \cdot T(t) \leq T_{max_i} \quad (4.4)$$

4.2.4 Contraintes de commande

Les contraintes de commande caractérisent la limite des systèmes de chauffage électrique. Elles ont pour objectif d'assurer, à chaque instant, que la puissance à injecter dans chacune des zones respecte une valeur minimale et une valeur maximale :

$$u_{min_i} \leq u_i(t) \leq u_{max_i} \quad (4.5)$$

L'intervalle $[u_{min_i}, u_{max_i}]$ correspond à l'intervalle $U_{i_{ad}}$ défini au paragraphe 4.2.1.

4.3 Algorithme centralisé de résolution du problème de commande optimale bizona

L'algorithme centralisé consiste à résoudre un unique PCO qui permet d'obtenir l'optimum global. À l'instar de l'algorithme présenté par Malisani *et al.* (2016), les contraintes d'état et de commande sont intégrées au PCO bizona par pénalisation intérieure (cf. § 4.3.1). La section 4.3.2 présente l'application du principe du minimum de Pontryagin au PCO bizona pénalisé. L'algorithme de résolution centralisé est ensuite présenté dans la section 4.3.3.

4.3.1 Méthode de pénalisation intérieure

L'équation (4.4) implique quatre contraintes d'état dans le cas centralisé (une contrainte minimale et une contrainte maximale pour chacune des zones). Pour chacune des zones, s'ajoutent également deux contraintes de commande définies par l'équation (4.5). Ces contraintes sont intégrées par pénalisation intérieure (cf. chapitre 2).

Comme pour l'algorithme monozone présenté au chapitre 2, une fonction de saturation Φ est utilisée permettant d'effectuer, pour chaque zone i , le changement de variable suivant :

$$u_i = \Phi(\nu_i) \quad (4.6)$$

Ce changement de variable permet de passer d'une variation de ν_i sur l'ensemble \mathbb{R} à une variation de u_i à l'intérieur de l'ensemble U_{iad} .

L'intégration des contraintes d'état et de commande par la méthode de pénalisation intérieure conduit à la reformulation du critère d'optimisation (5.1) :

$$\begin{aligned} \min_{\nu_1, \nu_2} [J(\nu_1(t), \nu_2(t)) + \varepsilon \sum_{i=1}^2 \int_{t_0}^{t_f} [\gamma_e(C_i.T(t) - T_{min_i}) + \gamma_e(T_{max_i} - C_i.T(t)) \\ + \gamma_u(\Phi(\nu_i(t)))] dt] \end{aligned} \quad (4.7)$$

4.3.2 Application du principe du minimum de Pontryagin

L'hamiltonien du PCO centralisé pénalisé s'écrit :

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_\varepsilon(T, \nu_1, \nu_2, p) = \sum_{i=1}^2 C_{elec} \cdot \Phi(\nu_i) + p^T (A.T + \sum_{i=1}^2 B_i \cdot \Phi(\nu_i) + B_{Soll} \cdot Soll) \\ + \varepsilon \sum_{i=1}^2 [\gamma_e(C_i.T - T_{min_i}) + \gamma_e(T_{max_i} - C_i.T) + \gamma_u(\Phi(\nu_i))] \end{aligned} \quad (4.8)$$

Pour simplifier l'écriture de l'hamiltonien, le temps t est implicite dans l'équation (4.8), il restera implicite par la suite dans toutes les équations faisant intervenir l'hamiltonien.

D'après le principe du minimum de Pontryagin (cf. chapitre 1), le couple optimal (ν_1^*, ν_2^*) et la trajectoire optimale T vérifient sur $[t_0, t_f]$ les trois équations suivantes :

$$\dot{T}(t) = A.T(t) + \sum_{i=1}^2 B_i \cdot \Phi(\nu_i^*) + B_{Soll} \cdot Soll(t) \quad (4.9)$$

$$\dot{p}(t) = -A^T \cdot p(t) - \varepsilon \sum_{i=1}^2 C_i^T [\gamma_e'(C_i.T(t) - T_{min_i}) - \gamma_e'(T_{max_i} - C_i.T(t))] \quad (4.10)$$

$$\mathcal{H}_\varepsilon(T, \nu_1^*, \nu_2^*, p) = \min_{\nu_1, \nu_2} \mathcal{H}_\varepsilon(T, \nu_1, \nu_2, p) \quad (4.11)$$

avec p , l'état adjoint.

Pour obtenir ν_1^* et ν_2^* le problème de minimisation défini par l'équation (4.11) revient à résoudre pour $i = 1$ et $i = 2$:

$$\frac{\partial \mathcal{H}_\varepsilon}{\partial \nu_i} = C_{elec} \Phi'(\nu_i) + B_i^T \cdot p \cdot \Phi'(\nu_i) + \Phi'(\nu_i) \cdot \varepsilon \cdot \gamma_u(\Phi(\nu_i(t))) = 0 \quad (4.12)$$

Pour résoudre simplement (4.12), une astuce mise au point par Malisani *et al.* (2016) consiste à poser :

$$\gamma_u(\Phi(\nu_i(t))) = \sinh(\nu_i(t)) \quad (4.13)$$

ainsi,

$$\nu_i^*(t) = \sinh^{-1} \left[-\frac{1}{\varepsilon} (C_{elec}(t) + B_i^T \cdot p(t)) \right] \quad (4.14)$$

4.3.3 Description de l'algorithme centralisé

L'algorithme de résolution du problème de commande optimale centralisé, schématisé à la Figure 4.1, suit les trois étapes définies ci-dessous.

Étape 0 : initialisation

- L'état $T(t)$ est initialisé de manière à respecter les contraintes intérieures (4.4) $\forall t \in [t_0, t_f]$.
- L'état adjoint $p(t)$ est initialisé à 0 $\forall t \in [t_0, t_f]$.
- La suite décroissante $(\varepsilon_n)_{1 \leq n \leq N}$ est définie et l'on fixe $\varepsilon = \varepsilon_0$.

Étape 1 : application du principe du minimum de Pontryagin

En pratique, l'application du principe du minimum de Pontryagin est réalisé en recherchant dans un premier temps la commande optimale par minimisation de l'hamiltonien puis en résolvant le problème aux deux bouts à l'aide de la routine « *bvp5c* » du logiciel Matlab.

- Le couple optimal (u_1^*, u_2^*) est obtenu en utilisant l'équation (4.14) puis en réalisant le changement de variable (4.6).
- Le problème aux deux bouts suivant est résolu :

$$\begin{cases} \dot{T}(t) = A.T(t) + \sum_{i=1}^2 B_i.u_i^*(t) + B_{Soll}.Soll(t) \\ \dot{p}(t) = -A^T(t).p(t) - \varepsilon \sum_{i=1}^2 C_i^T [\gamma_e'(C_i.T(t) - T_{min_i}) \\ - \gamma_e'(T_{max_i} - C_i.T(t))] \end{cases} \quad (4.15)$$

avec les conditions initiale et finale suivantes :

$$\begin{cases} T(t_0) = T_0 \\ p(t_f) = 0 \end{cases} \quad (4.16)$$

Étape 2 : incrémentation de la pénalisation intérieure

- Si $n = N$, l'algorithme a convergé.
- Sinon, ε est incrémenté et l'algorithme reprend à l'étape 1 avec les nouvelles valeurs de l'état $T(t)$ et de l'état adjoint $p(t)$.

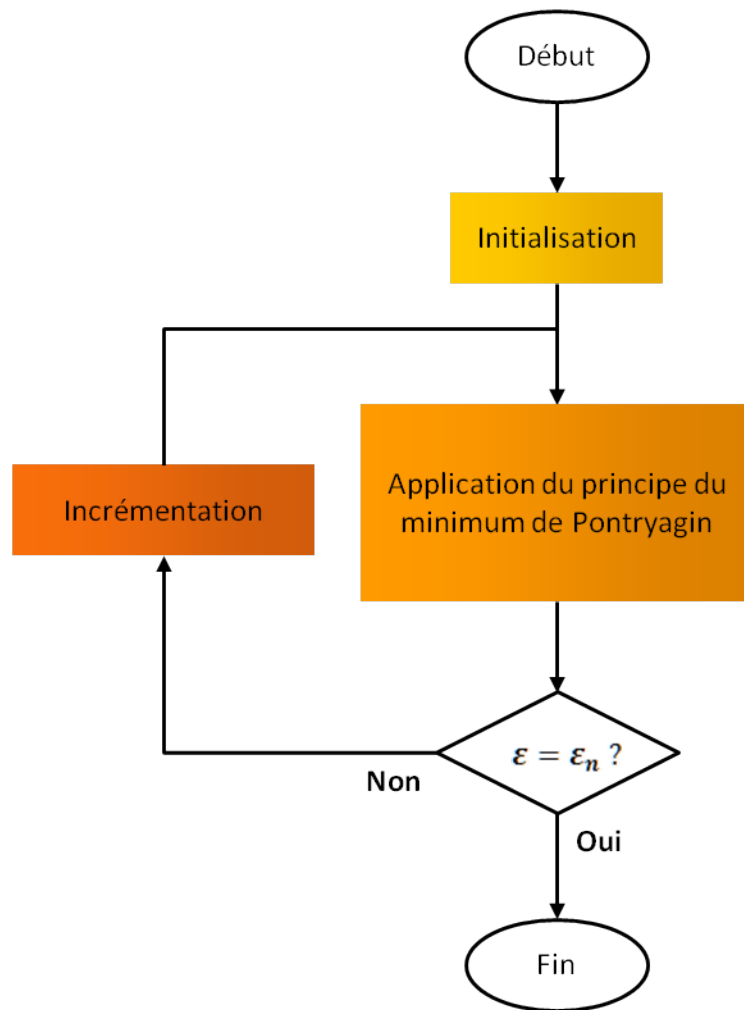


Figure 4.1 – Algorithme de résolution du PCO centralisé

4.4 Algorithmes décomposés-coordonnés de résolution du problème de commande optimale bizonne

La résolution décomposée-coordonnée constitue une alternative à la résolution centralisée. L'approche décomposée-coordonnée consiste à résoudre un PCO à l'échelle de chaque zone thermique (étape de décomposition). Les couplages, négligés pendant la phase de décomposition, sont réintégrés dans une étape de coordination. Dans ce chapitre, les couplages négligés à l'étape de décomposition sont les transferts thermiques ayant lieu entre les deux zones thermiques, au travers de la paroi les séparant.

À partir du PCO global défini au paragraphe 4.2, on cherche à obtenir deux sous-problèmes de commande optimale indépendants associés à chacune des zones thermiques. Le critère d'optimisation est naturellement décomposable entre chacune des zones, à

l'échelle des sous-problèmes de commande optimale il prend la forme suivante :

$$\min_{u_i \in U_{i_{ad}}} \left[J(u_i(t)) = \int_{t_0}^{t_f} C_{elec}(t) \cdot u_i(t) dt \right] \quad (4.17)$$

Si un critère d'optimisation local est associé à chacune des zones, l'optimum global qui minimise la facture globale reste l'objectif à atteindre avec les différents algorithmes de décomposition-coordination. Concernant les contraintes d'état et de commande définies par les équations (4.4) et (4.5), elles sont attribuées telles quelles à leurs zones respectives.

La complexité liée à la décomposition du PCO global réside dans la répartition de la dynamique définie par l'équation (4.2) entre chacune des zones. Dans le chapitre 2, le système dynamique associé à chacune des zones prend la forme appelée ci-dessous :

$$\begin{cases} \dot{T}_i(t) = A_i \cdot T_i(t) + B_{u_i} \cdot u_i(t) + B_{Soll_i} \cdot Soll_i(t) + B_{adj_j} \cdot T_{zone_j}(t) \\ Y_i(t) = C_i \cdot T_i(t) \end{cases} \quad (4.18)$$

avec j l'indice associé à la zone adjacente à la zone i .

Les systèmes dynamiques sont couplés par la variable T_{zone_j} . Dans le cadre de ces travaux, plusieurs algorithmes adoptant une approche décomposée-coordonnée ont été envisagés. Il sont présentés un à un dans cette partie.

4.4.1 Algorithme 1 : algorithme décomposé-coordonné par les prix

4.4.1.1 Énoncé du problème de commande optimale décomposé-coordonné par les prix

Le premier algorithme présenté ci-dessous reprend l'algorithme de décomposition-coordination par les prix décrit dans Carpentier et Cohen (2017). Pour rendre indépendants les systèmes dynamiques (4.18) associés à chaque zone, la variable T_{zone_j} est remplacée par une nouvelle variable de commande notée w_i . Le système d'équation associé à la zone i devient alors :

$$\begin{cases} \dot{T}_i(t) = A_i \cdot T_i(t) + B_i \cdot u_i(t) + B_{Soll_i} \cdot Soll_i(t) + B_{adj_j} \cdot w_i(t) \\ Y_i(t) = C_i \cdot T_i(t) \end{cases} \quad (4.19)$$

L'objectif de la coordination est d'assurer que l'égalité suivante (aussi appelée contrainte couplante) est respectée :

$$w_i(t) = T_{zone_j}(t) \quad \forall t \in [t_0, t_f] \quad (4.20)$$

Pour cela, des prix λ_1 et λ_2 sont introduits de manière à forcer la solution à respecter (4.20). Pour intégrer les nouveaux contrôles w_1 et w_2 par pénalisation intérieure, une fonction de saturation Ψ est également utilisée afin d'effectuer, pour chaque zone i , le changement de variable suivant :

$$w_i = \Psi(z_i) \quad (4.21)$$

et l'hamiltonien global devient :

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_\varepsilon(T_1, T_2, \nu_1, \nu_2, z_1, z_2, p_1, p_2, \lambda_1, \lambda_2) = & \sum_{i=1}^2 [C_{elec} \cdot \Phi(\nu_i) \\ & + p_i^T (A_i \cdot T_i + B_i \cdot \Phi(\nu_i) + B_{Soll_i} \cdot Soll_i + B_{adj} \cdot \Psi(z_i)) \\ & + \lambda_i (\Psi(z_i) - T_{zone_j}) + \varepsilon (\gamma_T (C_i \cdot T - T_{min_i}) \\ & + \gamma_T (T_{max_i} - C_i \cdot T) + \gamma_u (\Phi(\nu_i)) + \gamma_w (\Psi(z_i)))] \end{aligned} \quad (4.22)$$

L'optimum $(T_1^*, T_2^*, \nu_1^*, \nu_2^*, z_1^*, z_2^*, p_1^*, p_2^*, \lambda_1^*, \lambda_2^*)$ vérifie :

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_\varepsilon(T_1^*, T_2^*, \nu_1^*, \nu_2^*, z_1^*, z_2^*, p_1^*, p_2^*, \lambda_1^*, \lambda_2^*) = \\ \min_{\nu_1, \nu_2, z_1, z_2} \left[\max_{\lambda_1, \lambda_2} \mathcal{H}_\varepsilon(T_1, T_2, \nu_1, \nu_2, z_1, z_2, p_1, p_2, \lambda_1, \lambda_2) \right] \end{aligned} \quad (4.23)$$

Sous l'hypothèse d'existence d'un point selle, (4.23) devient :

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_\varepsilon(T_1^*, T_2^*, \nu_1^*, \nu_2^*, z_1^*, z_2^*, p_1^*, p_2^*, \lambda_1^*, \lambda_2^*) = \\ \max_{\lambda_1, \lambda_2} \left[\min_{\nu_1, \nu_2, z_1, z_2} \mathcal{H}_\varepsilon(T_1, T_2, \nu_1, \nu_2, z_1, z_2, p_1, p_2, \lambda_1, \lambda_2) \right] \end{aligned} \quad (4.24)$$

En particulier, le problème de minimisation suivant ν_1, ν_2, z_1 et z_2 est décomposable en deux problèmes de minimisation indépendants :

$$\begin{aligned} \min_{\nu_1, \nu_2, z_1, z_2} \mathcal{H}_\varepsilon(T_1, T_2, \nu_1, \nu_2, z_1, z_2, p_1, p_2, \lambda_1, \lambda_2) &= \min_{\nu_1, z_1} \mathcal{H}_{\varepsilon_1}(T_1, \nu_1, z_1, p_1, \lambda_1, \lambda_2) \\ &+ \min_{\nu_2, z_2} \mathcal{H}_{\varepsilon_2}(T_2, \nu_2, z_2, p_2, \lambda_1, \lambda_2) \end{aligned} \quad (4.25)$$

où $\mathcal{H}_{\varepsilon_i}$ caractérise l'hamiltonien local associé à la zone i :

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{\varepsilon_i}(T_i, \nu_i, z_i, p_i, \lambda_i, \lambda_j) &= C_{elec} \cdot \Phi(\nu_i) \\ &+ p_i^T (A_i \cdot T_i + B_i \cdot \Phi(\nu_i) + B_{Soll_i} \cdot Soll_i + B_{adj_i} \cdot \Psi(z_i)) \\ &+ \lambda_i \cdot \Psi(z_i) - \lambda_j \cdot C_i \cdot T_i \\ &+ \varepsilon (\gamma_T (C_i \cdot T - T_{min_i}) + \gamma_T (T_{max_i} - C_i \cdot T)) \\ &+ \gamma_u (\Phi(\nu_i)) + \gamma_w (\Psi(z_i)) \end{aligned} \quad (4.26)$$

La méthode de décomposition-coordination par les prix est basée sur l'algorithme d'Uzawa (1989). L'algorithme consiste à résoudre, à l'étape de décomposition, les PCO locaux. L'étape de coordination consiste alors à mettre à jour les prix λ_1 et λ_2 avec un algorithme du gradient jusqu'au respect de la contrainte couplante (4.20).

4.4.1.2 Étape de décomposition

À l'itération (k), Le problème aux deux bouts associé à l'hamiltonien (4.26) est défini par les deux équations suivantes :

$$\dot{T}_i(t) = A_i \cdot T_i(t) + B_{u_i} \cdot \Phi(\nu_i(t)) + B_{Soll_i} \cdot Soll_i + B_{adj_i} \cdot \Psi(z_i(t)) \quad (4.27)$$

$$\begin{aligned} \dot{p}_i(t) &= -A_i^T \cdot p_i(t) + \lambda_j^{(k-1)}(t) \cdot C_i^T \\ &- \varepsilon \sum_{i=1}^2 C_i^T [\gamma'_e(C_i \cdot T_i(t) - T_{min_i}) - \gamma'_e(T_{max_i} - C_i \cdot T_i(t))] \end{aligned} \quad (4.28)$$

À l'instar de ce qui a été fait dans le paragraphe 4.3.2 , les commandes optimales ν_i^* et z_i^* qui minimisent l'hamiltonien (4.26) s'écrivent :

$$\nu_i^*(t) = \sinh^{-1} \left[-\frac{1}{\varepsilon} (C_{elec}(t) + B_i^T \cdot p_i(t)) \right] \quad (4.29)$$

$$z_i^*(t) = \sinh^{-1} \left[-\frac{1}{\varepsilon} (\lambda_i^{(k-1)}(t) + B_{adj_i}^T \cdot p_i(t)) \right] \quad (4.30)$$

4.4.1.3 Étape de coordination

L'étape de coordination consiste à mettre à jour les prix λ_1 et λ_2 . À l'itération (k), la mise à jour s'effectue de la manière suivante :

$$\lambda_i^{(k)}(t) = \lambda_i^{(k-1)}(t) + \rho_\lambda \left(w_i(t) - T_{zone_j}(t) \right) \quad (4.31)$$

avec ρ_λ un pas adapté à la coordination.

4.4.1.4 Convergence

En considérant une certaine tolérance tol , l'algorithme a convergé lorsque, pour chaque zone i , la condition suivante est vérifiée :

$$\sqrt{\frac{1}{(t_f - t_0)} \int_{t_0}^{t_f} \left[w_i(t) - T_{zone_j}(t) \right]^2 dt} < tol \quad (4.32)$$

4.4.1.5 Description de l'algorithme 1

L'algorithme 1, schématisé à la Figure 4.2, suit le déroulement présenté ci-dessous.

Niveau 0 : initialisation décomposition-coordination

- Les prix $\lambda_1^{(0)}$ et $\lambda_2^{(0)}$ sont initialisés $\forall t \in [t_0, t_f]$.
- L'incrément (k) de la décomposition coordination est initialisé à 1.

Niveau 1 : décomposition

Pour chaque zone i , les étapes suivantes sont réalisées.

Étape 1 : initialisation locale

- L'état $T_i(t)$ est initialisé de manière à respecter les contraintes (4.4) $\forall t \in [t_0, t_f]$.
- L'état adjoint $p_i(t)$ est initialisé à 0 $\forall t \in [t_0, t_f]$.
- La suite décroissante $(\varepsilon_n)_{1 \leq n \leq N}$ est définie et l'on fixe $\varepsilon = \varepsilon_0$.

Étape 2 : Application du principe du minimum de Pontryagin au sous-problème i

- Le couple optimale (u_i^*, w_i^*) est obtenu en résolvant les équations (4.29) et (4.30) puis en réalisant les changements de variable (4.6) et (4.21).
- Le problème aux deux bouts à résoudre est le suivant :

$$\begin{cases} \dot{T}_i(t) = A_i.T_i(t) + B_i.u_i^*(t) + B_{Soll_i}.Soll_i(t) + B_{adj_i}.w_i^*(t) \\ \dot{p}_i(t) = -A_i^T.p_i(t) + \lambda_j^{(k-1)}(t).C_i^T \\ \quad - \varepsilon \sum_{i=1}^2 C_i^T [\gamma'_e(C_i.T_i(t) - T_{min_i}) - \gamma'_e(T_{max_i} - C_i.T_i(t))] \end{cases} \quad (4.33)$$

avec les conditions initiale et finale suivantes :

$$\begin{cases} T_i(t_0) = T_0 \\ p_i(t_f) = 0 \end{cases} \quad (4.34)$$

Étape 3 : incrémentation pénalisation intérieure

- Si $n = N$, l'algorithme passe au niveau 2.
- Sinon, ε est incrémenté et l'algorithme reprend à l'étape 1 avec les nouvelles valeurs de l'état $T_i(t)$ et de l'état adjoint $p_i(t)$.

Niveau 2 : coordination

Les prix λ_1 et λ_2 sont mis à jour à partir de l'équation (4.31).

Niveau 3 : incrémentation décomposition-coordination

- Si la condition (4.32) est atteinte, l'algorithme de décomposition-coordination a convergé.
- Sinon, l'algorithme reprend au niveau 1 avec les nouvelles valeurs des prix $\lambda_1^{(k)}$ et $\lambda_2^{(k)}$.

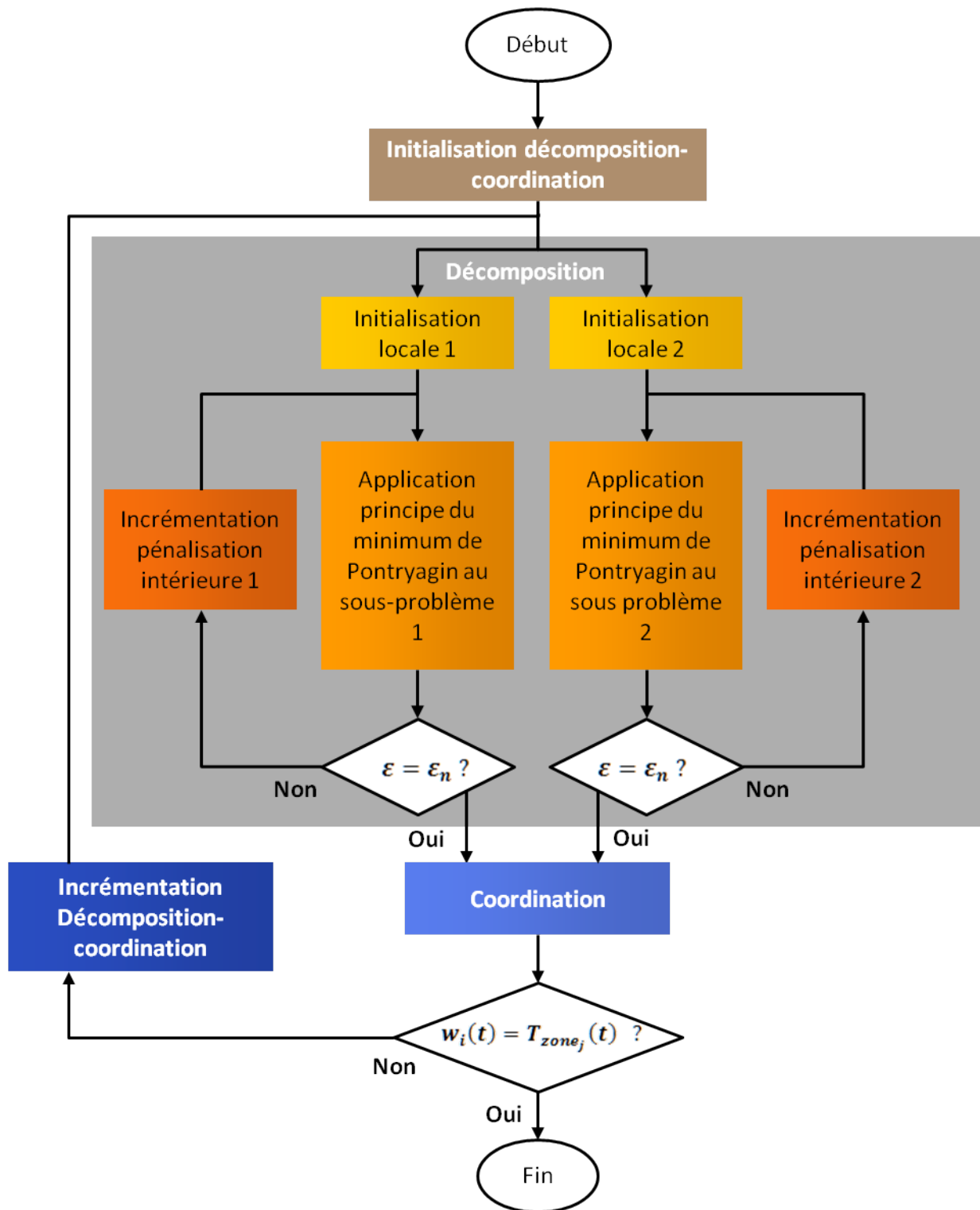


Figure 4.2 – Algorithme décomposé-coordonné par les prix

Dans l'algorithme présenté ci-dessus, la pénalisation intérieure est entièrement parcourue à chaque étape de coordination. En pratique, de manière à réduire les temps de calculs, il est possible d'incrémenter une unique fois (ou un faible nombre de fois) la pénalisation intérieure à chaque itération de décomposition-coordination (cf. Figure 4.3). Le déroulement de l'algorithme est alors le suivant :

Niveau 0 : initialisation décomposition-coordination

- Les prix $\lambda_1^{(0)}$ et $\lambda_2^{(0)}$ sont initialisés $\forall t \in [t_0, t_f]$.
- L'incrément (k) de la décomposition-coordination est initialisé à 1.

Niveau 1 : décomposition

Pour chaque zone i , les étapes suivantes sont réalisées :

Étape 1 : initialisation locale

- L'état $T_i(t)$ est initialisé de manière à respecter les contraintes (4.4) $\forall t \in [t_0, t_f]$.
- L'état adjoint $p_i(t)$ est initialisé à 0, $\forall t \in [t_0, t_f]$.
- La suite décroissante $(\varepsilon_n)_{1 \leq n \leq N}$ est définie et l'on fixe $\varepsilon = \varepsilon_0$.

Étape 2 : Application du principe du minimum de Pontryagin au sous-problème i

- Le couple optimal (u_i^*, w_i^*) est obtenu en résolvant les équations (4.29) et (4.30) puis en réalisant les changements de variable (4.6) et (4.21).
- Le problème aux deux bouts à résoudre est le suivant :

$$\begin{cases} \dot{T}_i(t) = A_i \cdot T_i(t) + B_i \cdot u_i^*(t) + B_{Soll_i} \cdot Soll_i(t) + B_{adj_i} \cdot w_i^*(t) \\ \dot{p}_i(t) = -A_i^T \cdot p_i(t) + \lambda_j^{(k-1)}(t) \cdot C_i^T \\ \quad - \varepsilon \sum_{i=1}^2 C_i^T [\gamma'_e(C_i \cdot T_i(t) - T_{min_i}) - \gamma'_e(T_{max_i} - C_i \cdot T_i(t))] \end{cases} \quad (4.35)$$

avec les conditions initiale et finale suivantes :

$$\begin{cases} T_i(t_0) = T_0 \\ p_i(t_f) = 0 \end{cases} \quad (4.36)$$

Niveau 2 : coordination

Les prix λ_1 et λ_2 sont mis à jour à partir de l'équation (4.31).

Niveau 3 : incrémentation décomposition-coordination

- Si la condition (4.32) est atteinte et si $n = N$, l'algorithme de décomposition-coordination par les prix a convergé.
- Sinon, l'algorithme passe au niveau 4.

Niveau 4 : incrémentation pénalisation intérieure

- Si $n = N$, l'algorithme reprend à l'étape 2 du niveau 1 avec les nouvelles valeurs des états $T_i(t)$, des états adjoints $p_i(t)$ et des prix $\lambda_1^{(k)}$ et $\lambda_2^{(k)}$.
- Sinon, ε est incrémenté et l'algorithme reprend à l'étape 2 du niveau 1 avec les nouvelles valeurs des états $T_i(t)$, des états adjoints $p_i(t)$ et des prix $\lambda_1^{(k)}$ et $\lambda_2^{(k)}$.

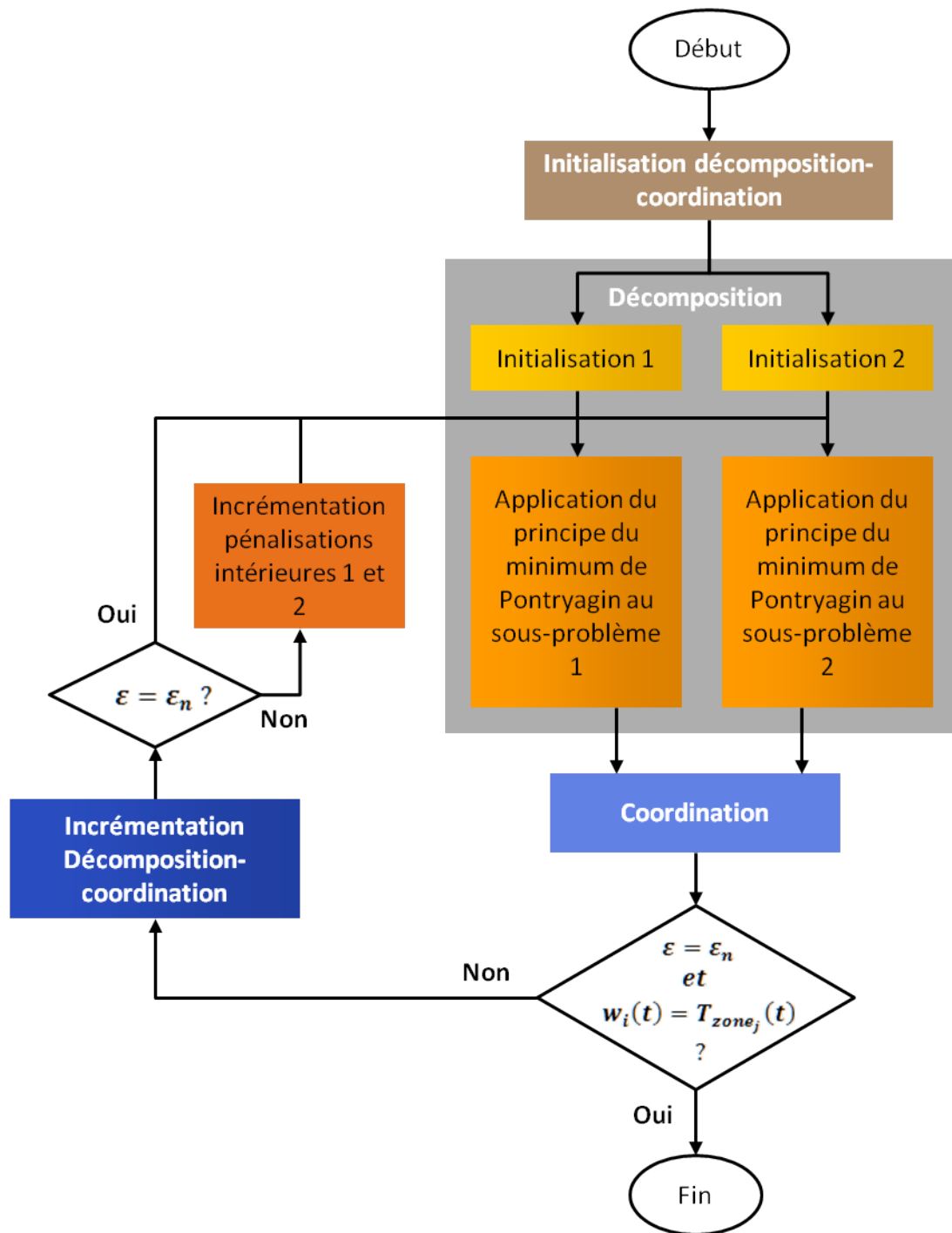


Figure 4.3 – Algorithme décomposé-coordonné par les prix avec incrémentation de la pénalisation intérieure à chaque itération de la décomposition-coordination

4.4.2 Algorithme 2 : algorithme décomposé-coordonné par relaxation de l'estimation de la température de la zone adjacente

4.4.2.1 Énoncé du problème de commande optimale décomposé-coordonné par relaxation de l'estimation de la température de la zone adjacente

Cette méthode permet de s'abstenir, dans le cas de couplage entre les dynamiques des sous-systèmes, de l'introduction de nouvelles variables de contrôle comme ce fut le cas pour l'algorithme 1. Ainsi, les variables de la dynamique de la zone i qui dépendent de la zone adjacente j sont estimées par le coordinateur.

Plus concrètement, on considère dans cet algorithme que la valeur sur $[t_0, t_f]$ des températures adjacentes T_{zone_j} est estimée à l'étape de coordination. Ainsi, à l'itération (k) de l'algorithme de décomposition-coordination, la valeur sur $[t_0, t_f]$ des températures adjacentes $T_{zone_j}^{(k-1)}$ est utilisée comme entrée du système dynamique de la zone i :

$$\begin{cases} \dot{T}_i(t) = A_i.T_i(t) + B_{u_i}.u_i(t) + B_{Soll_i}.Soll_i(t) + B_{adj_i}.T_{zone_j}^{(k-1)}(t) \\ Y_i(t) = C_i.T_i(t) \end{cases} \quad (4.37)$$

À la différence de la décomposition-coordination par les prix, chaque zone est régie par l'unique contrôle u_i . L'hamiltonien global prend la forme suivante :

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{\varepsilon_i}(T_i, \nu_i, p_i) &= \sum_{i=1}^2 [C_{elec}\Phi(\nu_i) + p_i^T(A_i.T_i + B_{u_i}.\Phi(\nu_i) \\ &+ B_{Soll_i}.Soll_i + B_{adj_i}.T_{zone_j}^{(k-1)}) \\ &+ \varepsilon [\gamma_e(C_i.T - T_{min_i}) + \gamma_e(T_{max_i} - C_i.T) + \gamma_u(\Phi(\nu_i))] \end{aligned} \quad (4.38)$$

4.4.2.2 Étape de décomposition

L'hamiltonien (4.38) est décomposable en deux hamiltoniens associés à chacune des zones i :

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{\varepsilon_i}(T_i, \nu_i, p_i) &= C_{elec}\Phi(\nu_i) + p_i^T(A_i.T_i + B_{u_i}.\Phi(\nu_i) + B_{Soll_i}.Soll_i + B_{adj_i}.T_{zone_j}^{(k-1)}) \\ &+ \varepsilon [\gamma_e(C_i.T - T_{min_i}) + \gamma_e(T_{max_i} - C_i.T) + \gamma_u(\Phi(\nu_i))] \end{aligned} \quad (4.39)$$

Le problème aux deux bouts à résoudre est défini par les deux équations suivantes :

$$\dot{T}_i(t) = A_i.T_i(t) + B_{u_i}.\Phi(\nu_i(t)) + B_{Soll_i}.Soll_i(t) + B_{adj_i}.T_{zone_j}^{(k-1)}(t) \quad (4.40)$$

$$\dot{p}(t) = -A_i^T(t).p_i(t) - \varepsilon.C_i^T[\gamma_e'(C_i.T_i(t) - T_{min_i}) - \gamma_e'(T_{max_i} - C_i.T_i(t))] \quad (4.41)$$

À l'instar de ce qui a été fait dans le paragraphe 4.3.2, la commande optimale ν_i^* minimisant l'hamiltonien (4.39) en ν_i vérifie l'équation suivante :

$$\nu_i^*(t) = \sinh^{-1} \left[-\frac{1}{\varepsilon} (C_{elec}(t) + B_i^T \cdot p_i(t)) \right] \quad (4.42)$$

4.4.2.3 Étape de coordination

Pour chaque zone i , la température $T_{zone_i}^{(k)}$ à fournir à la zone voisine à l'itération $(k+1)$ est mise à jour de la manière suivante :

$$T_{zone_i}^{(k)}(t) = T_{zone_i}^{(k-1)}(t) + \rho_T (C_i \cdot T_i(t) - T_{zone_i}^{(k-1)}(t)) \quad (4.43)$$

avec ρ_T un pas adapté à la coordination.

4.4.2.4 Convergence

En considérant une certaine tolérance tol , l'algorithme a convergé lorsque :

$$\sqrt{\frac{1}{(t_f - t_0)} \int_{t_0}^{t_f} [C_i \cdot T_i(t) - T_{zone_i}^{(k-1)}(t)]^2 dt} < tol \quad (4.44)$$

Les résultats obtenus sont comparés avec ceux de l'algorithme centralisé sur un exemple pédagogique dans la partie 4.5.

4.4.2.5 Description de l'algorithme 2

Comme pour l'algorithme 1, la pénalisation intérieure est incrémentée à chaque itération de l'algorithme de décomposition-coordination. L'algorithme 2, schématisé à la figure 4.4, suit le déroulement suivant :

Niveau 0 : initialisation décomposition-coordination

- L'incrément de la décomposition coordination (k) est initialisé à 1.
- $T_{zone_1}^{(0)}$ et $T_{zone_2}^{(0)}$ qui représentent respectivement des entrées de la zone 2 et de la zone 1, sont initialisées de manière à respecter les contraintes (4.4) $\forall t \in [t_0, t_f]$.

Niveau 1 : décomposition

Pour chaque zone i , les étapes suivantes sont réalisées.

Étape 1 : initialisation locale

- L'état $T_i(t)$ est initialisé de manière à respecter les contraintes (4.4) $\forall t \in [t_0, t_f]$.
- L'état adjoint $p_i(t)$ est initialisé à 0 $\forall t \in [t_0, t_f]$.
- La suite décroissante $(\varepsilon_n)_{1 \leq n \leq N}$ est définie et l'on fixe $\varepsilon = \varepsilon_0$.

Étape 2 : application du principe du minimum de Pontryagin

- La commande optimale u_i^* est obtenue en résolvant l'équation (4.42) puis en réalisant le changement de variable (4.6).
- Le problème aux deux bouts à résoudre est le suivant :

$$\begin{cases} \dot{T}_i(t) = A_i \cdot T_i(t) + B_i \cdot u_i^*(t) + B_{Soll_i} \cdot Soll_i(t) + B_{adj_i} \cdot T_{zone_j}^{(k-1)}(t) \\ \dot{p}_i(t) = -A_i^T \cdot p_i(t) \\ \quad - \varepsilon \sum_{i=1}^2 C_i^T [\gamma_e'(C_i \cdot T_i(t) - T_{mini}) - \gamma_e'(T_{max_i} - C_i \cdot T_i(t))] \end{cases} \quad (4.45)$$

avec les conditions initiales et finales suivantes :

$$\begin{cases} T_i(t_0) = T_0 \\ p_i(t_f) = 0 \end{cases} \quad (4.46)$$

Niveau 2 : coordination

T_{zone_1} et T_{zone_2} sont mis à jour à partir de l'équation (4.43).

Niveau 3 : incrémentation décomposition-coordination

- Si la condition (4.44) est atteinte et si $n = N$, l'algorithme de décomposition-coordination a convergé.
- Sinon, l'algorithme passe au niveau 4.

Étape 4 : incrémentation pénalisation intérieure

- Si $n = N$, l'algorithme reprend à l'étape 2 du niveau 1 avec les nouvelles valeurs des états $T_i(t)$, des états adjoints $p_i(t)$ et des températures $T_{zone1}^{(k)}$ et $T_{zone2}^{(k)}$.
- Sinon, ε est incrémenté et l'algorithme reprend à l'étape 2 du niveau 1 avec les nouvelles valeurs des états $T_i(t)$, des états adjoints $p_i(t)$ et des températures $T_{zone1}^{(k)}$ et $T_{zone2}^{(k)}$.

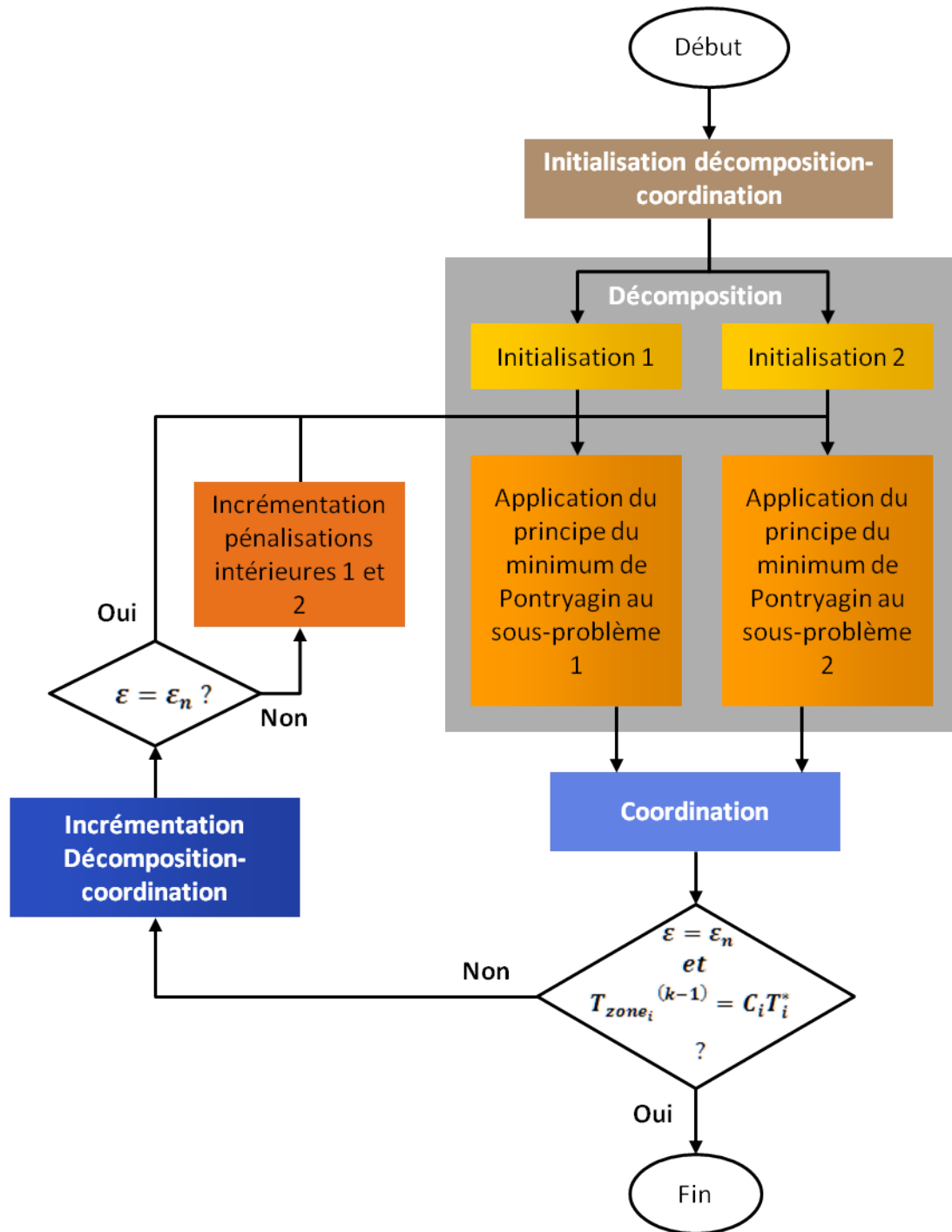


Figure 4.4 – Algorithme décomposé-coordonné par relaxation de l’estimation de la température de la zone adjacente

4.4.3 Algorithme 3 : algorithme décomposé-coordonné par les prédictions

4.4.3.1 Énoncé du problème de commande optimale décomposée-coordonnée par les prédictions

L'algorithme de décomposition-coordination par les prédictions a été défini au chapitre 1 dans le cas général de l'existence de variables d'interconnexion (cf. § 1.5.5.4). Pour expliciter l'algorithme dans le cas de l'existence de couplages thermiques entre deux zones, T_{zone_j} est remplacée par son expression en fonction du vecteur des températures de la zone adjacente T_j dans le système d'équations (4.18) :

$$T_{zone_j}(t) = C_j \cdot T_j(t) \quad (4.47)$$

on obtient :

$$\begin{cases} \dot{T}_i(t) = A_i \cdot T_i(t) + B_{u_i} \cdot \Phi(\nu_i(t)) + B_{Soll_i} \cdot Soll_i(t) + B_{adj_i} \cdot C_j \cdot T_j(t) \\ Y_i(t) = C_i \cdot T_i(t) \end{cases} \quad (4.48)$$

L'hamiltonien global prend alors la forme suivante :

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_\varepsilon(T_1, T_2, \nu_1, \nu_2, p_1, p_2) = & \sum_{i=1}^2 [C_{elec} \cdot \Phi(\nu_i) \\ & + p_i^T (A_i \cdot T_i + B_i \cdot \Phi(\nu_i) + B_{Soll_i} \cdot Soll_i + B_{adj_i} \cdot C_j \cdot T_j) \\ & + \varepsilon (\gamma_e (C_i \cdot T_i - T_{min_i}) + \gamma_e (T_{max_i} - C_i \cdot T_i) \\ & + \gamma_u (\Phi(\nu_i))) \end{aligned} \quad (4.49)$$

et l'écriture du problème aux deux bouts global est caractérisée par les deux équations suivantes :

$$\dot{T}_i(t) = A_i \cdot T_i(t) + B_i \cdot \Phi(\nu_i(t)) + B_{Soll_i} \cdot Soll_i(t) + B_{adj_i} \cdot C_j \cdot T_j(t) \quad (4.50)$$

$$\begin{aligned} \dot{p}_i(t) = & - A_i^T \cdot p_i(t) - (B_{adj_j} \cdot C_i)^T \cdot p_j(t) \\ & - \varepsilon \cdot C_i^T [\gamma'_e (C_i \cdot T_i(t) - T_{min_i}) - \gamma'_e (T_{max_i} - C_i \cdot T_i(t))] \end{aligned} \quad (4.51)$$

Ainsi, l'équation (4.51) montre que la dynamique de l'état adjoint de la zone i (\dot{p}_i) dépend de l'état adjoint de la zone j (p_j). À l'itération (k) de l'algorithme de décomposition-coordination, les valeurs sur $[t_0, t_f]$ de la température adjacente $T_{zone_j}^{(k-1)}$ et de l'état adjoint adjacent $p_j^{(k-1)}$ sont utilisées en entrée du problème au deux bouts associé à la zone i .

Pour faire le lien avec la théorie présentée dans le chapitre 1, l'état adjoint de la zone adjacente (p_j) (respectivement la température de la zone adjacente T_{zone_j}) peut être assimilé au prix envoyé à la zone i (respectivement à la quantité envoyée à la zone i) pendant l'étape de décomposition.

4.4.3.2 Étape de décomposition

Le problème aux deux bouts est défini par les équations suivantes :

$$\dot{T}_i(t) = A_i.T_i(t) + B_i.\Phi(\nu_i(t)) + B_{Soll_i}.Soll_i(t) + B_{adj_i}.T_{zone_j}^{(k-1)}(t) \quad (4.52)$$

$$\begin{aligned} \dot{p}_i(t) = & -A_i^T.p_i(t) - (B_{adj_j}.C_i)^T.p_j^{(k-1)}(t) \\ & - \varepsilon.C_i^T [\gamma'_e(C_i.T_i(t) - T_{min_i}) - \gamma'_e(T_{max_i} - C_i.T_i(t))] \end{aligned} \quad (4.53)$$

La commande optimale ν_i^* minimisant l'hamiltonien ne change pas par rapport à l'algorithme 2. Elle vaut :

$$\nu_i^*(t) = \sinh^{-1} \left[-\frac{1}{\varepsilon} (C_{elec}(t) + B_i^T.p_i(t)) \right] \quad (4.54)$$

4.4.3.3 Étape de coordination

Pour chaque zone i , en plus de la mise à jour de la température de la zone adjacente (4.43), l'état adjoint est mis à jour de la manière suivante :

$$p_i^{(k)}(t) = p_i^{(k-1)}(t) + \rho_p(p_i(t) - p_i^{(k-1)}(t)) \quad (4.55)$$

avec ρ_p un pas adapté à la coordination.

4.4.3.4 Convergence

En considérant les tolérances tol_T et tol_p , l'algorithme a convergé lorsque :

$$\sqrt{\frac{1}{(t_f - t_0)} \int_{t_0}^{t_f} [C_i.T_i(t) - T_{zone_i}^{(k-1)}(t)]^2 dt} < tol_T \quad (4.56)$$

et

$$\sqrt{\frac{1}{(t_f - t_0)} \int_{t_0}^{t_f} [p_i(t) - p_i^{(k-1)}(t)]^2 dt} < tol_p \quad (4.57)$$

Les résultats de la comparaison de l'algorithme 3 avec l'algorithme centralisé sont présentés dans la partie 4.5.

4.4.3.5 Description de l'algorithme 3

L'algorithme 3, schématisé à la Figure 4.5, est le suivant :

Niveau 0 : initialisation décomposition-coordination

- L'incrément de la décomposition coordination (k) est initialisé à 1.
- $T_{zone_1}^{(0)}$ et $T_{zone_2}^{(0)}$ qui représentent respectivement des entrées de la zone 2 et de la zone 1, sont initialisées de manière à respecter les contraintes (4.4) $\forall t \in [t_0, t_f]$.
- $p_1^{(0)}$ et $p_2^{(0)}$ qui représentent respectivement des entrées de la zone 2 et de la zone 1, sont initialisées à 0, $\forall t \in [t_0, t_f]$.

Niveau 1 : décomposition

Pour chaque zone i , les étapes suivantes sont réalisées :

Étape 1 : initialisation locale

- L'état $T_i(t)$ est initialisé de manière à respecter les contraintes (4.4) $\forall t \in [t_0, t_f]$.
- L'état adjoint $p_i(t)$ est initialisé à 0, $\forall t \in [t_0, t_f]$.
- La suite décroissante $(\varepsilon_n)_{1 \leq n \leq N}$ est définie et l'on fixe $\varepsilon = \varepsilon_0$.

Étape 2 : application du principe du minimum de Pontryagin

- La commande optimale u_i^* est obtenue en résolvant l'équation (4.42) puis en réalisant le changement de variable (4.6).
- Le problème aux deux bouts à résoudre est le suivant.

$$\begin{cases} \dot{T}_i(t) = A_i \cdot T_i(t) + B_i \cdot u_i^*(t) + B_{Soll_i} \cdot Soll_i(t) + B_{adj_i} \cdot T_{zone_j}^{(k-1)}(t) \\ \dot{p}_i(t) = -A_i^T \cdot p_i(t) - (B_{adj_j} \cdot C_i)^T \cdot p_j^{(k-1)}(t) \\ - \varepsilon \sum_{i=1}^2 C_i^T [\gamma_e'(C_i \cdot T_i(t) - T_{min_i}) - \gamma_e'(T_{max_i} - C_i \cdot T_i(t))] \end{cases} \quad (4.58)$$

avec les conditions initiales et finales suivantes :

$$\begin{cases} T_i(t_0) = T_0 \\ p_i(t_f) = 0 \end{cases} \quad (4.59)$$

Niveau 2 : coordination

T_{zone_1} et T_{zone_2} sont mises à jour à partir de l'équation (4.43); p_1 et p_2 sont mis à jour à partir de l'équation (4.55).

Niveau 3 : incrémentation décomposition-coordination

- Si les conditions (4.56) et (4.57) sont atteintes et si $n = N$, l'algorithme de décomposition-coordination a convergé.
- Sinon, l'algorithme passe au niveau 4.

Étape 4 : incrémentation pénalisation intérieure

- Si $n = N$, l'algorithme reprend à l'étape 2 du niveau 1 avec les nouvelles valeurs des états $T_i(t)$, des états adjoints $p_i(t)$ et des températures T_{zone_1} et T_{zone_2} .
- Sinon, ε est incrémenté et l'algorithme reprend à l'étape 2 du niveau 1 avec les nouvelles valeurs des états $T_i(t)$, des états adjoints $p_i(t)$ et des températures T_{zone_1} et T_{zone_2} .

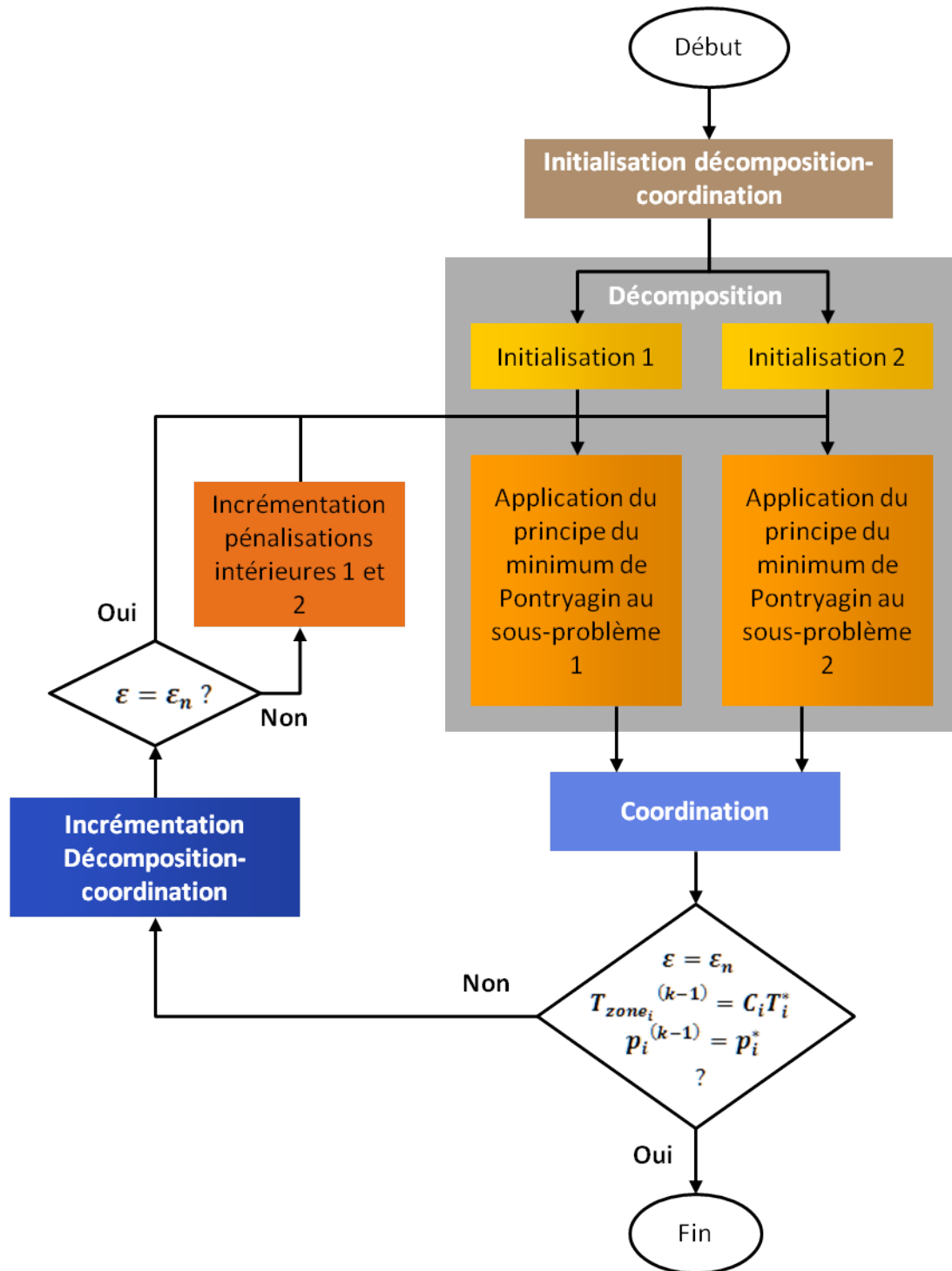


Figure 4.5 – Algorithme décomposé-coordonné par les prédictions

4.5 Comparaison des algorithmes sur un exemple pédagogique

Avant de passer à un cas d'étude complexe, l'intérêt de cette partie est de comparer les différents algorithmes de décomposition-coordination sur un exemple simple dit « pédagogique » afin d'identifier l'algorithme le plus adapté.

4.5.1 Présentation de l'exemple pédagogique

L'exemple pédagogique utilisé est constitué de deux zones :

- une zone bureaux orientée nord d'une surface de 50 m^2 ;
- une zone logements orientée sud d'une surface de 50 m^2 .

4.5.1.1 Définition du modèle

Le modèle bizonne utilisé pour l'algorithme centralisé est décomposé en 5 mailles (cf. Figure 4.6) :

- 1 : la maille pour la paroi séparant la zone bureaux de l'extérieur ;
- 2 : la maille d'air associée à la zone bureaux ;
- 3 : la maille pour la paroi séparant les deux zones ;
- 4 : la maille d'air associée à la zone logements ;
- 5 : la maille pour la paroi séparant la zone logements de l'extérieur.

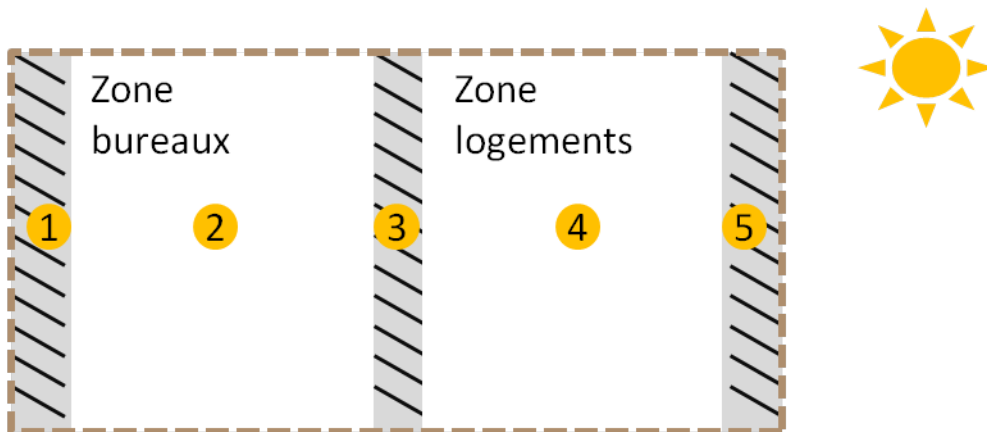


Figure 4.6 – Exemple pédagogique : modèle centralisé

Les modèles de zones utilisés pour les algorithmes décomposés-coordonnés sont décomposés en 3 mailles :

- la maille pour la paroi séparant la zone considérée de l'extérieur ;

- la maille d'air associée à la zone considérée ;
- la maille pour la paroi séparant les deux zones.

Les zones thermiques se superposent au niveau de la paroi intermédiaire, cela est visible sur la Figure 4.7.

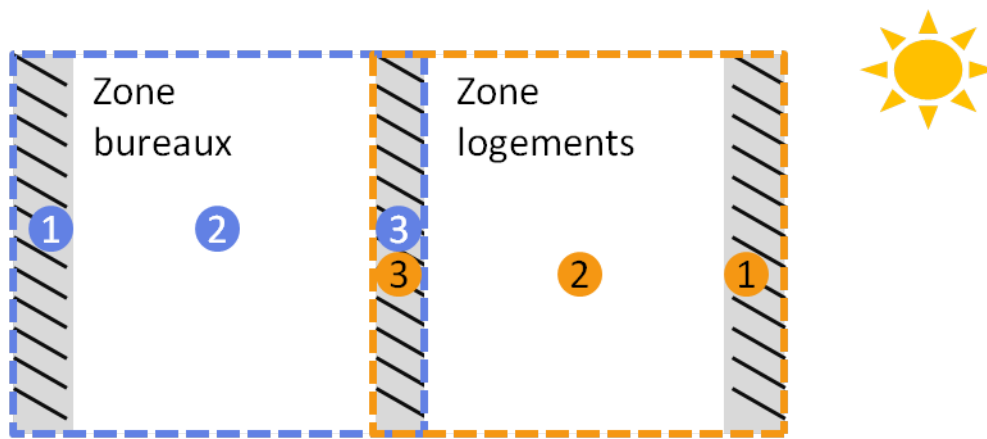


Figure 4.7 – Exemple pédagogique : modèle décomposé-coordonné

4.5.1.2 Sollicitations extérieures

Les conditions météorologiques utilisées sont celles d'une semaine froide de la zone H1a (zone thermique de la réglementation thermique correspondant à la partie nord de la France). L'horizon temporel considéré pour cet exemple est arbitrairement fixé à trois jours. Le profil de température extérieure et les gains solaires sur cet horizon sont présentés à la Figure 4.8.

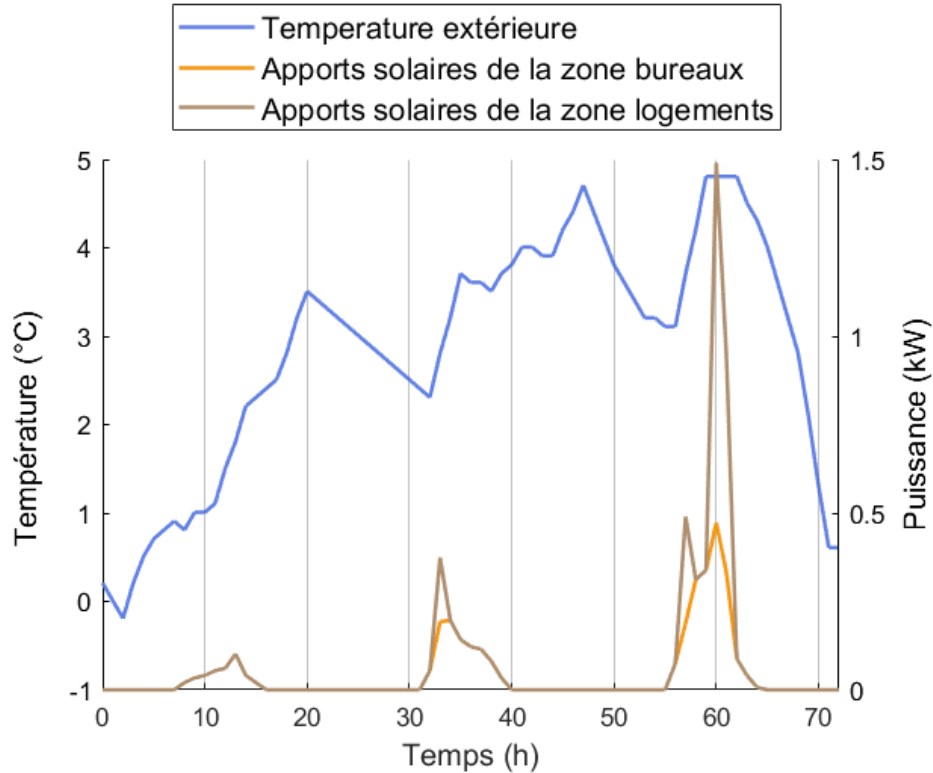


Figure 4.8 – Sollicitations extérieures

4.5.1.3 Sollicitations intérieures

Les apports internes regroupent la puissance dissipée par les appareils électriques et la chaleur métabolique des occupants. Les apports internes utilisés pour ce cas d'étude sont tirés des scénarios hebdomadaires de puissances dissipées par les appareils électriques et d'occupation de la méthode TH-BCE pour un usage de bureau et un usage résidentiel. La chaleur métabolique des occupants est déduite du scénario d'occupation en considérant que la chaleur métabolique de chaque occupant s'élève à 80 W. Les scénarios d'apports internes des deux zones sont présentés à la Figure 4.9.

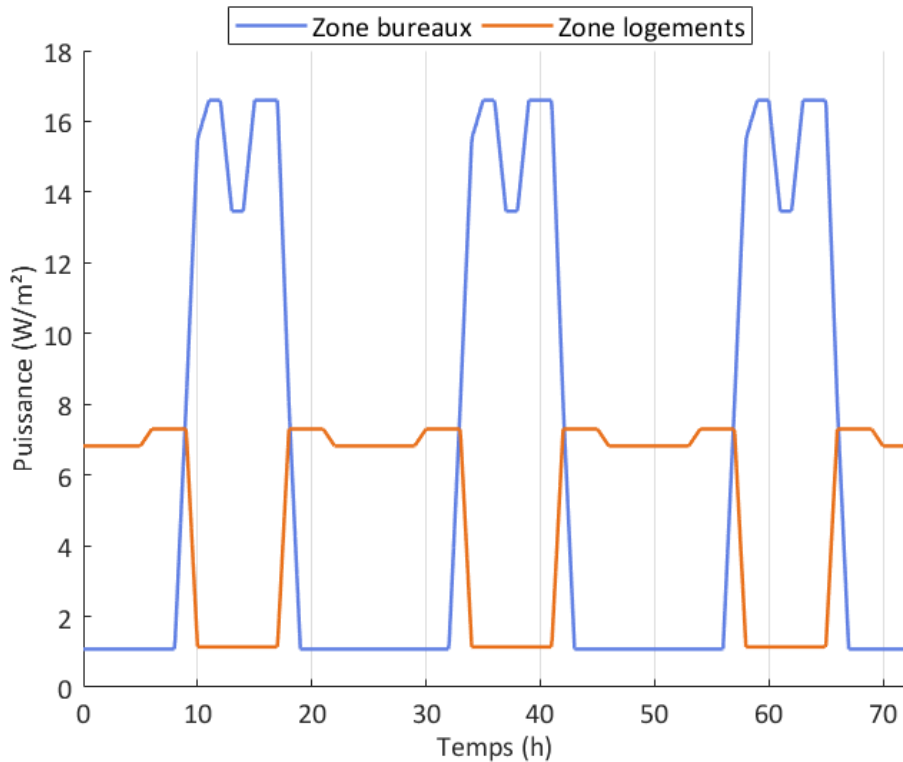


Figure 4.9 – Sollicitations intérieures

4.5.1.4 Contraintes

Comme mentionné dans la section 4.2, deux types de contraintes sont considérées :

- les contraintes d'état pour assurer le confort des occupants ;
- les contraintes de commande pour prendre en compte la limitation des systèmes.

En ce qui concerne les contraintes d'état, la température de consigne (T_{min}), lorsque la zone est occupée, est de 21 °C pour la zone bureaux et 23 °C pour la zone logements. Pendant les périodes inoccupées, une consigne à 16 °C est appliquée quelle que soit la zone considérée. La figure 4.10 récapitule la variation des consignes de température minimales pendant la semaine considérée, en sachant que, sur les trois jours d'optimisation :

- la zone bureaux est occupée de 9h à 19h.
- la zone logement est occupée de 17h à 10h.

Quant à la limite de température haute (T_{max}), elle ne varie par d'une période d'occupation à une période inoccupation et est prise égale à la température de consigne d'occupation à laquelle sont ajoutés 5 °C (soit 26 °C pour la zone bureaux et 28 °C pour la zone logements).

Enfin, on considère que la puissance disponible pour chacune des zones s'élève à 20 kW.

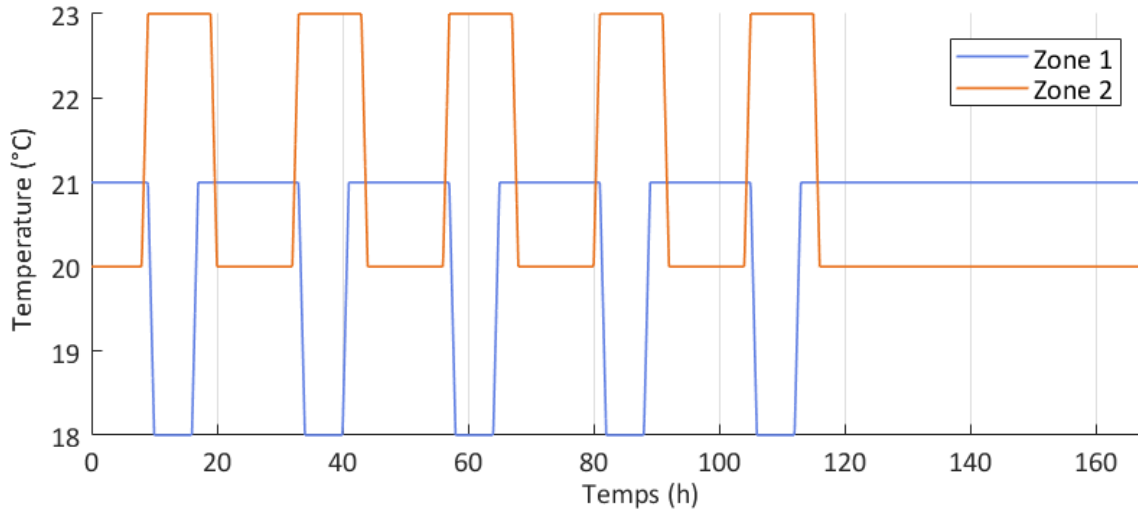


Figure 4.10 – Consignes de température minimales des zones bureaux (1) et logements (2)

4.5.1.5 Tarification de l'électricité

Les tarifs de l'électricité sont identiques à ceux utilisés dans le chapitre 3, ils sont rappelés dans le Tableau 4.1.

Tableau 4.1 – Tarifs de l'électricité

	Heures creuses	Heures pleines	Heures de pointe
Horaires	0h-9h	9h-17h/22h-0h	17h-22h
Prix du kWh en €	0,0864	0,1275	0,2550

4.5.1.6 Implémentation et paramétrage des algorithmes centralisé et décomposés-coordonnés

Les caractéristiques de l'ordinateur utilisé pour l'implémentation des deux algorithmes sont les suivantes :

- système d'exploitation : Windows 7 professionnel ;
- fréquence : 2,80 GHz ;
- RAM : 32 Go ;
- nombre de cœurs : 8.

Pour déterminer la valeur initiale de l'état centralisé simplifié T , indispensable à l'initialisation des algorithmes centralisé et décomposé-coordonné de commande optimale

(cf. § 4.3 et § 4.4), le modèle centralisé complet est simulé avec les sollicitations correspondant aux trois semaines qui précèdent la semaine utilisée pour la gestion énergétique. Dans le cadre de cette simulation, aucune stratégie d'effacement de la consommation n'est recherchée et un calcul idéal des besoins de chauffage est réalisé. Il s'agit de déterminer les profils de puissances à injecter dans chacune des zones qui permettent de respecter les températures de consigne minimales. Les profils de température de zone sont également déduits.

En ce qui concerne la méthode de pénalisation intérieure employée pour les deux approches, la fonction de pénalisation considérée est la suivante :

$$\gamma(s) = \begin{cases} s^{-1,1} \forall s > 0 \\ 0 \text{ sinon} \end{cases} \quad (4.60)$$

La suite décroissante $(\varepsilon_n)_{1 \leq n \leq N}$ est définie de manière à faire varier ε_n de 10^{-4} à 10^{-6} . Le logiciel Matlab est utilisé et plus particulièrement la routine « *bvp5c* » permet de résoudre les problèmes aux deux bouts selon une méthode de collocation pour les deux approches centralisée et décomposée-cordonnée.

4.5.2 Résultats de la comparaison des algorithmes

L'horizon d'optimisation pris en compte est de trois jours. Les résultats présentés dans cette section concernent uniquement les deux premiers jours. Le troisième jour n'est pas conservé car un effet de bord, lié à l'impossibilité d'anticiper le jour suivant, est observé. La Figure 4.11 permet de comparer les profils de puissance optimaux associés à la zone bureaux obtenus avec l'algorithme centralisé et les algorithmes décomposés-coordonnés 1, 2 et 3. Il en est de même pour la Figure 4.12 qui concerne les profils de puissance optimaux associés à la zone logements. La Figure 4.13 permet de comparer les profils de température résultant de l'application des profils de puissance optimaux associés à la zone bureaux obtenus avec l'algorithme centralisé et les algorithmes décomposés-coordonnés 1, 2 et 3. Il en est de même pour la Figure 4.14 qui concerne les profils de température optimaux associés à la zone logements.

Quel que soit l'algorithme utilisé et la zone considérée, chaque profil de puissance caractérise un préchauffage en amont des heures pleines et de pointe. Les profils obtenus à partir des algorithmes 1 et 3 sont très proches de ceux obtenus à partir de l'algorithme centralisé. Les profils obtenus à partir de l'algorithme 2 présente davantage de différence avec ceux obtenus à partir de l'algorithme centralisé, le préchauffage en amont des heures pleines et de pointe et par conséquent l'effacement (particulièrement celui des heures pleines) y sont moindres. Ces conclusions sont appuyées par les chiffres présentés dans le

Tableau 4.2. Dans ce tableau, les résultats en termes de variation du coût et d’effacement des heures pleines et de pointe par rapport au cas où un simple suivi des consignes de température minimales (T_{min}) est réalisé sont détaillés. À 1 point près, les résultats obtenus avec les algorithmes 1 et 3 correspondent à ceux obtenus avec l’algorithme centralisé. Les écarts sont plus importants avec l’algorithme 2 notamment avec une différence de plus de 20 points sur l’effacement des heures pleines. Les temps de calcul obtenus sont également présentés dans le Tableau 4.2. Bien que plus élevés que celui de l’algorithme centralisé, les temps de calcul des algorithmes 2 et 3 sont du même ordre de grandeur. Ce qui n’est pas le cas de l’algorithme 1 qui présente un temps de calcul près de 15 fois plus élevé que celui de l’algorithme centralisé.

Pour conclure parmi les trois algorithmes décomposé-coordonné testés, le plus pertinent en terme de variation du coût, d’effacements des heures pleines et de pointe et de temps de calcul est l’algorithme 3 (décomposition-coordination par les prédictions). Pour démontrer sa pertinence par rapport à l’algorithme centralisé qui pour le moment présente une résolution plus rapide, l’algorithme 3 est comparé, dans la sous section suivante, à l’algorithme centralisé sur un cas d’étude plus réaliste que l’exemple pédagogique en terme de modélisation.

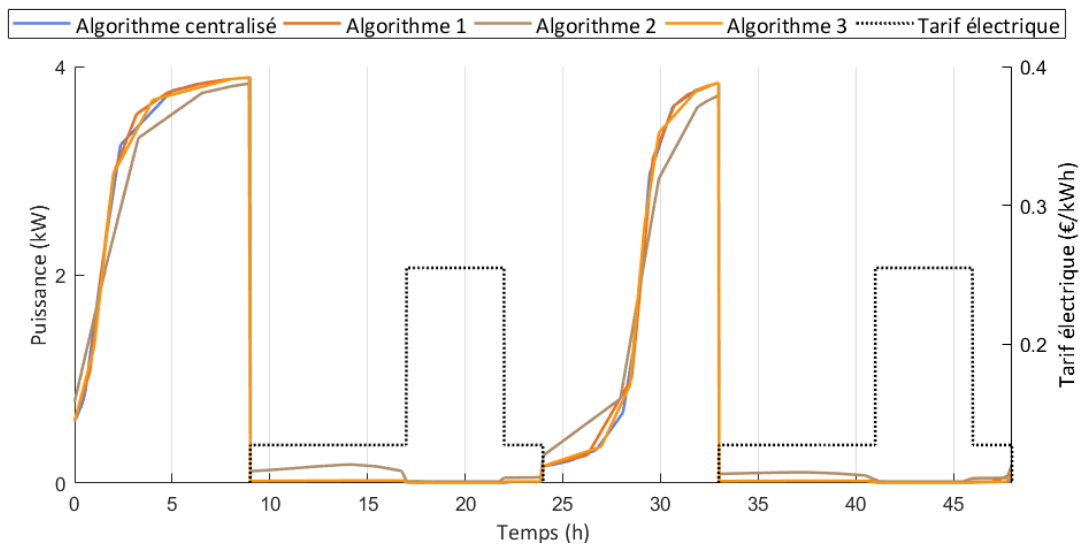


Figure 4.11 – Comparaison des profils de puissance optimaux de la zone bureaux

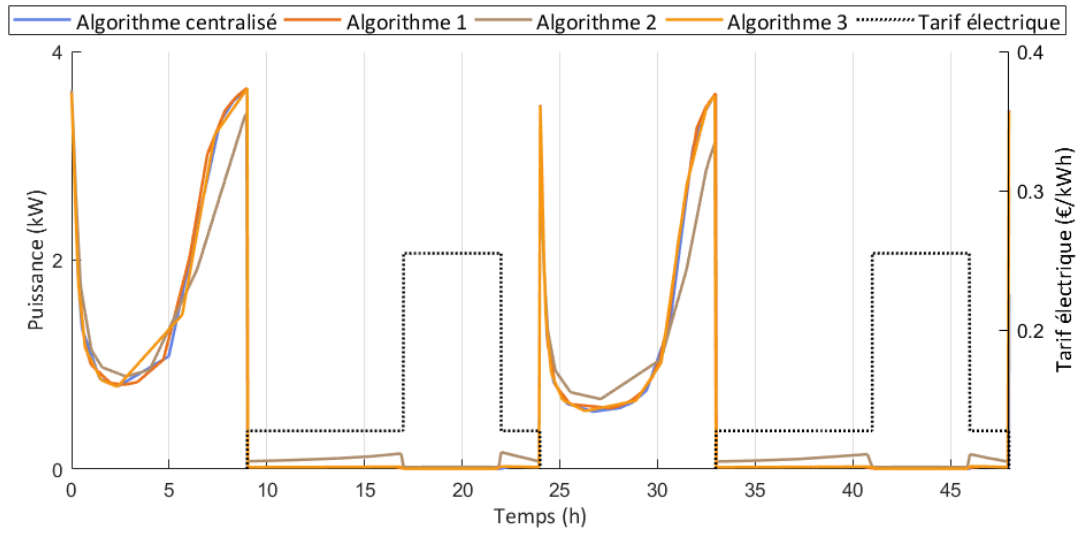


Figure 4.12 – Comparaison des profils de puissance optimaux de la zone logements

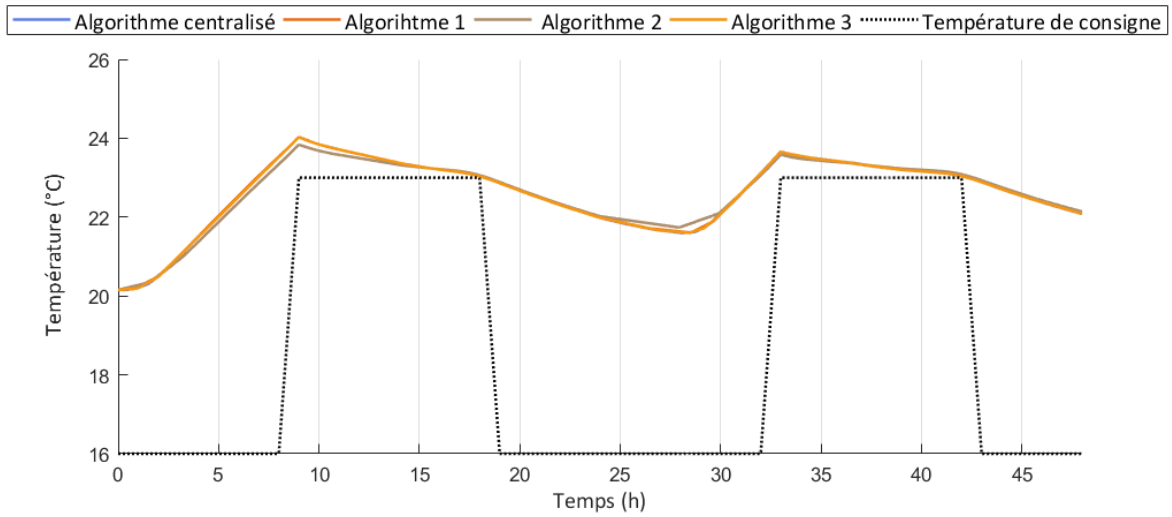


Figure 4.13 – Comparaison des profils de température résultant de l'application des profils de puissance optimaux de la zone bureaux

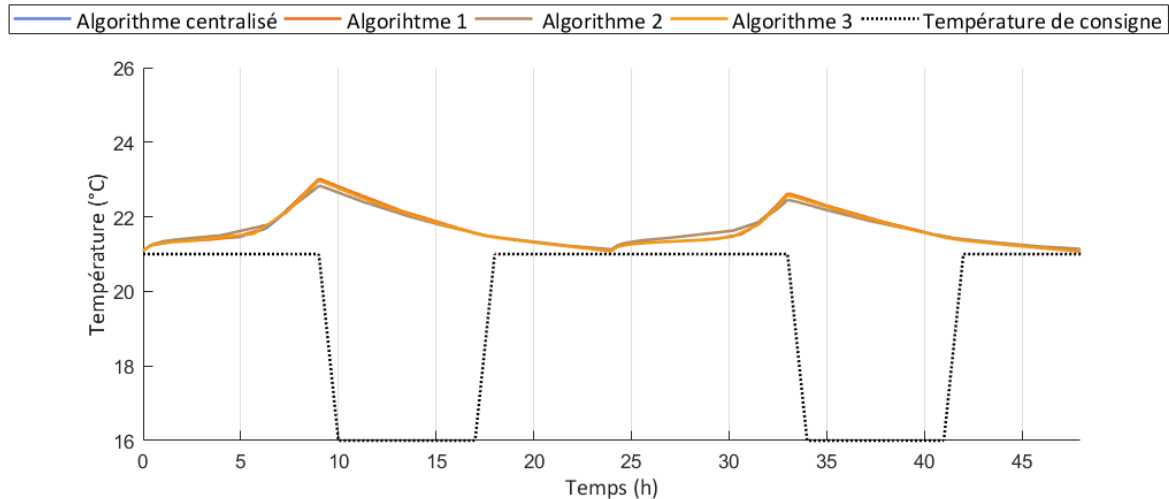


Figure 4.14 – Comparaison des profils de température résultant de l'application des profils de puissance optimaux de la zone logements

Tableau 4.2 – Résultats de la comparaison des algorithmes sur un exemple pédagogique

Algorithme	Centralisé	1	2	3
Variation du coût (%)	-24	-23	-21	-24
Effacement des heures pleines (%)	-91	-90	-69	-91
Effacement des heures de pointes (%)	-99	-99	-97	-99
Temps de calcul (min)	4	62	7	7

4.6 Application de la commande optimale bizona à un cas d'étude

4.6.1 Présentation du cas d'étude

Le cas d'étude est un bâtiment à six niveaux (R+5). Trois niveaux sont dédiés à un usage de bureaux « zone bureaux » et trois niveaux sont dédiés à un usage résidentiel « zone logements » (cf. figure 4.15). La surface totale de chacune des zones s'élève à 2 400 m². La façade Sud est vitrée à 45 %, la façade nord à 15 % et les façades Est et Ouest à 20 %. La structure du bâtiment est en béton et il est isolé par l'extérieur sur les façades. Les modèles de zone utilisés pour l'algorithme décomposé-coordonné sont présentés à la Figure 4.16.

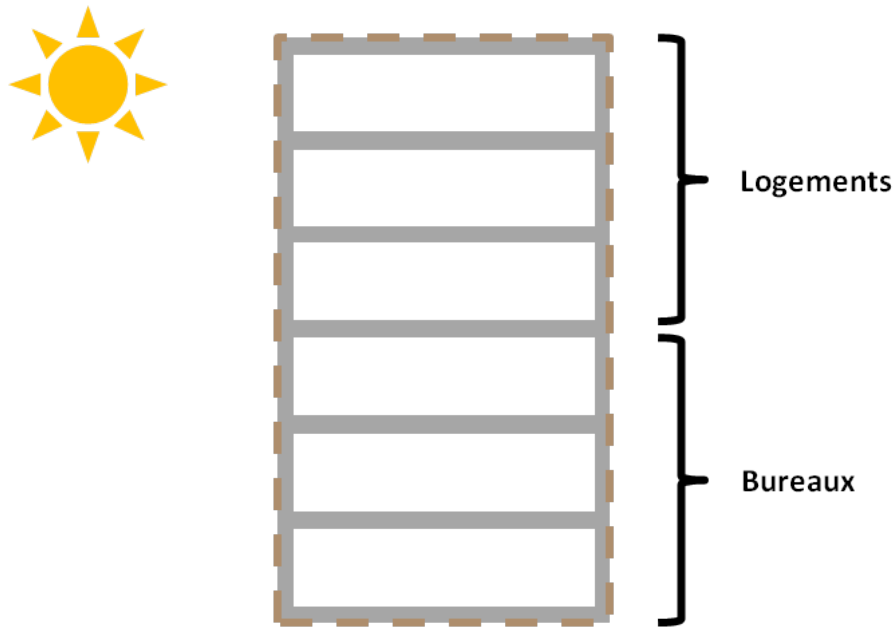


Figure 4.15 – Cas d'étude bizona, modèle centralisé

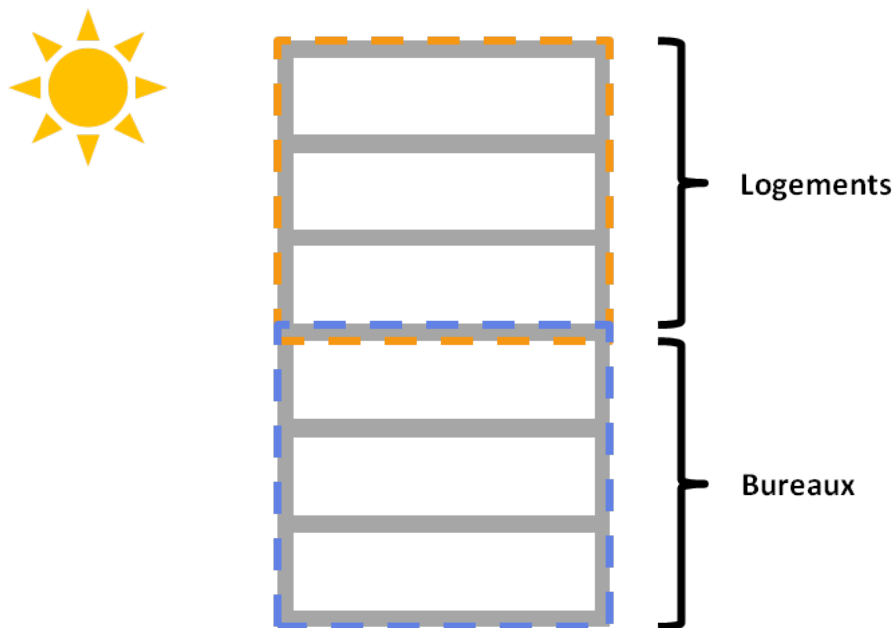


Figure 4.16 – Cas d'étude bizona, modèle décomposé

Les sollicitations extérieures et intérieures, les contraintes et la tarification de l'électricité utilisées pour ce cas d'étude sont identiques à celles utilisées dans le cadre de l'exemple pédagogique (cf. § 4.5.1.2, § 4.5.1.3, § 4.5.1.4 et § 4.5.1.5). La puissance disponible considérée pour chacune des zones s'élève à 300 kW. Ainsi, dans cette section, on se contente de présenter le modèle centralisé et le modèle décomposé-coordonné sélectionné (décomposition-coordination par les prédictions).

4.6.2 Réduction du modèle thermique

Réalisé à partir du logiciel COMFIE, le modèle centralisé associé au cas d'étude compte 41 mailles. Le modèle décomposé associé à chaque zone du cas d'étude compte quant à lui 22 mailles. Même si l'on utilise un modèle décomposé, il est préférable de réduire l'ordre du modèle associé à chaque zone en cherchant à conserver au maximum son comportement original. En matière de commande optimale, la réduction équilibrée est une méthode efficace qui a fait ses preuves dans le cadre de la réduction de modèle pour la gestion énergétique des bâtiments (Robillart, 2015). Avant d'aborder le principe de réduction équilibrée, les concepts de commandabilité et d'observabilité sont introduits.

Un système est dit entièrement commandable s'il existe une commande capable d'atteindre n'importe quel état final à partir d'un état initial donné, cela en un temps fini. Un système est dit entièrement observable lorsque l'état peut être déduit à partir de la connaissance des entrées et des sorties du système.

Le principe de la réduction équilibrée consiste à réduire le modèle en cherchant à éliminer les composantes du vecteur d'état (ou état) qui présentent de faibles degrés de commandabilité et d'observabilité. Or pour un état donné, les degrés de commandabilité et d'observabilité peuvent être disproportionnés. En effet, un état peu être fortement commandable et faiblement observable et inversement. C'est dans ce contexte qu'intervient la réalisation équilibrée. Il s'agit d'un changement de variable qui permet d'obtenir, dans une nouvelle base, des états dont les degrés de commandabilité et d'observabilité sont équilibrés (Moore, 1981). Une fois la réalisation équilibrée réalisée, il est alors possible de hiérarchiser les états en fonction de leurs degrés de commandabilité et d'observabilité et d'éliminer les états présentant de faibles degrés de commandabilité et d'observabilité.

Pour plus de détails, l'annexe A présente :

- les méthodes pour déduire les degrés de commandabilité et d'observabilité d'un système ;
- le changement de base permettant de passer à la forme « réalisée » du système ;
- la méthode pour hiérarchiser les états et réduire le système réalisé.

4.6.2.1 Réduction centralisée

Une fois le système d'état centralisé transformé sous sa forme équilibrée, on s'intéresse aux modèles réduits entièrement commandables et observables qui correspondent, dans ce cas, aux ordres inférieurs ou égaux à 8. Parmi ces modèles, un compromis entre précision et taille du modèle est recherché.

Pour trouver ce compromis, une analyse des réponses fréquentielles aux différentes sollicitations est réalisée à partir des modèles réduits aux ordres inférieurs ou égaux à 8 et du modèle non réduit. Pour chacune des zones, les réponses en température aux variations

de la température extérieure et au rayonnement solaire traversant les vitres (ou flux vitré) sont étudiées.

Les modèles réduits aux ordres 1, 2, 3 et 4, qui présentent des réponses très différentes à la fois en gain et en phase par rapport au modèle non réduit ne sont pas illustrés de manière à ne pas alourdir le document. La Figure 4.17 présente, pour la zone bureaux, les réponses fréquentielles à la puissance de chauffage des modèles réduits aux ordres 5, 6, 7 et 8 et du modèle non réduit. Le modèle réduit à l'ordre 5 présente un important retard de phase par rapport au modèle complet ; ainsi ce modèle sous-estime la variation de la température de la zone bureau pour des variations de la puissance à des échelles allant de quelques minutes à plusieurs heures. Les réponses des modèles réduits aux ordres 6, 7 et 8 présentent très peu de différences de gain et de phase par rapport aux modèles non réduits à l'exception de légers retards ou avances de phase. La Figure 4.18 présente les réponses fréquentielles de la zone logements des modèles réduits aux ordres 5, 6, 7 et 8, et du modèle non réduit à la puissance de chauffage de la zone. Les conclusions sont identiques à celles concernant les réponses fréquentielles à la puissance de chauffage de la zone bureaux.

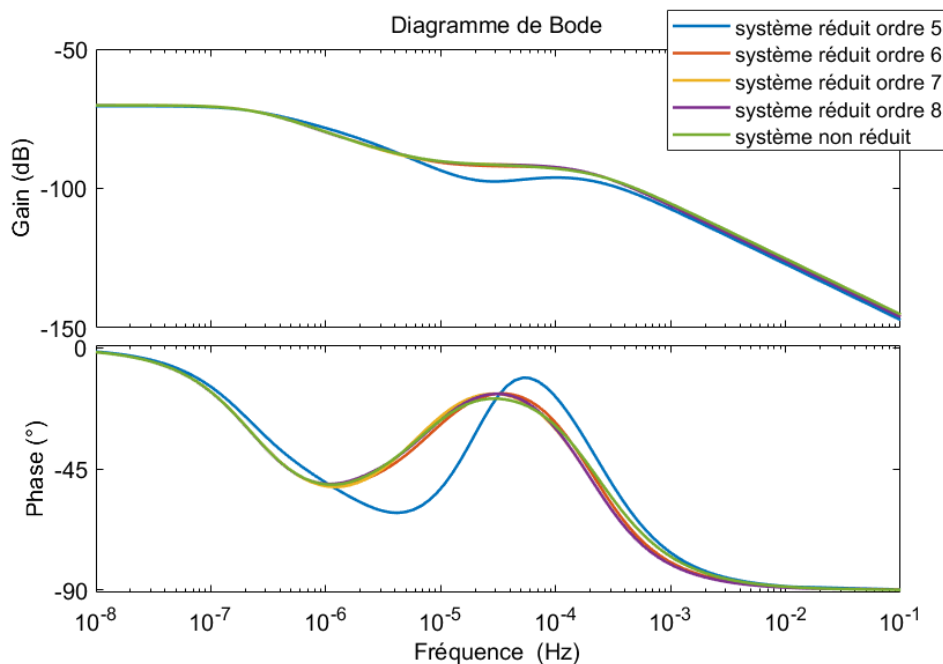


Figure 4.17 – Réponses fréquentielles de la température de la zone bureaux des différents modèles (réduits aux ordres 5, 6, 7 et 8, non réduit) à la puissance de chauffage de la zone bureaux, réduction centralisée

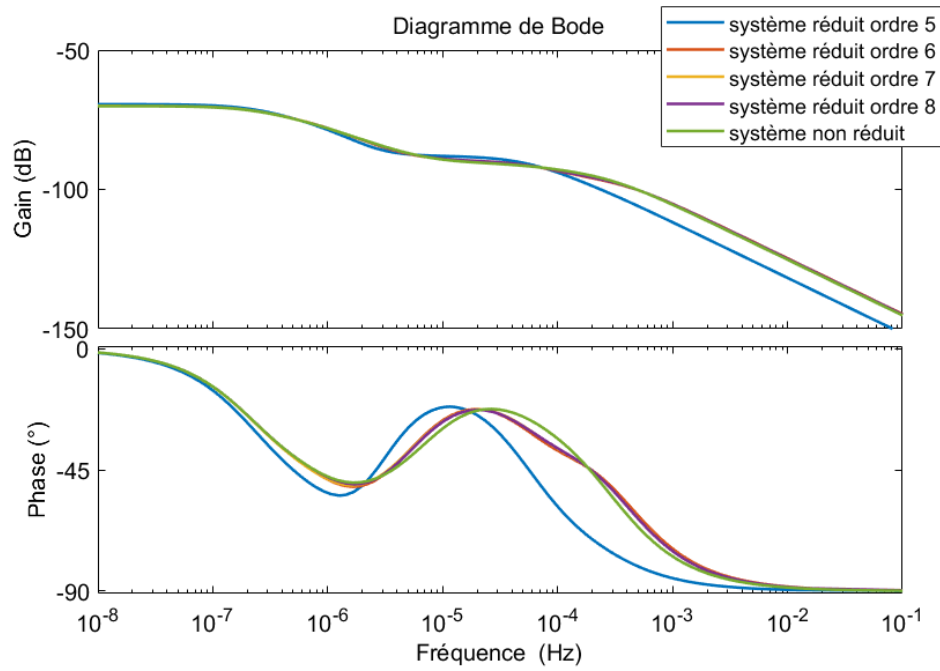


Figure 4.18 – Réponses fréquentielles de la température de la zone logements des différents modèles (réduits aux ordres 5,6,7 et 8, non réduit) à la puissance de chauffage de la zone logements, réduction centralisée

La Figure 4.19 présente, pour la zone bureaux, les réponses fréquentielles des modèles réduits aux ordres 5, 6, 7 et 8 et du modèle non réduit à la température extérieure. La Figure 4.20 présente, pour la zone logement, les réponses fréquentielles des modèles réduits aux ordres 5, 6, 7 et 8 et du modèle non réduit à la température extérieure. Quel que soit l'ordre de réduction représenté dans les Figure 4.19 et 4.20, le comportement des modèles réduits en termes de gain et de phase est très proche de celui du modèle de référence.

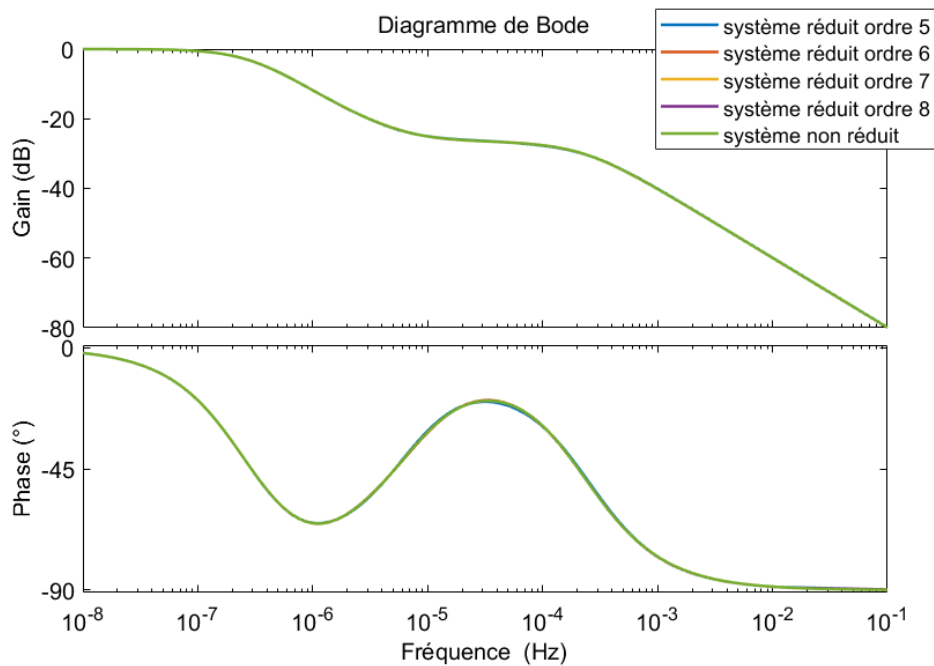


Figure 4.19 – Réponses fréquentielles de la température de la zone bureaux des différents modèles (réduits aux ordres 5, 6, 7 et 8, non réduit) à la température extérieure, réduction centralisée

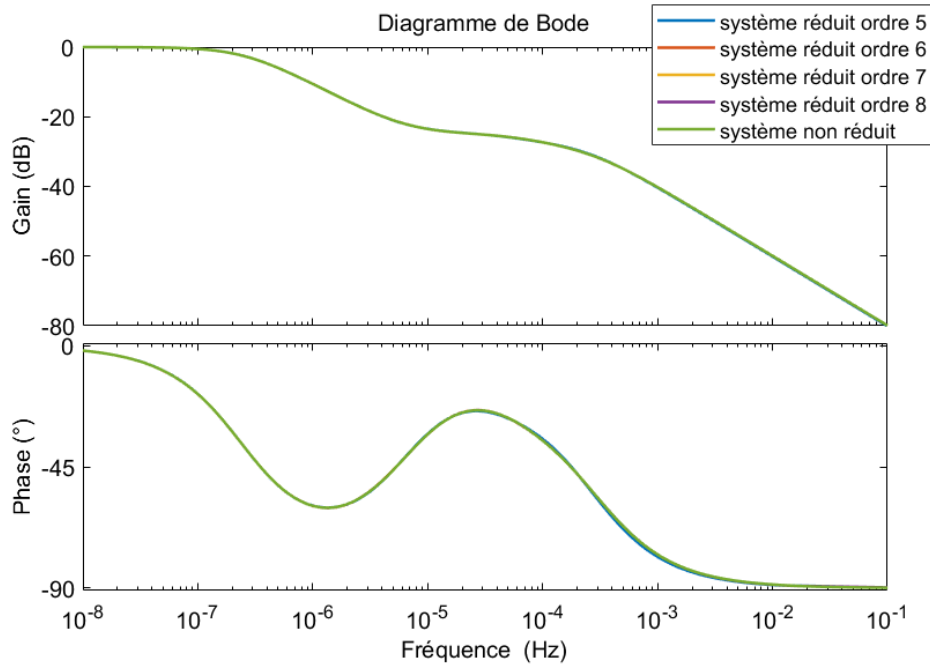


Figure 4.20 – Réponses fréquentielles de la température de la zone logements des différents modèles (réduits aux ordres 5, 6, 7 et 8, non réduit) à la température extérieure, réduction centralisée

Enfin, la figure 4.21 présente, pour la zone bureaux, les réponses fréquentielles des modèles réduits aux ordres 5, 6, 7 et 8 et du modèle non réduit au rayonnement extérieur traversant les vitres de la zone. Et la figure 4.22 présente, pour la zone logements, les réponses fréquentielles de la zone logements des modèles réduits aux ordres 5, 6, 7 et 8 et du modèle non réduit au rayonnement extérieur traversant les vitres de la zone. Pour la zone bureaux, les modèles réduits aux ordres 5 et 6 présentent des différences de phase plus marquées que les modèles réduits aux ordres 7 et 8 par rapport au modèle de référence. Pour la zone logements, excepté pour le modèle réduit à l'ordre 5, les écarts avec la référence sont moins marqués.

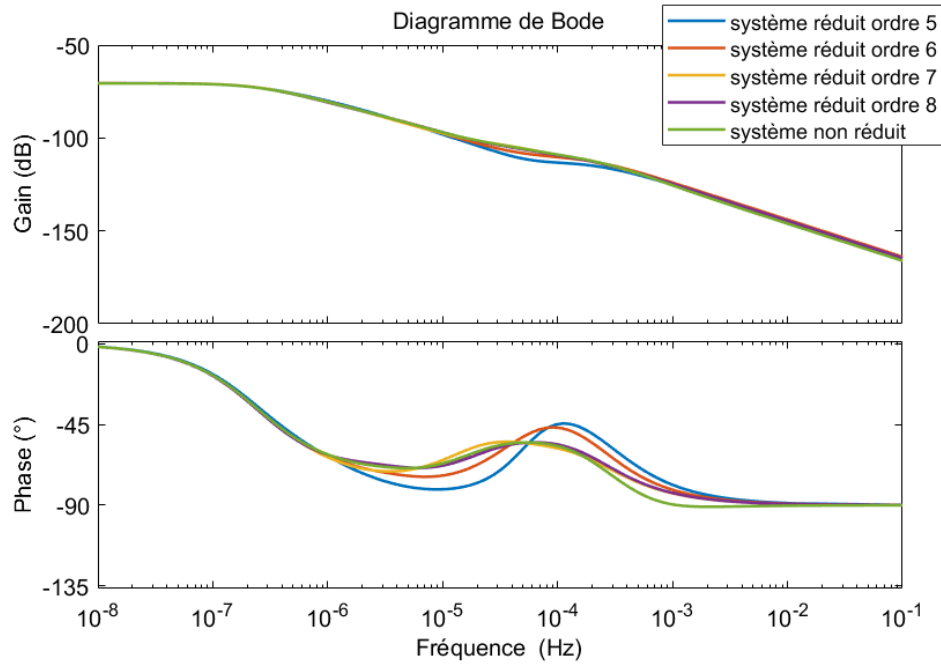


Figure 4.21 – Réponses fréquentielles de la température de la zone bureaux des différents modèles (réduits aux ordres 5, 6, 7 et 8, non réduit) au rayonnement extérieur traversant les vitres de la zone bureaux, réduction centralisée

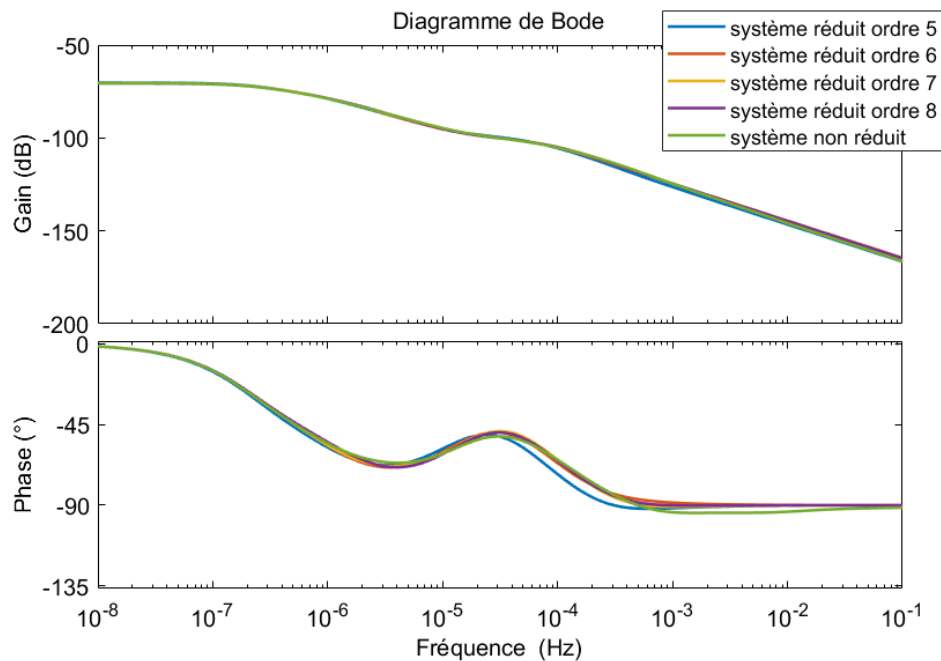


Figure 4.22 – Réponses fréquentielles de la température de la zone logements des modèles (réduits aux ordres 5, 6, 7 et 8, non réduit) au rayonnement extérieur traversant les vitres de la zone logements, réduction centralisée

Les réponses aux modèles réduits aux ordres 6, 7 et 8 sont très proches. Parmi ces

trois ordres, le choix de l'ordre de réduction le plus adapté se fera avec l'application de la commande prédictive.

4.6.2.2 Réduction décomposée

Concernant la réduction à l'échelle des modèles de zone, les modèles réduits aux ordres inférieurs ou égaux à 4 sont entièrement commandables et observables. Une analyse identique à celle présentée au paragraphe 4.6.2.1 a été réalisée. Cette analyse est présentée dans l'annexe B.

Le modèle réduit à l'ordre 4 reproduit bien le comportement du modèle non réduit. Cependant, les modèles réduits aux ordres 2 et 3 présentent des résultats proches de la référence. Ces ordres de réduction seront testés dans le cadre de l'application de la commande optimale.

4.6.3 Résultats de l'application de la commande optimale

La recherche de la commande optimale est réalisée sur un horizon d'optimisation de trois jours avec l'algorithme centralisé et l'algorithme décomposé-coordonné. Une analyse de sensibilité sur l'horizon d'optimisation est réalisée dans l'annexe C, les résultats de cette analyse montrent que des horizons de quatre ou cinq jours permettraient une meilleure anticipation de la commande à adopter sur les 24 premières heures. Cependant, les résultats sur un horizon de trois jours sont corrects et suffisent, dans ce cas d'étude, pour la comparaison des différents algorithmes (centralisé et décomposé-coordonné). Dans un premier temps, la comparaison est réalisée avec les degrés maximums de commandabilité et d'observabilité. Le modèle centralisé utilisé correspond donc au modèle réduit à l'ordre 8 par réalisation équilibrée et les modèles décomposés utilisés correspondent aux modèles réduits à l'ordre 4.

La Figure 4.23 (respectivement 4.24) permet de comparer les profils de puissance optimaux de la zone bureaux (respectivement de la zone logements) obtenus avec les algorithmes centralisé et décomposé-coordonné. La Figure 4.25 (respectivement 4.26) permet de comparer les profils de température de la zone bureaux (respectivement de la zone logements) résultant de l'application des profils de puissance optimaux obtenus avec les algorithmes centralisé et décomposé-coordonné. D'un algorithme à l'autre, les profils de puissance et de température sont très proches. Excepté pour le troisième jour où un effet de bord est observable, chacune des zones est préchauffée pendant les heures creuses de manière à limiter les consommations des heures de pointe (cf. Figures 4.23 et 4.24) tout en respectant les températures de consignes minimales et maximales (cf. Figures 4.25 et 4.26). Les résultats en termes de réduction de la facture énergétique et d'effacement des consommations d'heures pleines et de pointe sont présentés au tableau 4.3. Ils correspondent à la comparaison des résultats de l'optimisation centralisée et de l'optimi-

sation décomposée-coordonnée avec le cas dit sans stratégie où un suivi des températures de consigne minimale (T_{min}) est réalisé. Pour les heures pleines (respectivement les heures de pointe), l'effacement correspond à la réduction des consommations pendant les heures pleines (respectivement les heures de pointe) obtenue avec la résolution du problème de commande optimale par rapport aux consommations pendant les heures pleines (respectivement les heures de pointe) obtenue avec le suivi des températures de consigne minimale. Les différences entre les optimums centralisé et décomposé-coordonné à l'échelle de chacune des zones n'excèdent pas 1 %, que ce soit en termes de variation du coût et de l'effacement des consommations d'heures pleines et de pointe. Pour les deux zones confondues, les différences entre les résultats des deux optimisations sont négligeables.

Avec l'approche centralisée, le temps de calcul est de 23 minutes contre 9 minutes pour l'approche décomposée-coordonnée. La parallélisation des calculs avec la routine *parfor* de Matlab ne permet pas de réduire les temps de calcul de l'algorithme décomposé-coordonné à l'échelle bizona.

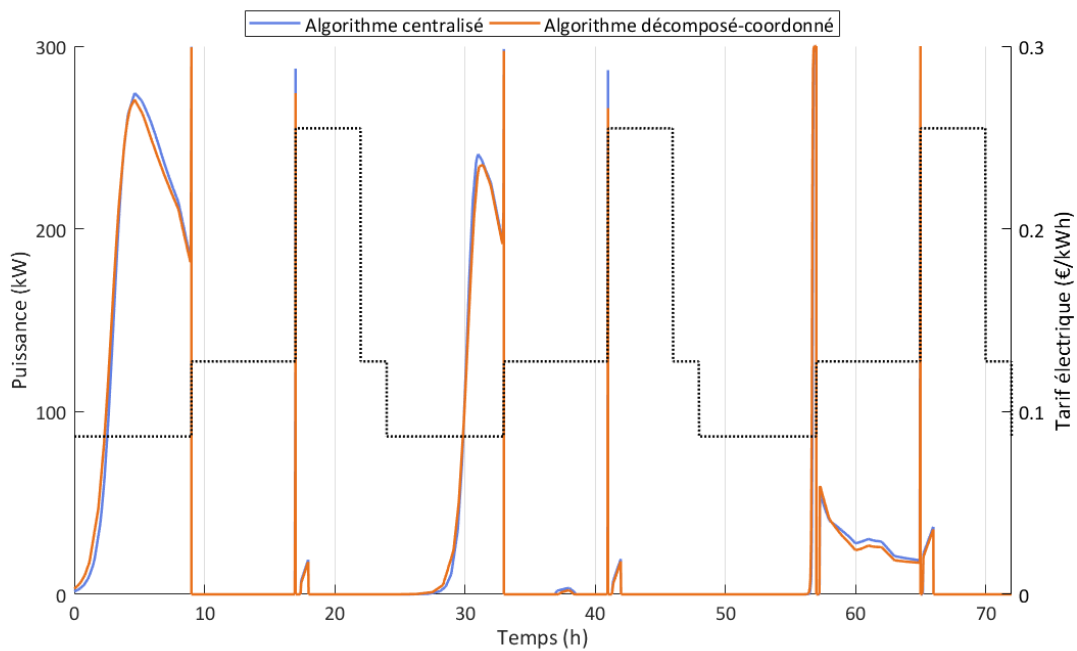


Figure 4.23 – Profils de puissance optimaux de la zone bureaux obtenus avec les algorithmes centralisé et décomposé-coordonné par les prédictions

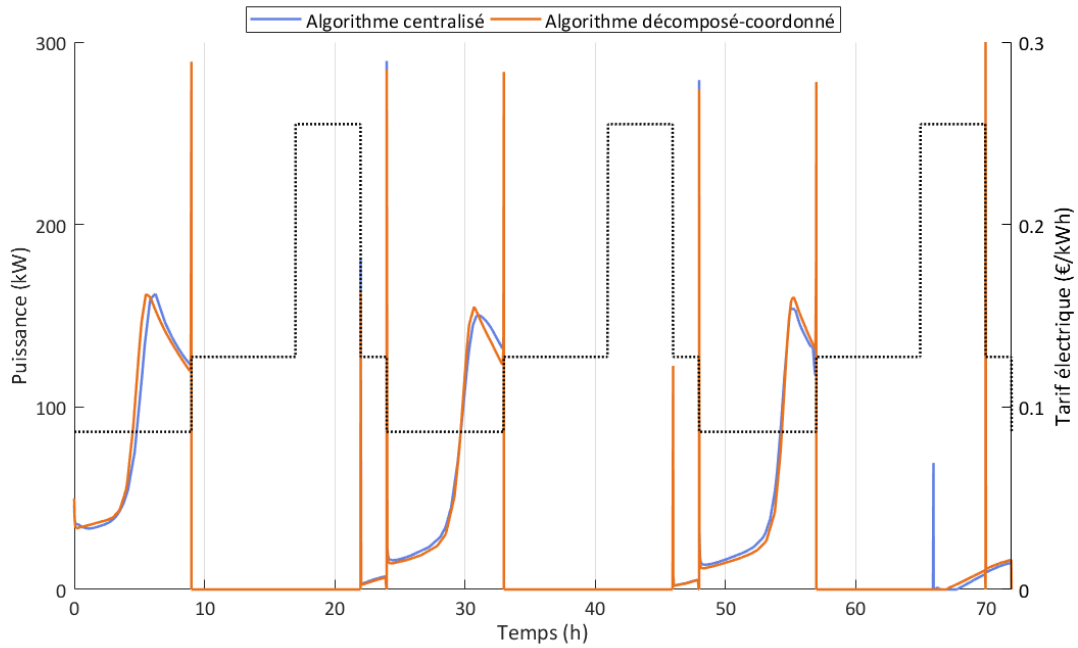


Figure 4.24 – Profils de puissance optimaux de la zone logements obtenus avec les algorithmes centralisé et décomposé-coordonné par les prédictions

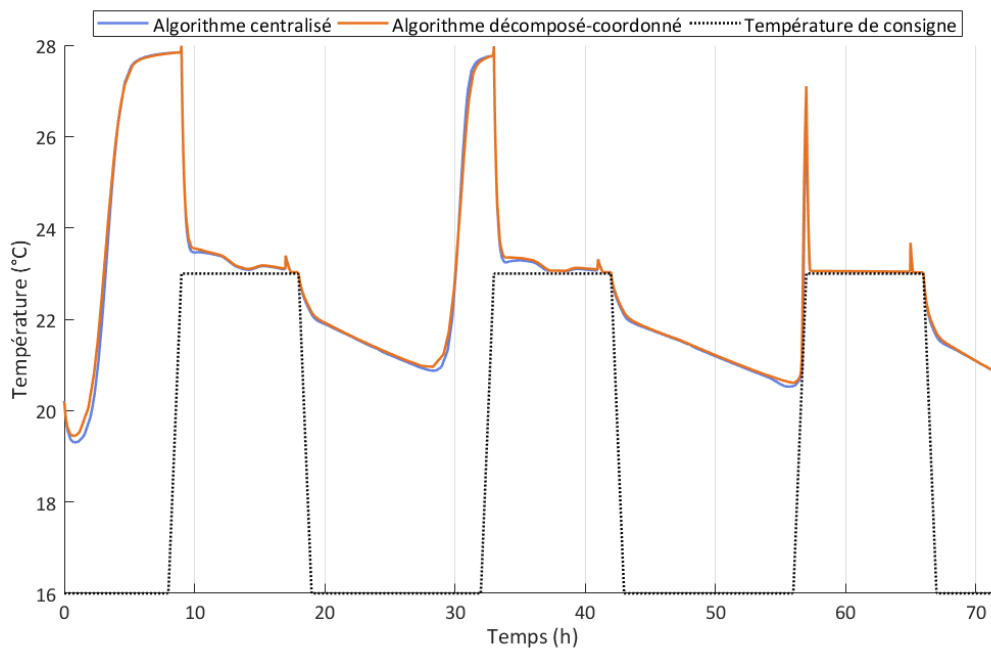


Figure 4.25 – Profils de température de la zone bureaux résultant de l'application des profils de puissance optimaux obtenus avec les algorithmes centralisé et décomposé-coordonné par les prédictions

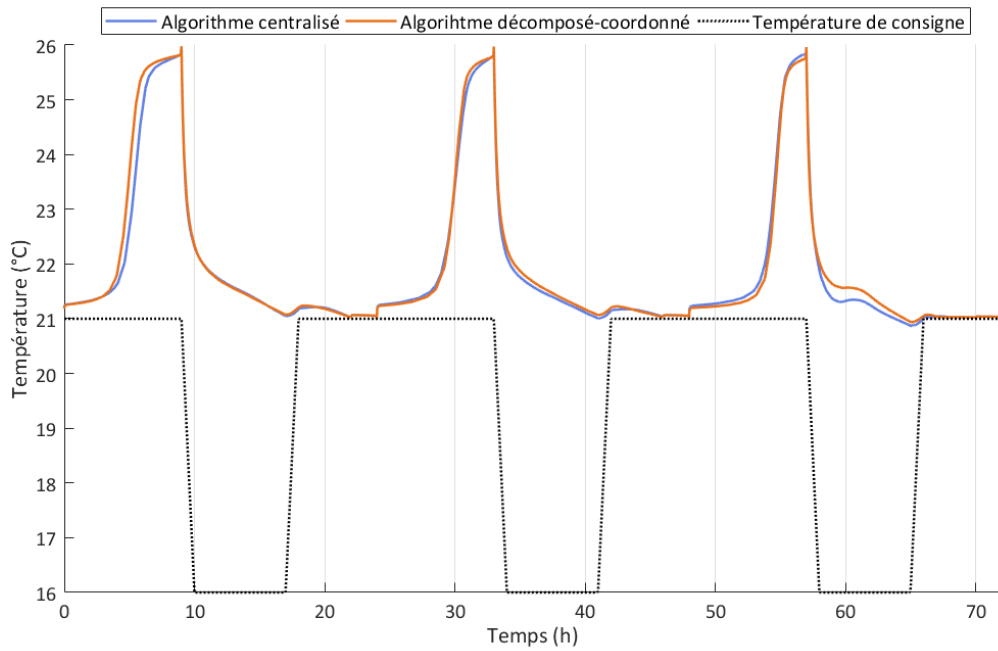


Figure 4.26 – Profils de température de la zone logements résultant de l'application des profils de puissance optimaux obtenus avec les algorithmes centralisé et décomposé-coordonné par les prédictions

Tableau 4.3 – Comparaison des résultats obtenus avec les algorithmes centralisé (C) et décomposé-coordonné (DC) par les prédictions pour les zone bureaux (zone 1) et logements (zone 2)

	Zone 1	Zone 2	Zones 1 et 2
Variation du coût (C) (%)	-14	-21	-17
Variation du coût (DC) (%)	-15	-20	-17
Effacement des heures pleines (C) (%)	-86	-79	-86
Effacement des heures pleines (DC) (%)	-87	-78	-86
Effacement des heures de pointe (C) (%)	-76	-98	-93
Effacement des heures de pointe (DC) (%)	-77	-97	-92

4.6.4 Réinjection dans le modèle complet

Dans les sections 4.6.2.1 et 4.6.2.2, l'analyse des diagrammes de Bode permet de cibler les ordres de réductions qui pourraient permettre un bon compromis entre précision et temps de calcul. Désormais les PCO centralisé et décomposé-coordonné par les prédictions sont résolus avec les ordres sélectionnés puis comparés. Le Tableau 4.4 (respectivement

4.5) présente les résultats en termes de variation du coût et d'effacement des heures pleines et de pointe globaux (zones bureaux et logements cofondues) obtenus avec l'algorithme centralisé (respectivement décomposé-coordonné) avec les différents ordres de réduction retenus à la partie 4.6.2.1 (respectivement à la partie 4.6.2.2). Concernant le cas centralisé, les ordres 6, 7 et 8 présentent des variations du coût et des pourcentages d'effacement très proches. Concernant le cas décomposé-coordonné, les ordres 3 et 4 présentent également des résultats très proches en termes de variation du coût et de l'effacement (différences inférieures à 1 %). La diminution de la facture énergétique est plus intéressante en utilisant le modèle réduit à l'ordre 2 (−4 % par rapport à l'ordre 4). Enfin, le temps de calcul a tendance à diminuer avec l'ordre de réduction. Cependant, parmi les résultats présentés dans les tableaux 4.4 et 4.5, il y a une exception concernant le temps de calcul de l'algorithme centralisé avec le modèle réduit à l'ordre 7 qui est plus important que celui obtenu avec le modèle réduit à l'ordre 8.

Tableau 4.4 – Résultats centralisé obtenus à partir de différents ordres de réduction

	Ordre 8	Ordre 7	Ordre 6
Variation du coût (%)	-17	-17	-17
Effacement des heures pleines (%)	-86	-86	-87
Effacement des heures de pointe (%)	-93	-93	-93
Temps de calcul (minutes)	23	30	10

Tableau 4.5 – Résultats décomposé-coordonné obtenus à partir de différents ordres de réduction

	Ordre 4	Ordre 3	Ordre 2
Variation du coût (%)	-17	-16	-21
Effacement des heures pleines (%)	-86	-85	-85
Effacement des heures de pointe (%)	-92	-92	-92
Temps de calcul (minutes)	9	5	4

La Figure 4.27 (respectivement la figure 4.28) présente les profils de température de la zone bureaux (respectivement de la zone logements) obtenus après réinjection dans le modèle complet des puissances optimales résultantes de l'optimisation centralisée avec les modèles réduits à l'ordre 6, 7 et 8. L'intérêt est porté sur le dépassement des contraintes de températures basses. D'un point de vue graphique, ce dépassement semble faible quel

que soit l'ordre de réduction utilisé. Cela est validé avec les résultats présentés dans le Tableau 4.6. Ce tableau présente, pour chaque zone et chaque ordre de réduction utilisé, d'une part la valeur maximale du dépassement (troisième colonne) et d'autre part le pourcentage de temps pendant lequel la contrainte de température basse est franchie (quatrième colonne). Les valeurs maximales et les pourcentages de dépassement sont variables d'un ordre de réduction à l'autre mais les ordres de grandeurs sont identiques. Ainsi pour le cas centralisé, l'ordre 6 sera utilisé pour la suite du document.

La Figure 4.29 (respectivement 4.30) présente les profils de température de la zone bureaux (respectivement de la zone logements) obtenus après réinjection dans le modèle complet des puissances optimales résultantes de l'optimisation décomposé-coordonné avec les modèles réduits à l'ordre 2, 3 et 4. Les profils obtenus avec l'ordre 2 diffèrent sensiblement de ceux obtenus avec les ordres 3 et 4 ; notamment le profil correspondant à la zone logements pour lequel la contrainte de température basse est dépassée. À l'instar de ce qui a été présenté pour le cas centralisé, le Tableau 4.7 présente, pour le cas décomposé-coordonné et pour chaque zone et chaque ordre de réduction utilisé, les valeurs maximales de dépassement et les pourcentages de temps pendant lequel les contraintes de température basses sont franchies. Les résultats correspondant aux modèles réduits aux ordres 3 et 4 sont très corrects (peu de dépassements). Les résultats concernant l'ordre 2 appuient les conclusions graphiques avec des contraintes dépassées environ 65 % du temps.

Lors de l'application de la commande prédictive présentée à la partie 4.7, les dépassements de la contrainte peuvent être évités grâce à un régulateur. Cependant, les différences observées avec la réinjection des puissances optimales obtenus avec l'algorithme décomposé-coordonné réduit à l'ordre 2 dans le modèle complet montre que le modèle réduit à l'ordre 2 n'est pas suffisant pour reproduire le modèle réel. Si la variation du coût pouvait paraître plus intéressante avec cette réduction (cf. Tableau 4.5). Cette modélisation pourrait entraîner un surcoût lors de l'application de la commande prédictive avec un régulateur. Ainsi, pour le cas décomposé-coordonné, c'est l'ordre 3 qui sera privilégié pour la suite du document.

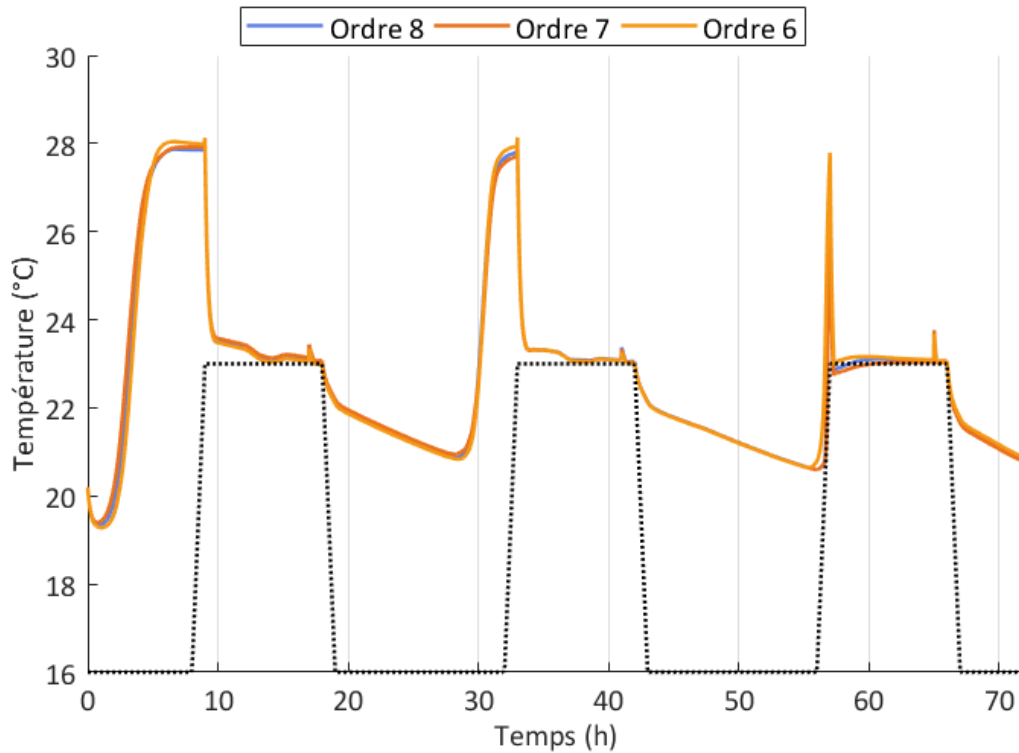


Figure 4.27 – Comparaison des profils de température de la zone bureaux obtenus avec différents ordres de réduction du modèle centralisé

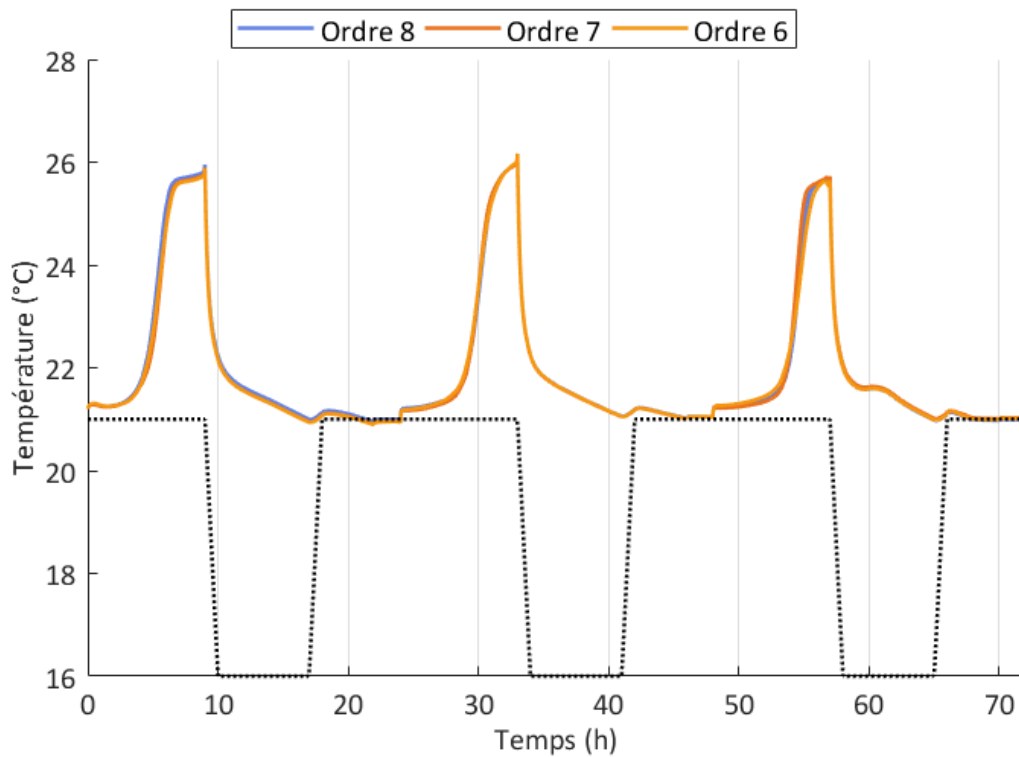


Figure 4.28 – Comparaison des profils de température de la zone logements obtenus avec différents ordres de réduction du modèle centralisé

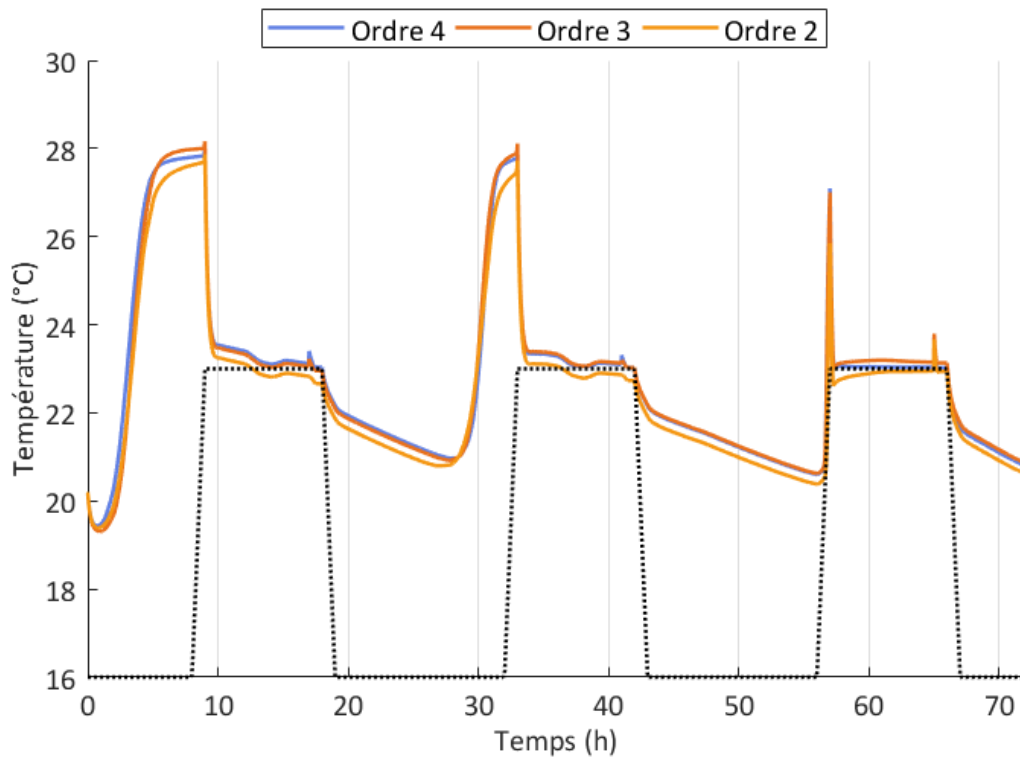


Figure 4.29 – Comparaison des profils de température de la zone bureaux obtenus avec différents ordres de réduction du modèle décomposé

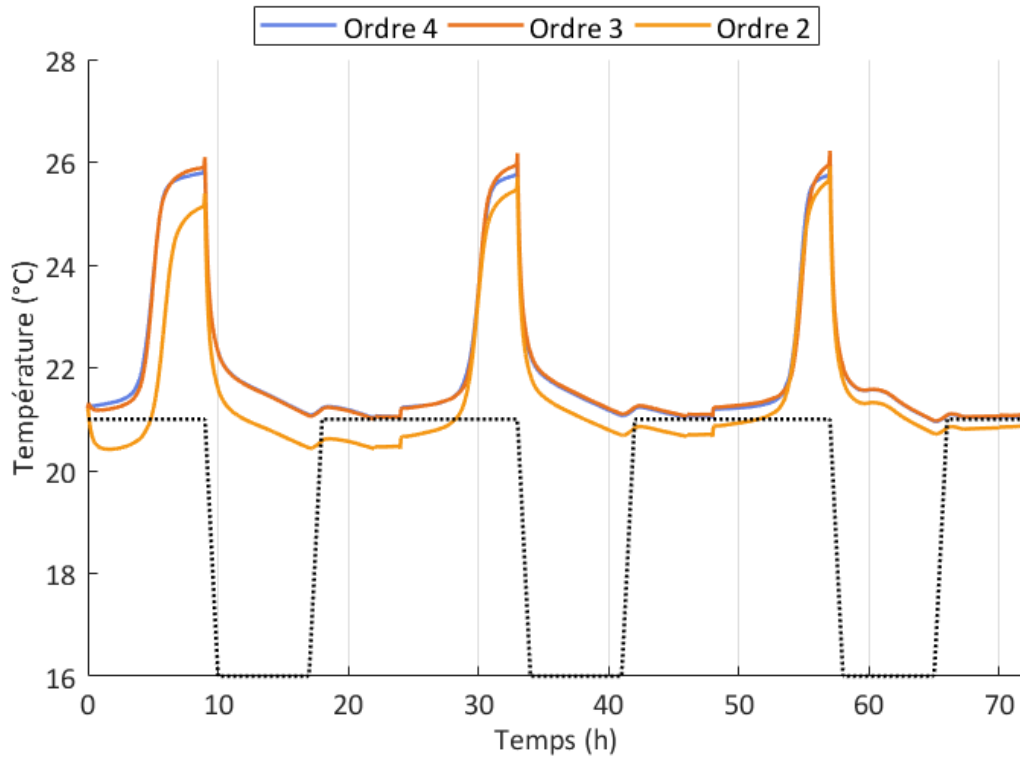


Figure 4.30 – Comparaison des profils de température de la zone logements obtenus avec différents ordres de réduction du modèle décomposé

Tableau 4.6 – Résultats de l'algorithme centralisé après réinjection dans le modèle complet pour les zones bureaux (zone 1) et logements (zone 2)

		Dépassement maximale (°C)	Pourcentage de temps (%)
Ordre 8	Zone 1	0,19	4
	Zone 2	0,06	13
Ordre 7	Zone 1	0,26	10
	Zone 2	0,10	7
Ordre 6	Zone 1	0,04	2
	Zone 2	0,11	11

Tableau 4.7 – Résultats de l'algorithme décomposé-coordonné après réinjection dans le modèle complet pour les zones bureaux (zone 1) et logements (zone 2)

		Valeur maximale (°C)	Pourcentage (%)
Ordre 4	Zone 1	0	0
	Zone 2	0	0
Ordre 3	Zone 1	0,07	2
	Zone 2	0	0
Ordre 2	Zone 1	0,39	66
	Zone 2	0,58	64

4.7 Application de la commande prédictive bizona à un cas d'étude

Outre la recherche de la commande optimale, l'application de la commande prédictive nécessite l'utilisation de deux outils supplémentaires :

- un observateur d'état pour connaître l'état du bâtiment afin d'initialiser l'algorithme de commande optimale à chaque période d'échantillonnage (cf. § 4.7.1) ;
- un régulateur pour compenser les erreurs de modélisation et de prévisions (météorologiques et d'occupation) de manière à assurer le suivi de la trajectoire optimale (cf. § 4.7.2).

4.7.1 Observateur asymptotique

Luenberger (1964) introduit la théorie générale des observateurs pour les systèmes linéaires déterministes.

Soit la dynamique suivante :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad (4.61)$$

L'observateur d'état recopie virtuellement la dynamique du système (4.61) de manière à faire une estimation de l'état \tilde{x} la plus proche possible de l'état réel x à partir des données d'entrée u et de sortie y (cf. figure 4.31).

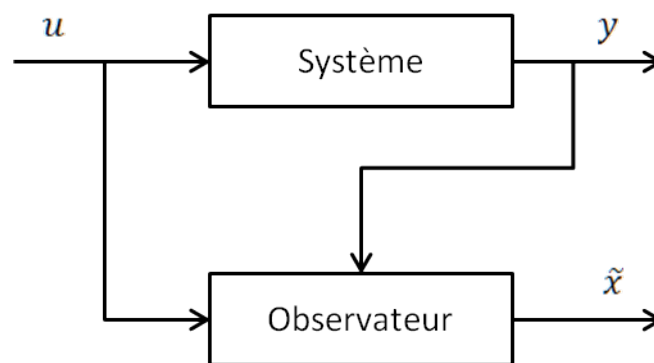


Figure 4.31 – Schéma d'imbrication de l'observateur

Le système (4.62) présente la dynamique de l'observateur d'état et, pour une meilleure compréhension, la figure 4.32 illustre le schéma bloc associé à cette dynamique. Une différence entre l'état y et l'état estimée \tilde{y} entraîne une mise à jour de l'estimation de l'état \tilde{x} via la matrice L qui correspond au gain de l'observateur.

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}} = A\tilde{x} + Bu + L(y - \tilde{y}) \\ \tilde{y} = C\tilde{x} \end{cases} \quad (4.62)$$

En remplaçant y (respectivement \tilde{y}) par son expression en fonction de x (respectivement \tilde{x}) le système (4.62) devient :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}} = A\tilde{x} + Bu + LC(x - \tilde{x}) \\ \tilde{y} = C\tilde{x} \end{cases} \quad (4.63)$$

On pose e l'erreur d'estimation $x - \tilde{x}$. La dynamique de l'erreur s'écrit :

$$\dot{e} = (A - LC)e \quad (4.64)$$

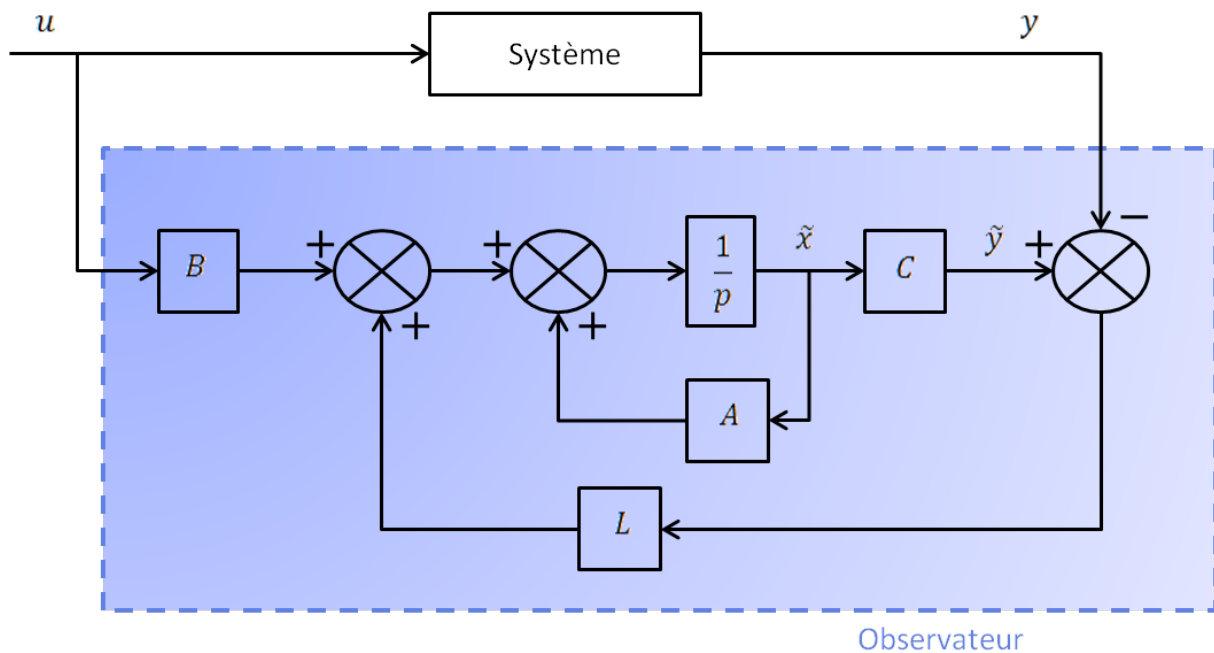


Figure 4.32 – Schéma bloc de l'observateur d'état

La dynamique de l'erreur est régie par les valeurs propres de $A - LC$ qui constituent également les pôles de l'observateur d'état. Pour assurer la convergence de l'erreur vers 0, les parties réelles des valeurs propres de $A - LC$ doivent être prises strictement négatives. Mais cela n'est pas suffisant. En effet, pour assurer le bon fonctionnement de l'observateur, il faut que la dynamique de l'erreur soit beaucoup plus rapide que celle du système.

4.7.1.1 Application au modèle décomposé

D'après les dimensions des matrices réduites A_i et C_i des modèles décomposés, pour chaque zone i , le gain L_i est un vecteur à trois composantes. Pour déterminer la valeur de L_i , la première étape consiste à définir les pôles de l'observateur permettant de vérifier les conditions présentées au paragraphe précédent (cf. § 4.7.1). Cela signifie que le pôle dominant de l'observateur doit être localisé plus à gauche que le pôle dominant du système¹. Pour ce faire, l'outil *Matlab* « *root locus* » est utilisé. Cet outil permet de définir les localisations possibles de tous les pôles d'une fonction de transfert donnée à laquelle on ajoute un gain proportionnel qui peut être assimilé au gain L_i . Cet outil n'est valable que dans le cas des systèmes SISO (*Single Input Single Output*). Seule la puissance de chauffage est alors prise en compte comme variable d'entrée du système pour la localisation des pôles.

Une fois les pôles définis, la deuxième étape consiste à remonter à la valeur du gain L_i à partir des matrices A_i et C_i et des pôles retenus (qui correspondent aux valeurs propres de $A_i - L_i C_i$). Cela avec l'outil *Matlab* « *place* ».

Pour valider le fonctionnement de l'observateur associé à chaque zone, le cas d'étude défini au paragraphe 4.6 est repris et simulé de manière à faire un suivi de consigne minimum. Pour chacune des zones, la consigne utilisée est prise égale à celle retenue pendant les périodes d'occupation (soit 23 °C pour la zone bureaux et 21 °C pour la zone logements). La comparaison entre l'état réel et l'état estimé de la zone bureaux (respectivement de la zone logement) est présentée à la Figure 4.33 (respectivement 4.34). L'état initial correspond au cas où la température initiale est intentionnellement erronée ; elle est prise égale au réduit de température soit 16 °C. L'ensemble des états estimés des zones bureaux et logements convergent vers les états réels. Cependant, suivant l'état considéré, le temps sur lequel il est nécessaire de disposer des mesures pour assurer la convergence (puissance de chauffage, apports internes et sollicitations extérieures) varie. Ce temps est d'environ quatre ou cinq jours pour les états 1 et 2 quelle que soit la zone considérée. Il se situe davantage entre huit et dix jours pour l'état 3. En se basant sur le principe de la réalisation équilibrée présentée dans l'annexe A, l'état 3 correspond à de plus faibles degrés de commandabilité et d'observabilité vis à vis des états 1 et 2. Cela explique cette différence.

1. Les pôles du système correspondent aux valeurs propres de A

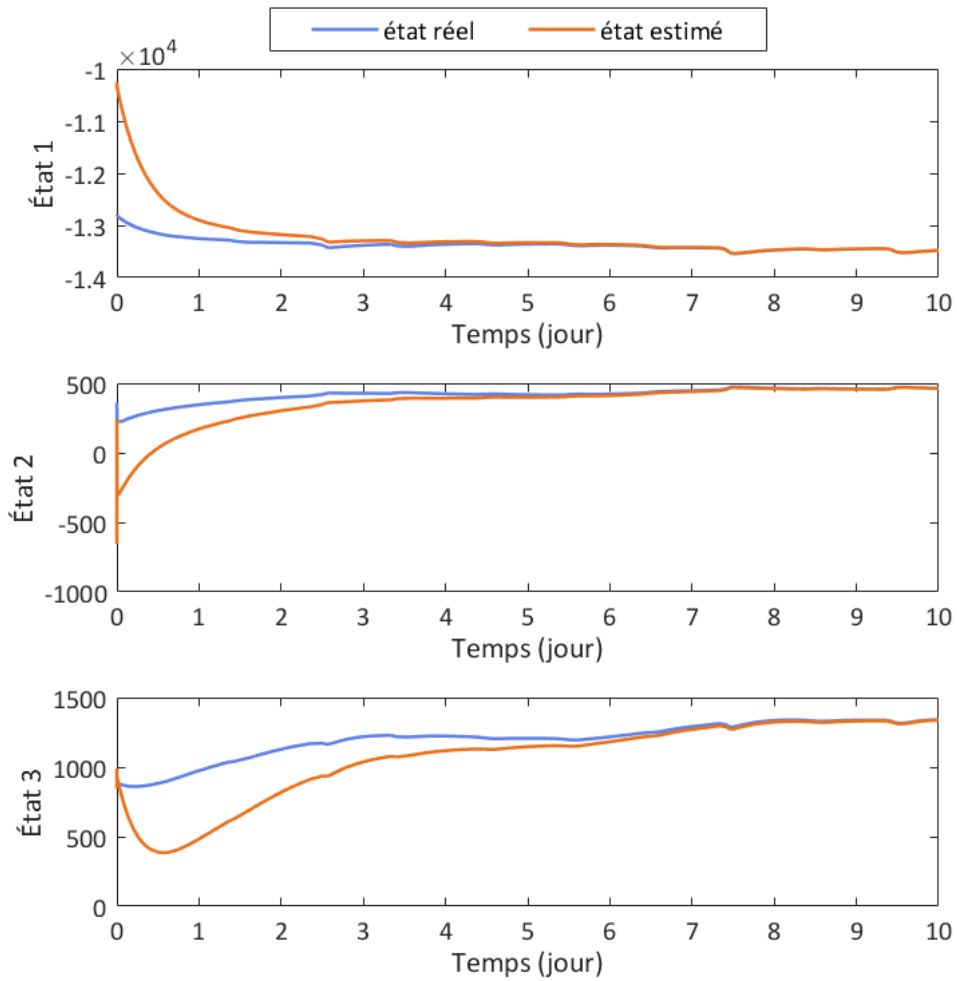


Figure 4.33 – Comparaison entre états réels et états estimés de la zone bureaux, modèle décomposé

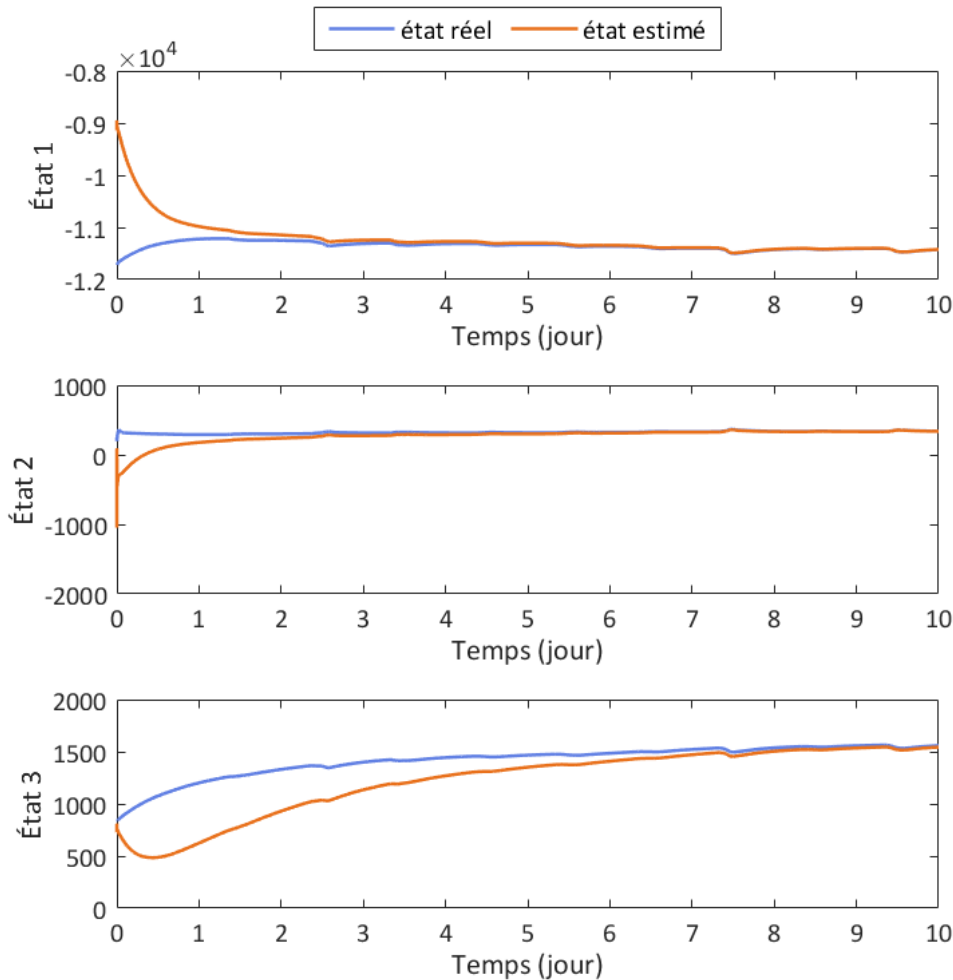


Figure 4.34 – Comparaison entre états réels et états estimés de la zone logements, modèle décomposé

4.7.1.2 Application au modèle centralisé

D'après les dimensions des matrices réduites A et C du modèle centralisé, le gain L est une matrice à six lignes et deux colonnes. En considérant C_1 (respectivement C_2), la partie de la matrice C associée à la sortie de la zone bureaux (respectivement à la zone logements), le gain L peut également être décomposé en deux composantes (L_1 pour la première colonne de la matrice L et L_2 pour la deuxième colonne de la matrice L) et le produit $L.C$ peut s'écrire $L_1.C_1 + L_2.C_2$. Les pôles associés à la zone bureaux (respectivement à la zone logements) sont recherchés avec l'outil *Matlab* en considérant comme entrée la puissance de chauffage de la zone bureaux (respectivement de la zone logements) et comme sortie la température de la zone bureaux (respectivement de la zone logements). La matrice L peut alors être retrouvée à partir des matrices A et C et de l'ensemble des pôles.

Pour valider l'observateur centralisé, une procédure identique à celle réalisée pour l'observateur décomposé a été mise en place. Dans le cas centralisé, il faut disposer de mesures (puissance de chauffage, apports internes et sollicitations extérieures) sur environ 4 jours pour atteindre la convergence de l'état estimé vers l'état réel (cf. Figure 4.35).

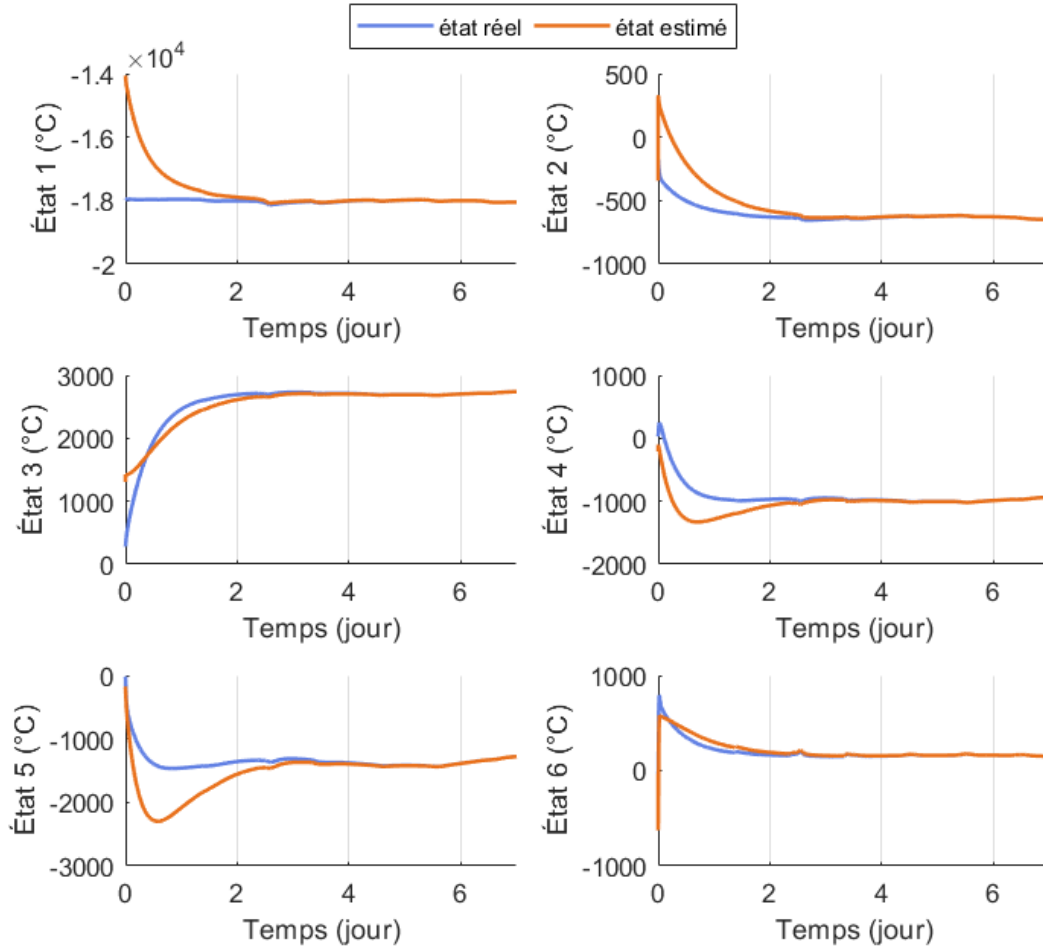


Figure 4.35 – Comparaison entre états réels et états estimés, modèle centralisé

4.7.2 Définition du régulateur

Un régulateur est implémenté de manière à faire face aux erreurs de modélisation ou de prédictions. Il s'agit d'un régulateur PI (Proportionnel/Intégral). Il est utilisé pour assurer un suivi de trajectoire, c'est à dire que pour chacune des zones, on cherche à suivre le profil de température optimal obtenu à l'étape de résolution du PCO. Quel que soit l'approche utilisée, le régulateur prend la forme suivante pour chaque zone i :

$$\left\{ \begin{array}{l} e_i(t) = T_{ref_i}(t) - T_{mes_i}(t) \\ P_{reg_i}(t) = \text{Sat}(P_{ref_i}(t) + K_i \left[e_i(t) + \frac{1}{t_{int_i}} \int_0^t e_i(t) dt \right]) \end{array} \right. \quad (4.65)$$

avec :

- T_{ref} , la température de référence ;
- T_{mes} , la température mesurée ;
- e , l'écart entre la température de référence et la température mesurée ;
- P_{reg} , la puissance de chauffage après régulation ;
- Sat, une fonction de saturation permettant de respecter les contraintes de puissances minimales et maximales ;
- P_{ref} , la puissance de référence ;
- K , le gain proportionnel ;
- t_{int} , le temps d'intégration.

Dans le cadre de cette thèse, la méthode ne pouvant être testée sur un bâtiment réel, la température mesurée correspond à celle obtenue avec le modèle complet du bâtiment.

4.7.3 Fonctionnement de la commande prédictive

Le fonctionnement de la commande prédictive ne dépend pas de l'approche de résolution du problème de commande optimale. Il suit les quatre étapes présentées ci-dessous et illustrées à la Figure 4.36.

Étape 0 : Initialisation

Cette étape comprend :

- la modélisation du bâtiment ;
- la réduction du modèle de bâtiment ;
- l'initialisation de l'état du bâtiment.

Étape 1 : Observateur d'état

Cette étape permet d'estimer l'état du bâtiment de manière à initialiser l'**étape 2** de planification de trajectoire.

Étape 2 : Planification de trajectoire

Cette étape consiste à résoudre un problème de commande optimale suivant l'approche envisagée (centralisée ou décomposée-coordonnée) à partir du modèle réduit. Cette étape permet de définir, sur l'horizon de prédiction de trois jours, la puissance de chauffage à appliquer à chacune des zones (profils de puissance de référence) ainsi que l'évolution de la température à l'intérieur de chacune des zones (profils de température de référence).

Étape 3 : Suivi de trajectoire

Le régulateur PI permet de suivre, sur le modèle de bâtiment complet, les profils de température de référence obtenus à l'**étape 2** pour les 24 premières heures (horizon de contrôle). Le modèle complet fait ici office de bâtiment réel.

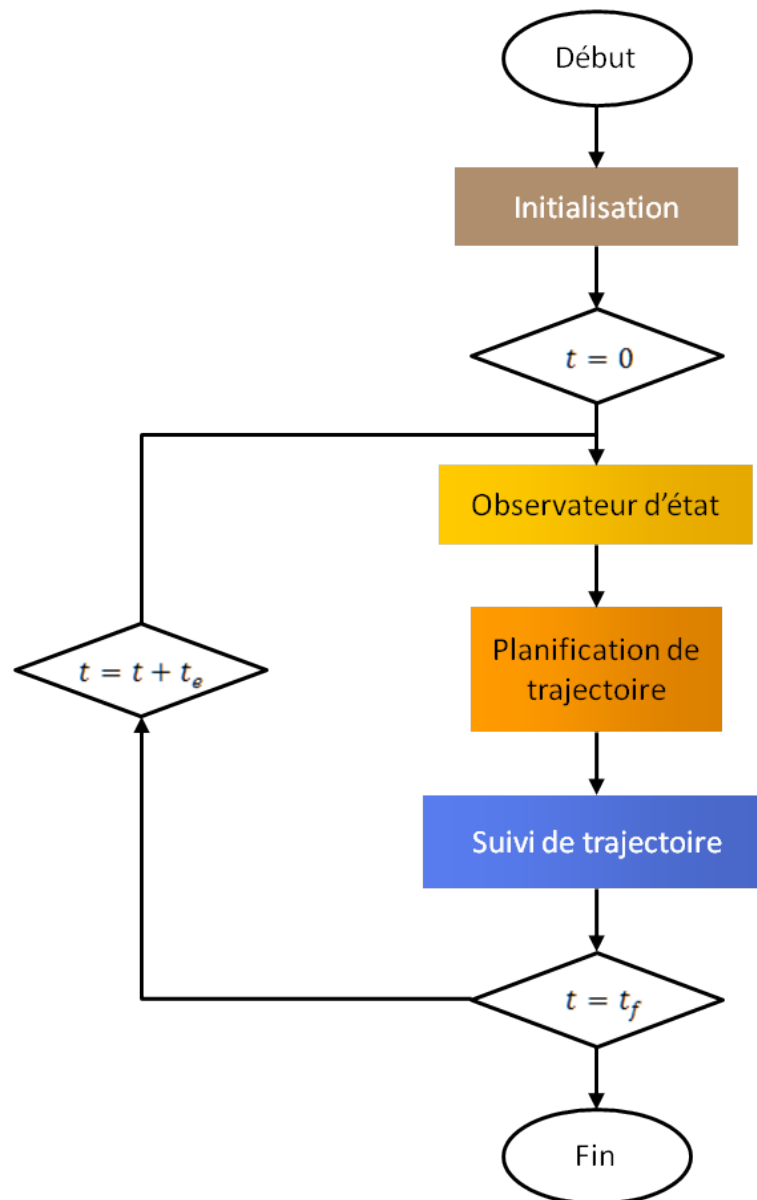


Figure 4.36 – Application de la commande prédictive

4.7.4 Résultats de l'application de la commande prédictive

On suppose les données de prédictions parfaites. Ainsi, le régulateur intervient uniquement pour assurer le suivi de trajectoire face aux erreurs de modélisation liées à la réduction du modèle centralisé et du modèle décomposé. Avec les données d'une semaine, la commande prédictive est mise en place pour assurer la régulation de chaque zone pendant cinq jours avec une période d'échantillonnage de 24 h est considérée. La Figure 4.37 (respectivement 4.38) présente les profils de puissance obtenus lors de l'application de la commande prédictive pour la zone bureaux (respectivement la zone logements) lorsque les algorithmes de commande optimale centralisé et décomposé-coordonné sont utilisés. La Figure 4.39 (respectivement 4.40) présente les profils de température résultants pour

la zone bureaux (respectivement la zone logements). D'un point de vue graphique, les profils obtenus avec l'algorithme centralisé et l'algorithme décomposé-coordonné sont très proches. Les résultats en termes de réduction de la facture énergétique et d'effacement des consommations d'heures pleines et de pointe sont présentés au Tableau 4.8. Comme pour les résultats de l'application de la commande optimale, ces résultats correspondent à la comparaison des résultats de l'application de la commande prédictive avec le cas dit sans stratégie où un simple suivi de la température de consigne minimale est réalisé. Les résultats en termes de variation du coût et d'effacement des heures pleines sont identiques ; seul l'effacement des heures de pointe varie légèrement. L'application de la commande prédictive avec l'algorithme centralisée est deux fois plus coûteuse en temps de calcul que l'application de la commande prédictive avec l'algorithme décomposé-coordonné.

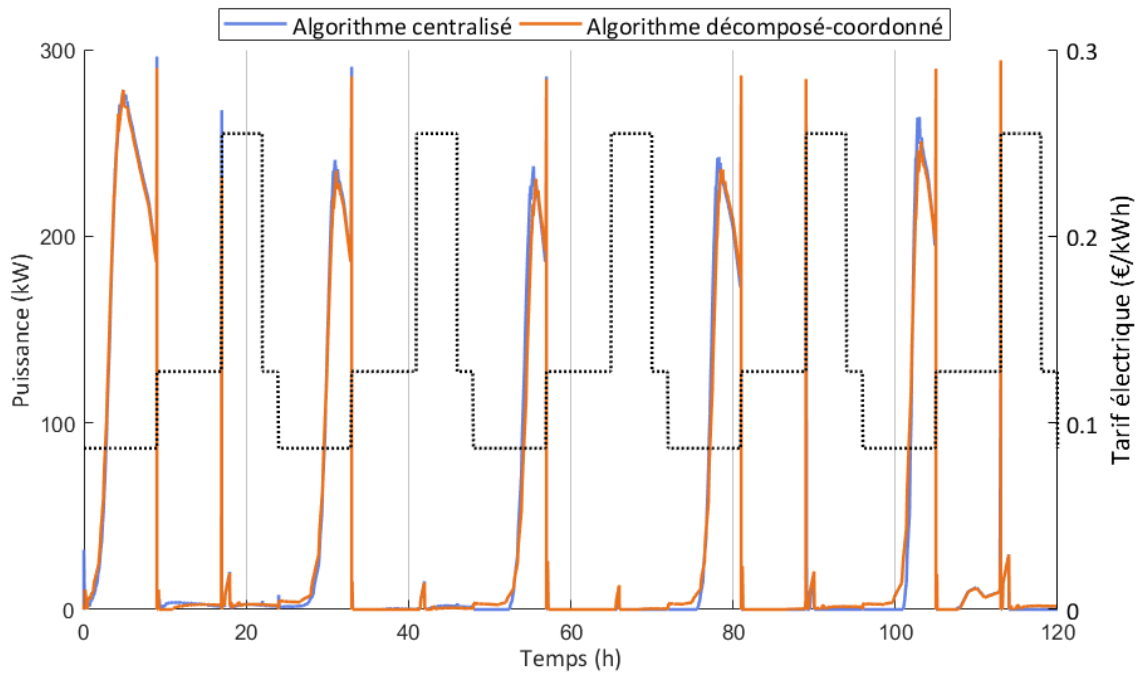


Figure 4.37 – Application de la commande prédictive avec les approches centralisée et décomposée-coordonnée, profils de puissance de la zone bureaux

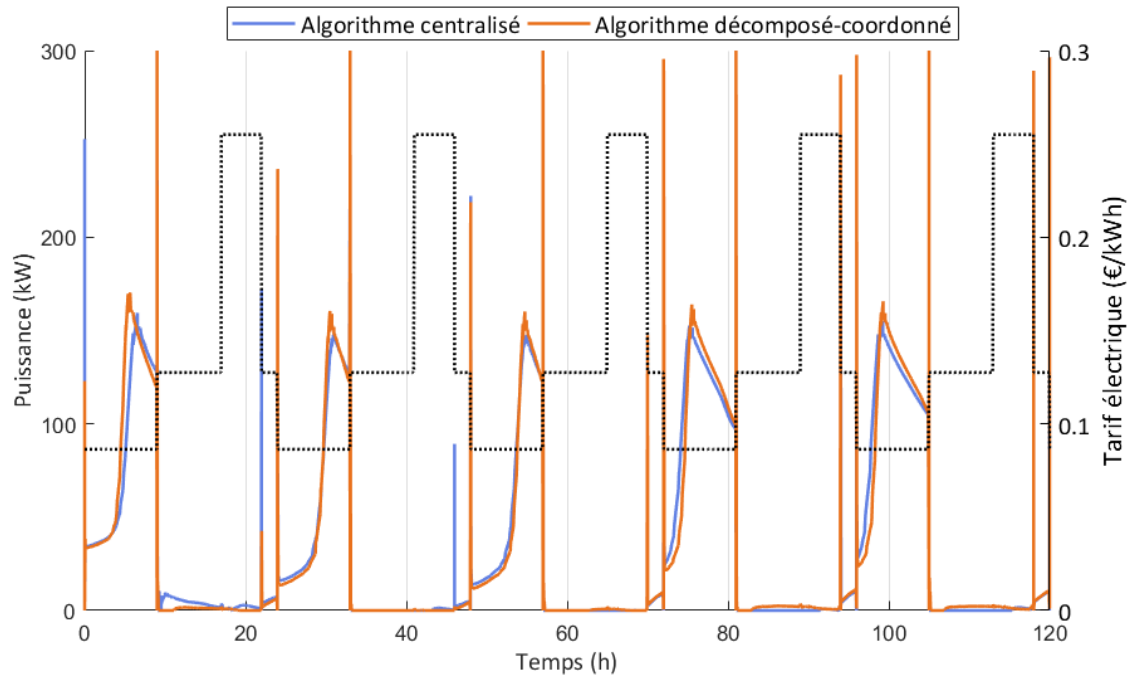


Figure 4.38 – Application de la commande prédictive avec les approches centralisée et décomposée-coordonnée, profils de puissance de la zone logements

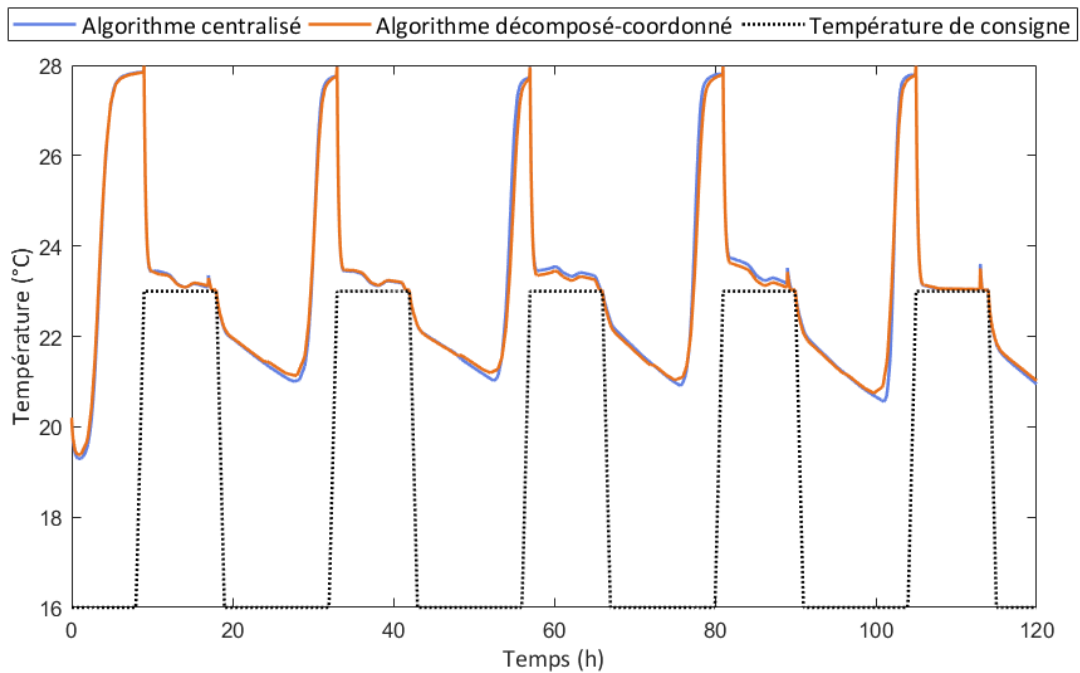


Figure 4.39 – Application de la commande prédictive avec les approches centralisée et décomposée-coordonnée, profils de température de la zone bureaux

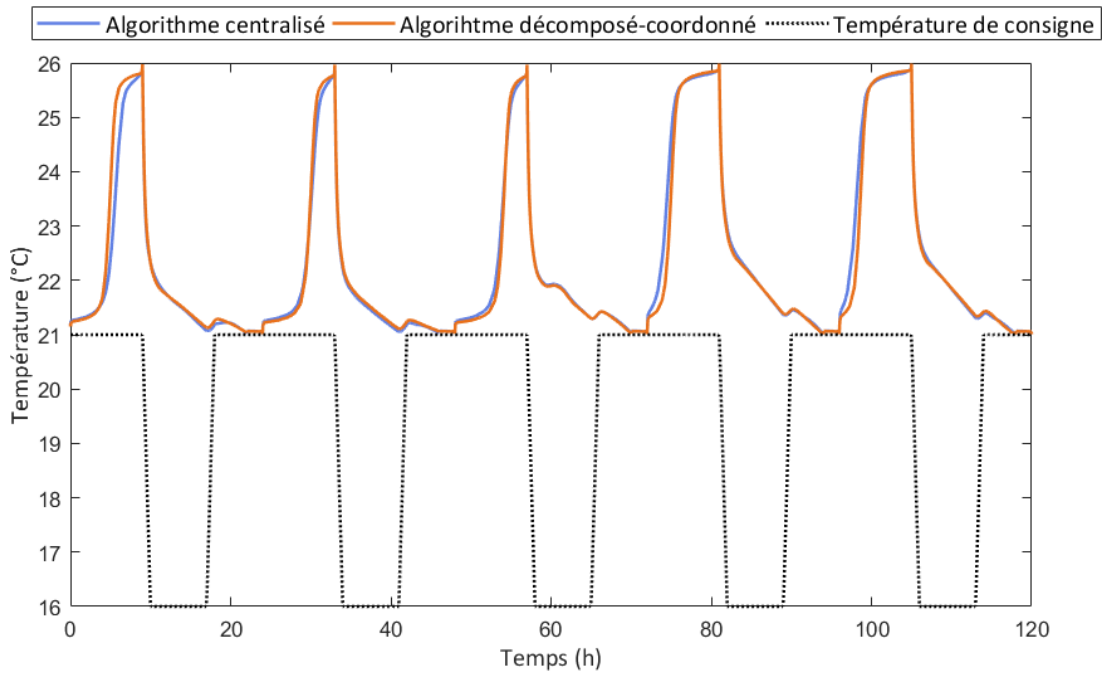


Figure 4.40 – Application de la commande prédictive avec les approches centralisée et décomposée-coordonnée, profils de température de la zone logements

Tableau 4.8 – Résultats de l'application de la commande prédictive avec les approches centralisée (C) et décomposée-coordonnée (DC) pour les zones bureaux (zone 1) et logements (zone 2)

	Zone 1	Zone 2	Zones 1 et 2
Variation du coût (C) (%)	-16	-20	-18
Variation du coût (DC) (%)	-16	-20	-18
Effacement des heures pleines (C) (%)	-97	-76	-95
Effacement des heures pleines (DC) (%)	-97	-76	-95
Effacement des heures de pointe (C) (%)	-81	-99	-95
Effacement des heures de pointe (DC) (%)	-77	-98	-94

4.8 Extension à quatre zones

Dans cette section, l'algorithme centralisé et l'algorithme décomposé-coordonné retenu précédemment (l'algorithme de décomposition-coordination par les prédictions) sont comparés sur un cas d'étude comportant quatre zones.

4.8.1 Présentation du cas d'étude

Le bâtiment précédemment utilisé pour la recherche de la commande optimale bizonne est désormais modélisé avec quatre zones (cf. Figure 4.41). Les sollicitations intérieures et les contraintes d'états associées à chacune des zones bureaux (respectivement logements) sont identiques à celles utilisées pour la zone bureaux (respectivement zone logements) du cas bizonne (cf. § 4.5.1.3 et § 4.5.1.4). Enfin, la puissance disponible considérée pour chacune des zones s'élève à 150 kW.

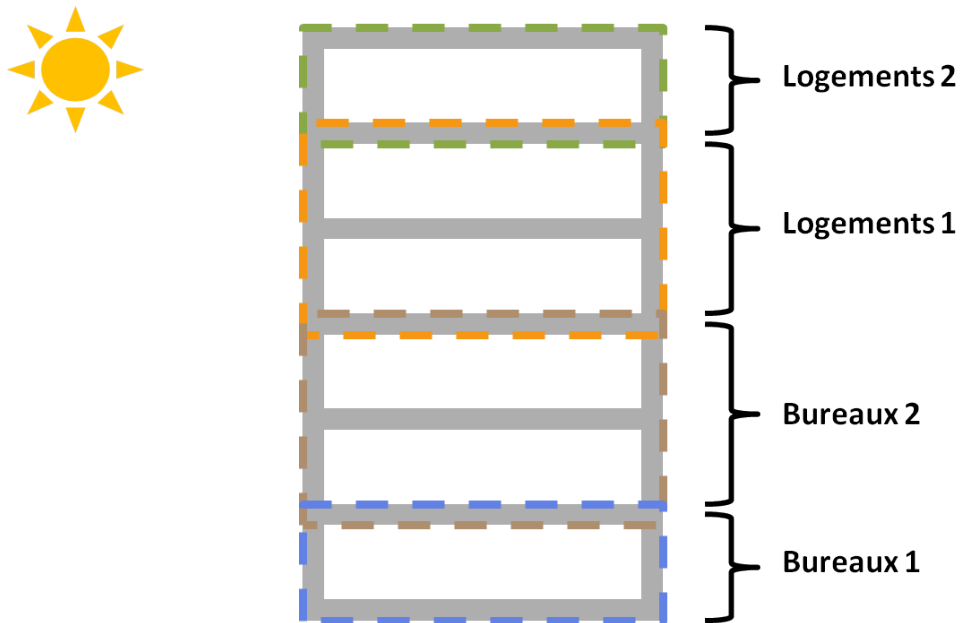


Figure 4.41 – Présentation du cas d'étude à quatre zones

4.8.2 Application de la commande prédictive

Le Tableau 5.4 présente les résultats en termes de variation du coût et d'effacement des heures pleines et de pointe. Les profils de puissance et de température obtenus pour chacune des zones sont présentés dans l'annexe D. La comparaison des résultats à l'échelle de chacune des zones révèle des différences n'excédant pas 2 % exceptée pour l'effacement des heures pleines de la zone logements 2 (zone 4 dans le tableau). Lorsque l'on considère l'ensemble des zones (cf. dernière colonne du Tableau 5.4), la variation du coût et l'effacement des heures pleines et de pointe sont identiques quelque soit l'approche considérée. Les résultats de l'approche décomposé-coordonnée à l'échelle de quatre zones sont donc pertinents. De plus, le temps de calcul de l'approche centralisée est cinq fois plus élevé que celui de l'approche décomposée-coordonnée. Cela permet de conclure que l'approche décomposée-coordonnée est davantage avantageuse à cette échelle.

Au-delà de la comparaison des deux approches, les résultats du Tableau 5.4 montre que la mise en place d'une stratégie d'effacement des consommations profite essentiellement aux zones « centrales » du bâtiment, c'est à dire aux zones bureaux 2 et logements 1. La

Tableau 4.9 – Résultats de l’application de la commande prédictive avec les approches centralisée (C) et décomposée-coordonnée (DC) pour les zones bureaux 1 et 2 (zone 1 et zone 2) et logements 1 et 2 (zone 3 et zone 4)

Zones	1	2	3	4	1 à 4
Variation du coût (C) (%)	-1	-21	-40	+2	-18
Variation du coût (DC) (%)	0	-23	-38	+1	-18
Effacement des heures pleines (C) (%)	-98	-100	-100	+20	-93
Effacement des heures pleines (DC) (%)	-99	-100	-98	+8	-93
Effacement des heures de pointe (C) (%)	-88	-97	-100	-92	-96
Effacement des heures de pointe (DC) (%)	-90	-96	-100	-92	-96

zone logements 2 voit d’ailleurs sa facture énergétique augmenter au profit de l’effort de réduction de la facture énergétique globale, il s’agit de la zone qui présente le plus faible potentiel d’inertie. Ainsi, il peut, par exemple, être envisagé de partager le gain total entre les zones au prorata de leur consommation.

Enfin, la parallélisation des calculs, a permis de réduire d’environ 60 % le temps de calcul de l’algorithme décomposé-coordonné. A cette échelle, la parallélisation devient donc plus intéressante.

4.9 Conclusion du chapitre

Dans le cas de l’existence de couplages thermiques entre deux zones, plusieurs algorithmes ont été mis au point puis comparés. Tout d’abord, un algorithme centralisé a été mis en place, la théorie ne valorise pas cette approche car elle présente peu de flexibilité et des temps de calcul élevés. Cependant, avec l’approche centralisée, on s’assure d’atteindre l’optimum global qui sert de référence. Plusieurs algorithmes de décomposition-coordination ont été testés puis comparés à la solution centralisée sur un exemple pédagogique. Le premier algorithme testé, l’algorithme de décomposition-coordination par les prix, s’approche de l’optimum global en un tant de calcul qui a été jugé trop important. Le second algorithme testé, l’algorithme de décomposition-coordination par relaxation de l’estimation de la température de la zone adjacente, ne converge pas vers le solution optimale. Ainsi, le troisième algorithme testé, l’algorithme de décomposition-coordination par prédictions a été mis en place. Ce dernier algorithme a été retenu d’une part parce qu’il présente des résultats très proches de ceux obtenus avec l’algorithme centralisé et d’autre part parce qu’il converge en un temps de calcul plus faible.

Ces résultats ont ensuite été validés par l'application de la commande optimale puis celle de la commande prédictive sur un cas d'étude bizona correspondant à un immeuble à 6 niveaux (3 niveaux de bureaux et 3 niveaux de logements). Là encore, les résultats de l'approche décomposée-coordonnée par les prédictions en termes de diminution de la facture énergétique et d'effacement des consommations d'heures creuses et de pointe sont très proches de ceux obtenus avec l'approche centralisée et le temps de calcul nécessaire est deux fois moins important avec l'approche décomposée-coordonnée. Les deux approches ont ensuite été testées sur le même bâtiment décomposé en quatre zones « en enfilade ». Les résultats obtenus avec l'approche décomposée-coordonnée sont également très proches de ceux obtenus avec l'approche centralisée et le temps de calcul obtenu est environ 60 % moins important. Les résultats obtenus dans ce chapitre sont en faveur de l'approche décomposée-coordonnée avec un algorithme de décomposition-coordination par les prédictions. D'autres configurations de bâtiments pourraient cependant être envisagées pour appuyer cette conclusion.

Stratégie de gestion énergétique en temps réel à l'échelle bizona, avec partage de la ressource

Sommaire

5.1	Introduction	167
5.2	Énoncé du problème de commande optimale bizona	168
5.3	Algorithme centralisé	168
5.4	Algorithmes décomposés-coordonnés	170
5.4.1	Énoncé du problème de commande optimale décomposé-coordonné	170
5.4.2	Algorithme 1 : algorithme décomposé-coordonné par les prix	171
5.4.3	Algorithme 2 : algorithme décomposé-coordonné par relaxation de l'estimation du profil de puissance de la zone voisine	175
5.5	Application de la commande prédictive bizona à un cas d'étude	178
5.5.1	Présentation du cas d'étude	178
5.5.2	Résultats de l'application de la commande optimale	179
5.5.3	Résultats de l'application de la commande prédictive	184
5.6	Combinaison des deux types de couplages	186
5.6.1	Résultats de l'application de la commande prédictive avec les deux types de couplage	186
5.6.2	Application à un cas de climatisation	187
5.6.3	Minimisation des émissions de CO_2	190
5.6.4	Perspective de prise en compte d'une contrainte sur la variation de la température	194
5.6.5	Extension à quatre zones	196
5.7	Conclusion	199

5.1 Introduction

Le chapitre 4 a permis de comparer les approches centralisée et décomposée-coordonnée dans le cadre de l'application de la commande prédictive pour la gestion du chauffage d'un bâtiment bizona lorsqu'il existe des transferts entre zones du fait de leur contiguïté. Dans ce cinquième chapitre, un couplage de type partage de la ressource est désormais pris en compte. Pour simplifier l'étude, ce second type de couplage est tout d'abord étudié seul (i.e. aucun transfert thermique n'est considéré entre les zones). Comme pour le cas de l'existence de transferts thermiques entre les zones, une approche décomposée-coordonnée est recherchée.

Deux algorithmes de décomposition-coordination ont alors été mis au point puis comparés. Le premier est un algorithme de décomposition-coordination par les prix qui fait office de référence. Cet algorithme s'est révélé plus performant dans le cas du partage de la ressource que dans celui de l'existence de couplages thermiques. Cependant, à l'échelle bizona et pour des valeurs d'une ressource disponible très limitée, le temps de calcul est important. Un second algorithme de décomposition-coordination a alors été réalisé. Cet algorithme est inspiré de la méthode de décomposition-coordination par les prédictions. Il consiste, pour chacune des zones, à réinjecter une estimation des puissances qui sera consommée par la zone voisine de manière à veiller à ce que la puissance de la zone en question ne mène pas au dépassement de la ressource totale disponible. L'estimation réalisée est déduite de la résolution des problèmes de commande optimale à l'échelle de chacune des zones à l'itération précédente de l'algorithme de décomposition-coordination. Ce second algorithme sera nommé algorithme de décomposition-coordination par relaxation sur l'estimation de la puissance de la zone voisine. Plus rapide et aussi précis que l'algorithme de décomposition-coordination par les prix, ce second algorithme est ensuite appliqué pour la commande prédictive bizona.

Ensuite, la commande prédictive a été appliquée en présence des deux types de couplage. L'algorithme de décomposition-coordination utilisé mêle les algorithmes de décomposition-coordination retenus pour chaque couplage. C'est à dire l'algorithme de décomposition-coordination par les prédictions pour les transferts thermiques entre zones et le second algorithme mentionné précédemment pour le partage de la ressource. Des applications concernant la minimisation des émissions de CO_2 ou encore la climatisation ont ensuite été étudiées.

Enfin, la commande prédictive a été appliquée en présence des deux types de couplages à l'échelle de quatre zones. Dans ce cas, c'est l'algorithme de décomposition-coordination par les prix qui a été retenu.

5.2 Énoncé du problème de commande optimale bizona

Le critère d'optimisation utilisé dans le cas du partage de la ressource est identique à celui utilisé dans le chapitre précédent concernant le cas de l'existence de couplages thermiques entre zones :

$$\min_{u_i \in U_{i_{ad}}} \left[J(u_1(t), u_2(t)) = \int_{t_0}^{t_f} C_{elec}(t) (u_1(t) + u_2(t)) dt \right] \quad (5.1)$$

Le système d'équations caractérise dans un premier temps un ensemble bizona dans lequel il n'y a pas de transferts thermiques entre les deux zones :

$$\begin{cases} \dot{T}(t) = A.T(t) + \sum_{i=1}^2 B_i.u_i(t) + B_{Soll}.Soll(t) \\ Y(t) = C.T(t) \end{cases} \quad (5.2)$$

Pour chacune des zones, les contraintes d'états (5.3) (respect des températures de consigne de chaque zone) et de commande (5.4) (limitation de la puissance injectée dans chacune des zones) sont également identiques à celles définies au chapitre précédent.

$$T_{min_i} \leq C_i.T(t) \leq T_{max_i} \quad (5.3)$$

$$u_{min_i} \leq u_i(t) \leq u_{max_i} \quad (5.4)$$

et le partage de la ressource entre les deux zones est caractérisé par la contrainte couplante suivante :

$$u_1(t) + u_2(t) \leq u_{tot} \quad (5.5)$$

5.3 Algorithme centralisé

L'approche centralisée consiste à résoudre un unique problème de commande optimale qui tient compte de la dynamique et de l'ensemble des contraintes définies au paragraphe précédent (équations 5.2 à 5.5).

Les changements de variable sur les puissances de chauffage et l'intégration des contraintes d'état (5.3) et de commande (5.4) par la méthode de pénalisation intérieure donnait au chapitre 4 (cf. § 4.3.1) le critère d'optimisation rappelé ci-dessous :

$$\min_{\nu_1, \nu_2} [J(\nu_1(t), \nu_2(t)) + \varepsilon \sum_{i=1}^2 \int_{t_0}^{t_f} [\gamma_e(C_i \cdot T(t) - T_{min_i}) + \gamma_e(T_{max_i} - C_i \cdot T(t)) + \gamma_u(\Phi(\nu_i(t)))] dt] \quad (5.6)$$

et l'hamiltonien suivant :

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_\varepsilon(T, \nu_1, \nu_2, p) = & \sum_{i=1}^2 C_{elec} \cdot \Phi(\nu_i) + p^T (A \cdot T + \sum_{i=1}^2 B_i \cdot \Phi(\nu_i) + B_{Soll} \cdot Soll) \\ & + \varepsilon \sum_{i=1}^2 [\gamma_e(C_i \cdot T - T_{min_i}) + \gamma_e(T_{max_i} - C_i \cdot T) + \gamma_u(\Phi(\nu_i))] \end{aligned} \quad (5.7)$$

Les valeurs de ν_1 et ν_2 qui minimisent l'hamiltonien (5.7) sont obtenues à partir de l'équation ci-dessous (cf. § 4.3.2) :

$$\nu_i^*(t) = \sinh^{-1} \left[-\frac{1}{\varepsilon} (C_{elec}(t) + B_i^T \cdot p(t)) \right] \quad (5.8)$$

Les changements de variable sur la commande assurent le respect des contraintes de commande locales (5.4), le couple optimal (u_1^*, u_2^*) résultant de la résolution de l'équation (5.8) et des changement de variable se situe alors à l'intérieur du carré rayé présenté à la figure 5.1 . Cependant, le respect de la contrainte couplante (5.5) n'est pas garanti, c'est le cas lorsque le couple optimale (u_1^*, u_2^*) se situe dans la partie aux rayures oranges du carré présenté à la Figure 5.1 (au-dessus de la droite bleue).

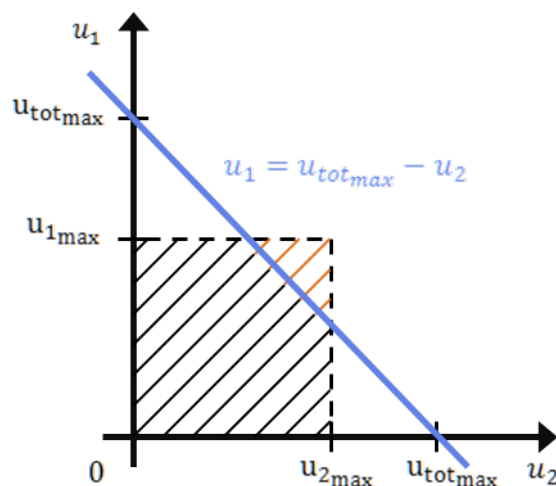


Figure 5.1 – Définition de l'espace des commandes admissibles

Comme pour l'algorithme de résolution du problème de commande optimale monozone présenté dans le chapitre 2, une fonction de saturation Ψ pourrait être utilisée pour

effectuer le changement de variable suivant :

$$(u_1, u_2) = \Psi(\nu_1, \nu_2) \quad (5.9)$$

permettant de passer d'une variation de (ν_1, ν_2) sur l'ensemble \mathbb{R}^2 à l'intérieur de l'espace des commandes admissibles défini dans la figure 5.1. Un tel changement de variable est plus difficile à réaliser que celui effectué pour s'assurer que chacune des puissances est comprise entre une valeur minimale et une valeur maximale (cf. équation 5.3) et devrait être reformulé avec l'augmentation du nombre de zones.

Une autre possibilité d'algorithme centralisé consiste, à la manière de l'algorithme d'Uzawa de la décomposition-coordination par les prix, à ajouter un « prix » à l'hamiltonien (5.8) de manière à forcer la solution à respecter la contrainte couplante (5.5) grâce à une mise à jour du prix au fil d'itérations qui peuvent être simultanées à l'incrémement de la pénalisation intérieure. L'algorithme de décomposition-coordination par les prix est équivalent, dans le cas du partage de la ressource, à cet algorithme centralisé. En sachant que la résolution des problèmes de commande optimale à l'échelle des zones thermiques est plus rapide que celle à l'échelle globale, la mise en œuvre de l'algorithme de décomposition-coordination par les prix est donc privilégié et constitue la référence.

5.4 Algorithmes décomposés-coordonnés

Deux algorithmes de décomposition-coordination ont été envisagés dans le cas du partage de la ressource. L'algorithme 1 correspond à un algorithme de décomposition-coordination par les prix et l'algorithme 2 à un algorithme de décomposition-coordination inspiré de l'algorithme de décomposition-coordination par les prédictions. Ces algorithmes sont présentés dans cette section.

5.4.1 Énoncé du problème de commande optimale décomposé-coordonné

Comme pour le cas de l'existence de couplages thermiques, le critère d'optimisation et les contraintes d'état et de commande propres à chaque zone sont naturellement décomposables.

La dynamique 5.2 caractérise un ensemble bizona dans lequel il n'y a pas de transfert thermique entre les zones. La complexité liée à la décomposition de la dynamique dans le cas de l'existence de transferts thermiques n'existe donc plus. Pour chaque zone i , la

dynamique s'écrit :

$$\begin{cases} \dot{T}_i(t) = A_i.T_i(t) + B_{u_i}.u_i(t) + B_{Soll_i}.Soll_i(t) \\ Y_i(t) = C_i.T_i(t) \end{cases} \quad (5.10)$$

La coordination intervient alors pour assurer le respect de la contrainte couplante sur le partage de la ressource (5.5).

5.4.2 Algorithme 1 : algorithme décomposé-coordonné par les prix

L'algorithme de décomposition-coordination par les prix consiste à introduire un unique prix λ qui permet de forcer la solution à respecter la contrainte couplante.

L'hamiltonien global prend alors la forme suivante :

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_\varepsilon(T_1, T_2, \nu_1, \nu_2, p_1, p_2, \lambda) &= \lambda(\Phi(\nu_1) + \Phi(\nu_2) - u_{tot}) + \sum_{i=1}^2 [C_{elec}.\Phi(\nu_i) \\ &+ p_i^T(A_i.T_i + B_i.\Phi(\nu_i) + B_{Soll_i}.Soll_i) \\ &+ \varepsilon(\gamma_T(C_i.T - T_{mini}) + \gamma_T(T_{max_i} - C_i.T) + \gamma_u(\Phi(\nu_i))) \end{aligned} \quad (5.11)$$

L'optimum $(T_1^*, T_2^*, \nu_1^*, \nu_2^*, p_1^*, p_2^*, \lambda^*)$ vérifie :

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_\varepsilon(T_1^*, T_2^*, \nu_1^*, \nu_2^*, p_1^*, p_2^*, \lambda^*) &= \\ \min_{\nu_1, \nu_2} \left[\max_{\lambda} \mathcal{H}_\varepsilon(T_1, T_2, \nu_1, \nu_2, p_1, p_2, \lambda) \right] \end{aligned} \quad (5.12)$$

Sous l'hypothèse d'existence d'un point selle, (5.12) devient :

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_\varepsilon(T_1^*, T_2^*, \nu_1^*, \nu_2^*, p_1^*, p_2^*, \lambda^*) &= \\ \max_{\lambda} \left[\min_{\nu_1, \nu_2} \mathcal{H}_\varepsilon(T_1, T_2, \nu_1, \nu_2, p_1, p_2, \lambda) \right] \end{aligned} \quad (5.13)$$

En particulier, le problème de minimisation suivant ν_1 et ν_2 est décomposable en deux problèmes de minimisation indépendants :

$$\begin{aligned} \min_{\nu_1, \nu_2} \mathcal{H}_\varepsilon(T_1, T_2, \nu_1, \nu_2, p_1, p_2, \lambda) &= \min_{\nu_1} \mathcal{H}_{\varepsilon_1}(T_1, \nu_1, p_1, \lambda) \\ &+ \min_{\nu_2} \mathcal{H}_{\varepsilon_2}(T_2, \nu_2, p_2, \lambda) \end{aligned} \quad (5.14)$$

où $\mathcal{H}_{\varepsilon_i}$ caractérise l'hamiltonien local associé à la zone i :

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{\varepsilon_i}(T_i, \nu_i, p_i, \lambda_i, \lambda_j) &= \lambda(\Phi(\nu_i) - \frac{u_{tot}}{2}) + C_{elec} \cdot \Phi(\nu_i) \\ &+ p_i^T (A_i \cdot T_i + B_i \cdot \Phi(\nu_i) + B_{Soll_i} \cdot Soll_i) \\ &+ \varepsilon [\gamma_T (C_i \cdot T - T_{min_i}) + \gamma_T (T_{max_i} - C_i \cdot T) \\ &+ \gamma_u(\Phi(\nu_i))] \end{aligned} \quad (5.15)$$

Le choix de $\frac{u_{tot}}{2}$ pour décomposer la contrainte couplante ne présente aucune importance puisque dans la résolution de l'algorithme, u_{tot} n'apparaît finalement pas dans la formulation du problème au deux bouts (cf. étape de décomposition).

5.4.2.1 Étape de décomposition

À l'itération (k) , $\lambda^{(k-1)}$ est fixé et le problème aux deux bouts associé à l'hamiltonien (5.15) est défini par les deux équations suivantes :

$$\dot{T}_i(t) = A_i \cdot T_i(t) + B_{u_i} \cdot \Phi(\nu_i(t)) + B_{Soll_i} \cdot Soll_i(t) \quad (5.16)$$

$$\begin{aligned} \dot{p}_i(t) &= -A_i^T \cdot p_i(t) - \varepsilon \sum_{i=1}^2 C_i^T [\gamma'_e(C_i \cdot T_i(t) - T_{min_i}) \\ &- \gamma'_e(T_{max_i} - C_i \cdot T_i(t))] \end{aligned} \quad (5.17)$$

Pour obtenir ν_i^* , le problème de minimisation de l'hamiltonien $\mathcal{H}_{\varepsilon_i}$ revient à résoudre :

$$\frac{\partial \mathcal{H}_{\varepsilon_i}}{\partial \nu_i} = \lambda^{(k-1)} \Phi'(\nu_i) + C_{elec} \Phi'(\nu_i) + B_i^T \cdot p \cdot \Phi'(\nu_i) + \Phi'(\nu_i) \cdot \varepsilon \cdot \gamma_u(\Phi(\nu_i(t))) = 0 \quad (5.18)$$

Avec l'astuce suivante (Malisani *et al.*, 2016) :

$$\gamma_u(\Phi(\nu_i(t))) = \sinh(\nu_i(t)) \quad (5.19)$$

l'optimum ν_i^* s'écrit :

$$\nu_i^*(t) = \sinh^{-1} \left[-\frac{1}{\varepsilon} (\lambda^{(k-1)}(t) + C_{elec}(t) + B_i^T \cdot p(t)) \right] \quad (5.20)$$

5.4.2.2 Étape de coordination

L'étape de coordination consiste à mettre à jour le prix λ . À l'itération (k) , la mise à jour s'effectue de la manière suivante :

$$\lambda^{(k)}(t) = \lambda^{(k-1)}(t) + \rho_\lambda (u_1(t) + u_2(t) - u_{tot}) \quad (5.21)$$

avec ρ_λ un pas adapté à la coordination.

5.4.2.3 Convergence

En considérant une certaine tolérance tol , l'algorithme a convergé lorsque :

$$\sqrt{\frac{1}{(t_f - t_0)} \int_{t_0}^{t_f} [u_1(t) + u_2(t) - u_{tot}]^2 dt} < tol \quad (5.22)$$

5.4.2.4 Description de l'algorithme

Niveau 0 : initialisation décomposition-coordination

- Le prix $\lambda^{(0)}$ est initialisé $\forall t \in [t_0, t_f]$.
- L'incrément (k) de la décomposition coordination est initialisé à 1.

Niveau 1 : décomposition

Pour chaque zone i , les étapes suivantes sont réalisées.

Étape 1 : initialisation locale

- L'état $T_i(t)$ est initialisé de manière à respecter les contraintes (5.3) $\forall t \in [t_0, t_f]$.
- L'état adjoint $p_i(t)$ est initialisé à 0, $\forall t \in [t_0, t_f]$.
- La suite décroissante $(\varepsilon_n)_{1 \leq n \leq N}$ est définie et l'on fixe $\varepsilon = \varepsilon_0$.

Étape 2 : application du principe du minimum de Pontryagin au sous-problème i

- L'optimum u_i^* est obtenu en résolvant l'équation (5.20) puis en appliquant le changement de variable.
- Le problème aux deux bouts à résoudre est le suivant :

$$\begin{cases} \dot{T}_i(t) = A_i.T_i(t) + B_i.u_i^*(t) + B_{Soll_i}.Soll_i(t) \\ \dot{p}_i(t) = -A_i^T.p_i(t) \\ -\varepsilon \sum_{i=1}^2 C_i^T [\gamma'_e(C_i.T_i(t) - T_{min_i}) - \gamma'_e(T_{max_i} - C_i.T_i(t))] \end{cases} \quad (5.23)$$

avec les conditions initiale et finale suivantes :

$$\begin{cases} T_i(t_0) = T_0 \\ p_i(t_f) = 0 \end{cases} \quad (5.24)$$

Niveau 2 : coordination

Le prix $\lambda^{(k)}$ est mis à jour à partir de l'équation (5.21).

Niveau 3 : incrémentation décomposition-coordination

- Si la condition (5.22) est atteinte et si $n = N$, l'algorithme de décomposition-coordination par les prix a convergé.
- Sinon, l'algorithme passe au niveau 4.

Niveau 4 : incrémentation pénalisation intérieure

- Si $n = N$, l'algorithme reprend à l'étape 2 du niveau 1 avec les nouvelles valeurs des états $T_i(t)$, des états adjoints $p_i(t)$ et du prix $\lambda^{(k)}$.
- Sinon, ε est incrémenté et l'algorithme reprend à l'étape 2 du niveau 1 avec les nouvelles valeurs des états $T_i(t)$, des états adjoints $p_i(t)$ et du prix $\lambda^{(k)}$.

5.4.3 Algorithme 2 : algorithme décomposé-coordonné par relaxation de l'estimation du profil de puissance de la zone voisine

Ce second algorithme de décomposition-coordination consiste, pour chaque zone i , à considérer une estimation de la puissance voisine $u_j^{(k-1)}$ pour veiller à ce que la puissance de la zone i ne dépasse pas $u_{tot} - u_j^{(k-1)}$.

Dans ce cas, l'hamiltonien associé à chaque zone i prend la forme suivante :

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{\varepsilon_i}(T_i, \nu_i, p_i, \lambda_i, \lambda_j) &= C_{elec} \cdot \Phi(\nu_i) \\ &+ p_i^T (A_i \cdot T_i + B_i \cdot \Phi(\nu_i) + B_{Soll_i} \cdot Soll_i) \\ &+ \varepsilon [\gamma_T (C_i \cdot T - T_{min_i}) + \gamma_T (T_{max_i} - C_i \cdot T) + \gamma_u \Phi(\nu_i)] \end{aligned} \quad (5.25)$$

5.4.3.1 Étape de décomposition

À l'itération (k) , le problème aux deux bouts est identique à celui de l'algorithme 1 (cf. équations 5.16 et 5.17). Cependant, pour obtenir ν_i^* , le problème de minimisation de l'hamiltonien $\mathcal{H}_{\varepsilon_i}$ revient à résoudre :

$$\frac{\partial \mathcal{H}_{\varepsilon_i}}{\partial \nu_i} = C_{elec} \Phi'(\nu_i) + B_i^T \cdot p \cdot \Phi'(\nu_i) + \Phi'(\nu_i) \cdot \varepsilon \cdot \gamma_u(\Phi(\nu_i(t))) = 0 \quad (5.26)$$

et l'optimum ν_i^* s'écrit :

$$\nu_i^*(t) = \sinh^{-1} \left[-\frac{1}{\varepsilon} (C_{elec}(t) + B_i^T \cdot p(t)) \right] \quad (5.27)$$

Le changement de variable (5.19) permet de récupérer la puissance de chauffage de la zone u_i^* . À partir de la puissance de la zone voisine prédite à l'itération $(k-1)$ par le coordonnateur et notée $u_j^{(k-1)}$ on détermine si la condition suivante est respectée :

$$0 \leq u_{tot} - u_i^*(t) - u_j^{(k-1)}(t) \quad (5.28)$$

Dans ce cas, où (5.28) n'est pas respectée, on pose :

$$u_i^*(t) = u_{tot} - u_j^{(k-1)}(t) \quad (5.29)$$

5.4.3.2 Étape de coordination

L'étape de coordination permet de mettre à jour, pour chaque zone i , la puissance $u_i^{(k)}$ à réinjecter dans la zone voisine à la l'itération suivante :

$$u_i^{(k)}(t) = u_i^{(k-1)}(t) + \rho_u(u_i(t) - u_i^{(k-1)}(t)) \quad (5.30)$$

avec ρ_u un pas adapté à la coordination.

5.4.3.3 Convergence

En considérant une certaine tolérance tol , l'algorithme a convergé lorsque pour chaque zone i :

$$\sqrt{\frac{1}{(t_f - t_0)} \int_{t_0}^{t_f} [u_i(t) - u_i^{(k-1)}(t)]^2 dt} < tol \quad (5.31)$$

5.4.3.4 Description de l'algorithme

Niveau 0 : initialisation décomposition-coordination

- L'incrément (k) de la décomposition coordination est initialisé à 1.
- Les estimations des profils de puissance $u_1^{(0)}$ et $u_2^{(0)}$ sont initialisées à 0 $\forall t \in [t_0, t_f]$.

Niveau 1 : décomposition

Pour chaque zone i , les étapes suivantes sont réalisées.

Étape 1 : initialisation locale

- L'état $T_i(t)$ est initialisé de manière à respecter les contraintes (5.3) $\forall t \in [t_0, t_f]$.
- L'état adjoint $p_i(t)$ est initialisé à 0, $\forall t \in [t_0, t_f]$.
- La suite décroissante $(\varepsilon_n)_{1 \leq n \leq N}$ est définie et l'on fixe $\varepsilon = \varepsilon_0$.

Étape 2 : Application du principe du minimum de Pontryagin au sous-problème i

- L'optimum u_i^* est obtenu en résolvant l'équation 5.20 puis en appliquant le changement de variable. Dans le cas où l'inégalité 5.28 n'est pas respectée, on pose :

$$u_i^*(t) = u_{tot} - u_j^{(k-1)}(t) \quad (5.32)$$

- Le problème aux deux bouts à résoudre est le suivant :

$$\begin{cases} \dot{T}_i(t) = A_i \cdot T_i(t) + B_i \cdot u_i^*(t) + B_{Soll_i} \cdot Soll_i(t) \\ \dot{p}_i = -A_i^T \cdot p_i(t) \\ -\varepsilon \sum_{i=1}^2 C_i^T [\gamma'_e(C_i \cdot T_i(t) - T_{min_i}) - \gamma'_e(T_{max_i} - C_i \cdot T_i(t))] \end{cases} \quad (5.33)$$

avec les conditions initiale et finale suivantes :

$$\begin{cases} T_i(t_0) = T_0 \\ p_i(t_f) = 0 \end{cases} \quad (5.34)$$

Niveau 2 : coordination

Les estimations $u_1^{(k)}$ et $u_2^{(k)}$ sont mises à jour à partir de l'équation (5.30).

Niveau 3 : incrémentation décomposition-coordination

- Si la condition (5.31) est atteinte et si $n = N$, l'algorithme de décomposition-coordination par les prix a convergé.
- Sinon, l'algorithme passe au niveau 4.

Niveau 4 : incrémentation pénalisation intérieure

- Si $n = N$, l'algorithme reprend à l'étape 2 du niveau 1 avec les nouvelles valeurs des états $T_i(t)$, des états adjoints $p_i(t)$ et des estimations $u_1^{(k)}$ et $u_2^{(k)}$.
- Sinon, ε est incrémenté et l'algorithme reprend à l'étape 2 du niveau 1 avec les nouvelles valeurs des états $T_i(t)$, des états adjoints $p_i(t)$ et des estimations $u_1^{(k)}$ et $u_2^{(k)}$.

5.5 Application de la commande prédictive bizona à un cas d'étude

Pour le cas du partage de la ressource, les différents algorithmes n'ont pas été préalablement comparés sur un exemple pédagogique contrairement au cas de l'existence de couplages thermiques entre zones. En effet, la complexité liée à la décomposition du PCO global dans le cas de l'existence de couplages thermiques résidait dans la décomposition de la dynamique. L'exemple pédagogique représentait alors un modèle avec une dynamique simplifiée. Désormais, la complexité du partage de la ressource réside dans la décomposition d'une contrainte de commande. Aucune difficulté n'a alors été rencontrée concernant l'application des différents algorithmes à un cas d'étude dont le modèle thermique dynamique n'a pas été simplifié.

La commande prédictive dans le cas du partage de la ressource reprend les quatre étapes présentées dans le chapitre 4 concernant le cas de l'existence de couplages thermiques entre les zones (initialisation, observateur d'état, planification de trajectoire et suivi de trajectoire). L'horizon d'optimisation considéré est de trois jours et la période d'échantillonnage de la commande prédictive est fixée à 24 heures.

5.5.1 Présentation du cas d'étude

Le cas d'étude utilisé est presque identique à celui utilisé dans le chapitre 4. Ne changent pas :

- les sollicitations extérieures ;
- les sollicitations intérieures ;
- les contraintes d'état et de commande associées à chacune des zones ;
- la tarification de l'électricité.

Le modèle de bâtiment est quand à lui modifié de manière à rendre les systèmes dynamiques indépendants.

5.5.2 Résultats de l'application de la commande optimale

Dans un premier temps, le cas sans partage de la ressource est réalisé. La Figure 5.2 présente la somme des profils de puissance optimaux obtenus sans partage de la ressource. Trois limites de puissance totale sont envisagées : 400 (limite 1, droite orange), 350 (limite 2, droite jaune) et 300 kW (limite 3, droite verte). Ces limites correspondent à u_{tot} : plus la valeur de u_{tot} est faible et plus la contrainte couplante (5.5) est forte. La valeur de la contrainte couplante la plus forte (300 kW) a été choisie puisqu'elle correspond à la puissance maximale qui peut être injectée dans une seule zone. Des valeurs plus faibles auraient pu être envisagées mais elles ne sont pas considérées dans le cadre de cette étude.

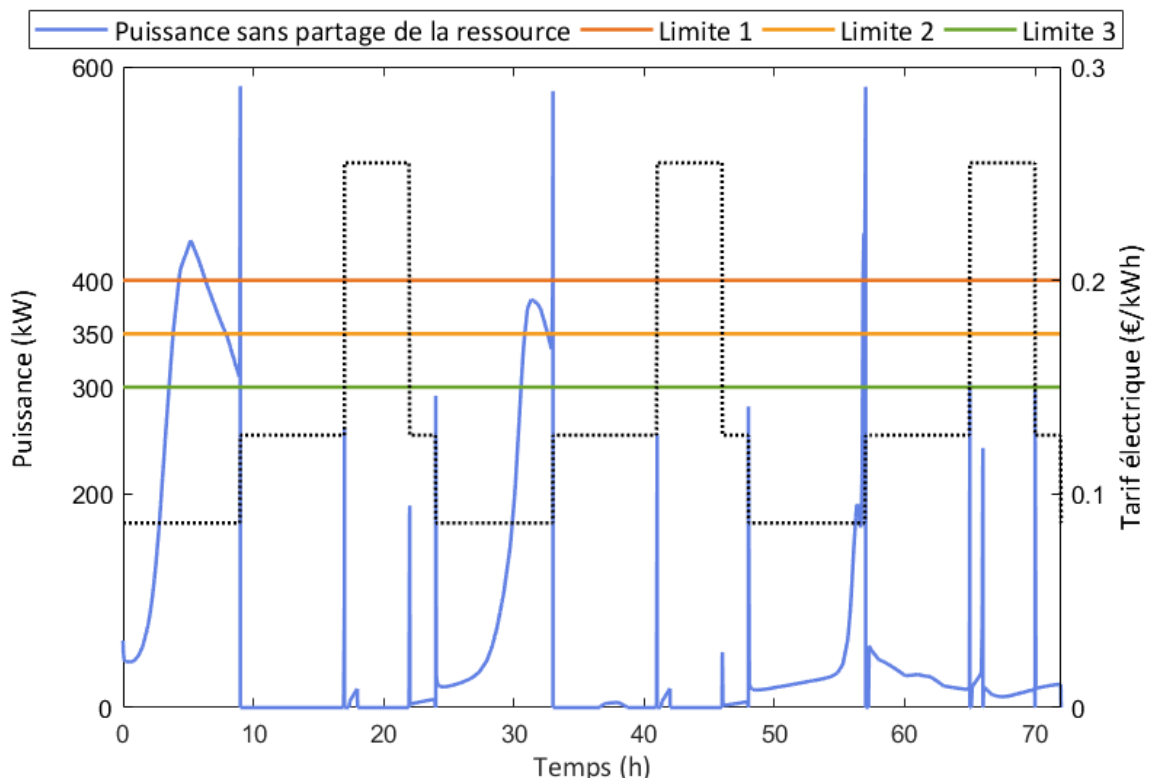


Figure 5.2 – Somme des profils de puissance optimaux sans partage de la ressource et tracés des limites de puissance maximale utilisées par la suite

Les Figures 5.3, 5.4 et 5.5 présentent les sommes des puissances des zones bureaux et logements obtenues avec l'algorithme de décomposition-coordination par les prix (al-

gorithme 1) qui constitue la référence et l'algorithme de décomposition-coordination par relaxation sur l'estimation de la puissance de la zone voisine (algorithme 2) dans les cas où la contrainte couplante vaut 400 kW, 350 kW et 300 kW.

Quelle que soit la valeur de la contrainte couplante, les profils de puissance totale décomposés-coordonnés sont quasiment identiques. Pour la valeur de la contrainte la plus forte (cf. Figure 5.5), de légers dépassements de la contrainte couplante sont visibles essentiellement pour l'algorithme 1 de décomposition-coordination par les prix. En réalité, même si cela n'est pas visible sur les graphiques correspondants aux deux autres valeurs de la contrainte, aucun des deux algorithmes n'assure un strict respect de la contrainte couplante puisqu'une convergence parfaite ne peut pas être atteinte. Pour parer ce problème, ces légers dépassements sont corrigés lors du suivi de trajectoire (cf. § 5.5.3).

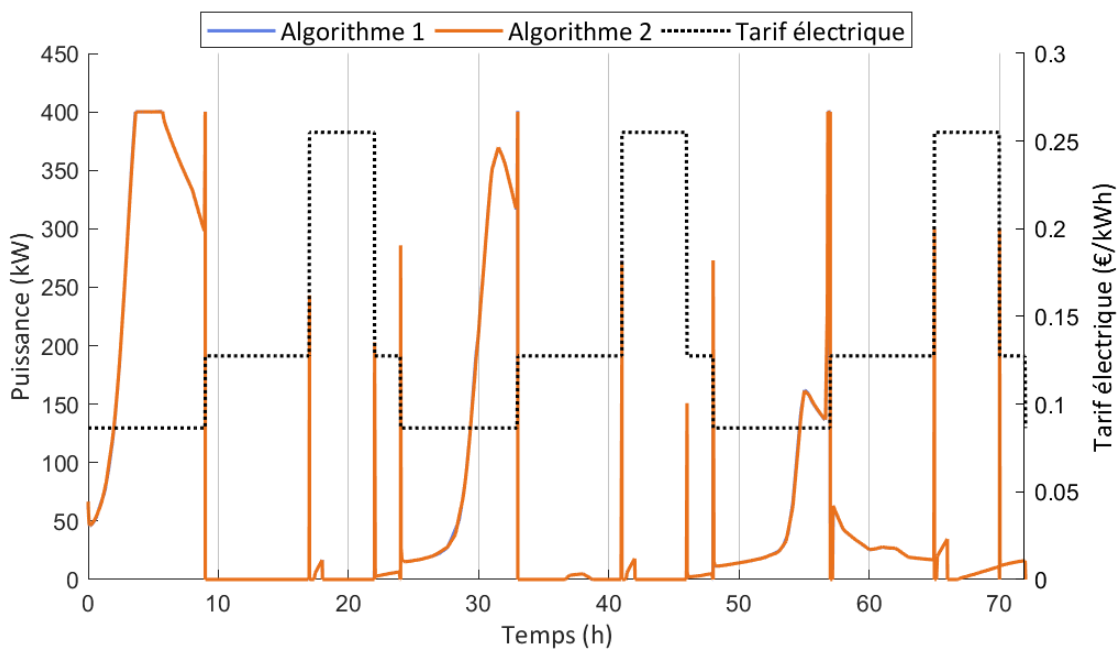


Figure 5.3 – Profils de puissance totale obtenus avec les algorithmes décomposés-coordonnés (profils superposés) dans le cas où la contrainte couplante vaut 400 kW

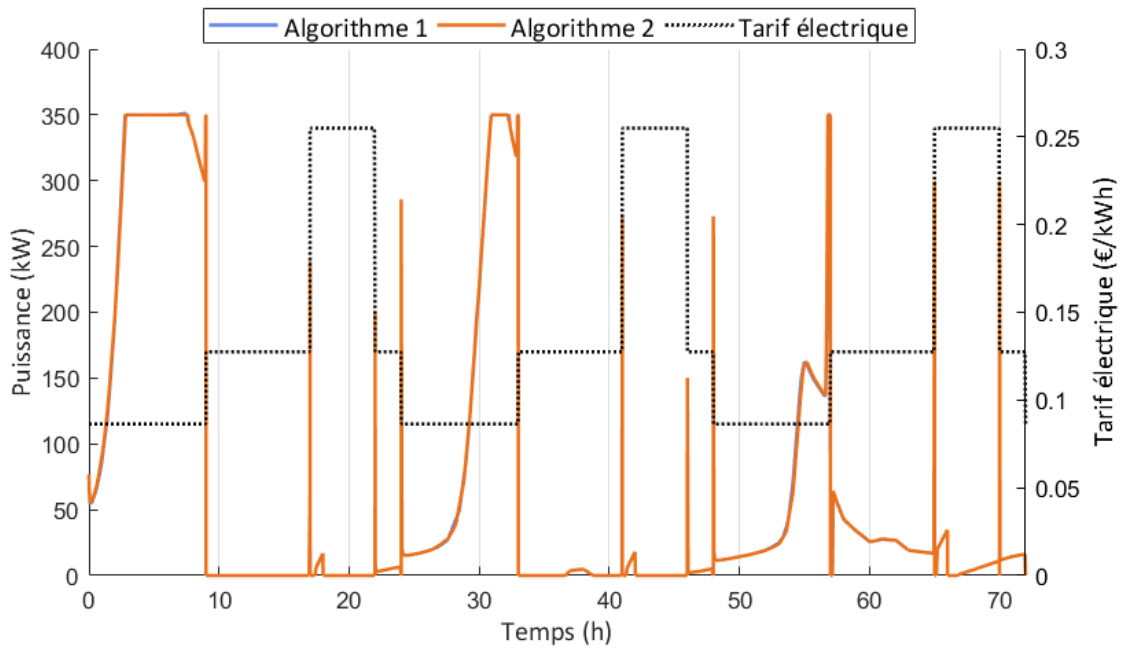


Figure 5.4 – Profils de puissance totale obtenus avec les algorithmes décomposés-coordonnés (profils superposés) dans le cas où la contrainte couplante vaut 350 kW

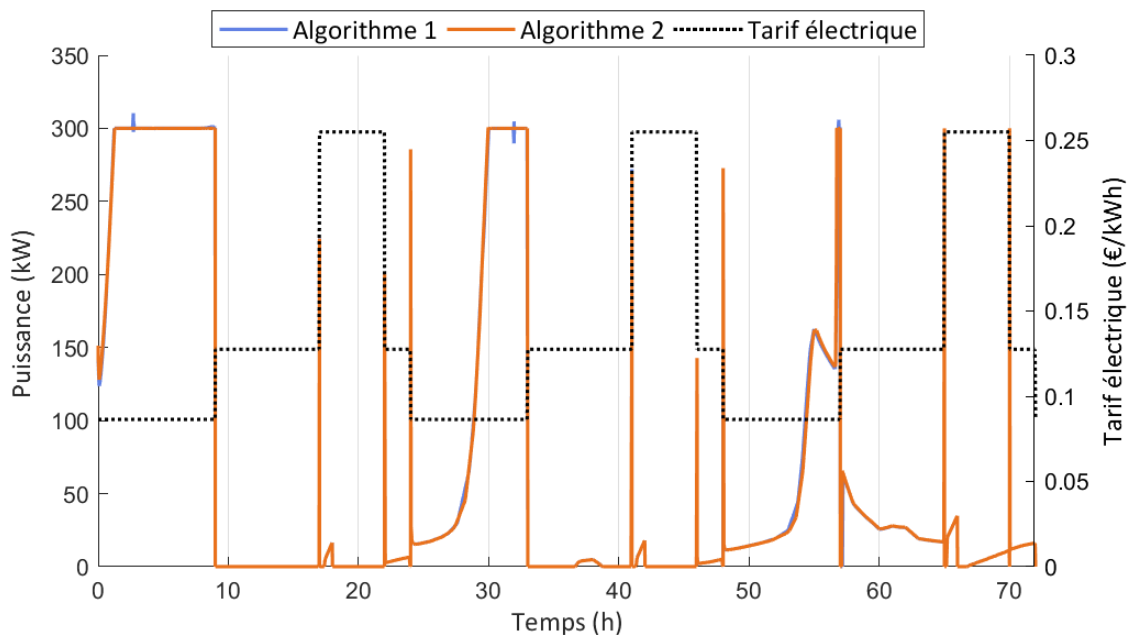


Figure 5.5 – Profils de puissance totale obtenus avec les algorithmes décomposés-coordonnés (profils superposés) dans le cas où la contrainte couplante vaut 300 kW

Les profils extrêmement proches des deux algorithmes aboutissent aux mêmes résultats en termes de réduction de la facture électrique et d'effacement des heures pleines et de pointe par rapport au cas dit « sans stratégie ». Toutes zones confondues :

- La réduction de la facture énergétique est de 15 %.
- L'effacement des heures pleines est de 86 %.

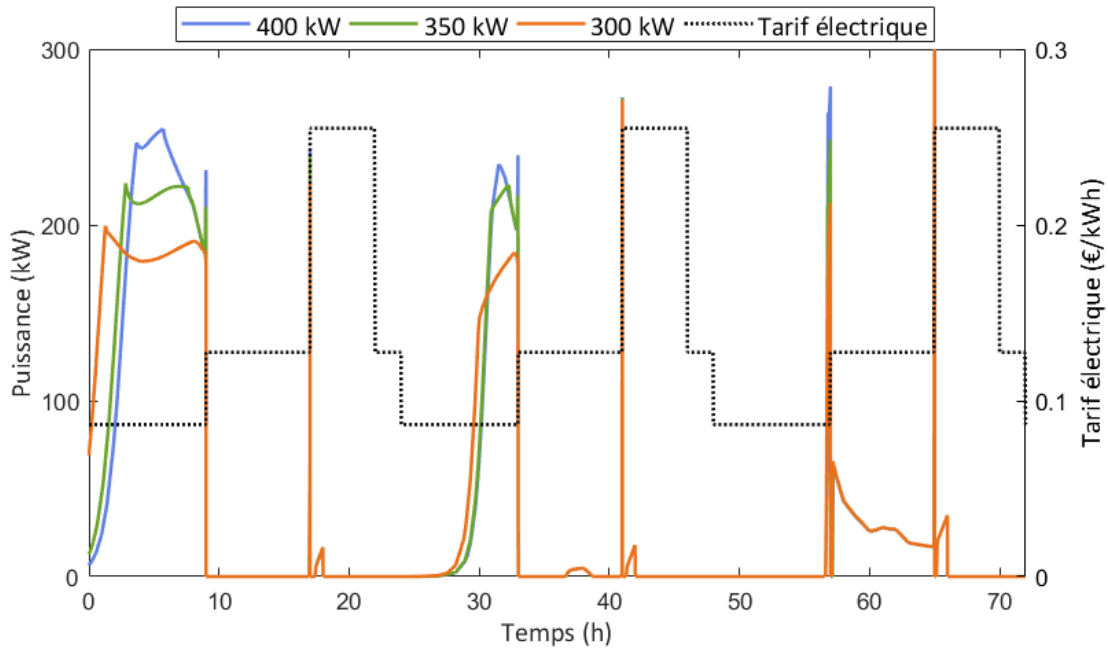


Figure 5.6 – Profils de puissance de la zone bureaux obtenu avec l’algorithme 2 suivant différentes valeurs de u_{tot}

— L’effacement des heures de pointe vaut 92 %.

Ainsi, la diminution de la valeur de la puissance à partager a un impact inférieur à 1 % sur la réduction de la facture énergétique. Cependant, d’autres valeurs plus faibles de la contrainte couplante pourraient être envisagées pour statuer sur la valeur de la contrainte couplante à partir de laquelle la réduction de la facture énergétique n’est plus avantageuse.

Les deux algorithmes conduisant aux mêmes résultats, seuls les profils de puissance et de température de l’algorithme 2 sont présentés sur les figures suivantes qui permettent de visualiser l’évolution des puissances des deux zones (cf. Figures 5.6 et 5.7) et l’évolution des températures des deux zones (cf. Figures 5.8 et 5.9) en fonction de la valeur de la contrainte couplante. L’observation de ces graphiques montre que plus la valeur de la contrainte couplante est faible, plus le préchauffage débute en amont des heures pleines et de pointe.

Le Tableau 5.1 présente les temps de calcul obtenus avec les deux algorithmes. Le second algorithme de décomposition-coordination est le plus rapide. De plus cet algorithme présente des résultats identiques à l’algorithme décomposée-coordonné par les prix qui constitue la référence pour le cas de partage de la ressource.

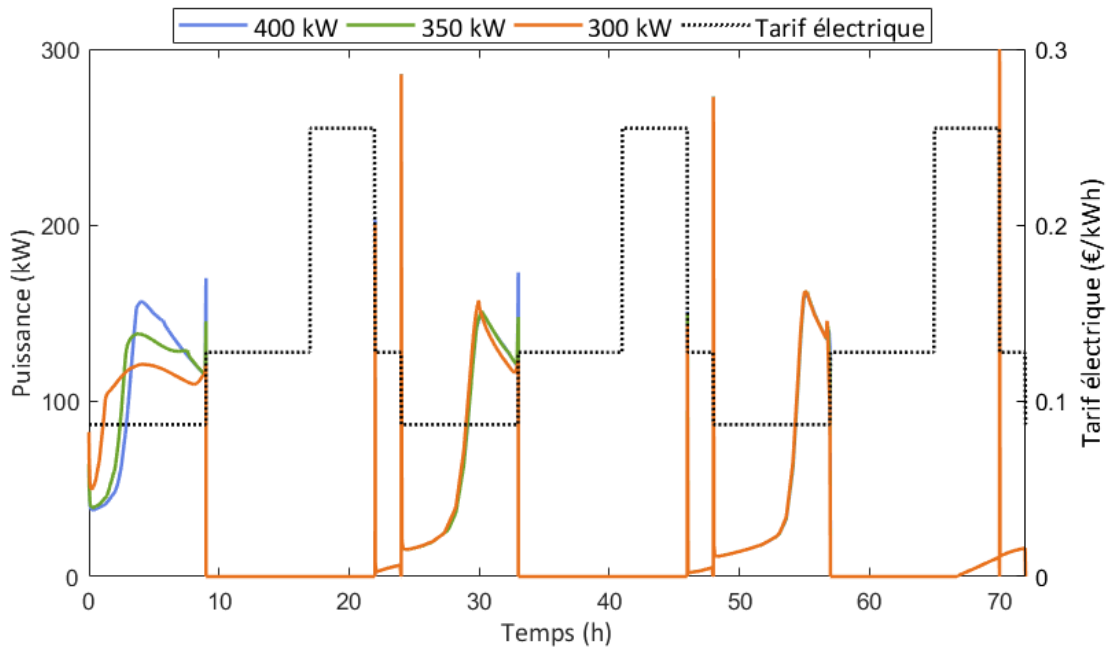


Figure 5.7 – Profils de puissance de la zone logements obtenu avec l'algorithme 2 suivant différentes valeurs de u_{tot}

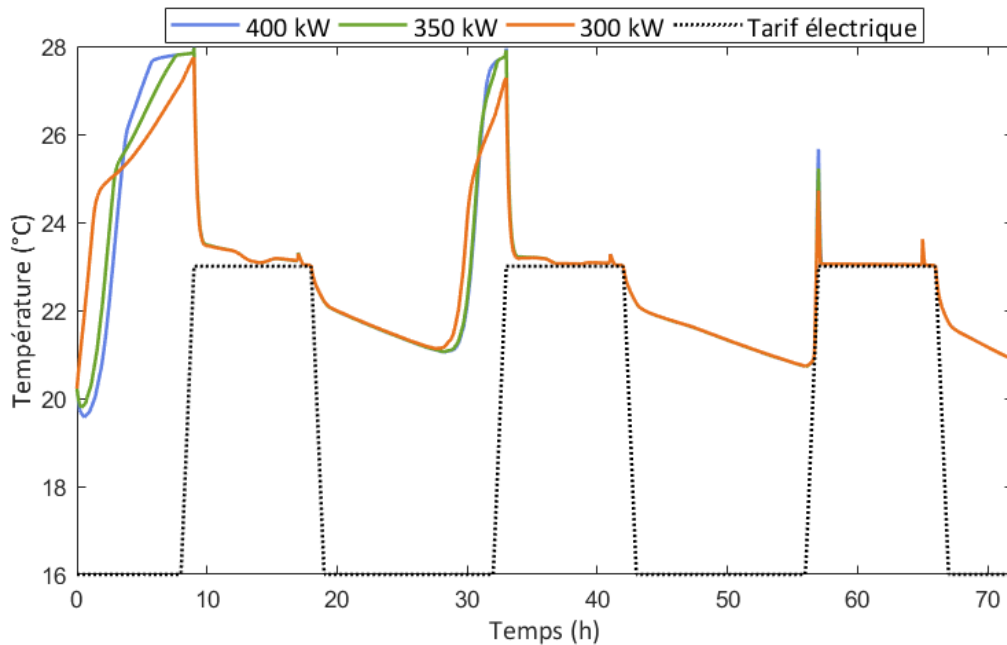


Figure 5.8 – Profils de température de la zone bureaux obtenu avec l'algorithme 2 suivant différentes valeurs de u_{tot}

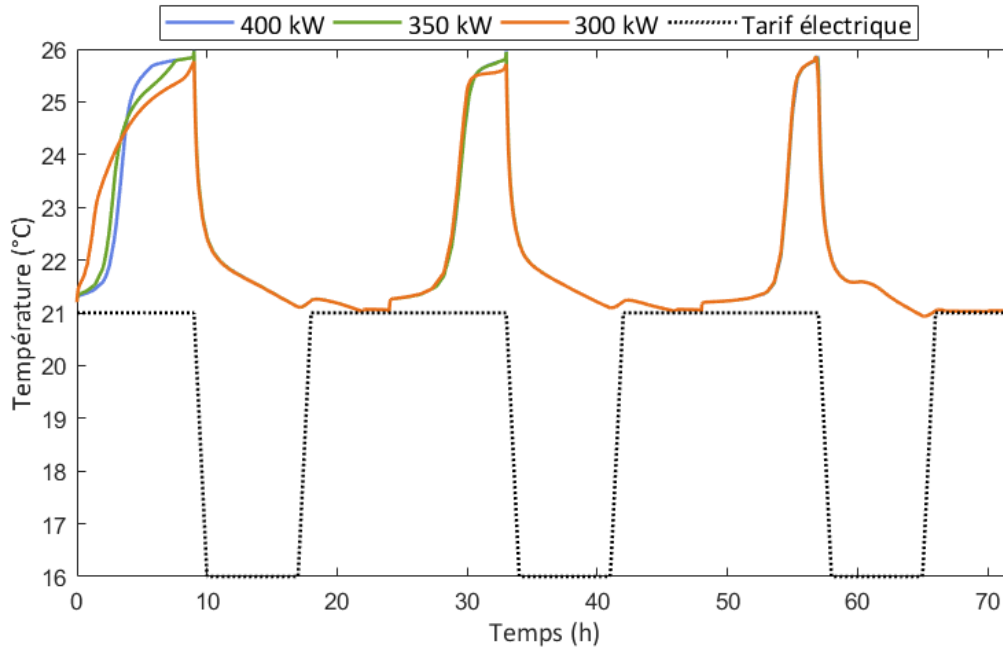


Figure 5.9 – Profils de température de la zone logements obtenu avec l’algorithme 2 suivant différentes valeurs de u_{tot}

Tableau 5.1 – Comparaison, en minutes, des temps de calcul de l’algorithme centralisé (C), décomposé-coordonné 1(DC 1), et décomposé-coordonné 2 (DC 2)

Puissance totale disponible	DC 1	DC 2
400 kW	31	18
350 kW	44	19
300 kW	51	16

5.5.3 Résultats de l’application de la commande prédictive

Lors de l’étape de suivi de trajectoire il faut également strictement garantir la contrainte couplante 5.5. En notant P_{reg_i} la puissance de chauffage après régulation de la zone i , lorsque l’inégalité ci-dessous n’est pas respectée :

$$P_{reg_1} + P_{reg_2} \leq u_{tot} \quad (5.35)$$

P_{reg_i} prend la valeur suivante :

$$P_{reg_i} = \frac{P_{reg_i}}{P_{reg_1} + P_{reg_2}} \cdot u_{tot} \quad (5.36)$$

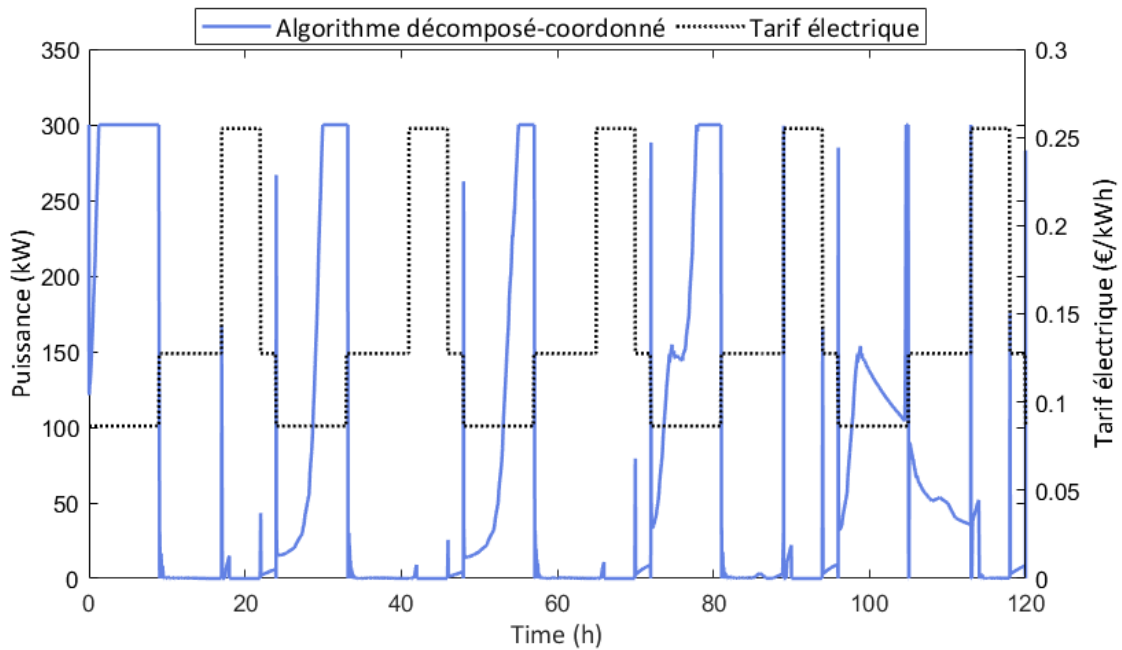


Figure 5.10 – Somme des profils de puissance obtenus lors de l'application de la commande prédictive suivant l'approche décomposée-coordonnée dans le cas du partage de la ressource

Tableau 5.2 – Résultats de l'application de la commande prédictive avec l'approche décomposée-coordonnée pour les zones bureaux (zone 1) et logements (zone 2) dans le cas d'un partage de la ressource

	Zone 1	Zone 2	Zones 1 et 2
Variation du coût (%)	-17	-21	-19
Effacement des heures pleines (%)	-81	-88	-82
Effacement des heures de pointe (%)	-78	-100	-96

La Figure 5.10 présente la somme des profils de puissance obtenus lors de l'application de la commande prédictive suivant l'approche décomposée-coordonnée retenue (relaxation sur l'estimation du profil de puissance de la zone voisine). La valeur de u_{tot} la plus contraignante a été considérée soit 300 kW. Sur ce graphique, il peut être observé que le partage de la ressource est effectif pour les quatre premiers jours de la régulation, l'effacement du dernier jour n'est pas très efficace. Cela en raison du scénario d'occupation de la zone bureaux qui prévoit un réduit le cinquième jour (vendredi) dès 19h et cela pour les deux jours de week-end qui suivent. Les résultats en termes de réduction de la facture électrique et d'effacement des heures pleines et de pointe par rapport au cas dit « sans stratégie » sont présentés dans le Tableau 5.2. La réduction de la facture électrique s'élève à 19 % avec des effacements d'heures pleine et de pointe qui s'élèvent respectivement à 82 et 83 %.

5.6 Combinaison des deux types de couplages

5.6.1 Résultats de l'application de la commande prédictive avec les deux types de couplage

Dans cette section, la commande prédictive est appliquée en présence des deux types de couplages étudiés précédemment à savoir l'existence de transferts thermiques entre les zones et le partage de la ressource. L'algorithme de décomposition-coordination utilisé mêle les deux algorithmes de décomposition-coordination sélectionnés pour chaque type de couplage étudié séparément. Ainsi, l'existence de transferts thermiques entre les zones est pris en compte par la méthode de décomposition-coordination par les prédictions tandis que le partage de la ressource l'est par la méthode de décomposition-coordination par relaxation sur l'estimation du profil de puissance de la zone voisine (l'algorithme 2 présenté dans ce chapitre). Le cas le plus contraignant de partage de la ressource a été considéré soit $u_{tot} = 300$ kW.

La Figure 5.11 présente la somme des profils de puissance de chacune des zones. La puissance totale maximale est respectée ; sa valeur est par ailleurs rarement atteinte. Cela résulte des différences entre le modèle réduit utilisé pour la planification de trajectoire et le modèle complet utilisé pour le suivi de trajectoire. Les résultats en termes de variation du coût et de l'effacement des heures pleines et de pointe sont présentés dans le Tableau 5.4. Avec l'ajout des couplages thermiques, la réduction de la facture électrique passe de 19 à 20 % avec notamment une augmentation significative de l'effacement des heures pleines (-12 % de consommations pendant les heures pleines par rapport au cas sans transferts thermiques) et une légère baisse de l'effacement des heures de pointe (+2 % de consommation pendant les heures de pointe par rapport au cas sans transferts thermiques). En comparant les Figures 5.10 et 5.11, il est visible qu'en présence des couplages thermiques, l'effacement est meilleur que sans les couplages thermiques. En effet, lorsque les deux zones sont thermiquement indépendantes, la zone bureaux n'a pas besoin d'anticiper un préchauffage avant le week-end alors qu'en présence de couplages thermiques, la zone bureaux participe à l'effort collectif d'effacement en préchauffant également pendant le cinquième jour de régulation.

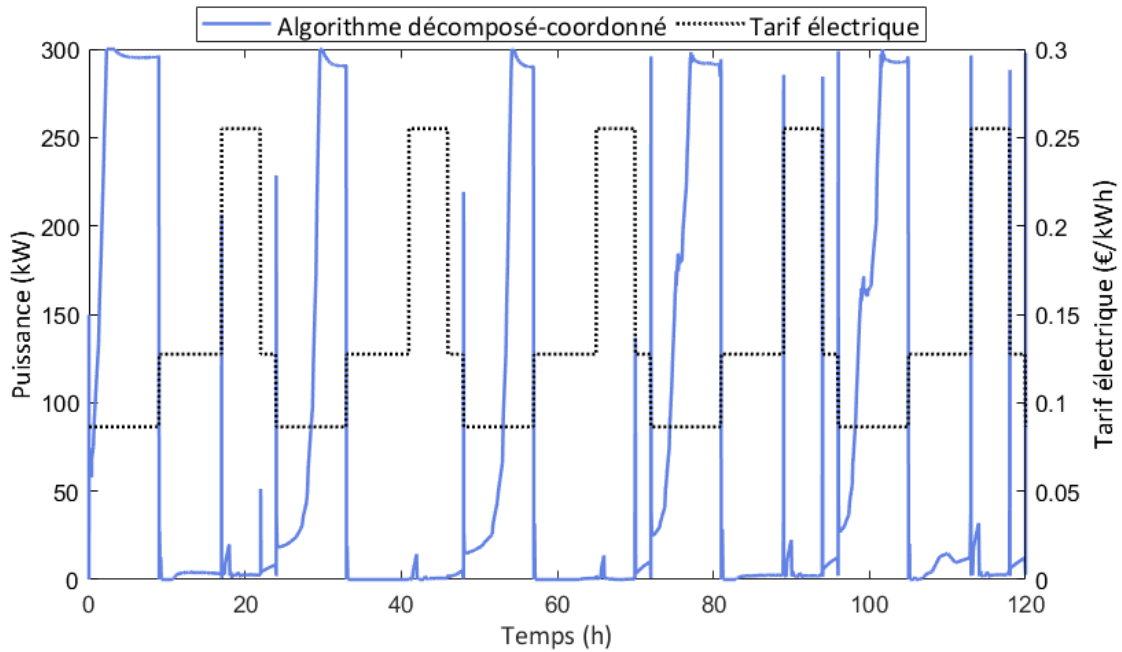


Figure 5.11 – Profil de puissance totale obtenu avec l’algorithme décomposé-coordonné dans le cadre de l’application de la commande prédictive lorsque la puissance totale disponible vaut 300 kW et en présence de transferts thermiques entre les zones

Tableau 5.3 – Résultats de l’application de la commande prédictive avec l’approche décomposée-coordonnée (DC) pour les zones bureaux (zone 1) et logements (zone 2) en présence des couplages thermiques et avec un partage de la ressource

	Zone 1	Zone 2	Zones 1 et 2
Variation du coût (DC) (%)	-18	-22	-20
Effacement des heures pleines (C) (%)	-95	-78	-93
Effacement des heures pleines (DC) (%)	-97	-77	-94
Effacement des heures de pointe (C) (%)	-78	-98	-93
Effacement des heures de pointe (DC) (%)	-82	-99	-94

5.6.2 Application à un cas de climatisation

Dans cette partie, le modèle décomposé-coordonné est appliqué pour un cas de climatisation. Pour réaliser cela, les données météorologique d’une semaine chaude de la zone climatique H3 (zone climatique la plus chaude de France) sont dorénavant considérées. La température extérieure et les apports solaires correspondants sont tracés à la Figure 5.12.

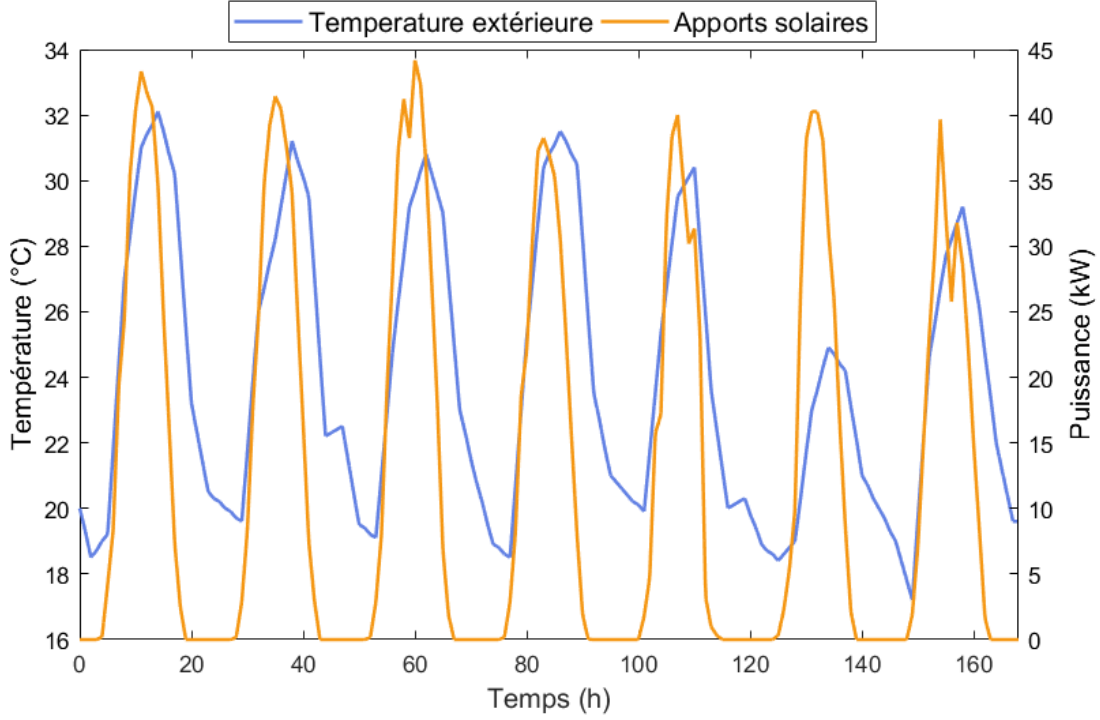


Figure 5.12 – Sollicitations extérieures pour le cas de climatisation

Pour cette application, la minimisation de la facture électrique, qui est de nouveau considérée, prend la forme suivante :

$$\min_{u_i \in U_{i,ad}} \left[J(u_i(t)) = \int_{t_0}^{t_f} -C_{elec}(t) \cdot u_{clim_i}(t) dt \right] \quad (5.37)$$

avec la puissance de climatisation injectée dans la zone i , notée u_i , qui est prise négative dans la formulation du problème de commande optimale pour modéliser le refroidissement. Cela justifie l'ajout du signe moins en facteur du coût électrique C_{elec} dans l'équation 5.37. Bien que la puissance injectée dans chacune des zones soit désormais négative, l'écriture de la dynamique et des contraintes d'état reste inchangée par rapport au cas du chauffage. Pour les contraintes de commande, elles prennent désormais la forme suivante :

$$-u_{max} \leq u_{clim_i} < 0 \quad (5.38)$$

avec $-u_{max} = -200$ kW. Pareillement, la contrainte couplante s'exprime de la manière suivante :

$$-u_{tot} \leq u_{clim_1} + u_{clim_2} \quad (5.39)$$

avec $-u_{tot} = -200$ kW.

Avec ces modifications, la valeur de ν_i^* permettant de retrouver u_i^* minimisant l'hamiltonien associé à la zone i est obtenue en résolvant l'équation suivante :

$$\nu_i^* = -\sinh^{-1} \left[-\frac{1}{\varepsilon} (-C_{elec} + B_i^T \cdot p) \right] \quad (5.40)$$

La Figure 5.13 présente le profil de l'inverse de la puissance totale obtenue avec l'algorithme décomposé-coordonné dans le cadre de l'application de la commande prédictive. La pré-climatisation du bâtiment permet un bon effacement particulièrement des heures de pointe. Cela est confirmé par les résultats en termes de réduction de la facture électrique et d'effacement des heures pleines et de pointe présentés dans le tableau 5.4. L'application de la commande prédictive au cas de la climatisation permet pour ce cas d'étude bizona, une réduction d'environ 24 % de la facture électrique.

Enfin, cet exemple a été réalisé dans l'objectif de montrer les possibilités d'extension de l'algorithme de commande optimale développé à l'échelle bizona. Dans le cas du chauffage, un coefficient de performance constant avait été considéré. Cela était justifié par l'utilisation d'émetteurs électriques. Cette hypothèse serait à revoir dans le cas de la climatisation.

De plus, une sur-ventilation nocturne serait préférable à la climatisation dans le cadre du rafraîchissement des bâtiments. Un contrôle des ouvertures ou encore une gestion des stores, à l'instar de ce qui a été réalisé dans Favre (2013) constitue une perspective à ces travaux à l'échelle multizone. Enfin, le tarif électrique utilisé correspond à celui utilisé pour une période hivernale. Il devrait également être mis à jour.

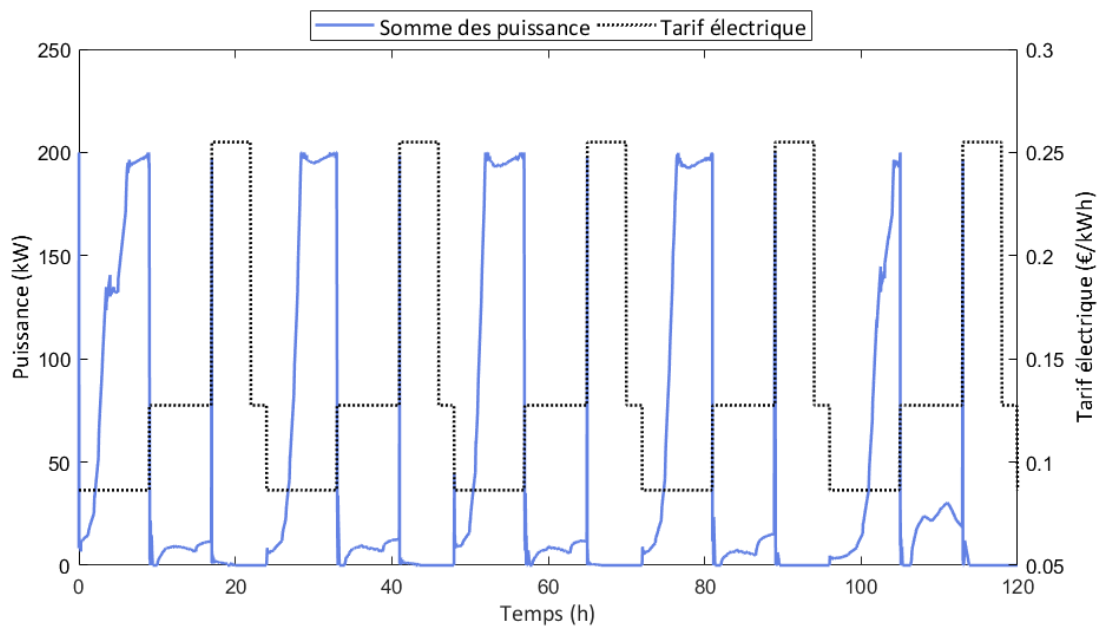


Figure 5.13 – Profil de l'inverse de la puissance totale obtenue avec l'algorithme décomposé-coordonné dans le cadre de l'application de la commande prédictive à un cas de climatisation

Tableau 5.4 – Résultats de l’application de la commande prédictive avec l’approche décomposée-coordonnée (DC) pour les zones bureaux (zone 1) et logements (zone 2) dans le cas de la climatisation

	Zone 1	Zone 2	Zones 1 et 2
Variation du coût (%)	-20	-26	-24
Effacement des heures pleines (%)	-82	-91	-87
Effacement des heures de pointe (%)	-94	-100	-98

5.6.3 Minimisation des émissions de CO_2

Comme cela a été mentionné dans l’introduction de ce manuscrit, l’un des objectifs de la mise en place de stratégies de gestion énergétique consiste à réduire les émissions de gaz à effet de serre. Jusqu’à présent, la réduction des émissions de gaz à effet de serre était implicitement réalisée par l’effacement des heures pleines et de pointe auxquelles était attribué un tarif de l’électricité plus élevé. Dans cette partie, l’intérêt de l’optimisation consiste non plus à minimiser une facture énergétique en vue de réduire les consommations de pointe mais à minimiser directement les émissions de gaz à effet de serre.

Toujours dans le cas bizona, en considérant les deux types de contrainte couplante avec $u_{tot} = 300 \text{ kW}$, la fonction objective globale considérée est la suivante :

$$\min_{u_i \in U_{i_{ad}}} \left[J(u_1(t) + u_2(t)) = \int_{t_0}^{t_f} C_{CO_2}(t) [u_1(t) + u_2(t)] dt \right] \quad (5.41)$$

avec C_{CO_2} , l’émission en kg de CO_2 équivalent pour un kWh consommé. Pour la semaine considérée dans le cadre de cette étude, les variations de C_{CO_2} au cours du temps sont présentées à la Figure 5.14. Ce profil est obtenu à partir de l’approche attributionnelle dynamique dans le cadre de l’évaluation des impacts environnementaux liés à la consommation d’électricité (Roux, 2016 ; Roux *et al.*, 2016, 2017)).

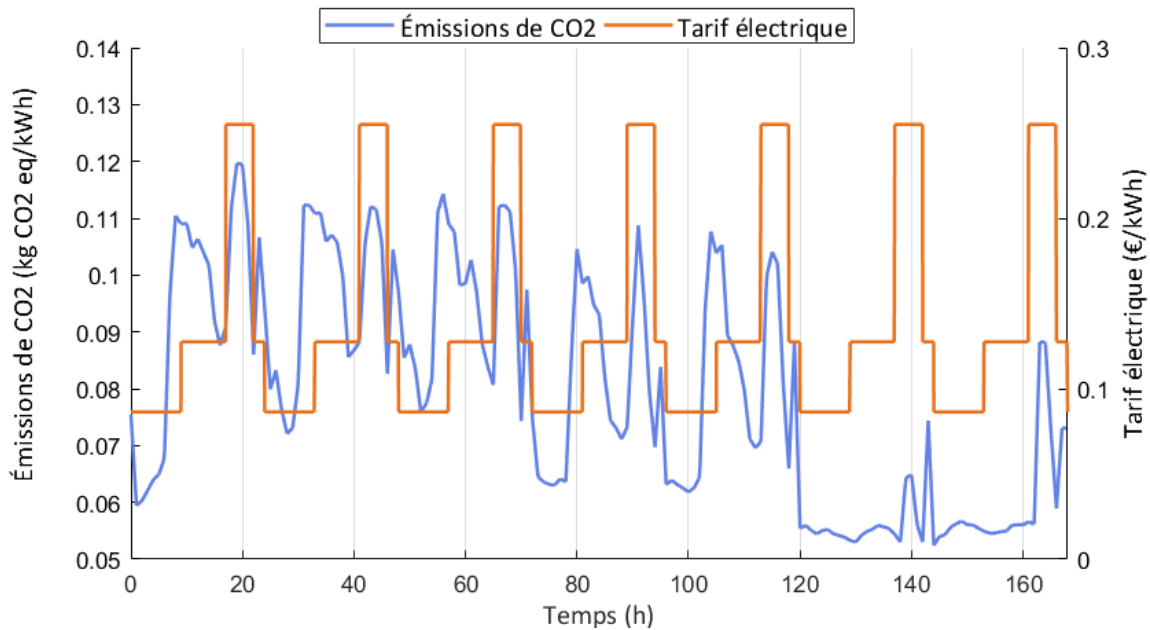


Figure 5.14 – Profil d'émissions de CO_2 équivalent et tarif de l'électricité au cours de la semaine considérée

Ce profil d'émission présente approximativement deux pointes par jour pour les jours de la semaine : une pointe en fin de matinée aux alentours de 9h et une pointe en soirée aux alentours de 19h. Pour les deux jours de week-end considérés les émissions de gaz à effet de serre sont moins importants que durant la semaine avec une seule période de pic en soirée. Les périodes où les émissions sont au plus bas se situent entre minuit et environ 8h du matin pour les jours de la semaine et toute la journée exceptée la soirée pour les jours de week-end. La Figure 5.15 présente le profil total obtenu avec l'algorithme décomposé-coordonné lorsque l'objectif de l'optimisation consiste à réduire les émissions de CO_2 . Comme pour le cas d'une minimisation de la facture électrique, les consommations ont principalement lieu pendant les périodes où les émissions de CO_2 équivalent par kWh d'électricité consommée sont les plus faibles. La Figure 5.16 (respectivement 5.17) présente le profil de température obtenu pour la zone bureaux (respectivement la zone logements). Le préchauffage de la zone bureaux a lieu un peu plus en amont des heures d'occupation par rapport au cas de la minimisation de la facture électrique. Cela est directement lié à la pointe matinale des émissions de CO_2 équivalent par kWh d'électricité consommée qui débute avant le début des heures pleines considérées dans le cas de la minimisation de la facture énergétique. Il en est de même pour la zone logement. Cependant, pour la zone logements, un second préchauffage journalier est visible le deuxième jour et le quatrième jour. Il est rendu possible grâce à une diminution des émissions de CO_2 l'après-midi. Pour la zone bureaux, aucun préchauffage n'est réalisé le dernier jour qui correspond au vendredi de la semaine. Contrairement au calcul de la trajectoire, il ne s'agit pas d'un effet de bord, puisque l'horizon utilisé est de trois jours. En effet, ce jour là, il est prévu que la zone soit inoccupée à partir de 19h ainsi que les deux jours de week-end qui suivent. De

plus, les pointe d'émissions de CO_2 le week-end sont très faibles ce qui ne nécessite pas un préchauffage conséquent en amont.

Le temps de calcul de l'algorithme dans ce cas de minimisation des émissions de CO_2 s'élève à 34 minutes. Il est environ deux fois plus élevé que dans le cas de la minimisation de la facture électrique (cf. Tableau 5.1). Son augmentation est liée à une émission de CO_2 par kWh consommé qui présente davantage de variation que le tarif d'un kWh d'électricité utilisé précédemment.

Sans stratégie de minimisation des émissions de CO_2 équivalent, 633 kg de CO_2 équivalent sont émis. Avec la stratégie de minimisation, ce chiffre s'abaisse à 571 kg de CO_2 équivalent émis. Cela correspond à une réduction des émissions d'environ 10 %. Les émissions de CO_2 équivalent obtenus avec les profils de puissance résultant de l'application de la commande prédictive avec les deux types de couplages du paragraphe précédent, s'élèvent à 717 kg soit environ 13 % de plus que dans le cas sans stratégie. Comme mentionné précédemment, cela est lié au fait que, pour la semaine considérée, la pointe matinale des émissions de CO_2 , a lieu en amont du début des heures pleines. Or, lors de la minimisation de la facture électrique pour effacer les heures pleines et de pointe, le préchauffage du bâtiment a lieu en partie pendant cette première pointe journalière des émissions de CO_2 équivalent par kWh d'électricité consommée (entre 6 et 9h). La commande prédictive a été testée dans le cas où les heures pleines commencent à 6h et non plus à 9h, les émissions de CO_2 équivalent s'élèvent dans ce cas à 613 kg soit 3 % de moins que dans le cas sans stratégie. Ce résultat reste cependant éloigné du potentiel de réduction des émissions de CO_2 mis en avant lors de la minimisation des émissions de CO_2 . Une perspective à ces travaux consisterait à établir une tarification de l'électricité plus en adéquation avec les émissions de CO_2 équivalent par kWh d'électricité consommée.

Enfin, le tarif de l'électricité initialement considéré n'est pas adapté à la minimisation des émissions de gaz à effet de serre. Cependant, son utilisation ne change pas les conclusions réalisées jusqu'à présent sur la pertinence de l'algorithme décomposé-coordonné mis en place pour la gestion énergétique.

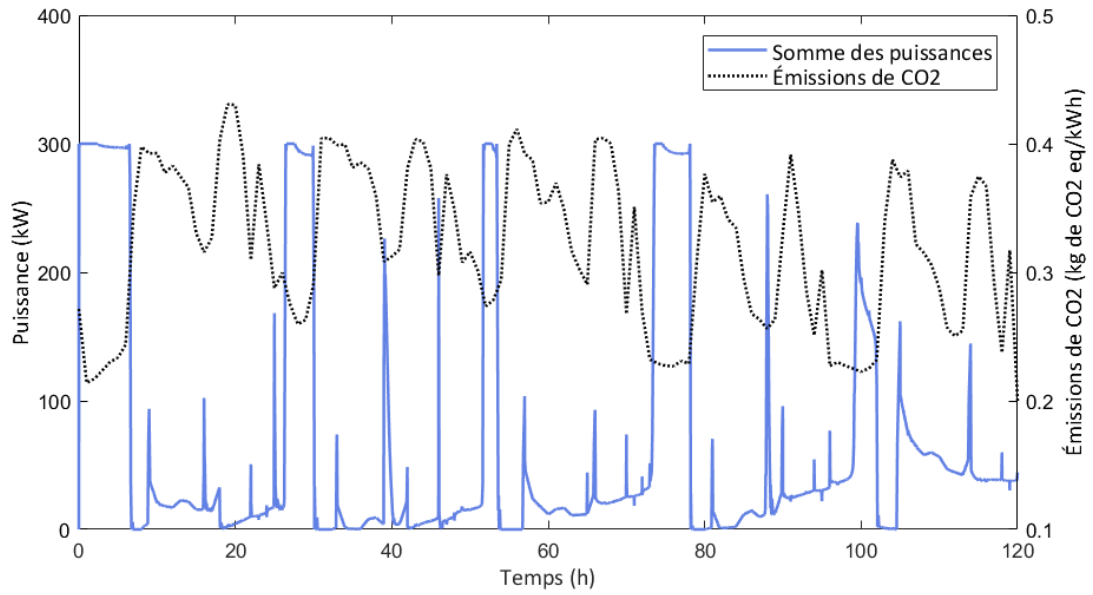


Figure 5.15 – Profil de puissance totale obtenu avec l’algorithme décomposé-coordonné dans le cas où le critère d’optimisation consiste à minimiser les émissions de CO_2

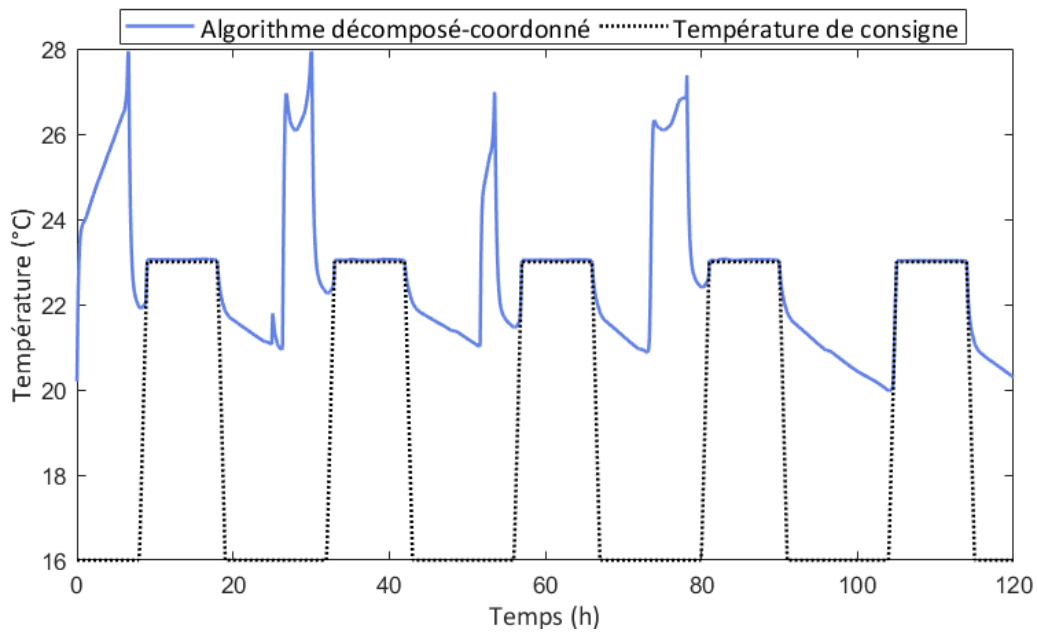


Figure 5.16 – Profil de température de la zone bureaux obtenu avec l’algorithme décomposé-coordonné dans le cas où le critère d’optimisation consiste à minimiser les émissions de CO_2

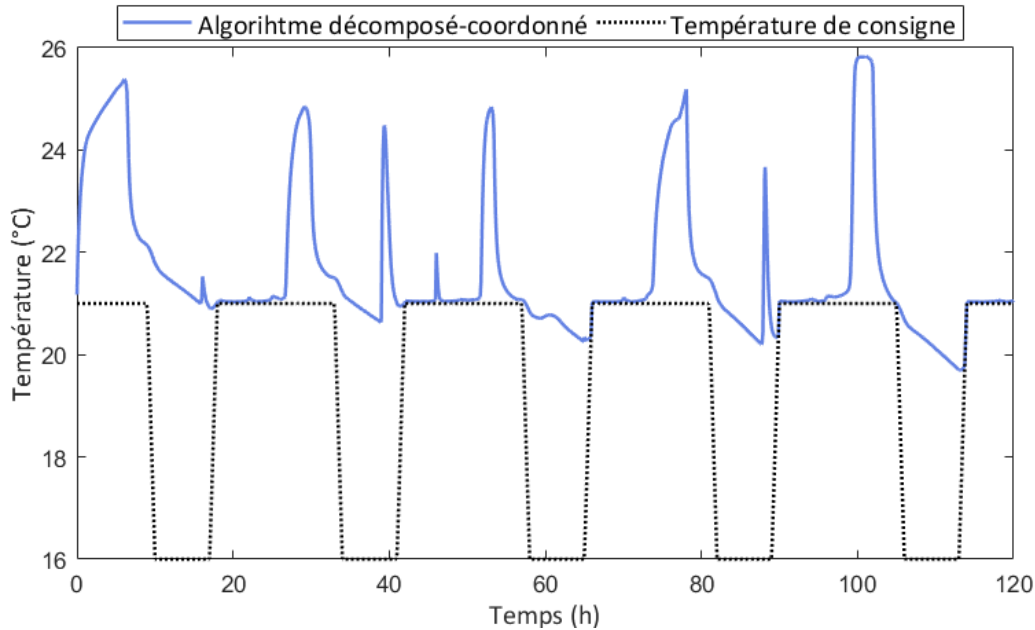


Figure 5.17 – Profil de température de la zone logements obtenu avec l’algorithme décomposé-coordonné dans le cas où le critère d’optimisation consiste à minimiser les émissions de CO_2

5.6.4 Perspective de prise en compte d’une contrainte sur la variation de la température

La Figure 5.18 (respectivement 5.19) présente les variations de la température pour des périodes allant de quatre heures à une seconde résultant de l’application du profil de puissance optimale obtenu à partir de l’application de la commande prédictive avec l’approche décomposée-coordonnée dans le cas du chauffage de la zone bureaux (respectivement la zone logements). Pour des durées d’opération allant de quatre heures à 15 minutes et pour le cas de la zone bureaux, un dépassement de la contrainte minimale de la variation de la température est observable au début de la période d’occupation. Ces dépassements correspondent à la chute de la température de zone ayant lieu au début des heures pleines après le préchauffage de la zone. Concernant le chauffage de la zone logements, un dépassement de la contrainte maximale de la variation de la température est visible durant la matinée pour les durées allant de quatre heures à une heure. Ce dépassement est lié au préchauffage du bâtiment avant les heures pleines qui se traduit par une augmentation de la température.

Pour le cas de la climatisation, les figures correspondantes sont présentées dans l’annexe 6. Des observations inverses à celles décrites dans le cas du chauffage peuvent être réalisées. Là où la contrainte maximale de variation de la température pouvait être franchie dans le cas du chauffage, c’est la contrainte minimale de la variation de la température qui est dépassée dans le cas de la climatisation (et inversement). Pour éviter ces dépassements, une contrainte sur la variation de la température pourrait être ajoutée à l’instar de

ce qui a été présenté dans le chapitre 3. Cet ajout, n'impacterait pas la formulation de l'algorithme décomposé-coordonné dans le cas de l'existence de couplages thermiques entre zones. Cependant, un travail supplémentaire est à réaliser pour intégrer le cas du partage de la ressource car l'intégration d'une telle contrainte nécessite de contrôler le problème avec la variation de la puissance. Un tel développement constitue une perspective à ces travaux.

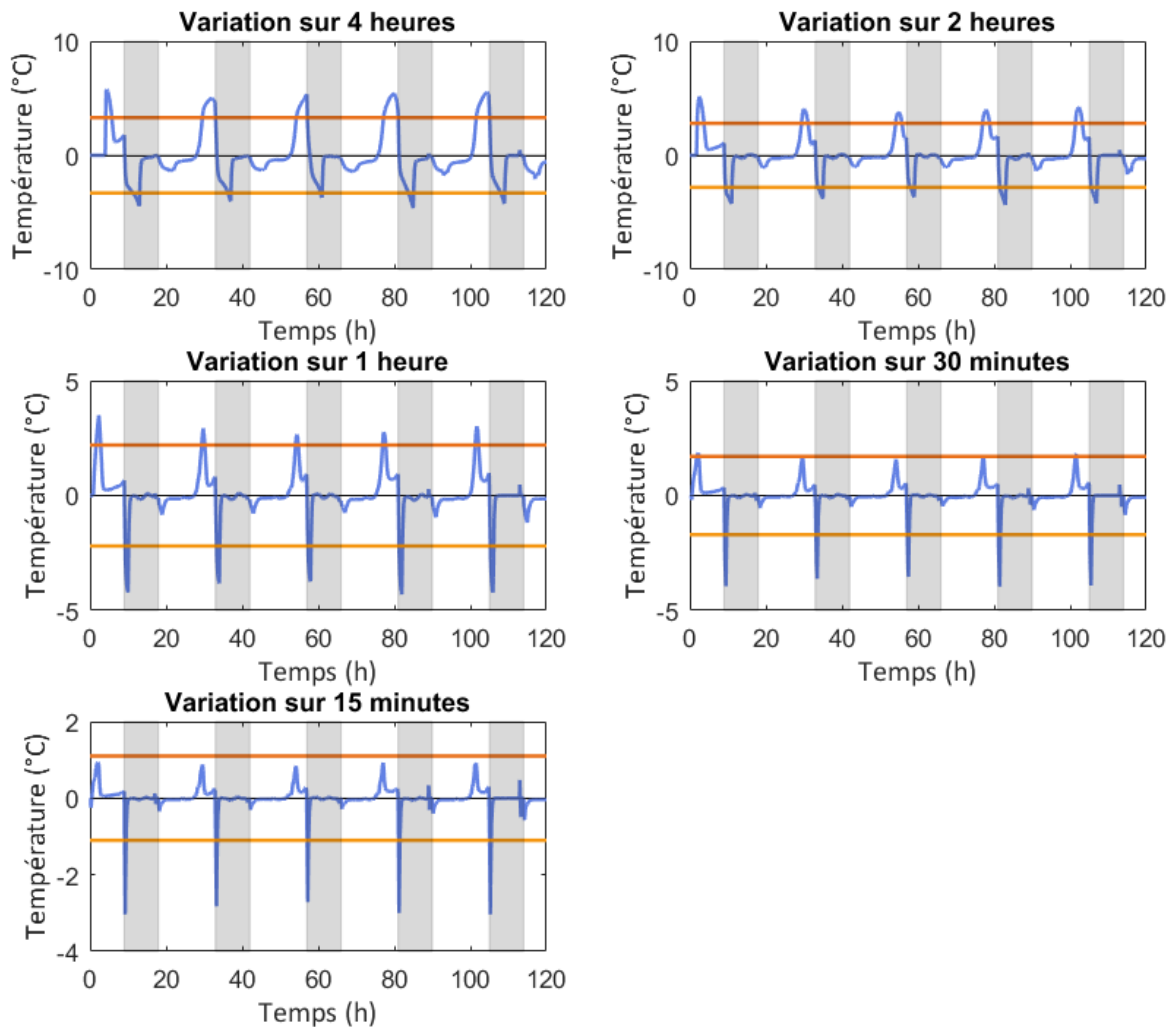


Figure 5.18 – Variation de la température suivant différentes périodes (courbes bleues), contrainte maximale de variation de la température (courbes oranges), contrainte minimale de variation de la température (courbes jaunes) et périodes d'occupation (aires grisées) de la zone bureaux (chauffage)

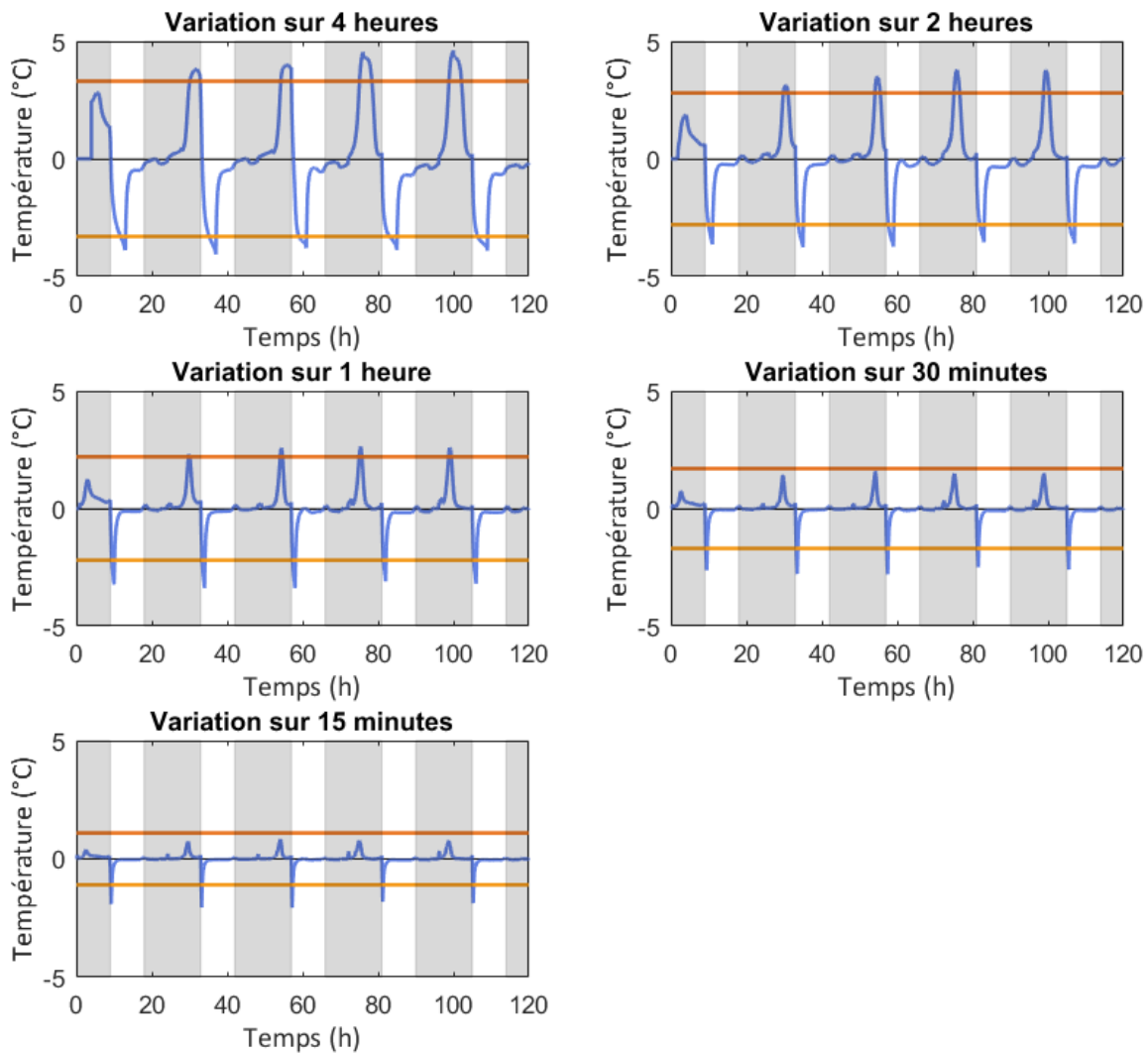


Figure 5.19 – Variation de la température suivant différentes périodes (courbes bleues), contrainte maximale de variation de la température (courbes oranges), contrainte minimale de variation de la température (courbes jaunes) et périodes d’occupation (aires grisées) de la zone logements (chauffage)

5.6.5 Extension à quatre zones

Le bâtiment précédemment utilisé pour la recherche de la commande optimale bizona est désormais modélisé à partir de quatre zones comme ce fut le cas dans le chapitre 4 (cf. Figure 5.20). Dans cette partie, le cas de la minimisation de la facture électrique liée au chauffage est considéré.

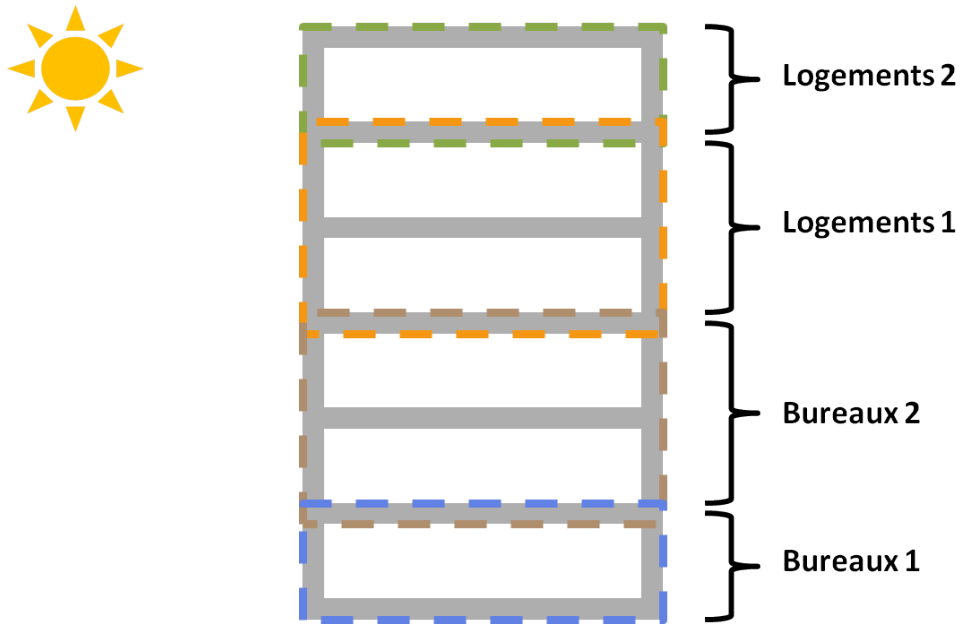


Figure 5.20 – Présentation du cas d'étude à quatre zones

Le partage de la ressource implique à cette échelle le respect de la contrainte suivante :

$$u_1 + u_2 + u_3 + u_4 \leq u_{tot} \quad (5.42)$$

avec $u_{tot} = 300$ kW.

En ce qui concerne l'algorithme décomposé-coordonné utilisé à l'échelle de 4 zones, les couplages thermiques sont intégrés par la méthode de décomposition-coordination par les prédictions qui a fait ses preuves dans le chapitre 4. Pour le partage de la ressource, l'algorithme de décomposition-coordination par relaxation a été testé mais il converge difficilement. Ainsi, l'algorithme de décomposition-coordination par les prix a de nouveau été envisagé. Comparé avec l'algorithme centralisé du chapitre 4 qui ne prend en compte que d'un seul type de couplage (transferts thermiques), le temps de calcul est 30 % plus faible avec l'algorithme décomposé-coordonné incluant les deux types de couplages. Si un algorithme centralisé avait été développé pour les deux types de couplages, son temps de calcul serait plus élevé que celui obtenu dans le chapitre 4. Il est donc possible d'envisager une réduction d'au minimum 30 % du temps de calcul de l'algorithme décomposé-coordonné incluant les deux types de couplages par rapport à un éventuel algorithme centralisé.

À l'échelle bizona, nous avons observé que plus la contrainte couplante est forte et plus le temps de calcul de l'algorithme décomposé-coordonné par les prix est élevé. La méthode du lagrangien augmenté peut alors être envisagée comme perspective pour accélérer l'algorithme d'Uzawa dans le cas où le partage de la ressource est trop contraint.

La Figure 5.21 présente les profils de puissance totale obtenus avec les algorithmes centralisé et décomposé-coordonné dans le cadre de l'application de la commande prédictive à l'échelle de quatre zones en présence des deux types de couplage. L'optimum

décomposé-coordonné tend vers celui obtenu avec l'algorithme centralisé. Le Tableau 5.5 présente les résultats en termes de réduction de la facture énergétique et d'effacement des heures pleines et de pointe. Les observations sont similaires à celles réalisées dans le cadre de la prise en compte des couplages thermiques uniquement. La réduction de la facture énergétique est légèrement moins importante dans ce cas. Comme pour le cas de l'existence de couplages thermiques, la réduction de la facture énergétique et les effacements d'heures pleines et de pointe sont significatives pour les zones bureaux et logements intermédiaires (zones bureaux 1 et zone logements 1) mais les coûts ont tendance à augmenter pour les zones situées aux extrémités.

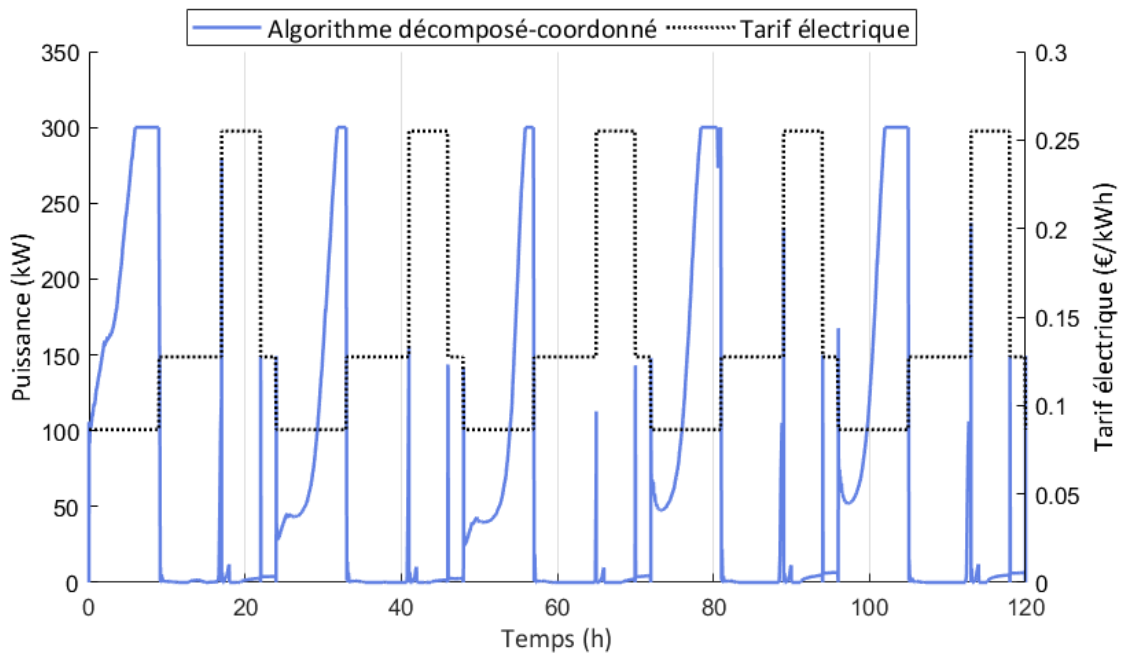


Figure 5.21 – Profils de puissance totale obtenu avec l'algorithme décomposé-coordonné dans le cas de 4 zones

Tableau 5.5 – Comparaison des résultats de l'application de la commande prédictive avec l'approche décomposée-coordonnée pour les zones bureaux 1 et 2 (zone 1 et zone 2) et logements 1 et 2 (zone 3 et zone 4)

Zones	1	2	3	4	1 à 4
Variation du coût (%)	0	-22	-38	+1	-17
Effacement des heures pleines (%)	-99	-98	-99	+11	-93
Effacement des heures de pointe (%)	-90	-97	-100	-92	-96

5.7 Conclusion

Deux approches décomposées-coordonnées ont été développées et comparées dans le cadre de la gestion énergétique à l'échelle bizona avec un partage de la ressource. Dans un premier temps, aucun couplage thermique entre les deux zones n'est considéré. L'algorithme de décomposition-coordination par les prix (algorithme 1) qui constitue la référence pour le type de couplage étudié a tout d'abord été mis en place. Puis un second algorithme, plus intuitif, nommé algorithme de décomposition-coordination par relaxation sur l'estimation de la puissance de la zone adjacente (algorithme 2) a été mis en place. Les deux algorithmes présentent des résultats très proches en termes de réduction de la facture énergétique et d'effacement des heures pleines et de pointe. L'algorithme 2 présente cependant des temps de calcul plus faibles à l'échelle bizona et à donc été conservé pour la suite des développements à l'échelle bizona.

Ainsi, la commande prédictive a été appliquée à l'échelle bizona en présence des deux types de couplage (transferts thermiques et partage de la ressource) selon l'approche décomposée-coordonnée retenue. L'algorithme de décomposition-coordination mis au point mêle l'algorithme de décomposition-coordination par les prédictions pour la prise en compte des transferts thermiques entre zones et l'algorithme 2 présenté dans ce chapitre pour le partage de la ressource.

Ensuite, l'algorithme décomposé-coordonné a été testé dans deux autres configurations du problème de gestion énergétique :

- le cas où le critère d'optimisation consiste à minimiser directement les émissions de CO_2 ;
- le cas de la climatisation.

Ces développements constituent un début d'exploration du potentiel de gestion énergétique de l'algorithme de décomposition-coordination mis au point.

Enfin, la commande prédictive, a été appliquée à l'échelle de quatre zones en présence des deux types de couplage. À cette échelle, l'algorithme 2 (algorithme de décomposition-coordination par relaxation de l'estimation de la puissance de la zone voisine) pour la prise en compte du partage de la ressource diverge. L'algorithme 1 de décomposition-coordination par les prix est a priori plus rapide qu'un éventuel algorithme centralisé incluant les deux types de couplage.

Conclusion générale

Bilan du travail réalisé

Le premier travail réalisé a consisté à établir un état de l'art sur le potentiel de gestion énergétique à l'échelle de l'îlot de bâtiments. L'effacement des applications thermiques (chauffage et climatisation) grâce à l'inertie des bâtiments présente un potentiel d'effacement qu'il a été décidé d'étudier. Pour pouvoir mettre en œuvre un tel effacement, l'application de la commande prédictive a été retenue parmi les méthodes de régulation des bâtiments. Cette méthode passe par une résolution répétée d'un problème de commande optimale qui se traduit par la minimisation de la facture électrique. À l'échelle monozone, une méthode de résolution continue de la commande optimale a déjà fait ses preuves. La résolution continue est en effet reconnue comme plus rapide dans la littérature (Trélat, 2005) et permet d'assurer le respect des contraintes de confort à chaque instant. Cela n'est pas forcément envisageable avec les méthodes discontinues et plus particulièrement lorsque le pas de temps retenu pour la discrétisation est élevé.

Pour tendre vers une gestion énergétique à l'échelle de l'îlot de bâtiments, qui peut être qualifié de grand système, une méthode de résolution d'un problème de commande optimale à cette échelle est nécessaire. Une première approche de résolution, dite centralisée, consiste à résoudre un unique problème de commande optimale. Une technique de résolution centralisée peut s'avérer contraignante notamment en terme de temps de calcul. Cette approche a cependant été étudiée dans le cadre de ces travaux, puisque, par hypothèse, elle constitue une solution de référence permettant de valider le second type d'approche, l'approche décomposée-coordonnée. Dans le cadre de la gestion énergétique des bâtiments, le système physique qui caractérise le bâtiment multizone ou un ensemble de bâtiments peut être décomposé en sous-systèmes, les zones thermiques. L'approche décomposée-coordonnée consiste à résoudre de manière indépendante un ensemble de sous-problèmes de commande optimale à l'échelle de chaque zone thermique (étape de décomposition). Une étape de coordination permet ensuite de réintégrer d'éventuels

couplages entre les zones tels que les transferts thermiques ou le partage d'une ressource commune.

Il existe différentes méthodes de décomposition-coordination dans la littérature : la méthode de décomposition-coordination par les prix, par les quantités et par les prédictions. L'intérêt de ces travaux était alors de trouver la méthode de décomposition-coordination la plus adaptée à une résolution continue des problèmes de commande optimale. Pour simplifier l'étude, les couplages mentionnés précédemment (transferts thermiques et partage de la ressource) ont été abordés séparément. Dans le cas des transferts thermiques, la méthode de décomposition-coordination par les prix a présenté un temps de calcul très élevé en comparaison avec le temps de calcul de l'approche centralisée. La méthode par les quantités n'a pas été envisagée dans le cadre de ces travaux. En effet, elle n'est pas recommandée dans la littérature pour ce type de couplage puisqu'elle nécessite l'utilisation de contrainte généralement impossible à formuler (Carpentier et Cohen, 2017). Avant d'aborder la troisième méthode de décomposition-coordination qui est la décomposition-coordination par les prédictions, une méthode intuitive a été réalisée, cette méthode a été nommée méthode de relaxation sur l'estimation de la température de la zone adjacente. Bien que plus rapide que l'algorithme centralisé et décomposé-coordonné par les prix, cette méthode ne converge pas vers l'optimum centralisé. Enfin, la méthode de décomposition-coordination par les prédictions, testée en dernier, tend vers l'optimum centralisé en un temps plus rapide que les méthodes centralisée et décomposée-coordonnée par les prix. La méthode par les prédictions a ensuite fait ses preuves dans le cadre de l'application de la commande prédictive à l'échelle bizona puis à l'échelle de quatre zones.

En ce qui concerne le cas du partage de la , les méthodes de décomposition-coordination par les quantités et les prédictions nécessitent de déterminer pendant la résolution des problèmes de commande optimale, la valeur des prix marginaux. La détermination de ces prix nécessiterait d'ajouter une étape d'optimisation supplémentaire lors de la résolution des problèmes de commande optimale locaux. Ainsi, seule la méthode de décomposition-coordination par les prix a été étudiée. L'algorithme par les prix faisant office de référence présente cependant des temps de calcul élevés pour des valeurs de la ressource disponible totale très limitée. Ainsi, à l'instar de ce qui a été réalisé pour le cas de l'existence de couplages thermiques, une méthode intuitive a été mise en place. Cette méthode, nommée méthode de relaxation sur l'estimation de la puissance de la zone voisine, converge vers une solution très proche de celle obtenue avec l'algorithme de décomposition-coordination par les prix en un temps de calcul nettement inférieur.

Les deux types de couplage ont ensuite été envisagés simultanément dans le cadre de l'application de la commande prédictive. L'algorithme de décomposition-coordination mis en place dans ce cas mêle les deux algorithmes de décomposition-coordination retenus pour chaque type de couplage. À savoir, l'algorithme de décomposition-coordination par les prédictions pour la prise en compte des couplages thermiques et l'algorithme de re-

laxation sur l'estimation de la puissance de la zone voisine pour le partage de la ressource. L'algorithme de décomposition-coordination développé a été appliqué à un cas de minimisation des émissions de gaz à effet puis au cas de la climatisation. Ces développements ont permis de montrer les possibilités d'utilisation d'un tel algorithme pour la gestion énergétique.

Enfin, la commande prédictive a été appliquée à l'échelle de quatre zones en tenant compte des deux types de couplage. À cette échelle, l'algorithme de décomposition-coordination intuitif utilisé pour intégrer le partage de la ressource, a tendance à diverger. L'algorithme de décomposition-coordination par les prix pour la considération du partage de la ressource a été utilisé et il en a résulté un temps de calcul moins important que dans le cas centralisé avec un seul type de couplage (transferts thermiques). Il est a priori raisonnable de penser qu'une approche centralisée incluant les deux types de couplage soit plus longue que l'algorithme de décomposition-coordination mis en place.

Pour conclure, le travail réalisé propose des outils pour la mise en place d'une stratégie de gestion énergétique à l'échelle multizone.

Perspectives

Les perspectives à donner à ces travaux sont nombreuses. Tout d'abord, une prédiction parfaite des données météorologiques et d'occupation a été utilisée en commande prédictive. Or, à l'instar de ce qui a été réalisé à l'échelle monozone par Robillart *et al.* (2018a), une étude de la performance de l'application de la commande prédictive lorsqu'une erreur est commise pendant l'étape du calcul de la trajectoire optimale pourrait être réalisée.

Ensuite, la majeure partie du travail a été réalisée dans un contexte du chauffage des bâtiments. Une application présentée dans le chapitre 5 de ce manuscrit a permis de montrer qu'il existait des perspectives d'application de la commande prédictive suivant l'approche décomposée-coordonnée pour des applications de climatisation. Or une sur-ventilation nocturne serait préférable à la climatisation dans le cadre du rafraîchissement des bâtiments. Un contrôle des ouvertures ou encore une gestion des stores pour éviter le recours à la climatisation constitue une perspective à ces travaux à l'échelle multizone.

L'exemple utilisé dans le cas du partage d'une ressource commune entre zones peut s'apparenter à un contrat d'abonnement électrique commun qui serait limité. Dans un contexte d'intégration des ressources d'énergies renouvelables, il serait intéressant d'appliquer la commande prédictive dans le cas du partage d'une source de production électrique intermittente (énergies solaire photovoltaïque et éolienne). Toujours dans le cas du partage de la ressource, bien que l'algorithme de décomposition-coordination par les prix se soit finalement révélé légèrement plus intéressant que l'algorithme centralisé à l'échelle de quatre zone, une méthode de Lagrangien augmenté peut être envisagée pour augmenter davantage sa rapidité.

Comme mentionné à la fin du chapitre 5, les variations de température résultant du pré-chauffage ou de la pré-climatisation des bâtiments peuvent s'avérer inconfortables. Un algorithme permettant de prendre en compte une nouvelle contrainte sur la variation de la température a été développé à l'échelle monozone dans le chapitre 3. Une perspective consiste à étendre à l'échelle multizone les développements réalisés à l'échelle monozone.

La gestion énergétique à l'échelle multizone permet de réduire la facture électrique globale. Cependant, pour atteindre l'optimum collectif, certaines zones voient leur facture électrique augmenter au profit d'autres zones. Un système de redistribution des économies réalisées doit donc être envisagé. Enfin, les tarifs électriques utilisés dans ces travaux ne se sont pas avérés judicieux pour réduire les émissions de CO_2 . Une meilleure définition de ces tarifs est alors nécessaire.

Nomenclature

Lettres latines

A	Matrice associée aux termes d'échange entre mailles	[-]
A	Matrice reliant la dérivée de l'état à l'état	[-]
B	Matrice associée aux termes d'échange entre mailles et sollicitations	[-]
B	Matrice reliant la dérivée de l'état à la commande	[-]
B_u	Composante de la matrice B liée à u	[-]
B_{adj}	Composante de la matrice B liée à T_{adj}	[-]
B_{Soll}	Composante de la matrice B liée à $Soll$	[-]
C	Capacité thermique	[J/K]
C	Matrice reliant les sorties aux températures des mailles	[-]
C_{elec}	Tarif de l'électricité	[€/kWh]
D	Matrice reliant les sorties aux sollicitations	[-]
e	Écart entre la température de référence et la température mesurée	[°C]
e	Épaisseur de la maille	[m]
f	Fonction permettant d'obtenir la variation de l'état à partir de l'état et de la commande qui lui est appliquée	[-]
h	Coefficient combinant les transferts radiatifs et convectifs à la surface de la paroi	[W/(m ² · K)]
J	Fonction coût (critère d'optimisation)	[-]
K	Gain proportionnel	[-]
L	Fonction à valeur réelle de ses arguments	[-]
m	Nombre de mailles	[-]
N	Nombre de sous-systèmes	[-]

n	Nombre de maille dans une cloison lourde	[-]
p	État adjoint	[-]
P_{ref}	Puissance de référence	[W]
P_{reg}	Puissance de chauffage après régulation	[W]
Q	Expression de la variable d'interconnexion d'une zone en fonction de la commande et de la variable d'interconnexion de la zone voisine	[-]
q	Multiplicateur de Lagrange	[-]
Q'_{sol}	Flux solaire net restant dans la zone	[W]
R	Résistance thermique	[m ² · K/W]
r	Contrainte de confort sur la variation de la température	[°C]
r	Raison géométrique	[-]
r	Variation temporelle de la puissance	[W]
S	Surface de la paroi intermédiaire	[m ²]
s	Nombre de sollicitations	[-]
S_{opaque}	Surface totale des parois opaques	[m ²]
$Soll$	Sollicitations extérieures et intérieures (hors puissance de chauffage)	[-]
T	Champ discrétisé des températures	[°C]
t	Temps	[s]
t_0	Instant initial	□
t_f	Instant final	□
T_{adj}	Température adjacente	[°C]
t_{int}	Temps d'intégration	[s]
T_{mes}	Température mesurée	[°C]
T_{ref}	Température de référence	[°C]
T_{zone}	Température de l'ambiance intérieure de la zone	[°C]
tol	Tolérance	[-]
U	Vecteur des sollicitations	[-]
u	Commande	[-]
u	Puissance de chauffage	[W]
U_{ad}	Ensemble des commandes admissibles	[-]
v	Allocation	[-]

w	Variable d'interconnexion	
x	État	[-]
x_0	État initial	[-]
Y	Vecteur des sorties	[°C]
z	Changement de variable sur la commande w	[-]
z	Nombre de zones contiguës	[-]
z	Somme des prédictions réalisées par les autres unités	[-]
Z_{ad}	Intervalle des variations de puissance admissibles	[-]
Sat	Fonction de saturation	[-]

Lettres grecques

α	Coefficient de convexité	[-]
ϵ	Facteur de pénalité	[-]
Γ	Fonction permettant d'exprimer la commande en fonction de l'état et de l'état adjoint	[-]
γ	Fonction barrière ou fonction de pénalisation	[-]
λ	Prix	[-]
μ	Prix marginal	[-]
ν	Changement de variable sur la commande u	[-]
Φ	Fonction de saturation associée à la commande u	[-]
Ψ	Fonction de saturation associée à la commande w	[-]
ψ	Fonction de saturation	[-]
ρ	Pas	[-]
Θ	Contrainte associée à un sous-système dans le cas d'un couplage par les commandes	[-]
θ	ressource totale disponible	[-]

Indices et exposants

*	Optimum	[-]
T	Transposée	[-]
i	Indice de la zone ou du sous-système considéré	[-]
is	Isolant	[-]
j	Indice des autres zones ou sous-système considéré	[-]

k	Incrément de la coordination	[-]
m	Maille	[-]
max	Borne supérieure	[-]
min	Borne inférieure	[-]

Opérateurs

◦	Composition	[-]
·	Dérivée temporelle	[-]
$\langle \cdot, \cdot \rangle$	Produit scalaire	[-]
\mathcal{H}	Hamiltonien	[-]
\mathcal{L}	Lagrangien	[-]
∂	Dérivée partielle	[-]

Abréviations

BIEMS	<i>Building Intelligent Energy Management Systems</i>
CAES	<i>Compressed Air Energy Storage</i>
CVC	Chauffage, Ventilation et Climatisation
DA-RTP	<i>Day-Ahead Real Time Pricing</i>
DSM	<i>Demand Side Management</i>
DSR	<i>Demand Side Response</i>
ECS	Eau Chaude Sanitaire
EnR	Énergie Renouvelable
GIEC	Groupe d'expert Intergouvernemental sur l'Évolution du Climat
MCP	Matériau à Changement de Phase
MES	<i>Multi-Energy System</i>
P	Proportionnel
PCO	Problème de Commande Optimale
PI	Proportionnel Intégral
PID	Proportionnel Intégral Dérivé
RTP	<i>Real Time Pricing</i>
SC	Sans Contrainte
STEP	Station de Transfert d'Énergie par Pompage

TOR *Tout-Ou-Rien*
TOU *Time-Of-Use*
V2G *Vehicle-to-Grid*
VPP *Virtual Power Plant*

Bibliographie

- ABRAS S., *Système domotique Multi-Agents pour la gestion de l'énergie dans l'habitat*, Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble (INP Grenoble) Grenoble, 2009.
- ADUDA K., LABEODAN T., ZEILER W., BOXEM G. et ZHAO Y. *Demand side flexibility : Potentials and building performance implications*, Sustainable Cities and Society, **22**, pp. 146–163, 2016.
- AGNEHOLM E. et DAALDER J. *Cold load pick-up of residential load*, IEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution, tm. 147, pp. 44–5, 2000.
- ALLCOTT H. *Rethinking real-time electricity pricing*, Resource and Energy Economics, **33**, pp. 820–842, 2011.
- BLANC I., *Étude du couplage dynamique de composants du bâtiment par synthèse modale*, Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 1991.
- BOYNUEGRI A., YAGCITEKIN B., BAYSAL M., KARAKAS A. et UZUNOGLU M. *Energy management algorithm for smart home with renewable energy sources*, pp. 1753–1758, 2013.
- BRUN A., SPITZ C. et WURTZ E. *Analyse du comportement de différents codes de calcul dans le cas de bâtiments à haute efficacité énergétique*, IX^{ème} Colloque Interuniversitaire Franco-Québécois sur la Thermique des Systèmes, 2009.
- CAROLI T., *Les éléments scientifiques | Le cinquième rapport du GIEC décrypté*, 2013, [**en ligne**]. Disponible sur : <<http://leclimatchange.fr/les-elements-scientifiques/>> (consulté le 31.05.2018).
- CARPENTIER P. et COHEN G., *Décomposition coordination en optimisation déterministe et stochastique*, Springer, 2017.
- CHEN C., WANG J., HEO Y. et KISHORE S. *MPC-Based Appliance Scheduling for Residential Building Energy Management Controller*, IEEE Transactions on Smart Grid, **4**, pp. 1401–1410, 2013.

- CONNAISSANCE DES ÉNERGIES, *Efficacité énergétique des bâtiments*, 2011, [**en ligne**]. Disponible sur : <<https://www.connaissancedesenergies.org/fiche-pedagogique/efficacite-energetique-et-batiments>> (consulté le 31.05.2018).
- DA SILVA D., *Analyse de la flexibilité des usages électriques résidentiel : application aux usages thermiques*, Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2011.
- DEAR R. et BRAGER G. *Developing an adaptive model of thermal comfort and preference*, tm. 104, pp. 145–167, ASHRAE Transactions, 1998.
- FANGER P. *Calculation of thermal comfort : introduction of a basic comfort equation*, tm. 73, pp. III4.1–III4.20, ASHRAE Transactions, 1967.
- FARHANGI H. *The path of the smart grid*, IEEE Power and Energy Magazine, **8**, pp. 18–28, 2010.
- FAVRE B., *Etude de stratégies de gestion énergétique des bâtiments par l'application de la programmation dynamique*, Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2013.
- FERREIRA P., RUANO A., SILVA S. et CONCEIÇÃO E. *Neural networks based predictive control for thermal comfort and energy savings in public buildings*, Energy and Buildings, **55**, pp. 238–251, 2012.
- GALUS M., ZIMA M. et ANDERSSON G. *On integration of plug-in hybrid vehicles into existing power system structures*, Energy Policy, **38**, pp. 6736–6745, 2010.
- GEIDL M., KOEPEL G., FAVRE-PERROD P., KLOCKL B., ANDERSSON G. et FROHLICH K. *Energy hubs for the future*, IEEE Power and Energy Magazine, **5**, pp. 24–30, 2007.
- GELLINGS C. *The concept of demand-side management for electric utilities*, tm. 73, pp. 1468–1470, 1985.
- GRAICHEN K. et PETIT N. *Incorporating a class of constraints into the dynamics of optimal control problems*, Optimal control applications and methods, **30**, p. 537–561, 2009.
- HARB H., MATTHES P., WOLISZ H., STREBLOW R. et MÜLLER D. *Management of electricity and heating demand to match sustainable energy supply*, REHVA European HVAC Journal, **51**, 2014.
- HEIER J., BALES C. et MARTIN V. *Combining thermal energy storage with building - a review*, Renewable and Sustainable Energy Reviews, **42**, pp. 1305–1325, 2015.

- HERMANN H. et WIECHMANN H., *Embedded Systems for Smart Appliances and Energy Management*, tm. 3, chap. Demand-Response Management for Dependable Power Grids, pp. 1–22, Springer, 2013.
- INSEE, *Émissions de CO₂ par activité en 2016*, 2017, [**en ligne**]. Disponible sur : <<https://www.insee.fr/fr/statistiques/2015759>> (consulté le 31.05.2018).
- JIANG B. et FEI Y. *Dynamic Residential Demand Response and Distributed Generation Management in Smart Microgrid with Hierarchical Agents*, Energy Procedia, **12**, pp. 76–90, 2011.
- LAGORSE J., PAIRE D. et MIRAOUI A. *A multi-agent system for energy management of distributed power sources*, Renewable Energy, **35**, pp. 174–182, 2010.
- LAMOUDI M., *Commande prédictive distribuée pour la gestion de l'énergie dans le bâtiment Distributed model predictive control for energy management in building*, Thèse de doctorat, Université de Grenoble, 2012.
- LAUB A., HEATH M., PAIGE C. et WARD R. *Computation of system balancing transformations and other applications of simultaneous diagonalization algorithms*, IEEE Transactions on Automatic Control, tm. 32, pp. 115–122, 1987.
- LAZOS D., SPROUL A. et KAY M. *Optimisation of energy management in commercial buildings with weather forecasting inputs : A review*, Renewable and Sustainable Energy Reviews, **39**, pp. 587–603, 2014.
- LE DRÉAU J. et HEISELBERG P. *Energy flexibility of residential buildings using short term heat storage in the thermal mass*, Energy, **111**, pp. 991–1002, 2016.
- LÉGIFRANCE, *LOI n° 2009-967 du 3 août 2009 de programmation relative à la mise en œuvre du Grenelle de l'environnement*, 2016, [**en ligne**]. Disponible sur : <<https://www.legifrance.gouv.fr/affichTexte.do?cid-Texte=JORFTEXT000020949548>> (consulté le 04.06.2018).
- LIM H. et ZHAI Z. *Review on stochastic modeling methods for building stock energy prediction*, Building Simulation, **10**, pp. 607–624, 2017.
- LUENBERGER D. *Observing the state of a linear system*, IEEE Transactions on Military Electronics, tm. 8, pp. 74–80, 1964.
- MALISANI P., *Pilotage dynamique de l'énergie du bâtiment par commande optimale sous contraintes utilisant la pénalisation intérieures*, Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2012.
- MALISANI P., CHAPLAIS F. et PETIT N. *An Interior Penalty Method for Optimal Control Problems with State and Input Constraints of Nonlinear Systems*, Optimal Control Applications and Methods, **37**, pp. 3–33, 2016.

- MARNAY C., VENKATARAMANAN G., STADLER M., SIDDIQUI A., FIRESTONE R. et CHANDRAN B. *Optimal technology selection and operation of commercial-building micro-grids*, IEEE Transactions on Power Systems, tm. 23, pp. 975–982, 2008.
- MARVUGLIA A., MESSINEO A. et NICOLOSI G. *Coupling a neural network temperature predictor and a fuzzy logic controller to perform thermal comfort regulation in an office building*, Building and Environment, **72**, pp. 287–299, 2014.
- MESAROVIC M., MACKO D. et TAKAHARA Y. *Two coordination Principles and Their Application in Large Scale Systems Control*, Automatica, **6**, pp. 261–270, 1970.
- MINISTÈRE DE LA TRANSITION ÉCOLOGIQUE ET SOLIDAIRE, *Bilan énergétique de la France pour 2016 : observations et statistiques*, 2018, [**en ligne**]. Disponible sur : <<http://www.statistiques.developpement-durable.gouv.fr/publications/p/2764/1080/bilan-energetique-france-2016.html>> (consulté le 31.05.2018).
- MOORE B. *Principal component analysis in linear systems : controllability, observability, and model reduction*, IEEE Transactions on Automatic Control, tm. 26, pp. 17–32, 1981.
- MOROSAN P., BOURDAIS R., DUMUR D. et BUISSON J. *Building temperature regulation using a distributed model predictive control*, Energy and buildings, **42**, pp. 1445–1452, 2010.
- MOROSAN P., BOURDAIS R., DUMUR D. et BUISSON J. *A distributed MPC strategy based on Benders’decomposition applied to multi-source multi-zone temperature regulation*, Journal of Process Control, **21**, pp. 729–737, 2011.
- MULLER D., MONTI A., STINNER S., SCHLÖSSER T., SCHÜTZ T., MATTHES P., WOLISZ H., MOLITOR C., HARB H. et STREBLOW R. *Demand side management for city districts*, Building and Environment, **91**, pp. 283–293, 2015.
- MUNARETTO F., *Etude de l’influence de l’inertie thermique sur les performances énergétiques des bâtiments*, Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2014.
- MUNARETTO F., RECHT T., SCHALBART P. et PEUPORTIER B. *Empirical validation of different internal superficial heat transfer models on a full-scale passive house*, Journal of Building Performance Simulation, **11**, pp. 261–282, 2018.
- NICOL J. et HUMPHREYS M. *Adaptive thermal comfort and sustainable thermal standards for buildings*, Energy and buildings, **34**, pp. 563–572, 2002.
- OREHOUNIG K., MAVROMATIDIS G., EVINS G., DORER V. et CARMELIET J. *Towards an energy sustainable community : an energy system analysis for a village in Switzerland*, Energy and Buildings, **84**, pp. 277–286, 2014.

- PFLAUM P., ALAMIR M. et LAMOUDI M. *Comparison of a primal and a dual decomposition for distributed MPC in smart districts*, IEEE International Conference on Smart Grid Communications, pp. 55–60, 2014.
- PUCHEGGER M. *Electric load behaviour and DSM potential of office buildings*, Energy and Buildings, **100**, pp. 43–49, 2015.
- PUDJIANTO D., RAMSAY C. et STRBAC G. *Virtual power plant and system integration of distributed energy resources*, IET Renewable Power Generation, tm. 1, pp. 10–16, 2007.
- QIN S. et BADGWELL T. *A survey of industrial model predictive control technology*, Control Engineering Practice, **11**, pp. 733–764, 2003.
- QURESHI W., NAIR N.-K. et FARID M. *Impact of energy storage in buildings on electricity demand side management*, Energy Conversion and Management, **52**, pp. 2110–2120, 2011.
- RAMCHURN S., VYTELINGUM P., ROGERS A. et JENNINGS N. *Agent-based control for decentralised demand side management in the smart grid*, Autonomous Agents and Multiagent Systems, tm. 1, pp. 5–12, 2011.
- ROBILLART M., *Etude de stratégies de gestion énergétique en temps réel pour des bâtiments énergétiquement performants*, Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2015.
- ROBILLART M., SCHALBART P., CHAPLAIS F. et PEUPORTIER B. *Model reduction and model predictive control of energy-efficient buildings for electrical heating load shifting*, Journal of Process Control, 2018a, [**In Press**].
- ROBILLART M., SCHALBART P. et PEUPORTIER B. *Derivation of simplified control rules from an optimal strategy for electric heating in a residential building*, Journal of Building Performance Simulation, **11**, pp. 294–308, 2018b.
- ROUX C., *Analyse de cycle de vie conséquentielle appliquée aux ensembles bâtis*, Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2016.
- ROUX C., SCHALBART P. et PEUPORTIER B. *Accounting for temporal variation of electricity production and consumption in the LCA of an energy-efficient house*, Journal of Cleaner Production, **113**, pp. 532–540, 2016.
- ROUX C., SCHALBART P. et PEUPORTIER B. *Development of an electricity system model allowing dynamic and marginal approaches in LCA—tested in the French context of space heating in buildings*, The International Journal of Life Cycle Assessment, **22**, pp. 1177–1190, 2017.

- RTE FRANCE, *La sensibilité à la température et la modification des usages impactent la consommation : Bilan électrique 2016*, 2016, [**en ligne**]. Disponible sur : <<http://bilan-electrique-2016.rte-france.com/consommation/14-2/>> (consulté le 04.06.2018).
- SABOORI H., MOHAMMADI M. et TAGHE R. *Virtual Power Plant (VPP), Definition, Concept, Components and Types*, Proceedings of the Asia-Pacific Power and Energy Engineering Conference, pp. 1–4, 2011.
- SIANO P. *Demand response and smart grids - A survey*, Renewable and Sustainable Energy Reviews, **30**, pp. 461–478, 2014.
- STAINO A., NAGPAL H. et BASU B. *Cooperative optimization of building energy systems in an economic model predictive control framework*, Energy and Buildings, **128**, pp. 713–722, 2016.
- TASDIGHI M., SALAMATI P., RAHIMIKIAN A. et GHASEMI H. *Energy management in a smart residential building*, Proceedings of the 11th International Conference on Environment and Electrical Engineering, pp. 128–133, 2012.
- TRÉLAT E., *Contrôle optimal : théorie et applications*, Vuibert, collection Mathématiques Concrètes, 2005.
- UZAWA H., *Studies in linear and nonlinear programming*, chap. Iterative methods for concave programming, Stanford University Press, 1989.
- VARDAKAS J., ZORBA N. et VERIKOUKIS C. *A survey on demand response programs in smart grids : pricing methods and optimization algorithms*, IEEE Communications Surveys and Tutorials, tm. 17, pp. 152–178, 2015.
- VORGER E., *Etude de l'influence du comportement des habitants sur la performance énergétique du bâtiment*, Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2014.
- WANG Z., WANG L., DOUNIS A. et YANG R. *Integration of plug-in hybrid electric vehicles into energy and comfort management for smart building*, Energy and Buildings, **47**, pp. 260–266, 2012.
- XU Z., GUAN X., JIA Q., WU J., WANG D. et CHEN S. *Performance analysis and comparison on energy storage devices for smart building energy management*, IEEE Transactions on Smart Grid, tm. 3, pp. 2136–2147, 2012.
- YIN R., XU P., PIETTE M. et KILICCOTE S. *Study on Auto-DR and pre-cooling of commercial buildings with thermal mass in California*, Energy and Buildings, **42**, pp. 967–975, 2010.

Annexe : réduction équilibrée

A.1 Concepts de commandabilité et d'observabilité

Avant d'aborder les concepts de commandabilité et d'observabilité, on considère le système linéaire continu d'ordre n suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

avec :

- $x \in \mathbb{R}^n$, l'état du système ;
- $u \in \mathbb{R}^m$, la commande du système ;
- $y \in \mathbb{R}^p$, la sortie du système ;
- A, B, C , des matrices de dimensions appropriées.

La commandabilité et l'observabilité sont deux concepts importants de la théorie du contrôle. Ils ont été introduits par Kalman et sont définis dans les paragraphes qui suivent.

A.1.1 Commandabilité

Un système est dit commandable s'il quel que soit l'état à l'instant initial et quel que soit l'état à l'instant final, il existe une commande qui permet d'atteindre l'état final à partir de l'état initial, cela en un temps fini. D'un point de vue mathématique, le critère de commandabilité de Kalman permet d'évaluer la commandabilité d'un système. Ce critère garantit qu'un système est commandable si et seulement si sa matrice de commandabilité définie par :

$$C_o = (B, AB, \dots, A^{n-1}B) \quad (\text{A.2})$$

est de rang n avec $n = \dim(x)$.

Pour définir si un système est commandable, on peut également introduire le grammien de commandabilité W_c :

$$W_c = \int_0^\infty e^{tA} B B^T e^{tA^T} dt \quad (\text{A.3})$$

Le système est alors dit commandable si et seulement si W_c est définie positif.

A.1.2 Observabilité

Un système est dit entièrement observable lorsque l'état peut être déduit à partir de la connaissance des entrées et des sorties du système. L'observabilité traduit l'aptitude d'un système à être observable. D'un point de vue mathématique, le critère d'observabilité de Kalman permet d'évaluer l'observabilité d'un système. Ce critère garantit qu'un système est observable si et seulement si sa matrice d'observabilité définie par :

$$O_b = \begin{pmatrix} C \\ AC \\ \vdots \\ A^{n-1}C \end{pmatrix} \quad (\text{A.4})$$

est de rang n avec $n = \dim(x)$.

Pour définir si un système est commandable, on peut également introduire le grammien d'observabilité W_o :

$$W_o = \int_0^\infty e^{tA^T} C^T C e^{tA} dt \quad (\text{A.5})$$

Le système est alors dit observable si et seulement si W_o est définie positif.

A.2 Principe de la réalisation équilibrée

Dans l'objectif de réduire l'ordre du modèle, on cherche à éliminer les états qui présentent de faibles degrés de commandabilité et d'observabilité. Hors pour un état donné, les degrés de commandabilité et d'observabilité peuvent être disproportionnés (un état peu être fortement commandable et faiblement observable et inversement). C'est alors qu'intervient la réalisation équilibrée. Il s'agit d'un changement de variable qui permet d'obtenir, dans une nouvelle base, des états dont les degrés de commandabilité et d'observabilité sont équilibrés :

$$x(t) = P \tilde{x}(t) \quad (\text{A.6})$$

où P est la matrice de passage de l'état équilibré à l'état réel.

Dans cette nouvelle base, les grammiens de commandabilité et d'observabilité respectivement notés \tilde{W}_c et \tilde{W}_o vérifient l'égalité suivante :

$$\tilde{W}_c = \tilde{W}_o = \Sigma \quad (\text{A.7})$$

où Σ est une matrice diagonale dont les termes diagonaux notés $\sigma_1, \dots, \sigma_n$ sont nommés valeurs singulières de Hankel. Les matrices P et Σ dépendent des expressions de W_c et W_o . Le calcul est détaillé dans Laub *et al.* (1987).

On peut alors écrire le système équilibré sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}(t) = \tilde{A}\tilde{x}(t) + \tilde{B}u(t) \\ y(t) = \tilde{C}\tilde{x}(t) \end{cases} \quad (\text{A.8})$$

avec les égalités suivantes :

$$\dot{\tilde{A}} = P^{-1}AP \quad (\text{A.9})$$

$$\dot{\tilde{B}} = P^{-1}B \quad (\text{A.10})$$

$$\dot{\tilde{C}} = CP \quad (\text{A.11})$$

A.3 Principe de la réduction équilibrée

Dès que le système est mis sous sa forme équilibrée, on réduit l'ordre du modèle équilibré en éliminant les états associés aux petites valeurs singulières de Hankel. En effet, ces états correspondent à des faibles degrés de commandabilité et d'observabilité.

On pose alors :

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \sigma_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Sigma_1 & 0 \\ 0 & \Sigma_2 \end{pmatrix} \quad (\text{A.12})$$

avec $\Sigma_1 \in \mathbb{R}^{k \times k}$ et $\Sigma_2 \in \mathbb{R}^{(n-k) \times (n-k)}$ où k est l'ordre du système réduit. Ainsi, la matrice Σ_1 contient les plus grandes valeurs de Hankel et la matrice Σ_2 , les plus petites. De la même

manière, les vecteurs $\dot{\tilde{x}}$ et \tilde{x} ainsi que les matrices \tilde{A} , \tilde{B} et \tilde{C} peuvent être décomposés :

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{pmatrix} \dot{\tilde{x}}_1(t) \\ \dot{\tilde{x}}_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{A}_{11} & \tilde{A}_{12} \\ \tilde{A}_{21} & \tilde{A}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{x}_1(t) \\ \tilde{x}_2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \tilde{B}_1 \\ \tilde{B}_2 \end{pmatrix} u(t) \\ y(t) = \begin{pmatrix} \tilde{C}_1 & \tilde{C}_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{x}_1(t) \\ \tilde{x}_2(t) \end{pmatrix} \end{array} \right. \quad (\text{A.13})$$

Après troncature, le modèle réduit à l'ordre k prend la forme suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\tilde{x}}_1(t) = \tilde{A}_{11}\tilde{x}_1(t) + \tilde{B}_1 u(t) \\ y(t) = \tilde{C}_1\tilde{x}_1(t) \end{array} \right. \quad (\text{A.14})$$

Annexe : réduction décomposée

La Figure B.1 présente, pour la zone bureaux, les réponses fréquentielles des modèles réduits aux ordres 1, 2, 3 et 4 et du modèle non réduit à la puissance de chauffage de la zone. La Figure B.2 présente les réponses fréquentielles de la zone logements des modèles réduits aux ordres 1, 2, 3 et 4 et du modèle non réduit à la puissance de chauffage de la zone. Les modèles réduits à l'ordre 1 ne permettent pas de reproduire le comportement du modèle non réduit et les modèles réduits à l'ordre 4 reproduisent quasiment parfaitement le comportement du modèle de référence. Entre les deux, les modèles réduits à l'ordre 2 et 3 présentent un léger retard de phase pour les périodes de quelques minutes et une légère avance de phase pour les périodes de quelques heures.

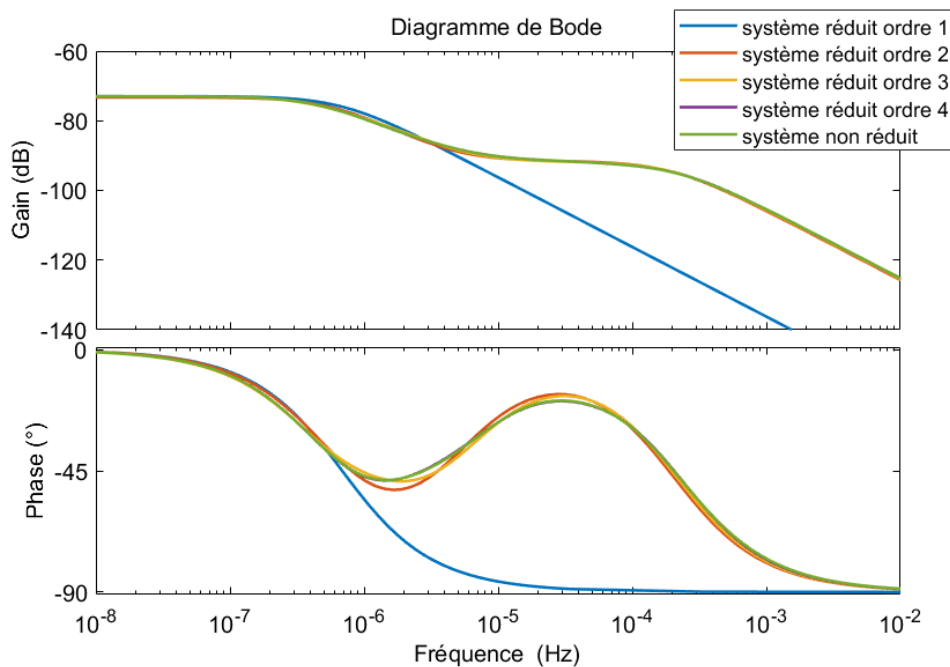


Figure B.1 – Réponses fréquentielles de la température de la zone bureaux des différents modèles (réduits aux ordres 1, 2, 3 et 4, non réduit) à la puissance de chauffage de la zone bureaux, réduction décomposée

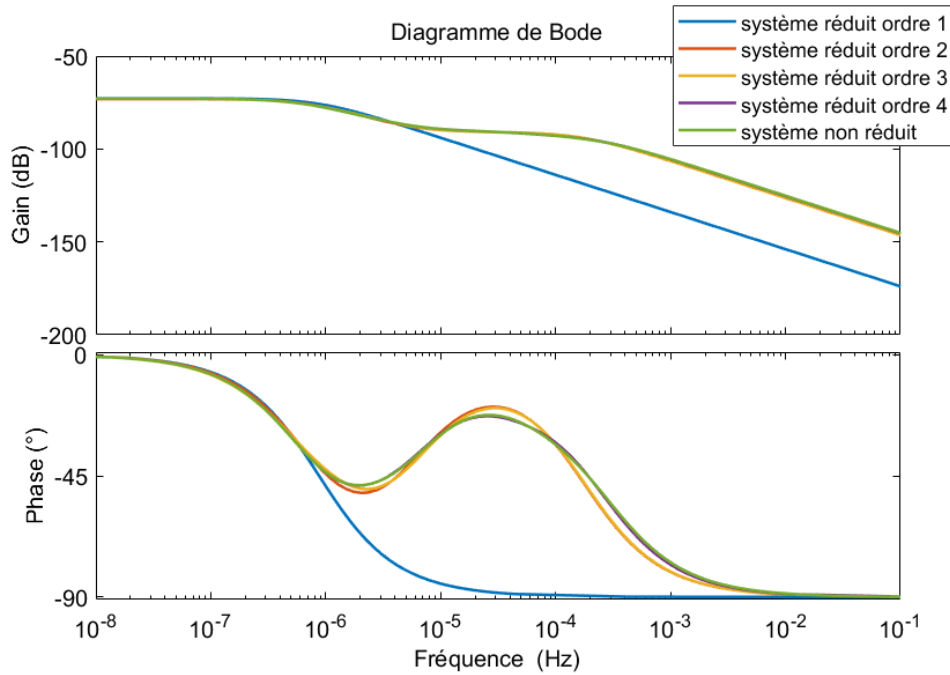


Figure B.2 – Réponses fréquentielles de la température de la zone logements des différent modèles (réduits aux ordres 1, 2, 3 et 4, non réduit) à la puissance de chauffage de la zone logements, réduction décomposée

La Figure B.3 présente les réponses fréquentielles de la zone bureaux des modèles réduits aux ordres 1, 2, 3 et 4 et du modèle non réduit à la température extérieure. La Figure B.4 présente les réponses fréquentielle de la zone logements des modèles réduits aux ordres 1, 2, 3 et 4 et du modèle non réduit à la température. Comme pour les réponses fréquentielles aux différentes puissances de chauffage, les modèles réduits à l'ordre 1 ne sont pas satisfaisant, les modèles réduits aux ordres 2 et 3 présentent de légères différences de phases et les modèles réduit à l'ordre 4 concordent davantage avec les modèles de référence.

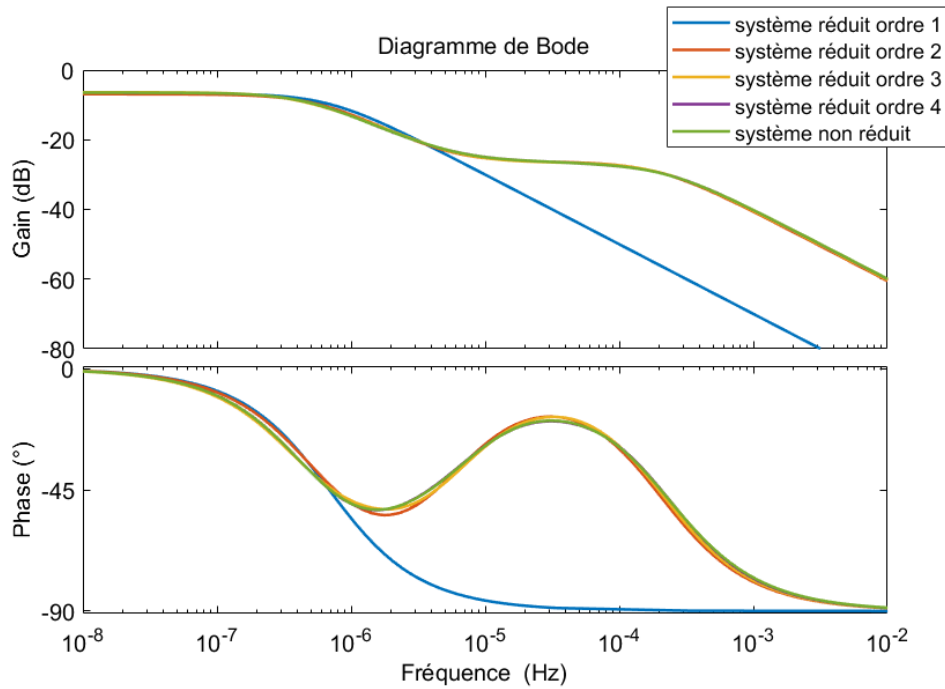


Figure B.3 – Réponses fréquentielles de la température de la zone bureau des différents modèles (réduits aux ordres 1, 2, 3 et 4, non réduit) à la température extérieure, réduction décomposée

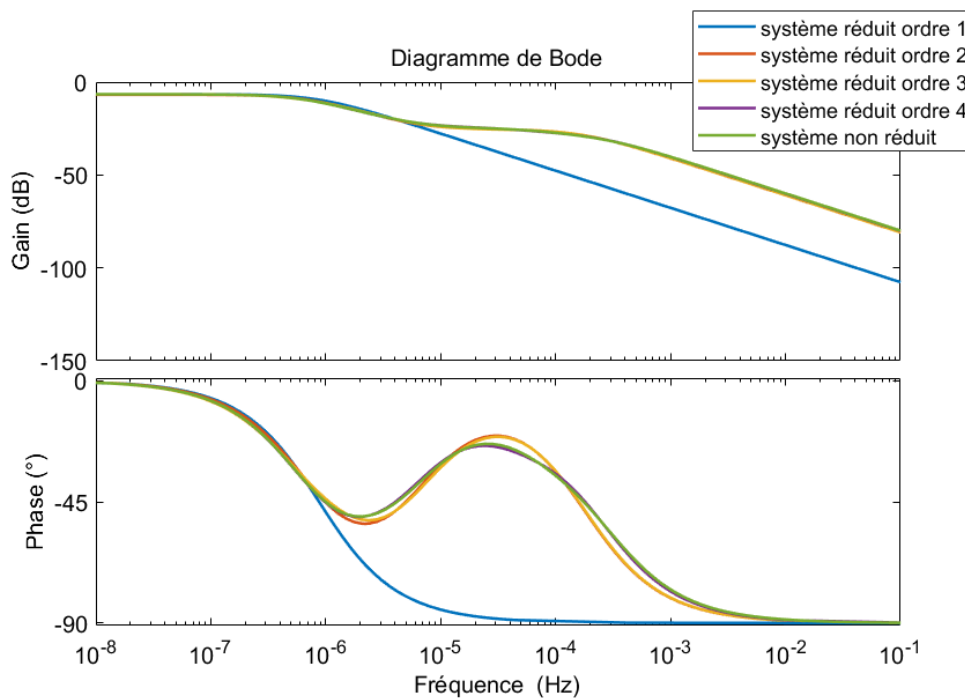


Figure B.4 – Réponses fréquentielles de la température de la zone logement des différents modèles (réduits aux ordres 1, 2, 3 et 4, non réduit) à la température extérieure, réduction décomposée

La Figure B.5 présente les réponses fréquentielles de la zone bureaux des modèles réduits aux ordres 1, 2, 3 et 4 et du modèle non réduit au rayonnement solaire traversant les vitres de la zone bureaux. La Figure B.6 présente les réponses fréquentielles de la zone logements des modèles réduits aux ordres 1, 2, 3 et 4 et du modèle non réduit au rayonnement solaire traversant les vitres de la zone logements. Les modèles réduits aux ordres 2, 3 et 4 présentent des écarts de gain et phase naturellement plus marqués pour les ordres 2 et 3. Le modèle réduit à l'ordre 4 reproduit bien le comportement du modèle non réduit. Cependant, les modèles réduits aux ordres 2 et 3 présentent des résultats proches de la référence. Ces ordres de réduction seront testés dans le cadre de l'application de la commande optimale.

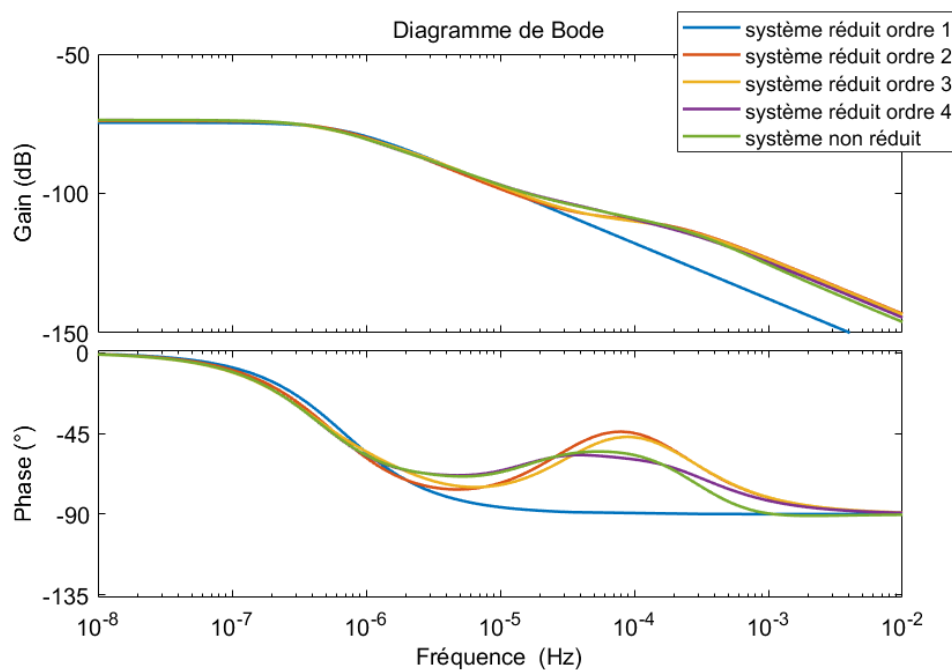


Figure B.5 – Réponses fréquentielles de la température de la zone bureaux des différents modèles (réduits aux ordres 1, 2, 3 et 4, non réduit) au rayonnement solaire traversant les vitres de la zone bureaux, réduction décomposée

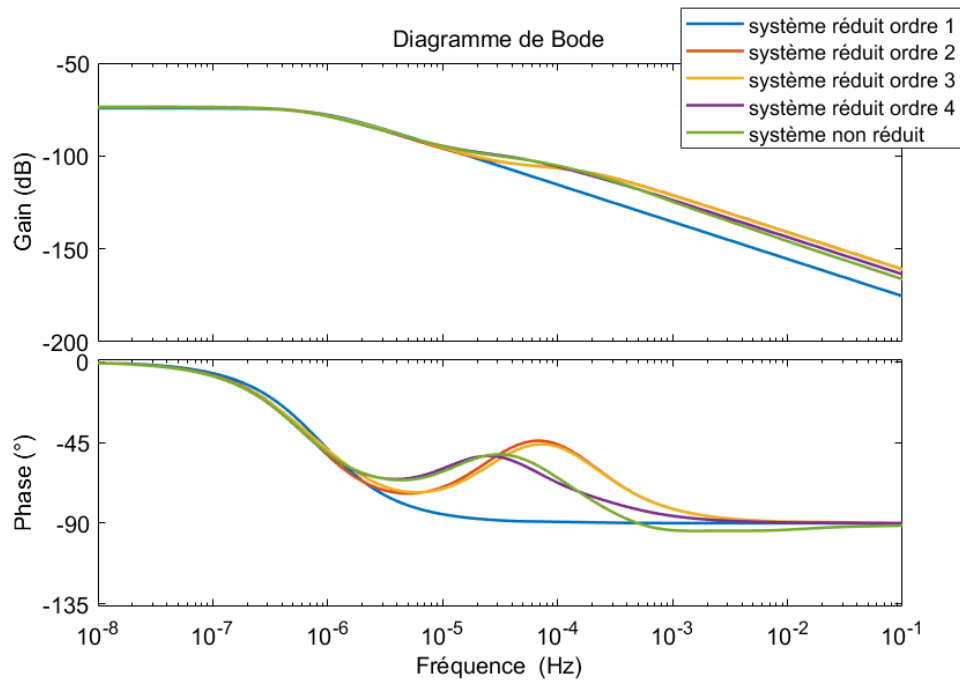


Figure B.6 – Réponses fréquentielles de la température de la zone logements des différents modèles (réduits aux ordres 1, 2, 3 et 4, non réduit) au rayonnement solaire traversant les vitres de la zone logements, réduction décomposée

Annexe : analyse de l'horizon d'optimisation

L'analyse est réalisée à partir du modèle centralisé. La période d'échantillonnage de la commande prédictive est fixée à 24 heures. Pour déterminer l'horizon d'optimisation permettant d'obtenir une bonne estimation de la commande optimale sur les 24 premières heures, une analyse de sensibilité est réalisée. Cette analyse consiste à comparer les séquences de commandes optimales correspondant aux 24 premières heures obtenues avec des horizons d'optimisation allant de 1 à 6 jours avec celles obtenues avec un horizon de 7 jours qui constituera notre référence. La comparaison est réalisée en calculant les écarts moyens absolus en kW (EMA) et la différence de coût en % avec les commandes optimales de référence.

Plus l'horizon d'optimisation est important et plus les temps de calculs sont élevés. L'intérêt de cette analyse de sensibilité consiste à déterminer à partir de quel horizon la précision sur la commande est acceptable (par rapport à la séquence optimale de référence). En ce qui concerne les EMA et les variations de coût, la séquence optimale obtenue avec un horizon de un jour est trop éloignée de la séquence de référence pour être retenue. En effet, sans aucune appréhension des jours suivants, l'algorithme de commande optimale ne peut anticiper correctement le préchauffage du bâtiment. En comparaison avec la séquence optimale obtenue avec un horizon de un jour, celles obtenues avec des horizons de deux jours présentent de meilleures précisions. Dans le cas de la zone bureaux, la différence de coût dépasse légèrement les 5 %. De plus, en observant la figure C.1, on remarque que à partir d'un horizon de 3 jours, la séquence de commande optimale correspondant au 24 premières heures est confondue avec celle de référence, ce qui n'est pas le cas avec un horizon de 2 jours. Pour conclure, un horizon de 3 jours semble être un bon compromis entre temps de calcul et précision et sera considéré par la suite.

Tableau C.1 – Analyse de sensibilité sur l'horizon d'optimisation de la zone bureaux (zone 1) et de la zone logements (zone 2)

Horizon	6 jours	5 jours	4 jours	3 jours	2 jours	1 jour
Temps de calcul (min)	42	36	30	23	17	11
EMA (kW), zone 1	0,01	0,06	-0,32	-1,25	-4,05	-29,99
EMA (kW), zone 2	-0,03	-0,03	0,05	0,29	0,89	3,64
Différence de coût (%), zone 1	0	0	0	-2	-5	-21
Différence de coût (%), zone 2	0	0	0	-1	-3	-14

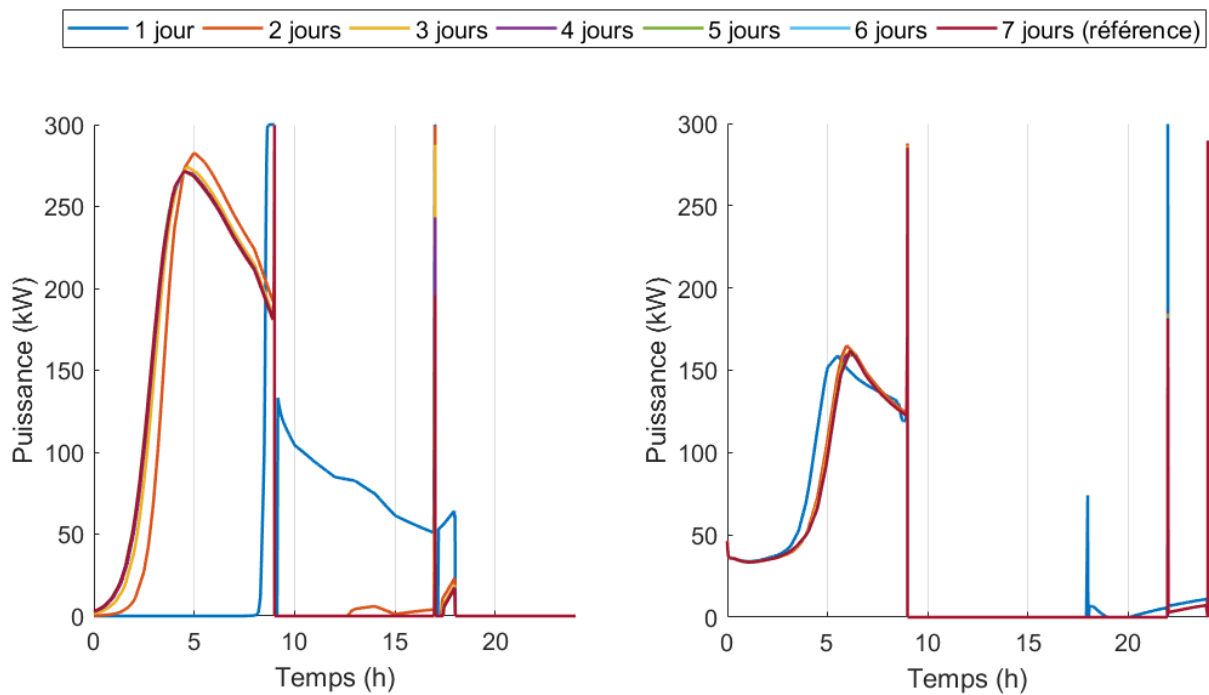


Figure C.1 – Séquences de commandes optimales selon différents horizon d'optimisation de la zone bureaux (graphique de gauche) et la zone logement (graphique de droite)

Annexe **D**

Annexe : résultats de l'application de la commande prédictive dans le cas de quatre zones avec couplages thermiques

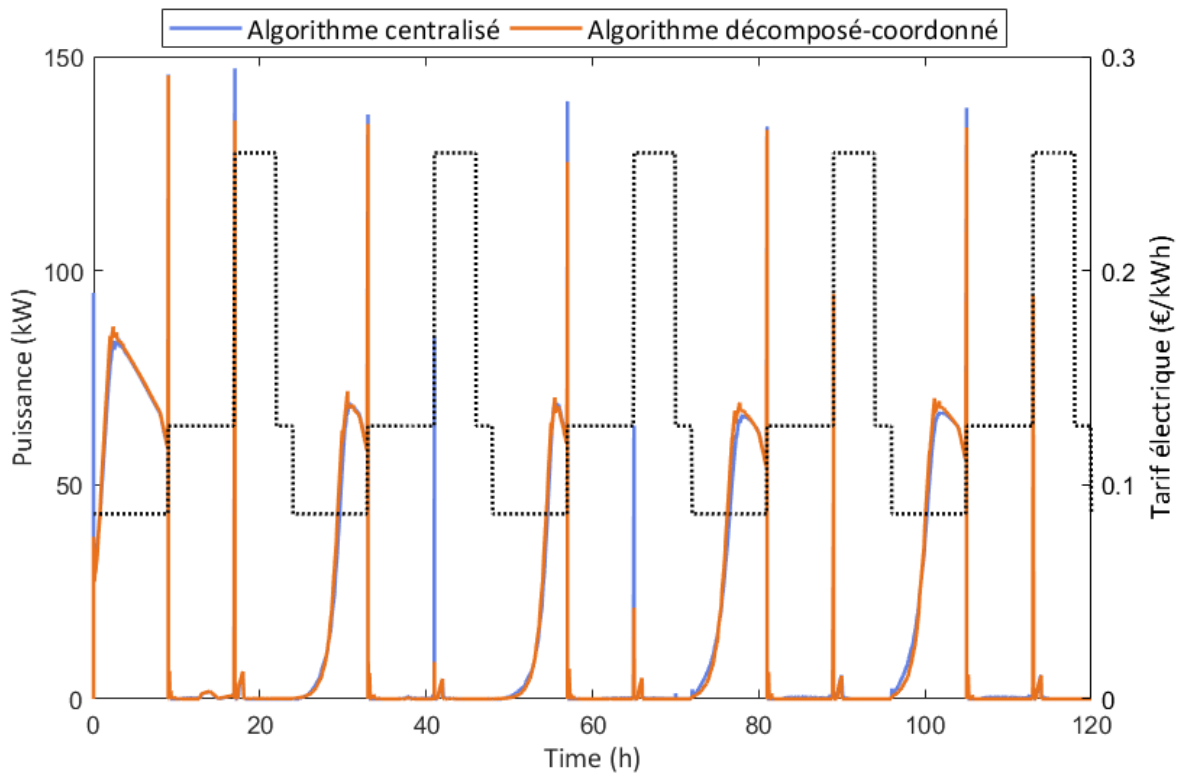


Figure D.1 – Application de la commande prédictive à la zone bureaux 1 avec les approches centralisée et décomposée-coordonnée, profils de puissance

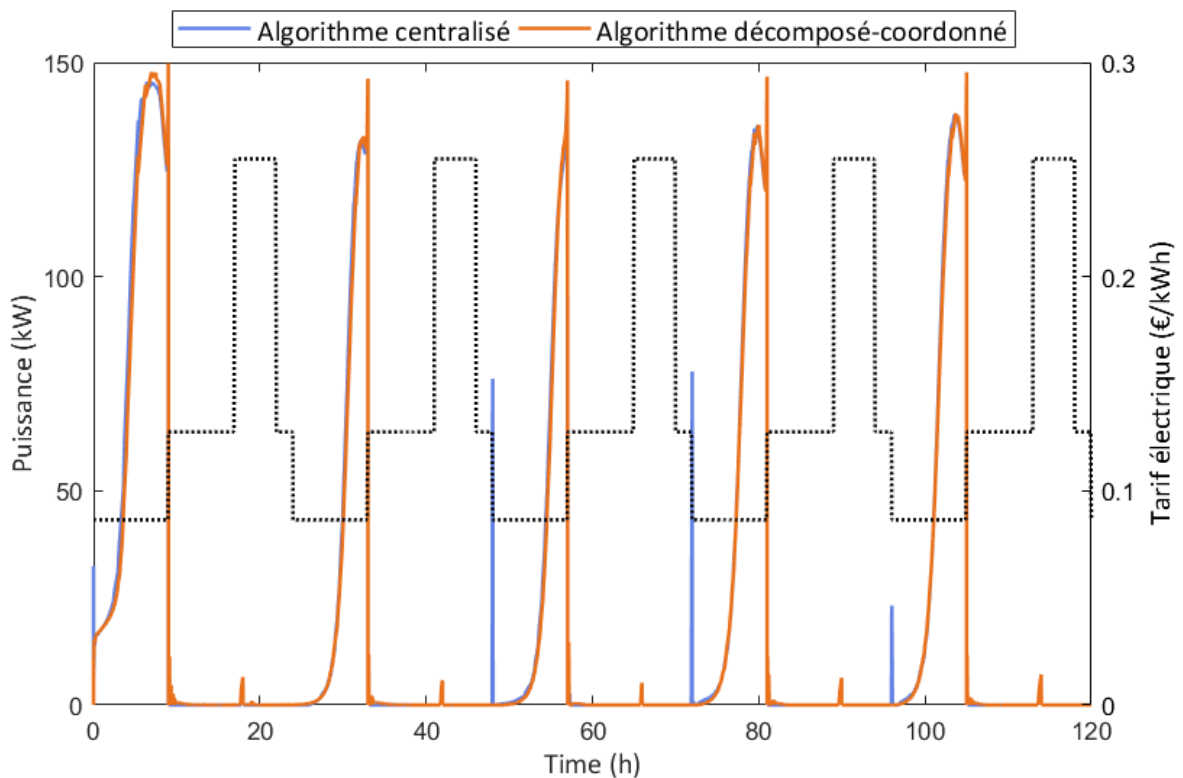


Figure D.2 – Application de la commande prédictive à la zone bureaux 2 avec les approches centralisée et décomposée-coordonnée, profils de puissance

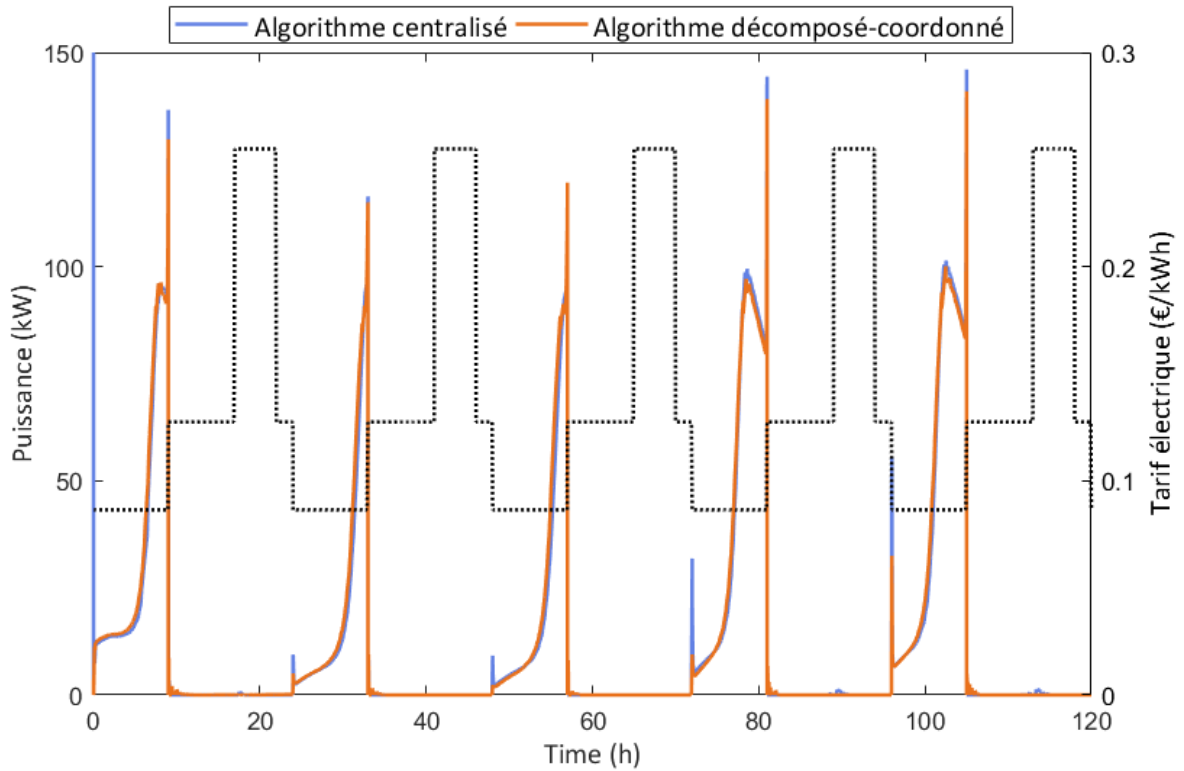


Figure D.3 – Application de la commande prédictive à la zone logements 1 avec les approches centralisée et décomposée-coordonnée, profils de puissance

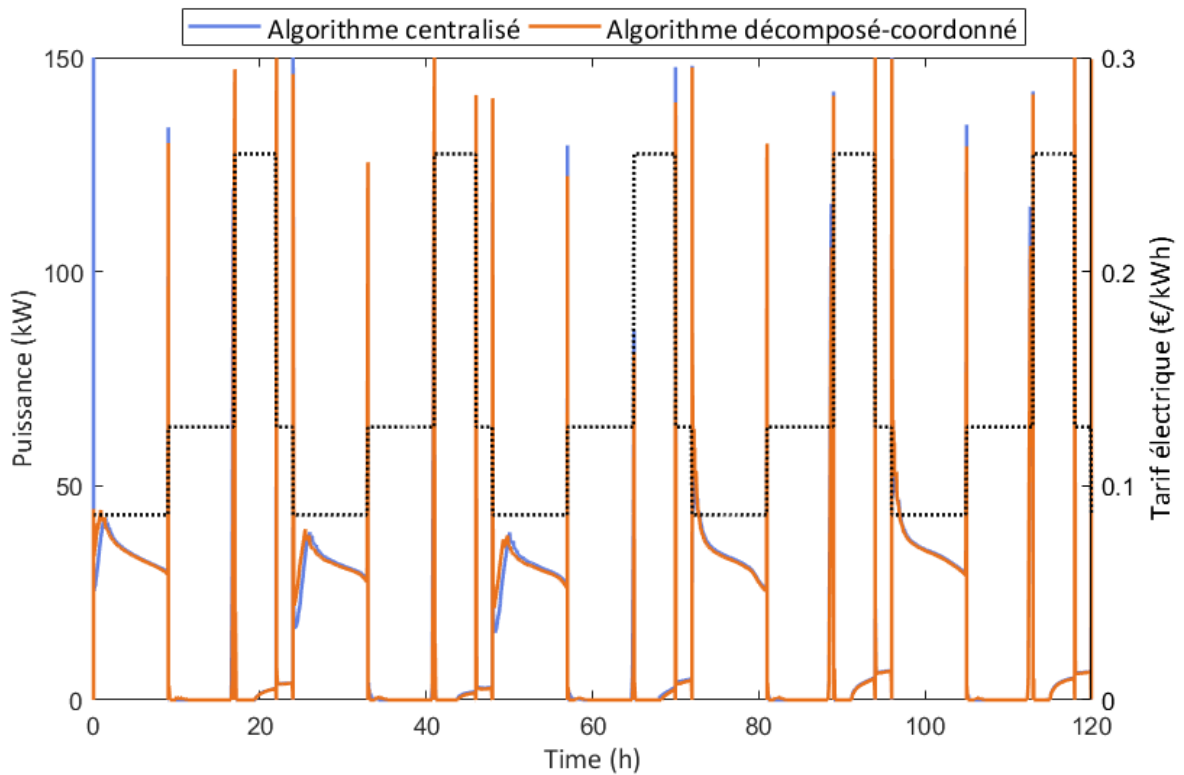


Figure D.4 – Application de la commande prédictive à la zone logements 2 avec les approches centralisée et décomposée-coordonnée, profils de puissance

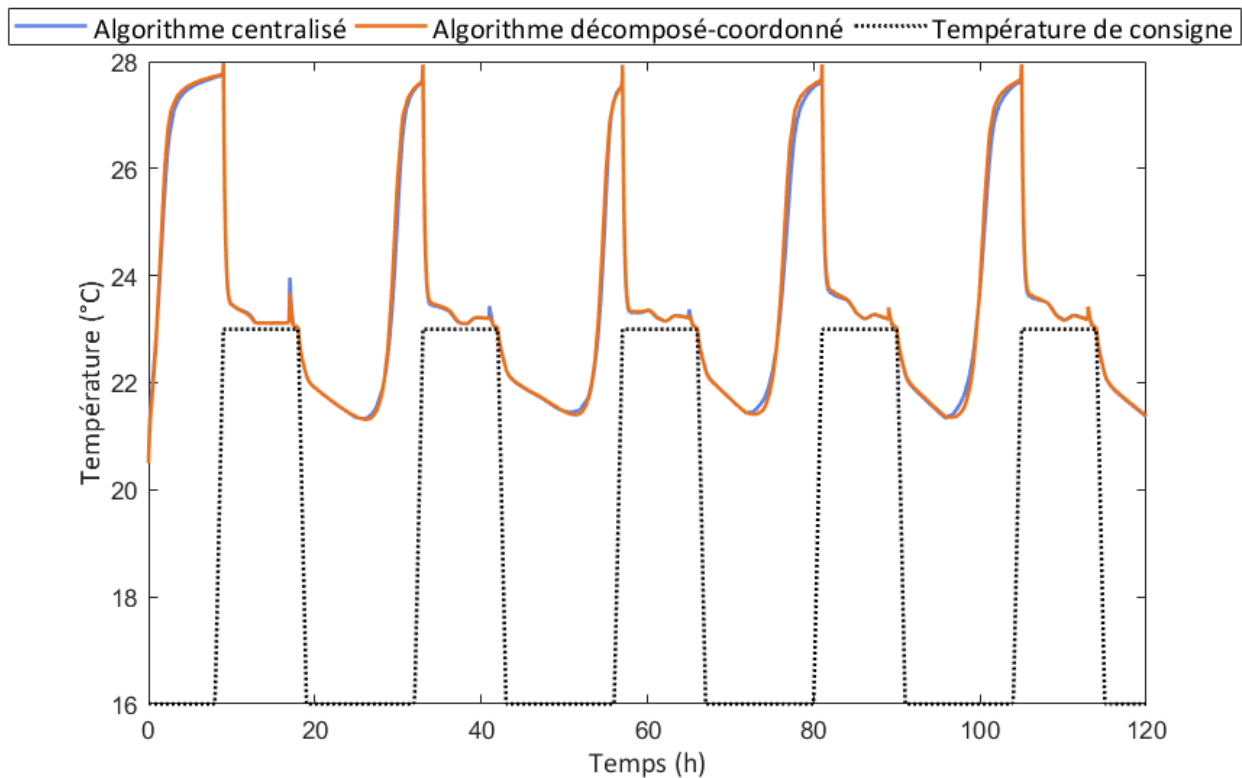


Figure D.5 – Application de la commande prédictive à la zone bureaux 1 avec les approches centralisée et décomposée-coordonnée, profils de température

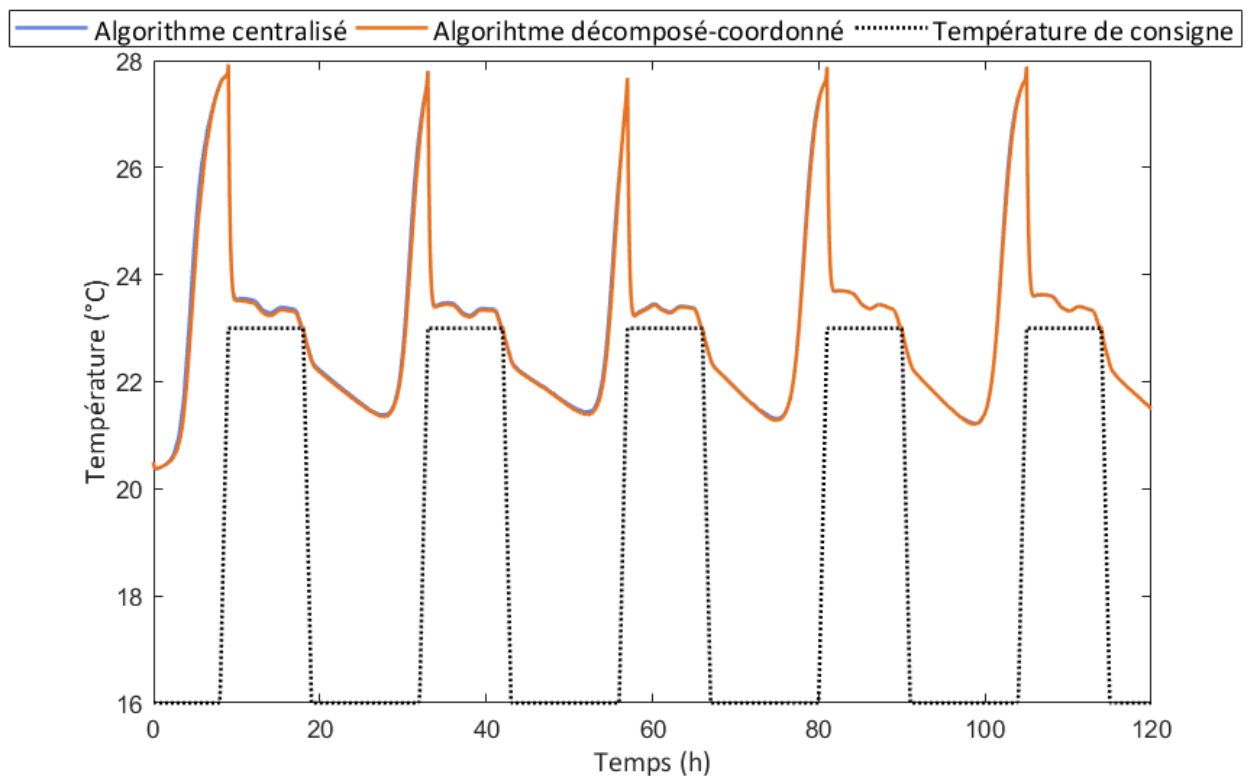


Figure D.6 – Application de la commande prédictive à la zone bureaux 2 avec les approches centralisée et décomposée-coordonnée, profils de température

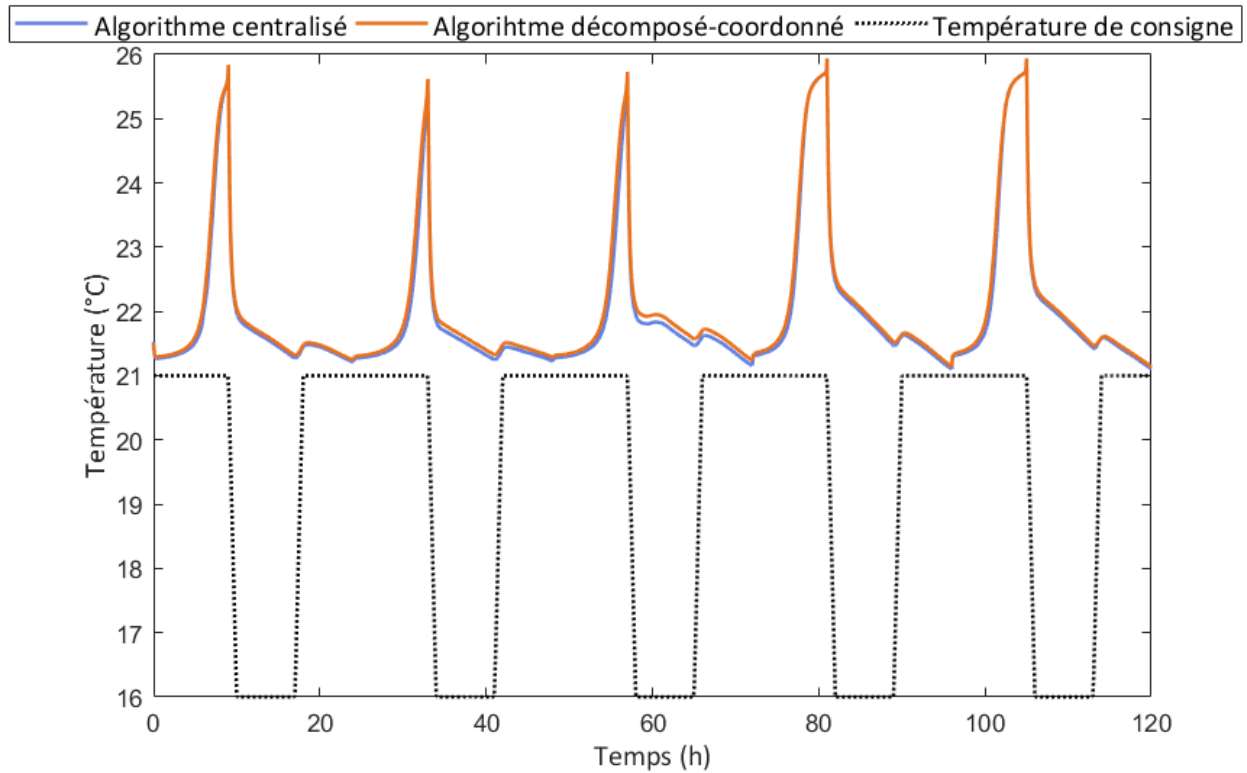


Figure D.7 – Application de la commande prédictive à la zone logements 1 avec les approches centralisée et décomposée-coordonnée, profils de température

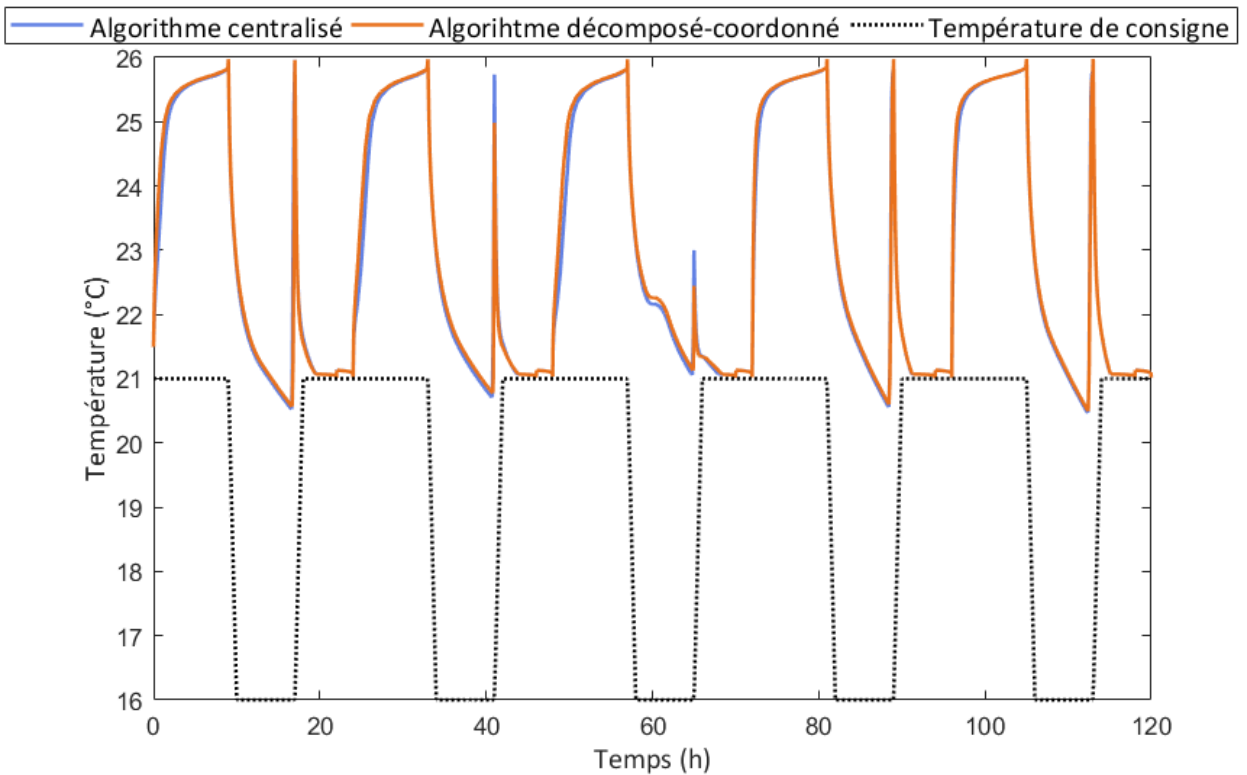


Figure D.8 – Application de la commande prédictive à la zone logements avec les approches centralisée et décomposée-coordonnée, profils de température

Annexe **E**

Annexe : variation de la température dans le cas de la climatisation

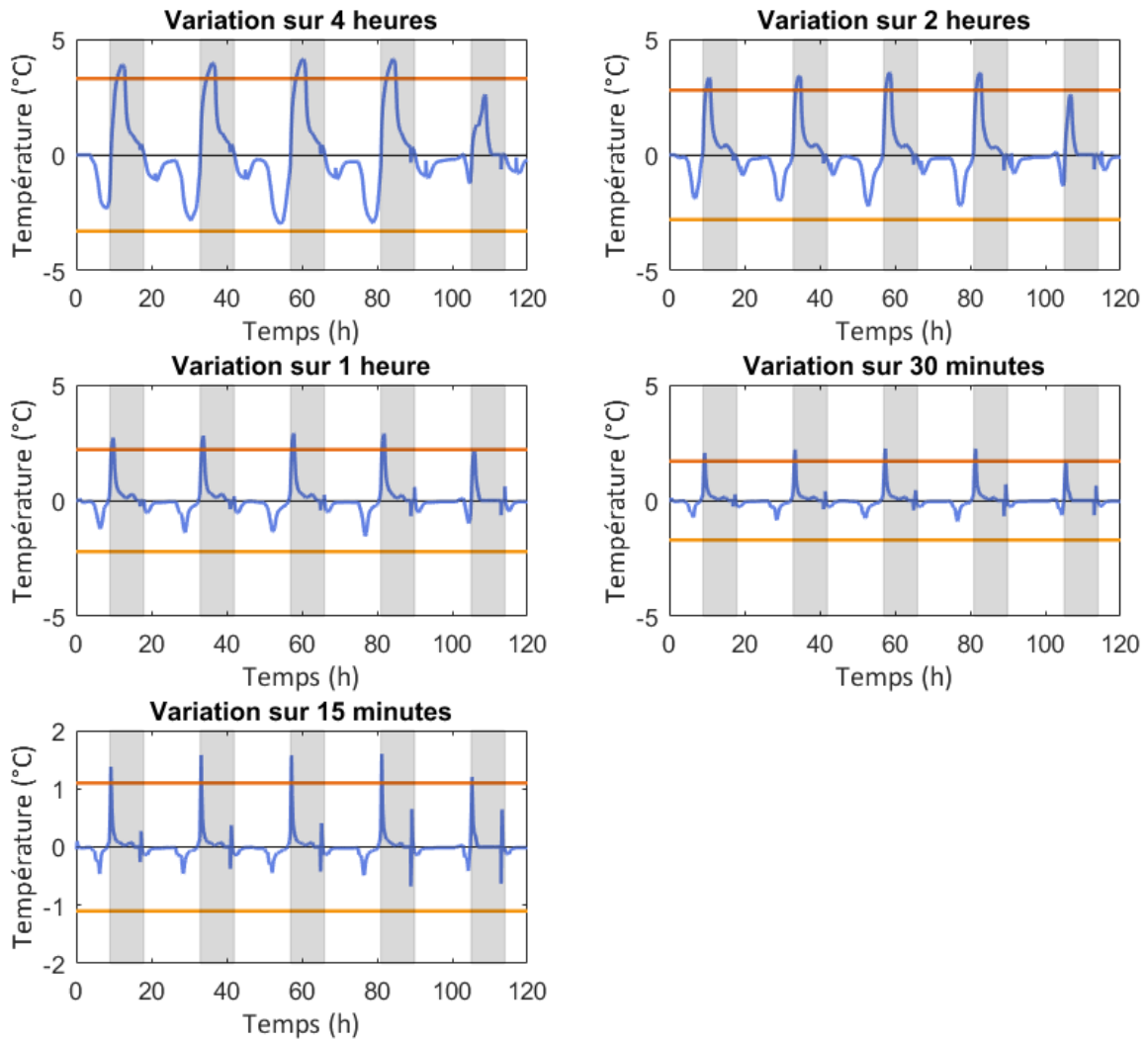


Figure E.1 – Variation de la température suivant différentes périodes (courbes bleues), contrainte maximale de variation de la température (courbes oranges), contrainte minimale de variation de la température (courbes jaunes) et périodes d'occupation (aires grisées) de la zone bureaux (climatisation)

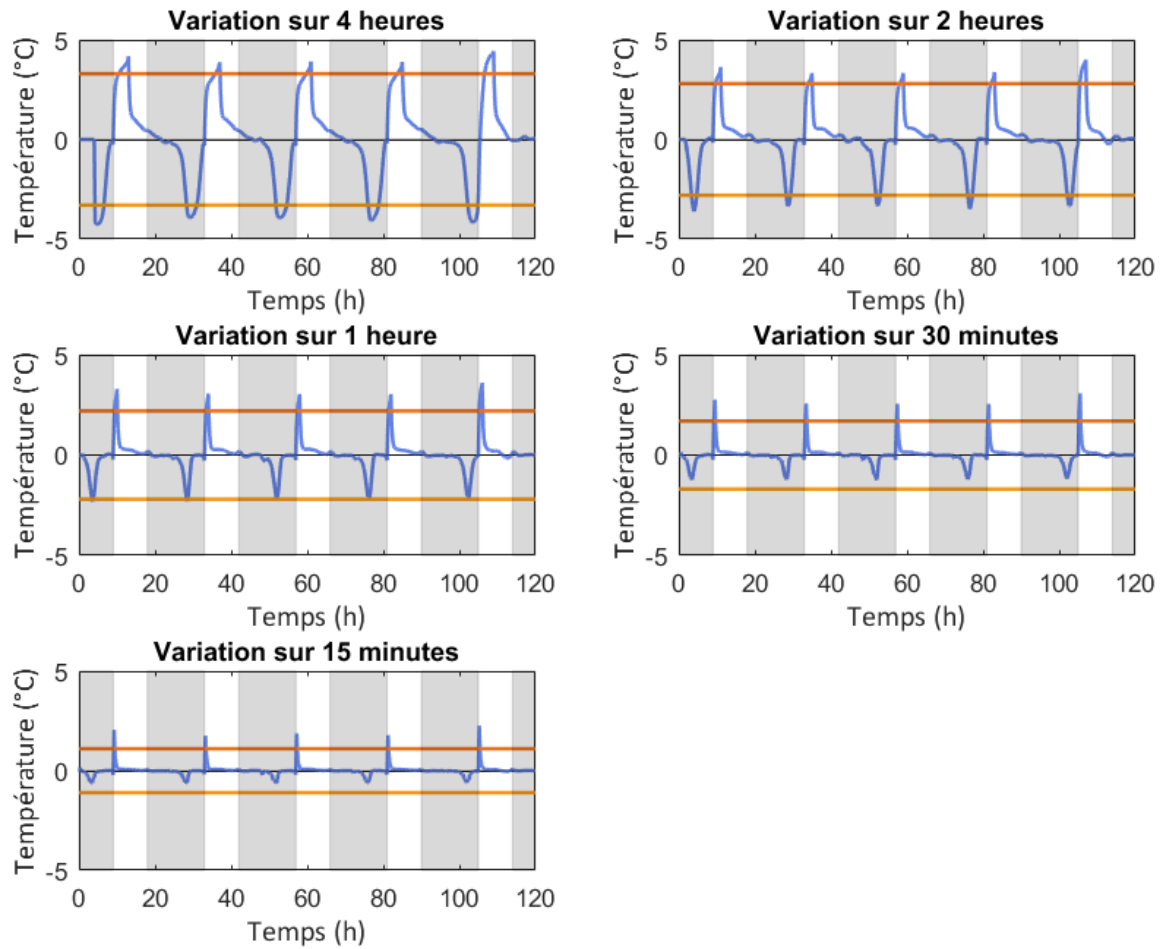


Figure E.2 – Variation de la température suivant différentes périodes (courbes bleues), contrainte maximale de variation de la température (courbes oranges), contrainte minimale de variation de la température (courbes jaunes) et périodes d’occupation (aires grisées) de la zone logements (climatisation)



Résumé

Pour faciliter la transition énergétique vers la réduction de la consommation des énergies fossiles, la réduction des émissions de CO_2 et l'intégration des sources d'énergie renouvelables, il convient d'étudier des stratégies permettant d'adapter en temps réel la gestion énergétique de manière optimale par rapport aux contraintes extérieures et intérieures du bâtiment. Des leviers d'action existent à l'échelle de l'îlot comme la mutualisation des productions et des consommations. Cette thèse présente l'application de techniques d'optimisation au développement de stratégies de gestion du chauffage électrique d'un bâtiment multizone comportant des logements et des bureaux. Pour réduire les temps de calcul par rapport à une approche de résolution globale d'un problème d'optimisation à grande échelle, les méthodes de décomposition-coordination ont été étudiées. Ces méthodes permettent de résoudre des sous-problèmes d'optimisation à l'échelle de chaque zone et de réintégrer les couplages entre zones (couplages thermiques et partage d'une ressource) avec une étape de coordination. Une méthode décomposée-coordonnée a été retenue pour chaque type de couplage permettant la mise en place d'une gestion en temps réel à l'échelle multizone.

Mots-Clés

Bâtiment, multizone, régulation, effacement, commande prédictive, décomposition-coordination

Abstract

To facilitate the energy transition towards the reduction of fossil fuels consumption, CO_2 emissions and the integration of renewable energy sources, it is necessary to study real-time management strategies to adapt energy management in an optimal way according to external and internal perturbations and the evolution of the building. Solutions exist at the scale of blocks of buildings such as production and consumption pooling. This thesis presents the development of real-time management strategies, using optimisation techniques, for the electric heating of a multi-zone building mixing residential and tertiary uses. To decrease computation time compared to a global resolution approach of large-scale optimisation problems, decomposition-coordination methods were studied. These methods consist in solving sub-problems of optimisation in each zone and reintegrating the links between zones (thermal couplings and resource sharing) using a coordination step. One of these methods was chosen for each type of coupling allowing the implementation of real-time management at a multi-zone scale.

Keywords

Building, multizone, control, load shifting, model predictive control, decomposition-coordination